



*Universidad Nacional Autónoma
de México*

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

"UN MODELO DISTRIBUIDO DE
LA RELACION LLUVIA-ESCURRIMIENTO"

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERIA (HIDRAULICA)
PRESENTA:

Francisco Javier Aparicio Mijares

MEXICO D.F.

MAYO 1982.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

| | | |
|---------|--|----|
| 1. | INTRODUCCION | 1 |
| 2. | CALCULO DE LA LLUVIA EFECTIVA | 15 |
| 2.1 | Descripción del proceso de infiltración | 16 |
| 2.2 | Factores que afectan la capacidad de <u>in</u> filtración | 19 |
| 2.3 | Reseña de los métodos existentes para el cálculo de la infiltración | 20 |
| 2.3.1 | Métodos empíricos | 21 |
| 2.3.2 | Teoría de la infiltración | 24 |
| 2.3.2.1 | Ecuaciones de Richards y de Fokker - Planck para flujo en medios porosos no saturados | 25 |
| 2.3.2.2 | Solución numérica de la ecuación de Richards | 27 |
| 2.3.2.3 | Solución de Philip | 28 |
| 2.3.2.4 | Algunas concordancias y discrepancias | 31 |
| 2.3.3 | El concepto del potencial en el frente húmedo | 34 |
| 2.3.3.1 | Ecuación de Green y Ampt | 35 |
| 2.3.3.2 | Consideraciones de Mein y Larson | 36 |
| 2.3.3.3 | Teoría de Morel - Seytoux | 39 |
| 2.3.3.4 | Método de Chu | 41 |

| | | |
|---------|--|----|
| 2.4 | Discusión de los métodos | 50 |
| 3. | ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA FLUJO EN AGUAS POCO PROFUNDAS Y METODOS DE SOLUCION | 55 |
| 3.1 | Deducción de las ecuaciones | 56 |
| 3.1.1 | Ecuación de continuidad | 57 |
| 3.1.2 | Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento | 58 |
| 3.2 | Posibles métodos de solución | 61 |
| 3.3 | Métodos probados | 63 |
| 3.3.1 | Esquemas de diferencias finitas explícitos | 65 |
| 3.3.1.1 | Esquema explícito difusivo | 66 |
| 3.3.1.2 | Esquema explícito de pasos fraccionados | 72 |
| 3.3.2 | Esquemas de diferencias finitas implícitos | 75 |
| 3.3.2.1 | Esquema de Abbott | 76 |
| 3.3.2.2 | Esquema implícito de pasos fraccionados | 80 |
| 3.3.3 | Método del elemento finito | 83 |
| 3.3.3.1 | Solución de las ecuaciones completas | 84 |
| 3.3.3.2 | Solución de la versión cinemática de las ecuaciones | 86 |
| 3.4 | Discusión de los métodos | 87 |
| 4. | TRANSITO DE LA LLUVIA EFECTIVA | 90 |
| 4.1 | La teoría de la onda cinemática | 92 |
| 4.2 | El método del elemento finito en la solución de la versión cinemática de las ecuaciones | 95 |

| | | |
|---------|---|-----|
| 4.2.1 | Planteamiento general | 95 |
| 4.2.2 | Ejemplos sencillos de aplicación | 98 |
| 4.2.2.1 | Un elemento aislado | 98 |
| 4.2.2.2 | Sucesión de elementos con con características homogéneas | 103 |
| 4.3 | Aplicación a cuencas | 110 |
| 5. | INTEGRACION DEL MODELO Y APLICACIONES | 113 |
| 5.1 | Integración del modelo | 114 |
| 5.1.1 | Cálculo de la lluvia efectiva | 114 |
| 5.1.2 | Tránsito de la lluvia efectiva | 116 |
| 5.2 | Aplicaciones | 117 |
| 5.2.1 | Cuenca del Río Mixcoac | 118 |
| 5.2.2 | Cuenca del Río Magdalena | 122 |
| 6. | CONCLUSIONES | 126 |
| | REFERENCIAS | 131 |
| | FIGURAS | |
| | RECONOCIMIENTOS | |
| | APENDICE A. DESCRIPCION E INSTRUCTIVO DE USO DEL PROGRAMA | |
| | APENDICE B. LISTADO DEL PROGRAMA | |
| | APENDICE C. FORMATO DE RESULTADOS. | |

1. INTRODUCCION

Cualquier persona que comience a leer este trabajo podría esperar, con justa razón, que el primer tema a tratar estuviera relacionado con una definición y discusión posterior del término "modelo". Como suele ocurrir, la tarea de encontrar una definición que satisfaga a todos es por lo menos difícil, pues cada quien tiene un concepto más o menos diferente de lo que significa -o debería significar- dicho término. La naturaleza del problema es, no obstante, meramente convencional, por lo que para llegar a algún acuerdo basta con que cada quien ceda un poco, de tal modo que la definición concilie de la mejor manera posible las ideas de todas las partes interesadas.

La acepción del término "modelo" aplicable al presente contexto

que registra el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española es "representación en pequeño de alguna cosa"; a pesar de que dicho diccionario es una de las formas más deseables de convención, la definición anterior resulta incompleta desde el punto de vista de la ingeniería, pues se restringe exclusivamente a los modelos físicos, mientras que la existencia de otros tipos de ellos es universalmente aceptada. Kobus (ref 93) propone una definición un poco más cercana a la idea intuitiva que los ingenieros tienen del término: "representación simplificada de una cosa, estado o evento", pero posiblemente resulta más general la que dan Novak *et al* (ref 94): "simulación de un prototipo". La última definición será la que se adopte para este trabajo. Novak *et al* amplían luego la definición señalando que la simulación del prototipo se realiza mediante un "sistema que convierte una entrada o estímulo (geometría, condiciones de frontera, fuerza, etc.) en una salida o respuesta (gastos, niveles, presiones, etc.) útil para el diseño y operación de obras de ingeniería civil". Además, los mismos autores clasifican los modelos de la siguiente manera:

- a) *Modelos a escala.* También llamados *modelos físicos*, son a los que se refiere la Real Academia en su definición general de modelo.
- b) *Modelos analógicos.* Son sistemas que reproducen el comportamiento de un prototipo en un medio físico diferente.
- c) *Modelos matemáticos.* Son sistemas que simulan el prototipo

mediante una serie de ecuaciones.

La selección de uno de los tres tipos anteriores de modelo para el tratamiento de un problema particular depende fundamentalmente de la índole del prototipo. Los modelos físicos simulan estructuras o situaciones muy particulares y sólo pueden ser usados para tales casos; sus resultados, aunque en general cualitativos, son normalmente muy confiables, pero su utilidad se reduce a la determinación de las dimensiones apropiadas para cierto tipo de obras o bien a la obtención de cifras con las que se retroalimentan los otros dos tipos de modelos y, una vez cumplida esta misión, se desechan. Por esto, los modelos físicos juegan un papel poco importante en la hidrología, donde no es suficiente que el modelo prediga las condiciones en que se produce el escurrimiento en una zona dada de la cuenca o en su vecindad inmediata, sino que debe ser capaz de tomar en cuenta las características de toda la cuenca, su distribución, sus cambios y sus efectos en el escurrimiento.

El uso de modelos analógicos en hidrología ofrece un panorama un tanto más amplio; su desarrollo está fincado principalmente en la analogía eléctrica y se ha propuesto, aproximadamente desde la década de los treinta, un número relativamente considerable de ellos (ref 88). Su utilidad práctica parece, sin embargo, estar limitada por su dependencia de los modelos matemáticos y por su calibración, que debe hacerse en dos niveles: uno

sería la estimación de los parámetros hidráulicos y otro sería la correspondencia entre éstos y los eléctricos. Por ejemplo, la ley de Darcy es

$$v = K_s \frac{\partial h}{\partial s} \quad (1.1)$$

donde v es la velocidad del flujo, K_s es la conductividad hidráulica del medio saturado, h es la carga total y s es la distancia en dirección media del movimiento del agua; por otra parte, la ley de Ohm es

$$I = \sigma \frac{\partial V}{\partial x} \quad (1.2)$$

donde I es la intensidad de una corriente eléctrica, σ es la conductividad eléctrica, V es el voltaje y x es la longitud del conductor. Comparando las dos ecuaciones anteriores, se puede ver que I es equivalente a v , K_s corresponde a σ y h y s son semejantes a V y x respectivamente, por lo que la corriente eléctrica es un modelo analógico del flujo en un medio poroso saturado; el planteamiento de este modelo depende, no obstante, del modelo matemático dado por la ec 1.1 y para su calibración debe estimarse primero el valor de K_s y después establecerse una correspondencia entre dicho parámetro hidráulico y σ , que es su equivalente eléctrico.

Por lo anterior, los modelos matemáticos son, con mucho, los más ampliamente usados en la hidrología. En esta clasificación se

encuadran un gran número de modelos de muy variable complejidad. Para el caso específico de la determinación de avenidas de dise
ño, se puede decir que los modelos matemáticos son de dos tipos: los estadísticos, que toman en cuenta información concerniente sólo a gastos máximos registrados y los modelos de la relación lluvia-escorrimento, que consideran una tormenta específica con ciertas características en cuanto a frecuencia, duración, etc., para de ella deducir la avenida de diseño. Cada uno de estos dos tipos de modelos tiene, desde luego, ventajas y limitaciones. Los modelos estadísticos requieren comparativamente poco conoci
miento de los mecanismos que generan un determinado evento, y es por ello que, cuando no se conoce bien un fenómeno, se estudia desde este punto de vista. Por otra parte, el uso de estos modelos es relativamente simple, pues además de manejar una so
la variable (la variable aleatoria con una función de distribución de probabilidad dada), se han publicado metodologías muy bien establecidas tanto para estimar los parámetros de las distribuciones como para interpretar los resultados de manera precisa y objetiva. No obstante, esta precisión y esta objetividad dependen fundamentalmente de la longitud de los registros; usualmente, los gastos máximos medidos son tan pocos que los va
lores de los parámetros de la función de distribución seleccionada son poco confiables, con el agravante de que, con frecuencia, dichos gastos máximos registrados pertenecen a más de una población, como sucede en zonas sujetas a tormentas ciclónicas. Otra desventaja de este tipo de modelos es que proporcionan infor
mación relativa únicamente al pico de la avenida de diseño, mien

tras que muchas veces la forma y, sobre todo, el volumen de dicha avenida es tanto o más importante que el gasto máximo.

Los modelos que analizan la relación lluvia-escorrimento pueden también clasificarse en dos tipos: los de parámetros concentrados y los de parámetros distribuidos. Los primeros ven el fenómeno como una gran "caja negra", a la que se introduce el estímulo, representado por la lluvia previamente tratada de cierta manera, para que la respuesta aparezca manifestada como alguna característica del escurrimiento. Es el caso, por ejemplo, de la fórmula llamada "racional":

$$Q = Ci A \quad (1.3)$$

donde Q es el gasto máximo, i es la intensidad de la lluvia, su puesta constante y uniformemente distribuida en la cuenca durante el tiempo de concentración, A es el área de la cuenca y C es un "coeficiente de escurrimiento" que se determina empíricamente. Un modelo algo más refinado que el anterior es el del hidrograma unitario instantáneo. En este modelo se supone, bajo el principio de superposición, que cada elemento infinitesimal de un hietograma de lluvia efectiva $h(t - Z)$ de duración t_0 produce un hidrograma de escurrimiento directo formado por el producto de $h(t - Z)$ por una *función de transferencia*, llamada "hidrograma unitario instantáneo" $q(t)$, de modo que la ordenada en el tiempo t del hidrograma de escurrimiento directo que sale de la

cuencia es

$$Q(t) = \int_0^{t'} h(t-z) q(z) dz \quad (1.4)$$

donde $t' = t$ si $t \leq t_0$ y $t' = t_0$ si $t \geq t_0$. En este caso, la función de transferencia $q(t)$ es el parámetro de calibración que se determina empíricamente. Se ha desarrollado una amplia metodología a partir de esta idea; una de las formas más usuales de explotarla, llamada "hidrograma unitario tradicional", es suponer que $q(t)$ tiene la misma forma que $Q(t)$ pero está descrita para cuando $h(t-z) = 1$. De este modo, teniendo la función $q(t)$, bastaría multiplicar sus ordenadas por la altura de precipitación efectiva para obtener el hidrograma de escurrimiento directo.

Los modelos del tipo 1.3 y 1.4, por su propia simplicidad, tienen rangos de aplicación limitados. Por ejemplo, a pesar de los intentos que se han hecho desde el principio de este siglo para establecer normas con las cuales seleccionar el coeficiente C de la ec 1.1 o bien para regionalizar sus valores, los resultados obtenidos han sido con frecuencia poco satisfactorios, excepto quizás cuando se trata de cuencas sumamente pequeñas como las de aportación a alcantarillas de caminos o drenaje de aeropuertos; por otra parte, al igual que los modelos estadísticos, la ec 1.1 proporciona información concerniente sólo a los gastos máximos. Los modelos basados en el hidrograma unitario proporcionan mucho más

información; no obstante, su aplicación se limita también a tormentas más o menos uniformemente distribuidas en el espacio (en el caso del hidrograma unitario tradicional, la lluvia debe también estar uniformemente distribuida en el tiempo) o bien a tormentas cuya distribución sea similar a la de aquélla que sirvió para calibrar la función de transferencia $q(t)$. Por otra parte, para aplicar el modelo del hidrograma unitario en cualquiera de sus formas, es necesario saber previamente qué parte de la precipitación total está constituida por la "efectiva" $h(t - \tau)$; a pesar de que el proceso de pérdidas -es decir, el paso de precipitación total a efectiva- reviste una importancia que no dudaría nadie relacionado con estas cuestiones, los métodos que actualmente se usan para simularlo recurren a hipótesis simplificadoras demasiado fuertes; es el caso, por ejemplo, del índice de infiltración media ϕ , que supone que las pérdidas son constantes durante una tormenta, a pesar de ser evidente su variación con el tiempo.

Los modelos como los anteriormente citados, que tratan a la cuenca como si sus características, así como la precipitación, fueran homogéneas en toda su área, se denominan "modelos de parámetros concentrados". Ellos tienen además una particularidad en común con los modelos estadísticos: pierden validez a medida que el sistema de escurrimiento varía debido a cambios hechos por el hombre, como urbanización, tala, reforestación, construcción de obras para el control y uso del agua, etc. o bien a fenómenos naturales,

como intemperización, erosión, cambios de clima, etc. Cada vez que esta variación produce modificaciones significativas en el patrón de escurrimientos de la cuenca, es necesario volver a calibrar ya sea el coeficiente de escurrimiento C (ec 1.3) o la función de transferencia $q(t)$ (ec 1.4) en el caso de los modelos de parámetros concentrados, o bien los parámetros de la función de distribución de probabilidad en los modelos estadísticos. Este inconveniente adquiere especial importancia si se piensa que generalmente la nueva calibración requiere de un cierto número de registros que a veces toma algunos años conseguir.

De aquí surge la necesidad de desarrollar modelos que se introduzcan más profundamente en el fenómeno, de manera que, al analizar con mayor detenimiento cada uno de los mecanismos que intervienen en él, en zonas relativamente pequeñas, sean capaces de tomar en cuenta la heterogeneidad de las características de la cuenca, así como la no uniformidad de la distribución espacial de la lluvia. Estos modelos se llaman "de parámetros distribuidos". Un ejemplo de ellos, que destaca por su gran difusión, es el modelo de cuencas de Stanford, publicado en 1966 por Crawford y Linsley (ref 1). El programa de cómputo de este modelo, de enorme extensión, está compuesto por una serie de subrutinas, cada una de las cuales simula uno de los mecanismos que intervienen en la relación lluvia-escurrimiento (intercepción, infiltración, flujo superficial, agua subterránea, evapotranspiración,

flujo en canales y nieve).

Cada una de las subrutinas, a su vez, utiliza un cierto número de fórmulas, muchos de cuyos parámetros, obviamente, deben valorarse antes de usar el programa. Así, es necesario estimar el valor de, por lo menos, diecisiete constantes (sin contar las correspondientes a escurrimiento debido a nieve) para cada una de las zonas en que se haya dividido la cuenca, de cuyos valores difícilmente se puede tener una idea *a priori*. A pesar de lo larga y tediosa que puede resultar la labor de valorar todas esas constantes, el modelo ha tenido tal aceptación que se han hecho al menos seis versiones diferentes de él (ref 2) y es casi el único descrito con cierto detalle en los libros de hidrología (refs 2, 3, 4 y 5). Después de su publicación, se han elaborado una gran cantidad de modelos del mismo tipo, es decir, con el mismo sistema de simulación de cada parte del proceso; en efecto, en la referencia 4 se mencionan veinte de ellos. Esto revela la preocupación que existe entre los hidrólogos en todo el mundo por el desarrollo de modelos de parámetros distribuidos. Sin embargo, en modelos de esta naturaleza aparece el problema de la calibración arriba mencionado. En opinión del autor, este problema puede obviarse sin afectar considerablemente los resultados (y posiblemente pueden incluso mejorarse) eliminando, en primer lugar, la simulación de componentes con poca relevancia en la forma, volumen o gasto máximo de una avenida producida por una tormenta dada, como son la intercepción y la

evapotranspiración; en este sentido puede mencionarse también al flujo subterráneo, debido a que, en general, el gasto directo es mucho mayor que el gasto base durante una avenida. En segundo lugar, se deberían usar para la simulación funciones que, por estar bien estudiadas, contengan parámetros cuyos valores puedan ser estimados *a priori* con la mayor facilidad posible; tal podría ser el caso, por ejemplo, de la fórmula de Manning para el escurrimiento sobre la superficie de la cuenca o la ley de Darcy para el tratamiento de la infiltración.

El motivo de este trabajo es desarrollar un modelo con esas características. Sus objetivos específicos son los siguientes:

- a) Simular en forma continua los mecanismos más importantes que intervienen en el fenómeno de la relación lluvia-escurrimiento en eventos particulares
- b) Utilizar únicamente ecuaciones cuyos parámetros sean lo más familiares posible a cualquier usuario con conocimientos intermedios de hidráulica e hidrología, de tal manera que la calibración se reduzca a un mínimo
- c) Que el modelo pueda ser usado en cualquier tipo de cuenca: grande o pequeña, natural o urbana
- d) Que pueda emplearse para la simulación o predicción de escurrimientos tanto en el corto como en el largo plazo, tenien

do en cuenta las posibles modificaciones que se produzcan en el funcionamiento de la cuenca, debidas a cambios en el uso del suelo, aprovechamiento del agua y evolución geomorfológica de la misma.

- e) Que los datos necesarios para su operación sean fácilmente asequibles
- f) Que su empleo sea flexible, es decir, que pueda ajustarse a los recursos económicos y computacionales disponibles por el usuario
- g) Que sus resultados sean confiables

En este trabajo se considera que los mecanismos "más importantes" que se mencionan en el objetivo a son infiltración, retención en charcos, flujo superficial* y escurrimiento en canales.

La infiltración y la retención en charcos, debido a su estrecha liga, se tratan de modo conjunto en el capítulo 2; ahí se hace una breve reseña de los métodos publicados hasta hoy para el tratamiento de este problema y se selecciona uno de ellos, exponiendo las razones por las que se considera el más adecuado para ser incorporado al modelo.

* En adelante se entenderá como "flujo superficial" a aquella parte del escurrimiento de una cuenca que tiene lugar sobre la superficie del terreno, antes de llegar a un cauce bien definido.

En el capítulo 3 se deducen y examinan las ecuaciones que describen el escurrimiento en aguas poco profundas, cuya solución cubre los mecanismos de flujo superficial y escurrimiento en canales. En el mismo capítulo se describen los varios métodos que se probaron para la solución numérica de dichas ecuaciones, así como los resultados obtenidos, y en el cuarto se explica con algo más de detalle el método que finalmente se usa en el modelo.

El quinto capítulo reúne los conceptos vertidos en los tres anteriores en lo que constituye el modelo propiamente dicho, se aplica éste a algunos eventos registrados en dos cuencas, se describe la calibración realizada y se discuten los resultados obtenidos.

En el último capítulo, titulado "conclusiones" se examinan las posibilidades de aplicación generalizada del modelo a diferentes tipos de problemas, se discuten sus limitaciones y se plantean las posibles mejoras futuras que se le pueden introducir.

Para que el trabajo no resultase demasiado voluminoso, algunas de las deducciones y razonamientos usados para la formación de los capítulos 2, 3 y 4 no fueron incluidos en él, cuando se consideró que ello no coartaba la continuidad en su lectura; sin embargo, el lector interesado tendrá a su disposición un par de informes preparatorios a la elaboración de este cuaderno, que contienen tales deducciones y razonamientos explicados con cier

to detalle, y que serán mencionados a su debido tiempo.

Es posible que los objetivos arriba enumerados parezcan un tanto ambiciosos y también que no queden cumplidos, al final de este trabajo, todo lo satisfactoriamente que podría desearse; sin embargo, en la medida que se logre simplificar la tarea de los ingenieros hidraulistas, el tiempo empleado quedará mejor justificado.

2. CALCULO DE LA LLUVIA EFECTIVA,

En este capítulo se revisan brevemente los aspectos más importantes del proceso de la infiltración y generación de lluvia efectiva y se hace una reseña sucinta de los métodos más relevantes que se han publicado hasta la fecha para analizar esta parte del proceso de la relación lluvia - escurrimiento, con el objeto de tener una base con la cual escoger el más adecuado para usarlo en el modelo.

En cierta etapa del desarrollo de esta tesis se presentó la necesidad de contar con un método con el que se pudiera calcular la infiltración y por tanto la lluvia efectiva de modo tal que, al ser incorporado al modelo global, se cumplieran los objetivos señalados en el capítulo 1. Una primera revisión superficial de los métodos relacionados con el tema descritos en la literatura disponible a primera mano condujo a resultados nulos, por lo que fue necesario hacer una revisión más completa

y profunda del estado del arte en cuanto a este problema. La tarea no fue fácil, justo es decirlo, pero se puede tener la osadía de afirmar que el método finalmente seleccionado es realmente el más conveniente para los efectos de esta tesis. El informe final de dicha revisión del estado del arte resultó tan voluminoso que se consideró que, de ser incluido en este trabajo, se produciría un grave obstáculo para la lectura del mismo, y obligaría a cualquier ingeniero interesado a abandonarla. Por ello, se decidió presentar dicho informe por separado ante la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería en forma de trabajo de investigación (ref 6); sin embargo, para que la discusión no quedara incompleta con una simple referencia y para tener en el cuerpo de este trabajo las bases necesarias para comprender el fenómeno y para justificar las razones que llevaron a seleccionar un método determinado, en este capítulo se presenta un resumen del trabajo de investigación mencionado.

2.1. Descripción del proceso de infiltración

Infiltración (ref. 4) se define como el movimiento del agua a través de la superficie del suelo y hacia adentro del mismo, bajo la influencia de las fuerzas producidas por la capilaridad y la aceleración de la gravedad.

Si en un área determinada de suelo uniforme e inicialmente se-

co cae una lluvia cuya intensidad es menor que la capacidad del suelo de absorber agua (o capacidad de infiltración), entonces, obviamente, toda la lluvia se infiltrará, es decir,

$$\text{para } i < f_p, f = i \quad (2.1)$$

donde f es la lámina de infiltración por unidad de tiempo, i es la intensidad de la lluvia y f_p es la capacidad de infiltración.

En estas condiciones, las fuerzas capilares son más importantes que las producidas por la gravedad.

Si la lluvia es suficientemente intensa, el contenido de humedad del suelo aumenta a medida que avanza el tiempo, hasta que llega un momento en el que la capa más superficial del suelo alcanza la saturación. Este momento se denomina tiempo de encharcamiento (t_p), debido a que, a partir de él, se comienzan a llenar las depresiones del terreno, formando charcos. Después del tiempo de encharcamiento, y siempre que la lluvia siga siendo suficientemente intensa, las fuerzas capilares pierden importancia paulatinamente, pues el suelo gana humedad, por lo que la capacidad de infiltración disminuye con el tiempo. En estas condiciones, la infiltración es independiente de la variación en el tiempo de la intensidad de la lluvia, en tanto que ésta sea mayor que la capacidad del suelo de transmitir agua, de modo que

$$\text{si } i > f_p \text{ y } t \geq t_p, f = f_p \quad (2.2a)$$

donde f_p es una función monotónicamente decreciente del tiempo.

Debe notarse que las desigualdades de 1.2 son interdependientes; si se cumple la primera, entonces necesariamente se cumple la segunda.

De lo anterior puede inferirse que el único momento en que la capacidad de infiltración es igual a la intensidad de la lluvia es el tiempo de encharcamiento t_p :

$$\text{si } t = t_p, \quad \dot{a} = f_p = f \quad (2.2 \text{ b})$$

A medida que el frente húmedo (límite inferior de la capa saturada) avanza hacia abajo, las fuerzas capilares se hacen cada vez menores, hasta que llega un momento, teóricamente en $t = \infty$, en que todo el medio se satura y entonces el movimiento del agua se produce solamente bajo el efecto de fuerzas de tipo gravitatorio, en forma de un cuerpo sólido, y la capacidad de infiltración se hace constante.

Si en un momento dado después del tiempo de encharcamiento la intensidad de la lluvia disminuye hasta hacerse menor que la capacidad de transmisión de agua del suelo y se conserva así durante cierto tiempo, el tirante sobre la superficie del suelo, de existir, disminuye hasta desaparecer, y el agua contenida en los charcos también se infiltra. A partir de ahí, la humedad contenida en la zona saturada se difunde, hasta que la superficie del suelo deja de estar saturada. Si en estas circunstancias la intensidad de la lluvia aumenta nuevamente, el contenido de humedad del suelo vuelve a incrementarse y puede, eventualmente, presentarse otro tiempo de encharcamiento t_p ,

El proceso anterior puede repetirse varias veces durante un evento dado e, incluso, pueden ocurrir situaciones intermedias a las descritas, como por ejemplo que la intensidad de la lluvia disminuya antes de que se alcance un tiempo de encharcamiento .

2.2. Factores que afectan la capacidad de infiltración

En seguida se presenta una lista de los principales factores que afectan la capacidad de infiltración. Debido a que dichos factores son innumerables e interactuantes entre sí, esta lista no pretende ser exhaustiva y no necesariamente refleja el orden de importancia, aunque se trató de que lo hiciera :

- 1) Textura del suelo
- 2) Contenido de humedad inicial
- 3) Contenido de humedad de saturación
- 4) Cobertura vegetal
- 5) Uso del suelo
- 6) Aire atrapado en espacios intersticiales
- 7) Imposibilidad de escape de aire
- 8) Aire disuelto en el agua
- 9) Lavado de material fino
- 10) Compactación debida al hombre y animales
- 11) Compactación debida al impacto de las gotas de lluvia
- 12) Temperatura y sus variaciones

Desde luego, un modelo ideal, que reprodujera el proceso de infiltración en su totalidad, debería tomar en cuenta todos estos y posiblemente muchos otros factores; sin embargo, un modelo viable no podría ir más allá de los cinco primeros y uno práctico debería quizás limitarse a los primeros tres, lo que puede ser suficiente para fines ingenieriles.

Lo que definitivamente no es suficiente, por lo menos en lo que se refiere a un modelo de la naturaleza del que se presenta en este trabajo, es no considerar ninguno de los factores. Desafortunadamente, éste es el caso del método más usado en la práctica, el del índice de infiltración media ϕ , el cual, si bien es extremadamente sencillo de usar, maneja hipótesis simplificadoras tan groseras que sus resultados son, por lo menos, erróneos. Existen otros métodos empíricos - pocos - que tratan de tomar en cuenta algunos de los factores arriba enumerados, como es el de las curvas de escurrimiento (ref 7,8) que considera los cinco primeros aunque de manera muy burda. Métodos como éste son sin duda útiles en los casos en los que prácticamente no se tiene información, y de ellos se echa mano en situaciones desesperadas; sin embargo, debe evitarse su uso en lo posible.

2.3 Reseña de los métodos existentes para el cálculo de la infiltración

2.3.1 Métodos empíricos

Todas las referencias bibliográficas existentes a la mano indican que el primer artículo en el que se intentó describir empíricamente el proceso de infiltración en cuencas fue el de Gardner y Widstoe (ref 43), en 1921. En dicho artículo se propuso la fórmula

$$f_p = f_c + (f_o - f_c) e^{-kt} \quad (2.3)$$

donde f_o es el valor inicial de f_p , f_c es un valor al que tiende asintóticamente f_p y k es una constante que depende del tipo de suelo.

En 1940, Horton (ref 12) propuso exactamente la misma fórmula; su artículo es más conocido que el de Gardner y Widstoe (ref 43), por lo que la ec 2.3 se conoce como "fórmula de Horton", aunque la interpretación del parámetro k del último autor es diferente (ref 44).

En 1932, Kostiaikov (ref 9) propuso otra fórmula que es también bastante conocida:

$$f_p = cnt^{n-1}, n \leq 1 \quad (2.4)$$

donde c y n son constantes empíricas

De acuerdo con la discusión hecha en el inciso 2.1 y observando

la forma de las curvas descritas por las dos ecuaciones anteriores (fig 1), es fácil concluir que éstas pueden usarse sólo en el caso de que se cumpla la ec 2.2a, es decir, siempre que la intensidad de la lluvia sea mayor que la capacidad de infiltración y que se haya presentado previamente un tiempo de encharcamiento.

Holtan (ref 13), en 1971, publicó una fórmula que pretende disminuir el carácter puramente empírico de ecuaciones del tipo de las 2.3 y 2.4:

$$f = G I a S^n + f_c \quad (2,5)$$

donde GI es un índice de crecimiento, igual al cociente de la evapotranspiración real entre la potencial, a es la capacidad de infiltración del almacenamiento disponible en el suelo, S es el espacio disponible para almacenamiento de agua en la capa superficial (horizonte A en suelos agrícolas), n es una constante que depende de la textura del suelo y f_c tiene la misma definición que en la ec. 2.3.

A pesar de los nombres que se les han dado a los parámetros que intervienen en la fórmula de Holtan, difícilmente pueden ser medidos directamente o estimados *a priori* con alguna facilidad; por ejemplo, las unidades del parámetro a, que son in-h/in^n donde n tiene un valor aproximado de 1.4 según Holtan - difícilmente reflejan algo que suceda en la naturaleza, por lo que su valor (o mejor aún, el del producto aS^n) debe determinarse por

medio de procedimientos de prueba y error.

Un caso similar al de la fórmula de Holtan es el modo en que se calcula la infiltración en el modelo de Stanford (ref 1). Ahí se propone que la infiltración se distribuya en el espacio como se muestra en la fig 2 y por tanto que la infiltración se calcule con las fórmulas

$$f = \begin{cases} (1 - \frac{i}{4\bar{f}_p})i & ; \quad i \leq 2 \bar{f}_p \\ \bar{f}_p & ; \quad i > \bar{f}_p \end{cases} \quad (2.6)$$

donde i es la lámina llovida en el intervalo de tiempo considerado y \bar{f}_p es la capacidad media de infiltración en la cuenca, calculada como

$$f_p = \frac{INF}{(LZS_{t-1} / LZSN)^b} \quad (2.7)$$

en que INF es un parámetro que representa un nivel índice de infiltración, relacionado con ciertas características de la cuenca, LZS_{t-1} es el valor real de almacenamiento de humedad en la zona baja del suelo (donde se encuentra el agua subterránea), LZSN es el valor nominal del almacenamiento en dicha zona, equivalente, según Crawford y Linsley (ref 1), a la capacidad de campo, pero relacionado con la altura de lluvia media anual y b es una constante con un valor aproximado de 2. Nuevamente, INF, b , LZS_{t-1} y LZSN son parámetros cuyos valores, a pesar de sus definiciones, no pueden ser estimados *a priori* por un usuario del modelo que no haya estado en contacto con él durante algún tiempo.

2.3.2. Teoría de la infiltración.

Mientras algunos autores como los mencionados en el párrafo anterior insistían en tratar de formular ecuaciones empíricas para manejar el problema, otros intentaban desarrollar una teoría de la infiltración, explorando los fundamentos físicos del fenómeno y resolviendo de algún modo las ecuaciones resultantes. Estos autores convinieron en que el problema de la infiltración debería ser tratado mediante una teoría de flujo en medios no saturados, la cual fue iniciada por Buckingham en 1907 (ref 45), con su proposición en el sentido de que el movimiento del agua en un suelo no saturado tendría que ser proporcional al gradiente del "potencial capilar" en el mismo (cfr. ref 44). Entre el artículo de Buckingham y la década de los cincuenta el trabajo relativo al tema fue un tanto esporádico. Tal vez el único artículo de importancia aparecido en ese lapso haya sido el clásico de Richards (ref 24), en 1931, pero no fue sino hasta 1957 en que el problema se atacó con cierta profundidad por Philip en una serie de artículos (refs 16 a 23) que sacudieron un poco el polvo que ya se había acumulado en el tratamiento del problema. La siguiente contribución importante fue la de Childs (ref 46) y, en 1971, Smith y Woolhiser (refs 14, 15) desarrollaron la solución que hasta hoy puede ser considerada como la más completa. En seguida se describen brevemente los trabajos de Smith y Woolhiser (refs 14,15) y de Philip (ref. 16 a 23), que son, posiblemente, los más importantes en

el desarrollo de una teoría de la infiltración. En ambos casos, la teoría consiste en formular y resolver la ecuación diferencial de Richards o de Fokker-Planck para flujo en medios porosos no saturados, que es la expresión matemática que describe el fenómeno; Smith y Woolhiser la resuelven mediante un esquema de diferencias finitas, mientras que Philip lo hace usando un tratamiento combinado, analítico y numérico y, mediante algunas hipótesis, simplifica la solución hasta llegar a una ecuación similar en forma a las 2.3 y 2.4. En este trabajo se han omitido muchas de las deducciones para no entorpecer la lectura; dichas deducciones pueden encontrarse en la ref 6.

2.3.2.1. Ecuaciones de Richards y de Fokker-Planck para flujo en medios porosos no saturados.

En un elemento de suelo (fig 3), a través del cual existe un flujo vertical de agua de lluvia, la ecuación de continuidad establece que

$$\frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad (2.8)$$

donde q es el gasto por unidad de área en la dirección vertical z , θ es el contenido de humedad en el elemento de suelo y t es el tiempo. Por otra parte, con referencia a la misma fig 3, la ley de Darcy se puede expresar como

$$q = -k \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (2.9)$$

donde

$$\Phi = \psi + \Omega \quad (2.10)$$

siendo $\psi = p/\gamma$ el potencial capilar, Ω el potencial de fuerzas externas por unidad de peso del agua, p la presión y γ el peso específico del agua. Generalmente, la única fuerza externa importante en el sistema es la causada por la aceleración de la gravedad, por lo que puede hacerse $\Omega = -z$.

Derivando la ec2.9 con respecto a z y sustituyendo el resultado en la ecuación de continuidad 2.8 se obtiene la ecuación de Richards (ref 24):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial k}{\partial z} \quad (2.11)$$

Debe recordarse (por ejemplo, ref 25), que tanto ψ como k son funciones del contenido de humedad θ y que su comportamiento, sobre todo en el caso de la función $\psi(\theta)$, es histerético, es decir, la función es diferente en el proceso de saturación que en el de desaturación. Por tanto, para continuar con el análisis es necesario suponer que, de no conocerse ambas funciones, el tratamiento del problema concierne únicamente al caso de saturación, con lo que k y ψ son funciones únicas de θ .

Con lo anterior, es posible definir la difusividad de la humedad D (ref 23) como

$$D = D(\theta) = k \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (2.12)$$

y entonces la ecuación de Richards se puede escribir en la forma

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{dk}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.13)$$

que es una ecuación de Fokker - Planck.

Nótese que las ecuaciones 2.11 y 2.13 son fuertemente no lineales; por ello, no existe solución analítica conocida para ellas y, para poder resolverlas, es necesario recurrir a los métodos numéricos o bien hacer algunas hipótesis simplificatorias. Smith y Woolhiser hacen lo primero, mientras que Philip prefiere lo segundo. Por otro lado, los primeros autores trabajan con la ecuación de Richards, en tanto que Philip lo hace con la de Fokker - Planck.

2.3.2.2. Solución numérica de la ecuación de Richards.

En vista de que la infiltración en un intervalo de tiempo Δt dado es igual al cambio en el contenido de humedad en el suelo en el mismo Δt y de que el potencial capilar Ψ es una función de dicho contenido de humedad θ , la solución de la ec. 2.11

$$\psi = \psi (z, t) \quad (2.14)$$

proporciona una forma de cálculo de la infiltración

Smith y Woolhiser (refs 6, 14, 15), por medio de un esquema de diferencias finitas, llegan al planteamiento de un sistema de ecuaciones de la forma

$$[A] \bar{\psi} = \overline{RHS} \quad (2.15)$$

donde $[A]$ es una matriz de coeficientes que dependen de las características del suelo y del intervalo de discretización en el espacio, $\bar{\psi}$ es el vector de potenciales capilares en los nudos de la malla usada en el esquema para el nivel de tiempo considerado y \overline{RHS} es un vector que depende fundamentalmente de los potenciales capilares en los nudos en el intervalo de tiempo anterior al considerado.

El vector $\bar{\psi}$ de la ec 2.15 es la solución (ec 2.14) buscada; a cada potencial capilar ψ_u^j —donde i indica el nudo de la malla y j el intervalo de tiempo en cuestión— corresponde un contenido de humedad θ_u^j , de modo que la infiltración en el intervalo j será

$$f^j = \frac{1}{\Delta t} \sum_{u=1}^N \Delta z_u (\theta_u^j - \theta_u^{j-1}) \quad (2.16)$$

donde N es el número de nudos.

2.3.2.3 Solución de Philip

La teoría de Philip (refs 16 a 23) consiste fundamentalmente en la solución de la ec 2.13 para el caso de un medio homogéneo, seminfinito con contenido de humedad inicial uniforme y contenido de humedad en la superficie constante.

Para simplificar el problema, en lugar de buscar una solución del tipo

$$\theta = \theta(z, t) \quad (2.17)$$

Philip hace un cambio de variables, buscando una de la forma

$$z = z(\theta, t) \quad (2.18)$$

Propone entonces que dicha solución esté formada por la serie de potencias

$$z(\theta, t) = \phi_1 t^{1/2} + \phi_2 t + \phi_3 t^{3/2} + \phi_4 t^2 + \dots \quad (2.19)$$

donde $\phi_i = \phi_i(\theta)$, y demuestra que la infiltración acumulada F es

$$F = \int_{\theta_i}^{\theta} z \, d\theta + k_i t \quad (2.20)$$

siendo k_i la conductividad correspondiente al contenido de humedad inicial θ_i .

Así, sustituyendo 2.19 en 2.20 resulta

$$F = \left[\int_{\theta_i}^{\theta} \phi_1 \, d\theta \right] t^{1/2} + \left[\int_{\theta_i}^{\theta} \phi_2 \, d\theta + k_i \right] t + \left[\int_{\theta_i}^{\theta} \phi_3 \, d\theta \right] t^{3/2} + \dots \quad (2.21)$$

Mediante un procedimiento matemático relativamente complejo, Philip encuentra que las integrales $\int_{\theta_i}^{\theta} \phi_n \, d\theta$ pueden calcularse mediante ecuaciones integrodiferenciales de la forma general

$$\int_{\theta_i}^{\theta} \phi_n d\theta = \frac{2D}{n} \left[\frac{\phi_n'}{(\theta')^2} - R_n(\theta) \right], \quad n \geq 3 \quad (2.22)$$

donde las primas indican derivación con respecto al tiempo y

$R_n(\theta)$ se puede calcular a partir de $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_{n-1}$.

Philip resuelve entonces las ecs 2.22 por medio de un esquema de diferencias finitas y, con ello, encuentra la solución 2.21 buscada, que finalmente escribe como

$$F = St^{1/2} + (A_2 + K_2)t + A_3 t^{3/2} + A_4 t^2 + \dots \quad (2.23)$$

donde

$$A_n = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \phi_n d\theta \quad (2.24)$$

θ_s es el contenido de humedad del medio saturado

y S es un término que dicho autor denomina "sortividad" (sorptivity) y que define como

$$S = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \phi_1 d\theta \quad (2.25)$$

y que, de acuerdo con él, representa la influencia de la capilaridad en el proceso de flujo resultante de un cambio de θ (o, en rigor, de Ψ) en la superficie de la masa porosa (cfr. ref 23, p. 238).

La 2.23 es la ecuación general de infiltración acumulada de Philip. Este autor sugiere que, para fines de hidrología aplicada, se usen solamente los dos primeros términos de la ec 2.23 como una buena aproximación cuando t no es demasiado grande:

$$F = St^{1/2} + At \quad (2.26)$$

donde $A = A_2 + k_2$.

Si se deriva la ec 2.26 con respecto al tiempo se obtiene

$$f = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + A \quad (2.27)$$

Como se ha visto, la ec.2.27 tiene un fuerte respaldo matemático por lo que no puede considerársele empírica como algunas veces se ha hecho erróneamente (ref 3).

2.3.2.4 Algunas concordancias y discrepancias.

Es interesante notar la similitud de la ec.2.27 con la 2.4. Dado que A es una constante, ambas funciones decrecen con el tiempo de modo similar, aunque en el caso de la ec 2.27 la asíntota es A y no el eje del tiempo como sucede en la ec 2.4. De ahí que Philip afirme (ref 23) que la fórmula de Kostíakov (ec 2.4) describe mejor que la de Horton (ec 2.3) la dinámica de la infiltración unidimensional en un suelo uniforme; sin embargo, acota que para que ello suceda debe cumplirse que (ref 19)

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } t \rightarrow 0, \quad u = \frac{1}{2}, \quad c = S \\ \text{y si } t \rightarrow \infty, \quad u = 1, \quad c = A \end{array} \right\} \quad (2.27a)$$

es decir, que c y u debieran ser funciones del tiempo y no constantes como se propone en la derivación original.

No obstante la afirmación de Philip, Gifford (ref 11), con ba-

se en datos obtenidos de unas 1100 pruebas con infiltrómetros llevadas a cabo en regiones semiáridas de Australia y Estados Unidos, encontró que, en todos los casos, la fórmula de Horton se ajustaba mejor a los datos medidos que la de Kostiaikov y aún que la del mismo Philip, aunque no especifica la manera en que determinó los diferentes parámetros.

De cualquier modo, es conveniente centrar la atención en que, como se dijo en el subcapítulo 2.1, cuando el medio está saturado, el movimiento del agua durante la infiltración se verifica en la forma de un cuerpo sólido debido a que se produce sólo bajo la acción de fuerzas gravitatorias, con lo que, en estas condiciones, la capacidad de infiltración se hace constante. Esto puede demostrarse fácilmente si se piensa que, al estar el medio saturado y tomando la presión atmosférica como referencia e igual a cero, el potencial capilar Ψ en las capas más superficiales del suelo tiene un valor cercano a cero y el contenido de humedad Θ es constante e igual a Θ_s (contenido de humedad de saturación). Así,

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = 0 \quad (2.28)$$

$$\Phi = \Psi + \Omega = -z \quad (2.29)$$

Si se sustituye la condición 2.28 en la ecuación de continuidad 2.8, se encuentra que, efectivamente, el movimiento se verifica en forma de un cuerpo sólido:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad (2.30)$$

y si se reemplaza la condición 2.29 en la ley de Darcy (ec 2.9), se demuestra que el gasto que pasa por las capas más superficiales del suelo, y por tanto la infiltración, es, en efecto, constante:

$$q = -k_s \frac{\partial(-z)}{\partial z} = k_s \quad (2.31)$$

donde k_s es la conductividad hidráulica del medio saturado o simplemente conductividad saturada. Este valor es, teóricamente, el que se obtendría con un permeámetro.

El resultado 2.31 es importante, pues indica el valor mínimo que puede tomar la capacidad de infiltración, y revela que dicho valor mínimo depende solamente del tipo de suelo.

Por lo anterior, el parámetro f_c de la fórmula de Horton (ec 2.4) debe ser igual a la conductividad saturada y, si se observa la fórmula de Philip (ec 2.27), lo mismo debería suceder con A , aunque este autor dice que tal cosa no es cierta si su fórmula se usa para t pequeño, pero que sí lo es cuando se "ajusta" para grandes rangos de t (ref 23). Sin embargo, algunos experimentos ejecutados por Horton indicaron que la constante f_c es algo menor que la conductividad saturada del suelo, lo que él atribuyó a una saturación incompleta, como resultado del aire atrapado (cfr ref. 44, p. 379). Philip (ref 23) obtiene valores de A de $k_s/2$, $2k_s/3$ y $0.38 k_s$ de acuerdo con el método usado para la solución de sus ecuaciones, aunque no toma en cuenta el atrapamiento de aire,

Raudkivi (ref 5) atestigua que el hecho de que exista un valor mínimo constante de la capacidad de infiltración se debe a que el movimiento del agua se produce, en estas condiciones, únicamente por efecto de las fuerzas gravitatorias y Linsley *et al* (ref 3) concluyen que dicho valor está "controlado" por la conductividad saturada. Sin embargo, Wilson (ref 26), lo relaciona con factores tales como la pendiente del terreno, el contenido de humedad inicial y la intensidad de la lluvia.

2.3.3. El concepto del potencial en el frente húmedo.

Hurgando un poco entre la literatura relativa al tema, no es difícil encontrar un tercer grupo de métodos cuyas características los sitúan en un punto intermedio entre una teoría pura de la infiltración como la constituida por los desarrollos de Smith y Woolhiser o de Philip y el planteamiento de ecuaciones tan simples como las 2.3 y 2.4, que solamente son capaces de simular una parte del fenómeno. Dicho tercer grupo de métodos está basado en el concepto del potencial en el frente húmedo, que, haciendo una muy razonable hipótesis simplificatoria, evita la necesidad de resolver ecuaciones tan complejas como las 2.11 y 2.13, perdiendo muy poco de precisión.

2.3.3.1. Ecuación de Green y Ampt.

Los métodos mencionados arriba están basados en una ecuación propuesta por Green y Ampt (ref 27) en 1911, curiosamente antes de que Gardner y Widstoe, Horton y Kostiaikov publicaran las suyas.

Si se dibuja la ec 2.17 para la solución de Smith y Wolhiser o la 2.19 para la de Philip, la gráfica tendría un aspecto parecido al de la fig 4. Estas curvas están descritas por las ecs 2.11 y 2.13 y cada una de ellas representa el perfil de humedad para diferentes tiempos. Su forma es lo que provoca que las ecuaciones que las describen y por tanto su solución, sean, para usar las palabras de Gardner (ref 44), tan formidables.

Esto puede remediarse si, en cambio, se supone que el perfil de humedad se desplaza del modo en que se muestra en la fig 5 (desplazamiento en forma de pistón). Con ello, la ley de Darcy, expresada para un medio seminfinito con contenido de humedad inicial uniforme y con la capa superior inicialmente saturada, se puede expresar como

$$f = -K_s \frac{(\Psi_f - z_f) - (\Psi_{sup} - z_{sup})}{z_f - z_{sup}} \quad (2.32)$$

donde Ψ_f es el potencial capilar en el límite inferior de la capa saturada o potencial en el frente húmedo y los subíndices f y sup denotan, respectivamente, valores en el frente húmedo y en la superficie del suelo.

Si la presión atmosférica se toma como referencia e igual a ce ro y el origen de la coordenada vertical z se sitúa en la superficie del suelo (fig 5), entonces, de la ec 2.32

$$f = -k_s \frac{\Psi_f - z}{z} = k_s \left(1 - \frac{\Psi_f}{z}\right) \quad (2.33)$$

o bien

$$f = k_s \left(1 - \frac{\Psi_f M_d}{F}\right) \quad (2.34)$$

donde $M_d = \theta_s - \theta_i$ es la deficiencia de humedad y

$F = zM_d$ es el área arriba del frente húmedo, o infiltración acumulada.

La 2.34 es la mencionada ecuación de Green y Ampt (ref 27). Debe notarse que todos los términos de dicha ecuación tienen un significado físico inmediato, excepto en el caso de Ψ_f , cuyo significado es comprensible, pero un tanto rebuscado. Este simple detalle produjo que la ec 2.34 permaneciera intocada durante casi cincuenta años.

2.3.3.2 Consideraciones de Mein y Larson.

En 1958, Swartzenbruder y Huberty (ref 33) demostraron con algunos experimentos que los resultados obtenidos con la fórmula de Green y Ampt eran buenos, aunque posiblemente en esa ocasión el parámetro Ψ_f se determinó empíricamente. En 1964, Bouwer (ref 34), sugirió que Ψ_f se calculara de modo aproximado con la ecuación

$$\Psi_f = \int_0^{\infty} k_r d\Psi \quad (2.35)$$

donde $k_r = K/K_s$ es la conductividad relativa. La proposición de Bouwer es, para decirlo con palabras, que, en vista de la hipótesis de que el desplazamiento del frente húmedo es del tipo de pistón, Ψ_f sea aproximado como un promedio pesado de los potenciales Ψ que existen a lo largo del perfil de humedad y que el factor de peso sea la conductividad relativa k_r . Además, para poder definir a Ψ_f como una propiedad del suelo invariante de tormenta a tormenta-y sólo con ese fin-, desprecia el contenido de humedad inicial θ_i .

Mein y Larson (ref 28), en 1973, al parecer de modo independiente, propusieron la ecuación

$$\Psi_f = \int_0^1 \Psi dk_r \quad (2.36)$$

que es exactamente la misma que la 2.35. Neuman (ref 35), en 1976, repitió la idea.

Además, Mein y Larson (*op. cit.*), mediante una sencilla derivación, dieron la pauta para un estudio más profundo de la ecuación de Green y Ampt.

Sus consideraciones se limitan al caso de una lluvia con intensidad constante. Si L_p es la profundidad a la que se encuentra el frente húmedo en el tiempo de encharcamiento t_p (fig 5), la ec. 2.34 se puede escribir, de acuerdo con los planteamientos hechos en el subcapítulo 2.1, como

$$i = k_s \left(1 - \frac{\psi + M_d}{F_p} \right), \quad t = t_p \quad (2.37)$$

donde i es la intensidad de la lluvia y $F_p = M_d L_p$ = infiltración acumulada hasta el tiempo de encharcamiento. Despejando F_p :

$$F_p = \frac{\psi + M_d}{1 - \frac{i}{k_s}}, \quad i \geq k_s \quad (2.38)$$

y, dado que la intensidad de la lluvia es constante, sigue fácilmente que

$$t_p = \frac{F_p}{i} \quad (2.39)$$

Nótese que, si $M_d = 0$, toda la columna de suelo está inicialmente saturada y entonces $F_p = 0$ (ec. 2.38), lo que significa que no hay infiltración antes de que comience el flujo superficial; por otra parte, si $i \rightarrow k_s$, entonces $F_p \rightarrow \infty$, lo que implica que toda la lluvia se infiltra y nunca hay un tiempo de encharcamiento.

Con todo lo anterior, y conociendo las curvas $\psi(\theta)$ y $K(\theta)$ del suelo, el proceso de infiltración con una lluvia de intensidad constante queda completamente determinado.

