



2014

# Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

**EL DESARROLLO HISTORICO DE LOS  
CONCEPTOS DE LA MECANICA CLASICA.**

**T E S I S**

Que para obtener el Título de

**F I S I C O**

p r e s e n t a

**LUIS FERNANDO AREAN ALVAREZ**

**México, D. F.**

**1987**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE DE MATERIAS

<b>I. COSMOS Y LOGOS</b>	
1.- Magia y Religión.....	1
2.- Los Filòsofos Jonios.....	5
3.- La Escuela Pitagòrica.....	9
4.- El Problema del Movimiento y los Gèrmenes de la Epistemologia.....	12
 <b>II. LA CUEVA Y LAS SOMBRAS</b>	
1.- El Pensamiento de Platòn.....	22
2.- La Astronomia en el Siglo IV.....	25
3.- La Filosofia de Aristòteles.....	28
4.- La Civilizaciòn Helenística.....	39
 <b>III. MUERTE Y TRANSFIGURACION</b>	
1.- Roma, Islam y Cristianismo.....	45
2.- El Renacimiento Escolàstico.....	48
3.- El Nominalismo.....	50
 <b>IV. EL TRONO DE DIOS</b>	
1.- El Renacimiento y Copèrnico.....	62
2.- La Física Galileana.....	64
3.- La Secuela de la Física Galileana.....	75
 <b>V. DUDA Y CERTEZA</b>	
1.- El Racionalismo Cartesiano.....	80
2.- La Física y el Càlculo antes de Newton....	87
 <b>VI. EL UNIVERSO REINVENTADO</b>	
1.- El Monumento Newtoniano.....	92
2.- Las Críticas a Newton.....	105
 <b>VII. EN BUSCA DE OTRO CAMINO</b>	
1. Los Trabajos de Huygens.....	112
2. El Dios de la Razòn.....	119
3. La Conservaciòn de la Energia Mecànica.....	132
 <b>VIII. DEUS EX MACHINA</b>	
1. Los Principios Variacionales y la Mecànica Lagrangiana.....	139
2. La Teoria de HamiltonJacobi.....	153
3. La Mecànica de Hertz.....	160
4. La Intenciòn en la Naturaleza: una Recapitulaciòn.....	161
 <b>APENDICE.....</b>	
	176
 <b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	
	183

## ADVERTENCIA

Estamos consagrados históricamente a la historia, a la construcción de discursos sobre discursos, a la tarea de oír lo que ya ha sido dicho.

Michel Foucault

Este trabajo se ocupa de los principios de la mecánica clásica, en el sentido más lato del término. Es pues una arqueología. Se trata de observar como cambia la mirada que contempla el mundo, y más específicamente, la que contempla el movimiento. Veremos, trataremos de ver a través de los mismos cristales de colores que cubrieron los ojos de Heráclito y Parménides, Platón y Aristóteles, Galileo y Newton, Descartes y Leibniz. Trataremos de ver por qué nuestros propios cristales tienen esos colores particulares.

Esta es una historia de las palabras y las cosas, de los significados y los significantes. Los significantes de la física tienen una doble cualidad: son a la vez una palabra y un símbolo matemático. En las ecuaciones, causas y efectos son intercambiables: están separados y unidos por una igualdad, que es conmutativa. Los símbolos pueden transformar su función dentro de la teoría, por una nueva definición o un cambio de signo. Estas manipulaciones matemáticas, aparentemente nimias, tienen profundas consecuencias en los significados.

La correspondencia de doble significante y significado hace de la ciencia una disciplina única. Con frecuencia, se olvida que la ciencia es más que un conjunto de ecuaciones, que tiene significados aplicados a la realidad. Por otra parte, estos significados no son invariantes: a lo largo de la historia de una teoría, desde su gestación hasta su caducidad, los significados van cambiando.

Encontraremos en esta historia que los conceptos de la física clásica contienen elementos que datan de Aristóteles, si no antes; que la misma palabra ha servido para designar cosas radicalmente distintas, una causa y un efecto, a lo largo del desarrollo de la teoría; que la síntesis newtoniana no fue una reducción teórica de elementos tomados directamente de Galileo: la física galileana y la newtoniana, siempre inextricablemente unidas en nuestra concepción, son distintas. Encontraremos también que Galileo no era el empirista que los textos preconizan, ni el creador absoluto de la nueva ciencia. Trataremos de vislumbrar las motivaciones epistemológicas y metafísicas que llevaron al principio de mínima acción; veremos cómo los conceptos de materia, espacio y tiempo oscilan de Aristóteles a Kant, pasando por Descartes, Newton y Leibniz.

Como dice Foucault, comentar es reconocer que el significado rebasa al significante: encontrar lo no hablado, lo que se oculta

detràs de los símbolos. Este es el trabajo del exègeta: una vuelta eterna a lo que creemos que pensaron otros. No sòlo los conceptos cambian; tambièn los comentarios estàn impresos en una concepciòn del mundo. Vaya pues una interpretaciòn que ha querido ser personal, aunque indudablemente està marcada por mi circunstancia.

Mi motivaciòn principal es filosòfica: se trata de mostrar que la concepciòn positivista de las teorías científicas es equivocada. Hacer esto desde un punto de vista històrico, analizando el substrato cultural, la concepciòn del mundo que genera los conceptos.

Este trabajo es tambièn una defensa de la filosofía y la historia de la ciencia: de la necesidad de entender còmo han llegado a nosotros los conceptos, de echar una ojeada al proceso de creaciòn de una teoría. O mäs exactamente, de varias teorías, pues la mecànica clàsica, aún despuès de Newton, no es una teoría unificada. No entrarè sin embargo en polèmicas a cada paso; en la conclusiòn, analizarè brevemente la postura positivista, a la luz de la historia de la mecànica.

Hablarè del problema del movimiento desde su planteamiento original, el eterno debate de Heràclito y Parmènides, hasta la formulaciòn final de la mecànica clàsica. Existe otra intenciòn en detenerse aquí: la mecànica clàsica es vista hoy en día por muchos estudiantes de física con una cierta medida de desprecio. A fin de cuentas, es una teoría equivocada, no? Y sin embargo, la mecànica clàsica es tal vez la mäs grande aventura intelectual, el mäs majestuoso y bello edificio que ha erigido la razòn humana. Hubo un tiempo en que reinò sobre todas las ciencias, con la seguridad de su propia certeza. Su desarrollo ofrece lecciones ùnicas en la historia de las ideas, lecciones que no se volveràn a repetir jamás: la incertidumbre no està sòlo en el corazòn de la física cuàntica; tambièn la filosofía la comparte.

Los periodos mäs estudiados de la historia de la ciencia son sin duda la revoluciòn copernicana, pasando por Galileo hasta llegar a Newton, y la revoluciòn cuàntica y relativista del siglo XX. Sin embargo, es difícil encontrar una historia de la mecànica que describa, desde un punto de vista filosòfico, el desarrollo de los conceptos. No he querido dejar a un lado ninguna de las ideas que hayan podido contribuir a formar esos conceptos. Por ello, comenzamos desde los griegos, haciendo una exposiciòn mäs o menos detallada de la física de Aristòteles, que a su vez se apoya en pensadores mäs antiguos. Trataremos la física de la Edad Media, la aristotèlica y la nominalista, que tendria una fuerte influencia en el joven Galileo; llegaremos a Newton, donde la mayoría de las historias se detienen, y pasaremos mäs allà: a la mecànica analítica, tratando de analizar las motivaciones filosòficas que llevaron a su formulaciòn.

Evidentemente es una gran cantidad de material, y esto da a todo el trabajo un tono irremediabilmente monogràfico: ante la

imposibilidad de ir detalladamente a las fuentes, cada una de las cuales merecería sin duda un trabajo de esta extensión, me he apoyado fuertemente en los historiadores y comentadores. El capítulo sobre Galileo está basado en el invaluable trabajo de Koyré, y en menor medida, en Koestler; la historia de la física medieval, en la obra de Edward Grant y Kuhn; el desarrollo de la mecánica analítica, en Lanczos; el episodio de Newton, en Cohen y Koyré. Para los griegos, me he basado sobre todo en Guthrie, Cornford y Lloyd, exceptuando a Heráclito, cuya fuente principal es Mondolfo. Leibniz está representado por Russell y Ortega y Gasset. Finalmente, Mach ha sido un contrapunto indispensable en todo momento de la historia de la mecánica. Algunas de las ideas filosóficas son tomadas también de estos autores, sobre todo de Koyré, de Bachelard y de Kuhn. He tratado de darles crédito, pero si en algún lugar se me ha escapado, me confieso culpable de plagio involuntario. En cambio, respecto a la relación de Leibniz con la mecánica analítica, aunque ampliamente reconocida, no he encontrado una exposición suficientemente extensa; las ideas de ese capítulo, al igual que varias de las consideraciones sobre Newton y Descartes, y las reflexiones filosóficas sin crédito a lo largo de la obra, son de mi autoría.

## I. COSMOS Y LOGOS

Ah, Dedalus, los griegos!  
Ulises, J. Joyce

### 1.- Magia y Religión.

En el siglo VI antes de nuestra era, Jonia, situada en la costa del Asia Menor, estaba a punto de ser el escenario de una de las más grandes revoluciones en la historia de las ideas. La invasión dórica de la península helénica había señalado el declive de la civilización micénica, haciendo que las antiguas tribus griegas buscara refugio en las islas egeas y en el Asia Menor. Los aqueos y eolios de Tesalia se establecieron al Norte, sobre las ruinas de la vieja Troya; gente de Atica y la Argólide ocuparon, arrebatándola a los lidios, la región comprendida entre las cuencas del Hermo y el Meandro, fundando las doce ciudades de Jonia: Efeso, Colofón, Lébodo, Teos, Clazomene y Focea; Samo, Quio y Eritras; Miunte, Priena y Mileto.

¿Qué distinguió el pensamiento de aquellos milesios que merecieron el nombre de primeros filósofos del de los pueblos que los habían precedido? ¿Qué fue lo que provocó la primera revolución intelectual de Occidente, en la que está fundada todo el pensamiento europeo posterior?

Es indudable que otros pueblos, antes que los griegos, habían hecho aportaciones importantes al acervo intelectual de la Humanidad. La tecnología, las matemáticas y la astronomía mesopotámicas y egipcias estaban altamente desarrolladas ya alrededor del año 3000 AC: en la metalurgia, se conocían ya las técnicas de forjado, fundido y colado y se hacían aleaciones de metales; el hilado, el tejido y la alfarería tenían ya sus técnicas básicas, que no cambiarían fundamentalmente hasta la Edad Industrial; la arquitectura permitía levantar 'sigurats' y pirámides.

El desarrollo tecnológico precientífico tenía sin duda sus raíces en dos factores: la observación y la suerte. No es descabellado pensar que el primer experimento de alfarería surgió de la observación casual de una porción de arcilla dejada accidentalmente al fuego; asimismo, las primeras aleaciones deben de haber sido obtenidas por impurezas en los metales, no por experimentación con metales puros. Sin embargo, el cuerpo de conocimientos de cada una de estas ramas de la tecnología fue enriqueciéndose y sistematizándose mediante la técnica de ensayo y error. La importancia de estos conocimientos no puede minimizarse: exigían paciencia y experimentación, así como la suficiente capacidad imaginativa para extraer conclusiones de los experimentos.

Por otro lado, las matemáticas y la astronomía conocieron también una evolución importante en este período. Los egipcios, obligados por las inundaciones periódicas del Nilo,

perfeccionaron la agrimensura y desarrollaron un calendario admirable; los babilonios utilizaron el sistema posicional, resolvieron de manera general la ecuación de segundo grado, y observaron cuidadosamente los eclipses, llegando a un cierto grado de predicción.

Paralelamente, los egipcios y babilonios desarrollaron una cosmovisión coherente y completa, en la que intentaban dar respuesta a aquellas preguntas acuciantes que han preocupado al Hombre en todos los tiempos, desde el origen del mundo, el papel del Hombre sobre la Tierra y la naturaleza humana, hasta la razón del día y la noche, las mareas, las estaciones, los relámpagos, los terremotos, y en fin, todos los fenómenos cuyas causas querían explicarse. Estas explicaciones cumplen un doble cometido: uno teórico, que intenta fundamentar y legitimar el orden cósmico, el orden social, y el papel del individuo en el mundo, y uno práctico, que intenta dominar o propiciar los fenómenos naturales.

La búsqueda del orden en el caos aparente de la Naturaleza es una necesidad innata en el hombre. Como lo demuestran algunos experimentos de la psicología Gestalt, la mente humana es capaz de extraer patrones aún de los dibujos más aleatorios. La organización de las estrellas en constelaciones, sin duda uno de los primeros esfuerzos de sistematización que emprendió la Humanidad, es un buen ejemplo de esta tendencia. El desarrollo del principio de causalidad, que se manifiesta a edad muy temprana en los niños, debe haber ocurrido también en los albores de la Humanidad. En su formulación más primitiva - si hago esto ocurrirá aquello - el principio de causalidad es el hilo rector en el que se asienta implícitamente el comportamiento racional humano.

El dominio de su entorno inmediato, mediante instrumentos de caza y toda la gama de ingeniosas invenciones que forman la tecnología primitiva, debe de haber tenido, como consecuencia lógica, el desarrollo de la magia. En efecto, el hombre primitivo, consciente de su fuerza respecto al resto de la creación, sin duda comenzó a esforzarse en dominar aquellos fenómenos que aún no dominaba, sobre todo cuando éstos tenían una incidencia fundamental en su propia supervivencia. Así, el cazador trató de propiciar la caza, atrayendo a los animales, y el agricultor quiso regular la lluvia. Respecto al primero, abundan ejemplos de ritos mágicos en todas las sociedades, desde el cazador de Africa hasta el moderno pescador deportivo, con sus curiosas manías. El caso del segundo es, definitivamente, más dramático. Si el cazador nómada no encuentra presas, se muda a otro valle. El agricultor está atado a su tierra, y mucho más a la merced de los elementos. Así pues, le era indispensable asegurar su cosecha mediante ritos mágicos.

Frazer, en su notable estudio sobre la magia y la religión, apunta un hecho evidente: la magia, al igual que la ciencia moderna, se basa en el principio de causalidad, en la certeza de que a determinada causa corresponderá sin duda un determinado



efecto. En este sentido, para el hechicero primitivo está convencido de la inmutabilidad de la Naturaleza, de la existencia, digámoslo de una vez, de leyes naturales (1).

El mago no rinde pleitesía a los dioses y a los espíritus. Si acaso cree en su existencia, los obliga y domina mediante sus hechizos y conjuros. Frazer distingue dos tipos de magia, bajo el rubro común de magia simpática: la magia homeopática, que trabaja por semejanza, y la magia contaminante, que trabaja por contagio. Su monumental tratado abunda en sugerentes y curiosos ejemplos de uno y otro tipo, que van desde los aborígenes australianos hasta los campesinos escoceses. No abundaremos en estos ejemplos, ya que no es éste un trabajo sobre la magia. Sin embargo, aclaremos las ideas que subyacen a la aplicación de los principios mágicos, pues son ilustrativas de los procesos mentales que llevaron al Hombre hasta la ciencia.

La magia homeopática se basa en el supuesto de que cosas semejantes actúan de la misma manera, o pueden ser afectadas de la misma manera. Así, por ejemplo, el cazador que hace una danza propiciatoria se disfraza de venado y efectúa los mismos movimientos de su presa, creyendo así atraer al animal; el médico brujo que toma agua y la esparce alrededor pretende hacer que las nubes lo imiten; el maestro de voodoo haitiano que clava alfileres en la imagen de su enemigo busca que lo mismo que él hace al muñeco le ocurra a la persona. Por otro lado, la magia contaminante actúa sobre objetos o pertenencias del sujeto al que se quiere encantar: los abundantes ritos concernientes al cordón umbilical y la placenta pertenecen a este grupo. Si se quiere que un muchacho sea cazador cuando crezca, la placenta será colgada de un árbol del bosque; si, por el contrario, se trata de una niña, la placenta será enterrada junto al hogar. Otros ejemplos incluyen la realización de conjuros sobre lanzas o flechas que hayan producido heridas, con la intención de que la herida sane. Inclusive los modernos rituales que se llevan a cabo con los dientes de leche tienen origen en la magia contaminante.

Como puede verse, ambos tipos de magia se basan en el principio de que lo semejante produce lo semejante, ya sea por analogía o por contigüidad (principio que, por cierto, está detrás de la moderna medicina homeopática). En un principio, todos los miembros de la tribu tenían algo de magos, y actuaban por sus propios fines. Sin embargo, algunos ritos eran de importancia fundamental para toda la tribu, por lo que su realización cayó progresivamente en las manos de una clase especial, los magos profesionales. Es lo que Frazer llama magia pública. Estos magos, en virtud de su pretendida importancia, terminaron por tomar el control de la tribu, erigiéndose en clase dominante, tal vez la primera clase ociosa. De este ocio surgió el tiempo para profundizar en el estudio de la Naturaleza, inventando nuevos ritos, investigando, discurrendo supercherías.

Como hemos dicho antes, no sólo la tecnología sino también las matemáticas y la astronomía alcanzaron un desarrollo muy importante antes del advenimiento de la cultura griega. Hay que

agradacerlo sin duda a estos magos, cuyas observaciones les permitieron hacer descubrimientos reales, mezclados entre las supersticiones y los tabûes. Es claro que, aparte estos descubrimientos, la mayoría de las veces la magia pública fallaba en sus objetivos. Esto debe de haber llevado a los magos a inventar no pocas supercherias para ocultar su fracaso. Como apunta Frazer, algunos de los ritos requerian el concurso de toda la tribu, y siempre se podía echar la culpa a una falla en el rito en caso de no llegar al resultado deseado (3). Sin embargo, la casi invariable futilidad de los esfuerzos mágicos por controlar a la Naturaleza deben de haber llevado a la gradual convicción de que otros poderes más fuertes se oponian a los designios del mago. Tal vez en esto se puede encontrar el origen de la religión. A diferencia de la magia, la religión no supone una Naturaleza sometida a leyes naturales. En cambio, se cree que existen poderes superiores que voluntariosamente rigen los fenómenos. Estos poderes son personales y conscientes, y pueden ser propiciados o aplacados por una apelación a sus sentimientos. El mago deviene sacerdote; en lugar de dominar y exigir, ruega e implora. Pero a la vez, la religión le permite formular una cosmogonia, explicar el orden cósmico y el orden social como una consecuencia de la voluntad de seres más altos.

La diferencia entre la concepción mágica y la concepción religiosa salta a la vista. Esta última presupone que la Naturaleza es elástica: las leyes naturales no existen como tales. Cada terremoto es consecuencia de la ira de un dios, cada lluvia benefactora, cada salida del Sol debe ganarse con sacrificios propiciatorios. La generalidad también se pierde: no existen principios generales, así sea implícitos, en el pensamiento religioso.

Los ejemplos de pensamiento religioso respecto a los fenómenos naturales abundan. No nos detendremos más que en unos pocos ejemplos. Las estaciones eran explicadas por egipcios y griegos de tiempos homéricos con mitos semejantes: la muerte o descenso al infierno de un dios o diosa (Osiris y Perséfone, respectivamente) a quien era dado regresar periódicamente. Asimismo, para los griegos la ira de Zeus causaba los rayos, y la voluntad de Poseidón los terremotos.

Desde luego, el proceso que hemos esbozado esquemáticamente, no fue tan radical como pareceria. Por esa proclividad de la mente humana a aceptar contradicciones, durante mucho tiempo convivieron el mago y el sacerdote. Frazer comenta casos contemporáneos en la propia Europa, en que un santo es obligado a cumplir una cierta petición mediante la ejecución de un rito. Desde luego, ciertos ritos mágicos eran, o parecian ser, enormemente efectivos. Nunca, que se sepa, falló un rito para hacer salir el Sol, o para traer a la primavera. Así pues, magia y religión convivieron en los sacerdotes egipcios y babilonios, pero el antiguo reino determinista se perdió por muchos siglos.

Esta era, a grandes rasgos, la situación intelectual de la Humanidad hacia el siglo VI antes de nuestra era, y así habia

permanecido por incontables siglos, cuando se operò el cambio de actitud al que nos referiamos al principio. Las razones de este cambio escapan al presente análisis. Sin embargo, se pueden adelantar algunas hipótesis al respecto.

## 2.- Los Filósofos Jonios

El Mediterráneo Oriental era una encrucijada de culturas; los griegos pudieron beneficiarse de los conocimientos de babilonios y egipcios, y sin duda muchos aspectos de su mitología fueron heredados de otros pueblos. De la antigüedad de este intercambio existen varias pruebas, tales como el hallazgo de estatuillas egipcias en las ruinas cretenses o micénicas. Por otro lado, como testimonia Herodoto, viajar era casi una obligación curricular en la educación de un joven griego. Mileto era una ciudad rica, gracias al comercio y a sus talleres textiles. Pero tal vez el factor más importante en el propiciamiento del clima intelectual necesario para el nacimiento de la filosofía fue más político que económico. En efecto, las ciudades-estado griegas estaban acostumbradas a un clima de libre discusión y crítica política, así como al cuestionamiento de las formas de gobierno idóneas, (al menos en lo que respecta a los hombres libres) y esta libertad y crítica pueden haber sido transplantadas de manera más o menos natural al pensamiento respecto a los fenómenos materiales. Los griegos, al cuestionar el orden social, resquebrajaban el orden cósmico en el que el rey-dios de, por ejemplo, los egipcios, tenía forzosamente que apoyarse. Mientras que las cosmovisiones prejónicas habían sido sancionadas y sacralizadas oficialmente por la clase sacerdotal, las teorías de Tales y sus sucesores fueron confrontadas en un clima de libertad intelectual, que permitió la crítica y la discusión. Sin duda, estas discusiones nos parecerían hoy en día bizantinas, pero en aquel momento revestían una enorme importancia intelectual. La filosofía griega se expresó casi siempre en completa libertad, sin que el Estado tomara partido por tal o cual cosmovisión, si exceptuamos el caso de la escuela pitagórica en Crotona, o el juicio de Anaxágoras y Sócrates por parte de los atenienses.

Pero, ¿qué es lo que produjo esta actitud mental? ¿cuál fue este cambio, esta novedad en el pensamiento jonio? No fue una innovación tecnológica, ni un gran descubrimiento matemático. Ciertamente, Herodoto nos refiere la gran sabiduría de Tales de Mileto, y afirma que llegó a predecir un eclipse, durante el cual se produjo una de las batallas de Cresos contra los persas. Pero esta predicción la hizo sin duda basándose en los cálculos babilonios. No. Lo que distinguió a Tales de los otros sabios, lo que le valió el título, asignado por Aristóteles, de primer filósofo, no fueron sus conocimientos, sino su actitud ante las preguntas que conciernen al mundo material.

En primer lugar, Tales renunció a la explicación sobrenatural del mundo; en la frase de Carrington, "dejó a los dioses en la puerta". Tales, y los otros milesios después del él, procuraron encontrar las razones de los fenómenos naturales en la

Naturaleza misma, sin el concurso de la voluntariosa divinidad. Así por ejemplo, la teoría de Tales sobre los terremotos es ilustrativa: él consideraba que la tierra flotaba sobre agua, y que las agitaciones de ésta provocaban los terremotos. Ciertamente, la idea de que la tierra era una isla flotante no era novedosa en su tiempo, pero mientras la mitología hacía habitar el mar por un Dios que provocaba terremotos, Tales recurre exclusivamente a la explicación natural. En segundo lugar, mientras Homero o Hesíodo hablaban de terremotos particulares, Tales hace una teoría general de los terremotos. Así, en lugar de prestar atención a lo particular, Tales trata de generalizar.

Esta actitud, como hemos visto, se aleja radicalmente del pensamiento religioso, y retoma una idea valiosísima: la Naturaleza se rige por leyes inmutables. Pero lo que en el pensamiento mágico había sido una creencia implícita, en Tales se vuelve casi explícito -el primero en formular esta idea explícitamente es, hasta donde sabemos, Heráclito: "todo ocurre según el <<logos>>"-. Por otro lado, Tales reúne todos los fenómenos naturales y trata de darles coherencia mediante un solo principio rector, cosa que ni el pensamiento mágico ni el religioso habían hecho.

Las obras de los presocráticos nos han llegado en general en forma fragmentaria, a través de doxógrafos que vivieron muchas veces varios siglos después de aquéllos cuya obra comentaban. Por otro lado, su interpretación -es el caso de Aristóteles- estaba fuertemente influenciada por las propias ideas del doxógrafo, atribuyendo al filósofo comentado ideas que él jamás hubiera soñado. Los presocráticos se enfrentaban a un problema fundamental: la falta de vocabulario. La palabra <<kosmos>>, por ejemplo, originalmente designaba a una unidad organizada del ejército griego; a partir de esto, se abstrajo la idea de orden, y de ahí, la de Orden Universal. Algunas etimologías actuales, menos pomposas, contienen la raíz <<kosmè>>: así, por ejemplo, cosmético. Cuando el oscuro Heráclito hablaba del <<logos>>, debe haber inducido una gran confusión en sus oyentes: Logos significaba originalmente palabra (aún hoy en día, se encuentran traducciones de Heráclito que toman sus palabras en un sentido literal). Y, ¿de qué otra manera sino como una metáfora puede explicarse el hecho de que a Tales, a quien hemos acusado de desterrar a la divinidad del pensamiento natural, se le atribuya la frase "Todo está lleno de dioses"? El poder evocativo de las metáforas presocráticas fue gradualmente desterrado de la filosofía, a medida que los conceptos filosóficos fundamentales iban siendo definidos; de aquí que incurrir en el anacronismo aristotélico de atribuir a los presocráticos preguntas que sólo tienen sentido en el marco de conceptos posteriores es, en el mejor de los casos, peligroso.

Se ha dicho con frecuencia que la pregunta fundamental que Tales se plantea es cual es la esencia de todas las cosas. Precisamente hablar de "esencia" es arriesgado en el caso de Tales. Es más plausible pensar que el milesio trataba de

encontrar el origen de las cosas. Ya Hesiodo en la Teogonía hablaba del <<kaos>> como origen, así que el concepto no era ajeno a los jónicos. En todo caso, existe una convicción implícita en la pregunta: el hecho de que, a despecho de todas las mutaciones y aparente variabilidad del mundo, existe algo, un principio o identidad subyacente a todas las cosas.

¿Por qué Tales pensaba que el principio de todas las cosas era el agua? Se han adelantado muchas hipótesis al respecto: desde el carácter portuario de Mileto hasta la importancia biológica del agua. Realmente, la respuesta es lo de menos. Lo importante, como se ha apuntado, es el hecho de plantear la pregunta, y los términos en que es planteada.

Anaximandro, a quien la tradición atribuye el ser discípulo de Tales, parece, en contraste, haberse acercado más al concepto de esencia. Su filosofía, en comparación con la de Tales, y aún de algunos pensadores que le siguieron, se nos antoja increíblemente sutil y avanzada. Anaximandro creía que el mundo constaba de cualidades elementales en constante lucha. Distinguía cuatro de estas cualidades: humedad, sequedad, calor y frío. La lucha entre ellas era cíclica, pues a veces dominaba el calor, y a veces el frío. El lenguaje de Anaximandro es revelador, sobre todo si se compara con las ideas posteriores de Heráclito. El consideraba que el calor, por ejemplo, sometía al frío por la violencia, haciéndole una injusticia. La venganza del frío no se hacía esperar; pero esta venganza era a su vez injusta, y el ciclo recomenzaba. Sin embargo, la pregunta fundamental de Anaximandro es la misma que la de Tales, y como él, se esfuerza en obtener una respuesta única. La esencia u origen de las cosas no puede ser ninguna de estas cualidades individuales, pues lo caliente no puede engendrar lo frío, ni viceversa. Por lo tanto, el principio de las cosas es un todo indiferenciado que contiene a los elementos en potencia. A este principio llamó Anaximandro <<apeiron>> que quiere decir ilimitado o indiferenciado. Recordemos nuevamente el problema fundamental de entender a los pensadores presocráticos: no existe en ellos una diferenciación entre cualidad y substancia, materia y espíritu, acto y potencia. Así como en la mitología se emplean seres humanos o divinos u objetos materiales para representar cualidades (Helena es la belleza, el objeto de deseo, Demeter la abnegación materna, uno de los caballos de Ares es el miedo), los antiguos filósofos, cuando se referían al agua, por ejemplo, no distinguían el elemento de la cualidad húmeda. Hemos planteado las ideas de Anaximandro en lenguaje moderno; él nunca hubiera usado la palabra "cualidad" o "potencia". Asimismo, es improbable que Anaximandro, al referirse al apeiron, tuviera una idea de infinitud. Más bien, debe de haber usado la palabra en su segunda acepción de indiferenciado.

Para redondear el pensamiento de Anaximandro, digamos que él consideraba que el <<apeiron>>, por su movimiento intrínseco, se condensó en las cuatro cualidades básicas, las cuales tomaron su lugar paulatinamente: el fuego rodeó el mundo, y la tierra húmeda se colapsó en el centro, siendo rodeada de nubes y vapores.

Algunas ideas explicativas de fenómenos físicos tenían para Anaximandro su explicación en esta organización del cosmos: las estrellas y los planetas no eran más que orificios en la nube circundante, a través de los cuales se columbraba el fuego; la vida había nacido del cieno caliente en forma de peces, que luego habían evolucionado recorriendo toda la escala biológica, hasta el hombre (!!!!); y finalmente, la tierra era un cilindro situado en el centro de un universo esférico, sin nada que la sostuviera, y no caía porque, al estar en el centro, no tenía dirección preferente hacia donde caer (!!!!). La premonición que se manifiesta en estas dos últimas ideas sobre sendos conceptos científicos modernos, a saber, la evolución de las especies y la isotropía del espacio justifica ampliamente los signos de admiración utilizados.

Anaximenes, en contraste con su maestro Anaximandro, parece un retroceso: en lugar del sutil <<apeiron>>, considera que el principio de todas las cosas es, nuevamente, un elemento: el aire, que por condensación y rarefacción generó los objetos materiales. En particular, el alma es aire, pues el aire más puro es el elemento de la vida.

Como apunta Guthrie, citando a su vez a Cornford, la inexistencia de la dualidad materia-espíritu es aquí manifiesta (4). El alma sigue siendo material, y la identidad entre aliento y alma se encuentra incluso en los pueblos primitivos. Los presocráticos necesitaban que la materia estuviera en sí misma animada —recuérdese el "todo está lleno de dioses" de Tales— para explicar por qué había comenzado el mundo: el problema del devenir. ¿Por qué se convirtió aquella sustancia o cualidad primaria en lo que es ahora el mundo?

Aristóteles observa, de paso, que ninguno de los jonios tomó la tierra como principio. La razón es clara: necesitaban un elemento activo, algo que en sí contuviese vida y movimiento para poder explicar el devenir.

Anaximenes termina el ciclo de filósofos milesios. A pesar de las diferencias entre sus concepciones, es clara la identidad de la pregunta cosmogónica esencial en los tres pensadores. Sin duda, estos primeros intentos explicativos pueden parecer inocentes y torpes a los ojos modernos, pero el salto cualitativo que tuvieron que efectuar los milesios al renunciar a una explicación sobrenatural del cosmos fue una de las más grandes hazañas intelectuales de todos los tiempos. Tan es así, que ninguna otra gran civilización, ni los chinos, ni los mayas, ni los hindúes, dio el salto jamás.

Hasta ahora, hemos hablado sólo del inicio de la filosofía; sin embargo, es inculcable que muchas de las preguntas que se plantearon los milesios pertenecen actualmente al campo de las ciencias. La ciencia jónica es inseparable en un inicio de la filosofía; de hecho, hasta bien entrado el siglo XVIII, los científicos siguieron recibiendo el nombre de filósofos de la Naturaleza o filósofos naturales. En todo caso, la diferenciación

de disciplinas que hoy en día conocemos como científicas no se dio hasta algún tiempo después de los primeros filósofos, y es natural que en ellos convivan explicaciones que, de acuerdo a nosotros pertenecen a la metafísica, con hipótesis sobre fenómenos naturales. Estas hipótesis, más o menos afortunadas, tenían probablemente una tenue base empírica; Lloyd señala que Anaximandro probablemente conocía la existencia de animales marinos vivíparos, que, según su teoría, podían establecer el nexo entre el pez y el hombre (5). Sin embargo, las audaces afirmaciones milesias, aunque a veces rozaran la verdad, eran, al fin y al cabo, meras especulaciones. El afán generalizador de los milesios les llevó a postular principios de los que podían extraer conclusiones, pero cualquiera que fuera la razón que los llevó a esos principios, no se basaron sino en la observación más superficial. Es imposible criticarlos por esto, pero el método racionalista que ellos inauguraron, al estratificarse gradualmente en la mente griega, retardó sin duda el albor de la ciencia experimental. Pero la idea de principio, la convicción de que una pregunta compleja puede recibir una respuesta sencilla, había aflorado, y tendría una profunda influencia en la filosofía y en la ciencia hasta nuestros días.

### 3.- La Escuela Pitagórica

Al otro lado del mundo griego se desarrollaba, más o menos contemporánea de los milesios, otra escuela filosófica. Su fundador, Pitágoras de Samos, fue envuelto en tal velo de misterio y leyendas por parte de sus discípulos, que es imposible diferenciar hoy en día al hombre histórico del semidiós. Los pitagóricos, a diferencia de las otras escuelas griegas, fundaron una hermandad religiosa. Las ideas de su fundador devinieron dogma; la libertad intelectual que caracterizó a los otros griegos dejó de existir. Aún más, los pitagóricos consideraban al menos partes de su doctrina como secretas, no aptas para profanos, y cada nueva idea o descubrimiento era generalmente atribuida al fundador; de ahí la oscuridad que ha rodeado siempre al verdadero pensamiento de Pitágoras. ¿Por qué considerar una hermandad religiosa como parte de la historia de la filosofía? ¿No desmentían los pitagóricos la esencia misma de esta naciente disciplina? La respuesta es que el pensamiento pitagórico tuvo una influencia muy profunda en los pensadores posteriores, y a él hay que atribuir un concepto que fue fundamental para el desarrollo de la ciencia física: la matematización de la Naturaleza.

Pitágoras nació en Samos, una isla del mar Egeo, y emigró hacia 530 A.C. hacia Crotona, en la Magna Grecia (sur de la actual Italia), escapando de la tiranía de Policrates. Ahí fundó su escuela, que, aunque disuelta por razones políticas (los habitantes de Crotona se rebelaron contra la dictadura moral de la secta), pervivió por toda Grecia durante muchos siglos, y aún experimentó un renacimiento en Roma, en tiempos de Cicerón.

La fuente religiosa del pitagorismo se puede adscribir a la influencia de las sectas místicas que pululaban por Grecia. Una

en particular, la dedicada al mítico Orfeo, compartía muchas de las creencias pitagóricas. Como Anaxímenes, los pitagóricos consideraban que todas las cosas tenían alma, y que el universo mismo era una criatura viviente. De aquí dedujeron dos conclusiones: la transmigración de las almas, de donde vienen muchos de los tabûes de la secta, como no comer carne, y que los llevó a la doctrina del parentesco de la Naturaleza (recuérdense los principios del pensamiento mágico), y la inmortalidad del alma. El alma es eterna, perfecta e incorrupta; la materia es cambiante, frágil y mortal. El objetivo de la secta era librarse de la corrupción material, para participar en el gran espíritu universal. Hasta aquí encontramos poca diferencia entre los pitagóricos y los mitos órficos o brahmánicos. Los pitagóricos prescribían complejos rituales y tabûes para alcanzar la purificación, al igual que las otras sectas. Pero Pitágoras no se detuvo ahí. Con ánimo de filósofo, consideraba que la purificación no podía lograrse solamente con ritos, sino que, mediante la observación y estudio de los principios del cosmos, el iniciado ordenaba su alma, haciéndola participar del orden universal.

Ahora bien, ¿cuáles eran esos principios? He aquí la aportación principal de los pitagóricos a la filosofía. No eran principios materiales, como habían sido los jonios. El cosmos —y se dice que Pitágoras fue el primero en llamarlo así— es bueno, vivo, bello, total y limitado. Obedece a relaciones entre sus partes, es pues ordenado. Al tener límites fijos, es capaz de organizarse; todos los organismos tienen un papel —«organon» en griego significa trebejo o instrumento— dentro de este universo. Como buena secta religiosa, los pitagóricos poseían un rígido dualismo moral. Las cosas buenas eran bellas, limitadas, masculinas, únicas; las cosas malas eran feas, infinitas, femeninas y plurales. Esta ética, transplantada al mundo material, fue la base de la filosofía pitagórica. El punto a resaltar es que los pitagóricos cambian el principio material jónico por cualidades formales. En el pitagorismo, el principio no es la cualidad material (v.g. la humedad), sino la armonía, el orden y la belleza.

Lo que llevó a Pitágoras a esta glorificación de la forma sobre la materia —o al menos el fundamento racional más importante de su filosofía— fue un asombroso descubrimiento matemático-musical. Estudiando en una cuerda de lira cuáles eran los sonidos que producía una armonía perfecta, encontró entre ellos una precisa correspondencia aritmética. La octava se produce al reducir la cuerda a la mitad, está pues en razón 2:1 con la nota fundamental; la quinta está en razón 2:3 y la cuarta 3:4. Tomando los números de estas razones, 1, 2, 3 y 4, Pitágoras compuso el «tetraktys», figura cuyos puntos suman 10, el número perfecto de los pitagóricos. Pitágoras había pues descubierto que existía un orden subyacente en la música, una estructura, y que ese orden era cuantificable. Rápidamente extrapoló su resultado: el principio del cosmos es el número. Dice Cornford: "la infinita variedad cualitativa del sonido es sometida a orden por la ley, exacta y sencilla, de la razón cuantitativa; ... lo ilimitado no



es ya un continuo desordenado: está confinado dentro de un orden, un <<kosmos>>, por la imposición del límite o medida" (6).

Así consideraban los pitagóricos que nacía el mundo: por la imposición del límite -que es bueno, que es bello- sobre lo ilimitado. No cabe duda que el hecho de que fuera precisamente en la música, con su valor estético, donde Pitágoras realizó su crucial descubrimiento, reforzó las cualidades estéticas y morales del Universo. Los pitagóricos hablaban de la música de las esferas; creían realmente que los astros, al girar en sus perfectas y matemáticas órbitas, producían música, y era corriente entre ellos la convicción de que el maestro era capaz de escucharla.

Hémos aquí ante la primera formulación de lo que, convertido en convicción filosófica, propició el nacimiento de la ciencia cuantitativa; hémos aquí también ante la primera oposición fundamental de principios filosóficos: la filosofía de la materia contra la filosofía de la forma.

No se crea que el pensamiento pitagórico consideraba solamente que el Universo es cuantificable en el sentido moderno: con típico apresuramiento de presocráticos, ellos creían que el Universo en sí está hecho de números. Por otro lado, aunque sus investigaciones matemáticas fueron de gran provecho, su adoración por los números les llevó a hacer las asociaciones más arbitrarias que registra la numerología.

Todos los números, para los pitagóricos, tenían cualidades místicas. El uno era masculino, bello, perfecto. El dos era femenino, malo, abyecto. El cuatro, primer número cuadrado, era la justicia, etc. Los pitagóricos se esforzaron en encontrar todas las cualidades de los números: números amigables, perfectos, cuadrados, oblongos; si en sus orígenes la doctrina tuvo una base experimental, ésta fue rápidamente abandonada en favor de la especulación. Sin embargo, no es descabellado pensar que debemos a los pitagóricos el desarrollo del método deductivo en matemáticas.

Conocemos de segunda mano varias instancias en que los pitagóricos aplicaron el método deductivo. Aunque el llamado teorema de Pitágoras era aparentemente conocido desde los babilonios, es probable que los pitagóricos lo hayan demostrado. Asimismo, sobre la irracionalidad de  $\sqrt{2}$  corren varias leyendas. La demostración de la "inconmensurabilidad" de raíz de 2 debe de haber sido un rudo golpe para las teorías pitagóricas. Los números inconmensurables no eran tenidos como números, y el hecho de que el triángulo rectángulo más sencillo tuviera una hipotenusa inconmensurable abría una seria brecha en los ideales estéticos del pitagorismo. Se cuenta que la secta mantuvo en secreto el descubrimiento, y que cuando uno de los discípulos, un tal Hipposos, lo divulgó, fue castigado por su impiedad: murió ahogado accidentalmente. Ciertamente, la irracionalidad de  $\sqrt{2}$  era conocida en época de Platón: el Teeteto contiene una demostración de la misma.

La otra vertiente mística de la matemática pitagórica que ha llegado hasta nosotros se refiere a los cinco poliedros regulares. Los pitagóricos asociaban cada sólido a uno de los elementos, y el quinto -no el icosaedro, sino el dodecaedro- era considerado como el sólido perfecto, representando el cielo. La divulgación de su existencia era, se nos dice, castigada con la muerte.

No obstante el misticismo, los matemáticos pitagóricos hicieron importantísimas contribuciones: Hipócrates de Kios, Arquitas de Tarento, Filolao de Crotona son sólo algunos nombres entre los grandes matemáticos que dio la escuela.

A Filolao se le atribuye una teoría novedosa: según Aristóteles, que no sentía ningún amor por los pitagóricos, Filolao desplazó a la Tierra del centro del Universo. Lo que puso en su lugar no fue el Sol, sino un fuego primordial invisible, Hestia, que otros pitagóricos adscribían al centro de la Tierra. Para complicar más las cosas, Filolao discurrió la existencia de una anti-Tierra, que también sería invisible. Las razones que Aristóteles le atribuye no son halagadoras desde el punto de vista la ciencia moderna. Filolao, según Aristóteles, consideraba que algo tan bajo como la Tierra no merecía ocupar el centro del Universo; por otro lado, siempre según Aristóteles, la invención de la anti-Tierra sirvió a los pitagóricos para dar cuenta de un hecho molesto: no había más que nueve esferas celestes (a saber, las estrellas fijas, los cinco planetas, el Sol, la Luna y la Tierra), lo que no correspondía con el número perfecto: el diez. Dice Aristóteles en la Metafísica: "Todas las relaciones que podían encontrar entre los las propiedades de los números y las escalas musicales por una parte y los atributos, partes y orden de los los cielos por la otra, las hacían entrar en su esquema; y si había alguna brecha en algún lado, se apresuraban a añadir lo que era necesario para dar coherencia al conjunto de su teoría" (7). Palabras igualmente duras dedicaba Aristóteles al misticismo numérico de los pitagóricos: "Por qué hace falta que los números sean causas? Hay siete vocales, siete notas en la escala, las Pléyades son siete, a los siete años los animales pierden sus dientes (al menos entre nosotros, hay excepciones), y los héroes que se batieron contra Tebas eran siete. Es pues porque el número es de tal especie particular que los héroes eran siete, o que la Pléyade se compone de siete estrellas? Seguramente los héroes eran siete porque siete eran las puertas de Tebas, o por cualquier otra razón; y en la Pléyade, somos nosotros los que contamos siete astros, como contamos doce en la Osa, mientras que otros pueblos cuentan de otra manera" (8).

#### 4.- El Problema del Cambio y los Géneses de la Epistemología

Como habíamos dejado sentado al hablar de los jonios, el problema del mundo cambiante había reclamado ya la atención de los primeros filósofos. Aunque no explícitamente formulado, el hecho de que todos los jonios usaran como elemento primordial

algo intrínsecamente mutable era sintomático de su preocupación por explicar de alguna manera las eternas mutaciones del cosmos. Sin embargo, el problema del cambio exigía atención especial, y a fines del siglo VI y principios del V A.C., se convirtió en el principal elemento de especulación de la filosofía incipiente, y consecuentemente, en tema de encendidos debates.

Poco sabemos de Heráclito de Efeso, para no variar. Su obra nos llega fragmentada, citada por doxógrafos posteriores. Sin embargo, la personalidad filosófica de Heráclito, la novedad de su pensamiento y su deliberada oscuridad le han hecho objeto de innumerables estudios. Ciertamente, las ideas de Heráclito no prevalecieron en los griegos posteriores; su antagonista, Parménides, resultó el vencedor de la polémica durante innúmeros siglos. No obstante, la resurrección de la dialéctica en el siglo XIX, así como el poder metafórico de sus pensamientos, han revivido en nuestro época a aquel curioso y enigmático pensador. Su oscuridad —él mismo aludía al oráculo de Delfos, que ni dice del todo ni oculta su sentido, manifestándolo por un indicio— ha hecho que la discusión del significado exacto de sus fragmentos sea en ocasiones bastante encendida, lo que no deja de ser un caso de justicia poética.

Heráclito aborda el problema del devenir tomando el toro por los cuernos. Mientras para los pitagóricos la armonía del mundo era un valor fundamental, Heráclito afirma que en la destrucción y la guerra se encontraba la ley de la Naturaleza, y que por consiguiente, la lucha era buena. Todas las cosas estaban en pugna, y sin esta pugna el mundo sería inerte y estancado. Recordemos que Anaximandro manejaba ideas parecidas, pero su conclusión moral era exactamente opuesta. Ciertamente, la idea de la lucha no era nueva: se encuentra en la mitología, en las batallas entre dioses, y tanto aztecas como hindúes entretuvieron conceptos parecidos.

Pero todos los filósofos hasta Heráclito habían buscado lo que permanecía en el cambio. Heráclito invierte los términos: "la guerra (<<polemos>>) es madre de todas las cosas" (9). Es absurdo, según él, el dualismo moral pitagórico. No hay una lucha entre lo bueno y lo malo. Hay sencillamente pugna entre opuestos, a los que no se puede adscribir ningún valor moral. Debido a esta lucha, todo fluye, todo cambia. Los fragmentos heraclíticos que testimonian estas ideas son innumerables: "el Sol es cada día nuevo"; "aún los que se bañan en los mismos ríos se bañan en diversas aguas"; "(...) lo divergente converge consigo mismo; armonía de tensiones opuestas, como el arco, como la lira"; "en la periferia del círculo principio y fin son uno"; "este mundo, el mismo para todos, no lo hizo ninguno de los Dioses ni ninguno de los hombres, sino que fue desde siempre, es y será Fuego que se enciende según medidas, y según medidas se apaga".

Este último fragmento (31, según la enumeración de Diels-Kranz) es revelador. Es más una metáfora material —y como dice Guthrie, la mejor posible, dada la imposibilidad de expresarla de otra manera (10)—, que una cosmogonía al estilo jonio. El Fuego

de Heràclito no es lo mismo que el agua de Tales. No existe evolución, como en Anaximandro. Todo fluye y cambia, todo nace de la lucha. ¿Qué mejor metáfora que el fuego para resumir todo el pensamiento heraclítico? Pero existe otra faceta importante en este fragmento. El Fuego se enciende y apaga según medidas, es decir, según un cierto orden. El significado exacto de este fragmento, así como de otro en que afirma que las Erinias (diosas de la venganza, servidoras de Dikè, la justicia) perseguirían al Sol si éste rebasara sus medidas, ha sido objeto de amplias polémicas. ¿Se refería Heràclito a medidas espaciales o temporales? ¿Se refería acaso a la alternancia entre el día y la noche, o a la órbita del Sol? En todo caso, existe el reconocimiento de inviolabilidad de la ley natural. Mondolfo sugiere que el fragmento del Sol rebasando sus medidas podría referirse a un antiguo mito, tal como el de Faetón (hijo del Apolo que, al no poder controlar los caballos del carro en que el Sol surcaba el firmamento, desboca en una loca carrera que trae muerte y destrucción a la Tierra, hasta que Zeus le abate con sus rayos) (11). La imposibilidad manifiesta de este comportamiento por parte del astro rey sería una reafirmación en la creencia del imperio absoluto de la ley natural. Existen en Heràclito constantes referencias a Dikè, la justicia. Debe interpretarse ésta como una Justicia Còsmica, que vigila que las leyes naturales se cumplan.

Existe otra polémica respecto al pensamiento heraclítico. Hay indicios, según algunos autores, de un eterno retorno: el cosmos regresaría al fuego generador (<<ekpyrosis>>), y éste volvería a crear al mundo. Hay fragmentos -"cuando sobrevenga el Fuego, el mismo Fuego discriminará y prenderá en todas las cosas"- que parecen afirmar la creencia heraclítica en un cataclismo universal. Sin embargo, el fragmento 31 parece contradecir esta creencia. La pretendida <<ekpyrosis>> heraclítica fue retomada por pensadores estoicos, cristianos y gnósticos en apoyo a sus propias ideas; el mismo Mondolfo se inclina por esta interpretación, aduciendo los comentarios de Platón y Aristóteles, así como la dificultad de interpuntuar los fragmentos, especialmente el 31 (12).

La otra vertiente del pensamiento heraclítico no es menos importante. Podemos afirmar que es que es Heràclito el primer filósofo que se preocupa por problemas cognoscitivos. Heràclito habla en contra del dudoso testimonio de los sentidos, y critica la erudición como fuente de conocimiento. No me escuches a mí, dice Heràclito, sino al <<logos>>. Este término, que primitivamente quería decir palabra, se empleó también para significar razón, enumeración y relación entre magnitudes o cosas, incluso en el sentido aritmético de razón, y muchos autores la traducen precisamente por cuenta-y-razón. En realidad, el término es tan rico que es prácticamente intraducible. Mondolfo apunta que tanto <<logos>> como <<epos>> (de donde épica) se utilizaban desde tiempos homéricos para designar la palabra humana, la narración y el canto; pero <<logos>> era más raro que <<epos>>. <<Logos>> adquiriría para Heràclito una distinción especial, diferenciándolo y contrastándolo con el

<<epos>> del vulgo (13). También los pitagóricos habían empleado, no se sabe si antes o después de Heráclito, la palabra <<logos>> como conjunto de doctrinas y preceptos. La palabra humana tenía, en aquel tiempo, una importancia casi mágica. Los oráculos, los cantos, los rituales eran inseparables de las palabras que se proferían en ellos; también cabría preguntarse si el concepto de orden implícito en el lenguaje humano no habrá influido para que el término <<logos>> tuviera un significado especial. A este respecto, recuérdese el cristiano "en el principio era el Verbo". Hay quien ha tratado de mantener el significado literal de la palabra, argumentando que en el siglo V <<logos>> no quería decir razón, y pretendiendo que Heráclito no quiso significar sino el discurso del profeta, la doctrina, el pensamiento expresado por palabras. Según esta interpretación, habría en Heráclito una incipiente filosofía del lenguaje. Wundt, citado por Mondolfo, afirma que "el mundo es lógico porque un espíritu lógicamente pensante lo percibe" (14). Pero esta interpretación subjetivista del <<logos>> es insostenible, ya que existen abundantes fragmentos en que la palabra <<logos>> aparece con el sentido de ley universal. Así, el término <<logos>> tendría en Heráclito el triple sentido de palabra, verdad y realidad. Esta confusión es atribuible al hecho de que en tiempos de Heráclito no había ni una epistemología ni una lógica ni una lingüística claramente diferenciadas.

Pero nuevamente la metáfora se eleva a un estadio que a la filosofía posterior, mas estructurada y con categorías más definidas, le sería muy difícil alcanzar. El logos es la ley universal, la voz de la verdad (Marcovich), pero es también la percepción de esa ley: el logos universal se corresponde con el logos del entendimiento, y las paradojas del cosmos se expresan en el paradójico y oracular lenguaje heraclítico. Hay una comunión absoluta del ser pensante con la ley universal, ya que esa misma ley le rige y dentro de él se encuentra. Heráclito no era un físico, en el sentido de los milesios, y en esto se equivocaron al juzgarlo Aristóteles y los doxógrafos posteriores: su contribución estriba en poner el énfasis en la ley universal, que es a un tiempo la ley del ser y la del devenir. Jaeger veía en Heráclito una incitación a la acción: el logos existe desde siempre, pero los ciegos hombres no quieren verlo; los hombres deben comprender el logos, para normar su conducta y fundirse en la ley cósmica (15). Esta sería la enseñanza ética de Heráclito. Su ley divina se distingue de las leyes físicas en que es normativa: Dikè la preside y la vigila.

Finalmente, digamos que Heráclito es más lógico y ontológico que físico; al igual que Parménides, su preocupación es la identidad del ser y la contradicción de los opuestos.

Saliendo de Efeso, debemos retornar a la Magna Grecia. Elea era una colonia en la costa occidental de Italia, y ahí nació un pensador que sería en todo la antítesis de Heráclito: Parménides. Guthrie dice de él que era a la vez poderoso y limitado, y que ambas características formaron una vertiente del pensamiento griego (16). Su influencia fue profundísima. Platón retomó sus

ideas, y puede decirse sin temor a exagerar que sentó los fundamentos de la lógica clàsica.

Parmènides, exactamente al contrario de Heràclito, negaba el movimiento. La realidad era inmutable, perfecta y ùnica. Como apunta Guthrie, en Parmènides se encuentra la misma confusiòn heraclitiana entre ontologia, lógica y lingüística (17). Parmènides reflexionò largamente sobre el significado de las palabras, y llegó a una conclusiòn asombrosa. "Lo que es, es; lo que no es, no es; lo que es no puede no ser". De esta afirmaciòn, que podemos identificar como un germen de los principios de identidad y de no contradicciòn de la lógica moderna, Parmènides deducia que el cambio era imposible, pues lo que era no podía transformarse en lo que no era. Por lo tanto, el cambio no es más que una ilusiòn de los sentidos. Si atendemos a la Razòn, que es la ùnica maestra confiable, encontraremos la via de la Verdad. Parmènides da a su poema una forma de verdad revelada, al estilo de los viejos poetas; no expresa una convicciòn personal, sino una verdad absoluta. Parmènides va más lejos aún que Heràclito en atribuir a la Razòn humana la preeminencia absoluta en su epistemologia; pues si bien Heràclito habia hablado contra el testimonio de los sentidos, habia al menos reconocido una existencia real al universo sensible. Parmènides niega por completo ese universo, ya que contradice lo que la Razòn le dicta: el universo aparece mutable y en verdad no lo es.

El problema al interpretar a Parmènides estriba, como siempre, en la falta de un lenguaje filosòfico. Hay quien traduce "lo que es" por Ser, atribuyendo a Parmènides una percepciòn ontològica casi heideggeriana. Hay al menos cuatro interpretaciones: "lo que es" es el Ser, o la existencia misma; es la totalidad de las cosas que existen; es cada cosa en particular; es aquèllo sobre lo que se puede hablar y pensar. Es claro que Parmènides no podía tener un concepto claro del Ser; el problema es a la vez lingüístico y ontològico. El verbo ser se usa, y se usaba en aquel tiempo, en su doble acepciòn existencial y predicativa. Parmènides une ciegamente la esencia y la existencia. Como afirma Guthrie: "toda su concepciòn de la naturaleza de la realidad nace de atribuir esa fuerza sencilla y metafisica al verbo ser" (18). El devenir implica que lo que es se convierta en lo que no es; pero no ser significa no existir.

La conclusiòn era clara: sólo una cosa podía existir, y esa cosa era inmutable, eterna, perfecta. Parmènides, por ilógico que nos parezca, fue el pilar fundamental del pensamiento griego: de ahí en adelante, los griegos renunciarían al engañoso mundo de las apariencias, y serían tan sólo guiados por la razòn abstracta. Es imposible exagerar la importancia de este giro: todo el pètreo y glorioso edificio de la matemàtica griega se asentaria en este principio; pero a un tiempo, era la herida de muerte a la ciencia experimental. ¿Por qué calò tan hondo Parmènides? Simplemente, sus argumentos, así como las famosas aporias de su discípulo Zenòn, eran incontrovertibles en aquel momento. ¿Còmo rehusar la inevitable conclusiòn de Parmènides? ¿No era su razonamiento prístino y completo? Piènsese ùnicamente

en que la confusión sobre el verbo ser llevó desde Alberto Magno a Descartes a pensar que habían demostrado sin lugar a dudas la existencia de Dios. Piénsese que las paradojas de Zenón no obtuvieron una respuesta satisfactoria hasta el siglo pasado. ¿Por qué extrañarse entonces de su influencia?

No que Parménides no tuviera contrincantes, filósofos que intentaron refutar sus teorías. Incluso, Reinhard piensa que Heráclito escribió en respuesta a Parménides, idea rechazada por la mayoría de los estudiosos heraclitianos (19). Cronológicamente hablando, hay un compás de espera entre Parménides y el filósofo que elaboraría sus ideas y las llevaría a su más alta expresión: Platón. Ese compás de espera fue llenado por los pluralistas: Empédocles, Anaxágoras y los atomistas. Su obra se puede entender como una respuesta a Parménides, bien que aceptando su máxima: "nada puede provenir del no ser". El ataque principal contra Parménides estribaba en reivindicar al devenir, y en negar la unicidad del ser que Parménides había postulado.

Empédocles de Agrigento fue una figura curiosa, mitad filósofo y mitad místico a la manera pitagórica. Empédocles distinguía cuatro elementos básicos, que él llamaba raíces: aire, agua, aire y fuego. Así renunciaba al monismo ingenuo de los jonios, que había sido la base de las críticas de Parménides. Los cuatro elementos habían existido siempre, y al combinarse en diversas proporciones, daban origen a todo lo que existe. Estas proporciones eran fijas para cada "compuesto". Con típica audacia griega, Empédocles llegó incluso a dar las proporciones de dos "compuestos": los huesos están hechos de dos partes de tierra, dos de agua y cuatro de fuego, mientras que la sangre tenía los cuatro elementos por partes iguales. Pitagórico al fin, tenía que cuantificar. El cambio se producía pues por la unión y separación de las sustancias primordiales. Sin embargo, y alejándose otra vez del monismo jónico, Empédocles —y este es el aspecto más novedoso de su pensamiento— propone por primera vez un agente externo de cambio, o, para ser más precisos, dos agentes: el Amor y la Lucha. El Amor hace que los elementos se combinen; la Lucha, que se separen. Hasta aquí el físico. Tarde o temprano, como implica el nombre mismo de sus fuerzas, el moralista tenía que entrar en acción, y Empédocles se lanza a hablar de la bondad del Amor y la maldad de la Lucha.

Pero dejando de lado sus tintes éticos, Empédocles había tipificado los elementos y había premonitoriamente enunciado el principio de las proporciones fijas. Pero sobre todo, había establecido la diferenciación entre la materia inerte y el agente motor. Ciertamente, según se desprende de algunos fragmentos, Empédocles consideraba estos agentes como casi materiales; sin embargo, esta distinción fundamental perduraría en la física y la filosofía por incontables siglos.

Empédocles reivindica el papel de los sentidos. Aunque reconoce que son engañosos, lo mismo puede decirse del espíritu, y considera que todas las herramientas son necesarias para comprender la realidad.

Debemos también a Empédocles una teoría "evolucionista" de las especies, donde aparece por primera vez la idea de selección natural. No era una teoría sólida y coherente, sino el producto de especulaciones basadas en sus fuerzas motrices y en la mitología griega. En efecto, en lugar de una evolución gradual, Empédocles se adhería a la idea, común entre los griegos, de que la reproducción era posible aún entre las especies más disimilares (muchos años después Plinio consignaba la hipótesis de que el avestruz era el producto del cruzamiento de un mosquito con una jirafa). Según Empédocles, aquellos animales producto del azar, tales como el Minotauro o la Quimera, que no cumplían con la regla (el logos) habían desaparecido, dejando lugar a los animales "bien" constituidos.

