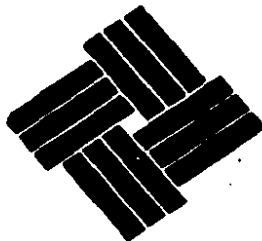


881201

UNIVERSIDAD ANAHUAC

13
27

**ESCUELA DE ACTUARIA
CON ESTUDIOS INCORPORADOS A LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**



**ANALISIS DE INTERVENCION:
UNA APLICACION**

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

TESIS PROFESIONAL

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
A C T U A R I O
P R E S E N T A**

LAURA GABRIELA ZUÑIGA FERIA

FFBRERO, 1987



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	Página
Introducción	1
Capítulo I	4
- Modelos para series de tiempo univariadas	9
Capítulo II	18
- Estrategia de Box-Jenkins [1] para la construcción de modelos para series de tiempo univariadas	19
+ Identificación	20
+ Estimación	22
+ Verificación	23
+ Uso del modelo	28
- Enfoque de Box-Tiao [2] para el análisis de intervención	30
Capítulo III	36
- Modelo I	37
- Construcción del Modelo I	43
- Modelo II	46
- Construcción del Modelo II	48
- Modelo III	49
- Construcción del Modelo III	54
- Modelo VI	56
Conclusiones	57
Bibliografía	66

Apéndice A. Series Estacionales	A
Apéndice B. Cuadros, Figuras y Gráficas	B
Apéndice C. Estimaciones e Identificaciones	C
- Modelo I	C-1
- Modelo II	C-12
- Modelo III	C-15
- Identificación I	C-18
- Identificación II	C-25
- Identificación III	C-32
- Identificación IV	C-38

INTRODUCCION

Los datos utilizados en la formulación de las políticas públicas y privadas ocurren frecuentemente en forma de series de tiempo, es decir, como una sucesión de observaciones generadas por un proceso estocástico cuyo índice se toma en relación al tiempo. Un ejemplo de este tipo de series es la del Índice de Precios al Consumidor el cual mide el crecimiento, en términos reales, de los precios. En el siguiente cuadro se muestran los valores de dicho índice a lo largo del tiempo.

INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR
(BASE 1978 = 100)

	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN
1969	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1970	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1971	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1972	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1973	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1974	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1975	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1976	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1977	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
1978	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1979	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1980	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1981	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1982	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1983	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1984	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1985	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1986	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1987	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1988	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1989	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1990	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1991	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1992	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1993	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1994	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1995	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1996	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1997	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1998	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
1999	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2000	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2001	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2002	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2003	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2004	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2005	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2006	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2007	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2008	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2009	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2010	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2011	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2012	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2013	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2014	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2015	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2016	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2017	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2018	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2019	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2020	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2021	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2022	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2023	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2024	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2025	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2026	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2027	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2028	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2029	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
2030	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

FUENTE: BANCO DE MEXICO.

La característica especial del análisis de series de tiempo es el hecho de que las observaciones sucesivas son generalmente dependientes y que el análisis debe tomar en cuenta el orden de las observaciones en el tiempo.

Existen varias clases de técnicas para el análisis de series de tiempo, por ejemplo: las metodologías de descomposición [13], la metodología Box-Jenkins [1], etc.

El objetivo de este trabajo es el análisis y pronóstico de las variaciones porcentuales (inflación) de la serie del Índice de Precios al Consumidor. Para ésto se usó la Metodología de Construcción de Modelos ARIMA para Series de Tiempo de Box-Jenkins [1] complementada con el Análisis de Intervención de Box-Tiao [2].

Existen varias clases de técnicas para el análisis de series de tiempo, por ejemplo: las metodologías de descomposición [13], la metodología Box-Jenkins [1], etc.

El objetivo de este trabajo es el análisis y pronóstico de las variaciones porcentuales (inflación) de la serie del Índice de Precios al Consumidor. Para ésto se usó la Metodología de Construcción de Modelos ARIMA para Series de Tiempo de Box-Jenkins [1] complementada con el Análisis de Intervención de Box-Tiao [2].

La metodología Box-Jenkins abarca la construcción de modelos estocásticos (estadísticos) para series de tiempo discretas que tienen como dominio el tiempo, y el uso de dichos modelos en importantes áreas de aplicación como:

- Análisis de la naturaleza del sistema generador de la serie de tiempo.
- Obtención de pronósticos óptimos para valores futuros de la serie.

En la metodología Box-Tiao, una intervención puede interpretarse como la ocurrencia de un evento exógeno al comportamiento histórico de la variable en estudio, por lo tanto tal intervención podría ser un cambio en la política económica (como una devaluación o un aumento salarial), en la política fiscal (como el establecimiento del Impuesto al Valor Agregado), etc.

El trabajo muestra inicialmente una introducción a los modelos ARIMA para series de tiempo discretas y una descripción de las metodologías utilizadas (Box-Jenkins y Box-Tiao), seguido por el análisis hecho a la serie del Índice de Precios al Consumidor el cual consta de 4 modelos diferentes. Finalmente se dan las conclusiones encontradas a raíz de los modelos propuestos.

CAPITULO I

Este capítulo pretende dar un breve repaso sobre lo que se entiende por SERIE DE TIEMPO y los procesos por los cuales éstas se pueden modelar.

Iniciaremos diciendo que una Serie de Tiempo se define como una sucesión de observaciones generadas por un proceso estocástico (1) cuyo conjunto índice (T) se toma en relación al tiempo.

$$(Z(t_1), Z(t_2), \dots, Z(t_n)) \quad (1.1)$$

En nuestro caso solo consideraremos las series de tiempo discretas; es decir, aquellas en las que el conjunto índice T sea finito o infinito numerable, y en donde las observaciones sean hechas a intervalos con longitud de tiempo fija.

Hay que hacer incapié en que, por lo anteriormente expuesto, una serie de tiempo observada será solo UNA REALIZACIÓN de un proceso estocástico. Esto resalta el elemento probabilístico presente en una serie de tiempo.

Este factor aleatorio insinúa que se debe tomar en cuenta la función de distribución relacionada con el conjunto de variables aleatorias que constituyen el proceso estocástico, ya que ésta caracteriza el comportamiento de las variables.

Por lo tanto, el proceso estocástico podría describirse mediante la función de distribución conjunta de estas variables, pero en la práctica esto no se logra fácilmente ya que existe toda una estructura de correlación entre las observaciones. Es por esto que se busca otra manera de caracterizar el proceso.

Los polinomios de retraso (4) permiten expresar algunos de los modelos que han probado ser de mayor utilidad en la práctica para representar fenómenos reales en forma de series de tiempo. Estos modelos se basan en la idea de que una serie de tiempo, (cuyos valores sucesivos son altamente dependientes) se puede generar a partir de otra serie construida por choques aleatorios independientes $\{a_t\}$, considerados como realizaciones de una variable aleatoria con distribución fija (generalmente se toma una distribución Normal con media cero y varianza σ_a^2 constante. A esta serie de choques se le conoce con el nombre de RUIDO BLANCO.

En base a esto, se expresa el proceso estocástico en función del ruido blanco mediante una ----

(1) Un proceso estocástico es una familia de variables aleatorias asociadas a un conjunto índice de números reales de forma tal que a cada elemento del conjunto le corresponda una y solo una variable aleatoria.

relación lineal de la forma:

$$Z_t = \mu + \alpha_t + \psi_1 \alpha_{t-1} + \psi_2 \alpha_{t-2} + \dots = \quad (1.2)$$

$$= \mu + \psi(B) \alpha_t \quad (1.3)$$

en donde $\psi(B)$ es el llamado polinomio de retraso (2).

Aquí se tiene en mente un filtro lineal del cual el operador $\psi(B)$ constituye su función de transferencia (3). La sucesión $\{\alpha_t\}$ puede ser finita o infinita, si es infinita, pero converge, o finita se dice que el filtro es estable y que el proceso $\{Z_t\}$ es ESTACIONARIO.

Con algunos tipos de distribuciones de probabilidad, por ejemplo la Normal, sabemos que los primeros momentos de las variables aleatorias resumen en gran parte información sobre dicha distribución, por lo tanto es bueno conocerlos.

MEDIA o NIVEL. - Si suponemos que μ es la media de Z_t :

$$E(Z_t) = \mu$$

y de acuerdo con la ecuación (1.3):

$$\begin{aligned} \mu &= \mu + E(\alpha_t + \psi_1 \alpha_{t-1} + \psi_2 \alpha_{t-2} + \dots) \\ &= \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i E(\alpha_{t-i}) \end{aligned} \quad (1.4)$$

lo que requiere que la suma de ψ_i converja para que la media exista.

VARIANZA. - Partiendo de su definición:

$$\gamma_0^2 = E[(Z_t - \mu)^2] = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i^2 \sigma^2 \quad (1.5)$$

que tiene sentido solo si la suma de ψ_i^2 converge.

COVARIANZA. - (AUTOCOVARIANZA), indica la estructura de dependencia lineal que existe entre diferentes observaciones de la misma variable. Según su definición:

$$\gamma_k = \text{Cov}(Z_t, Z_{t+k}) =$$

(2) El operador de retraso (B) se define como: $BZ_t = Z_{t-k}$, entonces $Y_t = Z_t - Z_{t-1} = (1-B)Z_t$.

(3) Se llama función de transferencia al modelo que describe la respuesta dinámica entre la variable independiente y la dependiente. Esto es: por la inercia del sistema, un cambio en la variable independiente no tendrá un efecto inmediato sobre la variable dependiente, sino que producirá una respuesta retrasada en ésta, hasta que alcance su equilibrio en un nuevo nivel (medio).

$$\begin{aligned}
 &= E\{(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)\} = \\
 &= \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \psi_{k+i}
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

que solo se justifica si,

$$\sum_{i=0}^{\infty} |\psi_i \psi_{k+i}| < \infty$$

Además, como se sabe, la autocovarianza es simétrica. Es decir,

$$\gamma_k = \gamma_{-k}$$

Si los momentos de primer y segundo orden de un proceso no dependen del tiempo, se dice que el proceso es ESTACIONARIO DE SEGUNDO ORDEN. Así mismo, una serie de tiempo será ESTRICTAMENTE ESTACIONARIA si la función de densidad conjunta de $(Z_t, Z_{t+1}, \dots, Z_{t+m})$ es igual a la de $(Z_{t+k}, Z_{t+k+1}, \dots, Z_{t+k+m})$ para toda t y k .

Por lo tanto, la estacionariedad estricta implica la de segundo orden, y la implicación inversa se cumple solo en el caso en el que el proceso esté asociado con una distribución Normal.

Mediante los desarrollos anteriores se puede verificar que tanto el nivel de la serie como su variabilidad no dependen del tiempo. Esto nos hace pensar que el proceso siempre regresará a una vecindad de la media aunque en cierto periodo se aleje de ella. Con respecto a la covarianza es importante ver que no depende del tiempo, pero sí de la separación (k) que hay entre observaciones. Podemos concluir entonces que la serie mostrará el mismo comportamiento en términos generales sin importar el momento en el que se observe.

Para describir en forma completa el comportamiento de una serie de tiempo estacionaria, en la práctica se supone que la distribución asociada con ella es la Normal, por lo tanto es suficiente con conocer su media y su función de autocovarianza.

Además, para facilitar el manejo de las unidades de medición, se prefiere trabajar con la FUNCIÓN DE AUTOCORRELACION definida por:

$$\rho_k = \frac{E\{(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)\}}{E\{(Z_t - \mu)^2\}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad ; \quad k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots
 \tag{1.7}$$

NOTA: $\rho_k = \rho_{-k}$

Como en la práctica solo se cuenta con una realización finita del proceso, es necesario obtener, a partir de esta, una estimación tanto de la función de autocorrelación (FAC) como del nivel del proceso (para esto es necesario suponer que el proceso posee ciertas propiedades (4)):

(4) Los Teoremas Ergódicos [14] muestran que para la mayor parte de los procesos estacionarios que se pueden encontrar en la práctica, los momentos muestrales convergen en cuadrado medio a los correspondientes momentos poblacionales conforme $n \rightarrow \infty$.

$$\text{Media estimada del proceso} = \bar{Z} = 1/N \sum_{i=1}^N Z_i \quad (1.8)$$

siempre y cuando la media sea finita y se cumpla con que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \rho_k = 0$$

$$\text{Estimador de la } k\text{-ésima autocovarianza} = c_k = 1/N \sum_{i=1}^{N-k} (Z_i - \bar{Z})(Z_{i+k} - \bar{Z}) \quad ; k=0,1,2,\dots \quad (1.9)$$

si la autocovarianza es finita. Por lo tanto el estimador de la k -ésima autocorrelación será:

$$r_k = \frac{c_k}{c_0} = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (Z_i - \bar{Z})(Z_{i+k} - \bar{Z})}{\sum_{i=1}^N (Z_i - \bar{Z})^2} \quad ; k=0,1,2,\dots \quad (1.10)$$

el cual, aún para muestras de tamaño moderado (alrededor de 50 observaciones), proporciona excelentes estimados.

Un fenómeno típico de las series de tiempo no estacionarias es el que la función de autocorrelación converja de manera lenta. En caso de que la no estacionariedad de la serie sea homogénea (únicamente el nivel de la serie se ve afectado) puede ser a consecuencia, por ejemplo, de que exista alguna TENDENCIA POLINOMIAL ADAPTABLE (5).

Esta tendencia se puede eliminar aplicando el operador diferencia un número apropiado de veces (5). Considérese el proceso:

$$Z_t = A_0 + B_0 t + C_0 t^2 + \dots + D_0 t^d + a_t \quad ; t=1,\dots,n$$

$$Z_t = A_1 + B_1 t + C_1 t^2 + \dots + D_1 t^d + a_t \quad ; t=n+1,\dots,n$$

.....

(5) En este caso, la razón por la cuál la función de autocorrelación asociada con el proceso homogéneo no estacionario no converge rápidamente a cero es porque la tendencia polinomial produce que las observaciones de la serie dependan de observaciones distantes en el tiempo, y por consiguiente que las autocorrelaciones sean altas aún para retrasos muy separados. Por esto la función de autocorrelación en estos casos mide básicamente lo marcado de la tendencia polinomial.

(6) El operador diferencia (∇) se define como:

$$\nabla^k Z_t = (1-B)^k Z_t$$

Si $k=1$, entonces:

$$\nabla Z_t = (1-B)Z_t = Z_t - Z_{t-1}$$

$$Z_t = A_0 + B_0 t + C_0 t^2 + \dots + D_0 t^d + a_t \quad ; t=n+1, \dots, N$$

en donde $d > 1$, $\{a_t\}$ es ruido blanco y $A_0, B_0, C_0, \dots, D_0$ ($i=0, \dots, e$) son parámetros; de tal forma que Z_t sigue una tendencia polinomial adaptable de orden d . Entonces puede verificarse que si: $t \neq n_1 + 1, \dots, n_1 + d$ ($i=1, \dots, e$) entonces:

$$\forall^d Z_t = (d!)D_0 + \forall^d a_t \quad (1.11)$$

Esta fórmula define básicamente el comportamiento de la d -ésima diferencia de Z_t y por lo tanto la nueva serie

$$(\forall^d Z_t) \quad (1.12)$$

tendrá las mismas características que

$$(\forall^d a_t) \quad (1.13)$$

excepto por el nivel, que para (1.13) es cero y para (1.12) es

$$(d!)D_0 \quad (1.14)$$

pero que igualmente no depende de t . Por lo tanto podemos concluir que la nueva serie obtenida aplicando d veces el operador diferencia, es estacionaria.

Es importante observar que al aplicar el operador diferencia a una serie estacionaria $\{a_t\}$ se obtiene otra también estacionaria (1.12); por lo tanto las series resultantes de tomar diferencias de series ya estacionarias, serán estacionarias también.

Esto significa que fácilmente se puede sobrediferenciar una serie al tratar de estacionarizarla, lo cual acarrea problemas al intentar identificar algún modelo para representarla; además de que se perderían observaciones necesariamente.

La forma en que se determina en la práctica el número apropiado de diferencias a aplicar se basa en que las autocorrelaciones muestrales sean prácticamente cero después de un número pequeño de retrasos (3 o 4), siempre y cuando no exista algún otro efecto, por ejemplo estacionalidad (ver APENDICE A), que requiera tratamiento especial.

MODELOS PARA SERIES DE TIEMPO UNIVARIADAS.

Dentro de los modelos que utilizan los polinomios de retraso para representar series de tiempo se encuentran:

MODELOS AUTORREGRESIVOS (AR).

En este modelo el valor Z_t del proceso se expresa como una suma finita de los valores previos del proceso y un choque aleatorio ε_t . Entonces el modelo autorregresivo puede representarse como:

$$\phi(B)Z_t = cte. + \varepsilon_t \quad (1.15)$$

donde:

$$cte. = (1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)\mu$$

μ = media o nivel de la serie

entonces:

$$\phi(B)\bar{Z}_t = \varepsilon_t, \quad \bar{Z}_t = Z_t - \mu \quad ; t = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (1.16)$$

El término "autorregresivo" se refiere a que la ecuación (1.15) también puede representarse como el modelo lineal:

$$\bar{Z}_t = (1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)\mu + \phi_1 \bar{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \bar{Z}_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1.17)$$

que es un modelo de regresión donde el valor de la variable dependiente Z en el período t está explicado a través de sus propios valores en periodos anteriores.

Al proceso descrito en la ecuación (1.17) se le conoce con el nombre de modelo autorregresivo de orden p (AR(p)). Un proceso autorregresivo será estacionario ("converge") siempre y cuando los valores que tomen las raíces de la ecuación:

$$\phi(X) = 0 = (1 - g_1 X)(1 - g_2 X) \dots (1 - g_p X) \quad (1.18)$$

cumplan con que $|g_i| < 1, \forall i=1, 2, \dots, p$. Es decir, si las raíces de (1.18), $g_1^{-1}, g_2^{-1}, \dots, g_p^{-1}$, se encuentran fuera del círculo unitario (en el plano complejo). Por lo tanto, el proceso AR(p) será estacionario cuando las raíces de la ecuación característica:

$$1 - \phi_1 X - \phi_2 X^2 - \dots - \phi_p X^p = 0 \quad (1.19)$$

estén fuera del círculo unitario. Las condiciones de estacionaridad en términos de los parámetros ϕ_1, \dots, ϕ_p , se pueden encontrar mediante el Teorema de Schur [5]. Los p determinantes:

$$D_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -\phi_p \\ -\phi_p & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -\phi_p \\ -\phi_p & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{cccc|ccc}
 -1 & 0 & \phi_p & \phi_{p-1} & & & \\
 \phi_{p-1} & -1 & 0 & \phi_p & & & \\
 \hline
 \phi_p & 0 & -1 & \phi_{p-1} & & & \\
 \phi_{p-1} & \phi_p & 0 & -1 & & &
 \end{array} \right] \\
 \dots \\
 \left[\begin{array}{cccc|cccc}
 -1 & 0 & \dots & 0 & \phi_p & \phi_{p-1} & \dots & 1 \\
 \phi_1 & -1 & \dots & 0 & 0 & \dots & \phi_p & 2 \\
 \hline
 \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & \phi_p \\
 \phi_{p-1} & \phi_{p-2} & \dots & -1 & 0 & 0 & \dots & \phi_p \\
 \hline
 \phi_p & 0 & \dots & 0 & -1 & \phi_1 & \dots & \phi_{p-1} \\
 \phi_{p-1} & \phi_p & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & \phi_{p-2} \\
 \hline
 \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_p & 0 & 0 & \dots & -1
 \end{array} \right] \quad (1.20)
 \end{array}$$

deben ser positivos.

El supuesto de estacionaridad también puede verificarse por medio de las autocorrelaciones, usando las ecuaciones de Yule-Walker [4] [6] correspondientes al proceso:

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \phi_1 + \phi_2 \rho_1 + \dots + \phi_p \rho_{p-1} \\
 \rho_2 &= \phi_1 \rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p \rho_{p-2}
 \end{aligned}$$

$$\rho_p = \phi_1 \rho_{p-1} + \phi_2 \rho_{p-2} + \dots + \phi_p \quad (1.21)$$

obteniendo los valores de las primeras p autocorrelaciones, y las demás calculándolas a partir de la relación:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}, \quad k > p \quad (1.22)$$

Con las autocorrelaciones se puede formar la matriz de autocorrelaciones P_{11} :

$$P_{11} = \gamma \gamma^{-1} \Gamma_{11} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{1+p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{1+2} \\ \rho_2 & \rho_1 & \dots & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \rho_{1+p-1} & \rho_{1+2} & \rho_{1+3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

donde Γ_{11} es la matriz de autocovarianzas (simétrica y con elementos constantes en su diagonal):

$$\Gamma_{11} = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \dots & \gamma_{n-1} \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 & \dots & \gamma_{n-2} \\ & & \dots & & \\ \gamma_{n-1} & \gamma_{n-2} & \gamma_{n-3} & \dots & \gamma_0 \end{bmatrix}$$

Ahora, considerando cualquier combinación lineal de las variables aleatorias $Z_1, Z_2, \dots, Z_{1+p-1}$:

$$L_t = C_1 Z_t + C_2 Z_{t-1} + \dots + C_N Z_{t-N+1}$$

Como la $Cov(Z_t, Z_s) = \gamma_{|t-s|}$ para un proceso estacionario, entonces:

$$Var(L_t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C_i C_j \gamma_{|i-j|} = C' T_N C$$

será necesariamente mayor que cero siempre que los coeficientes C_1, C_2, \dots, C_N sean todos diferentes de cero.

De aquí, las matrices de autocovarianza y de autocorrelación son positivas definidas. Esto implica que el determinante de T_N , así como todos sus menores principales deben ser positivos a fin de que el proceso AR(p) correspondiente sea estacionario.

Seguendo este criterio, si el proceso es estacionario, entonces puede ser representado como una suma ponderada de choques aleatorios:

$$\tilde{Z}_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots \quad (1.28)$$

con $\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i < \infty$ y $\psi_0 = 1$. Es decir que el mismo proceso AR(p) puede representarse a través de p parámetros autoregresivos o a través de un número infinito de coeficientes asociados con el proceso (a_t) . Esto hace pensar en procesos que puedan representarse en términos de los choques aleatorios en lugar de autorregresiones.

MODELOS DE PROMEDIOS MOVILES (MA).

En este tipo de modelos hacemos al proceso estocástico (Z_t) , linealmente dependiente de un número finito (q) de choques aleatorios previos independientes (a_t) . Esto no significa que el modelo sea un promedio de los choques aleatorios, ya que los parámetros (ponderaciones) involucrados no deben ser necesariamente positivos ni su suma debe ser unitaria. Un modelo de promedios móviles de orden q tiene la forma:

$$\begin{aligned} Z_t &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t \\ &= \theta(B) a_t \quad ; t = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1.24)$$

donde: $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$

Por la forma en la que está definido este proceso se puede notar que **TODO PROCESO DE PROMEDIOS MOVILES ES ESTACIONARIO.**

(7) En la práctica, es preferible trabajar con un número finito de parámetros, a esta idea se le conoce con el nombre de PRINCIPIO DE PARSIMONIA.

Como se vió anteriormente, los procesos autorregresivos estacionarios también pueden representarse por medio de modelos de promedios móviles. Cuando un proceso de promedios móviles puede expresarse mediante un modelo autorregresivo, se dirá que dicho proceso es invertible. Hay que hacer notar que la condición de invertibilidad es independiente de la condición de estacionariedad.

Para explicar la idea básica que existe detrás del concepto de invertibilidad, consideremos el siguiente ejemplo:

En particular sabemos que un modelo autorregresivo de orden infinito equivale a uno de promedios móviles de orden uno:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots) Z_t = a_t$$

entonces:

$$\bar{Z}_t = (1 - \psi B) a_t \quad (1.26)$$

el modelo de promedios móviles de orden uno está dado por:

$$\bar{Z}_t = (1 - \theta B) a_t$$

en donde:

$$a_t = (1 - \theta B)^{-1} \bar{Z}_t$$

y entonces:

$$\bar{Z}_t = -\theta_1 Z_{t-1} - \theta_1^2 Z_{t-2} - \dots - \theta_1^k Z_{t-k} + a_t - \theta_1^{k+1} \theta_{t-k+1} \quad (1.26a)$$

donde si $|\theta| < 1$ y haciendo tender k a infinito, obtenemos la serie infinita: $\bar{Z}_t = \sum_{j=1}^{\infty} (-\theta)^j Z_{t-j} + a_t$. Sin importar el valor de θ , (1.26) define un proceso estacionario; sin embargo, si $|\theta| > 1$ el valor

\bar{Z}_t en (1.26a) depende de sus valores retrasados cuyos pesos se incrementan al aumentar k . Previendo esta situación, se requiere que el valor absoluto del parámetro sea estrictamente menor a 1; entonces diremos que el modelo es invertible. Podemos ver que esta condición se satisface si la serie

$$TT(B) = (1 - \theta B)^{-1} = \sum_{j=0}^{\infty} \theta^j B^j$$

converge para toda $|\theta| < 1$.

En las siguientes formulas se puede observar que, en particular, la media, la varianza y las covarianzas no dependen del tiempo.

$$E(Z_t) = 0 \quad (1.27)$$

$$Y_0 = \sigma_a^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \quad (1.28)$$

$$\gamma_k = \begin{cases} (\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q) \sigma_a^2 & \text{si } k=1, \dots, q \\ 0 & \text{si } k > q \end{cases} \quad (1.29)$$

De aquí se obtiene la función de autocorrelación:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q)}{(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)} & \text{si } k=1, \dots, q \\ 0 & \text{si } k > q \end{cases} \quad (1.30)$$

La cual muestra que el proceso tiene una memoria limitada a q periodos.

Las condiciones de invertibilidad del proceso MA(q) se obtienen por dualidad con las condiciones de estacionaridad para un proceso AR(q), de tal manera que, según el teorema de Schur [5], para que el proceso (1.24) sea invertible se requiere que los q determinantes:

$$D_1 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & \theta_q \\ \theta_q & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \theta_q & -1 \end{vmatrix}}$$

$$D_2 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 0 & \theta_q & \theta_{q-1} \\ \theta_{q-1} & -1 & 0 & \theta_q \\ \theta_q & 0 & -1 & \theta_{q-1} \\ \theta_{q-1} & \theta_q & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \theta_q & 0 & -1 & \theta_{q-1} \\ \theta_{q-1} & \theta_q & 0 & -1 \end{vmatrix}}$$

...

$$D_q = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 & \theta_q & \theta_{q-1} & \dots & \theta_1 \\ \theta_q & -1 & \dots & 0 & 0 & \theta_q & \dots & \theta_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_{q-1} & \theta_q & \theta_{q-2} & \dots & -1 & 0 & \dots & \theta_q \\ \theta_q & 0 & \dots & 0 & -1 & \theta_1 & \dots & \theta_{q-1} \\ \theta_{q-1} & \theta_q & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & \theta_{q-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_1 & \theta_2 & \dots & \theta_q & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \theta_q & 0 & \dots & 0 & -1 & \theta_1 & \dots & \theta_{q-1} \\ \theta_{q-1} & \theta_q & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & \theta_{q-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_1 & \theta_2 & \dots & \theta_q & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix}}$$

(1.33)

sean todos positivos. Si el proceso resulta ser invertible, entonces tendrá también la representación:

$$\Gamma(B)Z_t = 1 - \Gamma_1 Z_{t-1} - \Gamma_2 Z_{t-2} - \dots \quad (1.34)$$

y los coeficientes $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ podrían obtenerse de la relación

$$\Gamma(B) \theta(B) = 1 \quad (1.35)$$

de tal forma que:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= -\theta_1 \\ \Gamma_2 &= \Gamma_1 \theta_1 + \theta_2 \\ \Gamma_3 &= \Gamma_2 \theta_1 + \Gamma_1 \theta_2 - \theta_3 \end{aligned}$$

$$\Gamma_j = \Gamma_{j-1} \theta_1 + \Gamma_{j-2} \theta_2 + \dots + \Gamma_1 \theta_{j-1} - \theta_j \quad ; j > 1$$

en donde $\theta_j = 0$ para $j > q$.

Las restricciones sobre los valores posibles de las autocorrelaciones han sido generalizadas por Davies (1974) para procesos MA(q) y se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} |\rho| &\leq \cos[\Gamma/(k+1)] && \text{si } k \text{ es divisor de } q+1 \\ |\rho| &\leq \cos[\Gamma/(k+2)] && \text{si } k \text{ no es divisor de } q+1 \end{aligned}$$

en donde k es el mayor entero menor o igual a $(q+1)/k$.

MODELOS AUTORREGRESIVOS DE PROMEDIOS MOVILES (ARMA).

Para lograr una mayor flexibilidad y parsimonia al modelar una serie de tiempo, es ventajoso algunas veces incluir tanto términos autorregresivos como de promedios móviles dentro del modelo. A esta combinación de modelos se le llama: Modelo Autorregresivo de Promedios Móviles.

El proceso autorregresivo de promedios móviles de orden p y q (ARMA(p,q)) se representa mediante:

$$\phi(B)Z_t = \theta(B)a_t \quad ; t = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (1.36)$$

en donde los polinomios de retraso $\phi(B)$ y $\theta(B)$ son de orden p y q respectivamente. Entonces:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Este proceso será estacionario si y solo si las raíces de $\phi(x)=0$ se encuentran fuera del círculo unitario; y será invertible si cumple con que las raíces de la ecuación $\theta(x)=0$ se encuentren también fuera del círculo unitario. Si ambas condiciones ocurren, entonces el proceso admite las representaciones AR y MA siguientes:

$$\bar{Z}_1 = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_1 = (B) a_1 ; \frac{\phi(B)}{\theta(B)} Z_1 = \Pi(B) Z_1 = a_1 \quad (1.37)$$

en donde los coeficientes $\psi_i, i=1,2,\dots$ y $\Pi_j, j=1,2,\dots$, se pueden obtener al igualar coeficientes de potencias del operador B.

Si el proceso es estacionario, la media es cero; además:

$$Y_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad ; \quad k > q \quad (1.38)$$

mientras que para $k < q$, Y_k involucrará a los parámetros $\theta_k, \theta_{k+1}, \dots, \theta_q$. De esta manera, tiene que ser resuelto un sistema de ecuaciones simultáneas para encontrar las autocovarianzas. Ahora bien, las autocorrelaciones para retrasos mayores que q se podrán obtener de la relación:

$$\rho_k = \frac{Y_k}{Y_0} = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad ; \quad k > q \quad (1.39)$$

y para retrasos menores que q la autocorrelación ρ_k involucrará a los parámetros $\theta_k, \theta_{k+1}, \dots, \theta_q$.

MODELOS AUTORREGRESIVOS INTEGRADOS DE PROMEDIOS MOVILES (ARIMA).-

Actualmente muchas series muestran un comportamiento no estacionario. En particular, no varían alrededor de una media fija. Sin embargo, estas series pueden presentar un comportamiento homogéneo de cierto tipo. Por ejemplo, aunque la media general, alrededor de la cuál las fluctuaciones están ocurriendo, puede ser diferente en distintos períodos; el comportamiento global de la serie, cuando hay diferencias en el nivel, puede ser similar.

Es posible representar un cierto tipo de no-estacionaridad (homogénea) de algunas series de tiempo tomando diferencias sucesivas de la serie original [7]. Al aplicar el operador diferencia se elimina una posible tendencia polinomial de orden d presente en la serie. Esto es, se puede construir el proceso estacionario:

$$w_t = \nabla^d Z_t \quad (1.40)$$

para el cual se puede obtener un modelo ARMA:

$$\phi(B)w_t = \theta(B)a_t \quad (1.41)$$

que sería equivalente al modelo ARIMA:

$$\phi(B) \nabla^d \bar{Z}_t = \theta(B) a_t \quad ; \quad t = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (1.42)$$

El término "integrado" se refiere a que Z_t se obtiene de la relación (1.40) por inversión del operador ∇^d , dando como resultado una suma infinita (o integración) de términos w_t .

Un modelo ARIMA(p,d,q) contiene un polinomio AR(p), una diferencia de orden d y un polinomio MA(q).

Para que el modelo sea estacionario e invertible, se requiere que las raíces de $\phi(X)=0$ y las de

$\theta(X)=0$ se encuentren fuera del círculo unitario, es decir, si se considera como operador autorregresivo generalizado a:

$$\psi(B) = \phi(B) \nabla^d$$

la condición es que d de las raíces de $\phi(X)=0$ sean unitarias, mientras que las restantes deben estar fuera del círculo unitario. Si esto se cumple, el proceso podrá representarse por medio de:

$$\bar{Z}_t = \phi(B) \theta(B) a_t = \psi(B) a_t$$

por lo tanto las ponderaciones ψ deben satisfacer la ecuación en diferencia:

$$\psi(B) \psi_j = \phi(B) \nabla^d \psi_j = 0 \quad \text{para } j > \max(p+d-1, q)$$

con θ operando sobre j , y por:

$$\pi(B) \bar{Z}_t = \theta^{-1}(B) \psi(B) Z_t = a_t$$

con las ponderaciones π satisfaciendo:

$$\theta(B) \pi_j = 0 \quad \text{para } j > \max(p+d, q)$$

implícitamente se está suponiendo que el nivel del proceso estacionario (w_t) es cero. Si esto no es así, deberá considerarse la existencia de una media constante μ_w en el modelo:

$$\phi(B)(w_t - \mu_w) = \theta(B) a_t \quad (1.43)$$

entonces la expresión general de un modelo ARIMA será:

$$\phi(B) w_t = \theta_0 + \theta(B) a_t \quad (1.44)$$

donde:

$$\theta_0 = \mu (1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) \quad (1.45)$$

Este nuevo parámetro θ_0 se interpreta como una tendencia polinomial determinista (no depende de a_t y por lo tanto es predecible). Ya que éste es un supuesto fuerte la costumbre es hacer $\theta_0 = 0$, o menos que el conocimiento del fenómeno en estudio y/o los datos indiquen lo contrario.

