

1
Zej



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

MODELO DE SIMULACION DE REGENERADORES
EN REGIMEN TRANSITORIO

Tesis Profesional

Que para obtener el Título de
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

p r e s e n t a

JUAN JESUS ACEVES TARELO



México, D. F.

1987



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

1.	Introducción.	1
2.	Modelos matemáticos de un regenerador de lecho fijo.	6
	2.a Modelos matemáticos.	
	2.a.1 Resistencia térmica despreciable.	
	2.a.2 Modelo simplificado.	
	2.a.3 Modelo de conducción entre partículas y efectos de dispersión.	
	2.b Modelos numéricos.	
	2.b.1 Discretización y solución propuesta por WILLMOTT.	
	2.b.2 Discretización y solución propuesta en el presente trabajo.	
3.	Diseño del experimento.	22
	3.a Montaje del modelo experimental.	
	3.a.1 Instrumentación de las partículas del empaque.	
	3.a.2 Montaje del lecho empacado.	
	3.b Descripción del experimento.	
	3.c Obtención experimental de parámetros y propiedades inherentes al lecho empacado.	
	3.c.1 Porosidad del lecho empacado.	
	3.c.2 Calor específico del material sólido.	
	3.c.3 Densidad del material sólido.	
	3.c.4 Difusividad térmica, conductividad térmica y módulo de Biot.	
4.	Correlación de datos experimentales.	46
	4.a Programa de simulación.	
	4.a.1 Solución propuesta.	
	4.a.2 Solución de WILLMOTT.	
	4.b Comparación solución numérica vs solución analítica.	
	4.c Resultados experimentales.	
	4.c.1 Comparación simulación numérica - experimental.	
5.	Conclusiones y recomendaciones.	74
	Apendice.	77
	Nomenclatura.	90
	Bibliografía.	92

1. Introducción.

Los regeneradores o almacenes térmicos revisten una especial importancia debido a que ofrecen un mejor aprovechamiento de la energía térmica.

Los regeneradores son empleados usualmente en las plantas de potencia, en la metalurgia, en la producción del vidrio así como en la industria química. Asimismo se utilizan también en los ciclos de turbina de gas. Cabe señalar que estos equipos desempeñan un papel primordial en los sistemas de energía solar para amortiguar las variaciones inherentes de este tipo de energía, que en este caso representa un objetivo del presente trabajo.

También es preciso señalar que en muchas aplicaciones, los regeneradores han tomado el lugar de los cambiadores de calor convencionales, debido en parte a que los primeros presentan menos problemas al diseño y pueden operar en condiciones más extremas que los segundos (14).

Existen dos tipos de regeneradores; el regenerador fijo y el rotatorio. El primer tipo queda representado por un lecho empacado, en el cual el empaque puede ser de materiales sólidos diversos, tales como rocas, concretos, vidrio, feolita, granito, etc. Estas unidades son típicas por su compacidad. Existen otros regeneradores de lecho empacado que caen en la clasificación de los no compactos. Estas unidades tienen aplicaciones básicamente en operaciones a alta temperatura, como en el caso de la manufactura del acero, coque y vidrio. Los regeneradores

rotatorios son del tipo de matriz metálica y se emplean comúnmente en turbinas de gas y plantas de potencia.

En el presente trabajo el análisis se enfoca básicamente hacia los regeneradores de lecho fijo compacto.

Dicho análisis consiste en determinar la respuesta en estado transitorio al someter al almacén térmico a un escalón de temperatura a la entrada del mismo. Se realizaron pruebas en un modelo experimental para calibrar un modelo numérico obtenido a partir de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de dicho almacén.

1.1 Antecedentes

En muchos procesos industriales se presentan situaciones en las cuales están en contacto un medio sólido con un fluido, generalmente a temperatura diferente. La energía térmica que posean el fluido o el sólido es factible de ser utilizada. Bajo este principio puede funcionar un regenerador de lecho fijo, que es posible emplearlo como una unidad almacenadora de energía.

La teoría que se aplica en este caso, es aquella que predice el comportamiento de las variables y parámetros para algunas geometrías (placa plana, esferas, cilindros, etc.) cuando se

presenta la transferencia de calor en condiciones de estado transitorio (4).

Este mecanismo de transferencia de calor, se tiene cuando la transmisión de calor no solo es función de las coordenadas espaciales, sino también del tiempo. Esta última dependencia se da cuando a un cuerpo sólido se le somete a un calentamiento y/o enfriamiento repentino, o viceversa.

Este fenómeno se presenta en actividades, correspondientes a la manufactura del vidrio, en el quemado de ladrillos, vulcanización del hule, durante el arranque y paro de algunos cambiadores de calor, etc.(14). Existen dos casos de particular interés:

- a) Cuando el cuerpo tiende al equilibrio térmico.
- b) Cuando la temperatura del cuerpo se sujeta a una variación periódica.

En los procesos de conducción en estado transitorio la transferencia de calor está ligada con un cambio en la energía interna de la sustancia que se trate. En general, para el análisis de conducción de calor en estado transitorio de geometría conocida, se asumen las siguientes condiciones.

- El coeficiente de transferencia de calor por convección h , es el mismo para todos los puntos de la superficie.
- La temperatura T es función de una sola coordenada espacial.
- La temperatura del medio circundante T_a se considera constante.

Asimismo es conveniente indicar los factores que afectan el funcionamiento de un lecho empacado. Entre otros se pueden

mencionar los siguientes: La rapidez de transferencia de calor desde o hacia el sólido, que a su vez es una función de las propiedades físicas del fluido y sólido; la temperatura local del fluido y de la superficie del sólido, el flujo del fluido y las características geométricas del lecho empacado.

El lecho puede seguir un arreglo ordenado o un arreglo al azar, que es el más común. Cabe señalar que este último arreglo representa una mayor o menor área superficial para la transferencia de calor, dependiendo de la geometría del empaque empleado, comparándolo con un arreglo que siga cierta configuración.

Las características que se tengan del lecho dependerán de la forma y orientación del material sólido que se emplee como empaque. Esta última definirá en cierta forma los espacios vacíos, es decir, la fracción vacía o porosidad que es la fracción del volumen total ocupado por el fluido.

Para realizar el análisis de transferencia de calor, es necesario considerar la recirculación del fluido y los efectos de conducción entre partículas del empaque, lo cual hace un tanto complejo dicho análisis. Se tiene una resistencia térmica mayor en la frontera del fluido y sólido, y esta resistencia varía en forma inversa con el coeficiente de transferencia de calor por convección h . La temperatura del sólido depende de la conducción de calor transitoria desde la superficie hacia el interior del sólido. La transferencia de calor por o hacia las paredes del recipiente contenedor influyen en la respuesta transitoria del lecho. Otro factor que es importante considerar en el análisis, es la del

flujo del fluido que resulta de la formación de torbellinos y vórtices al pasar el fluido a través del medio sólido, a dicho fenómeno se le denomina efecto de dispersión.

En primera instancia, se observa que, el análisis de la respuesta de un lecho empacado resulta un tanto complejo. Sin embargo, auxiliándose de métodos numéricos y de la computadora es posible obtener una solución y predecir el comportamiento dinámico del equipo.

2. Modelos Matemáticos de un Lecho Empacado

Como se anotó anteriormente, existen muchos procesos industriales en los cuales se lleva efecto una transferencia de energía de un medio a otro (sólido - fluido o fluido - sólido). En algunos casos dicha transferencia alcanza el estado permanente, pero en otros, su estado de operación normal es el transitorio.

Es de interés entonces, realizar un análisis de dicho comportamiento basándose en las ecuaciones diferenciales que gobiernan la transferencia de calor.

A continuación se citan tres modelos matemáticos que se emplean para realizar dicho análisis.

2.a. Modelos Matemáticos.

Se presentan tres modelos con sus respectivas condiciones, las cuales permiten identificar cuando se puede utilizar o no un modelo u otro.

2.a.1 Resistencia térmica despreciable.

En este caso, la conductividad térmica del material y el coeficiente de transferencia de calor del fluido son muy altos, entonces la resistencia ofrecida a la transferencia de calor entre el sólido y el fluido es despreciable. Por lo tanto las temperaturas que posean tanto el sólido como el fluido son iguales.

Para obtener las ecuaciones diferenciales, se realiza un balance de energía para lo cual se hacen las siguientes suposiciones:

- Las paredes del contenedor están perfectamente aisladas.
- Las propiedades físicas y térmicas permanecen invariables.
- La rapidez de acumulación de energía por el fluido dentro del lecho es despreciable.
- La temperatura inicial del lecho es uniforme.
- Los efectos de radiación térmica son despreciables.

La ecuación de la energía que resulta es:

$$v_f \rho_f c_f \frac{\partial t}{\partial x} + \rho_m c_m (1-\epsilon) \frac{\partial t}{\partial \tau} = k_m \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (2.a.1.1)$$

donde:

v_f	velocidad del fluido
ρ_f	densidad del fluido
c_f	calor específico del fluido
ρ_m	densidad del sólido
c_m	calor específico del sólido
ϵ	porosidad del lecho
k_m	conductividad térmica del sólido

Con objeto de facilitar el manejo de las ecuaciones, se introducen los siguientes parámetros adimensionales:

$$X = \frac{x}{k_m} (v_f \rho_f c_f) \quad \text{distancia}$$

$$T = \frac{t - t_0}{t_i - t_0} \quad \text{temperatura}$$

$$\theta = \frac{\tau (v_f \rho_f c_f)^2}{k_m \rho_m c_m (1-\epsilon)} \quad \text{tiempo}$$

Entonces, la ecuación de la energía queda:

$$\frac{\partial T}{\partial X} + \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} \quad (2.a.1.2)$$

Las condiciones de frontera son:

$$x = 0 \quad -k_m \frac{\partial t}{\partial x} = v_f \rho_f c_f (t_f - t) \quad (2.a.1.3)$$

en términos de las cantidades adimensionales:

$$X = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial X} = T - T_f \quad (2.a.1.4)$$

La solución a esta ecuación según (1):

$$T(X, \theta) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{X - \theta}{2\sqrt{\theta}}\right) + \left(\frac{\theta}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{(X-\theta)^2}{4\theta}\right) - \frac{1}{2} \frac{1}{(1+X+\theta) \exp\left(X \operatorname{erf}\left(\frac{X+\theta}{2\sqrt{\theta}}\right)\right)}$$

Este modelo puede ser utilizado sin incurrir en errores apreciables, cuando $\theta < 10$.

2.a.2. Modelo Simplificado.

En este modelo como en el anterior se siguen despreciando la conducción entre partículas y los efectos de dispersión en el fluido.

Las ecuaciones que gobiernan la respuesta transitoria de un lecho empacado, son las mismas que se aplican para un medio poroso.

Schumann (1), desarrolló las ecuaciones diferenciales básicas y presentó una solución para el caso de una temperatura inicial uniforme en el sólido y una temperatura constante del fluido a la entrada del lecho.

Las suposiciones hechas, son las siguientes:

- La conductividad térmica del material sólido del lecho es infinita en la dirección transversal.
- La conductividad térmica del material es nula en la dirección

Las condiciones de frontera son:

$$x = 0 \quad -k_m \frac{\partial T}{\partial x} = \nu_f \rho_f c_f (T_{ri} - T) \quad (2.a.1.3)$$

en términos de las cantidades adimensionales:

$$X = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial X} = T - T_{ri} \quad (2.a.1.4)$$

La solución a esta ecuación según (1):

$$T(X, \theta) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{X - \theta}{\sqrt{\theta}}\right) + \left(\frac{\theta}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\exp(-(X-\theta)^2/4\theta)}{\exp(X \operatorname{erf}((X+\theta)/2\sqrt{\theta}))} - \frac{1}{2}$$

Este modelo puede ser utilizado sin incurrir en errores apreciables, cuando $X < 10$.

2.a.2. Modelo Simplificado.

En este modelo como en el anterior se siguen despreciando la conducción entre partículas y los efectos de dispersión en el fluido.

Las ecuaciones que gobiernan la respuesta transitoria de un lecho empacado, son las mismas que se aplican para un medio poroso.

Schumann (1), desarrolló las ecuaciones diferenciales básicas y presentó una solución para el caso de una temperatura inicial uniforme en el sólido y una temperatura constante del fluido a la entrada del lecho.

Las suposiciones hechas, son las siguientes:

- La conductividad térmica del material sólido del lecho es infinita en la dirección transversal.
- La conductividad térmica del material es nula en la dirección

del flujo.

- Las paredes del contenedor están perfectamente aisladas.
- Las propiedades físicas y térmicas permanecen invariables.
- El coeficiente de transferencia de calor por convección es uniforme
- El lecho está inicialmente a una temperatura uniforme.
- Se desprecian los efectos de radiación.

La respuesta transitoria del lecho se obtiene al plantear un balance de energía tanto para el fluido como para el material sólido del lecho. Una simplificación adicional de la ecuación se tiene si se desprecia la rapidez de acumulación de energía por el fluido contenido en el volumen del lecho.

$$\frac{\dot{m}f c_f L}{h A} \frac{\partial t_f}{\partial x} = t_m - t_f \quad (2.a.2.1)$$

La rapidez a la cual la energía es transferida desde el fluido hacia el sólido del lecho debe ser igual a la rapidez de acumulación de energía en el sólido del lecho.

$$\frac{S_f r (1-\epsilon) \rho_m c_m L}{h A} \frac{\partial t_m}{\partial \tau} = t_f - t_m \quad (2.a.2.2)$$

Se introducen las siguientes cantidades adimensionales.

$$\zeta = \frac{h A x}{\dot{m}f c_f L}$$

$$\eta = \frac{h A (\tau - x/v)}{S_f r (1-\epsilon) \rho_m c_m L}$$

longitud

tiempo

El término x/v representa el tiempo requerido por las partículas del fluido para pasar desde la entrada a una posición x . Este término es usualmente pequeño cuando se le compara con la escala de tiempo de interés para la unidad almacenadora y por tanto puede ser despreciado sin introducir errores significativos. Entonces el

tiempo se redefine como:

$$\eta = \frac{h A \tau}{Sfr (1-\epsilon) \rho_m C_m L}$$

Los términos adimensionales restantes son:

$$Tr = \frac{tr - to}{trf - to} \quad \text{y} \quad Tm = \frac{tm - to}{trf - to} \quad (2.a.2.3)$$

Entonces el modelo matemático considerando los parámetros adimensionales queda:

$$\frac{\partial Tr}{\partial \xi} = Tm - Tr \quad \text{fluido} \quad (2.a.2.4)$$

$$\frac{\partial Tm}{\partial \eta} = Tr - Tm \quad \text{sólido} \quad (2.a.2.5)$$

Condiciones de frontera:

$$\begin{aligned} \xi = 0 & & Tr = 1 & & Tm = 1 - \exp(-\eta) \\ \eta = 0 & & & & Tm = 0 \end{aligned} \quad (2.a.2.6)$$

Es necesario anotar que, frecuentemente se utiliza un coeficiente de transferencia de calor volumétrico en los cálculos del lecho empacado. La interrelación entre los coeficientes h y h_v es:

$$h_v Sfr = \frac{h A}{L}$$

La longitud y tiempo adimensional expresados en términos de h_v , quedan:

$$\xi = \frac{h_v Sfr x}{\dot{m}f C_f} \quad \eta = \frac{h_v \tau}{(1-\epsilon) \rho_m C_m}$$

Según Klinkenberg (1), las siguientes relaciones se pueden utilizar para generar resultados útiles en forma de tabla. En dicha tabulación las filas representan al tiempo adimensional y las columnas a la longitud adimensional. Ambos parámetros están en función de la temperatura del fluido.

$$\eta < 2 \qquad \xi < 2$$

$$Tr(\eta, \xi) = 1 - \exp(-\eta - \xi) \sum_{N=1}^{N=\infty} \left(\frac{\xi^N}{N!} \sum_{k=0}^{k=N-1} \frac{\eta^k}{k!} \right) \quad (2.a.2.7)$$

$$2 \leq \eta \leq 4$$

$$2 \leq \xi \leq 4$$

$$T(\eta, \xi) = 1 - \frac{1}{2} (1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\xi} - \sqrt{\eta})) - \frac{\xi^{1/4}}{\eta^{1/4} + \xi^{1/4}} \exp(-\eta - \xi)$$

$$I_0(2\sqrt{\eta\xi}) \quad (2.a.2.8)$$

$$\eta \geq 4$$

$$\xi \geq 4$$

$$T(\eta, \xi) = 1 - \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\xi} - \sqrt{\eta} - \frac{1}{8\sqrt{\xi}} - \frac{1}{8\sqrt{\eta}}) \right) \quad (2.a.2.9)$$

Dado que las ecuaciones usadas en la descripción del modelo matemático del lecho empacado son simétricas, el valor de T_m puede obtenerse de:

$$T_m(A, B) = 1 - T_r(B, A) \quad (2.a.2.10)$$

Cabe señalar que lo anterior es muy útil para poder predecir la temperatura del fluido saliendo del lecho empacado, así como la distribución de temperaturas en éste último para un instante dado. En la operación de un lecho empacado para almacenar energía térmica, uno de los aspectos de interés es la fracción de energía disponible en la corriente caliente. Como la temperatura del fluido saliendo de la unidad se aproxima a la temperatura de entrada, la cantidad de energía removida de la corriente decrece. Una forma de asegurar la eficiencia económica del lecho empacado para almacenar energía es como sigue, se puede establecer un valor máximo para la temperatura de salida del fluido, una vez que el fluido alcance dicho valor, el fluido caliente puede ser desviado a otra unidad almacenadora.

2.a.3. Modelo de conducción entre partículas y dispersión.

Los modelos anteriores no consideran la conducción entre partículas y los efectos de dispersión.

La temperatura de la superficie en contacto con el fluido dependerá del coeficiente de película convectiva y de la conducción entre partículas.

Como el fluido fluye a través del lecho empacado, pequeños torbellinos serán generados en el fluido, creando una mezcla intensa de partículas de fluido. Esta mezcla y el efecto de conducción molecular de calor axialmente dentro del fluido son clasificados como efectos de dispersión.