Anaxágoras de Clazomene, radicado en Atenas, amigo de Pericles y Aspasia, tiene un pensamiento similar al de Empédocles. Sin embargo, y a diferencia de éste, era un ateo irredento, y fue procesado por impiedad, por afirmar que el sol no era un dios, sino un pedruzco caliente. El motivo real de su juicio fue, sin embargo, su amistad con Pericles; al igual que todos los miembros del círculo de éste, fue perseguido por los demagogos atenienses a la caída de su protector. Anaxágoras reivindicaba también el papel de los sentidos, con reservas. Consideraba asimismo que nada podía crearse de la nada y negaba la unicidad eleática, pero, a diferencia de Empédocles, no consideraba sustancias elementales. Para él todas las sustancias habían existido siempre, y no habían sustancias puras: todas ellas contenían fragmentos de las otras. Así, una piedra contenía en sí todas las otras sustancias, desde el agua y el oro hasta los cabellos humanos, pasando por el frío, la humedad, el calor y la sequedad, que eran también entes materiales. Así explicaba las transformaciones. El trigo contenía carne, y al ser digerido, soltaba esa carne y la incorporaba al cuerpo. Por otra parte, fue Anaxágoras el primero en hacer una distinción clara entre materia y espíritu. Todo lo que no es materia, decía, es espíritu. Era precisamente el espíritu el motor del mundo, el que había ordenado el caos original de sustancias. Parecería esto una vuelta al teísmo, pero desde un punto de vista racional. Sin embargo, Anaxágoras se limitaba a postular el espíritu como causa primera, y luego buscaba explicaciones materiales para los fenómenos.

Pasemos finalmente a los atomistas. Típicamente se consideran dentro de esta escuela a Leucipo y Demócrito de Abdera, pero la información que tenemos de aquél es muy fragmentaria, y hay incluso quien niega que haya existido. La teoría atomista era también una reacción contra Parménides, aún sosteniendo, como Empédocles y Anaxágoras, que nada podía provenir de la nada, y que la materia era indestructible. Consideraban, como Empédocles, que existía una sustancia elemental, pero ésta era única, a la manera de Parménides. La materia no se dividía en cuatro elementos, sino que era toda idéntica. La pluralidad se daba en el número. En efecto, los atomistas postularon que toda sustancia está compuesta por



pequeñas partículas, indiscernibles a la vista, indivisibles, indestructibles, duras y sólidas. Estos átomos era substancialmente idénticos, pero diferían en tamaño y forma. Otra novedad: eran infinitos, y se movían en un vacío igualmente infinito. Las diferencias en las diversas sustancias eran efecto del tamaño y forma de los átomos, sus posiciones, orientación y movimiento. Todas las cualidades sensibles, el color, la consistencia, el sabor, etc. son consecuencia únicamente de los parámetros citados. Por ejemplo, un cuerpo duro tiene sus átomos juntos, y no puede comprimirse. En cambio, un cuerpo blando los tiene más separados por el espacio vacío, y puede comprimirse. El sentido del gusto se explica a partir de la existencia de átomos romos (las cosas dulces) y átomos afilados (las cosas agrias). Análogamente, los colores se deben a la forma y disposición de los átomos.

Así como eran infinitos en número, los átomos también eran infinitos en su variedad de tamaño y forma. Los átomos no podían ser creados ni destruidos, y eran, cada uno de ellos, inmutables. Tampoco podían ser divididos físicamente (la propia palabra átomo quiere decir indivisible); sin embargo, no sabemos si los atomistas consideraban que los átomos podían -y, para ser consecuentes con su teoría, debían- tener estructura. En efecto, si los átomos son de formas distintas, deben tener partes, aunque éstas no sean separables físicamente, pero es muy poco probable que Leucipo y Demócrito hayan reparado en este punto.

La teoría atomista, aparte de su obvio interés premonitorio para la física moderna (bien que los verdaderos átomos de la materia, es decir, las partículas indivisibles, no han sido encontrados), introducía dos novedades: el infinito y el vacío. El vacío había sido descartado por los eleáticos, ya que el vacío no es, y lo que no es no puede ser. Los atomistas afirman la existencia del vacío, estableciendo una rígida dicotomía entre éste y la materia. El vacío atomista era imprescindible para la teoría, pues debía haber espacio para que los átomos se movieran, pero en su tiempo pareció una paradoja inextricable, sobre todo por el lenguaje que tuvieron que emplear para expresarla, y los filósofos posteriores tendieron a negar su existencia. Por otro lado, la infinitud del vacío les parecía razón suficiente para explicar que los átomos se movieran continua y azarosamente. Este movimiento provocaba colisiones, que, de acuerdo a las características de los átomos, podían provocar que éstos se unieran o que se rechazaran. Así, los atomistas explicaban todas las interacciones por contacto material.

Tanto la luz como el alma eran atómicas, si bien sus átomos eran sutilísimos. A propósito de la luz, Demócrito pensaba que la percepción visual era provocada por átomos expelidos por los cuerpos visibles, los cuales viajaban hasta el ojo conservando la forma del objeto. El propio Demócrito, al que debemos una explicación detallada de las cualidades sensibles con base en la teoría atomista, colegía de esto que el único sentido real era el del tacto. Siguiendo una tradición ya para entonces bien establecida, Demócrito consideraba el conocimiento adquirido por

los sentidos como "bastardo", mientras el conocimiento adquirido por el espíritu era el legítimo. Sin embargo, creía que los sentidos percibían las cualidades secundarias, alimentando con ellas al espíritu, que debía discernir en ellas las cualidades reales: la forma y organización de los átomos.

Hemos visto que en los pensadores conocidos colectivamente como pluralistas hubo siempre una preocupación por rechazar los argumentos eleáticos, si bien Parménides les había forzado a postular en sus argumentos el principio de conservación de la materia (para decirlo de una manera moderna). Todos ellos se distinguieron como físicos, como filósofos naturales. Sin embargo, la aguda lanza del pensamiento de Parménides, que habría que ubicar más bien en la lógica y la epistemología, había calado hondamente en ellos. La física de los albores del siglo V es inseparable de la epistemología: todos los pluralistas creyeron necesario incursionar en el problema del conocimiento a fin de refutar a Parménides.

## NOTAS AL CAPITULO I

- 1) Frazer, 'La Rama Dorada', p. 74 ss.
- 2) *ibid.*, p. 71 ss.
- 3) *ibid.*, p. 84.
- 4) Guthrie, 'Los Filósofos Griegos', p. 37.
- 5) Lloyd, 'Les Débuts de la Science Grecque', p. 29.
- 6) Cornford, 'Before and After Socrates'.
- 7) Aristóteles, 'Metafísica', 986 a 3 ss, citado por Lloyd, *loc. cit.*, p. 40.
- 8) *ibid.*, 1093 a 13 ss, citado por Lloyd, *loc. cit.*, p. 38.
- 9) Todos los fragmentos de Heráclito y Parménides han sido extraídos de García Bacca, 'Los Presocráticos', que a su vez sigue la numeración de Diels-Kranz. Sin embargo, la transcripción no es literal; he dejado la palabra *logos* en lugar de *Cuenta-y-Razón*, y he hecho algunos otros cambios.
- 10) Guthrie, *loc. cit.*, p. 50.
- 11) Mondolfo, 'Heráclito', p. 245.
- 12) *ibid.*, p. 273 ss.
- 13) *ibid.*, p. 156 ss.
- 14) *ibid.*, p. 158.
- 15) *ibid.*, p. 163.
- 16) Guthrie, *loc. cit.*, p. 52 ss.
- 17) *ibid.*, p. 52.
- 18) *ibid.*, p. 52.
- 19) Mondolfo, *loc. cit.*, p. 146.

## II.- LA CUEVA Y LAS SOMBRAS

Amicus Plato, sed  
magis amica veritas.  
Horacio.

Nihil tam absurdum  
dici potest, ut non  
dicatur a philosopho.  
Cicerón.

### 1.- El Pensamiento de Platón

A finales del siglo V se dio una gran transformación en el pensamiento filosófico griego. Es la época de los sofistas y de Sócrates, los eternos contrincantes. Sócrates es una figura de poca relevancia en el estudio de los primeros filósofos naturales. La razón es clara: como dijo Cicerón, Sócrates hizo descender la filosofía del cielo a la tierra, dedicándose más bien a la ética y los problemas humanos que a la física. Lo mismo puede decirse de la mayor parte de los sofistas. La filosofía dejó la periferia del mundo griego, estableciéndose en la próspera Atenas. Como dice Guthrie, tal vez los filósofos pensaron que los físicos habían fracasado en dar una imagen coherente del mundo; los problemas humanos eran más acuciantes en la democracia ateniense, y la alternativa entre Parménides y sus oponentes debió parecer lejana y compleja (1). Los sofistas, aunque no formaban propiamente una escuela filosófica, tenían algo en común: su escepticismo radical, la desconfianza en el conocimiento absoluto. Contra este escepticismo dirigió los dardos de la mayéutica Sócrates, aunque sólo en el plano humano. El mismo confiesa que su primer interés fue la filosofía natural, guiado por su maestro Anaxágoras, pero desencantado por "su dogmatismo y su inutilidad" decidió dirigir su mente al problema de la virtud.

Platón siguió a su maestro en sus preocupaciones éticas y políticas, pero, a diferencia de aquél, se interesó también por la ciencia. Su influencia sobre los filósofos naturales fue enorme en los siglos posteriores, y es imprescindible que nos detengamos un poco en sus bien conocidas ideas cosmogónicas, cuya expresión más clara se encuentra en el diálogo Timeo (2). Podremos advertir en estas ideas la influencia de dos corrientes previas: Parménides y los pitagóricos.

Platón dividía al Universo en dos mundos ajenos: el mundo de las ideas y el mundo de las apariencias. Idea significaba en griego modelo o patrón, y en este sentido utilizó Platón la palabra. Sólo las ideas tienen existencia real, pero existen fuera del espacio y el tiempo, fuera de nuestra percepción. Son inmutables y perfectas. Estas ideas son los arquetipos a partir de los cuales se forman los entes de nuestro mundo. ¿Cómo explicar que a dos entes distintos, por ejemplo, dos caballos, se les asigne el mismo nombre? ¿Qué es lo que tienen en común?

Sencillamente, decía Platón, el que ambos son copias imperfectas del arquetipo de caballo, que existe en el mundo de las ideas. Así pues, el conocimiento es posible, pero no a través de los engañosos sentidos, que sólo nos revelan el mundo ilusorio de las apariencias. Los verdaderos objetos del conocimiento son las ideas, que sólo pueden ser descubiertas mediante la razón. Es conocida la metáfora que emplea Platón para expresar la condición humana respecto al conocimiento: somos, dice Platón, como esclavos encadenados en una cueva, a quienes nunca ha sido dado conocer el mundo exterior. Tan sólo percibimos, por la boca de la cueva, las sombras de los seres que pasan.

He aquí la condenación total de toda experiencia empírica. No sólo en el Timeo, sino en la República y en otros lugares, Platón habla explícitamente contra la experimentación como método para alcanzar el conocimiento. Los griegos no se habían distinguido por su afán empírico; sin embargo, tanto Empédocles como Anaxágoras habían llevado a cabo erráticos experimentos; otros griegos de la época de Platón habían hecho lo propio. Platón glorifica la geometría (la única rama de la matemática a la que los griegos clásicos prestaban atención, y en donde habían logrado importantes progresos, aplicando el método deductivo) como la cumbre de las ciencias. Para Platón estudiar un triángulo dibujado midiendo sus lados, y sacando relaciones entre ellos, como habían hecho egipcios y babilonios, era grosero y absurdo. La única manera de llegar al conocimiento matemático era mediante el estudio de las Formas arquetípicas. Salta a la vista la enorme influencia que este pensamiento tuvo en el desarrollo de las matemáticas posteriores, y el profundo retraso que significó para las ciencias empíricas. Sin embargo, hay una salvedad: se puede emprender el estudio del mundo del devenir, pero con la intención de que este estudio ayude a la mente a recobrar la idea original, el arquetipo. Para Platón, todo conocimiento es un recuerdo.

Al juzgar las ideas platónicas dos mil años después, podemos asombrarnos de la irrealidad metafísica que presentan. Sin embargo, Platón se acercaba al concepto de esencia, y es difícil pensar en otra forma de presentarlo originalmente que disociándolo por completo del ente real. Por otro lado, Platón habla heredado de su adorado maestro, el bebedor de la cicuta, la profunda certidumbre en la existencia de verdades morales absolutas. El la extrapoló a todas las cosas existentes, e hizo habitar en aquel callado Olimpo la certeza que los filósofos anteriores parecían haber arrebatado al mundo.

El pensamiento moral de Sócrates tuvo otra consecuencia en su discípulo: el pensar que este mundo, el mejor de los posibles, la imagen más aproximada al mundo ideal, debía tener un sentido. El Artesano universal, el Demiurgo, que creó este mundo, es una presencia inteligente, que persigue sus fines. Hay pues una teleología en el mundo: nuestra razón para perseguir el conocimiento es descubrir los fines del Demiurgo. Por cierto, este Demiurgo no es un dios todopoderoso. Lo que ha hecho es modelar la materia preexistente, pero a su designio se opone "el reino de la necesidad", la inercia natural de las cosas.

Una de las ideas más curiosas de Platón tiene sus raíces en tres fuentes: los pitagóricos, Empédocles y los atomistas. Platón elabora una teoría de la materia, explicando que no es lo mismo "lo que existe" que "en lo que existe", es decir, el "receptáculo" del devenir. El fuego, el agua y los demás elementos tal como los conocemos no son objetos definidos y estables. Son los receptáculos de los cuerpos simples. Platón sigue a Empédocles en la clasificación de esos cuerpos simples, pero no piensa ya en el fuego real o el agua o tierra reales, sino en una esencia de fuego, tierra o agua. Cada elemento está identificado con un sólido regular: el fuego con el tetraedro, el aire con el octaedro, el agua con el icosaedro y la tierra con el cubo. Acto seguido, a partir de dos figuras elementales, el triángulo rectángulo isósceles y la mitad de un triángulo equilátero, construye los lados de los cuatro sólidos: dos triángulos rectángulos isósceles se combinan para formar un cuadrado, es decir, un lado del cubo; dos mitades de triángulo equilátero forman un equilátero completo, lado de los tres sólidos restantes (el quinto sólido, sagrado para los pitagóricos, tiene por lado un pentágono) (fig. 2.1). Lloyd aventura la hipótesis de que, como es posible obtener estos lados a partir de los constitutivos de diversas maneras, y Platón no usó la construcción más sencilla, tal vez estaría planteando la posibilidad de tener distintos tipos de, por ejemplo, aire, mediante diversas construcciones (3).

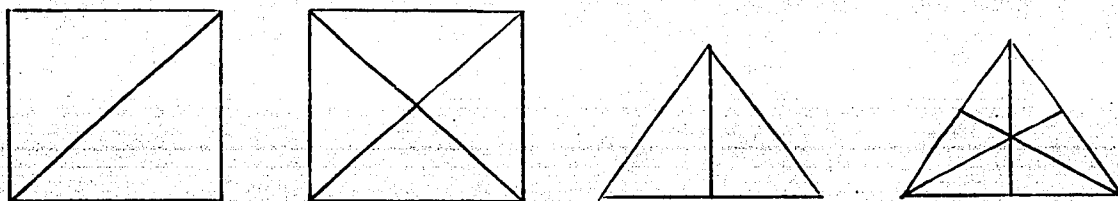


Figura 2.1

A partir de esta curiosa geometrización de la materia, Platón da reglas de transformación: el icosaedro acuático puede transformarse en dos octaedros de aire y un tetraedro de fuego. Esta geometrización puede pensarse como un intento de formalización de un aspecto de la teoría atomista. Sin embargo, Platón no comulgaba con los atomistas. En particular, negaba la existencia del vacío. Para él, el movimiento se daba instantánea y cíclicamente: A empuja a B, que empuja a C, y así hasta que Z empuja a A, todo en el mismo instante.

Desde luego, la teoría platónica no puede ser más arbitraria; no existe nada que apoye, por ejemplo, la identificación de un sólido particular con un elemento. Sin

embargo, este tipo de razonamiento seguiría recurriendo cada vez que Platón era resucitado (Platón ha muerto y revivido muchas veces), y los neoplatonistas de la Edad Moderna perdieron mucho tiempo tratando de basar sus teorías en el "firme" suelo de los sólidos platónicos. El mismo Kepler intentó inscribir las órbitas de los planetas en los sólidos regulares, cosa a la que la terca Naturaleza se opuso siempre iracundamente.

No obstante, su fe en la matematización del universo, que él tomó de los pitagóricos, pero que fundamentaba también en sus creencias teleológicas, fue llamada a tener una profunda influencia. ¿No hay tal vez en Dalton una especie de neoplatonismo? ¿La tabla periódica de Mendeleev no es en parte la realización, en bases sólidas, de la teoría platónica de la materia?

## 2.- La Astronomía en el Siglo IV

En todo caso, las ideas platónicas tuvieron una aplicación más inmediata: el desarrollo de las teorías astronómicas cuantitativas. La observación de los cielos estaba sin duda muy adelantada en el siglo IV A.C.; los griegos se habían aprovechado de las observaciones astronómicas babilonias, y las habían complementado con las suyas propias. La oblicuidad de la eclíptica, la identificación del lucero de la mañana con el de la tarde (Venus) y la desigualdad de las estaciones eran bien conocidas al comenzar el siglo IV. Incluso había habido, como hemos visto en el caso de Filolao, intentos de establecer un sistema. En todo caso, tanto en el Timeo como en la República Platón señalaba el método a seguir para el estudio de la astronomía. En efecto, la astronomía debía tomar como ejemplo a la geometría, basándose en la deducción matemática. Esta era una ruptura radical con el método que hasta entonces había seguido la astronomía, fundamentalmente observacional, y postulaba la posibilidad de matematizar -de hecho, de geometrizar- el movimiento de los cuerpos celestes.

Los principales hechos observacionales que había que tener en cuenta para la elaboración de un sistema astronómico eran: El movimiento de las estrellas fijas cada veinticuatro horas; el movimiento del sol y los planetas a través de las constelaciones del Zodíaco; el movimiento retrógrado de los planetas; y, finalmente, el hecho de que Venus y Mercurio no se apartaran nunca de las proximidades del Sol. Los dos últimos problemas no eran triviales; desde el punto de vista de un observador terrestre, el movimiento de los planetas era extremadamente complejo. Como el Sol, los planetas se mueven hacia el Este sobre el fondo del Zodíaco. Este movimiento decrece en velocidad hasta el punto de detenerse por completo durante algunos días; acto seguido, el planeta retrocede hacia el Oeste, deteniéndose de nueva cuenta después de algún tiempo, y retomando su movimiento predominante hacia el Este a continuación.

Eudoxo de Cnido, ligado a la Academia de Platón, fue el primero en proponer un modelo geométrico que se ajustaba, al

menos en parte, a los hechos observados. Su propuesta consistía en considerar una serie de esferas concéntricas. En la primera esfera, se encontraban todas las estrellas fijas; esta esfera rotaba una vez cada veinticuatro horas sobre un eje situado en la dirección Norte-Sur. En cuanto al resto de los cuerpos celestes, las órbitas del Sol y de la Luna constaban de tres esferas, y las de los planetas -Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno eran conocidos entonces- constaban de cinco. En todo caso, la primera esfera de cada planeta se movía exactamente igual que la esfera de las estrellas fijas, la segunda daba cuenta del movimiento del planeta sobre el Zodíaco (rotaba alrededor de un eje perpendicular al plano zodiacal, y su velocidad variaba de planeta en planeta), y las esferas tercera y cuarta daban cuenta del movimiento retrógrado y de las posiciones estacionarias de los planetas. Esto último se explicaba de la siguiente manera. Los polos de la tercera esfera se hallaban en el círculo de la eclíptica, y el eje de la cuarta tenía una inclinación con el de la tercera que variaba según el planeta. Ambas se movían a la misma velocidad, pero en direcciones contrarias, produciendo una curva que Eudoxo llamó "hipopedia", es decir, pezuña de caballo. La curva en cuestión es una figura en forma de ocho, que se puede obtener por la intersección de una esfera y un cilindro tangente a ésta interiormente (fig. 2.2). En cuanto a las esferas del Sol y la Luna, las dos primeras cumplían idéntica función que las respectivas de los planetas, y la tercera explicaba las desviaciones respecto a la eclíptica, que, aunque observables en la Luna, Eudoxo atribuía también erróneamente al Sol. Finalmente, la Tierra, esférica, se asentaba en el centro del Universo.

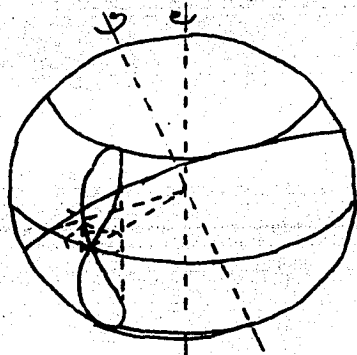


Figura 2.2

El sistema de Eudoxo explicaba casi todos los fenómenos relacionados con el movimiento de los astros, y lo hacía de una manera cuantitativa: las posiciones que estimaba Eudoxo tenían una sorprendente correlación con las observadas. Por primera vez, la astronomía contaba con un modelo completo, que permitía hacer predicciones más o menos precisas. A diferencia de los teóricos anteriores, Eudoxo no se había contentado con esbozar vagamente su teoría: su modelo era total y bastante adecuado. Aún más: Eudoxo había logrado descomponer los complejos movimientos planetarios en movimientos circulares simples, cumpliendo el



ideal platónico de que los planetas debían moverse uniforme y ordenadamente, es decir, según el círculo. Sin embargo, aún desde su inicio, la teoría de Eudoxo se topaba con dificultades: sus hipopedias eran siempre constantes, mientras que el movimiento retrógrado varía de duración, longitud y forma; el movimiento retrógrado de Marte no podía ser explicado con base en la teoría (tomando la cifra del período sinódico de Marte, no se obtiene ningún movimiento retrógrado); la desigualdad de las estaciones quedaba sin explicar; y, finalmente, la diferencia de diámetro aparente de la Luna y de brillo de los planetas, fenómenos interpretados posteriormente en virtud de la variabilidad de la distancia respecto a la Tierra, no podía ser explicada.

Inmediatamente surgieron las correcciones. En lugar de proponer teorías alternas, durante un tiempo los astrónomos griegos se dedicaron a añadir esferas, con la esperanza de obtener resultados más precisos. Sin duda, estaban demasiado deslumbrados por el éxito del modelo de Eudoxo como para descartarlo a la ligera, aún a pesar de las inconsistencias y los problemas. Como diría Kuhn, el paradigma había sido establecido. El primer astrónomo en meter mano al sistema de Eudoxo fue Cálipo. Este añadió siete esferas a las veintisiete de Eudoxo, con el fin de explicar la desigualdad de las estaciones y ajustar mejor los movimientos retrógrados a los observados.

Obsérvese que la teoría de Eudoxo era completamente cinemática: no se daban razones para explicar el movimiento, ni se hablaba de la naturaleza de las esferas. Aristóteles abordó estos problemas. El movimiento de cada esfera era completamente independiente de los de las otras; ¿cómo explicar, si las esferas estaban en contacto —supuesto del que partía Aristóteles, sin el cual, según él, el movimiento no era posible—, que no influyeran unas sobre otras? La explicación de Aristóteles consistía en la existencia de esferas "reactrices", que anulaban el movimiento de algunas esferas. Cada esfera reactriz era adyacente a la esfera cuyo movimiento anulaba, rotando sobre el mismo eje a la misma velocidad, pero en sentido opuesto. Con esto, Aristóteles aumentó el número de esferas a cincuenta y seis. Es interesante anotar que Aristóteles reconocía ser un profano, y daba a su explicación el carácter de transitoria.

El siguiente astrónomo interesante del siglo IV fue Heráclides de Ponto. Más que una teoría completa, se dedicó a exponer hipótesis, algunas veces contradictorias entre sí. Al él debemos la primera sugerencia de que la Tierra rota sobre su eje, así como —aunque su paternidad no es segura—, la idea de que Venus y Mercurio rotan sobre epiciclos alrededor del Sol. Este fue tal vez el origen de la teoría de los epiciclos, que entraría en boga un siglo más tarde, introducida por Apolonio de Perga. En cuanto a su primera hipótesis, los sabios de su época la refutaron rápidamente, con los mismos argumentos que emplearían los escolásticos contra Galileo: tanto las nubes como los objetos en caída libre resentirían la rotación terrestre, y este efecto debería ser perceptible. En todo caso, la razón probable de que Heráclides haya postulado la rotación terrestre delata una

tendencia a economizar: si la Tierra se mueve, una esfera por cada planeta y la esfera de las estrellas fijas son descartadas.

En todo caso, una vez establecida la astronomía cuantitativa, no había marcha atrás. La Naturaleza había permitido su geometrización al menos en un campo, y los astrónomos griegos cesaron de cuestionarse el paradigma fundamental: el Cosmos es racional, y susceptible de ser descrito por leyes matemáticas. Esta convicción tuvo sin duda influencia en otros campos de la nascente física, pero los frutos de esa influencia no pudieron ser recogidos hasta la edad helenística: mientras los cielos podían ser observados directamente, con la ayuda de algunos pocos instrumentos, la mecánica terrestre, la hidráulica y las demás disciplinas de la filosofía natural requerían por necesidad de experimentación. El horror a los experimentos por parte de los griegos de la época clásica les impidió progresar en esos campos. ¿A qué se debía esa aversión? Sin duda, mucho había en ella del desprecio del aristócrata por el artesano. No obstante, esta observación no basta para explicar la mentalidad griega; no es aventurado especular que los éxitos obtenidos por la razón en la geometría y la astronomía convencieron a los filósofos que iban por el buen camino.

### 3.- La Filosofía de Aristóteles

Llegamos al fin al Estagirita, el filósofo que mayor influencia tuvo en la historia del pensamiento occidental. El aristotelismo dominó señero sobre Europa hasta el siglo XVII. No obstante, tantos años han oscurecido el verdadero pensamiento del maestro, haciéndole aparecer como un pensador torpe y rígido, cuyas absurdas teorías representaron el mayor obstáculo epistemológico al desarrollo de la ciencia moderna. Sin duda, el pesado edificio que erigieron los escolásticos en torno al Filósofo con mayúscula hubo de ser derrumbado por Galileo y Copérnico para poder sentar las bases de la dinámica moderna, pero hay que tener en cuenta que gran parte de lo abtruso de ese edificio debe ser atribuido a los discípulos, no al preceptor, y que aún en esa rígida escolástica se sembraron las simientes del pensamiento moderno. No es justo que cualquier estudiante imberbe de primer semestre de física se atreva a reírse de la estupidez aristotélica; dos mil años de repetir dogmas son demasiados aún para el más brillante pensador. Aristóteles definió algunos de los conceptos fundamentales de la filosofía; su lógica no tuvo parangón hasta el siglo XIX; su pensamiento, en fin, abarcó desde la metafísica —término que él involuntariamente inventó—, la lógica y la epistemología hasta la ética y la estética, pasando por todas las ciencias naturales.

Discípulo de Platón, sus inicios en la vida filosófica estaban en deuda con el maestro; sin embargo, Aristóteles era ante todo un filósofo del sentido común, y terminó por rechazar el mundo de las ideas platónico como absurdo y artificioso. Si Platón quiso terminar con el problema del movimiento atribuyendo al mundo real una cuasi-existencia, Aristóteles se volvió hacia ese mundo real para buscar las bases de su filosofía. No

obstante, fue marcado por el platonismo: su fe en el conocimiento absoluto, en la preeminencia de la forma sobre la materia y en la teleología son herencia de su maestro. Como dice Cornford, Aristóteles heredó de Sócrates y Platón "la idea de que la verdadera causa o explicación de las cosas no debe ser buscada en el principio, sino en el fin" (4). No basta contestar cómo; hay que decir también el por qué.

Aristóteles llevó hasta sus últimas consecuencias una idea que ya Platón había adelantado. El problema con los eleáticos es que confundían "lo que es" con "aquello en lo que es". Asimismo, los milesios habían gastado su tiempo filosofando sobre la materia, siendo que ésta no es más que uno de los componentes de "aquello en lo que es".

Sin embargo, al rechazar el mundo de las ideas platónico, el problema del movimiento volvía a plantearse con toda su incertidumbre. Ante un mundo cambiante, el deber del filósofo es ver más allá hasta encontrar los principios o elementos que no cambian; éstos no tienen una existencia aparte, en un mundo ideal, pero existen realmente en los objetos de este mundo, y el filósofo debe abstraerlos a partir del mundo sensible.

De esta manera, todo objeto está compuesto por un substrato y una serie de cualidades. He aquí, por primera vez, la distinción entre sustancia y atributo. Los eleáticos caen en el error al confundir dos tipos de enunciados: "este objeto caliente se ha vuelto frío" y "el calor se ha transformado en frío". Lo segundo es manifiestamente imposible, y de este tipo de afirmaciones Parménides sacó sus contradicciones. En cambio, la primera afirmación implica la transformación por pérdida o ganancia de una cualidad por parte del sustrato, lo cual es perfectamente lógico. Nótese que, como señala Guthrie, Aristóteles seguía pensando en términos de opuestos: el movimiento se daba siempre entre dos polos contrarios (5). A esta distinción entre sustancia y atributo añadió Aristóteles la discriminación entre potencia (<<dynamis>>) y acto (<<energeia>>).

Lo que deviene, decía Aristóteles, no puede surgir de lo que no es, ni de lo que es (puesto que esto existe ya, y no puede venir a ser). De aquí, Aristóteles establece la célebre distinción entre acto y potencia. Algo puede convertirse en otra cosa porque en un sentido es esa cosa, y en otro no lo es. Es decir, es esa cosa en potencia. Un grano de trigo, por ejemplo, es una planta de trigo en potencia, pues si es plantada, regada y cuidada, sin duda se convertirá en planta; pero si es molida para hacer harina, nunca devendrá planta. Aristóteles negaba la existencia del infinito actual (en el sentido de acto), pero reconocía que había un infinito potencial: por ejemplo, al subdividir un segmento de recta a la mitad, el procedimiento, aunque no podía llevarse a cabo indefinidamente, contenía la posibilidad de ser infinito. Las demostraciones griegas en que el infinito jugaba un papel —como el teorema de Euclides sobre los números primos o el método de exhaustión— tomaron de Aristóteles

esta idea: los griegos desarrollaron un <<horror infiniti>>, que probablemente les impidió, junto con su extremo rigor matemático, avanzar en los problemas del cálculo infinitesimal.

En todo caso, su distinción entre acto y potencia es completamente teleológica. La misión de todo ente es llevar a cabo su potencialidad, tender a un fin, que consiste en imitar lo más perfectamente posible, dentro de sus limitaciones, al ser perfecto: Dios. Ahora bien, la forma -y dentro de ésta Aristóteles incorporaba el concepto de función- hacia la que tiende la potencialidad debe existir previamente. Es decir, la gallina es anterior al huevo, porque sólo un ser actual puede producir a un ser que contenga en potencia su esencia. De aquí deducía Aristóteles que el mundo había existido siempre. El padre es pues la causa eficiente del hijo, pues le engendra; pero es también la causa formal y la causa final. Volveremos sobre las causas en un momento. En todo caso, el embrión no es hombre, es un substrato con la privación de ser hombre; en este término, privación, se advierte toda la teleología aristotélica: un ojo está hecho para ver (función como forma); un ojo ciego se caracteriza por la privación de la vista: no está realizando su potencialidad.

Ahora bien, ¿qué es la causa para Aristóteles? Comencemos por decir que el Estagirita no concibe un movimiento autoinducido, a la manera de Heráclito. Si bien la potencialidad de la transformación existe, ésta no puede realizarse sin un agente externo; este agente es la causa del devenir. Aristóteles distingue tres tipos de causa: la causa eficiente, que es el agente directo que provoca la transformación (por ejemplo, el carpintero que hace la mesa), la causa final, que es la meta o fin -<<telos>>- al que se dirige la potencialidad (la mesa sirve para escribir o comer) y la causa formal (en nuestro ejemplo, la idea que tiene el carpintero de la forma de la mesa). Aristóteles aplica estas causas al mundo material, y específicamente al biológico. La causa eficiente, formal y final de un embrión es el padre, pues lo genera y contiene en sí mismo la meta y la forma a que llegará ese embrión. Aristóteles extrapola del mundo biológico estas conclusiones, y las aplica a todo el Universo. Esta es la verdadera fuente de su mecánica.

Nuevamente es evidente la teleología aristotélica; sin embargo, este proceso no podía ser infinito; en la cadena de las causas y los efectos tenía que haber una causa primera, y así, a partir del movimiento, y exclusivamente por deducción, llega Aristóteles a la idea de Dios. Dios es el motor inmóvil del Universo. Es inmóvil porque es actualidad pura, no tiene potencialidad. Sin embargo, Dios no se encuentra estático. Su actividad, que no requiere <<kinesis>>, es decir desarrollo de potencialidades, es pensar. Pero no pensar de la penosa y silogística manera humana, que es <<kinesis>>. Dios es <<energeia>>, y su pensar tiene la deslumbrante cualidad de la verdad revelada instantáneamente. ¿Y en qué piensa Dios? En todo "el dominio del verdadero ser", que no es otra cosa que él mismo. Si Dios pensase en el mundo, dice Aristóteles, pensaría en

objetos sujetos a <<kinesis>>, y tendría él mismo que experimentarla. Dios no piensa en el mundo. Dios no creó al mundo; ni siquiera sabe que existe. Y sin embargo, involuntariamente, Dios es el motor; su sola presencia suscita en la Naturaleza el deseo de tender hacia él. Todo contiene esa fuerza vital, que corre hacia Dios. Se puede estar en desacuerdo con Aristóteles, pero lo que es imposible es desconocer la enorme fuerza lógica que presenta.

La teoría epistemológica aristotélica está contenida en el conjunto de trabajos conocidos globalmente como Organon. Aquí <<episteme>>, el conocimiento, es definido precisamente: "el conocimiento ocurre cuando conocemos la causa de que depende un hecho en tanto que causa de ese hecho, y que ese hecho no podría ser de otra manera". Un conocimiento de este género se produce mediante la demostración, que es una forma del silogismo. El silogismo aristotélico constaba de dos premisas y una conclusión, en las que había tres términos. Aristóteles analizó todas las formas de silogismos, dando reglas de validez para cada uno de ellos. Los miembros de los silogismos, las premisas y la conclusión son proposiciones categóricas, las cuales relacionan dos términos en dos formas distintas: la universal y la particular, y sus respectivas negaciones. Ejemplo de la primera es "todos los hombres son mortales"; de la segunda, "algún perro es tuerto". La importancia de la lógica aristotélica estriba en que, en vez de atender al valor de verdad o falsedad de proposiciones individuales, Aristóteles analizó la forma del silogismo, con base en la distribución de términos y en la clasificación de proposiciones, y sólo con base en la forma determinó la validez del razonamiento. La lógica aristotélica, en suma, sentó las bases sólidas del razonamiento deductivo, e investigó a fondo la naturaleza de la prueba.

Pero volviendo al problema del conocimiento, Aristóteles continuaba diciendo que, por ser silogística la demostración, provenía de premisas, las cuales a su vez podían ser premisas primitivas o derivadas, mediante silogismos, de las premisas primitivas. Estas premisas primitivas no pueden ser demostradas, pero su verdad está fuera de duda. Distinguía tres tipos de premisas primitivas: los axiomas, las hipótesis y las definiciones. Los axiomas son verdades compartidas por todas las ciencias, tales como "la suma es mayor que cualquiera de las partes", y que Cantor nos perdone; en cambio, las definiciones, mediante las cuales se asume el significado de un término, y las hipótesis, mediante las cuales se hacen suposiciones sobre esos términos, son particulares a cada ciencia. Por ejemplo, la geometría supone la existencia y significado de puntos y líneas. Para Aristóteles, como para Platón, el conocimiento es posible e irrefutable: demuestra relaciones que son eternas, necesarias y universales. El sentido de este último término para Aristóteles es especial: hay una relación universal entre un sujeto y un atributo si todos los miembros de la clase del sujeto poseen ese atributo y ningún miembro fuera de la clase lo posee.

Desde luego, la mayoría de los ejemplos aristotélicos de

conocimiento provenían de ciencias deductivas: la geometría, la óptica y la astronomía. No hay un análisis del pensamiento inductivo en la lógica de Aristóteles. La única vez que menciona la inducción es para hablar de la inducción completa, en la que todos los miembros de una clase deben haber sido considerados; la inducción completa puede reducirse silogísticamente, por lo que forma parte más bien del pensamiento deductivo que del inductivo.

Sin embargo, Aristóteles no desprecia la experiencia: ésta sirve para llegar al conocimiento, pero una vez alcanzado éste con certeza, es menester darle una forma deductiva. En todo caso, Aristóteles postula el primer método de conocimiento coherente y completo. Otros filósofos antes que él habían postulado la importancia de la razón en el conocimiento; pero ninguno había llegado tan lejos en la definición del método.

Como queda dicho, Aristóteles no se conformó con establecer el método, sino que incursionó en todas las ciencias naturales de su tiempo, muy particularmente en biología. La fidelidad con la que aplicó su propio método deja a veces que desear; sin embargo, su exposición solía seguir un orden específico: primeramente, se identificaba y definía el sujeto de estudio. Para esto, formulaba las opiniones de sus antecesores, a fin de examinar las dificultades del problema. En este sentido doxográfico, Aristóteles es inestimable para estudiar a los incontables filósofos cuyas obras ardieron en la biblioteca de Alejandría, o en alguna otra tragedia del barbarismo humano. Una vez tipificado el problema, y pasada revista a las opiniones antecedentes, Aristóteles procedía a demoler por <<reductio ad absurdum>> los argumentos de sus adversarios; asimismo, se planteaba diversas alternativas para resolver el problema, y, procediendo por eliminación, llegaba a la conclusión más satisfactoria. Así, por ejemplo, son conocidos sus argumentos contra el mundo ideal platónico, uno de los cuales se basa en la demostración de la infinitud de las formas platónicas, una manifiesta imposibilidad, según Aristóteles. Sus métodos de definición de los términos claves incluían un análisis de los diferentes sentidos del término, a fin de resolver las paradojas y dilemas que se le planteaban. Recuérdese a este respecto su argumentación contra Parménides.

Aunque parte de la argumentación aristotélica era dialéctica (<<logoi>>), en el sentido de argumentativa, en gran cantidad de ocasiones Aristóteles invocaba en su auxilio hechos (<<erga>>) y fenómenos. Estos no sólo incluían los hechos empíricos, sino también las ideas admitidas, las apariencias. Oponiéndose a su maestro Platón, Aristóteles pregonaba la necesidad, no sólo de observar el mundo, sino de meter las manos en él. Así pues, en su zoología, habla en favor de la vivisección para conocer a los animales. Para Aristóteles la búsqueda del conocimiento tenía un valor ético: la actividad más alta del hombre es la contemplación, la <<theoria>>, no sólo de la filosofía primera — que nosotros llamaríamos metafísica—, sino de la filosofía segunda, la física, englobando en ésta todas las ciencias naturales.

El fin de esta investigación, ya lo hemos dicho, era descubrir las causas, y muy particularmente las causas finales y formales. Es indudable que Aristóteles derivó muchas de estas ideas de su observación biológica; en los seres vivos el ideal teleológico parecía alcanzar su máxima concreción. Aristóteles como naturalista desarrolló una labor nada despreciable: su Historia de los Animales consigna más de 500 especies, entre ellas 120 de peces y 60 de insectos. Aunque cometió numerosos errores (entre ellos la cuenta del número de costillas humanas y la idea de que el corazón es el centro de la percepción), es indudable que su capacidad de observación y sus experimentos de disección le llevaron a importantes descubrimientos de anatomía comparada. La pasión con la que se abocó al estudio directo de las especies es suficiente refutación del viejo argumento antiaristotélico, según el cual el Estagirita había despreciado por completo la observación en favor de la especulación. Ciertamente sus argumentos fisiológicos eran más bien especulativos, pero ¿cómo podía ser de otra manera, dadas las herramientas con las que contaba? Se puede afirmar que Aristóteles fundó la ciencia biológica; nadie antes que él había estudiado con tal fervor sistemático a los seres vivos. Sus ideas teleológicas le parecían plenamente justificadas en el campo biológico; el ojo, por ejemplo, se desarrolla para cumplir una función, ver (causa final), mientras su forma viene dada por la causa formal.

Aristóteles combatió dos ideas biológicas en boga en su tiempo, una acertadamente, la otra erróneamente. Contra la pangénesis democritiana, que afirmaba que un hijo era concebido a partir de todas las partes de los padres (por lo que los caracteres adquiridos eran heredados, al igual que los congénitos) argumentó demolidoramente, encerrando a la teoría en un dilema irresoluble; contra el evolucionismo de Empédocles, defendió la invariabilidad de las especies, basándose en su teoría de las causas finales. Todas las especies habían existido siempre, y sus características esenciales eran invariables. Aunque esta idea es equivocada desde el punto de vista de la biología moderna, hay que tener en cuenta que sirvió para afirmar el concepto de especie, y que de todos modos las ideas evolucionistas de Empédocles eran más bien fantasmagóricas y desordenadas. Hay ocasiones en el desarrollo de la ciencia en que es necesario definir conceptos sólidos e inamovibles, a despecho de que estos conceptos sean parcialmente descartados después. Así, por ejemplo, la negación de la generación espontánea por parte de Pasteur dejó sin explicación durante varios decenios la cuestión del origen de la vida; sin embargo, las teorías de Oparin y Haldane probablemente no podrían haberse dado sin esta negación. La idea de la generación espontánea demostró ser parcialmente cierta; pero su postulación como teoría científica, acotada por las condiciones en que realmente podía tener lugar, requirió la refutación de las groseras creencias populares al respecto.

Como hemos dicho, Aristóteles como científico era

básicamente biólogo; en el estudio de los seres vivos creía haber descubierto la justificación de su teleología, y era ahí donde encontraba los ejemplos más claros y completos de su teoría. Sin embargo, lo que realmente nos importa en este estudio son sus ideas mecánicas. El largo preámbulo que hemos emprendido tiene como coronación la exposición de la dinámica aristotélica, inscribiéndola en el marco de la filosofía que le dio origen. Sólo así esas ideas, que demostraron ser tan equivocadas, pueden entenderse en un contexto lógico.

Fue Aristóteles, con su afán sistematizador, el primer pensador griego en plantearse seriamente una dinámica. Sus teorías, como veremos, eran una mezcla de argumentaciones dialécticas con hechos observados, si bien en estos últimos no demostró nuestro filósofo la misma persistencia y cuidado que en sus estudios biológicos. La dinámica aristotélica se abre con el establecimiento de una dicotomía esencial: el movimiento de los cielos y el que ocurre en la Tierra son radicalmente distintos.

Recordemos que Aristóteles había adoptado el modelo astronómico de Eudoxo, y que lo había convertido de una simple explicación cinemática en una teoría dinámica. El Universo aristotélico estaba pues compuesto de esferas concéntricas que contenían a los cuerpos celestes, con la Tierra esférica en el centro. Las esferas celestes se movían en contacto unas con otras, acotadas por la esfera exterior: la esfera de las estrellas fijas. Abajo de la primera esfera, la lunar, se encontraba el mundo terrestre. Este se hallaba dividido en cuatro capas, que correspondían a los cuatro elementos: la capa más exterior era el fuego, la siguiente el aire, y a continuación venían el agua y la tierra. Estos cuatro elementos, a diferencia de Platón, eran básicos. Aristóteles rechazaba la geometrización platónica, teniéndola por una teoría ficticia y sin fundamentos empíricos. Los elementos compartían las cuatro características opuestas de calor y frío, humedad y sequedad. Toda cualidad tangible era un valor en una gama, de manera que la cualidad podía ser estudiada como una combinación de los extremos opuestos de esa gama. Por otro lado, toda cualidad era reducible a las cuatro cualidades primordiales, y los elementos básicos eran las combinaciones más simples de esas cualidades: el fuego era caliente y seco, el aire caliente y húmedo, el agua fría y húmeda, y la tierra fría y seca. Las complejas transformaciones que llevaba a cabo la materia podían explicarse por una sustitución o predominancia de una cualidad por otra; así, el agua al calentarse por un agente externo sustituía su frío por calor, deviniendo "aire". Esta explicación cualitativa, por sencilla que parezca, apela al sentido común. En lugar de los sutiles átomos de Demócrito y de los intangibles sólidos platónicos, he aquí una teoría con los pies en la tierra. El platonismo exigía la matematización; pero era incapaz de dar una explicación tangible de los fenómenos. Así, la teoría cualitativa de Aristóteles habría de imponerse. En el libro IV de la Meteorología, Aristóteles hace una clasificación de sustancias según sus cualidades: son o no solubles, combustibles, fusibles o solidificables. Estas cualidades son explicadas por el grado de



cada constituyente básico: así, las sustancias que pueden fundirse al calor y solidificarse al frío contienen predominantemente agua, mientras que las que se endurecen al fuego están principalmente compuestas de tierra. Fiel a su énfasis cualitativo, Aristóteles no nos provee de proporciones precisas; en este sentido, procura reducir la especulación a un mínimo. La teoría de las transformaciones físicas es admitiblemente ingenua. No obstante, es la primera tentativa importante de explicar fenómenos que aún en el siglo XX son difíciles de describir en detalle.

Hasta aquí los elementos terrestres, que, como testimonia la observación, son infinitamente mutables y accidentales. Pero ¿qué decir de los cielos? En tiempos de Aristóteles la observación astronómica había establecido con bastante certeza la inmutabilidad de las regiones celestes. Aún los movimientos que pudieran parecer accidentales, como los de los planetas, habían sido explicados por Eudoxo. Ningún cambio, ninguna alteración parecían perturbar el eterno ciclo de las esferas. La conclusión parecía lógica: los cielos están hechos de otra materia, distinta a la terrestre. Esta idea tenía profundas raíces en el pensamiento religioso y mitológico: el cielo era divino e inmutable, la tierra rastrera y cambiante. Aristóteles postula, por lo tanto, un quinto elemento, que según él constituiría las regiones celestes: el éter. Desde nuestro punto de vista, éste es un inmenso salto hacia atrás; tanto los milesios como Demócrito habían establecido la identidad absoluta de toda la materia del Cosmos; pero la dicotomía aristotélica, ayudada en la Edad Media por motivos teológicos, dominaría todo el pensamiento occidental hasta Galileo y Newton.

De todas maneras, hemos tratado de establecer las razones que llevaron al Estagirita a postular el éter; existían otros argumentos, predominantemente dinámicos, en su apoyo; notablemente, la naturaleza del movimiento natural de los cielos, en contraposición con el movimiento natural terrestre; describiremos estos argumentos a continuación. Pero había una tercera razón que para Aristóteles justificaba la existencia del éter: los cuatro elementos sublunares, opuestos como eran, estaban en un cierto equilibrio; si las regiones celestes, que Aristóteles consideraba inmensas, estuvieran llenas de aire o fuego, el desequilibrio resultante hubiera destruido a la Tierra. La alternativa, la existencia del vacío, era descartada por Aristóteles con argumentos parmenidianos: el Universo aristotélico es un <<plenum>>.

La dicotomía aristotélica tenía una base en el pensamiento pitagórico-platónico, bien que prescindiendo de los juicios de valor; la otra base la constituía la dinámica. Para Aristóteles existen dos tipos de movimiento natural, correspondiendo uno a las regiones sublunares y el otro a las esferas celestes. Estas últimas, como hemos visto, se mueven eternamente en círculos perfectos; de ahí que sea connatural al éter este movimiento. Las sustancias materiales de la Tierra, sin embargo, tienen un movimiento más complejo. Recordemos que Aristóteles postulaba la

existencia de cuatro capas sublunares: fuego, aire, agua y tierra. Empíricamente, era claro que los cuerpos graves o pesados caían hacia abajo -valga la redundancia-, mientras que los cuerpos livianos, como el fuego y el aire, se elevaban. Aristóteles explicaba estos fenómenos mediante una teoría extremadamente simple, que tenía además raíces en el pensamiento griego previo, así como en las ideas mágicas: lo semejante atrae a lo semejante. De esta manera; al ser abajo el lugar natural de la tierra, todo objeto que contenga predominantemente tierra se sentirá atraído hacia la gran masa terrosa, es decir, tenderá a caer; mientras los cuerpos que contienen predominante fuego o aire tenderán a elevarse. El corolario parecía evidente: entre más cantidad de un elemento tuviera un cuerpo, con mayor apremio tendería a su lugar natural; un objeto más pesado, que contiene por lo tanto más tierra, cae más rápidamente que uno más liviano. En esta enunciación de movimiento natural de un cuerpo se manifiesta nuevamente a teleología aristotélica: los cuerpos tienden hacia un fin, que es el reposo en su lugar natural.

Este es el hilo rector de la dinámica aristotélica, una de las ideas más persistentes del pensamiento occidental, uno de los obstáculos epistemológicos más grandes de la historia de la Ciencia. Quien esto escribe tuvo la oportunidad de contemplar la cara de incredulidad de un estudiante de segundo semestre de la carrera de Física ante la afirmación asombrosa -y la inmediata comprobación experimental- de que una moneda de un peso tardaba el mismo tiempo en caer que una de diez. Nuevamente, discúlpemos a Aristóteles. Antes que él, no había nada que mereciera el nombre de dinámica. El propio Aristóteles no emprendió un estudio sistemático del movimiento, a despecho de su costumbre. Su dinámica aparece en el contexto de otras discusiones, como la inexistencia del vacío y la de un cuerpo de masa infinita. Se ha afirmado muchas veces que la dinámica aristotélica no tiene ninguna base empírica. Esto es falso. No es posible que durante dos mil años los sabios hayan sostenido un absurdo tan grande en contra de toda experiencia.

La observación casual tiende a reforzar las ideas aristotélicas: una pluma cae más lentamente que una plomada. Recordemos que para Aristóteles el vacío no existe: el movimiento real siempre se lleva a cabo a través de un medio. Este es, por otro lado, el caso en lo que respecta a nuestra experiencia cotidiana. Los mortales no solemos -o al menos no solíamos- estar en contacto diario con el vacío. Lo que queremos decir es que el movimiento, tal como lo concibieron Galileo y Newton, es una abstracción: no ocurre realmente sobre la Tierra. Ciertamente, no es posible para la ciencia moderna dar cuenta de los fenómenos sin recurrir a estas abstracciones. Sin embargo, contra los que han resaltado el empirismo galileano en detrimento del racionalismo aristotélico, hemos de afirmar con Bachelard que no es sólo el experimento, sino el substrato teórico que conlleva, lo que hace posible el descubrimiento. Aristóteles observa correctamente que un cuerpo hundiéndose en el agua tarda más que un cuerpo en caída libre en el aire; sus observaciones casuales, cualitativas, son correctas. Hoy sabemos que los fenómenos

cotidianos son de tal complejidad que desafían cualquier tratamiento científico: trátase por ejemplo de describir cuantitativamente la caída de la hoja de un árbol. Los griegos estaban convencidos -paradigmáticamente convencidos- de la racionalidad de la Naturaleza; sin embargo, no podían, como nosotros, sentar ese convencimiento en la confianza de que, aunque no podemos describir correctamente la caída de una hoja, los elementos de su movimiento son reducibles a casos ideales. Esta convicción requiere de un poder de abstracción y una experiencia científica muy superiores a los que podíamos exigirles a los pensadores que fundaron la ciencia. Ciertamente, los griegos, y en particular los pitagóricos y platónicos, abstraieron. El propio Aristóteles llegó a la conclusión de que la forma de un objeto es irrelevante en lo que respecta a su caída (lo cual, por cierto, es un error si la caída se lleva a cabo a través de un medio). Pero su abstracción era especulativa, balbuceante, tentativa. Sin ella no podemos explicar la ciencia actual; era el inicio, eran los cimientos. Donde falla Aristóteles irremediablemente no es en su descripción cualitativa. Por una vez, el Estagirita formuló una ley cuantitativa: el tiempo que tarda en caer un cuerpo es inversamente proporcional a su peso y directamente proporcional a la "densidad" del medio. Tal vez un día de experimentos le hubiera sacado de su error; el caso es que Aristóteles nunca los hizo.

Tenemos pues una clasificación de los cuerpos de acuerdo a dos cualidades: pesantez y liviandad. El fuego es liviandad absoluta, la tierra pesantez absoluta. He aquí de nuevo la vieja idea de los opuestos. Para Platón y los atomistas no había objeto material que careciera de peso, si bien en distintas medidas, y este concepto se volvía por ende relativo. Aristóteles es en ese sentido un paso atrás. Digamos además que en el concepto aristotélico de movimiento natural existía el agente causal; pero este agente era inherente al objeto, estaba en su naturaleza, es decir, era la propia causa final del objeto; la causa eficiente del movimiento era el peso o la liviandad. El problema de la aceleración no se encuentra en Aristóteles, pero fue explicado por sus discípulos medievales argumentando que, entre más cercano el lugar natural, mayor atracción experimentaba el objeto. Este problema sería la causa de importantes polémicas entre los escolásticos. En todo caso, Aristóteles parece haber tratado al movimiento natural como si fuera uniforme.

La otra faceta de la dinámica aristotélica se refería a todo un conjunto de movimientos que no podían ser explicados sencillamente por la tendencia natural de los cuerpos. Tal es el caso de un proyectil, que en los guerreros tiempos de Aristóteles no era nada difícil de observar, en la forma de lanzas y saetas. Aristóteles estableció una teoría del movimiento "accidental" o violento que no podía resistir a la crítica; fue incansablemente rebatida desde la Antigüedad hasta la baja Edad Media. Sin embargo, el enorme prestigio del pensamiento aristotélico, aunado a la falta de una mejor explicación, hicieron pervivir su teoría. Comencemos diciendo que el vacío, para Aristóteles, no podía

existir por dos razones: una era el viejo argumento parmideo, la otra era la imposibilidad de comunicar un movimiento a distancia. El agente del movimiento, que en el caso del movimiento violento era externo al objeto, debía estar en contacto con él. En efecto, el agente debía ejercer "violencia" sobre el objeto para sacarlo de su lugar natural, y cuando esta violencia era agotada, el cuerpo tendía inmediatamente a regresar a su movimiento natural. Sin embargo, esto presenta un problema: es claro que un proyectil lanzado por ejemplo verticalmente continúa moviéndose hacia arriba durante cierto tiempo. El contacto había desaparecido, pero el cuerpo se seguía moviendo "antinaturalmente". ¿Como podía ser esto? La única respuesta parecía estar en el medio a través del cual se movía el objeto, en nuestro ejemplo el aire. El impulsor del proyectil activaba también el medio, de manera que la primera porción de aire empujaba al proyectil y activaba simultáneamente la porción siguiente, que a su vez impulsaba al proyectil y activaba una tercera porción. La fuerza impulsora de cada porción de aire se debilitaba progresivamente, con lo que el cuerpo adquiría finalmente su movimiento natural, al ser incapaz la última porción de activar a la siguiente. Así, el medio era para Aristóteles simultáneamente resistivo e impulsor.

Otra vez, Aristóteles postula una relación cuantitativa. La velocidad del movimiento violento, dice, es directamente proporcional a la fuerza impulsora e inversamente proporcional a la resistencia. Ninguno de estos términos es definido, pero el segundo comprendía tanto una característica del propio cuerpo cuanto la resistencia del medio. De aquí extraía Aristóteles su último argumento en contra del infinito: en un medio infinitamente rarificado, según su fórmula, la velocidad sería infinita, y por ende, el movimiento instantáneo, lo cual era un absurdo manifiesto. Aristóteles hacía una salvedad: existía un umbral de fuerza abajo del cual, dada una resistencia, era imposible mover al objeto. Sus discípulos escolásticos parecen haber ignorado este punto, y se perdieron en complejas fórmulas diseñadas con el propósito de evitar la conclusión de que cualquier fuerza, no importa cuán pequeña, pudiera mover a un cuerpo con cualquier resistencia, no importa cuán grande. Terminemos nuestra exposición de la física aristotélica consignando el hecho, comentado por Lanczos, de que Aristóteles conocía ya el principio de desplazamientos virtuales, aplicado a la palanca, bien que lo expresa de una manera velada: "las fuerzas se balancean si son inversamente proporcionales a las velocidades". Dado que se trata de un problema de estática, Lanczos concluye que Aristóteles se refiere a un desplazamiento virtual (7).

Esta es pues la dinámica aristotélica. Como apunta Koyré, aunque falsa y superada, es una física, una teoría cualitativa completa, "no una prolongación simple y verbal del sentido común, ni una fantasía infantil" (8). Su Cosmos era un Universo pleno, ordenado. Su espacio estaba dividido en lugares naturales: no era isotrópico ni homogéneo. Era el ordenado Universo del reposo; todo movimiento sublunar era el resultado de un desorden cósmico,

de una violencia aplicada por un agente externo y la ulterior tendencia del propio Universo a recobrar el orden perdido. El movimiento es pasajero: <<nihil contra naturam posset esse perpetuum>>. Nuevamente citando a Koyrè, el reposo no requiere explicación, es el estado natural: lo que necesita ser explicado es el movimiento; si la causa del movimiento cesa, cesará el movimiento (9). Por otro lado, el vacío es imposible en este Universo: en el vacío no hay lugares ni direcciones privilegiadas.

El enciclopedismo de Aristóteles, la inmensa gama de sus intereses, amén del sentido común y la enorme fuerza cohesiva de sus teorías, tuvieron como resultado la gigantesca influencia que su pensamiento ejerció durante veinte siglos. El paradigma cualitativo de Aristóteles sustituyó al cuantitativo del platonismo, y aunque las ideas platónicas tuvieron varios resurgimientos, notablemente en la Atenas helenística y en los padres fundadores de la Iglesia, Aristóteles reinó señero en el pensamiento occidental hasta el Renacimiento.

El Liceo, escuela fundada por Aristóteles a semejanza de la Academia de Platón, produjo aún algunos pensadores de importancia, como Eudemo, Teofrasto y Menón. El afán sistematizador y la metodología aristotélicas dieron lugar a importantes obras científicas y compendios, a tratados de ciencia política y aún acerbas críticas contra el pensamiento del maestro. Sin embargo, la filosofía griega estaba herida de muerte; la entidad política que le había dado origen y cabida, la ciudad-estado griega, desaparecía para siempre. Alejandro Magno, discípulo del propio Aristóteles, había heredado el trono de Filipo de Macedonia, que comprendía ya todo el mundo helénico. Su corta vida estuvo dedicada a ampliar el Imperio, cobrando la antigua venganza de Hélade en contra de Oriente. A su muerte extranjera, acaecida en el año 323 A.C., el imperio macedonio había llegado hasta la India; su maestro, obligado a dejar Atenas por sus simpatías macedonias, no le sobreviviría más que un año. El Imperio se dividió entre los generales, que fundaron férreas tiranías. En Alejandría, bajo Ptolomeo y sus descendientes, se gestaría la última era de gloria de la cultura griega. Pero Grecia ya no era Grecia: Alejandría no era Atenas. Inseminada por la doble vertiente del pensamiento clásico y el saber de Oriente, se fundaría la civilización helenística. La filosofía dejaba la estafeta en manos de los científicos; los filósofos que siguieron a Aristóteles ya no aspiraban a los grandes sistemas, ni al estudio de la Naturaleza, ni a la exaltación de la virtud humana. Los más grandes de ellos, Epicuro y los estoicos, predicaron el desencanto. Sin embargo, desde el punto de vista científico, la época helenística fue increíblemente fecunda. Bajo el cobijo de los muros de la Biblioteca de Alejandría se escribieron los Elementos de Euclides, el tratado de las secciones cónicas de Apolonio, los estudios de Eratóstenes sobre las geodésicas.

