

01169
leg. 1

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
SECCION DE CONTROL

TESIS QUE PRESENTA
RAFAEL BERNARDO CARMONA PAREDES
para obtener el grado de
MAESTRO EN INGENIERIA

CREDITOS ASIGNADOS A LA TESIS 12

JURADO:

Arreola
DR. EDUARDO ARREOLA VALDES

Canales Ruiz
DR. ROBERTO CANALES RUIZ

Andrés Buzo de la Peña
DR. ANDRÉS BUZO DE LA PEÑA

Horacio Martínez Carranza
DR. HORACIO MARTINEZ CARRANZA

Federico Kuhlmann
DR. FEDERICO KUHLMANN

01169
1983

COORDINADOR DE LA SECCION

Andrés Buzo de la Peña
DR. ANDRÉS BUZO DE LA PEÑA

SECRETARIO ACADEMICO

Gabriela Moeller de Jalife
M. en I. GABRIELA MOELLER DE JALIFE



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

CAPITULO 1.	INTRODUCCION.	2
CAPITULO 2.	SIMULACION DIGITAL.	13
2.1.	MODELO MATEMATICO.	13
2.2.	SOLUCION DE LAS ECUACIONES ALGEBRAICAS NO-LINEALES.	17
2.2.1.	EL METODO DE NEWTON-RAPHSON.	18
2.2.2.	EL METODO LINEAL.	22
2.2.3.	COMPARACION DEL METODO DE NEWTON-RAPHSON CON EL METODO LINEAL.	26
2.3.	EJEMPLO DE SIMULACION.	28
CAPITULO 3.	CONTROLADOR AUTOSINTONIZABLE.	50
3.1.	ESTRUCTURA DEL CONTROLADOR.	52
3.2.	IDENTIFICACION DE PARAMETROS.	55
3.2.1.	MINIMOS CUADRADOS.	56
3.2.2.	FORMA RECURSIVA PARA MINIMOS CUADRADOS.	59
3.2.3.	ALGORITMO RECURSIVO DE MINIMOS CUADRADOS EN LA FORMA DE RAIZ CUADRADA.	62
3.3.	ALGORITMO PARA CONTROL DE LA SIMULACION DE LA RED DE DISTRIBUCION.	66
CAPITULO 4.	RESULTADOS Y CONCLUSIONES.	69
BIBLIOGRAFIA.		107

El acelerado crecimiento de la ciudad de México ha impuesto grandes dificultades para el diseño y funcionamiento correctos de los servicios públicos. Dentro de los problemas que se presentan en el abastecimiento de agua potable se pueden mencionar: la insuficiente cantidad de agua y su distribución no equitativa. El propósito central de este trabajo es analizar la capacidad de los controladores autosintonizables para lograr una distribución equitativa del agua a través de una red como la de la ciudad de México.

CAPITULO 1

INTRODUCCION.

En 1978, el Departamento del Distrito Federal encomendó al Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M. el desarrollo de un sistema de control en tiempo real para la red de abastecimiento de agua potable de la ciudad de México. Desde entonces, se han desarrollado en el Instituto diversas etapas de estudio encaminadas a entender el funcionamiento de la red, a la revisión bibliográfica de estudios de control de redes hidráulicas, a la visita directa a diferentes ciudades de los Estados Unidos de Norte América para conocer sistemas de control de redes de distribución de agua y, finalmente, al planteo y análisis de un sistema de control para la red de abastecimiento de agua potable de la ciudad de México. (R. Canales y otros, 1979, 1980 y 1981).

Como conclusiones generales de esos estudios se marcaron los siguientes lineamientos sobre las políticas de control a seguir:

1. El propósito de toda política de control es lograr la mejor calidad del servicio de suministro de agua. La presión en las tomas domiciliarias es el indicador de la calidad del servicio a los usuarios y se considera adecuada si está entre ciertos límites preestablecidos.

Se conoce como presión de garantía a la presión mínima que debe tener cada nudo de la red. Si se supone homogeneidad en el tipo de usuarios servidos en cada uno de los nudos, entonces los valores de la presión de garantía dependen del tipo de construcción. En particular, para casas habitación de 1 piso la presión de garantía es de 10 m. sobre su cota topográfica. Para edificios mayores, aumenta 4 m. por piso adicional. En construcciones con elevaciones mayores a 4 pisos es necesario colocar bombas elevadoras después de las tomas domiciliarias.

2. En la ciudad de México no es posible mantener la presión a un nivel adecuado en todos los nudos de la red durante todo el día: es un sistema deficitario. Existen zonas donde la presión en las tomas domiciliarias es insuficiente la mayor parte del día, mientras que en otras la presión es satisfactoria todo el día. Sin embargo, debido a la existencia de tinacos de almacenamiento domiciliario puede darse un servicio equitativo si se asegura que la presión excede a la presión de garantía en cada nudo durante un periodo suficientemente lar-

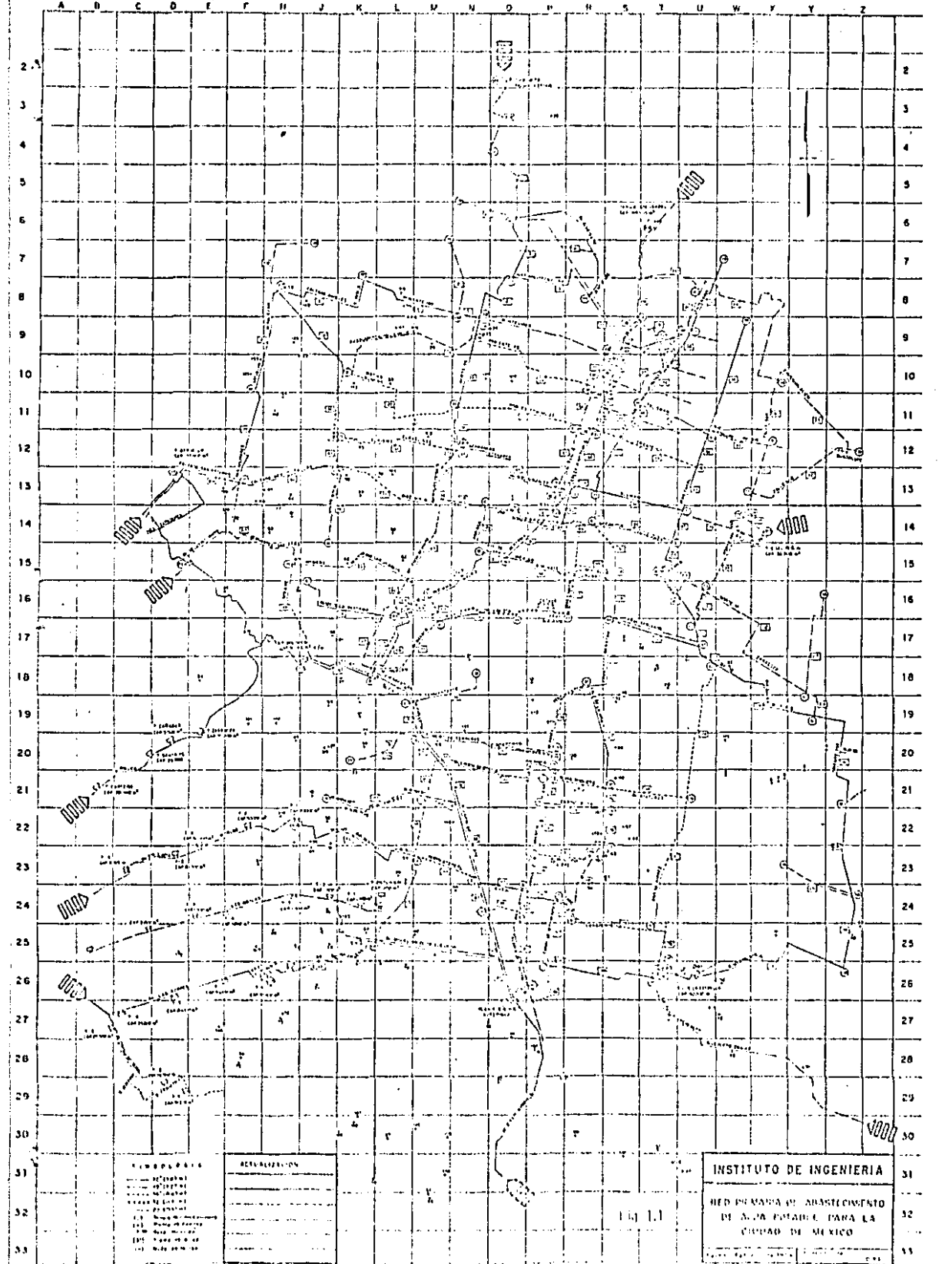
go para surtir el tinaco conectado a él, sin importar la hora en que esto suceda.

3. Para fines del control global se propuso tratar por separado a la red de distribución (incluyendo los pozos municipales que se conectan directamente a ella) y a cada uno de los sistemas de captación, marcando como objetivos:

- Captación: obtener la máxima cantidad de agua potable para el consumo.
- Distribución: repartir equitativamente el agua disponible asegurando que las presiones estén arriba de la presión de garantía en cada nudo de la red el mayor tiempo posible.

4. En los estudios realizados se proponen estrategias de control para la operación automática de los sistemas de captación. Los sistemas de captación que alimentan a los tanques de suministro en la periferia de la ciudad son los siguientes, figura 1.1:

- Sistema Chiconautla. Consta de 39 pozos y 2 plantas de bombeo. Alimentan al tanque Santa Isabel.
- Sistema Peñón. Consta de 9 pozos, 1 planta de bombeo y alimentan al tanque Peñón.
- Sistema Sur. Consta de las plantas de bombeo Xotepingo y Cerro de la Estrella y de todos los pozos cuyos gastos llegan a estas plantas. Parte de su captación alimenta al tanque Cerro de la Estrella y parte se conecta directamente a la



TIPO DE PIPAS

- Línea de conducción
- - - Línea de distribución
- · · · · Línea de abastecimiento
- · · · · Línea de evacuación
- · · · · Línea de drenaje
- · · · · Línea de alcantarillado
- · · · · Línea de gas
- · · · · Línea de agua fría
- · · · · Línea de agua caliente

RESERVAZON

- Línea de conducción
- - - Línea de distribución
- · · · · Línea de abastecimiento
- · · · · Línea de evacuación
- · · · · Línea de drenaje
- · · · · Línea de gas
- · · · · Línea de agua fría
- · · · · Línea de agua caliente

INSTITUTO DE INGENIERIA
RED PRIMARIA DE ABASTECIMIENTO
DE AGUA POTABLE PARA LA
CIUDAD DE MEXICO

Fig. 1.1

red primaria a través de la planta de bombeo Xotepingo.

- Sistema Lerma. Incluye los pozos de extracción hasta la entrada del túnel Atarasquillo y el sistema de alimentación que va desde la salida del túnel hasta los puntos de entrada a la red de distribución.

Hoy en día hay dos nuevas fuentes: Barrientos y Cutzamala.

5. Para modificar el patrón de distribución del agua marcado por la topología de la red es necesario cambiar las direcciones de los flujos principales colocando válvulas reguladoras en algunos de sus tubos para impedir o limitar el flujo del agua a través de ellos. El algoritmo de control de la distribución del agua determinará las operaciones a realizar en las válvulas para obtener un perfil determinado de presiones en las diferentes zonas de la ciudad a lo largo del día. No todos los perfiles de presión podrán conseguirse, bien por falta de elementos de control o bien por la relación abastecimiento-demanda.

Actualmente, la distribución del agua a través de la red se realiza por diferencias de presión gravitacionales excepto en las plantas de bombeo. Los tanques de almacenamiento están colocados en puntos elevados de la periferia de la ciudad. El flujo de los tanques hacia la red se cierra durante la noche para almacenar el agua proveniente de los sistemas de captación. Alrededor de las 5 de la mañana se abren las válvulas y el agua fluye por gravedad hasta las distintas zonas de la ciudad. Por la tarde, entre las 17 y las 19 horas, cuando el

nivel del agua en los tanques es ya muy bajo, se cierran nuevamente las válvulas para formar un ciclo de operación. Las válvulas de los tanques de suministro deben permanecer completamente abiertas durante el día para permitir la salida de toda el agua almacenada.

6. La dificultad para controlar la red se agudiza por el criterio de alta confiabilidad usado en su construcción. Esto es, existen en la red suficientes "circuitos" para que cualquier nudo de demanda tenga más de una ruta de abastecimiento; de esta forma la falla de un elemento de la red no pone en peligro el suministro de agua, pero al mismo tiempo que se logra alta confiabilidad se hace la red menos controlable. Para lograr un perfil determinado de presiones en la ciudad será necesario ejecutar un gran número de operaciones coordinadas de forma compleja sobre las válvulas de control.

Por otro lado, la solución al problema de control de la distribución tiene un gran número de implicaciones teóricas y prácticas. Las políticas para garantizar que la presión en las tomas domiciliarias exceda a las presiones de garantía pueden basarse en diferentes criterios, por ejemplo: el mínimo número de operaciones al día o el mínimo costo de operación. Para fijar las presiones de garantía y los intervalos de tiempo en que se mantendrán es necesario determinar varios factores, entre ellos: la demanda real de agua por zonas, que depende de las costumbres de los habitantes y de la capacidad de almacenamiento de los tinacos domiciliarios. La figura 1.2

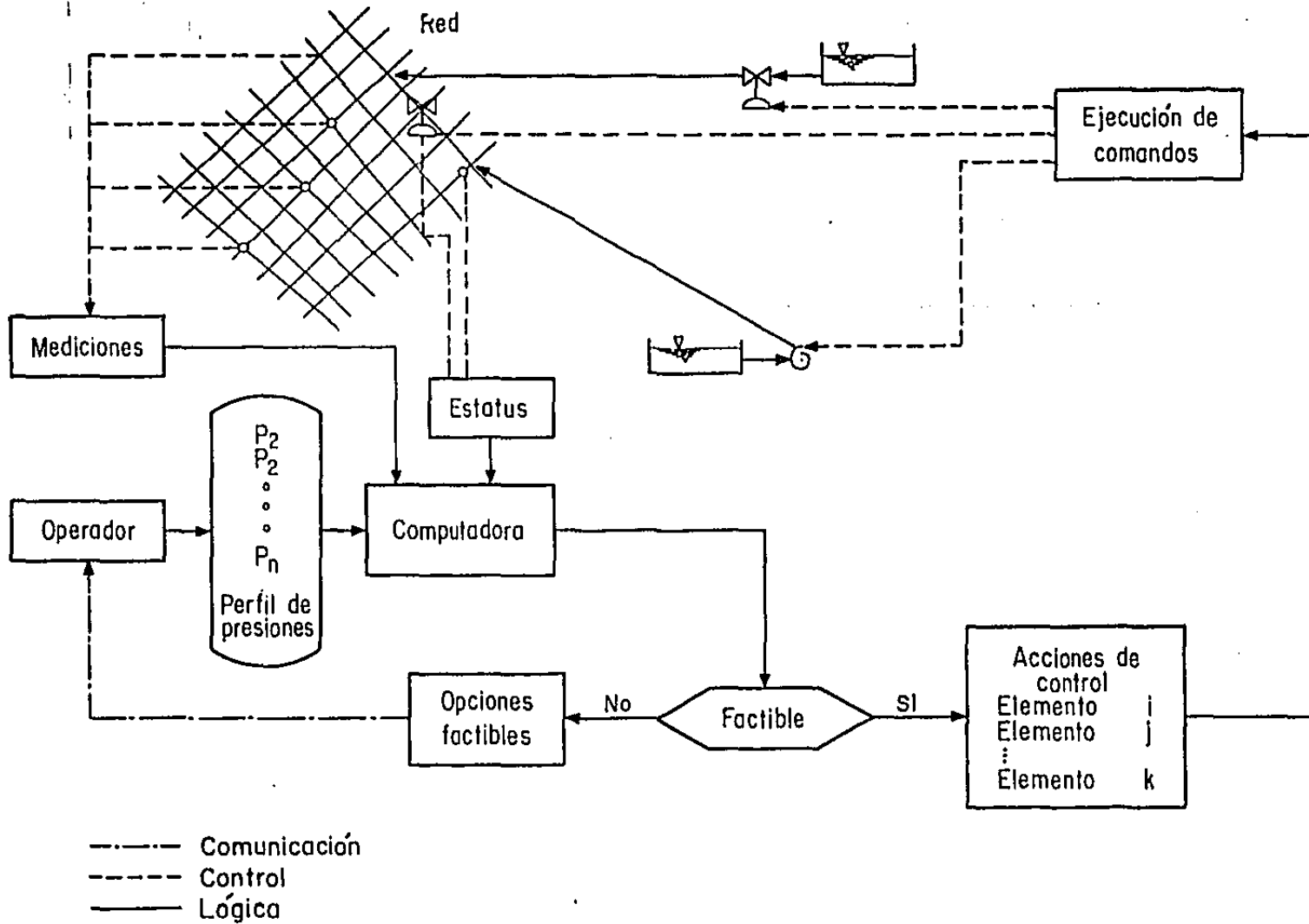


Fig 1.2 Esquema del control de la distribución

muestra el esquema de control de la distribución.

Paralelamente a estos estudios se lleva a cabo, en forma conjunta con el D.D.F., la instrumentación de nudos de la red para obtener información necesaria de los factores arriba mencionados.

7. Finalmente, dada la naturaleza del proceso a controlar el modelo que se haga de él será del tipo multi-entrada-salida, de caracterización lineal dependiente del tiempo y perturbado con ruido. La estrategia de control debe tener, entonces, propiedades de identificación en línea, considerar la presencia de perturbaciones estocásticas y permitir la modificación del objetivo de control para satisfacer las distintas necesidades de servicio.

Una familia de estrategias de control que reúnen estas características es la familia de controladores adaptables. En el caso de procesos ruidosos tienen gran aceptación los controladores autosintonizables.

En el diseño de estos controladores se emplean criterios de estabilidad, con base en funciones de Lyapunov o Teoría de Hiperestabilidad, así como criterios de optimalidad que minimizan alguna función de costo.

El objetivo de los controladores autosintonizables es controlar sistemas de parámetros desconocidos constantes o que varíen lentamente. El controlador escalar autosintonizable básico es un controlador de variancia mínima cuyos parámetros se iden-

tifican con un algoritmo recursivo de mínimos cuadrados (Aström, 1973). Clarke y Gawthrop (1975) mejoraron ese controlador penalizando la señal de control y asignando una referencia en la función de costo. La estructura básica del controlador escalar autointonizable fue extendida al caso multivariable por Borisson (1979). Con base en los resultados de Borisson, Koivo (1980) hizo una extensión al controlador de Clarke y Gawthrop para el caso multivariable. La estructura del controlador la obtiene penalizando los términos de control y las desviaciones de las salidas respecto de las señales de referencia en una función de costo. Para obtener la ley de control utiliza un predictor con "k" pasos de adelanto e identifica los parámetros del controlador con un algoritmo recursivo de mínimos cuadrados en forma de raíz cuadrada.

El controlador de Koivo es aplicable a sistemas cuadrados; mismo número de entradas que de salidas. Sin embargo, es posible obtener un controlador para sistemas con distinto número de entradas que de salidas utilizando la función de costo propuesta por Koivo pero identificando recursivamente el modelo de la planta para derivar de ahí la ley de control, en lugar de identificar directamente los parámetros del controlador. El desarrollo detallado de este controlador se presenta en el capítulo 3.

El objetivo de este trabajo es analizar la capacidad que el controlador presentado en el capítulo 3 pueda tener para conseguir perfiles de presión prefijados manejando exclusivamente las válvulas reguladoras que se coloquen en la red; es decir, direc-

cionando los flujos principales para tener una mejor distribución sin aumentar o reducir la cantidad de agua en el sistema.

La imposibilidad de realizar experimentos sobre la red real hace necesario simular su comportamiento para analizar la utilidad del controlador propuesto. Esta simulación puede hacerse analógica o digitalmente, sin embargo, la gran cantidad de tubos y de nudos que forman una red que distribuye agua en una ciudad anula la posibilidad de usar una computadora analógica de tamaño convencional.

En la actualidad se han desarrollado diferentes modelos para la simulación digital de una red de distribución de agua. En los estudios anteriores a este trabajo se escogió un modelo que no considera la inertancia del agua en los tubos de la red, relaciona algebraicamente la caída de presión en un tubo con el gasto que circula a través de él, utiliza las ecuaciones de continuidad en los nudos y relaciona algebraicamente las presiones de los nudos con la cantidad de agua almacenada en los tanques de suministro y en los tinacos de almacenamiento domiciliario. La dinámica de la red queda determinada por la variación de la cantidad de agua en los tanques y en los tinacos al suministrar y extraer agua de ellos.

En el capítulo 2 se desarrolla un método computacionalmente eficiente para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas no lineales que modelan la planta en un instante determinado; el método de solución está basado en el método de Newton-Raphson. Las soluciones de las ecuaciones algebraicas se conectan en el tiem-

po, a través de la integración numérica de la variación de la cantidad de agua en los tanques y tinacos, para simular la dinámica de la red.

En la última parte del capítulo 2 se utiliza una simplificación de la red de abastecimiento de agua potable de la ciudad de México para analizar el comportamiento básico de la simulación. Para un análisis más completo del comportamiento simulado de la red es necesario contar con mediciones de las presiones de la red real, disponibles al terminarse su instrumentación.

Por la gran cantidad de datos que se manejan en una red como la de la ciudad de México, se decidió realizar los primeros estudios del comportamiento del controlador sobre una red de prueba y los resultados obtenidos y las conclusiones de este trabajo se presentan en el capítulo 4.

CAPITULO 2

SIMULACION DIGITAL.

2.1 MODELO MATEMATICO.

El modelo para simular el funcionamiento de la red considera que el suministro se hace a través de tinacos de almacenamiento domiciliario de donde los usuarios se surten directamente. El agua llega a esos tinacos a través de la red desde los tanques de suministro y plantas de bombeo.

Se considera que la red de distribución de agua potable está formada por un conjunto de ramas elementales interconectadas. Una rama elemental es el sistema que se muestra en la figura 2.1, donde:

i número de nudo

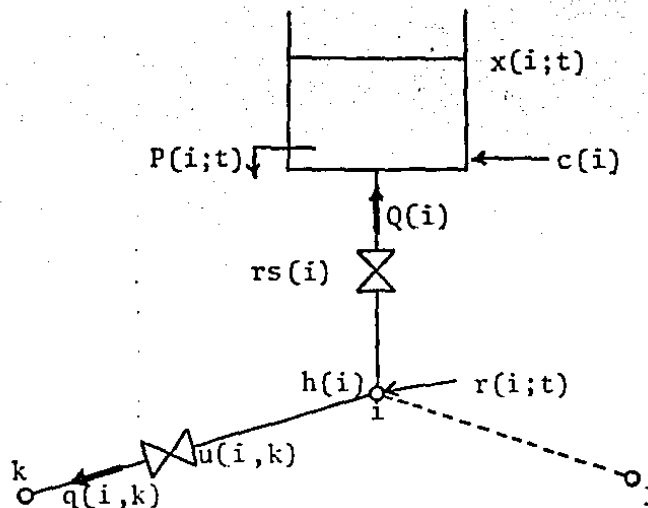


FIGURA 2.1. Rama elemental de la red.

$x(i;t)$ altura o presión del agua en el tanque o tinaco i , en el tiempo t . *

$h(i)$ presión en el nudo i .

$P(i;t)$ extracción en el tinaco i o suministro en el tanque i .

$c(i)$ capacitancia en el tanque o tinaco i .

$Q(i)$ flujo de la red hacia el tanque o tinaco i .

$rs(i)$ restricción al flujo en el tubo que une al nudo de la red con el tanque o tinaco i .

$q(i,k)$ flujo de agua a través del tubo que une los nudos i y k de la red.

$u(i,k)$ restricción al flujo en el tubo que une los nudos i y k de la red.

$r(i;t)$ suministro de agua en el nudo i .

* Se da el nombre de "tinaco" a los depósitos domiciliarios para almacenamiento de agua y el nombre de "tanque" a los depósitos que reciben el agua proveniente de los sistemas de captación, de donde se distribuye a los tinacos.

La cantidad de agua almacenada en los tanques y en los tinacos varía con respecto al tiempo según los gastos de entrada y de salida de agua. Si se considera al vector formado por las presiones en cada uno de los tanques y en cada uno de los tinacos como el vector que indica el estado del sistema, la dinámica queda determinada por la variación con respecto al tiempo de ese vector de estados, que se escribe por componentes como:

$$dx(i;t)/dt = (Q(i)-P(i;t))/c(i) \quad (2.1)$$

Las $P(i;t)$ son negativas cuando i se refiere a un tanque y positivas cuando se trata de un tinaco.

Para simular el funcionamiento de la red debe estimarse la demanda impuesta por los usuarios en cada tinaco y debe medirse el ingreso a los tanques de suministro. Es decir, deben conocerse las $P(i;t)$. Los gastos de entrada a los tinacos y los gastos extraídos a los tanques (las $Q(i)$) son cantidades que dependen de la topología de la red y se calculan, mediante relaciones algebraicas, en función de los valores del vector de estados en el tiempo t .

Para calcular las $Q(i)$ se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

- Ecuaciones de flujo entre un nudo de la red y un tanque o un tinaco:

$$h(i) - x(i;t) - rs(i)*Q(i)*|Q(i)| = 0 \quad (2.2)$$

donde i varía para todos los nudos de la red con tanque o tinaco y con la restricción de que el agua solo puede fluir de la red hacia los tinacos, esto es, para el tanque i ;

$$Q(i) = 0 \quad \text{si } h(i) < x(i;t)$$

- Ecuaciones de continuidad en los nudos de la red:

$$r(i;t) - Q(i) - \sum_k q(i,k) = 0 \quad (2.3)$$

donde k varía para todos los nudos de la red conectados al nudo i .

- Ecuaciones de flujo en los tubos que unen dos nudos de la red:

$$h(j) - h(k) - u(j,k) * q(j,k) * |q(j,k)| = 0 \quad (2.4)$$

Las ecuaciones 2.2, 2.3 y 2.4 forman un sistema de N ecuaciones con $N = \text{número de tanques} + \text{número de tinacos} + \text{número de nudos} + \text{número de tubos}$. Con las incógnitas:

$Q(i)$ - con $i = 1, \dots$, número de tanques + número de tinacos

$h(i)$ - con $i = 1, \dots$, número de nudos

$q(i,j)$ - una para cada tubo de la red.

Entonces, para encontrar los valores de las $Q(i)$ se debe resolver un sistema consistente de ecuaciones algebraicas no-lineales.

Si se integra numéricamente la ecuación 2.1 por el método de Euler, se tiene:

$$x(i;t+\Delta t) = x(i;t) + \Delta t \cdot (Q(i;t) - P(i;t)) / c(i) \quad (2.5)$$

donde se usan los valores determinados para las $Q(i)$ en el cálculo de los nuevos valores de las x .

Se resuelven nuevamente las ecuaciones algebraicas no-lineales y se repite el proceso hasta alcanzar el tiempo final deseado.

2.2 SOLUCION DE LAS ECUACIONES ALGEBRAICAS NO-LINEALES.

El sistema de ecuaciones no-lineales 2.2, 2.3 y 2.4 puede escribirse en la forma

$$\vec{F}(\vec{z}) = 0 \quad (2.6)$$

donde \vec{z} es el vector formado por la agrupación de todas las incógnitas:

$$\vec{z} = (\dots, Q(i), \dots, h(i), \dots, q(i,j), \dots)$$

y \vec{F} tiene como componentes ecuaciones de la forma 2.2, 2.3 o 2.4. La solución de este sistema de ecuaciones marca el funcionamiento de la red en un instante determinado, depende de los valores

$x(i;t)$ y puede buscarse en forma iterativa linealizando el sistema en cada paso partiendo de un conjunto de valores iniciales \vec{z}_0 .

2.2.1 EL METODO DE NEWTON-RAPHSON.

Puede utilizarse el método de Newton-Raphson para linealizar las ecuaciones 2.6 como (I. Stoer y R. Bulirsch, 1980):

$$\text{JACOB } \left| \vec{F}(\vec{z}) \right|_n \cdot \Delta z = - \vec{F}(\vec{z}) \Big|_n \quad (2.7)$$

donde JACOB indica el jacobiano de la función y n el número de iteración; y para actualizar iterativamente los valores de las incógnitas con:

$$\vec{z}(n+1) = \vec{z}(n) + \Delta \vec{z} \quad (2.8)$$

hasta satisfacer la ecuación 2.6 con la aproximación deseada.