La cuestión referente al conocimiento de las funciones $\psi(\theta)$ y $K(\theta)$ no debe ser motivo de alarma; existen varios métodos de precisión variable con los que pueden determinarse estas funciones (refs 6, 24, 25, 36, 37 y 38),

2.3.3.3. Teoría de Morel - Seytoux

Morel - Seytoux (refs. 29, 39, 40 y 41 entre otros trabajos) ha desarrollado toda una teoría a partir del concepto del potencial en el frente húmedo. Debido a que las deducciones matemáticas involucradas en tal desarrollo son un tanto largas, aquí se describen sólo los resultados finales. Las deducciones completas pueden encontrarse en las referencias citadas y en la ref 6 se presenta un compendio de ellas.

Este autor, en primer lugar, toma en cuenta el efecto del movimiento del aire en el suelo al ser desplazado cuando se infiltra el agua. Para ello, define las movilidades λ y λ_a como

$$\lambda = \frac{k k_r}{\mu} \quad (2.40)$$

y

$$\lambda_a = \frac{k k_{ra}}{\mu_a} \quad (2.41)$$

donde k es la permeabilidad intrínseca del medio, μ es la viscosidad dinámica, las cantidades sin el subíndice pertinente se refieren al agua y el subíndice a denota al aire. La movilidad total es

$$\Lambda = \lambda + \lambda_a \quad (2.42)$$

y se define la función fraccional de flujo f_w en la forma

$$f_w = \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (2.43)$$

Con estas definiciones, Morel - Seytoux demuestra que el potencial en el frente húmedo Ψ_f se puede expresar en función de la función fraccional de flujo:

$$\Psi_f = - \int_0^{\Psi_f} f_w d\Psi \quad (2.44)$$

donde Ψ_a es el potencial capilar en cualquier punto abajo del frente húmedo, es decir, bajo la hipótesis de desplazamiento de pistón, es el potencial capilar correspondiente al contenido de humedad inicial θ_a .

Si z_2 indica cualquier profundidad abajo del frente húmedo, Morel - Seytoux demuestra también que la ecuación que describe la infiltración es

$$f = \frac{\tilde{k}_s \left(\int_0^{z_2} \omega dz + h - \Psi_f \right)}{\int_0^{z_2} \frac{dz}{\mu \left(\frac{k_r}{\mu} + \frac{k_{ra}}{\mu_a} \right)}} \quad (2.45)$$

siendo \tilde{k}_s la conductividad saturada natural, que, según el mencionado autor, se puede relacionar con la que se obtiene en el laboratorio, k_s , como (ref. 29)

$$\tilde{k}_s \doteq 0.5 k_s \quad (2.45a)$$

y h es el tirante de encharcamiento sobre la superficie del suelo.

Las mejoras que Morel - Seytoux introdujo a la derivación original de Green y Ampt se pueden visualizar mejor si la ecuación de éstos últimos autores se escribe de modo que tome en cuenta el tirante de encharcamiento h ;

$$f = k_s \frac{(z + h - \Psi_f)}{z} \quad (2.46)$$

o bien, para fines comparativos, como

$$f = \frac{k_s \left(\int_0^z dz + h - \psi_f \right)}{\int_0^z \frac{dz}{\mu \left(\frac{1}{\mu} + 0 \right)}} \quad (2.47)$$

Comparando las ecs. 2.45 y 2.47, se puede decir que las mejoras son las siguientes:

- 1) Toma en cuenta el flujo de aire en el suelo, simultáneo al de agua.
- 2) El potencial en el frente húmedo, según la ec. 2.44, tiene una definición precisa y con un significado físico bien definido,
- 3) Toma en cuenta el tirante de encharcamiento
- 4) Utiliza la conductividad saturada natural, que se aproxima más a la realidad que la que se obtiene en el laboratorio.

Sin embargo, si bien la teoría de Morel - Seytoux es rigurosa y tiene una sólida base matemática, de acuerdo con Smith (ref 30), la determinación - forzosamente en el laboratorio - de las funciones $K_r(\theta)$ o $f_w(\theta)$ necesarias para aplicar dicha teoría tendría un costo que no está de acuerdo con la calidad esperada de los resultados.

2.3.3.4. Método de Chu,

En 1978, Chu (ref 31) aprovechó las consideraciones de Mein y

Larson (inciso 2,3,3,2, ref. 28) y las extendió al caso de lluvia con intensidad variable y con diferentes tiempos de encharcamiento. Además de interesantes, sus deducciones tienen características que las hacen difíciles de resumir, por lo que aquí se describirán con algo más de detalle que las anteriores.

El análisis se refiere a una subcuenca elemental y comienza haciendo un balance de las principales variables que intervienen en el cálculo de la lluvia efectiva:

$$I = F + h + R \quad (2.48)$$

donde I es la altura de lluvia acumulada, F la lámina de infiltración acumulada, h la lámina de encharcamiento y R la altura de lluvia efectiva acumulada, igual al escurrimiento superficial acumulado. En adelante, las letras mayúsculas denotarán cantidades acumuladas medidas en lámina a menos que se especifique otra cosa.

Obviamente, no puede haber encharcamiento antes de que se sature la capa más superficial del suelo, es decir

$$\text{para } t \leq t_p, \quad h = 0 \quad (2.49)$$

La infiltración acumulada para la condición 2.49 se denota como F_u :

$$F = F_u \quad \text{Si } t < t_p, \quad h = 0 \quad (2.50)$$

y la infiltración acumulada después del tiempo de encharcamiento t_p se denota como F_d :

$$F = F_d \quad \text{si } t > t_p, h > 0 \quad (2.51)$$

Si C_r (capacidad de retención) es la capacidad máxima de agua que tienen los charcos antes de que se produzca flujo superficial, entonces

$$0 \leq h \leq C_r \quad (2.52)$$

Derivando la ec. 2.48 con respecto al tiempo resulta

$$i = f + \frac{dh}{dt} + r \quad (2.53)$$

donde i es la intensidad de la lluvia, f es la infiltración expresada en forma de lámina por unidad de tiempo y r es la lluvia en exceso.

De acuerdo con la definición de C_r ,

$$r = i - f_p \quad \text{para } h = C_r, \quad i > f_p \quad (2.54a)$$

$$r = 0 \quad \text{para } h < C_r \quad (2.54b)$$

y además

$$R(t) > R(t') \quad \text{para } h = C_r, \quad i > f_p \quad (2.55a)$$

$$R(t) = R(t') \quad \text{para } h < C_r \quad (2.55b)$$

donde t' es un tiempo inmediatamente anterior a t .

Debe notarse que tanto la definición de C_r como las ecs 2.54

son el resultado de considerar que la subcuenca elemental a la que se refiere el método de Chu es, en sí misma, un charco, en lugar de que, como sucede en la realidad, tiene algunas zonas en que existen charcos y otras en que no existen; aunque esto podría justificarse diciendo que el método reúne toda la capacidad de retención de la subcuenca en un solo parámetro C_r , sería conveniente relajar la hipótesis anterior, en futuras aplicaciones, suavizando la función que relaciona h con r mediante algún parámetro que fuera función, por ejemplo, del área de charcos entre el área de la subcuenca (ref 95).

Dado que en el tiempo de encharcamiento t_p el valor de h es cero (ec. 2.49), de las ecuaciones 2.48 y 2.55b se obtiene que

$$F(t_p) = F_p + I(t_p) - R(t_p) = I(t_p) - R(t_p) \quad (2.56)$$

siendo F_p la infiltración acumulada hasta el tiempo de encharcamiento.

Por otro lado, la ecuación de Green y Ampt 2.34 se puede escribir como

$$f = K_s \left(1 + \frac{\Psi_M}{F} \right) \quad (2.57)$$

donde

$$\Psi_M = - \Psi_f M_s \quad (2.58)$$

Nótese que Ψ_M es una constante durante una tormenta particular y que su valor depende, dado un tipo de suelo, solamente

de las condiciones iniciales de humedad.

De la ec. 2.57, recordando que $f = \frac{dF}{dt}$, se puede escribir

$$\frac{dF}{1 + \frac{\psi_M}{F}} = K_s dt$$

Integrando desde t_p hasta un tiempo posterior t :

$$\frac{1}{\psi_M} \int_{F_p}^{F_d} \frac{F dF}{\frac{F}{\psi_M} + 1} = K_s \int_{t_p}^t dt$$

se obtiene la ecuación de Green y Ampt expresada en términos acumulados:

$$\frac{F_d}{\psi_M} - \ln \left(1 + \frac{F_d}{\psi_M} \right) = \frac{K_s}{\psi_M} (t - t_p + t_s) \quad (2.59)$$

donde

$$t_s = \frac{\psi_M}{K_s} \left[\frac{F_p}{\psi_M} - \ln \left(1 + \frac{F_p}{\psi_M} \right) \right] \quad (2.60)$$

t_s , llamado "pseudotiempo" por Chu, se puede interpretar, según él, como "un movimiento en la escala temporal debido al efecto de la infiltración acumulada hasta el tiempo de encharcamiento" (cfr. ref. 31 p. 462).

Como puede apreciarse, la ec. 2.59 es una función implícita en F_d , con la que ésta puede calcularse mediante un proceso iterativo. Para ello, es necesario calcular antes t_p y F_p , y, por tanto, I_p (ec. 2.56). Para ello, se debe recordar (subcapítulo 2.1) que

$$i(t_p) = f_p = f, \quad i > K_s \quad (2.61)$$

Sustituyendo las ecs. 2.56 y 2.61 en la 2.57, resulta

$$I(t_p) - R(t_p) - \frac{K_s \Psi_M}{i(t_p) - K_s} = 0, \quad i > K_s \quad (2.62)$$

La condición $i > K_s$ impuesta a las ecs. 2.61 y 2.62 se debe a la discusión hecha en el párrafo 2.3.2.4 en el sentido de que K_s es el valor mínimo que puede tomar la capacidad de infiltración; si $i < K_s$, lo que sucede es, simplemente, que toda la lluvia se infiltra.

El tiempo de encharcamiento t_p puede determinarse por medio de la función implícita 2.62. Una vez conocido dicho tiempo de encharcamiento, el valor de $I(t_p)$ se conoce también y entonces, mediante la combinación de las ecs. 2.56 y 2.60, puede calcularse el pseudotiempo:

$$t_s = \frac{\Psi_M}{K_s} \left[\frac{I(t_p) - R(t_p)}{\Psi_M} - \ln \left\{ 1 + \frac{I(t_p) - R(t_p)}{\Psi_M} \right\} \right] \quad (2.63)$$

Lo anterior está planteado para el caso de que los datos de lluvia sean continuos. En el caso, más común, de que dichos datos se manejen en forma de hietograma de intensidades, entonces i es una función discontinua de t , constante durante cada barra del hietograma:

$$i_t = \frac{I(t_n) - I(t_{n-1})}{t_n - t_{n-1}} \quad (2.64)$$

donde t_{n-1} y t_n son, respectivamente, los tiempos al principio y al final de la n -ésima barra del histograma y

$$t_{n-1} \leq t \leq t_n \quad (2.64a)$$

En consecuencia,

$$I(t) = I(t_{n-1}) + (t - t_{n-1}) i_t \quad (2.65)$$

Haciendo $t = t_p$ y $t' = t_{n-1}$, de las ecs. 2.62, 2.64 y 2.65 se obtiene una expresión explícita para t_p :

$$t_p = \frac{1}{i_t} \left[\frac{K_s \Psi_M}{i_t - K_s} - I(t_{n-1}) + R(t_{n-1}) \right] + t_{n-1}, \quad i_t > K_s \quad (2.66)$$

A la ec. 2.66 debe agregársele una condición que no toma en cuenta Chu:

$$\text{si } t_p < t_{n-1}, \quad t_p = t_{n-1} \quad (2.67)$$

lo que sucede cuando $i_t > K_s \left[1 + \frac{\Psi_M}{I(t_{n-1}) - R(t_{n-1})} \right]$.

En resumen, las ecuaciones que se usan en el método de Chu son las siguientes:

- 1) Sin encharcamiento en el período t_{n-1} a t_n :

$$R(t_n) = R(t_{n-1}); \quad (2.68)$$

$$F(t_n) = F_u(t_n) = I(t_n) - R(t_{n-1}); \quad (2.69)$$

$$f(t_n) = i(t_n) < f_p; \quad (2.70)$$

$$r(t_n) = 0 \quad (2.71)$$

- 2) Con la superficie saturada y encharcada entre t_{n-1} y t_n :

$$F(t_n) = F_d(t_n) \quad (2.72)$$

donde F_d se calcula con la función implícita 2.59, t_p con la ec. 2.66 y t_s con la ec. 2.63;

$$f(t_n) = f_p = K_s (1 + \Psi_M / F_d); \quad (2.73)$$

$$R(t_n) = I(t_n) - F_d - Cr \quad \text{para } I - F - Cr > R(t_{n-1}); \quad (2.74)$$

$$R(t_n) = R(t_{n-1}) \quad \text{para } I - F - Cr \leq R(t_{n-1}); \quad (2.75)$$

$$r(t_n) = i(t_n) - f_p \quad \text{para } h = Cr, i > f_p; \quad (2.76)$$

$$r(t_n) = 0 \quad \text{para } h < Cr \text{ ó } i \leq f_p \quad (2.77)$$

En la aplicación del método es necesario saber, antes de pasar al siguiente intervalo de tiempo, cuál de los dos grupos de ecuaciones debe usarse. Para ello, Chu define un indicador de la superficie del suelo cuyo valor lo decide. Sea una barra del hietograma al principio de la cual no hay encharcamiento, Si t_p no ocurre durante el lapso ocupado por la barra, entonces por definición y por la ec. 2.68

$$h(t_n) = h(t_{n-1}) = 0 \quad (2.78)$$

$$R(t_n) = R(t_{n-1}) \quad (2.79)$$

y de la ec. 2.73:

$$i_t < f_p \Rightarrow F(t_n) < \frac{K_s \Psi_M}{i_t - K_s} \quad (2.80)$$

Sustituyendo 2.78, 2.79 y 2.80 en 2.48:

$$C_\mu = I(t_n) - R(t_{n-1}) - \frac{K_s \Psi_M}{i_t - K_s} < 0, i > K_s \quad (2.81)$$

donde C_μ es el indicador de la superficie del suelo menciona-

do,

Si t_p se presenta entre t_{n-1} y t_n y por tanto en t_n hay encharcamiento, entonces

$$h(t_n) > 0 \quad (2.82)$$

$$R(t_n) \geq R(t_{n-1}), \quad h(t_n) \leq C_r \quad (2.83)$$

$$F(t_n) = F_d \quad (2.84)$$

y de la ec. 2.73

$$i_t > f_p \Rightarrow F(t_n) > \frac{k_s \psi_H}{i_t - k_s} \quad (2.85)$$

sustituyendo 2.82, 2.83 y 2.85 en la ec. 2.48:

$$C_{II} = I(t_n) - R(t_{n-1}) - \frac{k_s \psi_H}{i_t - k_s} > 0, \quad i_t > k_s \quad (2.86)$$

Entonces, de acuerdo con lo anterior, si en t_n no hay encharcamiento y C_{II} resulta negativo, se sigue usando el primer grupo de ecuaciones (2.68 a 2.71); si C_{II} es positivo, entonces el tiempo de encharcamiento se presenta dentro del siguiente intervalo y es necesario cambiar al segundo grupo de ecuaciones (2.72 a 2.77). Chu (ref, 31) propone otro indicador de la superficie del suelo que serviría para decidir en cuál intervalo debe volverse a usar el primer grupo de ecuaciones; sin embargo, esto no es necesario, pues en tanto la intensidad de la lluvia se mantenga mayor que la conductividad saturada, se seguiría usando el segundo grupo, y si i disminuye hasta un valor menor que k_s , se infiltraría toda la lluvia más la canti-

dad de agua encharcada necesaria para completar la capacidad de infiltración. Una vez que se vacían los charcos, se pasaría nuevamente al uso del primer grupo de ecuaciones.

2.4. Discusión de los métodos

En lo que va de éste ya largo capítulo se han descrito, en forma más o menos sucinta, diez de los métodos más relevantes que se han publicado hasta fechas recientes para el cálculo de la lluvia efectiva, agrupados en tres clases: los empíricos, los teóricos y los basados en el concepto del potencial en el frente húmedo.

La elección del más adecuado para usarse en el modelo debe necesariamente hacerse con base en los objetivos fijados en la introducción: el método que cumpla mejor con la mayor parte de ellos será sin duda el más adecuado. En seguida se presenta un breve análisis de los métodos.

Los métodos empíricos (subcapítulo 2.3.1) violan claramente los objetivos a), b), d), e) y g) de la introducción. En efecto, en la información bibliográfica disponible no parece haber ningún intento por correlacionar los parámetros c y n de la fórmula de Kostiakov (ec. 2.4) con características físicas de la cuenca; a pesar de que Philip (refs. 19, 23) trata de valuarlos de modo analítico con base en sus propios resultados, no consigue más

que determinar tendencias (ecs. 2.27a), pero la función que en todo caso relacionaría c y n con el tiempo permanece desconocida. En el caso de la fórmula de Horton (ec. 2.3), Wilson (ref. 26) propone una tabla con la que podrían estimarse los valores de f_0 , f_c y k ; pero dicha tabla toma en cuenta tan pocos casos y la variación de los valores de f_c es tan amplia que difícilmente se puede confiar en ella. La fórmula de Holtan (ec. 2.5) está algo mejor estudiada en este aspecto, pues existen tablas un poco más completas de la relación entre sus parámetros y el tipo de suelo y cobertura vegetal (refs. 2,3,5); sin embargo, todas ellas están dirigidas fundamentalmente a problemas de tipo agrícola, y, aunque la fórmula podría utilizarse en períodos de tiempo cortos, está más bien pensada para dar resultados en lapsos que generalmente van más allá de la duración de una tormenta.

Los métodos teóricos (subcapítulo 2.3.2), sobre todo el de Smith y Woolhiser (parágrafo 2.3.2.2), son, sin duda, los más completos y los que deberían utilizarse en modelos del tipo del desarrollado en este trabajo. No obstante, sin perjuicio de que ello suceda en el futuro, son muy difíciles de utilizar en las condiciones actuales, en especial en países como el nuestro, donde si es frecuente la insuficiencia de estaciones hidrométricas y pluviográficas, sería irreal pensar en contar con la información que estos métodos requieren para su uso, lo que contradice los objetivos e) y f) de la introducción, a pesar de que los demás se cumplirían muy satisfactoriamente.

Sin embargo, este tipo de métodos no debe ser perdido de vista; si los datos requeridos se tienen a la mano, es justamente el que debe usarse.

No cabe duda de que la revivificación del concepto en el potencial en el frente húmedo y de la fórmula de Green y Ampt en la década pasada se debió fundamentalmente a las dificultades esbozadas en los dos párrafos anteriores. Las sencillas consideraciones de Mein y Larson (ref. 28) dejaron abierto el camino para que investigadores como Morel - Seytoux encontraran en la tan sencilla y tan relegada fórmula de Green y Ampt (ec 2.34) amplias posibilidades de aplicación. Sin embargo, sus desarrollos se vieron un tanto desviados de la cuestión práctica y, en cierto sentido, cayeron en las limitaciones inherentes a los aquí llamados métodos teóricos. No fue sino hasta el artículo de Chu (ref. 31), publicado hace apenas poco más de tres años, cuando el concepto del potencial en el frente húmedo pudo revelar su verdadera valía. En efecto, el método de Chu cumple, casi a la medida, con todos los objetivos planteados en la introducción. Los parámetros que intervienen en él puedan reducirse finalmente a tres: K_s , Ψ_m y C_r . El primero es una propiedad de los suelos tan conocida en la ingeniería civil que pueden encontrarse valores de ella en casi cualquier libro de mecánica de suelos, geología, hidrología, agua subterránea, etc, o bien puede determinarse en el laboratorio o en el campo con una precisión muy razonable. El segundo parámetro es una con-

junción del potencial en el frente húmedo Ψ_f y la deficiencia de humedad $M_d = \theta_s - \theta_i \cdot \Psi_f$, aunque algo más extraño en la ingeniería práctica que K_s , puede también determinarse a partir de pruebas de laboratorio o de campo con métodos bien desarrollados y que se conocen con cierta profundidad, por ejemplo, en el campo de la agronomía o en el del estudio del agua subterránea (refs 6, 25, 36, 37 y 42); si no se cuenta con medios para llevar a cabo estas pruebas, existen también métodos empíricos para estimar su valor con base en la textura del suelo (ref. 38), aunque posiblemente este punto necesita más investigación. θ_s es un parámetro también ampliamente conocido, y su valor no puede ser mayor de, aproximadamente, 0.5. Por tanto, M_d varía entre cero (para un suelo inicialmente saturado) y 0.5 (para uno inicialmente seco). El valor de θ_i es el que toma en cuenta las condiciones iniciales y su variación es, en casos reales, aún más restringida que la de θ_s . En teoría, el único parámetro que debe ser calibrado es C_r , pero, nuevamente, su variación es poca, pues su valor difícilmente puede ir más allá de unos cuantos milímetros.

De cualquier modo, aún suponiendo que los tres parámetros deban estimarse por medio de una calibración, es mucho más racional y sencillo hablar, por ejemplo, de la deficiencia de humedad del suelo que del parámetro f_0 de la fórmula de Horton o que de la función $\Psi(\theta)$, pues el primero tiene la doble ventaja de poseer un sentido físico bien definido y conocido en la

práctica y de no requerir, para su determinación, de métodos demasiado especializados o complejos,

Por todo lo anterior, se seleccionó el método de Chu como el más idóneo para usarse en el modelo.

3. ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA FLUJO EN AGUAS POCO PROFUNDAS Y METODOS DE SOLUCION.

En este capítulo se deducen las ecuaciones básicas que describen el escurrimiento a superficie libre bajo condiciones no establecidas. La solución de dichas ecuaciones proporcionará el método necesario para simular el tránsito de la lluvia efectiva, calculada como se describió en el capítulo anterior, desde el sitio donde se produce hasta la salida de la cuenca, al principio como flujo superficial* y posteriormente como escurrimiento en canales bien definidos. Aunque la deducción de dichas ecuaciones puede hallarse en varias publicaciones (por ejemplo, refs. 47, 48, 49), aquí se hace nuevamente para poder hacer referencia a ellas en las discusiones posteriores. Después se exponen brevemente los posibles métodos de solución de las ecuaciones y por último, también en forma breve, se explican los diferentes métodos que se probaron y se justifica la

* Ver pie de la pág. 12

selección de uno de ellos para incorporarse al modelo. Con el fin de que el lector que no se interese en estas cuestiones pueda omitir la lectura de este capítulo sin perder continuidad, en el siguiente se explica con mayor detalle el método de solución seleccionado.

3.1 Deducción de las ecuaciones

La deducción que sigue se hizo tomando como base la ref 49.

Las ecuaciones fundamentales que describen el flujo a superficie libre en aguas poco profundas son la de continuidad y la de conservación de la cantidad de movimiento, y fueron publicadas por primera vez por Saint - Venant en 1871 (ref 63). La hipótesis básica para su planteamiento es que la presión p varía de modo hidrostático en la vertical, es decir:

$$p = \rho g (h - z), \quad z \leq h \quad (3.1)$$

donde z es la coordenada vertical, h es el tirante, ρ es la densidad del agua y g es la aceleración debida a la gravedad.

La deducción se reducirá a una sola dimensión, debido a que así se tratará el flujo en todos los casos.

3.1.1. Ecuación de continuidad

El principio de conservación de la masa sobre un volumen de control indica que la entrada neta de masa por unidad de tiempo debe ser igual al cambio de almacenamiento dentro de dicho volumen de control. Entonces, en un ancho unitario (fig. 7), se tiene que

(entrada) - (salida) = (cambio de almacenamiento)

es decir

$$\begin{aligned} & \left(v - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left(h - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) + q \Delta x - \\ & - \left(v + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \left(h + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) = \\ & = \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde v es la velocidad, q es el gasto lateral de entrada por unidad de ancho y por unidad de longitud del volumen de control, x es la coordenada espacial en la dirección del flujo y t es el tiempo.

Simplificando la ec. 3.2, haciendo Δx tender a cero y despreciando términos del orden de $(dx)^2$, se obtiene

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (vh)}{\partial x} = q \quad (3.3)$$

que es la ecuación de continuidad,

3.1.2. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento,

El principio de conservación de la cantidad de movimiento, en un volumen de control unidimensional, establece que la entrada neta de cantidad de movimiento al volumen por unidad de tiempo más la suma de fuerzas externas actuando sobre él debe ser igual a la acumulación de cantidad de movimiento dentro de dicho volumen. Recordando que la cantidad de movimiento se define como el producto del flujo de masa por la velocidad, se tiene que

$$\left. \begin{array}{l} \text{cantidad de} \\ \text{movimiento} \\ \text{que entra} \end{array} \right\} \int \left\{ v(vh) - \frac{\partial}{\partial x} [v(vh)] \frac{\Delta x}{2} \right\} + \int q v_q \Delta x \quad (3.4a)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{cantidad de} \\ \text{movimiento} \\ \text{que sale} \end{array} \right\} \int \left\{ v(vh) + \frac{\partial}{\partial x} [v(vh)] \frac{\Delta x}{2} \right\} \quad (3.4b)$$

donde v_q es la componente en la dirección del movimiento de la velocidad del flujo lateral de entrada.

En la ref 49 se agrega a la ec. 3.4 b el término $\int q v \Delta x$, que representaría la cantidad de movimiento proveniente del gasto lateral de entrada que sale del volumen de control; sin embar

go, tal cosa está ya considerada por el término $\frac{\partial}{\partial x} [\rho (v h)] \frac{\Delta x}{2}$ de la ec. 3.4b.

Las fuerzas externas más importantes que actúan sobre el volumen de control son la de gravedad, la de presión y la debida a la resistencia al flujo producida por las paredes del canal. Aunque es un tanto incorrecto, a la última se le denominará "fricción", pues así es como se le conoce usualmente.

La fuerza debida a la gravedad es igual a la componente del peso del agua en el sentido longitudinal del canal:

$$F_g = \rho g h \Delta x \text{ sen } \theta = \rho g h S_x \Delta x \quad (3.5)$$

donde θ es el ángulo que forma el fondo del canal con la horizontal (fig 7). En la ec. 3.5 se ha sustituido el seno por la tangente bajo la hipótesis de que la pendiente S_x es pequeña.

La fuerza de presión es, de acuerdo con la ec. 3.1:

$$F_p = \int_0^h \rho dz = \frac{1}{2} \rho g h^2 \quad (3.6)$$

La fuerza de fricción se puede expresar como:

$$F_s = \rho h g S_f \Delta x \quad (3.7)$$

donde S_f es una "pendiente de fricción" que se puede calcular, por ejemplo, con la fórmula de Manning si se supone que las pérdidas por fricción en flujo no establecido son similares a las correspondientes a flujo permanente:

$$S_f = \left(\frac{v n}{R^{2/3}} \right)^2 \quad (3.8)$$

siendo n el coeficiente de rugosidad y R el radio hidráulico.

Combinando las ecs. 3.4 a 3.7 mediante el principio de conservación de la cantidad de movimiento, simplificando y haciendo $\Delta x \rightarrow 0$ se puede obtener

$$\frac{\partial}{\partial t} (v h) + \frac{\partial}{\partial x} (v^2 h) + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial x} (h^2) = g h (S_x - S_f) + q v_f \quad (3.9)$$

que es la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento o simplemente ecuación de cantidad de movimiento, en la llamada forma conservativa. Esta ecuación se puede simplificar si se escribe como

$$h \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial (v h)}{\partial x} + v h \frac{\partial v}{\partial x} + g h \frac{\partial h}{\partial x} = g h (S_x - S_f) + q v_f \quad (3.10)$$

y si se sustituye el segundo y tercer términos por su valor, da do por la ec 3.3:

$$h \frac{\partial v}{\partial t} + v q + v h \frac{\partial v}{\partial x} + g h \frac{\partial h}{\partial x} = g (S_x - S_f) + q v_f \quad (3.11)$$

o bien

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g (S_x - S_f) + \frac{q}{h} (v_f - v) \quad (3.12)$$

La 3.12 es la ecuación de cantidad de movimiento en forma no conservativa, que es la más usual.

Las ecs. 3,3 y 3,12 forman un sistema de dos ecuaciones diferenciales hiperbólicas no lineales, cuyas incógnitas son el tirante h y la velocidad v . Desde luego, no existe solución analítica conocida para ellas y para resolverlas es necesario recurrir a los métodos numéricos o bien hacer ciertas simplificaciones.

3.2 Posibles métodos de solución,

Uno de los métodos de solución de las ecs. 3.3 y 3.12 más utilizado en la práctica es el de Muskingum; aunque fue publicado como empírico en 1940 (refs. 50, 51), Cunge (ref 53) demuestra que su hipótesis central, de que la relación entre las entradas y salidas del volumen de control y el almacenamiento en el mismo es lineal, tomada junto con la ecuación de continuidad, es equivalente al planteamiento de un esquema de diferencias finitas de las ecs. 3.3 y 3.12 que introduce un error numérico que a su vez produce una atenuación artificial de la onda de avenida. Este método es, sin embargo, sumamente práctico, por lo que a partir de las ideas de Cunge ha sido estudiado con alguna profundidad en fechas recientes (método de Muskingum - Cunge, refs. 5, 54). En el estudio original, el método de Muskingum requería contar con un hidrograma de entrada y el correspondiente de salida, ambos medidos, para poder ser calibrado; en los estudios recientes mencionados, sólo es necesario contar con un hidrograma de entrada medido y puede tomar en cuenta

gasto lateral y entradas por corrientes tributarias. Para su aplicación se requiere conocer unas pocas características del río, por lo que es del tipo de métodos cuyo uso, como el de las curvas de escurrimiento mencionado en el subcapítulo 2.2, debe limitarse únicamente a los casos en que se cuenta con muy poca información. Evidentemente, sus resultados no son del todo confiables.

Para un modelo del tipo del presentado en este trabajo, con los objetivos propuestos en la introducción, lo más adecuado para realizar el tránsito de la lluvia efectiva es resolver las ecuaciones 3.3 y 3.12 completas, usando algún método numérico. Los que hasta ahora se han desarrollado para resolver las ecuaciones de Saint - Venant pueden clasificarse en tres grupos:

- a) Método de las características
- b) Métodos de diferencias finitas
- c) Método del elemento finito

Stoker (ref. 55), en 1953, realizó los primeros estudios en tránsito de avenidas usando un esquema explícito de diferencias finitas, y en 1957 publicó un libro (ref. 56) en el que explica el uso de las ecuaciones características, aunque el método, planteado para la integración gráfica de las ecuaciones para flujo en aguas poco profundas, se conocía desde mucho tiempo atrás (ref 58). A partir de entonces, y hasta la fecha, los dos primeros

tipos de métodos se han usado y estudiado con asiduidad, y los trabajos referentes al tema publicados hasta ahora forman una larga lista (ver por ejemplo la ref 59, donde se citan 1885 trabajos publicados hasta 1975, relativos a las ecuaciones y su solución).

El método del elemento finito es relativamente reciente; aparentemente, el primer trabajo que se hizo al respecto data de 1973 (ref. 60) y los publicados desde entonces no son tan abundantes, aunque existen ya tratados formales (ref. 63) sobre el uso del método en el tratamiento de las ecuaciones del flujo de agua superficial y subsuperficial.

3.3 Métodos Probados

Para probar el modelo, se seleccionaron las cuencas del río Mixcoac y del río Magdalena, que forman parte del sistema de drenaje de la cuenca endorréica del Valle de México y que están situadas en las montañas del suroeste del Distrito Federal. La selección se basó por un lado en su cercanía, lo que permitiría realizar algunas visitas a ellas y, por otro, en que la información de lluvias y escurrimientos era fácilmente accesible. Los ríos que drenan estas cuencas son del tipo de montaña, con pendientes sumamente altas, y por tanto funcionan en régimen supercrítico.

La última frase del párrafo anterior podría sonar un tanto superflua: el régimen supercrítico es tan común en la hidráulica que cabría no esperar diferencias apreciables entre su tratamiento y el del régimen subcrítico; incluso podría pensarse que, con un simple cambio en las condiciones de frontera, cualquier método que funcionara para régimen subcrítico lo haría también en el caso del supercrítico. La realidad es, sin embargo, muy diferente. De entre la multitud de trabajos que se han publicado acerca de la solución numérica de las ecuaciones de Saint - Venant, sólo algunos mencionan el régimen supercrítico, generalmente limitándose a establecer las condiciones de frontera (por ejemplo, refs. 52, 62 y 65) y casi ninguno ataca el problema con alguna profundidad. De los trabajos consultados, sólo el de Zovne y Martin (ref. 61), publicado en 1979, estudia la solución de las ecuaciones de Saint - Venant para el caso específico del régimen supercrítico, usando el método de las características. No obstante, estos autores encontraron que "la simulación en régimen supercrítico involucra dificultades que no se encuentran normalmente en flujo subcrítico" (cfr. ref. 61, p. 859). Sus pruebas fueron efectuadas en dos tipos de mallas en el plano $x - t$: una rectangular y una irregular; en el caso de la rectangular, el intervalo de discretización en el espacio debe ser pequeño, así como el número de Froude, pues de lo contrario el cálculo se desestabiliza; por tanto, "el rango de aplicación de la malla rectangular es (...) sumamente limitado" (cfr. ref. 61, p. 872). En

cuanto a la malla irregular, "a menos que se encuentre un método para obtener una solución completa sin procedimientos extensivos de prueba y error, (este método) no parece ser trabajable en régimen supercrítico "(cfr. ref. 61, p. 873).

Debido a estas dificultades, en este trabajo hubieron de probarse varios métodos diferentes para la solución numérica de las ecuaciones de Saint - Venant en régimen supercrítico, hasta encontrar uno que diera resultados satisfactorios. Tomando en cuenta las dificultades encontradas por Zovne y Martin (*op cit*), el método de las características se eliminó del análisis y se probaron entonces cuatro esquemas de diferencias finitas, dos explícitos y dos implícitos, y dos formas de aplicación del método del elemento finito. Se describe aquí el planteamiento y algunas de las pruebas efectuadas para los seis métodos para tratar de evitar la nefasta costumbre que se tiene en trabajos de esta índole en el sentido de publicar sólo las investigaciones cuyos resultados fueron satisfactorios y no hacerlo también con aquéllas de las que no se obtuvieron conclusiones positivas, lo que provoca que se caiga una y otra vez en los mismos errores, pudiendo evitarlo al contar con información adecuada.

3.3.1 Esquemas de diferencias finitas explícitos.

Los esquemas de diferencias finitas explícitos son, sin duda,

los métodos más simples que existen para la solución de ecuaciones como las 3,3 y 3,12 ; en ellos las variables dependientes pueden despejarse y entonces las ecuaciones se resuelven en una malla fija en el plano x-t (fig. 8) para un solo punto a la vez. Sin embargo, el intervalo de discretización en el tiempo debe limitarse para asegurar la estabilidad numérica, como se verá más adelante.

3.3.1.1 Esquema explícito difusivo.

El esquema de diferencias finitas más simple que se puede ocurrir al tratar de resolver las ecs. 3.3 y 3.12 se basa en las siguientes aproximaciones:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{j+1}^k - f_{j-1}^k}{2 \Delta x} ; \quad \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_j^{k+1} - f_j^k}{\Delta t} \quad (3.13)$$

donde f es cualquier función de x y t y los índices j y k indican, respectivamente, el nivel en el espacio y el tiempo considerados en la malla fija del plano x - t (fig.8).

Las ecuaciones de continuidad (ec. 3.3) y de cantidad de movimiento (3.12) se pueden escribir, para el caso de un canal rectangular de ancho no unitario, respectivamente como

$$\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{q}{b} \quad (3.14)$$

$$\gamma \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g (S_x - S_f) - \frac{q}{bh} v \quad (3.15)$$

donde se ha supuesto que el gasto lateral entra al canal en la

dirección normal al sentido del flujo, es decir, que $vq=0$.

Se puede demostrar (ref.52) que, si se aplican las ecs. 3.13 directamente a las 3.14 y 3.15, el esquema resultante es incondicionalmente inestable. Esto puede corregirse si se usa un coeficiente de difusión α en la forma (ref. 52)

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_j^{k+1} - \left[\alpha f_j^k + \frac{1-\alpha}{2} (f_{j+1}^k + f_{j-1}^k) \right]}{\Delta t} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{j+1}^k - f_{j-1}^k}{2 \Delta x} \quad (3.17)$$

Nótese que, si $\alpha = 1$, el esquema es el incondicionalmente inestable; además, si $\alpha = 0$, es puramente difusivo. Usando las ecs. 3.16 y 3.17 en la 3.14 se puede obtener

$$\frac{h_j^{k+1} - \left[\alpha h_j^k + \frac{1-\alpha}{2} (h_{j+1}^k + h_{j-1}^k) \right]}{\Delta t} + v_j^k \frac{h_{j+1}^k - h_{j-1}^k}{2 \Delta x} + h_j^k \frac{v_{j+1}^k - v_{j-1}^k}{2 \Delta x} = \frac{q_j^k}{b} \quad (3.18)$$

o bien
$$h_j^{k+1} = \alpha h_j^k + \frac{1-\alpha}{2} (h_{j+1}^k + h_{j-1}^k) - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} [v_j^k (h_{j+1}^k - h_{j-1}^k) + h_j^k (v_{j+1}^k - v_{j-1}^k)] + \frac{\Delta t q_j^k}{b} \quad (3.19)$$

Del mismo modo, la ec. 3.15 en diferencias finitas resulta

$$v_j^{k+1} = \alpha v_j^k + \frac{1-\alpha}{2} (v_{j+1}^k + v_{j-1}^k) - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} [v_j^k (v_{j+1}^k - v_{j-1}^k) + g (h_{j+1}^k - h_{j-1}^k)] + g \Delta t (s_x - s_t)_j^k - \frac{\Delta t q_j^k}{b h_j^k} v_j^k \quad (3.20)$$

Las ecs. 3.19 y 3.20 son expresiones explícitas con las que se puede calcular respectivamente el tirante y la velocidad en to dos los puntos de la malla, una vez que se conozcan las condiciones iniciales y las de frontera. De acuerdo con la teoría elaborada al respecto (por ejemplo, refs. 52, 61 y 62), éstas últimas deben consistir, para régimen supercrítico, en la espe cificación del tirante y la velocidad en el extremo de aguas arriba del canal, *independientemente de las ecuaciones del es-* *quema o método usado.*

En la ref. 52 se demuestra que la condición de estabilidad (pa-
ra $\alpha = 0$) es la de Courant-Lewy - Friederich o simplemente
condición de Courant:

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{|v_0 + \sqrt{g h_0}|} \quad (3.21)$$

donde el subíndice 0 denota condiciones de flujo uniforme. Algunos experimentos hechos con este esquema para el problema de la caída de un embalse han demostrado que, para $\alpha = 0$ y término de fricción pequeño, se obtiene una solución dentada (ref. 52) y que dicha solución se suaviza para $\alpha = 0.1$ (fig. 9), de donde se puede concluir que no es conveniente usar valores de α demasiado pequeños.

El esquema se probó para un canal rectangular en régimen super crítico, con pendiente de 0.05, longitud de 3200 m, coeficiente de rugosidad de Manning de 0.02 y ancho de 6.1 m. En todos

los casos, el canal se dividió en diez tramos iguales, con lo que Δx fue constante e igual a 320 m. Las condiciones de frontera se fijaron de modo que, dado un gasto de entrada en el extremo de aguas arriba del canal, el tirante y la velocidad en el primer nudo se calculan mediante un proceso iterativo con el sistema de ecuaciones

$$Q = \frac{A}{n} R_H^{2/3} S_x^{1/2} \quad (3.22)$$

$$Q = v A \quad (3.23)$$

Se hicieron tres tipos de pruebas. El primero fue la simulación de flujo uniforme, variando tanto Δt como α , el segundo consistió en introducir un hidrograma por el extremo de aguas arriba y en el tercero se puso un gasto lateral constante a todo lo largo del canal.

Los resultados fueron los siguientes:

Grupo 1

El coeficiente de difusión α se varió de 0.0 a 1.0 y el intervalo de discretización en el tiempo se tomó de 5, 10 y 20 seg (el máximo permisible según la condición de Courant, 3.21, es aproximadamente de 35 seg). El gasto fue de $23 \text{ m}^3/\text{seg}$ y el número de Froude fue aproximadamente de 3. Para $\Delta t = 5 \text{ seg}$, el cálculo se desestabilizó con $\alpha = 0.0$ y $\alpha = 1.0$ (ver fig. 10)

mientras que resultó estable para valores de α de 0.5 y 0.7, al menos para los primeros 300 ó 400 Δt s, Para $\Delta t = 10$ seg, el esquema resultó estable si α está alrededor de 0.8, y, para $\alpha = 0.6$, sucede un fenómeno curioso, que no se encuentra en la literatura consultada (fig. 11): el cálculo parece desestabilizarse alrededor de los 600 seg, pero vuelve a estabilizarse aproximadamente a los 1000 seg, aunque el valor del gasto en todos los nudos fuera de la frontera es incorrecto. A menos que exista alguna otra explicación, este fenómeno puede deberse, más que a inestabilidad (los errores de redondeo sí están acotados, dado que la solución no se destruye totalmente como en el caso de la fig. 10), a inconsistencia o incompatibilidad, es decir, a que a medida que Δt y Δx tienden a cero, la solución del esquema tiende a la solución de una ecuación diferencial distinta de la que se quiere resolver (ref. 73). Desafortunadamente, tal cosa es difícil de demostrar en ecuaciones no lineales como las 3.3 y 3.12. En adelante se supondrá que la hipótesis anterior es correcta, y a los fenómenos con esas características se les asignará el nombre genérico de "inconsistencias". Otra prueba con $\Delta t = 5$ seg y $\alpha = 0.2$ resultó también inconsistente y todas las pruebas efectuadas con $\Delta t = 20$ seg fueron inestables.

Grupo 2.

En la fig. 12 se muestra un hidrograma de entrada por el extre

mo de aguas arriba del canal (nudo 1) y los hidrogramas transitados en los nudos 5 y 11, para $\Delta t = 5$ seg y $\alpha = 0.5$. Como se puede observar, los resultados son bastante razonables; es to parece indicar que, si el cálculo es estable y consistente para flujo establecido, lo es también en el caso de que haya un hidrograma de entrada por la frontera, al menos cuando el gasto no varía muy bruscamente.

Grupo 3

En este caso, se mantuvo un gasto de entrada de $23\text{m}^3/\text{seg}$ constante por la frontera y se introdujo además un gasto lateral de $q = 0.0125\text{ m}^3/\text{seg}/\text{m}$ a todo lo largo del canal. En las figs. 13 y 14 se muestran dos pruebas realizadas bajo estas condiciones. En la primera, Δt fue de 5 seg y α de 0.5 . El cálculo sigue siendo estable, pero hay una pérdida de masa, pues no se alcanza el gasto de equilibrio en ningún nudo. En la segunda figura se muestra otro caso en el que el esquema es estable pero inconsistente. Aquí, $\Delta t = 10$ seg y $\alpha = 0.5$. Si esto se compara con los resultados del grupo 1, la conclusión obtenida al final de la descripción del grupo 2 queda reforzada: si el cálculo es inestable o inconsistente bajo condiciones de flujo establecido, lo es también en otras condiciones.

De lo anterior se desprende que las combinaciones de Δt y α que hacen estable al esquema son bastante limitadas, y que aún

en el caso de que se encuentre una combinación estable, la tendencia del esquema a volverse inconsistente lo hace peligroso, pues al incorporarse al modelo, obviamente no se conoce la solución y podría llegarse a resultados que, pareciendo razonables, fueran totalmente incorrectos. Por ello, este esquema no se considera adecuado para simular el escurrimiento en régimen supercrítico.

3.3.1.2 Esquema explícito de pasos fraccionados.

Este esquema fue desarrollado originalmente por Daubert y Graffe (ref 97) y después modificado y simplificado por Berzowsky (ref 74 y 75). Para su planteamiento, las ecs. 3.3 y 3.12 se escriben respectivamente en la siguiente forma:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{q}{B} \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + g S_f + \frac{q}{B(H-z)} v = 0 \quad (3.25)$$

donde H es la cota de la superficie libre del agua sobre un plano arbitrario de referencia, B es el ancho de la superficie libre del agua, Q es el gasto y z es la cota del fondo del canal.

En este esquema, las velocidades se calculan en puntos intermedios entre dos tirantes (fig.15), de donde se deriva su nombre.

Las ecuaciones 3.24 y 3.25 puestas en diferencias finitas son, respectivamente,

$$\frac{H_j^{k+1} - H_j^k}{\Delta t} + \frac{1}{\bar{B}_j} \frac{v_{j+1/2}^k A_{j+1/2}^k - v_{j-1/2}^k A_{j-1/2}^k}{\Delta x} = \frac{q_j^k}{\bar{B}_j}, \quad j=2, jj-1 \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{v_{j+1/2}^{k+1} - v_{j+1/2}^k}{\Delta t} + v_{j+1/2}^{k+1} \frac{v_{j+1/2}^k - v_{j-1/2}^k}{2 \Delta x} + g \Psi \frac{H_{j+1}^{k+1} - H_j^{k+1}}{\Delta x} + \\ & + g(1-\Psi) \frac{H_{j+1}^k - H_j^k}{\Delta x} + \frac{g n^2 v_{j+1/2}^{k+1} |v_{j+1/2}^k|}{(R_{H_{j+1/2}}^k)^{4/3}} + \\ & + \frac{q_j^k}{\bar{B}_j (H_j^k - z_j)} v_{j+1/2}^{k+1} = 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

en que Ψ es un factor de peso que varía entre 0 y 1 (se recomienda que $\Psi = 0.6$), \bar{B}_j es el ancho de superficie libre medio entre los tiempos $k\Delta t$ y $(k+1)\Delta t$ y jj es el número de tramos. Para el caso de flujo supercrítico, H_1^k y $v_{1+1/2}^k$ deben conocerse para todo k .

Despejando H_j^{k+1} y $v_{j+1/2}^{k+1}$ resulta

$$H_j^{k+1} = H_j^k - \frac{\Delta t}{\Delta x \bar{B}_j} (v_{j+1/2}^k A_{j+1/2}^k - v_{j-1/2}^k A_{j-1/2}^k) + \frac{\Delta t}{\bar{B}_j} q_j^k, \quad j=2, jj-1 \quad (3.28)$$

$$v_{j+1/2}^{k+1} = \frac{v_{j+1/2}^k - g \theta \Psi (H_{j+1}^{k+1} - H_j^{k+1}) - g \theta (1-\Psi) (H_{j+1}^k - H_j^k)}{1 + C_{j+1/2} + F_{j+1/2} + L_{j+1/2}}, \quad j=2, jj-1 \quad (3.29)$$

donde

$$\theta = \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3.30)$$

$$C_{j+1/2} = \frac{\theta}{2} (v_{j+3/2}^k - v_{j-1/2}^k) \quad (3.31)$$

$$F_{j+1/2} = \frac{gn^2 \Delta t}{(R_{H_{j+1/2}}^k)^{4/3}} |v_{j+1/2}^k| \quad (3.32)$$

$$L_{j+1/2} = \frac{q_j^k}{B_j (H_j^k - z_j)} \quad (3.33)$$

En el nudo jj del canal, es decir, en su extremo aguas abajo, sólo es necesario calcular H ; esto se hace de la siguiente forma:

$$H_{jj}^{k+1} = H_{jj}^k - \frac{\Delta t}{B_{jj} \Delta x} (v_{jj-1/2}^k A_{jj}^k - v_{jj-1/2}^k A_{jj-1/2}^k) + \frac{\Delta t q_{jj}^k}{B_{jj}} \quad (3.34)$$

En todos los casos, las áreas, perímetros mojados radios hidráulicos se calculan como

$$A_{j+1/2}^k = \frac{h_{j+1}^k + h_j^k}{2} B_j^k \quad (3.35)$$

$$P_{j+1/2}^k = B_j^k + h_{j+1}^k + h_j^k \quad (3.36)$$

$$R_{H_{j+1/2}}^k = \frac{A_{j+1/2}^k}{P_{j+1/2}^k} \quad (3.37)$$

En este esquema, la condición de estabilidad es también la 3.21. Las pruebas, el canal y las condiciones de frontera fueron iguales a las descritas en el inciso 3.3.1.1.

Los resultados fueron los siguientes:

Grupo 1

Se probaron valores de Δt de 5 a 40 seg y Ψ de 0.0 a 1.0. En todos los casos, el cálculo fue estable, aún para valores de Δt mayores que el resultado de la condición de Courant (3.21). Se observó que los cambios de Ψ no tienen prácticamente ninguna influencia en los cálculos.

Grupo 2

En la fig 16 se muestra un hidrograma transitado con este método. Como se puede observar, el cálculo es inestable, fundamentalmente en la curva de recesión. Esta situación se repitió en todos los casos probados, y, nuevamente, los resultados son prácticamente los mismos para cualquier valor de Ψ con un Δt dado.

Grupo 3

Aquí se observan resultados similares a los obtenidos con el grupo 2 (fig. 17). En este caso, el gasto en todos los nudos parece tender a un valor más o menos cercano al de equilibrio, pero después el cálculo se inestabiliza hasta destruirse totalmente la solución.

Los resultados obtenidos con este esquema fueron aún peores que con el explícito difusivo, por lo que también se eliminó del análisis.

3.3.2 Esquemas de diferencias finitas implícitos.

Los métodos de diferencias finitas implícitos tienen la ventaja sobre los explícitos de que el intervalo de discretización en el tiempo está, generalmente, menos limitado. Su desventaja principal es que es necesario resolver un sistema de ecuaciones en cada nivel de tiempo, e incluso a veces se deben hacer iteraciones para llegar a la solución en dicho nivel. Para este tra-

bajo se probaron dos esquemas diferentes; las pruebas se describen a continuación,

3.3.2.1 Esquema de Abbott.

Para desarrollar el esquema de Abbott (refs. 52, 62, 84), las ecs 3.14 y 3.15 se escriben en la forma:

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial t} + \bar{A} \frac{\partial \bar{f}}{\partial x} = \bar{g} \quad (3.38)$$

donde

$$\bar{f} = \begin{Bmatrix} v \\ h \end{Bmatrix}; \quad \bar{A} = \begin{Bmatrix} v & g \\ h & v \end{Bmatrix}; \quad \bar{g} = \begin{Bmatrix} g(S_x - S_f) - \frac{v^2 q}{bh} \\ q/b \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

Si se multiplica la ec. 3.38 por \bar{A}^{-1} , se puede obtener

$$h \frac{\partial v}{\partial t} - v \frac{\partial h}{\partial t} - (v^2 - gh) \frac{\partial h}{\partial x} = hg(S_x - S_f) - \frac{2v^2 q}{b} \quad (3.40)$$

$$-v \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial t} - (v^2 - gh) \frac{\partial v}{\partial x} = -v^2 g(S_x - S_f) + \frac{v^2 q}{bh} + \frac{gq}{b} \quad (3.41)$$

Usando las ecs. 3.14 y 3.40 y aproximándolas en diferencias finitas resulta:

$$h \frac{(v_i^{h+1} - v_i^h)}{\Delta t} - \frac{v}{2} \left\{ \frac{h_{j+1}^{h+1} - h_{j+1}^h}{\Delta t} + \frac{h_{j-1}^{h+1} - h_{j-1}^h}{\Delta t} \right\} - \frac{(v^2 - gh)}{4} \left\{ \frac{h_{j+1}^{h+1} - h_{j-1}^{h+1}}{\Delta x} + \frac{h_{j+1}^h - h_{j-1}^h}{\Delta x} \right\} = \frac{1}{2} (S_j^h + S_j^{h+1}) \quad (3.42)$$

$$\frac{h_j^{k+1} - h_j^k}{\Delta t} + \frac{1}{4} \left\{ \frac{v_{j+1}^{k+1} h_{j+1}^k - v_{j-1}^{k+1} h_{j-1}^k}{\Delta x} + \frac{v_{j+1}^k h_{j+1}^k - v_{j-1}^k h_{j-1}^k}{\Delta x} \right\} =$$

$$= \frac{1}{2b} (q_{j+1}^k + q_j^{k+1}) \quad (3.43)$$

donde

$$S_j^k = h_j^k g (S_x - S_f)_j^k - \frac{2 v_j^k q_j^k}{b} \quad (3.44)$$

Acomodando términos, se puede escribir

$$A_j^k h_{j+1}^{k+1} + B_j^k v_j^{k+1} + C_j^k h_{j-1}^{k+1} = D_j^k \quad (3.45)$$

$$E_j^k v_{j+1}^{k+1} + F_j^k h_j^{k+1} + G_j^k v_{j-1}^{k+1} = H_j^k \quad (3.46)$$

en que

$$A_j^k = -\frac{v_j^k}{2 \Delta t} - \frac{(v_j^k)^2 - g h_j^k}{4 \Delta x} \quad (3.47)$$

$$B_j^k = \frac{h_j^k}{\Delta t} \quad (3.48)$$

$$C_j^k = -\frac{v_j^k}{2 \Delta t} + \frac{(v_j^k)^2 - g h_j^k}{4 \Delta x} \quad (3.49)$$

$$D_j^k = C_j^k h_{j+1}^k + B_j^k v_j^k + A_j^k h_{j-1}^k + \frac{1}{2} (S_j^k + S_j^{k+1}) \quad (3.50)$$

$$E_j^k = \frac{h_{j+1}^k}{4 \Delta x} \quad (3.51)$$

$$F_j^k = \frac{1}{\Delta t} \quad (3.52)$$

$$G_j^k = -\frac{h_{j-1}^k}{4 \Delta x} \quad (3.53)$$

$$H_j^k = E_j^k v_{j+1}^k + F_j^k h_j^k + G_j^k v_{j-1}^k + \frac{1}{2b} (q_{j+1}^k + q_j^{k+1}) \quad (3.54)$$

El esquema se aplica a una malla en la que h y v están intercalados (fig. 18).