Las ecuaciones de conservación para lechos empacados con partículas esféricas encontradas para estos efectos son los siguientes.

$$\frac{h A}{L} (t_v - t_f) - \alpha_f c_f \frac{\partial t_f}{\partial x} + k_f S_f r \frac{\partial^2 t_f}{\partial x^2} = 0 \quad (2.a.3.1)$$

$$\rho_m c_m \frac{\partial t_m}{\partial \tau} = k_m \left(\frac{\partial^2 t_m}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t_m}{\partial r} \right) \quad (2.a.3.2)$$

$$r = r_0 \quad h(t_v - t_f) = -k_m \frac{\partial t_m}{\partial r} \quad (2.a.3.3)$$

$$r = 0 \quad \frac{\partial t_m}{\partial r} = 0 \quad (2.a.3.4)$$

El último término del primer miembro de la ecuación para el fluido representa los efectos de dispersión axial. La rapidez de acumulación de energía dentro del fluido se despreció cuando se planteó dicha ecuación. Si únicamente los efectos de dispersión axial son considerados, la ecuación para el fluido queda:

$$\frac{h A}{L} (t_v - t) - m_f c_f \frac{\partial t_f}{\partial x} + k_f S_f \epsilon \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0 \quad (2.a.3.5)$$

Y considerando que la ecuación para el sólido es la misma que para el modelo simplificado:

$$S_f \epsilon (1 - \epsilon) \rho_m c_m L \frac{\partial t_m}{\partial \tau} = h A (t_f - t_v) \quad (2.a.3.6)$$

ahora bien, si únicamente se consideran los efectos por conducción entre partículas, la ecuación de la energía para el fluido, se reduce a:

$$\frac{h A}{L} (t_v - t_f) - m_f c_f \frac{\partial t_f}{\partial x} = 0 \quad (2.a.3.7)$$

y conjuntamente con las condiciones de frontera:

$$\begin{array}{ll} \tau = 0 & t_f = t_v = t_o \\ \tau > 0 & x = 0 \\ & t_f = t_{fi} \end{array}$$

representan el modelo.

Una evaluación cuidadosa de los varios métodos disponibles para la determinación de la respuesta transitoria de lechos empacados fue presentada por Jefferson (14). Las partículas utilizadas fueron de geometría esférica y se tomaron en cuenta los efectos de dispersión axial y la conducción entre partículas.

Los parámetros adimensionales presentados son:

$$Bi = \frac{h r_o}{k_m}$$

Número de BIOT

$$V_H = \frac{\rho_m c_m (1 - \epsilon)}{\rho_f c_f \epsilon}$$

Relación de capacidad de calor

$$\beta = \frac{V_H}{V_H + 1}$$

Relación de capacidad térmica

$$Pe = \frac{(\rho_f c_f v_o)^2 S_f L \epsilon}{k_f A}$$

Número de PECLET

Si la conductividad del material almacenador es grande en el límite se aproxima a infinito, entonces el número de B_i es pequeño y tiende a cero en el límite. Entonces en el límite el material almacenador tendrá una temperatura uniforme y este modelo se aproximará al simplificado. La razón de calor V_h , es la relación de la capacidad de calor del sólido a la del fluido contenido en los huecos del lecho. La capacitancia térmica es la relación de la capacidad de calor del sólido a la del lecho en total (fluido y sólido).

Para un valor grande de V_h , la respuesta transitoria del lecho empacado puede ser adecuadamente predicha por el modelo simplificado si se utiliza un coeficiente de película efectivo h_e en la evaluación de la longitud y tiempo adimensional. Este coeficiente toma en consideración la dispersión axial y los efectos de conducción entre partículas, tomando la siguiente

forma:

$$\frac{1}{h_e} = \frac{1}{h_e} (1 + B_i/s) \beta^2 + \frac{k_f A}{(\rho c V_a)^2 \text{St} L} \quad (2.a.3.8)$$

Cabe señalar que cuando la relación de capacidad de calor es del orden de 1, la corrección anterior no puede ser empleada.

Se hace la indicación que la formulación matemática que describe el comportamiento del lecho empacado, supone que éste está inicialmente a una temperatura uniforme t_0 y que el fluido a la entrada del lecho man tiene una temperatura invariable t_{fe} durante el periodo de almacenamiento de energía.

En muchas aplicaciones, la temperatura del fluido a la entrada del lecho tiene una variación temporal y la temperatura inicial en el lecho presenta una variación espacial. Sin embargo, se puede observar que el sistema de ecuaciones diferenciales que describen

el comportamiento del lecho es lineal, y entonces es factible de emplear el método de superposición en conjunción con los resultados obtenidos mediante el modelo matemático seleccionado y así poder predecir el comportamiento de la unidad almacenadora de energía térmica bajo estas condiciones más reales.

De los modelos antes descritos se seleccionó el simplificado, debido a que la solución que presenta se supone no queda muy lejos de lo real, aun con las suposiciones que asume. Es un objetivo del presente trabajo demostrar lo anterior.

2.b Modelos numéricos.

Para la solución del modelo seleccionado se empleó un método numérico de diferencias finitas.

Aunque normalmente una solución numérica se obtiene cuando la solución analítica resulta complicada dadas las situaciones geométricas o las condiciones de frontera, sin embargo, en este caso la solución analítica es conocida y permitirá calibrar la solución numérica.

Entonces el objetivo de la solución numérica es poder predecir el comportamiento del modelo experimental para distintas condiciones de operación sin recurrir a la experimentación. Esto es, en principio se compararán los resultados experimentales con los obtenidos mediante la solución numérica para las mismas condiciones de operación, y una vez calibrado el modelo numérico se tendrá un programa de simulación eficiente.

Ahora bien, para poder aplicar el método numérico a las ecuaciones diferenciales parciales, es necesario transformar estas últimas en ecuaciones algebraicas, lo cual se realiza mediante la aproximación de las derivadas parciales por diferencias finitas, basándose en la técnica de diferencias finitas (9 y 10). El efecto que produce la aproximación numérica mediante las diferencias finitas, es que reemplaza la distribución continua de la variable en cuestión (en este caso la temperatura), por una distribución discontinua o discreta. Esta discretización se representa como un conjunto de puntos nodales, dependientes entre sí. Cada nodo asumirá el valor que toma la variable de interés para determinadas condiciones. Es fácil comprender que para una cierta

región el conjunto de nodos formará una red, ésta puede hacerse tan pequeña como se quiera, esto es, la distancia nodal se puede hacer tender a cero, y en tanto se tenga lo anterior, la distribución que asume la variable de interés (temperatura) se aproximará a la distribución continua.

2.b.1 Discretización propuesta por Willmott.

Las ecuaciones diferenciales son:

$$\frac{\rho c_f L}{h A} \frac{\partial t_f}{\partial \tau} + \frac{\dot{m} c_f L}{h A} \frac{\partial t_f}{\partial x} = t_m - t_f \quad (2.b.1.1)$$

$$\frac{S_f r (1-\epsilon) \rho_m c_m L}{h A} \frac{\partial t_m}{\partial \tau} = t_f - t_m \quad (2.b.1.2)$$

Las condiciones inicial y de frontera son:

$$\begin{aligned} \tau = 0 & \quad x = 0 & \quad t = t_m = t_0 \\ \tau > 0 & \quad x = 0 & \quad t_f = t_{f0} \end{aligned} \quad (2.b.1.3)$$

$$x = 0 \quad t_m = (t_0 - t_{f0}) \exp\left(\frac{h A \tau}{S_f r (1-\epsilon) \rho_m c_m L}\right) + t_{f0}$$

Es fácil observar que el comportamiento del lecho empacado es función tanto del espacio como del tiempo, se supone entonces que la solución avanza en el tiempo de la siguiente manera:

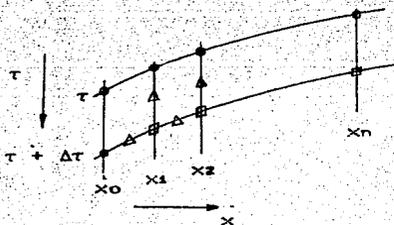


Fig. 2.b.1.1

Con referencia a la figura anterior, el análisis se inicia considerando que se conoce la distribución inicial de temperaturas

para ambos medios, así como las condiciones de frontera. Entonces al discretizar las ecuaciones diferenciales parciales se toman valores promedio (Δ) para determinar el valor de la temperatura en el punto de interés (\square) que corresponde a la posición x_1 y al quedar determinado dicho punto sirve de base para el cálculo del siguiente, que es x_2 y así sucesivamente hasta recorrer la geometría del lecho para el mismo instante de tiempo y luego pasar al siguiente, y así hasta que la solución converga. En la figura 2.b.1.1 sólo se ilustra la red para el material almacenador, siendo la del fluido similar.

Entonces las ecuaciones se reducen a:

$$k_c \frac{\Delta TF}{\Delta \theta} + \frac{\Delta TF}{\Delta X} = TM^* - TF^* \quad (2.b.1.4)$$

$$\frac{\Delta TM}{\Delta \theta} = TF^* - TM^* \quad (2.b.1.5)$$

El asterisco indica valor promedio.

Se anota que, se introducen los siguientes parámetros adimensionales:

$$X = \frac{h A x}{m_f c_f L} \quad \text{Longitud adimensional}$$

$$\theta = \frac{h A \tau}{S_f (1-c) \rho_m c_m L} \quad \text{tiempo adimensional}$$

$$k_c = \frac{c_f \rho_f}{c_m \rho_m (1-c)} \quad \text{Relación de capacitancias térmicas}$$

$$TF = \frac{t_f - t_o}{t_{fe} - t_o} \quad \text{Temperatura del fluido}$$

$$TM = \frac{t_m - t_o}{t_{me} - t_o} \quad \text{Temperatura del sólido}$$

Entonces las condiciones inicial y de frontera quedan:

$$\begin{array}{lll} \theta = 0 & & TM = 0 \\ X = 0 & TF = 1 & TM = 1 - \exp(-\theta) \end{array}$$

Entonces sustituyendo las diferencias finitas en la ecuación

2.b.1.4 del fluido:

$$TF1(j) = (\theta X TM1(j) + 2\theta TF1(j-1) + (2kcX - \theta X) TL(j) + \theta X TI(j)) / (2kcX + 2\theta + \theta X) \quad (2.b.1.6)$$

por conveniencia:

$$\alpha = 2kcX + 2\theta + \theta X$$

Asimismo sustituyendo las diferencias finitas en la ecuación

2.b.1.5 del material almacenador y combinando con la ecuación

2.b.1.4 del fluido:

$$TM1(j) = (2\theta^2 TF1(j-1) + (\theta^2 X + \alpha(2-\theta)) TI(j) + (\theta(2kcX - \theta X) + \alpha\theta) TL(j)) / (\alpha(2+\theta) - \theta^2 X) \quad (2.b.1.7)$$

Que son las ecuaciones a emplear en la simulación numérica.

Nota: Las variables que van acompañadas de un número uno indican el instante actual y la letra j indica la coordenada espacial. Asimismo las variables seguidas de la letra I y L indican el valor de dicha variable en el instante anterior.

2.b.2 Discretización propuesta.

A continuación se anota la discretización propuesta por el autor del presente trabajo.

Se parten de las mismas ecuaciones diferenciales.

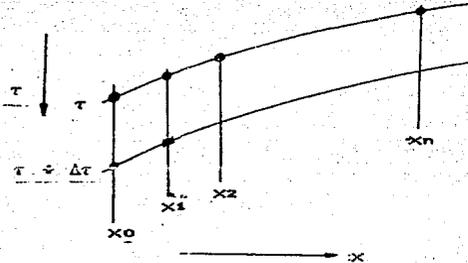


fig. 2.b.2.1

Con referencia a la figura 2.b.2.1, se observa que, se conoce la distribución de temperaturas para el instante y además las condiciones de frontera para todo instante.

Entonces a partir de los valores de los nodos vecinos, se determina el valor de la temperatura en el nodo de interés (denotado en la figura con T_1), que para efectos de ejemplo corresponde a la posición x_1 ; y una vez conocido éste, se determina el valor de la temperatura en el nodo correspondiente a x_2 y así hasta cubrir la longitud del lecho. Concluido lo anterior se avanza al instante $\tau + \Delta\tau$ y así progresa la solución en el tiempo. En este caso también se muestra en la figura únicamente la red para la temperatura del material sólido.

Las ecuaciones que se obtienen son las siguientes:

$$k_c \frac{\Delta T_F}{\Delta \theta} + \frac{\Delta T_M}{\Delta X} = T_M - T_F \quad (2.b.2.1)$$

$$\frac{\Delta TM}{\Delta \theta} = TF - TM \quad (2.b.2.2)$$

Se anota que aquí se emplea la misma adimensionalización que en el caso anterior.

Entonces sustituyendo las diferencias finitas en las ecuaciones 2.b.2.1 y 2.b.2.2, se tiene para sólido y fluido respectivamente:

$$TM1(j) = \frac{(\theta^2 TF1(j-1) + 2Xk_c TL(j) + (Xk_c + \theta + \theta X) TI(j))}{(\theta^2 + \theta(Xk_c + X + 1) + Xk_c)} \quad (2.b.2.3)$$

$$TF1(j) = \frac{(\theta (X TM1(j) + TF1(j-1)) + Xk_c TL(j))}{(Xk_c + \theta + \theta X)}$$

Nota: Las variables seguidas del número uno, indican el instante actual y la letra j la coordenada espacial. Las variables seguidas de la letra I y L indican el valor de la temperatura en el instante anterior.

En ambas discretizaciones que se proponen, debe observarse que las ecuaciones resultantes son dependientes, esto es, para que la solución progrese en el tiempo, éstas deben resolverse simultáneamente para cada posición, lo cual hace característico el método de solución. Notándose diferencias únicamente en la forma de discretizar las ecuaciones. Más adelante se comenta y concluye al respecto.

3. Diseño del experimento

3.a Montaje del modelo experimental.

Una vez analizado el modelo matemático (solución analítica) que representa al fenómeno físico, y partiendo de éste para la obtención del modelo numérico que simula dicho fenómeno, se procedió al diseño del experimento.

El objetivo del experimento es determinar la distribución de temperaturas en el lecho empacado así como la temperatura del fluido a la salida de dicho lecho, ya fuera sometiendo a un enfriamiento o un calentamiento del empaque mediante algún fluido; durante un periodo de tiempo dado.

Para lograr el efecto de enfriamiento (calentamiento) se empleó agua como fluido aportador de energía en el caso de calentamiento o absorbedor de energía en caso de un enfriamiento.

Como material de empaque para almacenar la energía térmica se utilizaron esferas de vidrio. Como se anotó antes se debía registrar la distribución de temperaturas en el interior del material almacenador durante la prueba y por lo tanto se requería de un empaque con alta difusividad térmica, alta densidad, alto calor específico pero con una conductividad térmica baja. La transferencia de calor por conducción es entonces lo suficientemente lenta como para permitir que las temperaturas se pudieran registrar para distintos instantes de tiempo. Lo anterior habría sido problemático si se tuviera como empaque algún material metálico con alta conductividad térmica.

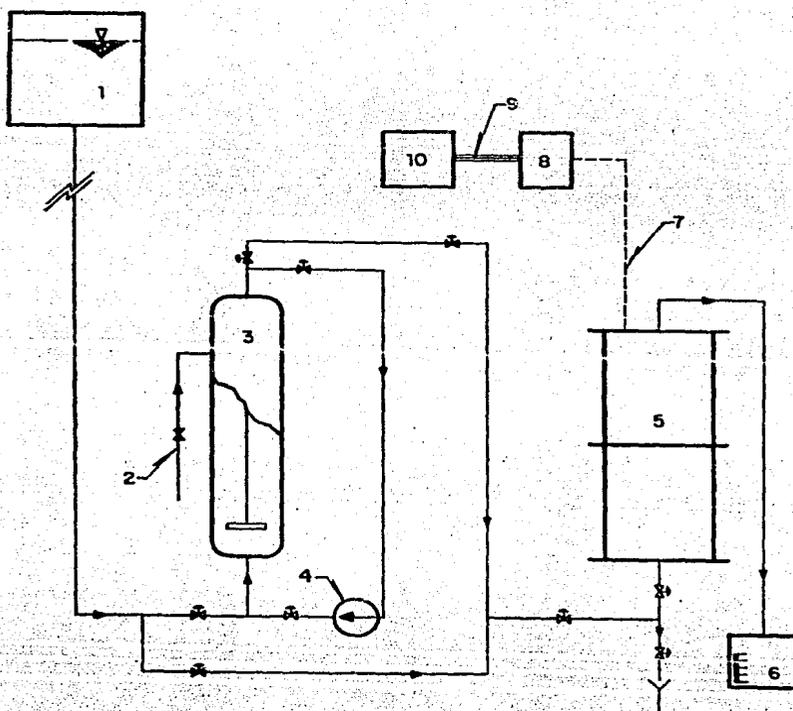
Asimismo se empleó un recipiente para alojar las esferas de vidrio, dicho elemento contenedor se fabricó de acrílico con un espesor de 1.5 cm y con las características que se muestran en la figura A1 del apéndice. En cuanto al material seleccionado para el cilindro, se estimó adecuado dado que durante las pruebas las temperaturas a manejar no excedían de 40°C.

Aunque cabe señalar que la temperatura máxima quedó determinada por el empaque, dado que, si se le sometía a un escaión de temperatura mayor a 25°C, éste provocaba la fractura de las esferas. Más adelante se amplía esta observación.

En lo que respecta a la alimentación y circulación del fluido se emplearon tuberías de cobre, así como los accesorios necesarios, tales como los de desviación y control de flujo. El diámetro de las tuberías y accesorios fue de 1.25 pulgada.

También se utilizó un tanque en donde se realiza el calentamiento del fluido (agua). De hecho este tanque opera como un cambiador de calor de contacto directo.

En la figura 3.a.1 se muestra el esquema de los componentes del experimento.



- 1 Tanque de agua de alimentación
- 2 Entrada de vapor
- 3 Tanque de almacenamiento de agua caliente
- 4 Bomba de circulación
- 5 Lecho empacado
- 6 Medidor de flujo
- 7 Conjunto de termopares
- 8 Referencia fría
- 9 Conjunto de cables a sistema de adquisición
- 10 Sistema de adquisición

Fig. 3.a.1 Esquema del modelo experimental.

3.a.1 Instrumentación de las esferas de vidrio.

Dado que resultó un tanto complicado realizar una medición que barrierá la longitud total del lecho, se optó por seleccionar tres planos que se consideran representativos. En dichos planos se instrumentaron tres esferas colocadas radialmente, partiendo del eje del cilindro.

En la figura 3.a.1.1 se muestran las esferas instrumentadas, tanto las del eje como las radiales.

Se señala que la instrumentación empleada para medir la temperatura se basa en un sistema automático de adquisición de datos de alta velocidad y resolución, que proporciona gran exactitud si se tiene una adecuada calibración de los termopares.

Estos medidores de efecto termoeléctrico se basan en el hecho, de que cuando se unen dos metales distintos, se genera una fuerza electromotriz en los extremos opuestos de dichos metales, y se tiene que dicha fem es principalmente función de la temperatura que exista en la unión (efecto Seebeck).

Los circuitos de termopares involucran cuando menos dos juntas o uniones. Si se conoce la temperatura de una de ellas, entonces la temperatura de la otra se puede determinar fácilmente partiendo de las propiedades termoeléctricas de los materiales de que se trate. A la temperatura conocida se le denomina temperatura de referencia. La unión que determina dicha temperatura, está inmersa en una mezcla hielo-agua a una temperatura de cero grados Celsius.

