

01175

1 lej.

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA

Tesis que presenta
MANUEL DE JESUS CARRILLO RICALDE
para obtener el título de
MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRONICA

Creditos asignados 6 (seis).

Jurado:

- M. EN C. PEDRO JOSELEVICH COHEN
- M. EN C. CAUPOLICAN MUÑOZ GAMBOA
- M. EN I. ROBERTO DAZA-GOMEZ TORRES
- M. EN I. HUGO CALLEJA GJUMLICH
- M. EN I. JOSE MIGUEL MARTINEZ A.

[Handwritten signatures and initials]

Coordinador de la Sección

[Handwritten signature: F. Kuhlmann]

Dr. Federico Kuhlmann R.

Jefe de la División.

[Handwritten signature: R. Springall]

Dr. Rolando Springall G.

01175
1983.

Ciudad Universitaria, México D.F., marzo de 1983.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CORRELADOR DIGITAL DE CORTE.

Fís. Manuel J. Carrillo Ricalde.

INTRODUCCION.

Motivación del trabajo.

Dado el gran avance que está teniendo en nuestro país la industria petrolera, se hace evidente la creación de laboratorios de investigación y caracterización de macromoléculas. El grupo de Polímeros de la Universidad Autónoma Metropolitana ha tenido la inquietud de contar con un buen laboratorio para estos propósitos y desde hace varios años se han realizado proyectos en la dirección de la construcción de equipos de dispersión de luz.

Al tenerse el conocimiento de los avances obtenidos en el extranjero, en los estudios realizados en dinámica de macromoléculas en solución, se puso en marcha un proyecto dirigido a construir el equipo necesario para poder realizar ese tipo de investigaciones en el país, ya que hasta la fecha no existe ningún laboratorio en la nación capaz de hacer este tipo de estudios.

La teoría física fue desarrollada hace varios años¹, y a partir de entonces se han venido desarrollando las técnicas de correlación de fotones.

Muchos han sido los avances en este sentido, al grado que se pueden conseguir en el mercado algunos correladores comerciales², y pueden encontrarse una gran variedad de artículos sobre correladores de corte³ y correladores completos⁴, e incluso ya existe un circuito integrado que realiza un cierto tipo de correlación⁵.

Sin embargo, se optó por la construcción de un correlador digital de corte, debido a que para el tipo de experimentos que se planean hacer, este correlador se comporta igual que un correlador completo, además de la gran ventaja que presenta al reducir el tiempo de la mul-

tiplicación de señales al tiempo de retraso de una compuerta como se verá más adelante. Esta última característica fue determinante, pues se piensa que a futuro se realizarán experimentos cercanos a los puntos críticos termodinámicos de polímeros en solución, donde la rapidez del instrumento es fundamental.

No se optó por adquirir un equipo comercial, por dos razones: La primera, de orden presupuestal; la segunda, porque de esta manera se capacita a personal nacional en instrumentación de actualidad.

A mi me tocó implementar la parte electrónica del sistema, o sea, el correlador digital de corte, y es lo que se presenta en este trabajo.

En el capítulo I se hace una breve referencia a las espectroscopías y se sitúa el correlador digital de corte en el contexto de las mismas; también se hace una introducción a los correladores.

En el capítulo II, se dan las técnicas de procesado para las señales obtenidas del conteo de fotones sobre un fotodetector y que lleva en forma natural, como se verá, a la concepción de los correladores como instrumentos útiles en los fenómenos de dispersión de luz, y se introduce formalmente el correlador digital de corte.

En el capítulo III, se describe, tanto en forma esquemática como detallada, el correlador digital de corte que se armó.

Finalmente, en el capítulo IV, se dan los resultados que se han obtenido y las conclusiones sobre el trabajo.

Se tiene además un Apéndice (A) en el cual se da un desarrollo riguroso y formal de la teoría física y matemática en la que se sustenta la importancia de la función de autocorrelación.

CAPITULO I.

Desde hace varios siglos, cuando se descubrió la descomposición de la luz, nació una forma nueva de estudiar la materia basándose en el "espectro" de la luz. De aquí surgió el nombre de espectroscopía (observación del espectro). La espectroscopía no fue realmente importante sino hasta fines del siglo pasado, cuando se pudo asociar directamente a la materia el espectro cuántico de acuerdo al modelo atómico de Bhor.

Actualmente, las espectroscopías van mucho más allá de la luz visible, extendiéndose sobre todo el intervalo de las ondas electromagnéticas, y aún sobre las frecuencias de las ondas materiales o cuánticas, donde dependiendo de la longitud de onda de la radiación se pueden hacer estudios de la materia desde los niveles de partículas elementales, hasta sistemas moleculares pasando por átomos y moléculas aisladas. Así pues, de acuerdo a la longitud de onda de la radiación, las espectroscopías se dividen en:

- Espectroscopía en el infrarrojo.
 - Espectroscopía en el visible.
 - Espectroscopía en el ultravioleta.
 - Espectroscopía en rayos X.
 - Espectroscopía de electrones.
 - Espectroscopía de neutrones.
 - Espectroscopía de protones.
 - Espectroscopía de moléculas.
- } Espectro Electromagnético.
- } Espectro Cuántico.

Además, cada una de estas espectroscopías se divide a su vez en tres tipos, que son:

- La espectroscopía de emisión.
- La espectroscopía de absorción.
- La espectroscopía Raman.

La primera se basa en el estudio del espectro emitido por el medio en estudio. La segunda se basa en la absorción de ciertas partes del espectro continuo que ocurre al pasar la luz por el medio en estudio. Finalmente, la espectroscopía Raman se basa en el hecho de que los fotones*son dispersados al chocar con las moléculas del medio en estudio.

La espectroscopía Raman en el visible es en particular la que domina en el estudio de la materia a nivel molecular, siendo pues esta espectroscopía la que nos interesa.

El avance más reciente en la espectroscopía Raman se basa en el hecho de que los fotones son partículas aisladas y se pueden detectar como tal, de modo que producen impulsos eléctricos discretos que pueden ser trabajados directamente con un circuito secuencial de alta velocidad. A este tipo de espectroscopía se le denomina "Espectroscopía en Correlación Digital de Fotones"⁶, y su relevancia estriba en el hecho de que se pueden estudiar con ella la dinámica molecular en escalas de tiempo del orden de hasta 10^{-6} seg.

Una gran variedad de fenómenos que antes no se habían logrado estudiar por otros métodos, están siendo en la actualidad atacados con esta herramienta. Algunos ejemplos entre otros, son: la determinación de las constantes de difusión de macromoléculas en soluciones diluidas⁷; así como los fenómenos de relajación en fluidos viscoelásticos⁸; y las investigaciones en el comportamiento de diversos materiales cerca del punto crítico termodinámico⁹.

* Fotón.-- Partícula de luz o cuanto luminoso.

El correlador digital de corte que aquí se presenta, surgió de la necesidad que se tenía en el Laboratorio de Polímeros de la Universidad Autónoma Metropolitana de realizar experimentos en dinámica de macromoléculas, y tan solo es parte de un equipo mucho mayor (ver Fig.2.1).

De hecho se podría decir que es una interfase dinámica entre un amplificador discriminador, cuya función es la de normalizar la forma y duración de los pulsos generadores en el fotodetector al captar los fotones, y un microprocesador donde se analizará la forma de la función de correlación para así poder determinar los parámetros relevantes en el problema.

Sin embargo, la relevancia fundamental del correlador digital de corte estriba en que, efectivamente, se obtiene a su salida la función de correlación cortada de la señal proveniente del amplificador discriminador.

La correlación es fundamentalmente un proceso de comparación entre dos señales, similar al que empleamos en nuestra vida diaria, donde comparamos continuamente sonidos, imágenes y otras sensaciones con respecto a otros sonidos, imágenes y sensaciones recibidos anteriormente. Por ejemplo, cuando vemos a una persona, comparamos mentalmente su imagen con otras archivadas en nuestra memoria y discernimos si es tal o cual persona. La clave del proceso de comparación humana está en que mentalmente medimos el grado de similitud entre dos o más parámetros. La comparación puede hacerse en tiempo real o podemos, como en el ejemplo, almacenar información para usarla más adelante.

Fisicamente los coeficientes de correlación miden el grado de ligazón o de afectación entre dos variables aleatorias, ya sea en el espacio o en el tiempo. Si las dos variables son totalmente aleatorias y una no afecta a la otra, la correlación entre ellas es cero y, si por

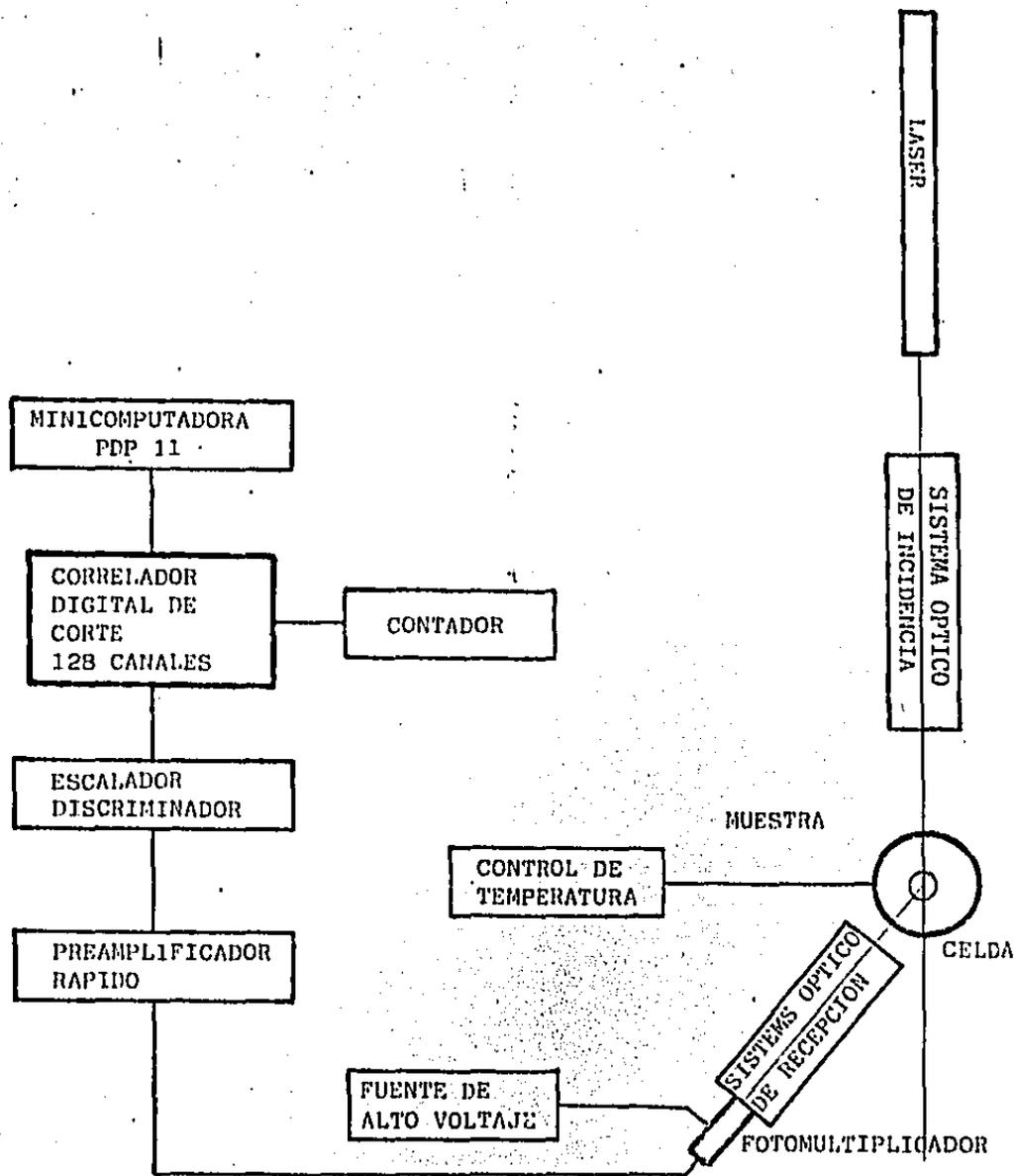


FIGURA 2.1.- DIAGRAMA DEL DISPERSOR DE LUZ PARA EXPERIMENTOS EN DINAMICA MOLECULAR

el contrario una afecta de tal forma a la otra que depende totalmente de la primera, su correlación es uno.

Matemáticamente, la correlación temporal entre dos funciones aleatorias $x(t)$ y $y(t)$, se define de la siguiente forma:

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t+\tau) dt$$

donde $R_{12}(\tau)$ se refiere a la correlación entre dos señales $x(t)$ y $y(t)$ relativas a un defasamiento temporal τ . Como puede apreciarse, una correlación involucra básicamente tres operaciones: primero un corrimiento o defasamiento temporal; segundo, un producto entre las señales; y tercero, la suma de ellas (integral).

Electronicamente se tienen que seguir estos mismos tres pasos, el defasamiento, la multiplicación y la suma, en cualquier proceso de correlación. Si lo que se tiene son señales digitales, el proceso se simplifica bastante, pues puede hacerse una comparación bit a bit entre las señales a correlacionar¹¹. Para ver esto, en la Fig.2.2 se muestra la comparación entre una señal de entrada y una señal de referencia previamente almacenada. Aquí en cada pulso de reloj se desplaza la señal de entrada y se compara bit a bit con la señal de referencia, y se da el número de bits iguales entre ambas. Como puede apreciarse, en el octavo pulso de reloj se obtiene la máxima correlación.

Dependiendo de la procedencia de las señales a correlacionar, se conocen dos tipos de correlaciones, a saber:

- correlación cruzada
- autocorrelación.

En la correlación cruzada, las señales a correlacionar provienen de dos fuentes diferentes, y en la autocorrelación provienen de la misma fuente.

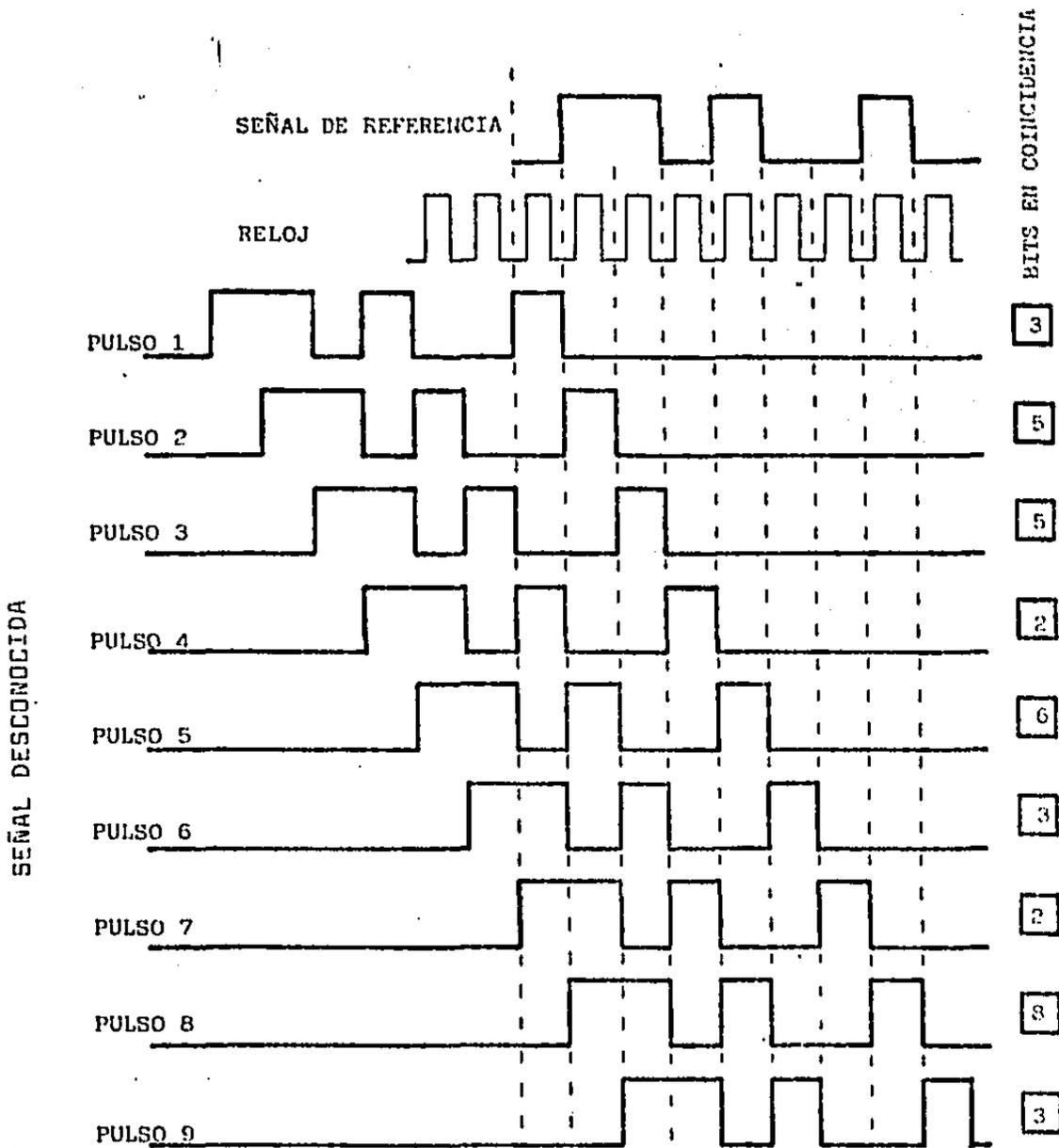


FIGURA 2.2.-COMPARACION BIT A BIT ENTRE UNA SEÑAL
DESCONOCIDA Y OTRA ALMACENADA.

El correlador que se presenta en este trabajo, es un autocorrelador, pero con una característica extra, que consiste en que compara la señal de entrada con una señal "cortada" o "amarrada" a cierto umbral, por lo que se le denomina correlador de corte.

Los correladores de corte como cada uno de los otros tipos de correladores, tienen ciertas características bien definidas, y en ellos se busca que la relación que efectúan sea idéntica a la correlación total de las señales una vez efectuados los promedios temporales. Si bien esto restringe mucho el empleo de los correladores de corte, su ventaja estriba en la alta rapidez con que pueden efectuar la correlación.

Según el uso específico que se le vaya a dar a un correlador, son sus capacidades y sus limitaciones. Así por ejemplo, existen correladores¹² que nos proporcionan a su salida un número binario que nos da la medida del número de bits idénticos entre las señales que compara. Este tipo de correladores se pueden usar de modo muy sencillo en el reconocimiento de códigos redundantes por ejemplo, donde lo que se haría es almacenar en alguna memoria los códigos válidos y compararlos uno a uno con la señal que llega. Este tipo de correlador también puede emplearse para medir tiempos de retraso en una línea, para reconocimiento de patrones periódicos o para lo que la imaginación del diseñador permita.