CAPITULO II

ESTRATEGIA DE BOX-JENKINS [1] PARA LA CONSTRUCCION DE MODELOS PARA SERIES DE TIEMPO UNIVARIADAS

Dada la definición de serie de tiempo nos damos cuenta de que, oponiéndose a la suposición normal sobre la independencia estocástica de las observaciones, estamos asumiendo que están correlacionadas.

Box y Jenkins [1] han desarrollado un método iterativo para modelar la dependencia entre las observaciones de una serie de tiempo. Este es un proceso de construcción de modelos mas que uno de ajuste, ya que el modelo en cuestión se determina en base a los datos más que por suposición.

Este método consta de cuatro etapas. La etapa en la que se determina el modelo, llamada IDENTIFICACION, es seguida por la de ESTIMACION de los valores de los parámetros y la VERIFICACION tanto de que el ajuste del modelo sea el adecuado como de que los supuestos básicos, implícitos en el modelo, se satisfacen.

Si la etapa de VERIFICACION muestra que el modelo tiene deficiencias, se debe regresar a la IDENTIFICACION, repitiendo una vez más el proceso. Cuando se llega a estar satisfecho con el modelo se procede con la etapa de USO DEL MODELO en la cual generalmente se pronostican los valores de las observaciones futuras de la serie de tiempo en estudio.

A continuación se presentan con cierto detalle cada una de las etapas que componen el método.

IDENTIFICACION.-

La identificación del modelo consiste en determinar, primero, una serie estacionaria (en varianza y en media) en función de la serie original, para la cual se pueda tener una representación ARMA(p,q) y posteriormente, en fijar los valores de p y q

Para estabilizar la varianza de la serie se podría utilizar el método propuesto por Bartlett [8] para seleccionar una transformación que cumpla con este cometido. En este método se sugiere elegir la potencia (λ) que satisfaga la relación:

$$DE_t(Z) / E_t(Z)^{1-\lambda} = \text{constante} \quad \text{para } t=1,2,\dots,n \quad (2.1)$$

donde $DE_t(Z)$ y $E_t(Z)$ son la desviación estándar y la media de la variable Z_t , respectivamente, y n es el número de observaciones en la serie $\{Z_t\}$. Así la serie transformada resultante será:

$$T(Z_t) = \begin{cases} Z_t^\lambda & \text{si } \lambda \neq 0 \\ \ln(Z_t) & \text{si } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Este método está basado en aproximaciones, por lo que se recomienda usarlo para escoger entre transformaciones que a priori se consideren apropiadas, pero no para obtener estimaciones precisas del parámetro .

La potencia escogida por su posible interpretación no debería ser muy diferente a la óptima según el método de Bartlett sin embargo, si la finalidad del análisis no es explicativa sino de pronóstico, la transformación encontrada por el método de Bartlett si podría resultar benéfica porque el supuesto de estacionaridad estará adecuadamente satisfecho.

Después de seleccionar la expresión adecuada de $T(Z_t)$ se estabiliza el nivel de la serie aplicando el operador diferencia el número apropiado de veces.

Todas las series no estacionarias (homogéneas) tendrán un comportamiento estacionario después de diferenciarlas el número necesario de veces, es decir, la función de autocorrelación de las d-ésimas diferencias se irá a cero cuanto mayor sea el k-ésimo retraso.

Cuando ya se determinó el grado de diferenciación, el orden del componente de promedios móviles y del autorregresivo se especifican a manera de ensayo comparando las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial muestrales de la d-ésima diferencia contra las funciones teóricas de varios modelos ARMA:

1. Los procesos puramente autorregresivos de orden p (AR(p)) tienen una función de autocorrelación que gradualmente se aproxima a cero y una función de autocorrelación parcial que se corta (llega a cero) después del retraso p.

2. Los procesos puramente de promedios móviles de orden q (MA(q)) tienen una función de autocorrelación que se corta después del q -ésimo retraso y una función de autocorrelación parcial que decae a cero.

3. Los procesos mixtos autorregresivos-promedios móviles de orden p, q (ARMA(p, q)) tienen una función de autocorrelación que es una mezcla de curvas exponenciales y senoideas que convergen rápidamente a cero después de los primeros $q-p$ retrasos, y una función de autocorrelación parcial formada por una mezcla de curvas exponenciales y senoideas que también convergen rápidamente a cero pero después de los primeros $p-q$ retrasos.

La identificación preliminar de p y q permiten calcular los valores iniciales de los parámetros ϕ_0 y θ_0 .

ESTIMACION -

El modelo autorregresivo de promedios móviles puede ser expresado de manera muy general como:

$$Y_t^* = \theta_0 + \sum_p \phi_p Y_{t-p}^* - \sum_q \theta_q a_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

donde:

$$Y_t^* = (1-B) Y_t = \nabla^d Y_t = \nabla^d T(Z_t) \quad (2.4)$$

Reescribiendo (2.3) como:

$$\varepsilon_t = Y_t^* - \theta_0 - \sum_p \phi_p Y_{t-p}^* + \sum_q \theta_q a_{t-q} \quad (2.5)$$

obtenemos una ecuación para el término de "error" ε_t (independientemente distribuido). El modelo es estimado al escoger (ϕ_p, θ_q) dentro del espacio admisible de parámetros (θ) de tal manera que la función de la suma de cuadrados (2.6) sea minimizada.

$$S(\phi_p, \theta_q, \theta_0) = [Y_t^* - \theta_0 - \sum_p \phi_p Y_{t-p}^* + \sum_q \theta_q a_{t-q}]^2 \\ = \sum_t [\varepsilon_t(\phi_p, \theta_q, \theta_0)]^2 \quad (2.6)$$

Como los estimados $(\hat{\phi}_p, \hat{\theta}_q, \hat{\theta}_0)$ corresponden al mínimo de (2.6), son mínimos cuadrados; y evaluando (2.5) en estos valores se generan los residuales $\hat{\varepsilon}_t$. (Hay que hacer notar que se ignoró el problema de los valores iniciales).

(B) La admisibilidad requiere que las raíces de las ecuaciones características:

$$(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p) = 0$$

$$(1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) = 0$$

se encuentren fuera del círculo unitario. Esto significa que el proceso es estacionario (si es autorregresivo) e invertible (si es de promedios móviles).

VERIFICACION -

Si el modelo supuesto es el adecuado, entonces los residuales calculados \hat{a}_t deben comportarse como variables independientes e idénticamente distribuidas. Esto puede ser formalmente probado calculando las correlaciones de los residuales:

$$r_k(\hat{a}) = \hat{a}_t \hat{a}_{t-k} / \hat{a}_t^2 \quad (2.7)$$

y evaluando el estadístico Q de Box-Pierce [10]:

$$Q = (N-d) \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{a}) \quad ; \quad k > 20 \quad (2.8)$$

que, para k grande, se distribuye como Chi-cuadrada con (K-p-q) grados de libertad. Un valor grande de Q es evidencia de una falta de ajuste significativa del modelo e indica que es necesario reespecificarlo. La existencia de patrones en las autocorrelaciones de los residuales dan generalmente información sobre la naturaleza de la falsa especificación y debe analizarse junto con lo anteriormente propuesto para la especificación de p y q.

Un modelo ARMA bien especificado debe satisfacer también criterios estadísticos de adecuación más convencionales. Por lo tanto, los coeficientes estimados deben ser significativamente diferentes de cero, y la varianza estimada de los residuales debe ser menor que la de otro modelo ARMA alternativo.

Es decir, se debe verificar que se cumplen los siguientes supuestos:

A) $\{a_t\}$ ES RUIDO BLANCO.- Esto implica probar que:

1. $\{a_t\}$ tiene MEDIA CERO.

Se hace una prueba de hipótesis donde $H_0: \mu=0$ contra $H_a: \mu \neq 0$. Para ello se calcula la media y la desviación estándar muestral de los residuales:

$$m(\hat{a}) = \sum_{t=d+1}^N \hat{a}_t / (N-d)$$

y

$$\sigma_a^2 = \sqrt{\frac{1}{N-d} \sum_{t=d+1}^N [\hat{a}_t - m(\hat{a})]^2 / (N-d-p-q)}$$

y se construye el estadístico:

$$\frac{m(\hat{a})}{\sigma_a}$$

que se debe distribuir como $N(0,1)$. Entonces, si el valor absoluto de este cociente es menor que dos (aproximadamente 1.96, que en una normal implica un 95% de la probabilidad acumulada), no se rechaza la hipótesis nula y por lo tanto no se puede concluir que hay evidencia de que la media del proceso de ruido blanco sea distinta de cero. En caso contrario el supuesto se habrá violado.

El que la media de los residuales sea significativamente distinta de cero implica que existe una parte determinística en $\{a_t\}$ que no ha sido considerada por el modelo, por lo tanto, es necesario introducir un parámetro de tendencia determinística (θ_0) que sea estimado simultáneamente con el resto de los parámetros. El valor inicial para θ_0 estará dado por la media muestral de los residuales $m(\hat{\delta})$

2. $\{a_t\}$ tiene VARIANZA CONSTANTE.

Se grafican los residuales contra el tiempo para observar si su variabilidad parece o no ser constante.

El supuesto se habrá violado si la variabilidad de los residuales parece seguir algún patrón de crecimiento o de decrecimiento, en este caso es probable que la aplicación de una transformación potencia a la serie en estudio sea fructífera (como la propuesta por Bartlett [8]).

3. a_t tiene una DISTRIBUCION NORMAL, para toda t .

Se sabe que para una distribución Normal, aproximadamente el 95% de las observaciones deben localizarse dentro de un intervalo que abarque dos desviaciones estándar por abajo y por arriba de la media; entonces, suponiendo que la media de los residuales no sea cero, se esperaría que a lo más un total de $((N-d)/2) \sigma$ observaciones se localizaran fuera del intervalo $(-2 \hat{\sigma}_a, 2 \hat{\sigma}_a)$. Tomando la gráfica de los residuales contra el tiempo empleada en la verificación del supuesto de varianza constante, se puede verificar también este supuesto.

También se podría construir un histograma de los residuales en donde se pudiera ver la forma de su distribución, en particular si es simétrica.

Un procedimiento estadístico más formal puede realizarse a través de una prueba de bondad de ajuste como la prueba de Kolmogorov-Smirnov [12] o, dentro de este tipo de pruebas, la debida a Lilliefors [12].

Es importante hacer hincapié en que el supuesto de normalidad (debe cumplirse para los errores aleatorios, sin embargo los residuales no tienen por qué satisfacerlo exactamente. Es por esto que se pueden esperar pequeñas violaciones a este supuesto que no causen problemas.

Si las violaciones son muy grandes, se podría aplicar una transformación "normalizante" del tipo de la de Bartlett [8] o la de Box y Cox [9].

4. Las variables aleatorias $\{a_t\}$ son mutuamente INDEPENDIENTES.

Como (si los residuales se distribuyen como una Normal) independencia implica no autocorrelación, entonces toda correlación entre residuales debe ser igual a cero. Esto puede verificarse calculando, primero la función de autocorrelación muestral de los residuales:

$$r_k(\hat{\delta}) = \frac{\sum_{t=d+1}^N [\hat{a}_t - m(\hat{\delta})][\hat{a}_{t+k} - m(\hat{\delta})]}{\sum_{t=d+1}^N [\hat{a}_t - m(\hat{\delta})]^2} \quad ; \quad k=1,2,\dots$$

y posteriormente haciendo varias pruebas estadísticas:

- Se estima la desviación estandar de $r_k(\hat{\alpha})$ como:

$$\sqrt{\text{Var}(r_k(\hat{\alpha}))} = \sqrt{1/(N-d)}$$

para construir bandas de confianza que ayuden a determinar la significancia estadística individual de cada autocorrelación. Es decir, si para alguna k se cumple con que:

$$r_k(\hat{\alpha}) \geq 2 \sqrt{1/(N-d)}$$

se dirá que esa autocorrelación es significativamente distinta de cero.

- Se calcula el estadístico Q de Box y Pierce [10] para llevar a cabo una prueba de significancia conjunta (prueba "portmanteau") de K autocorrelaciones simultáneamente:

$$Q = (N-d) \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{\alpha})$$

Este estadístico se distribuye aproximadamente como una Chi-cuadrada con $(K-p-q)$ grados de libertad. Si al menos una autocorrelación es significativamente diferente de cero, las autocorrelaciones no corresponden a un proceso de ruido blanco, entonces deben estar relacionadas a un cierto proceso ARMA. Por esta razón, se recomienda graficar algunos valores de $\{r_k(\hat{\alpha})\}$ para tratar de identificar este proceso ARMA de los residuales, lo cual acarrearía modificaciones al modelo original. Si el modelo identificado fue:

$$\phi(B)w_t = \theta(B)a_t \text{ donde } (a_t) \text{ no es ruido blanco}$$

y ahora se identifica un modelo para $\{a_t\}$ como:

$$\phi^*(B)a_t = \theta^*(B)e_t \text{ donde } (e_t) \text{ es ruido blanco}$$

entonces (w_t) seguirá el siguiente proceso ARMA:

$$\phi^*(B)\phi(B)w_t = \theta^*(B)\theta(B)e_t$$

B) NO EXISTEN OBSERVACIONES ABERRANTES.

Para poder visualizar este tipo de observaciones anómalas se usa la gráfica de los residuales contra el tiempo. Como regla de dedo se consideran "sospechosas" las observaciones cuyos residuales estén fuera del intervalo que comprende $(-2\hat{\sigma}_\epsilon, 2\hat{\sigma}_\epsilon)$.

Sabemos que todas las observaciones contienen información valiosa para el estudio que se esté llevando a cabo. Si se encontraron observaciones aberrantes primero, no hay que desechar la observación porque esto perjudicará el análisis, hay que chequear que el dato corresponda al de la serie en estudio. Si es así, no hay que descartar la posibilidad de que haya ocurrido un evento "raro" que haya afectado a la serie en ese punto.

Antes de hacer nada hay que investigar la posible causa por la que se afectó a esta observación, ya que esto podría deberse a una "intervención" (ver ENFOQUE DE BOX-TIAO) exógena a la serie en estudio, lo que requeriría un tratamiento especial.

C) EL MODELO ES PARSIMONIOSO.

La parsimonia implica que no se puede reducir el número de parámetros involucrados ya que todos son diferentes de cero.

Es importante en la práctica que se emplee el menor número posible de parámetros dentro del modelo, es decir que el modelo sea parsimonioso [11] ya que al ajustar una serie a un modelo que contiene más parámetros de los necesarios puede, por ejemplo, arrojar estimadores pobres de los valores de nuestra serie en análisis. Además el pronóstico y control del modelo puede ser deficiente si nuestro modelo no es el adecuado o contiene parámetros innecesarios.

Para probar la parsimonia, se construyen intervalos de aproximadamente 95% de confianza del tipo:

$$\left(\hat{\theta} - 2 \sqrt{\text{var}(\hat{\theta})}, \hat{\theta} + 2 \sqrt{\text{var}(\hat{\theta})} \right)$$

para cada uno de los parámetros y se observa si el valor cero se encuentra dentro del intervalo. Si es así, se debe cancelar este parámetro y volver a estimar el modelo sin él. Sin embargo, pueden existir situaciones en las que el conocimiento del fenómeno indique que el parámetro debe aparecer, aún cuando la verificación no rechace la hipótesis de que su valor sea cero.

D) EL MODELO ES ADMISIBLE.

El que el modelo sea admisible implica que las condiciones de estacionaridad y/o invertibilidad correspondientes a los polinomios de retraso que intervengan dentro del modelo se cumplan. Es decir, que las raíces de los polinomios se encuentren fuera del círculo unitario.

Hay que recordar que los valores estimados de los parámetros son solo estimaciones puntuales. Es preferible obtener intervalos de confianza para estos valores, de tal forma que si el supuesto no se cumple y se nota alguna posibilidad (conforme a los intervalos de confianza) de que el modelo pueda ser admisible, deben fijarse los parámetros en los valores que vuelvan admisible el modelo.

E) EL MODELO ES ESTABLE EN LOS PARAMETROS.

La estabilidad en los parámetros significa que el valor estimado del parámetro no cambia significativamente al reestimar del modelo.

La principal causa de inestabilidad es la redundancia de parámetros (un cambio en uno se compensa por un cambio en otro). Esto implica que existan correlaciones altas (en valor absoluto) entre parejas de parámetros estimados.

Una manera de corregir este problema es cancelando uno de los parámetros cuya correlación con otro sea alta; otra es eliminando factores aproximadamente comunes en los polinomios autorregresivo y de pronósticos móviles.

Si para obtener una representación adecuada de la serie la inclusión de los dos parámetros altamente correlacionados es necesaria, y no se encuentran factores aproximadamente comunes, entonces hay que aceptar el hecho de que existan correlaciones altas.

F) SOBREPAREMETRIZACION.

Box y Jenkins sugieren la sobreparametrización para verificar la bondad del modelo. Una vez identificado el modelo que se cree el correcto, se estima uno más elaborado que contiene parámetros adicionales en algunos puntos de duda. En caso de que estos parámetros extra realmente no sean necesarios, serán rechazados al verificar el supuesto de parsimonia.

USO DEL MODELO.-

Cuando en la verificación del modelo ya todos los supuestos se cumplen, se puede usar el modelo para los fines con los que fue construido. Una de las finalidades más frecuentes es la de pronosticar valores específicos de la serie modelada.

Al pronosticar se trata de minimizar el ERROR CUADRÁTICO MEDIO:

$$E_t [T(Z_{t+1}) - \hat{T}(Z_t)(t)]^2 = \text{MIN } E_t [T(Z_{t+1}) - \hat{T}(Z_t)(t)]^2$$

(2.9)

donde $\hat{T}(Z_t)(t)$ es el pronóstico del valor $T(Z_{t+1})$. Como el modelo es estacionario, podemos expresar el valor $T(Z_{t+1})$ como una suma ponderada de choques aleatorios:

$$T(Z_{t+1}) = \sum_{j=0}^t \psi_j a_{t+1-j} + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j a_{t+1-j}$$

(2.10)

La idea consiste en elegir las ponderaciones ψ_j , para $j=1,1+1,\dots$, de tal forma que se obtenga el mínimo error cuadrático medio, es decir:

$$E_t [T(Z_{t+1})] = \hat{T}(Z_t)(t)$$

(2.11)

Aquí, el error del pronóstico (2.12) con origen en t estará dado por:

$$e_t(t) = T(Z_{t+1}) - \hat{T}(Z_t)(t) = \sum_{j=0}^{t-1} \psi_j a_{t+1-j}$$

(2.12)

En base a esto, la generación de pronósticos se vuelve un proceso recursivo.

Además, a partir de la distribución de los residuales a_t y de la de los errores de pronóstico e_t , se pueden obtener límites de confianza para los pronósticos que se realicen.

Por medio de la varianza de los errores de pronóstico podemos tener idea de cuál será la precisión con la que se pronosticará a largo plazo. Si el modelo es:

1. MA(q), los pronósticos más allá del q-ésimo tienen la misma precisión.
2. AR(p), la varianza para pronósticos adelante de $p-1$ tenderá, de manera aproximada, a ser constante.
3. ARMA(p,q), los pronósticos más allá de $\max(p-1,q)$ tendrán aproximadamente la misma precisión.
4. ARIMA(p,d,q), la precisión de los pronósticos tenderá a cero si el horizonte de pronóstico se amplía, de tal forma que no tendrá ninguna utilidad práctica hacer pronósticos más allá de un plazo razonablemente corto.

Generalmente, los pronósticos de interés serán los de la serie observada (Z_t) y no los de su transformada ($T(Z_t)$). La aplicación de la inversa de la transformación (T^{-1}) (si existe) para obtener los pronósticos de la serie original introduce un sesgo que puede corregirse (de manera aproximada) al multiplicar la antitransformada por el factor (siempre que se haya utilizado la transformación potencia sugerida a través del método de Bartlett):

$$\hat{c}(l) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{\lambda} \frac{2(\lambda - 1)}{\lambda} \frac{[T(Z_t, \lambda(l))^{-2} \text{Var}_t(e_t(l)) / 2]}{\exp[\text{Var}_t(e_t(l)) / 2]} & : \lambda \neq 0 \\ \exp[\text{Var}_t(e_t(l)) / 2] & : \lambda = 0 \end{cases}$$

ENFOQUE DE BOX-TIAO [2] PARA EL ANALISIS DE INTERVENCION.

Cuando la ocurrencia de un evento exógeno al comportamiento histórico de la variable en estudio influye en dicho comportamiento, se dice que se presentó una intervención.

Se sabe que una serie de tiempo (estacionaria) está constituida por dos partes: una determinística (por ejemplo el nivel de la serie) y otra estocástica. En base a esto, los efectos causados directamente por la intervención en el comportamiento de una serie de tiempo pueden catalogarse en 3 tipos:

1. los que provocan una elevación o caída momentánea del nivel de la serie y que desaparecen sin influir sobre el comportamiento posterior de la serie;
 2. los que afectan sostenidamente el nivel de la serie, dejando intacta su parte estocástica;
 3. los que incluyendo o no en la parte determinística, alteran la estructura de la parte estocástica.
- Para trabajar con efectos del tipo 1, por ejemplo, en donde existe un cambio de medias, hay procedimientos disponibles tales como la prueba t de Student para la estimación y prueba de un cambio de media; sin embargo, esta será válida siempre y cuando las observaciones antes y después del evento que hizo variar la media (nivel) no solo estén distribuidas normalmente y con varianza constante, sino que también sean independientes.

Como en los datos de series de tiempo las observaciones sucesivas son en general dependientes, los procedimientos estadísticos paramétricos y no paramétricos que se basan en la independencia o en una cierta simetría especial en la función de distribución, no pueden ser usados.

Inicialmente, Box y Tiao manejaron este enfoque construyendo un modelo estocástico que incluyera la posibilidad de un cambio en su forma esperada. A partir de esto nacieron los modelos para análisis de intervención o la Box-Tiao [2].

Al representar las observaciones de una serie de tiempo como realizaciones de un proceso estocástico lineal de una forma autorregresiva, de promedios móviles o una mezcla de estos dos, en los modelos de Box-Jenkins [1] no se hace ningún intento para modelar la estructura causal que generó los datos de la serie de tiempo. En los modelos o la Box-Tiao [2], las ocurrencias de intervenciones son representadas por variables binarias (0,1), y los efectos de dicha intervención (cambios en la pendiente y/o el nivel de la serie de tiempo) son accedidos estimando funciones de transferencia simples.

Una serie de tiempo, con observaciones igualmente espaciadas, sobre una variable endógena o dependiente Z_t ($t=1,2,\dots,T$), que contenga los efectos de una intervención puede expresarse como:

$$Z_t = \sum_k y_{tk} + M_t \quad ; \quad t=1,2,\dots,T \quad (2.13)$$

donde N_t denota el ruido estocástico y la tendencia, y $\sum_k Y_{tk}$ representa el efecto adicional de la intervención sobre el ruido.

Si suponemos que la intervención ocurre a partir del l -ésimo período hasta T . Entonces la serie hasta antes de la intervención está formada por el ruido estocástico y la tendencia determinística. Por lo tanto:

$$N_t = Z_t - \sum_k Y_{tk} = Z_t \quad \text{para } t < l \quad (2.14)$$

Como estas observaciones $\{Z_t\}$ no están afectadas por la intervención, deberán ser analizadas para determinar el modelo de series de tiempo para la componente de ruido N_t de (2.13). Este modelo para N_t da un punto de referencia estocástico contra el cual pueden ser especificadas y estimadas las funciones que representan los efectos de la intervención $\{Y_{tk}\}$. En la metodología de Box-Tiao, el proceso N_t toma la forma de un modelo ARIMA (p, d, q) :

$$\phi(B) \nabla^d N_t = \theta_0 + \theta(B) a_t \quad (2.15)$$

El encontrar el modelo ARIMA indicado para el ruido estocástico sigue el proceso iterativo de identificación tentativa de modelos, estimación preliminar de sus parámetros y verificación del ajuste que proporciona el modelo que forma la estrategia de construcción de modelos para series de tiempo univariadas o la Box-Jenkins [1].

Un modelo dinámico de intervención se caracteriza porque la función de intervención permite apreciar los cambios ocurridos en la serie, no tan solo en el momento en que ocurrió la intervención, sino también los que se dieron posteriormente a causa de ella. Como antes se dijo, esto se logra estimando funciones de transferencia simples.

Una función de transferencia tiene la forma:

$$f(d, w, Y, t) = \sum_k Y_{tk} = \sum_k [w_k(B) / d_k(B)] Y_{tk} \quad (2.16)$$

donde:

$f(d, w, Y, t)$ efectos determinísticos del tiempo, t ; de variables exógenas, Y ; y de otros parámetros desconocidos: d, w .
 Y_{tk} representa la transferencia dinámica de Y_{tk} .

$d_k(B) = 1 - d_{1k} B - \dots - d_{rk} B^k$ polinomio de grado r_k .

$w_k(B) = w_{0k} - w_{1k} B - \dots - w_{sk} B^s$ polinomio de grado s_k .

NOTA: mas adelante se demuestra que el polinomio $w_k(B)$ tiene raíces fuera del círculo unitario y $d_k(B)$ fuera o sobre él.

En general dentro de la función de transferencia, cada y_{ik} puede ser una serie de tiempo exógena cuyo influencia necesita ser tomada en cuenta. Al usar estas formas funcionales para representar intervenciones, todas las y_{ik} serán variables indicadoras que tomarán valores de 0 o 1 para denotar la ocurrencia o no ocurrencia de la intervención y k representará el número de intervenciones existentes. Podemos expresar tal indicador haciendo cada $Y_i = S_i(t)$, una variable binaria tal que:

$$S_i^{(k)} = \begin{cases} 0 & \text{para } t < l \\ 1 & \text{para } t \geq l \end{cases} \quad (2.17)$$

o como:

$$P_i^{(k)} = \begin{cases} 0 & \text{para } t \neq l \\ 1 & \text{para } t = l \end{cases} \quad (2.18)$$

donde l es el momento de la intervención y:

$$S_i^{(k)} = \frac{P_i^{(k)}}{1 - B} \quad (2.19)$$

Siguiendo este esquema, supongamos que una sola intervención ocurrió en el l -ésimo período de tal manera que a partir de entonces ejerce una influencia sostenida. Dicha intervención puede ser representada por la ecuación lineal en diferencia:

$$y_t = d_1 y_{t-1} + \dots + d_r y_{t-r} + w_0 S_{t-b} + w_1 S_{t-b-1} + \dots + w_s S_{t-b-s} \quad (2.20)$$

que también puede ser escrita como el cociente entre 2 polinomios en B de grado s y r respectivamente:

$$y_t (1 - d_1 B - \dots - d_r B^r) = (w_0 + w_1 B + \dots + w_s B^s) S_{t-b} \quad (2.21)$$

$$y_t = \frac{(w_0 + w_1 B + \dots + w_s B^s)}{(1 - d_1 B - \dots - d_r B^r)} S_{t-b} \quad (2.22)$$

donde b es un parámetro de rebaso, y el sistema es estable (9). Hay que notar que cuando la ---

(9) La estabilidad requiere que las raíces de la ecuación característica:

$$(1 - d_1 L - \dots - d_r L^r) = 0$$

se encuentren fuera del círculo unitario, lo que implica que el sistema convergerá eventualmente a un nivel de equilibrio.

intervención es sostenida indefinidamente ($S_t^{(1)} = 1$ para toda t), el efecto eventualmente alcanzará un estado de equilibrio (un valor estable) (10).

$$y^{\infty} = \frac{w_0 + w_1 + \dots + w_r}{1 - d_1 - \dots - d_r} \quad (2.23)$$

El modelo de efectos de intervención general en (2.20) y (2.21) admiten claramente un gran rango de posibilidades, sin embargo, en la mayor parte de los trabajos empíricos, son suficientes sus versiones más simples.

En la Figura 1 se muestran algunos ejemplos (Box-Tiao [2]). Suponga que se cree que la intervención (sostenida) produce un cambio en el nivel de la serie endógena inmediatamente después de un retraso de un periodo. La función apropiada sería (Figura 1-a):

Esto hace exactamente paralelas a las condiciones de estacionariedad y de invertibilidad para el modelo ARMA en (2.15).

$$y_t = w_0 S_{t-1} \quad (2.24)$$

Una intervención que genera un cambio gradual en el nivel de una serie puede ser representada por un modelo dinámico de primer orden (Figura 1-b):

$$y_t = d_1 y_{t-1} + w_0 S_{t-1} \quad (2.25)$$

=>

$$y_t = \frac{w_0}{1 - d_1 B} S_{t-1} \quad (2.26)$$

=>

$$y_t = d_1^t y_0 + w_0 \sum_{i=0}^{t-1} d_1^i S_{t-1-i} \quad (2.27)$$

en donde la tasa de ajuste hacia el nuevo equilibrio depende de d_1 .

Un efecto de intervención que ocasione un cambio en la pendiente puede ser representado al

(10) Como y_t es un proceso estable o estacionario:

$$E(y_t) = E(y_{t-1}) = \dots = E(y_{t+r}) = y^{\infty} = \text{cte.}$$

Tomando y^{∞} como la condición inicial de (2.20) se tiene:

$$y^{\infty} - d_1 y^{\infty} - \dots - d_r y^{\infty} = w_0 S_{t-b} - \dots - w_s S_{t-b-s}$$

Por lo tanto, si S_t se mantiene indefinidamente con un valor de +1, se tendrá que (2.23) es el valor de equilibrio de y_t .

tomar $d_1 = 1$, lo cual da (Figura I-c):

$$Y_t = Y_{t-1} + w_0 S_{t-1} \quad (2.28)$$

=>

$$Y_t = \frac{w_0}{1 - \theta} S_{t-1} \quad (2.29)$$

=>

$$Y_t = Y_0 + w_0 \sum_{i=0}^{t-1} S_{t-1-i} \quad (2.30)$$

Este modelo nunca se ajusta a un nuevo nivel de equilibrio y debe ser usado para caracterizar situaciones empíricas en las que la convergencia es muy lenta y ocurre muy lejos del período de observación (hay un cambio de pendiente antes de alcanzar el nuevo nivel).

La forma específica del modelo debería ser propuesta a priori en la práctica, en base al conocimiento teórico que se tenga de la serie en estudio. En muchas ocasiones, este conocimiento es limitado y por lo tanto puede ser necesario postular varios modelos dinámicos alternativos.

Sin embargo, otra posibilidad para encontrar la forma funcional más adecuada para el modelo de intervención consiste en comparar las diferencias entre valores pronosticados con el modelo de ruido y los observados de la serie para un intervalo de observaciones posteriores a la intervención (generalmente mediante la gráfica de los errores de pronóstico). Si el modelo de ruido es adecuado, los pronósticos que se obtengan con él no divergirán significativamente de los valores reales. Entonces los errores de pronóstico que difieran significativamente de cero se atribuyen a la ocurrencia de algún evento extraño al comportamiento histórico de la serie, que es la intervención en estudio.

Dada la definición de error de pronóstico:

$$e_t(t) = T(Z_{t+h}) - T(Z_t)(t) \quad (2.31)$$

Límites de aproximadamente el 95% de confianza para $e_t(t)$ están dados por:

$$\pm 2 \hat{\sigma}_{e(t)} = \pm 2 \sqrt{\sum_{j=0}^{t-1} \hat{\sigma}_j^2} \hat{\sigma}_e$$

entonces los errores de pronóstico que sobrepasen

$$\pm 2 \hat{\sigma}_{e(t)}$$

serán significativos y proporcionarán evidencia para postular el modelo dinámico de la intervención. Hay que tener presente que los errores de pronóstico están correlacionados, por

lo que podría parecer que siguen un cierto patrón, cuando en realidad no lo hace. Por lo tanto la función sugerida por la gráfica no es necesariamente la definitiva, lo que ratifica a la construcción de modelos como un proceso iterativo.

Una vez especificada una función de intervención debe unirse al modelo del ruido. Hecho esto, los parámetros del modelo completo pueden ser estimados simultáneamente para así lograr inferencias sobre el impacto de las intervenciones. Por último se verifica que se satisfagan los supuestos del modelo completo, cuya parte estocástica no se ha visto alterada.

CAPITULO III

MODELO 1. (11)

En primer lugar se modeló la serie del Índice de Precios el Consumidor con datos mensuales a partir de Enero de 1969. En la FIGURA II se muestra la gráfica de los datos, en la cual se pueden notar varios cambios en el nivel de la serie que se hacen cada vez mas frecuentes hasta convertirse en un cambio de pendiente pronunciado.

