

01161
ley.
1

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
SECCION DE ESTRUCTURAS

TESIS QUE PRESENTA

ENRIQUE BADILLO TRISTAN

para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA

CREDITOS ASIGNADOS A LA TESIS 11

JURADO:

DR. LUIS ESTEVA MARABOTO

M. EN C. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

M. EN I. BELZAY MARTINEZ ROMERO

M. EN C. NEFTALI RODRIGUEZ CUEVAS

DR. FRANCISCO J. SANCHEZ-SESMA

COORDINADOR DE LA SECCION

SECRETARIO ACADEMICO

M. EN C. NEFTALI RODRIGUEZ CUEVAS

M. EN I. GABRIELA MOELLER DE JALIFE

01161
1983

C.U., México, D.F., 9 de Noviembre de 1983

TESIS CON
FALLA LE CREGO



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1.	INTRODUCCION	1
1.1	Revisión bibliográfica	4
1.2	Comentarios	10
1.3	Objetivos y alcance	14
2.	ESPECTROS DE DISEÑO POR TORSION ELABORADOS RECIENTEMENTE	17
2.1	Espectros de torsión	17
2.2	Espectros de traslación	25
3.	OBTENCION DE ESPECTROS DE RESPUESTA A TORSION	27
3.1	Nota Introductoria	27
3.2	Formulación analítica	29
3.3	Solución numérica	33
4.	APLICACION DE ESPECTROS DE RESPUESTA A EDIFICIOS SIMÉTRICOS DE UN PISO	37
4.1	Relación de frecuencia	37
4.2	Cálculo de excentricidad accidental	45
4.3	Soluciones numéricas	48
4.4	Discusión de resultados	52

5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	57
6.	RECONOCIMIENTO	60
7.	REFERENCIAS	62
	TABLAS	65
	FIGURAS	68

1. INTRODUCCION

Las ondas de esfuerzo generadas por un temblor inducen en la base de un edificio traslaciones y rotaciones respecto a tres ejes cartesianos. Las características de dichos movimientos dependen de las condiciones locales de topografía y geología, de las propiedades de la estructura y de las características de los temblores. Sin embargo, por sencillez, los métodos dinámicos de análisis y diseño de estructuras desarrollados hasta ahora han supuesto que por efecto de un temblor los diferentes niveles que forman un edificio experimentan únicamente movimientos de traslación en una dirección, y en algunos casos, en dos direcciones ortogonales. Además, en el análisis de edificios generalmente se considera que las fuerzas horizontales de inercia producidas por un temblor actúan en el centro de masa de cada nivel, en dirección de la excitación sísmica.

Para diseñar un edificio que sea resistente a los temblores se necesita determinar las fuerzas y momentos que actúan en los distintos elementos estructurales como vigas, columnas y losas. Para ello se requiere estimar las cargas gravitacionales así como el valor de las fuerzas producidas por el temblor.

El método de superposición modal y el método paso a paso para un sismo

determinado son técnicas de análisis dinámico que permiten cuantificar los elementos mecánicos inducidos por un temblor. Uno de los procedimientos más aceptados para el diseño sísmico de estructuras es el método modal espectral, que utiliza espectros de diseño como los que especifica el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (ref 1).

En el transcurso de los años se ha podido observar que por efecto de un sismo los edificios pueden sufrir daños y aún colapso, dependiendo de las características del sistema suelo-estructura y de la magnitud del temblor. De la observación de estos daños se ha podido establecer que algunas estructuras, además de movimientos de traslación, pueden experimentar rotaciones alrededor de un eje vertical. Por lo tanto, es necesario estudiar bajo qué condiciones el problema de torsión en edificios puede ser crítico.

Cabe señalar que este fenómeno se ha atribuido principalmente a irregularidad en la distribución de masas y rigideces de los elementos estructurales que resisten fuerza lateral, como los muros y las columnas (ref 2).

A pesar de que el reglamento de construcciones vigente en el Distrito Federal es uno de los más avanzados del mundo, no posee espectros de diseño sísmico por torsión; y por lo tanto, no es posible tomar en cuenta este fenómeno en forma explícita. Por este motivo el diseño sísmico de estructuras se ha basado hasta ahora en espectros de diseño por traslación, especificados en dicho reglamento, mientras que el efecto de torsión se ha tomado en cuenta mediante el concepto de *excentricidad de diseño* (ref 3).

Por otro lado, en edificios de planta simétrica con distribución uniforme de masas y de elementos que resisten fuerza cortante en dos direcciones principales, el centro de masa de cada nivel coincide con el centro de torsión correspondiente. En este caso, la *excentricidad nominal o estática* (distancia entre los centros de masa y de torsión) teóricamente es nula.

Por otra parte, en edificios terminados y en condiciones normales de

operación las excentricidades reales difieren mucho de los valores calculados. Estas diferencias se deben a pequeños errores o imprecisión en el cálculo de rigideces así como una distribución imprevista de cargas, las cuales pueden inducir importantes incrementos de excentricidad en los entrepisos. Además, cuando el terreno es de naturaleza deformable, las rotaciones del terreno pueden inducir movimientos importantes en la base de la estructura, los cuales se pueden amplificar en los niveles superiores.

Así, de acuerdo con su origen, Newmark y Rosenblueth (ref 2) han clasificado las excentricidades en dos grupos: al primero pertenece la excentricidad nominal o estática, que se debe a distribución irregular de masas y rigideces. Al segundo grupo pertenece la excentricidad accidental que afecta hasta los edificios con simetría perfecta y que de hecho no se toma en cuenta en el análisis dinámico.

Por otra parte, el problema de torsión en edificios no ha recibido suficiente atención. Por fortuna, hace algunos años Tso y Hsu (ref 4) propusieron un método para generar espectros de respuesta por torsión a partir de registros de velocidades y aceleraciones horizontales correspondientes a dos direcciones ortogonales.

Con base en esa metodología y utilizando acelerogramas reales, en este trabajo se ha desarrollado un programa para computadora con el fin de calcular espectros de respuesta por torsión. Dicho programa calcula espectros para suelo firme y terreno compresible del Distrito Federal, de acuerdo al procedimiento analítico de la ref 4. Además, con los espectros de desplazamiento angular generados en este trabajo y los espectros de desplazamiento de traslación calculados por otros autores para un mismo temblor, se calculan excentricidades accidentales, de acuerdo con el criterio propuesto por Newmark en 1969 (ref 5). Estas excentricidades se calculan para cuatro estructuras de planta rectangular, con dimensiones, a en el lado corto y b en el largo, como las que se muestran en la fig 1. También se varían ciertos parámetros como el tipo de estructura, la relación de aspecto a/b y los periodos de traslación y rotación.

Es necesario señalar que el presente estudio tiene como objetivo fundamental revisar la disposición reglamentaria relativa a excentricidad de diseño, y en particular el concepto de excentricidad accidental.

1.1 Revisión bibliográfica

Para extender el alcance de un trabajo publicado en 1958 por Housner y Outine (ref 6) sobre respuesta a torsión y traslación de estructuras de un nivel, en 1960 Bustamante y Rosenblueth (ref 7) estudiaron la respuesta sísmica de edificaciones de cuatro y de ocho niveles, unas de planta rectangular y otras de planta cuadrada. Para ello emplearon el análisis modal espectral y consideraron que todos los niveles tenían igual masa (M) y momento polar de inercia (J). Además, supusieron que las estructuras únicamente se deformaban por torsión y cortante, y que sólo había excentricidad en dirección perpendicular al movimiento unidimensional del terreno. Calcularon las respuestas máximas como la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de las respuestas asociadas a los modos naturales (ref 7).

Para el análisis de esas estructuras utilizaron tres espectros de diseño: el primero expresaba la aceleración como función inversa del período (T) de la estructura; los otros dos eran aplicables a edificios desplantados en suelo firme y terreno compresible, respectivamente.

Los autores de ese estudio concluyeron lo siguiente: a. la excentricidad dinámica puede exceder el valor calculado estáticamente (ref 8); b. el efecto de torsión dinámica en estructuras de varios niveles se puede estimar mediante el análisis de sistemas de un sólo piso con características similares, y c. se puede reducir la excentricidad dinámica aumentando la rigidez de los marcos perimetrales.

En 1968 Elorduy y Rosenblueth (ref 9) publicaron un trabajo sobre el análisis de edificios con distribución asimétrica de masas y de rigideces. Estudiaron edificios de un piso de planta rectangular con amortiguamiento viscoso y excentricidad según una dirección de rigidez principal, tal como se muestra en la fig 2. Para el cálculo de respuestas estructurales

utilizaron dos espectros de aceleraciones de diseño: un espectro hiperbólico, aplicable a estructuras desplantadas en terreno firme, y un espectro plano, aplicable a estructuras apoyadas en suelo de mediana consistencia. Para calcular las respuestas de diseño emplearon dos criterios de superposición; el primero consistió en la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de las contribuciones modales (ref 10). El segundo criterio incluía, además de la suma de cuadrados, el producto de las respuestas modales (ref 9).

Los resultados obtenidos mediante esos dos criterios se compararon con los del método estático especificado en las normas reglamentarias entonces en vigor (ref 10).

De acuerdo con las investigaciones de Elorduy y Rosenblueth (ref 9), el primer criterio de superposición era muy conservador, mientras que las normas reglamentarias vigentes en ese tiempo (ref 10), conducían a resultados inseguros cuando las frecuencias naturales de traslación y de rotación coincidían o estaban muy próximas entre sí.

Con objeto de verificar el grado de aproximación de los dos criterios de superposición ya citados, en 1973 Rascón y Villarreal estudiaron estadísticamente la respuesta sísmica de sistemas lineales de dos grados de libertad (ref 11). De los tres tipos de estructuras incluidos en ese trabajo, aquí sólo se hace referencia a estructuras de un piso sujetas a torsión y fuerza lateral. Los autores mencionados calcularon las respuestas máximas de este tipo de estructuras mediante el análisis modal y los dos criterios de superposición antes señalados. Como fuentes de excitación sísmica emplearon cuatro sismos simulados y uno registrado en terreno compresible de la ciudad de México (ref 11). Consideraron estructuras de planta rectangular y masa distribuida uniformemente con muros dispuestos según dos direcciones ortogonales (fig 3). En este caso la estructura presenta excentricidad sólo en dirección perpendicular a la excitación.

Los parámetros que incluyeron en ese estudio fueron: relación de aspecto

a/b, donde b es la dimensión en dirección de Y; excentricidad estática, e_s , como fracción de b; periodo fundamental de la estructura, T_1 ; fracción de amortiguamiento respecto al crítico para los dos modos de vibración, ζ ; η , cociente $K_0 M/J K$, donde K_0 significa rigidez torsional y K rigidez en traslación; M y J se definieron previamente.

Del análisis de resultados Rascón y Villarreal concluyeron lo siguiente:

a. en estructuras amortiguadas, que son las de interés práctico, el segundo criterio de superposición modal proporciona mejores resultados que el primero; b. según la disposición reglamentaria vigente en ese tiempo (ref 10), la excentricidad de diseño debía obtenerse como $1.5 e_s$; sin embargo, tal disposición omite el término $\pm 0.05 b$, cuya finalidad es prevenir excentricidades accidentales producidas por variaciones imprevisibles de masas y de rigideces y posibles excitaciones torsionales, y c. las fuerzas cortantes normalizadas, es decir, las cortantes calculadas con el análisis modal divididas entre las estimadas mediante ambos criterios, son independientes de T_1 .

En 1969 Newmark publicó un procedimiento para estimar rotaciones del suelo a partir de registros de traslación y de hipótesis sobre el tipo y la velocidad de propagación de ondas que los ocasionan (ref 5).

En dicho estudio se presentan espectros de respuesta para movimientos de traslación y de rotación del terreno; los espectros de torsión se expresan en función del ancho del edificio y de la velocidad de propagación de ondas transversales. También se calculan excentricidades accidentales de edificios de un piso de planta rectangular y distinta distribución de rigidez (fig 1).

De ese estudio Newmark concluyó que la excentricidad de diseño puede variar con la frecuencia natural del edificio y con el tiempo que tarda la onda en propagarse a lo largo de b, la dimensión mayor en planta del edificio.

En 1977 Cardona y Esteve formularon un criterio para calcular factores de amplificación dinámica de edificios de varios pisos (ref 12). El objeto de ese estudio fue extender los resultados obtenidos previamente para sistemas de un piso de planta rectangular y muros de cortante, con un grado de libertad en traslación y otro de rotación (figs 3 y 4).

El procedimiento es el siguiente: se plantea el problema de vibraciones libres en estructuras de un piso. Luego se establece la ecuación característica de un sistema de varios pisos y se introducen los conceptos de masa y de rigidez generalizadas; se suponen conocidas las formas modales fundamentales de traslación y de torsión. Además, se determinan directamente las fuerzas de diseño que actúan sobre los elementos resistentes en lugar de calcular las cortantes que resultan de las condiciones de equilibrio estático correspondientes a cada piso.

Del análisis de edificios de diez pisos los autores recién citados concluyeron que las fuerzas de diseño calculadas con dicho método no difieren significativamente de las obtenidas mediante el análisis modal.

Por otra parte, un grupo de investigadores japoneses encabezado por Koh publicó en 1968 un estudio cuantitativo sobre el incremento de fuerza cortante causado por torsión en edificios de varios pisos, especialmente en los marcos exteriores (ref 13).

Dichos investigadores analizaron estructuras formadas por marcos de acero de 15, 16 y 40 niveles, considerando diferente distribución de masas y de rigideces en planta; para el cálculo de la respuesta paso a paso utilizaron los primeros ocho segundos de la componente N-S del sismo de El Centro, Cal., de mayo de 1940.

Los autores de ese trabajo concluyeron que la magnitud de la fuerza cortante en columnas exteriores es bastante mayor cuando se toma en cuenta la torsión que cuando se ignora.

En 1980 Sakurai realizó un estudio comparativo sobre las diferencias obtenidas en edificios simétricos de varios niveles, respecto a los resultados alcanzados en edificios asimétricos (ref 14). Dicho investigador analizó edificios de 2, 4, 6 y 8 pisos de planta cuadrada y masa uniformemente distribuida en cada nivel. Para el cálculo de respuestas estructurales también utilizó como fuente de excitación la componente N-S del temblor de El Centro de 1940. Las respuestas analizadas fueron el desplazamiento máximo del último nivel, la fuerza cortante y el momento de torsión basales.

Según los resultados de Sakurai, en edificios de periodo corto la fuerza cortante y el par de torsión aumentan a medida que crece la excentricidad; en estructuras de periodo largo sólo el momento de torsión muestra esa tendencia, mientras que en algunos casos la fuerza cortante disminuye para valores crecientes de la excentricidad.

En 1976 Kan y Chopra publicaron un estudio sobre el problema de torsión elástica en edificios asimétricos de varios pisos (ref 15). Dicho estudio consta de tres partes, que se resumen así:

La primera parte estudia la respuesta sísmica de estructuras de un piso acopladas en torsión, es decir, con excentricidades según dos direcciones principales de rigidez (figs 5a y 5b). Para el cálculo de respuestas máximas utilizaron los resultados del análisis modal y dos espectros de aceleraciones de diseño: hiperbólico y plano; por tratarse de estructuras acopladas emplearon el segundo criterio de superposición modal. Sus principales conclusiones fueron: a. en un sistema acoplado en torsión la fuerza cortante basal es menor que en sistemas análogos desacoplados; b. La fuerza cortante en dirección paralela a la excitación y el par de torsión no dependen de la rigidez al cortante medida en dirección perpendicular a dicha excitación, y c. el efecto de acoplamiento por torsión depende fundamentalmente de la relación de frecuencias ω_θ/ω_x , donde ω_θ es la frecuencia natural de torsión y ω_x es la frecuencia natural de traslación.

En la segunda parte desarrollaron un procedimiento para el análisis de la respuesta de estructuras de varios niveles acopladas en torsión. En ese análisis consideraron para cada entrespecho dos grados de libertad en traslación y uno en torsión. El procedimiento era aplicable a edificios que satisficieran estas condiciones: a. los centros de masa de todos los pisos quedan sobre un mismo eje vertical; b. los centros de rigidez de todos los pisos quedan sobre otro eje vertical paralelo al primero; c. todos los pisos tienen el mismo radio de giro r con respecto al eje de centros de masa, y d. la relación entre la rigidez lateral en dirección X y la rigidez lateral en dirección Y debe ser la misma en todos los niveles.

De acuerdo con el método propuesto por Kan y Chopra, la respuesta de un edificio acoplado en torsión se determina mediante dos estructuras auxiliares: a. un sistema desacoplado de N grados de libertad de traslación en una dirección (en edificios N equivale al número de pisos), y b. un sistema de un solo piso acoplado en torsión y tres grados de libertad (ref 5). Dichos autores demostraron que el método propuesto conduce a resultados exactos cuando la estructura analizada cumple las condiciones arriba señaladas y el espectro de aceleraciones de diseño es hiperbólico o plano.

En la última parte de su trabajo proponen un método de análisis aplicable también a estructuras de varios niveles, cuyos centros de masa se localizan sobre un eje vertical, mientras que los centros de rigidez de cada piso pueden quedar en ejes paralelos al primero. El objetivo de esa tercera parte es estudiar el acoplamiento entre los movimientos de traslación y los de torsión correspondientes a los primeros modos de vibración del edificio. Para lograrlo emplean los conceptos de teoría de perturbación. Kan y Chopra encontraron que dichos modos se podían expresar en forma aproximada como una combinación lineal de los tres primeros modos de vibración de un edificio desacoplado en torsión, con las mismas características del primero. Con los resultados de ese análisis calcularon la respuesta sísmica del tipo de edificios recién descrito.

1.2 Comentarios

Con base en los trabajos analíticos citados en el subcap 1.1, a continuación se comentan las principales hipótesis que se han hecho sobre el problema de torsión sísmica en estructuras asimétricas.

1. En todos los análisis dinámicos las estructuras se consideran empotradas en su base. Esta condición de empotramiento se consigue al suponer que la rigidez del terreno de cimentación es infinita, o sea, que los desplazamientos relativos y las deformaciones son nulas en la interfase de estructura-cimentación. Sin embargo, cuando el suelo es deformable, los esfuerzos basales inducidos por un temblor pueden producir deformaciones que modifican el movimiento de la cimentación y por consiguiente, de la estructura que en ella se apoya. A su vez, la presencia de una estructura puede modificar las aceleraciones de su base, con respecto a las que experimentaría la cimentación por sí sola.

Por otra parte, si la dimensión en planta del edificio en la dirección de propagación de una onda sísmica es muy inferior a la longitud de dicha onda, la rotación de la base es aproximadamente igual a la rotación del terreno. Esto último se consigue cuando se desprecian los efectos de la interacción suelo-estructura debidos al momento polar de inercia de masa del edificio.

Las consideraciones anteriores se basan en el hecho de que las ondas sísmicas más importantes, desde el punto de vista estructural, son aquellas cuyos periodos dominantes se aproximan a los periodos naturales más significativos de una estructura (ref 2). Conviene señalar que en la mayoría de edificios los periodos naturales significativos más cortos son del orden de 0.2 seg o más (ref 2).

Por otro lado, en el interior de la Tierra se propagan ondas sísmicas de esfuerzo denominadas ondas de cuerpo. A este tipo de ondas pertenecen las ondas P o primarias, y las ondas S o secundarias.

Las ondas P producen esfuerzos de compresión y de tensión en el medio donde se trasmiten, mientras que las ondas S al polarizarse en dos planos generan a su vez dos tipos de ondas: las horizontales, SH, y las verticales, SV. A las ondas S o secundarias también se les conoce como ondas de corte y a las ondas P como ondas de compresión. Por su mayor contenido de energía, generalmente se considera que las ondas de corte son más importantes que las ondas de compresión.

Por otra parte, se ha tratado de tomar en cuenta en forma aproximada el efecto de interacción suelo-estructura en los métodos dinámicos de análisis estructural. Sin embargo, la aplicación de este tipo de análisis se ha reducido a algunas estructuras especiales, según su importancia y las condiciones geológicas del sitio donde se desplantan.

El problema de interacción suelo-estructura ha recibido considerable atención no sólo en lo que se refiere a problemas sísmicos, sino también en el estudio de vibraciones de cimentaciones de maquinaria. La mayoría de soluciones conocidas hasta ahora se limitan a una placa rígida de forma circular (principalmente) o rectangular, la cual se apoya sobre un semiespacio isótropo, homogéneo y linealmente elástico (ref 2). Sin embargo, algunos autores opinan que los resultados obtenidos hasta ahora no han sido satisfactorios.

Un procedimiento quizá más aproximado sería remplazar el suelo por una masa virtual adherida a la cimentación, un resorte sin masa y un amortiguador sin masa en paralelo con el resorte (ref 2). En este caso se pueden aplicar los métodos tradicionales de análisis al nuevo sistema, cuyos grados de libertad serían los de la propia estructura más tres desplazamientos y tres giros de la cimentación (ref 2).

De acuerdo con lo señalado en párrafos anteriores se concluye lo siguiente: a. la hipótesis de empotramiento en la base de una estructura puede conducir a resultados erróneos cuando el edificio se desplanta en terreno deformable, b. en muchas ocasiones la hipótesis de empotramiento es aceptable

ya que el efecto de interacción suelo-estructura no se ha estudiado suficientemente y porque dicho efecto sólo se ha tomado en cuenta en cierto tipo de estructuras, y c. se puede aproximar la rotación de la base de una estructura a la rotación del terreno. Para ello es necesario hacer algunas consideraciones sobre el sistema suelo-estructura y establecer los diferentes tipos de onda que inciden en la base de la estructura.

2. En todos los métodos de análisis la acción de un temblor se ha representado mediante una componente de traslación horizontal. Sin embargo, se han ignorado otros componentes que en algunos casos pueden ser significativos, tales como: traslación vertical, rotación del movimiento del terreno con respecto a un eje vertical y cabeceo. Aún cuando no es posible tomar en cuenta todas las componentes de un movimiento generados durante un sismo, por lo menos es deseable considerar la componente de rotación, además de traslación horizontal (ref 4). Esto último permitiría tomar en cuenta el efecto de torsión en edificios, especialmente de aquellos apoyados sobre terreno deformable. Así, al considerar este fenómeno en el análisis dinámico, es posible mejorar el cálculo de las fuerzas y momentos que actúan en los elementos estructurales, y por consiguiente, racionalizar el diseño sísmico de edificios.

3. Para el análisis de estructuras de varios niveles se han propuesto sistemas auxiliares de un nivel y tres grados de libertad: dos traslaciones y una rotación. Esta consideración es aceptable, ya que los resultados obtenidos en edificios altos mediante este sistema auxiliar y los obtenidos al analizar la estructura con un método modal espectral, son muy parecidos.

4. Es necesario contar con suficientes registros de temblores en diferentes zonas sísmicas del país, en particular en la zona metropolitana del Valle de México. Dicha información es de gran utilidad en la elaboración de espectros de diseño, tanto de traslación como de torsión, que tomen en cuenta las propiedades mecánicas del suelo y las características de los temblores. Aún cuando se tienen acelerogramas de temblores registrados

desde 1961 en la zona blanda y en terreno duro de la ciudad de México, es necesario contar con registros sísmicos en la zona donde predominan terrenos de mediana consistencia. Esto permitiría calcular espectros de respuesta por torsión, semejantes a los que se han obtenido en este trabajo para las zonas blanda y dura de la capital del país. En la medida que se disponga de mayor información instrumental sobre temblores reales, es posible que en un futuro próximo se disponga de espectros de diseño por torsión, además de los de traslación, para todas las zonas, especificadas en el reglamento de construcciones para el Distrito Federal. Esto permitiría construir estructuras de cualquier tipo con un mayor índice de seguridad, en la zona urbana del Distrito Federal.

5. Es aceptable calcular las respuestas máximas a partir de los primeros tres modos de traslación de la estructura (principalmente el fundamental), ya que se ha demostrado que en edificios de varios niveles los modos superiores prácticamente no contribuyen a la respuesta estructural. Esto último es válido cuando se trata de edificios donde las masas y rigideces de cada piso disminuyen gradualmente con la altura. Existen algunas estructuras como las industriales en las cuales la masa puede estar concentrada en la parte superior de la estructura. En este caso la contribución de los modos superiores puede ser importante. Para el análisis sísmico de este tipo de estructuras es necesario considerar un número mayor de modos de vibración.