Estos correladores se pueden conseguir en la actualidad en un circuito integrado¹² que según el fabricante, puede recorrer las localidades de los registros de almacenamiento y realizar la comparación entre las señales hasta una rapidez de 20 MHz. La limitación de este correlador estriba en que la longitud máxima de bits que compara es de solo 64.

El otro tipo de correladores que se encuentran reportados, son aquellos en los que quiere obtenerse simultaneamente la correlación entre dos señales a diferentes tiempos, o sea, en los que se quiere más de una simple comparación.

En este segundo grupo se encuentran dos categorías, una de "correladores completos" y otra de "correladores de corte". Los primeros obtienen la correlación completa o total entre las dos señales, sin aproximar o perder bits de información. Y los segundos obtienen la correlación entre una señal completa y otra "cortada", o sea, referida a un umbral debajo del cual será cero la señal y arriba del cual será un uno lógico.

Los correladores completos se basan todos en el uso de minicomputadoras^{13,14}, donde se tiene acceso directo a memoria, guardando en ella las señales y procediendo a multiplicarlas y sumarlas después. La principal limitación en este caso es, evidentemente, la rapidez con que se puede acceder a la información, que en los mejores casos está entre 100 KHz y 1 MHz. El mejor trabajo que se encontró¹⁵, reporta una capacidad de 10 MHz para la rapidez de acceso, basándose en adicionar una memoria RAM de 1 K x 8 bits construida con TTL Schottky a una minicomputadora PDP 11/10.

La principal ventaja de un correlador de este tipo, es la gran capacidad de memoria de que se dispone y la facilidad de poder efectuar multiplicaciones entre palabras de 8 ó 16 bits. Sin embargo, sus principales inconvenientes son, por un lado la rapidez de acceso y por lo tanto de trabajo, y por otro la utilización exclusiva de una minicomputadora durante todo el tiempo que lleve a realizar el experimento.

Por otro lado se encuentran los correladores de corte los cuales, por el hecho de efectuar multiplicaciones solo con palabras de 1 bit,

reducen el tiempo de operación pudiendo trabajar hasta 20 MHz. La principal ventaja es obviamente la rapidez con que se pueden dar las cuentas, y sus principales desventajas son, por un lado su laboriosa implementación, y su uso restringido a procesos donde se tenga la correspondencia entre la correlación total y la "cortada".

CAPITULO II.

2.1 Introducción.

En el apéndice A se hace una presentación teórica ordenada donde se plantean las propiedades de una señal luminosa antes de ser detectada, así como su estadística. Se definen formalmente los momentos de la señal y las funciones de correlación de la misma. Se plantea así mismo el estudio de un sistema ergódico en una situación estacionaria, en el seno de los cuales surge la función de autocorrelación, y se plantea el teorema de Wiener-Khinchine que establece la relación entre la densidad de potencia espectral de la señal con la función de autocorrelación de la misma.

Luego se estudia el comportamiento de los campos ópticos, donde se ve que no es posible medir directamente la función de correlación del campo, debido al proceso de promedio cuadrático que se presenta en la detección, y se llega a que si es posible medir la función de autocorrelación de la intensidad.

Finalmente, se plantean dos importantes relaciones, la de Siegert para campos gaussianos y la técnica heterodina para campos no gaussianos, para obtener la función de correlación del campo a partir de la función de autorrelación de las intensidades.

Se termina este apéndice con la demostración de equivalencia entre la función de autocorrelación de las intensidades y la función de autocorrelación de conteo de fotones.

En este capítulo vamos a partir de que físicamente es importante conocer la función de autocorrelación de conteo de fotones, para determinar algunas propiedades materiales del medio, y nos adentraremos a discutir las técnicas de procesado de señales existentes. Terminando

con el planteamiento teórico de un autocorrelador digital y del autocorrelador digital de corte.

2.2 Técnicas de procesado.

Las técnicas de procesado de la señal pueden clasificarse de acuerdo a si operan en el dominio del tiempo o de la frecuencia, y de acuerdo a si se tiene un solo canal o se tienen varios en paralelo. La tabla 2.I nos da una visión sintética de esto.

Consideremos primero el instrumento de un solo canal. Para un único canal, tenemos que esencialmente solo un dato de la información puede ser obtenido por cada muestreo de la señal. Tenemos por ejemplo el analizador de muestreo de ondas o filtro de barrido eléctrico; él toma una muestra de la señal y, filtrándola, deja pasar una sola componente de frecuencia; toma otra muestra de la señal y la vuelve a filtrar para dejar pasar una 2ª componente de frecuencia, y así sigue hasta cubrir un cierto intervalo de frecuencias. El proceso es entonces reciclado para tomar los promedios y construir el espectro de intensidades.

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\langle \frac{1}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} I(t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \right\rangle$$

El instrumento equivalente en el dominio del tiempo es el contador coincidente de retraso. Este, toma una muestra de la señal y multiplica la intensidad a un tiempo dado por la intensidad de la señal a otro tiempo posterior. Entonces, toma una nueva muestra de la señal y la multiplica de nuevo por la intensidad de la señal a otro tiempo de retraso y así se sigue sobre un cierto intervalo de tiempos de retraso. Entonces reciclando el procedimiento se construye la función de autocorrelación. Ambas técnicas dan un uso ineficiente a la señal,

DOMINIO TIPO	TIEMPO	FRECUENCIA
CANAL SIMPLE	COINCIDENCIAS RETARDADAS	ANALISIS DE ONDAS
CANALES PARALELOS	AUTOCORRELADOR	BANCO DE FILTROS

TABLA 2.I.

ya que sólo una frecuencia o una componente de retraso temporal son tomadas por cada muestreo. Esto puede ser una consideración de importancia si el campo óptico de interés es mas bien débil o tiene tiempos de correlación muy grandes por lo que se necesitarían experimentos muy largos para obtener un grado razonable de precisión estadística. Es importante mencionar que debido a la naturaleza digital inherente de la señal, la técnica de coincidencia retardada puede tener una ventaja sobre el análisis de espectros analógico, particularmente a bajas intensidades.

Pasando a los métodos de canales paralelos: la operación de un banco de filtros es obvio. Un intervalo de varias frecuencias son ahora filtradas en cada muestreo de la señal, por lo que la duración del experimento es reducida considerablemente. La desventaja fundamental de esta técnica es su inflexibilidad, ya que regresar a un banco de filtros de una nueva variedad de frecuencias, no es fácil de conseguir. Además, la naturaleza analógica del almacenado de la información, puede también restringir el uso de un instrumento a un conjunto muy particular de trabajos. Ahora consideremos la alternativa final, el autocorrelador es el análogo al banco de filtros en el dominio del tiempo y puede ser construido en principio usando un registro de corrimien

to y memorias digitales (ver Fig. 2.1).

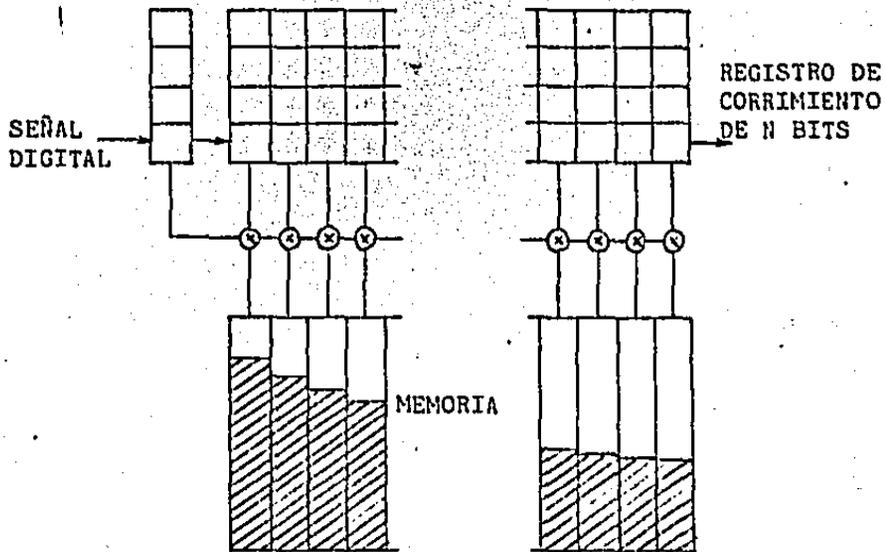


Figura 2.1.- Uso de un registro de corrimiento para autocorrelación.

La señal es pasada continuamente a través del registro de corrimiento. En cada tiempo de corrimiento, un nuevo dato de la señal es metido al primer canal, mientras que el contenido de los demás canales es desplazado al canal siguiente y el del último canal es desechado. Durante el tiempo de corrimiento, el contenido del primer canal es multiplicado por el contenido de cada uno de los otros canales, almacenándose cada uno de estos productos. Al continuar este proceso cíclicamente se obtiene la función de autocorrelación en la memoria.

Para cada muestreo de la señal, se construye simultáneamente el producto de la señal en el primer tiempo con cada uno de los demás tiempos hasta el largo total del registro de corrimiento. La cantidad de información no usada es determinada por la resolución del registro de corrimiento, o sea, el tiempo de corrimiento. La multiplicación y almacenado pueden realizarse por un método análogo desde luego, pero

el autocorrelador cobra forma en cuanto que la forma digital original de la señal es retenida por él. El intervalo de frecuencias cubierto por el instrumento está gobernado por la longitud total del muestreo. Esta, puede ser fácilmente cambiada alterando el reloj de corrimiento y por tanto, el tiempo de corrimiento. Desafortunadamente, si asumimos que modestamente queremos una resolución de la décima parte del tiempo de coherencia* de la señal, entonces se necesitarán hacer del orden de cien multiplicaciones de pares de números digitales en tiempos tan pequeños como 10^{-7} seg.

2.3 El Correlador de Corte.

Para poder superar las dificultades prácticas de la autocorrelación digital rápida en tiempo real, podemos emplear una técnica conocida como "cortado" o "cuantización a un bit", en la cual la señal analógica $V(t)$, es reemplazada por una señal de dos niveles $V_c(t)$ de acuerdo a algún criterio establecido sobre la amplitud de la señal. En una forma extrema del cortado, conocida como el límite extremo, por ejemplo, la señal es tomada como 1 si es mayor que el valor promedio, y como -1 si es menor. Una relación interesante existe entre la función de autocorrelación de las señales originales y cortadas cuando la señal $V(t)$ está distribuida gaussianamente alrededor de la media. Como se ve en la sección 3.1 del apéndice A, la distribución de probabilidad $P(V(t), V(t'))$ está dada en este caso por la distribución conjunta gaussiana (ecuación 3.6 del apéndice A).

$$P(V, V') = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2(\tau)}} \exp\left\{-\frac{V^2 + V'^2 - 2VV'\rho(\tau)}{2(1-\rho^2(\tau))}\right\} \quad 2.1$$

$$\rho(\tau) = \langle V(t) V(t+\tau) \rangle \quad 2.2$$

* Ver apéndice A.

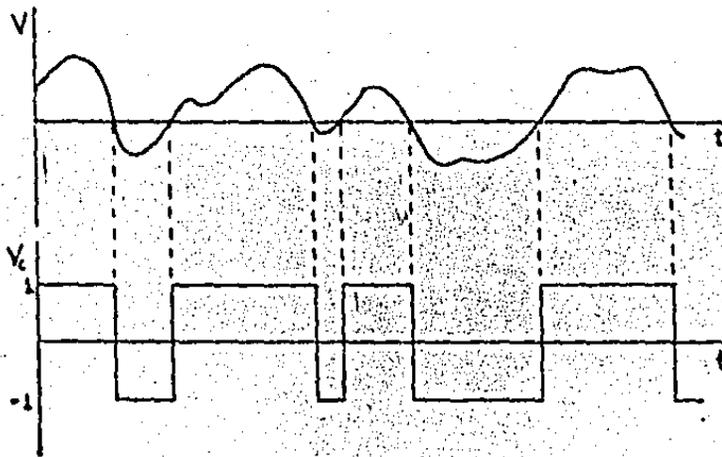


Figura 2.1.- Límite extremo.

y hemos tomado:

$$\langle V \rangle = 0 \quad \langle V^2 \rangle = 1 \quad 2.3$$

por conveniencia. Si definimos la señal de corte del límite extremo por:

$$V_c(t) = \begin{cases} +1 & \text{para } V(t) > 0 \\ -1 & \text{para } V(t) < 0 \end{cases} \quad 2.4$$

entonces, la función de correlación de doble corte (o sea, que tanto el canal de entrada como el de referencia están cortados), es:

$$g_{dc}(\tau) = \langle V_c(t) V_c(t+\tau) \rangle \quad 2.5$$

está dada por:

$$g_{dc}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V_c V_c' P(V, V') dV dV' = 4 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} P(V, V') dV dV' \quad 2.6$$

Usando la normalización de la distribución de probabilidad y (2.4). Sustituyendo 2.6 en 2.1, se obtiene después de integrar por el teorema de Van Vleck¹⁵

$$g_{dc}(\tau) = \frac{2}{\pi} \arcsin g(\tau) \quad 2.7$$

que relaciona la función de correlación de las señales originales y cortadas. Por lo tanto, una medida de $g_{dc}(\tau)$ puede usarse para determinar $g(\tau)$. La importancia de este resultado en el contexto pre-

sente, estriba en la simplicidad del corte de $V(t)$ definido en 2.4. La multiplicación de series de unos y menos unos, se puede realizar fácilmente electronicamente, por lo que la autocorrelación de este tipo de señales es considerablemente mas simple que la autocorrelación de las señales originales. Otro tipo de función de correlación de corte que puede definirse, es la versión de corte simple de 2.5, o sea:

$$g_{sc}(\tau) = \langle V_c(t) V_c(t+\tau) \rangle \quad 2.8$$

en la que sólo un canal es cortado de acuerdo al criterio del límite extremo. Ahora bien, raramente mencionada en la literatura, ésta función está relacionada por una fórmula par a la función de correlación no cortada. Por lo que, si V_c está definida por 2.4, entonces $g_{sc}(\tau)$ se hace cero, pero si tomamos:

$$V_c(t) = \begin{cases} +1 & \text{para } V > 0 \\ 0 & \text{para } V < 0 \end{cases} \quad 2.9$$

entonces:

$$g_{ic}(\tau) = \int_0^\infty dV' \int_{-\infty}^\infty V P(V, V') dV \quad 2.10$$

y de nuevo usando 2.1 se obtiene:

$$g_{ic}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} f(\tau) \quad 2.11$$

La existencia de fórmulas como 2.7 y 2.11 parecen en principio sorprendentes, pero se deben a la hipótesis hecha a priori de estadística gaussiana. Ya que todas las propiedades estadísticas de orden superior de la luz pueden ser expresadas en términos de la función de correlación de menor orden para este tipo de señales, resulta por lo tanto posible expresar la función de correlación de límite extremo de la señal que está relacionada con la distribución de cruce por cero, en función de $g(\tau)$. El hecho de que las funciones de correlación de órdenes superiores estén contenidas en esta relación, significa que al-

guna pérdida de la precisión estadística puede esperarse, pero también se tiene que el efecto debe ser pequeño.

El teorema de Van Vleck no puede tomarse directamente sobre la forma de la ecuación 2.7 para usarse sobre frecuencias ópticas, puesto que (a) el cuadrado de la envolvente de la señal es lo detectado* y (b) la señal es digitaly distorciónada por el ruido de disparo del fotodetector. Ahora bien, es posible encontrar una técnica análoga para el caso de luz gaussiana. Esta está basada en la definición de corte de la razón de conteo dada por: (Fig. 2.2)

$$m_k(t;T) = \begin{cases} 1 & m(t;T) > k \\ 0 & m(t;T) \leq k \end{cases} \quad 2.12$$

El valor promedio de esta cantidad es:

$$\langle m_k \rangle = \langle m_k^T \rangle = \sum_{n=k+1}^{\infty} p(n;T)$$

sustituyendo $p(n;T)$ por la ecuación 3.19 del apéndice A, se tiene:

$$m_k = \left(\frac{\bar{n}}{1 + \bar{n}} \right)^{k+1} \quad 2.13$$

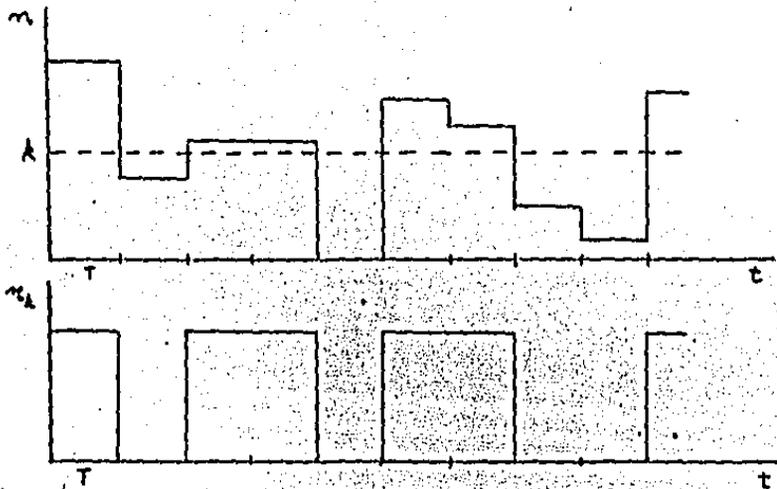


Figura 2.2.

