

00663  
4  
24



# Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CONTADURIA Y ADMINISTRACION

División de Estudios de Posgrado

PROGRAMACION LINEAL Y PROYECTOS  
DE INVERSION

**T E S I S**

Que para optar por el Grado de  
**MAESTRO EN CONTADURIA**

presenta

**José Refugio Ruiz Piña**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Ciudad Universitaria

Septiembre 1987



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E .

<b>INTRODUCCION.....</b>	<b>3</b>
--------------------------	----------

### **Capítulo I. PROGRAMACION LINEAL.**

<b>Tema 1. Introduccibn a la investigacibn de operaciones.....</b>	<b>8</b>
<b>Tema 2. Antecedentes históricos .....</b>	<b>12</b>
<b>Tema 3. Generalidades.....</b>	<b>15</b>
<b>Tema 4. Modelo de asignacibn.....</b>	<b>15</b>
<b>Tema 5. Modelo de transporte.....</b>	<b>18</b>
<b>Tema 6. Modelo de simplex .....</b>	<b>25</b>

### **APENDICES DEL CAPITULO I.**

<b>"A" Modelo de asignacibn. Algoritmo de solucibn.....</b>	<b>39</b>
<b>"B" Modelo de Transporte. Algoritmos de solucibn....</b>	<b>45</b>
<b>"C" Modelo de Simplex. Algoritmos de solucibn.....</b>	<b>77</b>
<b>"D" Analisis de Sensibilidad.....</b>	<b>120</b>
<b>"E" Programas en lenguaje Basic para el modelo de Transporte y modelo Simplex.....</b>	<b>129</b>

<b>REFERENCIAS DOCUMENTALES.....</b>	<b>145</b>
--------------------------------------	------------

### **Capítulo II. PROYECTOS DE INVERSION.**

<b>Tema 1. Introduccibn.....</b>	<b>148</b>
<b>Tema 2. Generalidades.....</b>	<b>148</b>

<i>Tema 3. Metodología para el análisis y evaluación de proyectos de inversión .....</i>	<i>152</i>
<i>Tema 4. Métodos tradicionales para la evaluación de proyectos de inversión .....</i>	<i>165</i>
<i>4.1 Métodos para evaluar proyectos de inversión en condiciones de certidumbre.....</i>	<i>166</i>
<i>4.2 Métodos para evaluar proyectos de inversión en condiciones de incertidumbre.....</i>	<i>176</i>
 <b>APENDICES DEL CAPITULO II.</b>	
<i>"A" Programas en lenguaje Basic para evaluación de proyectos de inversión.....</i>	<i>209</i>
<i>"B" Tablas financieras e introducción a las matemáticas financieras.....</i>	<i>215</i>
<i>"C" Tabla de números aleatorios.....</i>	<i>259</i>
 <b>REFERENCIAS DOCUMENTALES.....</b>	 <b>254</b>
 <b>Capítulo III. APLICACION DE LA PROGRAMACION LINEAL EN LA EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION.</b>	
<i>Tema 1. Presentación del caso.....</i>	<i>256</i>
<i>Tema 2. Determinación del problema.....</i>	<i>258</i>
<i>Tema 3. Planteamiento.....</i>	<i>258</i>
<i>Tema 4. Solución con métodos tradicionales.....</i>	<i>258</i>
<i>Tema 5. Solución con programación lineal.....</i>	<i>265</i>
 <b>CONCLUSIONES.....</b>	 <b>296</b>

**INTRODUCCION.**

A principios de siglo, el tomador de decisiones se basaba en su experiencia para elegir un cierto curso de acción, posteriormente, en virtud del cambio en el medio ambiente en que se desarrollaban las organizaciones, se vio obligado a utilizar técnicas que en cierto modo le auxiliaban a elegir el curso de acción a seguir.

Tales técnicas, resultaban hasta cierto punto, demasiado analíticas y por consiguiente consumían mucho tiempo.

En la actualidad, el medio ambiente se torna más complejo, y el tomador de decisiones debe responder a las necesidades de las organizaciones de una manera rápida y eficiente, lo cual obliga a estas personas a utilizar técnicas más sofisticadas.

Dichas técnicas le deben permitir manejar gran cantidad de variables y un razonamiento lógico para la solución de problemas.

Entre dichas técnicas se encuentra la programación lineal, tema que trata el presente trabajo, y que desgraciadamente en México no ha sido bien aceptada por los usuarios ( por ende no utilizada ), en virtud del enfoque meramente matemático que se le ha dado en los centros de estudios a nivel profesional.

Por tal motivo, se pretende mostrar una de sus posibles utilidades, resaltando sus ventajas y desventajas, así como su potencial.

Lo anterior quiere decir, que este trabajo no es una investigación formal, sino más bien el buscar la adecuación de la técnica para su aplicación práctica.

Se eligió aplicar esta técnica en el presupuesto de capital, porque es una de las decisiones más importantes para el desarrollo de las organizaciones, pero esto no quiere decir que no pueda ser utilizada en otros problemas de decisión.

Por otro lado, se pretende promocionar la utilización de la programación lineal, evitando hasta donde sea posible el enfoque matemático que se utiliza inclusive en la literatura existente sobre el tema. En otras palabras, exponerlo en un lenguaje hasta cierto punto cotidiano.

También de manera indirecta, se pretende facilitar su utilización proporcionando programas de computador de sus modelos más generales. Esto no quiere decir que sea necesario saber programación de computadoras para utilizar la técnica, sino más bien que dichos programas puedan ser utilizados para facilitar la solución de problemas complejos que pueden implicar gran consumo de tiempo y esfuerzo.

Para alcanzar los objetivos mencionados, se ideó una estructura de tal forma que facilite la asimilación de la técnica al lector.

*Para lo cual se clasifica a los lectores como sigue:*

- a). Los que no conocen la técnica, y*
- b). Los que conocen la técnica.*

*Para los primeros se recomienda que el primer capítulo sea leído en forma paralela con los apéndices correspondientes, o sea, leer las características del modelo en cuestión y su apéndice correspondiente para el método de solución, continuando con sus aplicaciones e interpretación de resultados, y terminando con el programa de computadora correspondiente y sus ejemplos.*

*Para el segundo grupo de lectores se recomienda leer el capítulo en orden y de manera opcional continuar con los apéndices correspondientes a los métodos de solución, terminando con los programas de computadora.*

*En lo referente al segundo capítulo, debe ser leído totalmente en orden por aquellas personas que desconocen el tema (Proyectos de Inversión), continuando con los apéndices correspondientes.*

*Para las personas que conocen el tema, pueden omitir este capítulo y pasar directamente al tercer capítulo.*

*En lo que respecta al tercer capítulo, debe ser leído en orden (para ambos tipos de lectores), para no perder continuidad y facilitar su comprensión.*

*El contenido de este trabajo está dividido en tres capítulos, los cuales constan de los siguientes:*

#### *Capítulo I. Programación Lineal.*

*En este capítulo se desarrolla lo referente a la programación lineal, sus principales modelos, sus características, sus métodos de solución, y algunas aplicaciones.*

#### *Capítulo II. Proyectos de Inversión.*

*En este capítulo se desarrolla lo referente al presupuesto de capital, sus generalidades, sus características y principales métodos de evaluación.*

*Capítulo III. Aplicación de la programación lineal en el análisis y evaluación de proyectos de inversión.*

*En este capítulo se desarrolla un caso práctico aplicando las técnicas tradicionales de evaluación de proyectos y la programación lineal, para de esta forma determinar las ventajas y desventajas de la utilización de la programación lineal en el análisis y evaluación de proyectos de inversión, en comparación con los métodos tradicionales.*

Por último, espero que este trabajo contribuya a reducir la brecha existente entre los usuarios y los investigadores operativos, y que en un futuro sea mejorado en beneficio de todas aquellas personas que de una u otra forma utilizan la programación lineal.



**CAPITULO I**  
**PROGRAMACION LINEAL.**

## 1. INTRODUCCION A LA INVESTIGACION DE OPERACIONES.

Antes de iniciar con el desarrollo del tema programación lineal, es conveniente hacer un breve paréntesis en lo que se refiere a la investigación de operaciones, ya que esto servirá como marco teórico inicial.

Por consiguiente, a continuación se citan algunas definiciones de investigación de operaciones, así como su metodología, para con esto tener un panorama general de esta disciplina.

"La investigación de operaciones es una serie de técnicas matemáticas que guardan una estructura lógic, la cual les da un valor intrínseco. De esta manera, la utilización de la investigación de operaciones no se circunscribe a eventos particulares sino que es una herramienta destinada a resolver problemas tipo que puedan darse en cualquier actividad o disciplina". José Luis Mora (1).

"...la investigación de operaciones es un conjunto de técnicas matemáticas destinadas a optimizar el manejo de recursos en un contexto dado. Por optimizar debemos entender el encontrar la mejor posibilidad o alternativa, sin embargo, ello depende en gran medida de la realidad en que operamos." José Luis Mora (1).

"La investigación de operaciones es la aplicación, por grupos interdisciplinarios, del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones o sistemas (hombres-máquina), a fin de que se produzcan soluciones que mejor sirvan a los objetivos de toda la organización." Churchman, Ackoff y Arnoff (2).

"...la investigación de operaciones se interesa en la toma de decisiones óptimas en sistemas determinísticos y probabilistas que se originen en la vida real, y en la modelación de los mismos. Estas aplicaciones se caracterizan en gran parte por la necesidad de asignar recursos limitados." Hillier y Lieberman (3).

"La investigación de operaciones es una vía de entrada para la solución de problemas, donde la solución será posible con el uso de técnicas como las matemáticas." Richmond (4).

"La investigación de operaciones utiliza el enfoque planeado (método científico) y un campo interdisciplinario para ordenar y representar relaciones funcionales complejas como modelos matemáticos con el propósito de proveer una base cuantitativa para la toma de decisiones y descubrir nuevos problemas para el análisis cuantitativo." Thierauf y Klekamp (5).

Con base en las definiciones anteriores, se puede decir que la investigación de operaciones es un conjunto de técnicas, por lo general matemáticas, que se utilizan para tratar de buscar la mejor solución posible a problemas tipo, donde la mejor solución posible va a estar dada en alguna o varias de las respuestas o alternativas que generen los modelos en cuanto se vean afectados por las situaciones o estados de la naturaleza que se están manejando.

Ahora bien, para lograr lo anterior anteriormente, es necesario seguir una metodología que ayude en la solución de problemas. Dicha metodología básicamente incluye las etapas de la investigación científica (metodología de la investigación), las cuales pueden variar en número, pero no en contenido.

Esta metodología se pueden resumir en las siguientes etapas:

1. Definición del problema.
2. Diseño y construcción de uno o varios modelos.
3. Análisis y deducción de soluciones.
4. Prueba del modelo y de las soluciones.
5. Implantación del modelo.
6. Establecimiento de controles, y
7. Verificación de la solución (retroalimentación).

Un modelo gráfico de esta metodología se presenta en la figura 1.

#### **Definición del problema.**

Esta etapa consiste en definir claramente el problema y el objetivo a alcanzar, determinando los factores que afectaran el logro del objetivo.

La importancia de esta etapa radica en que es la más importante, en virtud de que es el arranque hacia la solución, y en la medida en que se defina el problema se llegará a la solución.

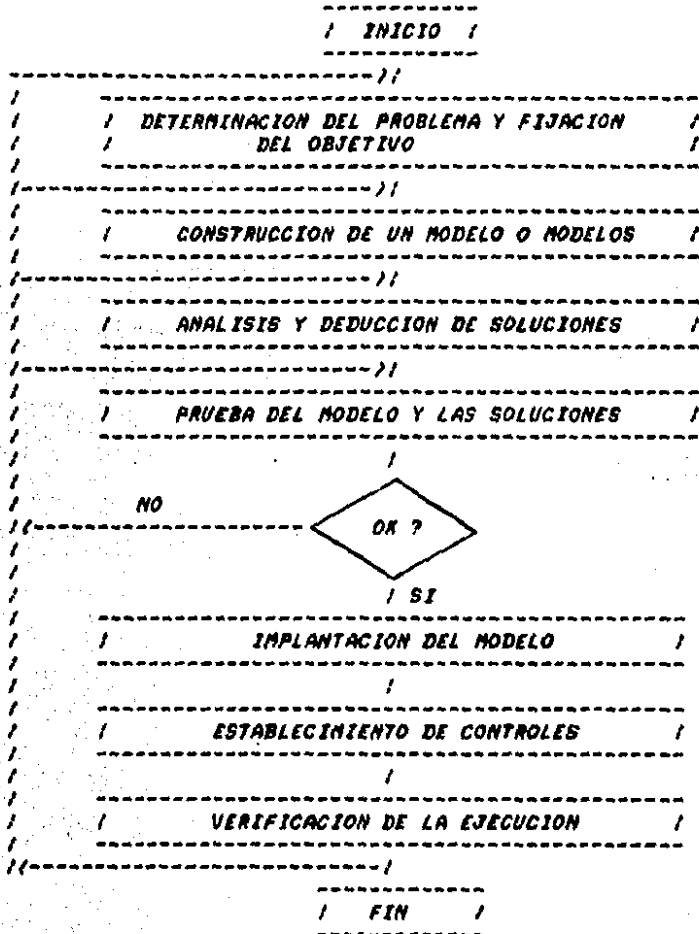
#### **Diseño y construcción de un modelo o modelos.**

En esta etapa se inicia la cuantificación, utilizando como base lo obtenido en la etapa anterior.

Entendiéndose como modelo la representación abstracta del sistema real, tomando en cuenta los elementos más relevantes en el funcionamiento del sistema, y que servirá para predecir y controlar el comportamiento del mismo al ser afectado por el método de solución.

Podría decirse que esta es la parte más complicada y laboriosa del trabajo, ya que si no se realiza adecuadamente las consecuencias pueden no ser las esperadas.

Figura 1. Metodología de la Investigación de Operaciones.



### **Análisis y deducción de soluciones.**

Una vez obtenido el modelo correspondiente, se procede a desarrollar el trabajo, sometiendo al modelos o modelos a diferentes estados de la naturaleza con el propósito de generar diferentes alternativas o soluciones, y proceder a llevar a cabo un análisis para seleccionar la mejor de ellas.

### **Prueba del modelo y de las soluciones.**

Esta etapa consiste en probar el modelo y las soluciones seleccionadas, para determinar las posibles desviaciones y problemas que acarreará la solución elegida, y así, estar en posibilidades de preparar controles adecuados para un mejor resultado en el sistema real.

### **Implantación del modelo.**

En esta etapa se procede a implantar el modelo en el sistema real de acuerdo con las consideraciones fijadas en la etapa 4.

### **Establecimiento de controles.**

Una vez implantada la solución elegida en el sistema real, y con base en la información obtenida en la etapa 4, se procede a establecer controles que sirvan para lograr el objetivo esperado con el modelo elegido.

Estos controles permitirán medir la eficiencia alcanzada con la solución elegida.

### **Verificación de la ejecución.**

Una vez que el modelo o solución elegida ha comenzado a proporcionar resultados es necesario vigilar su comportamiento, para estar en posibilidades de evaluar su comportamiento en la realidad, y de ser necesario corregir desviaciones.

Cuando se han seguido las etapas anteriores, se tendrán mejores posibilidades de obtener los resultados esperados del modelo en el sistema real, y con esta información (resultados reales), se generará experiencia que será útil para la solución de problemas semejantes en un futuro.

Ahora bien, para terminar con esta breve introducción, a continuación se transcriben unas reglas que hay que tener presentes en la utilización de la investigación de operaciones, ya que de no ser así se puede correr el riesgo de no lograr el objetivo fijado.

**"Regla 1. Hasta que usted no haya explorado todo el conjunto de respuestas simples, no proceda a respuestas sofisticadas.**

- Regla 2. Una solución óptima que se obtenga tarde no tiene ningún valor. Cambiase a una respuesta rápida y burda ahora.*
- Regla 3. Si el usuario final no entiende el sistema, se resistirá a usarlo.*
- Regla 4. Si los costos de construir el sistema son mayores que los ahorros que producirá, entonces no lo haga.*
- Regla 5. Si usted no sabe cuánto le cuesta el sistema actual, cualquiera podría darse cuenta de que usted no tiene bases para comparar.*
- Regla 6. No haga con más lo que usted puede hacer con menos." (6)*

## **2. ANTECEDENTES HISTORICOS.**

*"La programación lineal surgió formalmente en 1947 cuando, bajo el apremio de la segunda guerra mundial se puso en marcha un proyecto de la Fuerza Aérea de los Estados Unidos denominado SCOP (Scientific Computation of Optima Programs) bajo la dirección de G.B. Dantzig.*

*El algoritmo simplex y gran parte de la teoría relacionada la desarrollaron Dantzig y su equipo en 1947; ellos mismos continuaron en la década siguiente desarrollando trabajos sobre problemas y métodos especiales en los Estados Unidos, y otros especialistas lo hicieron en Europa.*

*En la Unión Soviética, L.V. Kantorovich publicó en 1939 una monografía donde se apuntaron las posibilidades de aplicar modelos matemáticos lineales para aumentar la eficiencia en la organización y planificación de la producción.*

*Por desgracia, no encontraron eco las sugerencias, pues de otra manera se hubieran realizado muchos avances en la URSS sobre programación lineal antes de Dantzig.*

*Los contactos del equipo de Dantzig con John Von Neumann, condujeron a una penetración fundamental en la teoría matemática de la programación lineal. Neumann enfatizó la importancia de la dualidad, y pudo ver de inmediato la conexión entre la programación lineal y la teoría de juegos, sobre la que él había realizado un trabajo fundamental en 1928.*

*En el último cuarto de siglo, la programación lineal se ha convertido en una herramienta muy importante de análisis en manos de los economistas. T.C. Koopmans en los Estados Unidos y L.V. Kantorovich en la URSS han sido pioneros en este campo, por lo que recibieron conjuntamente el premio nobel en economía en 1975.*

Ragnar Frisch de Noruega y Paul Samuelson de los Estados Unidos son otros economistas destacados, ambos premios nobel, que han aportado contribuciones de importancia.

El énfasis actual se centra en resolver problemas muy grandes con miles de ecuaciones y variables que representan tendencias futuras en sistemas económicos e industriales (problemas que son demasiado grandes aún para las más grandes computadoras).

Se han resuelto sistemas del orden de 10,000 ecuaciones y 100,000 variables. La descomposición de grandes problemas en otros más pequeños, que conducen a soluciones óptimas, se han convertido en un campo muy importante de investigación." (7)

En la actualidad la proporción de uso de la investigación de operaciones ha ido en aumento y en especial la técnica de programación lineal.

Existen algunas investigaciones sobre el uso de las diferentes técnicas de investigación de operaciones que se realizaron en empresas de diferentes tamaños en los Estados Unidos.

Una de ellas fue la que E. Turban realizó en 1972 en 475 empresas, resultando la siguiente información.

TECNICAS	No. DE PROYECTOS	FRECUENCIA DE USO (%)
Análisis estadístico	63	29
Simulación	54	25
Programación lineal	41	19
Teoría de inventarios	19	6
Pert/CPM	19	6
Programación dinámica	9	4
Programación no lineal	7	3
Colas	2	1
Programación heurística	2	1
Otras	13	6

En 1977 Ledbetter y Cox realizaron una investigación en 500 empresas sobre la utilización de la investigación de operaciones, obteniendo la siguiente información.

TECNICA	No. DE RESPUESTAS	PROCENTAJE PROMEDIO DE UTILIZACION.
Análisis de regresión	74	3.97
Programación lineal	78	3.36
Simulación en producción	70	3.31
Modelos de redes	69	2.14
Teoría de colas	71	1.96
Programación dinámica	69	1.62
Teoría de juegos	67	1.61

En 1976 Fabozzi y Valente aplicaron un cuestionario sobre la utilización de la programación matemática en 1000 empresas, obteniéndose la siguiente información.

RESULTADOS	PROGRAMACION LINEAL %	PROGRAMACION NO LINEAL %	PROGRAMACION DINAMICA %
Buenos	76	57	53
Regulares	16	28	29
Pobres	3	9	6
Inciertos	5	6	12
Total	100	100	100
No. Empresas	133	67	51

Como se podrá observar, la utilización de la investigación de operaciones va en aumento, y se espera que en un futuro el número de usuarios se incremente.

Debido a la aceptación que ha tenido la investigación de operaciones, se han creado organismos para la difusión e investigación en el área.

Uno de estos organismos es ORSA (Operations Research Society of America) con sede en los Estados Unidos de Norteamérica.

Otro organismo de este tipo es TIMS (The Institute of Management Science) que se dedica a la investigación y difusión de la investigación de operaciones con aplicaciones a la administración.

Notas: Las estadísticas fueron tomadas del libro "Introduction to Operations Research". Hillier y Lieberman. Third Edition. Holden-Day. USA. pp 7 y 8.



### 3. GENERALIDADES.

#### Definición de programación lineal.

"La programación lineal explora el problema de asignar de la mejor manera recursos escasos a actividades que compiten por ellos." Jaime E. Varela (6).

"...la programación lineal se ocupa de los problemas de asignación de recursos limitados que han de destinarse a actividades simultáneas que compiten por ellos entre sí." José Luis Mora (1).

"Los problemas de asignación se presentan en donde se debe llevar a cabo un cierto número de actividades, pero existen limitaciones en la cantidad de recursos o en el modo de utilizarlos que no permiten desarrollar cada actividad de la manera que se considera más efectiva. En tales situaciones queremos distribuir los recursos disponibles entre las actividades de tal forma que se optimice la efectividad total...el análisis de estas situaciones se denomina programación lineal." Sasieni, Yaspan y Friedson (8).

"...la programación lineal típicamente trata del problema de asignar recursos limitados entre actividades competidoras en la mejor forma posible (es decir, óptima)." Hillier y Lieberman (3).

"La programación lineal es una clase de modelos de programación matemática destinados a la asignación eficiente de los recursos limitados en actividades conocidas con el objetivo de satisfacer las metas deseadas (tal como maximizar beneficios o minimizar costo)." Taha (9).

"La programación lineal se utiliza para resolver problemas de maximización y minimización en los que se imponen restricciones a los encargados de la toma de decisiones." Brigham y Pappas (10).

Como se puede observar, todos los autores mencionados coinciden en que la programación lineal es una parte de la programación matemática que sirve para resolver problemas de asignación de recursos limitados a actividades que compiten por ellos.

Ahora bien, la denominación "lineal", se refiere a que las funciones que se manejen tengan la característica de ser lineales, y la denominación de "programación" se refiere a una serie de pasos lógicos y sistemáticos para determinar la asignación de recursos adecuada u óptima.

Los modelos de programación lineal de acuerdo a sus características y métodos de solución se clasifican de la siguiente forma, los cuales son detallados en los siguientes apartados.

- a). Modelo de Asignación.
- b). Modelo de Transporte, y
- c). Modelo de Simplex.

#### 4. MODELO DE ASIGNACION.

Este modelo se caracteriza por la asignación de recursos a actividades de uno a uno, o sea, que existe un número de recursos iguales al número de actividades a realizarse, de tal manera que se asignará un recurso exclusivamente a cada actividad, todo esto tratando de maximizar beneficios o de minimizar costos.

Matemáticamente este modelo se puede representar de la siguiente manera:

$$Z(\max \text{ o } \min) = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + \dots + C_{mn}$$

Sujeto a :

$$\begin{aligned} X_{11} + X_{12} + \dots + X_{1n} &= 1 \\ X_{21} + X_{22} + \dots + X_{2n} &= 1 \\ &\vdots \\ X_{m1} + X_{m2} + \dots + X_{mn} &= 1 \\ X_{11} + X_{21} + \dots + X_{m1} &= 1 \\ X_{12} + X_{22} + \dots + X_{m2} &= 1 \\ &\vdots \\ X_{1n} + X_{2n} + \dots + X_{mn} &= 1 \\ X_{ij} &\geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m) \\ &\quad (j = 1, 2, 3, \dots, n) \end{aligned}$$

Donde :

$C_{ij}$  = Costo o beneficio unitario asociado al recurso  $i$  actividad  $j$ .

$X_{ij}$  = Variable asociada al recurso  $i$  actividad  $j$ , y que representa el número de unidades a asignar del recurso  $i$  a la actividad  $j$ .

Este modelo puede resumirse como la permutación o combinación de recursos ( $i$ ) y actividades ( $j$ ) de tal manera que generen un valor máximo o mínimo dentro de un conjunto de combinaciones posibles, sujetándose a la restricción de que un recurso no puede ser compartido por las actividades.

Un ejemplo de aplicación de este modelo es el siguiente:

Una empresa desea contratar tres personas para su departamento de contabilidad. Los puestos son similares y cualquier persona con conocimientos contables generales puede ocuparlo.

La empresa pone un anuncio solicitando personal, y acuden 5 personas, a las cuales se las examina, obteniéndose la siguiente información:

CANDIDATO	CALIFICACIONES PARA EL PUESTO:		
	1	2	3
A	100	90	100
B	80	80	100
C	90	90	90
D	70	60	80
E	80	100	90

La empresa desea determinar que persona debe contratarse para cada puesto, de tal manera que se contrate a los mejores candidatos.

Una vez aplicado el algoritmo de solución correspondiente se tiene la siguiente información.

CANDIDATO	PUESTO	CALIFICACION
A	1	100
B	3	100
E	2	100

Note que es la mejor combinación posible, ya que se asignó a los candidatos que obtuvieron las mejores calificaciones.

Un ejemplo de aplicación de este modelo en las finanzas es el siguiente.

Una empresa desea emprender 4 proyectos de inversión, para lo cual cuenta con 4 fuentes de financiamiento, pero sólo puede llevar a cabo un proyecto con el financiamiento de una fuente. La información acerca de los proyectos con respecto a los financiamientos es la siguiente.

PROYECTO	BENEFICIO SEGUN FUENTE DE FINANCIAMIENTO ( en miles de pesos )			
	1	2	3	4
1	200	400	150	100
2	400	250	300	200
3	500	200	400	100
4	100	400	500	400

La empresa desea determinar como debe invertir según las fuentes de financiamiento disponibles, de tal manera que se maximice el beneficio total.

Una vez aplicado el algoritmo de solución se tiene el siguiente resultado.

**OPCION "A".**

<b>PROYECTO</b>	<b>FUENTE</b>	<b>BENEFICIO</b>
1	2	\$ 400,000.00
2	1	400,000.00
3	3	400,000.00
4	4	400,000.00
<b>BENEFICIO TOTAL</b>		<b>\$1,600,000.00</b> *****

**OPCION "B".**

<b>PROYECTO</b>	<b>FUENTE</b>	<b>BENEFICIO</b>
1	2	\$ 400,000.00
2	3	300,000.00
3	1	500,000.00
4	4	400,000.00
<b>BENEFICIO TOTAL</b>		<b>\$ 1,600,000.00</b> *****

*Cabe hacer notar que en este ejemplo no existe una única solución óptima, pero en ambos casos el beneficio total es el mismo. A este tipo de casos se les conoce como soluciones múltiples (dos o más soluciones óptimas).*

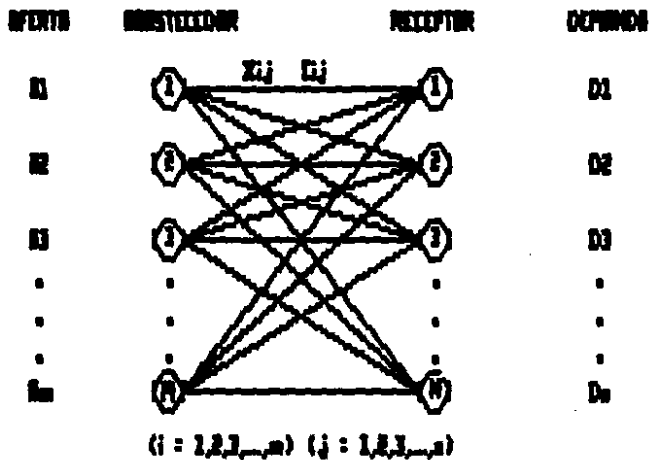
**5. MODELO DE TRANSPORTE.**

*Este modelo se utiliza para resolver problemas de asignación que tienen las siguientes características.*

- 1. Varios receptores.*
- 2. Varios abastecedores.*
- 3. Cubrir cierta cantidad de recursos a los receptores (demanda).*
- 4. Los abastecedores tienen recursos en cantidades limitadas (oferta), y pueden surtir a varios receptores.*
- 5. Costo unitario de abastecimiento igual o diferente de cada receptor a cada abastecedor.*
- 6. Objetivo de minimizar los costos totales de envío.*

*Este modelo se puede representar gráficamente como se muestra en la figura 2.*

**FIGURA 2**  
**MODELO DE TRANSPORTE**  
 (REPRESENTACION GRAFICA)



$X_{ij}$  : UNIDADES A ASIGNAR DEL ABASTECEDOR  $i$  AL RECEPTOR  $j$   
 $C_{ij}$  : COSTO UNITARIO POR SORTEO DEL ABASTECEDOR  $i$  AL RECEPTOR  $j$   
 $S_i$  : UNIDADES DISPONIBLES DEL ABASTECEDOR  $i$   
 $D_j$  : UNIDADES REQUERIDAS POR EL RECEPTOR  $j$

**FIGURA 2 MODELO DE TRANSPORTE  
REPRESENTACION MATRICIAL.**

DEMANDA / OFERTA	1	2	...	n	DEMANDA
1	$X_{11}$ $C_{11}$	$X_{12}$ $C_{12}$		$X_{1n}$ $C_{1n}$	$D_1$
2	$X_{21}$ $C_{21}$	$X_{22}$ $C_{22}$		$X_{2n}$ $C_{2n}$	$D_2$
:					:
m	$X_{m1}$ $C_{m1}$	$X_{m2}$ $C_{m2}$		$X_{mn}$ $C_{mn}$	$D_m$
DEMANDA	$D_1$	$D_2$	...	$D_n$	

Observando la figura mencionada se puede notar que cada abastecedor puede surtir a cada receptor parcial o totalmente, y que cada posible combinación tiene un costo asociado para cada asignación.

Es necesario mencionar que de manera general el modelo fue planeado para minimizar costos de abastecimiento, pero con algunos ajustes, es posible maximizar beneficios.

La representación matemática del modelo es la que se muestra a continuación, teniendo en cuenta lo siguiente.

- $X_{ij}$  Representa las unidades a asignar de recursos de cada abastecedor  $i$  a cada receptor  $j$ .
- $D_j$  Representa el total de recursos demandados por el receptor  $j$ .
- $A_i$  Representa el total disponible de recursos del abastecedor  $i$ .
- $C_{ij}$  Representa el costo unitario de asignar recursos del abastecedor  $i$  al receptor  $j$ .
- $Z()$  Representa la función objetivo, o sea la función que minimiza el costo total de asignación.

$$Z(\min) = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + \dots + C_{mn}X_{mn}$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{r} X_{11} + X_{12} + X_{13} + \dots + X_{1n} (= A_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + \dots + X_{2n} (= A_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_{m1} + X_{m2} + X_{m3} + \dots + X_{mn} (= A_m \\ X_{11} + X_{21} + X_{31} + \dots + X_{m1} (= D_1 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + \dots + X_{m2} (= D_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_{1n} + X_{2n} + X_{3n} + \dots + X_{mn} (= D_n \\ \\ X_{ij} \geq 0 \quad (i=1,2,3,\dots,m) \\ \quad \quad \quad (j=1,2,3,\dots,n) \end{array}$$

Las restricciones que tienen el signo menor o igual [(=)] se refieren a la capacidad de los abastecedores y las que tienen el signo mayor o igual [(=)] se refieren a la demanda de recursos por parte de los receptores.

La restricción  $X_{ij} \geq 0$  se refiere a que los valores asignados deben ser positivos, ya que no es factible realizar asignaciones de recursos negativas.

Resumiendo, este modelo sirve para resolver problemas de asignación de recursos, conciliando la oferta y la demanda de los mismos, con el objetivo de minimizar el costo total de asignación, o de maximizar el total de beneficios.

Un ejemplo típico de aplicación de este modelo se desarrolla a continuación.

La compañía "X" tiene tres almacenes que surten a cinco clientes localizados en diferentes puntos de la ciudad. Las distancias entre los almacenes y las bodegas de los mismos se muestran en la tabla 1.

El departamento de contabilidad ha determinado que la única diferencia que existe en el surtido es el costo de distribución que varía según las distancias. El costo de distribución por cada unidad transportada es de \$5.00 más \$0.10 por cada Km. recorrido, el cual es absorbido por la empresa.

Tabla 1. Distancia entre almacenes de la empresa y las bodegas de los clientes expresados en Kms.

ALMACEN	C L I E N T E S				
	A	B	C	D	E
1	20	15	18	14	30
2	10	20	19	25	14
3	25	18	14	10	9

La capacidad de abastecimiento de cada almacén por período es la siguiente.

ALMACEN	UNIDADES
1	2000
2	4000
3	3000

La demanda de productos por período se detalla a continuación.

CLIENTE	UNIDADES
A	500
B	1500
C	3000
D	3000
E	1000

El director de la empresa desea saber de que manera se puede surtir el producto a los diferentes clientes, durante el próximo período, de tal forma que el costo total de envío se mínimo.

Para resolver este tipo de problemas utilizando el modelo de transporte, es necesario resumir la información en una matriz, que permita aplicar el método de solución correspondiente.



Para este ejemplo, la matriz resumen es la siguiente :

Receptores / Abastecedor/	A	B	C	D	E	Oferta
1	120	115	118	114	130	2000
2	110	120	119	125	114	4000
3	125	118	114	110	119	3000
Demanda	500	1500	3000	3000	1000	

Una vez aplicado el algoritmo de solución correspondiente, se tiene el siguiente resultado.

ENVIO DEL ALMACEN	AL CLIENTE	UNIDADES	COSTO UNITARIO	IMPORTE
1	B	1500	\$ 6.5	\$ 9,750.00
1	D	500	6.4	3,200.00
2	A	500	6.0	3,000.00
2	C	3000	6.9	20,700.00
2	E	500	6.4	3,200.00
3	D	2500	6.0	15,000.00
3	E	500	5.9	2,950.00
<b>COSTO TOTAL MINIMO</b>				<b>\$ 57,800.00</b>

Un ejemplo de aplicación de este modelo en las finanzas buscando maximizar los beneficios se presenta a continuación.

Una empresa cuenta con el siguiente presupuesto para realizar inversiones en los próximos 5 años.

PERIODO	PRESUPUESTO
1	\$ 2,000,000.00
2	3,000,000.00
3	5,000,000.00
4	6,000,000.00
5	7,000,000.00
<b>TOTAL</b>	<b>\$ 23,000,000.00</b>

Esta empresa desea invertir en los siguientes proyectos para no salir del mercado.

PROYECTOS	INVERSION	RENDIMIENTO ANUAL
A	\$ 500,000.00	50%
B	2,500,000.00	60%
C	3,000,000.00	80%
D	3,800,000.00	70%
E	5,000,000.00	50%
<b>TOTAL</b>	<b>\$ 14,800,000.00</b>	

Los proyectos no pueden llevarse a cabo en forma fraccionada y los excedentes pueden ser invertidos en valores bancarios que pagan el 60% anual, pero lo que se invierte en estos no puede ser vuelto a utilizar hasta el período 6.

La empresa desea elaborar el programa de inversiones para los próximos 5 años de tal forma que se maximice el beneficio total.

Para resolver el problema utilizando el modelo de transporte, es necesario plantear en una matriz resumen la información con que se cuenta, y posteriormente aplicar el método de solución.

Recep.	A	B	C	D	E	Val. oferta
Abast.						Banc. miles
1	12.5	1.0	1.0	1.0	1.0	13.0
1	12.0	12.4	13.2	1.0	1.0	12.4
1	11.5	11.8	12.4	12.1	11.5	11.8
1	11.0	11.2	11.6	11.4	11.0	11.2
1	10.5	10.6	10.8	10.7	10.5	10.6
Dem.	500	2500	13000	13800	5000	8200

#### Consideraciones :

1. Como en el año 1 se cuenta con \$2,000,000, sólo se podrá realizar el proyecto A en virtud de que los demás exceden esta cantidad, y el sobrante puede invertirse en valores bancarios.

2. En el año 2 no pueden llevarse a cabo los proyectos D y E, ya que la cantidad de inversión inicial es superior al presupuesto disponible de este año.

3. Los beneficios asociados al proyecto j en el año i están en función de la vida útil a partir del año de inversión. Por ejemplo, si se invierte en el proyecto A en el año 1, su vida útil será de 5 años (horizonte de planeación), por consiguiente 50% cada año durante 5 años significa el 250 %, que equivale a \$2.50 por cada peso invertido. De la misma forma se realizaron los cálculos para las diferentes combinaciones.

Una vez planteado y aplicado el algoritmo de solución se tiene lo siguiente.

PERIODO	PROYECTO	IMPORTE	BENEFICIO POR PESO INVERTIDO	BENEFICIO TOTAL
1	V.B.	\$ 2,000,000.00	\$ 3.00	\$ 6,000,000.00
2	C	3,000,000.00	3.20	9,600,000.00
3	B	1,200,000.00	1.80	2,160,000.00
3	D	3,800,000.00	2.10	7,980,000.00
4	V.B.	6,000,000.00	1.20	7,200,000.00
5	A	500,000.00	0.50	250,000.00
5	B	1,300,000.00	0.60	780,000.00
5	E	5,000,000.00	0.50	2,500,000.00
5	V.B.	200,000.00	0.60	120,000.00
		<b>TOTAL</b>	<b>\$</b>	<b>36,590,000.00</b>

Analizando el resultado se puede observar que es necesario incrementar el presupuesto en \$1,300,000.00, ya que no podría llevarse a cabo el proyecto B en forma parcial (\$ 1,200,000.00 de \$ 5,000,000.00).

De no ser así se perderían \$ 2,360,000.00 (complemento de \$1,300,000.00 por \$1.80 de beneficio por cada peso invertido).

Si el complemento es invertido el beneficio total ascendería a \$ 38,930,000.00.

Como se podrá notar, este modelo puede ser utilizado para cualquier problema de asignación de recursos que reúna las características anteriormente mencionadas, limitándose exclusivamente a la creatividad del usuario.

#### 6. MODELO DE SIMPLEX.

Este modelo de programación lineal es más general que los tratados en los apartados anteriores, y también se utiliza para la asignación de recursos limitados a actividades que compiten por ellos entre sí.

Las características de este modelo son las siguientes:

1. Objetivo de maximizar el beneficio total.
2. Recursos limitados.
3. Actividades que requieren llevarse a cabo inclusive en forma fraccionaria (no es limitativo).

La representación de este modelo se puede resumir como se muestra en la siguiente matriz.

RECURSOS	ACTIVIDADES				CANTIDAD DISPONIBLE
	1	2	...	n	
R1	a11	a12	...	a1n	b1
R2	a21	a22	...	a2n	b2
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
Rn	an1	an2	...	ann	bn
Costo Asociado	c1	c2	...	cn	
Variable Asociado	x1	x2	...	xn	

Donde:

- Ri Representa el recurso i a asignar.
- aij Representa el consumo unitario del recurso i en la actividad j.
- bi Representa el total disponible del recurso i.
- cj Representa el costo o beneficio unitario por llevar a cabo la actividad j.
- xj Representa las unidades a realizar de la actividad j.

Matemáticamente este modelo consta de 3 partes que son:

1. Función objetivo.
2. Restricciones, y
3. Condiciones.

La función objetivo representa la función a maximizar o minimizar, la cual se representa como sigue:

$$Z(\max) = C1X1 + C2X2 + \dots + CnXn$$

*Nótese que este modelo menciona que la función objetivo es de maximizar, y que los signos de las restricciones tienen el sentido (= menor o igual). Esta aclaración es con el fin de que se tengan bien presentes más adelante.*

*Las restricciones representan las características a las cuales se debe sujetar la función objetivo. Estas, básicamente se forman en base a los consumos unitarios de recursos y las cantidades totales disponibles de cada recurso.*

*Matemáticamente se representan como sigue (tomando como base la representación matricial mostrada).*

$$\begin{array}{rcl} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n & \leq & b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n & \leq & b_2 \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n & \leq & b_m \end{array}$$

*Las condiciones representan los valores permitidos para las variables de decisión, y se plantean como sigue:*

$$X_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

*Como se podrá observar, este modelo sirve para solucionar problemas de los ya mencionados, utilizando un modelo matemático o sistema de ecuaciones lineales formados por las tres partes mencionadas.*

*Ahora bien, este modelo parte de 4 supuestos bien importantes a saber:*

- 1. Proporcionalidad.*
- 2. Adición.*
- 3. Divisibilidad, y*
- 4. Determinismo.*

#### **Proporcionalidad.**

*Este supuesto parte de la idea de que la función objetivo y el uso de cada recurso son directamente proporcionales al valor de cada actividad que se determine, o sea, de que si se asigna una cantidad de recursos a una actividad, ocasionará que en esa misma cantidad disminuirá el recurso, y a su vez, se reflejará en la función objetivo.*

### **Adición.**

*Esta suposición se refiere a que dado cualquier valor a las actividades ( $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ), el uso total de cada recurso y el valor resultante de la función objetivo igualen la suma correspondiente a las cantidades generadas por el valor de cada actividad, o sea, que al resolverse un problema de este tipo, los valores obtenidos para las actividades, una vez sustituidos en las ecuaciones originales, respeten las restricciones del modelo.*

### **Divisibilidad.**

*Este supuesto se refiere a que los valores que toman las asignaciones puedan darse en valores fraccionados, o sea, que sean permitidos valores no enteros para las variables de decisión (actividades).*

### **Determinismo.**

*Esta suposición se refiere a que todos los parámetros del modelo sean constantes, o sea, que los límites del modelo no sufrirán cambios. Esta suposición en la realidad es común de que no exista, pero en un momento dado se pueden dar parámetros constantes y complementar la solución con un análisis de sensibilidad, el cual nos auxiliará para analizar que tan susceptibles son al cambio las variables de decisión.*

*Con lo expuesto hasta aquí sobre este modelo, podemos darnos cuenta de que la parte más importante para su utilización es la claridad con que pueda definirse el problema, es decir, la modelación del mismo. Después de esto, sólo es necesario seleccionar el método de solución más adecuado.*

*Los métodos de solución más comunes para este modelo son que se mencionan a continuación y que son detallados en los apéndices de este capítulo.*

- a) Gráfico,
- b) Simplex, y
- c) Dual Simplex.

*Una aplicación de este modelo es el siguiente:*

*Una empresa agrícola cultiva dos tipos de productos: Maíz y Frijol. Dichos cultivos requieren de los siguientes recursos:*

- a) Semilla.
- b) Mano de obra.
- c) Tierra, y
- d) Dinero.

Los consumos de recursos así como la disponibilidad de los mismos se detalla en el cuadro siguientes:

RECURSOS	MAIZ	FRIJOL	DISPONIBLE
Semilla/ha.	200 kg.	-	4,000 kg.
Semilla/ha.	-	250 kg.	3,500 kg.
Hrs. Mano de obra/ha.	500	600	6,000
Inversibn/ha.	\$12,000	\$14,000	\$200,000
Utilidad/ha.	\$ 8,000	\$10,000	
Tierra disponible: 10 hectáreas.			

Todo lo que produce la empresa se vende ya que hay gran demanda de estos productos.

La empresa desea determinar su programa de cultivo para el próximo periodo, de tal forma que se obtengan el máximo de utilidades posibles.

#### Planteamiento :

En principio se procede a identificar las actividades a realizar y a asignar a cada una de ellas una variable que las identifique. Además estas variables significarán las unidades a producir de cada una de estas actividades.

En este caso las actividades a producir son maíz y frijol, y la unidad que se manejará será la hectárea de producción. Las variables correspondientes serán X1 y X2 respectivamente, y representarán las unidades a producir de cada uno de estos productos.

A continuación se determinan los consumos de cada uno de los recursos por unidad de producción, así como las cantidades disponibles de cada uno de ellos. Esto se resume en la siguiente matriz:

ACTIVIDAD	MAIZ	FRIJOL	DISPONIBLE
RECURSO			
-----	-----	-----	-----
1 Semilla maíz	200 kg	-	4,000 kg (1)
1 Semilla frijol	-	250 kg	3,500 kg (2)
1 Hr. Mano de obra	500	600	6,000 hs. (3)
1 Dinero	\$12,000	\$14,000	\$200,000 (4)
1 Hectáreas	1	1	10 has. (5)
-----	-----	-----	-----
1 Variables	X1	X2	
-----	-----	-----	-----

(1) Como la semilla de maíz sólo puede ser consumida por la producción de maíz, el consumo de frijoles es de 0. Lo cual significa que cada hectárea que se produzca de maíz utilizará 200 kg. de semilla, pudiendo disponer hasta un total de 4,000 kg. para este período. Matemáticamente se puede representar de la siguiente forma:

$$200 X_1 + 0 X_2 (= 4,000)$$

(2) Este recurso sólo puede ser consumido por el frijol, y cada unidad de producción consume 250 kg. del mismo, pudiendo disponer hasta de 3,500 kg. para la producción. Matemáticamente esto se representa:

$$0 X_1 + 250 X_2 (= 3,500)$$

(3) En cuanto a las horas de mano de obra, el consumo por hectárea de maíz es de 500 hs. y el consumo por hectárea de frijol es de 600 hs., pudiéndose disponer hasta de 6,000 hs. para este período de producción, la representación matemática correspondiente es:

$$500 X_1 + 600 X_2 (= 6,000)$$

Esto es que 500 hs. multiplicadas por las unidades que se produzcan de maíz más 600 hs. multiplicadas por las unidades que se produzcan de frijol no deben sobrepasar las 6,000 hs. totales disponibles.

(4) El dinero disponible para producción es de \$200,000 y el consumo por hectárea de maíz es de \$12,000 y por hectárea de frijol es de \$14,000. La representación simbólica de esta restricción es:

$$12,000 X_1 + 14,000 X_2 (= \$200,000)$$

(5) Se cuenta con 10 hectáreas para producción, y como la unidad de producción es la hectárea, se considera que el consumo para cada actividad será de una hectárea, quedando su representación simbólica como sigue:

$$X_1 + X_2 (= 10)$$

Esto es que las unidades de producción a realizar no deben ser superiores a las 10 hectáreas disponibles.

Por último, para complementar el modelo es necesario fijar un objetivo cuantificable que permita buscar la mejor combinación de producción, y fijar condiciones para que los valores de  $X_1$  y  $X_2$  no sean negativos, ya que de ser valores negativos, no sería posible llevarlo a cabo en la realidad.

El objetivo, que se solicita en este caso es el de obtener la máxima utilidad posible, dadas las limitaciones de los recursos.



La utilidad que genera una hectàrea de maiz es de \$8,000 y \$10,000 por hectàrea de frijol, por consiguiente se pueden plantear simbòlicamente el siguiente objetivo:

$$Z(\max) = 8,000X_1 + 10,000X_2$$

Esto es maximizar la utilidad total por la combinaci3n de producci3n de maiz y frijol.

En otras palabras:

- $Z(\max)$  = Maximizaci3n de utilidad total.
- $8,000X_1$  = Utilidad por hectàrea de maiz que multiplicada por el nùmero de hectàreas a producir nos darà la utilidad de este producto.
- $10,000X_2$  = Utilidad por hectàrea de frijol que multiplicada por el nùmero de hectàreas a producir nos darà la utilidad por producir y vender este producto.

Ordenando la informaci3n obtenida, se obtiene el siguiente modelo de programaci3n lineal:

$Z(\max) = 8,000X_1 + 10,000X_2$	;	Funci3n objetivo
Sujeto a:	;	Restricciones
$200X_1$	$\leq$	4,000 ; Semilla de maiz
$250X_2$	$\leq$	3,500 ; Semilla de frijol
$500X_1 + 600X_2$	$\leq$	6,000 ; Hs. mano de obra
$12,000X_1 + 14,000X_2$	$\leq$	200,000 ; Dinero
$X_1 + X_2$	$\leq$	10 ; Hectàreas
$X_1 \geq 0 ; X_2 \geq 0$	;	Condici3n de no negatividad[que los valores de $X_1$ y $X_2$ (unidades a producir de maiz y frijol) no sean valores negativos].

La soluci3n gràfica del modelo se muestra en la figura 3.

El anàlisis de los vectores de soluci3n mostrados en la figura 3 es el siguiente.

$V_1 (0,10) = Z(\max) = \$100,000$       *3ptimo*

$V2 (10,0) = Z(\max) = 96,000$  factible  
 $V3 (0,0) = Z(\max) = 0$  factible

**Interpretación:**

Cultivar 10 has. de frijol, lo cual proporcionará una utilidad máxima de \$100,000, con esta asignación se tendrán los siguientes sobrantes de recursos:

4,000 kgs. de semilla de maíz  
 10,000 kgs. de semilla de frijol  
 \$60,000 de dinero no utilizado

Una vez resuelto el problema, se puede ampliar la información obtenida, realizando el Modelo Dual (contribución marginal de los recursos) y un análisis de sensibilidad (análisis de qué tan sensibles son los cambios los recursos y la contribución de los productos).

Para el ejemplo en cuestión del Modelo Dual sería:

$$Z(\min) = 4,000Y_1 + 3,500Y_2 + 5,500Y_3 + 2,000,000Y_4 + 10Y_5$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 200Y_1 + 500Y_3 + 1,200Y_4 + Y_5 &= 8,000 \\
 250Y_2 + 600Y_3 + 14,000Y_4 + Y_5 &= 10,000 \\
 Y_1 \geq 0; Y_2 \geq 0; Y_3 \geq 0; Y_4 \geq 0; Y_5 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Resolviendo este modelo se obtiene el resultado que se muestra en el cuadro 1.

La interpretación correspondiente a este cuadro es la siguiente:

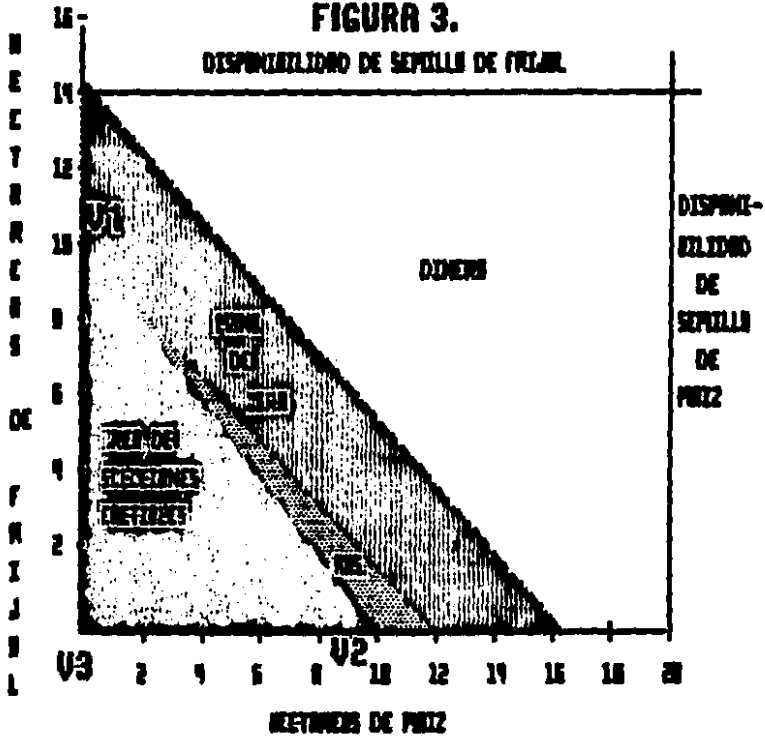
$Z(\min) = 100,000$	Contribución mínima posible
$Y_1 = 2,000$	Diferencia de la contribución del maíz con respecto al frijol, o sea, la pérdida por hectárea cultivada de maíz en lugar de frijol.
$Y_5 = 10,000$	Contribución por hectárea cultivada de frijol.

Note que el resultado de la función objetivo del modelo original es igual que el resultado del Modelo Dual, esto quiere decir que la solución es la mejor posible de acuerdo con los recursos disponibles.

Además, cabe mencionar que el Modelo Dual no tiene una solución óptima (signos negativos en el primer renglón, columnas de variables de decisión) debido a que no se cuenta con más horas de mano de obra y hectáreas, lo cual hace que existan sobrantes de los demás recursos (dinero y semillas).

**FIGURA 3.**

**DESPOBILIZADO DE SEPILO DE FRIJOL**



**CUADRO 1**

N.L.	C.L.	Z	V1	V2	V3	V4	V5	V61	V62	TEMP. IND.	REL.
1	Z	1	-1000	-2000	-3000	-20000	-10	0	0	0	
2	Yh1	0	-200	0	-300	-12000	-1	1	0	-1000	0000
3	Yh2	0	0	-250	-600	-14000	-1	0	1	-1000	10000
1	Z	1	-1000	-1000	0	-6000	0	0	-10	10000	
2	Yh1	0	-200	250	100	2000	0	1	-1	2000	
3	Y5	0	0	250	600	14000	1	0	-1	10000	

Como se podrá notar, el Modelo Dual también sirve para verificar la factibilidad de las asignaciones determinadas en el modelo original.

La solución tabular del modelo original por el método simplex se muestra en el cuadro 2, y su interpretación es la siguiente:

Z(max)	= Utilidad máxima posible	= \$100,000
Xh1	= Kgs. sobrantes de semilla de maíz	= 4,000
Xh2	= Kgs. sobrantes de semilla de frijol	= 1,000
Xh3	= Hrs. de mano de obra no utilizadas	= 0
Xh4	= Sobrante de dinero	= 60,000
X2	= Hectáreas a cultivar de frijol	= 10
X1	= Hectáreas a cultivar de maíz	= 0

Una vez resuelto el modelo correspondiente, es posible determinar los parámetros de variación del modelo aplicando un análisis de sensibilidad, el cual es desarrollado a continuación para la solución obtenida en el modelo de ejemplo ( ver procedimiento en el apéndice "D" de este capítulo ).

- a) Para la función objetivo, el mayor incremento posible a la utilidad por hectárea de frijol es de \$ 10,000. Esto es que puede incrementarse hasta \$20,000 sin que se vea afectada la asignación propuesta.
- b) En lo que respecta a la semilla de maíz, es posible incrementarla en cualquier cantidad o decrementarla hasta en 4,000 kgs. sin que se vea afectada la solución propuesta.
- c) En lo referente a la semilla de frijol, es posible decrementarla hasta 3,000 kgs, ya que si se rebasa este límite, la asignación propuesta cambiaría.
- d) Para las horas de mano de obra, no pueden incrementarse o decrementarse por ningún motivo, ya que cualquier variación ocasionaría cambios esenciales en la asignación propuesta.
- e) Desde el punto de vista del dinero disponible, este puede incrementarse en cualquier cantidad, pero no decrementarse a menos de \$140,000 ya que hacerlo ocasionaría cambios esenciales en la solución propuesta (cambio de asignación).
- f) Por último, las hectáreas deben mantenerse dentro del rango de 10 a 14, sin que se produzcan cambios sustanciales en la solución.

## CUADRO 2

ME	V.R.	Z	X1	X2	X11	X12	X13	X14	X15	IND.	REL.
1	Z	1	-10000	-10000	0	0	0	0	0	0	
2	X11	0	200	0	1	0	0	0	0	4000	
3	X12	0	0	250	0	1	0	0	0	2500	24
4	X13	0	500	0	0	0	1	0	0	5000	18
5	X14	0	12000	14000	0	0	0	1	0	28000	14.29
6	X15	0	1	1	0	0	0	0	1	10	10

ME	V.R.	Z	X1	X2	X11	X12	X13	X14	X15	IND.	REL.
1	Z	1	2000	0	0	0	0	0	10000	10000	
2	X11	0	200	0	1	0	0	0	0	4000	
3	X12	0	-250	0	0	1	0	0	-250	1000	
4	X13	0	-100	0	0	0	1	0	-500	0	
5	X14	0	-2000	0	0	0	0	1	-14000	6000	
6	X2	0	1	1	0	0	0	0	1	10	

Como se habrá notado, la información que genera este modelo es bastante completa. Lo cual proporciona al tomador de decisiones un panorama general de las posibles alternativas a seguir.

Dicha información complementada con la experiencia del tomador de decisiones, puede en un momento dado proporcionar mejores resultados una vez aplicada la solución en la vida real.

Además cabe mencionar, que actualmente la utilización de computadoras, reduce el tiempo de procesamiento de los modelos correspondientes, pudiéndose generar gran cantidad de información en poco tiempo y por ende estar en posibilidades de tomar una mejor decisión.

Uno de los problemas que se pueden presentar al utilizar el modelo simplex, es que se requieran valores enteros para las variables de decisión, y como se expuso en las secciones anteriores, uno de los supuestos es de que las variables pueden tener valores fraccionarios (supuesto de divisibilidad).

Para resolver este problema existen diversas formas de solución a saber:

1. Ajustar las cantidades fraccionarias de la solución a números enteros.
2. Resolver el modelo de simplex original e ir agregando una a una restricciones para las variables que se quiere sean enteras, para con esto ir analizando el efecto de las nuevas restricciones al resultado original.
3. Utilizar el modelo de transporte, y
4. Utilizar la programación entera.

La primera forma para solucionar este tipo de problemas, es la más sencilla de manejar, pero es necesario tener cuidado de que la solución original no sea distorsionada, o sea, que se respeten o cumplan las restricciones establecidas y además, que el resultado de la función objetivo sea lo más cercana posible a la solución original.

En caso de que el ajuste de fracciones a enteros ocasione grandes diferencias, agregar restricciones para las variables que se quiere sean enteras. En caso de que las variaciones sean mínimas, puede considerarse como solución del modelo el resultado obtenido en la solución original. En caso contrario, tratar de plantear el problema de tal manera que pueda ser resuelto por el modelo de transporte (opción 3), ya que este modelo tiene la característica de que sus resultados son valores enteros.

Probablemente el problema de esta tercera opción sea el planteamiento correspondiente.

En caso de no ser posible el planteamiento, y por consecuencia su solución a través del modelo de transporte, utilizar el modelo de programación entera.

*Esta opción, aunque parece la más adecuada, no lo es, en virtud de que actualmente los trabajos realizados sobre este modelo no son muy confiables, ya que aún están en etapa de perfeccionamiento, sin embargo es posible solucionar problemas tipo, que requieran la característica ya mencionada.*

*La base de esta opción, así como su funcionamiento y aplicación no se desarrolla en este trabajo, pero puede ser consultado en cualquier libro de investigación de operaciones.*

*Por último se hace la aclaración de que en las opciones mencionadas no se incluye el modelo de asignación, ya que muy difícilmente se puede adaptar un problema complejo a este tipo de modelo, aunque no debe descartarse esta posibilidad.*



**APENDICES DEL CAPITULO I.**

## APENDICE "A"

### MODELO DE ASIGNACION. ALGORITMO DE SOLUCION.

Al método para resolver este tipo de problemas, se le conoce con el nombre de Método Húngaro y consiste en los siguientes pasos:

**Paso 1.** Preparar una matriz donde se presenten las combinaciones posibles, colocando en los títulos de las columnas las actividades a realizar y en los renglones los recursos, a utilizar, o viceversa. Anotar en las celdas los costos o beneficios correspondientes a cada combinación.

**Paso 2.** Verificar que el número de renglones sea igual al número de columnas.

En caso afirmativo continuar con el paso 3.

En caso negativo agregar columnas ( $m$ ) o renglones ( $n$ ) ficticios hasta que sean iguales, anotando en las celdas lo siguiente:

a) Si está maximizando, anotar un valor más pequeño que los que se tienen en la matriz original y pasar al paso 3.

b) Si se está minimizando, anotar un valor más grande que los que se tienen en la matriz original y pasar al paso 4.

**Paso 3.** Si el modelo es de minimización llevar a cabo el paso 4, en caso contrario transformar la matriz de beneficios en una matriz de costos, esto se logra de la siguiente manera:

a) Localizar el valor más grande de toda la matriz.

b) Al valor seleccionado en el inciso anterior restarle los valores de cada celda, anotando el resultado en la celda correspondiente.

**Paso 4.** Seleccionar el valor más pequeño de cada renglón y restarlo a cada una de las celdas del renglón correspondiente, anotando los resultados en dicha celda.

**Paso 5.** Seleccionar el valor más pequeño de cada columna de la matriz resultante del paso 4 y restarlo a los demás valores de la columna, anotando el resultado en la celda correspondiente.

**Paso 6.** En la última matriz realizada (después del paso 5 ó 7 según sea el caso), cruzar los ceros con líneas rectas (horizontales o verticales), utilizando el menor número de rectas posibles (rectas que crucen el mayor número de ceros posibles).

**Paso 7.** Si el número de rectas trazadas es igual al número de renglones o columnas, el problema es susceptible de asignar, en caso contrario, localizar el menor valor de los valores no cruzados y restarlo a todos los valores no cruzados, anotando el resultado en las celdas correspondientes y regresar al paso 6.

**Paso 8.** Asignar (colocando marcas en las celdas) en aquellas celdas que tengan valor de ceros, asignando primero a los renglones o columnas donde se encuentren ceros solos y así progresivamente hasta que las asignaciones sean igual al número de columnas y renglones. En caso de empates, se considerará como solución múltiple y cualquier combinación en la asignación representará el mismo costo o beneficio total.

