Lej · 57

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MODELACION NUMERICA DE ALGUNOS PROCESOS VOLCANICOS.

TESIS PROFESIONAL QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

PRESENTAN:

JUAN VELAZQUEZ TORRES

CELSO GARCIA LOPEZ

1 9 8 7

INDICE GENERAL.

I N T R O D U C C I O N .

Muchos fenómenos de la superficie de la Tierra están relacionados con la vida interna de ésta. Ejemplos de ésto son la actividad volcánica y sismológica cuya acción siempre ha sido destructiva.

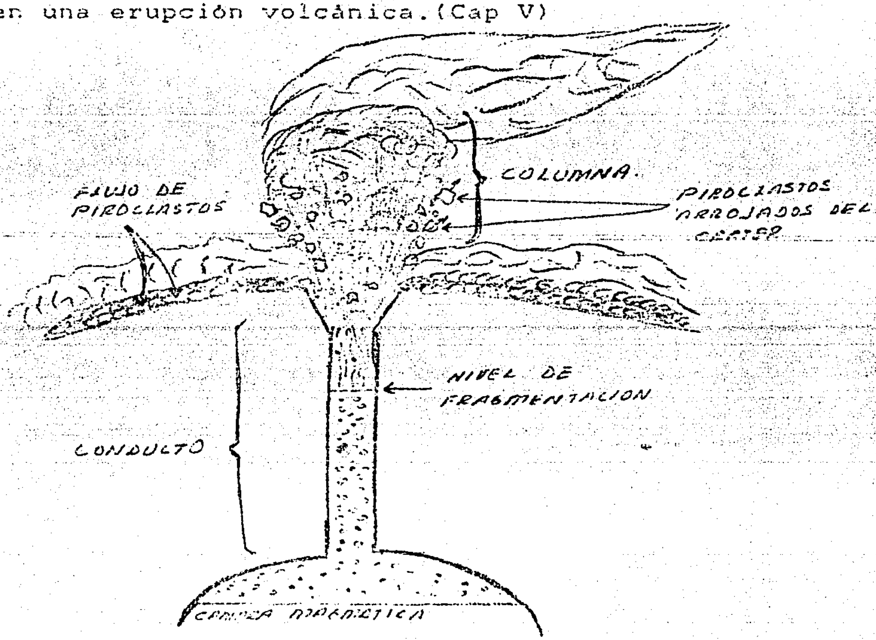
Dada la gran cantidad de volcanes existentes en nuestro país y que algunos de éstos presentan diferente grado de actividad consideramos necesario el desarrollo del presente trabajo.

Este trabajo consiste de 5 capítulos:

En el primero se explica un tipo de clasificación de las erupciones volcánicas y sus productos. El objetivo de este capítulo es familiarizar al lector con estos eventos volcánicos.

En los siguientes 4 capítulos se modelan numéricamente cuatro tipos de procesos volcánicos que son:

1) El flujo de magma en un conducto volcánico.(Cap. II)
2) El desplazamiento de los flujos piroclásticos en las laderas de un volcán.(Cap III)
3) La dinámica de la parte inferior de una columna eruptiva.(Cap IV)
4) El movimiento de los fragmentos que son arrojados desde el cráter en una erupción volcánica.(Cap V)



Para los modelos 1 y 4 se utilizó el método de Runge-Kutta y para los demás el método de diferencias finitas.

Cada capítulo contiene:

a) Desarrollo matemático.
b) Discretización de las ecuaciones.
c) Desarrollo y uso del programa de computación.
d) Resultados.

En el apendice 1 se encuentran los programas usados en cada uno de los 4 últimos capítulos.

En el apéndice 2 de este trabajo se muestran una serie de tablas sobre productos volcánicos.

En el apéndice 3 se da la explicación sobre el uso general del sistema de computación propio de este trabajo.

En el apéndice 4 se muestra la forma de resolver la ecuación 15 del capítulo II.

La idea básica de esta tesis es iniciar una biblioteca de programas que sirvan para resolver problemas afines al volcanismo ya que actualmente en nuestro país no se cuenta con una infraestructura necesaria en esta área.

Capítulo I.

ASPECTOS GENERALES DEL VULCANISMO EXPLOSIVO.

Erupciones explosivas.

Las erupciones volcánicas presentan un grado variable de peligrosidad. De entre ellas, las de tipo explosivo son las que presentan mayor riesgo. En este trabajo trataremos la modelación numérica de algunos de los procesos característicos de estos tipos de erupciones.

En este capítulo se hará una exposición general sobre el fenómeno volcánico y sus productos, especialmente de las erupciones de tipo explosivo, como base para la discusión posterior sobre la modelación numérica de algunos de los procesos implicados en estos tipos de erupciones.

La viscosidad y el contenido de gases de un magma juegan un papel importante en la explosividad de una erupción. Anteriormente la clasificación de los diferentes tipos de erupciones fue principalmente descriptiva y sujeta a ambigüedad y controversia; con los estudios recientes (de unos 15 años a la fecha) de los productos volcánicos, se ha logrado una cierta unificación en la terminología empleada, pero persiste aún cierta ambigüedad y ésta sólo se ha reducido en lo que respecta a los productos depositados por las diferentes erupciones. A continuación presentaremos las clasificaciones usuales para los diferentes tipos de erupciones volcánicas, aunque debe aclararse que éstas están en continua revisión. A este respecto debe tenerse en cuenta las palabras de William y Mc Birney(1979): "una clasificación rígida de las erupciones es imposible". Basicamente las erupciones han sido clasificadas de acuerdo con su semejanza a erupciones ocurridas en algunos volcanes muy conocidos. De acuerdo a este esquema se tienen los siguientes tipos de erupciones:

Islándico.

Este tipo de actividad se caracteriza por la rápida expulsión, a través de una fisura, de grandes flujos de lava basáltica que se desplazan fácilmente formando a su paso anchos planos horizontales de lava. En algunas ocasiones, al final de la erupción, se forma a lo largo de la fisura una cadena de pequeños conos.

Hawaiano.

El tipo hawaiano se caracteriza por la emisión lenta de lava líquida caliente poco viscosa . No hay escape explosivo de gases ni efusión de materiales sólidos. El magma basáltico es arrojado como en el caso Islándico, pero la actividad es más intensa. Algunas veces, las erupciones comienzan formando una cortina de fuego de lava espumosa sobre de las fisuras, pero en cuestión de horas o días la mayoría de las fisuras se cierran de modo que la erupción continúa sólo a través de puntos aislados. Ese tipo de erupción abunda en las islas de Hawai ; el más conocido es el volcán Mauna-Loa, con una altura de 4168 m; también es de este tipo el volcán Nirogongo en el Congo.

Estromboliano.

Este tipo de erupción se caracteriza por expulsión de lava aunque no tan fluida como la del tipo hawaiano y explosiones de baja intensidad. Ocurre expulsión de gases y material sólido. Las erupciones estrombolianas,que toman su nombre del volcán Estromboli en las Islas Lipari, se caracterizan por la formación de una nube blanca de vapor emitida por el cráter. Sus depósitos volcánicos consisten de lava y piroclastos alternados.

Tanto las erupciones hawaianas como las estrombolianas tienen un bajo grado de peligrosidad por lo que muchos vulcanólogos han tenido la oportunidad de observarlas desde lugares próximos a la erupción y han podido realizar buenas estimaciones sobre variables tales como tamaño del cráter, velocidad de salida, temperatura y viscosidad del magma y contenido de gases.

Las observaciones directas del evento proporcionan información de gran interés para aclarar y entender mejor los mecanismos de erupción.

Vulcaniano.

El tipo vulcaniano,cuyo nombre proviene del volcán Vulcano de las Islas Lipari,se caracteriza por explosiones muy violentas, con proyección a gran altura de cenizas, escoria y bombas volcánicas. La lava es muy viscosa y antes de fluir por las laderas del cono volcánico se solidifica tapando el cráter e impidiendo la salida de los gases; la acumulación de éstos provoca una explosión . Esto produce mucha ceniza volcánica y los gases se elevan verticalmente, desde el cráter, formándose una nube densa obscura y en forma de coliflor.

Vesubiano.

Las erupciones de este tipo son más violentas que las vulcanianas; en ellas una nube de ceniza es arrojada a gran altura y dispersada sobre una gran área. Esta nube es incandecente y luminosa en la noche. El volcán Vesubio de Italia ,es un ejemplo de este tipo de erupción.

Pliniano.

Este tipo de erupción es mucho más violenta que las de tipo vesubiano y produce una columna de varios kilómetros de altura. La cantidad de ceniza producida es suficiente como para sepultar una superficie como de 5000 Km^2,tal como aconteció en la erupción del Vesubio en 79 D C. Las erupciones se conocen con este nombre después de que Plinio El Mayor murió mientras investigaba la erupción del Vesuvio en 79 D.C.

Peleano.

Erupciones caracterizadas por explosiones de gran violencia expulsión de magma muy viscoso y por la formación de nubes ardientes compuestas por fragmentos sólidos y gases a elevadas temperaturas. El volcán más característico de este tipo es el Monte Peleé de la isla Martinica; otro volcán de este tipo muy conocido es el Merapí de la isla de Java.

Dada la extrema violencia de las erupciones plinianas y peleanas la probabilidad de observar una de ellas es prácticamente nula. Por lo tanto, para el entendimiento de estos eventos explosivos se debe de confiar en el estudio de los productos piroclásticos, producidos durante el evento y en otras evidencias indirectas obtenidas con otros métodos.

Variables vulcanológicas.

En un esfuerzo por caracterizar las erupciones volcánicas, Walker y colaboradores (1981) han definido una serie de variables de gran interés para estudios volcánicos. Estas variables son: la magnitud, la intensidad, el poder dispersivo, la violencia y el potencial destructivo.

La magnitud se refiere a la cantidad total de material (lava o roca) emitido o de energía liberada por la erupción.

La intensidad se refiere a la razón de liberación de material o energía.

El poder dispersivo se refiere a la extensión sobre la cual los materiales arrojados son dispersados.

La violencia se refiere a la cantidad de movimiento del flujo piroclástico producto de la erupción.

El potencial destructivo se refiere a la extensión de la devastación causada por la erupción. Esta tiende a aumentar cuando aumenta la magnitud.

Todos estos parámetros son de gran utilidad en la descripción de cada uno de los tipos de erupciones mencionados anteriormente.

Productos volcánicos.

Emisiones gaseosas.

Los gases son los primeros productos volcánicos que alcanzan la superficie y de hecho, predominan en las etapas iniciales de la erupción. Su emisión puede prolongarse, pero en una forma no violenta, una vez terminada la actividad efusiva.

Es importante conocer en cada caso el origen de los volátiles, ya que se han planteado serias dudas sobre su carácter magmático. Hasta hace pocos años sólo se había estudiado la composición de los gases emitidos en emanaciones post o interparoxísmicas, ya que es difícil recoger muestras de gases emitidos en una fase explosiva o muy próximos a un volcán activo. Por esta razón es importante distinguir los volátiles emitidos a gran presión y temperatura, generalmente asociados a eventos explosivos, del resto de las emanaciones que se manifiestan en periodos de inactividad efusiva o incluso en épocas de actividad, pero alejados de las bocas eruptivas. En estos últimos parece indudable la influencia de gases atmosféricos y de elementos contaminantes procedentes de aguas subterraneas o rocas corticales.

En las emanaciones no relacionadas con bocas eruptivas, el vapor de agua constituye más del 90% del volumen del gas emitido mientras que en los gases procedentes de bocas eruptivas el agua no alcanza el 50%.

Además del vapor de agua el resto de los volátiles varía con la temperatura de salida. Cuando la temperatura es muy elevada (500-1200°C) los componentes principales son: ClH, SO_3, CO_2, H_2, SH_2, FH, N_2. Entre 100 y 500 °C predominan: SO_2, SH_2, CO_2, N_2 y H_2, mientras que por debajo de los 60 °C el principal componente es CO_2.

Entre los numerosos tipos de emanaciones relacionadas con el volcanismo destacan por su frecuencia las solfataras de alta temperatura (100-300 °C), se caracterizan por su elevado contenido en SO_2, el cual al contacto con la atmósfera forma cristales de azufre.

Las emanaciones que no contienen una proporción elevada de gases sulfurosos se denominan genéricamente fumarolas y presentan una amplia variedad en cuanto a localización, composición y temperatura, recibiendo denominaciones locales tales como mofetas(ricas en CO_2), soffonis, ausoles, etc. Los volátiles constituyen, sin duda, una de las facetas más importante del vulcanismo y su influencia debió ser mucho mayor en las primeras etapas de desgasificación del planeta, siendo en parte responsables de la constitución de nuestra atmósfera e hidrósfera. Aún en las erupciones actuales, el volumen de gases emitido es generalmente muy superior al de la fracción líquida; sin embargo, el estudio detallado de las fases volátiles se ve dificultado por el carácter fugitivo de los mismos y la imposibilidad de medir en cada caso su volumen, presión, temperatura, etc.

Los volátiles son el principal vehículo de transporte hacia la superficie de la energía almacenada en el magma y condiciona en gran medida su presión y viscosidad, determinando la explosividad de las erupciones. Los magmas poco viscosos permiten una fácil separación de los elementos volátiles al disminuír la presión hidrostática durante el ascenso del magma. La presión de salida de los gases depende también en parte de la relación entre su volumen y las dimensiones de la boca eruptiva. Aunque la fase volátil es más ligera que el resto de los materiales magmáticos, se mueve con mayor facilidad que éstos, escapando a través de pequeñas fisuras y realizando a veces un complejo recorrido. Por este motivo la actividad fumarólica, suele ser muy intensa en las cercanías del volcán en los periodos de mayor efusión lávica.

Lava.

El carácter de la actividad volcánica y las particularidades morfológicas y estructurales de las construcciones volcánicas que surgen como resultado de ésta, dependen de muchos factores. Uno de los principales es la composición del material magmático arrojado. Con relación a la composición química y la acidez del magma, la relación entre las manifestaciones efusivas y explosivas del volcanismo varía bruscamente. Durante las erupciones de magma basáltico dominan las erupciones de lava, mientras que durante las erupciones de magma de composición ácida predominan los productos de actividad explosiva. Esto se explica por existir en el magma de composición ácida un contenido inicial muy elevado de componentes volátiles, cuya separación impetuosa de la masa fundida al disminuir la presión, comunica a sus erupciones un carácter explosivo.

Las lavas de diferente composición se distinguen primordialmente por su viscosidad y fluidez. Como regla general las lavas básicas de basalto a temperaturas de más de 1200 C son de menor viscosidad que las basálticas y por lo tanto de movilidad superior. Las lavas de composición media, andesitas, son de menor movilidad y las ácidas son de máxima viscosidad y de movilidad mínima. Mientras que las lavas básicas basálticas y andesito-basálticas pueden formar coladas de 100 Km o más de longitud, las lavas mas viscosas de composición neutra forman generalmente coladas cuya longitud es de sólo unas decenas de Km. La longitud de las coladas ácidas más viscosas no excede de algunos Km.

Piroclastos de proyección aérea.

Cuando escapan los gases durante una erupción volcánica arrastran en su salida materiales fundidos y sólidos fragmentados que caen posteriormente en forma de lluvia, después de haberse enfriado total o parcialemente en el aire. El transporte de estos materiales fragmentarios es siempre rápido y conservan generalmente su forma, dimensión y mineralogía iniciales. Todos estos piroclastos de proyección aérea reciben el nombre genérico de tefra y se clasifican según su tamaño en bombas, lapillis y cenizas, aunque esta tabulación dimensional no responde a medidas estrictas. Otra nomenclatura incluye los términos escoria, cinder, arena, etc. El predominio de alguno de estos tipos de piroclastos depende del carácter de la erupción, composición del magma, viscosidad, explosividad, etc.

Las bombas adquieren sus formas subredondeadas o de huso al girar durante su trayectoria, aplastándose ligeramente al caer, miden entre 3 y 30 cm., aunque se han encontrado ejemplares de varios metros de diámetro y algunas toneladas de peso. La superficie de la bomba se enfría antes que el núcleo, por lo que al contraerse este último se forman unas grietas en la parte externa de la bomba, que recuerdan la corteza del pan.

Las formas regulares las presenta una pequeña parte de los fragmentos expulsados, ya sea porque su trayectoria sea corta o bien porque su contenido en volátiles sea muy elevado.

Al material piroclástico o vesicular, que no puede clasificarse como bombas por su forma irregular, se le agrupa genéricamente bajo el término de escoria.

Algunos fragmentos son lanzados en estado sólido y se caracterizan por su geometría angulosa, se denominan bloques y están constituidos casi siempre por materiales arrancados del conducto volcánico.

Los fragmentos piroclásticos cuyo tamaño está comprendido entre 3 y 30 mm se denominan lapillis, término que se restringe más específicamente a piroclastos finos de composición basáltica, llamándose pómez a los de composición ácida de cualquier tamaño, de color claro, muy porosos y ligeros. La porosidad se debe a una intensa vesiculación, quedando los huecos separados por ligeras membranas vítreas; a ésto se debe el que la pómez y los lapillis muy ligeros floten en el agua.

Las formas del lapilli dan lugar a nuevas denominaciones, conociéndose como cabellos de Pelée finamente aciculares (en forma de agujas) y lágrimas de Pelée a los goterones vítreos.

Las cenizas y arenas son fragmentos pulverizados, esencialmente vítreos, que por su poco peso se mantienen en suspensión durante mucho tiempo y son arrastrados largas distancias por corrientes de aire. Este material extraordinariamente fino, forma "pisolitos" o gotas de lluvia cuando se concentra en torno a núcleos húmedos y rueda adquiriendo formas esferoidales.

El nombre de cinder se aplica preferentemente a los depósitos en los que predominan las escorias sueltas y lapilli. Estos materiales suelen acumularse en las proximidades de las bocas eruptivas, constituyendo el cono volcánico.

En los depósitos de tefra existe una cierta selección granulométrica, puesto que los fragmentos más pesados son los primeros que caen y ocupan la base del depósito cuyo techo está formado por una capa de piroclastos más finos. Esta disposición permite distinguir los piroclastos originados en diferentes fases explosivas cuyos productos se depositan en capas sucesivas, dando lugar a una estratificación que tiende a la horizontalidad. La continuidad y gran extensión de estas placas de tefra permite en algunos casos utilizarlas como niveles guía de gran valor estratigráfico y cronológico. En el mecanismo de estos depósitos interviene además el medio de transporte encontrándose a veces una estratificación cruzada de origen eólico o marino. Por otra parte, cuando el material piroclástico acumulado no se ha consolidado es fácilmente removible y se forman depósitos volcano-sedimentarios lejos del emplazamiento original.

Cuando los piroclastos son masivos y tienen elevadas temperaturas pueden soldarse, adquiriendo gran consistencia. Este fenómeno de compactación puede desarrollarse en un proceso posterior al circular fluídos y formarse un cemento que consolida el depósito; estos depósitos soldados reciben el nombre de "tobas". Si predominan los cantos angulosos heterogeneos se denominan brechas volcánicas, reservándose el término de aglomerado volcánico para las acumulaciones de bombas y lapilli.

Mecanismos de transporte.

Después del estudio de los productos volcánicos, la siguiente tarea es identificar la forma en la cual el material piroclástico fue transportado desde el cráter y depositado en el lugar en donde ahora es visto.

Existen tres mecanismos principales de transportación: a) material de caída libre, b) flujo de piroclastos, c) oleada. En el primero, los piroclastos caen a través del aire (y algunas veces a través del agua) desde el penacho eruptivo para acumularse como depósitos de caída, moviendose sobre las laderas del volcán, debido a alguna combinación de viento violento, expansión lateral en el penacho eruptivo y la velocidad de expulsión de dichos piroclastos. En el segundo los piroclastos se mueven sobre el terreno como un flujo concentrado de partículas caliente (llamado flujo de cenizas, o flujo piroclástico en el sentido estricto), con una mayor proporción de partículas. En el tercero los piroclastos son transportados lateralmente, mezclados en un gas turbulento como un flujo de partículas diluido con baja proporción de partículas a gas.

Los depósitos formados por cada uno de estos mecanismos de transporte poseen características que permiten distinguir a unos de otros. Es necesario aclarar, sin embargo, que no existe un sistema único de clasificación para depósitos piroclásticos.

R E F E R E N C I A S .

Wright,J.V.,Smith A.L. and Self S.,1980. A TERMINOLOGY FOR PIROCLASTIC DEPOSITS. J.Volcano 1-Geotherm Res.,in press. p. 457-463 .

Belousov,V. 1979. GEOLOGIA ESTRUCTURAL. Editorial Mir-Moscu

Moore,J.G. ,1967 BASE SURGE IN RECENT VOLCANIC ERUPTIONS. U.S. Geological Survey,Menlo Park,California,Bu 11. Volcano 1. 30, p. 337-363 .

Wilson,C.J.N. and Walker G.P.L. 1981. VIOLENCE IN PYROCLASTIC FLOW ERUPTION. TEPHRA STUDIES p. 441-448 .

Walker,G.P.L. 1981. VOLCANOLOGICAL APPLICATIONS AND VOLCANIC HAZARD RESEARCH. Departament of Geology p. 391-403.

Araña,S.V. y López R.J. ,1976. VOLCANISMO, DINAMICA Y PETROLOGIA DE SUS PRODUCTOS. Ediciones Istmo p. 13-96 .

Ollier,C. 1972 . VOLCANOES. The MIT Press p. 7-34

Weast,R.C. ,Selby,S. and Hodgman,C.D. ,1962 HANDBOOK OF CHEMESTRY AND PHYSICS. The chemical Rubber Co.

Capítulo II.

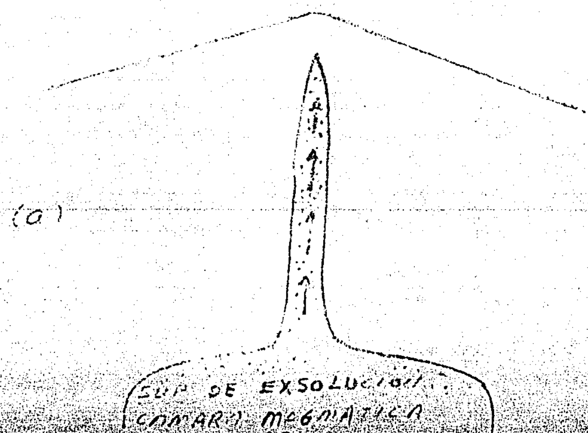
CONDUCTO VOLCANICO.

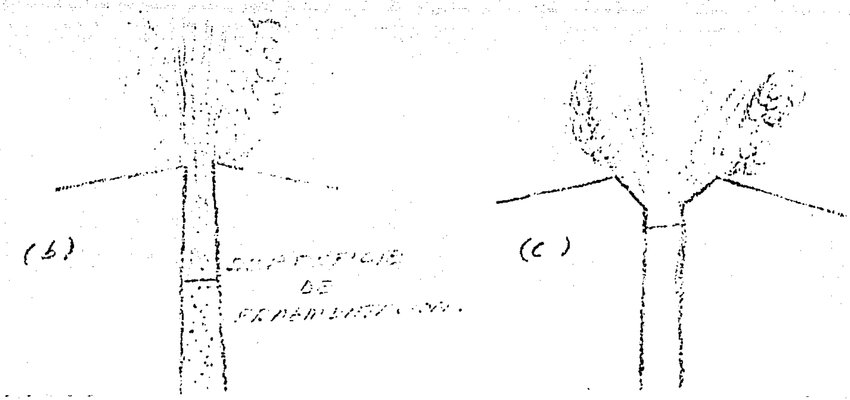
R E S U M E N .

En este capítulo se presenta el modelo físico-matemático que simula el flujo de magma en un conducto volcánico. El modelo se basa esencialmente en los trabajos de Wilson y colaboradores (1980) que utilizan la ecuación de Bernoulli con términos de fricción. Haciendo uso de esta ecuación, la ley de los gases perfectos y una relación de densidades, se deducen las ecuaciones para obtener la variación de la velocidad y de la presión con la profundidad. Se presentan también resultados numéricos para algunos casos de interés que muestran como pueden determinarse velocidades y presiones de salida a partir de las fracciones por peso de agua y la geometría del conducto volcánico.

I N T R O D U C C I O N .

Estudios sobre los procesos volcánicos han demostrado que las condiciones en el cráter determinan el estilo de la actividad. En particular, el radio del cráter, la composición y contenido del gas, la velocidad del gas y el grado de fragmentación son factores importantes en la determinación de la altura de la columna eruptiva. En este capítulo se examina la influencia del contenido de volátiles, la viscosidad del magma y la forma del conducto sobre las velocidades y presiones de salida del magma. Aunque el modelo presentado utiliza las propiedades físicas de la riolita, por ser el tipo mas común de magma de alta viscosidad, puede aplicarse a cualquier otro tipo de magma de alta viscosidad. Para la obtención de las soluciones se hicieron una serie de suposiciones que a continuación se mencionan. La figura 1 muestra la geometría del problema.





En la figura se muestra una cámara magmática localizada bajo la superficie. La erupción se inicia por la formación de una fractura (fig 1a) que conecta el magma con la superficie (fig 1b). En la figura 1c la erupción ha avanzado originando un ensanchamiento en el cráter debido a la erosión. Para los cálculos se considera una fractura con sección circular. La región de movimiento de material eruptivo se ha dividido en tres zonas: una zona inferior donde la presión es muy alta y todos los volátiles están completamente disueltos en el magma líquido; una zona media donde la presión es menor, aquí puede ocurrir alguna exsolución de volátiles. En esta parte el magma está constituido por líquido y burbujas de gas. Finalmente una zona superior donde la presión es muy baja y el magma ha llegado a separarse en una mezcla de piroclastos y gas liberado. La frontera entre las zonas inferior y media se conoce con el nombre de superficie de exsolución y la frontera entre las zonas media y superior recibe el nombre de superficie de fragmentación.

Se supone también que el flujo hacia la superficie es un proceso estacionario, que en la cámara magmática y en la parte más baja del conducto la presión es cercana a la litostática y por último que el contacto térmico entre líquidos, piroclastos y gas es suficientemente bueno como para asignar una misma temperatura a la mezcla.(*)

(*) Mayor información sobre el modelo puede encontrarse en Wilson, Sparks y Walker (1980)

TEORIA.

Para comenzar se hará mención de todas las variables involucradas en el modelo:

- h: coordenada espacial vertical.
- u: velocidad del flujo.
- P: presión en el fluido.
- ρ: densidad de la mezcla.
- σ: densidad del gas
- r: radio del conducto.
- f: factor de fricción.
- n: fracción por peso del magma consistente de gases.
- R: constante gaseosa para el gas exsuelto.
- σ_r: densidad de la fase líquida
- T: temperatura absoluta de la mezcla.
- g: aceleración de la gravedad.

Las ecuaciones básicas son:

$$-\frac{dP}{\rho} = g\,dh + u\,du + \frac{f u^2}{4r}dh \qquad (1)$$

que expresa la conservación de la energía y ,

$$\dot{m} = \rho u \pi r^2 \qquad (2)$$

que es la ecuación de continuidad.

El último término de la ecuación (1) representa las pérdidas por fricción y $\dot{m}$ en la ecuación (2) es el cambio de masa con respecto al tiempo .

La ecuación (2) se arreglará de la siguiente forma. Tomando logaritmos a ambos lados y diferenciando;

$$\dot{m} = \rho u \pi r^2$$

$$\ln \dot{m} = \ln(\rho u \pi r^2) = \ln \rho + \ln u + 2 \ln \pi r$$

$$\ln \dot{m} = \ln \rho + \ln u + \ln \pi + 2 \ln r$$

$$(\ln \dot{m})' = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} + \frac{2dr}{r}$$

como $d\dot{m} = 0$

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} + \frac{2dr}{r} = 0 \qquad (3)$$

La ley de los gases perfectos es una aproximación adecuada para el comportamiento del agua y dióxido de carbono, bajo las condiciones encontradas en las erupciones explosivas, así la ecuación de estado para el gas es:

$$P = \sigma R T \qquad (4)$$

y la relación entre las densidades de la mezcla, liquido y gas es;

$$\frac{1}{\rho} = \frac{n}{\sigma} + \frac{(1-n)}{\sigma_r} \quad \text{-------- (5)}$$

Las ecuaciones (1), (2), (3), (4) y (5) se combinarán para obtener las ecuaciones que serán resueltas finalmente para determinar la forma en que la presión y la velocidad del flujo cambian con la profundidad.