Esto es el promedio de la razón de cuentas cortadas para luz gaussiana en el pequeño tiempo de muestreo $T \ll \tau_c$ (hemos adoptado la notación $\bar{n} \equiv \langle n \rangle$). En el caso coherente la suma no puede ser evaluada anali-

ticamente, aunque las propiedades de la suma exponencial resultante son bien conocidas y tabuladas. Como en el caso analógico, podemos definir dos tipos de funciones de correlación cortadas y normalizadas:

$$g_k^{(2)}(\tau) = \frac{\langle m_k(t) m_k(t+\tau) \rangle}{\langle m_k \rangle \langle m \rangle} \quad 2.14$$

y:

$$g_{kk'}^{(2)}(\tau) = \frac{\langle m_k(t) m_{k'}(t+\tau) \rangle}{\langle m_k \rangle \langle m_{k'} \rangle} \quad 2.15$$

La función de corte simple 2.14 puede evaluarse y expresarse en forma cerrada para luz gaussiana usando la expresión 3.11 del apéndice A, para las funciones de generación de las distribuciones conjuntas de las intensidades, y la relación:

$$g_k^{(2)}(\tau) = \frac{1}{\bar{m}} \left(\frac{1+\bar{m}}{\bar{m}} \right)^{k+1} \sum_{m=k+1}^{\infty} \sum_{m_1=1}^{\infty} m p(m, m_1) \quad 2.16$$

$$= \frac{1}{\bar{m}} \left(\frac{1+\bar{m}}{\bar{m}} \right)^{k+1} \sum_{m=k+1}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(-\kappa \frac{d}{ds} \right)^m \left(-\kappa \frac{d}{ds} \right) Q(ss') \Big|_{s'=0}$$

de donde se obtiene la fórmula ¹⁶:

$$g_k^{(2)}(\tau) = \left| 1 + \frac{1+k}{1+\bar{m}} |g^{(1)}(\tau)|^2 \right|^2 \quad 2.17$$

En general no es posible conseguir la reducción para el caso de doble corte (2.15), pero puede escribirse en términos de una triple suma como sigue:

$$g_{kk'}^{(2)}(\tau) = \rho^{k+1} + \rho^{k'+1} - 1 + \frac{(1-\rho)^2}{1-\rho^2 |g^{(1)}(\tau)|^2} \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^{k'} \sum_{r=0}^{\infty} \binom{n+r}{r} \left(\frac{m}{r} \right) x^n y^m z^r \quad 2.18$$

donde:

$$x = \frac{\rho(1-\rho) |g^{(1)}(\tau)|^2}{(1-\rho^2 |g^{(1)}(\tau)|^2)}, \quad y = \frac{\rho(1-\rho) |g^{(1)}(\tau)|^2}{(1-\rho |g^{(1)}(\tau)|^2)} \quad 2.19$$

$$z = \frac{(1-\rho)^2 |g^{(1)}(\tau)|^2}{(1-|g^{(1)}(\tau)|^2)(1-\rho^2 |g^{(1)}(\tau)|^2)}$$

$$y: \quad \rho = \frac{\bar{n}}{1 + \bar{n}} \quad 2.20$$

en el caso especial de $k'=0$ o sea, cortar a cero en uno de los canales, 3.18 se reduce a:

$$J_{k0}^{(2)}(\tau) = \frac{1}{\rho} - \frac{1-\rho}{\rho} \left(\frac{1-\rho |g^{(1)}(\tau)|^2}{1-\rho^2 |g^{(1)}(\tau)|^4} \right)^{k+1} \quad 2.21$$

y cuando k es también tomada en cero, se obtiene¹⁶:

$$J_{00}^{(2)}(\tau) = \frac{1 + |g^{(1)}(\tau)|^2 (1-2\rho)}{1 - \rho^2 |g^{(1)}(\tau)|^2} = \frac{1 + \frac{1-\bar{n}}{1+\bar{n}} |g^{(1)}(\tau)|^2}{1 - \left(\frac{\bar{n}}{1+\bar{n}}\right)^2 |g^{(1)}(\tau)|^2} \quad 2.22$$

Una comparación de 2.17 con la relación de Siegert (3.13 apéndice A), muestra que el cortado simple no distorsiona la dependencia temporal de la función de correlación de intensidades. De hecho, si tomamos $k \sim \bar{n}$, las dos relaciones son virtualmente idénticas. Cualquier forma de cortado doble, por otro lado, producirá distorsión. Puesto que k puede ser tomado como sea, aparece que el término de "información" 2.17, es amplificado si $k > \bar{n}$, provocando un mejoramiento en la razón señal a ruido. Ahora bien, es obvio que a medida que k se hace mayor que el promedio de la razón de conteo, la razón de conteo de corte decrecerá y la precisión de la estadística empeorará.

Por lo tanto, podemos ver que para la correlación de señales gaussianas cortadas definidas por 2.12, podemos al menos en el caso de corte simple, obtener información del espectro sin introducir distorsiones.

Finalmente, podemos considerar cómo un instrumento puede ser diseñado para operar en la base de 2.17. La figura 2.3 muestra un esquema del mismo, donde un registro de corrimiento es usado igual que antes, pero ahora es un registro de corrimiento de un solo bit,

además, ahora son compuertas AND's las que realizan las multiplicaciones previas al almacenamiento. La señal cortada se introduce en el registro de corrimiento y es desplazada cada tiempo de muestreo T , y el valor de la señal no cortada se emplea simultáneamente en las compuertas AND's, que son controladas por el contenido del registro de corrimiento, por lo que las cuentas de la señal de entrada solo serán almacenadas en aquellos canales donde esté activa la AND.

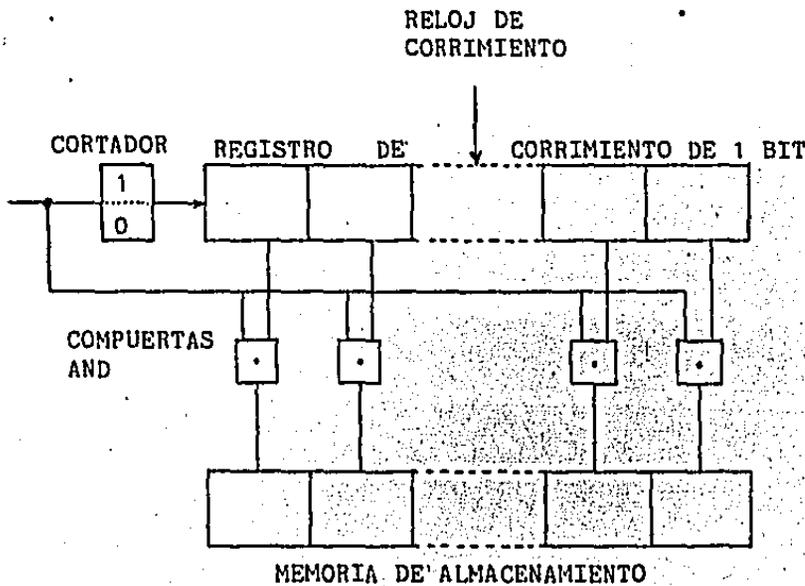


Figura 2.3.- Autocorrelador Digital de Corte.

CAPITULO III.

3.1 Introducción.

En el capítulo II se planteó la utilidad de los correladores digitales y se vió para qué casos el correlador digital de corte es útil. En este capítulo, veremos la manera como se pensó el diseño de un correlador de corte práctico y la forma como se implementó.

3.2 Diseño del correlador digital de corte.

Partiendo del correlador digital de corte planteado al final del capítulo II, se encuentran una serie de inconvenientes prácticos para realizarlo tal cual. El primer problema es que la parte marcada como almacenamiento debajo de las compuertas AND, sería muy laborioso y costoso de implementarse canal por canal, ya que se requeriría de un sumador por canal y de una memoria de 16 o mas bits también por canal.

Para resolver este primer problema práctico, se pensó en poner un registro de corrimiento paralelo-serie que "saque" los datos de los canales y los pase a través de un sumador donde canal por canal se irán sumando y almacenando en una memoria dinámica.(Fig. 3.1)

Sin embargo, esto requiere que mientras se desplaza el registro de salida, las cuentas que se vayan dando se almacenan en otro registro a fin de no perderlos, y además se necesita que el número de cuentas que entren al registro de salida no sea mayor de uno.

Para resolver esta segunda dificultad, se pensó en "escalar" las entradas al registro de corrimiento de salida, o sea, tener una cuenta por cada 16, para lo cual se pensó en un contador binario, y finalmente se puso un registro de un bit para guardar la salida del escalador, mientras se sacan las cuentas almacenadas en el registro de corri

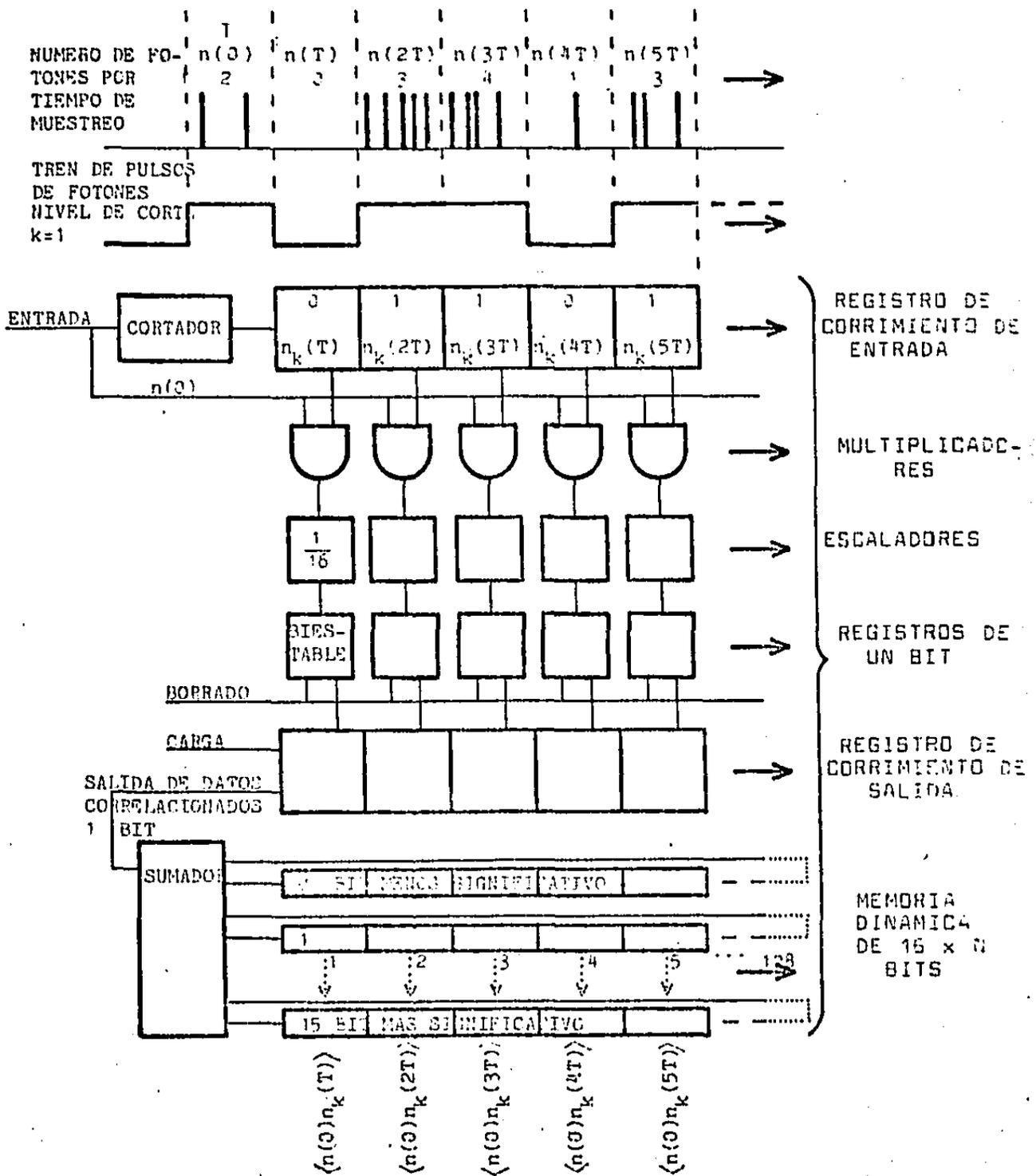


FIGURA 3.1.- ESQUEMA DEL CORRELADOR DIGITAL DE CORTE

miento

Con esto, se plantea la versión a bloques del correlador digital de corte armado, que se presenta en la Fig. 3.1 y que está integrado, como puede verse:

- del cortador; que corta la señal de entrada.
- de un registro de corrimiento de entrada; donde se introduce la señal cortada.
- de los multiplicadores; compuertas AND, donde se multiplica el contenido del registro de corrimiento (señal cortada) con la señal de entrada.
- de los escaladores; contadores base 16
- de los registros de 1 bit; que guardan la salida de los contadores base 16 mientras se saca la información del registro de corrimiento de salida.
- del registro de corrimiento de salida; que sirve de interfase dinámica con la memoria
- del sumador; que irá sumando canal por canal el contenido del registro de corrimiento de salida con el contenido de la memoria dinámica.
- de la memoria dinámica; que es donde se almacena el número de cuentas por canal, o sea, la correlación de la señal a $t=0$ y a mT , donde m es el número de canal, esto es: $\langle n(0)n_k(mT) \rangle$.

3.3 Descripción física del correlador armado.

El correlador construido consta de 128 canales ($N=128$) de correlación, que se encuentran distribuidos en 8 tabletas de "correlación" de 16 canales cada una, conectados en serie para obtener los 128 canales deseados. El sistema puede crecer por tanto de 16 en 16 canales,

simplemente agregando más tabletas de correlación y modificando los tiempos de los relojes que controlan el proceso.

Se tiene además, una tableta de "control" en la cual se generan los diferentes relojes que requiere el proceso. También se tiene una tableta de reloj de la cual se obtienen los dos relojes principales, uno de los cuales es fijo y es el que utiliza la tableta de control, por lo que le llamaremos "reloj de control", y otro variable controlado a través de interruptores externos, que determina la duración del período sobre el cual se hará la correlación o el muestreo, por lo que le llamaremos "reloj de muestreo".

El sistema cuenta además con una tableta de "señal y corte" que es donde se divide el tren de entrada en dos trenes idénticos para después pasar uno de éstos por el "cortador". Y finalmente, se tiene una tableta de "almacenamiento", donde se van sumando y almacenando las cuentas bit a bit que se obtienen de cada uno de los 128 canales.

En la Fig. 3.2 se muestra en forma esquemática la interconexión de las diferentes tabletas, para formar el sistema completo.

3.4 Descripción detallada de las tabletas.

Dado que todo el sistema gira alrededor del circuito que efectúa la correlación, comencemos con él.

Tableta de correlación.- El circuito contenido en cada tableta de correlación se muestra en la Fig. 3.3. Es un circuito sencillo basado en la descripción que se dió anteriormente sobre el principio de operación del correlador digital de corte.

Tableta de Control.- La tableta de control, que es como su nombre lo indica, la que controla todo el proceso de correlación, es un circuito que se definió en base a las necesidades que se tenían. La