**Paso 9.** Realizar una nueva matriz anotando un cero en las celdas no asignadas y unos en las asignadas, esto se hace para una mejor visualización del resultado.

En caso de soluciones múltiples, realizar una matriz para cada combinación.

**Paso 10.** En la última matriz, anotar al lado derecho de la matriz el costo o utilidad de la asignación, sin considerar los renglones o columnas ficticias (agregadas en el paso 2) y sumarlas. Este último resultado será el costo o utilidad total de la asignación.

Para ilustrar la mecánica de este método, a continuación se presenta un ejemplo tomado del libro de Prawda. (11)

"El gobierno va a construir tres proyectos, A, B, C, y 4 compañías constructoras están compitiendo por los proyectos. La siguiente matriz resume la cotización de cada compañía por proyecto, en millones de pesos:

	Proyectos		
Empresa	A	B	C
1	5	13	19
2	13	10	15
3	11	15	27
4	15	9	6

Por motivos políticos de un reparto más equitativo de las erogaciones, se decidió que cada empresa tendrá contrato por un sólo proyecto, y que cada proyecto será realizado por una sola compañía."

Con base en la información proporcionada, se procede a aplicar el método en cuestión.

**Paso 1. Preparación de la matriz de costos.**

	Proyecto		
Empresa	A	B	C
1	5	13	19
2	13	10	15
3	11	15	27
4	15	9	6

$m = 4$  constructoras y  $n = 3$  proyectos

**Paso 2. Verificando si existe degeneración.**

Como el número de renglones es diferente al número de columnas, es necesario ajustar el modelo agregando una columna, anotando en las celdas un costo mayor al máximo que aparece en la matriz original, quedando el modelo como se muestra a continuación.

	A	B	C	D
1	5	13	19	30
2	13	10	15	30
3	11	15	27	30
4	15	9	6	30

Nota : en la columna agregada ( D ) se colocó un costo de 30, ya que este es un costo mayor que los que se encontraban en la matriz original.

**Paso 3. Conversión de la matriz a una de costos.**

Como en este caso el objetivo es de minimizar se pasa directamente al paso 4.

**Paso 4. Restar el valor más pequeño de cada renglón a los demás elementos del mismo.**

	A	B	C	D
1	5-5	13-5	19-5	30-5
2	13-10	10-10	15-10	30-10
3	11-11	15-11	27-11	30-11
4	15-6	9-6	6-6	30-6

Matriz resultante:

	A	B	C	D
1	0	8	14	25
2	3	0	5	20
3	0	4	16	19
4	9	3	0	24

Paso 5. Seleccionar el menor valor de cada columna y restarlo a los demás elementos de la columna correspondiente.

	A	B	C	D
1	0-0	2-0	14-0	25-19
2	3-0	0-0	5-0	20-19
3	0-0	4-0	16-0	19-19
4	9-0	3-0	0-0	24-19

Matriz resultante:

	A	B	C	D
1	0	2	14	6
2	3	0	5	1
3	0	4	16	0
4	9	3	0	5

Paso 6. Cruzar con rectas los ceros de la matriz, utilizando el menor número de rectas posibles.

	1	2	3
1	0	2	14
2	3	0	5
3	0	4	16
4	9	3	0

Número de rectas trazadas = 4

Como el número de renglones es igual al número de rectas trazadas, el problema ya es susceptible de asignación.

Paso 8. Asignación de actividades a recursos.

	A	B	C	D
1	0*	2	14	6
2	3	0*	5	1
3	0	4	16	0*
4	9	3	0*	5

\* = marca de asignación.

Paso 9. Elaboración de la matriz de asignación.

	A	B	C	D	Costo
1	1	0	0	0	5
2	0	1	0	0	10
3	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	6

Total \$ 21

*Interpretación de la solución :*

<i>Constructora</i>	<i>Proyecto</i>	<i>Costo</i>
<i>1</i>	<i>A</i>	<i>5</i>
<i>2</i>	<i>B</i>	<i>10</i>
<i>4</i>	<i>C</i>	<i>6</i>
	<i>Total</i>	<i>\$ 21 millones de pesos.</i>

*Se desecha la constructora 3 en virtud de que es la que cotiza más alto.*

*Como se habrá notado, la mecánica de solución de este modelo, se resume a sumas y restas, lo cual lo hace bastante sencillo de aplicar.*

## APENDICE "B"

### MODELO DE TRANSPORTE. ALGORITMOS DE SOLUCION.

Existen varios algoritmos para resolver este tipo de modelo, de los cuales se trataran dos que son : MODI y MNNP.

Para aplicar el primero, es necesario contar con una primera solución factible, la cual se obtiene de acuerdo a los criterios que se mencionan más adelante, y para el segundo método no es necesario tener una primera solución factible.

Además, para ambos métodos, antes de obtener la primera solución factible o iniciar el método de solución es necesario en caso de que el objetivo sea maximizar transformar la matriz de beneficio en una de costos.

Esto se logra restando al mayor beneficio de la matriz el beneficio de cada una de las celdas de la misma, siendo la matriz resultante la matriz de costos buscada.

#### 1. REGLAS PARA LA OBTENCION DE UNA PRIMERA SOLUCION FACTIBLE

Antes de aplicar cualquiera de las reglas que se detallan a continuación, es necesario verificar si la oferta y demanda son iguales, ya que de no ser así, se debe ajustar la matriz original agregando un renglón o columna que absorba la diferencia entre oferta y demanda.

Si se agregó una columna o renglón, se debe anotar en las celdas agregadas un costo mayor al costo máximo de la matriz original en el caso de minimización, o un beneficio de cero en el caso de maximización.

#### Regla de la Esquina Noroeste.

Consiste en asignar cantidades a las celdas de la matriz satisfaciendo oferta y demanda en forma escalonada, iniciando las asignaciones en la esquina superior izquierda. Dicho de otra forma:

Inicie en el renglón 1 columna 1.

- a) Asigne a la celda la menor cantidad entre oferta y demanda correspondiente a dicha celda.
- b) Efectúe la resta de las unidades asignadas a la oferta y demanda correspondiente, anotando a un lado de la matriz la nueva cantidad a ofrecer y demandar.



- c) Si se consumió todo lo posible de asignar al renglón (oferta), cámbiese a la celda del siguiente renglón (sobre la misma columna en que está) y realice inciso d.

Si fue la columna la que se consumió o asignó todo lo posible (demanda), cámbiese a la siguiente columna pero sobre el mismo renglón en que está y realice inciso d.

Si fueron columna y renglón totalmente asignados (esto sucede cuando la oferta es igual a la demanda en esta celda), cámbiese al siguiente renglón y columna y realice inciso d.

- d) Si se tiene totalmente satisfecha la oferta y demanda, termina el proceso (todos los valores de oferta y demanda iguales a cero); en caso contrario, repita asignación con criterio del inciso a) y regrese al inciso b).

Para ilustrar la mecánica de esta regla, a continuación se desarrolla un ejemplo paso a paso, partiendo de que ya se tiene planteada una matriz inicial.

Matriz Inicial

	Abastecedores				
Receptores	1	2	3	4	oferta
A					50
B					40
C					100
Demanda	50	30	30	80	190

Asignando a la celda del primer renglón columna 1 50 unidades, ya que la oferta es igual que la demanda para esta celda y determinando oferta y demanda disponible después de la asignación.

	Abastecedores				
Receptores	1	2	3	4	oferta
A	50				--50-- 10
B					40
C					100
Demanda	--50--	30	30	80	190

0

Como ya no queda demanda disponible para esta columna y renglón, se pasa al segundo renglón columna 2 y se aplica mismo criterio para asignar.

En este caso como la demanda es menor que la oferta se asigna la primera en la celda mencionada y se procede a determinar la oferta y demanda disponible.

Abastecedores						
Receptores	1	2	3	4	oferta	
A	50				--50--	10
B		30			--40--	10
C						100
Demanda	--50--	--30--	30	80		190
	0	0				

Como en este renglón aún queda oferta disponible, se pasa ahora a la columna 3, y se procede a asignar utilizando el mismo criterio. En este caso como la oferta es menor que la demanda se asigna la primera a la celda correspondiente y se determina la oferta y demanda disponible.

Abastecedores						
Receptores	1	2	3	4	oferta	
A	50				--50--	10
B		30	10		--40--	10
C						100
Demanda	--50--	--30--	--30--	80		190
	0	0	20			

Dado que ahora se consumió la oferta, se pasa a la celda del renglón 3 columna 3 asignando con el mismo criterio. Como la demanda es menor que la oferta para esta celda, se asigna la primera a la celda correspondiente y se determina la oferta y demanda disponible.

Abastecedores					
Receptores	1	2	3	4	oferta
A	50				--50-- 10
B		30	10		--40-- -10-
C			20		--100-- 180
Demanda	--50--	--30--	--30--	80	190
	0	0	--20--		0

Como se consumió la demanda de la columna 3 se pasa a la columna 4 renglón 3, asignando el total de oferta y demanda restante ya que son iguales, y se determina la demanda y oferta disponible después de la asignación.

Abastecedores					
Receptores	1	2	3	4	oferta
A	50				--50-- 10
B		30	10		--40-- -10-
C			20	80	--100-- -80-
Demanda	--50--	--30--	--30--	--80--	190
	0	0	--20--	0	0

Dado que la oferta y demanda de esta última matriz han quedado satisfechas termina la regla de asignación de la esquina noroeste con el siguiente resultado.

Abastecedor	Receptor	Unidades
1	A	50
2	B	30
3	B	10
3	C	20
4	C	80

### Regla de Vogel.

Esta regla para la obtención de una primera asignación factible, a diferencia de la regla de la esquina noroeste, considera los costos de envío para la determinación de las cantidades a asignar.

El procedimiento se resume en los siguientes pasos:

a) Seleccione el menor costo de envío de la matriz y asigne a esta celda la cantidad menor entre oferta y demanda correspondiente y determine la oferta y demanda disponible después de la asignación.

Para efectos de este paso considere el menor costo diferente de cero.

b) Aplique el inciso anterior con el siguiente menor costo en orden progresivo hasta que la oferta y demanda queden satisfechas (iguales a cero).

Para efectos de ilustrar esta regla, a continuación se desarrolla un ejemplo, considerando que ya se tiene determinada una matriz inicial del problema.

Matriz inicial:

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
A	5	4	3	2	50
B	7	9	5	4	80
C	8	0	3	8	30
Demanda	70	40	10	40	160

En esta matriz, los costos son los valores que se encuentran en los cuadros pequeños de cada celda.

Aplicando los pasos mencionados se tiene que la primera asignación se debe hacer en el renglón 1 columna 4, ya que en esta celda se encuentra el menor costo de envío diferente de cero.

La cantidad a asignar es 40 ya que es la menor cantidad entre oferta y demanda, procediendo también a calcular la oferta y demanda disponible después de la asignación queda una matriz como la que se muestra a continuación.

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
	5	4	3	2	
A				40	--50-- 10
	7	9	5	4	
B					80
	8	0	3	8	
C					30
Demanda	70	40	10	--40--	160
				0	

Repetiendo el procedimiento con el siguiente costo menor de la matriz se tiene :

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
	5	4	3	2	
A			10	40	--50-- 10- 0
	7	9	5	4	
B					80
	8	0	3	8	
C					30
Demanda	70	40	--10--	--40--	150
			0	0	

Continuando con el procedimiento ya que aún no se satisfacen totalmente la oferta y demanda se tiene la siguiente matriz:

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
	5	4	3	2	
A			10	40	--50--10-0
	7	9	5	4	
B	70				--80--10
	8	0	3	8	
C					30
Demanda	--70--	40	--10--	--40--	160
	0		0	0	

En este caso no se continúo con los costos de 3, 4 y 5, en virtud de que para estas celdas la oferta o la demanda disponible son cero.

Continuando con el procedimiento porque aún queda cantidad disponible en oferta y demanda se obtiene la siguiente matriz:

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
	5	4	3	2	
A			10	40	--50--10-0
	7	9	5	4	
B	70	10			--80--10-0
	8	0	3	8	
C					30
Demanda	--70--	--40--	--10--	--40--	160
	0	30	0	0	

Como aún queda demanda que surtir y disponible en oferta se procede a realizar la última asignación aplicando el mismo criterio, resultando la siguiente matriz:

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
	5	4	3	2	
A			10	40	--50--10-0
	7	9	5	4	
B	70	10			--80--10-0
	8	0	3	8	
C		30			--30--10
Demanda	--70--	--40--	--10--	--40--	160
	0	--30--	0	0	

Como la oferta y la demanda han quedado cubiertas, se termina el procedimiento con los siguientes resultados.

Abastecedor	Receptor	Unidades	Costo unitario	Importe
A	3	10	\$ 3.00	\$ 30.00
A	4	40	2.00	80.00
B	1	70	7.00	490.00
B	2	10	9.00	90.00
C	2	30	0.00	0.00
Total asignación				\$ 690.00

Comparando esta regla con la de la esquina noroeste se tiene que esta solución es una solución inicial más cercana a la óptima, en virtud de que considera los costos de envío para realizar la asignación, aunque, dado que considera al costo de cero como no valor mínimo, esto ocasiona que si en la matriz existe un costo de cero, no se le da prioridad a este, retrasando con esto la llegada a la solución óptima.

#### Regla de Russell.

Esta regla para obtener una primera asignación factible consiste en el siguiente procedimiento:

- a) Localice el menor costo de distribución y asigne la menor cantidad entre la oferta y demanda correspondiente a la celda elegida.

Para elegir el menor costo considere inclusive el costo de cero.

- b) Determine la oferta y demanda disponible después de haber asignado de acuerdo al criterio del inciso anterior, y proceda con la aplicación del inciso a) con el costo menor de la matriz que aún no haya sido asignado hasta que haya sido cubierta la oferta y demanda total de la matriz.

Como se podrá notar, esta regla es similar a la regla de Vogel, difiriendo solamente en que el criterio para la selección del menor costo de la matriz incluye al costo de cero.

Para ilustrar el procedimiento, a continuación se desarrolla un ejemplo.

Matriz inicial :

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
	5	4	3	2	
A					50
	7	9	5	4	
B					80
	8	0	3	8	
C					30
Demanda	70	40	10	40	160

Asignando la menor cantidad entre oferta y demanda a la celda que contiene el menor costo de distribución se obtiene la siguiente matriz (el menor costo corresponde a la celda del renglón 3 columna 2 y la menor cantidad entre oferta y demanda es 30).



Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
A	5	4	3	2	50
B	7	9	5	4	80
C	8	0	3	8	--30-- 0
Demanda	70	--40--	10	40	160

10

Repetiendo el procedimiento con el menor costo aún no asignado se genera la siguiente matriz.

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
A	5	4	3	2	40 --50-- 10
B	7	9	5	4	80
C	8	0	3	8	--30-- 0
Demanda	70	--40--	10	--40--	160

10                      0

Como aún queda oferta y demanda por cubrir, se repite el procedimiento con el menor costo aún no asignado, obteniendo la siguiente matriz.

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
A	5	4	3	2	
			10	40	--50-- -10--0
B	7	9	5	4	
					80
C	8	0	3	8	
		30			--30-- 0
Demanda	70	--40--	--10--	--40--	160
		10	0	0	

Dado que aún existe demanda y oferta disponible, se aplica nuevamente el procedimiento al siguiente menor costo obteniéndose la siguiente matriz.

Receptores	1	2	3	4	oferta
Abastec.					
A	5	4	3	2	
			10	40	--50-- -10--0
B	7	9	5	4	
	70				--80-- 10
C	8	0	3	8	
		30			--30-- 0
Demanda	--70--	--40--	--10--	--40--	160
	0	10	0	0	

Como aún existe demanda y oferta por cubrir, se aplica nuevamente el procedimiento, resultando la siguiente matriz.

Receptores	1	2	3	4	Oferta
Abastec.					
	5	4	3	2	
A			10	40	--50-- 10--0
	7	9	5	4	
B	70	10			--80-- 10-- 0
	8	0	3	8	
C		30			--30-- 0
Demanda	--70--	--40--	--10--	--40--	160
	0	--10--	0	0	

Dado que la oferta y demanda han sido cubiertas totalmente, se detiene el procedimiento y se procede a interpretar la primera solución factible obtenida.

Abastecedor	Receptor	Unidades	Costo unitario	Importe
A	3	10	\$ 3.00	\$ 30.00
A	4	40	2.00	80.00
B	1	70	7.00	490.00
B	2	10	9.00	90.00
C	2	30	0.00	0.00
Costo total				\$ 690.00

Comparando este criterio con el de Vogel se tiene que por lo general la solución obtenida estará más cerca de la solución óptima en virtud de que si considera el costo cero para seleccionar la celda a asignar, pero si no existiera al menos un costo de cero, la asignación será igual a la que se obtendría con el criterio Vogel.

## 2. ALGORITMO MODI.

Como se mencionó al inicio de los apéndices, para aplicar este método de solución es necesario contar con una primera solución factible, la cual se determina con cualquiera de las reglas mencionadas anteriormente.

Una vez que se cuenta con la primera solución se aplica el siguiente procedimiento:

1. Verifique que el número de celdas asignadas sea igual al número de renglones más el número de columnas menos 1.

En caso afirmativo pase al paso 2, en caso negativo agregue tantas asignaciones ficticias sean necesarias para que se cumpla con el criterio mencionado.

Una asignación ficticia se realiza anotando una E en las celdas no ocupadas por la asignación inicial, y su valor será cero.

Para este efecto se recomienda colocar las asignaciones ficticias de tal manera que al menos exista una asignación (ficticia o no) en cada renglón y columna.

2. Agregue una columna y un renglón a la matriz, colocando como encabezado una U a la columna y una V al renglón.

3. Asigne un valor de cero a cualquier celda del renglón o columna agregado.

Nota : En caso de que no sea la primera vez que se aplica este paso coloque el cero donde lo aplicó por primera vez.

4. Determine los valores de las celdas restantes de U y de V con las siguientes fórmulas:

$$U_i = C_{ij} - V_j$$

$$V_j = C_{ij} - U_i$$

Donde :

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$C_{ij}$  = Costo original de la celda  $(i, j)$ .

Este cálculo se debe efectuar sólo en las celdas que se encuentran asignadas.

5. Elabore una matriz como la que se muestra a continuación.

( U + V )

	1	2	3	...	n
1					
2					
3					
.					
.					
n					

6. En la matriz (U+V) cancela aquellas celdas que en la matriz original se encuentren asignadas y anote el resultado de la operación  $U_i + V_j$  en las celdas no asignadas.
7. Elabore una matriz como la que se muestra a continuación.

C - ( U + V )

	1	2	3	...	n
1					
2					
3					
.					
.					
n					

7. En la matriz elaborada cancela aquellas celdas que fueron asignadas en la matriz original y anote en las restantes el valor que resulte de restar al costo original de la celda el valor correspondiente a la matriz ( U + V ).

8. Si los valores de la matriz  $C - (U+V)$  son todos mayores o iguales a cero ha llegado a la solución óptima, por consiguiente termina el algoritmo.

En caso contrario realice el paso 9.

9. Seleccione de la matriz el valor más negativo, y en marque en la matriz original la celda correspondiente con un signo + .
10. A partir de la posición determinada en el paso anterior busque un ciclo siguiendo las asignaciones de la matriz.

El ciclo consiste en determinar que asignaciones se deben modificar para obtener una nueva asignación factible a trabajar. Para este efecto, el signo + colocado indica la celda que debe ser incrementada para mejorar la solución.

Ahora bien, ya que se desea incrementar en la celda elegida, se debe disminuir en otra de las celdas asignadas para equilibrar o respetar la oferta y demanda del renglón y columna elegida.

Por lo tanto, coloque un signo menos en alguna celda que se encuentre asignada en el renglón y columna en que se encuentra.

Una vez realizado esto, será necesario repetir este procedimiento hasta que el número de signos menos que haya colocado sean iguales al número de signos positivos, ya que de esta forma la oferta y demanda total no se verán modificadas.

11. Del ciclo determinado, elija aquella asignación que tenga el menor costo y el signo menos, ya que esta será la cantidad a modificar en las asignaciones.

Para este efecto considere a las asignaciones ficticias (en caso de que existan) con un valor de cero.

12. Determine los valores de las nuevas asignaciones sumando o restando (según el signo colocado) a la asignación original o a la asignación corriente.

13. Aplique el algoritmo a la nueva asignación determinada.

Para una mejor comprensión del algoritmo, a continuación se desarrolla un ejemplo detallando cada uno de los pasos del mismo.

Una empresa cuenta con 3 almacenes distribuidores : A, B y C , que deben surtir a cuatro distintas regiones de la república : Morelos, Jalisco, Monterrey y D.F.

Los costos unitarios de transporte de los almacenes a los diferentes estados se muestran en el siguiente cuadro:

Almacén	D.F.	Morelos	Jalisco	Monterrey
A	\$ 10	\$ 20	\$ 50	\$ 100
B	15	10	25	90
C	50	30	10	60

Las cantidades demandadas por cada una de las regiones durante un periodo son las siguientes:

D.F.	1000 unidades
Morelos	1500 unidades
Jalisco	750 unidades
Monterrey	2000 unidades

La capacidad de los almacenes por periodo es la siguiente:

Almacén	Cantidad
A	1500
B	2000
C	3000

Suponiendo que la empresa paga el flete, se desea saber el programa de entrega que debe realizar de tal forma que se minimice el costo de transporte.

Resumiendo la información en una matriz se tiene:

Receptores / Abastec.	D.F.	Mor.	Jal.	Mont.	Oferta
A	10	20	50	100	1500
B	15	10	25	90	2000
C	50	30	10	60	3000
Demanda	1000	1500	750	2000	

Como la oferta es mayor que la demanda se procede a aumentar una columna que absorba la diferencia entre ellas, anotando en las celdas agregadas un costo de \$150 que es mayor al máximo costo de la matriz, quedando la matriz como se muestra a continuación.

Receptores	D.F.	Mor.	Jal.	Mont.	Ficticia	Oferta
Abastec.						
A	10	20	50	100	150	1500
B	15	10	25	90	150	2000
C	50	30	10	60	150	3000
Demanda	1000	1500	750	2000	1250	

Como el objetivo es de minimizar, se procede a obtener una primera solución factible utilizando la regla de Vogel, haciendo la aclaración de que esta primera asignación puede ser obtenida utilizando cualquier criterio de los explicados anteriormente.

La solución obtenida se muestra en la siguiente matriz:

Receptores	D.F.	Mor.	Jal.	Mont.	Ficticia	Oferta
Abastec.						
A	10	20	50	100	150	1500
B	15	10	25	90	150	2000
C	50	30	10	60	150	3000
Demanda	1000	1500	750	2000	1250	

El costo correspondiente a esta solución es :



Distribuidor	Receptor	Costo Total
A	D.F.	\$ 10,000.00
B	Morelos	15,000.00
C	Jalisco	7,500.00
C	Monterrey	120,000.00
		-----
Total		\$ 152,500.00
		*****

Verificando la factibilidad de aplicar el algoritmo (degeneración), se tiene que el número de asignaciones es 7 y la suma de renglones más columnas menos 1 es 7, por consiguiente no son necesarias asignaciones ficticias.

Agregando un renglon (U) y una columna (V) se obtiene la siguiente matriz:

	V						
Rec.							
U	Abas.	D.F.	Mon.	Jal.	Mont.	Ficticia	Oferta
		10	20	50	100	150	
A	1000					500	1500
		15	10	25	90	150	
B			1500			500	2000
		50	30	10	60	150	
C				750	2000	250	3000
Demanda	1000	1500	750	2000	1250		

Colocando un valor de cero en una celda de V ó de U se obtiene la siguiente matriz:

	V						
	Rec.						
	D.F.	Nov.	Jal.	Mont.	Ficticia	Oferta	
U	Abas.						
		10	20	50	100	150	
O	A	1000				500	1500
		15	10	25	90	150	
	B		1500			500	2000
		50	30	10	60	150	
	C			750	2000	250	3000
	Deman.	1000	1500	750	2000	1250	

Ahora se procede a determinar los valores restantes de U y de V con las fórmulas mencionadas en el paso 4, obteniéndose el siguiente resultado.

	V	10	10	10	60	150	
	Rec.						
	D.F.	Nov.	Jal.	Mont.	Ficticia	Oferta	
U	Abas.						
		10	20	50	100	150	
O	A	1000				500	1500
		15	10	25	90	150	
O	B		1500			500	2000
		50	30	10	60	150	
O	C			750	2000	250	3000
	Deman.	1000	1500	750	2000	1250	

La forma en la cual fueron determinados estos valores es la siguiente: se había asignado un valor de cero al renglón 1 de U, con el cual se determina el valor de V de la segunda columna (ya que en esta coordenada hay asignación) restando al costo original de la celda (1,2) el valor de U1.

Para la determinación del valor de V en la quinta columna se restó al costo original de la celda (1,5) el valor de U primer renglón (ya que en esta celda también existe asignación).

Para la determinación del valor de U segundo renglón, se restó al costo original de la celda (2,5) el valor de V en la columna 5, ya que esta celda se encuentra asignada.

Con el valor de U determinado conforme al párrafo anterior se determina el valor de V en segunda columna, ya que la celda que tiene esta coordenada se encuentra asignada, restando al costo original de la celda (2,2) el valor de U segundo renglón.

Para la determinación del valor de U tercer renglón, se utilizó el valor de V columna 5, ya que la celda correspondiente a esta coordenada se encuentra asignada, restando al costo original de la celda (3,5) el valor de V columna 5.

Una vez determinado el valor de V renglón 3, se está en posibilidades de encontrar los valores restantes de V (columnas 3 y 4). La operación correspondiente es restar al costo original de las celdas (3,3) y (3,4) el valor de U tercer renglón, anotando el resultado en la columna correspondiente a dichas celdas.

Cuando se tienen calculados todos los valores de U y de V, se procede a elaborar la matriz de (U + V), quedando esta como sigue:

( U + V )

	D.F.	Mor.	Jal.	Mont.	Fict.
A	10	10	60		
B	10	10	60		
C	10	10			

En esta matriz se tienen canceladas aquellas celdas en las que hay asignación (según) matriz anterior, y los demás valores fueron determinados sumando el valor de U y el de V correspondiente a la celda en que se está, por ejemplo: para la celda de A intersección morales se tiene un valor de cero en U y un valor de 10 en V, por tanto  $U+V = 10$ .

Este procedimiento se aplica para todas las demás celdas que no se encuentran canceladas.

Con la información generada hasta aquí, se realiza ahora una matriz que muestre la operación  $C_{ij} - (U_i + V_j)$ , quedando para este ejemplo como sigue:

$$C - (U + V)$$

	D.F.	Morelos	Jalisco	Monterrey	Ficticia
A	10	40	40		
B	5	15	30		
C	40	20			

A manera de ilustración, el valor de la celda de A intersección Morelos se determinó restando al costo unitario de esta celda el valor correspondiente de la misma celda en la matriz  $(U+V)$   $(20 - 10 = 10)$ .

Ahora bien, como en esta matriz todos los valores son mayores que cero, se ha llegado a la solución o asignación óptima, lo cual quiere decir que la asignación que se trabajó es la mejor, teniendo la siguiente interpretación:

Abast.	Receptor	Unidades	Costo U.	Importe
A	D.F.	1000	\$ 10.00	\$ 10,000.00
B	Morelos	1500	10.00	15,000.00
C	Jalisco	750	10.00	7,500.00
D	Monterrey	2000	60.00	120,000.00
<b>Costo Total</b>				<b>\$ 152,500.00</b>

Nota : no se consideró en la interpretación la asignación ficticia, ya que como su nombre lo indica sólo sirvió para poder aplicar el método en cuestión.

Para finalizar este apartado, a continuación se desarrolla un ejemplo para ilustrar el caso en que no se ha llegado a la solución óptima, para lo cual se llevará a cabo partiendo de la solución factible pero no óptima que se presenta a continuación.

	V	10	20	35	100	190	
	Rec.						
		D.F.	Mar.	Jal.	Mont.	Ficticia	Oferfal
U	Abas.						
		10	20	50	100	150	
0	A	1000	500				1500
		15	10	25	90	150	
-10	B		1000	750	250		2000
		50	30	10	60	150	
-40	C				1750	1250	3000
	Deman.	1000	1500	750	2000	1250	

( U + V )

		D.F.	Mar.	Jal.	Mont	Fict
	A			35	100	190
	B	0				180
	C	-30	-20	-5		

C - ( U + V )

		D.F.	Mar.	Jal.	Mont	Fict
	A			15	0	-40
	B	15				-30
	C	80	50	15		

Como en la última matriz existen valores menores que cero se debe modificar la solución, para lo cual se elige aquella celda con el valor más negativo, que en este caso es la celda (1,5).

Ya que se tiene identificada la celda inicial del ciclo de reasignación se procede a buscar el ciclo correspondiente, resultando la siguiente matriz.

	V	D.F.	Mor.	Jal.	Mont.	Ficticia	Oferta
U							
A		1000	500				1500
B			1000	750	250		2000
C					1750	1250	3000
Demanda		1000	1500	750	2000	1250	

En esta matriz el ciclo está formado por los signos colocados en las celdas (signos + y -).

El inicio del ciclo es la celda (1,5) ya que tiene el signo + y no hay asignación (determinado en la matriz C-(U+V)).

Este ciclo continúa en la celda (1,2) ya que de esta forma la cantidad que se aumente en (1,5) será restada en esta.

La celda (2,2) en la siguiente parte del ciclo, ya que al restar una cantidad a la celda (1,2) se deberá equilibrar la demanda aumentando la misma cantidad en esta celda.

La siguiente parte del ciclo la forma la celda (2,4), ya que la oferta de este renglón debe ser equilibrada al aumentar una cantidad en (2,2).

Siguiendo la misma lógica, la siguiente etapa del ciclo debe ser la celda (3,4), ya que en esta se debe equilibrar la demanda correspondiente.

La última etapa del ciclo está en la celda (3,5) ya que se debe equilibrar la oferta de esta.

Se le llama ciclo en virtud de que se aumentará y disminuirá de tal forma que se siga respetando la oferta y demanda total.

Lo anterior se puede comprobar contando el número de signos + y el número de signos -, y estos deben ser iguales, ya que de esta forma lo que se aumenta será restado, quedando con esto la oferta y demanda inalteradas.

Cabe hacer notar que el ciclo está formado sólo por celdas que se encuentran asignadas, a excepción del inicio del mismo (en el ejemplo la celda (1,5)).

Una vez localizado el ciclo se procede a determinar el número de unidades a reasignar, para lo cual se considera que esta cantidad será aquella del ciclo que sea menor y que además tenga un signo menos. En el ejemplo, la cantidad que cumple con estos requisitos es la celda (2,4), ya que tiene 250 unidades (menor valor) y además tiene el signo menos.

Ya que se tiene determinada la cantidad a reasignar, se determina la nueva asignación sumando o restando (dependiendo del signo anotado en la celda) a la asignación original de las partes del ciclo la cantidad elegida para reasignación, quedando el ejemplo como se muestra en la matriz siguiente.

V						
Rec.	D.F.	Mar.	Jul.	Mont.	Ficticia	Oferta
U	Abas.					
	10	20	50	100	150	
A	1000	250			250	1500
	15	10	25	90	150	
B		1250	750			2000
	50	30	10	60	150	
C				2000	1000	3000
Deman.	1000	1500	750	2000	1250	

Una vez realizado lo anterior, se procede a aplicar nuevamente el algoritmo de solución, repitiéndose todo el procedimiento hasta llegar a la solución óptima.

Por último, ya que sólo se pretendía explicar a detalle esta etapa del algoritmo de solución, ya no se continúa con el ejemplo, pero la solución óptima es la misma que se obtuvo en el ejemplo anterior a este.

### 3. ALGORITMO MHP.

Como se mencionó anteriormente, este algoritmo de solución para modelos de transporte no requiere de una primera solución inicial factible, ya que parte o se inicia con el planteamiento del modelo en una matriz como las que se han manejado.

El procedimiento de este algoritmo consiste en los siguientes pasos :

1. Determine la matriz de transporte correspondiente.
2. Si el modelo es de minimizar pase al paso 3, en caso contrario obtenga la matriz de costos correspondiente.

Para esto utilice el procedimiento descrito en el algoritmo de asignación.

3. Agregue un renglón y una columna a la matriz, poniendo de encabezado al renglón  $K_j$  y a la columna  $R_i$ .
4. Coloque el mayor costo de cada renglón en las celdas de  $R_i$  que corresponda.
5. Coloque en las celdas  $K_j$  el mayor costo de cada columna de la matriz.
6. Calcule el valor de cada celda de la matriz original con la siguiente fórmula:

$$CO_{ij} = R_i + K_j - C_{ij}$$

Donde :

$CO_{ij}$  = Costo de oportunidad de la celda  $(i, j)$ .

$R_i$  = Mayor costo del renglón  $i$ .

$K_j$  = Mayor costo de la columna  $j$ .

$C_{ij}$  = Costo unitario de distribución del abastecedor  $i$  al receptor  $j$ .

7. Asigne la menor cantidad entre oferta y demanda a las celdas que tengan el mayor costo de oportunidad.

En caso de empates inicie con las celdas de menor costo.



8. Elabore una nueva matriz que contenga sólo los renglones y columnas que aún son susceptibles de asignar.

9. Repita el procedimiento hasta que la oferta y/o demanda total esté completamente satisfecha (valor de cero).

Para un mejor entendimiento de este proceso, a continuación se aplica al ejemplo utilizado en el apartado anterior.

La matriz de resumen es la siguiente:

Rec.	D.F.	Mor.	Jal.	Mont.	Oferta
Abas.					
	10	20	50	100	
A					1500
	15	10	25	90	
B					2000
	50	30	10	60	
C					3000
Deman.	1000	1500	750	2000	

Agregando la columna R<sub>i</sub> y el renglón K<sub>j</sub> se tiene:

K <sub>j</sub>					
Rec.	D.F.	Mor.	Jal.	Mont.	Oferta
R <sub>i</sub> Abas.					
	10	20	50	100	
A					1500
	15	10	25	90	
B					2000
	50	30	10	60	
C					3000
Deman.	1000	1500	750	2000	

Anotando los mayores costos de cada renglón y cada columna se obtiene la siguiente matriz :

	Kj	50	30	50	100	
Rec.						
Ri	D.F.	Mar.	Jul.	Mont.	Oferta	
Abas.						
		10	20	50	100	
100	A					1500
		15	10	25	90	
90	B					2000
		50	30	10	60	
60	C					3000
	Deman.	1000	1500	750	2000	

Obteniendo los costos de oportunidad para cada celda se tiene la siguiente matriz resultante:

	Kj	50	30	50	100	
Rec.						
Ri	D.F.	Mar.	Jul.	Mont.	Oferta	
Abas.						
		10	20	50	100	
100	A	140	110	100	100	1500
		15	10	25	90	
90	B	125	110	115	100	2000
		50	30	10	60	
60	C	60	60	100	100	3000
	Deman.	1000	1500	750	2000	

Asignando la menor cantidad entre oferta y demanda a las celdas con el mayor costo de oportunidad se obtiene la siguiente asignación.

Abastecedor	Receptor	Unidades	Costo U.	Importe
A	D.F.	1000	\$ 10.00	\$ 10,000.00

Calculando la oferta y demanda disponible para asignación se obtiene la siguiente matriz:

Kj				
Rec.				
Abas.	Mar.	Jul.	Mont.	Oferta
A	20	50	100	500
B	10	25	90	2000
C	30	10	60	3000
Deman.	1500	750	2000	

En esta matriz se puede ver que la columna del D.F. ha desaparecido, en virtud de que ya se ha cubierto su demanda, y la cantidad disponible de oferta del abastecedor A se ha disminuido a 500, ya que este abastecedor fue el que surtió al D.F.

Como aún existe demanda que cubrir y también se tiene oferta disponible, se repite el procedimiento sobre esta última matriz, obteniéndose los siguientes costos de oportunidad.

	Kj	30	50	100	
	Rec.				
Ri	Abas.	Mar.	Jal.	Mont.	Oferta
		20	50	100	
100	A	110	100	100	500
		10	25	90	
90	B	110	115	100	2000
		30	10	60	
60	C	60	100	100	3000
	Deman.	1500	750	2000	

La asignación correspondiente es la siguiente :

Abastecedor	Receptor	Unidades	Costo U.	Importe
B	Jalisco	750	\$ 25.00	\$ 18,750.00

La nueva matriz es la siguiente :

	Kj			
	Rec.			
Ri	Abas.	Mar.	Mont.	Oferta
		20	100	
	A			500
		10	90	
	B			1250
		30	60	
	C			3000
	Deman.	1500	2000	

Determinando los costos de oportunidad de la nueva matriz, ya que aún queda demanda por cubrir y oferta disponible, se obtiene la siguiente matriz.

	Kj	30	100	
	Rec.			
		Mont.	Oferta	
Ri	Abas.			
		20	100	
100	A	110	100	500
		10	90	
90	B	110	100	1250
		30	60	
60	C	60	100	3000
	Deman.	1500	2000	

La asignación correspondiente es :

Abastecedor	Receptor	Unidades	Costo U.	Importe
A	Morelos	500	\$ 20.00	\$ 10,000.00
B	Morelos	1000	10.00	10,000.00

La nueva matriz queda como se muestra a continuación.

	Kj			
	Rec.			
		Mont.	Oferta	
Ri	Abas.			
		90		
	B			250
		60		
	C			3000
	Deman.	2000		

Determinando los nuevos costos de oportunidad se obtiene la siguiente matriz.

	Kj	90	
Rec.			
Mont. oferta			
Ri	Abas.		
		90	
90	B	90	250
		60	
60	C	90	3000
	Deman.	2000	

Como en este caso hay empate, se asigna primero a la celda de menor costo, quedando como sigue:

Abastecedor	Receptor	Unidades	Costo U.	Importe
C	Monterrey	2000	\$ 60.00	\$ 120,000.00

Como la demanda es ahora igual a cero, se detiene la asignación y el algoritmo.

Resumiendo las asignaciones hechas, se tiene el siguiente resultado total.

Abastecedor	Receptor	Unidades	Costo U.	Importe
A	D.F.	1000	\$ 10.00	\$ 10,000.00
B	Jalisco	750	25.00	18,750.00
A	Morales	500	20.00	10,000.00
B	Morales	1000	10.00	10,000.00
C	Monterrey	2000	60.00	120,000.00
Costo total				\$ 148,750.00

Comparando el resultado obtenido por este algoritmo con el resultado que se obtuvo para el algoritmo MODI se tiene que el costo total es menor por este método (\$152,500 obtenido en el MODI) y además, la mecánica de solución es menos laboriosa en este método.

Y una última ventaja de este método es que se facilita su programación en computadora, que se refleja en el tiempo de respuesta de la misma.

Para concluir con este apéndice quiero mencionar que otra forma de resolver este tipo de modelos es utilizando el método simplex, aunque la desventaja estriba en la gran cantidad de restricciones que serán necesarias para respetar la oferta y la demanda, así como para que los valores de las variables de decisión sean enteros.

## APENDICE "C".

### MODELO DE SIMPLEX. ALGORITMOS DE SOLUCION.

#### 1. INTRODUCCION.

Antes de iniciar con la explicación de cada uno de los métodos o algoritmos de solución, se dan algunas definiciones que será necesario tener presentes durante el desarrollo de este apéndice.

#### Solución Factible.

Es una solución en la cual todas las restricciones del modelo se cumplen. Por ejemplo, suponiendo que se tiene el siguiente modelo:

$$Z(\max) = 3X_1 + 4X_2$$

Sujeto a :

$$2X_1 + 4X_2 (= 16$$

$$X_1 + 2X_2 (= 10$$

$$X_1 \geq 0; X_2 \geq 0$$

Cuando en las restricciones se da un valor de cero a una de las variables, se puede determinar la cantidad máxima a realizar de la otra variable.

Primera restricción :

$$\text{SI } X_1 = 0$$

$$2(0) + 4X_2 (= 16$$

$$X_2 (= 16/4$$

$$X_2 (= 4 \quad \text{Máximo valor que puede tomar } X_2$$

$$\text{SI } X_2 = 0$$

$$2X_1 + 4(0) (= 16$$

$$X_1 (= 16/2$$

$$X_1 (= 8 \quad \text{Máximo valor que puede tomar } X_1$$

SI se repite el procedimiento con la segunda restricción se tendrán los siguientes resultados :

$$\text{SI } X_1 = 0 \text{ entonces } X_2 (= 5 \text{ Máximo valor de } X_2$$

$$\text{SI } X_2 = 0 \text{ entonces } X_1 (= 10 \text{ Máximo valor de } X_1$$



*Comparando los resultados de ambas restricciones.*

Variable	1a.Rest.	2a.Rest.	Menor valor
X1	8	10	8
X2	4	5	4

*Por consiguiente, cualquier valor entre los siguientes parámetros será una solución factible :*

Variable	Límite Inferior	Límite Superior
X1	0	8
X2	0	4

*Nota : El límite inferior es cero ya que la condición del modelo requiere que los valores de las variables de decisión sean mayores o iguales a cero.*

*Cuando se sustituya en el modelo cualquier valor para X1 y X2 que se encuentre dentro de los rangos mencionados, se cumplan las restricciones del modelo.*

*En general, todo modelo de simplex tiene un rango de soluciones dentro del cual todas las restricciones del modelo se cumplen, y a cada una de ellas se les llama solución factible.*

*La información obtenida para el modelo de ejemplo se muestra en la figura 1.*

#### **Solución no Factible.**

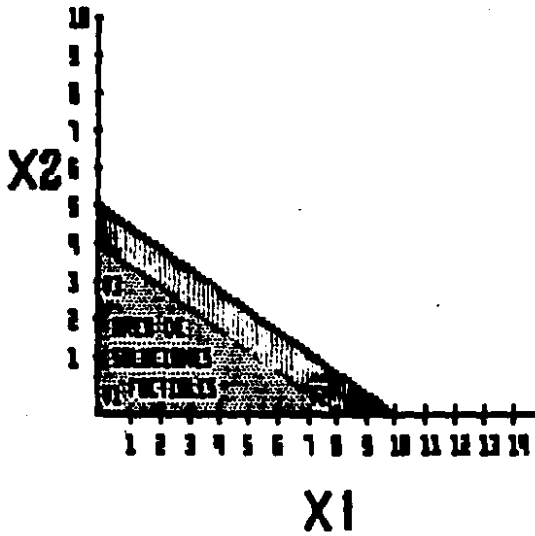
*Es una solución que resuelve el modelo matemático, pero no el modelo de programación lineal, es decir, que no se cumple con algún requisito impuesto por las restricciones. Por ejemplo, que se llegara a obtener un resultado negativo para las variables de decisión, y que al sustituirlo en las restricciones estas se cumplieran.*

*Considerando el ejemplo del apartado anterior, las soluciones no factibles estarán en cualquier punto que se encuentre fuera del área de soluciones factibles (ver figura 1).*

#### **Solución Óptima.**

*Es una solución factible que logra que la función objetivo obtenga el valor más favorable, es decir, aquella solución factible que haga que la función objetivo obtenga su valor máximo o mínimo (dependiendo del objetivo).*

FIGURA 1



En el ejemplo que se viene utilizando existen 3 puntos (vértices) factibles que son (ver figura 1) :

V1 (0,0)  
V2 (8,0)  
V3 (0,4)

Los valores de las coordenadas representan los valores de las variables de decisión (X1 y X2), que al sustituirlos en la función objetivo reflejan los siguientes resultados:

V1 = 3 (0) + 4 (0) = \$ 0  
V2 = 3 (8) + 4 (0) = 24  
V3 = 3 (0) + 4 (4) = 16

Siendo de estos el vértice 2 más favorable para la función objetivo, ya que se pretenda maximizar.

#### Solución Óptima Múltiple.

Se da una solución óptima múltiple cuando existen varias soluciones óptimas, es decir, cuando existen varias soluciones factibles que hacen que la función objetivo logre su valor más favorable (máximo o mínimo).

Por ejemplo, considere la siguiente función objetivo con las restricciones del modelo que se ha venido utilizando:

$$Z(\max) = 3X1 + 6X2$$

Los valores que se generan para esta función con los vectores mencionados son :

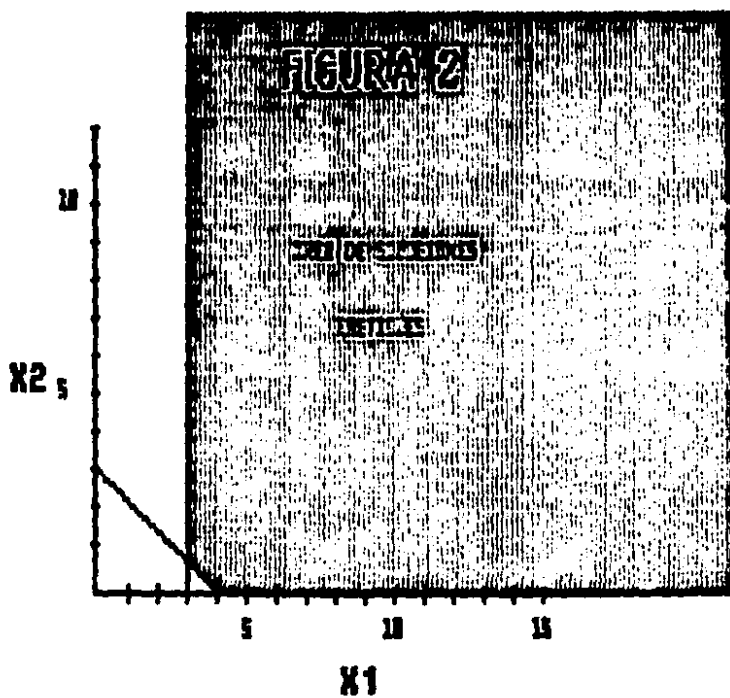
V1 = 3(0) + 6(0) = \$ 0  
V2 = 3(8) + 6(0) = 24  
V3 = 3(0) + 6(4) = 24

En este caso los vectores 2 y 3 generan el valor más favorable para la función objetivo, existiendo con esto solución óptima múltiple.

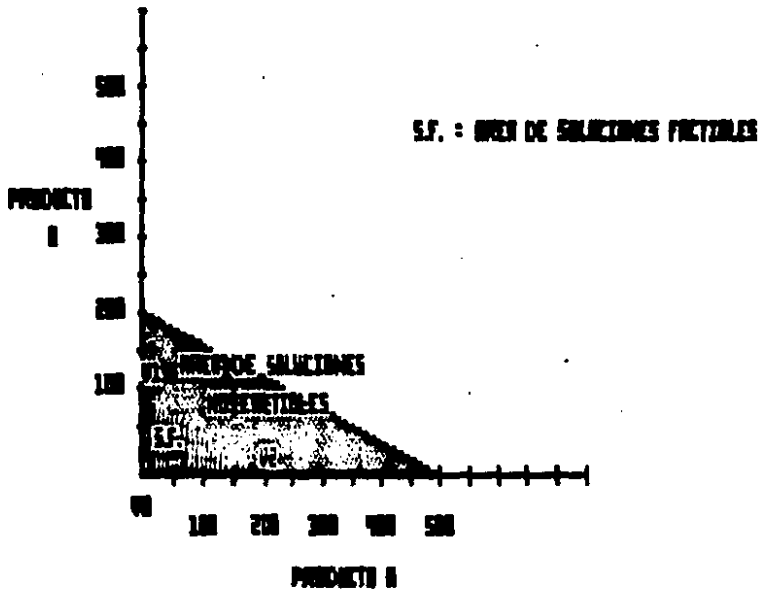
#### Solución no Acotada.

Cuando existe una infinidad de soluciones debido a que la región de factibilidad (área de soluciones factibles) no está delimitada, se dice que la solución es no acotada.

Lo anterior origina que el valor de la función objetivo puede incrementarse o decrementarse (según se trate de maximizar o minimizar) hasta el infinito.



**FIGURA 3**



Un ejemplo de lo anterior se puede ver en el siguiente modelo:

$$Z(\max) = 3X_1 + 4X_2$$

Sujeto a :

$$X_1 \quad \quad \quad =) \quad 3$$

$$3X_1 + 4X_2 \quad =) \quad 12$$

$$X_1 =) 0 \ ; \ X_2 =) 0$$

El área de soluciones factibles se muestra en la figura 2, en este modelo no existe una recta que delimite el área de soluciones factibles, por consiguiente no es posible determinar el límite máximo para la función objetivo, ya que cualquier valor que se aleje más del origen, hará que la función objetivo crezca.

## 2. METODO GRAFICO.

Este método es bastante sencillo técnicamente hablando, pero su gran desventaja es que cuando existen más de 2 variables de decisión se complica su graficación, y por consiguiente la determinación del punto óptimo del área de soluciones factibles.

Lo anterior no quiere decir que no sea posible de llevarse a cabo, pero si implicaría que la persona que lo aplique debe contar con buenos conocimientos de geometría.

Con base en lo anterior, es recomendable utilizarlo cuando existan hasta 2 variables de decisión.

El procedimiento consiste en los siguientes pasos:

1. Una vez obtenido el modelo correspondiente, obtenga los valores máximos de las variables de decisión, los cuales están en función de las restricciones del modelo.

La determinación de los valores máximos se realiza aplicando el siguiente procedimiento a cada una de las restricciones del modelo :

Mientras existan restricciones no trabajadas aplique el inciso a) o b) según corresponda.

a) Cuando existan 2 variables en la restricción, asigne un valor de cero a una de ellas y despeje la restricción para determinar el valor máximo de la otra variable y viceversa.

Con estos valores forme una coordenada del tipo :

$A_{ij}$  (Valor de la Variable 1, Valor de la Variable 2)

Donde :

$i$  = Número de restricción.

$j$  = Número de variable a la que se le asigna el valor de cero.

b) Cuando sólo exista una variable en la restricción, despeje la restricción para obtener el valor máximo de la variable correspondiente. Con este resultado forme una coordenada del tipo :

$A_{ij}$  (0, valor de la variable 2) en caso de que no exista la variable 1.

$A_{ij}$  (Valor de la variable 1, 0) en caso de que no exista la variable 2.

Donde :

$i$  = Número de la restricción que se está trabajando.

$j$  = Número de la variable que existe en la restricción.

2. Grafique los puntos o coordenadas determinados según los siguientes criterios :

a) Cuando la restricción tenga 2 coordenadas una con una recta ambos puntos.

b) Cuando sólo haya una coordenada trace una recta paralela al eje contrario al que pertenece.

Para efectos de la gráfica asigne la variable 1 al eje de las X, y la otra al eje de las Y.

3. Determine el área de soluciones factibles y sus correspondientes vértices de solución con los siguientes criterios :

a) Cuando todos los signos de las restricciones son ( $\leq$  (menor o igual) el área de soluciones factibles se encuentra en la parte inferior de la gráfica ( polígono formado por las rectas trazadas) sin invadir el área negativa. Los vértices son los puntos extremos del polígono.

b) Cuando todos los signos son ( $\geq$ ) (mayor o igual) el área de soluciones es el polígono superior formado por las rectas trazadas. Los vértices correspondientes son los puntos extremos del polígono correspondiente.

c) Cuando el modelo incluye otros signos o alguna combinación de ellos, la determinación del área de soluciones factibles, va a estar en función de cada uno de ellos de acuerdo a los siguientes criterios :

Los signos de igual hacen que el área de soluciones esté exactamente sobre la recta correspondiente.

Los signos de  $<=$  hacen que el área de soluciones sea hacia abajo.

Los signos de  $=>$  hacen que el área de soluciones sea hacia arriba.

Con base en lo anterior, el polígono de soluciones puede estar en cualquier parte dentro de los valores positivos del eje cartesiano.

4. Determine las coordenadas correspondientes a los vértices del polígono de solución.
5. Sustituya las coordenadas (valores de las variables de decisión) en la función objetivo y determine los valores correspondientes a esta.
6. Con base en los siguiente criterios determine la solución óptima.
  - a) Cuando el objetivo de la función es minimizar elija aquel vértice que genere el menor valor para la función objetivo.
  - b) Cuando el objetivo de la función sea maximizar elija aquel vértice con mayor valor.

Para ambos criterios, en caso de empates elija la que mejor convenga según las características de las soluciones.

Para una mejor comprensión del algoritmo, a continuación se desarrolla un ejemplo típico, y el cual después será modificado para aplicar completamente el algoritmo.

Una empresa produce dos productos : A y B. La utilidad que genera cada uno de ellos es de \$50 y \$70 respectivamente.

Todo lo que produce la empresa se vende, ya que existe gran demanda de ellos.

La producción de estos productos requiere de 2 procesos que son :

El proceso 1 consiste en transformar la materia prima, utilizándose 2 Kgs. por cada artículo A y 5 kgs. por cada producto B. La materia prima que se tiene disponible para el próximo período es de 1000 kgs.



El proceso 2 consiste en empacar el artículo producido en el proceso 1, consumiendo una hora cada artículo A y 2 horas cada artículo B, contando con una capacidad por período de 200 horas.

La empresa desea determinar su programa de producción y venta para el próximo período, de tal forma que se maximice su utilidad.

Antes de aplicar el método de solución en cuestión, se procede a resumir la información y a elaborar el modelo correspondiente.

Tabla Resumen.

Producto	A	B	Total disponible
Proceso			
1	2 Kgs.	5 Kgs.	1000 Kgs
2	1 Hr.	2 Hrs.	200 Hrs.
Utilidad Asociada	\$ 50	\$ 70	Objetivo
Variable Asociada	X1	X2	Maximizar

El modelo de simplex correspondiente es :

$$Z(\max) = 50X_1 + 70X_2$$

¡ Función objetivo, en este caso maximizar las utilidades totales mediante la producción de los artículos A y B.

Sujeto a :

$$2X_1 + 5X_2 \leq 1000$$

¡ Restricción por la capacidad de producción del proceso 1.

$$X_1 + 2X_2 \leq 200$$

¡ Restricción por la capacidad de producción del proceso 2.

$$X_1 \geq 0 \text{ ; } X_2 \geq 0$$

¡ Condición de no negatividad para las variables de decisión (producto A y producto B).

Con la información generada hasta el momento se inicia el método de solución.

Determinación de los valores máximos de las variables de decisión del modelo :

En la restricción 1 :  $2X_1 + 5X_2 \leq 1000$

Cuando  $X_1 = 0$  ,  $X_2 \leq 200$  ya que :

$$\begin{aligned} 2(0) + 5X_2 & \leq 1000 \\ X_2 & \leq 1000/5 \\ X_2 & \leq 200 \end{aligned}$$

Cuando  $X_2 = 0$  ,  $X_1 \leq 500$  ya que :

$$\begin{aligned} 2X_1 + 5(0) & \leq 1000 \\ X_1 & \leq 1000/2 \\ X_1 & \leq 500 \end{aligned}$$

Las coordenadas correspondientes a esta restricción son :

A11 (0,200) y A12 (500,0)

En la restricción 2 :  $X_1 + 2X_2 \leq 200$

Cuando  $X_1 = 0$  ,  $X_2 \leq 100$  ya que :

$$\begin{aligned} 0 + 2X_2 & \leq 200 \\ X_2 & \leq 200/2 \\ X_2 & \leq 100 \end{aligned}$$

Cuando  $X_2 = 0$  ,  $X_1 \leq 200$  ya que :

$$\begin{aligned} X_1 + 2(0) & \leq 200 \\ X_1 & \leq 200 \end{aligned}$$

Las coordenadas correspondientes a esta restricción son :

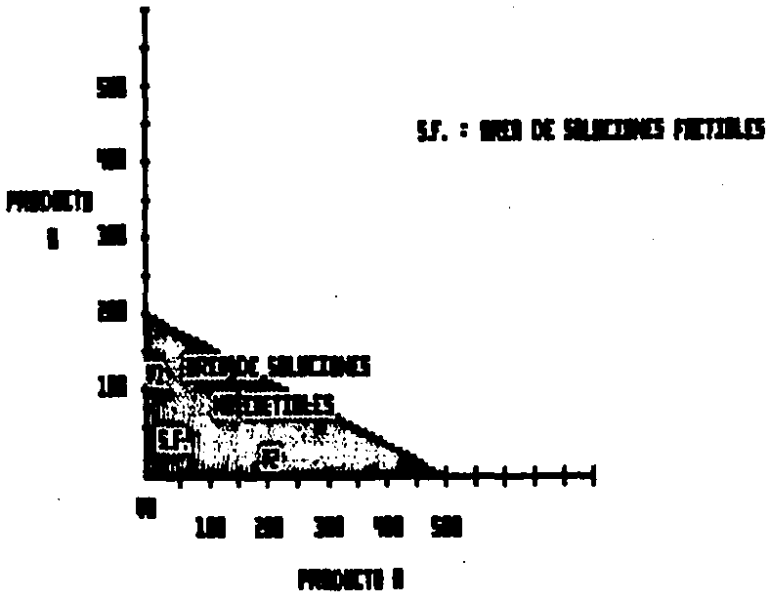
A21 (0,100) y A22 (200,0)

La gráfica correspondiente se muestra en la figura 3, en la cual se puede observar la aplicación de los criterios mencionados, así como la correspondiente determinación de los vértices del polígono de solución.

Tales vértices son sustituidos en la función objetivo, resultando lo siguiente :

$$\begin{aligned} V_0 (0,0) & = 50(0) + 70(0) = \$ 0 \\ V_1 (0,100) & = 50(0) + 70(100) = \$ 7,000 \\ V_2 (200,0) & = 50(200) + 70(0) = \$ 10,000 \end{aligned}$$

**FIGURA 3**



En este caso el vértice que logra el valor más favorable a la función objetivo es el V2 en virtud de que el objetivo del modelo es maximizar.

Sustituyendo el resultado en el modelo se obtiene la siguiente información :

En la función objetivo :

$$Z(\max) = 50(200) + 70(0) = \$ 10,000 = \text{Utilidad máxima total.}$$

En la primera restricción :

$$\begin{aligned} 2(200) + 5(0) & (= 1000 \\ 400 + 0 & (= 1000 \end{aligned}$$

Lo que quiere decir que produciendo 200 unidades del artículo A existirá un sobrante de 600 Kgs. de materia prima.

En la segunda restricción :

$$\begin{aligned} 200 + 2(0) & (= 200 \\ 200 & (= 200 \end{aligned}$$

Lo que quiere decir que la capacidad disponible de Hrs. será consumida en su totalidad al producir 200 unidades del producto A.

En las condiciones de no negatividad :  $200 \Rightarrow 0$  ,  $0 \Rightarrow 0$

Lo que quiere decir que los valores que se obtuvieron para las variables de decisión no son negativos.

La interpretación del resultado anterior se puede resumir en: producir 200 unidades del artículo A y cero unidades del artículo B, lo cual proporcionará una utilidad total de \$ 10,000 y un sobrante de 600 Kgs. de materia prima.

Ahora bien, para mostrar como se aplica el algoritmo cuando los signos de las restricciones son combinados, se procede a modificar el modelo quedando de la siguiente manera :

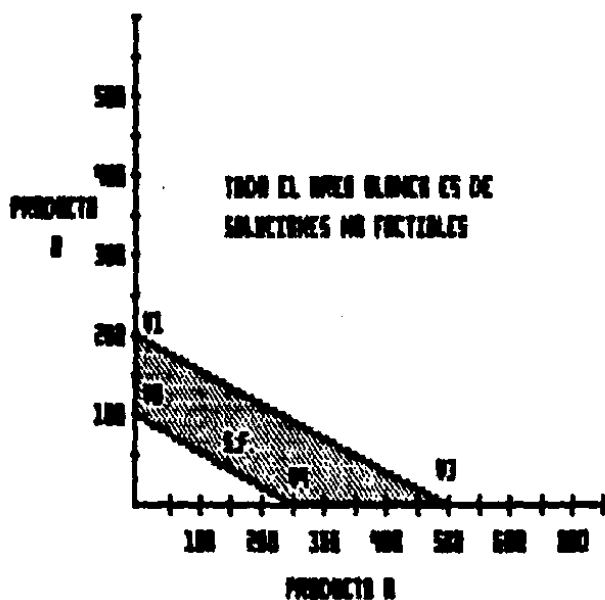
$$Z(\max) 50 X_1 + 70 X_2$$

Sujeto a :

$$\begin{aligned} 2X_1 + 5X_2 & (= 1000 \\ X_1 + 2X_2 & \Rightarrow 200 \\ X_1 & \Rightarrow 0 ; X_2 \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

Los valores extremos determinados anteriormente son exactamente los mismos, cambiando solamente el área de soluciones factibles como se muestra en la figura 4, en virtud de que la segunda restricción tiene el signo mayor o igual.

**FIGURA 4**



Los vértices del área mencionada ahora son :

$$\begin{aligned}V_0 (0,100) &= 50(0) + 70(100) = \$ 7,000 \\V_1 (0,200) &= 50(0) + 70(200) = 14,000 \\V_2 (500,0) &= 50(500) + 70(0) = 25,000 \\V_3 (200,0) &= 50(200) + 70(0) = 10,000\end{aligned}$$

Resultando más favorable el vértice  $V_2$  con un valor para la función objetivo de \$ 25,000.

Al sustituir los valores del vértice elegido en las restricciones del modelo se tiene lo siguiente :

En la restricción 1 :

$$\begin{aligned}2(500) + 5(0) & (= 1000 \\1000 & (= 1000\end{aligned}$$

Lo cual quiere decir que no existe sobrante de materia prima en virtud de que fue utilizada en su totalidad al producir 500 artículos A.