#### 4.- La Civilización Helenística

Los descubrimientos matemáticos de la época helenística son

suficientemente conocidos, y no pasaremos de ellos más que una rápida revista. Apolonio de Perga introdujo en astronomía el concepto de epiciclos, mediante el cual podía explicar, más sencillamente que con el sistema de Eudoxo, los movimientos planetarios. Consistían los epiciclos en círculos cuyo centro se hallaba en la circunferencia de la órbita principal del planeta; el movimiento de un punto fijo sobre un epiciclo es en ocasiones retrógrado, presentando semejanza con el movimiento observado de los planetas. Este sistema fue llevado a su máxima expresión por el más grande astrónomo de la Antigüedad, cuyas obras, el Almagesto y el Tetrabiblos, fueron ampliamente conocidas y comentadas en la Edad Media: Ptolomeo. El otro gran matemático que nos ocupa es el Sistematizador: Euclides. Su contenido dista mucho de ser original: muchos de los teoremas enunciados por él habían sido demostrados hacia muchos años. Algunos procedían de Eudoxo; otros de los pitagóricos; otros más de Hipócrates de Kios. Pero lo novedoso era la presentación, la estructura del libro: Euclides había logrado organizar toda la matemática básica —no sólo la geometría— de su tiempo en un todo coherente. A partir de cinco postulados y otras tantas nociones comunes, además de veintitrés definiciones, se demostraban todos los teoremas, se apilaban los ladrillos, se ataban todos los cabos. El método axiomático-deductivo había llegado a la mayoría de edad; cada teorema podía trazar su árbol genealógico hasta los postulados. Como observa Boyer, los Elementos no trataban exhaustivamente ningún campo, sino que se constreñían a los resultados básicos; ausentes están, por ejemplo, las cónicas (10). En todo caso, era un brillante monumento a las alturas a las que había llegado la matemática griega.

Lejos de Alejandria, en Siracusa, vivió uno de los más grandes genios de la Antigüedad: Arquímedes. Aunque no propiamente alejandrino, mantuvo una correspondencia constante con los sabios de la metrópolis, y estaba al corriente de todos los adelantos de su época. Sus contribuciones fueron capitales en todas las ramas de la matemática: perfeccionó el sistema de numeración griego, hizo trabajos de geometría infinitesimal, estudió numerosos problemas geométricos, creó la hidrostática, y finalmente, en el campo que nos ocupa, fue el fundador de la ciencia de la estática. Las anécdotas que se cuentan sobre él son innumerables; todos sabemos que descubrió el principio de flotación de los barcos mientras discurría la manera de determinar si la corona del rey Herón era de oro auténtico. Su muestra de entusiasmo científico fue sin duda la comidilla de los ciudadanos de Siracusa durante mucho tiempo. También se cuenta que Arquímedes incendió mediante espejos parabólicos la flota romana que asediaba Siracusa. Cuando al fin cayó la ciudad en manos romanas, el general Marcelo ordenó que su vida fuera respetada. No obstante, el sabio sucumbió a manos de un soldado que lo conminó a seguirlo: se dice que Arquímedes estaba tan absorto resolviendo un problema que no escuchó la orden del soldado.

Los griegos hacían una distinción fundamental entre logística, el arte de calcular, y aritmética, la ciencia de las

propiedades de los números. La primera se consideraba una profesión vil, apta para esclavos, mientras la segunda era una disciplina filosòfica respetable. No obstante, Arquímedes no tuvo empacho en hacer contribuciones importantes a la logística, y en emplear una cantidad tremenda de cálculos en la resolución de problemas. La evaluación que hizo de la razón entre la circunferencia de un círculo y su diámetro mediante polígonos inscritos es un ejemplo asombroso de su capacidad y persistencia. Quien no lo crea que intente calcular el área de un polígono de noventa y seis lados sin la ayuda de una calculadora. Aquí aplicó Arquímedes el célebre método de exhaustión, propuesto por Eudoxo como una alternativa contra el uso de infinitesimales. Por otro lado, obtuvo volúmenes de sólidos de revolución mediante figuras inscritas y circunscritas, y logró deducir el área bajo una parábola, nuevamente mediante el método de exhaustión. Por cierto que este método no era constructivo, y sólo podía emplearse cuando se conocía previamente el resultado. Para encontrar éste, Arquímedes se alejó por completo de la racionalista tradición griega: pesó —no se sabe si imaginaria o realmente— un dibujo de parábola, método que le hubiera producido urticaria al bueno de Platón.

Finalmente, también incursionó en los clásicos problemas griegos: la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección del ángulo. Su estudio de espirales lo emprendió con este fin, logrando resolver el primer y tercer problemas mediante la que lleva su nombre. Desde luego, no le fue posible construir su espiral con sólo regla y compás. Lo interesante es que, aparte de calcular el área dentro de la espiral, obtuvo tangentes de manera general, empleando argumentos cinemáticos como los que estarían en boga en el siglo XVII: consideró a la espiral como el lugar geométrico de un punto que se aleja del origen con dos movimientos distintos: uno radial uniforme y otro circular.

Arquímedes fue quizá el más grande ingeniero griego. Al contrario que muchos de sus predecesores, no temía ensuciarse las manos con la investigación experimental. Por otro lado, retomó la tradición cuantitativa pitagòrica en sus dos tratados de física: Sobre los Cuerpos Flotantes y Del equilibrio de Planos (<<De Aequiponderantibus>>). Su método de exposición era deductivo; partiendo de axiomas, demostraba propiedades físicas de los objetos de estudio, de la misma manera que Newton lo haría siglos después.

Su trabajo sobre la ley de la palanca puede considerarse como el fundador de la estática. Arquímedes postula dos proposiciones "evidentes en sí mismas": magnitudes de peso igual a igual distancia del punto de apoyo están en equilibrio; magnitudes de igual peso actuando a distancias distintas del punto de apoyo no están en equilibrio, y la más lejana desciende. A partir de esto, Arquímedes deduce la ley general de la palanca. Trataremos de reproducir a continuación su deducción.

En primera instancia, imaginemos el caso "evidente": dos cuerpos de igual peso  $p$  suspendidos de una barra a distancias

iguales del centro de rotación c en los puntos a y b respectivamente (fig. 2.3). Por hipótesis, la configuración está en equilibrio. Si todo el conjunto fuera suspendido mediante una cuerda de una polea, un peso  $2p$  lo equilibraría, despreciando el peso de la barra y la cuerda. Es decir, los dos pesos suspendidos de la barra son iguales a un peso  $2p$  en el punto c.

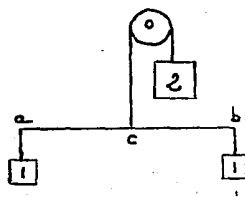


Figura 2.3

Si ahora tomamos una barra cuyos brazos estén en proporción de 1 a 2, siendo el brazo más corto el correspondiente a a, suspendemos dos pesos en proporción 2 a 1: el peso  $2p$  en a y el peso  $p$  en b (fig. 2.4). El conjunto es equilibrado por un peso  $3p$ . Suspendamos ahora dos pesos en lugar de  $2p$ , uno de ellos situado en el centro de rotación c y otro situado a la distancia  $ac$  en el punto d. La configuración está en completa simetría, y consecuentemente debe haber equilibrio. Este proceso puede ser fácilmente generalizado, con lo que obtenemos que la condición de equilibrio es

$$P_a l_a = P_b l_b$$

donde  $P_a$  es el peso suspendido de a y  $l_a$  la distancia al centro de rotación, y los subíndices representan el punto a y el b respectivamente.



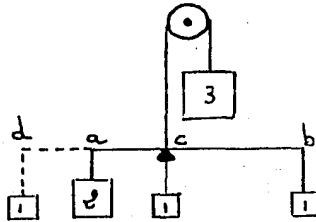


Figura 2.4

Como apunta Mach, el argumento de Arquímedes, así como los posteriormente propuestos por Galileo y Huygens, hacen uso de la misma conclusión que quieren probar: la suposición de que la cantidad relevante en la ley de la palanca es el producto del peso por el brazo de palanca 1, además de suponer que la acción de dos pesos iguales es la misma que la suma de ellos en el punto medio (11). Sin embargo, el ejemplo es ilustrativo del método deductivo seguido por Arquímedes: la estática también podía matematizarse, y el método de Euclides podía ser aplicado a ella.

A diferencia de los Elementos de Euclides, que gozaron de amplia notoriedad durante todo el bajo Medievo, Arquímedes se mantuvo en la oscuridad durante siglos, hasta que el Renacimiento vino a rescatarlo. Muchos de los trabajos de Arquímedes se perdieron, pero comparativamente a otros pensadores, nuestro personaje corrió con suerte: sus más importantes escritos han llegado hasta nosotros. Increíblemente, apenas en 1906 fue descubierto uno de sus tratados, el llamado Método, al revisar un antiguo palimpsesto medieval.

Así pues, las bases del posterior desarrollo de la mecánica han sido sentadas. La ciencia griega había sido capaz de desarrollar una geometría y una astronomía completa, y había establecido una estática y una hidrostática germinales. Pero aún más importante, había desarrollado los paradigmas filosóficos que tendrían tanta influencia en el posterior desarrollo de la ciencia: la convicción de la racionalidad —y de la posibilidad de matematizarla— de la Naturaleza; la dicotomía entre materia y espíritu; una doctrina de las causas y una teleología; un mecanicismo atomista y un método deductivo. Sin duda, estas ideas estaban muchas veces en oposición unas con otras, pero la herencia griega las abarcaría todas: la ciencia posterior desde el Medievo en adelante tomaría alternativamente una postura u otra, resucitaría tal idea o tal otra, pero siempre orbitaría alrededor de estos paradigmas.

## NOTAS AL CAPITULO II

- 1) Guthrie, 'Los Filòsofos Griegos', p. 67 ss.
- 2) Platòn, 'Timeo'.
- 3) Lloyd, 'Les Débuts de la Science Grecque', p. 93
- 4) Cornford, 'Before and After Socrates'.
- 5) Guthrie, loc. cit., p. 129.
- 6) Aristòteles, 'Organon', citado por Lloyd, loc. cit., p. 119.
- 7) Lanczos, 'The Variational Principles of Mechanics', p. 342.
- 8) Koyrè, 'Estudios Galileanos', p. 8.
- 9) Koyrè, loc. cit., p. 9 ss.
- 10) Boyer, 'History of Mathematics'.
- 11) Mach, 'The Science of Mechanics', p. 14 ss.

### III. MUERTE Y TRANSFIGURACION

La Historia, dijo Stephen, es una pesadilla de la que trato de despertar. Ulises, J. Joyce.

Timeo danaos et dona ferentes. Virgilio.

#### 1.- Roma, Islam y Cristianismo

La caída de Siracusa en manos romanas en la segunda guerra púnica es un presagio de lo que ocurriría con la ciencia griega en general conforme la civilización helenística declinaba. Todavía algún tiempo, incluso bajo la dominación romana, brilló Alejandría, en los nombres de Apolonio de Perga, asociado al estudio de las cónicas, de Aristarco, que propuso el primer sistema heliocéntrico, de Ptolomeo, autor del Tetrabiblos y el Almagesto, de Hiparco, el padre de la trigonometría, de Herón, Eratóstenes, y finalmente Diofanto, Pappus e Hipatia, cuya muerte a manos de una turba de cristianos fanáticos en el año 415 d. C. marca el fin de la Alejandría de la Biblioteca y el pensamiento. Durante este largo período, desde la toma de Alejandría por Julio César en el último siglo antes de nuestra era hasta la muerte de Hipatia, se vio marcado por una creciente preocupación por la astronomía, la aritmética y la trigonometría, en detrimento de los problemas geométricos clásicos.

Así como un romano dio muerte a Arquímedes, la ciencia griega sucumbió ante la embestida romana. Boyer hace notar sarcásticamente que la contribución más importante de un romano a la historia de las matemáticas fue la restauración por parte de Cicerón de la tumba de Arquímedes en Siracusa, sobre cuya lápida estaba grabado su teorema favorito (1). En efecto, fuera de Alejandría, cuya civilización griega se mantenía, no hubo en todo el Imperio un sólo científico importante. Los romanos, espíritus prácticos al fin y al cabo, sólo se preocuparon por problemas matemáticos de aplicabilidad inmediata, tales como los problemas de agrimensura, arquitectura, comercio, etc. Su sistema de numeración no les ayudó en nada. Comparada con el sistema jónico de los griegos era ciertamente un paso atrás. A veces la gente se pregunta cómo es posible multiplicar MDCXLVII por CDXXXIV. La respuesta es sencilla: el ábaco. En efecto, la numeración romana sólo servía para anotar los datos y el resultado. Todas las operaciones se llevaban a cabo mediante un ábaco.

A la muerte de Hipatia, Atenas conoció un renacimiento a través de la escuela neoplatónica, que funcionó hasta el 529, en que el emperador bizantino Justiniano mandó cerrarla. Entonces los sabios griegos se dispersaron por Siria y Persia, de donde su conocimiento pasó a los árabes, cuyos eruditos tuvieron también

la oportunidad de escarbar en lo que quedaba en las ruinas de Alejandria, una vez que el santo celo destructor de Ali, que mandó incendiar la Biblioteca con el argumento de que si un libro estaba de acuerdo con el Corán era superfluo y si no lo estaba era peor que superfluo, se había apagado. Si este punto de vista hubiera sido respetado por los científicos árabes, probablemente la civilización mahometana hubiera pasado a la historia como la más estúpida de todos los tiempos. El Corán no es precisamente un libro extenso, y miles de árabes tienen bien memorizados todos los suras o versículos de que consta. Afortunadamente, los árabes recogieron y salvaron buena parte del rico legado clásico, enriqueciéndolo con nuevas contribuciones. Y si ellos no lo hubieran hecho, quien sabe que destino hubieran tenido esas obras a manos de los simpáticos bárbaros germánicos que se abatieron sobre el Imperio Romano. Pronto, la ciudad de Bagdad se convirtió en un nuevo centro intelectual. Se tradujeron las obras de Ptolemeo, Euclides y Aristóteles, aunque las de otros autores, particularmente Platón y Arquímedes, cayeron en el olvido. Después del fanático despertar del Islam, la civilización árabe se volvió increíblemente tolerante. Todos los perseguidos políticos y religiosos de Occidente, cristianos nestorianos, paganos neoplatónicos, arrianos, judíos y maniqueos, hallaban refugio en Bagdad. El pensamiento árabe se enriqueció con este eclecticismo. De Oriente, de la India, tomaron el sistema de numeración; de Occidente, la astronomía y la geometría. Y posteriormente, ellos mismos desarrollaron la alquimia. El maridaje del sistema de numeración hindú y el método deductivo y los resultados geométricos griegos dieron como resultado el álgebra simbólica, cuya primera exposición se encuentra en el libro llamado precisamente Álgebra de Mohammed ibn Musa al Khowarizmi.

Mientras tanto, la ciencia en el Imperio Bizantino había muerto. Aunque todavía existían los manuscritos, los eruditos bizantinos se limitaban a hacer de copistas en el mejor de los casos, o a borrar los manuscritos para hacer libros de oración. Esta práctica de reciclaje fue muy común durante toda la Edad Media, y muchas obras se perdieron ante la falta de criterio del copista. A veces, el manuscrito original había sido imperfectamente borrado, y aún se podía leer. Esto es lo que se llama un palimpsesto, y sus líneas borrosas se convirtieron muchas veces en preciosos tesoros que los eruditos modernos trataban de rescatar. Es el caso del Método de Arquímedes, ya citado.

Ciento cincuenta años antes del surgimiento del Islam, Roma cayó en manos del godo Odoacro. En aquel tiempo vivía en Roma el más grande de los matemáticos romanos, un patricio llamado Beocio, cuya contribución se limitó a fungir como una especie de Reader's Digest de la época, resumiendo el Almagesto de Ptolomeo los Elementos de Euclides (los cuatro primeros libros para ser precisos, y sin demostraciones), la Aritmética de Nicómaco y un potpourri llamado Música. El afán enciclopédico romano no conocía límites: Séneca, Beda el Venerable, Calcido, Macrobio, Isidoro de Sevilla y Plinio escribieron sendos compendios; la Historia

Natural de este último consistía de treinta y siete tomos, pero en lugar de estudiar a la Naturaleza, estudió más de dos mil volúmenes de unos cien autores. Desgraciadamente, estos manuales fueron todo lo que quedó a Europa Occidental de la ciencia de la Antigüedad, y fue con ellos que incontables generaciones de estudiosos medievales aprendieron. El farrago contradictorio, carente de todo sistema, que representaban estos compendios era asombroso: con frecuencia dos teorías astronómicas contradictorias plácidamente convivían en el mismo párrafo.

Aún así, todo el saber grecolatino se hubiera probablemente perdido, si no hubiera surgido la unificadora figura de Carlomagno. Durante toda la época que lo precedió, la Edad más oscura que ha conocido Europa, tan sólo los monjes irlandeses, relativamente a salvo de la conquista sajona y de los normandos, preservaban fragmentos del antiguo conocimiento. Conforme la situación en las islas Británicas se estabilizó, los manuscritos atesorados por los irlandeses comenzaron a filtrarse en Inglaterra. Aunque bárbaro, Carlomagno aprendió a leer, y tenía un respeto desmedido por el mundo clásico. Trató de revitalizar el viejo imperio romano, y se rodeó de eruditos, de los cuales el más importante fue sin duda Alcuino de York. Este había conocido en Inglaterra los manuscritos irlandeses, y fue por medio de él que éstos llegaron al reino de los francos. Pero el imperio carolingio fue efímero, y de todos modos el clima intelectual en Europa no propiciaba un renacimiento. La actitud de la Iglesia hacia la ciencia pagana había sido, desde su ascenso como religión oficial del Imperio Romano, dudosa en el mejor de los casos y con frecuencia abiertamente hostil. San Agustín, que en su juventud hablaba de la necesidad del estudio de las ciencias naturales, se desdijo en la vejez (Agustín de Hipona era especialista en desdeñarse, recuérdese que antes que católico fue arriano); Tertuliano, uno de los Padres Fundadores, veía en los filósofos paganos agentes de condenación y herejía, y en verdad la opinión de este santo varón sobre lo que había de hacerse con sus obras no difería en mucho de la del incendiario de la Biblioteca de Alejandría, habida cuenta que sustituyamos la palabra Corán por Santos Evangelios. En cambio, Justino Mártir y Clemente de Alejandría sustentaban que la filosofía y la ciencia podían ser aliadas de la teología.

Los perseguidos se habían convertido en perseguidores; para la mayor parte de ellos, era imposible discernir a los dioses paganos de los tratados de Aristóteles. Era el tiempo en que la nueva religión luchaba por consolidarse; ni siquiera su doctrina había sido totalmente definida, y las herejías surgían por todos lados. Sin embargo, Agustín había vivido en una época de resurgimiento neoplatónico, y la teoría de las formas ideales marcó su pensamiento, y por consiguiente, la doctrina de la Iglesia. Finalmente la Iglesia terminó por llegar a un intranquilo acomodo con la ciencia pagana. Ya hacia el siglo V de nuestra Era, algunos cristianos manifestaban un cierto interés por la ciencia.

## 2.- El Renacimiento Escolástico

El efecto combinado de los acrílicos textos romanos y la permanentemente preocupada actitud de la Iglesia hicieron de la alta Edad Media una época de nulo avance científico. Sin embargo, algo se cocinaba en España, y no era precisamente paella. La Reconquista había ido expulsando a los árabes gradualmente del territorio que ocupaban, pero las muestras de civilización islámica quedaban atrás. La caída de Toledo en 1085 dejó a los castellanos en posesión de uno de los grandes centros de erudición árabe. En el siglo XII, un monarca castellano, Alfonso X, apodado el Sabio, decidió reunir todo el conocimiento de su tiempo. Para ello, convocó a todos los sabios y traductores que pudo reunir a Toledo, donde se dieron cita judíos y cristianos de toda Europa, e incluso árabes, en un gigantesco esfuerzo de traducción y recopilación. Ya siglo y medio antes, Gerberto de Aurillac, después papa Silvestre II, se había preocupado por recopilar tratados árabes traducidos al latín tal vez en Santa María de Ripoll, pueblo catalán de los Pirineos. Su influencia como maestro en la escuela catedral de Reims llevó a muchos de sus discípulos a fundar escuelas parecidas por toda Europa: Colonia, Utrecht, Chartres, Ruan... Pero el esfuerzo emprendido por Alfonso el Sabio no tenía precedente. Un verdadero alud de traducciones se llevó a cabo entre 1125 y 1200. Los traductores venían de todo el mundo medieval: Gerardo de Cremona, Roberto de Chester, Juan de Sevilla, Rodolfo de Brujas y Platón de Tivoli. Fue a través de estos hombres, y en menor medida a través de los tratados abandonados por los árabes en Sicilia, que los manuscritos islámicos comenzaron a filtrarse en Europa. También se realizaron algunas traducciones directas del griego, especialmente en Italia, donde el nexo con el Imperio Bizantino no se llegó a interrumpir nunca del todo.

El interés por la ciencia clásica comenzó a crecer entre los eruditos; sin embargo, el bajo nivel matemático de aquellos estudiosos lo testimonia la polémica surgida entre Ragimboldo de Colonia y Radolfo de Lieja: puestos a calcular el lado de un cuadrado cuya área es el doble de otro cuadrado dado, llegaban a razones como  $17/12$  y  $7/5$ , respectivamente, ignorando la inconmensurabilidad del lado resultante respecto al lado del cuadrado original.

Sin embargo, el efecto de las traducciones se dejó sentir cada vez más; sus consecuencias fueron enormes. La baja Edad Media e incluso el Renacimiento y la revolución científica del siglo XVII son inconcebibles sin estas traducciones. Se leyó a Aristóteles, prácticamente el único filósofo de la Antigüedad preservado por los árabes, a Ptolomeo, a Euclides y a al Khowarizmi. Se introdujo la notación posicional árabe, que después de una larga lucha se impuso sobre los numerales romanos. En esta lucha, que duró hasta bien entrado el siglo XIII, se destacaron los nombres de Villedieu, Sacrobosco y principalmente Fibonacci, que tal vez sea el primer matemático importante del Medioevo. Era fundamentalmente un algebrista en la tradición de al Khowarizmi y Diofanto, pero introdujo problemas geométricos, usando álgebra para resolverlos. Esta aparente innovación debía

mucho a los árabes, que habían logrado un relativo maridaje del álgebra y la geometría.

El antiguo curriculum de la escuela catedralicia, basado en el <<quadrivium>> (aritmética, astronomía, geometría y música) fue revolucionado. En las incipientes universidades de París, Bolonia y Oxford, la obra lógica, filosófica y física de Aristóteles fue ávidamente estudiada: la Física, la Meteorología, el Organon y el tratado <<De Caelo et Mundo>> se convirtieron en el centro del curriculum. El siglo XIII bien podría llamarse Renacimiento, si la palabra no hubiera sido usurpada por los humanistas de dos siglos después. Las universidades sustituyeron a las escuelas catedralicias, y una pléyade de filósofos que incluyó a Alberto Magno, Roger Bacon y Tomás de Aquino escribieron sus trabajos. Precisamente Aquino es el responsable intelectual de la dirección que tomaría el pensamiento hasta el fin de la Edad Media. Como afirma Kuhn, la influencia de pensadores paganos, especialmente Aristóteles, era un elemento potencialmente explosivo para la larga hegemonía de la Iglesia en el mundo intelectual (2). Aquino tomó lo que era "rescatable" de Aristóteles, que era mucho, y recortando por aquí, alargando por allá, explicando y glosando la obra aristotélica, logró que cuadrara en una visión coherente del mundo, compatible con las enseñanzas cristianas. La lógica aristotélica fue tomada al pie de la letra, y durante mucho tiempo, los escolásticos pensaron y escribieron en términos de silogismos. Aristóteles se convirtió en el Filósofo, con mayúscula.

El procedimiento escolástico típico consistía en el planteamiento de preguntas (<<questiones>>) que eran luego argumentadas tanto en el sentido afirmativo como en el negativo. Si un autor tomaba al principio el partido afirmativo, era seguro que terminaría por inclinarse por la conclusión negativa; conversamente, si la discusión negativa era argumentada primero, el autor terminaría adoptando la posición afirmativa. Las opiniones iniciales, denominadas <<rationes principalis>>, eran seguidas por una clarificación de términos o un replantamiento de la pregunta, después del cual se planteaban las conclusiones del autor. Acto seguido, se refutaban una por una las <<rationes principalis>>, y ocasionalmente se planteaban objeciones a las propias conclusiones, con el objeto de adelantarse a las críticas, y se resolvían aquellas. Este rígido discurrir es ilustrado por Eco en el Nombre de la Rosa, donde el joven Adso se queja de que su maestro Guillermo no usa la ironía de manera correcta, precediéndola de las adecuadas figuras retóricas (3).

Indudablemente, es un error considerar a toda la Edad Media como un periodo de oscuridad e ignorancia. A partir del siglo XII, Europa bullía intelectualmente. No se crea sin embargo que el estudio de la filosofía estaba exento de obstáculos. Progresivamente, la teología y la filosofía se iban separando. A pesar de los esfuerzos de Aquino y otros pensadores para hacer cuadrar a Aristóteles dentro de la teología cristiana, era inocultable que el Filósofo se oponía a ella en varios puntos claves. Su concepción de Dios y la eternidad del mundo eran

inadmisibles; su teoría de la sustancia entraba en contradicción con el Dogma de la Eucaristía, la transustanciación; los milagros no podían existir, pues las leyes naturales eran inalterables; y, finalmente, el alma no sobrevivía al cuerpo. La Iglesia no podía cruzarse de brazos, y a partir de 1210, poco tiempo después de la primera traducción, comenzó a decretar una cadena de prohibiciones contra la lectura de la obra física de Aristóteles, bajo pena de excomunión. La mayoría de estas prohibiciones estaban dirigidas contra la Universidad de París, donde funcionaba el centro aristotélico más importante de Europa. La accidentada historia de represión y tolerancia osciló durante sesenta años. Aunque la lectura privada de Aristóteles probablemente nunca se interrumpió, hacia 1255 volvió a ser posible discutir al Filósofo en público.

Los discípulos de Aristóteles se defendían de las condenas de los teólogos afirmando que, desde el punto de vista de la razón natural, sus ideas eran demostrables, o al menos no eran refutables. Sin embargo, se detenían al borde de la excomunión: reconocían que cuando el Filósofo o su Comentarista (Averroes) entraban en contradicción con la verdad revelada, ésta debía prevalecer. Así comenzó a establecerse un estándar doble; por ejemplo Boecio de Dacia y Siger de Brabante afirmaban que como filósofos debían seguir a Aristóteles hasta donde los llevara; como cristianos, se plegaban a la fe. Los propios teólogos que habían empleado a Aristóteles en sus argumentaciones se revolviéron inquietos; Aquino y Bonaventura criticaron acremente a los filósofos que sustentaban puntos de vista en los que supuestamente no creían. Finalmente, en 1277, la situación llegó a un punto crítico. Juan XXI ordenó al obispo de París una investigación, que desembocó en la condenación de 219 errores extraídos de Aristóteles, Maimónides, Averroes, Avicena y el propio Tomás de Aquino, que había muerto tres años antes. La doctrina de la doble verdad era explícitamente condenada; se abominaba de la descalificación de la teología y su sustitución por la filosofía; el determinismo, que imponía límites al poder divino, se consideraba nefando. El efecto de la condena fue inmediato y duradero. Nadie se arriesgaba en el siglo XIII a ser excomulgado. Por otro lado, la condena de 1277 puso en marcha un movimiento epistemológico: la venganza de los teólogos, que probablemente dio origen al empirismo y al nominalismo del siglo siguiente.

### 3.- El Nominalismo.

William de Occam es un exponente fundamental de esta tendencia. Llevado por argumentos teológicos, como el poder infinito de Dios, que le permitía, si El quisiera, crear una sustancia sin accidentes o un accidente sin sustancia, una materia sin forma o una forma sin materia, en fin, lo que le pluguiera, Occam llegaba a un empirismo radical. Según él, todo objeto era inmediata y directamente aprehensible; ninguna prueba ni razonamiento eran necesarios para demostrar su existencia. Incluso objetos inaccesibles podían ser aprehendidos de esta manera, pues Dios podía inducir ese conocimiento directamente en



nuestra mente. Aún más, Dios podía hacernos creer en la existencia de algo inexistente. Así, todo conocimiento se deriva de la experiencia, a través de un mecanismo que Occam denominó cognición intuitiva. Dios podía actuar indirectamente, a través de medios naturales, o directamente, pero no era dado a la mente distinguir entre ambos medios.

Las consecuencias de su teoría eran asombrosas. En primer lugar, Occam no daba criterios para discernir la verdad o falsedad de una percepción, lo cual podía llevar a un escepticismo radical. En segundo lugar, abominaba de todo conocimiento racional, por lo que incluso la prueba de la existencia de Dios argumentada por Aquino era rechazada por él. Aún más importante, su empirismo le llevaba a atacar el concepto mismo de causalidad. Sólo la observación directa podía dictaminar que algo era causa de un efecto; sólo si se daba ese efecto en presencia de la causa, y no se producía en su ausencia, era dable establecer un nexo causal. La razón a priori quedaba descartada como modo de conocer las causas, pero como Dios podía intervenir directamente, y su intervención era indiscernible, ni siquiera las causas naturales "evidentes" eran seguras. Así pues, ninguna relación entre las cosas contingentes era formulable, y sólo se podían enunciar relaciones condicionales observables, en las que, si la hipótesis se cumple, debe cumplirse la conclusión. Esta es una implicación lógica, no causal. Esta idea tendría profunda influencia en el movimiento predominante del siglo XIV, el nominalismo. Occam enunció también un principio de la economía: entre una explicación simple y una compleja, debe escogerse la primera. En esto estriba la famosa navaja. Sin embargo, como afirma Grant, es imposible en su extremo sistema determinar si el mundo es simple o complejo, ya que Occam prohíbe conclusiones racionales de este tipo.

Es fácil darse cuenta cuán lejos estaban estas conclusiones del pensamiento de Aristóteles. Los discípulos de Occam se dedicaron a ampliar el empirismo del maestro, y uno de ellos, Nicolás de Autrecourt, llegó a proponer que el conocimiento absoluto no era posible, y sólo existía una probabilidad de la verdad. Nicolás rechazaba todo Aristóteles, y trataba de sustituirlo por el atomismo griego. El nominalismo rechazó la existencia misma de todo lo que no fuera observable, adelantándose cinco siglos al positivismo de Mach.

Los físicos nominalistas fueron menos radicales que los teólogos. Aunque aceptaban el empirismo, no estaban tan dispuestos a negar la certidumbre de las correlaciones causales. Su crítica a Aristóteles era calificada; no querían derruir las sólidas bases de la única física que existía entonces. Buridan, uno de los nominalistas más prestigiosos, confiaba en la observación como mecanismo inductivo, a partir del cual se podían extraer conclusiones generales. Los principios obtenidos a partir de la inducción debían ser la base de la investigación científica, pero una vez establecido que la experiencia no podía refutarlos, debían ser adoptados sin demostración. Frente al escepticismo de los teólogos, que habían empleado el empirismo

para socavar el fundamento mismo de la ciencia, los científicos nominalistas formularon un nuevo método científico, antiapriorístico y empirista.

Sin embargo, la adopción de la doctrina de Occam tenía conclusiones curiosas. Un aspecto interesante del nominalismo fue la tendencia de "salvar las apariencias", o, como diríamos hoy, de formular un modelo, aún sin creer en la realidad de ese modelo. Este método había ya sido utilizado en la astronomía alejandrina: en efecto, en ésta no se postulaba la existencia de epiciclos, excéntricas y ecuantas, que estaban en abierta contradicción con la teoría de Eudoxo y Aristóteles, sino que se tomaban como un modelo para explicar los movimientos celestes. Esta tendencia fue reforzada por los nominalistas del siglo XIV, y a la luz de ella se puede entender la acogida que tuvo, siglos después, el <<De Revolutionibus>> de Copérnico. Su influencia en el posterior desarrollo de la física es impresionante. De aquí derivaron los nominalistas la tendencia a los experimentos pensados, y a la proposición hipotética de explicaciones. Como ya no estaban obligados a afirmar, perentoriamente, que el mundo se comportaba de tal o cual manera, la doctrina de los modelos abrió el campo a la especulación. Todos los tratados nominalistas se cuidaban de no establecer relaciones causales, sino implicaciones lógicas. Si esto ocurriera <<secundum imaginationem>>, ocurriría esto otro. Buridan, al comentar a Aristóteles, aún refutando sus hipótesis, observaba: "Sin embargo estas reglas son condicionales y verdaderas, pues si las condiciones establecidas en las reglas fueran observadas, todo sucedería según lo enunciado por las reglas". O en otras palabras, si mi abuelita tuviera ruedas...

En todo caso, pareciera que la condena de 1277, destinada a acabar con la ciencia como disciplina independiente, hubiera tenido irónicamente el efecto contrario. La física aristotélica había dominado todo el siglo XIII. Los problemas que presentaba su teoría del movimiento, en particular la aceleración de los cuerpos en caída libre y el movimiento del proyectil habían preocupado a los científicos de ese siglo, que habían propuesto diversas alternativas, aunque siempre en el espíritu del maestro. Sin embargo, las cosas iban a cambiar: Occam y el Papa habían abierto un boquete en la perfecta teoría de Aristóteles.

Ciertamente, ya desde el siglo VI Filopón había criticado la teoría del proyectil, y sus críticas habían sido adoptadas por muchos pensadores árabes, entre ellos el famoso Avempace, comentado por Averroes. La crítica de Avempace se basaba en el movimiento de las esferas celestes. Aristóteles afirmaba que éstas se movían sin resistencia, y sin embargo, no se manifestaba en ellas el movimiento instantáneo que precedía la fórmula de Aristóteles. Avempace concluía que el movimiento era posible aún sin un medio, es decir, que el movimiento era posible en el vacío, y que la única misión del medio era retardarlo. Con esto, caía por los suelos la teoría del proyectil. Tomás de Aquino, con todo su prestigio intelectual, tomó partido por Avempace, repitiendo el mismo argumento. A partir de esto, el movimiento en el vacío se convirtió en un tema polémico. ¿Era posible ese

movimiento? ¿Cómo se manifestarían los movimientos naturales y violentos en el vacío?

Los aristotèlicos trataron de contestar estas preguntas en el marco teórico del maestro, y así se desarrolló el concepto de resistencia interna. Dado que todo cuerpo estaba formado por los cuatro elementos básicos, que en sí mismos no eran observables por separado, todo cuerpo tenía a la vez tendencia a la pesantez y a la liviandad. Sin embargo, una de éstas predominaba, haciendo que el cuerpo se moviera "naturalmente", mientras que la otra se oponía a ese movimiento. Así, en el caso de un grave, la pesantez era la fuerza dominante, y la liviandad la resistencia. De aquí se deducía que el movimiento en el vacío era posible, aunque los cuerpos elementales se trasladarían en el vacío a velocidades infinitas. La introducción del vacío en la discusión es un grado de abstracción fundamental; aunque se negara la existencia real de éste, el sólo hecho de pensar en el vacío llevaba la física al terreno del espacio euclidiano; dar el siguiente salto, es decir, despojar al espacio de sus lugares y direcciones preferentes, era difícil, pero el primer paso estaba dado.

En todo caso, ya en el siglo XIV Thomas Bradwardine y Alberto de Sajonia habían llegado a una conclusión asombrosa: si el cuerpo es homogéneo, argumentaban, la misma relación entre fuerza motriz y resistencia se da para todas sus partes; el tiempo de caída sería el mismo para cuerpos de distinto peso, siempre que estén hechos de la misma sustancia. La conclusión dependía pues de sustituir una cualidad extensiva, el peso, por una intensiva, la densidad. Galileo emplearía un argumento semejante tres siglos más tarde.

Pero el verdadero problema del movimiento a través del vacío no era el natural, sino el violento. Al no existir una fuerza impulsora, podía continuar el movimiento? Nuevamente Filopón había abordado el problema, y había llegado a la conclusión de que el impulsor inicial debía impartir una fuerza incorpórea al proyectil, rechazando el papel del medio. La argumentación de Filopón era muy sencilla: si el aire tuviera un papel en el movimiento, se podría lanzar un proyectil agitando el aire debajo de él. Esto era evidentemente absurdo, y la necesidad de la fuerza impresa al cuerpo se seguía inmediatamente.

Los árabes desarrollaron esta teoría. Para Avicena, la fuerza impresa (<<mail>> en árabe) podía ser de tres tipos: psíquico, natural y violento. Los dos últimos se correspondían con los movimientos aristotèlicos del mismo nombre. En particular el <<mail>> violento era proporcional al peso, por lo que una bola de plomo podía ser impulsada más lejos que una pluma. El <<mail>> era una cualidad permanente, que era tan sólo neutralizada por la resistencia externa. De aquí deducía Avicena la imposibilidad de un vacío, donde el movimiento seguiría indefinidamente. En cambio, Abul Barakat propuso un <<mail>> transitorio, que se disipaba por sí mismo. Estas ideas se desarrollaron también en Occidente, no sabemos si separadamente o como consecuencia de la lectura de los árabes. En todo caso,

Bacon y Aquino rechazaron la fuerza impresa, muestra de que la idea ya estaba en boga en el siglo XIII.

La física del <<impetus>>, como se llamó a esta fuerza incorpórea impresa, se desarrolló sobre todo en París en el siglo XIV. Jean Buridan creía que el <<impetus>> era una fuerza transmitida al objeto por el agente impulsor inicial. La cantidad de materia de un cuerpo determinaba la cantidad de <<impetus>> que el cuerpo podía recibir: a mayor cantidad de materia, más <<impetus>> recibía el cuerpo, atesorándolo en sí. Tanto la velocidad como la cantidad de materia se tomaban como parámetros para determinar el <<impetus>> recibido; la coincidencia con el concepto moderno de impetu es asombrosa, pero recuérdese que los nominalistas creían que el <<impetus>> era una fuerza, es decir, el responsable del movimiento, no un efecto o una medida del efecto. Así, la fuerza externa de Aristóteles pasaba a habitar dentro del cuerpo. Por otro lado, Buridan coincidía con Avicena en afirmar que el <<impetus>> impartido era permanente, y que sólo la resistencia externa o la tendencia al movimiento natural podían agotarlo. En ausencia de otras causas, sólo causas externas podían cambiar el estado de movimiento del cuerpo. Buridan no extrajo la conclusión que nos parece hoy en día evidente: la ley de la inercia. Ciertamente, sabía que si toda otra resistencia era removida, el cuerpo se movería indefinidamente en una línea recta. Pero tal movimiento no era concebible en el acotado Universo medieval.

Otro problema que Aristóteles no había resuelto satisfactoriamente era el de la rueda: por qué una rueda se mantenía girando aún después del impulso inicial? Buridan aplicó su teoría del <<impetus>> a la rueda, y afirmó que los movimientos celestes se debían a una causa parecida: Dios había impartido un <<impetus>> inicial a las esferas, que en ausencia de fricción, seguiría eternamente. Nótese como Buridan no encontró ninguna contradicción en ese eterno movimiento rotatorio. Al ser acotado, era posible, bien que entraba en contradicción con la idea teológica que asignaba un ángel a cada esfera, para que la moviera eternamente.

Finalmente, Buridan se lanzó a resolver el problema de la aceleración en la caída, que, como hemos dicho, Aristóteles había ignorado casi por completo. La teoría aristotélica no podía dar cuenta de la aceleración, pues la causa del movimiento, el peso, se mantenía constante durante todo el movimiento. Buridan descartó las explicaciones tradicionales, que iban desde la proximidad del lugar natural hasta la rarefacción del aire por fricción, y argumentó que la causa que pone al cuerpo en movimiento seguía actuando durante toda la extensión de éste, por lo que al <<impetus>> inicial se iban agregando incrementos de <<impetus>>. La velocidad aumentaba en forma proporcional al <<impetus>>, de manera que la ley derivada no era correcta; sin embargo, la idea germinal era importante, y sin duda manifestó su influencia sobre Galileo. En un trabajo de juventud, <<De Motu>>, Galileo se manifiesta como un proponente de la teoría del <<impetus>>, sólo que en su caso éste es autodisipante, idea que

ya Boneto había propuesto en la Edad Media. En todo caso, el concepto de velocidad y el de aceleración no habían sido claramente formulados todavía. Tanto Buridan como Alberto de Sajonia como Leonardo da Vinci hacían el aumento de velocidad simultáneamente proporcional a la distancia y al tiempo. El mismo Galileo adoptó originalmente la primera relación, antes de caer en la cuenta de su error.

Aristóteles había clasificado el cambio en cuatro tipos: movimiento, cambio de cualidad (v.g. la combustión), intensificación o disminución de cualidad e intensificación o disminución de materia. Los eruditos del Colegio Merton de la Universidad de Oxford consideraban a los cambios de velocidad como una intensificación o disminución de cualidad, y adscribían el mismo tratamiento cualitativo a esos cambios que si hubieran hablado de cambios en la intensidad de un color. Gradualmente, esta concepción fue dejada de lado, en favor de una descripción cuantitativa. Las definiciones a las que llegaron los mertonianos fueron empleadas tal cual por Galileo, y no pudieron ser mejoradas hasta el advenimiento del cálculo. Los mertonianos habían formulado una definición de movimiento uniforme: el recorrido de distancias iguales en cualquier intervalo de tiempo tomado en cuenta. La palabra cualquiera era importante: el intervalo de tiempo era arbitrario. Ampliando su definición, llegaron al concepto de movimiento uniformemente acelerado, en el cual se adquiere un incremento de velocidad igual para todos los intervalos de tiempo de la misma longitud, siendo ésta arbitraria. Aún más, trataron, aunque evidentemente sin éxito, de definir el concepto de velocidad instantánea. Aunque no hayan llegado a la definición, el sólo hecho de plantear el concepto es importante: la definición tendría que esperar al desarrollo del cálculo. Sin embargo, los mertonianos, a partir de estas definiciones, demostraron un teorema fundamental: el teorema de la velocidad media para el movimiento uniformemente acelerado:  $S = 1/2 Vt$ . De aquí, como  $V = at$ ,  $S = 1/2 at^2$ .

Desde luego, los matemáticos medievales carecían de símbolos algebraicos, y llevaron a cabo una demostración geométrica. Nicolás de Oresme, uno de los científicos más brillantes del siglo XIV empleó, tal vez por primera vez, una gráfica para demostrarlo. La gráfica de lo que hoy llamaríamos una función, que él denominó "latitud de formas" representaba el movimiento de un cuerpo en aceleración constante, en un diagrama de velocidad contra tiempo. Era por tanto una línea recta de pendiente distinta de cero, y de ella podía extraerse sin dificultad la ley del movimiento de Galileo. En efecto, Oresme marcó puntos equidistantes sobre una recta horizontal, y trazó perpendiculares a ésta que pasaran por los puntos e intersectaran la diagonal. El área comprendida entre dos subdivisiones, la diagonal y la horizontal es la distancia cubierta entre los intervalos de tiempo correspondientes (fig. 3.1). Si se subdivide la horizontal en tres partes, la razón entre las áreas va como 1:3:5; es decir, si el área más pequeña es de 1 unidad, la siguiente es de 3, y la siguiente de 5. Si se subdivide en cuatro, la razón va como 1:3:5:7, y en general, como observó Galileo, las distancias

tienen razones como los números impares. Por lo tanto, la suma de todas las áreas, la distancia total recorrida, es la suma de los impares (suponiendo nuevamente un área inicial igual a la unidad), pero la suma de los primeros  $n$  impares es  $n$  cuadrada, de donde surge la ley de movimiento de Galileo.

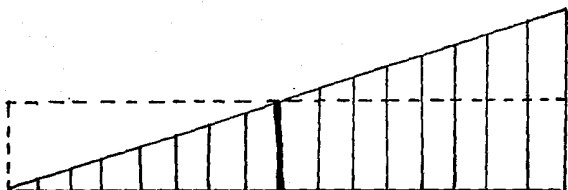


Figura 3.1

Oresme entendió que toda ecuación puede traducirse en una gráfica, y como vemos, usó un primitivo sistema de coordenadas. Esto no era nuevo, ya que Apolonio había empleado sistemas de coordenadas, pero la idea de representar una ecuación por una curva era verdaderamente revolucionaria. Desgraciadamente, Oresme no vio el inverso: toda curva es expresable mediante una ecuación. Sin embargo, interpretó correctamente las áreas como distancias, y al evaluarlas, llevó a cabo una sencilla integración, y notó que la pendiente constante significaba la variación uniforme de la función. Por qué no aplicó Oresme esta ley a la caída de los cuerpos, adelantándose con ello a Galileo? Bien, sencillamente faltaba el reconocimiento de que los cuerpos caen según un movimiento uniformemente acelerado.

Hablemos finalmente de la astronomía medieval. Como ya hemos visto, el Universo aristotélico fue adoptado plenamente en el siglo XIII. Ptolomeo añadió su autoridad al esquema aristotélico, y éste no fue seriamente impugnado hasta que Copérnico publicó <<De Revolutionibus>>. Ciertamente, había habido especulaciones antiguas, notablemente por Hiparco, que proponían un modelo heliocéntrico; pero estas explicaciones habían sido refutadas y descartadas, y el lugar de la Tierra inmóvil en el centro del Universo no parecía sufrir ningún peligro. Las teorías de Aristóteles y Ptolomeo sufrieron algunas modificaciones a manos de los escolásticos, pero éstas consistían casi siempre en cambiar el orden de las esferas o añadir esferas nuevas, y colocar un ángel en cada una para que la moviera. La esfericidad de la Tierra era universalmente aceptada en el siglo XIII, y los argumentos aristotélicos en favor de esta postura, desde la forma como desaparecían los barcos alejándose de puerto hasta la sombra curva de la Tierra en los eclipses de luna, eran repetidos con convencimiento. Desde luego, la leyenda de que Colón postuló la esfericidad de la Tierra no es más que un cuento de primaria. Lo que hizo Colón fue apoyarse en la estimación más errada de la circunferencia terrestre para justificar su viaje, y los sabios de Salamanca que lo acogieron tan desfavorablemente tenían, después de todo, la razón total: el cálculo de Eratóstenes, y no

el que citaba Colón, era el más correcto. Si su extraordinaria suerte no le lleva a toparse con un continente mucho antes de la mitad de su viaje, Colón no figuraría en los libros de historia. En todo caso, era tan cabezotas que nunca reconoció haberse equivocado.

Sin embargo, si el lugar de la Tierra en el centro del Universo no era discutido, los escolásticos sí se plantearon otra pregunta, que ya Ptolomeo había tratado de refutar: ¿Rota la Tierra sobre su eje? Hemos visto que ya en la Antigüedad Heráclides y Aristarco habían adelantado esta hipótesis, y que la misma era refutada siempre por argumentos físicos: la caída de los cuerpos y el movimiento de las nubes. En la baja Edad Media, tanto Buridan como Oresme plantearon la cuestión e intentaron resolverla. Fieles a su tradición de "guardar las apariencias", los nominalistas argumentaban que, desde el punto de vista estrictamente astronómico era indistinguible si la Tierra rotaba o lo hacían los cielos. Buridan ponía como ejemplo el caso de dos barcos que se cruzaban, donde uno estaba anclado y el otro no. Desde el punto de vista del observador en movimiento, él parecería estacionario, y el otro barco parecería moverse. Por otro lado, congruentemente con la concepción aristotélica según la cual el reposo era un estado más noble que el movimiento, era más apropiado que la corrupta Tierra se moviera, y no los divinos cielos. Finalmente, Buridan aplicaba la navaja de Occam: había que optar siempre por la explicación más simple. Era más sencillo suponer que la Tierra, relativamente pequeña en comparación con los cielos, se movía. Pero a pesar de todos estos argumentos, el movimiento vertical de los proyectiles pareció bastar a Buridan para optar por la explicación tradicional: en típico estilo nominalista, sin rechazar por completo la hipótesis alternativa, Buridan concluía que la Tierra no rotaba.

Oresme hacía una exposición aún más completa: empleaba el mismo argumento de la relatividad del movimiento para explicar que los proyectiles lanzados verticalmente parecieran caer en el mismo lugar, y argumentaba que el aire se movía con la Tierra a la misma velocidad, por lo que las nubes no podían quedar atrás. Citaba la economía del movimiento, al igual que Buridan, y la armonía resultante en el hecho de que todos los cuerpos celestes se movieran de Oeste a Este. Pero Oresme se declaraba incapaz de decidirse por una de las alternativas: sólo la fe podía dar la respuesta.

Esta misma mezcla de argumentos filosóficos con astronomía y física se vería repetida siglos más tarde en las obras de Copérnico y Galileo, aunque con un sentido más positivo: Copérnico alegó razones casi idénticas a las de Buridan y Oresme, incluyendo la mayor nobleza del Sol, la armonía celeste y la economía divina, para demostrar la rotación de la Tierra.

No obstante, la Tierra no era considerada completamente inmóvil; al ser un cuerpo heterogéneo, se suponía que hacía esfuerzos constantes para rectificar su centro con el centro del Universo. El efecto de estos movimientos quedaba manifiesto en

los accidentes geológicos.

Como ya hemos dicho, el Universo aristotélico había sido adoptado sin discusión; sin embargo, sus cincuenta y seis esferas fueron simplificadas a ocho, con el ocasional agregado de la esfera del <<primum mobile>> y la esfera empireana, que se situaban más allá del firmamento (fig. 3.2). En todo caso, el modelo aristotélico convivía con los epiciclos de Ptolomeo, que, aunque no se consideraban reales (pues todo movimiento debía ser circular alrededor de la Tierra), se aceptaban como un modelo de explicación del movimiento planetario.

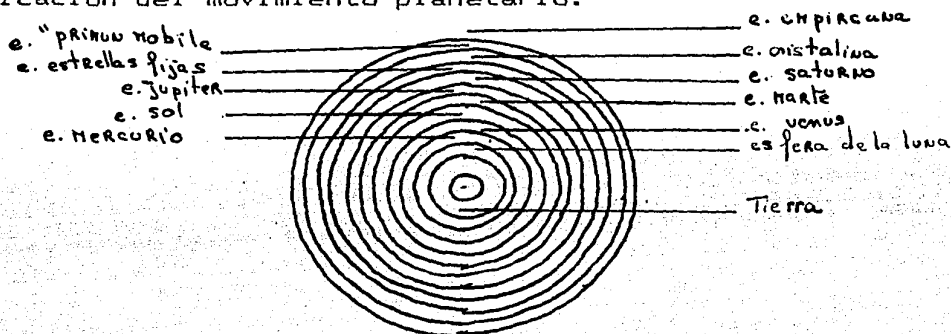


Figura 3.2

Finalmente, existía la cuestión de lo que había fuera del Universo. ¿Existía un vacío? ¿Había acaso otros mundos? El nominalismo estaba forzado a aceptar que Dios podía haber creado otros mundos, pues en la prohibición de 1277 se hacía explícita esa opinión, en contra de Aristóteles. En todo caso, la polémica de la existencia del vacío fue muy pronunciada en el siglo XIV. Los estoicos ya habían adelantado la idea de que el Universo acotado estaba rodeado por un vacío infinito; la infinitud del vacío se demostraba por el principio de razón suficiente: no había nada que acotara al vacío, pues toda materia estaba contenida en el Universo, y el vacío no tenía por qué terminar en un punto con preferencia a otro. Simplicio había citado un argumento en favor de la existencia del vacío: si un hombre se parara sobre la última esfera y extendiera su brazo, ¿qué encontraría? O bien nada, o bien materia; pero si existía esta materia, podía llegar al borde de ella y repetir el experimento. Recordemos que el mundo era finito: en un número finito de pasos debía llegarse a su frontera. Existía sin embargo otro argumento: en el diálogo Asclepio, uno de los textos herméticos de principios de la Era Cristiana, Hermes Trismegistos hacía saber a Asclepio que el vacío, si existiera, estaría lleno de espíritu. Este argumento, retomado por Thomas Bradwardine, situaba a Dios en todos y cada uno de los lugares del mundo y del espacio vacío; pero este espacio no tenía extensión ni dimensiones: era una infinitud metafísica, ya que Dios no podía tener atributos como la extensión o la dimensionalidad.



Oresme replanteó el argumento de Bradwardine, pero adscribiendo al espacio vacío una existencia concreta. De hecho, el movimiento del cosmos entero en línea recta era posible en este espacio, si Dios así lo quisiera. Sin embargo, este espacio vacío seguía sin ser euclidiano: no tenía dimensiones. Esta idea fue reiterada por varios pensadores a lo largo de la baja Edad Media: el espacio carece de atributos positivos, es irreal e "imaginario". Dios llena todo el espacio, pero lo llena trascendentemente, no realmente. Sin duda, estas ideas estaban lejos del espacio euclidiano; pero el sólo hecho de ser planteadas llevaban a las mentes a pensar sobre el espacio. Ya en 1350 Juan de Ripa había afirmado que el espacio vacío era tridimensional; pero esta opinión no se convirtió en lugar común hasta el siglo XVII. Tanto los atomistas como algunos estoicos habían afirmado la existencia de un espacio tridimensional vacío de todo, hasta del espíritu; los experimentos de Pascal, Torricelli y von Guericke demostraron la falsedad de la doctrina del «horror vacui». Había allí, en esferas cerradas, un vacío perfectamente real y tridimensional. En todo caso, las mentes teológicas no renunciaron a llenar de Dios el espacio, y terminaron como Newton y Spinoza, adscribiendo extensión a Dios. Así se daba la vuelta de campana: el espacio vacío había sido concebido en la Edad Media como coextendido con Dios, y poseedor por lo tanto de los atributos de la Divinidad; el siglo XVII devolvería el favor.

Existe una polémica sobre la influencia que tuvo realmente el antiaristotelismo del siglo XIV sobre Copérnico y Galileo. ¿Por qué no se produjo la revolución científica en tiempos de Buridan y de Oresme? Fue el pensamiento galileano consecuencia directa y heredera de la escuela nominalista de París? Duhem se adhiere a esta posición, asignando a la condena de 1277 el verdadero mérito de haber estimulado la imaginación científica, abriendo las puertas a la especulación, mientras que Koyré tiende a restarle importancia al antiaristotelismo papal, relegándolo a mero factor irritante (5). En todo caso, no es aventurado suponer que, a pesar de la libre especulación, el lenguaje hipotético en que fueron planteadas las cuestiones por la escuela nominalista y la actitud escéptica de estos discípulos de Occam impidieron a la física medieval ir más allá. La falta de herramientas matemáticas no sería muy relevante en este sentido. Aunque aún faltaban por venir Cardano, Tartaglia y Vieta, el lenguaje matemático de Galileo no estaba muy por encima del de sus predecesores medievales. Hemos visto que muchas veces Oresme y Buridan estuvieron a punto de plantear una revolución; y sin embargo, no lo hicieron. Les faltó ese último paso, que Copérnico y Galileo dieron decididamente: afirmar que su teoría representaba realmente al mundo, no era una simple hipótesis de trabajo. La influencia teológica tal vez pudo más que su íntima convicción de estar describiendo al mundo real, pues ¿quién puede negar que Buridan y Oresme, muy en su fuero interno, estaban convencidos de la verdad de sus teorías?

La peste bubónica y las guerras de los Cien Años y de las Rosas en el siglo XIV acabaron pronto con el renacimiento

cultural en las universidades escolásticas de Paris y Oxford. Europa no conoció una hora más trágica. Entre la cuarta y la tercera parte de la población europea sucumbieron en el corto periodo de dos años. El fin del mundo parecía haber llegado, y no había mucho tiempo para dedicarse a ociosos problemas matemáticos. Mientras las ratas cubiertas de chinches portadoras de la peste pululaban en las calles y los cadáveres yacían sin nadie que los enterrara, los europeos se volvieron locos. Hubo quienes tomaron la situación a la ligera, y celebraron y festejaron esperando la inevitable aparición de las bubas, abandonada toda esperanza; hubo otros, los flagelantes, que interpretaron la horrenda plaga como un castigo divino, y peregrinaban de ciudad en ciudad, orando y flagelándose, y propagando de paso la peste. Avignon, sede del papado, era el centro donde confluían las peregrinaciones. Curiosamente, el papa se salvó de la peste por que sus médicos, como medida terapéutica y sin saber muy bien lo que hacían, ya que el vector de la plaga era desconocido, lo rodearon de cuatro braseros que ardían incesantemente, con lo que las chinches no pudieron obtener audiencia con Su Santidad.

### NOTAS AL CAPITULO III

- 1) Boyer, 'History of Mathematics'.
- 2) Kuhn, 'The Copernican Revolution'.
- 3) Eco, 'El Nombre de la Rosa'.
- 4) Grant, 'La Ciencia Física en la Edad Media'.
- 5) Citados, tanto Duhem como Koyrè por Grant, loc. cit., p. 75.

#### IV. EL TRONO DE DIOS

O hark, o hear,  
how thin and clear!  
Tennyson

##### 1.- El Renacimiento y Copèrnico

La caída de Constantinopla en 1453 suele marcar convencionalmente el fin de la Edad Media. Este evento propició probablemente que los eruditos bizantinos se refugiaron en Europa Occidental, llevando con ellos los viejos manuscritos griegos (el griego era la lengua oficial de Bizancio). Ciertamente, la interacción entre Occidente y el Imperio Bizantino no se interrumpió del todo durante la Edad Media, y es probable que los manuscritos bizantinos fueran accesibles de todos modos antes de la caída del Imperio. Inclusive, el peor saqueo a que fue sometida Constantinopla antes de su caída fue labor de los soldados de la Primera Cruzada, que trataron a los bizantinos peor que a los infieles. Por ello, algunos autores prefieren pensar que lo que realmente impulsó el desarrollo de las ciencias durante el Renacimiento fue la invención de la imprenta. En todo caso, el clima cultural había cambiado. La ciencia salió de las universidades y monasterios, para convertirse en patrimonio de particulares que eran mantenidos por las cortes de los príncipes, especialmente los italianos. El énfasis medieval en la religión como rectora del pensamiento, que tendía a menospreciar al hombre individual y sus actos, supeditándolo al concepto de una comunidad al servicio de Dios, dio paso al culto del hombre en intelecto y figura, al viejo estilo grecolatino. Este movimiento, llamado Humanismo, abominó de la cultura medieval y se lanzó con furia a la recuperación de la herencia grecolatina, al estudio del griego, a la arquitectura clásica y a los libros antiguos. A la figura de Aristóteles, encumbrada por Aquino y los escolásticos, opusieron la recién descubierta de Platón. El humanista idealizó al máximo la antigua Edad Clásica, y buscó una educación integral, apartada de los rígidos currícula de la Iglesia. Sin embargo, su énfasis estaba en las artes, no en las ciencias. En matemáticas, los problemas clásicos fueron revividos, y así Nicolás de Cusa se volvió un ardiente cuadrador de círculos, aunque su pensamiento adolecía de toda la carga escolástica que aún era corriente en la época.

La figura matemática más importante de esta época es sin duda Johann Müller de Königsberg, a quien se conoce como Regiomontanus. Confrontado ante la multitud de manuscritos antiguos, su principal ambición era traducir y difundir estas obras. Consideraba inadecuadas las traducciones de Euclides y Ptolomeo que databan del siglo XII, que habían pasado del griego al árabe y de ahí al latín, y ya que tenía acceso a los originales griegos, decidió emprender la magna tarea. Tenía una imprenta en Núremberg, en la cual planeaba imprimir miles de copias de los libros antiguos; pero desgraciadamente murió antes

de llevar a cabo su sueño. Aún así, nos legó lo que constituye el primer tratado moderno de trigonometría.

Los matemáticos del Renacimiento, fieles a la tradición neoplatónica, se ocuparon de buscar relaciones entre poliedros regulares, secciones áureas y la Naturaleza, como ilustra el célebre boceto de Leonardo en que intenta encuadrar a un hombre de acuerdo a las proporciones perfectas de la sección áurea. El desarrollo en geometría iba más encaminado hacia su aplicación a las leyes de perspectiva en pintura, a la arquitectura y las artes en general. A pesar de lo que se cree en contrario, ni da Vinci ni Miguel Angel ni después Albrecht Dürer tuvieron gran incidencia en el desarrollo matemático de la época. Los intereses de los humanistas eran más prácticos que teóricos en el campo de la ciencia, y en particular Leonardo, ingeniero genial, era un intelecto demasiado inquieto: a pesar de hacer importantes observaciones, Leonardo nunca sistematizó su obra.