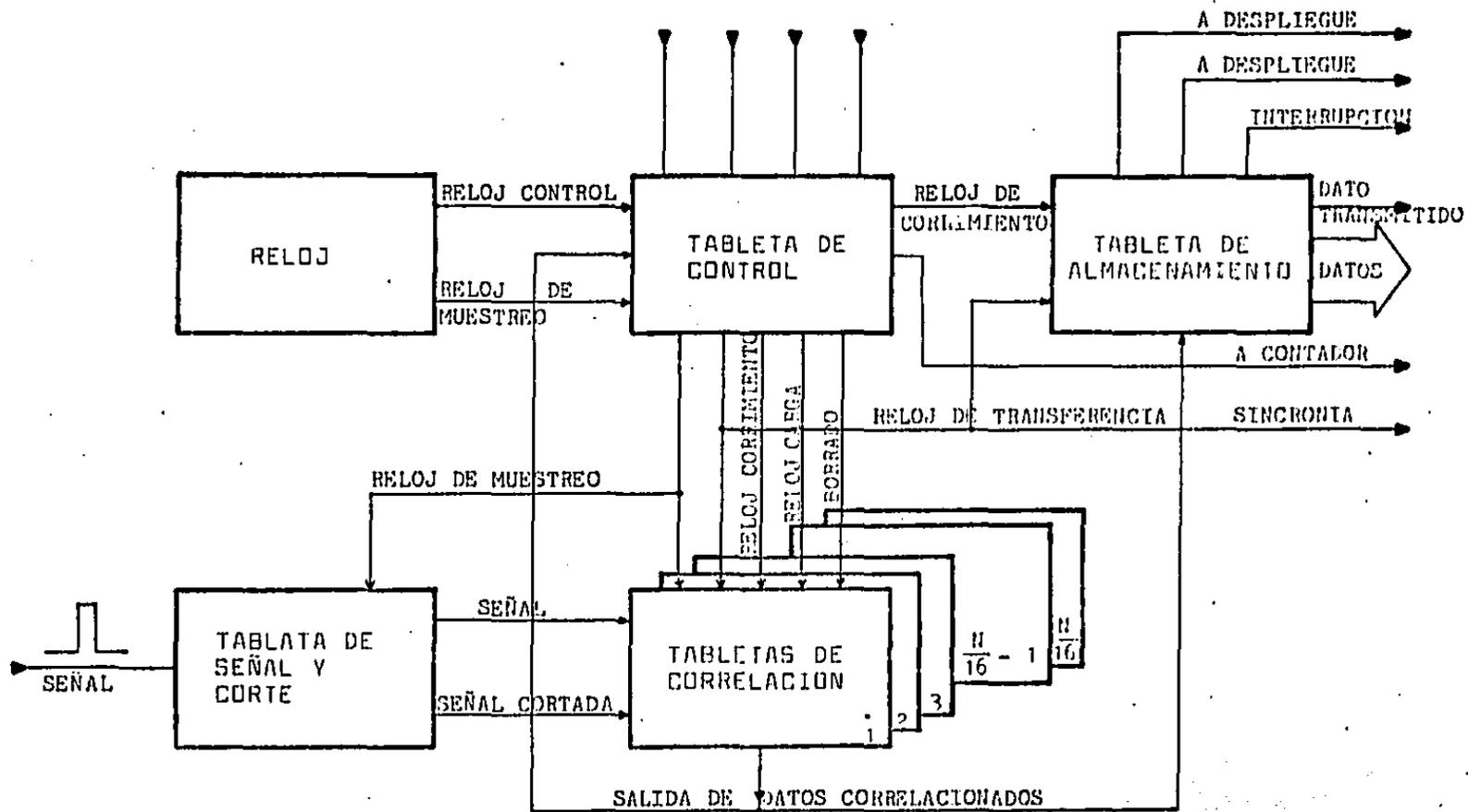


FIGURA 3.2.- DIAGRAMA ESQUEMATICO DE LA INTERCONEXION DE LAS DIFERENTES PARTES DEL CORRELADOR

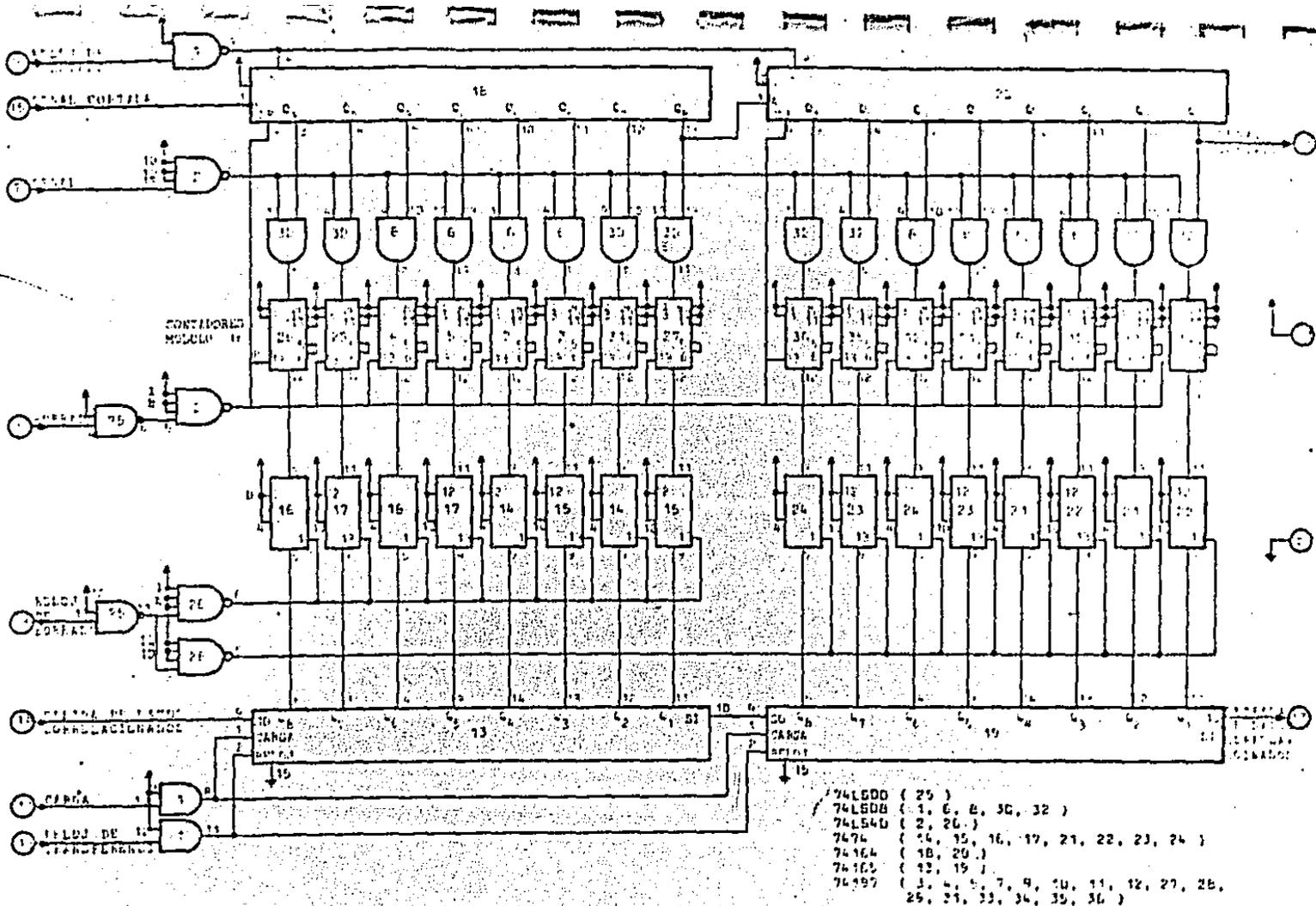


FIGURA 2.3.- DIAGRAMA DEL CIRCUITO DE CORRELACION POR TABLETA (16 BITS EN CADA UNA)

primera restricción surge de la manera como debe darse la secuencia de eventos en las tabletas de correlación. Esta secuencia es la siguiente:

- a) Transferir el contenido del registro de 1 bit, al registro de corrimiento de salida.
- b) Borrar el registro de un bit.
- c) Desplazar el registro de corrimiento de salida, el número de canales (N) que haya menos uno (en este caso 127 veces).
- d) Y, se debe generar un reloj más que desplace el registro de la tableta de almacenamiento, que requiere ser desplazado N veces.

De aquí, se ve la necesidad de la existencia de 128 (N) pulsos de reloj, para mover los registros, mas dos pulsos más para correr y borrar el registro de 1 bit. La secuencia que se implementó, se muestra en la Fig. 3.5, donde puede apreciarse que inmediatamente después de la transferencia se genera un pulso muy corto (40 nseg aproximadamente) que borra los registros de salida de los sumadores. También se muestra el reloj de control, llamado así por ser del que se derivan las señales de control.

En la tableta de control se pusieron también los controles de inicio-paro, borrado general y disparo que a continuación se describen.

Descripción de los controles.- El control de inicio-paro, marca el momento en que se inicia o se detiene manualmente el proceso de correlación. A través de él, se sincronizan el reloj de muestreo (T), que desplaza el registro de corrimiento de la señal cortada, y la llegada de cuentas a la tableta de manejo y corte.

Este control es de gran utilidad sobre todo cuando se está cali-

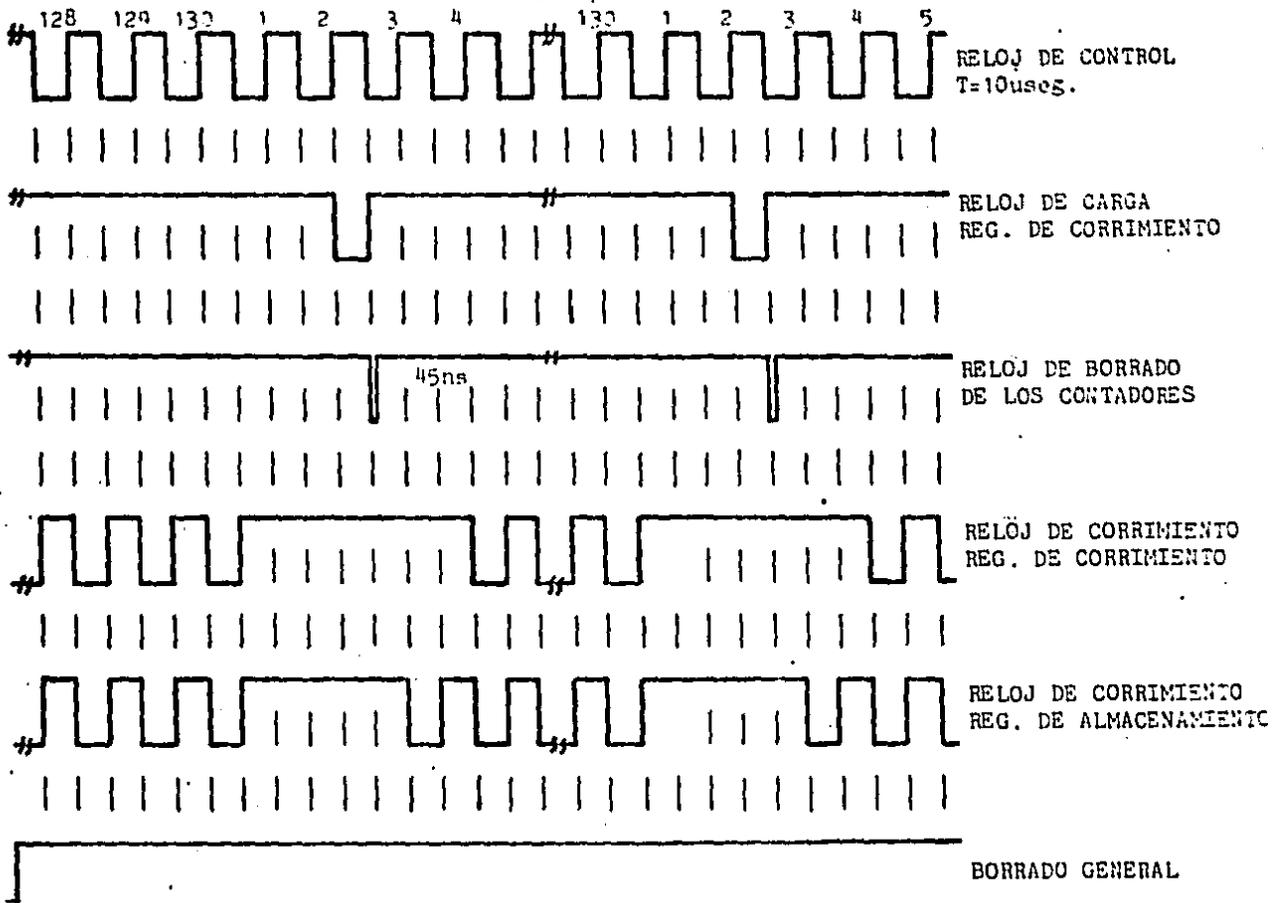


FIGURA 3.5.- FORMA DE ONDA DE LOS PRINCIPALES RELOJES DE CONTROL

brando el aparato para seleccionar tanto el nivel de corte (k) como la duración del tiempo de muestreo.

El control de borrado general, borra tanto los contadores de la tableta de control, como los registros de corrimiento y los sumadores de las tabletas de correlación, así como los registros de acumulación de la tableta de almacenamiento, asegurando así que no existan cuentas espúreas en ningún canal.

Finalmente, el control de disparo se puso pensando en la posibilidad de detener el sistema ya sea por un control de tiempo o por un contador de muestras, que se pueden requerir en ciertos experimentos.

Descripción del circuito.- El circuito contenido en la tableta de control se muestra en la Fig. 3.6. En la parte superior se puso la sección de controles que se describió anteriormente y que por ser circuitos muy simples no vale la pena describir. El resto del circuito es el que genera las señales de control y relojes que se requieren y que se mostraron en la Fig. 3.5, la cual se pide tener presente en la siguiente explicación.

El reloj de control (200 KHz), que se obtiene de la tableta de reloj, se pasa por un biestable que cuadra la señal. Esta señal de 100 KHz será la base de las demás señales y relojes de control, por lo que en adelante le llamaremos señal de control.

La señal de control se pasa por un circuito contador compuesto de un biestable y dos contadores binarios de 4 bits cada uno conectados en serie. Dependiendo de cual salida del último contador se tome, ésta se irá a uno lógico después de 128 (salida Q_C), o de 256 (salida Q_D) pulsos de la señal de control.

En nuestro caso se escogió la salida Q_C , o sea 128 pulsos, y

la salida Q_D se deja como opción en caso de duplicar la capacidad del correlador.

Finalmente, se puso una serie de 3 biestables J-K que borran a los contadores y se borran entre ellos para crear la secuencia de dos pulsos más y generar la señal de carga del registro de corrimiento de salida de las tabletas de correlación.

Tableta de Reloj.- En la tableta de reloj se generan las señales de reloj requeridas por el proceso de correlación, en un circuito que parte de un oscilador de cristal de 20 MHz y del cual se derivan dos señales de reloj.

La Fig. 3.7 muestra un diagrama a bloques de este circuito, y en ella se pueden identificar rápidamente las dos ramas que dan lugar a las señales de reloj mencionadas. Una de estas ramas sobre las que prácticamente no se tiene ningún control, genera una señal de 200 KHz a la que le hemos llamado reloj de control. La otra rama, sobre la cual se tiene control externo y que puede variarse la frecuencia de la señal de salida desde 10 MHz hasta 0.625 Hz, le denominaremos el reloj de muestreo (T).

La Fig. 3.8 muestra el diagrama electrónico completo del circuito del reloj, donde también resulta fácil de identificar las dos ramas de las que hablamos antes.

Señal o Reloj de Control.- Esta señal se obtiene simplemente a partir del oscilador de cristal de 20 MHz cuya señal se pasa a través de dos décadas contadoras conectadas en serie, lo que nos da a la salida una señal de 200 KHz de frecuencia. Modificando un puente en el circuito se puede duplicar esta frecuencia.

Señal o Reloj de Muestreo.- Esta señal, que es la que determina la duración del período de muestreo T sobre el cual se va a efec-

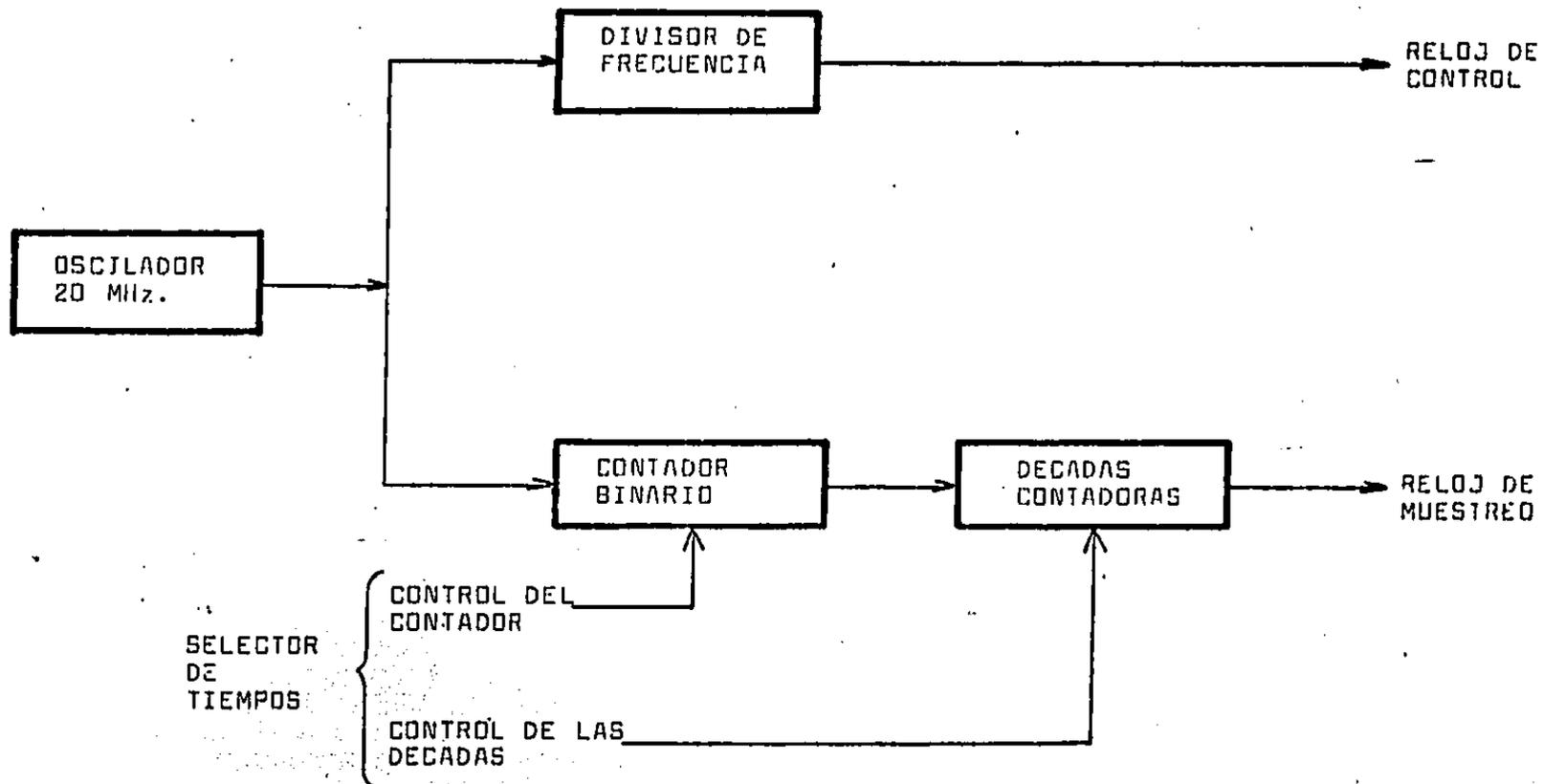


FIGURA 3.7.- DIAGRAMA DE BLOQUES DEL RELOJ CENTRAL

tuar la correlación, se obtiene de la siguiente manera:

La señal de 20 MHz que se obtiene del oscilador de cristal de cuarzo, sirve de entrada a un contador binario decreciente programable, cuyas entradas de control (programación) pueden externamente conectarse a un 1 ó a un 0 lógico, obteniéndose con esto una señal de salida cuya frecuencia varía desde 20 MHz hasta 20/16 MHz, o sea, períodos desde 50 nseg hasta 800 nseg, variando de 50 en 50 nseg.

La señal de salida de este contador binario se pasa a una serie de seis décadas contadoras, donde cada una de sus salidas, incluyendo la del contador binario, se conecta a sendas compuertas NAND's de dos entradas. Por otro lado, un decodificador binario decimal, maneja cuál de las compuertas NAND va a estar activa, decidiendo así la salida de cuál contador se está utilizando. La salida de las siete compuertas NAND se conectan a una NAND de ocho entradas y la salida de ésta se pasa por un biestable J-K del cual se obtiene una señal cuadrada, la señal de muestreo.

Como se puede observar de inmediato, el reloj de muestreo tendrá períodos desde 100 nseg hasta 1.6 seg. Los períodos del reloj de muestreo se dan en la tabla I de acuerdo al estado lógico de las entradas que seleccionan el contador binario, y el factor por el que hay que multiplicar dichos períodos de acuerdo a la década usada y de los controles del decodificador, se dan en la tabla II.

- Tableta de almacenamiento.- La palabra de 128 bits que se obtiene de las tabletas de correlación, no es más que una secuencia de unos y ceros, que aunque representan la correlación entre dos señales, no nos da ninguna información por sí misma. Se requiere de la suma bit a bit de miles de palabras correlacionadas para obtener una correlación física significativa.

No.	Terminal de tableta				Salida del contador binario		Reloj de muestreo
	3	4	2	0	frecuencia MHz.	Período nseg.	T nseg.xk
0	0	0	0	0	20.0	50	100
1	0	0	0	1	10.0	100	200
2	0	0	1	0	6.6...	150	300
3	0	0	1	1	5.0	200	400
4	0	1	0	0	4.0	250	500
5	0	1	0	1	3.3...	300	600
6	0	1	1	0	2.857...	350	700
7	0	1	1	1	2.5	400	800
8	1	0	0	0	2.2...	450	900
9	1	0	0	1	2.0	500	1000
10	1	0	1	0	1.818...	550	1100
11	1	0	1	1	1.66...	600	1200
12	1	1	0	0	1.538...	650	1300
13	1	1	0	1	1.428...	700	1400
14	1	1	1	0	1.33...	750	1500
15	1	1	1	1	1.25	800	1600

TABLA I. Períodos que tiene el Reloj de Muestreo según la selección de los controles del contador binario.

No.	Terminal de tableta			Factor del Reloj de Muestreo
	9	8	7	Períodos de salida por
0	0	0	0	1
1	0	0	1	10
2	0	1	0	100
3	0	1	1	1000
4	1	0	0	10000
5	1	0	1	100000
6	1	1	0	1000000
7	1	1	1	tiempo indefinido

TABLA II.- Factor por el que hay que multiplicar el período seleccionado en la tabla I para obtener el período del reloj de muestreo.

Esta suma bit a bit se puede efectuar usando directamente una computadora o usando un multicanal. Sin embargo, estas alternativas son ambas muy costosas, por lo que se implementó esta primera necesidad de efectuar las sumas bit a bit sobre cada uno de los 128 canales.