En la segunda restricción :

$$\begin{aligned}500 + 2(0) & (=) 200 \\500 & (=) 200\end{aligned}$$

Lo cual quiere decir que se cubrió en 300 horas más el mínimo que se requería.

Por último en las condiciones de no negatividad se tiene que:

$$500 \Rightarrow 0 \ ; \ 0 \Rightarrow 0$$

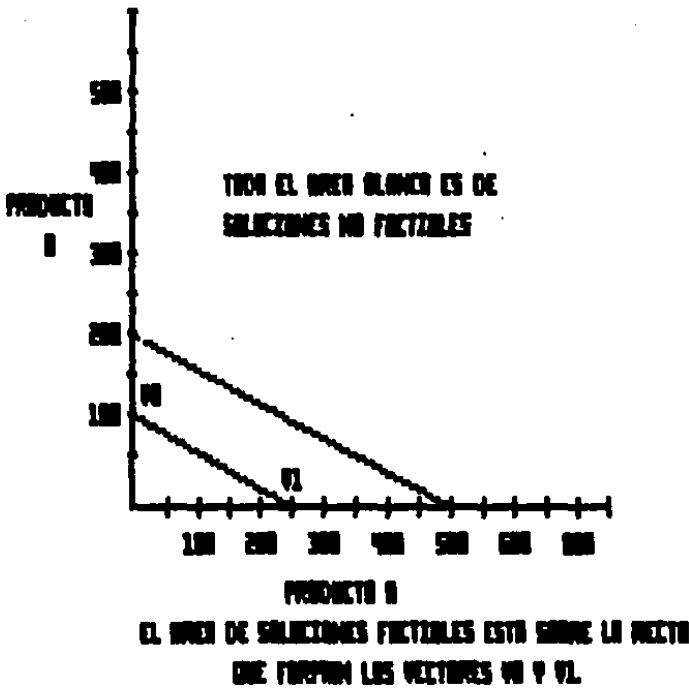
Lo que indica que los valores obtenidos son mayores o iguales a cero.

En caso de que el signo de la segunda restricción fuera un igual, el modelo se resolvería como se muestra en la figura 5, en la cual se puede observar que el área de soluciones cambia y los vértices de solución serían los siguientes :

$$\begin{aligned}V_0 (0,100) &= 50(0) + 70(100) = \$ 7,000 \\V_1 (200,0) &= 50(200) + 70(0) = 10,000\end{aligned}$$

Resultando el valor más favorable para la función objetivo el del vértice 1, interpretándose de la siguiente forma : producir 200 unidades del artículo A, lo cual genera una utilidad máxima total de \$ 10,000 y un sobrante de 600 kgs de materia prima, además se cumple con la restricción de que sea consumido en su totalidad el recurso horas del proceso 2 (ya que su signo es de igualdad).

**FIGURA 5'**



Note que en este caso sólo se consideró área de soluciones factibles a aquellos valores que se encuentran exactamente sobre la recta de la restricción 2.

Para finalizar con este apartado, se quiere hacer notar que este método de solución no requiere de un gran conocimiento de matemáticas, pero su complejidad de graficación aumenta conforme aumenta el número de variables de decisión a manejar, además, la exactitud con que se obtienen los valores para las variables deja mucho que desear en virtud de las escalas que se manejen en la gráfica.

Por lo anterior, en la realidad no es muy común su utilización, ya que la mayoría de las veces se requiere manejar más de 2 variables de decisión y un gran número de recursos.

### 3. METODO SIMPLEX.

En este método se pueden manejar muchas variables y restricciones, pero su tiempo de proceso crece conforme aumentan las variables y restricciones.

También, la exactitud y la información que proporciona este método es superior a la que proporciona el método gráfico con lo cual el costo de aplicación se paga con creces.

Ahora bien, dada la complejidad del algoritmo de solución, se explicará cada paso y seguidamente se aplicará el mismo a un modelo de ejemplo, para con esto facilitar su comprensión.

Por otro lado, antes de aplicar el método, es necesario que el modelo tenga las características del modelo general expuesto en el capítulo 1. De no ser así, es necesario realizar los ajustes necesarios al modelo de acuerdo a las siguientes equivalencias o utilizar algún artificio de los que se detallan más adelante.

Una función objetivo de maximización es equivalente a una función objetivo de minimización y viceversa, si se cambian todos los signos de la ecuación, por ejemplo :

$$Z(\max) = 2X_1 + 3X_2 \text{ es equivalente a : } -Z(\min) = -2X_1 - 3X_2$$

Una restricción con el signo  $\geq$  equivale a la misma restricción con signo  $\leq$  siempre y cuando los signos de la restricción original sean cambiados, por ejemplo :

$$2x_1 + 3x_2 \geq 100 \text{ equivale a : } -2x_1 - 3x_2 \leq -100$$

Una restricción con el signo  $\leq$  equivale a la misma restricción con signo  $\geq$  siempre y cuando los signos de la restricción original sean cambiados, por ejemplo :



$$2x_1 + 3x_2 (= 100 \text{ equivale a } -2x_1 - 3x_2 =) -100$$

Una restricción con el signo de igualdad equivale a dos restricciones iguales, una con el signo (= y otra con el signo =), por ejemplo :

$$2X_1 + 3X_2 = 100 \text{ equivale a } \begin{matrix} 2X_1 + 3X_2 (= 100 \text{ y} \\ 2X_1 + 3X_2 =) 100 \end{matrix}$$

También se hace la aclaración de que este método es básicamente utilizado para resolver modelos de maximización, y aunque con base en las equivalencias pueden resolverse modelos de minimización, se recomienda que para estos últimos mejor se utilice el método dual-simplex, el cual es tratado más adelante.

Una vez realizadas estas aclaraciones a continuación se inicia con la explicación del algoritmo de solución utilizando el siguiente modelo de ejemplo :

$$Z(\max) = 7X_1 + 4X_2$$

Sujeto a :

$$\begin{matrix} 2X_1 + 3X_2 (= 40 \\ X_1 + X_2 (= 100 \\ X_1 =) 0 \text{ ; } X_2 =) 0 \end{matrix}$$

1. Transforme las desigualdades en igualdades, agregando variables de holgura positivas o negativas, según se requiera.

La transformación en el modelo de ejemplo es la siguiente :

$$\begin{matrix} 2X_1 + 3X_2 + X_{h1} = 40 \\ X_1 + X_2 + X_{h2} = 100 \end{matrix}$$

En la primera restricción se agregó una variable de holgura positiva en virtud de que el primer miembro de la inecuación es menor que el segundo miembro, y lo mismo se realizó con la siguiente restricción, haciendo la aclaración de que como son restricciones de diferentes recursos ambas variables son diferentes, de ahí su nomenclatura.

En caso de que el signo de la restricción fuera =) la variable de holgura que se agregaría sería negativa, ya que el primer miembro de la inecuación será mayor que el segundo.

El objetivo de incluir estas variables de holgura es de que al obtenerse la solución, estas variables absorban los sobrantes o faltantes de recursos. Por tanto, las variables de holgura representan los sobrantes o faltantes de recursos según la asignación hecha.

2. Iguale la función objetivo a cero.

Para el modelo de ejemplo queda de la siguiente forma :

$$Z - 7X_1 - 4X_2 = 0$$

La finalidad de este paso es preparar una solución inicial factible, en la cual la función tome un valor inicial de cero, ya que esta será una solución o resultado por no hacer nada, y a partir de esta se iniciará el proceso de asignación.

Los coeficientes negativos de  $X_1$  y  $X_2$  significan los costos de oportunidad por no realizar una unidad de estas actividades, y estos costos serán la referencia para iniciar la selección de las soluciones posteriores.

3. Elabore una tabla simplex como la que se muestra a en el cuadro 1.

(1) En esta área anote el número de las ecuaciones del modelo, iniciando con la función objetivo y después las restricciones.

(2) En esta primera tabla se consideran variables básicas  $Z$  y las variables de holgura del modelo, colocándolas en el orden que tienen en el modelo.

(3) En esta parte anote los coeficientes del modelo según corresponda a los renglones y columnas de la tabla.

(4) En esta parte anote los valores correspondientes al segundo miembro de las ecuaciones del modelo.

Para efectos de nuestro ejemplo la tabla correspondiente se muestra en el cuadro 2.

Las variables básicas de la tabla son las variables que participan en esta solución inicial, y sus valores correspondientes son lo que aparecen en la columna de términos independientes, interpretándose esta solución como sigue:

$$\begin{aligned} Z &= \text{Utilidad máxima total} = 0 \\ X_{H1} &= \text{Sobrante del recurso 1} = 40 \\ X_{H2} &= \text{Sobrante del recurso 2} = 100 \end{aligned}$$

Esto es que por no hacer nada, la utilidad máxima que se obtiene es cero, y por consiguiente los sobrantes de recursos son los totales iniciales disponibles, los cuales son absorbidos por las variables de holgura.

4. Si los valores del primer renglón (excepto para la columna  $Z$ ) son  $\geq$  que cero, la solución de la tabla es la óptima, suspenda el procedimiento. En caso contrario continúe con el paso 5.

En el ejemplo que se viene desarrollando, no se ha llegado a la solución óptima, en virtud de que en el primer renglón existen valores negativos o menores de cero. Por consiguiente se debe realizar el paso 5.

**EXERCISE 1 TABLE OF SIMPLEX**

<b>M.E.</b>	<b>N.B.</b>	<b>Z</b>	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>X<sub>2</sub></b>	<b>...</b>	<b>X<sub>n</sub></b>	<b>X<sub>n+1</sub></b>	<b>...</b>	<b>X<sub>n+2</sub></b>	<b>V.I.M.D.</b>	<b>REL.</b>
<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(3)</b>	<b>(3)</b>	<b>(3)</b>	<b>(3)</b>	<b>(3)</b>	<b>(3)</b>	<b>(3)</b>	<b>(4)</b>	

**PROBLEM 2 TABLE SIMPLEX**

M.E.	V.R.	Z	X1	X2	X3	X4	IND.	REL.
1	Z	1	-1	-1	0	0	0	
2	X1	0	1	1	1	0	100	
3	X2	0	1	1	0	1	100	

No se ha llegado a una solución óptima ya que los costos de oportunidad por no realizar las actividades X1 y X2 nos dicen que por no producir unidades de X1 se perderán \$7 por cada unidad no producida, y para la actividad de X2 se perderán \$4 por unidad no producida.

5. Seleccione la variable que entra a la base (columna pivote) con el siguiente criterio.

La columna pivote será aquella que en el primer renglón tenga el valor más negativo, ya que esta actividad será la que mayor costo de oportunidad (pérdida) tiene. En caso de empates seleccione arbitrariamente.

En el ejemplo, la columna con valor más negativo es X1, por lo que la variable que entrará a la base será X1.

6. Seleccione la variable que sale de la base (renglón pivote) con el siguiente criterio.

Obtenga la relación de cada renglón con la siguiente fórmula siempre y cuando los valores del segundo miembro de la ecuación sean mayores que cero.

$$\text{Relación}(i) = \text{Término Ind.}(i) / \text{Valor de la columna pivote}(i)$$

Donde :

Relación (i)	=	Relación del renglón i.
Término ind.(i)	=	Valor de la columna de términos independientes en el renglón (i).
Valor de la columna pivote (i)	=	Valor de la columna pivote del renglón (i).

De las relaciones obtenidas, elija como renglón pivote aquella con menor relación.

Para efecto del ejemplo la menor relación corresponde al renglón 2, según se muestra en el cuadro 3.

El significado de la relación es la cantidad de unidades que pueden realizarse con el recurso (i) de la actividad elegida como variable que entra.

Y se elige la menor relación, en virtud de que ese recurso es el que se consume más rápido, y aunque se desee realizar más unidades con este recurso no es posible dadas las limitaciones del mismo.

7. Elabore una nueva tabla simplex con los mismos encabezados excepto para el renglón pivote columna de variables básicas, en la cual se anotará la variable que entra (columna elegida). Los valores de esta nueva tabla se deben determinar con las siguientes fórmulas :

**CONTOH 3 TABEL SIMPLEX**

M.E.	U.B.	Z	X1	X2	X3	X4	IND.	REL.
1	Z	1	-7	-4	0	0	0	
2	X1	0	2	1	1	0	48	24
3	X2	0	1	1	0	1	120	120

↑  
**BARIS PIVOT**

←  
**REKAM PIVOT**

**N.R.P.** = Valores originales / Pivote  
**N.R.** = (Valores originales)-(S.P.)(N.R.P.)

Donde :

**N.R.P.** = Nuevos valores del renglón pivote.  
**Pivote** = Valor que se encuentra en la intersección de la columna y renglón pivote.  
**N.R.** = Nuevos valores de los renglones que no son el renglón pivote.  
**S.P.** = Semipivote = Valor que se encuentra en la columna pivote del renglón que se está trabajando.

Para el ejemplo que se viene desarrollando, la nueva tabla se muestra en el cuadro 4, y el detalle de los cálculos de los nuevos valores se presenta a continuación.

**N.R.P.** = 0/2    2/2    3/2    1/2    0/2    40/2

**N.R.P.** = 0        1        1.5    .5       0        20

Nuevos valores del renglón 1 :

	1	-7	-4	0	0	0	Valores originales
-(X -7)(0	1	1.5	0.5	0	0	20)	XX
-----							
	0	-7	-10.5	-3.5	0	-140	Producto
-----							
	1	0	6.5	3.5	0	140	Nuevos valores

\* Valor del semipivote del renglón 1.

\*\* Valores del nuevo renglón pivote (cálculo anterior).

Nuevos valores del renglón 3 :

	0	1	1	0	1	100	Valores originales
-(X -7)(0	1	1.5	0.5	0	0	20)	XX
-----							
	0	1	1.5	0.5	0	20	Producto
-----							
	0	0	-0.5	-0.5	1	80	Nuevos valores

\* Valor del semipivote del renglón 1.

\*\* Valores del nuevo renglón pivote (cálculo anterior).

La realización de los cálculos anteriores se originan dado que son la determinación de los valores a asignar a las actividades y los valores de los recursos que quedan disponibles después de la asignación.

Una vez determinada la tabla correspondiente regrese a realizar el paso 4.

**EXERCISE 4 TABLE SIMPLEX**

N.E.	V.B.	Z	X1	X2	X3	X4	IND.	REL.
1	Z	1	-7	-4	0	0	0	
2	X3	0	2	3	1	0	40	20
3	X4	0	1	1	0	1	100	100
1	Z	1	0	0.5	2.5	0	140	
2	X1	0	1	1.5	0.5	0	20	
3	X4	0	0	-0.5	-0.5	1	0	



Para el ejemplo en cuestión, dado que los valores del primer renglón ya son todos mayores o iguales a cero se detiene el algoritmo, y se procede a interpretar los resultados de la última tabla.

$Z(\max)$  = Utilidad máxima total = \$ 140  
 $X_1$  = Unidades a realizar de la actividad 1 = 20  
 $X_{H1}$  = Sobrante del recurso 2 = 80 unidades

Las demás variables del modelo que no aparecen en la columna de variables básicas, toman valor de cero.

Como puede observarse, la información que arroja este método es lo suficientemente completa como para tomar una decisión adecuada.

Técnicamente hablando, es bastante simple, ya que se limita a operaciones aritméticas, permitiendo además manejar un gran número de variables de decisión.

La desventaja más importante radica en que cuando las variables de decisión son muchas se vuelve bastante laborioso resolverlo manualmente. Pero esta desventaja es relativa ya que en la actualidad existen paquetes de computadora que permiten resolver grandes modelos en fracciones de segundos.

#### 4. TÉCNICAS AUXILIARES PARA RESOLVER MODELOS ESPECIALES DE PROGRAMACION LINEAL.

Se denomina caso especial de programación lineal o modelo degenerado de programación lineal, cuando el modelo en cuestión no está expresado en la forma canónica (ver modelo expuesto en el capítulo 1).

En tales casos, es necesario auxiliarse de algunas técnicas para resolver estos modelos, de las cuales, las más usuales con las siguientes:

- 1).- Técnica de gran M.
- 2).- Técnica de las dos fases, y
- 3).- Técnica de equivalencias.

Estas técnicas se utilizan para ajustar el modelo especial de programación lineal y evitar que la solución óptima se vea distorsionada.

Cada una de ellas tiene sus ventajas y desventajas, y su uso dependerá básicamente de las características del modelo.

A continuación se desarrollan en forma detallada cada una de ellas excepto la de equivalencias, ya que fue expuesta en el método simplex.

Por último cabe hacer mención que estas técnicas pueden ser utilizadas tanto en el método simplex como en el método dual simplex.

#### 4.1. Técnica de la gran "M".

Esta técnica consiste en agregar variables artificiales (de ajuste) positivas (independientemente de la holgura), en las restricciones donde existen signos diferentes a la forma canónica.

Esto, es con el fin de no crear distorsiones en la solución del modelo, ocasionadas por una primera solución factible negativa o positiva pero con signo de igualdad en alguna restricción.

Ahora bien, como la introducción de estas variables artificiales ocasiona un cierto efecto en la función objetivo, a esta se le agregan después de igualarla a cero unas grandes cantidades (denominadas M) de artificio por cada variable artificial introducida en las restricciones.

Como esto ocasionará también un cierto desajuste a todo el modelo se procede a ajustarlo sumándole el producto de la restricción correspondiente multiplicada por -M a la función objetivo.

Una vez que la función objetivo y las restricciones se encuentran totalmente ajustadas, se procede a aplicar el método de solución correspondiente, ya sea el método simplex o el Dual Simplex, haciendo la aclaración que para la selección de la columna pivote o variable que entra, se considerará inclusive la M (gran cantidad de ajuste).

Para una mejor comprensión a continuación se desarrolla un ejemplo.

Supongamos el siguiente modelo:

$$Z \text{ (max)} = 7X_1 + 4X_2$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 2X_1 + 3X_2 &\leq 40 \\ X_1 + X_2 &= 100 \\ 3X_1 + 3X_2 &= 300 \\ X_1 &\geq 0 ; X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

PASO 1. Agregamos variables de holgura y artificiales a las restricciones.

Primera Restricción:

Como en esta restricción el sentido del signo es como la del modelo general ( $=$ ). Solo agregamos una variable de holgura para igualar la restricción.

$$2X_1 + 3X_2 + h_1 = 40$$

Segunda Restricción:

En esta restricción el signo es en el sentido  $\geq$  (mayor o igual), por consiguiente se agrega una variable de holgura negativa y una variable artificial positiva para igualar la restricción.

$$X_1 + X_2 - h_2 + a_1 = 100$$

Tercera Restricción:

Aquí el signo es de igualdad, por lo tanto agregamos sólo una variable artificial para ajustarla, ya que no es necesaria una variable de holgura.

$$3X_1 + 3X_2 + a_2 = 300$$

PASO 2. Agregar las variables artificiales multiplicadas por una gran cantidad ( $M$ ) a la función objetivo, una vez igualada a cero.

En nuestro caso son 2 variables artificiales ( $a_1$  y  $a_2$ ) que agregaremos a la función objetivo (multiplicadas por  $M$ ), una vez igualada a cero.

$$Z - 7X_1 - 4X_2 + Ma_1 + Ma_2 = 0$$

PASO 3. Sumar a la función objetivo el producto que resulte de multiplicar las restricciones donde se hayan incluido las variables artificiales por  $-M$ .

En nuestro ejemplo sería sumar los productos de las restricciones 2 y 3 por  $-M$ .

Segunda restricción:

$$(X_1 + X_2 - h_2 + a_1 = 100)(-M)$$

resultando:

$$-MX_1 - MX_2 + Mh_2 - Ma_1 = -100M$$

Sumándosele a la función objetivo:

$$\begin{array}{r} Z - 7X_1 - 4X_2 \quad \quad + Ma_1 + Ma_2 = 0 \\ + \quad - MX_1 - MX_2 + Mh_2 - Ma_1 \quad = -100M \\ \hline Z - MX_1 - 7X_1 - MX_2 - 4X_2 + Mh_2 + 0 + Ma_2 = -100M \end{array}$$

Factorizando :

$$Z - (7 + M)X_1 - (4 + M)X_2 + Mh_2 + Ma_2 = -100M$$

Tercera restricción:

$$3X_1 + 3X_2 + a_2 = 300$$

Multiplicando por  $-M$ :

$$-M(3X_1 + 3X_2 + a_2 = 300)$$

$$-3MX_1 - 3MX_2 - Ma_2 = 300M$$

Sumándola a la función objetivo obtenida anteriormente (la ajustada con la restricción 2):

$$\begin{array}{r} Z - (7 + M)X_1 - (4 + M)X_2 + Mh_2 + Ma_2 = -100M \\ + \quad - 3MX_1 \quad - 3MX_2 \quad - Ma_2 = -300M \\ \hline Z - 7X_1 - 2MX_1 - 4X_2 - 2MX_2 + Mh_2 + 0 = -400M \end{array}$$

Factorizando :

$$Z - (7 + 2M)X_1 - (4 + 2M)X_2 + Mh_2 = -400M$$

Con los hecho hasta aquí, la función objetivo y las restricciones totalmente ajustadas son:

$$\begin{array}{r} Z - (7 + 2M)X_1 - (4 + 2M)X_2 + Mh_2 = -400M \\ 2X_1 + 3X_2 + h_1 = 40 \\ X_1 + X_2 - h_2 + a_1 = 100 \\ 3X_1 + 3X_2 + a_2 = 300 \end{array}$$

PASO 4. Aplicar el método Simplex considerando a  $M$  como coeficiente y a las variables artificiales, en las restricciones donde las haya, como variables básicas de la primera solución factible.

Para efectos de nuestro la tabla simplex correspondiente se muestra a continuación.

ECUACION	U.B.	Z	X <sub>1</sub> X	X <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	TERM. INDP.	RELACION!
1	Z	1	-7-2M	-4-2M	0	M	0	0	0	!
2	h <sub>1</sub>	0	2	3	1	0	0	0	40	40/2=20M!
3	a <sub>1</sub>	0	1	1	0	-1	1	0	100	100/1=100!
4	a <sub>2</sub>	0	3	3	0	0	0	1	300	300/3=100!

\* Columna pivote (Variable que entra por tener el valor más pequeño del primer renglón). Esto es porque  $-7$  es más pequeño que  $-2$  (no se está considerando  $-2M$  porque en ambos casos es el mismo valor).

**\*N** Variable que sale ( renglón pivote) porque en este renglón se da el menor cociente.

De aquí en adelante el procedimiento es el mismo explicado anteriormente (Método Simplex).

Las desventajas de este método son :

1. Utilización de trabajo algebraico, y
2. En un momento dado la cantidad  $M$  ajustada a la primera solución factible puede ocasionar discrepancias o desviaciones en la solución final, o inclusive aparecer en el resultado final.

#### 4.2 Técnica de las 2 fases

El procedimiento consta de dos fases a saber :

En la primer fase se lleva a cabo lo siguiente:

Una vez modificado el problema original, con variables de holgura y variables artificiales, se crea una nueva función objetivo de minimizar, que estará dada por la suma de las variables artificiales agregadas al modelo original.

Resolver la función objetivo de minimizar obtenida, sujeta a las restricciones originales del modelo utilizando el Método Simplex.

La segunda fase se lleva a cabo si en la solución del modelo creado en la fase 1  $Z(\min) = 0$ , considerando la última tabla como primera solución factible para el modelo original (excepto la función objetivo de minimizar).

Si  $Z(\min)$  es diferente de cero, quiere decir que el problema no se puede resolver con esta técnica el modelo especial de programación lineal.

Para entender mejor esta técnica, a continuación se desarrolla el ejemplo que se utilizó en la técnica de la gran  $M$ .

$$\begin{array}{ll} \text{Modelo original:} & Z(\max) = 7X_1 + 4X_2 \\ \text{sujeto a:} & 2X_1 + 3X_2 (= 40 \\ & X_1 + X_2 )= 100 \\ & 3X_1 + 3X_2 = 300 \\ & X_1 \geq 0; X_2 \geq 0 \end{array}$$

En principio ajustaremos las restricciones del modelo, quedando de la siguiente manera:

$$Z - 7X_1 - 4X_2 = 0$$

$$\begin{array}{rcl}
 2X_1 + 3X_2 + h_1 & & = 40 \\
 X_1 + X_2 & -h_1 + a_1 & = 100 \\
 3X_1 + 3X_2 & & + a_2 = 300
 \end{array}$$

Aplicando la primera fase (crear una nueva función objetivo de minimizar con la suma de las variables artificiales) nuestro ejemplo quedaría:

$$Z(\min) = a_1 + a_2$$

Resolviendo esta función objetivo sujeta a restricciones originales ajustadas se tendría:

$$Z(\min) = a_1 + a_2$$

sujeto a:

$$\begin{array}{rcl}
 2X_1 + 3X_2 + h_1 & & = 40 \\
 X_1 + X_2 & -h_2 + a_1 & = 100 \\
 3X_1 + 3X_2 & & + a_2 = 300 \\
 a_1 \geq 0 \quad a_2 \geq 0
 \end{array}$$

Ajustando la función objetivo (con base en equivalencias) para que quede en la forma general y poder utilizar el método simplex se tiene:

$$-Z(\min) = -a_1 - a_2$$

Iguando a cero la función objetivo:

$$-Z + a_1 + a_2 = 0$$

Preparando la tabla Simplex correspondiente:

EQUACION	V.B.	Z	a1	a2	X1	X2	h1	h2	TERM	RELACION
									INDP.	
1	Z	-1	1	1	0	0	0	0	0	
2	h1	0	0	0	2	3	1	0	40	
3	a1	0	1	0	1	1	0	-1	100	
4	a2	0	0	1	3	3	0	0	300	

Observe que en esta tabla el coeficiente de Z en el primer renglón es -1, en virtud del ajuste por la equivalencia, por tanto este valor no lo consideremos para la selección de la columna pivote, porque es la única variable básica que no se puede pivotear.

Además aparecen como variables básicas las variables de holgura y artificiales positivas, desechando las negativas (-h2) para no llegar a una solución negativa.

Después de estas aclaraciones procedemos a efectuar los pasos del método Simplex para buscar la solución del modelo.

En esta tabla se puede observar, que al tratar de localizar la columna pivote, todos los valores de la ecuación 1 son positivos (excepto Z, pero ya se dijo que este valor no se consideraría) por lo tanto esta es la solución del modelo.

Aplicando la segunda fase:

La técnica dice que si  $Z(\min) = 0$  considerar esta nueva tabla como primera solución factible (excepto ecuación 1). Para el modelo original, por lo tanto como en nuestro ejemplo  $Z(\min)$  tiene valor cero, se considera esta solución como primera solución factible para la función objetivo original, quedando de la siguiente forma la tabla Simplex:

Ec.	V.B.	TERM								RELACION	Función
		Z	X1	X2	h1	h2	a1	a2	INDP.		
1	Z	1	-7	-4	0	0	0	0	0	(-----	objetivo
2	h1	0	2	3	1	0	0	0	40		original
3	a1	0	1	1	1	-1	1	0	100	(----	
4	a2	0	3	3	0	0	0	1	300		valores obtenidos en la primera fase.

De aquí en adelante se aplica el procedimiento del Simplex, hasta llegar a la solución, óptima.

Esta técnica tiene las siguientes desventajas:

- Como se desarrollan dos modelos distintos se consume más tiempo, y
- Es más limitada que la técnica de la gran M, en virtud de que si no se cumple con la primera fase, es necesaria la utilización de otra técnica.

## 5. METODO DUAL SIMPLEX

Este método está basado en la teoría económica de la dualidad. Económicamente hablando, el dual son las causas que originan se alcance un cierto objetivo económico. Por ejemplo, si en un momento dado se trata de maximizar las utilidades de una organización, esto se logra principalmente por un buen aprovechamiento de sus recursos (minimizar sus costos). Esto último (minimizar costos) ocasionará que la contribución marginal de los mismos sea mayor y por ende las utilidades serán mayores.

Aplicando esta teoría en la programación lineal, se trata de obtener el modelo que haga que la contribución marginal de los recursos sea lo más grande posible, o sea un modelo tal que aproveche los recursos de la mayor manera posible para que por ende se tienda a maximizar dicha contribución.

Para desarrollar este modelo, es necesario contar con un modelo original (llamado primal), y partiendo de este encontrar el modelo dual correspondiente.

Los objetivos principales de esta teoría, desde el punto de vista programación lineal, son los siguientes:

- a) Agilizar el logro de las soluciones óptimas.
- b) Corroborar la adecuación de un modelo con respecto al sistema real que representa.
- c) Constatar la factibilidad del modelo respecto a las restricciones estimadas, y
- d) Comprobar la viabilidad de una solución.

Para encontrar el dual a partir del primal es necesario realizar los siguientes pasos:

- 1) Tener el Primal (modelo original) que se va a transformar expresado en cualquiera de las siguientes formas:

**FORMA GENERAL DE MAXIMIZACION:**

$$Z(\max) = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Sujeto a:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \leq b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

$$X_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

**FORMA GENERAL DE MINIMIZACION:**

$$Z(\min) = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Sujeto a:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \geq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \geq b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \geq b_m$$

$$X_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$



2) Los términos independientes de las restricciones (excepto las de no negatividad) serán los coeficientes de la nueva función objetivo (función dual) y sus variables las denominaremos  $M_1, M_2, \dots, M_n$  donde  $n$  será el número de restricciones del modelo original sin considerar las de negatividad. Esta nueva función objetivo, tendrá el objetivo contrario a la función original (ejemplos si es max será min), y tendrá los signos originales de los coeficientes.

3) Tomar los coeficientes de las restricciones originales que corresponden a una sola variable y anotarlos como restricción del dual (respetando los signos), sus variables se denominarán de la misma manera que en el paso 2, el total disponible será el coeficiente que tenga la variable correspondiente en la función objetivo original, y el signo de la restricción será en el sentido contrario al del modelo original.

Para una mejor comprensión a continuación se presenta un ejemplo, desarrollado paso a paso:

$$Z(\text{max}) = 7X_1 + 4X_2$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 \leq 10$$

$$2X_1 + X_2 \leq 20$$

$$X_1 \geq 0 \ ; \ X_2 \geq 0$$

En principio se considerará a este modelo como primal.

PASO 1. Tener el primal expresado en alguna de las formas generales.

En nuestro ejemplo, el modelo está expresado en la forma general para maximización, por lo tanto pasaremos al paso 2.

En caso de que el primal tenga alguna o algunas restricciones con signo en el sentido contrario a la forma general y/o alguna o algunos signos de igualdad, ajustar el modelo, con base a las equivalencias expuestas anteriormente.

PASO 2. Considerar a los términos independientes de las restricciones (excepto a las de no negatividad) como los coeficientes para la función objetivo, colocándoles las variables  $M_n$  ( $n =$  del 1 hasta el número de restricciones que tenga el primal). Esta nueva función tendrá el objetivo contrario del modelo original.

Para efectos de nuestro ejemplo se tiene lo siguiente:

Modelo original (Primal)

$$Z(\max) = 7X_1 + 4X_2$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{l} X_1 + X_2 (= 10) \\ 2X_1 + X_2 (= 20) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Términos} \\ \text{independientes} \end{array}$$

Modelo dual

$$\begin{array}{l} Z(\min) = \\ \hat{1} \\ \text{objetivo} \\ \text{contrario} \\ \text{al primal} \end{array} \quad \begin{array}{l} 10m_1 + 20m_2 \\ \hat{1} \quad \hat{1} \\ / \quad / \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Términos} \\ \text{independientes del} \\ \text{primal.} \end{array}$$

*M tiene subíndices del 1 al 2 porque se tienen solo 2 restricciones.*

**PASO 3.** Tomar los coeficientes de las restricciones originales que corresponden a una sola variable de decisión (respetando sus signos) y anotarlos como los coeficientes de la nueva restricción (dual) con variables iguales a las utilizadas en el paso 2.

El total disponible para estas restricciones estará dado por el coeficiente que tenga la variable de decisión correspondiente en la función objetivo y, el signo de desigualdad será en sentido contrario al modelo original.

El ejemplo en cuestión queda como sigue :

Modelo original:

$$Z(\max) = 7X_1 + 4X_2$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{l} X_1 + X_2 (= 10) \\ 2X_1 + X_2 (= 20) \end{array}$$

Primera variable de decisión      Segunda variable de decisión

**Modelo Dual:**

$$Z(\min) = 10M1 + 20M2$$

**Sujeto a:**

<p><b>Coefficientes de las restricciones originales correspondientes a la primera variable de decisión (X1) del modelo original.</b></p>	<p>-----</p> <p> M1 + 2M2    =&gt;  </p> <p>-----</p> <p> </p> <p> </p> <p> </p> <p>-----</p> <p> M1 + M2    =&gt;  </p> <p>-----</p>	<p><b>Coefficientes de las variables de decisión de la función objetivo original</b></p>
<p><b>Coefficiente de las restricciones originales correspondientes a la segunda variable de decisión (X2) del modelo original.</b></p>	<p>-----</p> <p> </p> <p> </p> <p> </p> <p>-----</p> <p> </p> <p> </p> <p> </p> <p>-----</p>	

**RESUMIENDO:**

<p><b>Primal:</b></p> <p><math>Z(\max) = 7X1 + 4X2</math></p> <p><b>Sujeto a:</b></p> <p><math>X1 + X2 \leq 10</math></p> <p><math>2X1 + X2 \leq 20</math></p> <p><math>X1 \geq 0 ; X2 \geq 0</math></p>	<p><b>Dual:</b></p> <p><math>Z(\min) = 10M1 + 20M2</math></p> <p><b>Sujeto a:</b></p> <p><math>M1 + 2M2 \geq 7</math></p> <p><math>M1 + M2 \geq 4</math></p> <p><math>M1 \geq 0 ; M2 \geq 0</math></p>
--	--

Una vez obtenido el modelo dual correspondiente, puede ser resuelto utilizando el método simplex (maximización) o el método dual simplex (minimización) según sea el caso.

Cuando el modelo primal sea de maximización, el modelo dual correspondiente será de minimizar, y cuando el primal sea de minimizar el modelo dual correspondiente será de maximizar.

Por consiguiente el dual del dual, será igual al primal.

Una vez expuesta la teoría de la dualidad, a continuación se procede a detallar la mecánica del método dual simplex, el cual se utiliza principalmente para resolver problemas o modelos con el objetivo de minimizar, ya que usualmente el método simplex es utilizado para maximizar, aunque ocasionalmente puede ser también utilizado para minimizar.

El procedimiento de dicho método puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1) Igualar la función objetivo a cero.

- 2) Transformar las desigualdades en igualdades, utilizando variables de holgura.
- 3) Multiplicar las restricciones, una vez igualadas por  $-1$ .
- 4) Preparar una tabla igual a la del método simplex, y vaciar los coeficientes de las ecuaciones en dicha tabla.
- 5) Seleccionar la columna pivote (variable que entra). Esta selección se hace con el siguiente criterio: la columna pivote será la columna que tenga el mayor valor de los coeficientes negativos de las variables de decisión que aparezcan en el renglón 1. Por mayor valor se entiende aquel valor negativo que se encuentra más cercano a 0.

Una vez localizada la columna pivote, encerrarla en un rectángulo.

- 6) Seleccionar el renglón pivote (variable que sale). Esta selección se hace de la siguiente forma:

a) Dividir los valores negativos de la columna de términos independientes entre los valores negativos de la columna pivote seleccionada. Considerando como valor cualquier cantidad diferente a cero.

b) Una vez obtenidos los coeficientes del inciso a), considerar como renglón pivote el renglón con mayor valor, encerrando dicho renglón en un rectángulo.

- 7) Preparar una nueva tabla, haciendo el intercambio de variables en la columna de variables básicas y, calcular los nuevos valores de la siguiente forma:

a) El renglón pivote seleccionado tendrá los valores que se obtengan al dividir los valores originales entre el pivote. El pivote es el valor que se encuentra en la intersección de la columna pivote y el renglón pivote.

Estos nuevos valores se denominan nuevo renglón pivote (N.R.P.).

b) Para los renglones restantes del cálculo se hará utilizando la siguiente fórmula:

$$\text{Valores originales} - \left( \frac{\text{Semipivote}}{\text{Pivote}} \right) (\text{N.R.P.})$$

Para efectos de la utilización de esta fórmula, el semipivote, será el valor que se encuentre en la columna pivote del renglón que se está calculando.

- 8) Una vez concluida la nueva tabla Simplex, verificar en el renglón 1 si los coeficientes de las variables de decisión son positivos, en caso afirmativo esta última tabla es la solución óptima, en caso contrario repetir el proceso a partir de paso 5.

Ahora bien, si ya se llegó a la solución, los resultados estarán dados por las columnas de variables básicas y términos independientes.

La columna de variables básicas, nos dirá que variables forman parte de la solución, y aquellas que no aparezcan tomarán valor de cero.

La columna de términos independientes nos dirá que valores toman las variables que forman la solución.

Una vez expuestos los pasos del método Dual Simplex, se procede a aplicarlo en el ejemplo que se viene utilizando en esta sección.

### D U A L

$$Z(\min) = 10M1 + 20 M2$$

sujeto a:

$$M1 + 2M2 \Rightarrow 7$$

$$M1 + M2 \Rightarrow 4$$

$$M1 \Rightarrow 0 ; M2 \Rightarrow 0$$

PASO 1. Igualar la función objetivo a cero.

$$Z - 10M1 - 20M2 = 0$$

PASO 2. Transformar las desigualdades a las restricciones en igualdades, utilizando variables de holgura.

$$\text{Restricción 1: } M1 + 2M2 - h1 = 7$$

$$\text{Restricción 2: } M1 + M2 - h2 = 4$$

PASO 3. Multiplicar las restricciones (ya transformadas en igualdades) por -1.

$$\text{Restricción 1: } -M1 - 2M2 + h1 = -7$$

$$\text{Restricción 2: } -M1 - M2 + h2 = -4$$

PASO 4. Preparar la tabla simplex.

No. / Ec.	V.P.	Z	M1	M2	h1	h2	TERM. IND.	RELACION
1	Z	1	-10	-20	0	0	0	
2	h1	0	-1	-2	1	0	-7	
3	h2	0	-1	-1	0	1	-4	

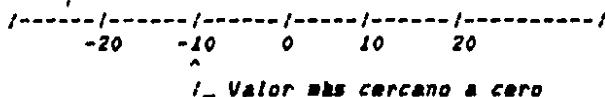
A esta primera tabla simplex se le considera primera solución factible.

**PASO 5. Seleccionar la columna pivote (variable que entra).**

No.	V.B.	Z	M1	M2	n1	n2	TERM.	RELACION
Ec.			XXXX				IND.	
1	Z	1	-10	-20	0	0	0	
2	n1	0	-1	-2	1	0	-7	
3	n2	0	-1	-1	0	1	-4	

XXXX Esta es la columna pivote o variable que entra (M1) en virtud de que es el mayor de los coeficientes de las variables de decisión en el primer renglón; o sea, es el valor negativo más cercano a cero.

Gráficamente la selección sería:



**PASO 6. Seleccionar el renglón pivote (variable que sale)**

No.	V.B.	Z	M1	M2	n1	n2	TERM.	RELACION
Ec.			XXXX				IND.	
1	Z	1	-10	-20	0	0	0	
2	n1	0	-1	-2	1	0	-7	-7/-1=7XXXX
3	n2	0	-1	-1	0	1	-4	-4/-1=4

XXX Renglón pivote, ya que este renglón tiene la mayor relación.

Relación = bi/Valores negativos de la columna pivote.

**PASO 7. Preparar una nueva tabla simplex, calculando los nuevos valores y haciendo el intercambio de variables en la columna de variables básicas (Variable que entra por variable que sale).**

No.	V.B.	Z	M1	M2	n1	n2	TERM.	RELACION
Ec.							IND.	
1	Z	1	0	-40	-10	0	70	
2	n1	0	1	-2	-1	0	7	
3	n2	0	0	-3	-1	1	9	

(n) Variable intercambiada.

**Calculo del nuevo renglón pivote:**

Valores originales	0	-1	-2	1	0	-7
Pivote	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Nuevo renglón pivote	0	1	2	-1	0	7

**Nuevo Renglón 1 (ecuación 1):**

Valores originales	1	-10	-20	0	0	0
$-(-10) \times (0$	1	-2	-1	0	7)	$\times \times$
Producto	0	-10	20	10	0	-70
Nuevos valores	1	0	-40	-10	0	70

\* Semipivote renglón 1

\*\* Valores del nuevo renglón pivote (renglón 2)

**Nuevo renglón 3 (ecuación 3):**

Valores originales	0	-1	-1	0	1	-4
$-(-1) \times (0$	1	-2	-1	0	7)	$\times \times$
Producto	0	-1	2	1	0	-7
Nuevos valores	0	0	-3	-1	1	3

\* Semipivote renglón 3

\*\* Valores del nuevo renglón pivote (renglón 2)

**PASO 8.** Verificar si la tabla obtenida es el resultado óptimo, revisando que los coeficientes de las variables de decisión del renglón 1 sean positivos ( $\geq 0$ ). En caso contrario, repetir el procedimiento a partir del paso 5.

En nuestro ejemplo la variable de decisión M2 tiene coeficiente negativo, por lo tanto se repite el procedimiento a partir del paso 5.

**PASO 5. Seleccionar columna pivote.**

No.	V.B.	Z	M1	M2	M1	M2	TERM.	RELACION
Ec.							IND.	
1	Z	1	0	-40	-10	0	70	
2	M1	0	1	-2	-1	0	7	
3	M2	0	0	-3	-1	1	3	

Columna pivote 1

**PASO 6.- Seleccionar renglón pivote.**

No. Ec.	V.B.	Z	M1	M2	h1	h2	TERM. IND.	RELACION
1	Z	1	0	-40	-10	0	70	
2	M1	0	1	-2	-1	0	7	(8)
3	M2	0	0	-3	-1	1	3	(8)

(8) Como los valores de la columna de términos independientes son positivos, no se puede determinar la relación, por tanto tampoco se puede realizar un intercambio de variables. Por consiguiente esta última tabla es la solución, aunque, por aparecer signos negativos en las variables de decisión (primer renglón), no es la solución óptima, pero es la mejor posible.

Los resultados que arroja la última tabla son los siguientes:

Variable	Valor
Z	70
M1	7
M2	3

Comprobando el resultado en el modelo dual:

Dual original	Dual modificado
a) Función objetivo	a) función objetivo
$Z = 10M1 + 20M2$	$Z - 10M1 - 20M2 = 0$
$70 = 10(7) + 20(0)$	$70 - 10(7) - 20(0) = 0$
$70 = 70$	$70 - 70 = 0$
	$0 = 0$

En ambos matemáticamente se cumple.

b) Restricción 1	b) Restricción 1
$M1 + 2M2 \Rightarrow 7$	$M1 + 2M2 - h1 = 7$
$7 + 2(0) \Rightarrow 7$	$7 + 2(0) - 0 = 7$
$7 \Rightarrow 7$	$7 + 0 - 0 = 7$

En ambos casos también se cumple.

c) Segunda restricción	c) Segunda restricción
$M1 + 2M2 \Rightarrow 4$	$M1 + 2M2 - h2 = 4$
$7 + 0 \Rightarrow 4$	$7 + 0 - 3 = 4$
$7 \Rightarrow 4$	$4 = 4$



En ambos casos también se cumple.

d) Restricciones de no negatividad	Restricciones de no negatividad
$M1 \Rightarrow 0 ; M2 \Rightarrow 0$	$M1 \Rightarrow 0 ; M2 \Rightarrow 0$
$7 \Rightarrow 0 ; 0 \Rightarrow 0$	$7 \Rightarrow 0 ; 0 \Rightarrow 0$

En ambos casos también se cumple con las restricciones.

Como en ambos modelos se cumple con las restricciones impuestas, quiere decir que los resultados obtenidos son correctos.

La interpretación de los mismos sería la siguiente:

La contribución marginal del recurso 1 (M1) es de 7 pesos por cada unidad producida (Puede verificarse que en el modelo primal la actividad X1 tiene esta contribución).

Para corroborar el resultado obtenido, a continuación se aplica el método simplex para resolver el modelo primal.

```

-----
| No. | V.B. | Z | X1 | X2 | M1 | M2 | TERM. | RELACION |
| Ec. |      |  |    |    |    |    | IND.   |          |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 1 | -7 | -4 | 0 | 0 | 0 |          |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | M1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 10 | 10/1 = 10 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3 | M2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 20 | 20/2 = 10 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2 | 1 | 0 | 3 | 7 | 0 | 70 |          |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | X1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 10 |          |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3 | M2 | 0 | 0 | -1 | -2 | 1 | 0 |          |
-----

```

Una vez elaborada las tablas correspondientes al modelo primal los resultados que arroja la última tabla son los siguientes:

Variable	Valor
Z	70
X1	10
M2	0

Comparando los resultados obtenidos en ambos modelos tenemos:

Primal	Dual
$Z = 70$	$Z = 70$
$X_1 = 10$	$H_1 = 7$
$H_2 = 0$	$H_2 = 3$

*Nótese que en ambos casos el valor total de la función objetivo (Z) es igual, esto quiere decir que es correcta la solución del primal y que los recursos fueron aprovechados de la mejor manera posible.*

*Con respecto a las variables de decisión, toman valores diferentes, en virtud de que el primal representa la cantidad de unidades a producir para lograr una utilidad máxima, y el dual representa la contribución marginal que proporcionan los recursos por cada unidad producida, en este caso sólo el recurso 1 proporciona dicha contribución.*

*Esto quiere decir que cualquier unidad extra que se produzca con el recurso 1 (sin olvidar la parte necesaria del recurso 2) proporcionará una contribución marginal de 7.*

*Esta información es de gran utilidad para el tomador de decisiones, ya que muestra lo que perderá por no utilizar los recursos disponibles que proporcionan margen de contribución (costo de oportunidad).*

*El único inconveniente, es que no se sabe con exactitud hasta que límite se mantiene constante esta información. Pero esto es posible determinarlo mediante un análisis de sensibilidad, tema que se desarrolla en el siguiente apéndice.*

*Por último cabe mencionar que los valores duales del modelo también pueden ser encontrados en la última tabla simplex.*

*Dichos valores se encuentran en el primer renglón columnas de variables de holgura. En nuestro ejemplo tenemos:*

*En la columna  $H_1$  el valor dual es 7, mismo que fue determinado en la solución del modelo dual.*

*En la columna  $H_2$  el valor dual es 0, mismo que también fue determinado al resolver el modelo dual correspondiente.*

*Como se podrá notar, para obtener los valores duales correspondientes, siempre y cuando se cuente con la información de la última tabla simplex, no necesariamente se debe resolver el modelo Dual.*

*Una vez expuestos los métodos de solución de programación lineal más usuales, solo resta decir que el usuario puede aplicar cualquiera de ellos para la solución de este tipo de problemas, quedando la selección del método a criterio del mismo.*

Tambien quisiera mencionar de que en la actualidad, la mayoría de las veces es necesario la utilización de una computadora para la solución de este tipo de problemas, ya que en la vida real hay que considerar una gran cantidad de variables, y el buscar una solución en forma manual ocasionaría pérdida de tiempo.

Tiempo que es de vital importancia para la toma de decisiones ya que una solución tardía aunque sea buena no sería de utilidad para el usuario.

Por último, cabe mencionar que la lógica del procedimiento Dual Simplex es similar al método simplex solo que con criterios a la inversa, ya que su objetivo es contrario al segundo.

## APENDICE "B"

### METODO PARA EL ANALISIS DE SENSIBILIDAD

Una vez que se ha llegado a la solución de un problema de asignación de recursos, es necesario llevar a cabo un análisis de sensibilidad para saber qué tan sensible es a los cambios dicha solución.

El análisis de sensibilidad es utilizado principalmente para el modelo general o estándar de programación lineal, en virtud de que este modelo incluye el supuesto de que todos los parámetros del modelo son constantes.

Partiendo de la idea que en la realidad los parámetros son dinámicos, es necesario saber hasta qué punto los resultados obtenidos serán constantes, esto se logra a través del análisis de sensibilidad.

Además, como se sabe, el riesgo está en función del grado de dinamismo, por lo tanto la obtención de los parámetros en los que se mantendrá constante el modelo, nos ayudará también a determinar el grado de riesgo de la solución.

Resumiendo, puede decirse que el objetivo principal del análisis de sensibilidad es determinar el rango o parámetro, dentro del cual la solución obtenida tendrá validez y por consiguiente su grado de riesgo.

El rango o parámetro se determina tanto para la función objetivo, como para las restricciones.

El análisis de sensibilidad para la función objetivo se puede llevar a cabo con el siguiente procedimiento:

1) Tomar la última tabla simplex (la que arroja la solución óptima).

2) Obtener los cocientes  $Xh(i,j)/V(i,j)$

Donde :

$Xh(i,j)$  = Valor de la variable de holgura  $j$  en el renglón  $i$ .

$V(i,j)$  = Valor del renglón  $i$  en la columna  $j$ .

Solo se analizan los renglones en los que en la columna de variables básicas aparecen las variables de decisión.

3) Seleccionar el menor cociente de los negativos y el menor de los positivos, sin considerar su signo (valor absoluto).

- 4) El menor valor de los positivos representará el mayor incremento, y el menor valor de los negativos representará el mayor decremento.
- 5) Sumar el mayor incremento a la contribución original de la función objetivo por unidad, según corresponda ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ), y el resultado será el límite máximo permitido para esta contribución.

Restar el mayor decremento a la contribución original de la función objetivo por unidad, según corresponda ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ), y el resultado representará el límite mínimo para la contribución que se está analizando.

La variable que se está analizando, es aquella que aparece en la columna de variables básicas del renglón correspondiente (sólo variables de decisión,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ).

En caso de que los cocientes sean indeterminaciones, quiere decir que la variación es ilimitada, en el caso de incrementos, pero cero en el caso de decrementos.

Para una mejor comprensión se desarrolla el procedimiento con la solución del Primal utilizado en el apéndice anterior.

**PASO 1. Tomar la última tabla simplex**

No.	Ec.	V.B.	Z	$X_1$	$X_2$	$h_1$	$h_2$	TERM. INDP.
1		Z	1	0	3	7	0	70
2		$X_1$	0	1	1	1	0	10
3		$h_2$	0	0	-1	-2	1	0

Como en esta tabla de solución aparece la variable  $X_1$  con asignación, analizaremos exclusivamente a esta variable.

**PASO 2. Obtención de los cocientes de las variables de holgura del primer renglón entre los valores del renglón 2.**

$$\frac{7}{1} = 7 \quad \frac{0}{0} = 1$$

**PASO 3. Seleccionar el menor cociente de los negativos y el menor cociente de los positivos, sin considerar su signo.**

En este caso no hay negativos y el menor de los positivos es 7, por lo tanto sólo habrá incremento.

**PASO 4.** El menor de los positivos representará el mayor incremento y el menor de los negativos representará el mayor decremento.

En el ejemplo el mayor incremento que acepta el modelo es de 7, y el mayor decremento que acepta el modelo es cero, en virtud de que no hay cocientes negativos.

**PASO 5.** Tomar la contribución original del modelo y sumarle el mayor incremento para obtener el límite superior, y restarle el mayor decremento para obtener el límite inferior.

Para este caso se tiene :

Contribución original	\$ 7.00
Límite superior	$7 + 7 = 14$
Límite inferior	$7 - 0 = 7$

Por consiguiente, el rango de variación será entre 7 y 14.

Esto quiere decir que la actividad XI tiene validez desde una contribución de 7 hasta 14, en otras palabras que se puede modificar la contribución de esta actividad dentro de este rango sin que cambie la asignación de la solución, aunque el valor de Z se modificará en la proporción que se mueva dicha contribución.

Por ejemplo: Si se incrementa en \$ 1, la contribución por unidad sería \$ 8, y como son 10 unidades las que se asignaron a esta actividad Z(max) ascendería a \$ 80

$$8X = 8(10) = 80$$

Por lo tanto si se llega a modificar fuera de este rango, la solución ya no tendría validez porque la asignación a las actividades se modifica.

Cabe hacer notar que el rango se obtendrá exclusivamente para las variables de decisión, que forman parte de la solución.

En el ejemplo sólo se realiza para XI, por lo tanto el análisis se termina en el paso 5, si hubiera más variables se repetiría el proceso con cada una de ellas.

El grado de riesgo puede obtenerse con el coeficiente de variación, el cual se determina con la siguiente fórmula (siempre y cuando existan límites):

$$CV = \frac{e}{X} 100$$

Donde:

CV = Coeficiente de variación expresado en porcentaje (% de variación de la contribución).

e = Desviación estándar =  $[(1/6)(LS - LI)]$

X = Media =  $\frac{1}{3} [2 Co + \frac{(LS + LI)}{2}]$

Co = Contribución original

LS = Límite superior

LI = Límite inferior

Aplicando las fórmulas en el ejemplo se obtiene lo siguiente :

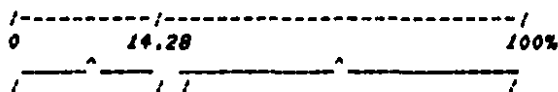
$$\bar{X} = \frac{1}{3} [2(7) + \frac{(14 + 7)}{2}] = \frac{1}{3} [14 + 10.5] = 8.17$$

$$e = 1/6(14 - 7) = 7/6 = 1.17$$

$$CV = \left(\frac{1.17}{8.17}\right)100 = 14.28\%$$

Esto quiere decir que el porcentaje de variación que puede haber en la contribución original es del 14.28%.

Como se sabe, entre menor sea el porcentaje de variabilidad mayor es el riesgo, en virtud de que entre menos susceptible sea a los cambios existe mayor riesgo, porque cualquier cambio en lo planeado ocasionará una desviación en los resultados, graficando lo expresado se tiene :



Rango de variación aceptado por el modelo

Riesgo de no ocurrencia

Observe que con lo expuesto hasta aquí, se le está dando un enfoque probabilístico a un modelo determinístico, con lo cual la información que se genera con este tipo de análisis amplía el potencial del modelo de programación lineal.

Pero como este trabajo no es sobre cuestiones probabilísticas, se limitara sólo hasta este punto, y la persona que desee ampliar este aspecto, puede recurrir a cualquier libro de estadística.

Para realizar el análisis de sensibilidad de las restricciones (recursos) se puede seguir el siguiente procedimiento:

1. Tomar la última tabla simplex (tabla de solución óptima).
2. Obtener los siguientes cocientes:

$$b_i / X_{ij} \quad \text{para } i \geq 1$$

Donde :

$b_i$  = Valor de la columna de términos independientes en el renglón  $i$ .

$X_{ij}$  = Valor de la columna  $j$  de la variable de holgura que se está analizando correspondiente al renglón  $i$ .

Observe que se analizan variables de holgura, en virtud de que son las variables que en el principio absorbieron los recursos.

3. Seleccionar el menor de los cocientes positivos así como el menor de los cocientes negativos sin considerar su signo.

El menor de los cocientes positivos representará el mayor decremento aceptado por el modelo.

El menor de los cocientes negativos representará el mayor incremento aceptado por el modelo.

En caso de que el cociente sea una indeterminación quiere decir que el movimiento es ilimitado para el caso de incrementos y de cero para el caso de los decrementos.

4. Sumar al total disponible el mayor incremento y el resultado será el límite superior del rango. Restar al total disponible el mayor decremento y el resultado será el límite inferior del rango.

Para una mejor comprensión del procedimiento a continuación se aplica al ejemplo que se utilizó para el análisis de sensibilidad de la función objetivo.



**PASO 1. Tomar la última tabla Simplex.**

Ec.	V.B.	Z	X1	X2	h1	h2	term. indp.
1	Z	1	0	3	7	0	70
2	X1	0	1	1	1	0	10
3	h1	0	0	-1	2	1	0

**PASO 2. Obtención de cocientes para la variable de holgura h1 (recurso 1).**

term ind.	h1	cociente
70	1	70/7 = 10
10	1	10/1 = 10
0	-2	0/-2 = 0

**Obtención de cocientes para la variable de holgura h2 (recurso 2).**

term ind.	h2	cociente
70	0	70/0 = i
10	0	10/0 = i
0	1	0/1 = 0

i = indeterminación

**PASO 3. Seleccionar los menores cocientes positivos y negativos, sin considerar su signo.**

Para la variable h1:

positivo	0	Mayor decremento
negativo	no hay	Mayor incremento

Para la variable h2:

positivo	0	Mayor decremento
negativo	no hay	Mayor decremento

**PASO 4. Obtener el límite superior del rango.**

En el ejemplo, para la variable de holgura h1 no hay mayor incremento, por tanto quiere decir que su límite superior es la cantidad inicial disponible.

Para la variable  $x_2$  como no hay mayor incremento, también su límite es la cantidad inicial disponible.

**PASO 5. Obtener el límite inferior del rango.**

En el ejemplo, ambas variables tienen un límite inferior del disponible original, ya que el mayor decremento aceptado por el modelo es cero. Esto quiere decir que el modelo no acepta disminuciones para los recursos, ya que de ser así, la solución cambiará.

Una vez que se han obtenido los rangos de variación correspondientes, se puede complementar este análisis con la obtención del grado de riesgo del modelo. El cual se puede saber con el coeficiente de variación.

Para obtener este coeficiente de variación es necesario aplicar las fórmulas expuestas anteriormente, siempre y cuando existan límites para el rango.

Para el ejemplo que se viene utilizando, los coeficientes correspondientes son cero, lo que quiere decir que el riesgo implicado es muy grande, ya que no se permiten variaciones a los disponibles de recursos.

Para una mejor comprensión de cómo utilizar la información, se realiza a continuación uno de los posibles cambios en los recursos, suponiendo que son permitidos los cambios al modelo original.

Nuestro modelo original es:

$$Z(\max) = 7x_1 + 4x_2$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{ll} x_1 + x_2 \leq 10 & \text{recurso 1} \\ 2x_1 + x_2 \leq 20 & \text{recurso 2} \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 & \end{array}$$

Como sabemos que acepta cualquier incremento en los recursos, aumentaremos una unidad en el recurso 1 para ver qué efecto tendría en la solución.

Originalmente:  $x_1 + x_2 \leq 10$   
 $10 + 0 \leq 10$  (ver última tabla simple)

Modificando:  $x_1 + 0 \leq 11$   
...  $x_1 = 11$  unidades

Observe que la unidad que se aumentó al total afectó el número de unidades a realizar de  $x_1$ , pero sigue siendo esta actividad la que aparece en las variables básicas.

El efecto en el valor de  $Z(\max)$  será:

(unidades de recurso aumentadas) (valor dual del recurso) =

$$(1) (7) = \$ 7$$

Esto es que por haber aumentado 1 unidad en el recurso 1 el valor de  $Z(\max)$  aumentará en \$ 7 o sea que  $Z(\max) = \$70 + \$7 = \$77$

El efecto en el segundo recurso será de un faltante de 2 unidades, ya que será necesario incrementar este recurso por la unidad extra producida.

Si se deseara modificar el recurso 2 en 1 unidad de más se tendrá:

Restricción original :  $2X_1 + X_2 \leq 20$

$$2(10) + 0 \leq 20$$

$$20 \leq 20$$

Modificándolo se tendrá:  $2X_1 + 0 \leq 21$

$$X_1 \leq 21/2 \leq 10.5$$

O sea que se incrementará en 0.5 unidades de  $X_1$  por ese recurso extra.

El efecto en  $Z(\max)$  será:

(unidades modificadas) (valor dual del recurso) =  $(0.5) (0) = 0$

Por consiguiente  $Z(\max)$  valdrá \$ 70

Ahora bien, nótese que al incrementar el número de unidades de  $X_1$  (0.5) deberá incrementarse en 0.5 unidades el recurso 1 ya que no existen unidades sobrantes de este recurso para llevarse a cabo estas 0.5 unidades extras (son 0.5 unidades del recurso 1 porque esta actividad consume 1 unidades por cada 2 que consume del recurso 2) con lo cual  $Z(\max)$  se modificará de la siguiente manera:

$(0.5) (7) = \$ 3.5$  de incremento

$$Z(\max) = 70 + 3.50 = \$ 73.50$$

Resumiendo: para poder incrementar una unidad del recurso 2, es necesario incrementar 0.5 unidades del recurso 1 (ya que no existían sobrantes), lo cual arrojará una utilidad total de \$ 73.50 ( $Z(\max)$ ).

Por último, observe que el análisis de sensibilidad de las restricciones es un valioso auxiliar para ampliar la información de los recursos que se están analizando, ya que en un momento dado, con ayuda de los duales, puede determinarse cuál de ellos

debe incrementarse o decrementarse para mejorar la solución obtenida en el modelo.

En el ejemplo, se le daría prioridad al recurso 1, ya que es el que tiene mayor valor dual (\$ 7 por unidad) aunque esto implicará que necesariamente habría que modificar el recurso 2 de manera proporcional al consumo de la actividad, ya que en este caso no existen sobrantes.

## APENDICE "E"

### PROGRAMAS EN LENGUAJE BASIC PARA EL MODELO DE TRANSPORTE Y MODELO SIMPLEX

#### 1. MODELO DE TRANSPORTE

Este programa fue elaborado en una microcomputadora Commodore 128, pero puede ser adaptado a cualquier otro tipo de computadora personal, realizando los ajustes correspondientes a las características de la computadora que se vaya a utilizar.