6. En estructuras que presentan un fuerte acoplamiento entre los modos de traslación y el de torsión es preferible utilizar, para el cálculo de respuestas máximas, el segundo criterio de superposición descrito previamente en 1.1. En esos casos se ha observado que el primer criterio de superposición modal puede conducir a resultados muy conservadores. Además, los resultados del método estático pueden ser inseguros cuando las frecuencias naturales de traslación y de torsión coinciden o están muy próximas entre sí.

7. Para el cálculo de respuestas estructurales algunos autores han idealizado los espectros de aceleraciones de diseño mediante dos tipos de espectro: plano e hiperbólico. El primero es aplicable a estructuras desplantadas en terreno de mediana consistencia y sujetas a temblores de focos lejanos; el segundo espectro es aplicable a edificios apoyados en terreno firme y sujetos a sismos de epicentros cercanos. Por este motivo ambos espectros han tenido bastante aceptación entre los investigadores; además, debido a que su aplicación es más sencilla han permitido efectuar algunas simplificaciones en desarrollos analíticos relacionados con el problema de torsión sísmica.

8. Todos los estudios analíticos citados en el presente trabajo suponen que los materiales constitutivos de los edificios tienen comportamiento elastolíneo. Sin embargo, existe un número limitado de estudios en los cuales se admite que las estructuras presentan comportamiento inelástico. Para los fines del presente trabajo sólo se han tomado en cuenta los trabajos que pertenecen al primer grupo.

Por otra parte, es aceptable considerar la hipótesis de linealidad por lo siguiente: a. se supone que la geometría de la estructura no cambia apreciablemente bajo la aplicación del sistema de cargas. Este principio se basa en la teoría de deformaciones pequeñas y en las propiedades físicas de los materiales que constituyen dicha estructura, y b. en algunas ocasiones los métodos de análisis que admiten el comportamiento elástico de estructuras puede servir de base para el estudio de estructuras inelásticas.

1.3 Objetivos y alcance

En este subcapítulo se listan los objetivos del estudio y se resumen los principales capítulos que constituyen el presente trabajo. Los objetivos son:

1. Generar espectros de respuesta por torsión a partir de registros de

velocidades y de aceleraciones de traslación, para el análisis sísmico de estructuras localizadas en el Distrito Federal.

2. Revisar los espectros de diseño de traslación y de torsión propuestos en un trabajo reciente (ref 16).

3. Calcular excentricidades accidentales de diseño en estructuras simétricas de un piso, para tomar en cuenta en forma explícita el fenómeno de torsión debido a rotación del terreno.

4. Revisar las normas reglamentarias vigentes en el Distrito Federal, referentes al concepto de excentricidad accidental.

En el primer capítulo se introducen algunos conceptos relacionados con el problema de torsión elastolineal y se describen algunos estudios referentes a este problema realizados en los últimos 20 años. Un resumen de los espectros de diseño propuestos recientemente en un trabajo previo (ref 16) es el objeto del capítulo 2. Ahí se describe el procedimiento para estimar los espectros de diseño por torsión y por traslación, para suelos de distinta consistencia.

En el capítulo 3 se presenta la formulación analítica de los espectros de respuesta por torsión. Se describe el programa para computadora empleado en la solución numérica y se mencionan los parámetros que intervienen en el problema. Además, se comparan los espectros citados en el cap 2 con los obtenidos en el presente trabajo, y con los elaborados por otros autores, a fin de observar las diferencias que existen entre ellos. También se comparan entre sí los espectros de desplazamiento angular de cada uno de los temblores seleccionados en este trabajo.

En el cap 4 se aplican los espectros de respuesta generados en este trabajo a estructuras simétricas de un piso, con objeto de estimar las excentricidades inducidas por rotaciones del terreno. Para ello se obtienen ciertas expresiones para cada una de las estructuras estudiadas, en

función de su rigidez y de su relación de aspecto, a/b , así como relaciones de frecuencia ω_θ/ω_x . Entonces, con base en estas relaciones y las expresiones ya indicadas, así como los espectros de torsión y de traslación existentes, se calculan las excentricidades accidentales de dichas estructuras.

Finalmente, en el cap 5 se presentan las principales conclusiones de este trabajo, así como algunas recomendaciones para estudios futuros referentes al problema de torsión sísmica en edificios.

2. ESPECTROS DE DISEÑO POR TORSIÓN ELABORADOS RECIENTEMENTE

En este capítulo se presenta un resumen de los espectros de torsión y traslación elaborados en un trabajo reciente (ref 16).

La formulación de dichos espectros se basa en la teoría de propagación de ondas en un medio elástico (ref 2). También intervienen parámetros relacionados con los movimientos del terreno y con el riesgo sísmico en el Distrito Federal.

En términos generales el procedimiento consiste en multiplicar el desplazamiento, la velocidad y la aceleración máximos del terreno para un determinado sitio, por los factores de amplificación respectivos, para un periodo de recurrencia determinado. Los valores resultantes son las envolventes de los espectros de desplazamiento, velocidad y aceleración de diseño para sistemas de un grado de libertad sujetos a diferentes temblores. Conocidos estos valores, los espectros de diseño se obtienen trazando en escala tetralogarítmica líneas paralelas a cada envolvente, dejando el eje de las abscisas para el periodo o la frecuencia del sistema en estudio.

2.1 Espectros de torsión

Supóngase que la rotación de la base de un edificio es aproximadamente

igual a la del terreno. Considérese además, que la base del edificio se apoya en un medio isótropo, homogéneo y linealmente elástico, sujeto a un campo de desplazamientos en el plano. Entonces, de acuerdo con la teoría de elasticidad, la rotación de la base con respecto a un eje vertical, $\phi(t)$, se expresa (ref 2)

$$\phi(t) = (1/2) \left[\partial U_Y(t) / \partial X - \partial U_X(t) / \partial Y \right] \quad (2.1)$$

donde U_X y U_Y son desplazamientos horizontales del terreno en las direcciones principales X, Y , respectivamente.

Por otra parte, es aceptable utilizar sólo uno de los términos de la ec 2.1, en virtud de que ambos miembros se pueden considerar del mismo orden de magnitud (ref 5). Además, esta hipótesis se ha aplicado al cálculo de la torsión sísmica en edificios simétricos (ref 5) con resultados satisfactorios. Entonces, se tiene:

$$\phi(t) = \partial U_Y(t) / \partial X \quad (2.2)$$

Esta aproximación se puede validar utilizando en forma independiente cada uno de los términos de la ec. 2.1, para calcular espectros de respuesta por torsión (ref 4).

También se ha demostrado que (ref 2)

$$\max_t |\dot{\phi}| = v_1 / V_s \quad (2.3)$$

$$\max_t |\dot{\phi}| = a_1 / V_s \quad (2.4)$$

$$\max_t |\ddot{\phi}| = h_1 / V_s \quad (2.5)$$

donde $\dot{\phi}$ y $\ddot{\phi}$ son, respectivamente, velocidad y aceleración angular del terreno respecto a un eje vertical; v_1 y a_1 son los valores máximos de la velocidad y de la aceleración del terreno en dirección de X ; h_1 es

el valor máximo de $d^3u_y(t)/dt^3$ y V_s es la velocidad de ondas de cortante.

Supóngase ahora que b es la dimensión mayor en planta del edificio en estudio. Entonces $(b/2)\text{máx}_t|\phi|$ puede considerarse como un desplazamiento adicional, debido a torsión, de la base del edificio (fig 6). Utilizando la ec 2.3 y omitiendo el índice 1, dicho desplazamiento se expresa

$$(b/2)\text{máx}_t|\phi| = vb/2V_s \quad (2.6)$$

o también

$$(b/2)\text{máx}_t|\phi| = vt_b/2 \quad (2.7)$$

donde t_b indica el tiempo que tarda una onda de cortante al propagarse de un extremo a otro del lado mayor del edificio. De manera análoga, según las ecs 2.4 y 2.5 se obtiene

$$(b/2)\text{máx}_t|\dot{\phi}| = at_b/2 \quad (2.8)$$

$$(b/2)\text{máx}_t|\ddot{\phi}| = ht_b/2 \quad (2.9)$$

De acuerdo con lo expresado al principio de este capítulo, en el caso de movimientos adicionales debidos a torsión, la envolvente espectral correspondiente a desplazamiento, D_ϕ , se obtiene multiplicando la ec 2.7 por el factor de amplificación de velocidad, f_v . Si v_r es el valor máximo esperado de la velocidad del terreno para un período de recurrencia dado, T_r , D_ϕ se puede escribir como

$$D_\phi = f_v v_r t_b/2 \quad (2.10)$$

y en forma análoga

$$V_\phi = f_a a_r t_b/2 \quad (2.11)$$

$$A_{\dot{\phi}} = f_h h_r t_B / 2 \quad (2.12)$$

donde a_r y h_r indican, respectivamente, los valores máximos esperados de la aceleración del terreno y de la derivada de esta última respecto al tiempo; f_a y f_h son los factores de amplificación correspondientes a a_r y h_r .

Es posible calcular h_r a partir de las intensidades máximas del terreno, a_r , v_r y d_r . Así, se sabe que en la mayoría de los sismos de interés práctico, la relación $a_r d_r / v_r^2$, varía entre 5 y 15.

Por otro lado, se puede demostrar que la relación $h_r v_r / a_r^2$ debe ser mayor que 1 en todos los casos, y parece razonable que deba ser del mismo orden de magnitud que $a_r d_r / v_r^2$ (ref 2). Por lo tanto, se puede suponer que las dos relaciones citadas son iguales. Entonces, el valor de h_r , resulta

$$h_r = a_r d_r / v_r^3 \quad (2.13)$$

donde d_r es el desplazamiento máximo del terreno.

Por otra parte, los factores de amplificación para la elaboración de espectros de diseño son función inversa del porcentaje de amortiguamiento crítico, ξ . Dichos factores permiten construir espectros de diseño en traslación (que se tratarán con más detalle en el siguiente subcapítulo) para distintas regiones del país (ref 17). Entonces los factores de amplificación para un amortiguamiento de 5 por ciento son:

$$\begin{aligned} D/d_r &= 1.4 \\ V/v_r &= 1.9 \\ A/a_r &= 2.6 \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde D , V y A son las envolventes espectrales asociadas a movimientos lineales del terreno.

Además, a partir de los espectros elásticos de diseño se pueden construir espectros reducidos que toman en cuenta la absorción de energía por comportamiento inelástico de estructuras.

También incluyen una reducción de esfuerzos basada en ductilidades de 1.5 a 5. Esto representa un amortiguamiento efectivo sustancialmente mayor que el 5 por ciento supuesto.

Por otro lado, se pueden esperar factores de amplificación para espectros de torsión, ligeramente mayores a los anteriores (aproximadamente del 10 por ciento), debido al mayor número de oscilaciones en este modo de vibración (ref 5).

Por lo tanto, llevando estos nuevos valores a las ecs 2.10 a 2.12 se obtiene

$$\begin{aligned} D_{\phi} &= 0.80 v_r t_b \\ V_{\phi} &= 1.05 a_r t_b \\ A_{\phi} &= 1.45 h_r t_b \end{aligned} \quad (2.15)$$

En ese trabajo se emplea un grupo de valores d_r , v_r y a_r para suelo firme y otro grupo de valores para terreno compresible. Esto permite construir espectros de diseño para las zonas I y III, especificadas en el actual reglamento de construcciones para el Distrito Federal.

Las intensidades máximas del terreno se pueden obtener de la siguiente manera: para el caso de terreno firme se han elaborado mapas de aceleraciones máximas del terreno para distintos periodos de recurrencia, T_r (ref 17). Si se localiza el Distrito Federal en dichos mapas, para un valor de T_r igual a 50 años se obtiene $a_r = 80 \text{ cm/s}^2$.

Es posible encontrar una relación entre a_r y la velocidad máxima del terreno, v_r , a partir de los datos que aparecen en la tabla 1. Dichos datos fueron utilizados para analizar en forma estadística la información sísmica registrada en el Distrito Federal en los últimos veinte años (ref 18). Como se encontró una relación lineal entre a_r y v_r , a cada conjunto de datos se le ajustó una recta por el método de mínimos cuadrados, con la condición de que ésta pasara por el origen. Dicha relación resultó (ref 18)

$$v_r = 0.27a_r \quad (2.16)$$

Utilizando la ecuación anterior y el valor de a_r obtenido inicialmente, la velocidad máxima del terreno resulta de $v_r = 21.6$ cm/s.

Para calcular el desplazamiento máximo, d_r , y establecer su relación con v_r , se empleó nuevamente la información de la tabla 1. Entonces, siguiendo un procedimiento análogo al de la ref 18, se obtuvo

$$d_r = 0.82 v_r \quad (2.17)$$

Por lo tanto, introduciendo el valor de v_r calculado anteriormente en la ec 2.21, resulta $d_r = 17.7$ cm.

Al sustituir las cantidades que intervienen en la ec 2.13 se obtiene un valor de $h_p = 900$ cm/s³.

Una vez calculados los valores de a_r , v_r y h_p para terreno firme, se introducen en las ecs 2.15, obteniéndose las siguientes envolventes espectrales

$$\begin{aligned} D_{\phi} &= 17.3 t_b \\ V_{\phi} &= 84.0 t_b \\ A_{\phi} &= 1304 t_b \end{aligned} \quad (2.18)$$

Para este tipo de terreno se consideró un valor de $t_b = 0.05$ s el cual proviene de suponer que la dimensión mayor del edificio, b , es igual a 30 m (ref 2), mientras que la velocidad de ondas de cortante, V_s , se consideró igual a 600 m/s.

El valor de V_s , anterior se obtiene al sustituir en la ecuación

$$V_s = (Gg/\gamma)^{1/2} \quad (2.19)$$

un módulo de rigidez, G , igual a 5×10^4 ton/m² (para terrenos firmes que requirieron más de 50 golpes por cada 30 cm, en la prueba de penetración estándar (ref 20)), un peso volumétrico, γ , igual a 1.5 ton/m³ y la aceleración debida a la gravedad, g .

Así, a partir de las ecs 2.18 y el valor de $t_b = 0.05$ s se construyó el espectro de desplazamientos debidos a torsión para terreno firme, el cual se muestra en la fig 7b.

Para calcular los espectros de diseño para terreno compresible se procede tal como se indica en la ref 18.

La aceleración máxima, a_r , se obtiene a partir de la fig 8; así para un valor $\lambda = 0.02$ (tasa de excedencia de temblores que equivale a $1/T_r$), se obtiene $a_r = 120$ cm/s².

De acuerdo con la ref 18, para calcular la velocidad máxima hay que multiplicar por 0.30 el valor de la aceleración máxima obtenida en el párrafo anterior. Así se obtiene $v_r = 36$ cm/s.

Para calcular el desplazamiento máximo, d_r , se procedió de la misma forma que para terreno duro.

Se utilizaron los datos de la tabla 1, para terreno blando, y se encontró la siguiente relación lineal entre d_r y v_r :

$$d_r = 0.82 v_r \quad (2.20)$$

Al sustituir el valor de v_r en esta última ecuación se obtuvo $d_r = 29.5$ cm. Entonces, una vez calculadas las tres intensidades máximas para terreno compresible a_r , v_r y d_r , el valor de h_r resultó igual a 1093 cm/s^3 .

Por lo tanto, una vez que se calculan los parámetros para terreno compresible se sustituyen en las ecs 2.15, con lo cual se obtiene:

$$\begin{aligned} D_\phi &= 28.8 t_b \\ V_\phi &= 126.0 t_b \\ A_\phi &= 1505 t_b \end{aligned} \quad (2.21)$$

En un estudio efectuado hace varios años en la arcilla del ex-Vaso de Texcoco (ref 19), se registró un valor de $V_s = 38$ m/s. Por lo tanto, es aceptable considerar este valor, tomando en cuenta que en gran parte de la ciudad de México predominan suelos altamente compresibles.

Además del valor de $t_b = 0.789$ s que se obtiene al suponer $V_s = 38$ m/s y $b = 30$ m, se emplearon los valores de t_b : 0.50, 0.30, 0.20 y 0.12 s para construir los espectros de movimientos adicionales de torsión para terreno compresible, los cuales se muestran en la fig 7a.

En los espectros obtenidos anteriormente se pueden leer las ordenadas de las envolventes D_ϕ , V_ϕ y A_ϕ en las escalas respectivas. En el eje de las abscisas se leen los periodos para los cuales se quiere obtener dichas ordenadas.

Las ordenadas espectrales también se pueden calcular numéricamente; para ello basta expresar en forma analítica los espectros de diseño de desplazamiento, velocidad y de aceleración angular en función de las envolventes espectrales. También se pueden expresar en función del periodo natural de la estructura. Sin embargo, considerando que más adelante (en

4.3) se utilizan las ordenadas de desplazamiento angular, D_ϕ , para el cálculo de las excentricidades, e_y , aquí sólo se considera el espectro de desplazamiento angular de diseño:

$$\begin{aligned} D_\phi &= T^2 A_\phi / 4 \pi^2 & T < T_1 \\ D_\phi &= TV_\phi / 2\pi & T_1 < T < T_2 \\ D_\phi &= D_\phi & T > T \end{aligned} \quad (2.22)$$

Por otra parte, también los periodos T_1 y T_2 se pueden expresar en forma analítica:

$$T_1 = 2\pi V_\phi / A_\phi \quad (2.23)$$

$$T_2 = 2\pi D_\phi / V_\phi \quad (2.24)$$

Finalmente, las ordenadas de los espectros de diseño por torsión, en este caso, las ordenadas de desplazamiento angular de diseño $R_\phi(\omega_0, \xi)$ que aparecerán en la ec 4.21, se obtienen dividiendo entre $b/2$ las ordenadas D_ϕ .

2.2 Espectros de traslación

De manera análoga como se indicó en el subcap 2.1, una vez que se han calculado los valores máximos de d_r , v_r y a_r para diferentes tipos de terreno, los espectros de diseño en traslación se pueden construir directamente a partir de las ecs 2.14. Como se sabe, estos dependen únicamente de los factores de amplificación y de las intensidades máximas del terreno. Por lo tanto, el espectro de movimiento lineal para terreno firme se obtiene sustituyendo los valores numéricos de los parámetros que intervienen en las ecs 2.14. Se llega a lo siguiente:

$$\begin{aligned} D &= 24.8 \text{ cm} \\ V &= 41.0 \text{ cm/s} \\ A &= 208.0 \text{ cm/s}^2 \end{aligned}$$

Para obtener el espectro de movimiento lineal para terreno compresible, se procede en forma similar, resultando

$$\begin{aligned} D &= 41.3 \text{ cm} \\ V &= 68.4 \text{ cm/s} \\ A &= 312.0 \text{ cm/s}^2 \end{aligned}$$

Los espectros de diseño en traslación para terreno firme y suelo compresible se presentan en la fig 9.

Por otra parte, al igual que los espectros de diseño por torsión, los espectros de diseño por traslación se pueden expresar en forma analítica. Por ejemplo, el espectro de desplazamiento lineal de diseño se escribe:

$$\begin{aligned} D &= T^2 A / 4\pi^2 & T < T_1 \\ D &= TV / 2\pi & T_1 < T < T_2 \\ D &= D & T > T_2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Por último, los periodos T_1 y T_2 se expresan en función de las envolventes espectrales:

$$T_1 = 2\pi V/A \quad (2.26)$$

$$T_2 = 2\pi D/V \quad (2.27)$$

Aquí, T_1 es el valor del periodo donde coinciden las ordenadas de las envolventes espectrales A y V (fig 9); análogamente, T_2 es el valor del periodo donde coinciden las ordenadas de las envolventes espectrales V y D .

3. OBTENCION DE ESPECTROS DE RESPUESTA A TORSION

3.1 Nota Introductoria

El principal problema que se presenta en la obtención de espectros elásticos de respuesta a torsión es la solución numérica de la ecuación diferencial que gobierna este fenómeno. Cuando se plantea el equilibrio de un sistema de un grado de libertad en torsión, las propiedades elásticas, inerciales y de disipación de energía son cantidades constantes que se pueden conocer con relativa facilidad. Sin embargo, el problema surge al definir la excitación, representada por el campo de aceleraciones angulares $\ddot{\phi}(t)$. De acuerdo con la teoría de elasticidad, un campo de rotaciones se puede calcular a partir de la derivada espacial de dos campos de desplazamientos lineales ortogonales. Por lo tanto, para expresar la función temporal $\ddot{\phi}(t)$ es necesario derivar respecto al tiempo los campos de aceleraciones y velocidades lineales, que constituyen la información que normalmente se obtiene a partir de acelerogramas de temblores reales o simulados. Desde el punto de vista numérico el proceso de integración es preferible al de derivación debido a que este último puede conducir a resultados erróneos. Una forma de evitar el problema de derivación consiste en plantear la ecuación de equilibrio dinámico en función de la rotación total, $\psi_0(t)$ en vez de la rotación relativa. De esta manera se utilizan registros de velocidades y aceleraciones lineales,

en lugar de sus derivadas temporales. Esto permite resolver la ecuación de equilibrio en torsión en forma análoga a como se resuelve la ecuación de traslación para espectros elásticos lineales. En el subcap 3.2 se presenta la formulación analítica de los espectros elásticos de torsión.

Por otro lado, cuando una estructura se sujeta a excitación sísmica, los efectos de torsión generalmente se atribuyen a la asimetría en planta de dicha estructura. Sin embargo, la observación de estructuras que han sufrido daños por efecto de temblores ha permitido establecer que aún estructuras nominalmente simétricas en ocasiones también responden en torsión (ref 2). A este efecto se acostumbra llamar torsión accidental.

La componente rotacional de movimiento del terreno y la aleatoriedad de cargas laterales son los agentes principales que producen rotación de edificios alrededor de un eje vertical (ref 2). También la distribución desfavorable de masa puede ocasionar torsión accidental, principalmente en estructuras industriales y en almacenes.

Por otra parte, los acelerógrafos actualmente disponibles sólo registran aceleraciones lineales en tres direcciones, según un sistema de ejes cartesianos. Por ello, cuando se desea calcular la rotación de la base de un edificio con respecto a un eje vertical basta derivar parcialmente respecto a dos variables espaciales los desplazamientos horizontales registrados en dicha base, en dos direcciones ortogonales. Esto se logra a partir de relaciones fundamentales de teoría de elasticidad.

Así, los autores que han investigado este problema han supuesto que el movimiento de la superficie del terreno se puede tratar como una superposición de dos ondas elásticas no dispersivas. En este caso, puesto que la forma de la onda no cambia de un punto a otro, la derivada parcial se puede aproximar mediante la diferencia de movimientos del terreno en dos puntos vecinos.

En análisis estructural, los espectros de torsión constituyen una forma

conveniente de representar el efecto de rotación del terreno sobre las construcciones.

En consecuencia, los espectros de torsión se pueden obtener a partir de la ecuación de equilibrio dinámico en torsión, tal como se indicó anteriormente, o sea, dado un sistema elástico amortiguado de un grado de libertad en torsión, se aplica una excitación angular en su base y se obtiene la respuesta máxima de dicho sistema en el dominio del tiempo.

A continuación se presenta un procedimiento que permite obtener en forma aproximada espectros de respuesta a torsión. Dicho procedimiento, como ya se mencionó, se basa en un trabajo desarrollado por Tso y Hsu en la Universidad de Mc Master, Ontario, (ref 4).

3.2 Formulación analítica

Como se mencionó en el subcap 2.1, según la teoría de elasticidad, la rotación con respecto a un eje vertical, se expresa (ref 5)

$$\phi(t) = (1/2) \left[\partial U_Y(t) / \partial X - \partial U_X(t) / \partial Y \right] \quad (3.0)$$

donde U_X y U_Y , que se definieron al introducir la ec 2.1, a su vez se expresan:

$$U_X(t) = g(X - V_S t) \quad (3.1)$$

$$U_Y(t) = f(X - V_S t) \quad (3.2)$$

donde V_S también se definió anteriormente.

Si ahora se sustituyen sucesivamente las ecs 3.1 y 3.2 en 3.0, se tiene

$$\phi(t) = g'(X - V_S t) / 2 = \dot{U}_X(t) / 2V_S \quad (3.3)$$

$$\phi(t) = f'(X - V_S t) / 2 = -\dot{U}_Y(t) / 2V_S \quad (3.4)$$

donde un punto sobre U significa su derivada con respecto al tiempo, t.