De acuerdo con Abbott e Ionescu (ref. 83, p.103), el esquema arriba planteado tiene un error de truncado $\sigma(\Delta x^2, \Delta t^2)$, pero el uso de los coeficientes A_j , B_j y C_j en el nivel k introduce errores de truncado $\sigma(\Delta t)$, los que pueden reducirse calculando dichos coeficientes con los promedios de v_j^k y v_j^{k+1} y de h_j^k y h_j^{k+1} , siguiendo un proceso iterativo. En este trabajo no se tomó en cuenta esto último, y los coeficientes se calcularon directamente con las ecs. 3.47 a 3.54. En el caso de flujo subcrítico, las ecuaciones 3.45 y 3.46 forman un sistema cuya matriz de coeficientes resulta tridiagonal, y que puede resolverse, por ejemplo, mediante el método de doble barrido; en el caso de flujo supercrítico, no obstante, solamente es necesario hacer un barrido. Sin embargo, en este caso no es simple fijar las condiciones de frontera, debido al procedimiento de cálculo que usa el método (fig. 18). En este trabajo se usó el procedimiento indicado en la fig. 19; una vez calculados el tirante h_0^{k+1} y la velocidad v_0^{k+1} en el extremo aguas arriba del canal como se indica en el inciso 3.3.1.1., se hace $h_1^{k+1} = h_0^{k+1}$ y $v_1^{k+1} = v_0^{k+1}$ y con ello se fijan las condiciones de frontera,

El esquema es, según los autores mencionados, incondicionalmente estable; sin embargo, señalan que es peligroso usar valores de Δt demasiado grandes, y que el esquema parece alcanzar su máxima precisión cuando $\Delta t/\Delta t_c \doteq 1$, donde Δt_c está definido por la condición de Courant 3.21. Si Δt decrece con $\Delta t < \Delta t_c$, el error en un tiempo $t = k\Delta t$ dado aumenta lentamente, pero con $\Delta t > \Delta t_c$, el error crece rápidamente. Para Δx pequeño, se pueden obtener buenos resultados con $\Delta t/\Delta t_c$ de 10 ó aún más, pero para Δx grandes el error es muy sensible a variaciones de $\Delta t/\Delta t_c$ (cfr, ref. 84, p.107), aunque el cálculo puede permanecer estable.

No obstante, en las pruebas realizadas en este trabajo, el cálculo resultó siempre inestable para flujo uniforme. Al probar el mismo canal descrito en los incisos anteriores, se usó primero $\Delta t = 30$ seg, con lo que se tiene, aproximadamente, $\Delta t/\Delta t_c = 1$. En esta prueba, los resultados son absurdos en los últimos 5 nudos cuando han pasado apenas 120 seg de simulación. Haciendo algunos experimentos, se descubrió que, curiosamente, la simulación mejora si el Δt se aumenta; sin embargo, se sigue presentando una inestabilidad. En la fig.20 se muestra una de las pruebas realizadas con $\Delta t = 200$ seg, es decir, $\Delta t/\Delta t_c \doteq 6$. Cabe aclarar que tanto en esta prueba como en la correspondiente a $\Delta t = 30$ seg, se obligó a que

$$S_i \left| \frac{S_x - S_f}{S_x} \right| < 1 \times 10^{-3}, \text{ entonces } S_f = S_x, \quad (3.55)$$

condición sin la cual se presenta la inestabilidad en los primeros Δt s. Como se puede observar en dicha figura, los errores existentes entre 800 y los 1800 seg tienen una aparente tendencia a corregirse, y la solución avanza correctamente de los 2200 a los 3400 seg; no obstante, a los 3600 seg, el cálculo "estalla", es decir, los tirantes adquieren valores absurdos de un momento a otro, debido a que se deja cumplir la condición 3.55. En las dos pruebas, con $\Delta t = 200$ seg y $\Delta t = 300$ seg, esto parece suceder debido a que en los primeros nudos aparece un pequeño error en S_f que se propaga rápidamente hacia aguas abajo y se amplifica al mismo tiempo de manera considerable. Se hicieron varios intentos de corregir esta falla, modificando las ecuaciones de diferencias finitas 3.45 y 3.46 y el proceso de cálculo en diferentes formas, pero el problema siempre persistió, por lo que este esquema fue descartado.

3.3.2.2. Esquema implícito de pasos fraccionados.

Es esquema implícito de pasos fraccionados fue desarrollado originalmente por Leendertse (ref 79) y posteriormente Cruickshank (ref 74, 75) lo estudió y le introdujo algunas mejoras. La descripción que sigue se basa en la versión de este último autor, con algunas modificaciones.

Este esquema, similar en concepción al explícito de pasos

fraccionados (ver 3,3,1.2), utiliza también el diagrama de aplicación mostrado en la fig 15. Con base en las ecs 3.24 y 3.25, la discretización es la siguiente:

Ecuación de continuidad:

$$\bar{B}_j \frac{H_j^{k+1} - H_j^k}{\Delta t} + \frac{v_{j-1/2}^{k+1} A_{j+1/2}^k - v_{j-1/2}^k A_{j-1/2}^k}{\Delta t} = q_j^k \quad (3.56)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$\begin{aligned} & \frac{v_{j+1/2}^{k+1} - v_{j+1/2}^k}{\Delta t} + \left[\xi v_{j+1/2}^{k+1} + (1 - \xi) v_{j+1/2}^k \right] \times \\ & \times \frac{v_{j+3/2}^k - v_{j-1/2}^k}{2 \Delta x} + g \psi \frac{H_{j+1}^{k+1} - H_j^{k+1}}{\Delta x} + g (1 - \psi) \times \\ & \times \frac{H_{j+1}^k - H_j^k}{\Delta x} + g n^2 \frac{v_{j+1/2}^{k+1} |v_j^k|}{(R_{H_j^{k+1/2}}^k)^{4/3}} \\ & + \frac{q_j^k}{\bar{B}_j (H_j^k - z_j)} v_{j+1/2}^{k+1} = 0 \quad (3.57) \end{aligned}$$

donde ξ y ψ son factores de peso.

Mediante algunas operaciones algebraicas, la ec 3.57 se puede escribir como

$$N_{j+1/2}^{k+1} = M_{j+1/2} + \frac{g \Psi \Theta (H_j^{k+1} - H_{j+1}^{k+1})}{1 + F_j + \xi C_j + L_j} \quad (3.58)$$

donde

$$M_{j+1/2} = \frac{(1 + (\xi - 1) C_j) N_{j+1/2}^k + g \Theta (1 - \Psi) (H_j^k - H_{j+1}^k)}{1 + F_j + \xi C_j + L_j} \quad (3.59)$$

$$\Theta = \Delta t / \Delta x \quad (3.60)$$

$$C_j = (\Theta / 2) (N_{j+1/2}^k - N_{j-1/2}^k) \quad (3.61)$$

$$F_j = \Delta t g n^2 \frac{|N_j^k|}{(R_{H_{j+1/2}}^k)^{4/3}} \quad (3.62)$$

$$L_j = \frac{q_j^k}{\bar{B}_j (H_j^k - z_j)} \quad (3.63)$$

y la ec 3.56, usando la 3.58, resulta

$$\begin{aligned} - \Psi G_{j-1/2} H_{j-1}^{k+1} + [1 + \Psi (G_{j+1/2} + G_{j-1/2})] H_j^{k+1} - \Psi G_{j+1/2} H_{j+1}^{k+1} = \\ = D_j - N_{j+1/2} + N_{j-1/2} \end{aligned} \quad (3.64)$$

siendo

$$G_{j+1/2} = \Theta g T_{j+1/2} \quad (3.65)$$

$$T_{j+1/2} = \frac{R_{j+1/2}}{1 + F_j + \xi C_j + L_j} \quad (3.66)$$

$$R_{j+1/2} = \frac{\Theta A_{j+1/2}^k}{\bar{B}_j} \quad (3.67)$$

$$D_j = \frac{\Delta t q_j^k}{\bar{B}_j} + H_j^k \quad (3.68)$$

$$N_{j+1/2} = M_{j+1/2} R_{j+1/2} \quad (3.69)$$

Como sucede con el esquema de Abbott (3.3.2.1.) en el caso de régimen subcrítico, al escribir la ec 3.64 para cada nudo, se obtiene un sistema de ecuaciones cuya matriz de coeficientes es tridiagonal y simétrica y puede, por tanto, resolverse con un método como el de doble barrido. En estas condiciones, el esquema funciona bien; en este trabajo se el sometió a pruebas sumamente severas en régimen subcrítico y las fallas ocurrieron para condiciones realmente extremas, como variaciones demasiado bruscas en las fronteras, que difícilmente ocurren en la práctica.

En régimen supercrítico, en cambio, el sistema de ecuaciones puede resolverse mediante un solo barrido, utilizando ecuaciones recursivas que toman en cuenta los tirantes recién calculados para los nudos situados aguas arriba al considerado. En este caso, sin embargo, no se logró que la solución avanzara más allá del segundo Δt , habiéndose probado varias combinaciones de Δt , Ψ y ξ ; en todas las pruebas, el esquema se desestabilizó de inmediato, por lo que se desechó como posible opción.

3.3.3 Método del elemento finito

Dada la extensión de los desarrollos que resultan de la aplicación del método del elemento finito a la solución de las ecs 3.3 y 3.12 y en vista de que en este trabajo no se obtuvieron resultados conclusivos con dicha aplicación, el resto de este

subcapítulo se limitará solamente a describir los resultados obtenidos. En el próximo capítulo se presenta, sin embargo, un planteamiento general del método y se explica su aplicación a la solución de la versión cinemática de las ecuaciones de Saint-Venant.

3.3.3.1 Solución de las ecuaciones completas.

Dada la poca experiencia que se tiene en el uso del método del elemento finito, para examinar su aplicación al tránsito de avenidas sin tener los problemas inherentes al régimen supercrítico, se probó primero para el caso de régimen subcrítico.

Se ensayaron tres esquemas numéricos diferentes, dos de los cuales fueron programados. En todos los casos, los resultados fueron inconclusivos. Algunas de las observaciones hechas durante las pruebas son las siguientes:

a) Los esquemas planteados no funcionan en canales con cambios de pendiente para condiciones establecidas; aún sin variar las condiciones de frontera, las velocidades disminuyen apreciablemente sin que los tirantes experimenten modificaciones perceptibles en las primeras iteraciones. Eventualmente, los cambios en las velocidades producen alteraciones en los tirantes incongruentes con las condiciones de régimen establecido.

- b) En el caso de canales con pendiente constante y remansos que no se aparten mucho de las condiciones de flujo uniforme, el régimen establecido se mantiene razonablemente estable mientras no haya cambios en las fronteras.
- c) Para remansos fuertes, el cálculo se inestabiliza, así como para cambios relativamente bruscos en la frontera.
- d) Con remansos suaves e hidrogramas de entrada también muy suaves, el tránsito resulta aceptable.

Se cree que las dificultades encontradas en las pruebas se deben fundamentalmente al método usado para la discretización en el tiempo que, como se verá en el próximo capítulo, es un esquema de diferencias finitas del tipo Crank - Nicolson. A pesar de que en teoría es posible hacer dicha discretización en el tiempo con el método del elemento finito como se hace para el espacio, el trabajo algebraico y de programación requiere de mucho más tiempo del disponible para la realización de esta tesis; por otro lado, se ha visto que la discretización en el tiempo por medio del método del elemento finito no presenta grandes ventajas. En este sentido, tal vez resultaría más conveniente probar otros tipos de esquemas de diferencias finitas para dicha discretización. Otras posibles fuentes de error son:

- a) El uso de funciones de aproximación lineales
- b) Manejo inadecuado de las fronteras
- c) Existencia de alguna limitación en cuanto a la magnitud de Δt y Δx , aunque se probaron diferentes combinacio-

nes de ellas sin resultados satisfactorios.

- d) En algunos de los esquemas, la existencia de una primera iteración explícita,

Un análisis más completo de estas y otras posibles fuentes de error y del comportamiento numérico del método cae fuera del alcance de este trabajo, por lo que se desechó su investigación.

3.3.3.2 Solución de la versión cinemática de las ecuaciones

Como ya se mencionó, el método del elemento finito aplicado a la solución de la versión cinemática de las ecuaciones de Saint Venant se describirá con cierto detalle en el cuarto capítulo. El algoritmo ahí explicado se aplicó a los tres grupos de pruebas señalados en 3.3.1.1, para el mismo canal y aquí se comentan los resultados,

Grupo 1

Todas las pruebas resultaron estables siempre que el Δt no se acercara al dado por la ec 3.21. Con un Δt similar al de Courant, el cálculo no se desestabiliza, pero el número de iteraciones aumenta considerablemente. Con valores de Δt de 15 y 20 seg, los gastos tienen oscilaciones alrededor del correcto suficientemente pequeñas para ser despreciables; además, el

error siempre está acotado.

Grupo 2.

Los resultados son cualitativamente similares a los del grupo 1.

En la fig. 21 se muestra el tránsito de una avenida hecho con este método. Se observa que la forma del hidrograma prácticamente no se modifica y que la atenuación del pico es relativamente pequeña.

Grupo 3

Para $\Delta t = 15s$ y $\Delta t = 20s$, el cálculo también es estable. El gasto de equilibrio en todos los nudos es exactamente el correcto y la curva de recesión resulta, como sería de esperarse, suave y estable (fig 22).

3.4 Discusión de los métodos.

Una de las conclusiones más importantes que pueden obtenerse de la larga descripción de tropiezos anterior es que es necesaria más investigación sobre el problema de la solución de las ecuaciones de Saint-Venant en régimen supercrítico. Es realmente sorprendente ver cuán poco se ha publicado sobre el asunto. Dado lo común que es que se presente el régimen supercrítico en canales, es difícil de creer que la cantidad de ar-

títulos publicados sobre este problema refleje la cantidad de investigación realizada; más bien, lo que se pensaría es que, siendo un problema con tantas dificultades, la mayor parte de los estudios realizados han fracasado desde el punto de vista de la obtención de resultados utilizables en la práctica y sus autores los han *guardado* subrepticamente en un cajón de su escritorio o en el cesto de basura. Esta práctica resulta más que lamentable, pues obliga a que el que se tropieza por primera vez con el problema deba recorrer el mismo camino que ya ha sido recorrido por otros autores que no han obtenido resultados conclusivos, lo que aumenta las posibilidades de quedarse a la mitad de él.

De los métodos probados en este trabajo, varios de los cuales son mundialmente reconocidos como eficientes y con pocos problemas numéricos, ninguno que resuelva las ecuaciones completas resultó satisfactorio para régimen supercrítico. Desde luego, aunque la forma de aplicación de los métodos y la manera de tomar en cuenta las condiciones de frontera se establecieron con el mayor cuidado posible, siempre existe la posibilidad de que haya algún aspecto del problema no tomado en cuenta. Sin embargo, un estudio completo de esto requeriría de un trabajo de la misma magnitud de esta tesis.

El único método que dio resultados satisfactorios fue el de la solución de la versión cinemática de las ecuaciones de Saint-

Venant, que se describe con mayor detalle en el siguiente capítulo. Como ahí se verá, este método utiliza simplificaciones que, aunque parecen no tener gran efecto en la solución real, son suficientemente fuertes como para manejarlas con cautela. Desgraciadamente, en la literatura consultada no aparece un solo artículo con datos medidos de alguna avenida en régimen supercrítico, por lo que no se pueden corroborar los resultados descritos en 3.3.3.2. No obstante, en vista de que fue el único método que observó un comportamiento correcto, será el adoptado para simular el escurrimiento en el modelo, tanto para flujo superficial como para flujo en canales, cuando éste último sea supercrítico.

En el caso de que el flujo en canales sea subcrítico, sería más recomendable resolver las ecuaciones completas, pues ahí no se tienen tantas dificultades como en el caso de régimen supercrítico. En este sentido, se recomendaría usar preferentemente el esquema implícito de pasos fraccionados, cuyo comportamiento observado fue el mejor de todos.

Asimismo se considera que no es necesario resolver las ecuaciones completas para flujo superficial, pues, de acuerdo con lo que se verá en 4.1, en ese caso la teoría de la onda cinemática es perfectamente aplicable.

4. TRANSITO DE LA LLUVIA EFECTIVA

En el capítulo anterior se dedujeron las ecuaciones de Saint-Venant para escurrimiento en aguas poco profundas y se explicaron brevemente los métodos numéricos que se probaron para resolverlas. Ahí se dijo que, debido a las especiales características del régimen supercrítico, el único método del que se pudieron obtener resultados satisfactorios fue el del elemento finito para la solución de la versión cinemática de las ecuaciones. En este capítulo se expone, en primer lugar, un corto resumen de la teoría de la onda cinemática con sus implicaciones y limitaciones y, en segundo lugar, se explica con más detalle la aplicación del método del elemento finito a esta teoría. Al igual que el capítulo 2, este se basa en un trabajo (ref. 67) que se hizo previamente para explorar las posibilidades de aplicación del método del elemento finito al problema de la relación lluvia - escurrimiento y, como en aquél, se han excluido las deducciones que por su extensión o

complejidad podrían entorpecer la lectura.

4.1 La teoría de la onda cinemática.

El flujo cinemático en aguas poco profundas se presenta cuando existe un balance entre las fuerzas gravitacionales y las de fricción. Cuando el flujo es de este tipo, la ecuación de cantidad de movimiento 3.12 se simplifica considerablemente ; en efecto, dicha ecuación se puede escribir en la forma

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} = S_x - S_f - \frac{q}{gh} v \quad (4.1)$$

donde se ha supuesto que el gasto lateral entra al canal en la dirección normal al sentido del escurrimiento y

$$H = h + \frac{v^2}{2g} \quad (4.2)$$

es la energía específica.

A su vez, la ec. 4.1 puede expresarse como (ref. 47)

$$S_f = S_x - S_a - S_e - S_q \quad (4.3)$$

donde

$$S_a = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.4)$$

$$S_e = \frac{\partial H}{\partial x} \quad (4.5)$$

$$S_f = \frac{qv}{gh} \quad (4.6)$$

La ec. 4.3 está únicamente en términos de pendientes: S_f es la de "fricción", S_x es la del fondo del canal, S_a es la de aceleración, S_e es la de la línea de energía específica y S_q es la producida por el gasto lateral. De acuerdo con las refs 47 y 76, cuando las fuerzas gravitacionales, representadas por S_x , compensan aproximadamente a las de fricción, S_a , S_e y S_q son despreciables en comparación con S_x , por lo que, en ese caso, la ec 4.3 sería

$$S_x = S_f \quad (4.7)$$

El resultado anterior indica que la ecuación de cantidad puede, bajo condiciones de flujo cinemático, sustituirse por una relación entre tirantes y gastos para flujo uniforme, como alguna de las fórmulas de "fricción" existentes (Manning, Darcy - Weissbach o Chezy).

Las ideas anteriores, sin tomar en cuenta el gasto lateral, fueron publicadas originalmente en 1955 por Lighthill y Whitman (ref 68) y desde entonces se han estudiado y utilizado ampliamente, debido a la simplicidad que introducen en los cálculos (ver, por ejemplo, refs 69 a 72).

Woolhiser y Liggett (ref 77) propusieron el siguiente parámetro adimensional para determinar si la teoría de flujo cinemático es válido en un caso particular:

$$K = \frac{Sx Lo}{Fo^2 ho} \quad (4.8)$$

donde

$$Fo = \frac{vo}{\sqrt{gho}} \quad (4.9)$$

siendo Lo la longitud del canal. El subíndice o en las demás variables indica condiciones de flujo establecido en el extremo aguas abajo del canal. De acuerdo con los mismos autores (ref. 78), cuando el flujo es supercrítico o bien cuando el número de flujo cinemático K (ec. 4.8) es grande, el modelo cinemático es preciso (cfr. ref. 76, p. 198); se puede decir que si K es del orden de 10, el error que se comete es pequeño, y que si es mayor de 20, el modelo es muy bueno (ref. 76). En el caso de flujo superficial, con mucha frecuencia se tienen valores de K altos, debido a que los tirantes son muy pequeños con relación a las longitudes; en efecto, de acuerdo con la ref. 78, en una gran cantidad de problemas de flujo superficial, K es mayor de 1000. Aunque en menor grado, en el caso de canales funcionando en régimen supercrítico también es fácil que K tenga valores relativamente grandes, debido a que los tirantes son pequeños y las pendientes son altas. Sin embargo, si el número de Froude crece mucho, K puede disminuir de tal modo que la teoría deje de ser válida (ec. 4.8). Una posible explicación física de esto es la siguiente: en cualquier corriente natural, siempre están presentes las ondas

dinámicas, además de las cinemáticas, dado que difícilmente las fuerzas gravitatorias compensan exactamente a las de "fricción". En general, la parte principal de una onda de avenida es de naturaleza cinemática, pero siempre existe una dinámica situada antes de ella moviéndose hacia aguas arriba y otra después que se mueve hacia aguas abajo (fig.23, refs 47,68, 76). Si el número de Froude no es muy alto (teóricamente no mayor que 2, refs. 47 y 76), la onda dinámica de aguas abajo se mantiene adelante de la cinemática, pero si dicho número es grande, las fuerzas gravitatorias adquieren mayor importancia que las de fricción, haciendo que la onda cinemática se "monte" sobre la dinámica, incrementando la pendiente del frente de ésta y aumentándose así su importancia relativa. Es posible que este incremento en la pendiente del frente de la onda dinámica no se describa adecuadamente por los métodos probados en el capítulo anterior y que eso sea lo que produce las inestabilidades observadas. Tal vez una investigación futura sobre métodos de solución de las ecuaciones de Saint-Venant para régimen supercrítico debería considerar éstas cuestiones en un análisis preliminar.

En este trabajo se supondrá que el modelo se aplica a cuencas con corrientes funcionando en régimen supercrítico pero con números de Froude no demasiado altos; en el caso de que el régimen sea subcrítico, las dificultades disminuyen considerablemente, y se recomendaría usar las ecs. 3.3 y 3.12 completas,

como ya se ha indicado en el subcapítulo 3,4

4.2 El método del elemento finito en la solución de la versión cinemática de las ecuaciones.

4.2.1 Planteamiento general

Dado que el método del elemento finito aún no es muy común en la hidráulica, aquí se hará una breve descripción de él. En las refs 60, 66, 67 y 80 se pueden hallar tratamientos más completos.

El método puede aplicarse en dos formas básicas: por medio del procedimiento de Rayleigh - Ritz, basado en el cálculo variacional, y mediante el de residuos pesados. El primero puede usarse solamente en el caso de algunas ecuaciones diferenciales lineales y representa, en realidad, una subclase del segundo (ref . 66). Cuando se tienen ecuaciones no lineales como las 3.3 y 3.12, el de residuos pesados es el único que puede aplicarse. Este método consiste básicamente en lo siguiente:

Cualquier sistema de ecuaciones diferenciales como el formado por las 3.3 y 3.12 se puede expresar en forma abreviada como

$$\mathcal{L}(\{\phi\}) = \{b\} \quad (4.10)$$

donde \mathcal{L} es un operador diferencial, $\{\phi\}$ es un vector de incógnitas y $\{b\}$ es un vector de términos independientes. En el caso de las ecuaciones mencionadas, \mathcal{L} , $\{\phi\}$ y $\{b\}$ son:

$$\mathcal{L} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} & h \frac{\partial}{\partial x} \\ g \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\{\phi\} = \begin{Bmatrix} h \\ v \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\{b\} = \begin{Bmatrix} q \\ g (s_x - s_f) + \frac{q}{h} (v_q - v) \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

El vector de incógnitas $\{\phi\}$ se expresa en función de sus valores nodales $\phi_i, i = 2, 3, \dots, n$ en un dominio dividido en elementos finitos:

$$\{\phi(x)\} = \left\{ \phi_1(x) + \sum_{i=2}^n a_i \phi_i(x) \right\} \quad (4.14)$$

en que n es el número de nudos. En la ecuación anterior, la testa denota valores aproximados, $\{\phi_1(x)\}$ es el valor de $\{\phi\}$ en la frontera y $a_i, i = 2, 3, \dots, n$ son funciones "de aproximación", definidas en términos de la coordenada x ; en el caso general, estas funciones pueden ser de cualquier orden, pero usualmente se consideran lineales para no complicar demasiado los cálculos.

los. Nótese que en la ec. 4.14 solamente se ha tomado en cuenta la variación de $\{\phi\}$ en el espacio.

Si se sustituye la ec. 4.14 en la 4.9 resulta

$$L\{\hat{\phi}\} - \{b\} = \{R\} \quad (4.15)$$

donde $\{R\}$ es un residuo que resulta de utilizar la función aproximada $\{\hat{\phi}\}$ en lugar de la exacta $\{\phi\}$. El método de los residuos pesados consiste en multiplicar $\{R\}$ por funciones de peso W_i , $i=1,2,\dots,n$ de tal modo que, en promedio, el error sea nulo. Esto se logra integrando los productos en el dominio y obligando a que la integral sea igual a cero:

$$\int_D \{R\} W_{\bar{a}}(x) dx = \{0\}, \bar{a}=1,n \quad (4.16)$$

o bien

$$\int_D [L\{\hat{\phi}\} - \{b\}] W_{\bar{a}} dx = \{0\}, \bar{a}=1,n \quad (4.17)$$

donde D indica el dominio de solución.

Las funciones W_i pueden tomar varias formas, cada una de las cuales constituye una modalidad del método de residuos pesados (método del subdominio, de colocación, de mínimos cuadrados, etc., ref. 66). El método de Galerkin es una de esas modalidades en que las funciones de peso W_i son las mismas que las de aproximación a_i . Aplicando esta idea, el cálculo de las integrales 4.17 proporciona los valores nodales $\{\phi_i\}$ buscados. En vista de que se ha integrado sólo en el espacio, el resul-

tado es una serie de ecuaciones diferenciales cuya única variable independientemente es el tiempo, y que es necesario integrar también. Aunque esto puede realizarse mediante el mismo método de Galerkin, lo usual es hacerlo con algún esquema de diferencias finitas por las razones señaladas en 3.3.3 .

4.2.2 Ejemplos sencillos de aplicación.

El apretado planteamiento anterior puede resultar confuso para los no iniciados en el método del elemento finito (y también para los iniciados); por ello, se consideró conveniente plantear y resolver un par de ejemplos sencillos para tratar de clarificar el funcionamiento del método.

4.2.2.1 Un elemento aislado,

Schreiber y Bender (ref. 81), en 1972, realizaron algunos experimentos de laboratorio, entre cuyos resultados reportaron algunos hidrogramas de flujo superficial obtenidos haciendo caer una lluvia de intensidad constante sobre un plano rectangular con pendiente y rugosidad uniformes (fig.24a). Con el objeto de comparar los resultados del método con los experimentales, aquí se usa el mismo dominio que el empleado por dichos autores.

Se usará la teoría de la onda cinemática. Aquí conviene escribir la ec. 3.3 en la forma

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = Bq \quad (4.18)$$

donde B es el ancho del dominio, A el área hidráulica y Q el gasto. El operador diferencial \mathcal{L} (ec. 4.9) es en este caso

$$\mathcal{L} = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \quad \frac{\partial}{\partial x} \right\} \quad (4.19)$$

el vector de incógnitas es

$$\{\phi\} = \left\{ \begin{array}{c} A \\ Q \end{array} \right\} \quad (4.20)$$

y el vector de términos independientes es

$$\{b\} = \{Bq\} \quad (4.21)$$

Usando funciones de aproximación lineales (fig 24b):

$$a_1 = 0, \quad a_2 = \frac{x}{x_1} \quad (4.22)$$

Nótese que sólo hay dos funciones de aproximación, pues se tienen dos nudos. Dado que las únicas restricciones que tienen dichas funciones es que cumplan con las condiciones de frontera y que sean linealmente independientes, es válido que una

de ellas sea nula. Las condiciones de frontera son

$$\text{para } x = 0, t > 0: \begin{cases} Q = 0 \\ A = 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

y las condiciones iniciales son

$$\text{para } x \geq 0, t = 0: \begin{cases} Q = 0 \\ A = 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

De acuerdo con lo anterior, las ecs. 4.14 resultan

$$\{\dot{\phi}\} = \begin{Bmatrix} \frac{x}{x_2} A_2 \\ \frac{x}{x_2} Q_2 \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

por lo que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{\dot{\phi}\} &= \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \quad \frac{\partial}{\partial x} \right\} \begin{Bmatrix} \frac{x}{x_2} A_2 \\ \frac{x}{x_2} Q_2 \end{Bmatrix} \\ &= \frac{x}{x_2} \dot{A}_2 + \frac{Q_2}{x_2} \end{aligned} \quad (4.26)$$

donde el punto sobre la variable indica derivación con respecto al tiempo.

De las ecs. 4.17 y 4.26, usando el método de Galerkin se encuentra que

$$\frac{1}{x_2} \int_0^{x_2} \left[\frac{x}{x_2} \dot{A}_2 + \frac{Q_2}{x_2} - Bq \right] x dx = 0 \quad (4.27)$$

Calculando la integral anterior y ordenando términos se obtiene

$$\dot{A}_2 = \frac{3 B}{2} q - \frac{3 Q_2}{2x_2} \quad (4.28)$$

La ec. 4.28 es aún continua en el tiempo. Para integrarla, se usará un esquema de diferencias finitas explícito muy simple:

$$\frac{A_2^{k+1} - A_2^k}{\Delta t} = \frac{3 B}{2} q - \frac{3 Q_2^k}{2x_2} \quad (4.29)$$

donde el superíndice k denota el nivel de tiempo considerado.

El gasto Q_2^k se calcula con

$$Q_2^k = A_2^k v_2^k \quad (4.30)$$

y la velocidad v_2^k , para poder compararla con los resultados de Schreiber y Bender (ref. 81), se calculará con la fórmula de Darcy-Weissbach:

$$v_2^k = \frac{8g Sx}{\nu K} (h_2^k)^2 \quad (4.31)$$

siendo h el tirante, ν el coeficiente de viscosidad cinemática y K el coeficiente de rugosidad. Debido a que los tirantes son muy pequeños, el impacto de las gotas de lluvia retarda el flujo, por lo que K tiene dos valores diferentes, dependiendo de la presencia o ausencia de lluvia.

Combinando las ecs. 4.29 a 4.31 se puede obtener

$$Q_2^{k+1} = \frac{8g S_0}{\sqrt{K} B^2} \left[\frac{\Delta t}{2} \left(3Bq - \frac{3Q_2^k}{x_2} \right) + \Lambda_2^k \right]^3 \quad (4.32)$$

Con la ec. 4.32 y las condiciones iniciales 4.24 es posible conocer el gasto en cualquier tiempo. Los datos de Schreiber y Bender son los siguientes:

$$S_0 = 0.0465$$

$$q = 7.5 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$x_2 = 4.877 \text{ m}$$

$$B = 2.438 \text{ m}$$

$$K = 24 \text{ (durante la lluvia)}$$

$$K = 14 \text{ (después de la lluvia)}$$

$$\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

tiempo que dura la lluvia: 200 s

En la fig 25 se muestra el hidrograma obtenido con $\Delta t = 10 \text{ seg}$, comparado con el medido por Schreiber y Bender.

Kawahara y Yokoyama (ref. 82), en 1980, aplicaron el método del elemento finito a la solución del sencillo ejemplo anterior, pero de una manera mucho más espectacular, y los resultados que obtuvieron fueron similares. Con un tratamiento bidimensional, dichos autores dividieron el dominio de la fig 24 en 24 elementos triangulares y usaron un intervalo de discretización en el tiempo de 0.012 s, con lo que necesitaron cerca de 40 000 Δt s, contra los 480 usa-

dos aquí. De no existir algún error de impresión en el artículo, lo menos que se puede decir de tal cosa es que es exagerada. Existen además en el trabajo de Kawahara y Yokoyama otras cuestiones que lo hacen definitivamente inaplicable a problemas prácticos.

Taylor *et al* (ref. 80) también resolvieron el mismo ejemplo, pero con dos elementos, y obtuvieron resultados ligeramente mejores, aunque no especifican el valor de Δt usado. Ellos atribuyen las pequeñas discrepancias existentes entre el hidrograma simulado y el medido a diferencias en la viscosidad cinemática supuesta en los cálculos y la del fluido usado en los experimentos.

4.2.2.2. Sucesión de elementos con características homogéneas

En este ejemplo se presenta una sucesión de 5 elementos iguales, cada uno con 30.48 m de largo, pendiente de 0.02 y coeficiente de rugosidad de Manning de 0.013 (fig 26). La lluvia tiene una intensidad de 0.189 m/h constante, y 350 s de duración. Todos los datos se tomaron de modo que coincidieran con los experimentales usados por Yu y Mc Nown (ref. 83), con el objeto de comparar los resultados.

La ec 3.3 sigue siendo válida y, usando nuevamente la teoría

de la onda cinemática, la 4.7 se representará con la fórmula de Manning:

$$v = \frac{1}{n} h^{2/3} S_x^{1/2} \quad (4.33)$$

donde n es el coeficiente de rugosidad.

Las funciones de aproximación serán también lineales; aplicadas a cada nudo, se tiene que

$$a_i = \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i}; \quad a_{i+1} = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}, \quad i = 1, n_e \quad (4.34)$$

siendo n_e el número de elementos

Las ecs. 4.14 son entonces

$$\{\hat{\phi}\} = \begin{Bmatrix} \hat{Q} \\ \hat{A} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^{n_e} (a_i Q_i + a_{i+1} Q_{i+1}) \\ \sum_{i=1}^{n_e} (a_i A_i + a_{i+1} A_{i+1}) \end{Bmatrix} \quad (4.35)$$

y aplicando el método de Galerkin resulta

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \left(\frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} - q \right) a_i dx = 0, \quad i = 1, n_e \quad (4.36)$$

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} \left(\frac{\partial \hat{Q}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} - q \right) a_{i+1} dx = 0, \quad i = 1, n_e \quad (4.37)$$

Reemplazando las ecs 4.35 en las 4.36 y 4.37, calculando las integrales y ordenando, se puede llegar a las siguientes ecua

ciones:

$$\frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{6} \dot{A}_{i-1} + \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{3} \dot{A}_i + \frac{x_{i+1} - x_i}{6} \dot{A}_{i+1} + \frac{1}{2} (Q_{i+1} - Q_{i-1}) - \frac{(x_i - x_{i+1}) q_{j-1}}{2} - \frac{(x_{i+1} - x_i) q_j}{2} = 0 \quad (4.38)$$

$$\frac{x_n - x_{n-1}}{3} (\dot{A}_n + \frac{\dot{A}_{n-1}}{2}) + \frac{1}{2} (Q_n - Q_{n-1}) - \frac{(x_n - x_{n-1}) q_{n-1}}{2} = 0 \quad (4.39)$$

donde $n = n_c + 1 =$ número de nudos y el subíndice j denota al elemento situado entre los nudos i e $i+1$ (el subíndice $j-1$ denota entonces al elemento situado entre los nudos $i-1$ e i)
No se ha considerado la ecuación correspondiente al primer nudo, debido a que ahí se conoce el tirante y la velocidad, tanto en el caso de flujo superficial como en el de canales en régimen supercrítico.

Desarrollando las ecs 4.38 y 4.39 para los n nudos del dominio se obtiene el sistema

$$\left. \begin{aligned} \frac{2(l_1 + l_2)}{6} \dot{A}_2 + \frac{l_2}{6} \dot{A}_3 &= -\frac{l_1}{6} \dot{A}_1 - \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1) + \frac{1}{2} (q_1 l_1 + q_2 l_2) \\ \frac{l_2}{6} \dot{A}_2 + \frac{2(l_2 + l_3)}{6} \dot{A}_3 + \frac{l_3}{6} \dot{A}_4 &= -\frac{1}{2} (Q_4 - Q_2) + \frac{1}{2} (q_2 l_2 + q_3 l_3) \\ &\vdots \\ \frac{l_{n-1}}{6} \dot{A}_{n-1} + \frac{2l_{n-1}}{6} \dot{A}_n &= -\frac{1}{2} (Q_n - Q_n) + \frac{1}{2} (q_{n-1} l_{n-1}) \end{aligned} \right\} (4.40)$$

Que, en forma matricial, se puede escribir como

$$\left\{ \begin{array}{cccccc} l_1 & 2l_1 + 2l_2 & l_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & l_2 & 2l_2 + 2l_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2l_{n-1} + 2l_n & l_n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & l_n & 2l_n \end{array} \right\} x$$

$$x \left\{ \begin{array}{c} \dot{A}_2 \\ \dot{A}_3 \\ \vdots \\ \dot{A}_{n-1} \\ \dot{A}_n \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{c} Q_1 - Q_3 \\ Q_2 - Q_4 \\ \vdots \\ Q_{n-2} - Q_n \\ Q_{n-1} - Q_n \end{array} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{c} q_1 l_1 + q_2 l_2 - \frac{\dot{A}_1}{G} l_1 \\ q_2 l_2 + q_3 l_3 \\ \vdots \\ q_{n-1} l_{n-1} + q_n l_n \\ q_n l_n \end{array} \right\}$$

o bien

$$[M] \{\dot{A}_i\} = \{H\} + \{C\} \quad (4.41)$$

La ec 4.41 constituye, como la 4.27, un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que se puede integrar en el tiempo mediante el esquema de diferencias finitas

$$\frac{1}{\Delta t} [M] (\{A_i\}_{t+\Delta t} - \{A_i\}_t) = \epsilon \{F\}_{t+\Delta t} + (1-\epsilon) \{F\}_t \quad (4.42)$$

en que

$$\{F\} = \{H\} + \{C\} \quad (4.43)$$

y ϵ es un "coeficiente de esquema"; si $\epsilon = 0$, el esquema es explícito, si $\epsilon = 1$ es implícito y si $\epsilon = 1/2$ es del tipo Crank - Nicolson (ref 66, 73). El esquema más recomendable de los tres es el de Crank - Nicolson, dado que es neutralmente estable y de segundo orden, mientras que el implícito es incondicionalmente estable pero sólo de primer orden y el explícito es también de primer orden y además condicionalmente estable (ref 66).

La ecuación 4.42 es completamente general para flujo unidimensional, y servirá como base no sólo para resolver este ejemplo sino para el tránsito de la lluvia efectiva en el modelo general. Tal como está planteada, se puede usar para diferentes longitudes de los elementos, diferentes rugosidades y pendientes, etc., siempre que se le agregen las condiciones iniciales y de frontera adecuadas. En el caso de flujo superficial, las condiciones iniciales son

$$\{Q_i\}_0 = \{A_i\}_0 = 0 \quad (4.44)$$

y las de frontera serán

$$(Q_i)_t = (A_i)_t = 0 \quad \forall t \quad (4.45)$$

La condición $\{Q_i\}_0 = 0$ está forzada por $\{A_i\}_0 = 0$, por lo que la última es suficiente. En el caso de canales fun-

cionando en régimen supercrítico, las condiciones iniciales son

$$\{Q_i\}_0 = \{Q_{b_i}\}_0 \quad (4.46)$$

$$\{A_i\}_0 = \{A_{b_i}\}_0 \quad (4.47)$$

y las de frontera

$$(Q_1)_t = (Q_0)_t \quad (4.48)$$

$$(A_1)_t = (A_0)_t \quad (4.49)$$

donde el subíndice b indica condiciones de escurrimiento base y el subíndice o indica valores conocidos independientemente de la ec. 4.42.

El procedimiento de solución sería entonces el siguiente (el superíndice j es el número de iteración):

- 1) Calcular $\{A_i\}_{t+\Delta t}^1$ con la ec. 4.42, haciendo $\epsilon = 0$
- 2) Calcular $\{Q_i\}_{t+\Delta t}^j$ con $\{A_i\}_{t+\Delta t}^j$ y la fórmula de Manning:

$$Q_i = \frac{A_i}{n} R_{H_i}^{2/3} S_{x_{i-1}}^{1/2} \quad (4.50)$$

donde R_{Hi} es el radio hidráulico en el nudo i y $S_{x_{i-1}}$ es la pendiente del canal en el elemento i - 1.

- 3) Calcular $\{F\}_{t+\Delta t}$ con $\{Q_c\}_{t+\Delta t}^i$ y el gasto lateral
- 4) Calcular nuevamente $\{A_u\}_{t+\Delta t}^{j+1}$ con la ec. 4.42, pero ahora con $\epsilon = 1/2$
- 5) Comparar

$$\left| \frac{\{A_u\}_{t+\Delta t}^{j+1} - \{A_u\}_{t+\Delta t}^j}{\{A_u\}_{t+\Delta t}^{j+1}} \right|$$

con alguna tolerancia previamente especificada; si ésta queda satisfecha, hacer $t = t + \Delta t$ y volver al paso 1.

- 6) Si la tolerancia no se cumple, hacer $j = j+1$ y regresar al paso 2.

Nótese que la matriz $[M]$ resulta tridiagonal y simétrica, por lo que la solución del sistema puede efectuarse con algún método de eliminación como el de doble barrido. En el caso considerado en este ejemplo (fig 26)

$$[M] = \begin{Bmatrix} 20.32 & 5.08 & 0 & 0 & 0 \\ 5.08 & 20.32 & 5.08 & 0 & 0 \\ 0 & 5.08 & 20.32 & 5.08 & 0 \\ 0 & 0 & 5.08 & 20.32 & 5.08 \\ 0 & 0 & 0 & 5.08 & 10.16 \end{Bmatrix}$$

además, el vector $\{c\}$ es conocido y constante;

$$\{c\} = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right\} (2.88) \quad (4.51)$$

En la fig 27 se muestran los resultados obtenidos, compara dos con los experimentales reportados por Yu y McNown (ref 83) Como puede apreciarse, la correspondencia es bastante acepta ble.

4.3 Aplicación a cuencas.

La aplicación a cuencas reales del procedimiento descrito an teriormente consistiría, primero, en idealizar la topografía de la cuenca de modo que se conserven las características más importantes de su sistema de escurrimiento. Para la parte co rrespondiente a flujo superficial, tal cosa se puede lograr, tomando en cuenta la estructura del método del elemento fini to, dividiendo la superficie de la cuenca en elementos ordena dos en hileras orientadas en el sentido dominante de la pen diente. Cada uno de estos elementos tendría que representar una porción relativamente pequeña de la cuenca en la que tan to la pendiente como el tipo de suelo y vegetación sean lo más uniformes posible, aunque en una hilera dada pueda haber

cambios en esas características de un elemento a otro. El coeficiente de rugosidad en cada uno de los elementos debe ser estimado con base en el tipo de suelo y vegetación, para lo que puede ayudar una visita a la cuenca. Las pendientes medias de los elementos se determinarían con base en los planos topográficos de la zona, y la precisión lograda depende, naturalmente, de la exactitud de dichos planos. No obstante, dada la fuerte **dosis de subjetividad** involucrada en la estimación de los **coeficientes de rugosidad**, es conveniente dejar esta variable como parámetro de calibración, usando las pendientes tal y como se obtienen de los planos topográficos, aunque los coeficientes resultantes se aparten un poco de los estimados inicialmente. El número de hileras en la cuenca y la cantidad de elementos contenidos en cada hilera se deben fijar procurando que haya congruencia entre la calidad de los datos disponibles y la precisión que se desee lograr. En una cuenca con buena densidad de drenaje y con los datos usuales, es suficiente poner dos o tres elementos en cada hilera para obtener resultados razonablemente buenos, siempre que la orientación de las hileras refleje con cierta fidelidad la distribución real del flujo superficial.

Las hileras de flujo superficial descargan a las corrientes consideradas como más importantes, en la dirección normal al sentido del escurrimiento en dichas corrientes. Para que la aplicación del modelo resulte práctica sin que sea demasiado

burda, basta con tomar en cuenta solamente la corriente principal y todas las de un orden inferior, que aquí se llamarán secundarias.

Las corrientes, del mismo modo que las hileras de flujo superficial, se dividen en elementos que puedan suponerse razonablemente uniformes en cuanto a pendiente y resistencia al flujo; cada uno de dichos elementos deberá recibir la descarga de dos hileras de flujo superficial situadas una frente a otra y su longitud debe ser igual al ancho de las hileras correspondientes. El número de corrientes secundarias establecido obedecerá a las mismas restricciones que el número de hileras, es decir, debe reflejar con la mayor fidelidad posible el sistema de escurrimiento pero tomando en cuenta la calidad de los datos disponibles. La descarga de las corrientes secundarias a la principal se supondrá también, en adelante, normal a la dirección del escurrimiento en la última.

En las figs. 28 y 29 se muestra la configuración seleccionada para la prueba del modelo en los ríos Mixcoac y Magdalena respectivamente. En el capítulo 6 se describirán dichas cuencas con mayor amplitud.

5. INTEGRACION DEL MODELO Y APLICACIONES

En la introducción se puntualizó que los mecanismos que se consideran más importantes en el proceso lluvia-escorrimento son infiltración, retención en charcos, flujo superficial y escurrimiento en canales. Los siguientes tres capítulos se dedicaron al estudio de dichos mecanismos por separado: el segundo trató sobre los métodos existentes para el cálculo de la infiltración y de ahí se concluyó que el más adecuado para este modelo es el de Chu, que de paso toma en cuenta también la retención en charcos; en el tercer capítulo se dedujeron las ecuaciones de Saint-Venant, cuya solución cubre los mecanismos de flujo superficial y escurrimiento en canales, y se describieron varios métodos ensayados para resolver dichas ecuaciones, concluyéndose que el único con cierta confiabilidad es del elemento finito aplicado a la solución de la versión cinemática de las ecuaciones y que tendría que usarse tanto para flujo superficial como para escu-

rrimiento en canales cuando este último se verifica en régimen supercrítico; el capítulo 4 contiene una breve discusión sobre la teoría de la onda cinemática, una descripción de la aplicación método del elemento finito a dicha teoría y algunas ideas generales sobre el modo como se usaría en su aplicación en el escurrimiento en cuencas.

En este capítulo se reúnen los conceptos vertidos en los tres anteriores para integrar el modelo, se examina su calibración y se describe su aplicación a las cuencas de los ríos Mixcoac y Magdalena, mencionados en 4.3.

5.1 Integración del modelo

5.1.1 Cálculo de la lluvia efectiva

Una vez idealizada la topografía de la cuenca como se ha descrito en 4.3 y obtenida una posible configuración de su sistema de escurrimiento como podría ser la de la fig 28 ó 29, el problema siguiente es, dada la red de estaciones medidoras de precipitación, decidir la manera en que se calcula la lluvia que cae en cada uno de los elementos de la configuración obtenida. El modo más simple de hacerlo es calcular un hietograma medio, mediante una curva masa media ajustada como se describe, por ejemplo, en la ref 85, y suponer después que la lluvia se distribuye uniformemente en la cuenca.

Este procedimiento arroja usualmente resultados con buena confiabilidad; sin embargo, con frecuencia sucede que en cálculos de este tipo no se toman en cuenta los obstáculos topográficos que modifican las trayectorias de las tormentas y por tanto la distribución de la lluvia en el espacio. Así, si se conoce algún patrón general de trayectoria de las tormentas, éste debe tomarse en cuenta en el cálculo del hietograma medio.

Por otra parte, el método anterior resulta un tanto incómodo cuando se analizan varias tormentas, pues para cada una de ellas es necesario trazar las isoyetas, calcular sus áreas de influencia, etc., lo que implica una buena cantidad de trabajo previo a la aplicación del modelo. Otro procedimiento posible es trazar los polígonos de Thiessen correspondientes a las estaciones cuyas mediciones se consideran representativas de la precipitación que cae en ciertas zonas de la cuenca y determinar, de una vez por todas, los elementos de la configuración de la cuenca que están en el área de influencia de cada una de las estaciones, conservando las cosas así para el análisis de todas las tormentas en cuestión. Nuevamente, si se sabe que en general las tormentas se mueven de determinada manera, los polígonos de Thiessen pueden modificarse como se juzgue conveniente. Este método es, desde luego, más práctico que el anterior, pues con él solamente es necesario trasladar los registros de las diferentes estaciones pluviográficas a un archivo de datos, lo que además puede resultar especialmente útil en el caso de simulaciones en tiempo real si la transmisión de los datos se hace en forma automática mediante una red telemétrica.

Para el conocimiento de los parámetros K_s , Ψ_M y C_r para el cálculo de la infiltración, existen dos caminos: el primero consiste en hacer mediciones directas, *in situ* o en laboratorio, de la conductividad saturada, el contenido de humedad inicial y de saturación y de la función $\Psi(\theta)$ de cada uno de los elementos o de grupos de ellos; si los recursos económicos y técnicos lo permiten, éste es, sin duda, el mejor. El segundo camino es determinarlos por medio de calibraciones del modelo, algunas de las cuales se describirán en 5.2. Si se sigue este camino, es necesario suponer que los parámetros mencionados son los mismos para todos los elementos situados en el área de influencia de cada una de las estaciones pluviográficas. En cualquier caso, es claro que tanto K_s como C_r deben permanecer constantes para cualquier tormenta analizada, al contrario de lo que sucede con Ψ_M , el que, por incluir

el contenido de humedad inicial, varía con las condiciones de precipitación antecedente.