El programa sirve para resolver problemas con matrices hasta del orden de 20 x 20 (20 renglones por 20 columnas), pero puede ampliarse, modificando las dimensiones correspondientes (instrucción DIM).

Para utilizar el programa es necesario tener resumida la información a manejarse: número de fuentes, número de receptores, costos unitarios, demanda y oferta.

Una vez que se tiene la información correspondiente se procede a introducir los datos correspondientes a través de la del teclado de acuerdo a como la va solicitando la máquina con mensajes en la pantalla.

Terminada la operación de alimentación, la computadora procede a procesar los datos para llegar a una solución óptima, la cual es impresa con el siguiente formato:

FUENTE	RECEPTOR	UNIDADES	COSTO UNITARIO	COSTO TOTAL DE EMBARQUE
X	X	Y	\$ X	\$ XX
X	X	Y	X	XX
Costo total de embarque				----- \$ XX

A continuación se desarrollan dos ejemplos para una mejor comprensión del procedimiento, además, al final se anexa el listado correspondiente al programa en cuestión (ANEXO 1).

#### Ejemplo de minimización:

"Juan Rodríguez, un alto ejecutivo de aerolíneas La Gaviota, debe decidir las cantidades de combustible del Jet que debe comprar de tres proveedores potenciales. La Gaviota tanquea sus aviones en los cuatro aeropuertos que sirve. Las compañías de combustible dicen que pueden suministrar hasta las siguientes cantidades el próximo mes:

Compañía 1	275 000 galones
Compañía 2	550 000 galones
Compañía 3	660 000 galones

La cantidad requerida de gasolina de avión en los cuatro aeropuertos es: 110 000 galones aeropuerto 1; 220 000 galones aeropuerto 2; 330 000 galones aeropuerto 3 y 440 000 galones aeropuerto 4.

Al combinar los costos de transporte con los costos del galón se obtiene la siguiente tabla:

	Compañía 1	Compañía 2	Compañía 3	
Aeropuerto 1	10	7		8
Aeropuerto 2	10	11		14
Aeropuerto 3	9	12		4
Aeropuerto 4	11	13		9

- a) Como debe comprar Juan Rodríguez?
- b) Cúal es el valor óptimo de la función objetivo y qué cambios se deben hacer en el plan de compras si en el aeropuerto 1 se requieren 1 000 galones adicionales? Si se requieren en el 3 en lugar del 1?
- c) Igual al punto anterior, pero esta vez considerar que la compañía 1 ofrece 1 000 galones adicionales." (1)

Una vez introducidos los datos en la computadora obtenemos los siguientes resultados:

a) Juan Rodríguez debe comprar de la siguiente forma:

FUENTE	DESTINO	UNIDADES	COSTO UNITARIO	I M P O R T E
1	2	165,000	\$ 10	\$ 2'650,000
1	4	110,000	11	1'210,000
2	1	110,000	7	770,000
2	2	55,000	11	605,000
3	3	330,000	4	1'320,000
3	4	330,000	9	2'970,000
Costo total mínimo				\$ 8'525,000

1. Jaime Enrique, Varela. "Introducción a la investigación de operaciones". Fondo educativo Interamericano. Colombia. 1982. pp 320-321.

b) Si el aeropuerto 1 requiere 1 000 galones adicionales, el plan de compra debe ser :

FUENTE	DESTINO	UNIDADES	COSTO UNITARIO	I M P O R T E
1	2	165,000	\$ 10	\$ 1'650,000
1	4	110,000	11	1'210,000
2	1	111,000	7	777,000
2	2	55,000	11	605,000
3	3	330,000	4	1'320,000
3	4	330,000	9	2'970,000
<b>Costo total minimo</b>				<b>\$ 8'592,000</b> *****

SI el aeropuerto 3 requiere 1 000 galones adicionales en lugar del uno, el plan de compras debe ser

FUENTE	DESTINO	UNIDADES	COSTO UNITARIO	I M P O R T E
1	2	164,000	\$ 10	\$ 1'640,000
1	4	111,000	11	1'221,000
2	1	110,000	7	770,000
2	2	56,000	11	616,000
3	3	331,000	4	1'324,000
3	4	329,000	9	2'961,000
<b>Costo total minimo</b>				<b>\$ 8'532,000</b> *****

c) Si la compañía 1 ofreciera 1 000 galones adicionales, el plan de compras correspondiente es :

FUENTE	DESTINO	UNIDADES	COSTO UNITARIO	I M P O R T E
1	2	166,000	\$ 10	\$ 1'660,000
1	4	110,000	11	1'210,000
2	1	110,000	7	770,000
2	2	54,000	11	594,000
3	3	330,000	4	1'320,000
3	4	330,000	9	2'970,000
<b>Costo total minimo</b>				<b>\$ 8'524,000</b> *****

**Ejemplo de maximización:**

La compañía X tiene los siguientes proyectos de inversión en consideración para su próximo ejercicio.

PROYECTO	A	B	C	D
INVERSION	\$ 100,000	\$ 200,000	\$ 150,000	\$ 100,000
FLUJO AÑO				
1	50,000	75,000	80,000	60,000
2	50,000	75,000	70,000	60,000
3	50,000	75,000	60,000	55,000
4	50,000	75,000	50,000	50,000
5	50,000	75,000	40,000	50,000

La empresa desea gastar uno o varios de ellos, para lo cual cuenta con las siguientes fuentes de financiamiento:

FUENTE	MONTO	COSTO D/INPTO.
Bonos	\$ 200,000	15 %
Préstamo Hipotecario	500,000	20 %
Acciones comunes	200,000	30 %

Se pide determinar cuál o cuáles proyectos deben aceptarse y con qué fuente de financiamiento debe llevarse a cabo.

En principio es necesario determinar cuál es la tasa interna de rendimiento de cada uno de los proyectos, para estar en condiciones de plantear el modelo de transporte correspondiente.

La fórmula para la determinación de la tasa interna de rendimiento es la siguiente:

$$\sum_{t=1}^n \left[ \frac{R_t}{(1+i)^t} \right] - Inversión = 0$$

$$TIR A = \frac{50000}{(1+i)} + \frac{50000}{(1+i)^2} + \frac{50000}{(1+i)^3} + \frac{50000}{(1+i)^4} + \frac{50000}{(1+i)^5} - 100000 = 0$$

$$TIR A = 41.04 \%$$

$$TIR B = \frac{75000}{(1+i)} + \frac{75000}{(1+i)^2} + \frac{75000}{(1+i)^3} + \frac{75000}{(1+i)^4} + \frac{75000}{(1+i)^5} - 200000 = 0$$

$$TIR B = 25.41 \%$$



$$TIR C = \frac{80000}{(1+i)^1} + \frac{70000}{(1+i)^2} + \frac{60000}{(1+i)^3} + \frac{50000}{(1+i)^4} + \frac{40000}{(1+i)^5} - 150000 =$$

$$TIR C = 39.41 \%$$

$$TIR D = \frac{60000}{(1+i)^1} + \frac{60000}{(1+i)^2} + \frac{55000}{(1+i)^3} + \frac{50000}{(1+i)^4} + \frac{50000}{(1+i)^5} - 100000 =$$

$$TIR D = 47.25$$

**Planteamiento del modelo de transporte.**

PROYECTO	A	B	C	D	OFERTA
(MILES)					
FUENTE					
BONOS	26.04 (+)	10.42	18.41	32.25	200
PRESTAMO					
HIPOTECARIO	21.04	5.41	13.41	27.25	500
ACCIONES	11.04	- 4.59	3.41	17.25	200
DEMANDA					
(MILES)	100	200	150	100	

(+) Se determina restando al TIR correspondiente el costo de capital según la fuente de financiamiento respectiva.

El resultado que proporciona la computadora es el siguiente:

Fuente	Proyecto	Unidades	Utilidad	Importe (miles)
Bonos	A	100000	0.2604	\$ 26040.00
Bonos	B	200000	0.1042	20840.00
Hipoteca	C	150000	0.1341	20115.00
Hipoteca	D	100000	0.2725	27250.00
Total				\$ 94245.00



## PROGRAMA DE TRANSPORTE

(MENC 1 continuación)

```

430 IF 110 THEN 440
435 GOTO 410
440 I=1:J=1
450 IF 110 THEN 470
455 GOTO 410
470 PRINT "DETERMINANDO MAYOR COSTO POR COLUMNA"
475 FOR J = 1 TO N:K(1)=-2: NEXT J
480 PRINT
490 I=1:J=1
500 IF C(I,J)>K(1) THEN K(1)=C(I,J)
505 K(2)=K(1)
510 I=I+1
520 IF 110 THEN 530
525 GOTO 500
530 J=J+1:J=1
540 IF 110 THEN 550
545 GOTO 500
550 PRINT
560 PRINT "DETERMINANDO COSTO DE OPORTUNIDAD POR CELDA"
570 FOR I = 1 TO M
580 FOR J = 1 TO N
590 K(I,J)=M(I)+K(1)-C(I,J)
600 NEXT J
610 NEXT I
620 PRINT " "
630 PRINT "DETERMINANDO EL MAYOR COSTO DE OPORTUNIDAD"
640 CO = -2
650 FOR I = 1 TO M
660 FOR J = 1 TO N
670 IF CO > K(I,J) THEN 710
680 CO = K(I,J)
710 NEXT J
720 NEXT I
730 COT=COT+1
735 IF CO < 0 THEN 750
740 PRINT "ALGORITMO ASIGNACIONES A RECEPTORES"
745 PRINT " " "***** SOLUCION AL PROBLEMA "NPO" *****"
750 PRINT " " " "
755 PRINT " " " "
760 PRINT " " " "
765 PRINT " " " "
770 I=1:J=1
780 IF CO = K(I,J) THEN 777
790 I=I+1
795 IF I <= M THEN 785
770 I=J+1:J=1
775 IF I <= M THEN 785
776 GOTO 830
777 O=J:O=1:IF O(I) < O(J) THEN 780
780 IF O(I) = 0 THEN 760
785 IF K(I,J) < 0 THEN 760
790 K(I,J)=K(I):L=L+1:J=2
795 O(I)=O(I)-K(I,J):O(I+1)=K(I)-K(I,J):O(I)=0
796 FOR J = 1 TO M: O(I)=K(I):NEXT J:J=2:IF COT > M*N-1 THEN 798
798 IF O(I) < 0 THEN 790

```

## PROGRAMA DE TRANSPORTE

(Anexo 1 continuaci6n)

```

784 IF L = M+1 THEN 790
785 B(2)=B(2)+X(1,2):B(1)=B(1)+X(1,3):L=L-1
786 GOTO 830
787 IF B(1) = 0 THEN 760
788 IF C(1,3) < 0 THEN 760
789 X(1,3) = B(1):L=L-1:Z=3
790 B(1)=B(1)-X(1,3):B(2)=B(2)-X(1,3):B(3)=B(3)+X(1,3):OT=0
791 FOR I = 1 TO B:OT=OT+B(1):NEXT I :I=Z:IF CNT=M+1 THEN 790
792 IF OT < 0 THEN 790
793 IF L = M+1 THEN 790
794 B(2)=B(2)+X(2,3):B(1)=B(1)+X(2,3):L=L-1:GOTO 830
795 IF M+2 THEN IT = X(1,3):C(1,3):ELSE IT = X(1,3):M(1,3)
800 IF IT = 0 THEN 760
810 PRINTM,"          ",I,J,":PRINTM,USING"000000"X(1,3)
811 IF M+2 THEN PRINTM,USING"000000"X(1,3):ELSE PRINTM,USING"000000"X(1,3)
812 PRINTM,"          "
813 IF M+2 THEN PRINTM,USING"00000000"X(1,3):C(1,3):ELSE PRINTM,USING"00000000"X(1,3):M(1,3)
814 PRINTM,"T = T+IT
815 FOR I=1 TO M:OT=OT+B(1):NEXT I
816 IF OT = 0 THEN 1000
817 FOR I = 1 TO M
818 OT = OT+B(1)
819 NEXT I
820 IF OT = 0 THEN 1000
821 I=0:OT=OT+B(1)+P
822 IF J (= M THEN 730
823 I=I+1:J=1
824 IF I (= M THEN 730
825 PRINT"9"
826 PRINT" PREPARANDO SIGUIENTE MATRIZ "
827 J = 1
828 IF B(1) = 0 THEN 800
829 J=J+1
830 IF J(= M THEN 871
831 GOTO 925
832 FOR I = 1 TO M
833 C(1,3) = -1
834 NEXT I
835 GOTO 872
836 I = 1
837 IF B(1) = 0 THEN 925
838 I = I+1:IF I (= M THEN 926
839 GOTO 930
840 FOR J = 1 TO M
841 C(1,3) = -1
842 NEXT J:GOTO 927
843 FOR I = 1 TO M:R(1) =-2:NEXT I:IT = 0:FOR J = 1 TO M:R(1)=-2:NEXT J:OT=OT+0
844 GOTO 870
1000 PRINTM,"          COSTO TOTAL DE LAS ASIGNACIONES          ",I,":PRINTM,USING"00000000"IT
1005 GOTO 1230
1010 DEN PREPARACION DE DATOS PARA MATRIZAR
1020 FOR I = 1 TO M
1030 FOR J = 1 TO M
1035 PRINT" UTILIDAD DE ABASTECEDOR"1% RECEPTOR "J"

```

## (Anexo 1 Conclusión)

```
1045 INPUT M1, J1
1046 NEXT J
1047 NEXT I
1070 INPUT "CON CONECTOS LOS DATOS (S/N)"; D
1075 IF D=0 THEN 1115
1080 IF D=1 THEN 1070
1085 INPUT "ADVERTENCIA A CORRIGIR"; Z
1090 INPUT "RECEPTOR A CORRIGIR"; S
1100 INPUT "UTILIDAD CORRECTA"; U1, U2, U3
1105 INPUT "DESEA OTRA CONEXION"; D
1110 IF D=0 THEN 1085
1115 IF D=1 THEN 1105
1118 MAX = 0
1120 FOR I = 1 TO N
1130 FOR J = 1 TO N
1140 IF MAX < U(I, J) THEN MAX = U(I, J)
1150 NEXT J
1160 NEXT I
1170 FOR I = 1 TO N
1180 FOR J = 1 TO N
1190 C(I, J) = MAX - U(I, J)
1200 NEXT J
1210 NEXT I
1220 GOTO 370
1230 CLOSE 4
1240 END
```

## 2. MODELO SIMPLEX

Este programa fue elaborado en una microcomputadora Commodore 128, y está planeado para resolver problemas hasta con 25 variables (incluyendo variables de holgura y variable objetivo) susceptible de ampliarse modificando las dimensiones del programa (instrucción DIM) y las variables DATA.

Este programa puede resolver problemas de maximización (método simplex) y problemas de minimización (método dual-simplex).

Para ingresar los datos, es necesario tener una primera solución factible (primera tabla de solución), haciendo notar que en el caso de minimización dicha tabla debe tener sus signos originales, ya que el programa ajusta automáticamente los signos de las restricciones.

Una vez ingresada la primera tabla de solución, pueden verificarse los datos, ya que el programa imprime todas las tablas correspondientes. Cuando por algún motivo en esta primera solución se ingresó mal un dato puede corregirse diciéndole a la máquina el renglón y columna que se desea corregir y su valor correcto.

Una vez corregida la primera tabla, el programa permite seleccionar columna pivote o proseguir con los cálculos de manera automática.

Una vez que la computadora llega a la solución óptima se detiene el proceso de cálculo e imprime un letrero informando que ha llegado a la mejor solución posible. Además, si se desea puede realizarse el análisis de sensibilidad correspondiente, tanto para recursos, como para la función objetivo.

A continuación se desarrollan un ejemplo de maximización y otro de minimización, anexando los listados correspondientes a las soluciones (anexos 2 y 3) y por último un listado del programa correspondiente (anexo 4).

NOTA: En caso de que el modelo sea un caso especial, es necesario ajustarlo utilizando el método de equivalencias.

### Ejemplo de maximización :

"La Hobart Chemical Co. tiene 10 proyectos de inversión independientes, y debe distribuir su presupuesto fijo de capital considerando uno o más de ellos, de modo que se maximice el valor neto actual de la firma. El cuadro 3-6 resume los valores netos actuales estimados y los flujos de fondos anticipados que se asocian con estos proyectos. Al seleccionar las inversiones, la compañía está obligada a limitar a \$ 515 sus gastos del primer año y los del siguiente año a \$ 638.

Formule con los datos anteriores un problema de programación lineal, y resuélvalo con una computadora. Puede ignorarse el requerimiento de indivisibilidad del proyecto."(2).

CUADRO 3-6 CARACTERISTICAS DE LOS PROYECTOS

NUMERO DEL PROYECTO	VALORES NETOS ACTUALES	E R O G A C I O N E S	
		A&O 1	A&O 2
1	\$ 100	\$ 50	\$ 150
2	200	250	287
3	40	59	101
4	50	105	30
5	80	125	217
6	70	40	94
7	60	92	86
8	209	305	410
9	140	318	143
10	90	100	68

El modelo matemático correspondiente es :

$$Z(\max) = 100X_1 + 200X_2 + 40X_3 + 50X_4 + 80X_5 + 70X_6 + 60X_7 + 209X_8 + 140X_9 + 90X_{10}$$

Sujeto a:

$$50X_1 + 250X_2 + 59X_3 + 105X_4 + 125X_5 + 40X_6 + 92X_7 + 305X_8 + 318X_9 + 100X_{10} \leq 515$$

$$150X_1 + 287X_2 + 101X_3 + 30X_4 + 217X_5 + 94X_6 + 86X_7 + 410X_8 + 143X_9 + 68X_{10} \leq 638$$

$$X_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$$

Una vez agregadas variables de holgura e igualada a cero la función objetivo se introducen a la computadora.

Una vez realizado lo anterior, el listado correspondiente a las soluciones posibles y óptima aparecen en el anexo 2, y la interpretación correspondiente es la siguiente.

- Z = Valor actual neto total = \$ 609.99
- X<sub>1</sub> = Unidades a invertir en el proyecto 1 = 0
- X<sub>2</sub> = Unidades a invertir en el proyecto 2 = 0
- X<sub>3</sub> = Unidades a invertir en el proyecto 3 = 0

(2). Mao, James C.T. "Análisis financiero". El ateneo. Argentina 1980. pp 91.

$X4 = \text{Unidades a invertir en el proyecto 4} = 0$   
 $X5 = \text{Unidades a invertir en el proyecto 5} = 0$   
 $X6 = \text{Unidades a invertir en el proyecto 6} = 4.31 \text{ unidades}$   
 $X10 = \text{Unidades a invertir en el proyecto 7} = 3.43 \text{ unidades}$   
 $XH1 = \text{Sobrante de efectivo en el año 1} = \$ 0$   
 $XH2 = \text{Sobrante de efectivo en el año 2} = \$ 0$

**Comprobación del resultado del modelo:**

a) En la función objetivo.

$$\begin{aligned}
 Z(\max) &= 70 (4.31) + 90 (3.43) = 301.7 + 308.29 \\
 &= \$609.99 \text{ (por aprox.)}
 \end{aligned}$$

b) En la primera restricción.

$$\begin{aligned}
 40 (4.31) + 100 (3.43) &= 515 \\
 172 + 343 &= 515 \\
 515 &= 515
 \end{aligned}$$

c) En la segunda restricción.

$$\begin{aligned}
 94 (4.31) + 68 (3.43) &= 638 \\
 405 + 233 &= 638 \\
 638 &= 638
 \end{aligned}$$

d) En la restricción de no negatividad.

$$X6 =) 0 \text{ (} = 4.31$$

$$X10 =) 0 \text{ (} = 3.43$$

**Interpretación del modelo :**

Como se mencionó en el primer capítulo, los valores del primer renglón que se encuentran en las columnas de las variables de holgura ( $XH1$  y  $XH2$ ), de la última tabla, representan los valores duales del modelo. En este caso para el primer recurso (dinero disponible para el año 1) es 0.55 y para el segundo recurso (dinero disponible para el año 2) es de 0.51.

Estos valores significan la utilidad marginal que proporcionan dichos recursos, o sea que, por un peso que se adicione o disminuya, el rendimiento adicional o decremento será en dichas cantidades.

En otras palabras si se agregara un peso extra el primer año, la utilidad que generaría sería de \$ 0.55 y para el segundo año sería de \$ 0.51.

Para comprobar que dichos valores son correctos sería necesario elaborar el modelo dual correspondiente, que en este caso es :



$$Z(\min) = 515Y_1 + 638Y_2$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 50Y_1 + 150Y_2 &=) 100 \\ 250Y_1 + 287Y_2 &=) 200 \\ 59Y_1 + 101Y_2 &=) 40 \\ 105Y_1 + 30Y_2 &=) 50 \\ 125Y_1 + 217Y_2 &=) 80 \\ 40Y_1 + 94Y_2 &=) 70 \\ 92Y_1 + 86Y_2 &=) 60 \\ 305Y_1 + 410Y_2 &=) 209 \\ 318Y_1 + 143Y_2 &=) 140 \\ 100Y_1 + 68Y_2 &=) 90 \end{aligned}$$

$$Y_1 =) 0 ; Y_2 =) 0$$

Donde:  $Y_1 = 0.55$  y  $Y_2 = 0.51$

$Y_1$  = Rendimiento por unidad utilizada del recurso 1 en el año 1

$Y_2$  = Rendimiento por unidad utilizada del recurso 2 en el año 2

Notas: En todos los casos los resultados son aproximados en virtud de que sólo se utilizaron 2 decimales para los cálculos.

Comprobando los resultados:

a) En la función objetivo.

$$Z(\min) = 515(0.55) + 638(0.51) = \$ 609.99$$

b) En la primera restricción.

$$\begin{aligned} 50(0.55) + 150(0.51) &=) 100 \\ 140 &=) 100 \end{aligned}$$

c) En la segunda restricción.

$$\begin{aligned} 250(0.55) + 287(0.51) &=) 200 \\ 283.87 &=) 200 \end{aligned}$$

d) En la tercera restricción.

$$\begin{aligned} 59(0.55) + 101(0.51) &=) 40 \\ 83.96 &=) 40 \end{aligned}$$

e) En la cuarta restricción.

$$\begin{aligned} 105(0.55) + 30(0.51) &=) 50 \\ 73.05 &=) 50 \end{aligned}$$

f) En la quinta restricción.

$$125(0.55) + 217(0.51) =) 80$$

179.42 => 80

g) En la sexta restriccion.

$$40(0.55) + 94(0.51) = 70$$

70 => 70

h) En la septima restriccion.

$$92(0.55) + 86(0.51) = 60$$

94.46 => 60

i) En la octava restriccion.

$$305(0.55) + 410(0.51) = 209$$

376.85 => 209

j) En la novena restriccion.

$$318(0.55) + 143(0.51) = 140$$

247.87 => 140

k) En la decima restriccion.

$$100(0.55) + 68(0.51) = 90$$

90 => 90

l) En la condicion de no negatividad.

$$Y1 = 0 \leq 0.55$$
$$Y2 = 0 \leq 0.51$$

Resumiendo: Como la contribucion marginal del recurso 1 es del 55% y la del recurso 2 es del 51%, la contribucion total es del 106% en 2 años para los proyectos seleccionados (53% anual).

Comprobando lo anterior tenemos:

PROYECTO	INVERSION POR UNIDAD	UNIDADES A INVERTIR	TOTAL INVERSION	INVERSION ACUMULADA
<b>AÑO 1</b>				
PROYECTO				
6	\$ 40	4.31	\$ 172.00	\$ 172.00
10	100	3.43	343.00	515.00
<b>AÑO 2</b>				
PROYECTO				
6	94	4.31	405.00	920.00
10	68	3.43	233.00	1153.00

PROYECTO	RENDIMIENTO POR UNIDAD	UNIDADES A INVERTIR	TOTAL RENDIMIENTO	RENDIMIENTO ACUMULADO
6	\$ 70	4.31	\$ 301.29	\$ 301.29
10	90	3.43	308.70	609.99

$$\text{RENDIMIENTO PROMEDIO ANUAL} = \frac{\text{RENDIMIENTO ACUMULADO } 609.99}{\text{INVERSION ACUMULADA } 1,153.00} = 53\%$$

O sea, que cada unidad de inversión que se aumenta en estos proyectos, proporcionará un 53% de rendimiento anual a valor actual neto.

Por lo anteriormente expuesto, se recomienda invertir en 4.31 unidades del proyecto 6 y en 3.43 unidades del proyecto 10, lo cual proporcionará un valor actual neto total de \$ 609.99 representando esto una utilidad marginal (a valores actuales netos) promedio del 53% anual. La validez de este modelo permanecerá, siempre y cuando los recursos y/o beneficios de las actividades permanezcan dentro de los límites especificados en el análisis de sensibilidad que se presenta en el anexo 2.

#### Ejemplo de minimización:

Supongamos que en el ejercicio anterior (maximización), el VAN que se presenta son todos negativos (costo por llevar a cabo los proyectos) y que se deben aprovechar los proyectos ya que son de vital importancia para la empresa, por consiguiente se desea aceptar aquellos que generen el menor costo posible.

El presupuesto mínimo a utilizar para el año 1 es de \$ 515.00, y para el año 2 es de \$ 638.00.

La información modificada quedaría de la siguiente forma:

No. DEL PROYECTO	VAN	EROGACIONES	
		AÑO 1	AÑO 2
1	\$ (100)	\$ 50	\$ 150
2	(200)	250	287
3	(40)	59	101
4	(50)	105	30
5	(80)	125	217
6	(70)	40	94
7	(60)	92	86
8	(209)	305	410
9	(140)	318	143
10	(90)	100	68

El modelo correspondiente es :

$$Z(\min) = 100X_1 + 200X_2 + 40X_3 + 50X_4 + 80X_5 + 70X_6 + 60X_7 + \\ + 209X_8 + 140X_9 + 90X_{10}$$

Sujeto a:

$$50X_1 + 250X_2 + 59X_3 + 105X_4 + 125X_5 + 40X_6 + 92X_7 + 305X_8 + \\ + 318X_9 + 100X_{10} = 515$$

$$150X_1 + 287X_2 + 101X_3 + 30X_4 + 217X_5 + 94X_6 + 86X_7 + 410X_8 + \\ + 143X_9 + 68X_{10} = 638$$

$$X_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 10)$$

Una vez introducido el modelo en la computadora, el listado de solución se muestra en el anexo 3, el cual arroja los siguientes resultados:

Z(min)	= Costo total mínimo a valor actual	= \$ 349.15
X <sub>1</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 1	= 0
X <sub>2</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 2	= 0
X <sub>3</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 3	= 8.73
X <sub>4</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 4	= 0
X <sub>5</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 5	= 0
X <sub>6</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 6	= 0
X <sub>7</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 7	= 0
X <sub>8</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 8	= 0
X <sub>9</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 9	= 0
X <sub>10</sub>	= Unidades a invertir en el proyecto 10	= 0
X <sub>11</sub>	= Sobrante de recursos en el año 1	= 0
X <sub>12</sub>	= Sobrante de recursos en el año 2	= \$ 243.61

Esto es, se debe invertir en 8.73 unidades del proyecto 3, lo cual arrojará un costo total mínimo de \$ 349.15 a valor actual (VAN).

Esta asignación ocasionará un costo marginal del 68% para el año 1 y de 0% para el año 2; o sea que en promedio se perderá el 34% anual.

Las cantidades a invertir son: \$ 515.00 en el año 1 y \$ 681.73 en el año 2. Lo cual arroja una sobreinversión de \$ 243.61 en el año 2 exclusivamente (variable de holgura X<sub>12</sub>), ya que X<sub>11</sub> es igual a cero.

Esta solución se mantendrá siempre y cuando las cantidades de recursos y costos de las actividades se mantengan dentro del rango especificado en el análisis de sensibilidad correspondiente (ver anexo 3).

00000 NOBELA HUBART CHEMICAL CO 00000

DATOS  
\*\*\*\*\*

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
Z	1.000	-100.000	-200.000	-40.000	-30.000	-80.000	-70.000	-60.000
X11	0.000	30.000	230.000	97.000	103.000	123.000	40.000	92.000
X12	0.000	150.000	277.000	101.000	30.000	217.000	94.000	84.000
	X8	X9	X10	X11	X12	IB		
Z	-297.000	-100.000	-70.000	0.000	0.000	0.000		
X11	300.000	310.000	100.000	1.000	0.000	515.000		
X12	410.000	153.000	60.000	0.000	1.000	630.000		

\*\*\*\*\*

NO HAY NEGATIVOS EN EL PRIMER HENDLON, POR LO QUE COLUMNA PIVOTE

\*\*\*\*\*

COLUMNA PIVOTE = 9  
HENDLON PIVOTE = 3

\*\*\*\*\*

Anexo 2 continuación

Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
*****							
*****							
MEMO 0 1	Z	0					
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
1.000	-21.537	-53.700	11.405	-34.707	39.617	-22.003	-16.161
*****							
*****							
MEMO 0 2	X11	0					
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
0.000	-61.505	36.500	-16.134	82.683	-34.427	-29.927	29.024
*****							
*****							
MEMPIV 0 3	X5	0					
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
0.000	0.366	0.700	0.246	0.073	0.529	0.229	0.210
*****							
*****							
	X8	X9	X10	X11	X12	100	
*****							
*****							
MEMO 0 1	Z	0					
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
0.000	-67.105	-53.337	0.000	0.310	325.224		
*****							
*****							
MEMO 0 2	X11	0					
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
0.000	211.622	49.415	1.000	-0.704	40.390		
*****							
*****							
MEMPIV 0 3	X0	0					
*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****	*****
1.300	0.349	0.166	0.000	0.002	1.956		
*****							

CAD MAY NEGATIVO EN EL PRIMER MEMORIO, DUNCO COLUMNA PIVOTE

COLUMNA PIVOTE = 10  
MEMORIO PIVOTE = 2

ANEXO 2 continuaci3n

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
MEMO 0 1 2 0	1.000	-0.045	-0.176	0.047	-0.007	19.044	-11.573	-7.275
MEMPIV 0 2 17 0	0.000	-0.271	0.172	-0.076	0.071	-0.172	-0.141	0.132
MEMO 0 3 13 0	0.000	0.447	0.640	0.273	-0.043	0.307	0.277	0.164
	X8	X9	X10	X11	X12	X13		
MEMO 0 1 2 0	0.000	0.000	-07.667	0.317	0.274	330.632		
MEMPIV 0 2 17 0	0.000	1.000	0.234	0.005	-0.004	0.171		
MEMO 0 3 13 0	1.000	0.000	0.004	-0.002	0.004	1.000		

COMO MAY NEGATIVO EN EL PRIMER MEMBRON, BUSCO COLUMNA PIVOTE

COLUMNA PIVOTE = 2  
MEMBRON PIVOTE = 3

ANEXO 2 continuación

```

*****
      2          XI          XII          XIII          XIV          XV          XVI          XVII
-----
*****
S DEMO 0 1 2 0
*****
      1.200      0.000      16.024      31.519      -14.263      70.049      -9.701      7.790
-----

```

```

*****
S DEMO 0 2 17 0
*****
      0.000      0.000      0.371      0.094      0.231      0.193      0.032      0.104
-----

```

```

*****
S DEMPIV 0 0 21 0
*****
      0.000      1.000      1.249      0.504      -0.125      1.241      0.396      0.750
-----

```

```

*****
      XX          XY          XII0          XII1          XII2          XII0
-----
*****
S DEMO 0 1 2 0
*****
      72.167      0.000      -37.009      0.143      0.412      470.207
-----

```

```

*****
S DEMO 0 2 17 0
*****
      0.623      1.000      0.206      0.004      -0.001      1.110
-----

```

```

*****
S DEMPIV 0 0 21 0
*****
      2.140      0.000      0.191      -0.004      0.006      0.107
-----

```

```

*****
      COMO MAY NEGATIVO EN EL PRIMER RESULTADO, USAR LA COLUMNA PIVOTE
*****

```

```

*****
COLUMNA PIVOTE = 11
RESULTADO PIVOTE = 2
*****

```



ANEXO 2 continuación

	2	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
MEMO 0 1 2 0	1.000	0.000	00.474	41.966	24.071	95.006	-2.320	33.914
MEMO 0 2 X10 0	0.000	0.000	1.956	0.320	1.220	0.601	0.112	0.019
MEMO 0 3 X1 0	0.000	1.000	1.000	0.325	-0.327	1.100	0.376	0.202
	X8	X9	X10	X11	X12	TOT		
MEMO 0 1 2 0	161.560	111.474	0.000	0.370	0.474	297.957		
MEMO 0 2 X10 0	2.177	3.096	1.000	0.010	-0.004	3.709		
MEMO 0 3 X1 0	1.747	-0.631	0.000	-0.006	0.009	2.081		

COMO MAY NEGATIVO EN EL PRIMER REGISTRO, BUSCO COLUMNA PIVOTE

COLUMNA PIVOTE = 7  
 REGISTRO PIVOTE = 3

Anexo 2 continuación

Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
RECURSOS 1	2	0					
1.000	4.042	84.351	44.067	23.429	97.684	0.000	24.731
RECURSOS 2	X10	0					
0.000	-0.193	1.799	0.275	1.290	0.440	0.000	0.700
RECURSOS 3	X4	0					
0.000	1.737	1.731	0.911	-0.620	1.976	1.000	0.351
X8	X9	X10	X11	X12	IMB		
RECURSOS 1	2	0					
160.620	100.922	0.000	0.954	0.909	609.905		
RECURSOS 2	X10	0					
1.037	2.619	1.000	0.016	-0.006	2.027		
RECURSOS 3	X4	0					
2.003	-1.096	0.000	-0.010	0.013	4.000		

LA ULTIMA MATRIZ ES LA OPTIMA

\*\*\*\*\* ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE RECURSOS \*\*\*\*\*

RECURSO	LIMITE INFERIOR	VALOR ORIGINAL	LIMITE SUPERIOR
X11	271.409	515.000	790.295
X12	330.200	630.000	1110.750

\*\*\*\*\* ANALISIS DE SENSIBILIDAD FUNCION OBJETIVO \*\*\*\*\*

ACTIVIDAD	LIMITE INFERIOR	VALOR ORIGINAL	LIMITE SUPERIOR
X10	5.000	90.000	129.062
X6	15.000	70.000	100.000

(Anexo 2 conclusion.)

\*\*\*\*\* VALORES DUALES \*\*\*\*\*

RECORDS	VALOR MCM
1	0.554
2	0.909

ANEXO 3

\*\*\*\*\* SIMPLEX PARR MINIMIZACION \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* MODELO HUBERT CHEMICAL CO \*\*\*\*\*

PATOS  
\*\*\*\*\*

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
Z	1.000	-100.000	-200.000	-40.000	-50.000	-80.000	-70.000	-60.000
X11	0.000	30.000	250.000	50.000	100.000	120.000	40.000	90.000
X12	0.000	150.000	200.000	100.000	30.000	210.000	90.000	80.000
	X8	X9	X10	X11	X12	100		
Z	-200.000	-100.000	-90.000	0.000	0.000	0.000		
X11	200.000	210.000	100.000	-1.000	0.000	310.000		
X12	410.000	100.000	10.000	0.000	-1.000	100.000		

\*\*\*\*\*  
 COMO HAY NEGATIVOS EN EL PRIMER REGISTRO, BUSCO COLUMNA PIVOTE  
 \*\*\*\*\*

COLUMNA PIVOTE = 0  
 REGISTRO PIVOTE = 2

ANEXO 3 continuación

	7	11	12	13	14	15	16	17
***** 0 DEMO 0 1 2 8 *****	1.000	-66.182	-36.506	0.000	21.166	4.746	-42.001	2.079
***** 0 DEMPIV 0 2 13 8 *****	0.000	0.047	4.737	1.000	1.700	2.119	0.670	1.539
***** 0 DEMO 0 3 112 8 *****	0.000	-64.607	140.966	0.000	149.746	-3.017	-75.325	71.692
*****	10	19	110	111	112	100		
***** 0 DEMO 0 1 2 8 *****	-2.220	75.979	-27.201	-0.676	0.000	349.193		
***** 0 DEMPIV 0 2 13 8 *****	5.169	5.990	1.675	-0.017	0.000	0.729		
***** 0 DEMO 0 3 112 8 *****	112.119	401.979	103.106	-1.712	1.000	243.610		

COMO HAY NEGATIVO EN EL PRIMER DEMONIO, SUJCO COLUMNA PIUOTE

\*\*\*\*\*  
LA ULTIMA MATRIZ ES LA OPTIMA

\*\*\*\*\* ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE RECURSOS \*\*\*\*\*

(Anexo 3 conclusión)

RECURSO	LIMITE INFERIOR	VALOR ORIGINAL	LIMITE SUPERIOR
X11	515.000	515.000	457.307
X12	274.270	630.000	630.000

\*\*\*\*\* ANALISIS DE SENSIBILIDAD FUNCION OBJETIVO \*\*\*\*\*

ACTIVIDAD	LIMITE INFERIOR	VALOR ORIGINAL	LIMITE SUPERIOR
X3	40.000	40.000	40.000

\*\*\*\*\* VALORES DUALES \*\*\*\*\*

RECURSO	VALOR DUAL
1	-0.678
2	0.900

## PROGRAMA SIMPLEX

## Anexo 4

```

0 POKESZ00,0:POKESZ01,0:PRINT"01000"
20 OPEN,4
30 DIM N(26,26),X(26),COL(26),REM(26),RN(26),W(26),V(26),L(26),U(26),X(26),RN(26),W(26),V(26),L(26,26),RN(26,26)
35 PRINT" ES NECESARIO TENER IMPRESORA"
37 PRINT
38 PRINT"DEBE TENER EL MODELO EN FORMA ESTANDAR"
39 PRINT"Y HABER REALIZADO LAS EQUIVALENCIAS CORRESPONDIENTES"
40 FOR EA = 1 TO 12
45 PRINT
50 NEXT EA
55 FOR DELAY = 1 TO 1000
40 NEXT DELAY
65 POKESZ00,0:POKESZ01,0:PRINT"0.777000"
70 PRINT"      N E N U"
75 PRINT
80 PRINT"000      DIR. - MAXIMIZACION"
90 PRINT"000      OZR. - MINIMIZACION"
95 FOR EA = 1 TO 10
100 PRINT
105 NEXT EA
110 INPUT"000OP EL NUMERO DE LA OPCION QUE DETERMINE"OP
120 IF OP < 1 THEN 110
125 IF OP > 2 THEN 110
130 PRINT"0000"
210 PRINT"000"
220 INPUT"000NOMBRE DEL TRABAJO"TRABAJO
240 INPUT"000DE QUE TIPO ES LA MATRIZ"JA,B
250 PRINT"000"
252 IF OP = 2 THEN 253:ELABOR 250
253 PRINT"EN CASO DE QUE EL DATO NEGATIVO DEL PRIMER TERMINO DE REPITA, ESCOJE COLUMNAPIVOTE, OK."
254 GOTO 270
260 PRINT"EN CASO DE QUE EL NEGATIVO DEL PRIMER TERMINO, ESTE VARIAS VECES, ESCOJE LA COLUMNA PIVOTE OK."
270 PRINT
280 PRINT
290 PRINT
300 PRINT"EN CASO DE QUE TE EQUIVOCAS AL DETERMINAR, FIZATE EN QUE TERMINO Y COLUMNA ESTA, Y CONTINUA OK."
310 PRINT
320 PRINT
330 INPUT"000OPRESIONA (RETORNO) PARA CONTINUAR."LENTO
340 FOR C = 1 TO 26
350 READ COL(C)
360 NEXT C
370 PRINT"00"
380 FOR R = 1 TO 26
390 READ REM(R)
400 NEXT R
410 DATA Z,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,X10,X11,X12,X13,X14,X15,X16,X17,X18,X19,X20,X21,X22,X23,X24,X25
420 DATA Z,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,X10,X11,X12,X13,X14,X15,X16,X17,X18,X19,X20,X21,X22,X23,X24,X25
430 COL(0) = "100"
440 R = 0
450 FOR 0 = 4 TO 2 STEP -1
460 R = 0-1
470 REM(0) = COL(0)
490 NEXT 0

```

## PROGRAMA SIMPLEX

(Anexo 4 continuaci6n)

```

491 PRINT4,CIN(12)
492 PRINT4,CIN(11)
493 IF 0# = 2 THEN 494:ELSE 496
494 PRINT4,"          ***** SIMPLEX PARA MINIMIZACION *****"
495 PRINT4,"          -----"
496 GOTO 500
497 PRINT4,"          ***** SIMPLEX PARA MAXIMIZACION *****"
498 PRINT4,"          -----"
500 PRINT4,CIN(12)
501 PRINT4,"          ***** NOVELO 'IUNOBI' *****"
502 PRINT4,CIN(13)
503 PRINT4,
504 PRINT4,TAB(25);"DATOS"
507 PRINT4,TAB(25);"*****"
510 PRINT4,
514 PRINT4,
525 IF 3 < 0 THEN C:=0:0=0:0010330
526 C:= 0 = 0
530
PRINT4,"*****"
534 PRINT4,"          FOR T = C TO 0"
540 PRINT4,"          *(COL(1))"
550 NEXT T
553 PRINT4,
561
PRINT4,"-----"
570 FOR I = 1 TO 4
580 PRINT4,TAB(11);"RESUM(1)";
590 FOR J = C TO 0
600 PRINT" DAME EL DATO 'J11','J2"
610 INPUT N(I,J)
620 PRINT4,"          *): PRINT4,USING"0000000.000";N(I),J);
630 NEXT J
635 PRINT4,
640
PRINT4,"-----"
650 NEXT I
664 IF 0# THEN 640
685 C= 0+1:0=0+0
686 IF 0 > 0 THEN 0=0:0010 530
687 GOTO 530
688 INPUT" ENTERED CORRECTO DATOS (S/N)";000
690 IF 000#0 THEN 680:ELSE 702
690 PRINT"000"
690 INPUT"DAME REMOLON Y COLUMNA DEL DATO A CORREGIR '(N,0)"
700 INPUT"DAME SU VALOR CORRECTO '(C"
710 N(N,0)) = C
720 PRINT4,"VALOR CORRECTO REMOLON 0'(N)"; COLUMNA 0'(0)' =";C
730 INPUT"ENTERED CORRECTO OTRO (S/N)";000
740 IF 000 = "0" THEN 680
742 FOR I = 2 TO 4
744 0011)=N(I,0)
746 NEXT I
748 03=0-0

```





PROGRAMA SIMPLEX

(ALGO 4 continuation)

```

1244 H11,J1 = H11,J1 - (RUMPIV / HIREM),J1)
1245 NEXT J
1246 NEXT I
1250 PRINT#4,
1260 PRINT#4,
1265 IF B < 0 THEN C=1:GOTO 1270
1266 C=1:B=0
1270
PRINT#4,"#####"
#####: FOR Y = C TO 0
1280 PRINT#4,"          "(COL(Y))
1290 NEXT Y
1300
PRINT#4,"-----"
#####
1310 FOR Y = 1 TO A
1320 IF I = REMV THEN 1340:ELSE 1310
1340 PRINT#4,"#####"
1350 PRINT#4,"B REMV I"||TAB(5)||REMO(I)||TAB(5)||" 0"
1360 PRINT#4,"#####"
1370 FOR FB = C TO 0
1380 PRINT#4,"          "(PRINT#4,USING"#####.###";H11,FB))
1390 NEXT FB
1395 PRINT#4,
1400 GOTO 1490
1410 PRINT#4,
1420 PRINT#4,"#####"
1430 PRINT#4,"B REMV 0"||TAB(5)||REMO(I)||TAB(5)||" 0"
1440 PRINT#4,"#####"
1450 FOR J = C TO 0
1470 PRINT#4,"          "(PRINT#4,USING"#####.###";H11,J))
1480 NEXT J
1485 PRINT#4,
1490
PRINT#4,"-----"
#####
1500 NEXT I
1501 IF 0 = 0 THEN 1505
1502 C=0:1:0=0+0
1503 IF 0 > 0 THEN 0=0
1504 GOTO 1270
1505 IF OP = 2 THEN U=0:ELSE U=0-1
1510 NEW REED CHECK SI HAY NEGATIVO EN PRIMER READON *****
1520 FOR DM = 2 TO M
1530 IF H11,DM) < 0 THEN 1540:ELSE 1630
1540 PRINT#4,
1550 PRINT#4,"#####"
1570 PRINT#4,
1580 PRINT#4,"      COMO HAY NEGATIVO EN EL PRIMER READON, BUSCO COLUMNA PIVOTE"
1600 PRINT#4,
1610 PRINT#4,"#####"
1620 IF OP = 2 THEN 1770:ELSE 010
1630 NEXT DM
1640 PRINT#4,"LA ULTIMA MATRIZ ES LA OPTIMA"
1642 FOR EA = 1 TO E

```

## PROGRAMA SIMPLEX

(Anexo 4 continuación)

```

1643 PRINT64,
1644 NEXT EA
1652 PRINT'SUB1':POKE 53280,0:POKE 53281,0
1656 PRINT' >>>> FIN DE LA RUTINA SIMPLEX E INICIO DEL ANALISIS DE SENSIBILIDAD <<<<<
1660 GOTO 2000
1700 POKES3280,3:POKES3281,3:PRINT'S..'
1710 MEN 89888 PREPARACION DE DATOS PARA MINIMIZACION 89888
1720 FOR I = 2 TO A
1730 FOR J = 1 TO B
1740 N11,J1 = (-1)*N11,J
1750 NEXT J
1760 NEXT I
1761 INPUT'QUIERES ESCOGER COLUMNA PIVOTE (S/N)':'SUNO
1762 IF SUNO = 'S' THEN 1763:EL DE 1505
1763 INPUT'QUAL COLUMNA QUIERES QUE SEA'COLP
1764 GOTO 1870
1770 MEN 88 SELECCIONANDO EL MAYOR NEGATIVO DEL PRIMER TERMINO 88
1775 COLP=0
1780 FOR J = 2 TO VB
1790 IF N11,J1 < 0 THEN COLP = J: GOTO 1810
1800 NEXT J
1805 IF COLP = 0 THEN 1640
1810 FOR J = COLP TO VB
1820 IF N11,J1 > 0 THEN 1840
1830 IF N11,J1 > N11,COLP THEN COLP = J
1840 NEXT J
1870 MEN 88 DIVIDIO TERM. IND. SOLO LOS NEGATIVOS 88
1875 SWX=0
1880 FOR I = 2 TO A
1890 IF N11,B1 < 0 AND N11,COLP < 0 THEN 1900
1895 GOTO 1910
1900 SWX= 2: X(1)=N11,B1/N11,COLP
1910 NEXT I

1920 IF SWX < 2 THEN 1640
1930 C= 0
1940 FOR I = 2 TO A
1950 IF X(I1) > C THEN NEWP= I: C= X(I1)
1960 NEXT I
1970 GOTO 1010
2000 MEN ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE RECURSOS
2050 FOR J = VB+1 TO B-1
2060 FOR I = 2 TO A
2070 IF N11,J1 = 0 THEN 2090
2080 REL(I1,J1)= N11,B1/N11,J1
2090 NEXT I
2100 NEXT J
2110 FOR J = VB+1 TO B-1
2120 IX(I1)= 9999999
2130 DX(I1)=9999999
2140 NEXT J
2150 I=2:J=VB+1
2160 IF REL(I1,J1)=0 THEN 2230
2165 IF REL(I1,J1) = 0 THEN 2180
2170 IF REL (I1,J1) < DX(I1) THEN DX(I1)= REL (I1,J1)
2180 I=I+1

```

PROGRAMA SIMPLEX

(continuación de la página 1)

```

2190 IF I (= A THEN 2160
2200 J=J+1
2210 IF I (= B-1 THEN I=2:GOTO2160
2220 GOTO 2280
2230 PEL(I,J)= REL(I,J) + I-1
2240 IF REL(I,J) ( IX(I) THEN IX(I)= REL (I,J)
2245 I=I+1
2250 IF I (= A THEN 2160
2260 J=J+1
2270 IF J (= B-1 THEN I=2:GOTO2160
2280 J=J+1: I=2
2290 L(I)=V0(I)-DX(I)
2300 LS(I)=V0(I)+IX(I)
2310 IF L(I) < 0 THEN LI(I)= V0(I)
2320 IF LS(I) > 2000000 THEN LS(I)=V0(I)
2330 J=J+1
2340 IF J (=B-1) THEN I=1+1:GOTO2270
2350 PRINT04, "          9999 ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE RECURSOS 6666"
2360 PRINT04, :PRINT04, :PRINT04,
2370 PRINT04, "    RECURSO          LIMITE          VALOR          LIMITE"
2380 PRINT04, "          INFERIOR          ORIGINAL          SUPERIOR"
2390 PRINT04,
2395 I=2
2400 FOR J = V0+1 TO B-1
2410 PRINT04, "    *ICOL0(I)";
2421 PRINT04, "    *I";
2422 PRINT04, USING "0000000.000" LI(I);
2423 PRINT04, USING "0000000.000" V0(I);
2424 PRINT04, USING "0000000.000" LS(I);
2430 I=I+1
2435 NEXT J
2440 REM ANALISIS DE SENSIBILIDAD FUNCION OBJETIVO
2450 I=2
2455 FOR J = 2 TO V0
2460 IF COL0(I) = REN0(I) THEN 2520
2465 NEXT J
2470 GOTO 2540
2480 FOR J = V0+1 TO B-1
2490 IF H(I,J)=0 THEN 2550
2500 PEL(I,J)= H(I,J)/ H(I,J)
2510 NEXT J
2520 I=I+1
2530 IF I (= A THEN 2505
2540 FOR I= 2 TO V0
2550 IX(I)=9999999
2560 DX(I)=9999999
2570 NEXT I
2580 I=2
2590 I= V0+1
2600 IF PEL(I,J) < 0 THEN 2700
2610 IF PEL(I,J) ( IX(I) THEN IX(I)=PEL(I,J)
2620 J=J+1
2630 IF J (= B-1 THEN 2640
2640 J= V0+1
2650 I=I+1
2660 IF I (= A THEN 2640

```

PROGRAMA SIMPLEX

(ANEXO 4 a RESOLUCION 64)

```

2690 GOTO 2730
2700 PEL(I,3) = PEL(I,2) + (-1)
2710 IF DX(I) > PEL(I,3) THEN DX(I)=PEL(I,3)
2720 GOTO 2660
2730 FOR J = 2 TO YD
2735 FOR I = 2 TO A
2736 IF RENG(I) (<) COL(J) THEN 2795
2740 IF DX(I) = 999999 THEN L(I)=R(I):ELSE L(I) = R(I)-DX(I)
2750 IF IX(I)=999999 THEN LS(I)=R(I):ELSE LS(I)=R(I)+IX(I)
2755 NEXT I
2756 GOTO 2760
2757 NEXT J
2770 REN IMPRESION DE IMPRESION
2780 PRINT#4,:PRINT#4,
2790 PRINT#4,"          ##### ANALISIS DE SENSIBILIDAD FUNCION OBJETIVO #####"
2800 PRINT#4,:PRINT#4,:PRINT#4,
2810 PRINT#4,"      ACTIVIDAD          LIMITE      VALOR      LIMITE"
2820 PRINT#4,"                        INFERIOR    ORIGINAL    SUPERIOR"
2830 PRINT#4,
2840 FOR I= 2 TO A
2845 FOR J = 2 TO YD
2850 IF RENG(I) (<) COL(J) THEN 2855 :ELSE 2860
2860 PRINT#4,"      (RENGO(I)):PRINT#4,"      "
2870 PRINT#4,USING"#####.000"(L(I))
2880 PRINT#4,USING"#####.000"(R(I))
2890 PRINT#4,USING"#####.000"(LS(I))
2895 NEXT I
2900 NEXT J
2910 PRINT"      ##### FIN DEL PROGRAMA      #####"
2915 PRINT#4,:PRINT#4,
2920 REN IMPRESION DE VALORES DUALES
2930 PRINT#4,"      ##### VALORES DUALES #####"
2940 PRINT#4,"      RECURSO      VALOR"
2950 PRINT#4,"      DUAL"
2960 PRINT#4,
2970 J = 0
2980 FOR I = VB+1 TO B-1
2985 J=J+1
2990 PRINT#4,"      "
3005 PRINT#4,J
3015 PRINT#4,"      "
3020 PRINT#4,USING"#####.000"(W(I,1))
3025 NEXT I
3030 CLOSE#4
3040 END

```

REFERENCIAS DOCUMENTALES.

- ACKOFF, R.L. y SASIENI, M.W. *Fundamentals of operations research*. Wiley and Sons, Inc. USA, 1968.
- (10) BRIGMAN, EUGENE F. y PAPPAS, JAMES L. *Economía y administración*. Interamericana. México, 1978. Segunda edición.
- CERECEDO, JORGE y otros. *Programación lineal. Teoría y práctica*. D.B. APAFCA. México, 1984.
- (12) CHURCHMAN, C. WEST y otros. *Introduction to operations research*. Wiley and Sons, Inc. USA, 1957.
- ESPINOSA, BERTIEL HECTOR M. *Programación lineal. Aplicaciones a la economía*. Pax-México. México, 1982.
- GALLAGHER, CHARLES A. y WATSON, HUGH J. *Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en administración*. Mc Graw Hill. México, 1982.
- (3) HILLIER, FREDERICK S. y LIEBERMAN, GERALD J. *Introduction to operations research*. Holden-day, Inc. USA, 1980. Third Edition.
- (7) MITAL, K.V. *Métodos de optimización. En investigación de operaciones y análisis de sistemas*. Limusa. México, 1984.
- (1) NORA, JOSE LUIS. *Investigación de operaciones e informática*. Trillas. México, 1980.
- MUNIER, HOLBERTO J. *Programación lineal (Primera parte)*. CAECE. Argentina, 1971.
- NAMAKFOROOSH, MOHAMMAD N. *Investigación de operaciones. Interpretación de modelos y casos*. Limusa. México, 1985.
- OCHOA, MIGUEL. *Asignación de recursos*. Limusa. México, 1979.
- (11) PRANDA, JUAN. *Métodos y modelos de investigación de operaciones. Vol I. Modelos determinísticos*. Limusa. México, 1982.
- (4) RICHMOND, SAMUEL B. *Operations research for management decisions*. Wiley and Sons, Inc. USA, 1968.
- SHAO, STEPHEN y RODRIGUEZ, CRISTINA. *Matemáticas y métodos cuantitativos para comercio y economía*. South-Western. USA, 1978.

- (8) SASIENI, M. y otros. Investigación de operaciones. Limusa. México, 1980.
- (9) TAHA, HANDY A. Investigación de operaciones. Una introducción. NSI. México, 1981.
- THIERAUF, ROBERT y GROSSE, RICHARD. Toma de decisiones por medio de investigación de operaciones. Limusa. México, 1981.
- (5) THIERAUF, ROBERT y KLEKAMP, ROBERT. Decision making through operations research. Wiley and Sons, Inc. USA, 1975. Second Edition.
- (6) VARELA, JAIME E. Introducción a la investigación de operaciones. FEI. México, 1982.

**CAPITULO II**  
**PROYECTOS DE INVERSION.**



## **1. INTRODUCCION.**

*En la actualidad las operaciones que realiza una empresa se vuelven más complejas, ya que el medio ambiente en que operan está en constante cambio.*

*Entre las operaciones más importantes y a su vez más difíciles de realizar se encuentra el presupuesto de capital, ya que involucra períodos largos de tiempo, grandes inversiones, incertidumbre y a veces significa la supervivencia de la misma.*

*Por lo que antes de tomar una decisión de este tipo se debe realizar un análisis minucioso que permita evaluar el impacto que tendrá en la organización.*

*Por lo anterior se hace necesario contar con técnicas que faciliten al tomador de decisiones su trabajo.*

## **2. GENERALIDADES.**

*La aceptación o rechazo de los proyectos de inversión dependen principalmente de los siguientes factores.*

- a). De los objetivos de la organización.*
- b). De los recursos con que se cuenta.*
- c). De los beneficios que generen los proyectos, y*
- d). Del costo de los recursos.*

*Por proyectos de inversión se debe entender aquel o aquellos planes de inversión a largo plazo que traeran consigo un mejoramiento en la operación de la empresa.*

### **Objetivos de la empresa.**

*Este es el factor más importante a considerar cuando se lleva a cabo el análisis y evaluación de un proyecto de inversión, ya que de este dependerá, en gran parte, su aceptación o rechazo.*

*Los objetivos varían de empresa a empresa, pero se pueden clasificar de la siguiente manera.*

- a). Maximizar el patrimonio del accionista.*
- b). Maximizar utilidades.*
- c). Maximizar ingresos, y*
- d). Administrativos.*

*El maximizar el patrimonio del accionista consiste en que los proyectos de inversión generen un mayor pago de dividendos y a su vez que el valor de las acciones se incremente, o sea es un objetivo que trata de equilibrar el corto con el largo plazo.*

*Maximizar utilidades consiste en buscar que los proyectos de inversión obtengan las mayores utilidades en el menor tiempo posible, o sea básicamente un objetivo a corto plazo.*

*La maximización de ingresos consiste en obtener los mayores ingresos (flujos de efectivo) sin importar su rentabilidad, o sea un objetivo a corto plazo.*

*Los objetivos administrativos son básicamente los objetivos personales de los administradores, siendo estos principalmente a corto plazo.*

*Los objetivos son fijados por la organización en base a su misión como tal y sus políticas.*

### **Recursos.**

*Por recursos se entiende a aquellos bienes materiales, financieros y humanos que hacen posible la operación de la empresa y que por lo general son limitados dadas las dimensiones de la misma.*

*Estos se deben considerar en el análisis y evaluación de proyectos de inversión, ya que básicamente es el factor que se va a comprometer durante un período de tiempo.*

*Se debe tener presente al considerar este factor la cantidad que se tiene disponible de ellos, no tan sólo los actuales sino también en el futuro, o al menos durante la vida del proyecto.*

*El recurso al cual se le presta mayor atención en el análisis y evaluación de un proyecto de inversión es el financiero, o dicho de otra forma, todos los recursos son susceptibles de representarse en pesos.*

*Esta representación de los recursos se refleja en los estados financieros de la organización, por lo cual estos estarán limitados principalmente por su estructura financiera.*

*Administrativamente hablando, se conoce como estructura financiera a la forma en que la empresa está financiando sus operaciones ( pasivo y capital ).*

*Con base en lo anterior, se recomienda que cuando se vaya a tomar una decisión de este tipo, se procure mantener una estructura financiera equilibrada.*

*Por equilibrio de la estructura financiera se debe entender la mejor manera de combinar el financiamiento de la empresa, para que de esta forma los accionistas obtengan el mayor beneficio al menor costo posible.*

### **Beneficios que generan los proyectos.**

Otro de los factores a considerar al analizar y evaluar proyectos de inversión es el beneficio que producirán a la misma.

Esto dependerá básicamente del tipo de empresa que se trate, pero generalmente puede traducirse como la obtención del mayor beneficio al menor costo posible.

Como se podrá notar, este factor está íntimamente relacionado con los dos anteriores, y dependerá principalmente del objetivo de la empresa y de los recursos disponibles para llevar a cabo el proyecto o proyectos.

### **Costo de los recursos.**

Este factor influye en la aprobación o rechazo de los proyectos de inversión, en virtud de que generalmente se aceptarán aquellos que generen beneficios superiores al costo de los mismos. Aunque algunas veces, como por ejemplo en una empresa pública, se aceptan por ser necesarios, pero podría decirse que su común denominador sería el buscar el menor costo posible para que con esto se pueda obtener el mayor beneficio posible.

El hablar de proyectos de inversión conlleva básicamente al objetivo de la administración financiera, aunque en forma más particular ya que la primera incluye decisiones a corto y largo plazo.

Por administración financiera se entiende la planeación de la obtención y aplicación de recursos para maximizar el objetivo de la empresa.

El análisis y evaluación de un proyecto de inversión debe realizarse utilizando como guía una metodología, la cual debe incluir al menos los siguientes:

- a). Identificación de alternativas.
- b). Determinación de las consecuencias cuantificables.
- c). Determinación de las consecuencias no cuantificables.
- d). Un análisis de las alternativas, y
- e). Control de la alternativa seleccionada.

### **Identificación de Alternativas.**

Esta etapa consiste en determinar todos los cursos de acción posibles que se puedan seguir. La importancia de esta etapa radica principalmente en que esta será la fase que proporcionará la información para el análisis.

Es recomendable que cuando se está llevando a cabo esta etapa, el analista revise que no se le haya escapado algún curso de acción, ya que de ser así, se podría desaprovechar algún curso de acción importante.

### **Determinación de las consecuencias cuantificables.**

Esta etapa consiste en cuantificar, de ser posible, los cursos de acción determinados en la etapa anterior, para con esto estar en posibilidades de evaluar los cursos de acción determinados.

Generalmente la cuantificación se realiza utilizando como factor la unidad monetaria.

### **Determinación de las consecuencias no cuantificables.**

Existen algunos factores importantes de los cursos de acción determinados que no pueden ser cuantificados, pero que también son necesarios al evaluar un proyecto de inversión, por lo que se recomienda sean tomados en cuenta al llevar a cabo dicho análisis. Un ejemplo de estos factores sería la aversión al riesgo de los accionistas.

Regularmente, este tipo de factores son subjetivos y dependerán en gran parte del objetivo que se pretenda y de la persona que toma las decisiones.