Por otra parte, considérese que en un sitio cualquiera definido por el punto "0" se coloca un acelerógrafo para registrar en forma simultánea movimientos sísmicos en las direcciones x , y , tal como se muestra en la fig 10. Entonces, estos movimientos se pueden considerar como el resultado de una onda de cortante plana que viaja desde el epicentro del temblor hasta el punto donde se ubica el aparato registrador. Por tanto, la dirección epicentral X forma un ángulo θ con respecto a la dirección de registro x (fig 10). Este ángulo θ se obtiene a partir del rumbo epicentral, que a su vez depende de las coordenadas del epicentro y de la estación de registro. Así, los movimientos en las direcciones principales X y Y se pueden obtener a partir de movimientos registrados en las direcciones x , y , por medio de las siguientes relaciones (ref 4):

$$U_X(t) = U_x(t) \cos\theta + U_y(t) \sin\theta \quad (3.5)$$

$$U_Y(t) = -U_x(t) \sin\theta + U_y(t) \cos\theta \quad (3.6)$$

Sustituyendo la ec (3.6) en (3.4) se obtiene

$$\dot{\phi}(t) = (1/2V_s) \left[\dot{U}_x(t) \sin\theta - \dot{U}_y(t) \cos\theta \right] \quad (3.7a)$$

$$\ddot{\phi}(t) = (1/2V_s) \left[\ddot{U}_x(t) \sin\theta - \ddot{U}_y(t) \cos\theta \right] \quad (3.7b)$$

$$\ddot{\phi}(t) = (1/2V_s) \left[\ddot{U}_x(t) \sin\theta - \ddot{U}_y(t) \cos\theta \right] \quad (3.7c)$$

donde un punto sobre ϕ significa su derivada con respecto al tiempo, t .

Una vez que se determina la aceleración angular $\ddot{\phi}(t)$, el espectro de respuesta a torsión se genera a partir de la siguiente ecuación de equilibrio:

$$\ddot{\Psi}(t) + 2\xi\omega_\theta \dot{\Psi}(t) + \omega_\theta^2 \Psi(t) = - \ddot{\phi}(t) \quad (3.8)$$

donde un punto sobre $\Psi(t)$ significa su derivada con respecto al tiempo, t ; $\Psi(t)$ es la rotación relativa; ξ y ω_θ se definieron en el subcap 1.1.

Una desventaja de la aproximación anterior (ec 3.8) es la necesidad de calcular $\dot{\phi}(t)$, lo cual implica derivación de dos acelerogramas lineales, $U_x(t)$ y $U_y(t)$.

Una alternativa para evitar el proceso de derivación consiste en definir el desplazamiento angular total $\Psi_0(t)$ como

$$\Psi_0(t) = \Psi(t) + \phi(t) \quad (3.9)$$

donde $\Psi(t)$ es la rotación relativa y $\phi(t)$ es la rotación con respecto a un eje vertical.

Si la ecuación anterior se escribe en función de $\Psi(t)$, resultan las siguientes ecuaciones:

$$\Psi(t) = \Psi_0(t) - \phi(t) \quad (3.10a)$$

$$\dot{\Psi}(t) = \dot{\Psi}_0(t) - \dot{\phi}(t) \quad (3.10b)$$

$$\ddot{\Psi}(t) = \ddot{\Psi}_0(t) - \ddot{\phi}(t) \quad (3.10c)$$

Entonces, sustituyendo cada una de las expresiones anteriores en la ec (3.8), y efectuando operaciones algebraicas se llega a:

$$\ddot{\Psi}_0(t) + 2 \xi \omega_0 \dot{\Psi}_0(t) + \omega_0^2 \Psi_0(t) = 2 \xi \omega_0 \dot{\phi}(t) + \omega_0^2 \phi(t) \quad (3.11)$$

Por lo tanto, la rotación total, $\Psi_0(t)$, se expresa únicamente en función de $\phi(t)$ y $\dot{\phi}(t)$.

Si ahora se sustituyen las ecs (3.7a) y (3.7b) en (3.11), se obtiene la siguiente ecuación:

$$\ddot{\Psi}_0(t) + 2 \xi \omega_0 \dot{\Psi}_0(t) + \omega_0^2 \Psi_0(t) = (\omega_0/V_S) \left\{ \left[\omega_0 \dot{U}_x(t)/2 + \xi \ddot{U}_x(t) \right] \text{sen} \theta - \left[\omega_0 \dot{U}_y(t)/2 + \xi \ddot{U}_y(t) \right] \text{cos} \theta \right\} \quad (3.12)$$

Cabe destacar que el segundo miembro de la ecuación anterior depende fundamentalmente de las historias de velocidades y aceleraciones lineales; los demás términos que ahí aparecen son constantes.

Se puede demostrar que al sustituir la ec (3.5) en (3.3) se obtienen expresiones análogas a las ecs (3.7). Si éstas últimas se sustituyen a su vez en (3.11), resulta la siguiente expresión:

$$\ddot{\Psi}_0(t) + 2 \xi \omega_0 \dot{\Psi}_0(t) + \omega_0^2 \Psi_0(t) = (\omega_0/V_S) \left\{ \left[\omega_0 \dot{U}_x(t)/2 + \xi \ddot{U}_x(t) \right] \cos \theta + \left[\omega_0 \dot{U}_y(t)/2 + \xi \ddot{U}_y(t) \right] \operatorname{sen} \theta \right\} \quad (3.13)$$

Entonces el problema se reduce a resolver cualquiera de las ecuaciones diferenciales (3.12) o (3.13), las cuales representan el movimiento de un péndulo sometido a torsión, cuya base se sujeta al movimiento de una onda cortante que se propaga según las direcciones principales X, Y (fig 6).

Una vez que se determina la historia de rotaciones totales $\Psi_0(t)$, las rotaciones relativas $\Psi(t)$ se obtienen en forma inmediata a partir de la ec (3.10a).

De acuerdo con la definición de espectro de respuesta, el espectro de rotaciones se obtiene como

$$R_{\dot{\Psi}} = |\Psi(t)|_{\max} \quad (3.14)$$

donde $|\Psi(t)|_{\max}$ es el valor absoluto de la máxima ordenada de la historia de rotaciones relativas.

Por analogía con los espectros de movimientos lineales, los espectros de seudovelocidad angular y pseudoaceleración angular se definen respectivamente así:

$$R_{\dot{\Psi}}^* = \omega_0 R_{\dot{\Psi}} \quad (3.15)$$

$$R_{\psi}^* = \omega_0^2 R_{\psi} \quad (3.16)$$

donde ω_0 es la frecuencia circular natural del péndulo de torsión.

3.3 Solución numérica

A continuación se resume el método numérico para calcular las rotaciones totales $\psi_0(t)$, de acuerdo con lo expuesto en 3.2.

Como en general las historias de aceleraciones y velocidades se conocen en forma digital, la solución de las ecs (3.12) y (3.13) se obtiene en forma numérica. Un procedimiento muy generalizado consiste en suponer una variación lineal entre los valores de la aceleración correspondientes al primer intervalo $[t_0, t_1]$, donde t_0 se refiere al estado inicial del sistema (normalmente se admite que en t_0 el péndulo está en reposo). A continuación se calcula la rotación ψ_0 correspondiente al instante t_1 , es decir, se obtiene la solución de la ecuación diferencial utilizando las condiciones iniciales asociadas a t_0 . En el segundo intervalo $[t_1, t_2]$ se supone la misma ley de variación de la aceleración y se utilizan los resultados obtenidos en el instante t_1 como condiciones iniciales para encontrar $\psi_0(t_2)$. El cálculo se repite en cada uno de los intervalos subsecuentes hasta que la excitación deja de actuar, o sea, se utilizan las aceleraciones y velocidades lineales en el intervalo de interés de la excitación sísmica.

Por otra parte, el cálculo de espectros de respuesta a torsión se realiza por medio de un programa para computadora denominado ESTOR. En esencia ESTOR resuelve en forma numérica las ecs 3.12, 3.13, 3.7a y 3.10.

Se pueden calcular espectros de respuesta para cualquier tipo de terreno y para dos direcciones principales X, Y, de propagación de ondas de cortante.

El programa calcula los espectros de rotación relativa, pseudovelocidad

angular y pseudoaceleración angular para la dirección X. Luego calcula espectros de torsión para la otra dirección Y. Además, suma los espectros calculados para la dirección X a los obtenidos para la dirección Y, considerando los espectros de torsión pertenecientes a cada uno de los grupos arriba citados, tal como lo especifica la ref 4.

Para la obtención de espectros es necesario suministrar al programa los siguientes datos:

1. Registros de velocidades y aceleraciones lineales en dos direcciones horizontales ortogonales..
2. Número de puntos del acelerograma que se desea utilizar en el cálculo, de acuerdo con la digitización de dicho acelerograma.
3. Número y valor de las frecuencias naturales de rotación para las que se desea obtener respuestas máximas.
4. Número y valor de amortiguamientos con que se quiere calcular cada uno de los espectros.
5. Valor del intervalo de digitización con el que esté registrado el temblor.
6. Velocidad de onda de cortante, según el tipo de terreno en que se registró el sismo.
7. Valor del ángulo epicentral, θ , en radianes (ver fig 10).

Por otra parte, a fin de calibrar el programa desarrollado y comprobar la veracidad de los resultados obtenidos, se calcularon algunas ordenadas del espectro de rotaciones; para conseguirlo se utilizaron los mismos datos de la ref 4. Los resultados aquí obtenidos y los calculados por Tso y Hsu (ref 4) se compararon con el fin de observar las diferencias que existían

entre dichos resultados.

Cabe aclarar que el espectro de rotación recién citado en realidad se calculó como la suma de dos espectros de rotación, cada uno de los cuales se obtuvo para una dirección principal diferente (X, Y).

Las rotaciones espectrales calculadas con ESTOR son: 0.00044816, 0.00077300, 0.00174889, 0.00181339 y 0.00191449 rad, para los siguientes periodos: 0.2, 0.3, 0.5, 1.0 y 2.0 s, respectivamente. Como se puede observar en la fig 11, los valores obtenidos con el programa ESTOR son prácticamente iguales a los calculados por Tso y Hsu (ref 4).

Pra obtener los espectros de torsión se seleccionaron las historias de tres temblores registrados simultáneamente en terreno firme y en la zona compresible de la ciudad de México. Las fechas de estos temblores son: 29 de noviembre de 1978 (sismo 1), 14 de marzo de 1979 (sismo 2) y 24 de octubre de 1980 (sismo 3); en la tabla 2 se indican los principales datos de dichos temblores. Asimismo en las figs 12 a 16 se presentan en forma gráfica los registros de aceleraciones y de velocidades obtenidos en ambos tipos de terreno, según dos direcciones horizontales. No se incluye el acelerograma del sismo 3 para terreno compresible. Cabe aclarar que en el cálculo de espectros de torsión se utilizan registros completos, es decir, se emplea como excitación toda la historia de cada temblor. Esto se debe principalmente a las características de los acelerogramas seleccionados. Como se observa en las figs 12 a 16, existen amplitudes de aceleración importantes a lo largo de cada registro.

Por otra parte, los espectros de torsión se calcularon para péndulos de periodo natural comprendido entre 0.1 y 6 s para el caso de suelo blando y de 0.1 a 7 s, para estructuras apoyadas en terreno duro. En ambos casos los periodos de torsión se incrementaron con intervalos constantes de 0.05 s; para el primer tipo de terreno resultaron 109 abscisas espectrales (periodos de torsión); para terreno duro se utilizaron 119 abscisas. Además, se utilizaron estos valores de amortiguamiento crítico: 0, 2, 5 y 10 por ciento.

Por medio de un graficador automático se dibujaron los espectros de respuesta obtenidos en este trabajo, así como los espectros de respuesta en traslación calculados por otros autores (refs 21 a 23).

Para un temblor dado y suelo compresible se obtuvieron 3 juegos de espectros de rotación, uno para cada dirección de propagación de la onda de corte (X, Y) y otro para la superposición de ambos efectos (X+Y); en forma análoga se determinaron los espectros de pseudovelocidad angular y pseudoaceleración angular, con lo cual resultan 9 gráficas de espectros de torsión para suelo compresible. Igual número de gráficas se obtuvo para terreno firme, con lo cual se tienen dieciocho juegos de espectros por cada temblor seleccionado. En total se dibujaron cincuenta y cuatro gráficas de espectros de torsión e igual número de gráficas de espectros de traslación. Sin embargo, para fines de este estudio sólo se presentan 4 gráficas de espectros de traslación y 4 de espectros de rotación para cada temblor, las cuales se muestran en las figs 17 a 40.

Es necesario señalar que en esas gráficas los ejes de referencia se trazaron en escala aritmética, a diferencia de los espectros mencionados en el cap 2.

4. APLICACION DE ESPECTROS DE RESPUESTA A EDIFICIOS SIMETRICOS DE UN PISO

4.1 Relación de frecuencia

En este subcapítulo se obtiene la relación de frecuencia en edificios de un piso de planta rectangular (fig 1). Dicha relación se define como el cociente

$$\Omega = \omega_0 / \omega_x \quad (4.1)$$

donde ω_0 es la frecuencia natural de torsión y ω_x es la frecuencia natural de traslación de cada edificio. Mediante Ω y T_x , el periodo de traslación, se calcula T_0 , el periodo de rotación de una estructura determinada.

Cada edificio tiene masa M y rigidez lateral equivalente K_x^i , K_y^i en las direcciones principales x - y . Se admite que los elementos estructurales como muros y columnas contribuyen a la rigidez del edificio pero no a su masa.

De acuerdo con la distribución de rigidez lateral se definen cuatro grupos de edificios, los cuales se indican en la fig 1.

4.1.1 Edificio con rigidez uniforme en toda el área

El edificio que representa el primer grupo de estructuras (fig 1a) tiene rigidez lateral distribuida uniformemente en el área resistente en las direcciones x-y, y relación largo/ancho igual a (a/b). Para este tipo de estructuras ω_x se calcula así:

$$\omega_x^2 = K_x^1/M \quad (4.2)$$

donde K_x^1 y M se definieron previamente.

La rigidez equivalente se expresa

$$K_x^1 = \int_A k_x(x,y) dx dy \quad (4.3)$$

donde $k_x(x,y)$ es la rigidez lateral por unidad de área; A el área de la sección transversal del elemento que resiste fuerza cortante. Si en dirección x la rigidez es uniforme ($k_x = \text{constante}$) y la sección transversal es un rectángulo de dimensiones a y b, se obtiene

$$K_x^1 = k_x ab \quad (4.4)$$

Y análogamente, en dirección y

$$K_y^1 = k_y ab \quad (4.5)$$

Al sustituir (4.4) en (4.2) se tiene:

$$\omega_x^2 = k_x ab/M \quad (4.6)$$

Por otra parte, la frecuencia ω_θ se define:

$$\omega_\theta^2 = K_\theta^1/J \quad (4.7)$$

donde K_θ^1 es la rigidez torsionante respecto a un eje vertical que pasa

por el centro de masa del edificio; J es el momento polar de inercia de masa respecto a dicho eje. J se define así:

$$J = \rho^2 M \quad (4.8)$$

siendo ρ el radio de giro y M la masa de la estructura.

La rigidez K'_0 se calcula con la fórmula

$$K'_0 = \int_A \left[y^2 k_x(x,y) + x^2 k_y(x,y) \right] dx dy \quad (4.9)$$

donde x,y es el sistema de ejes principales cuyo origen coincide con el centro de masa; k_x y k_y ya se definieron.

Si la rigidez lateral es uniforme en ambas direcciones, para este grupo de estructuras se obtiene:

$$K'_0 = ab (k_x b^2 + k_y a^2) / 12 \quad (4.10)$$

El radio de giro de una sección transversal de área A vale:

$$\rho^2 = J_p / A = (I_x + I_y) / A \quad (4.11)$$

siendo J_p el momento polar de inercia; I_x e I_y los momentos de inercia de área respecto a los ejes principales $x-y$. Para una sección rectangular se obtiene

$$\rho^2 = (a^2 + b^2) / 12 \quad (4.12)$$

Entonces, la ec (4.8) queda

$$J = (a^2 + b^2) M / 12 \quad (4.13)$$

Y al sustituir las ecs (4.10) y (4.13) en (4.7) se llega a

$$\omega_0^2 = ab(k_x b^2 + k_y a^2) / ((a^2 + b^2)H) \quad (4.14)$$

Por lo tanto, la relación de frecuencia para este grupo de estructuras, Ω_1 , se obtiene sustituyendo las ecs (4.6) y (4.14) en (4.1). Después de simplificar se obtiene

$$\Omega_1^2 = (1 + k_y a^2 / k_x b^2) / (1 + a^2 / b^2) \quad (4.15)$$

Cuando $k_x = k_y$ o bien $a = 0$, la ecuación anterior se reduce a la unidad, y, de acuerdo con la definición de Ω (ec 4.1), se obtiene:

$$\omega_0 = \omega_x \quad (4.16)$$

En caso de que $k_x = k_y$ la relación Ω_1 vale 1 y es independiente de (a/b) .

4.1.2 Edificio de rigidez uniforme en el perímetro.

Para este edificio la rigidez lateral de un elemento estructural se define así:

$$K_x = \int_a k_x(x) dx \quad (4.17)$$

donde $k_x(x)$ es la rigidez lateral por unidad de longitud en dirección x ; a es la longitud del elemento que resiste fuerza lateral. Si la rigidez se distribuye uniformemente a lo largo de a , la ec (4.17) se reduce a

$$K_x = a k_x \quad (4.18)$$

Para la estructura mostrada en la fig 1b, la rigidez lateral equivalente es:

$$K'_x = 2a k_x \quad (4.19)$$

Análogamente,

$$K'_y = 2b k_y \quad (4.20)$$

Por otra parte, la rigidez torsionante K_0 de una estructura con un elemento estructural resistente en dirección x y otro en dirección y se escribe:

$$K_0 = \int_a (y^2 k_x(x)) dx + \int_b (x^2 k_y(y)) dy \quad (4.21)$$

donde $k_y(y)$ significa rigidez lateral por unidad de longitud en dirección y ; $k_x(x)$ se definió anteriormente; x es la abscisa del elemento que resiste fuerza cortante en dirección y ; y es la ordenada del elemento que resiste fuerza lateral en dirección x (fig 1b).

En estructuras de rigidez uniforme a lo largo de cuatro elementos perimetrales, después de aplicar la ec (4.21) se obtiene:

$$K'_0 = ab(k_x b + k_y a)/2 \quad (4.22)$$

Al sustituir en (4.2) la ec (4.19) y en (4.7) las ecs (4.13) y (4.22), después de llevar esos resultados a (4.1) se tiene

$$n_2^2 = 3(1 + k_y a/k_x b)/(1 + a^2/b^2) \quad (4.23)$$

En caso de que $k_x = k_y$ y $a = b$ o que $a = 0$, la ecuación anterior conduce a

$$(\omega_0/\omega_x) = 1.732$$

mientras que para $(a/b) = 0.5$ y $k_x = k_y$ se tiene

$$(\omega_0/\omega_x) = 1.897$$

4.1.3 Edificio de 9 columnas

En este caso la estructura está formada por 9 columnas distribuidas simé-

tricamente en planta, y masa total M . Cada columna tiene la misma rigidez lateral en las direcciones x, y (fig 1c). El edificio se considera formado por 3 marcos planos en cada dirección x, y , de modo que para calcular la rigidez lateral equivalente se suman las rigideces correspondientes a cada marco. Debido a la simetría de columnas la rigidez de cada marco en dirección x es K_x ; por lo tanto, la rigidez equivalente es

$$K_x^i = 3 K_x \quad (4.24)$$

En forma análoga,

$$K_y^i = 3 K_y \quad (4.25)$$

donde $K_y = K_x$.

La rigidez torsionante equivalente se calcula así

$$K_\theta^i = 2K_x b^2/4 + 2 K_y a^2/4 \quad (4.26)$$

$$K_\theta^i = K_x (a^2 + b^2)/2 \quad (4.27)$$

Al sustituir la ec (4.24) en (4.2) y las ecs (4.27) y (4.13) en (4.7), después de llevar las expresiones resultantes a la ec (4.1) se llega a

$$\Omega_3^2 = 2 \quad (4.28)$$

O sea,

$$(\omega_\theta/\omega_x) = 1.414 \quad (4.29)$$

Lo anterior significa que en este tipo de edificios la relación de frecuencia no depende de la relación de aspecto (a/b).

4.1.4 Edificio de 4 columnas

El edificio está constituido por 4 columnas distribuidas simétricamente en cada esquina, con masa total M . Cada columna tiene la misma rigidez en las direcciones x, y (fig 1d). Como en el caso anterior, la rigidez equivalente en traslación se calcula sumando la rigidez de cada marco:

$$K'_x = 2K_x = K'_y \quad (4.30)$$

La rigidez torsionante equivalente se determina con la siguiente ecuación:

$$K'_0 = K_x(a^2 + b^2)/2 \quad (4.31)$$

Al sustituir en (4.1) las ecs (4.30), (4.31) y (4.13) se llega a

$$\Omega_4^2 = 3 \quad (4.32)$$

Y por lo tanto,

$$(\omega_0/\omega_x) = 1.732 \quad (4.33)$$

De aquí se concluye que la relación de frecuencia es independiente del cociente (a/b) .

Es necesario aclarar que en la formulación anterior, para el cálculo del momento polar de inercia de masa J (ec 4.8) se utilizó un razonamiento simplista, puesto que al tratarse de estructuras con planta rectangular (fig 1), se debió considerar el alabeo. Sin embargo, el momento polar de inercia, J_p , se calculó como:

$$J_p = ab(a^2 + b^2) / 12 \quad (4.11a)$$

En el caso de torsión de secciones cuadradas o rectangulares no es posible hablar de un momento polar de inercia real a menos que se trate de secciones circulares; por lo tanto, si se quisiera considerar el alabeo, se

tendría que calcular un momento polar de inercia efectivo, J_{ef} como (ref 24):

$$J_{ef} = 16 a^{*3} b^{*} \left[1/3 - 64 a^{*} / \pi^5 b^{*} \tanh(\pi b^{*}/2 a^{*}) \right] \quad (4.11b)$$

donde $a^{*} = a/2$ y $b^{*} = b/2$ (fig 1c).

Entonces, al introducir la ec (4.11b) en (4.8), el valor de J cambiaría y en consecuencia la frecuencia natural de torsión, ω_0 (ec 4.7) se modificaría, produciéndose un cambio total en las relaciones de frecuencia (ec 4.1).

Lo anterior se puede comprobar de manera sencilla si se comparan en forma numérica los valores de J_p y J_{ef} para diferentes relaciones de aspecto. En este trabajo se consideran los siguientes valores de a/b : 0.3, 0.5 y 1.0.

Entonces, si $b = 30$ m y $a/b = 0.3$, se tiene que $a = 9$ m; por lo tanto, la ec (4.11a), da

$$J_p = 22,072.5 \text{ m}^4$$

y

$$J_{ef} = 5924.8 \text{ m}^4$$

Para $a/b = 0.5$, $a = 15$ m, se obtiene

$$J_p = 42,187.5 \text{ m}^4$$

y

$$J_{ef} = 23,638.2 \text{ m}^4$$

Finalmente, para $a/b = 1.0$, $a = 30$ m, las ecs (4.11a) y (4.11b), resultan

$$J_p = 135000 \text{ m}^4$$

$$J_{ef} = 142021.7 \text{ m}^4$$

Como se puede observar, los valores de J_p son 373 y 179 por ciento mayores a los de J_{ef} para las relaciones de a/b iguales a 0.3 y 0.5, respectivamente. En el caso de $a/b = 1.0$, el valor de J_{ef} es un 6 por ciento mayor al de J_p . En conclusión, se puede decir que para valores de a/b muy pequeños, los valores de J_p son muy superiores a los de J_{ef} , mientras que para relaciones de a/b iguales o mayores a la unidad, los valores de J_p empiezan a disminuir respecto a los de J_{ef} .