En este caso se manejan termopares Cobre-Constantán, conocidos también como tipo T, estos se emplean usualmente en un rango de temperaturas de -185 a 298 °C. Soportan muy bien la corrosión y

las mediciones son reproducibles con un alto grado de precisión. Todos los termopares fueron de este tipo, cabe indicar que al principio se manejaron termopares tipo J (Hierro-Constantán), pero dado que el fluido en cuestión es agua y este tipo de termopar es susceptible a la corrosión, entonces se prefirió el uso de termopares tipo T.

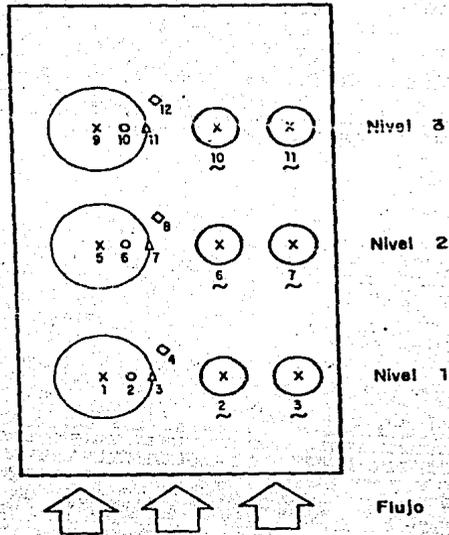


Fig. 3.a.1.1 Esquema de instrumentación del lecho empacado. (Los símbolos en las circunferencias indican la colocación del termopar).

3.a.2 montaje del lecho empacado.

El arreglo más común que se presenta en lechos empacados, es aquel en el que el empaque se vierte en el recipiente contenedor y no se sigue orden alguno en el acomodamiento, esto es, se tiene un arreglo al azar. También se observa que la geometría del empaque no es tan simple y se tienen algunas un tanto complicadas, de forma tal que se logre la máxima transferencia de energía en los casos que así se requiera, al tener una mayor área superficial disponible para tal efecto.

En este caso se empleó como empaque una geometría sencilla (esferas de vidrio) por simplicidad, debido a que el modelo matemático no hace mención a una geometría específica. Se señala por otro lado, que no se empleó un arreglo al azar, sino que se realizaron dos configuraciones distintas con el objeto de determinar si ejerce alguna influencia sobre la transferencia de calor el hecho de tener el empaque con cierto ordenamiento o a al azar.

A continuación se describen los arreglos manejados.

Arreglo romboédrico.

Este consiste en el acomodamiento de las esferas formando tres planos distintos ABC tal como se muestra en la figura (ver apéndice), dichos planos son repetidos hasta alcanzar una longitud L previamente determinada. Se seleccionaron tres niveles dentro del lecho, para ahí colocar termopares y medir la temperatura tanto en el material almacenador como en el fluido.

Asimismo se colocaron termopares a la salida del lecho empacado con el objeto de medir la temperatura del fluido a la salida del mismo.

En las dos siguientes figuras (3.a.2.1 y 3.a.2.2), se muestran los arreglos manejados durante la experimentación.

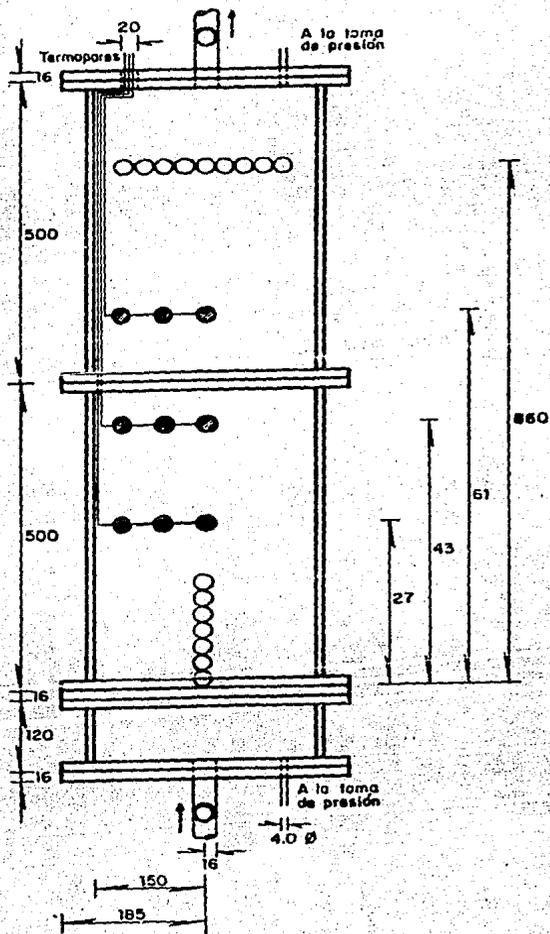
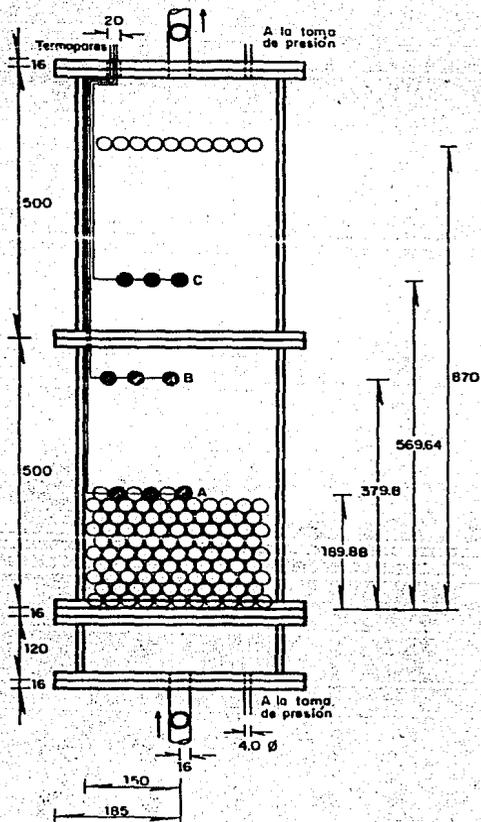


Fig. 3.a.2.1 Esquema del lecho empacado con arreglo romboédrico.



Acotaciones, en mm

● Esferas instrumentadas
 \varnothing 24.4 mm

Las letras A, B, C indican
 el plano de instrumentación

Fig. 3.a.2.2 Esquema del lecho empacado con arreglo ortorrómbico

3.b Descripción del experimento.

El experimento consiste básicamente en un enfriamiento (o bien calentamiento) del material almacenador y mediante un sistema automático de adquisición de datos registrar la variación de temperatura tanto en el material sólido (esferas) como en el fluido para el tiempo de duración de la prueba.

El experimento se realizó de la siguiente manera:

En el cambiador de calor de contacto directo, se introduce agua y vapor de agua húmedo (el valor de la calidad no se determinó) con objeto de calentar el agua. El cambiador de calor se encuentra a la presión atmosférica. El vapor procede de una caldera y el agua del tanque elevado con una carga constante de diez metros.

De esta manera se calienta el agua que posteriormente calienta al material almacenador. El calentamiento en el cambiador de calor se suspende cuando se llega a una temperatura constante para todo el lecho que oscila entre 35 y 45 grados Celsius, y no mayor que éste último valor dado que usualmente se manejó una temperatura del agua fría de aproximadamente 15 grados. Partiendo de lo anterior se realizaron pruebas para determinar el valor del salto máximo permisible de temperatura sin que las esferas fallaran debido al choque térmico. Se concluyó que dicho salto no debería exceder 25 grados Celsius. Una vez alcanzado el valor de temperatura seleccionado en el cambiador de calor y verificando que la temperatura inicial en el lecho fuese constante, se introduce el agua fría al lecho y se registra la variación de temperatura en el mismo.

Se observaron dos detalles importantes: primero, que el fluido caliente en el cambiador de calor de contacto directo no presentaba una temperatura uniforme debido a la presencia de una estratificación de la misma por la carencia de una homogenización del fluido de trabajo mediante una agitación vigorosa. Dado lo complicado que resultó introducir un agitador mecánico, se pensó en realizar el proceso de mezclado mediante una bomba que recirculara el agua una vez detectado en la región superior del cambiador de calor el valor seleccionado de temperatura para efectuar el proceso de calentamiento del lecho empacado.

El proceso de mezclado se realiza así; una vez registrado el valor de temperatura, se suspende el suministro de vapor de agua y de agua fría, asimismo se cierra el cambiador de calor, entonces mediante válvulas se comunica el cambiador de calor con la bomba, que en este caso es del tipo de desplazamiento positivo sin atender mucho a sus parámetros de operación dado que sólo se requería lograr una uniformidad en la temperatura del fluido mediante el mezclado.

Después de alcanzar una temperatura uniforme en el cambiador de calor, se sigue con el proceso de calentamiento del lecho empacado, presentándose aquí el segundo detalle mencionado antes, y éste se refiere al hecho de que, el agua caliente se agota antes del tiempo establecido para la prueba, aún con el flujo mínimo (aproximadamente 7 l/min). Luego entonces al operar con caudales mayores se tornó imposible la realización del experimento.

Para solucionar este problema, se optó entonces por realizar un proceso inverso, esto es, calentar previamente hasta una temperatura uniforme al material sólido del lecho y después dar

paso a un enfriamiento y así, de esta manera poder manipular los distintos flujos comprendidos en el rango seleccionado sin importar el tiempo de la prueba.

En lo que respecta al segundo arreglo, el experimento se realizó en forma similar, salvo que se hicieron algunas modificaciones. Estas se dieron básicamente en el lecho empacado. Dado que se observó que por la forma de entrar del flujo, éste aun no se desarrollaba completamente después de pasar por el primer nivel de esferas instrumentadas. Se decidió entonces introducir un elemento adicional al lecho con objeto de distribuir el flujo de tal forma que éste se uniformizara antes de entrar al lecho empacado. Dicho elemento adicional consiste en una malla de plástico en su periferia y en la zona central un perfil romo desvanecido hacia la periferia. Asimismo el primer estrato de esferas instrumentadas se recorrió algunos estratos hacia arriba.

Se señala que en ambos arreglos se midió la caída de presión y se observó que, dada la magnitud de los flujos, esta caída no es significativa en el análisis.

También se valuó la caída de presión en el lecho empacado haciendo uso de la ecuación según Lydersen, y que a continuación se anota:

$$\Delta P = \frac{f_m \rho V_o L (1-\epsilon)^2}{D_p \phi^n \epsilon^3}$$

Para este caso:

$$\begin{aligned} \phi &= 1 \\ \epsilon &= 0.28 \text{ (medida)} \\ L &= 0.87 \text{ (m)} \\ D_p &= 0.025095 \text{ (m)} \\ D_L &= 0.30 \text{ (m)} \end{aligned}$$

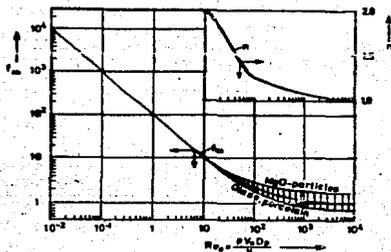
Se considera agua a 20 °C lo cual implica

$$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

entonces

Q (l/min)	V_0 (m/s)	Re
7	0.00164	41.16
24	0.00566	142.04
60	0.0141	353.84

Con el valor de Re calculado se recurre a la gráfica siguiente:



De la cual se obtiene f_m y n , calculando entonces la caída de presión y a su vez con este valor de presión se calcula la altura equivalente para dos fluidos manométricos distintos.

	Re	f_m	n	P(Pa)	h(mm Hg)	h(mm aceite)
1	41.16	3.5	1.5	10.1	0.075	1.14
2	142.04	1.8	1.25	67.2	0.5	7.6
3	353.84	1.1	1.14	264.32	1.98	30.0

Puede observarse que los valores de P calculados son muy pequeños, lo cual se esperaba dado que en la práctica se manejaron dos fluidos manométricos para registrar dicha caída de presión, y realmente se observó una variación muy pequeña, haciéndose notar que dicha caída de presión no es significativa en el experimento.

3.c Obtención experimental de parámetros y propiedades inherentes al lecho empacado.

Como se puede observar en las ecuaciones diferenciales que gobiernan al fenómeno en estudio, existen parámetros y propiedades que es necesario conocer para que, de esta forma se pueda evaluar la solución numérica y se puedan comparar los resultados obtenidos mediante ésta con los obtenidos experimentalmente.

3.c.1 Determinación de la porosidad del lecho empacado.

El primer arreglo con el que se trabajó fue el romboédrico. El objetivo de medir la porosidad consiste básicamente en conocer el volumen de huecos existente en el lecho.

Se parte de la ecuación que define a la porosidad:

$$e = \frac{V_H}{V_T}$$

Para cuantificar el volumen de huecos, se introdujo agua en el lecho, cuidando que ésta llegue al nivel de la última capa de esferas y después el fluido se desaloja midiéndolo en una probeta graduada, resultando:

$$V_H = 0.017 \text{ (m}^3\text{)}$$

dicha medición se realizó en cinco ocasiones, resultando el mismo valor de V_H .

El volumen total se determinó midiendo la altura del conjunto total de esferas y calculando el área de la base del lecho. Esto es, dado que se trata de un cilindro de sección circular:

$$A_b = \frac{\pi D_L^2}{4} \quad D_L = 0.3 \text{ (m)} \quad \rightarrow \quad A_b = 0.07068 \text{ (m}^2\text{)}$$

y con $L = 0.87 \text{ m}$

entonces

$$V_T = 0.061 \text{ (m}^3\text{)}$$

por tanto la porosidad vale:

$$\epsilon = 0.29 \quad \text{ó} \quad \epsilon = 29\%$$

También se puede calcular la porosidad haciendo uso únicamente de la ecuación básica, entonces se tiene:

$$\epsilon = \frac{V_H}{V_T}$$

y por otro lado $V_H = V_T - V_K$

y entonces combinando se llega a:

$$\epsilon = 1 - \frac{V_K}{V_T}$$

El volumen de esferas se determinó aproximadamente, considerando que se emplearon 4428 esferas y que son todas iguales geométricamente, esto es, poseen igual diámetro. Entonces el volumen se determinó con base en su geometría.

$$V_K = 0.5236 D_K^3 \quad \rightarrow \quad V_K = 8.27487(10)^{-6} \text{ (m}^3\text{)}$$

y se tiene que el volumen total de esferas es :

$$V_{TK} = 8.27487(10)^{-6} (4428) \quad \rightarrow \quad V_{TK} = 0.0366411 \text{ (m}^3\text{)}$$

por lo tanto la porosidad vale:

$$\epsilon = 1 - \frac{0.0366411}{0.061} \quad \epsilon = 0.3993 \quad \text{ó} \quad \epsilon = 39.93\%$$

Se observa una diferencia notable entre los dos valores obtenidos para la porosidad, lo cual se puede atribuir al hecho de que el

volumen de huecos calculado en el segundo método, considera que el cilindro está o cupado totalmente por esferas inclusive cerca de las paredes, lo cual es falso dada la sección transversal del contenedor de las esferas. Entonces se puede asegurar que el valor más acertado para la porosidad es el obtenido en el primer cálculo, ya que el volumen medido considera exclusivamente los huecos existentes. Además, por otro lado, para el arreglo romboédrico se tiene reportado un valor de $\rho = 0.2595$ que comparado con el medido arroja una desviación del 7.32 % (3). Se concluye que la diferencia se debe principalmente a que las esferas no guardan una uniformidad geométrica y a los espacios laterales.

Además se señala que el segundo método seguido para la evaluación de la porosidad, sólo es válido si la geometría de las partículas sólidas es regular.

3.c.2 Determinación del calor específico del material de las esferas.

Se realizó un experimento de calentamiento-enfriamiento y se fijó con buena aproximación la hipótesis de que el calor que cede un cuerpo, lo absorbe otro, que es el principio del calorímetro.

El equipo empleado fue, un calorímetro de vacío, resistencia de inmersión, dos vasos de precipitado de 650 ml, termómetro de mercurio (-10 a 200 °C).

El calorímetro es llenado con una cantidad de agua previamente pesada, el calor es suministrado por medio eléctrico a través de

una resistencia de inmersión. Dentro del calorímetro se tiene un agitador manual para mantener una temperatura uniforme, así como un termómetro de mercurio para registrar la temperatura del líquido previamente fijado. El conjunto de esferas es introducido al calorímetro luego de que en éste se alcanza la temperatura fijada. Antes de realizar lo anterior, las esferas se mantenían en un chorro de agua fría, para de esta forma asegurar una temperatura uniforme en éstas. Esta temperatura es la inicial del sólido. Al introducir las esferas al calorímetro, y al tener un gradiente de temperaturas entre ambos medios, se presenta una transferencia de energía y después de cierto tiempo se llega a una temperatura de equilibrio.

Ahora entonces, haciendo uso de un balance de energía,

$Q_s = Q_l$ Esto es calor que pierde(gana) el sólido es igual al calor que gana (pierde) el líquido.

Entonces:

$$m_s C_{ps} (T_{eq} - T_s) = m_l C_{pl} (T_{eq} - T_l)$$

Del balance anterior lo único que se desconoce es el calor específico del sólido, que justamente es el parámetro de interés.

Entonces:

$$C_{ps} = \frac{m_l}{m_s} \left(\frac{T_{eq} - T_l}{T_{eq} - T_s} \right) C_{pl}$$

haciendo

$$A = \frac{m_l}{m_s} C_{pl}$$

y se tiene que

$$\begin{aligned} m_l &= 0.5821 \text{ (kg)} \\ m_s &= 0.2078 \text{ (kg)} \\ C_{pl} &= 4186 \text{ (J/kg C)} \end{aligned}$$

A continuación se anotan los resultados obtenidos.

Se anota que, se llevaron a efecto un total de 9 experimentos en distintos días y bajo condiciones distintas.

Experimento	1	2	3	4	5	6
C_{ps} (J/kg C)	756.52	1099.316	756.52	1066.003	950.76	925.74
	7	8	9			
C_{ps} (J/kg C)	977.169	879.45	858.003			

Teniéndose entonces:

$$C_{ps} = 918.83119 \pm 42.692 \text{ (J/kg C)}$$

Este valor se obtuvo de un análisis de incertidumbre tomando únicamente los valores de C_{ps} obtenidos, sin considerar las incertidumbres inherentes a los demás parámetros medidos.

3.c.3 Determinación de la densidad del material de la esfera.