Escribiendo a las ecuaciones 2.2, 2.3 y 2.4 respectivamente como:

$$f_{Q_i} = h(i) - x(i;t) - rs(i)*Q(i)*|Q(i)| \quad (2.9)$$

$$f_i = r(i;t) - Q(i) - \sum_k q(i,k) \quad (2.10)$$

$$f_{q_{j,k}} = h(j) - h(k) - u(j,k) * q(j,k) * |q(j,k)| \quad (2.11)$$

la linealización 2.7 queda como:

$$\Delta h(i) - 2 * r_s(i) * |Q(i;n)| * \Delta Q(i) = -f_{Q_i}(n) \quad (2.12)$$

$$-\Delta Q(i) - \sum_k \Delta q(i,k) = -f_i(n) \quad (2.13)$$

$$\Delta h(j) - \Delta h(k) - 2 * u(j,k) * |q(j,k;n)| * \Delta q(j,k) = -f_{q_{j,k}}(n) \quad (2.14)$$

El sistema de ecuaciones lineales 2.12, 2.13 y 2.14, donde los subíndices varían como se indica en las ecuaciones 2.2, 2.3 y 2.4 debe resolverse para las $\Delta \vec{z} = (\dots, \Delta Q(i), \dots, \Delta h(i), \dots, \Delta q(i,j), \dots)$.

En la forma en la que está escrito ese sistema lineal, que llamaremos forma general, no presenta alguna estructura favorable para resolverlo eficientemente. Puede resolverse por un método exacto pero computacionalmente pesado como eliminación gaussiana por triangularización, usando como pivotes de eliminación a los elementos de magnitud máxima para reducir los errores numéricos de truncamiento que aparecen al dividir entre números cercanos a cero.

Es posible reescribir el sistema lineal para darle una estructura con diagonal dominante reduciendo el número de incógnitas y de ecuaciones:

Despejando $\Delta Q(i)$ de 2.12 y $\Delta q(j,k)$ de 2.14 y utilizando las funciones 2.9 y 2.11 se obtiene:

$$\Delta Q(i) = \frac{\Delta h(i) + h(i;n) - x(i;t) - rs(i) * Q(i;n) * |Q(i;n)|}{2 * rs(i) * |Q(i;n)|}$$

$$\Delta q(j,k) = \frac{\Delta h(j) + h(j;n) - \Delta h(k) - h(k;n) - u(j,k) * q(j,k;n) * |q(j,k;n)|}{2 * u(j,k) * |q(j,k;n)|}$$

y con ayuda de la expresión 2.8;

$$\Delta Q(i) = \frac{h(i;n+1) - x(i;t)}{2 * rs(i) * |Q(i;n)|} - \frac{1}{2} Q(i;n) \quad (2.15)$$

$$\Delta q(j,k) = \frac{h(j;n+1) - h(k;n+1)}{2 * u(j,k) * |q(j,k;n)|} - \frac{1}{2} q(j,k;n) \quad (2.16)$$

Sustituyendo 2.15 y 2.16 en 2.13 y agrupando términos se obtiene un sistema consistente de ecuaciones donde las variables son sólo las presiones en la iteración $n+1$:

$$\left(\frac{1}{rs(i) * |Q(i;n)|} + \sum_k \frac{1}{u(i,k) * |q(i,k;n)|} \right) h(i;n+1) - \sum_k \frac{h(k;n+1)}{u(i,k) * |q(i,k;n)|} = \frac{x(i;t)}{rs(i) * |Q(i;n)|} + 2 * r(i;t) - Q(i;n) - \sum_k q(i,k;n) \quad (2.17)$$

donde i varía para todos los nudos de la red y k sobre todos los nudos que se conectan al i .

El sistema de ecuaciones 2.17 tiene diagonal dominante, los términos

$$\frac{1}{rs(i) * |Q(i;n)|} \quad \text{y} \quad \frac{1}{u(i,k) * |q(i,k;n)|}$$

son todos mayores que cero. Esta estructura permite resolverlo fácil y rápidamente con el método de sobre-relajación.

La actualización de los gastos se consigue sustituyendo 2.15 y 2.16 en 2.8:

$$Q(i;n+1) = Q(i;n) + \Delta Q(i) = \frac{1}{2} \left(\frac{h(i;n+1) - x(i;t)}{rs(i) * |Q(i;n)|} + Q(i;n) \right) \quad (2.18)$$

y

$$q(j,k;n+1) = \frac{1}{2} \left(\frac{h(j;n+1) - h(k;n+1)}{u(j,k) * |q(j,k;n)|} + q(j,k;n) \right) \quad (2.19)$$

Estos nuevos valores de los gastos se sustituyen en 2.17 y el proceso se repite hasta satisfacer la condición 2.6 con la aproximación deseada.

Al reducir la forma general del método de Newton-Raphson al sistema de ecuaciones 2.17 más el conjunto de ecuaciones 2.18 y 2.19, que llamaremos forma reducida, se hicieron eliminaciones de los elementos sin considerar que los pivotes de eliminación fueran los elementos de magnitud máxima, por lo que, el método diverge fácilmente. Aún más, aunque el método de Newton-Raphson en su forma general, pivotando en los elementos de magnitud má-

xima para la triangularización, lleve los valores iniciales \vec{z}_0 a la solución \vec{z}^* , es posible no obtener convergencia con la forma reducida. Con la forma reducida hay convergencia a la solución sólo si los valores iniciales satisfacen las ecuaciones de flujo 2.2 y 2.4 y los errores en las ecuaciones de continuidad son menores que 3 o 4 órdenes de magnitud de la tolerancia.

2.2.2 EL METODO LINEAL.

El método de Newton-Raphson es la linealización óptima de las ecuaciones 2.6 para construir un método iterativo que lleve los valores iniciales a la solución. Sin embargo, para este problema, existe una linealización de las ecuaciones 2.6 que numéricamente produce un método iterativo más robusto*, cuando se escribe en la forma reducida. Esta nueva forma de linealizar las ecuaciones 2.6 recibe el nombre de método lineal y corresponde a un método de Newton-modificado donde la dirección de descenso $\Delta\vec{z}$ es la solución de las ecuaciones:

$$\Delta h(i) - 2*rs(i)*|Q(i;n)|*\Delta Q(i) = -f_{Q_i}(n) \quad (2.20)$$

$$-\Delta Q(i) - \sum_k \Delta q(i,k) = -0.5*f_i(n) \quad (2.21)$$

* robusto en el sentido de obtener convergencia en el proceso iterativo para un rango más amplio de valores iniciales.

$$\Delta h(j) - \Delta h(k) - 2*u(j,k)*|q(j,k;n)|*\Delta q(j,k) = -f_{q_{j,k}}(n) \quad (2.22)$$

Sin embargo, la presentación del método lineal seguirá la presentación original que tiene en la referencia (Isaacs y Mills, 1980) a cuyos resultados se llega directamente aplicando el proceso realizado sobre las ecuaciones 2.12, 2.13 y 2.14 a las nuevas ecuaciones 2.20, 2.21 y 2.22.

Consideremos la ecuación 2.2 como:

$$h(i) - x(i;t) - rs'(i)*Q(i) = 0 \quad (2.23)$$

donde $rs'(i) = rs(i)*|Q(i)|$ y se considera constante por iteración.

Análogamente, consideremos la ecuación 2.4 como:

$$h(j) - h(k) - u'(j,k)*q(j,k) = 0 \quad (2.24)$$

donde $u'(j,k) = u(j,k)*|q(j,k)|$ y se considera constante por iteración.

Despejando $Q(i)$ de 2.23 y $q(j,k)$ de 2.24 se tiene:

$$Q(i) = \frac{h(i) - x(i;t)}{rs'(i)} \quad (2.25)$$

y

$$q(j,k) = \frac{h(j) - h(k)}{u'(j,k)} \quad (2.26)$$

y sustituyendo en 2.3 se obtiene un sistema consistente de ecuaciones, donde solamente las h son incógnitas dado que los gastos se consideran constantes por iteración:

$$\left(\frac{1}{rs(i) * |Q(i)|} + \sum_k \frac{1}{u(i,k) * |q(i,k)|} \right) h(i) - \sum_k \frac{h(k)}{u(i,k) * |q(i,k)|} = \frac{x(i;t)}{rs(i) * |Q(i)|} + r(i;t) \quad (2.27)$$

donde i varía para todos los nudos de la red y k para todos los nudos conectados al i . El sistema de ecuaciones 2.27 tiene las mismas características que el 2.17. Sólo difieren en el término:

$$r(i;t) - Q(i) - \sum_k q(i,k) = f_i$$

Los valores de los gastos deben actualizarse con los valores de las presiones obtenidas. Podrían utilizarse las ecuaciones de flujo, con lo que:

$$Q(i) = \frac{h(i) - x(i;t)}{\sqrt{rs(i) * |h(i) - x(i;t)|}}$$

y

$$q(j,k) = \frac{h(j) - h(k)}{\sqrt{u(j,k) * |h(j) - h(k)|}}$$

pero estos valores no satisfacen, necesariamente, las ecuaciones de continuidad.

Otra posibilidad es utilizar las ecuaciones 2.25 y 2.26:

$$Q'(i;n+1) = \frac{h(i;n+1) - x(i;t)}{rs(i) * |Q(i;n)|} \quad (2.28)$$

y

$$q'(j,k;n+1) = \frac{h(j;n+1) - h(k;n+1)}{u(j,k) * |q(j,k;n)|} \quad (2.29)$$

Estos gastos satisfacen las ecuaciones de continuidad, aún cuando $Q(i;n)$ y $q(j,k;n)$ no las satisfagan, puesto que son el resultado de las ecuaciones 2.3 escritas en la forma 2.27. Sin embargo, no satisfacen las ecuaciones de flujo.

Los valores de los gastos en la iteración $n+1$ se tomarán como los promedios:

$$\begin{aligned} Q(i;n+1) &= \frac{1}{2}(Q'(i;n+1) + Q(i;n)) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{h(i;n+1) - x(i;t)}{rs(i) * |Q(i;n)|} + Q(i;n) \right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

y

$$\begin{aligned} q(j,k;n+1) &= \frac{1}{2}(q'(j,k;n+1) + q(j,k;n)) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{h(j;n+1) - h(k;n+1)}{u(j,k) * |q(j,k;n)|} + q(j,k;n) \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Las ecuaciones 2.30 y 2.31 son respectivamente iguales a las ecuaciones 2.18 y 2.19.

Si los valores $Q(i;n)$ y $q(j,k;n)$ satisfacen continuidad, entonces los valores $Q(i;n+1)$ y $q(j,k;n+1)$ también satisfarán continuidad. Por lo tanto, si los promedios 2.30 y 2.31 se realizan sólo después de la primera iteración, y para la primera iteración se usan los valores dados por 2.28 y 2.29, los gastos siempre satisfarán continuidad.

Experimentalmente se encontró que la convergencia a la solución de las ecuaciones de flujo 2.2 y 2.4 es rápida cuando los valores de 2.30 y 2.31 se sustituyen en 2.27 para formar un proceso iterativo.

2.2.3 COMPARACION DEL METODO DE NEWTON-RAPHSON CON EL METODO LINEAL.

La velocidad de convergencia del método de Newton-Raphson es superior a la de los métodos de Newton-modificado. El método lineal, como habíamos mencionado, corresponde a un método de Newton donde se modifica la dirección de descenso. Si se utiliza en su forma general (ecuaciones 2.20, 2.21 y 2.22 más la ecuación 2.8) y se resuelve por eliminación gaussiana utilizando por pivotes los elementos de magnitud máxima, se comprueba experimentalmente que su velocidad de convergencia es menor que la del proceso iterativo que se genera usando la forma general del método de Newton-Raphson, resolviendo también por eliminación gau-

ssiana con pivoteo óptimo.

Analíticamente, el método de Newton-Raphson y el método lineal son iguales después de la primera iteración: las ecuaciones 2.13 y 2.21 se igualan a cero al ser satisfechas las ecuaciones lineales de continuidad 2.10. Sin embargo, cuando el método de Newton-Raphson se utiliza en la forma reducida, por errores numéricos las ecuaciones de continuidad no son satisfechas, $f_i(n) \neq 0$, y es muy fácil que el proceso iterativo diverja. En el método lineal, la primera iteración sirve para encontrar un conjunto de valores de los gastos para satisfacer las ecuaciones de continuidad, pero aún cuando este paso no se realice el proceso iterativo es convergente y disminuye el error en las ecuaciones de continuidad a la mitad en cada iteración.

Verbalmente, la regla que puede inferirse para este problema es la siguiente: para utilizar la forma reducida del método de Newton-Raphson en un proceso iterativo que lleve el conjunto de valores iniciales \vec{z}_0 a la solución \vec{z}^* es necesario suponer que las ecuaciones de continuidad quedan satisfechas en la primera iteración, es decir, $f_i(n) = 0$ para $n = 1, 2, \dots$

Cuando se satisfacen las ecuaciones no-lineales de flujo en los tubos (2.2 y 2.4) antes de satisfacer las ecuaciones de continuidad 2.3, puede usarse el método de Newton-Raphson en la forma reducida para satisfacer las últimas en el paso siguiente. De otra manera, con el método lineal los errores se irían reduciendo a la mitad por iteración.

El tiempo de proceso para resolver el sistema de ecuaciones

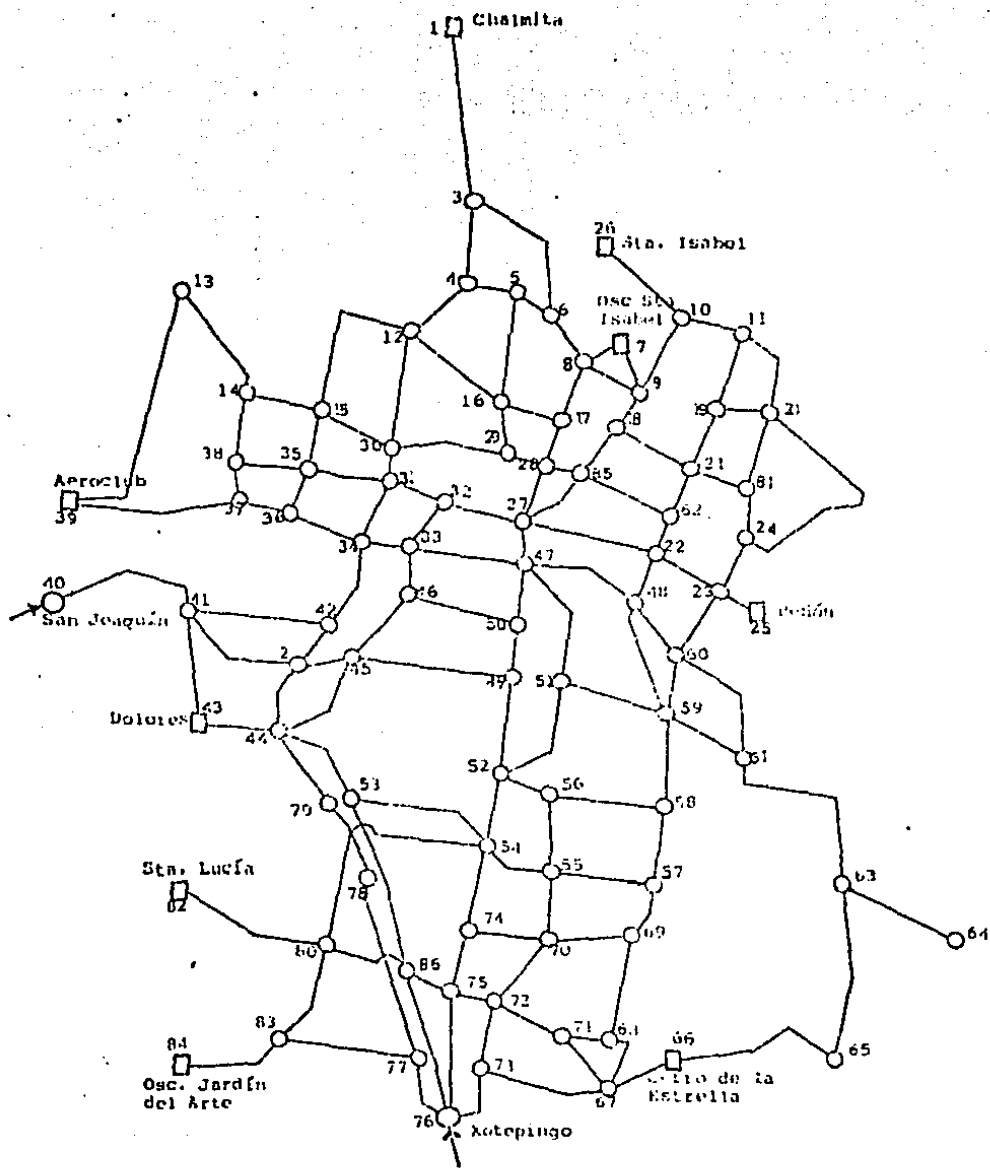
no-lineales usando la forma reducida del método de Newton, como lo indica el método lineal, es menor por un orden de magnitud que el tiempo de proceso consumido al trabajar con la forma general. La diferencia está en la solución de los sistemas lineales que resultan; en la forma reducida la estructura con diagonal dominante permite utilizar el método de sobre-relajación, S. O. R., para obtener la solución eficientemente.

2.3 EJEMPLO DE SIMULACION.

Como primer paso para observar características del comportamiento simulado, como tiempo de cómputo y semejanzas de la simulación con el comportamiento real, se hizo una simplificación a la red presentada por el D.D.F. (figura 1.1). La red simplificada usada en este ejemplo se presenta en la figura 2.2. Se obtuvo agrupando nudos muy cercanos en uno sólo, al cual se le asignó una demanda igual a la suma de las demandas de los nudos agrupados.

La tabla 2.1 muestra numéricamente las características de la red. En la primera columna se marca el número del nudo a considerar. La segunda columna indica el tipo de tanque asociado al nudo: D = tinaco de almacenamiento domiciliario, T = tanque de suministro y una S indica que en ese nudo hay un gasto de entrada a la red sin capacidad de almacenamiento.

La tercera columna tiene los gastos, en m^3/s , que llegan a



- Tanque de suministro
- Suministro directo
- Tanque de almacenamiento

FIGURA 2.2. Distribución de la Red de la Producción de Agua Potable de la Ciudad de México.

TABLA 2.1. Valores de los parámetros de la red simplificada.

1	T	6.500	50000.0	2287.00	10.0	1			
2	D	0.153	1321.9	2235.00	10.0	4	3	4950.0	1.33 0.0060
							41	3600.0	0.51 0.0145
							42	850.0	1.22 0.0145
							44	2400.0	0.51 0.0145
							45	1300.0	1.22 0.0145
3	D	0.405	3499.2	2241.55	10.0	2	4	1950.0	1.22 0.0145
							6	3950.0	1.22 0.0145
4	D	0.038	328.3	2240.73	10.0	2	5	1250.0	1.22 0.0145
							12	2400.0	1.22 0.0145
5	D	0.153	1321.9	2238.50	10.0	2	6	1400.0	1.22 0.0145
							16	2600.0	1.22 0.0145
6	D	0.122	1054.1	2236.50	10.0	1	8	1300.0	1.22 0.0145
7	T	3.352	24134.4	2290.00	10.0	2	8	650.0	1.22 0.0145
							9	1250.0	0.51 0.0145
8	D	0.436	3767.0	2234.18	10.0	2	9	2600.0	1.22 0.0145
							17	1500.0	1.22 0.0145
9	D	0.306	2643.3	2236.98	10.0	2	10	2050.0	1.22 0.0145
							18	1050.0	1.22 0.0145
10	D	0.466	4026.2	2234.62	10.0	2	11	1450.0	0.51 0.0145
							26	2450.0	0.51 0.0145
11	D	0.542	4682.9	2233.63	10.0	2	19	2050.0	1.22 0.0145
							20	2350.0	0.51 0.0145
12	D	0.336	2903.0	2235.45	10.0	3	15	4450.0	1.22 0.0145
							16	2350.0	0.91 0.0145
							30	2250.0	1.22 0.0145
13	D	0.489	4225.0	2246.82	10.0	2	14	2500.0	1.22 0.0145
							39	4550.0	1.22 0.0145
14	D	0.260	2246.4	2243.59	10.0	2	15	1500.0	0.91 0.0145
							38	1700.0	0.91 0.0145
15	D	0.252	2177.3	2235.96	10.0	2	30	1150.0	0.91 0.0145
							35	1500.0	1.22 0.0145
16	D	0.397	3430.1	2234.50	10.0	2	17	1550.0	0.91 0.0145
							29	1450.0	1.22 0.0145
17	D	0.222	1918.1	2234.53	10.0	1	28	1000.0	1.22 0.0145
18	D	0.321	2773.4	2232.27	10.0	2	21	1950.0	1.22 0.0145
							35	1350.0	1.22 0.0145
19	D	0.267	2306.9	2234.11	10.0	2	20	1100.0	0.91 0.0145
							21	1500.0	1.22 0.0145

20	D	0.329	2842.6	2235.55	10.0	2	24	5875.0	0.51	0.0145
							81	1600.0	0.51	0.0145
21	D	0.188	1581.1	2233.16	10.0	2	62	1050.0	1.22	0.0145
							81	1500.0	0.51	0.0145
22	D	0.244	2108.2	2232.60	10.0	4	23	2000.0	0.81	0.0145
							27	3000.0	1.22	0.0145
							38	1200.0	1.22	0.0145
							62	1100.0	1.22	0.0145
23	D	0.228	1978.6	2238.46	10.0	3	24	1251.0	0.51	0.0145
							25	450.0	0.81	0.0145
							60	1850.0	0.81	0.0145
24	D	0.199	1717.4	2234.28	10.0	1	81	1600.0	0.51	0.0145
25	T	0.600	5940.0	2290.00	10.0	0				
26	T	0.224	1412.8	2290.00	10.0	0				
27	D	0.708	6073.9	2251.92	10.0	4	29	1500.0	1.22	0.0145
							32	2400.0	1.22	0.0145
							47	1500.0	1.22	0.0145
							65	2050.0	1.22	0.0145
28	D	0.076	656.6	2239.65	10.0	2	27	1000.0	0.91	0.0145
							27	750.0	0.91	0.0145
29	D	0.290	2505.6	2232.84	10.0	1	20	2750.0	0.91	0.0145
30	D	0.191	1450.0	2235.66	10.0	1	31	800.0	1.22	0.0145
31	D	0.244	2108.2	2237.78	10.0	3	32	1500.0	1.22	0.0145
							34	1950.0	1.22	0.0145
							35	2600.0	1.22	0.0145
32	D	0.438	3697.9	2035.19	10.0	1	38	1700.0	1.22	0.0145
33	D	0.306	2642.8	2232.20	10.0	3	34	1100.0	0.91	0.0145
							46	1100.0	0.51	0.0145
							47	2900.0	0.81	0.0145
34	D	0.359	3101.8	2236.00	10.0	2	36	1200.0	0.91	0.0145
							37	2400.0	0.91	0.0145
35	D	0.122	1054.1	2233.38	10.0	2	36	1150.0	1.22	0.0145
							38	1600.0	1.22	0.0145
36	D	0.061	527.0	2239.36	10.0	1	37	1200.0	0.91	0.0145
37	D	0.680	5875.2	2245.74	10.0	2	39	700.0	0.91	0.0145
							39	3800.0	1.22	0.0350
38	D	0.099	855.4	2243.27	10.0	0				
39	T	1.600	1115.0	2288.00	10.0	0				
40	C	0.431	0.0	2287.96	10.0	1	41	3500.0	0.51	0.0145
41	D	0.741	6402.2	2255.14	10.0	2	42	3500.0	0.51	0.0145
							43	2300.0	0.51	0.0145
42	D	0.321	2773.4	2239.32	10.0	0				

43	T	4.000	34560.0	2288.00	10.0	1			
44	D	0.405	3499.2	2240.80	10.0	3	44	1400.0	1.22 0.0068
							45	2900.0	0.91 0.0145
							53	2600.0	1.22 0.0800
							79	2600.0	1.22 0.0960
45	D	0.672	5806.1	2232.93	10.0	2	46	2300.0	1.22 0.0145
46	D	0.481	4155.8	2231.97	10.0	1	49	4800.0	0.91 0.0145
47	D	0.374	3231.4	2230.63	10.0	3	50	2600.0	0.91 0.0145
48	D	0.252	3177.3	2232.72	10.0	2	48	2900.0	0.51 0.0145
49	D	1.138	9832.3	2231.60	10.0	2	50	1700.0	0.91 0.0145
50	D	0.512	4423.7	2232.08	10.0	0	51	3400.0	1.22 0.0145
51	D	0.351	3032.0	2232.47	10.0	7	59	2300.0	1.22 0.0145
52	D	0.672	5806.1	2234.87	10.0	2	60	1950.0	1.22 0.0145
53	D	0.298	2574.7	2237.45	10.0	2	50	1200.0	0.91 0.0145
54	D	0.649	5607.4	2234.10	10.0	3	52	2300.0	0.91 0.0145
55	D	0.222	1918.1	2235.37	10.0	3	52	3000.0	1.22 0.0145
56	D	0.260	2046.4	2234.79	10.0	1	59	2350.0	0.91 0.0145
57	D	0.138	1122.3	2234.35	10.0	2	54	3300.0	0.51 0.0145
58	D	0.298	2574.7	2235.07	10.0	1	56	1900.0	1.22 0.0145
59	D	0.298	2574.7	2234.13	10.0	3	54	3300.0	0.51 0.0145
60	D	0.260	2246.4	2232.06	10.0	1	84	3500.0	3.22 0.0145
61	D	0.787	6799.7	2238.76	10.0	1	55	1900.0	0.91 0.0145
62	D	0.321	2773.4	2232.82	10.0	1	74	2000.0	1.22 0.0145
63	D	0.375	2376.0	2234.02	10.0	2	80	5900.0	0.91 0.0145
64	D	0.176	1526.6	2237.51	10.0	0	56	1700.0	1.22 0.0145
65	D	0.836	7000.0	2137.90	10.0	1	57	2300.0	0.91 0.0145
							70	1300.0	1.22 0.0145
							58	2700.0	0.91 0.0145
							52	1900.0	0.91 0.0145
							69	1100.0	0.91 0.0145
							59	2600.0	0.91 0.0145
							60	1500.0	0.91 0.0145
							61	2200.0	1.22 0.0145
							61	2700.0	0.51 0.0145
							68	2300.0	1.22 0.0250
							58	2200.0	0.91 0.0145
							64	2200.0	1.22 0.0145
							65	2200.0	1.22 0.0200

66	T	1.999	19190.4	2292.00	10.0	1	66	5900.0	1.22	0.0200
67	D	0.963	8320.3	2242.18	10.0	3	67	1800.0	0.91	0.0600
68	D	0.122	1054.1	2235.69	10.0	2	68	1800.0	1.22	0.0145
69	D	0.229	1978.6	2234.89	10.0	1	71	1750.0	1.22	0.0145
70	D	0.031	267.8	2235.54	10.0	2	73	2850.0	1.22	0.0145
71	D	0.015	129.6	2236.70	10.0	1	69	2450.0	1.22	0.0145
72	D	0.199	1719.4	2238.22	10.0	2	71	1000.0	1.22	0.0145
73	D	0.848	7326.7	2238.39	10.0	1	70	1900.0	0.51	0.0145
74	D	0.260	2246.4	2238.90	10.0	1	72	3000.0	0.51	0.0145
75	D	0.160	1382.4	2236.68	10.0	2	74	1900.0	0.31	0.0145
76	S	5.835	0.0	2240.87	10.0	2	72	1850.0	1.22	0.0145
77	D	0.581	5019.8	2241.23	10.0	2	73	1700.0	0.91	0.0145
78	D	0.642	5546.9	2239.40	10.0	1	75	1000.0	1.22	0.0145
79	D	0.145	1252.8	2238.46	10.0	0	76	1600.0	1.22	0.0250
80	D	0.298	2574.7	2245.99	10.0	3	75	1400.0	1.22	0.0145
81	D	0.313	2704.3	2234.92	10.0	0	76	2150.0	1.22	0.0170
82	T	0.478	5385.6	2301.00	10.0	0	84	2200.0	1.22	0.0145
83	D	0.290	2505.6	2259.79	10.0	1	77	1350.0	1.22	0.0220
84	T	0.326	25819.2	2290.00	10.0	0	84	3250.0	1.22	0.0220
85	D	0.053	457.9	2233.25	10.0	0	78	6200.0	1.22	0.0145
86	D	0.069	596.2	2241.00	10.0	0	83	5000.0	1.22	0.0145
							79	1900.0	1.22	0.0145
							82	2900.0	1.22	0.0600
							83	2700.0	0.91	0.0145
							84	1950.0	1.22	0.0145
							84	2100.0	1.22	0.0750

los tanques de suministro o las demandas promedio en los tinacos de almacenamiento domiciliario. Si se conecta un suministro directo al nudo, entonces ese dato indica el gasto de ese suministro. La demanda diaria en los tinacos de almacenamiento domiciliario se aparta de su valor promedio como lo muestra la figura 2.3 (Canales y otros, 1979). Los gastos hacia los tanques de suministro y los conectados directamente a un nudo se toman constantes.

La cuarta columna contiene las capacitancias, en m^2 , de los tanques de suministro (conocidas) y de los tinacos de almacenamiento (calculadas, puesto que no son tanques reales, para satisfacer la demanda promedio durante 6 horas con un tirante inicial de 2.5 metros, es decir, $C = P*6*3600/2.5$).

La quinta columna se forma con las cotas topográficas, en metros, de los nudos.

La sexta columna marca la altura máxima que puede alcanzar el agua en cada tanque o tinaco. En este estudio se considera que la altura máxima de los tinacos es de 10 m. suponiendo que en un tinaco se almacena agua para un día completo.