### **Análisis de alternativas.**

Una vez recabada la información referente al proyecto que se está evaluando, se debe utilizar un procedimiento o método de análisis que auxilie al tomador de decisiones en la selección del curso de acción a seguir.

Estos métodos consisten básicamente en métodos cuantitativos que permiten un análisis lógico de los cursos de acción.

Una vez aplicado alguno o varios de estos métodos, el tomador de decisiones estará en posición de seleccionar la mejor alternativa posible.

### **Control de la alternativa seleccionada.**

Una vez seleccionada la alternativa o curso de acción a seguir, es necesario establecer procedimientos de control que permitan llevar a cabo el proyecto en cuestión de la mejor manera posible. Es decir que se lleve a cabo de acuerdo a lo planeado, y que además permitan evaluar el avance del mismo.

Básicamente estos procedimientos de control son con el fin de evitar desviaciones durante la vida del proyecto o curso de acción elegido.

### **3. METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS Y EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION**

Como ya se mencionó en el apartado anterior, el tomador de decisiones necesita una guía para analizar y evaluar proyectos de inversión, por lo cual a continuación se presenta en forma más detallada la metodología propuesta anteriormente.

#### **Identificación de alternativas.**

Esta etapa consiste en determinar todos los cursos de acción posibles.

Estos estarán dados por el medio ambiente de la empresa y estarán limitados por los recursos de la misma.

En esta etapa es necesario hacer un análisis detallado de la situación de la empresa y de las posibles alternativas que tenga o que le permita realizar su medio ambiente específico.

#### **Determinación de las consecuencias cuantificables.**

En esta etapa se debe determinar lo siguiente:

- a). Determinar la inversión del proyecto.
- b). Determinar los flujos de efectivo que generará el proyecto.
- c). Determinar la depreciación del proyecto, y
- d). Determinar el costo de capital del proyecto.

Antes de proceder con la explicación de cada uno de los incisos anteriores, es necesario mencionar que la información que se genere en esta etapa dependerá de las condiciones de los proyectos.

Estas características son básicamente las condiciones en que se verá involucrado el proyecto.

Para efectos de la explicación, se consideran 2 condiciones a saber:

1. Condiciones de certidumbre, y
2. Condiciones incertidumbre.

El hablar de condiciones de certidumbre, es hablar de que los resultados que generará el proyecto se conocen con exactitud.

Por el contrario las condiciones de incertidumbre son aquellas que no son susceptibles de conocer con exactitud.

Una vez hecha la aclaración, es de esperarse que la información necesaria para la análisis y evaluación de los proyectos de inversión en condiciones de certidumbre será menor que para aquellos con condiciones de incertidumbre.

### **Determinación de la inversión del proyecto.**

Esta fase consiste en determinar a cuánto ascenderá el monto del proyecto, así como, la cantidad de recursos que se comprometerán al llevarlo a cabo.

Además es necesario determinar la vida probable y el valor de recuperación del proyecto.

### **Determinación de los flujos de efectivo del proyecto.**

Una vez llevada a cabo la fase anterior, se está en posibilidades de determinar los flujos de efectivo del proyecto.

Esto es necesario en virtud de como se van a comprometer recursos, se verá afectada básicamente la liquidez de la empresa, y con la ayuda de los flujos de efectivo se tendrá un panorama general de la liquidez de la misma.

Además, estos flujos, serán la base para el análisis cuantitativo de los proyectos.

Los flujos de efectivo pueden ser de dos tipos: Negativos o Positivos.

Los negativos son aquellos que representan los egresos del proyecto.

Los flujos positivos son aquellos que representan los ingresos del proyecto.

Como es de suponerse, en un momento dado se puede llegar a tener ingresos y egresos al mismo tiempo, en estos casos es conveniente determinar el flujo de efectivo neto, el cual está dado por la diferencia entre ingresos y egresos, pudiendo ser el resultado positivo o negativo.

Algunas veces es conveniente graficar el comportamiento de los flujos, independientemente de tabularlos.

Esta gráfica puede ser como la que se muestra a continuación.

Ingresos brutos	\$5	\$5	\$5	
	----- ----- -----			
Tiempo	0	1	2	3
Egresos Brutos	\$10	\$1	\$1	\$1

La gráfica anterior si se representara como flujos netos quedaría como se muestra a continuación.

Ingreso neto	\$4	\$4	\$4
Tiempo	0	1	2
Egreso neto	\$10		

Observe que en ambas gráficas se utilizó la parte superior para representar los ingresos y la parte inferior para representar los egresos.

Comparando las gráficas en forma tabular se tiene:

Año	Primera Gráfica Ingreso	Segunda Gráfica Egreso	Segunda Gráfica Neto	
0		\$ 10	\$(10)	\$(10)
1	\$5	1	4	4
2	5	1	4	4
3	5	1	4	4
<b>Totales</b>	<b>\$15</b>	<b>\$ 13</b>	<b>\$ 2</b>	<b>\$ 2</b>

En ambos casos el resultado final es el mismo, pero en la primera forma se tiene el detalle del comportamiento de los flujos de efectivo.

Una vez obtenidos los flujos correspondientes, es necesario complementar la información con los factores que pueden afectar el proyecto, tales como situaciones económicas, mercado, etc.

#### Determinación de la depreciación del Proyecto.

En esta fase, no sólo se determina la depreciación del proyecto, sino también, se determina el criterio se va a utilizar para este efecto. Ya que según este, se comportará el flujo de efectivo correspondiente.

Lo anterior se debe a que la depreciación es un costo, pero no representa una salida de dinero, pero sí afecta el pago de impuestos ocasionando con esto un ahorro o ingreso adicional. Por lo cual el flujo se ve afectado favorablemente.

Para realizar esta fase, es importante que el tomador de decisiones o la persona que determina el criterio conozca las leyes fiscales en vigor.

Ahora bien, como el aspecto fiscal difiere en gran medida dadas las características de la empresa en cuestión y de los proyectos en sí, se recomienda consultar las leyes que correspondan al problema en cuestión, antes de iniciar esta fase.

### **Determinación del costo de capital del proyecto.**

El costo de capital es el precio que se paga por el uso de recursos, o sea, es el interés que se paga por la utilización del dinero en nuestro caso.

Generalmente este costo se expresa en porcentajes anuales.

Como se sabe, toda fuente de financiamiento tiene distinto costo, por consiguiente la determinación del mismo está en función del origen de los recursos.

Las fuentes de financiamiento desde el punto de vista de su origen se clasifican en : Internas y Externas.

Las fuentes internas son aquellas que genera la empresa por su propia operación o por aportaciones de sus socios.

Las externas son aquellas que proporcionan personas ajenas a la empresa.

Las fuentes internas se clasifican en :

1. Acciones preferentes.
2. Acciones comunes, y
3. Utilidades retenidas.

Las fuentes externas se clasifican en :

1. Pasivos a corto plazo, y
2. Pasivos a largo plazo.

#### **Costo de Capital de las Fuentes Internas.**

##### **Acciones Preferentes.**

Las acciones preferentes son aquellas que no tienen voz ni voto en las decisiones de la empresa, y por tal motivo, su costo es un porcentaje fijo.

Por lo anterior, este costo no varía de un periodo a otro, expresándose en un porcentaje anual.

Este porcentaje puede determinarse con la siguiente fórmula:

$$\text{Cap} = D / [I B - 67(1-t)]$$

Donde:

- Cap = Costo de la fuente después de impuestos.  
D = Dividendo percibido por el poseedor de la acción.  
I = Ingresos brutos recibidos en la emisión.  
67 = Gastos de colocación.  
t = Tasa de impuesto.



En épocas inflacionarias es conveniente utilizar una fórmula que considere este factor además del efecto de los impuestos en el costo.

Una fórmula que considere la inflación es la siguiente:

$$Cap' = [(D / (1 + ii)) / (IB - 67(1-t))] - [ii / (1+ii)]$$

Donde:

Cap' = Costo de la fuente después de impuestos e inflación.  
D = Dividendo percibido por acción.  
IB = Ingresos brutos recibidos de la emisión.  
67 = Gastos de colocación.  
ii = Tasa promedio de inflación por período.  
t = Tasa de impuestos.

#### Acciones Comunes.

El capital común está formado por las aportaciones de los socios que si participan del riesgo de la empresa, y que además tienen voz y voto en las decisiones de la misma, y que por tanto sus dividendos están en función de los resultados que obtenga la empresa.

La determinación de este costo es más complicada que la de las acciones preferentes, ya que depende del resultado que obtenga la empresa y que por consiguiente puede variar de un período a otro.

Las fórmulas que se pueden utilizar para determinar este costo, sin incluir el efecto inflacionario son las siguientes:

a) Cuando existe una emisión de acciones.

$$Cac = D / [(IB - 67(1-t)) + g]$$

Donde:

Cac = Costo de capital de las acciones comunes.  
D = Dividendos por acción.  
IB = Ingresos brutos por acción.  
67 = Gastos de colocación.  
t = Tasa de impuesto.  
g = Razon de crecimiento por período.

b) Sin emisión de acciones.

$$Cac = D / (P + g)$$

Donde:

Cac = Costo de capital de acciones comunes.

- D** = Dividendo por acción.  
**P** = Precio neto de la acción (ingresos brutos de la emisión menos costo de colocación).  
**g** = Razón de crecimiento por período.

La desventaja de ambas fórmulas es que consideran una razón de crecimiento constante, pero en un momento dado, es posible ajustarlas para incluir diferentes tasas de crecimiento.

También, en épocas inflacionarias es conveniente incluir dicho factor en las fórmulas, quedando de la siguiente manera:

a) Cuando existe emisión.

$$Cac' = [(D/(1+i))/ (IB-67(1-t))] + [(g - i)/(1 + i)]$$

Donde:

- Cac'** = Tasa de costo de capital de acciones comunes.  
**D** = Dividendos percibidos.  
**i** = Tasa de inflación promedio por período.  
**IB** = Ingresos brutos de la emisión.  
**67** = Gastos de colocación.  
**t** = Tasa de impuestos.  
**g** = Razón de crecimiento por período.

b) Cuando no hay emisión.

$$Cac' = [(D/(1+i))/P] + [(g - i)/(1+i)]$$

Donde:

- Cac'** = Tasa de costo de capital de acciones comunes.  
**D** = Dividendo percibido.  
**P** = Valor neto de la acción (IB - 67)  
**g** = Razón de crecimiento por período.  
**i** = Tasa promedio de inflación por período.

#### Utilidades retenidas.

Generalmente las empresas consideran el costo de esta fuente como cero, pero como las utilidades retenidas son reinversiones que hacen los accionistas comunes, no se debe considerar este costo como cero sino más bien debe ser el mismo que el de las acciones comunes.

Otra forma de calcular el costo de esta fuente es utilizando la siguiente fórmula.

$$Cur = R (1-t) (1-C)$$

Donde:

- Cur** = Tasa de costo de capital de las utilidades retenidas.  
**R** = Rendimiento bruto obtenido.

- t = Tasa de impuesto del accionista.
- C = Comisiones expresadas en porcentaje.

### Costo de Capital de las Fuentes Externas.

#### Pasivo a Corto Plazo.

Este tipo de financiamientos tiene diferentes variantes, siendo las más conocidas las operaciones con proveedores y la obtención de préstamos bancarios, los cuales se tratan a continuación.

#### Proveedores.

Esta es una fuente de financiamiento muy común para las empresas, y la determinación de su costo depende de las condiciones que estas personas otorgan.

Si estas personas no cobran intereses, ni conceden descuentos su costo es cero, de no ser así, su costo se determina con la siguiente fórmula:

$$Cp = (\text{valor presente del préstamo}) \wedge 365/(X-1)$$

Donde:

- ^ = Exponenciación.
- X = Días que no se utilizó el financiamiento por mes.
- Cp = Costo de capital por financiamientos de proveedores.

#### Préstamos Bancarios.

Esta fuente de financiamiento también es comúnmente utilizada por las empresas, y su costo depende de las condiciones de la operación.

Si la operación lleva consigo una reciprocidad (saldo que se debe tener en la cuenta), la tasa de costo antes impuesto se determina con la siguiente fórmula:

$$\text{Ingreso neto percibido} = [P - RE] / [(1-K)^x]$$

Donde :

- ^ = Exponenciación.
- P = Préstamo solicitado.
- RE = Nivel promedio en cuenta de cheques.
- K = Tasa de interés o de costo de capital de préstamos bancarios.
- x = Tiempo expresado en períodos.

Si se desea calcular la tasa de costo de capital de esta fuente después de impuestos se debe aplicar la siguiente fórmula a la tasa determinada con la fórmula anterior.

$$K' = K (1-t)$$

Donde :

- K' = Tasa de costo de capital después de impuestos.
- K = Tasa de costo de capital antes de impuestos.
- t = Tasa de impuestos.

#### Pasivo a Largo Plazo.

Este tipo de financiamiento es muy variado, pudiéndose clasificar de acuerdo a las operaciones que se llevan a cabo, siendo las más comunes :

- a) Obligaciones.
- b) Créditos hipotecarios, y
- c) Arrendamiento financiero.

#### Obligaciones.

El costo de esta fuente está formado por una serie de gastos que lleva implícita una emisión de obligaciones, entre los que se pueden mencionar los siguientes:

- Honorarios a un profesionista independiente por la elaboración del estudio técnico-económico-financiero.
- Impresión del prospecto de la emisión.
- Honorarios al notario por la protocolización del acta de emisión.
- Registro del acta en el registro público.
- Comisión del colocador primario.
- Impresión de certificados provisionales en papel seguridad.
- Inscripción en la bolsa de valores y registro de valores.
- Impresión de los títulos definitivos y sus cupones.

Ahora bien, como estos gastos y los intereses que se pagan a los tenedores de las obligaciones son deducibles de impuestos, el costo de esta fuente después de impuestos será la tasa  $K_0$  que satisface la siguiente ecuación:

$$[P - G(1-t)] - \text{Sum} [(1-t)/(1+K_0)^j] + [P/(1+K_0)^n] = 0$$

Donde :

- Sum = Sumatoria para  $j = 1, 2, \dots, n$
- ^ = Exponenciación.
- P = Valor nominal de la obligación.
- G = Gastos totales de emisión.
- t = Tasa de impuesto.

- I* = Intereses percibidos por el poseedor en el período *j*.
- n* = Duración de las obligaciones.
- Ko* = Costo de financiamiento por medio de obligaciones (Variable a determinar).

Si se desea incluir el efecto inflacionario, la ecuación para obtener la tasa *Ko'* es la siguiente:

$$[P - \theta T(1-t)] - [ \text{Sum} ( [(I(1-t)) / (1+i)^j] / (1+Ko')^j ) + Q ] = 0$$

Donde :

- Sum* = Sumatoria para *j* = 1, 2, ..., *n*
- <sup>^</sup> = Exponenciación.
- Q* =  $[P(1+i)^n] / [(1+Ko')^n]$
- n* = Tiempo de duración de las obligaciones.
- P* = Valor nominal de la emisión.
- θT* = Gastos totales de emisión.
- t* = Tasa de impuestos.
- I* = Intereses percibidos por el poseedor de la obligación en el período *j*.
- i* = Tasa promedio de inflación por período.
- Ko'* = Tasa de costo de capital considerando inflación.

#### Crédito Hipotecario.

El crédito hipotecario es una fuente de financiamiento que se obtiene de las instituciones bancarias, respaldando la operación con los activos de la empresa.

El costo de esta fuente después de impuesto se determina con la siguiente ecuación:

$$[P - \theta T(1-t)] - \text{Sum} ( P(i) [ (1-(j-1)/n) ] [ (1-t) + (P/n) ] ) / Q = 0$$

Donde:

- Sum* = Sumatoria para *j* = 1, 2, ..., *n*
- <sup>^</sup> = Exponenciación.
- Q* =  $(1+Kh)^j$
- P* = Magnitud del préstamo solicitado.
- θT* = Gastos totales que origina el préstamo.
- n* = Plazo concedido para pagar el préstamo.
- i* = Tasa nominal de interés sobre saldos insolutos.
- Kh* = Costo de capital de la fuente.
- t* = Tasa de impuesto.

Quando se desea incluir el efecto de la inflación, sólo debe aplicarse la siguiente fórmula al costo determinado con la ecuación anterior.

$$Kh' = Kh / [(1+i)^n]$$

Donde :

- $\wedge$  = Exponenciación.
- $K_h$  = Costo de capital antes del efecto inflacionario.
- $K_h'$  = Costo de capital incluyendo el efecto inflacionario.
- $i$  = Tasa promedio de inflación por período.
- $n$  = Plazo concedido para pagar el préstamo.

Quando esta fuente de financiamiento proviene de un banco extranjero, el cambio de paridad afecta considerablemente el costo de capital. Por tanto es necesario considerar la paridad de la moneda en la ecuación, quedando esta de la siguiente manera:

- a) Incluyendo el efecto de la inflación y sin tasas flotantes.

$$P(TCO) - \theta T(1-t) - Z = 0$$

Donde :

$$Z = \frac{\text{Sum}[ P(TC_j)(1-(j-1)/n)(1-t)^j + P(TC_j - (TC_j - TCO)t)n](W)}{(1+K_h p)^j}$$

- Sum = Sumatoria para  $j = 1, 2, \dots, n$
- W = Sum  $[1+i_j]$
- $\wedge$  = Exponenciación.
- P = Tamaño del préstamo.
- TCO = Tipo de cambio en el período cero.
- $\theta T$  = Gastos totales originados por el préstamo.
- t = Tasa de impuesto.
- $i_j$  = Tasa de inflación promedio en el período j.
- TCj = Tipo de cambio en el período j.
- n = Plazo del préstamo.
- $i_j$  = Interés en el período j.
- $K_h p$  = Costo de capital de la fuente.

- b) Con tasas flotantes.

$$P(TCO) - \theta T(1-t) - Z = 0$$

Donde :

$$Z = \frac{\text{Sum}[ P(TC_j)(1-(j-1)/n)(1-t)^j + P(TC_j - (TC_j - TCO)t)n](W)}{(1+K_h p')^j}$$

- Sum = Sumatoria para  $j = 1, 2, \dots, n$
- W = Sum  $[1+i_j]$
- $\wedge$  = Exponenciación.
- P = Tamaño del préstamo.
- TCO = Tipo de cambio en el período cero.
- $\theta T$  = Gastos totales originados por el préstamo.
- t = Tasa de impuesto.
- $i_j$  = Tasa de inflación promedio en el período j.
- TCj = Tipo de cambio en el período j.
- n = Plazo del préstamo.

$i_j$  = Interés en el período  $j$ .  
 $K_{hp}$  = Costo de capital de la fuente.

#### Arrendamiento Financiero.

Esta fuente de financiamiento consiste en obtener los servicios de un bien a cambio de una renta por un tiempo determinado, y al finalizar este, la empresa tiene la opción de:

- Prorrogar el contrato.
- Adquirir el bien en una cantidad inferior a la de mercado.
- Enajenar el equipo a un tercero, y
- Alguna otra opción autorizada por la SHCP.

El costo de esta fuente después de impuestos se obtiene con la siguiente ecuación:

$$P + AC(1-t) - \text{Sum}(Z_j) = 0$$

Donde:

$\text{Sum}$  = Sumatoria para  $j = 1, 2, \dots, n$   
 $Z$  =  $[Dt + (R(1-t)/(1+i)^j)]/(1+Kf)^j + W$   
 $W$  =  $[(VR(1-t))/(1+i)^j]/(1+Kf)^n$   
 $P$  = Costo inicial del activo.  
 $R$  = Renta anual sin incluir el IVA.  
 $VR$  = Valor de rescate del bien al final del período  $n$ .  
 $n$  = Plazo del contrato.  
 $AC$  = Gastos de apertura de crédito.  
 $t$  = Tasa de impuestos.  
 $Dt$  = Depreciación del activo por período.  
 $Kf$  = Costo de capital de la fuente.

Si se desea incluir el efecto de la inflación, aplicar la siguiente fórmula a la  $Kf$  obtenida con la ecuación anterior.

$$Kf' = Kf/(1+i)^n$$

Donde:

$Kf'$  = Costo de capital de la fuente incluyendo la inflación.  
 $Kf$  = Costo de capital de la fuente sin inflación.  
 $\wedge$  = Exponenciación.  
 $i$  = Tasa promedio de inflación.  
 $n$  = Plazo del contrato en períodos.

Una vez determinado el costo de capital de las fuentes de financiamiento que serán utilizadas en un proyecto de inversión, es necesario determinar el costo de capital ponderado.

Este es el costo promedio por la utilización de las diferentes fuentes de financiamiento que serán utilizadas.

Dicho costo se obtiene de la siguiente forma:

1. Elaborar una tabla con el siguiente encabezado.

Fuente	Cantidad Utilizada	Costo d/imptos.	% Particip.	Costo Ponderado
--------	--------------------	-----------------	-------------	-----------------

2. Determinar el porcentaje de participación de cada fuente.

Esto se lleva a cabo dividiendo el total de cada fuente entre la cantidad total de financiamientos.

3. Multiplicar el costo de cada fuente por el porcentaje de participación.

El resultado del punto 3 representa el costo ponderado de cada fuente y la suma de ellos el costo ponderado del financiamiento total.

Para ilustrar el procedimiento, a continuación se desarrolla un ejemplo.

Fuente	Monto	Costo d/ impuestos	% part.	Costo Ponderado
			(1)	(2)
Obligaciones	\$ 1,000,000	20%	9	1.80
Acciones Pref.	2,500,000	30	24	7.20
Acciones Com.	5,000,000	50	48	24.00
Utilidades Retenidas	2,000,000	50	19	9.50
<b>Totales</b>	<b>\$ 10,500,000</b>		<b>100 %</b>	<b>42.50%</b>

(1) (Monto de la fuente/Total de las fuentes)x 100

(2) (costo d/imptos)x(% de participación)

En la determinación de este costo se debe incluir los financiamientos que se obtendrán durante la vida del proyecto.

Algunos autores consideran que esta tasa debe ser la mínima tasa que se debe ganar para que los proyectos sean atractivos, pero partiendo de la idea de que las empresas invierten para ganar utilidades, es necesario agregar a esta un porcentaje mínimo de utilidad, para que de esta forma cualquier proyecto que la iguale sea aceptado.

A esta última tasa se le conoce como TREMA (Tasa de Rendimiento Esperada Mínima Aceptable).

**Determinación de las consecuencias no cuantificables.**

Esta fase consiste en establecer los criterios de preferencia o algún otro indicador que servirá como base para la selección de los proyectos de inversión.



Como se mencionó anteriormente, esta etapa es algo subjetiva, ya que dependerá principalmente del objetivo de la empresa y en algunos casos de los objetivos de la administración.

Por lo tanto, es necesario tener presente esta información para que sea considerada al realizar la selección de los proyectos en estudio.

Una de las formas más usuales para establecer estos criterios es mediante la utilización de porcentajes de preferencia para cada concepto bajo consideración.

#### **Análisis de las alternativas.**

Esta etapa consiste en evaluar cuantitativamente los proyectos de inversión bajo estudio.

Estos métodos se aplican según las características de los proyectos en cuestión.

La clasificación de estos se hace en base a tales características y son:

1. En condiciones de certidumbre, y
2. En condiciones de incertidumbre.

El primer grupo pertenece a métodos determinísticos, ya que de antemano se sabe cuál va a ser el comportamiento de los proyectos durante su vida útil.

El objetivo de este primer grupo de métodos es el seleccionar aquel o aquellos proyectos con base en sus rendimientos y/o flujos de efectivo.

En este grupo de métodos destacan los siguientes:

- a) Período de recuperación (PR).
- b) Tasa de rendimiento promedio (TRP).
- c) Valor actual neto (VAN), y
- d) Tasa interna de rendimiento (TIR).

El segundo grupo de métodos se denominan probabilísticos, en virtud de que el comportamiento de los proyectos durante su vida útil es incierto o depende de las condiciones del medio ambiente.

Por tales motivos, estos métodos incluyen el manejo de probabilidades para determinar o medir el riesgo de los proyectos bajo estudio.

De este grupo de métodos destacan los siguientes:

- a) Análisis de sensibilidad.
- b) Árboles de decisión, y
- c) Simulación.

Estos métodos, además de sus características propias incluyen características de los métodos del primer grupo (deterministas).

Una vez realizado el análisis cuantitativo, se procede a realizar una evaluación no cuantitativa de acuerdo a los criterios determinados en la fase anterior.

Los métodos mencionados se detallan en el siguiente tema de este capítulo.

#### **Control de las alternativas seleccionadas.**

Una vez decidido que proyecto o proyectos serán llevados a cabo, es necesario establecer controles para vigilar que estos se desenvuelvan dentro de las expectativas que de ellos se tiene. Esto es, establecer normas, políticas, procedimientos y responsabilidades con la finalidad de que todo se lleve a cabo como se tiene previsto.

Además es necesario seguir o supervisar los proyectos, para que estos sean llevados a cabo como se prevé, o sea, auditar los proyectos en desarrollo, para determinar las desviaciones y proceder a evaluarlas y si es necesario corregirlas.

Esta etapa es de vital importancia, ya que de esta dependerá el resultado que se obtenga con los proyectos de inversión emprendidos.

#### **4. METODOS TRADICIONALES PARA LA EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION.**

Como se mencionó en el tema anterior, estos métodos se clasifican en :

1. Métodos para evaluar proyectos de inversión en condiciones de certidumbre:
  - a) Período de recuperación.
  - b) Tasa de rendimiento promedio.
  - c) Valor actual neto, y
  - d) Tasa interna de rendimiento.
  
2. Métodos para evaluar proyectos de inversión en condiciones de incertidumbre:
  - a) Análisis de sensibilidad.
  - b) Árboles de decisión, y
  - c) Simulación.

Generalmente, estos métodos no son utilizados en forma independiente, sino que se combinan para con esto obtener más

información. Esto es posible ya que cada uno de ellos tienen características en común.

La selección de los métodos o método a utilizar depende del proyecto en cuestión.

A continuación se detallan las características de cada uno de estos métodos, así como sus ventajas y desventajas, y la relación entre cada uno de ellos.

#### 4.1 Métodos para evaluar proyectos de inversión en condiciones de certidumbre.

##### Método del Período de Recuperación.

Este método maneja los flujos de efectivo del proyecto y consiste en determinar en que período será recuperada la inversión.

El criterio para seleccionar el proyecto adecuado, es el de aceptar aquel o aquellos que se recuperen más rápido.

Cuando los flujos de efectivo que genera el proyecto son constantes, el período de recuperación se obtiene dividiendo el monto de la inversión entre el flujo por período.

$$PR = \text{Monto de la inversión} / \text{Flujo por período}$$

Donde :

$$PR = \text{Período de recuperación.}$$

Por ejemplo, si se tiene un proyecto con una inversión de \$100 y que genera flujos anuales de \$10, se tendrá que el proyecto se recupera en el período 10, ya que :

$$100/10 = 10$$

Si se tuviera otro proyecto que requiere una inversión de \$1000 y sus flujos de efectivo ascienden a \$200 anuales, su período de recuperación será en 5 años ( $1000/200 = 5$ ).

Si se deseara elegir alguno de estos, el más atractivo mediante este método es el segundo proyecto, ya que es el que se recupera más rápido.

Cuando los flujos no son constantes, el período de recuperación se determina sumando los flujos período por período hasta que la suma iguale o supere la inversión.

Por ejemplo, si se tienen 2 proyectos con la siguiente información.

Proyecto Inversión	A		B	
	\$ 1,000		\$ 1,000	
Año	Flujo	Acumulado	Flujo	Acumulado
1	\$ 200	\$ 200	\$ 0	\$ 0
2	250	450	500	500
3	250	700	500	1,000 *
4	400	1,100 *	300	1,300
5	500	1,600	100	1,400

\* Período en que se recupera la inversión.

En este caso el proyecto más atractivo es el B ya que es el que recupera la inversión más rápido.

Las ventajas de este método son:

1. Fácil de aplicar.
2. No requiere mucha información, y
3. Maneja los proyectos en forma independiente.

Las desventajas que presenta este método son :

1. No considera la interrelación de los proyectos.
2. No considera el valor del dinero en el tiempo.
3. No considera la rentabilidad del proyecto, y
4. No permite establecer fácilmente el presupuesto de inversión.

#### Método de la Tasa de Rendimiento Promedio.

Este método maneja la rentabilidad del proyecto bajo estudio a valores monetarios nominales, y consiste en determinar el porcentaje promedio de rendimiento del proyecto utilizando como base los flujos de efectivo que genera el proyecto.

Este porcentaje se determina con la siguiente fórmula:

$$TAP = ((\text{Sum } [ F_j ] / n) / I) \times 100$$

Donde :

- Sum = Sumatoria de  $j = 1, 2, \dots, n$
- $F_j$  = Flujo de efectivo en el período  $j$ .
- $n$  = Períodos de vida del proyecto.
- $I$  = Monto de la inversión.

Una vez determinada la tasa de rendimiento promedio, esta es comparada con la TAREMA (Tasa de Rendimiento Esperada Mínima Aceptable), y si la primera es igual o mayor que la segunda, debe aceptarse el proyecto, en caso contrario debe rechazarse.

Por ejemplo, si se tiene un proyecto que requiere una inversión de \$ 1000 y que generará flujos de efectivo de \$300 anuales durante 5 años, y una TREMA del 60 % se tendrá lo siguiente.

$$[(1500/1000)/5] \times 100 = 30\%$$

Comparando TREMA con TRP

$$60\% > 30\%$$

Por lo que debe rechazarse el proyecto, ya que la TREMA es mayor que la TRP.

Las ventajas de este método son :

1. Considera la rentabilidad de los proyectos.
2. Considera en forma independiente a los proyectos.
3. Es fácil de calcular, y
4. No requiere de mucha información.

Las desventajas de este método son:

1. No considera la interrelación de los proyectos.
2. No considera la velocidad de recuperación.
3. No considera el valor del dinero a través del tiempo, y
4. No permite una fácil determinación en la asignación de recursos.

Como se habrá notado, este método puede complementarse con el método del período de recuperación, ya que la información que manejan ambos no difiere en mucho, y además proporciona al tomador de decisiones mayor información.

#### Método del Valor Actual Neto.

Este método consiste en determinar el ingreso marginal que generará el proyecto, considerando el valor del dinero a través del tiempo, aceptando aquel o aquellos proyectos que generen un VAN (Valor Actual Neto) mayor o igual a cero.

Para aplicar este método se requiere determinar o conocer una tasa de descuento que será aplicada a los flujos de efectivo del proyecto.

Esta tasa debe ser mínimo la tasa de costo de capital ponderado o la TREMA.

El VAN de un proyecto se determina utilizando la siguiente ecuación :

$$VAN = \text{Sum} [ St / (1+i)^t ] - I$$

Donde :

$VAN$  = Valor presente neto del proyecto.  
 $Sum$  = Sumatoria para  $t = 1, 2, \dots, n$   
 $\wedge$  = Exponenciación.  
 $St$  = Flujo de efectivo en el periodo  $t$ .  
 $I$  = Inversión del proyecto.  
 $i$  = Tasa de descuento.

Una vez determinado el VAN de los proyectos de inversión, se aceptarán aquellos que tengan un valor mayor o igual a cero.

Cuando existen varios proyectos en consideración y son mutuamente excluyentes, se aceptará aquel que tenga el mayor VAN.

En caso de no ser excluyentes, se deben aceptar aquellos proyectos que sean mayores sus valores actuales netos, hasta agotar el presupuesto disponible.

Un ejemplo de este método se desarrolla a continuación.

Proyecto	A	B
Inversión	\$ 500	\$ 500
Flujo de efectivo en el año		
1	300	300
2	400	300
3	200	300
4	100	200
5	100	100

La tasa de descuento es del 30%

$$VAN(A) = [ (300/(1.3)^1) + (400/(1.3)^2) + (200/(1.3)^3) + (100/(1.3)^4) + (100/(1.3)^5) ] - 500$$

$$VAN(A) = \$120.43$$

$$VAN(B) = [ (300/(1.3)^1) + (300/(1.3)^2) + (300/(1.3)^3) + (200/(1.3)^4) + (100/(1.3)^5) ] - 500$$

$$VAN(B) = \$ 141.79$$

Si los proyectos son excluyentes, debe aceptarse el proyecto B, porque es el que tiene mayor VAN.

En caso de no ser excluyentes ambos deben aceptarse con mayor prioridad el proyecto B sobre el proyecto A. Y la puesta en marcha dependerá del presupuesto disponible.

Por ejemplo si se tiene un presupuesto de \$500 sólo se llevará a cabo el proyecto B.

Si se tiene un presupuesto de \$1000, ambos se podrán llevar a cabo.

Las principales ventajas de este método radican en que si considera el valor del dinero a través del tiempo, considera la velocidad de recuperación y maneja los proyectos en forma independiente.

Las desventajas que presenta este método son :

1. Requiere cálculos más o menos complejos, y
2. No permite una fácil presupuestación si todos los proyectos son aceptados.

También este método puede ser utilizado en combinación con los anteriormente mencionados, ya que tiene características en común con ellos.

#### Método de la Tasa Interna de Rendimiento.

Este método consiste en determinar la tasa de rendimiento que genera el proyecto, tomando como base la inversión y los flujos de efectivo del proyecto, la cual se compara con la tasa de costo de capital o la tasa mínima de rendimiento aceptable (TREMA), y si la primera es mayor o igual a la segunda debe aceptarse el proyecto.

La TIR será aquella tasa de descuento que hace que los flujos de efectivo igualen el monto de la inversión.

Con base en lo anterior, esta tasa será aquella que satisfaga la siguiente ecuación:

$$I = \text{Sum} [ Rt / (1+K)^t ]$$

Donde :

- Sum = Sumatoria para  $t = 1, 2, \dots, n$
- ^ = Exponenciación.
- I = Monto de la inversión.
- Rt = Flujo de efectivo en el período t.
- K = Tasa interna de rendimiento.

Un ejemplo de este método se muestra a continuación.

Proyecto	A	B
Inversión	\$ 10,000	\$ 10,000
Flujos de efectivo en el año		
1	3,000	5,000
2	3,000	4,000
3	3,000	3,000
4	3,000	2,000
5	3,000	1,000

TREMA = 20%

Determinación de la TIR del proyecto A:

$$10000 = \frac{3000}{(1+K)} + \frac{3000}{(1+K)^2} + \frac{3000}{(1+K)^3} + \frac{3000}{(1+K)^4} + \frac{3000}{(1+K)^5}$$

Como los flujos del proyecto son constantes, la ecuación se puede simplificar de la siguiente manera:

$$10000 = 3000 \text{ af5, K}$$

Donde:

af5, K = Valor presente de una anualidad en el periodo 5 a la tasa K.

Despejando:

$$10000/3000 = \text{af5, K}$$

$$3.333 = \text{af5, K}$$

Buscando este factor en las tablas financieras, se tiene que este se encuentra entre los siguientes valores:

TASA	FACTOR
15 %	3.3522
16 %	3.2743

Interpolando se tiene que K = 15.2426 %.

Determinación de la TIR del proyecto B:

$$10000 = \frac{5000}{(1+K)} + \frac{4000}{(1+K)^2} + \frac{3000}{(1+K)^3} + \frac{2000}{(1+K)^4} + \frac{1000}{(1+K)^5}$$

Determinando K por aproximaciones sucesivas se tiene:

SI K = 20 %

$$10000 < 10046.34$$

SI K = 20.5 %

$$10000 > 9963.86$$

Interpolando se tiene que K = 20.28 %:

Comparando las tasas obtenidas con la TREMA:

Proyecto A 20 % > 15.2426 % por lo tanto debe rechazarse.

Proyecto B 20 % < 20.28 % por lo tanto debe aceptarse.



Existen algunos casos en que los proyectos no sólo tienen una tasa interna de rendimiento.

Esto se debe principalmente al comportamiento de los flujos de efectivo.

Para obtener la TIR en estos casos es necesario aplicar el algoritmo de James C. T. Mao, el cual utiliza los siguientes criterios :

Una inversión es simple (tiene una sola TIR) cuando sólo hay un cambio de signo en los flujos.

Una inversión es no simple cuando existen varios cambios de signo en los flujos.

Las inversiones no simples son puras cuando tienen una sola TIR, y son mixtas cuando tienen varias TIR.

Los criterios para determinar si una inversión no simple es pura o mixta son los siguientes :

#### CRITERIO 1.

Sea  $i^*$  un valor tal que  $VAN(i^*) = 0$

Si  $F_t(i^*) \neq 0$  para  $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$  entonces la inversión es pura.

Si  $F_t(i^*) \neq 0$  para algunos valores de  $t$  y  $F_t(i^*) = 0$  para el resto, entonces la inversión es mixta.

#### CRITERIO 2.

Sea  $r^*(\min)$  un valor tal que  $F_t(r^*(\min)) \neq 0$  para  $t = 0, 1, 2, \dots, n-1$

Si  $F_n(r^*(\min)) > 0$ , entonces la inversión es pura.

Si  $F_n(r^*(\min)) < 0$ , entonces la inversión es mixta.

Una vez clasificada la inversión, si la inversión es no simple pura, el problema de varias TIR no existe y su evaluación se hará con el mismo criterio expuesto anteriormente. En caso contrario es necesario aplicar el siguiente algoritmo :

PASO 1. Encontrar por prueba y error  $r^*(\min)$ .

PASO 2. Evaluar  $F_n(r^*(\min))$ .

PASO 3. Si  $F_n(r^*(\min)) > 0$ , la inversión tiene sólo una TIR, que debe ser comparada con la TREMA o con la tasa de costo de capital ponderado terminando con esto el procedimiento.

En caso contrario continúe con el paso 4.

PASO 4. Calcular los saldos no recuperados en la forma siguiente :

$$F_t(rX, TREMA) = F_{t-1}(1 + rX) + S_t \quad \text{SI } F_{t-1} < 0$$

$$F_t(rX, TREMA) = F_{t-1}(1 + TREMA) + S_t \quad \text{SI } F_{t-1} > 0$$

PASO 5. Determine el valor de  $rX$  de modo que :

$$F_n(rX, TREMA) = 0$$

SI  $rX > TREMA$ , entonces el proyecto debe ser aceptado.

Para una mejor comprensión de la aplicación de los criterios y del algoritmo, a continuación se desarrollan unos ejemplos.

Ejemplo de aplicación de Criterios.

Suponer una TREMA del 25% para el siguiente proyecto:

Período	Flujos de efectivo.
0	\$(200)
1	100
2	200
3	(400)
4	1,000

En este caso como hay más de un cambio de signo en el flujo de efectivo, la inversión es no simple, por lo tanto se procede a aplicar el criterio I para clasificar la inversión.

Buscando por prueba y error  $iX$ , se tiene que  $iX = 58.70\%$ .

Determinando los saldos no recuperados del proyecto a la tasa  $iX$ .

$$F_0 = -200 \quad F_1 = -137 \quad F_2 = -57.59$$

$$F_3 = -157.67 \quad F_4 = 0$$

Como  $F_t(iX) \neq 0$  para  $t = 0, 1, 2, 3$ , entonces la inversión es pura, y por consiguiente tiene una sola TIR que es de 58.70%, que comparada con TREMA es superior, de tal manera que se debe aceptar el proyecto y no aplicar el algoritmo.

SI se utiliza el segundo criterio :

Calculando  $r(\text{min})$ , de tal forma que  $F_t(r(\text{min})) = 0$

para  $t = 0, 1, 2, 3$ , se tiene que el valor  $r(\text{min})$  es del 28.1%.

Como  $F_n (r (\min)) > 0$  es una inversión pura y tiene una sola TIR que es 58.70 %, por consiguiente debe aceptarse el proyecto.

Nota : la  $r (\min)$  se determina obteniendo las TIR's del proyecto, dado que hay una TIR en cada cambio de signo en los flujos. En el ejemplo hay 2 una del período 0 al período 2, y otra del período 3 al período 4, resultando menor la primera (28.1 %).

Ejemplo de aplicación del algoritmo.

Suponga una TREMA del 25 % para el siguiente proyecto:

Período	Flujos de Efectivo.
0	\$ (600)
1	200
2	(600)
3	700
4	100

De acuerdo al cambio de signos en el flujo de efectivo se dice que se trata de una inversión no simple ( varios cambios de signo en el flujo ), y a continuación aplicamos el criterio 2.

Obteniendo la TIR por prueba y error para los períodos de 0 a 1 se tiene que es igual al 39.39 %.

Aplicando esta tasa a la segunda parte de los flujos (períodos de 2 a 4) se tiene que  $F_n < 0$  y por consiguiente se trata de una inversión no simple mixta.

Por lo anterior se debe calcular  $r^*$  (rendimiento sobre capital invertido).

Para este efecto, es recomendable iniciar los cálculos con el valor de la TREMA, ya que de esta manera se podrá determinar al primer intento si  $r^* > TREMA$ .

$F_n ( r^*, TREMA ) = 0$   
Sustituyendo:

$$F_4 = (-600/(1.25)^4) + (200/(1.25)^3) - (600/(1.25)^2) + (700/(1.25) + 100 = 135$$

Dado que el resultado es positivo, se tiene que el rendimiento sobre el capital invertido es superior a la TREMA, por consiguiente el proyecto debe ser aceptado. Pero para saber el valor de  $r^*$  se continúa con los cálculos.

Aplicando una tasa del 32 % se tiene que  $F_n = - 4.01$ , por lo que se procede a interpolar, obteniendo una valor para  $r^*$  de 31.8% que comparada con TREMA es superior.

Las ventajas que presenta este método son :

1. Considera el valor del dinero en el tiempo.
2. Considera la rentabilidad del proyecto, así como sus flujos.
3. Considera la velocidad de recuperación del proyecto.

Las desventajas del método son:

1. Su determinación es complicada.
2. Considera a los proyectos en forma independiente, y
3. No es fácil presupuestar con los proyectos aceptados, ya que al considerarlos independientes no se puede determinar el paquete óptimo de inversión.

Una vez aplicado alguno o varios de los métodos mencionados, el tomador de decisiones resume la información obtenida para obtener una visión o panorama global de los proyectos bajo estudio. Además, en este resumen se pueden incluir las consecuencias no cuantificables.

Una presentación de dicho resumen se puede realizar utilizando una matriz como la que se muestra a continuación.

Resumen de proyectos de Inversión evaluados.

Proyecto	A	B	C	D
Criterio				
PR				
TRP				
VAN				
TIR				
No cuantificables				
DECISION				

En esta tabla se anotará el orden jerárquico de cada uno de los proyectos bajo análisis según cada uno de los métodos utilizados para evaluación, así como para los criterios o información no cuantificable.

En el último renglón se anotará el orden jerárquico en que serán aceptados los proyectos.

#### 4.2 Métodos para evaluar proyectos de inversión en condiciones de incertidumbre.

La característica principal de estos métodos es el riesgo por la incertidumbre, por lo que básicamente tratan de medir el efecto de este en los proyectos.

Dentro de este grupo los métodos más comúnmente utilizados son :

1. Análisis de sensibilidad.
2. Árboles de decisión, y
3. Simulación.

##### Análisis de Sensibilidad.

Este método consiste en determinar que tan sensible es a los cambios el VAN o la TIR. Tales cambios pueden ser originados por las posibles variaciones que pueden tener los factores que intervienen en un proyecto.

Dentro de estos factores se encuentran, los precios de mercado de un producto, la demanda, la oferta, etc.

En este método se analizan los cambios en los parámetros más inciertos, pero sólo uno a la vez para facilitar dicho análisis.

Para mostrar el procedimiento correspondiente, a continuación se desarrolla un ejemplo.

Una empresa desea analizar la factibilidad de un proyecto de inversión, para el cual se cuenta con la siguiente información:

Precios probables	\$10.00	\$20.00
Período	Flujo	Flujo.
0	\$(100)	\$(100)
1	40	80
2	40	80
3	40	80

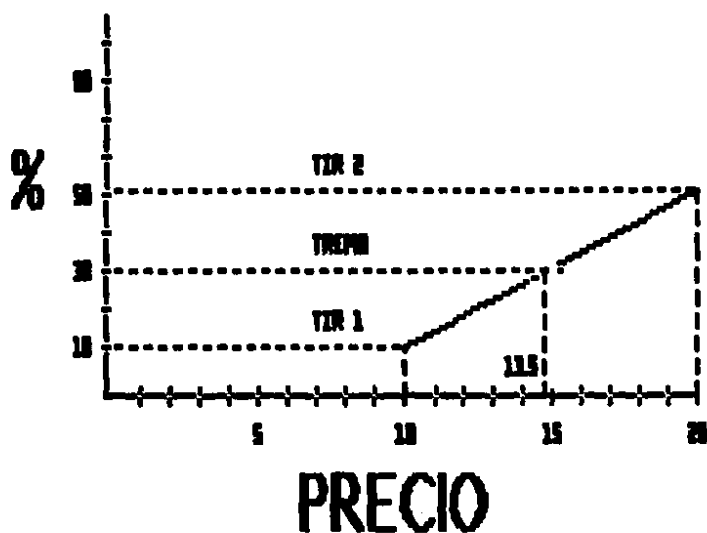
TREMA del 30 % para ambos casos.

Obteniendo las correspondientes TIR :

TIR1 = 9.70%      TIR2 = 60.74 %

En la figura 1 se muestra la gráfica correspondiente a la información que se tiene disponible, en la cual se puede observar que la TIR será atractiva siempre y cuando el precio sea mayor de \$ 13.50, por consiguiente si el precio es inferior a esta cantidad, el proyecto debe rechazarse.

FIGURA 1. ANALISIS DE SENSIBILIDAD





**PUNTO DE DECISION**



**NODO O EVENTO**



**CURSO DE ACCION**

Las ventajas de este método son :

1. Fácil comprensión del comportamiento del proyecto.
2. Fácil aplicación del método.

Las desventajas de este método son :

1. Analiza posibles variaciones de un parámetro a la vez.
2. No proporciona la distribución de probabilidad de ocurrencia del TIR o del VAN, y
3. Considera al proyecto en forma independiente.

#### Arboles de Decisión.

Este método consiste en evaluar los diferentes cursos de acción del proyecto, obteniendo un valor esperado para cada punto de decisión. Permite con esto elegir aquel curso de acción que maximice o minimice los resultados esperados.

La determinación de los valores esperados requiere del manejo de las probabilidades de ocurrencia, para que de esta forma se pueda medir el riesgo que implica cada curso de acción.

Para efectos de la elaboración del árbol de decisión se tiene la siguiente convención gráfica.



Punto de decisión, de donde parten 2 o más cursos de acción.



Nodo o evento. Representa un cierto curso de acción, el cual nace a partir de un punto de decisión.

La información que conforma un árbol de decisión es la siguiente:

- a) Los posibles cursos de acción.
- b) Los flujos de efectivo para cada curso de acción.
- c) La probabilidad asociada a cada curso de acción.
- d) VAN de cada curso de acción.

Una vez que se tienen los elementos mencionados, se procede a evaluar los puntos de decisión, iniciando el procedimiento en el último período y terminando en el primer período.

Lo anterior es con la finalidad de ir desechando aquellos puntos de decisión que no son convenientes, y además para facilitar y reducir los cálculos.

A esta forma de trabajar se le conoce como "ROLL-BACK".

La evaluación de los puntos de decisión se hace con base a los valores esperados de cada curso de acción en el punto de decisión que se está analizando.



El valor esperado representa (estadísticamente hablando), el valor promedio de los cursos de acción.

Este valor se determina utilizando la siguiente fórmula:

$$R_e = \sum (P_i R_i)$$

Donde :

$\sum$  = Sumatoria para  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$P_i$  = Probabilidad de ocurrencia asociada al curso de acción  $i$ .

$R_i$  = VAN del flujo de efectivo correspondiente al curso de acción  $i$ .

Una vez obtenidos los valores esperados de los cursos de acción de punto de decisión que se está evaluando, se selecciona aquel que arroja el mayor valor esperado.

Si se tienen varios puntos de decisión en el diagrama de árbol, se inicia la evaluación con aquellos que se encuentran en el extremo derecho, y una vez elegido un curso de acción se procede a evaluar aquellos cursos de decisión que pertenezcan al punto de decisión elegido, así sucesivamente hasta llegar al punto de decisión inicial del árbol.

Para facilitar la comprensión del método, a continuación se desarrolla un ejemplo con sólo un punto de decisión y posteriormente uno con varios puntos de decisión.

Una empresa cuenta con la siguiente información para 2 proyectos de inversión que desea evaluar.

Proyecto	A		B	
	Exito	Fracaso	Exito	Fracaso
0	\$(2,000)	\$(2,000)	\$(1,500)	\$(1,500)
1	5,000	(1,000)	7,000	(3,500)
2	6,000	(3,000)	7,000	(3,500)
3	10,000	(4,000)	7,000	(3,500)

TRENA = 15 %

Las probabilidades de ocurrencia de cada uno de los proyectos son :

Proyecto	A	B
0		
1	50%	50%
2	60%	40%
3	70%	30%

La empresa desea determinar que proyecto se debe llevar a cabo ya que estos son mutuamente excluyentes.

Con la informaci3n que se tiene, primeramente se procede a determinar los VAN correspondientes.

En caso de 6xito:	En caso de fracaso:
VAN (A) = \$ 13,459.60	VAN (A) = \$(7,767.90)
VAN (B) = 14,482.40	VAN (B) = (9,491.20)

Ya que se tiene la informaci3n anterior, se procede a elaborar el 6rbor de decisi3n correspondiente, el cual se muestra en la figura 2.

Luego, se procede a determinar los valores esperados para cada uno de los proyectos.

Proyecto A.

Probabilidad (Pi)	VAN (Ri)	VAN x Prob. (Pi)(Ri)
0.21	13,459.60	2826.52
0.09	13,459.60	1211.36
0.14	13,459.60	1884.34
0.16	13,459.60	2153.54
0.21	(7,767.90)	(1631.26)
0.09	(7,767.90)	( 699.11)
0.14	(7,767.90)	(1087.51)
0.16	(7,767.90)	(1242.86)
Valor esperado.	\$	3415.02

Proyecto B.

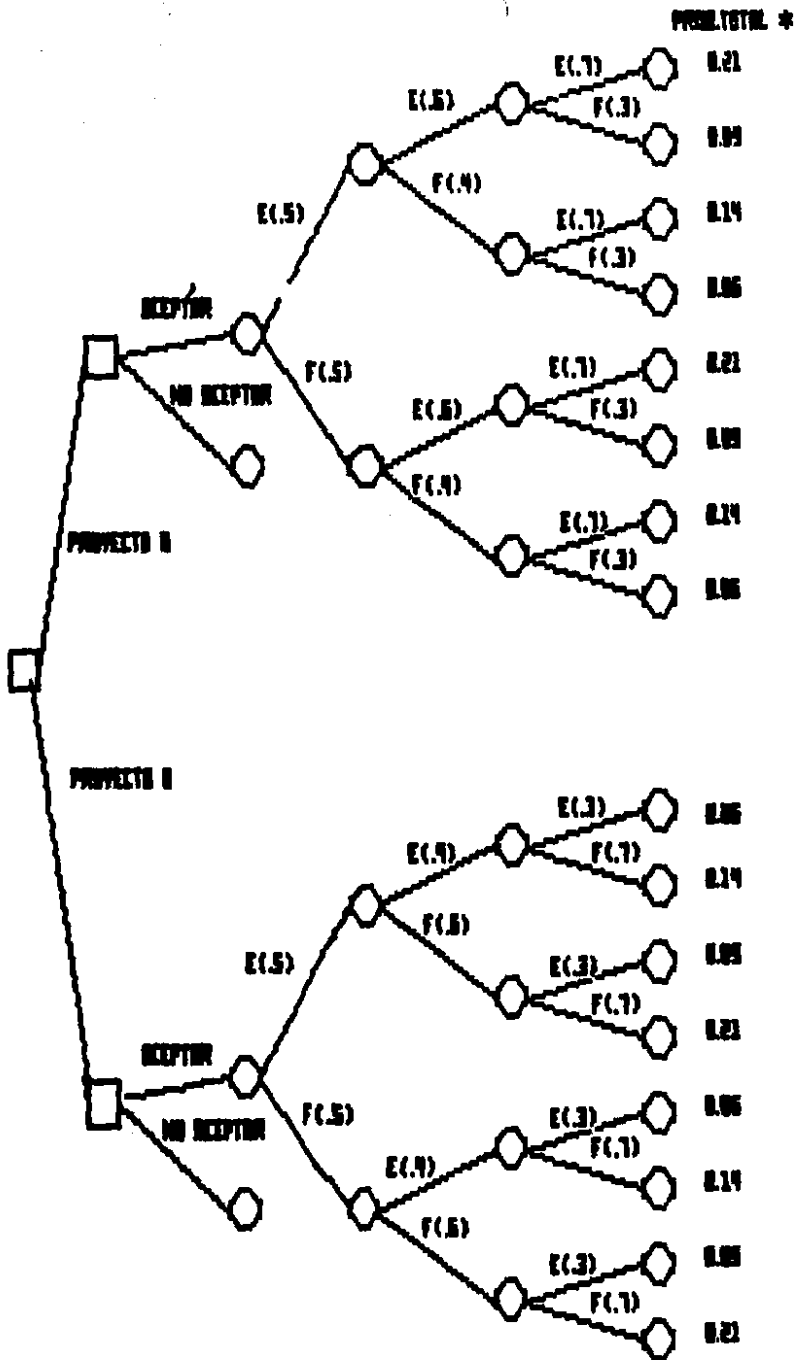
Probabilidad (Pi)	VAN (Ri)	VAN x Prob. (Pi)(Ri)
0.06	14,482.40	868.94
0.14	14,482.40	2027.54
0.09	14,482.40	1303.42
0.21	14,482.40	3401.30
0.06	(9,491.20)	( 569.47)
0.14	(9,491.20)	(1328.77)
0.09	(9,491.20)	( 854.21)
0.21	(9,491.20)	(1993.15)
Valor esperado.	\$	2495.60

Como el valor esperado del proyecto A es mayor que el del proyecto B, debe aceptarse A y rechazarse B.

## **FIGURA 2**

### **DIAGRAMA DE ARBOL PARA 2 PROYECTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES Y UN SOLO PUNTO DE DECISION**

**LA PUNCIÓN CON ESTERISCO (\*) SE DETERMINA  
MULTIPLICANDO LAS PROBABILIDADES DE OCURRENCIA.**



Ahora bien, en algunos casos, como el ejemplo anterior, el que un valor esperado sea superior a otro es en virtud de que el monto inicial de la inversión es mayor, ya que en tal proporción se obtendrá beneficios. Esto ocasiona que la elección hecha puede ser no correcta ya que se está comparando en términos absolutos.

Para estos casos es conveniente determinar el coeficiente de variación de cada uno de los proyectos bajo análisis.

Con este índice se está en posibilidades de realizar una comparación en términos relativos, permitiendo una comparación más racional.

Tal coeficiente representa el porcentaje de variación existente en los cursos de acción, y cuanto menor sea, mayor será el riesgo que implica ese curso de acción.

Este coeficiente se obtiene aplicando la siguiente fórmula:

$$CV = \left( \frac{\sigma}{R_e} \right) 100$$

Donde :

$$\sigma = \text{SQRT} \left( \text{Sum} [ ((R_i - R_e)^2) P_i ] \right)$$

SQRT = Raíz cuadrada.

Sum = Sumatoria para  $i = 1, 2, \dots, n$

^ = Exponenciación.

$\sigma$  = Desviación o dispersión para el valor esperado.

$R_e$  = Valor esperado del punto de decisión en un curso de acción  $i$ .

$R_i$  = VAN del curso de acción  $i$ .

$P_i$  = Probabilidad de ocurrencia asociada al curso de acción  $i$ .

Determinando el coeficiente del ejemplo en cuestión se tiene:

$$\sigma (A) = \$ 11,643.49 \text{ y } CV (A) = 340.95 \%$$

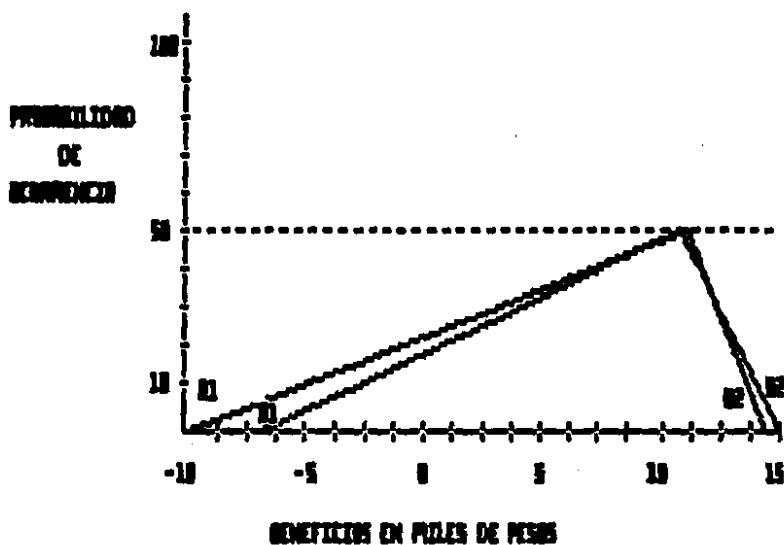
$$\sigma (B) = 11,986.80 \text{ y } CV (B) = 480.32 \%$$

En este caso, dados los resultados obtenidos, el proyecto A es más riesgoso que el proyecto B dado que es el que tiene el menor coeficiente de variación. Por lo tanto se debe aceptar el proyecto B, que aunque se espera menor beneficio es menos riesgoso.

Lo anterior no es una decisión única, ya que en realidad dependerá de la aversión al riesgo que tenga la persona que tomará la decisión. Pero lo importante es mostrar que con la información obtenida se tiene un mejor panorama general sobre el análisis que se está realizando.

La distribución de probabilidad correspondiente a la información obtenida se muestra en la figura 3.

**FIGURA 3. DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD.**



Observando dicha figura, se nota que la distancia entre A1 y A2 es menor que la distancia entre B1 y B2, siendo esta distancia la representación del riesgo implícito en los proyectos.

El siguiente ejemplo, que es más complejo que el anterior, fue tomado del libro "La administración financiera en el contexto mexicano" de Peter Luszting, Bernhard Schwab y Miguel Angel Corzo. Editorial Limusa. México, 1982. pp 225-226.

"Una línea aérea está contemplando la adquisición de un avión para aumentar su flota. El consejo de dirección le ha pedido a usted una recomendación respecto a si se debe adquirir el aeroplano, y cuál será el valor presente neto esperado de la inversión. El personal de la compañía proporciona los siguientes datos:

		Probabilidad
<b>Precio de compra del aeroplano</b>	<b>\$150'000,000</b>	
<b>Primer período:</b>		
Ventas buenas	70'000,000	0.6
Ventas malas	40'000,000	0.4
<b>Segundo período:</b>		
Ventas buenas/primer período bueno	80'000,000	0.8
Ventas malas/primer período bueno	60'000,000	0.2
Ventas buenas/primer período malo	60'000,000	0.4
Ventas malas/primer período malo	30'000,000	0.6
<b>Tercer período:</b>		
Ventas buenas/primer período bueno/segundo período bueno	80'000,000	0.8
Ventas buenas/primer período bueno/segundo período malo	60'000,000	0.2
Ventas buenas/primer período bueno/segundo período malo	10'000,000	0.4
Ventas malas/primer período bueno/segundo período malo	30'000,000	0.6
Ventas buenas/primer período malo/segundo período bueno	10'000,000	0.5
Ventas malas/primer período malo/segundo período bueno	40'000,000	0.5
Ventas buenas/primer período malo/segundo período malo	50'000,000	0.2
Ventas malas/primer período malo/segundo período malo	20'000,000	0.8

Valor de reventa de la nave:

El avión puede venderse sólo después del primer período.

Si las ventas son buenas en el primer período:  
precio \$ 12'000,000.

Si las ventas son malas en el primer período:  
precio \$ 10'000,000.

— Notas: Las cifras anteriores son valores presentes de flujos netos de efectivo del período."

Aplicando el procedimiento se inicia el análisis en el período 3.

Curso de acción.	VAN (000)	Prob.	VANxProb	Valor Esperado. (millones)
Continuar B/B/B	80	0.8	64	
Continuar B/B/M	60	0.2	12	76
Vender	0			0
Continuar B/M/B	70	0.4	28	
Continuar B/M/M	30	0.6	18	46
Vender	0			0
Continuar M/B/B	70	0.5	35	
Continuar M/B/M	40	0.5	20	55
Vender	0			0
Continuar M/M/B	50	0.2	10	
Continuar M/M/M	20	0.8	16	26
Vender	0			0

Como el mayor valor esperado corresponde al primer punto de decisión (continuar B/B/M), se elegirá este curso para el tercer período.

Continuando con el análisis del período 2 (exclusivamente para el curso de acción elegido para el período 3).

Curso	VAN (000)	Prob.	VANxProb.	Valor esperado. (millones)
Continuar B/B	80	0.8	64	
Continuar B/M	60	0.2	12	76
Vender				12



Se elige el curso de acción de continuar porque tiene mayor valor esperado.

Realizando el análisis del primer período ( sólo para el curso elegido para el segundo período ).

Curso	VAN (000)	Prob.	VANxProb.	Valor esperado. (millones)
Comprar /B	70	0.6	42	
Comprar/H	40	0.4	16	58
No comprar				0

Por consiguiente, la mejor opción es comprar el avión y utilizarlo los tres períodos, con lo cual se obtendrá un valor esperado neto (beneficio esperado) de \$210'000,000 ( suma de valores esperados elegidos en los tres períodos ).

