



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE CIENCIAS

Algunos Aspectos en la Estimación del
Pleno de Retención del Seguro de Vida

TESIS PROFESIONAL

Irma Ma. de Lourdes Martínez Pérez



1968

MEXICO, D. F.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**Algunos Aspectos en la Estimación del
Pleno de Retención del Seguro de Vida**



T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A

Irma Ma. de Lourdes Martínez Pérez

M. 60027



bal, de ahí la importancia de la acertada determinación del Pleno de Retención.

Así, "Pleno de Retención" o "Límite de Retención", es la suma asegurada máxima para cada tipo de póliza que la empresa puede retener, - reasegurando el excedente.

La suma aceptada por una compañía sobre un solo riesgo puede - ser mayor que el Pleno que había fijado, para esto es necesario que cuente con reaseguradores que acepten garantizar la diferencia entre sus obligaciones totales y el Pleno. Sin embargo, en caso de que la compañía reaseguradora no pudiera pagar, incumbe directamente al asegurador cualquier cargo, esto de acuerdo con la Ley sobre el contrato de Seguro, artículo 18 que textualmente dice: "Aun cuando la empresa se reasegure contra los riesgos que hubiere asegurado, seguirá siendo la única responsable respecto al asegurado."

El criterio para calcular el pleno de retención que una compañía - puede tener para lograr su estabilidad, dependerá de la prudencia al fijarlo y de la acertada determinación de su cálculo.

En el artículo 21 de la Ley General de Instituciones de Seguros, - se señala la base legal para la determinación del Límite de Retención máximo que una compañía puede tener en cada uno de los ramos.

A continuación se transcribe este artículo:

"Art. 21.- La responsabilidad que asuma una institución de seguros sin --

reasegurar, no será superior en cada riesgo, a los siguientes porcentajes - de la suma de su capital pagado más reservas de capital, reservas de previsión y utilidades no distribuídas, afectos a cada una de las operaciones que - la institución esté autorizada a practicar en los términos del artículo 11;

I En accidentes y enfermedades, 5 %;

II En daños:

- a) 5 % cuando la institución opere solamente uno de los ramos a que se refiere el inciso c) del artículo 11;
- b) 4 % cuando opere dos de dichos ramos; y
- c) 3 % cuando opere tres o más ramos.

Tratándose de las operaciones de vida, la Comisión Nacional de Seguros fijará a cada institución el límite máximo de retención, tomando en cuenta el volumen de sus operaciones, su promedio de seguro en vigor y la experiencia que haya obtenido."

Se observa que en la parte final del artículo al tratarse de las operaciones de vida, la Comisión Nacional de Seguros fijará a cada Institución el límite máximo de retención, produciéndose la necesidad de efectuar un cálculo actuarial para determinarlo. X.

RIESGO.



El problema del riesgo de una empresa de seguros sobre la vida, se basa no solamente en consideraciones probabilísticas en sentido tradicio-

nal de la matemática y de la técnica actuarial, si no también en consideraciones probabilísticas de diferentes causas, relacionadas con factores económicos, sociales, biológicos, que se encuentren conectados con el campo del seguro. Señalemos algunos ejemplos:

- i) Países subdesarrollados con bajos salarios e ínfimas condiciones de vida.
- ii) Naciones cuyo bajo nivel cultural y constantes revoluciones intestinas, producen un pueblo inestable e inseguro.
- iii) Pueblos en donde las condiciones insalubres de vida, dan un alto índice de mortalidad (las enfermedades endémicas de las zonas tropicales).

Riesgo es toda posibilidad de daño. La valoración de éste, depende del valor del daño y de una medida de la posibilidad del suceso. Con estos dos elementos se puede calcular el valor medio del riesgo.

En una operación de seguros se necesita un conjunto de riesgos - similares para valorar el riesgo, el seguro de un riesgo determina uno nuevo para el asegurador, éste se debe a las desviaciones que pueden sufrir -- los elementos de previsión que sirvieron como base para los cálculos. Esto da origen a la teoría del riesgo sobre la que se hablará más adelante. Con tales desviaciones desfavorables el asegurador se encuentra en la misma situación de un asegurado que quiere garantizarse contra un riesgo, dando origen al reaseguro.