Inicialmente, dada la aparente homogeneidad de la serie, se tomó como período para la identificación del modelo las primeras 155 observaciones (Nov/81), dando como resultado el modelo:

$$(1-B) (1 - \phi_1 B) T(Z_t) = (1 - \theta_2 B) a_t$$

con

$$T(Z_t) = Z_t^{-0.5} \text{ (por Bartlett)} \quad (3.1)$$

Los resultados de la estimación de este modelo arrojan varios resultados que llaman la atención:

1. Los residuales correspondientes a las observaciones 55 (Jul/73), 93 (Sep/76) y 133 (Ene/80) son significativamente grandes.
2. La segunda autocorrelación de los residuales es significativa ($AC(2) = -0.20$).
3. El parámetro autorregresivo (parámetro 1) es no admisible ya que el límite superior de su intervalo de confianza incluye el valor uno.

Por lo tanto se prefirió trabajar con las primeras 132 observaciones (Dic/79). Al identificar con este período, resultó el modelo:

$$(1-B) (1 - \phi_1 B) T(Z_t) = (1 - \theta_2 B) a_t$$

con

$$T(Z_t) = Z_t^{-0.5} \text{ (por Bartlett)} \quad (3.2)$$

en cuyos resultados de estimación se puede notar:

1. Residuales correspondientes a las observaciones 96 (Dic/76) y 121 (Ene/79) significativos.
2. La segunda autocorrelación de los residuales significativa ($AC(2) = -.20$).
3. Parámetro autorregresivo (parámetro 1) no admisible ya que su intervalo de confianza se extiende hasta el valor de 1.0118.

Dado que en la observación 121 no aparece ningún cambio de nivel en la gráfica de la serie, se cortó esta en la observación 95 (Nov/76). Volviendo a identificar se encontró el modelo:

$$(1-B) (1 - \phi_1 B) T(Z_t) = a_t$$

 (11) El resumen de los resultados de las estimaciones de este modelo se encuentran en el CUADRO I.

con

$$T(Z_t) = Z_t^{-1.6} \quad (\text{por Bartlett}) \quad (3.3)$$

en donde:

1. Los residuales correspondientes a las observaciones 11 (Nov/69), 32 (Oct/71) y 55 (Jul/73) son significativos.
2. La primera autocorrelación de los residuales es significativa ($AC(1) = -.28$).
3. El parámetro autorregresivo (parámetro 1) está muy cerca de ser no admisible.

Siguiendo el procedimiento, se tomaron las primeras 54 (Jun/73) observaciones de la serie únicamente. Ante la imposibilidad, por razones técnicas, de encontrar la transformación potencia óptima por medio del método de Bartlett, se decidió tomar un período de la serie mayor de 54 observaciones aunque éste no mostrara total estabilidad. Se escogieron las primeras 92 (Ago/76) observaciones pensando que en la observación 93 se reflejaría algún efecto debido a la devaluación del 31 de Agosto de 1976.

Al usar el método de Bartlett se encontró como transformación potencia óptima $\lambda = -2.0$. Pero pensando en que nuestro fin es el de analizar, además de pronosticar, las variaciones porcentuales, sería mejor trabajar con la transformación logarítmica de la serie. Dado que el coeficiente de variación de la transformación potencia óptima (0.4559) no difiere mucho del de la transformación logarítmica (0.5587), se utilizó ésta. En la identificación correspondiente (IDENTIFICACION I) se encontró que el modelo adecuado sería:

$$(1-B)^2 T(Z_t) = (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t$$

con

$$T(Z_t) = \ln(Z_t) \quad (3.4)$$

Al estimar los parámetros de este modelo, resaltan los siguientes resultados:

1. Residuales correspondientes a las observaciones 55 (Jul/73), 57 (Sep/73), 60 (Dic/73), 63 (Mar/74) y 65 (May/74) significativamente grandes.
2. El parámetro MA(2) (parámetro 2) está cerca de ser no admisible.
3. La correlación entre los parámetros de promedios móviles es mayor de 0.5.

Dado que estos resultados muestran aún algunos problemas, se pensó en la posibilidad de realizar la identificación del modelo a partir de los correlogramas de los residuales obtenidos como resultado de estimar las intervenciones que se encontraron dentro del período Enero de 1969 - Agosto de 1976 (92 observaciones).

Al observar la gráfica de la serie transformada por logaritmos (FIGURA III) se encontraron una serie de posibles momentos de intervención, ya que el nivel de la serie parece cambiar. Es por esto que se supuso que la forma funcional de tales intervenciones era:

$$E_{1t} = w_0 S^{(t)}$$

(3.5)

En los resultados de esta estimación, hecha manteniendo los segundos diferencios identificados en el paso anterior, aparecen algunos de los parámetros estimados como no significativos, los cuales fueron eliminados volviendo a estimar los parámetros restantes.

Aquí se pueden apreciar algunos residuales todavía significativos al inicio de la serie los cuales no fueron tomados en cuenta como posibles momentos de intervención porque en la gráfica (FIGURA III) no se nota ningún cambio en el nivel de la serie en esos momentos, por lo que estos residuales pudieron ser producto de la misma estimación y por lo tanto al añadir el modelo adecuado a la estimación era probable que éstos se corrigieran. El modelo identificado a través del correlograma de los residuales fue un posible MA(2) (IDENTIFICACION II).

Al estimar conjuntamente las funciones de intervención y el MA(2) se hizo evidente la no significancia del parámetro θ_2 por lo que el modelo se cambió por el MA(1) (modelos (iii) y (iv)).

Ciertos datos relevantes de esta estimación son:

1. Algunos de los residuales que permanecían significativos antes de incluir el MA(1) desaparecieron y dos de ellos (10 (Oct/69) y 32 (Oct/71)) permanecen como significativos.
2. Se toman significativamente grandes 2 residuales más: el correspondiente a la observación 52 (Abr/73) y a la 86 (Feb/76).
3. La quinta autocorrelación de los residuales es significativa (AC(5) = -0.18).
4. El parámetro 2 (correspondiente a la función de intervención en la observación 49 (Ene/73)) se vuelve no significativo con un intervalo de confianza del 95%.

Analizando estos resultados, se decidió incluir dos parámetros más dentro de las funciones de intervención, que corresponden a los residuales en 52 y 86, estimando una vez más se encontraron significativos estos dos parámetros, persistiendo en su significancia los residuales correspondientes a la observación 10 y 32, y en su no significancia el parámetro 2.

Con respecto a los residuales en 10 y 32 se trató de incluirlos como otra intervención de cambio de nivel ya que al hacer la gráfica de este período (FIGURA IV y FIGURA V) con una escala mayor se encontró que esto sucedía. Pero al incluirlos, otros residuales empezaron a volverse significativos ya que, al bajar los valores de estos dos residuales, la desviación estándar disminuye.

Este proceso se repitió sucesivamente con los demás residuales que se volvían significativos con la idea de que en algún momento estos desaparecieron, pero no fue posible lograrlo. Es por esto que se decidió dejar como observaciones aberrantes ("outliers") a los residuales en 10 y 32.

Como consecuencia de la no significancia del parámetro 2 (intervención en la observación 49), se decidió eliminarlo de la estimación por lo que el residual correspondiente queda también como un valor extremo. Sin embargo este parámetro se podría haber dejado dentro de la estimación, ya que a un nivel de significancia menor, digamos del 90%, es significativo:

$$\begin{aligned} & \left(\hat{\theta} - 1.645 \sqrt{\text{var } \hat{\theta}}, \hat{\theta} + 1.645 \sqrt{\text{var } \hat{\theta}} \right) = \\ & (0.006346 - 1.645 * 0.00329, 0.006346 + 1.645 * 0.00329) = \\ & (0.009503, 0.012926) \end{aligned}$$

A continuación se procedió a buscar la forma funcional de la intervención correspondiente a la observación 93 (Sep/76). Para esto se graficaron los 12 pronósticos obtenidos en la última estimación del modelo contra los valores reales de la serie en el mismo período obteniendo con esto la gráfica de los residuales correspondientes (GRAFICA I). En esta gráfica se observa un incremento en el nivel de la serie en la observación 93 y un cambio más lento del nivel a partir de la observación 94. Por lo tanto la forma funcional utilizada fue:

$$w_{12} S_{93}^{(1)} + \frac{w_{13}}{(1-d_1)^B} S_{94}^{(1)} \quad (3.6)$$

resultando significativos ambos parámetros.

A partir de este momento se identificaron las siguientes formas funcionales de la misma manera en que se identificó la anterior. Es decir, primero se encontró la observación correspondiente al momento de la intervención, ya sea porque se tenía conocimiento de ella o porque al realizar la estimación anterior aparecían ciertos residuales significativos por lo que el número de observaciones se cortaba incluyendo hasta el dato inmediato anterior a la observación correspondiente al residual significativo y volviendo a estimar. Una vez hecho esto, se hizo la gráfica de los 12 pronósticos obtenidos en la última estimación contra los valores reales de la serie en el mismo período y la gráfica de los residuales resultantes, es decir:

$$e_t(t) = T(Z_{t+1}) - T(Z_t(t))$$

Con esta gráfica se identificó la forma funcional adecuada para la intervención. A continuación se muestran estas gráficas y los resultados correspondientes a sus estimaciones.

Hay que aclarar que el identificar la forma funcional adecuada es un proceso iterativo de identificación estimación y verificación.

Al incorporar el parámetro 14 (GRAFICA 1) se hicieron 3 intentos. Primero se identificó como posible forma funcional.

$$\frac{w_{12} \cdot w_{13} B^3}{(1 - B)} S_{34}^{(II)} \quad (3.7)$$

que al ser estimada dió un valor del parámetro 14 no significativo. El segundo intento consistió en tomar la forma funcional:

$$\frac{w_{12}}{(1 - d_{13}B)} S_{34}^{(II)} + w_{14} P_{37}^{(II)} \quad (3.8)$$

donde w_{15} también resultó ser no significativo. Por último se usó la forma:

$$\frac{w_{13} \cdot w_{14} B^2}{(1 - d_{15}B)} S_{24}^{(II)} \quad (3.9)$$

que resultó ser la forma funcional correcta.

Al incorporar la intervención No. 15 (GRAFICA 9) se pensó que la forma funcional adecuada podía ser:

(174 = Jun/83)

$$(w_{34} - w_{35}B^2 - w_{36}B^3 - w_{37}B^4) S_{174}^{(II)} \quad (3.10)$$

cuyo parámetros eran todos significativos. Pero analizando la gráfica de residuales de pronóstico se prefirió:

(176 = Ago/83)

$$w_{34} S_{174}^{(II)} + \frac{w_{35}}{1-B} S_{176}^{(II)} \quad (3.11)$$

la cual da el mismo resultado pero de una manera mas parsimoniosa.

La intervención No. 18 (GRAFICA 10) se sugirió de la forma:

(181 = Ene/84)

$$\frac{w_{39} - w_{39} B^4}{(1 - d_{40}B)} S_{181}^{(II)} \quad (3.12)$$

donde w_{39} fue no significativa, por lo que se omitió tomando como forma funcional:

$$\frac{w_{36}}{(1 - d_{33}B)} S_{181}^{(II)} \quad (3.13)$$

pero el residual correspondiente a la observación 185 continuaba siendo significativo, por lo que se intentó:

(185 = May/84)

$$\frac{w_{38}}{(1 - d_{33}B)} S_{181}^{(II)} + w_{40} P_{185}^{(II)} \quad (3.14)$$

que resultó ser no significativa.

Al observar estos resultados, se trató de ver el problema desde otro punto de vista. Teniendo dos intervenciones próximas (en las observaciones 179 y 181), por qué no juntarlas en una sola función de intervención que pudiera ayudar a disminuir el residual en 185. Partiendo de:

(179 = Nov/83)

$$\begin{aligned} & \frac{w_{36} - w_{37}B}{(1 - B)} S_{179}^{(II)} + \frac{w_{38} - w_{39}B^4}{(1 - d_{40}B)} S_{181}^{(II)} = \\ & = \frac{(w_{36} - w_{37}B)(1 - B) + (1 - d_{40}B)(w_{38}B^2 - w_{39}B^6)}{(1 - B)} P_{179}^{(II)} = \\ & = \frac{(w_{36} - (w_{37} + w_{36})B - (w_{37} - w_{39})B^2 - w_{39}B^3 - w_{39}B^6 - (w_{39}d_{40})B^7)}{(1 - B)} P_{179}^{(II)} = \\ & = (w_{36}^A - w_{37}^A B - w_{38}^A B^2 - w_{39}B^3 - w_{40}B^6 - w_{41}B^7) S_{179}^{(II)} \quad (3.15) \end{aligned}$$

En los resultados de la estimación que incluyo esta función donde se puede notar que esta intervención no fue la adecuada y por lo tanto el residual correspondiente a la observación 185 se deja como valor extremo.

CONSTRUCCION DEL MODELO I

- i) $(1-B)(1-B)Z_1^{-0.5} = (1-B)\alpha$
- ii) $(1-B)(1-B)Z_1^{-1.6} = \alpha$
- iii) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \cdot B^2 \alpha$
- iv) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = w_1 S_{43} + (w_2 \cdot w_3 B^2 \cdot w_4 B^4) S_{53} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_1 \cdot w_3 B^3 \cdot w_{10} B^4) S_{57} + (w_{11} \cdot w_{12} B \cdot w_{13} B^5 \cdot w_{14} B^3) S_{77} + \alpha$
- v) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = w_1 S_{43} + (w_2 \cdot w_3 B^2) S_{55} + (w_4 \cdot w_5 B \cdot w_6 B^2) S_{60} + (w_7 \cdot w_8 B) S_{70} +$
 $w_9 S_{73} + \alpha$
- vi) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \cdot B \cdot B^2 \alpha + w_3 S_{43} + (w_4 \cdot w_5 B^2) S_{55} + (w_6 \cdot w_7 B \cdot w_8 B^2) S_{60} +$
 $(w_2 \cdot w_{10} B) S_{70} + w_{11} S_{73}$
- vii) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{45} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_1 \cdot w_9 B) S_{70} + w_{10} S_{78}$
- viii) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + (w_2 \cdot w_3 B^3) S_{43} + (w_4 \cdot w_5 B^2) S_{55} + (w_6 \cdot w_7 B \cdot w_8 B^2) S_{60} +$
 $(w_9 \cdot w_{10} B) S_{70} + (w_{11} \cdot w_{12} B^5) S_{78}$
- ix) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{52} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_8 \cdot w_9 B) S_{70} + (w_{10} \cdot w_{11} B^5) S_{78}$
- x) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{52} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_2 \cdot w_3 B) S_{70} + (w_{10} \cdot w_{11} B^3) S_{78} + (w_{12} \cdot w_{13} B^7) / (1-B) S_{94}$
- xi) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{52} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_6 \cdot w_3 B) S_{70} + (w_{10} \cdot w_{11} B^5) S_{78} + w_{12} / (1-d_{13} B) S_{34} + w_{14} P_{97}$
- xii) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{52} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_2 \cdot w_3 B) S_{70} + (w_{10} \cdot w_{11} B^3) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} \cdot w_{14} B^3) / (1-d_{15} B) S_{34}$
- xiii) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{52} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_2 \cdot w_3 B) S_{70} + (w_{10} \cdot w_{11} B^5) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} \cdot w_{14} B^3) / (1-d_{15} B) S_{34} +$
 $(w_{15} \cdot w_{17} B \cdot w_{18} B^5) S_{104}$
- xiv) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{52} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_2 \cdot w_3 B) S_{70} + (w_{10} \cdot w_{11} B^3) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} \cdot w_{14} B^3) / (1-d_{15} B) S_{34} +$
 $(w_{16} \cdot w_{17} B \cdot w_{18} B^5) S_{104} + w_{19} S_{121}$
- xv) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{52} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_2 \cdot w_3 B) S_{70} + (w_{10} \cdot w_{11} B^5) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} \cdot w_{14} B^3) / (1-d_{15} B) S_{34} +$
 $(w_{16} \cdot w_{17} B \cdot w_{18} B^5) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} \cdot w_{21} B \cdot w_{22} B^6 \cdot w_{23} B^5) S_{133}$
- xvi) $(1-B)^2 \ln(Z_1) = (1-B) \alpha + w_2 S_{52} + (w_3 \cdot w_4 B^2) S_{55} + (w_5 \cdot w_6 B \cdot w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_2 \cdot w_3 B) S_{70} + (w_{10} \cdot w_{11} B^3) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} \cdot w_{14} B^3) / (1-d_{15} B) S_{34} +$
 $(w_{16} \cdot w_{17} B \cdot w_{18} B^5) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} \cdot w_{21} B \cdot w_{22} B^6 \cdot w_{23} B^5) S_{133} + (w_{24} \cdot w_{25} B) S_{144}$

- xvi) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1 - \theta_1 B) \alpha_4 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} + (w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} - w_{14} B^3) / (1 - d_{15} B) S_{94} + (w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} + (w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158}$
- xvii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1 - \theta_1 B) \alpha_4 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} + (w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} - w_{14} B^3) / (1 - d_{15} B) S_{94} + (w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{123} + (w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164}$
- xviii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1 - \theta_1 B) \alpha_4 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} + (w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} - w_{14} B^3) / (1 - d_{15} B) S_{94} + (w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} + (w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} + w_{33} P_{172} + (w_{34} - w_{35} B^2 - w_{36} B^3 - w_{37} B^4) S_{174}$
- xix) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1 - \theta_1 B) \alpha_4 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} + (w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} - w_{14} B^3) / (1 - d_{15} B) S_{94} + (w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} + (w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} + w_{33} P_{172} + w_{34} S_{174} + w_{35} / (1-B) S_{176}$
- xx) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1 - \theta_1 B) \alpha_4 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} + (w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} - w_{14} B^3) / (1 - d_{15} B) S_{94} + (w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} + (w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} + w_{33} P_{172} + w_{34} S_{174} + w_{35} / (1-B) S_{176} + (w_{36} - w_{37} B) / (1-B) S_{179} + (w_{38} - w_{39} B^4) / (1 - d_{40} B) S_{181}$
- xxi) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1 - \theta_1 B) \alpha_4 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} + (w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} - w_{14} B^3) / (1 - d_{15} B) S_{94} + (w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} + (w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} + w_{33} P_{172} + w_{34} S_{174} + w_{35} / (1-B) S_{176} + (w_{36} - w_{37} B) / (1-B) S_{179} + w_{39} / (1 - d_{39} B) S_{181}$
- xxii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1 - \theta_1 B) \alpha_4 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} + (w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{33} + (w_{13} - w_{14} B^3) / (1 - d_{15} B) S_{94} + (w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} + (w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} + (w_{33} - w_{34} B^3) P_{172} + w_{35} S_{174} + w_{36} / (1-B) S_{176} + (w_{37} - w_{38} B) / (1-B) S_{179} + w_{39} / (1 - d_{40} B) S_{181}$

- xxii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1-\theta_1 B) \alpha_1 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{93} + (w_{13} - w_{14} B^2) / (1 - d_{15} B) S_{94} +$
 $(w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} +$
 $(w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} +$
 $w_{33} P_{172} + w_{34} S_{174} + w_{35} / (1-B) S_{176} + (w_{36} - w_{37} B - w_{38} B^2 - w_{39} B^3 - w_{40} B^4 - w_{41} B^5) S_{179}$
- xxiii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1-\theta_1 B) \alpha_1 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{93} + (w_{13} - w_{14} B^2) / (1 - d_{15} B) S_{94} +$
 $(w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} +$
 $(w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} +$
 $(w_{33} - w_{34} B^3) P_{172} + w_{35} S_{174} + w_{36} / (1-B) S_{176} + (w_{37} - w_{38} B) / (1-B) S_{179} +$
 $w_{39} / (1 - d_{40} B) S_{181} + w_{41} S_{192} + w_{42} / (1 - d_{43} B) S_{193}$
- xxiv) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1-\theta_1 B) \alpha_1 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{93} + (w_{13} - w_{14} B^2) / (1 - d_{15} B) S_{94} +$
 $(w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} +$
 $(w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} +$
 $(w_{33} - w_{34} B^3) P_{172} + w_{35} S_{174} + w_{36} / (1-B) S_{176} + (w_{37} - w_{38} B) / (1-B) S_{179} +$
 $w_{39} / (1 - d_{40} B) S_{181} + (w_{41} - w_{42} B) / (1 - d_{43} B) S_{192}$
- xxv) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_1) = (1 - \theta_1 B) \alpha_1 + w_2 S_{52} + (w_3 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} +$
 $(w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78} + w_{12} S_{93} + (w_{13} - w_{14} B^2) / (1 - d_{15} B) S_{94} +$
 $(w_{16} - w_{17} B - w_{18} B^2) S_{104} + w_{19} S_{121} + (w_{20} - w_{21} B - w_{22} B^2 - w_{23} B^3) S_{133} +$
 $(w_{24} - w_{25} B - w_{26} B^2 - w_{27} B^3) S_{144} + (w_{28} - w_{29} B^2) / (1-B) S_{158} + (w_{30} - w_{31} B^4 - w_{32} B^5) S_{164} +$
 $(w_{33} - w_{34} B^3) P_{172} + w_{35} S_{174} + w_{36} / (1-B) S_{176} + (w_{37} - w_{38} B) / (1-B) S_{179} +$
 $w_{39} / (1 - d_{40} B) S_{181} + (w_{41} - w_{42} B) / (1 - d_{43} B) S_{192} + w_{44} / (1-B) S_{197-198}$

MODELO II. (12)

El segundo modelo realizado fue tomando la serie del IPC mensual desde Enero de 1977. En la FIGURA VI se puede apreciar esta serie con varios cambios de nivel.

Como aparentemente la serie permanece estable dentro de sus primeras 60 (Dic/81) observaciones, se tomó este período para la identificación del modelo adecuado.

Aplicando el método de Bartlett [8] obtenemos una transformación potencia óptima igual a -0.6. Como en el caso del modelo anterior, por ser mejor para nuestros fines y ya que no existe gran diferencia entre el coeficiente de variación de la transformación óptima (0.1208) y el de la logarítmica (0.2219), se tomó la transformación logarítmica.

Aparentemente lo mejor era concluir, a partir de la identificación (IDENTIFICACION III), un modelo (i):

$$(1-B)^2 T(Z_t) = (1 - \theta_1 B)(1 - \theta_2 B^2) a_t$$

con

$$T(Z_t) = \ln(Z_t)$$

(3.16)

cuyos resultados de estimación son aceptables. Sin embargo, viendo el correlograma en primeras diferencias también se podría identificar un modelo MA(1)xMA(1)₁₂ (ii), por lo que se probó.

Este modelo es también aceptable salvo por la media de los residuales que aparece significativamente distinta de cero. Este hecho lo podemos apreciar primero al ver la gráfica de los residuales que está sesgada hacia la derecha (FIGURA VII) (todos los residuales se encuentran por arriba de cero), y al calcular el cociente:

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\bar{a}}{\sqrt{N-d} \operatorname{m}(\hat{\sigma})} \right| = \\ & = \left| \frac{59}{\sqrt{59} (0.006672) \cdot (0.000051)} \right| \\ & = |1003.458| > 2 \end{aligned}$$

con lo cual probamos que la media de los residuales es significativamente distinta de cero. Esto implica que existe una parte determinística en $\{a_t\}$ que no ha sido considerada por el modelo, por lo tanto se requiere introducir un parámetro de tendencia determinística $\{\rho\}$ en el modelo que sea estimado conjuntamente con el resto de los parámetros. Los resultados de esta -----

(12) El resumen de los resultados de las estimaciones de este modelo se encuentran en el CUADRO II.

estimación muestran que el parámetro de tendencia resulta significativo y solo restan por corregirse 2 residuales (el correspondiente a la observación 25 (Ene/79) y 37 (Ene/80)).

Al ver la gráfica de la serie transformada (FIGURA VIII), se puede ver claramente que en las observaciones 25 y 37 se da un cambio de nivel en la serie, que se trató introduciendo dos funciones de intervención de la forma w_0P .

A continuación se identificó la forma funcional de la intervención en la observación 61 (Ene/82) haciendo la gráfica de los pronósticos obtenidos a partir de la última estimación contra los valores reales de la serie en el mismo período y la gráfica de sus correspondientes residuales (GRAFICA I), este procedimiento se encuentra descrito en el MODELO I. Esta forma funcional es:

$$\frac{w_\xi}{1-B} S_{\xi j}^{!!}$$

(3 17)

A partir de este momento se identificaron las formas funcionales de las siguientes intervenciones siguiendo el mismo procedimiento. En seguida se muestran los gráficos de pronósticos a partir de los cuales se realizaron estas identificaciones, los resultados de sus estimaciones se encuentran en el CUADRO II.

Hay que hacer notar que en este ejemplo se supuso que los cambios de nivel en las observaciones 25 y 37 eran momentáneos.

CONSTRUCCION DEL MODELO II

- i) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_2 B) \alpha_t$
- ii) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_2 B) \alpha_t$
- iii) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t$
- iv) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37}$
- v) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61}$
- vi) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61} + w_7 S_{68}$
- vii) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61} + w_7 S_{68} + (w_8 - w_9 B) S_{72}$
- viii) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61} + w_7 S_{68} + (w_8 - w_9 B) S_{72} + w_{10}/(1-B) S_{77}$
- ix) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61} + w_7 S_{68} + (w_8 - w_9 B) S_{72} + w_{10}/(1-B) S_{77} + w_{11}/(1-B) S_{91}$
- x) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61} + w_7 S_{68} + (w_8 - w_9 B) S_{72} + w_{10}/(1-B) S_{77} + (w_{11} - w_{12} B^2) S_{93} + w_{13}/(1 - d_{14} B) S_{91}$
- xi) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61} + w_7 S_{68} + (w_8 - w_9 B) S_{72} + w_{10}/(1-B) S_{77} + (w_{11} - w_{12} B^2) S_{93} + w_{13}/(1-B) S_{91} + w_{14} S_{97}$
- xii) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61} + w_7 S_{68} + (w_8 - w_9 B) S_{72} + w_{10}/(1-B) S_{77} + (w_{11} - w_{12} B^2) S_{93} + w_{13}/(1 - d_{14} B) S_{91} + w_{15} S_{97}$
- xiii) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_1 B^{12}) (1 - \theta_3 B) \alpha_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37} + w_6/(1-B) S_{61} + w_7 S_{68} + (w_8 - w_9 B) S_{72} + w_{10}/(1-B) S_{77} + (w_{11} - w_{12} B^2) S_{93} + w_{13}/(1 - d_{14} B) S_{91} + w_{15} S_{97} + w_{16}/(1-B) S_{100-102}$

MODELO III. (13)

Este modelo se realizó también tomando la serie del IPC mensual a partir de Enero de 1977, y difiere del anterior en que aquí se tratan de manera diferente los cambios de nivel en las observaciones 25 y 37. Como se vió anteriormente, la observación 25 corresponde al mes de Enero de 1979 y la 37 a Enero de 1980. En ambos casos se dieron aumentos salariales que pudieran estar afectando a la serie a través de cambios sostenidos en su nivel. Además la intervención en la observación 37 puede deberse también, y de manera más importante, al establecimiento del Impuesto al Valor Agregado (IVA) en esta fecha.

Teniendo en mente los resultados de la identificación realizada en el modelo anterior y el hecho de que en la gráfica de la serie transformada (FIGURA VIII) aparecen los cambios de nivel en las observaciones 25 y 37, se decidió identificar el modelo correcto a partir de los resultados que arroja la estimación de la función de intervención que corrige los cambios de nivel presentes:

$$(w_0 - w_1 B^{12}) S_{25}^{(1)} \quad (3.18)$$

usando primeras diferencias. Dentro de estos resultados se pudo apreciar que la media de los residuales es significativamente diferente de cero al ver la gráfica de los residuales (FIGURA IX), la cual está sesgada a la derecha, y mediante:

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\hat{m}(\hat{\theta})}{\sigma_a} \right| = \\ & = \left| \frac{0.015007}{\sqrt{59} (0.015007)/(0.000037)} \right| \\ & = |3237.406| > 2 \end{aligned}$$

Por lo tanto se introdujo una constante de tendencia determinística θ_0 que se estimó conjuntamente con el resto de los parámetros.

Aunque el valor resultante de este parámetro fue significativo, el correlograma de los residuales (FIGURA X) hace pensar que aún existe tendencia y que por lo tanto la serie aún no es estacionaria. Por esta razón se quitó el parámetro de tendencia determinística y se cambiaron las primeras diferencias por segundas (lo cual está fundamentado en los resultados de la identificación mostrados en el MODELO II).

En los resultados de esta nueva estimación, la serie aparece ya como estacionaria, y por medio de estos se identificó un posible modelo:

$$(1-B)^2 T(Z_1) = (1-\theta_1 B^2 - \theta_2 B^3) \epsilon_t + (w_3 - w_4 B^{12}) S_{25}^{(1)}$$

con

(13) Los resultados de las estimaciones de este modelo se muestran en el CUADRO III.

$$T(Z_1) = \ln(Z_1)$$

(3.19)

Hay que hacer notar que el no incluir las funciones de intervención correctas en las observaciones 25 y 37, provoca que el correlograma de la identificación muestre un comportamiento estacional de la serie (MODELO II) el cual no es real. Esto se comprueba al ver que el MODELO I no es estacional.

Al estimar el modelo identificado salta a la vista que el parámetro 2 es no significativo, por lo que se eliminó volviendo a estimar los parámetros restantes.

Una vez hecho esto, todos los resultados obtenidos son satisfactorios, salvo por dos residuales, correspondientes a las observaciones 8 (Ago/77) y 60 (Dic/81), que son significativos. Antes que nada se quitó la observación 60 y se volvió a estimar el modelo (59 observaciones) para ver si continuaba siendo el adecuado aunque el tamaño de la muestra se hubiera disminuido.

Al volver a estimar los valores de los parámetros continúan siendo admisibles y estables, ya que aunque su valor varía un poco del de la estimación anterior, estos se encuentran dentro de sus correspondientes intervalos de confianza. El resto de los resultados tampoco varían significativamente, salvo por el hecho de que otros dos residuales se vuelven significativos: el correspondiente a la observación 5 (May/77) y a la 48 (Dic/80).

Con respecto al residual en 5, se decidió dejarlo como valor extremo, ya que refleja las intervenciones provocadas por los sucesos de finales de 1976 y principios de 1977 (devaluación del 31 de Agosto de 1976 y aumento salarial en Enero de 1977, respectivamente).

El residual en 8 podría corresponder a la intervención provocada por el aumento en el precio de la gasolina en Agosto de 1977, pero se decidió dejarlo como un valor extremo porque de introducirse una función de intervención en este momento surgirían más residuales significativos ya que la desviación estándar de los residuales disminuiría.

El residual en 48, que posiblemente se deba al aumento del precio de la gasolina a finales del mes de Noviembre de 1980, se trató de corregir por medio de una función de intervención de la forma:

$$w_0 S_{48}^{(1)}$$

(3.20)

pero al estimar este parámetro resultó ser no significativo por lo que se deja también como valor aberrante.

A continuación se identificó, siguiendo el mismo procedimiento descrito en los modelos anteriores, una forma funcional para la intervención a partir de la observación 60 (GRAFICA 1):

$$w_4 S_{\epsilon_9}^{(1)} + \frac{w_5 - w_6 B^2}{1 - B} S_{\epsilon_1}^{(1)} \quad (3.21)$$

Estimando hasta aquí el modelo, se puede apreciar que la correlación entre los parámetros 4 y 5 es mayor que 0,5 en valor absoluto, y al mismo tiempo el parámetro 4 es no significativo. Por lo tanto se quitó el parámetro 4, dejando el residual en 60 como valor extremo. Volviendo a estimar los parámetros restantes, la correlación entre los parámetros 4 y 5 se disminuye en gran medida, obteniéndose un modelo aceptable.

A partir de este momento se continuó con el mismo procedimiento para la identificación de las restantes funciones de intervención.

En la intervención que se inicia a partir de la observación 72 se probó inicialmente una función de intervención de la forma:

$$(72 = \text{Dic}/82) \quad (w_7 - w_8 B) S_{72}^{(1)} \quad (3.22)$$

Los valores estimados para estos parámetros fueron significativos, sin embargo su correlación muy alta (-0.7549) lo cual hizo pensar que ésta no era la forma funcional correcta. Por lo tanto se utilizó la función:

$$\frac{w_7}{1 - B} S_{72, 73}^{(1)} \quad (3.23)$$

con 75 observaciones (Mar/83), cuyos resultados fueron buenos.

La intervención en la observación 76 (Abr/83) pareció ser únicamente un salto momentáneo en el nivel de la serie por lo que se intentó una forma funcional:

$$w_9 P_{76}^{(1)} \quad (3.24)$$

La estimación del parámetro B resultó en un valor significativo, pero la primera autocorrelación de los residuales (AC(1)) sube hasta hacerse significativa, por lo tanto se cambió la forma funcional a:

$$(w_9 - w_9 B^2) S_{76}^{(1)} \quad (3.25)$$

cuyos resultados ya son aceptables.