Antes que nada demostraremos que ;

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{RT}{n}\left(n + \frac{(1-n)P}{\sigma_r RT}\right)^2 = u_c^2 \; ; \quad u_c = \sqrt{\frac{RT}{n}}\left(n + \frac{(1-n)P}{\sigma_r RT}\right)$$

De (5)

$$\frac{1}{\rho} - \frac{(1-n)}{\sigma_r} = \frac{n}{\sigma} \Rightarrow \frac{\sigma_r - \rho(1-n)}{\rho\sigma_r} = \frac{n}{\sigma}$$

$$\frac{n\rho\sigma_r}{\sigma_r - \rho(1-n)} = \sigma \quad \text{-------- (5')}$$

sustituyendo en (4)

$$P = \frac{nRT\sigma_r\rho}{\sigma_r - (1-n)\rho} \quad \text{-------- (4')}$$

diferenciando (4') respecto a ρ,

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{(\sigma_r - (1-n)\rho)\,nRT\sigma_r + nRT\sigma_r\rho(1-n)}{(\sigma_r - (1-n)\rho)^2}$$

$$= \frac{\sigma_r^2 nRT - (1-n)\rho nRT\sigma_r + (1-n)\rho nRT\sigma_r}{(\sigma_r - (1-n)\rho)^2}$$

$$= \frac{\sigma_r^2 nRT}{(\sigma_r - (1-n)\rho)^2}$$

$$= \frac{RT}{n} \frac{\sigma_r^2 n^2}{(\sigma_r - (1-n)\rho)^2}$$

$$= \frac{RT}{n}\left(\frac{\sigma_r n}{\sigma_r - (1-n)\rho}\right)^2$$

$$= \frac{RT}{n}\left(\frac{n\sigma_r - n\rho(1-n) + n\rho(1-n)}{\sigma_r - \rho(1-n)}\right)^2$$

$$= \frac{RT}{n}\left(\frac{n(\sigma_r - \rho(1-n)) + n\rho(1-n)}{\sigma_r - \rho(1-n)}\right)^2$$

$$= \frac{RT}{n}\left(n + \frac{n\rho(1-n)}{\sigma_r - \rho(1-n)}\frac{\sigma_r RT}{\sigma_r RT}\right)^2$$

$$= \frac{RT}{n}\left(n + \frac{(1-n)}{\sigma_r RT}\frac{n\sigma_r RT\rho}{\sigma_r - \rho(1-n)}\right)^2 = \left(\frac{RT}{n}\; n + \frac{(1-n)}{\sigma_r RT}P\right)^2$$

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{RT}{n}\left(n + \frac{(1-n)P}{\sigma_r RT}\right)$$

$$\frac{dP}{d\rho}=u_c^2 \quad \text{con} \quad u_c=\sqrt{\frac{RT}{n}}\left(n+\frac{(1-n)P}{\sigma_r RT}\right) \quad \text{------} \quad (6)$$

de (3)

$$\frac{du}{dh}=u\left(-\frac{2}{r}\frac{dr}{dh}-\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dh}\right)$$

de (1)

$$\frac{du}{dh}=\frac{1}{u}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dh}-g-\frac{fu^2}{4r}\right)$$

por tanto

$$\frac{1}{u}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dh}-g-\frac{fu^2}{4r}\right)=u\left(-\frac{2}{r}\frac{dr}{dh}-\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dh}\right)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dh}+g+\frac{fu^2}{4r}=2\frac{u^2}{r}\frac{dr}{dh}+\frac{u^2}{\rho}\frac{d\rho}{dh}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dh}-\frac{u^2}{\rho}\frac{d\rho}{dh}=2\frac{u^2}{r}\frac{dr}{dh}-g-\frac{fu^2}{4r}$$

pero como

$$\frac{dP}{d\rho}=u_c^2 \Rightarrow dP=u_c^2\,d\rho \Rightarrow \frac{dP}{dh}=u_c^2\frac{d\rho}{dh}$$

entonces

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dh}-\frac{u^2}{\rho}\frac{1}{u_c^2}\frac{dP}{dh}=2\frac{u^2}{r}\frac{dr}{dh}-g-f\frac{d\rho}{dh}$$

$$\frac{1}{\rho}\left(1-\frac{u^2}{u_c^2}\right)\frac{dP}{dh}=2\frac{u^2}{r}\frac{dr}{dh}-g-\frac{fu^2}{4r}$$

Nuevamente de (4) y (3)

$$\frac{1}{\rho}=\frac{nRT}{P}+\frac{(1-n)}{\sigma_r}$$

Por tanto

$$\left(\frac{nRT}{P}+\frac{(1-n)}{\sigma_r}\right)\left(1-\frac{u^2}{u_c^2}\right)\frac{dP}{dh}=2\frac{u^2}{r}\frac{dr}{dh}-g-f\frac{u^2}{4r}$$

$$\left(1-\frac{u^2}{u_c^2}\right)\left(\frac{nRT}{P}+\frac{(1-n)}{\sigma_r}\right)\frac{dP}{dh}=2\frac{u^2}{r}\frac{dr}{dh}-g-f\frac{u^2}{4r} \quad \text{------} \quad (7)$$

Por otro lado, de (1)

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dh}=g+u\frac{du}{dh}+f\frac{u^2}{4r}$$

$$-\frac{u}{\rho}\frac{dP}{dh}=\left(g+f\frac{u^2}{4r}\right)u+u^2\frac{du}{dh}$$

Utilizando (6)

$$-\frac{u}{\rho}u_c^2\frac{d\rho}{dh}=\left(g+f\frac{u^2}{4r}\right)u+u^2\frac{du}{dh}$$

$$-\frac{u}{\rho}\frac{d\rho}{dh}=\left(g+f\frac{u^2}{4r}\right)\frac{u}{u_c^2}+\frac{u^2}{u_c^2}\frac{du}{dh}$$

De (3)

$$-\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dh}=\frac{1}{u}\frac{du}{dh}+\frac{2}{r}\frac{dr}{dh}$$

$$-\frac{u}{\rho}\frac{d\rho}{dh}=\frac{du}{dh}+\frac{2u}{r}\frac{dr}{dh}$$

por tanto:

$$\frac{du}{dh}+2\frac{u}{r}\frac{dr}{dh}=\left(f\frac{u^2}{4r}+g\right)\frac{u}{u_c^2}+\frac{u^2}{u_c^2}\frac{du}{dh}$$

$$\frac{du}{dh}-\frac{u^2}{u_c^2}\frac{du}{dh}=\left(f\frac{u^2}{4r}+g\right)\frac{u}{u_c^2}-2\frac{u}{r}\frac{dr}{dh}$$

$$\left(1-\frac{u^2}{u_c^2}\right)\frac{du}{dh}=\left(\frac{u^2f}{4r}+g\right)\frac{u}{u_c^2}-2\frac{u}{r}\frac{dr}{dh}\quad ---(8)$$

Las ecuaciones (7) y (8) representan la solución al problema planteado en este capítulo y se resolverán numericamente utilizando el método de Runge-Kutta.

Antes de pasar al desarrollo numérico de las ecuaciones (7) y (8) es necesario hacer algunas consideraciones sobre el factor de fricción y la relación entre las variables n,P y la profundidad.

i) Fricción en las paredes.

El número de Reynolds,Re,para un flujo en un conducto es definido como: $Re=\frac{2r\rho u}{\eta}$

donde η la viscosidad del fluido tiene un fuerte cambio en la vecindad del nivel de fragmentación del magma. Antes de la superficie de fragmentación,la viscosidad corresponde a la de la fase líquida y es del orden de 10^4 a 10^7 Pa seg para riolita; después de la fragmentación corresponde la de la fase gaseosa que es alrededor de 2×10^{-5} Pa seg.

Antes de la fragmentación del magma,el alto valor de la viscosidad del liquido lleva a un flujo con bajo número de Reynolds y alto valor del factor de fricción f. Por el contrario,después de la fragmentación,la baja viscosidad del gas conduce a un flujo con alto número de Reynolds y bajo valor del factor de fricción f.

La expresión general para f ,según Wilson (1980),que se toma aquí es la siguiente:

$$f=\frac{64}{Re}+f_o\quad -------(9)$$

con fo=0.01;sustituyendo la expresión para Re,la ecuación (9) resulta;

$$f = \frac{32\eta}{r\rho u} + f_0 \qquad (10)$$

ii) Relación entre n, P, y la profundidad.

Considere un magma cuyo principal componente volátil es agua. Sea n' la fracción por peso de agua total.

La solubilidad del agua en riolita esta dada por :

$$n_d = s\sqrt{P} \qquad (11)$$

donde n_d es la fracción por peso disuelta a la presión P y la constante S es igual a 4.1 x 10^{-6} $mN^{-1/2}$ (i.e. s=0.0013 si P esta expresado en bars).

A profundidades muy grandes n_d es mayor que n' de modo que toda el agua permanece en solución. Cuando n_d es igual a n' comienza la exsolución del gas. Si se denota por De la profundidad a la cual sucede ésto y la presión se toma como la litostática, se tiene;

$$\sigma_{cr}\, g\, D_e = \left(\frac{n'}{s}\right)^2 - P_s \qquad (12)$$

donde σ_{cr} es la densidad de las rocas de la corteza y Ps es la presión en la superficie de la Tierra.

A profundidades entre De y la superficie de fragmentación, la fracción de gas exsuelto n, es igual a n'-nd, es decir;

$$n = n' - n_d \qquad (13)$$

Mediante el análisis de pómez de muchas erupciones se ha observado que el magma se fragmenta cuando la fracción de volumen ocupado por el gas, X, se aproxima a 0.77. Es fácil mostrar que X y n están relacionados por la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{n}{1-n}\right) = \left(\frac{X}{1-X}\right)\frac{P}{RT}\frac{1}{\sigma_r} \qquad (14)$$

de tal forma que al nivel donde la fragmentación ocurre, se tiene:

$$n' = s\sqrt{P_f} + \frac{\left(\frac{X}{1-X}\right)\frac{P_f}{RT}}{\sigma_r + \left(\frac{X}{1-X}\right)\frac{P_f}{RT}} \qquad (15)$$

En el apéndice 4 de este trabajo se muestra la forma de resolver la ecuación (15).

La presión en la superficie de fragmentación puede ser menor que la presión litostática local por una cantidad igual al esfuerzo crítico de las paredes del conducto, cuyo valor varía de 0 a 300 bars, de modo que,

$P_{Lf} = P_f$ + esfuerzo de tensión ......(16)

y la profundidad de fragmentación estará dada por :

$$\sigma_{cr}\, g\, D_f = P_{Lf} - P_s \qquad (17)$$

SOLUCION NUMERICA.

Se muestra ahora, la forma en que serán resueltas las ecuaciones (7) y (8).

$$\left(1-\frac{u^2}{u_c^2}\right)\frac{du}{dh}=\left(\frac{u^2 f}{4r}+g\right)\frac{u}{u_c^2}-2\frac{u}{r}\frac{dr}{dh} \quad ---- (7)$$

$$\left(1-\frac{u^2}{u_c^2}\right)\left(\frac{nRT}{P}+\frac{(1-n)}{\sigma_r}\right)\frac{dP}{dh}=2\frac{u^2}{r}\frac{dr}{dh}-g-\frac{fu^2}{4r} \quad --- (8)$$

despejando du/dh de (7), se obtiene

$$\frac{du}{dh}=\frac{u_c^2}{u_c^2-u^2}\left(\left(\frac{u^2 f}{4r}+g\right)\frac{u}{u_c^2}-2\frac{u}{r}\frac{dr}{dh}\right)$$

$$\frac{du}{dh}=\frac{1}{u_c^2-u^2}\left(\left(\frac{u^2 f}{4r}+g\right)u-2u_c^2\frac{u}{r}\frac{dr}{dh}\right)$$

$$\frac{du}{dh}=\frac{(f/4r)u^3+\left(g-\frac{2u_c^2}{r}\frac{dr}{dh}\right)u}{u_c^2-u^2} \quad ---- (7a)$$

Para la ecuación (8) hay que considerar lo siguiente:

$$\frac{nRT}{P}+\frac{(1-n)}{\sigma_r}=\frac{RT}{P}\left(n+\frac{(1-n)P}{\sigma_r RT}\right)=\frac{RT}{P}\left(u_c\sqrt{\frac{n}{RT}}\right)=\frac{u_c\sqrt{nRT}}{P}$$

por lo que,

$$\left(1-\frac{u^2}{u_c^2}\right)\left(\frac{nRT}{P}+\frac{(1-n)}{\sigma_r}\right)=\left(1-\frac{u^2}{u_c^2}\right)\left(\frac{u_c\sqrt{nRT}}{P}\right)$$

$$=\frac{u_c^2-u^2}{u_c}\frac{\sqrt{nRT}}{P}$$

así la ecuación (8) se puede reescribir como:

$$\frac{u_c^2-u^2}{u_c}\frac{\sqrt{nRT}}{P}\frac{dP}{dh}=\left(\frac{2}{r}\frac{dr}{dh}-\frac{f}{4r}\right)u^2-g$$

despejando dP/dh,

$$\frac{dP}{dh}=\frac{u_c\left(\left(\frac{2}{r}\frac{dr}{dh}-\frac{f}{4r}\right)u^2-g\right)}{\sqrt{nRT}\,(u_c^2-u^2)} \quad ----- (8a)$$

Aplicaremos el método de Runge-Kutta para un sistema de ecuaciones, para la obtención de u(h) y P(h).

Sean,

$$F(h,u,P)=\frac{du}{dh} \quad y \quad G(h,u,P)=\frac{dP}{dh}$$

$\frac{du}{dh}$ y $\frac{dP}{dh}$ dadas por (7a) y (8a)

Las discretizaciones para u y P son:

$$u_{i+1} = u_i + \frac{H}{6}\left(k_{i0} + 2k_{i1} + 2k_{i2} + k_{i3}\right) \quad \text{----} \ (7b)$$

$$P_{i+1} = P_i + \frac{H}{6}\left(m_{i0} + 2m_{i1} + 2m_{i2} + m_{i3}\right) \quad \text{----} \ (8b)$$

donde

$$k_{i0} = F\left(h_i, u_i, P_i\right)$$

$$k_{i1} = F\left(h_i + \frac{H}{2}, u_i + k_{i0}\frac{H}{2}, P_i + m_{i0}\frac{H}{2}\right)$$

$$k_{i2} = F\left(h_i + \frac{H}{2}, u_i + k_{i1}\frac{H}{2}, P_i + m_{i1}\frac{H}{2}\right)$$

$$k_{i3} = F\left(h_i + H, u_i + k_{i2}H, P_i + m_{i2}H\right)$$

$$m_{i0} = G\left(h_i, u_i, P_i\right)$$

$$m_{i1} = G\left(h_i + \frac{H}{2}, u_i + k_{i0}\frac{H}{2}, P_i + m_{i0}\frac{H}{2}\right)$$

$$m_{i2} = G\left(h_i + \frac{H}{2}, u_i + k_{i1}\frac{H}{2}, P_i + m_{i1}\frac{H}{2}\right)$$

$$m_{i3} = G\left(h_i + H, u_i + k_{i2}H, P_i + m_{i2}H\right)$$

Las ecuaciones (7b) y (8b) dan la variación de la velocidad y la presión con la profundidad y por tanto la velocidad y presión en la superficie.

Cuando se suponga que la presión P es la litostática en todas partes, la ecuación que se utiliza para su cálculo es simplemente;

$$\frac{dP}{dh} = -\sigma_{cr}\, g \quad \text{------} \ (18)$$

por tanto

$$P(h) = -\sigma_{cr}\, g h + P_0 \quad \text{------} \ (19)$$

donde Po es la presión en la superficie de exsolución, y la velocidad u se obtiene por medio de la ecuación (7a).

$$\frac{du}{dh} = \frac{\left(\frac{f}{4r}\right)u^3 + \left(g - \frac{2u_c^2}{r}\frac{dr}{dh}\right)}{u_c^2 - u^2} \quad \text{---} \ (7a)$$

En este caso se aplica el método de Runge-Kutta para una ecuación diferencial.

La discretización para la velocidad u es:

$$u_{i+1} = u_i + \frac{H}{6}\left(K_{i1} + 2K_{i2} + 2K_{i3} + K_{i4}\right)$$

donde

$$K_{i1} = F\left(h_i, u_i\right)$$

$$K_{i2} = F\left(h_i + \frac{H}{2}, u_i + K_{i1}\frac{H}{2}\right)$$

$$K_{i3} = F\left(h_i + \frac{H}{2}, u_i + K_{i2}\frac{H}{2}\right)$$

$$K_{i4} = F\left(h_i + H, u_i + H K_{i3}\right)$$

con,

$$F(h, u) = \frac{du}{dh}$$

A continuación se muestran los ejemplos de la geometría del conducto que fuerón utilizados y que fueron usados para evaluar el algoritmo aquí presentado.

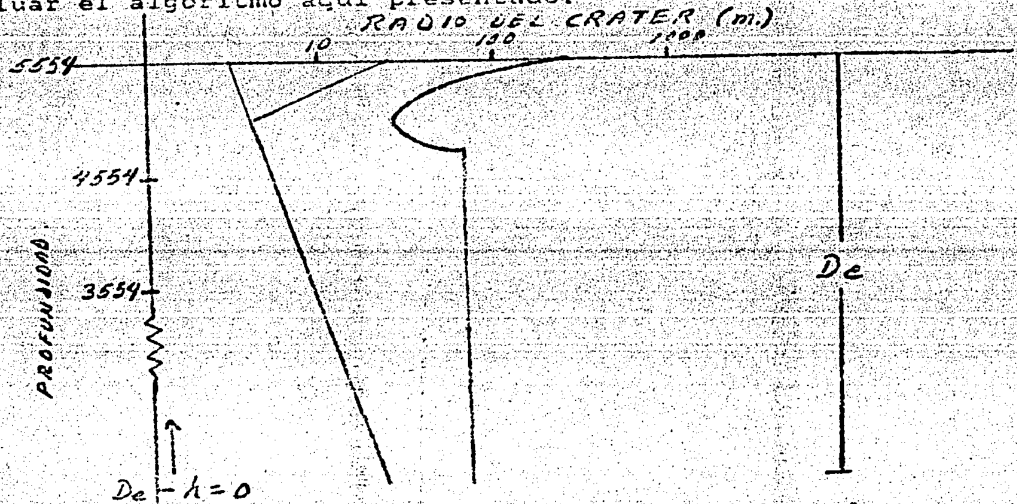


Fig 2-Tres modelos sobre la variación del conducto con la profundidad debajo de la superficie.

El primer modelo corresponde a un conducto que se estrecha linealmente (Fig 3); el segundo a un conducto que se estrecha linealmente y se abre también linealmente a algunas centenas de metros abajo de la superficie (Fig 4); el tercero a un conducto de radio constante y que forma una bóveda también a algunas centenas de metros abajo de la superficie (Fig 5).

Fig 3

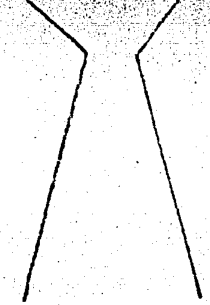


Fig 4

Fig 5

Para el caso B se considera que la presión es la litostática a cualquier profundidad, por lo que P será deducida con la ecuación (19) y u con la (7c).

Para los casos A1 y A2 la presión y la velocidad son deducidas con las ecuaciones (7b) y (8b).

Es necesario aclarar que todos los cálculos se realizaron a partir de la superficie de exsolución y h será medida positiva hacia arriba. Por tanto, en todos los casos h=0 a la profundidad de exsolución De.

Teniendo en cuenta ésto y usando las gráficas de la figura 2 se deducen las expresiones para r(h) y dr/dh.

Caso A1.

$$\left.\begin{aligned} r &= -3.4572\times10^{-3}h + 23.6 \\ \frac{dr}{dh} &= -3.4572\times10^{-3} \end{aligned}\right\} \text{Desde } h=0\text{ m. hasta } h=555\text{ m.}$$

r0 es el radio del conducto en la superficie de exsolución.

Caso A2.

$$\left.\begin{aligned} r &= -3.4572\times10^{-3}h + 23.6 \\ \frac{dr}{dh} &= -3.4572\times10^{-3} \end{aligned}\right\} \text{Desde } h=0\text{ m. hasta } h=5234\text{ m.}$$

$$\left.\begin{aligned} r &= 2.498432\times10^{-2}h - 125.2629 \\ \frac{dr}{dh} &= 2.498432\times10^{-2} \end{aligned}\right\} \text{Desde } h=5234\text{ m. hasta } h=5554\text{ m.}$$

Caso B.

$$\left.\begin{aligned} r &= 70 \\ \frac{dr}{dh} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{Desde } h=0\text{ m. hasta } h=5183.8\text{ m.}$$

$$\left.\begin{aligned} r &= 59705.69 - 22.8h + 0.0021832h^2 \\ \frac{dr}{dh} &= -22.8 + 0.0043664h \end{aligned}\right\} \text{Desde } h=5183.8\text{ m. hasta } h=5554\text{ m.}$$

Los coeficientes k0, k1 y k2 se obtienen con la rutina que se ha insertado en el programa y haciendo uso de la tabla de datos siguiente:

r (m)	70	65	67	78	100	130	175	300
h (m)	5183	5200	5250	5300	5350	5400	5450	5554

D E S A R R O L L O   D E L   P R O G R A M A .

PROGRAMA CONDUCTO.BAS

Este programa consta de tres partes;
i) Una rutina para encontrar los coeficientes de la curva que describe la forma del conducto volcánico,es decir encuentra los coeficientes k0,k1,k2 de una ecuación de segundo grado que se aplicará en la rutina iii).
ii) Una rutina que encuentra las presiones y profundidades iniciales dadas las condiciones iniciales,es decir,encuentra otros parámetros que se usarán en la rutina iii).
iii) Una rutina general para calcular velocidades y presiones en cada paso con condiciones iniciales dadas y encontradas en las dos anteriores rutinas.

El encabezado y menú principales están colocados en el bloque de lineas 10-220.

La rutina de elección está en las lineas 290-350.

El bloque correspondiente a la rutina que encuentra los coeficientes de la curva se encuentra en las lineas 430-770.

Esta última rutina funciona con un número m de puntos (x,y) que pide el programa.

El siguiente bloque correspondiente a la rutina para encontrar presiones y profundidades iniciales se encuentra en las lineas 830-1430.

Cabe notar que se utilizan los coeficientes,encontrados en la rutina anterior ,de la curva que representa el conducto volcánico.

La lista de variables que se utilizarán se encuentra en las lineas 870-990 con sus respectivas unidades.

El desarrollo principal de esta rutina se encuentra en las lineas 1210-1430.

El tercer y último bloque correspondiente a la rutina para encontrar velocidades y presiones en función de la profundidad se divide en dos grandes partes,la primera,que es el cálculo en si mismo se encuentra en las lineas 1500-2860 y la segunda de graficación en las lineas 2880-3646.

La lista de variables a usar con sus respectivas unidades está en las lineas 1620-1780.

Se utiliza un archivo de datos en disco para grabar los datos obtenidos y así poder usar dichos resultados en futuras ocaciones.La apertura de dicho archivo se encuentra en las lineas 1920-1960.

Las condiciones iniciales se estipulan en las lineas 2030-2110.

El bloque principal de cálculo empieza en las lineas 2170-2290 y continúa con la utilización de la rutina de Runge-Kutta en las lineas 2350-2630.

Los datos se escriben en pantalla y se graban en archivo en las lineas 2690-2750.

Por último la rutina de graficación lee los datos del archivo de disco e imprime 2 gráficas,correspondientes a la velocidad con respecto a la profundidad y la presión con respecto a la profundidad.

Cabe señalar que estas últimas gráficas toman como referencia cero la superficie de exsolución y va aumentando la profundidad positivamente hacia arriba.

U S O   D E L   P R O G R A M A .

Esta rutina se ejecutará oprimiendo la opción número 1 del menú principal.

Una vez que corre el programa, aparecerá el menú siguiente:

MENU MAESTRO

C   PARA ENCONTRAR COEFICIENTES

P   PARA ENCONTRAR PRESIONES Y PROFUNDIDADES INICIALES

V   PARA CALCULAR Y GRAFICAR VELOCIDADES Y PRESIONES

F   FIN DE SESION

a) Opción C.- Esta rutina sirve para calcular los coeficientes de una ecuación de segundo grado, que representa la forma de la parte superior del conducto volcánico.

Aparece la pregunta siguiente:

DAME EL NUMERO M DE PUNTOS?

Escriba el número de puntos con los que se cuenta para encontrar la ecuación.

A continuación el programa pide las cordenadas X , Y de cada punto.

Al escribir as coordenadas del M-ésimo punto el programa calculará la ecuación y escribirá los tres coeficientes.

b) Opción P .- Esta rutina no pide ningún dato, sino que escribirá inmediatamente las siguientes tablas:

T a b l a 1 .

Porcentaje de gas exsuelto	Presión de fragmentación	Fracción por peso de agua total
N	PF	N'

Para N entre .005 y .150 con intervalos de .005 entre cada N.

T a b l a 2 .

Porcent.gas exsuelto	Fracc.peso agua total	Presión exsolución	Profundidad fragmentación	profund. exsolusión
N	N'	PE	DF	DE

Para un esfuerzo de tensión FT entre 0 y 350 bars con intervalo de 50 bars entre cada paso.

Estos datos serán usados en la rutina V posteriormente por lo que los resultados escogidos para N,N',PE,DF,DE deben de ser apuntados.

c) Opción V.-Esta rutina sirve para calcular la velocidad y la presión a cualquier profundidad del conducto volcánico.

Una vez que la rutina corre aparecerá la siguiente pregunta:

U0,A,KA,KB,KC,KD,KE,KF,N,P0,DE,DF,DC ?   ....(A)

Cabe señalar que la rutina tomará los siguientes datos como constantes:

ETAE = 100000 ,viscosidad del magma antes del nivel de fragmentación (riolita) en Pas*seg

ETAF = .00002 ,viscosidad del magma después del nivel de fragmentación en Pas*seg (riolita).

F0 = .01 ,coeficiente inicial de fricción (adimensional)

R = 461 ,constante universal del gas (vapor de agua) en Joules/Kg°K

T = 1123 ,temperatura inicial en °K,típica en este tipo de erupciones.

SR = 2600 ,densidad del magma en fase liquida (riolita) en Kg/m^3

G = 9.81 ,aceleración de la gravedad en m/seg^2

RO = 2300 ,densidad del magma en Kg/m^3 ,para riolita.

Estos datos se encuentran en la linea 2860 y podrán ser cambiados cuando se desee.

Con respecto a la pregunta (A):

U0 = velocidad inicial del magma al nivel de exsolución,se usó un rango de 1 a 60 m/seg

A = intervalo entre cada paso en m.

KA,KB,KC = coeficientes de la ecuación que describe la forma del conducto antes de la profundidad de cambio,esto es,la profundidad donde la forma del conducto cambia.

KD,KE,KF = coeficientes de la ecuación que describe la forma del conducto después de la profundidad de cambio.

N = porcentaje de gas exsuelto,se usó un rango de .03 a .04

P0 = presión al nivel de exsolución en bars

DE = profundidad de exsolución en m.

DF = profundidad de fragmentaciòm en m.

DC = profundidad a la cual la forma del conducto cambia en m.

Para conocer los valores de P0,DE y DF se utiliza la opción P del menú maestro.

Para conocer los coeficientes de las curvas se puede utilizar la opción C del menú maestro.

En los casos tratados en este capítulo se encontró que la convergencia en las soluciones corresponden a valores de A entre 90 y 115 m.

El número de pasos que se realizarán será el cociente resultante de DE/A.

A continuación se imprimirá la tabla con los siguientes resultados:

PROFUNDIDAD	VELOCIDAD	PRESION	# DE PASO
D	V	P	I

Finalmente se imprimirá una gráfica de profundidad del conducto contra la velocidad del magma.

Y por último se imprimirá una gráfica de profundidad contra presión.

Como encabezado de estas últimas dos gráficas se imprimen los datos de entrada.

E J E M P L O .

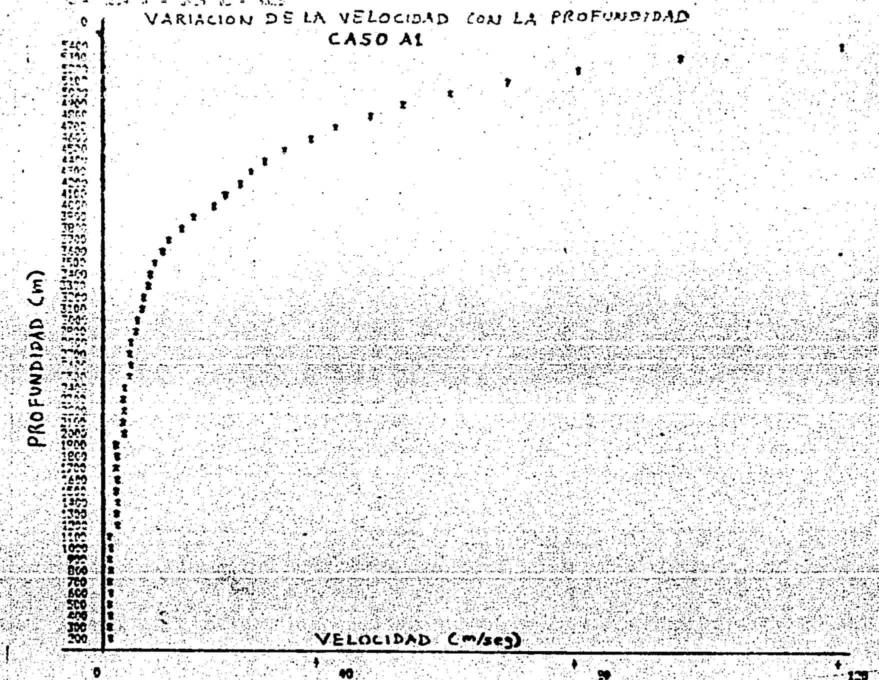
CASO A1.

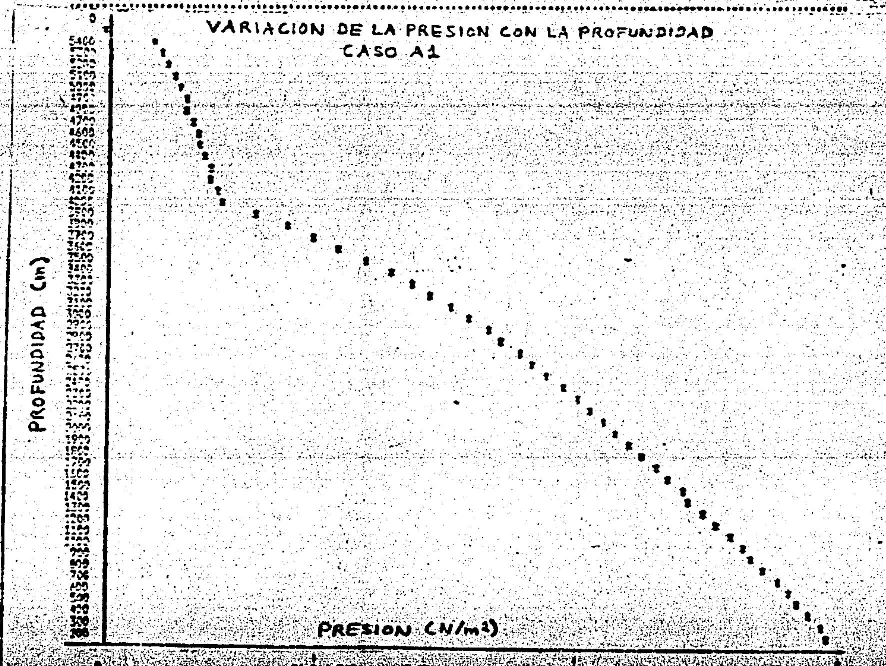
Las soluciones que se presentan fueron obtenidas usando las condiciones iniciales siguientes:

A = 100 m ,intervalo entre cada paso
DE = 5554 m ,profundidad de exsolución
P0 = (n'/s) = 1.5265 X 10^7 N/m^2 ,presión inicial al nivel de exsolución.
N = .035 ,porcentaje de gas exsuelto
KA = 23.6
KB = -.0034572 KA,KB,KC coeficientes de la primera curva.
KC = 0
KD = 23.6
KE = -.0034572 KD,KE,KF coeficientes de la segunda curva.
KD = 0
DF = 3935 m ,profundidad de fragmentación.
DC = 6325 m ,profundidad de cambio.
U0 = 1.73 m/seg ,velocidad inicial.