5.1.2 Tránsito de la lluvia efectiva

Una vez calculada la lluvia efectiva, el siguiente paso es transitarla por la superficie de la cuenca por cada una de las filas de flujo superficial en que se dividió la misma, hasta obtener tantos hidrogramas de salida como filas existan. Aquí se manejan variables tales como pendientes y coeficientes de rugosity, que naturalmente se suponen constantes en cada elemento. Teóricamente, ninguna de ellas debería ser objeto de calibración, pero como se verá más adelante, es en general necesario hacer algunos experimentos numéricos para adecuar una con otra, después de lo cual permanecen fijos para todas las tormentas.

Por razones de sencillez en la programación y uso del modelo, los elementos en que se divide la superficie de la cuenca deben ser rectangulares. Dado que al hacer tal división difícilmente se logra lo anterior a menos que los elementos sean relativamente pequeños (ver por ejemplo fig 29), los elementos se pueden "transformar" en rectangulares dando a cada uno de ellos un "ancho equivalente", haciendo que, para la misma longitud, su área sea la misma que la del elemento real. El procedimiento usado en el tránsito no requiere que todos los elementos de una fila dada sean del mismo ancho; lo mismo puede decirse con respecto a las longitudes. Desde luego, la calidad de los resultados depende de las magnitudes de los elementos, pero ellas deben fijarse, como se mencionó ya en 4.3, tomando en cuenta la calidad de la información disponible.

Los hidrogramas de salida de las diferentes filas de flujo superficial constituyen hidrogramas de gasto lateral de entrada a o-

tros tantos tramos de cauces, y el siguiente paso es, por tanto, el tránsito en ellos. Aquí aparecen nuevamente los parámetros que describen la rugosidad y la pendiente del fondo, y además la forma de las secciones transversales de los cauces. En vista de las múltiples hipótesis simplificadoras que se han hecho a lo largo de este trabajo, no se juzga necesario determinar con gran precisión dicha forma, sino que basta con tener una idea de la magnitud del ancho promedio del cauce en cada tramo y hacer los tránsitos suponiendo secciones rectangulares. Sin embargo, si se piensa que tal suposición es demasiado burda para un caso particular, el procedimiento para el tránsito se puede modificar en consecuencia sin gran esfuerzo.

Finalmente, en el tránsito de la lluvia efectiva por filas de flujo superficial y cauces no se toman en cuenta fronteras internas como saltos hidráulicos o caídas libres; para considerar las últimas, las modificaciones que se tendrían que hacer al modelo no serían demasiado severas, pero la cuestión de los saltos hidráulicos merece un tratamiento especial, pues, por un lado, no se puede saber *a priori* en qué punto se presentan, y por otro, pueden moverse continuamente hacia aguas arriba o hacia aguas abajo durante el transcurso de una tormenta. Tampoco se toman en cuenta perturbaciones locales grandes al flujo como las que podría haber en el punto de unión de dos corrientes.

5.2 Aplicaciones

Para probar el funcionamiento del modelo se elaboró un programa de cómputo en lenguaje FORTRAN, para usarse en una máquina Burroughs B-6800. Dicho programa y un instructivo para su uso, así como un formato de entrada de datos y de salida de resultados, puede hallarse en los apéndices de este trabajo. Las pruebas se llevaron a cabo para algunas tormentas y escurrimientos registrados en las cuencas de los ríos Mixcoac y Magdalena, si

tuadas en las inmediaciones del Distrito Federal. Dichas cuencas se seleccionaron con base en la disponibilidad de información en cuanto a lluvias y escurrimientos y en su accesibilidad, lo que permitió hacer algunas visitas a ellas para conocer mejor sus características. En seguida se describen las cuencas y las pruebas efectuadas.

5.2.1 Cuenca del río Mixcoac.

La cuenca del río Mixcoac se encuentra ubicada al poniente de la ciudad de México. Su grado de urbanización actual es bajo, pero se ha observado recientemente un rápido aumento en él. El uso del suelo es, en un 75% del área de la cuenca, forestal, con bosques naturales de coníferas (pino y oyamel) y algunos encinos y cedros blancos. Otro 21% del área de la cuenca está ocupada por cultivos de temporal, y el resto se utiliza para fines pecuarios, industriales y urbanos. La información disponible (ref 87) indica que la textura del suelo es, en su mayor parte, limosa y arenosa, con drenaje interno eficiente. El área drenada hasta la estación de aforos es de aproximadamente 32 km².

En la fig 30 se muestra un plano de la cuenca con sus principales corrientes, algunas cotas representativas y la situación de las estaciones pluviográficas más cercanas. Como puede observarse, la información pluviográfica en esta cuenca está

razonablemente completa, pues se tienen tres estaciones prácticamente dentro de ella (Xometla, Desierto de los Leones y San Bartolo Ameyalco) y cuatro más, afuera, pero relativamente cerca del parteaguas (La Pila, Tercer Dinamo, CIDE y Presa Mixcoac).

Después de considerar varias opciones de configuración de la cuenca en elementos finitos, se decidió trabajar con una de las más simples, que toma en cuenta una corriente secundaria solamente (fig 28). Con dicha configuración, la superficie de la cuenca queda dividida en 52 elementos, 32 de los cuales descargan a la corriente principal y los 20 restantes a la secundaria. De este modo, la corriente principal se compone de 8 tramos y la secundaria de 5. Las dimensiones de los elementos se pueden ver en el apéndice D.

Para estimar tanto la distribución de la lluvia en el espacio como la de las características hidráulicas del suelo, se consideró suficiente el uso de los polígonos de Thiessen.

Se analizaron tres tormentas, ocurridas los días 3 a 4, 18 y 21 de septiembre de 1977. Los volúmenes de escurrimiento directo producidos durante dichas tormentas fueron, respectivamente, de 38000, 26800 y 23000 m³.

La calibración de K_s , C_r y i_{ej} se efectuó como sigue:

Dado el tipo de suelo de la cuenca, se estimó que la conductividad saturada K_s debe estar para toda la superficie, entre 2 y 4 mm/h, valores que corresponden al rango granulométrico de arenas finas mezcladas con limos y arcillas (ref 86). Dentro de este rango de valores de K_s , se aplicó el método de Chu por separado a los registros de cada estación, variando los valores de Ψ_M y C_r y seleccionando aquéllos para los que la altura de lluvia efectiva, multiplicada por el área de influencia de cada estación, fuera igual al volumen de escurrimiento directo correspondiente. Usando el procedimiento anterior para cada una de las tres tormentas y tomando un valor de $\Psi_M = 20\text{mm}$ como un mínimo razonable, se obtiene un conjunto de valores de K_s , Ψ_M y C_r , con los que es posible trazar una serie de curvas como las mostradas en la fig 31. Por otra parte, dentro del rango fijado de valores de K_s , existe, para cada tormenta, un valor máximo de Ψ_M , más allá del cual la altura de lluvia efectiva resulta menor que la real. Por esto, los conjuntos de valores factibles de K_s , Ψ_M y C_r , es decir, los que producen precipitaciones efectivas iguales a las reales para las tres tormentas, deben estar situados a la derecha de la curva de máximo Ψ_M que esté localizada más hacia el sentido positivo del eje K_s . De este modo se tienen cuatro límites de los conjuntos de valores factibles de K_s , Ψ_M y C_r , que definen la zona factible que se señala en la fig. 31. El conjunto correcto puede ser cualquier punto situado dentro de dicha zona, la que se reduce a medida que se tienen más tormentas de calibración; en este trabajo, para estimar las magnitudes de los tres paráme-

tros en el área de influencia de cada estación pluviográfica, se seleccionaron puntos situados cerca del centroide de las zonas factibles, pensando en que dichos puntos representan los valores más probables.

Con el procedimiento anterior, se calibran los valores K_s , Ψ_M y C_r para toda la cuenca, quedando definido de este modo el volumen del hidrograma. Su forma se determina entonces haciendo una estimación inicial del coeficiente de rugosidad de Manning para todos los elementos y después modificándolo sucesivamente en diferentes partes de la cuenca hasta que todos los hidrogramas sean lo más similares posible a los medidos. Aquí se observó que, para que tal cosa se cumpla, dicho coeficiente tendría que tener, en general, un valor cercano a 0.015, que es relativamente pequeño para el tipo de terreno y de cauces que tiene la cuenca. Este resultado puede atribuirse a que en el modelo se supone que el fondo de los elementos es plano, mientras que en la realidad el escurrimiento se produce en un gran número de pequeños cauces en los que, en conjunto, el radio hidráulico es mayor que en la representación plana (ref 95)

Los hidrogramas simulados aparecen dibujados junto con los medidos en las figs 32, 33 y 34. Como puede observarse, la correspondencia entre ellos es en general aceptable, exceptuando el caso de la tormenta 1, donde el hidrograma simulado presenta un doble pico que no existe en el medido. Se piensa que esto ocurre debido a que la distribución supuesta de la tormenta fue

diferente de la real. Por lo demás, se observa que los tiempos en que se levantan los hidrogramas, los valores de los picos y las curvas de recesión son similares en todas las pruebas. En el caso de las curvas de recesión, se puede ver que en el modelo la cuenca se vacía un poco más lentamente que en la realidad, pero se considera que la diferencia no es demasiado importante.

5.2.2 Cuenca del río Magdalena.

Esta cuenca se localiza al suroeste de la Ciudad de México; el uso de su suelo tanto agrícola como urbano es mínima y tiene una vegetación abundante consistente principalmente en pinos. El área que drena hasta la estación de aforos es de 29 Km² y es colindante con la cuenca del río Mixcoac.

En la fig 35 se muestra un plano de la cuenca. En este caso, la información pluviográfica es relativamente deficiente; las únicas estaciones que se encuentran dentro de la cuenca son Xometla y Tercer Dinamo y por tanto han de considerarse representativas de áreas bastante grandes. Si se trazan los polígonos de Thiessen tomando en cuenta las cuatro estaciones señaladas en la fig 35, las áreas de influencia de Monte Alegre y Desviación Alta al Pedregal resultan ser comparativamente pequeñas. Debido a esto, a que se encuentra fuera de la cuenca y a que además registran precipitaciones notablemente diferentes a las de las otros dos, se optó por eliminarlas del análisis y traba-

jar solamente con las estaciones Xometla y Tercer Dinamo. En vista de ello, se consideró que resultaría superfluo distribuir la lluvia en el espacio, por lo que se analizaron tormentas como si se presentaran de modo uniforme en la cuenca. La lluvia media se estimó mediante el método de los polígonos de Thiessen, usando las áreas de influencia de dichas dos estaciones como factores de peso de las precipitaciones registradas en cada una.

Las dos tormentas que se probaron para esta cuenca fueron las ocurridas los días 5 a 6 y 10 a 11 de agosto de 1977.

El tipo de suelo de esta cuenca es muy similar al de la del río Mixcoac; en este caso se fijó un valor de K_s de 2mm/h como promedio y los de Ψ_M y C_r se determinaron de modo similar al descrito en 5.2.1, así como los coeficientes de rugosidad de Manning. Aquí se estimaron también coeficientes de rugosidad alrededor de 0.015 para toda la cuenca, incluyendo los cauces; el resultado es también atribuible a las razones arriba discutidas.

Los hidrogramas simulados se pueden examinar en las fig 36 y 37. Como era de esperarse, dada la escasez de estaciones pluviográficas, la calidad de las simulaciones es, en este caso, menor que la lograda con la cuenca del río Mixcoac, aunque la forma y magnitudes de los hidrogramas pueden aún considerarse aceptables. La diferencia existente entre el hidrograma simulado No. 2 y el medio, se debe, muy probablemente, a que la distribución de la lluvia no fue tan uniforme como se supuso en la simulación.

Para fines comparativos, se aplicó el método del hidrograma unitario instantáneo a las tormentas arriba mencionadas, calculando la precipitación efectiva mediante el índice de infiltración media ϕ . Para la cuenca del río Mixcoac, la calibración se efectuó con la tormenta No. 2 (fig 33) y, para la del río Magdalena, con la tormenta No. 1 (fig 36). En las figs 38, 39 y 40 se muestran los resultados obtenidos. En todos los casos, los hidrogramas simulados se dibujaron de tal manera que sus picos coincidieran con los de los medidos, en vista de que, como es bien sabido, al usar este método no es posible fijar una base común de tiempos entre precipitación y escurrimiento, ya que no es infrecuente que, por ejemplo, los tiempos de retraso resulten negativos. En los hidrogramas analizados correspondientes a la cuenca del río Mixcoac, se puede observar que la hipótesis de igualdad de tiempo base para igualdad de duración de lluvia en exceso se cumple más o menos bien, aunque cabe aclarar que la tormenta No 3 se dividió artificialmente en dos, con diferentes índices de infiltración, con el objeto de que el hidrograma simulado fuera lo más parecido posible al medido (el simulado con el modelo resulta con la forma mostrada en la fig 34 naturalmente, sin necesidad de divisiones artificiales como la anterior); no obstante, se notan diferencias apreciables en la magnitud de los picos. En el caso de la tormenta No 2 en la cuenca del río Magdalena, la simulación con el hidrograma unitario instantáneo resulta bastante más pobre, lo que se debe, sin duda, a que la distribución espacial de la tormenta - y por tanto el tiempo base - es

muy diferente a la de la tormenta No. 1.

En términos generales, puede decirse que la simulación con el modelo es mejor que con el hidrograma unitario instantáneo; sin embargo, es necesario insistir en que una comparación de esta naturaleza es forzosamente limitada si las cosas se analizan desde el punto de vista de la utilidad del modelo; por correctas que puedan ser las simulaciones con el hidrograma unitario instantáneo, es necesario hacer una nueva calibración cada vez que los cambios en las características de la cuenca producen modificaciones de importancia en su sistema de escurrimientos, no se puede usar un mismo hidrograma unitario instantáneo para dos distribuciones diferentes de una tormenta aunque la lluvia en exceso sea la misma y tampoco es útil en simulaciones en tiempo real - como las necesarias para la operación de compuertas de vertedores, por ejemplo - debido a la imposibilidad de compaginar los tiempos de lluvia con los de escurrimiento.

6. CONCLUSIONES

En el capítulo 1 de este trabajo se hizo una breve disertación acerca del significado que tienen los modelos en ingeniería y en especial en hidrología. Analizando los diferentes tipos de modelos que existen, se puntualizó la necesidad del desarrollo de modelos de parámetros distribuidos como el que se ha descrito aquí y se plantearon los objetivos de este trabajo. En el segundo capítulo se examinó el estado del arte en métodos para el cálculo de pérdidas (tomando sólo en cuenta la infiltración y la retención en charcos) y se concluyó que el método de Chu es el más adecuado según los objetivos planteados. Después, en el tercer capítulo, se describieron los intentos hechos para encontrar un método apropiado para realizar el tránsito de la lluvia efectiva y se encontró que el único de los ensayados que se comportó correctamente fue el del elemento finito para la solución de la versión cinemática de las ecuaciones funda-

mentales que describen el flujo en aguas poco profundas. Dicho método se expuso con mayor amplitud en el capítulo 4 y ahí mismo se sentaron las bases para su uso en un modelo del tipo que aquí se desarrolla. Finalmente, en el capítulo 5 se explicó el modo en que los conceptos discutidos en los anteriores se funden en el modelo completo, y dicho modelo se probó en dos cuencas.

Las conclusiones que se pueden obtener de las páginas anteriores conciernen no solamente al modelo en sí mismo, sino también a otras cuestiones con mayor o menor relación con él.

En primer lugar, nunca estará de más insistir en que los métodos que actualmente se usan en la hidrología para calcular las pérdidas tienen un grado de simplificación que puede calificarse como exagerado, por lo que los análisis usuales siempre se apartan considerablemente de la realidad. Por ello, es necesario que se investiguen y sobre todo que se difundan métodos de cálculo que se basen en concepciones más cercanas al fenómeno. Ven Te Chow (ref 88) divide el desarrollo de la hidrología en el presente siglo en tres partes: periodo de empirismo (1900-1930), periodo de racionalización (1930 - 1950) y periodo de teorización (1950 a la fecha). Si se acepta esta división, se puede decir que, en cuanto a la infiltración se refiere, la hidrología práctica se encuentra más de 50 años retrasada.

Por lo que toca al tránsito de la lluvia efectiva, las computa

doras y los métodos numéricos han ampliado notablemente, en los últimos años, un panorama que antes parecía enormemente restringido. Los esquemas de diferencias finitas, aún con todas las dificultades que tienen en su uso, pueden ya remplazar con evidentes ventajas a otros métodos de uso generalizado, como el de Muskingum, al menos cuando el flujo es subcrítico; un ejemplo claro de ello es el esquema implícito de pasos fraccionados (3.3.2.2), cuyo funcionamiento es, en ese caso, altamente satisfactorio. En el caso de flujo supercrítico, los métodos numéricos aún tienen ciertas limitaciones, que sin embargo serán con seguridad obviadas en el corto plazo, si las investigaciones en este sentido continúan como hasta ahora. Aquí conviene insistir en que, para que los estudios se encaminen más rápidamente en la dirección correcta, no sólo deben publicarse los éxitos, sino también los fracasos que se tengan en las pruebas de este tipo de métodos.

En este trabajo se encontró, asimismo, que el método del elemento finito aplicado a las ecuaciones de Saint - Venant completas tiene ciertas dificultades que deberán salvarse en el futuro mediante un ataque más profundo. Aplicado a la versión cinemática de las ecuaciones, dicho método funciona satisfactoriamente, como se demostró en el capítulo 4. Aunque la teoría de la onda cinemática tiene algunas limitaciones en lo que se refiere a la cota superior del número de Froude, el método puede usarse con confianza en la mayor parte de los problemas con flujo supercrítico en los canales. En el caso de flujo

superficial, resulta innecesario tratar de resolver las ecuaciones completas, pues ahí la teoría de la onda cinemática es, en general, perfectamente aplicable.

En cuanto al modelo como tal, puede afirmarse que se cumplieron los objetivos planteados en la introducción; en efecto, con él es posible simular en forma continua los mecanismos más importantes que intervienen en el fenómeno, los parámetros que usa son de alguna familiaridad para usuarios con ciertos conocimientos de hidráulica e hidrología, etc. Su calibración consiste fundamentalmente en dos partes: la valuación de los parámetros K_s , C_r para cada elemento de flujo superficial y la determinación del coeficiente de rugosidad n tanto para los elementos de flujo superficial como para los tramos de canales. Los primeros tres parámetros establecen el volumen del hidrograma, mientras que n determina su forma. K_s y C_r pueden estimarse, al menos en teoría, haciendo mediciones *in situ* o en laboratorio o bien mediante valores publicados (refs 6, 25, 36, 37, 38, 89, 90 y 91 por ejemplo), basados en la textura del suelo. Si la calibración no se realiza usando alguno de estos dos métodos, entonces se puede utilizar uno similar al descrito en 5.2. La capacidad de retención C_r , por otra parte, adquiere importancia en tormentas de relativamente poca magnitud, donde la altura de lluvia efectiva es pequeña; a medida que dicha magnitud aumenta, la significancia de C_r disminuye, y para tormentas muy importantes, su valor es despreciable, en general. Aquí es conveniente destacar la relevancia del contenido de humedad inicial incluido en el parámetro

pues refleja las condiciones del suelo al inicio de cada tormenta, por lo que sus cambios tienen una injerencia directa en los resultados. También en teoría, su valor puede determinarse en el campo por medio de tensiómetros y la curva $\Psi(\theta)$ correspondiente; si tal cosa no funciona o no es posible hacerla, entonces θ podría calibrarse para varias tormentas como se hizo en 5.2 y después correlacionarse con algún parámetro parecido, por ejemplo, al índice de precipitación antecedente IPA (ver ref 92).

El modelo puede mejorarse si se toman en cuenta almacenamientos situados en los cauces, fronteras internas como saltos hidráulicos y perturbaciones locales al flujo importantes como las que podrían presentarse en los puntos de unión de dos o más cauces; también puede perfeccionarse si, además de las componentes del ciclo hidrológico contemplados, se simula también intercepción, evapotranspiración y movimiento de agua subterránea, sobre todo las dos últimas cuando la simulación se hace en grandes lapsos. Naturalmente, estas mejoras tendrían que ajustarse, en la medida de lo posible, a los objetivos planteados en la introducción.

Finalmente, para verificar e incrementar la calidad del modelo sería sumamente conveniente contar con una cuenca de prueba debidamente instrumentada y cuyo suelo pueda estudiarse con detalle,

REFERENCIAS

1. Crawford, N. H. Linsley, R. K. "Digital Simulation in Hydrology; Stanford Watershed Model IV", Technical Report No. 39, Dept. of Civil Engineering, Stanford University, Stanford, California, July 1966.
2. Viessman, W. Jr., Knapp, J. W., Lewis, G. L., Harbaugh, T. E.; "Introduction to Hydrology" 2nd Ed., Harper & Row Publishers, New York, 1977.
3. Linsley, R. K. Jr., Kohler, M. A., Paulhus, J. L. H. ; "Hydrology for Engineers", 2nd Ed., Mc Graw Hill Kogakusha LTD, Tokyo, 1975.
4. Fleming, G. ; "Computer Simulation Techniques in Hydrology", American Elsevier Publishing Co., New York 1975.
5. Raudkivi, A. J.; "Hydrology", Pergamon Press, Great Britain, 1979.
6. Aparicio, M. F.; "Infiltración en cuencas. Estado del Arte". Trabajo de Investigación II, presentado ante la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México, febrero de 1981.
7. United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation; "Design of Small Dams", United States Government Printing Office, Washington, 1974.
8. Springall, R.; "Drenaje en Cuencas Pequeñas", Publicación No. 143 del Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 1969.
9. Kostiaikov, A. N.; "On the Dynamics of the Coefficient of Water Percolation and the Necessity for Studying it from a Dynamic Point of View for the Purposes of Amelioration", Trans. 6th Comm. Int. Soc. Soil Sci. Part A., pp. 17-21, Moscú, 1932 (en ruso, citado por refs. 10 y 11 entre otras).

10. Manley, R. E.; "The Soil Moisture Component of Mathematical Catchment Simulation Models", J. Hydrology 35 (1977) 341 - 356.
11. Gifford, G. F.; "Applicability of Some Infiltration Formulae to Rangeland Infiltrometer Data", J. Hydrology 28 (1976) 1 -11 .
12. Horton, R. E.; "An Approach to the Physical Interpretation of Infiltration Capacity", Soil Sci. Soc. Am. Proc. 5, 399 - 417, 1940 (citado por refs 5, 10 y 11 entre otras).
13. Holtan, H. N.; " A Formulation for Quantifying the Influence of Soil Porosity and Vegetation on Infiltration", Third Int. Sem. for Hydrol. Professors, Purdue Univ. Lafayette, Indiana, 1971 (citado por refs. 4 y 5).
14. Smith, R. E., Woolhiser, D.A.; "Mathematical Simulation of Infiltrating Watersheds", Hydrology Papers 47, Colorado State University, 1971.
15. Smith, R. E., Woolhiser, D. A.; "Overland Flow on an Infiltrating Surface", Water Resources Research, V. 7, No. 4, pp. 899 - 913, 1971.
16. Philip, J. R.; "The Theory of Infiltration; 1. The Infiltration Equation and its Solution", Soil Sci. 83, pp.345-357, 1957.
17. Philip, J. R.; "The Theory of Infiltration: 2 . The Profile at Infinity", Soil Sci. 83, pp. 435 - 448, 1957.
18. Philip, J. R.; "The Theory of Infiltration: 3. Moisture Profiles and Relation to Experiment", Soil Sci. 84, pp. 163 - 178, 1957.
19. Philip, J. R.; "The Theory of Infiltration : 4. Sorptivity and Algebraic Infiltration Equations", Soil Sci. 84, pp. 257 - 264, 1957.

20. Philip, J. R. ; "The Theory of Infiltration; 5. The Influence of the Initial Moisture Content", Soil Sci. 84, pp. 329-339, 1957.
21. Philip, J. R.; "The Theory of Infiltration"; 6 Effect of Water Depth Over Soil", Soil Sci. 85, pp. 278 - 286, 1958
22. Philip, J. R. ; "The Theory of Infiltration: 7" Soil Sci 85, pp. 333 - 337, 1958.
23. Philip, J. R. ; "Theory of Infiltration", Advan. Hydroscience 5, pp. 215 - 296, 1969.
24. Richards, L. A.; "Capillary Conduction of Liquids Through Porous Mediums", Physics, Vol. 1, pp. 318 - 333, 1931.
25. Freeze, R. A., Cherry, J. A.; "Groundwater", Prentice Hall, New Jersey, 1979.
26. Wilson, E. M., "Engineering Hydrology", Mc Millan Press, London, 1974.
27. Green, W. H., Ampt, G. A.; "Studies on Soil Physics: 1. The Flow of Air and Water Through Soils", J. Agr. Sci. 4(1) 1-24, 1911 (citado por refs. 28, 29, 30, 31 y 32 entre otras).
28. Mein, R. G., Larson, C. L.; "Modeling Infiltration During a Steady Rain", Water Resources Research, V.9, No. 2, pp. 384 - 394, 1973.
29. Morel - Seytoux, H. J., Khanji, J. ; "Derivation of an Equation of Infiltration", Water Resources Research, V. 10, No. 4, pp. 795 - 800, 1974,
30. Smith, R. E.; "Comments on 'Derivation of an Equation of Infiltration' by H. J. Morel - Seytoux and J. Khanji", Water Resources Research, V, 11, No. 5, pp 762 - 765, 1975.

31. Chu, S. T.; "Infiltration During an Unsteady Rain", Water Resources Research, V. 14, No. 3, pp. 461-466, 1978.
32. Dawdy, D.R., Shaake, J. C., Jr, Alley, W. M.; "Distributed Routing Raifall - Runoff Model", U. S. Geological Survey, NSTL Station, MS, 1978.
33. Swartzenbruder, D., Huberty, M. R.; "Use of Infiltration Equation Parameters to Fvaluate Infiltration Differences in the Field", Eos Trans., AGU 39, 84-93, 1958 (citado por ref 29).
34. Bouwer, H. ; "Unsaturated Flow in Groundwater Hydraulics", J. Hyd. Div. ASCE 90 (HY5), 121 - 144, 1964.
35. Neuman, S. P. ; "Wetting Front Pressure Head in the Infiltration Model of Green and Ampt", Water Resources Research V.12,pp. 564 - 566, 1976.
36. Taylor, S. A., Aschcroft, G. L.; "Physical Edaphology", W. H. Freeman and Co., San Francisco, 1972.
37. Schwab, G. O., Frevert, R. K., Edminster, T. W.; Barnes, K. K.; "Soil and Water Conservation Engineering", John wiley and Sons, 2nd Ed. New York, 1966.
38. Clapp, R. B., Hornberger, G. M.; "Empirical Equations for Some Soil Hydraulic Properties", Water Resources Research V. 14, No. 4, pp. 601-604, 1978.
39. Morel - Seytoux, H. J.; "Derivation of Equations for Rainfall Infiltration", J. Hydrology 31, pp.203 - 219, 1976.
40. Morel - Seytoux, H. J., Pick , T. A., Jonch - Clausen, T.; "Computation of Infiltration for Unsteady Uninterrupted High Rainfall", J. Hydrology 35, pp. 221 - 234, 1977.

41. Morel - Seytoux H. J. ; "Derivation of Equations for Variable Rainfall Infiltration", Water Resources Research, V. 14, No. 4, pp. 561 - 568, 1978,
42. Withers, B., Vipond, S.; "El Riego: Diseño y Práctica", Diana, México, 1978.
43. Gardner, W., Widstoe, J. A.; "The Movement of Soil Moisture", Soil Sci. 11: 215 - 232, 1921 (citado por refs. 19 y 44)
44. Gardner, W. R.; "Development of Modern Infiltration Theory and Application in Hydrology", Trans. ASAE, pp. 379 -381, 1967
45. Buckingham, E.; "Studies on the Movement of Soil Moisture", U. S. Dept. Agr. Bur. Soils Bull. 38, 1907 (citado por ref 44)
46. Childs, E. C.; "Soil Moisture Theory", Advances in Hydrosoc. 4, pp. 73 - 117, 1967
47. Henderson, F. M.; "Open Channel Flow", Mac Millan Publishing Co., New York, 1966,
48. Chaudhry, M. H.; "Applied Hydraulic Transients", Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1979
49. Liggett, J. A.; "Basic Equations of Unsteady Flow", cap. 2 de Mahmood, K., Yevjevich, V., (ed.) "Unsteady Flow in Open Channels", Vol. 1, Water Resources Publications, Colorado, 1975
50. Mc Carthy, G. T.; "The Unit Hydrograph and Flood Routing", U. S. Engineer School, Fort Belvoir, Virginia, 1940 (citado por refs. 5, 52 y 53 entre otras)
51. U. S. Army Corps of Engineers; "Flood Control", Engineering Construction Text X - 156, The Engineer School, Ft. Belvoir, Virginia 1940 (citado por ref. 52)

52. Liggett, J. A, Cunge, J. A.; "Numerical Methods of Solution of the Unsteady Flow Equations", cap. 4 de Mahmood, K., Yevjevich, V. (ed.); "Unsteady Flow in Open Channels" Vol. I, Water Resources Publications, Colorado, 1975.
53. Cunge, J. A.; "On the Subject of a Flood Propagation Computation Method (Muskingum Method)", J. Hydraulic Research 7, No. 2, 1969
54. Natural Environment Research Council; "Flood Studies Report", Vol. III, "Flood Routing Studies", London, 1975
55. Stoker, J. J.; "Numerical Solutions of Flood Prediction and River Regulation Problems; Report 1. - Derivation of Basic Theory and Formulation of Numerical Methods of Attack", Report No. IMM - 200, New York University, Institute of Mathematical Sciences, New York, 1953 (citado por ref. 96)
56. Stoker, J. J.; "Water Waves", Inter - Science Publishers, New York, 1957 (citado por ref 57)
57. Strelkoff T.; "Numerical Solution of Saint - Venant Equations", J. Hyd. Div. HY1 pp. 223 - 252, Jan 1970.
58. Massau, J.; "L'integration Graphique des Equations aux Derivées Partielles", Assoc. Ingénieurs Sortis des Ecoles Speciales de Gand. Annales, V. 4, p.65, 1905 (cit. por ref 52)
59. Miller, W. A., Yevjevich, V. (ed). "Unsteady Flow in Open Channels", V.III (Bibliography), Water Resources Publications, Colorado, 1975
60. Judah, O. M.: "Simulation of Runoff Hydrographs from Natural Watersheds by Finite - Element Method", Ph. D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Aug 1973
61. Zevne, J. J., Martin, C. S.; "Simulation of Transient Supercritical Channel Flow", J. Hyd. Div. ASCE, HY7, pp. 859 - 875, jul 1979,

62. Abbott, M. B.; "Computational Hydraulics", Pitman, London, 1979
63. De Saint - Venant, B.; "Théorie du mouvement non - permanent des eaux avec application aux crues des rivières et a l'introduction des marées dans leur lit ", Acad. Sci, (Paris) Comptes rendus V. 73, pp. 148 -154, 237 - 240, 1871 (citado por refs. 59, 64 y 65 entre otras)
64. Yevjevich, V. "Introduction", cap. 1 de Mahmood, K., Yevjevich, V. (ed); "Unsteady Flow in Open Channels" Vol. I, Water Resources Publications, Colorado, 1975
65. Cunge, J. A., Holly, F. M. Jr., Verwey, A.; "Practical Aspects of Computational River Hydraulics", Pitman, London, 1980
66. Pinder, G. F., Gray, W. M.; "Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology", Academic Press, New York, 1977
67. Aparicio, M. F. J.; "Relaciones Lluvia - Esguerrimiento por Medio del Método del Elemento Finito", Trabajo de Investigación 1, presentado ante la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México, febrero de 1980.
68. Lighthill, M. J., Whitman, C. B.; "On Kinematic Waves. I, Flood Movement in Long Rivers", Proc. of the Royal Society of London, Series A, Vol. 229, 1955 (citado por refs. 47, 69, 70, 71 y 72 entre otras)
69. Kibler, D. F., Woolhiser, D. A.; "The Kinematic Cascade as a Hydrologic Model", Hydrology Papers 39, Colorado State University, mar. 1970
70. Kibler, D. F., Woolhiser, D. A.; "Mathematical Properties of the Kinematic Cascade", J. Hydrology, Vol. 15, 1972
71. Singh, V. P., Mahmood, K.; "Kinematic Modeling of Watershed Runoff; I, Equilibrium Hydrograph", Memorias, III Congreso Mundial Sobre Aprovechamientos Hidráulicos, IWRA, V.5, México, 1979

72. Lane, L. J., Woolhiser, D.A., Yevjevich, V.; "Influence of Simplifications in Watershed Geometry in Simulation of Surface Runoff", Hydrology Papers 81, Colorado State University, dic 1975
73. Smith, G. D. "Numerical Solution of Partial Differential Equations", Clarendon Press, Oxford, 2nd Ed., 1978
74. Comisión Federal de Electricidad; "Manual de Diseño de Obras Civiles", Hidrotecnia , cap. A.2.9,, "Esgurrimiento a Superficie Libre", México, 1980
75. Berezowsky, V.M. Cruickshank, V.C.; "Apuntes del Curso de Fenómenos Transitorios en la Hidráulica", División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1981 (no publicado)
76. Miller, W. A., Cunge, J. A.; "Simplified Equations of Unsteady Flow", Cap. 5 de Mahmood, K., Yevjevich, V. (ed.); "Unsteady Flow in Open Channels", Vol.1, Water Resources Publications, Colorado, 1975
77. Woolhiser, D.A., Liggett, J.A.; "Unsteady One - Dimensional Flow Over a Plane - The Rising Hydrograph", Water Res. Res., V. 3, No. 3, pp. 753- 771, 1967
78. Liggett, J. A., Woolhiser, D. A.; "The Use of the Shallow Water Equations in Runoff Computation", Proceedings, Third Annual American Water Resources Conference, San Francisco, pp.117-126, 1967 (citado por ref. 76)
79. Leendertse, J.J.; "Aspects of a Computational Method for Long Period Water Wave Propagation", The Rand Corp., Santa Mónica, Cal., Memorandum RM-5294-PR,1967 (cit.por ref 52)
80. Taylor, C., Al - Mashidani, G., Davis, J. M.; "A Finite Element Approach to Watershed Runoff", J. Hydrology, V.21, 1974
81. Schreiber, D. L., Bender, D. L.; "Obtaining Overland Flow Resistance by Optimization", J.Hyd. Div, ASCE, V.98, HY3, 1972

82. Kawahara, M., Yokoyama, T.; "Finite Element Method for Direct Runoff Flow", J. Hyd. Div, ASCE, V.106, HY4, 1980
83. Yu, Y. S., Mc Nown, J.S.; "Runoff from Impervious Surfaces", J. Hyd. Res., Vol. 2, No. 1, 1964
84. Abbott, M. B., Ionescu, F.; "On the Numerical Computation of Nearly Horizontal Flows", J.Hyd. Res. 5 No.2, 1967
85. Comisión Federal de Electricidad; "Manual de Diseño de Obras Civiles", Hidrotecnia, Cap. A.1.2., "Precipitación", México, 1981.
86. Juárez, B. E., Rico, R. A.; "Mecánica de Suelos", Tomo I, Limusa, 3a. Ed., México, 1975.
87. Domínguez, M. R., et. al; "Continuación del Análisis del Efecto de la Urbanización sobre las Relaciones Lluvia-escurrimiento en Cuencas Pequeñas. Informe Final", informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, febrero 1980.
88. Chow, V. T. (ed.) "Handbook of Applied Hydrology", Mc. Graw-Hill, New York, 1964.
89. Ahuja, L. R., Green, R. E.; "Simplified Techniques for Determining Water Conducting and Water Storage Properties of Soils", Hawaii University, Honolulu, Oct. 1976.
90. Rogowski, A. S.; "Watershed Physics; Model of The Soil-Moisture Component", Water Resources Research, V. 7, No.6 pp. 1575-1582, 1971.
91. Topp, G. C.; "Soil Water Hysteresis in Silt Loam and Clay Loam Soils", Water Resources Research, V. 7, No. 4, pp. 914-920, 1971
92. Comisión Federal de Electricidad; "Manual de Diseño de Obras Civiles", Hidrotecnia, cap. A.1.4., "Pérdidas", México, 1981.
93. Kobus, H. (ed.); "Hydraulic Modelling, Cap. 1: Fundamentals", German Association for Water Resources and Land Improvement, Bull. 7, Verlag Paul Vary, Hamburg, 1980.
94. Novak, P., Čábelka, J.; "Models in Hydraulic Engineering. Physical Principles and Design Applications", Pitman, London, 1981.
95. Cruickshank, V. C.; *Comunicación personal*, 1982.
96. Desai, C.S., Abel, J.L., "Introduction to Finite Element Method", Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1972.

97. Daubert, A., Graffe, M.O.; "Quelques Aspects des Ecoulements Presque Hourizontaux a Deux Dimensions en Plan et Non Permanents Application aux Estuaries", La Houille Blanche, No. 8, pp. 847-860, 1967

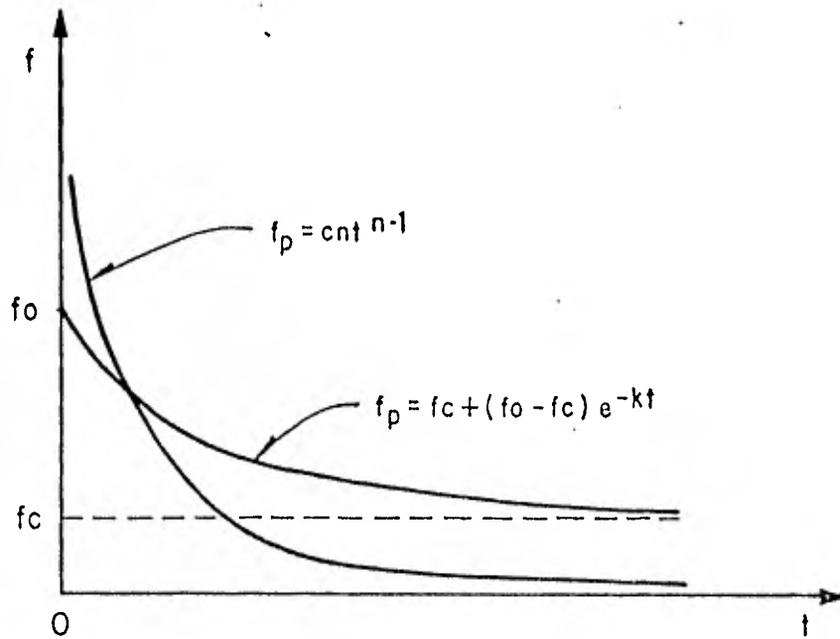


Fig 1 Forma de las funciones descritas por las ecs 2.3 y 2.4

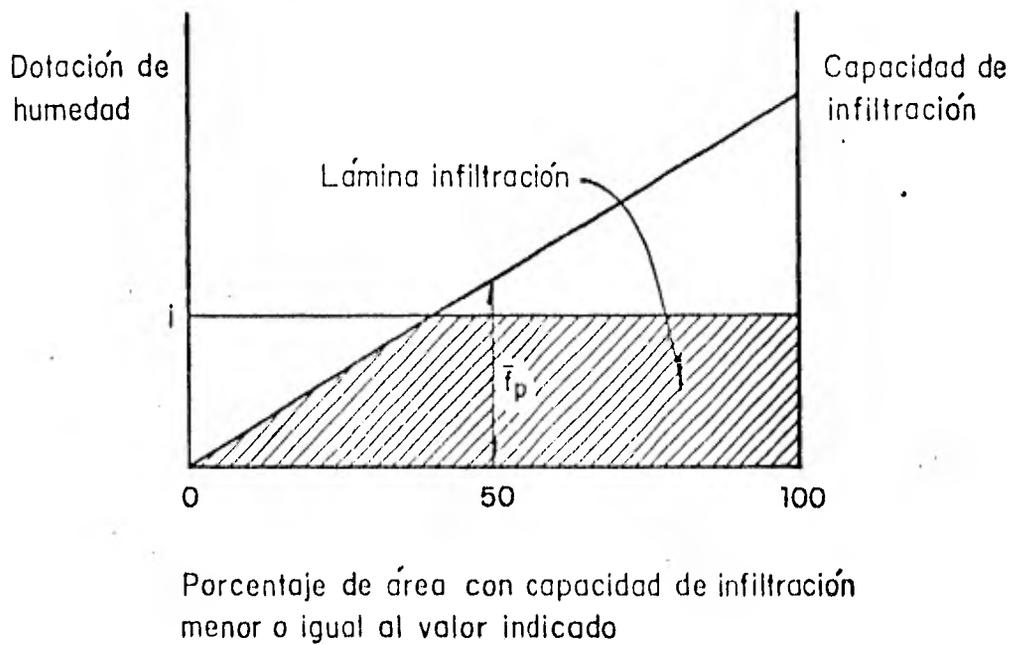


Fig 2 Distribución de frecuencias acumuladas de la capacidad de infiltración según el modelo de Stanford

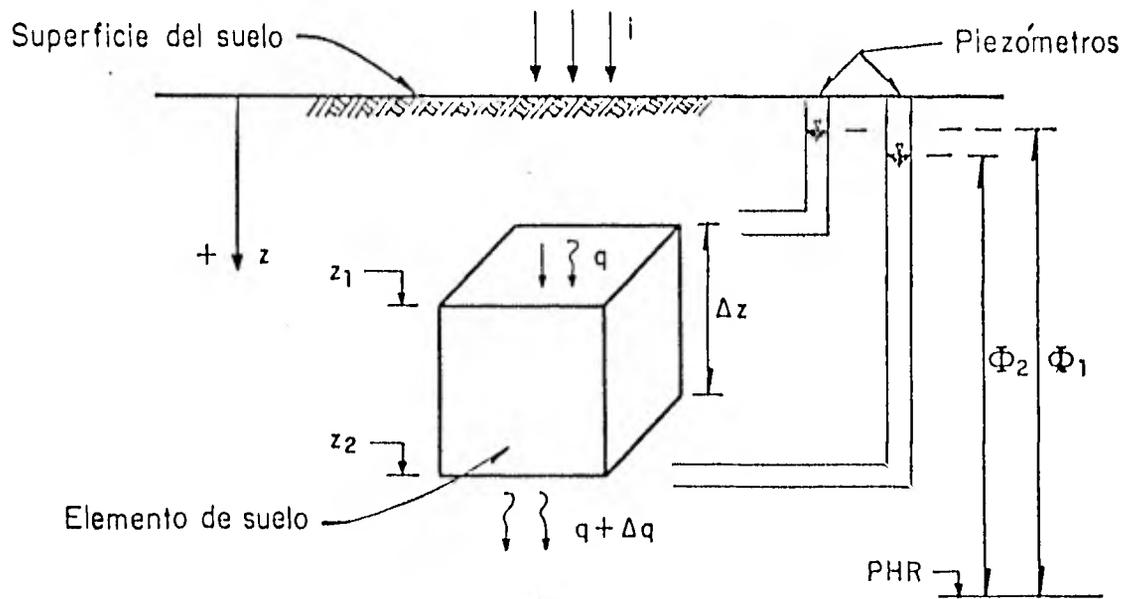


Fig 3 Definición de terminos, ecuaciones 2.8 y 2.9

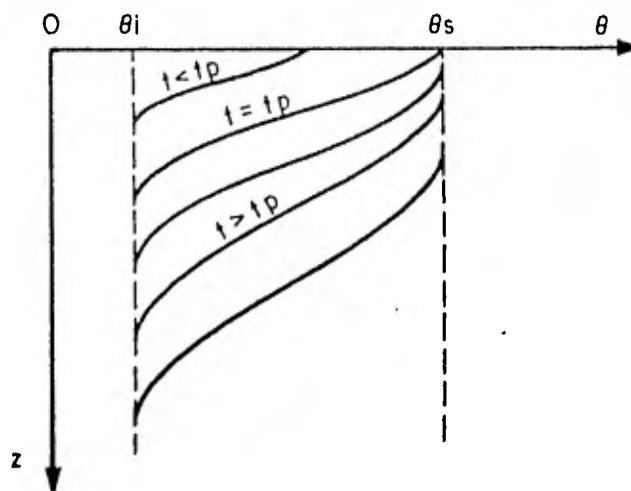


Fig 4 Perfiles de humedad reales (ec. 2.17 y 2.19)

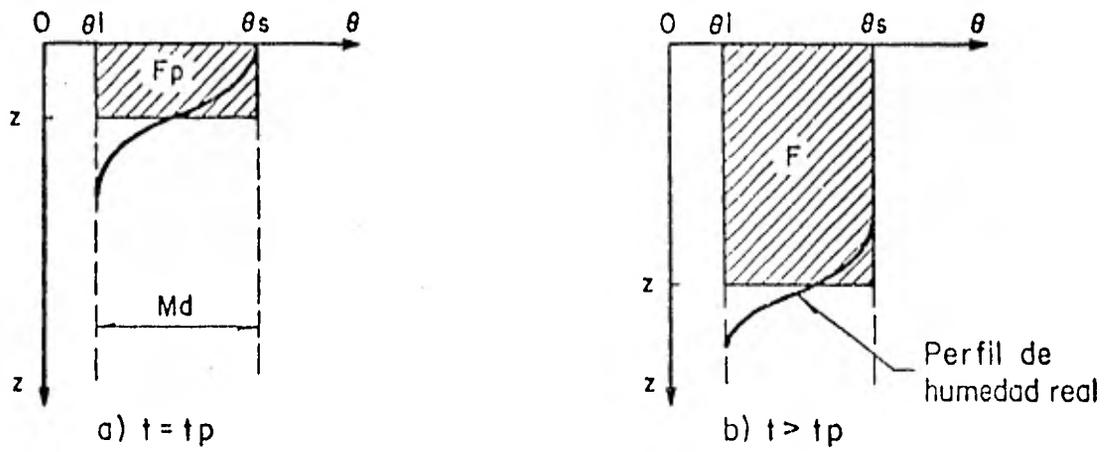


Fig 5 Desplazamiento del perfil de humedad en forma de pistón

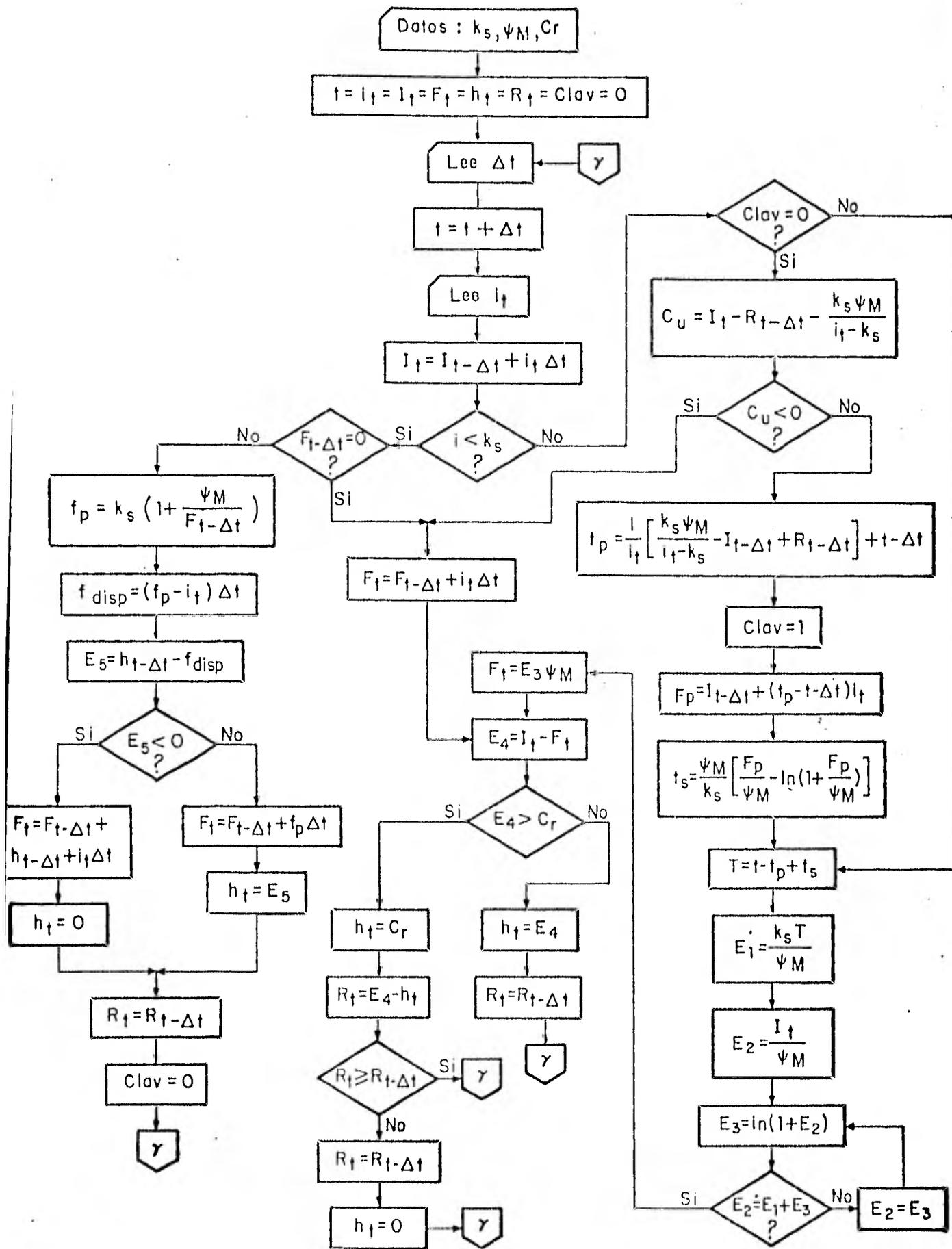


Fig 6 Diagrama de bloques. Método de Chu

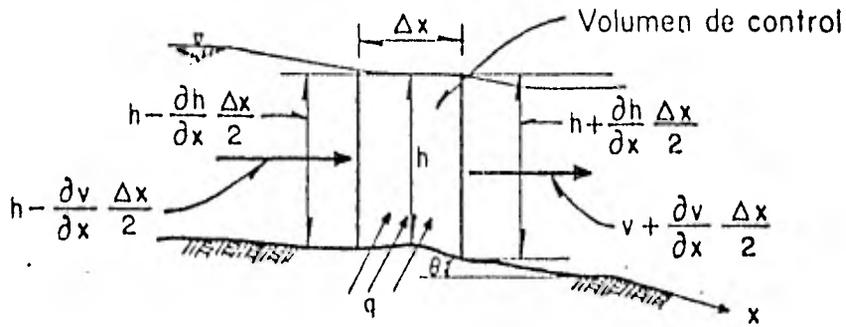


Fig 7 Definición de términos, ecs. 3.3 y 3.12

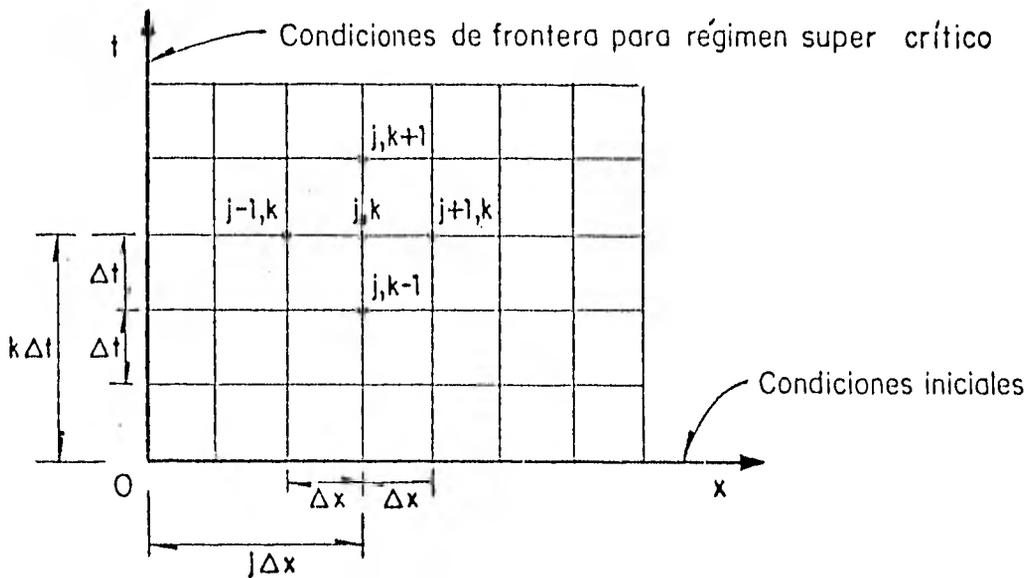


Fig 8 Malla fija en el plano $x-t$ para diferencias finitas

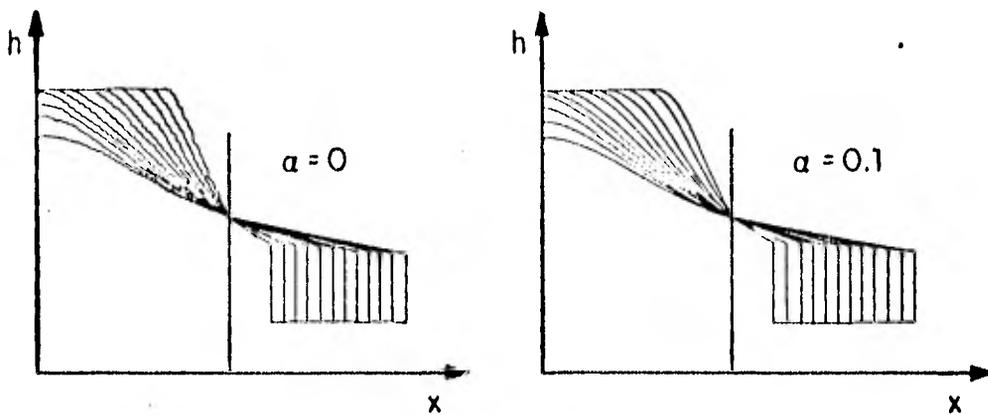


Fig 9 Problema de la caída de un embalse resuelto con el esquema explícito difusivo (según ref. 52)