En cuanto a las funciones de intervención probadas para la observación 83 (Nov/83) y siguientes; primero se identificó una forma funcional del tipo:

$$\frac{w_{11} - w_{12}B - w_{13}B^2}{1 - d_{14}B} S_{83}^{(II)}$$

(3.26)

de lo cual resultaron ser no significativos los parámetros 12 y 14 y la autocorrelación en 1 (AC(1)) se volvió significativa. Como la gráfica correspondiente hace pensar que la forma de la intervención era la correcta, lo más probable era que el parámetro 12 estuviera introduciendo "ruido" en la estimación, por lo tanto se decidió eliminar el número 12 y volver a estimar. Al hacer esto se corrigió el parámetro delta (antes 14) pero la AC(1) continuaba siendo significativa, por lo que se pensó que no se estaba tomando en cuenta algún otro momento de intervención. Revisando la gráfica de pronósticos (GRAFICA 6) se puede notar que en la observación 89 (May/84) el nivel de la serie baja un poco, entonces se tomó como forma funcional:

$$\frac{w_{11} - w_{12}B^2 - w_{13}B^5}{1 - d_{14}B} S_{83}^{(II)}$$

(3.27)

cuyos resultados ya son buenos.

Con respecto a la intervención en la observación 92 (Ago/84), la gráfica de pronósticos mostraba una intervención del tipo:

$$\frac{w_{15} - w_{16}B^2}{1 - B} S_{92}^{(II)}$$

(3.28)

pero ésta no fue significativa. Se realizaron otros intentos para ajustarla pero todos fracasaron, por lo que se optó por introducir el modelo de la última estimación estas otras 5 observaciones lo cual mostró que en realidad los residuales correspondientes a estas observaciones no son tan significativos como para mostrar evidencia de una posible intervención en ese lugar.

El residual correspondiente a la observación 96 (Dic/84) se dejó como valor extremo ya que los parámetros que formaban parte de la intervención que se trató de ajustar resultaron siempre no significativos.

El cambio de pendiente que aparece a partir de la observación 101 (May/85) se trató de modelar usando una función de la forma:

$$\frac{w_{16}}{1 - B} S_{101,102}^{(II)}$$

(3.29)

Esto es porque dadas las disposiciones gubernamentales en Julio de 1985 y el aumento salarial del mismo mes, se esperaba que el dato del IPC para la observación 103 (Julio/85) fuera mas alto que el de 102 y por lo tanto la tendencia a la baja iniciada en 101 se cortara. Esta intervención resulta ser no significativa y por esto, dadas las expectativas arriba mencionadas, no se intento otro tipo de función de intervención.

CONSTRUCCION DEL MODELO II

- i) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = (w_1 \cdot w_2 B^{12}) S_{25}$
- ii) $(1-B) \text{Ln}(Z_t) = \theta_1 + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25}$
- iii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (w_1 \cdot w_2 B^{12}) S_{25}$
- iv) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2 - \theta_2 B^3) a_t + (w_2 \cdot w_4 B^{12}) S_{25}$
- v) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25}$
- vi) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + w_4 S_{28}$
- vii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12} \cdot w_4 B^{35}) S_{25} + (w_5 \cdot w_6 B^3) / (1-B) S_{49}$
- viii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{51}$
- ix) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62}$
- x) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + (w_7 \cdot w_8 B^3) S_{72}$
- xi) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + w_8 S_{74}$
- xii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73}$
- xiii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + w_8 P_{76}$
- xiv) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + (w_8 \cdot w_9 B^2) S_{76}$
- xv) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + (w_8 \cdot w_9 B^2) S_{76} + w_{10} / (1-B) S_{80}$
- xvi) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + (w_8 \cdot w_9 B^2) S_{76} + w_{10} / (1-B) S_{80} + (w_{11} \cdot w_{12} B \cdot w_{13} B^2) / (1 - d_{14} B) S_{83}$
- xvii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + (w_8 \cdot w_9 B^2) S_{76} + w_{10} / (1-B) S_{80} + (w_{11} \cdot w_{12} B^2) / (1 - d_{13} B) S_{83}$
- xviii) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + (w_8 \cdot w_9 B^2) S_{76} + w_{10} / (1-B) S_{80} + (w_{11} \cdot w_{12} B^2 \cdot w_{13} B^3) / (1 - d_{14} B) S_{83}$
- xix) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + (w_8 \cdot w_9 B^2) S_{76} + w_{10} / (1-B) S_{80} + (w_{11} \cdot w_{12} B^2 \cdot w_{13} B^3) / (1 - d_{14} B) S_{83} + (w_{15} \cdot w_{16} B^2) / (1-B) S_{92}$
- xx) $(1-B)^2 \text{Ln}(Z_t) = (1 - \theta_1 B^2) a_t + (w_2 \cdot w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 \cdot w_5 B^3) / (1-B) S_{61} + w_6 S_{62} + w_7 / (1-B) S_{72-73} + (w_8 \cdot w_9 B^2) S_{76} + w_{10} / (1-B) S_{80} + (w_{11} \cdot w_{12} B^2 \cdot w_{13} B^3) / (1 - d_{14} B) S_{83} + (w_{15} \cdot w_{16} B) S_{92}$

$$\text{xod) } (1-B)^2 \ln(Z_1) = (1 - \theta_1 B^2) a_1 + (w_2 - w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 - w_5 B^3)/(1-B) S_{61} + w_6 S_{68} + w_7/(1-B) S_{72-73} + (w_8 - w_9 B^2) S_{76} + w_{10}/(1-B) S_{80} + (w_{11} - w_{12} B^2 - w_{13} B^6)/(1 - d_{14} B) S_{83} + w_{15} S_{97}$$

$$\text{xodi) } (1-B)^2 \ln(Z_1) = (1 - \theta_1 B^2) a_1 + (w_2 - w_3 B^{12}) S_{25} + (w_4 - w_5 B^3)/(1-B) S_{61} + w_6 S_{68} + w_7/(1-B) S_{72-73} + (w_8 - w_9 B^2) S_{76} + w_{10}/(1-B) S_{80} + (w_{11} - w_{12} B^2 - w_{13} B^6)/(1 - d_{14} B) S_{83} + w_{15} S_{97} + w_{16}/(1-B) S_{101,102}$$

MODELO IV.

Por último se trató de modelar las variaciones porcentuales del IPC en sí. La serie de inflación se construyó a partir del IPC de la siguiente manera:

$$INF_t = [(IPC_t / IPC_{t-1}) - 1] \times 100 \quad (3.30)$$

a partir de Enero de 1969.

Al ver la gráfica de esta serie (FIGURA X0) se nota un cambio de nivel en el mes de Enero de 1973 por lo que se tomaron únicamente las primeras 48 observaciones para realizar la identificación del modelo.

Aplicando el método de Bartlett [8], se obtiene una transformación potencia óptima igual a 0.9, cuyo coeficiente de variación no es muy diferente al de $\lambda = 1.0$. Por lo tanto, y dada la finalidad del estudio, se tomó la serie en unidades originales.

Al identificar la serie (IDENTIFICACION IV) se ve claramente la ausencia de correlación entre los retrasos por lo que se concluye que esta serie es ruido blanco.

$$Z_t = \mu + a_t \quad (3.40)$$

CONCLUSIONES

1. ANALISIS GRAFICO:

El Índice de Precios al Consumidor es muy sensible, en particular, a las decisiones en materia política, económica y fiscal. Esto se pudo constatar al estudiar las gráficas de esta serie, las cuales se muestran en este trabajo.

En la FIGURA II, en donde se presenta la serie del IPC de Enero de 1969 a Junio de 1985, se observa claramente la tendencia a la alza que posee la serie. Por otro lado no hay evidencia para pensar que sigue un comportamiento estacional, ya que no muestra ningún patrón que se repita anualmente.

Además saltan a la vista tres cambios en el comportamiento general de la serie, de los cuales el último aparece como un cambio pronunciado en su pendiente. Estos cambios se presentan en las observaciones correspondientes a Septiembre de 1976, Enero de 1980 y Febrero de 1982 en las cuales tuvieron lugar eventos determinantes: la devaluación del peso mexicano del 31 de Agosto de 1976, la institución del IVA y la devaluación del peso en Febrero de 1982.

Este mismo período de la serie se presenta en la FIGURA III, en donde, buscando suavizar los drásticos cambios, se aplicaron logaritmos. Aquí no solo pueden observarse los cambios antes descritos, sino que aparece otro que había pasado desapercibido y que tiene lugar a finales de 1973 y principios de 1974. Los factores que pueden explicar este comportamiento pueden ser el cambio en los tipos y precios de la gasolina (y en general de los combustibles) y el aumento salarial que tuvo lugar en esas fechas.

Conforme se reduce el número de observaciones que conforman el período de la serie en estudio, y se aumenta la escala de la gráfica, se pueden observar cambios pasaban desapercibidos. Tal es el caso de la FIGURA IV y FIGURA V las cuales, como se explicó al describir el MODELO I, se realizaron para verificar que existían ciertos cambios en el nivel de la serie en Octubre de 1969 y Octubre de 1971 ya que al realizar las estimaciones durante la construcción del modelo aparecían dos residuales, significativamente grandes que correspondían a estas dos observaciones que no destacan en la FIGURA III.

Este mismo patrón de comportamiento se nota en la FIGURA VI y FIGURA VIII en donde se muestra el IPC desde Enero de 1977 a Junio de 1985 en unidades originales y logaritmos respectivamente.

Por último, en la FIGURA XI se presenta la serie de inflación a partir de Enero de 1969 a Junio de 1985. Aquí se ve claramente que la serie cambia su nivel significativamente a finales de 1973 y principios de 1974, y después inicia un cambio de pendiente al alza que alcanza su punto máximo a finales de 1982 y principios de 1983 descendiendo después de este punto. Estos cambios de nivel tienen las mismas explicaciones dadas anteriormente.

2. PROCESO DE CONSTRUCCION DE MODELOS:

Inicialmente se intentó seguir el proceso descrito por Box y Jenkins [1] para la construcción de modelos ARIMA de series de tiempo. Sin embargo, al tratar de ubicar un período de la serie lo suficientemente largo y estable para realizar la identificación de un modelo se vió que, debido a la alta sensibilidad del IPC, esto era casi imposible.

Por otro lado, estudiando a fondo las gráficas de la serie, es posible encontrar períodos que incluyen pocos cambios e identificar en cierto grado si los cambios son momentáneos, o si son tan pronunciados que cambian la pendiente de la serie por completo.

Es por esto que se decidió intentar suavizar estos cambios dentro del período mas estable por medio de funciones de intervención (Box y Tiao [2]) y después tratar de identificar el modelo ARIMA siguiendo la metodología de Box y Jenkins [1] sobre los residuos resultantes de la estimación de dichas funciones de intervención.

Básicamente se siguió el siguiente proceso:

- a) Identificar las observaciones que abarcan el primer período que aparezca mas estable en la gráfica de la serie en unidades originales.
- b) Si en la gráfica de la serie se encuentra evidencia de varianza inestable, debe aplicarse, a la serie en su totalidad, la transformación que a priori se considere necesaria. Si el propósito de la construcción del modelo es unicamente el de pronóstico, es mejor primero aplicarle, a el período en cuestión, el método de Bartlett para obtener la transformación potencia óptima que estabilice su varianza.

Como el objetivo que se persigue con los modelos realizados en este trabajo no es solo el de pronóstico sino también el del análisis de los crecimientos porcentuales del IPC (inflación), se utilizó el método de Bartlett como una manera de verificar si la transformación considerada a priori (logaritmos) era o se acercaba a la transformación óptima. Esto se logra chequeando que el coeficiente de varianza de la transformación propuesta no difiera en gran parte del de la que arroja el método de Bartlett como transformación óptima.

Hay que hacer notar que se propuso a priori la transformación logarítmica porque al ver la gráfica de la serie parece necesario y, además, porque nos permite interpretar los resultados, ya que sabemos que las primeras diferencias de los logaritmos de una serie representan su tasa de crecimiento.

- c) Identificar en la gráfica de la serie transformada los posibles momentos de intervención dentro del período seleccionado. Estos momentos se pueden localizar facilmente si se tiene presente que en ellos se dan cambios en la serie, los cuales pueden ser momentáneos o

permanentes. El período seleccionado debe abarcar hasta la observación inmediata anterior al momento de la siguiente intervención que ya no se corrigió.

d) Si la identificación en (c) es positiva, proponer la forma funcional de intervención (Box y Tiao [2]) a usarse en cada momento y estimar y verificar sus parámetros. Este paso implica un proceso que se puede repetir varias veces hasta que se logren estimaciones adecuadas de estos parámetros. Se debe tomar en cuenta que aquí la verificación no cubrirá los puntos usuales; por ejemplo, la serie de residuales resultante no necesariamente será ruido blanco y de hecho se espera que esto no ocurra.

e) Identificar el modelo adecuado a partir de la función de autocorrelación y la función de autocorrelación parcial de la serie, o de los residuales en el caso de que el paso (c) y (d) sean necesarios.

f) Estimar los parámetros del modelo y verificar que realmente este sea el adecuado.

En estos dos últimos pasos se sigue el proceso de construcción de modelos ARIMA para serie de tiempo de Box y Jenkins [2].

g) Identificar las formas funcionales de las siguientes intervenciones, estimando los valores de sus parámetros y verificando su confiabilidad y que el modelo ARIMA sea estable.

Como ya se explicó al describir los modelos, la identificación de la forma funcional de cada intervención se hizo en base a la gráfica de la diferencia entre los datos reales y los pronósticos de esas observaciones (realizados a partir de la última estimación del modelo). En estas gráficas se puede apreciar el comportamiento que sigue la serie y qué tanto se asemeja el modelo a esta.

Muchas veces esta gráfica de pronósticos vs. valores reales esconde la función de intervención adecuada ya que los pronósticos, por la forma en que se estiman, están muy relacionados entre sí. Es por esto que en varias ocasiones la función de intervención identificada en primera instancia no corrige el comportamiento del modelo de una forma adecuada y hay que modificarla hasta que se ajuste lo mejor posible.

Hay que tener cuidado al identificar estas formas funcionales y verificar que el modelo continúe cumpliendo con los estándares establecidos una vez que se estimó conjuntamente con la nueva función de intervención.

Además como se pudo apreciar en la descripción del comportamiento gráfico del IPC, la escala con la que es realizada cada gráfica es muy importante. En este caso si la escala es menor a la necesaria podría pasar desapercibido un momento de intervención, lo que se reflejará en una falta de ajuste del modelo, apareciendo residuales significativamente grandes. Por el contrario, si la escala es mayor, cualquier movimiento del nivel de la serie se traducirá en una intervención, lo cual lleva a introducir una gran cantidad de funciones y/o parámetros que al ser estimados resultarán no significativos.

También es muy importante que cada estimación conjunta del modelo con las funciones de intervención se lleve a cabo incluyendo las observaciones hasta la inmediata anterior a donde se encuentra la siguiente intervención a identificar. De no ser así el efecto de esta intervención sin identificar introducirá ruido en la estimación, ya que a partir de esta observación el ajuste del modelo será muy pobre, y parecerá que la función introducida no es adecuada.

3. DESCRIPCION DE MODELOS:

A continuación se presentan los modelos identificados en este trabajo:

MODELO I. El modelo identificado para la serie del IPC tomándola a partir de Enero de 1969 resultó ser:

$$(1-B)^2 \ln(Z_t) = (1 - \theta_1 B) a_t + (w_2 - w_4 B^2) S_{55} + (w_5 - w_6 B - w_7 B^2) S_{60} + (w_8 - w_9 B) S_{70} + (w_{10} - w_{11} B^2) S_{78}$$

Es decir, en el período tomado para la identificación, el cual consta de 92 observaciones, la parte de ruido de la serie se forma con un modelo ARIMA(0,2,1).

MODELO II. Aquí la serie del IPC se toma desde Enero de 1977 y se identifica con las primeras 60 observaciones, para la parte de ruido, un modelo ARIMA(0,1,1)x(0,0,1)₁₂:

$$(1-B) \ln(Z_t) = \theta_1 + (1 - \theta_2 B^{12})(1 - \theta_3 B) a_t + w_4 P_{25} + w_5 P_{37}$$

Hay que hacer notar que, aunque en la gráfica de la serie (FIGURA VIII) no hay evidencia de un comportamiento estacional, el hecho de que las primeras 48 observaciones contengan intervenciones que suceden en el mismo mes de cada año (aumentos salariales en Ene./77, Ene./78, Ene./79 y Ene./80) genera un posible comportamiento estacional dentro del modelo.

También es importante el hecho de que para lograr estacionaridad en la serie, no fue estrictamente necesario aplicar segundas diferencias, ya que una constante de tendencia determinística es suficiente. El habermos aventurado a utilizar la constante de tendencia surge del conocimiento previo que se tiene sobre la serie, ya que el IPC posee una tendencia a la alza a través de toda su historia (como pudo observarse en su análisis gráfico).

MODELO III. Este modelo utiliza el mismo período de la serie que el MODELO II. Sin embargo, el cambiar la forma funcional de las intervenciones en las observaciones 25 y 37 a un cambio de

nivel continuo, ocasiona que la aparente estacionalidad desaparezca, con lo cual el modelo identificado con las primeras 60 observaciones fue un ARMA(0,2,1):

$$(1-B)^2 \ln(Z_t) = (1-\theta_1 B^2) a_t + (w_2 - w_3 B^{12}) S_{25} + w_4 S_{43}$$

A diferencia del MODELO II, aquí la constante de tendencia determinística no tuvo buenos resultados ya que su efecto no es suficiente para lograr la estacionaridad de la serie. Además la metodología que se siguió para la identificación del MODELO II varía en que primero se trató de ajustar un modelo para las primeras 60 observaciones y después se suavizaron los residuales correspondientes a las observaciones 25 y 37; mientras que en el MODELO III se siguió el procedimiento descrito en la sección anterior.

MODELO IV. En este caso se trabajó directamente con la serie de Inflación a la cual, tomando las primeras 48 observaciones, se le identificó únicamente como una serie de choque aleatorios, es decir:

$$Z_t = \mu + a_t$$

4. CONCLUSIONES GENERALES:

Se puede notar que, en esencia, los primeros tres modelos son muy similares ya que, todos poseen un factor de promedios móviles y su requerimiento de segundas diferencias o de parámetro de tendencia es muy claro.

Además, en los modelos se muestra la forma en que las funciones de intervención ayudan no solo en el proceso de estimación sino también en la identificación del modelo adecuado a la serie en estudio.

El hecho de considerar, en la parte de la serie con la que se va a identificar, valores "aberrantes", ocasiona que los resultados (función de autocorrelación, función de autocorrelación parcial, media y varianza de los residuales) estén distorsionados. Es decir, esto provoca que el verdadero modelo esté oculto a los ojos del analista.

Sin embargo, hay que ser cuidadoso ya que estos valores extremos no deben necesariamente eliminarse. En muchas ocasiones, al tratar de suavizar uno de estos valores incluyendo una función de intervención en el modelo se provoca que otros residuales se vuelvan significativos ya que la desviación estándar de los residuales disminuye (ver descripción del MODELO I). En otros casos, dicho valor extremo encierra el impacto causado en la serie por acontecimientos

anteriores al período en estudio y que no se pueden atenuar (sobre todo si corresponde a una de las primeras observaciones del período en estudio). Esto quiere decir que el uso de la función de intervención en la identificación debe ser cuidadoso, verificando que sea lo adecuado al caso.

Por ejemplo: En los modelos II y III el uso de la función de intervención en la identificación hace que para la misma serie se encuentren dos modelos totalmente diferentes, ya que el hecho de modelar como cambios de nivel sostenidos las intervenciones en las dos observaciones, 25 (Enero/79) y 37 (Enero/80), hace que la aparente estacionalidad de la serie desaparezca.

A muchas de las funciones de intervención que se introdujeron en los modelos expuestos, no se les encontró explicación exógena (de tipo económico, fiscal, etc) que las pudiera explicar como puede verse en el CUADRO IV en donde se presenta una referencia entre los momentos en que se introdujeron funciones de intervención al modelo y la posible causa encontrada. Sin embargo, además de que pueden existir otras razones que expliquen estos cambios en el comportamiento de la serie, de acuerdo con Tiao, G. C. (aunque para otros autores a veces esto no es así), es importante el introducir al modelo los cambios significativos del nivel que se presenten para asegurar el buen seguimiento de la serie a través del modelo.

Un resultado que llama la atención es el siguiente: el MODELO I, como se explicó anteriormente, es un ARIMA(0,2,1). Es decir,

$$(1 - B)^2 \ln(Z_t) = (1 - \theta_1 B) \epsilon_t + \sum y_{tk}$$

que equivale a:

$$(1 - B) \{ (1 - B) \ln(Z_t) \} = (1 - \theta_1 B) \epsilon_t + \sum y_{tk}$$

O sea que las primeras diferencias de los logaritmos de la serie del IPC siguen un modelo ARIMA(0,1,1). Por otro lado, el MODELO IV, donde se modelan los crecimientos porcentuales del IPC resulta ser una serie de choques aleatorios.

Como puede verse, aunque en ambos casos se modela lo mismo, los modelos resultantes son muy diferentes. Tal vez esto puede explicarse al recordar que en la identificación del MODELO I, ante la incapacidad de encontrar un intervalo de la serie ausente de intervención alguna, se utilizó el análisis de intervención para volver estable el período que contiene las primeras 92 observaciones, mientras que en la del MODELO IV se usó el correlograma de las primeras 48 observaciones en unidades originales.

Por otro lado, en algunas de las estimaciones finales de los modelos aparecen parámetros de las intervenciones no significativos, sin embargo se mantuvieron hasta finalizar los modelos. Esto se puede explicar por el hecho de que al aumentar el número de observaciones, la varianza de los residuales se ve afectada y los intervalos de confianza de los parámetros.

También en algunas de las últimas estimaciones se hacen notar algunas autocorrelaciones de los residuales significativas. Sin embargo el modelo se consideró correcto porque el retraso

correspondiente al orden de cada autocorrelación significativa carecía de interpretación práctica, además el valor "grande" de las autocorrelaciones podría ser causado por variaciones meramente muestrales.

Para comparar los valores de los pronósticos con los reales debemos tomar en cuenta que a estos pronósticos no se les corrigió el sesgo provocado por la inversa de la transformada $T^{-1}(Z_t)$ y que exactamente en el mes de Julio de 1985 y principios de 1986 hubo otras intervenciones que afectaron a la serie (ver CUADRO IV).

Se puede ver claramente en el CUADRO V que los valores de los pronósticos obtenidos a través del MODELO I se encuentran entre los del MODELO III (más pequeños) y los del MODELO II (más grandes).

Por otro lado, si se comparan los pronósticos del MODELO II contra los datos reales para ese período, se nota que estos son los que se acercan más a la realidad. Sin embargo, el modelo que se considera "más adecuado" estadísticamente hablando es el MODELO III. Los modelos son únicamente abstracciones de la realidad; entonces, aunque un modelo sea estadísticamente correcto no necesariamente representa completamente el fenómeno. Para estar seguros de cuál es el modelo cuyos pronósticos son los más adecuados habría que estudiar el comportamiento de estos en muchos más períodos.

Finalmente, es recomendable que se conozca el comportamiento, o lo largo del tiempo, de la serie en estudio, no solo de manera gráfica o "estadística" sino también en su sensibilidad (factores que le influyen), ya que esto es necesario para tomar decisiones como: qué tan adecuado sería introducir una constante de tendencia determinística, el tamaño que debe tener un valor extremo para ser corregido con una función de intervención, si es factible que ciertas observaciones se encuentren en un rango de valores sin pensar que son producto de algún error de cálculo o de otro tipo, etc.

BIBLIOGRAFIA:

[1] Box, G.E.P. y Jenkins, G.M.
"Time Series Analysis, Forecasting and Control".
San Fco. Holden-Day, Inc. (1970)

[2] Box, G.E.P. y Tiao, G.C.
"A Change in Level of a Non-Stationary Time Series".
Biometrika 52, 181-192. (Junio/1965)

[3] Guerrero, V.M.
"Apuntes para el curso de Series de Tiempo".
Banca de Mexico. (Abril/1981)

REFERENCIAS:

[4] Yule, G.U.
"On a method of investigating periodicities in disturbed series with special reference to
Wolfer's sunspot numbers".
Phil. Trans. A-226, 267. (1927)

[5] Chipman, J.S.
"The theory of intersectoral money flows and income formation".
Baltimore" The Johns Hopkins. University Press. (1951)

[6] Walker, G.
"On periodicity in series of related terms".
Proceeding of the Royal Society of London.
A 131. 518-532. (1931)

[7] Yaglom, A.M.
"The correlation theory of processes whose n-th difference constitute a stationary
process".
Mathematicheskii Sbornik 37, 141. (1955)

[8] Bartlett, M.S.
"The use of transformations".
Biometrika 3, 39-52. (1974)

[9] Box, G.E.P. y Cox, D.F.
"An analysis of transformations".
Jour. Roy. Stat. Soc. B-20. 211-243. (1964)

[10] Box, G.E.P. y Pierce, D.A.
"Distribution of residual autocorrelations in autorregression-integrated moving average time series models".
Jour. Am. Stat. Ass. 64 (1970)

[11] Turkey, J.W.
"Discussion emphasizing the connection between analysis of variance and spectrum analysis".
Technometrics, 3, 191. (1961)

[12] Conover, W.J.
"Practical nonparametric statistics".
John Wiley & Sons. 2a. Ed.

[13] Chatfield, C.
"The Analysis of Time Series: An Introduction".
Chapman and Hall (1980). 2a. Ed.

[14] Birkhoff, G.D.
"Proof of the ergodic theorem".
Proc. National Academy of Science. U.S.A.
17, 656. (1931)

APENDICE A

SERIES ESTACIONALES.

Una serie estacional es una serie de tiempo que, aparte de contener posiblemente una tendencia (y/o ciclos) de larga duración, muestre fluctuaciones que se repitan periódicamente quizá con cambios graduales a través de los años. Por ejemplo, en una serie estacional con observaciones mensuales, existe una similitud de comportamiento entre observaciones para el mismo mes en años consecutivos.

Aún cuando la estacionalidad se considera en general como un fenómeno repetitivo anual; esto no implica que no pueda existir un cierto patrón de comportamiento periódico con duración menor al año (además del comportamiento anual). Por eso es conveniente hablar genéricamente de un período estacional que comprenda 's' observaciones contiguas.

El OPERADOR DE DIFERENCIA ESTACIONAL (∇_s^k) se define como:

$$\nabla_s^k Z_t = (1 - B^s)^k Z_t = \sum_{j=0}^{k-1} \binom{k-1}{j} (-1)^j Z_{t-sj} \quad ; \quad k=0,1,\dots \text{ y } s=1,2,\dots \quad (A.1)$$

Un POLINOMIO DE RETRASO ESTACIONAL de orden k viene dado por:

$$\begin{aligned} G(B^s) &= 1 - g_1 B^s - g_2 B^{2s} - \dots - g_k B^{ks} \\ &= 1 - \sum_{i=1}^k g_i B^{is} \end{aligned} \quad (A.2)$$

Así podemos obtener representaciones puramente estacionales del tipo ARIMA(P,D,Q) como:

$$\phi(B^s) \nabla_s^D (Z_t - \mu) = \Theta(B^s) a_t \quad (A.3)$$

donde:

μ = media de $\{Z_t\}$

$\phi(B^s)$ = polinomio autorregresivo estacional de orden P

$\Theta(B^s)$ = polinomio de promedios móviles estacionario de orden Q

$\{a_t\}$ = ruido blanco

Existe una analogía entre las funciones de autocorrelación de los procesos autorregresivos y los autorregresivos estacionales de orden s, al igual que entre los de promedios móviles y los promedios móviles estacionales de orden s. Por consiguiente, a los modelos mixtos puramente estacionales ARMA(P,Q)_s y ARIMA(P,D,Q)_s. De esta manera la metodología de construcción de modelos se aplica sin mayores modificaciones a los procesos que son puramente estacionales. Sin embargo en la práctica, en muy raras ocasiones la serie en estudio será puramente estacional y mostrará tanto efectos estacionales como no-estacionales. Para tomar en

consideración ambos tipos de efectos, Box y Jenkins han propuesto un modelo general del tipo:

$$\phi(B) \nabla^d (Z_t - \mu) = \theta(B) a_t \quad (A.4)$$

donde las variables (a_t) ya no se suponen ruido blanco sino generadas por un proceso ARIMA(p,d,q):

$$\phi(B) \nabla^d a_t = \theta(B) \varepsilon_t \quad (A.5)$$

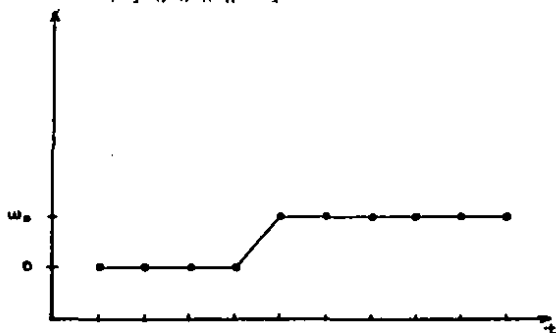
con (ε_t) ruido blanco. De aquí se obtiene el MODELO MULTIPLICATIVO ESTACIONAL:

$$\phi(B) \phi(B^s) \nabla^d (Z_t - \mu) = \theta(B) \theta(B^s) \varepsilon_t \quad (A.6)$$

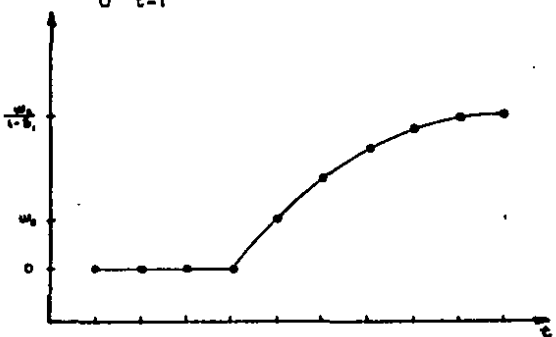
denotado ARIMA(p,d,q) x (P,D,Q)_s. A mayor complejidad del modelo, deberá corresponder una estructura de autocorrelación más compleja.