La contribución más importante del Renacimiento a la matemática fue desde luego el desarrollo del álgebra tal como la conocemos, así como el descubrimiento de la solución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, debidas a Tartaglia y Cardano, con toda su historia de plagios y juramentos rotos.

Platón y Arquímedes, que era considerado neoplatónico, eran las figuras de la época. Este último apenas se estaba dando a conocer, a pesar de haber sido traducido ya desde el siglo XII. Su obra tuvo la fuerza de la verdad revelada para los nuevos científicos naturales. El cálculo infinitesimal volvió a surgir, a partir de las obras de Arquímedes, Apolonio, Diofanto y otros alejandrinos; a los viejos problemas de cuadraturas y áreas que habían preocupado a los griegos se añadieron problemas de tangencia y velocidad. Aristóteles era atacado y destruido por todos lados, con viejos argumentos nominalistas y nueva dialéctica neoplatónica. El ataque definitivo comenzó en la astronomía, con la publicación de la teoría heliocéntrica de Copérnico.

Quien lea hoy en día este libro con la idea de encontrar un riguroso tratado científico a la manera moderna se llevará sin duda una gran desilusión. Copérnico estaba todavía muy cerca del pasado escolástico, y toda la primera parte de su libro se dedica a argumentos filosóficos para justificar el doble movimiento de la Tierra. Como hemos dicho, sus argumentos sobre la rotación no eran muy disímiles de los que Oresme y Buridan habían adelantado en su tiempo. Sin embargo, había un nuevo sabor neoplatónico, que se traducía entre otras cosas en la divinización del Sol, como fuente de luz real y metafórica: el Sol, verdadero Astro Rey, debía ocupar el centro del Universo.

Vale la pena apuntar que el sistema copernicano, aunque más económico que el ptolemaico, era complejísimo. Los epiciclos habían sido reducidos en número, y sus resultados eran más precisos; pero la vieja creencia de que este sistema superaba ampliamente al geocéntrico es insostenible, como afirma Kuhn (1).

Las consecuencias ontológicas del sistema, sin embargo, eran más importantes que sus iniciales consecuencias astronómicas: Copérnico había desplazado el trono de Dios en un Universo concéntrico, y había rebajado a la Tierra de su categoría de centro de la Creación a simplemente otro cuerpo celeste. Esto rompía radicalmente la dicotomía aristotélica entre cielo y tierra: al ser la Tierra un planeta más, la consecuencia lógica era que la física terrestre no debía ser muy distinta de la celestial. Por otro lado, las direcciones y lugares preferentes, connaturales a una concepción concéntrica y acordes con el sentido común, habían recibido también un golpe mortal. La física aristotélica se veía seriamente comprometida. Aún más, Copérnico había tenido que formular una hipótesis <<ad hoc>> para lanzar a la Tierra a girar a través del Cosmos: en efecto, si la Tierra giraba alrededor del Sol, su distancia a un punto determinado de la esfera celeste variaba considerablemente, con lo que un fenómeno de paralaje parecía inevitable; Copérnico audazmente se anticipó a esta objeción, replicando que la esfera celeste era mucho mayor en diámetro a lo que Aristóteles y los escolásticos habían imaginado: las fronteras del mundo habían sido empujadas hacia atrás, y no tardarían en desaparecer.

Aunque Copérnico había afirmado valientemente la concordancia de su teoría con el mundo real, el paradigma hipotético de los nominalistas resurgiría en su obra. Como es sabido, la primera edición de <<De Revolutionibus>> fue recibida por Copérnico en su lecho de muerte, lo que le impidió, como es natural, participar en la polémica subsecuente. Sin embargo, Andreas Osiander, un teólogo luterano, prologó el libro, afirmando que las ideas de Copérnico debían tomarse como meras especulaciones al estilo nominalista. Por lo menos en una instancia se siguió esta recomendación. Los astrónomos del papa Gregorio, que se habían impuesto la tarea de reformar el calendario, adoptaron el modelo copernicano por ser más económico que el ptolemaico, a pesar de la condena que pesaba contra su enseñanza.

La larga historia de persecución e intolerancia que se desató contra el sistema copernicano ha sido bien documentada, y no nos detendremos en ella. Baste decir que tanto tirios como troyanos, el Papa y Lutero, se lanzaron a condenar, quemar, excomulgar y perseguir en todas sus formas a los copernicanos, tanto más cuanto que éstos afirmaban que el mundo se comportaba en realidad de acuerdo al molesto libro de Copérnico, haciendo caso omiso de Osiander.

## 2.- La Física Galileana

El papel de Galileo en la polémica copernicana es bien conocido; aparte de haber publicado un diálogo en su defensa y haberle dado una de las más importantes comprobaciones experimentales, el descubrimiento de los satélites de Júpiter -ya que, además de echar por tierra la vieja doctrina de los cielos, en la que los planetas eran siete, había descubierto un sistema solar en miniatura-, fue juzgado por la Inquisición por hacer

profesión de fe copernicana. Galileo se ha convertido, a partir de entonces, en una especie de héroe de la libertad de expresión, ensalzado por dramaturgos y poetas. Las verdaderas razones de su juicio son tal vez más terrenas de lo que Brecht hubiera querido; la soberbia intelectual no iba bien con su concepto del teatro épico. Galileo se malquistó gratuitamente con el papa, ridiculizando sus opiniones en el diálogo sobre los sistemas del mundo en la boca de Simplicio. También se ha adelantado la hipótesis de que Galileo fue injustamente confundido como discípulo del malogrado Giordano Bruno. No obstante, su juicio no se debió exclusivamente a una venganza personal; los sentimientos anticopernicanos de la Iglesia no admiten duda. Además, se fijó una posición eclesiástica que cubrió de ridículo a la Iglesia y ayudó en gran medida a la propia destrucción del ascendiente intelectual de Roma. En todo caso, prácticamente destruyó a la ciencia italiana, tan pujante hasta entonces, y cambió el eje de la creación científica hacia el Norte.

La dislocación del cosmos producida por el copernicanismo dio pie, como decíamos, a la sustitución de la física de Aristóteles por una nueva física. La teoría del <<impetus>> era bien conocida en tiempos de Galileo. Tanto Bonamico como Benedetti la habían defendido, atacando ferozmente las posiciones aristotélicas. El propio Galileo, en su juventud, se convirtió en un ardiente proponente de la teoría del <<impetus>>. En su obra juvenil, *De Motu*, Galileo reproducía los argumentos de la escuela parisiense. ¿Cómo explicar que una honda lance un objeto más lejos entre más vueltas se le dé? ¿Por qué razón un cuerpo más pesado es proyectado más lejos? ¿Qué hace que una rueda gire persistentemente? Desde luego, la respuesta es la fuerza impresa, el <<impetus>>. Galileo considera que éste se va debilitando gradualmente por sí mismo: el movimiento eterno es imposible y absurdo. Estamos todavía lejos de la ley de inercia, por más que <<a posteriori>> nos parezca inevitable, una vez alcanzado el concepto de <<impetus>>.

Galileo aportaba dos conclusiones a la teoría: en primera instancia, la velocidad de un proyectil siempre decrece. Esto era nuevo: incluso los artilleros creían que el proyectil se aceleraba inmediatamente después de dejar la boca del cañón. En segundo lugar, y más ilustrativamente, Galileo negó en <<De Motu>> que un cuerpo en caída libre se acelerara (!!!). El movimiento de caída, según Galileo, no dependía más que de la pesantez, que es evidentemente constante. La velocidad era una cualidad inherente al objeto, independiente del medio. Por lo tanto, concluía que la velocidad era proporcional a la pesantez. Sin embargo, no podía negar lo evidente: según él los cuerpos se aceleraban sólo al principio, antes de alcanzar su velocidad "natural". En todo caso, la pesantez a la que se refería Galileo era el peso específico, una cualidad intensiva, a diferencia del peso real, que es extensivo. Esto le llevaba a concluir que dos objetos del mismo material caían a igual velocidad, sin importar su peso o forma. Aún más, el peso de Galileo era relativo: era la diferencia entre el peso real del objeto y el del medio. La levedad no era una característica natural del cuerpo; todos los

cuerpos eran pesados, y la levedad era impresa <<praeter naturam>> al lanzar un objeto hacia arriba. Esta levedad se agotaba por su propia acción, hasta igualar a la pesantez, en cuyo momento el cuerpo alcanzaba el punto máximo de su trayectoria, y seguía disminuyendo hasta agotarse por completo. Durante este tiempo, el movimiento era acelerado, pues el factor de retardo, la levedad, se iba agotando. Finalmente, el cuerpo alcanzaba el movimiento uniforme, al desaparecer por completo la levedad. Esta teoría llevaba a Galileo a la increíble conclusión de que un cuerpo ligero, al haber absorbido menos levedad, caía más rápido en un principio que uno pesado, conclusión "fundamentada en la experiencia". En todo caso, Galileo afirmaba que la levedad se almacenaba; en efecto, si colocamos un objeto en una torre alta, impidiendo que caiga, conservará su levedad hasta el momento que lo soltemos. He aquí un lejano germen de la idea de energía potencial.

Como afirma Koyré, a primera vista la teoría de Galileo no se diferencia gran cosa de las anteriores (2). Pero no es así. La levedad y la gravedad no son ya las categorías absolutas de los aristotélicos. Ya Benedetti había puesto el ejemplo del trozo de madera que cae en el aire, pero se eleva en el agua, citando la autoridad del principio de Arquímedes. Pues bien, esta relatividad, adoptada por Galileo, le permite definir cualidades relativas, y en tanto son cuantificables por el efecto que producen, la descripción cualitativa aristotélica es sustituida por una descripción cuantitativa. No hay cuerpos leves: todos los como creían "los antiguos", es decir, los atomistas, Platón y Arquímedes, son pesados. La levedad no es una característica del cuerpo; es algo impreso desde afuera, un <<impetus>>, una resultante, y puede ser cuantificado por medio de la medición de la velocidad. Por otro lado, para Galileo velocidad y movimiento son inseparables. No existe la lentitud, sólo una velocidad menor. En la Edad Media, velocidad y movimiento habían sido separados, y se decía que la velocidad determinaba al movimiento.

Al ser todos los cuerpos pesados, el único movimiento natural es el de caída. Además, si los cuerpos caen según su peso relativo, sólo en el vacío caerán de acuerdo a su peso real. El movimiento no es ya un proceso, un cambio de un estado a otro; todavía no es un estado, pero va en camino de serlo. La causa del movimiento reside enteramente en el objeto, y por tanto éste puede abstraerse, aislarse del resto del Universo. Pero aún perviven en la mente de Galileo restos del Universo aristotélico: todavía hay un movimiento natural. Citando a Koyré: bajo la influencia de Copérnico, "el centro del Universo continúa ahí, pero el Cosmos se amplía, deviene indefinido, pierde, por decirlo así, su circunferencia. Sería suficiente que deviniera infinita para que en el espacio, en lo sucesivo homogéneo, desapareciera todo "lugar" y toda dirección privilegiados (...) Galileo no traspasó el límite. Sólo Bruno -que no era astrónomo ni físico- pudo dar el paso decisivo" (3).

El cambio de paradigma se manifiesta en toda su fuerza. Galileo adopta conscientemente la filosofía arquimedea frente



al aristotelismo y al empirismo de Occam. Ambos eran producto del sentido común, de la observación directa. Galileo retoma a Platón, las ciencias matemáticas puras, la abstracción; retoma a Arquímedes el cuantificador, el deductivo. Galileo estudiará el movimiento en el vacío; al hablar del plano inclinado, éste será absolutamente liso, el cuerpo absolutamente esférico, el rozamiento con el aire inexistente: todos conceptos abstractos, todos irreales. Ciertamente, Galileo no funda la física clásica de manera tan radical como se había supuesto antes de conocer a los nominalistas; tampoco la funda en el empirismo, que ya aquéllos habían practicado. La experimentación, como afirma Bachelard, requiere un bagaje teórico, una manera de plantear las preguntas. Este bagaje no se adquiere empíricamente. Es producto de una decisión ontológica y epistemológica, aunque sea inconsciente. Observar una aguja moverse y relacionarla con el flujo de electrones en un cable o tomar un tubo con lentes y persuadirse de que lo que vemos a través de él son objetos reales no son actitudes casuales. La observación casual lleva a Aristóteles y a los nominalistas: al sentido común. Los positivistas han querido ver en Galileo a su primer representante, al padre de la ciencia empírica; pero se equivocan. Galileo retoma la física donde Arquímedes la había dejado. Este se limitó a la estática; aquél fundó la nueva dinámica.

Como hemos visto, el primer Galileo estaba todavía lejos del descubrimiento que le daría la gloria: la ley de la caída de los cuerpos, la primera ley de la física clásica. Fue hasta 1609 que Galileo pudo publicar su versión de la ley, y como apunta Koyré, cometió un error significativo, mismo que se repitió en Descartes quince años después (4). En efecto, Galileo trata de derivar la ley de la caída, que ya conoce, de un principio físico incontrovertible, a la manera como Arquímedes había tratado de deducir la ley de la palanca de dos axiomas. La ley es expresada como Oresme había expresado el movimiento uniformemente acelerado: espacios recorridos en tiempos iguales son entre sí como los números impares, es decir, la distancia es proporcional al cuadrado del tiempo. La ley es correcta; no obstante, Galileo trata de derivarla de un principio que le parece evidente: la velocidad es proporcional a la distancia. Este principio había sido ya empleado por Benedetti, Leonardo, Piccolomini, Scaligero y Cardano, intercambiándolo a veces libremente por otro principio, que creían equivalente: la velocidad es proporcional al tiempo. Es difícil distinguir entre ambos principios: Duhem hace notar que no podía discernirse entre ambos enunciados sino mediante el concepto de velocidad instantánea, que conlleva la noción de derivada (5).

Sin embargo, el principio correcto, la proporcionalidad de la velocidad respecto al tiempo, era usado de manera abrumadoramente menos frecuente que su "equivalente". Por qué era esto? Sin duda, es más sencillo pensar en el espacio que en el tiempo. La trayectoria es directamente representable por una línea, mientras que el tiempo no encuentra representación evidente, no al menos antes de la geometría analítica de

Descartes. El espacio de Galileo se había geometrizado: era casi el espacio euclidiano, y si decimos casi es por que aún era anisotrópico: como el Universo de Epicuro, tenía arriba y abajo. Pero el tiempo no tiene cabida en la geometría; en el mundo ideal de las formas platónicas el tiempo no transcurría. El tiempo, dice Koyré, es dialéctico, mientras que el espacio es racional (6).

Por otro lado, tanto Benedetti y Leonardo como Galileo habían prescindido de la teleología aristotélica: los cuerpos no caían hacia, caían desde. Entre más alto se soltaba un grave, más rápida era su caída al final. ¿No era más normal pensar en la distancia que en el tiempo? ¿No era el tiempo una inútil complicación? Y sin embargo, ¿por qué la proporcionalidad directa?

En todo caso, todos los esfuerzos previos a Galileo, y los mismos trabajos galileanos de juventud se habían basado en la teoría del <<impetus>>: de una causa del movimiento impresa al cuerpo, que, en el caso de la caída, se multiplicaba a cada instante. Esta idea del añadido de <<impetus>> había sido atacada por los aristotélicos como ilógica con un argumento bastante sólido: una causa invariante (la pesantez) no podía producir efectos acumulativos. El error de la teoría del <<impetus>> salta a la vista del lector moderno: el énfasis estaba en una relación directa entre la causa del movimiento y el efecto más visible, la velocidad, no entre la causa y la aceleración. Por otro lado, es difícil pensar que la segunda ley de Newton podría haber sido postulada antes del descubrimiento de la primera.

Pero Galileo, en 1609, ya había abandonado la teoría del <<impetus>>, por una sencilla razón. El <<impetus>> no era cuantificable, y Galileo buscaba con pasión la ley matemática, la relación numérica. Los aumentos de <<impetus>> y su agotamiento progresivo eran descripciones cualitativas, no aptas para ser cuantificadas. Galileo, bien a su pesar, abandona la búsqueda de la causa, del por qué, y se concentra en el cómo. Nuevamente sigue los pasos de su maestro Arquímedes, que había establecido la ley de la palanca sin ulteriores explicaciones causales. Este es un paso revolucionario: tanto Aristóteles como los nominalistas pensaban en términos de causas: Galileo deja de lado la causa de que los cuerpos caigan, sea ésta externa o interna, y se concentra en el problema de cómo caen los cuerpos. Así, a la remoción de la causa final, de la teleología, sigue la remoción, al menos temporal, de la causa eficiente.

No cabe duda que a Galileo esta transformación le costó trabajo: prescindir de las causas implicaba, desde el punto de vista filosófico predominante, una teoría incompleta, y el mismo Descartes así se lo reprochó a la física galileana; pero el salto era necesario: aquí estaba el movimiento en su estado más puro, el movimiento abstracto, sin intermediarios causales. Es el movimiento que podemos representar sin trabajo en un espacio geométrico. Así Galileo salva la paradoja de la causa constante que produce un efecto variable. El <<impetus>> se agotaba, de eso

Galileo estaba seguro desde su juventud; sin embargo, el movimiento se conserva, y por ende, la velocidad se mantiene. He aquí el movimiento elevado a la categoría de un ente independiente, he aquí el abandono progresivo del movimiento como proceso para llegar al movimiento como estado. Ciertamente Galileo conserva el término <<impetus>>; pero no como causa, sino como efecto. La persistencia de terminología, que llegaría hasta Newton, se presta a confusiones; pero el <<impetus>> del Galileo del Diálogo y los Discorsi no es el mismo que el <<impetus>> del <<De Motu>>; en aquéllos, se presenta como un concepto equivalente o casi equivalente al de movimiento. Los aristotélicos alegaban que un accidente, el <<impetus>>, no podía transmitirse de un objeto al otro. Galileo elude la polémica: para él, el movimiento sí que se transmite. En el Diálogo invoca el ejemplo de un jinete que suelta una bola: "Cuando la lanzáis con el brazo, ¿qué queda en la bola, sino el 'movimiento' engendrado por vuestro brazo, movimiento que conservado en ella la continúa llevando más lejos? Ahora bien, ¿no importa si este <<impetus>> sea conferido a la bola por vuestro brazo o por el caballo: o es que la mano, y por consiguiente la bola, no corre tan deprisa como el mismo caballo? Sin duda alguna. Así pues, cuando se abre la mano, la bola parte de ella con un movimiento ya engendrado no por vuestro brazo, sino por el movimiento del caballo..." (7).

Pero la geometrización del movimiento y la eliminación de las causas llevaron a Galileo a una demostración incorrecta de la ley de caída; tal vez, como supone Koyré, debido a que el factor causal está íntimamente ligado al tiempo, y no al espacio (8). En todo caso, Galileo terminó por reconocer su error. En los Discorsi afirma: "es falso que la velocidad se incrementa como el espacio" (9). Al librarse del espacio y asociar el movimiento con el tiempo, había llegado ya a la posesión de un concepto que ni Leonardo, ni Oresme ni Benedetti habían tenido: la noción de velocidad instantánea. Después de pasar revista al movimiento uniforme, Galileo introduce el concepto de un continuo de velocidades, desde la lentitud infinita, que ha de recorrer el cuerpo en un tiempo finito, y así postula la siguiente definición: el movimiento uniformemente acelerado es aquél en el que los grados de velocidad aumentan, a partir del reposo, con el incremento mismo del tiempo, a partir del primer instante de tiempo.

El concepto requiere evidentemente de un grado de abstracción asombroso: Galileo ha arribado a una idea casi inimaginable, el movimiento inmóvil, el movimiento congelado en un instante: la diferencial de velocidad. Haciendo uso de argumentos infinitesimales, Galileo argumenta la validez de una velocidad continua y uniformemente variable; el ejemplo que escoge es el de la desaceleración: "Pero, objeto el aristotélico, si los grados de lentitud cada vez mayor son infinitos, jamás se agotarán por completo. De esta manera, este grave ascendente no llegará jamás al reposo, sino que se moverá indefinidamente, disminuyendo de velocidad sin cesar, lo que no se ve que suceda. Esto sucedería si el móvil permaneciera durante algún tiempo en cada uno de los

grados; pero no hace más que pasar, sin permanecer en ellos más que un instante; y puesto que en cada quantum de tiempo, por pequeño que sea, hay una infinidad de instantes, existen pues en número suficiente para corresponder a la infinidad de grados de la velocidad descendente" (10).

El movimiento de los graves al caer es un movimiento uniformemente acelerado; la aceleración se define con base en el tiempo, no en el espacio; la ley de caída puede al fin ser deducida sin errores, a partir de una base sólida. El acuerdo es total; la distancia puede ser calculada en función del tiempo, y la verdadera relación entre distancia y velocidad queda al descubierto. La formulación de la ley por Galileo tiene además la belleza que exigiria Platón: las velocidades aumentan según los números simples, y los espacios recorridos en los mismos tiempos según los números impares <<ab unitate>>: el número entero controla el movimiento.

Sin embargo, recordémoslo, estamos hablando del movimiento abstracto de un cuerpo en un espacio abstracto. Qué tiene que ver, se pregunta el aristotélico Simplicio del diálogo, la matemática con la realidad, con la experiencia? Pregunta válida, sin duda. El aristotélico exige una experiencia en que fundar la teoría; lo que le ofrece Galileo es un experimento que confirma la teoría, cuyo fundamento está en otra parte. Es el famoso experimento del plano inclinado, uno de los pocos que Galileo llevó a cabo realmente. No había en aquel tiempo, desde luego, una teoría del error experimental, y Galileo afirma que "esas operaciones, muchas veces repetidas, no arrojaron una notable diferencia" (11). El aristotélico, junto con Descartes, que negó la validez de los experimentos galileanos, tiene razón en un punto: la Naturaleza es compleja; lo único que Galileo puede ofrecer son concordancias aproximadas. El paradigma de la matematización y del experimento dirigido no está aún bien establecido.

Hemos dicho que Galileo había renunciado a explicar la causa de la caída de los graves; no por completo, sin embargo. Conocedor de las investigaciones de Gilbert sobre magnetismo, Galileo se inclinaba a creer que la causa de la gravedad era una fuerza atractiva del mismo tipo que la de un imán; sin embargo, esa fuerza no era matematizable, y Galileo la sacó de sus demostraciones. La idea de la atracción se encontraría también en Kepler, que hablaba de un <<anima motrix>>, una especie de lazo invisible que unía a los planetas con el Sol; esta fuerza no era un campo, sino que estaba siempre dirigida por la línea que definían el planeta y el Sol. Sería hasta Newton que esta idea cobrara forma y certeza matemáticas, si bien la polémica filosófica que causó no terminó sino con el abandono de la gravitación newtoniana a principios de este siglo.

La ley de la caída de los cuerpos es la primera ley física de la dinámica clásica; su importancia es enorme: permitió advertir la justeza de la interpretación matemática de la realidad, y encaminó los esfuerzos de los filósofos naturales por

la senda que Galileo, siguiendo a Arquímedes, había trazado. Sin embargo, esta ley terminó por ser un simple corolario de la mecánica newtoniana, extraída a partir de principios que Galileo no pudo encontrar. Aunque el problema de la gravedad había sido el más importante de la física desde Aristóteles, y había tomado la fuerza de un principio en la mecánica aristotélica, por su definición de movimiento natural, no estaba destinado a ser uno de los principios de la dinámica clásica; éstos habrían de ser buscados en otro lado. El primer principio <<sensu stricto>> de la mecánica clásica estaba llamado a ser la ley de la inercia. Se ha atribuido alternativamente a Galileo, Leonardo y los nominalistas, encontrando en tal o cual afirmación de estos autores una velada formulación de dicho principio. Sin duda, la idea de Buridan de que el <<impetus>> impartido era constante se puede pensar como una prefiguración de la ley de la inercia; pero identificar este tipo de enunciados con la verdadera ley, tal como fue finalmente enunciada en la mecánica de Newton, es caer en un típico error retroactivo. La ley de inercia requiere varios conceptos previos que, ya unos, ya los otros, los nominalistas y Galileo no estaban en condiciones de aceptar: un espacio totalmente geometrizado, una concepción del movimiento como estado y la aceptación del infinito, al menos como potencialidad.

En su formulación clásica, la ley de inercia afirma que, en ausencia de fuerzas, todo cuerpo tiende a conservar su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme. Como hemos dicho, la palabra estado es clave: los aristotélicos consideraban al movimiento como un proceso; los galileanos lo consideran como un estado. Aún más, el movimiento rectilíneo uniforme lo es respecto a otro cuerpo en reposo, que se toma como referencia, pero en el marco de la relatividad galileana, ambos cuerpos son intercambiables. Por otro lado, ambos cuerpos pueden estarse moviendo respecto a un tercero: en el móvil, dos movimientos distintos no se estorban entre sí: cada uno produce su efecto independientemente del otro, o dicho de manera matemática, el movimiento total es la suma vectorial de los movimientos componentes. Esto en contradicción con la física aristotélica y la del <<impetus>>, donde dos movimientos se estorban siempre. Es casi una perogrullada para un físico afirmarlo, pero la ley de la inercia no se aplica a movimientos circulares, que son acelerados. Sin embargo, como la concepción aristotélica era exactamente contraria, es importante recordar este punto. Es decir, la física clásica invierte los términos: el "violento" es ahora el movimiento circular, y el "natural" el movimiento rectilíneo uniforme.

Ya Copérnico había trazado en líneas generales una incipiente física, supeditada a su astronomía. El problema de Copérnico era al fin y al cabo un problema de movimiento relativo, y al igual que Oresme, sólo que tomándose lo más en serio, llegó a la conclusión de que era indistinguible la rotación de la Tierra y la inmovilidad de los astros de la hipótesis contraria. Pero su relatividad era óptica, no mecánica; su pensamiento estaba todavía viciado por las ideas aristotélicas de lugares y direcciones naturales. Entendamos la distinción: la

planteaba también el problema de un cuerpo perfectamente esférico que rodaba sobre un plano horizontal perfectamente liso, sin resistencia del aire. El movimiento de esta esfera no era, al decir de Galileo, ni natural ni violento, pues no levantaba ni bajaba pesos; de esto concluía que ese movimiento podría prolongarse indefinidamente. Eureka! No es ésta la ley de la inercia? Desgraciadamente no. El plano horizontal estaba sobre la Tierra: si se suponía un plano tangente, tarde o temprano el cuerpo debía alejarse de la Tierra, elevándose y perdiendo su movimiento como una esfera subiendo por un plano inclinado. La única respuesta posible para Galileo era que el plano no era tal, sino una superficie esférica concéntrica a la Tierra. En el Diálogo sobre los Dos Máximos Sistemas de Mundo, después de plantear el problema del movimiento de una esfera perfecta y dura sobre una superficie perfectamente lisa, y haber analizado el caso de la superficie inclinada, Salviati y Simplicio discuten el caso de la superficie horizontal:

SIMPLICIO: No veo ninguna causa de aceleración ni deceleración, ya que no hay ni declive ni elevación.

SALVIATI: Sin duda, pero si no existe causa de retardo, mucho menos la habrá de inmovilidad; ¿cuánto tiempo estimáis, pues, que continuará moviéndose el móvil?

SIMPLICIO: Tanto tiempo como dure la longitud de esa superficie que ni baja ni se eleva.

SALVIATI: Por consiguiente, si ese espacio no tuviera fin, también el movimiento sería sin fin, es decir, eterno?

SIMPLICIO: Así lo creo, a condición de que el móvil esté hecho de una materia capaz de durar.

SALVIATI: (...) Decidme, pues: ¿cuál creéis que es la causa de que la bola se mueva espontáneamente en el plano inclinado, y no lo haga sin violencia en el que sube?

SIMPLICIO: El hecho de la propensión que tienen los cuerpos graves a moverse hacia el centro de la Tierra y a no moverse hacia la circunferencia de no ser por la violencia...

SALVIATI: De ese modo, para que una superficie no fuera ni inclinada ni elevada sería preciso que en todas sus partes estuviera igualmente alejada del centro. Pero ¿existen en el mundo semejantes superficies?

SIMPLICIO: No faltan. Por ejemplo, la de nuestro globo, siempre que esté bien pulida y no tal como es, rugosa y cubierta de montañas (13).

Galileo lo afirma explícitamente: el movimiento rectilíneo natural no se encuentra en el mundo. No puede existir un movimiento rectilíneo natural, ya que la línea recta es infinita, y un cuerpo no puede moverse hacia donde es imposible llegar. Aristóteles nuevamente: la teleología, la causa final. El Universo de Galileo todavía tiene un arriba y un abajo: los cuerpos tienen peso y caen, el mundo es anisotrópico. Galileo no llevó hasta sus últimas consecuencias, mal que le pese a Mach y a Cassirer, su geometrización del espacio. Sus cuerpos son geométricos, pero tienen una cualidad física, la pesantez, que Galileo no sabe explicar, y que acepta resignadamente, bien que no la acepta como cualidad. Para Galileo, Salviati se lo dice a

Simplicio en el Diálogo sobre los Dos Máximos Sistemas del Mundo, decir que la gravedad es la causa de la caída es decir nada: nombres, señor Simplicio, sólo nombres. La esencia del cuerpo galileano, al igual que la del cuerpo arquimedeano, está en los números, en la geometría, no en las cualidades aristotèlicas. Pero la gravedad existe, y ésta impide a Galileo formular la ley de la inercia. El mundo sigue siendo circular, y tiene un centro. Sólo en las esferas concéntricas, y no en los planos horizontales superpuestos a este mundo, se puede tener un movimiento eterno. La física de Galileo está atravesada por ese dualismo: la circunferencia y la trayectoria rectilínea de la caída.

El Diálogo es una larga y apasionada argumentación a favor del sistema copernicano. Al igual que Copèrnico, Galileo tenía que responder a las ancestrales críticas contra el movimiento de la Tierra, tenía que convencer al lector de buena fe a pensar de otra manera, a no confiar en el sentido común, a aceptar las consecuencias de la teoría matemática y el experimento pensado. El Diálogo abunda en reiteraciones y ejemplos, en apariencia excesivos para el lector moderno, ya acostumbrado a pensar en términos galileanos; es una obra de divulgación, no un tratado científico: muchas demostraciones, que en los Discorsi hallarían una exposición más formal, son tratadas por encima. Es, sobre todo, una obra filosófica: la filiación platónica de Galileo no deja lugar a dudas. Aparte de ser explícitamente declarada por boca de Salviati, el <<alter ego>> de Galileo, la misma estructura del Diálogo y la invocación del método mayèutico delatan al platonista: en un momento, Salviati afirma: "Pero soy tan buen partero de cerebros que os lo haré confesar a la fuerza" (14). Quién, sino Sòcrates en el Teeteto, había pronunciado una frase parecida, al hacer demostrar a un esclavo ignorante un teorema matemático?

Pero el pasaje es interesante por más de una razón: justo antes de la baladronada socrática, Simplicio dice: "Y yo, sin experimento, estoy seguro de que el efecto se seguirá como he dicho, pues es necesario que ocurra de esta forma". El experimento está de más: su conclusión se da por sentada. ¿Es éste el mismo empírico Galileo que Mach nos había presentado? La física para Salviati es una actividad <<a priori>>. En efecto, Galileo experimentó: la ley del péndulo, el plano inclinado... Pero la mayoría de los experimentos que plantea son, al igual que los de Einstein, experimentos pensados, elucubraciones de las consecuencias de un marco axiomático en un mundo ideado. En todo caso, Galileo se presenta en su laboratorio no con la mente abierta y sin prejuicios que exige el empirismo, sino con una teoría en la mano, como quiere Gaston Bachelard.

Ahora bien, Galileo no ha postulado la ley de la inercia, tal como la conocemos; no obstante, es definitivo que cree en un principio de conservación del movimiento impreso, siempre que éste sea circular, lo cual es una confusa prefiguración de la ley de conservación del momento angular, mezclada con la incapacidad de reconocer que el movimiento circular es acelerado. Sin duda, Galileo habla en varios pasajes del movimiento en general,

postulando su conservación por el sólo hecho de ser movimiento. El pasaje del jinete, que citábamos <<supra>> y el ejemplo de la torre y la piedra -que dio pie a la leyenda de Galileo arrojando piedras desde lo alto de la torre de Pisa, a los pies de los augustos aristotélicos- son ejemplos de movimiento rectilíneo, y en ellos Galileo afirma que el movimiento debe conservarse de manera indeleble; sin embargo, la idea de un movimiento rectilíneo indefinido está ausente de Galileo: los graves no pueden moverse, como ya hemos dicho, en un plano indefinido. El lector moderno puede advertir en qué consiste el problema galileano: no hay distinción entre masa y peso. Los cuerpos son pesados, y un cuerpo que no lo fuera no podría siquiera moverse. No exijamos demasiado; Galileo llegó bastante lejos, pero no pudo caminar todo el trecho.

Como hemos dicho, todos estos argumentos del Diálogo tienen la intención de demostrar la factibilidad del movimiento de la Tierra. Aparte de responder, con idénticos argumentos que Oresme y Copérnico a las objeciones aristotélicas, Galileo debía responder también a las más modernas de Tycho Brahe. Este había retomado el viejo argumento de la piedra y el mástil, pero con conceptos "modernos": en efecto, hablaba del movimiento de una bala de cañón. Según Tycho, esta bala, al ser disparada, poseía tres movimientos, si aceptábamos la hipótesis de la Tierra móvil: el natural hacia abajo, el violento de la pólvora, y el de la Tierra. Copérnico consideraba este movimiento natural: las cosas que se movían junto con la Tierra, lo hacían por comunidad de naturaleza con ésta. La relatividad era óptica, no física. Tycho considera imposible que dos movimientos, uno natural y otro violento, no se estorben entre sí; la idea de los movimientos opuestos estaba demasiado firmemente arraigada en la mente aristotélica. Como el movimiento de la Tierra es más rápido incluso que el violento de la bala, aquél debería predominar, y todas las balas debían volar en la misma dirección. Galileo da dos pasos definitivos al rebatir este argumento: por un lado, afirma la independencia de las velocidades; por el otro, establece la relatividad física del movimiento. Estos dos principios están íntimamente ligados entre sí, y son una precondición al establecimiento de la ley de la inercia. En efecto, la relatividad física implica la negación del reposo como categoría absoluta: todo movimiento es relativo, y no existe diferencia física alguna entre un conjunto de cuerpos que se mueven a la misma velocidad y el mismo conjunto en reposo. Es decir, los cuerpos son indiferentes al movimiento: éste no se ve reflejado, de ninguna manera, en la actuación o los efectos sufridos por los cuerpos. Galileo pone el ejemplo del barco veneciano que se dirige a Alepo, en Siria: pasa por Corfú, Creta y Chipre, y las mercancías que lleva el barco se mueven con él: "Pero con los fardos, cajas y otros bultos de que está cargado y lleno el navío, y con relación al navío en sí, el movimiento de Venecia a Siria es como inexistente y no cambia en nada sus relaciones mutuas; y esto ocurre porque el movimiento es común a todos ellos y porque todos participan de él por igual; y si entre las mercancías que se encuentran en el navío uno de los fardos se separara una pulgada de una caja, para el fardo respecto a la



caja sería un movimiento mayor que el viaje de dos mil millas que juntos hicieron" (15). No hay una comunidad de naturaleza entre los fardos, las cajas y el navío. Al poner el ejemplo, terreno y cotidiano, de un barco, Galileo echa por la borda -valga la expresión- la dicotomía aristotélica, la diferencia ontológica entre el movimiento de un cuerpo celeste, la Tierra, y un simple navío. La relatividad física está establecida. Sin embargo, la relatividad galileana vale para todo movimiento, sea éste acelerado o no. Todos los movimientos, en lenguaje moderno, son inerciales.

En el pasaje del jinete Galileo expondría claramente el principio de independencia y adición de velocidades: "Por eso os diré que si el jinete lanzara esa bola con su brazo en la dirección opuesta a la de su carrera, la bola, al llegar a tierra, aunque hubiese sido lanzada en la dirección opuesta, seguirá unas veces la carrera del caballo, y otras quedará inmóvil, y sólo se moverá en la dirección opuesta a la de su carrera si el movimiento que ha recibido del brazo posee una velocidad superior a la de la carrera. Y lo que algunos dicen de que el jinete podría arrojar una lanza al aire en la dirección de su carrera, seguirla a caballo y finalmente atraparla, es una tontería, pues para que el proyectil os caiga de nuevo en las manos hay que lanzarlo hacia arriba, de la misma manera que si estuviera inmóvil" (16). Los movimientos no se estorban; se añaden sus efectos, ya sea en la misma dirección o en direcciones distintas: se suman vectorialmente.

Galileo, como hemos visto, se libró de muchos de los prejuicios aristotélicos; pero aún quedaba uno, que nunca podría salvar, y tal vez porque también Platón lo compartía: la obsesión por el círculo, la figura perfecta. Obsesión explicable, pues fue común a todos los pensadores hasta Kepler. La experiencia no le ayudaba: donde quiera que volviera la cabeza, encontraría círculos, esferas, movimiento curvo. Así, cometió el error, luego enmendado por él mismo, de suponer que el movimiento de un proyectil arrojado con un ángulo respecto a la vertical era un círculo, no una parábola -ni, incidentalmente, dos rectas unidas, como pensaban los aristotélicos-. La fuerza centrífuga, al no ser natural, no era radial sino dirigida a lo largo de la tangente. Error explicable, pues ésa es la dirección en que el cuerpo es proyectado al faltar la fuerza centripeta, y no era fácil de concebir una fuerza que provocara un movimiento perpendicular a ella. Obviamente, el problema de la fuerza centrífuga, que era además uno de los argumentos en contra de la Tierra móvil, no es resoluble sin la ley de inercia: la salida por la tangente no es provocada por una fuerza, sino por la súbita falta de ella.

### 3.- La Secuela de la Física Galileana.

Lo curioso de la ley de inercia es que los discípulos de Galileo la hayan postulado sin trabajo, basándose en sus escritos. El mismo Newton la atribuyó al toscano, sin pensarlo dos veces, y Cavalieri y Torricelli lo emplearon despreocupadamente. En las obras de ambos se encuentran

enunciados de la ley, pero simplemente <<en passant>>, sin darle la categoría de principio. Como dice Koyré, la ley de la inercia se encuentra objetivamente en sus trabajos, pero es de dudar que se encuentre subjetivamente, es decir, que hayan tenido plena conciencia de ella (17). Para Cavalieri y Torricelli, la polémica platónico-arquimedea contra Aristóteles estaba cerrada. No tenían que defender como su maestro la concepción matemática de la Naturaleza: la batalla estaba ganada.

Cavalieri iría más allá de Galileo: ya puede pensar en un cuerpo privado de pesantez, puede hacer la abstracción de la gravedad. Esta es una fuerza, como cualquier otra, y puede por tanto ser imaginariamente eliminada, como eliminamos ya la resistencia del aire. Galileo requería un plano para que sus cuerpos no cayeran; Cavalieri elimina el plano, y habla de un proyectil que se dirige en línea recta a su blanco: un cuerpo, en ausencia de fuerzas, puede moverse en el espacio en cualquier dirección que le imprimamos. Pero Cavalieri no habla de la continuación indefinida del movimiento: hay un blanco al que el proyectil se dirige. Torricelli daría otro paso en la geometrización del mundo: él reduce por completo la mecánica a la geometría. Su espacio era infinito, homogéneo e isotrópico; el peso no era más que una magnitud, y como tal podía ser removida de un cuerpo e incluso asignada a una línea o a un punto. Desgraciadamente, llevó esta independencia geométrica demasiado lejos: a Torricelli no le importa la incidencia de la mecánica en la realidad; se contenta con desarrollar una teoría matemática, con estudiar las ideales formas platónicas. De ahí que, aunque enunció también la ley de la inercia, precediéndola de las palabras "está claro que", su física excesivamente matematizada, dejada al arbitrio y antojo de los sueños del geómetra, no tenga incidencia alguna en el mundo real. Torricelli inventa teoremas, no descubre a la Naturaleza.

Correspondería a Gassendi publicar una enunciación clara de la ley de la inercia. Más empírico que Galileo, Gassendi efectuó el experimento que aquél consideraba innecesario: soltar una piedra desde lo alto del mástil de un barco en movimiento. A partir de la confirmación experimental, Gassendi postula con confianza el principio de la relatividad. Gracias a Kepler y a Gilbert, puede concebir a la gravedad como una fuerza, una atracción análoga a la del imán, y así como puede retirarse un imán, puede retirarse la gravedad. Seguidor de Demócrito, para Gassendi el Universo es infinito; ya están pues dados los elementos. Su mundo es real, a diferencia de Torricelli, y es infinito, a diferencia de Cavalieri y Galileo. Por otra parte, Gassendi se halla en posesión de la idea de atracción gravitacional, y de la relatividad del movimiento. Gassendi lo dice claramente: todo movimiento, en ausencia de influencias externas, debería ser rectilíneo y uniforme, y durar indefinidamente. Por otra parte, el <<impetus>> ha muerto: "el motor no imprime al móvil más que el movimiento". Finalmente, Gassendi revivió el atomismo de Demócrito y Epicuro: su pensamiento en este sentido tendría profunda influencia en Descartes, Huygens y Newton.

La ley de la inercia sería elevada a la categoría de principio fundamental de la física por Descartes y Newton, si bien con varia suerte. La mecánica de Descartes era fantasiosa e inefectiva; la de Newton...

Mientras tanto, Johannes Kepler, otro platónico convencido, además de astrólogo y místico fiel de la armonía de las esferas, se debatía desesperadamente con las órbitas planetarias. El esfuerzo mental que tuvo que hacer para desprenderse del viejo paradigma circular y de su nueva y platónica idea de que las órbitas de los planetas estaban inscritas en los sólidos regulares, y al haber fallado esto, que sus distancias iban como la escala armónica pitagórica, fue comparable al esfuerzo galileano por librar a la física terrestre del aristotelismo. A Kepler su platonismo no lo ayudaba: tenía que enfrentarse a un cielo imperfecto, a la asombrosa idea de que las órbitas —ya no las esferas— planetarias eran elipses. Kepler tenía un mundo de datos a su disposición: Tycho Brahe le había heredado sus observaciones, las más precisas y extensas desde la Antigüedad. Por cierto, no fue sin problemas que el gran Brahe, aristócrata y grande de Dinamarca, se avino a compartir sus secretos con el joven pobre y ambicioso que se presentó un día en su observatorio de Benatek. Tycho había propuesto una teoría alterna a la copernicana, en la que todos los planetas girarían alrededor del Sol, y éste alrededor de la Tierra. Sin duda, hubiera querido que Kepler adoptara su sistema; pero éste se decidió por Copérnico.

Marte era la clave del movimiento de los planetas: desde la Antigüedad, era el planeta más reacio a conformarse a los epiciclos, las excéntricas y las ecuantas. Gradualmente, apoyándose en los datos de Tycho, Kepler fue destrozando los axiomas: primero el del movimiento uniforme, luego el del movimiento circular. El abandono del primero dio lugar a la segunda ley de Kepler: un planeta se mueve de manera que el radio vector de su órbita barra áreas iguales en tiempos iguales; el de la segunda, después de imaginar la trayectoria como un óvalo, originó al fin la respuesta correcta, la primera ley: los planetas se mueven en órbitas elípticas con el Sol en uno de los focos. La hipótesis kepleriana que le condujo a la segunda ley era de naturaleza más bien física que astronómica: Kepler suponía que el Sol poseía un movimiento de rotación sobre su eje, y que del propio Sol emanaba la fuerza de atracción que hacía girar a los planetas, como la piedra en la honda giraba por estar ligada al eje por la misma honda. El Sol "barría" al girar los cielos, como un vórtice invisible, y los sutiles hilos que formaban el vórtice, y que unían —aunque no rigidamente, no en línea recta— al Sol con cada planeta eran los que mantenían a los planetas en órbita. Ahora bien, los planetas tenían una "inercia" o resistencia a moverse. Esta fuerza actuaba en contra de la atracción solar, dando cuenta de la velocidad no uniforme de los planetas. Por otro lado, la fuerza del Sol se iba debilitando con la distancia, y por tanto más le costaba al Sol vencer la pereza natural del planeta y arrastrarlo, con lo que su movimiento sería más lento. Todavía, como puede apreciarse, estamos lejos de la

gravitación newtoniana; la inercia es concebida como una fuerza, la línea de acción de la gravitación no es la línea recta que une a ambos cuerpos... Pero ya estamos hablando de una causa de la gravitación: una atracción por parte del Sol hacia los planetas.

La manera como Kepler llegó a sus leyes, según el relato de Koestler, son una extraña muestra de "serendipity": errores que se cancelan entre sí para dar el resultado correcto, hallazgo de la ecuación de una elipse sin reconocerla como tal, para abandonarla después y plantear como hipótesis una trayectoria elíptica, creyéndola distinta a su ecuación... (18). Pero al fin, el intelecto de Kepler venció, desentrañando un misterio que había preocupado a los más grandes astrónomos. En lugar de decenas de epiciclos, una curva sencilla, estudiada extensivamente desde los tiempos de Apolonio de Perga, que si bien rompía el ideal de la perfección circular a los ojos platónicos de Kepler, explicaba por sí misma, sin necesidad de artificios de curvas superpuestas, el movimiento de los planetas. El hallazgo kepleriano era enorme: así como Galileo había reducido el movimiento natural aristotélico a una sencilla ecuación, Kepler había reducido el complejo movimiento de los astros a dos simples leyes. Newton no hubiera podido postular la ley de la gravitación universal sin las leyes de Kepler: éstas fueron capitales en el desarrollo de la mecánica celeste newtoniana. Desentrañado el complejo movimiento marciano, Kepler aplicó con éxito su teoría a los demás planetas: todos concordaban. Sin embargo, la armonía platónico-pitagórica parecía haberse roto: el Universo era un lugar horrible lleno de curvas imperfectas y velocidades no uniformes.

El platónico volvió a la carga años después, y logró establecer la tercera ley, la más bella según su autor, y la que parecía confirmar la armonía de las esferas: el periodo de la órbita y la distancia media del planeta al Sol estaban relacionados: el cuadrado del periodo es proporcional al cubo de la distancia. Kepler había buscado esta relación desde su juventud, cuando trataba inútilmente de hacer coincidir las órbitas con los sólidos pitagóricos, o, fallando esto, con la escala armónica descubierta por Pitágoras; la Naturaleza reveló ser más sutil, pero al fin develó su secreto. El éxtasis místico que embargó a Kepler es abundantemente testimoniado por Koestler. Kepler el mago, el astrólogo; Kepler el irremediable pitagórico había descubierto al fin la verdadera música de las esferas.

#### NOTAS AL CAPITULO IV

- 1) Kuhn, 'The Copernican Revolution'.
- 2) Koyrè, 'Estudios Galileanos', p. 52 ss.
- 3) ibid., p. 68.
- 4) ibid., p. 72 ss.
- 5) Citado por Koyrè, loc. cit.
- 6) Koyrè, loc. cit.
- 7) Galileo, 'Dialogo', citado por Koyrè, loc. cit., p. 221.
- 8) ibid., p. 147 ss y p. 86 ss.
- 9) Galileo, 'Discorsi', citado por Koyrè, loc. cit., p. 128.
- 10) Galileo, 'Dialogo', citado por Koyrè, loc. cit., p. 135.
- 11) ibid.
- 12) Koyrè, loc. cit.
- 13) Galileo, loc. cit., citado por Koyrè, loc. cit., p. 214.
- 14) ibid.
- 15) ibid, p. 210.
- 16) Galileo, loc. cit., citado por Koyrè, loc. cit., p. 135.
- 17) Koyrè, loc. cit., p. 280 ss.
- 18) Koestler, 'Los Sonámbulos'.

## V. DUDA Y CERTEZA

Qui non cogitat non dubitat  
Locución Latina

### 1.- El Racionalismo Cartesiano

La nueva física estaba pues establecida con bastante firmeza; sin embargo, su correlato filosófico no existía aún. La física aristotèlica había sido demolida; pero la filosofía no había experimentado todavía una revolución semejante. Sin duda, Galileo y sus discípulos habían puesto las bases de una nueva epistemología, y habían negado las categorías aristotèlicas: la teleología, la doctrina de las causas, el Cosmos pleno, finito y ordenado, la dicotomía tierra-cielo. Epistemológicamente, la nueva física se inclinaba por el apriorismo; ontológicamente, por las formas ideales de Platón. Pero ni Galileo y sus discípulos ni Kepler eran filósofos.

El Renacimiento se había limitado, en el campo filosófico, a la crítica, no al sistema, un poco a la manera de los viejos sofistas y de Sócrates; pero esta crítica, aunada a los descubrimientos físicos, astronómicos y geográficos, abonaba el terreno. Sería René Descartes el que resumiera y coronara el pensamiento renacentista, dando origen a una nueva corriente filosófica, a un nuevo sistema: el racionalismo.

El principio cartesiano fundamental, la duda metódica, tenía una doble fuente: por un lado, la física y la astronomía habían desmentido al sentido común; por otro, la matemática había acudido al auxilio de los científicos, transformando lo que podía haber degenerado en un escepticismo humista en certeza, sustituyendo las antiguas verdades por otras nuevas.

Ante esta situación, Descartes tenía que abandonar las concepciones escolásticas, que se habían revelado como inadecuadas; pero en lugar de incurrir en un escepticismo postoccamiano a ultranza, su duda desembocaría en una epistemología constructiva, en la formulación de un nuevo método del conocimiento. Como es bien sabido, uno de sus trabajos capitales recibe precisamente el nombre del Discurso del Método para Conducir a la Razón y Buscar la Verdad en las Ciencias. ¿Suena pretensioso? Lo es. Pero en aquel momento, en que una nueva certeza se abría paso a través de la tiniebla, Descartes prefiguraba toda la soberbia de la nueva ciencia, soberbia que parecería verse confirmada por los espectaculares progresos de los dos siglos siguientes.

Así pues, Descartes tenía que empezar de nuevo. Para ello, debía poner todo en duda, absolutamente todo. El mundo sensible, el sentido común, los conocimientos adquiridos por la experiencia o la razón parecían mentir, así como la filosofía jonia le había parecido mentirosa y paradójica tanto a los sofistas como a Sócrates; había pues que dudar de ellos. Dudar de la realidad,

pero dudar también de la certeza matemática y de la existencia de Dios. Descartes se pregunta lo que Calderón afirma: ¿es la vida sueño? Pero, ¿cómo dudar de todo? ¿Por qué razón no hay certezas? Descartes nos enfrenta a una hipótesis aterradora: "Supondré, pues, que Dios ... es un genio astuto y maligno que ha empleado su poder en engañarme; creeré que el cielo, el aire, la tierra, los colores, las figuras, los sonidos y todas las cosas exteriores son ilusiones de que se sirve para tender lazos a mi credulidad..." (1). Pero, como hemos dicho, Descartes no duda para desembocar en la imposibilidad del conocimiento; su propósito, declarado <<expressis verbis>> es llegar a la verdad.

Y así, hundiéndose en la duda, toca fondo al fin en una certeza: "Soy una cosa que piensa, es decir, una cosa que duda, afirma, niega, conoce poco, ignora mucho, ama, odia, quiere, no quiere, imagina y siente. ... Dudo, luego soy" (2). Esto en las Meditaciones Metafísicas; en el Discurso encontramos un párrafo parecido: "Pero en seguida noté que si yo pensaba que todo era falso, yo, que pensaba, debía ser alguna cosa, debía tener alguna realidad; viendo que esta verdad: pienso, luego existo era tan firme y tan segura que nadie podría quebrantar su evidencia, la recibí sin escrúpulo alguno como el primer principio de la filosofía que buscaba. Examiné atentamente lo que era yo, y viendo que podía imaginar que carecía de cuerpo y que no existía nada en que mi ser estuviera, pero que no podía concebir mi no existencia, ... comprendí que yo era una sustancia, cuya naturaleza o esencia era a su vez el pensamiento, sustancia que no necesita ningún lugar para ser ni depende de cosa alguna material; de suerte que este yo -o lo que es lo mismo, el alma- por el cual soy lo que soy, es enteramente distinto del cuerpo y más fácil de conocer que él" (3).

De este principio, <<cogito ergo sum>>, extraerá Descartes toda su filosofía. Al fin cree haber llegado a algo indudable, el ser una <<res cogitans>>, y de aquí se siente con derecho a extraer conclusiones. Nótese la manera como Descartes llega al principio: no por un silogismo, sino a partir de la experiencia inmediata, por la "luz natural de la razón", por "une perception claire et distincte". A partir de este axioma tan elemental, Descartes se lanza de inmediato a probar la existencia de algo más que él: Dios. Para esto, usa el viejo argumento de San Anselmo, repetido hasta el cansancio por los escolásticos, si bien Descartes le añade razones de su cosecha. El argumento reza más o menos así: Tengo la idea de lo perfecto e infinito, pero yo mismo soy finito e imperfecto; por tanto -y aquí Descartes no salta a la conclusión tan rápidamente, sino a través de razones y pasos intermedios- esta idea no puede proceder de mí mismo, y me ha sido inculcada desde fuera. Y sólo me ha podido ser impresa por un ser infinito y perfecto. "Aún en el caso de que pudiéramos imaginar que tal ser no existe, no podemos hacer que su idea no nos represente nada real" (4). Este es el argumento ontológico, que puede resumirse diciendo que la esencia implica la existencia, al menos en el caso del ser perfecto, cuya inexistencia daría una nota de imperfección a su esencia. De aquí, Descartes sigue construyendo: su próximo objetivo es.

investigar la naturaleza de la verdad y el error. Dios es la fuente de verdad, incapaz de inducir errores: queda negada la supuesta naturaleza maligna que Descartes había planteado al principio. Así pues, el error reside en el hombre, en su voluntad que excede en mucho al entendimiento, apresurándose a sacar conclusiones. Es pues necesario fundar un criterio de verdad, y éste se halla en el pasaje del Discurso citado más arriba: la verdad debe ser clara y distinta, tan clara y distinta como aparece a la mente el principio del <<cogito ergo sum>>. "Claro es un conocimiento que está presente y patente al alma atenta... Llamo, empero, distinto, a un conocimiento que en su claridad se distingue y se deslinda de los demás, y en el cual, además, las partes o elementos del objeto están diferenciadas, como, por ejemplo, ocurre en los números" (5).

Pero, ¿cómo llegar a este conocimiento claro y distinto? Es aquí donde entra el método. Cuatro reglas existen para llegar a la verdad. Primeramente, la evidencia: No aceptar como verdadero lo que con toda evidencia no se reconozca como tal: no debe ser admisible ni la más mínima duda. En segundo lugar, el análisis: dividir el problema en tantas partes como sea posible. En tercer puesto, la síntesis: ordenar los conocimientos, empezando por los más sencillos hasta elevarse a los más complejos, estableciendo cierto orden. Finalmente, la prueba: Enumerar y revisar todo, para tener la seguridad de no haber omitido nada.

Este es el método cartesiano. Como puede verse, el conocimiento sólo tiene una fuente: la razón. El empirismo de los nominalistas ha sido descartado; sólo en la razón podemos confiar. ¿Platón de nuevo? Sí y no. El conocimiento platónico es pasivo, es un recuerdo. Descartes piensa que existen ideas innatas, como lo demuestra el pasaje sobre la existencia de Dios. Estas ideas innatas son los únicos fundamentos posibles del conocimiento, pero a partir de ellas se pueden lograr conocimientos nuevos, tales como los teoremas de la geometría. Son pocas estas ideas innatas, a diferencia de la multitud de formas de Platón: Dios, los principios lógicos, el concepto de sustancia y el de causa, y el de extensión y número. Habiendo sido implantadas por Dios, es imposible que estas ideas sean falsas. También existen desde luego otro tipo de ideas: las ficticias, producto de la imaginación desenfrenada, y las adventicias, producto de nuestro contacto con el mundo exterior. Ni unas ni otras pueden llevarnos al conocimiento verdadero. Ni qué decir tiene que el modelo del conocimiento es la matemática: el propio Descartes, todos lo sabemos, era un matemático de primera línea. Pero la ciencia, dice Descartes, ha adolecido de la falta de método: todos los conocimientos logrados hasta ahora se mezclan lamentablemente con los errores; el método silogístico escolástico y el axiomático-deductivo de la matemática antigua no bastan: deben ser sustituidos por un nuevo método, formulado en las cuatro reglas precedentes.

Descartes aplica su método con admirable constancia: su filosofía es como un árbol -la analogía es de él-: la raíz es la metafísica, el tronco la física, y las ramas las demás ciencias.



En efecto, Descartes hace conscientemente y antes que nada metafísica, y, como podemos ver, aplica su propio método a su duda inicial. Una vez establecidas las verdades precedentes, se dedica a formular una ontología.

No cabe duda de que Descartes debe mucho a la escolástica; pero al mismo tiempo se aparta radicalmente de ella. Por ejemplo, su concepto de sustancia: sustancia es todo lo que existe de tal manera que no necesita otra cosa para su existencia. <<Sensu stricto>>, sólo Dios es sustancia, pero más ampliamente existen, aparte de Dios, la sustancia extensa y la sustancia pensante, que sólo necesitan de Dios, y son finitas, en contraposición a aquél. Las sustancias se conocen por sus propiedades. Una de ellas, el atributo, define completamente la esencia de la sustancia, y puede concebirse haciendo abstracción del resto de las propiedades: así, el atributo de la <<res cogitans>> es el pensamiento, y el de la <<res extensa>> la extensión, pues sin ésta no es posible concebir ningún cuerpo. Las otras propiedades son modos o accidentes: son prescindibles para imaginar la sustancia. Los modos de la <<res cogitans>> son el sentir, el querer, el imaginar; los modos de la <<res extensa>> son la figura, el movimiento, la posición.

He aquí un dualismo total: materia y espíritu son sustancias separadas, pero que se comunican al conocer el espíritu a la materia. Así, el conocimiento del mundo real es posible, pero supeditado a las leyes de la razón. El mundo es tan sólo extensión y movimiento, y por lo tanto es enteramente geometrizable: la física es una parte de la geometría. Por otro lado, el mundo funciona de manera mecánica: todos los entes corpóreos son máquinas, que se comportan de acuerdo a reglas deterministas. Sólo el hombre escapa a esto, bien que no del todo: combinación de materia y espíritu —el cual reside, por cierto, en la glándula pituitaria (!!!)— el hombre posee voluntad, pero debe obedecer también a la mecánica del cuerpo: así, la condición humana se debate entre la libertad y la necesidad.

Como podemos ver, el mecanicismo cartesiano y su concepto de sustancia se alejan del concepto aristotélico. Donde Aristóteles ve causas finales, Descartes sólo ve el determinismo de las condiciones iniciales; donde aquél define la forma como esencia, éste ve sólo extensión y movimiento. Las leyes de la Naturaleza son leyes para la Naturaleza: reglas a las que no tiene otro remedio que ajustarse. La materia es únicamente extensión: todo lo demás es accidental; pero la extensión, para Descartes el géometra, es el espacio de Euclides. Platón ha descendido a la Tierra: el espacio real es el espacio imaginario.

Como dice Koyré, la ley suprema del espacio cartesiano es la permanencia: tanto el espacio como el movimiento, una vez creados, no pueden destruirse (6). Ciertamente, Descartes requiere a Dios, pero sólo al principio. Una vez creado el mundo y establecidas sus reglas, descansa Dios el séptimo día, y todos los días siguientes. No requerimos un motor constante: el

movimiento se conserva por sí sólo. Sin duda, puede pasar de un cuerpo a otro, pero no necesita la presencia del motor para mantenerse. Descartes se burla de los filósofos, que definen al movimiento como el acto de un ser en potencia en tanto que está en potencia; reconoce que esto es ininteligible, y en cambio pregunta qué puede haber más sencillo que imaginar el paso de un punto a otro: el movimiento reducido a la geometría. El movimiento es un accidente, un modo, digámoslo de una vez, un estado. Es absolutamente equivalente al reposo en ese sentido.