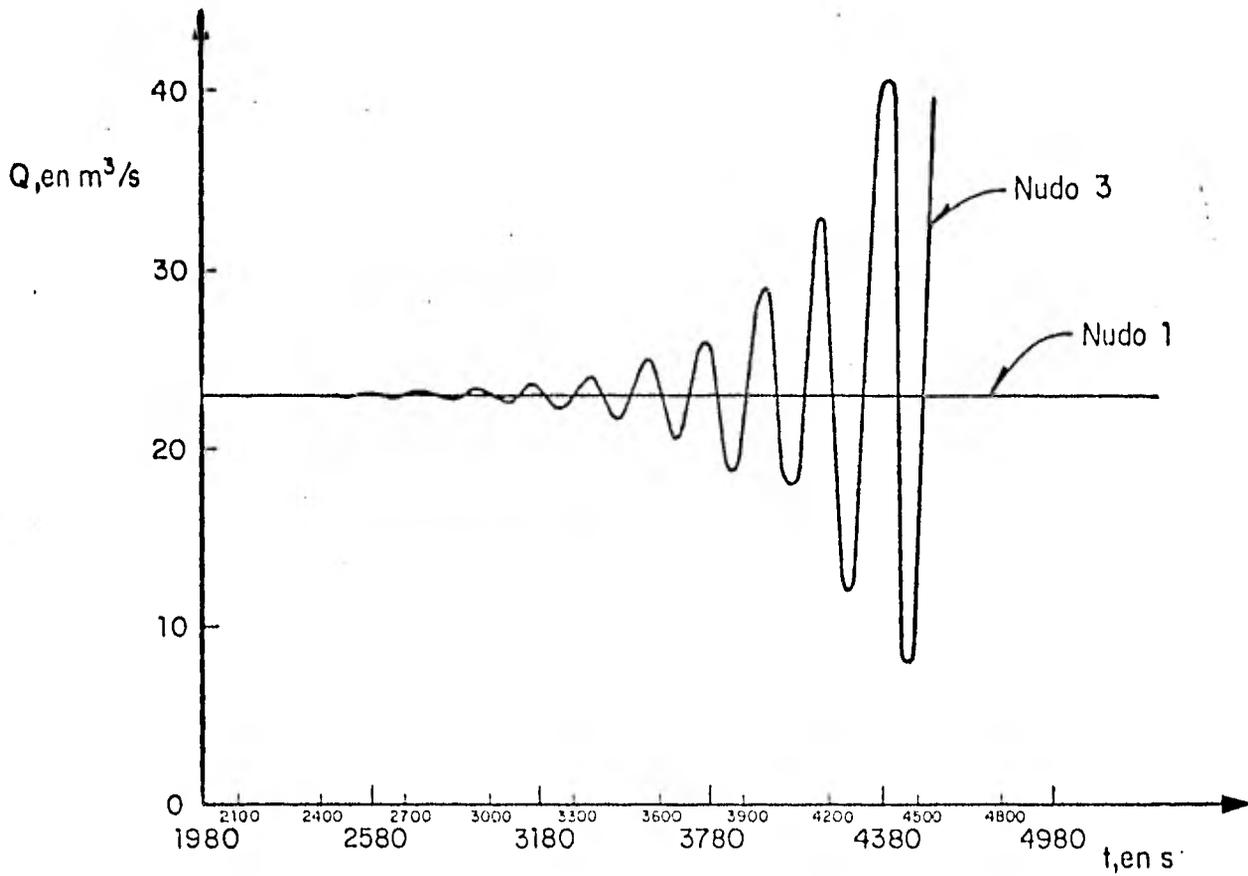


Fig 10 Prueba N° 5 explícito difusivo Flujo uniforme, $\Delta t = 5$ seg, $\alpha = 1.0$

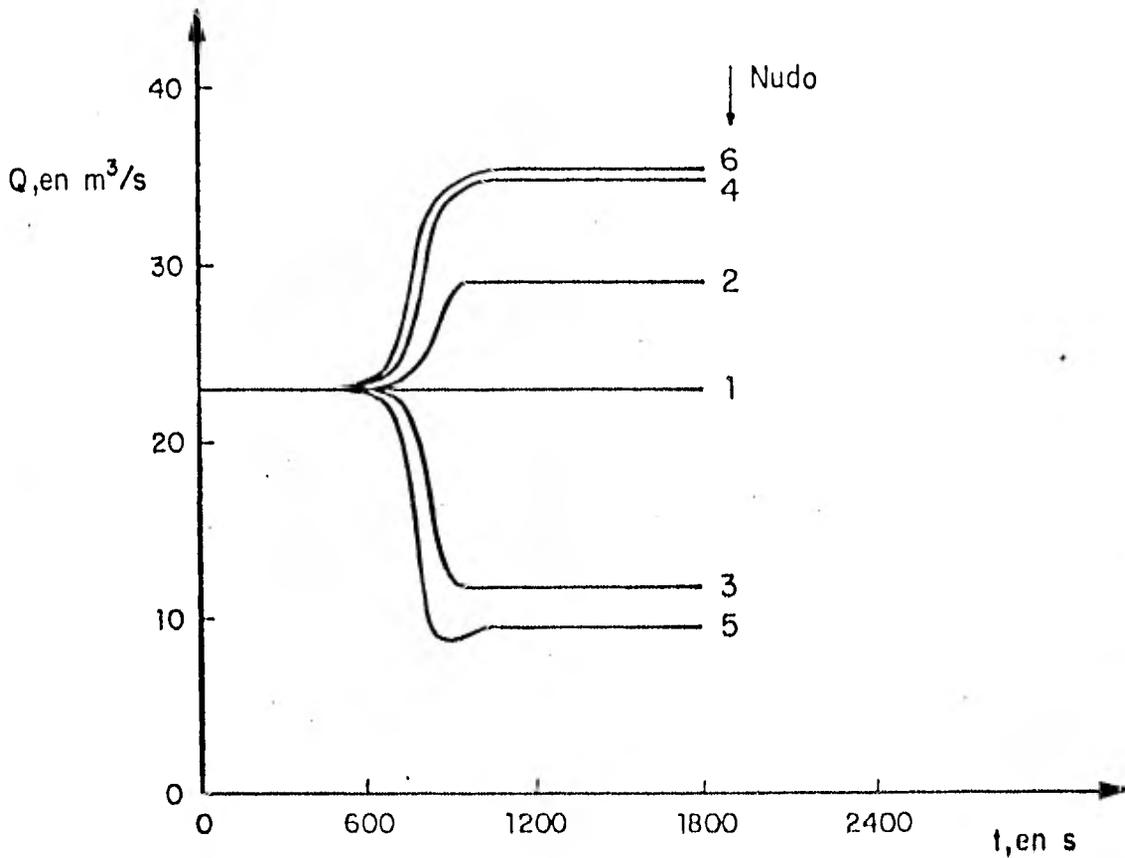


Fig 11 Prueba N° 7 explícito difusivo Flujo uniforme, $\Delta t = 10$ seg, $\alpha = 0.6$

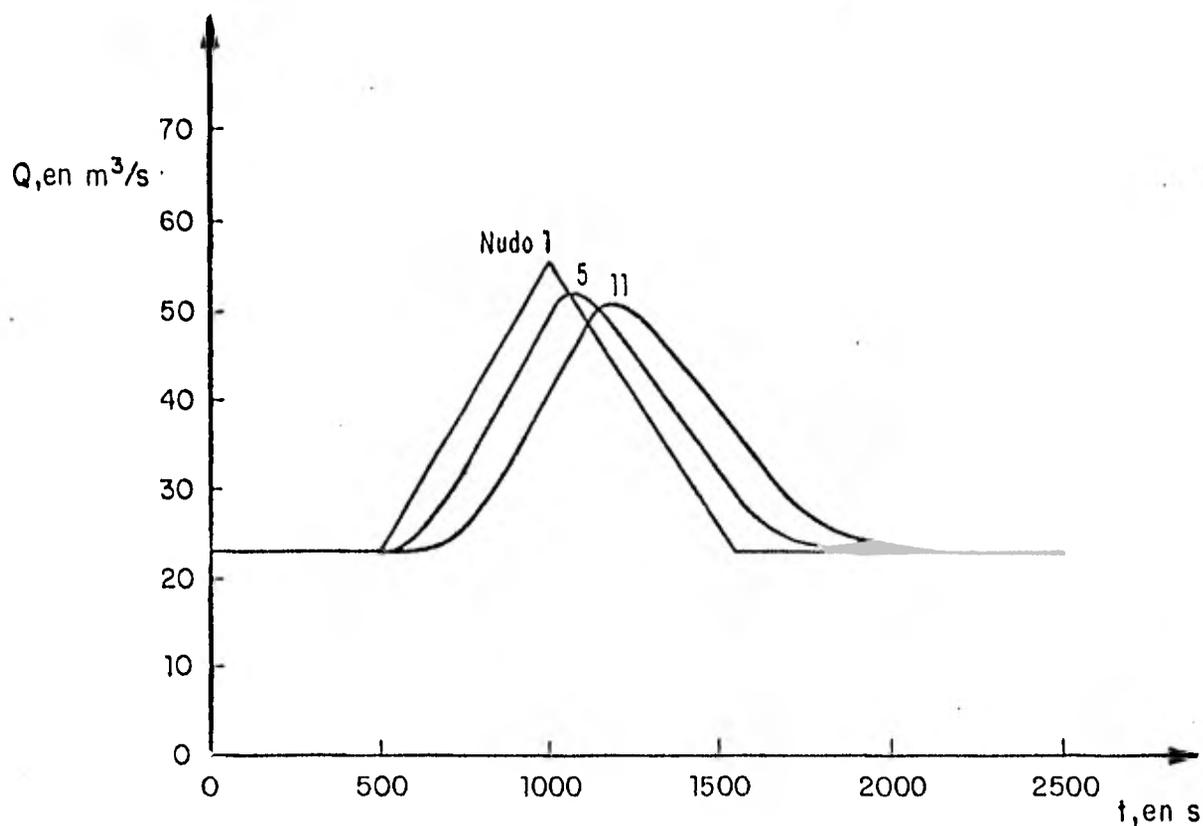


Fig 12 Prueba N° 14 explícito difusivo Hidrograma de entrada, $\Delta t = 5 \text{ seg}$, $\alpha = 0.5$

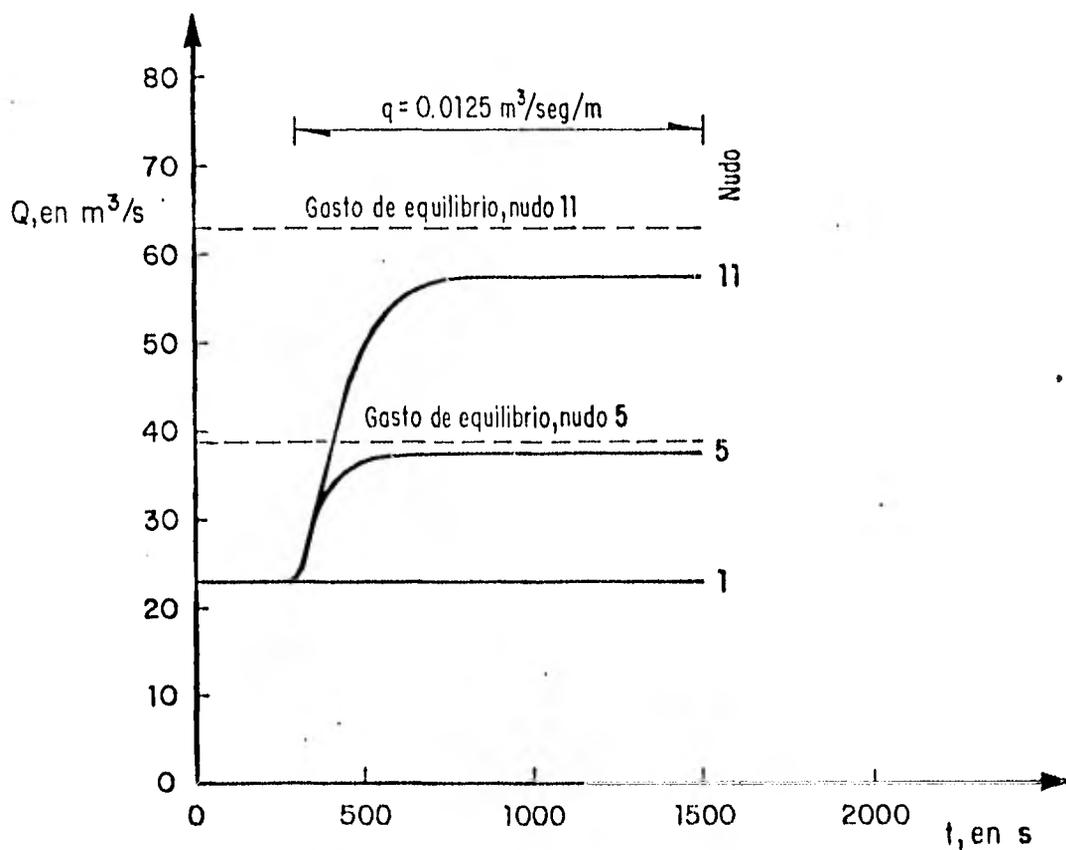


Fig 13 Prueba N° 15 explícito difusivo Gasto lateral $\Delta t = 5 \text{ seg}$, $\alpha = 0.5$

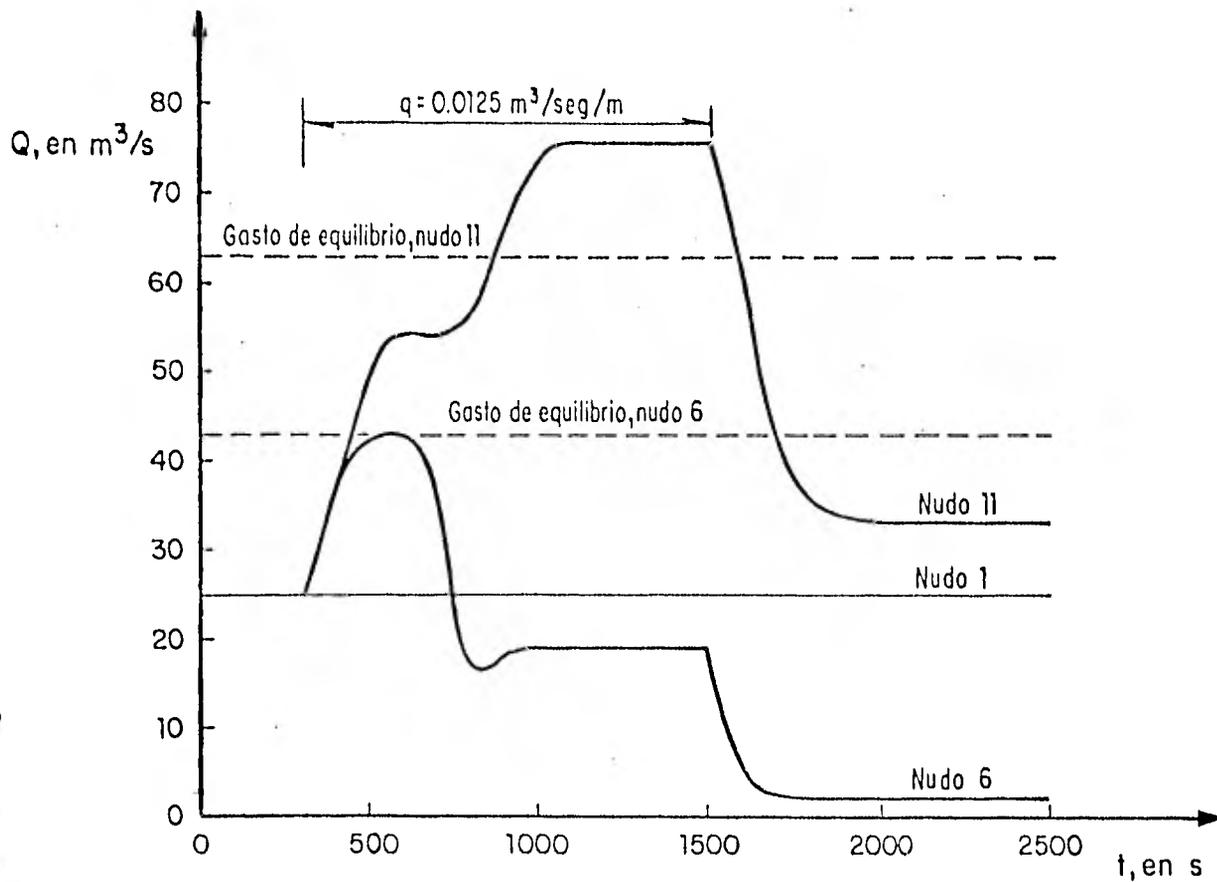


Fig 14 Prueba N° 16 explícito difusivo Gasto lateral, $\Delta t = 10$ seg, $\alpha = 0.5$

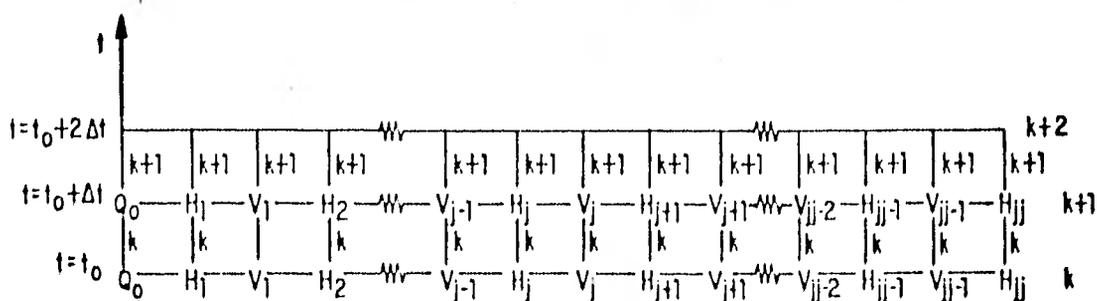
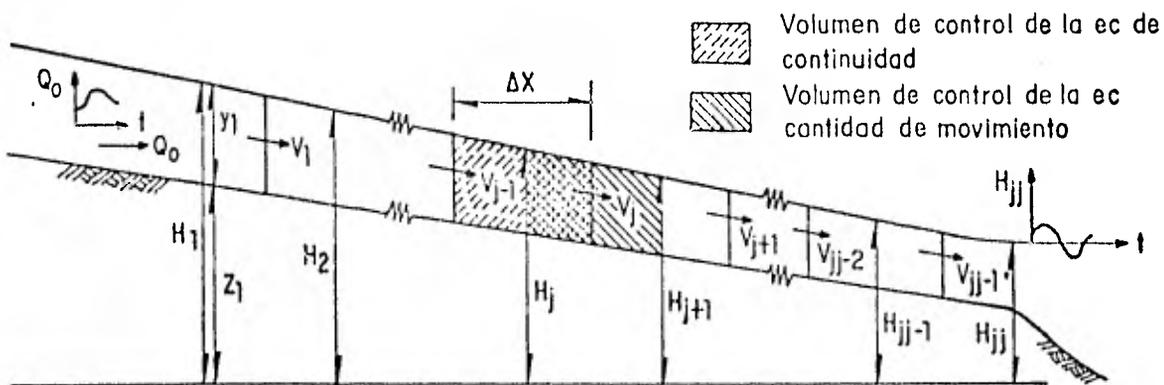


Fig 15 Diagrama de aplicación de los esquemas de diferencias finitas de pasos fraccionados (tomado de ref. 74)

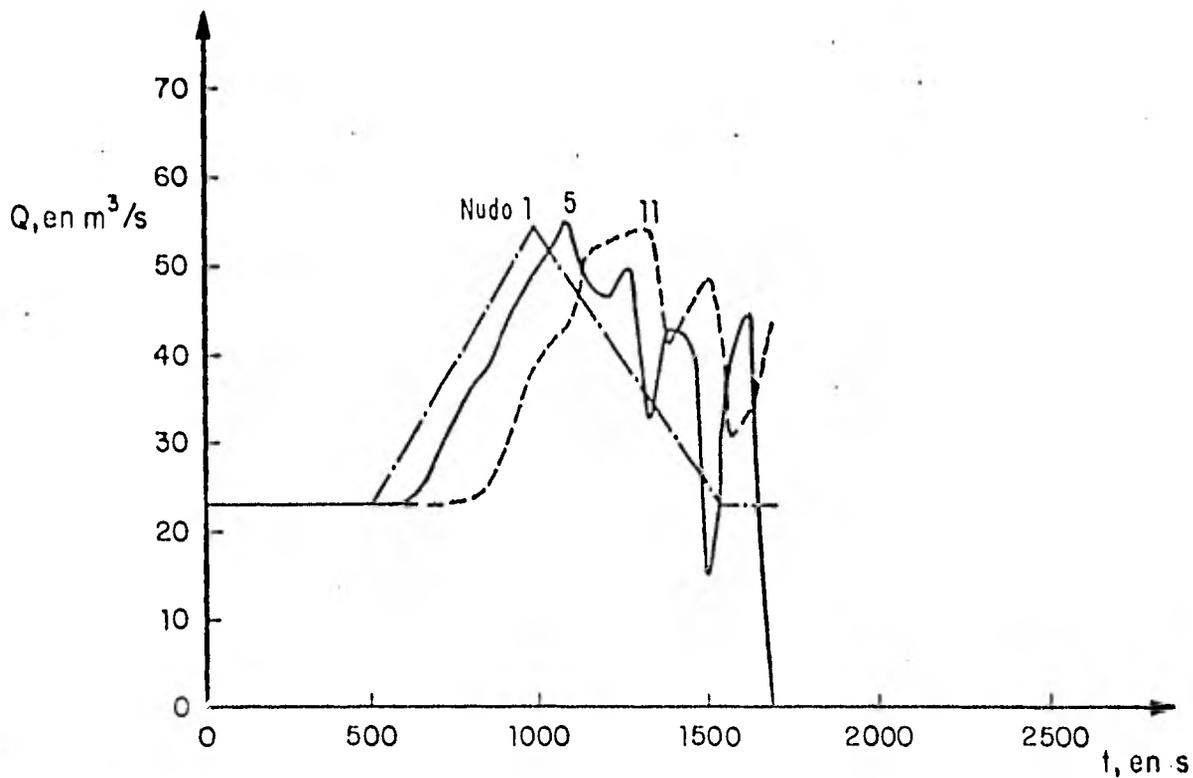


Fig 16 Prueba N° 5 explícito de pasos fraccionados $\Delta t = 5$ seg, $\psi = 0.5$

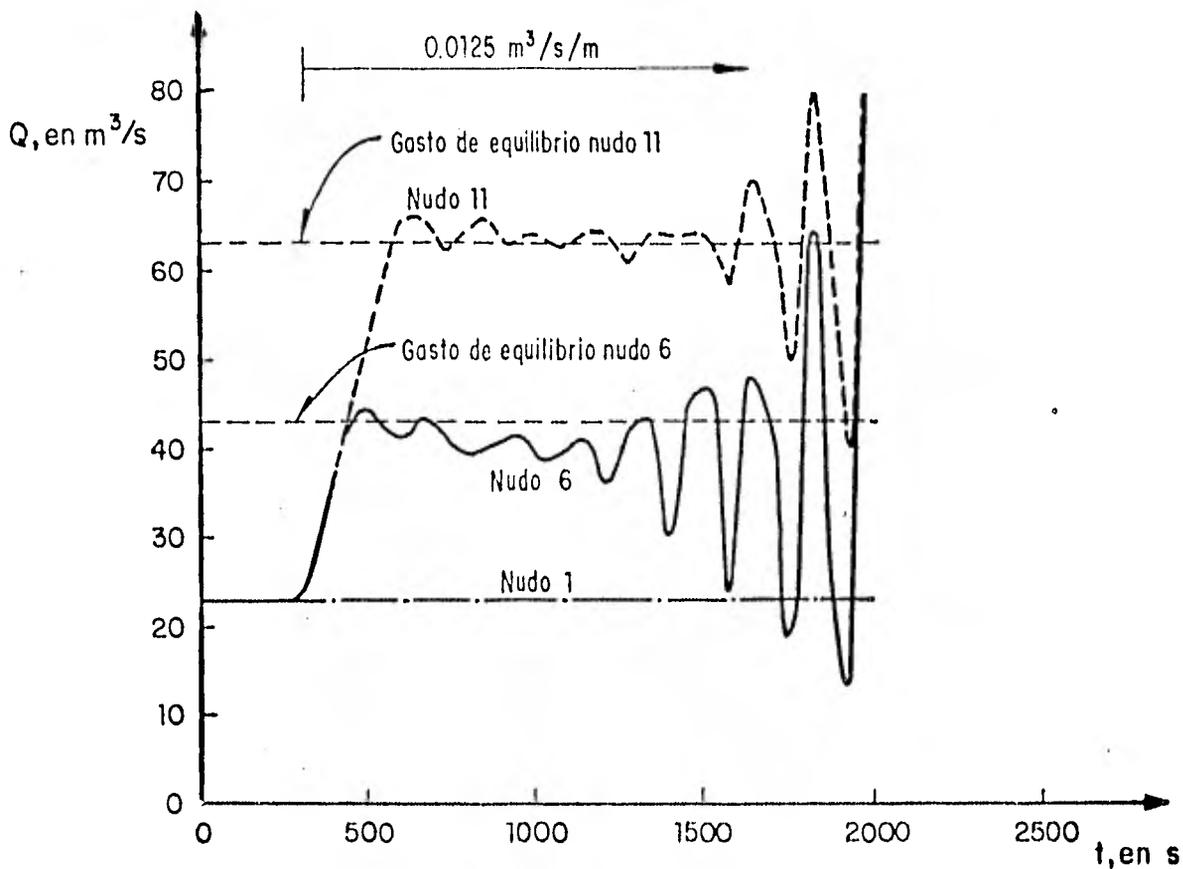


Fig 17 Prueba N° 15 explícito de pasos fraccionados $\Delta t = 5$ seg, $\psi = 0.5$

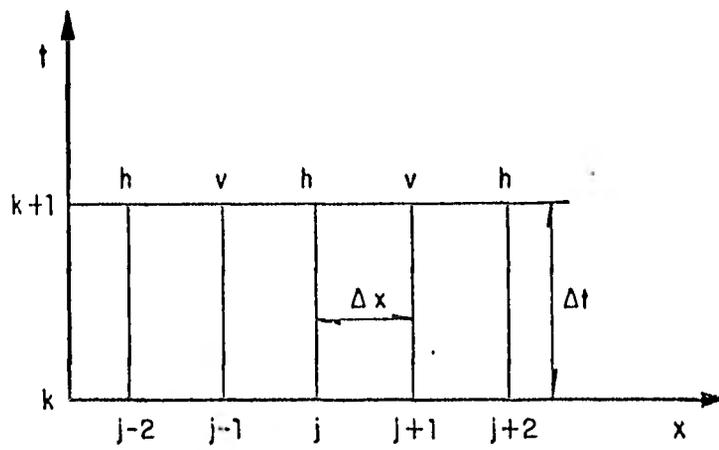


Fig 18 Malla de discretización del esquema de Abbott

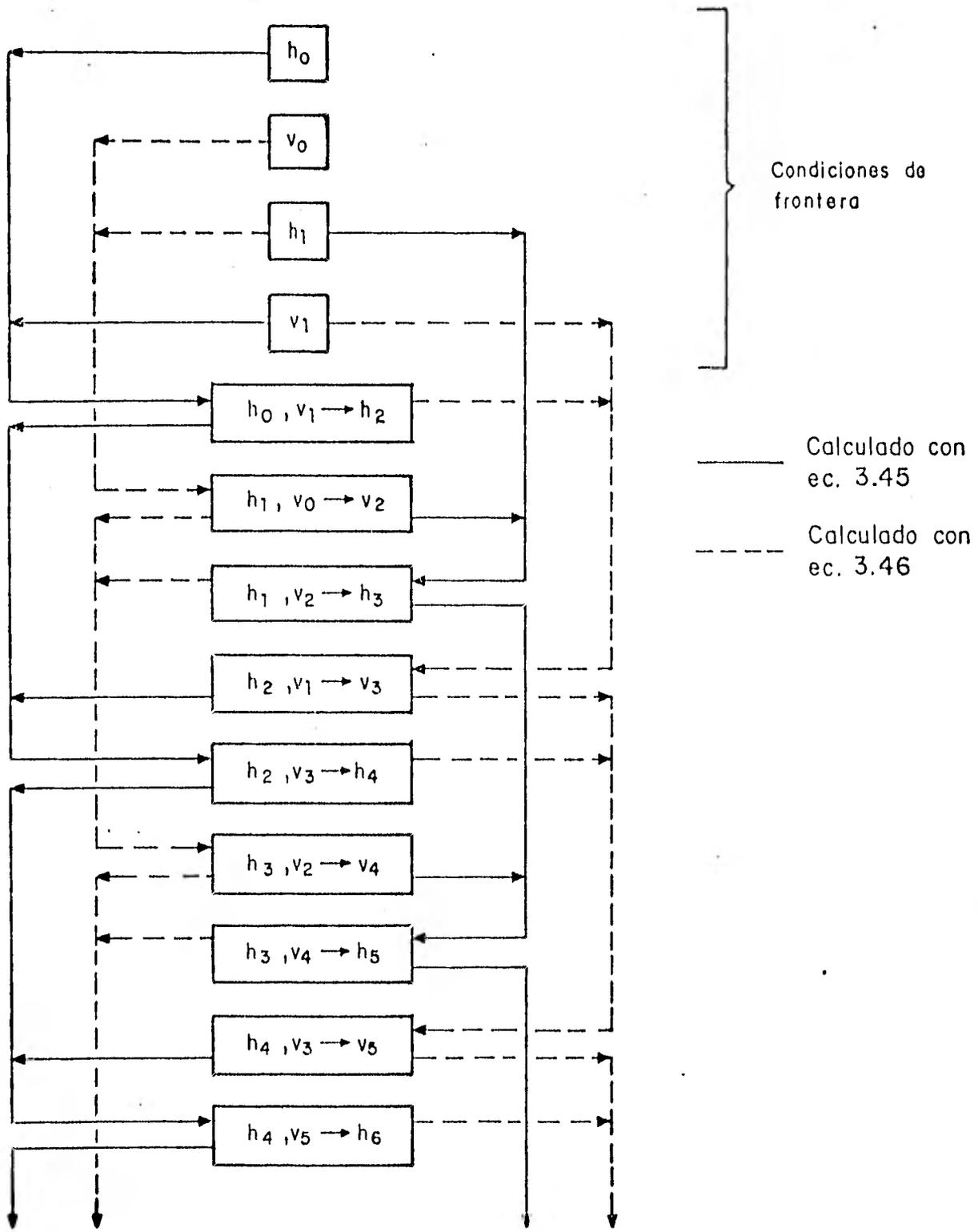


Fig 19 Procedimiento de solución. Esquema de Abbott

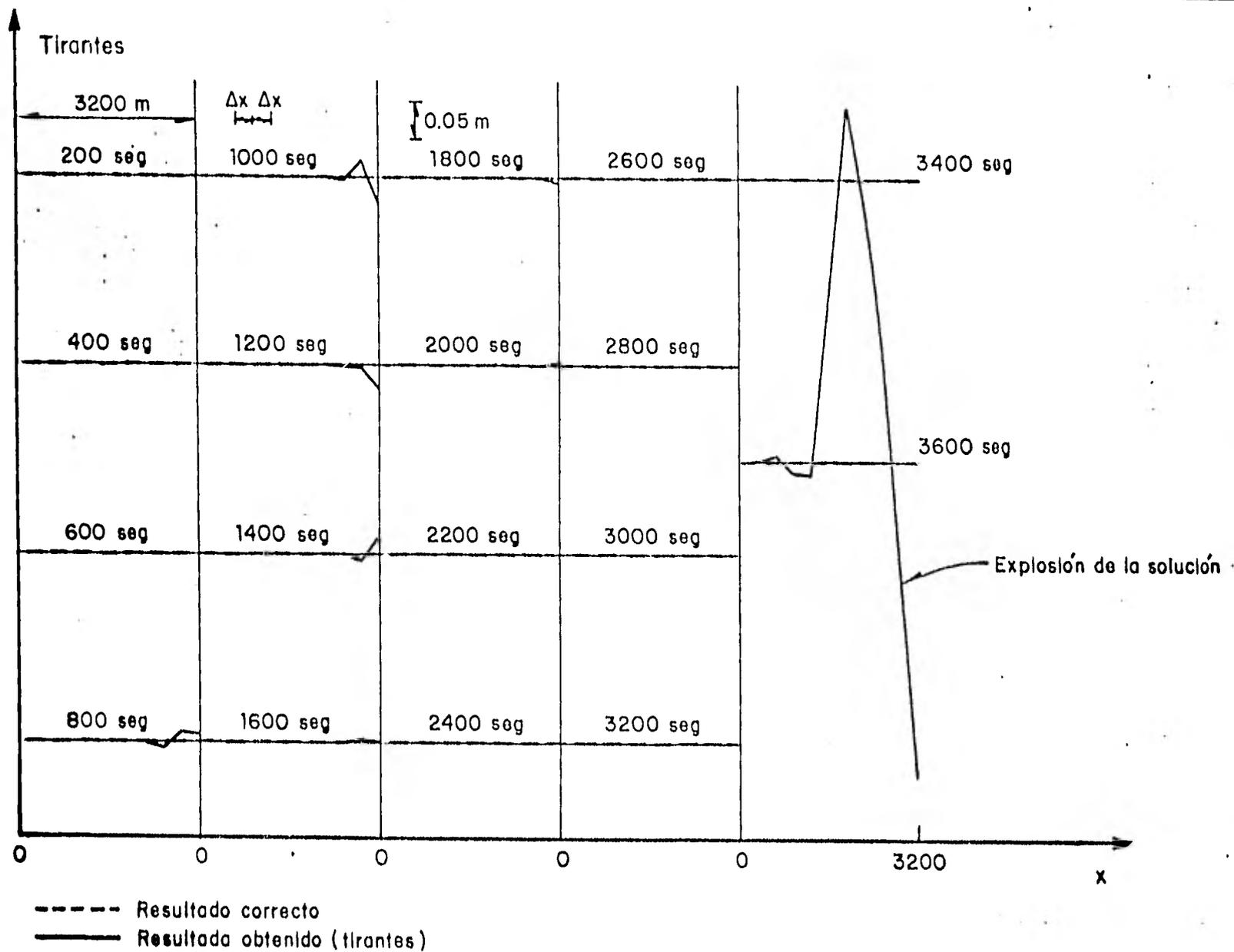


Fig 20 Prueba N° 6 esquema de Abbott

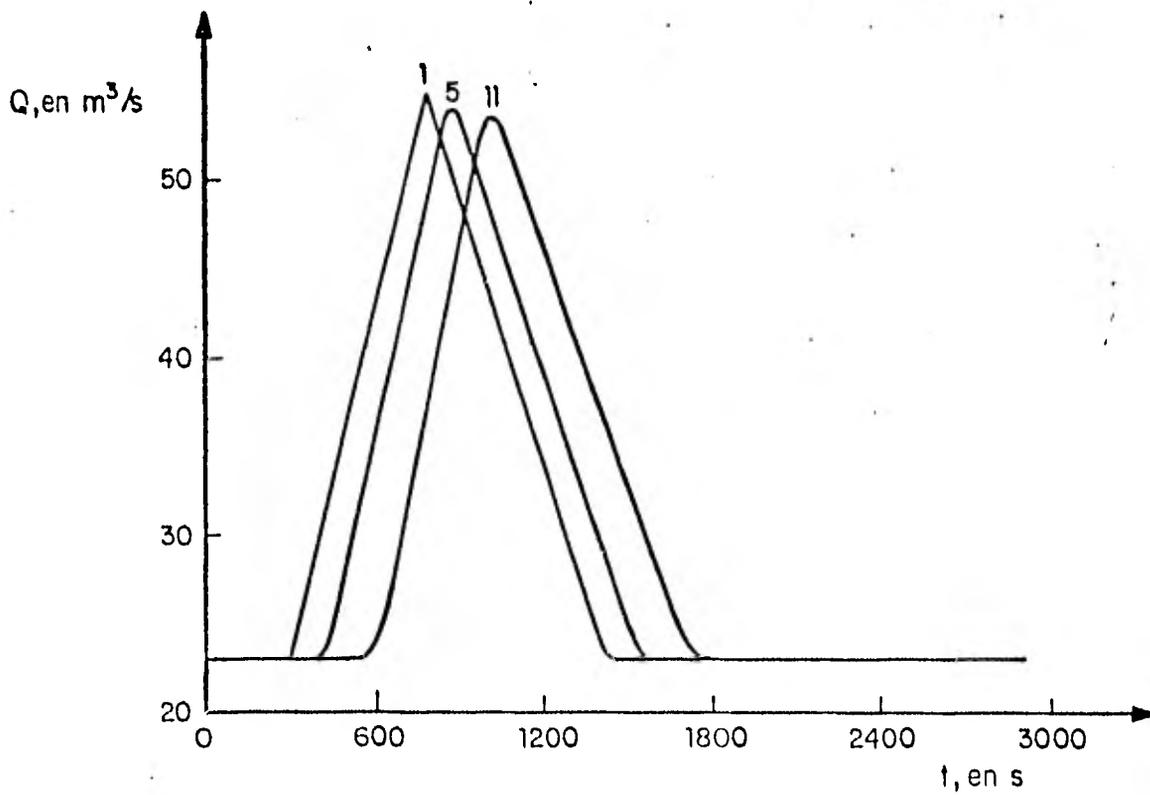


Fig 21 Método del elemento finito cinemático con hidrograma de entrada $\Delta t = 15$ seg

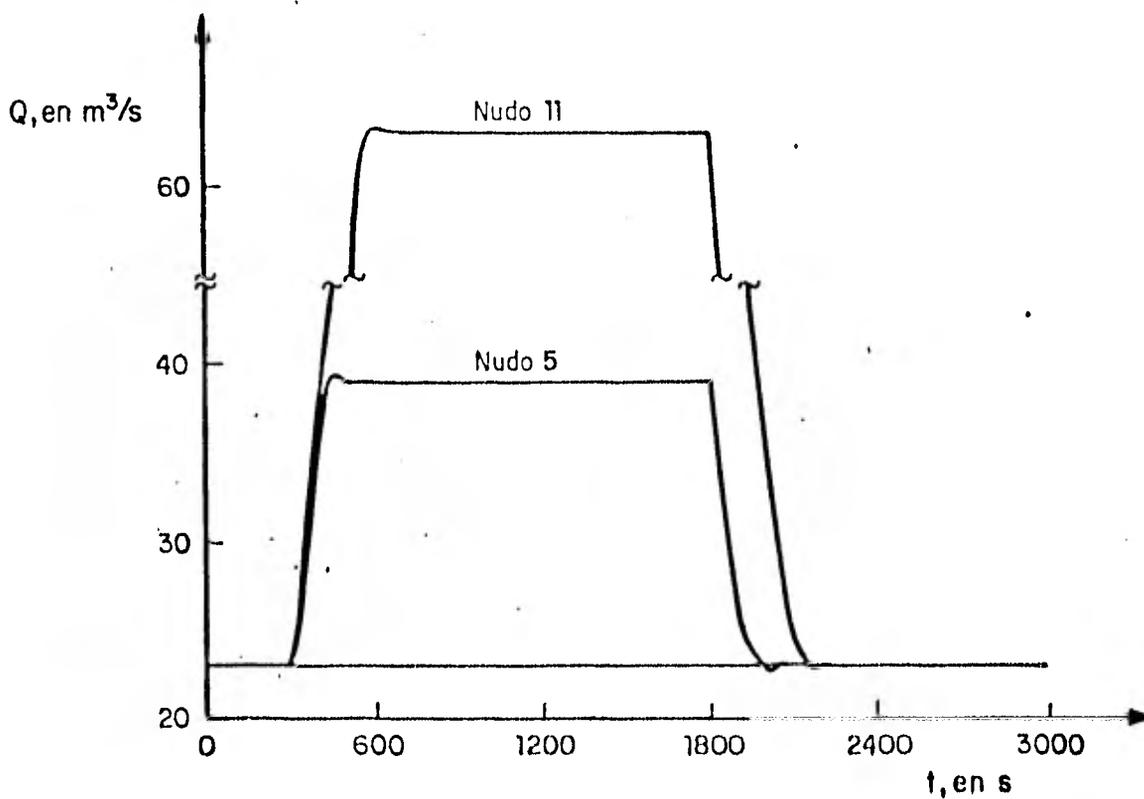


Fig 22 Método del elemento finito cinemático con gasto lateral

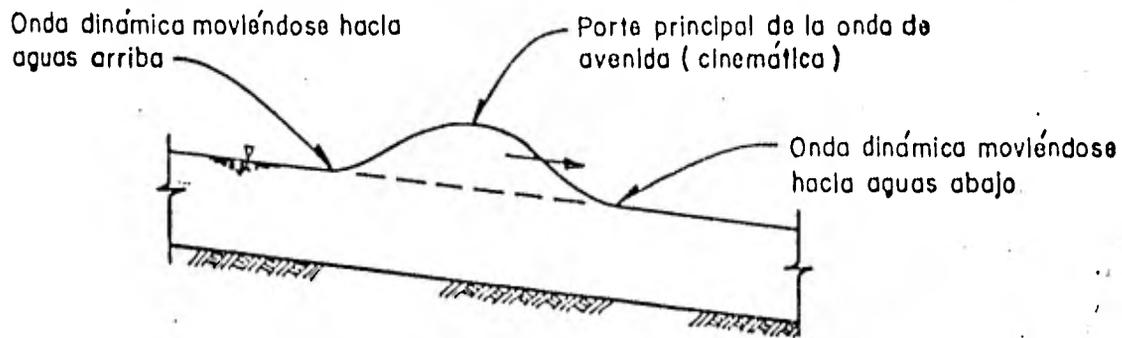


Fig 23 Movimiento de una onda de avenida natural (tomada de ref 47)
Fuente: ref 68