APENDICE B

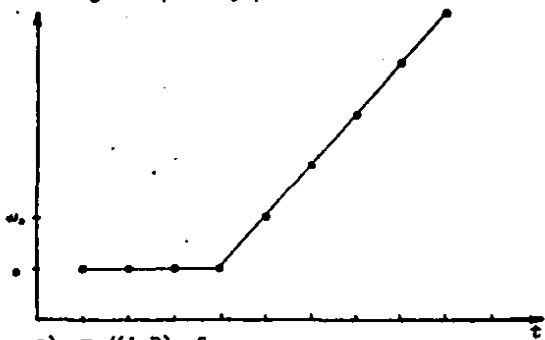
FIGURA I



a) $w_0 S_{t-1}$



b) $\frac{w_0}{(1-d_1B)} S_{t-1}$



c) $\frac{w_0}{(1-B)} S_{t-1}$

FIGURA II

INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR

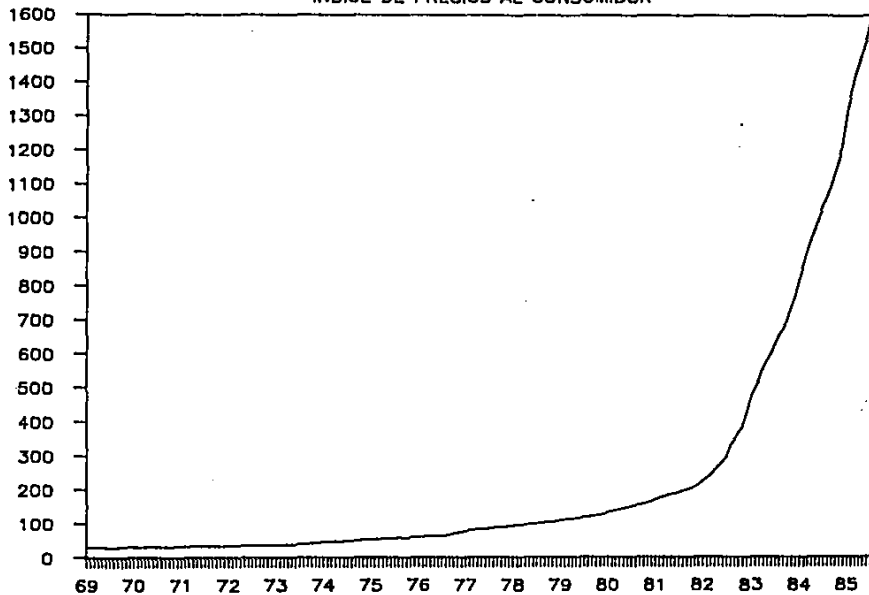


FIGURA III

IPC EN LOGARITMOS

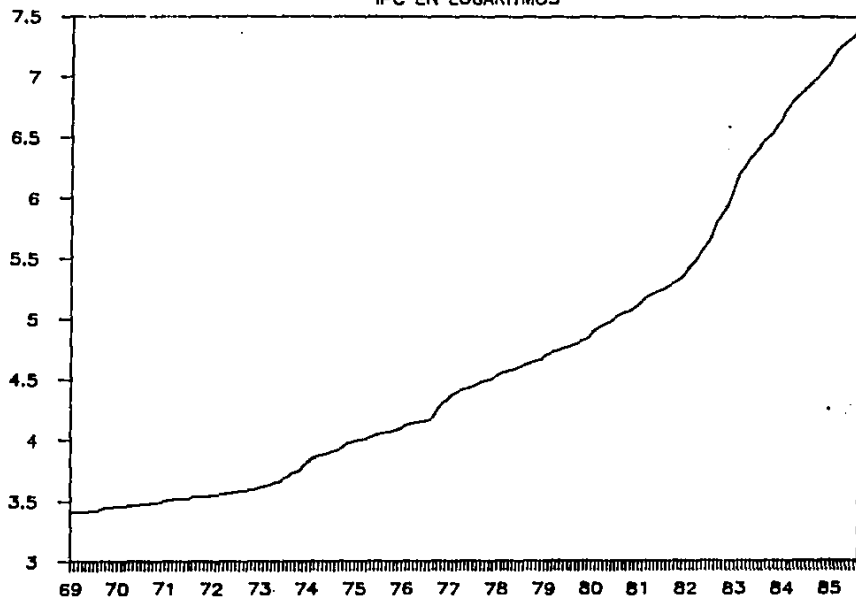


FIGURA IV

IPC EN LOGARITMOS

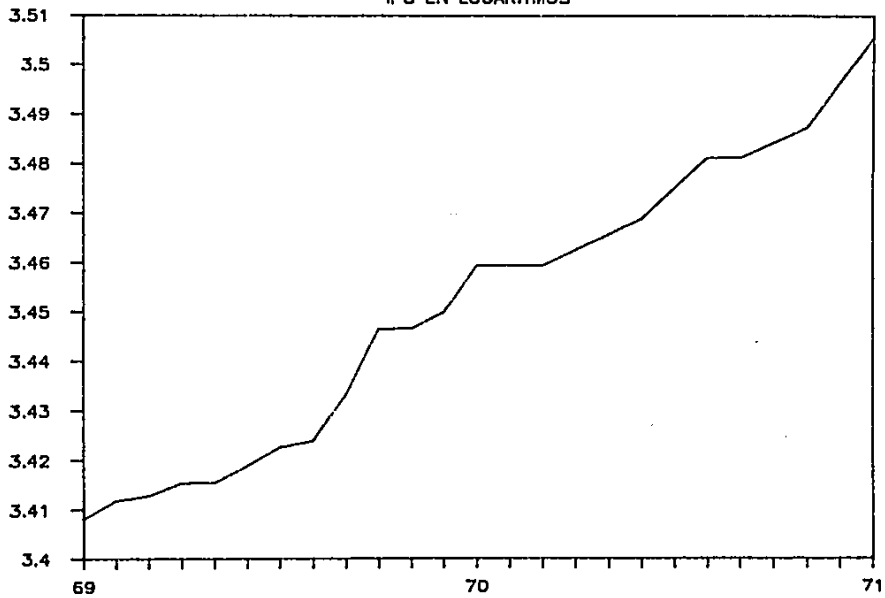
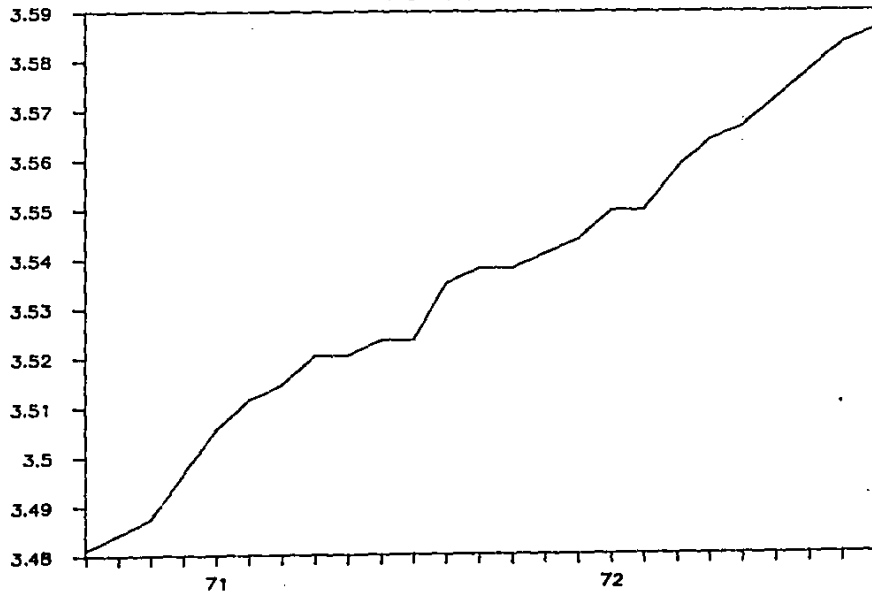
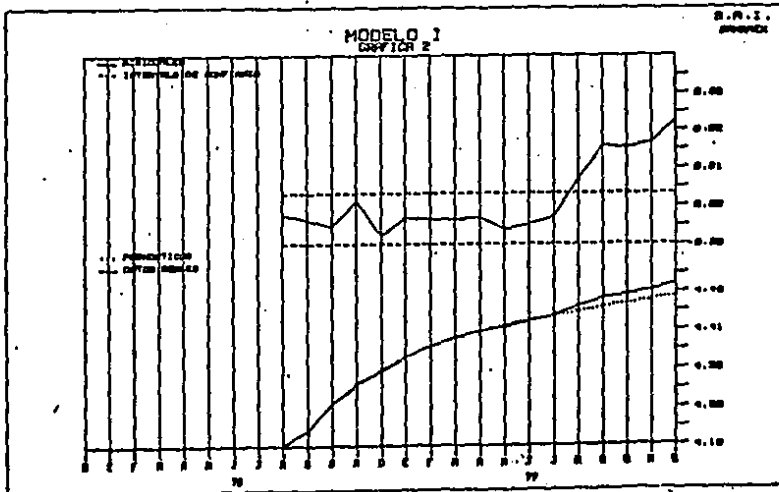
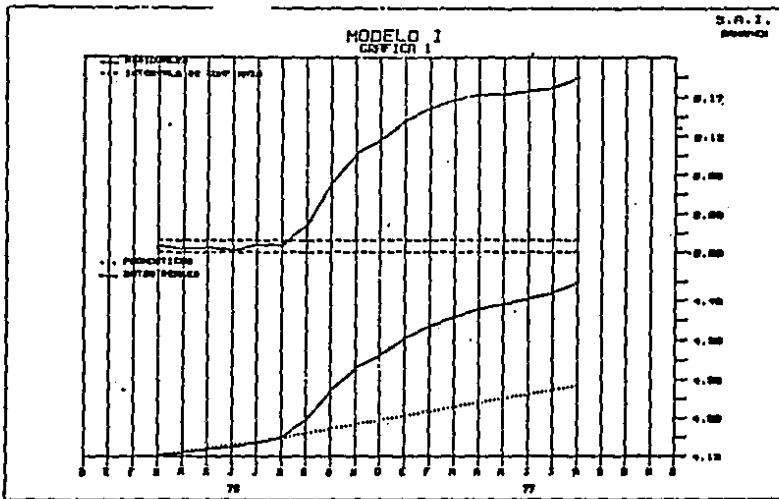
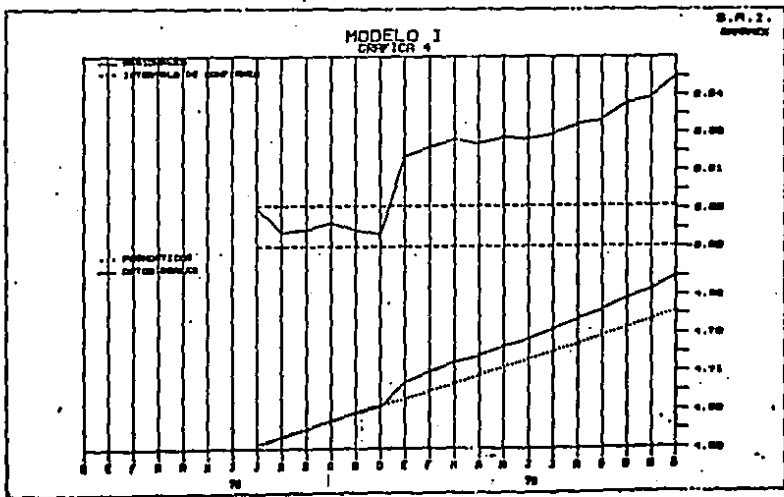
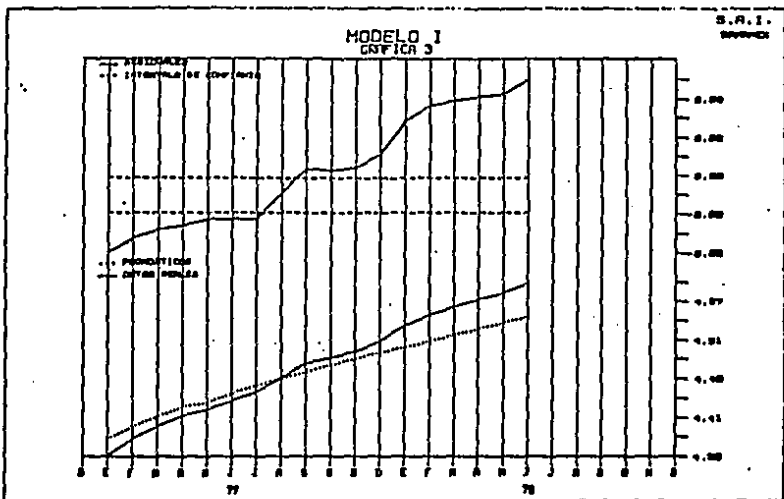


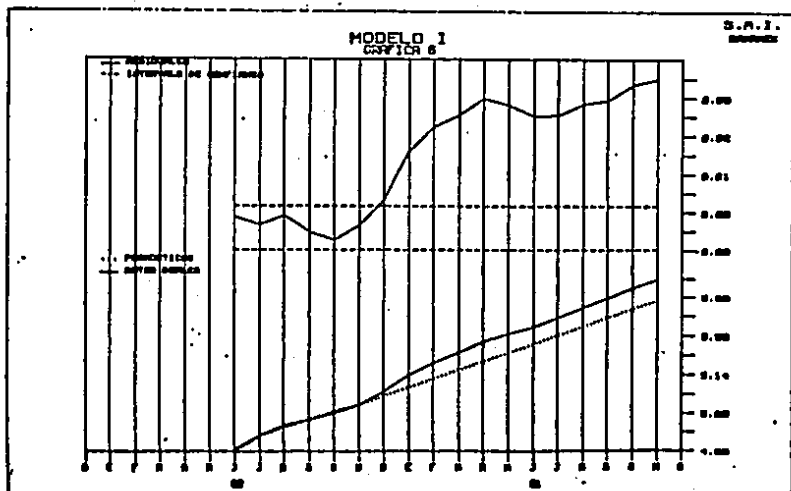
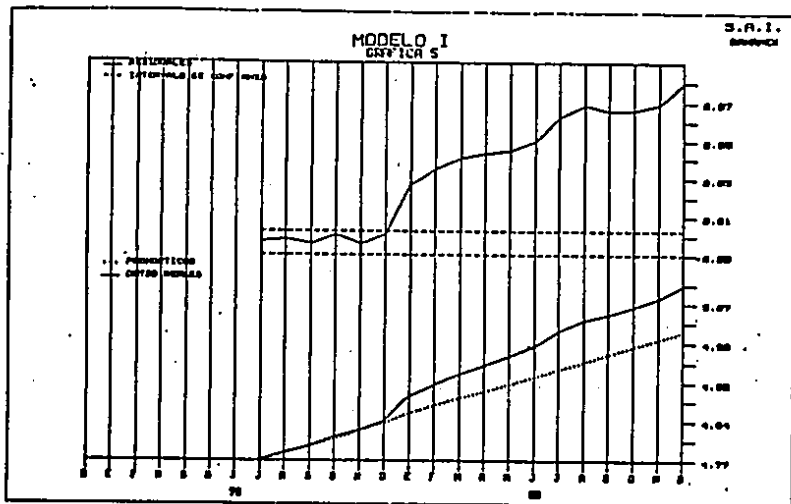
FIGURA V

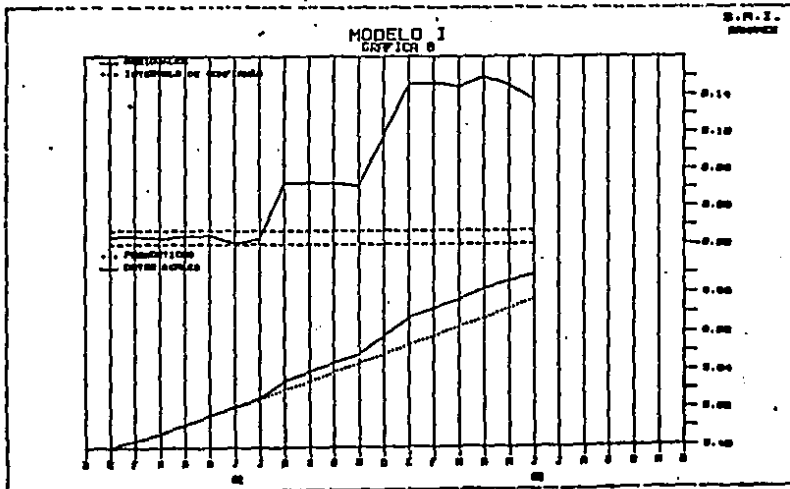
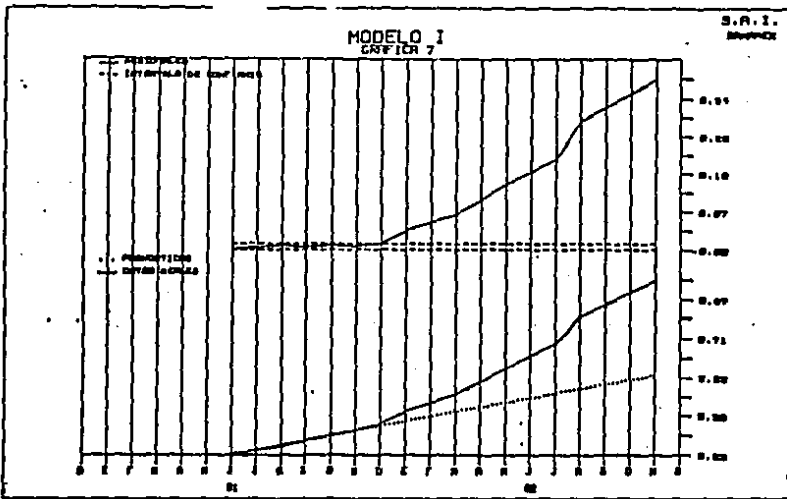
IPC EN LOGARITMOS

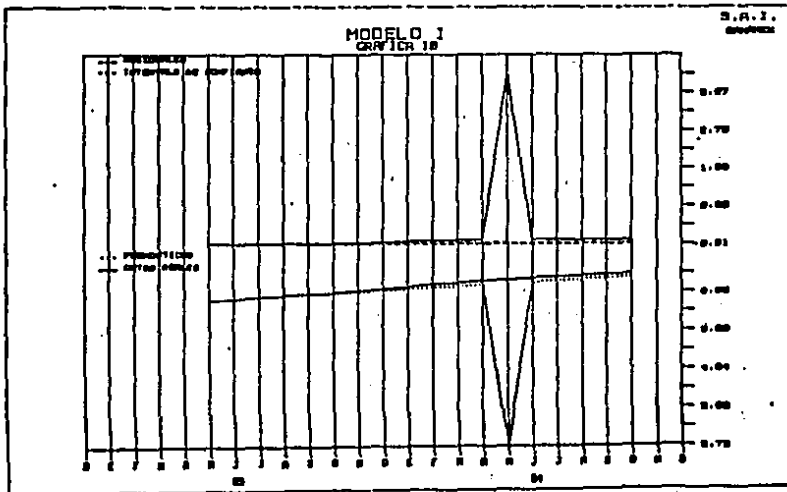
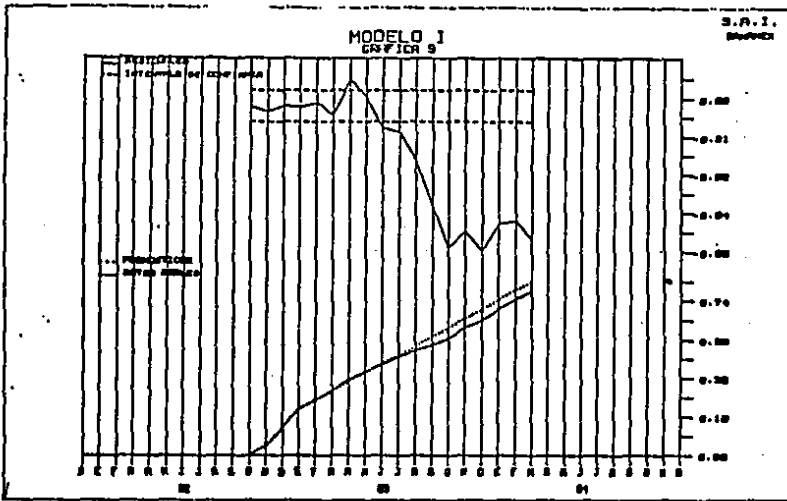












MODELO 1
CRP/ICA 11

S.A.1.
BRUNOCCI

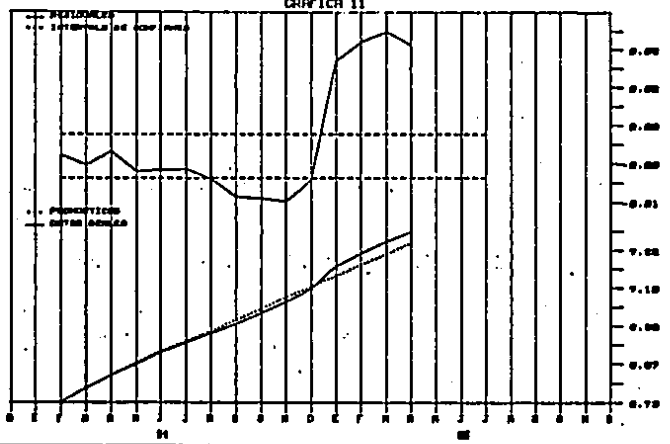


FIGURA VI

INDICE DE PRECIOS AL CONSUMIDOR

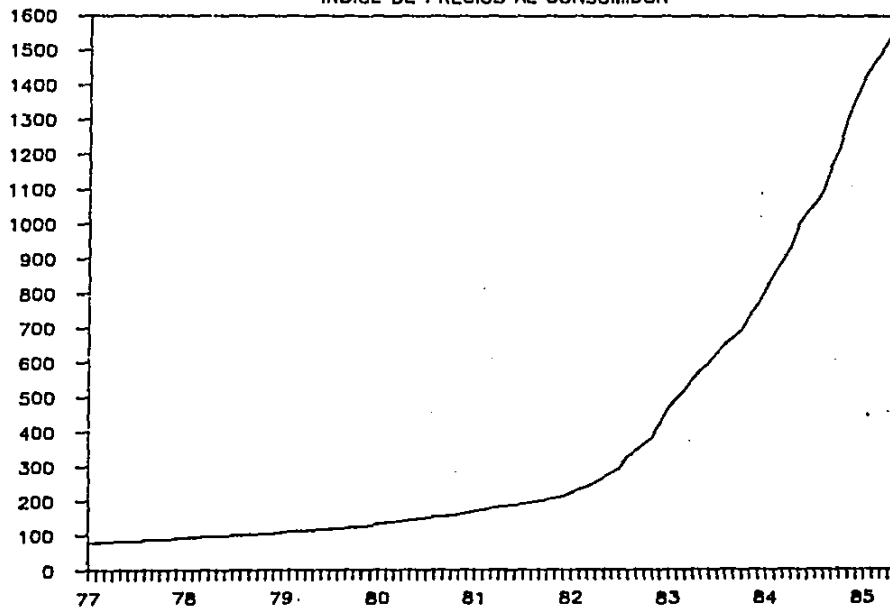
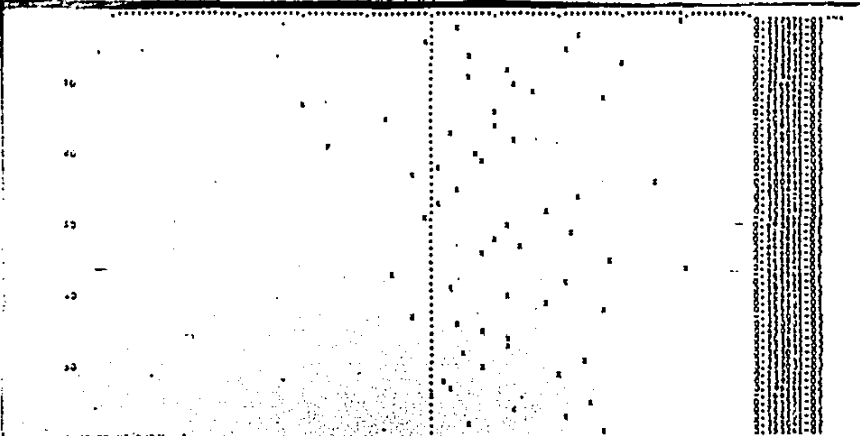


FIGURA VII



SUMMARY OF PAPER 1
 DATA = 2 = 30000
 DIFFERENCE OF 2 = 1 OF EACH 1
 MODEL DEVELOPED WITH THE LISTED DATA = LOGIC(0.00000E+00)

PARAMETER NUMBER	PARAMETER NAME	PARAMETER VALUE	ESTIMATED VALUE	LOWER LIMIT	UPPER LIMIT	% PER CENT
1	PARAM. GROUP 1	12	-.71410	-.74004	-.68925	
2	PARAM. GROUP 2	1	-.64083	-.67010	-.61020	

OTHER INFORMATION AND RESULTS
 REGIONAL TIME OF ARRIVAL: 0.31812-02 07 3.2. REGIONAL PEAK NUMBER: 0.748101-01

FIGURA VIII

IPC EN LOGARITMOS

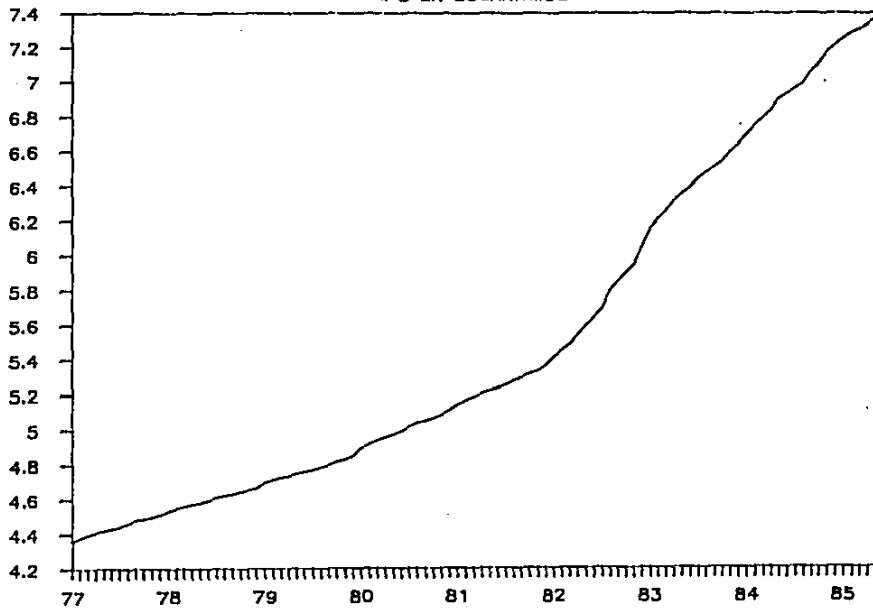
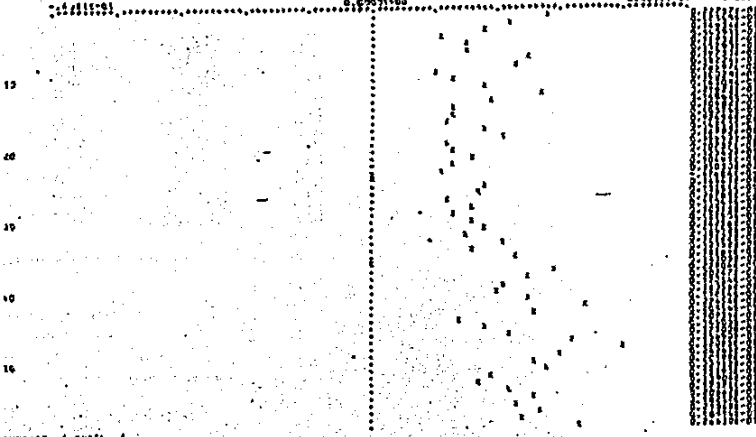


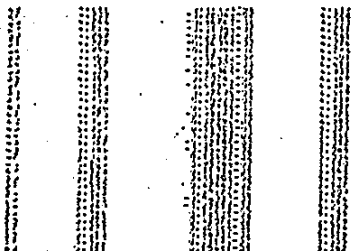
FIGURA IX

19677
 GRAPH OF PERCENTAGE FROM MODEL 1
 GRAPH LEVELS ARE 0.00001-0.0001



SUMMARY OF MODEL 1
 DATA = 1 IN 19677
 REPLACEMENTS OF X = 1 IN ORDER 1
 MODEL DEVELOPER WITH TRANSPARENT DATA = 0.00001-0.0001-0.0001-0.0001
 PARAMETER PARAMETER PARAMETER ESTIMATE LOWER LIMIT AS PER UNIT UPPER LIMIT

FIGURA X



CONTABILIZACION IMPRESION DE LOS PARATEMPORALES

```

1  1.0000
2  1.0000  1.0000
3  1.0000  1.0000  1.0000
    
```

DATA = 01/01/1974 08:00:00 - 08:01:00

NO OBSERVACIONES

01.00	01.01	01.02	01.03	01.04	01.05	01.06	01.07	01.08	01.09	01.10	01.11	01.12
01.00	01.01	01.02	01.03	01.04	01.05	01.06	01.07	01.08	01.09	01.10	01.11	01.12
01.13	01.14	01.15	01.16	01.17	01.18	01.19	01.20	01.21	01.22	01.23	01.24	01.25

SEAN DIVIDIDA DE UN GRUPO = 0.000001-01

SE LISTA IMPRIME LOS DATOS DE LOS PUNTOS DE MUESTREO EN UN VALOR DE 0.000001

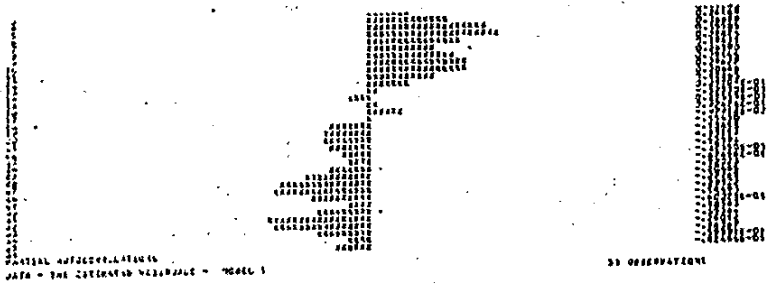
FORMA DE IMPRIMIR DATOS DE

GRUPO 01/01/1974 08:00:00 - 08:01:00

01.00 01.01 01.02 01.03 01.04 01.05 01.06 01.07 01.08 01.09 01.10 01.11 01.12 01.13 01.14 01.15 01.16 01.17 01.18 01.19 01.20 01.21 01.22 01.23 01.24 01.25

VALUES
01.00000

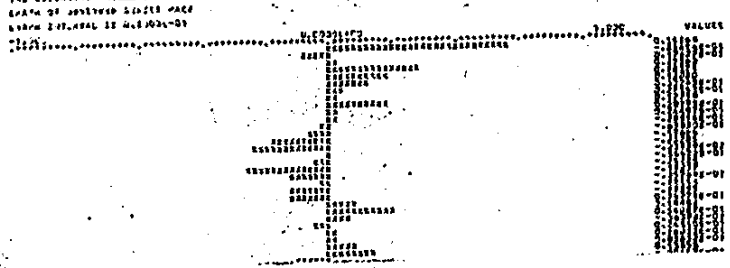
FIGURA IX (CONT.)