Se tomó una muestra al azar de 10 esferas y se midió el diámetro, obteniendo:

$$D_p \text{ (Cm)} \quad 2.6, \quad 2.45, \quad 2.5, \quad 2.46, \quad 2.43, \quad 2.46, \quad 2.56, \quad 2.49, \quad 2.5, \quad 2.6.$$

Se tiene entonces:

$$D_p = 2.5095 \pm 0.0195 \text{ (cm)}$$

Se sabe que para calcular el volumen de una esfera se tiene la expresión. $V_E = 0.5236 D_E^3$

$$V_E = 8.27487 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ volumen nominal de una esfera.}$$

Se tiene que la incertidumbre del volumen está dada por:

$$\frac{dV}{V} = 3 \frac{dD}{D}$$

entonces.

$$dV = (8.27487) (3) (0.0195/2.5095) \quad dV = 0.193 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\therefore V = 8.27487 \pm 0.193 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Ahora, en cuanto a la determinación de la masa del conjunto de esferas, se empleó una balanza, en la cual se realizó la medición de la masa de cada una de las esferas de la muestra seleccionada.

m_s (gr) 21.25, 21.15, 21.7, 21.1, 21.1, 21.2, 21.4, 20.9, 21.2,
21.2

Obteniendo su valor medio así como su incertidumbre.

$$m_s = 21.22 \pm 0.0704 \text{ (gr)}$$

Entonces, una vez conocidos los valores de masa y volumen es posible obtener la densidad con base en la ecuación.

$$\rho_s = \frac{m_{TE}}{V_{TE}} \quad \rho_s = \frac{212.2}{82.871} \quad \rho_s = 2.56 \text{ (gr/cm}^3\text{)}$$

Se tiene que para la densidad, la incertidumbre está dada por.

$$\frac{d\rho_s}{\rho_s} = \frac{dm}{m} + \frac{dV}{V} \quad d\rho_s = 2.56 \left(\frac{0.0704}{21.22} + \frac{0.193}{8.2871} \right)$$

finalmente:

$$\rho_s = 2.56 \pm 0.06811 \text{ (gr/cm}^3\text{)}$$

Otro parámetro que es de gran importancia en el experimento, es el coeficiente de transferencia de calor. Este se obtiene a partir de un grupo adimensional, en este caso el denominado número de Biot y se definido por $B_1 = hD/k$, donde D es el diámetro del elemento en

el cual se esté llevando a efecto la transferencia de calor por conducción, en este caso corresponde al diámetro de la esfera de vidrio y k es la conductividad térmica del mismo elemento.

Entonces inicialmente se hace necesario determinar la conductividad térmica del material sólido.

Para ello se parte de la definición de la difusividad térmica. Donde ρ es la densidad del material sólido y C_p es el calor específico del mismo, ambos ya determinados. Por tanto sólo resta obtener experimentalmente la difusividad térmica.

3.c.4 Determinación experimental de la difusividad térmica.

El equipo empleado es el siguiente:

Parrilla con agitador magnético.

Selector con 10 terminales.

Multímetro digital.

Recipiente de 20 l.

Soportes con pinzas.

Termómetro de bulbo.

Vasos de precipitado.

Alambres calibre 22.

Mangueras.

El experimento se realizó de la siguiente manera:

A un vaso de precipitado con cierta cantidad de agua (no cuantificada) se le suministra calor mediante energía eléctrica utilizando una parrilla, con la cual se puede controlar el flujo

de calor. Para lograr que el coeficiente de transferencia de calor por convección tienda a infinito (teóricamente), con lo cual se favorece la transferencia de calor, se mantuvo el fluido (agua) en constante agitación (agitador magnético), con esto se logra también una distribución uniforme de temperatura en todo el líquido.

Una vez que se ha asegurado que la distribución de temperaturas en el cuerpo sólido (esfera) se mantiene constante (lo cual se logra mediante el sistema automático de adquisición de datos, al registrar las diferencias de potencial que registren los termopares instrumentados en dicha esfera), esta esfera es transferida del vaso de precipitado al recipiente de 20 litros. En este recipiente se tiene un flujo continuo de agua fría (a menor temperatura que la esfera). La entrada de agua a dicho recipiente se estrangula de tal manera que se logre una gran turbulencia. En la operación de cambio de recipiente se hace la suposición de que la transferencia de energía en forma de calor entre la esfera y el aire es despreciable.

La esfera se coloca en un plano normal al conducto de entrada al recipiente de 20 litros, procurando que el termopar que registra la temperatura del fluido quede lo más próximo a la esfera pero sin tocar a ésta.

Simultáneamente con la introducción de la esfera al recipiente, se activa el sistema automático de adquisición de datos, en el cual se procesa un programa que recopila los datos sensados en milivolts y los transforma a unidades de temperatura (grados Celsius). Con los datos se obtiene una gráfica con escala logarítmica, coordenadas ($T - t$).

La prueba dura 150 (s).

Esta gráfica muestra la siguiente configuración. Según (4) de ésta gráfica se considera únicamente la porción recta que representa el estado de régimen regular y su pendiente esta dada por.

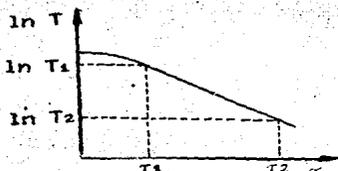


fig. 3.c.4.1

$$m = \frac{\ln T_1 - \ln T_2}{T_2 - T_1}$$

y con el factor $K = (r_0/\pi)^2$

que según el segundo teorema de Kondratyev (4) es sólo función de la geometría y es directamente proporcional a la difusividad térmica del cuerpo en estudio (esfera de vidrio).

Entonces se puede determinar la difusividad térmica de la esfera con:

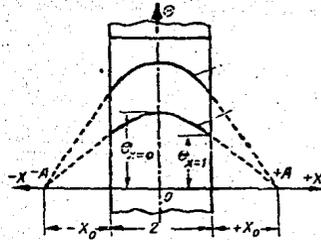
$$\alpha = m K \text{ (m}^2/\text{s)}$$

Una vez determinado el valor de la difusividad térmica se puede calcular el valor de la conductividad térmica del material sólido.

Sólo falta determinar el módulo de Bi, el cual se obtiene en forma experimental. Se tiene según (4), que para cualquier instante de tiempo y dadas las condiciones de frontera, la distribución de temperaturas en un cuerpo durante un enfriamiento (calentamiento), está representado por una curva simétrica con un punto máximo para el punto $x=0$.

Cada instante subsecuente de tiempo tendrá una curva por debajo de ei máximo anotado anteriormente y estas curvas decrecen monotonamente en dirección de la superficie del cuerpo. Se tiene

entonces que para cualquier instante de tiempo las extensiones de las rectas tangentes a las curvas en los puntos de corte entre dichas curvas y la superficie del cuerpo, son intersectados con el eje horizontal en $\pm A$ en donde dichos puntos $\pm A$ se localizan a una distancia $\pm X_0$ de la superficie del cuerpo y que dicha distancia es igual a $X_0 = 1/Bi$.



Ya que se conoce el módulo de Biot es posible determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección.

Se tienen todos los parámetros de interés para evaluar la solución numérica y también la solución analítica.

4. Correlación de datos experimentales.

En el presente capítulo se muestran los resultados obtenidos mediante la solución analítica, la solución numérica así como los resultados experimentales.

En el apéndice A se muestra el diagrama de flujo del programa así como también se presenta el listado del programa para obtener la solución numérica. El listado es similar para ambos métodos de solución, tanto el de Willmott como el propuesto por el autor del presente trabajo. La diferencia radica en la forma de discretizar las ecuaciones como ya se apuntó en capítulos anteriores.

La presentación de resultados con este programa se realiza en forma tabular.

4.a Programa de simulación.

Inicialmente se cita el objetivo de dicho programa, seguido de una lista de los parámetros y variables que intervienen en el mismo, introduciendo las unidades en donde es necesario.

El desarrollo del programa propiamente inicia con la definición de las características geométricas tanto del material almacenador como del lecho empacado. Se muestran cuatro posibles geometrías del contenedor, cuadrada, triangular, circular y rectangular. Para cada una de ellas se realiza el cálculo conveniente.

El proceso sigue con la discretización del lecho empacado recomendada, ofreciéndose la alternativa de un valor mínimo a discretizar, con el cual se pueden obtener resultados considerados adecuados y dentro de un margen de desviación aceptable.

Asimismo se da la opción de desplegar la distribución de temperaturas para tres estratos del total de ellos, según se consideren de interés.

En seguida se tiene la introducción de datos temporales. A continuación se solicitan las propiedades térmicas tanto del fluido como del material almacenador. Para el caso del fluido transportador de energía se da a elegir entre dos fluidos y para el material almacenador se da a elección tres distintos materiales. Aclarando que, las propiedades tanto del fluido como del sólido almacenador deben ser conocidos por el usuario y así introducirlos. En el caso de que se introduzcan nombres de fluido y material almacenador diferentes a los mostrados por el programa, éste asumirá por default agua y vidrio respectivamente.

El programa imprime en forma tabular y por separado la variación de temperatura en función del tiempo tanto del fluido como del material almacenador.

Una vez concluido el cálculo de la distribución de temperaturas, el programa pregunta si se desea otra prueba, en caso afirmativo se retorna a la instrucción inicial de introducción de datos, de lo contrario se llega al fin de la sesión.

4.b Comparación de la solución numérica con la solución analítica.

A continuación se muestra una comparación gráfica de la solución analítica al sistema de ecuación diferenciales que modelan al fenómeno, contra las soluciones numéricas tanto de Willmott como del autor del trabajo en cuestión.

Se hace la observación que el modelo empleado es el simplificado.

La solución analítica se obtiene según (1)

Se presenta la tabla (*), que se obtiene al resolver las siguientes ecuaciones que se dan en forma adimensional.

Se tiene entonces.

$$\theta < 2 \quad X < 2$$

$$TF(\theta, X) = 1 - \exp(-\theta - X) \sum_{n=1}^{N=\infty} \left(\frac{X^N}{N!} \sum_{k=0}^{k=N-1} \frac{\theta^k}{k!} \right)$$

$$2 \leq \theta < 4 \quad 2 \leq X < 4$$

$$TF(\theta, X) = 1 - \frac{1}{2} (1 + \operatorname{erf}(\sqrt{X} - \sqrt{\theta})) - \frac{X^{3/4}}{\theta^{1/4} + X^{1/4}}$$

$$\exp(-\theta - X) I_0(2\sqrt{\theta X})$$

$$\theta \geq 4 \quad X \geq 4$$

$$TF(\theta, X) = 1 - \frac{1}{2} (1 + \operatorname{erf}(\sqrt{X} - \sqrt{\theta}) - \frac{1}{3\sqrt{X}} - \frac{1}{3\sqrt{\theta}})$$

Tiempo adimensional θ

Longitud adimensional X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.4792	0.3662	0.2887	0.2335	0.1936	0.1641	0.1418	0.1246	0.1109	0.0999
2	0.7324	0.5142	0.3133	0.4349	0.3708	0.3200	0.2793	0.2476	0.2209	0.1994
3	0.8638	0.7127	0.6814	0.5977	0.5244	0.4618	0.4091	0.3631	0.3283	0.2974
4	0.9336	0.8696	0.7970	0.7225	0.6511	0.5853	0.5269	0.4756	0.4311	0.3927
5	0.9675	0.9269	0.8741	0.8142	0.7512	0.6890	0.6301	0.5759	0.5270	0.4835
6	0.9841	0.9597	0.9237	0.8854	0.8427	0.8021	0.7624	0.7243	0.6883	0.6541
7	0.9921	0.9782	0.9527	0.9227	0.8878	0.8471	0.8114	0.7789	0.7484	0.7197
8	0.9960	0.9833	0.9726	0.9518	0.9277	0.8982	0.8733	0.8436	0.8184	0.7946
9	0.9978	0.9938	0.9849	0.9706	0.9514	0.9271	0.8982	0.8733	0.8436	0.8184
10	0.9987	0.9967	0.9949	0.9906	0.9824	0.9677	0.9476	0.9221	0.8914	0.8652
11	0.999	0.9982	0.9953	0.9897	0.9807	0.9657	0.9446	0.9181	0.8864	0.8595
12	0.999	0.9990	0.9974	0.9941	0.9877	0.9774	0.9624	0.9414	0.9152	0.8931
13	0.999	0.999	0.998	0.995	0.989	0.979	0.963	0.941	0.914	0.891
14	1.000	0.999	0.998	0.995	0.989	0.979	0.963	0.941	0.914	0.891
15	1.000	0.999	0.998	0.995	0.989	0.979	0.963	0.941	0.914	0.891
16	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.996	0.995	0.994
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.996	0.995
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.996
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.996
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.996
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0.0909	0.0833	0.0768	0.0714	0.0667	0.0625	0.0588	0.0556	0.0526	0.0500
2	0.1818	0.1665	0.1538	0.1428	0.1333	0.1250	0.1176	0.1111	0.1053	0.1000
3	0.2727	0.2493	0.2304	0.2141	0.1999	0.1875	0.1765	0.1667	0.1579	0.1500
4	0.3636	0.3312	0.3068	0.2851	0.2663	0.2499	0.2352	0.2222	0.2105	0.2000
5	0.4545	0.4113	0.3815	0.3544	0.3294	0.3063	0.2852	0.2766	0.2631	0.2500
6	0.5454	0.4883	0.4547	0.4245	0.3974	0.3733	0.3512	0.3329	0.3179	0.3050
7	0.6363	0.5617	0.5251	0.4918	0.4616	0.4345	0.4099	0.3878	0.3679	0.3500
8	0.7272	0.6387	0.5982	0.5563	0.5238	0.4940	0.4669	0.4421	0.4196	0.4000
9	0.8181	0.7147	0.6683	0.6214	0.5823	0.5517	0.5233	0.4966	0.4720	0.4500
10	0.9090	0.7923	0.7401	0.6872	0.6383	0.5989	0.5637	0.5312	0.5000	0.4800
11	0.9999	0.8750	0.8163	0.7571	0.7014	0.6499	0.6017	0.5575	0.5161	0.4775
12	0.8888	0.7576	0.6923	0.6283	0.5683	0.5149	0.4667	0.4233	0.3844	0.3496
13	0.8997	0.7630	0.6913	0.6212	0.5553	0.4953	0.4421	0.3933	0.3488	0.3083
14	0.9245	0.7812	0.7038	0.6283	0.5563	0.4914	0.4345	0.3812	0.3312	0.2846
15	0.9439	0.8039	0.7201	0.6383	0.5603	0.4899	0.4283	0.3712	0.3179	0.2683
16	0.9589	0.8212	0.7301	0.6414	0.5633	0.4899	0.4233	0.3612	0.3033	0.2500
17	0.9703	0.8353	0.7371	0.6414	0.5633	0.4899	0.4233	0.3612	0.3033	0.2500
18	0.9798	0.8464	0.7412	0.6414	0.5633	0.4899	0.4233	0.3612	0.3033	0.2500
19	0.9851	0.8541	0.7412	0.6414	0.5633	0.4899	0.4233	0.3612	0.3033	0.2500
20	0.9896	0.8611	0.7412	0.6414	0.5633	0.4899	0.4233	0.3612	0.3033	0.2500

Las expresiones anteriores son para determinar la temperatura del fluido en forma adimensional. Y dado que las ecuaciones utilizadas en la descripción del modelo matemático del lecho empacado, son simétricas, entonces el valor de T_M (temperatura del material sólido) puede obtenerse empleando la siguiente expresión:

$$T_M(\theta, X) = 1 - T_F(X, \theta)$$

Entonces para obtener la solución analítica, basta definir los parámetros de operación y evaluar los parámetros adimensionales que se involucran y se entra a la tabla (*) y de ésta forma obtener los valores de temperatura tanto del material sólido como del fluido de trabajo.

Para efectos de comparación sólo se tomaron dos flujos: el mínimo y el medio, omitiéndose el flujo máximo debido a limitaciones para su evaluación. Se aclara que las limitantes se dan porque los valores tabulados a partir de los cuales se calcula la solución, abarcan ciertas condiciones de operación.

Empero se considera que con dos flujos se puede obtener una conclusión satisfactoria respecto a la calibración del modelo numérico.

Se muestran las dos soluciones numéricas en las figs. 4.b.1 a 4.b.4.

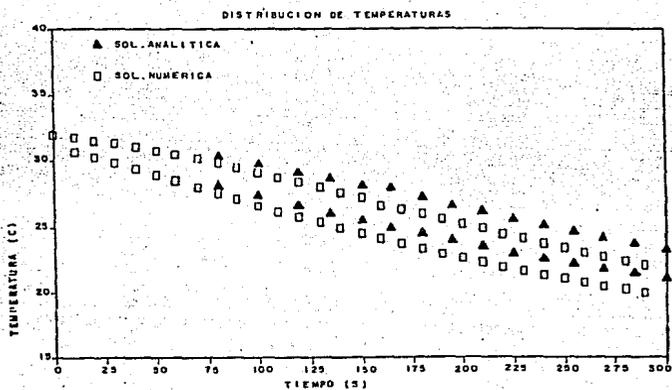


Fig. 4.b.1 Distribución de temperaturas para condiciones de flujo medio $\dot{m} = 0.401$ (kg/s).

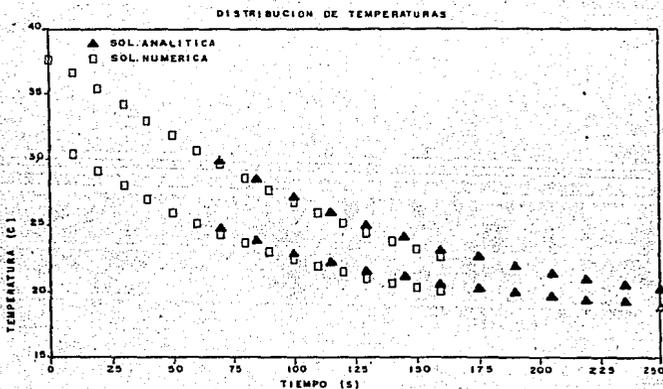


Fig. 4.b.2 Distribución de temperaturas para condiciones de flujo bajo $\dot{m} = 0.1120$ (kg/s).

Comparación de solución analítica contra solución numérica obtenida mediante la discretización propuesta por J.J. ACEVES.

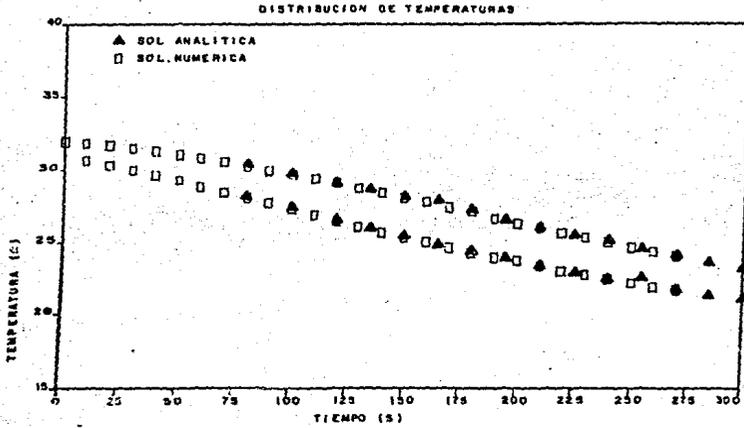


Fig. 4.b.3 Distribución de temperaturas para condiciones de flujo medio $\mu = 0.401$ (kg/s).