Se entiende por riesgo de la entidad aseguradora en un instante dado, al conjunto de los riesgos que se obtienen debido a las operaciones de -seguro en vigor, que constituyen la cartera de la entidad en ese instante.

Como se mencionó anteriormente, la teoría del riesgo tiene su --origen en el hecho de que el seguro de un riesgo, determina uno nuevo para el asegurador.

Para conocer brevemente la teoría del riesgo, es conveniente definir sus elementos. Ver apéndice I

RESERVA.

En México la Ley General de Instituciones de Seguros en el artículo 64, indica las reservas técnicas que toda compañía de seguros debe constituir, y son las siguientes:

- 1) Reserva de riesgo en curso para sus pólizas vigentes.
- 2) Reservas para obligaciones pendientes de cumplir por pólizas vencidas, por siniestros ocurridos y por dividendos en depósito.
- 3) Reservas de previsión para fluctuaciones de valores y desviaciones estadísticas.

Se pueden además constituir otras reservas adicionales como: la reserva de riesgos subnormales.

Para constituir estas reservas existen diversos métodos, pero no

queriendo desviarnos del tema no se citan aquí. Sin embargo se hace notar que la Ley Mexicana marca ciertos puntos para la constitución de tales reservas.

Es conveniente ver la utilidad que representa el estudio de la reserva en cuanto a mantener la estabilidad de la empresa, así M. Hoppenot ha estudiado las variaciones del pleno y de la reserva de previsión conforme se desarrolla la cartera de la compañía y recomienda que habiendo calculado el pleno, se debe de año en año calcular la reserva de previsión, para conservar la certeza de no tener pérdidas.

Si una de las reservas que tiene la compañía, está encaminada a corregir fluctuaciones desfavorables de la mortalidad respecto a lo calculado, se dice que esta reserva libre tiene carácter totalmente actuarial.

REASEGURO Y COASEGURO.

Cuando a una compañía de seguros se le ofrece un riesgo cuya suma asegurada es superior a su Pleno, la compañía de seguros tendrá dos alternativas: aceptar únicamente hasta el límite de retención y rechazar el excedente, ó bién aceptar el riesgo integramente, conservando hasta el límite de retención y cediendo el excedente a compañías que estén en condiciones de tomarlo.

La operación de tomar los excedentes puede realizarse en dos formas: REASEGURO Y COASEGURO.

La ley general de Instituciones de Seguros, en su artículo 10, de-

fine así el reaseguro: "Contrato en virtud del cual una institución, toma a su cargo total ó parcialmente, un riesgo ya cubierto por otra, ó el remanente de daños que exceda de la cantidad asegurada por el asegurador directo.

Por Coaseguro, la participación de dos ó más instituciones de seguros en un mismo riesgo, en virtud de contratos directos, realizados por cada una de ellas con el asegurado. "

La diferencia fundamental, es que en el primer caso, el asegurado efectúa un contrato de seguros con una sola compañía y no tiene relación alguna con la reaseguradora, en cambio en el segundo caso las relaciones entre asegurado y aseguradores son directas.

VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL REASEGURO Y DEL COASEGURO.

Uno de los inconvenientes del coaseguro es la lentitud para realizar la cobertura, puesto que se necesitan largas gestiones para colocar el riesgo entre los diversos aseguradores y aún más cuando se hace en el extranjero.

Existen en el mercado riesgos de tal magnitud, que sobrepasan -- por mucho el límite de retención, necesitándose un gran número de aseguradoras, y en muchos casos el asegurador preferiría el tratar con un sólo -- asegurador.

Estos inconvenientes quedan eliminados mediante el Reaseguro. Gracias al Reaseguro, las compañías aseguradoras han podido aumentar su capacidad de contratar. Sin el Reaseguro, no habría sido posible contratar

sumas aseguradas muy elevadas por un solo asegurador.

Ha servido para la expansión de algunas ramas de seguros existentes, en lugares abandonados. Debido a la falta de datos y experiencia en -- esos lugares, no habría sido posible el asegurar esos riesgos, sin embargo, con la ayuda del Reaseguro se ha logrado, puesto que permite distribuir las pérdidas entre un número de riesgos grande.

Además mediante el Reaseguro, el Reasegurador puede obtener - gran cantidad de negocios sin necesidad de agentes.

Ha sido tan grande la importancia del Reaseguro, que se han constituído empresas exclusivamente dedicadas a funcionar como Reaseguradoras.