DATA = THE ESTIMATED VALUE OF MODEL 1

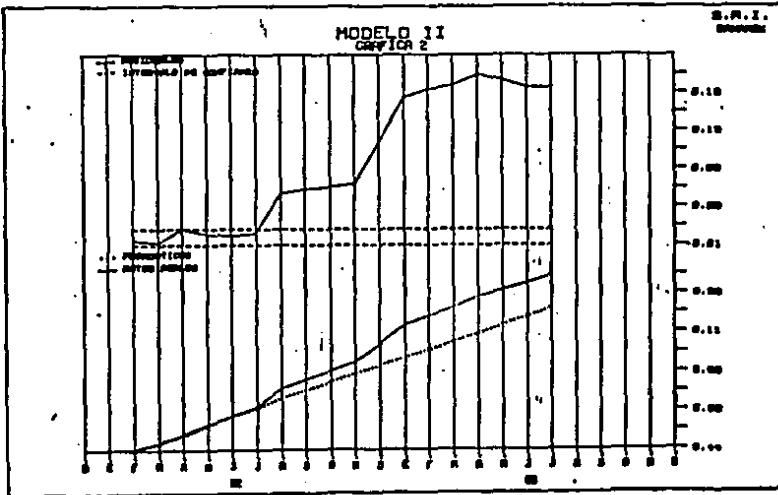
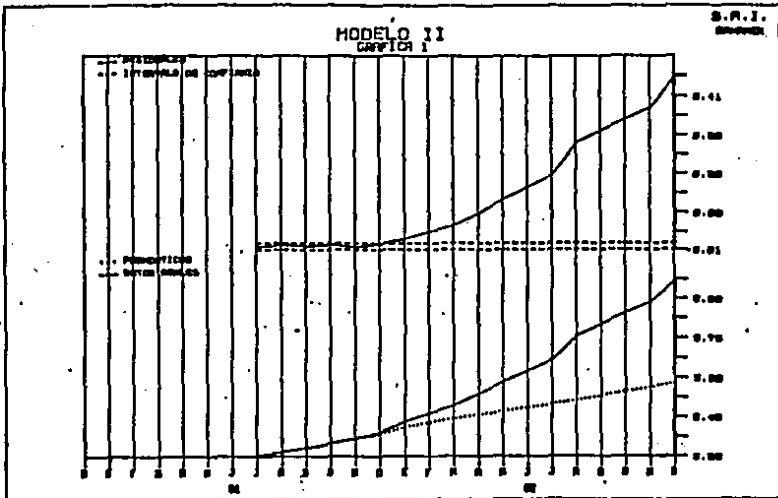
33 OBSERVATIONS

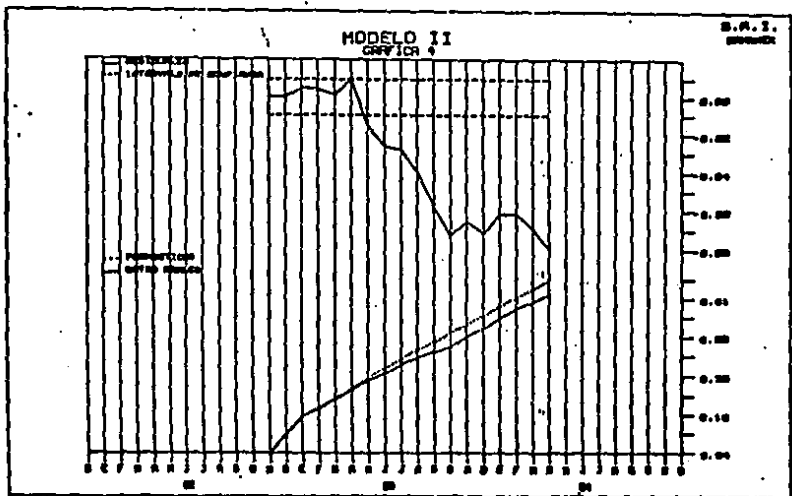
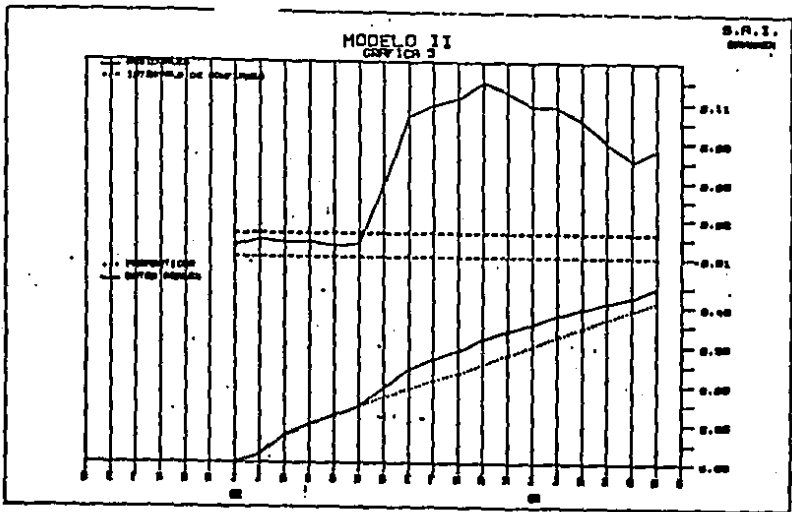
DATA	ESTIMATED	RESIDUAL	STANDARD	RESIDUAL	STANDARD	RESIDUAL	STANDARD	RESIDUAL	STANDARD	RESIDUAL	STANDARD
1	0.33	-0.39	0.02	3.27	0.11	0.17	0.01	0.01	0.11	0.01	-0.01
2	0.26	-0.11	-0.11	3.60	-0.01	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	0.07	0.00
3	0.11	-0.11	0.11	3.93	0.07	0.11	-0.11	-0.11	-0.11	0.01	-0.01

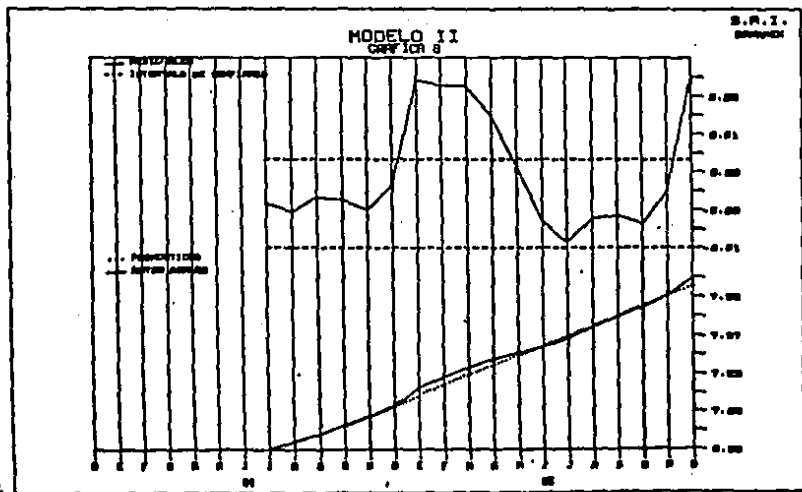
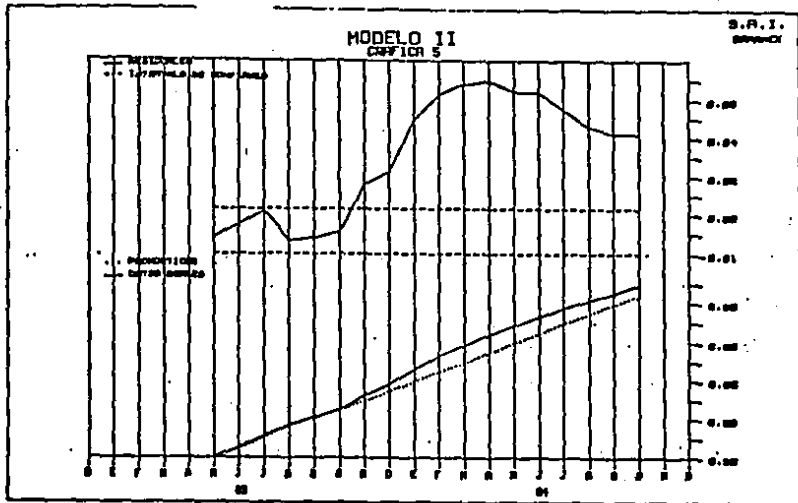


DATA = THE ESTIMATED VALUE OF MODEL 2

VALUES

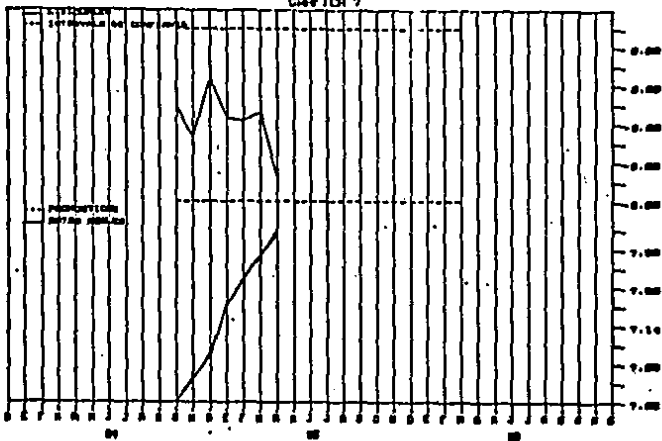


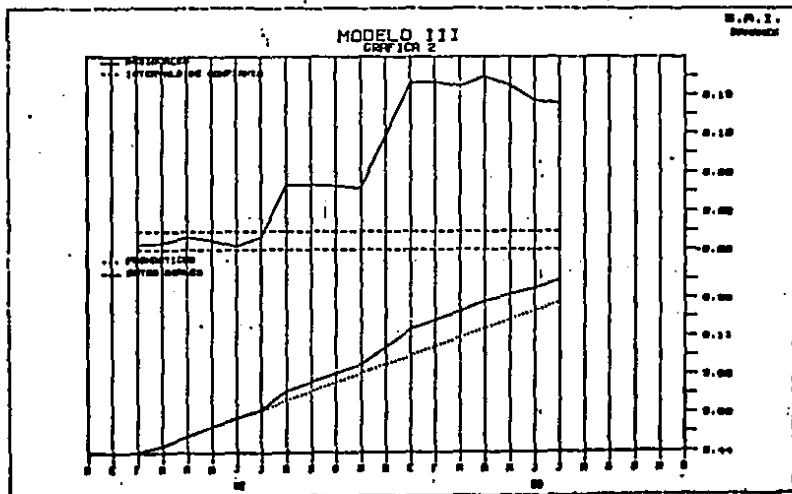
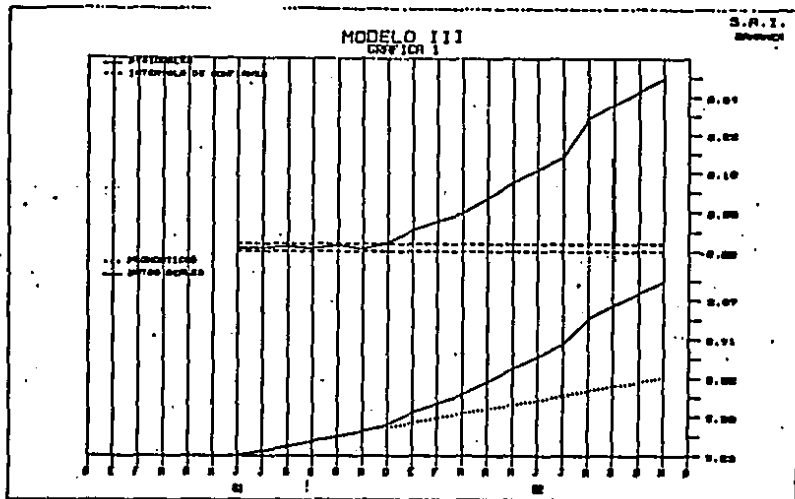


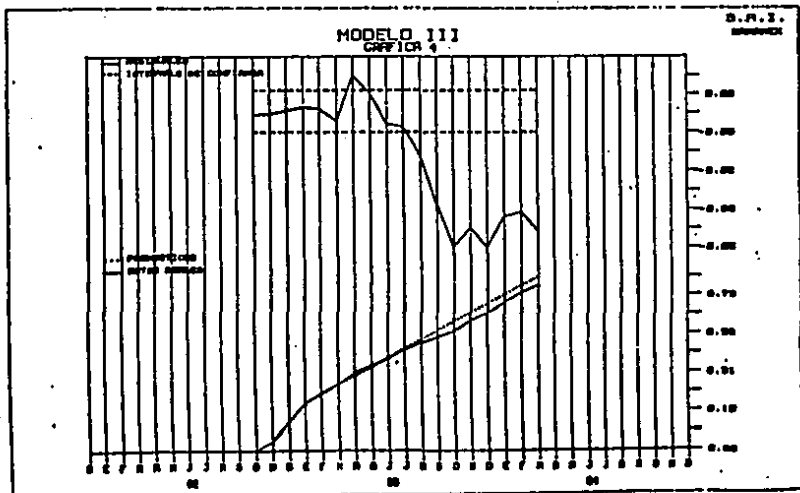
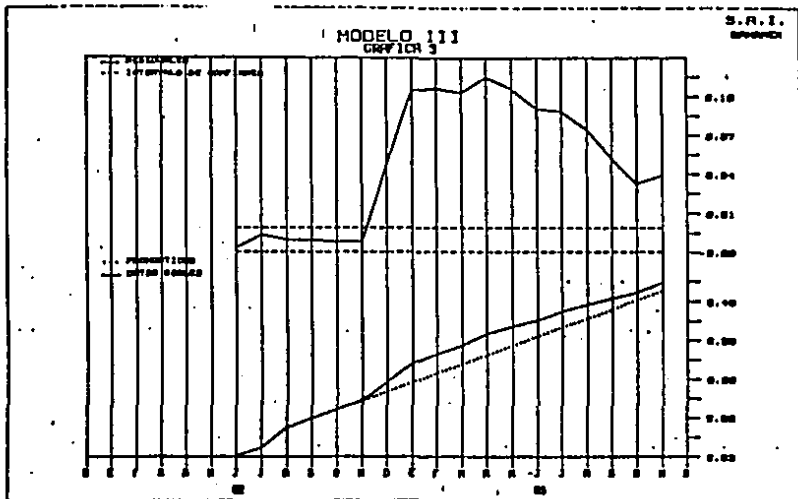


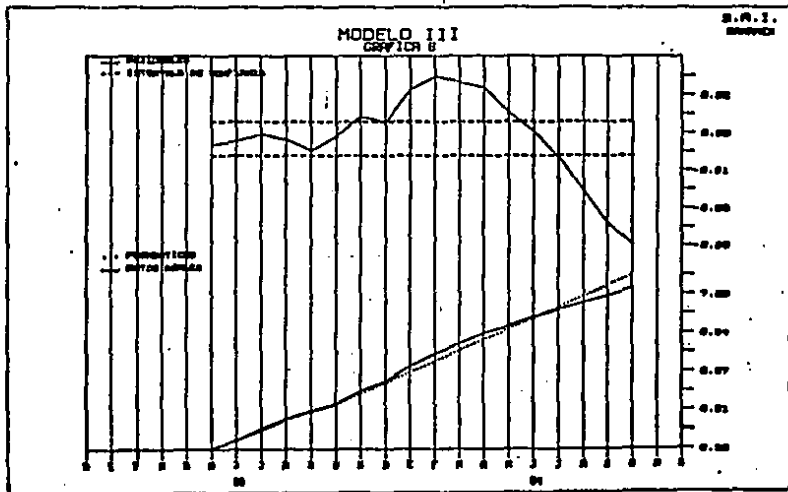
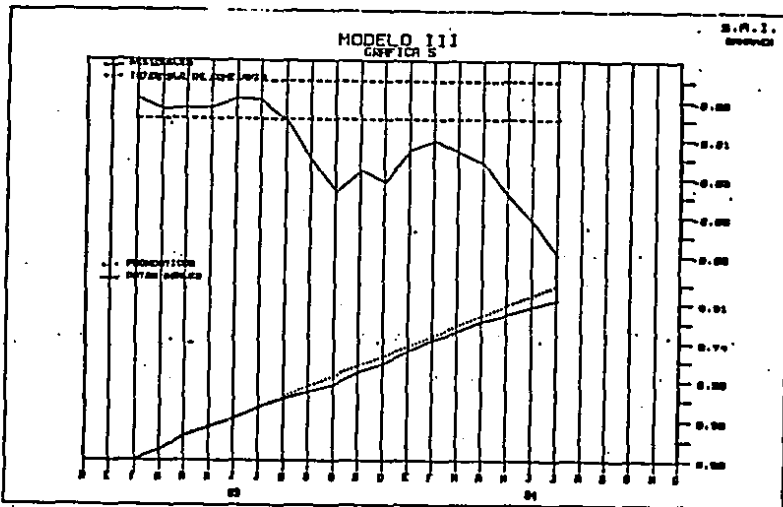
MODEL II
CARTER 7

S.P. 1-
8000000









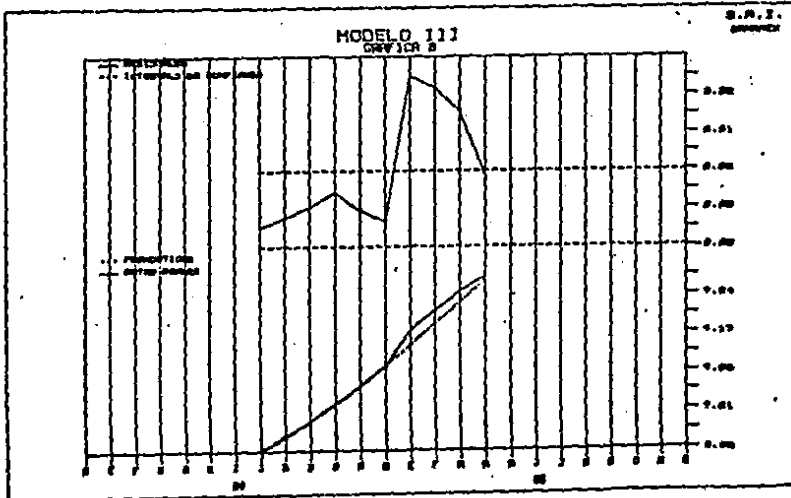
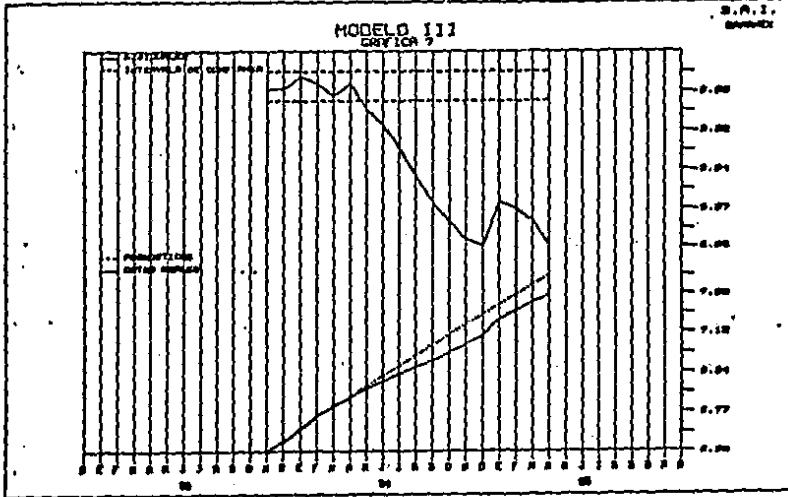
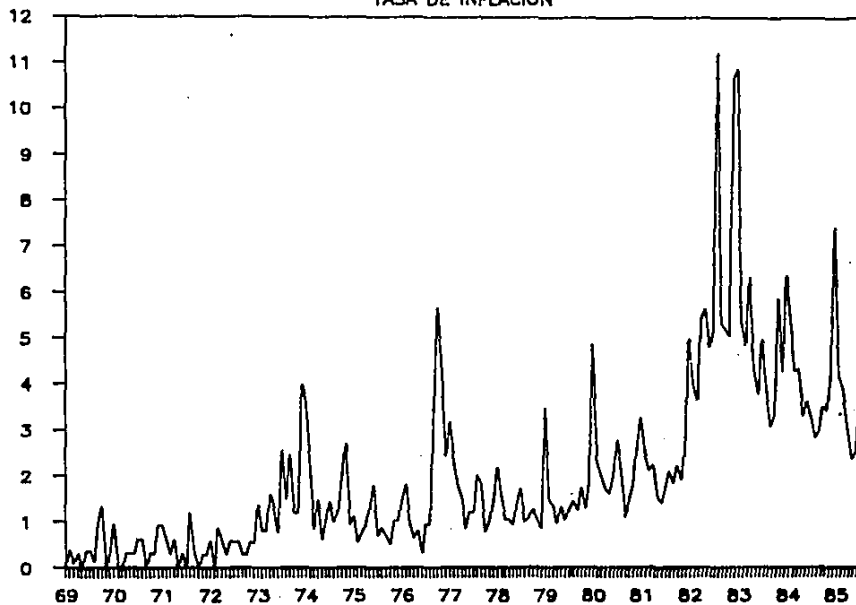


FIGURA XI

TASA DE INFLACION



CUADRO IV
INTERVENCIONES A PARTIR DE ENERO DE 1969.

FECHA	OBSERVACION No. MOD. I MOD. II	TIPO DE INTERVENCION	POSIBLE CAUSA
[Ene/73] 49		wo S	Aumento Salarial
[Abr/73] 52		wo S	
[Jul/73] 55		wo S	
[Sep/73] 57		wo S	Aumento Salarial
[Dic/73] 60		wo S	Cambio del tipo de gasolinas y aumento en sus precios
[Ene/74] 61		wo S	Aumento Salarial
[Feb/74] 62		wo S	
[Oct/74] 70		wo S	Aumento Salarial
[Nov/74] 71		wo S	
[Jun/75] 78		wo S	
[Feb/76] 86		wo S	Aumento Salarial de Enero
[Sep/76] 93		wo S	Devaluación del 31 de agosto
[Oct/76] 94		wo/(1-dB) S	Aumento Salarial
[Ene/77] 97		wo/(1-dB) S	Aumento Salarial
[Ago/77] 104		wo S	Aumento en el precio de la gasolina
[Sep/77] 105		wo S	Aumento en el precio de la gasolina
[Ene/78] 109		wo S	Aumento Salarial
[Ene/79] 121	25	wo S	Aumento Salarial
[Ene/80] 133	37	wo S	Aumento Salarial e institución del IVA
[Feb/80] 134	38	wo S	
[Jul/80] 139	43	wo S	Aumento en el precio de los alimentos, bebidas y tabaco
[Sep/80] 141	45	wo S	Aumento en el precio de los productos metálicos y otras manufacturas
[Dic/80] 144	48	wo S	Aumento en el precio de la gasolina del 21 de Noviembre
[Ene/81] 145	43	wo S	Aumento Salarial
[Dic/81] 156	60	wo S	Aumento en el precio de la gasolina del 22 de Diciembre
[Ene/82] 157	61	wo S	Aumento Salarial
[Feb/82] 158	62	wo/(1-B) S	Devaluación del Peso Mexicano
[Abr/82] 160	64	wo/(1-B) S	Aumento Salarial
[Agn/82] 164	68	wo S	Devaluación del Peso Mexicano y aumento en el precio de la gasolina el 21 de Agosto

CUADRO IV (CONT.)

Dic/82	168	72	wo S	Aumento generalizado en los precios por la eliminación de subsidios
Ene/83	169	73	wo S	Aumento Salarial y aumento del precio de la gasolina el 31 de Diciembre de 1982
Abr/83	172	76	wo P	Aumento en el precio de la gasolina y de artículos de consumo básico
Jun/83	174	78	wo S	Aumento Salarial
Ago/83	170	80	wo/(1-B) S	Nueva tasa de deslizamiento del Peso Mexicano
Nov/83	179	83	wo/(1-B) S	Aumento en el precio de la gasolina del 27 de Octubre
Dic/83	180	84	wo/(1-B) S	
Ene/84	181	85	wo/(1-dB) S	Aumento Salarial
May/84	185	89	wo P	Aumento en el precio de la gasolina del 13 de Abril
Dic/84	192	96	wo S	Nueva tasa de deslizamiento del Peso Mexicano
Ene/85	193	97	wo/(1-dB) S	Aumento Salarial, aumento en el precio de la gasolina el 4 de Enero y aumento en la tarifa de la energía eléctrica
May/85	197	101	wo/(1-B) S	
Jul/85	199	103		Devaluación de Peso Mexicano y Aumento Salarial

CUADRO V

MODELO I

OBSERVACION|FECHA| PRONOSTICO | INTERVALO DE CONFIANZA(95%)

199	Jul/85	1579.415	(1568.940, 1589.959)
200	Ago/85	1630.688	(1613.625, 1647.931)
201	Sep/85	1683.622	(1659.774, 1707.813)
202	Oct/85	1738.273	(1707.105, 1770.011)
203	Nov/85	1794.698	(1755.539, 1834.729)
204	Dic/85	1852.953	(1805.058, 1902.119)
205	Ene/86	1913.100	(1855.661, 1972.318)
206	Feb/86	1975.198	(1907.356, 2045.454)
207	Mar/86	2039.313	(1960.163, 2121.660)
208	Abr/86	2105.510	(2014.096, 2201.072)
209	May/86	2173.654	(2059.178, 2263.826)
210	Jun/86	2244.418	(2125.429, 2370.070)

MODELO II

OBSERVACION|FECHA| PRONOSTICO | INTERVALO DE CONFIANZA(95%)

103	Jul/85	1507.159	(1571.895, 1602.572)
104	Ago/85	1646.055	(1616.064, 1676.603)
105	Sep/85	1709.248	(1668.477, 1751.016)
106	Oct/85	1776.411	(1726.034, 1828.258)
107	Nov/85	1843.262	(1793.878, 1904.622)
108	Dic/85	1917.149	(1848.819, 1988.004)
109	Ene/86	1993.315	(1916.075, 2073.668)
110	Feb/86	2068.404	(1982.330, 2158.215)
111	Mar/86	2147.593	(2052.494, 2247.098)
112	Abr/86	2233.887	(2129.369, 2343.535)
113	May/86	2318.212	(2204.255, 2438.060)
114	Jun/86	2402.205	(2278.808, 2532.396)

CUADRO V (CONT.)

MODELO III			
OBSERVACION	FECHA	PRONOSTICO	INTERVALO DE CONFIANZA(95%)
103	Jul/85	1572.203	(1559.031, 1585.405)
104	Ago/85	1619.905	(1589.718, 1650.666)
105	Sep/85	1669.056	(1623.352, 1716.046)
106	Oct/85	1719.697	(1657.711, 1784.002)
107	Nov/85	1771.876	(1692.325, 1855.167)
108	Dic/85	1825.638	(1727.017, 1929.891)
109	Ene/86	1881.031	(1761.705, 2000.441)
110	Feb/86	1938.106	(1796.342, 2091.058)
111	Mar/86	1996.911	(1830.899, 2177.975)
112	Abr/86	2057.501	(1865.358, 2269.438)
113	May/86	2119.930	(1899.703, 2365.687)
114	Jun/86	2184.253	(1935.922, 2466.988)

APENDICE C

ESTIMACIONES DEL MODELO I

IDBS	PERIODO	MOD	PARAMS.	INTERVALO	CORR	IMEDIA	IOESV.	IQ, g. IAC	FRESIDUAL
155	Ene/58 - Nov/81	i	1= 0.940 2= -0.356	0.072 0.177	.008 .035		C.219E-36 0.454E-03	13.575 34 g.	12= -0.29 155= -0.132E-02 193= -0.156E-02 133= -0.149E-02
132	Ene/59 - Dic/79	j	1= 0.534 2= -0.341	0.095 0.145	.012 .037	2.1= -0.502	0.234E-06 0.413E-03	11.230 34 g.	12= -0.20 196= -0.985E-02 121= -0.123E-02
95	Ene/59 - Nov/76	h	1= 0.734	0.062	.025		0.792E-09 0.261E-04	24.624 35 g.	1= -0.28 111= -0.677E-04 32= -0.667E-04 55= -0.943E-04
32	Ene/69 - Ago/76	w	1= 0.523 2= 0.242	0.218 0.361E-01	.028 0.443	2.1= -0.696	0.334E-04 0.574E-02	15.940 34 g.	155= -0.163E-01 57= -0.124E-01 60= -0.255E-01 63= -0.121E-01 65= -0.116E-01
92	Ene/59 - Ago/76	lv	1= 0.679E-02 2= 0.101E-02 3= -0.139E-01 4= -0.108E-01 5= 0.280E-01 6= -0.231E-01 7= -0.121E-01 8= 0.297E-02 9= -0.310E-02 10= -0.184E-01 11= 0.342E-02 12= -0.972E-02 13= -0.248E-02 14= -0.350E-02	0.659E-03 0.518E-02 0.201E-01 0.170E-01 0.309E-01 0.339E-01 0.195E-01 0.225E-02 0.154E-01 0.239E-01 0.274E-02 0.171E-01 0.789E-02 0.116E-01	0.129E-01 0.720E-02 -0.780E-02 -0.471E-02 0.351E-01 -0.164E-01 -0.493E-02 0.100E-01 -0.124E-02 -0.927E-02 0.164E-01 -0.232E-02 -0.232E-02 0.289E-02 0.810E-03	5.6= -0.578 6.7= 0.578 11.12= -0.547	0.162E-04 0.414E-02	37.830 22 g.	1= -0.39 111= -0.131E-01 144= -0.409E-02 32= -0.117E-01 33= -0.647E-02
92	Ene/59 - Ago/76	v	1= 0.644E-02 2= 0.140E-01 3= -0.110E-01 4= 0.283E-01 5= -0.256E-01 6= -0.124E-01 7= 0.394E-02 8= -0.159E-01 9= 0.822E-02	0.608E-03 0.277E-02 0.172E-01 0.207E-01 0.207E-01 0.202E-01 0.179E-02 0.240E-01 0.209E-02	0.131E-01 0.202E-01 -0.427E-02 0.359E-01 -0.169E-01 -0.500E-02 0.381E-01 -0.375E-02 0.144E-01	4.5= -0.575 15.5= 0.575	0.194E-04 0.440E-02	36.232 27 g.	1= -0.37 1= -0.21 32= 0.117E-01
92	Ene/59 - Ago/76	w	1= 0.647 2= 0.101 3= 0.632E-02 4= 0.151E-01 5= -0.130E-01 6= 0.297E-01 7= -0.251E-01 8= -0.122E-01 9= 0.309E-02 10= -0.170E-01 11= 0.612E-02	0.424 -0.435E-01 0.479E-01 0.825E-02 0.219E-01 0.199E-01 0.215E-01 0.229E-01 0.193E-01 0.136E-02 0.242E-01 0.129E-02	.049 0.406 0.132E-01 0.219E-01 -0.611E-02 0.353E-01 -0.178E-01 -0.564E-02 0.162E-01 -0.432E-02 0.150E-01	1.2= -0.828	0.132E-04 0.365E-02	17.998 25 g.	10= 0.810E-02 32= 0.503E-02 51= 0.954E-02
92	Ene/59 - Ago/76	u	1= 0.796 2= 0.601E-02 3= 0.190E-01 4= -0.136E-01	0.648 0.343E-01 0.802E-01 0.238E-01	.046 0.130E-01 0.219E-01 -0.674E-02		0.134E-04 0.365E-02	20.064 26 g.	10= 0.322E-02 32= 0.667E-02 51= 0.955E-02 88= 0.600E-02

			113=	0.217E-01	0.421E-01	0.549E-01							
			114=	0.101E-01	-0.172E-01	-0.291E-02							
			115=	0.622	0.523	0.714							
			116=	0.659E-02	0.228E-02	0.149E-01							
			117=	0.707E-02	-0.134E-01	-0.177E-03							
			118=	0.986E-02	-0.161E-01	-0.295E-01							
			119=	0.219E-01	0.154E-01	0.193E-01							
			120=	0.308E-01	0.246E-01	0.372E-01							
			121=	0.505E-02	-0.110E-01	-0.806E-01							
			122=	0.890E-02	-0.152E-01	-0.252E-02							
			123=	0.639E-02	0.200E-02	0.123E-01							
			124=	0.682E-02	-0.869E-04	0.117E-01							
			125=	0.124E-01	-0.187E-01	-0.614E-02							
			126=	0.431E-02	-0.114E-01	0.740E-03							
			127=	0.277E-01	-0.345E-01	-0.209E-01							
			128=	0.163E-01	0.109E-01	0.222E-01							
			129=	0.131E-01	-0.185E-01	-0.769E-02							
			130=	0.556E-01	0.493E-01	0.420E-01							
			131=	0.508E-01	-0.570E-01	-0.442E-01							
			132=	0.522E-01	-0.587E-01	-0.464E-01							
			133=	0.927E-02	0.508E-02	0.134E-01							
			134=	0.137E-01	-0.207E-01	-0.749E-02							
			135=	0.135E-01	0.706E-02	0.200E-01							
			136=	0.218E-01	0.151E-01	0.284E-01							
			137=	0.198E-01	0.131E-01	0.266E-01							
178	Err/89 - Oct/93	m	11=	0.772	0.658	0.886	11.415=0.559	0.113E-04	0.336E-02	25.216	10=	0.927E-02	
			12=	0.637E-02	-0.773E-04	0.124E-01	128.29=0.569			1	12=	0.878E-02	
			13=	0.149E-01	0.825E-02	0.219E-01					49=	0.692E-02	
			14=	0.132E-01	-0.153E-01	-0.699E-02							
			15=	0.281E-01	0.216E-01	0.346E-01							
			16=	0.245E-01	-0.310E-01	-0.190E-01							
			17=	0.105E-01	-0.169E-01	-0.409E-02							
			18=	0.895E-02	0.261E-02	0.154E-01							
			19=	0.166E-01	-0.230E-01	-0.102E-01							
			110=	0.622E-02	0.105E-02	-0.146E-01							
			111=	0.827E-02	-0.149E-01	-0.163E-02							
			112=	0.247E-01	0.175E-01	0.310E-01							
			113=	0.462E-01	0.420E-01	0.544E-01							
			114=	0.979E-02	-0.170E-01	-0.232E-02							
			115=	0.821	0.828	0.714							
			116=	0.821E-02	0.151E-02	0.145E-01							
			117=	0.697E-02	-0.128E-01	-0.331E-03							
			118=	0.941E-02	-0.157E-01	-0.312E-02							
			119=	0.218E-01	0.195E-01	0.291E-01							
			120=	0.205E-01	0.242E-01	0.269E-01							
			121=	0.419E-02	-0.102E-01	0.181E-02							
			122=	0.826E-02	-0.149E-01	-0.200E-02							
			123=	0.605E-02	0.247E-01	0.123E-01							
			124=	0.472E-02	-0.121E-04	0.107E-01							
			125=	0.118E-01	-0.181E-01	-0.356E-01							
			126=	0.496E-02	-0.110E-01	0.185E-02							
			127=	0.282E-01	-0.250E-01	-0.214E-01							
			128=	0.173E-01	0.119E-01	0.230E-01							
			129=	0.139E-01	-0.154E-01	-0.655E-02							
			130=	0.554E-01	0.490E-01	0.618E-01							
			131=	0.507E-01	-0.571E-01	-0.445E-01							
			132=	0.524E-01	-0.890E-01	-0.462E-01							
			133=	0.876E-02	0.461E-02	0.130E-01							
			134=	0.116E-01	-0.160E-01	-0.527E-02							
			135=	0.154E-01	-0.203E-01	-0.105E-01							
187	Err/89 - Jul/84	m	11=	0.731	0.595	0.667	11.415=0.556	0.118E-04	0.343E-02	25=0.13	10=	0.898E-02	
			12=	0.576E-02	-0.627E-04	0.121E-01	116.37=0.531				12=	0.809E-02	

18	=	0 170E-01	=	0 216E-01	=	-0 105E-01
19	=	0 355E-02	=	0 151E-02	=	-0 294E-02
19	=	0 738E-02	=	-0 145E-01	=	-0 314E-02
19	=	0 248E-01	=	0 161E-01	=	0 215E-01
19	=	0 455E-01	=	0 422E-01	=	0 548E-01
19	=	0 125E-01	=	-0 180E-01	=	-0 307E-02
19	=	0 813	=	0 525	=	0 712
19	=	0 929E-02	=	0 275E-02	=	0 159E-03
19	=	0 677E-02	=	-0 137E-01	=	-0 152E-03
19	=	0 102E-01	=	-0 168E-02	=	-0 288E-02
19	=	0 223E-01	=	0 158E-01	=	0 238E-01
19	=	0 312E-01	=	0 247E-01	=	0 377E-01
19	=	0 625E-02	=	-0 122E-01	=	0 248E-02
19	=	0 955E-02	=	-0 165E-01	=	-0 295E-02
19	=	0 722E-02	=	0 207E-03	=	0 138E-01
19	=	0 712E-02	=	0 588E-03	=	0 137E-01
19	=	0 112E-01	=	-0 193E-01	=	-0 664E-02
19	=	0 795E-02	=	-0 144E-01	=	-0 648E-03
19	=	0 294E-01	=	-0 354E-01	=	-0 224E-01
19	=	0 181E-01	=	0 123E-01	=	0 240E-01
19	=	0 141E-01	=	-0 158E-01	=	-0 869E-02
19	=	0 595E-01	=	0 491E-01	=	0 622E-01
19	=	0 432E-01	=	-0 567E-01	=	-0 429E-01
19	=	0 826E-01	=	-0 532E-01	=	-0 461E-01
19	=	0 955E-02	=	0 826E-02	=	0 713E-01
19	=	0 132E-01	=	-0 199E-01	=	-0 660E-02
19	=	0 151E-01	=	-0 202E-01	=	-0 104E-01
19	=	0 214E-01	=	0 145E-01	=	0 203E-01
19	=	0 591E-02	=	-0 127E-01	=	0 941E-03
19	=	0 295E-01	=	-0 322E-01	=	-0 184E-01
19	=	0 148E-01	=	-0 212E-01	=	-0 800E-02
19	=	0 201E-01	=	-0 415E-02	=	0 131E-02
19	=	0 295E-01	=	0 297E-02	=	0 483E-01