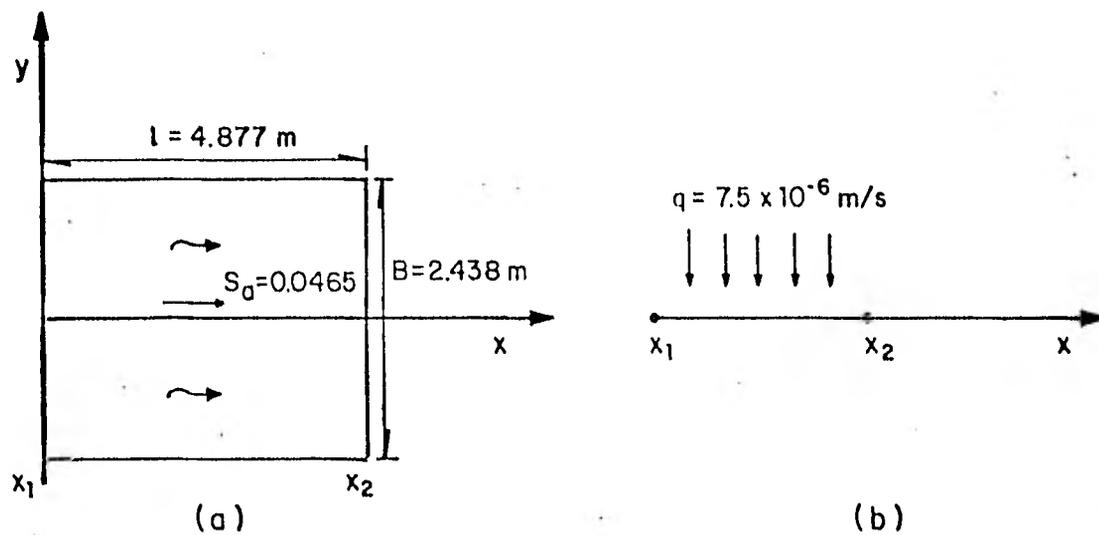


Fig 24 Un elemento aislado

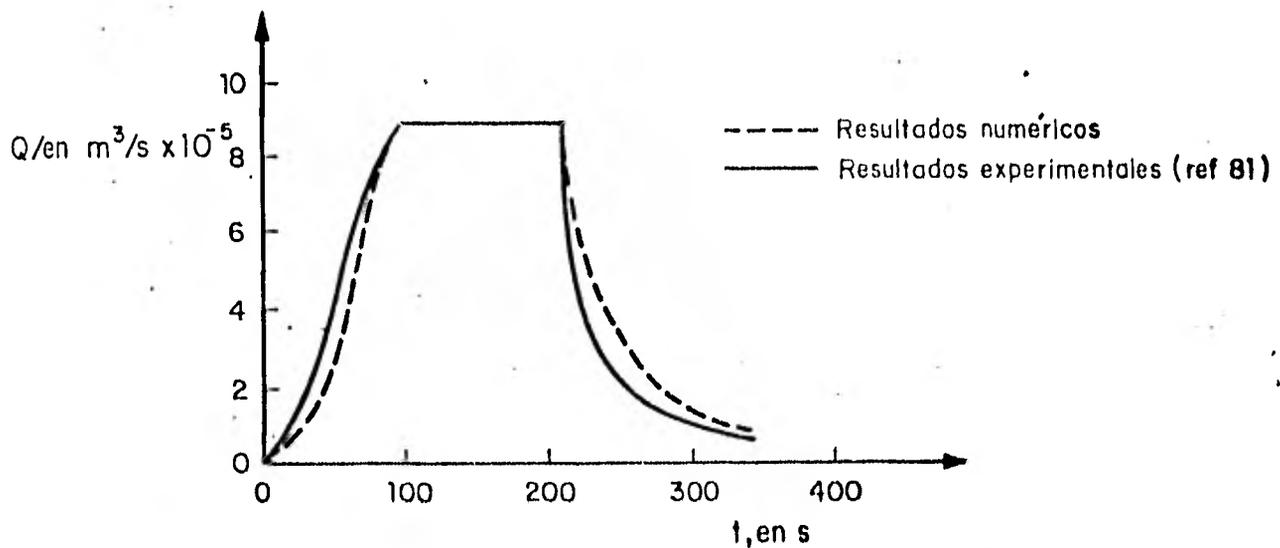


Fig 25 Resultados del ejemplo con un elemento aislado

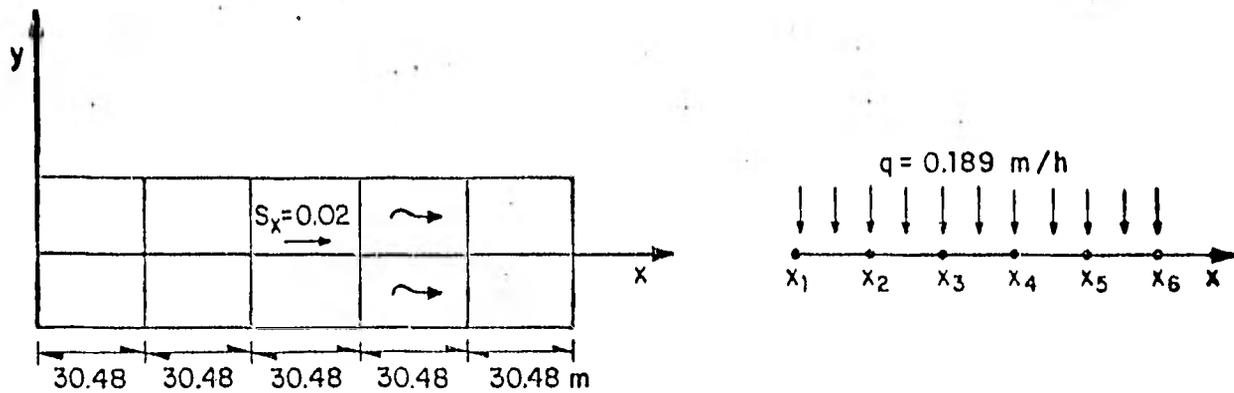


Fig 26 Sucesión de elementos homogéneos

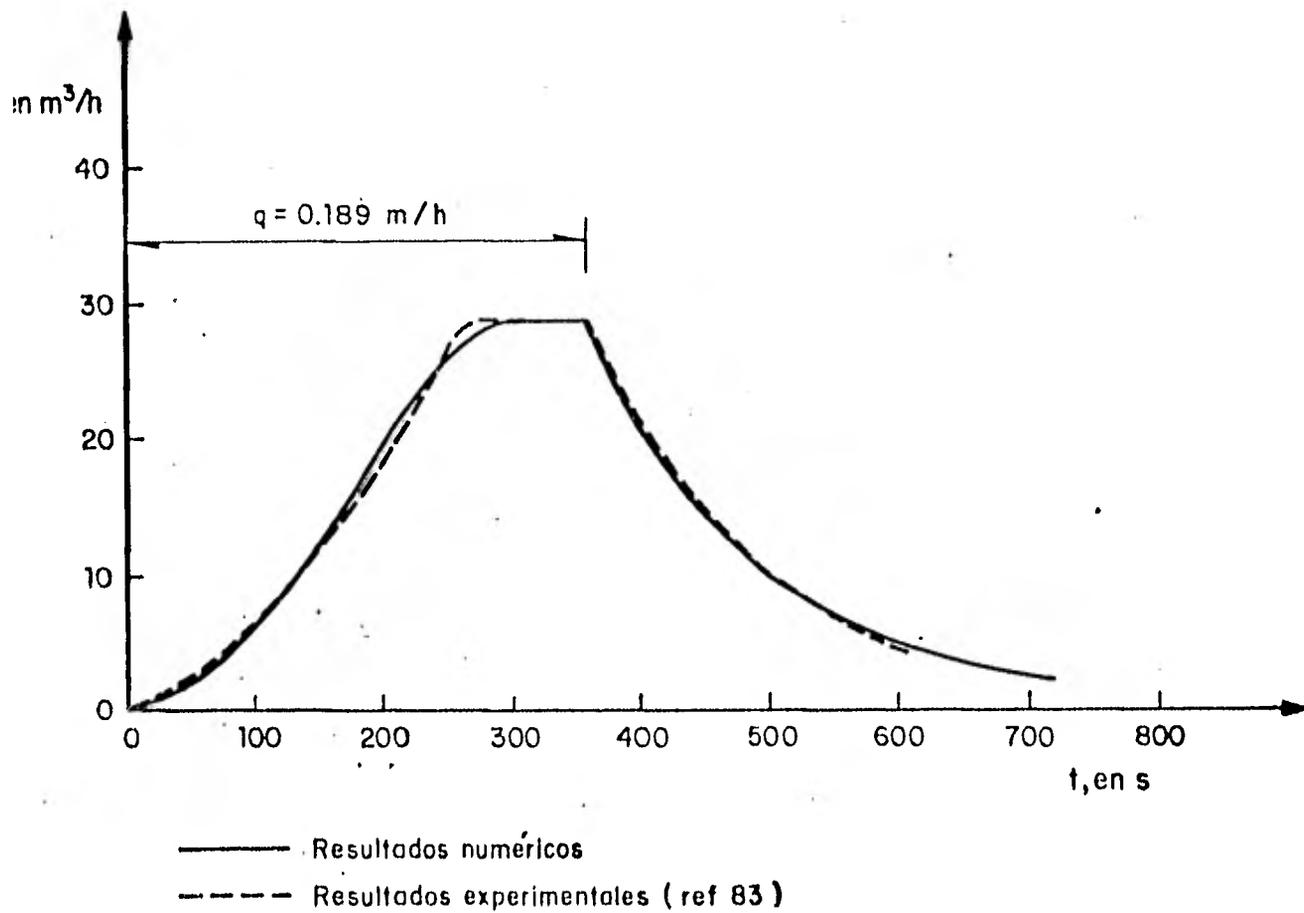


Fig 27 Resultados del ejemplo con una sucesión de elementos homogéneos

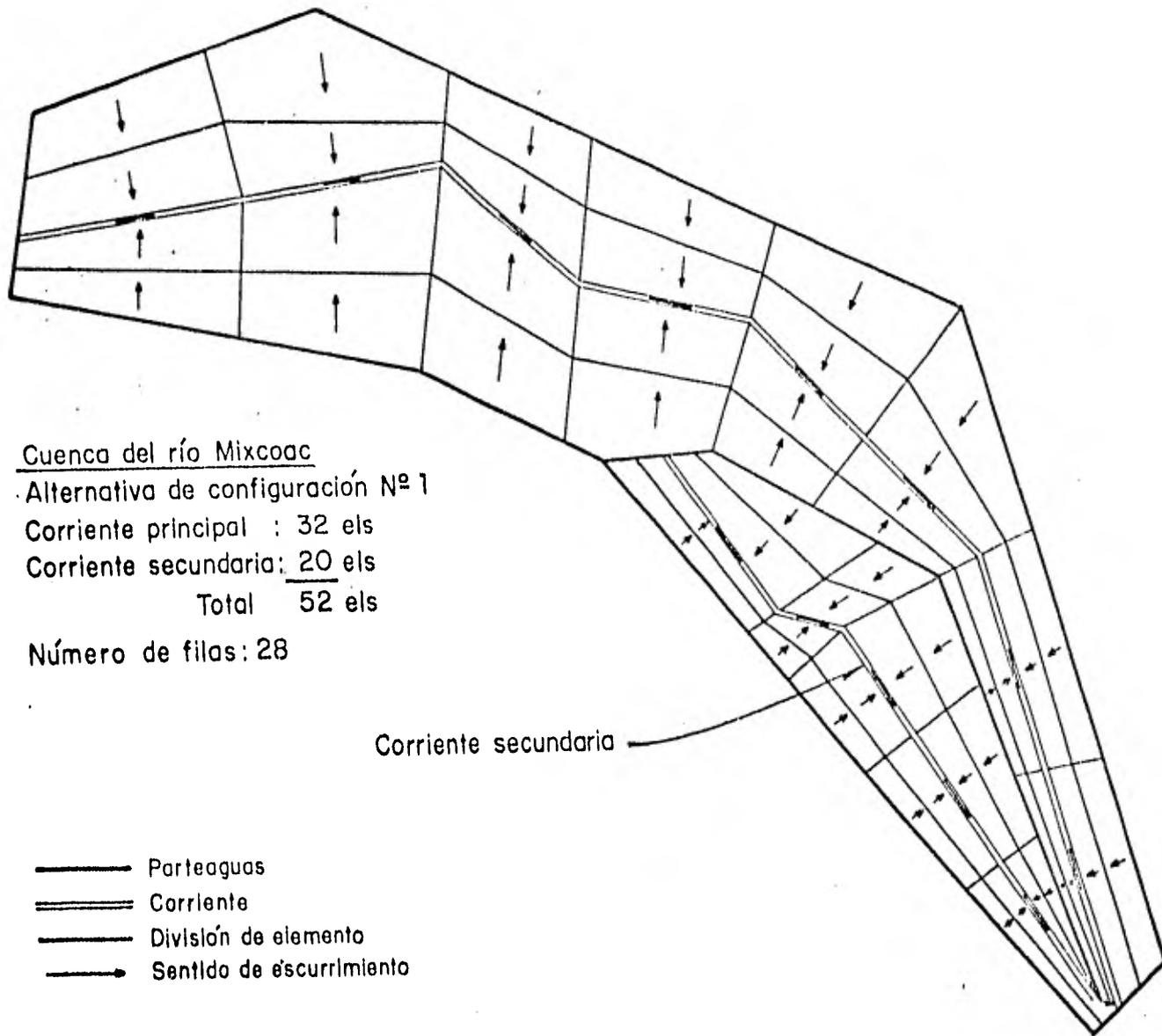
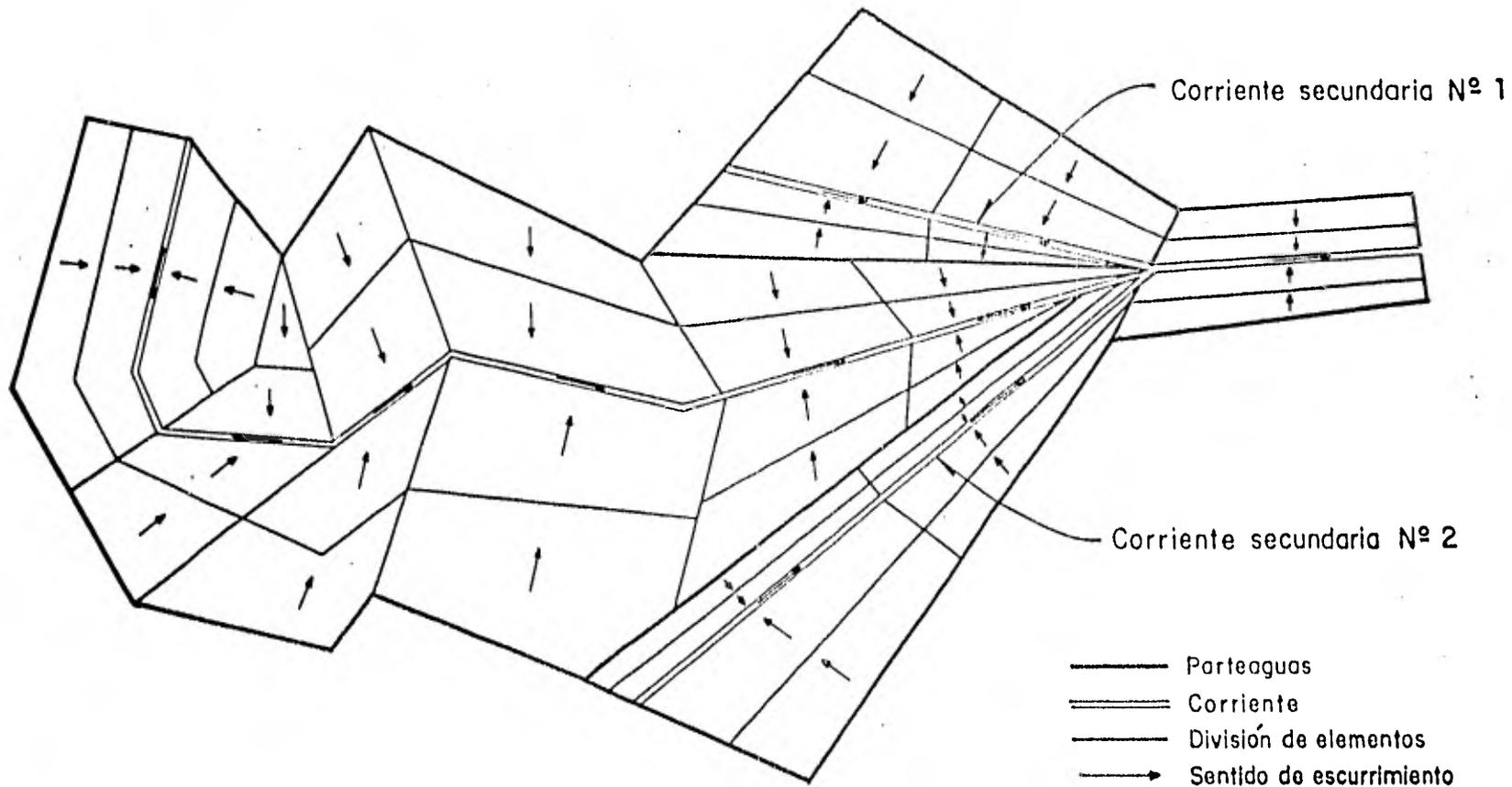


Fig 28 Configuración de la cuenca del río Mixcoac



| | |
|-----------------------------|--------------|
| Corriente principal | 28 els |
| Corriente secundaria N° 1 : | 8 els |
| Corriente secundaria N° 2 | <u>8 els</u> |
| Total | 44 elementos |

Número de filas : 26

Fig 29 Configuración de la cuenca del río Magdalena

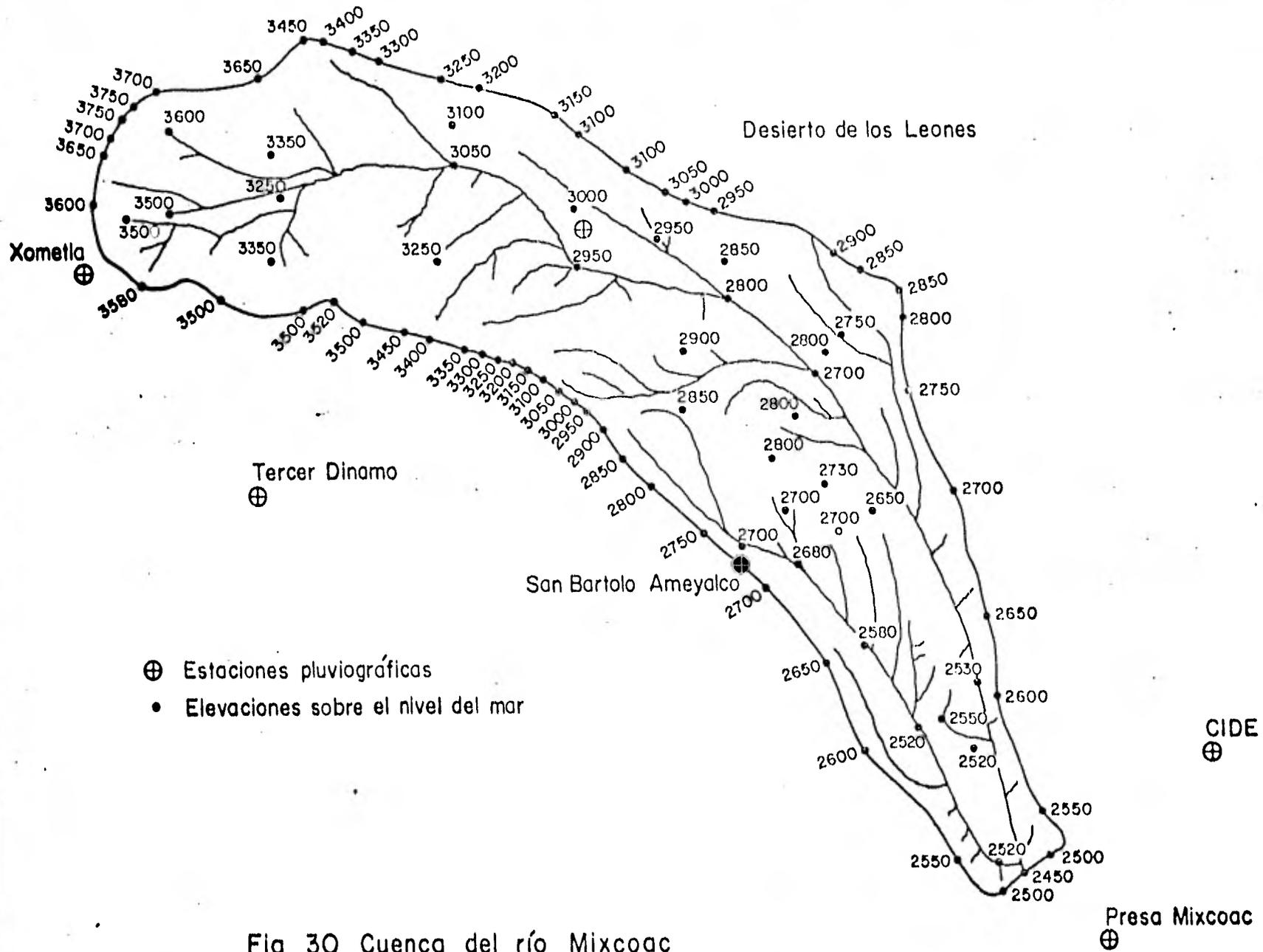


Fig 30 Cuenca del río Mixcoac

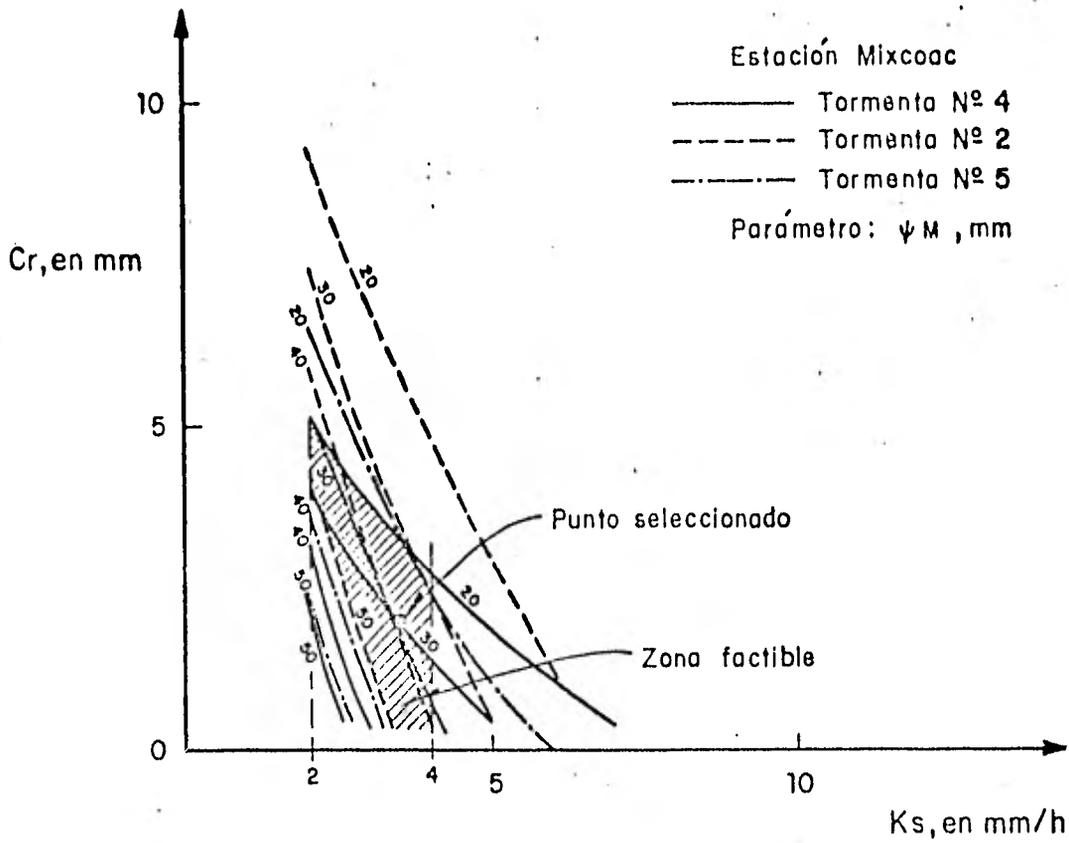


Fig 31 Calibración de K_s , Cr y ψ_M

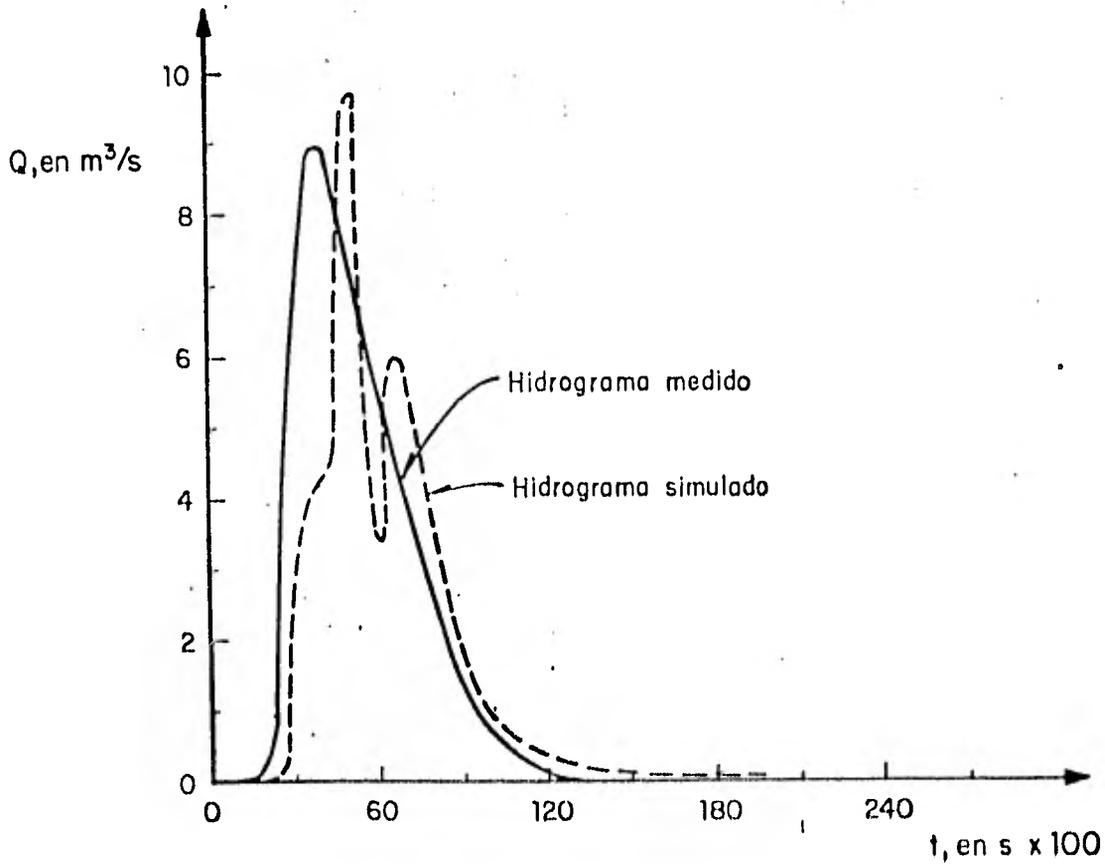


Fig 32 Tormenta N° 1, río Mixcoac

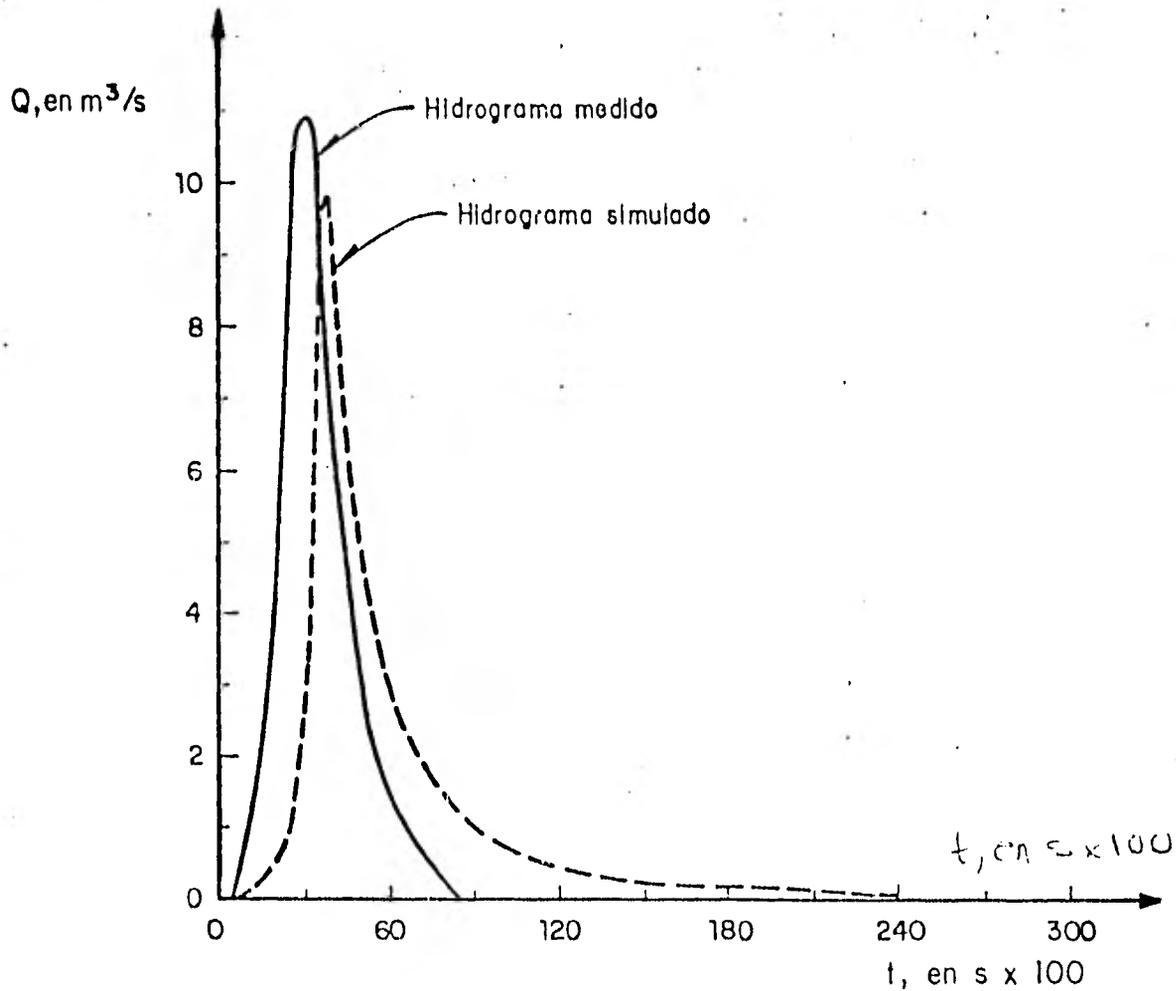


Fig 33 Tormenta N° 2 , río Mixcoac

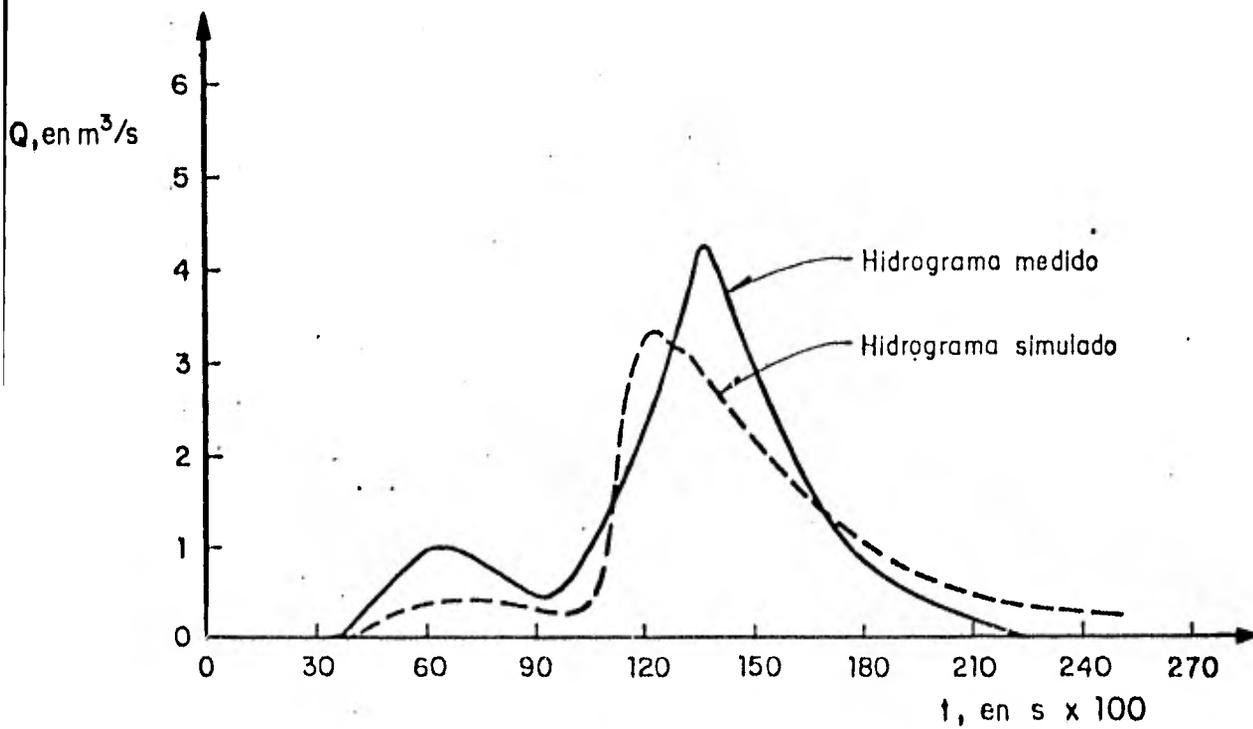
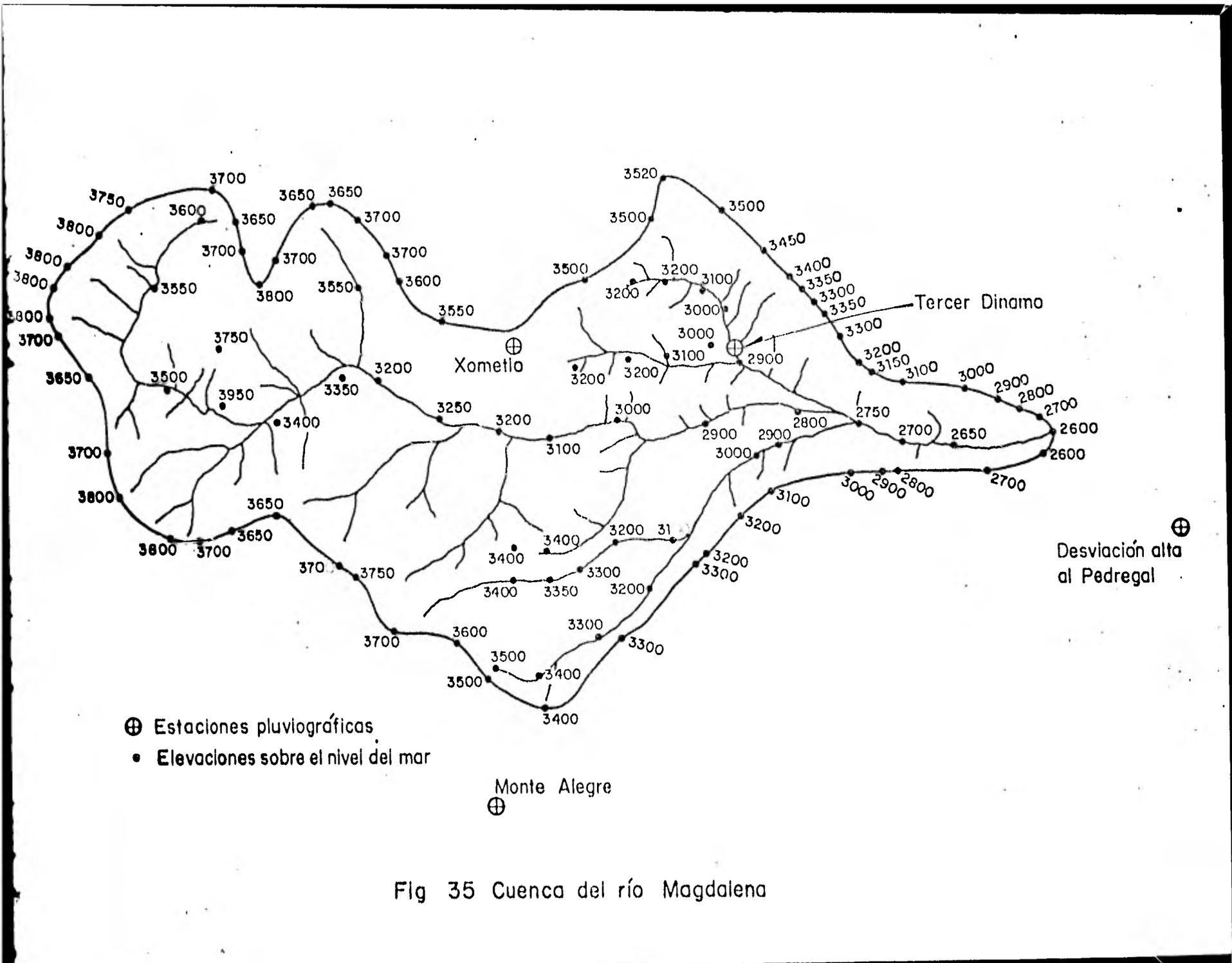


Fig 34 Tormenta N° 3 , río Mixcoac



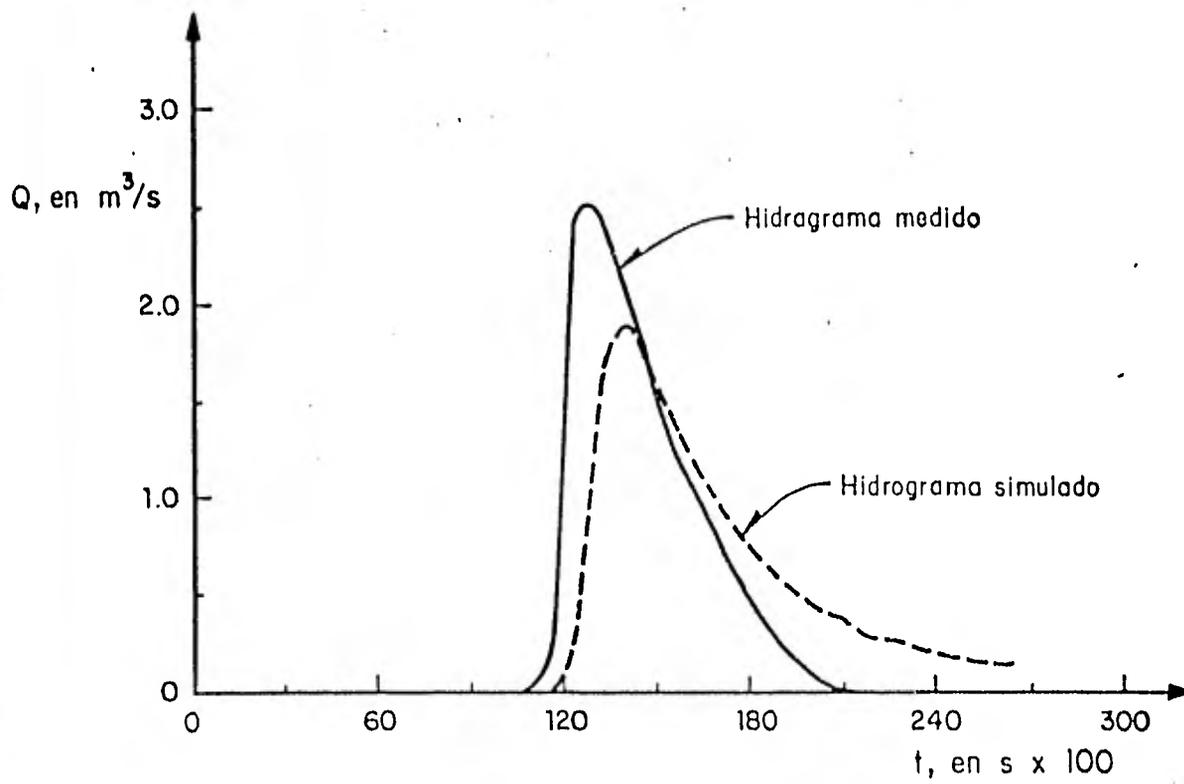


Fig 36 Tormenta N° 1, río Magdalena

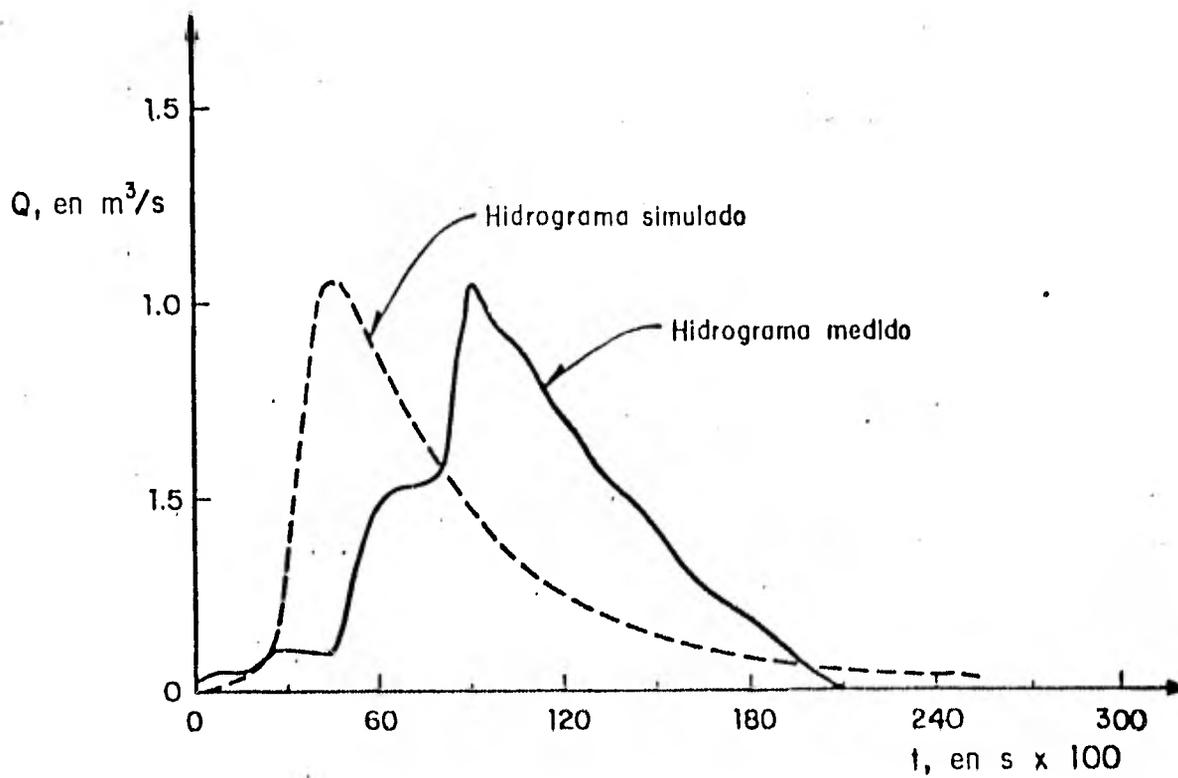


Fig 37 Tormenta N° 2, río Magdalena

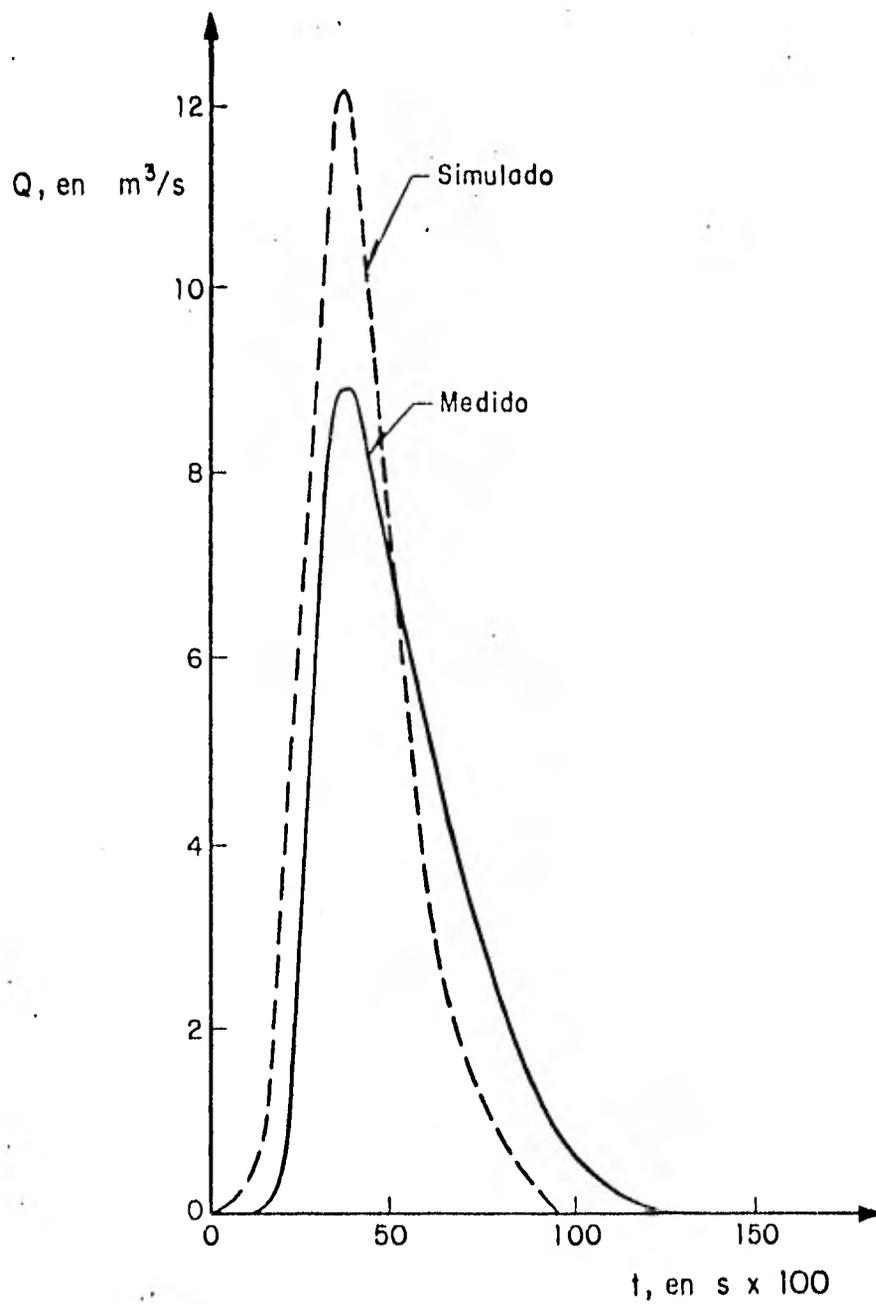


Fig 38 Simulación del hidrograma de la tormenta N° 1, río Mixcoac con el hidrograma unitario

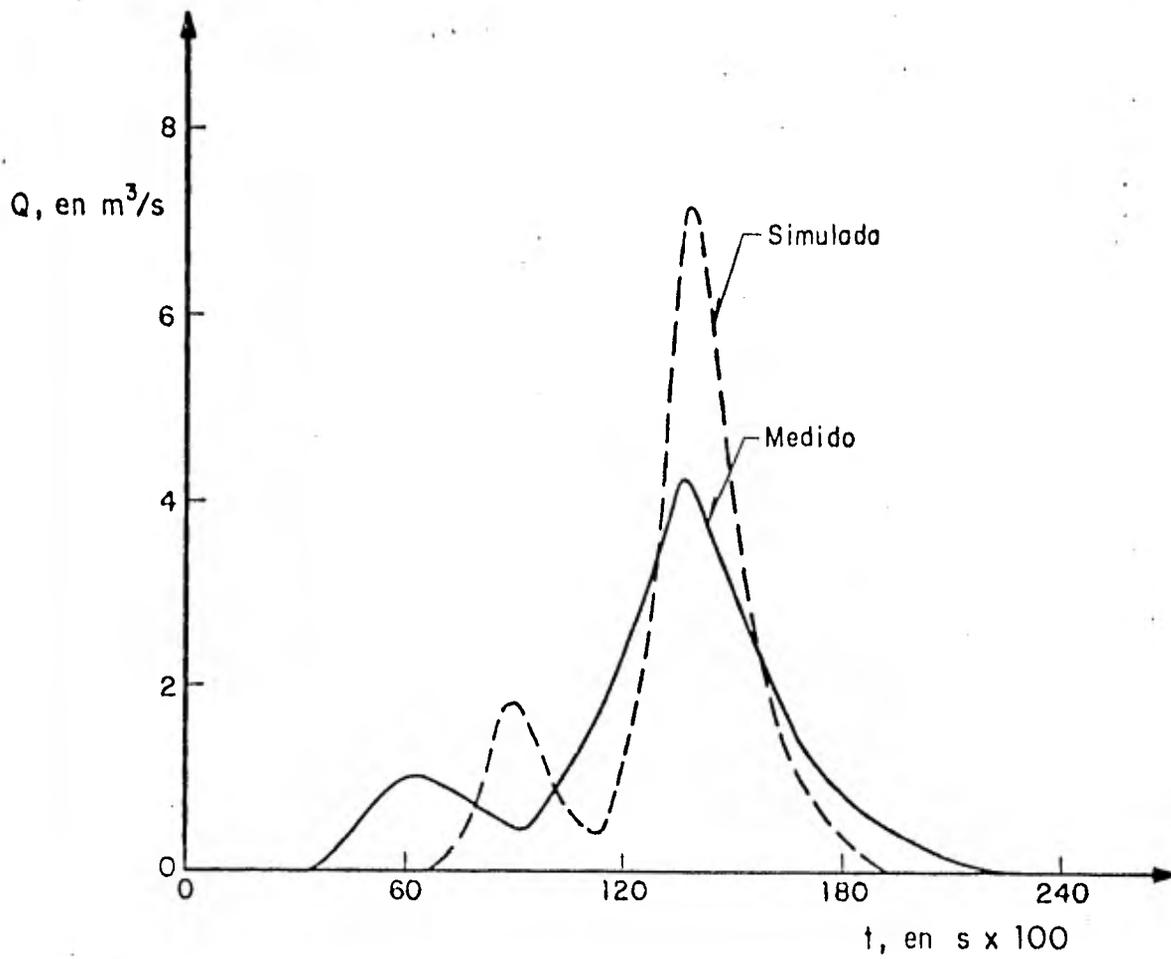


Fig 39 Simulación del hidrograma de la tormenta N^o 3, río Mixcoac, con el hidrograma unitario

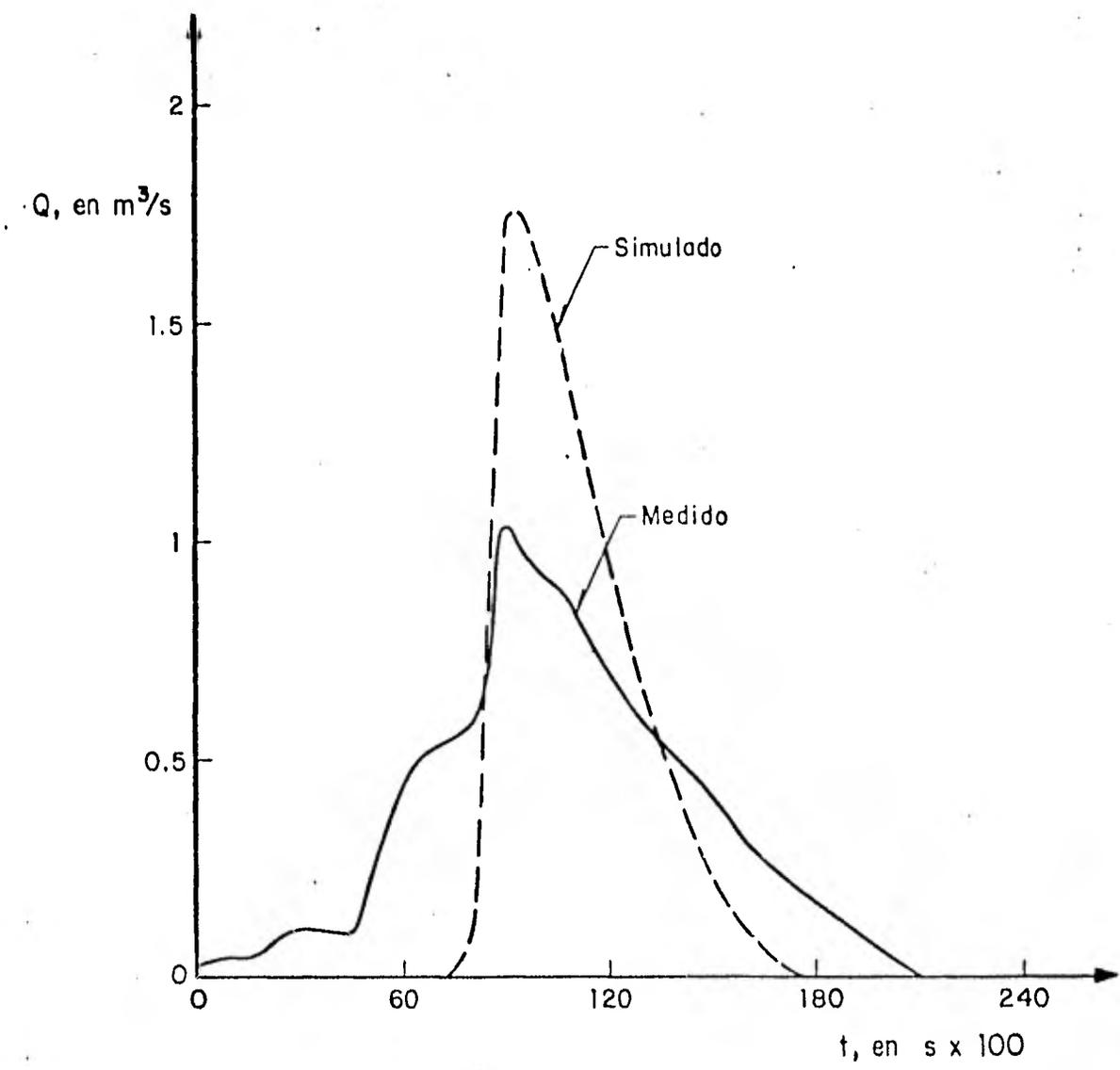


Fig 40 Simulación del hidrograma de la tormenta. N° 2, río Magdalena, con el hidrograma unitario

RECONOCIMIENTOS

El M. I. Carlos Cruickshank Villanueva guió el desarrollo de este estudio e hizo la revisión crítica del manuscrito.

Se agradece profundamente a los M. I. Moisés Berezowsky Verduzco y Ramón Domínguez Mora, por su valiosa ayuda para la realización del trabajo.

El trabajo fue hecho gracias al programa de becas del Instituto de Ingeniería y al Programa de Superación del Personal Académico de la UNAM.

APENDICE A

DESCRIPCION E INSTRUCTIVO DE USO DEL PROGRAMA

A. 1. *Introducción*

El programa calcula hidrogramas de salida de cuencas con base en sus características físicas y datos de precipitación total. El cálculo de la lluvia efectiva se hace mediante el método de Chu (inciso 2.3.3.4) y su tránsito se realiza utilizando el método del elemento finito aplicado a la versión cinemática de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento (cap. 4) Para utilizar el programa, debe contarse con la siguiente información:

- a) Plano topográfico de la cuenca, identificando el parte-aguas y las principales corrientes
- b) Uso y tipo del suelo en toda la cuenca
- c) Registro de precipitaciones de todas las estaciones pluviométricas y pluviográficas que se encuentran dentro o cerca de la cuenca, para todas las tormentas que se desean analizar.

A.2. *Descripción del programa*

El programa está escrito en lenguaje FORTRAN y está hecho para correrse en una computadora Burroughs B-6800. Consta de un programa principal y siete subrutinas (fig A.1) cuyas funciones son las siguientes:

A. 2.1. Programa principal

El programa principal consta de tres partes: flujo superficial (entendido como el proceso de escurrimiento que tiene lugar sobre la superficie de la cuenca antes de llegar a corrientes secundarias o a la principal), canales secundarios y canal principal. Forma el núcleo central del proceso de cálculo y sus objetivos son leer algunos datos generales, inicializar algunas variables, manejar las subrutinas DATELE, MATRIZ, GASLAT, PRPAL e INTPØL e imprimir todos los resultados.

Los datos que lee son: *

1. Identificación de la corrida
2. Tipo de tormenta (uniforme o distribuida)
3. Tolerancia en los procesos iterativos para el cálculo de la lluvia efectiva
4. Condiciones de frontera para corrientes
5. Identificación de las filas de flujo superficial que descargan cada una de las corrientes
6. Tramos de la corriente principal a los que descargan las corrientes secundarias

Las variables que inicializa son:

1. Infiltración, flujo superficial y precipitación acumulados y tirante de encharcamiento en cada elemento de cada fila de flujo superficial
2. Areas, gastos y vectores {H} y {C} (ec. 4.41) para cada fila de flujo superficial
3. Areas, gastos y vectores {H} y {C} (ec. 4.41) para cada una de las corrientes

* Veáanse orden, formato y denominación de las variables de lectura en el inciso A.3.2.