La séptima columna indica con cuantos nudos de numeración mayor se conecta el nudo considerado. Es decir, se marca que el nudo 2 se conecta con el 44 pero, posteriormente, no se marca que el nudo 44 se conecta con el 2.

La octava columna tiene los nudos a los que se conecta el nudo considerado y en las columnas novena, décima y décima primera se marcan la longitud (m.), el diámetro (m.) y el coeficiente

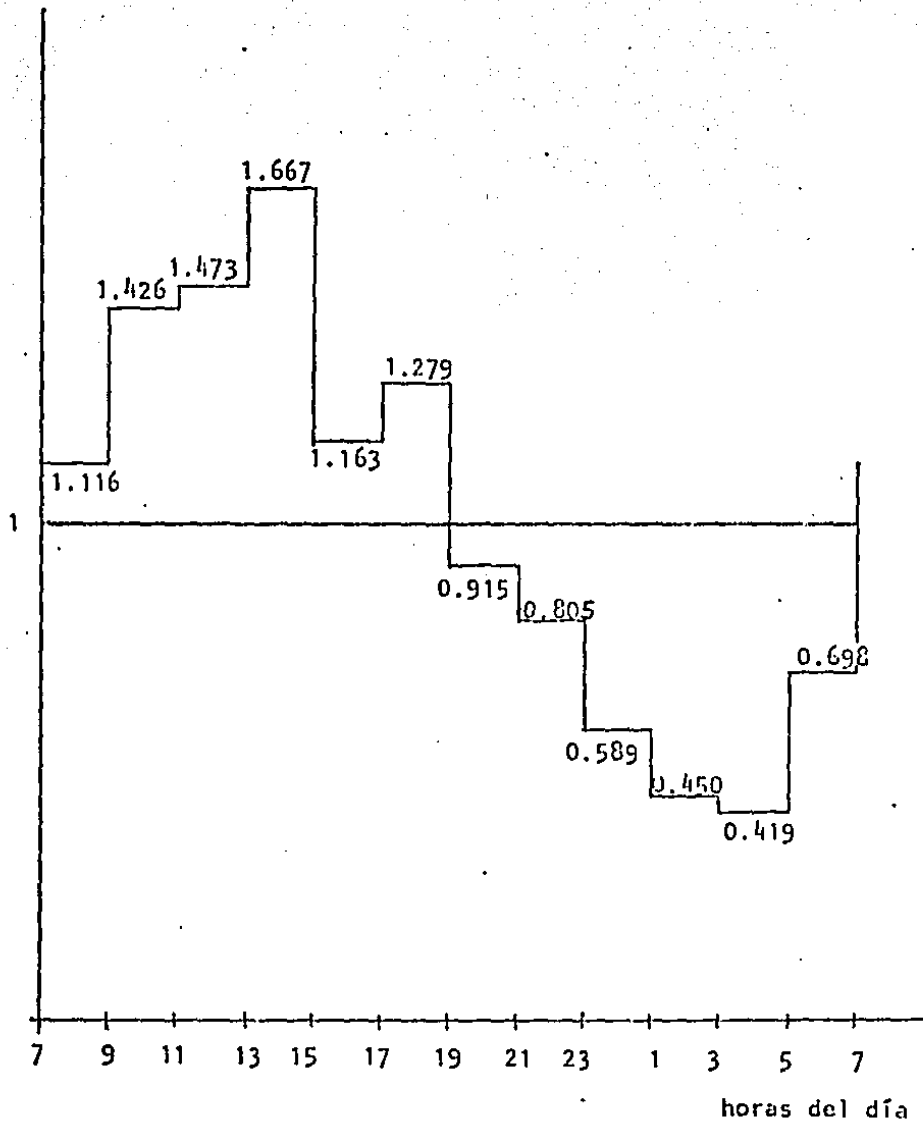


FIGURA 2.3. Curva de demanda en los tinacos de almacenamiento domiciliario.

de Manning del tubo que une los dos nudos.

La dinámica de la red se simuló por 48 horas, empezando a las 5 de la mañana de un día, con un paso de integración de 5 minutos y con una aproximación de 0.05 para la solución de $\vec{F}(\vec{z}) = 0$.

Para iniciar la simulación se consideró que los tanques de suministro a las 5 de la mañana tenían los siguientes tirantes (Canales y otros, 1979):

Chalmita	5.0 m.
Santa Isabel	5.5 m.
Oscilación Santa Isabel	5.5 m.
Peñón	5.0 m.
Cerro de la Estrella	5.5 m.
Oscilación Jardín del Arte	1.5 m.
Santa Lucía	5.0 m.
Dolores	5.0 m.
Aeroclub	6.0 m.

Para todos los tinacos de almacenamiento domiciliario se consideró un tirante inicial de 2 m.

Todos los tanques de suministro, excepto el tanque Chalmita, se cierran por la tarde de la siguiente manera:

- Santa Isabel y Oscilación Santa Isabel a las 19 hs.
- Peñón, Oscilación Jardín del Arte, Santa Lucía y Aeroclub a las 18 hs.
- Cerro de la Estrella a las 17 hs.
- Dolores, cuando su tirante haya bajado hasta 1 m.

Las restricciones al flujo en los tubos que unen dos nudos de la red se calcularon con (Sotelo Avila, 1974):

$$U = 0.08263 * \text{LONG} * \text{COEF} / (\text{DIAM}^{**5.}) \quad (2.32)$$

donde COEF es el coeficiente de Manning y la longitud y el diámetro deben expresarse en metros. Para los valores iniciales de las variables de la red se tomaron los siguientes datos:

$Q(i)$ = gasto de entrada al tanque de suministro o demanda promedio en el tinaco.

$$h(i) = x(i; t_0) + r_s(i) * Q(i) * |Q(i)|$$

$$q(i, j) = \text{sgn}(h(i) - h(j)) * \sqrt{|h(i) - h(j)|} / u(i, j)$$

Finalmente, por no tener valores conocidos para las restricciones de los tubos que unen un nudo con un tinaco, éstas se tomaron iguales a la unidad y las restricciones los tubos que unen un nudo con un tanque de suministro se calcularon de la siguiente manera: considerando que los tanques de suministro tienen capacitancias muy grandes, es posible pensar que el gasto que aportan a la red durante el día es constante. De esta manera, se ajustaron los valores de las restricciones, resolviendo varias veces la red con los valores iniciales escogidos, hasta obtener para el flujo extraído del tanque un valor tal que si a las 5 a.m. el tanque tiene un tirante inicial, al atardecer tenga el tiran-

te necesario para recuperarse durante la noche.*

Los resultados de la corrida del programa de simulación se presentan en las figuras 2.4 a 2.20.

En las figuras 2.4 y 2.5 se observa la reproducción de los ciclos de operación de los tanques de suministro y su descarga con flujo constante durante el día. Sin embargo, en las figuras restantes, donde se grafica la cantidad de agua en los tinacos domiciliarios contra el tiempo, se observa que con los valores iniciales escogidos no se obtienen curvas periódicas para los tirantes del agua en los tinacos.

No obstante, se pueden formular las siguientes afirmaciones:

- El agua no se acumula en los tinacos de los nudos topográficamente altos y cercanos a los suministros 25, 39, 40 y 84. Las demandas en esos nudos son comparables con los suministros y, además, parte del agua fluye hacia nudos topográficamente más bajos.
- La acumulación del agua en los nudos topográficamente bajos son funciones crecientes, de tal manera que después de 2 días tienen más agua que al principio (los datos usados en esta simulación no corresponden a un sistema deficitario, la demanda global es igual al suministro total).

* Naturalmente, el resultado de calcular las restricciones de los tubos que unen un nudo con un tanque de suministro de la manera indicada, depende del estado de los tinacos, es decir, si se cambiaran los tirantes iniciales de los tinacos sería necesario calcular nuevamente los valores de las restricciones.

- Los suministros principales están en los nudos 1, 7, 44 y 76 y los tinacos cercanos a esos suministros se saturan rápidamente.

De las afirmaciones anteriores se deduce que con el modelo planteado para el funcionamiento de la red podría llegarse a una buena simulación buscando las condiciones iniciales que produjeran una respuesta periódica, para lo cual sería necesario también ajustar los valores dados a las restricciones del flujo en los tubos que unen los tanques de suministro con algún nudo de la red.

Las condiciones iniciales y las restricciones al flujo necesarias para obtener la respuesta periódica pueden obtenerse continuando la simulación presentada en las figuras anteriores hasta llegar a la periodicidad deseada y ajustando al inicio de cada ciclo (a las 5 a.m.) las restricciones al flujo a la salida de los tanques de suministro para no perder la simulación de sus ciclos diarios de operación.

Sin embargo, el interés por llegar a reproducir los ciclos diarios del funcionamiento de los tinacos de almacenamiento domiciliario se pierde al no tener la información necesaria para la comparación y validación o rechazo de los resultados, por lo que las conclusiones que podrían obtenerse serían también cualitativas. Así mismo, es necesario recordar que las restricciones de flujo en los tubos que conectan los nudos con los tinacos domiciliarios se tomaron como la unidad por no tener información acerca de sus valores reales. Cuando se termine la instrumentación de la red y se tenga la información necesaria para el ajust-

te de todos los parámetros que aparecen en el modelo de simulación, sí tendrá interés reproducir los ciclos diarios de operación tanto de tanques como de tinacos. El ajuste de los parámetros puede ser muy pesado por la magnitud de la red y el gran acoplamiento que presenta.

Finalmente, podemos decir que el tiempo de proceso utilizado por el programa de simulación queda dentro de los límites marcados en la literatura (Canales y otros, 1979) ya que el tiempo de procesador utilizado en la máquina B7800 para la simulación de un día de operación de la red fue de 8 minutos. Una descripción de los detalles del programa de simulación, como: lectura de datos, operación de válvulas "check" en los tubos de descarga de los tanques de suministro y el manual de operación se encuentran en: Canales y otros 1981.

Por las características antes mencionadas, este programa de simulación se utilizará en el capítulo 4 para analizar el comportamiento de un controlador autosintonizable operando sobre una pequeña red de prueba para manejar la distribución del agua. Pero antes, en el capítulo 3, se presenta al controlador autosintonizable.

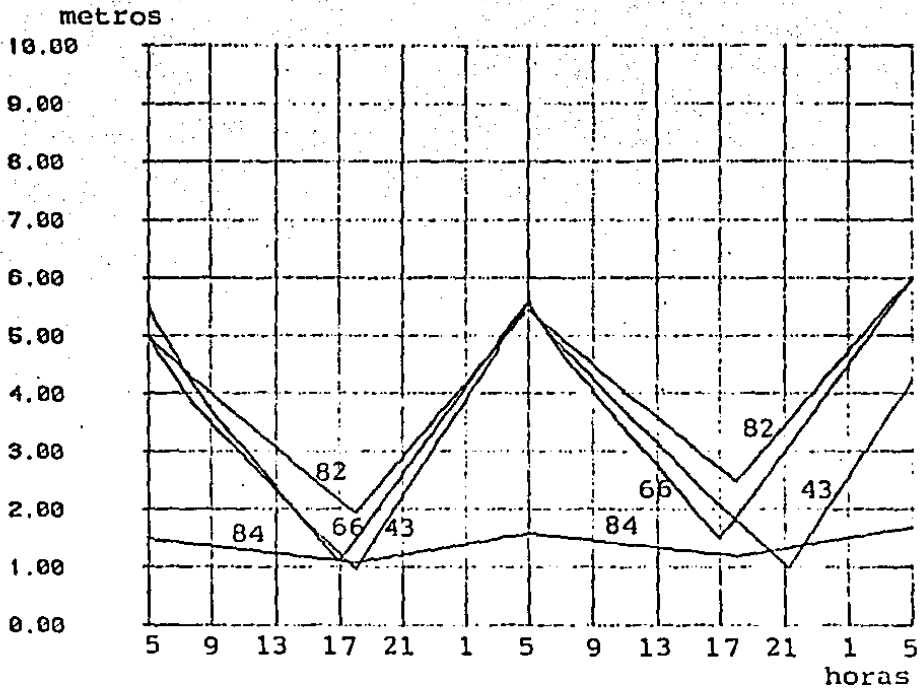


Fig. 2.4. Altura del agua en los tanques de suministro 43, 66, 82 y 84.

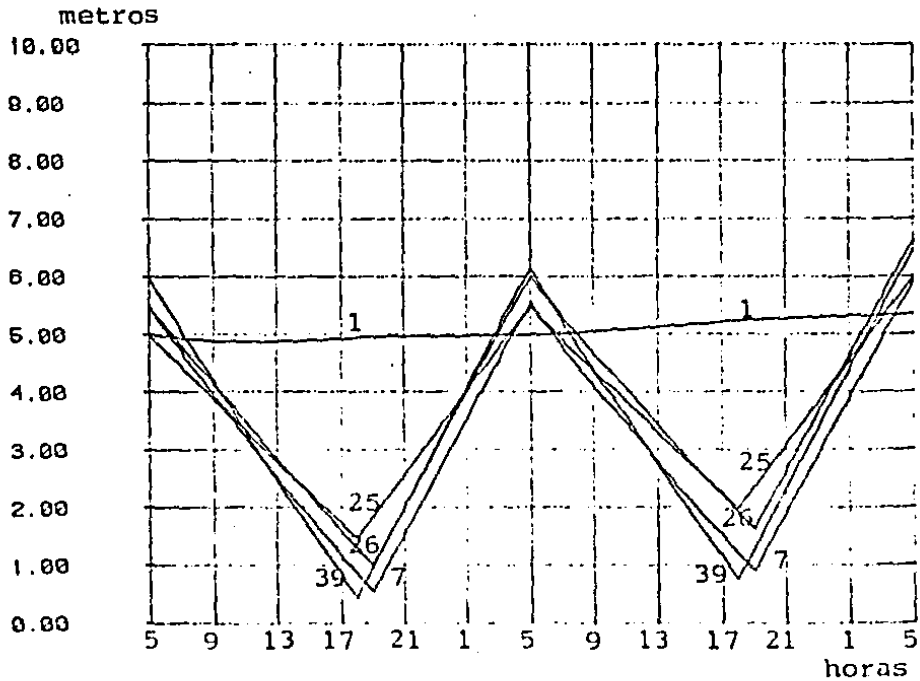


Fig. 2.5. Altura del agua en los tanques de suministro 1, 7, 25, 26 y 39.

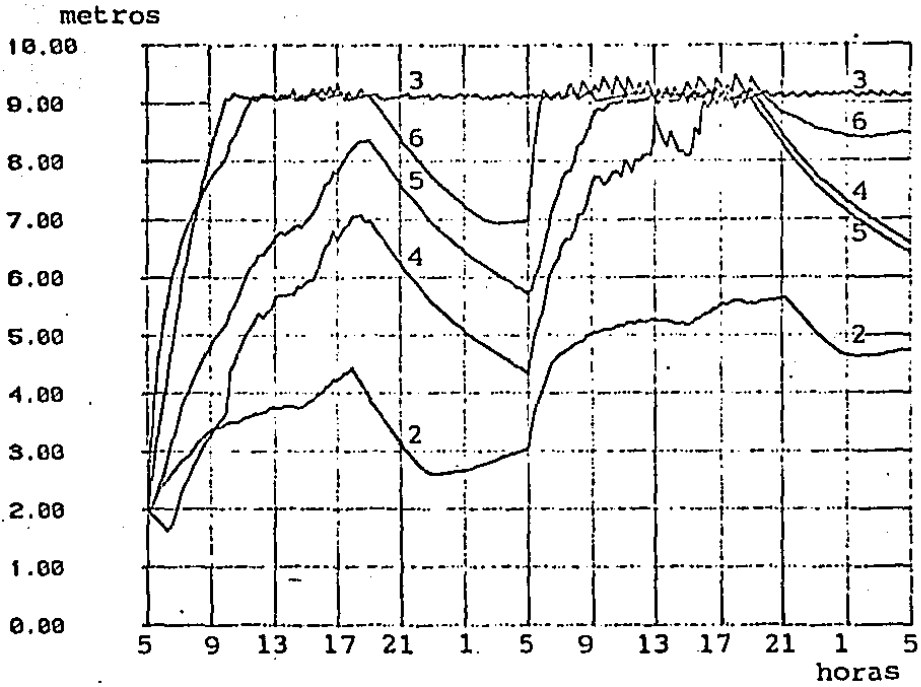


Fig. 2.6. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 2, 3, 4, 5 y 6.

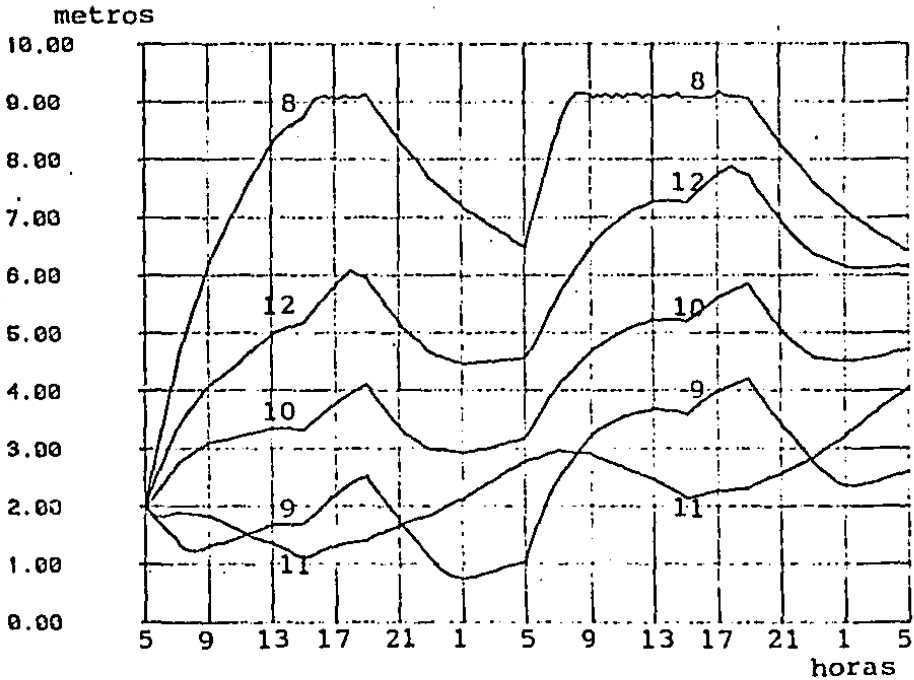


Fig. 2.7. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 8, 9, 10, 11 y 12.

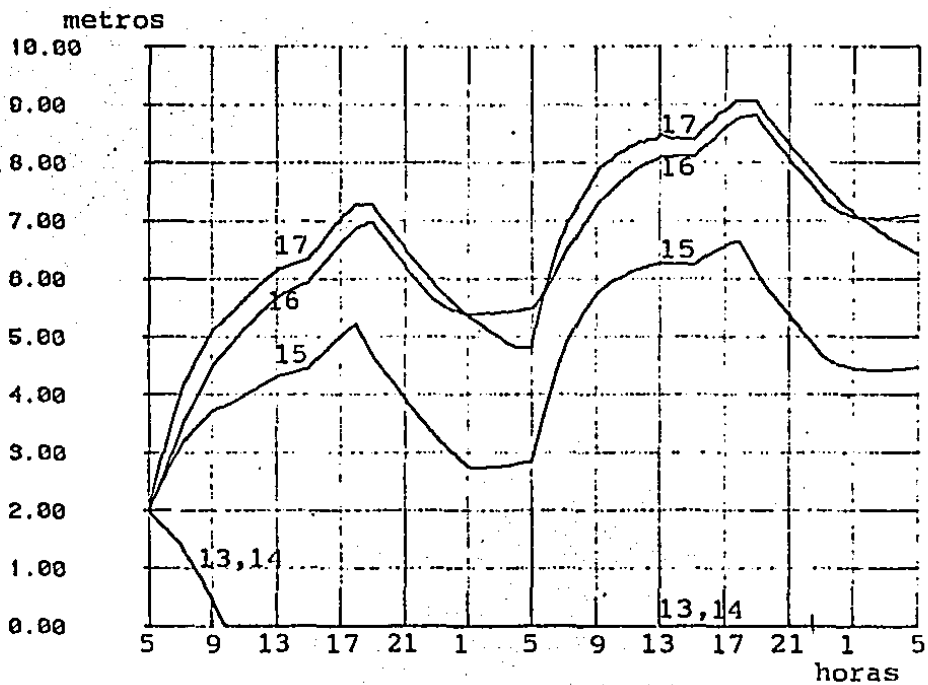


Fig. 2.8. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 13, 14, 15, 16 y 17.

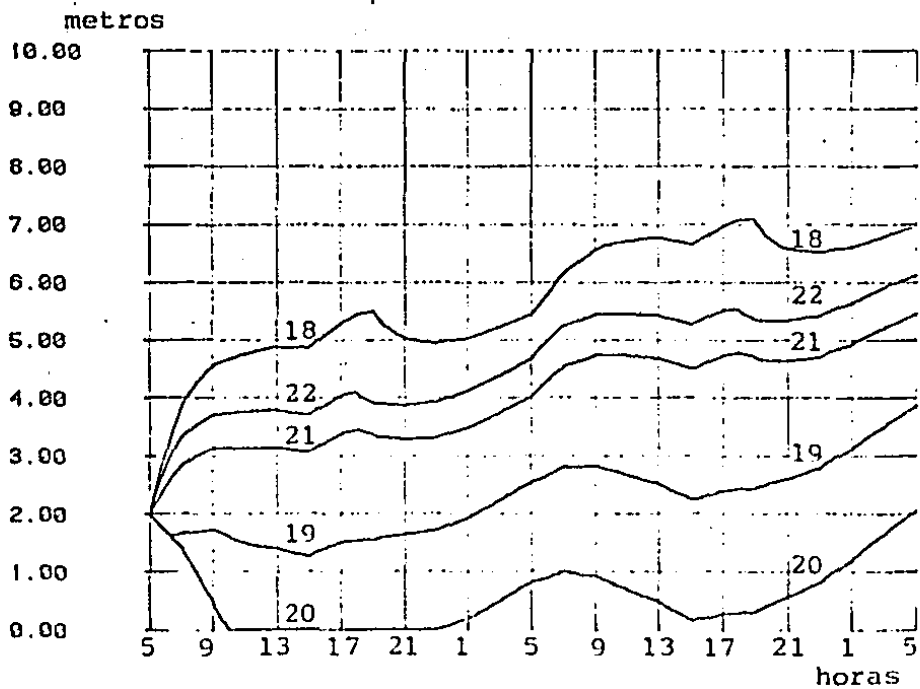


Fig. 2.9. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 18, 19, 20, 21 y 22.

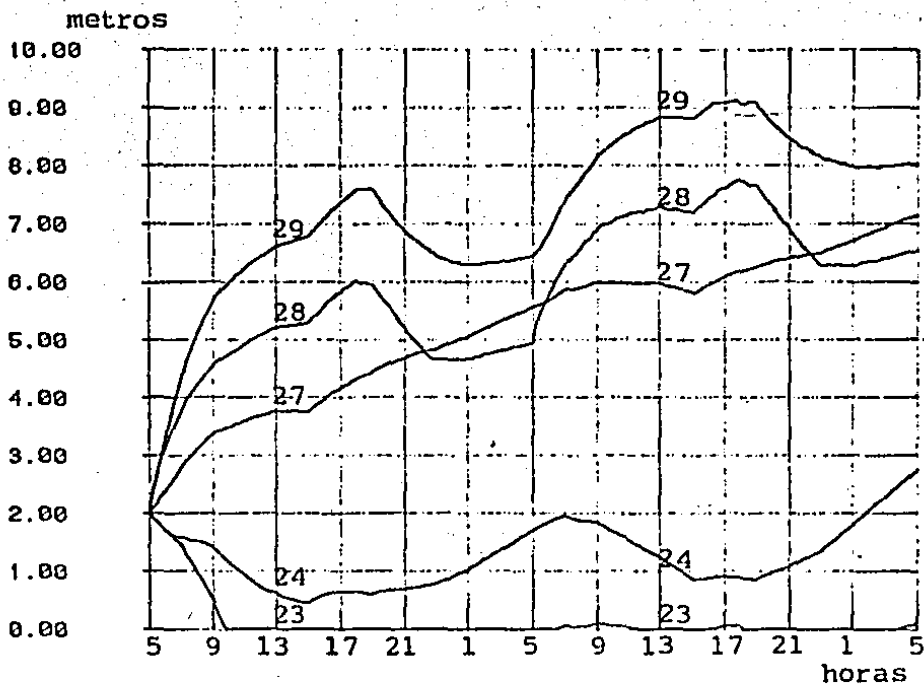


Fig 2.10. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 23, 24, 27, 28 y 29.

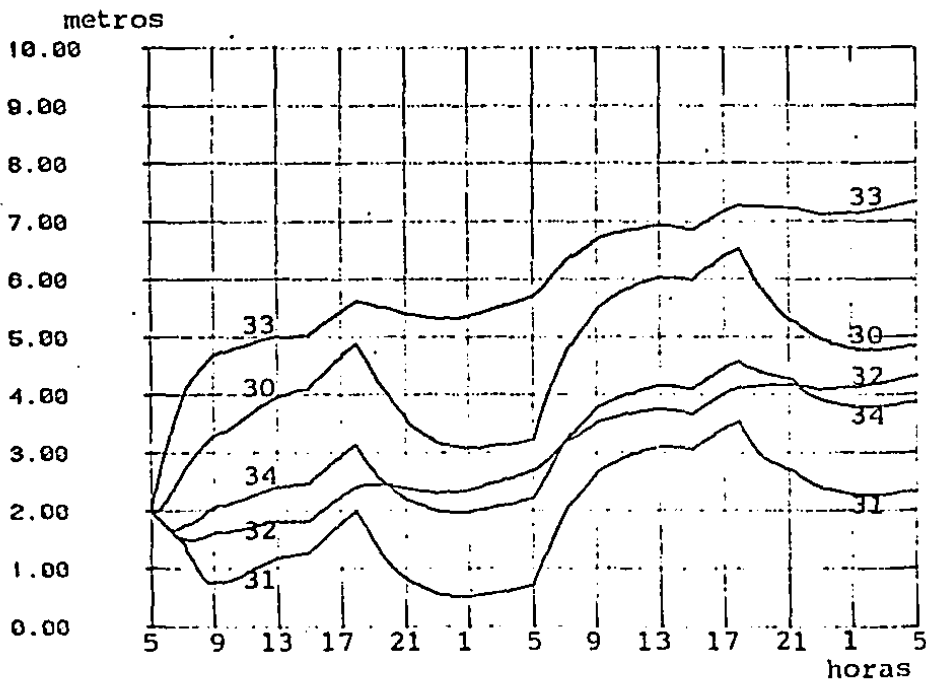


Fig. 2.11. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 30, 31, 32, 33 y 34.

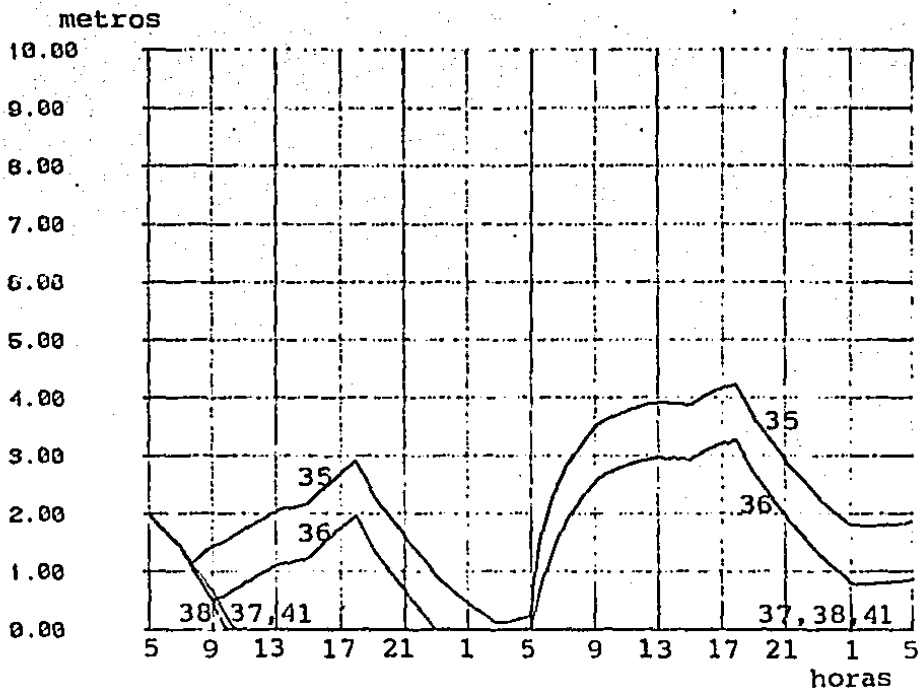


Fig. 2.12. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 35, 36, 37, 38 y 41.