195	Enr/69 - Abr/85	11 = 0 759	10 641	0 876	11415=0 582	0 116E-04	0 241E-02	19=0 13	18=0 914E-02
		12 = 0 648E-02	10 650E-04	0 136E-01	13128=0 522			17=0 12	12=0 887E-02
		13 = 0 145E-01	-0 212E-01	-0 895E-02	11637=0 634			16=0 11	49=0 891E-02
		14 = 0 131E-01	-0 198E-01	-0 897E-02					
		15 = 0 237E-01	0 216E-01	0 347E-01					
		16 = 0 246E-01	-0 311E-01	-0 181E-01					
		17 = 0 107E-01	-0 172E-01	-0 423E-02					
		18 = 0 921E-02	0 278E-02	0 151E-01					
		19 = 0 167E-01	-0 231E-01	-0 103E-01					
		10=0 647E-02	-0 151E-01	-0 226E-02					
		11 = 0 865E-02	-0 151E-01	-0 224E-02					
		12 = 0 246E-01	0 180E-01	0 311E-01					
		13 = 0 484E-01	0 421E-01	0 347E-01					
		14 = 0 102E-01	-0 175E-01	-0 294E-02					
		15 = 0 620	0 629	0 712					
		16 = 0 825E-02	0 242E-02	0 153E-01					
		17 = 0 738E-02	-0 138E-01	-0 398E-02					
		18 = 0 990	-0 163E-01	-0 352E-02					
		19 = 0 225E-01	0 157E-01	0 284E-01					
		19 = 0 308E-01	0 248E-01	0 373E-01					
		127 = 0 557E-02	-0 118E-01	0 721E-03					
		122 = 0 898E-02	-0 154E-01	-0 299E-02					
		123 = 0 697E-02	0 284E-03	0 134E-01					
		124 = 0 643E-02	0 109E-03	0 128E-01					
		125 = 0 127E-01	-0 192E-01	-0 8E-02					
		13 = 0 674E-02	-0 134E-01	-0 892E-04					
		127 = 0 289E-01	-0 359E-01	-0 218E-01					
		128 = 0 178E-01	0 118E-01	0 237E-01					
		129 = 0 149E-01	-0 188E-01	-0 877E-02					
		130 = 0 555E-01	0 490E-01	0 619E-01					

17	=	0.110E-01	1-0.174E-01	-0.449E-02
18	=	0.952E-02	1-0.207E-02	0.163E-01
19	=	0.163E-01	1-0.274E-01	-0.105E-01
170	=	0.894E-02	1-0.153E-01	-0.229E-02
171	=	0.995E-02	1-0.192E-01	-0.253E-02
172	=	0.244E-01	1-0.187E-01	0.319E-01
173	=	0.485E-01	1-0.423E-01	0.543E-01
174	=	0.105E-01	1-0.179E-01	-0.218E-02
175	=	0.829	1-0.527	0.713
176	=	0.324E-02	1-0.278E-02	0.198E-01
177	=	0.749E-02	1-0.144E-01	-0.143E-02
178	=	0.104E-01	1-0.165E-01	-0.287E-02
179	=	0.222E-01	1-0.155E-01	0.286E-01
120	=	0.212E-01	1-0.248E-01	0.277E-01
217	=	0.642E-02	1-0.128E-01	0.587E-04
227	=	0.963E-02	1-0.161E-01	-0.219E-02
231	=	0.222E-02	1-0.876E-01	0.128E-01
234	=	0.212E-02	1-0.631E-03	0.129E-01
254	=	0.132E-01	1-0.196E-01	-0.678E-02
266	=	0.789E-02	1-0.145E-01	-0.871E-02
277	=	0.299E-01	1-0.265E-01	-0.226E-01
228	=	0.192E-01	1-0.124E-01	0.242E-01
233	=	0.141E-01	1-0.197E-01	-0.291E-02
110	=	0.555E-01	1-0.491E-01	0.620E-01
131	=	-0.509E-01	1-0.374E-01	-0.445E-01
132	=	0.527E-01	1-0.592E-01	-0.462E-01
133	=	0.258E-02	1-0.530E-02	0.126E-01
134	=	0.432E-02	1-0.434E-02	0.444E-02
135	=	0.132E-01	1-0.290E-01	-0.665E-02
136	=	0.182E-01	1-0.214E-01	-0.112E-01
137	=	0.245E-01	1-0.167E-01	0.224E-01
176	=	0.216E-01	1-0.142E-01	0.232E-01
133	=	0.267E-01	1-0.198E-01	0.238E-01
140	=	0.856	1-0.369	0.747
141	=	0.314E-02	1-0.241E-02	0.153E-01
142	=	0.365E-01	1-0.432E-01	-0.297E-01
143	=	0.264	1-0.921E-01	0.449
144	=	-0.881E-02	1-0.180E-01	-0.259E-02

ESTIMACIONES DEL MODELO II

OBS	PERIODO	MOD	PARAMS.	INTERVALO	CORR.	IMEDIA	IDESV.	Q. g	IAC	IFESDUAL
60	Ene/77 - Dic/81	i	11 = -0.482 12 = 0.715	-0.754 0.914 -0.209 0.816		0.387E-04	0.612E-02	25 g1 34 g1		125 = 0.184E-01 137 = 0.231E-01
60	Ene/77 - Dic/81	ii	11 = -0.714 12 = 0.666	-0.980 0.931 -0.441 -0.441		0.980E-04	0.933E-02	18.727 34 g1		11 = -0.25 125 = 0.201E-01 12 = 0.25 137 = 0.233E-01 14 = 0.25
60	Ene/77 - Dic/81	iii	11 = 0.172E-01 12 = -0.383 13 = -0.554	0.143E-01 0.634 0.816 0.201E-01 -0.133 -0.293		0.325E-04	0.570E-02	119.667 33 g1		125 = 0.161E-01 137 = 0.199E-01
60	Ene/77 - Dic/81	iv	11 = 0.176E-01 12 = -0.419 13 = -0.646 14 = 0.192E-01 15 = 0.114E-01	0.150E-01 -0.727 -0.890 0.570E-02 0.722E-02 0.202E-01 -0.112 -0.407 0.149E-01 0.195E-01		0.234E-04	0.464E-02	121.964 31 g1		120 = 0.986E-02 137 = 0.122E-01
67	Ene/77 - Jul/82	v	11 = 0.177E-01 12 = -0.339 13 = -0.620 14 = 0.192E-01 15 = 0.117E-01 16 = 0.278E-01	0.150E-01 -0.703 -0.843 0.561E-02 0.595E-02 0.204E-01 -0.873E-01 -0.417 0.151E-01 0.195E-01 0.333E-01		0.255E-04	0.508E-02	115.298 30 g1		137 = 0.127E-01 164 = 0.107E-01
71	Ene/77 - Nov/82	vi	11 = 0.177E-01 12 = -0.498 13 = -0.821 14 = 0.193E-01 15 = 0.111E-01 16 = 0.291E-01 17 = 0.537E-01	0.151E-01 -0.703 -0.820 0.561E-02 0.595E-02 0.241E-01 0.497E-01 0.204E-01 -0.113 -0.412 0.151E-01 0.195E-01 0.616E-01		0.246E-04	0.435E-02	115.681 29 g1		137 = 0.127E-01
76	Ene/77 - Abr/83	vii	11 = 0.181E-01 12 = -0.393 13 = -0.620 14 = 0.103E-01 15 = 0.110E-01 16 = 0.305E-01 17 = 0.534E-01 18 = 0.433E-01 19 = 0.508E-01	0.153E-01 -0.680 -0.820 0.555E-02 0.656E-02 0.232E-01 0.461E-01 0.281E-01 -0.611E-01 0.509E-01 0.509E-01 0.509E-01 0.509E-01 0.509E-01 0.509E-01 0.509E-01 0.509E-01 0.509E-01 0.509E-01		0.262E-04	0.512E-02	114.332 27 g1		137 = 0.136E-01 176 = 0.110E-01
72	Ene/77 - Oct/83	viii	11 = 0.181E-01 12 = -0.440 13 = -0.814 14 = 0.101E-01 15 = 0.110E-01 16 = 0.303E-01 17 = 0.540E-01 18 = 0.495E-01 19 = 0.508E-01 20 = -0.131	0.157E-01 -0.702 -0.821 0.537E-02 0.657E-02 0.256E-01 0.463E-01 0.397E-01 0.412E-01 -0.647E-02 0.202E-01 -0.178 -0.428 0.149E-01 0.195E-01 0.166E-01 0.602E-01 0.602E-01 -0.647E-02		0.263E-04	0.512E-02	111.752 26 g1		137 = 0.124E-01 176 = 0.104E-01
96	Ene/77 - Dic/84	ix	11 = 0.176E-01 12 = -0.490 13 = -0.413 14 = 0.947E-02 15 = 0.115E-01	0.148E-01 -0.701 -0.627 0.286E-02 0.496E-02 0.205E-01 -0.138 0.162E-01 0.183E-01		0.268E-04	0.606E-02	118.115 25 g1	12 = 0.22	137 = 0.136E-01 199 = 0.190E-01

112	-0.118E-01	1-0.241E-01	-0.354E-02
113	-0.109E-01	1-0.193E-01	-0.191E-02
114	0.649	1-0.110	0.141E+01
115	0.282E-01	1-0.192E-01	0.292E-01
116	-0.161E-01	1-0.179E-01	-0.272E-02

ESTIMACIONES DEL MODELO III

ICBS	PERIODO	MOD	PARAMS	INTERVALO	ICORR	MEGA	DESY	IQ. g l	AC	RESIDUAL
60	ENE/77 - Dic/81	i	1= 0.342E-01 2= 0.474E-01	0.184E-01, 0.682E-01 0.813E-01, -0.134E-01		0.230E-03	0.170E-01	179.830 1.34 g l	1= 0.41 2= 0.35	43= 0.274E-01 49= 0.321E-01 60= 0.266E-01
60	ENE/77 - Dic/81	ii	1= 0.181E-01 2= 0.181E-01 3= 0.312E-01	0.147E-01, 0.176E-01 0.711E-02, 0.232E-03 -0.422E-01, -0.204E-01		0.293E-04	0.542E-02	102.770 33 g l	1= 0.55 2= 0.37 3= 0.35	43= 0.113E-01 49= 0.159E-01
60	ENE/77 - Dic/81	iii	1= 0.227E-01 2= 0.252E-01	0.161E-01, 0.294E-01 -0.202E-01		0.221E-04	0.470E-02	34.400 1.34 g l	2= 0.28 3= 0.25	9= 0.102E-01 41= 0.977E-03
60	ENE/77 - Dic/81	iv	1= 0.359 2= 0.383	0.116, 0.683 -0.957E-01, 0.472		0.195E-04	0.441E-02	17.670 32 g l		60= 0.834E-02
			3= 0.226E-01 4= 0.255E-01	0.158E-01, 0.287E-01 -0.319E-01, -0.150E-01						
60	ENE/77 - Dic/81	v	1= 0.476 2= 0.241e-01 3= 0.241e-01	0.196, 0.756 0.185e-01, 0.297e-01 -0.295e-01, -0.183e-01		0.195e-04	0.441e-02	118.200 33 g l		8= 0.899e-02 60= 0.995e-02
55	ENE/77 - Nov/81	v	1= 0.545 2= 0.244E-01 3= 0.237E-01	0.289, 0.801 0.152E-01, 0.296E-01 -0.296E-01, -0.163E-01		0.172E-04	0.423E-02	18.282 33 g l		5= 0.914E-02 8= 0.504E-02 48= 0.875E-02
55	ENE/77 - Nov/81	vi	1= 0.555 2= 0.244E-01 3= 0.236E-01	0.297, 0.812 0.193E-01, 0.232E-01 -0.232E-01, -0.183E-01		0.182E-04	0.426E-02	19.981 32 g l		5= 0.919E-02 8= 0.504E-02
			4= 0.131E-02	-0.407E-02, 0.670E-02						
67	ENE/77 - Jul/82	vii	1= 0.533 2= 0.246E-01 3= 0.234E-01 4= 0.651E-02 5= 0.252E-01	0.243, 0.844 0.194E-01, 0.296E-01 -0.287E-01, -0.181E-01 -0.143E-01, 0.131E-02 0.147E-01, 0.357E-01	49= 0.704	0.186E-04	0.432E-02	118.039 30 g l		5= 0.840E-02 6= 0.904E-02 48= 0.872E-02
			6= 0.332E-02	-0.174E-01, -0.124E-02						
67	ENE/77 - Jul/82	viii	1= 0.562 2= 0.245E-01 3= 0.236E-01 4= 0.189E-01 5= 0.115E-01	0.245, 0.799 0.193E-01, 0.295E-01 -0.286E-01, -0.183E-01 0.112E-01, 0.262E-01 -0.192E-01, 0.268E-02		0.192E-04	0.440E-02	16.651 31 g l		5= 0.922E-02 8= 0.905E-02 48= 0.874E-02 60= 0.104E-01
71	ENE/77 - Nov/82	ix	1= 0.560 2= 0.245E-01 3= 0.236E-01 4= 0.189E-01 5= 0.114E-01	0.237, 0.793 0.192E-01, 0.294E-01 -0.286E-01, -0.183E-01 0.114E-01, 0.262E-01 -0.189E-01, -0.190E-02		0.185E-04	0.430E-02	17.808 30 g l		5= 0.922E-02 8= 0.905E-02 48= 0.874E-02 60= 0.104E-01

			17=0.520E-01	18.418E-01	0.603E-01				
			18=0.177E-01	10.105E-01	0.241E-01				
			19=0.960E-02	10.112E-02	0.189E-01				
			110=-0.982E-02	-0.184E-01	-0.981E-03				
			111=0.217E-01	10.129E-01	0.303E-01				
			112=-0.445E-02	-0.101E-01	0.120E-02				
			113=-0.174E-01	-0.279E-01	-0.636E-02				
			114=0.171	-0.266	0.603				
90	Ene77 - Jun74	vr	1=0.523	0.293	0.763	0.191E-04	0.437E-02	26.685	1=0.21
			2=0.243E-01	0.183E-01	0.294E-01			23 g1	5=0.903E-02
			3=0.238E-01	-0.294E-01	-0.163E-01				8=0.907E-02
			4=0.194E-01	0.116E-01	0.271E-01				48=0.878E-02
			5=-0.152E-01	-0.187E-01	-0.431E-02				60=0.102E-01
			6=0.573E-01	0.473E-01	0.589E-01				
			7=0.521E-01	0.446E-01	0.600E-01				
			8=0.189E-01	0.127E-01	0.251E-01				
			9=0.753E-02	0.954E-03	0.141E-01				
			10=-0.116E-01	-0.207E-01	-0.252E-02				
			11=0.232E-01	0.142E-01	0.324E-01				
			112=-0.224E-02	-0.312E-01	-0.137E-02				
			113=0.583	10.365	0.814				
90	Ene77 - Jun74	vr	1=0.570	0.349	0.731	0.176E-04	0.450E-02	25.819	1=0.21
			2=0.249E-01	0.195E-01	0.295E-01			22 g1	5=0.880E-02
			3=-0.235E-01	-0.295E-01	-0.184E-01				8=0.907E-02
			4=0.198E-01	0.119E-01	0.261E-01				48=0.873E-02
			5=-0.112E-01	-0.195E-01	-0.405E-02				60=0.105E-01
			6=0.521E-01	0.476E-01	0.580E-01				
			7=0.521E-01	0.446E-01	0.595E-01				
			8=0.180E-01	0.120E-01	0.241E-01				
			9=0.683E-02	0.277E-02	0.131E-01				
			10=-0.978E-02	-0.176E-01	-0.190E-02				
			11=0.212E-01	0.131E-01	0.297E-01				
			112=-0.212E-01	-0.295E-01	-0.137E-01				
			113=0.968E-02	10.224E-02	0.171E-01				
			114=0.462	10.200	0.734				
55	Ene77 - Nov74	vr	1=0.550	0.343	0.739	0.175E-04	0.418E-02	25.432	1=0.21
			2=0.245E-01	0.195E-01	0.295E-01			20 g1	5=0.904E-02
			3=-0.234E-01	-0.295E-01	-0.183E-01				8=0.905E-02
			4=0.187E-01	0.112E-01	0.265E-01				48=0.873E-02
			5=-0.115E-01	-0.195E-01	-0.400E-02				60=0.104E-01
			6=0.525E-01	0.472E-01	0.578E-01				
			7=0.520E-01	0.445E-01	0.595E-01				
			8=0.177E-01	0.117E-01	0.238E-01				
			9=0.651E-02	0.153E-03	0.123E-01				
			10=-0.100E-01	-0.179E-01	-0.220E-02				
			11=0.215E-01	0.136E-01	0.295E-01				
			112=-0.218E-01	-0.291E-01	-0.141E-01				
			113=0.959E-02	10.223E-02	0.163E-01				
			114=0.461	10.223	0.733				
			115=-0.246E-02	-0.317E-02	0.421E-02				
			116=-0.141E-02	-0.635E-02	-0.405E-02				
95	Ene77 - Nov74	vr	1=0.580	0.376	0.730	0.172E-04	0.414E-02	24.248	1=0.21
			2=0.246E-01	0.197E-01	0.295E-01			22 g1	5=0.835E-02
			3=-0.234E-01	-0.294E-01	-0.165E-01				8=0.905E-02
			4=0.187E-01	0.112E-01	0.257E-01				48=0.873E-02
			5=-0.114E-01	-0.195E-01	-0.419E-02				60=0.106E-01
			6=0.528E-01	0.477E-01	0.579E-01				
			7=0.523E-01	0.447E-01	0.599E-01				
			8=0.185E-01	0.125E-01	0.247E-01				
			9=0.680E-02	0.657E-03	0.129E-01				

			110=-0.119E-01	10.111E-01	-0.327E-02				
			111=-0.222E-01	10.141E-01	-0.303E-01				
			112=-0.222E-01	10.327E-01	-0.144E-01				
			113=-0.103E-01	10.429E-02	0.163E-01				
			114=0.254	10.358	0.770				
100	1	Enr/77 - Ab/185	11=0.514	10.316	0.752	16.14=0.6351	0.192E-04	0.439E-02	29.626
			12=-0.241E-01	10.187E-01	-0.299E-01	16.15=-0.590		78 g/l	
			13=-0.218E-01	10.239E-01	-0.183E-01				5=-0.904E-02
			14=0.191E-01	10.112E-01	0.266E-01				6=-0.903E-02
			15=-0.114E-01	10.191E-01	-0.375E-02				48=0.875E-02
			16=0.526E-01	10.470E-01	0.583E-01				60=0.103E-01
			17=0.530E-01	10.442E-01	0.596E-01				
			18=0.127E-01	10.112E-01	0.240E-01				
			19=0.714E-02	10.454E-03	0.142E-01				
			110=-0.795E-02	10.152E-01	0.493E-03				
			111=-0.173E-01	10.196E-01	-0.249E-01				
			112=-0.135E-01	10.204E-01	-0.663E-02				
			113=0.150E-02	10.560E-03	0.150E-01				
			114=0.271E-02	10.154E-01	0.311E-01				
			115=-0.689E-02	10.197E-02	0.154E-01				
			116=-0.240E-01	10.427E-01	-0.252E-01				
100	1	Enr/77 - Abr/85	11=0.505	10.467	0.808	0.179E-04	0.423E-02	26.623	5=-0.907E-02
			12=0.247E-01	10.139E-01	0.296E-01			21 g/l	6=-0.905E-02
			13=-0.222E-01	10.232E-01	-0.183E-01				48=0.872E-02
			14=0.185E-01	10.115E-01	0.255E-01				60=0.102E-01
			15=-0.112E-01	10.181E-01	-0.413E-02				96=0.900E-02
			16=0.228E-01	10.476E-01	0.579E-01				
			17=0.522E-01	10.444E-01	0.652E-01				
			18=0.181E-01	10.119E-01	0.242E-01				
			19=0.641E-02	10.123E-03	0.130E-01				
			110=-0.104E-01	10.182E-01	-0.264E-02				
			111=0.216E-01	10.135E-01	0.299E-01				
			112=-0.218E-01	10.294E-01	-0.141E-01				
			113=0.110E-01	10.426E-02	0.172E-01				
			114=0.331	10.310	0.752				
			115=0.242E-01	10.229E-01	0.339E-01				
102	1	Enr/77 - Jun/85	11=0.517	10.298	0.787	0.185E-04	0.430E-02	20.497	5=-0.909E-02
			12=-0.246E-01	10.195E-01	0.291E-01			21 g/l	6=-0.905E-02
			13=-0.219E-01	10.281E-01	-0.183E-01				48=0.872E-02
			14=0.180E-01	10.114E-01	0.261E-01				60=0.105E-01
			15=-0.111E-01	10.185E-01	-0.375E-02				96=0.893E-02
			16=0.528E-01	10.475E-01	0.581E-01				
			17=0.522E-01	10.444E-01	0.640E-01				
			18=0.181E-01	10.120E-01	0.242E-01				
			19=0.645E-02	10.209E-03	0.131E-01				
			110=-0.102E-01	10.182E-01	-0.225E-02				
			111=0.218E-01	10.134E-01	0.292E-01				
			112=-0.219E-01	10.293E-01	-0.133E-01				
			113=0.106E-01	10.437E-02	0.173E-01				
			114=0.541	10.313	0.748				
			115=0.280E-01	10.224E-01	0.332E-01				
			116=-0.151E-01	10.358E-01	0.334E-02				

12- 24	0.01	-0.10	0.07	0.04	-0.19	0.07	-0.10	0.04	-0.08	-0.05	0.14	-0.11
ST.E.	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13
25- 34	0.11	-0.12	0.02	0.02	0.00	0.05	-0.04	0.02	0.00	-0.05	-0.01	0.09
ST.E.	0.13	0.13	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14

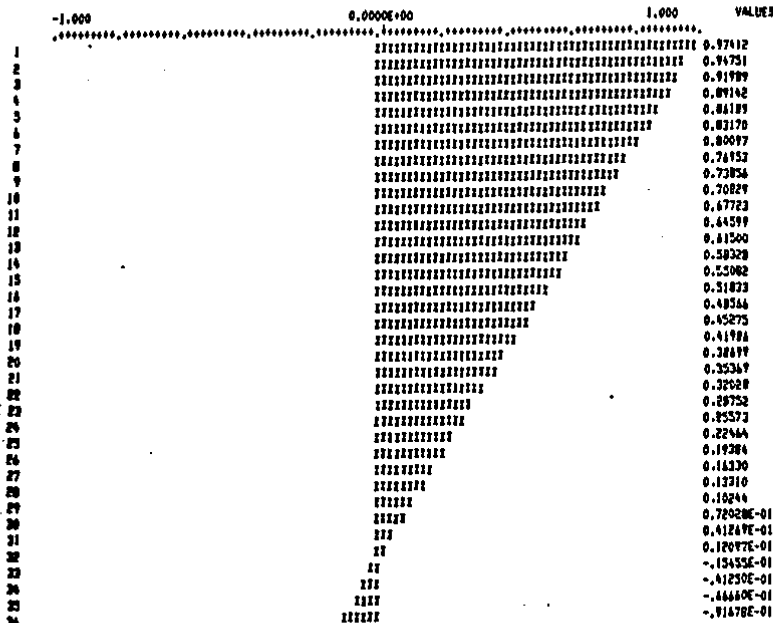
C - 20

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = 0.63323

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE 30.72183 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 36 DEGREES OF FREEDOM IPC 1949

GRAPH OF OBSERVED SERIES AC

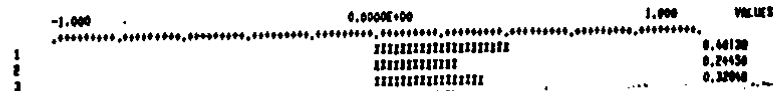
GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01



IPC 1949

GRAPH OF DIFFERENCE 1 AC

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01



5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36

Line	Code	Value
5	0000000000	0.18760
6	0000000000	0.18443
7	0000000000	0.20727
8	0000000000	0.15492
9	0000000000	0.12740
10	0000000000	0.97858E-01
11	0000000000	0.68448E-01
12	0000000000	0.51642E-01
13	0000000000	0.32028E-02
14	X	-6.8121E-01
15	X	0.29717E-02
16	X	-0.13498E-01
17	XX	-0.10094
18	XXXX	-0.09395E-01
19	XXXX	-0.17433
20	XXXXXXXX	-0.15299
21	XXXXXXXX	-0.22279
22	XXXXXXXXXX	-0.18924
23	XXXXXXXX	-0.10121
24	XXXXXXXX	-0.28412
25	XXXXXXXX	-0.14548
26	XXXXXXXXXX	-0.23178
27	XXXXXXXX	-0.17254
28	XXXXXXXX	-0.14343
29	XXXXXXXX	-0.12450
30	XXXXXXXX	-0.21471
31	XXXXXXXX	-0.14931
32	XXXXXXXX	-0.12189
33	XXXXXXXX	-0.10974
34	XXXXXXXX	-0.12345
35	XXXX	-0.3317E-01
36	XX	-0.12120E-01

C-21

IPC 1949

GRAPH OF DIFFERENCE & ACF

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01

Line	Code	Value
1	0.0000E+00	-1.000
2	0.0000E+00	0.0000E+00
3	0.0000E+00	0.0000E+00
4	0.0000E+00	0.0000E+00
5	0.0000E+00	0.0000E+00
6	0.0000E+00	0.0000E+00
7	0.0000E+00	0.0000E+00
8	0.0000E+00	0.0000E+00
9	0.0000E+00	0.0000E+00
10	0.0000E+00	0.0000E+00
11	0.0000E+00	0.0000E+00
12	0.0000E+00	0.0000E+00
13	0.0000E+00	0.0000E+00
14	0.0000E+00	0.0000E+00
15	0.0000E+00	0.0000E+00
16	0.0000E+00	0.0000E+00
17	0.0000E+00	0.0000E+00
18	0.0000E+00	0.0000E+00
19	0.0000E+00	0.0000E+00
20	0.0000E+00	0.0000E+00
21	0.0000E+00	0.0000E+00
22	0.0000E+00	0.0000E+00
23	0.0000E+00	0.0000E+00
24	0.0000E+00	0.0000E+00
25	0.0000E+00	0.0000E+00

27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 PARTIAL AUTOCORRELATIONS

11
 11
 1
 111
 11
 1
 111
 11
 11
 1111

0.11962E-01
 0.15402E-01
 0.40377E-02
 0.49314E-01
 -0.44306E-01
 0.16128E-01
 0.31851E-02
 -0.45627E-01
 -0.13627E-01
 0.05893E-01

DATA - IPC 1969

92 OBSERVATIONS

DIFFERENCING - ORIGINAL SERIES IS YOUR DATA.

DIFFERENCES BELOW ARE OF ORDER 1

YOUR DATA TRANSFORMED DATA = (ZT1)* 0.000001000E+00000001

ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = 0.87732E-03
 ST. DEV. OF SERIES = 0.20490E-03
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 92

1-12	0.97	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.01	-0.00	-0.03	-0.02
13-24	-0.01	-0.02	-0.03	-0.02	-0.02	-0.03	-0.02	-0.02	-0.03	-0.03	-0.01	-0.01
25-36	-0.01	-0.02	-0.02	-0.02	-0.04	-0.02	-0.04	0.00	0.00	0.01	-0.02	-0.02

DIFFERENCE 1

MEAN OF THE SERIES = -0.94310E-05
 ST. DEV. OF SERIES = 0.79577E-05
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 91

1-12	0.40	0.10	0.24	0.03	0.05	0.03	0.09	0.00	0.01	-0.03	-0.02	-0.02
13-24	-0.06	-0.10	0.04	-0.02	-0.08	-0.03	-0.15	-0.00	-0.14	0.01	0.04	-0.07
25-36	0.02	-0.13	0.05	-0.01	0.07	-0.01	-0.06	-0.01	-0.03	-0.02	0.01	0.07

DIFFERENCE 2

MEAN OF THE SERIES = 0.36646E-07
 ST. DEV. OF SERIES = 0.87770E-05
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 90

1-12	-0.37	-0.40	-0.15	-0.14	-0.11	-0.15	-0.05	-0.05	-0.01	-0.03	-0.03	0.00
13-24	0.04	-0.10	-0.04	0.02	-0.03	0.09	-0.07	0.07	-0.07	-0.11	0.01	-0.09
25-36	0.09	-0.11	-0.04	-0.12	-0.04	0.03	-0.02	0.02	-0.00	-0.04	-0.08	-0.01

IPC 1969

GRAPH OF OBSERVED SERIES PLOT

GRAPH INTERVAL IS 0.20000E-01

-1.000

0.0000E+000

1.000 VALUES

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36

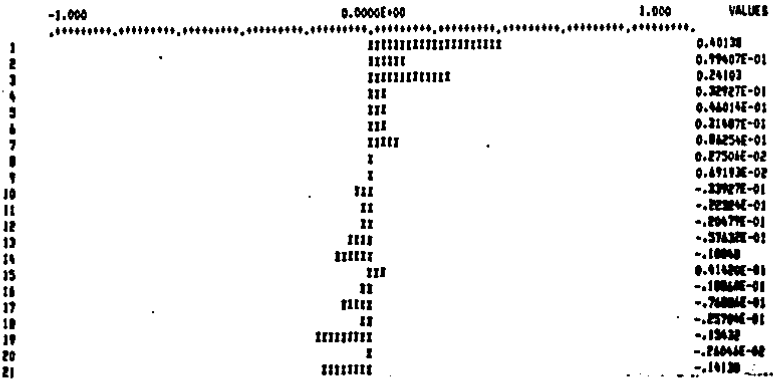
XX 0.9742
11 -27328E-01
111 -33364E-01
111 -36042E-01
111 -36928E-01
11 -37878E-01
11 -38054E-01
11 -38507E-01
1 -38794E-02
1 -39782E-02
1 -32829E-01
111 -21923E-01
11 -19180E-01
11 -32588E-01
111 -34253E-01
111 -30914E-01
11 -24372E-01
11 -25391E-01
11 -21367E-01
11 -22482E-01
111 -31110E-01
11 -26222E-01
11 -13001E-01
1 -41322E-02
11 -11272E-01
11 -33997E-01
11 -21744E-01
11 -26151E-01
111 -37547E-01
11 -24152E-01
111 -25494E-01
111 0.25401E-02
1 0.36522E-02
1 0.54438E-02
1 -21474E-01
11 -22580E-01

C-23

IPC 1949

GRAPH OF DIFFERENCE 1 PAGE

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01



23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36

XXXX
XXXX
X
XXXXXX
X
XXXX
X
XXXX
X
X
X
X
X
XXXX

0.55633E-01
-65113E-01
0.32611E-01
-15614
0.48632E-01
-81457E-02
0.70942E-01
-14185E-01
-43654E-01
-69947E-02
-25403E-01
-83239E-01
0.98720E-02
0.66769E-01

C-24

IPC 1919

GRAPH OF DIFFERENCE 2 FACT

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01

	-1.000	0.0000E+00	1.000	VALUES
1	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX			-.37289
2	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX			-.37660
3	XXXXXXXXXXXX			-.14542
4	XXXXXXXXXX			-.13885
5	XXXXXXXX			-.10973
6	XXXXXXXX			-.14973
7	XXXX			-.49611E-01
8	XXXX			-.46768E-01
9	XX			-.12490E-01
10	XX			-.25482E-01
11	XX			-.24890E-01
12	X			0.42772E-02
13	XX			0.39999E-01
14	XXXXXXXX			-.97378E-01
15	XXXX			-.34371E-01
16	XX			0.21240E-01
17	XXXX			-.32982E-01
18	XXXXX			0.89483E-01
19	XXXX			-.48842E-01
20	XXXXX			0.64581E-01
21	XXXXX			-.74186E-01
22	XXXXX			-.10920
23	XX			0.10313E-01
24	XXXXX			-.92554E-01
25	XXXXXXXX			0.92025E-01
26	XXXXXXXX			-.11013
27	XXXX			-.58640E-01
28	XXXXXXXX			-.12297
29	XXXX			-.42777E-01
30	XXXX			0.20043E-01
31	XX			-.16250E-01
32	XX			0.23136E-01
33	X			-.47332E-02
34	XXXX			-.46103E-01
35	XXXXX			-.82442E-01
36	XX			-.16886E-01

IDENTIFICACION II

```

TIME SERIES PARAMETER ESTIMATION FOR MODEL 1
.....
DATA - 1 = 1965          97 OBSERVATIONS
DIFFERENTIATION ON 1 - 2 OF ORDER 1
MODEL DEVELOPED WITH TRANSFORMED DATA = LOG(LIST)*0.000001*100
.....
PARAMETER          PARAMETER          PARAMETER          BEGINNING
NUMBER            TYPE            ORDER            VALUE
.....
NO PARAMETERS IN MODEL
.....
EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS = 1 ON NUMBER 1
.....
PARAMETER          PARAMETER          PARAMETER          BEGINNING
NUMBER            TYPE            ORDER            VALUE
.....
1              1              0              0.100001-01
.....
EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS = 35-104
.....
PARAMETER          PARAMETER          PARAMETER          BEGINNING
NUMBER            TYPE            ORDER            VALUE
.....
1              1              0              2.18991-01
.....
EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS = 40-104
.....
PARAMETER          PARAMETER          PARAMETER          BEGINNING
NUMBER            TYPE            ORDER            VALUE
.....
1              1              0              0.100001-01
.....
EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS = 70-104
.....
PARAMETER          PARAMETER          PARAMETER          BEGINNING
NUMBER            TYPE            ORDER            VALUE
.....
1              1              0              0.100001-01
.....
EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS = 78-104
.....
PARAMETER          PARAMETER          PARAMETER          BEGINNING
NUMBER            TYPE            ORDER            VALUE
.....
1              1              0              0.100001-01
.....
EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS FOR ESTIMATION IS 90
INITIAL SUM OF SQUARES = 0.5344E-08
.....
ITERATION STOPS - RELATIVE CHANGE IN SUM OF SQUARES LESS THAN 0.100001-01
ITERATION NO. 3
.....
PARAMETER VALUES VIA REGRESSION

```

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

IDENTIFICACION II (CONT.)