Descartes reconoce la imposibilidad de un cambio de estado espontáneo: "cada parte de la materia, en particular, continúa siempre estando en el mismo estado, mientras el encuentro con las otras no le obligue a cambiarlo. Es decir, que si esta parte tiene cierto grosor, jamás se hará más pequeña si las otras no la dividen; si es redonda o cuadrada jamás cambiará de figura si las otras no la obligan a hacerlo; si está quieta en algún lugar jamás partirá de allí a menos que las otras la expulsen; y, una vez que ha comenzado a moverse, continuará siempre, con igual fuerza, hasta que las otras la detengan o retarden". Así pues, todo cambio requiere una causa exterior.

Pero además el movimiento es una cantidad, y esta cantidad es invariable en el Universo. El movimiento puede comunicarse de un cuerpo a otro, pero su suma total será siempre constante. La física de Descartes es una física de colisiones: la única manera de comunicar movimiento es por contacto. Un cuerpo se frena en tanto comunica su movimiento a un obstáculo; de donde se sigue que, en ausencia de obstáculos o resistencia del aire, el movimiento es perpetuo. Pero además el movimiento perdido por el cuerpo será mayor o menor en la proporción no de "la resistencia" del obstáculo, sino en la proporción en que la resistencia es superada y recibe el obstáculo la fuerza para moverse que el otro le deja. Descartes no tiene claro el concepto de momento lineal, ni siquiera el de masa. Ignora por completo la elasticidad, aún observando que un cuerpo blando de menor resistencia amortigua más a otro cuerpo que uno duro de mayor resistencia. Pero he aquí una profunda observación. Las leyes que da Descartes para la comunicación del movimiento son falsas en su mayoría: la física cartesiana no es más que una cinemática, y bien sabemos ahora que es imposible reducir la mecánica a la cinemática. Descartes asocia la resistencia de un cuerpo a su cantidad de reposo, correlato de la cantidad de movimiento; su cuantificación es, curiosamente, relativa, tan relativa como la misma cantidad de movimiento: un cuerpo tiene la misma cantidad de reposo que un cuerpo de idénticas proporciones moviéndose respecto a él tiene de cantidad de movimiento. Es decir, la cantidad de reposo es variable. La pregunta es inevitable: si dos cuerpos idénticos se mueven respecto a un tercero igual a ellos a distintas velocidades, cuál es la cantidad de reposo del tercero? Como puede verse, la física cartesiana tenía un vicio de principio. Ya hemos dicho cuál es ese vicio: la falta de una dinámica.

La cantidad de movimiento cartesiana era constante, pero lo era como un escalar: no habiendo reconocido el carácter vectorial

de la cantidad de movimiento, a Descartes le era imposible explicar el problema de la colisión de cuerpos inelásticos: de ahí la artificiosa cantidad de reposo. Sin embargo, el pensamiento cartesiano establecía un precedente, que Newton seguiría y Leibniz atacaría: siendo la cantidad de movimiento una constante en un cuerpo dado, la única manera de cambiarla es por interacción. En otras palabras, la fuerza es proporcional a la cantidad de movimiento, o, si se quiere, a la primera potencia de la velocidad. El problema de la cantidad de movimiento tendría dos secuelas: en una, Newton reconocía el carácter vectorial de la misma, y sostenía que el producto  $mv$  era la verdadera medida del efecto de una fuerza; en la otra, Leibniz y sus seguidores negarían que la cantidad de movimiento fuera la medida real, y postularían la <<vis viva>>, proporcional al cuadrado de la velocidad, como el efecto real de una fuerza.

Sin embargo, Descartes había formulado un problema nuevo en mecánica, el problema de varios cuerpos interactuando entre sí; aunque incapaz de resolverlo satisfactoriamente, éste era un salto cualitativo respecto a la física de Galileo, que había sido siempre la física de un sólo cuerpo.

Queriendo abscribir todo fenómeno físico al movimiento, Descartes es incapaz de formular conceptos como masa y fuerza, momento lineal y momento angular; por otro lado, su plenum no le ayudaba: había regresado a un mundo semejante al aristotélico, lleno de materia. Este era un paso atrás: como hemos visto, ese mundo es difícilmente matematizable. Sin embargo, la física cartesiana requería el <<plenum>>: todo movimiento debía transmitirse por contacto, inclusive la caída de graves. Las causas aristotélicas debían ser negadas, lo mismo que la acción a distancia, la ininteligible atracción kepleriana; por otra parte, le negaba a Galileo haber llegado a la ley de la caída: su movimiento era <<in vacuo>>, es decir, no era real, y hacía abstracción del problema de qué era la pesantez. Descartes no considera a ésta como una cualidad del cuerpo, sino como un empuje externo: la Tierra está rodeada de una materia sutil formada de millones de partículas, las cuales se mueven en un torbellino, que al girar, empujan hacia la Tierra a los graves. Nuevamente, la explicación cinemática; nuevamente la necesidad del plenum. Descartes afirma que si su torbellino no girara, los cuerpos dejarían de tener pesantez. La acción a distancia le repugna: por eso no acepta el vacío, donde no existe medio de transmitir el movimiento por contacto. De aquí que, a pesar de su convencimiento filosófico, por la misma razón que Aristóteles, Descartes no puede expresar leyes físicas matemáticas: su Universo vuelve a ser cualitativo, ignorando la obra de Galileo. Y no es por falta de talento matemático, ni por no creer en la matematización; Descartes cuantifica el movimiento, pero es incapaz de obtener reglas cuantitativas que lo rijan; la única ley que puede enunciar es la ley de inercia, que es en esencia una ley cualitativa.

Descartes aprendió la ley de conservación del movimiento del físico Beeckman, que le propuso el mismo problema de Galileo: la

ley de caída de los cuerpos en el vacío. Descartes abordó el problema desde el punto de vista matemático, tomando como hipotéticos los principios de Beeckman: ley de conservación y caída en el vacío. En todo caso, cometió el mismo error inicial de Galileo, y por cierto, nunca lo enmendó. Pero ya le había sido llamada la atención sobre la ley de conservación del movimiento; Beeckman creía que dos movimientos se conservaban: el rectilíneo y el circular; y sólo en el vacío. Curiosamente, Descartes se convencía de que el mundo era un <<plenum>> casi en el mismo momento que limitaba la conservación del movimiento al rectilíneo uniforme en el vacío, único medio que admite tal movimiento. Es decir, Descartes postula la ley de la inercia, pero en su mundo es radicalmente imposible: no puede tener existencia real. Dándose cuenta de la contradicción, Descartes no habla de movimiento real, sino de "tendencia". Pero el hecho está ahí: en Le Monde, libro no publicado por miedo a la condena eclesiástica, y más tarde en Les Principes, Descartes eleva la ley de la inercia a la categoría de principio de la Naturaleza: en Les Principes, es la segunda ley de la Naturaleza: "Todo cuerpo que se mueve tiende a continuar su movimiento en línea recta" (8). La primera ley es que cada cosa perdura en su estado si nada la cambia. El movimiento circular desaparece por completo de la escena. Y, cómo podía ser de otra manera? El Universo cartesiano es infinito, homogéneo e isotrópico; Los cuerpos de Descartes, por otro lado, son distintos a los galileanos: no tienen peso; son cuerpos geométricos, dotados sólo de extensión y movimiento.

Finalmente, Descartes no reconoce otro movimiento que el geométrico: la translación. Pero en el movimiento geométrico, y esto quizá explica el error mencionado arriba, no existe el tiempo. Recuérdese que para Descartes la extensión es atributo, es decir, esencia, y el tiempo un simple modo. Los movimientos que efectúa un geométrico son intemporales, no se realizan a ninguna velocidad; lo único que queda es la trayectoria. Descartes el inventor de la geometría analítica sabe que la ecuación más sencilla es la de la recta: la del círculo es de segundo grado. ¿No tenderán los cuerpos a moverse según la trayectoria más sencilla imaginable?

La ley de la inercia le permite resolver a Descartes en un santiamén un problema que a Galileo le había tenido devanándose los sesos: el problema de la fuerza centrífuga, de la piedra arrojada por la honda. En efecto, Descartes reconoce que lo que hace a la piedra moverse en círculos no es otra cosa que la honda misma, que la liga al eje de rotación; al faltar esta liga, el cuerpo sale inmediatamente despedido con el movimiento "natural": el rectilíneo.

Hablemos finalmente de las contribuciones matemáticas de Descartes, muy superiores a sus contribuciones físicas. Ya Vieta había introducido en Occidente el álgebra, presentándola como un todo coherente, en la mejor tradición griega; sin embargo, la matemática seguía siendo predominantemente geometría: toda demostración debía hacerse geoméricamente. La relación entre el álgebra y la geometría no era del todo desconocida ni para los

helenísticos ni para los árabes; pero tal vez problemas como el de la inconmensurabilidad de ciertos segmentos les impidió llegar a un aprovechamiento mayor de esa relación.

Originalmente, el Discurso del Método era un prólogo a tres libros científicos, uno de los cuales era la Geometría. Aquí Descartes formula su famosa geometría analítica, estableciendo una correspondencia total entre ecuaciones algebraicas y curvas geométricas: toda ecuación en dos incógnitas representa una curva, y toda curva se puede considerar como el lugar geométrico de los puntos que cumplen una cierta ecuación.

La manera de llegar a este resultado parece casi infantil: simplemente, se asignan a cada punto del plano dos coordenadas, que representan respectivamente las dos incógnitas. Descartes no fue, como hemos visto, el primero en usar sistemas de coordenadas: Oresme y Apolonio lo precedieron; no usó coordenadas negativas, ni se dedicó sistemáticamente a graficar ecuaciones; pero fue el primero en enunciar el principio fundamental de la geometría analítica. La importancia de éste no podía ser mayor: en primer lugar, las ecuaciones de segundo grado se consideraban antiguamente como superficies, y las de tercero un sólido, por lo que el tratamiento de ecuaciones de grado superior en un ámbito geométrico era imposible. Descartes lo redujo todo a curvas: lo importante no es el grado, sino el número de incógnitas, para determinar la dimensionalidad del espacio. Y así, cualquier polinomio era fácilmente representable en el plano. Ciertamente, Descartes dejó de lado como incognoscibles toda una serie de curvas, que él llamaba "mecánicas", por obtenerse a partir de argumentos cinemáticos. Hoy sabemos que estas curvas son fácilmente representables en coordenadas polares, pero al no estar en posesión de éstas Descartes, prefirió descartar —valga esas curvas. Observemos finalmente que Descartes no redujo la geometría a álgebra, como suelen hacer los textos modernos sobre el tema; por el contrario, inmerso como estaba en una era geométrica, Descartes empleó la geometría para explicar el álgebra. A partir de Descartes, se desarrollan dos escuelas, una geometrizante, la otra algebrizante. Como sabemos, esta última tendría la última palabra; sin embargo, las viejas demostraciones geométricas no murieron fácilmente. Aún Newton las empleó en los Principia.

## 2.- La Física y el Cálculo antes de Newton

La historia del cálculo, que ya ha sido contada en innumerables ocasiones, toca tangencialmente nuestro tema. En efecto, la mecánica newtoniana es inconcebible sin el cálculo; pasemos pues revista a vuela pluma a los predecesores de Newton y Leibniz. Después de Galileo, que había revivido algunos de los argumentos infinitesimales de su maestro Arquímedes, los problemas de lo que hoy llamamos cálculo, es decir, la rectificación de curvas, el cálculo de áreas y la búsqueda de tangentes eran los problemas matemáticos más acuciantes de la época. Tanto Cavalieri como Torricelli y Roberval los abordaron con brio, dando origen el primero al principio que lleva su

nombre, y los dos últimos a encontrar el área bajo una cicloide, la tangente a la parábola, la elipse y la cicloide, y, en el caso de Torricelli, a rectificar la espiral logarítmica, primera rectificación que se hacía después de Arquímedes, y que de paso rectificó a Descartes, que creía que no podía rectificarse.

Kepler utilizó argumentos infinitesimales para calcular las áreas en su segunda ley. El propio Kepler hizo la observación de que una curva varía más lentamente en la cercanía de un máximo, y calculó volúmenes de sólidos de revolución. Los argumentos usados por todos ellos caían en tres grupos: utilización de infinitesimales —método que a los mismos griegos repugnaba por poco formal, pero que en los informales tiempos que nos ocupan no le daban asco a nadie—, argumentos cinemáticos y método de exhaustión. Este último era el único aceptado por los griegos, pero desgraciadamente era demostrativo, y no constructivo: había que saber el resultado de antemano. En todo caso, el argumento cinemático es el más interesante para nosotros, pues llevó al concepto de trayectoria, y de la tangente como velocidad. Por otro lado, la nueva herramienta de Descartes fue valiosísima en el desarrollo del cálculo; él mismo la aplicó para encontrar en general la normal a una curva en un punto dado, que desde luego es equivalente a encontrar la tangente.

Fermat, Pascal, Huygens, Barrow, Wallis, Gregory, Wren, Desargues. La lista de matemáticos se extiende casi indefinidamente. La mayoría de ellos abordaba tanto problemas físicos como cuestiones matemáticas; cada uno tuvo su papel, cada uno llevó a cabo un adelanto. Fermat, enemigo jurado de Descartes, creó su propia geometría analítica, y un método para encontrar máximos y mínimos; Pascal hizo importantes contribuciones a la hidrostática; Barrow, Gregory y Wallis se interesaron por el cálculo y las series. También Wallis y Wren encontraron las leyes de las colisiones.

Detengámonos sin embargo en Pierre Fermat y en Cristiaan Huygens, cuyas contribuciones físicas fueron fundamentales para el desarrollo posterior de las formulaciones alternas de la mecánica.

Fermat era un abogado que se dedicaba a la matemática en sus tiempos libres; vista la magnitud de su obra, uno no puede menos que preguntarse que hubiera sido si Fermat se hubiese dedicado a la abogacía en sus ratos libres. Extremadamente tímido para publicar, como Newton, gran parte de su obra fue publicada póstumamente, o dada a conocer en forma privada por medio de cartas, de las que Mersenne era el destinatario más común. Este Mersenne era el correo de la época: cualquier matemático que se preciara mantenía correspondencia con él. Sus contribuciones matemáticas propias fueron escasas, limitándose a una fórmula para generar números primos que no siempre —mejor dicho, casi nunca— genera un primo. Sin embargo, dada la rivalidad entre Fermat y Descartes y la timidez de aquél, la contribución de Mersenne como puente fue fundamental. Volviendo a Fermat, aunque sus contribuciones matemáticas en la teoría de máximos y mínimos

fueron muy relevantes, lo que nos interesa ahora es su formulación de un principio físico: el principio de Fermat.

Este no se aplicaba a la mecánica, sino a la óptica; pero el precedente que estableció, así como su posterior identidad con semejantes principios en la mecánica, que Hamilton demostró, lo revisten de interés para nosotros. El principio de Fermat se considera el primer principio variacional de la física, aunque ya Herón de Alejandría había postulado un principio semejante, aplicado solamente a casos de reflexión. El principio de Herón decía que un rayo de luz que iba de un punto P a un punto S por vía de una superficie reflejante, lo haría en la trayectoria más corta posible. Este principio era evidentemente falso para casos de refracción, y Fermat lo reformuló consecuentemente.

En su forma original, reza así: un rayo de luz seguirá la trayectoria recorrida en el menor tiempo posible. En términos modernos, el principio sólo requiere la existencia de un valor estacionario, en el que la suma

$$l = \int_p^s m ds$$

conocida como la longitud de trayectoria óptica, tenga un máximo, un mínimo o un punto de inflexión. Evidentemente, la longitud dividida entre la velocidad de la luz resulta en el tiempo de recorrido:  $t = l/c$ .

Este principio tuvo una profunda influencia en Leibniz, Maupertius y Euler, que intentaron formular un principio semejante para la dinámica.

Huygens, por su lado, fue uno de los talentos más preclaros de la época. Elaboró la teoría oscilatoria de la luz, y preocupado por problemas de horología, trató de encontrar una curva isócrona, para construir péndulos. Ya Galileo había demostrado que las oscilaciones de un péndulo simple son casi isócronas si la amplitud es pequeña, pero Huygens quería para sus relojes la curva exacta. Su conclusión fue que la cicloide era la curva que buscaba, y aunque no le ayudó en sus relojes, le permitió formular toda la teoría de centros de curvatura, evolutas y centros de oscilación; en el curso de estas investigaciones, formuló la ley de la fuerza centripeta,  $a = v^2/r$ . Por otro lado, Huygens corrigió a Descartes: logró establecer una teoría de la colisión de cuerpos, y, aunque se adhirió a la teoría vortical de la gravitación de Descartes, reconoció sus fallas y la corrigió.

La capacidad de enunciar la ley de la fuerza centripeta es una consecuencia de la ley de la inercia: una vez reconocido que un cuerpo tiende a moverse de manera rectilínea, el movimiento circular uniforme deja de tener su papel preeminente y natural: es necesaria una aceleración para mantenerlo. Sin embargo, esto parece paradójico, pues en el movimiento circular uniforme no cambia de magnitud la velocidad. Huygens descubrió el quid del

problema: aunque la velocidad se mantenga constante en magnitud, cambia de dirección, y este cambio implica una aceleración. El reconocimiento de la naturaleza vectorial de la velocidad, ya en germen en el principio galileano de independencia de velocidades, cobraba aquí nueva importancia.

Por otra parte, el trabajo sobre péndulos de Huygens fue fundamental. En primera instancia, fue el primero en determinar "g" a partir de la ley del péndulo simple; en segundo lugar, utilizó momentos de inercia para determinar el movimiento de un péndulo físico; finalmente, y aún más importante, su deducción general del centro de oscilación de un péndulo compuesto le llevó al principio de conservación de la energía cinética. Volveremos sobre este punto más adelante.

Aparte de todo, Huygens fue el maestro de Leibniz: el nexo entre Descartes y el pensador alemán. Mientras tanto, en Inglaterra, Barrow, otro matemático de genio, hacía sus contribuciones al cálculo. Era profesor lucasiano en Cambridge, y al abandonar el puesto para convertirse en capellán de Carlos II, recomendó a un amigo y discípulo suyo para su antiguo puesto. Ese amigo respondía al nombre de Isaac Newton.



NOTAS AL CAPITULO V

- 1) Descartes, 'Meditaciones Metafísicas', p. 58.
- 2) ibid., p. 63.
- 3) Descartes, 'Discurso del Método', p. 62 ss.
- 4) Descartes, 'Meditaciones Metafísicas', p. 69.
- 5) ibid.
- 6) Koyrè, 'Estudios Galileanos', p. 320 ss.

## VI. EL UNIVERSO REINVENTADO

Nature and Nature's laws  
Lay hidden in the night;  
Then God said: "Let Newton be!"  
And all was light.

Alexander Pope

### 1.- El Monumento Newtoniano

Pero la luz también tiene su lado oscuro. Sir Isaac Newton, cuya obra demolió los postreros resabios de la magia e inauguró la ciencia moderna, lejos de la imagen racionalista que han propagado los siglos, lejos de la pètreia visión que Voltaire creyó ver el día de su sepelio en Westminster, cuando se dijo a sí mismo que aquel hombre había desterrado las impertinencias metafísicas del mundo del pensamiento, Newton, declamos, fue, en la frase de Keynes, "el último de los magos, el último de los babilonios y los sumerios, la última de las grandes mentes que contempló al mundo visible e intelectual con los mismos ojos de aquellos que empezaron a construir nuestra heredad, hace casi diez mil años" (1).

Newton nació el día de Navidad de 1648, prematuro y póstumo: su padre había muerto meses antes, y su madre lo abandonó al cuidado de su abuela, para casarse con el diacono Barnabas Smith, hecho que resintió profundamente el joven Isaac. Años más tarde, Newton confesaría su compulsión infantil de quemar la rectoría con Smith y su madre adentro.

En efecto, Newton dio muestras de su desequilibrio en múltiples ocasiones, ora riñendo con sus contemporáneos, ora encerrándose obsesivamente en un mundo propio, solitario y huraño. Nunca se casó. Introverso, tímido y temeroso de la crítica, desconfiado y suspicaz, cayó al fin en una profunda depresión nerviosa de la que nunca se recuperaría cabalmente. Sólo la fuerte presión de sus amigos, especialmente de Halley, le forzó a publicar sus obras científicas, y aun así, muchas páginas quedaron inéditas.

Pero fue quizá su mismo temperamento el que lo orilló a refugiarse en las matemáticas y la filosofía, en un mundo de orden y callados misterios, y su soledad le permitió dedicarse a sus estudios con un tesón y una resistencia inigualables. Newton poseía una intuición extraordinaria; sus pruebas fueron siempre elaboradas <<a posteriori>>, y podían pasar años antes de que se decidiera a dar una prueba de afirmaciones en las que creía con profunda certeza. Así, la acabada estructura de los <<Principia>>, modelo de razonamiento y exposición durante varios siglos, es sin duda muy distinta al proceso mental que siguió Newton para llegar a sus conclusiones. Esto no obsta para afirmar que Newton era admirablemente sistemático y cuidadoso en sus demostraciones; pero éstas eran tal vez tan sólo un medio para

convencer a sus contemporáneos, más que una prueba para sí mismo.

Newton contemplaba al Universo como un extenso enigma susceptible de ser descifrado aplicando el pensamiento puro a los indicios que el Creador había sembrado con ese fin; pero su búsqueda no se limitaba al campo de la filosofía natural, es decir, la ciencia física. En gran parte de su obra, sus esfuerzos iban encaminados al descubrimiento de los secretos del tabernáculo y el Tetragrammaton, la alquimia y las ciencias herméticas, como lo demuestran las cartas y manuscritos que de él se conservan. Newton aplicó su poderosa mente tanto a los problemas físicos y matemáticos como a los esotéricos con el mismo método y cuidado, tratando de hacer surgir un todo coherente, una imagen del mundo que la razón pudiera aprehender y justificar, una comprensión global que revelara la esencia misma de Dios y del Universo. No fueron los suyos destellos de senilidad o locura, aunque no es claro por qué ocultó tan celosamente sus escritos esotéricos. Tal vez fue el miedo a revelar su herejía, tal vez por entender que tales secretos sólo pertenecían a los iniciados; el caso es que, a diferencia de sus obras matemáticas, Newton no mostró a nadie esos escritos.

Hacia el final de su vida, el sabio fue erigido en una especie de dios de la razón, de explicador universal muy lejos de la antigua magia. Newton desempeñó bien su papel, mientras guardaba en un baúl sus herméticos documentos.

El Dios de Newton no era el metafísico e impalpable Dios de la Edad de la Razón; era la divinidad de Abraham, Yahvé, el despótico y caprichoso numen del Antiguo Testamento, mezclado con herejías arranianas y unitarias. Así, el concierto universal, la "música de las esferas", no era para Newton sino el reflejo de la voluntad divina, creado y sostenido por ella, y expuesto a los ojos de los hombres para que éstos buscaran en él la clave de su Gloria. "Cuando escribí mi tratado sobre nuestro sistema, tenía la mirada puesta en aquellos principios que pudiesen llevar a la gente a creer en Dios, y nada me causa mayor satisfacción que comprobar su utilidad para dicho fin" (2).

La mecánica newtoniana es la coronación de siglos de esfuerzos: de tres simples leyes y algunas definiciones, Newton deduce todas las leyes mecánicas conocidas, y resuelve problemas inéditos. No en balde Pope estaba admirado. En efecto, Newton era la luz, una luz cegadora. El acertijo de las mareas, la explicación de las leyes de Kepler y de la calda de graves, los secretos de la colisión de cuerpos, todo está contenido en los <<Philosophiae Naturalis Principia Mathematica>>. Y lo que no está explícitamente demostrado, los problemas mecánicos más exóticos que puedan imaginarse, son solucionables en principio aplicando las leyes de Newton. Este, al igual que Euclides con la Geometría, había logrado sistematizar todo el saber mecánico de su tiempo; pero había hecho más, mucho más. Toda la mecánica hasta principios del siglo XX llevaría la marca de Newton. Todas las formulaciones "equivalentes" posteriores no añaden ni una iota a la solución de problemas mecánicos, si bien es cierto que

podían resolver muchos problemas con mayor facilidad que la aplicación directa de las leyes de Newton, ésta era una dificultad matemática, nunca de principio. Newton había definido el problema fundamental de la mecánica: dada una ley de fuerzas y la posición y velocidad inicial de un cuerpo, determinar su posición y velocidad en cada instante subsecuente. Era asombroso, porque era posible. Toda la arrogancia científica, toda la confianza ciega de los siglos posteriores, toda la filosofía del progreso estaban fèrreamente asentada en las tres leyes de Newton.

La mecánica newtoniana es inseparable del cálculo: nacieron gemelos, y la una es imposible sin el otro. El cálculo de Newton estaba planteado desde un punto de vista dinámico. Al igual que Roberbal y Torricelli, pensaba que una curva representa la trayectoria de un punto en movimiento. Su misma elección de lenguaje (fluyentes y fluxiones) dan idea de ese dinamismo: sus fluxiones eran siempre derivadas respecto al tiempo. Pero, a la vez que indispensable, el cálculo newtoniano fue durante mucho tiempo un secreto celosamente guardado. Newton creía con razón que su cálculo era una herramienta secreta y poderosa, que le daba una enorme ventaja sobre sus contemporáneos. La costumbre de la época renacentista, que ocultaba escrupulosamente los resultados y métodos para obtenerlos, era aún poderosa en tiempos de Newton. Esto explica en parte que Newton no haya publicado su "método de fluxiones" sino mucho tiempo después de los Principia, y entonces solamente como un apéndice al Opticks. En efecto, aunque sabemos a ciencia cierta que muchos de los resultados de los Principia fueron obtenidos mediante el cálculo, Newton los presentó bajo un manto geométrico: el hermetismo del alquimista. Sus contemporáneos deben de haberse quedado de una pieza. ¿Cómo era posible que Newton supiera tanto?

Newton construye su monumental edificio de una manera axiomático-deductiva (2). Al igual que Euclides, se encuentra ante la dificultad de las definiciones. ¿Cómo definir conceptos elementales, tales como masa o espacio, ¿o punto o línea? La "definición" newtoniana de masa, la primera de los Principia, es sintomática: La cantidad de materia es una medida de la misma, originada conjuntamente de su densidad y su volumen. Desde luego, esta definición es circular, pues, ¿cómo puede definirse la densidad sino en términos de la masa? No obstante, Newton ha llegado a la distinción fundamental, que ni Galileo ni Descartes ni Huygens pudieron hacer: masa y peso. En la explicación de la definición, Newton aporta una manera de medir la masa: la masa, dice, es proporcional al peso, y yo mismo he hecho el experimento mediante péndulos. ¿Cómo llegó Newton a esta distinción fundamental? La respuesta está en la otra gran aportación newtoniana, la ley de la gravitación.

La idea de que había una fuerza atractiva entre el Sol y los planetas no era nueva: ya Kepler había postulado su «anima motrix», Gilbert había comparado a la gravedad con el magnetismo, y Huygens, aunque sin aceptar la acción a distancia, había encontrado la ley de la aceleración causada por una fuerza

centrípeta. Hooke pensaba que la gravedad podía decrecer con la distancia, y trató de probarlo. Por otro lado, tanto Copérnico como Galileo y Descartes habían destruido la dicotomía aristotélica de tierra y cielo: la convicción de que las leyes de la física eran las mismas en todas partes se había ido reafirmando gradualmente. Newton dio el paso final: la misma fuerza que mantiene a la luna en su órbita es la que hace caer a los graves. La dicotomía estaba rota: las leyes celestes y las leyes terrestres eran idénticas. Por otro lado, tanto la luna alrededor de la Tierra como los planetas alrededor del Sol y los satélites de Júpiter manifestaban el mismo comportamiento: la gravitación era una fuerza fundamental, presente entre cualesquiera dos objetos.

El mundo había caído de golpe en un esquema universal; los movimientos de los astros diferían en un sólo aspecto de la caída de graves: su velocidad tangencial. Las mareas, cuya relación con la luna había sido observado desde antiguo, quedaban explicadas: eran el resultado de la atracción de la luna sobre la móvil masa de agua. Finalmente, las leyes de Kepler daban la expresión de la ley de la gravitación universal: por un lado, la segunda ley era equivalente a la ley de la aceleración centrípeta descubierta por Huygens, y determinaba la dirección de la fuerza; por el otro, la tercera ley de Kepler implicaba la dependencia de la fuerza con la distancia: era inversamente proporcional al cuadrado de ésta.

De aquí, era evidente que, si el peso no era más que la expresión de la fuerza de gravedad, este peso decrecería con la distancia. Y sin embargo, existía algo que no variaba en el cuerpo: ese algo podía identificarse intuitivamente con "la cantidad de materia". Ese algo era la masa. Por otro lado, varios experimentos habían establecido ya que la inercia, o resistencia del cuerpo a cambiar de estado, parecía ser distinta al peso: Baliani había distinguido entre peso como <<agens>> y peso como <<patiens>>, y Kepler había enunciado la existencia de una fuerza de inercia. Newton retoma la fuerza de inercia, pero la equipara a la masa; en la práctica, la fuerza de inercia en el sistema newtoniano no es más que una manera de hablar; esta pseudo-fuerza es indistinguible de la masa: en la tercera definición, Newton nos habla de la inercia: la inercia, o <<vis insita>>, es el poder de resistir a un cambio de estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme. Pero esta inercia, nos explica, es en todo equivalente a la masa, salvo en nuestra percepción de ella. Es decir, la inercia la percibimos como una "fuerza", mientras la masa es la cantidad de materia.

Como hemos dicho, el término inercia fue introducido por Kepler, que hablaba de una pereza o resistencia de los cuerpos al movimiento. Ciertamente, Kepler no poseía la ley de la inercia: no creía en el movimiento como estado. Sin embargo, esto le diferenció de Galileo: Kepler postuló su <<anima motrix>> por necesidad, ya que cualquier movimiento, incluso el circular, requería según él de una fuerza. Otra observación viene a cuento: estamos igualando aquí los dos conceptos de masa: la inercial y la gravitacional, pero es que Newton no distinguía

entre ellos.

De esta manera, Newton continúa dando definiciones, hasta un total de ocho. La segunda se refiere a la cantidad de movimiento, definida como el producto de la masa por la velocidad. Al fin, el <<impetus>> nominalista, convertido por Galileo en un efecto, se ha transformado en un concepto nuevo y mensurable: el efecto de una fuerza será cuantificable por la cantidad de movimiento impresa en un cuerpo. Newton descarta, al igual que Galileo, la teoría nominalista del <<impetus>>: no existen fuerzas intrínsecas, no hay causas del movimiento impregnadas en el cuerpo; sólo el efecto de una fuerza externa traducida en movimiento. Ese efecto es la cantidad de movimiento, impetu, o momento lineal.

Finalmente, la cuarta definición nos dice lo que es la fuerza: una acción ejercida sobre un cuerpo para cambiar su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme. Es decir, la fuerza es la causa del cambio de estado. El viejo aforismo aristotélico, <<causa cessante cessat effectus>> cobra un nuevo sentido. El medio ambiente no es responsable del movimiento de un cuerpo; sólo es responsable del cambio de estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme. Newton había reducido todas las causas de movimiento a una sola: la fuerza. Por otro lado, había establecido la identidad esencial de todas las fuerzas: ya fuera la gravitación, la fuerza de presión o la de tensión, todas actuaban de idéntica manera. Al irse estableciendo nuevas leyes de fuerza, esta afirmación cobraría el rango de una certeza: era posible sustituir, por ejemplo, la fuerza gravitatoria por la fuerza de Coulomb, y las ecuaciones precedían exactamente el movimiento. Aún más: la estática se reducía a un caso particular de la dinámica, en que todas las fuerzas que actuaban sobre un cuerpo se sumaban para dar una resultante igual a cero, y todas las torcas eran también iguales a cero. En un problema estático se podían sumar libremente las acciones debidas a fuerzas de naturalezas completamente distintas: la tensión, el peso...

Las definiciones restantes tienen que ver con la fuerza centrípeta; en ellas Newton establece una distinción entre tres tipos de fuerza: fuerza absoluta, fuerza acelerativa y fuerza motriz. La fuerza absoluta es la medida absoluta de la fuerza; la fuerza acelerativa, es una medida de la fuerza proporcional a la velocidad que genera en un tiempo dado; la fuerza motriz es una medida de la fuerza proporcional a la cantidad de movimiento generada en un tiempo dado. Ciertamente, estas dos últimas sólo se distinguen por la masa: el mismo Newton dice: "la fuerza aceleradora es a la fuerza motriz como la velocidad es a la cantidad de movimiento" (3). Por lo tanto, podemos distinguir solamente entre dos tipos de fuerza: motriz y absoluta. La fuerza absoluta es una fuerza instantánea, tal como un golpe seco; la fuerza motriz es una fuerza que actúa continuamente en el tiempo, como la gravitación. Newton mezcla libremente estos dos tipos de fuerza, bien que la segunda, tal como él la plantea, es más bien lo que hoy en día conocemos como impulso: } Fdt.

A continuación, Newton introduce un escolio, que sería fuente de polémicas desde Leibniz hasta Mach. En este célebre escolio, Newton da sus conceptos de espacio y tiempo. En primera instancia, Newton distingue entre el espacio absoluto y el espacio relativo, entre el tiempo absoluto y el relativo, y por consiguiente entre el movimiento absoluto y el relativo. Comencemos por el tiempo. Newton postula la existencia de un tiempo absoluto, matemático y real. Es decir, el tiempo es una categoría ontológica fundamental, y existe <<per se>>. Por el contrario, el tiempo relativo es una medida del absoluto por medio de algún movimiento, ya sea el de la Tierra o el de un péndulo. El tiempo absoluto es homogéneo: todas sus partes son iguales. El espacio absoluto, igualmente, es inamovible y similar. El espacio relativo es una medida movible del espacio absoluto: si la Tierra se mueve a través del espacio absoluto, el aire que lleva se mueve también, pero respecto a la Tierra el aire está en reposo: así, ambos espacios son iguales en figura y magnitud, pero no necesariamente iguales numéricamente. Finalmente, el movimiento absoluto es el que se realiza en el espacio absoluto, y el movimiento relativo el que se lleva a cabo en el espacio relativo. En todo caso, he aquí la realización absoluta de la geometrización del espacio: el paso que Galileo no pudo dar, el paso que Descartes dio, pero sin consecuencias en su propia teoría. El Universo es enteramente geométrico: es homogéneo e isotrópico.

Como decíamos, la distinción newtoniana ha llevado a interminables polémicas, al menos antes de la teoría de la relatividad. Estas polémicas tendieron a dejar de lado la distinción de tiempo absoluto o relativo, y a fijarse en el espacio y el movimiento. Después de todo, el concepto de tiempo es una categoría más compleja. Los filósofos, con Leibniz a la cabeza, fueron los primeros en refutar a Newton; sin embargo, muchos científicos, especialmente los empiristas, abandonaron gradualmente la noción de espacio absoluto, dado que era imposible observarlo. La introducción del éter en el siglo pasado, sin embargo, revivió la polémica. ¿Era posible que el éter fuera el espacio absoluto? Como sabemos, sólo con Einstein terminó el problema; sin embargo, valdría la pena, dentro del marco de la mecánica clásica, preguntarse qué objeto tenía el espacio absoluto. ¿por qué hace Newton la distinción? ¿Es por un capricho metafísico, o porque su teoría la requiere? Newton se extiende en su distinción por varias páginas, muchas más de las que dedica a cada una de las definiciones precedentes.

El espacio y el tiempo medidos son relativos, pero a estos intuitivos conceptos de la experiencia, Newton opone la realidad ontológica de espacio y tiempo absolutos. Evidentemente, en un espacio absoluto el movimiento es absoluto: aún si existiera una sola partícula en el Universo, y no tuviéramos ninguna referencia con que compararla, sería posible discernir si la partícula se mueve o no. Por otro lado, el tiempo transcurre, aunque no haya movimiento que lo cuantifique.

Pero, ¿cómo distinguir entre espacio absoluto y relativo?

Newton nos dice que una fuerza puede alterar el movimiento absoluto sin alterar el relativo, y viceversa, y da el célebre ejemplo de la cubeta: la fuerza centrífuga que experimenta el agua en la cubeta se da sólo cuando el movimiento relativo entre cubeta y agua es mínimo, pero el movimiento absoluto de la cubeta es máximo. Así, lo que Newton está tratando, si bien algo confusamente, es de definir un marco de referencia inercial. Los únicos marcos de referencia -espacios- inerciales serían aquellos que estuvieran en reposo o movimiento rectilíneo uniforme respecto al espacio absoluto. Newton reconoce que tal vez ningún cuerpo del universo esté en reposo absoluto -o, lo que sería equivalente, en movimiento rectilíneo uniforme absoluto-, pero, ante el problema de las fuerzas ficticias, trata de establecer su teoría en una base sólida. En efecto, como todos sabemos, un observador en un marco de referencia acelerado experimenta fuerzas que no son observables desde un marco en reposo. Dado que la fuerza es la interacción del medio con el cuerpo, se hace necesario distinguir, al menos en la mecánica clásica, las fuerzas reales, es decir, las que son originadas por algún fenómeno físico, de las "ficticias". El problema no es trivial: está en juego la objetividad de la mecánica. Si no somos capaces de distinguir una fuerza "real", por ejemplo la centrípeta de la gravitación, de una fuerza "ficticia", por ejemplo la fuerza centrífuga, cómo podemos describir adecuadamente a la Naturaleza?

Einstein tomó al toro por los cuernos, postulando la indistinguibilidad de la fuerza gravitatoria de una fuerza ficticia generada por la aceleración del marco de referencia; pero, de alguna manera, lo que hace Einstein es ficcionalizar la fuerza gravitatoria. Esto en la mecánica newtoniana no es posible. La fuerza de gravedad era real, muy real. Todo la explicación newtoniana del mundo está basada en ella.

La demostración de la cubeta es bastante convincente: al parecer, es posible distinguir entre un marco de referencia que rota y uno que no rota. Sin embargo, Newton no extiende la discusión a marcos de referencia que se trasladen de manera acelerada, aunque vagamente implica que se puede hacer. Esta distinción fundamental llevó a algunos físicos a la espeluznante conclusión de que el espacio sería absoluto frente a un movimiento rotacional, pero relativo frente a traslaciones.

En principio, Newton cree que es posible distinguir entre marcos de referencia acelerados e inerciales; postula la existencia de estos últimos, pero no se atreve a identificar el sistema de referencia absoluto: él mismo ha expresado dudas de que las estrellas fijas lo sean realmente. Independientemente de que hubiera sido posible distinguir o no ese marco de referencia -hablamos hoy en día con el beneficio de la teoría de la relatividad, pero hay que ponerse un momento los zapatos de Newton-, la teoría parecía requerirlo. No olvidemos el carácter apriorístico de la nueva física: Galileo había comenzado la abstracción, y Newton la llevaría a su punto culminante. Los cuerpos no caen realmente en el vacío, y el espacio absoluto,



aunque no existiera, era una abstracción necesaria. Los marcos de referencia reales serían por necesidad relativos; pero, como bien sabemos, incluso la giratoria Tierra puede considerarse en muchos casos un marco de referencia inercial. El movimiento de los cuerpos en el espacio newtoniano era ideal. ¿Por qué no había también de ser ideal su espacio?

Newton destruía de esta manera todas las fuerzas ficticias: sólo las fuerzas con una causa real podían entrar en su discusión. La distinción es realmente admirable; el proceso lógico por el cual se llega a ella es la consecuencia necesaria de la abstracción. El espacio newtoniano tiene que ser absoluto; todo esfuerzo por eliminarlo de la teoría conduce a la circularidad. Recordemos que Newton no estaba obsesionado, como los empiristas del siglo pasado, por categorías observacionales. Su física, aunque firmemente asentada en la experiencia, es apriorística, como la de Galileo. Si alguien le hubiera dicho a Newton que nada existe a menos que pueda observarse, se hubiera encogido de hombros. Aún en el supuesto, que Newton no creía, que no hubiera distinción posible entre el espacio absoluto y el relativo, Newton hubiera continuado afirmando la existencia ontológica de aquél. Metafísica, diría Mach. Tal vez; pero una teoría no es conjunto de símbolos matemáticos; es también una interpretación.

Las leyes que está a punto de enunciar Newton sólo son válidas en marcos de referencia inerciales, es decir, no acelerados. Terminada —según Newton— la discusión, pasa inmediatamente a formular las leyes o axiomas del movimiento. Desde luego, la primera ley es nuestra vieja conocida, la ley de la inercia, elevada aquí, como en Descartes, a principio fundamental de la Naturaleza. No es difícil que Newton la haya copiado de Descartes: Bernard Cohen lo cree así (4). En todo caso, el principio ya no es metafísico, sino físico, y la inercia, por virtud de la definición antes citada, se iguala a la masa. "Todo cuerpo conserva su estado de reposo o movimiento uniforme en una recta, a menos que fuerzas impresas lo haga cambiar de estado" (5).

La segunda ley dice literalmente: "el cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa; y se lleva a cabo en la dirección en que la fuerza es impresa" (6). Recordemos que fuerza motriz es lo que hoy llamamos impulso. La segunda ley está pues formulada en términos del impulso, y no de la fuerza; por otro lado, el cambio es en la cantidad de movimiento  $mv$ , no sólo en la velocidad.

Newton expresa en su comentario que si el cuerpo estaba ya en movimiento, el cambio de movimiento —realmente el cambio en la cantidad de movimiento— deben tomarse en el espacio relativo, es decir, debe sumarse a él. Esto es válido incluso para incrementos diferenciales de impulso. En otras palabras, tres impulsos  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  cuya suma vectorial es  $I$ , y que produce cada uno un cambio en la cantidad de movimiento  $\Delta p_1$ ,  $\Delta p_2$ ,  $\Delta p_3$ , respectivamente, producen el mismo cambio de movimiento  $p$  que  $I$ , donde

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3$$

Lo que Newton está exponiendo es el principio de la suma vectorial de fuerzas, que pasa inmediatamente a enunciar y demostrar en un corolario. Tanto el impulso como su efecto, el cambio en la cantidad de movimiento, son cantidades vectoriales. Esto, que parece obvio a un lector moderno, es de capital importancia. Nadie antes de Newton había enunciado explícitamente el principio de composición de fuerzas, aunque Varignon, contemporáneo suyo, llegó al mismo resultado independientemente. La superposición lineal de las fuerzas es un nuevo principio de la Naturaleza: nada la obliga a portarse así. Por otro lado, el principio de adición de velocidades, que ya Galileo conocía, se sigue a partir de la segunda ley y del principio de superposición lineal de fuerzas. La importancia de este principio no puede exagerarse: es él quien nos permite igualar la infinidad de interacciones que puede tener una partícula con una sola interacción resultante. Se ha dicho que la significación real del paralelogramo de fuerzas está, no en una realidad, sino en una apariencia: el cuerpo se mueve "como si" estuviera sujeto a una única fuerza resultante, pero es indemostrable que las fuerzas aisladas se sigan comportando de la misma manera cuando están solas que cuando están en compañía de otras fuerzas. Como quiera que esto sea, la distinción es filosófica: la superposición lineal de fuerzas funciona.

Por otro lado, Newton iguala implícitamente el impulso a la fuerza, y los usa alternativamente sin distinción. Esto se explica por su concepción del tiempo: todas las fluxiones son tomadas respecto al tiempo, y éste es homogéneo, fluye uniformemente, o por decirlo de otra manera, todas sus diferenciales son iguales. De aquí que a veces Newton las introduzca en su exposición y en otras ocasiones las deje de lado. De alguna manera, las está "cancelando". El impulso continuo produce una serie infinita de incrementos diferenciales de la cantidad de movimiento; una fuerza instantánea produce un incremento finito. Newton, sin ninguna idea del análisis dimensional, iguala ambas formulaciones de la segunda ley. En ese sentido, las siguientes formulaciones de la ley son equivalentes para Newton, como se manifiesta en la proposición I del libro I (7).

$$I = d(mv)$$

$$F = d(mv)$$

$$F = d(mv)/dt$$

Desde luego, la última es la formulación moderna; sin embargo, aunque estrictamente la equivalencia es incorrecta, los resultados numéricos son iguales, debido a la constancia de las diferenciales de tiempo.

La segunda ley de Newton no es sólo una fórmula; en ella

està implícito un concepto de causalidad. Como hemos dicho, Galileo demolió la teleología aristotèlica, acabando así con el concepto de causa final. Descartes hizo lo propio con la causa formal, al excluir de su ontología el concepto de forma como esencial a la sustancia. Sólo quedaba la causa eficiente, y la causalidad newtoniana se basa manifiestamente en ella. Nuevamente, los empiristas y los logicistas trataron, en el siglo pasado, de destruir el concepto de causalidad, como un fósil pasado de moda. La culpa en buena parte es de la física newtoniana: al establecer relaciones matemáticas, en la formulación de la mecánica desaparece el concepto de causa. En efecto, en una ecuación no se especifica agente causal y efecto; en  $F = ma$ , tan la fuerza puede ser una causa como un efecto de la aceleración. Esto llevó naturalmente a Mach y Hertz a prescindir de la causalidad. Ciertamente, ésta no era la intención de Newton; su teoría era causal. Las fuerzas eran causas del movimiento, y la mecánica no era meramente descriptiva, como pensaba Mach. Sin embargo, Newton heredó a la posteridad una teoría que contenía varias lecturas. Sin cambiar un ápice su formulación matemática, es posible darle múltiples interpretaciones.

La matemática newtoniana fue respetada a lo largo de los siglos; su interpretación, como es lógico, cambió. La física clásica que se hacía a mediados del siglo pasado no era la de Newton: el énfasis en la definición operativa de conceptos y el descarte de categorías ontológicas hubieran sido nuevas para él. Volveremos sobre este problema más tarde; baste indicar aquí cuál es la intención original de la mecánica newtoniana. Digamos finalmente que la segunda ley de Newton es para él una ley de la Naturaleza, no una definición de fuerza. El concepto de fuerza como acción o causa del movimiento se refleja en un cambio de velocidad. Si tomamos el concepto de fuerza como dado, podemos ver la profundidad de la segunda ley; nuevamente, nada obliga a la Naturaleza a comportarse así; la fuerza podría ser proporcional a la primera o a la tercera derivada de la distancia respecto al tiempo.

Finalmente, viene la célebre ley de acción y reacción: "a cada acción corresponde una reacción opuesta; o, las acciones mutuas de dos cuerpos respectivamente son siempre iguales y dirigidas a partes contrarias" (8). Esta ley es también una innovación newtoniana, aunque parezca tan intuitivamente clara. En efecto, una consecuencia directa de esta ley, y de la primera, es que ningún cuerpo en reposo puede moverse espontáneamente por la acción de fuerzas internas: su centro de masa no puede cambiar de posición. Es esta ley la que convierte a la física newtoniana en una física de varios cuerpos, a diferencia de la de Galileo; la acción mutua entre todos los cuerpos ha sido perfectamente determinada. También es esta ley la que Newton se ve obligado a explicar e ilustrar con más detalle, consignando los experimentos que hizo para comprobarla. Newton da crédito a Wren, Wallis y Huygens como sus predecesores en la formulación de la ley, dados sus trabajos en la física de colisiones; sin embargo, es nuevamente Newton el que extiende su operatividad a todo tipo de

fuerza, entre cualesquiera cuerpos.

Ciertamente, hay mucho de intuitivo en la tercera ley; cualquiera que haya dado una patada a una puerta sabe que la propia puerta puede hacerle daño; ya Wren había presentado a la Royal Society un experimento con péndulos que chocan entre sí, demostrando las propiedades del choque elástico. Sin embargo, Newton profundizó este experimento, para incluir cuerpos blandos, y postuló, como hemos dicho, la tercera ley para todo tipo de interacciones, incluidas las atracciones. Que nosotros atraigamos a la Tierra con la misma fuerza que ella a nosotros no es en nada obvio. Finalmente, a Newton debe darse crédito por elevar la tercera ley a la categoría de principio fundamental de la Naturaleza. La importancia de la tercera ley no puede ser exagerada. Aún Mach, que tanto criticó otros conceptos newtonianos, la consideraba fundamental. En efecto, esta ley nos permite convertir la física de un cuerpo en física de un sistema de cuerpos; nos permite demostrar que el movimiento translacional de un cuerpo rígido es reducible al movimiento de su centro de masa; nos permite pues hacer abstracción de los cuerpos rígidos complejos, y considerarlos, para efectos translacionales, como masas puntuales; nos permite, en fin, postular la ley de conservación del momento lineal y del momento angular.

De estos principios surge toda la mecánica newtoniana. En efecto, el problema de encontrar la trayectoria y la velocidad de un cuerpo dada la fuerza que actúa sobre él y las condiciones iniciales de velocidad y posición se reduce a resolver la ecuación diferencial de la segunda ley. La mecánica newtoniana es completamente determinista, tan determinista como única la solución de la ecuación diferencial: el movimiento de un cuerpo está determinado por una fuerza y por las condiciones iniciales. El poder de estos pocos enunciados es realmente asombroso.

Sabido es que Newton comparó al mundo con un gran mecanismo de relojería, cuyo invisible relojero sería Dios. No obstante la idea teológica, el principio fundamental del mecanicismo había sido formulado. Ya Descartes había comparado a toda la materia con una máquina; pero Descartes no había podido cumplir su programa; Newton lo llevaría a cabo, y establecería el reino del mecanicismo. Nadie mejor que Laplace expresaría el credo del determinismo mecanicista:

"Debemos (...) entrever el estado presente del universo como el efecto de su estado anterior y como la causa del estado que vendrá después. Una inteligencia que en un instante dado conociera todas las fuerzas de que está animada la Naturaleza, y la situación respectiva de las entidades que la componen, si por otra parte tal inteligencia fuera lo suficientemente poderosa para someter todos estos datos al análisis, abarcaría en la misma forma los movimientos de los mayores cuerpos del universo y los del más ligero átomo; nada permanecería incierto para ella y tanto lo venidero como lo pasado estarían presentes ante sus ojos." (9).

El determinismo laplaciano exigía el conocimiento absoluto; Newton era más modesto. Aislado y abstrayendo problemas concretos, podía circunscribir su universo causal. El mecanicismo extremo de Laplace no era corriente en tiempos de Newton; sobrevendría un siglo después, pero su causa directa fue la propia mecánica newtoniana y sus posteriores extensiones. En todo caso, hay en la frase de Laplace un punto interesante: el tiempo es invertible en las leyes de Newton, bien que el propio Newton no parece haberse dado cuenta. En efecto, un sistema mecánico quedaba determinado no sólo para el futuro, sino también para el pasado.

Como bien sabemos, el descubrimiento de dos planetas más el siglo pasado, con la ayuda de la mecánica celeste laplaciana, fue la más dramática demostración del poder predictivo de la mecánica clásica; nada parecía oponerse, y se convirtió en el modelo científico a seguir. Todas las demás ciencias trataban de parecerse a la mecánica; todas creían tener su principio en ella. En efecto, el problema del movimiento, que había sido el fundamental desde los tiempos de Aristóteles, debía explicar todos los demás fenómenos: la electricidad, el magnetismo, el calor. Boltzmann fundó la mecánica estadística con esa convicción; Maxwell buscó una explicación mecanicista a los fenómenos eléctricos, explicación reforzada por la similitud de sus propias ecuaciones con las de la hidrodinámica, y así nació el éter luminífero, que a su vez apoyaba la concepción newtoniana de un espacio absoluto.

Por otra parte, la mecánica newtoniana establecía una dicotomía muy clara, que ya se hallaba en Empédocles y Anaxágoras, y luego en Descartes. Recordemos que, al contrario de los jonios, Heráclito y los atomistas, que consideraban el movimiento como algo intrínseco a la materia, estos pensadores habían hecho una clara distinción entre la materia, el móvil, y el espíritu, el motor. Sin duda esta dicotomía fue mantenida por Aristóteles, pero con otra intención, más bien teleológica; la concepción mecanicista invierte los términos, y busca principios (condiciones iniciales), no finales. La dicotomía era manifiesta en la mecánica de Newton: por un lado, la materia inerte; por el otro, la fuerza, el motor, la causa. Si bien la fuerza es un concepto antropocéntrico, al que difícilmente se le pueden adscribir las cualidades del espíritu, la dualidad móvil-motor se mantiene en lo fundamental. El motor ha descendido a la tierra, pero sigue siendo un agente externo, un impulsor imprescindible para poner en movimiento a la inerte materia. Se argumentará que la materia puede conservar su movimiento rectilíneo uniforme; sin duda, pero ese movimiento es ontológicamente equivalente al reposo: se concibe como un estado natural de la materia. En todo caso, el mismo nombre de la <<vis insita>> de Newton, la inercia, describe la característica fundamental de la materia: es inerte.

En esto se encuentra el rasgo filosófico fundamental de la mecánica newtoniana: es siempre la interacción de una partícula o un conjunto de partículas con el medio ambiente. La interacción, en la forma de la fuerza, debe ser conocida en sus últimos

detalles, para poder calcular la resultante. Es necesario, por ejemplo, determinar que en un cuerpo absolutamente rígido todas las interacciones internas se anulan entre sí, antes de poder reducir su movimiento translacional al del centro de masa.

La física newtoniana era una física de partículas: Newton retomaba el atomismo de Gassendi, y en <<Opticks>> se declaraba convencido de la existencia de partículas indivisibles y absolutamente duras, de las que toda materia estaba formada.

Hablemos finalmente de la epistemología newtoniana. Al igual que Galileo, Newton fue convertido en empirista <<a posteriori>>, muchas veces por sus propios traductores. El célebre <<hypotheses non fingo>> fue tomado por Mach como la demostración del empirismo newtoniano. Sin embargo, las investigaciones de Koyré y los Hall han demostrado hasta qué punto es falso ese pretendido empirismo (10). En el libro III de los Principia, Newton enuncia las famosas <<Regulae Philosophandi>>, las reglas del razonamiento en filosofía. Estas cuatro reglas postulan la sencillez de la Naturaleza, el conocido <<dictum>> de que a causas similares deben asignarse efectos similares, la generalización a partir de ejemplos particulares y la fundamentación de las proposiciones científicas en los fenómenos y sólo en los fenómenos, es decir, la imposibilidad de refutar una proposición sólo mediante hipótesis contrarias. Esta última regla, añadida en la tercera edición de los Principia, iba sin duda dirigida contra leibnizianos y cartesianos.

Y sin embargo, existía una quinta regla, que Newton nunca se atrevió a publicar: "Lo que no se deriva de las cosas mismas, sea por los sentidos externos o por cogitación interna, debe ser tomado por hipótesis (...) Y lo que no puede ser demostrado por los fenómenos ni se sigue de ellos por argumentos basados en la inducción, lo considero como hipótesis" (11).

Sin duda, había hecho hipótesis: su <<hypothesis non fingo>>, traducido tramposamente por "no hago hipótesis", no quería decir más que su significado literal: no finjo hipótesis, no hago hipótesis falsas. Su teoría del espacio y el tiempo era hipotética, y detrás de toda su obra había una hipótesis no declarada, que hemos mencionado al principio de este capítulo.

Para Newton, la única causa final de todas las fuerzas era Dios, y la gravedad no era un excepción. Sin embargo, se cuidó mucho de publicar explícitamente esta opinión: los Principia evitarían hablar de la causa de la gravitación, lo cual le atraería innumerables críticas. En una versión no publicada del Escolio General, Newton afirma: "No he revelado aún la causa de la gravedad, ni he decidido explicarla, ya que no puedo comprenderla a partir de los fenómenos. Y es que no surge del centro de algún vórtice, pues no tiene al eje del vórtice, sino al centro del planeta" (12). La causa oculta era Dios, pero el hermético Newton, no teniendo la demostración a la mano, no se atrevió a decirlo. Newton pensaba que el espacio y el tiempo eran el "sensorio" de Dios, una especie de escenario donde la

invisible Deidad reflejaba su pensamiento; toda su física estaba orientada a desentrañar el misterio del sensorio, para aprehender al Dios que movía los hilos de los títeres.

## 2.- Las Críticas a Newton

A pesar del éxito indudable de su sistema dinámico, Newton fue sometido a duras críticas en su propia época, tanto por el empirismo representado por Berkeley, como por el racionalismo leibniziano. Los ataques de aquella época se centraron en el concepto del espacio absoluto y en la naturaleza de la gravitación. Aunque no forma parte de los fundamentos de la mecánica, la ley de gravitación era fundamental para la explicación de los movimientos celestes y terrestres, así como para la teoría de las mareas. Newton dudó mucho de su concepto de gravitación. En efecto, la gravedad parecía ser una característica intrínseca de la materia: en tanto hay materia, hay masa, y la masa implica gravedad. Esto era intolerable para muchos, incluido el propio Newton: no se había desnudado a la materia de sus cualidades aristotélicas para tener que aceptar una nueva cualidad, al parecer más extraña aún que las de Aristóteles. Para la mayoría de los filósofos, la masa o la extensión eran la única esencia de la materia; por otro lado, ésta era inerte: imbuirla de una fuerza intrínseca era inaceptable.

El otro problema de la gravedad era la acción a distancia. El propio Newton no suscribió, contra lo que se cree normalmente, esta hipótesis: fue Motte, en su prólogo a la traducción inglesa de los Principia, el que primeramente habló de acción a distancia. Newton se inclinaba más bien por un éter transmisor; pero, sin tener a la mano la demostración de su existencia, prefirió evitar la discusión.

La fuerza gravitatoria de Newton no depende del medio: es universal, y su alcance es infinito. Descartes, y después de él Huygens y Leibniz, abominaron del concepto de acción a distancia. La gravedad se transmitía de un cuerpo a otro, sin intermediario, de una manera instantánea; cómo conciliar esto con el principio de causalidad, tan caro a Newton y a sus contemporáneos? No había manera de hacerlo; y sin embargo, la gravitación newtoniana explicaba perfectamente los fenómenos conocidos. Por ello, y a pesar de las objeciones de los filósofos, su concepción fue gradualmente aceptada por todos los científicos.

Pero la crítica filosófica a la mecánica newtoniana era más fundamental: estaba en juego la esencia misma de la ciencia.

George Berkeley, obispo irlandés, constituía la reacción al apriorismo racionalista y el innatismo de las ideas. Ya Locke, en su Ensayo sobre el Conocimiento Humano, había atacado al racionalismo. Según Locke, padre del empirismo inglés, el mundo sensible ha sido creado por Dios para ser percibido; de él obtenemos ideas de sensación, que a su vez dan pie a las ideas de reflexión. Las ideas no son innatas: proceden de la experiencia,

ya directamente, ya a través de la reflexión. Aún así, Locke no termina de alejarse del racionalismo cartesiano: las cualidades sensibles pueden ser primarias o secundarias. Aquellas son reales, tales como la solidez, la extensión o el movimiento. Estas no están en las cosas, sino en nuestro modo de percibir las. El papel de la ciencia es identificar y estudiar las cualidades primarias.