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1700	3.26500003045?	113373832,4815	17
2300	4.3479983?4274	97471531,05362	23
2900	6.177311101946	73750341,20229	29
3500	9.7[illegible]	54225843,?2227	35
4100	20.7044083477?	?3?52147,05712	41
4700	38.7[illegible]	1?5?3?7?,4?0?9	47
5300	94.64019540591	11?55?71,24485	53

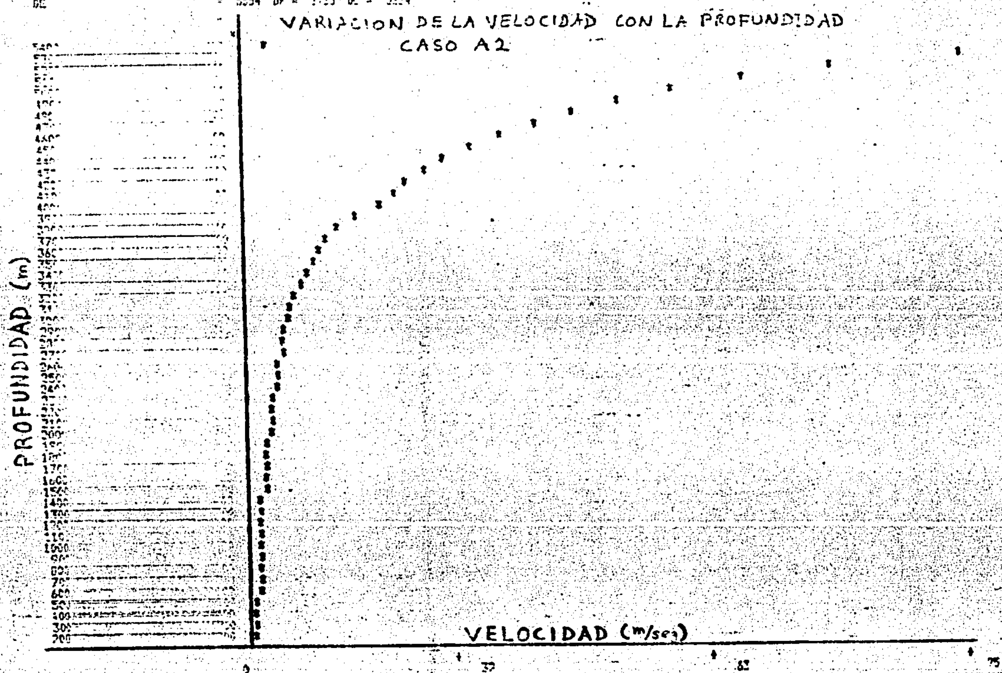
[illegible]

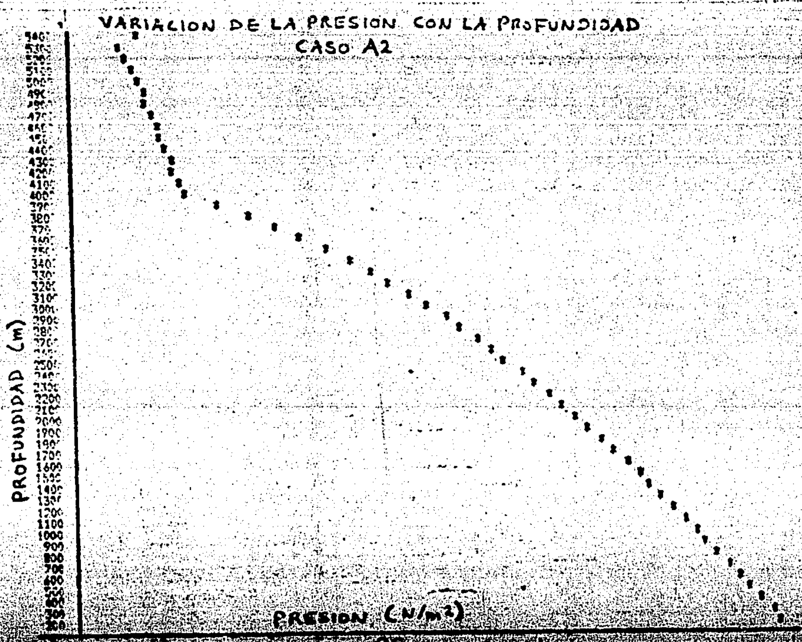




5[illegible]	2,[illegible]	[illegible]	5
1100	2,547264700195	127903243,8982	11
1700	3,265008070459	113393[illegible]32,4815	17
2300	4,347898394274	97471571,05362	23
2900	6,139311101946	78750[illegible],28770	29
3500	9,729052095911	54229543,93227	35
4100	20,70660434763	23952[illegible]7,35712	41
4700	30,72967912810	1055817[illegible],46929	47
52[illegible]	94,[illegible]4018548501	1[illegible]755[illegible],04486	53

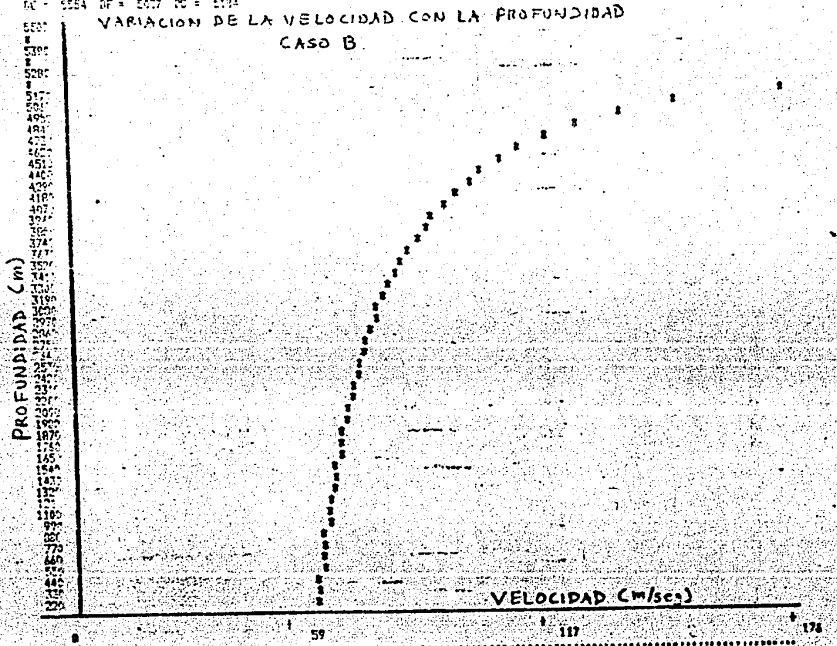
UU = 1.73 A = 100 AA = 23.6 XB = -.0024572 KC = 0
KD = -105.2629 KE = 2.47[illegible]E-02 VT = 0 W = .075 PO = 1.525532E+02
DE = 5554 DF = 3925 DC = 5274

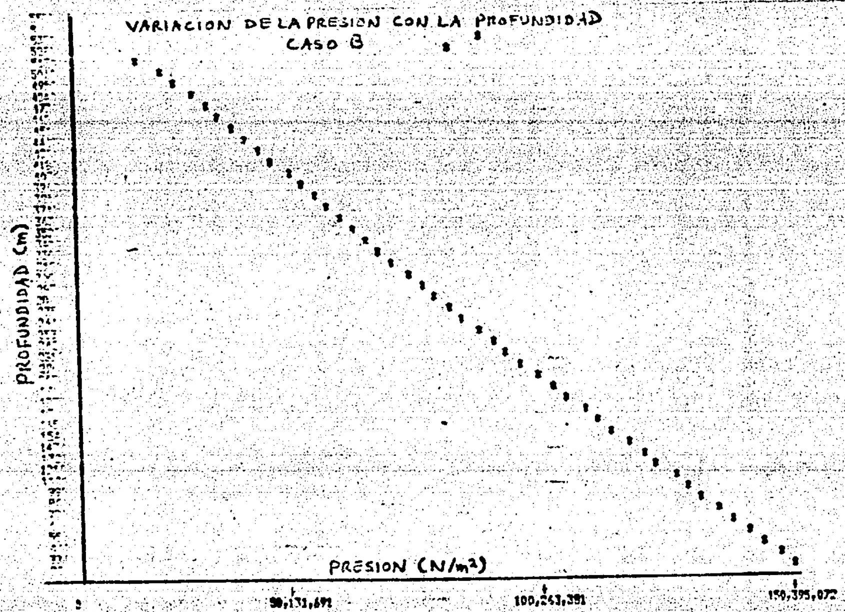




[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	64,[illegible]931	[illegible]	11
1870	67,7950512 9852	100760474,0107	17
2570	72,03375732364	0335799[illegible],04664	23
3190	78,08016361010	65049074,47708	29
3850	89,97290460683	48735573,32254	35
4510	111,6144141335	31855147,06752	41
5170	-442,5341279679	0106[illegible],67985	47

U0 = 50 A = 110 SA = 70 KB = 0 KC = 0
KD = 59705.59 KE = -22.01151 KF = .0021032 N = .035 P0 = 1.526532E408
DC = 5554 DF = 5077 DC = 5124





R E S U L T A D O S .

El primer modelo considerado se estrecha linealmente de 23.6m. a 5554m. de profundidad a 4.4m. en la superficie.Los perfiles de velocidad de salida y presión como una función de la profundidad se muestran en las curvas de la gráfica A1. El magma se vesicula progresivamente a profundidades que están entre 5554m. y 3935m. donde se fragmenta a una fracción hueca de 0.77. La velocidad de la erupción es aproximadamente de 174m/seg. y la presión de salida alrededor de 64 bars.

Una consecuencia de la alta presión de salida puede ser la rápida ampliación de la región del cráter debido al desplazamiento de materiales flojos o debilmente cohesivos; el modelo A2 muestra el resultado de ampliar la región del cráter, aquí el conducto se expande de un radio de 5.5m. a 5234m. a un radio de 13.5m. en la superficie. En este caso la velocidad de la erupción es aproximadamente de 271m/seg. y la presión de salida de 10.86 bars.

En el modelo B la presión siempre se toma como la litostática. El examen de los valores de la presión a profundidades alrededor de 4954 muestran que las soluciones correspondientes a las curvas A1 y A2 tienen presiones mas bajas que los valores litostáticos por más de 250 bars. Es necesario aclarar que los valores de la presión fueron obtenidos por medio de la ecuación dP/dh=-SCR*G,donde SCR es la densidad de la corteza terrestre. La velocidad alcanzada en este caso es de aproximadamente 490m/seg. y la presión de salida es de alrededor de 10 bars.

Los resultados obtenidos en este capítulo están de acuerdo con los que presenta Wilson (1980).

R E F E R E N C I A S .

Wilson,L.,Sparks,R.S.J. and Walker G.P.L. 1980 . EXPLOSIVE VOLCANIC ERUPTION - IV . THE CONTROL OF MAGMA PROPERTIES AND CONDUICT GEOMETRY ON ERUPTION COLUMN BEHAVIOUR. Geophys. Jour. Roy. Astr. Soc. p. 117-147.

Carnahan,B.,Luther,H.A. and Walkes,J.O. 1969. APPLIED NUMERICAL METHODS. Wiley and Sons .New York.

Clenshaw,C.W., 1960. CURVE FITTING WITH A DIGITAL COMPUTER. in Comput J. 2. p. 130-173.

Rice,J.R.,1960. SPLIT RUNGE-KUTTA METHODS FOR SIMULTANEOUS EQUATIONS. J.Res. Nat.Bur.Sid., 64B p. 151-170 .

Hugnes,W.F. 1978. DINAMICA DE FLUIDOS. Edit. Mc. Graw Hill, México.

Capltulo III.

COLAPSO DE UNA COLUMNA ERUPTIVA.

R E S U M E N .

En este capltulo se presenta un modelo flsico-matemático, asl como el algoritmo numérico y el programa basado en éste, que simulan el movimiento de un flujo de piroclastos en sus primeras etapas después del colapso de una columna eruptiva. Las etapas iniciales del flujo son modeladas como una corriente altamente turbulenta y con baja concentración de partlculas. Se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes y de continuidad utilizando el método de diferencias finitas explicito. Las soluciones numéricas son presentadas suponiendo propagación radial uniforme desde el cráter.La teorla es esencialmente la expuesta por R.S.J. Sparks y L. Wilson(1976). Las soluciones obtenidas muestran que la velocidad del flujo aumenta inicialmente hasta alcanzar un máximo para posteriormente desacelerar.

I N T R O D U C C I O N .

En este capltulo se presenta un modelo flsico-matemático que simula el movimiento del flujo de piroclastos generado por el colapso de una columna eruptiva. En las etapas inmediatas al colapso el movimiento es modelado como el de un flujo altamente turbulento con baja concentración de partlculas, alta velocidad y propagándose en forma radial y uniforme hacia afuera del cráter. Esta consideración exceptúa los flujos pequeños que son guiados a través de aberturas y depresiones del cráter y flancos del volcán.

Se describe el flujo por medio de la ecuación de Navier-Stokes para el caso estacionario, combinada con la ecuación de continuidad. La ecuación resultante se resuelve usando el método de diferencias finitas. Se desarrolló un programa en BASIC que contiene rutinas que resuelven la ecuación de movimiento de flujo y una rutina de graficación para la variación de la velocidad con la distancia radial al cráter.

Las soluciones que se presentan al final cubren un amplio rango de velocidades, espesores y distancias iniciales de flujo, suponiendo una morfologla tlpica de un volcán de ignimbrita con un cono de radio de 8 Km, de inclinación de 15° rodeado por una meseta también de ignimbrita con una inclinación de 1°. (Fig 1)

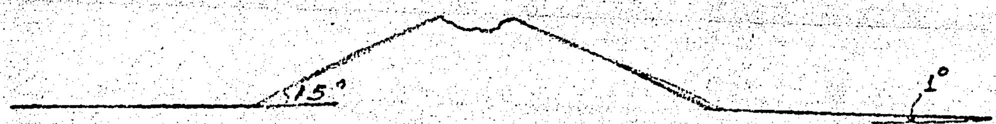


Fig 1

Flujo inicial turbulento despuès del colapso.

Despuès del colapso los flujos piroclàsticos se propagan radialmente hacia afuera del cràter, exceptuando los pequeños flujos que pueden ser guiados a travès de aberturas y depresiones de las paredes del cràter y flancos del volcan, la velocidad inicial V0 , el espesor inicial h0 , la densidad inicial $\rho 0$ y la temperatura $\Theta 0$ de la mezcla se determinan por las condiciones de la erupciòn. En las primeras etapas en las que la concentraciòn de partìculas es baja, la velocidad alta y grande el espesor del flujo, èste serà àltamente turbulento y el movimiento a unos Km del cràter puede ser modelado como el movimiento de un fluido no viscoso, en el cual las partìculas estàn uniformemente dispersadas.

Para modelar este proceso se ha supuesto la morfologìa tìpica de un volcàn de ignimbrita con un cono de 8 km de radio e inclinaciòn de 15°, rodeado de una meseta de 1° .

Se supone ademàs que los flujos se mueven radialmente hacia afuera; èsta es una aproximaciòn razonable para muchas erupciones grandes donde los primeros flujos han llenado depresiones y topografìas planas.

El flujo està descrito por la ecuaciòn de Navier-Stokes y la ecuaciòn de continuidad.

$$u_0 h_0 r_0 = u h r \qquad \text{-----} (1)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial r} = g \,\text{sen}\, \alpha \,\Delta\rho - \frac{0.5 C_f \rho u^2}{h} \qquad \text{----} (2)$$

donde r es la distancia radial desde el cràter, h es el espesor del flujo, u es la velocidad, ρ es la densidad del gas, aire y piroclastos, $\Delta\rho$ es la diferencia de densidad entre el flujo y la atmòsfera, α es la inclinaciòn y C_f es el coeficiente de arrastre del terreno.

La ecuaciòn (2) supone que las velocidades normales a la direcciòn del flujo y en la direcciòn vertical son pequeños en comparaciòn con la velocidad radial del flujo. Las ecuaciones (1) y (2) son combinadas y simplificadas suponiendo condiciones estacionarias ($\partial u / \partial t = 0$) dando;

$$u \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{g \,\text{sen}\, \alpha \,\Delta\rho}{\rho} - \frac{0.5 C_f u^3 r}{r_0 h_0 u_0} \qquad \text{-----} (3)$$

Esta ecuaciòn se resuelve numèricamente usando el mètodo de diferencias finitas. El coeficiente de arrastre C_f puede ser estimado de la rugosidad relativa de la superficie sobre la cual el flujo se mueve. Inicialmente, el flujo puede ser tratado como un desarrollo de capa lìmite y el coeficiente de arrastre se determina con datos sobre la resistencia para el flujo del gas sobre una capa rugosa. A nùmeros de Reynolds altos ($R_e > 10^3$) el coeficiente de arrastre, sòlo depende de la rugosidad relativa del manto y puede ser aproximado por la siguiente expresiòn:

$$C_f = \frac{0.04}{\ln(h/K_s)} \qquad (4)$$

donde k_s es el diámetro característico de las partículas del manto. El espesor de la capa límite ($\Theta(r)$) esta dado por:

$$\Theta(r) = 0.36\, r \left(\frac{ur}{\nu}\right)^{-0.2} \qquad (5)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del gas. En la práctica, una capa límite se desarrolla completamente a unos pocos kilómetros del cráter para un amplio rango de valores iniciales de U0 y h0. El coeficiente de arrastre para una capa límite desarrollada completamente es derivado modificando el dato para el flujo turbulento de gas a través de tobas rugosas sustituyendo el radio hidraúlico del flujo por el radio del tubo, con lo cual:

$$C_f = \frac{0.65}{(\ln(h/K_s))^2} \qquad (6)$$

El valor apropiado de C_f es sustituido en (3), después de cada paso de la integración numérica, usando (4), (5) y (6). Se escogió un valor para ks de 1.0 cm después de comparar texturas de superficies típicas de ignimbrita con modelos estándares de rugosidad. Se insiste, sin embargo, que los valores actuales de Cf varían poco para rangos entre 0.02 y 0.005.

En el modelo se han omitido los pequeños efectos de arrastre atmosférico sobre la frontera superior del flujo. El aire será rápidamente calentado e mezclado en lo alto del flujo, iniciará una pluma convectiva arriba del flujo, el cual aislará la frontera superior y se hará difícil de definir.

ALGORITMO NUMERICO.

Para encontrar la variación de la velocidad del flujo con la distancia al cráter se utiliza la ecuación (3).

$$u\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{g \sin\alpha\, \Delta\rho}{\rho} - \frac{0.5 C_f u^3 r}{r_o h_o u_o}$$

resolviendo para $\partial u/\partial r$ y aplicando diferencias finitas:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{g \sin\alpha\, \Delta\rho}{\rho u} - \frac{0.5 C_f u^2 r}{r_o h_o u_o}$$

$$\frac{u_{i+1} - u_i}{K} = \frac{g \sin\alpha\, \Delta\rho}{\rho u_i} - \frac{0.5 C_f u_i^2 r}{r_o h_o u_o}$$

$$u_{i+1} = K\left(\frac{g \sin\alpha\, \Delta\rho}{\rho u_i} - \frac{0.5 C_f u_i^2 r}{r_o h_o u_o}\right)$$

Ya que inicialmente el flujo es tratado como una capa límite en desarrollo, el coeficiente de arrastre Cf se calcula por medio de la siguiente expresión:

$$C_f = \frac{0.04}{\ln(h/ks)}$$

una vez que la capa límite sa ha desarrollado completamente la expresión para Cf se cambia a la siguiente aproximación:

$$C_f = \frac{0.65}{(\ln(h/ks))^2}$$

El cambio en Cf se puede determinar haciendo uso de la ecuación que da el espesor de la capa límite,

$$\theta(r) = 0.36\, r \left(\frac{u r}{\nu}\right)^{-0.2}$$

la capa límite estará desarrollada completamente cuando $\theta(r)$ se aproxime a una constante.

DESCRIPCION DEL PROGRAMA.

La lectura de condiciones iniciales se realiza en la línea 220 y el intervalo a usar y el número de pasos que se efectuará se piden en las líneas 230-240.

La lectura de datos se realiza en la línea 210, la descripción de cada dato es hecha en las líneas 130-190 con sus respectivas unidades.

La asignación de espacio en memoria para los valores de cada paso es hecha en la línea 260.

El bloque principal de cálculo donde se aplica el método de diferencias finitas corresponde al bloque de líneas 390-490.

La impresión de la tabla de resultados y de la gráfica correspondiente se encuentra en las líneas 530-680.

USO DEL PROGRAMA.

Esta rutina se obtiene oprimiendo la opción 2 del menú principal.
Una vez que corre el programa aparecerá la siguiente pregunta:

HO,RO,UO? ....(A)

Cabe señalar que el programa tomará los siguientes datos como constantes:

G = 9.8 ,aceleración de la gravedad terrestre en m/seg^2

ALFA = .2618 ,inclinación en radianes (= 15°) de un cono típico de ignimbrita hasta una distancia de 8 Km y valdrá (6.2832/360) radianes a distancias mayores (= 1°).

RO = 1300 ,densidad de la mezcla de la columna en kg/m^3

DRO = 1298.7 ,diferencia de densidades en kg/m^3 entre la mezcla y la atmósfera.El valor de la densidad del aire que se tomó es de 1.3 kg/m^3 .

NU = .0000296 ,viscosidad cinemática del gas (aire) en m^2/seg.

KS = .01 ,diámetro típico de las partículas en m. (se puede tomar de un amplio rango entre .005 y .02 m)

Estos datos se encuentran en la linea 730 y se pueden cambiar cuando se desee.
Con respecto a la pregunta (A):

HO = espesor inicial del flujo en m.
RO = distancia inicial del flujo al cráter en m.
UO = velocidad inicial del flujo en m/seg

Donde R se toma de un rango de 50 a 600 m .
Después de dar los datos anteriores se introduce el intervalo K entre cada paso.En los casos que se trataron en este capítulo se encontro que la convergencia en las soluciones corresponde a valores de K entre 250 y 2000 m.
Posteriormente se introduce el número de pasos N que se calcularán.
A continuación el programa imprimira una tabla con los resultados siguientes:

# paso	velocidad	coeficiente de arrastre	espesor del flujo
I	U	CF	TETA

Por último la rutina imprimirá una gráfica de velocidad contra la distancia al cráter.

E J E M P L O .

Las gráficas del ejemplo (a) corresponden a los siguientes datos de entrada:

H0 = 300 m

R0 = 1500 m

U0 = 250 m/seg

R E S U L T A D O S .

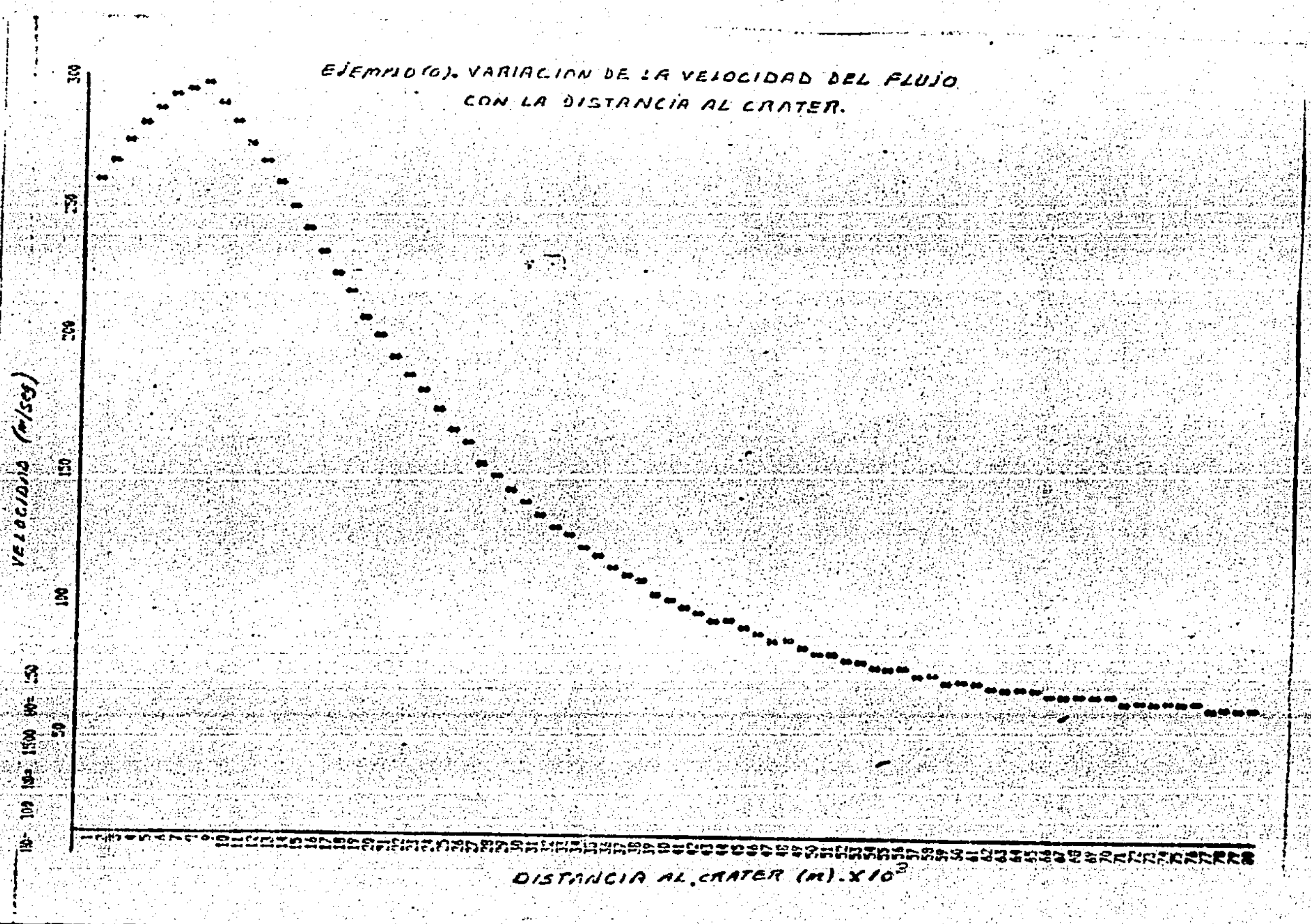
Las soluciones que se presentan cubren un amplio rango de condiciones iniciales en la columna eruptiva.

Todas las soluciones muestran que el flujo acelera inicialmente hasta alcanzar una velocidad máxima y después comienza a desacelerar rápidamente. El coeficiente de fricción es relativamente pequeño en un principio y aumenta a medida que el flujo avanza, lo cual explica en parte el comportamiento del flujo que se propaga radialmente. De las gráficas se puede apreciar que la desaceleración se aproxima a cero a distancias mayores de 20 a 40 Km, permaneciendo la velocidad casi constante a partir de tales distancias. Además se muestra que los flujos de piroclastos pueden mantener velocidades mayores de 30 m/seg a distancias de hasta 80 Km del cráter. En el caso de una velocidad inicial de 310 m/seg la velocidad del flujo es aún mayor de los 100 m/seg a una distancia de 60 Km del cráter.

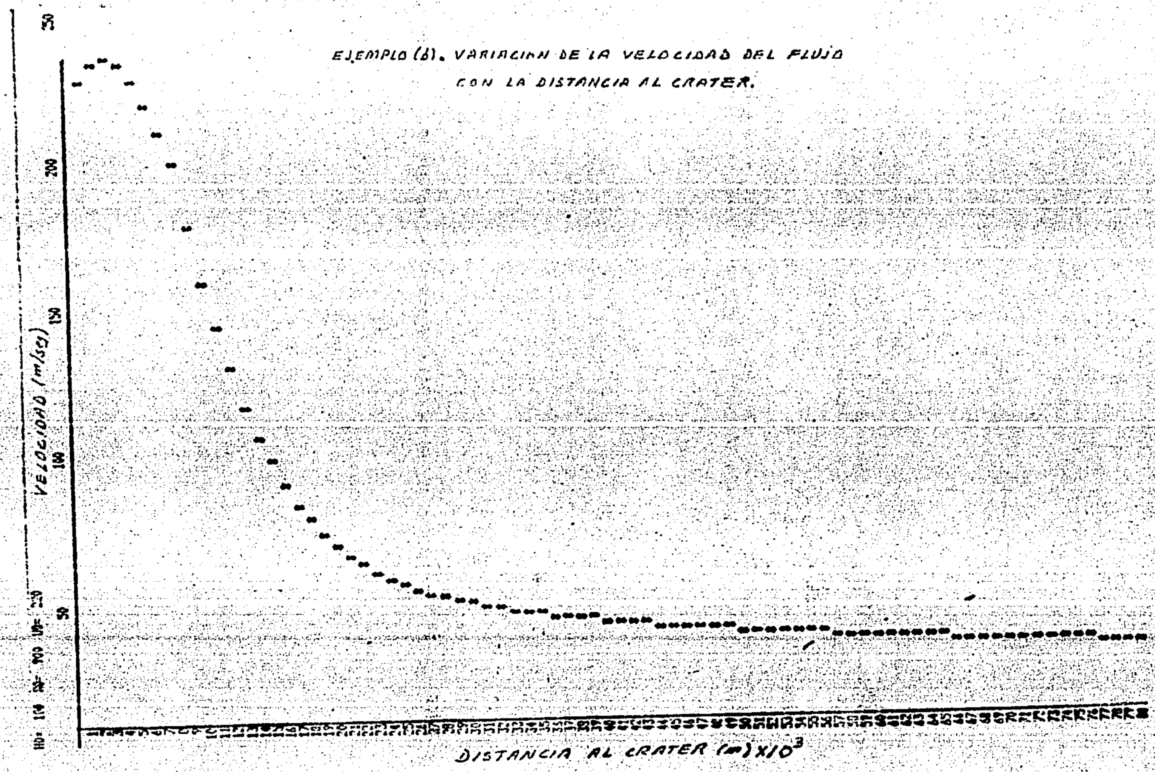
Hacemos énfasis que los resultados obtenidos fueron para un flujo diluido en donde la concentración de partículas es baja y son válidos únicamente si el número de Reynolds es superior a 10^3 .