Otro aspecto importante que no se han tomado en cuenta es la rigidez torsionante de columnas; en este caso, al incorporarse modificaría todavía más las frecuencias naturales de torsión (ec 4.7) así como las relaciones de frecuencia (ec 4.1) de estructuras formadas a base de columnas. Si se introdujera este concepto se podría pensar en estructuras deformables con masas concentradas en lugar de suponer que los sistemas de piso son diafragmas indeformables en su plano, tal como se ha considerado hasta ahora en el análisis estructural.

4.2 Cálculo de excentricidad accidental

A continuación se presenta el método propuesto por Hewmark (ref 5) para calcular la excentricidad e_y de estructuras de un piso (fig 1) sujetas a la acción combinada de movimientos de traslación y de rotación del terreno.

Sea D el desplazamiento máximo de una estructura de rigidez equivalente K'_x , producido por una fuerza sísmica F_x . Entonces,

$$D = F_x / K'_x \quad (4.34)$$

Sea $D_{\phi}^i b/2$ el desplazamiento máximo en un extremo del edificio y $-D_{\phi}^i b/2$ en el otro extremo, producidos por un par de magnitud $F_x e_y$; b es la dimensión mayor de la estructura en planta (fig 6). Entonces,

$$D_{\phi}^i b/2 = F_x e_y b/2 K_{\theta}^i \quad (4.35)$$

donde K_{θ}^i es la rigidez torsionante equivalente de la estructura.

Al dividir la ec (4.35) entre la ec (4.34), se tiene

$$D_{\phi}^i/D = b e_y K_x^i/2 K_{\theta}^i \quad (4.36)$$

donde $D_{\phi} = D_{\phi}^i b/2$.

La excentricidad e_y expresada como fracción del lado b se escribe:

$$e_y/b = 2K_{\theta}^i D_{\phi}^i/K_x^i D b^2 \quad (4.37)$$

Esta ecuación permite obtener la excentricidad e_y/b en función de los desplazamientos D y D_{ϕ} inducidos por la traslación y rotación del terreno, y las excentricidades equivalentes K_{θ}^i y K_x^i , las cuales dependen del tipo de estructura en estudio (Ver secciones 4.1.1 a 4.1.4).

Para fines de diseño D es la ordenada del espectro de desplazamiento, la cual depende del periodo T_x y del amortiguamiento crítico en traslación; D_{ϕ} es la ordenada del espectro de rotación, que a su vez es función del periodo T_{θ} y del amortiguamiento crítico en torsión. El significado de D y D_{θ} en caso de utilizar espectros de respuesta es análogo al que tienen en espectros de diseño.

Para la estructura mostrada en la fig 1a la ec (4.37) queda

$$e_y/b = (D_{\phi}/D) (1 + k_y a^2/k_x b^2)/6 \quad (4.38)$$

Si $k_x = k_y$ y $a = b$ se obtiene

$$e_y/b = D_\phi/3D$$

Si $a/b = 0.5$ y $k_x = k_y$ se tiene

$$e_y/b = 0_\phi/4.8D$$

Y para $a = 0$ ó $k_y = 0$,

$$e_y/b = 0_\phi/6D$$

Para el tipo de edificio que se indica en la fib 1b la ec (4.37) se escribe:

$$e_y/b = (D_\phi/D) (1 + k_y a/k_x b)/2 \quad (4.39)$$

Si $k_x = k_y$ y $a = b$ resulta

$$e_y/b = D_\phi/D$$

Si $a/b = 0.5$ y $k_x = k_y$,

$$e_y/b = 3 D_\phi/4D$$

Si $a = 0$ o $k_y = 0$,

$$e_y/b = (D_\phi/D)/2$$

Para la estructura de 9 columnas (fig 1c) la excentricidad se expresa así:

$$e_y/b = (D_\phi/D) (1 + a^2/b^2)/3 \quad (4.40)$$

Si $a = b$, la ecuación anterior queda

$$e_y/b = 2(D_\phi/D)/3$$

y para $a/b = 0.5$,

$$e_y/b = 5(D_\phi/D)/12$$

Si $a = 0$,

$$e_y/b = (D_\phi/D)/3$$

Finalmente, para el edificio de 4 columnas en las esquinas (fig 1d) la excentricidad se escribe:

$$e_y/b = (D_\phi/D) (1 + a^2/b^2)/2 \quad (4.41)$$

Si $a = b$,

$$e_y/b = (D_\phi/D)$$

Si $a = 0.5$,

$$e_y/b = 5(D_\phi/D)/8$$

mientras que para $a = 0$ se tiene:

$$e_y/b = (D_\phi/D)/2$$

En el presente trabajo únicamente se han calculado valores de relación de frecuencia y excentricidad accidental para tres relaciones de aspecto (a/b) iguales a 0, 0.5 y 1. Sin embargo, para valores de a/b diferentes a los aquí tratados las relaciones ω_0/ω_x y e_y/b se calculan con las expresiones que corresponden a cada grupo de estructuras.

Se ha señalado que la relación de frecuencia en estructuras con idéntica rigidez lateral por unidad de área en las direcciones x , y (fig 1a) es independiente de la relación a/b . Para estos casos se tiene $\omega_0 = \omega_x$.

En edificios de 9 y de 4 columnas (figs 1c y d) la relación de frecuencia también resulta independiente de a/b , tal como lo indican las ecs (4.28) y (4.32).

Por último, es necesario mencionar que los casos en que $a/b = 0$ representan estructuras ideales. Para fines de este trabajo el valor mínimo de la relación a/b será 0.3.

4.3 Soluciones numéricas

En este subcapítulo se calculan excentricidades accidentales en estructuras simétricas de un piso, como las mostradas en la fig 1. Con los resultados obtenidos se evalúa la disposición reglamentaria referente a excentricidad de diseño y, en particular, el concepto de excentricidad accidental.

Las soluciones numéricas se presentan en forma gráfica para estructuras desplazadas en suelo compresible y terreno firme de la ciudad de México. Dichas soluciones se obtienen con base en el procedimiento presentado en los subcaps 4.1 y 4.2 y en los espectros de respuesta calculados con ESTOR; también se utilizan los espectros de diseño citados en el cap 2.

A continuación se indica el procedimiento para calcular excentricidades accidentales:

1. Dado un edificio perteneciente a uno de los grupos mostrados en la fig 1 y una determinada relación de aspecto, a/b , se selecciona el periodo de traslación, T_x y el amortiguamiento, ξ , para los cuales se quiere determinar D , el máximo desplazamiento de la estructura producido por traslación del terreno. En análisis espectral D equivale a la ordenada del espectro de desplazamiento.
2. El valor de T_x escogido se lleva a los espectros de traslación y se lee $D(T_x, \xi)$, la ordenada de desplazamiento correspondiente a un cierto valor de amortiguamiento. Esto se puede hacer en forma gráfica o analítica, como en el caso de los espectros de diseño mencionados en el cap 2. En el caso de espectros de respuesta generados con ESTOR, las ordenadas se pueden obtener de las gráficas o de listados disponibles.
3. El periodo natural de rotación, T_θ , se calcula a partir de T_x y de la relación de frecuencia calculada según lo expresado en el subcap 4.1.
4. El periodo T_θ se lleva a los espectros de torsión y se lee D'_θ , la ordenada de rotación correspondiente al amortiguamiento previamente seleccionado. Dicha ordenada, como en el inciso 2, se puede obtener en forma gráfica o analítica, o bien de resultados tabulados, como en el caso de espectros calculados con ESTOR. Además, las ordenadas espectrales D'_θ se deben multiplicar por $b/2$ para obtener el desplazamiento de la estructura producido por rotación del terreno, D_θ .

5. Con las ordenadas D y D_{ϕ} se calcula e'_y , la excentricidad accidental, expresada como fracción de b ; para ello se requiere utilizar una de las ecuaciones obtenidas en el subcap 4.2, de acuerdo con el tipo de estructura.

Siguiendo el procedimiento anterior, en este trabajo se calcularon valores de e_y/b en estructuras de un piso (fig 1) mediante espectros elaborados en un informe reciente (ref 16). Para ello se utilizaron tres espectros de terreno compresible con valores de t_b iguales a 0.789, 0.20 y 0.12 s, los cuales corresponden a velocidades de onda de cortante iguales a 38, 150 y 250 m/s, respectivamente. Asimismo, se calcularon excentricidades a partir de espectros de terreno firme con t_b igual a 0.05 s.

Es necesario señalar que debido a que el valor de V_s igual a 38 m/s representa suelos altamente compresibles, se seleccionaron dos valores adicionales de V_s (150 y 250 m/s) para representar suelos de mediana consistencia.

Las figs 41 y 42 muestran las gráficas de excentricidad para estructuras con relaciones de aspecto iguales a 0.3 y 0.5, respectivamente. Se escogió la relación 0.5 por considerar que representa estructuras reales, como las que se construyen en la práctica; el valor de $a/b = 0.3$ identifica el caso límite de estructuras muy alargadas en planta.

Por otra parte, se calcularon excentricidades en estructuras de un piso (fig 1) a partir de los espectros de torsión aquí generados, y espectros de traslación calculados por otros autores (refs 21 a 23).

En este trabajo sólo se presentan resultados obtenidos a partir de espectros generados por el sismo del 24 de octubre de 1980 (sismo 3); en este caso las excentricidades resultaron mayores que las obtenidas con los otros dos temblores.

Se calcularon excentricidades en estructuras desplantadas en suelo compresible y terreno firme para valores de t_b iguales a 0.789 y 0.05 s, respectivamente.

También se incluyeron estructuras desplazadas en suelo de mediana consistencia; para esos casos se consideraron espectros de rotación con valores de t_b iguales a 0.20 y 0.12 s; las excentricidades respectivas se calcularon a partir de excentricidades para terreno compresible. Como se sabe, las excentricidades dependen de la relación D_p/D , donde D_p es función inversa de V_s (ver ecs 3.12 a 3.14).

Debido a lo anterior, es posible obtener una relación lineal entre la excentricidad asociada a un valor de t_b igual a 0.789 s y la excentricidad correspondiente a t_b igual a 0.20 ó 0.12 s. En el primer caso ($t_b = 0.20$ s) la relación se obtiene al dividir 38 m/s entre 150 m/s; en el segundo caso se divide 38 m/s entre 250 m/s. Esto significa que para calcular las excentricidades correspondientes a t_b igual a 0.20 s y t_b igual a 0.12 s basta multiplicar la excentricidad asociada a $t_b = 0.789$ s por 0.253 y 0.152, respectivamente.

En las figs 43 a 46 aparecen gráficas que muestran las excentricidades obtenidas en estructuras con relaciones de aspecto iguales a 0.5 y 0.3, respectivamente. Las figs 43 y 45 muestran los resultados que se obtienen con los espectros asociados a una onda de cortante propagándose en dirección X. Las figs 44 y 46 presentan los resultados que se obtienen cuando la onda se propaga en dirección Y.

Es necesario aclarar que las excentricidades se graficaron para un valor mínimo de periodo T_x igual a 0.5 s, por considerar que en estructuras de interés práctico como las de dos niveles, los periodos fundamentales son semejantes a ese valor. Sin embargo, en el análisis de resultados que se presenta en el siguiente subcapítulo, se hace énfasis en estructuras cuyo periodo fundamental de traslación es de 1.0 s. Como se sabe, este periodo corresponde aproximadamente a estructuras de 5 pisos, análogas a las que se utilizan en conjuntos habitacionales de la ciudad de México. Por este motivo, en el presente trabajo se destaca la importancia de esa solución estructural.

Por otro lado, de las excentricidades correspondientes a los cuatro grupos de estructuras aquí estudiadas (fig 1), sólo se graficaron las envolventes de dichos valores (figs 41 a 46).

4.4 *Discusión de resultados*

En la sección 4.4.1 se discute la solución de los espectros de diseño presentados en el cap 2 y se destaca la importancia de los espectros de respuesta generados en el presente trabajo. En la sección 4.4.2 se discuten los principales parámetros que intervienen en el cálculo de excentricidades accidentales, tales como la velocidad de onda de cortante, V_s , el periodo de traslación, T_x , la relación de aspecto, a/b , y la dirección de propagación de la onda de cortante. Posteriormente, en la sección 4.4.3 se analizan los valores de excentricidad accidental obtenidos en este trabajo; dicho análisis se basa únicamente en los resultados presentados en las figs 43 a 46. Finalmente, en 4.4.4 se comentan las excentricidades accidentales presentadas en la tabla 3. Dichos resultados pueden servir como guía para posibles modificaciones a la norma en vigor relativa a excentricidad de diseño.

4.4.1 *Discusión de espectros de torsión*

Los espectros de diseño por torsión citados en el cap 2 representan un intento para tomar en cuenta la rotación del terreno, la cual influye sobre el comportamiento sísmico de edificios. Dichos espectros se estimaron a partir de parámetros relacionados con intensidades máximas del terreno y factores de amplificación para un sitio determinado.

En este trabajo se calcularon excentricidades accidentales en estructuras sencillas como las de la fig 1. Dichas excentricidades, que se indican en las figs 41 y 42, se compararon con las excentricidades obtenidas a partir de los espectros de respuesta generados con ESTOR (figs 43 a 46). De dicha comparación se puede pensar que los espectros de diseño por torsión son aceptables, a pesar de que su construcción fue muy sencilla.

Por otra parte, la elaboración de espectros de respuesta a torsión es importante para el cálculo de la excentricidad accidental en estructuras simétricas de un piso (fig 1). Además, esto permite estimar en forma más aproximada el concepto de excentricidad de diseño, y en especial el referente a excentricidad accidental propuesto por el Reglamento de Construcciones vigente (ref 1).

Los resultados obtenidos también pueden contribuir a racionalizar el diseño sísmico de edificios mediante recomendaciones similares a las normas presentes. Sin embargo, éstas deben tomar en cuenta las variables que más influyen en el problema de torsión sísmica. En las figs 43 a 46 se presentan las excentricidades accidentales calculadas con los espectros mencionados.

4.4.2 Parámetros que intervienen en el cálculo de e_y

Para destacar la importancia de las características del terreno, en este trabajo se consideran distintos valores de rigidez al cortante del suelo. Como se mencionó en el subcap 2.1, mediante pruebas de prospección sísmica realizadas hace varios años en la arcilla del Vaso de Texcoco (ref 19) se registró un valor de V_s igual a 38 m/s para suelo altamente compresible y en condición de campo libre. Sin embargo, además del valor de V_s mencionado, en este trabajo se consideran valores de V_s iguales a 60 y 100 m/s para representar suelos medianamente compresibles en zonas urbanizadas, y de 150 y 250 m/s para representar suelos de mayor consistencia. Los últimos dos valores de V_s corresponden, en ese mismo orden, a valores de t_b iguales a 0.20 y 0.12 s; como ya se indicó, el valor de $V_s = 38$ m/s da lugar a un t_b igual a 0.789 s. Para la arcilla de alta compresibilidad se consideró un peso volumétrico natural de 1.19 ton/m^3 , el cual fue registrado a una profundidad de 18 m (ref 19), y una relación de Poisson igual a 0.49.

Para representar terreno firme se consideró un valor de V_s igual a 600 m/s, el cual corresponde a un valor de t_b igual a 0.05 s; además, se supuso un

peso volumétrico igual a 1.5 ton/m^3 y una relación de Poisson igual a 0.35.

Por otro lado, se calcularon excentricidades en estructuras con valores de T_x comprendidos entre 0.5 y 5.0 s, considerando que en edificios de interés práctico similares a los de dos niveles, el periodo fundamental corresponde aproximadamente al primer valor citado. Asimismo, para el análisis se utilizaron estructuras con relaciones a/b iguales a 0.5 y 0.0; la primera relación representa un valor bastante común en el diseño y construcción de edificios, mientras que la relación nula representa un valor teórico utilizado sólo para fines de cálculo. En realidad es más razonable pensar en un valor práctico de a/b igual a 0.3, en lugar del caso de estructuras ideales con relación de aspecto nula.

Otro de los factores que influyen en forma determinante en el cálculo de excentricidades, es la dirección de propagación de las ondas de cortante con que fueron generados los espectros de respuesta. Así, de las figs 43 a 46 se observa que los resultados obtenidos a partir de espectros generados por ondas de corte propagándose en dirección Y son mayores a los obtenidos en dirección X. En este caso se advierte un efecto mayor en dirección Y para el cálculo de excentricidades que en dirección X. Sin embargo, es necesario aclarar que este efecto se manifiesta exclusivamente en los resultados obtenidos en estructuras desplantadas en terreno compresible y suelos de mediana consistencia.

4.4.3 Análisis de excentricidades accidentales

De las figs 43 a 46, se observa lo siguiente; los valores de excentricidad obtenidos en estructuras con relaciones a/b iguales a 0.5 y 0.3, y valores de t_b iguales a 0.789, 0.20 y 0.12 s definen gráficas que resultan paralelas entre sí. Además, en todos los casos se observa que los valores de e_y/b para t_b igual a 0.789 s quedan arriba de la recta horizontal ($e_y/b = 0.1$) que marca la disposición del Reglamento del Distrito Federal (ref 1).

Los valores de excentricidad obtenidos en estructuras desplantadas en terreno firme para t_b igual a 0.05 s, se localizan abajo de dicha recta, observándose que en promedio, el valor máximo de e_y/b registrado resulta igual a 0.07. En este caso, la norma actual sobrestima el diseño en un 30 por ciento al proponer una excentricidad accidental de 0.10.

Por otro lado, las excentricidades calculadas en estructuras con relaciones a/b iguales a 0.5 y 0.3, a partir de espectros generados por ondas transversales propagándose en dirección Y (figs 44 y 46) son mayores a las calculadas en dirección X (figs 43 y 45), para valores de t_b iguales a 0.789, 0.20 y 0.12 s, respectivamente. Se advierte un incremento de 50 por ciento en los resultados obtenidos en estructuras con relación a/b igual a 0.5 (fig 44) mientras que las excentricidades en estructuras con relación a/b igual a 0.3 (fig 46) se incrementan un 40 por ciento. Además, las excentricidades obtenidas en estructuras con relación a/b igual a 0.5, a partir de ondas transversales propagándose en dirección X y Y (figs 43 y 44), resultan un 35 por ciento mayores a las obtenidas en estructuras con a/b igual a 0.3 en las mismas direcciones (figs 45 y 46), para todos los valores de t_b estudiados.

4.4.4 Excentricidades para fines de diseño

En la tabla 3 se muestran valores de excentricidad obtenidos de las gráficas que se presentan en las figs 43 a 46. Dichos valores podrían servir de base para modificar la disposición reglamentaria actual. Sin embargo, los valores de e_y/b mencionados corresponden sólo a cinco valores de T_x , como se puede ver en dicha tabla; para valores de periodos fundamentales diferentes a los ahí presentados, los valores de excentricidad correspondientes se pueden obtener directamente de las gráficas mostradas en las figs 43 a 46.

Por otra parte, se advierte que los valores de excentricidad para t_b igual a 0.789 s son muy grandes en estructuras con valores de T_x iguales a 0.5, 1.0, 3.0 y 5.0 s, principalmente en los resultados obtenidos en dirección

Y. En este caso, el diseño de estructuras con base en los resultados mencionados podría resultar antieconómico.

Es necesario aclarar que las excentricidades obtenidas se atribuyen exclusivamente a rotaciones del terreno. Sin embargo, los valores propuestos en la tabla 3 podrían disminuir al incluir el efecto de interacción suelo-estructura; por efecto de este fenómeno las frecuencias naturales de torsión y de traslación del sistema disminuyen con respecto a las que se obtienen sin considerar esta influencia. En consecuencia, se incrementan los períodos naturales, de tal modo que al introducirse estos valores en los espectros de torsión y de traslación, se obtienen ordenadas espectrales que son distintas a las que se tendrían si no se considera la interacción; dichas diferencias dependen de la forma de los espectros que se utilicen en el cálculo de las excentricidades.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las principales conclusiones de este trabajo son:

1. La rigidez al cortante del terreno influye notablemente en la obtención de los valores de e_y ; a medida que aumenta el valor de V_s la excentricidad accidental disminuye.
2. Las excentricidades obtenidas en estructuras desplantadas en terreno compresible para un valor de t_b igual a 0.789 s, resultan mayores a los valores obtenidos para t_b igual a 0.20, 0.12 y 0.05 s, respectivamente. Asimismo, son mayores que el valor especificado por la disposición reglamentaria en vigor. En cambio, los valores obtenidos en estructuras desplantadas en terreno firme para t_b igual a 0.05 s son congruentes con dicha disposición.
3. Los valores de excentricidad obtenidos en estructuras con relación a/b igual a 0.5 (estructuras de forma rectangular), resultan en promedio un 35 por ciento mayores a los obtenidos en estructuras alargadas con relación a/b igual a 0.3.

4. Las excentricidades calculadas en estructuras con relaciones a/b iguales a 0.5 y 0.3, a partir de espectros generados por ondas transversales que se propagan en dirección Y y valores de t_b iguales a 0.789, 0.20 y 0.12 s, resultan mayores a las obtenidas en dirección X . En el caso de estructuras con relación a/b igual a 0.5 los resultados se incrementan un 50 por ciento, mientras que en estructuras con relación a/b igual a 0.3, el incremento de excentricidad es de un 40 por ciento.

De acuerdo con lo expresado en la sección 4.4.4, se indican algunas recomendaciones preliminares que podrían ser de utilidad en el diseño sísmico de estructuras con relación de aspecto comprendida entre 0.5 y 0.3:

1. Para estructuras que se quieren desplantar en suelos con V_s igual a 150 m/s se podría tomar un valor de excentricidad e_y/b igual a 0.20.
2. Para estructuras que se vayan a cimentar en suelos con V_s igual a 250 m/s la excentricidad e_y/b podría ser igual a 0.13.
3. Cuando se quiera construir estructuras desplantadas en terreno firme con V_s igual a 600 m/s sería razonable utilizar en ambos casos un valor de e_y/b igual a 0.08.

De acuerdo con lo expresado en párrafos anteriores, para futuros trabajos de investigación referentes al problema de torsión, se recomienda llevar a cabo lo siguiente:

1. Disponer de más registros sísmicos y generar otros espectros de torsión. Además, se recomienda determinar la excentricidad accidental en estructuras de planta rectangular con relaciones diferentes a las que aquí se utilizaron, y en edificios de planta irregular.
2. Determinar valores de V_s en sitios que representen las zonas especificadas por el Reglamento del Distrito Federal. Para ello se deberán hacer pruebas de prospección sísmica, como las efectuadas hace varios años en Vaso de Texcoco y en la subcuenca Xochimilco-Tláhuac.

3. Seguir generando espectros de respuesta a torsión en la misma forma como se calcularon los espectros de este trabajo, con objeto de incluir registros de futuros temblores. Así, con los espectros existentes y los que se generen en el futuro, se podrán obtener espectros de diseño para suelo compresible y terreno firme. Igualmente, se deberán obtener espectros de diseño para la zona considerada como intermedia en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.
4. Calcular espectros de respuesta a torsión y a traslación correspondientes a distintas zonas sísmicas del país, a fin de que, con base en aquéllos, se generen espectros para el diseño sísmico de estructuras.
5. Diseñar estructuras de tipo habitacional utilizando la disposición reglamentaria actual y cualquiera de las recomendaciones indicadas en este trabajo, principalmente las referentes a suelos de mediana consistencia. Esto permitirá comparar los elementos mecánicos obtenidos con ambos diseños, y evaluar el incremento de resultados en estructuras diseñadas con las recomendaciones de este trabajo.

6. RECONOCIMIENTO

El autor agradece las facilidades otorgadas por el Instituto de Ingeniería, UNAM para el desarrollo de este trabajo (como parte del proyecto 3703).

También agradece al M. en I. Belzay Martínez R. la alentadora dirección de esta tesis. Al Dr. Enrique Bazán Z., su orientación y apoyo. A los Drs. Luis Esteva M. y Francisco J. Sánchez-Sesma, al M. en C. Nefthalí Rodríguez C., de dicho Instituto, y al M. en C. Enrique del Valle C., de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, sus valiosos comentarios y sugerencias.

Además, agradece la colaboración del Ing. Enrique Mena S. y de Juan Jiménez M., y en general a la Coordinación de Sismología e Instrumentación Sísmica, quienes suministraron la información relativa a los acelerogramas utilizados en este estudio, así como las facilidades para el uso del programa para lecturas de estos datos. También agradece la participación del M. en I. Rafael Carmona P., de la Coordinación de Automatización, quien permitió la utilización del programa con que se graficaron los espectros de este trabajo; a Víctor M. Ramírez su participación en la transcripción del texto.