La Fig. 3.9 muestra un esquema de la forma como se realiza esta suma. En ella, solo se muestra un sumador de 4 bits y 4 registros de corrimiento de 128 bits cada uno. La idea es que se muevan síncronamente el registro de corrimiento formado por las tabletas de correlación y este nuevo registro de corrimiento, retroalimentándose la salida del mismo a través de las entradas B's del sumador, el cual tiene sólo la primera entrada A_1 conectada al registro del correlador y las demás entradas A_2 , A_3 y A_4 a cero.

De esta manera se obtiene la suma bit a bit de la palabra proveniente del registro de corrimiento del correlador, con lo almacenado en el registro de corrimiento de suma. El circuito completo se muestra en la Fig. 3.10.

Dado que siempre es necesario ver el desarrollo de los experimentos, se creó una interfase de salida a osciloscopio por medio de dos convertidores digital-analógico de 8 bits cada uno. Uno se encuentra conectado a los 8 bits menos significativos y es el que nos permitirá ver el desarrollo al principio del experimento, donde hace falta fijar el umbral de corte y el período de muestreo, por lo que resulta trascendental ver la salida. El otro convertidor se encuentra conectado a los 8 bits mas significativos, que a la postre, serán los que realmente nos den el perfil de la correlación, ya que 2^8 2^{16} y podemos desechar los 8 bits menos significativos en la pantalla de visión.

Finalmente se puso otro registro de corrimiento completo de

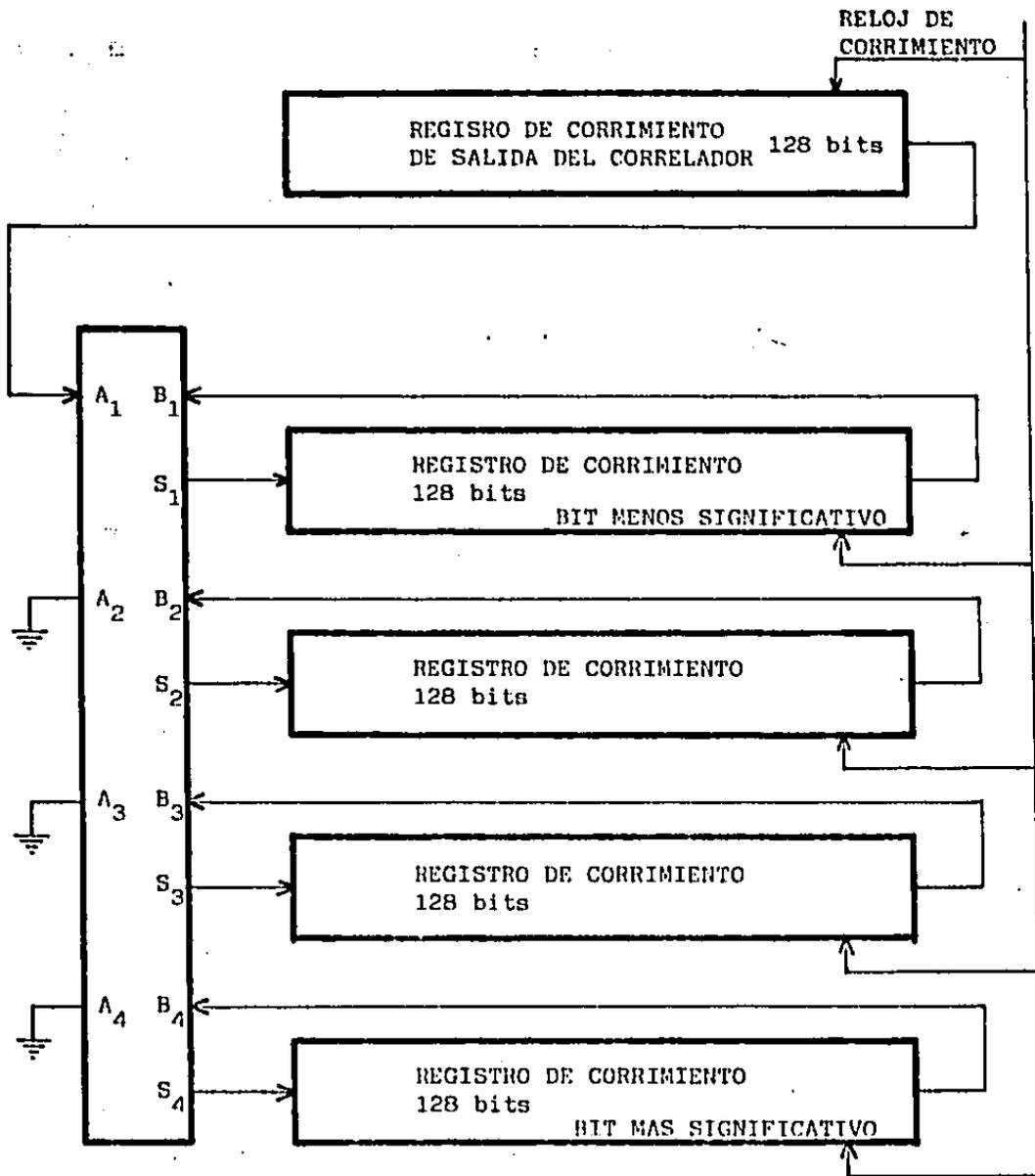
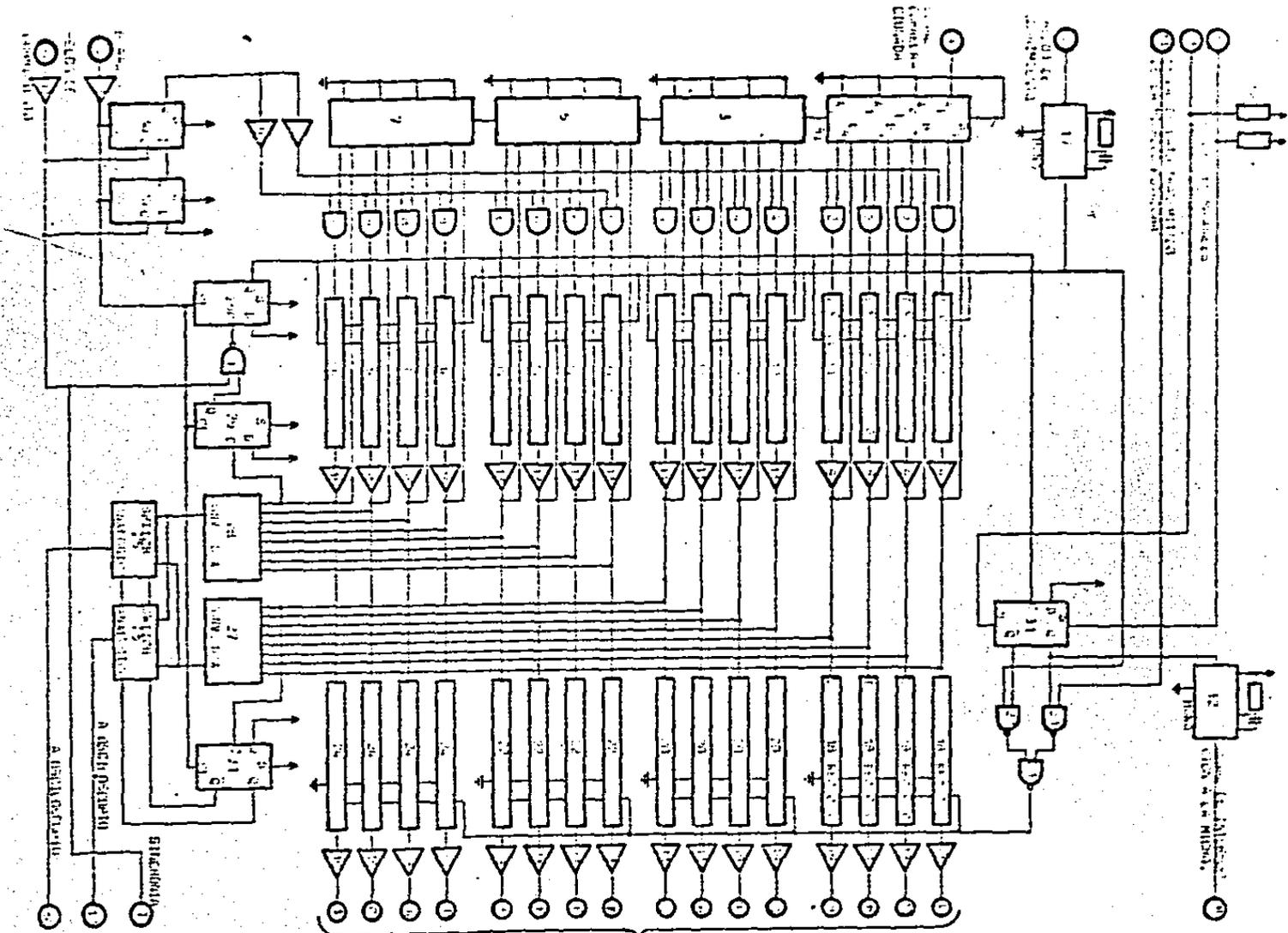


FIGURA 3.9 -- DIAGRAMA ESQUEMATICO DEL SUMADOR DEL CIRCUITO DE ALMACENAMIENTO



BLOQUE DE DATOS DIGITALES PARA LA MICROCOMPUTADORA

Diagrama de un bloque de datos para la microcomputadora

128x16 bits, que permite pasar los datos almacenados de este registro a la memoria de una minicomputadora para su procesamiento posterior. Esta transmisión de datos se hará automáticamente al ponerse un uno lógico en el bit más significativo de cualquiera de los 128 canales, o puede hacerse manualmente cuando así se requiera antes de que se llene totalmente alguno de los 128 canales, por medio de dos interruptores momentáneos. S_1 activa la transmisión a la micro, y S_2 reestablece el modo de operación automático.

Puesto que el registro de corrimiento empleado para sumar no se toca en el proceso de transmisión, el almacenamiento de datos sigue hasta que automáticamente se interrumpe al llenarse alguno de los 128 canales, después de lo cual se mantendrá la información recirculando, para ser cargada al registro de transmisión en el momento que se desee por medio de S_2 y transmitida posteriormente a la micro por medio de S_1 .

Debido a que los registros de corrimiento no quedan todos en cero al encenderse el aparato, y a que no tienen un borrado general, se pusieron entre los sumadores y los registros compuertas AND para poder borrar en el primer ciclo de 1.3 mseg después del borrado general toda la información que hubiere podido estar en los registros. Esto se consiguió utilizando dos biestables D manejados por la señal de transferencia del correlador, como se ve en el circuito.

Tableta de Señal y Corte..- El circuito contenido en esta tableta consiste por un lado de un "buffer" que simplemente da mayor capacidad de manejo a la señal, ya que ésta irá a ocho compuertas NAND a las entradas de las ocho tabletas de correlación. Por otro lado, y siendo la función principal de este circuito, está el cortador.

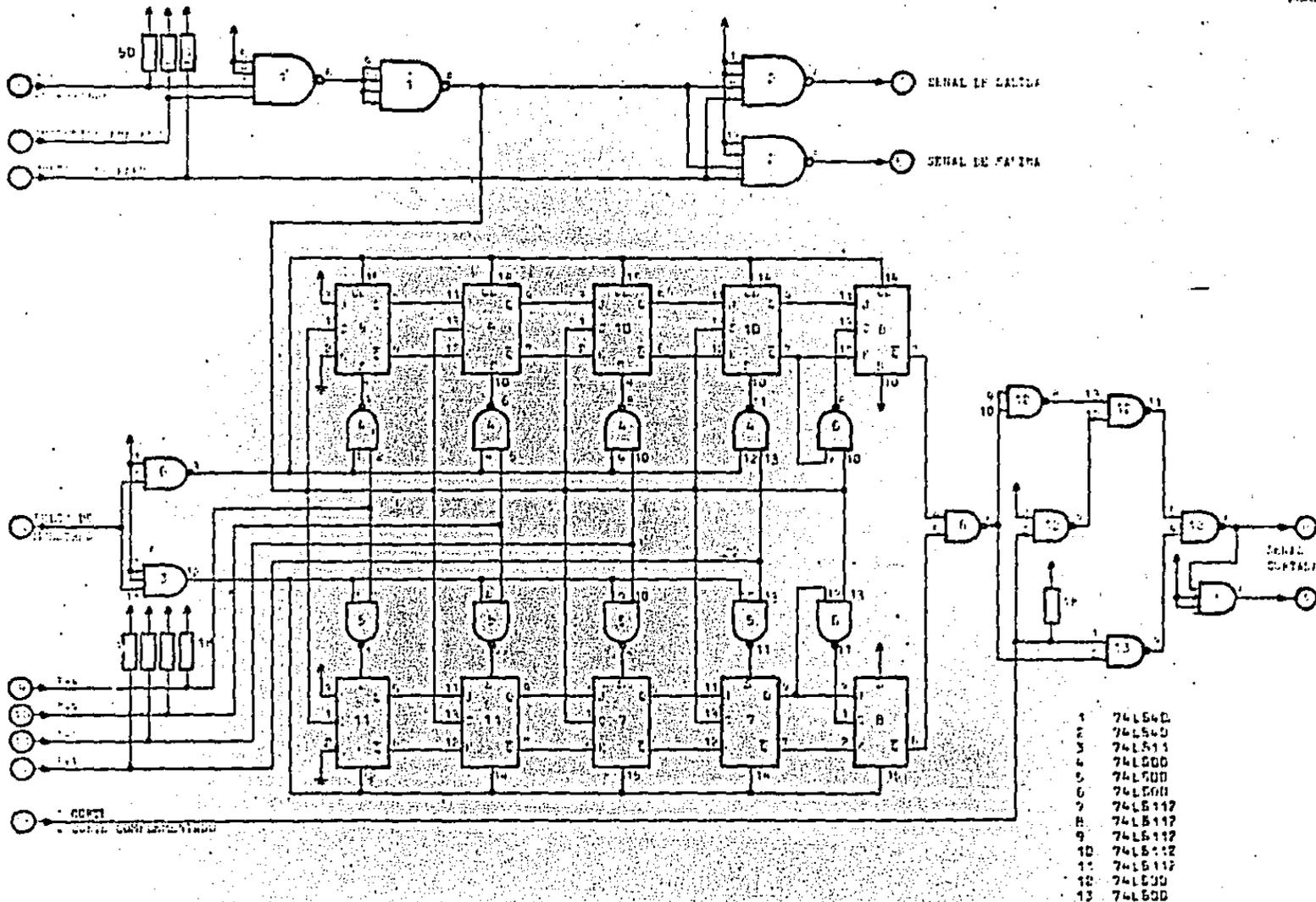


FIGURA 2.11.- DIAGRAMA DEL CIRCUITO DE SEÑAL Y CORTE

El cortador es un circuito cuya finalidad es la de establecer un umbral para el número de cuentas que se tiene sobre un período de muestreo T. Si el número de cuentas es menor o igual al umbral establecido, la salida será un cero lógico, ysi el numero de cuentas es mayor, la salida será un uno lógico.

Con el fin de que no haya tiempo muerto, el cortador está integrado por dos circuitos idénticos, uno de los cuales trabaja con el ciclo positivo del reloj de muestreo y el otro con el ciclo negativo, resultando un tiempo muerto del orden de 4 nseg unicamente.

Como puede apreciarse en la Fig. 3.11, en la cual se muestra el circuito empleado, cada una de las partes del circuito cortador está constituida por cinco biestables J-K en serie, cuyas entradas de reloj están manejadas por la señal, o tren de pulsos proveniente externamente de un amplificador discriminador.

La selección del umbral de corte k está dada en la tabla III.

La sección de salida del cortador está hecha con el fin de poder obtener la función de corte negada, o corte complementario, la cual resulta en ciertos experimentos de gran utilidad.

9	10	11	12	k
X	X	X	A	0
X	X	A	C	1
X	A	C	C	2
A	C	C	C	3
C	C	C	C	4

Tabla III.- Selección de k según los interruptores 9, 10, 11 y 12. A= abierto, C= cerrado, X= no importa.

CAPITULO IV.

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

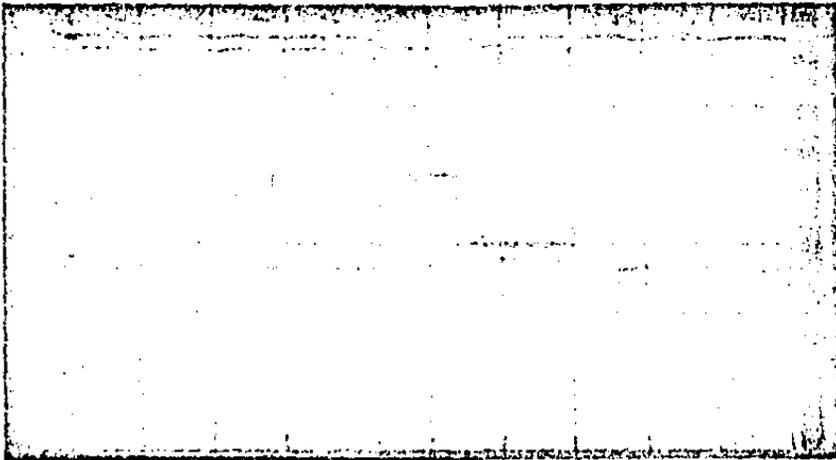
Como se mencionó en el principio de este trabajo, el correlador de corte objeto de este estudio, forma parte de un aparato mayor que se utilizará para experimentos sobre dispersión de luz en macromoléculas. Es por esto que los resultados hasta aquí obtenidos aún son muy limitados, ya que el sistema óptico del dispersor de luz del que formará parte, aún no se encuentra terminado. Es decir, no se pudieron obtener resultados de dispersión de luz para poderlos comparar con la literatura existente, pero si se pudieron obtener resultados sobre el correlador digital de corte, que era nuestro principal objetivo.

Se han realizado pruebas para comprobar el buen funcionamiento del correlador en sí mismo de acuerdo a lo esperado según el diseño. Estas pruebas se hicieron, primero tableta por tableta (la tableta de reloj, la tableta de señal y corte y la tableta de control), y después se probó la operación del correlador completo.

De las pruebas individuales se pudo comprobar el buen funcionamiento de cada tableta, viendo que cada una de ellas funcionara según lo esperado.