Las soluciones encontradas en este capítulo muestran un comportamiento análogo a las obtenidas por Sparks (1978).

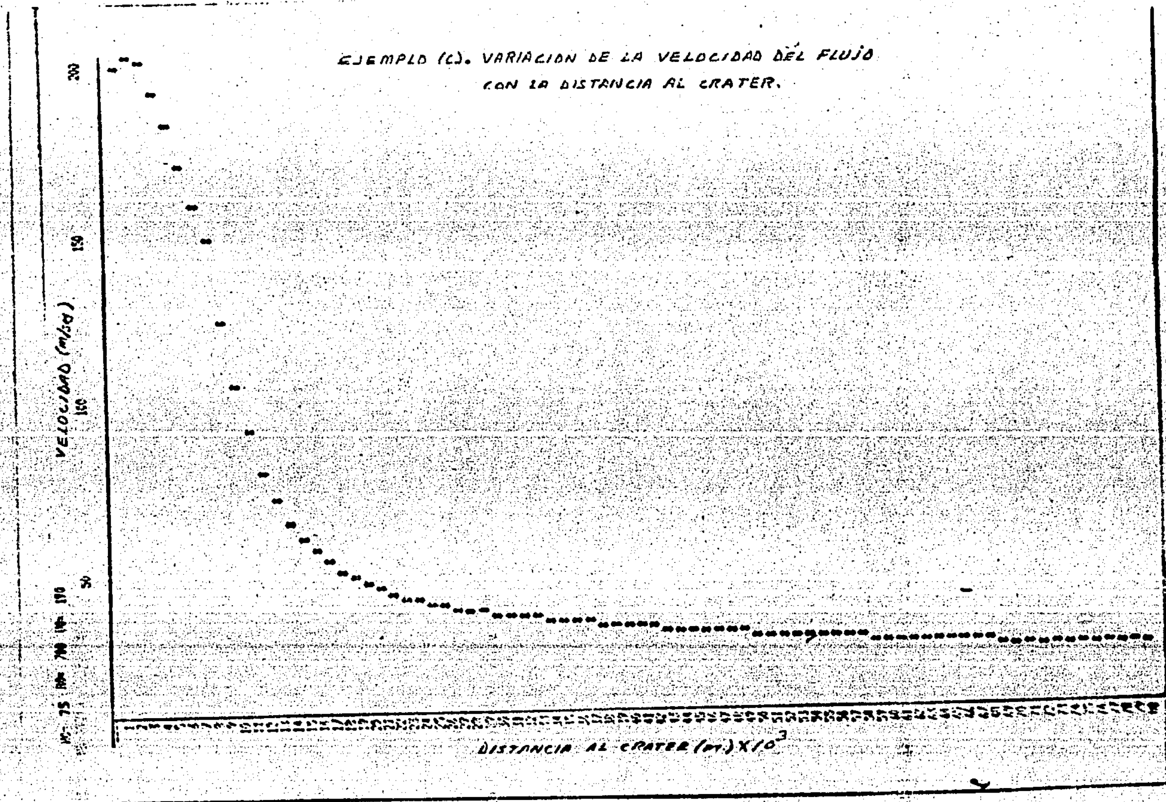
1	259.6047	2.253836E-03	3.723694
11	276.1296	2.253836E-03	24.71971
21	194.4424	2.253836E-03	44.38812
31	134.6938	2.253836E-03	65.28383
41	100.2229	2.253836E-03	86.77286
51	81.60416	2.253836E-03	107.8484
61	71.48321	2.253836E-03	127.9527
71	65.5241	2.253836E-03	147.1123
81	61.53005	2.253836E-03	165.5944



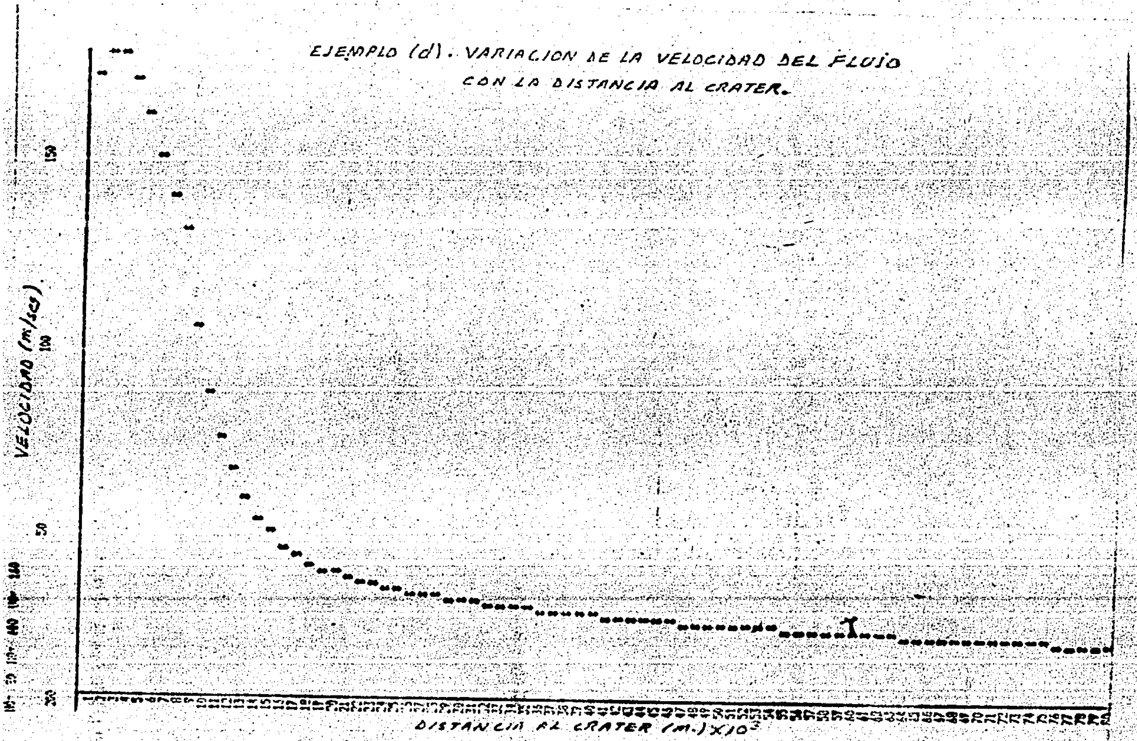
1	229.1832	2.619826E-03	3.820115
11	143.4758	2.619826E-03	27.72318
21	65.31625	2.619826E-03	55.04197
31	47.55102	2.619826E-03	80.63716
41	41.56252	2.619826E-03	103.7848
51	38.03566	2.619826E-03	125.9631
61	35.4753	2.619826E-03	147.3285
71	33.47792	2.619826E-03	168.325
81	31.85336	2.619826E-03	188.9348



1	199.6625	2.801728E-03	3.933783
11	91.07256	2.801728E-03	30.15334
21	43.4971	2.801728E-03	59.92676
31	35.70132	2.801728E-03	85.49133
41	31.93421	2.801728E-03	109.4215
51	29.37075	2.801728E-03	132.5503
61	27.45232	2.801728E-03	155.005
71	25.93632	2.801728E-03	177.1435
81	24.69472	2.801728E-03	198.8048

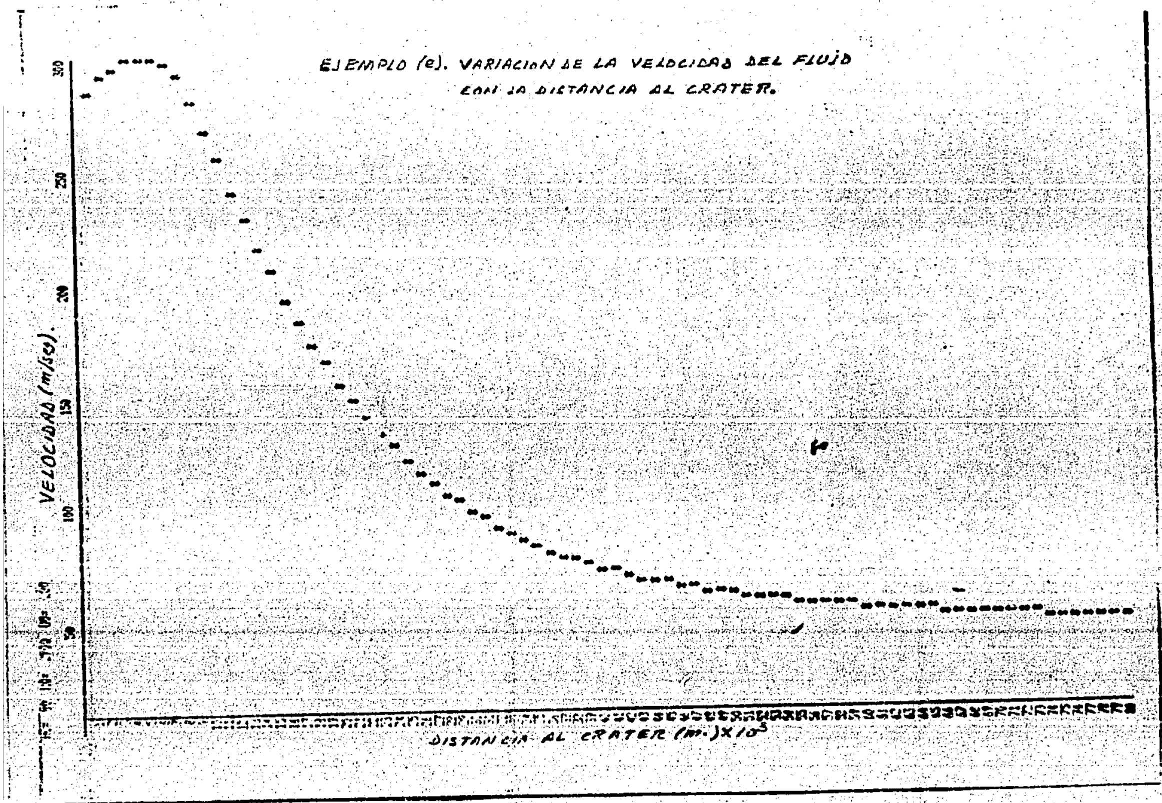


1	172.4173	2.877945E-03	4.071336
11	75.42552	2.877945E-03	31.25232
21	38.36939	2.877945E-03	61.53391
31	32.25612	2.877945E-03	87.25449
41	28.92941	2.877945E-03	111.6089
51	26.63219	2.877945E-03	135.1725
61	24.90387	2.877945E-03	158.1376
71	23.53445	2.877945E-03	180.6211
91	22.41044	2.877945E-03	202.7022



RO= 00 RO= 2900 U0= 280

1	288.0056	2.35627E-03	3.640234
11	256.7641	2.35627E-03	24.96722
21	148.8611	2.35627E-03	46.69913
31	95.47636	2.35627E-03	69.8974
41	72.1154	2.35627E-03	92.7511
51	61.62589	2.35627E-03	114.1881
61	56.0992	2.35627E-03	134.3866
71	52.47263	2.35627E-03	153.8376
81	49.71967	2.35627E-03	172.8264



R E F E R E N C I A S .

Wilson, L.,1976. EXPLOSIVE VOCANIC ERUPTIONS-III. PLINIAN ERUPTION COLUMNS. Geophys .J.Roy. Astron.Soc.,45, p. 543-556.

Sparks, R.S.J.,Wilson,L. and Hulme,G.,1978.THEORETICAL MODELLING OF THE GENERATION,MOVEMENT AND EMPLACEMENT OF PYROCLASTIC FLOWS BY COLUMN COLLAPSE. J. Geophys. Res. 83,p. 1727-1731 .

Lapidus,L. and Pinder G.F.,1982. NUMERICAL SOLUTIONS OF PARTIALS DIFFERENTIAL EQUATIONS IN SCIENCE AND ENGINEERING. Wiley and Sons .New York.

Smith.G.D.,1978. NUMERICAL SOLUTIONS OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS: FINITE DIFFERENCE METHOD. Clarendon Press,Oxford.

Tijonov,A.N. and Samarsky A.A. 1983. ECUACIONES DE LA FISICA MATEMATICA.Edit. Mir-Moscu .

Weast,R. C. ,Selby,S. and Hodgman,C.D.,1962. HANBOOK OF CHEMESTRY AND PHYSICS. The chemical Rubber Co.

Capítulo IV.

ERUPCIONES VOLCANICAS EXPLOSIVAS.
COLUMNAS DE ERUPCIONES PLINIANAS.

MODELO NUMERICO DE LA DINAMICA DE LA COLUMNA.

R E S U M E N.

En este capítulo se presenta un algoritmo numérico y un programa para describir la dinámica de la parte mas baja de una columna eruptiva. Se resuelven las ecuaciones de movimiento para el flujo de la mezcla de gas y partículas sólidas considerando la gravedad e incluyendo la adición de aire en la columna, utilizando el método de diferencias finitas explícito. La teoría es esencialmente la expuesta por Wilson (1976). Las soluciones obtenidas con respecto a la altura muestran un incremento en el radio de la columna, una disminución inicial de la velocidad con un aumento posterior, una disminución en la densidad de la mezcla y una pequeña disminución en la temperatura.

I N T R O D U C C I O N.

Una erupción pliniana esta definida como un evento explosivo en el que se libera del cráter a gran velocidad un flujo de magma fragmentado y gas magmático. La columna que se forma en este tipo de erupción está constituida por una mezcla de piroclastos, gas magmático y aire transportado. Todas las columnas plinianas alcanzan alturas de por lo menos 30 Km, su diámetro aumenta con la altura y se mantienen algunas decenas de horas. Además existe en ellas un ordenamiento, por tamaño y densidad de los piroclastos que las conforman. Las partículas más pequeñas y menos densas son transportadas a grandes alturas y son arrojadas a grandes distancias del cráter y en general alcanzan mayores rangos de altura y distancia que los fragmentos de mayor densidad y tamaño. Esto se comprueba fácilmente observando la colocación de las partículas en un depósito de tipo pliniano. En él se aprecia una disminución constante del tamaño con la distancia para partículas de una densidad dada y un alcance mayor de las partículas de menor densidad, dado un diámetro. Esto quiere decir que dentro de una zona localizada a cierta distancia del cráter existen tanto fragmentos que lograron su alcance máximo como partículas más pequeñas que representan a los piroclastos liberados de la columna sin haber logrado su alcance máximo.

Finalmente cuando un viento apreciable sopla durante el tiempo de la erupción, las partículas son transportadas por el viento llegando a una distancia mayor las que tengan un menor tamaño y densidad. Este capítulo presenta un modelo simplificado de la parte mas baja de una columna de erupción tomando en cuenta el efecto de incorporación de aire en la columna.

T E O R I A .

Haciendo uso de la teoría para un flujo turbulento propulsado en una tobera se puede realizar un modelo simple para la parte inferior de una columna de erupción.

Suponemos que la corriente de fluido, que consiste de gas y piroclastos sale verticalmente de un cráter circular de radio $b0$ con cierta velocidad sobre su eje central, $u0$. La densidad inicial del gas es $\rho 0$, la densidad inicial de la mezcla de gas y piroclastos, es $\beta 0$ y la temperatura inicial de la misma es $\theta 0$.

Si el magma contiene n por ciento por peso de volátiles, entonces $\beta 0$ esta relacionado con $\rho 0$ por:

$$\beta_0 = \frac{100\,\rho_0}{n} \quad \ldots\ldots (1)$$

* donde el volumen de piroclastos ha sido despreciado, siendo menor que el 1% del volumen del gas en todos los casos de interés.

Sean θ, β, ρ y u, la temperatura, la densidad de la mezcla de la columna, la densidad de la mezcla de aire y gas y la velocidad hacia arriba sobre el eje central, respectivamente a cualquier altura h, por arriba del cráter donde el radio de la columna es b .

Para el caso de un flujo puramente gaseoso en el cual $\theta = \theta_0$ $\rho = \beta = \alpha$ donde α es la densidad del gas que rodea al chorro y tanto los efectos debidos a la gravedad como la variación de α con la altura son despreciados, se encuentran las siguientes ecuaciones que relacionan el radio de la columna b, con la velocidad u y la altura h (Wilson ,1976);

$$b = b_0 + h/8 \quad \ldots\ldots (2)$$

$$u = u_0 \left(\frac{b_0}{b_0 + h/8} \right) \quad \ldots\ldots (3)$$

Utilizando estas ecuaciones se determina fácilmente la desaceleración de la parte central del flujo, con lo cual se obtiene:

$$\frac{du}{dt} = u\,\frac{du}{dt} = -\frac{u^2}{8b} \quad \ldots\ldots (4)$$

Si se consideran los esfuerzos de corte que actúan sobre un elemento en el centro del flujo debido a la incorporación de aire en la columna e incluyendo la gravedad en la derivación se obtiene una nueva expresión para la ecuación (3);

$$u\,\frac{du}{dh} = -\frac{u^2}{8b} - g\left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right) \quad \ldots\ldots (5)$$

En este caso la ecuación de movimiento tomando en cuenta la incorporación de aire, puede escribirse como :

$$-\frac{g}{q^2}\left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right) = u\,\frac{du}{dh} + \frac{\left(\frac{1}{2}u^2 + gh\right)}{b^2\beta}\;\frac{d\left(b^2\beta\right)}{dh} \quad \ldots\ldots (6)$$

donde el último término representa el resultado de la adición de aire que aumenta la masa de la columna y q es la razón del promedio de la velocidad hacia arriba a través del chorro a el valor central; se espera un perfil de velocidades plano por lo que q puede ser justamente menor que la unidad.

La densidad de la mezcla de la columna, β, puede ser obtenida notando que a cualquier altura h el gas arrojado que ocupaba inicialmente un volumen πb_o^2 por unidad de altura a la temperatura Θ_o, ocupará un volumen $\pi b_1^2 = \pi b_o^2(\Theta/\Theta_o)(P_o/P)$ donde P es la presión atmosférica a la altura h, el volumen restante consiste de aire, también a la temperatura Θ, cuya masa es igual a la del gas volcánico multiplicado por el factor $R_g(b^2-b_1^2)/R_a b_1^2$ donde Rg y Ra son las constantes gaseosas para el gas y aire respectivamente. Así la densidad de la mezcla es igual a la masa total dividida por el volumen:

$$\beta = \beta_o \frac{b_o^2}{b^2}\left(1+\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\left(\frac{b^2}{b_o^2}\frac{\Theta_o}{\Theta}\frac{P}{P_o}-1\right)\right) \quad \ldots\ldots(7)$$

Finalmente, la temperatura Θ a la altura h puede se encontrada usando la ecuación de balance de calor, en la cual se supone que el aire incorporado tiene la misma temperatura Θ_a a cualquier altura y que la mezcla con el contenido de la columna ocurre con eficiencia. Si F es la fracción en peso de piroclastos que son bastantes pequeños para mantener el equilibrio térmico con los gases, entonces:

$$F C_s\Theta_o\left(1-\frac{n}{100}\right) + C_g\Theta_o\frac{n}{100} + C_a\Theta_a\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\left(\frac{b^2}{b_o^2}\frac{\Theta_o}{\Theta}\frac{P}{P_o}-1\right) =$$

$$\Theta\left[F C_s\left(1-\frac{n}{100}\right) + C_g\frac{n}{100} + C_a\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\left(\frac{b^2}{b_o^2}\frac{\Theta_o}{\Theta}\frac{P}{P_o}-1\right)\right] \quad \ldots\ldots(8)$$

donde C_s, C_g y C_a son los calores específicos (a presión constante) de la roca, gas volcánico y aire respectivamente.

Esta ecuación se rearregla para dar una ecuación cuadrática en Θ.

Eligiendo apropiadamente las constantes C_s, C_g, C_a, R_a, F, Θ_a y q, las condiciones iniciales u0, Θ_o, n, b0, β_o, y P0 y la variación de P con la altura, las ecuaciones (1), (5), (6), (7) y (8), se integran usando el método de diferencias finitas para obtener b, u, Θ y β como una función de la altura.

D I S C R E T I Z A C I O N.

Para las ecuaciones (5) y (6) se utiliza un esquema explícito en diferencias finitas hacia adelante. Considerese la figura 1.

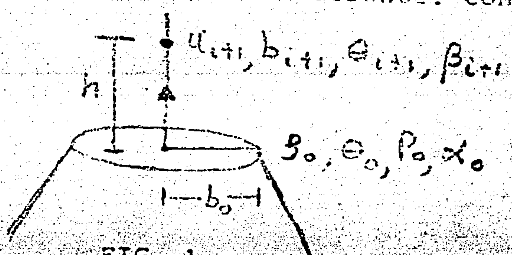


FIG. 1

Nuestro interés consiste en calcular la velocidad u_{i+1}, el radio b_{i+1}, la temperatura Θ_{i+1} y la densidad de la mezcla β_{i+1} a cualquier altura h.

Para encontrar la velocidad u a la altura h utilizamos la ecuación (5).

$$u\frac{du}{dh} = -\frac{u^2}{\varepsilon b} - g\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right) \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

$$\frac{du}{dh} = -\frac{u}{\delta b} - \frac{g}{u}\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right)$$

Aproximando la derivada por medio de diferencias finitas,

$$\frac{u_{i+1}-u_i}{H} = \frac{u_i}{\delta b_i} - \frac{g}{u_i}\left(1-\frac{\alpha_i}{\beta_i}\right)$$

$$u_{i+1} = u_i - H\left(\frac{u_i}{\delta b_i} + \frac{g}{u_i}\left(1-\frac{\alpha_i}{\beta_i}\right)\right) \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

La ecuación (9) es utilizada para calcular la velocidad en función de la altura. Hay que notar sin embargo, que para encontrar u_{i+1}, es necesario contar con los valores de b_i, β_i y α_i para cada paso. Para esto, hacemos uso de las ecuaciones (6), (7) y (8).

Los valores de b son obtenidos con la ecuación (6)

$$-\frac{g}{q^2}\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right) = u\frac{du}{dh} + \frac{\left(\frac{1}{2}u^2+gh\right)}{b^2\beta}\,\frac{d(b^2\beta)}{dh} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

utilizando (5)

$$-\frac{g}{q^2}\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right) + \frac{u^2}{\delta b} + g\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right) = \frac{\left(\frac{1}{2}u^2+gh\right)}{b^2\beta}\,\frac{d(b^2\beta)}{dh}$$

$$\left[g\left(1-\frac{1}{q^2}\right)\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right) + \frac{u^2}{\delta b}\right]\left(\frac{b^2\beta}{\frac{1}{2}u^2+gh}\right) = \frac{d(b^2\beta)}{dh}$$

de la ecuación (7)

$$\frac{d(b^2\beta)}{dh} = \frac{d}{dh}\left(\beta_o b_o^2\left(1-\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\left(\frac{b^2}{b_o^2}\frac{\Theta_o}{\Theta}\frac{\rho}{\rho_o}-1\right)\right)\right)$$

$$= \beta_o b_o^2\frac{d}{dh}\left(1-\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\left(\frac{b^2}{b_o^2}\frac{\Theta_o}{\Theta}\frac{\rho}{\rho_o}-1\right)\right)$$

$$= \beta_o b_o^2\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\frac{d}{dh}\left(\frac{b^2}{b_o^2}\frac{\Theta_o}{\Theta}\frac{\rho}{\rho_o}-1\right)$$

$$= \beta_o b_o^2\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\frac{\Theta_o}{b_o^2\rho_o}\frac{d}{dh}\left(\frac{b^2\rho}{\Theta}\right)$$

$$= K\frac{d}{dh}\left(\frac{b^2\rho}{\Theta}\right); \qquad K = \beta_o b_o^2\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\frac{\Theta_o}{b_o^2\rho_o}$$

$$= \frac{K}{\Theta^2}\left(\Theta\frac{d(b^2\rho)}{dh} - b^2\rho\frac{d\Theta}{dh}\right)$$

$$= \frac{K}{\Theta^2}\left(2\Theta b\rho\frac{db}{dh} + b^2\Theta\frac{d\rho}{dh} - b^2\rho\frac{d\Theta}{db}\frac{db}{dh}\right)$$

$$\frac{d(b^2\beta)}{dh} = \frac{K}{\Theta^2}\left(2\Theta b\rho - b^2\rho\frac{d\Theta}{dh}\right)\frac{db}{dh} + \frac{Kb^2}{\Theta}\frac{d\rho}{dh}$$

por tanto

$$\left(g\left(1-\frac{1}{q^2}\right)\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right)+\frac{u^2}{8b}\right)\left(\frac{b^2\beta}{u^2/2+gh}\right)=\frac{K}{\theta^2}\left(2\theta b\rho-b^2\rho\frac{d\theta}{db}\right)\frac{db}{dh}+\frac{Kb^2}{\theta}\frac{d\rho}{dh}$$

$$\left(\frac{\theta^2}{K}\right)\left(g\left(1-\frac{1}{q^2}\right)\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right)+\frac{u^2}{8b}\right)\left(\frac{b^2\beta}{u^2/2-gh}\right)-\theta b^2\frac{d\rho}{dh}=\left(2\theta b\rho-b^2\rho\frac{d\theta}{dh}\right)\frac{db}{dh}$$

$$\left(\left(\frac{\theta^2}{K}\right)\left(g\left(1-\frac{1}{q^2}\right)\left(1-\frac{\alpha}{\beta}\right)+\frac{u^2}{8b}\right)\left(\frac{b^2\beta}{u^2/2+gh}\right)-\theta b^2\frac{d\rho}{dh}\right)\left(\frac{1}{2\theta b\rho-b^2\rho\frac{d\theta}{db}}\right)=\frac{db}{dh}$$

$$W_{1i}W_{2i}=\frac{db}{dh}$$

donde

$$W_{1i}=\left(\frac{\theta^2}{K}\right)\left(g\left(1-\frac{1}{q^2}\right)\left(1-\frac{\alpha_i}{\beta_i}\right)+\frac{u_i^2}{8b_i}\right)\left(\frac{b_i^2\beta_i}{u_i^2/2+gh}\right)-\theta_i b_i^2\frac{d\rho}{dh}$$

$$W_{2i}=\frac{1}{2\theta b_i\rho_i-b_i^2\rho_i\,d\theta/db}$$

aplicando diferencias finitas

$$\frac{b_{i+1}-b_i}{H}=W_{1i}W_{2i}$$

$$b_{i+1}=b_i+H\,W_{1i}W_{2i}\quad\ldots\ldots(10)$$

La ecuación (10) calcula el valor del radio b_{i+1} a cualquier altura. La expresión para la derivada $d\theta/db$ que aparece en (10) se obtiene por medio de la ecuación (8), rearreglando se obtiene la siguiente ecuación cuadrática para θ.

$$A\theta^2+B\theta+C=0$$

donde

$$A=\left(FC_s\left(1-\frac{K}{100}\right)+\frac{n}{100}\left(C_g-C_a\frac{R_g}{R_a}\right)\right)\quad\ldots\ldots(11)$$

$$B=\left(C_a\frac{n}{100}\frac{R_g}{R_a}\left(\frac{b^2}{b_o^2}\frac{\rho}{\rho_o}\theta_o+\theta_a\right)-\left(FC_s\theta_o\left(1-\frac{n}{100}\right)+C_g\theta_o\frac{n}{100}\right)\right)\ldots(12)$$

$$C=-\frac{C_a\theta_a\,n\,R_g b^2\rho\theta_o}{100\,R_o b_o^2\rho_o}\quad\ldots\ldots(13)$$

así las soluciones a la ecuación cuadrática serán:

$$\theta=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}}{2A}\quad\ldots\ldots(14)$$

La solución que corresponde a la situación física que se está estudiando es:

$$\theta=\frac{-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$$

De esta forma se obtiene $d\theta/db$ como:

$$\frac{d\theta}{db}=-\frac{1}{2A}\frac{dB}{db}+\frac{1}{4A}\frac{1}{\sqrt{B^2-4AC}}\left(2B\frac{dB}{db}-4A\frac{dC}{db}\right)\quad\ldots(15)$$

con

$$\frac{dB}{db} = 2 C_a \frac{n}{100} \frac{R_g}{R_a} \frac{P}{P_0} \frac{b}{b_0^2} \Theta_0 \quad \ldots\ldots (16)$$

$$\frac{dC}{db} = - \frac{2 C_a \Theta_0 n R_g b P \Theta_0}{100 R_a b_0^2 P_0} \quad \ldots\ldots (17)$$

Para encontrar la temperatura Θ a la altura h, se utiliza la ecuación (11) escribiendola de la siguiente manera:

$$\Theta_{i+1} = \frac{-B_{i+1} + \sqrt{B_{i+1}^2 - 4 A C_{i+1}}}{2A}$$

donde,

$$B_{i+1} = C_a \frac{n}{100} \frac{R_g}{R_a} \left(\frac{b_{i+1}^2}{b_0} \frac{P_{i+1}}{P_0} \Theta_0 + \Theta_a \right) - \left(F C_s \Theta_0 \left(1 - \frac{n}{100}\right) + C_g \Theta_0 \frac{n}{100} \right)$$

$$C_{i+1} = - \frac{C_a \Theta_a n R_g b_{i+1}^2 P_{i+1} \Theta_0}{100 R_a b_0^2 P_0}$$

Note que A no depende de b.