El árbol correspondiente se muestra en la figura 4.

#### Simulación.

Este método es un procedimiento lógico para analizar y evaluar diferentes cursos de acción. Utiliza básicamente los métodos tratados en este capítulo, pero además incluye el manejo de variables aleatorias para simular las posibles ocurrencias de los cursos de acción en cuestión.

En la actualidad, gracias al adelanto tecnológico, es posible llevarlo a cabo en computador, reduciendo con esto el tiempo de procesamiento y a su vez reduce al mínimo las posibilidades de error en los cálculos.

El diagrama de flujo correspondiente a la mecánica de esta técnica se muestra en la figura 5.

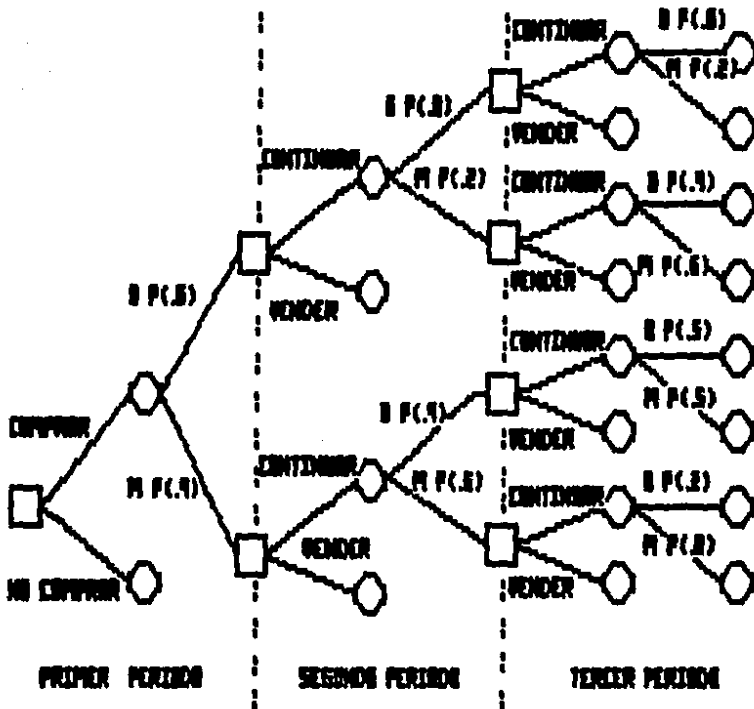
Los datos de entrada son aquellos que conforman la información necesaria para evaluar y analizar los proyectos, tales como TRENA, VAN, probabilidades de ocurrencia, etc.

La generación de variables aleatorias son datos que se generan en un experimento para simular el comportamiento del sistema que se está analizando, en este caso el comportamiento de los proyectos de inversión.

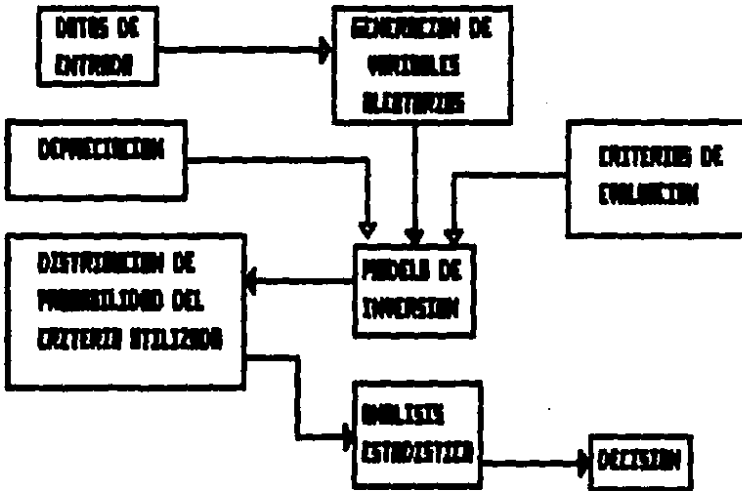
La depreciación es la información que se tiene sobre el criterio que será utilizado para afectar los cursos de acción del proyecto en este concepto.

Los criterios de evaluación, son aquellos indicadores que servirán de base al tomador de decisiones o a la computadora para elegir el curso de acción adecuado.

FIGURA 4. ÁRBOL DE LA LÍNEA DE VENTA.



**FIGURA 5. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROCESO DE SIMULACION.**



*El modelo de inversión, es la representación abstracta de la realidad que será simulada, y del cual se obtendrá:*

- a) La distribución de probabilidad del modelo, y*
- b) El análisis estadístico generado con el experimento.*

*Una vez llevado a cabo el proceso, sólo resta tomar la decisión final con base en la información que se generó en el experimento.*

*Para llevar a cabo el experimento se sigue la siguiente metodología:*

- 1. Definición de los objetivos.*
- 2. Formulación del modelo.*
- 3. Diseño del experimento, y*
- 4. Evaluación de resultados.*

*Para efectos de una mejor comprensión, a continuación se desarrolla un ejemplo detallando el mecanismo y la metodología de este método.*

*Una empresa está considerando dos proyectos de inversión mutuamente excluyentes. Los costos de inversión son de \$100,000 para el proyecto A y \$140,000 para el proyecto B.*

*Se estiman los siguientes ingresos con sus correspondientes probabilidades de ocurrencia para los próximos 5 años.*

<i>Proyecto A</i>		<i>Proyecto B</i>	
<i>Probab.</i>	<i>Flujo de efectivo</i>	<i>Prob.</i>	<i>Flujo de efectivo.</i>
<i>0.20</i>	<i>\$15,000</i>	<i>0.20</i>	<i>\$10,000</i>
<i>0.60</i>	<i>30,000</i>	<i>0.60</i>	<i>40,000</i>
<i>0.20</i>	<i>35,000</i>	<i>0.20</i>	<i>60,000</i>

*La tasa de rendimiento sin riesgo es del 6 %, y la empresa acordó ajustarla con la siguiente ecuación.*

$$K_f = R_f + 10 (Q/100)$$

*Donde:*

- K<sub>f</sub> = Tasa de rendimiento exigida.*
- R<sub>f</sub> = Tasa de rendimiento sin riesgo.*
- Q = Coeficiente de variación del proyecto.*

*Para iniciar con la simulación de este ejemplo, en principio se genera la información que será manejada en el experimento, para lo cual se determina el VAN para ambos proyectos.*

$$\begin{aligned}
 VAN (A,1) &= \text{Sum } [ 15000/(1.06)^j ] - 100000 = \$ ( 36,814.54) \\
 VAN (A,2) &= \text{Sum } [ 30000/(1.06)^j ] - 100000 = \$ 26,370.91 \\
 VAN (A,3) &= \text{Sum } [ 35000/(1.06)^j ] - 100000 = \$ 47,432.13 \\
 VAN (B,1) &= \text{Sum } [ 10000/(1.06)^j ] - 140000 = \$ (97,876.36) \\
 VAN (B,2) &= \text{Sum } [ 40000/(1.06)^j ] - 140000 = \$ 28,494.55 \\
 VAN (B,3) &= \text{Sum } [ 60000/(1.06)^j ] - 140000 = \$112,741.83
 \end{aligned}$$

$$j = 1,2,3,4,5.$$

Determinando el valor esperado de cada proyecto :

**Proyecto A**

VAN	Pi	VAN x Pi
(36,814.54)	0.20	\$ ( 7,362.91)
26,370.91	0.60	9,786.55
47,432.73	0.20	7,486.55
		-----
Valor esperado (Re)		\$ 9,910.15
		*****

**Proyecto B**

VAN	Pi	VAN x Pi
(97,876.36)	0.20	\$ (19,575.27)
28,494.55	0.60	17,096.73
112,741.83	0.20	22,548.37
		-----
Valor esperado (Re)		\$ 20,069.37
		*****

Aplicando la fórmula de la desviación estándar explicada anteriormente se tiene que :

$$\sigma (A) = \$ 29,678.31$$

$$\sigma (B) = \$ 67,397.26$$

Una vez obtenidos los límites superiores e inferiores, la distribución de probabilidades obtenidas se muestran en la figura número 6.

Utilizando la fórmula del coeficiente de variación se tiene que :

$$CV (A) = 360 \%$$

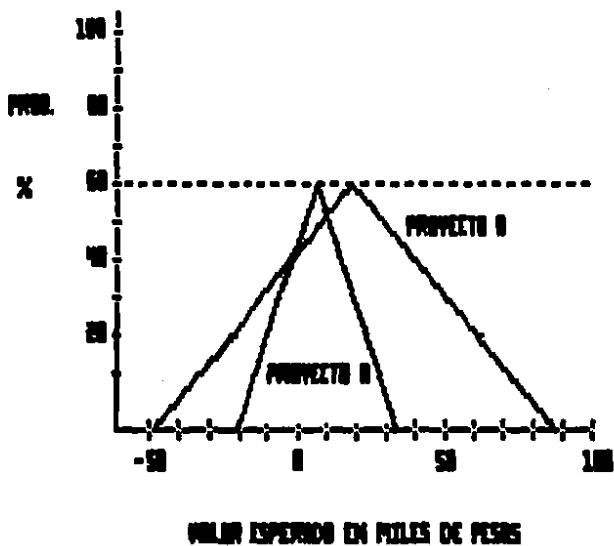
$$CV (B) = 336 \%$$

Con la información obtenida hasta aquí se obtiene la tasa exigida :

$$Rf (A) = 6 + 10 (3.60) = 42 \%$$

$$Rf (B) = 6 + 10 (3.36) = 39.6 \%$$

**FIGURA 6. DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD DE LOS PROYECTOS 8 Y 9**



Una vez que se cuenta con la información a utilizar en el experimento de simulación, se procede a aplicar la metodología mencionada :

**Paso 1 : Definición de objetivos.**

Para este ejemplo será elegir aquel proyecto que arroje mayor valor esperado (ajustado con riesgo).

**Paso 2 : Formulación del modelo.**

Para este caso de ejemplo se manejará el siguiente modelo.

$R_e = \text{Media } [ R_i P_i ]$

Donde :

$R_e$  = Valor esperado del proyecto.

$R_i$  = VAN esperado.

$P_i$  = Probabilidad de ocurrencia esperada.

En este modelo, el valor esperado estará en función del comportamiento de las variables  $R_i$  y  $P_i$ .

**Paso 3 : Diseño del experimento.**

Para este caso de ejemplo, ya que son 2 variables independientes ( variables que afectan el valor esperado ), se generarán 100 valores aleatorios para cada una de ellas, y con base en el comportamiento de dichas variables se elegirá aquel proyecto que logre el objetivo planteado.

Para tal efecto, los rangos a manejar en las variables serán determinadas en el siguiente paso.

**Paso 4 : Realización del experimento.**

Determinación de rangos para cada una de las variables independientes, que permitan determinar los valores de  $R_i$ .

Proyecto A (Miles)	Proporción	Rango
15	19	1 a 19
30	38	20 a 57
35	43	58 a 100
-----	-----	
80	100 %	
*****	*****	

Proyecto B (Miles)	Proporción	Rango
10	9	1 a 9
40	36	10 a 45
60	55	46 a 100
-----	-----	
110	100 %	
*****	*****	

Generando los 100 valores aleatorios entre 1 y 100, para determinar la frecuencia de ocurrencias para cada rango, se obtienen los siguientes resultados.

Proyecto A		Proyecto B	
Rango	Frecuencia	Rango	Frecuencia.
1 a 15	22	1 a 9	9
20 a 37	28	10 a 45	31
58 a 100	50	46 a 100	60
-----	-----	-----	-----
Total	100	Total	100
****		*****	

La información obtenida indica que lo más probable de ocurrencia para el proyecto A son ingresos de \$35,000 con un 50 % de ocurrencia, y para el proyecto B ingresos de \$ 60,000 con un 60% de probabilidad. Por consiguiente, a continuación se determinan los VAN correspondientes a tales cantidades de ingresos.

$$VAN (A) = \text{Sum } [ 35000 / (1.42)^j ] - 100000 = \$ (23,538.76)$$

$$VAN (B) = \text{Sum } [ 60000 / (1.39)^j ] - 140000 = \$ (15,803.02)$$

Determinando los rangos para las probabilidades.

Probabilidad	Probabilidad Acumulada	Rango
0.20	0.20	1 a 20
0.60	0.80	21 a 80
0.20	1.00	81 a 100

Procesando los 100 valores aleatorios se obtiene la siguiente información.

Rango	Frecuencia
1 a 20	22
21 a 80	46
81 a 100	32
-----	-----
Total	100
	*****



La anterior informaci3n nos indica que la probabilidad esperada es del 60 % (ocurrencia del 46 %).

Determinando los valores esperados de cada proyecto.

$$Re (A) = (23,538.76) \times .60 = \$ (14,123.26)$$

$$Re (B) = (15,809.02) \times .60 = ( 9,481.81)$$

Las figuras 7 a 10 muestran el experimento llevado a cabo en este paso, haciendo las siguientes aclaraciones para ellas y el experimento en s3.

1. El proyecto A se grafica en su totalidad, pero el proyecto B s3lo para sus valores esperados.
2. Los valores aleatorios fueron generados en un microcomputador Texas 99/4, presentandose en el ejemplo s3lo el resumen de tal generaci3n.
3. Para todas las pruebas del experimento se utiliz3 la misma generaci3n de valores aleatorios por cuestiones pr3cticas.

Paso 5 : Evaluaci3n de resultados.

Como el objetivo fijado fue el de aceptar aquel proyecto que generar3 mayor VAN esperado, se deben rechazar ambos, ya que dado el resultado del experimento s3lo se obtienen p3rdidas para estos proyectos.

Pero s3 por cuestiones de oportunidad para la empresa es necesario llevar a cabo alguno de ellos, se debe aceptar el Proyecto B en virtud de que es el que genera menos p3rdida esperada ( $\$ ( 9,481.81)$ ).

Ahora bien, cabe hacer la aclaraci3n de que los valores esperados son negativos en virtud de que se aplic3 una tasa ajustada para cubrirse del riesgo.

Las ventajas de este m3todo pueden resumirse como sigue :

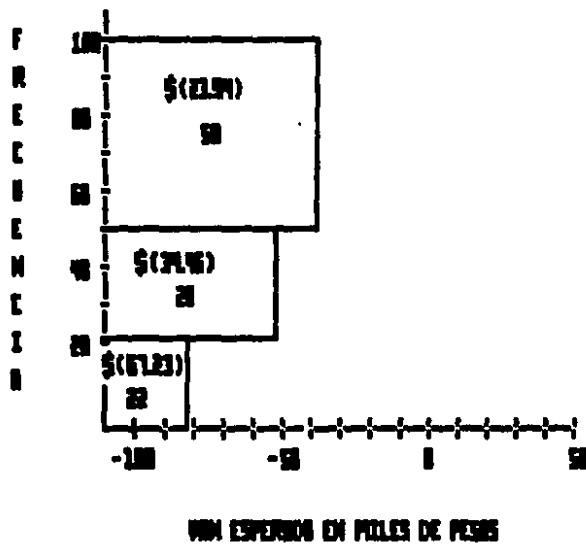
1. Considera a los proyectos como un sistema.
2. Considera todo tipo de informaci3n, incluyendo informaci3n que se genera con otros m3todos de evaluaci3n de proyectos, y
3. Su proceso de evaluaci3n esta l3gicamente fundamentado.

Las desventajas que presenta esta t3cnica son :

1. Demasiado laboriosa cuando se lleva a cabo manualmente.
2. Requiere experiencia por parte del usuario para elaborar el modelo correspondiente, as3 como para dise1ar el experimento.

3. Requiere conocimientos más o menos profundos de probabilidad y estadística, y
4. No permite determinar la asignación del presupuesto para los proyectos aceptados.

FIGURA 7. VAN ESPERADO PARA EL PROYECTO B



**FIGURA 1. PROMEDIALIZADO ESPERADO PARA EL PROYECTO II**

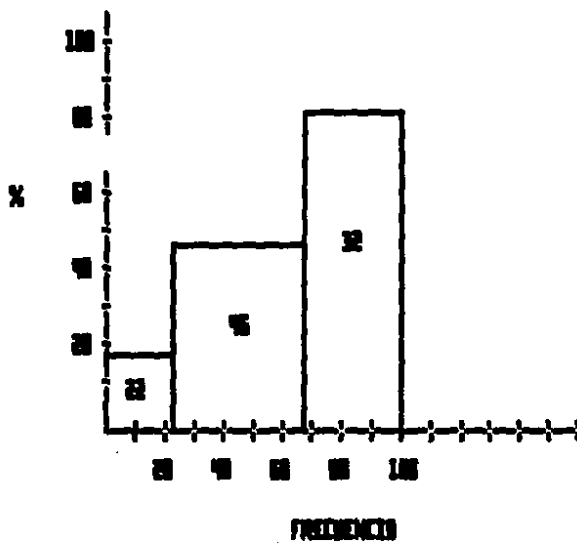


FIGURA 2. VALOR ESPERADO DEL PROYECTO B

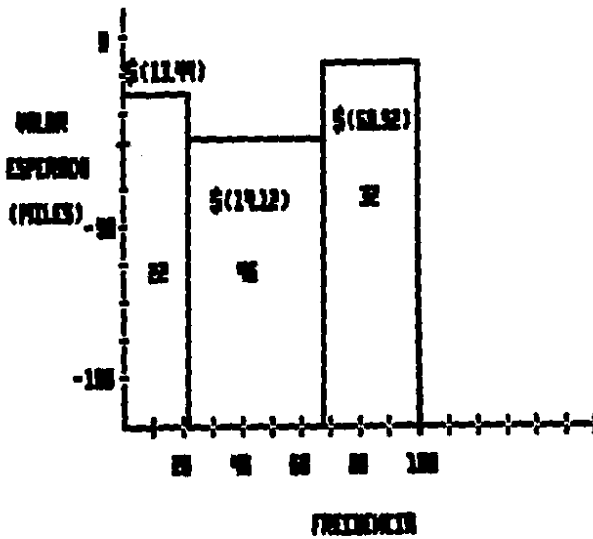
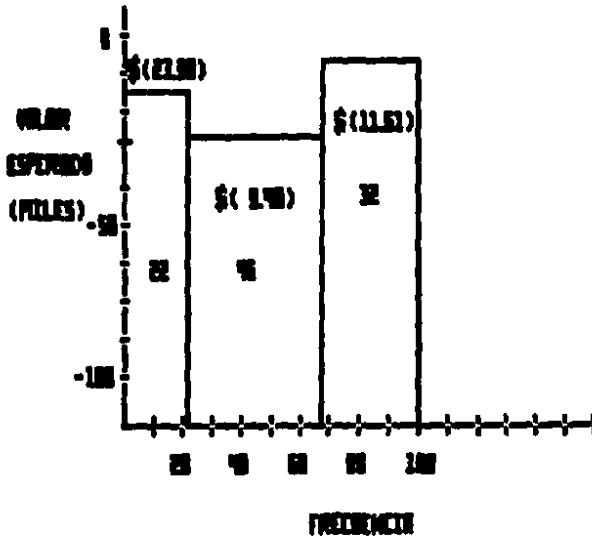


FIGURA 10. VALOR ESPERADO DEL PROYECTO B



**APENDICES DEL CAPITULO II.**

## APENDICE "A".

### PROGRAMAS EN LENGUAJE BASIC PARA EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION.

#### 1. PROYECTOS DE INVERSION EN CONDICIONES DE CERTIDUMBRE

Este programa fue elaborado en una microcomputadora Commodore 128, pero puede ser adaptado a cualquier tipo de microcomputadora personal previo ajuste de comandos.

La evaluación de proyectos se debe realizar de manera independiente, ya que cada proyecto la mayoría de las veces tienen características propias.

Para utilizar este programa, es necesario tener la siguiente información:

- a) Vida útil del proyecto (expresado en periodos).
- b) Tasa de descuento (TREMA o tasa de costo de capital ponderado) expresada en porcentaje para cada periodo (es necesario que dicha tasa sea constante durante la vida útil del proyecto, de no ser así se debe modificar el programa o determinar una tasa promedio).
- c) Flujos de efectivo para cada periodo, incluyendo el cero.
- d) Clave o nombre del proyecto.

Una vez recabada la información mencionada se procede a introducirla en la computadora a través del teclado según guía que se muestra en la pantalla, una vez concluida la alimentación, automáticamente la máquina procederá a realizar los cálculos correspondientes, e imprimirá los resultados de las pruebas (VAN, TIR, Periodo de recuperación y tasa de rendimiento promedio).

Para una mejor comprensión, a continuación se desarrolla un ejemplo.

Una persona desea emprender un proyecto de inversión, pero desea saber cuál de los que tiene en consideración es el mejor.

Los proyectos en cuestión son los siguientes:

PROYECTO	A	B	C	D
INVERSION	\$1,000,000	\$1,500,000	\$ 900,000	\$2,000,000



**FLUJOS  
PERIODO**

1	100,000	900,000	500,000	1,000,000
2	200,000	100,000	400,000	500,000
3	300,000	200,000	300,000	500,000
4	400,000	400,000	200,000	250,000
5	500,000	800,000	100,000	300,000

Esta persona desea que el rendimiento mínimo del proyecto que se acepte sea de 10%.

Ahora se procede a introducir la información en la computadora generando los resultados que aparecen en el anexo 1.

Resumiendo la información del Anexo 1 :

PROYECTO	VAN	PERIODO RECUPERACION	TIR	TRP
A	\$ 65,258.83	4	12.36	30
B	321,031.85	4	18.64	32
C	309,219.23	2	25.12	39.39
D	55,001.21	3	11.59	25.5

Por lo tanto el proyecto más atractivo es el C, ya que es el que tiene mayor VAN, se recupera más rápido, tiene mayor tasa interna de rendimiento, y mayor tasa de rendimiento promedio.

Por consiguiente, esta persona debe invertir en el proyecto C.

En el anexo 2, se presenta el listado correspondiente al programa en cuestión.

## 2. PROYECTOS DE INVERSION EN CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

Este programa tiene las mismas características de construcción que el anterior y la información que se necesita alimentar a la computadora es la siguiente:

- Vida útil del proyecto (expresado en periodos).
- Flujos de efectivo correspondiente a cada periodo (incluyendo el periodo cero).
- Tasa de descuento (expresada en porcentaje).
- Número de cursos de acción (situaciones de la economía esperadas).
- Probabilidad de ocurrencia de cada curso de acción (expresada en % y la suma de estas debe ser el 100%).

f) Clave o nombre del proyecto.

Una vez introducida la información, la computadora realiza los cálculos correspondientes e imprime una tabla de resultados para el proyecto en cuestión.

A continuación se desarrolla un ejemplo ilustrativo que incluye el listado de resultados (anexo 3) y al final el listado correspondiente al programa (anexo 4).

Se tienen en consideración los siguientes proyectos de inversión:

PROYECTO	A	B	C
INVERSION	\$ 100,000	\$ 200,000	\$1,000,000
FLUJOS EN EL PERIODO			
1	10,000	50,000	500,000
2	30,000	50,000	500,000
3	60,000	100,000	500,000
4	50,000	50,000	500,000
5	10,000	50,000	500,000

La tasa de rendimiento mínima aceptable (TREMA) es el 10%.

Además, un estudio económico que se realizó considera los siguientes estados económicos para los próximos 5 años con sus correspondientes probabilidades de ocurrencia.

ESTADO ECONOMICO	PROBABILIDAD DE OCURENCIA
Malo	10%
Regular	50%
Buena	30%
Excelente	10%
Total	100%

Se desea saber que proyecto es el más atractivo para llevarlo a cabo y qué porcentaje de riesgo implica el llevarlo a cabo.

Una vez alimentada la información, se obtienen los resultados para cada uno de los proyectos (anexo 3).

Anexo 1

#####

=) =) ANALISIS DEL PROYECTO PROYECTO A (= (=

CRITERIO	VALOR	OBSERVACIONES
-----	-----	-----
VAN	6 63250.8296	ACEPTAR
TIR	12.3400060 %	ACEPTAR
TBP	30 %	ACEPTAR
RECUPERACION	4 PERIODOS	

#####

=) =) ANALISIS DEL PROYECTO PROYECTO B (= (=

CRITERIO	VALOR	OBSERVACIONES
-----	-----	-----
VAN	9 721831.841	ACEPTAR
TIR	10.6429200 %	ACEPTAR
TBP	32 %	ACEPTAR
RECUPERACION	4 PERIODOS	

#####

=) =) ANALISIS DEL PROYECTO PROYECTO C (= (=

CRITERIO	VALOR	OBSERVACIONES
-----	-----	-----
VAN	0 809719.23	ACEPTAR
TIR	25.1198295 %	ACEPTAR
TBP	33.8333333 %	ACEPTAR
RECUPERACION	2 PERIODOS	

#####

Anexo 1 conclusi6n.

=====

=) => ANALISIS DEL PROYECTO PROYECTO B (= (=

CRITERIO	VALOR	OBSERVACIONES
=====	-----	=====
VMI	8 53001.2003	ACEPTAR
YIN	11.5998295 8	ACEPTAR
YIP	29.5 8	ACEPTAR
RECUPERACION	8 PERI0003	

=====

## PROGRAMA PARA ANALISIS DE PROYECTOS DE INVERSION

(Anexo 2)

```

0 000*
9 00*****
13 PRINT*0 CUAL ES EL NOMBRE DEL PROYECTO*
13 PRINT* *(:INPUT NPO
16 TPO=**) =) ANALISIS DEL PROYECTO *(NPO)* (= (*
23 INPUT* CUAL ES SU DURACION*(D:DIV FE(D)
25 PRINT:INPUT * EL FLUJO DE EFECTIVO EN TODOS LOS AÑOS ES EL MISMO (S/N):NPO
26 IF NPO=*0* OR NPO=*1* THEN 50
25 IF NPO=*N* OR NPO=*M* THEN 100
45 PRINT*000*:GOTO 25
47 :
50 PRINT*00*(000:000)*0*
51 PRINT*0:PRINT* 0 DE AÑO*(A:D(20)*FLUJO DE EFECTIVO*:PRINT
55 FOR M=0 TO 1
60 PRINT* *(M:A(TAB(20)):INPUT FE(M)
65 PRINT*0*(A:D(20)))*0*(FE(M)): *
67 NEXT M
70 FOR M=2 TO N
75 PRINT* *(M:A(TAB(20)))*0*(FE(M))
77 FE(M)=FE(1)
80 NEXT M
81 INPUT*¿QUIERES HACER ALGUN CAMBIO?(C)
82 IF C=*N* THEN 85
83 INPUT*¿CUAL ES EL AÑO DEL F.E. A MODIFICAR*(A:PRINT*¿CUAL ES EL VALOR CORRECTO DEL AÑO *(A: * )(:INPUT FE(A)
84 PRINT*00*(000:000)*0*
85 PRINT:INPUT * CUAL ES LA TASA DE DESCUENTO (S):X=X/100
90 PRINT:PRINT*0
95 GOTO 150
99 :
100 PRINT*00*(000:000)*0*
101 PRINT*0:PRINT* 0 DE AÑO*(A:D(20)*FLUJO DE EFECTIVO*:PRINT
105 FOR M=0 TO N
110 PRINT* *(M:A(TAB(20)):INPUT FE(M)
115 PRINT*0*(A:D(20)))*0*(FE(M)): *
120 NEXT M
121 INPUT*¿QUIERES HACER ALGUN CAMBIO?(C)
122 IF C=*N* THEN 125
123 INPUT*¿CUAL ES EL AÑO DEL F.E. A MODIFICAR*(A:PRINT*¿CUAL ES EL VALOR CORRECTO DEL AÑO *(A: * )(:INPUT FE(A)
124 PRINT*00*(000:000)*0*
125 PRINT:INPUT * CUAL ES LA TASA DE DESCUENTO (S):X=X/100
130 PRINT:PRINT*0
140 :
140 0000 200
145 0000 250
150 0000 300
155 0000 350
160 000 400
169 :
170 FOR E=1 TO N
175 TTP=TMP+FE(E)
210 NEXT E
215 TMP=(TMP/FE(1))^(1/X)-1:RETURN
240 :
250 FOR E=1 TO N
255 U=U+FE(E)/(1+X)^E

```

## PROGRAMA PARA ANALISIS DE PROYECTOS DE INVERSION

(Anexo 2 continuación)

```

260 NEXT E:V=V+FE(0):RETURN
299 :
300 IF V=0 THEN NA=X : GO TO 375
305 IF V<0 THEN X1=X:X=X-.10:V1=V:GO TO 315
310 IF V>0 THEN X1=X:X=X+.10:V1=V
315 V=0:GO SUB 250
320 V2=V:X2=X
325 B15=(X1-X2) * (V1+V2) / (V1-V2)
330 NA = (X1 - B10) * 100
335 RETURN
319 :
350 FOR E=1 TO 8
355 REC=REC + FE(E)
360 IF REC >= ABSIFE(0) THEN PROC=E:RETURN
365 NEXT E
399 :
400 INPUT "QUIENES REALIZAN EN IMPRESORA (N/N)";I10
405 IF I10="N" OR I10="00" THEN GO TO 425
410 IF I10="S" OR I10="S1" THEN GO TO 420
415 PRINT "0":GO TO 400
420 GOTO 500
425 GOTO 400
430 INPUT "¿DESEA REALIZAR OTRO ANALISIS?";D40
435 IF D40="S" OR D40="S1" THEN GOTO
440 PRINT " HASTA PRONTO"
445 END
499 :
500 INPUT "PREPARA LA IMPRESORA (RETURN)";I1P
505 OPEN Q,4
510 PRINT#4, " *100/100
515 PRINT#4,:
520 PRINT#4,SPC(100-LEN(IT0))/2);IT0
525 PRINT#4,:PRINT#4,:
530 PRINT#4, " CRITERIO*OPC(20)*VALOR*OPC(25)*OBSERVACIONES"
535 PRINT#4, "*****|OPC(20)|*-----|OPC(25)|*****"
540 PRINT#4,:
545 PRINT#4, " VAR*OPC(25)*0*(V)|OPC(25-LEN(STR(V)))*0|
546 IF V1 >= 0 THEN PRINT#4,"ACEPTAR"
547 PRINT#4,:
550 PRINT#4, " TIR*OPC(25)|NA |*S*|OPC(25-LEN(STR(NA)))*0|
551 IF NA >= X1 THEN PRINT#4,"ACEPTAR"
552 PRINT#4,:
555 PRINT#4, " TNP*|OPC(25)|TOP|*S*|OPC(25-LEN(STR(TOP)))*0|
556 IF TOP >= X1 THEN PRINT#4,"ACEPTAR"
557 PRINT#4,:
560 PRINT#4, " RECUPERACION*|OPC(16)|PREC*PER1000*|OPC(25-LEN(STR(0)))*0|
565 PRINT#4,:
566 PRINT#4,:PRINT#4,:
570 PRINT#4, " *100/100
575 CLOSE#4:RETURN
599 :
600 PRINT#5"
605 PRINT#5:PRINT
610 PRINT#5:(100-LEN(IT0))/2);IT0
615 PRINT#5:PRINT#5
620 PRINT " CRITERIO*OPC(5)*VALOR*OPC(12)*OBSER."

```

PROGRAMA PARA ANALISIS DE PROYECTOS DE INVERSION

(Anexo 2 conclusi6n)

```

425 PRINT "*****SPC(5)*****"SPC(12)*****"
430 PRINT
435 PRINT "VAN"SPC(10)0*(V1)SPC(12-LEN(STR(V1))+3)
436 IF V1 >= 0 THEN PRINT"ACEPTAR"
437 PRINT:
440 PRINT "IIR"SPC(10)IA *(I)SPC(12-LEN(STR(IA))+3)
441 IF IA >= XI THEN PRINT"ACEPTAR"
442 PRINT:
445 PRINT "IIR"SPC(10)IIP*(I)SPC(12-LEN(STR(IIP))+3)
446 IF IIP >= XI THEN PRINT"ACEPTAR"
447 PRINT:
450 PRINT "RECUP."SPC(17)PREC*(PER1000)SPC(12-LEN(STR(PN))+3)
455 PRINT:PRINT
460 PRINT#
465 RETURN

```

Anexo 3

##### RESULTADOS #####

PROYECTO EJEMPLO CLAVE

ALTERNATIVA 1

FLUJOS DE EFECTIVO

PERIODO	FLUJO
0	-15000.00
1	10000.00
2	30000.00
3	40000.00
4	50000.00
5	10000.00

-----

VAN 19323.07  
VAN PROBABLE 19323.07  
DEVIACION ESTANDAR 4771.25124  
COEFICIENTE DE VARIACION 25.04 %

-----

##### RESULTADOS #####

PROYECTO EJEMPLO CLAVE

ALTERNATIVA 2

FLUJOS DE EFECTIVO

PERIODO	FLUJO
0	-25000.00
1	50000.00
2	50000.00
3	100000.00
4	50000.00
5	50000.00

-----

VAN 27109.00  
VAN PROBABLE 27109.00  
DEVIACION ESTANDAR 999.30672  
COEFICIENTE DE VARIACION 35.04 %

-----



Anexo 3 conclusión

\*\*\*\*\* RESULTADOS \*\*\*\*\*

PROYECTO EJEMPLO CLAVE

ALTERNATIVA B

FLUJOS DE EFECTIVO

PERIODO	FLUJO
0	-1000000.00
1	500000.00
2	500000.00
3	500000.00
4	500000.00
5	500000.00

-----  
VAN 975373.00

VAN PROBABLE 975373.00

DEVIACION ESTANDAR 515771.19

COEFICIENTE DE VARIACION 55.04 %

-----  
EL MAYOR VAN PROBABLE ES 975373.002 QUE CORRESPONDE A LA ALTERNATIVA B

SU COEFICIENTE DE VARIACION ES 55.042931 %

SUS LÍMITES DE VARIACION SON :

LÍMITE SUPERIOR 1299166.97

LÍMITE INFERIOR 501622.19

PROGRAMA PARA ARBOLES DE DECISION

(Anexo 4)

```

10 REN PROGRAMA PARA DETERMINAR VAN PROBABLE DE UN PUNTO DE DECISION DE UN ARBOL PROBABILISTICO Y SU DESVIACION ESTANDAR
CORRESPONDIENTE
15 DEN FL(50)
20 OPEN4,4
30 DEN ENTRADA DE DATOS
40 INPUT'HOMBRE DEL PROBLEMA';HOMBO
50 INPUT'CLAVE DEL PUNTO DE DECISION';PDD
55 INPUT' # DE ALTERNATIVAS A TRABAJAR';PA
60 INPUT'PERIODOS DE VIDA';ID
70 INPUT'EN QUE PERIODO INICIA EL PUNTO DE DECISION';A
85 INPUT'TASA DE DESCUENTO (S)';TD
100 CNT=1
100 PRINT'ENTRADA DE DATOS DE LA ALTERNATIVA '(CNT
104 FOR I = 1 TO CA
105 INPUT'CUANTOS CURSOS DE ACCION HAY';CA
106 PRINT'PROBABILIDAD DEL CURSO DE ACCION ';II
107 INPUT'PROB(II)
108 NEXT I
109 PRINT:PRINT:PRINT
110 FOR I = A TO A+ID-1
170 PRINT'EN QUE PERIODO EL FLUJO DEL PERIODO ';I
100 INPUT'FL(I)
109 NEXT I
200 REN CALCULO DEL VAN
210 FOR I= A TO A+ID-1
220 VAN(CNT)=VAN(CNT)+(FL(I)/((1+TD/100)**I))
270 NEXT I
240 REN CALCULO DEL VAN PROBABLE
250 FOR I = 1 TO CA
260 VP(II)=VAN(CNT)*(PROB(II)/100);MEDIA(CNT)=MEDIA(CNT)+VP(II)
270 NEXT I
280 REN CALCULO DE LA DESVIACION ESTANDAR Y COEFICIENTE DE VARIACION
290 FOR I = 1 TO CA
300 VAN = VAN + ((VP(II)-MEDIA(CNT))*(PROB(II)/100))**2
310 NEXT I
320 DESV(CNT)=SQN(VAN)
330 CV(CNT)=(DESV(CNT)/MEDIA(CNT))*100
340 REN IMPRESION DE RESULTADOS
342 INPUT' ¿TIENES LISTA LA IMPRESION (S/N)?';ID
345 IF ID ( ) 'S' THEN 340
350 PRINT4,:PRINT4,
355 PRINT4,,PRINT4,
360 PRINT4,"          ***** RESULTADOS *****"
370 PRINT4,
380 PRINT4,"          PROBLEMA';HOMBO'; CLAVE ';PDD
390 PRINT4,
400 PRINT4,"          ALTERNATIVA ';CNT
410 PRINT4,
420 PRINT4,"          FLUJOS DE EFECTIVO'
430 PRINT4,
440 PRINT4,"          PERIODO    FLUJO"
450 PRINT4,
460 FOR I= A TO A+ID-1
470 PRINT4,"          'I)'    'I)
480 PRINT4,USING'0000000.00'(FL(I)

```

## PROGRAMA PARA ARBOLES DE DECISION

(Anexo 4 conclusi6n)

```

490 NEXT I
500 PRINT4, "-----"
510 PRINT4, "      VAN ";
520 PRINT4, USING"0000000.00";VAN(CNT)
530 PRINT4, "      VAN PROBABLE ";
540 PRINT4, USING"0000000.00";MEDIA(CNT)
550 PRINT4, "      DESVIACION ESTANDAR ";DEV(CNT)
560 PRINT4, "      COEFICIENTE DE VARIACION ";
570 PRINT4, USING"0000.00";CV(CNT)
580 PRINT4, "  S"
590 PRINT4, "-----"
600 SUM = 0
610 CNT = CNT +1
620 IF CNT > PD THEN 630:ELSE 140
630 DEN OUTINA DE SELECCION DE MEJOR ALTERNATIVA CON CRITERIO DE MAYOR VAN PROBABLE
640 BEST = MEDIA(1)
650 FOR I= 2 TO PD
660 IF BEST > MEDIA (I) THEN 680
670 BEST = MEDIA(I): ALT = I
680 NEXT I
690 IF ALT = 0 THEN ALT =1
690 PRINT4, "      EL MAYOR VAN PROBABLE ES ";BEST;" QUE CORRESPONDE A LA ALTERNATIVA ";ALT
695 IF ALT = 0 THEN ALT =1
700 PRINT4, "      SU COEFICIENTE DE VARIACION ES ";CV(ALT);" S"
710 PRINT4, "      SUS LIMITES DE VARIACION SON :
720 PRINT4, "      LIMITE SUPERIOR ";
730 X= MEDIA(ALT)+DEV(ALT)
740 Y= MEDIA(ALT)-DEV(ALT)
750 PRINT4, USING"0000000.00";X
760 PRINT4, "      LIMITE INFERIOR ";
770 PRINT4, USING"0000000.00";Y
780 PRINT4, "-----"
790 INPUT"DESEA CALCULO DE LIMITES PARA OTRA ALTERNATIVA (S/N)";Q
800 IF Q = "N" THEN 840
810 IF Q ( ) "S" THEN 790
820 INPUT"QUE ALTERNATIVA DESEA ";ALT
830 PRINT4, "-----"
840 PRINT4, "      LIMITES DE VARIACION PARA LA ALTERNATIVA ";ALT
850 GOTO 720
860 CLOSE 4
870 PRINT"##### FIN DEL PROGRAMA ARBOLES"
880 END

```

## APENDICE "B"

### TABLAS FINANCIERAS E INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS FINANCIERAS

#### 1. PROGRAMA EN LENGUAJE BASIC PARA LA ELABORACION DE TABLAS FINANCIERAS

Este programa fue elaborado en una microcomputadora Commodore 128, pero puede ser adaptado a cualquier computadora personal ajustandolo de acuerdo a las características del intérprete correspondiente.

El programa determina los factores financieros para valores de un peso a diferentes porcentajes de interés, para períodos de 1 hasta n.

Los factores que determina dicho programa son:

- a) Valor futuro del interés compuesto (VFIC)
- b) Valor presente a interés compuesto (VPIC)
- c) Valor futuro de una anualidad ordinaria (VFAO)
- d) Valor presente de una anualidad ordinaria (VPAO)
- e) Valor futuro de una anualidad diferida (VFAD)
- f) Valor presente de una anualidad diferida (VPAD)
- g) Valor futuro de una anualidad anticipada (VFAA)
- h) Valor presente de una anualidad anticipada (VPAA)

Sólo se consideraron estos factores en virtud de que los más usuales en la evaluación de proyectos de inversión.

En el anexo 1 se presenta el listado correspondiente al programa, y en el anexo 2 se presentan las tablas financieras correspondientes a las tasas de 1 hasta 100 %.

#### 2. RESUMEN DE MATEMATICAS FINANCIERAS

A continuación se desarrolla un breve resumen de cada uno de los factores mencionados, así como sus fórmulas correspondientes.

Antes de iniciar con dicho resumen, es necesario definir los conceptos básicos que se utilizan para su determinación.

**Interés:** Es la suma que se paga por la utilización del dinero, este concepto se denomina generalmente con la variable  $I$ .

Este interés puede clasificarse en:

- a) Simple, y
- b) Compuesto

Será interés simple cuando la renta que se paga por utilizar el dinero no es acumulable al capital, o sea, cuando no se paga interés sobre interés.

Cuando la renta o interés es acumulativa se le conoce como interés compuesto.

Los factores que intervienen en la determinación del interés son:

$P$  = Capital o principal.

$n$  = Periodos durante los cuales se utiliza el capital.

$i$  = Tasa de interés que se paga por la utilización del capital expresada en tanto por uno (porcentaje/100).

Cuando el interés es simple, la fórmula para determinar el interés es la siguiente:

$$I = Pin$$

Cabe aclarar que para la utilización de la fórmula anterior y las subsecuentes, es necesario que los valores de  $n$  (tiempo) e  $i$  (tasa), estén expresados para intervalos de tiempo iguales. Por ejemplo: si  $n$  está expresado en años, la  $i$  debe estar expresada para intervalos de un año.

Cuando el interés es compuesto, la fórmula a utilizar es:

$$I = P(i)^n$$

En algunas ocasiones es necesario determinar el monto a cubrir (monto = capital + interés) o valor futuro de una deuda, el cual puede determinarse con las siguientes fórmulas:

Interés simple  $S = P(i + in) = P + I$

Interés compuesto  $S = P(i + i)^n$

Donde:

$S$  = Monto o valor futuro de la operación.

$P$  = Capital o principal.

$i$  = Tasa de interés expresado en tanto por uno.

$I$  = Interés general.

$n$  = Periodos de tiempo en el cual está vigente la operación.

En otras ocasiones se conoce el valor futuro (monto) y se desea determinar el valor actual o capital de la deuda, para tales casos las fórmulas correspondientes son:

Interés simple  $P = \frac{S}{(i + in)}$

Interés compuesto  $P = \frac{S}{(1+i)^n} = S(1+i)^{-n}$

Si se deseara determinar los valores de  $i$  ó  $n$ , las fórmulas correspondientes son:

Interés simple  $n = \frac{S}{Pi}$   $i = \frac{S}{Pn}$

Interés compuesto  $i = \text{Antilog} \left( \frac{\log S - \log P}{n} \right) - 1$

$$n = \frac{\log S - \log P}{\log (1 + i)}$$

Ahora bien, para facilitar los cálculos de interés compuesto se desarrollan factores de interés compuesto para un peso, los cuales con sólo multiplicarlos por el capital o monto (según se trate), se obtendrá el monto o el valor actual correspondiente.

Dichos factores corresponden a la operación siguiente:

$$VFIC = (1 + i)^n$$

$$VPIC = (1 + i)^{-n}$$

Ejemplos:

Supongamos un préstamo de \$10,000 a un interés del 10%, compuesto anualmente durante tres años. Cuál será el monto o valor futuro de dicha operación al final de los tres años?

DATOS	FORMULA	SUSTITUCION
$S = ?$	$S = P(1 + i)^n$	$S = 10,000(1 + .10)^3$
$P = \$10,000$		$S = 10,000(1.331)$
$i = .10$		$S = \$13,310$
$n = 3$		

Nota: El factor se busca en las tablas financieras en el 10% a tres periodos en la columna de VFIC (valor futuro a interés compuesto).

Si se conociera el monto (\$ 13,310) y se deseara el valor presente o actual de esta operación, la solución obtiene de la siguiente manera:

DATOS	FORMULA	SUSTITUCION
$S = \$ 13,310$	$P = S(1 + i)^{-n}$	$P = \$13,310(1 + .10)^{-3}$
$i = .10$	$P = \frac{S}{(1 + i)^n}$	$P = 13,310(.7513148009)$
$n = 3$		$P = \$ 10,000$
$P = ?$		

**Notas:** El factor correspondiente se buscó de la misma manera que en el ejemplo anterior, sólo que ahora en la columna de VPIC (valor presente a interés compuesto).

**Anualidad:** Es una serie de pagos periódicos, usualmente en cantidades iguales.

Existen diferentes tipos de anualidades a saber:

- a) Ordinarias
- b) Anticipadas, y
- c) Diferidas

El tipo de anualidad más importante y básica es la anualidad ordinaria.

En este tipo de anualidad, los pagos periódicos se realizan al final de cada intervalo de pago.

El monto de una anualidad es el valor final a la terminación del término de anualidad, el monto incluye todos los pagos periódicos y los intereses compuestos correspondientes. La fórmula correspondiente a la anualidad ordinaria (cuando todos los pagos son iguales) es:

$$VFAO + S_0 = R \left( \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right)$$

Donde:

- $S_0 = VFAO =$  Monto de la anualidad ordinaria.
- $R =$  Tamaño de los pagos periódicos.
- $i =$  Tasa de interés expresada en tanto por uno (porcentaje/100).
- $n =$  Número de pagos durante el término de la anualidad.

Cuando se desea conocer el valor presente de una anualidad ordinaria (valor inicial de la operación), la fórmula que se utiliza es la siguiente:

$$VPAO = A_0 = R \left( \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

**Donde:**

- A<sub>0</sub> = VPAO = Valor presente de una anualidad ordinaria.**
- R = Tamaño de los pagos periódicos.**
- i = Tasa de interés expresada en tanto por uno (porcentaje/100).**
- n = Número de pagos durante el término de la anualidad.**

Quando los pagos periódicos se hacen al principio de cada intervalo, la anualidad se conoce como anticipada.

El monto de una anualidad anticipada se puede determinar con la siguiente fórmula:

$$VFAA = S_a = R \left( \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right) - R$$

**Donde:**

- S<sub>a</sub> = Vfaa = Monto de una anualidad anticipada.**
- R = Tamaño de los pagos periódicos.**
- i = Tasa de interés expresada en tanto por uno (porcentaje/100).**
- n = Número de pagos durante el término de la anualidad.**

El valor actual de una anualidad anticipada se determina utilizando la siguiente fórmula:

$$VPAa = A_a = R \left( \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right) + R$$

**Donde:**

- A<sub>a</sub> = VPAa = Valor presente o actual de una anualidad anticipada.**
- R = Tamaño de los pagos periódicos.**
- i = Tasa de interés expresada en tanto por uno.**
- n = Número de pagos durante el término de la anualidad.**

Quando el primer pago se hace en fecha futura, más de un período de pago después, se le conoce a la anualidad como diferida.

La fórmula para determinar el monto o valor futuro de una anualidad diferida es la siguiente:



$$VFAD = Sd = R \left( \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

**Donde:**

$Sd = VFAD$  = Monto de una anualidad diferida.

$R$  = Tamaño de los pagos periódicos.

$n$  = Número de pagos periódicos durante el término de la anualidad.

$i$  = Tasa de interés expresada en tanto por uno.

Para determinar el valor actual de una anualidad diferida se utiliza la fórmula siguiente:

$$VPAD = Ad = R \left( \frac{1 - (1+i)^{-d-n}}{i} \right) - R \left( \frac{1 - (1+i)^{-d}}{i} \right)$$

**Donde:**

$Ad = VPAD$  = Valor actual de una anualidad diferida.

$R$  = Tamaño del pago periódico.

$d$  = Periodos de diferimiento.

$n$  = Número de pagos periódicos.

$i$  = Tasa de interés expresada en tanto por uno.

Los factores financieros para estos tipos de anualidades son las cantidades que se multiplican por los pagos periódicos ( $R$ ) y pueden ser buscados de la misma forma en que se buscan los factores de interés compuesto, sólo que ahora se buscarán en la columna correspondiente.

Cabe hacer la aclaración que estos factores sólo pueden ser utilizados si el tamaño de los pagos periódicos son constantes. En caso contrario las fórmulas correspondientes son:

**Anualidad ordinaria:**

$$\text{Monto: } VFAO = S_o = \sum_{t=1}^n R (1+i)^t$$

$$\text{Valor actual: } VPAO = A = \sum_{t=1}^n \frac{R}{(1+i)^t}$$

**Anualidad anticipada:**

$$\text{Monto: } VFAA = S_a = \left[ \sum_{t=1}^n R (1+i)^t \right] - R$$

$$\text{Valor actual: } VPAA = Aa = \left[ \sum_{t=1}^n \frac{R}{(1+i)^t} \right] + R$$

Anualidad diferida:

$$\text{Montos: } VFAD = Sd = \sum_{t=1}^n R (1+i)^t$$

Valor actual:

$$VPAD = Ad = \left[ \sum_{t=1}^n \frac{R}{(1+i)^t} \right] + \left[ \sum_{t=1}^n \frac{R}{(1+i)^t} \right]$$



PROGRAMA DE TABLAS FINANCIERAS

(Anexo 1 continuación)

```

400 F0(A,B) = ((1+(0/100)*B)-1)/(0/100)
410 P0(A,B) = (1-(1+(0/100)*(-B)))/(0/100)
500 NEXT B
505 Q = Q + INC
510 NEXT A
520 Q=TE
522 FOR A = 1 TO INT((TS-TE)/INC)+1
523 PRINT0,"          99999999 FACTORES DE ANUALIDAD ORDINARIA 99999999" :PRINT0,:PRINT0,
527 PRINT0,"          TASA DE INTERES "Q" B":PRINT0,
530 PRINT0,"          N          WPA0          WPA0"
532 FOR B = L10 TO L20
534 PRINT0,"          "I
540 PRINT0,USING"00.0":B;PRINT0," "I
545 PRINT0,USING"0000.000000";F0(A,B);PRINT0," "I: PRINT0,USING"0000.000000";P0(A,B)
550 NEXT B
551 PRINT"PREPARE IMPRESORA PARA OTRA TABLA":INPUT"LISTO (S/N)?"
552 IF 00(1)"B" THEN 551
553 PRINT0,:PRINT0,
554 Q = Q + INC
560 NEXT A
570 GOTO 1000
400 DEN ANUALIDADES ANTICIPADAS
405 Q = TE
410 FOR A = 1 TO INT((TS-TE)/INC)+1
420 FOR B = L10 TO L20
430 AFI(A,B)=((1+(0/100)*B)-1)/(0/100)+1
440 API(A,B)=((1-(1+(0/100)*(-B)))/(0/100)+1)
450 NEXT B
455 Q= Q+INC
460 NEXT A
460 PRINT0,:PRINT0,
465 Q=TE
470 FOR A = 1 TO INT((TS-TE)/INC)+1
471 PRINT0,"          99999999 FACTORES DE ANUALIDADES ANTICIPADAS 99999999"
475 PRINT0,"          TASA DE INTERES "Q" B":PRINT0,
478 PRINT0,"          N          WPA0          WPA0"
479 FOR B = L10 TO L20
479 PRINT0,"          "I
479 PRINT0,USING"00.0":B;PRINT0," "I
479 PRINT0,USING"0000000.000000";AFI(A,B);PRINT0," "I:PRINT0,USING"0000.000000";API(A,B)
479 NEXT B
479 PRINT0,
479 PRINT"PREPARE IMPRESORA PARA OTRA TABLA"
479 INPUT"LISTO (S/N)?"
479 IF 00(1)"B" THEN 479
479 Q=Q+INC
479 NEXT A
479 GOTO 1000
000 DEN TABLAS FINANCIERAS COMPLETAS
005 Q=TE
010 FOR A = 1 TO (TS-TE)/INC+1
020 FOR B = L10 TO L20
030 FIC(A,B) = (1+(0/100)*B
040 PIC(A,B) = (1+(0/100)*(-B)
050 F0(A,B) = ((1+(0/100)*B)-1)/(0/100)
060 P0(A,B) = (1-(1+(0/100)*(-B)))/(0/100)

```

PROGRAMA DE TABLAS FINANCIERAS

(Anexo 1 conclusión)

```

870 AF(A,B)= ((1+(B/100))^(C))-1)/(B/100)-1
880 AP(A,B)= ((1-(1+(B/100))^(C-B))/(B/100))+1
890 NEXT B
895 B=B+INC
900 NEXT A
920 PRINT4,;PRINT4,
925 B = TE
930 FOR A = 1 TO ((TS-TE)/INC)+1
931 PRINT4, "
932 PRINT4, "
940 PRINT4, "      B      WIC      WPC      WFM      WPM      WFA      WPA"
950 FOR B = 1 TO LON
951 PRINT4, "
960 PRINT4, USING "00. "B; PRINT4, " "
961 PRINT4, USING "0000000000.00000"FC(A,B); PRINT4, " "
962 PRINT4, " "
963 PRINT4, USING "0000.00000"FO(A,B); PRINT4, " "
964 PRINT4, USING "0000.00000"PO(A,B); PRINT4, " "
965 PRINT4, USING "0000000000.00000"AF(A,B); PRINT4, " "
966 PRINT4, USING "0000.00000"AP(A,B)
970 NEXT B
975 PRINT4,
976 PRINT "PREPARE IMPRESORA PARA NUEVA TABLA:"INPUT "LISTO ? (Y/N)";LON
977 IF SO ("Y") THEN 976
978 B = B+INC
990 NEXT A
1000 INPUT "DESEA OTRO TABLA?";LON
1010 IF SO ("Y") THEN 40
1020 IF SO ("N") THEN 1100
1030 GOTO 1000
1100 PRINT "***** FIN DEL PROGRAMA *****"
1110 PRINT "***** TABLAS FINANCIERAS *****"
1120 FLORE 4
1130 END

```

Anexo 2

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES I %					
	WIC	WPC	WAO	WPAO	WFAA	WPA
1.	1.010000	0.990099	1.000000	0.990099	1.010000	1.990099
2.	1.020100	0.980296	2.010000	1.970395	2.030100	2.970395
3.	1.030301	0.970590	3.030100	2.940793	3.060301	3.940793
4.	1.040604	0.960980	4.060401	3.901215	4.101005	4.901215
5.	1.051010	0.951466	5.101005	4.853031	5.153015	5.853031
6.	1.061520	0.942045	6.152015	5.795476	6.213535	6.795476
7.	1.072135	0.932718	7.213535	6.728194	7.285470	7.728194
8.	1.082857	0.923483	8.285470	7.651670	8.368527	8.651670
9.	1.093685	0.914340	9.368527	8.566017	9.462212	9.566017
10.	1.104622	0.905287	10.462212	9.471304	10.566495	10.471304
11.	1.115668	0.896324	11.566495	10.367820	11.681930	11.367820
12.	1.126825	0.887449	12.682560	11.255677	12.809520	12.255677
13.	1.138093	0.878663	13.809520	12.135740	13.949421	13.135740
14.	1.149474	0.869963	14.947821	13.007793	15.091695	14.007793
15.	1.160969	0.861349	16.096995	13.863052	16.255964	15.863052
16.	1.172579	0.852821	17.257864	14.717074	17.432443	15.717074
17.	1.184304	0.844377	18.430493	15.562291	18.611474	16.562291
18.	1.196147	0.836017	19.614747	16.398268	19.802095	17.398268
19.	1.208109	0.827740	20.810095	17.224600	21.004604	18.224600
20.	1.220192	0.819544	22.019004	18.041953	22.219194	19.041953
21.	1.232397	0.811430	23.231194	18.850993	23.445993	19.850993
22.	1.244716	0.803396	24.471306	19.643379	24.716301	20.643379
23.	1.257143	0.795442	25.716301	20.419871	25.993644	21.419871
24.	1.269679	0.787566	26.979664	21.181307	27.285937	22.181307
25.	1.282322	0.779768	28.243199	22.028155	28.593491	23.028155
26.	1.295075	0.772048	29.525691	22.859263	29.916607	23.859263
27.	1.307939	0.764404	30.822007	23.674607	31.255967	24.674607
28.	1.321291	0.756836	32.129093	24.474643	32.616443	25.474643
29.	1.335234	0.749342	33.450307	25.258795	33.998091	26.258795
30.	1.349769	0.741923	34.784091	26.027700	35.399700	27.027700
31.	1.364897	0.734577	36.132470	26.782295	36.821600	27.782295
32.	1.379619	0.727304	37.494867	27.522959	37.869000	28.522959
33.	1.394036	0.720103	38.869900	27.999492	39.257490	29.257490
34.	1.408157	0.712973	40.257490	28.702444	40.668275	29.702444
35.	1.416693	0.705914	41.668275	29.400500	42.076070	30.400500
36.	1.420749	0.698925	43.076070	30.103995	43.507444	31.103995
37.	1.445874	0.692005	44.507444	30.799910	44.952223	31.799910
38.	1.459537	0.685153	45.952223	31.484643	46.412250	32.484643
39.	1.474123	0.678370	47.412250	32.163033	47.886373	33.163033
40.	1.489864	0.671653	48.886373	32.834666	49.375236	33.834666
41.	1.505752	0.665003	50.375236	33.499409	50.879909	34.499409
42.	1.519790	0.658419	51.879909	34.158104	52.397779	35.158104
43.	1.533979	0.651900	53.397779	34.810090	53.931756	35.810090
44.	1.549318	0.645445	54.931756	35.455493	55.481074	36.455493
45.	1.564811	0.639055	56.481074	36.094500	57.045000	37.094500
46.	1.580459	0.632729	58.045000	36.727236	58.624043	37.727236
47.	1.596263	0.626463	59.626343	37.353499	60.222607	38.353499
48.	1.612226	0.620260	61.222607	37.973959	61.839493	38.973959
49.	1.628348	0.614119	62.834893	38.588070	63.463101	39.588070
50.	1.644632	0.608030	64.463101	39.196117	65.102813	40.196117

(Anexo 2 continuaci3n)  
 \*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

		TASA DE INTERES 1.5 %					
N	WIC	WIC	WFA0	WPA0	WFA	WPA	
1.	1.015000	0.993222	1.000000	0.993222	1.015000	1.993222	
2.	1.030225	0.978642	2.015000	1.953003	2.045225	2.953003	
3.	1.045476	0.964317	3.045225	2.912201	3.090904	3.912201	
4.	1.061264	0.949294	4.090904	3.854305	4.152264	4.854305	
5.	1.077204	0.932660	5.152264	4.782645	5.229251	5.782645	
6.	1.093443	0.914542	6.229251	5.697107	6.322999	6.697107	
7.	1.109904	0.894827	7.322999	6.598214	7.432837	7.598214	
8.	1.126497	0.873511	8.432837	7.485925	8.559932	8.485925	
9.	1.143230	0.850592	9.559932	8.360518	9.702722	9.360518	
10.	1.160144	0.826067	10.702722	9.222105	10.863260	10.222105	
11.	1.177249	0.800023	11.863263	10.071119	12.041212	11.071119	
12.	1.194510	0.772467	13.041212	10.907506	13.236630	11.907506	
13.	1.212032	0.743407	14.236630	11.731533	14.450300	12.731533	
14.	1.229796	0.712949	15.450303	12.543302	15.682130	13.543302	
15.	1.247782	0.681191	16.682139	13.343233	16.932371	14.343233	
16.	1.265960	0.648231	17.932371	14.131245	18.201256	15.131245	
17.	1.284290	0.614165	19.201256	14.907630	19.489737	15.907630	
18.	1.302731	0.578991	20.489737	15.672561	20.797617	16.672561	
19.	1.321251	0.542667	21.796717	16.426169	22.125668	17.426169	
20.	1.340000	0.505240	23.126668	17.168639	23.475923	18.168639	
21.	1.358926	0.466749	24.479523	17.900137	24.847301	18.900137	
22.	1.378064	0.427200	25.853750	18.620025	26.239195	19.620025	
23.	1.400000	0.386637	27.259345	19.330062	27.652322	20.330062	
24.	1.422996	0.345044	28.696322	20.030466	29.086375	21.030466	
25.	1.446994	0.302424	30.165623	20.721912	30.541970	21.721912	
26.	1.471910	0.258781	31.667970	21.396632	31.996660	22.396632	
27.	1.497760	0.214206	32.206668	22.067618	33.461400	23.067618	
28.	1.524522	0.168799	34.681600	22.726717	34.939092	23.726717	
29.	1.552200	0.122559	35.996702	23.376676	36.530669	24.376676	
30.	1.580800	0.075562	37.530603	24.013639	38.137163	25.013639	
31.	1.609926	0.027900	39.101763	24.646147	39.760270	25.646147	
32.	1.639584	0.000000	40.600290	25.267109	41.399616	26.267109	
33.	1.669779	0.011016	42.290614	25.879235	42.933094	26.879235	
34.	1.699996	0.027774	43.953094	26.481729	44.592090	27.481729	
35.	1.690000	0.050000	45.592090	27.073975	46.279971	28.073975	
36.	1.709100	0.060000	47.279971	27.660605	47.995111	28.660605	
37.	1.724777	0.076660	48.995111	28.237120	49.719000	29.237120	
38.	1.740790	0.067924	50.719000	28.800352	51.400666	29.800352	
39.	1.757210	0.059531	52.400666	29.349304	53.217097	30.349304	
40.	1.814010	0.051262	54.217097	29.913066	55.061915	30.913066	
41.	1.841229	0.043116	56.061915	30.490962	56.921104	31.490962	
42.	1.868047	0.035000	57.923144	30.994051	58.791991	31.994051	
43.	1.894600	0.027102	59.791991	31.521232	60.680071	32.521232	
44.	1.920200	0.019391	61.680071	32.044623	62.614204	33.044623	
45.	1.954310	0.011715	63.614204	32.552230	64.594017	33.552230	
46.	1.983526	0.004153	65.560417	33.054491	66.531940	34.054491	
47.	2.013229	0.006702	67.531944	33.551193	68.528223	34.551193	
48.	2.043470	0.009362	69.528223	34.042925	70.600701	35.042925	
49.	2.074181	0.002130	71.600701	34.524600	72.682892	35.524600	
50.	2.105242	0.000000	73.682892	34.997669	74.780074	35.997669	