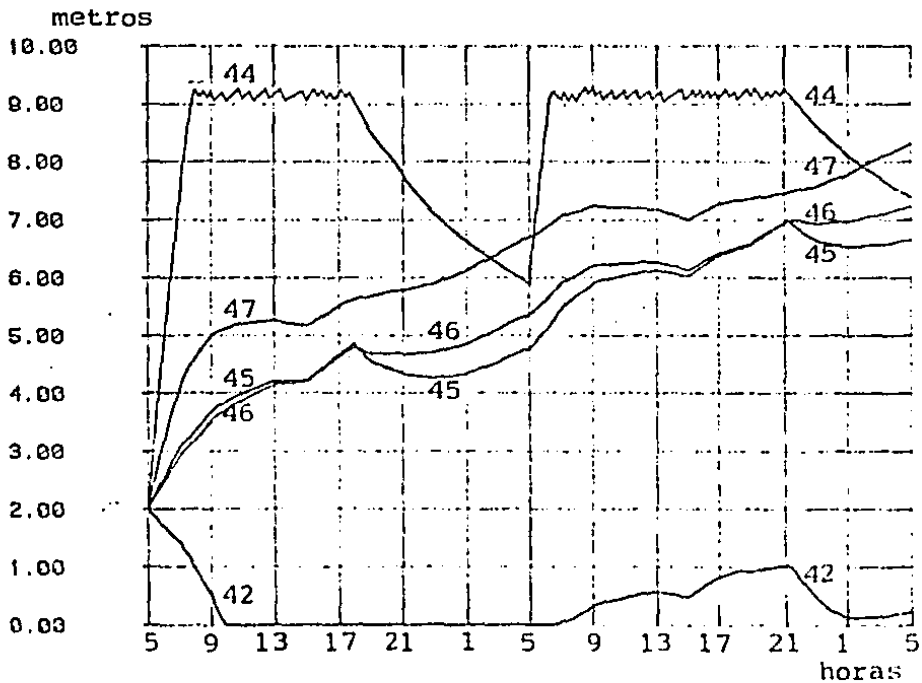


Fig. 2.13. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 42, 44, 45, 46 y 47.

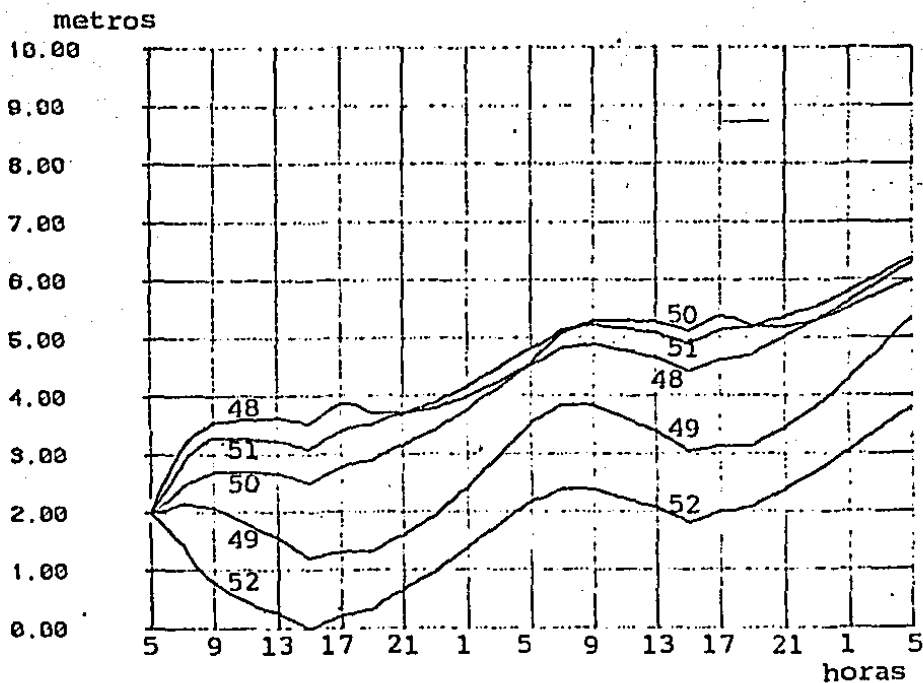


Fig. 2.14. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 48, 49, 50, 51 y 52.

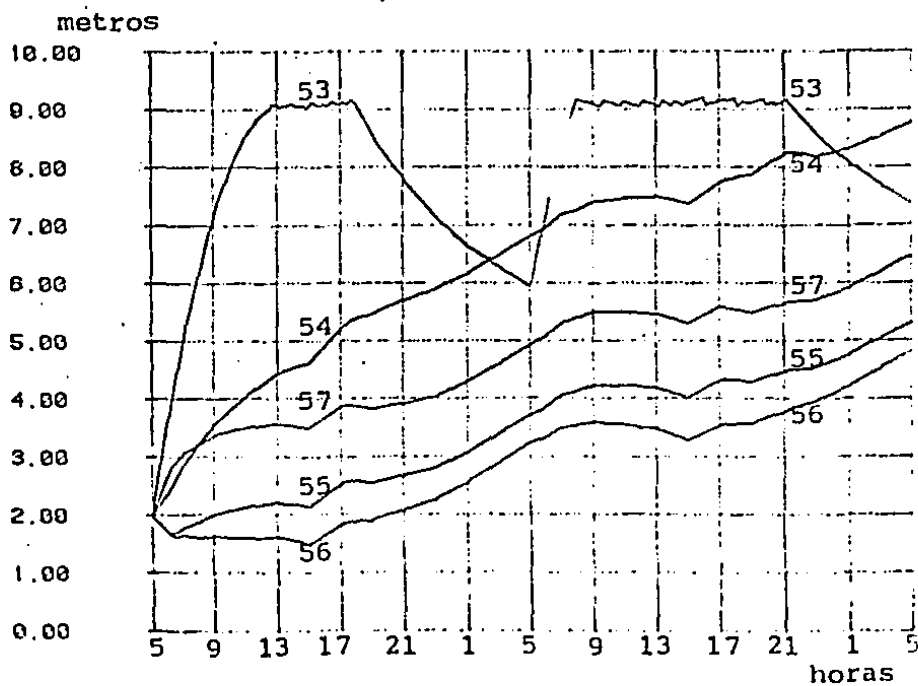


Fig. 2.15. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 53, 54, 55, 56 y 57.

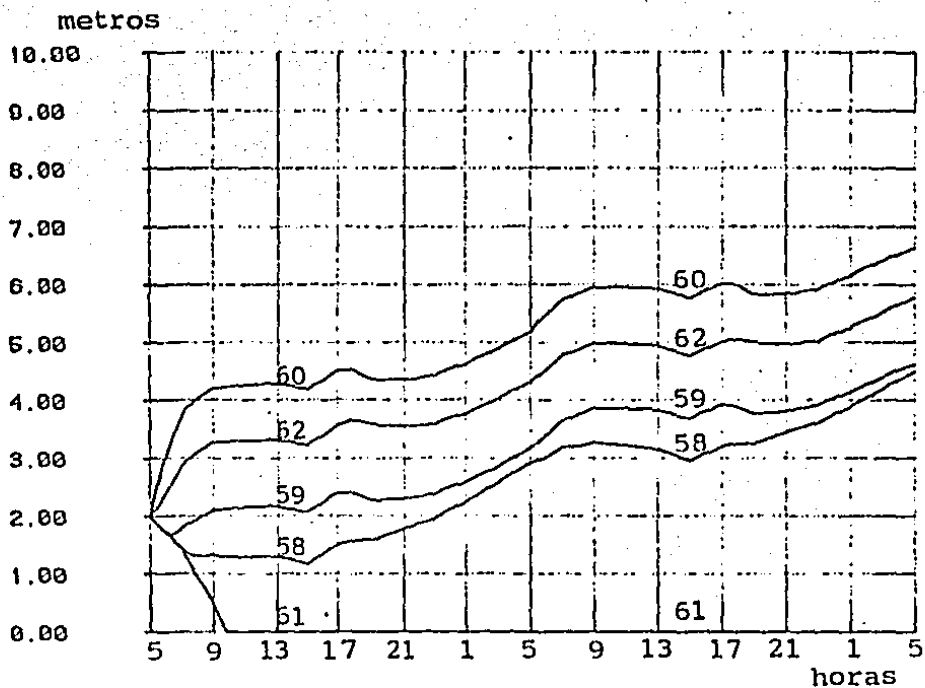


Fig. 2.16. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 58, 59, 60, 61 y 62.

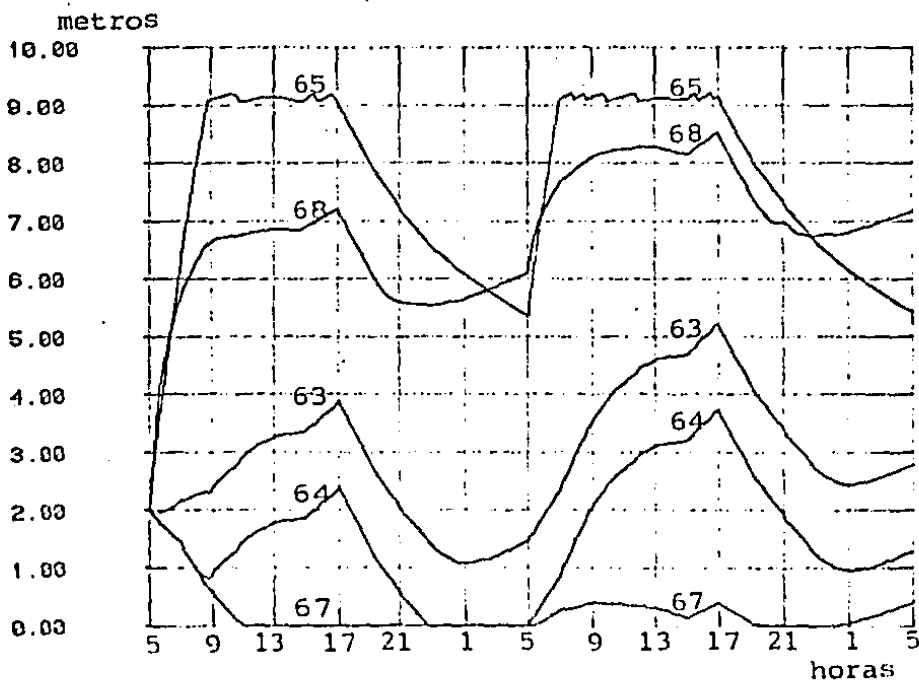


Fig. 2.17. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 63, 64, 65, 67 y 68.

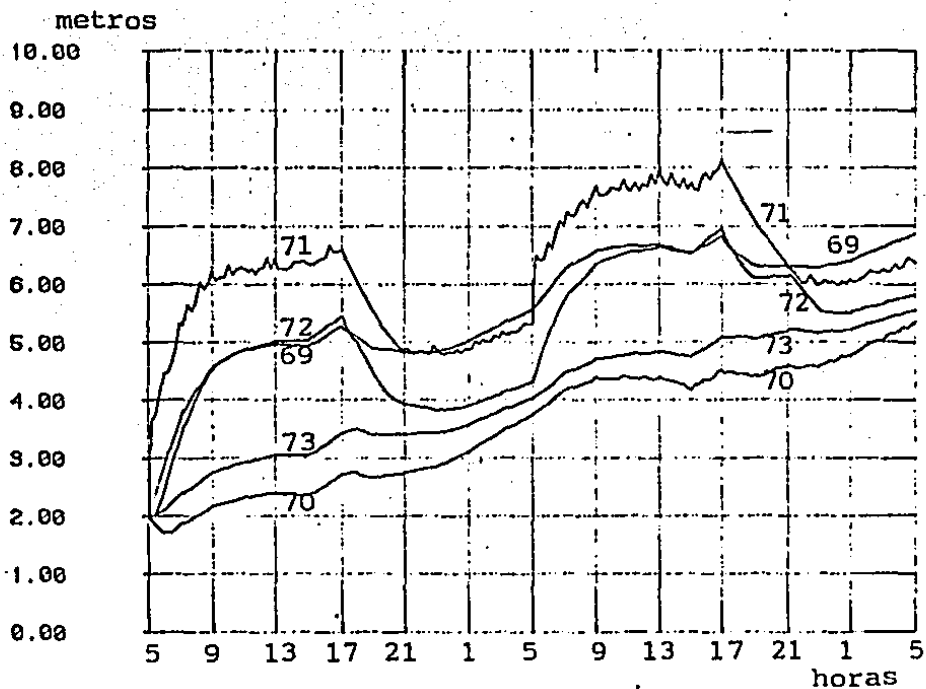


Fig. 2.18. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 69, 70, 71, 72 y 73.

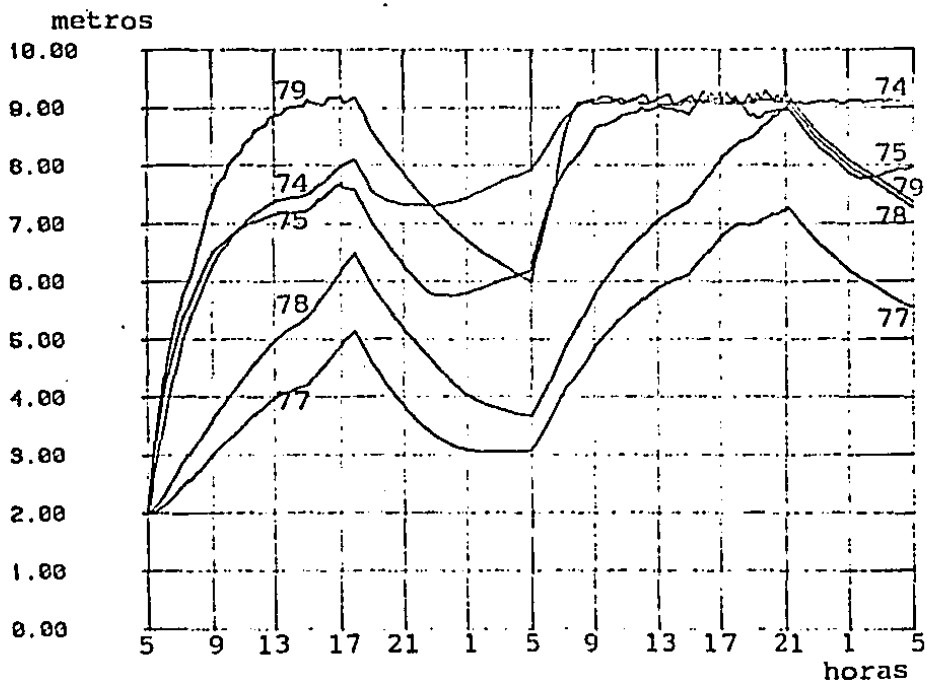


Fig. 2.19. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 74, 75, 77, 78 y 79.

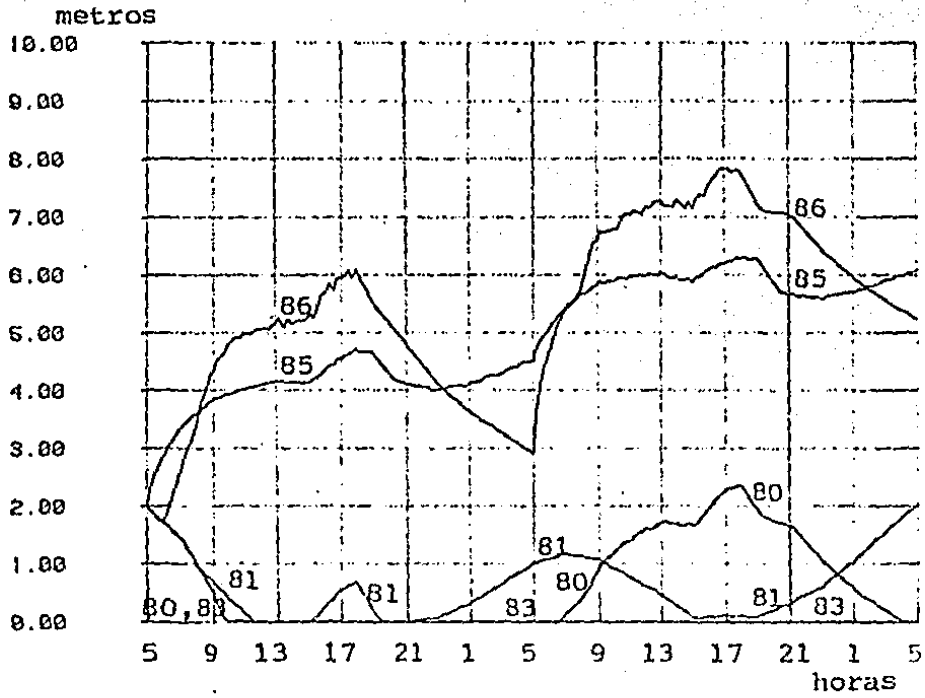


Fig 2.20. Altura del agua en los tinacos domiciliarios 80, 81, 83, 85 y 86.

CAPITULO 3

CONTROLADOR AUTOSINTONIZABLE.

Para ajustar controladores de un sistema dinámico es necesario tener un modelo que describa directamente los cambios del sistema producidos por cambios efectuados en los dispositivos de control. En el desarrollo de modelos de sistemas para propósitos de control los objetivos son muy diferentes a los utilizados por la ciencia. El objetivo que la ciencia marca al desarrollar modelos es describir fenómenos naturales con precisión, por lo que, a menudo, las leyes que describen su dinámica son muy complejas e inadecuadas para ayudar a ajustar un controlador. En el capítulo anterior se describió un modelo, basado en modelos hidráulicos, que trata de reproducir el comportamiento dinámico de la red, pero que no presenta una estructura favorable para su con-

trol. En lo sucesivo, al control de la distribución del agua a través de la red le llamaremos control de la planta.

El control de la planta puede basarse en la información de la dinámica proporcionada por los datos experimentales producidos al excitar la planta y medir su respuesta, construyendo, en base a esos datos, un modelo que relacione las entradas de la planta con sus salidas. Dicha construcción del modelo recibe el nombre de identificación del sistema y se realiza proponiendo alguna estructura para el modelo y estimando, a partir de los datos experimentales y con algún criterio de optimalidad, valores para sus parámetros.

Para describir la relación entrada-salida de la red en un instante de tiempo se propone una estructura lineal de la forma:

$$A(q^{-1}) \vec{h}(t+k) = B(q^{-1}) \vec{u}(t) + \vec{d} + C(q^{-1}) \vec{\xi}(t) \quad (3.1)$$

donde $\vec{h} \in R^M$ es la salida (presiones en los nudos), $\vec{u} \in R^N$ es la entrada o control (aperturas de las válvulas reguladoras), $\vec{d} \in R^M$ es la componente lineal del sistema, $\vec{\xi} \in R^M$ es un vector aleatorio tal que $\{\vec{\xi}(t)\}$ es una sucesión de vectores aleatorios igualmente distribuidos, con media cero y covariancia $E\{\vec{\xi}(t) \cdot \vec{\xi}^T(t)\} = \kappa_{\xi}$, k es el retardo del sistema y q^{-1} es el operador de retraso, $q^{-1}\vec{h}(t) = \vec{h}(t-1)$. Las matrices polinomiales A , B y C están dadas por:

$$A(q^{-1}) = I + A_1 q^{-1} + \dots + A_n q^{-n} \quad \text{de dimensiones } M \times M$$

$$B(q^{-1}) = B_0 + B_1 q^{-1} + \dots + B_n q^{-n} \quad \text{de dimensiones } M \times N$$

$C(q^{-1}) = I + C_1 q^{-1} + \dots + C_n q^{-n}$ de dimensiones $M \times M$

donde las raíces de $C(\alpha)$ deben estar dentro del círculo unitario (Koivo, 1980).

Los parámetros del modelo variarán con el tiempo, por lo que su identificación se hará en forma recursiva minimizando los cuadrados de los errores de predicción.

En este capítulo se presenta una estrategia de control basada en la función de costo:

$$J = E\{ \|P(q^{-1})\vec{h}(t+k) - R(q^{-1})\vec{w}(t)\|^2 + \|Q(q^{-1})\vec{u}(t)\|^2 \} \quad (3.2)$$

propuesta por Koivo (1980), donde $\vec{w}(t)$ es la referencia a seguir y P , R y Q son matrices polinomiales, generalmente, P y R de orden 0 y Q de orden 0 o 1. Los valores de $\vec{h}(t+k)$ se predirán con la relación entrada-salida sintetizada al identificar recursivamente los parámetros del modelo de la planta.

3.1 ESTRUCTURA DEL CONTROLADOR.

Si se utilizaran las predicciones $\vec{h}(t+k)$ dadas por la ecuación 3.1 directamente en la función de costo 3.2, al tratar de minimizar dicha función se tendría que trabajar con la estadística de la sucesión de vectores aleatorios $\{\vec{\xi}(t)\}$. Sin embargo, Koivo (1980) demostró usando un predictor óptimo (mínimos cuadrados) que la ecuación 3.1 puede escribirse en términos de las per

turbaciones futuras como:

$$\vec{h}(t+k) = F(q^{-1})\vec{h}(t) + G(q^{-1})\vec{u}(t) + \vec{\delta} + \vec{e}(t+k) + \dots + \vec{e}(t+1)$$

y por lo tanto,

$$\vec{h}^*(t+k/t) = F(q^{-1})\vec{h}(t) + G(q^{-1})\vec{u}(t) + \vec{\delta} \quad (3.3)$$

donde F y G tienen las mismas dimensiones que A y B respectivamente.

El error de predicción está dado por:

$$\vec{e}(t+k) = \vec{h}(t+k) - \vec{h}^*(t+k/t) = \vec{e}(t+k) + \dots + \vec{e}(t+1) \quad (3.4)$$

y, como está descorrelacionado de $\vec{h}(t)$, $\vec{h}(t-1)$, ..., $\vec{u}(t)$, $\vec{u}(t-1)$, ..., lo está de $\vec{h}^*(t+k/t)$.

Sustituyendo 3.4 en la función de costo 3.2, resulta:

$$J = E\{ ||P(q^{-1})(\vec{h}^*(t+k/t) + \vec{e}(t+k)) - R(q^{-1})\vec{w}(t)||^2 + ||Q(q^{-1})\vec{u}(t)||^2 \}$$

y como $P(q^{-1})\vec{e}(t+k)$ está descorrelacionado de $\vec{u}(t-i)$, $\vec{w}(t-i)$, $\vec{h}(t-i)$ y $P(q^{-1})\vec{h}^*(t+i/t)$, para $0 \leq i \leq t$, se reduce el problema a un problema determinista de la forma:

$$J = ||P(q^{-1})\vec{h}^*(t+k/t) - R(q^{-1})\vec{w}(t)||^2 + ||Q(q^{-1})\vec{u}(t)||^2 +$$

$$+ E\{ \|P(q^{-1})\vec{e}(t+k)\|^2 \}$$

Los valores de control que minimizan esta función de costo se encuentran con la condición necesaria y suficiente (suficiente por la convexidad de J):

$$\frac{\partial J}{\partial \vec{u}(t)} = 0$$

o sea:

$$\left(\frac{\partial P(q^{-1})\vec{h}^*(t+k/t)}{\partial \vec{u}(t)} \right)^\dagger \left(P(q^{-1})\vec{h}^*(t+k/t) - R(q^{-1})\vec{w}(t) \right) + \left(Q(0) \right)^\dagger Q(q^{-1})\vec{u}(t) = 0$$

Considerando la ecuación 3.3

$$\frac{\partial P(q^{-1})\vec{h}^*(t+k/t)}{\partial \vec{u}(t)} = (G(0))^\dagger (P(0))^\dagger$$

con lo que:

$$G_0^\dagger P_0^\dagger (P(q^{-1})\vec{h}^*(t+k/t) - R(q^{-1})\vec{w}(t)) + Q_0^\dagger Q(q^{-1})\vec{u}(t) = 0$$

Sustituyendo $\vec{h}^*(t+k/t)$ dado en la ecuación 3.3 y reordenando términos se obtiene la ley de control:

$$(G_0^\dagger P_0^\dagger P_0 G_0 + Q_0^\dagger Q_0)\vec{u}(t) = -G_0^\dagger P_0^\dagger (P(q^{-1})\{ \sum_{i=0}^{\infty} F_i \vec{h}(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} G_i \vec{u}(t-i) \} +$$

$$+ \delta) - R(q^{-1})\vec{w}(t) - Q_0 \left(\sum_{i=1}^{\infty} Q_i \vec{u}(t-i) \right) \quad (3.5)$$

Koivo analiz6 la estabilidad del sistema en lazo cerrado cuando $P = P_0 = I$ y $\vec{w}(t) = \vec{\delta} = 0$. Si $Q=0$, se tiene el regulador de variancia m6nima y la estabilidad queda determinada por los ceros de $|B| = 0$, por lo que el sistema ser6 inestable si B es de fase no-m6nima. Tomando $Q \neq 0$ es posible estabilizar al sistema en ciertos casos escogi6ndola adecuadamente. Sea $Q = \lambda I$. Si A es inestable en lazo abierto pero B es de fase m6nima el sistema en lazo cerrado resulta estable si λ es suficientemente peque6o. Si A es estable en lazo abierto y B es de fase no-m6nima entonces para que el sistema sea estable en lazo cerrado λ debe ser suficientemente grande.

Como se mencion6 en la introducci6n de este cap6tulo, la ley de control 3.5 trabajar6 con la identificaci6n recursiva de los par6metros del modelo del sistema. A continuaci6n se presenta el m6todo de identificaci6n a utilizar y al final del cap6tulo se presenta el algoritmo de control de la distribuci6n.

3.2 IDENTIFICACION DE PARAMETROS.

Para identificar los par6metros del modelo propuesto se utiliza un algoritmo de identificaci6n recursiva de m6nimos cuadrados. El predictor de m6nimos cuadrados minimiza la suma de los cuadrados de los errores de predicci6n.

3.2.1 MINIMOS CUADRADOS.

Para aprovechar la estructura del controlador presentada en la primera parte de este capítulo es necesario identificar un modelo lineal del sistema, de la forma:

$$\hat{h}(t+k) = \hat{F}(q^{-1})\hat{h}(t) + \hat{G}(q^{-1})\hat{u}(t) + \hat{\delta} \quad (3.6)$$

Sean $\{\hat{u}(0), \hat{u}(1), \dots, \hat{u}(N), \hat{h}(0), \hat{h}(1), \dots, \hat{h}(N)\}$ el conjunto de entradas y salidas del sistema observadas hasta el tiempo N ,

$$\Theta = (F_0^+, F_1^+, \dots, F_n^+, G_0^+, G_1^+, \dots, G_n^+, \delta^+)^+$$

la matriz de parámetros del predictor, con $n \leq N$, y

$$\psi(t) = (\hat{h}^+(t), \hat{h}^+(t-1), \dots, \hat{h}^+(t-n), \hat{u}^+(t), \dots, \hat{u}^+(t-n), 1) \quad (3.7)$$

el vector de datos experimentales.

La ecuación 3.6 puede reescribirse en términos de Θ y ψ como:

$$\hat{h}^+(t+k) = \psi(t) \hat{\Theta}$$

donde $\hat{\Theta}$ son los estimados de Θ con medidas hasta N y el error de predicción en t es:

$$\vec{e}(t; \hat{\theta}) = \vec{h}(t+k) - \hat{h}(t+k)$$

Las ecuaciones de error para las observaciones realizadas después de $t=n+k$ son:

$$\vec{h}^+(n+k) = \psi(n)\hat{\theta} + \vec{e}^+(n; \hat{\theta})$$

$$\vec{h}^+(n+k+1) = \psi(n+1)\hat{\theta} + \vec{e}^+(n+1; \hat{\theta})$$

⋮

$$\vec{h}^+(N) = \psi(N-k)\hat{\theta} + \vec{e}^+(N-k; \hat{\theta})$$

o, en forma matricial, definiendo

$$H(N) = \begin{bmatrix} \vec{h}^+(n+k) \\ \vec{h}^+(n+k+1) \\ \vdots \\ \vec{h}^+(N) \end{bmatrix}; \quad \Psi(n) = \begin{bmatrix} \psi(n) \\ \psi(n+1) \\ \vdots \\ \psi(N-k) \end{bmatrix}; \quad E(N; \theta) = \begin{bmatrix} \vec{e}^+(n; \theta) \\ \vec{e}^+(n+1; \theta) \\ \vdots \\ \vec{e}^+(N-k; \theta) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

resulta:

$$H(N) = \Psi\hat{\theta} + E(N; \hat{\theta}) \quad (3.9)$$

El método de mínimos cuadrados minimiza el parámetro

$$J(\theta) = \text{tr}\{E^+E\} \quad (3.10)$$

$J(\theta)$ es una función cuadrática de los parámetros del sistema en θ y la condición necesaria y suficiente, por la convexidad de J , para minimizarlo se obtiene haciendo:

$$\hat{J}_{\theta} = 0$$

Si θ_i representa el i -ésimo vector columna de la matriz θ las componentes de la ecuación 3.9 son:

$$H_i = \Psi \hat{\theta}_i + E_i \quad (3.11)$$

y la minimización de $J(\theta)$ se consigue minimizando

$$J_i(\theta_i) = E_i^{\dagger} E_i \quad (3.12)$$

para todos los vectores columna de θ .