Finalmente para encontrar β, la ecuación (7) se escribe como sigue:

$$\beta_{i+1} = \beta_0 \frac{b_0^2}{b_{i+1}^2} \left(1 - \frac{n}{100} \frac{R_g}{R_a} \left(\frac{b_{i+1}}{b_0^2} \frac{\Theta_0}{\Theta_{i+1}} \frac{P_{i+1}}{P_0} - 1 \right) \right)$$

Resumiendo, las ecuaciones que se resuelven son:

1) $u \frac{du}{dh} = - \frac{u^2}{8b} - g(1 - \alpha/\beta)$

2) $\frac{db}{dh} = \left(\left(\frac{\Theta^2}{K} \right) \left(\frac{g}{2} \left(1 - \frac{1}{q^2} \right) \left(1 - \frac{\alpha}{\beta} \right) + \frac{u^2}{8b} \right) \left(\frac{b^2 \beta}{\frac{1}{2} u^2 + gh} \right) - \Theta b^2 \frac{dP}{dh} \right) \left(\frac{1}{2 \Theta b P - b^2 P \frac{d\Theta}{dh}} \right)$

3) $\Theta = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$ con A, B, C definidas en (11), (12), (13)

4) $\beta = \beta_0 \frac{b_0^2}{b^2} \left(1 + \frac{n}{100} \frac{R_g}{R_a} \left(\frac{b^2}{b_0^2} \frac{\Theta_0}{\Theta} \frac{P}{P_0} - 1 \right) \right)$

Aplicando el método de diferencias finitas en (1) y (2) obtenemos las ecuaciones análogas:

$$u_{i+1} = u_i - H \left(\frac{u_i}{8 b_i} + \frac{g}{u_i} \left(1 - \frac{\alpha_i}{\beta_i} \right) \right) \quad \ldots\ldots (i)$$

$$b_{i+1} = b_i + H\, W_{1i}\, W_{2i} \quad \ldots\ldots (ii)$$

Dado que en el programa realizado el índice i corre desde cero, las ecuaciones (3) y (4) se reescriben de la siguiente forma:

$$\Theta_{i+1} = \frac{-B_{i+1} + \sqrt{B_{i+1}^2 - 4 A C_{i+1}}}{2A} \quad \ldots\ldots (iii)$$

$$\beta_{i+1} = \beta_0 \frac{b_0^2}{b_{i+1}^2} \left(1 + \frac{n}{100} \frac{R_g}{R_a} \left(\frac{b_{i+1}^2}{b_0^2} \frac{\Theta_0}{\Theta_{i+1}} \frac{P_{i+1}}{P_0} - 1 \right) \right) \quad (iv)$$

La secuencia que se sigue, es por tanto, calcular la velocidad u, después el radio de la columna b, posteriormente la temperatura Θ y por último la densidad de la mezcla β.

En todas las ecuaciones las variaciones de P y α con respecto a la altura están dadas por,

$$P(h) = -6.957\ h + 92000 \qquad \text{.... (A)}$$

$$(h) = -8.5 \times 10E05\ h + 1.2 \qquad \text{..... (B)}$$

P en N/m^2 y en Kg/m^3

Cabe mencionar que ambas ecuaciones fueron obtenidas utilizando datos de presión y densidad para un rango de alturas de 0 a 10 Km.

DESCRIPCION DEL PROGRAMA.

PROGRAMA COLUMNA.BAS

El primer bloque formado de las lineas 660-680 pertenece a la lectura de datos,dichos datos son descritos en las lineas 260-540 con sus unidades correspondientes.

Las lineas 760-800 pertenecen a la elección del número de pasos y del intervalo entre pasos, así como la asignación de espacio en memoria para cada uno de los arreglos auxiliares que se utilizan.

En la linea 880 se asignan las condiciones iniciales al registro cero de los arreglos auxiliares ya que éstos representan el primer valor de los cuales se obtendrán los siguientes datos para cada paso siguiente.

En las lineas 980-1140 se asignan los valores de la presión atmosférica y de la densidad del aire para cada paso, o sea para cada altura mediante las ecuaciones A y B .

La ecuación i) correspondiente a la obtención del siguiente valor de la velocidad u para cada paso se desarrolla en las lineas 1440-1460.

El cálculo del valor del radio de la columna b o sea el desarrollo de la ecuación ii) se realiza en las lineas 1560-1980 usando además las ecuaciones 11,12,13,14,15,16,17,18 para pasos intermedios.

Una vez obtenido el radio b(i+1) se puede calcular el valor de la temperatura de la columna,ya que b(i+1) esta involucrado en la obtención de be(i+1), este bloque corresponde a las lineas 2060-2280 del programa y resuelve la ecuación iii).

Al igual que la ecuación iii) la ecuación iv) que corresponde a la densidad de la mezcla te(i+1) involucra b(i+1) y se resuelve en las lineas 2360-2420.

Este ciclo se repite el número de veces que se pidió al principio del programa (número de pasos) en la linea 760 dicho bloque empieza en la linea 1360 y termina en 2440.

La graficación de los datos corresponde a 2780-3360 obteniendose el eje de las Y's en forma logarítmica con los valores iniciales normalizados en la unidad a la altura h=0.

USO DEL PROGRAMA.

Esta rutina se ejecutará oprimiendo la opción 3 del menú principal.

Una vez que corre el programa aparecerá la siguiente pregunta:

N,UO,BO? ......(A)

Cabe señalar que el programa tomará los siguientes datos como constantes:

TEO = 1100 ,temperatura inicial de la columna en °K . (temperatura característica de una columna de erupción de tipo pliniano).

BEO = 2300 ,densidad inicial de la columna en kg/m^3 (densidad de riolita líquida).

CS = 1300 ,calor específico de la roca en J/kg°k (riolita)

CG = 4215.2 ,calor específico del gas volcánico en J/kg°k (vapor de agua)

CA = 2377 ,calor específico del aire en J/kg°k

RG = 461 ,constante gaseosa del gas en J/kg°k (vapor de agua).

RA = 287 ,constante gaseosa del aire en J/kg°k

F = .6 ,fracción en peso de piroclastos (según Sparks y Wilson (1976),F puede variar entre .6 y .7).

TEA = 293 ,temperatura del aire en °K (temperatura ambiente de 23°C)

q = 1 ,razón promedio de la velocidad de la columna a través del chorro respecto del valor central.(ya que el perfil de velocidad es plano y entonces q prácticamente es la unidad).

G = 9.8 ,valor de la aceleración de la gravedad en m/seg^2

Estos datos se encuentran en la linea 3460 y pueden cambiarse cuando se desee.

Con respecto a la pregunta (A) :

N = porcentaje en peso de volátiles. (en este capítulo se manejan valores de N entre 1 y 3 por ciento).

UO = velocidad inicial de la columna a nivel del cráter en m/seg (manejamos velocidades entre 200 y 600 m/seg).

BO = radio inicial de la columna eruptiva en m (rango entre 50 y 400 m).

Después de dar los datos anteriores se introduce el número de pasos J que se calcularán.

Posteriormente se introduce a la rutina el intervalo k entre cada paso. En los casos que se trataron en este capítulo se encuentra que la convergencia en las soluciones corresponde a valores de k entre 25 y 100 m.

A continuación el programa imprimirá una tabla con los resultados siguientes:

# de paso	velocidad de la colum.	radio de la colum.	temperatura de la colum.	densidad de la colum
I	U	B	TE	BE

Finalmente imprimirá una gráfica de radio (+), temperatura (.) velocidad (*) y densidad de la columna (#) contra la altura de la columna. Estos parámetros se graficaron en un eje logaritmico normalizados en los valores iniciales.

E J E M P L O .

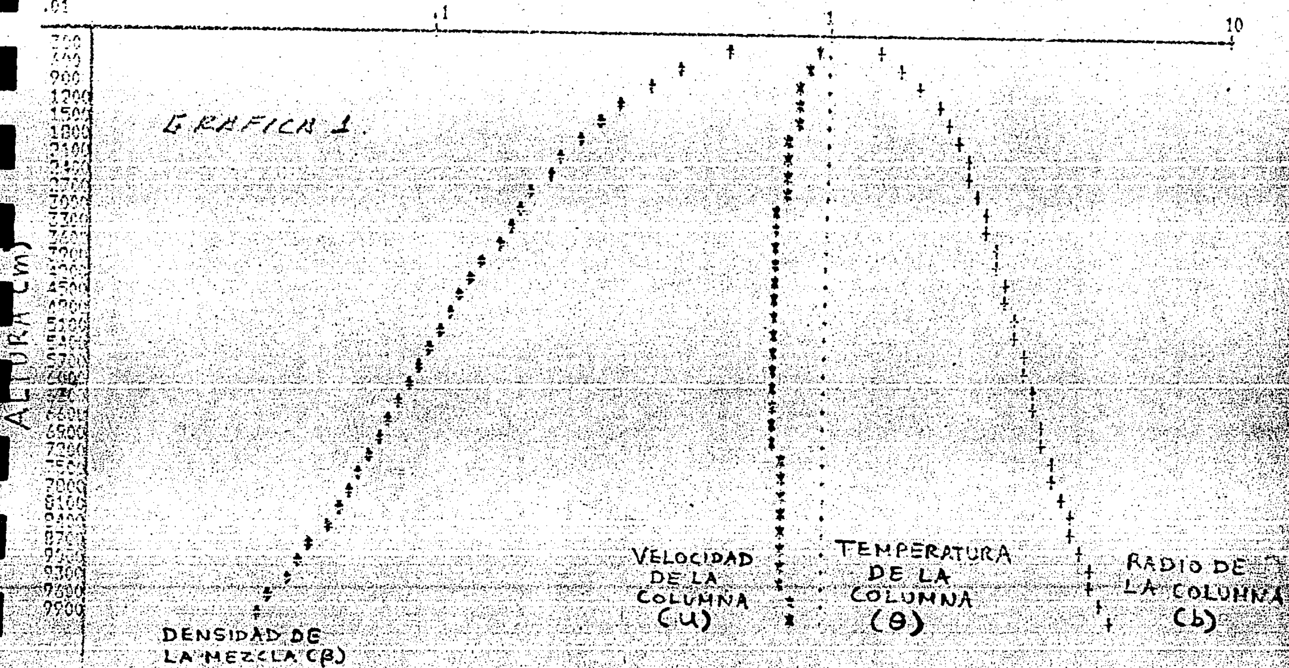
El ejemplo del cual se obtienen los resultados presentados al final de este capítulo tiene los siguientes datos:
(GRAFICA 1)

Velocidad inicial.	$u0 = 400$ m/seg
Temperatura inicial de la columna.	$TE0 = 1100$ K
Porcentaje en peso de volátiles.	L $N = .03$
Radio inicial de la columna.	$B0 = 400$ m
Densidad inicial de la mezcla.	$BE0 = 2300$ Kg/m^3
Calor especifico a presión constante de la roca.	$CS = 1300$ J/Kg K
Calor especifico a calor constante del gas volcánico. (vapor de agua)	$CG = 4215.2$ J/Kg K
Calor especifico a presión constante del aire.	$CA = 2377$ J/Kg K
Constante del gas. (vapor de agua)	$RG = 461$ J/Kg K
Constante del aire.	$RA = 287$ J/Kg K
Fraccion en peso de piroclastos	$F = .6$
Temperatura del aire	$TEA = 293$ K
Razón promedio de la velocidad de la columna a través del chorro a la columna central.	$Q = 1$
Aceleración debido a la gravedad.	$G = 9.8$ m/seg^2

Tomando valores de tablas de constantes físicas para rangos de alturas de 0 a 10 km, se ajustó la densidad del aire y la presión atmosférica a las ecuaciones A y B de lineas anteriores.

	U	B	TE	DE
	400	400	1100	2300
[illegible]00	757.8776	614.5959	1098.515	974.8359
1200	325.6146	736.0605	1097.539	679.9189
1800	321.5831	829.2037	1096.789	535.8106
2400	312.4591	908.7631	1096.184	446.2959
3000	306.6408	980.9048	1095.687	3[illegible]3.1433
3600	303.1977	1047.77	1095.258	334.8367
4200	301.5338	1116.625	1094.897	295.761
4800	301.2455	1184.549	1094.574	262.8406
5400	[illegible].0504	[illegible]	1094.[illegible]	234.2466
6000	303.740	1329.125	1094.05	208.8214
6600	306.196	1409.149	1093.832	185.7942
7200	309.2946	1497.043	1093.638	164.6311
7800	312.9770	1595.51	1093.467	144.9479
8400	317.2065	1708.215	1093.317	126.4599
9000	321.9455	1840.421	1093.188	108.7499
9600	327.262	2000.151	1093.082	92.24748

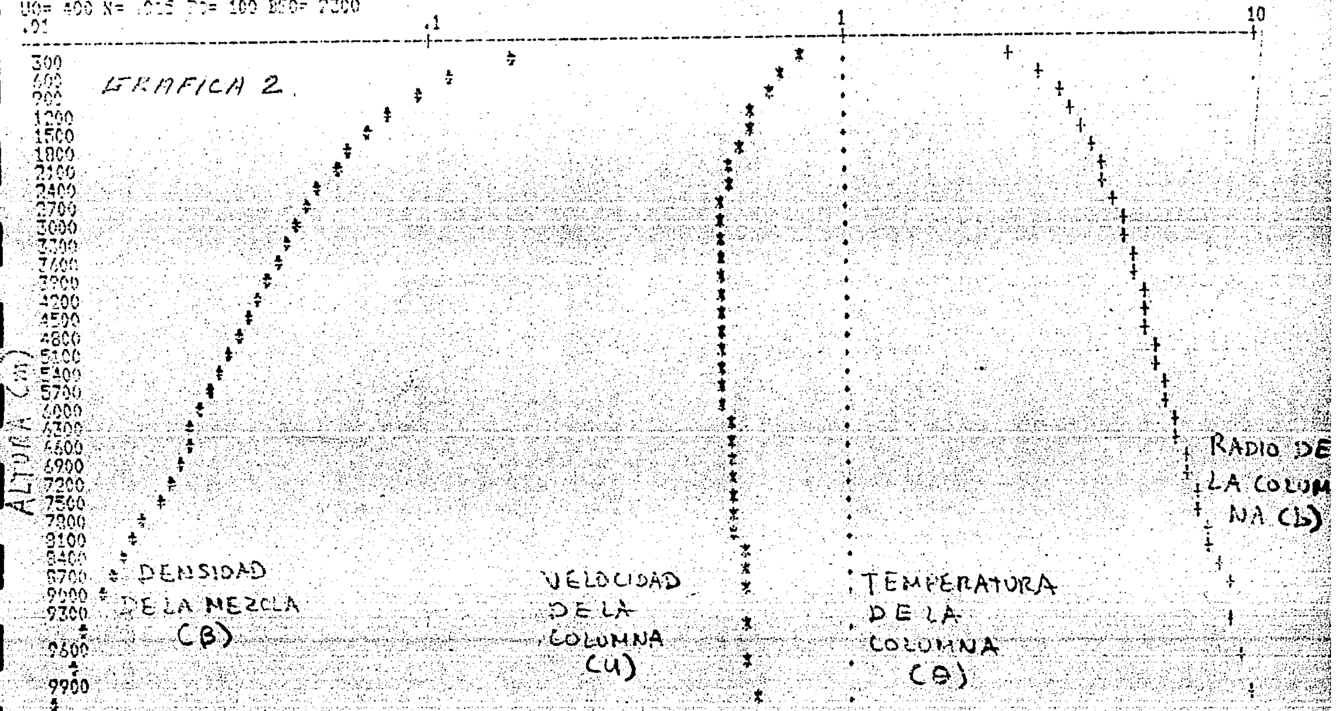
UO= 400 K= .03 BO= 400 DEO= 2300



VARIACION DE LOS PARAMETROS β, u, θ, b CON LA ALTURA NORMALIZADAS A LA UNIDAD.

	U	R	TE	BE
0	400	100	1100	2300
[illegible]	[illegible]	294.7317	1095.494	265.2773
1200	244.[illegible]	354.6693	1093.878	103.3067
1800	[illegible]	397.0473	1092.543	146.343
2400	209.[illegible]	431.2425	1091.597	124.1031
3000	[illegible]	461.38	1090.969	108.4524
[illegible]	[illegible]	489.6909	1090.295	96.30212
4200	199.[illegible]	517.5017	1089.8	86.24344
4800	[illegible]	545.7091	1089.398	77.54860
5400	[illegible]	575.2096	1089.05	69.8048
6000	204.[illegible]	606.7062	1088.719	62.75845
6600	208.[illegible]	640.9951	1088.444	56.24519
7200	211.[illegible]	678.8591	1088.201	50.15097
7800	211.[illegible]	721.5605	1087.990	44.37451
8400	[illegible]	770.72	1087.804	38.91504
9000	225.[illegible]	828.6595	1087.649	33.66562
9600	231.[illegible]	898.9390	1087.524	28.60884

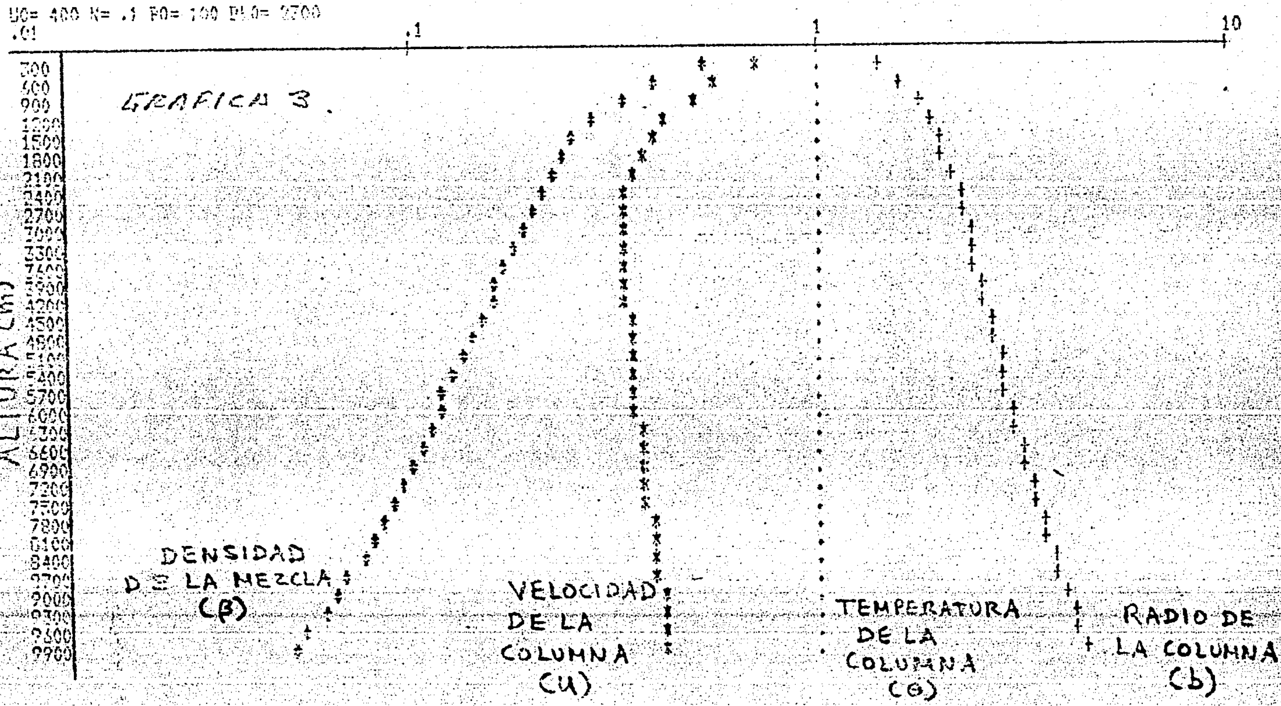
UO= 400 N= .015 RO= 100 BEO= 2300



VARIACION DE LOS PARAMETROS β, U, θ, b CON LA ALTURA NORMALIZADAS A LA UNIDAD.

	U	B	TE	BE
0	400	100	1100	2300
600	229.9763	159.6073	1094.358	904.9362
1200	171.7618	187.5037	1091.754	656.5316
1800	147.1575	205.3178	1089.609	547.946
2400	137.7642	219.1214	1088.48	481.3115
3000	135.1994	231.4158	1087.656	431.6779
3600	135.6631	243.2779	1087.037	390.7275
4200	137.486	255.2402	1086.461	355.0302
4800	139.9571	267.6695	1085.990	322.9891
5400	142.7661	280.5591	1085.596	293.3364
6000	145.8105	295.0254	1085.245	265.7404
6600	149.0552	310.7039	1084.937	239.7446
7200	152.51	328.1227	1084.668	214.9902
7800	156.2081	347.909	1084.435	191.2736
8400	160.2004	370.7577	1084.239	168.422
9000	164.5555	397.8146	1084.08	146.2977
9600	169.3646	430.7494	1083.963	124.7875

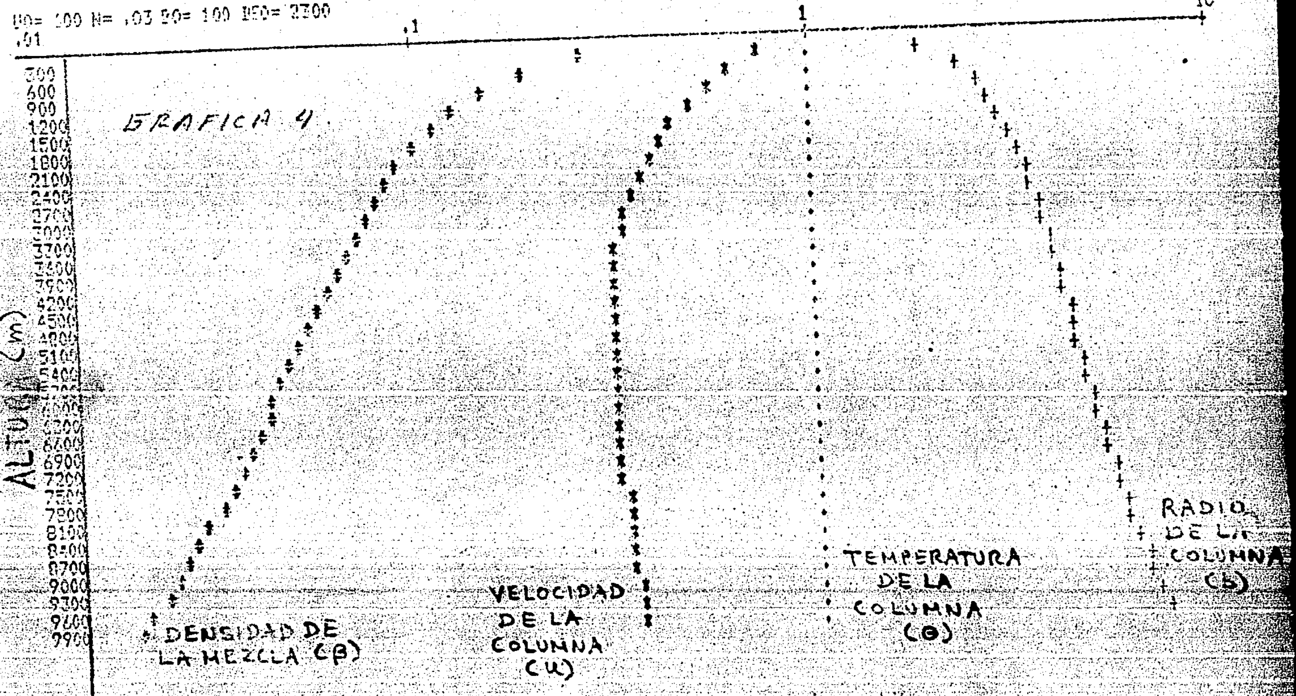
UO= 400 N= .1 BO= 100 DLO= 2700



VARIACION DE LOS PARAMETROS β, u, θ, b CON LA ALTURA NORMALIZADAS A LA UNIDAD.

	U	B	TE	BE
0	400	100	1100	2300
600	381.6123	231.1593	1095.149	431.208
1200	297.1007	282.3561	1092.614	289.3674
1800	219.045	318.2519	1090.946	227.9398
2400	220.2674	346.415	1089.594	192.4849
3000	203.1219	370.4675	1088.556	168.3672
3600	193.3335	392.5420	1087.947	150.0072
4200	189.2681	413.9714	1087.383	134.9112
4800	186.2177	435.6172	1086.918	121.8437
5400	186.2655	458.2505	1086.525	110.1383
6000	187.6173	482.3864	1086.188	99.40667
6600	189.9156	508.6009	1085.895	89.40635
7200	192.9206	537.9633	1085.64	79.97636
7800	196.4987	570.2629	1085.42	71.00387
8400	200.5984	608.9437	1085.231	62.40597
9000	205.1801	653.9253	1085.077	54.11929
9600	210.3069	708.592	1084.950	46.07326

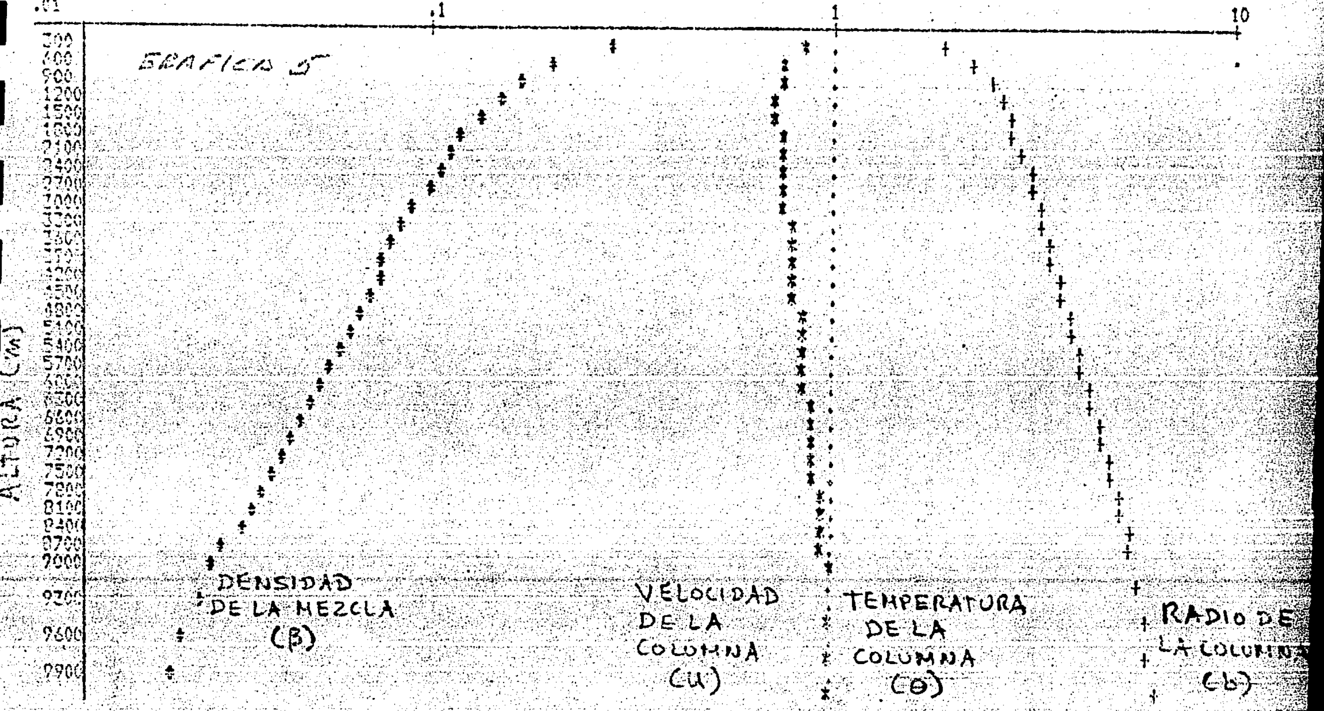
U0= 100 N= ,03 B0= 100 BE0= 2300



VARIACION DE LOS PARAMETROS β, u, θ, b CON LA ALTURA.
NORMALIZADAS A LA UNIDAD.

Z	U	B	TE	BE
0	[illegible]	100	1100	2300
600	[illegible].7307	222.5518	1095.509	465.2101
1200	[illegible].4207	261.5952	1093.825	336.7514
1800	[illegible].8547	288.4573	1092.696	277.2476
[illegible]	[illegible].7774	310.8097	1091.879	238.6879
[illegible]	[illegible].4493	331.2465	1091.159	210.3793
[illegible]	[illegible].3922	350.978	1090.592	187.4339
[illegible]	[illegible].4045	370.7246	1090.106	168.0323
[illegible]	[illegible].4307	391.0148	1089.[illegible]	151.0727
[illegible]	[illegible]	412.3119	1089.[illegible]	135.8902
[illegible]	[illegible].5655	435.0858	1088.973	122.0535
6600	[illegible].7437	459.8466	1088.677	109.2673
7200	[illegible].2548	487.3028	1088.413	97.32039
[illegible]	[illegible]	518.2385	1088.18	86.05663
8400	[illegible].3093	553.8324	1087.976	75.35682
9000	[illegible].7039	595.7431	1087.801	65.1276
9600	[illegible].9578	646.5925	1087.661	55.29384

U0= 200 [illegible]= .03 B0= 100 BE0= 2300



VARIACION DE LOS PARAMETROS β, u, θ, b CON LA ALTURA NORMALIZADAS A LA UNIDAD.