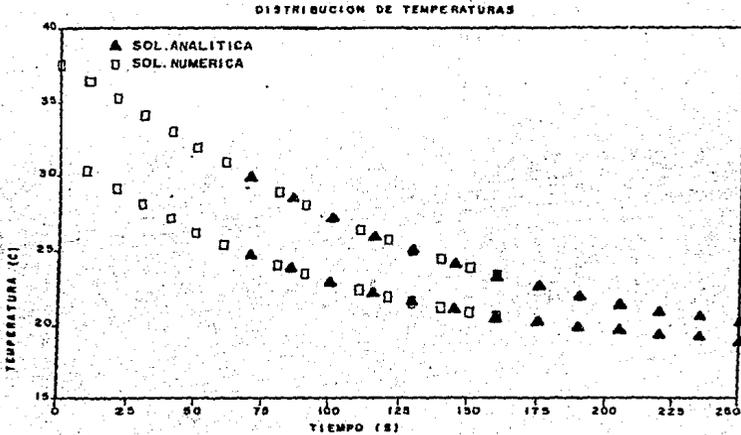


Fig. 4.b.4 Distribución de temperaturas para condiciones de flujo bajo $\mu = 0.1128$ (kg/s).

Comparación de solución analítica contra solución numérica obtenida mediante la discretización propuesta por WILLMOTT.

De las gráficas presentadas, se observa que la solución numérica presentada por el autor del presente trabajo, se ajusta bien a la solución analítica para la evaluación de ambos modelos con los mismos parámetros de operación.

Por otro lado en las gráficas de la solución numérica basada en la discretización del modelo matemático seguido por Willmott, comparada con la solución analítica, la primera difiere de la última, sin embargo se calcula la desviación y esta no alcanza un valor del 10% que se puede considerar grande. El valor máximo alcanzado en la desviación es del orden de 6%.

Entonces se puede afirmar que el empleo del modelo numérico para efectos de predicción es confiable.

Cabe indicar que la comparación anterior esta basada en el uso de aire como fluido de trabajo, dado que la tabla (*) fue determinada en función de ello (1). En el experimento realizado en el presente trabajo se manejó agua como fluido de trabajo, en tal caso, se requiere considerar un término adicional denominado relación de capacitancias térmicas que contempla el almacenamiento de energía del fluido. En el caso de la comparación presentada no se hace necesario considerar dicho término debido a la gran diferencia que existe entre los fluidos mencionados (agua y aire) en cuanto a propiedades térmicas.

4.c Resultados experimentales.

A continuación se muestran en forma gráfica los resultados experimentales para las distintas condiciones de operación del lecho empacado para los tres niveles de esferas instrumentadas.

En estas figuras las temperaturas se presentan en forma adimensional y el tiempo en segundos.

En cada gráfica se tiene la variación de la temperatura en función del tiempo en una esfera de geometría y material conocido. Se colocaron tres termopares en dicha esfera con el objeto de sensar la variación de temperatura desde el centro hasta la superficie de la esfera. También se colocó un termopar en contacto con el fluido en una zona contigua a la esfera, en una distancia no mayor de 1 cm.

Únicamente se muestran los flujos que se consideran para los efectos de comparación con la simulación numérica.

flujo mínimo	0.1128	(kg/s)
flujo medio	0.401	(kg/s)
flujo máximo	0.806	(kg/s)

Durante la experimentación se manejaron más caudales intermedios y para efectos de el modelo numérico sólo se emplean los tres anteriores, considerando que, si el modelo predice con buena precisión para estos caudales se puede entonces afirmar que

predice o simula el resto de condiciones de operación correspondientes a los otros gastos.

Ahora se muestran los mismos resultados experimentales, sólo que se comparan con la solución obtenida con el modelo numérico, con objeto de observar y concluir que también predice éste último a lo sucedido en la experimentación.

En las siguientes gráficas (figs.4.c.1 a 4.c.3) se muestran los resultados experimentales, para tres flujos de operación.

Para las dos discretizaciones propuestas, en total se presentan 6 gráficas (figs. 4.c.7 a 4.c.12), en las cuales se comparan la solución numérica contra la experimental. La distribución de temperatura seguida para cada condición de operación se obtuvo con el modelo mostrado en la figura 4.c.13.

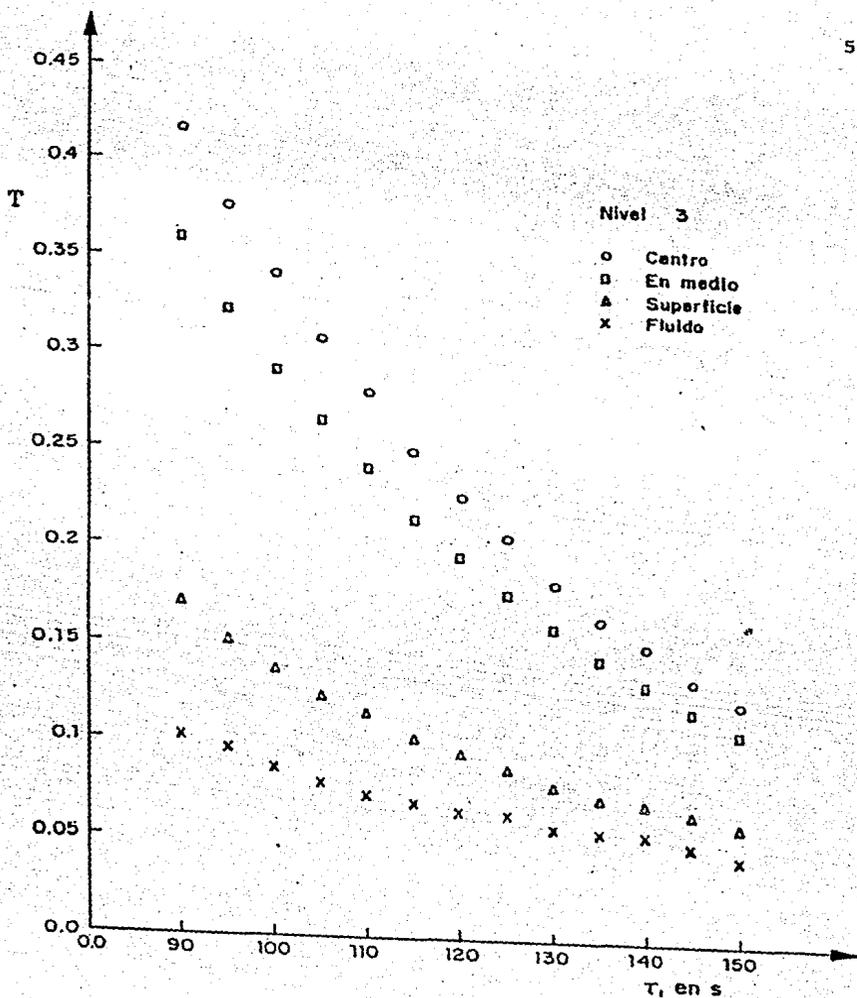


Fig. 4.c.1 Distribución de temperaturas medida en el nivel 3, para condiciones de flujo alto $m = 0.806$ (kg/s).

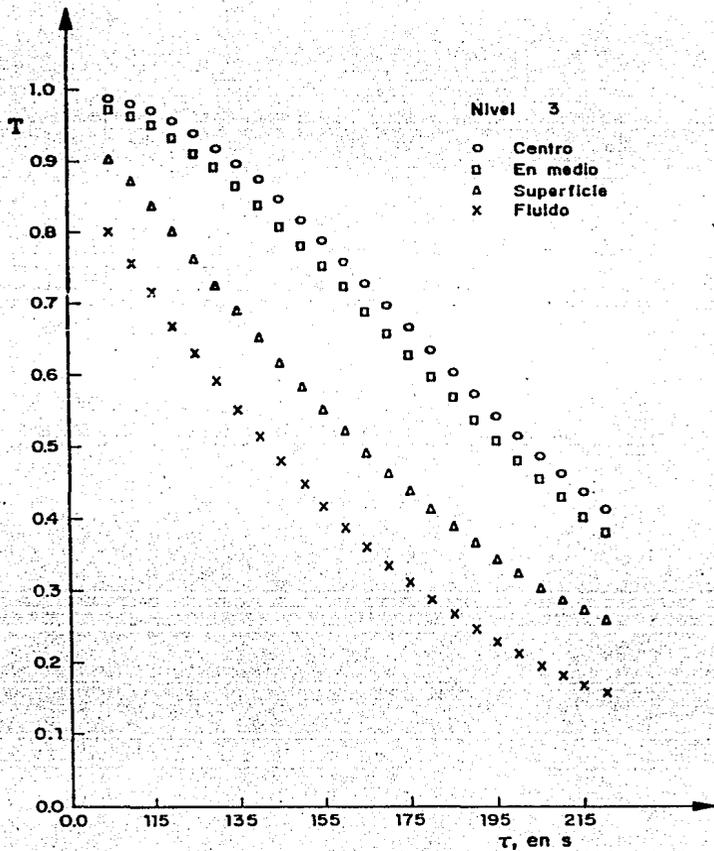


Fig. 4.c.2 Distribución de temperaturas medida en el nivel 3, para condiciones de flujo medio $m = 0.401$ (kg /s).

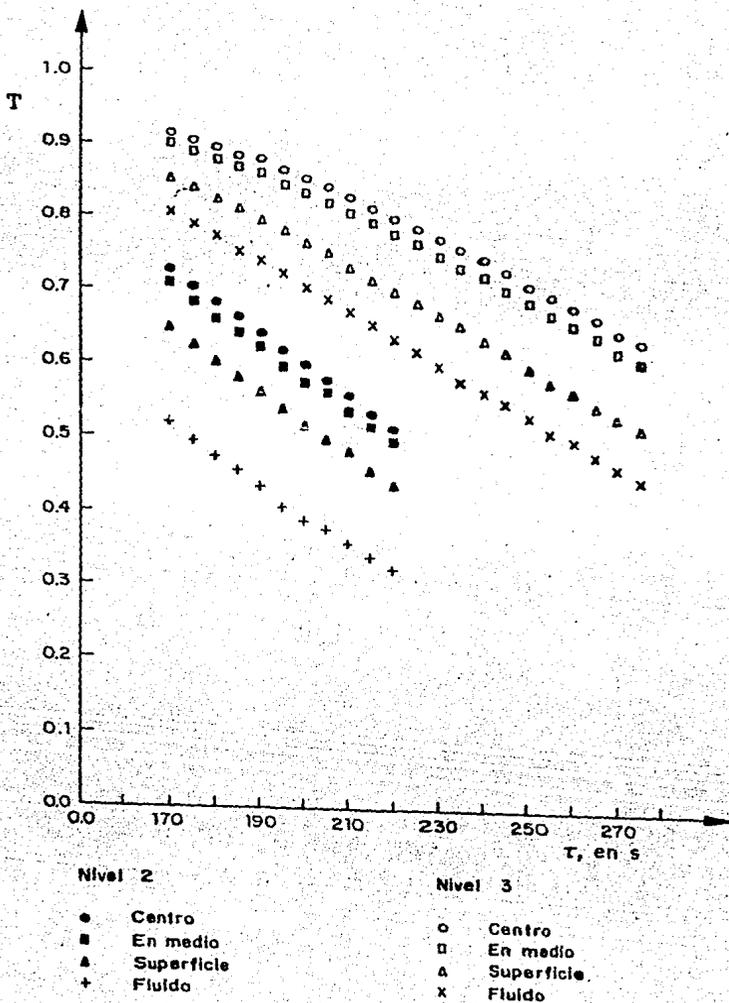


Fig. 4.c.3 Distribución de temperaturas medida en los niveles 2 y 3, para condiciones de flujo bajo $m = 0.1128$ (kg/s).

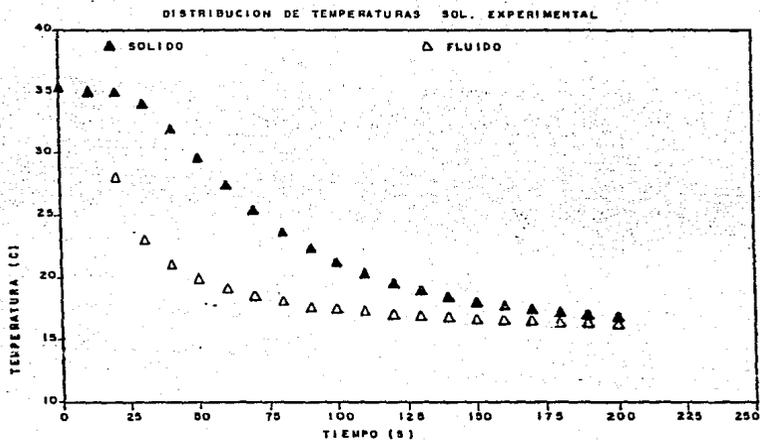


Fig. 4.c.4 Distribución de temperaturas para el nivel 3, con flujo alto.

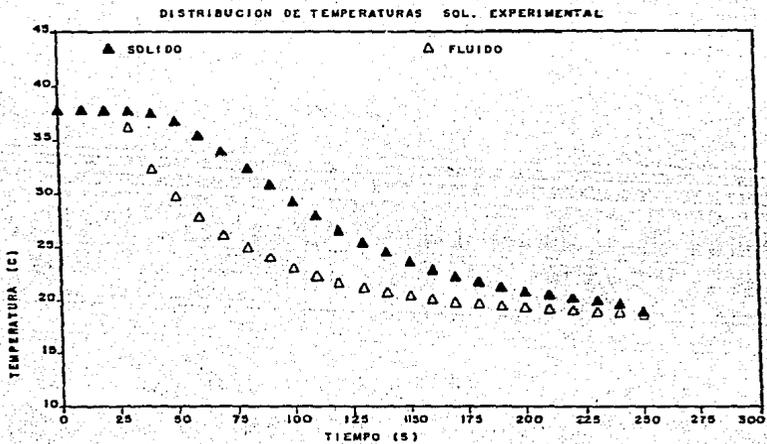


Fig. 4.c.5 Distribución de temperaturas para el nivel 3, con flujo medio.

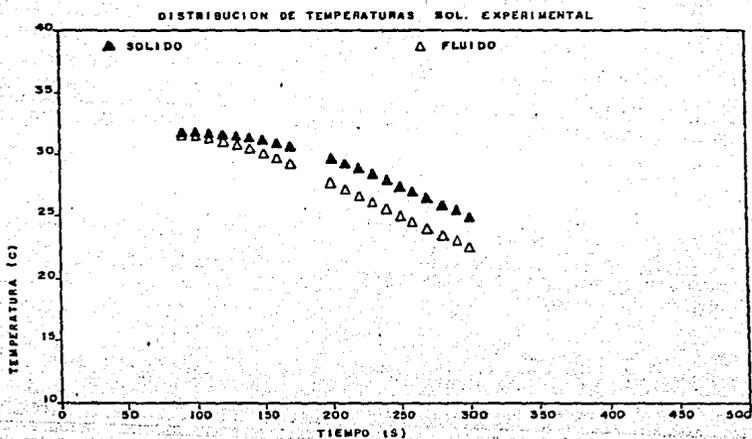


Fig. 4.c.6 Distribucion de temperaturas para el nivel 3, con flujo bajo.

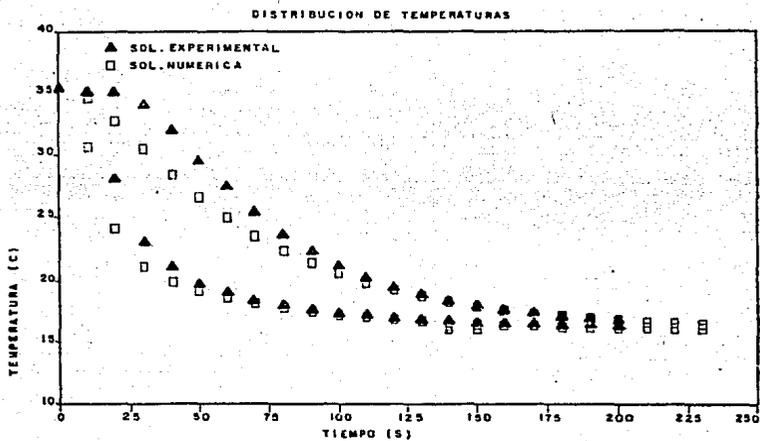


Fig. 4.c.7 Comparación de resultados experimentales y numéricos (J.J. ACEVES) para el nivel 3 y condiciones de flujo alto.

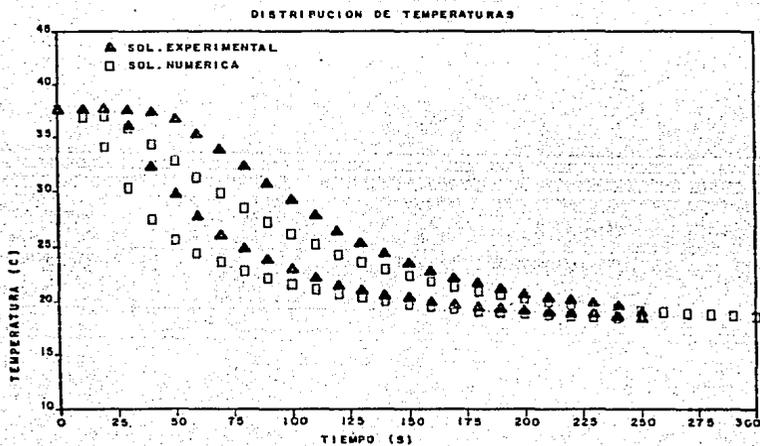


Fig. 4.c.8 Comparación de resultados experimentales y numéricos (J.J. ACEVES) para el nivel 3 y condiciones de flujo medio.

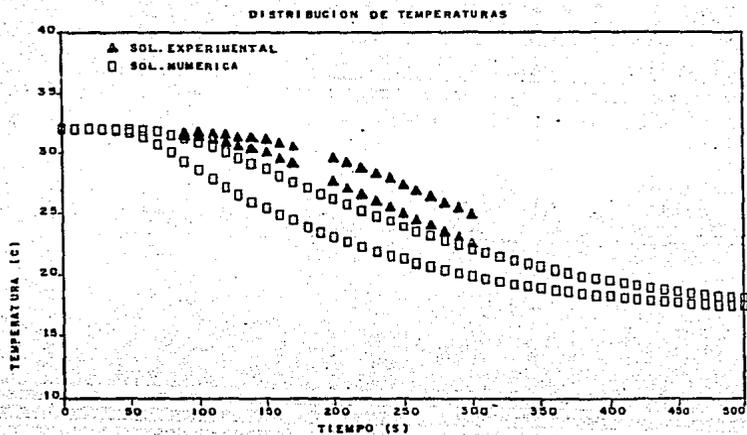


Fig. 4.c.9 Comparación de resultados experimentales y numéricos (J.J. ACEVES) para el nivel 3 y condiciones de flujo bajo.