REASEGURO AUTOMATICO Y FACULTATIVO.

Las formas de reasegurar son el automático y el facultativo.

Mediante el reaseguro automático, la compañía reaseguradora tomará inmediatamente a su cargo todo, ó una parte definida del excedente de la compañía cedente, sin necesidad de previo aviso.

Con el Reaseguro automático, el reasegurador no puede seleccionar los riesgos, encontrándose en algunos casos, en la posibilidad de cubrir riesgos mayores de los que le permite su pleno. En estos casos la reaseguradora debe colocar sus excedentes en otras compañías.

Como ventajas para la reaseguradora en el Reaseguro automático, es que recibe una cierta cantidad de negocios periódicamente.

El reaseguro automático permite mayor rapidez en la contratación de un seguro, pudiendo la compañía que suscribe, emitir pólizas por su retención máxima, más la cobertura automática de reaseguro sin tardanza alguna.

Un convenio automático, puede estipular que si el seguro solicitado excede una cantidad determinada, el reaseguro automático no entra en vigor.

Algunas veces, cuando la compañía que suscribe directamente, recibe una solicitud en la que la suma asegurada exceda su propia retención -- más la cobertura automática, entonces la parte del riesgo que no sería cubierta automáticamente, puede ser sometida a la reaseguradora sobre la base facultativa. También se aplica ésto, cuando la compañía que suscribe directamente, elija no retener ningún riesgo sobre una solicitud, ó cuando desea aceptar un negocio del agente pero no puede conservar todo el riesgo, -- esa parte se manda al reaseguro facultativo.

Se utiliza generalmente el reaseguro facultativo para riesgos subnormales, en los que la compañía aseguradora no retiene ninguna parte del riesgo, de esta forma la compañía cedente puede expedir pólizas para la mayor parte de las solicitudes, logrando un mínimo de rechazos para los agentes.

En el reaseguro facultativo, el asegurador debe someter a la consideración de la compañía reaseguradora individualmente, la cantidad de -- riesgo que sobrepase el límite de retención, es decir, el excedente de cada

solicitud, con toda la información de que disponga la compañía cedente, concernientes a la asegurabilidad del riesgo.

En el presente el reaseguro automático, va predominando más que el facultativo, ya que elimina las demoras en la negociación.

CONTRATO DE REASEGURO.

Para ceder a otra u otras compañías el excedente de la empresa original, es necesario celebrar un contrato con éstas compañías. Como parte de este contrato, la compañía aseguradora entrega a la reaseguradora formas de pólizas y libros de tarifas.

Cada reaseguradora elabora su contrato, pero todas ellas tienen cláusulas comunes.

Como características del contrato de reaseguro se mencionan las siguientes:

El contrato de seguro es independiente del contrato de reaseguro. Así la cancelación del contrato de reaseguro, ó la reducción de la suma asegurada, ó la quiebra del reasegurador, no afectan el contrato de seguro.

Por lo contrario, el contrato de reaseguro es dependiente del contrato de seguro, esto es, el contrato de reaseguro será afectado con las alteraciones que pueda sufrir el contrato de seguro, como: cancelación de éste, reducción de suma asegurada. En resumen se puede decir, que el reasegurador seguirá en todo momento la suerte de la cedente.

CLASIFICACION DE LOS METODOS DE REASEGURO: DE CUOTA PARTE DE EXCEDENTES, DE EXCESO DE PERDIDA SIMPLE, DE EXCESO DE PERDIDA GLOBAL.

DE CUOTA PARTE.- Cuando de cada riesgo suscrito por la cedente, ésta reasegura un porcentaje, por ejemplo 35 %

DE EXCEDENTES.- Se efectúa cuando el límite de retención de la compañía cedente es rebasado por un riesgo, creando un excedente, de ahí su nombre.

El reaseguro de cuota parte y de excedentes, se consideran como reaseguro proporcional, puesto que en ambos las cantidades de riesgo que recibe el reasegurador siguen una proporción.

EXCESO DE PERDIDA GLOBAL.- En este método el reasegurador se hace responsable de todos los siniestros que ocurran cuando se rebase un límite.

Para fijar este límite, algunos lo hacen basándose en la relación que existe por cociente entre los siniestros y la prima del año. Cuando esta razón supere a un porcentaje de las primas del año, el reasegurador se hará cargo de todos los siniestros que ocurran en el año. La razón de pérdida se define $\frac{S}{P}$, en donde S es el total de siniestros del año y P el total de primas del año.