Berkeley es mucho más radical: "Ser es ser percibido", escribe (13). Nada existe fuera de la percepción: la materia, el espacio, la realidad no son sino haces de percepciones. El problema para Berkeley es que el entendimiento humano tiende a proceder por abstracciones, y a considerar éstas como reales. El tiempo abstracto, el espacio absoluto tal como los concebía Newton no existen. En <<The Analyst>>, Berkeley criticaría a Newton sin piedad. El cálculo era para él una aberración sin límites: "Y, ¿qué son estas fluxiones? Las velocidades de incrementos evanescentes. Y ¿qué son estos mismos incrementos evanescentes? No son cantidades finitas, ni infinitamente pequeñas, ni tampoco son nada (es decir, cero. N. de A.). No podríamos acaso llamarlas fantasmas de cantidades desaparecidas?" (14). Toda la física newtoniana, que él contempla como una intolerable abstracción apriorística, debe ser derribada. La motivación de Berkeley era teológica; temía, y con razón, que la mecánica newtoniana conducía al materialismo. Sin embargo, Berkeley se detiene en la puerta del solipsismo: el mundo existe, pero como realidad espiritual, no material. Su concepto de Dios le impide caer en la negación del mundo; sin embargo, no deja de ser una contradicción con su empirismo, y la diferencia es muy tenue para nosotros.

David Hume coronaría la escuela empirista inglesa, que tanta influencia tendría en los positivistas empiristas. Hume distingue entre pensamientos e impresiones. Los primeros son vagos e indefinidos; las segundas, precisas e intensas. El pensamiento es una "copia" de la impresión, y es tan vago como la memoria. Evidentemente, Hume sigue a Locke: las ideas vienen de la experiencia; pero no se limita a esta afirmación: trata de descubrir el mecanismo por el cual se genera una idea. Ese mecanismo es la asociación de ideas, o más bien, de impresiones. Por ejemplo, la idea de triángulo proviene de asociar los triángulos reales que hemos visto. Esta asociación se lleva a cabo por medio de tres procedimientos: la semejanza, el contraste y la pretendida relación de causa y efecto. A partir de aquí, Hume procede a negar la metafísica, y, de hecho, todo el pensamiento abstracto. Una vez adquiridas las ideas, creemos en su realidad, pero esta creencia es falsa. La elaboración de esas ideas no se encuentra en el original, que es la impresión. La idea de Dios, la de alma, en fin, cualquier idea abstracta que no procede directamente de la experiencia debe ser negada. Hume no niega la existencia de Dios; sencillamente, dice que es incomprobable por la experiencia. Al no asignar al pensamiento abstracto ninguna validez, Hume echa por tierra todas las demostraciones de la existencia de Dios.



Hume niega la causalidad, tal como la concebimos: ésta no es una sucesión de hechos reales, sino de hechos mentales. La única causalidad que Hume acepta es una sucesión de impresiones: existe "un objeto seguido de otro, cuya aparición siempre trae consigo el pensamiento de ese otro" (15). La causalidad es una sucesión de ideas; hasta allí puede aceptarse como uno de los procedimientos de la asociación: por ejemplo, un padre y su hijo. Pero la causalidad no está en la Naturaleza: las cualidades ocultas de las cosas no pueden ser descubiertas. "La primera vez que un hombre vio la comunicación del movimiento mediante el impulso, como por el choque de dos bolas de billar, no podía decir que el acontecimiento estuviera conectado con el otro, sino tan sólo que estaba conjuntado. Después de haber observado varios casos de esta naturaleza dice que están conectados. Qué alteración ha sobrevenido para que nazca esta nueva idea de conexión? Nada sino que ahora siente que estos hechos están conectados en su imaginación, y puede fácilmente predecir la existencia de uno de ellos a partir de la aparición del otro" (16).

Hume es pues la cumbre del escepticismo, el hijo de aquella escuela que Occam había iniciado. Su pensamiento tendría una profunda influencia en el positivismo del siglo pasado: el empirismo había revivido, y lucharía contra el racionalismo hasta arrebatárle el dominio de las ciencias.

Finalmente, Kirchhoff, Mach, Poincaré, Hertz y Russell criticaron los cimientos básicos de la ciencia newtoniana. La mayor parte de estas críticas se hicieron con base en el movimiento filosófico que había pervadido la ciencia desde su postulación por Comte: el positivismo empirista. La exigencia de definiciones operativas de los conceptos no era satisfecha por las definiciones newtonianas. No cabe duda de que los conceptos newtonianos básicos, la fuerza y la masa, son perfectamente intuitivos. La fuerza es un concepto antropocéntrico; todos la experimentamos día con día. Y sin embargo, la definición newtoniana de fuerza es particularmente oscura, desde un punto de vista formal. Ciertamente, es posible definir las fuerzas independientemente: la ley de Hooke, la ley de la gravitación universal, la ley de Coulomb... Pero ¿qué garantiza que esas definiciones cuadren entre sí, es decir, que todas ellas sean fuerzas, y por consiguiente sustituibles en la segunda ley? Estas consideraciones llevaron a Kirchhoff, Mach y Russell a adoptar la segunda ley no como una ley natural, sino como una definición de fuerza: fuerza es aquello que ocasiona un cambio en la cantidad de movimiento de un cuerpo, respecto al tiempo. Pero, como bien hace notar Eisenbud, una definición no expresa nada sobre la Naturaleza; aún aceptando que el concepto de causalidad sea removido de la segunda ley, no es posible pensar que sea una definición: la segunda ley es el corazón de la mecánica newtoniana; si es una definición, toda la mecánica es una tautología. Por otro lado, Hertz sencillamente prescindió del concepto de fuerza: su formulación es radicalmente distinta a la de Newton, y a la de principios variacionales, en los que veía una sospechosa teleología; pero esto es materia de otro capítulo.

En cuanto al concepto de masa, ha sufrido semejantes ataques. Mach tratò de definir la masa en términos de la tercera ley: dos cuerpos tienen igual masa si ejercen las mismas aceleraciones uno en otro. Para Mach, la tercera ley era inseparable del concepto de masa; éste era inentendible sin aquèlla (17).

Por otro lado, se ha dicho con frecuencia -el mismo Mach lo afirma- que la primera y segunda leyes son tautològicas: la segunda ley implica a la primera como caso particular, simplemente igualando la fuerza a cero. En cambio, otros físicos consideran que la tautología no existe: al ser imposible diferenciar el espacio relativo del absoluto independientemente, la primera ley definiría los marcos de referencia inerciales; la segunda y tercera leyes de Newton son válidas tan sólo en esos marcos.

Mach critica especialmente los conceptos de espacio y tiempo de Newton: el tiempo, dice, es inseparable del movimiento. El único tiempo que percibimos està en relación directa con el movimiento de un cuerpo, y es una abstracción de la experiencia; el tiempo absoluto es una necesidad metafísica. Por otro lado, el espacio absoluto es igualmente refutado: todo movimiento es relativo a un cuerpo que se presume en reposo. El Universo, dice Mach, no es dado dos veces, una copernicana y la otra ptolemaica. Los movimientos son los mismos en ambos sistemas, ambas concepciones son igualmente correctas. El experimento de la cubeta, dice Mach, no prueba nada: las fuerzas aparentes pueden ser generadas por la presencia de los demás cuerpos celestes: el Sol, la Luna, los planetas, las estrellas. Nadie es capaz de afirmar lo que ocurriría en un espacio completamente vacío, que contuviera tan sólo a la cubeta.

Finalmente, Mach postula los que para él son los verdaderos principios -empíricos, desde luego- de la mecànica (18).

1.- Proposición experimental. Los cuerpos opuestos uno a otro inducen uno al otro, bajo ciertas circunstancias que deben ser especificadas por la física experimental, aceleraciones contrarias en la dirección de la línea que los une (El principio de inercia està contenido en esto).

2.- Definición. La razón de masas de cualesquiera dos cuerpos es la razón inversa negativa de sus aceleraciones mutuamente inducidas. Es decir,  $m_1/m_2 = -a_2/a_1$ .

3.- Proposición experimental. Las razones de masas de los cuerpos son independientes del carácter de los estados físicos que condicionan sus aceleraciones mutuas producidas, sean estos estados elèctricos, magnéticos o los que sean; y permanecen las mismas independientemente de que se llegue mediata o inmediatamente a ellos.

4.- Proposición experimental. Las aceleraciones que

cualquier número de cuerpos A, B, C, ... induce en un cuerpo K son independientes unas de otras. (El principio del paralelogramo de fuerzas se sigue inmediatamente de esto).

5.- Definición. La fuerza motriz es el producto del valor-masa del cuerpo por la aceleración inducida en tal cuerpo.

Como puede verse, toda relación causal ha sido desterrada de la mecánica machiana. Como él mismo afirma, la causalidad es sustituida por una función. La primera ley desaparece, la segunda se convierte en una definición, y la tercera sobrevive, pero modificada. Su ultrarrelativismo le lleva a borrar la distinción entre marcos de referencia inerciales y no inerciales. Todas las demás definiciones, dice Mach, tales como ímpetu o energía, son derivables de las anteriores. Mach argumentaba que sus principios eran una base sólida para toda la mecánica. Y sin embargo, desde el punto de vista epistemológico, Mach había destruido la mecánica clásica. La masa no es más que una relación numérica; la fuerza, una definición. Para el positivismo empirista, la materia, el espacio y el tiempo desaparecen como categoría ontológica; la realidad no es más que la percepción. Mach afirmaba: "el mundo no está hecho más que de mis percepciones", siguiendo en esto a Hume, que a su vez repetía a Occam. También en su negación de la causalidad se encuentran rastros del agnóstico inglés: "No hay causa ni efecto en la Naturaleza. La Naturaleza no tiene sino una existencia individual; la Naturaleza simplemente es. Estamos de parte de Hume; No existe por ejemplo una necesidad física distinta de la necesidad lógica" (19). Esta nueva interpretación, que cobraría fuerza a finales del siglo XIX, es la negación del racionalismo mecánico newtoniano: la realidad ha desaparecido.

La polémica sobre los principios de la mecánica fue cortada de cuajo por el advenimiento de la relatividad y la mecánica cuántica: problemas más acuciantes asaltaron a los filósofos de la ciencia. Sin embargo, en fecha tan tardía como 1957, Leonard Eisenbud proponía una reformulación de las leyes de Newton, basadas en líneas generales en los argumentos machianos, pero con especial atención a los marcos de referencia inerciales. Enunciaremos aquí, sin la argumentación correspondiente, las leyes de Eisenbud (20):

A. Es posible encontrar un sistema de referencia tal que los movimientos sean repetibles.

B. La aceleración de una partícula puede ser correlacionada con propiedades observables del medio ambiente y la partícula junto con la posición, la velocidad y el tiempo relativos al sistema de referencia escogido.

B1. Existe un conjunto de sistemas de referencia, los sistemas de referencia newtonianos, en los que las aceleraciones pueden ser expresadas como funciones de propiedades intrínsecas al sistema.

C. Números fijos de masa pueden ser asociados con los elementos materiales del sistema, de manera que las razones totales de cambio del momento lineal y el momento angular sean iguales, respectivamente, a las funciones de fuerza impresa y de torca.

Terminemos aquí esta breve digresión sobre los principios de la mecánica newtoniana: su época está aún en el futuro de nuestra historia; tendremos la oportunidad de volver a ella. Baste decir que los principios de la teoría newtoniana entraron en crisis antes incluso que la propia mecánica clásica. La argumentación contra tales principios era fundamentalmente filosófica, y los principios propuestos como alternativa no son, a nuestro juicio, adecuados. Sin embargo, la mecánica sufriría otras transformaciones de principios antes de que Mach y los positivistas atacaran los postulados newtonianos. La motivación filosófica de estos ataques era radicalmente distinta.

## NOTAS AL CAPITULO VI

- 1) Keynes, 'Newton, el hombre', p. 1.
- 2) Newton, citado por Keynes, loc. cit.
- 3) Newton, 'Principia', p. 5.
- 4) Cohen, 'La Historia y el Filòsofo de la Ciencia', en 'La Estructura de las Revoluciones Cientificas', p. 369.
- 5) Newton, loc. cit., p. 13.
- 6) ibid., p. 13.
- 7) Cohen, loc. cit., p. 369 ss.
- 8) Newton, loc. cit., p. 13.
- 9) Laplace, 'Essai Philosophique sur les Probabilitès', citado por Bitsakis, 'Fisica Contemporànea y Materialismo Dialéctico', p. 150.
- 10) Holton; 'La Imaginación Científica', p. 20 ss.
- 11) ibid., p. 21.
- 12) ibid., p. 22.
- 13) Berkeley, citado por Xirau, 'Introducción a la Historia de la Filosofía', p. 235.
- 14) Berkeley, 'The Analyst', citado por Boyer, 'A History of Mathematics', p. 470.
- 15) Hume, 'Investigación acerca del Entendimiento Humano', citado por Xirau, loc. cit., p. 242.
- 16) ibid, p. 242.
- 17) Todas las criticas de Mach están tomadas de 'The Principles of Mechanics', especialmente de la página 271 hasta la 305.
- 18) Mach, loc. cit., p. 303 ss.
- 19) Mach, citado por Bitsakis, loc. cit.
- 20) Eisenbud, 'On the Classical Laws of Motion'.

## VII. EN BUSCA DE OTRO CAMINO

Dios es sutil, pero no  
malicioso.

Einstein

### 1.- Los Trabajos de Huygens

Voltaire, a quien dejamos observando el sepelio de Newton en Westminster a principio del capítulo pasado, fue el principal responsable de la divulgación de las obras newtonianas en el continente. En el siglo XVIII, la ciencia europea estaba ferozmente dividida por países: los franceses defendían a Descartes, los alemanes a Leibniz y los ingleses a Newton. Los alemanes tardaron cincuenta años en aceptar a Lavoisier, pues la teoría del flogisto era alemana. Claro que había matices; el propio Voltaire es un ejemplo. Descartes fue gradualmente abandonado, vista la incapacidad absoluta de su física de vórtices para producir resultados positivos. Sin embargo, la crítica a las ideas del cálculo de Newton y la infausta polémica sobre su paternidad hicieron a los ingleses aislarse de la matemática continental, en una reacción típicamente británica: el mismo espíritu insular que los llevó a negarse rotundamente a adoptar el sistema métrico decimal, a conducir por la izquierda y a beber cerveza tibia.

Mientras los ingleses seguían empeñados con sus fluxiones, la formulación geométrica de la mecánica newtoniana fue abandonada en beneficio de una formulación analítica, es decir, algebraica. El siglo XVIII muestra una definitiva tendencia a alejarse de la geometrización, que había dominado las exposiciones matemáticas por más de dos milenios.

Pero al mismo tiempo, en Europa continental se investigaba una formulación alternativa de la mecánica, basada en los trabajos de Huygens, Leibniz y Bernoulli. La formulación de la que hablamos está basada en los llamados principios variacionales. La mecánica newtoniana, como hemos visto, requiere reconocer todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, combinándolas en una resultante; estas fuerzas incluyen aquellas que mantienen una relación definida entre las coordenadas del sistema; por ejemplo, la fuerza normal en un plano inclinado, que impide que el cuerpo se mueva más que sobre el plano. Por otro lado, la mecánica newtoniana aísla y considera a cada partícula individualmente. En cambio, la mecánica analítica, como se ha dado en llamar a la formulación alternativa, considera un sistema como un todo; maneja todas las fuerzas como una sola función escalar, la energía potencial, y hace abstracción de las fuerzas que constriñen al sistema, como la fuerza normal antes citada. Por otro lado, las ecuaciones de movimiento son extraídas de un sólo principio general, que es independiente de un sistema de coordenadas particular, lo que permite ajustar las coordenadas de manera idónea para cada problema.

La motivación de esta formulación era filosófica, como

veremos enseguida. Sin embargo, su historia viene de atrás, y es necesario atrasar un poco el reloj.

El primer principio variacional de la mecánica pertenece al campo de la estática: es el principio de trabajo virtual. Como ya hemos dicho al hablar de Aristóteles, Lanczos piensa que el principio era ya conocido por el Estagirita, que lo aplicó a la ley de la palanca; a reserva de que esto sea cierto, el principio ya se haya en germen en los trabajos de Stevinus y Galileo.

Stevinus estudió las máquinas simples, sobre todo el plano inclinado y las poleas. Su trabajo sobre el plano inclinado le impresionó de tal manera que lo grabó en su escudo de armas. Stevinus concibió un prisma triangular con una cadena alrededor. Partiendo de que la cadena no podía moverse, ya que si lo hiciera su movimiento sería perpetuo, Stevinus removiò imaginariamente la parte inferior, simétrica, de la cadena (ADC en la figura 7.1), y concluyó que AB balancea a BC, por lo que en un plano inclinado de alturas iguales, pesos iguales actúan en la proporción inversa de las longitudes de los planos. Recordemos que ya Arquímedes había estudiado la ley de la palanca; en ambos casos, palanca y plano, parecía haber una relación entre distancias y pesos.

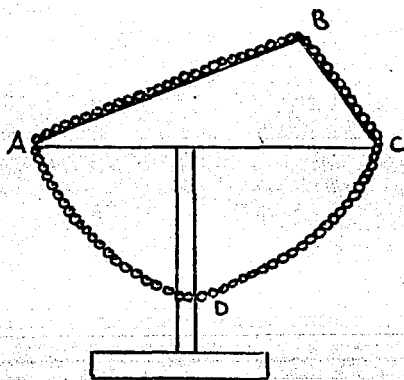


Figura 7.1

Su trabajo sobre poleas avanzó estas ideas: observó que en una polea simple, si se hace descender un peso  $P$  una distancia  $h$ , el contrapeso  $P$  sube también una distancia  $h$ ; en un sistema de dos poleas el contrapeso  $P/2$  asciende  $2h$ , y así sucesivamente: el producto de los pesos por los desplazamientos es igual en todos los casos.

Galileo, recordemos el fragmento citado <<supra>> del Diálogo, dice que una esfera que se traslada sobre un plano horizontal no tiene la capacidad de "subir ni bajar pesos". La misma idea se encuentra en su tratamiento del plano inclinado. Tomando como plano inclinado un triángulo rectángulo donde la altura  $BC$  es la mitad de la longitud del plano  $AB$ , por la ley

encontrada por Stevinus un peso  $Q$  sobre el plano es balanceado por un peso  $P = Q/2$ , actuando sobre la altura del plano. Si la máquina se pone en movimiento, y  $P$  desciende una distancia  $h$ ,  $Q$  ascenderá la misma distancia  $h$  sobre el plano. Galileo observa, sin embargo, que  $Q$  asciende verticalmente  $h/2$ : el producto de peso por desplazamiento es igual para ambos pesos. Torricelli llega al mismo resultado empleando centros de gravedad: postula que el centro de gravedad de un sistema de graves no puede descender. El principio está claro: en lugar de fijarse en los momentos estáticos o torcas, el énfasis es puesto en el producto del peso por el desplazamiento, es decir, en el trabajo realizado: una máquina no puede ahorrar trabajo. Reconozcamos además que los desplazamientos deben ser compatibles con las constricciones de la máquina, y hagamos infinitesimales los desplazamientos, y tendremos el principio de trabajo virtual. Pero esto no sería llevado a cabo sino hasta 1717, treinta años después de la publicación de los Principia, por Jean Bernoulli.

Sin embargo, estamos todavía en la época de Newton; hemos de pasar revista, antes de hablar de Bernoulli y D'Alambert, a las contribuciones de Huygens y Leibniz.

Huygens, ya lo hemos dicho, había estudiado el movimiento de diversos tipos de péndulos. Desde luego, el péndulo simple había sido ya estudiado por Galileo, y su isocronía aproximada para pequeñas oscilaciones establecida. Pero Huygens no quería isocronía aproximada: intentaba descubrir la curva verdaderamente isócrona; ésta resultó ser la cicloide. El péndulo de Huygens oscilaba entre dos quijadas cicloidales, lo que lo hacía perfectamente isócrono. Aunque esto no tuvo en la realidad una consecuencia práctica (los relojeros se conformaron con la cuasi-isocronía circular), el estudio de la cicloide permitió a Huygens establecer la teoría de las evolutas, y el importante descubrimiento del centro instantáneo de curvatura. La evoluta de una cicloide es otra cicloide: este resultado le permitió a Huygens rectificar la cicloide, y abrir la puerta a la rectificación de otras curvas mediante el método de evolutas. Por otro lado, Huygens introdujo el concepto de momento de inercia. Esto le permitió estudiar el péndulo físico, y abrió el camino al análisis de cualquier movimiento circular. Es de hacer notar que Huygens, al no poseer el concepto de masa, empleaba en su lugar el del peso; por ello, su definición de momento de inercia,  $mr$ , no es la contemporánea. Aún más, como hemos dicho, Huygens encontró la ley de la fuerza —o la aceleración, si se prefiere— centripeta, y descubrió la relación que existe entre un péndulo simple y el movimiento circular.

Pero el trabajo que más nos interesa de Huygens fue su determinación del movimiento del péndulo compuesto, problema que ya Mersenne había planteado a Descartes, y que éste había sido incapaz de resolver. Un péndulo compuesto se alejaba radicalmente del tipo de problemas estudiados hasta ese momento: en efecto, implicaba el análisis de varios cuerpos interactuando entre sí, mientras que la física galileana era una física de un sólo cuerpo. El péndulo compuesto lineal, un caso particular del



péndulo físico, consta de varias masas unidas por hilos sin masa. El conjunto se hace oscilar alrededor de un eje. Si se considera cada masa por separado, como péndulo simple, pero respetando su distancia al eje, es evidente que las oscilaciones serán más rápidas entre menor sea la longitud del hilo; entonces, en el péndulo compuesto, debe existir un péndulo simple intermedio entre el más pequeño y el más grande, que tenga el mismo período que el propio péndulo compuesto.

Huygens postuló un principio trascendental: como quiera que sea la interacción entre las masas, es imposible que el centro de gravedad del conjunto se eleve más allá del punto del que originalmente cayó. Esto es independiente de que las masas estén conectadas o no, es decir, si tomamos el péndulo compuesto o un conjunto de péndulos simples.

A partir de esto Huygens considera un péndulo compuesto (figura 7.2) soltado en la posición OA. Con seguridad, el péndulo oscilará hasta OA', donde A'B = AB. Sin en OB se perdieran las conexiones entre las masas, obteniendo sendos péndulos simples, los péndulos más largos llegarían más arriba que OA', los más cortos no alcanzarían OA', pero el centro de gravedad estaría exactamente en OA'. Finalmente, nótese que las velocidades son proporcionales a la longitud del radio; de aquí que si una es determinada, todas las demás lo serán, y el ascenso del centro de gravedad será dado. De igual manera, dado este último es posible encontrar todas las velocidades.

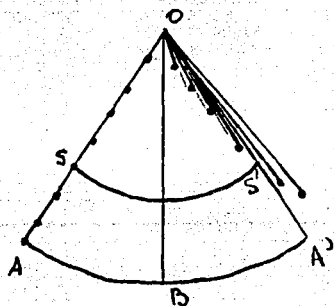


Figura 7.2

Habida cuenta de estas consideraciones, tómesese una longitud arbitraria  $l$ . Esta caerá desde el punto inicial hasta el punto de equilibrio una altura  $k$ . Las masas en  $r, r', r'', \dots$ , caerán una distancia  $kr, kr', kr'', \dots$ , y la distancia de descenso del centro de gravedad será:

$$\frac{mrk + m'r'k + m''r''k + \dots}{m + m' + m'' + \dots} = k \frac{\sum mr}{\sum m}$$

El punto a la distancia  $l$  adquirirá, al pasar por la posición de equilibrio, una velocidad  $v$ . La altura de su ascenso, después de cortar las conexiones, será  $v^2/2g$ . Las alturas correspondientes de ascenso de las demás partículas serán  $(rv)^2/2g$ ,  $(r'v)^2/2g$ ,  $(r''v)^2/2g$ ,... La altura del ascenso del centro de gravedad de las masas liberadas será

$$\frac{m \frac{(rv)^2}{2g} + m' \frac{(r'v)^2}{2g} + m'' \frac{(r''v)^2}{2g} + \dots}{m + m' + m'' + \dots} = \frac{v^2 \sum m r^2}{2g \sum m}$$

Del principio enunciado por Huygens,

$$k \frac{\sum m r}{\sum m} = \frac{v^2}{2g} \frac{\sum m r^2}{\sum m} \dots \dots \dots (7.1)$$

El péndulo simple de igual periodo tendrá una longitud  $y$ . Reduciendo 7.1 al caso de un péndulo simple,

$$\frac{(vy)^2}{2g} = ky \quad \text{ó} \quad y \cdot \frac{v^2}{2g} = k$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación anterior en 7.1,

$$y = \frac{\sum m r^2}{\sum m r}$$

de donde

$$v = \sqrt{2gk} \sqrt{\frac{\sum m r}{\sum m r^2}}$$

Es decir, la velocidad está determinada por la altura.

Reconocemos en el principio de Huygens una identidad con el principio de conservación de la <<vis viva>>; en efecto, aquél iguala la altura de ascenso con la de descenso, por lo que

$$\sum m g h = \sum \frac{m v^2}{2}$$

La otra gran contribución de Huygens fue su trabajo sobre las colisiones. Este fue entregado a la Royal Society a principio de 1669, por invitación de la misma. Con meses de diferencia, Wallis y Wren habían enviado sus respectivos trabajos. Finalmente, Mariotte desarrolló posteriormente estas ideas en un tratado completo. Newton cita los cuatro trabajos en los Principia, haciendo énfasis en los experimentos de Wren. El problema que había escapado a Descartes estaba finalmente resuelto. Wallis asignaba al producto peso por velocidad, el momentum, el ser el factor decisivo en el impacto; si dos cuerpos completamente inelásticos con iguales momenta chocaban, ambos quedaban en reposo; si los momenta eran distintos, la diferencia entre ellos sería el momentum relativo después del impacto. Este momentum dividido entre la suma de masas nos daría la velocidad después del impacto. En pocas palabras,  $u = (mv + m'v')/(m + m')$ , donde  $m$  y  $m'$  son las masas de los cuerpos que chocan,  $v$  y  $v'$  sus velocidades respectivas antes del impacto, y  $u$  la velocidad relativa posterior al impacto. Recuérdese sin embargo que Wallis no conocía el concepto de masa, y asignaba en su lugar el peso (<<pondus>>). Esto es válido para todos los otros investigadores, Wren, Huygens e incluso Leibniz. Por lo tanto, en lo que sigue hablaremos de pesos, en el entendido de que modernamente donde dice peso debería decir masa.

El trabajo de Huygens parte de cinco postulados: la ley de la inercia; que dos cuerpos elásticos de igual peso chocando con velocidades iguales y opuestas se separan después del impacto con las mismas velocidades; que todas las velocidades deben estimarse relativamente; que un cuerpo mayor que choca con uno menor en reposo le imparte una velocidad a éste, perdiendo una parte de la suya; que cuando uno de los cuerpos conserva su velocidad, lo propio ocurre al otro.

Huygens, partiendo del segundo principio, imagina que ambos cuerpos de igual peso y elásticos están en una barca moviéndose a velocidad  $v$ . Los dos cuerpos se dirigen uno hacia el otro también a velocidad  $v$ , desde el punto de vista de un observador en la

barca; èste ve cumplirse el segundo postulado tal cual; sin embargo, un observador en la orilla ve un cuerpo en reposo y el otro moviéndose a velocidad  $2v$ , y después del impacto ve al primero moviéndose a  $2v$  y al segundo en reposo; de aquí concluye Huygens que pesos elásticos iguales intercambian velocidades.

Generalizando su argumento a velocidades distintas y pesos también distintos, Huygens imagina un cuerpo con peso  $m$  con una velocidad  $v$  que choca con uno de peso mayor  $M$  en reposo. Aquél le imparte a èste una velocidad indeterminada  $w$ . Volviendo a la barca, si èsta se mueve con una velocidad  $w/2$  de  $M$  hacia  $m$ , las velocidades iniciales desde la orilla son  $v - w/2$  y  $-w/2$  para  $m$  y  $M$ , respectivamente, y las velocidades finales son  $-(v - w/2)$  y  $w/2$ , suponiendo que los cuerpos sean elásticos. En otras palabras, la velocidad relativa inicial de acercamiento antes del impacto es igual a la velocidad relativa de separación después del impacto.

Desde luego, esto no es otra cosa que el principio de conservación del momento lineal en el caso de colisiones. La mecánica newtoniana sería capaz de resolver todo el problema de colisiones, y de extender el principio de conservación del momento lineal a todo caso imaginable. Si los cuerpos son inelásticos, el momento lineal sigue conservándose; Descartes, que no concebía los signos del momento lineal, y que creía que el momento lineal de un cuerpo era disminuido en la misma proporción en la que el del otro era aumentado, no pudo nunca llegar a la verdadera ley de las colisiones; su introducción de la cantidad de reposo viciaba todo su argumento.

Hemos dicho que la mecánica newtoniana, dieciocho años después que Huygens, Wren y Wallis, había podido explicar todos los problemas de las colisiones. Con una salvedad: la distinción entre cuerpos elásticos e inelásticos. En el enfoque de fuerzas newtoniano, es necesario añadir un elemento a la discusión, para poder distinguir entre cuerpos elásticos e inelásticos: la fuerza de restitución, que depende de la deformación del cuerpo. En el momento de la colisión de dos cuerpos,  $M$  y  $m$ , con velocidades distintas  $C$  y  $c$  respectivamente, fuerzas en los dos cuerpos tienden a igualar las velocidades: la deformación producida no cesa hasta que las velocidades sean igualadas. En el instante que esto ocurre, el momento total del centro de masa permanece sin cambio, por lo que

$$u = \frac{MC + mc}{M + m}$$

es la velocidad común igualada. Consecuentemente, hasta este momento,  $M$  ha experimentado un descenso de velocidad  $C - u$ , y  $m$  un aumento  $u - c$ . Pero si los cuerpos son perfectamente elásticos, las mismas fuerzas que producen la deformación volverán a actuar para restituir la forma, en igual tiempo y espacio, sólo que en el sentido contrario. Consecuentemente,  $M$  sufre otro descenso  $C - u$ , y  $m$  otro aumento  $u - c$ . De lo que las

velocidades finales son  $V = 2u - C$  y  $v = 2u - c$ . Sustituyendo  $u$  por su expresión, llegamos finalmente a que

$$MV^2 + mv^2 = MC^2 + mc^2$$

que es desde luego la ley de conservación de la energía cinética.

El principio de conservación de la energía cinética, o <<vis viva>>, como era llamada por Huygens, fue enunciado por éste para el caso de una colisión elástica, de una manera directa, es decir, sin recurso a las fuerzas de restitución. Huygens no parece haberse dado cuenta de la identidad de este principio con el que había obtenido para el caso del péndulo; sus formas, como hemos visto, eran distintas. Sin embargo el trabajo de Huygens abría el camino para una formulación distinta de las leyes de la dinámica, no basada en fuerzas, sino en el concepto de energía.

## 2.- El Dios de la Razón

El Minotauro yace muerto a los pies de Teseo; la broncínea espada, cumplida su misión, pende inútil del brazo de su dueño. Salir del laberinto, elegir entre la infinidad de pasadizos idénticos, desentrañar la geometría oscura de las encrucijadas bajo el cielo de Creta no está ya en la mano armada de Teseo. Pero en la otra, lleva un fino ovillo, un hilo casi invisible que se extiende detrás de él, por innumerables recodos, hasta la entrada. He aquí el regalo que Ariadna obtuvo del arquitecto.

Encontrar el hilo de Ariadna, el método infalible para salir de cualquier laberinto, el lenguaje universal que guiase al pensamiento a razonamientos correctos: ésa fue una de las motivaciones principales de la vida de Leibniz.

Nacido en Leipzig en 1646, pasado ya el Renacimiento, Gottfried Wilhelm Leibniz tuvo una formación tan completa como requería el ideal renacentista. Sus intereses le llevaron a explorar todas las ramas del conocimiento de la época: jurisprudencia, teología, física, historia, geología, y desde luego, filosofía y matemáticas. Leibniz tuvo una vida tranquila, aunque en ocasiones se vio envuelto en los problemas políticos de la época, en su calidad de consejero de la casa de Hannover, y viajó por todo el mundo civilizado de su tiempo. A diferencia de los filósofos del siglo XVII, trabajó casi toda su vida para la realeza, donde se reveló como un gran diplomático y estadista, ayudando a su protector, el elector de Hannover, a ocupar el trono de Inglaterra.

Leibniz es digno hijo de la Edad de la Razón: convencido de la capacidad de ésta para resolver todos los problemas que se le plantearan, empeñado en descubrir el método del raciocinio infalible, de sujetar todo a las reglas de la lógica. Para Leibniz, el mundo es racional y susceptible de ser explicado, producto de la voluntad de un Dios benévolo que eligió para nosotros "el mejor de los mundos posibles".

La preocupación de Leibniz por el lenguaje como método se debe en parte a la potencia que habían demostrado los métodos que en aquel tiempo eran relativamente recientes, el Algebra de Vieta y sobretodo, la Geometria de Descartes. Estos nuevos lenguajes, aplicados a viejos problemas, parecíanle a Leibniz los primeros pasos del camino que él había trazado. Pero a su vez, el interés de Leibniz por un lenguaje universal lo llevó irremediabilmente al terreno de la lógica. Primero Leibniz concibió la idea de crear un alfabeto de conceptos primitivos, que se obtendrían al descomponer todos los conceptos humanos en sus componentes más simples y que se combinarían casi automáticamente para generar conceptos complejos. En su primera teoría estos conceptos primitivos tenían asociados un número primo, y todo concepto complejo se expresaría como producto de primos. Es curioso señalar que esta idea fue llevada a término por Kurt Gödel en el campo de la teoría de los números, expresando los axiomas como primos y los teoremas como números no primos, compuestos por aquéllos de una manera unívoca. En una segunda aproximación Leibniz introduce una notación simbólica para expresar operaciones lógicas elementales de una manera algebraica: así,  $AB$  indica la conjunción de dos conceptos y  $A + B$  la disyunción. Mediante esta notación, enuncia la ley de idempotencia ( $A = AA$ ) y hace observaciones como "si  $A = AB$  entonces  $A$  implica  $B$ ". Leibniz es pues el originador de la lógica simbólica, predecesor de Boole y de Morgan. Sin embargo, su lógica es una callejón sin salida: está encerrada en la deficiencia de la lógica de proposiciones categóricas aristotélica.

Desde luego, Leibniz pretendía aplicar su lenguaje universal a todos los conceptos humanos, no sólo a los de las matemáticas, pero era este campo, lógicamente, el más susceptible de formalización y fue aquí donde Leibniz pudo cosechar algunos éxitos derivados de su método. Por otro lado, las condiciones de las matemáticas en el siglo XVIII no estaban aún dadas para el proceso de formalización, de aquí que los intentos de Leibniz fueran rápidamente olvidados y no fueran rescatados sino hasta principios del siglo XX, cuando su sueño, al menos en el campo de las matemáticas, parecía haberse realizado. Leibniz fue considerado entonces como una especie de abuelo del logicismo: Frege, y sobre todo Rusell, le dedicaron su atención y admiración.

En todo caso, no fue Leibniz el único en manifestar su optimismo racionalista; desde Descartes hasta John Stuart Mill, los esfuerzos por descubrir el método que llevaría al conocimiento ocuparon a los filósofos y matemáticos; sin embargo, en pocos pensadores se unen el quehacer matemático y la filosofía con tanta fuerza y armonía.

Visto en retrospectiva, el mayor éxito cosechado por Leibniz con su hilo de Ariadna, el lenguaje del Cálculo Infinitesimal, es sencillamente asombroso. Pocas veces en la historia de las matemáticas se ha manifestado tal comunión entre concepto y lenguaje, contenido y continente.

Leibniz postula los diferenciales como una diferencia de términos consecutivos de ordenadas, cantidades infinitesimales: menores que cualquier cantidad finita pero distintas de cero. El cociente de dos infinitesimales es generalmente una cantidad finita y, si los diferenciales son estas cantidades, indicados por una letra  $d$ , las integrales no son otra cosa que las sumas de un número infinito de diferenciales, que generalmente suelen ser finitas. Leibniz introdujo la notación actual para estas sumas, una  $s$  estilizada.

¡Qué natural e intuitivo resulta entonces el teorema fundamental del Cálculo! Sumas y diferencias son operaciones recíprocas. Pero la notación de Leibniz va más allá; compárese la Regla de la Cadena escrita en la notación desarrollada posteriormente por Lagrange:

$$\begin{aligned} \text{Sea} \quad & z = g(y) \quad y \quad y = f(x) \\ \text{entonces} \quad & (g \circ f)'(z) = g'(f(x))f'(x) \end{aligned}$$

en notación de Lagrange. Por el contrario, la Regla de la Cadena se expresa mediante

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dx}$$

en notación de Leibniz.

En esta última, si "cancelamos" los  $dy$ 's del lado derecho, obtenemos la expresión de la izquierda. El resultado parece saltar a la vista: el lenguaje obliga casi a la conclusión. Leibniz envolvió toda su obra de esta simple y callada belleza, como su Dios y el mundo que concibió, llena de armonía y racionalidad.

Toda la filosofía de Leibniz gira alrededor de la lógica: es un sistema deductivo, que parte de principios fundamentales. Al decir de Ortega y Gasset, los principios de Leibniz son los siguientes (1):

- 1.- Principio de los principios (evidentemente).
- 2.- Principio de identidad
- 3.- Principio de no contradicción
- 4.- Principio de la razón suficiente
- 5.- Principio de uniformidad
- 6.- Principio de diferenciación o de identidad de indiscernibles
- 7.- Principio de continuidad
- 8.- Principio de lo mejor o de la conveniencia
- 9.- Principio del equilibrio o ley de la justicia
- 10.- Principio del mínimo esfuerzo o de las formas óptimas.

Como apunta Ortega, sólo los principios 2 y 3 habían sido

enunciados con anterioridad; el principio de los principios es la convicción de que toda la filosofía puede basarse completamente en principios.

Por otra parte, su aceptación de las proposiciones categóricas a la manera de Aristóteles tendría profunda influencia en su teoría de la sustancia y en sus conceptos de tiempo y espacio. Leibniz sólo aceptaba como válidas lógicamente las proposiciones de la forma sujeto-predicado; el sujeto había de ser un ente, y el predicado un accidente de ese ente. Leibniz pensaba que toda proposición podía expresarse en ultimadas cuentas en forma categórica, es decir, como sujeto-predicado; las proposiciones matemáticas como la razón entre dos segmentos, sin especificar sujeto y objeto, podían reformularse utilizando uno de los segmentos como sujeto, y el otro como predicado: en lugar de decir la razón entre L y M, se diría: la razón de L a M, o de M a L. La diferencia, aunque parece baladí, tiene su miga; en la primera forma ni L ni M son el sujeto; en la segunda, existe un sujeto y un predicado. Como dice Russell, toda filosofía que emplea la noción de sustancia, y la de Leibniz lo hacía, distingue entre sujeto y predicado, entre sustancia y accidente. Los juicios relativos, es decir, aquéllos que no tienen forma categórica, eran aceptados por Leibniz; pero sólo como ayudas mentales, como algo "meramente ideal, que, sin embargo, resulta útil" (2).

Leibniz establecería la distinción entre lo que luego Kant llamaría juicios sintéticos y analíticos: los primeros no contienen al sujeto en el predicado, mientras que los segundos sí lo contienen. Por ejemplo, "un triángulo rectángulo es un triángulo" es un caso trivial de juicio analítico, mientras que "Juan es delgado" es un juicio sintético. Leibniz no empleaba estos términos: para él, todos los juicios analíticos eran necesariamente verdaderos, mientras que los sintéticos eran contingentes; por lo tanto, usaba respectivamente las palabras necesario y contingente. Sin embargo, a partir de Kant, que postuló la existencia de juicios sintéticos necesarios, es imprescindible cambiar el vocabulario.

Para Leibniz, toda proposición que implicara la afirmación de una existencia -salvo la de Dios, que es necesaria- es contingente; los juicios sintéticos sólo son verdaderos en tanto ocurren en el mundo: decir que Juan es delgado es una afirmación que puede ser cierta o falsa, según la verdadera constitución de Juan; aún más, los juicios sintéticos ocurren en el tiempo; es posible que Juan sea delgado ahora, pero que engorde después. En suma, los juicios sintéticos son contingentes porque tanto su afirmación como su negación son posibles, si bien sólo una de ellas corresponde a la realidad en un momento determinado. En cambio, los juicios analíticos son verdaderos siempre: su negación es siempre falsa.

Desde luego, los juicios analíticos parecen tautologías; si el predicado está contenido en el sujeto, la validez del juicio se sigue tautológicamente:  $A \wedge B \Rightarrow A$ . Sin embargo, la situación



no era tan fácil para Leibniz. Los sujetos de los juicios analíticos eran ideas complejas, que aunque contenían su predicado, no lo hacían de manera obvia. El análisis consistiría entonces en reducir al sujeto, la idea compleja, a sus constituyentes más simples. Desde luego, este proceso debía tener un fin, y Leibniz se ve obligado a postular la existencia de ideas simples, que no son reducibles mediante juicios analíticos. Se puede argumentar que aún así los juicios analíticos son tautológicos, en tanto que no afirman nada nuevo sobre el sujeto. Es verdad, y en esto basó Kant su argumentación contra Leibniz: la teoría de las proposiciones analíticas, «per se», no podía ser la base de la filosofía; como demuestra Russell, aún en Leibniz hay, disfrazadas, proposiciones sintéticas en donde él sólo creía ver analíticas (3). Pero volvamos a Leibniz. Como puede observarse, las proposiciones sintéticas se refieren siempre a individuos, mientras que las analíticas son genéricas. Leibniz consideraba que la matemática era completamente analítica, mientras que las ciencias causales son sintéticas. Así, en la aritmética, 3 es definido como  $2 + 1$ ; el número 3 contiene al predicado, y el juicio es verdadero, y no puede ser falso. Por el contrario, las leyes de la física son contingentes, y en otros mundos concebibles podrían ser distintas.

Pero evidentemente existen juicios analíticos falsos, como por ejemplo "un cuadrado redondo tiene sus lados iguales". Cómo distinguir entre los juicios analíticos verdaderos y aquéllos que no lo son? La afirmación anterior da la respuesta: los únicos juicios analíticos válidos son aquéllos que no son contradictorios. Sobre la ley de la no contradicción erigiría Leibniz toda su teoría de juicios analíticos: sólo lo que es no contradictorio es posible:  $3 = 2 + 1$  puede probarse como posible;  $4 = 2 + 1$  no. Entonces, el conjunto de proposiciones analíticas o, como diría Leibniz, necesarias, está restringido a aquéllas que son posibles, es decir, no autocontradictorias. Por otra parte, Leibniz establece una distinción fundamental entre esencia como posibilidad y existencia como actualidad, afirmando que la existencia no es implicada por la esencia, y rebatiendo así el viejo argumento ontológico de la existencia de Dios, que había sido empleado desde San Anselmo hasta Descartes. Como las proposiciones analíticas no afirman la existencia de su sujeto, todas ellas deben ponerse en forma hipotética: si tal cosa, entonces tal otra.

Por otro lado las proposiciones contingentes sí implican la existencia de su sujeto; la noción de individuo implica la posibilidad de existencia en un cierto tiempo, pero la existencia verdadera, aunque posible, es contingente: puede ocurrir o no. De esto se sigue que existen una infinidad de mundos posibles, en los cuales puede o no ocurrir realmente cada juicio sintético, siempre que no sea autocontradictorio. No sólo esto: la conexión entre dos predicados referidos al mismo sujeto en dos instantes distintos de tiempo también es contingente: puede no ocurrir realmente. Un sujeto contingente queda definido por sus predicados: si éstos cambian, el sujeto no será el mismo. Pero, cómo y por qué, de todos las contingencias posibles, ocurren

solamente las que existen en el mundo real? Aquí Leibniz introduce su otro principio fundamental: el principio de razón suficiente.

Para Leibniz tiene que ser posible determinar por qué algo existe o no: hay una razón de que las cosas existan, y de que existan de cierta manera, y no de otra. Aún Dios debe tener una razón para actuar de tal o cual manera: esa razón es la búsqueda del bien, de algo mejor. Así, para Leibniz el mundo real es el mejor de los mundos posibles, y todo tiende a mejorar. El cambio no tiene otro objetivo que éste. Hénos aquí, finalmente, en el quid de la cuestión: la teleología aristotélica, descartada por Descartes -valga-, vuelve por sus fueros: las causas, las razones suficientes de Leibniz, son causas finales: la causa es un deseo hacia el efecto. Si soy un ente dotado de libre albedrío, soy yo quien busca el efecto; en el caso de los entes inanimados, es Dios, a través de las leyes que ha creado. Las conexiones causales son sintéticas: el mundo actual no existe necesariamente, y las causas no producen sus efectos de manera necesaria. Hume había negado la causalidad por contingente; Kant, tiempo después de Leibniz, se vio obligado a reconocer lo sintético como necesario, para no negar la causalidad. La posición de Leibniz era intermedia: la conexión causal es invariable, mas no necesaria. El mundo podía portarse de otra manera, y si no lo hace, es por el principio de la razón suficiente. Eso sí, la causalidad como ley es necesaria, pues es implicada por la razón suficiente. Son las conexiones causales particulares las que son contingentes. Dios creó al mundo por un acto de su voluntad: sus buenas acciones no son necesarias. Esta última doctrina iba claramente dirigida contra Spinoza, que había afirmado la necesidad de todas las acciones de Dios, y de ahí el determinismo completo del mundo, y la negación del libre albedrío. En todo caso, el principio de razón suficiente leibniziano implica una distinción cualitativa respecto del principio de causalidad: éste afirma lo que va a suceder, aquél el por qué esto sucede. El principio no es tan extraño a nuestro pensamiento como a primera vista parece: el equilibrio en una situación completamente simétrica, tal como la imaginó Stevinus en el plano inclinado o Arquímedes en su primer axioma de la palanca es una consecuencia de ese principio.

El concepto de sustancia de Leibniz era una respuesta a tres escuelas: Descartes, Spinoza y Locke. Recordemos que la sustancia cartesiana solo requería para su existencia de Dios; Spinoza había llevado esta idea a sus últimas consecuencias, afirmando que sólo Dios era sustancia: el Dios de Spinoza, a diferencia del Dios nominalista, poseía extensión, cosa que a Leibniz le causaba urticaria. Por otro lado, Locke había negado la realidad de la sustancia.

Para Leibniz la sustancia no es más que el sujeto por excelencia en una proposición, algo que no puede ser predicado, y que persiste a través del cambio. De aquí, Leibniz niega la realidad del espacio: o es una sustancia, pues no es predicado de nada y persiste en el tiempo, o no tiene existencia real; Leibniz

opta por la segunda alternativa. Esta, desde luego, era una de sus principales objeciones a la mecánica newtoniana: el concepto de espacio absoluto. Por otra parte, como ya hemos dicho, el sujeto queda definido por la suma de todos sus predicados, que cambian en el tiempo, mientras la sustancia-sujeto permanece invariable. Sin embargo, esa suma es invariable: si cambiara, el sujeto ya no sería el mismo. Por lo tanto, aunque se sucede temporalmente, la suma de los predicados es eterna, está de alguna manera inscrita en el propio ser de cada sustancia individual: pasado, presente y futuro. Ahora bien, la sustancia está dotada de una actividad, que le es esencial: esa actividad es el agente del cambio, la causa del devenir. Leibniz identificaría esta actividad con la fuerza dinámica; pero volveremos a esto más tarde.

El principio de continuidad y el de identidad de indiscernibles se relacionan directamente con la teoría leibniziana de los juicios contingentes. El primero afirma que todas las sustancias creadas forman una serie en la que toda posición posible intermedia está llena; el segundo, que esta posición ocurre una sola vez: "No hay dos sustancias completamente semejantes, que difieran sólo en número" (4). Todo sujeto tiene una infinidad de predicados. Esto no implica, como hemos visto, que todas las formas posibles existan actualmente; Leibniz concebía la posible existencia de otros mundos, con otras leyes de movimiento. Sólo la causalidad misma, el espacio y el tiempo son necesarios en cuanto a sus propiedades, es decir, en cuanto a la geometría y la cinemática.

Claramente, estos dos principios deben mucho a Leibniz el matemático, especialmente el Leibniz de los infinitésimos; el espacio y el tiempo son un continuo, y en ellos se puede dar un continuo de predicados.

Los fundamentos de la dinámica de Leibniz estaban en una consciente oposición a Descartes. La dinámica newtoniana llegó tarde para Leibniz: su pensamiento filosófico estaba ya bien determinado para entonces, y si Newton ejerció una influencia sobre él, fue generalmente para negarlo. Así, la dinámica de Leibniz se alejaba tanto de Descartes como de Newton. Como hemos visto, Descartes afirmaba que la esencia de la materia era la extensión, a la vez que afirmaba que la fuerza, entendida como causa, era proporcional a la cantidad de movimiento: Leibniz, discípulo de Huygens, estaba en posesión de las leyes correctas de la colisión; el carácter vectorial de la cantidad de movimiento, que había escapado a Descartes, era evidente para él. Toda su dinámica tenía en mente las leyes de Huygens. Sin embargo, no podía aceptar que la fuerza en tanto que causa fuera proporcional a la cantidad de movimiento; por el contrario, afirmó que era proporcional a  $mv$ , la cantidad que Huygens había identificado con el nombre de <<vis viva>>. Esta era la verdadera medida de la fuerza para Leibniz, y cartesianos y leibnizianos sostuvieron furiosas polémicas sobre este punto. Hoy en día la discusión parece baladí: ambos tenían razón. Los cartesianos integraban la fuerza inconscientemente respecto al tiempo,

mientras que Leibniz integraba respecto al espacio.

No obstante, la polémica era de la mayor trascendencia: se trataba de identificar cuál cantidad era la verdadera medida de la interacción de un sistema con su medio ambiente. Leibniz postulaba la constancia de la <<vis viva>>, y ésta era para él fundamental: su materia se comportaba de dos maneras, que él llamaba materia primaria o prima y materia secundaria. La primera era pasiva, y la inercia estaba identificada con ella; la segunda era activa, con esa actividad que Leibniz adscribía a toda sustancia, y la fuerza era su atributo. Así como la masa se mantenía constante (paradigma que los filósofos mantenían años antes que Lavoisier), la fuerza, la <<vis viva>>, también debía ser constante.

Pero, ¿qué hizo a Leibniz adoptar este punto de vista? Por qué la <<vis viva>> y no la cantidad de movimiento? El quid está en la naturaleza vectorial de la cantidad de movimiento. Descartes había creído que ésta se conservaba escalarmente, postulando incluso la capacidad de cambiar de dirección por una acción de la mente sobre la materia; Leibniz era consciente de que la cantidad de movimiento no se conservaba como magnitud, sino, como él decía, individualmente en cada dirección dada. Sin un álgebra vectorial, que no existía entonces, esto era demasiado complejo. Leibniz quería un número, una magnitud escalar que se conservara en cualquier sistema, independientemente de la dirección. Desde luego, el cuadrado de la velocidad hace abstracción tanto de la dirección como del sentido: esa era la cantidad que Leibniz necesitaba.

Leibniz reconocía que en ocasiones el producto  $mv$  podía ser importante; pero no era la medida correcta de la fuerza. En las máquinas en equilibrio, las cargas son inversamente proporcionales a las velocidades de desplazamiento; a este fenómeno atribuía Leibniz la adopción de  $mv$  como la verdadera medida de la fuerza; sin embargo, esto era accidental: la verdadera medida había que encontrarla en los trabajos de Huygens. A este respecto Leibniz hace la observación de que un cuerpo se eleva a la misma altura de la que originalmente cayó. Si, por lo tanto, suponemos que la misma fuerza es necesaria para elevar un cuerpo de peso  $m$  a una altura  $4h$  que para elevar un cuerpo de masa  $4m$  a una altura  $h$ , notamos que la velocidad de descenso del primero es el doble que la del segundo: la fuerza es proporcional al cuadrado de la velocidad.

En otra parte Leibniz hacía la misma deducción basándola en el principio de que la causa debe ser igual al efecto, y haciendo notar de paso que sólo su medida de la fuerza evitaba la posibilidad de un <<perpetuum mobile>>.

La cuestión de la constancia de la energía era reconocida como un problema de causas y efectos: la <<vis viva>> será constante siempre que no se aplique "trabajo". Leibniz no usó este último término, pero, como hemos visto, su discusión anterior y los trabajos de Huygens le hacían ya tener un concepto

claro del mismo.

Detengámonos un momento en la terminología, que se está volviendo confusa. Leibniz usaba el término <<vis>>, que normalmente es traducido por fuerza. Esta fuerza no tenía nada que ver con la fuerza newtoniana, ni en Leibniz ni en Descartes; sin embargo, al igual que la fuerza newtoniana, era una causa, no un efecto. En efecto, Leibniz pensaba, como veremos más adelante, que toda la materia contenía su propia fuerza, la cual a su vez era la causa del movimiento.

La materia prima estaba, como hemos dicho, identificada por el hecho de la resistencia. Esta no era la extensión, aunque era su principio. En virtud de la resistencia, los cuerpos ocupan un espacio, y son además impenetrables. Pero también la resistencia implica la inercia a cambiar de estado: es pues una fuerza pasiva. La sola extensión no podía explicar la inercia: de ahí que Leibniz la rechazara como esencia de la materia; el cinemático cartesiano daba paso a una dinámica. La falta de la fuerza de inercia o <<vis pasiva>> llevaba a contradicciones, como la ausencia de reacción y el hecho de que un cuerpo pusiera en movimiento a otro más grande sin perder velocidad.

Comparado con la pseudo-fuerza newtoniana, la <<vis pasiva>> de Leibniz parece un concepto superado, semejante a la cantidad de reposo de Descartes; sin embargo, Leibniz no se perdía al grado de Descartes en la interacción entre inercia y fuerza. Sin duda, su dinámica se había beneficiado de las teorías de Huygens; pero aún así nunca sería exitosa. Tal como él la planteó, era terriblemente confusa: su importancia está en la premonición de los principios variacionales de la mecánica y en el énfasis en la conservación de la energía, no en sus éxitos <<per se>>, que fueron casi inexistentes.

La teoría de la fuerza de Leibniz es aún más interesante: en lugar de la dicotomía móvil-motor que se encuentra en Descartes y Newton, Leibniz postulaba que la propia materia tenía intrínseca una fuerza, una fuente del cambio. Leibniz afirma que la causa debe ser igual al efecto: en el campo de la estática, ambas fuerzas, la activa y la pasiva, son indiscernibles: dan el mismo resultado. Pero el mismo postulado actúa también en dinámica: "Como en Geometría y en Aritmética, a través del principio de que el todo es igual a la suma de las partes, la Geometría se ve sometida a un cálculo analítico, así en la Mecánica, a través de la igualdad del efecto con todas sus causas, o de la causa a todos sus efectos, obtenemos ciertas ecuaciones, y cierto tipo de álgebra mecánica mediante el empleo de este axioma" (5). La ley de conservación de la energía está implícita en esta igualdad de la causa y el efecto dinámicos. Pero este concepto de la fuerza le acercaba a un concepto análogo al <<impetus>> nominalista: la causa eficiente del movimiento residiría en el móvil; pero, a diferencia de los nominalistas, Leibniz piensa que la fuerza no es impartida, sino innata: "cada bola, repelida por la que la acomete, es puesta en movimiento por su propia fuerza, es decir, por su elasticidad" (6).

Así, cada cuerpo tiene una cantidad de fuerza primitiva, que es constante. Esta fuerza primitiva perdura a través del movimiento, y es como la ley que rige cada estadio del mismo; pero se modifica en una fuerza derivada, que resulta del conflicto de dos cuerpos entre sí. La fuerza derivada, en cambio, no se conserva idéntica en un cuerpo, sino que se reparte de acuerdo a las interacciones, pero se reparte de manera que la suma total de fuerzas relativas sea constante: la <<vis viva>>. La interacción se da en términos de lo que hoy llamaríamos trabajo, concepto que ya Huygens prefiguraba. En efecto, es confuso; pero tratemos de aclarar los términos.

La fuerza derivada corresponde a lo que hoy llamamos energía cinética, si bien se mide por el doble de ésta,  $mv^2$ . La fuerza primitiva no tiene papel dinámico: su introducción se debe a razones metafísicas, al rechazo de la posibilidad de que un accidente, el movimiento, pase de un cuerpo a otro. La comunicación de movimiento sólo se da en función de una fuerza inmanente, que es "despertada" por la interacción con otro cuerpo. Leibniz rechaza pues la dicotomía motor-móvil, en tanto que ésta implica la comunicación de un accidente de un cuerpo a otro. Además, la teleología leibniziana no puede adscribir una causa al exterior: la causa es final, y debe encontrarse en el propio deseo. Leibniz se encontraba ante otra dificultad, que no pudo resolver enteramente: sus ideas del espacio implicaban que éste, a diferencia del newtoniano, era relativo, y sin embargo, creía firmemente en la idea de que la fuerza era absoluta: a partir de la fuerza, creía él, podemos diferenciar qué cuerpo es el que se mueve realmente. Así, el movimiento sería absoluto en un espacio relativo (!!!). Pero, ¿cómo conocer la fuerza, sino por el efecto que produce, es decir, el movimiento? Leibniz caía en un círculo vicioso, del que trataba confusamente de escapar afirmando que la fuerza es un atributo del sujeto, y no una relación.

Finalmente, la ley de conservación de la <<vis viva>> le llevaba a otra consecuencia importante: todos los cuerpos tenían que ser elásticos, pues de no ser así la <<vis viva>> no se conserva. La contradicción con la realidad es manifiesta, y Huygens se lo señaló. Pero Leibniz tuvo una premonición asombrosa: la <<vis viva>> que aparentemente desaparecía era absorbida por las partes más pequeñas de los cuerpos, que se moverían en consecuencia, aunque este movimiento no fuera observable. La confianza en un principio metafísico había llevado a Leibniz a afirmar la conservación de la energía más allá de la mecánica.

Recordemos que la dinámica de Leibniz es, como en Descartes y Huygens, una dinámica de la colisión: Leibniz negó el concepto newtoniano de acción a distancia; pero por otra parte, también negó la realidad de los átomos. La física de colisiones lleva naturalmente a pensar en átomos moviéndose en un vacío: Huygens y Gassendi habían resucitado al viejo Demócrito, y creían firmemente en ellos. Leibniz el matemático confiaba en el

continuo, como su propio principio de continuidad lo demuestra: una nueva propiedad, la indivisibilidad absoluta, no podía emerger de la subdivisión. Por otro lado, Leibniz también negaba el vacío, después de Pascal, Torricelli y von Guericke. Su argumentación contra el vacío era débil, pero parece haber sido provocada por su propio rechazo de los átomos. En efecto, Leibniz consideraba que el vacío violaba el principio de razón suficiente: cuanto más existencia, mejor. Así, su física era una física del <<plenum>>: existía una materia sutil que envolvía todas las cosas; esto le llevaba a pensar, como Descartes y Platón, que toda interacción era infinita: toda la materia estaba relacionada entre sí.

La filosofía de Leibniz osciló entre lo discreto y lo continuo, lo finito y lo infinito. Su monadología parecía inclinarse por lo discreto; su principio de continuidad por el contrario. No existen átomos materiales, pero sí existen átomos metafísicos: las mónadas. Una mónada no es sino una sustancia simple, es decir, sin partes, que forma agregados. Pero no es un punto material, que tiene extensión: para Leibniz la extensión resulta del agregado, de la repetición continua. Siendo que el continuo es infinitamente divisible, no pueden existir unidades materiales; sin embargo, debe existir una unidad. Esa unidad no es material, sino metafísica. Ya que la sustancia debe ser una unidad, la extensión, que es repetición, no puede ser su esencia. Leibniz distingue entre extensión y espacio, entre duración y tiempo. La extensión y la duración son atributos de la sustancia, mientras que el espacio y el tiempo no son más que una abstracción: el conjunto de las posibles relaciones de distancia o duración. El espacio no puede ser ni sujeto ni predicado: es una relación de distancia, "el orden de las coexistencias posibles" y como Leibniz niega la realidad de las relaciones, no existe realmente. No existe la posición absoluta: toda posición se da en términos de otra cosa. Leibniz defendió este punto contra Newton, en su célebre correspondencia con Clarke. Por otro lado, las relaciones espaciales son subjetivas: dependen del punto de vista de cada mónada, y hay tantos puntos de vista como posiciones.