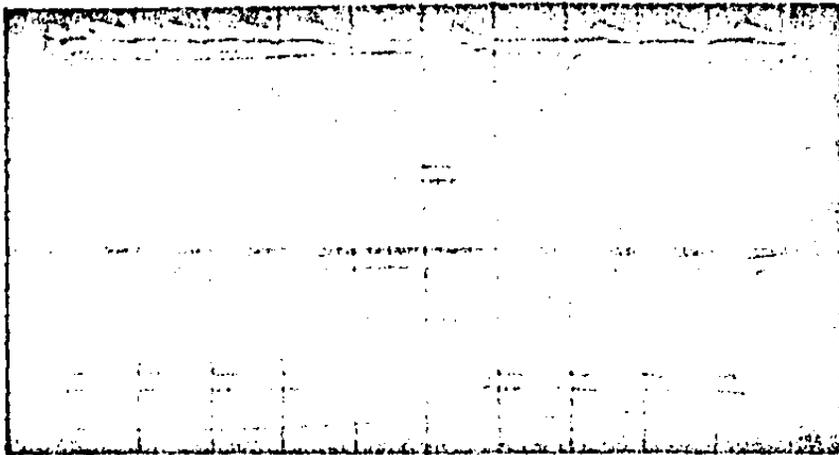
El circuito de reloj funcionó a la perfección; los resultados obtenidos son, para el reloj de muestreo los mismos valores dados anteriormente en las tablas I y II, y para el reloj de control una frecuencia de 200KHz.

En la Fig. 4.1 se muestran varias fotografías donde se pueden apreciar las diferentes formas de onda que se obtuvieron en el laboratorio



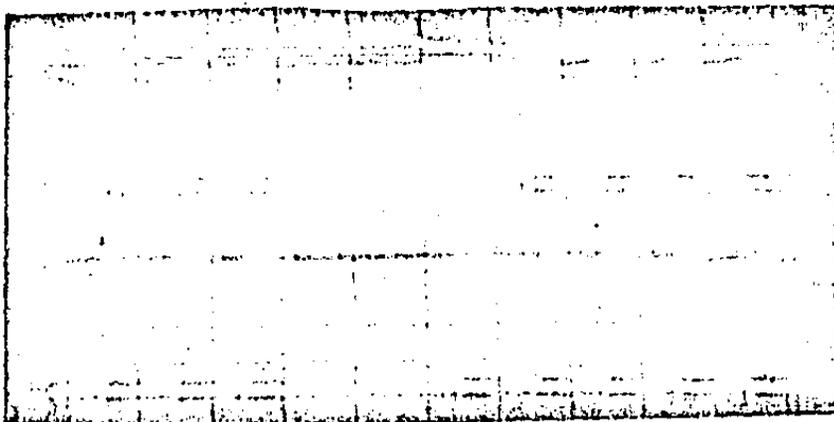
RELOJ DE CARGA
DEL REGISTRO DE
CORRIMIENTO DE
SALIDA

RELOJ DE CORRIMIENTO
DEL REGISTRO DE
CORRIMIENTO DE
SALIDA



RELOJ DE CARGA
DEL REGISTRO
DE CORRIMIENTO
DE SALIDA

RELOJ DE CORRIMIENTO
DEL REGISTRO DE
ALMACENAMIENTO



RELOJ DE CORRIMIENTO
DEL REGISTRO DE
CORRIMIENTO DE SALIDA

RELOJ DE CORRIMIENTO
DEL REGISTRO DE
ALMACENAMIENTO

Figura 4.1.- Diferentes formas de onda de la
tableta de control.

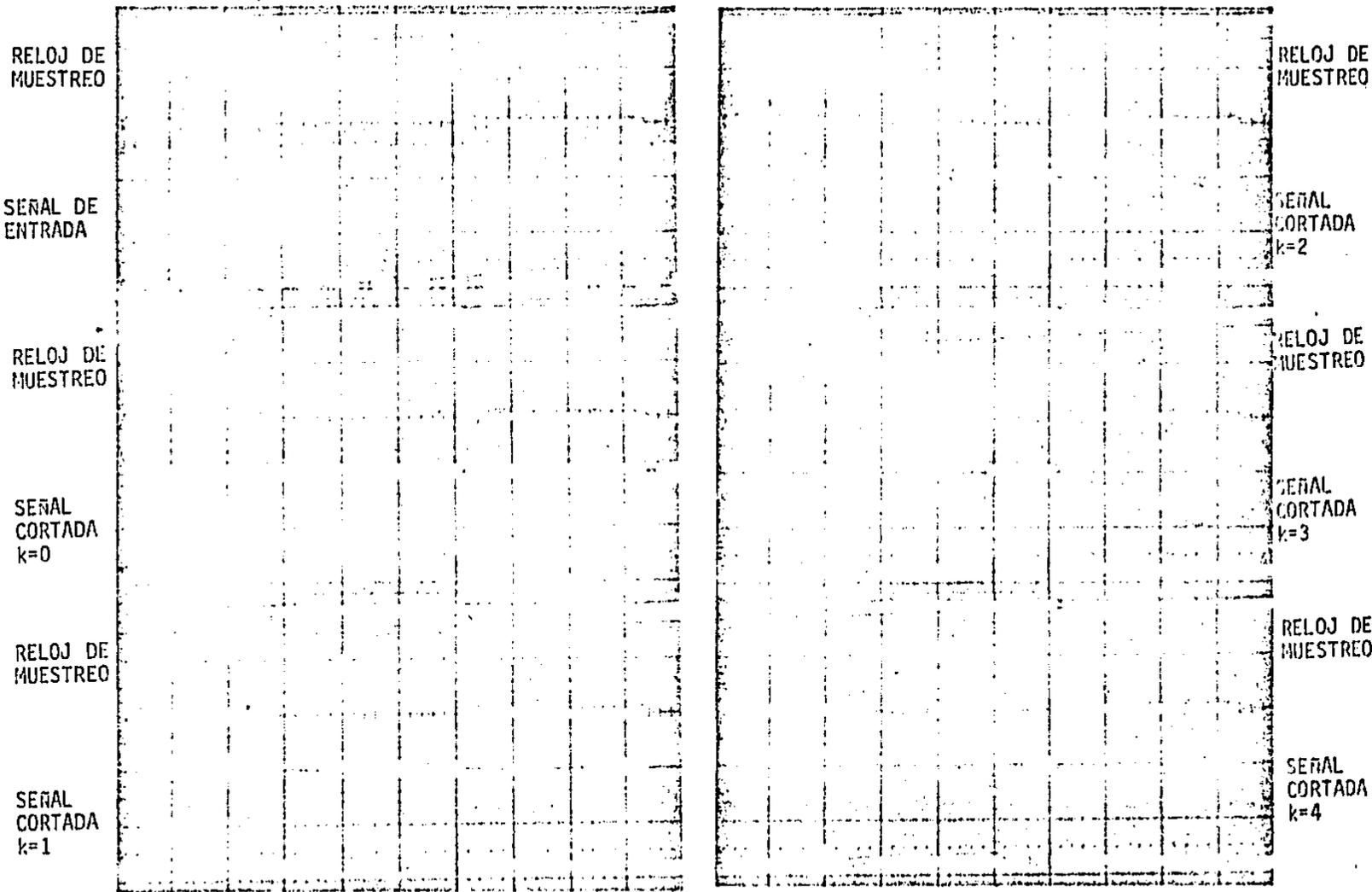


Figura 4.2.- Formas de onda de las señales de muestreo de entrada y de salida del cortador a diferentes umbrales.

al hacer las pruebas de la tableta de control. Como se puede observar, las formas de estas ondas coinciden con las descritas en la Fig. 35. Estas señales se han tomado de modo que aparezca amplificada la región donde hay variación en las mismas.

Finalmente, se probó también la tableta de señal y corte para lo cual se necesitó simular los pulsos cortos que llegarán al correlador provenientes del amplificador discriminador. Esto se consiguió poniendo un monoestable que se disparara a la subida, con un tiempo de duración de 50 nseg. y fue este tren de pulsos cortos lo que se utilizó como la señal de entrada. El monoestable se excitó con la señal de un generador modulable en frecuencias.

En la Fig. 4.2 se puede hacer una comparación entre la señal de muestreo, la señal de entrada y la señal de salida del cortador, obtenidas con diferentes selecciones del umbral de corte.

Las tabletas de correlación y la de almacenamiento se probaron poniendo a funcionar el sistema completo. Se pusieron diversas modulaciones en frecuencia al tren de pulsos de entrada y también se modificaron las frecuencias centrales de dichos trenes. El resultado que se obtuvo, invariablemente fue el de un crecimiento parejo y continuo en todos los canales, lo que implica una autocorrelación de 1, o sea, justamente lo esperado, ya que la señal es totalmente dependiente en el tiempo de sí misma, por ser periódica.

En la Fig. 4.3 se presenta una fotografía del correlador de corte completo, el cual se armó en un total de doce tabletas de circuitos impresos en tamaño normalizado de 4.5" x 7".

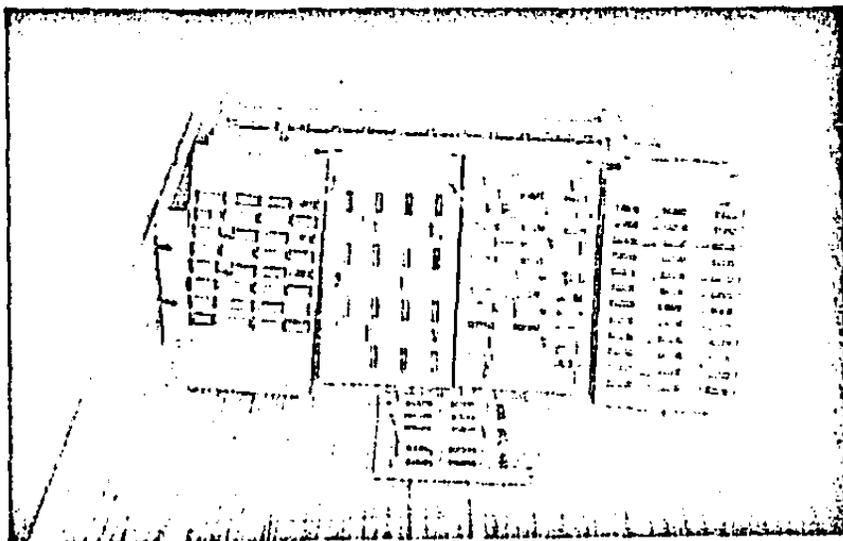
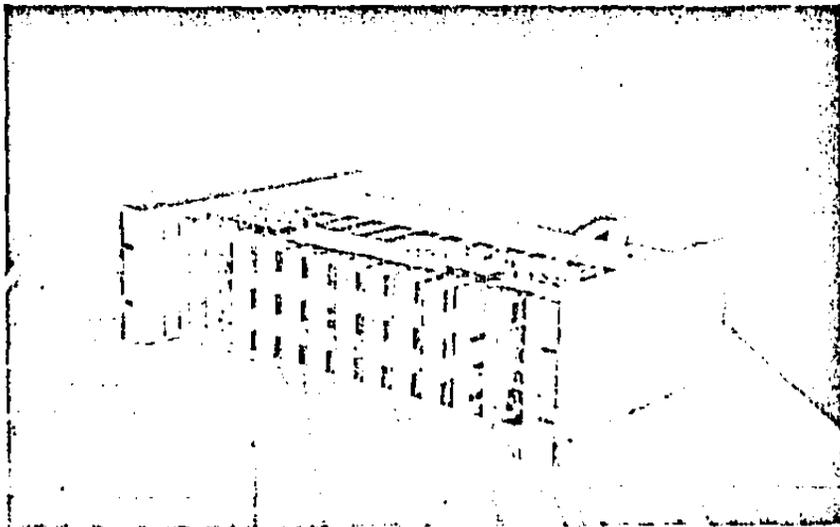


Figura 4.3.- Fotografía del correlador de corte armado y de las tabletas que lo componen.

En conclusión, el correlador digital de corte obtenido presenta las siguientes características fundamentales:

- 128 canales que pueden ampliarse hasta 256.
- una capacidad por canal de 32,768 (2^{15}) eventos, pudiendo ampliarse agregando nuevos registros de corrimiento en la tableta de almacenamiento.
- tiempos de muestreo desde 50 nseg. hasta 0.8 seg.
- selector de corte de 0 a 4 eventos.
- selector de corte complementario.
- transmisión manual o automática de los datos a la computadora sin interrupción en el funcionamiento.
- tiempo muerto de 45 nseg.

Este correlador digital de corte tiene la innovación respecto a los otros correladores que se encuentran en la literatura, de no necesitar un Analizador Multicanal, cuyo costo aproximado es de cien mil pesos, requerido por ellos para visualizar el desarrollo del experimento y como interfase con la computadora. Aquí, la tableta de almacenamiento juega el papel del multicanal siendo necesario tan solo un osciloscopio para visualizar el desarrollo del experimento y teniendo esta tableta la interfase necesaria para transmitir los datos a la computadora. Esto representa un ahorro muy considerable en el costo total del dispersor.

APENDICE A.

1. Introducción.

Este apéndice tiene dos secciones importantes, en las que se establecen de una manera formal y rigurosa los conceptos de física estadística, y las ecuaciones de interés para los fenómenos que se presentan en la dispersión de luz sobre un medio material.

La sección 2 sirve como una breve introducción a la descripción estadística de cualquier cantidad que varía aleatoriamente en el tiempo y se plantea el estudio de campos ópticos.

Finalmente, la sección 3 introduce el formalismo matemático necesario para la correlación digital.

2. Propiedades de la señal antes de la detección.

Esta sección se usa como una introducción al formalismo matemático y su notación, para poder ser usado en el resto de la presentación. Se tiene primero una subsección que es una breve introducción a la descripción estadística de cualquier cantidad que fluctúe al azar en el tiempo. La segunda subsección se concentra ya más específicamente en las propiedades de un campo óptico antes de detectarlo, en especial en la intensidad, la cual es medida por un detector fotoeléctrico.

2.1 Estadística de la señal.

Consideremos cualquier proceso dependiente del tiempo caracterizado por una variable real $V(t)$ (Fig. 1). Ahora bien, si la dependencia funcional de la variable V respecto al tiempo es aleatoria, el resultado de una medición de V puede ser expresado estadísticamente en términos de la función de densidad de probabilidad $P(V(t))$ que de-

fine la posibilidad de obtener un valor de V al tiempo t . Análogamente, la distribución de doble intervalo $P(V(t_1), V(t_2))$ define la probabilidad conjunta de obtener los valores V_1 y V_2 al hacer medidas en los tiempos t_1 y t_2 respectivamente. Un conocimiento total del conjunto de las múltiples distribuciones conjuntas $P(\{V(t_i)\})$ * nos proporciona una descripción estadística completa de la cantidad $V(t)$. Una información equivalente está contenida en los momentos:

$$\langle V^n(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} V^n P(V) dV \quad 2.1$$

y las funciones de correlación:

$$\langle \prod_i V^{m_i}(t_i) \rangle = \int \prod_i V_i^{m_i} P(\{V_i\}) dV_i \quad 2.2$$

Cuando las distribuciones de probabilidad no cambian en el tiempo, o sea que:

$$P(\{V(t_i)\}) = P(\{V(t_i + \tau)\}) \quad 2.3$$

se dice que el proceso es estacionario. Esto implica por ejemplo que:

$$\langle V(t) V(t + \tau) \rangle = \langle V(t) V(\tau) \rangle \quad 2.4$$

Cuando los promedios sobre el conjunto 2.1 y 2.2 son iguales a los correspondientes promedios temporales, o sea:

$$\langle f(V) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(V) P(V) dV = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(V(t)) dt \quad 2.5$$

se dice que el sistema es ergódico. Esta relación puede escribirse también como:

$$\langle f(V) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(f) P(f) df \quad 2.6$$

usando la transformación de variables:

$$P(f) = P(V) \frac{dV}{df} \quad 2.7$$

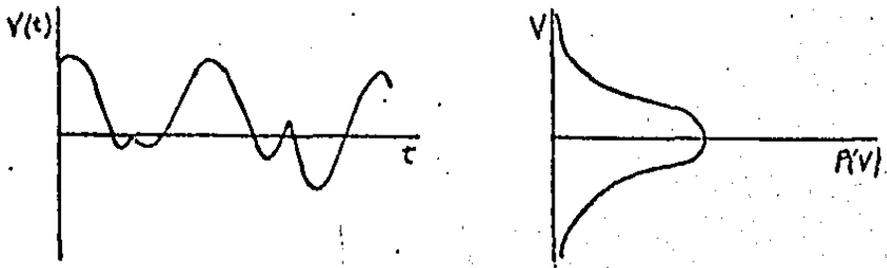


Figura 1.- Señal fluctuante y su distribución.

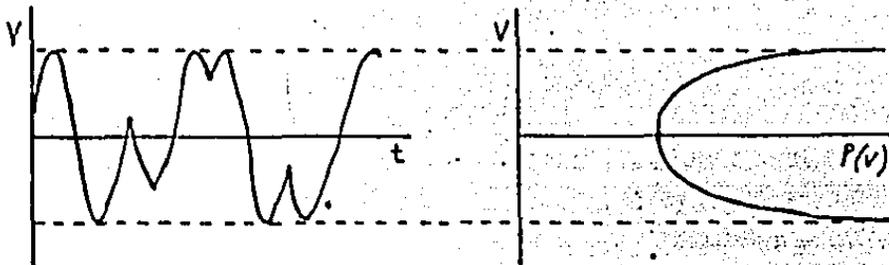


Figura 2.- Onda senoidal de fase aleatoria y su distribución.

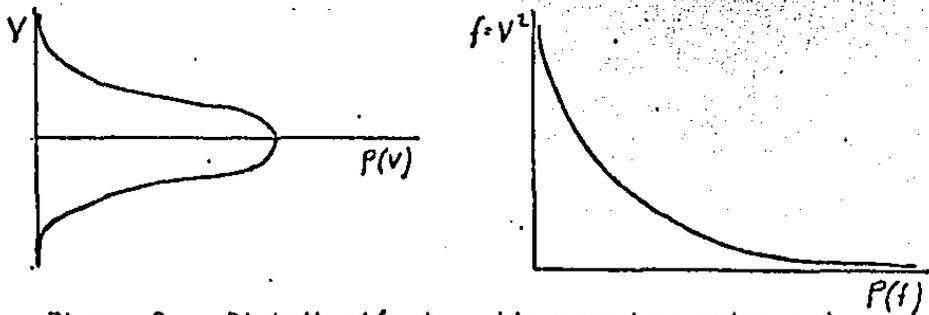


Figura 3.- Distribución de ruido gaussiano antes y después de ser detectado por un detector de ley cuadrática.

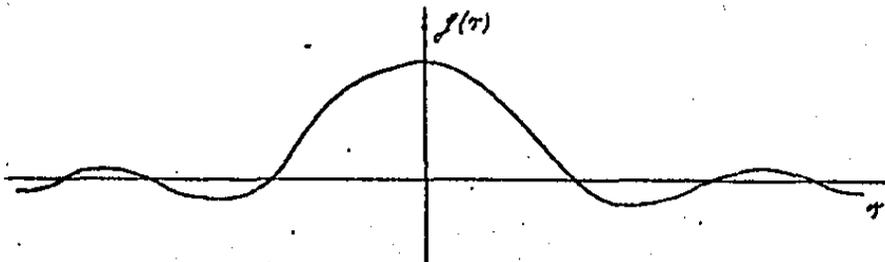


Figura 4.- Función de autocorrelación típica.