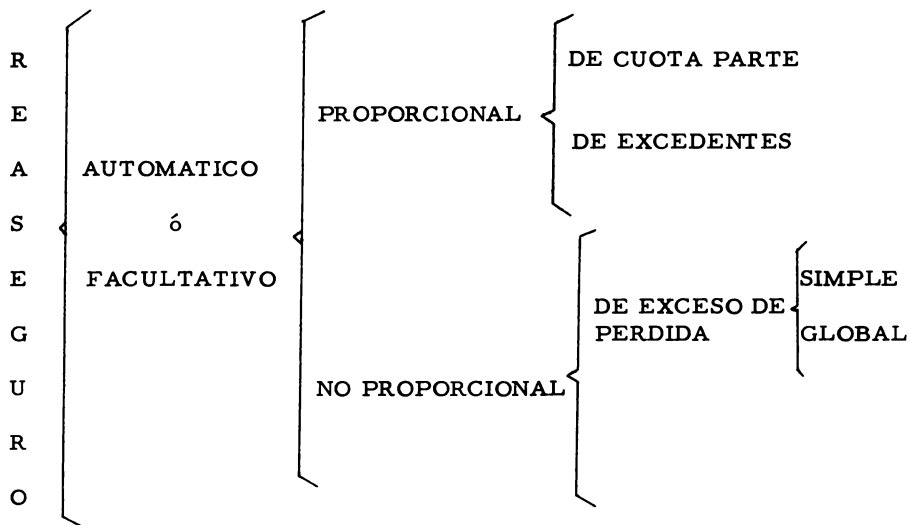
Este límite también lo fijan en valor absoluto.

EXCESO DE PERDIDA SIMPLE.- La compañía reaseguradora pagará las pérdidas sufridas como resultado de la realización de un evento que afecte -

a dos ó más miembros de un grupo asegurado, cuando éstas superen un límite fijado de antemano.

El Reaseguro de Exceso de Pérdida Simple y Exceso de Pérdida Global, se consideran como un reaseguro no proporcional, puesto que en ambos la pérdida será cubierta, cuando en la compañía cedente el límite de siniestros sea rebasado, es decir no hay un reparto proporcional del riesgo, puesto que el reasegurador sólo será afectado cuando ocurra un siniestro que rebase el límite fijado.

En general las formas de reaseguro se pueden agrupar de la siguiente manera:



El poder decidir el tipo de reaseguro que se empleará en una empresa de seguros, depende de los objetivos de la compañía, si desea mayor protección con una menor utilidad ó menor protección pero mayor utilidad.

El reaseguro proporcional ha tenido mayor aplicación en los principales ramos de seguros, puesto que permite asegurar riesgos que sean -- mucho mayores que el pleno de retención de la compañía cedente.

En México se utiliza con mayor frecuencia el reaseguro proporcional de excedentes en el ramo de vida, siendo aplicable el reaseguro de cuota parte en el ramo de accidentes.

El reaseguro proporcional tiene como diferencia principal con el reaseguro no proporcional, que en el primer caso la prima se basa en excedente de riesgo y en el segundo caso en excedentes de siniestros, permitiendo este último la eliminación de pérdidas por siniestros, individual ó colectivamente.



CAPITULO II

Para obtener el pleno de retención que una compañía puede tener, existen diferentes procedimientos. Citaremos algunos de éstos más adelante.

Es conveniente indicar que para poder aumentar el límite de retención, es necesario pedir autorización a la H. Comisión Nacional de Seguros mediante una solicitud. En ésta se dan las cantidades autorizadas con anterioridad en relación con el volumen de la cartera y los nuevos datos, tomando en cuenta el volumen actual de sus operaciones, su promedio de seguro en vigor y la experiencia obtenida. (art. 21 de la Ley General de Instituciones de Seguros).

Un aumento de recursos en las compañías, trae como consecuencia la revisión del pleno. En algunas compañías en las que los recursos se han aumentado notablemente, se observa que el pleno con frecuencia permanece igual, por lo que se hace indispensable la petición del aumento de dicho pleno.

Algunas de las teorías para el cálculo del pleno se basan en la teoría del riesgo y probabilidades y otras son empíricas.