Asimismo, reconoce las facilidades otorgadas por el Programa Universitario de Cómputo, UNAM, para el desarrollo y producción del programa ESTOR, así como en la etapa de graficación de espectros.

7 REFERENCIAS

1. "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", *Diario Oficial*, México, D.F. (dic 1976)
2. N.M. Newmark y E. Rosenblueth, *Fundamentos de Ingeniería Sísmica*, Editorial Diana, México, D.F. (1976)
3. "Manual de diseño por sismo, según el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 602, México, D.F. (jul 1977)
4. W.K. Tso y T.I. Hsu, "Torsional spectrum for earthquake motions". *Earthq. Engng. and Structural Dynamics*, Vol 6, pp 375-382 (1978)
5. N.M. Newmark, "Torsion in symmetrical buildings", *Proc. IV WCEE*, Vol 2, pp A3 19-32, Santiago de Chile (1969)
6. G.W. Housner y H. Outine, "The effect of torsional oscillations on earthquake stress". *Bulletin Seismological Society of America*, Vol 48, pp 221-229 (jul 1958)

7. J.I. Bustamante y E. Rosenblueth, "Building code provision on torsional oscillations". *Proc. II WCEE*, Vol II, pp 879-893, Tokio (1960)
8. E. Rosenblueth y L. Esteva, "Folleto complementario: diseño sísmico de edificios, proyecto de Reglamento de Construcciones en el Distrito Federal". *Ediciones Ingeniería*, D.F. (feb 1962)
9. J. Elorduy y E. Rosenblueth, "Torsiones sísmicas en edificios de un piso". *Memorias, II Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Vol 3, Veracruz (1968)
10. "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal". *Diario Oficial*, México, D.F. (feb 1966)
11. O.A. Rascón y A. Villarreal, "Estudio estadístico de los criterios para estimar la respuesta sísmica de sistemas lineales con dos grados de libertad". *Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM*, No. 323, México, D.F. (oct 1973)
12. R. Cardona y L. Esteva, "Static analysis of asymmetric multistory structures". *Proc. VI WCEE*, Vol 2, pp 1211-1216, Nueva Delhi (1977)
13. T. Koh, H. Takase y T. Tsugawa, "Torsional problems in design of highrise buildings". *Proc. IV WCEE*, Vol 2, pp M4 71-87, Santiago de Chile (1969)
14. J. Sakurai, "Vibrational Characteristics and earthquake response of the symmetric multistory buildings". *Proc. VII WCEE*, Vol 5, pp 383-390, Estambul (1980)
15. C.L. Kan y A.K. Chopra, "Coupled lateral torsional response of buildings to ground shaking". *Earthquake Engineering Research Center, Informe No. EERC 76-13*, Berkeley, California (may 1976)

16. B. Martínez, "Torsión sísmica en edificios". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, al Departamento del Distrito Federal, México, D.F. (nov 1982)
17. L. Esteva, "Regionalización sísmica de México para fines de Ingeniería". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, No. 246, México, D.F. (1970)
18. O.A. Rascón y C. Muñoz, "Recomendaciones para el diseño sísmico de tuberías enterradas con juntas lock-joint y continuas". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, al Departamento del Distrito Federal, México, D.F. (abr 1982)
19. B. Martínez, J.L. León, O.A. Rascón y A. Villarreal, "Determinación de las propiedades dinámicas de la arcilla en el Vaso de Texcoco". Informe No. 338, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F. (abr 1974)
20. Reglamento de construcciones de SOP, título: Requisitos estructurales; cap.10, "Análisis sísmico", SAHOP (1976)
21. E. Mena y D. Muriá, "Catálogo de resultados del procesamiento de acelerogramas del sismo del 29 de noviembre de 1978 en el estado de Oaxaca". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F. (abr 1982)
22. D. Muriá, E. Mena y J. Jiménez, "Catálogo de resultados del procesamiento de acelerogramas del sismo del 14 de marzo de 1979". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F. (abr 1982)
23. J. Prince, "Datos básicos del sismo del 24 de octubre de 1980 cerca de Huajuapán de León, Oaxaca". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F. (nov 1980)
24. E. Volterra y J. H. Gaines, *Advanced Strength of Materials*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J. (1971)

Tabla 1. Datos de temblores registrados en el Valle de México en el periodo 1961-1980 (ref 18).

Sitio de registro	Fecha	Componente	A máx cm/s ²	V máx cm/s	D máx cm	M ¹	I	Tipo de Suelo
Alameda	08-VI-1961 (1971)	*N75°16'W	17.37	3.0936	6.1099	5.4	III-IV	Alfondo
Alameda	08-VI-1961 (1971)	N75°14'E	20.559	3.9919	4.2618	5.4	III-IV	Alfondo
Alameda	15-V-1961 (1971)	N50°14'W	47.378	17.461	14.337	6.7	VI-VII	Alfondo
Alameda	15-V-1961 (1971)	N39°14'E	41.071	18.491	11.208	6.7	VI-VII	Alfondo
Alameda	09-V-1961 (1970)	N10°04'W	39.648	9.3781	9.1854	6.5	VI	Alfondo
Alameda	16-V-1961 (1971)	N75°14'E	19.326	10.9	9.4155	6.5	VI	Alfondo
Alameda	20-VI-1961 (1971)	N50°04'W	6.9768	1.4787	2.4482	5.5	IV	Alfondo
Alameda	20-VI-1961 (1971)	N75°14'E	5.19	1.0701	1.3942	5.5	IV	Alfondo
Luz E. González	6-VII-1964 (1970)	N°	9.124	1.8528	1.897	6.7	VI	Alfondo
Luz E. González	6-VII-1964 (1970)	E°	18.108	3.361	3.4262	6.7	VI	Alfondo
Pedro Edif. Alzate	6-VIII-1964 (1970)	N°	36.823	10.270	6.3276	6.7	VI	Alfondo
Pedro Edif. Alzate	6-VIII-1964 (1970)	E°	42.071	13.108	9.7351	6.7	VI	Alfondo
Ciudad Edif. Juárez	6-VII-1964 (1970)	E°	46.547	14.406	10.91	6.7	VI	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	6-VII-1964 (1970)	E°	24.95	6.2248	3.168	6.7	VI	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	6-VII-1964 (1970)	E°	18.307	5.491	2.1652	6.7	VI	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	23-VIII-1965 (1975)	N°	11.162	6.312	11.108	6.8	VI	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	23-VIII-1965 (1975)	E°	9.2761	4.6113	6.5244	6.8	VI	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	9-III-1967 (1971)	N°	6.9029	1.6465	3.1657	6.8	VI	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	1-VII-1968 (1970)	N°	12.18	11.51	19.787	5.8	V	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	1-VII-1968 (1970)	E°	14.859	4.8137	5.9516	5.8	V	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	2-VII-1968 (1970)	N°	15.254	8.8951	16.267	6.5	VI-VII	Alfondo
Ciudad Edif. Atlapalca	2-VII-1968 (1970)	E°	20.4	10.576	19.632	6.5	VI-VII	Alfondo
Pedro Edif. Alzate	2-VIII-1968 (1971)	E°	44.078	14.923	19.948	6.5	V-VI	Alfondo
CS. Universitaria	6-VIII-1964 (1970)	N°	20.451	4.8867	10.186	6.7	VI	Duro
CS. Universitaria	6-VIII-1964 (1970)	E°	14.629	2.8549	2.1707	6.7	VI	Duro
CS. Universitaria	23-VIII-1964 (1975)	N°	6.043	1.489	1.1902	6.9	VI	Duro
CS. Universitaria	23-VIII-1964 (1975)	E°	7.3873	1.9479	2.4897	6.9	VI	Duro
CS. Universitaria	2-VIII-1964 (1975)	N°	14.278	3.9725	3.9188	6.5	V-VI	Duro
CS. Universitaria	2-VIII-1964 (1975)	E°	11.402	4.5472	6.108	6.5	V-VI	Duro
CS. Universitaria A	29-IV-1974 (1970)	N00E	17.364	5.750	3.89	6.5	V	Duro
CS. Universitaria A	29-IV-1974 (1970)	E090	18.01	6.856	4.204	6.5	V	Duro
CS. Universitaria W	29-IV-1974 (1970)	N00E	2.239	0.397	0.58	5.2	IV	Duro
CS. Universitaria W	29-IV-1974 (1970)	E090	1.8797	0.428	0.59	5.2	IV	Duro
CS. Universitaria C	22-IV-1978 (1970)	N00E	4.889	0.879	0.778	5.7	IV-V	Duro
CS. Universitaria C	29-IV-1978 (1970)	N00E	4.073	0.837	0.709	5.7	IV-V	Duro
Hospital ABC A	29-IV-1978 (1970)	N00E	4.489	1.315	0.864	6.5	V	Duro
Hospital ABC A	29-IV-1978 (1970)	E090	4.073	1.013	0.528	6.5	V	Duro
Hospital ABC A	29-IV-1978 (1970)	N00E	3.244	0.859	0.509	6.7	VI	Duro
Chalchicomula	14-III-1978 (1970)	N00E	11.862	3.184	2.107	6.37	VI-VII	Duro
Chalchicomula	14-III-1978 (1970)	E090	22.433	3.127	4.122	6.37	VI-VII	Duro
Alameda Atlapalca	14-III-1978 (1970)	N00E	10.331	3.209	6.809	6.37	VI-VII	Duro
Alameda Atlapalca	14-III-1978 (1970)	E090	17.079	4.451	3.375	6.37	VI-VII	Duro
Centro Lega A-B	14-III-1978 (1970)	N00E	45.223	12.88	2.625	6.37	VI-VII	Duro
Centro Lega A-B	14-III-1978 (1970)	E090	48.198	18.014	6.99	6.37	VI-VII	Duro
Luz E. González	14-III-1978 (1970)	N00E	38.448	10.286	6.215	6.37	VI-VII	Duro
Luz E. González	14-III-1978 (1970)	E090	33.25	9.499	3.69	6.37	VI-VII	Duro
Boa Tecuaco	14-III-1978 (1970)	N00E	54.884	13.294	4.531	6.37	VI-VII	Duro
Boa Tecuaco	14-III-1978 (1970)	E090	55.874	15.288	5.5	6.37	VI-VII	Duro
Alameda Atlapalca	14-III-1978 (1970)	N00E	45.565	14.188	4.195	6.37	VI-VII	Duro
Alameda Atlapalca	14-III-1978 (1970)	E090	33.166	11.280	4.401	6.37	VI-VII	Duro
SNAPP	14-III-1978 (1970)	N00E	31.458	1.407	2.626	6.37	VI-VII	Duro
SNAPP	14-III-1978 (1970)	E090	36.145	4.38	3.927	6.37	VI-VII	Duro
CS. Universitaria	14-III-1978 (1970)	N°	14.542	3.957	1.518	6.37	VI-VII	Duro
CS. Universitaria	14-III-1978 (1970)	E°	12.878	2.611	1.552	6.37	VI-VII	Duro
Hospital ABC	14-III-1978 (1970)	N00E	9.265	1.827	1.034	6.37	VI-VII	Duro
Hospital ABC	14-III-1978 (1970)	E090	13.021	2.983	1.741	6.37	VI-VII	Duro
CS. Universitaria	22-VI-1978 (1970)	N°	3.105	1.178	0.758	6.1	IV	Duro
CS. Universitaria	22-VI-1978 (1970)	E°	2.423	0.982	0.477	6.1	IV	Duro
SNAPP	22-VI-1978 (1970)	N00E	6.486	2.284	1.884	6.1	IV	Duro
M. Alzate A y B	29-IV-1978 (1970)	N00E	24.571			6.5	V	Duro
Pedro Edif. Alzate	29-IV-1978 (1970)	E090	11.0			6.5	IV-V	Duro
Luz E. González	3-III-1963 (1959)	N100E	12.26			6.8	V	Duro
Luz E. González	29-IV-1978 (1970)	N00E	16.0			6.3	VI-V	Duro
Luz E. González	29-VIII-1973 (1975)	E090	20.0			6.8	V	Duro
Alameda Atlapalca	14-VII-1978 (1970)	E°	35.0			3.5	V	Duro
Alameda Atlapalca	14-VII-1978 (1970)	N00E	12.18			6.5	V	Duro
Alameda Atlapalca	24-IV-1963 (1970)	N°	45.0			6.5	VII	Duro
Alameda Atlapalca	3-VII-1968 (1970)	N00E	13.13			5.8	V	Duro
Alameda Atlapalca	3-VI-1974 (1970)	N00E	35.0			6.3	IV-V	Duro
Boa Tecuaco	22-IV-1978 (1970)	N00E	12.18			6.3	IV-V	Duro
Centro Lega A-B	19-IV-1978 (1970)	N00E	41.56			6.5	IV-V	Duro
Centro Lega A-B	22-IV-1978 (1970)	N00E	15.0			6.3	IV	Duro
Boa de los Reyes	1-III-1974 (1970)	N00E	6.0			6.2	IV-V	Duro
CS. Universitaria	2-III-1964 (1960)	N00E	6.0			6.2	IV-V	Duro
CS. Universitaria	12-VII-1978 (1970)	N°	68.0			3.5	V	Duro
CS. Universitaria	1-III-1974	N00E	5.0			6.2	IV-V	Duro
CS. Universitaria	2-VII-1974 (1970)	N00E	18.0			6.2	IV-V	Duro
Chalchicomula	29-IV-1978 (1970)	N00E	15.0			6.1	IV	Duro
Chalchicomula	29-IV-1978 (1970)	E°	16.0			6.3	VII	Duro

* Distancia epicentral en Km

Tabla 2. Información sísmica de los temblores empleados en este trabajo

Datos de los temblores registrados (refs 21 a 23)							Datos del terreno	
Estación y Fecha de registro	Magnitud*	Profundidad (Km)	Componente	Distancia Epicentral (Km)	Angulo Epicentral 0°	Duración (s)	V_s^* (m/s)	Densidad (ton-s ²)/m ³
Edificio M. Hidalgo Tlatelolco 29 - XI - 1978	7.7 M_s	22	N 90 W	466.4	56.5°	83	38	0.121
Instituto de Ingeniería Ciudad Universitaria 29 - XI - 1978			N 90 W	457.9	51.2°	80	600	0.153
Edificio Atizapán, sótano Tlatelolco 14 - III - 1979	7.6 M_s	30	N 90 W	391.4	140.8°	65	38	0.121
Instituto de Ingeniería Ciudad Universitaria 14 - III - 1979			N 90 W	379.7	141.9°	80	600	0.153
Edificio Atizapán, sótano Tlatelolco 24 - X - 1980	6.5 M_b	33	N 90 W	188.0	57.9°	66	38	0.121
Instituto de Ingeniería Ciudad Universitaria 24 - X - 1980			N 90 W	178.0	54.3°	30	600	0.153

* M_s = Magnitud calculada a partir de ondas de superficie

M_b = Magnitud calculada a partir de ondas de cuerpo

* Datos utilizados en el cálculo de espectros de respuesta a torsión

Tabla 3. Excentricidades accidentales para fines de diseño

Excentricidades accidentales, e_y/b									
Características de la estructura		$V_s = 38 \text{ m/s}$		$V_s = 150 \text{ m/s}$		$V_s = 250 \text{ m/s}$		$V_s = 600 \text{ m/s}$	
		$t_b = 0.789 \text{ s}$		$t_b = 0.20 \text{ s}$		$t_b = 0.12 \text{ s}$		$t_b = 0.05 \text{ s}$	
a/b	T_x (s)	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y	u_x	u_y
0.3	0.5	0.50	0.60	0.13	0.16	0.08	0.094	0.07	0.05
	1.0	0.13	0.54	0.033	0.14	0.02	0.080	0.038	0.02
	2.0	0.088	0.21	0.022	0.054	0.013	0.032	0.019	0.018
	3.0	0.38	0.66	0.096	0.17	0.058	0.10	0.023	0.034
	5.0	0.26	0.23	0.066	0.062	0.04	0.037	0.02	0.017
0.5	0.5	0.80	0.80	0.20	0.20	0.12	0.125	0.072	0.072
	1.0	0.16	0.66	0.04	0.16	0.024	0.10	0.054	0.027
	2.0	0.16	0.44	0.04	0.11	0.024	0.064	0.036	0.023
	3.0	0.50	0.80	0.12	0.20	0.074	0.12	0.034	0.054
	5.0	0.50	0.38	0.12	0.096	0.076	0.058	0.031	0.028

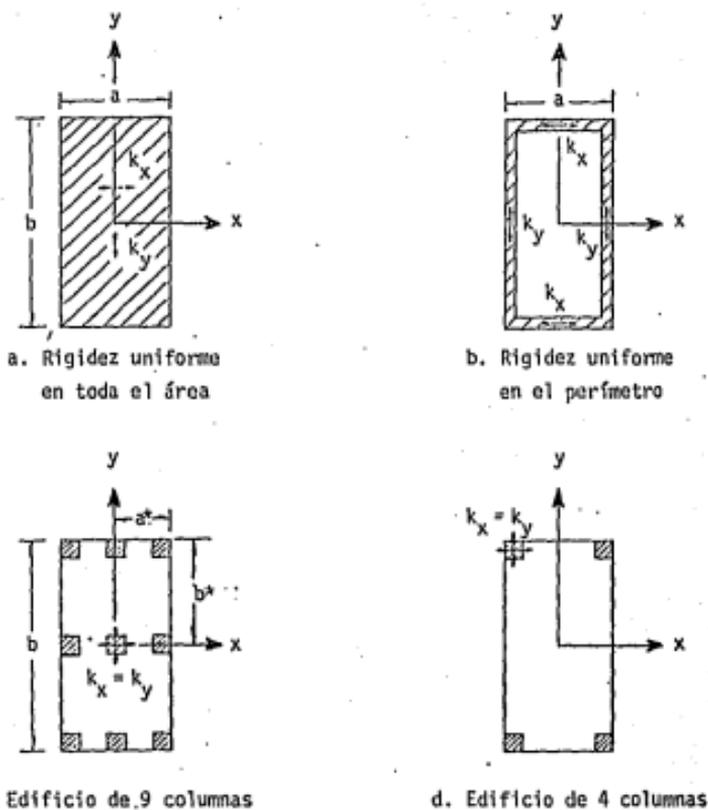


Fig 1. Edificios de un piso con diferente distribución de rigidez lateral (ref 5).

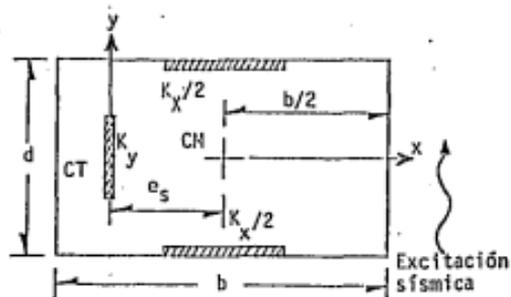


Fig 2. Edificio de un piso con distribución asimétrica de masa y de rigideces (ref 9).

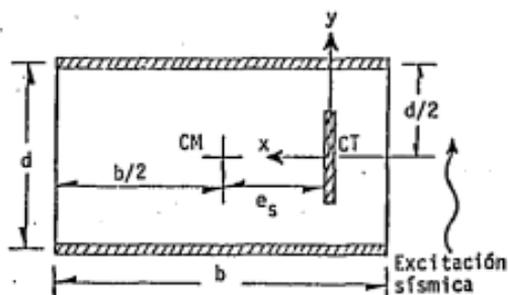


Fig 3. Estructura de un piso sujeta a torsión y fuerza lateral (refs 11 y 12).

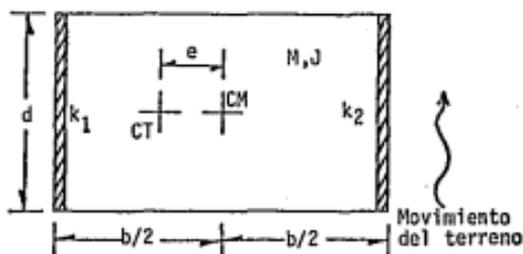


Fig 4. Sistema de un piso con muros de cortante (ref 12).

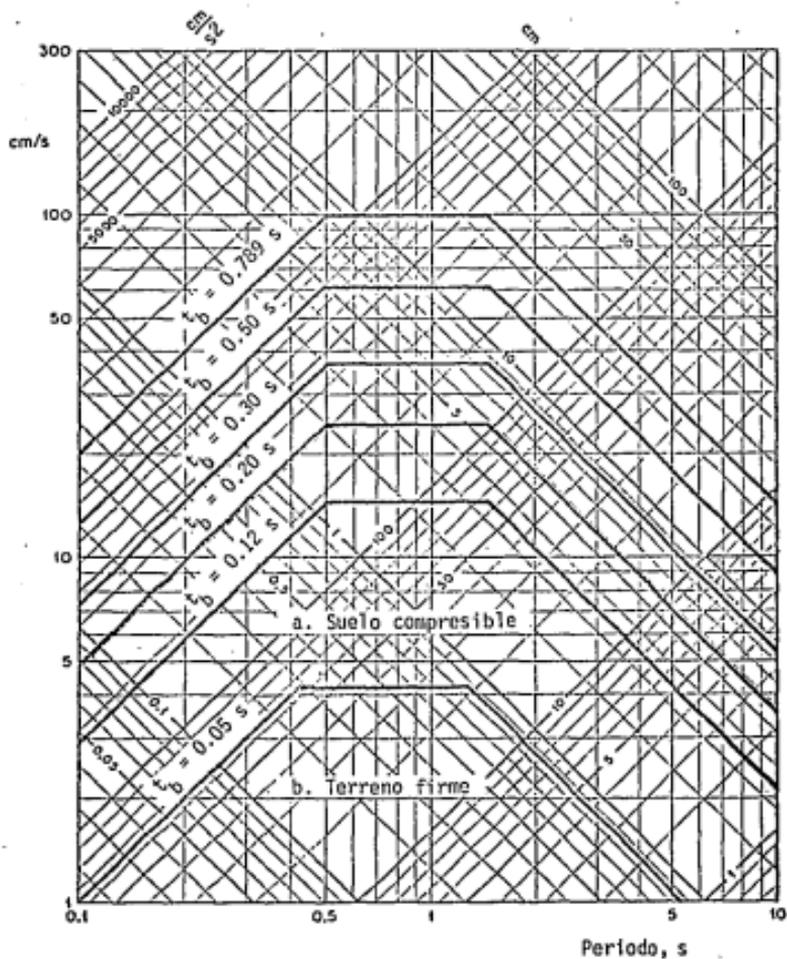


Fig 7. Espectros simplificados para movimiento adicional por torsión y distintos valores de t_b (ref 16).

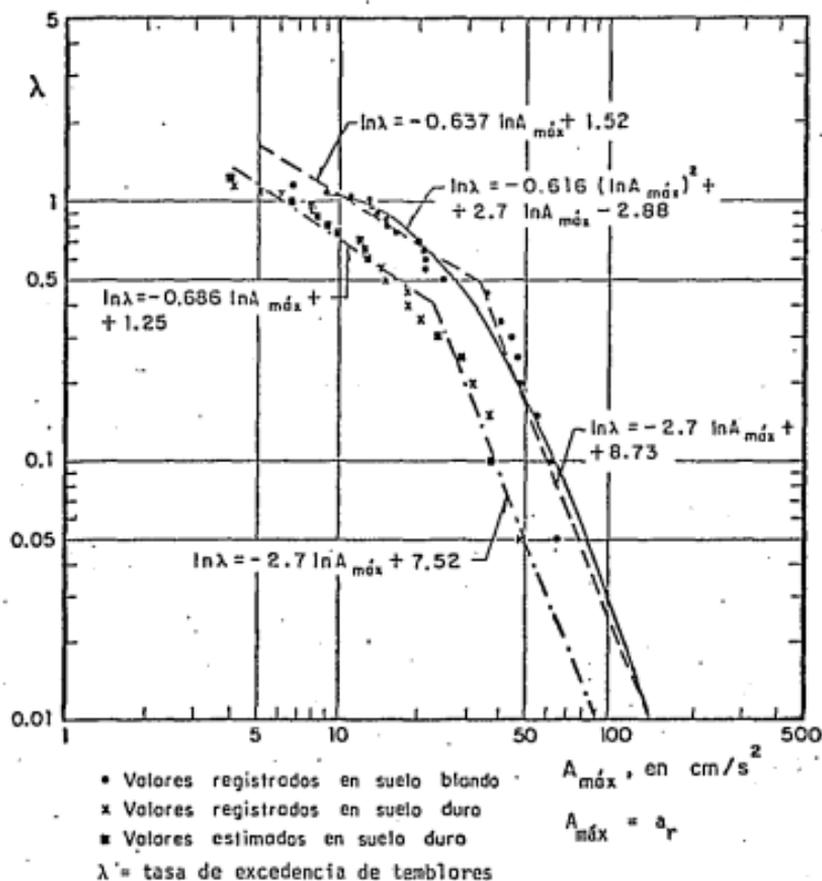


Fig 8. Tasa de excedencia de aceleración máxima en la ciudad de México, para suelo compresible y terreno firme (ref 18).