La teoría de las mónadas es la cumbre de la filosofía de Leibniz, a la vez que el aspecto aparentemente más esotérico. Detengámonos un momento en esa teoría, ya que en ella está la justificación del <<calculus ratiocinator>> leibniziano. Leibniz era un atomista, pero no un atomista material a la manera de Gassendi, Epicuro o Demócrito. Los elementos existen: hay sustancias simples, que son a la materia lo que las notas a la música y los puntos a la geometría. Leibniz establece un sistema ordenado de las sustancias, una axiomática de la Naturaleza. Como afirma Mahnke: el sistema de Leibniz es una síntesis entre la metafísica del individuo y la matemática universal (7). Dios es el calculista universal: ha impreso en las sustancias simples un algoritmo indeleble. La creación es matemática: los cuerpos se dan por agregación de las mónadas. El cuerpo es una colección de mónadas cambiantes, que están sujetas a una mónada dominante: el alma. La materia inerte sería así una colección de mónadas sin

dominante.

Todos los entes están formados de mónadas, pero el grado de conciencia de cada mónada varia, con los hombres en el punto más alto. Para Leibniz los seres inanimados, las mónadas más primitivas, llamadas formas o entelequias, son "espíritu instantáneo": a cada instante el ser inanimado olvida el instante anterior. Sin memoria no puede existir el pensamiento. En seguida vienen los seres animados: tienen alma, y por tanto sentimiento, memoria y atención. Finalmente, viene el hombre, que tiene un alma racional.

Las mónadas no pueden comunicarse entre sí: en efecto, si una mónada lo hiciera, dejaría de ser ella misma, para convertirse en ella más la otra mónada con la que se comunica. Leibniz piensa que aunque la comunicación entre mónadas no existe, esto no es un problema para la percepción del mundo: ésta se logra a través de la "armonía preestablecida". Así como los relojes en una relojería están sincronizados, dando todos la misma hora, sin que nadie pretenda que un reloj sincroniza a otro, sino que una mano humana les da cuerda y los pone a todos en una misma hora, así mismo Dios Creador del Universo, lo sincronizó desde un principio. Cuando percibo otra mónada, sea ésta un ser humano, un animal o un objeto, lo hago porque la idea de esta mónada está dentro de mí y la entiendo. La comunicación entre mi espíritu y el suyo es imposible, pero mi microcosmos interno, el reflejo del universo entero en mí, me hace comprenderla. Mi perspectiva es distinta de las otras mónadas, pero lo engloba todo. Este algoritmo es idóneo y racional. Así, volvemos al innatismo platónico, y el círculo se cierra: Leibniz matemático implantó en las mónadas de Leibniz filósofo el algoritmo perfecto. Ese algoritmo fue lo que Leibniz buscó formalizar a través de su lenguaje simbólico: era el principio y el fin de todo conocimiento.

La creencia leibniziana en las formas óptimas, en la teleología, en el fin hacia lo mejor, le llevó a postular otro principio fundamental: todo fenómeno dinámico ocurre de manera óptima, es decir, de manera que los cuerpos sufran el mínimo esfuerzo. Este era un principio totalmente metafísico: Leibniz no encontró su aplicación real a la mecánica. Y sin embargo, prefiguraba el principio de mínima acción. La Naturaleza no presentaba desperdicio: debía actuar de la manera más sencilla. Cuando Maupertius enunció su principio, Koenig reclamó para Leibniz la paternidad del mismo, alegando la existencia de una carta privada, que nunca pudo mostrar. No obstante, aunque Leibniz no haya llegado más allá, es indudable su influencia filosófica y matemática en, por ejemplo, Jean Bernoulli, acreditado con haber formulado el primer principio variacional de la mecánica.

La dinámica de Leibniz adolecía de graves fallas; comparada con la de su contemporáneo, Newton, no era más que una confusa mezcla de metafísica y resultados parciales. Sus intuiciones palidecían ante el gigantesco edificio de los Principia; pero



esas intuiciones serían seguidas por algunos de los más importantes científicos del continente, que habían tomado partido por Leibniz en su polémica contra Newton. Es paradójico que el hombre que llevó a cabo en su forma más acabada el ideal dinámico leibniziano haya sido precisamente un inglés, Hamilton; sin embargo, las contribuciones de éste, al igual que los grandes desarrollos de los matemáticos franceses, no fueron reconocidos en su justo valor por sus contemporáneos. La mecánica se dividió en dos: la que hacían los físicos, que era dogmáticamente newtoniana, y la que hacían los matemáticos, que se basaba en principios variacionales.

Leibniz es el origen filosófico de esta última; sus discípulos inmediatos, los hermanos Bernoulli, fueron los primeros en formular el cálculo variacional, y, en el caso de Jean, en postular el primer principio variacional de la mecánica. La polémica Leibniz-Newton era más profunda que la simple cuestión de la paternidad del cálculo: generó dos escuelas opuestas, tanto matemáticas como físicas, que dividirían a los científicos hasta bien entrado el siglo XIX. Los infinitesimos de Leibniz contra las fluxiones de Newton; la mecánica analítica contra la mecánica vectorial. El mago y el iluminista: la diferencia entre Leibniz y Newton no se limitaba a las pocas leguas del Mar del Norte.

Voltaire se encargó en el continente de propalar la mecánica newtoniana, y de atacar sin piedad a todo el que se le oponía, llamárase Leibniz, Euler o Maupertius. El gran apóstol de la tolerancia consideraba intolerables los excesos metafísicos de los leibnizianos; y sin embargo, la teleología y la racionalidad divina se impondrían finalmente a la causalidad mecanicista: los exóticos principios variacionales serían la fuente de la nueva mecánica.

Leibniz nos asombra ahora por sus grandes intuiciones. El Teorema Fundamental del Cálculo no es para Newton más que un corolario de su definición de integral; para Leibniz, la analogía entre sumas y restas por un lado e integrales y diferenciales por otro fue la base de su descubrimiento. La conciencia marginal de Leibniz, que opone a la percepción clara y a las ideas innatas, prefiguraba el subconsciente freudiano; su principio variacional tuvo más fuerza que las leyes de Newton. Leibniz hizo todos los diagramas de Euler para los silogismos, además de descubrir una de las leyes de De Morgan. Ciertamente, un metafísico. Pero un metafísico vidente, un hombre de inigualables percepciones y un sistematizador asombroso. Dejemos que Russell, pensador antimetafísico si los hay, cierre este capítulo con su opinión sobre la filosofía leibniziana: "Consideré -al igual que otros muchos- que la Monadología era una especie de cuento de hadas fantástico quizá coherente, pero completamente arbitrario. En ese punto, lei el <<Discours de Métaphysique>>" y las cartas a Arnauld. Repentinamente, un chorro de luz cayó sobre los más íntimos rincones de todo el edificio filosófico de Leibniz. Vi como habían sido echados sus cimientos y como su superestructura se levantó sobre ellos. Se veía claro que este sistema en

apariencia fantástico podía deducirse de unas cuantas premisas que, a no ser por las conclusiones que Leibniz había extraído de ellas, muchos filósofos, si no todos, habrían admitido de buen grado" (8).

### 3.- La Conservación de la Energía Mecánica

Los nuevos conceptos de <<vis viva>> y trabajo -término introducido por Coriolis- no son ajenos a la mecánica newtoniana. Como hemos visto, Newton prefirió centrarse en la dicotomía cantidad de movimiento-impulso, pero la mecánica newtoniana contiene los elementos para deducir las mismas relaciones que Huygens había encontrado para la <<vis viva>>. En efecto, si definimos el trabajo por:

$$W = \int_{r} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

sustituyendo la fuerza por su expresión de la segunda ley, y haciendo un cambio de variable, obtenemos

$$\int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{s} = \int m \vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2} m v^2 = T$$

que desde luego es la energía cinética. El factor 1/2 proviene pues de la integración, y es una cuestión de definición qué cantidad queremos usar, si la <<vis viva>> o la mitad, la energía cinética.

Como hemos visto, el concepto de trabajo se había originado en el estudio de máquinas simples; luego, Huygens y Leibniz lo habían extendido. Distinguir a alguien con el enunciado de la ley de conservación de la energía mecánica en su forma más general es aventurado. Huygens había encontrado que la <<vis viva>> de un sistema de masas depende de las alturas verticales de las masas; Leibniz había postulado la ley de conservación de la energía cinética; Euler observó que si un cuerpo es atraído hacia un centro de fuerza de acuerdo a cierta ley, el incremento en la <<vis viva>> en el caso del acercamiento rectilíneo es calculable con sólo conocer la posición inicial y la final, y que este incremento es el mismo independientemente de la trayectoria. Daniel Bernoulli extendió esta idea a cualquier atracción mutua entre dos cuerpos que se mueven; el tratamiento analítico fue completado por Lagrange, al introducir la energía potencial. Por otra parte, Daniel Bernoulli, Euler y Lagrange encontraron también casos en que el cambio en la energía cinética dependía de

la trayectoria. La ley de conservación de la energía se fue instalando en la mente de los científicos gradualmente; a diferencia de los principios variacionales, no hubo un gran salto en su generalización. Posiblemente la misma existencia de sistemas no conservativos hacía de la conservación de la energía algo menos que un paradigma; la audaz concepción de Leibniz no sería plenamente reconocida hasta que Helmholtz la formulara en el contexto de la termodinámica.

El análisis de un sistema mecánico por medio del teorema anterior,  $W = T$ , presenta varias ventajas sobre el análisis vectorial newtoniano en la mayoría de los casos dinámicos, bien que en los estáticos el método vectorial suele prevalecer. En primera instancia, estamos trabajando con cantidades escalares; en segunda, si la diferencial de trabajo  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$  es una diferencial completa, o alternativamente, si la integral de línea  $W$  es independiente de la trayectoria, y sólo depende de los puntos extremos, podemos definir una función de potencial  $V$  como el negativo de  $W$ , que sólo depende de la posición. Esta función, la energía potencial, sustituye a la fuerza como descripción del efecto del medio ambiente sobre el sistema, y en todo caso la fuerza es fácilmente obtenible por diferenciación:

$$\vec{F} = - \nabla V$$

Las ventajas de manejar una función escalar en lugar de una vectorial son evidentes; si la función depende sólo de la posición, muchas veces un problema mecánico puede ser determinado con sólo echarle un vistazo: por ejemplo, si sabemos que un cuerpo sobre una superficie comenzó a moverse con una velocidad  $v$  a una altura  $h$  en un campo gravitacional paralelo, no importa qué tantas vueltas dé, qué tantas subidas y bajadas; no importa la complejidad de la superficie en que se mueve, sabemos que al llegar a una altura  $h/2$  tendrá una velocidad  $\sqrt{v^2 + gh}$ . En el análisis newtoniano, tendríamos que enfrentarnos a una aceleración variable en cada punto de la superficie; el análisis, aunque posible, sería prohibitivo. La superficie más compleja es equiparable al caso más sencillo, la ley de la caída de los cuerpos galileana. La velocidad es trivialmente obtenible a partir de la expresión de la energía potencial gravitacional,  $mgh$ .

Y sin embargo, este aparente artificio matemático va más allá: la suma de la energía potencial y la energía cinética es constante. El principio de conservación de la energía mecánica sería, como sabemos, extendido más tarde a toda la física. Su origen está aquí, en la colisión de cuerpos elásticos y en las máquinas simples. Por ello, detengámonos un poco a pensar qué es lo que estamos haciendo al sustituir  $W$  por  $V$ .

En primera instancia, estamos integrando el medio ambiente al sistema: ya no hablamos de partículas, sino de un sistema gravitacional, que determina una energía potencial en cada punto. La acción de fuerzas pasa a un segundo plano: el sistema se puede

describir completamente por una conversión de energía potencial en cinética y viceversa; causa y efecto son, de alguna manera, intercambiables. El trabajo es aún algo externo, un motor; la energía potencial es debida al medio ambiente, pero está integrada al cuerpo que se mueve: es poseida por el cuerpo, si bien en virtud de su posición. Nos alejamos del concepto antropocéntrico de fuerza, para sustituirlo por algo mucho más sutil, simple y general: la energía.

Recordemos que <<energeia>> quería decir acto, en la filosofía de Aristóteles; en ese sentido, el término energía potencial no deja de ser una paradoja. Sin embargo, he aquí al viejo Estagirita: la potencia y el acto, la energía potencial y la energía cinética. Ambas poseidas por el cuerpo, intercambiables bajo ciertas leyes que dependen de la velocidad y la posición: geometrización. La causa eficiente del movimiento transferida al cuerpo por el simple expediente de cambiar un signo y definir a la cantidad resultante con otro nombre! Volveremos a ver este artificio preñado de significado en el principio de D'Alambert: los inocentes y fríos símbolos de la teoría no han cambiado; la matemática es la misma, y sin embargo, qué transformación del significado!

En segunda instancia, el alejamiento de la mecánica del antropocentrismo newtoniano define, como hemos dicho, un concepto más sutil y universal que el de fuerza: la energía. Así como Newton proclamó la identidad esencial de todas las fuerzas, los físicos se darán progresivamente cuenta de la identidad de todas las formas de energía. No olvidemos la "actividad" de Leibniz, que en los seres superiores es identificable con el espíritu: la energía. En efecto, sigue existiendo una dicotomía entre materia y energía, entre cuerpo y alma, móvil y motor; pero no es ya la rígida diferenciación cartesiana: la energía está subsumida en la materia; para Leibniz, <<vis muerta>> y <<vis viva>> no son sino dos caras de la misma moneda, características inseparables de la materia. A pesar de lo que se ha dicho, la mecánica de la energía no conservó la rígida dicotomía entre materia inerte y motor: los términos eran intercambiables, las distinciones se borraban. Veremos más adelante que en la mecánica de Lagrange es posible — y de hecho se hace — asimilar términos del lagrangiano que originalmente corresponden a la energía cinética como parte de la energía potencial, y viceversa. No obstante, no llevemos esta idea demasiado lejos: aunque inseparablemente ligadas, materia y energía en la mecánica clásica no son idénticas.

Volvamos sin embargo a nuestra ley. La función  $W$  puede depender del tiempo, y aún de las velocidades de las partículas; en este caso hablamos de una función trabajo no conservativa, y la fuerza es obtenible a partir de la ecuación de Euler-Lagrange:

$$F_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i}$$

Como vemos, aún en este caso es posible manejar cantidades escalares y deducir a partir de ellas la fuerza; ya no existe la energía potencial como una medida que compensa la pérdida o ganancia de la energía cinética, pero el análisis es todavía posible a partir de la función trabajo.

Estos conceptos son básicos en el tratamiento alternativo de la mecánica; sin embargo, para completarlos, para pasar de la dinámica de partículas a la dinámica de sistemas, son necesarias otras consideraciones.

El ejemplo que poníamos antes revela otra característica del tratamiento analítico de la mecánica: en el análisis newtoniano, además de calcular la aceleración en cada momento a partir de la componente tangencial a la superficie de la fuerza, es necesario asegurarse que el movimiento va a ser tangencial: el peso del cuerpo debe ser equilibrado por una fuerza normal a la superficie. Desde luego, sabemos que va a ser así, pero un riguroso análisis newtoniano no puede obviar este punto. En cambio, en la mecánica analítica es posible introducir constricciones, condiciones cinemáticas, que impiden a un cuerpo moverse en tal o cual dirección. Sin duda, estas condiciones son mantenidas por fuerzas; así, en un cuerpo rígido las partes no pueden moverse, y un pistón no tiene más que un movimiento posible; pero el tratamiento analítico permite hacer abstracción de estas fuerzas, eliminando las direcciones imposibles de movimiento del análisis, y conservando tan sólo las correspondientes a los "grados de libertad" del movimiento. Lo cual nos lleva al último punto: la introducción de coordenadas generalizadas.

El empleo alternativo de coordenadas no rectangulares fue introducido por Jacques Bernoulli, aunque Newton ya las había empleado sin publicar. Específicamente, Bernoulli y Newton introdujeron las coordenadas polares. Sin embargo, el concepto de coordenadas generalizadas es aún más amplio: en lugar de hablar del espacio físico de tres dimensiones, hablamos de un espacio de configuración de  $3N$  dimensiones, donde  $N$  es el número de partículas. Así, las coordenadas individuales espaciales de cada partícula pierden significación individual, y cualquier transformación de coordenadas en este espacio es válida. Las funciones de mapeo del espacio en sí mismo deben, desde luego, ser finitas, continuas y diferenciables, con un jacobiano distinto de cero. Pero las nuevas coordenadas no tienen necesariamente un significado geométrico espacial. Por otro lado, si existen  $m$  constricciones, el problema puede reducirse a un subespacio del espacio de configuración, con  $3N - m$  coordenadas, que son precisamente los grados de libertad. En ocasiones, las constricciones no son todas eliminadas, y se emplea un tratamiento alternativo en un subespacio más grande, con un conjunto de ecuaciones de la forma  $f_\lambda(q_1, q_2, \dots, q_m) = 0$ , llamadas ecuaciones de restricción, además de las funciones de transformación. Como dice Oyarzábal, las fuerzas restrictivas quedan así definidas parcialmente: a diferencia de las fuerzas aplicadas, que tienen una definición en términos de otras

variables, tal como la ley de Hooke o la de la gravitación universal, las fuerzas constrictivas se definen sólo en términos del movimiento que impiden (9).

Desde el punto de vista geométrico, el elemento de distancia en el espacio de configuración puede expresarse en coordenadas rectangulares como

$$\begin{aligned} \overline{ds^2} &= 2T dt^2 = \sum_{i=1}^N m_i v_i^2 dt^2 \\ &= \sum_{i=1}^N m_i (dx_i^2 + dy_i^2 + dz_i^2) \end{aligned}$$

La energía cinética total del sistema completo puede entonces escribirse como

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{ds}{dt} \right)^2$$

Es decir, la energía cinética de una sola partícula de masa unitaria. Esta partícula es un punto C del espacio de  $3N$  dimensiones que simboliza la posición del sistema mecánico. El tensor métrico correspondiente está definido por

$$\begin{aligned} a_{ii} &= \sqrt{m_i} \\ a_{ij} &= 0 \quad \text{si } i \neq j \end{aligned}$$

y, como vemos, representa un espacio euclidiano. Una transformación de coordenadas sigue conservando una geometría euclidiana, aunque el tensor métrico adquiere una forma más general:

$$\overline{ds^2} = \sum_{i,k=1}^m a_{ik} dq_i dq_k$$

Ahora bien, las constricciones pueden ser consideradas como hipersuperficies en general curvas en el espacio de configuración. La intersección de éstas determina un subespacio, en el que el punto debe mantenerse. Este subespacio ya no es en general euclidiano, sino un espacio riemanniano curvo.

Desde luego, este análisis <<a posteriori>> de la geometría del espacio de configuración no fue llevado a cabo por los fundadores de la mecánica analítica: en su tiempo, la geometría riemanniana estaba en el futuro.

Estas ideas son el germen de la mecánica analítica. Como decíamos, es posible integrarlas en la mecánica vectorial newtoniana; pero su verdadero significado y potencia no son aparentes mas que en el formalismo de la mecánica analítica. Así como Newton basó su mecánica en la fuerza y el momento lineal, la mecánica analítica tiene como conceptos básicos la función trabajo y la energía cinética. Sin embargo, aún nos falta un elemento, tal vez el más importante: un principio general, del que puedan deducirse las ecuaciones del movimiento. El planteamiento de los varios principios que han sido formulados es el siguiente tema de nuestra historia.

## NOTAS AL CAPITULO VII

- 1) Ortega y Gasset, 'La Idea de Principio en Leibniz', p. 17.
- 2) Russell, 'La Filosofía de Leibniz', p. 177.
- 3) ibid.
- 4) Leibniz, citado por Russell, loc. cit., p. 204.
- 5) ibid., p. 223..
- 6) ibid., p. 232.
- 7) Serres, 'Leibniz' en 'La Filosofía Alemana de Leibniz a Hegel', p. 49.
- 8) Russell, loc. cit., p. 166.
- 9) Oyarzábal, 'Mecánica Clásica', p. 375 ss.



## VIII. DEUS EX MACHINA

Si yo hubiera estado al  
lado de Dios cuando creó  
el universo, le hubiera  
aconsejado mejor el orden  
de las cosas.

Alfonso X el Sabio

Lo admirable no es la  
extensión donde campean  
las estrellas; lo admirable  
es que el hombre haya  
podido medirla.

Anatole France

### 1.- Los Principios Variacionales y la Mecánica Lagrangiana

Como hemos visto más arriba, Stevinus y Galileo habían reconocido los gérmenes del principio de trabajo virtual. Su formulación general, aplicado a todas las condiciones de equilibrio, correspondería a Jean Bernoulli, que lo enuncia en una carta a Varignon en 1717.

La familia Bernoulli, natural de Suiza, reinó señera en la matemática continental por cinco generaciones. Los originarios de esta prole genial, Jacques y Jean (o Jakob y Johann) fueron sin duda, junto con Daniel, hijo de Jean, sus miembros más destacados.

Jacques, el mayor, fue el primero en obtener notoriedad. Además de ser el primero que sugirió el moderno nombre de integral para el proceso inverso de la diferenciación, se dedicó al estudio de problemas relacionados con rectificación y cuadratura de curvas, e introdujo el uso de coordenadas polares. Esto permitió simplificar enormemente el estudio de ciertas curvas, notablemente las espirales, la cicloide, la catenaria y la braquistocrona. Sus principales contribuciones fueron el estudio de una nueva curva, llamada precisamente lemniscata de Bernoulli, y el de la espiral logarítmica propuesta por Descartes.

Jean Bernoulli tuvo que vivir a la sombra de su célebre hermano, con quien mantuvo frecuentes polémicas, y no fue sino hasta la muerte de éste que pudo conquistar el lugar que le correspondía en la sociedad matemática de su época. Aunque destinado por su padre a ser médico, Bernoulli se interesó profundamente por el cálculo, y a falta de mejor empleo, se dedicó a instruir en la nueva disciplina a un marqués francés, M. de L'Hôpital. Este le arrancó la increíble promesa de que Bernoulli le enviaría sus nuevos descubrimientos solamente a él, a cambio de un salario. Parece ser que L'Hôpital no era muy religioso en sus pagos, pero aún así, Bernoulli respetó su promesa. El marqués, habiendo "comprado los derechos" del trabajo de Bernoulli, se dedicó a escribir un libro sobre cálculo,

<<Analyse des Infiniment Petits>>, virtualmente plagiando al infortunado suizo. La famosa regla de L'Hôpital, que iguala el límite del cociente de dos funciones al límite del cociente de sus derivadas, es debida realmente a Jean Bernoulli. Este guardó silencio sobre el plagio hasta después de la muerte del marqués, probablemente para mantener la irregular renta que L'Hôpital le pasaba. En todo caso, el libro de L'Hôpital fue fundamental en su tiempo, ya que era el primer texto de cálculo infinitesimal que se daba a la imprenta. Tanto los Bernoulli como Leibniz habían publicado sus resultados en una revista especializada, el <<Acta Eruditorum>>. A Jean Bernoulli no lo acompañaba la suerte. Su propio libro de cálculo integral fue publicado cincuenta años después de ser escrito, y el de cálculo diferencial no fue publicado sino hasta 1924. Sin embargo, Bernoulli hizo importantes descubrimientos en el tratamiento de varias curvas, particularmente la braquistocrona.

Jean Bernoulli fue el campeón del cálculo leibniziano, defendiendo los métodos de su amigo y maestro contra viento y marea, específicamente contra el viento y marea ingleses. Gran amante de la controversia, Jean peleó contra su hermano Jacques, contra su hijo Daniel (el del principio hidrodinámico), contra Taylor por la autoría de las series que llevan el nombre de este último, y como queda dicho, contra L'Hôpital, a título póstumo.

Antes de pasar a enunciar el principio de trabajo virtual, detengámonos un poco en el concepto de desplazamiento virtual. La distinción entre desplazamientos reales y virtuales -o, como se decía el siglo pasado, velocidades virtuales- es fundamental. Un cuerpo, a lo largo de su movimiento, tiene un desplazamiento real; la diferencial de ese desplazamiento,  $ds$ , es un vector con magnitud y dirección definidas en cualquier instante. Evidentemente, el cuerpo se mueve de una sola manera; sin embargo, dadas las constricciones, el cuerpo puede moverse de muchas maneras distintas. Podemos imaginar que el cuerpo se mueve infinitesimalmente en esas direcciones, y observar lo que le ocurre a las funciones que dependen del desplazamiento en el sistema. Estas cambiarán en general, y ese cambio recibe el nombre de variación o cambio virtual.

En su forma más general, el principio de trabajo virtual dice así:

Apliquense a los puntos A, B, C, ... las fuerzas  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ , pequeños compatibles con las constricciones cinemáticas del sistema -desplazamientos virtuales-  $\delta\vec{r}_1, \delta\vec{r}_2, \delta\vec{r}_3, \dots$ , los cuales deben ser reversibles, y tómese el producto escalar de cada desplazamiento virtual por la fuerza correspondiente. Entonces,

$$\int \delta W = \vec{F}_1 \cdot \delta \vec{r}_1 + \vec{F}_2 \cdot \delta \vec{r}_2 + \vec{F}_3 \cdot \delta \vec{r}_3 + \dots = 0$$

$\delta W$  es conocido como el trabajo virtual. Nótese que el trabajo virtual es el producto escalar de la fuerza resultante y el desplazamiento virtual resultante: el principio afirma que la fuerza resultante es perpendicular a cualquier desplazamiento virtual posible, o, si se quiere, al subespacio formado por los desplazamientos virtuales posibles.

Si no hay constricciones, los desplazamientos virtuales pueden ser en cualquier dirección del espacio, y entonces el principio requiere que la fuerza sea cero, ya que debe ser perpendicular a todo el espacio.

Ahora sustituyamos las fuerzas impresas por las fuerzas de reacción, con lo que todos los signos se invierten. De aquí el principio puede enunciarse así:

El trabajo virtual de las fuerzas de reacción es siempre cero para todo desplazamiento virtual consistente con las constricciones cinemáticas dadas.

Este es, históricamente, el primer principio variacional de la mecánica. Su validez fue restringida por Bernoulli a la estática, pero como veremos más adelante, es fácilmente extensible a la dinámica, en la que toma el nombre de principio de D'Alambert.

El cálculo de variaciones había preocupado a todos los matemáticos desde que el cálculo infinitesimal comenzó a desarrollarse; ya en la Antigüedad helenística, se había planteado el problema de Dido, que consistía en encontrar la figura de máxima área en un perímetro dado; de aquí recibieron los problemas variacionales el nombre, en boga en el siglo XVIII, de problemas isoperimétricos. Fermat había desarrollado métodos de máximos y mínimos; Newton y Leibniz habían atacado estas cuestiones. Pero el primer problema del cálculo de variaciones propiamente fue propuesto por Jean Bernoulli, y resuelto por él mismo gracias al principio de Fermat. Este problema consistía en encontrar la ecuación de la braquistocrona, es decir, la curva de más rápido descenso. Newton, Leibniz, l'Hôpital y Jacques Bernoulli lo resolvieron también, pero la solución más imaginativa correspondió al propio Jean. Bernoulli sabía que el principio de Fermat se aplicaba a fenómenos ópticos, pero formalmente el problema era el mismo.

Bernoulli imaginó que, en lugar de un cuerpo móvil, estaba considerando el movimiento de un rayo de luz cuya velocidad crecía continuamente de acuerdo a la conocida ley de caída en un campo gravitacional:  $v = \sqrt{2gh}$ . Esta velocidad correspondería en óptica a un número infinito de capas horizontales cuya densidad decrecería continuamente.

Para cualquier ángulo  $\theta$  de un elemento de curva  $ds$  con la perpendicular, tenemos que

$$\frac{\text{Sen } \theta}{v} = k = \text{const.}$$

o, de otra manera,

$$\frac{\frac{dx}{ds}}{v} = k$$

De esto se sigue que

$$dx^2 = k^2 v^2 ds^2 = k^2 v^2 (dx^2 + dy^2)$$

y como  $v = \sqrt{2gy}$ ,

$$dy = dx \text{ raiz}(x/(a-x)) \text{ donde } a = 1/2gk^2$$

Esta es la ecuación diferencial de una cicloide, por lo que la braquistocrona es en realidad esta curva.

Por otro lado, el principio de trabajo virtual permitió a Maupertius establecer la diferencia entre el equilibrio estable, el inestable y el indiferente, algo completamente imposible desde consideraciones newtonianas. El cálculo de variaciones no llegaría a su mayoría de edad hasta el trabajo de Lagrange, pero sus cimientos estaban establecidos.

Como hemos dicho, el principio es válido para desplazamientos virtuales reversibles; Fourier extendió el principio a desplazamientos no reversibles, observando que en este último caso la igualdad a cero debía ser remplazada por una desigualdad:  $\delta w \geq 0$ .

Finalmente, observemos que el principio de trabajo virtual implica un resultado conocido: en sistemas conservativos, todo cuerpo tiende a minimizar su energía potencial.

D'Alambert, el responsable científico de la Enciclopedia Francesa, retomó, como hemos dicho, el principio de trabajo virtual y lo extendió a la dinámica. D'Alambert tomó la segunda ley de Newton,  $F = ma$ , y la escribió como  $F - ma = 0$ . Acto seguido, definió  $I = -ma$  como la fuerza de inercia, con lo que  $F + I = 0$ . Hasta ahora, parecería que D'Alambert se estaba divirtiendo con álgebra de escolar; pero su idea, aunque aparentemente trivial, era asombrosa: la inercia podía ser considerada como una fuerza, tal como Leibniz había pensado su <<vis muerta>>. La resistencia de un cuerpo a moverse era producida por una fuerza, análoga en todo a la fuerza aplicada. D'Alambert había reducido la dinámica a la estática, considerando todo cuerpo móvil como un cuerpo en equilibrio, en virtud de su propia inercia: los métodos de la estática podían ser aplicados, y en particular el principio de trabajo virtual. En este caso, la

distinción entre desplazamientos virtuales y reales cobraba su verdadera significación: el cuerpo seguiría desplazándose, pero matemáticamente podían aplicársele desplazamientos virtuales instantáneos. El movimiento era el resultado de un deseo natural por el equilibrio de fuerzas: el cuerpo se movería de tal manera que la fuerza de inercia equilibrara a las fuerzas aplicadas; en este caso, el trabajo virtual total de fuerzas aplicadas más fuerzas de inercia debe ser cero (para desplazamientos reversibles).

Por otro lado, cualquier fuerza aparente podía tomarse desde este punto de vista: en la rotación uniforme, la fuerza centrífuga y la fuerza de Coriolis; en la rotación acelerada, la nueva fuerza que Lanczos llama fuerza de Euler; en la translación acelerada, la correspondiente fuerza aparente. Todas estas fuerzas entran en la definición de fuerza de inercia. El principio de D'Alembert prefigura bellamente el principio de equivalencia de Einstein: no hay distinción entre una fuerza aparente por translación acelerada y la fuerza de un campo gravitacional. D'Alembert tampoco puede distinguir entre fuerzas aplicadas y fuerzas inerciales, y su aplicación se extiende a todos los sistemas de referencia, no sólo a los inerciales. El principio rescataba pues la idea de la fuerza intrínseca, que Leibniz había propugnado y los nominalistas habían aplicado sin éxito.

Finalmente, el principio de D'Alembert se aplica a cualquier punto de la trayectoria, a cualquier instante de tiempo: como dice Sommerfeld, compara el estado de un sistema en un momento arbitrario con un estado vecino obtenido por desplazamientos virtuales (1). Esto en contraposición con el resto de los principios que veremos más adelante, que son principios integrales, en los que el tiempo juega un papel fundamental.

La ley de conservación de la energía es fácilmente deducible a partir de este principio, siempre que las fuerzas sean conservativas: en efecto, si los desplazamientos virtuales se hacen coincidir con los reales, obtenemos la ley de conservación de la energía mecánica:

$$\sum m_k \ddot{\vec{R}}_k \cdot d\vec{R}_k = \sum m_k \dot{\vec{R}}_k \cdot \dot{\vec{R}}_k dt = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \sum m_k \dot{\vec{R}}_k^2 \right) dt = T$$

El principio de D'Alembert permite analizar cualquier problema dinámico: es una solución completa. El resto de los principios variacionales es equivalente al principio de D'Alembert en su ámbito de aplicación; es más, el principio es más general que, por ejemplo, el de Hamilton: permite el uso de variables no holonómicas, a diferencia de éste. Una variable no holonómica es aquella cuya función de transformación de coordenadas en términos de las coordenadas originales no puede ser expresada más que con una diferencial, la cual no es la derivada de coordenadas reales. Por ejemplo, la velocidad angular de rotación de un trompo se define como  $d\psi/dt$ , pero  $d\psi$  es un

ángulo infinitesimal de rotación, y no la diferencial de un ángulo, ya que este ángulo no existe si el eje está constantemente cambiando, como es el caso del trompo.

Es realmente asombroso: D'Alambert había sido capaz de fundar la dinámica en un sólo principio. Desgraciadamente, las fuerzas inerciales no admiten representación escalar mediante un potencial, lo que hace al principio difícil de usar. En efecto, el trabajo virtual no es en general la variación de una función. Esto llevaría a la búsqueda de principios nuevos, cuya forma matemática fuese más adecuada. Por otra parte, los nuevos principios serían filosóficamente más provocativos, acercando a la mecánica al ideal teleológico de Leibniz. En efecto, la huella filosófica de éste pervade la mecánica analítica: la convicción de que existe un principio básico de la Naturaleza, el que este principio tienda a minimizar el esfuerzo, a hacer economía; los conceptos básicos de energía como la medida relevante del movimiento y la conservación de ésta: todo apunta hacia Leibniz.

El principio de mínima acción, históricamente el siguiente principio variacional de la mecánica, formulado por Maupertius en 1747, no es ya, como hemos dicho, una generalización de otros principios. Si Bernoulli y D'Alambert habían propuesto los suyos basándose respectivamente en las máquinas simples y en la estratificación del movimiento, el principio de mínima acción era una especulación filosófica de altos vuelos, una generalización <<a priori>> que no tenía al parecer una base firme en la experiencia. Audazmente, Maupertius postulaba que existía una cantidad en todos los eventos de la Naturaleza que siempre es un mínimo. Esta cantidad, la acción, estaba en íntima relación con la energía. Lanczos apunta que el "espíritu cósmico" del siglo XVIII, un espíritu que no se veía desde los griegos, estaba en perfecta consonancia con esta suposición (2).

Desgraciadamente, Maupertius, aunque presidente de la Academia de Berlín, no tenía el genio matemático para desarrollar su principio, y lo aplicó de manera completamente equivocada. Su principio no es igual al que conocemos hoy en día, pues la acción era una suma, no una integral, y contenía el momento lineal, no la energía. Pero esto no era grave: el problema con la manera en que Maupertius utilizó su principio fue que ignoró por completo consideraciones de energía: sin la ley de conservación de la energía, su principio pierde todo sentido.

Maupertius fue mejor teólogo que matemático: para horror de Mach, el tratado en el que postula el principio se lanza inmediatamente a una justificación teológica y teleológica del principio de mínima acción, como aquél que más se acordaba con la sabiduría del Creador. Maupertius estaba en plena posesión del principio de Fermat, y no cabe duda que le impresionó como había impresionado a Leibniz: si la luz se comportaba de esta manera, no cabía duda que en mecánica se podría formular un principio semejante. De hecho, Maupertius reformuló el principio de Fermat, haciéndolo caber en su propio principio de mínima acción, y llamando la atención sobre la aparente identidad de los fenómenos

mecánicos y los ópticos.

La teleología, ya en germen en los principios de Jean Bernoulli y D'Alambert, surgía ahora plenamente: se trataba de introducir las posibilidades tentativas del movimiento y elegir entre ellas la que minimiza la acción. Esto parecía indicar una intención, una finalidad en la Naturaleza: la consonancia leibniziana entre Razón y Mundo, la armonía preestablecida, parecía revelarse en todo su esplendor.

El principio de mínima acción, en su forma definitiva enunciada por Lagrange, postula que la acción, definida como

$$A = \int_{t_1}^{t_2} T dt$$

donde T es la energía cinética, es siempre mínima. Es decir,

$$\delta A = 0$$

Como podemos ver, a diferencia del principio de D'Alambert, éste es un principio variacional integral: la variación se toma sobre un intervalo finito de tiempo, sobre un segmento finito de la trayectoria. Esto acentúa el carácter teleológico del principio: el movimiento parece no estar determinado sólo por el estado actual del sistema, sino también por estados pasados -lo cual no sería grave- y por estados futuros. En todo caso, digamos que Maupertius fue demasiado lejos; en efecto, la formulación del principio era demasiado restrictiva; tal como la hemos planteado aquí, en el lenguaje del cálculo de variaciones, se requiere sólo que la acción sea un extremal, ya sea un mínimo o un máximo. En otras palabras, la acción podría ser máxima sin violar el principio de "mínima" acción, tal como lo conocemos hoy en día.

El principio de Fermat, como hemos dicho, fue derivado por Maupertius a partir de su propio principio. En efecto, tanto aquél como el principio de mínima trayectoria, que se aplica a una partícula en ausencia de fuerzas en una superficie curva, son directamente deducibles del principio de Maupertius (3).

Una observación más viene a cuento: Maupertius había tomado partido por Descartes, considerando que  $mv$  es la verdadera medida de la fuerza; de aquí, su definición de acción contenía  $mvds$ , en lugar de  $Tdt$ . En el caso de una sola partícula, las dos definiciones son equivalentes, pero la definición en términos de la energía cinética es la que fue adoptada por Euler y Lagrange, y es la que manejamos hoy en día.

Como hemos dicho, la autoría del principio fue puesta en duda por Koenig, que afirmó que Leibniz lo había postulado en una carta de 1707; Maupertius defendió su prioridad ferozmente, y fue ayudado en esta pugna por Euler.

Leonhard Euler era discípulo de Jean Bernoulli, y compartía con Maupertius, Voltaire y Carl Philip Emmanuel Bach los favores del rey ilustrado, Federico el Grande de Prusia. Sus contribuciones en todos los campos de la matemática llenarían libros: análisis, teoría de funciones, topología, ecuaciones diferenciales... Pero lo que nos interesa aquí son sus contribuciones mecánicas, que no fueron menores a las matemáticas. Euler fue el primero en estudiar los problemas isoperimétricos de manera sistemática, encontrando una ecuación diferencial que daba solución implícita a una gran clase de esos problemas; por otro lado, llevó a cabo un análisis completo de la rotación de cuerpo rígido, empleando por primera vez variables no holonómicas. Finalmente, Euler llegó independientemente de Maupertius al principio de mínima acción, al menos un año antes que aquél, y de manera totalmente correcta. En efecto, Euler estaba consciente de que la energía debe conservarse tanto para el movimiento real como para el virtual, condición auxiliar sin la cual el principio pierde toda validez. En suma, Euler formuló por primera vez el principio de mínima acción en una forma utilizable, y lo empleó para resolver multitud de problemas mecánicos. A pesar de esto, Euler defendió a capa y espada la prioridad de Maupertius, poniendo de lado sus propias contribuciones. Como dice Lanczos, es un caso único de la historia de la ciencia, que abunda en ejemplo de lo contrario (4).

Filosóficamente, Euler se distanció del ocasionalismo postcartesiano, defendido sobre todo por Malebranche, y de la armonía preestablecida de Leibniz; sin embargo, mantuvo la teleología leibniziana: "Como la construcción del universo es la más perfecta posible, siendo el trabajo de un Hacedor infinitamente sabio, nada puede ser encontrado en el mundo en que alguna propiedad máxima o mínima no sea manifiesta. No hay, consecuentemente, ninguna duda de que los efectos del mundo pueden ser derivados por el método de máximos y mínimos a partir de sus causas finales, de la misma manera que de las causas eficientes" (5).

Euler fue capaz de fundar toda la mecánica en un principio variacional integral: a más de utilizar explícitamente el principio de Maupertius con la condición adicional de la constancia de la energía, descubrió las ecuaciones que deben cumplirse como condición necesaria y suficiente para que la integral de acción sea mínima. Su contribución es pues fundamental; sin embargo, el trabajo de Lagrange, que es paralelo al de Euler en muchos aspectos, ha sido considerado la primera formulación explícita y completa de la mecánica analítica. Tal vez por su propia modestia, por haber defendido la prioridad de Maupertius, tal vez porque el tratamiento de Lagrange es más completo, tal vez por desmemoria, el nombre de Euler aparece apenas cuando se habla de mecánica; por ejemplo, las ecuaciones de Lagrange deberían llamarse de Euler-Lagrange, como las llama Lanczos, ya que ambos llegaron al mismo resultado de manera independiente. En todo caso, la aportación de Euler no desmerece en nada, ni aún comparada con la del genio francés.



Lagrange, como hemos dicho, persiguió los mismos problemas que Euler, llegando a muchos resultados en forma paralela. En primera instancia, dio la solución de problemas variacionales, con métodos distintos a los de Euler: para ello, fundó un nuevo cálculo, el cálculo variacional. Lagrange dio la formulación explícita del principio de mínima acción que enunciamos <<supra>>, y derivó de él las mismas ecuaciones que Euler:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad (t_1 \leq t \leq t_2)$$

donde  $L = T - V$  es la llamada función lagrangiana, o lagrangiano, y las  $q$  son las coordenadas generalizadas del sistema. Estas son las célebres ecuaciones de Euler-Lagrange. Como hemos dicho más arriba, estas ecuaciones son condición necesaria y suficiente para la minimización de la integral de acción, y la solución de las mismas resuelve completamente el problema del movimiento, es decir, dan la posición y velocidad del sistema en función del tiempo.

Lagrange reconoció la importancia de las coordenadas generalizadas, demostrando que las ecuaciones de Euler-Lagrange son invariantes ante un cambio de coordenadas: el valor del lagrangiano y el de la integral de acción es igual, independientemente de las coordenadas. Como vimos más arriba, estas coordenadas no son las del espacio físico, sino las de un espacio de  $3N$  dimensiones, donde  $N$  es el número de partículas, llamado espacio de configuración. Las coordenadas generalizadas no tienen necesariamente una interpretación en el espacio físico: su importancia estriba en la simplificación de las ecuaciones. Otro paso más en la geometrización -o si se prefiere, en la abstracción- del problema del movimiento: las ecuaciones de Euler-Lagrange tienen su solución no en el espacio físico, sino en un espacio de configuración. Desde luego, la transformación inversa de coordenadas puede regresar la solución al espacio físico, pero muchas veces basta con la solución en coordenadas generalizadas. Cada partícula pierde su identidad: sus coordenadas pueden ser libremente mezcladas con las de otra partícula. En efecto, una partícula no es matemáticamente más que proyección dentro del espacio de configuración más un término en el lagrangiano. No sólo esto: la transformación de coordenadas también implica que las ecuaciones de Euler-Lagrange son válidas en cualquier marco de referencia.

El lagrangiano es la cantidad fundamental: el exceso de la energía cinética respecto a la potencial determina completamente la dinámica del sistema. La ventaja respecto al principio de D'Alembert es evidente: en lugar de cantidades vectoriales, una sola función escalar, que depende en general de las coordenadas generalizadas, las velocidades generalizadas (las derivadas de aquellas con respecto al tiempo) y el propio tiempo.

Recordemos que Euler y Lagrange emplearon como condición auxiliar en la deducción de las ecuaciones la constancia de la

energía. En el caso de Lagrange, esto se llevó a cabo mediante el uso de sus multiplicadores indeterminados (ver apéndice). Por lo tanto, el método de Lagrange y Euler es válido tan sólo para sistemas conservativos; Jacobi emplearía una deducción alternativa, válida para los mismos sistemas conservativos, criticando el método de Lagrange, que implicaba necesariamente variar el límite superior de integración. El quid para Jacobi estaba en la condición auxiliar y en el uso del tiempo como variable independiente. En efecto, este último implica tener que variar el límite superior de integración de manera que la condición de conservación de energía se cumpla. Jacobi usaría en lugar del tiempo un parámetro  $\mathcal{T}$ , en función del cual están todas las coordenadas, incluido el tiempo. Esto permite a Jacobi no variar los límites de integración, introduciendo la condición de que ambos sean constantes. El principio de Jacobi es pues ligeramente distinto del de Lagrange y Euler: sigue siendo el principio de mínima acción, pero con un parámetro implícito distinto al tiempo. El principio de Jacobi es enunciado en términos del elemento de distancia del espacio de configuración, por lo que excluye explícitamente tanto al tiempo como al parámetro  $\mathcal{T}$  (ver apéndice):

$$A = \int \sqrt{2(E - V)} ds$$

Sin embargo,  $ds$  no es una diferencial completa; para integrar la expresión anterior, es necesario introducir el parámetro  $\mathcal{T}$ , que puede ser una de las  $q_k$ . A partir de esto, el tiempo es obtenible por la relación

$$\frac{dt}{d\mathcal{T}} = \frac{1}{\sqrt{2(E - V)}} \frac{ds}{d\mathcal{T}}$$

que no es otra cosa que la ley de conservación de la energía, expresada en términos de  $\mathcal{T}$  (ver apéndice). Esta da el movimiento respecto al tiempo, que no se halla en el principio original.

Por otro lado, hagamos la observación de que ya Lagrange había tenido la idea de incorporar el tiempo como coordenada al espacio de configuración, con lo cual el problema adquiere otra dimensión u otro grado de libertad. Esto, que en la mecánica clásica es una conveniencia, se convierte en una necesidad en la mecánica relativista.

El principio de Jacobi determina pues la trayectoria en el espacio de configuración. Si se restringe al caso de una sola

partícula,  $ds$  es idéntico al elemento de distancia del espacio ordinario en tres dimensiones. En este caso, el principio de Jacobi tiene una semejanza impresionante con el de Fermat:

$$l = \int n \overline{ds}$$

donde  $n$  es el índice de refracción, que cumple un papel parecido al de  $\sqrt{2(E - V)}$  en Jacobi. El principio de Jacobi apunta directamente a la geometría del espacio de configuración: si se define un nuevo elemento de distancia

$$\overline{d\sigma}^2 = 2(E - V) \overline{ds}^2$$

la integral de Jacobi se reduce a

$$\delta \int \overline{d\sigma} = 0$$

El principio de Jacobi es entonces equivalente a encontrar la mínima trayectoria entre dos puntos definidos de un cierto espacio riemanniano. Esta trayectoria es desde luego una geodésica del espacio cuyo tensor métrico hemos definido arriba. Por otra parte, en ausencia de fuerzas, y por lo tanto de energía potencial, el punto se mueve sobre la geodésica a velocidad constante, en virtud del principio de conservación de la energía:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\overline{s}}{dt} \right)^2 = E$$

Es imposible no ver aquí una bellísima generalización de la ley de la inercia, transportada a un sistema completo moviéndose en un espacio riemanniano.

El método de imponer la condición no a la energía, sino a

los límites de integración, no era nuevo; ya Hamilton lo había empleado, y con una proyección mayor que el de Jacobi, pues su deducción es válida incluso para sistemas no conservativos. El principio de Hamilton es equivalente al principio de mínima acción formulado por Euler y Lagrange, y también al principio de Jacobi, siempre que el sistema sea conservativo; por otro lado, es deducible del principio de D'Alambert, y equivalente a éste en sistemas holonómicos. El nombre de principio de mínima acción, tal como se usa hoy en día, abarca comúnmente a todos estos principios: el de Maupertius, el de Euler-Lagrange, el de Hamilton y el de Jacobi, y aunque el orden cronológico es éste que acabamos de dar, es el principio de Hamilton el que se usa con mayor frecuencia como fundamento de la mecánica analítica, dada su generalidad. Enunciemos pues este principio:

La integral A, definida como

$$A = \int_{t_1}^{t_2} L dt$$

se vuelve estacionaria para variaciones arbitrarias posibles de la configuración del sistema, siempre que las configuraciones inicial y final del sistema sean prescritas. (ver apéndice).

Al independizar su principio de la condición de conservación de la energía, Hamilton puede deducir ésta del mismo, siempre que la función trabajo sea independiente del tiempo y de las velocidades generalizadas, y que la energía cinética sea cuadrática en las velocidades. Sin embargo, es posible enunciar que la cantidad

$$\Lambda = \sum p_i \dot{q}_i - L \dots \dots \dots (8.1)$$

es constante si el lagrangiano no depende del tiempo, una condición evidentemente menos fuerte. De esta manera, todo sistema esclerónomico, es decir, cuyo lagrangiano no depende del tiempo, cumple una ley de conservación; si, por el contrario, el sistema es reonómico, es decir, el lagrangiano depende del tiempo, es aún posible encontrar la variación de  $\Lambda$ :

$$\Delta \Lambda = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial L}{\partial t} dt$$

De esta manera, el concepto de energía se generaliza, y  $\Lambda$  se dice que define la energía total del sistema.

Volvamos sin embargo a Lagrange. El problema de la dinámica se reduce, como hemos visto, a integrar las ecuaciones de Euler-Lagrange; sin embargo, éstas no tienen un método de integración general. Así, es necesario desarrollar métodos matemáticos para simplificar las ecuaciones y llevarlas a una forma integrable. Es aquí donde entra la transformación de coordenadas: se trata de encontrar aquellas coordenadas donde sea más sencilla la integración. El procedimiento es auxiliado por la existencia de variables ignorables. El lagrangiano es una función de las coordenadas, las velocidades y el tiempo; sin embargo, si una coordenada está ausente de él, aunque su velocidad correspondiente sí se encuentre, decimos que esa coordenada es ignorable. Si definimos el momento de la coordenada  $q_k$  como:

$$p_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \dots \dots \dots (\gamma. \epsilon)$$

podemos ver de inmediato, a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange, que éste es una constante si la derivada parcial de  $L$  respecto a  $q_k$  es cero, es decir, si  $L$  no depende de  $q_k$ : el momento asociado a una variable ignorable es una constante durante el movimiento. Desde luego, el momento corresponde a la variable: si hablamos de coordenadas rectangulares, se trata de la componente del momento lineal en esa dirección; si, por el contrario, la coordenada es esférica, hablamos del momento angular. Así, la independencia del lagrangiano de una variable implica la conservación del momento asociado. Estas constantes, llamadas precisamente constantes de movimiento, sirven a guisa de constantes de integración, definiendo un nuevo lagrangiano  $L' = L - p_k \dot{q}_k$ , donde  $q_k$  se puede encontrar por la ecuación diferencial

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = c_k$$

lo cual reduce el problema de  $n$  grados de libertad a  $n - 1$  grados. Sin embargo, la introducción del nuevo lagrangiano tiene consecuencias interesantes: la cantidad restada es independiente de cualquier velocidad, y puede asimilarse a la energía potencial  $V$ , dando  $V' = V + p_k \dot{q}_k$ . Es decir, la energía potencial se ve modificada por un nuevo término, una energía potencial aparente. Por ejemplo, en el problema kepleriano, la eliminación del ángulo  $\theta$ , producto de la conservación del momento angular, produce una energía potencial aparente proporcional a  $1/r^2$ , que se traduce en una fuerza repulsiva proporcional al inverso del cubo de la distancia. Volvemos al conocido problema de la fuerza aparente, y las consideraciones enunciadas más arriba son aplicables. Pero la historia no acaba aquí: es posible obtener términos extra lineales en las velocidades, que se asimilan a la energía cinética: son los célebres términos giroscópicos, tales como la fuerza de Coriolis y la fuerza magnética debida a una corriente eléctrica. Nuevamente, estamos relativizando: lo que antes eran

fuerzas -si bien sin expresi3n potencial- son ahora t3rminos de la energa cin3tica. Por 3ltimo, tambi3n el tiempo puede ser tratado como una variable ignorable: su momento asociado es la energa.

Hablemos finalmente de las condiciones auxiliares: como hemos dicho, las constricciones pueden ser removidas del lagrangiano empleando las ecuaciones de constricci3n, con lo que se obtiene un subespacio del espacio original de configuraci3n; si tenemos  $m$  constricciones, el subespacio tendr3  $3N - m$  dimensiones. Sin embargo, se puede aplicar una t3cnica alternativa, en la que las constricciones son incorporadas al problema. Esta t3cnica fue desarrollada por Lagrange, que para ella invent3 sus famosos multiplicadores indeterminados. El lagrangiano se escribe de la siguiente manera:

$$\bar{L} = L - (\lambda_1 f_1 + \dots + \lambda_m f_m)$$

donde  $\lambda_i$  son los multiplicadores. Los nuevos t3rminos son asimilados a la energa potencial, lo cual les da una interpretaci3n f3sica: se trata del potencial de las fuerzas de reacci3n que mantienen las constricciones f3sicas. A3n m3s: el multiplicador es una medida de la violaci3n microsc3pica de la constricci3n, que adem3s puede depender del tiempo. En efecto, s3lo fuerzas infinitas podrian mantener la constricci3n absolutamente; 3sta se viola a cada instante, pero de manera microsc3pica.

Esta es, en suma, la mec3nica lagrangiana. Hagamos un r3pido sumario de sus procedimientos. En primera instancia, debemos conocer los puntos extremos de la trayectoria,  $P_1$  y  $P_2$ , y los tiempos en los que estos puntos son alcanzados,  $t_1$  y  $t_2$ . En segunda instancia, debemos conocer una expresi3n para la energa cin3tica y potencial en todo momento.

Para Euler y Lagrange, el problema de conocer la trayectoria real se aborda imaginando matem3ticamente todas las trayectorias posibles que cumplan la conservaci3n de la energa, es decir, en las cuales la energa total del sistema sea igual a la que era en  $t_1$ . Acto seguido, pasamos a calcular la acci3n, definida como la integral de la <<vis viva>> en el tiempo transcurrido desde  $t_1$  hasta  $t_2$ . El valor de esta integral es distinto para cada trayectoria, pero matem3ticamente es posible determinar la trayectoria para la cual la acci3n toma un valor m3nimo: esta es la trayectoria escogida por la Naturaleza como trayectoria real.

Lagrange dej3 de lado toda explicaci3n teleol3gica en su <<M3canique Analitique>>: aunque el principio habia sido establecido en un marco filos3fico definido, Lagrange trat3 de

disociarlo de éste, y se negó a entrar en discusiones filosóficas. Este precedente tendría profunda influencia en los trabajos posteriores, que olvidaron gradualmente las explicaciones teleológicas, concentrándose más bien en los aspectos matemáticos. Lagrange tenía a orgullo que su libro no incluía una sola figura: "Los métodos que aquí describo no requieren ni construcciones geométricas ni razonamientos mecánicos: sólo operaciones algebraicas, sujetas a una regla de procedimiento regular y uniforme" (6).

La formulación de Hamilton, como hemos visto, dispensa la conservación de la energía como requisito, y minimiza otra cantidad: la integral del laplaciano sobre el tiempo. Pero Hamilton no se limitó a esto; aunque la mecánica de Lagrange es un sistema completo, la dificultad de encontrar las transformaciones de coordenadas idóneas llevó a Hamilton, y posteriormente a Jacobi, a formular una nueva y deslumbrante teoría mecánica.

## 2.- La Teoría de Hamilton-Jacobi

Hamilton transformó las ecuaciones de Euler-Lagrange, que son de segundo orden, en ecuaciones de primer orden, lineales y separadas en las derivadas. Para llegar a esto, hizo el descubrimiento fundamental de que los momentos generalizados, definidos <<supra>> en 8.2, pueden tratarse como variables independientes de las coordenadas. Las ecuaciones canónicas, como las llamó Jacobi, son obtenibles a partir de las de Euler-Lagrange mediante una transformación dual de Legendre. En primera instancia, se definen los momentos en términos de las coordenadas; en segunda, se define el hamiltoniano por la expresión 8.1 con que habíamos designado a la energía total. Finalmente, se expresa el hamiltoniano  $H$  en términos de las nuevas variables, con lo que obtenemos las ecuaciones canónicas:

$$\dot{p}_i + \frac{\partial H}{\partial q_i} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i$$

Debido a la naturaleza dual de la transformación de Legendre, es posible regresar de un problema hamiltoniano a un problema lagrangiano, expresando las velocidades generalizadas en términos de los momentos.

La mecánica hamiltoniana tiene un escenario distinto al de la lagrangiana: el espacio de fase. Este espacio está compuesto por las coordenadas y los momentos, y no tiene, a diferencia del de configuración, una estructura métrica definida. Por ello puede tomarse como un espacio euclidiano. La geometrización del problema lleva a un descubrimiento fascinante: hay una analogía total entre la descripción de un movimiento en el espacio de fase y el movimiento de un fluido incompresible, el fluido de fase. Si el sistema es conservativo -el hamiltoniano es independiente del tiempo- el fluido tiene un flujo xxxx, y cada partícula se mantiene en una superficie de energía, en la que  $H = E$ , la energía total del sistema. El fluido es incompresible: puede cambiar de forma, pero no de volumen, como lo demuestra el teorema de Liouville. Por otro lado, el teorema de circulación de Helmholtz es también válido: los vórtices son indestructibles.

Si el tiempo es incorporado como una coordenada más del espacio de fase, formando el espacio de estados, se pueden parametrizar las ecuaciones canónicas respecto a un parámetro; la consecuencia de esta parametrización es volver conservativos todos los sistemas: la energía es el momento del tiempo, es decir, es tan sólo un momento más; y el hamiltoniano generalizado  $K$  obtenido a partir de la parametrización, y definido por

$$A = \int_{\mathcal{Q}} \left( \sum_{i=1}^{n+1} p_i q_i' - \lambda K \right) d\mathcal{Q}$$

es independiente de  $\mathcal{Q}$ , con lo que el sistema se vuelve conservativo respecto a  $\mathcal{Q}$ .

En todo caso, el problema continúa: las ecuaciones canónicas tampoco tienen un método de integración directo. Sin embargo, existe un método sistemático que reduce el problema de integración a la simple diferenciación y sustitución de variables. Este método de transformación de coordenadas fue desarrollado sobre todo por Jacobi, aunque Hamilton y otros contribuyeron algunos resultados.

Jacobi formuló la teoría general de transformaciones canónicas, definiendo éstas como las transformaciones de coordenadas en el espacio de fase que preservan las ecuaciones canónicas. La teoría es completamente matemática: el problema del movimiento queda ignorado, el tiempo no aparece por ningún lado como variable independiente de la cual las coordenadas y momentos son función, y todo transcurre en el espacio de fase. Sin meternos en honduras, trataremos de dar una idea de esta teoría a vuelapluma, ya que sus resultados son interesantes desde el punto de vista del movimiento del fluido en el espacio de fase.



Las transformaciones canónicas pueden ser obtenidas a partir de una función generadora; sin embargo, las fórmulas obtenidas a partir de ésta no dan las nuevas coordenadas en función de las antiguas, ni viceversa; en lugar de ello, obtenemos una representación implícita: los momentos nuevos y antiguos se expresan en términos de las coordenadas nuevas y viejas:

$$\left. \begin{aligned} p_i &= \frac{\partial S}{\partial q_i} \\ P_i &= - \frac{\partial S}{\partial Q_i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.3)$$

Se puede demostrar que una transformación canónica deja los paréntesis de Poisson o los de Lagrange -ambas formulaciones son equivalentes- invariantes. Alternativamente, una transformación canónica tiene la propiedad de que la circulación alrededor de cualquier curva cerrada en el espacio de fase es invariante. La forma implícita de la transformación impide su identificación directa como canónica, sustituyendo las nuevas coordenadas en lugar de las viejas en las ecuaciones canónicas: de ahí que la prueba mediante los paréntesis de Poisson o Laplace sea fundamental.