Es de sugerirse que para obtener este límite, se basen en un estudio actuarial, siguiendo algunos de los procedimientos señalados en este -

ensayo.

ALEJANDRO HAZAS S.

Sea:

1) $N =$ Num. total de pólizas.

$S_i =$ Suma asegurada i (1, 2, ... N)

$Nq =$ n siniestros esperados

$\mu =$ promedio de sumas aseguradas en riesgo.

$$\mu = \frac{\sum S_i}{N}$$

El valor esperado del monto de los siniestros es:

$$\frac{\mu}{N}$$

Ahora bien si no ocurren n siniestros sino $n + \Delta n = V$ por las --
desviaciones estadísticas y la suma asegurada correspondiente es - - - -

$\mu + \Delta \mu = m$, entonces el valor de la pérdida o ganancia será:

$$\begin{aligned} D &= n\mu - (n + \Delta n)(\mu + \Delta \mu) = n\mu - Vm \\ &= n\mu - D \\ m &= \frac{n\mu - D}{v} \end{aligned}$$

Cuál será la probabilidad de obtener una pérdida o ganancia D , si se obtiene un valor V y el correspondiente de m

$$P \left[D (v, m) \right] = P(v) P(m/v) = P(v) P \left(\frac{n\mu - D}{v} / v \right)$$

El valor de D se puede obtener de distintas maneras haciendo va
riar V y en forma correspondiente m .

La probabilidad de obtener un valor de D es:

$$P(D) = \sum_{L_1}^{L_2} P(v) P\left(\frac{n\mu - D}{v}\right)$$

Si se supone que para cada v , m está distribuida conforme a funciones de densidad de probabilidad continua (m) y a su vez $G(v)$ es la función de distribución discreta de v entonces:

$$P(D) = \sum_{L_1}^{L_2} G(v) \varphi\left(\frac{n\mu - D}{v}\right) dv$$

y la probabilidad de obtener ganancia o una pérdida que no sobrepase el valor K es:

$$\int_{-K}^{\infty} P(D) dD = \int_{-K}^{\infty} \sum_{L_1}^{L_2} G(v) \varphi\left(\frac{n\mu - D}{v}\right) dv dD$$

en donde K está formada por el 50 % de la Reserva por fluctuaciones estadísticas más el margen por mortalidad. Para calcular la expresión anterior se necesita:

- 1) N suficientemente grande, del orden 10^3
- 2) q probabilidad de siniestro pequeña del orden 10^{-2}
- 3) Cada elemento N tiene la misma probabilidad de ser seleccionado por lo que n es una muestra aleatoria de N en forma tal que $m = \frac{\sum S_i}{n}$ es una estimación insesgada de μ $E(m) = \mu$

La función $G(v)$ es una distribución de Poisson y por el teorema de límite central que la suma media pagada por siniestro es una variable casual, distribuida como las medidas de muestreo se tiene:

$$\varphi(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_m} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{m - \mu}{\sigma_m} \right)^2 \right\}$$

en donde

σ_m es la d. m. c. de las medidas de muestreo

μ es el valor medio de las sumas en riesgo

m es el tamaño de la muestra

$$\int_{-k}^{\infty} P(D) dD = \sum_{L_1}^{L_2} \frac{e^{-n} n^v}{v!} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_m} e^{-\frac{(m - \mu)^2}{2 \sigma_m^2}}$$

$$\int_{-k}^{\infty} P(D) dD = \sum_{L_1}^{L_2} \frac{e^{-n} n^v}{v!} \int_{-k}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_m} e^{-\frac{1}{2} \frac{(n\mu - D - \mu)^2}{\sigma_m^2}} dD$$

$$\text{Si } t = \left(\frac{n\mu - D}{v} - \mu \right) \frac{1}{\sigma_m}$$

$$\int_{-k}^{\infty} P(D) dD = \sum_{L_1}^{L_2} \frac{e^{-n} n^v}{v!} \left[- \int_{\frac{(n\mu + k - \mu)}{v} \frac{1}{\sigma_m}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} t^2} v dt \right]$$

Los límites L_1 y L_2 pueden prefijarse, entonces la probabilidad de que las desviaciones en el número de siniestros quede comprendido entre dichos límites sea del 99 % es:

$$P(n - s \sigma_v < v < n + s \sigma_v) = .99$$

En donde σ_v es la d. m. c. de las sumas aseguradas

El valor de la integral sobre t depende de t_α

$$t_\alpha = \left[\frac{n\mu + k}{v} - \mu \right] \frac{\sqrt{v}}{\sigma_s} \sqrt{\frac{N-v}{N-1}}$$

y principalmente de v puesto que las otras incógnitas representan valores establecidos.