Así, para una onda senoidal con fase ϕ uniformemente distribuida de cero a 2π , Fig. 2:

$$V = A \sin(\omega t + \frac{1}{2} \phi), \quad P(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad 0 < \phi < 2\pi$$

tenemos:

$$P(V) = \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - V^2}} \quad 2.8$$

Si $f = V^2$ y $P(V)$ es una distribución gaussiana, Fig. 3:

$$P(V) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{V^2}{2\sigma^2}} \quad 2.9$$

se tiene:

$$P(f) = \frac{1}{2\sigma \sqrt{2\pi f}} e^{-\frac{f}{2\sigma^2}} \quad 2.10$$

La salida de un dispositivo de ley cuadrática detectando ruido gaussiano, tendrá la distribución 2.10, que es de importancia considerable por ejemplo en el campo del radar (donde el detector sigue una ley cuadrática). La ecuación 2.7 puede ser generalizada efectuando una transformación entre las distribuciones de probabilidad en muchas variables por:

$$P(\{V_i\}) = |J| P(\{f_i\}) \quad 2.11$$

donde J es el jacobiano de la transformación.

Considere ahora la función de autocorrelación de un sistema estacionario y ergódico:

$$G(\tau) = \langle V(t)V(t+\tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T V(t)V(t+\tau) dt \quad 2.12$$

Evidentemente, $G(\tau) = G(-\tau)$. Para un proceso totalmente aleatorio, toda memoria se desvanece para una τ muy grande o sea,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \langle V(t)V(t+\tau) \rangle = \langle V \rangle^2 \quad 2.13$$

Cuando T se aproxima a cero, por el otro lado, la función de autocorrelación se reduce al segundo momento de la distribución de probabilidad simple:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \langle V(t) V(\tau) \rangle = \langle V^2 \rangle \quad 2.14$$

Resulta muy conveniente definir la función normalizada:

$$g(\tau) = \frac{\langle V(t) V(\tau) \rangle}{\langle V^2 \rangle} \quad 2.15$$

Ya que:

$$\langle (V(t) \pm V(\tau))^2 \rangle = 2 \langle V^2 \rangle \pm 2 \langle V(t) V(\tau) \rangle \quad 2.16$$

tenemos:

$$\langle V^2 \rangle \geq |\langle V(t) V(\tau) \rangle| \geq 0 \quad 2.17$$

y:

$$-1 < g(\tau) < 1 \quad 2.18$$

Por estas propiedades podemos esbozar la forma de una función de correlación, asumiendo por simplicidad $\langle V \rangle = 0$, Fig. 4.

Una función arbitraria $V(t)$ puede ser expandida en series de Fourier en el intervalo $(-T/2, T/2)$ con tal que:

$$\int_{-T/2}^{T/2} V(t) dt < \infty \quad 2.19$$

Por lo tanto, podemos escribir:

$$V(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n e^{in\omega t} \quad 2.20$$

donde $\omega = 2\pi/T$ 2.21

y

$$v_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V(t) e^{-in\omega t} dt \quad 2.22$$

si $V(t)$ es una función aleatoria del tiempo, entonces el análisis de Fourier de los muestreos de duración T de la señal, tomados a diferentes tiempos, nos llevará a un conjunto de valores para los coeficientes v_n y estos también serán variables aleatorias. En el límite

de tiempos grandes T , están, además, correlacionados por:

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} T \langle v_n v_m^* \rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} G(t-t') e^{i(m-n)\omega t} e^{-i\omega(t-t')} dt dt' = \\ &= \delta_{nm} \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \end{aligned} \quad 2.23$$

Cuando $n=m$ se obtiene el teorema de Wiener-Khinchine:

$$s(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\langle \frac{1}{T} \left| \int_{-T/2}^{T/2} V(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2 \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad 2.24$$

que relaciona la densidad de potencia espectral $s(\omega)$ de la señal con la función de autocorrelación $G(\tau)$. Entonces, la potencia espectral y la función de autocorrelación son un par transformado de Fourier.

Por ejemplo, si $V(t)$ tiene un espectro de potencia lorenciano de ancho y alto de media Γ , la función de autocorrelación es un exponencial negativo decreciente, de tiempo de correlación $\tau_c = \Gamma^{-1}$ (Fig. 5).

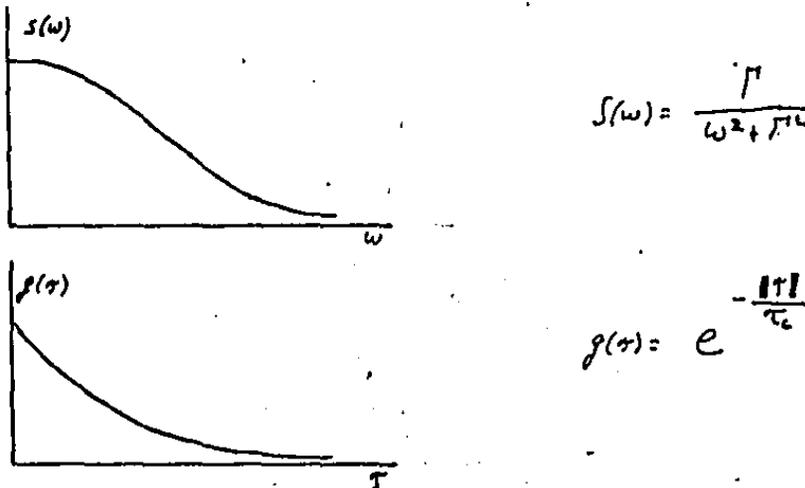


Figura 5.- Función de autocorrelación y de espectro para el caso lorenciano.

La función característica:

$$C(s) = \langle e^{isV} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{isV} P(V) dV \quad 2.25$$

que es la transformada exponencial de Fourier del intervalo simple de la función de distribución de probabilidades es también usada para e-

fectuar los cálculos matemáticos. Ahora bien, cuando $0 < V < \infty$ es conveniente trabajar con la función de momentos generalizados

$$Q(s) = \langle e^{-sV} \rangle = \int_0^{\infty} e^{-sV} P(V) dV \quad 2.26$$

que es la transformada de Laplace de $P(V)$. Diferenciando 2.26 respecto a s a través del signo de integral, se puede demostrar que:

$$\left(-\frac{d}{ds}\right) Q(s) \Big|_{s=0} = \langle V \rangle \quad 2.29$$

Las funciones generadoras correspondientes a las distribuciones de probabilidad conjunta múltiple pueden también ser definidas por analogía a 2.26, como:

$$Q(\{s_i\}) = \langle \exp(-\sum_i s_i V_i) \rangle = \int_0^{\infty} P(\{V_i\}) \prod_i e^{-s_i V_i} dV_i \quad 2.30$$

donde, diferenciando respecto a s_1 , obtendremos las funciones de correlación:

$$\prod_i \left(-\frac{d}{ds_i}\right) Q(\{s_i\}) \Big|_{s_i=0} = \langle \prod_i V_i \rangle \quad 2.31$$

Otra propiedad útil de las funciones generadoras puede demostrarse como sigue:

trarse como sigue:

$$\text{Sea} \quad V = \sum_i U_i \quad 2.32$$

donde U_i son contribuciones independientes, con $U_i > 0$. Entonces:

$$Q_V(s) = \int_0^{\infty} P(\{U_i\}) \prod_i e^{-s U_i} dU_i \quad 2.33$$

$$\text{pero} \quad P(\{U_i\}) = \prod_i P_i(U_i) \quad 2.34$$

por ser las U_i independientes, por lo que:

$$Q_V(s) = \int_0^{\infty} P(\{U_i\}) \prod_i e^{-s U_i} dU_i \quad 2.35$$

Entonces, la función generadora correspondiente a la distribución de una suma de contribuciones independientes es igual al producto de las funciones generadoras correspondientes a las distribuciones de las componentes individuales. Puesto que $Q(s)$ y $P(V)$ son un par de transformadas de Laplace, implica que la distribución de la suma de contribuciones independientes es igual a la multiplicación múltiple de las distribuciones de las componentes individuales.

2.2 Campos ópticos.

Nos concentraremos ahora mas específicamente en las propiedades de la radiación de frecuencia óptica. Una componente unipolarizada del campo electromagnético puede representarse en el punto \underline{r} y el tiempo t por la cantidad escalar $\mathcal{E}(\underline{r}, t)$. Por el momento supondremos que el área de detección es despreciablemente pequeña. Por lo tanto necesitamos solo considerar el comportamiento del campo en un solo punto del espacio y podemos desechar la coordenada \underline{r} de nuestra notación. La radiación de un laser ideal de amplitud estabilizada y frecuencia única, puede expresarse en la forma:

$$\mathcal{E}_c(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad 2.36$$

Las fluctuaciones en la amplitud son de pequeña magnitud por lo que \mathcal{E}_0 puede considerarse como constante. ϕ es variable aleatoria en el tiempo y provoca un esparcimiento de frecuencias tal vez tan grande como GHz alrededor de la frecuencia óptica ω_0 . Como veremos posteriormente, en todo caso, esta variación aleatoria de la fase es eliminada por el proceso de detección y para los propósitos presentes

$\mathcal{E}_c(t)$ puede tomarse como una onda senoidal pura. Por lo tanto en un experimento típico de dispersión de luz laser, el campo incidente tiene el espectro de una función delta simple en la frecuencia óptica, y éste es ensanchado por los efectos modulares de los procesos de dispersión (Fig. 6). El ancho espectral de la radiación dispersada será del orden de \mathcal{T}_c^{-1} donde \mathcal{T}_c o el tiempo de correlación o el de coherencia es una medida del período de modulación.

Todos los movimientos del medio dispersor serán, desde luego, causantes de un movimiento doppler de la frecuencia incidente. Tanto como el ancho espectral o el tiempo de correlación, reflejan propiedades del proceso de dispersión y son por lo tanto de interés.

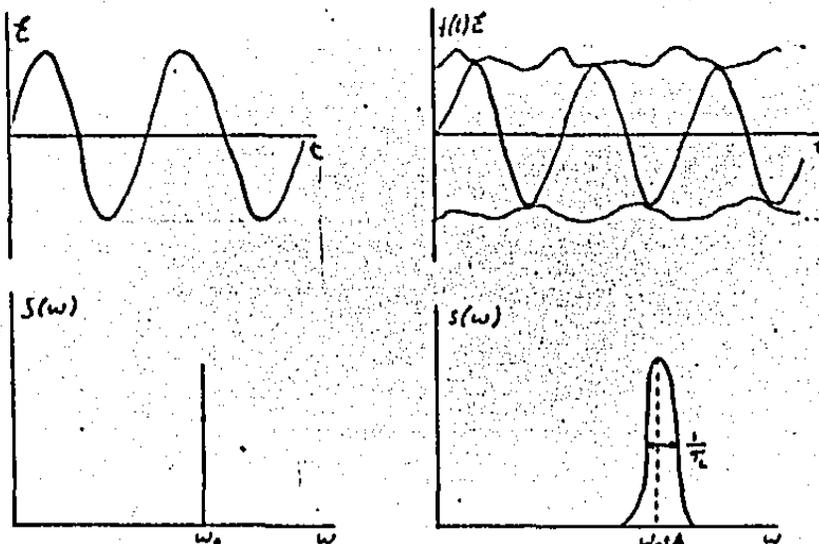


Figura 6.- La dispersión de luz laser.

Ahora bien, puesto que un conocimiento completo del conjunto de las funciones de correlación 2.1 y 2.2 son necesarias para especificar totalmente la luz dispersada, es evidente que el espectro de potencia o función de autocorrelación normalmente representa sólo una pequeña fracción de la información portada por la señal. Es sin embargo, la cantidad que debemos naturalmente escoger para medir por dos razones: primeramente, aparte del intervalo estadístico simple 2.1, es la característica más sencilla del campo que podemos predecir teóricamente y medir experimentalmente; en segundo lugar, en el caso de campos gaussianos, comunmente encontrados en la práctica y que serán discutidos después, todas las propiedades espectrales de orden mayor pueden expresarse en términos de la función de autocorrelación.

Lo que nosotros deseamos en este momento, es medir el espectro de potencia o la función de autocorrelación de un campo óptico por medio de un proceso posterior a la detección de la señal. El primer problema es decidir exactamente qué mide un detector óptico. Una aproximación de mecánica cuántica llega a la conclusión de que un detector

que opera por fotoaniquilación (por ejemplo un fotomultiplicador o un fotodiodo), responde a una cantidad que puede expresarse en términos clásicos como:

$$I(t) = \mathcal{E}^*(t) \mathcal{E}(t) \quad 2.37$$

donde las partes positiva y negativa del campo están definidas por la descomposición de Fourier:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t) &= \sum_{\omega > 0} a_{\omega}^* e^{-i\omega t} + \sum_{\omega \geq 0} a_{\omega} e^{i\omega t} \\ &= \mathcal{E}^*(t) + \mathcal{E}(t) \end{aligned} \quad 2.38$$

con

$$a_{\omega} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \mathcal{E}(t) e^{-i\omega t} dt = a_{-\omega}^* \quad 2.39$$

Las definiciones 2.38 y 2.39 son enteramente análogas a las ecuaciones 2.20 a 2.22. Evidentemente, $I(t)$ es constante para un campo coherente (2.37). Además, tomando ventaja de la naturaleza de banda estrecha del espectro de la radiación laser dispersada, podemos escribir

$$\mathcal{E}_s^*(t) = \mathcal{E}_0 e^{-i(\omega_0 t + \phi)} f(t) \quad 2.40$$

donde $f(t)$ es la modulación producida por el proceso de dispersión.

Así, ni la fase ni la frecuencia del campo incidente estarán en la expresión 2.37. $I(t)$ es en efecto el cuadrado de la envolvente del campo, usualmente conocida como intensidad. Un argumento clásico simple justifica a 2.37 como la cantidad medida, y es que la respuesta en tiempo del detector es muy larga (mayor que 10^{-9} seg), por lo cual integra sobre muchos ciclos de la frecuencia óptica.

Para un campo que varía arbitrariamente, podemos escribir:

$$\mathcal{E}^* = \frac{1}{2} (\mathcal{E} + i\mathcal{E}') \quad 2.41$$

por lo que

$$I = \frac{1}{4} (\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}'^2) \quad 2.42$$

donde

$$\mathcal{E}' = i(\mathcal{E} - \mathcal{E}^*) \quad 2.43$$

Cuando tomamos el límite $T \rightarrow \infty$ en 2.39, la condición de ortogonalidad 2.23 se satisface y tenemos por lo tanto

$$\langle \mathcal{E} \mathcal{E}' \rangle = 0 \quad 2.44$$

La intensidad es por lo tanto la suma de los cuadrados de dos variables independientes 2.42. Si, además las distribuciones de \mathcal{E} y \mathcal{E}' son idénticas,

$$P(\mathcal{E}) \equiv P(\mathcal{E}') \quad 2.45$$

aplicando el resultado 2.35 implica que

$$P(I) = \int_0^I P(I-f) P(f) df \quad 2.46$$

donde $f = \mathcal{E}^2$. Para el campo coherente 2.36

$$P(I) = \int (I - \mathcal{E}_0^2) \quad 2.47$$

Si \mathcal{E} está gaussianamente distribuida por otro lado:

$$P(\mathcal{E}) = (e^{-\mathcal{E}^2/2\sigma^2}) / \sigma \sqrt{2\pi} \quad 2.48$$

La ecuación 2.46 puede evaluarse usando la 2.10 para dar:

$$P(I) = e^{(-I/2\sigma^2)} / 2\sigma^2 \quad 2.49$$

Es interesante comparar este resultado aplicable a un detector de envolvente de ley cuadrática con la expresión 2.10 para un detector directo de ley cuadrática (mostrado por la curva discontinua en la figura 7).

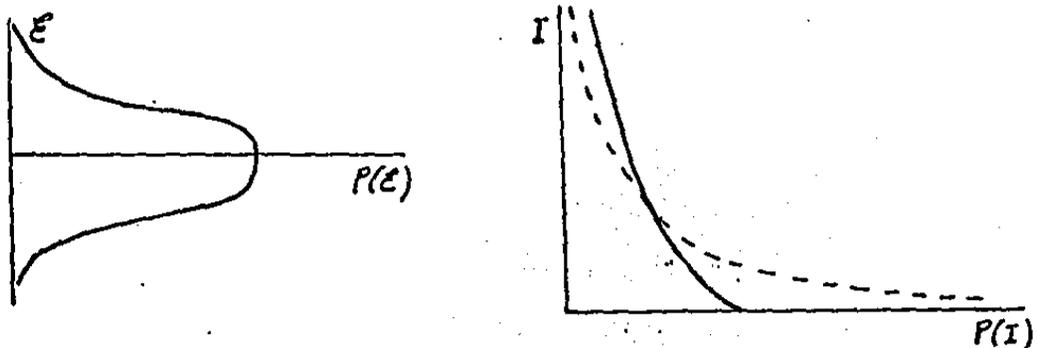


Figura 7.- Distribución de luz gaussiana antes y después de la detección hecha por un detector de envolvente de ley cuadrática.

Los momentos normalizados de la distribución P(I):

$$\mu^{(r)} = \frac{\langle I^r \rangle}{\langle I \rangle^r} \quad 2.50$$

pueden fácilmente ser evaluados para los dos casos 2.47 y 2.49.

De la distribución 2.47 se obtienen los resultados:

$$Q(s) = e^{-s \sigma^2} \quad 2.51$$

y
$$\mu^{(r)} = 1 \quad 2.52$$

al mismo tiempo, no es difícil demostrar que para la distribución 2.49:

$$Q(s) = (1 + 2s\sigma^2)^{-1} \quad 2.53$$

$$\mu^{(r)} = r! \quad 2.54$$

Regresando al problema de las mediciones espectrales, se define el primer orden o la función de correlación de campo como:

$$G^{(1)}(\tau) = \langle \mathcal{E}^*(0) \mathcal{E}(\tau) \rangle = \sum_{\omega > 0} s(\omega) e^{i\omega\tau} \quad 2.55$$

en virtud de la condición de ortogonalidad 2.23, que es válida para

T grandes. Frecuentemente se usará la forma normalizada:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle \mathcal{E}^*(0) \mathcal{E}(\tau) \rangle}{\langle I \rangle} \quad 2.56$$

donde I está definida por 2.37. Es claro que no es posible hacer mediciones directas de $G^{(1)}(\tau)$ después de la detección debido a la naturaleza de la ley cuadrática del proceso de detección. De hecho, la función de correlación de menor orden que puede determinarse a partir de la señal posdetectada, es la función de autocorrelación de intensidades:

$$G^{(2)}(\tau) = \langle I(0) I(\tau) \rangle \quad 2.57$$

o su forma normalizada:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(0) I(\tau) \rangle}{\langle I \rangle^2} \quad 2.58$$

La afinidad entre la función de correlación de segundo orden 2.58 y la de primer orden 2.56, será tratada en la próxima sección.