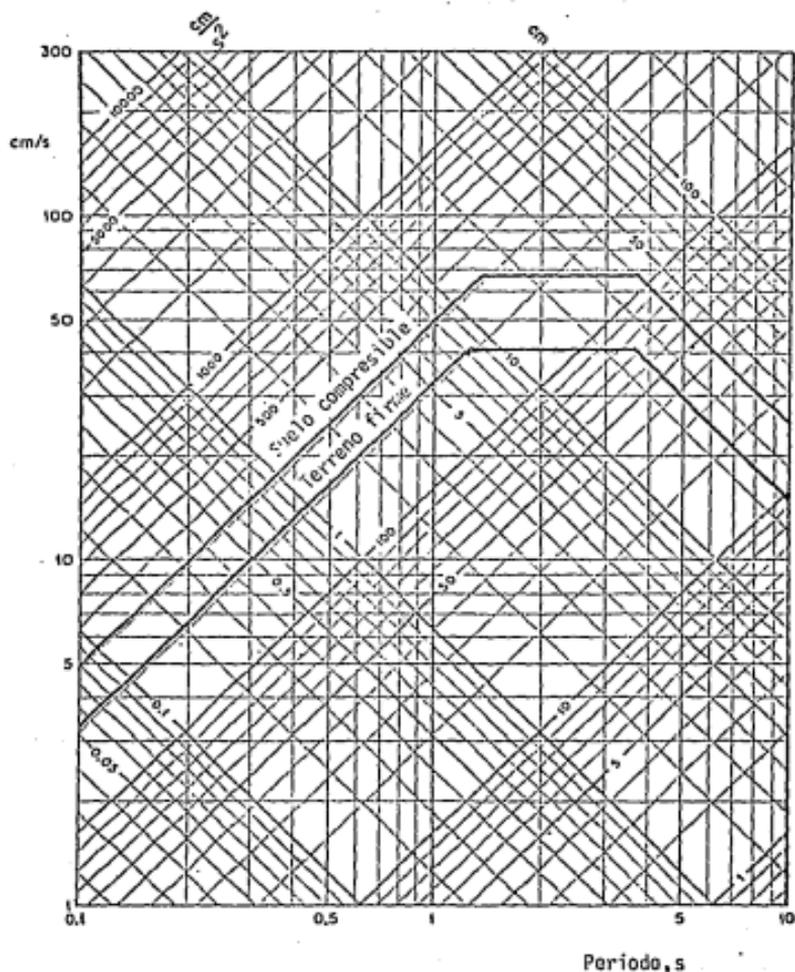


Fig 9. Espectros simplificados para movimiento de traslación en suelo compresible y terreno firme (ref 16).

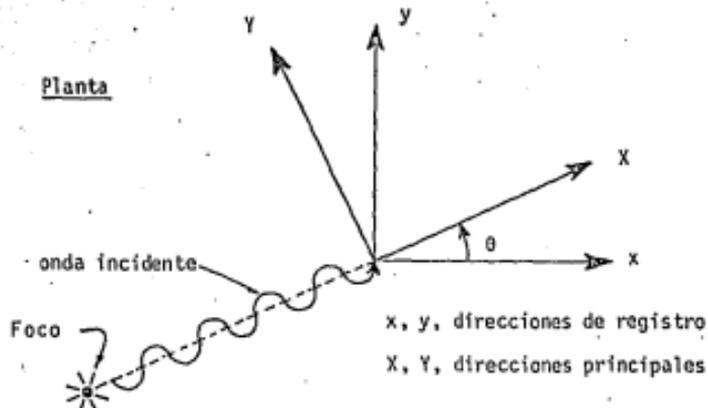


Fig 10. Propagación de una onda S transversal (ref 4).

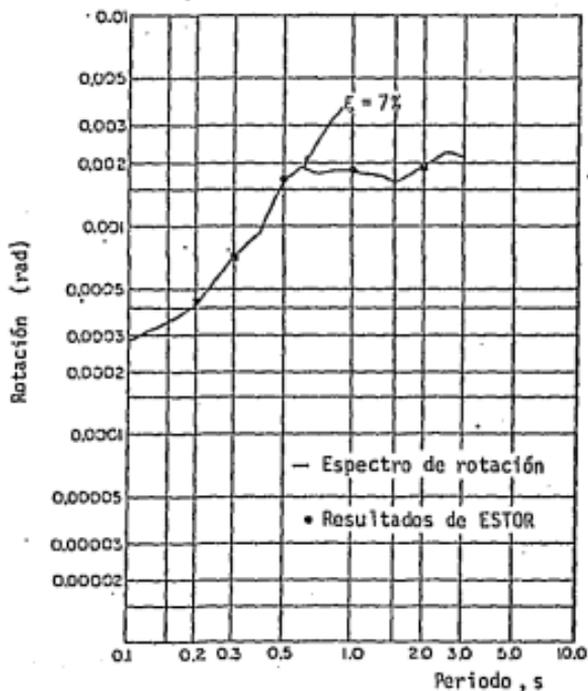


Fig 11: Rotaciones obtenidas con ESTOR y espectro calculado por Tso y Hsu (ref 4).

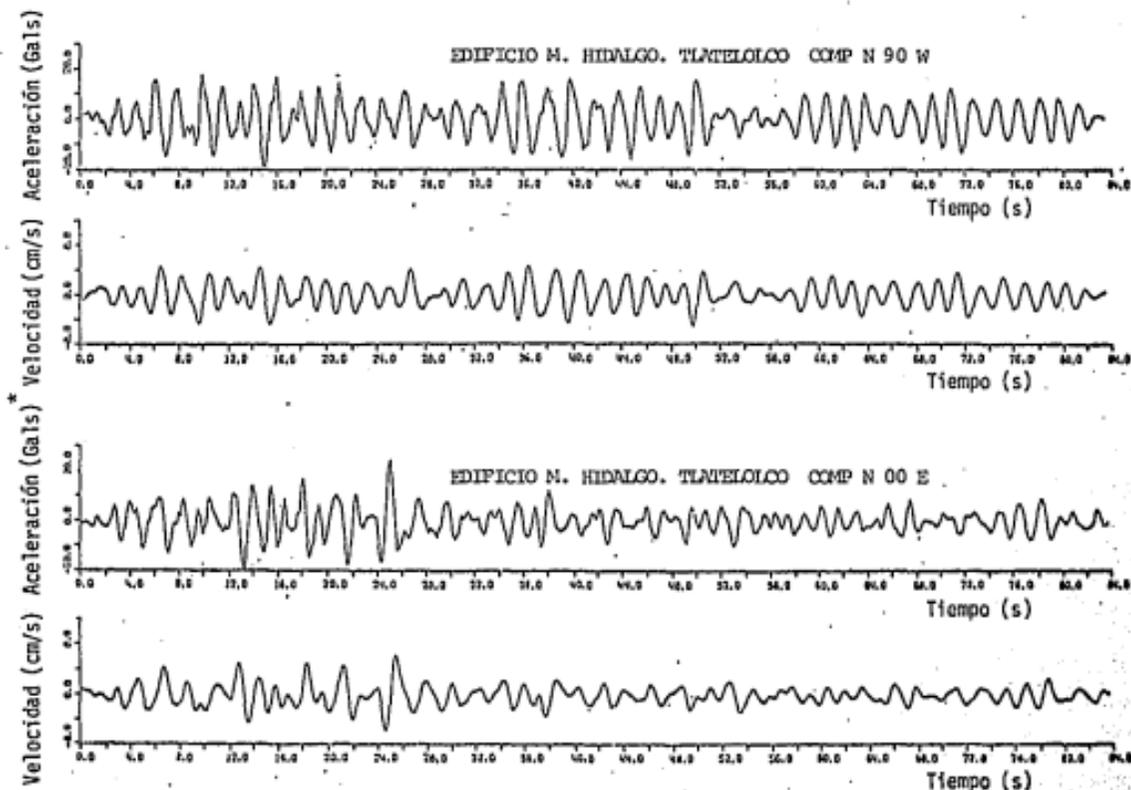


Fig 12. Historias de aceleración y de velocidad del sismo registrado el 29-XI-1978 en suelo compresible (ref 21).

* 1 gal = 1 cm/s²

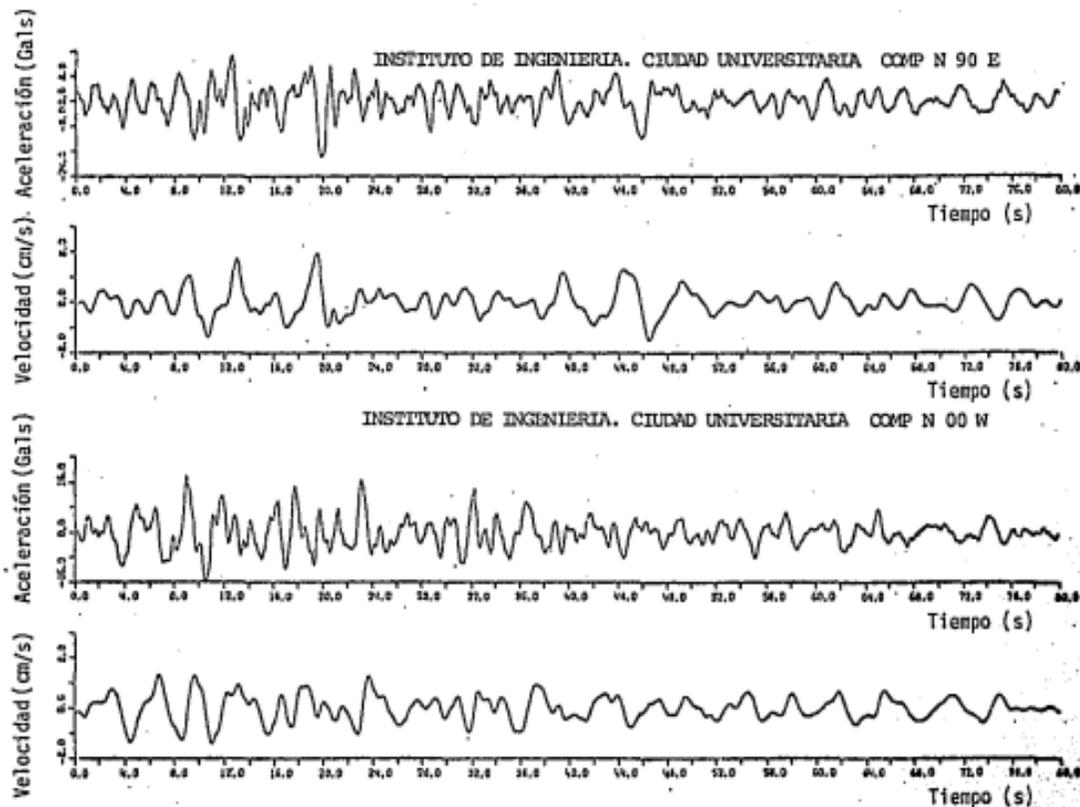


Fig 13. Historias de aceleración y de velocidad del sismo registrado el 29-XI-1978 en terreno firme (ref 21).

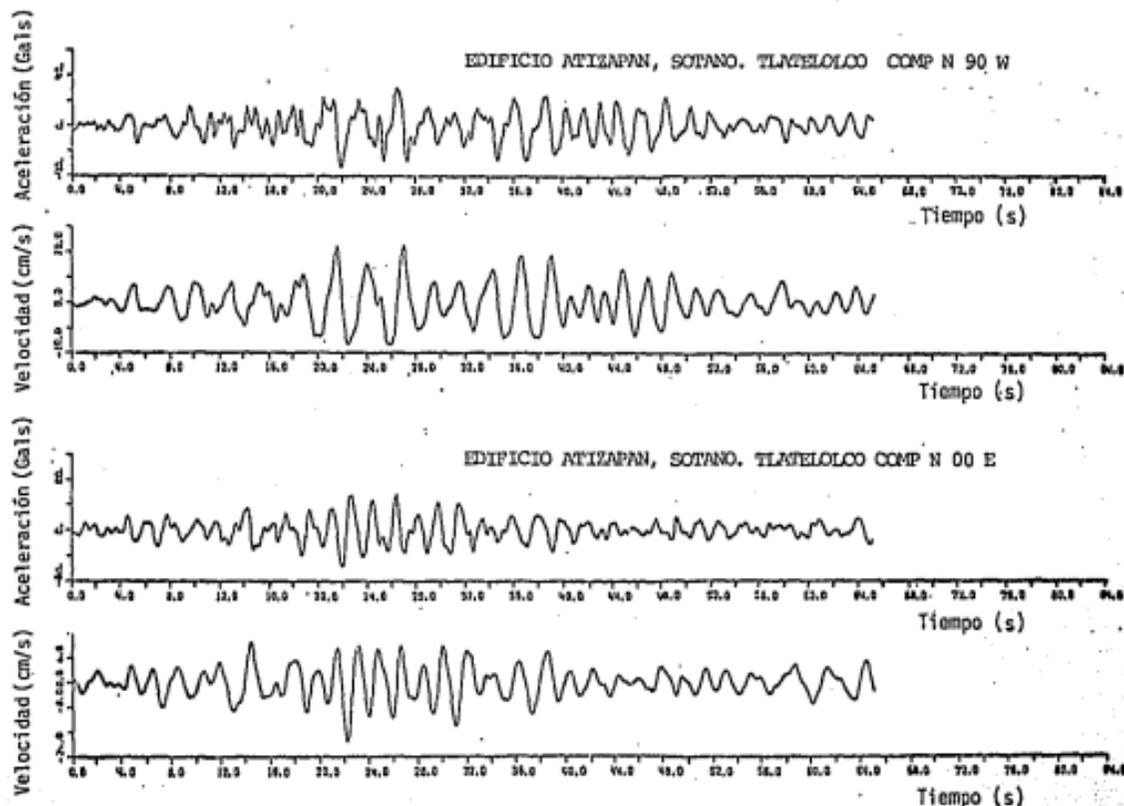


Fig 14. Historias de aceleración y de velocidad del sismo registrado el 14-III-1979 en suelo compresible (ref 22).

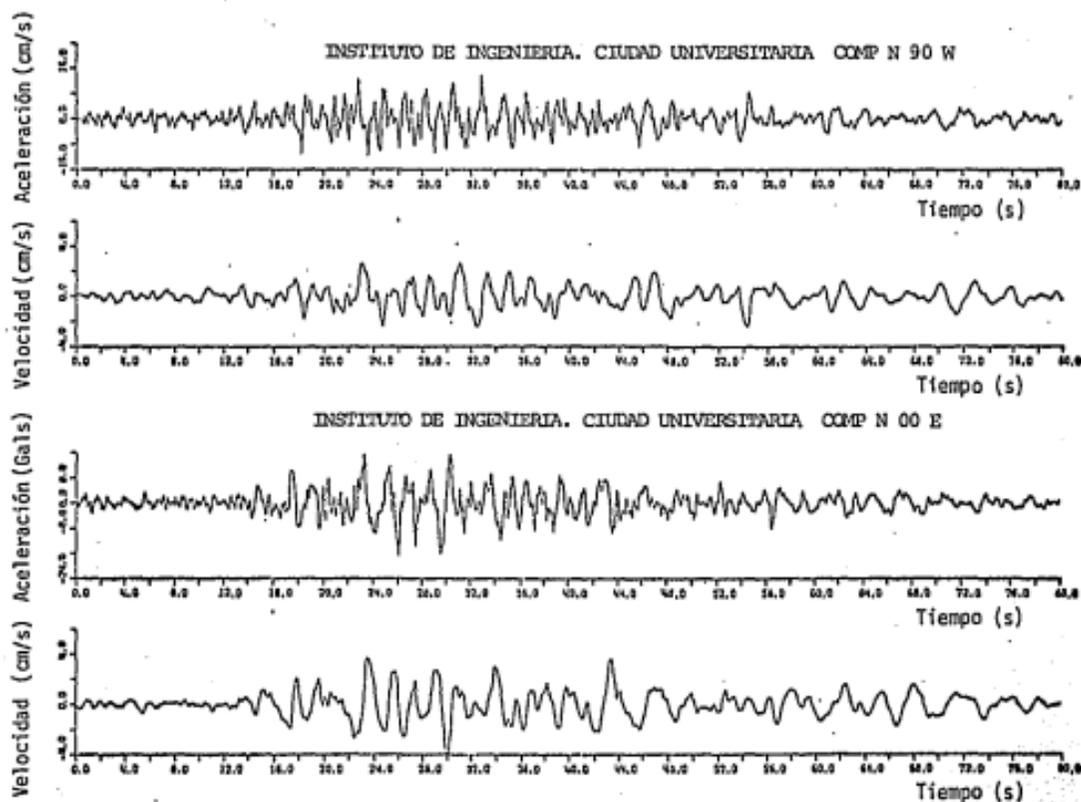


Fig 15. Historias de aceleración y de velocidad del sismo registrado el 14-III-1979 en terreno firme (ref 22).

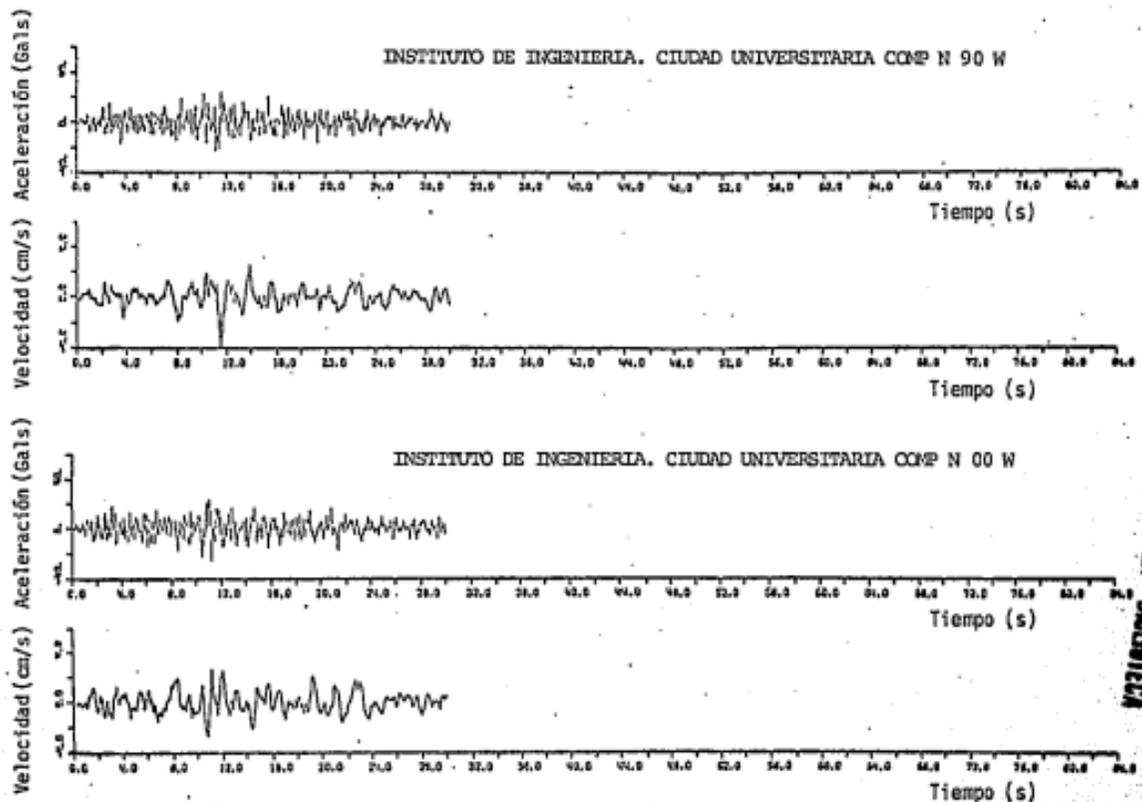


Fig 16. Historias de aceleración y de velocidad del sismo registrado el 24-X-1980 en terreno firme (ref 23).

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

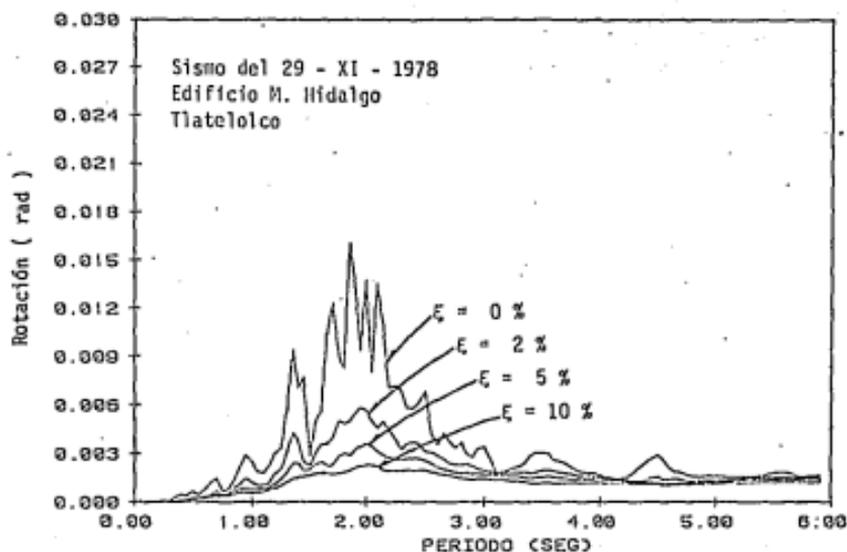


Fig 17. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección X.

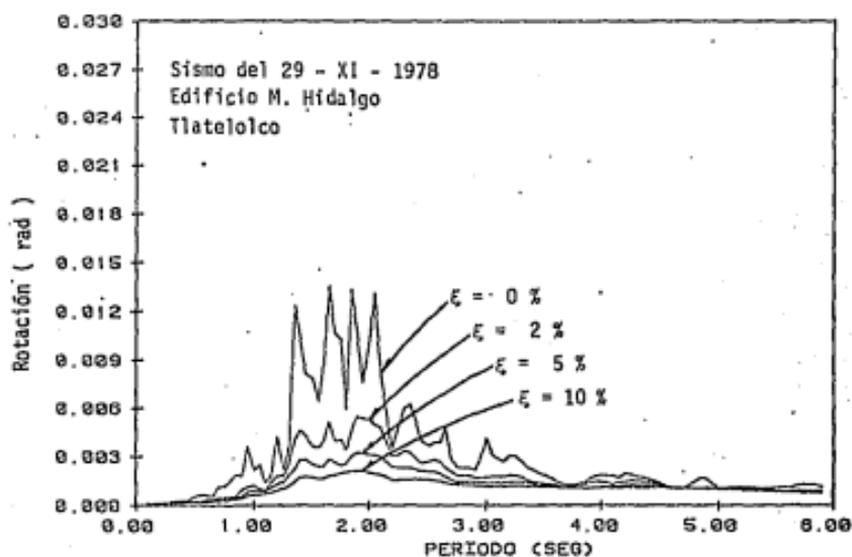


Fig 18. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección Y.