Derivando 3.12 parcialmente con respecto a θ_i e igualando a cero se obtiene (Franklin y Powell, 1981):

$$\hat{\theta}_{i_{LS}} = (\Psi^{\dagger} \Psi)^{-1} \Psi^{\dagger} H_i \quad (3.13)$$

o en forma matricial;

$$\hat{\theta}_{LS} = (\Psi^{\dagger} \Psi)^{-1} \Psi^{\dagger} H \quad (3.13)$$

La función de costo 3.10 considera todos los errores igualmente importantes. Esto no es estrictamente necesario y es posible asignar pesos diferentes a cada error para marcar la importancia de cada uno. Este nuevo esquema recibe el nombre de mínimos cuadrados pesados y minimiza la función de costo:

$$J(\theta) = \text{tr}\{E^T W E\} \quad (3.14)$$

Siguiendo los pasos marcados arriba se encuentra que:

$$\hat{\theta}_{\text{WLS}} = (\Psi^T W \Psi)^{-1} \Psi^T W H \quad (3.15)$$

3.2.2 FORMA RECURSIVA PARA MINIMOS CUADRADOS.

La estimación de los parámetros θ del sistema obtenidos a través de la ecuación 3.13 o de la ecuación 3.15 presupone la recopilación de una serie de $2N$ datos experimentales y cuando se obtiene un par de datos más y se quiere encontrar nuevamente la matriz θ es necesario realizar las operaciones de inversión de matrices indicadas.

En los sistemas dinámicos los datos se generan en forma secuencial, por lo que es conveniente actualizar continuamente las estimaciones de los parámetros en θ . Con los esquemas presentados en el inciso anterior, la actualización de θ significaría un trabajo computacional muy fuerte para la continua inversión de matrices.

La ecuación 3.15 puede reescribirse en forma iterativa para la actualización secuencial de la matriz Θ . El proceso iterativo empieza con la solución dada por 3.15 con $2N$ datos experimentales y evalúa las consecuencias de considerar un par de datos más. Franklin y Powell (1981) presentan una derivación directa del método y obtienen las expresiones:

$$\hat{\theta}_i(t+1) = \hat{\theta}_i(t) + K(t) [h_i(t) - \psi(t-k)\hat{\theta}_i(t)] \quad i = 1, \dots, M \quad (3.16)$$

$$K(t) = P(t)\psi^\dagger(t-k) \{1 + \psi(t-k)P(t)\psi^\dagger(t-k)\}^{-1} \quad (3.17)$$

$$P(t+1) = \{P(t) - K(t) \{1 + \psi(t-k)P(t)\psi^\dagger(t-k)\}K^\dagger(t)\} / \beta \quad (3.18)$$

donde β es un parámetro cuyo objetivo es quitar importancia a los datos más antiguos y dar mayor peso a los datos más recientes en las correcciones de Θ . Se le conoce como factor exponencial de olvido y toma valores entre 0.9 y 1. Cuando vale 1, los datos más antiguos y los datos más recientes tienen el mismo peso en las correcciones de Θ .

Con las expresiones anteriores se forma el siguiente algoritmo recursivo para la actualización de Θ :

1. Seleccionar β y $N \geq n$, con $n = \max\{\text{grado de } F, \text{ grado de } G\}$.
2. Seleccionar valores iniciales para $P(N)$ y $\hat{\Theta}(N)$.
3. Formar $\psi(N)$ según 3.7.
4. Hacer $j := N$.
5. Calcular $K(j)$ según 3.17.

6. Recopilar $\vec{h}(j)$ y $\vec{u}(j)$.
7. Actualizar Θ según 3.16.
8. Actualizar P según 3.18.
9. Formar $\psi(j+1)$ según 3.7.
10. Hacer $j:=j+1$.
11. Regresar al paso 5.

En la expresión 3.16 el término $\psi(t-k)\hat{\theta}_i(t)$ es la salida esperada en el tiempo t con base en los datos anteriores hasta $t-k$ y a los valores estimados $\hat{\theta}(t)$. Por lo tanto, la siguiente estimación de Θ está dada por el estimado anterior corregido por un término lineal del error entre la salida observada $\vec{h}(t)$ y la predicha por $\psi\hat{\theta}(t)$. La ganancia de la corrección es $K(t)$.

En el algoritmo anterior sólo se realiza una inversión matricial al resolver la ecuación 3.15 para $\hat{\Theta}(N)$, donde

$$P(N) = (\Psi^{\dagger}(N)W\Psi(N))^{-1}$$

Sin embargo, los valores iniciales de $\hat{\Theta}(N)$ y $P(N)$ pueden tomarse como (Franklin y Powell, 1981):

$$\hat{\Theta}(N) = 0 \quad \text{y} \quad P(N) = \alpha I$$

donde α es un escalar grande. Aproximadamente:

$$\alpha = \frac{10}{N+1} \text{tr}\{E^{\dagger}(N)E(N)\}$$

por lo que, es posible evitar todas las inversiones matriciales en el algoritmo recursivo de identificación por mínimos cuadrados.

3.2.3 ALGORITMO RECURSIVO DE MINIMOS CUADRADOS EN LA FORMA DE RAIZ CUADRADA.

Cuando el algoritmo anterior se implanta en una computadora o microprocesador, la matriz P puede dejar de ser positiva definida al cambiar en el tiempo a través de la ecuación 3.18 por los errores de redondeo producidos por el tamaño limitado de las palabras. Adicionalmente, la matriz P puede dejar de ser positiva definida por restarle otra forma positiva definida en cada iteración.

Computacionalmente es más ventajoso utilizar un algoritmo para la evolución iterativa de una raíz cuadrada de la matriz P . Kailath (1980) presenta el algoritmo de la siguiente manera:

Sea S_i una raíz cuadrada de P_i :

$$P_i = S_i^\dagger S_i$$

La raíz cuadrada de P_i no es única porque si T es una matriz ortogonal, es decir,

$$T^\dagger T = I = T T^\dagger$$

entonces claramente

$$P_i = S_i^\dagger S_i = S_i^\dagger T^\dagger T S_i = (T S_i)^\dagger (T S_i)$$

Es posible definir una única raíz cuadrada de P_i pidiendo que S_i sea simétrica o triangular superior o con alguna otra característica, pero el interés principal es el cambio iterativo de P_i por lo que no es necesaria tal especificación.

Consideremos el siguiente algoritmo: suponiendo que se ha calculado S_i , entonces S_{i-1} puede determinarse como sigue:

Premultiplíquese el arreglo

$$\text{pre-arreglo} = \begin{matrix} & N & 1 \\ \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & r^{\frac{1}{2}} \\ S_i A & S_i b \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ N \end{matrix} & * \end{matrix} \quad (3.19)$$

por cualquier transformación ortogonal T que fuerce N ceros en las posiciones que marca el siguiente arreglo y llámese a los elementos restantes X, g, f

$$\text{post-arreglo} = \begin{matrix} & N & 1 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ X & 0 \\ g & f \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ N \\ 1 \end{matrix} & \end{matrix} \quad (3.20)$$

* Las cantidades afuera de cada matriz indican las dimensiones de sus elementos.

elévase al cuadrado ambos arreglos:

$$(\text{pre-arreglo})^2 = \begin{bmatrix} c^\dagger c + (S_i A)^\dagger (S_i A) & (S_i A)^\dagger S_i b \\ (S_i b)^\dagger S_i A & r + (S_i b)^\dagger (S_i b) \end{bmatrix} \begin{matrix} N \\ 1 \end{matrix}$$

$$(\text{post-arreglo}) = \begin{bmatrix} X^\dagger X + g^\dagger g & g^\dagger f \\ fg & f^2 \end{bmatrix} \begin{matrix} N \\ 1 \end{matrix}$$

y por comparación de elementos:

$$f^2 = r + b^\dagger P_i b \doteq \tilde{R}_{i-1}$$

$$fg = b^\dagger P_i A = k_{i-1}$$

$$X^\dagger X + g^\dagger g = Q + A^\dagger P_i A ; \quad Q = c^\dagger c$$

por lo que pueden identificarse

$$g = \tilde{R}_{i-1}^{-\frac{1}{2}} k_{i-1}$$

y la ecuación de Riccati

$$X^\dagger X = Q + A^\dagger P_i A - k_{i-1}^\dagger \tilde{R}_{i-1}^{-1} k_{i-1} = P_{i-1} \quad (3.21)$$

Entonces, la raíz cuadrada de P_{i-1} es:

$$S_{i-1} = X = P_{i-1}^{\frac{1}{2}}$$

Dos puntos importantes de este algoritmo son (Kailath, 1980): primero, la transformación de 3.19 a 3.20 puede efectuarse sin necesidad de definir explícitamente a T , usando algún algoritmo numéricamente estable, por ejemplo, transformaciones modificadas de Gram-Schmidt y segundo, P_i es no-negativa definida, porque se obtiene del cuadrado de S_i , lo cual ayuda a no acumular errores numéricos al calcular iterativamente P_i a través de la ecuación de Riccati 3.21.

V Strejc (1980) utiliza el algoritmo anterior en el proceso de identificación recursiva por mínimos cuadrados para propagar la matriz $S(t)$, raíz cuadrada de $P(t)$, con forma triangular superior y obtiene las siguientes expresiones:

$$\hat{\theta}_i(t+1) = \hat{\theta}_i(t) + K(t)(h_i(t) - \psi(t-k)\hat{\theta}_i(t)) \quad i=1, \dots, M \quad (3.22)$$

$$K(t) = \vec{s}^{(M)} / \sigma_M^2 \quad (3.23)$$

$$P(t+1) = S(t+1)S^\dagger(t+1) \quad (3.24)$$

donde

$$S(t+1)_{ij} = \frac{\sigma_{j-1}}{\sigma_j \sqrt{\beta}} \left[S(t)_{ij} - \frac{f_i s_i^{(j-1)}}{\sigma_{j-1}^2} \right] \quad i, j = 1, \dots, M$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\beta}$$

$$\sigma_j^2 = \sigma_{j-1}^2 + f_j^2 \quad j = 1, \dots, M$$

$$f_j = \sum_{i=1}^j S(t)_{ij} \psi_i(t-k) \quad j = 1, \dots, M$$

$$s_i^{(j)} = \begin{cases} s_i^{(j-1)} + S(t)_{ij} f_j & \text{si } i \leq j \\ 0 & \text{si } i > j \end{cases}$$

$(\cdot)_{ij}$ denota el elemento ij de la matriz.

3.3 ALGORITMO PARA CONTROL DE LA SIMULACION DE LA RED DE DISTRIBUCION.

Como se mencionó antes, la ley de control 3.5 trabajará con los valores estimados para los parámetros del modelo de la planta. Los parámetros del modelo se identifican a través de las ecuaciones 3.22, 3.23 y 3.24. Al sustituirlas en la ecuación 3.5 producen la ley de control:

$$\begin{aligned} (\hat{G}_0^+ P_0^+ P_0 \hat{G}_0 + Q_0^+ Q_0) \vec{u}(t) = & -\hat{G}_0^+ P_0^+ (P(q^{-1}) \{ \sum_{i=0}^{\infty} \hat{F}_i \vec{h}(t-i) + \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \hat{G}_i \vec{u}(t-i) + \vec{\delta} \} - R(q^{-1}) \vec{w}(t)) - Q_0 \{ \sum_{i=1}^{\infty} Q_i \vec{u}(t-i) \} \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde los parámetros estimados están en la matriz Θ :

$$\hat{\theta} = (\hat{F}_0^+, \hat{F}_1^+, \dots, \hat{F}_n^+, \hat{G}_0^+, \hat{G}_1^+, \dots, \hat{G}_n^+, \hat{\delta}^+)^+$$

y los datos experimentales en el vector ψ :

$$\psi(t) = (\hat{h}^+(t), \hat{h}^+(t-1), \dots, \hat{h}^+(t-n), \hat{u}^+(t), \dots, \hat{u}^+(t-n), \hat{f}) \quad (3.26)$$

Los datos experimentales son las entradas a la planta, $\vec{u}(t)$, aperturas de las válvulas reguladoras, y las salidas, $\vec{h}(t)$, presiones en los nudos calculadas por el programa de simulación digital desarrollado en el capítulo anterior.

Entonces, para el control de la simulación de la red de distribución se tiene el siguiente algoritmo:

1. Escoger el grado de las matrices de identificación, $F(q^{-1})$ y $G(q^{-1})$.
2. Seleccionar los parámetros del controlador, $P(q^{-1})$, $R(q^{-1})$ y $Q(q^{-1})$.
3. Recopilar los datos producidos por el programa de simulación necesarios para inicializar $\psi(t-k)$, según 3.26.
4. Seleccionar β y los valores iniciales de S y θ .
5. Calcular f y σ , según el algoritmo de identificación.
6. Calcular $\vec{s}^{(N)}$.
7. Calcular K .
8. Recopilar $\vec{h}(t)$ producido por el programa de simulación y la referencia $\vec{w}(t)$.
9. Actualizar C .

10. Actualizar S .
11. Calcular los valores de control según 3.25
12. Actualizar ψ .
13. Regresar a 5.

Este algoritmo se utilizará en el capítulo siguiente, a través de la computadora B7800, para tratar de manejar la distribución del agua en una pequeña red de prueba.

CAPITULO 4

RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Por la gran cantidad de información a manejar y por conocer sólo cualitativamente el comportamiento de la red de distribución de agua de la ciudad de México se ha utilizado (R. Canales y otros, 1980 y 1981 y A. Hernández, 1981) una red de prueba en las diferentes etapas del desarrollo del sistema de control en tiempo real de la red de abastecimiento de agua potable de la ciudad de México.

La red de prueba se presenta en la figura 4.1; consta de 7 tinacos, 11 nudos, 21 tubos y 3 suministros. Hernández (1981) analizó la eficiencia del controlador autosintonizable multivariable del capítulo 3 tomando como salidas de la planta el nivel del agua en los 7 tinacos domiciliarios, como entradas las aper-

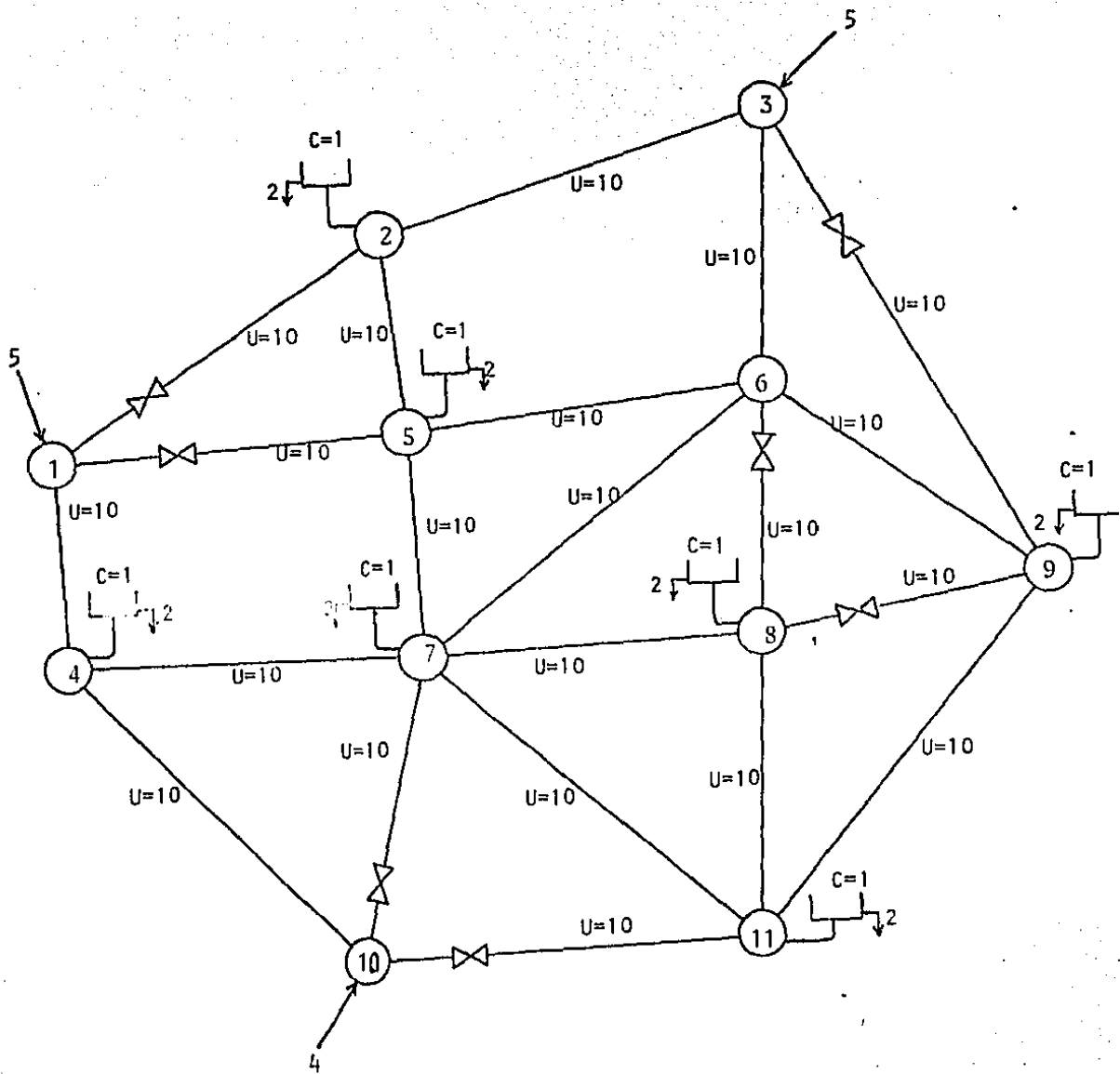


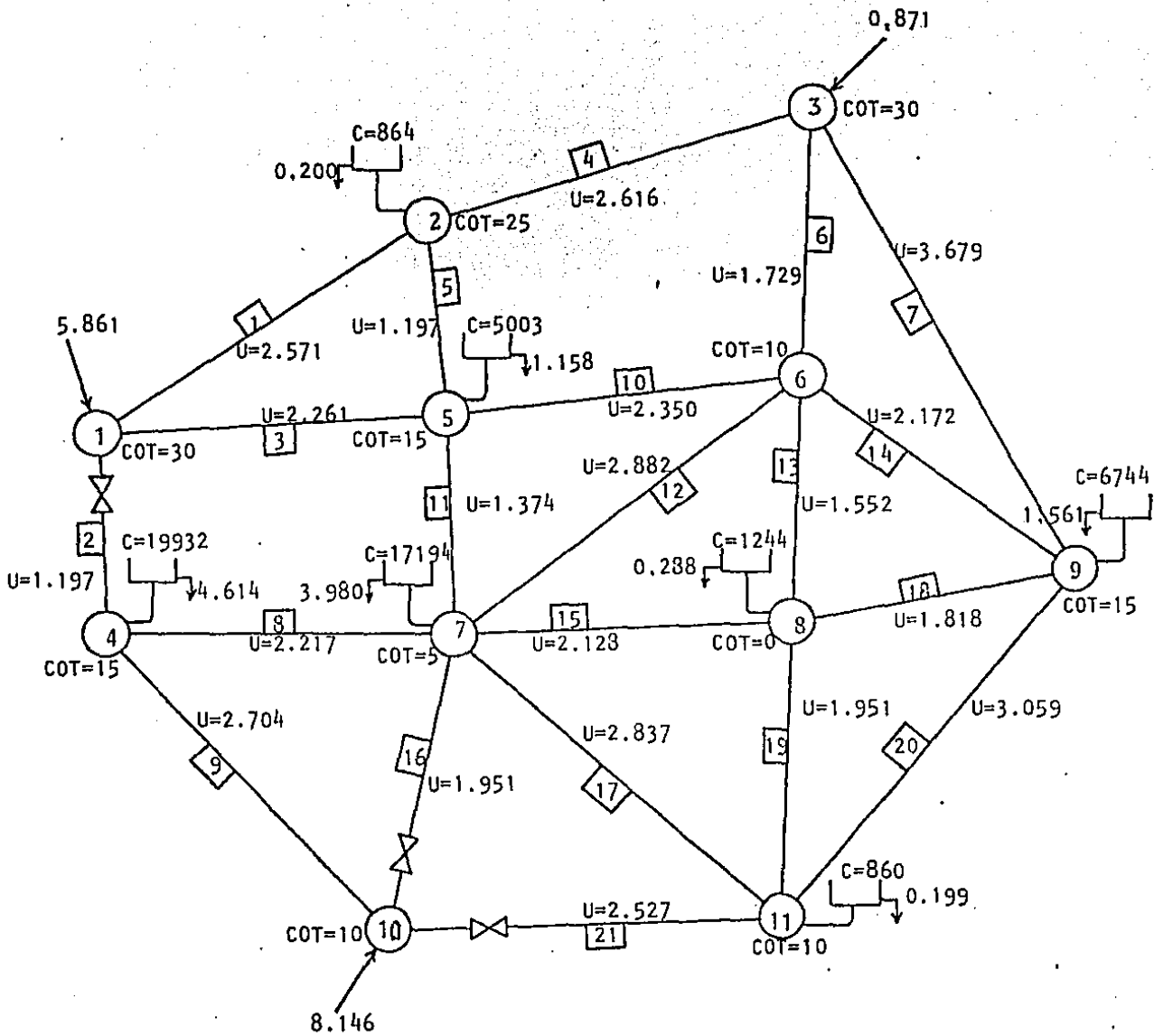
FIGURA 4.1. Red de prueba. (A. Hernández, 1981).

turas de 3 o 7 válvulas reguladoras y considerando además que to dos los nudos de la red tenían la misma cota topográfica, que los suministros proporcionaban un gasto constante y no utilizó la forma de raíz cuadrada del algoritmo recursivo de identificación por mínimos cuadrados.

Ahora, se usará el controlador, sobre la misma red de prueba, usando la forma de raíz cuadrada del algoritmo recursivo de identificación por mínimos cuadrados y tomando como salidas de la planta las presiones en los nudos de la red, como entradas - las aperturas de 3 válvulas reguladoras, considerando que los su ministros son constantes pero se cierran por la noche y dando di mensiones a la red para tener alguna idea de las magnitudes que puede tomar cada parámetro. El número de salidas podrá ser mayor, menor o igual al número de entradas.

Con los valores que se presentan en la figura 4.2 para las dimensiones y cotas topográficas de la red, cerrando el suministro del nudo 1 de las 19 hrs. a las 5 de la mañana y el suministro del nudo 3 de las 17 hrs. a las 5 de la mañana y considerando que las demandas de agua de los tinacos domiciliarios se apartan de su valor promedio como lo indica la figura 2.3, se utilizó el programa de simulación digital por un periodo equivalente a 8 días con un intervalo de integración de 5 minutos y un inter valo de muestreo de 15 minutos, alcanzando, para los tres últimos días el funcionamiento periódico mostrado en las figuras 4.3 y 4.4.

El comportamiento de la red es semejante a la simulación del



Gastos en m^3/s

Capacitancias (C) para satisfacer la demanda de 6 hrs con un tirante de 5 metros. (m^2).

Diámetro = 1.22 m.

Coficiente de Manning = 0.0145

$$U = 0.08263(L \cdot C) / D^5$$

L en km.

FIGURA 4.2. Valores de los parámetros de la red de prueba y posiciones de las válvulas reguladoras.

capítulo 2. Existen tinacos donde el agua satura su capacidad (bajos y con demanda pequeña), otros donde el agua no se acumula (de cota topográfica grande y con demanda comparable a los suministros) y otros intermedios.

En la figura 4.4 se graficaron las presiones de los nudos con respecto a su cota topográfica. Con respecto a la cota topográfica más baja (nudo 8), las presiones de los nudos sin suministro externo difieren cuando más en 4 o 5 metros. Durante la noche, cuando están cerrados los suministros de los nudos 1 y 3, todas las presiones bajan hasta 6 metros aproximadamente y difieren en menos de 1 metro.

La planta a controlar se tomó, entonces, como la simulación de la distribución en la red de prueba con intervalos de integración de 5 minutos. Se decidió a priori, pensando en la apertura y cierre de válvulas, utilizar un intervalo de control de 15 minutos.

Las válvulas reguladoras se colocaron en los tubos con mayor flujo. Para localizar los tubos con mayor flujo en las condiciones de operación mostradas en las figuras 4.3 y 4.4 se integró por 24 horas el valor absoluto del gasto en cada tubo de la red. En la tabla 4.1 se observan los resultados de la integración, por lo que, se pusieron las válvulas reguladoras en los tubos 2, 16 y 21.

El controlador utiliza la identificación lineal de la red:

$$\hat{h}(t+1) = \hat{F}(q^{-1})\hat{h}(t) + \hat{G}(q^{-1})\hat{u}(t) + \hat{\delta}$$

TABLA 4.1

tubo	gasto total en 24 hrs. (m ³ /s)	tubo	gasto total en 24 hrs. (m ³ /s)
1	294.767	11	100.919
2	420.398	12	48.610
3	323.538	13	63.295
4	111.662	14	113.937
5	169.734	15	59.770
6	153.562	16	473.739
7	145.151	17	111.153
8	163.055	18	113.993
9	369.817	19	132.879
10	64.632	20	143.273
		21	398.952

(predicador lineal con 1 paso de adelanto) en base a las ecuaciones 3.22, 3.23 y 3.24.

Para seleccionar los grados de F y G se simuló el funcionamiento de la red usando señales binarias pseudoaleatorias en las entradas, figura 4.5, y se identificó la red con F y G de grados 1 a 3. La figura 4.6 muestra a las presiones en los nudos y en las gráficas 4.7 a 4.11 se muestra la predicción lineal de las presiones usando las condiciones iniciales $\theta = 0$ y $S = 10,000$ l y el factor de olvido $\beta = 0.98$ para diferentes grados de F y G . En la figura 4.12 se muestran los resultados de la predicción cuando $\beta = 0.92$.

En todas las figuras se observa que la predicción de las presiones es aceptable después de 2 o 3 intervalos de muestreo a pesar de que la matriz Θ comienza en ceros.

Se observa también que cuando el grado de F pasa de 1 a 3 mejora la predicción de las presiones, pero cuando el grado de G aumenta de 1 a 3 sólo mejoran las predicciones hasta antes de cerrar los suministros 1 y 3 y después empeoran.

Para diferentes valores de β (figura 4.8 y 4.12) la identificación es semejante, pero cuando $\beta = 0.98$ se predice mejor por la noche.

Durante la noche las presiones de los nudos no varían apreciablemente al cambiar las aperturas de las válvulas reguladoras, por lo que, el controlador se aplicó solamente de las 5 a las 17 horas. Los parámetros del controlador se tomaron como: $\beta = 0.98$, grado de $F = 3$ y grado de $G = 1$. Antes de aplicar el controlador a la red se hizo una identificación durante 5 intervalos de 15 minutos.

Como se mencionó en la introducción de este trabajo, no es posible conseguir todos los perfiles de presiones deseados y para saber que valores toman las presiones de los nudos de la red cuando cambian las aperturas de las válvulas reguladoras se simuló la distribución abriendo y cerrando totalmente esas válvulas como lo indica la tabla 4.2; cuando una válvula estaba completamente abierta la restricción al flujo en el tubo correspondiente se calculó como lo indica la ecuación 2.32 y para decir que estaba completamente cerrada se tomó la restricción al flujo

TABLA 4.2

Intervalo de simulación	Posiciones de las válvulas		
	tubo 2	tubo 16	tubo 21
5:00 - 6:30	0	0	0
6:30 - 8:00	0	0	1
8:00 - 9:30	0	1	1
9:30 - 11:00	0	1	0
11:00 - 12:30	1	1	0
12:30 - 14:00	1	0	0
14:00 - 15:30	1	0	1
15:30 - 17:00	1	1	1

0 = totalmente abierta y 1 = totalmente cerrada.

como 10^{10} .

Las figuras 4.13 y 4.14 muestran los perfiles de presión y la figura 4.15 el nivel del agua en los tinacos domiciliarios. Se observa que cambios bruscos en las presiones no producen cambios bruscos en los niveles de los tinacos, lo que indica que las capacitancias de los tinacos son grandes o las demandas muy altas.

Se realizaron varios experimentos con el controlador considerando las matrices P y R de la función de costo 3.2 iguales a la identidad y Q de orden 1 para pesar los cambios en las señales de control. La función de costo 3.2 quedó entonces como:

$$J = E\{ \|\hat{h}(t+1) - \vec{w}(t)\|^2 + \|\lambda(\vec{u}(t) - \vec{u}(t-1))\|^2 \}$$

EXPERIMENTO 1.

El tinaco del nudo 4 es el más mal surtido por la red de distribución, figura 4.3. Para suministrarle más agua es necesario elevar la presión en el nudo y en la figura 4.14 se observa que esa presión puede llegar hasta 30 metros.

Considerando la presión del nudo 4 como la única salida de la planta, la referencia $w(t) = 30$ metros y el intervalo de control de 15 minutos, se ejecutó el programa de simulación y control con diferentes valores del parámetro λ .