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

TASA DE INTERES 2 5

N	VFIC	VFIC	VFAO	VPAO	VFAA	VPAA
1.	1.020000	0.980392	1.000000	0.980392	1.020000	1.980392
2.	1.040400	0.961169	2.020000	1.941561	2.040400	2.941561
3.	1.061209	0.942322	3.060400	2.883883	3.121600	3.883883
4.	1.082432	0.923845	4.121609	3.807729	4.204040	4.807729
5.	1.104081	0.905731	5.204040	4.713460	5.308121	5.713460
6.	1.126162	0.887971	6.308121	5.601431	6.434204	6.601431
7.	1.148686	0.870566	7.434204	6.471991	7.582949	7.471991
8.	1.171659	0.853490	8.582949	7.325482	8.754629	8.325482
9.	1.195092	0.836735	9.754629	8.162237	9.949721	9.162237
10.	1.218994	0.820300	10.949721	8.982585	11.168716	9.982585
11.	1.243374	0.804183	12.168716	9.784848	12.412090	10.784848
12.	1.268242	0.788389	13.412090	10.573342	13.680332	11.573342
13.	1.293607	0.772913	14.680332	11.348174	14.979939	12.348174
14.	1.319479	0.757757	15.979939	12.106249	16.293418	13.106249
15.	1.345860	0.742915	17.293418	12.849264	17.632964	13.849264
16.	1.372766	0.728386	18.632964	13.577710	19.012072	14.577710
17.	1.400211	0.714163	20.012072	14.291872	20.412913	15.291872
18.	1.428216	0.700159	21.412913	14.992832	21.840560	15.992832
19.	1.456811	0.686481	22.840560	15.680462	23.297378	16.680462
20.	1.485917	0.673127	24.297378	16.354134	24.783310	17.354134
21.	1.515566	0.659976	25.783310	17.011210	26.299983	18.011210
22.	1.545780	0.646939	27.299983	17.650049	27.849464	18.650049
23.	1.576589	0.634134	28.849464	18.272295	29.421064	19.272295
24.	1.608007	0.621571	30.421064	18.879926	31.026310	19.879926
25.	1.640066	0.609251	32.026310	19.473057	32.665987	20.473057
26.	1.672791	0.597179	33.665987	20.121836	34.340373	21.121836
27.	1.706207	0.585362	35.340373	20.736898	36.051212	21.736898
28.	1.740341	0.573795	37.051212	21.318779	37.792286	22.318779
29.	1.775229	0.562481	38.792286	21.868085	39.564081	22.868085
30.	1.810892	0.551421	40.564081	22.384436	41.379443	23.384436
31.	1.847369	0.540616	42.379443	22.877982	43.227081	23.877982
32.	1.884681	0.530063	44.227081	23.348975	45.111572	24.348975
33.	1.922851	0.519769	46.111572	23.798564	47.022804	24.798564
34.	1.961904	0.509730	48.022804	24.226972	48.954400	25.226972
35.	1.999967	0.499953	49.954400	24.634620	50.914261	25.634620
36.	2.039067	0.490343	51.914261	25.021843	52.902957	26.021843
37.	2.079225	0.480901	53.902957	25.388934	54.920421	26.388934
38.	2.120479	0.471627	55.920421	25.736041	56.966641	26.736041
39.	2.162859	0.462521	57.966641	26.063389	59.041984	27.063389
40.	2.206386	0.453589	60.041984	26.371340	61.146926	27.371340
41.	2.251081	0.444826	62.146926	26.660249	63.281226	27.660249
42.	2.297075	0.436234	64.281226	26.930494	65.445474	27.930494
43.	2.344399	0.427819	66.445474	27.182471	67.640163	28.182471
44.	2.393083	0.419481	68.640163	27.416664	69.865964	28.416664
45.	2.443168	0.411319	70.865964	27.633460	72.123568	28.633460
46.	2.494681	0.403334	73.123568	27.832214	74.412414	28.832214
47.	2.547659	0.395526	75.412414	28.013483	76.733523	29.013483
48.	2.592130	0.387890	77.733523	28.177620	79.096594	29.177620
49.	2.638132	0.380426	80.096594	28.325279	81.502079	29.325279
50.	2.685708	0.373130	82.402079	28.457066	83.950467	29.457067



\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 2.5 %					
	VFIC	VFIC	VFAO	VFAO	VFAA	VFAA
1.	1.025000	0.975610	1.000000	0.975610	1.075000	1.075610
2.	1.050675	0.951014	2.022000	1.927434	2.075625	2.074434
3.	1.076351	0.926399	3.075625	2.856024	3.157516	3.056024
4.	1.102028	0.901931	4.152316	3.761974	4.256329	4.761974
5.	1.131400	0.883054	5.256329	4.643077	5.307737	5.643077
6.	1.159673	0.862297	6.307737	5.500175	6.547430	6.500175
7.	1.186664	0.841265	7.547430	6.349391	7.736116	7.349391
8.	1.210493	0.820767	8.796116	7.170137	8.954319	8.170137
9.	1.230063	0.800720	9.954319	7.970066	10.203302	8.970066
10.	1.250000	0.781190	11.203302	8.752064	11.403667	9.752064
11.	1.271087	0.762105	12.403667	9.514209	12.795333	10.514209
12.	1.294009	0.743536	13.795333	10.257765	14.100442	11.257765
13.	1.318451	0.725420	15.140042	10.983105	15.510953	11.983105
14.	1.412774	0.707777	16.510953	11.690912	16.931927	12.690912
15.	1.490299	0.690466	17.931927	12.301170	18.300225	13.301170
16.	1.460604	0.673425	19.300225	13.035003	19.644701	14.035003
17.	1.521610	0.657195	20.644701	13.712190	21.306309	14.712190
18.	1.599439	0.641166	22.306309	14.353364	22.946000	15.353364
19.	1.990650	0.625320	23.946000	14.970072	24.946650	15.970072
20.	1.600616	0.610771	25.546650	15.509162	26.103275	16.509162
21.	1.679302	0.597306	27.103275	16.104549	27.862056	17.104549
22.	1.721971	0.580043	28.862056	16.765413	29.504420	17.765413
23.	1.766611	0.564697	30.304420	17.322111	31.349309	18.322111
24.	1.800726	0.552075	32.349309	17.804966	33.157765	18.804966
25.	1.833944	0.539931	34.157765	18.424377	35.011709	19.424377
26.	1.900393	0.526225	36.011709	18.956611	36.912001	19.956611
27.	1.947000	0.513400	37.912001	19.466011	38.859001	20.466011
28.	1.996475	0.500070	39.859001	19.956009	40.856296	20.956009
29.	2.046607	0.486661	41.856296	20.453350	42.907704	21.453350
30.	2.097368	0.476743	43.907704	20.930293	45.000272	21.930293
31.	2.150007	0.465115	46.000272	21.395400	47.150270	22.395400
32.	2.203757	0.453771	48.150270	21.849170	49.354035	22.849170
33.	2.258001	0.442703	50.354035	22.291001	51.612004	23.291001
34.	2.313222	0.431905	52.612004	22.723704	53.920270	23.723704
35.	2.372005	0.421371	54.920270	23.105190	56.301614	24.105190
36.	2.432535	0.411094	57.301614	23.536251	58.730909	24.536251
37.	2.493909	0.401067	59.730909	23.957310	61.227290	24.957310
38.	2.555602	0.391205	62.227290	24.368603	63.702700	25.368603
39.	2.619573	0.381741	64.702700	24.769303	66.402335	25.769303
40.	2.685664	0.372431	67.402335	25.102775	69.007619	26.102775
41.	2.752190	0.363094	70.302775	25.466122	71.839909	26.466122
42.	2.820993	0.354005	72.639909	25.820607	74.660004	26.820607
43.	2.891520	0.345039	75.160004	26.160444	77.532325	27.160444
44.	2.963000	0.337000	78.027775	26.500850	80.516130	27.500850
45.	3.037003	0.329170	81.316130	26.830024	83.554036	27.830024
46.	3.112051	0.321166	84.950036	27.154170	86.647007	28.154170
47.	3.191077	0.313013	87.667007	27.467403	89.897004	28.467403
48.	3.271090	0.305631	90.669004	27.773154	93.181074	28.773154
49.	3.353277	0.298016	94.131074	28.071370	96.404351	29.071370
50.	3.437109	0.290942	97.404351	28.362312	99.921460	29.362312

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TABA DE INTERES 3 %			
	WIC	WIC	WFA0	WFA0
1.	1.030000	0.970074	1.000000	0.970074
2.	1.060700	0.942796	2.030000	1.913470
3.	1.092727	0.915142	3.099000	2.820411
4.	1.125507	0.888407	4.183627	3.719990
5.	1.159274	0.862609	5.289136	4.597907
6.	1.194022	0.837804	6.406410	5.471911
7.	1.229747	0.813992	7.642462	6.336203
8.	1.266470	0.791109	8.992236	7.094922
9.	1.304173	0.769147	10.159106	7.704109
10.	1.342836	0.748094	11.443079	8.200203
11.	1.382434	0.727921	12.807796	8.752624
12.	1.422931	0.708590	14.192030	9.254004
13.	1.464304	0.690051	15.617791	9.699925
14.	1.506520	0.672250	17.086029	10.096073
15.	1.549537	0.655142	18.598914	10.447925
16.	1.593304	0.638781	20.158001	10.761102
17.	1.637780	0.623116	21.764900	11.041119
18.	1.682913	0.608195	23.419436	11.293513
19.	1.728654	0.593964	25.122079	11.523799
20.	1.774951	0.580367	26.873073	11.737475
21.	1.821852	0.567349	28.672804	11.930024
22.	1.869307	0.554955	30.520700	12.107917
23.	1.917267	0.543142	32.416204	12.276600
24.	1.965682	0.531864	34.359925	12.431504
25.	2.014501	0.521085	36.352265	12.579022
26.	2.063774	0.510770	38.393642	12.714692
27.	2.113451	0.500884	40.484474	12.833022
28.	2.163572	0.491381	42.625179	12.939400
29.	2.214177	0.482226	44.816150	13.038225
30.	2.265204	0.473384	47.057816	13.134041
31.	2.316683	0.464820	49.350570	13.221302
32.	2.368654	0.456500	51.694829	13.304422
33.	2.421057	0.448389	54.090000	13.377902
34.	2.473842	0.440454	56.536500	13.446222
35.	2.527057	0.432670	59.033800	13.510000
36.	2.580642	0.425012	61.581500	13.569722
37.	2.634647	0.417546	64.180000	13.625900
38.	2.689012	0.410240	66.829000	13.679000
39.	2.743777	0.403069	69.529000	13.729500
40.	2.798982	0.396010	72.280000	13.777000
41.	2.854567	0.389040	75.082000	13.822000
42.	2.910572	0.382240	77.936000	13.865000
43.	2.967037	0.375580	80.842000	13.906000
44.	3.023902	0.369040	83.800000	13.945000
45.	3.081207	0.362610	86.810000	13.982000
46.	3.138982	0.356280	89.872000	14.017000
47.	3.197257	0.350030	92.986000	14.050000
48.	3.256072	0.343850	96.152000	14.081000
49.	3.315367	0.337730	99.370000	14.110000
50.	3.375182	0.331660	102.640000	14.137000

0000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

N	TASA DE INTERES 9.5 %					
	VFIC	WVIC	VFAG	WVAG	VFAM	WFAM
1.	1.035000	0.946104	1.000000	0.966104	1.035000	1.066104
2.	1.071225	0.932511	2.035000	1.899694	2.106225	2.099694
3.	1.100710	0.901940	3.106225	2.861637	3.201940	3.081637
4.	1.147520	0.871442	4.214943	3.678079	4.362666	4.678079
5.	1.107404	0.841979	5.362666	4.519052	5.500152	5.519052
6.	1.229235	0.813501	6.550152	5.320533	6.779400	6.820533
7.	1.272279	0.769991	7.779400	6.119544	8.051607	7.119544
8.	1.316809	0.759412	9.051607	6.879956	9.368096	7.879956
9.	1.362097	0.752331	10.368096	7.607607	10.731999	8.607607
10.	1.410099	0.760919	11.731999	8.316609	12.141992	9.316609
11.	1.459970	0.684946	13.141992	9.001531	13.601962	10.001531
12.	1.511049	0.661703	14.601962	9.663334	15.113030	10.663334
13.	1.563956	0.639904	16.113030	10.302739	16.679406	11.302739
14.	1.618690	0.617702	17.679406	10.920520	18.320520	11.920520
15.	1.675249	0.596091	19.295601	11.517411	19.971030	12.517411
16.	1.733606	0.575704	20.971030	12.094117	21.705016	13.094117
17.	1.793767	0.557394	22.705016	12.651321	23.499491	13.651321
18.	1.855749	0.538361	24.499491	13.189402	25.357101	14.189402
19.	1.920501	0.520156	26.357101	13.709930	27.279402	14.709930
20.	1.989799	0.502566	28.279402	14.212403	29.269471	15.212403
21.	2.063941	0.485571	30.269471	14.697974	31.320902	15.697974
22.	2.143512	0.469151	32.320902	15.167125	33.440414	16.167125
23.	2.228614	0.453304	34.440414	15.620411	35.646520	16.620411
24.	2.320370	0.437957	36.646520	16.058360	37.949957	17.058360
25.	2.418829	0.423147	38.949957	16.481515	40.319102	17.481515
26.	2.524959	0.408800	41.319102	16.890352	42.759662	17.890352
27.	2.539167	0.395012	43.759662	17.285365	45.296620	18.285365
28.	2.620172	0.381634	46.296620	17.667019	47.910000	18.667019
29.	2.711070	0.368740	48.910000	18.035767	50.622670	19.035767
30.	2.8066794	0.356270	51.622670	18.392966	53.429471	19.392966
31.	2.906832	0.344230	54.429471	18.736276	56.334503	19.736276
32.	3.006708	0.332599	57.334503	19.066066	59.341211	20.066066
33.	3.1111942	0.321343	60.341211	19.392900	62.453153	20.392900
34.	3.220660	0.310476	63.453153	19.706604	65.674013	20.706604
35.	3.335390	0.299977	66.674013	20.006641	69.007604	21.006641
36.	3.456266	0.289833	70.007604	20.294994	72.457070	21.294994
37.	3.571025	0.280032	73.457070	20.570526	76.020070	21.570526
38.	3.690611	0.270562	77.020070	20.841007	79.724907	21.841007
39.	3.825372	0.261410	80.724907	21.107500	83.564270	22.107500
40.	3.975760	0.252572	84.564270	21.359472	87.509530	22.359472
41.	4.097704	0.244031	88.509530	21.599104	91.607372	22.599104
42.	4.241230	0.235779	92.607372	21.824003	95.840630	22.824003
43.	4.389702	0.227806	96.840630	22.035609	100.280372	23.035609
44.	4.543342	0.220102	101.280372	22.233791	104.781174	23.233791
45.	4.702259	0.212639	105.781174	22.419430	109.404032	23.419430
46.	4.866491	0.205460	110.404032	22.700910	114.250079	23.700910
47.	5.037204	0.198520	115.250079	22.899430	119.300257	23.899430
48.	5.213909	0.191806	120.300257	23.091244	124.601066	24.091244
49.	5.396663	0.185320	125.601066	23.276563	130.197911	24.276563
50.	5.584927	0.179033	130.997911	23.455610	135.582930	24.455610

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 4 %			
	WFIC	WVIC	WFAO	WPAO
1.	1.040000	0.941530	1.000000	0.941530
2.	1.001600	0.924956	2.040000	1.006095
3.	1.124664	0.908994	3.121600	2.775091
4.	1.169039	0.894004	4.244664	3.629095
5.	1.216433	0.881927	5.416320	4.451022
6.	1.263319	0.796315	6.639795	5.242137
7.	1.319932	0.799910	7.899294	6.002050
8.	1.366549	0.790490	9.214226	6.732745
9.	1.422312	0.792507	10.582795	7.435332
10.	1.488244	0.679544	12.006107	8.110094
11.	1.539454	0.649301	13.486351	8.760477
12.	1.601032	0.624997	15.025004	9.385074
13.	1.665074	0.600574	16.623030	9.985640
14.	1.731676	0.577475	18.291911	10.563129
15.	1.800944	0.553265	20.029208	11.118007
16.	1.872981	0.530900	21.824531	11.652296
17.	1.947901	0.510370	23.679312	12.165669
18.	2.025817	0.491620	25.604510	12.659297
19.	2.106849	0.474642	27.611229	13.133939
20.	2.191123	0.458387	29.700799	13.590326
21.	2.278760	0.450034	31.862922	14.029160
22.	2.369919	0.421925	34.247970	14.451115
23.	2.464716	0.405726	36.817009	14.856402
24.	2.563304	0.390121	39.562604	15.246963
25.	2.665836	0.375117	41.649900	15.622900
26.	2.772470	0.360409	44.311745	15.985215
27.	2.883369	0.346817	47.004215	16.335066
28.	2.998763	0.333977	49.947963	16.663063
29.	3.118891	0.320451	52.966206	16.969375
30.	3.243990	0.308319	56.069930	17.254033
31.	3.374313	0.296446	59.268233	17.500494
32.	3.509899	0.284800	62.701669	17.719532
33.	3.650881	0.2734094	66.399320	18.147646
34.	3.798316	0.263332	69.057909	18.411190
35.	3.944009	0.253413	71.652225	18.666613
36.	4.100933	0.243669	74.598314	18.900202
37.	4.260090	0.234297	81.702247	19.142579
38.	4.430813	0.225295	89.070336	19.367064
39.	4.616366	0.216621	96.009150	19.584405
40.	4.801021	0.208209	95.625316	19.792774
41.	4.992061	0.200270	99.626537	19.992032
42.	5.192704	0.192575	104.105900	20.182627
43.	5.400995	0.185160	110.012002	20.370795
44.	5.616313	0.178016	115.412077	20.540041
45.	5.841176	0.171190	121.029392	20.720000
46.	6.074023	0.164614	126.870560	20.884654
47.	6.317016	0.158200	132.945391	21.042936
48.	6.570320	0.152195	139.263706	21.195131
49.	6.833949	0.146391	145.837735	21.341472
50.	7.106603	0.140719	152.667004	21.482105

0000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

N	TASA DE INTERES 4.5 %					
	VFIC	VFIC	VFAD	VFAD	VFAD	VFAD
1.	1.045000	0.956730	1.000000	0.954930	1.045000	1.954930
2.	1.092075	0.915700	2.045000	1.072660	2.107075	2.072660
3.	1.141164	0.874277	3.137025	2.740964	3.270191	2.740964
4.	1.192319	0.832541	4.270191	3.507526	4.470710	4.507526
5.	1.246102	0.790791	5.470710	4.309777	5.716492	5.309777
6.	1.302260	0.749026	6.740992	5.157072	7.019152	6.157072
7.	1.360062	0.708226	8.019152	5.092701	8.300014	6.092701
8.	1.422101	0.768105	9.200014	4.959004	9.502114	7.959004
9.	1.486495	0.672904	10.002114	7.260790	11.200709	8.260790
10.	1.553769	0.643720	12.200709	7.912710	12.041179	8.912710
11.	1.622053	0.616199	13.041179	8.520917	14.464002	9.520917
12.	1.692001	0.590664	15.464002	9.110501	16.199919	10.110501
13.	1.772194	0.567272	17.199919	9.682052	17.992109	10.682052
14.	1.851945	0.549973	18.992109	10.222625	19.704054	11.222625
15.	1.932202	0.516720	20.704054	10.739544	21.719237	11.739544
16.	2.022270	0.494449	22.719237	11.234015	23.741707	12.234015
17.	2.111937	0.473176	24.741707	11.707191	25.055004	12.707191
18.	2.200479	0.452000	26.055004	12.159992	26.042542	13.159992
19.	2.307040	0.432002	29.042542	12.593294	30.371427	13.593294
20.	2.411714	0.413443	31.047934	13.007934	32.703193	14.007934
21.	2.520241	0.396707	33.703193	13.404724	35.003270	14.404724
22.	2.633652	0.379701	36.903270	13.704425	37.970700	14.704425
23.	2.752164	0.363350	38.997000	14.107775	40.609196	15.107775
24.	2.876014	0.347703	41.609196	14.495470	43.363210	15.495470
25.	3.005494	0.332731	44.963210	14.820209	46.570649	15.820209
26.	3.140479	0.318402	47.570649	15.146611	49.711924	16.146611
27.	3.282010	0.304691	50.711924	15.451203	52.991373	16.451203
28.	3.429700	0.291571	53.992033	15.742074	56.470233	16.742074
29.	3.584034	0.279013	57.420033	16.021009	60.007070	17.021009
30.	3.745310	0.267000	61.007070	16.290009	63.752000	17.290009
31.	3.912057	0.255502	64.752000	16.544391	67.666245	17.544391
32.	4.084991	0.244500	68.666245	16.700091	71.754224	17.700091
33.	4.274000	0.233971	72.754224	17.022042	76.030254	18.022042
34.	4.468062	0.223004	77.030254	17.344750	80.496610	18.244750
35.	4.667040	0.212425	81.496610	17.661012	85.163964	18.461012
36.	4.872070	0.202000	86.163964	17.666041	90.041944	18.666041
37.	5.084060	0.191619	91.041944	17.062240	95.190705	18.062240
38.	5.316219	0.182750	96.190705	18.049990	100.644424	19.049990
39.	5.568099	0.175643	101.644424	18.729454	106.030323	19.729454
40.	5.840365	0.171927	107.030323	19.401504	111.946607	19.401504
41.	6.132010	0.1645375	112.046607	19.566110	117.994700	19.566110
42.	6.451615	0.157440	118.024700	18.723550	124.276404	19.723550
43.	6.837490	0.150441	125.276404	18.074210	130.913042	19.074210
44.	6.961120	0.144173	131.913042	19.018302	137.049965	20.018302
45.	7.202240	0.137964	138.949965	19.156347	143.009219	20.156347
46.	7.504420	0.132021	146.092119	19.200371	152.672630	20.200371
47.	7.912240	0.126308	153.672630	19.414709	160.307701	20.414709
48.	8.271954	0.120809	161.507701	19.335407	168.059257	20.335407
49.	8.643471	0.115402	169.059257	19.631290	177.503020	20.631290
50.	9.026234	0.110710	178.503020	19.762000	184.395464	20.762000

0000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

N	TASA DE INTERES 5 %					
	WFIC	WPC	WFAO	WPBO	WFAN	WFAM
1.	1.050000	0.952001	1.000000	0.952001	1.050000	1.952001
2.	1.102500	0.907029	2.050000	1.009410	2.102500	2.039410
3.	1.157025	0.863030	3.152500	2.723240	3.101125	3.723240
4.	1.213004	0.822702	4.310175	3.549751	4.325611	4.549751
5.	1.270202	0.785324	5.525611	4.529477	5.001919	5.529477
6.	1.340096	0.746215	6.801910	5.075492	7.142006	6.075492
7.	1.407100	0.710601	8.142000	5.706370	8.549109	6.706370
8.	1.477435	0.676639	9.549109	6.463219	10.026564	7.463219
9.	1.551320	0.644609	11.026564	7.107022	11.577093	8.107022
10.	1.620095	0.613910	12.577093	7.721705	13.206707	8.721705
11.	1.710329	0.584679	14.206707	8.306414	14.912127	9.306414
12.	1.799056	0.556807	15.912127	8.860752	16.712900	9.860752
13.	1.895649	0.530321	17.712903	9.393379	18.595632	10.393379
14.	1.979932	0.505660	19.596632	9.906441	20.570564	10.906441
15.	2.070920	0.481617	21.570564	10.399450	22.637462	11.379630
16.	2.162075	0.459012	23.637462	10.877779	24.890366	11.837779
17.	2.270910	0.438297	25.903666	11.274066	27.323005	12.274066
18.	2.406619	0.419321	28.172005	11.689507	29.930904	12.689507
19.	2.526956	0.393794	30.539004	12.005211	32.649354	13.005211
20.	2.633296	0.371609	33.049354	12.462210	34.462210	13.462210
21.	2.789963	0.350942	35.719252	12.821150	37.505214	13.821150
22.	2.723261	0.341050	38.505214	13.169000	40.400754	14.169000
23.	3.071524	0.322071	41.430754	13.400374	43.500199	14.400374
24.	3.225100	0.310060	44.501999	13.790642	46.727099	14.790642
25.	3.306322	0.295303	47.727099	14.097945	50.113054	15.097945
26.	3.595073	0.281241	51.113054	14.375105	53.649126	15.375105
27.	3.720456	0.267090	54.649126	14.643034	57.402003	15.643034
28.	3.920129	0.255094	58.402003	14.890127	61.322712	15.890127
29.	4.116136	0.242946	62.322712	15.141074	65.430017	16.141074
30.	4.321942	0.231077	66.430017	15.372451	69.740790	16.372451
31.	4.530039	0.220329	70.740790	15.592811	74.290029	16.592811
32.	4.740991	0.209966	75.290029	15.802177	79.042771	16.802177
33.	5.003109	0.199073	80.063771	16.002549	84.066959	17.002549
34.	5.253290	0.190295	85.066959	16.192994	89.320307	17.192994
35.	5.516019	0.181299	90.320307	16.374194	94.836323	17.374194
36.	5.791016	0.172657	95.836323	16.546052	100.620199	17.546052
37.	6.001407	0.164436	101.620199	16.711127	106.709366	17.711127
38.	6.305477	0.156605	107.709366	16.867093	113.093029	17.867093
39.	6.704751	0.149140	114.093029	17.017041	119.799779	18.017041
40.	7.099909	0.142066	120.799779	17.190066	126.830763	18.190066
41.	7.591900	0.135202	127.830763	17.294360	134.231751	18.294360
42.	7.761300	0.128040	135.231751	17.429200	141.993230	18.429200
43.	8.109467	0.122704	142.993230	17.545912	150.140005	18.545912
44.	8.357130	0.116001	151.140005	17.642770	158.700156	18.642770
45.	8.903000	0.111297	159.700156	17.774070	167.685163	18.774070
46.	9.430200	0.105997	168.685163	17.800067	177.119421	18.800067
47.	9.909771	0.100949	178.119421	17.901016	187.025393	18.901016
48.	10.401270	0.096102	188.025393	18.077150	197.426662	19.077150
49.	10.921333	0.091564	198.426662	18.168722	208.347995	19.168722
50.	11.467900	0.087204	209.347995	18.259726	219.815095	19.259726

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 5.5 %				
	WPC	WPC	WFO	WPA0	WPA0
1.	1.055000	0.947067	1.000000	0.947067	1.055000
2.	1.113075	0.896452	2.055000	1.046320	2.160075
3.	1.174201	0.851616	3.160075	2.677933	3.342266
4.	1.238075	0.807117	4.342266	3.365150	4.505191
5.	1.304900	0.765130	5.501091	4.270205	5.809051
6.	1.375043	0.725296	6.808051	4.995330	7.266894
7.	1.448479	0.687937	8.266094	5.642967	8.721578
8.	1.524407	0.653599	9.721370	6.234566	10.256260
9.	1.619094	0.617629	11.256260	6.952195	11.875354
10.	1.708104	0.585431	12.875354	7.537626	13.580499
11.	1.802092	0.554910	14.583499	8.092536	15.365391
12.	1.901200	0.525902	16.383591	8.618511	17.206790
13.	2.005774	0.499561	18.206790	9.117079	19.092572
14.	2.116091	0.475925	20.292572	9.589640	21.008666
15.	2.232477	0.447923	22.400444	10.037501	23.041100
16.	2.355263	0.424501	24.641100	10.462162	25.096603
17.	2.484802	0.402947	26.994003	10.864609	27.181205
18.	2.621466	0.381466	29.460205	11.246075	29.290673
19.	2.765641	0.361379	32.037673	11.607654	31.460319
20.	2.917750	0.342729	34.660319	11.950303	33.706681
21.	3.078234	0.324662	37.380681	12.275244	36.064311
22.	3.247537	0.307976	40.164311	12.583170	38.541000
23.	3.426152	0.291873	44.111000	12.875043	41.137999
24.	3.614690	0.276457	47.539999	13.151699	43.852500
25.	3.813924	0.262290	51.152000	13.413933	46.683902
26.	4.023129	0.249502	54.965902	13.662496	49.631111
27.	4.242401	0.238605	58.909111	13.898100	52.695312
28.	4.471900	0.229322	63.203112	14.121422	55.877895
29.	4.721425	0.211679	67.711353	14.333101	59.180000
30.	4.983951	0.200644	72.435400	14.533745	62.603745
31.	5.260409	0.190104	77.419431	14.723929	66.150000
32.	5.551762	0.180269	82.677500	14.904198	69.819000
33.	5.858202	0.170871	88.224762	15.075069	73.601125
34.	6.180442	0.161963	94.077125	15.237633	77.500366
35.	6.519005	0.153520	100.251366	15.390302	81.518000
36.	6.873206	0.145516	106.763192	15.536067	85.656000
37.	7.243000	0.137930	113.637277	15.673999	89.907000
38.	7.628603	0.130739	120.807320	15.804790	94.273000
39.	8.030407	0.123924	128.336131	15.928662	98.756000
40.	8.448809	0.117463	136.265610	16.046135	103.357000
41.	8.883301	0.111329	144.546667	16.157444	108.076000
42.	9.334300	0.105535	153.229999	16.262999	112.904000
43.	9.801400	0.100033	162.266000	16.363000	117.842000
44.	10.284977	0.094810	171.604000	16.457051	122.891000
45.	11.126354	0.089975	181.191171	16.544726	128.052000
46.	11.700519	0.085510	191.245725	16.626915	133.326000
47.	12.301133	0.080790	201.904240	16.713664	138.713000
48.	13.035261	0.076539	213.260763	16.794203	144.213000
49.	13.798050	0.072549	225.433634	16.868251	149.826000
50.	14.584162	0.068767	244.217404	16.935150	155.552000

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 6 %					
	WFC	WIC	WFO	WFO	WFA	WFA
1.	1.060000	0.943396	1.000000	0.943396	1.060000	1.943396
2.	1.123600	0.809393	2.060000	1.833393	2.103600	2.833393
3.	1.191816	0.679619	3.180000	2.870012	3.273616	3.673612
4.	1.262477	0.792094	4.374616	3.463106	4.637093	4.463106
5.	1.338224	0.747230	5.637093	4.212344	5.975319	5.212344
6.	1.418519	0.700961	6.975319	5.173234	7.397036	5.917324
7.	1.503630	0.663037	8.397036	6.302701	8.897460	6.502701
8.	1.593040	0.6327412	9.897460	6.209794	10.491316	7.109794
9.	1.689479	0.591890	11.491316	6.001692	12.180795	7.001692
10.	1.790040	0.536393	13.180795	7.360007	13.971643	8.360007
11.	1.896299	0.526708	14.971643	7.006075	15.049942	8.006075
12.	2.012196	0.496949	16.869942	8.003044	17.002100	9.303044
13.	2.132920	0.460809	18.882100	8.052663	20.013066	9.052663
14.	2.260904	0.422301	21.013066	9.294994	22.273770	10.294994
15.	2.396350	0.417265	23.273770	9.712249	24.672329	10.712249
16.	2.540032	0.393666	25.672329	10.105095	27.212000	11.105095
17.	2.692773	0.371366	28.212000	10.477260	29.994513	11.477260
18.	2.854339	0.350344	30.994513	10.827604	32.799992	11.827604
19.	3.025600	0.330513	33.799992	11.150117	35.703292	12.150117
20.	3.207136	0.311005	36.703292	11.449921	38.899720	12.449921
21.	3.399364	0.291135	39.799720	11.764077	42.392291	12.764077
22.	3.603337	0.273905	43.992291	12.041302	45.993029	13.041302
23.	3.819730	0.261797	48.493029	12.303379	49.819370	13.303379
24.	4.049020	0.246979	53.350376	12.550350	53.844513	13.550350
25.	4.291871	0.232099	58.664513	12.783356	58.156304	13.783356
26.	4.549930	0.219010	64.450316	13.003166	62.705767	14.003166
27.	4.823966	0.207360	68.705767	13.210030	67.520113	14.210030
28.	5.114607	0.195660	68.320113	13.406164	72.639600	14.406164
29.	5.410300	0.184337	73.639600	13.590721	78.050100	14.590721
30.	5.720491	0.174110	79.050100	13.764031	83.801600	14.764031
31.	6.046101	0.164335	84.801600	13.929906	89.809700	14.929906
32.	6.488307	0.154957	90.809700	14.000043	96.343167	15.000043
33.	6.948390	0.146106	97.343167	14.200330	103.102737	15.200330
34.	7.426102	0.137912	104.102737	14.360141	110.404703	15.360141
35.	7.922607	0.130105	111.404703	14.490246	118.120070	15.490246
36.	8.438232	0.122741	119.120070	14.620907	126.260122	15.620907
37.	8.973007	0.115793	127.260122	14.736700	134.804212	15.736700
38.	9.528233	0.109229	135.904212	14.846819	144.900462	15.846819
39.	9.703300	0.103056	145.030462	14.949075	155.761970	15.949075
40.	10.203710	0.997222	154.761970	15.046297	164.047600	16.046297
41.	10.902061	0.091171	165.047600	15.130016	174.990330	16.130016
42.	11.397033	0.086527	175.990330	15.229543	186.507303	16.229543
43.	12.130435	0.081630	187.307303	15.306170	198.730030	16.306170
44.	12.903402	0.077009	199.730030	15.303102	211.743520	16.303102
45.	13.746611	0.072630	213.743520	15.430032	225.300132	16.430032
46.	14.690400	0.068530	226.300132	15.524370	240.090620	16.524370
47.	15.643917	0.064630	241.090620	15.309720	255.344337	16.509720
48.	16.393072	0.060990	256.364337	15.430027	271.950010	16.630027
49.	17.377305	0.057544	272.950010	15.707572	289.235915	16.707572
50.	18.420135	0.054200	290.332915	15.761061	307.754070	16.761061



##### TABLAS FINANCIERAS #####

N	TASA DE INTERES 6.5 %					
	VFIC	VFIC	VFAD	VFAD	VFAD	VFAD
1.	1.045000	0.920767	1.000000	0.920767	1.045000	1.920767
2.	1.194225	0.801659	2.045000	1.820626	2.199225	2.820626
3.	1.297950	0.877949	3.199225	2.640476	3.407175	3.640476
4.	1.264466	0.777323	4.407175	3.425799	4.693641	4.425799
5.	1.379007	0.729001	5.673641	4.156479	6.663720	5.156479
6.	1.459142	0.645304	7.063720	4.841614	7.522870	5.841614
7.	1.559967	0.645306	8.522870	5.404520	9.676857	6.404520
8.	1.659976	0.604231	10.076857	6.008751	10.731852	7.008751
9.	1.743570	0.567353	11.731852	6.656104	12.694423	7.656104
10.	1.877137	0.532726	13.494423	7.180030	14.371560	8.180030
11.	1.999151	0.500712	15.371560	7.609043	16.370712	8.609043
12.	2.129964	0.449403	17.370712	8.130725	18.499006	9.130725
13.	2.267408	0.441817	19.499006	8.599742	20.767294	9.599742
14.	2.414074	0.414100	21.767294	9.013042	23.102170	10.013042
15.	2.571041	0.380027	24.182170	9.462649	25.754011	10.462649
16.	2.739011	0.365095	26.754011	9.767764	28.493022	10.767764
17.	2.917044	0.342813	29.493022	11.110577	31.410060	11.110577
18.	3.166454	0.321090	32.410060	10.432466	34.518223	11.432466
19.	3.388587	0.302244	35.518223	10.794710	37.825310	11.794710
20.	3.573645	0.283797	38.825310	11.018507	41.300955	12.018507
21.	3.752682	0.266476	42.340955	11.204903	45.101637	12.204903
22.	3.956686	0.250212	44.181637	11.535196	49.092423	12.535196
23.	4.256386	0.234941	50.092423	11.770137	53.354629	12.770137
24.	4.533051	0.220682	54.354629	11.990739	57.807400	12.990739
25.	4.877499	0.207130	58.087400	12.197077	62.715379	13.197077
26.	5.141500	0.194496	63.715379	12.392373	67.856479	13.392373
27.	5.475697	0.182625	66.856479	12.574990	73.332576	13.574990
28.	5.831617	0.171479	74.332576	12.746477	79.164194	13.746477
29.	6.210673	0.161013	80.164194	12.907490	85.374064	13.907490
30.	6.614366	0.151186	84.374064	13.058676	91.907233	14.058676
31.	7.044300	0.141929	92.907233	13.200635	99.032533	14.200635
32.	7.502100	0.133295	100.032533	13.333929	106.535713	14.333929
33.	7.989821	0.125139	107.535713	13.459009	114.535934	14.459009
34.	8.509160	0.117520	115.535334	13.576609	123.036494	14.576609
35.	9.062235	0.110340	124.036494	13.686957	132.096199	14.686957
36.	9.651302	0.103613	132.096499	13.790370	141.790251	14.790370
37.	10.278636	0.097209	142.740251	13.887059	152.026007	14.887059
38.	10.946700	0.091201	153.026007	13.979210	162.972635	14.979210
39.	11.658706	0.085576	163.972635	14.064906	174.631921	15.064906
40.	12.416075	0.080341	175.631921	14.145527	187.047997	15.145527
41.	13.223120	0.075425	188.047997	14.221132	200.271114	15.221132
42.	14.082623	0.071010	201.271114	14.292162	214.353729	15.292162
43.	14.997792	0.066674	215.353729	14.358837	229.351921	15.358837
44.	15.972663	0.062606	230.351732	14.421443	245.324095	15.421443
45.	17.011099	0.058793	246.324395	14.480220	262.335494	15.480220
46.	18.116020	0.055197	263.335494	14.535476	280.432515	15.535476
47.	19.294418	0.051820	281.432515	14.587234	299.746920	15.587234
48.	20.540520	0.048645	300.746920	14.635970	320.295479	15.635970
49.	21.861204	0.045695	321.295479	14.681615	342.179665	15.681615
50.	23.366600	0.042994	343.179665	14.724521	365.406363	15.724521

0000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

N	TASA DE INTERES 7 %					
	WIC	WIC	WFA0	WFA0	WFAA	WFAA
1.	1.070000	0.924579	1.000000	0.924579	1.070000	1.924579
2.	1.144900	0.879499	2.070000	1.000010	2.214900	2.000010
3.	1.222040	0.812290	3.214900	2.424816	3.439940	3.424816
4.	1.310796	0.762095	4.439940	3.307211	4.750739	4.307211
5.	1.402337	0.712904	5.750739	4.100197	6.153291	5.100197
6.	1.500730	0.663942	7.153291	4.746540	7.654021	5.746540
7.	1.605701	0.622730	8.654021	5.309709	9.259903	6.309709
8.	1.718104	0.582009	10.299003	5.971299	10.977909	6.971299
9.	1.838059	0.543934	11.977909	6.512332	12.816440	7.512332
10.	1.967131	0.506349	13.816440	7.073502	14.783600	8.023502
11.	2.104632	0.470092	15.783600	7.660674	16.880431	8.490674
12.	2.252192	0.440012	17.880431	7.942686	19.140640	8.942686
13.	2.409943	0.414964	20.140640	8.257631	21.550400	9.357631
14.	2.578034	0.390717	22.550400	8.705460	24.119922	9.745460
15.	2.756692	0.362946	25.119922	9.187914	26.860054	10.107914
16.	2.932164	0.338725	27.860054	9.646649	29.80218	10.446649
17.	3.106015	0.316574	30.80218	9.783223	32.999023	10.743223
18.	3.279932	0.295064	33.999023	10.059007	36.370965	11.059007
19.	3.461520	0.274306	37.370965	10.393993	39.950493	11.393993
20.	3.649483	0.254019	40.950493	10.594014	43.843177	11.594014
21.	3.844932	0.234151	44.843177	10.893527	48.095740	11.893527
22.	4.048402	0.225713	49.095740	11.041241	52.846102	12.041241
23.	4.260530	0.210947	53.846102	11.272197	57.176672	12.272197
24.	5.072667	0.197147	59.176672	11.449334	62.449039	12.449039
25.	5.427433	0.184049	63.949039	11.633503	67.67471	12.633503
26.	5.807933	0.172195	68.67471	11.825779	73.403024	12.825779
27.	6.210640	0.160930	74.003024	11.964709	79.607492	12.964709
28.	6.640030	0.150402	80.007492	12.137111	86.346531	13.137111
29.	7.114757	0.140563	87.346531	12.277674	93.660700	13.277674
30.	7.612230	0.131367	94.660700	12.409041	101.073043	13.409041
31.	8.145113	0.122770	102.073043	12.531014	109.218154	13.531014
32.	8.715271	0.114741	110.218154	12.644535	117.930427	13.644535
33.	9.325346	0.107229	118.930427	12.753790	127.250747	13.753790
34.	9.970114	0.100219	128.250747	12.854009	137.266091	13.854009
35.	10.743902	0.093663	138.266091	12.947672	147.913442	13.947672
36.	11.629942	0.087535	148.913442	13.035290	159.337435	14.035290
37.	12.623610	0.081809	160.337435	13.117017	171.561023	14.117017
38.	13.809272	0.076437	172.561023	13.193474	184.640295	14.193474
39.	15.199421	0.071435	185.640295	13.264929	198.635116	14.264929
40.	16.774430	0.066780	199.635116	13.331799	213.609574	14.331799
41.	18.522670	0.062412	214.609574	13.394120	229.632244	14.394120
42.	17.144237	0.058329	230.632244	13.452449	246.776302	14.452449
43.	18.344335	0.054513	247.776302	13.506942	265.120057	14.506942
44.	19.670460	0.050994	266.120057	13.557900	284.749317	14.557900
45.	21.002432	0.047613	285.749317	13.605322	305.751769	14.605322
46.	22.472624	0.044499	306.751769	13.650020	328.224093	14.650020
47.	24.043730	0.041587	329.224093	13.691600	352.270101	14.691600
48.	25.720907	0.038867	353.270101	13.730474	377.999000	14.730474
49.	27.520931	0.036324	378.999001	13.766799	405.520939	14.766799
50.	29.457021	0.033946	406.520939	13.800766	434.903963	14.800766

999999999 TABLAS FINANCIERAS 999999999

N	TASA DE INTERES 7.5 %					
	VFIC	VFIC	VFAO	VFAO	VFAA	VFAA
1.	1.075000	0.930230	1.000000	0.930233	1.075000	1.930233
2.	1.153625	0.845333	2.075000	1.795345	2.230625	2.795345
3.	1.242297	0.804941	3.231625	2.605326	3.472297	3.605326
4.	1.335469	0.740001	4.472297	3.349326	4.000391	4.349326
5.	1.435629	0.674529	5.800391	4.043805	4.244620	5.043805
6.	1.543302	0.647962	7.240620	4.693046	4.707372	5.693046
7.	1.659949	0.642725	8.787322	5.296601	4.446371	6.296601
8.	1.789470	0.560702	10.446371	5.857904	11.229049	6.857904
9.	1.917239	0.521300	12.229049	6.370007	13.147000	7.370007
10.	2.061032	0.485194	14.147000	6.846001	15.200119	7.846001
11.	2.215609	0.451343	16.200119	7.315424	17.423720	8.315424
12.	2.381700	0.419054	18.423720	7.785270	19.805300	8.785270
13.	2.560413	0.390562	20.805300	8.250040	22.345921	9.250040
14.	2.752844	0.365313	23.245921	8.409134	25.110365	9.409134
15.	2.958077	0.337966	26.110365	8.827120	28.077242	9.827120
16.	3.186793	0.314307	29.077242	9.141307	31.250036	10.141307
17.	3.419353	0.292453	32.250036	9.432960	34.677306	10.432960
18.	3.675804	0.272049	35.677306	9.704009	38.353192	10.704009
19.	3.951409	0.253069	39.353192	9.959070	42.304402	10.959070
20.	4.247351	0.235413	43.304402	10.194491	46.552532	11.194491
21.	4.564640	0.218909	47.552532	10.413400	51.110770	11.413400
22.	4.900723	0.203711	52.110770	10.617191	56.077094	11.617191
23.	5.277092	0.189490	57.077094	10.804409	61.304409	11.804409
24.	5.672074	0.176277	62.304409	10.982967	66.877062	11.982967
25.	6.090300	0.163979	67.877062	11.146746	73.076202	12.146746
26.	6.535715	0.152539	74.076202	11.299405	79.631917	12.299405
27.	7.047394	0.141896	80.631917	11.441301	86.679311	12.441301
28.	7.575900	0.131897	87.679311	11.573370	94.253399	12.573370
29.	8.141444	0.122700	95.253399	11.696165	102.399404	12.696165
30.	8.754925	0.114221	103.399404	11.813006	111.134299	12.813006
31.	9.411577	0.106252	112.134299	11.916630	120.569796	12.916630
32.	10.117445	0.098839	121.569796	12.015470	130.683001	13.015470
33.	10.876254	0.091940	131.683001	12.107421	141.599435	13.107421
34.	11.691979	0.085529	142.599435	12.192950	153.251600	13.192950
35.	12.568071	0.079562	154.251600	12.272511	165.620470	13.272511
36.	13.511336	0.074011	166.620470	12.346322	178.720114	13.346322
37.	14.524901	0.068804	180.320114	12.415370	193.550916	13.415370
38.	15.616249	0.064004	194.850916	12.479414	209.471104	13.479414
39.	16.795339	0.059576	210.471104	12.538909	226.256320	13.538909
40.	18.044239	0.055419	227.256320	12.594409	244.300763	13.594409
41.	19.377357	0.051593	245.300763	12.645962	263.690220	13.645962
42.	20.822974	0.047956	264.690220	12.693910	284.530494	13.693910
43.	22.416302	0.044610	285.530494	12.738520	306.946996	13.738520
44.	24.079739	0.041490	307.946996	12.780026	331.045211	13.780026
45.	25.946609	0.038603	332.045211	12.818629	356.949360	13.818629
46.	27.947702	0.035910	357.949360	12.854539	384.817062	13.854539
47.	29.976200	0.033404	385.817062	12.887943	414.753342	13.887943
48.	32.101901	0.031074	415.753342	12.919017	446.930043	13.919017
49.	34.393113	0.028906	447.930043	12.947922	481.529957	13.947922
50.	37.109747	0.026809	482.529957	12.974012	510.719703	13.974012

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 0 %					
	WFC	WIC	WFO	WFO	WFA	WFA
1.	1.00000	0.929726	1.00000	0.929726	1.00000	1.929726
2.	1.16440	0.857239	2.00000	1.792265	2.24440	2.792265
3.	1.29712	0.792632	3.24440	2.577977	3.56112	3.577977
4.	1.36497	0.725630	4.56112	3.312127	4.86661	4.312127
5.	1.44529	0.660563	5.86661	3.992710	6.23529	4.992710
6.	1.50674	0.630170	7.35979	4.622900	7.92290	5.622900
7.	1.713624	0.583490	8.92290	5.206378	9.63629	6.296378
8.	1.850930	0.540249	10.63629	5.746639	11.48739	6.746639
9.	1.99993	0.500249	12.48739	6.244688	13.48636	7.244688
10.	2.13075	0.463193	14.48636	6.710001	15.64500	7.710001
11.	2.25169	0.428083	16.64500	7.130764	17.977127	8.190764
12.	2.318170	0.397116	18.977127	7.536478	20.495297	8.536478
13.	2.71624	0.367690	21.495297	7.963776	23.214929	8.963776
14.	2.927194	0.340461	24.214929	8.242237	26.152114	9.242237
15.	3.172169	0.315242	27.152114	8.599479	29.324283	9.599479
16.	3.429943	0.291090	30.324283	8.951869	32.730224	9.951869
17.	3.70010	0.270269	33.730224	9.121630	36.490294	10.121630
18.	3.99626	0.250749	37.450294	9.371007	40.646264	10.371007
19.	4.31570	0.231712	41.646264	9.663599	44.761963	10.663599
20.	4.66957	0.214950	45.761963	9.910147	49.429272	10.910147
21.	5.02934	0.198636	50.429272	10.016083	54.456756	11.016083
22.	5.43650	0.183941	55.456756	10.200744	59.892294	11.200744
23.	5.87164	0.170319	60.892294	10.371099	65.794760	11.371099
24.	6.34110	0.157699	66.764760	10.528730	72.18991	11.528730
25.	6.846075	0.146010	73.18991	10.674776	78.95416	11.674776
26.	7.39633	0.135282	79.95416	10.809978	86.330769	11.809978
27.	7.99062	0.125107	87.350769	10.935165	94.33083	11.935165
28.	8.627104	0.115914	95.33083	11.051879	102.93997	12.051879
29.	9.31725	0.107328	103.96997	11.158406	112.20212	12.158406
30.	10.06267	0.999377	113.26312	11.257783	122.34969	12.257783
31.	10.867630	0.892016	123.34969	11.349799	133.21839	12.349799
32.	11.737903	0.803290	134.21839	11.434999	144.95622	12.434999
33.	12.676930	0.728889	145.93622	11.513888	157.62672	12.513888
34.	13.69134	0.670045	158.62672	11.586794	171.18005	12.586794
35.	14.783344	0.617635	172.31685	11.654540	186.182136	12.654540
36.	15.960172	0.562625	187.182136	11.717193	202.678322	12.717193
37.	17.245636	0.515786	203.078322	11.775179	219.919949	12.775179
38.	18.625276	0.473649	220.319949	11.828649	237.941224	12.828649
39.	20.113290	0.434971	238.941224	11.878382	256.656321	12.878382
40.	21.719322	0.400691	259.056321	11.924413	276.181043	12.924413
41.	23.442404	0.369212	280.781043	11.967293	303.243527	12.967293
42.	25.297462	0.339464	304.243527	12.006699	328.960499	13.006699
43.	27.366641	0.311541	329.388889	12.043290	353.949650	13.043290
44.	29.559772	0.285334	356.949650	12.077874	383.595622	13.077874
45.	31.920930	0.261329	386.395622	12.109482	417.626672	13.109482
46.	34.479064	0.239907	418.426672	12.137449	451.990130	13.137449
47.	37.229113	0.221639	452.900130	12.162167	489.122170	13.162167
48.	40.218574	0.206069	490.132170	12.189137	529.342744	13.189137
49.	43.427420	0.192827	530.342744	12.212163	572.781664	13.212163
50.	46.961613	0.181321	573.778164	12.232485	619.671777	13.232485

0000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

N	TASA DE INTERES 0.5 %					
	VFIC	VFIC	VF60	VF60	VF60	VF60
1.	1.005000	0.921639	1.000000	0.921639	1.005000	1.921639
2.	1.177225	0.849495	2.005000	1.771114	2.262225	2.771114
3.	1.377209	0.792990	3.262225	2.954022	3.539514	3.954022
4.	1.303099	0.721574	4.539514	3.275397	4.925679	4.275397
5.	1.503657	0.665045	5.925379	3.946642	6.429030	4.946642
6.	1.631660	0.612945	7.429030	4.552567	8.060497	5.952567
7.	1.770182	0.564974	9.060497	5.118514	9.836439	6.118514
8.	1.920660	0.520660	10.836439	5.639183	11.751144	6.639183
9.	2.083056	0.479080	12.751144	6.119663	13.825099	7.119663
10.	2.260983	0.442205	14.825099	6.561340	16.069080	7.561340
11.	2.453167	0.407636	17.069080	6.968994	18.509750	7.968994
12.	2.661686	0.375782	19.509750	7.346686	21.210936	8.346686
13.	2.887930	0.346269	22.210936	7.690935	24.090864	8.690935
14.	3.133404	0.319142	25.090864	8.010097	27.232769	9.010097
15.	3.399743	0.294140	28.282269	8.304237	30.638012	9.304237
16.	3.688721	0.271097	31.632012	8.573533	34.320783	9.573533
17.	4.002262	0.249089	35.229783	8.825192	38.322994	9.825192
18.	4.342955	0.229295	39.222994	9.055476	42.663450	10.055477
19.	4.711563	0.212244	43.665456	9.267720	47.377014	10.267720
20.	5.112046	0.195416	48.377014	9.463337	52.489660	10.463337
21.	5.546370	0.180270	53.489660	9.643620	58.016630	10.643620
22.	6.016029	0.166167	59.036630	9.809794	64.058639	10.809794
23.	6.523911	0.153190	65.053639	9.962945	70.583219	10.962945
24.	7.069574	0.141152	71.583219	10.104097	77.667793	11.104097
25.	7.654632	0.130094	78.667793	10.234191	85.354356	11.234191
26.	8.280137	0.119902	86.354356	10.354093	93.694693	11.354093
27.	8.949049	0.110509	94.694693	10.464602	102.749742	11.464602
28.	9.663189	0.101831	103.749742	10.566453	112.561940	11.566453
29.	10.423767	0.093872	113.561940	10.660326	123.214724	11.660326
30.	11.232252	0.086430	124.214724	10.746044	134.772970	11.746044
31.	12.090793	0.079740	135.772970	10.824504	147.315681	11.824504
32.	13.000463	0.073793	148.315681	10.900070	160.929044	11.900070
33.	14.063229	0.068576	161.929044	10.970113	175.682574	11.970113
34.	16.018104	0.064029	176.682574	11.036243	191.701670	12.036243
35.	17.376440	0.059739	192.701670	11.097781	209.001320	12.097781
36.	18.956912	0.055681	210.001320	11.146012	227.730233	12.146012
37.	20.699730	0.049876	228.930233	11.189649	248.979982	12.189649
38.	22.190829	0.045047	249.397982	11.231736	270.794811	12.231736
39.	24.003729	0.041310	271.994811	11.276295	294.682544	12.276295
40.	26.130616	0.038266	295.682544	11.314520	320.915956	12.314520
41.	28.584322	0.035260	321.015956	11.349700	349.169970	12.349700
42.	30.764440	0.032985	350.169970	11.382293	379.934310	12.382293
43.	33.079417	0.029929	380.934310	11.412252	410.318793	12.412252
44.	36.216660	0.027612	414.318793	11.439844	449.590664	12.439844
45.	39.293004	0.025440	450.530440	11.465312	488.925080	12.465312
46.	42.639166	0.023433	489.025080	11.488767	531.666634	12.488767
47.	46.299156	0.021617	532.666634	11.510904	577.719010	12.510904
48.	50.191104	0.019924	570.719010	11.530360	627.910994	12.530360
49.	54.457435	0.018363	620.910994	11.548071	682.360420	12.548071
50.	59.066316	0.016924	683.360420	11.564595	741.454745	12.564595

0000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

N	TASA DE INTERES 9 %					
	WFIC	WVIC	WFAO	WPAO	WFAA	WPAF
1.	1.000000	0.917431	1.000000	0.917431	1.000000	1.917431
2.	1.100100	0.941600	2.090000	1.759111	2.270100	2.759111
3.	1.295029	0.772103	3.270100	2.531295	3.531295	3.531295
4.	1.411502	0.600425	4.570129	3.239720	4.904711	4.239720
5.	1.530024	0.649931	5.900111	3.009631	6.322325	4.009631
6.	1.677100	0.596267	7.523335	4.405919	8.200435	5.405919
7.	1.820039	0.547034	9.200435	5.032953	10.020474	6.032953
8.	1.972563	0.501066	11.020474	5.530019	12.021036	6.530019
9.	2.171093	0.460020	13.021036	5.995207	14.192930	6.995207
10.	2.367664	0.422411	15.192930	6.417630	16.560293	7.417630
11.	2.500026	0.387533	17.560293	6.005191	19.140720	7.005191
12.	2.612665	0.355335	20.140720	7.160725	21.953305	8.160725
13.	3.065005	0.326179	22.953305	7.066994	25.019109	8.066994
14.	3.241727	0.299784	26.019109	7.704150	29.360916	8.704150
15.	3.642002	0.274530	29.360916	8.060600	32.003299	9.060600
16.	3.978306	0.251070	33.003299	8.325530	35.973705	9.325530
17.	4.027633	0.231073	36.973705	8.543631	40.001330	9.543631
18.	4.751720	0.211994	41.001330	8.756425	45.010430	9.756425
19.	5.161661	0.194490	46.010430	8.950115	50.160120	9.950115
20.	5.600411	0.178431	51.160120	9.120546	55.764531	10.120546
21.	6.100000	0.163690	56.764531	9.292244	61.073300	10.292244
22.	6.650000	0.150102	62.073300	9.442425	66.531939	10.442425
23.	7.257076	0.137701	69.531939	9.500207	75.709913	10.500207
24.	7.911003	0.126412	76.709913	9.706612	81.706612	10.706612
25.	8.623001	0.115960	84.700096	9.822500	92.329977	10.822500
26.	9.399130	0.106393	93.329977	9.970972	101.720120	10.970972
27.	10.245002	0.097600	102.720120	10.026500	111.940217	11.026500
28.	11.167100	0.089500	112.940217	10.116120	123.135357	11.116120
29.	12.172102	0.082135	124.135357	10.190203	135.307339	11.190203
30.	13.267679	0.075371	136.307339	10.270654	148.575217	11.270654
31.	14.661770	0.069140	149.575217	10.348902	163.036907	11.348902
32.	15.763329	0.063430	164.036907	10.406300	178.000316	11.406300
33.	17.102020	0.058200	179.000316	10.464441	193.902304	11.464441
34.	18.720411	0.053395	196.902304	10.517025	214.710705	11.517025
35.	20.419960	0.048904	213.710705	10.564022	235.124723	11.564022
36.	22.291225	0.044941	236.124723	10.611760	257.375300	11.611760
37.	24.253035	0.041231	258.375300	10.659993	281.629700	11.659993
38.	26.406601	0.037826	282.629700	10.690020	308.064444	11.690020
39.	28.019902	0.034703	309.066464	10.723370	336.002444	11.723370
40.	31.009120	0.031830	337.002444	10.757000	366.291044	11.757000
41.	34.236260	0.029209	369.291044	10.790549	402.520194	11.790549
42.	37.317332	0.026797	403.570194	10.813366	449.943666	11.813366
43.	40.676110	0.024504	440.043666	10.837951	488.321776	11.837951
44.	44.306160	0.022335	481.531776	10.860505	524.950705	11.860505
45.	48.227204	0.020692	523.050705	10.881197	573.106022	11.881197
46.	52.676702	0.019094	574.106022	10.900101	625.062764	11.900101
47.	57.417669	0.017416	626.062764	10.917997	681.200412	11.917997
48.	62.505237	0.015970	684.200412	10.935776	745.065449	11.935776
49.	68.217909	0.014639	746.065449	10.948234	814.002350	11.948234
50.	74.257320	0.013449	815.002350	10.961603	888.441070	11.961603