Interesa el límite superior, y si además la integral sobre t toma un valor mínimo P por ejem. $P = .99$ entonces $t_\alpha = 3$ es la abscisa correspondiente a la curva $N(O, 1)$

para $v = n + s \sigma_v$

$$t_\alpha = 3 = \left[\frac{n \mu + k}{n + s \sigma_v} - \mu \right] \frac{1}{\frac{\sigma_s}{\sqrt{n + s \sigma_v}} \sqrt{\frac{N - (n + s \sigma_v)}{N - 1}}}$$

$$t_\alpha = \frac{K - s \mu \sigma_v}{\sqrt{n + s \sigma_v}} \frac{1}{\sigma_s \sqrt{\frac{N - (n + s \sigma_v)}{N - 1}}} \dots (1)$$

En donde $\sigma_s =$ desvío medio cuadrático de las sumas de riesgo.

De la ecuación anterior, se puede ver que mientras más homogénea sea la distribución de las sumas aseguradas en riesgo, mayor será la posibilidad de no tener pérdidas así como mientras mayor sea el valor de la reserva K destinada a las desviaciones por mortalidad.

De (1) se despeja σ_s

$$\sigma_s = \frac{K - s \mu \sigma_v}{3 \sqrt{n + s \sigma_v}} \frac{1}{\sqrt{\frac{N - (n + s \sigma_v)}{N - 1}}}$$

Conociendo σ_s se fija un límite y se calcula la σ_s correspon--

diente, simultáneamente se calcula σ_e con la fórmula

$$\sigma_e^2 = \frac{\sum S_i^2 f_i}{N} - \left(\frac{\sum S_i f_i}{N} \right)^2$$

$$= \frac{\sum S_i^2 f_i}{N} - (\bar{S})^2$$

Se comparan los resultados, si éstos valores son aproximados, - éste será el pleno de retención. Si no se calculan fijando otros límites hasta obtener la máxima aproximación.

Para el caso en donde intervienen distintas edades la fórmula conveniente será:

$$t \propto = \frac{K - s \mu \sigma_v}{\sqrt{n + s \sigma_v}} \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{q}{q_i} \frac{N_i}{N} \sigma_{S_i}^2}}$$

en donde

$$\frac{q}{q} = \frac{\sum N_i q_i}{N}$$

$$N = \sum N_i$$

N_i = número de asegurados en el estrato i ésimo.

Mientras más homogénea y mayor sea la suma media retenida, - se obtiene la cartera óptima; siendo ésta la que da mayor retención con el - menor riesgo posible.

Este concepto puede ser base de nuevas estrategias de reaseguro, siendo un ejemplo de estas posibilidades, la facultad de adoptar límites de retención diferenciados por edades, ó grupos de edades en el caso de vida- ó por diferentes clases de riesgo en el seguro de daños.

Es evidente que ésta estrategia permite la obtención de una menor variancia en la cartera retenida.

2) METODO DE C. LANDRE

El método que propone considera únicamente seguros homogéneos del mismo plan con capitales y edades iguales. La principal consideración de este método es que Landré se basó en el hecho de que un seguro nuevo no aumente el riesgo medio relativo.

Descripción del Método:

Sea:

C_m = suma asegurada media

N_x = número de contratos a la edad x

q_x = probabilidad de muerte

p_x = probabilidad de supervivencia

Se considera a q_x como la suma de dos productos. El primero es igual al valor 1 ó la certeza de que se efectúe el evento (la muerte)- multiplicado por la probabilidad de morir y el segundo igual al valor 0 ó -- sea que no se realice el evento multiplicado por la probabilidad de vivir

$$(P_x = 1 - q_x)$$

$$q_x \cdot 1 + p_x \cdot 0$$

$$\mu = q_x \cdot 1 + (1 - q_x) \cdot 0 = q_x$$

$$\sigma^2 + \mu^2 = (q_x) \cdot 1^2 + (1 - q_x) \cdot 0^2 = q_x$$

$$\sigma^2 = q_x - \mu^2$$

$$\sigma^2 = q_x - q_x^2 = q_x(1 - q_x) = q_x p_x \dots \dots (1)$$

El riesgo relativo de una cartera con estas condiciones se determina en la siguiente forma:

$$\frac{C_m v \sqrt{N_x p_x q_x}}{C_m N_x} = \frac{v \sqrt{p_x q_x}}{\sqrt{N_x}}$$