En las figuras 4.16 y 4.18 se muestran los resultados para $\lambda = 10^{-2}$ y $\lambda = 10^{-12}$. Como puede verse, cuando $\lambda = 10^{-2}$ la presión del nudo 4 aumenta más lentamente que cuando $\lambda = 10^{-12}$ y no alcanza el valor deseado. En las figuras 4.17 y 4.19 se muestran las restricciones al flujo (aperturas de las válvulas) en los tubos 2, 16 y 21 y se observa que las restricciones varían lentamente cuando $\lambda = 10^{-2}$.

Cuando $\lambda = 10^{-12}$ el controlador asigna valores negativos a la restricción al flujo del tubo 2 que si fueran aceptables simularían bombas elevadoras de presión. (La restricción al flujo en los tubos con válvula reguladora tiene una cota inferior marcada por la longitud, diámetro y rugosidad del tubo; ecuación 2.32).

EXPERIMENTO 2.

En la figura 4.14 se observa que cuando sube la presión del nudo 4 bajan las presiones de los nudos 7 y 11. En este segundo experimento se utilizó el controlador para elevar la presión del nudo 4 controlando las presiones de los nudos 4, 7 y 11, tomando como referencias:

$$\vec{w}(t) = \begin{bmatrix} w_4(t) \\ w_7(t) \\ w_{11}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30. \\ 19. \\ 14. \end{bmatrix} \text{ metros}$$

El intervalo de muestreo se tomó igual a 15 minutos y $\lambda = 10^{-12}$.

En la figura 4.20 se observa que de esta manera la presión del nudo 4 alcanza muy rápido 30 metros. La figura 4.21 muestra las restricciones al flujo, con variaciones mucho más grandes que las observadas en el experimento anterior para el mismo valor de λ (figura 4.19). La figura 4.22 muestra la altura del agua en los tinacos de almacenamiento domiciliario y se observa, comparando con la figura 4.3, un mejor suministro al nudo 4 dado que baja la cantidad de agua acumulada en los tinacos 2, 5, 9 y 11.

Sin embargo, el agua no alcanza a acumularse en el tinaco 4 y no es posible elevar más la presión del nudo.

EXPERIMENTO 3.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

En la introducción de este trabajo se mencionó la idea de elevar alternadamente las presiones de los nudos para buscar una distribución equitativa. En la figura 4.3 se observa también que el nudo 7 tiene un bajo suministro y en la figura 4.14 se ve que la presión del nudo 7 puede llegar hasta 23 metros aproximadamente. Cuando eso sucede la presión del nudo 4 baja hasta menos de 15 metros.

Tomando como única presión a controlar, de las 7 horas a las 12 horas, la presión del nudo 4 y de las 12 horas a las 17 horas, la presión del nudo 7, se ejecutó el programa de control haciendo $w(t) = 30$ metros para $7 \leq t < 12$ y $w(t) = 23$ metros para $12 \leq t < 17$.

Los resultados obtenidos cuando $\lambda = 10^{-12}$ y el periodo de control igual a 15 minutos se muestra en la figura 4.23. Se observa que la presión del nudo 4 sube pero alcanza sólo 25 metros y muy cerca de las 12 horas. La presión del nudo 7 llega aproximadamente a 22 metros en 5 periodos de control después de las 12 horas y continúa creciendo lentamente hasta antes de las 17 horas en que se cierra el suministro del nudo 1.

EXPERIMENTO 4.

Los resultados del experimento 2 indican que para elevar la presión del nudo 4 hasta 30 metros es mejor controlar las presiones de los nudos 4, 7 y 11 que sólo la del nudo 4. Considerando las presiones de esos 3 nudos como salidas de la planta se trató

de mantener sus presiones como lo indican las siguientes referencias:

$$\vec{w}(t) = \begin{bmatrix} w_4(t) \\ w_7(t) \\ w_{11}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30. \\ 19. \\ 14. \end{bmatrix} \text{ metros, para } 7 \leq t < 12 \text{ horas}$$

y

$$\vec{w}(t) = \begin{bmatrix} w_4(t) \\ w_7(t) \\ w_{11}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14. \\ 23. \\ 17. \end{bmatrix} \text{ metros, para } 12 \leq t < 17 \text{ horas.}$$

En la figura 4.25 se observa que, efectivamente, la presión 4 alcanza muy rápido 30 metros, pero después de las 12 horas el controlador no es capaz de bajarla a 17 metros y subir la presión del nudo 7 a 23 metros.

Considerando que la excursión de la presión del nudo 4 es grande comparada con la del nudo 7 se invirtieron las referencias para primero subir la presión del nudo 7, de las 7 a las 12 horas, y después la del nudo 4, de las 12 a las 17 horas. Sin embargo, en la figura 4.27 se observa que el controlador no es capaz de elevar la presión del nudo 4 y bajar la del 7 después de las 12 horas.

El cambio requerido en las presiones 4 y 7, controlando las presiones 4, 7 y 11, sólo se consiguió disminuyendo el periodo de control a 5 minutos. En la figura 4.29 se presentan los resul

tados y se observa que la presión del nudo 4 no alcanza 30 metros y se mantiene cerca de 30 metros sólo hasta las 10 de la mañana. Después de las 12 horas baja la presión del nudo 4, pero es superior a 15 metros. La presión del nudo 7 se eleva, no alcanza 23 metros y la presión del nudo 11 se aproxima a ella, cuando se había pedido que tuvieran una diferencia de 6 metros.

EXPERIMENTO 5.

En los experimentos anteriores se asignaron referencias absolutas a las presiones controladas. Es posible asignar referencias en relación a valores de las presiones, por ejemplo, asignar como referencias de dos presiones su valor promedio o un promedio pesado de ellas.

Considerando nuevamente que la excursión de la presión del nudo 4 es grande comparada con las excursiones de las presiones de los nudos 7 y 11 se asignaron referencias relativas al promedio de las presiones 7 y 11, de la siguiente manera:

$$\vec{w}(t) = \begin{bmatrix} w_4(t) \\ w_7(t) \\ w_{11}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s + 13.5 \\ s + 2.5 \\ s - 2.5 \end{bmatrix} \quad \text{metros, para } 7 \leq t < 12 \text{ horas}$$

donde $s = 0.5(h(7) + h(11))$ y

$$\vec{w}(t) = \begin{bmatrix} s - 6. \\ s + 3. \\ s - 3. \end{bmatrix} \text{ metros, para } 12 \leq t < 17 \text{ horas.}$$

En la figura 4.3 se observan los resultados generados por el programa de control actuando sobre las válvulas cada 15 minutos. Después de las 7 de la mañana la presión del nudo 4 alcanza rápidamente 30 metros y se mantiene arriba de 26 metros hasta después de las 12 horas cuando baja hasta alrededor de 12 metros. También, después de las 12 horas, sube la presión 7 y oscila alrededor de 23 metros. La presión 11 se mantiene aproximadamente 4 metros abajo de la presión 7.

En la figura 4.32 se muestran las referencias asignadas a las presiones 4, 7 y 11. En la figura 4.33 se observan los niveles del agua en los tinacos domiciliarios y se ve que antes de las 12 horas, cuando la presión del nudo 4 es cercana a 30 metros, los niveles del agua en los tinacos 2, 5, 9 y 11 son inferiores a los alcanzados cuando no hay control (figura 4.3), por lo que hay un mejor suministro al nudo 4. Cuando la presión del nudo 7 es cercana a 23 metros no es posible afirmar que haya mejorado el suministro al nudo 7, puesto que los niveles del agua en los tinacos 2, 5, 9 y 11 alcanzan los valores mostrados en la figura 4.3 cuando no hay control sobre las presiones.

En relación a las restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21 impuestas por las aperturas de las válvulas reguladoras se observa en las figuras 4.26, 4.28, 4.30 y 4.34 que el peso $\lambda = 10^{-12}$ asignado a los cambios de las señales de control es peque-

ño porque el controlador trata de abrir y cerrar brúscamente las válvulas en intervalos consecutivos de control.

Para evitar los cambios bruscos se tomó $\lambda = 10^{-2}$ (figura 4.36). Los resultados mostrados en la figura 4.35 indican que es posible manejar las presiones 4 y 7 como se desea pero no es posible llevar las presiones hasta los valores requeridos.

EXPERIMENTO 6.

Finalmente, se trató de manejar las presiones de los nudos 4 y 7 controlando las presiones 4, 5, 7, 9 y 11 asignándoles las referencias:

$$\vec{w}(t) = \begin{bmatrix} w_4(t) \\ w_5(t) \\ w_7(t) \\ w_9(t) \\ w_{11}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30. \\ 11. \\ 19. \\ 9. \\ 14. \end{bmatrix} \text{ metros, para } 7 \leq t < 12 \text{ horas}$$

y

$$\vec{w}(t) = \begin{bmatrix} 13. \\ 15. \\ 23. \\ 13. \\ 18. \end{bmatrix} \text{ metros, para } 12 \leq t < 17 \text{ horas.}$$

En la figura 4.37 se observa que la presión del nudo 4 no

sigue la referencia de 30 metros en ningún momento. La presión del nudo 7 es siempre cercana a 23 metros, incluso antes de las 12 horas, y el controlador trata de subirla más asignando valores negativos muy grandes a la restricción al flujo del tubo 16 (figura 4.38).

De los resultados obtenidos en los experimentos realizados se derivan las siguientes conclusiones sobre el control de la distribución:

1. La función de costo del controlador autosintonizable permite utilizar diversas formas de control para tratar de conseguir un mismo objetivo (experimentos 1 y 2 o los experimentos 3, 4, 5 y 6) y permite que el objetivo a alcanzar pueda cambiar en el tiempo. Sin embargo, por esa flexibilidad es necesario realizar un número considerable de experimentos para saber cómo conseguir algún objetivo marcado, es decir, es necesario adquirir experiencia en el manejo del controlador.
2. El controlador tiene capacidad para manejar las presiones de la red; es posible subir la presión de un nudo durante un periodo determinado y después subir la presión de otro nudo. Pero, en algunos casos para conseguirlo, el controlador trata de abrir y cerrar las válvulas tan rápido que prácticamente es inaceptable porque cuando se corta abruptamente el flujo en un tubo o cuando se abre rápidamente el paso al flujo en una tubería no presurizada se producen ondas de presión de gran magnitud conocidas como golpes de ariete.
3. Aunque se pudieran manejar las válvulas tan rápido como se

quisiera, como para conseguir cambios en las presiones como lo indica la figura 4.14, la mejor forma de obtener una distribución equitativa del agua en esta red de prueba es suministrar la mayor cantidad de agua posible al nudo 4 abriendo completamente la válvula del tubo 2 y cerrando las válvulas de los tubos 16 y 21, procedimiento que se infiere directamente de la simulación de la distribución abriendo y cerrando las válvulas.

4. Si las válvulas se mantuvieran en esa posición (la 2 abierta y la 16 y la 21 cerradas) durante varios días, se llegaría a un nuevo ciclo de distribución, donde probablemente se acumularía el agua en el tinaco del nudo 4, pero los nudos 2 y/o 9 podrían tener un bajo suministro y entonces se tendrían que cambiar nuevamente las aperturas de las válvulas. Para decidir que cambios hacer en las aperturas de las válvulas podría utilizarse el controlador autosintonizable o simplemente simular la distribución abriendo y cerrando las válvulas y escoger lo que convenga. Es decir, podría buscarse una distribución equitativa por periodos mayores a 1 día, actuando sobre las válvulas en intervalos también mayores a 1 día para lo cual no es estrictamente necesario el controlador autosintonizable.
5. Para poder elevar más las presiones de los nudos con bajo suministro y conseguir respuestas más rápidas del agua acumulada en los tinacos es necesario contar con más elementos de control en la red; más válvulas reguladoras o válvulas reguladoras y bombas elevadoras de presión. Pero económicamente no

es posible pensar en colocar una gran cantidad de ellas.

Sin embargo, esa no es la única forma de conseguir respuestas rápidas en los niveles del agua en los tinacos; si se disminuyeran los valores de las capacitancias de los tinacos, las variaciones de los niveles del agua en los tinacos seguirían mejor los cambios en las presiones de los nudos. A. Hernández (1981) analizó el comportamiento del control de la red de prueba con valores distintos a los presentados en la figura 4.2 y obtuvo respuestas muy rápidas en los cambios de nivel del agua en los tinacos.

Es entonces necesario contar con mediciones de la red real de distribución de agua potable de la ciudad de México para escoger mejor los parámetros de la red de prueba o cambiarla si es necesario para validar cuantitativamente la simulación digital, para decidir cada cuanto tiempo debe actuarse sobre las válvulas reguladoras y determinar si es necesario o no el controlador autosintonizable.

6. Si se determinara utilizar el controlador autosintonizable es recomendable estudiar con mayor profundidad la teoría de su funcionamiento para aprender a usarlo sin experimentar demasiado.

En general, el modelo utilizado para la simulación del funcionamiento de la red permitió efectuar pruebas de la eficiencia del controlador autosintonizable propuesto para manejar la distribución del agua y antes de mejorar ese modelo o cambiarlo por alguno más sofisticado que considere, por ejemplo, la dinámica

del agua en los tubos de la red y evalúe los efectos transitorios producidos por la apertura y cierre de válvulas, deben realizarse las siguientes tareas:

- Calibrar los parámetros del modelo para reproducir el comportamiento de la red de distribución de la ciudad de México, para lo cual es necesario que se termine la instrumentación de la red para disponer de información directa.
- Buscar alternativas para la selección de las posiciones de las válvulas reguladoras, por ejemplo, es posible pensar que las válvulas deben estar cerca de los nudos más bajos para impedir que el agua llegue a ellos.
- Estudiar el comportamiento del controlador autosintonizable aumentando el periodo de toma de decisiones, por ejemplo, a 24 horas o más, para tratar de evitar que las válvulas estén abriendo y cerrando rápidamente. Es posible que al aumentar el periodo de control a 1 día o más sea necesario considerar en la función de costo del controlador la integral temporal de las diferencias entre las presiones y sus referencias en lugar de considerar solamente sus diferencias instantáneas.
- Por último, debe considerarse la posibilidad de calcular las aperturas de las válvulas reguladoras directamente del modelo de la red (sin utilizar el controlador autosintonizable) en función de los valores deseados de las presiones en algún instante.

En resumen, queda mucho trabajo por hacer antes de decidir si los controladores autosintonizables son la mejor forma de controlar la distribución del agua en una red como la de la ciudad de México, o si no lo son, para decir cual es la mejor forma de controlarla.

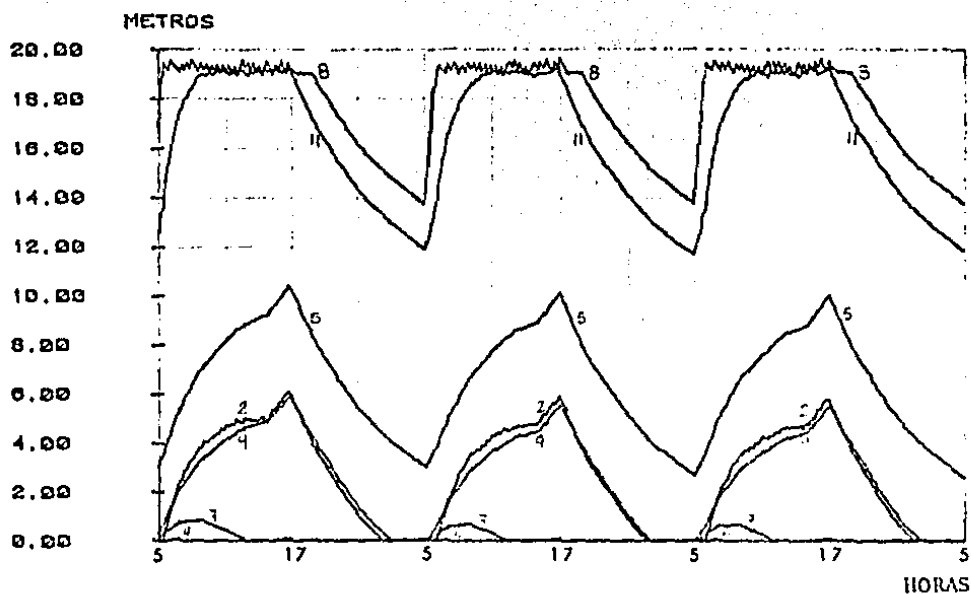


Fig. 4.3. Nivel del agua en los tinacos domiciliarios. Simulación de la distribución del agua en 3 días consecutivos.

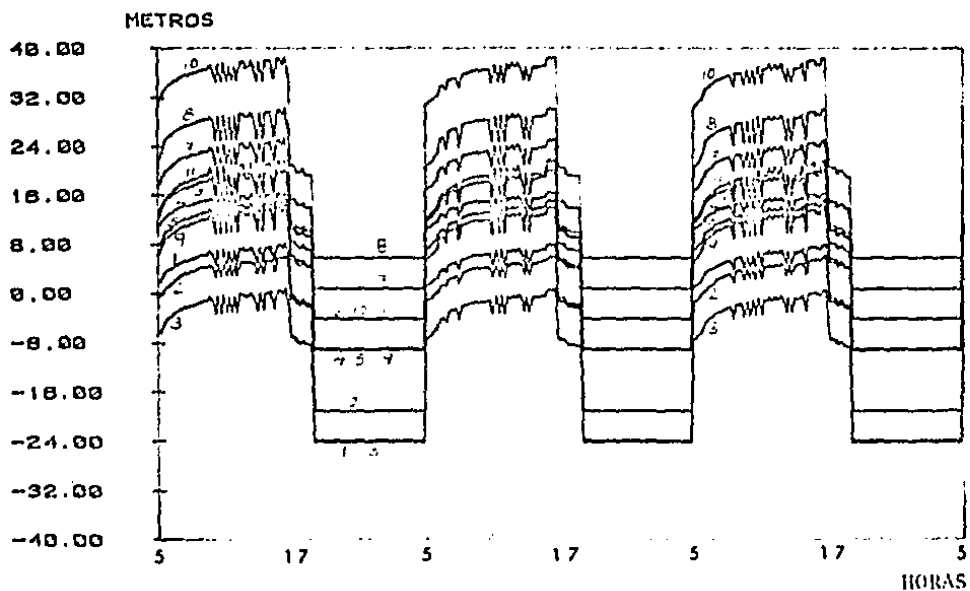


Fig. 4.4. Presiones en los nudos de la red. Simulación de la distribución del agua en 3 días consecutivos.

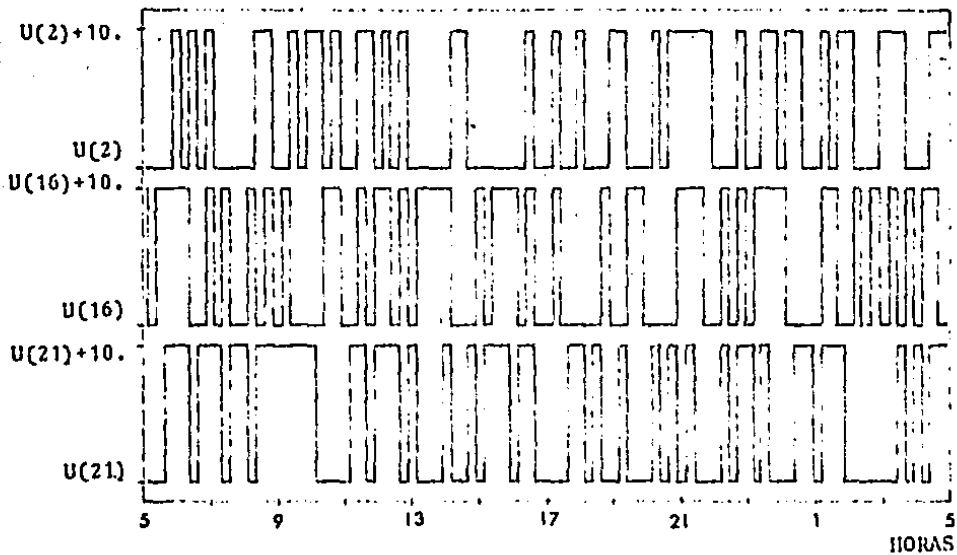


Fig. 4.5. Señales binarias pseudoaleatorias para las aperturas de las válvulas reguladoras de los tubos 2, 16 y 21.

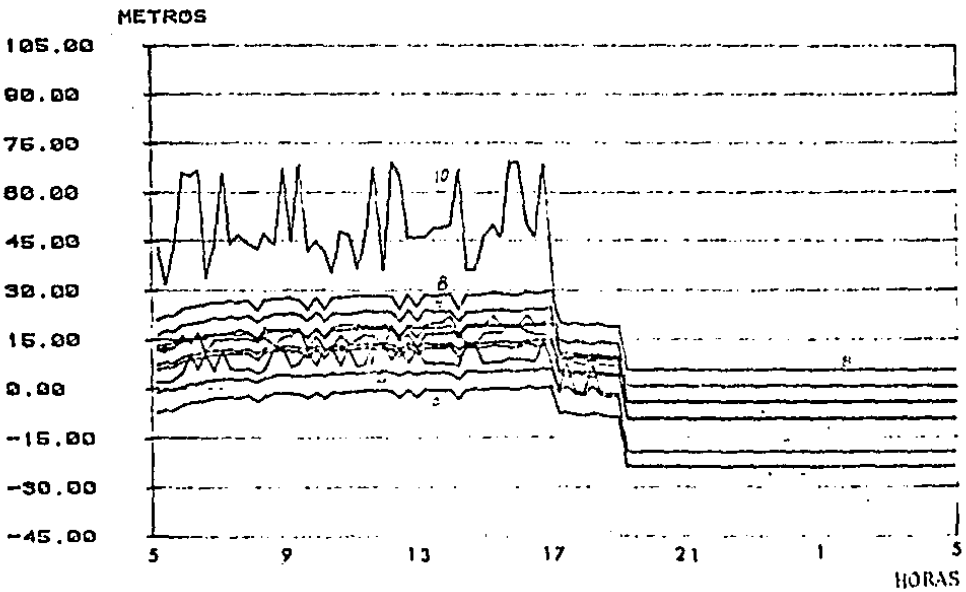


Fig. 4.6. Presiones en los nudos de la red. Las aperturas de las válvulas reguladoras son las señales binarias pseudoaleatorias de la figura 4.5.

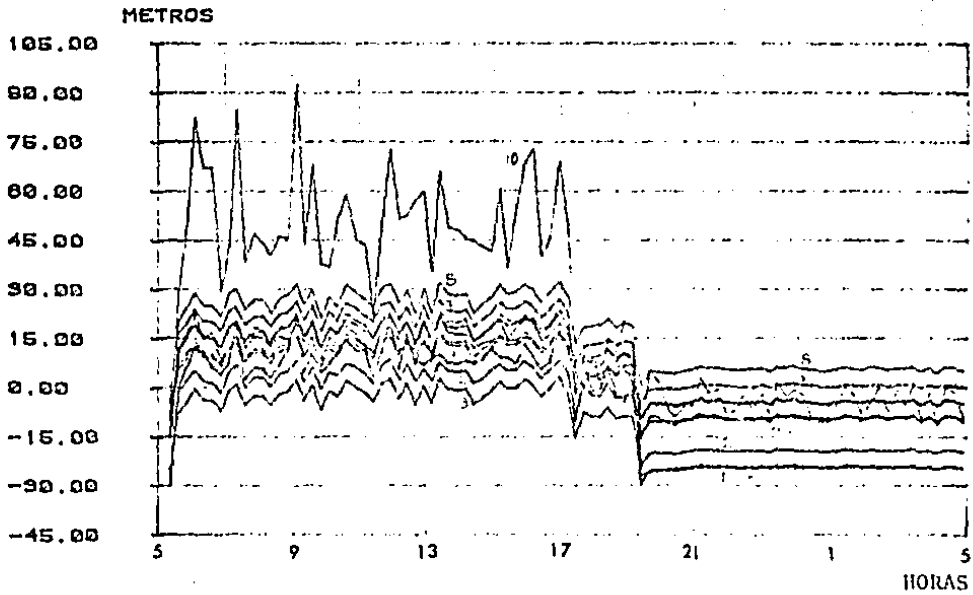


Fig. 4.7. Predicción lineal de las presiones de la red. Grado de $F = 1$, grado de $G = 1$ y $\beta = 0.98$.

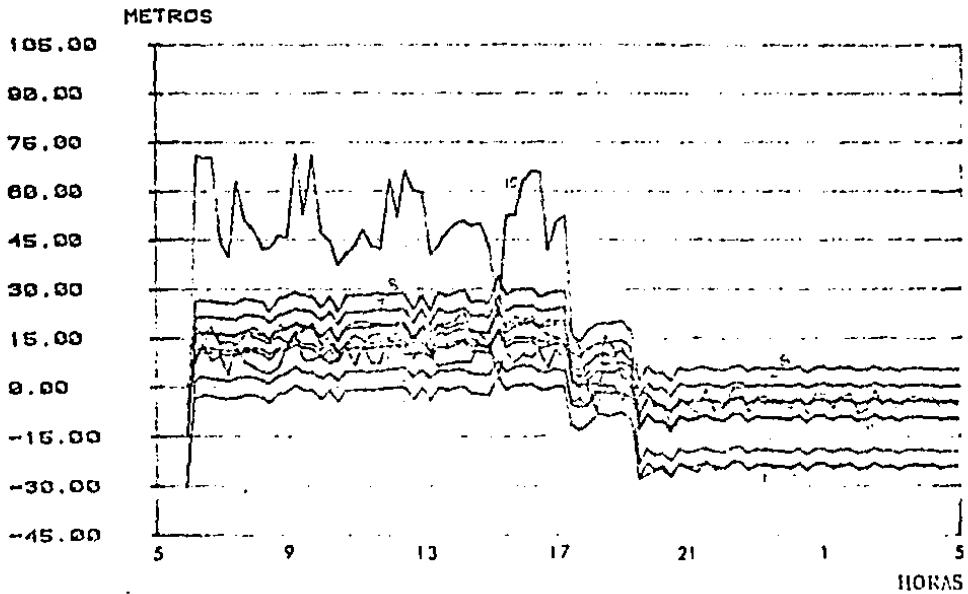


Fig. 4.8. Predicción lineal de las presiones de la red. Grado de $F = 3$, grado de $G = 1$ y $\beta = 0.98$.

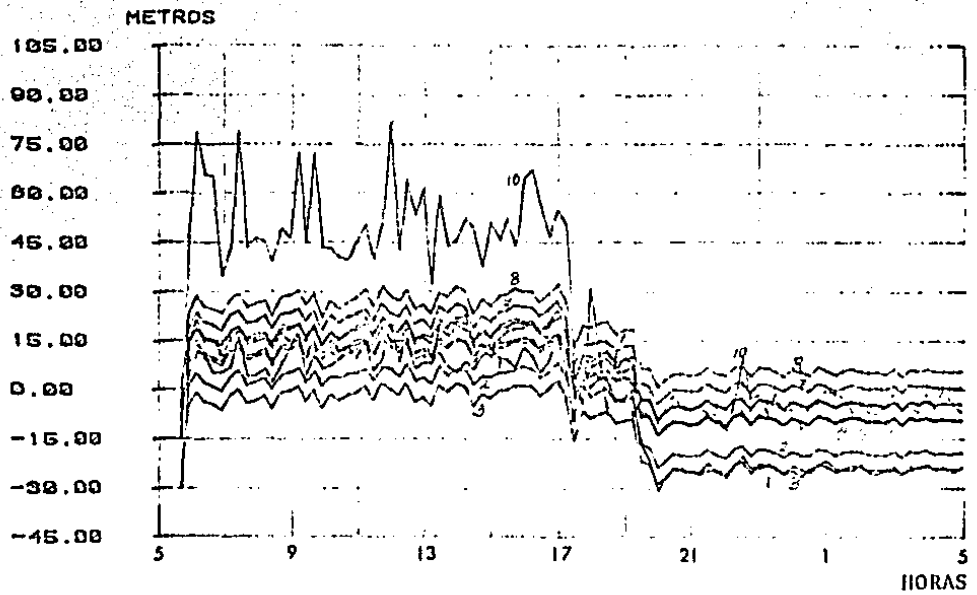


Fig. 4.9. Predicción lineal de las presiones de la red, Grado de $F = 1$, grado de $G = 3$ y $\beta = 0.98$.