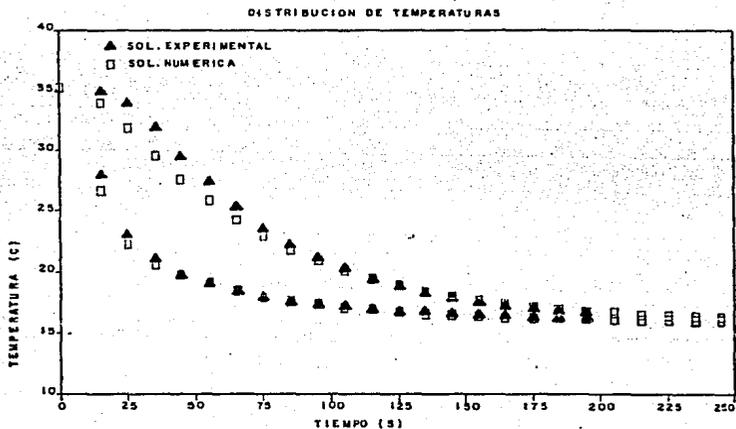


Fig. 4.c.10 Comparación de resultados experimentales y numéricos (WILLMOTT) para el nivel 3 y condiciones de flujo alto.

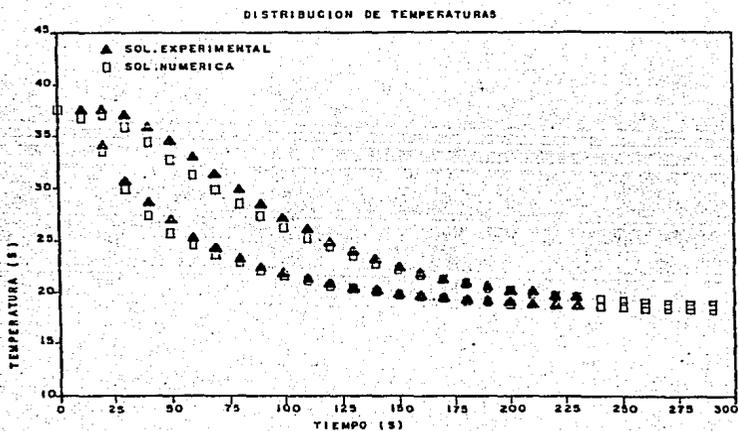


Fig. 4.c.11 Comparación de resultados experimentales y numéricos (WILLMOTT) para el nivel 3 y condiciones de flujo medio.

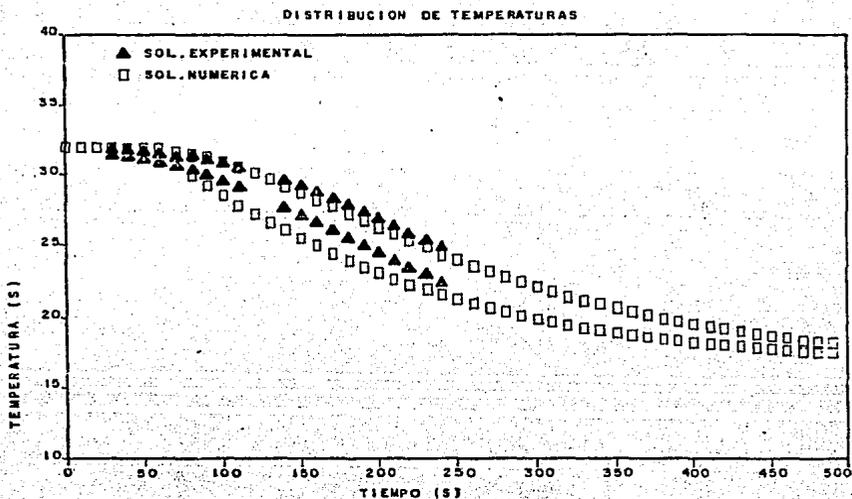
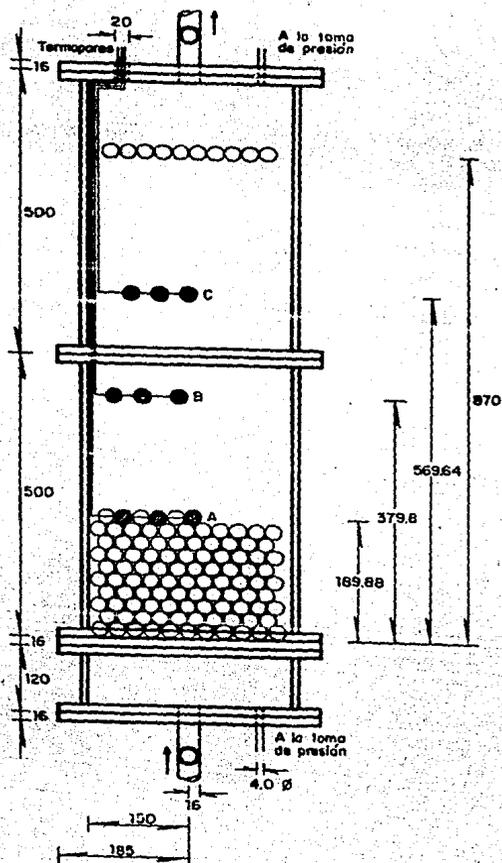


Fig. 4.c.12. Comparación de resultados experimentales y numéricos (WILLMOTT) para el nivel 3 y condiciones de flujo bajo.



Acotaciones, en mm

- Esferas instrumentadas
Ø 24.4 mm

Las letras A, B, C indican
el plano de instrumentación

Fig. 4.c.13 Esquema del lecho empacado con arreglo romboédrico.

Al analizar con cuidado las gráficas, se observan discrepancias en cuanto a los valores de temperatura que asumen tanto el fluido como el material almacenador para un instante de tiempo determinado de la solución (numérica) con respecto a la experimental. Sin embargo es fácil comprobar que siguen la misma tendencia y que solo están defasadas en un intervalo de tiempo. Dicho defasamiento se puede explicar haciendo referencia a la figura 3.a.2.1. En ésta se observa que, el fluido transportador de energía (calentamiento - enfriamiento o enfriamiento - calentamiento), no entra inmediatamente en contacto con el material almacenador sino que se lleva a cabo un proceso de mezclado con el fluido existente en la cámara previa al lecho, proceso cuya duración se puede determinar dado que se conocen las dimensiones de dicha cámara. Ahora bien, es fácil comprender que este tiempo es muy aproximadamente el tiempo de defasamiento que no se consideró en el momento de efectuar las mediciones. Entonces el tiempo que tarda el fluido en entrar en contacto con el primer estrato del lecho se puede calcular así:

Se conoce el volumen de la cámara:

$$D = 0.3 \text{ (m)}$$

$$h = 0.1 \text{ (m)}$$

$$V = \frac{\pi D^2}{4} h$$

$$V = 0.0070685835 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$m = 7.0685835 \text{ (kg)}$$

y si se conoce el flujo másico, esto es:

$\dot{m}_f = 0.1128$ (Kg/s) (mínimo)

$t_{min} = 8.77$ (s)

$\dot{m}_f = 0.401$ (Kg/s) (medio)

$t_{med} = 17.6274$ (s)

$\dot{m}_f = 0.806$ (Kg/s) (máximo)

$t_{max} = 62.6647$ (s)

Si este tiempo calculado es recorrido hacia la izquierda en lo que respecta a las curvas de resultados experimentales, se puede comprobar que el modelo numérico describe con muy buena aproximación lo que se determina experimentalmente.

Se realizaron corridas de computadora para precisar el valor adecuado de Δt y Δx que tendría que emplearse para lograr una buena simulación. Se concluyó que manejando un valor de $5 \leq \Delta t \leq 6$ (s) se obtiene el objetivo, así como restringir el número de estratos en el lecho a 41 en su cota máxima y por otro lado se pueden lograr buenos resultados con 30 estratos inclusive.

SOL. J.J.ACEVES

donde:

	\dot{m}_f_{max}	\dot{m}_f_{med}	\dot{m}_f_{min}	$\Delta t_1 = 5$ (s)
Δt_1	4.95	4.13	2.87	$\Delta t_2 = 6$ (s)
Δt_2	2.57	2.01	3.83	

SOL. WILLMOTT

Arz	2.21	1.81	3.7
-----	------	------	-----

\dot{m}_{max}	=	0.806	(kg/s)
\dot{m}_{med}	=	0.401	(kg/s)
\dot{m}_{min}	=	0.1128	(kg/s)

En la tabla antes mostrada se observan en el cuerpo de la misma en porcentaje la desviación de la solución numérica con respecto a los resultados experimentales para dos incrementos de tiempo con la solución del autor del presente trabajo y para un incremento temporal para la solución de Willmott.

Se observa que para un mismo incremento de tiempo, la solución numérica de Willmott presenta menor desviación que la otra solución propuesta. Para poder observar más claramente lo que se comenta antes, a continuación se muestra una gráfica en la cual se presentan las dos soluciones numéricas en forma discreta y los resultados experimentales con puntos. Véase figs. 4.c.14 a 4.c.16. Se presentan gráficas para los tres flujos manejados, aclarando que sólo se grafica la distribución de temperaturas para el material sólido del lecho empacado.

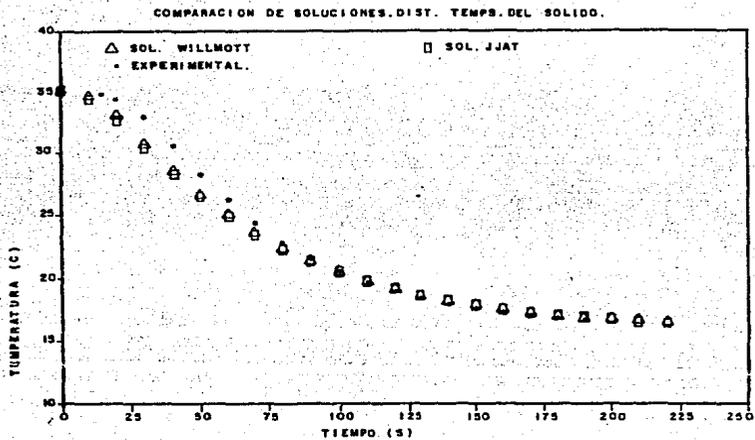


Fig. 4.c.14 Comparación de soluciones para el material almacenador bajo condiciones de flujo alto.

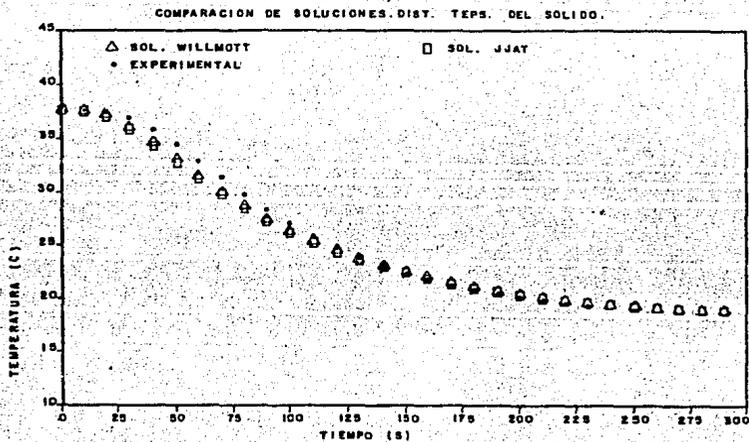


Fig. 4.c.15 Comparación de soluciones para el material almacenador bajo condiciones de flujo medio.

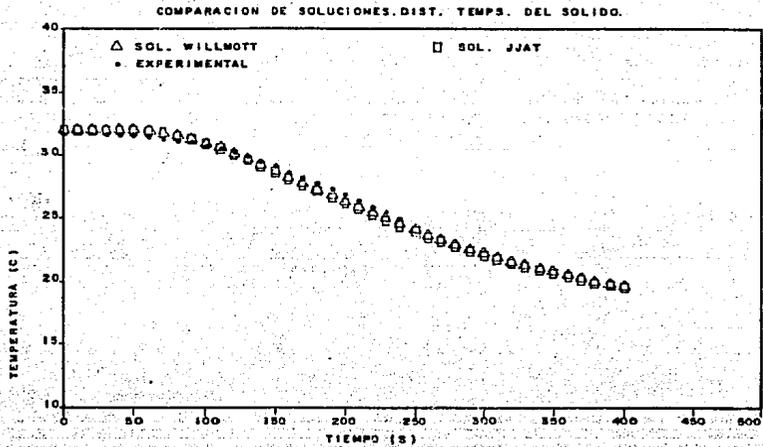


Fig. 4.c.16 Comparación de soluciones para el material almacenador bajo condiciones de flujo bajo.

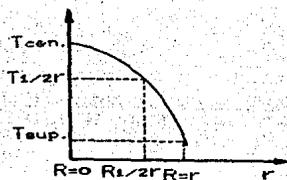
En las gráficas mostradas anteriormente se observan las distribuciones de temperaturas obtenidas mediante las dos soluciones numéricas propuestas y los resultados experimentales. Esta distribución de temperaturas corresponde al tercer nivel de esferas instrumentadas. Es fácil ver que no existe una diferencia notable entre las dos soluciones numéricas propuestas y además que éstas no se alejan de la solución experimental.

En lo que se refiere al hecho de suponer que la temperatura medida, y que se consideró para efectos de comparación con el modelo numérico, es la temperatura media del sólido, se procedió a calcular dicha temperatura según la definición para un volumen esférico y de esta manera comprobar que la temperatura sensada con el termopar colocado a la mitad del radio de la esfera, es aproximadamente la temperatura media y con ello concluir acerca de la suposición anotada antes.

A continuación se anota el cálculo realizado para obtener la temperatura media según definición. Se presenta el cálculo para una esfera colocada a una distancia de 0.56 (m) del inicio del lecho empacado y para dos caudales manejados en un mismo instante de tiempo.

$$\dot{m}r = 0.806 \text{ (kg)} \quad t = 50 \text{ (s)}$$

temperatura centro de la esfera 31.36 (°C)
temperatura a la mitad de la esfera 29.4976 (°C)
temperatura en la superficie de la esfera 22.912 (°C)



Conocidos tres puntos de una curva es factible determinar una ecuación de 2º grado. Entonces, para este caso en particular:

$$T(r) = 31.36 + 72.447r - 62236.56 r^2$$

Que es la ecuación de una parábola que modela la variación radial de temperatura en el interior una esfera para el instante dado.

Ahora bien la temperatura media para una esfera, se define como:

$$T_m(r) = \frac{3}{r^3} \int_0^R T(r) r^2 dr$$

Al sustituir la ecuación de la parábola encontrada, resolviendo y valuando, se llega a:

$$T_m(r) = 26.42 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

Ahora para otro caudal:

$$\dot{m}_r = 0.401 \text{ (kg/s)} \quad t = 50 \text{ (s)}$$

temperatura centro de la esfera 37.0956 (°C)
 temperatura a la mitad de la esfera 36.5524 (°C)
 temperatura en la superficie de la esfera 32.7302 (°C)

De igual manera se determina la ecuación de la curva representada por estos tres puntos. Asimismo se resuelve y valua la integral y se llega a:

$$T_m(r) = 34.7916 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

De los cálculos previos, es fácil observar que existe una desviación de la temperatura medida con respecto a la calculada, y que dicha desviación no excede al 10 % como error absoluto, lo cual se considera aceptable y se puede entonces decir que la consideración de que la temperatura medida se aproxima a la temperatura media es correcta. Esto último se aprecia más en las gráficas (figs. 4.c.7 a 4.c.12).

5. Conclusiones y Recomendaciones.

En este capítulo se anotan las conclusiones del análisis experimental así como del comportamiento del modelo numérico que predice el funcionamiento de un regenerador del tipo de lecho fijo.

En cuanto al comportamiento del modelo numérico, se puede concluir que este se ajusta con una muy buena aproximación al fenómeno real. Lo anterior en base al análisis de las gráficas presentadas en las figuras (4.c.14 a 4.c.16), en las que se observa que la desviación de los resultados obtenidos de este modelo con respecto a los experimentales, es en efecto mínima.

Una de las consideraciones importantes bajo la cual funciona el modelo matemático empleado en este trabajo, es aquella que no considera la transferencia de calor por conducción entre partículas del lecho empacado así como los efectos de dispersión en el fluido. Sin embargo Saez y McCoy (13), indican que hay que observar que valor asume el parámetro adimensional de Biot ($Bi = h D_p / k$). Esto es, si el Bi no es muy pequeño $Bi \ll 1$ los efectos de conducción entre partículas no pueden ser ignorados.

Para el presente trabajo experimental el Bi en promedio dio un valor $Bi > 1$, con lo cual, se infiere que el modelo simplificado que es el que se empleó describe adecuadamente el comportamiento del lecho empacado.

Se sugiere entonces que se realice otro modelo numérico con base en el modelo matemático que considera los efectos antes mencionados, para de esta forma tener un marco de comparación entre ambos modelos e indicar que tanta imprecisión se induce al utilizar el modelo simplificado, dado que este no considera parámetros que son de interés y que tienden a complicar el análisis.

En cuanto al gradiente de temperaturas en la dirección radial del cilindro contenedor en un mismo plano durante el período de enfriamiento, éste fue prácticamente despreciable con lo cual las suposiciones hechas para el uso de este modelo en cuanto a flujo unidimensional son válidas. Dichas suposiciones están relacionadas con el hecho de que la conductividad en el sentido perpendicular al flujo es nula y tiende a infinito en la dirección del flujo.

En cuanto a las características geométricas del lecho empacado, así como de su empaque, se concluye que para el tipo de empaque empleado (esferas de vidrio) con el diámetro indicado en capítulos anteriores, no se detectó un cambio apreciable en la presión del fluido de trabajo entre la entrada y salida del lecho. Se recomienda realizar experimentos con partículas de diversas geometrías y observar sus efectos sobre la caída de presión en el fluido. El hecho que no se haya presentado un efecto apreciable en la caída de presión del fluido, se debe principalmente a las dimensiones del modelo. Sin embargo para lechos empacados de dimensiones mayores que el modelo experimental se recomienda tomarlo en consideración.

Otro aspecto acerca del cual es de interés concluir y hacer algunas recomendaciones, es el concerniente al flujo del fluido de trabajo. Durante la operación del modelo experimental, se observó que dada la forma de entrar del fluido (chorro), el flujo se establecía en su totalidad para la sección transversal del lecho, después de cierta longitud no mayor a la tercera parte del lecho empacado.

Se recomienda en la construcción de almacenes térmicos de éste tipo, colocar rejillas en conjunto cubriendo cierta distancia previa al lecho empacado, para de ésta forma provocar turbulencia en el fluido y que se establezca éste más rápidamente para la sección transversal en cuestión .