Puesto que este riesgo no debe sufrir cambios con la introducción de un negocio nuevo homogéneo, se tendrá:

llamando p al negocio nuevo

$$\frac{v \sqrt{p_x q_x}}{\sqrt{N_x}} = \frac{v \sqrt{p_x q_x} \sqrt{C_m^2 N_x + p^2}}{C_m N_x + p}$$

(1) Kenney, Keeping 'Mathematics of Statistics' Pag. 180 (D. Van Nostrand, Company I. N. C. 1954)

Se tiene:

$$\frac{1}{\sqrt{N_x}} = \frac{\sqrt{C_m^2 N_x + p^2}}{C_m N_x + p}$$

Elevando al cuadrado los dos miembros

$$\frac{1}{N_x} = \frac{C_m^2 N_x + p^2}{C_m^2 N_x^2 + 2 C_m N_x p + p^2}$$

Resolviendo se tiene:

$$\therefore p = \frac{2 C_m N_x}{N_x - 1}$$

Si N_x suficientemente grande, entonces:

$$p \approx 2 C_m$$

Es decir el Pleno es aproximadamente el doble de la suma media que tiene la cartera en el momento de la aceptación del negocio nuevo.

3) TERCER METODO.

SEA:

M = riesgo medio cuadrático del conjunto

r_i = riesgos medios parciales

c_i = suma asegurada

N = número de contratos

Este método se basa en la teoría del riesgo del cual se habla en -

el Apéndice A

Para que sea aplicable la Distribución Normal, es necesario suponer un número infinito de operaciones distintas unas de las otras.

El cuadrado del riesgo medio de un conjunto de operaciones independientes, es igual a la suma de los cuadrados de los riesgos medios parciales (1*). Así si en N operaciones distintas se indica a los riesgos medios parciales como: $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ para un capital l será -- $c_i r_i$ el riesgo medio de la i -ésima operación para un capital c_i .

Por lo tanto

$$M^2 = \sum_1^n c_i^2 r_i^2$$

Ahora bién, si en lugar de tener N operaciones distintas se tiene la misma pero realizada por N diferentes personas, se tendrá:

$$r_1 = r_2 = r_3 = \dots = r_n = r$$

$$M = r \sqrt{\sum_1^n c_i^2} \quad (1)$$

Si además cada operación tiene depósitos iguales, entonces

$$M = r c \sqrt{N}$$

Se llamará :

$$M = r c \sqrt{N} \quad \text{riesgo medio absoluto}$$

Si $Z = Nc$

(1) Bienaymé. Considérations a l'appui.

(2) $\frac{M}{Z} = \frac{r}{\sqrt{N}}$ riesgo medio de una operación para un capital unitario ó riesgo medio relativo.

Si después se supone un mismo capital C para cada una de las -- operaciones iguales se tendrá en vez de (2)

$$\frac{M}{Z} = \frac{r \sqrt{\sum_1^n c_i^2}}{\sum_1^n c_i} \dots\dots\dots (3)$$

Si r es constante, el 2º miembro de la igualdad anterior variará dependiendo de los capitales y del número de veces que se realice la operación, es decir depende del factor $\frac{\sqrt{\sum_1^n c_i^2}}{\sum_1^n c_i}$ y éste será mínimo

cuando el numerador sea mínimo es decir cuando las c_i sean iguales y toma el valor máximo 1 cuando tenga un solo término por un capital Z

Máximo cuando es una operación $\frac{M}{Z} = \frac{r \sqrt{c_i^2}}{c} = r$

Mínimo cuando las c_i iguales $\frac{M}{Z} = \frac{r}{\sqrt{N}}$

Por lo tanto, dado un capital Z el riesgo medio relativo es máximo si se trata de una operación, y para N operaciones iguales es mínimo si el capital relativo de cada una es $\frac{Z}{N}$