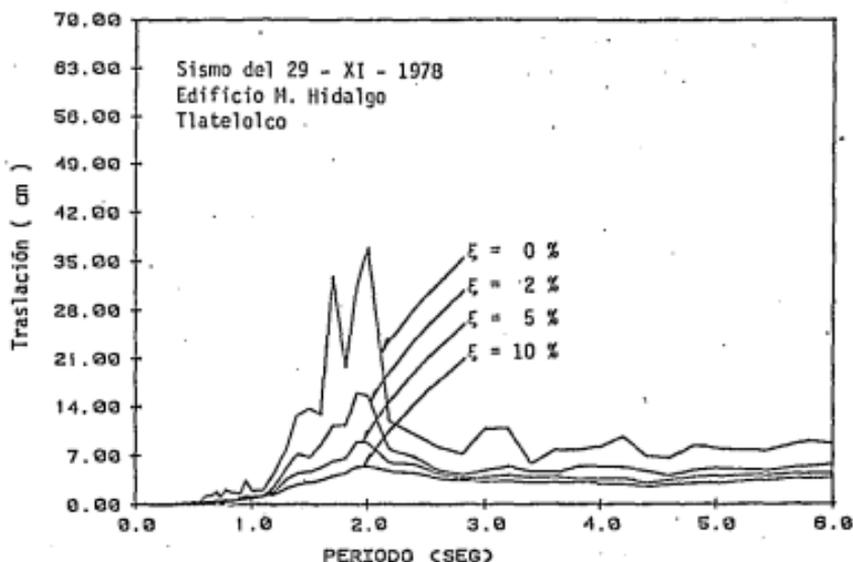


Fig 19. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección x.

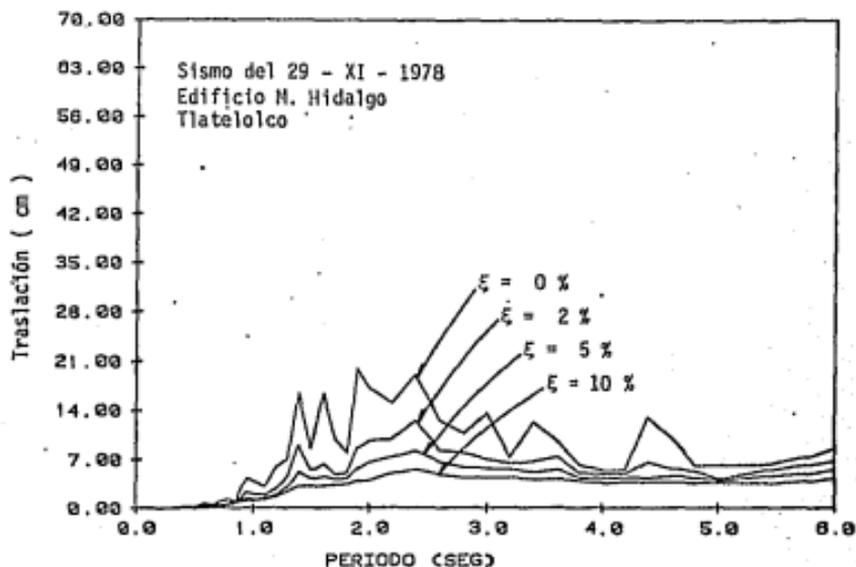


Fig 20. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección y.

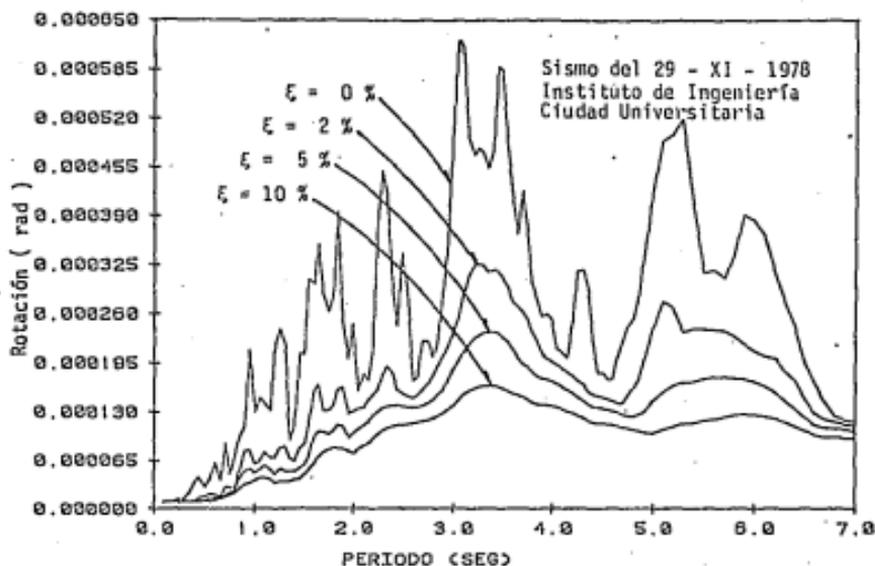


Fig 21. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección X.

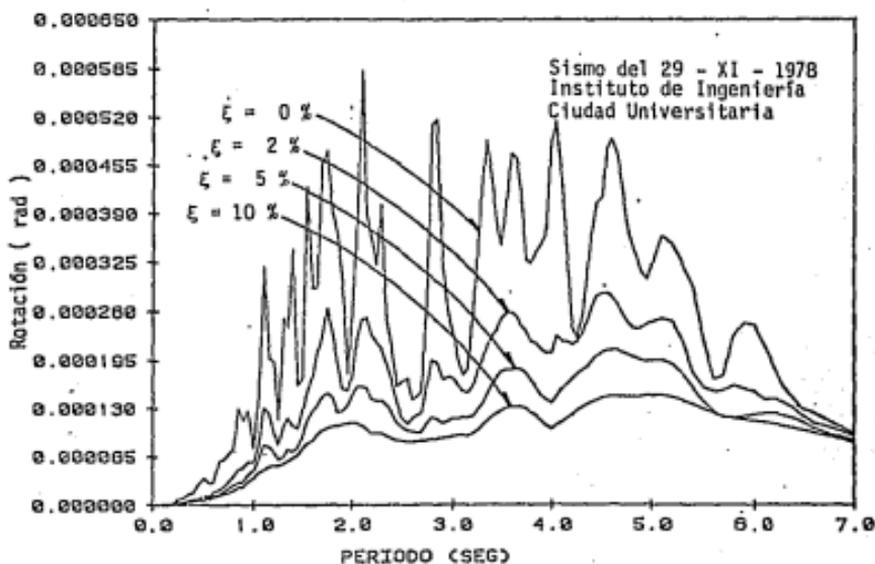


Fig 22. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección Y.

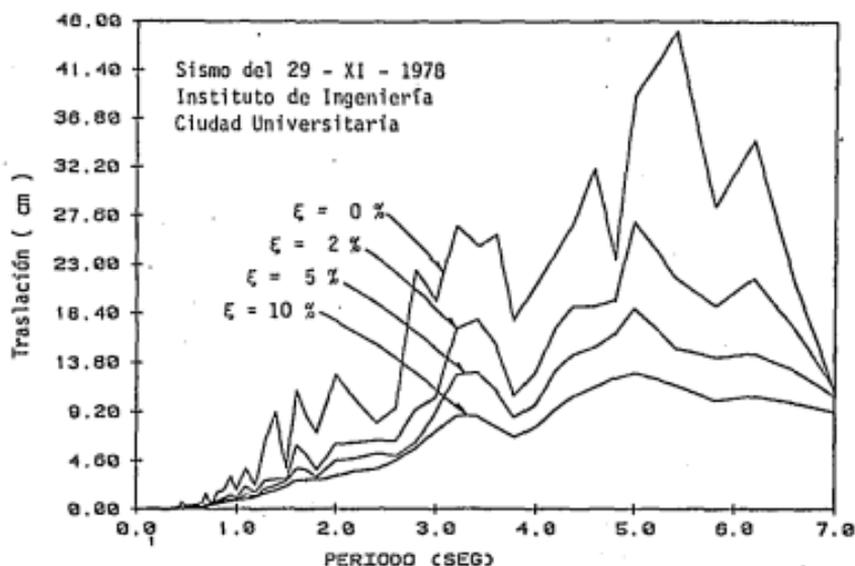


Fig 23. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección x.

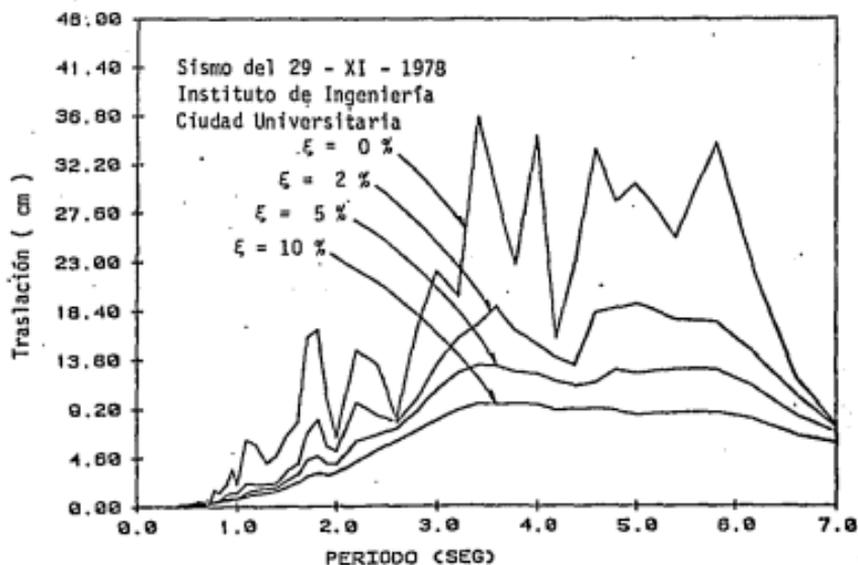


Fig 24. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección y.

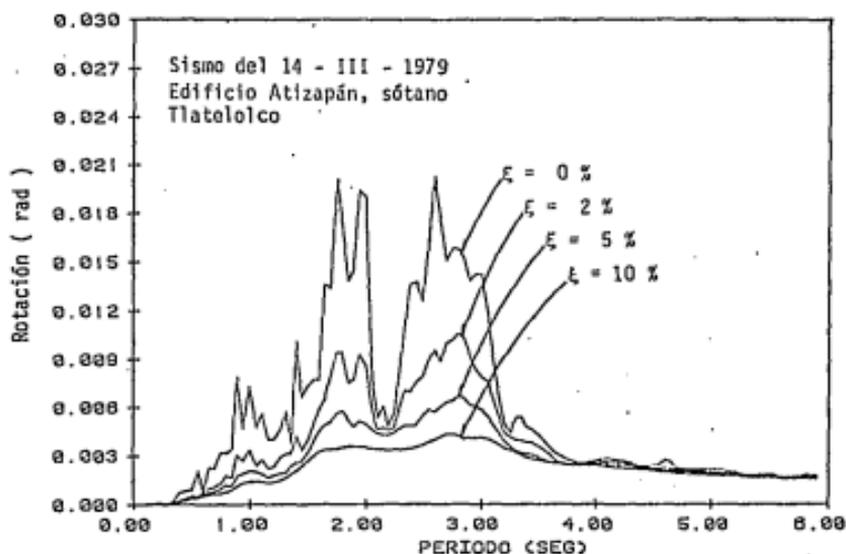


Fig 25. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección X.

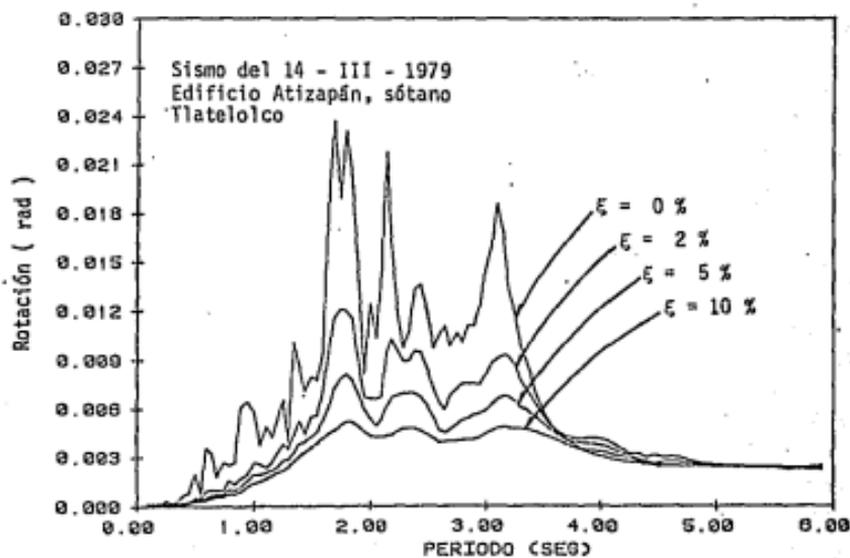


Fig 26. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección Y.

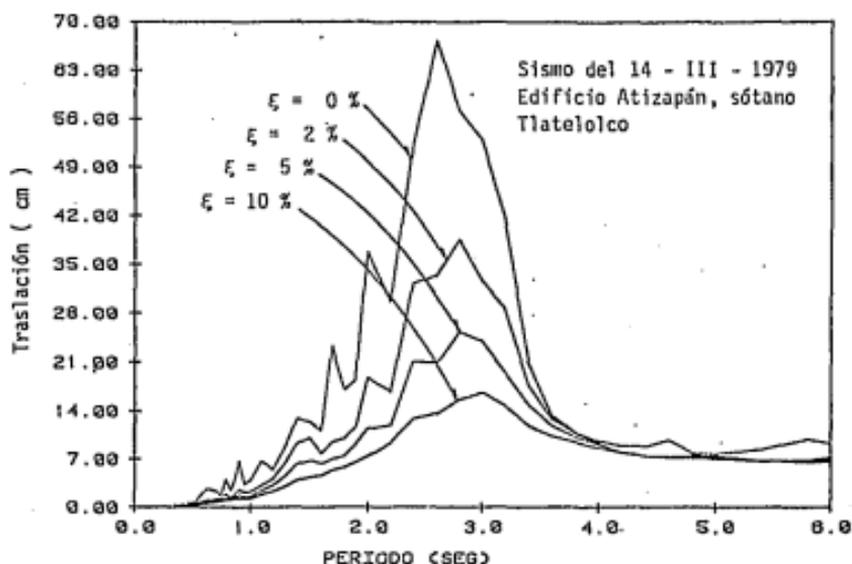


Fig 27. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección x.

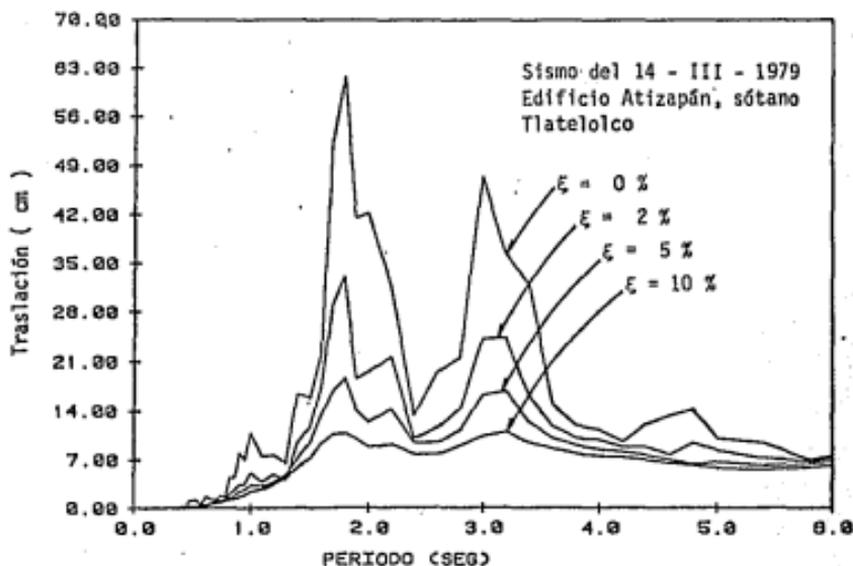


Fig 28. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección y.

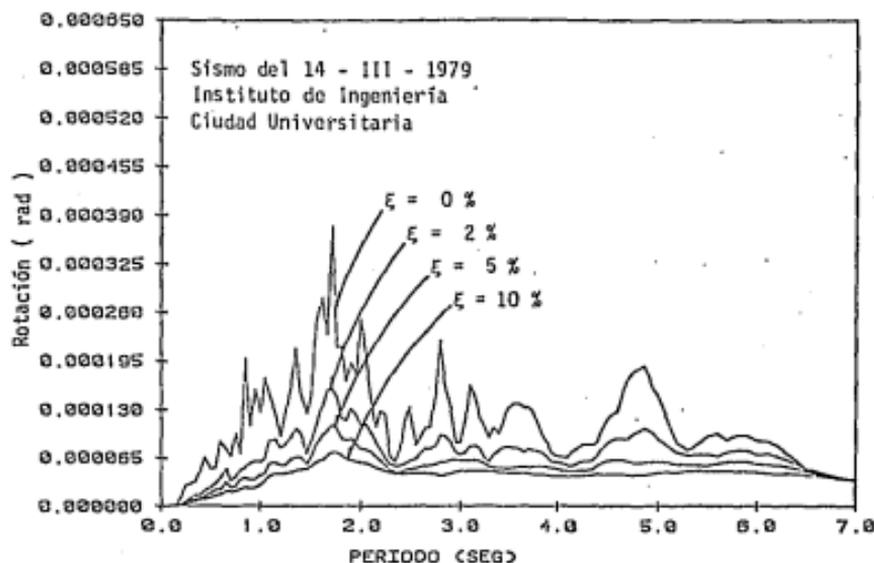


Fig 29. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección X.

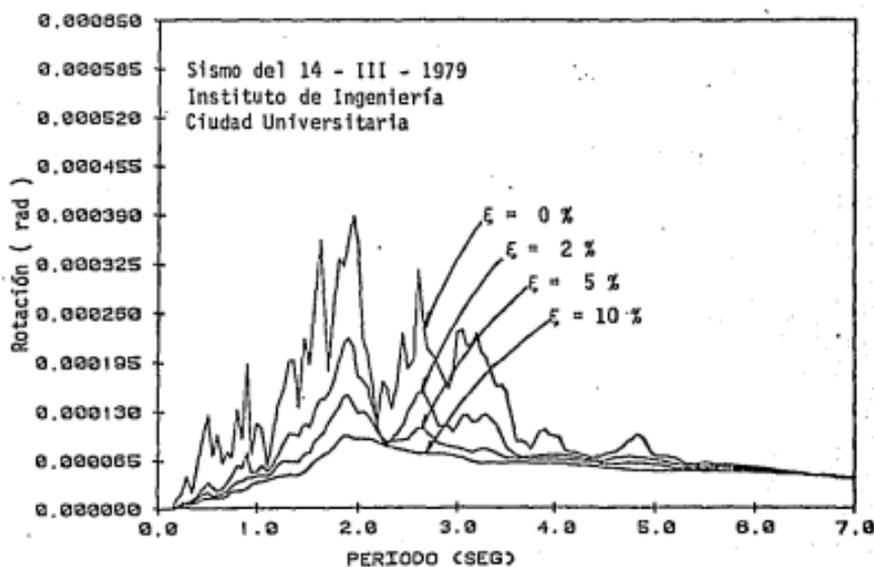


Fig 30. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección Y.

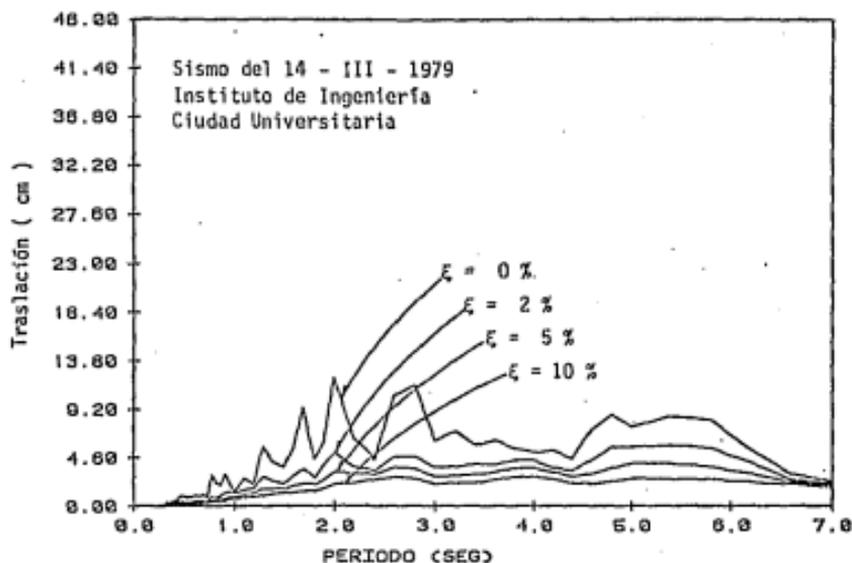


Fig 31. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección x.

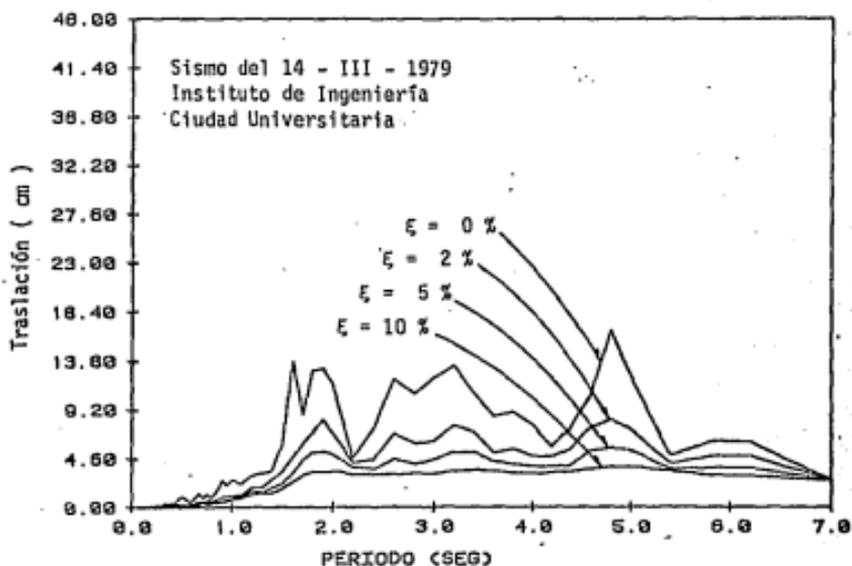


Fig 32. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección y.

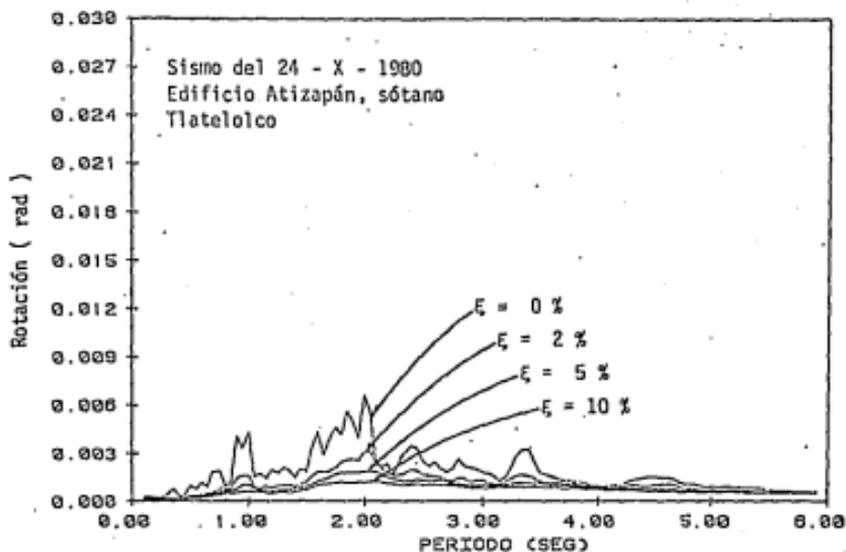


Fig 33. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección X.