R E S U L T A D O S .

Las gráficas muestran la variación de los parámetros u, b, θ, y β con la altura en una columna de erupción para la cual b0 = 100 m , u0 = 400 m/seg y n = 3 por ciento en peso de agua.

Todas las funciones están normalizadas a 1.0 a la altura cero.

Se observa para el caso de la velocidad una rápida desaceleración inicial del material arrojado, etapa en la cual puede estar limitada la región de "empuje del gas" de la columna de erupción. Posteriormente ocurre un aumento en la velocidad del material, que por lo general no alcanza un valor cercano al inicial, al ir aumentando la altura de la columna.

La gráfica del radio de la columna con la altura muestra claramente un rápido aumento del primero en unos pocos kilómetros de altura.

Para el caso de la temperatura del material de la columna se aproxima a un valor constante con el incremento de la altura.

Finalmente se aprecia que la densidad total sufre siempre una disminución con el aumento de la altura, aunque más pronunciada a escasos kilómetros de altura.

Todos estos resultados son de suma importancia en la estimación de la máxima altura alcanzada por la columna de erupción dadas ciertas condiciones iniciales.

Los resultados obtenidos en este capítulo concuerdan con los que presenta Wilson (1978).

R E F E R E N C I A S .

Wilson, L., 1976. EXPLOSIVE VOLCANIC ERUPTIONS-III. PLINIAN ERUPTION COLUMNS. Geophys J.R. astr. Soc. 45, p 543-556.

Lapidus, L. and Pinder G.F. 1982. NUMERICAL SOLUTION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS IN SCIENCE AND ENGINEERING Wiley and Sons. New York.

Smith, G.D., 1978. NUMERICAL SOLUTION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS : FINITE DIFFERENCE METHOD. Clarendon Press, Oxford.

Tijonov, A. and Samarsky, A. 1983. ECUACIONES DE LA FISICA MATEMATICA. Edit. Mir-Moscù.

Hugnes, W. 1978 . DINAMICA DE FLUIDOS . Edit. Mc. Graw Hill. México.

Weast, R.C., Selby, S. and Hodgman, C.D. 1962. HANDBOOK OF CHEMESTRY AND PHISICS. The chemical Rubber Co.

Capítulo V.

BALISTICA EXTERNA DE EXPLOSIONES VOLCANICAS.

R E S U M E N .

En este capítulo se presenta, además del modelo físico matemático que describe las caracteristicas del movimiento de los fragmentos que son arrojados desde el cráter en una erupción volcánica, el programa que resuelve el problema de balísticas externas.

Para calcular los ángulos, alturas, velocidades, distancias de expulsión y tiempos de vuelo de los fragmentos, se usa un sistema de ecuaciones de trayectorias balísticas para un cuerpo en el campo gravitacional de la Tierra sujeto a la resistencia de la atmósfera y las soluciones se obtienen por el método de Runge-Kutta. Los resultados obtenidos están de acuerdo con los de Steinberg y Lorenz (1983).

I N T R O D U C C I O N .

En una erupción explosiva, especialmente de tipo pliniano, se encuentra generalmente que los bloques de mayor masa son lanzados del cráter siguiendo una trayectoria balística, ya que el movimiento de este tipo de cuerpos se ve débilmente afectado por la presencia de la atmósfera, cosa que no sucede con las partículas mas pequeñas que son transportadas a alturas considerables por la columna eruptiva para liberarse posteriormente de ella y caer en forma de lluvia. Por ésto, es posible modelar el movimiento de los bloques masivos como el de un cuerpo dentro del campo gravitacional de la Tierra y sujeto a la resistencia del aire.

En este capítulo se ha diseñado un algoritmo y un programa que resuelve un sistema de ecuaciones de trayectorias balísticas, considerando el efecto del aire, en un sistema de coordenadas en movimiento con el bloque que es lanzado desde el cráter. El programa calcula velocidades, ángulos de expulsión, alturas y distancias balísticas de expulsión de los fragmentos.

Puesto que las ecuaciones del problema balístico no se pueden resolver analíticamente, se ha usado el método de solución numérica de Runge-Kutta.

Las condiciones a la frontera que se consideran para la resolución del sistema de ecuaciones son: la velocidad inicial V0 del fragmento arrojado, el ángulo inicial de expulsión $\theta 0$, la altura inicial tomada como h=0 y la distancia balística de expulsión inicial tomada también como l=0.

Es necesario aclarar que para resolver este problema de balísticas externas se ha supuesto por simplicidad que las formas de los fragmentos son isométricas y que su densidad es constante, de tal modo que el coeficiente balístico depende tan sólo del diámetro D de los fragmentos.

Las soluciones que se presentan al final cubren un amplio rango de valores de velocidades iniciales, ángulos iniciales de expulsión y coeficientes balísticos.

La importancia del problema de balísticas externas, considerando la resistencia del aire, radica en el hecho de que permite encontrar valores mas reales de las velocidades iniciales de expulsión, lo cual hace posible la determinación de la energía cinética de explosiones volcánicas.

T E O R I A .

Para describir la mecánica de los fragmentos más masivos que son arrojados del cráter, sujetos a la resistencia de la atmósfera, se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones de trayectorias balísticas (Steinberg, 1983).

$$\frac{dV}{dt} = -g_0 \sigma q - g \operatorname{sen} \theta \quad .....(1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -g \frac{\cos\theta}{V} + \frac{V}{R+h} \cos\theta \quad .....(2)$$

$$\frac{dh}{dt} = V \operatorname{sen} \theta \quad .....(3)$$

$$\frac{dl}{dt} = \frac{V \cos\theta}{R+h} R \quad .....(4)$$

donde

V = velocidad del fragmento
h = altura de expulsión
$g0$ = aceleración de la gravedad al nivel del mar
$g = g_0 (R/R+h)^2$ = aceleración de la gravedad
$\sigma = S/G = 3c/2 \rho_k D$ = coeficiente balístico
c = coeficiente de arrastre
S = área transversal del fragmento
G = peso del fragmento
ρ = densidad del aire
$q = \rho V^2/2$ = forma de arrastre
t = tiempo
θ = ángulo de expulsión
l = distancia balística de expulsión
R = radio de la Tierra
ρ_k = densidad del fragmento
D = diámetro del fragmento

Las ecuaciones (1) a (4) se resuelven utilizando el método de Runge-Kutta. Las discretizaciones para V, θ , h y l son las siguientes:

$$V_{j+1} = V_j + \frac{\Delta t}{6}(K_0 + 2K_1 + 2K_2 + K_3)$$

$$\theta_{j+1} = \theta_j + \frac{\Delta t}{6}(m_0 + 2m_1 + 2m_2 + m_3)$$

$$h_{j+1} = h_j + \frac{\Delta t}{6}(n_0 + 2n_1 + 2n_2 + n_3)$$

$$l_{j+1} = l_j + \Delta t/6\,(S_0 + 2S_1 + 2S_2 + S_3)$$

donde

$$K_0 = F(t_i, V_i, \theta_i, h_i, l_i)$$
$$K_1 = F(t_i + \Delta t/2,\ V_i + K_0\Delta t/2,\ \theta_i + m_0\Delta t/2,\ h_i + n_0\Delta t/2,\ l_i + S_0\Delta t/2)$$
$$K_2 = F(t_i + \Delta t/2,\ V_i + K_1\Delta t/2,\ \theta_i + m_1\Delta t/2,\ h_i + n_1\Delta t/2,\ l_i + S_1\Delta t/2)$$
$$K_3 = F(t_i + \Delta t,\ V_i + K_2\Delta t,\ \theta_i + m_2\Delta t,\ h_i + n_2\Delta t,\ l_i + S_2\Delta t)$$
$$m_0 = G(t_i, V_i, \theta_i, h_i, l_i)$$
$$m_1 = G(t_i + \Delta t/2,\ V_i + K_0\Delta t/2,\ \theta_i + m_0\Delta t/2,\ h_i + n_0\Delta t/2,\ l_i + S_0\Delta t/2)$$
$$m_2 = G(t_i + \Delta t/2,\ V_i + K_1\Delta t/2,\ \theta_i + m_1\Delta t/2,\ h_i + n_1\Delta t/2,\ l_i + S_1\Delta t/2)$$
$$m_3 = G(t_i + \Delta t,\ V_i + K_2\Delta t,\ \theta_i + m_2\Delta t,\ h_i + n_2\Delta t,\ l_i + S_2\Delta t)$$
$$n_0 = H(t_i, V_i, \theta_i, h_i, l_i)$$
$$n_1 = H(t_i + \Delta t/2,\ V_i + K_0\Delta t/2,\ \theta_i + m_0\Delta t/2,\ h_i + n_0\Delta t/2,\ l_i + S_0\Delta t/2)$$
$$n_2 = H(t_i + \Delta t/2,\ V_i + K_1\Delta t/2,\ \theta_i + m_1\Delta t/2,\ h_i + n_1\Delta t/2,\ l_i + S_1\Delta t/2)$$
$$n_3 = H(t_i + \Delta t,\ V_i + K_2\Delta t,\ \theta_i + m_2\Delta t,\ h_i + n_2\Delta t_1,\ l_i + S_2\Delta t)$$
$$S_0 = L(t_i, V_i, \theta_i, h_i, l_i)$$
$$S_1 = L(t_i + \Delta t/2,\ V_i + K_0\Delta t/2,\ \theta_i + m_0\Delta t/2,\ h_i + n_0\Delta t/2,\ l_i + S_0\Delta t/2)$$
$$S_2 = L(t_i + \Delta t/2,\ V_i + K_1\Delta t/2,\ \theta_i + m_1\Delta t/2,\ h_i + n_1\Delta t/2,\ l_i + S_1\Delta t/2)$$
$$S_3 = L(t_i + \Delta t,\ V_i + K_2\Delta t,\ \theta_i + m_2\Delta t,\ h_i + n_2\Delta t,\ l_i + S_2\Delta t)$$
$$F = \frac{dV}{dt},\quad G = \frac{d\theta}{dt},\quad H = \frac{dh}{dt},\quad L = \frac{dl}{dt}$$

R E S T R I C C I O N E S .

Para resolver las ecuaciones de trayectorias balísticas fue necesario considerar solamente fragmentos con un diámetro mayor de 40 cm, ya que la trayectoria de éstos no se ve afectada por la acción del viento, por lo que pueden ser usados para cálculos balísticos.

Numerosas observaciones de erupciones han mostrado que las trayectorias de fragmentos con $\sigma > 10^{-3}$ (diámetro menor de 40 cm) estan sujetas a la acción del viento y en general, para $\sigma > 10^{-3}$ las soluciones llegan a ser inestables para distancias de expulsión de más de 2 a 3 Km. Por tanto, fragmentos con $\sigma > 10^{-3}\ m^2/Kg$ son inestables para la solución del problema de balísticas externas.

D E S C R I P C I O N D E L P R O G R A M A .

La lectura de datos y la definición de los arreglos auxiliares se encuentran en las lineas 250-280.

Las condiciones iniciales que se usarán se definen en las lineas 340-480.

El desarrollo de las ecuaciones por el método de Runge-Kutta comienza en la linea 530, con la definición de las cuatro ecuaciones principales en las lineas 590-620. El desarrollo principal del método está en las lineas 630-1120. Los valores obtenidos en cada momento i se guardan en los arreglos: TH (ángulo), L (altura), V (velocidad) y LGT (alcance).

La rutina de graficación que usará estos últimos arreglos viene desplegada en las lineas 1210-1840.

USO DEL PROGRAMA.

Se ejecutará esta rutina cuando escogemos la opción 4 del menú principal. Una vez que corre el programa aparecerá la siguiente pregunta:

.......(A)

VO,TETHAO,S?

Cabe señalar que el programa tomará los siguientes datos como constantes:

W = 10 ,peso del cuerpo en kg
HO = 0 ,altura inicial en m,tomada a nivel del cráter
GO = 9.810001 ,aceleración de la gravedad a nivel del mar en m/seg^2
R = 6372000 ,radio de la Tierra en m
RHOA = 1.22 ,densidad del aire en kg/m^3

Estos datos se encuentran en la linea 1880 y pueden cambiarse cuando se desee.

Con respecto a la pregunta (A):

VO = velocidad inicial de expulsión de los fragmentos en m/seg
TETHAO = ángulo inicial de expulsión de los fragmentos en grados,posteriormente el programa hace la conversión a radianes en la linea 370.
S = coeficiente balístico de los fragmentos em m^2/kg

Después de dar los datos anteriores,se introduce el intervalo de tiempo DT en seg,que se usará en cada ejemplo.

Posteriormente se introduce a la rutina el número que indica cada cuantos pasos se escribirán los resultados.

En los casos que se trataron en este capítulo se encontró que las convergencias en las soluciones corresponden a valores de DT entre 0.25 y 2 seg.

A continuación el programa imprimirá una tabla con los resultados siguientes:

Angulo TETHA	Altura H	Velocidad V	alcance LGT

Finalmente imprimirá una gráfica de alcance a intervalos de tiempo iguales.

E J E M P L O .

El primer ejemplo del cual se presentan resultados (caso A) corresponde a los siguientes datos de entrada.

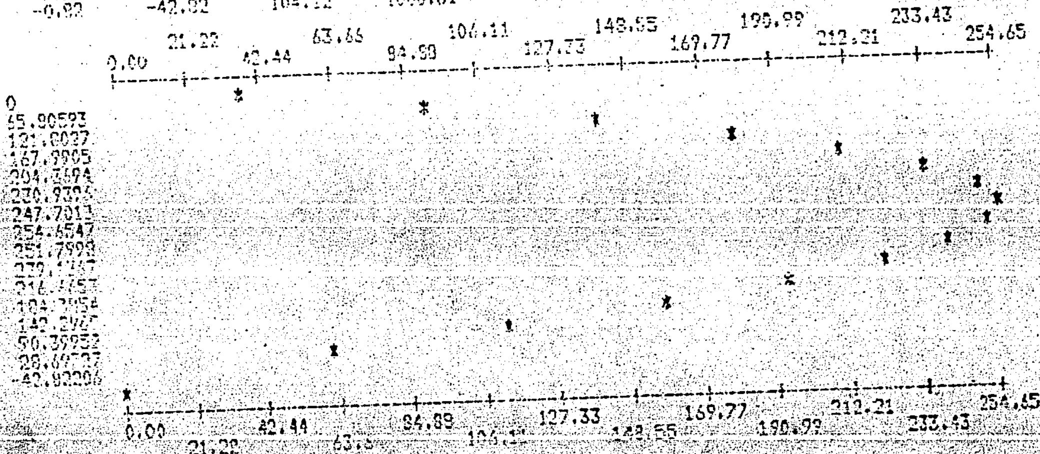
UO = 100 ,velocidad inicial de expulsión de los fragmentos en m/seg

TETHAO= 45 ,ángulo inicial de expulsión de los fragmentos en grados

S = 0 ,coeficiente balístico de los fragmentos en m^2/Kg.

VO = 100 TETHAO = 45 DT = 1
B = 0 W = 10 HO = 0
TIME= 1

0.79	0.00	100.00	0.00
0.71	65.81	93.32	70.71
0.63	121.80	87.24	141.42
0.53	167.99	81.89	212.13
0.42	204.37	77.40	282.83
0.30	230.93	73.95	353.54
0.17	247.70	71.70	424.24
0.03	254.65	70.74	494.95
-0.11	251.80	71.13	565.66
-0.24	239.14	72.86	636.35
-0.37	216.67	75.82	707.07
-0.48	184.39	79.99	777.77
-0.57	142.30	84.90	848.48
-0.69	90.40	90.70	919.19
-0.76	28.69	97.14	989.90
-0.82	-42.82	104.12	1060.61

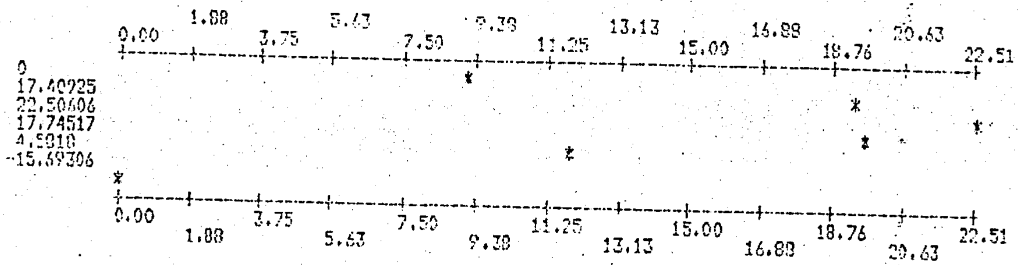


CASO A. ALTURA DEL FRAGMENTO A INTERVALOS DE TIEMPOS DE UN SEGUNDO PARA UNA VELOCIDAD INICIAL DE EXPULSION DE 100 m/seg, UN ANGULO INICIAL DE EXPULSION DE 45° Y UN COEFICIENTE BALISTICO DE 0 m²/kg

VO = 50 TETHAO = 30 DT = 1
S = .01 W = 10 HO = 0

TIME= 1

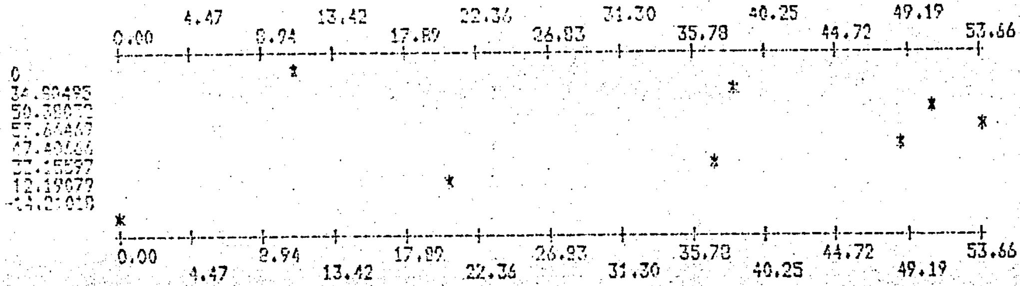
0.52	0.00	50.00	0.00
0.31	17.41	35.35	38.01
-0.00	22.51	27.96	68.64
-0.37	17.75	25.57	94.49
-0.69	4.58	24.56	116.60
-0.93	-15.69	29.10	135.46



CASO B. ALTURA DEL FRAGMENTO A INTERVALOS DE TIEMPOS DE UN SEGUNDO PARA UNA VELOCIDAD INICIAL DE EXPULSION DE 50 m/seg UN ANGULO INICIAL DE EXPULSION DE 30° Y UN COEFICIENTE BALISTICO DE 0.01 m²/kg.

```
VO =  100  TETHAO =  30  DT =  1
 S =  .01  W =  10  HO =  0
                      TIME= 1
```

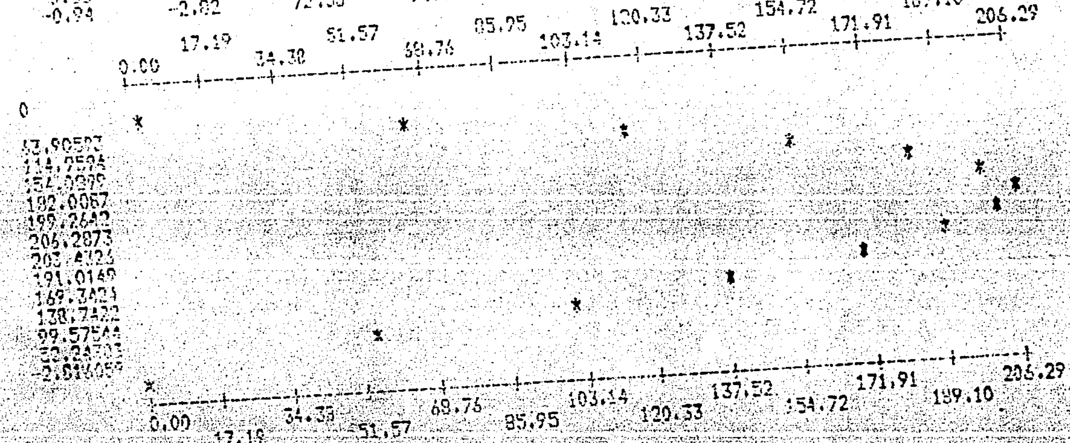
0.57	0.00	100.00	0.00
0.40	34.90	59.53	67.66
0.2[illegible]	50.38	41.63	114.57
-0.05	57.66	32.77	150.94
-0.77	47.41	29.16	180.76
-0.64	37.16	29.01	205.75
-0.90	12.19	30.63	226.73
-1.07	-14.2[illegible]	32.78	244.20



CASO C. ALTURA DEL FRAGMENTO A INTERVALOS DE TIEMPOS DE UN SEGUNDO PARA UNA VELOCIDAD INICIAL DE EXPULSION DE 100 m/seg. UN ANGULO INICIAL DE EXPULSION DE 30° Y UN COEFICIENTE BALISTICO DE 0.01 m^2/kg.

VO = 100 TETHAO = 45 DT = 1
C = .001 W = 10 HO = 0
TIME= 1

0.77	0.00	100.00	0.00
0.71	63.91	89.05	60.72
0.62	114.96	77.90	133.70
0.50	154.09	62.45	194.11
[illegible]	182.01	[illegible]	255.78
0.21	199.26	57.--	313.25
0.04	206.29	52.7[illegible]	368.76
-0.12	203.43	53.32	422.47
-0.32	191.01	53.97	474.50
-0.49	169.34	54.04	524.97
-0.63	138.74	59.26	573.57
-0.75	99.58	63.29	620.57
-0.86	52.24	67.90	665.93
-0.94	-2.82	72.55	709.29

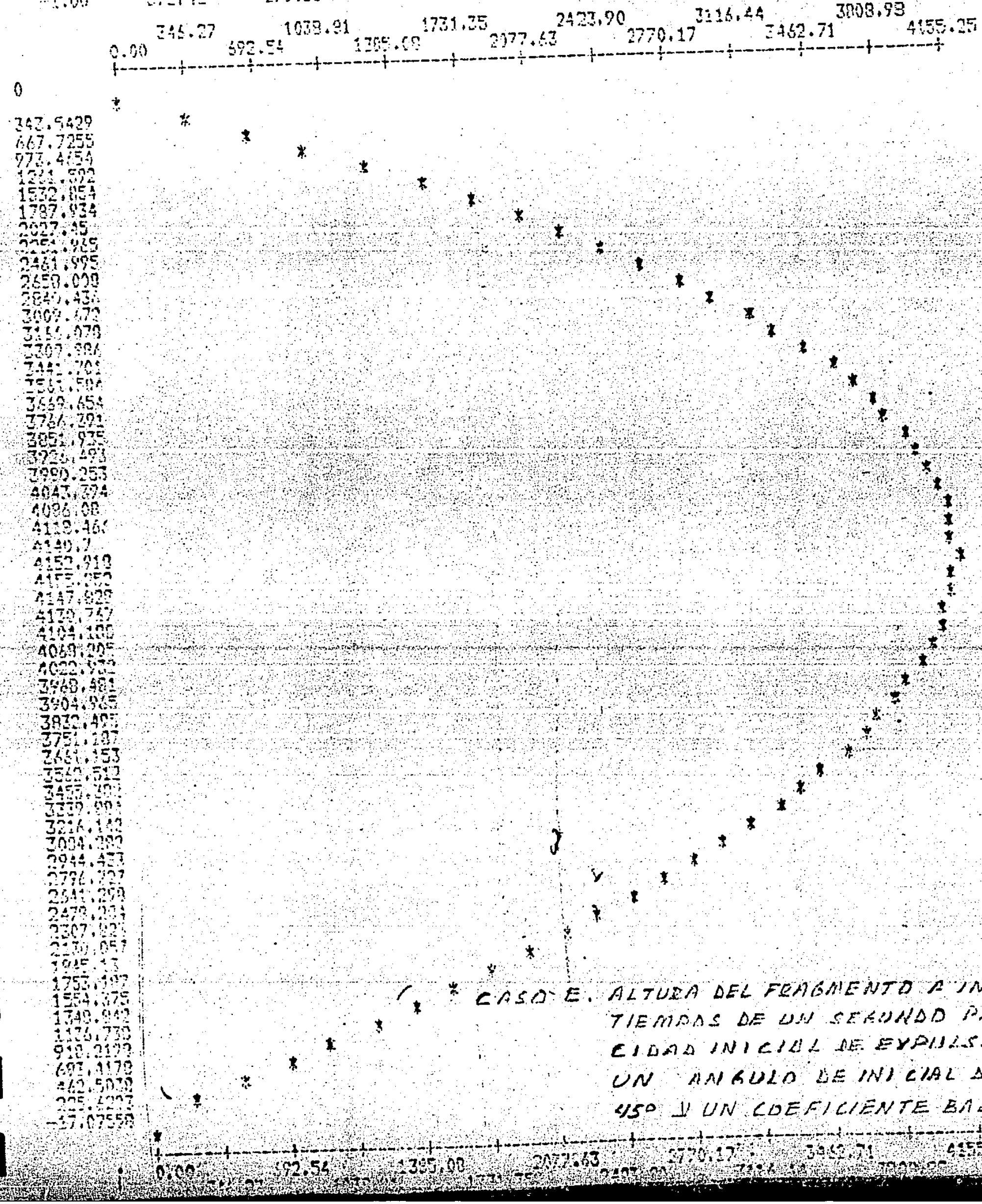


CASO D: ALTURA DEL FRAGMENTO A INTERVALOS DE TIEMPOS DE UN SEGUNDO PARA UNA VELOCIDAD INICIAL DE EXPULSION DE 100 m/seg, UN ANGULO INICIAL DE EXPULSION DE 45° Y UN COEFICIENTE BALISTICO DE 0.001 m²/kg.

VO = [illegible] ANGULO = [illegible]
S = .0001 W = 10 HO = 0

TIME= 1

0.74	973.47	440.07	1013.16
0.67	2027.45	375.08	2252.73
0.59	2840.44	323.16	3382.38
0.46	3441.70	281.05	4427.42
0.33	3751.94	249.87	5403.89
0.17	4094.08	226.76	6323.39
-0.01	4155.25	212.24	7194.07
-0.20	4069.20	205.95	8021.52
-0.38	3872.50	207.01	8809.08
-0.55	3455.39	214.02	9559.55
-0.69	2944.43	225.30	10270.63
-0.82	2307.82	239.27	10945.43
-0.92	1554.37	254.58	11582.80
-1.00	693.42	270.26	12182.64



* CASO E. ALTURA DEL FRAGMENTO A INTERVALOS DE TIEMPOS DE UN SEGUNDO PARA UNA VELOCIDAD INICIAL DE EXPULSION DE 500 m/seg, UN ANGULO DE INICIAL DE EXPULSION DE 45º Y UN COEFICIENTE BALISTICO DE 0.0001 m²/kg.

R E S U L T A D O S .

Los resultados obtenidos para las alturas y distancias de expulsión alcanzados por los fragmentos considerados, dada su velocidad y ángulo inicial de expulsión y su coeficiente balístico, están de acuerdo con los datos obtenidos por Steinberg y Lorenz (1983) y reportados en su artículo de balísticas externas de explosiones volcánicas. En ellos se muestra :

(1) Que la distancia de expulsión aumenta cuando el diámetro del fragmento también lo hace, manteniendo constante la velocidad y ángulo inicial de expulsión.

(2) Que la distancia de expulsión aumenta cuando la velocidad inicial se incrementa, manteniendo constante el ángulo inicial y el diámetro del fragmento.

(3) Que para fragmentos con diámetros de 0.04 m a 4 m la distancia máxima de expulsión es alcanzada para ángulos de expulsión de 20 a 55 grados, independientemente del valor de la velocidad inicial.

R E F E R E N C I A S .

Steinberg.G.S. and Lorentz,V. 1983.EXTERNAL BALLISTIC OF VOLCANIC EXPLOSIONS.,Bull Volcano 1.,Vol 46-4,p.333 348.

Carnahan,B.,Luther,H.A. and Welkes., 1969. APPLIED NUMERICAL METHODS.Wiley and Sons. New York.

Rice,J.R.,1960. SPLIT RUNGE-KUTTA METHOD FOR SIMULTANEOUS EQUATIONS.J.Res.Nat.Bur.Sid.,64B p. 151-170.