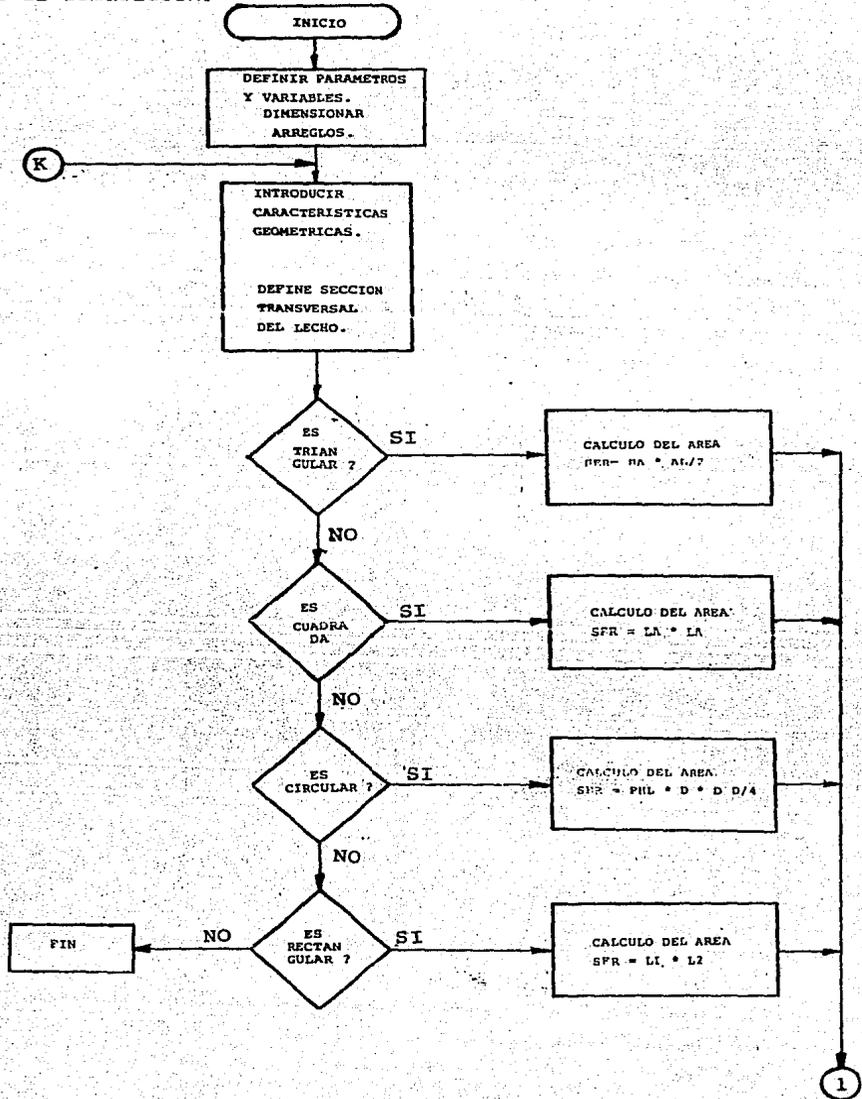
Una última observación, es con respecto a los métodos de discretización.

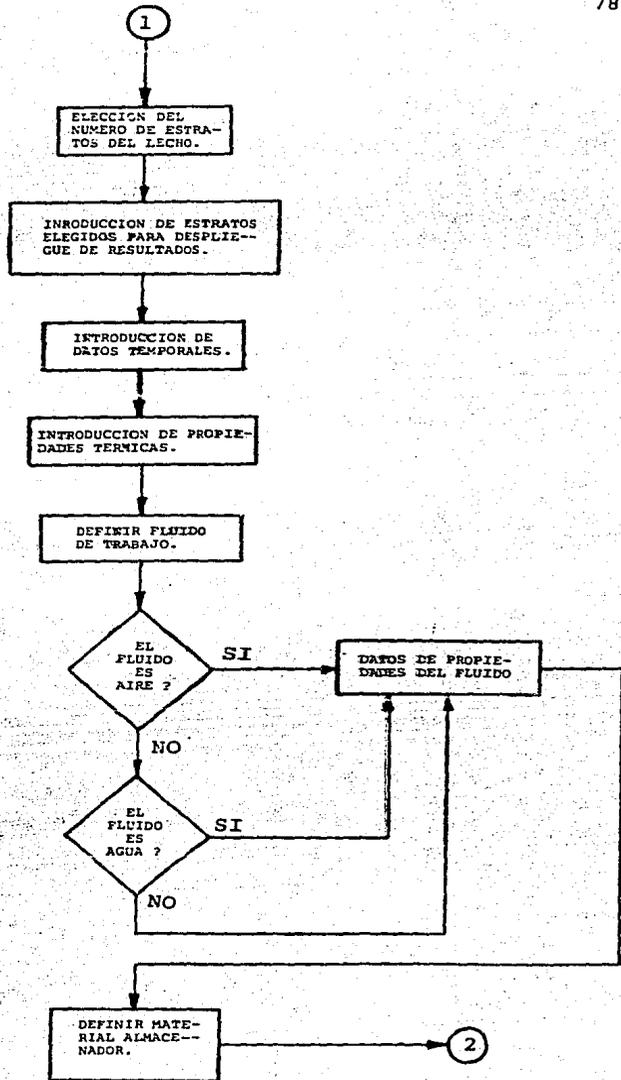
Si se observan las gráficas prácticamente no existe diferencia, entre la distribución de temperaturas obtenida mediante un método de discretización y otro (Willmott Y JJAT). Entonces se concluye que se introduce una pequeña mejora en la precisión al manejar valores promedio en lugar de puntuales, sin embargo no se aprecia gran diferencia al emplear un método u otro.

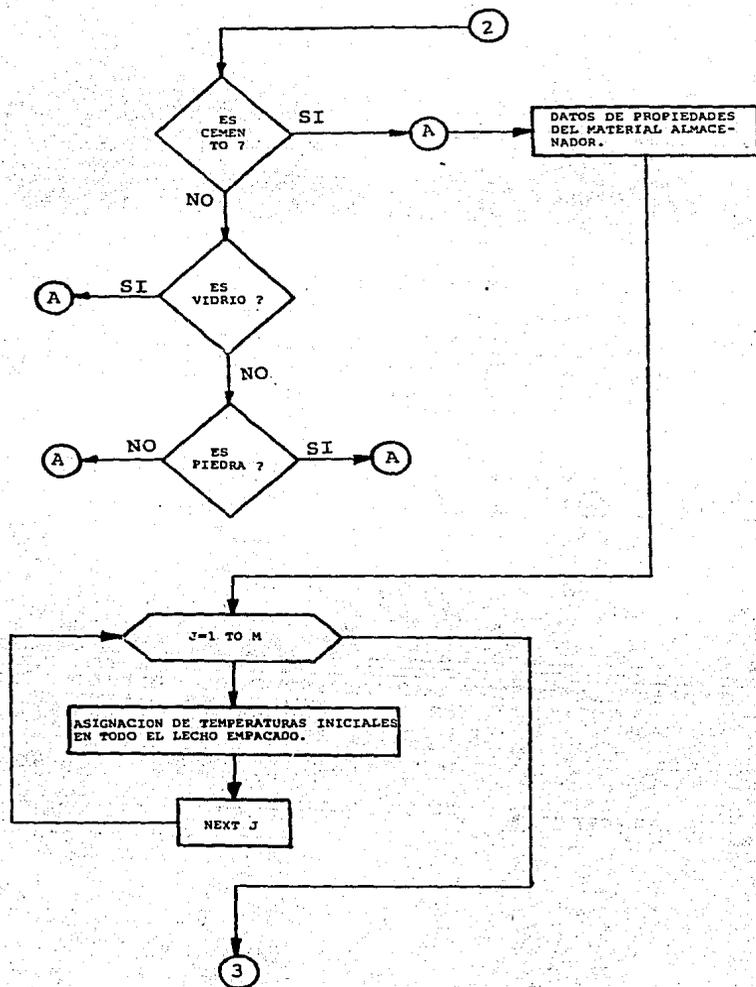
El manejo del modelo numérico desarrollado en el presente trabajo es de gran auxilio para el diseño de almacenes térmicos y más aún si se considera que esto queda enmarcado en un diseño más general. Esto es, desde la captación de la energía (en el caso de la solar), pasando por el diseño del almacén térmico hasta la utilización de la energía en forma de calor para el secado de sustancias diversas.

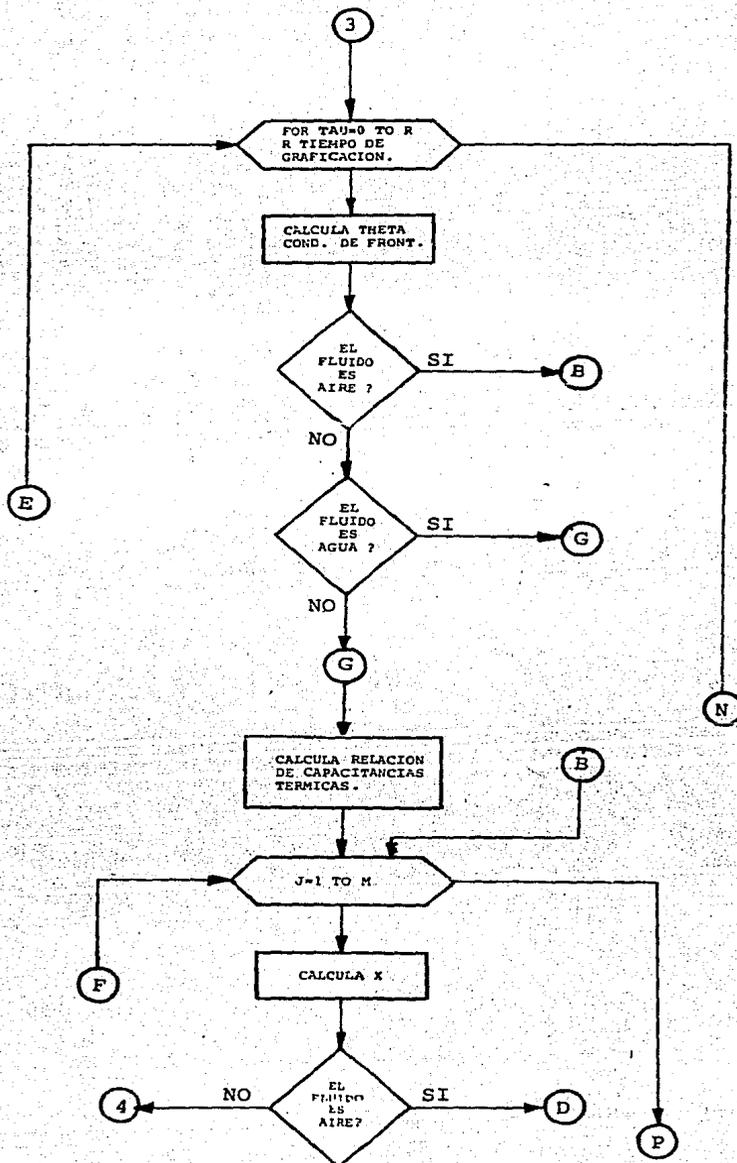
APENDICE

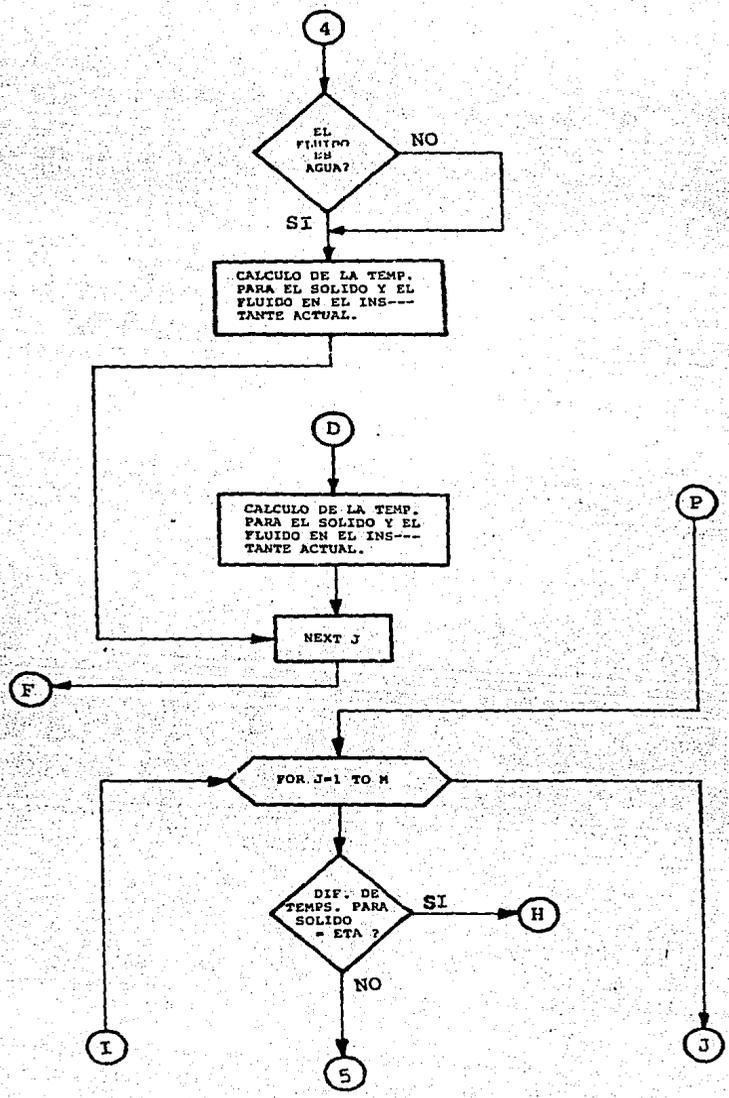
A ocntinuacion se muestra el diagrama de flujo asi como el listado del programa de simulacion.