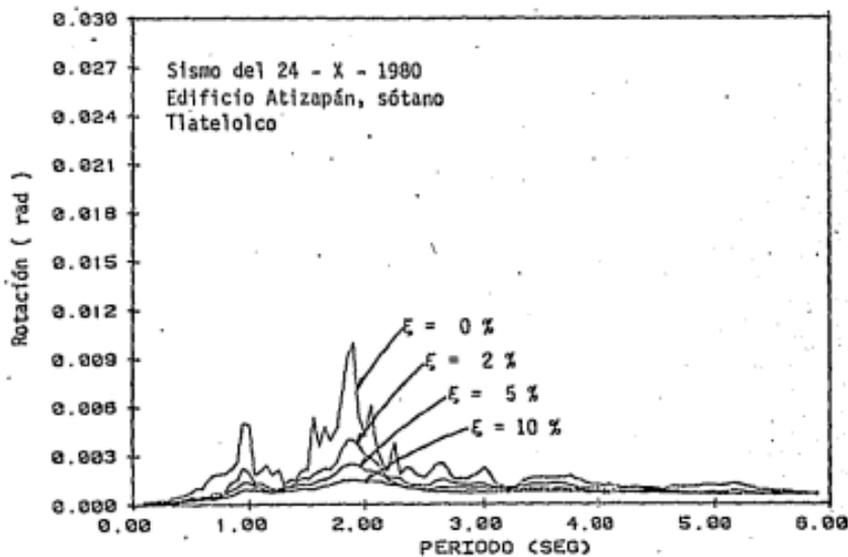


Fig 34. Espectro de rotación para ondas que propagan en dirección Y.

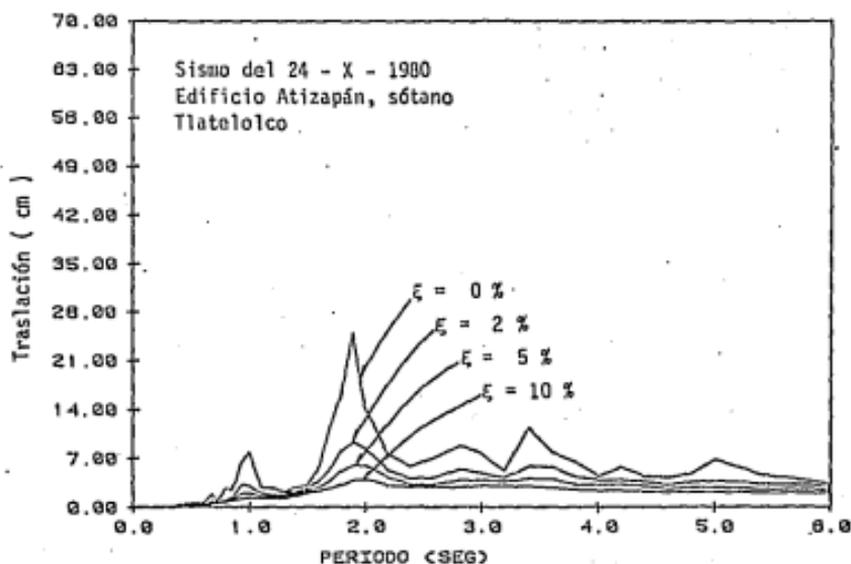


Fig 35. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección x.

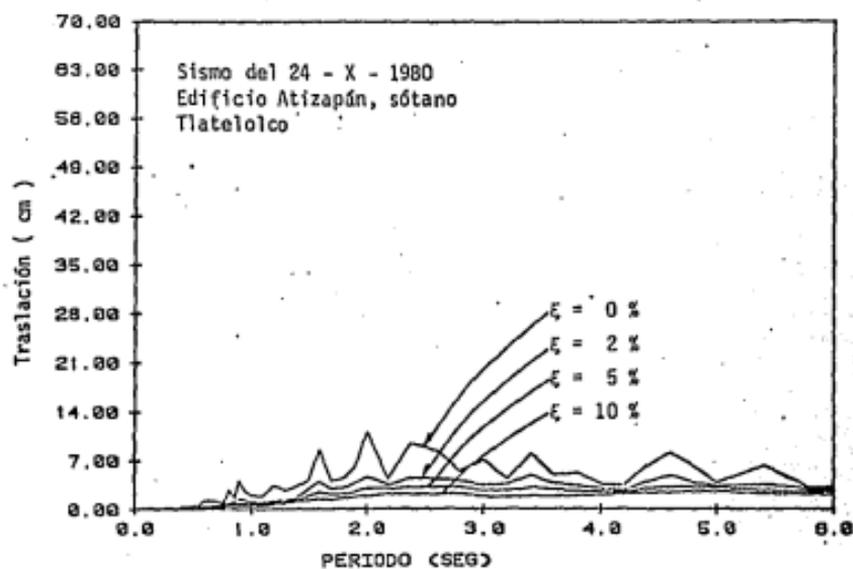


Fig 36. Espectro de desplazamiento. Temblor registrado en dirección y.

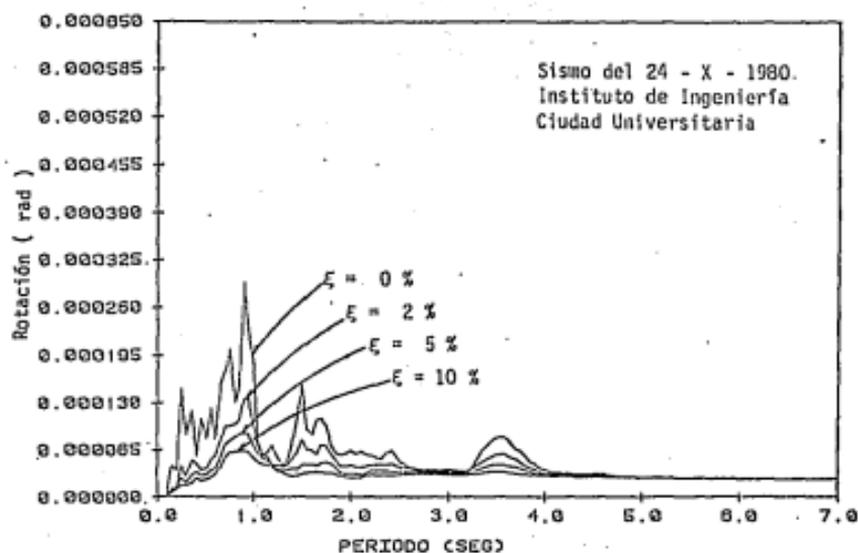


Fig 37. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección X.

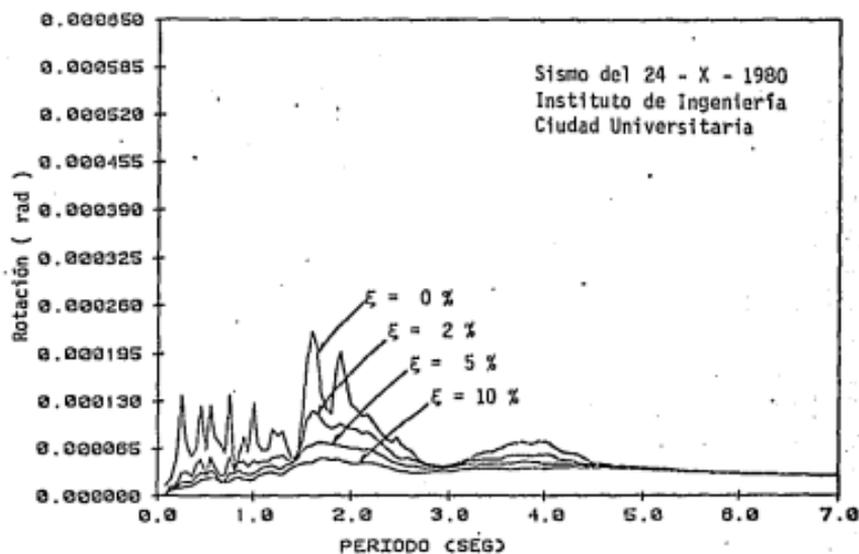


Fig 38. Espectro de rotación para ondas que se propagan en dirección Y.

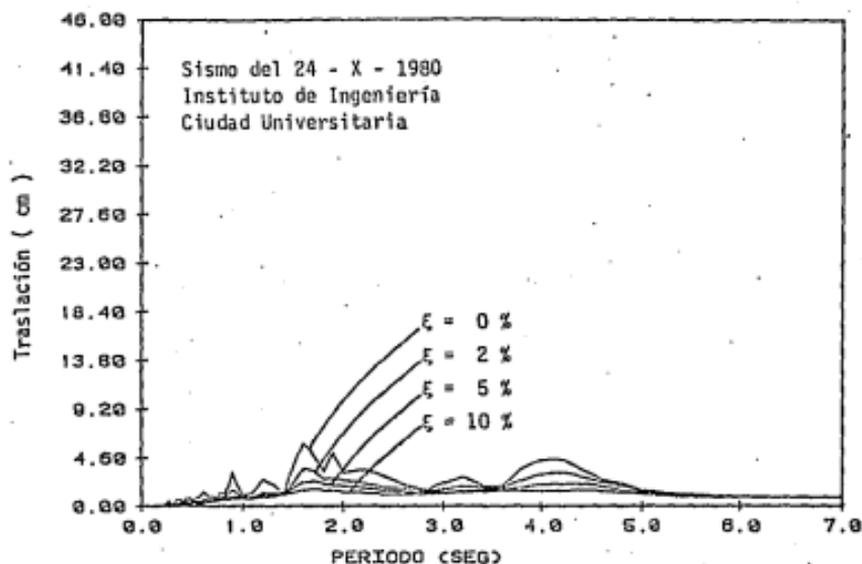


Fig 39. Espectro de desplazamiento, Temblor registrado en dirección x.

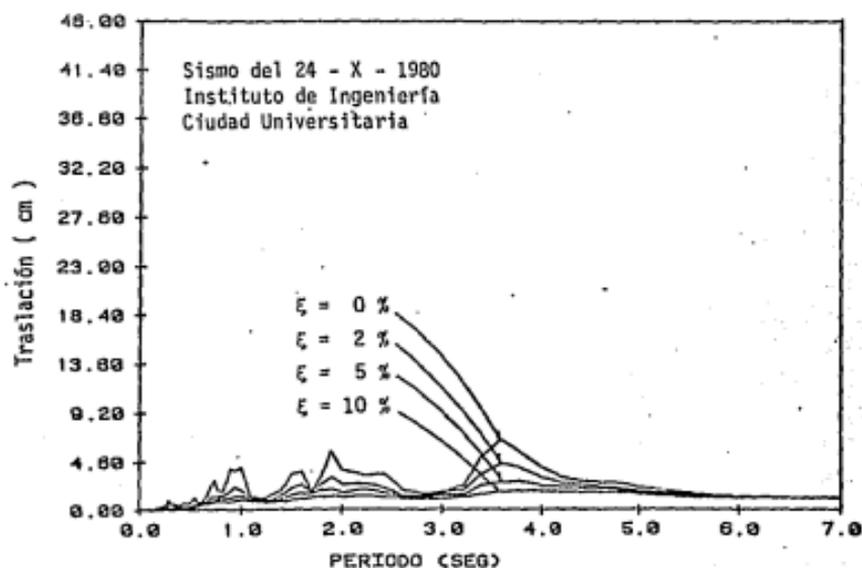


Fig 40. Espectro de desplazamiento, Temblor registrado en dirección y.

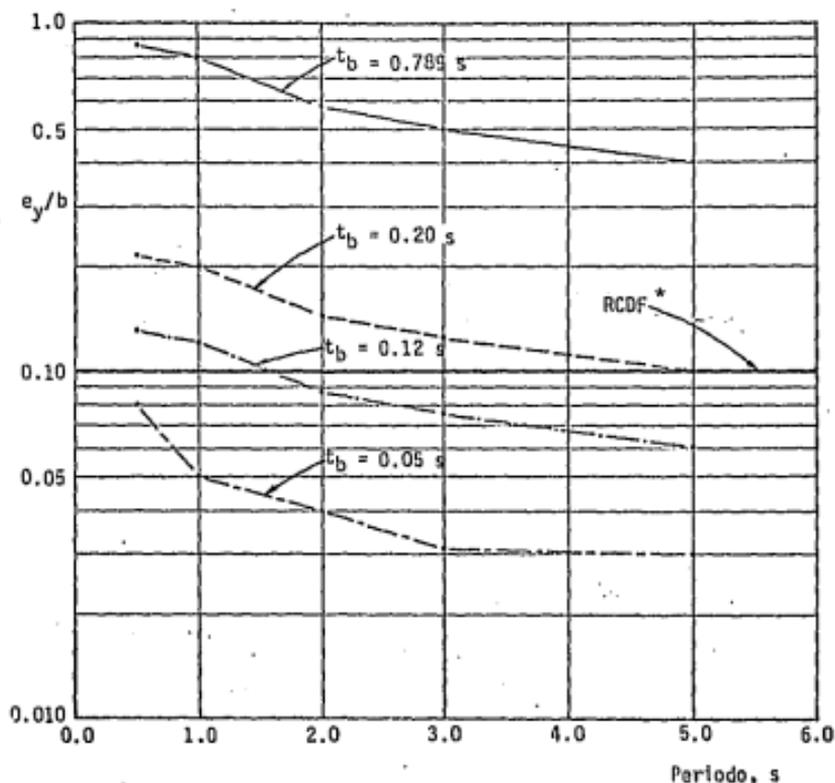


Fig 41. Excentricidades de estructuras con relación $a/b = 0.5$, para varios tipos de suelo (ref 16).

* Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal

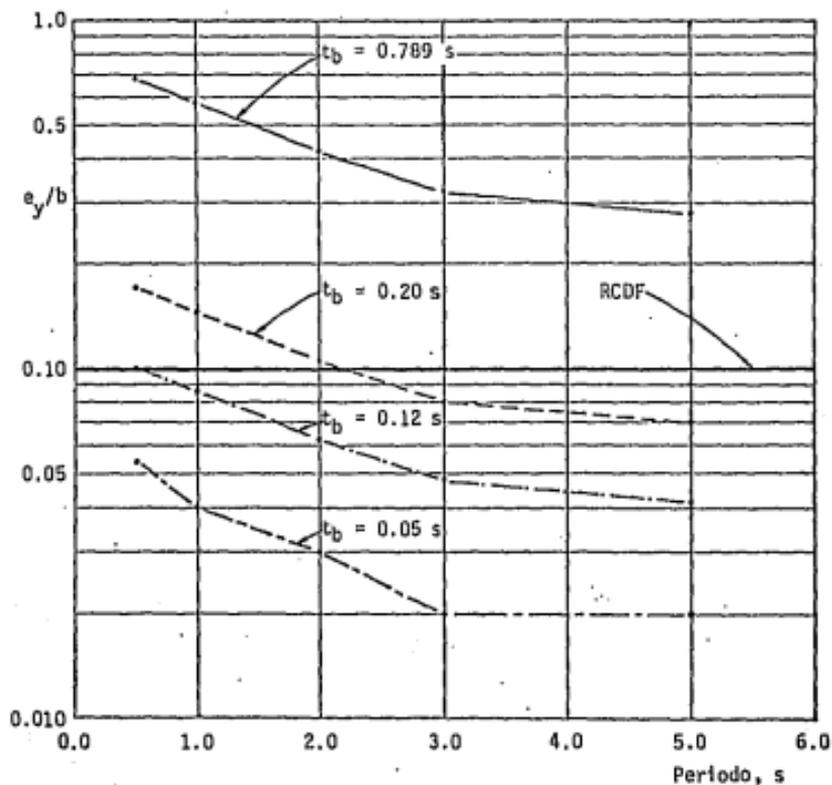


Fig 42. Excentricidades de estructuras con relación $a/b = 0.3$, para varios tipos de suelo (ref 16).

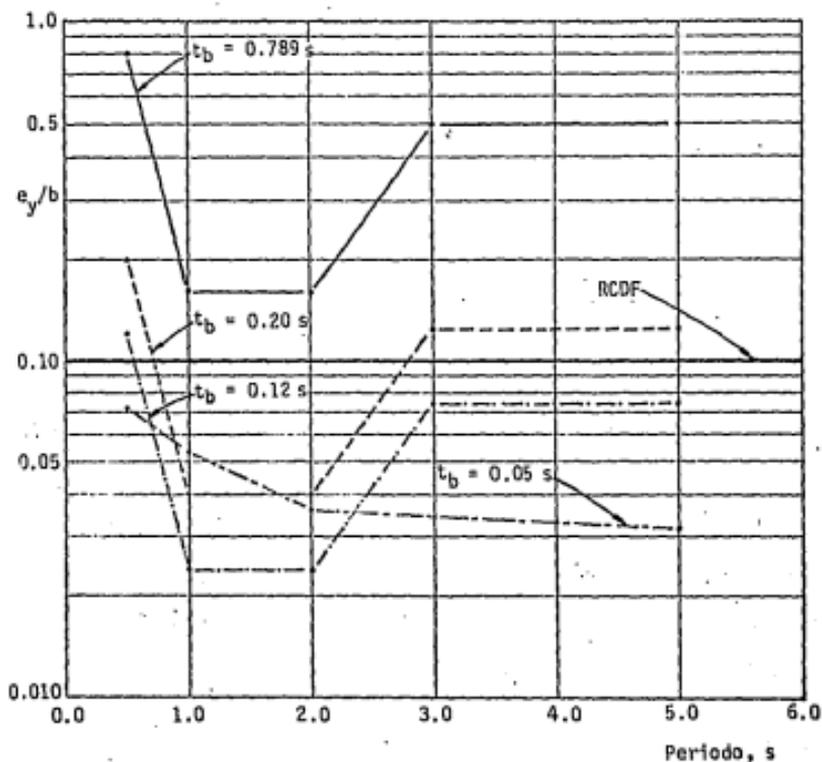


Fig 43. Excentricidades de estructuras con relación $a/b = 0.5$, para varios tipos de suelo; dirección X.

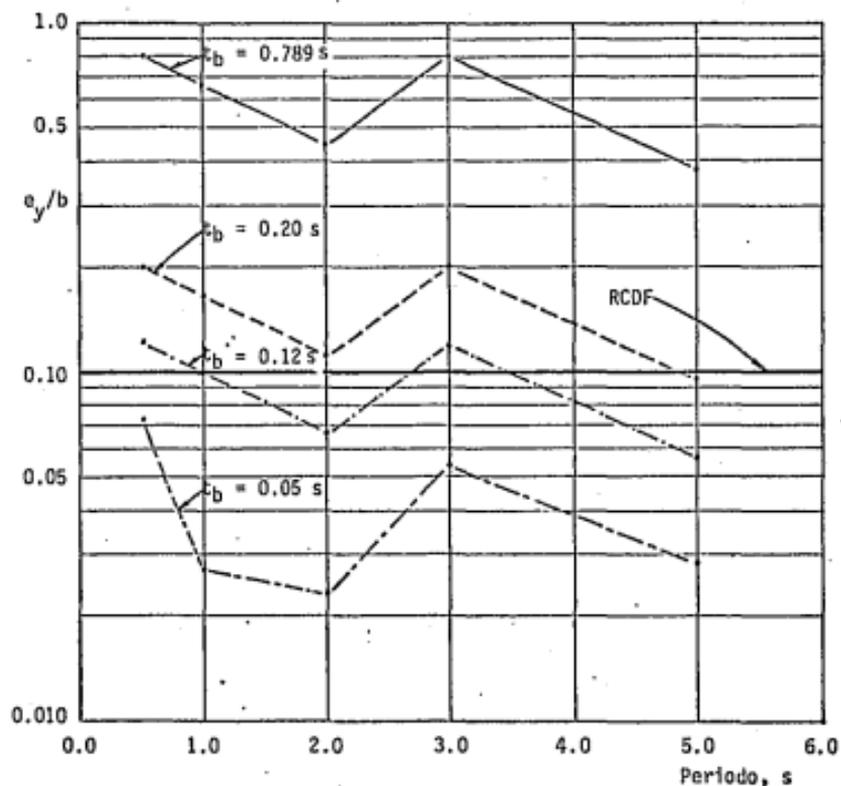


Fig 44. Excentricidades de estructuras con relación $a/b = 0.5$, para varios tipos de suelo; dirección Y.

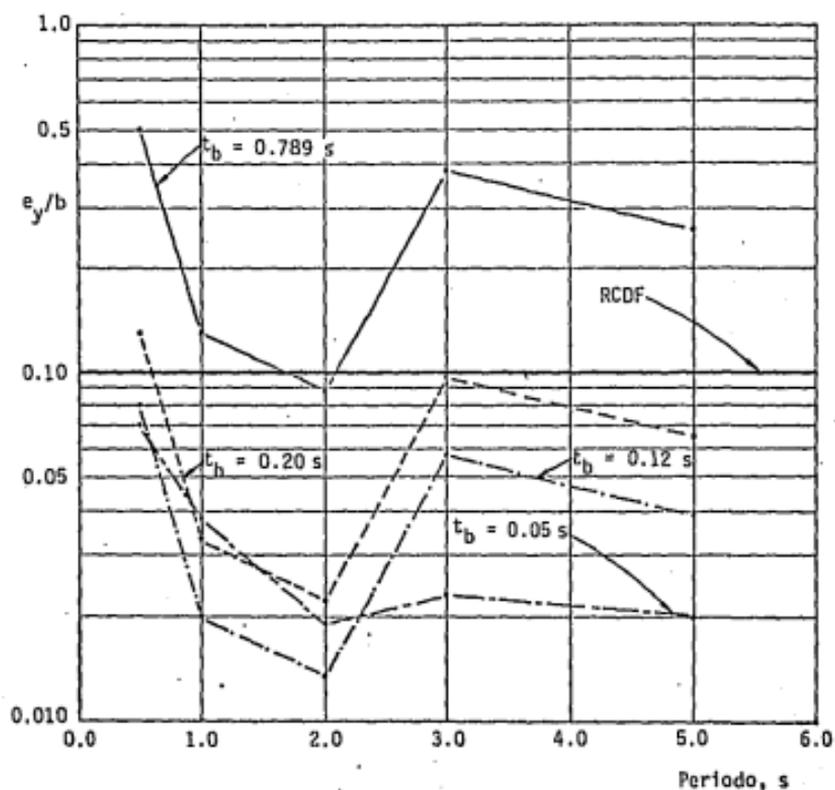


Fig 45. Excentricidades de estructuras con relación $a/b = 0.3$, para varios tipos de suelo; dirección X.

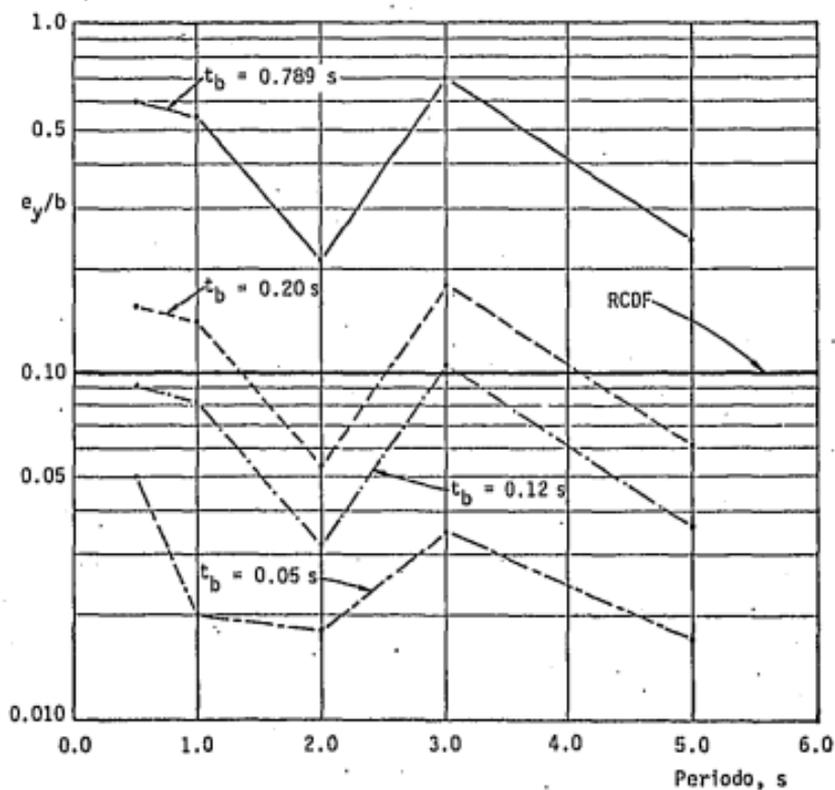


Fig 46. Excentricidades de estructuras con relación $a/b = 0.3$, para varios tipos de suelo; dirección Y.