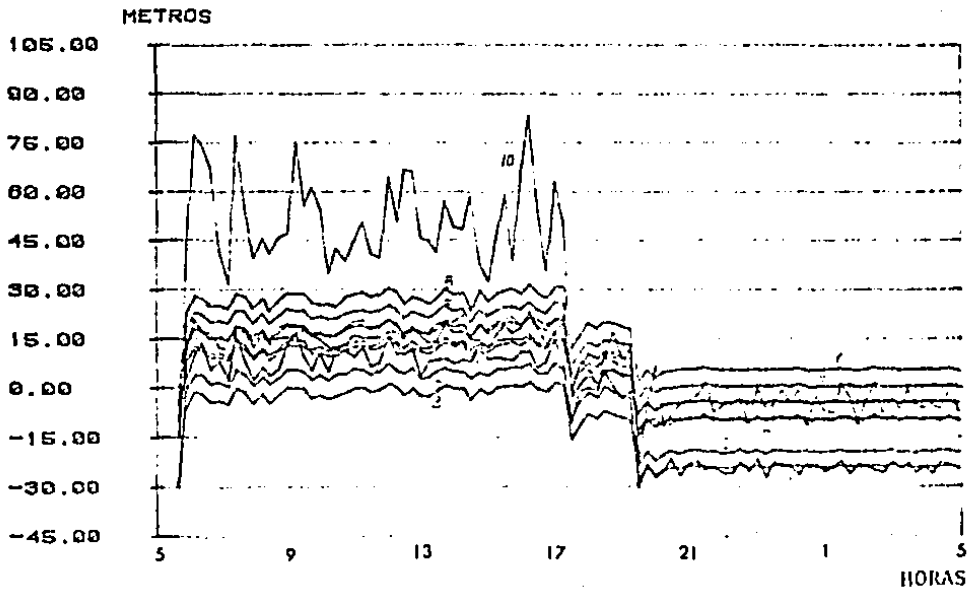


Fig. 4.10. Predicción lineal de las presiones de la red, Grado de $F = 2$, grado de $G = 2$ y $\beta = 0.98$.

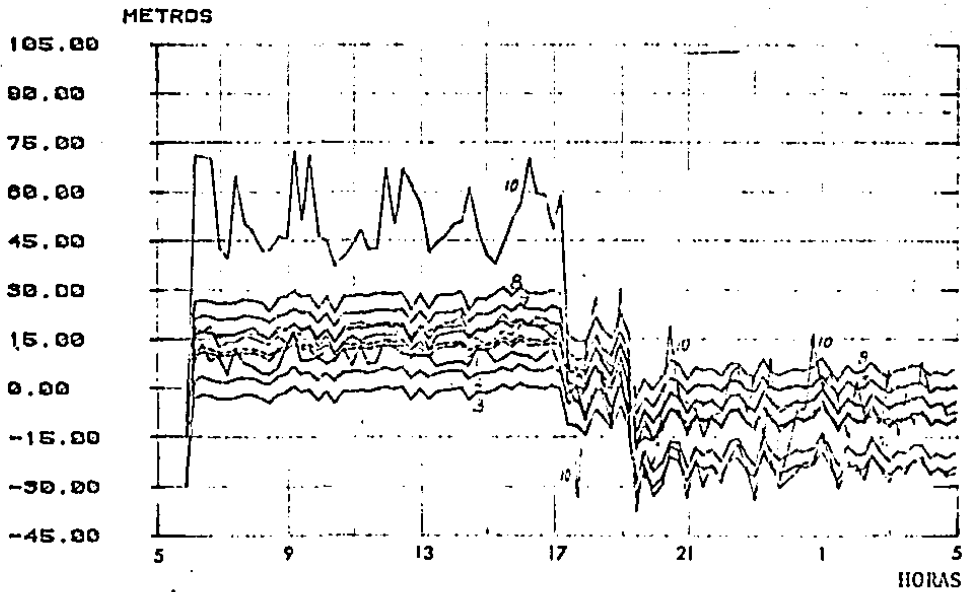


Fig. 4.11. Predicción lineal de las presiones de la red. Grado de $F = 3$, grado de $G = 3$ y $\beta = 0.98$.

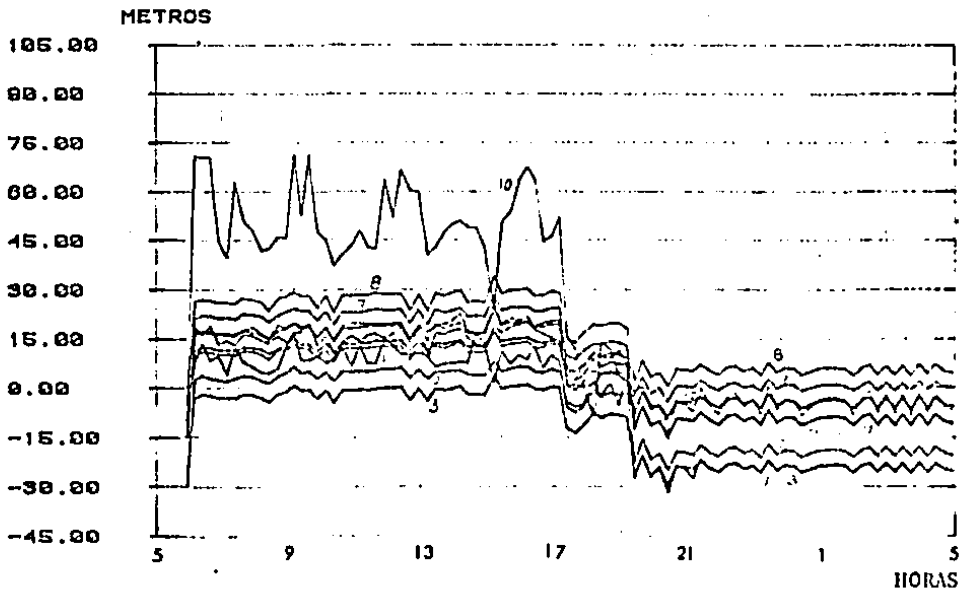


Fig. 4.12. Predicción lineal de las presiones de la red. Grado de $F = 3$, grado de $G = 1$ y $\beta = 0.92$.

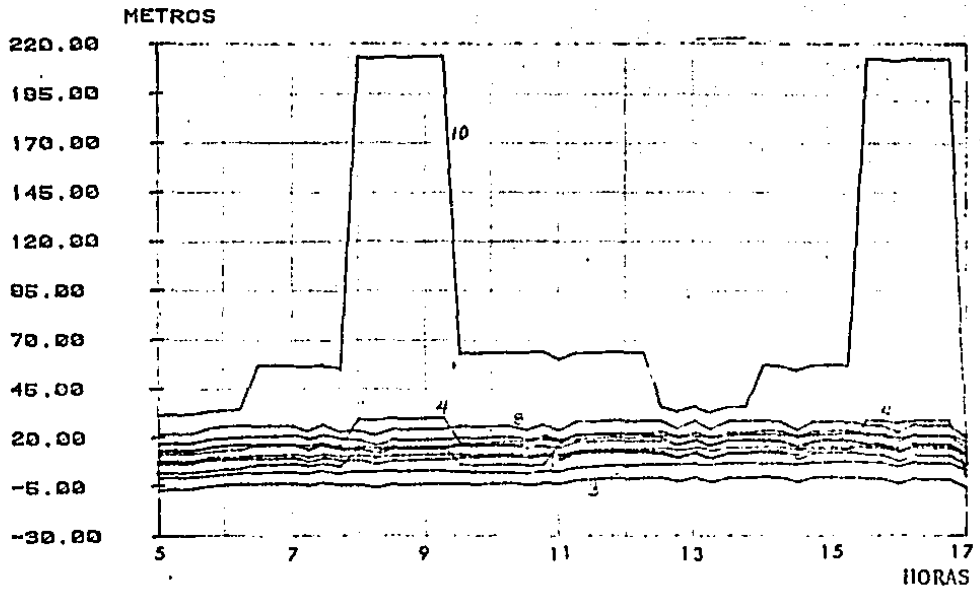


Fig. 4.13. Presiones en los nudos de la red. Las aperturas de las válvulas reguladoras son completamente abiertas o completamente cerradas, como lo indica la tabla 4.2.

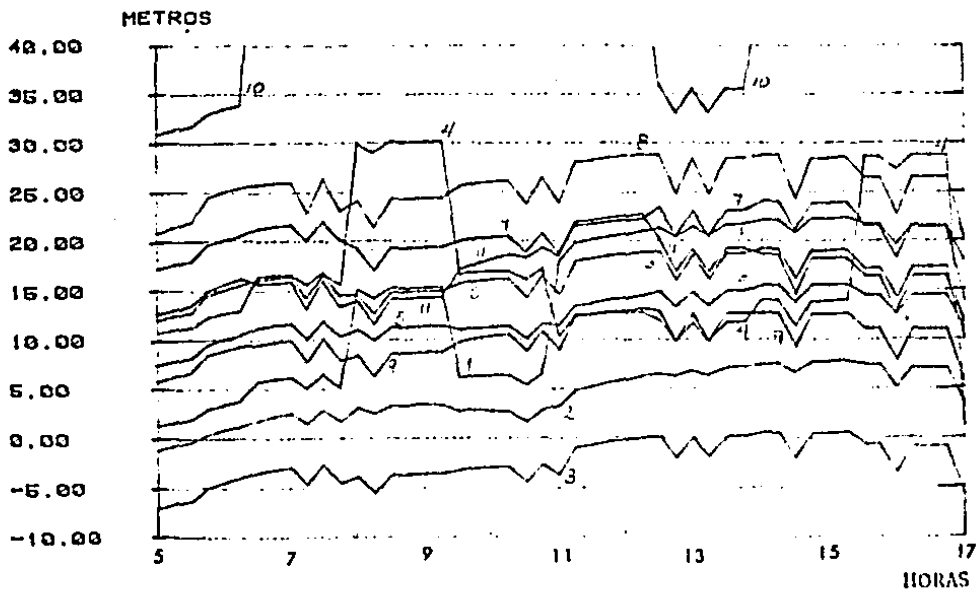


Fig. 4.14. Presiones en los nudos de la red. Amplificación de la figura 4.13.

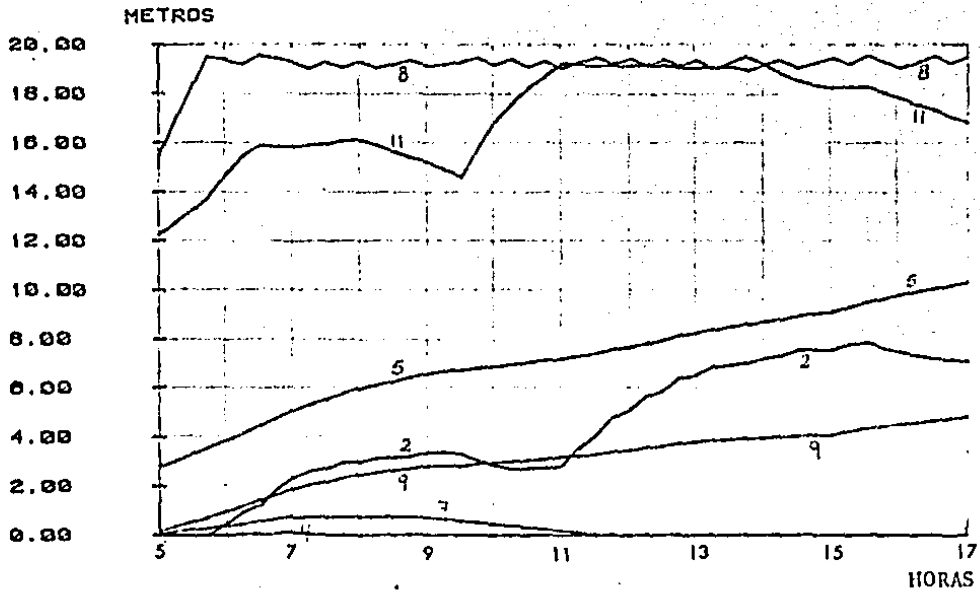


Fig. 4.15. Nivel del agua en los tinacos domiciliarios. Las aperturas de las válvulas reguladoras son completamente abiertas o completamente cerradas, como lo indica la Tabla 4.2.

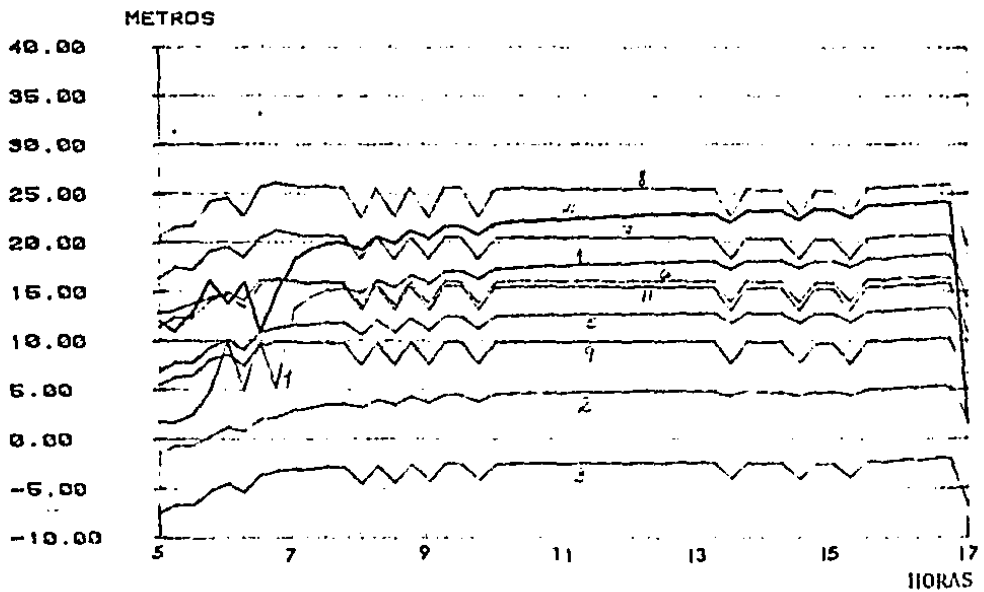


Fig. 4.16. Presiones en los nudos de la red. Control de la presión del nudo 4. $\lambda = 10^{-2}$.

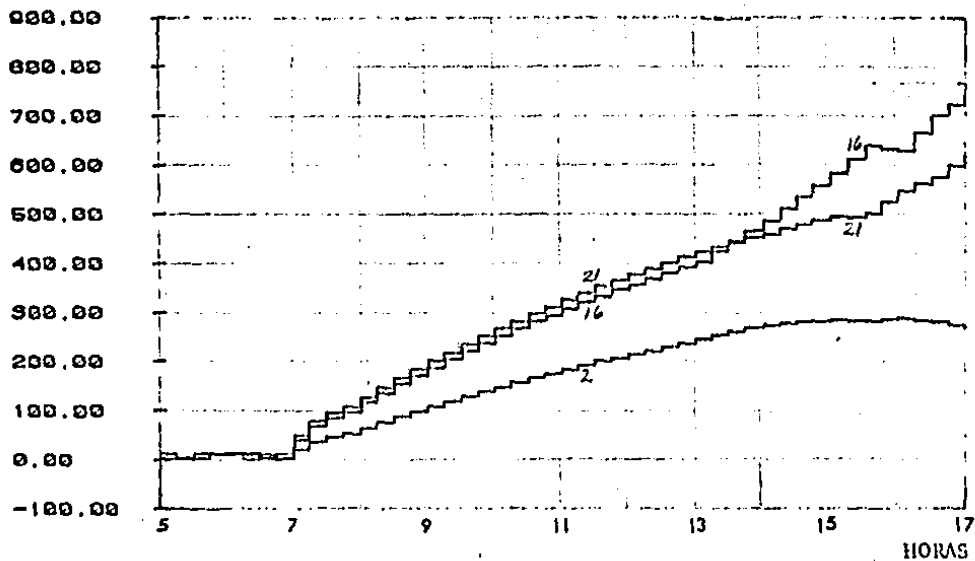


Fig. 4.17. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de la presión en el nudo 4. $\lambda = 10^{-2}$.

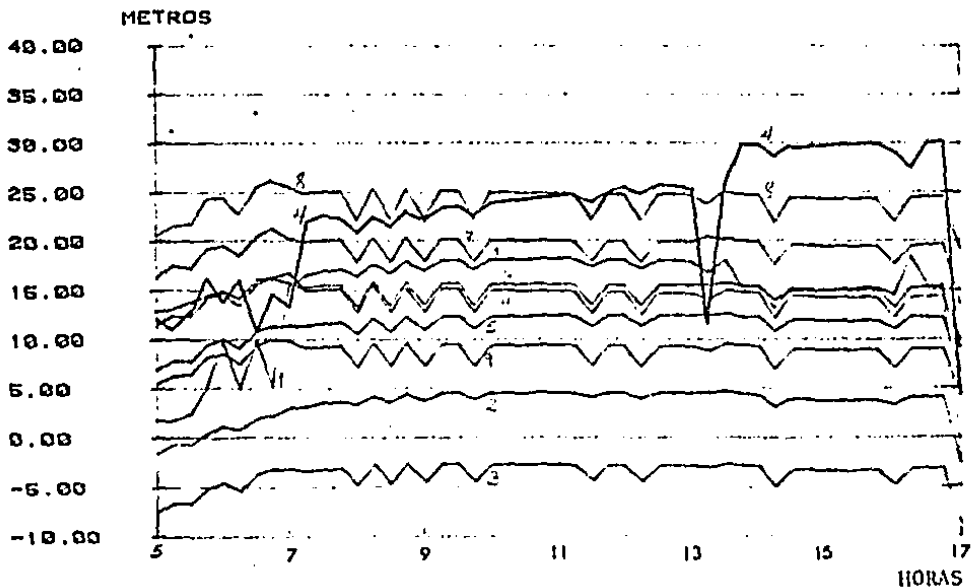


Fig. 4.18. Presiones en los nudos de la red. Control de la presión del nudo 4. $\lambda = 10^{-12}$.

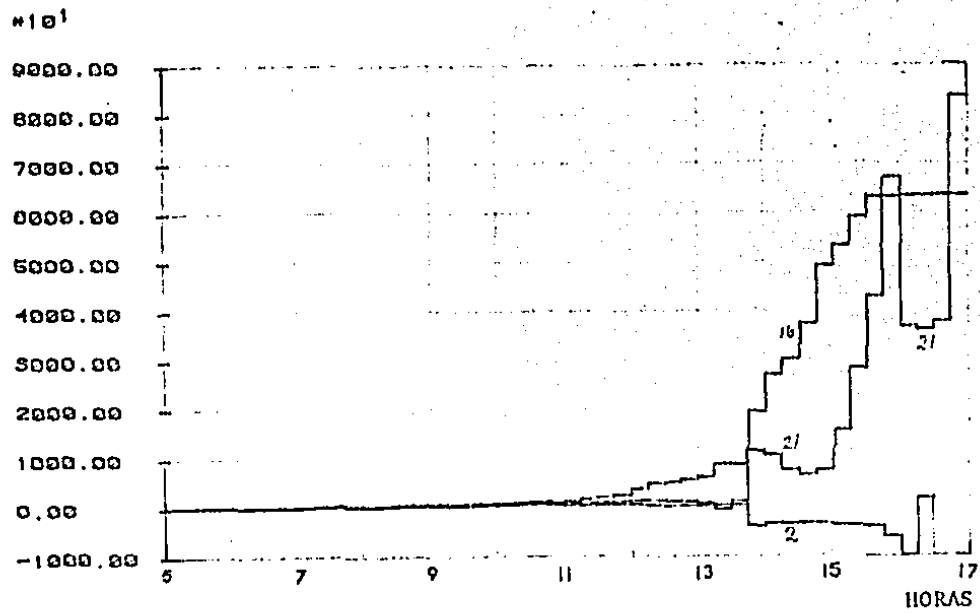


Fig. 4.19. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de la presión del nudo 4. $\lambda = 10^{-12}$.

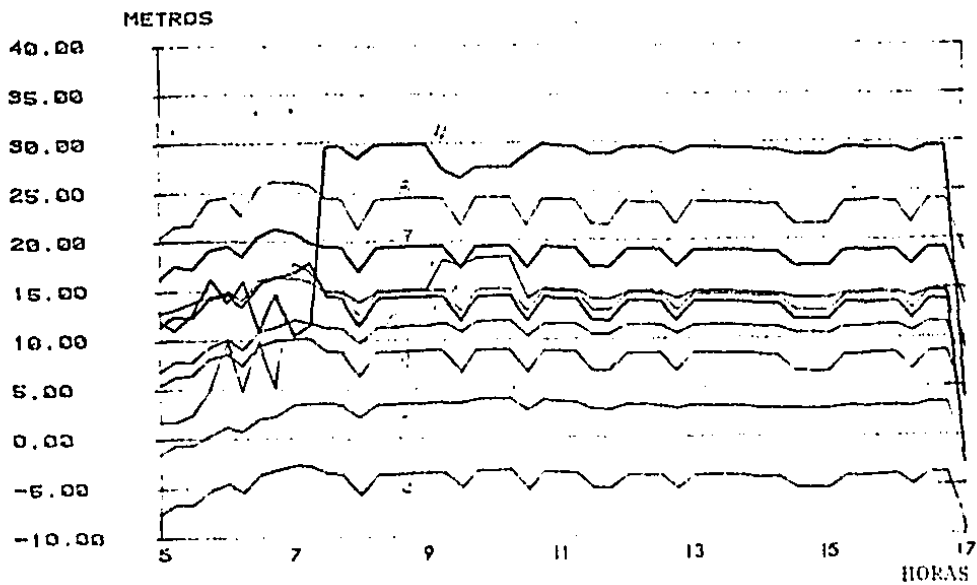


Fig. 4.20. Presiones en los nudos de la red. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

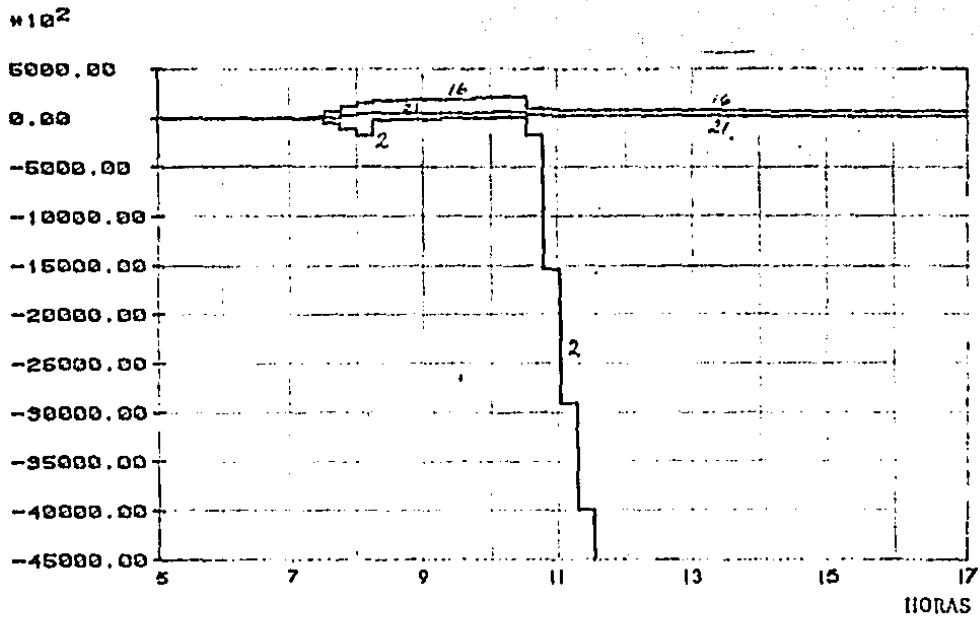


Fig. 4.21. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

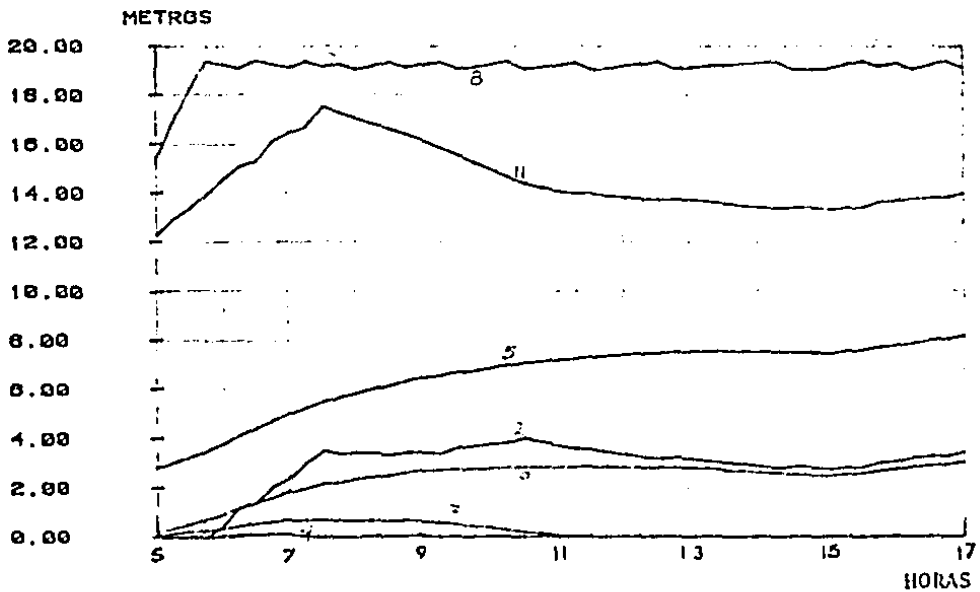


Fig. 4.22. Nivel del agua en los tinacos domiciliarios. Control de las presiones 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

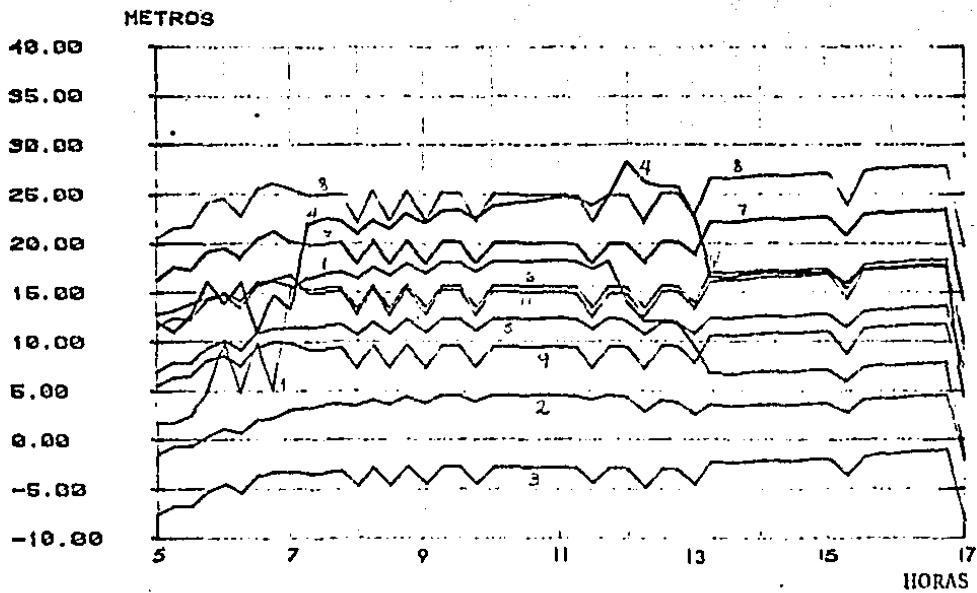


Fig. 4.23. Presiones en los nudos de la red. Control de las presiones en los nudos 4 y 7. $\lambda = 10^{-12}$.

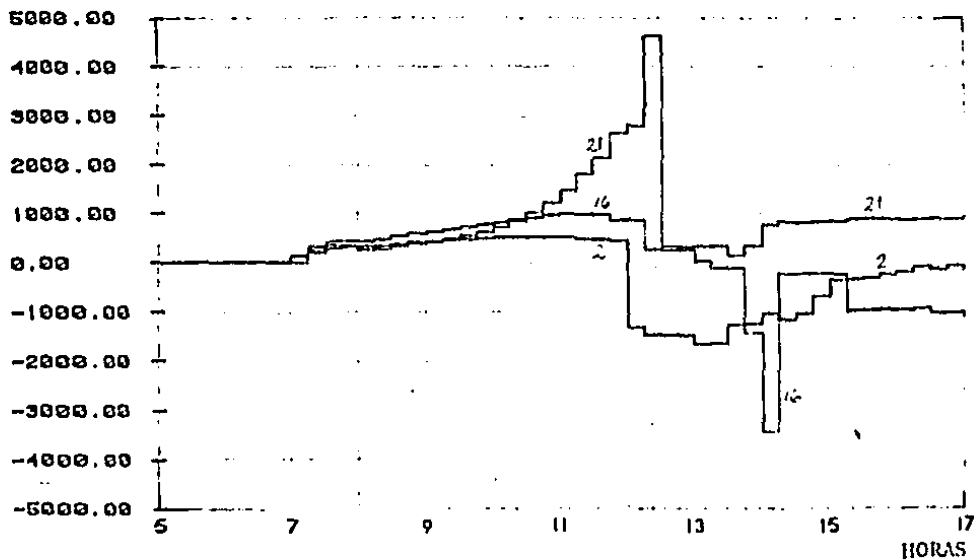


Fig. 4.24. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de las presiones de los nudos 4 y 7. $\lambda = 10^{-12}$.