A P E N D I C E   1

PROGRAMAS DE COMPUTACION CORRESPONDIENTES A CADA CAPITULO.

```
10 'PROGRAMA COLUMNA.BAS
20 KEY OFF
25 LPRINT CHR$(15)
27 WIDTH "LPT1:",132
30 COLOR 7,0
40 CLS
50 '
60 '**********************************************************************
70 '******   PROGRAMA QUE CALCULA LOS COEFICIENTES DE UNA ECUACION DE   ******
80 '******   SEGUNDO GRADO,APLICA DICHA ECUACION PARA ENCONTRAR LAS     ******
90 '******  VELOCIDADES Y PRESIONES A LO LARGO DE UN CONDUCTO VOLCANICO ******
100 '******  CUYA FORMA ESTA REGIDA POR LA ECUACION DE SEGUNDO GRADO.    ******
110 '**********************************************************************
120 '
130 '**********************************************************************
140 '******             ENCABEZADO DEL MENU PRINCIPAL                    ******
150 '******    DONDE VIENEN LAS DIFERENTES OPCIONES DEL PROGRAMA         ******
160 '**********************************************************************
170 '
180 LOCATE 2,20:COLOR 0,7:PRINT " MENU MAESTRO ":COLOR 7,0
190 LOCATE 4,10:COLOR 0,7:PRINT " C ";:COLOR 7,0:PRINT " PARA ENCONTRAR COEFICIE
NTES"
200 LOCATE 6,10:COLOR 0,7:PRINT " P ";:COLOR 7,0:PRINT " PARA ENCONTRAR PRESIONE
S Y PROFUNDIDADES INICIALES"
210 LOCATE 8,10:COLOR 0,7:PRINT " V ";:COLOR 7,0:PRINT " RUTINA PARA CALCULAR Y
GRAFICAR VELOCIDADES Y PRESIONES"
220 LOCATE 10,10:COLOR 0,7:PRINT " F ";:COLOR 7,0:PRINT " FIN DE SESION"
230 '
240 '**********************************************************************
250 '******            RUTINA DE ELECCION DE OPCION                      ******
260 '******        PARA DESARROLLAR EL BLOQUE ELEGIDO                    ******
270 '**********************************************************************
280 '
290 LOCATE 12,10:PRINT "OPRIMA SU OPCION";
300 U$=INPUT$(1)
310 IF U$="C" THEN 430
320 IF U$="P" THEN 830
330 IF U$="V" THEN 1500
340 IF U$="F" THEN RUN "SISTEMA"
350 GOTO 300
360 '
370 '**********************************************************************
380 '******              RUTINA PARA CALCULAR COEFICIENTES DE UNA        ******
390 '******                 UNA ECUACION DE SEGUNDO GRADO                ******
400 '******                  DADOS N PUNTOS DE LA CURVA                  ******
410 '**********************************************************************
420 '
430 CLS
440 LOCATE 2,10:COLOR 0,7:PRINT " * RUTINA PARA CALCULAR COEFICIENTES DE UNA ECU
ACION DE SEGUNDO GRADO * ":COLOR 7,0
450 LOCATE 4,5:PRINT "EN SEGUIDA DEBE DE ACCESARSE LOS N PUNTOS DE LA CURVA A AJ
USTAR"
460 LOCATE 7,5:INPUT "DAME EL NUMERO N DE PUNTOS";N
470 IF N <=0 THEN LOCATE 9,5:COLOR 0,7:PRINT " ERROR,NUMERO ERRONEO,INTENTE DE N
UEVO ":COLOR 7,0:FOR J=1 TO 3000:NEXT:LOCATE 9,5:PRINT STRING$(60," "):LOCATE 7,
5:PRINT STRING$(70," "):GOTO 460
480 DIM X(N),Y(N)
490 FOR I=1 TO N
500 COLOR 7,0:PRINT "PUNTO ";I
510 INPUT "DAME LA VARIABLE EN X";X(I)
520 INPUT "DAME LA VARIABLE EN Y";Y(I)
530 NEXT
540 FOR I=1 TO N
550 F1#=F1#+X(I)
560 F2#=F2#+Y(I)
570 F3#=F3#+(X(I)*Y(I))
580 F4#=F4#+(X(I)^2)
590 F5#=F5#+((X(I)^2)*Y(I))
600 F6#=F6#+(X(I)^3)
610 F7#=F7#+(X(I)^4)
620 NEXT
630 D1#=(N*((F4#*F7#)-(F6#^2)))-(F1#*((F1#*F7#)-(F4#*F6#)))+(F4#*((F1#*F6#)-(F4#
^2)))
640 D2#=(F2#*((F4#*F7#)-(F6#^2)))-(F1#*((F3#*F7#)-(F5#*F6#)))+(F4#*((F3#*F6#)-(F
5#*F4#)))
650 D3#=(N*((F3#*F7#)-(F5#*F6#)))-(F2#*((F1#*F7#)-(F4#*F6#)))+(F4#*((F1#*F5#)-(F
4#*F3#)))
660 D4#=(N*((F4#*F5#)-(F6#*F3#)))-(F1#*((F1#*F5#)-(F4#*F3#)))+(F2#*((F1#*F6#)-(F
4#^2)))
670 K0#=D2#/D1#:K1#=D3#/D1#:K2#=D4#/D1#
680 '
```

```
690 '****** AQUI APARECEN LOS RESULTADOS OBTENIDOS PARA LOS COEFICIENTES
700 '
710 PRINT "LOS COEFICIENTES DEL POLINOMIO SON LOS SIGUIENTES: "
720 PRINT "TERMINO CONSTANTE  (K0)= " K0#
730 PRINT "TERMINO LINEAL     (K1)= " K1#
740 PRINT "TERMINO CUADRATICO (K2)= " K2#
750 COLOR 0,7:PRINT " OPRIMA CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR ":COLOR 7,0
760 U$=INPUT$(1)
770 RUN
780 '
790 '*****************************************************************
800 '******  RUTINA PARA ENCONTRAR PRESIONES Y PROFUNDIDADES INICIALES  ******
810 '*****************************************************************
820 '
830 CLS
840 LOCATE 2,10 :COLOR 0,7:PRINT " * RUTINA PARA ENCONTRAR PRESIONES Y PROFUNDID
ADES INICIALES * ":COLOR 7,0
850 '
860 '*****************************************************************
870 '******      SCR#(Kg/M^3) ES LA DENSIDAD DE LA CORTEZA            ******
880 '******      PS#(BARS) ES LA PRESION SUPERFICIAL                   ******
890 '******      G(M/S^2) ES LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD.            ******
900 '******      S#(M/N^.5) ES UNA CONSTANTE                           ******
910 '******      SR(KG/M^3) ES LA DENSIDAD DE RIOLITA LIQUIDA          ******
920 '******      X ES LA FRACCION DEL VOLUMEN OCUPADO POR EL GAS       ******
930 '******      R(J/KG*K) ES LA CONSTANTE UNIVERSAL DE LOS GASES      ******
940 '******      T(K) TEMPERATURA PARA LOS CALCULOS                    ******
950 '******      N ES EL CONTENIDO DE GAS EXSUELTO DADA COMO UNA       ******
960 '******      FRACCION DE PESO                                      ******
970 '******      PF(BARS) ES LA PRESION DE FRAGMENTACION               ******
980 '******      N'ES LA FRACCION TOTAL DE PESO EN AGUA                ******
990 '******      G ES LA GRAVEDAD TERRESTRE (M/SEG^2)                  ******
1000 '*****************************************************************
1010 '
1020 '*****************************************************************
1030 '******      INICIALIZACION DE VARIABLES Y CREACION DE ARREGLOS
1040 '******      T1#,T2#Y T3# ARREGLOS AUXILIARES
1050 '******      DF#(I) Y DE#(I)  ARREGLOS PARA LAS PROFUNDIDADES DE
1060 '******      FRAGMENTACION Y EXOLUCION AL PASO I RESPECTIVAMENTE
1070 '*****************************************************************
1080 '
1090 SCR#=2800:PS#=1.013*(10)^5:G=9.810001
1100 DIM T1#(30),T2#(30),T3#(30),DF#(7,30),DE#(7,30)
1110 S#=4.1*10^(-6)
1120 SR=2600
1130 X=.77
1140 R=461
1150 T=1123
1160 '
1170 '*****************************************************************
1180 '******      CALCULO E IMPRESION DE RESULTADOS                     ******
1190 '*****************************************************************
1200 '
1210 PRINT "N" TAB(20) "PF(BARS)" TAB(40) "N'"
1220 FOR I=1 TO 30
1230 N=.005*I
1240 PF#=((1-X)*(N*SR*R*T))/(X*(1-N))
1250 NT#=PF#/10^5
1260 NP#=S#*SQR(PF#)+N
1270 PRINT USING ".###";N ;:PRINT TAB(13) USING "#############,.###";NT#;:PRINT
TAB(33) USING "######,.#######";NP#
1280 T1#(I)=N:T2#(I)=PF#:T3#(I)=NP#
1290 NEXT I
1300 FOR J=1 TO 7
1310 PR#=5000000!*(J-1)
1320 PRINT TAB(20) "PARA UNA PT= " (J-1)*50 " BARS"
1330 PRINT TAB(3) "N" TAB(15) "N'" TAB(30) "PE" TAB(51) "DF#" TAB(70) "DE#"
1340 FOR K=1 TO 30
1350 PLF#=T2#(K)+PR#
1360 DF#(J,K)=(PLF#-PS#)/(SCR#*G)
1370 DE#(J,K)=(((T3#(K)/S#)^2)-(PS#)+PR#)/(SCR#*G)
1380 PRINT TAB(2) USING ".###";K*.005 ;:PRINT TAB(10) USING ".#####";T3#(K);:PRI
NT TAB(20) USING "#########";(T3#(K)/S#)^2;: PRINT TAB(35) USING "#####.#####";DF
#(J,K);:PRINT TAB(55) USING "#####.#####";DE#(J,K)
1390 NEXT K
1400 NEXT J
1410 COLOR 0,7 : PRINT " OPRIMA CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR ": COLOR 7,0
1420 U$=INPUT$(1)
1430 GOTO 10
1440 '
1450 '*****************************************************************
```

```
1460 '******      RUTINA PARA CALCULAR VELOCIDADES Y PRESIONES                  ******
1470 '******      EN FUNCION DE LA PROFUNDIDAD                                  ******
1480 '***************************************************************************
1490 '
1500 CLS
1510 LOCATE 2,10 :COLOR 0,7:PRINT " * RUTINA PARA CALCULAR VELOCIDADES Y PRESION
ES EN FUNCION DE LA PROFUNDIDAD * ":COLOR 7,0
1520 COLOR 7,0
1530 '
1540 '***************************************************************************
1550 '******      LECTURA DE DATOS                                              ******
1560 '***************************************************************************
1570 '
1590 RESTORE 2860
1599 READ ETAE,ETAF,FO,R,T,SR,G,RO
1600 '
1601 INPUT "VELOCIDAD INICIAL";UO
1602 INPUT "INTERVALO ENTRE CADA PASO";A
1603 INPUT "COEFICIENTES PRIMERA CURVA(KA,KB,KC)";KA,KB,KC
1604 INPUT "COEFICIENTES SEGUNDA CURVA(KD,KE,KF)";KD,KE,KF
1605 INPUT "CONTENIDO DE GAS EXSUELTO";N
1606 INPUT "PRESION INICIAL";PO
1607 INPUT "PROFUND. DE EXSOLUCION,FRAGMENTACION,CAMBIO(DE,DF,DC)";DE#,DF#,DC#
1610 '***************************************************************************
1620 '******      UO=VELOCIDAD INICIAL (m/seg)                                  ******
1630 '******      A =INTERVALO ENTRE CADA PASO (m)                               ******
1640 '******      KA,KB,KC COEFICIENTES DE LA PRIMERA CURVA                      ******
1650 '******      KD,KE,KF COEFICIENTES DE LA SEGUNDA CURVA                      ******
1660 '******      ETAE,ETAF DENSIDADES EN LA SUPERFICIE DE                       ******
1670 '******      EXOLUCION Y FRAGMENTACION RESPECTIVAMENTE                      ******
1672 '******      EN Pas.$ seg                                                   ******
1680 '******      FO COEFICIENTE INICIAL DE FRICCION (ADIMENSIONAL)              ******
1690 '******      R CONSTANTE UNIVERSAL DEL GAS  J/Kg K                          ******
1700 '******      T TEMPERATURA INICIAL (K)                                      ******
1710 '******      N CONTENIDO DE GAS EXSUELTO COMO UNA                           ******
1720 '******      FRACCION DE PESO (ADIMENSIONAL)                                ******
1730 '******      SR DENSIDAD DEL MAGMA EN FASE LIQUIDA (Kg/m^3)                 ******
1740 '******      PO PRESION INICIAL (BARS)                                      ******
1750 '******      G GRAVEDAD TERRESTRE (m/seg^2)                                 ******
1760 '******      DE#,DF# Y DC# PROFUNDIDADES DE EXSOLUCION,                     ******
1770 '******      FRAGMENTACION Y CAMBIO RESPECTIVAMENTE  (m)                    ******
1780 '******      RO  DENSIDAD DEL MAGMA  (KG/M^3)                               ******
1790 '***************************************************************************
1800 '
1810 '***************************************************************************
1820 '******      F#,W# Y Y#  ARREGLOS AUXILIARES                               ******
1830 '***************************************************************************
1840 '
1850 DIM F#(2),W#(500),Y#(2)
1860 '
1870 '***************************************************************************
1880 '****** APERTURA DEL ARCHIVO DONDE SE GUARDARAN LOS DATOS QUE             ******
1890 '****** SE GRAFICARAN MAS ADELANTE                                         ******
1900 '***************************************************************************
1910 '
1920 OPEN "R",1,"B:CASOE01.DAT",132
1930 FIELD 1,3 AS XA$,15 AS C$,3 AS XB$,15 AS D$,3 AS XC$,15 AS E$,78 AS RE$
1940 LSET C$="PROFUNDIDAD":LSET D$="VELOCIDAD":LSET E$="   PRESION"
1950 LSET XA$="   ":LSET XB$="   ":LSET XC$="   ":LSET RE$=STRING$(78," ")
1960 PUT 1,1
1970 '
1980 '***************************************************************************
1990 '******      INICIO DEL BLOQUE DE CALCULO                                  ******
2000 '******      CON LAS CONDICIONES INICIALES                                 ******
2010 '***************************************************************************
2020 '
2030 Z#=0
2040 F#=FO
2050 RA#=SQR(R*T/N)
2060 UC#=(RA#)*(N*((1-N)*PO)/(SR*R*T)))
2070 Y#(1)=UO:Y#(2)=PO
2080 M=0
2090 ETA=ETAE:KO=KA:K1=KB:K2=KC:RB#=SQR(N*R*T)
2100 PRINT "      H            U  (         P"
2110 PRINT Z#,Y#(1),Y#(2)
2120 '
2130 '***************************************************************************
2140 '******            BLOQUE PRINCIPAL DE CALCULO                             ******
2150 '***************************************************************************
2160 '
2170 FOR J=1 TO (DF#/A)
```

```
2180 IF J=1 THEN 2230
2190 IF Z# < UC# THEN K0=KA:K1=KB:K2=KC ELSE K0=KD:K1=KE:K2=KF
2200 IF Z# > DF# THEN ETA=ETAF
2210 F#=((3*ETA)/(((K0+(K1*Z#)+(K2*Z#^2)))*DO*Y#(1)))*F0
2220 UC#=(SQR((R*T)/N))*(N+(((1-N)*Y#(2))/(SR*R*T)))
2230 PL#=K0+(K1*Z#)+(K2*Z#*Z#):DP#=K1+(2*K2*Z#)
2240 F5#=F#/(4*PL#):F1#=F5#*Y#(1)^3
2250 F2#=2*(UC#^2/PL#)
2260 F3#=2/PL#:F3#=F3#*DP#
2270 F4#=(UC#^2)-(Y#(1)^2)
2280 F#(1)=(F1#+((G-(F2#*DP#))*Y#(1)))/F4#
2290 F#(2)=((UC#*(((F3#-F5#)*(Y#(1)^2))-G)*Y#(2))/(DE#*F4#))
2300 '
2310 '**********************************************************************
2320 '****** METODO DE RUNGE-KUTTA PARA CADA PASO ***************************
2330 '**********************************************************************
2340 '
2350 ON M+1 GOTO 2360,2440,2500,2570
2360 FOR J1=1 TO 2
2370 SA#(J1)=Y#(J1)
2380 PH#(J1)=F#(J1)
2390 Y#(J1)=SA#(J1)+((.5)*A*F#(J1))
2400 NEXT J1
2410 Z#=Z#+(.5*A)
2420 M=M+1
2430 GOTO 2350
2440 FOR J1=1 TO 2
2450 PH#(J1)=PH#(J1)+(2*F#(J1))
2460 Y#(J1)=SA#(J1)+(.5*A*F#(J1))
2470 NEXT
2480 M=M+1
2490 GOTO 2350
2500 FOR J1=1 TO 2
2510 PH#(J1)=PH#(J1)+(2*F#(J1))
2520 Y#(J1)=SA#(J1)+(A*F#(J1))
2530 NEXT J1
2540 Z#=Z#+(.5*A)
2550 M=M+1
2560 GOTO 2350
2570 FOR J1=1 TO 2
2580 Y#(J1)=SA#(J1)+(((PH#(J1)+F#(J1))*A)/6)
2590 NEXT J1
2600 W#(1)=Y#(1)
2610 W#(2)=Y#(2)
2620 W#(3)=Z#
2630 M=0
2640 '
2650 '**************************************************************** ******
2660 '****** ESCRITURA DE DATOS Y GRABADO DE LOS MISMOS EN EL ARCHIVO ******
2670 '**********************************************************************
2680 '
2690 PRINT W#(3),W#(1),W#(2)
2700 LSET C$=STR$(W#(3)):LSET D$=STR$(W#(1)):LSET E$=STR$(W#(2)):LSET RE$=STRING
$(78," ")
2710 LSET XA$=" ":LSET XB$=" ":LSET XC$=" "
2720 PUT 1,J+1
2730 REM PRINT "R,T,SI,N," R" "T" "SI" "N
2740 NEXT J
2750 CLOSE
2760 '
2770 '**********************************************************************
2780 '****** FIN DE BLOQUE DE CALCULO MEDIANTE RUNGE-KUTTA ******************
2790 '**********************************************************************
2800 '
2810 '
2820 '**********************************************************************
2830 '******        DATOS          *****************************************
2840 '**********************************************************************
2850 '
2860 DATA 100000,.00002,.01,461,1123,2600,9.81,2300
2870 '
2880 '**********************************************************************
2890 '******     RUTINA DE GRAFICACION ***************************************
2900 '**********************************************************************
2910 '
2920 '**********************************************************************
2930 '****** A1#,A2#,A3# ARREGLOS AUXILIARES PARA LA GRAFICACION *************
2940 '**********************************************************************
2950 DIM A1(400),A2(400),A3(400)
2960 '**********************************************************************
```

```
2980 '******     APERTURA DE ARCHIVOS DE DATOS                              ******
2990 '************************************************************************
3000 '
3010 OPEN "R",1,"B:CA30901.DAT",132
3020 FIELD 1,3 AS A$,15 AS Z1$,3 AS B$,15 AS Z2$,3 AS C$,15 AS Z3$,78 AS RE$
3030 '
3040 '************************************************************************
3050 '******      LECTURA DE DATOS DEL ARCHIVO                              ******
3060 '************************************************************************
3070 '
3080 FOR I=1 TO (DE$/A)
3090 GET 1,I
3100 LPRINT Z1$ " "Z2$" "Z3$,I
3110 A1(I)=VAL(Z1$):A2(I)=VAL(Z2$):A3(I)=VAL(Z3$)
3120 NEXT
3130 CLOSE
3135 LPRINT CHR$(12)
3140 '
3150 '************************************************************************
3160 '******    INICIO DEL PROCESO DE GRAFICADO DE LA VELOCIDAD            ******
3170 '************************************************************************
3180 '
3182 LPRINT "U0,A,KA,KB,KC,KD,KE,KF,ETAE,ETAF,F0,R,T,N,SR,P0,G,DE$,DF$,DC$,RO"
3184 LPRINT U0,A,KA,KB,KC,KD,KE,KF,ETAE,ETAF,F0,R,T,N,SR,P0,G,DE$,DF$,DC$,RO
3186 LPRINT
3190 FOR I=1 TO (DE$/A)
3200 IF A2(I) > AU1$ THEN AU1$=A2(I)
3210 IF A3(I) > AU2$ THEN AU2$=A3(I)
3220 NEXT
3230 PRINT AU1$,AU2$
3240 F1$=114/AU1$:F2$=114/AU2$
3250 INV=A1(DE$/A)
3260 FOR I=(DE$/A) TO 2 STEP -1
3270 Y=INV-A1(I)
3280 COL1=F1$*A2(I)
3290 U1=INT(COL1):U2=COL1-U1:IF U2 >= .5 THEN COL1=U1+1 ELSE COL1=U1
3300 IF COL1+6 > 120 THEN XX=126 ELSE XX=COL1+6
3310 LPRINT Y TAB(7) CHR$(179) TAB(XX) "*"
3320 NEXT
3330 '
3340 '************************************************************************
3350 '******   FIN DE LA GRAFICACION DE LA VELOCIDAD Y ESCRITURA DE        ******
3360 '******   EL EJE DE LAS X'S                                            ******
3370 '************************************************************************
3380 '
3390 LPRINT STRING$(120,"-")
3400 LPRINT TAB(40) "+" TAB(80) "+" TAB(120) "+"
3410 LPRINT TAB(6) "0" TAB(38) USING "###.###";AU1$/3 ;:LPRINT TAB(78) USING "#
###.##";AU1$*2/3;:LPRINT TAB(118) USING "###.##";AU1$
3420 LPRINT STRING$(120,".")
3422 LPRINT CHR$(12)
3430 '
3440 '************************************************************************
3450 '******   INICIO DEL PROCESO DE GRAFICADO DE LA PRESION               ******
3460 '************************************************************************
3470 '
3472 LPRINT "U0,A,KA,KB,KC,KD,KE,KF,ETAE,ETAF,F0,R,T,N,SR,P0,G,DE$,DF$,DC$,RO"
3474 LPRINT U0,A,KA,KB,KC,KD,KE,KF,ETAE,ETAF,F0,R,T,N,SR,P0,G,DE$,DF$,DC$,RO
3480 FOR I=(DE$/A) TO 2 STEP -1
3490 Y=INV-A1(I)
3500 COL2=F2$*A3(I)
3510 S1=INT(COL2):S2=COL2-S1:IF S2 >= .5 THEN COL2=S1+1 ELSE COL2=S1
3520 IF COL2+6 > 120 THEN XX=120 ELSE XX=COL2+6
3530 LPRINT Y ;:LPRINT TAB(7) CHR$(179) ;:LPRINT TAB(XX) "*"
3540 NEXT
3550 '
3560 '************************************************************************
3570 '****** FIN DE RUTINA DE GRAFICA DE PRESION E IMPRESION DEL EJE        ******
3580 '****** DE LA X'S                                                      ******
3590 '************************************************************************
3600 '
3610 LPRINT STRING$(120,"-")
3620 LPRINT TAB(40) "+" TAB(80) "+" TAB(120) "+"
3630 LPRINT TAB(6) "0" TAB(38) USING "###.###";AU2$/3 ;:LPRINT TAB(78) USING "#
###.##";AU2$*2/3;:LPRINT TAB(118) USING "###.##";AU2$
3632 '
3634 '************************************************************************
3640 '*****  FIN DE RUTINA Y REGRESO A MENU PRINCIPAL                       ******
3642 '************************************************************************
3644 '
3646 LPRINT CHR$(12)
3650 RUN
```