Los resultados que imprime son :

1. Identificación de la corrida
2. Tipo de tormenta
3. Tolerancia en los procesos iterativos para el cálculo de la lluvia efectiva.
4. Número de flujo cinemático K (ec. 4.8) cuando la teoría de la onda cinemática deja de ser válida
5. Fila, intervalo de discretización en el tiempo y volumen total escurrido para cada fila de flujo superficial
6. Hidrograma de salida de cada fila de flujo superficial
7. Hidrograma de entrada a cada tramo de corriente
8. Corriente, intervalo de discretización en el tiempo y volumen total escurrido para cada corriente.
9. Hidrograma de salida de cada corriente, incluyendo la principal.

La subrutina DATELE se usa una sola vez en cada una de las tres partes del programa principal. La subrutina MATRIZ se llama una vez por cada fila de flujo superficial y una vez por cada corriente. Las subrutinas GASLAT Y PRPAL se usan una vez por cada fila o corriente y por cada paso de tiempo. La subrutina INTRØL es empleada una vez por cada corriente.

A.2.2 Subrutina DATELE (α).

Tiene como función leer e imprimir la mayor parte de los datos, tanto de tiempos y lluvia como de características físicas de los elementos de flujo superficial y de las corrientes.

Los datos que lee son los siguientes:

1. Tiempo total de simulación, intervalo de discretización en los procesos iterativos para el cálculo de áreas (inciso 4.2,2.2.) y número de filas o corrientes.

2. Número de tormentas
3. Tiempo en que empieza y termina cada tormenta
4. Número de elementos de cada fila o número de tramos de ca da corriente
5. Ancho, longitud, coeficiente de rugosidad y pendiente de cada elemento o tramo de cada fila o corriente
6. Número de estaciones pluviográficas
7. Nombre de cada estación pluviográfica
8. K_s , ψ_M , C_r , (inciso 2.3.3.4) del área de influencia de ca da estación pluviográfica.
9. Hietograma de intensidades de cada estación pluviográfica
10. Identificación de los elementos que pertenecen al área de influencia de cada estación pluviográfica

El argumento (α) de la subrutina es el número de filas o corrientes.

A. 2. 3. Subrutina MATRIZ

La subrutina MATRIZ forma la matriz $[M]$ (ec 4.41). En vista de que dicha matriz resulta tridiagonal, en el programa se compone de sólo cuatro columnas, con el objeto de usar el método de do ble barrido en la solución de los sistemas de ecuaciones. La primera columna corresponde a la primera superdiagonal, de $[M]$, la segunda a la diagonal principal, la tercera a la primera sub diagonal y la cuarta al vector de términos independientes. En esta subrutina se calculan las tres primeras columnas solamente.

A. 2. 3 Subrutina GASLAT (α , β)

Calcula la lluvia efectiva (ver diagrama de bloques de la fig 6) y el gasto lateral de entrada a los elementos de flujo super ficial. Además, calcula el vector $\{C\}_{t+\Delta t}$ (ecs 4.41 y 4.47), que no es constante en el caso general. Su primer argumento es una clave con la que el programa principal le indica si debe

calcular lluvia efectiva o no; lo último sucede cuando, en la primera parte del programa principal, el cálculo se encuentra en un tiempo en que no existe precipitación o cuando está en la segunda o tercera parte del programa principal. El segundo argumento, β , indica el tiempo que se encuentra el proceso de cálculo.

A. 2. 5. Subrutina PRPAL (α).

Esta subrutina constituye un núcleo secundario del proceso de cálculo. Su función principal consiste en realizar las iteraciones necesarias para el cálculo de las áreas hidráulicas y decidir cuándo se termina dicho cálculo. El procedimiento que utiliza es prácticamente el mismo que el indicado en 4.2.2.2. (ver pags. 109 y 110 del cuerpo del trabajo). Los pasos 1, 3, 5 y 6 de dicho procedimiento son ejecutados en la propia subrutina; el paso 2 se realiza mediante llamadas a la subrutina GASTØS, y el paso 4 se hace llamando a la subrutina AREAS. Además transita las entradas a las filas de flujo superficial y corrientes para calcular los hidrogramas de salida. Su argumento (α) es una clave con la que el programa principal le indica qué tipo de hidrograma de salida es el que se está calculando (flujo superficial, corrientes secundarias o corriente principal).

A. 2. 6. Subrutina AREAS

Resuelve el sistema de ecuaciones 4.42 para $\{A_i\}_{t+\Delta t}$. Si el orden de la matriz de coeficientes es de 3 o mayor, usa el método de doble barrido; si el orden es de 2, utiliza la regla de Kramer.

A. 2. 7. Subrutina GASTØS

Calcula el vector $\{Q_i\}_{t+\Delta t}$ mediante la fórmula de Manning y for

ma el vector $\{H\}_{t+\Delta t}$ (ec. 4.41). Verifica que el flujo sea supercrítico; en caso contrario, imprime las filas o corrientes y los nudos donde el número de Froude es menor que 1.

A. 2. 8. Subrutina *INTPOL* (α)

Hace las interpolaciones de los gastos de los hidrogramas de salida de las filas de flujo superficial o de las corrientes secundarias para formar hidrogramas de entrada a canales secundarios o al principal. Las interpolaciones se efectúan en forma lineal, en el caso de que el intervalo de discretización en el tiempo sea diferente en dos o más fases del cálculo. En cuanto a la selección de los intervalos mencionados, consúltese el inciso A. 3. 2.

A. 3. INSTRUCTIVO DE USO DEL PROGRAMA

A. 3. 1 Consideraciones generales y cálculos previos

El programa está elaborado de tal forma que la numeración de los elementos de cada fila de flujo superficial y de los tramos de cada corriente aumente de aguas arriba hacia aguas abajo, como se muestra en la figura A. 2. La numeración de las filas debe hacerse también de aguas arriba hacia aguas abajo, de acuerdo con el orden con que descargan a las corrientes, y comenzando siempre por la margen izquierda. Del mismo modo, la numeración de las corrientes secundarias se hará de acuerdo con el orden en que descargan a la corriente principal, de tal manera que la que descargue más aguas arriba y por la margen izquierda tendrá el número 1. Por cuestiones de funcionamiento de la primera parte del programa principal, cada corriente secundaria deberá constituir una fila ficticia de flujo superficial con entrada nula, que puede identificarse fácilmente asignándole pendientes o coeficientes de rugosidad absurdos. Toda fila de flujo superficial o corriente que descargue a un cauce debe tener

una correspondiente en la margen contraria para que no se altere el orden de numeración. En el caso de las filas de flujo superficial, conviene ordenarlas de tal modo que eso suceda, pero en el caso de las corrientes secundarias, dado que difícilmente se encuentran dos que concurren al mismo punto de la corriente principal, cada una de ellas deberá tener otra ficticia que descarge en el mismo tramo y en la margen contraria. Incluso sería recomendable, para evitar posibles inestabilidades en el cálculo, que si dos corrientes secundarias llegan a la corriente principal en puntos muy cercanos uno del otro, se les asignen tramos diferentes de descarga. La longitud de los tramos de las corrientes a los que descargan las filas de flujo superficial deben ser iguales a los anchos de los últimos elementos de éstas; en cuanto a la descarga de las corrientes secundarias, la longitud del tramo debe ser del orden de 200 ó 300 veces el ancho del último nudo de la corriente secundaria, también por razones de estabilidad en el cálculo. Por ejemplo, si el último tramo de una corriente secundaria tiene un ancho de 3 m, el tramo de la corriente principal al que descarga debe tener una longitud del orden de 800m. Con esto se asegura un comportamiento correcto del cálculo, no se viola la continuidad y se comete un error despreciable en el tránsito. Todas las filas de flujo superficial, así como las corrientes, deben estar formadas por dos elementos como mínimo, excepto en el caso de las ficticias, que deben tener solamente un elemento o tramo. Antes de tomar una decisión con respecto a la división en elementos de una cuenca dada, es conveniente ensayar varias posibilidades hasta dar con una satisfactoria. Como se menciona en 5.1.2., los elementos de las filas de flujo superficial, así como todas las secciones transversales de las corrientes deben ser rectangulares; en el primer caso, en vista de que tal cosa puede resultar difícil de lograr, los elementos pueden hacerse rectangulares dándoles un "ancho equivalente" de manera que, para la misma longitud, el área de cada elemento sea igual a la original. En caso de que se considere

que la hipótesis de que las secciones transversales son rectangulares es poco válida en una o más de las corrientes, deben hacerse las modificaciones pertinentes a la subrutina GASTØS .

Antes de la perforación de los datos de entrada, es necesario conocer o estimar los siguientes parámetros:

a) K_s , $\Psi_M = \Psi_f (\theta_s - \theta_i)$ y C_r . La conductividad saturada K_s , el potencial en el frente húmedo Ψ_f y el contenido de humedad de saturación pueden medirse *in situ* o en laboratorio o bien estimarse a partir del tipo de suelo de cada elemento o grupo de elementos de flujo superficial mediante la bibliografía pertinente dada en los capítulos 2 y 5; el contenido de humedad inicial deberá estimarse con base en la precipitación antecedente o bien calibrarse junto con la capacidad de retención C_r .

b) n y S_o . El valor del coeficiente de rugosidad de cada elemento de flujo superficial y de cada tramo de corriente tendrá que ser estimado con base en el tipo de terreno o de cauce. La pendiente media del fondo puede obtenerse mediante el plano topográfico de la cuenca. Generalmente es necesario calibrar el valor de n como se ha descrito en el capítulo 5 para contrarrestar los efectos de la hipótesis de que los elementos son planos.

c) Condiciones iniciales y de frontera. Dentro del programa se supone siempre que las condiciones iniciales corresponden a flujo uniforme; en el caso de filas de flujo superficial, el programa fija automáticamente las condiciones iniciales haciendo nulo el gasto, y en el caso de corrientes, dichas condiciones pueden establecerse usando un gasto base medio que perdurará durante toda la simulación. Debe hacerse notar que el gasto base que escurre por la salida de la cuenca será la suma de los supuestos en todas las corrientes, incluyendo la principal. Las condiciones iniciales permanecen como condiciones de frontera en el primer nudo de todas las filas de flujo superfi

cial y corrientes durante toda la simulación, de modo que solamente es necesario establecer el área hidráulica en el primer nudo y el gasto como condiciones de frontera, y las iniciales se calculan dentro del programa principal.

A. 3.2. Datos de entrada

Las tarjetas con los datos de entrada deben estar ordenadas de la siguiente manera (ver apéndice C):

a) Identificación de la corrida:

CORIDA (NNN), NNN = 1,20 en formato alfanumérico (20A4)

b) Datos relativos a cálculo de lluvia efectiva y flujo superficial

| Variable | Significado | Formato | Observaciones |
|--|---|--------------------------------|---|
| TITØR | Tipo de tormenta | I 5 | .0 = uniforme 1 = distribuida |
| TØLIN | Tolerancia en procesos iterativos para el cálculo de la infiltración | F 10.5 | Del orden de 0.001 como máximo |
| TIETØT, DELTIE, TØL, NI | Tiempo total de simulación en h, Δt en h, tolerancia en procesos iterativos para el cálculo de áreas, número de filas | F 10.5, F 20.5, F 10.5, I 5 | Rango adecuado para TØL: $0.001 \leq TØL \leq 0.02$ Es conveniente que TØL sea más pequeño en flujo superficial que en corrientes |
| NLLS | Número de tormentas | I 5 | |
| TELL (ILL), TTLL(ILL), ILL= 1, NLLS | Tiempo en que empieza y termina cada tormenta, en h | 8 F 10.6 | |
| NE (IS) | Número de elementos de la fila IS | I 5 | } IE = 1, NE (IS) } IS=1,NI |
| IE (IE, IS), IØ (IE, IS), FF (IE, IS), SO (I E, IS) | Ancho (m), longitud (m), coeficiente de rugosidad y pendiente del elemento IE de la fila IS | 2 F 10.5, 2 F 10.8 | |
| NEST | Número de estaciones pluviográficas | I 5 | |

| | | | |
|--|--|-------|---|
| ESTAC (IEST, NNN), IEN=1,3 | Nombre de la estación IEST | 3 A 4 | } IEST = 1, NEST |
| CONSAT (IEST) | Conductividad saturada de la zona de influencia de la estación IEST, en mm/h | F 8.5 | |
| PSISUM (IEST) | PA de la zona de influencia de la estación IEST, en mm | F 8.5 | |
| CARET (IEST) | Capacidad de retención de la zona de influencia de la estación IEST, en mm | F 8.5 | |
| HINT (IBST, IT) | Intensidad de precipitación en la estación IEST, en mm/h | F 8.5 | } $IT = \frac{TELL (ILL)}{DELTIE}$, $\frac{TLL (ILL)}{DELTIE}$; ILL = 1, NLS |
| ((NOSI ¹ (IEST, IS), IEST=1, NEST), IS = 1, NI) | Clave que indica si la fila IS está en el área de influencia de la estación IEST | 8011 | |

c) Datos relativos a corrientes secundarias

| Variable | Significado | Formato | Observaciones |
|-------------------------|--|-------------------------------|---|
| TIETOT, DELTIE, TOL, NI | Tiempo total de simulación en h, Δt en h, tolerancia en los procesos iterativos para el cálculo de áreas, número de corrientes secundarias | F 10.5, F 20.5 P 10.5, I 5 | $\frac{\Delta t_{cs}}{\Delta t_{fs}} = \frac{1}{2^n}, n=0,1,2,\dots$ CS = corrientes secundarias FS = flujo superficial |
| NLS | - no tiene significado - | I 5 | NLS = 1 |
| TELL (1), TLL (1) | - no tiene significado - | | Tarjeta en blanco |

| | | | |
|---|--|-------------------|----------------------------|
| NE (IS) | Número de tramos de la corriente secundaria IS | I 5 | IS=1, NI IE =1, NE (IS) |
| BE (IE, IS), LØ (IE, IS), FF (IE, IS), SO (IE, IS) | Ancho (m), longitud (m), coeficiente de rugosidad y pendiente del tramo IE de la corriente secundaria IS | 2 F 10.5, 2F 10.8 | |
| ATDEL(1), QFTØN | Área (m ²) y gasto (m ³ /s) en la frontera aguas arriba de la corriente IFS | 2.F 10.0 | IFS = 1, NI |
| NPFIL (IFS), NUFIL(IFS) | Número de la primera y la última fila de flujo superficial que descarga a la corriente secundaria IFS | 2 I 5 | |

d) Datos relativos a la corriente principal

| Variable | Significado | Formato | Observaciones |
|-------------------------|--|-------------------------------|--|
| TIETØT, DELTIE, TØL, NI | Tiempo total de simulación en h, Δt en h, tolerancia en los procesos iterativos para el cálculo de áreas, número de corrientes principales | F 10.5, F 20.5 F 10.5, I 5 | $\frac{\Delta t_{cp}}{\Delta t_{cs}} = \frac{1}{2^n}$; n=0, 1, 2 .cp = corriente principal .cs = corriente secundaria NI = 1 |
| NLLS | - no tiene significado | I 5 | NLLS = 1 |
| TELL (1), TILL (1) | - no tiene significado - | | Tarjeta en blanco |
| NE(1) | Número de tramos de la corriente principal | I 5 | |

| | | | |
|--|--|--------------------|---|
| BE (IE, 1), Lϕ (IE, 1) FF (IE, 1), Sϕ (IE, 1) | Ancho (m), longitud (m), coeficiente de rugosidad y pendiente del tramo IE de la corriente principal | 2 F 10.5, 2 F 10.8 | |
| ATDEL (1), QFRON | Area (m ²) y gasto (m ³ /s) en la frontera aguas arriba de la corriente principal | 2 F 10.0 | |
| NCSECP (ICCS) | Número de tramo de la corriente principal al que descarga la corriente secundaria ICCS | I 5 | ICCS= 1, NICS donde NICS= número de corrientes secundarias |

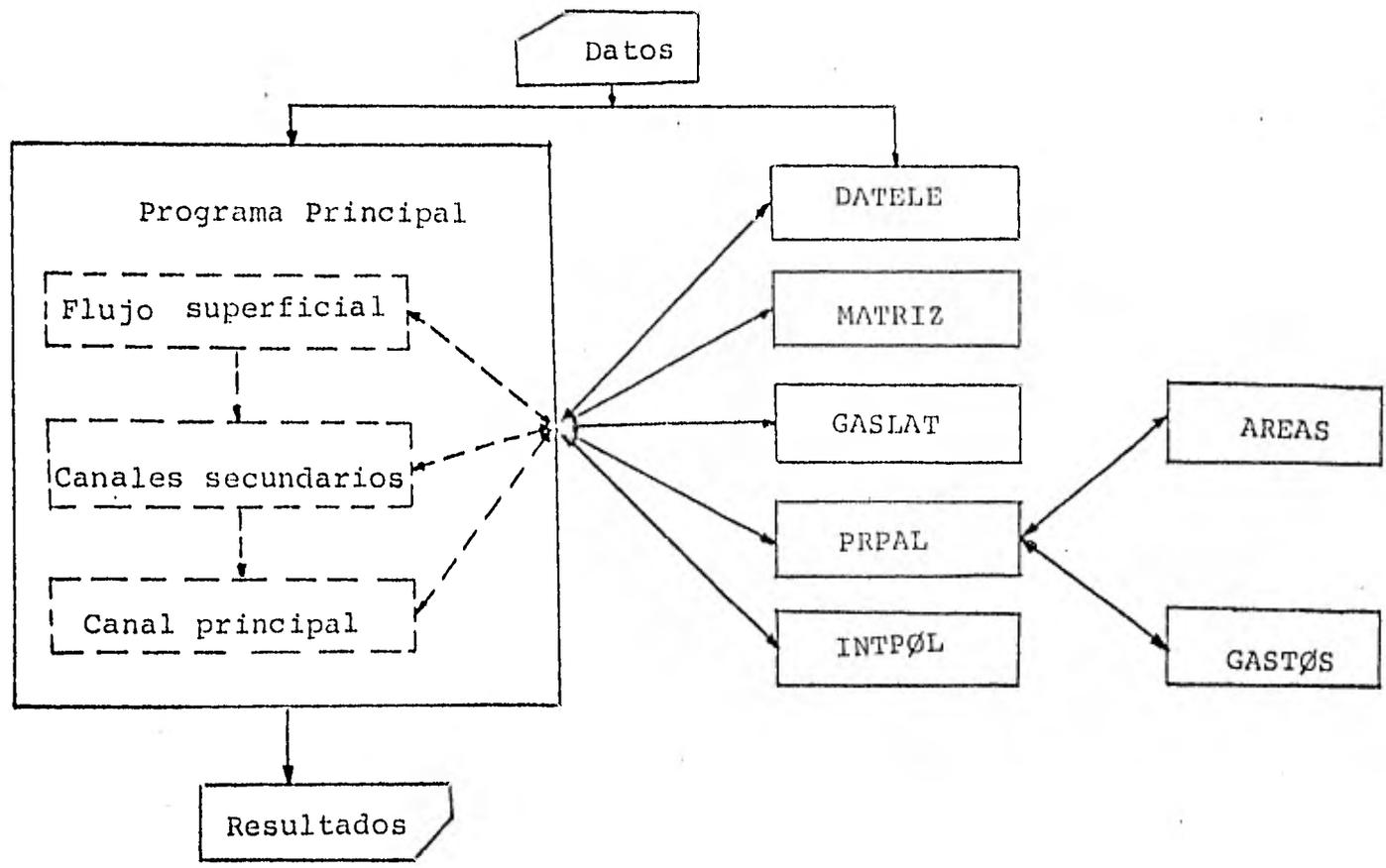


Fig. A.1. Diagrama del funcionamiento general del programa

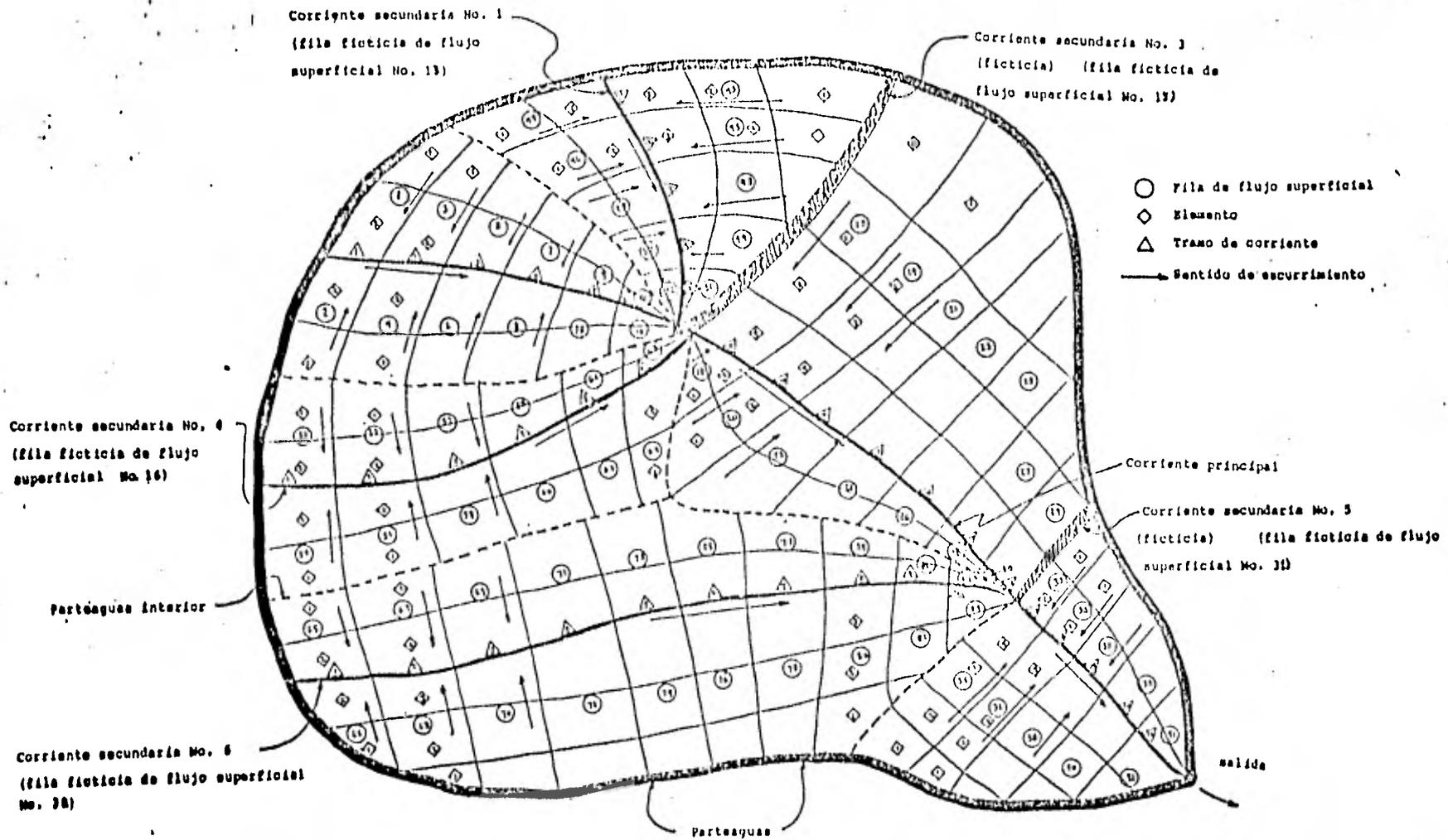


Fig. A.2 Ejemplo de numeración de elementos y corrientes

APENDICE B

LISTADO DEL PROGRAMA Y DATOS

```

1 $RESET FREE
2 FILE 7=TELET,UNIT=REMOTE,RECORD=22
3 FILE 5=MIXET4,UNIT=DISK,RECORD=14
4 FILE 8=TELET,UNIT=REMOTE,RECORD=14
5 FILE 6=PRINTER,UNIT=PRINTER,RECORD=22
6 C
7 C FILE 7=IMPRESION POR TERMINAL REMOTA
8 C FILE 5=LECTURA DE DATOS DE DISCO
9 C FILE 8=LECTURA POR TERMINAL REMOTA
10 C FILE 6=IMPRESION POR IMPRESORA
11 C
12 C
13 C * * * * * P R O G R A M A P R I N C I P A L * * * * *
14 C
15 C *** MANEJA LAS SUBROUTINAS DATELE,MATRIZ,GASLAT,PRPAL Y INTPOL
16 C *** DATOS QUE LEE:
17 C CORIDA=NOMBRE DE LA CORRIDA
18 C OMEGA=FACTOR DE RELAJACION EN LAS ITERACIONES
19 C TITOR=TIPO DE TORMENTA,SI TITOR=0,LA TORMENTA ES UNIFORME;
20 C SI TITOR=1,LA TORMENTA ES DISTRIBUIDA.
21 C TOLIN=TOLENCANCIA EN LOS PROCESOS ITERATIVOS EN EL CALCULO DE
22 C INFILTRACION
23 C *** VARIABLES PRINCIPALES:
24 C G=ACELERACION DE LA GRAVEDAD
25 C TIE=TIEMPO
26 C QMAX=GASTO PARA CONDICIONES ESTABLECIDAS
27 C HHH=TIRANTE PARA CONDICIONES ESTABLECIDAS
28 C VEL=VELOCIDAD PARA CONDICIONES ESTABLECIDAS
29 C ER=NUMERO DE EROSION PARA CONDICIONES ESTABLECIDAS
30 C ADIK=NUMERO ADIMENSIONAL QUE INDICA SI ES APLICABLE LA TEORIA
31 C DE LA ONDA CINEMATICA
32 C CLAVE=CLAVE QUE INDICA SI LA SUBROUTINA GASLAT DEBE LEEER GASTO
33 C LATERAL (CLAVE=0.) O NO (CLAVE=1.), TAMBIEN LE INDICA A
34 C (CLAVE=0.) O EN CANALES (CLAVE=1.).
35 C IREL=RELACION ENTRE LOS INTERVALOS DE DISCRETIZACION DE PLANOS
36 C SUBROUTINA INTPOL CUANTAS INTERPOLACIONES DEBE HACER ENTRE
37 C DOS TIEMPOS DADOS, SI IREL=1,NO LLAMA A INTPOL.
38 C IREL1=RELACION ENTRE LOS INTERVALOS DE DISCRETIZACION DE PLANOS
39 C DE FLUIDO SUPERFICIAL Y CANAL PRINCIPAL
40 C IREL2=RELACION ENTRE LOS INTERVALOS DE DISCRETIZACION DE CANALES
41 C SECUNDARIOS Y CANAL PRINCIPAL
42 C LA SUBROUTINA PRPAL SI ESTA EN PLANOS DE FLUIDO SUPERFICIAL
43 DIMENSION Q(50,400)
44 DIMENSION NFIL(10),NOSECF(10),QT(50),CORIDA(20),PEM(100)
45 COMMON/N1/NEFS(100),JFS
46 COMMON/N2/LQ(50,100)
47 COMMON/N4/BE(50,100),SO(50,100),FF(50,100)
48 COMMON/N5/TIE,DELTIE
49 COMMON/N7/TJETOT
50 COMMON/N9/QLAT(50)
51 COMMON/N10/HT(50),CT(50)
52 COMMON/N11/DFS(100,300),QCS(100,300)
53 COMMON/N14/ATDEL(50),AT(50)
54 COMMON/N16/HTDEL(50),QTDEL(50)
55 COMMON/N17/OMEGA
56 COMMON/N18/TELL(20),TTLL(20),NLLS
57 COMMON/N19/NPFI(50),NFI(50)
58 COMMON/N20/DFS1(50,1000)
59 COMMON/N23/FA(50,500),FEN(50,500)

```

```

60      COMMON/N24/REF(50,500),IA(50,500)
61      COMMON/N25/TOLIN,TITOR
62      COMMON/N26/PREC(500),INT(50,500)
63      COMMON/N27/TP,TS,C1,CU,FS
64      COMMON/N29/DEP(500)
65      INTEGER T1,T2,TITOR
66      G=9.81
67      READ(5,909) (CORIDA(NNN),NNN=1,20)
68      WRITE(6,910) (CORIDA(NNN),NNN=1,20)
69 C
70 C  COMIENZA FLUIDO SUPERFICIAL
71 C
72      WRITE(6,904)
73      READ(5,901) TITOR
74      OMEGA=1.
75      WRITE(6,911) TITOR
76      READ(5,902) TOLIN
77      WRITE(6,912)
78 C
79 C  LLAMA SUBROUTINA PARA LEER DATOS
80 C
81      CALL DATELE(NIFS)
82      ESINT=DELTIE
83      ITOT=T1ETOT/DELTIE+0.1
84 C
85 C  COMIENZA SIMULACION POR FILAS
86 C
87      DO 20 JFS=1,NIFS
88      COMP=0.
89 C
90 C  CONDICIONES DE FRONTERA
91 C
92      ATDEL(1)=0.
93      OTDEL(1)=0.
94 C
95 C  LLAMA SUBROUTINA PARA FORMACION DE LA MATRIZ F
96 C
97      CALL MATRIZ
98 C
99 C  INICIALIZACION DE VARIABLES
100 C
101      DO 5 I=1,NEFS(JFS)
102      DO 5 IIT=1,ITOT
103      FA(I,IIT)=0.
104      HEN(I,IIT)=0.
105      REF(I,IIT)=0.
106      5 IA(I,IIT)=0.
107 C
108 C  CONDICIONES INICIALES
109 C
110      DO 10 K=1,NEFS(JFS)+1
111      AT(K)=0.
112      OT(K)=0.
113      HT(K)=0.
114      10 CT(K)=0.
115 C
116 C  COMIENZA SIMULACION EN EL TIEMPO
117 C
118      DO 20 TIE=DELTIE,T1ETOT,DELTIE
119      IT=TIE/DELTIE+0.1

```

```

120      DO 12 ILL=1,NLLS
121      IF(TIE.GT.TELL(ILL).AND.TIE.LT.TTLL(ILL)) GO TO 14
122      12 CONTINUE
123      DO 13 IEL=1,NEFS(IFS)
124      13 BLAT(IEI)=0.
125      CLAVE=1.
126      GO TO 18
127      14 CLAVE=0.
128 C
129 C LLAMA SUBROUTINA PARA CALCULO DE GASTO LATERAL
130 C
131      18 CALL GASLAT(CLAVE,IT)
132      IF(COMP.LT.REF(1,IT-1)) PEM(IFS)=REF(1,IT-1)
133      COMP=PEM(IFS)
134 C
135 C CALCULO DEL NUMERO DE ONDA CINEMATICA
136 C
137      DO 19 IPL=1,NEFS(IFS)
138      IF(BLAT(IPL).EQ.0.)GO TO 19
139      QMAX=BLAT(IPL)*LO(IPL,IFS)/3600.
140      HHH=(QMAX*FF(IPL,IFS)/(SO(IPL,IFS)**0.5))**0.6
141      VEL=QMAX/HHH
142      FR=VEL/(SQRT(G*HHH))
143      ADIK=SO(IPL,IFS)*LO(IPL,IFS)/((FR**2.)*HHH)
144      IF(ADIK.GT.10.)GOTO19
145      WRITE(6,908) ADIK
146      STOP
147      19 CONTINUE
148      OTCLA=0.
149 C
150 C LLAMA SUBROUTINA PARA ITERACIONES
151 C
152      CALL PRPAL(OTCLA)
153      20 CONTINUE
154      WRITE(6,913)
155      DO 22 IFLA=1,NIFS
156      SUMM=0.
157      DO 21 I=1,ITOT
158 C
159 C CALCULO DEL VOLUMEN ESCURRIDO VOLE
160 C
161      21 SUMM=DFS(IFLA,I)+SUMM
162      VOLE=SUMM*DELTIE
163 C
164 C IMPRESION DE LOS HIDROGRAMAS DE SALIDA
165 C
166      WRITE(6,914) IFLA,DELTIE,VOLE,PEM(IFLA)
167      22 WRITE(6,915) (DFS(IFLA,I)/3600.,I=1,ITOT)
168 C
169 C TERMINA FLUJO SUPERFICIAL.
170 C
171 C COMIENZA FLUJO EN CANALES SECUNDARIOS
172 C
173      WRITE(6,916)
174      WRITE(6,912)
175      OMEGA=1.
176 C
177 C LLAMA SUBROUTINA PARA LEER DATOS
178 C
179      CALL DATELE(NICS)

```

```

180 WRITE(6,919) DELTIE
181 TTOT=T1ETOT/DELTIE+0.1
182 CSINT=DELTIE
183 TREL=FSINT/CSINT+0.1
184 C
185 C COMIENZA SIMULACION POR CORRIENTES
186 C
187 DO 52 IFS=1,NICS
188 C
189 C LEE CONDICIONES DE FRONTERA
190 C
191 READ (5,924) ATDEL(1),QFRON
192 QTDEL(1)=QFRON*3600.
193 C
194 C LLAMA SUBROUTINA PARA FORMACION DE LA MATRIZ F
195 C
196 CALL MATRIZ
197 CLAVE=1.
198 C
199 C CONDICIONES INICIALES
200 C
201 AT(1)=ATDEL(1)
202 R1=1.
203 DO 30 K=2,NEFS(IFS)+1
204 25 A1=(QFRON*FF(K-1, IFS))/((R1**(.2/.3.))*SQRT(SO(K-1, IFS)))
205 H=A1/BF(K-1, IFS)
206 R1=A1/(BF(K-1, IFS)+2.*H)
207 QA=(A1/FF(K-1, IFS))*(R1**(.2/.3.))*SQRT(SO(K-1, IFS))
208 IF (ABS((QA-QFRON)/QFRON).LE.0.00000001) GO TO 27
209 GO TO 25
210 27 AT(K)=A1
211 QT(K)=QTDEL(1)
212 HT(K)=0.
213 30 CT(K)=0.
214 READ(5,900) NPFIL(IFS),NUFIL(IFS)
215 IF (TREL.EQ.1) GO TO 39
216 C
217 C LLAMA SUBROUTINA PARA INTERPOLACION DE GASTOS DE ENTRADA
218 C
219 CALL INTPOL(IREL)
220 C
221 C COMIENZA SIMULACION EN EL TIEMPO
222 C
223 39 DO 50 TIE=DELTIE,T1ETOT,DELTIE
224 T1=TIE/DELTIE+0.1
225 C
226 C CALCULO DEL GASTO LATERAL
227 C
228 DO 40 INDC =NPFIL(IFS),NUFIL(IFS)-1,2
229 NFIL(IFS)=INDC
230 ITRAM=(NFIL(IFS)+NPFIL(IFS))/2+1
231 IF (IREL.NE.1) GO TO 35
232 QFS1(NFIL(IFS),T1)=QFS(NFIL(IFS),T1)
233 QFS1(NFIL(IFS)+1,T1)=QFS(NFIL(IFS)+1,T1)
234 35 Q(ITRAM,T1)=(QFS1(NFIL(IFS),T1)+QFS1(NFIL(IFS)+1,T1))/3600.
235 40 QLAT(ITRAM)=(QFS1(NFIL(IFS),T1)+QFS1(NFIL(IFS)+1,T1))/
236 /((BF(ITRAM, IFS)*LQ(ITRAM, IFS))
237 C
238 C LLAMA SUBROUTINA PARA FORMACION DEL VECTOR CTDEL
239 C

```

```

240      CALL GASLAT(CLAVE,T1)
241 C
242 C LLAMA SUBROUTINA PARA ITERACIONES
243 C
244 C 50 CALL PRPAL.(CLAVE)
245 C
246 C IMPRESION DE ENTRADAS
247 C
248      DO 52 JEL =1,NEFS(IFS)
249      WRITE(6,917) IFS,JEL
250      WRITE(6,918) (R(JEL,T1),T1=1,ITOT)
251 52 CONTINUE
252      WRITE(6,913)
253      DO 55 IFLA=1,NICS
254      SUMM=0.
255 C
256 C CALCULO DEL VOLUMEN ESCURRIDO VOLE
257 C
258      DO 54 I=1,ITOT
259 54 SUMM=SUMM+QCS(IFLA,I)
260      VOLE=SUMM*DELTIE
261 C
262 C IMPRESION DE HIDROGRAMAS DE SALIDA
263 C
264      WRITE(6,920) IFLA,DELTIE,VOLE
265 55 WRITE(6,915) (QCS(IFLA,I)/3600.,I=1,ITOT)
266 C
267 C TERMINA FLUJO EN CANALES SECUNDARIOS.
268 C
269 C COMIENZA FLUJO EN CANAL PRINCIPAL
270 C
271      WRITE(6,921)
272      OMEGA=1.
273 C
274 C LLAMA SUBROUTINA PARA LEER DATOS
275 C
276      CALL DATELE(NICP)
277      WRITE(6,919) DELTIE
278      ITOT=TIETOT/DELTIE+0.1
279      CPINT=DELTIE
280      IREL1=FSINT/CPINT+0.1
281      IREL2=CSINT/CPINT+0.1
282      IFS=1
283 C
284 C LEE CONDICIONES DE FRONTERA
285 C
286      READ(5,924) ATDEL(1),OFRON
287      OTDEL(1)=OFRON*3600.
288 C
289 C LLAMA SUBROUTINA PARA FORMACION DE LA MATRIZ F
290 C
291      CALL MATRIZ
292      CLAVE=2.
293      DO 60 ICCS=1,NICS
294 60 READ(5,901) NCSECP(ICCS)
295      NTCF=NEFS(1)
296 C
297 C CONDICIONES INICIALES
298 C
299      AT(1)=ATDEL(1)

```

```

300      RJ=1.
301      DO 70 K=2,NEFS(IFS)+1
302 75  A1=(QFRON*FF(K-1,IFS))/((R1**(2./3.))*SQRT(SQ(K-1,IFS)))
303      H=A1/DE(K-1,IFS)
304      R1=A1/(DE(K-1,IFS)+2.*H)
305      QA=(A1/FF(K-1,IFS))*(R1**(2./3.))*SQRT(SQ(K-1,IFS))
306      IF(ABS((QA-QFRON)/QFRON).LE.0.0000001) GO TO 77
307      GO TO 75
308 77  AT(K)=A1
309      QT(K)=QTRDL(1)
310      HT(K)=0.
311 70  CT(K)=0.
312      IF(IREL1.EQ.1) GO TO 80
313      NPFIL(IFS)=1
314      NUFIL(IFS)=2*NTTCP
315 C
316 C C LLAMA SUBROUTINA PARA INTERPOLACION DE GASTOS DE ENTRADA
317 C C PROVENIENTES DE FLUJO SUPERFICIAL
318 C
319      CALL INTPOL(IREL1)
320 80  IF(IREL2.EQ.1) GO TO 100
321      DO 90 IFS=1,NICS
322      NPFIL(IFS)=NCSECP(IFS)*2
323      NUFIL(IFS)=NCSECP(IFS)*2
324 C
325 C C LLAMA SUBROUTINA PARA INTERPOLACION DE GASTOS DE ENTRADA
326 C C PROVENIENTES DE CORRIENTES SECUNDARIAS
327 C
328      CALL INTPOL(IREL2)
329 90  CONTINUE
330 100 NTTCP=2*NTTCP
331     IFS=1
332 C
333 C C COMIENZA SIMULACION EN EL TIEMPO
334 C
335      DO 140 TIE=DELTIE,TIETOT,DELTIE
336      T2=TIE/DELTIE+0.1
337 C
338 C C CALCULO DEL GASTO LATERAL DE FLUJO SUPERFICIAL.
339 C
340      DO 150 NTCP=1,NTTCP,2
341      IF(IREL1.NE.1) GO TO 110
342      QFS1(NTCP,T2)=QFS(NTCP,T2)
343      QFS1(NTCP+1,T2)=QFS(NTCP+1,T2)
344 110 NT=(NTCP-1)/2+1
345      IF(IREL2.NE.1) GO TO 140
346 C
347 C C CALCULO DEL GASTO LATERAL DE CORRIENTES SECUNDARIAS
348 C
349      DO 130 ICCS=1,NICS
350 120 IF(NT.NE.NCSECP(ICCS)) GO TO 130
351      QFS1(NTCP,T2)=QCS(ICCS,T2)
352      QFS1(NTCP+1,T2)=0.
353      GO TO 140
354 130 CONTINUE
355 140 CONTINUE
356      Q(NT,T2)=(QFS1(NTCP,T2)+QFS1(NTCP+1,T2))/3600.
357      QLAT(NT)=(QFS1(NTCP,T2)+QFS1(NTCP+1,T2))/(RF(NT,IFS)*LR(NT,IFS))
358 150 CONTINUE
359 C

```

```

360 C LLAMA SUBROUTINA PARA FORMACION DEL VECTOR CTDEL
361 C
362 CALL GASLAT(CLAVE,T2)
363 C
364 C LLAMA SUBROUTINA PARA ITERACIONES
365 C
366 CALL PRPAL(CLAVE)
367 160 CONTINUE
368 C
369 C IMPRIME ENTRADAS A LOS TRAMOS DE LA CORRIENTE PRINCIPAL
370 C
371 DO 153 I=1,NTTCP/2
372 WRITE(6,922) I
373 153 WRITE(6,918) (Q(I,T2),T2=1,ITOT)
374 SUMM=0.
375 C
376 C CALCULO DEL VOLUMEN TOTAL ESCURRIDO VOLE
377 C
378 DO 170 I=1,ITOT
379 170 SUMM=SUMM+QCP(I)
380 VOLE=SUMM*DELTIE
381 WRITE(6,923) DELTIE,VOLE
382 C
383 C IMPRESION DEL HIDROGRAMA FINAL
384 C
385 WRITE(6,915) (QCP(I)/3600.,I=1,ITOT)
386 900 FORMAT(2I5)
387 901 FORMAT(I5)
388 902 FORMAT(F10.5)
389 903 FORMAT(5X,"FACTOR DE RELAJACION OMEGA:",F5.3,/)
390 904 FORMAT(52X,"*****FLUJO SUPERFICIAL*****",/)
391 908 FORMAT(2X,"NUMERO K:"F10.2,/)
392 909 FORMAT(20A4)
393 910 FORMAT(///,5X,"CORRIJA ",20A4,///)
394 911 FORMAT(//,5X,"TIPO DE TORMENTA=",I3)
395 912 FORMAT(/,5X,"DATOS ",/)
396 913 FORMAT(//,5X,"RESULTADOS ",/)
397 914 FORMAT(/,5X,"HIDROGRAMA DE SALIDA,FILA NO.",I3," DELTA TE=",F14.10
398 1," HR,EN M3/SEG; VOLUMEN ESCURRIDO:",F10.2," M3", " LLUVIA EFECTIVA
399 A:"F5.2" MM",/)
400 915 FORMAT(3X,18F7.3)
401 916 FORMAT(///,49X,"*****CORRIENTES SECUNDARIAS*****")
402 917 FORMAT(/,5X,"CORRIENTE NO.",I3,2X,"ELEMENTO NO.",I3)
403 918 FORMAT(3X,18F7.3)
404 919 FORMAT(//,5X,"ENTRADAS EN M3/SEG,DELTA TE= ",F14.10,2X," HR")
405 920 FORMAT(/,5X,"HIDROGRAMA DE SALIDA,CORRIENTE NO.",I3," DELTA TE=",
406 F14.10," HR,EN M3/SEG; VOLUMEN ESCURRIDO:",F10.2," M3",/)
407 921 FORMAT(///,50X,"*****CORRIENTE PRINCIPAL*****",//,5X,"DATOS")
408 922 FORMAT(/,5X,"TRAMO",I3,/)
409 923 FORMAT(///,49X,24(" "),/,49X,"* HIDROGRAMA DE SALIDA *",/,49X,24(" *
410 *"),//,47X,"EN M3/SEG,DELTA TE= ",F14.10," HR",
411 ,//,42X,"VOLUMEN TOTAL ESCURRIDO:",F10.2," M3",//)
412 924 FORMAT(2F10.0)
413 STOP
414 END
415 SUBROUTINE DATELE(NI)
416 C
417 C *** LEE LOS DATOS DE TIEMPO Y CARACTERISTICAS FISICAS DE LOS ELEMENTOS
418 C *** DATOS QUE LEE:
419 C TICTOT=TIEMPO TOTAL DE SIMULACION

```

```

420 C      DELTIE=INTERVALO DE DISCRETIZACION
421 C      TOL=TOLEERANCIA
422 C      NI=NUMERO DE FILAS
423 C      NLLS=NUMERO DE TORMENTAS
424 C      TELL(ILL)=HORA EN QUE EMPIEZA LA TORMENTA ILL
425 C      TTLL(ILL)=HORA EN QUE TERMINA LA TORMENTA ILL
426 C      NE(IS)=NUMERO DE ELEMENTOS DE LA FILA IS
427 C      BE(IE,IS)=ANCHO DEL ELEMENTO IE DE LA FILA IS
428 C      LO(IE,IS)=LONGITUD DEL ELEMENTO IE DE LA FILA IS
429 C      FF(IE,IS)=COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DEL ELEMENTO IE DE LA FILA IS
430 C      SO(IE,IS)=PENDIENTE DEL ELEMENTO IE DE LA FILA IS
431 C      PS(IE,IS)=CONDUCTIVIDAD SATURADA DEL ELEMENTO IE DE LA FILA IS
432 C      PSIM(IE,IS)=PSI SUBINICE M DEL ELEMENTO IE DE LA FILA IS
433 C
434 C      NOSI(IEST,IS)=AREAS DE INFLUENCIA DE LAS ESTACIONES PLUVIOGRAFICAS
435 C      (SI NOSI(IEST,IS)=1, LA FILA IS PERTENECE A LA ESTACION
436 C      IEST; EN CASO CONTRARIO, NOSI(IEST,IS)=0.)
437 C
438 C      DIMENSION ESTAC(20,3)
439 C      COMMON/N1/NE(100),IS
440 C      COMMON/N2/LO(50,100)
441 C      COMMON/N4/BE(50,100),SO(50,100),FF(50,100)
442 C      COMMON/N5/TIE,DELTIE
443 C      COMMON/N7/TIETOT
444 C      COMMON/N12/TOL
445 C      COMMON/N18/TELL(20),TTLL(20),NLLS
446 C      COMMON/N22/CONSAT(20),PSISUM(20),CARET(20)
447 C      COMMON/N28/HINT(10,500),NOSI(10,100),NEST
448 C      REAL LD,KS
449 C      READ(5,900) TIETOT,DELTIE,TOL,NI
450 C      WRITE(6,906) TIETOT,DELTIE,TOL
451 C      ITTI=TIETOT/DELTIE+0.1
452 C
453 C      LEE DATOS DE LLUVIA
454 C
455 C      READ(5,904)NLLS
456 C      10 READ(5,905) (TELL(ILL),TTLL(ILL),ILL=1,NLLS)
457 C      WRITE(6,903) NI,NLLS
458 C
459 C      LEE CARACTERISTICAS DE LOS ELEMENTOS
460 C
461 C      DO 20 IS=1,NI
462 C      READ(5,901) NE(IS)
463 C      DO 20 IE=1,NE(IS)
464 C      READ(5,902) BE(IE,IS),LO(IE,IS),FF(IE,IS),SO(IE,IS)
465 C      20 CONTINUE
466 C      WRITE(6,910)
467 C      DO 25 IS=1,NI
468 C      DO 25 IE=1,NE(IS)
469 C      25 WRITE(6,911) IS,IE,BE(IE,IS),LO(IE,IS),FF(IE,IS),SO(IE,IS)
470 C      IF(NI.LT.15) GO TO 40
471 C
472 C      LEE PROPIEDADES HIDRAULICAS DEL SUELO
473 C
474 C      READ(5,907) NEST
475 C      WRITE(6,912) NEST
476 C      DO 30 IEST=1,NEST
477 C      READ(5,913) (ESTAC(IEST,NNN),NNN=1,3)
478 C      READ(5,908) CONSAT(IEST)
479 C      READ(5,908) PSISUM(IEST)

```

```

480      READ(5,908) CARET(IEST)
481      DO 30 ILL=1,NLLS
482      ITE=TELL(I,LL)/DELTIME+1.1
483      ITT=TLLL(I,LL)/DELTIME+0.1
484 C
485 C   LEE ALTURAS DE LLUVIA
486 C
487      DO 30 IT=ITE,ITT
488      30 READ(5,908) HINT(IEST,IT)
489      READ(5,909) ((NOS1(IEST,IS),IEST=1,NEST),IS=1,NI)
490 C
491 C   IMPRIME LOS DATOS
492 C
493      WRITE(6,914)
494      WRITE(6,915) (J,I=J,NJ)
495      DO 35 IEST=1,NEST
496      WRITE(6,916) IEST, (ESTAC(IEST,NNN),NNN=1,3), CONSAT(IEST), PSI SUM(IE
497      EST), CARET(IEST), (NOS1(IEST,IS),IS=1,NI)
498      35 CONTINUE
499      DO 37 IEST=1,NEST
500      WRITE(6,917) (ESTAC(IEST,NNN),NNN=1,3), DELTIME
501      37 WRITE(6,918) (HINT(IEST,J),J=J,ITTT)
502      900 FORMAT(F10.5,F20.5,F10.5,I5)
503      901 FORMAT(I5)
504      902 FORMAT(2F10.5,2F10.8)
505      903 FORMAT(4X,"NUMERO DE FILAS=",I4,2X,"NUMERO DE TORMENTAS=",I3)
506      904 FORMAT(I5)
507      905 FORMAT(8F10.6)
508      906 FORMAT(4X,"TIEMPO TOTAL DE SIMULACION=",F7.2," HR",2X,"INT. DE DIS
509      RETIZACION=",F14.10," HR",2X,"TOLERANCIA=",F7.4)
510      907 FORMAT(I5)
511      908 FORMAT(F8.5)
512      909 FORMAT(80I1)
513      910 FORMAT(//,4X,"FILA ELEMENTO ANCHO LONGITUD COEF. RUGOSIDAD PENDIEN
514      NTE",/)
515      911 FORMAT(4X,I3,I7,4X,F6.1,2X,F6.1,4X,F6.4,7X,F6.4)
516      912 FORMAT(//,4X,"NUMERO DE ESTACIONES PLUVIOGRAFICAS=",I3)
517      913 FORMAT(3A4)
518      914 FORMAT(//,75X,"FILAS")
519      915 FORMAT(4X,"ESTACION",3X,"NOMBRE",3X,"COND. SAT. PSI SUB M",2X,"CAP.
520      .RET.",39I2)
521      916 FORMAT(4X,I3,2X,3A4,2X,F5.2,5X,F6.2,3X,F7.4,2X,39I2)
522      917 FORMAT(//,6X,"ESTACION",2X,3A4,3X,"HIETOGRAMA, DELTA TF= ",F14.10,
523      ." HR, EN MM/HR",/)
524      918 FORMAT(3X,20F6.2)
525      40 RETURN
526      END
527      SUBROUTINE MATRIZ
528 C
529 C   FORMA LA MATRIZ F
530 C
531 C
532 C   F(IE,1)=PRIMERA SUPERDIAGONAL
533 C   F(IE,2)=DIAGONAL PRINCIPAL
534 C   F(IE,3)=PRIMERA SUBDIAGONAL
535 C
536      COMMON/N1/NE(100),IS
537      COMMON/N2/LO(50,100)
538      COMMON/N21/F(50,4),F1(50,4)
539      REAL LO