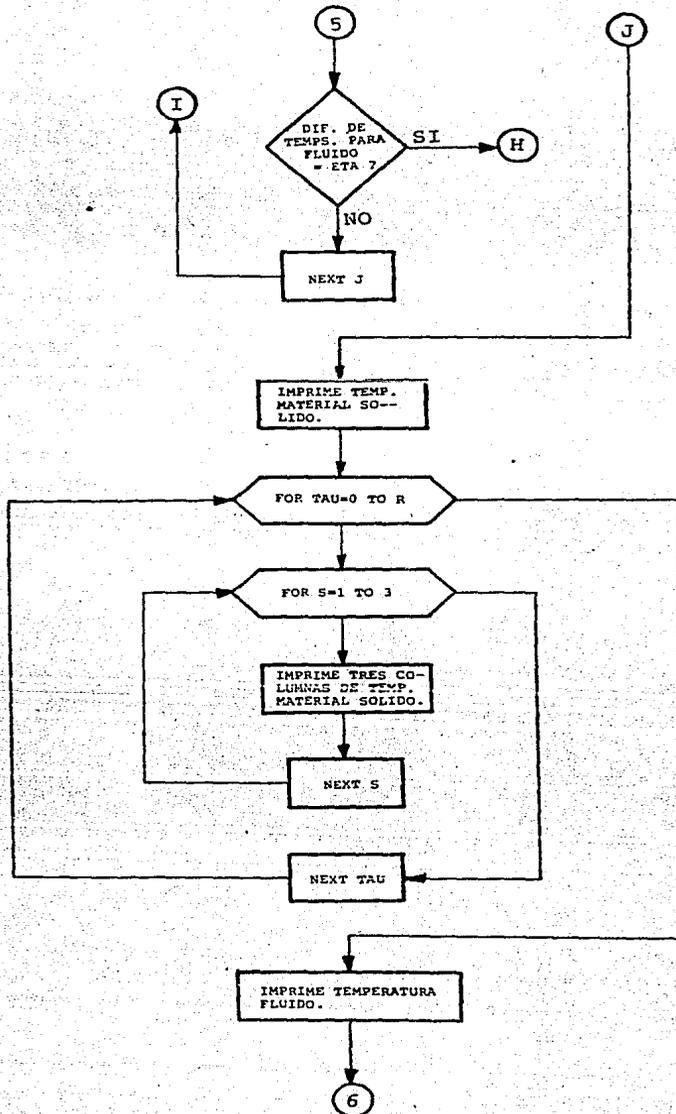


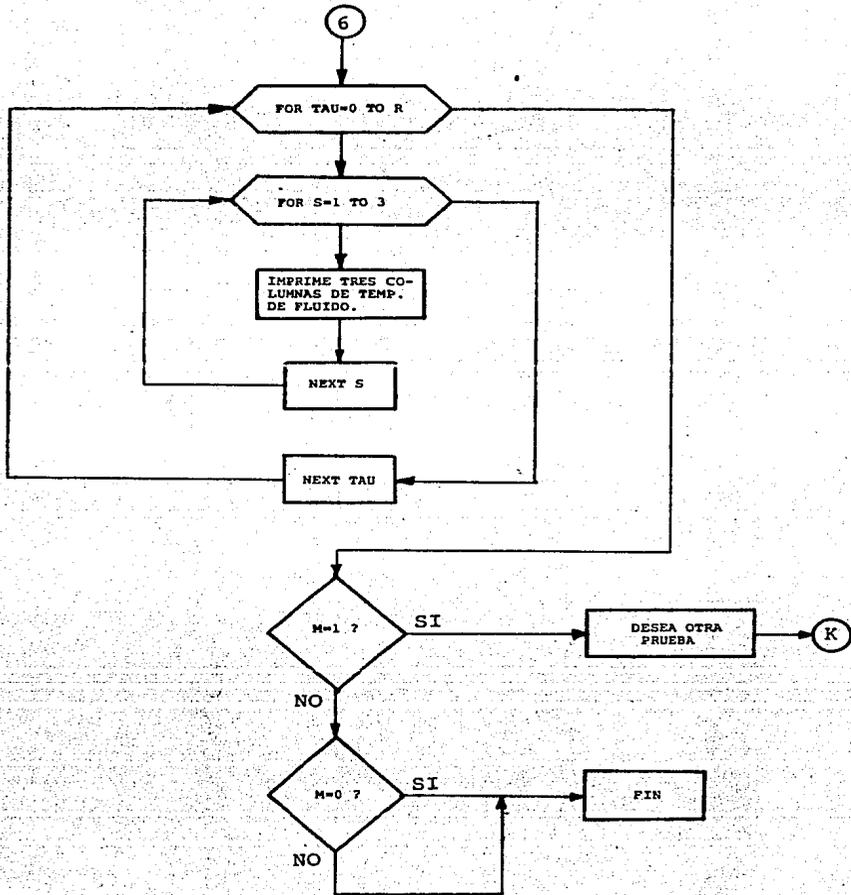


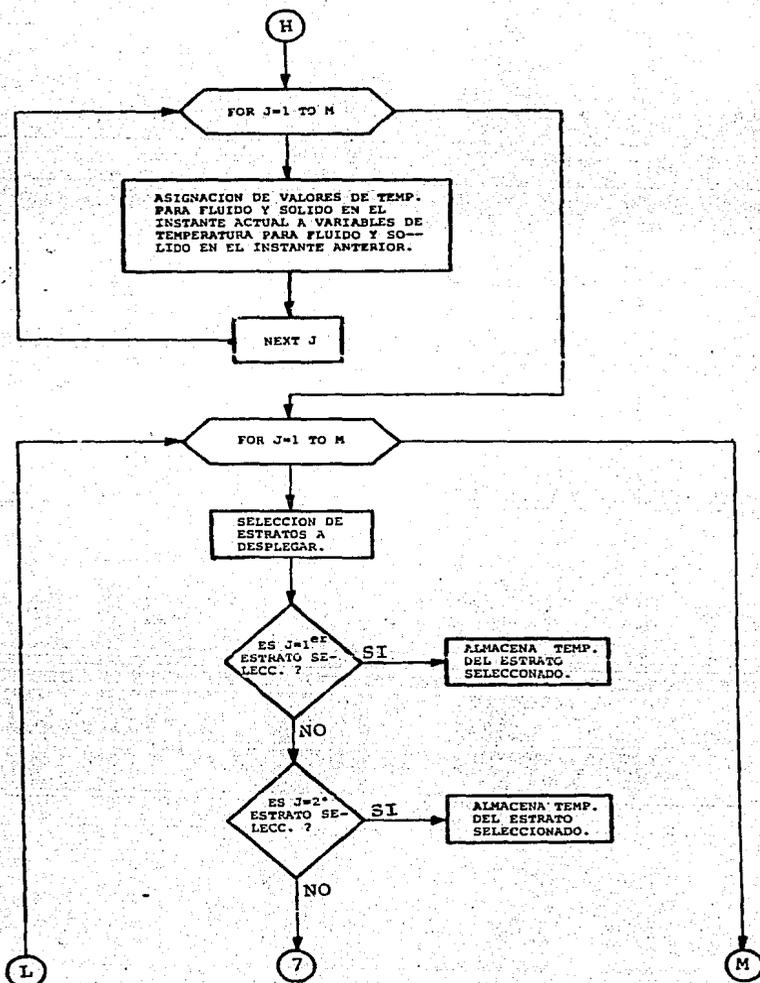


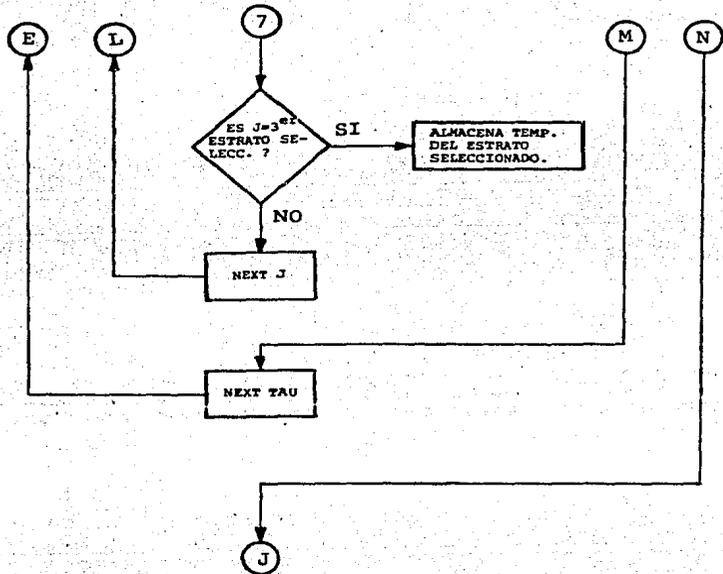












```

5 PRINT "PROGRAMA PARA DETERMINAR LA DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS EN UN LE
CNO EMPACADO DESPUES DE UN PERIODO CALIENT-ENF"
10 REM "PARAMETROS Y VARIABLES QUE INTERVIENEN EN EL PROGRAMA"
11 REM TFI(J) TEMPERATURA DEL FLUIDO EN EL INSTANTE ACTUAL GRAD.CELSIUS

12 REM TH1(J) TEMPERATURA DEL SOLIDO EN EL INSTANTE ACTUAL GRAD.CELSIUS
13 REM TI(J) TEMPERATURA DEL SOLIDO EN EL INSTANTE ANTERIOR GRAD.CELSIUS

14 REM TL(J) TEMPERATURA DEL FLUIDO EN EL INSTANTE ANTERIOR GRAD.CELSIUS

15 REM TAU TIEMPO (S)
16 REM DTAU INCREMENTO DE TIEMPO (S)
17 REM L LONGITUD DEL LECHO (M)
18 REM DX INCREMENTO ESPACIAL (M)
19 REM KC RELACION DE CAPACIDADES TERMICAS
20 REM THETA TIEMPO ADIMENSIONAL
21 REM EQUIS LONGITUD ADIMENSIONAL
22 REM H COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCION (W/M2 C)
23 REM DM DENSIDAD DEL MATERIAL SOLIDO (KG/M3)
24 REM DF DENSIDAD DEL FLUIDO (KG/M3)
25 REM CEM CALOR ESPECIFICO DEL SOLIDO (J/KG C)
26 REM EIF CALOR ESPECIFICO DEL FLUIDO (J/KG C)
27 REM HF FLUIDO MASICO (KG/S)
28 REM POROSIDAD DEL LECHO
29 REM PARAMETRO DE CONVERGENCIA
40 DIM IFI(41),TH1(41)
45 DIM TI(41),TL(41)
50 DIM A(700.3),B(700.3)
55 READ PHI
56 PRINT
60 PRINT "INICIAMOS BUENA SUERTE"
62 PRINT
65 PRINT "CARACTERISTICAS GEOMETRICAS"
66 PRINT
70 INPUT "QUE DIAMETRO TIENE LA PARTICULA ALMACENADORA ?,DE=";DE
71 PRINT
72 INPUT "EL NUMERO DE PARTICULAS ES ";U
75 AI = PHI * DE * DE
76 AR = AI * U
77 PRINT
80 PRINT "TRIANGULAR, CUADRADA, CIRCULAR, RECTANGULAR"
82 PRINT
85 INPUT "QUE GEOMETRIA PRESENTA LA SECCION TRANSVERSAL DEL LECHO ?";X#
90 IF X# = "TRIANGULAR" THEN 110
95 IF X# = "CUADRADA" THEN 115
100 IF X# = "CIRCULAR" THEN 120
105 IF X# = "RECTANGULAR" THEN 125
107 PRINT
110 INPUT "BASE=;BA:?:INPUT "ALTURA = ";AI
111 SFR = BA * AI / 2
112 GOTO 130
113 PRINT
115 INPUT "LADO=";LA
116 SFR = LA * LA
117 GOTO 130
118 PRINT
120 INPUT "DIAMETRO=";D

```

```

121 SFR = PHI * D * D / 4
122 GOTO 130
124 PRINT
125 INPUT "L1=";L1: PRINT : INPUT "L2=";L2
126 SFR = L1 * L2
128 PRINT
130 PRINT "PARA LA DISCRETIZACION DEL LECHE, SE RECOMIENDA DIVIDIR A ESTE E
N 41 ESTRATOS"
132 PRINT
133 INPUT "EN CUANTOS ESTRATOS SE DESEA DIVIDIR EL LECHE ? ";M
136 PRINT
140 INPUT "LA LONGITUD DEL LECHE ES ? . L=";L
142 PRINT
145 PRINT "SE DA LA OPCION DE DESPLEGAR LA LA DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS
PARA TRES ESTRATOS DEL TOTAL DE ELLOS, SELECCIONELOS E INTRODUCALOS EN FOR
MA ASCENDENTE"
146 PRINT
150 INPUT "PRIMER ESTRATO SELECCIONADO ";Z
152 PRINT
155 INPUT "SEGUNDO ESTRATO SELECCIONADO";B
157 PRINT
160 INPUT "TERCER ESTRATO SELECCIONADO";C
161 PRINT
162 REM DATOS TEMPORALES
164 PRINT
165 INPUT "DE CUANTO ES EL INCREMENTO DE TIEMPO ? .DTAU=";DTAU
166 INPUT "EN QUE INSTANTE INICIAMOS ? , IT=";IT: PRINT
167 INPUT "CUANTOS SEGUNDOS SE GRAFICAN ? .R=";R: PRINT
168 INPUT "CUAL ES LA PROGRESION TEMPORAL ? ";IN: PRINT
170 PRINT "PROPIEDADES TERMICAS"
172 PRINT
175 PRINT "FLUIDOS DE TRABAJO": PRINT "AGUA,AIRE"
177 PRINT
180 INPUT "QUE FLUIDO SE EMPLEA COMO FLUIDO TRANSPORTADOR DE ENERGIA ?";Y#

185 IF Y# = "AIRE" THEN 200
170 IF Y# = "AGUA" THEN 200
195 GOTO 670
200 INPUT "CUAL ES LA DENSIDAD ? .DF=";DF
204 PRINT
205 INPUT "CUAL ES SU CALOR ESPECIFICO ? .EHF=";EHF
207 PRINT
210 INPUT "EL FLUJO MASICO ES, MF=";MF
212 PRINT
215 INPUT "EL COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE CALOR ES, H=";H
217 PRINT
220 PRINT "MATERIAL ALMACENADOR": PRINT : PRINT "CEMENTO,VIDRIO,PIEDRAS"
224 PRINT
225 INPUT "CUAL ES EL MATERIAL ALMACENADOR ? ";Z#
230 IF Z# = "CEMENTO" THEN 250
235 IF Z# = "VIDRIO" THEN 250
240 IF Z# = "PIEDRAS" THEN 250
245 GOTO 670
250 INPUT "CUAL ES SU DENSIDAD ? .DH=";DH
254 PRINT
255 INPUT "CUAL ES SU CALOR ESPECIFICO ? .CEM=";CEM
257 PRINT
260 INPUT "LA POROSIDAD DEL LECHE ES, EPS=";EPS
263 PRINT
265 INPUT "QUE TEMPERATURA EXISTE INICIALMENTE EN EL LECHE EMPACADO ? .T0="
IT0

```

```

267 PRINT
270 INPUT "QUE TEMPERATURA TIENE EL FLUIDO A LA ENTRADA DEL LECHE EMPACADO
?, TFE="; TFE
280 DX = L / M
285 FOR J = 1 TO M
290 TI(J) = TO
295 TL(J) = TO
300 NEXT J
305 FOR TAU = IT TO R STEP IN
310 THETA = (H * AR * DTAU) / (SFR * (1 - EPS) * DM * CEM * L)
315 TI(O) = (TO - TFE) * EXP (- TH) + TFE
320 TH(O) = TI(O)
325 IF TAU = IT THEN 340
330 TF1(O) = TFE
335 GOTO 345
340 TF1(O) = TO
345 IF Y# = "AIRE" THEN 365
350 IF Y# = "AGUA" THEN 360
355 GOTO 670
360 KC = (EHF * DT * EPS) / (CEM * DM * (1 - EPS))
365 FOR J = 1 TO M
370 X = DX
375 EQUIS = (H * AR * X) / (MF * EHF * L)
380 IF Y# = "AIRE" THEN 420
385 IF Y# = "AGUA" THEN 405
396 PRINT

400 GOTO 670
405 TH1(J) = INT ((TH * TH * TF1(J - 1) + TH * EQ * KC * TL(J) + (EQ * KC
+ TH + TH * EQ) * TI(J)) / (TH * TH + TH * (EQ * KC + EQ + 1) + EQ * KC) *
10000) / 10000
410 TF1(J) = INT ((TH * (EQ * TH1(J) + TF1(J - 1)) + EQ * KC * TL(J)) / (E
Q * KC + TH + TH * EQ) * 10000) / 10000
414 PRINT
415 GOTO 430
420 TH1(J) = INT ((TH * TF1(J - 1) + (EQ + 1) * TI(J)) / (TH + EQ + 1) * 1
0000) / 10000
425 TF1(J) = INT ((EQ * TH1(J) + TF1(J - 1)) / (EQ + 1) * 10000) / 10000
430 NEXT J
435 FOR J = 1 TO M
440 IF (ABS (TH1(J) - TFE) > = ETA) THEN 450
445 IF (ABS (TF1(J) - TFE) > = ETA) THEN 460
450 NEXT J
455 GOTO 570
460 FOR J = 1 TO M
465 TI(J) = TH1(J)
470 TL(J) = TF1(J)
471 PRINT
473 PRINT
474 PRINT
475 NEXT J
478 PRINT
480 FOR J = 1 TO M
485 IF J = Z THEN 505
490 IF J = B THEN 525
495 IF J = C THEN 545
500 GOTO 560
505 S = 1
510 A(TAU, S) = TH1(Z)
515 B(TAU, S) = TF1(Z)
520 GOTO 560

```

```
535 S = 2
530 A(TAU,S) = TH1(B)
535 B(TAU,S) = TF1(B)
540 GOTO 560
545 S = 3
550 A(TAU,S) = TH1(C)
555 B(TAU,S) = TF1(C)
560 NEXT J
565 NEXT TAU
570 PRINT "TEMPERATURAS DEL MATERIAL SOLIDO"
575 PRINT
580 FOR TAU = IT TO R STEP IN
585 FOR S = 1 TO 3
590 PRINT A(TAU,S),
595 NEXT S,TAU
600 PRINT
605 PRINT "TEMPERATURAS DEL FLUIDO"
610 PRINT
615 FOR TAU = IT TO R STEP IN
620 FOR S = 1 TO 3
625 PRINT B(TAU,S),
630 NEXT S,TAU
635 PRINT
640 PRINT "DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS DETERMINADA"
645 PRINT
650 PRINT "DESEA OTRA PRUEBA ? (1.0)";M
655 ON M GOTO 60
660 PRINT
670 PRINT "FIN DE LA SESION": PRINT : PRINT "HASTA LA PROXIMA OCASION"
672 END
675 DATA 3.141523
```



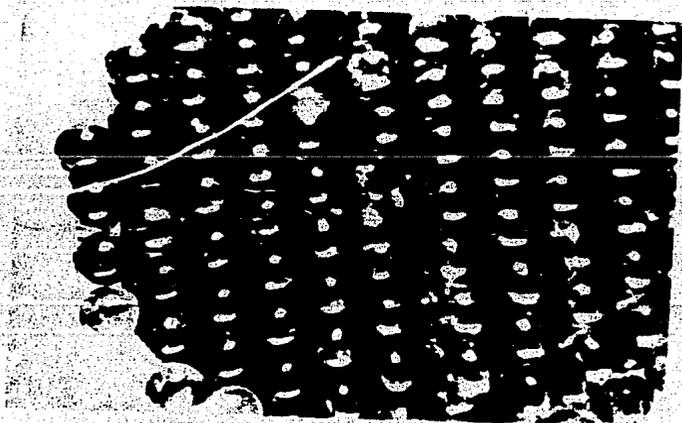
Cilindro contenedor del material almacenador
lecho empacado.



Acomodamiento del material almacenador siguiendo
un arreglo romboédrico.



Esfera de vidrio (material almacenador), mostrando la colocación de los termopares.



Detalle en planta de un plano de esferas instrumentadas.

NOMENCLATURA.

A	Area superficial de transf. de calor de cada partícula del lecho.
c_m	Calor específico del material sólido.
c_f	Calor específico del fluido.
h	Coefficiente de transferencia de calor por convección.
h_e	Coefficiente de película efectivo.
h_v	Coefficiente de transf. de calor volumétrico.
k_c	Relación de capacitancias térmicas.
k_m	Conductividad térmica del material sólido.
L	Longitud del lecho empacado.
m_f	Flujo másico de fluido.
ΔP	Caida de presión del fluido en el lecho empacado.
Q_L	Calor del líquido.
Q_s	Calor del sólido.
r	Radio de una partícula esférica.
S_r	Area de la sección transversal del lecho.
t_0	Temp. del material sólido en el instante cero.
t_{f0}	Temperatura del fluido a la entrada del lecho.
t_m	Temperatura del material sólido.
T_f o TF	Temperatura adimensional del fluido.
T_m o TM	Temperatura adimensional del sólido.
T_{eq}	Temperatura de equilibrio.
v_f	Volumen específico del fluido.
V_c	Volumen de las esferas del lecho.
V_h	Volumen de los huecos en el lecho.
V_T	Volumen total.
x	Coordenada espacial del lecho.
X	Longitud adimensional.

Símbolos griegos.

α	Difusividad Térmica.
ϵ	Porosidad del lecho empacado.
η	Tiempo adimensional.
ξ	Longitud adimensional.
ν	Viscosidad cinemática.
τ	Tiempo.
θ	Tiempo adimensional.

Subíndices.

Σ	Esferas del lecho.
ef	Fluido a la entrada del lecho.
eq	Equilibrio.
f	Fluido.
fr	Frontal.
h	Huecos.
l	Líquido.
m	Material sólido.
o	Instante inicial.
s	Sólido.
v	Volumétrico.

BIBLIOGRAFIA.

1. SCHMIDT - WILLMOTT : *Thermal energy storage and regeneration.*
Mc Graw Hill 1981.
2. A.L. LYDERSEN : *Fluid flow and heat transfer.*
Wiley - Interscience Publication 1979.
3. R.E. COLLINS : *Flow of fluids through porous materials.*
Reihold 1961.
4. V.P. ISACHENKO, V.A. OSIPOVA, A.S. SUKOMEL : *Heat transfer.*
Mir Publishers Moscow 1980.
5. V. NASHCHOKIN : *Engineering thermodynamics and heat transfer.*
Mir Publishers Moscow 1975.
6. A.E. SHEEIDEGGER : *The physics of flow through porous media.*
University of Toronto 1974.
7. J.P. HOLMAN : *Heat transfer.* Mc Graw Hill 1981.
8. H. HAUSEN : *Heat transfer in counterflow, parallel flow,
and cross flow.*
Mc Graw Hill 1981.
9. CROFT - LILLEY : *Heat transfer calculations using finite
differences.*
Arried Science Publishers LTD. 1977.
10. G.E. FORSYTHE : *Finite difference methods for partial
diferential equation.*
J. Wiley 1960.
11. S.V. PATANKAR : *Numerical heat transfer and fluid flow.*
Mc Graw Hill 1980.
12. J.P. HOLMAN : *Metodos experimentales para Ingenieros.*
Mc Graw Hill 1971.

REFERENCIAS.

13. A.E. SAEZ AND B.J. Mc COY : *Polar Energy.* Vol. 29 No.3
pp 201-206. 1982.
14. JEFFRESON : *Siche Journal.* Vol. 18 No.2 pp 409-420 1972.
15. RIAZ M. : *Polar Energy.* Vol. 21 pp 123-128.
16. B.T. KULAKOWSKI AND F.W. SCHMIDT : *Heat transfer Eng.*
Vol. 3 Nos.3-4 1982.