Las transformaciones canónicas forman un grupo, por lo que su suma es también una transformación canónica. De esta manera, podemos imaginar transformaciones canónicas infinitesimales aplicadas continuamente para obtener una transformación canónica finita: estas transformaciones canónicas infinitesimales tienen la propiedad de poder ser obtenidas de manera explícita a partir de la función generadora. Finalmente, si la función generadora  $S$  depende del tiempo, se pueden obtener a partir de ella una infinidad de transformaciones canónicas infinitesimales, variando  $t$ ; si  $S$  es continua, a un incremento  $dt$  del tiempo corresponden incrementos  $dq$  y  $dp$  en las coordenadas y momentos. Podemos definir a partir de  $S(q_1, \dots, q_m; Q_1, \dots, Q_m; t)$ , donde las  $q_i$  son las coordenadas originales y las  $Q_i$  las transformadas, una nueva función: las ecuaciones determinativas de  $S$  citadas <<supra>> permiten escribir las  $Q_i$  en función de las  $p_i$  y las  $q_i$ . Sustituyendo 8.3 en  $S$  y diferenciando respecto al tiempo obtenemos una función que llamamos  $-B$ :

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -B$$

Esta función  $B$  cumple las ecuaciones canónicas, donde hace el papel del hamiltoniano. En pocas palabras: los desplazamientos infinitesimales del fluido de fase representan una transformación canónica; el movimiento entero del fluido de fase puede considerarse como una sucesión continua de transformaciones canónicas. Todo el problema del movimiento del sistema mecánico se convierte en un problema de transformación; el movimiento del fluido de fase no es otra cosa que la evolución de una transformación canónica dependiente del tiempo. Así, identificando  $B$  con el hamiltoniano, obtenemos la ecuación de Hamilton-Jacobi:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H = 0$$

Hamilton, aún sin la teoría de transformaciones canónicas, se dio cuenta de este importante resultado: si se encuentra la función generadora  $S$ , todo el problema del movimiento queda reducido a diferenciar y sustituir. Hamilton probó la existencia de una función, que él llamó función principal, que es en realidad la función generadora de una transformación canónica que convierte un estado del fluido de fase en un estado posterior; por otro lado, en el espacio de configuración la función principal de Hamilton representa la longitud de arco de la geodésica que conecta dos puntos dados.

Pero la interpretación geométrica va más allá: una solución particular  $S$  de la ecuación de Hamilton-Jacobi con un hamiltoniano conservativo tiene propiedades asombrosas. Considerada en coordenadas rectangulares, la conservación de la energía se puede escribir así:

$$\frac{1}{2m} (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) + V(x, y, z) = E$$

Introduciendo la función  $S$  de acuerdo a su ecuación determinativa,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 = 2m(E - V) \dots (8.4)$$

Suponemos que  $S$  es una función de  $x$ ,  $y$  y  $z$ , y no contiene constantes de integración, por lo que es una solución particular. Nuevamente, en virtud de las ecuaciones determinativas, podemos escribir

$$\vec{p} = \nabla S$$

y ya que el momento  $\vec{p}$  es tangente en todo momento a la trayectoria, obtenemos que las trayectorias mecánicas son normales a superficies  $S = \text{constante}$ . A partir de esto y de 8.4, es posible construir geoméricamente las superficies  $S = \text{cte}$ , con lo que el movimiento queda determinado. Dada una superficie  $S = 0$ , la familia de trayectorias mecánicas con igual energía total  $E$  que comienzan perpendiculares a  $S = 0$  definen una familia infinita de superficies  $S = \text{cte}$ , a las cuales se mantienen perpendiculares. Esta propiedad es similar a la de los rayos de luz, que son perpendiculares a las superficies de onda.

Por otra parte, el principio de Huygens de la óptica geométrica se puede escribir en forma infinitesimal por la ecuación

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 = \frac{m^2}{c^2}$$

La semejanza con la ecuación 8.4 es asombrosa, si hacemos

$$\frac{m}{c} = \sqrt{2m(E-V)}$$

La función  $\phi$  corresponde completamente a la función  $S$ . En óptica, representa el tiempo necesario para que la luz viaje de una superficie  $\phi = 0$  al punto dado por  $\phi(x, y, z) = C$ .

Recordemos que ya Jean Bernoulli había comparado los fenómenos ópticos y los mecánicos en su solución del problema de

la braquistocrona; la semejanza es aparente ahora en toda su magnitud. El principio de Fermat es equivalente al principio de Huygens, y de la ecuación 8.4 podemos obtener el principio de Jacobi: Fermat y Jacobi son absolutamente paralelos, si hacemos la sustitución 8.5.

Por otro lado, recordemos que la integral de Jacobi define la acción; minimizar esta integral o construir las superficies  $S = \text{cte.}$  a partir de 8.4 son dos métodos equivalentes para resolver el problema del movimiento. Si la acción se escribe como una función del punto final  $x, y, z$  de la trayectoria, obtenemos la función  $S$ . Por lo tanto, las superficies  $S = \text{cte.}$  son superficies de igual acción: el movimiento del sistema mecánico se lleva a cabo de manera ortogonal a superficies de acción igual, medidas a partir de una superficie arbitraria  $S = 0$ . En óptica, el correlato está dado por superficies de igual tiempo de propagación de la luz.

El principio de Huygens está basado en una teoría oscilatoria de la luz; de la misma manera, se puede dar una interpretación oscilatoria de los fenómenos mecánicos. Sin embargo, el principio de Huygens supone longitudes de onda infinitamente pequeñas: es sólo una aproximación. En un caso más general, aunque escalar, se debe usar la ecuación de onda de Fresnel:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

Fue la analogía establecida por Hamilton y la idea de de Broglie de asociar una longitud de onda finita a toda partícula material lo que llevó a Schrödinger, por una sencilla transformación, a convertir la ecuación de Fresnel en su propia ecuación. Así como la óptica geométrica es válida para longitudes de onda infinitamente pequeñas, la mecánica clásica se comporta exactamente como si la materia tuviera una longitud de onda infinitamente pequeña; los fenómenos dinámicos corresponden exactamente a la propagación geométrica de la luz en un medio óptico homogéneo. En el caso más general, la función  $\phi$  representa superficies de igual fase; Schrödinger sustituyó esta función de fase por la función de amplitud, dada por

$$\psi = e^{-2\pi i \phi}$$

Esta transformación logarítmica genera la ecuación de Schrödinger.

La geometrización de la dinámica iniciada por Galileo se ha llevado hasta sus máximas consecuencias: el problema de resolver un sistema dinámico es equivalente al de encontrar una geodésica, o línea de mínima longitud, en el espacio de configuración. Ciertamente, estamos ya muy lejos del principio; la teoría de Hamilton-Jacobi ha descubierto una similitud asombrosa y ha inventado un formalismo que hace abstracción de los problemas dinámicos, olvidándose de la teleología y la causalidad, del motor y el móvil: el movimiento es simplemente un problema geométrico.

La teoría de Hamilton-Jacobi no fue sino una curiosidad matemática para la mayoría de los físicos, hasta que Schrödinger se dio cuenta de que la analogía mecánico-óptica iba más lejos de lo que se había supuesto. El aspecto técnico de encontrar una solución de la ecuación de Hamilton-Jacobi sigue sin ser trivial, por lo que la teoría no tiene una utilidad práctica inmediata. Pocos fueron los que se ocuparon de la teoría después de Jacobi; entre ellos podemos citar a Sophus Lie, que introdujo el punto de vista de la teoría de grupos, y Poincaré, que estudió el problema de las invariantes integrales en relación con las ecuaciones canónicas y estudió la topología del espacio de configuración.

Sin embargo, la teoría de Hamilton-Jacobi sentó las bases analíticas de la moderna mecánica cuántica; a pesar del carácter esencialmente distinto de las coordenadas y momentos, que no son ya variables sencillas sino operadores, la mecánica cuántica es derivable de principios variacionales. La otra gran revolución física del siglo XX, la relatividad, también encontró en la mecánica analítica su formalismo. Si bien se ve obligada a modificar el lagrangiano, el principio de mínima acción sigue siendo válido en su contexto. En particular, su independencia de los marcos de referencia y la posibilidad de parametrizar el lagrangiano en términos no del tiempo, sino de una variable, hicieron que el principio de mínima acción se revelara como la forma idónea de formalizar la mecánica relativista. Como dijo Planck, el mayor mérito de Hamilton es haber resistido a las transformaciones que hicieron estremecerse el edificio de la ciencia a principios de este siglo.

Nos queda hablar de la teoría de Noether, que reveló un aspecto más de la riqueza del tratamiento analítico. Noether estudió problemas variacionales en los cuales la integral de acción permanece invariante respecto a un conjunto de transformaciones, aplicadas ya a las variables independientes, ya a las dependientes. Todo parámetro asociado con esa transformación conduce a una ley de conservación: transformar al tiempo conduce a la ley de conservación de energía, siempre que el lagrangiano sea independiente del tiempo; transformar las coordenadas rectangulares lleva a la conservación del momento lineal, y transformar las coordenadas esféricas a la conservación del momento angular. En términos no formales, la transformación

implica que es posible desplazarnos, ya sea en el tiempo o en el espacio, sin que la integral de acción cambie; en otras palabras, el espacio es homogéneo e isotrópico, y eso conduce a la ley de conservación del momento lineal y angular; y el tiempo es también homogéneo, lo que conduce a la ley de conservación de la energía. Así, las leyes de conservación de la mecánica no son sino consecuencias de la estructura del espacio y el tiempo, de las simetrías de la Naturaleza.

### 3.- La Mecánica de Hertz

Gradualmente, el cosmos ordenado y acotado de Aristóteles ha ido desapareciendo ante nuestros ojos: en su lugar se encuentra un universo geométrico, un universo homogéneo e isotrópico, donde los cuerpos no tienen un lugar natural, pero hallan su movimiento determinado por la geometría.

Sin embargo, hemos conservado aún la dicotomía entre la energía cinética y la potencial. Veremos ahora una tentativa por parte de Hertz de eliminar esa dicotomía.

Aunque no tuvo consecuencias directas en el desarrollo de la mecánica, Gauss enunció también un principio, que llamó el principio de la mínima constricción. Gauss derivó éste directamente del principio de D'Alambert, expresando el desplazamiento virtual como una serie de Taylor, y eliminando todos los términos salvo el de segundo orden, es decir, la aceleración. El principio de Gauss afirma que la variación de la constricción de un sistema es cero, donde la constricción está definida por:

$$Z = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2m_i} (F_i - m_i A_i)^2$$

El principio de minimizar Z es completamente análogo al método de mínimos cuadrados, que el propio Gauss descubrió, analogía de la que estaba particularmente orgulloso. En efecto, si se considera como un error la desviación de la fuerza de inercia respecto de la fuerza aplicada, se puede afirmar que el sistema intenta minimizar este error a cada instante de su movimiento. Hertz reinterpretó este resultado geométricamente en un espacio de configuración euclidiano de dimensión 3N, donde las coordenadas están multiplicadas por la raíz de la masa. El punto que representa el movimiento está limitado a un subespacio, debido a las constricciones cinemáticas. Hertz afirma que la minimización de Z es equivalente al intento por parte de ese punto de reducir al máximo la curvatura de su trayectoria, de manera compatible con las constricciones cinemáticas dadas. Este es el movimiento que Hertz llamaba natural. Se puede ver en la mecánica hertziana una generalización de la ley de la inercia: el cuerpo no se mueve en línea recta, sino en la trayectoria más recta posible, es decir, en la trayectoria más semejante a la de un cuerpo libre de fuerzas.

Para Hertz, el hecho de que el cuerpo no se moviera de manera totalmente libre no había que buscarlo en las fuerzas, sino en la conexión de unas masas con otras. Hertz eliminaba por completo el concepto de fuerza de los fundamentos de su mecánica, empleándolo si acaso solamente de manera auxiliar, como una cantidad derivada. La idea de D'Alambert da así una vuelta de campana: en lugar de considerar la inercia como una fuerza, se consideran todas las fuerzas como resultantes de la interacción entre masas.

En efecto, Hertz había observado que los movimientos microscópicos de la materia se pueden traducir en efectos macroscópicos, tales como la fricción. La fuerza de fricción no es derivable de un potencial, pero concebiblemente los movimientos microscópicos expresables en variables ignorables podrían producir términos extra en el potencial, tal como hemos visto más arriba. Esta consideración lo llevó a especular si la energía potencial completa no sería resultado de movimientos microscópicos expresables en variables ignorables: toda la energía sería entonces realmente cinética, y la energía potencial no sería más que una convención. Evidentemente, también el concepto de fuerza, estrechamente ligado con la energía potencial, desaparecería. En pocas palabras, Hertz trató de llevar a cabo el programa de Descartes: una dinámica basada únicamente en el espacio, la masa y el tiempo.

Este programa se quedó en esbozo; a pesar de su curiosa novedad, las matemáticas asociadas eran demasiado complejas, comparadas con las de la teoría lagrangiana o la hamiltoniana. Sin embargo, Einstein logró en cierta medida aplicar las ideas de Hertz a la gravitación, aunque partiendo de puntos de vista completamente diferentes.

#### 4.- La Intención en la Naturaleza: una Recapitulación.

Hemos analizado brevemente la mayor parte de las ideas fundamentales de la mecánica clásica en el siglo XIX. Los principios variacionales, que están en la raíz de todas estas teorías, las proveen de un asombroso punto de partida, que la mecánica newtoniana no había tenido. Se afirma con frecuencia que ambas formulaciones, la newtoniana y la analítica, son equivalentes. Para serlo, cualquiera de los principios debería ser deducible de las leyes de Newton; esto es algo que, hasta donde sabemos, no se ha llevado a cabo satisfactoriamente. La dificultad estriba en parte en que, como hemos visto, las propias leyes de Newton están sujetas a diferentes interpretaciones, y la fundamentación newtoniana no se acerca ni de lejos al perfecto formalismo de Lagrange o Hamilton. Por otro lado, hemos visto que los principios de Lagrange y Hamilton son válidos para la mecánica cuántica y la relativista, a diferencia de las leyes de Newton. Esto nos lleva a pensar que los principios variacionales expresan una verdad más fundamental sobre la Naturaleza que las leyes de Newton. Esta verdad, como hemos visto, fue deducida de principios metafísicos, de la causa final y la teleología.

Sin embargo, la filosofía fue gradualmente desterrada del campo de la ciencia, y la mayoría de los textos de mecánica evitan ahora hablar de la famosa teleología natural. Si lo hacen, como en el caso de Sommerfeld, es únicamente para negar su existencia. En efecto, Sommerfeld hace notar que los principios "mínimos" bien pueden resultar en un máximo, ya que no se impone ningún requisito en ninguno de ellos sobre la segunda variación. Es decir, los principios variacionales no definen más que una extremal, sin especificar si es máxima o mínima. La analogía mecánico-óptica tiene una consecuencia que no hemos mencionado: en la óptica, a cada fuente puntual de rayos de luz puede corresponder una imagen en la que la superficie de onda degenera en un punto o una línea. A partir de éste, no es posible hablar de un mínimo, pues no hay superficies de onda que intersectar. Análogamente, en una trayectoria mecánica dada puede existir un "foco cinético", pasado el cual el principio de mínima acción pierde validez.

Sin embargo, no podemos estar de acuerdo con el argumento de Sommerfeld. A lo mucho, éste implica que la manera de formular los principios variacionales es incorrecta, debido a un juicio de valor; pero si reformulamos los principios hablando de extremales y no de mínimos, aunque ciertamente se pierde algo de la intuición original, podemos seguir creyendo que existe una intención en la Naturaleza.

En realidad, la respuesta cae fuera del ámbito de la ciencia; es, en efecto, una pregunta ontológica la que hay que responder, y la ciencia no puede proveer la respuesta. Hemos visto a lo largo de este trabajo como la filosofía ilumina, pero no determina, a la ciencia. Los conceptos fundamentales de ésta hay que buscarlos en la filosofía, y no cabe duda que en las épocas en que los conceptos se vuelven fluidos, las épocas de revolución científica, son dadas a filosofar. Einstein, Borg, Heisenberg y Born se ensarzaron en profundas discusiones de principio; Leibniz y Newton hicieron lo propio. Sin embargo, como hemos dicho, la filosofía no determina a la ciencia. Una vez establecidos los paradigmas, la ciencia transcurre por su propio cauce, e incluso puede cambiar por sí misma el significado de sus términos: Hamilton y Lagrange no eran personalidades particularmente inclinadas a la filosofía, y sin embargo cambiaron el concepto que la mecánica tenía de sí misma.

Por otra parte, la ciencia también ilumina a la filosofía. El pensamiento de Descartes es inentendible sin la revolución copernicana, y el de Kant pierde sentido si no lo vemos a la luz de la mecánica de Newton. Los ejemplos de inseminación mutua son inacabables.

Tratemos pues, si no de dar solución al problema, de iluminarlo desde el punto de vista de la física. Si bien el principio de mínima acción tiene un fuerte sabor teleológico, los principios diferenciales más elementales, como el de D'Alambert y el de Gauss, no suponen más que una tendencia inmediata, local en



el tiempo. En ambos casos podemos pensar en una "corrección" del movimiento para compensar las fuerzas impresas. Esta intención local difícilmente puede llamarse teleológica, ya que se realiza a cada instante: la finalidad es inmediata; debido a la equivalencia de estos principios con los de Maupertius, Euler y Lagrange, Hamilton y Jacobi, podemos pensar que estos últimos no son más que un reflejo finito de la situación infinitesimal, y que toda apariencia de teleología es casual. Encontramos en esto una similitud con la evolución biológica: la teoría de Darwin puede concebirse como una lucha contra la intención en biología. El reino del azar provoca la dispersión de características, y la selección natural se encarga de escoger, entre todas las fortuitas posibilidades, la más adecuada. Nuevamente, pasamos al nivel local: no hay un plan global de la Naturaleza, pero cada selección implica una "decisión" más o menos inmediata.

Hagamos una última observación: la teleología, tanto la leibniziana como la aristotèlica como la hegeliana, supone un juicio de valor: la tendencia es hacia algo mejor, el progreso es positivo. Pocos pensadores del siglo XX comulgarían con esta idea: la muerte de Dios anunciada por Nietzsche quitó peso filosófico a la teleología, y la propia mecánica, con su explicación determinista del mundo, propugnó el ascenso del materialismo. Sin duda, la materia imbuida de movimiento podría tener intención <<per se>>, y la evolución no tiene que ser calificada mediante un juicio axiológico; pero la certeza filosófica de los pensadores de la Edad de la Razón se ha perdido, y tendemos más a ver las causas en el origen que en el final.

NOTAS AL CAPITULO VIII

- 1) Sommerfeld, 'Mechanics'.
- 2) Lanczos, 'The Variational Principles of Mechanics'.
- 3) Sommerfeld, loc. cit., p. 208.
- 4) Lanczos, loc. cit., p. 344.
- 5) Euler, citado por Mach, 'The Science of Mechanics', p. 550.
- 6) Lanczos, loc. cit., p. 347.

## CONCLUSION

Si, como afirma el griego en el Cratilo, el nombre es arquetipo de la cosa, en las letras de rosa está la rosa y todo el Nilo en la palabra Nilo.

Jorge Luis Borges

What's in a name? That what we call a rose by any other name would smell as sweet...

Shakespeare

A lo largo de este trabajo, hemos tratado de mostrar como se desarrollaron los principales conceptos de la mecánica clásica. Estos conceptos han demostrado una sorprendente permanencia: aún en la física moderna, hablamos de momentos y energía, de masas y de fuerzas. Bohr decía que el lenguaje de la física sería siempre irremediamente el lenguaje de Newton y Maxwell. Sin embargo, es inocultable que su sentido ha sufrido varias transformaciones epistemológicas durante los siglos que median entre su introducción y nuestros días. Hemos visto como la causa eficiente de Aristóteles ha oscilado, entrando al cuerpo con los nominalistas, saliendo con Descartes y Newton, entrando de nuevo con Leibniz. Hemos visto cambiar el concepto de impetu, el de inercia, el de espacio y tiempo; hemos visto, en fin, cambiar el concepto de fuerza y el de energía.

Por otra parte, nos hemos detenido con algún detalle en la matematización de la física, desde Arquímedes hasta Hamilton y Jacobi, cuya teoría sin duda hubiera merecido la aprobación de Platón. Esta matematización es un arma de doble filo. Su éxito en la descripción de los fenómenos del movimiento está fuera de duda; sin embargo, las ecuaciones están ahí, con sus fríos símbolos, esperando que alguien las interprete. La física no puede reducirse a la matemática, como quería Russell: los símbolos que maneja están preñados de significados, son un continente que debe ser llenado. Parafraseando a Ortega, el término es él y su circunstancia.

Newton nos heredó una serie de leyes y fórmulas; pero también nos heredó un significado. Ese significado es líquido, ha ido cambiando con el tiempo. No es necesario esperar al siglo XX para revolucionar los conceptos: como una vasija que cambia su contenido, las leyes newtonianas han sufrido múltiples transformaciones. El gran fallo de la doctrina positivista, y particularmente del positivismo lógico es no reconocer el significado, tratar los conceptos como una definición operativa. Los conceptos fundamentales de la física no son reducibles a números; su poder evocativo es demasiado grande. Las partículas elementales no son matrices, como decía Heisenberg; son algo muy real.

He aquí el valor de la metáfora. La física contemporánea tal vez requiere conceptos distintos, pero es incapaz de nombrar las cosas más que con sus nombres antiguos. El spin del electrón es un ejemplo; los colores, encantos y sabores de los quarks son otro, radicalmente distinto: en su esfuerzo por atribuir cualidades ajenas, los físicos se han visto obligados a asignar nombres huecos a características extrañas. Pero la metáfora pervive: es imposible no pensar en la realidad.

La historia de los conceptos nos da alguna luz sobre lo que supuestamente entendemos: las palabras y las cosas. Pero esta historia está indiscerniblemente ligada a la filosofía, a una <<Weltschaaung>>, un concepción del mundo. A veces, las teorías son más inteligentes que nosotros: la analogía óptico-mecánica de Hamilton es un ejemplo. A veces en cambio, los filósofos son más inteligentes: sus intuiciones pueden darnos una clave.

Newton inauguró el método axiomático-deductivo, a la manera de Euclides, en la física: su teoría se basaba en unos cuantos postulados y definiciones, a partir de los cuales se podían deducir leyes que presumiblemente se aplicaban al mundo real. El método newtoniano tuvo un éxito singular: no sólo permitió englobar los resultados ya conocidos, como la ley de caída de los cuerpos, las leyes de las colisiones y las del movimiento planetario, sino que proveyó de explicación a fenómenos hasta entonces no explicados, y realizó predicciones que se cumplieron puntualmente: Halley pudo prever el regreso de su cometa, y la mecánica celeste, enriquecida con la teoría de las perturbaciones de Laplace, fue capaz de predecir la existencia de tres planetas.

La formulación alternativa, debida sobre todo a Euler, Lagrange, Hamilton y Jacobi, partiendo de postulados distintos, parecía llegar a los mismos resultados. La mecánica, en sus dos formulaciones básicas, se convirtió en el modelo de la ciencia, en la <<regina scientorum>>, a decir de Ortega y Gasset. Todas las ciencias físicas, desde la termodinámica hasta el electromagnetismo, pasando por la hidrodinámica y la óptica, intentaron emular la estructura teórica de la mecánica, y buscar su justificación última en una explicación mecánica. Este afán reduccionista se reflejó en la obra de Boltzmann y en la de Maxwell: la mecánica estadística y la electrodinámica del éter. Estas explicaciones tenían mucho de apriorístico: la existencia de los átomos no estaba ni con mucho probada en tiempos de Boltzmann, y la ficción del éter luminífero como un medio mecánico en el que se desplazaban las ondas de luz no tenía ninguna base experimental. La confianza en el paradigma mecanicista había llevado a los científicos a proponer conceptos inobservables. No otro espíritu iluminó a Fermi cuando propuso la existencia del neutrino para que las leyes de conservación fueran respetadas.

La influencia filosófica de la mecánica clásica es incalculable. Por un lado, parecía confirmar plenamente el viejo ideal pitagórico-platónico de la matematización; por el otro, su absoluto determinismo fue extrapolado a toda la filosofía. El

mecanicismo cartesiano exigía la existencia del espíritu; su heredero, el mecanicismo del siglo XIX, era decididamente materialista. "Majestè, je n'avais pas besoin de cette hypothese-la" contestò Laplace a Napoleòn, que le reclamaba no haber encontrado referencia alguna a Dios en su <<Mecanique Celeste>>.

En efecto, Dios no era necesario en la explicaciòn del mundo: los fenómenos dinámicos, y por extrapolaciòn todos los fenómenos, ocurrían de acuerdo a leyes inmutables. Si acaso, los teístas tenían que relegar a Dios al papel de creador de las leyes; después de esto, Dios tenía que salir de la escena. La contribuciòn que la mecànica hizo a la doctrina materialista es pues enorme; "No hay fuerza sin materia, ni materia sin fuerza", proclamaba Ludwig Büchner. El idealismo de los padres filósofos de la mecànica había sido olvidado. La teleología fue también relegada, siendo sustituida por una confianza absoluta en el principio de la causalidad. Hagamos una salvedad: la causalidad no niega necesariamente a la teleología; recordemos la dualidad de causas en Aristòteles. Sin embargo, la causalidad mecanicista del siglo XIX era una cadena ciega y total: no había finalidades en la Naturaleza, sólo condiciones iniciales. La cita de Laplace que mencionamos más arriba, respecto a que una inteligencia que conociera en un momento dado todas las condiciones iniciales de todas las partículas y tuviera el suficiente poder de cómputo podría predecir completamente todo el devenir del universo, es ilustrativa de la confianza en el mecanicismo.

Causalidad y determinismo se complementaban y reforzaban mutuamente. Sin embargo, aunque las ecuaciones de la mecànica son deterministas, el elemento causal no está contenido en ellas: es sólo una lectura. Una ecuaciòn matemática hace abstracciòn de la causalidad, como hemos visto. Si escribimos  $F = ma$ , o  $T + V = cte$ , no tenemos una manera matemática de discernir quièn es la causa y quièn el efecto. La posibilidad de otras lecturas sería manifiesta a finales del siglo XIX, cuando Mach y los positivistas empiristas retomaron las críticas de Hume a la causalidad, sustituyèndola por una definiciòn funcional. Recalquemos este punto: para los positivistas la mecànica clásica seguía siendo determinista, en el sentido de que una ecuaciòn diferencial de segundo orden más dos condiciones iniciales determinan completamente el movimiento.

El materialismo mecanicista sobreviviò sin màcula hasta la década de los 70 del siglo pasado. Producto de la Edad de la Razòn, el materialismo mecanicista es apriorístico y racional, no empírico. La confianza del Salviati galileano en sus experimentos pensados es la prefiguraciòn de esta filosofía: el laboratorio es prácticamente innecesario. Sin duda, lo hemos requerido al principio; pero una vez establecidas las leyes del mundo, éstas se bastan para describirlo completamente.

El caso es que el empirismo comenzò a ganar adeptos hacia 1870, en parte por las investigaciones fisiológicas y psicológicas sobre las sensaciones, en parte por el estado fluido de otras disciplinas científicas, que no participaban todavía del

estado de gracia de la mecánica. El materialismo mecanicista no asignaba papel alguno al observador: su conocimiento era inmediato, debido a la razón. De ahí que algunos pensadores, guiados por el empirismo inglés, atacaran la postura apriorística y trataran de basar toda la ciencia en la experiencia. Mach y Avenarius son los más acabados representantes de esta escuela. Y sin embargo, no eran los únicos opositores al materialismo mecanicista: Helmholtz, basándose en sus propias investigaciones sobre la fisiología de los sentidos, introduciría a la ciencia la posición kantiana, que sería retomada en Magburgo por Hermann Cohen y posteriormente revisada por Ernst Cassirer.

Ni el empirismo positivista ni el neokantismo influyeron en el desarrollo de la mecánica clásica; las formulaciones de Mach y Hertz corresponden al final de la historia de esta ciencia, y si alguna influencia tuvieron, fue más en las teorías que vendrían después. Eso sí, ambas posturas contribuyeron a una interpretación distinta de la mecánica. Por ello, y porque son un resultado directo de la influencia de la mecánica newtoniana en el pensamiento filosófico, es necesario que nos detengamos aún un poco en ellas. Comenzaremos cronológicamente por Kant, tal vez el filósofo que más aprovechó los entonces recientes descubrimientos de Newton.

Kant se inició en la vida intelectual como científico. Su preceptor, Martin Knutzen, era un newtoniano convencido, e introdujo a Kant a las ciencias exactas. En 1755, publicó una <<Theorie des Himmels>>, en donde, entre otras cosas, adelantaba la hipótesis de la existencia de "islas" galácticas, que fuera desarrollada después por Laplace. A partir de entonces, abandonó la física por la filosofía. Kant inició su filosofía como una crítica al pensamiento de Wolff, un leibniziano de formación matemática. En efecto, Kant analizaba los juicios analíticos, y llegaba a la conclusión de que, siendo tautológicos, no podían ampliar nuestro conocimiento. Por otra parte, negaba el viejo argumento cartesiano de la existencia de Dios, afirmando que la existencia no puede ser un predicado de un sujeto en un juicio analítico. Kant atacaba los principios de Leibniz: la causalidad no se daba por el principio de razón suficiente, ya que en un juicio sintético sólo la experiencia, y no el principio de identidad o el de no contradicción puede dar valor de verdad o falsedad al juicio. La causalidad igualmente no podía provenir de ningún principio: sólo de la experiencia.

Respecto al espacio, Kant tomó originalmente partido por Leibniz, pero al fin se decidió por el espacio absoluto newtoniano: el espacio es un ente real, no una construcción ideal, que si no es un objeto de experiencia, si lo es de la sensibilidad: es decir, es intuitivo, pero no empírico.

Kant se enfrentó al problema del conocimiento con mayor claridad que ningún filósofo hasta entonces. La pregunta fundamental de Kant se refiere a la posibilidad de hacer una metafísica, y que características debía tener ésta. En efecto, la cuestión de la filosofía natural parecía zanjada; pero, a juicio

de Kant, faltaba una metafísica igualmente "científica". Kant se compara a sí mismo metafóricamente con Copérnico: la epistemología ha sido una rama satélite de la filosofía; se trata ahora de poner al en el centro, para derivar de ella todos los otros problemas. La novedad del pensamiento kantiano se encuentra en la superación de la vieja polémica entre empiristas y racionalistas. Independientemente del origen del conocimiento, es un hecho incontrovertible, como lo demuestra la física de Newton, que éste existe. Sin embargo el conocimiento tiene límites: en metafísica es imposible acceder al conocimiento verdadero. Pero, ¿cómo conocemos? Tal es el problema que Kant se plantea en la Crítica de la Razón Pura.

En este trabajo, Kant establece la célebre clasificación de juicios, que son los componentes de nuestro pensamiento. Estos juicios se dividen en analíticos y sintéticos, <<a priori>> y <<a posteriori>>. Los juicios <<a priori>> no dependen de la experiencia, aunque pueden haber sido adquiridos mediante ella. Kant no se pregunta pues sobre el origen del conocimiento: sean innatos o provenientes de la experiencia, los juicios <<a priori>> son universales y necesarios, tales como las proposiciones matemáticas y los principios físicos. En cambio, el juicio <<a posteriori>> es privado, subjetivo y contingente: depende de quién lo pronuncia. La división entre juicios analíticos y sintéticos ya ha sido analizada cuando hablamos de Leibniz. En todo caso, Kant desprecia los juicios analíticos por tautológicos: no pueden enseñarnos nada nuevo; por otro lado, los juicios sintéticos <<a posteriori>> son subjetivos, como la afirmación "este cuadro es bello". De ahí que los únicos juicios que forman el verdadero conocimiento sean los juicios sintéticos <<a priori>>.

A diferencia de Leibniz y a semejanza de Descartes, Kant piensa que las matemáticas son sintéticas <<a priori>>. Recordemos que Leibniz había identificado completamente los juicios analíticos con el apriorismo, y los sintéticos con lo contingente. Kant establece una segunda distinción, y se aleja así de la idea de que las matemáticas son tautológicas, una idea que sería resucitada por los logicistas de principios de siglo.

Una vez establecida su clasificación, Kant se dedica a tres problemas: investigar cómo son posibles los juicios sintéticos <<a priori>> en las matemáticas, cómo son posibles también en la física, y cómo dejan de ser posibles en la metafísica.

En la parte llamada Estética Trascendental, Kant analiza el primer problema. La estética se ocupa para Kant del análisis de las sensaciones; la filosofía trascendental tiene como objeto los principios <<a priori>> de nuestro modo de conocimiento. No es una psicología, que se ocupa de la conciencia subjetiva de cada individuo; su objeto de estudio es la conciencia en general.

Para Kant, el espacio y el tiempo son condiciones <<sine qua non>> del conocimiento sensible; ambos son intuiciones: se presentan inmediatamente a nuestra conciencia. En todas las

sensaciones se hallan presentes el espacio y el tiempo. Por otro lado, son «a priori»: no podemos concebir objetos fuera del espacio, pero podemos concebir un espacio sin objetos. Análogamente, el devenir requiere de una noción previa de tiempo, pero esta noción no depende del devenir. Así, Kant toma partido decidido por las ideas de Newton respecto al espacio y al tiempo. No le preocupa la existencia real de éstos; sólo la manera como se presentan a nuestra conciencia. Las esencias, los noúmenos como dice Kant, las cosas en sí, son incognoscibles. No quiere decir que no existan; simplemente, están fuera de nuestra experiencia, y son por tanto imposibles de conocer. Ahora bien, como la metafísica se ocupa precisamente de las cosas en sí, la metafísica es imposible. Desgraciadamente, añadiría Kant. Entre varios ejemplos de esta imposibilidad, Kant muestra la insuficiencia del Cogito cartesiano, el argumento ontológico de San Anselmo y Descartes, y la antinomia de la eternidad del mundo.

La imposibilidad de la metafísica está en el corazón de la dualidad kantiana: Kant no es ni totalmente idealista ni totalmente materialista. Ha llegado a una síntesis asombrosa, conjugando escuelas filosóficas aparentemente imposibles de conjugar: el materialismo y el idealismo, el empirismo y el racionalismo. La razón pura está limitada a emitir juicios de lo que conoce sensorialmente: está limitada a los fenómenos, las realidades sensibles, las experiencias percibidas. No conocemos las cosas en sí, sino lo que percibimos de las cosas.

En lugar de partir de la duda absoluta, que según Kant no conduce a nada, nuestro pensador sienta su filosofía en varios supuestos; el método trascendental no exige un conocimiento absoluto primero, sino cuatro axiomas evidentes: la existencia de conocimientos universales y objetivos, la existencia de ciencias universales y objetivas, la convicción de que el apriorismo implica la necesidad, y el hecho de que la experiencia no es un montón desordenado de sensaciones, sino que implica la actividad ordenada de la sensibilidad y la razón.

En efecto, la sensibilidad no basta: hay que aunar la razón a ella. En primer lugar, recibimos representaciones, que la estética estudia; en segundo, formulamos juicios respecto a las representaciones, a los conceptos: estos juicios son estudiados en toda su pureza por la lógica trascendental.

Todos los juicios —y no se olvide que seguimos hablando, al igual que en Leibniz, de proposiciones sujeto-predicado—, son clasificados por Kant según su cantidad, su cualidad, su relación y su modalidad. En la cantidad, tenemos juicios universales (todo S es P), particulares (algún S es P) y singulares (este S es P). En la cualidad, afirmativos (todo S es P), negativos (ningún S es P) e infinitos (todo S es no P). Por relación, tenemos categóricos (todo S debe ser P), hipotéticos (si S, entonces P) y disyuntivos (S es o P o Q). Por modalidad, existen juicios problemáticos (S puede ser P), asertóricos (S es probablemente P) y apodícticos (S es necesariamente P).



A cada uno de estos juicios corresponde una categoría, o concepto puro, que subyace al juicio y es «a priori». Por ejemplo, en el juicio hipotético tenemos la categoría de causalidad. Para completar nuestra enumeración, en el orden dado anteriormente corresponden a cada juicio las siguientes categorías: unidad, pluralidad y totalidad; realidad o esencia, negación y limitación; posibilidad, existencia y necesidad, con sus respectivas negaciones; sustancia y accidente, causalidad y reciprocidad entre agente y paciente.

Según Kant, para poder emitir un juicio es necesaria la categoría correspondiente. Cuál es el origen de estas categorías? A Kant no le preocupa; pueden ser innatas o adquiridas. Pero la conjunción de las intuiciones de espacio y tiempo y las categorías aplicadas a los fenómenos producen el conocimiento: la razón sin fenómenos sería vacía, como lo es en metafísica; la experiencia sin razón sería caótica.

Kant establece una correspondencia absoluta, que Hume había negado, entre la idea y la cosa. Esta relación se establece en el tiempo: la existencia se da en un momento determinado, la sustancia es permanencia en el tiempo, la causalidad es la "sucesión de la diversidad".

El apriorismo del espacio implica la verdad universal de la geometría; el del tiempo, la verdad universal de la mecánica. Así, Kant pone al mismo nivel la física newtoniana y la hasta entonces reina de las ciencias: la geometría. Por otra parte, para Kant el tiempo tiene preeminencia sobre el espacio: éste se refiere a un subconjunto de fenómenos, mientras que aquél se aplica a todos los fenómenos. Kant está pensando en los fenómenos de la conciencia, que no se dan en el espacio, pero sí en el tiempo.

Pero hay otra conclusión kantiana atingente a nuestro trabajo: el problema de la teleología. En efecto, Kant deja fuera de sus categorías a la teleología, incluyendo sin embargo la causalidad. La teleología es un fenómeno psicológico: como nuestras acciones tienden a un fin, nos es natural transplantar esta finalidad a la Naturaleza. Kant, siguiendo su estilo, no afirma que los fines no existan en la Naturaleza; sencillamente, cree que la teleología es, independientemente de la realidad, un fenómeno de la razón, sin el cual no podemos explicar satisfactoriamente el mundo. La ciencia concibe a la Naturaleza como un ser que se sirve de la causalidad mecánica para realizar sus fines: teleología y causalidad no son pues, como no lo eran para Leibniz, irreconciliables.

Los neokantianos comandados por Cohen retomaron la teoría de las sensaciones, afirmando que la ciencia tiene como misión descubrir las estructuras de las sensaciones: el conocimiento que la ciencia ofrece del "mundo externo" es visto como una red de relaciones lógicas que no son dadas sino ejemplificadas en la experiencia sensorial; las estructuras no corresponden a la cosa

en sí, sino a los fenómenos. Estas estructuras tenían el absolutismo de las formas de Platón: el conocimiento científico es absoluto.

En cambio, Mach refutó el apriorismo, afirmando con Hume que toda la ciencia no es más que una reflexión conceptual acerca de hechos, cuyos elementos son contenidos de conciencia que se nos dan por la sensación. Todos los enunciados científicos deben ser verificables empíricamente, y no hay lugar para conceptos <<a priori>>. Como hemos visto, esta posición hizo a Mach rechazar los conceptos de materia, espacio y tiempo newtonianos, abominar del atomismo y del éter, y negar la causalidad.

Paralelamente, Mach consideraba que la ciencia era únicamente un lenguaje "económico": una manera simple de referirse a la realidad, una lengua compartida. El mismo hecho puede describirse de varias maneras, y diversos hechos pueden ser descritos de maneras distintas; el valor de la síntesis newtoniana era para Mach su economía: la posibilidad de aplicar el mismo mecanismo a diversas situaciones. No de otra manera valoraba Mach la mecánica lagrangiana: su economía era mayor que la newtoniana, pero no añadía a ésta nada nuevo. La posición de Mach fue adoptada por varios prominentes científicos. Henri Poincaré, entre otros, la hizo suya, observando entre otras cosas que leyes como la de conservación de la energía no eran más que convenciones.

A finales del siglo pasado en las universidades alemanas, el mecanicismo materialista había perdido terreno de manera notable frente al neokantismo, que era la postura predominante, y frente al neopositivismo de Mach. La estructura piramidal de las universidades, donde un departamento científico estaba organizado alrededor de un solo catedrático, que dominaba a sus subalternos con puño de hierro, hacía que cada escuela tomase un partido filosófico definido. Al sobrevenir la revolución científica de principios de siglo, ésta fue recibida fervorosamente por los machianos, concentrados sobre todo en Göttingen, Berlín y el Instituto del Kaiser Wilhelm, como prueba de su epistemología. Por el contrario, las escuelas neokantianas y mecanicistas, Heidelberg, Würzburg, Jena y Munich, se opusieron ferozmente a las nuevas teorías. Y sin embargo, el neopositivismo de Mach era insuficiente para enfrentarse a la revolución: el empirismo había fallado, al confirmar una y otra vez a Newton. De esta manera, la crisis científica produjo una crisis filosófica. La nueva filosofía de la ciencia descartó el mecanicismo, y se centró por un lado en el neokantismo de Cassirer, y por el otro, con mucha mayor influencia, en el positivismo lógico del círculo de Viena de Moritz Schlick y la escuela de Berlín de Hans Reichenbach.

El positivismo lógico se alimentaba por un lado de Mach, por el otro de los desarrollos lógicos de Frege y Russell. En ambos grupos, el círculo de Viena y la escuela de Berlín, se hizo hincapié en la posición antimetafísica y en la verificabilidad experimental; sin embargo, concedieron que Mach había ido demasiado lejos al no asignar un papel a las matemáticas. Esto

fue subsanado por los positivistas lógicos mediante la introducción de convenciones y definiciones: la regularidad fenoménica debe estar caracterizada por medio de términos teóricos, que son definidos explícitamente en términos de fenómenos, y no son sino abreviaciones de los mismos. Por ejemplo, el término teórico masa no es sino una cantidad numérica obtenida al realizar una cierta medida en ciertos fenómenos. La definición de términos teóricos capacita a la teoría a ser expresada en forma matemática. Por otro lado, influidos por Russell, estaban convencidos de la posibilidad de formular toda la teoría en términos lógicos. Esta postura llevó finalmente a lo que Toumlin llama la Concepción Heredada: una doctrina según la cual toda teoría científica debe ser axiomatizada por medio de leyes que especifican relaciones entre términos teóricos. La teoría tiene además términos lógico-matemáticos y términos observacionales. La primera versión de esta postura fue dada a conocer por Carnap en 1923.

El cientismo del círculo de Viena llevó a pensadores como Wittgenstein a extrapolar la Concepción Heredada a todo el discurso, incluida la filosofía: en efecto, la Concepción Heredada se convertiría en una doctrina general de la significación cognitiva. El único discurso significativo es el hecho en términos de lenguaje fenoménico o en términos teóricos. En pocas palabras, "el significado de un término estriba en su método de verificación".

La Concepción Heredada se topó casi desde un principio con problemas de fondo: su formulación lógica adolecía de graves fallas, sobre todo en lo correspondiente a la definición de términos teóricos y en el uso del condicional lógico. En efecto, este último no es equivalente al condicional contrafáctico, que es el que realmente se emplea en las ciencias. En el primero,  $P \Rightarrow Q$ , el condicional es verdadero siempre que  $P$  sea falso, independientemente de  $Q$ ; pero esto no ocurre con el condicional contrafáctico. Por ejemplo, si se afirma "si este cristal frágil se cayera, se rompería" la implicación lógica es válida para todo cristal que no se caiga, y "si este cristal frágil se cayera, no se rompería" es igualmente válido para cualquier cristal que no se caiga. Desde luego, desde el punto de vista de la ciencia natural esto es intolerable.

Por otro lado, la interpretación instrumentalista de la Concepción Heredada implicaba que los términos teóricos son prescindibles, pues no son más que convenciones. Y sin embargo, no era posible formular la teoría sin ellos. Esto se debe a que el significado de esos términos, como hemos dicho <<supra>>, no es completamente observacional.

Este tipo de problemas llevaron a los preconizadores de la Concepción Heredada a modificar gradualmente su posición, hasta llegar a una versión un tanto atenuada, que fue formulada por Carnap y Hempel a finales de los cincuenta. Entrar en detalle en la crítica de esta concepción está fuera del alcance de este trabajo; sin embargo, la inadecuación del marco axiomático de la

Concepción Heredada a teorías científicas reconocidas, tales como la evolución de Darwin, llevó a varios filósofos a oponerse a ella. El positivismo lógico fue atacado desde varios bandos, pero muy especialmente desde las ciencias sociales, que quedaban reducidas a una categoría subcientífica de acuerdo a las interpretaciones del mismo. Por otra parte, la quiebra del proyecto logicista a manos de Gödel restó credibilidad al positivismo lógico, y varios pensadores atacaron a la Concepción Heredada a partir de sus inconsistencias lógicas. Finalmente, los historiadores de la ciencia se opusieron a la posición de Reichenbach, sintomática de los positivistas, según la cual la filosofía no debía preocuparse por el contexto de descubrimiento, sino sólo del contexto de justificación.

Esto último dio lugar a los llamados análisis <<weltschauung>>, en los que la historia de la ciencia es una herramienta fundamental para la filosofía de la misma. En estos análisis, es imposible desligar la teoría del substrato intelectual de la época, de la concepción del mundo. Algunos exponentes de esta posición son Toulmin, Kuhn, Hanson y Feyerabend. El positivismo lógico también fue atacado desde una concepción realista, racionalista y lógica por Karl Popper. Finalmente, se encuentran las críticas de la escuela epistemológica francesa, representada por Gaston Bachelard, Georges Canguilhem y Alexandre Koyré.

El análisis respectivo de todas sus posiciones llevaría indudablemente otro tomo como éste, si no es que más. En todo caso, esta breve síntesis viene a cuento para coronar este trabajo.

Evidentemente, he tomado una posición <<weltschauung>> a lo largo de este trabajo, tratando de desenredar el hilo de los conceptos como han ido ocurriendo en la Historia, en la medida en que esto es posible. No he asumido un partido particular, como no sea el antipositivista: he tomado prestados conceptos de Kuhn, Bachelard, Foucault y Feyerabend.

El positivismo, a pesar de su quiebra como filosofía totalizadora, sigue influyendo poderosamente en la mente de los físicos actuales. La mayor parte de ellos aceptan las tesis positivistas de buen grado, sin dedicarles siquiera una reflexión. La Concepción Heredada está viva, si bien se encuentra matizada por una interpretación realista en la mayoría de los científicos: los excesos de Schlick, Wittgenstein o Heisenberg han sido atenuados, pero de todas maneras el positivismo reina señero.

Se nos ha convencido de que la filosofía es un oficio de vagabundos: una extraña y mística disciplina, sin ningún valor real. Metafísica es una mala palabra, y la ciencia moderna está llena de preguntas "que no tienen sentido". Pero no es cierto. Lo que no tiene sentido es decir que una pregunta no tiene sentido.

No podemos dejar que la belleza formal de las teorías nos

deslumbre, olvidando los contenidos; y en tanto pensamos en éstos, estamos filosofando. Es nuestro destino: estamos condenados a interpretar. Estamos condenados a filosofar.

## APENDICE

### LA EQUIVALENCIA DE LOS PRINCIPIOS VARIACIONALES

1.- Deducción del principio de Hamilton a partir del principio de D'Alambert.

El principio de D'Alambert trabaja con una diferencial no integrable; el trabajo realizado por las fuerzas inerciales no es monogénico, es decir, derivable de una sola función. Hamilton encontró la manera de transformar el principio a una forma monogénica.

Primero multiplicamos  $w$  por  $dt$  e integramos entre  $t = t_1$  y  $t = t_2$ :

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta w dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum \left[ \vec{F}_i - \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) \right] \cdot \delta \vec{R}_i dt$$

Separamos el lado derecho en dos partes. La primera parte se puede escribir como

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}_i \cdot \delta \vec{R}_i dt = - \int_{t_1}^{t_2} \delta v dt = - \delta \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

siempre que la función trabajo sea independiente de las velocidades. En la segunda parte, se lleva a cabo una integración por partes:

$$\begin{aligned} - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) \cdot \delta \vec{R}_i dt &= - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i \cdot \delta \vec{R}_i) dt \\ &+ \int_{t_1}^{t_2} m_i \vec{v}_i \cdot \frac{d}{dt} (\delta \vec{R}_i) dt \end{aligned}$$

El primer término de esta parte es integrable y obtenemos el término de frontera:

$$- \left[ m_i \vec{v}_i \cdot \delta \vec{R}_i \right]_{t_1}^{t_2}$$

mientras que la segunda parte se puede escribir

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} m_i \vec{v}_i \cdot \frac{d}{dt} \delta \vec{R}_i dt &= \int_{t_1}^{t_2} m_i \vec{v}_i \cdot \delta \vec{v}_i dt \\ &= \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} m_i \delta (\vec{v}_i \cdot \vec{v}_i) dt = \frac{1}{2} \delta \int_{t_1}^{t_2} m_i v_i^2 dt \end{aligned}$$

Sumando sobre todas las partículas, obtenemos:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta \omega dt &= \delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2 dt - \delta \int_{t_1}^{t_2} v dt \\ &\quad - \left[ \sum m_i \vec{v}_i \cdot \delta \vec{R}_i \right]_{t_1}^{t_2} \end{aligned}$$

Introducimos la energía cinética de acuerdo a su definición, y hacemos  $L = T - V$ . Con esto, y con la condición auxiliar de que  $\delta \vec{R}_i$  se anule en los límites, obtenemos finalmente

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \omega dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \delta A$$

Aplicando el principio de D'Alambert, tenemos

$$\delta A = 0$$

que es el principio de Hamilton.

El quid del principio, como hemos visto, es la condición de que los desplazamientos virtuales se anulen en los límites: la posición del sistema mecánico debe estar determinada en los límites, y no se admiten variaciones en ellos.

La otra condición que hemos impuesto es que la energía potencial no dependa de las velocidades; en este ámbito de aplicación, ambos principios son equivalentes: en efecto, el razonamiento es fácilmente invertible. Sin embargo, el principio de D'Alambert es más general: no requiere ninguna condición sobre las fuerzas aplicadas o inerciales.

A partir del principio de Hamilton es posible obtener las ecuaciones diferenciales que minimizan la integral. Considerando un sólo grado de libertad, tomamos la variación de A:

$$\delta A = \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial L}{\partial q} \delta q + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} \right) dt = 0$$

Integrando por partes el segundo término, obtenemos:

$$\delta A = \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta q \right]_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \delta q dt = 0$$

El primer término se anula en virtud de las condiciones sobre los límites de integración del principio de Hamilton. Para



que el segundo término se anule para todo valor de  $q$ , es necesario que el integrando se anule. Por lo tanto, obtenemos la ecuación de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$$

Este razonamiento es fácilmente generalizable a  $N$  grados de libertad.

## 2.- La equivalencia del principio de Hamilton y el de Jacobi para sistemas conservativos

Considerando un sistema conservativo, imaginamos que todas las coordenadas  $q_k$  y  $t$  están dadas en términos de un parámetro  $\tau$ . El sistema tiene pues  $n + 1$  grados de libertad. Denotando la derivación respecto a  $\tau$  con una prima, la integral de Hamilton se escribe entonces:

$$A = \int_{\tau_1}^{\tau_2} L(q_1, \dots, q_m; \frac{q'_1}{t'}, \dots, \frac{q'_m}{t'}) t' d\tau$$

El lagrangiano es independiente del tiempo, pues el sistema es conservativo:  $t$  es una variable ignorable. A partir de esto, podemos obtener el momento asociado con  $t$ , el cual debe ser constante:

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{\partial (L t')}{\partial t'} = L - \left( \sum_{i=1}^m \frac{\partial L}{\partial q_i} \frac{q'_i}{t'^2} \right) t' \\ &= L - \sum_{i=1}^m p_i q_i \\ &= - \left( \sum_{i=1}^m p_i q_i - L \right) \end{aligned}$$

La expresión final entre paréntesis es la energía total del sistema  $\Lambda$ , con lo que llegamos a que el momento asociado al tiempo es el negativo de la energía. Si el sistema es conservativo,  $p_t = -E = \text{cte}$ . Modificamos el lagrangiano para reducir el problema:

$$\bar{L} = L t' - p_t t' = \sum_{i=1}^m p_i q_i t'$$

La integral de Hamilton se convierte en

$$\bar{A} = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \sum_{i=1}^m p_i q_i t' d\gamma$$

Pero la sumatoria no es otra cosa que  $2T$ , por lo que

$$\bar{A} = 2 \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} T d\gamma \quad (1)$$

Recordemos que el punto  $C$  en el espacio de configuración representa a todo el sistema, y que la energía cinética del sistema puede escribirse como la energía cinética de una sola partícula de masa 1 en el espacio de configuración:

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{ds}{dt} \right)^2$$

donde  $ds$  es el elemento de distancia en el espacio de configuración. Escribiendo esta expresión en términos de  $\gamma$ :

$$T = \frac{1}{2} \left( \frac{ds}{d\gamma} \right)^2 / t'^2$$

Por lo que, a partir del principio de conservación de la energía,

$$\dot{t}' = \frac{1}{\sqrt{2(E-V)}} \frac{ds}{d\tau}$$

Si sustituimos  $t'$  en el integrando de (1), y además hacemos  $T = E - V$ , obtenemos finalmente

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{2(E-V)} \frac{ds}{d\tau} d\tau \\ &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{2(E-V)} ds \end{aligned}$$

que es el principio de Jacobi.

El principio de mínima acción usado por Euler y Lagrange es igual a (1), pero usando el tiempo en lugar de  $\tau$ :

$$\bar{A} = 2 \int_{t_1}^{t_2} T dt$$

Tanto Euler como Lagrange emplearon la conservación de la energía como condición auxiliar, en lugar de eliminar la energía como momento asociado con el tiempo. En particular, Lagrange usó su método de multiplicadores indeterminados:

$$\bar{A} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[ 2 \frac{T'}{E} + \lambda \left( \frac{T'}{E^2} + V \right) \right] d\tau$$

Minimizando respecto a  $t'$ ,

$$- \frac{2T'}{E^2} - \frac{2\lambda T'}{E^3} = 0$$

con lo que  $\lambda = -t'$ . Por lo tanto,

$$\bar{A} = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left( \frac{T'}{t'^2} - v \right) t' d\tau = \int_{\tau_1}^{\tau_2} (T-v) t' d\tau$$

que no es otra cosa que el principio de Hamilton.

## BIBLIOGRAFIA

- ARISTOTELES, "Obras Filosóficas", en la colección Los Clásicos, Jackson, México 1973.
- BACHELARD, Gaston. "El Nuevo Espíritu Científico", Nueva Imagen, México 1981.
- BELAVAL, Yvon. "La Filosofía Alemana de Leibniz a Hegel" en Historia de la Filosofía, Siglo XXI, México 1977.
- BERKELEY, George. "Tres Diálogos entre Hilas y Filonus", Aguilar, Buenos Aires 1978.
- BITSAKIS, Eftichios. "Física Contemporánea y Materialismo Dialéctico", Ediciones de Cultura Popular, México 1975.
- BOYER, Carl B. "A History of Mathematics", Wiley, New York 1968.
- BUNGE, Mario. "Causalidad", EUDEBA, Buenos Aires 1978.
- COPI, Irving. "Lógica", EUDEBA, Buenos Aires 1972.
- CORNFORD, F. M. "Before and After Socrates", Cambridge University Press, New York 1932.
- DESCARTES, René. "Discurso del Método + Meditaciones Metafísicas", Porrúa, México 1977.
- EISENBUD, Leonard. "On the Classical Laws of Motion", Fotocopia.
- FEYNMAN, Richard. "El Carácter de la Ley Física", Antoni Bosch, Barcelona 1980.
- FOUCAULT, Michel. "El Nacimiento de la Clínica", Siglo XXI, México 1986.
- FOUCAULT, Michel. "Las Palabras y las Cosas", Siglo XXI, México 1981.
- FRAZER, James. "La Rama Dorada", Fondo de Cultura Económica, México 1982.
- GARCIA BACCA, Juan. "Los Presocráticos", Fondo de Cultura Económica, México 1980.
- GOLDSTEIN, A. "Mecánica", UTEHA, México 1970.
- GRANT, Edward. "La Ciencia en la Edad Media", Fondo de Cultura Económica, México 1971.

- GUTHRIE, William K. C. "Los Filòsofos Griegos", Fondo de Cultura Econòmica, Mèxico 1980.
- HECHT, E. y ZAJAC, A. "Optics", Addison-Wesley, Reading 1974.
- HEMPFEL, Carl G. "Filosofia de la Ciencia Natural", Alianza Universidad, Madrid 1984.
- HOLTON, Gerald. "Isaac Newton visto por Frank E. Manuel", en Ciencia y Desarrollo, Mèxico, no. 37 (marzo-abril 1981).
- HOLTON, Gerald. "La Imaginaciòn Cientifica", Fondo de Cultura Econòmica-CONACYT, Mèxico 1985.
- HUME, David. "Investigaciòn sobre el Conocimiento Humano", Alianza Editorial, Madrid 1981.
- KANT, Inmanuel. "Prolegòmenos", Aguilar, Buenos Aires 1980.
- KEYNES, John M. "Newton, el Hombre". En Ciencia y Desarrollo, Mèxico, no. 38 (mayo-junio 1981).
- KOESTLER, Arthur. "Los Sonàmbulos", CONACYT, Mèxico 1981.
- KOYRE, Alexandre. "Estudios Galileanos", Siglo XXI, Mèxico 1985.
- KOYRE, Alexandre. "From the Closed World to the Infinite Universe", Harper, New York 1958.
- KUHN, Thomas S. "La Tensiòn Esencial", Fondo de Cultura Econòmica, Mèxico 1982.
- KUHN, Thomas S. "The Copernican Revolution", Harvard University Press, Cambridge 1957.
- KUHN, Thomas S. "La Estructura de las Revoluciones Cientificas", Fondo de Cultura Econòmica, Mèxico 1971.
- LANCZOS, Cornelius. "The Variational Principles of Mechanics", University of Toronto Press, Toronto 1974.
- LANDAU, L.D. y LIFSHITZ, E. M. "Mecànica", Revertè, Barcelona 1978.
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm, "Discurso de Metafisica", Alianza Editorial, Madrid 1982.
- LLOYD, Geoffrey. "Les Dèbuts de la Science Grecque", Francois Maspero, Paris 1974.
- MACH, Ernst. "The Science of Mechanics", Open Court, La Salle 1960.

MONDOLFO, Rodolfo. "Heràclito", Siglo XXI, Mèxico 1981.

NEWTON, Isaac, "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica", traducciòn al inglès de Andrew Motte, University of California Press, Berkeley 1962.

ORTEGA Y GASSET, Josè. "La Idea de Principio en Leibniz", Revista de Occidente, Madrid 1967.

OYARZABAL, Juan de. "Mecànica Clàsica", Versiòn Manuscrita, Mèxico 1979.

POINCARÉ, Henri, "Filosofia de la Ciencia", CONACYT, Mèxico 1981.

POPPER, Karl. "La Lògica de la Investigaciòn Científica", Tecnos, Madrid 1980.

REICHENBACH, Hans. "La Filosofía Científica", Fondo de Cultura Económica, Mèxico 1981.

RUSSELL, Bertrand. "Exposiciòn Crítica de la Filosofía de Leibniz", en Obras Completas, tomo II, Aguilar, Madrid 1973.

SCHRODINGER, Erwin. "Qué es una Ley de la Naturaleza?", Fondo de Cultura Económica, Mèxico 1975.

SOLIS, Carlos. "El Lado Oscuro de la Luz", en Quimera, Barcelona, no. 17. (marzo 1982).

SOMMERFELD, Arnold. "Mechanics", Academic Press, New York.

SUPPE, Frederick. "La Estructura de las Teorías Científicas", Editora Nacional, Madrid 1979.

SYMON, Keith. "Mecànica", Aguilar, Mèxico 1968.

XIRAU, Ramòn. "Introducciòn a la Historia de la Filosofía", UNAM, Mèxico 1976.