0.0012E-02 0.1400E-01 0.1072E-01 0.1022E-01 0.2262E-01 0.1212E-01 0.1912E-02 0.1012E-01 0.1212E-02
 SUM OF SQUARES AFTER REGRESSION = 0.15724435E-02

	FITTED VALUE	RESIDUAL	DATA VALUE
1	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000
5	0.0000	0.0000	0.0000
6	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.0000	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.0000	0.0000	0.0000
11	0.0000	0.0000	0.0000
12	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.0000	0.0000	0.0000
14	0.0000	0.0000	0.0000
15	0.0000	0.0000	0.0000
16	0.0000	0.0000	0.0000
17	0.0000	0.0000	0.0000
18	0.0000	0.0000	0.0000
19	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.0000	0.0000	0.0000
22	0.0000	0.0000	0.0000
23	0.0000	0.0000	0.0000
24	0.0000	0.0000	0.0000
25	0.0000	0.0000	0.0000
26	0.0000	0.0000	0.0000
27	0.0000	0.0000	0.0000
28	0.0000	0.0000	0.0000
29	0.0000	0.0000	0.0000
30	0.0000	0.0000	0.0000
31	0.0000	0.0000	0.0000
32	0.0000	0.0000	0.0000
33	0.0000	0.0000	0.0000
34	0.0000	0.0000	0.0000
35	0.0000	0.0000	0.0000
36	0.0000	0.0000	0.0000
37	0.0000	0.0000	0.0000
38	0.0000	0.0000	0.0000
39	0.0000	0.0000	0.0000
40	0.0000	0.0000	0.0000
41	0.0000	0.0000	0.0000
42	0.0000	0.0000	0.0000
43	0.0000	0.0000	0.0000
44	0.0000	0.0000	0.0000
45	0.0000	0.0000	0.0000
46	0.0000	0.0000	0.0000
47	0.0000	0.0000	0.0000
48	0.0000	0.0000	0.0000
49	0.0000	0.0000	0.0000
50	0.0000	0.0000	0.0000
51	0.0000	0.0000	0.0000
52	0.0000	0.0000	0.0000
53	0.0000	0.0000	0.0000
54	0.0000	0.0000	0.0000
55	0.0000	0.0000	0.0000
56	0.0000	0.0000	0.0000
57	0.0000	0.0000	0.0000
58	0.0000	0.0000	0.0000
59	0.0000	0.0000	0.0000
60	0.0000	0.0000	0.0000
61	0.0000	0.0000	0.0000
62	0.0000	0.0000	0.0000
63	0.0000	0.0000	0.0000
64	0.0000	0.0000	0.0000
65	0.0000	0.0000	0.0000
66	0.0000	0.0000	0.0000
67	0.0000	0.0000	0.0000
68	0.0000	0.0000	0.0000
69	0.0000	0.0000	0.0000
70	0.0000	0.0000	0.0000
71	0.0000	0.0000	0.0000
72	0.0000	0.0000	0.0000
73	0.0000	0.0000	0.0000
74	0.0000	0.0000	0.0000
75	0.0000	0.0000	0.0000
76	0.0000	0.0000	0.0000
77	0.0000	0.0000	0.0000
78	0.0000	0.0000	0.0000
79	0.0000	0.0000	0.0000
80	0.0000	0.0000	0.0000
81	0.0000	0.0000	0.0000
82	0.0000	0.0000	0.0000
83	0.0000	0.0000	0.0000
84	0.0000	0.0000	0.0000
85	0.0000	0.0000	0.0000
86	0.0000	0.0000	0.0000
87	0.0000	0.0000	0.0000
88	0.0000	0.0000	0.0000
89	0.0000	0.0000	0.0000
90	0.0000	0.0000	0.0000
91	0.0000	0.0000	0.0000
92	0.0000	0.0000	0.0000
93	0.0000	0.0000	0.0000
94	0.0000	0.0000	0.0000
95	0.0000	0.0000	0.0000
96	0.0000	0.0000	0.0000
97	0.0000	0.0000	0.0000
98	0.0000	0.0000	0.0000
99	0.0000	0.0000	0.0000
100	0.0000	0.0000	0.0000

IDENTIFICACION II (CONT.)

```

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

```

COVARIATION MATRIX OF THE PARAMETERS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1 1.0000									
2 -0.0002	1.0000								
3 0.0004	-0.0004	1.0000							
4 -0.0009	-0.0009	0.0019	1.0000						
5 0.0012	0.0012	-0.0025	-0.0011	1.0000					
6 0.0019	0.0014	-0.0018	-0.0019	-0.0011	1.0000				
7 -0.0010	-0.0010	0.0017	-0.0016	0.0104	0.0118	1.0000			
8 0.0011	0.0011	-0.0021	0.0004	-0.0067	-0.0093	-0.0114	1.0000		
9 -0.0010	-0.0010	0.0056	-0.0095	0.0121	0.0112	-0.0187	0.0151	1.0000	

DATA - THE ESTIMATED RESIDUALS - LEVEL 1

NO OBSERVATIONS

MEAN RESIDUAL IS 0.0000

RESIDUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17.22	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
17.12	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
17.12	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11

MEAN RESIDUAL IS 0.0000

GRAPH OF OBSERVED VALUES AND ESTIMATED RESIDUALS

GRAPH OF OBSERVED VALUES AND ESTIMATED RESIDUALS

VALUES

IDENTIFICACION 11 (CONT.)

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

NO OBSERVATIONS

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

IDENTIFICACION II (CONT.)

NUMBER	TYPE	ORDER	VALUE	LOWER LIMIT	UPPER LIMIT
2	ONICA	0	0.393416+02	0.377206+02	0.360802+01
3	ONICA	1	-1.168876-01	-1.202726-01	-1.072121-02

PARAMETER ESTIMATED 95 PER CENT					
NUMBER	TYPE	ORDER	VALUE	LOWER LIMIT	UPPER LIMIT
4	ONICA	0	0.822911+02	0.200770+02	0.161771+01

MODEL 1 FORECASTS AT BASE PERIOD '02 WITH 95 PER CENT CONFIDENCE LIMITS					

PERIODS AHEAD	LC. CONF. LIMIT	FORECAST	UP. CONF. LIMIT	ACTUALS IF ANY
1	0.393416	0.393416	0.377206	
2	0.393416	0.393416	0.377206	
3	0.393416	0.393416	0.377206	
4	0.393416	0.393416	0.377206	
5	0.393416	0.393416	0.377206	
6	0.393416	0.393416	0.377206	
7	0.393416	0.393416	0.377206	
8	0.393416	0.393416	0.377206	
9	0.393416	0.393416	0.377206	
10	0.393416	0.393416	0.377206	
11	0.393416	0.393416	0.377206	
12	0.393416	0.393416	0.377206	
13	0.393416	0.393416	0.377206	
14	0.393416	0.393416	0.377206	
15	0.393416	0.393416	0.377206	
16	0.393416	0.393416	0.377206	
17	0.393416	0.393416	0.377206	
18	0.393416	0.393416	0.377206	
19	0.393416	0.393416	0.377206	
20	0.393416	0.393416	0.377206	
21	0.393416	0.393416	0.377206	
22	0.393416	0.393416	0.377206	
23	0.393416	0.393416	0.377206	
24	0.393416	0.393416	0.377206	
25	0.393416	0.393416	0.377206	
26	0.393416	0.393416	0.377206	
27	0.393416	0.393416	0.377206	
28	0.393416	0.393416	0.377206	
29	0.393416	0.393416	0.377206	
30	0.393416	0.393416	0.377206	
31	0.393416	0.393416	0.377206	
32	0.393416	0.393416	0.377206	
33	0.393416	0.393416	0.377206	
34	0.393416	0.393416	0.377206	
35	0.393416	0.393416	0.377206	
36	0.393416	0.393416	0.377206	
37	0.393416	0.393416	0.377206	
38	0.393416	0.393416	0.377206	
39	0.393416	0.393416	0.377206	
40	0.393416	0.393416	0.377206	
41	0.393416	0.393416	0.377206	
42	0.393416	0.393416	0.377206	
43	0.393416	0.393416	0.377206	
44	0.393416	0.393416	0.377206	
45	0.393416	0.393416	0.377206	
46	0.393416	0.393416	0.377206	
47	0.393416	0.393416	0.377206	
48	0.393416	0.393416	0.377206	
49	0.393416	0.393416	0.377206	
50	0.393416	0.393416	0.377206	

FORECAST RESULTS IN TERMS OF UNTRANSFORMED DATA

PERIODS AHEAD	LC. CONF. LIMIT	FORECAST	UP. CONF. LIMIT	ACTUALS IF ANY
1	0.393416	0.393416	0.377206	
2	0.393416	0.393416	0.377206	
3	0.393416	0.393416	0.377206	
4	0.393416	0.393416	0.377206	
5	0.393416	0.393416	0.377206	
6	0.393416	0.393416	0.377206	
7	0.393416	0.393416	0.377206	
8	0.393416	0.393416	0.377206	
9	0.393416	0.393416	0.377206	
10	0.393416	0.393416	0.377206	
11	0.393416	0.393416	0.377206	
12	0.393416	0.393416	0.377206	
13	0.393416	0.393416	0.377206	
14	0.393416	0.393416	0.377206	
15	0.393416	0.393416	0.377206	
16	0.393416	0.393416	0.377206	
17	0.393416	0.393416	0.377206	
18	0.393416	0.393416	0.377206	
19	0.393416	0.393416	0.377206	
20	0.393416	0.393416	0.377206	
21	0.393416	0.393416	0.377206	
22	0.393416	0.393416	0.377206	
23	0.393416	0.393416	0.377206	
24	0.393416	0.393416	0.377206	
25	0.393416	0.393416	0.377206	
26	0.393416	0.393416	0.377206	
27	0.393416	0.393416	0.377206	
28	0.393416	0.393416	0.377206	
29	0.393416	0.393416	0.377206	
30	0.393416	0.393416	0.377206	
31	0.393416	0.393416	0.377206	
32	0.393416	0.393416	0.377206	
33	0.393416	0.393416	0.377206	
34	0.393416	0.393416	0.377206	
35	0.393416	0.393416	0.377206	
36	0.393416	0.393416	0.377206	
37	0.393416	0.393416	0.377206	
38	0.393416	0.393416	0.377206	
39	0.393416	0.393416	0.377206	
40	0.393416	0.393416	0.377206	
41	0.393416	0.393416	0.377206	
42	0.393416	0.393416	0.377206	
43	0.393416	0.393416	0.377206	
44	0.393416	0.393416	0.377206	
45	0.393416	0.393416	0.377206	
46	0.393416	0.393416	0.377206	
47	0.393416	0.393416	0.377206	
48	0.393416	0.393416	0.377206	
49	0.393416	0.393416	0.377206	
50	0.393416	0.393416	0.377206	

AUTOCORRELATION FUNCTION

I D E N T I F I C A C I O N I I I

C-32

DATA - IPC DESDE ENEPO DE 1977

60 OBSERVATIONS

DIFFERENCING - ORIGINAL SERIES IS YOUR DATA.

DIFFERENCES BELOW ARE OF ORDER 1

YOUR DATA TRANSFORMED DATA = LOG(Z(T)) = 0.000000

ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = 0.48145E+01

ST. DEV. OF SERIES = 0.29395E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 60

1- 12	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60	0.55	0.50	0.45	0.41
ST.E.	0.13	0.22	0.27	0.31	0.34	0.37	0.39	0.41	0.42	0.44	0.45	0.45
13- 24	0.74	0.32	0.28	0.23	0.19	0.15	0.11	0.07	0.03	-0.01	-0.05	-0.08
ST.E.	0.44	0.44	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
25- 36	-0.11	-0.14	-0.17	-0.19	-0.22	-0.24	-0.27	-0.29	-0.31	-0.33	-0.35	-0.37
ST.E.	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.50

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = 126.86913

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE 425.79907
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 36 DEGREES OF FREEDOM

DIFFERENCE 1

MEAN OF THE SERIES = 0.18911E-01

ST. DEV. OF SERIES = 0.72392E-02

NUMBER OF OBSERVATIONS = 57

1- 12	0.20	0.04	0.00	0.02	0.15	0.27	0.18	-0.13	0.01	0.09	0.24	0.48
ST.E.	0.13	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.15	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
13- 24	0.09	-0.02	-0.07	-0.02	-0.01	0.04	0.04	-0.23	-0.10	-0.10	0.13	0.12
ST.E.	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.20	0.20	0.20
25- 36	-0.01	-0.16	-0.22	-0.13	-0.07	-0.05	-0.10	-0.26	-0.16	-0.07	0.04	-0.05
ST.E.	0.20	0.20	0.20	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21	0.22	0.22	0.22

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = 17.78316

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE 52.24371
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 36 DEGREES OF FREEDOM

DIFFERENCE 2

MEAN OF THE SERIES = 0.66774E-04

ST. DEV. OF SERIES = 0.86422E-02

NUMBER OF OBSERVATIONS = 58

1- 12	-0.22	-0.13	-0.04	-0.09	0.01	0.15	0.17	-0.34	0.05	-0.04	-0.10	0.49
ST.E.	0.13	0.14	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.17	0.17	0.17	0.17

DATE.	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.20	0.21	0.21	0.21
23- 34	0.02	-0.07	-0.10	0.02	0.03	0.05	0.09	-0.20	0.01	-0.04	0.10	0.03
ST.E.	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22

C-33

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = 0.02884

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE 53.80255 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 34 DEGREES OF FREEDOM IPC DESDE EMERO DE 1977

GRAPH OF OBSERVED SERIES ACF

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01

	-1.000	0.0000E+00	1.000	VALUES
1				0.94032
2				0.89812
3				0.84830
4				0.79902
5				0.74937
6				0.69990
7				0.65020
8				0.60072
9				0.55171
10				0.50295
11				0.45449
12				0.40766
13				0.36213
14				0.31872
15				0.27567
16				0.23272
17				0.18920
18				0.14633
19				0.10523
20				0.66674E-01
21				0.28162E-01
22				-9.4991E-02
23				-4.6506E-01
24				-8.8244E-01
25				-1.1176
26				-1.37983
27				-1.6701
28				-1.9208
29				-2.1829
30				-2.4246
31				-2.6619
32				-2.8989
33				-3.1052
34				-3.3104
35				-3.5052
36				-3.6832

IPC DESDE EMERO DE 1977

GRAPH OF DIFFERENCE 3 ACF

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01

	-1.000	0.0000E+00	1.000	VALUES
1				0.29239
2				0.61294E-01
3				0.89940E-02
4				0.17334E-01

Line	Value	Label
6	0.20023	
7	0.18228	
8	-.13180	
9	0.12057E-01	C-34
10	0.90433E-01	
11	0.23714	
12	0.47854	
13	0.85177E-01	
14	-.14792E-01	
15	-.71940E-01	
16	-.19835E-01	
17	-.14788E-01	
18	0.63731E-01	
19	0.30835E-01	
20	-.24480	
21	-.10404	
22	-.98444E-01	
23	0.12472	
24	0.12390	
25	-.12425E-01	
26	-.15844	
27	-.21945	
28	-.13140	
29	-.72524E-01	
30	-.54341E-01	
31	-.94341E-01	
32	-.24270	
33	-.15748	
34	-.70203E-01	
35	0.61833E-01	
36	-.54725E-01	

IPC DESDE ENERO DE 1977

GRAPH OF DIFFERENCE 2 ACF

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01

Line	Value	Label
1	0.000E+00	
2	-.31421	
3	-.13417	
4	-.37625E-01	
5	-.84502E-01	
6	0.14407E-01	
7	0.14442	
8	0.16797	
9	-.33792	
10	0.67701E-01	
11	-.63727E-01	
12	-.97152E-01	
13	0.08700	
14	-.18925	
15	-.27777E-01	
16	-.57883E-01	
17	-.17102E-01	
18	-.61305E-01	
19	0.10251	
20	0.21344	
21	-.34858	
22	0.11080	
23	-.14443	
24	0.76100E-01	
25	0.17140	
26	0.20374E-01	
27	-.67099E-01	

2	XX	-.11865E-01
3	XX	-.22494E-01
4	XX	-.21397E-01
5	XXX	-.30942E-01
6	XX	-.24495E-01
7	XXX	-.31294E-01
8	XX	-.29008E-01
9	XX	-.24144E-01
10	XX	-.29035E-01
11	XX	-.29270E-01
12	XX	-.22897E-01
13	X	-.04428E-02
14	XX	-.17131E-01
15	XX	-.28987E-01
16	XXX	-.32710E-01
17	XXX	-.44964E-01
18	XX	-.18777E-01
19	XX	-.15391E-01
20	XX	-.28774E-01
21	XXX	-.30402E-01
22	XX	-.29453E-01
23	XX	-.28323E-01
24	XX	-.28542E-01
25	XX	0.23079E-01
26	XX	-.19802E-01
27	XX	-.24775E-01
28	XX	-.22785E-01
29	XX	-.29580E-01
30	XX	-.29417E-01
31	XX	-.29022E-01
32	XXX	-.30502E-01
33	XX	-.28443E-01
34	XX	-.29442E-01
35	XX	-.29934E-01
36	XX	-.23202E-01

IPC DESDE ENERO DE 1977

GRAPH OF DIFFERENCE I PACF

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01

	0.0000E+00	1.000	VALUES
1	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX		0.27839
2	XX		-.30407E-01
3	X		-.74293E-02
4	XX		0.22593E-01
5	XXXXXXXXXX		0.14905
6	XXXXXXXXXXXXXX		0.26141
7	XXXX		0.55147E-01
8	XXXXXXXXXXXXXX		-.23472
9	XXXXXXXXXX		0.12122
10	XXXXX		0.74681E-01
11	XXXXXXXXXX		0.17474
12	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX		0.34833
13	XXXXXXXXXXXXXX		-.21974
14	XXXX		0.51194E-01
15	XXXX		-.68729E-01
16	XXXXXXXXXX		-.13745
17	XXXXXX		-.10708
18	XXXXXX		-.10440
19	XX		0.23279E-01
20	XXXXXXXXXXXX		-.17518
21	XXXXXX		-.01681E-01
22	XXXXXXXXXX		-.12543

24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36

IIIIII
IIII
IIIIIIII
II
IIII
IIIIIIII
IIIIIIII
IIIIII
II
I
IIIIIIII
IIIIII
IIII

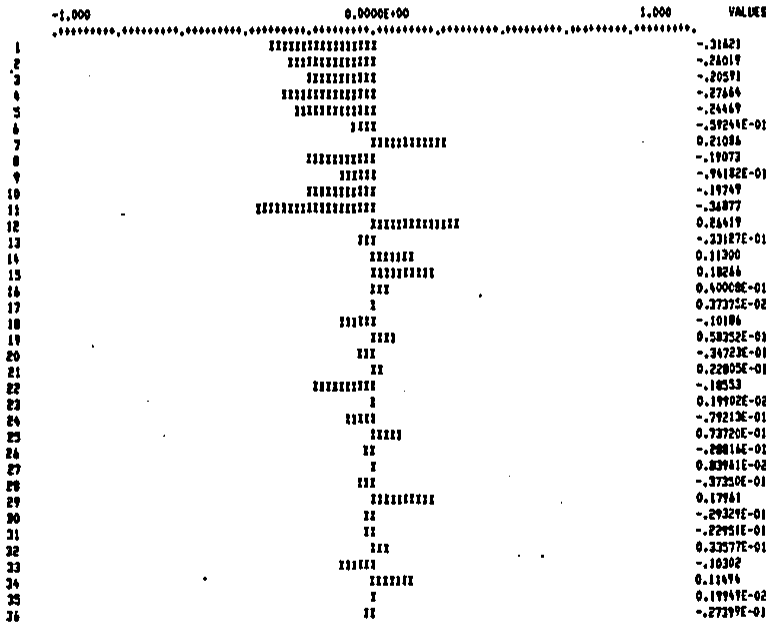
-0.32230E-01
-0.31270
-0.20293E-01
-0.50743E-01
0.42750E-01
-0.11834
0.75788E-01
-0.12245E-01
0.19505E-02
0.10405
-0.86418E-01
-0.31510E-01

C-37

IPC DESDE ENERO DE 1977

GRAPH OF DIFFERENCE 2 PACF

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01



IDENTIFICACION IV

DATA - INFLACION DE LOS PRIMEROS 63 DATOS

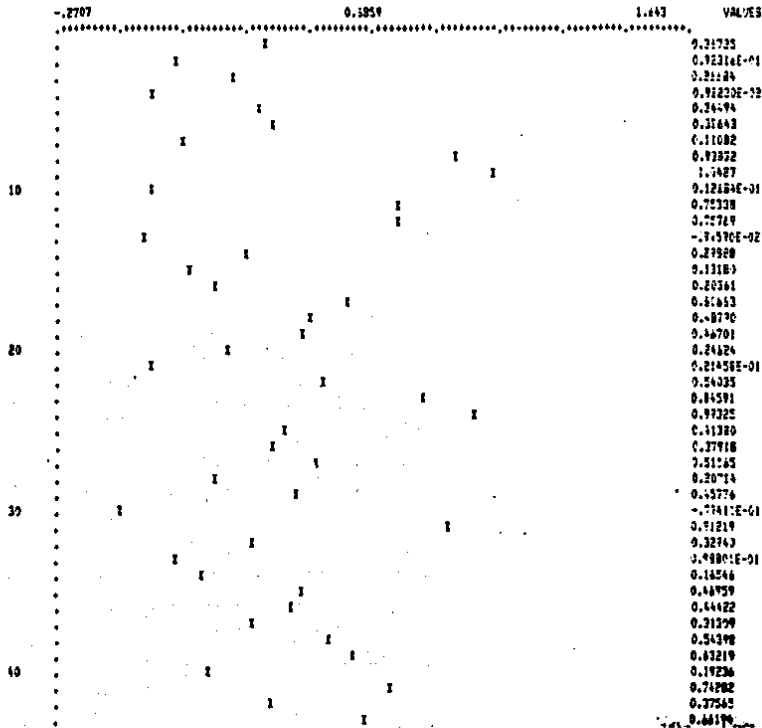
48 COEFICIENTES

1-	0	0.34735	0.072214	0.295538	0.259823	0.234444	0.236439	0.110817	0.923223
7-	16	1.042622	0.012184	0.773390	0.717594	-0.207457	0.293352	0.151755	0.251509
17-	24	0.40663E	0.487510	0.417134	0.246237	0.021459	0.140252	0.822909	0.973252
25-	32	0.413719	0.337191	0.511644	0.207128	0.427744	-0.179411	0.712119	0.223339
23-	40	0.098301	0.165482	0.447589	0.444221	0.315091	0.543975	0.422191	0.143254
41-	48	0.742217	0.371422	0.541945	0.422222	0.071912	0.151455	0.329925	1.451302

INFLACION DE LOS PRIMEROS 63 DATOS

GRAPH OF OBSERVED SERIES

GRAPH INTERVAL IS 0.19132E-01



0.43142
0.22929
1.4513

C-39

TIME SERIES PARAMETER ESTIMATION FOR MODEL 1

DATA - 2 = SIMULACION DE LOS PRIMEROS 42 DATOS

43 OBSERVACIONES

DIFFERENCIADO EN 0 = NONE

PARAMETER NUMBER	PARAMETER TYPE	PARAMETER ORDER	REGIMINAL VALUE
------------------	----------------	-----------------	-----------------

1	MEAN	0	0.10000
---	------	---	---------

EFFECTIVE NUMBER OF OBSERVATIONS FOR ESTIMATION IS 43

INITIAL SUM OF SQUARES = 10.02

ITERATION STOPS - RELATIVE CHANGE IN SUM OF SQUARES LESS THAN 0.0050

ITERATION NO. 2

PARAMETER VALUES VIA REGRESSION

1
0.4307E+00

SUM OF SQUARES AFTER REGRESSION = 4.792958

T	FITTED VALUE	RESIDUAL	DATA VALUE
1	0.4322	-0.0639	0.3174
2	0.4322	-0.2283	3.0923
3	0.4322	-0.1625	0.2669
4	0.4302	-0.4205	0.0093
5	0.4282	-1.0254	0.3449
6	0.4282	-0.1429	0.3314
7	0.4302	-0.3195	0.1106
8	0.4302	0.5200	0.9383
9	0.4302	0.3123	1.5427
10	0.4302	-0.4174	0.0127
11	0.4302	0.3253	0.7529
12	0.4302	0.3274	0.7577
13	0.4282	-0.4293	-1.0095
14	0.4302	-0.1315	0.2699
15	0.4302	-0.2925	0.1213
16	0.4302	-0.1267	0.2035
17	0.4272	0.1743	0.1065
18	0.4282	0.0574	0.4878

20	0.4303	-0.1511	0.2251
21	0.4303	-0.4029	0.0215
22	0.4303	0.1109	0.2404
23	0.4303	0.4154	0.6459
24	0.4303	0.5329	0.9933
25	0.4303	-0.0163	0.4138
26	0.4303	-0.0512	0.3792
27	0.4303	0.0213	0.5116
28	0.4303	-0.2232	0.2071
29	0.4303	0.0274	0.2729
30	0.4303	-0.5097	-0.2744
31	0.4303	0.4819	0.9125
32	0.4303	-0.1029	0.3294
33	0.4303	-0.3315	0.0933
34	0.4303	-0.2649	0.1625
35	0.4303	0.0393	0.4694
36	0.4303	0.0139	0.4442
37	0.4303	-0.1172	0.3131
38	0.4303	0.1154	0.5440
39	0.4303	0.2019	0.8322
40	0.4303	-0.2380	0.1924
41	0.4303	0.3125	0.7428
42	0.4303	-0.0547	0.3797
43	0.4303	0.2314	0.6519
44	0.4303	0.0213	0.4522
45	0.4303	-0.3585	0.0719
46	0.4303	0.2211	0.6515
47	0.4303	-0.0903	0.3403
48	0.4303	1.0210	1.4519

C-40

CORRELATION MATRIX OF THE PARAMETERS

1

1 1.0000

END OF ESTIMATION FOR MODEL 1
AUTOCORRELATION FUNCTION

DATA - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

43 OBSERVATIONS

ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = -.05433E+04

ST. DEV. OF SERIES = 0.31934E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 48

1- 12	-0.04	-0.02	0.00	-0.14	0.03	-0.09	0.01	-0.04	-0.04	-0.07	-0.05	0.12
ST.E.	0.14	0.14	0.14	0.14	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
13- 24	-0.02	0.01	0.13	-0.14	0.11	-0.14	0.05	-0.03	-0.14	-0.09	0.04	0.13
ST.E.	0.15	0.15	0.15	0.15	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.17	0.17

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = 0.90002

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE 0.43207
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 23 DEGREES OF FREEDOM
THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01

	-1.000	0.0000E+00	1.000	VALUES
1		###		-.4457E-01
2		##		-.8279E-01
3		#		3.2491E-02
4		#####		-.16.13
5		#		0.14027E+02
6		#####		-.9133E-01
7		##		0.12947E-01
8		###		-.43765E-01
9		####		-.59377E-01
10		#####		-.73340E-01
11		##		-.99185E-01
12		#####		0.12120
13		##		-.15735E-01
14		##		3.11437E-01
15		#####		0.12924
16		##		-.41611E-01
17		#####		0.15712
18		#####		-.14365
19		####		0.2349E-01
20		##		-.53844E-01
21		#####		-.15914
22		#####		-.93327E-01
23		##		0.43374E-01
24		#####		0.15215

PARTIAL AUTOCORRELATIONS

DATA - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

48 OBSERVATIONS

ORIGINAL SERIES
 MEAN OF THE SERIES = -.85432E-04
 ST. DEV. OF SERIES = 0.31934E+00
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 48

1-12	-0.04	-0.03	0.00	-0.14	-0.01	-0.10	0.00	-0.07	-0.07	-0.12	-0.07	0.08
13-24	-0.03	-0.03	0.10	-0.02	0.16	-0.14	0.09	-0.06	-0.10	-0.15	0.09	0.09

THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

GRAPH OF OBSERVED SERIES PACF

GRAPH INTERVAL IS 0.2000E-01

	-1.000	0.0000E+00	1.000	VALUES
1		###		-.11447E-01
2		##		-.26027E-01
3		#		0.2-032E-03
4		#####		-.14200
5		##		-.11132E-01
6		#####		-.10240
7		#		0.21359E-02
8		###		-.47415E-01
9		####		-.69074E-01
10		#####		-.11754
11		##		-.18790E-01
12		#####		0.01413E-02
13		##		-.33738E-01
14		##		-.26472E-01

```

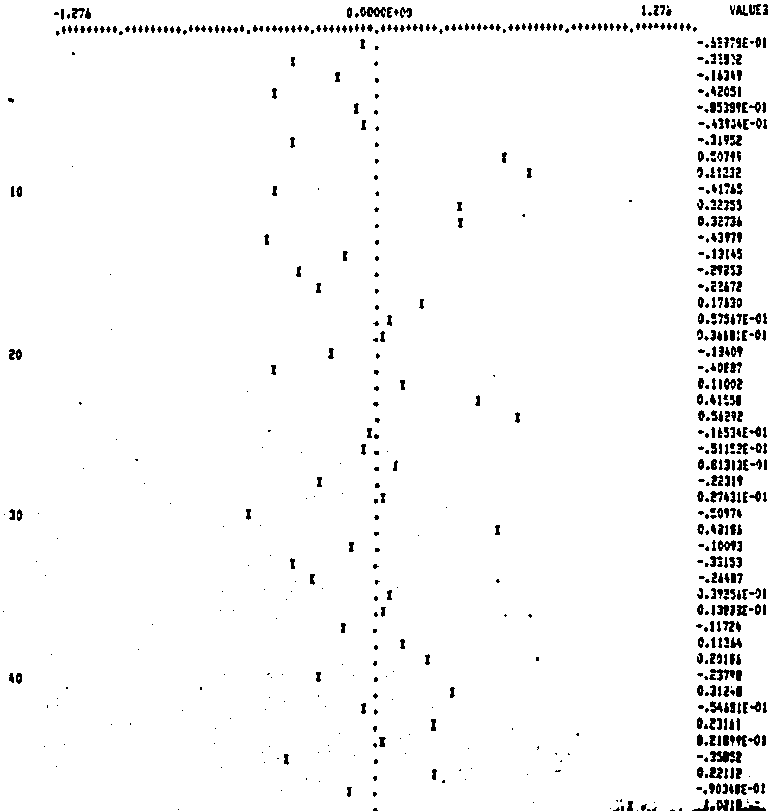
16          .      -2.2143E+01
17          .      0.1855E
18          .      .-1.353E
19          .      0.81349E-01  C-42
20          .      .-5.9121E-01
21          .      .-9.2518E-01
22          .      .-1.526E
23          .      0.90752E-01
24          .      0.62699E-01

```

INFLACION DE LOS PRIMEROS 40 DATOS

GRAPH OF RESIDUALS FROM MODEL 1

GRAPH INTERVAL IS 0.2552E-01



DATA - 2 = INFLACION DE LOS PRIMEROS 48 DATOS

48 OBSERVATIONS

C-43

DIFFERENCING ON 2 - NONE

PARAMETER NUMBER	PARAMETER TYPE	PARAMETER CODE	ESTIMATED VALUE	LOWER LIMIT	95 PER CENT UPPER LIMIT
1	MEAN	0	0.43032	0.33815	0.52252

OTHER INFORMATION AND RESULTS

RESIDUAL SUM OF SQUARES	4.79290	47 D.F.	RESIDUAL MEAN SQUARE	0.10193
NUMBER OF RESIDUALS	48		RESIDUAL STANDARD ERROR	0.31934