CAPITULO III

```
10 'PROGRAMA COLAPSO.BAS
20 WIDTH "lpt1:",132
30 '********************************************************************
40 '****      PROGRAMA QUE RESUELVE LA ECUACION DE NAVIER-STOKES        *****
50 '****      MEDIANTE EL METODO DE DIFERENCIAS FINITAS PARA UN         *****
60 '****      FLUJO PIROCLASTICO QUE SE PROPAGA RADIALMENTE HACIA       *****
70 '****      AFUERA DEL CRATER                                         *****
80 '********************************************************************
90 '
100 '
110 '********************************************************************
120 '*****              LECTURA DE DATOS                              *****
130 '                     UNIDADES
140 ' G = GRAVEDAD  m/seg                  DRO = DIFERENCIA DE DENSIDADES Kg/m
150 ' ALFA = INCLINACION EN RADIANES       NU = VISCOSIDAD CINEMATICA DEL
160 '                                           GAS EN m /seg
170 ' RO = DENSIDAD DE LA MEZCLA EN Kg/m  KS = DIAMETRO DE LAS PARTICULAS EN m
180 ' HO = ESPESOR INICIAL DEL FLUJO  m   RO = DISTANCIA INICIAL DEL FLUJO AL
190 ' UO = VELOCIDAD INICIAL m/seg           CRATER EN m
200 '********************************************************************
210 READ G,ALFA,RO,DRO,NU,KS
220 INPUT "HO,RO,UO";HO,RO,UO
230 INPUT "INTERVALO";K
240 INPUT "NUMERO DE PASOS";N
250 '
260 '
270 '********************************************************************
280 '*****   ASIGNACION DE LA LONGITUD DE LOS ARREGLOS QUE SE USARAN   *****
290 '*****   U ES EL ARREGLO EN DONDE SE GUARDARAN LAS VELOCIDADES      *****
300 '*****   TETA ES EL ARREGLO DONDE SE GUARDARA  EL ESPESOR DE LA     *****
310 '*****   CAPA                                                      *****
320 '********************************************************************
330 DIM U(N+1),TETA(N+1)
340 '
350 '********************************************************************
360 '*****    BLOQUE PRINCIPAL DE CALCULO                              *****
370 '********************************************************************
390 U(0)=UO
400 CF=(.04)/(2.3)*LOG(HO/KS)
410 FOR I=0 TO N
420  R=(I+1)*K
421 '***** CUANDO SE SOBREPASA UNA DISTANCIA DE 8 KM ALFA = 1 GRADO ********
422 IF R > 8000 THEN ALFA=(2*3.1416)/360
430  H=(UO*HO*RO)/(U(I)*R)
440 CF=.04/((2.3)*LOG(H/KS))
450 U(I+1)=(K*G*SIN(ALFA)*DRO)/(RO*U(I))
460 U(I+1)=U(I+1)-((((.04)/((2.3)*LOG(H/KS)))*K*K*U(I)*U(I)*(I+1)*.5)/(RO*HO*UO)
)
470 U(I+1)=U(I+1)+U(I)
480 TETA(I)=.36*R*(U(I)*R/NU)^(-.2)
490 NEXT I
500 '********************************************************************
510 '*****     IMPRESION DE TABLA DE RESULTADOS                       *****
520 '********************************************************************
530 PRINT "HO= " HO " RO= " RO " UO= " UO
540 FOR I=0 TO N
550 IF I MOD 2=0 THEN PRINT I+1,U(I+1),CF,TETA(I)
560 NEXT
570 '********************************************************************
580 '*****     IMPRESION DE LA GRAFICA                                *****
590 '********************************************************************
600 FOR I=1 TO N
610 IF MAX < U(I) THEN MAX=U(I)
620 NEXT I
630 PRINT CHR$(12)
635 PRINT "HO= " HO " RO= " RO " UO= " UO
636 F1=120*(50/MAX):F2=120*(100/MAX):F3=120*(150/MAX):F4=120*(200/MAX):F5=120*(2
50/MAX):F6=120*(300/MAX)
637 PRINT:PRINT TAB(F1-1) "50" TAB(F2-1) "100" TAB(F3-1) "150" TAB(F4-1) "200";
638 IF F5 < 130 THEN PRINT TAB(F5-1) "250"; ELSE PRINT
639 IF F6 < 130 THEN PRINT TAB(F6-1) "300" ELSE PRINT
640 PRINT STRING$(120,"-")
650 FOR I=1 TO N
660 HH=120*(U(I)/MAX)
670 IF I MOD 2=0 THEN PRINT TAB(1) USING "###";I;:PRINT TAB(HH) "*"
680 NEXT
682 PRINT CHR$(12)
690 COLOR 0,7:PRINT " OPRIMA CUALQUIER TECLA PARA REGRESAR A MENU PRINCIPAL ";
692 COLOR 7,0
694 U$=INPUT$(1)
696 RUN "SISTEMA"
```

```
700 '******************************************************************
710 '*****     DATOS                                             ******
720 '******************************************************************
730 DATA 9.8,.2618,1300,1298.7,.0000296,.01
```

```
30 ' PROGRAMA EXPLOTA.BAS
40 '
60 '*********************************************************************
80 '
100 '    PROGRAMA QUE OBTIENE LA VARIACION  DE PARAMETROS FISICOS
120 '    (VELOCIDAD DE SALIDA,RADIO Y TEMPERATURA DE LA COLUMNA,DENSIDAD DE LA
140 '     MEZCLA) USANDO UN MODELO SIMPLE DE LA PARTE INFERIOR DE UNA COLUMNA
160 '     DE ERUPCION MEDIANTE EL ESQUEMA DE DIFERENCIAS FINITAS.
180 '
200 '*********************************************************************
220 '
240 '    LOS DATOS SON LOS SIGUIENTES:
260 ' UO   VELOCIDAD INICIAL DE LA COLUMNA A NIVEL DEL CRATER EN m/seg
280 ' TEO  TEMPERATURA INICIAL DE LA COLUMNA EN GRADOS KELVIN
300 ' N    PORCENTAJE EN PESO DE VOLATILES (ADIMENSIONAL)
320 ' BO   RADIO INICIAL DE LA COLUMNA DE ERUPCION EN METROS
350 '
                                                 3
360 ' BEO  DENSIDAD INICIAL DE LA COLUMNA EN Kg/m
390 ' CS   CALOR ESPECIFICO DE LA ROCA              EN J/K  K
400 ' CG   CALOR ESPECIFICO DEL GAS VOLCANICO        "   "   "
420 ' CA   CALOR ESPECIFICO DEL AIRE                 "   "   "
440 ' RG   CONSTANTE GASEOSA PARA EL GAS             "   "   "
460 ' RA   CONSTANTE GASEOSA PARA EL AIRE            "   "   "
480 ' F    FRACCION EN PESO DE PIROCLASTOS (ADIMENSIONAL)
500 ' TEA  TEMPERATURA DEL AIRE EN  K
520 ' Q    RAZON PROMEDIO DE LA VELOCIDAD DE LA COLUMNA A TRAVEZ DEL CHORRO A LA
530 '      COLUMNA CENTRAL (ADIMENSIONAL)
                                                        2
540 ' G    CONSTANTE DE LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD EN m/seg
560 '
580 '************   INICIO DEL PROGRAMA    ********************
600 '
620 '******  LECTURA DE DATOS
640 '
640 INPUT "UO,N,BO";UO,N,BO
650 READ BEO,TEO,CS,CG,CA,RG,RA,F,TEA,Q,G
700 '
720 '***** ELECCION DEL NUMERO DE PASOS Y EL INTERVALO ENTRE PASOS
740 '
760 INPUT "NUMERO DE PASOS";J
780 INPUT "TAMANO DEL INTERVALO";H
782 '
784 ' LOS ARREGLOS U1 Y S1 SE USARAN COMO AUXILIARES EN LA RUTINA DE GRAFICACION
786 ' EL ARREGLO U CONTENDRA LAS VELOCIDADES EN CADA PASO DE TIEMPO
787 ' B ES EL ARREGLO QUE CONTIENE EL RADIO DE LA COLUMNA EN CADA PASO
788 ' P IGUALMENTE CONTENDRA LA PRESION DEL AIRE EN CADA PASO
789 ' TE ES EL ARREGLO DE LAS TEMPERATURAS DE LA COLUMNA EN CADA PASO
790 ' BE "   "   "      "  "  DENSIDADES     "  "   "    "   "   "
791 ' AL "   "   "      "  "  DENSIDADES  DEL AIRE          "   "   "
792 '
800 DIM U1(4),S1(J),U(J+1),B(J+1),P(J+1),TE(J+1),BE(J+1),AL(J+1)
820 '
840 '**** ASIGNACION DE CONDICIONES INICIALES
860 '
880 U(0)=UO:B(0)=BO:TE(0)=TEO:BE(0)=BEO
900 '
920 '**** ASIGNACION DE VALORES PARA LA DENSIDAD DEL AIRE A UNA ALTURA
940 '       H DETERMINADA
960 '
980 FOR I=0 TO J
1000 AL(I)=-.000085*I*H+1.2
1020 NEXT I
1040 '
1060 ' ****  ASIGNACION DE LA PRESION PARA CUALQUIER ALTURA H..
1080 '
1100 FOR I=0 TO J
1120 P(I)=(-6.957*I*H)+92000!
1140 NEXT I
1150 PO=P(0)
1160 '
1180 ' ****  IMPRESION DE LOS VALORES INICIALES
1200 '
1220 PRINT 0,U(0),B(0),TE(0),BE(0)
1240 PRINT "           U              B              TE              BE"
1260 '
1280 '*********************************************************************
1300 ' *******   BLOQUE PRINCIPAL DE CALCULO   *********
1320 '*********************************************************************
1340 '
1360 FOR I=0 TO J-1
1380 '
1400 '**** CALCULO E IMPRESION DE LA VELOCIDAD U EN CADA PASO
1420 '
1440 U1=G*(1-(AL(I)/BE(I))):U2=U1/U(I):U3=(U(I)/(B*B(I)))-U2
```

```
1480 PRINT I+1 TAB(10) U(I+1);
1500 '
1520 ' **** CALCULO E IMPRESION DEL RADIO B DE LA COLUMNA EN CADA PASO DEL PROGRAMA ****
1540 '
1560 A1=F*CS*(1-(N/100))!A2=(N/100)*(CE-(CA*RG/RA))!A=A1+A2
1580 B1=(CA*N*RG)/(100*RA)!B2=((B(I)^2)*P(I)*TEO)/((BO^2)*PO)!B3=B2+TEA
1600 B4=F*CS*TEO*(1-N/100)!B5=CE*TEO*N/100
1620 B=B1*B3-(B4+B5)
1640 C=(CA*TEO*TEA*N*RG*B(I)^2*P(I))/(100*RA*PO*BO^2)
1660 C=C*(-1)
1680 T1=((B^2-(4*A*C)))^(.5)
1700 '
1720 ' ***** [illegible]
1740 '
1760 X1=[illegible]*B(I)*TEO)/(100*RA*PO*BO^2)
1780 X2=-(2*CA*TEO*TEA*N*RG*P(I)*B(I))/(100*RA*PO*BO^2)
1800 X3=(-(1/(2*A)))*(X4*((1/(A*A*T1))*(2*B*X1-(4*A*X2))))
[illegible] [illegible]*(AL(I)-BE(I)))*(1-(1/(B^2)))
[illegible] Y2=YA*(U(I)^2/(2*B(I)))
[illegible] =(RTO*N*RG*TEO)/(100*RA*PO)
[illegible] =Y2*B(I)^2*BE(I)*TE(I)^2
[illegible] =[illegible]((U(I)^2/2)+(9*I*H)))/Y0
1920 Y4=Y2/(TE(I)*B(I)^2*6.957)
1930 Y4=Y7/((2*P(I)*B(I)*TE(I))-(B(I)^2*P(I)*X3))
1940 B(I+1)=B(I)+(H*Y4)
1960 PRINT TAB(25) B(I+1);
2000 '
2020 ' ***** CALCULO DE LA TEMPERATURA DE LA COLUMNA PARA CADA ALTURA H
2040 '
2060 BE1=((B(I+1)^2)*P(I+1)*TEO)/((BO^2)*PO)!BE2=BE1+TEA
2080 BEP=B1*BE2-(B4+B5)
2100 CEP=(CA*TEO*TEA*N*RG*B(I+1)^2*P(I+1))/(100*RA*PO*BO^2)
2120 CEP=CEP*(-1)
2140 T1P=((BEP^2-(4*A*CEP)))^(.5)
2160 TE2=((BEP*(-1))+T1P)/(2*A)
2180 TE3=((BEP*(-1))-T1P)/(2*A)
2200 IF TE2 > TE3 AND TE2 > 0 THEN TE(I+1)=TE2!GOTO 2280
2220 IF TE3 > TE2 AND TE3 > 0 THEN TE(I+1)=TE3!GOTO 2280
2240 IF TE2=TE3 THEN TE(I+1)=TE2
2260 IF TE2 < 0 AND TE3 < 0 THEN PRINT "ERROR"!STOP
2280 PRINT TAB(40) TE(I+1);
2300 '
2320 ' ****  CALCULO DE BETA PARA CADA PASO
2340 '
2360 D1=(B(I+1)^2*TEO*P(I+1))/(BO^2*TE(I+1)*PO)
2380 D2=((N*RG)/(100*RA))*(D1-1)
2400 BE(I+1)=((BEO*BO^2)/(B(I+1)^2))*(1+D2)
2420 PRINT TAB(55) BE(I+1)
2440 NEXT
2460 '
2480 '*********** FIN DEL BLOQUE DE OBTENCION DE RESULTADOS **************
2500 '
2520 CLS
2540 '
2560 ' **************************************************************************
2580 '
2600 '              RUTINA DE GRAFICACION
2620 '
2640 ' **************************************************************************
2660 '
2680 ' **** EL EJE DE LAS Y'S SERA LOGARITMICO CON LOS VALORES INICIALES EN LA UNIDAD
2700 '
2720 '
2740 ' ****** IMPRESION DEL EJE LOGARITMICO
2760 '
2780 PRINT TAB(1) ".01" TAB(25) ".1"  TAB(50) "1"  TAB(75) "10"
2800 FOR I=1 TO 3
2820 PRINT STRING$(24, "-") "|";
2840 NEXT I
2860 PRINT
2880 '
2900 '**** CALCULO LOGARITMICO DE LAS POSICIONES PARA CADA VARIABLE
2920 '
2940 FOR I=1 TO J
2960 M1=LOG(U(I)/UO)!U1(1)=50-((M1/LOG(.1))*25)
2980 M2=LOG(B(I)/BO)!U1(2)=50-((M2/LOG(.1))*25)
3000 M3=LOG(TE(I)/TEO)!U1(3)=50-((M3/LOG(.1))*25)
3020 M4=LOG(BE(I)/BEO)!U1(4)=50-((M4/LOG(.1))*25)
3040 S1(1)=1!S1(2)=2!S1(3)=3!S1(4)=4
3060 K=1
3080 L=K+1
3100 IF U1(K) <= U1(L) THEN 3120 [illegible] U1(K)!U1(K)=U1(L)!U1(L)=[illegible]!MM=S1(K)!S1(K)=S1(L)!S1(L)=MM!GOTO 3080
```

```
3140 IF L=5 THEN K=K+1 ELSE 3100
3160 IF K=4 THEN 3180 ELSE 3080
3180 IF S1(1)=1 THEN Z1$='*' ELSE IF S1(1)=2 THEN Z1$='+' ELSE IF S1(1)=3 THEN Z1$='.' ELSE IF S1(1)=4 THEN Z1$='$'
3200 IF S1(2)=1 THEN Z2$='*' ELSE IF S1(2)=2 THEN Z2$='+' ELSE IF S1(2)=3 THEN Z2$='.' ELSE IF S1(2)=4 THEN Z2$='$'
3220 IF S1(3)=1 THEN Z3$='*' ELSE IF S1(3)=2 THEN Z3$='+' ELSE IF S1(3)=3 THEN Z3$='.' ELSE IF S1(3)=4 THEN Z3$='$'
3240 IF S1(4)=1 THEN Z4$='*' ELSE IF S1(4)=2 THEN Z4$='+' ELSE IF S1(4)=3 THEN Z4$='.' ELSE IF S1(4)=4 THEN Z4$='$'
3260 '
3280 ' **** IMPRESION DE LA GRAFICA PARA CADA VARIABLE A UNA ALTURA H
3300 '
3320 PRINT TAB(U1(1)) Z1$ TAB(U1(2)) Z2$ TAB(U1(3)) Z3$ TAB(U1(4)) Z4$
3340 NEXT
3360 COLOR 0,7:PRINT " OPRIMA CUALQUIER TECLA PARA REGRESAR AL MENU PRINCIPAL "
3362 COLOR 7,0
3364 U$=INPUT$(1)
3366 RUN  "SISTEMA"
3380 '
3400 '***********   DATOS   ****************
3420 '
3440 DATA 2300,1100,1000,4215.2,2377,447,307,.6,293,1,9,0
```

CAPITULO V

```
10 'PROGRAMA BALISTI.BAS
20 '**********************************************************************
30 '***** PROGRAMA QUE RESUELVE LAS ECUACIONES DE TRAYECTORIAS        ******
40 '***** BALISTICAS PARA UN CUERPO EN UN CAMPO GRAVITACIONAL SUJETO   ******
50 '***** A LA RESISTENCIA DEL AIRE EN UN SISTEMA DE COORDENADA V vs t ******
52 '***** ENCONTRANDO LAS ALTURAS,DISTANCIAS,ANGULOS Y VELOCIDADES EN  ******
54 '***** CADA INSTANTE DE TIEMPO.                                     ******
60 '**********************************************************************
70 '
80 '**********************************************************************
90 '***** ARREGLOS QUE SE USARAN Y LECTURA DE DATOS                    ******
92 '**********************************************************************
100 '***** IOUT$ = ARREGLO AUXILIAR PARA LA GRAFICACION                 ******
110 '***** TH,H,LGT,V = ARREGLOS AUXILIARES EN DONDE SE GUARDARAN       ******
120 '***** EL ANGULO,LA ALTURA,LA LONGITUD Y LA VELOCIDAD ALCANZADAS A  ******
130 '***** UN TIEMPO DADO                                               ******
140 '***** Y = ARREGLO EN DONDE SE GUARDARA LA VARIABLE EN FORMA TEMPORAL******
150 '***** F = ARREGLO EN DONDE SE CALCULARA CADA PARAMETRO EN FORMA INS-******
160 '***** TANTANEA.                                                    ******
170 '***** VO = VELOCIDAD INICIAL EN M/SEG                              ******
180 '***** TETHAO = ANGULO INICIAL EN GRADOS                            ******
190 '***** DT = INTERVALO DE TIEMPO EN SEG                              ******
192 '***** S = COEFICIENTE BALISTICO EN M /KG                           ******
194 '***** W = FACTOR ADIMENSIONAL                                      ******
200 '***** HO = ALTURA INICIAL EN M                                     ******
220 '***** IJ = INTERVALO AL CUAL SE IMPRIMIRAN LOS RESULTADOS          ******
222 '***** GO = ACELERACION DE LA GRAVEDAD A NIVEL DEL MAR EN M/SEG     ******
224 '*****  R = RADIO DE LA TIERRA EN M                                 ******
226 '***** RHOA = DENSIDAD DEL AIRE EN KG/M                             ******
230 '**********************************************************************
240 '
250 DIM IOUT$(61),TH(1000),H(1000),LGT(1000),V(1000),Y(4),F(4)
260 DIM SAVEY(50),PHI(50)
270 READ W,HO,GO,R,RHOA
272 INPUT "VO,TETHAO,S";VO,TETHAO,S
274 INPUT "INTERVALO DE TIEMPO";DT
278 INPUT "CADA CUANTO SE IMPRIMEN DATOS?";IJ
280 PRINT W,HO,GO,R,RHOA,VO,TETHAO,S,DT,IJ
290 '
300 '**********************************************************************
310 '***** INICIALIZACION DE DATOS                                       ******
320 '**********************************************************************
330 '
340 ICNT=1
360 T=0
370 TETHAO=3.14159265##*TETHAO/180
390 G=GO
410 GSRW=GO*S*RHOA/(W*W)
420 H(1)=HO
430 V(1)=VO
440 TH(1)=TETHAO
450 Y(1)=HO
460 Y(2)=0
470 Y(3)=VO
480 Y(4)=TETHAO
490 '
500 '**********************************************************************
510 '***** BLOQUE PRINCIPAL DE CALCULO MEDIANTE RUNGE-KUTTA             ******
520 '**********************************************************************
530 M=1
540 N=4:X=T:H=DT:GOSUB 840
550 IF RUNGE <> 1 THEN 650
560 '
570 '***** CALCULO DE LOS CUATRO PARAMETROS                              ******
580 '
590 F(1)=Y(3)*SIN(Y(4))
600 F(2)=Y(3)*COS(Y(4))*R/(R+Y(1))
610 F(3)=-GSRW*Y(3)*Y(3)-G*SIN(Y(4))
620 F(4)=(-G/Y(3)+Y(3)/(R+Y(1)))*COS(Y(4))
630 M=M+1
640 GOTO 540
650 ICNT=ICNT+1
660 LGT(ICNT)=Y(2)
670 H(ICNT)=Y(1)
680 V(ICNT)=Y(3)
690 TH(ICNT)=Y(4)
700 IF H(ICNT) <= DATUM THEN 730
710 G=GO/((1+Y(1)/R)^2)
720 GOTO 530
730 TIME=TIME+DT
740 PRINT TAB(25) "TIME=" TIME
```

```
750 FOR I=1 TO ICNT
760 IF I MOD IJ=0 THEN 800 ELSE 810
770 '
780 '****** IMPRESION DE LAS CUATRO VARIABLES AL TIEMPO IESIMO          ******
790 '
800 PRINT USING "######.##    ######.##    ######.##    ######.## ";TH(I),H(I),V(I)
,LGT(I)
810 NEXT I
820 N1=ICNT:ITYPE=2:GOSUB 1210
830 COLOR 0,7:PRINT " OPRIMA CUALQUIER TECLA PARA REGRESAR A MENU PRINCIPAL ";
832 COLOR 7,0
834 U$=INPUT$(1)
836 RUN "SISTEMA"
840 ON K GOTO 850,870,950,1010,1080
850 RUNGE=1
860 RETURN
870 FOR J=1 TO N
880 SAVEY(J)=Y(J)
890 PHI(J)=F(J)
900 Y(J)=SAVEY(J)+.5*H*F(J)
910 NEXT J
920 X=X+.5*H
930 RUNGE=1
940 RETURN
950 FOR J=1 TO N
960 PHI(J)=PHI(J)+2*F(J)
970 Y(J)=SAVEY(J)+.5*H*F(J)
980 NEXT
990 RUNGE=1
1000 RETURN
1010 FOR J=1 TO N
1020 PHI(J)=PHI(J)+2*F(J)
1030 Y(J)=SAVEY(J)+H*F(J)
1040 NEXT
1050 X=X+.5*H
1060 RUNGE=1
1070 RETURN
1080 FOR J=1 TO N
1090 Y(J)=SAVEY(J)+(PHI(J)+F(J))*H/6
1100 NEXT
1110 RUNGE=0
1120 RETURN
1130 '
1140 '**********************************************************************
1150 '****** FIN DEL BLOQUE DE CALCULO MEDIANTE RUNGE-KUTTA          ******
1160 '**********************************************************************
1170 '
1180 '**********************************************************************
1190 '****** RUTINA DE GRAFICACION                                   ******
1200 '**********************************************************************
1210 DIM XX(13)
1220 I1$=" ":ISTAR$="*":IBLANK$=" "
1230 IF ITYPE <> 1 THEN 1270
1240 XMIN=-1
1250 XMAX=1
1260 GOTO 1360
1270 XMIN=H(1)
1280 XMAX=XMIN
1290 FOR I1=1 TO N1
1300 IF H(I1) < XMIN THEN XMIN=H(I1)
1310 IF H(I1) > XMAX THEN XMAX=H(I1)
1320 NEXT
1330 IF ITYPE <> 3 THEN 1360
1340 XMIN=-LOG(XMIN)/LOG(.1)
1350 XMAX=-LOG(XMAX)/LOG(.1)
1360 DX=XMAX-XMIN
1370 XXX=XMIN
1380 FOR I1=1 TO 13
1390 XX(I1)=XXX
1400 IF ITYPE=3 THEN XX(I1)=10^XXX
1410 XXX=XXX+DX/12
1420 NEXT
1430 PRINT
1440 PRINT "          ";
1450 FOR I1=2 TO 12
1460 IF I1 MOD 2=1 THEN 1480
1470 PRINT USING "    #######.##";XX(13)*(I1-1)/12;
1480 NEXT
1490 PRINT
1500 IF XC=1 THEN XC=0:RETURN
1510 PRINT "    ";
```

```
1520 FOR I1=1 TO 13
1530 IF I1 MOD 2=0 THEN 1550
1540 PRINT USING '######.##      ';XX(13)*(I1-1)/12;
1550 NEXT
1560 PRINT
1570 IF XC=1 THEN XC=0:RETURN
1580 PRINT '             ';
1590 FOR KK=1 TO 12
1600 PRINT '+------';
1610 NEXT
1620 PRINT '+'
1630 FOR I1=1 TO N1
1640 FOR J=1 TO 61
1650 IOUT$(J)=IBLANK$
1660 IOUT$(J)=II$
1670 NEXT J
1680 FOR J=1 TO 61
1690 IF J MOD 10 <> 1 THEN 1710
1700 IOUT$(J)=II$
1710 NEXT J
1720 XXX=H(I1)
1730 IF ITYPE=3 THEN XXX=-LOG(XXX)/LOG(.1)
1740 IX=INT((XXX-XMIN)*84/DX)+1
1750 PRINT H(I1),TAB(IX+11) '*'
1760 NEXT I1
1770 PRINT '             ';
1780 FOR KK=1 TO 12
1790 PRINT '+------';
1800 NEXT KK
1810 PRINT '+'
1820 XC=1:GOSUB 1510
1830 XC=1:GOSUB 1440
1840 RETURN
1850 '**********************************************************************
1860 '******  DATOS                                                  ******
1870 '**********************************************************************
1880 DATA 10,0,9.810001,6372000,1.22
1890 PRINT '             ';
```

A P E N D I C E 2.

Características de los depósitos, mecanismos de transporte y productos piroclásticos.

Tabla 1. Algunas caracteristicas de los principales tipos piroclásticos.(Tomada de Walker,1981)

1.- Los depósitos de caida libre de piroclastos muestran:
   a) Estratos en forma de mantos muy grandes.
   b) Clasificación de bueno a moderada,Tamaño homogéneo.
   c) Mediano decrecimiento exponencial en el espesor y tamaño de grano con la distancia al cráter.
   d) Geometrias tipicas de impacto.

2.- Los depósitos de flujo piroclástico muestran:
   a) Estancamiento en depresiones con un nivel cercano al tope de la superficie.
   b) Variación irregular del espesor con la distancia al cráter.
   c) Orden minimo o baja estratificación interna.
   d) Evidencia de ser calientes (es decir,soldadura de particulas,carbonización de plantas,coloración termal impregnada,dirección uniforme de la magnetización de los clastos contenidos).

3.- Los depósitos de oleada piroclástica muestran:
   a) Declive de la topografia.
   b) Fluctuaciones rápidas e irregulares o periódicas en el espesor.
   c) Decrecimiento general en el espesor y tamaño de grano con la distancia de la ventana.
   d) Base comunmente erosionada.

Dos tipos de oleadas piroclásticas ocurren principalmente:

A- Oleadas basales frias o húmedas; los depósitos muestran:
   a) Buena estratificación, interna o estratificación cruzada.
   b) Grandes variaciones de tamaño de grano entre estratos continuos.
   c) Evidencia de humedad.
   d) Asociación con aberturas que contienen agua (lagos en cráteres).

B.- Oleadas calientes o secas del tipo de nube ardiente; los depósitos muestran:
   a) Poca o nula estratificación interna.
   b) Buen orden,deficiencia de partículas finas o ligeramente pesadas (pero éstas pueden ocurrir en un depósito de caida sobrepuesto).
   c) Evidencias de ser calientes.

Tabla 2. Clasificación genética de flujos piroclásticos

fragmento esencial	mecanismo eruptivo	flujo piroclástico	depósito	comentarios
		flujo de pómez	* ignimbrita: depósito de pómez y ceniza.	Grandes depósitos formados debido a colapsos continuos de una columna de erupción pliniana. De composición salica. Pequeños depósitos formados probablemente por colapsos interrumpidos de la columna como en el caso de flujo de escoria (descritos abajo), composición de intermedia a sálica.
colapso de la columna de erupción.		flujo de escoria	Depósito de escoria y ceniza.	Pequeños depósitos formados probablemente por colapsos interrumpidos de la columna debido a pequeñas explosiones. De composición basáltica a andesítica.
		flujo vesicular andesítico	Andesita vesicular y depósitos de ceniza.	Pequeños depósitos compuestos de [illegible] de andesita vesicular y angular.
	explosivo.	bloques y flujos de ceniza; nube ardiente	Bloques y depósitos de ceniza.	Pequeños depósitos compuestos de andesita o dacita. Ambos son producidos por colapsos explosivos de un desarrollo activo de domo o lava y por el colapso de una columna de erupción vertical.
colapso lava/domo	gravitacional.	bloques y flujos de ceniza; nube ardiente	Bloques y depósitos de ceniza.	Pequeños depósitos compuestos usualmente de andesita o dacita que han sido formados por depósitos de avalanchas calientes.

Tabla 3.Descripciones resumidas de tipos de depósitos de flujo piroclástico.

depósito	descripción
ignimbrita pómez y ceniza	Depósitos de ceniza sin orden que contienen cantidades variables de pómez sálico "redondeado", lapilli y bloques de mas de un m de diámetro.En unidades de flujo los fragmentos de pómez pueden ser graduados reversibamente mientras los clastos liquidos pueden mostrar graduación normal,unidades de flujo no graduados son muy comunes.Una capa fina de grano basal se encuentra en el fondo de las unidades de flujo.Algunas veces contienen pipas de fumarolas fósiles y madera carbonizada.Los depósitos más pequeños usualmente forman valles cubiertos mientra los depósitos de volumen mas grandes pueden formar grandes capas de ignimbrita.Algunas veces pueden mostrar una o más zonas de juntura.
escoria y ceniza	Depósitos de ceniza sin orden controlados topográficamente conteniendo de basalto a andesita vesicular lapilli y clastos de superficie escoriada cordada de más de 1 m de diámetro.Pueden en algunas circunstancias contener grandes clastos liquidos no vesiculares similares.Capas finas de grano basal son encontradas en el fondo de unidades de flujo.Pipas de fumarolas fósiles y madera carbonizada pueden también estar presentes.La presencia de diques,canales y frentes de flujo empinados que indican un alto esfuerzo producido mediante el transporte de flujos piroclásticos en movimiento.
andesita vesicular y ceniza	Depósitos de ceniza sin orden topográficamente controlados conteniendo lapilli,andesita vesicular media (entre pómez y clastos juveniles no vesiculares),bloques y bombas.Capas basales de grano fino,pipas de fumarolas fósiles y madera carbonizada pueden estar presentes.
bloques y ceniza	Depósitos de ceniza sin orden topográficamente controlados conteniendo un gran ensamble generalmente no vesicular,bloques liticos afines, los cuales pueden exceder los 5 m de diámetro. De nuevo pueden contener pipas de fumarolas fosiles y madera carbonizada.La superficie manifiesta la presencia de frentes de flujo empinados y la presencia de bloques de superficie grandes;todos los cuales de nuevo indican un gran esfuerzo realizado durante el transporte del flujo.

Tabla 4. Resumen de los componentes en depósitos piroclásticos.

A. Flujos piroclásticos y surgencias.

Tipo de flujo u oleada	Componentes esenciales		Otros componentes
	Vesicular	no vesicular	
Flujo de pomez/oleada	Pómez	Cristales	Líticos secundarios y accidentales
Flujo de escoria/oleada			Afines secundarios y accidentales.
Flujos de desechos de lava/oleada Nubes Ardientes.	Clastos vesiculares de pobre a moderado.	líticos afines y cristales.	Líticos accidentales

B. Caída piroclástica

Tamaño de grano predominante.	tipo de caída.	Componentes esenciales*		Otros componentes.
		Vesicular	no vesicular	
> 64mm	aglomerada	pómez/escoria		líticos afines y secundarios.
	brecha		líticos afines y secundarios.	
> 2mm	depósito de lapilli	pómez/escoria	líticos afines y secundarios.	cristales
< 2mm	depósito de ceniza	pómez/escoria	líticos afines y secundarios.	

* dependiendo del tipo de depósito

A P E N D I C E 3 .

Esta sección se ha anexado para explicar el uso general del sistema que consiste de 4 programas diferentes contenidos en un disco flexible.

USO GENERAL DEL SISTEMA .

Una vez que se coloca el disco con el sistema general se debe de escribir estando en A> la siguiente palabra:

SISTEMA

seguido de la tecla ENTER .
Entonces aparece el menú principal:

MENU PRINCIPAL

1 CONDUCTO VOLCANICO

2 COLAPSO DE UNA COLUMNA ERUPTIVA

3 ERUPCIONES VOLCANICAS

4 BALISTICA EXTERNA DE EXPLOSIONES VOLCANICAS

5 FIN DE SESION

Cada opción se explica en su capítulo correspondiente.
Para terminar solo hay que oprimir la opción 5.

APENDICE 4.

Solución a la ecuación:

$$n' = s\sqrt{P_f} + \frac{(x/1-x)\, P_f / RT}{\sigma_r + (x/1-x)\, P_f / RT} \quad \text{----} \ (15)$$

Para resolver esta ecuación se debe de tomar en cuenta la ecuación (13)

$$n = n' - n_d \quad \text{------} \ (13)$$

$$n' = n_d + n \quad \text{-----} \ (13a)$$

Comparando las ecuaciones (13) y (15) es fácil ver que ,

$$n = \frac{(x/1-x)\, P_f / RT}{\sigma_r + (x/1-x)\, P_f / RT}$$

resolviendo para Pf

$$P_f = \frac{(1-x)\, n \sigma_r R T}{x(1-n)}$$

Asignando valores para n, encontramos los valores de Pf. La tabla siguiente muestra los valores obtenidos para Pf para un amplio rango de valores de n.

n	P_f (bars)
0.01	40.612
0.02	82.053
0.03	124.348
0.04	167.525
0.05	211.611
0.06	256.634
0.07	302.626
0.08	349.618
0.09	397.642
0.10	446.734
0.11	496.928
0.12	548.264

La fig. (3) muestra la variación de la presión del gas al nivel de fragmentación con el peso por ciento de gas total exsuelto para agua.

Usando ahora los valores para Pf encontrados se calculan los valores de n' con la ecuación (15), obteniendo una tabla completa para n, n' y Pf.

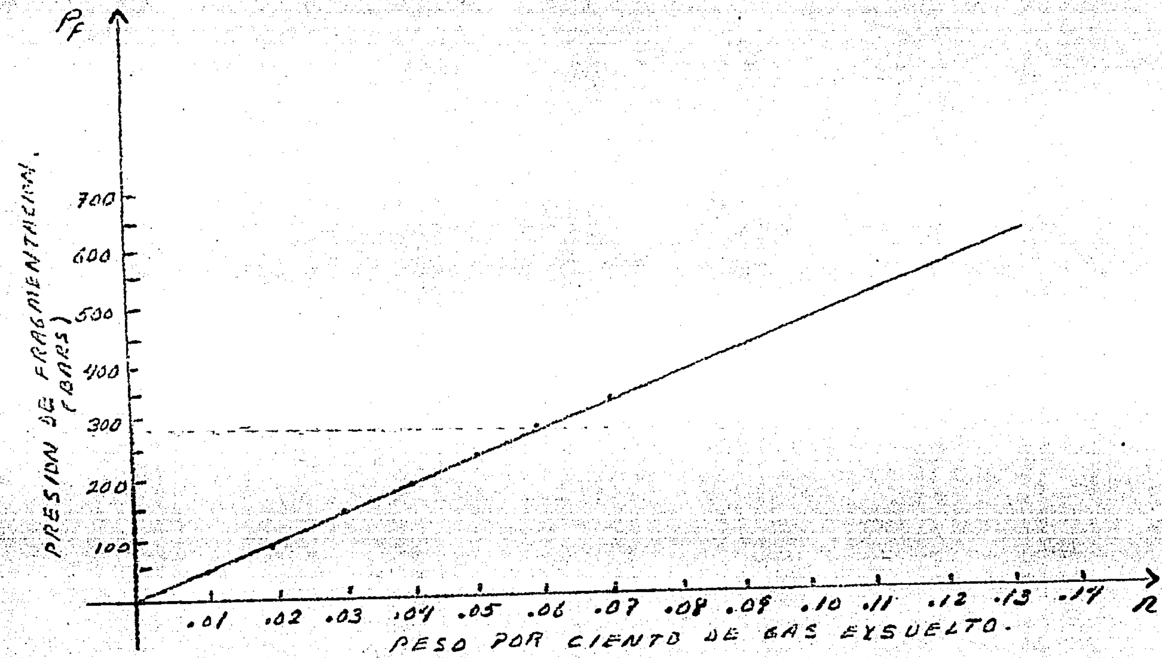


Fig. 3

n	P_F	n'
0.01	40.612	0.018
0.02	82.053	0.032
0.03	124.348	0.044
0.04	167.525	0.057
0.05	211.611	0.069
0.06	256.634	0.081
0.07	302.626	0.093
0.08	349.618	0.104
0.09	397.642	0.116
0.10	446.734	0.128
0.11	496.928	0.139
0.12	548.264	0.150