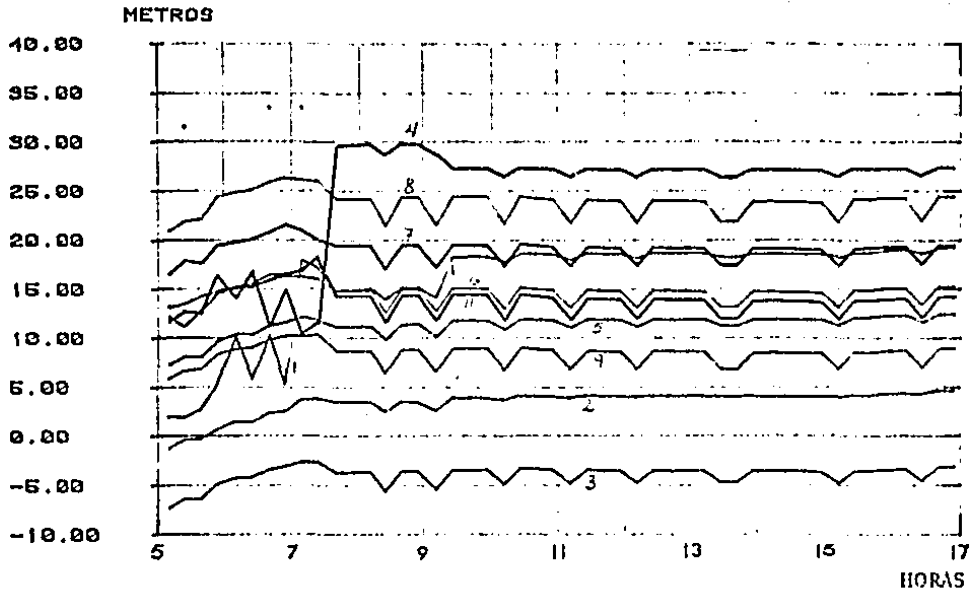


Fig. 4.25. Presiones en los nudos de la red. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

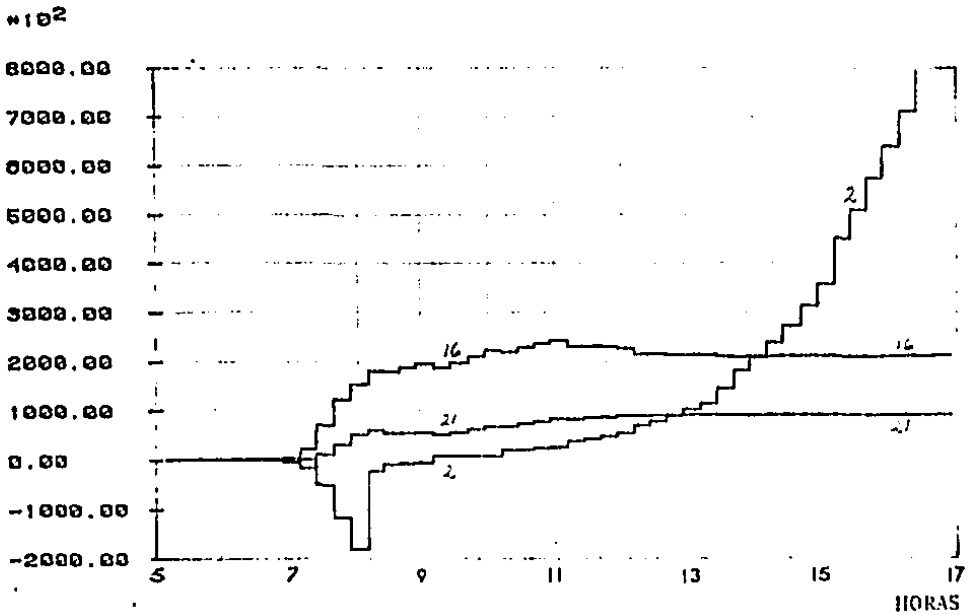


Fig. 4.26. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

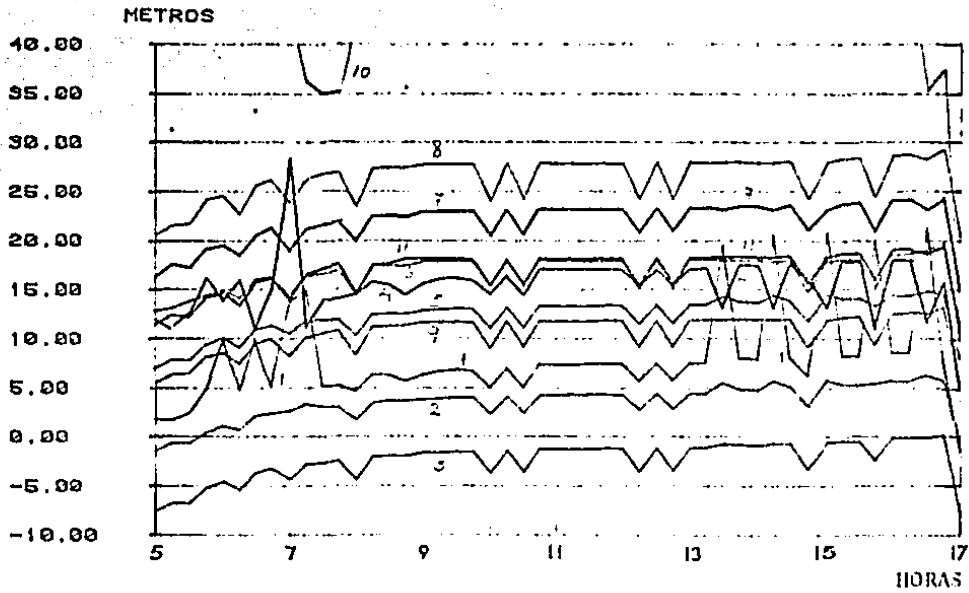


Fig. 4.27. Presiones en los nudos de la red. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

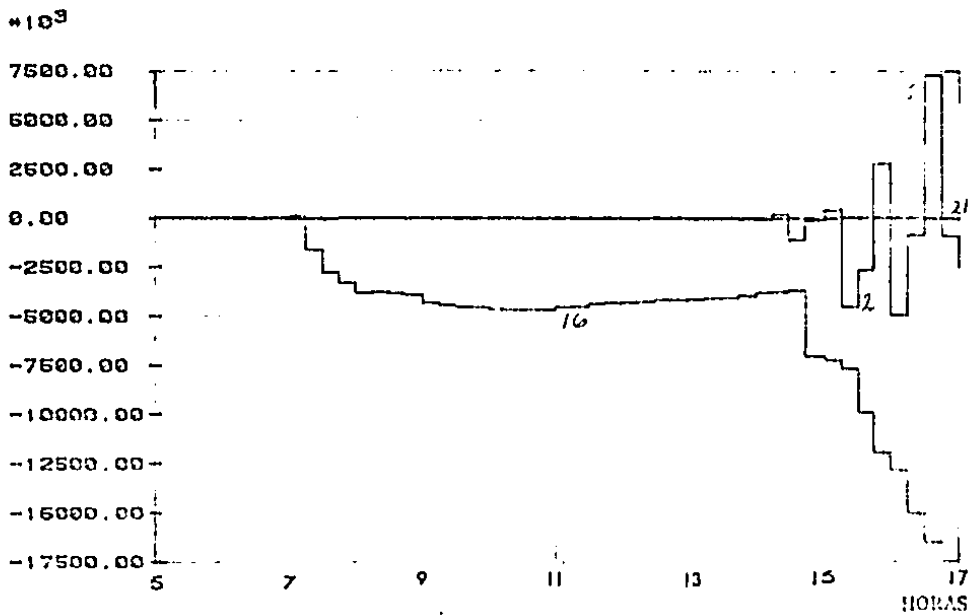


Fig. 4.28. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

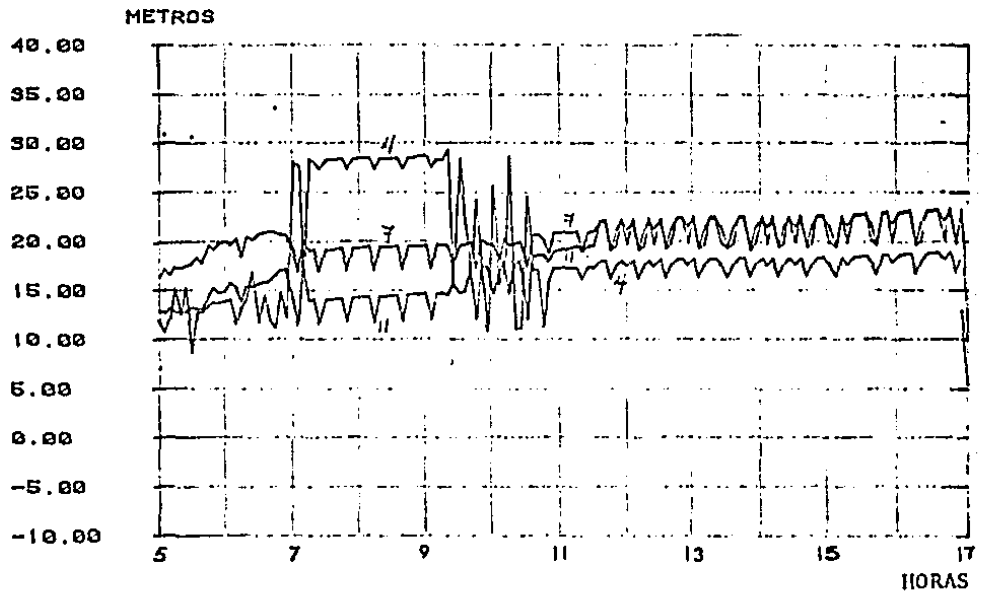


Fig. 4.29. Presiones en los nudos de la red. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$. Intervalo de control = 5 minutos.

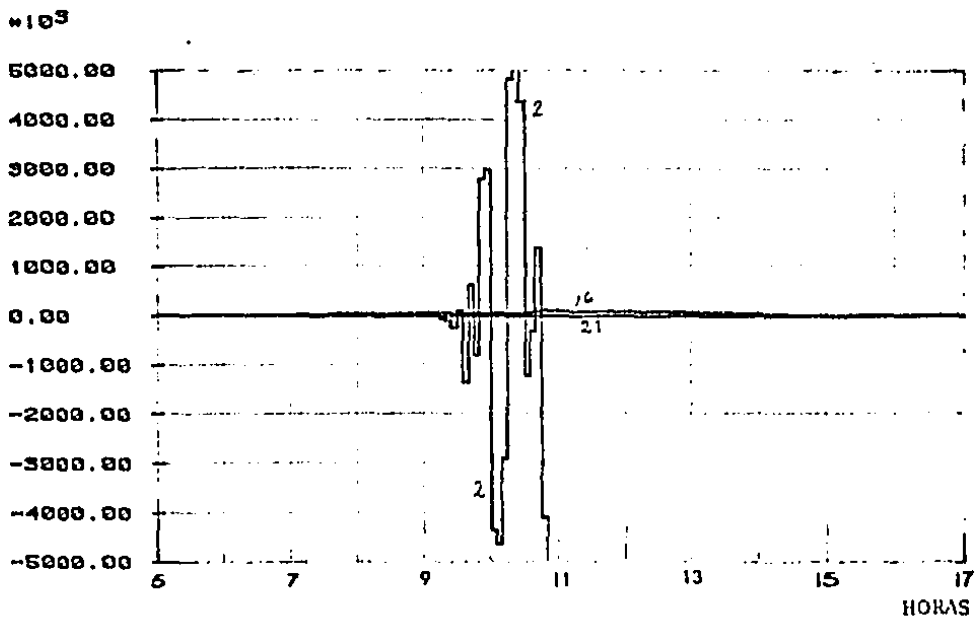


Fig. 4.30. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$. Intervalo de control = 5 minutos.

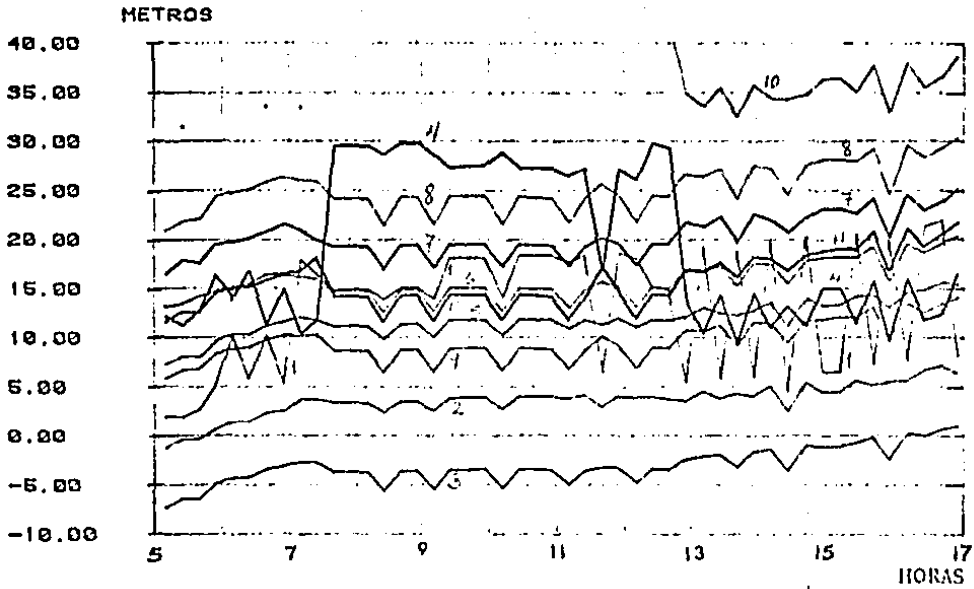


Fig. 4.31. Presiones en los nudos de la red. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$. Referencias relativas al promedio de las presiones de los nudos 7 y 11.

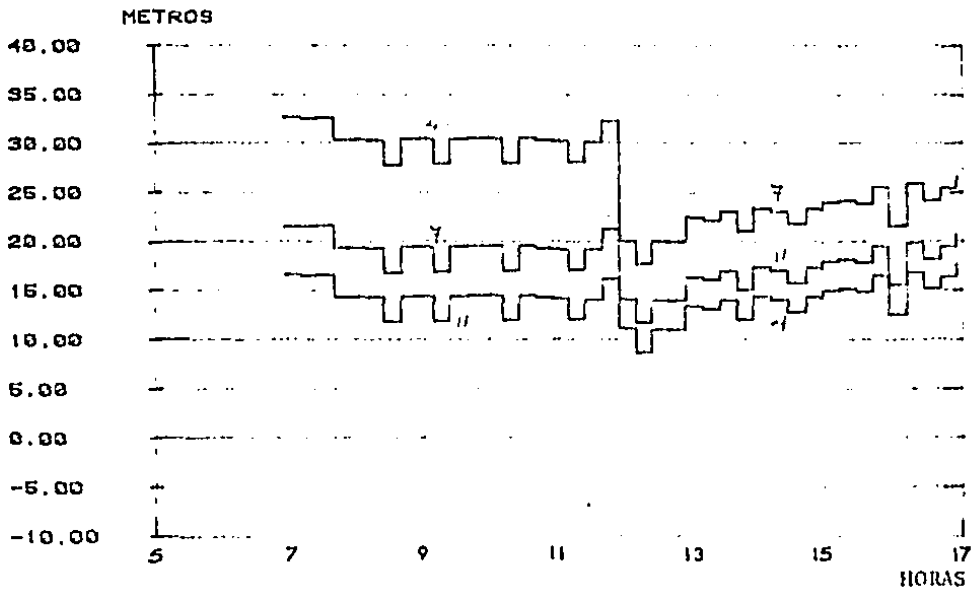


Fig. 4.32. Referencias a seguir por las presiones 4, 7 y 11, relativas al promedio de las presiones de los nudos 7 y 11.

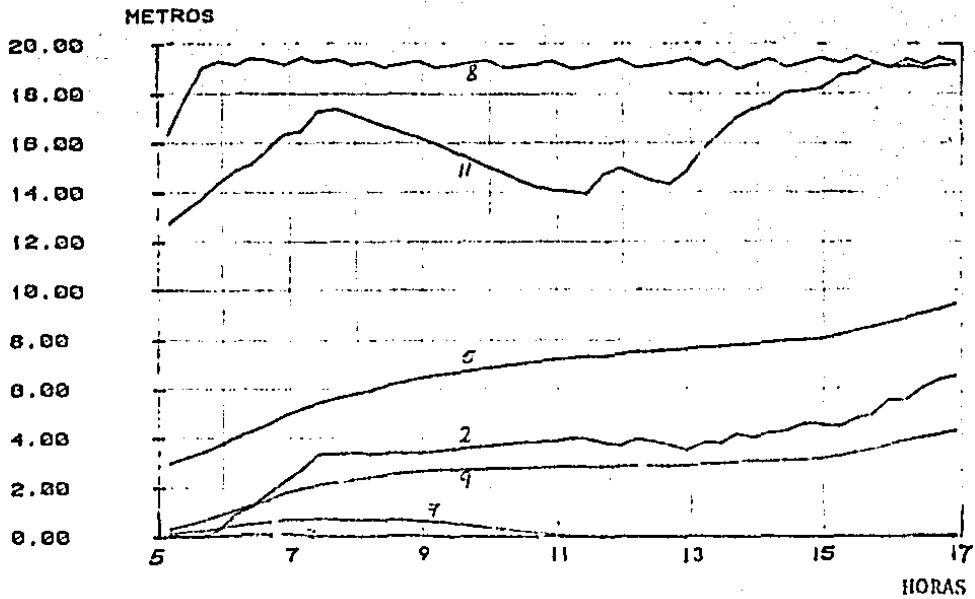


Fig. 4.33. Nivel del agua en los tinacos domiciliarios. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$. Referencias relativas al promedio de las presiones de los nudos 7 y 11.

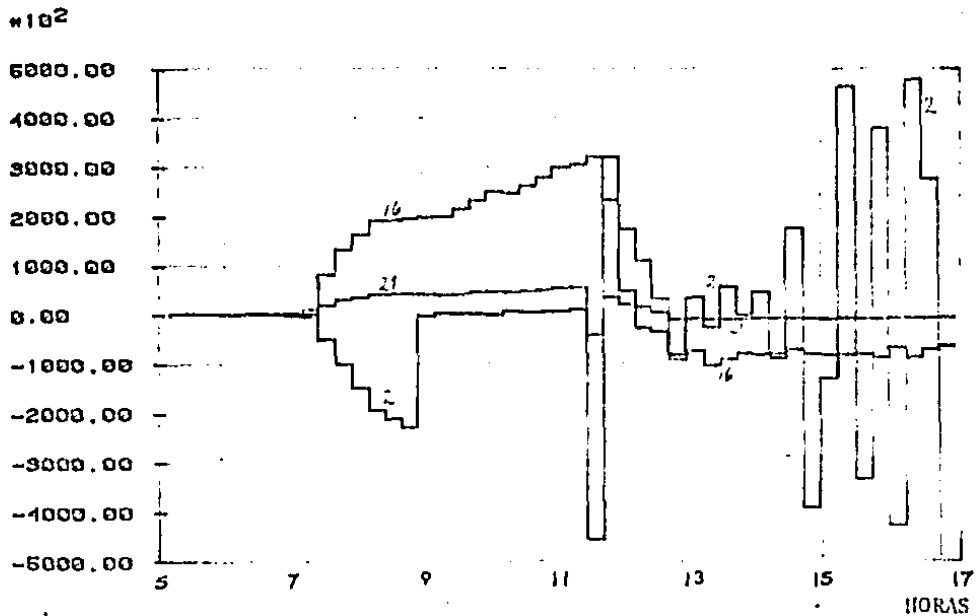


Fig. 4.34. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-12}$. Referencias relativas al promedio de las presiones de los nudos 7 y 11.

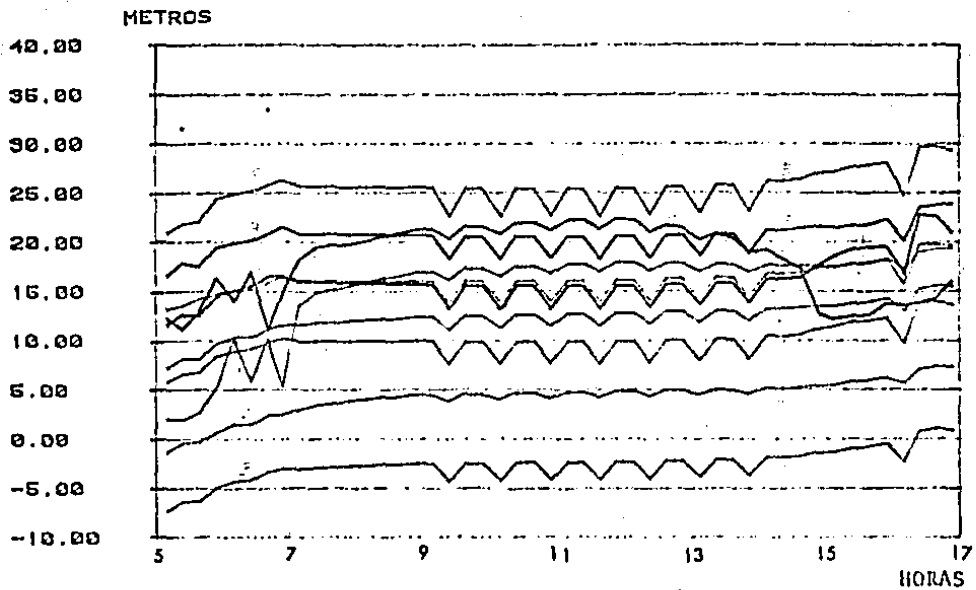


Fig. 4.35. Presiones en los nudos de la red. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-2}$. Referencias relativas al promedio de las presiones de los nudos 7 y 11.

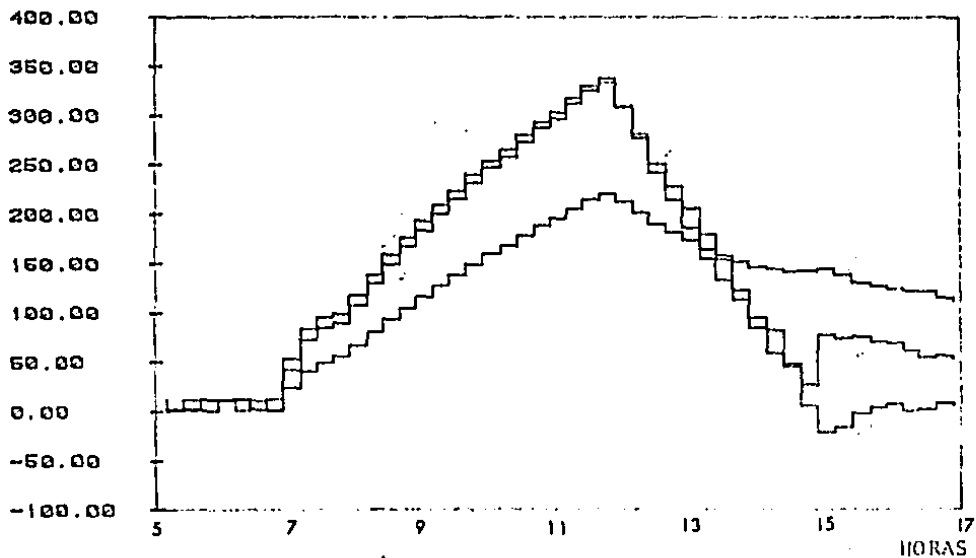


Fig. 4.36. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de las presiones de los nudos 4, 7 y 11. $\lambda = 10^{-2}$. Referencias relativas al promedio de las presiones de los nudos 7 y 11.

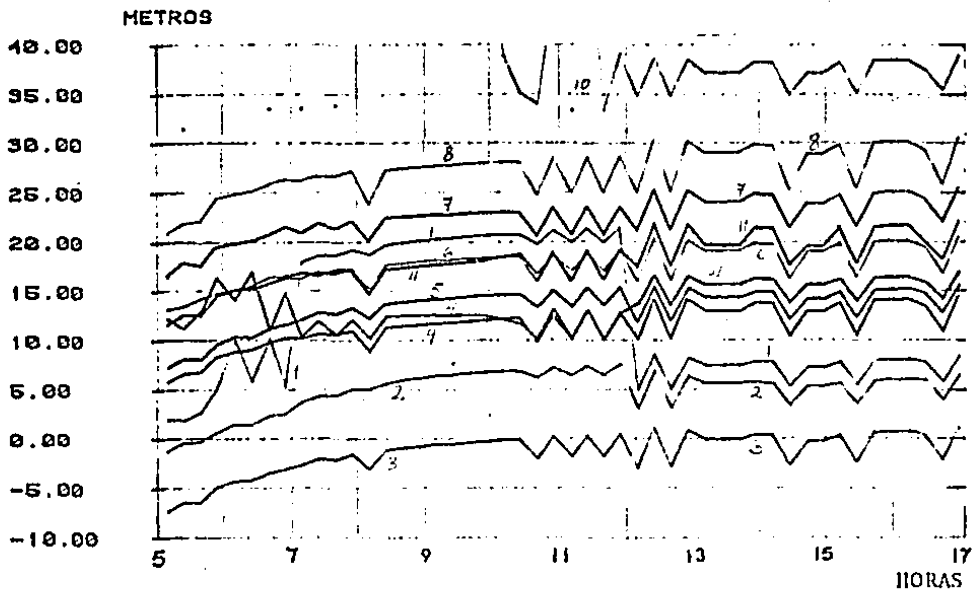


Fig. 4.37. Presiones en los nudos de la red. Control de las presiones de los nudos 4, 5, 7, 9 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

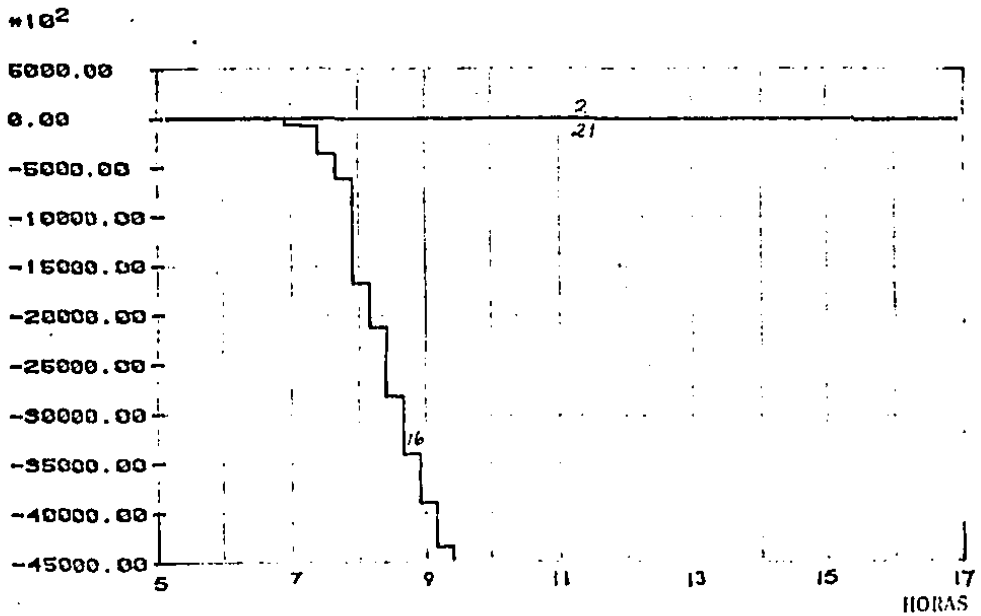


Fig. 4.38. Restricciones al flujo en los tubos 2, 16 y 21. Control de las presiones de los nudos 4, 6, 7, 9 y 11. $\lambda = 10^{-12}$.

BIBLIOGRAFIA

Borison, U. (1979).

"Self-tuning regulators for a class of multivariable systems."
Automatica, 15. 209 - 215.

Canales, R. R. y otros (1979).

"Sistema de control en tiempo real para la red de abastecimiento de agua potable de la ciudad de México, Tomo II." Informe de actividades del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M.
México : U.N.A.M. Instituto de Ingeniería.

Canales, R. R. y otros (1980).

"Sistema de control en tiempo real para la red de abastecimiento de agua potable de la ciudad de México, (segunda fase)."
Informe de actividades del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M.
México : U.N.A.M. Instituto de Ingeniería.

Canales, R. R. y otros (1981).

"Sistema de control en tiempo real para la red de abastecimiento de agua potable de la ciudad de México, (tercera fase)."
Informe de actividades del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M.
México : U.N.A.M. Instituto de Ingeniería.

Franklin, G. F. y J. D. Powell (1980).

Digital control of dynamic systems. U.S.A. : Addison-Wesley.

Hernández, A. A. (1981).

Control en tiempo real de un modelo de la red de abastecimiento de agua potable de la ciudad de México. México : I.P.N., C.I.E.A. (tesis de maestría).

Isaacs, L.T. y K. G. Mills (1980).

"Linear theory methods for pipe network analysis." Journal of the Hydraulics Division. A.S.C.E., No. 106. 1191-1201.

Kailath, T. (1980).

Linear systems. U.S.A. : Prentice-Hall, N.J.

Koivo, H. N. (1980).

"A multivariable self-tuning controller." Automatica, 16. 351-366.

Sotelo, Avila G. (1974).

Hidráulica General, vol. 1. México : Limusa.

Stoer, I y R. Bulirsch (1980).

Introduction to numerical analysis. U.S.A. : Springer-Verlag, New York.

Strejct, V (1980).

"Least parameter estimation." Automatica, 16. 535-550.