```

```

540      DO 10 IE=1,NE(IS)-1
541      F(IE,2)=(2.*LO(IE,IS)+2.*LO(IE+1,IS))/6.
542      F(IE,1)=LO(IE,IS)/6.
543      10 F(IE,3)=LO(IE+1,IS)/6.
544      F(1,1)=0.
545      F(NE(IS),1)=LO(NE(IS),IS)/6.
546      F(NE(IS),2)=2.*LO(NE(IS),IS)/6.
547      F(NE(IS),3)=0.
548      DO 20 J=1,NE(IS)
549      DO 20 J=1,3
550      F(I,J)=F(J,J)
551      20 CONTINUE
552      RETURN
553      END
554      SUBROUTINE GASLAT(CLAVE, TI)
555      C
556      C *** CALCULA INFILTRACION, LLUVIA EFECTIVA Y GASTO LATERAL DE ENTRADA
557      C A LOS ELEMENTOS DE FLUJO SUPERFICIAL POR MEDIO DEL METODO DE CHU
558      C *** FORMA EL VECTOR CTDEL
559      C *** VARIABLES PRINCIPALES
560      C INT(EL, TI)=INTENSIDAD DE LA LLUVIA EN EL ELEMENTO EL EN EL TIEMPO
561      C TI
562      C IA(EL, TI)=ALTURA DE LLUVIA ACUMULADA EN EL ELEMENTO EL EN EL
563      C TIEMPO TI
564      C FF=CAPACIDAD DE INFILTRACION
565      C FA(EL, TI)=INFILTRACION ACUMULADA EN EL ELEMENTO EL EN EL TIEMPO TI
566      C HEN(EL, TI)=TIRANTE DE ENCHARCAMIENTO EN EL ELEMENTO EL EN EL
567      C TIEMPO TI
568      C REF(EL, TI)=LLUVIA EFECTIVA ACUMULADA EN EL ELEMENTO EL EN EL
569      C TIEMPO TI
570      C CU=INDICADOR DEL ESTADO DE LA SUPERFICIE DEL SUELO CUANDO EN TI-1
571      C NO HABIA ENCHARCAMIENTO
572      C TS=PSEUDOTIEMPO
573      C CTDEL(IE)=PARTE CONOCIDA DEL VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES EN
574      C TIE +DELTIE
575      C GLAT(IE)=GASTO LATERAL DE ENTRADA AL ELEMENTO IE
576      C
577      DIMENSION LLUV(50), KS(50, 100), PRIM(50, 100), CR(50, 100)
578      COMMON/N1/NE(100), IS
579      COMMON/N2/LO(50, 100)
580      COMMON/N4/RE(50, 100), SO(50, 100), FF(50, 100)
581      COMMON/N5/TIE, DELTIE
582      COMMON/N7/TIETOT
583      COMMON/N9/GLAT(50)
584      COMMON/N13/CTDEL(50)
585      COMMON/N22/CONST(20), PSISUM(20), CARET(20)
586      COMMON/N23/FA(50, 500), HEN(50, 500)
587      COMMON/N24/REF(50, 500), IA(50, 500)
588      COMMON/N25/TOL IN, TITOR
589      COMMON/N26/PREC(500), INT(50, 500)
590      COMMON/N27/TP, TS, C1, CU, FB
591      COMMON/N28/HINT(10, 500), NOS1(10, 100), NEST
592      REAL LO, INT, KS, LLUV, IA
593      INTEGER TI, EL, TITOR
594      TI=TI+1
595      IF(CLAVE.NE.0.) GO TO 130
596      IF(TITOR.EQ.1) GO TO 7
597      IF(IS.EQ.1) GO TO 7
598      DO 5 EL=1,NE(IS)
599      INT(EL, TI)=PREC(TI)

```

```

600      IF(NE(IS).EQ.1) INT(EL,TI)=0.
601      5 CONTINUE
602      GO TO 8
603      7 DO 12 IEST=1,NEST
604      IF(NOS)(IEST,IS).NE.1) GO TO 12
605      DO 12 EL=1,NE(IS)
606      KS(EL,IS)=CONSAT(IEST)
607      PSIM(EL,IS)=PSISUM(IEST)
608      CR(EL,IS)=CARET(IEST)
609      INT(EL,TI)=HINT(IEST,TI)
610      IF(NE(IS).EQ.1) INT(EL,TI)=0.
611      12 CONTINUE
612      PREC(TI)=INT(J,TI)
613      8 DO 9 EL=1,NE(IS)
614      9 LLUV(EL)=INT(EL,TI)*DELTIE
615      DO 125 EL=1,NE(IS)
616      IA(EL,TI)=IA(EL,TI-1) H.LLUV(EL)
617      IF(INT(EL,TI).GT.KS(EL,IS)) GO TO 40
618      IF(FA(EL,TI-1).EQ.0.) GO TO 110
619      FU1=0.
620      C
621      C CALCULA CAPACIDAD DE INFILTRACION
622      C
623      10 FP=KS(EL,IS)*(1+PSIM(EL,IS)/FA(EL,TI-1))
624      FD=DELTIE*(FP-INT(EL,TI))
625      E5=HEN(EL,TI-1)-FD
626      IF(E5.LT.0.) GO TO 20
627      FA(EL,TI)=FA(EL,TI-1)+FP*DELTIE
628      HEN(EL,TI)=E5
629      GO TO 30
630      20 FA(EL,TI)=FA(EL,TI-1)+HEN(EL,TI-1)+INT(EL,TI)*DELTIE
631      HEN(EL,TI)=0.
632      30 REF(EL,TI)=REF(EL,TI-1)
633      IF(ABS(FU1-FA(EL,TI)).LE.TOLIN) GO TO 35
634      FU1=FA(EL,TI)
635      GO TO 10
636      35 C1=0.
637      GO TO 120
638      40 IF(C1.GT.0.) GO TO 60
639      C
640      C CALCULA INDICADOR DE LA SUPERFICIE DEL TERRENO
641      C
642      CU=IA(EL,TI)-REF(EL,TI-1)-(KS(EL,IS)*PSIM(EL,IS)/(INT(EL,TI)-
643      *KS(EL,IS)))
644      IF(CU.LT.0.) GO TO 110
645      C
646      C CALCULA TIEMPO DE ENCHARCAMIENTO
647      C
648      TP=(1/INT(EL,TI))*((KS(EL,IS)*PSIM(EL,IS))/(INT(EL,TI)-KS(EL,IS))-
649      -IA(EL,TI-1)+REF(EL,TI-1))+TIE-DELTIE
650      IF(TP.GT.(TIE-DELTIE)) GO TO 50
651      TP=TIE-DELTIE
652      50 C1=1.
653      F8=IA(EL,TI-1)+(TP-TIE+DELTIE)*INT(EL,TI)-REF(EL,TI-1)
654      C
655      C CALCULA PSEUDOTIEMPO
656      C
657      TS=(PSIM(EL,IS)/KS(EL,IS))*((F8/PSIM(EL,IS))-ALOG(1+(F8/PSIM(EL,IS)
658      S))))
659      60 TM=TIE-TP+TS

```

```

660      E1=(KS(EL,IS)*TM)/PSIM(EL,IS)
661      E2=IA(EL,TI)/PSIM(EL,IS)
662      70  E3=ALOG(1+E2)
663          D1=E1/E3-E2
664          IF(ABS(D1).LE.TOLIN) GO TO 80
665          E2=E3+E1
666          GO TO 70
667      80  FA(EL,TI)=E2*PSIM(EL,IS)
668      90  E4=IA(EL,TI)-FA(EL,TI)
669          IF(E4.GT.CR(EL,IS)) GO TO 100
670          IF(E4.GT.0.) GO TO 95
671          FA(EL,TI)=FA(EL,TI)+E4
672          E4=0.
673      95  HEN(EL,TI)=E4-REF(EL,TI-1)
674          REF(EL,TI)=REF(EL,TI-1)
675          GO TO 120
676      100 HEN(EL,TI)=CR(EL,IS)
677          REF(EL,TI)=E4-HEN(EL,TI)
678          IF(REF(EL,TI).GE.REF(EL,TI-1)) GO TO 120
679          HEN(EL,TI)=HEN(EL,TI-1)+REF(EL,TI)-REF(EL,TI-1)
680          IF(HEN(EL,TI).LT.0.) HEN(EL,TI)=0.
681          REF(EL,TI)=REF(EL,TI-1)
682          GO TO 120
683      110 FA(EL,TI)=FA(EL,TI-1)+INT(EL,TI)*DELTIE
684          GO TO 90
685  C
686  C  CALCULA GASTO LATERAL PARA FLUIDO SUPERFICIAL
687  C
688      120  QLAT(EL)=(REF(EL,TI)-REF(EL,TI-1))/(DELTIE*1000.0)
689      125  CONTINUE
690  C
691  C  CALCULA VECTOR CTDEL
692  C
693      130  DO 140  IE=2,NE(IS)
694      140  CTDEL(JE-1)=(QLAT(IE-1)*LO(IE-1,IS)*BE(IE-1,IS)+
695          +QLAT(IE)*LO(IE,IS)*RE(IE,IS))/2.
696          CTDEL(NE(IS))=QLAT(NE(IS))*LO(NE(IS),IS)*BE(NE(IS),IS)/2.
697          RETURN
698          END
699          SUBROUTINE PRPAL(CLAVE)
700  C
701  C  ***  HACE LAS ITERACIONES. UTILIZA LAS SUBROUTINAS AREAS Y GASTOS.
702  C  ***  IMPRIME LOS RESULTADOS.
703  C  ***  VARIABLES PRINCIPALES:
704  C      ITER=NUMERO DE ITERACION
705  C      TTT=TIEMPO EN HORAS
706  C      FACI=VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
707  C      ATDEL=VECTOR DE AREAS EN EL TIEMPO TIE+DELTIE EN LA ITERACION
708  C           ANTERIOR
709  C      ATDELS=VECTOR DE AREAS EN EL TIEMPO TIE +DELTIE EN LA ITERACION
710  C           PRESENTE
711  C      ATDEL=VECTOR DE AREAS USADO POR LA SUBROUTINA GASTOS EN LA
712  C           SIGUIENTE ITERACION
713  C      AT=VECTOR DE AREAS EN EL TIEMPO TIE
714  C      HT=VECTOR H EN EL TIEMPO TIE
715  C      CT=VECTOR C EN EL TIEMPO TIE
716  C      QFS(IS,IT)=GASTO DE SALIDA DEL PLANO DE FLUIDO SUPERFICIAL IS EN
717  C           EL TIEMPO IT
718  C      QCS(IS,IT)=GASTO DE SALIDA DE LA CORRIENTE SECUNDARIA IS EN EL
719  C           TIEMPO IT

```

```

720 C QCP(IS,IT)=GASTO DE SALIDA DEL CANAL PRINCIPAL EN EL TIEMPO IT
721 C
722 DIMENSION ATDEL(50),ATDELS(50)
723 COMMON/N1/NE(100),IS
724 COMMON/N2/LD(50,100)
725 COMMON/N4/BE(50,100),SO(50,100),FF(50,100)
726 COMMON/N5/TIE,DEL TIE
727 COMMON/N9/DLAT(50)
728 COMMON/N10/HT(50),CT(50)
729 COMMON/N11/BFS(100,300),QCS(100,300)
730 COMMON/N12/TOL
731 COMMON/N13/CTDEL(50)
732 COMMON/N14/ATDEL(50),AT(50)
733 COMMON/N16/HTDEL(50),OTDEL(50)
734 COMMON/N17/OMEGA
735 COMMON/N21/F(50,4),F1(50,4)
736 COMMON/N29/QCP(600)
737 ITER=0
738 EPS=0.5
739 C
740 C PRIMERA ESTIMACION DEL VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
741 C
742 8 TTT=TIE*3600.
743 DO 10 NUDD=1,NE(IS)-1
744 F(NUDD,4)=(LD(NUDD,IS)*AT(NUDD)+2.*(LD(NUDD,IS)+LD(NUDD+1,IS))*
745 *AT(NUDD+1)+LD(NUDD+1,IS)*AT(NUDD+2))/6.+DEL TIE*(HT(NUDD)+
746 +CT(NUDD))
747 10 CONTINUE
748 F(1,4)=F(1,4)-(LD(1,IS)*ATDEL(1))/6.
749 F(NE(IS),4)=(2.*LD(NE(IS),IS)*AT(NE(IS)+1)+LD(NE(IS),IS)*
750 *AT(NE(IS)))/6.+DEL TIE*(HT(NE(IS))+CT(NE(IS)))
751 IF(NE(IS).EQ.1) GO TO 15
752 C
753 C LLAMA SUBROUTINA PARA SOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES
754 C PARA PRIMERA ESTIMACION DE AREAS
755 C
756 CALL AREAS
757 15 DO 20 NUDD=1,NE(IS)+1
758 20 ATDEL(NUDD)=ATDEL(NUDD)
759 DO 25 J=1,NE(IS)
760 DO 25 J=1,3
761 25 F(J,4)=F1(J,J)
762 C
763 C LLAMA SUBROUTINA PARA CALCULO DE GASTOS Y VECTOR HTDEL
764 C
765 30 CALL GASTOS
766 ITER=ITER+1
767 IF(ITER.LT.50) GO TO 35
768 GO TO 50
769 C
770 C CALCULO DEL VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES
771 C
772 35 DO 40 NUDD=1,NE(IS)-1
773 F(NUDD,4)=(LD(NUDD,IS)*AT(NUDD)+2.*(LD(NUDD,IS)+LD(NUDD+1,IS))*
774 *AT(NUDD+1)+LD(NUDD+1,IS)*AT(NUDD+2))/6.+EPS*DEL TIE*(HTDEL(NUDD)+
775 +CTDEL(NUDD))+(1.-EPS)*DEL TIE*(HT(NUDD)+CT(NUDD))
776 40 CONTINUE
777 F(1,4)=F(1,4)-LD(1,IS)*ATDEL(1)/6.
778 F(NE(IS),4)=(2.*LD(NE(IS),IS)*AT(NE(IS)+1)+LD(NE(IS),IS)*
779 *AT(NE(IS)))/6.+EPS*DEL TIE*(HTDEL(NE(IS))+CTDEL(NE(IS)))+

```

```

780      +(1.-EPS)*DELTTIE*(HT(NE(IS))+CT(NE(IS)))
781      IF(NE(IS).EQ.1) GO TO 41
782 C
783 C LLAMA SUBROUTINA PARA SOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES
784 C
785      CALL AREAS
786      41 DO 42 NUDO=1,NE(IS)+1
787      42 ATDEL(S(NUDO))=ATDEL(NUDO)
788      DO 43 I=1,NE(IS)
789      DO 43 J=1,3
790      43 F(I,,J)=F1(I,,J)
791 C
792 C COMPARA LA DIFERENCIA EN LAS ESTIMACIONES DE AREAS EN DOS
793 C ITERACIONES SUCCESIVAS CON LA TOLERANCIA
794 C
795      DO 44 NUDO=2,NE(IS)+1
796      IF (ABS( (ATDEL(S(NUDO)).EQ.0.) GO TO 44
797      IF (ABS( (ATDEL(S(NUDO))-ATDELP(NUDO))/ATDEL(S(NUDO)).LT.TOL) GO TO 44
798      GO TO 44
799      44 CONTINUE
800 C
801 C PASA AL SIGUIENTE DELTA TE
802 C
803      GO TO 50
804      44 DO 45 NUDO=1,NE(IS)+1
805      ATDEL(NUDO)=ATDELP(NUDO)+OMEGA*(ATDEL(NUDO)-ATDELP(NUDO))
806      45 ATDELP(NUDO)=ATDEL(S(NUDO))
807 C
808 C PASA A NUEVA ITERACION
809 C
810      GO TO 30
811      50 DO 60 NUDO=1,NE(IS)+1
812      AT(NUDO)=ATDEL(S(NUDO))
813      HT(NUDO)=HTDEL(NUDO)
814      60 CT(NUDO)=CTDEL(NUDO)
815      67 IT=TIE/DELTTIE+0.1
816 C
817 C CALCULA GASTO DE SALIDA
818 C
819      IF(CLAVE-1) 70,80,90
820 C
821 C FILA IS DE FLUJO SUPERFICIAL
822 C
823      70 QFS(IS,IT)=QTDEL(NE(IS)+1)
824      GO TO 110
825 C
826 C CORRIENTE SECUNDARIA IS
827 C
828      80 QCS(IS,IT)=QTDEL(NE(IS)+1)
829      GO TO 110
830 C
831 C CORRIENTE PRINCIPAL
832 C
833      90 QCP(IT)=QTDEL(NE(IS)+1)
834      110 RETURN
835      END
836      SUBROUTINE AREAS
837 C
838 C CALCULA LAS AREAS DE FLUJO EN CADA NUDO. FORMA EL VECTOR ATDEL
839 C

```

```

840      COMMON/N1/NE(100),IS
841      COMMON/N14/ATDEL(50),AT(50)
842      COMMON/N21/F(50,4),F1(50,4)
843      IF(NE(IS).EQ.2) GO TO 50
844 C
845 C SI SON MAS DE DOS ELEMENTOS, USA DOBLE BARRIDO
846 C
847      N=NE(IS)
848      N1=NE(IS)-1
849      I1=N1
850      DO 20 I=1,I1
851      A1=1./F(N,2)
852      DO 10 J=1,4
853      10 F(N,J)=F(N,J)*A1
854      F(N1,2)=F(N1,2)-F(N,1)*F(N1,3)
855      F(N1,4)=F(N1,4)-F(N,4)*F(N1,3)
856      F(N1,3)=0.
857      N=NJ
858      20 N1=N-1
859      F(N,4)=F(N,4)/F(N,2)
860      F(N,2)=1.
861      F(N,1)=0.
862      N1=N+1
863      DO 30 I=1,I1
864      F(NJ,4)=F(NJ,4)-F(N,4)*F(NJ,1)
865      F(NJ,1)=0.
866      N=N1
867      30 NJ=N+1
868      DO 40 I=1,NE(IS)
869      40 ATDEL(I+1)=F(I,4)
870      GO TO 60
871 C
872 C SI SON SOLO DOS ELEMENTOS, USA LA REGLA DE KRAMER
873 C
874      50 DEL=F(1,2)*F(2,2)-F(2,1)*F(1,3)
875      DEL1=F(1,4)*F(2,2)-F(2,4)*F(1,3)
876      DEL2=F(1,2)*F(2,4)-F(2,1)*F(1,4)
877      ATDEL(2)=DEL1/DEL
878      ATDEL(3)=DEL2/DEL
879      60 RETURN
880      END
881      SUBROUTINE GASTOS
882 C
883 C *** CALCULA LOS GASTOS EN CADA NUDO
884 C *** FORMA EL VECTOR HTDEL
885 C
886 C *** VARIABLES PRINCIPALES:
887 C Y,P,R23=VECTOR DE TIRANTES,PERIMETROS MOJADOS Y RADIOS HIDRAULICOS
888 C      *(2./3.)
889 C QDEL=VECTOR DE GASTOS EN EL TIEMPO TIE+DELTIE
890 C HTDEL=VECTOR H EN EL TIEMPO TIE+DELTIE
891 C
892      DIMENSION R23(50),Y(50),P(50),VEL(50),FR(50)
893      COMMON/N1/NE(100),IS
894      COMMON/N4/RE(50,100),S0(50,100),FF(50,100)
895      COMMON/N5/TIE,DELTIE
896      COMMON/N14/ATDEL(50),AT(50)
897      COMMON/N16/HTDEL(50),QDEL(50)
898      DO 10 NUDO=2,NE(IS)+1
899      IF(ATDEL(NUDO).GE.0.)GO TO 5

```

```

900 ATDEL(NUDO)=0.
901 5 Y(NUDO)=ATDEL(NUDO)/BF(NUDO-1,IS)
902 P(NUDO)=BF(NUDO-1,IS)+2*Y(NUDO)
903 R23(NUDO)=(ATDEL(NUDO)/P(NUDO))**(2./3.)
904 OTDEL(NUDO)=ATDEL(NUDO)*R23(NUDO)*SQRT(SO(NUDO-1,IS))*3600/
905 1FF(NUDO-1,IS)
906 IF(Y(NUDO),EQ,0.) GO TO 10
907 C
908 C COMPROBACION DE QUE EL FLUIDO ES SUPERCRITICO
909 C
910 VEL(NUDO)=OTDEL(NUDO)/ATDEL(NUDO)
911 FR(NUDO)=VEL(NUDO)/(SQRT(9.81*Y(NUDO)))
912 IF(FR(NUDO).GT.1.0) GO TO 10
913 WRITE(6,900) IS,NUDO,FR(NUDO)
914 10 CONTINUE
915 HTDEL(NE(IS))=(OTDEL(NE(IS))-OTDEL(NE(IS)+1))/2.
916 DO 20 NUDO=2,NE(IS)
917 20 HTDEL(NUDO-1)=(OTDEL(NUDO-1)-OTDEL(NUDO+1))/2.
918 900 FORMAT(2X,"FLUIDO SUBCRITICO: FILA",IS," NUDO",IS," FR=",F10.6,
919 ,//)
920 RETURN
921 END
922 SUBROUTINE INTPOL(IREL)
923 C
924 C *** HACE LAS INTERPOLACIONES DE LOS RESULTADOS DE FLUIDO
925 C *** SUPERFICIAL PARA ENTRAR COMO GASTO LATERAL A CANALES SECUNDARIOS
926 C *** O DE LOS RESULTADOS DE FLUIDO EN CANALES SECUNDARIOS PARA
927 C *** ENTRAR COMO GASTO LATERAL AL CANAL PRINCIPAL.
928 C *** VARIABLES PRINCIPALES:
929 C QFS1(NFLA,IT)=GASTO DE SALIDA DE LA FILA NFLA EN EL TIEMPO IT
930 C NP(IS)=NUMERO DE LA PRIMERA FILA QUE DESCARGA A LA CORRIENTE IS
931 C NU(IS)=NUMERO DE LA ULTIMA FILA QUE DESCARGA A LA CORRIENTE IS
932 C
933 DIMENSION NFIL(50)
934 COMMON/N1/NE(100),IS
935 COMMON/N5/TIE,DELTIE
936 COMMON/N7/TIETOT
937 COMMON/N11/QFS(100,300),QCS(100,300)
938 COMMON/N19/NP(50),NU(50)
939 COMMON/N20/QFS1(50,1000)
940 INTEGER T1,T2
941 TINT=IREL*DELTIE
942 DO 10 NFLA=NP(IS),NU(IS)
943 DO 10 IT=1,TIETOT/TINT+0.1
944 INT=IT*IREL
945 IF(NP(IS),EQ,NU(IS)) QFS(NFLA,IT)=QCS(IS,IT)
946 10 QFS1(NFLA,INT)=QFS(NFLA,IT)
947 CODEN=IREL
948 DO 40 NFLA=NP(IS),NU(IS)
949 DO 20 T1=IREL*2,TIETOT/DELTIE+0.1,IREL
950 DO 20 T2=T1+IREL+1,T1-1
951 CONUM=T2-T1+IREL
952 CON=CONUM/CODEN
953 20 QFS1(NFLA,T2)=CON*(QFS1(NFLA,T1)-QFS1(NFLA,T1-IREL))+
954 QFS1(NFLA,T1-IREL)
955 DO 30 T2=1,IREL-1
956 CONUM=T2
957 CON=CONUM/CODEN
958 30 QFS1(NFLA,T2)=CON*QFS1(NFLA,IREL)
959 40 CONTINUE

```

960
961

RETURN
END

TORMENTA#4 DISTRIBUIDA CUENCA DEL RIO NIXCOAC CONFIGURACION 1

| | | | | |
|------|--------|--------------|-------|--------|
| 100 | | | | |
| 200 | 1 | | | |
| 300 | 0.001 | | | |
| 400 | 10.00 | 0.1666666667 | 0.001 | 28 |
| 500 | 1 | | | |
| 600 | . | 3.01 | | |
| 700 | 2 | | | |
| 800 | 1800.0 | 600.0 | 0.015 | 0.3500 |
| 900 | 1800.0 | 600.0 | 0.015 | 0.1033 |
| 1000 | 2 | | | |
| 1100 | 2100.0 | 450.0 | 0.015 | 0.1222 |
| 1200 | 2100.0 | 450.0 | 0.015 | 0.0889 |
| 1300 | 2 | | | |
| 1400 | 2000.0 | 850.0 | 0.015 | 0.1471 |
| 1500 | 1950.0 | 450.0 | 0.015 | 0.1667 |
| 1600 | 2 | | | |
| 1700 | 1800.0 | 700.0 | 0.015 | 0.3143 |
| 1800 | 1800.0 | 800.0 | 0.015 | 0.1875 |
| 1900 | 2 | | | |
| 2000 | 1100.0 | 500.0 | 0.015 | 0.2000 |
| 2100 | 1100.0 | 500.0 | 0.015 | 0.1000 |
| 2200 | 2 | | | |
| 2300 | 1400.0 | 700.0 | 0.015 | 0.0714 |
| 2400 | 1500.0 | 800.0 | 0.015 | 0.2500 |
| 2500 | 2 | | | |
| 2600 | 1750.0 | 600.0 | 0.015 | 0.1667 |
| 2700 | 1650.0 | 500.0 | 0.015 | 0.1500 |
| 2800 | 2 | | | |
| 2900 | 1400.0 | 700.0 | 0.015 | 0.0400 |
| 3000 | 1550.0 | 650.0 | 0.015 | 0.2308 |
| 3100 | 2 | | | |
| 3200 | 1620.0 | 600.0 | 0.015 | 0.1917 |
| 3300 | 1450.0 | 600.0 | 0.015 | 0.0750 |
| 3400 | 2 | | | |
| 3500 | 1150.0 | 450.0 | 0.015 | 0.0778 |
| 3600 | 1300.0 | 450.0 | 0.015 | 0.1556 |
| 3700 | 2 | | | |
| 3800 | 2200.0 | 400.0 | 0.015 | 0.1500 |
| 3900 | 1800.0 | 500.0 | 0.015 | 0.1300 |
| 4000 | 2 | | | |
| 4100 | 1300.0 | 300.0 | 0.015 | 0.1000 |
| 4200 | 1500.0 | 250.0 | 0.015 | 0.3000 |
| 4300 | 2 | | | |
| 4400 | 1700.0 | 250.0 | 0.015 | 0.2000 |
| 4500 | 1700.0 | 250.0 | 0.015 | 0.1600 |
| 4600 | 2 | | | |
| 4700 | 1750.0 | 200.0 | 0.015 | 0.0857 |
| 4800 | 1750.0 | 150.0 | 0.015 | 0.0857 |
| 4900 | 2 | | | |
| 5000 | 2050.0 | 250.0 | 0.015 | 0.1600 |
| 5100 | 2150.0 | 250.0 | 0.015 | 0.1600 |
| 5200 | 2 | | | |
| 5300 | 2050.0 | 100.0 | 0.015 | 0.1875 |
| 5400 | 2150.0 | 120.0 | 0.015 | 0.1875 |
| 5500 | 1 | | | |
| 5600 | 100.0 | 100.0 | 0.001 | 0.9000 |
| 5700 | 1 | | | |

| | | | | |
|-------|---------|-------|-------|--------|
| 5800 | 100.0 | 100.0 | 0.001 | 0.9000 |
| 5900 | ? | | | |
| 6000 | 1700.0 | 400.0 | 0.015 | 0.0250 |
| 6100 | 1700.0 | 350.0 | 0.015 | 0.0286 |
| 6200 | ? | | | |
| 6300 | 1950.0 | 200.0 | 0.015 | 0.0286 |
| 6400 | 1950.0 | 150.0 | 0.015 | 0.0286 |
| 6500 | ? | | | |
| 6600 | 550.0 | 500.0 | 0.015 | 0.0200 |
| 6700 | 600.0 | 300.0 | 0.015 | 0.0667 |
| 6800 | ? | | | |
| 6900 | 500.0 | 250.0 | 0.015 | 0.0636 |
| 7000 | 500.0 | 300.0 | 0.015 | 0.0636 |
| 7100 | ? | | | |
| 7200 | 1030.0 | 400.0 | 0.015 | 0.0375 |
| 7300 | 1050.0 | 400.0 | 0.015 | 0.0250 |
| 7400 | ? | | | |
| 7500 | 1100.0 | 300.0 | 0.015 | 0.1154 |
| 7600 | 1070.0 | 350.0 | 0.015 | 0.1154 |
| 7700 | ? | | | |
| 7800 | 1350.0 | 300.0 | 0.015 | 0.0400 |
| 7900 | 1350.0 | 300.0 | 0.015 | 0.0433 |
| 8000 | ? | | | |
| 8100 | 1350.0 | 250.0 | 0.015 | 0.1273 |
| 8200 | 1350.0 | 300.0 | 0.015 | 0.1273 |
| 8300 | ? | | | |
| 8400 | 1500.0 | 150.0 | 0.015 | 0.0286 |
| 8500 | 1500.0 | 200.0 | 0.015 | 0.0286 |
| 8600 | ? | | | |
| 8700 | 1750.0 | 200.0 | 0.015 | 0.1250 |
| 8800 | 1750.0 | 200.0 | 0.015 | 0.1250 |
| 8900 | ? | | | |
| 9000 | XOMETLA | | | |
| 9100 | 1. | | | |
| 9200 | 90. | | | |
| 9300 | 0.70 | | | |
| 9400 | | | | |
| 9500 | | | | |
| 9600 | | | | |
| 9700 | 1.2 | | | |
| 9800 | 7.2 | | | |
| 9900 | 24. | | | |
| 10000 | 16.2 | | | |
| 10100 | 15. | | | |
| 10200 | 9.6 | | | |
| 10300 | 6.6 | | | |
| 10400 | 4.2 | | | |
| 10500 | 1.8 | | | |
| 10600 | 6. | | | |
| 10700 | 1.8 | | | |
| 10800 | 1.2 | | | |
| 10900 | 1.2 | | | |
| 11000 | .6 | | | |
| 11100 | .6 | | | |
| 11200 | LA PILA | | | |
| 11300 | 3. | | | |
| 11400 | 30. | | | |
| 11500 | 0.28 | | | |
| 11600 | | | | |
| 11700 | | | | |

| | |
|-------|------------|
| 11800 | |
| 11900 | |
| 12000 | 15. |
| 12100 | 20.4 |
| 12200 | .6 |
| 12300 | 1.8 |
| 12400 | .6 |
| 12500 | 1.8 |
| 12600 | .6 |
| 12700 | |
| 12800 | |
| 12900 | .3 |
| 13000 | |
| 13100 | .3 |
| 13200 | |
| 13300 | |
| 13400 | DESIERTO |
| 13500 | 3. |
| 13600 | 41.9 |
| 13700 | 1.00 |
| 13800 | |
| 13900 | |
| 14000 | |
| 14100 | |
| 14200 | |
| 14300 | |
| 14400 | 15.6 |
| 14500 | 37.2 |
| 14600 | 2.4 |
| 14700 | .6 |
| 14800 | |
| 14900 | |
| 15000 | .6 |
| 15100 | |
| 15200 | |
| 15300 | |
| 15400 | |
| 15500 | |
| 15600 | TERCER DJN |
| 15700 | 3. |
| 15800 | 79. |
| 15900 | 0.75 |
| 16000 | |
| 16100 | |
| 16200 | |
| 16300 | 34.2 |
| 16400 | 43.8 |
| 16500 | 15.6 |
| 16600 | 4.2 |
| 16700 | 3.6 |
| 16800 | 1.2 |
| 16900 | |
| 17000 | 3.6 |
| 17100 | 1.2 |
| 17200 | |
| 17300 | |
| 17400 | |
| 17500 | .6 |
| 17600 | |
| 17700 | |

| | |
|-------|----------|
| 17800 | AMEYALCO |
| 17900 | 4. |
| 18000 | 160. |
| 18100 | 1.50 |
| 18200 | |
| 18300 | |
| 18400 | 9. |
| 18500 | 40.2 |
| 18600 | 84.6 |
| 18700 | 21. |
| 18800 | 7.2 |
| 18900 | 2.4 |
| 19000 | |
| 19100 | 4.8 |
| 19200 | 6. |
| 19300 | .6 |
| 19400 | |
| 19500 | |
| 19600 | |
| 19700 | |
| 19800 | |
| 19900 | |
| 20000 | CIDE |
| 20100 | 3.5 |
| 20200 | 79. |
| 20300 | 0.25 |
| 20400 | |
| 20500 | 57.6 |
| 20600 | 33.6 |
| 20700 | 9. |
| 20800 | 6.6 |
| 20900 | 3. |
| 21000 | .6 |
| 21100 | 6.6 |
| 21200 | .6 |
| 21300 | .6 |
| 21400 | |
| 21500 | |
| 21600 | |
| 21700 | |
| 21800 | |
| 21900 | |
| 22000 | |
| 22100 | |
| 22200 | MIXCOAC |
| 22300 | 3.5 |
| 22400 | 39.9 |
| 22500 | 2.00 |
| 22600 | |
| 22700 | 3. |
| 22800 | 39. |
| 22900 | 25.2 |
| 23000 | 3.6 |
| 23100 | 3.6 |
| 23200 | .6 |
| 23300 | 4.2 |
| 23400 | 3.6 |
| 23500 | 1.8 |
| 23600 | |
| 23700 | |

APENDICE C

FORMATO DE RESULTADOS

CORRIDA

TORMENTA#4 DISTRIBUIDA CUENCA DEL RIO MIXCOAC CONFIGURACION 1

*****FLUJO SUPERFICIAL*****

TIPO DE TORMENTA= J

DATOS

TIEMPO TOTAL DE SIMULACION= 10.00 HR INT. DE DISCRETIZACION= 0.166666667 HR TOLERANCIA= 0.0010
NUMERO DE FILAS= 28 NUMERO DE TORMENTAS= J

FILA ELEMENTO ANCHO LONGITUD COEF. RUGOSIDAD PENDIENTE

| | | | | | |
|----|---|--------|-------|--------|--------|
| 1 | 1 | 1800.0 | 600.0 | 0.0150 | 0.3500 |
| 1 | 2 | 1800.0 | 600.0 | 0.0150 | 0.1083 |
| 2 | 1 | 2100.0 | 450.0 | 0.0150 | 0.1222 |
| 2 | 2 | 2100.0 | 450.0 | 0.0150 | 0.0889 |
| 3 | 1 | 2000.0 | 850.0 | 0.0150 | 0.1471 |
| 3 | 2 | 1950.0 | 450.0 | 0.0150 | 0.1667 |
| 4 | 1 | 1800.0 | 700.0 | 0.0150 | 0.3143 |
| 4 | 2 | 1800.0 | 800.0 | 0.0150 | 0.1875 |
| 5 | 1 | 1100.0 | 500.0 | 0.0150 | 0.2000 |
| 5 | 2 | 1100.0 | 500.0 | 0.0150 | 0.1000 |
| 6 | 1 | 1400.0 | 700.0 | 0.0150 | 0.0714 |
| 6 | 2 | 1500.0 | 800.0 | 0.0150 | 0.2500 |
| 7 | 1 | 1750.0 | 600.0 | 0.0150 | 0.1667 |
| 7 | 2 | 1650.0 | 500.0 | 0.0150 | 0.1500 |
| 8 | 1 | 1400.0 | 700.0 | 0.0150 | 0.0400 |
| 8 | 2 | 1550.0 | 450.0 | 0.0150 | 0.2308 |
| 9 | 1 | 1620.0 | 600.0 | 0.0150 | 0.1217 |
| 9 | 2 | 1450.0 | 600.0 | 0.0150 | 0.0750 |
| 10 | 1 | 1150.0 | 450.0 | 0.0150 | 0.0778 |
| 10 | 2 | 1300.0 | 450.0 | 0.0150 | 0.1556 |
| 11 | 1 | 2200.0 | 400.0 | 0.0150 | 0.1500 |
| 11 | 2 | 1800.0 | 500.0 | 0.0150 | 0.1300 |
| 12 | 1 | 1300.0 | 300.0 | 0.0150 | 0.1000 |
| 12 | 2 | 1500.0 | 250.0 | 0.0150 | 0.3000 |
| 13 | 1 | 1700.0 | 250.0 | 0.0150 | 0.2000 |
| 13 | 2 | 1700.0 | 250.0 | 0.0150 | 0.1400 |
| 14 | 1 | 1750.0 | 200.0 | 0.0150 | 0.0857 |
| 14 | 2 | 1750.0 | 150.0 | 0.0150 | 0.0857 |
| 15 | 1 | 2050.0 | 250.0 | 0.0150 | 0.1400 |
| 15 | 2 | 2150.0 | 250.0 | 0.0150 | 0.1400 |
| 16 | 1 | 2050.0 | 100.0 | 0.0150 | 0.1875 |
| 16 | 2 | 2150.0 | 120.0 | 0.0150 | 0.1875 |
| 17 | 1 | 100.0 | 100.0 | 0.0010 | 0.2000 |
| 18 | 1 | 100.0 | 100.0 | 0.0010 | 0.2000 |
| 19 | 1 | 1700.0 | 400.0 | 0.0150 | 0.0250 |
| 19 | 2 | 1700.0 | 350.0 | 0.0150 | 0.0286 |
| 20 | 1 | 1950.0 | 200.0 | 0.0150 | 0.0286 |



| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.113 | 0.422 | 0.471 | 0.407 | 0.319 | 0.240 | 0.181 | 0.137 | 0.105 | 0.087 | 0.064 | 0.051 | 0.042 | 0.034 | 0.025 |
| 0.024 | 0.020 | 0.017 | 0.014 | 0.012 | 0.011 | 0.010 | 0.008 | 0.007 | 0.007 | 0.004 | 0.005 | 0.005 | 0.004 | 0.004 | 0.004 | 0.003 | 0.003 |
| 0.003 | 0.003 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 |
| 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.000 | | | | | | | | | | | | |

HIDROGRAMA DE SALIDA, FILA NO. 24 DELTA TE= 0.166666667 HR/EN M3/SEG; VOLUMEN ESCURRIDO: 1480.13 M3 LLUVIA EFECTIVA: 2.05 MM

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.250 | 0.799 | 0.592 | 0.313 | 0.160 | 0.097 | 0.060 | 0.040 | 0.028 | 0.020 | 0.015 | 0.012 | 0.009 | 0.007 | 0.006 |
| 0.005 | 0.004 | 0.004 | 0.003 | 0.003 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 |
| 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | | | | | | | | | | |

HIDROGRAMA DE SALIDA, FILA NO. 25 DELTA TE= 0.166666667 HR/EN M3/SEG; VOLUMEN ESCURRIDO: 1469.96 M3 LLUVIA EFECTIVA: 2.05 MM

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.188 | 0.645 | 0.592 | 0.405 | 0.263 | 0.174 | 0.119 | 0.084 | 0.061 | 0.045 | 0.035 | 0.027 | 0.021 | 0.017 | 0.014 |
| 0.012 | 0.010 | 0.008 | 0.007 | 0.006 | 0.005 | 0.005 | 0.004 | 0.004 | 0.003 | 0.003 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.001 |
| 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | | | | | | | | | | |

HIDROGRAMA DE SALIDA, FILA NO. 26 DELTA TE= 0.166666667 HR/EN M3/SEG; VOLUMEN ESCURRIDO: 1572.36 M3 LLUVIA EFECTIVA: 2.05 MM

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.335 | 0.902 | 0.632 | 0.277 | 0.135 | 0.074 | 0.044 | 0.029 | 0.020 | 0.015 | 0.011 | 0.009 | 0.007 | 0.006 | 0.005 |
| 0.004 | 0.003 | 0.003 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 |
| 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | | | | | | | | | | |

HIDROGRAMA DE SALIDA, FILA NO. 27 DELTA TE= 0.166666667 HR/EN M3/SEG; VOLUMEN ESCURRIDO: 153.42 M3 LLUVIA EFECTIVA: 0.22 MM

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.021 | 0.024 | 0.024 | 0.023 | 0.020 | 0.018 | 0.015 | 0.013 | 0.011 | 0.010 | 0.008 | 0.007 | 0.006 | 0.005 | 0.005 |
| 0.004 | 0.003 | 0.003 | 0.003 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 |
| 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | | | | | | | | | | |

HIDROGRAMA DE SALIDA, FILA NO. 28 DELTA TE= 0.166666667 HR/EN M3/SEG; VOLUMEN ESCURRIDO: 302.32 M3 LLUVIA EFECTIVA: 0.22 MM

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.000 | 0.000 | 0.015 | 0.055 | 0.058 | 0.048 | 0.036 | 0.027 | 0.020 | 0.015 | 0.011 | 0.009 | 0.007 | 0.006 | 0.004 | 0.004 | 0.003 | 0.003 |
| 0.002 | 0.002 | 0.002 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | | | | | | | | | | | |

*****CORRIENTES SECUNDARIAS*****

DATOS

TIEMPO TOTAL DE SIMULACION= 10.00 HR INT. DE DISCRETIZACION= 0.041666667 HR TOLERANCIA= 0.0050
 NUMERO DE FILAS= 1 NUMERO DE TORMENTAS= 1

| FILA | ELEMENTO | ANCHO | LONGITUD | COEF. RUGOSIDAD | PENDIENTE |
|------|----------|-------|----------|-----------------|-----------|
| 1 | 1 | 3.0 | 1600.0 | 0.0150 | 0.1054 |
| 1 | 2 | 3.0 | 250.0 | 0.0150 | 0.0308 |
| 1 | 3 | 3.0 | 1050.0 | 0.0150 | 0.0952 |
| 1 | 4 | 3.0 | 1750.0 | 0.0150 | 0.0400 |
| 1 | 5 | 3.0 | 1750.0 | 0.0150 | 0.0343 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |



TRANS 9

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.105 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 | 0.210 |
| 0.211 | 0.212 | 0.214 | 0.215 | 0.213 | 0.220 | 0.221 | 0.223 | 0.221 | 0.223 | 0.229 | 0.224 | 0.227 | 0.229 | 0.235 | 0.237 | 0.237 | 0.232 |
| 0.562 | 0.623 | 0.840 | 1.188 | 1.526 | 2.004 | 2.539 | 3.073 | 3.547 | 4.071 | 4.224 | 4.568 | 4.670 | 4.772 | 4.754 | 4.736 | 4.635 | 4.535 |
| 4.361 | 4.166 | 3.269 | 3.752 | 3.549 | 3.344 | 3.186 | 3.026 | 2.919 | 2.813 | 2.728 | 2.613 | 2.552 | 2.448 | 2.348 | 2.249 | 2.144 | 2.040 |
| 1.268 | 1.875 | 1.607 | 1.739 | 1.694 | 1.454 | 1.420 | 1.593 | 1.559 | 1.524 | 1.478 | 1.432 | 1.374 | 1.316 | 1.261 | 1.205 | 1.157 | 1.108 |
| 1.075 | 1.041 | 1.020 | 1.000 | 0.986 | 0.973 | 0.960 | 0.947 | 0.930 | 0.913 | 0.899 | 0.875 | 0.863 | 0.810 | 0.782 | 0.754 | 0.726 | 0.707 |
| 0.688 | 0.670 | 0.659 | 0.648 | 0.642 | 0.636 | 0.630 | 0.623 | 0.623 | 0.618 | 0.610 | 0.601 | 0.589 | 0.577 | 0.563 | 0.547 | 0.532 | 0.517 |
| 0.504 | 0.490 | 0.482 | 0.473 | 0.467 | 0.461 | 0.452 | 0.457 | 0.457 | 0.454 | 0.454 | 0.452 | 0.449 | 0.445 | 0.439 | 0.433 | 0.425 | 0.418 |
| 0.409 | 0.401 | 0.393 | 0.385 | 0.379 | 0.373 | 0.369 | 0.365 | 0.363 | 0.362 | 0.361 | 0.360 | 0.360 | 0.360 | 0.359 | 0.358 | 0.356 | 0.353 |
| 0.350 | 0.347 | 0.342 | 0.338 | 0.336 | 0.332 | 0.329 | 0.324 | 0.320 | 0.317 | 0.313 | 0.311 | 0.309 | 0.308 | 0.307 | 0.306 | 0.306 | 0.307 |
| 0.306 | 0.305 | 0.304 | 0.304 | 0.302 | 0.300 | 0.297 | 0.295 | 0.292 | 0.289 | 0.286 | 0.284 | 0.281 | 0.279 | 0.277 | 0.275 | 0.275 | 0.274 |
| 0.274 | 0.274 | 0.274 | 0.275 | 0.275 | 0.276 | 0.275 | 0.275 | 0.274 | 0.273 | 0.271 | 0.267 | 0.267 | 0.265 | 0.263 | 0.260 | 0.257 | 0.257 |
| 0.256 | 0.255 | 0.255 | 0.255 | 0.255 | 0.255 | 0.254 | 0.254 | 0.257 | 0.257 | 0.257 | 0.257 | 0.257 | 0.254 | 0.255 | 0.251 | 0.250 | 0.250 |
| 0.248 | 0.246 | 0.245 | 0.243 | 0.243 | 0.242 | 0.242 | 0.242 | 0.242 | 0.243 | 0.243 | 0.244 | 0.245 | 0.245 | 0.245 | 0.245 | 0.245 | 0.245 |
| 0.244 | 0.243 | 0.241 | 0.240 | 0.239 | 0.237 | 0.236 | 0.234 | 0.234 | 0.233 | 0.233 | 0.233 | 0.233 | 0.234 | 0.235 | 0.236 | 0.236 | 0.237 |
| 0.238 | 0.238 | 0.238 | 0.238 | 0.237 | 0.236 | 0.235 | 0.233 | 0.232 | 0.231 | 0.230 | 0.228 | 0.228 | 0.228 | 0.227 | 0.227 | 0.226 | 0.223 |
| 0.229 | 0.230 | 0.231 | 0.231 | 0.232 | 0.233 | 0.232 | 0.232 | 0.232 | 0.231 | 0.230 | 0.229 | 0.228 | 0.227 | 0.225 | 0.224 | 0.223 | 0.223 |
| 0.223 | 0.223 | 0.223 | 0.224 | 0.225 | 0.226 | 0.227 | 0.228 | 0.229 | 0.228 | 0.227 | 0.227 | 0.228 | 0.228 | 0.228 | 0.228 | 0.224 | 0.223 |
| 0.222 | 0.221 | 0.220 | 0.219 | 0.219 | 0.219 | 0.220 | 0.221 | 0.222 | 0.222 | 0.224 | 0.225 | 0.225 | 0.226 | 0.226 | 0.226 | 0.226 | 0.225 |
| 0.224 | 0.223 | 0.222 | 0.221 | 0.220 | 0.218 | 0.218 | 0.217 | 0.217 | 0.218 | 0.218 | 0.219 | 0.219 | 0.220 | 0.221 | 0.222 | 0.223 | 0.223 |
| 0.224 | 0.224 | 0.224 | 0.224 | 0.223 | 0.222 | 0.221 | 0.220 | 0.219 | 0.218 | 0.217 | 0.216 | 0.215 | 0.215 | 0.216 | 0.217 | 0.217 | 0.216 |
| 0.219 | 0.220 | 0.221 | 0.222 | 0.222 | 0.222 | 0.222 | 0.222 | 0.221 | 0.219 | 0.219 | 0.219 | 0.218 | 0.217 | 0.215 | 0.214 | 0.214 | 0.213 |
| 0.214 | 0.215 | 0.216 | 0.216 | 0.216 | 0.216 | 0.219 | 0.220 | 0.221 | 0.221 | 0.221 | 0.221 | 0.221 | 0.220 | 0.218 | 0.218 | 0.217 | 0.216 |
| 0.214 | 0.213 | 0.213 | 0.213 | 0.213 | 0.213 | 0.214 | 0.215 | 0.216 | 0.217 | 0.218 | 0.219 | 0.219 | 0.220 | 0.220 | 0.220 | 0.219 | 0.218 |
| 0.217 | 0.216 | 0.215 | 0.214 | 0.213 | 0.212 | 0.212 | 0.212 | 0.212 | 0.212 | 0.213 | 0.214 | 0.215 | 0.216 | 0.216 | 0.217 | 0.218 | 0.218 |
| 0.219 | 0.219 | 0.218 | 0.218 | 0.218 | 0.216 | 0.215 | 0.214 | 0.213 | 0.212 | 0.211 | 0.211 | 0.211 | 0.212 | 0.213 | 0.213 | 0.213 | 0.213 |
| 0.215 | 0.216 | 0.217 | 0.216 | 0.218 | 0.218 | 0.218 | 0.217 | 0.216 | 0.215 | 0.198 | 0.000 | | | | | | |

 * DIAGRAMA DE SALIDA *

EN M/S/SEG. DELTA TI= 0.000000000 HR

VOLUMEN TOTAL RECORRIDO: 64557.52 M3

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 0.819 | 0.860 | 0.937 | 0.993 | 1.001 | 1.010 | 1.011 | 1.010 | 1.007 | 0.999 | 0.999 | 1.003 | 1.013 | 1.027 | 1.047 | 1.071 | 1.098 | 1.123 |
| 1.159 | 1.201 | 1.249 | 1.303 | 1.361 | 1.423 | 1.487 | 1.570 | 1.611 | 1.642 | 1.656 | 1.663 | 1.665 | 1.676 | 1.692 | 1.746 | 1.804 | 1.833 |
| 2.146 | 2.427 | 2.653 | 3.407 | 4.160 | 5.015 | 6.154 | 7.443 | 8.545 | 9.451 | 9.952 | 10.421 | 10.767 | 10.819 | 10.463 | 10.409 | 10.041 | 9.844 |
| 2.472 | 2.144 | 2.772 | 3.407 | 4.160 | 5.015 | 6.154 | 7.443 | 8.545 | 9.451 | 9.952 | 10.421 | 10.767 | 10.819 | 10.463 | 10.409 | 10.041 | 9.844 |
| 4.686 | 4.513 | 4.320 | 4.187 | 4.027 | 3.941 | 3.828 | 3.776 | 3.707 | 3.662 | 3.614 | 3.560 | 3.510 | 3.464 | 3.363 | 3.281 | 3.195 | 3.117 |
| 3.024 | 2.958 | 2.884 | 2.839 | 2.707 | 2.757 | 2.724 | 2.629 | 2.673 | 2.642 | 2.602 | 2.565 | 2.520 | 2.444 | 2.410 | 2.353 | 2.298 | 2.250 |
| 2.204 | 2.173 | 2.144 | 2.129 | 2.115 | 2.110 | 2.102 | 2.096 | 2.086 | 2.071 | 2.051 | 2.023 | 1.994 | 1.958 | 1.924 | 1.887 | 1.855 | 1.826 |
| 1.801 | 1.781 | 1.765 | 1.757 | 1.748 | 1.744 | 1.737 | 1.732 | 1.722 | 1.712 | 1.699 | 1.683 | 1.666 | 1.648 | 1.631 | 1.614 | 1.600 | 1.586 |
| 1.576 | 1.566 | 1.557 | 1.550 | 1.541 | 1.533 | 1.522 | 1.512 | 1.498 | 1.486 | 1.473 | 1.460 | 1.449 | 1.439 | 1.432 | 1.426 | 1.423 | 1.421 |
| 1.420 | 1.419 | 1.417 | 1.413 | 1.408 | 1.400 | 1.391 | 1.379 | 1.366 | 1.353 | 1.339 | 1.328 | 1.318 | 1.310 | 1.305 | 1.303 | 1.303 | 1.305 |
| 1.307 | 1.309 | 1.311 | 1.311 | 1.309 | 1.304 | 1.297 | 1.288 | 1.277 | 1.266 | 1.256 | 1.247 | 1.238 | 1.232 | 1.228 | 1.226 | 1.226 | 1.226 |
| 1.230 | 1.233 | 1.234 | 1.234 | 1.233 | 1.230 | 1.226 | 1.219 | 1.212 | 1.205 | 1.198 | 1.191 | 1.185 | 1.181 | 1.179 | 1.177 | 1.177 | 1.176 |