3. Correlación digital.

En la última sección se estableció $g^{(1)}(\tau)$ o su transformada de Fourier $s(\omega)$ como la más simple información espectral aportada por un campo óptico. También se encontró sin embargo, que la naturaleza del proceso de detección impide hacer mediciones directas de esta cantidad y que la función correlación más simple que se puede esperar determinar experimentalmente, es la función de correlación de la intensidad $g^{(2)}(\tau)$.

En la primera parte de esta sección se investigará la afinidad entre estas dos cantidades y se mostrará que, en ciertas circunstancias, una medición de $g^{(2)}(\tau)$ puede ser usada para establecer propiedades de $g^{(1)}(\tau)$. El efecto del ruido de disparo añadido por el detector también será discutido.

3.1 Función de correlación de intensidades.

Considérese la expansión de Fourier de la sección 2.2 para el campo escalar $\mathcal{E}(t)$:

$$\mathcal{E}(t) = \sum_{\omega > 0} a_{\omega} e^{-i\omega t} + \sum_{\omega < 0} a_{\omega} e^{i\omega t} \quad 3.1$$

De acuerdo a las secciones 2.1 y 2.2, para una función $\mathcal{E}(t)$ que fluctúa al azar, el requisito para ser estacionaria implica que la a_{ω} es descorrelacionada. Si se puede hacer un poco de la suposición más fuerte de independencia estadística, ahora bien, se pueden deducir un buen número de resultados importantes. En este caso 3.1 es la suma de un gran número de contribuciones azarosas independientes estadísticamente; y el teorema del límite central, establece que una suma tal será una distribución gaussiana conforme el número de contribuciones aumente sin límite.

$$P(\mathcal{E}) = \frac{e^{-\langle \mathcal{E}^2 \rangle / 2 \langle \mathcal{E}^2 \rangle}}{\sqrt{2\pi \langle \mathcal{E}^2 \rangle}} \quad 3.2$$

La combinación lineal

$$M = \sum_{i=1}^k s_i \mathcal{E}(t_i) \quad 3.3$$

es también gaussiana por el mismo argumento

$$P(M) = \frac{e^{-(M^2/2\langle M^2 \rangle)}}{\sqrt{2\pi \langle M^2 \rangle}} \quad 3.4$$

así que la función característica correspondiente a la distribución conjunta del campo a tiempos diferentes está dada por:

$$C(\{s_i\}) = \langle e^{iM} \rangle = e^{-\frac{1}{2} \langle M^2 \rangle} \quad 3.5$$

La transformada de Fourier de 3.5 lleva a la distribución gaussiana conjunta

$$P(\{\mathcal{E}(t_i)\}) = (2\pi)^{-N/2} |G|^{-N/2} e^{-\frac{1}{2} \mathcal{E} G^{-1} \mathcal{E}} \quad 3.6$$

donde el vector \mathcal{E} está definido por:

$$\mathcal{E} = (\mathcal{E}(t_1), \mathcal{E}(t_2), \dots, \mathcal{E}(t_k)) \quad 3.7$$

$\tilde{\mathcal{E}}$ es su traspuesto, y G es una matriz cuyos elementos son las funciones de correlación:

$$G_{ij} = \langle \mathcal{E}(t_i) \mathcal{E}(t_j) \rangle \quad 3.8$$

La cantidad \mathcal{E} definida en la sección 2.2 está también distribuida de acuerdo a 3.6 así que las distribuciones de la intensidad pueden ser calculadas a partir de la fórmula:

$$I(t) = \mathcal{E}^2(t) + \mathcal{E}'^2(t) \quad 3.9$$

En particular, la distribución conjunta de intensidades está dada por:

$$P(I, I') = \frac{e^{-\frac{(I+I')}{\langle I \rangle (1-|\rho^{(1)}(\tau)|^2)}}}{\langle I \rangle^2 (1-|\rho^{(1)}(\tau)|^2)} I_0 \left(\frac{2|\rho^{(1)}(\tau)|\sqrt{II'}}{\langle I \rangle (1-|\rho^{(1)}(\tau)|^2)} \right) \quad 3.10$$

correspondiente a la función generadora:

$$Q(s, s') = \left[(1+s\langle I \rangle)(1+s'\langle I \rangle) - ss'\langle I \rangle^2 |\rho^{(1)}(\tau)|^2 \right]^{-1} \quad 3.11$$

En la ecuación 3.10 I_0 es una función de Bessel modificada de orden cero. La función de autocorrelación de la intensidad puede ser evaluada a partir de 3.11, para dar:

$$\langle I(t)I(t+\tau) \rangle = \frac{d}{ds} \left. \frac{d}{ds} Q(s,s) \right|_{s=s_0} = \langle I \rangle^2 (1 + |g^{(1)}(\tau)|^2) \quad 3.12$$

o mas concisamente:

$$g^{(1)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2 \quad 3.13$$

Esta es la relación de Siegert y puede ser derivada directamente de 3.1, usando la independencia estadística de las a_{ω} 's. La fórmula 3.13 es sólo una manifestación de la propiedad implícita en la ecuación 3.6 que las propiedades estadísticas de alto orden del campo gaussiano 3.2 son funciones solo de la función de correlación de primer orden. Esta propiedad de factorización es una consecuencia directa de la independencia estadística de las a_{ω} 's. No es necesario asumir, por ejemplo, que estas variables son distribuciones gaussianas (no obstante, si ellas son descorrelacionadas y distribuidas gaussianamente, entonces son también independientes estadísticamente). Verdaderamente, como Rice ha puntualizado *, si las a_{ω} 's son variables aleatoriamente independientes que pueden tomar solo dos valores cada una con probabilidad de $1/2$, entonces $\zeta(t)$ definida por 3.1 será gaussiana.

La importancia de la relación de Siegert en el presente contexto, cae en el hecho de que facilita la deducción de las propiedades espectrales de primer orden a partir de las de segundo orden, o de la función de correlación de intensidad $g^{(2)}(\tau)$ la cual, como ya se vió, es la propiedad espectral más simple que se puede esperar medir debido a la naturaleza del proceso de detección. Ya que cualquier campo está compuesto de un gran número de contribuciones estadísticas independientes, tendrá esta propiedad defactorización, y 3.13 será aplicable. Existen situaciones, sin embargo, (por ejemplo cuando el número

* S.O.Rice, Bell Syst. Tech. J., 23 (1944), 282

ro de centros dispersores es pequeño) cuando el campo no sea gaussiano y 3.13 no funcione. En contraste con la situación gaussiana, cuando la relación Siegert exprese solamente el hecho de que el campo está construido a partir de muchas distribuciones estrictamente independientes, la relación entre $g^{(1)}(\tau)$ y $g^{(2)}(\tau)$ en el caso no gaussiano, puede contener información extra útil acerca del proceso de dispersión. Ahora bien, la fórmula que conecta a estas dos cantidades, puede establecerse con consideraciones teóricas, será deseable hacer una media independiente de $g^{(1)}(\tau)$ si es posible.

Esto puede realizarse usando una técnica heterodina: un método en el que el campo dispersado es mezclado coherentemente en el fotocátodo del detector con luz de un oscilador local (normalmente el mismo laser que es usado para la dispersión). El requerimiento para la mezcla coherente es que los frentes de onda de la luz dispersada y del haz de referencia deben ser paralelos sobre la superficie del detector. Esta condición puede causar una dificultad experimental, pero si no es satisfecha, el promedio espacial de la información contenida en los términos de interferencia entre los dos campos, puede ser relevante. Como veremos, estos términos son proporcionales al espectro óptico deseado. Asumiendo entonces, que los campos dispersados y del oscilador local aparecen como originados del mismo punto espacial, podemos escribir:

$$\xi^*(t) = \left[f(t) \xi_1 e^{-i(\omega_1 t + \phi_1(t))} + \xi_2 e^{-i(\omega_2 t + \phi_2(t))} \right] \quad 3.14$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren a las fuentes laser dispersada y de referencia respectivamente, y $f(t)$ es la modulación producida por un proceso dispersor (estacionario). Las funciones de correlación de primero y segundo orden que caracterizan la luz dispersada, son:

$$g_j^{(1)}(\tau) = \langle f(0) f(\tau) \rangle \quad 3.15$$

$$g_s^{(1)}(\tau) = \langle f^*(0) f(\tau) \rangle \quad 3.16$$

asumiendo que $\langle f^2 \rangle$ está normalizada a 1 por conveniencia. La intensidad para la señal heterodina de 3.14 es:

$$I(t) = \mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_2^2 f^2(t) + 2 \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 f(t) \cos(t\Delta\omega + \Delta\phi(t)) \quad 3.17$$

$$\text{donde } \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 \quad \text{y } \Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 \quad 3.18$$

y la función de correlación de intensidades está dada por:

$$\langle I(0) I(\tau) \rangle = (\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_2^2)^2 + \mathcal{E}_1^4 (g_s^{(1)}(\tau) - 1) + 2 \mathcal{E}_1^2 \mathcal{E}_2^2 g_s^{(1)}(\tau) \cos(\tau\Delta\omega + \Delta\phi(0) - \Delta\phi(\tau)) \quad 3.19$$

Para obtener 3.19 hemos tomado en cuenta que las fases ϕ_1 y ϕ_2 son de naturaleza aleatoria. El último término de la ecuación 3.19 también se hace cero si la misma fuente es usada para la dispersión y el haz de referencia. En este caso, $\Delta\phi$ está relacionada simplemente con la diferencia de trayectorias tomadas por los haces dispersado y de referencia. Con tal de que esta diferencia sea menor que la distancia sobre la cual las fases permanecen correlacionadas, entonces $\Delta\phi$ no cambiará con el tiempo y 3.19 se reduce a:

$$g^{(1)}(\tau) = 1 + \left(\frac{\langle I_1 \rangle}{\langle I \rangle} \right)^2 (g_s^{(1)}(\tau) - 1) + 2 \left(\frac{\langle I_1 \rangle}{\langle I \rangle} \right) g_s^{(1)}(\tau) \cos \tau \Delta\omega \quad 3.20$$

Una diferencia de frecuencias $\Delta\omega$ diferente de cero puede presentarse debida al movimiento del medio dispersor en conjunto, a un corrimiento doppler en ω_1 , o a la introducción deliberada de un corrimiento en la frecuencia del haz de referencia. Si este corrimiento de frecuencia es bastante grande, el espectro de potencia de la intensidad puede dividirse en dos partes correspondientes a los términos $g_s^{(2)}$ y $g_s^{(1)}$ de la ecuación 3.20 (Fig. 8). Una componente, el espectro de las fluctuaciones de intensidad, está centrado en la frecuencia cero y corresponde al segundo término, mientras la otra componente, el espectro doppler, está centrado en $|\Delta\omega|$ y es precisamente el espectro de potencia del campo. Si estas dos características se sobreponen,



Figura 8.- Espectro heterodino.

el término doppler puede ser hecho el dominante simplemente aumentando la potencia del haz de referencia. Este procedimiento también mejora la característica señal-ruido de la técnica bajo ciertas circunstancias (por ejemplo si el detector es una importante fuente de ruido). La ecuación 3.20 posee también las propiedades estadísticas de la luz dispersada, ya que la función de correlación de primer orden del proceso de dispersión, puede también ser medida en principio por heterodinidad.

Por lo tanto, es evidente que, en principio, podemos siempre extraer información acerca de $g^{(1)}(\tau)$ de una medida de $g^{(2)}(\tau)$, ya sea usando la relación de Siegert 3.13 para la luz gaussiana, o por heterodinidad cuando la estadística del campo es no gaussiana.

En la práctica, la señal es digital por naturaleza dado el proceso de ruido de disparo que se tiene en el fotodetector. No podemos por lo tanto construir $g^{(2)}(\tau)$ directamente, sino sólo correlacionando los trenes de electrones fotoemitidos en respuesta a la intensidad $I(t)$ que llega al detector.

La emisión de fotoelectrones es un proceso de poisson, la distribución de las cuentas registradas en un tiempo T debido a una intensidad constante I sobre el detector, es:

$$p(n; T) = \frac{(\alpha \langle IT \rangle)^n}{n!} e^{-\alpha \langle IT \rangle} \quad 3.21$$

donde α es la eficiencia del proceso de detección y $\langle IT \rangle$ es la intensidad integrada. Es conveniente absorber T dentro de la definición de α . Si la intensidad fluctúa con el tiempo, la distribución de fotocuentas será la distribución de poisson compuesta

$$p(n; T) = \int_0^{\infty} \frac{(\alpha I)^n}{n!} e^{-\alpha I} P(I) dI \quad 3.22$$

Se sigue de la fórmula de Mandel 3.22, que los momentos de factoriales normalizados de la distribución de conteo de fotones es igual a los momentos normalizados de $P(I)$:

$$\sum_{n=r-1}^{\infty} n(n-1)\dots(n-r+1) p(n; T) / \langle n \rangle^r = \int_0^{\infty} (\alpha I)^r P(I) dI / (\alpha I)^r = m^{(r)}(T) \quad 3.23$$

Además, la definición

$$Q(s; T) = \langle e^{-sT} \rangle = \int_0^{\infty} e^{-sI} P(I) dI \quad 3.24$$

de la función generadora correspondiente a $P(I)$ no sólo implica la fórmula

$$\left(-\frac{\alpha}{\langle n \rangle} \frac{d}{ds} \right)^r Q(s; T) \Big|_{s=0} = m^{(r)}(T) \quad 3.25$$

para los momentos factoriales de $p(n; T)$, sino también la relación

$$\frac{1}{n!} \left(-\alpha \frac{d}{ds} \right)^n Q(s; T) \Big|_{s=\alpha} = p(n; T) \quad 3.26$$

para la distribución en sí, por lo que la definición 3.24 puede ser reescrita en la siguiente forma:

$$Q(s; T) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{s}{\alpha}\right)^n p(n; T) = \langle \left(1 - \frac{s}{\alpha}\right)^n \rangle \quad 3.27$$

Usando los resultados de la sección 2.2, la ecuación 3.26, nos lleva a las distribuciones (Fig. 9)

$$p(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \quad \text{Luz coherente} \quad 3.28$$

$$p(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{n+1}} \quad \text{Luz gaussiana } (T \ll T_c) \quad 3.29$$

La distribución geométrica 3.29 es una función monótona decreciente de n , pero 3.28 tiene un pico cerca de $n = \langle n \rangle$ para $\langle n \rangle$ grandes.

La ecuación 3.22 puede ser generalizada para dar la distribución conjunta de cuentas en dos muestreos diferentes separados por un

retardo

$$p(m(t), n(t+\tau); T) = p(m, n; T) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha(I+I')}}{m!n!} (\alpha I)^m (\alpha I')^n p(I, I') dI dI' \quad 3.30$$

Un resultado importante que se sigue inmediatamente es:

$$\frac{\langle m(t; T) n(t+\tau; T) \rangle}{\langle m \rangle^2} = \frac{\langle I(t; T) I(t+\tau; T) \rangle}{\langle I \rangle^2} = g^{(2)}(\tau; T) \quad \text{para } T \neq 0$$

$$= n^{(2)}(T) + \frac{1}{\langle m \rangle} \quad \text{para } T = 0 \quad 3.31$$

El lado izquierdo de esta relación es la función de correlación del número de cuentas registradas en un intervalo de muestreo T a un tiempo t con el número registrado en el mismo período de muestreo al tiempo t + τ . Entonces, la función de autocorrelación normalizada del tren de fotoelectrones, es igual a la función de autocorrelación normalizada de la intensidad de la luz recibida en el detector.

Por lo tanto, hemos establecido que una medida de la función de autocorrelación de la señal digital de posdetección puede ser usada para obtener información espectral a través de las relaciones 3.31 y 3.20 o 3.13, pudiendo ahora proceder a la implementación práctica de esta forma de procesamiento.

Esta implementación práctica se presenta en el correlador digital de corte.

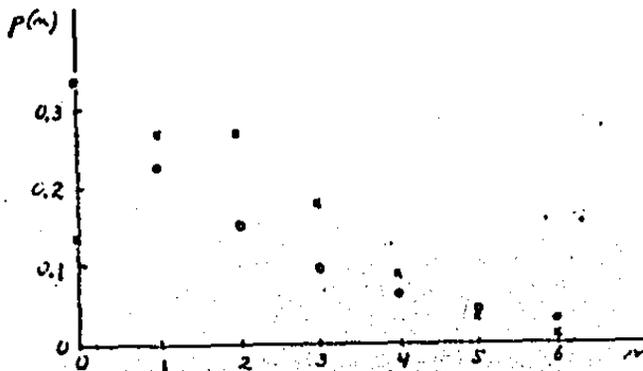


Figura 9.- Distribuciones de conteo de fotones:
X luz coherente, O luz gaussiana.

BIBLIOGRAFIA.

- 1.- P.N. Pusey, Photon correlation and lighth beating spectroscopy, editado por H.Z. Cummins and E.R. Pike (Plenum, New York 1974).
B. Chu, Laser lighth scattering (Academic, New York, 1974).
Villaeys, A.A., Chem. Phys. 38, 1 (1979).
- 2.- Entre otros están: el Malvern 4300; el SAICOR 42A; y el correlador digital de la Langley-Ford.
- 3.- R. Asch and N.C. Ford Jr., Rev. Sci. Instrum. 44, 506 (1973).
- 4.- W. Lempert and C.H. Wang, Rev. Sci. Instrum. 51 (3), 380, Mar. 1980.
Charles C. Han, Rev. Sci. Instrum. 49(1), 31, Jan. 1978.
- 5.- J. Eldon, Elect. Engin., march 1981.
J. Eldon, Electronics, July 14, 1981.
- 6.- W. Lempert, C.H. Wang, Rev. Sci. Instrum., 51(3), Mar. 1980.
- 7.- P.N. Pusey, Photon correlation and lighth beating spectroscopy, editado por H.Z. Cummins and E.R. Pike (plenum, New York 1974).
- 8.- C. Demoulin, C.J. Montrose and N. Ostowsky, Phys. Rev. 9, 1740, (1974).
- 9.- R. Nossal, S.H. Chen and C.C.Lai, Opt. Commun., 4, 35 (1971).
- 10.- Villaeys, A.A., Chem. Phys., 38, 1, (1979).
- 11.- J. Eldon, Elect. Engin., March 1981.
- 12.- J. Eldon, Electronics, July 14, 1981.
- 13.- Charles C. Han, Rev. Sci. Instrum., 49, (1978).
- 14.- Walter Lempert and C.H. Wang, Rev. Sci. Instrum., 51 (3), (1980).
- 15.- J.H. Van Vleck. Harvard Univ. Rad. Res. Lab. Rep. N951 (1943).