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 9.5 %					
	VPIC	VPIC	VPAD	VPAD	VPAM	VPAM
1.	1.095000	0.918242	1.000000	0.913242	1.095000	1.912242
2.	1.199025	0.834011	2.095000	1.747253	2.294025	2.747253
3.	1.312932	0.761454	3.294025	2.500907	3.686957	3.909907
4.	1.437441	0.699574	4.684957	3.264481	5.044410	4.704401
5.	1.574229	0.648229	6.044610	3.937709	6.410057	5.497709
6.	1.723791	0.598117	7.410057	4.419025	7.842649	6.419025
7.	1.887952	0.549787	8.842649	4.949612	9.340700	7.496112
8.	2.068069	0.493024	10.290200	5.433436	10.907600	8.633436
9.	2.265222	0.441040	11.797049	5.875204	12.540291	9.875204
10.	2.478220	0.403514	13.360291	6.270790	14.240519	11.270790
11.	2.718459	0.368504	15.036519	6.647304	16.007519	12.747304
12.	2.971457	0.336535	16.752170	6.993839	17.840283	14.303839
13.	3.237945	0.307330	18.522435	7.291170	19.737700	15.911700
14.	3.518051	0.280674	20.349700	7.571052	21.690281	17.571052
15.	3.801322	0.256323	22.2360281	7.826175	23.698153	19.286175
16.	4.271940	0.234405	24.141553	8.048260	25.752610	21.048260
17.	4.877703	0.213777	26.119501	8.270037	27.853833	22.853777
18.	5.122172	0.195230	28.191263	8.471267	29.990281	24.712670
19.	5.600770	0.178292	30.319455	8.649230	32.122234	26.649230
20.	6.141612	0.162024	32.4412234	8.812302	34.260046	28.630046
21.	6.725063	0.146497	34.626004	8.961000	36.390912	30.661000
22.	7.363947	0.135797	36.900912	9.096876	38.525250	32.735250
23.	8.048322	0.124015	39.232050	9.220092	40.663000	34.853000
24.	8.829756	0.112756	41.616000	9.334100	42.799956	36.999956
25.	9.688344	0.103430	44.049956	9.437504	44.934000	39.134000
26.	10.586039	0.094557	46.514000	9.530304	47.066000	41.266000
27.	11.522110	0.086262	49.011150	9.610296	49.197000	43.397000
28.	12.497900	0.078770	51.540700	9.678074	51.327000	45.527000
29.	13.509929	0.071943	54.107677	9.734010	53.456000	47.656000
30.	14.552013	0.065702	56.707004	9.778719	55.584000	49.784000
31.	15.624243	0.060002	59.334000	9.812721	57.711000	51.911000
32.	16.727930	0.054796	61.984000	9.836517	59.837000	54.037000
33.	17.863242	0.050042	64.660000	9.850259	61.962000	56.162000
34.	19.030150	0.045700	67.360000	9.854259	64.086000	58.286000
35.	20.229007	0.041736	70.080000	9.848995	66.209000	60.409000
36.	21.460445	0.038115	72.820000	9.834509	68.331000	62.531000
37.	22.724027	0.034800	75.580000	9.810917	70.453000	64.653000
38.	24.019094	0.031700	78.360000	9.778705	72.575000	66.775000
39.	25.344941	0.028930	81.160000	9.737247	74.697000	68.897000
40.	26.701900	0.026512	84.000000	9.687247	76.819000	71.019000
41.	28.090294	0.024211	86.870000	9.629466	78.941000	73.141000
42.	29.510200	0.022111	89.770000	9.564369	81.063000	75.263000
43.	30.962022	0.020193	92.700000	9.492602	83.185000	77.385000
44.	32.445799	0.018441	95.660000	9.414677	85.307000	79.507000
45.	33.961942	0.016841	98.640000	9.330943	87.429000	81.629000
46.	35.510200	0.015300	101.640000	9.241829	89.551000	83.751000
47.	37.090294	0.013805	104.660000	9.147846	91.673000	85.873000
48.	38.701000	0.012327	107.700000	9.049296	93.795000	87.995000
49.	40.342611	0.011174	110.760000	8.946610	95.917000	90.117000
50.	42.014721	0.010100	113.840000	8.840300	98.039000	92.239000

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

TASA DE INTERES 10 %

N	VFIC	VFIC	VFMA	VFMA	VFMA	VFMA
1.	1.100000	0.999991	1.000000	0.999991	1.100000	1.999991
2.	1.210000	0.876444	2.100000	1.735537	2.310000	2.735537
3.	1.331000	0.751815	3.310000	2.486852	3.641000	3.486852
4.	1.464100	0.626012	4.641000	3.169645	5.105100	4.169645
5.	1.610310	0.500921	6.105100	3.790787	6.715610	4.790787
6.	1.771561	0.376474	7.715610	4.355261	8.407171	5.355261
7.	1.948717	0.251813	9.407171	4.860419	10.185000	5.940419
8.	2.142809	0.126987	11.405000	5.304976	12.579477	6.504976
9.	2.353940	0.024090	13.579477	5.799024	14.937423	6.799024
10.	2.593242	0.085543	15.937423	6.144567	17.531167	7.144567
11.	2.851817	0.020494	18.531167	6.493061	20.304204	7.493061
12.	3.130620	0.318631	21.304204	6.813492	23.322712	7.813492
13.	3.432271	0.289464	24.322712	7.103956	26.574904	8.103956
14.	3.757996	0.243351	27.574904	7.366487	30.772402	8.366487
15.	4.117240	0.209992	31.772402	7.600000	34.949790	8.600000
16.	4.510478	0.177629	35.949790	7.823709	39.544703	8.823709
17.	4.938499	0.147045	40.544703	8.021350	44.999174	9.021350
18.	5.401917	0.119009	45.599174	8.201412	50.199991	9.201412
19.	5.901909	0.143500	51.199991	8.364920	56.275000	9.364920
20.	6.438750	0.140444	57.275000	8.518564	63.007500	9.518564
21.	7.012500	0.135131	64.007500	8.660494	70.482500	9.660494
22.	7.622750	0.128946	71.482750	8.771540	78.543076	9.771540
23.	8.270000	0.111678	79.543076	8.863218	87.197220	9.863218
24.	8.954976	0.101324	88.497220	8.940764	97.347061	9.940764
25.	10.084704	0.092294	98.247061	9.077940	108.101767	10.077940
26.	11.161877	0.083995	109.101767	9.160949	120.099946	10.160946
27.	12.189994	0.076270	121.099946	9.237223	133.209990	10.237223
28.	13.269994	0.069243	134.209990	9.306567	147.430992	10.306567
29.	14.402993	0.063009	148.430992	9.369666	162.894076	10.369666
30.	17.409003	0.057309	164.494076	9.426916	180.943070	10.426916
31.	19.194000	0.052099	181.943070	9.479019	200.197771	10.479019
32.	21.118777	0.047362	201.197771	9.526376	221.251940	10.526376
33.	23.225193	0.043057	222.251940	9.569432	244.474704	10.569432
34.	25.547670	0.039143	245.474704	9.608573	270.024174	10.608573
35.	28.102437	0.035604	271.024374	9.644159	298.126012	10.644159
36.	30.912681	0.032349	299.126012	9.676506	329.439493	10.676506
37.	34.003949	0.029400	330.439493	9.705917	363.943442	10.705917
38.	37.404344	0.026795	364.943442	9.732651	400.647707	10.732651
39.	41.144779	0.024504	401.647707	9.756956	441.592566	10.756956
40.	45.239257	0.022595	442.592566	9.779051	486.851023	10.779051
41.	49.705182	0.020904	487.851023	9.799137	536.457005	10.799137
42.	54.763761	0.019410	537.457005	9.817397	591.400706	10.817397
43.	60.740071	0.018060	592.400706	9.833990	651.644777	10.833990
44.	66.864070	0.016819	652.640777	9.849009	717.940023	10.849009
45.	72.090004	0.015719	718.904023	9.862500	790.792342	10.862500
46.	78.179534	0.014742	791.795342	9.875200	870.174076	10.875200
47.	80.197400	0.013830	871.974076	9.886610	959.172364	10.886610
48.	97.017236	0.013007	960.172364	9.896926	1056.109600	10.896926
49.	104.719960	0.009370	1057.109600	9.906296	1162.900560	10.906296
50.	117.990056	0.008319	1163.900560	9.914014	1280.299420	10.914015



\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

TASA DE INTERES 15 %						
N	WIC	WIC	WFO	WFO	WFA	WFA
1.	1.130000	0.069565	1.000000	0.069565	1.130000	1.069565
2.	1.322500	0.756144	2.150000	1.625709	2.472500	2.625709
3.	1.530075	0.657916	3.472500	2.283225	3.993775	3.283225
4.	1.749004	0.571753	4.993775	2.854770	5.747001	3.854970
5.	2.011857	0.497177	6.742301	3.352135	7.752700	4.352135
6.	2.313061	0.432329	8.753700	3.794403	10.066799	4.794403
7.	2.660020	0.375937	11.066799	4.160420	12.726119	5.160420
8.	3.059029	0.326992	13.726119	4.467322	15.793047	5.467322
9.	3.517074	0.284362	16.793047	4.771504	19.303716	5.771504
10.	4.043030	0.247185	20.303716	5.018769	23.249770	6.018769
11.	4.632991	0.214943	24.349776	5.237712	28.061660	6.237712
12.	5.296720	0.186967	29.061660	5.420419	33.351918	6.420419
13.	6.032700	0.162320	34.351910	5.583147	39.504705	6.583147
14.	7.875704	0.141329	40.504705	5.724476	46.900411	6.724476
15.	8.137062	0.122894	47.900411	5.847370	54.717473	6.847370
16.	9.357621	0.106465	55.717473	5.954220	64.070094	6.954220
17.	10.761204	0.092724	65.070094	6.047161	74.856250	7.047161
18.	12.375454	0.080605	75.856250	6.127966	87.211012	7.127966
19.	14.231772	0.070265	88.211012	6.198231	101.448204	7.198231
20.	16.366530	0.061100	102.448204	6.259231	117.010121	7.259231
21.	18.821910	0.053181	116.010121	6.312962	134.631639	7.312962
22.	21.644796	0.046291	132.631639	6.359663	154.376805	7.359663
23.	24.891426	0.040174	151.376803	6.399037	176.167043	7.399037
24.	28.625137	0.034970	184.167043	6.432771	200.070820	7.432771
25.	32.910732	0.030270	212.793020	6.461449	244.711973	7.461449
26.	37.856796	0.026415	245.711973	6.485064	282.548769	7.485064
27.	43.535113	0.022970	283.548769	6.513534	324.104000	7.513534
28.	50.063615	0.019974	327.104004	6.536900	374.149197	7.536900
29.	57.575420	0.017369	377.149197	6.555077	433.745152	7.555077
30.	66.211770	0.015103	434.745152	6.568900	499.956225	7.568900
31.	76.142530	0.013193	500.956225	6.579110	576.100464	7.579110
32.	87.363070	0.011620	577.100464	6.585833	663.683530	7.585833
33.	100.479830	0.009921	664.683534	6.600443	764.303264	7.600443
34.	115.900000	0.008625	765.365366	6.609099	880.170169	7.609099
35.	133.173520	0.007509	881.170169	6.616667	1013.345690	7.616667
36.	153.151054	0.006529	1014.045690	6.623137	1166.077200	7.623137
37.	176.124482	0.005670	1167.497200	6.628015	1342.622100	7.628015
38.	202.543327	0.004937	1343.622100	6.631752	1545.163510	7.631752
39.	232.724027	0.004293	1546.163510	6.634045	1770.090300	7.634045
40.	267.063531	0.003723	1770.090340	6.641770	2045.953900	7.641770
41.	306.004004	0.003216	2046.953990	6.643625	2353.996970	7.643625
42.	354.249546	0.002732	2354.916970	6.647040	2706.246320	7.647040
43.	407.906970	0.002295	2709.246320	6.650302	3115.633306	7.650302
44.	468.493029	0.001924	3116.633500	6.652437	3594.170530	7.652437
45.	530.749770	0.001616	3595.120530	6.654493	4122.077810	7.654493
46.	619.504671	0.001344	4123.077010	6.655907	4702.402400	7.655907
47.	712.572072	0.001103	4743.402400	6.657810	5335.000400	7.657810
48.	819.400720	0.000820	5454.000400	6.659231	6074.003900	7.659231
49.	942.310030	0.000611	6275.003900	6.659970	7116.716430	7.659970
50.	1083.637460	0.000923	7217.716430	6.660519	8306.879000	7.660519

000000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

TASA DE INTERES 20 %

N	VFIC	VFIC	VFA0	VPA0	VFA0	VFA0
1.	1.200000	0.833333	1.000000	0.833333	1.200000	1.033333
2.	1.400000	0.694444	2.200000	1.527778	2.400000	2.527778
3.	1.720000	0.570704	3.600000	2.104401	4.360000	3.104401
4.	2.073600	0.462253	5.360000	2.508735	6.441600	3.508735
5.	2.468320	0.401070	7.441600	2.990612	8.929920	3.990612
6.	2.903904	0.394090	9.929920	3.325510	11.915904	4.325510
7.	3.383181	0.279082	12.915904	3.604592	15.499983	4.604592
8.	4.299017	0.232568	16.499983	3.837160	19.798902	4.837160
9.	5.139790	0.192807	20.798902	4.030967	24.930482	5.030967
10.	6.191736	0.161506	25.930482	4.192472	31.150419	5.192472
11.	7.430004	0.134580	32.150419	4.327960	38.508382	5.327960
12.	8.916100	0.112157	39.508382	4.439217	47.066403	5.439217
13.	10.699321	0.093464	46.996403	4.532681	56.919592	5.532681
14.	12.839105	0.077807	55.939223	4.610567	68.025100	5.610567
15.	15.407022	0.064993	65.635100	4.675473	80.442130	5.675473
16.	18.460426	0.054980	77.442130	4.729561	94.290256	5.729561
17.	22.106111	0.046979	103.930256	4.774634	122.116607	5.774634
18.	26.623333	0.037561	128.116607	4.812195	152.760000	5.812195
19.	31.940000	0.031901	154.740000	4.843496	185.600000	5.843496
20.	38.337400	0.024804	184.600000	4.869580	224.925600	5.869580
21.	46.005120	0.021737	225.825600	4.891316	279.630721	5.891316
22.	55.206104	0.018114	271.630721	4.909430	325.736665	5.909430
23.	66.243723	0.015093	326.236665	4.924325	391.404200	5.924325
24.	79.496040	0.012579	392.404200	4.937104	478.981004	5.937104
25.	95.996217	0.010403	471.981004	4.947507	566.577303	5.947507
26.	114.675441	0.008729	567.577303	4.956323	660.852764	5.956323
27.	137.370253	0.007206	681.852764	4.963682	770.223317	5.963682
28.	164.044665	0.006464	819.223317	4.969660	903.867981	5.969660
29.	197.013996	0.006023	984.067981	4.974724	1100.001300	5.974724
30.	237.376315	0.004213	1181.001300	4.978936	1410.257090	5.978936
31.	284.051579	0.003511	1419.257090	4.982447	1783.109470	5.982447
32.	341.821094	0.002926	1704.109470	4.985373	2244.931370	5.985373
33.	410.106370	0.002430	2045.931370	4.987810	2835.117600	5.987810
34.	492.223320	0.002032	2456.117600	4.989842	3447.341170	5.989842
35.	590.668290	0.001693	2940.341170	4.991533	4330.009900	5.991533
36.	700.001001	0.001411	3539.009900	4.992966	5266.011290	5.992966
37.	828.562257	0.001176	4247.011290	4.994122	6077.572566	5.994122
38.	1020.674710	0.000980	5090.373540	4.995101	6118.000230	5.995101
39.	1224.009430	0.000816	6119.000230	4.995910	7042.857900	5.995910
40.	1449.771500	0.000680	7343.857900	4.996598	8012.639400	5.996598
41.	1730.729900	0.000567	8813.629400	4.997163	10576.335400	5.997163
42.	2116.071000	0.000472	10577.235400	4.997630	12692.024500	5.997630
43.	2539.765290	0.000394	12699.235400	4.998031	15222.591000	5.998031
44.	3047.716250	0.000329	15223.591000	4.998359	18200.310100	5.998359
45.	3657.262020	0.000273	18201.310100	4.998633	21937.572100	5.998633
46.	4380.714430	0.000220	21930.572100	4.998861	26326.206400	5.998861
47.	5226.437310	0.000190	26327.206400	4.999051	31392.743900	5.999051
48.	6119.740700	0.000150	31393.743900	4.999209	37112.402700	5.999209
49.	7083.690330	0.000132	37113.402700	4.999341	43496.191200	5.999341
50.	8100.430250	0.000110	43497.191200	4.999451	50996.629500	5.999451

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

TASA DE INTERES 25 %

N	WFIC	WFIC	WFAO	WPAO	WFAA	WFAA
1.	1.250000	0.000000	1.000000	0.000000	1.250000	1.000000
2.	1.562500	0.000000	2.250000	1.400000	2.812500	2.400000
3.	1.953125	0.512000	3.812500	1.952000	4.765625	2.952000
4.	2.411875	0.409600	5.765625	2.261600	7.207875	3.261600
5.	3.051750	0.227600	8.207511	2.407200	10.256789	3.607200
6.	3.814625	0.104100	11.250789	2.951124	14.079406	3.951124
7.	4.768372	0.209715	15.073486	3.161139	18.841858	4.161139
8.	5.968664	0.167772	19.841858	3.229111	24.802272	4.229111
9.	7.459381	0.104218	25.802272	3.461129	32.252903	4.461129
10.	9.318226	0.107374	33.252903	3.579583	41.566129	4.579583
11.	11.641332	0.082099	42.566129	3.654403	53.207461	4.654403
12.	14.551915	0.068719	54.207461	3.751122	67.797374	4.751122
13.	18.189894	0.054976	68.797374	3.780090	85.949470	4.780090
14.	22.717360	0.043906	86.949470	3.824070	108.684830	4.824070
15.	28.421709	0.035184	109.684830	3.892263	137.100947	4.892263
16.	35.327137	0.028167	138.100947	3.887410	172.635694	4.887410
17.	44.400921	0.022518	173.635694	3.909720	217.041603	4.909720
18.	55.511151	0.018014	218.041603	3.977942	272.935756	4.977942
19.	69.800939	0.014412	273.935756	3.942254	341.941695	4.942254
20.	86.736174	0.011529	342.941695	3.953003	428.600649	4.953003
21.	106.426217	0.009222	429.600649	3.963107	537.101806	4.963107
22.	129.525271	0.007379	530.101806	3.970485	672.624350	4.970485
23.	156.406309	0.005983	673.624350	3.976300	842.822947	4.976300
24.	187.730237	0.004722	843.622947	3.981111	1053.791100	4.981111
25.	224.197794	0.003770	1054.791100	3.984000	1318.400900	4.984000
26.	266.872245	0.003022	1319.400900	3.987011	1649.361220	4.987011
27.	316.890364	0.002418	1650.361220	3.990239	2042.951530	4.990239
28.	376.497003	0.001934	2043.951530	3.992263	2579.899410	4.992263
29.	446.794053	0.001547	2580.994110	3.993010	3226.174270	4.993010
30.	528.793547	0.001230	3227.174270	3.995040	4023.967830	4.995040
31.	623.741960	0.000990	4024.967830	3.996039	5043.709790	4.996039
32.	732.177490	0.000792	5044.709790	3.996831	6305.007240	4.996831
33.	857.721010	0.000634	6306.007240	3.997443	7803.607030	4.997443
34.	1001.152260	0.000507	7804.607030	3.997972	9555.761310	4.997972
35.	1163.190330	0.000404	9556.761310	3.998377	12329.951600	4.998377
36.	1344.467910	0.000325	12321.951600	3.998702	15402.439300	4.998702
37.	1545.639890	0.000268	15403.439300	3.998942	19254.399400	4.998942
38.	1768.624060	0.000220	19255.299400	3.999169	24049.124300	4.999169
39.	2014.331070	0.000184	24070.124300	3.999323	30007.435400	4.999323
40.	2283.163040	0.000153	30000.435400	3.999468	37610.819200	4.999468
41.	2585.934000	0.000126	37611.819200	3.999575	47104.774000	4.999575
42.	2923.643500	0.000095	47013.774000	3.999660	58769.717300	4.999660
43.	3307.679400	0.000068	58770.717300	3.999720	73643.096000	4.999720
44.	3739.699200	0.000054	73644.096000	3.999762	91830.496100	4.999762
45.	4220.874000	0.000044	91831.496100	3.999784	114709.370000	4.999784
46.	4762.992300	0.000033	114710.370000	3.999801	143407.963000	4.999801
47.	5367.346600	0.000022	143408.963000	3.999809	179361.203000	4.999809
48.	6035.550000	0.000018	179362.203000	3.999911	224202.754000	4.999911
49.	6769.190300	0.000010	224203.754000	3.999929	280254.493000	4.999929
50.	7569.422200	0.000014	280255.493000	3.999943	350319.616000	4.999943

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

TABA DE INTERES 30 %

N	W1C	W1C	W1A0	W1A0	W1A0	W1A0
1.	1.000000	0.749231	1.000000	0.749231	1.000000	1.759231
2.	1.690000	0.591716	2.000000	1.346947	2.990000	2.346947
3.	2.197000	0.453166	3.990000	1.816113	5.187000	2.816113
4.	2.856100	0.350120	6.187000	2.166241	8.043100	3.166241
5.	3.712900	0.269329	9.043100	2.435370	11.754000	3.435370
6.	4.826000	0.207176	12.754000	2.642746	16.582839	3.642746
7.	6.274052	0.159366	17.582839	2.802112	22.057491	3.802112
8.	8.157907	0.122509	23.057491	2.924702	31.014990	3.924702
9.	10.604499	0.094300	32.014990	3.019001	41.819497	4.019001
10.	13.792609	0.072530	42.619497	3.091540	55.003347	4.091540
11.	17.921604	0.055379	56.403947	3.147330	71.326936	4.147330
12.	23.290003	0.042922	74.326936	3.190260	91.625034	4.190260
13.	30.207511	0.033017	97.625034	3.222277	126.912544	4.222277
14.	39.373764	0.025399	127.912544	3.246475	166.206310	4.246475
15.	51.182923	0.019537	167.206310	3.262811	217.472203	4.262811
16.	66.541661	0.015020	210.472203	3.269797	284.612064	4.269797
17.	84.504139	0.011560	265.612064	3.294000	370.510023	4.294000
18.	112.425407	0.008892	371.510023	3.303492	482.979430	4.303492
19.	146.192929	0.006690	483.979430	3.310532	629.165499	4.310532
20.	190.049430	0.005212	630.165499	3.315794	819.215097	4.315794
21.	247.044529	0.004040	820.215097	3.319042	1066.279630	4.319042
22.	321.182000	0.003113	1067.279630	3.322935	1387.463510	4.322935
23.	417.530954	0.002395	1380.463510	3.323550	1805.002570	4.323550
24.	542.000770	0.001842	1806.002570	3.327192	2347.002340	4.327192
25.	705.641007	0.001417	2348.002340	3.326610	3053.444340	4.326610
26.	917.333203	0.001090	3054.444340	3.329700	3970.777640	4.329700
27.	1192.532790	0.000829	3971.777640	3.330530	5163.010940	4.330530
28.	1550.293200	0.000645	5164.310940	3.331103	6718.604120	4.331103
29.	2019.201260	0.000496	6716.604220	3.331679	8720.985800	4.331679
30.	2619.995640	0.000382	8729.985400	3.332041	11300.901100	4.332041
31.	3405.994360	0.000294	11349.901100	3.332935	14754.975300	4.332935
32.	4427.792660	0.000226	14753.975300	3.332501	19182.740100	4.332501
33.	5756.130430	0.000174	19103.740100	3.332754	24930.090300	4.332754
34.	7482.949560	0.000134	24929.090300	3.332000	32421.040100	4.332000
35.	9727.640430	0.000103	32422.040100	3.332991	42149.720300	4.332991
36.	12646.210400	0.000079	42136.720300	3.333070	54795.947100	4.333070
37.	16440.004100	0.000061	54796.947100	3.333131	71236.031200	4.333131
38.	21372.109400	0.000047	71237.031200	3.333177	91600.140600	4.333177
39.	27703.742200	0.000036	92409.140600	3.333213	120991.000300	4.333213
40.	36110.060400	0.000029	120992.000300	3.333241	156310.747000	4.333241
41.	46926.324200	0.000021	156311.747000	3.333262	203443.272000	4.333262
42.	61040.001300	0.000016	203446.272000	3.333279	264306.133000	4.333279
43.	79323.146100	0.000013	264347.133000	3.333291	343039.300000	4.333291
44.	103139.090000	0.000010	343040.300000	3.333301	447010.390000	4.333301
45.	134104.017000	0.000007	447019.390000	3.333300	581125.200000	4.333300
46.	174330.062000	0.000006	581126.200000	3.333314	750446.000000	4.333314
47.	226640.320000	0.000004	750445.000000	3.333319	982104.300000	4.333319
48.	294622.677000	0.000003	982105.300000	3.333322	1276737.200000	4.333322
49.	383021.400000	0.000003	1276730.200000	3.333325	1639739.700000	4.333325
50.	497929.220000	0.000002	1639740.700000	3.333327	2157600.970000	4.333327

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 35 %					
	WIC	WTC	WFA0	WPA0	WFAA	WPA A
1.	1.330000	0.740741	1.000000	0.740741	1.330000	1.740741
2.	1.027500	0.540477	2.250000	1.209430	3.172500	2.209430
3.	2.440375	0.464442	4.172500	1.690000	5.632075	2.693000
4.	3.321500	0.361060	6.632075	1.996940	8.954301	2.996940
5.	4.400000	0.222014	9.954301	2.219961	13.430415	3.219961
6.	6.053045	0.163195	14.430415	2.305157	19.091060	3.305157
7.	0.172151	0.122367	20.491060	2.507520	27.666011	3.507520
8.	11.032404	0.090642	26.666011	2.590145	38.696415	3.590145
9.	10.093745	0.067142	39.696415	2.663300	53.590160	3.663300
10.	20.104356	0.049775	54.590160	2.715043	73.096716	3.715043
11.	27.143051	0.036041	74.696716	2.751004	100.040567	3.751004
12.	36.644190	0.027209	101.040567	2.779170	137.004765	3.779170
13.	09.449466	0.020214	130.004765	2.799307	184.954453	3.799307
14.	66.700052	0.014974	167.954453	2.814361	253.700405	3.814361
15.	96.150470	0.011072	204.730405	2.825453	343.096953	3.825453
16.	121.713934	0.008216	244.096953	2.832449	445.610090	3.832449
17.	164.313011	0.006066	286.610090	2.839725	569.924772	3.839725
18.	221.023644	0.004500	336.924772	2.844263	717.740340	3.844263
19.	299.441922	0.003339	393.740340	2.847402	891.210770	3.847402
20.	004.272574	0.002474	459.210770	2.850076	1095.403070	3.850076
21.	945.749253	0.001832	536.403070	2.851900	1331.253220	3.851900
22.	736.700620	0.001357	625.253220	2.853265	1600.041950	3.853265
23.	994.644400	0.001005	727.041950	2.854270	1903.704500	3.854270
24.	1042.797700	0.000745	833.704500	2.855015	2317.503700	3.855015
25.	1012.776320	0.000532	946.507700	2.855547	2800.200110	3.855547
26.	2447.240040	0.000409	1069.200110	2.855975	3425.520150	3.855975
27.	3363.704050	0.000303	1436.520150	2.856270	4239.310000	3.856270
28.	4460.109750	0.000224	1770.310000	2.856502	5229.570500	3.856502
29.	6021.147900	0.000166	17200.422600	2.856660	6329.570500	3.856660
30.	0120.549470	0.000123	2221.570500	2.856791	8150.120700	3.856791
31.	10973.542100	0.000091	31350.120700	2.856802	10222.642300	3.856802
32.	14014.201000	0.000060	42220.642300	2.856950	13134.944100	3.856950
33.	19999.200400	0.000050	57137.944100	2.857000	17136.226600	3.857000
34.	24999.020400	0.000037	77137.224400	2.857037	22415.253000	3.857037
35.	36440.600700	0.000027	104136.253000	2.857064	29221.942000	3.857064
36.	49205.729700	0.000020	140504.942000	2.857005	38709.672000	3.857005
37.	64427.733200	0.000015	189790.672000	2.857100	52621.740700	3.857100
38.	09677.442600	0.000011	256210.407000	2.857111	70509.050000	3.857111
39.	121044.540000	0.000000	343095.050000	2.857119	94259.390000	3.857119
40.	163437.139000	0.000006	446960.390000	2.857125	126096.530000	3.857125
41.	220440.130000	0.000005	589977.530000	2.857130	165036.679000	3.857130
42.	297064.107000	0.000003	851037.679000	2.857133	214090.060000	3.857133
43.	402116.430000	0.000002	1140901.060000	2.857136	281017.520000	3.857136
44.	542057.401000	0.000002	1531018.520000	2.857130	389073.000000	3.857130
45.	722057.600000	0.000001	2093076.000000	2.857139	282692.600000	3.857139
46.	909337.701000	0.000001	2826730.600000	2.857140	381690.370000	3.857140
47.	1235632.900000	0.000001	3816091.370000	2.857141	513173.050000	3.857141
48.	1603104.320000	0.000001	5131724.350000	2.857141	695427.070000	3.857141
49.	2434191.110000	0.000000	6954020.070000	2.857142	930918.990000	3.857142
50.	3264150.000000	0.000000	9309019.990000	2.857142	12673177.000000	3.857142

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

TABLA DE INTERES 40 %

N	WIC	WIC	WFA0	WFA0	WFA0	WFA0
1.	1.400000	0.714286	1.000000	0.714286	1.400000	1.714286
2.	1.940000	0.916294	2.000000	1.224490	3.360000	2.224490
3.	2.744000	0.964431	4.240000	1.300721	6.104000	2.500721
4.	3.041600	0.982300	7.104000	1.049229	9.945600	2.049229
5.	5.878240	0.105934	10.945600	2.035164	15.323040	3.035164
6.	7.529536	0.132610	16.323040	2.167974	23.053376	3.167974
7.	10.541350	0.094665	23.053376	2.262039	33.394727	3.262039
8.	10.757091	0.067760	34.394727	2.230599	46.152617	3.230599
9.	20.661047	0.040400	49.152617	2.270999	64.013664	3.270999
10.	20.925466	0.034572	69.013664	2.410571	87.739130	3.410571
11.	40.495452	0.024694	98.739130	2.430263	130.294702	3.430263
12.	54.679113	0.017639	139.294702	2.432904	194.920694	3.432904
13.	79.371470	0.012399	193.206694	2.440503	274.300173	3.440503
14.	111.120049	0.008999	275.300173	2.475502	385.420242	3.475502
15.	153.540097	0.006420	386.420242	2.483930	540.900330	3.483930
16.	217.795325	0.004591	541.900330	2.480521	750.794374	3.480521
17.	304.919470	0.003200	750.794374	2.491001	1043.697140	3.491001
18.	426.670030	0.002343	1044.697140	2.494144	1490.516600	3.494144
19.	597.630401	0.001670	1491.576600	2.492017	2006.206410	3.492017
20.	836.482542	0.001195	2009.706410	2.497012	2924.000970	3.497012
21.	1171.120049	0.000854	2925.000970	2.497046	4096.244560	3.497046
22.	1639.077020	0.000610	4097.244560	2.490476	5736.162300	3.490476
23.	2295.054950	0.000436	5737.162300	2.490911	8031.999340	3.490911
24.	3214.199740	0.000311	8032.999340	2.492222	11204.199100	3.492222
25.	4499.079430	0.000222	11247.199100	2.499444	15746.070700	3.499444
26.	6299.031490	0.000159	15747.070700	2.499603	22045.910200	3.499603
27.	8819.764090	0.000113	22046.910200	2.499717	30065.674300	3.499717
28.	12047.667000	0.000081	30066.674300	2.499790	40213.344000	3.499790
29.	17006.737600	0.000050	40214.344000	2.499835	54500.001700	3.499835
30.	24201.432700	0.000041	54501.001700	2.499897	74701.514400	3.499897
31.	33002.003000	0.000030	74702.514400	2.499926	102083.520000	3.499926
32.	47434.000100	0.000021	102084.520000	2.499947	140010.320000	3.499947
33.	66000.731000	0.000015	140011.320000	2.499962	192227.060000	3.499962
34.	92972.220000	0.000011	192228.060000	2.499973	265399.704000	3.499973
35.	130161.114000	0.000008	265400.704000	2.499981	365566.390000	3.499981
36.	182275.599000	0.000005	365567.390000	2.499986	500703.930000	3.499986
37.	255115.700000	0.000004	500704.930000	2.499990	682901.741000	3.499990
38.	357162.096000	0.000003	682902.741000	2.499993	930063.060000	3.499993
39.	500026.930000	0.000002	930064.060000	2.499995	1260906.770000	3.499995
40.	700037.710000	0.000001	126091.770000	2.499996	1745010.000000	3.499996
41.	990032.794000	0.000001	174502.000000	2.499997	2401011.700000	3.499997
42.	1372073.910000	0.000000	240102.700000	2.499998	3282233.100000	3.499998
43.	1920903.000000	0.000001	328224.100000	2.499999	4423130.670000	3.499999
44.	2689264.070000	0.000000	442325.670000	2.499999	6024220.500000	3.499999
45.	3764970.020000	0.000000	602426.500000	2.499999	8277094.000000	3.499999
46.	5270920.190000	0.000000	827707.000000	2.500000	11400353.500000	3.500000
47.	7279942.010000	0.000000	11400354.500000	2.500000	15827094.300000	3.500000
48.	10231679.900000	0.000000	15827097.300000	2.500000	21940776.300000	3.500000
49.	14463511.900000	0.000000	21940779.300000	2.500000	30422200.300000	3.500000
50.	20240910.700000	0.000000	30422200.300000	2.500000	41707104.900000	3.500000

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 45 %					
	WIC	WIC	WFA0	WFA0	WFAA	WFAA
1.	1.430000	0.409635	1.000000	0.409635	1.430000	1.409635
2.	2.102500	0.475624	2.430000	1.163279	3.352500	2.163279
3.	3.000625	0.520017	4.952500	1.093296	6.401125	2.493296
4.	4.420506	0.526210	7.401125	1.719515	11.021631	2.719515
5.	6.409734	0.156010	12.021631	1.073527	17.431365	2.073527
6.	9.294114	0.107595	19.431365	1.903122	26.725400	2.903122
7.	13.476466	0.074203	27.725400	2.057826	40.201946	3.057826
8.	19.500076	0.051175	41.201946	2.100500	59.742021	3.100500
9.	20.304370	0.032392	60.742021	2.143793	80.677091	3.143793
10.	41.004691	0.024360	89.077091	2.160133	129.161702	3.160133
11.	99.372002	0.016706	130.161702	2.104970	186.794503	3.104970
12.	06.000563	0.011577	109.794503	2.196496	275.115144	3.196496
13.	123.251016	0.007904	276.115144	2.204400	400.866962	3.204400
14.	101.615130	0.005506	401.266962	2.209966	501.902093	3.209966
15.	243.001943	0.003797	502.902093	2.215704	645.324057	3.215704
16.	301.005017	0.002619	646.324057	2.214403	1227.169850	3.214403
17.	933.676434	0.001806	1228.169850	2.210709	1700.046290	3.210709
18.	002.030030	0.001266	1701.046290	2.219454	2303.677120	3.219454
19.	1164.104700	0.000959	2304.677120	2.220319	3747.701030	3.220319
20.	1607.951020	0.000972	3748.701030	2.220906	5435.730350	3.220906
21.	2047.530160	0.000909	5436.730350	2.221014	7009.263790	3.221014
22.	3500.910700	0.000202	7004.263790	2.221596	11032.102500	3.221596
23.	5103.923120	0.000194	11033.102500	2.221790	16370.114600	3.221790
24.	7461.601500	0.000134	16374.114600	2.221924	24009.716200	3.221924
25.	10019.322300	0.000092	24006.716200	2.222017	34059.030500	3.222017
26.	13600.017300	0.000064	34060.030500	2.222061	50547.055000	3.222061
27.	22707.625100	0.000044	50548.055000	2.222125	73794.601000	3.222125
28.	32904.056400	0.000030	73795.601000	2.222155	106370.737000	3.222155
29.	47026.001000	0.000021	106379.737000	2.222176	154105.619000	3.222176
30.	67048.970700	0.000014	154106.619000	2.222190	223454.590000	3.222190
31.	100956.019000	0.000010	223455.590000	2.222200	324610.617000	3.222200
32.	143006.220000	0.000007	324611.617000	2.222207	469916.045000	3.222207
33.	211419.030000	0.000005	469917.045000	2.222212	681295.076000	3.222212
34.	304557.394000	0.000003	681296.076000	2.222215	907793.470000	3.222215
35.	444300.911000	0.000002	907794.470000	2.222217	1432001.000000	3.222217
36.	644537.302000	0.000002	1432002.000000	2.222219	2076009.320000	3.222219
37.	934579.166000	0.000001	2076006.320000	2.222220	3011410.470000	3.222220
38.	1335139.760000	0.000001	3011410.470000	2.222221	4366350.730000	3.222221
39.	1964922.650000	0.000001	4366359.730000	2.222221	6331910.090000	3.222221
40.	2049101.350000	0.000000	6331911.090000	2.222221	9100492.700000	3.222221
41.	4101913.960000	0.000000	9100493.200000	2.222222	13312095.200000	3.222222
42.	5990003.790000	0.000000	13312006.700000	2.222222	19024009.000000	3.222222
43.	0600003.490000	0.000000	1902410.000000	2.222222	27000494.500000	3.222222
44.	1294024.000000	0.000000	2700495.500000	2.222222	40002310.500000	3.222222
45.	18262094.300000	0.000000	40002319.500000	2.222222	50000010.900000	3.222222
46.	26400117.000000	0.000000	50000014.900000	2.222222	60000000.700000	3.222222
47.	30300093.200000	0.000000	60000000.700000	2.222222	12773326.000000	3.222222
48.	53675490.100000	0.000000	12773327.000000	2.222222	17999024.000000	3.222222
49.	00729472.300000	0.000000	17999025.000000	2.222222	26012076.000000	3.222222
50.	117057795.000000	0.000000	26012077.000000	2.222222	377106031.000000	3.222222

0000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

TABLA DE INTERES 50 %

N	WIC	WIC	WAB	WAB	WAB	WAB
1.	1.500000	0.444447	1.000000	0.444447	1.500000	1.444447
2.	2.250000	0.444444	2.500000	1.111111	3.750000	2.111111
3.	3.002500	0.294296	4.750000	1.407407	7.125000	2.407407
4.	3.662500	0.197531	0.125000	1.604930	12.187500	2.604930
5.	7.397500	0.131647	13.187500	1.706626	19.762500	2.706626
6.	11.396625	0.067791	20.791250	1.826417	21.171875	2.826417
7.	17.065750	0.050520	32.171875	1.862945	40.257813	2.862945
8.	25.639966	0.039810	49.257813	1.921963	73.866719	2.921963
9.	36.443359	0.026012	74.866719	1.947975	112.330670	2.947975
10.	57.665039	0.017392	113.230670	1.945317	169.995117	2.945317
11.	86.497359	0.011561	170.995117	1.976870	256.492674	2.976870
12.	129.744330	0.007767	257.492674	1.984503	366.209614	2.984503
13.	194.619507	0.005130	367.239614	1.989724	500.839522	2.989724
14.	291.929261	0.003425	501.839522	1.993149	672.767703	2.993149
15.	437.692091	0.002264	673.767703	1.995433	891.681670	2.995433
16.	656.040037	0.001522	891.681670	1.996935	1167.527510	2.996935
17.	953.261235	0.001013	1167.527510	1.997970	1592.763770	2.997970
18.	1477.071000	0.000677	1593.763770	1.998647	2140.875630	2.998647
19.	2216.637030	0.000451	2141.675630	1.999079	2847.513400	2.999079
20.	3225.256740	0.000301	2848.313400	1.999399	3772.770210	2.999399
21.	4767.083110	0.000200	3773.770210	1.999599	4946.453300	2.999599
22.	7001.827660	0.000134	4946.653300	1.999733	6403.803000	2.999733
23.	11222.741300	0.000089	6403.403000	1.999822	8366.524300	2.999822
24.	16804.112200	0.000059	8366.214300	1.999881	10979.306700	2.999881
25.	25231.160400	0.000040	10979.336700	1.999921	14550.505100	2.999921
26.	37076.752500	0.000026	14551.505100	1.999947	19167.250000	2.999947
27.	54015.120000	0.000018	19167.250000	1.999963	25442.307000	2.999963
28.	80222.692000	0.000012	25443.307000	1.999977	33665.000000	2.999977
29.	127036.040000	0.000008	33666.000000	1.999989	44999.170000	2.999989
30.	191751.060000	0.000005	44999.170000	1.999999	60750.100000	2.999999
31.	287626.590000	0.000003	60751.100000	1.999993	81207.770000	2.999993
32.	431439.005000	0.000002	81207.770000	1.999995	107916.630000	2.999995
33.	647199.827000	0.000002	107917.630000	1.999997	144176.400000	2.999997
34.	976739.741000	0.000001	144177.400000	1.999999	191231.620000	2.999999
35.	1456109.610000	0.000001	191221.620000	1.999999	256023.630000	2.999999
36.	2104164.420000	0.000000	256023.630000	1.999999	343990.250000	2.999999
37.	3276246.630000	0.000000	343249.250000	1.999999	462076.000000	2.999999
38.	4916369.940000	0.000000	462077.000000	2.000000	6143166.000000	3.000000
39.	7271254.910000	0.000000	6143167.000000	2.000000	22116661.700000	3.000000
40.	11037302.400000	0.000000	22116663.700000	2.000000	33171994.100000	3.000000
41.	16303990.600000	0.000000	33171993.100000	2.000000	49759927.700000	3.000000
42.	24070997.000000	0.000000	49759993.700000	2.000000	74656990.000000	3.000000
43.	37318096.700000	0.000000	74656991.000000	2.000000	111932077.000000	3.000000
44.	55977743.100000	0.000000	111932000.000000	2.000000	167832222.000000	3.000000
45.	83946617.700000	0.000000	167832203.000000	2.000000	251099030.000000	3.000000
46.	125949927.000000	0.000000	251099031.000000	2.000000	377049777.000000	3.000000
47.	189240990.000000	0.000000	377049770.000000	2.000000	546774667.000000	3.000000
48.	283087335.000000	0.000000	546774660.000000	2.000000	804162001.000000	3.000000
49.	425001007.000000	0.000000	804162002.000000	2.000000	1275343000.000000	3.000000
50.	637621361.000000	0.000000	1275343000.000000	2.000000	1912064510.000000	3.000000



\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

N	TASA DE INTERES 60 %					
	WFC	WFC	WFM	WFO	WFA	WFA
1.	1.60000	0.62300	1.00000	0.62500	1.60000	1.62300
2.	2.56000	0.39625	2.60000	1.015625	4.16000	2.015625
3.	4.09600	0.24411	5.16000	1.23976	8.73600	2.23976
4.	6.25600	0.13200	9.73600	1.41294	14.00960	2.41294
5.	10.46576	0.07367	13.00960	1.507721	23.29336	2.507721
6.	16.77726	0.03965	26.29336	1.567326	42.07297	2.567326
7.	26.04296	0.02253	43.07297	1.604579	60.91612	2.604579
8.	42.04967	0.01293	69.91612	1.627062	111.06379	2.627062
9.	60.71947	0.014932	112.06379	1.642413	100.50527	2.642413
10.	109.93163	0.00995	181.50527	1.651500	290.53643	2.651500
11.	173.921062	0.00560	291.33643	1.657193	466.49029	2.657193
12.	261.47997	0.00323	467.49029	1.660745	747.93277	2.660745
13.	450.23996	0.00220	740.93277	1.66296	1190.29370	2.66296
14.	770.57954	0.00120	1191.29370	1.66435	1918.96919	2.66435
15.	1131.92151	0.00067	1919.66919	1.665221	3071.70071	2.665221
16.	1844.69420	0.00032	3072.79071	1.665763	4916.46310	2.665763
17.	2951.47900	0.00019	4917.46310	1.666102	7067.94220	2.666102
18.	4721.36630	0.00012	7068.94420	1.666314	12990.31070	2.666314
19.	7222.70650	0.00012	12991.31070	1.666466	20146.99700	2.666466
20.	12009.25000	0.00003	20147.07700	1.666579	32225.33500	2.666579
21.	19241.01300	0.00002	32236.33500	1.666581	51579.16099	2.666581
22.	30940.50140	0.00002	51579.16099	1.666613	82326.67000	2.666613
23.	49317.60270	0.00002	82327.67000	1.666623	12004.27300	2.666623
24.	7920.16360	0.000013	12004.27300	1.66664	21127.43000	2.66664
25.	12675.06200	0.00000	21127.43000	1.66664	32037.49000	2.66664
26.	20202.07900	0.00003	32038.49000	1.66665	50061.59000	2.66665
27.	32451.05900	0.00003	50062.59000	1.66662	86306.15000	2.66662
28.	51927.69400	0.00002	86301.15000	1.66663	130409.05000	2.66663
29.	83017.51100	0.00001	130410.05000	1.66665	221377.80000	2.66665
30.	132920.07000	0.00001	221370.36000	1.66665	354405.20000	2.66665
31.	212476.07000	0.00000	354404.90000	1.66666	567170.21000	2.66666
32.	340323.73000	0.00000	567171.21000	1.66666	907419.95000	2.66666
33.	544417.97000	0.00000	907419.95000	1.66666	1351071.19000	2.66666
34.	871120.75000	0.00000	1351071.19000	1.66666	2029940.70000	2.66666
35.	1393766.00000	0.00000	2029941.70000	1.66667	3716790.70000	2.66667
36.	2290745.00000	0.00000	3716797.70000	1.66667	5940652.20000	2.66667
37.	35401193.00000	0.00000	5940653.20000	1.66667	9314903.40000	2.66667
38.	5709990.00000	0.00000	9314904.40000	1.66667	15223975.00000	2.66667
39.	9134395.20000	0.00000	15223975.00000	1.66667	24930369.00000	2.66667
40.	14619017.00000	0.00000	24930369.00000	1.66667	39723775.00000	2.66667
41.	23304026.00000	0.00000	39723777.00000	1.66667	62574043.00000	2.66667
42.	37414429.00000	0.00000	62574044.00000	1.66667	97710471.00000	2.66667
43.	59663104.00000	0.00000	97710472.00000	1.66667	156309560.00000	2.66667
44.	95700795.00000	0.00000	156309560.00000	1.66667	235415920.00000	2.66667
45.	153249300.00000	0.00000	235415920.00000	1.66667	406634070.00000	2.66667
46.	245199290.00000	0.00000	406634070.00000	1.66667	630647900.00000	2.66667
47.	392310600.00000	0.00000	630647900.00000	1.66667	1041036500.00000	2.66667
48.	627101500.00000	0.00000	1041036500.00000	1.66667	1670030000.00000	2.66667
49.	1004033100.00000	0.00000	1670030400.00000	1.66667	2670031500.00000	2.66667
50.	1603039900.00000	0.00000	2670031500.00000	1.66667	4205102400.00000	2.66667

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

TASA DE INTERES 70 %

N	VFIC	VFIC	VFAD	VFAD	VFAM	VFAM
1.	1.700000	0.500235	1.000000	0.500235	1.700000	1.500235
2.	2.000000	0.344621	2.700000	0.394256	4.700000	4.394256
3.	4.910000	0.203542	9.390000	1.197790	9.300000	2.197790
4.	8.352100	0.119730	10.500000	1.257520	17.053100	2.257520
5.	14.190570	0.070430	10.025100	1.327930	32.053670	2.327930
6.	24.187569	0.041439	33.053670	1.369307	56.191239	2.369307
7.	41.030617	0.024570	57.191239	1.397857	97.221107	2.397857
8.	69.757575	0.014335	90.225107	1.400092	166.902601	2.400092
9.	110.507077	0.008133	167.902601	1.416325	295.379339	2.416325
10.	201.399391	0.004960	204.379339	1.421405	407.169950	2.421405
11.	342.710945	0.002910	400.169950	1.424483	029.000916	2.424483
12.	502.62241	0.001716	030.000916	1.426119	1412.511160	2.426119
13.	990.457010	0.001010	1412.511160	1.427129	2402.360970	2.427129
14.	1603.770200	0.000594	2402.360970	1.427720	4006.747250	2.427720
15.	2662.420070	0.000349	4007.747250	1.428072	6449.170320	2.428072
16.	4066.119230	0.000206	6750.170320	1.428270	11015.209500	2.428270
17.	6272.402600	0.000121	11016.209500	1.428399	20007.692200	2.428399
18.	10063.000400	0.000071	20000.692200	1.428470	34150.776000	2.428470
19.	22907.243000	0.000042	34151.776000	1.428512	50050.870600	2.428512
20.	40642.314000	0.000025	50059.020600	1.428536	90700.325200	2.428536
21.	69091.936600	0.000014	90701.325200	1.428551	167792.270000	2.428551
22.	117456.209000	0.000009	167793.270000	1.428559	203240.359000	2.428559
23.	199679.691000	0.000005	203249.359000	1.428564	404921.230000	2.428564
24.	339440.675000	0.000003	404925.250000	1.428567	024372.976000	2.428567
25.	579062.700000	0.000002	024379.920000	1.428569	1701435.070000	2.428569
26.	991066.672000	0.000001	1701436.070000	1.428570	2302442.350000	2.428570
27.	1667711.300000	0.000001	2302443.350000	1.428571	4050151.690000	2.428571
28.	2825109.200000	0.000000	4050154.690000	1.428571	6003262.900000	2.428571
29.	4819605.700000	0.000000	6003263.900000	1.428571	11704900.000000	2.428571
30.	8190465.000000	0.000000	11704919.000000	1.428571	19090416.000000	2.428571
31.	13920091.000000	0.000000	19090415.000000	1.428571	33027306.000000	2.428571
32.	23679116.000000	0.000000	33027307.000000	1.428571	57506472.000000	2.428571
33.	4025497.700000	0.000000	57506423.000000	1.428571	97760920.000000	2.428571
34.	6043266.100000	0.000000	97760921.000000	1.428571	166192567.000000	2.428571
35.	116325490.000000	0.000000	166192568.000000	1.428571	202329666.000000	2.428571
36.	19770340.000000	0.000000	202329667.000000	1.428571	400279410.000000	2.428571
37.	336209391.000000	0.000000	400279416.000000	1.428571	016509005.000000	2.428571
38.	571956305.000000	0.000000	016509006.000000	1.428571	1000045310.000000	2.428571
39.	971645710.000000	0.000000	1000045310.000000	1.428571	2239711130.000000	2.428571
40.	1631707720.000000	0.000000	2239711030.000000	1.428571	4011500750.000000	2.428571
41.	2000051100.000000	0.000000	4011500750.000000	1.428571	6019564900.000000	2.428571
42.	4773475430.000000	0.000000	6019564900.000000	1.428571	11593268300.000000	2.428571
43.	8115202230.000000	0.000000	11593268300.000000	1.428571	19700542600.000000	2.428571
44.	1370979000.000000	0.000000	19700542600.000000	1.428571	32504522000.000000	2.428571
45.	23453165700.000000	0.000000	32504522000.000000	1.428571	56957600100.000000	2.428571
46.	39079001700.000000	0.000000	5695760100.000000	1.428571	96020069000.000000	2.428571
47.	6779640000.000000	0.000000	96020069000.000000	1.428571	164667719000.000000	2.428571
48.	11522540000.000000	0.000000	164667719000.000000	1.428571	279023122000.000000	2.428571
49.	19200105000.000000	0.000000	279023122000.000000	1.428571	475716307000.000000	2.428571
50.	32300101000.000000	0.000000	475716307000.000000	1.428571	000717720000.000000	2.428571

APENDICE 'C'

\*\*\*\*\*  
 TABLA DE NUMEROS ALEATORIOS DE VALORES ENTRE 0 Y 100  
 \*\*\*\*\*

45	17	86	5	80	44	14	62	74	83	13	38	48	77	50
54	100	4	74	31	71	49	4	72	92	57	41	56	76	34
30	69	12	14	41	68	59	49	53	42	4	08	30	52	37
99	17	23	99	61	52	19	95	5	90	14	25	44	55	04
3	60	44	17	97	90	87	19	95	82	98	31	76	11	65
80	37	5	4	80	40	27	84	44	22	15	0	1	14	69
56	18	91	92	82	98	5	12	62	67	70	27	47	90	24
48	19	75	72	75	98	7	00	30	00	63	46	82	21	39
18	37	34	26	31	56	13	27	71	56	68	30	8	22	37
67	04	62	67	73	67	18	22	20	84	25	57	69	48	14
25	95	18	91	71	72	84	71	4	51	77	77	77	69	31
73	19	12	99	41	29	30	30	19	53	85	53	68	91	8
4	25	29	3	73	19	17	59	12	83	37	84	21	44	87
76	84	79	16	30	37	17	49	63	34	5	77	12	86	60
40	84	5	35	22	81	30	44	62	14	50	52	3	87	98
24	57	67	85	61	61	49	8	79	3	75	79	33	14	49
29	92	24	38	95	24	65	83	16	95	95	55	50	83	53
93	8	2	22	97	33	32	8	22	38	86	41	44	96	32
18	4	95	12	19	51	55	69	11	84	99	9	37	93	5
99	31	45	77	57	47	5	12	37	45	27	40	63	18	59
21	89	11	18	37	18	45	8	78	21	59	16	46	31	95
98	68	6	97	92	84	79	88	64	58	22	77	57	83	15
2	91	99	8	35	20	72	39	47	99	6	11	67	17	49
4	34	24	8	88	2	46	96	92	33	88	67	38	15	83
26	31	60	88	87	88	61	16	68	64	23	28	14	18	33
39	14	78	34	61	88	24	13	74	42	92	85	48	30	38
52	97	37	99	62	9	15	87	94	77	54	7	30	24	16
24	86	71	81	33	63	25	12	21	48	68	65	4	33	44
74	69	6	71	33	1	64	97	89	93	84	15	17	17	23
24	80	98	61	32	24	26	22	74	61	37	18	24	4	5
72	64	83	18	61	77	31	98	62	38	40	61	48	18	26
45	91	18	2	11	18	39	25	42	31	63	69	99	32	48
18	18	6	74	46	22	33	49	89	77	62	18	72	57	95
62	54	84	4	63	67	68	8	48	54	99	61	54	65	48
49	8	85	4	98	45	32	53	85	42	13	38	68	6	68
94	28	31	77	84	29	1	39	95	79	88	74	13	97	94
32	84	47	74	79	82	99	64	61	68	47	16	8	96	17
77	25	95	59	23	21	58	91	89	27	43	24	43	82	99
42	23	61	87	31	62	8	32	13	34	48	31	99	25	59
47	23	44	77	44	18	1	62	73	98	41	23	71	39	9
77	7	76	75	46	63	74	24	13	61	92	37	94	51	9
34	39	61	67	98	40	25	1	58	75	37	48	9	38	41
51	64	15	65	14	91	66	94	46	33	31	62	38	42	74
56	100	85	3	63	14	64	31	94	45	99	30	33	19	63
95	99	31	55	63	73	48	97	76	84	98	28	89	16	33
44	81	62	81	65	3	13	46	99	41	28	31	74	9	97
22	73	13	58	57	93	13	15	59	63	76	69	85	4	68
44	24	1	35	5	7	4	98	14	68	71	94	78	88	86
87	78	92	46	67	46	17	58	51	81	79	47	4	82	83
57	11	87	47	8	28	31	98	14	61	42	31	39	7	54

0000000000 TABLAS FINANCIERAS 0000000000

TASA DE INTERES 80 S						
N	WFC	WFC	WFA0	WFS0	WFA0	WFA0
1.	1.000000	0.333334	1.000000	0.333334	1.000000	1.333334
2.	3.200000	0.360642	2.000000	0.641198	5.040000	1.041198
3.	5.622000	0.171468	6.040000	1.025445	10.072000	2.075445
4.	10.497600	0.095260	11.072000	1.100973	21.261600	2.100973
5.	18.095600	0.052922	22.347600	1.103047	40.245200	2.103047
6.	34.012224	0.029401	41.265200	1.218249	74.277504	2.218249
7.	61.222003	0.016334	73.277504	1.229580	135.499307	2.229580
8.	110.199606	0.009074	136.499307	1.236457	249.691113	2.236457
9.	198.239290	0.005041	246.691113	1.243690	444.030404	2.243690
10.	357.046723	0.002801	445.030404	1.246499	801.105127	2.246499
11.	642.604101	0.001536	802.105127	1.246935	1449.709230	2.246935
12.	1156.031300	0.000844	1444.709230	1.240919	2600.620610	2.240919
13.	2002.296499	0.000400	2601.620610	1.249400	4682.917100	2.249400
14.	3706.193600	0.000267	4683.917100	1.249647	8431.050700	2.249647
15.	6746.606620	0.000140	8432.050700	1.249815	15177.691400	2.249815
16.	12101.953100	0.000082	15170.691400	1.249977	27321.640500	2.249977
17.	21897.115600	0.000046	27322.640500	1.249943	49100.700100	2.249943
18.	39206.400100	0.000025	49101.700100	1.249968	89327.100000	2.249968
19.	70629.536600	0.000014	89326.100000	1.249982	159250.700000	2.249982
20.	127402.262000	0.000008	159251.700000	1.249990	286823.000000	2.249990
21.	229460.232000	0.000004	286804.000000	1.249995	516301.000000	2.249995
22.	413012.050000	0.000002	516302.000000	1.249997	929304.171000	2.249997
23.	742477.137000	0.000001	929305.171000	1.249998	1672021.000000	2.249998
24.	1320250.050000	0.000001	1672022.000000	1.249999	3011000.000000	2.249999
25.	2400663.920000	0.000000	3011001.000000	1.249999	5419946.000000	2.249999
26.	4395936.660000	0.000000	5419947.000000	1.250000	9735994.700000	2.250000
27.	7804725.390000	0.000000	9735965.700000	1.250000	17560630.000000	2.250000
28.	14040506.100000	0.000000	17560631.000000	1.250000	31609136.000000	2.250000
29.	25287310.900000	0.000000	31609137.000000	1.250000	56916447.000000	2.250000
30.	45317159.600000	0.000000	56916448.000000	1.250000	102413607.000000	2.250000
31.	81930007.300000	0.000000	102413608.000000	1.250000	184344994.000000	2.250000
32.	147475397.000000	0.000000	184344995.000000	1.250000	331020072.000000	2.250000
33.	265456075.000000	0.000000	331020073.000000	1.250000	597276164.000000	2.250000
34.	477020925.000000	0.000000	597276167.000000	1.250000	1075097710.000000	2.250000
35.	860077603.000000	0.000000	1075097710.000000	1.250000	1935174700.000000	2.250000
36.	1540199030.000000	0.000000	1935174700.000000	1.250000	3483016610.000000	2.250000
37.	2786631690.000000	0.000000	3483016610.000000	1.250000	6269966320.000000	2.250000
38.	5019970050.000000	0.000000	6269966320.000000	1.250000	11293939000.000000	2.250000
39.	9020751300.000000	0.000000	11293939000.000000	1.250000	20164099900.000000	2.250000
40.	16231953700.000000	0.000000	20164099900.000000	1.250000	36366443600.000000	2.250000
41.	29273154900.000000	0.000000	36366443600.000000	1.250000	65019394600.000000	2.250000
42.	52635670700.000000	0.000000	65019394600.000000	1.250000	118475277000.000000	2.250000
43.	94700217000.000000	0.000000	118475277000.000000	1.250000	212234999000.000000	2.250000
44.	170604399000.000000	0.000000	212234999000.000000	1.250000	383059090000.000000	2.250000
45.	307007110000.000000	0.000000	383059090000.000000	1.250000	690470160000.000000	2.250000
46.	552750253000.000000	0.000000	690470160000.000000	1.250000	1241760700000.000000	2.250000
47.	994940030000.000000	0.000000	1241760700000.000000	1.250000	2230470200000.000000	2.250000
48.	1790926700000.000000	0.000000	2230470200000.000000	1.250000	4021607660000.000000	2.250000
49.	3226061300000.000000	0.000000	4021607660000.000000	1.250000	7253293790000.000000	2.250000
50.	5802636300000.000000	0.000000	7253293790000.000000	1.250000	13053720000000.000000	2.250000

\*\*\*\*\* TABLAS FINANCIERAS \*\*\*\*\*

TASA DE INTERES 90 %

N	WFC	WFC	WFA0	WFA0	WFA0	WFA0
1.	1.000000	0.526316	1.000000	0.526316	1.000000	1.526316
2.	3.610000	0.277000	2.000000	0.063324	5.510000	1.063324
3.	6.059000	0.143794	4.510000	0.049110	12.349000	1.049110
4.	13.032100	0.076734	13.349000	1.029052	25.401100	2.029052
5.	24.740990	0.046306	24.401100	1.046230	50.142090	2.046230
6.	47.043001	0.021254	51.142090	1.007494	97.207971	2.007494
7.	89.207174	0.011187	90.207971	1.070401	184.293166	2.070401
8.	169.025431	0.005000	107.095166	1.104569	354.430777	2.104569
9.	322.407499	0.002099	357.430777	1.107460	679.110476	2.107460
10.	613.104420	0.001631	600.110476	1.109299	1292.225110	2.109299
11.	1164.902990	0.000830	1293.225110	1.110157	2457.127700	2.110157
12.	2213.514920	0.000432	2450.127700	1.110409	4670.442630	2.110409
13.	4205.290370	0.000230	4671.441630	1.110047	8073.741000	2.110047
14.	7990.046590	0.000125	8074.741000	1.110972	14863.007900	2.110972
15.	15101.127100	0.000066	14864.007900	1.111030	27044.925000	2.111030
16.	28044.141500	0.000035	27047.925000	1.111073	48091.074600	2.111073
17.	54003.040900	0.000010	48092.074600	1.111091	88494.946000	2.111091
18.	104127.351800	0.000010	88495.946000	1.111100	161022.297000	2.111100
19.	197041.047000	0.000005	161023.297000	1.111106	297464.264000	2.111106
20.	373099.790000	0.000003	297465.264000	1.111100	535544.002000	2.111100
21.	714209.502000	0.000001	535545.002000	1.111110	987773.500000	2.111110
22.	1354990.050000	0.000001	987774.500000	1.111110	1844771.560000	2.111110
23.	2578294.300000	0.000000	1844772.560000	1.111111	3443065.040000	2.111111
24.	4897627.900000	0.000000	3443066.040000	1.111111	6341330.000000	2.111111
25.	9307649.600000	0.000000	6341331.000000	1.111111	11641400.500000	2.111111
26.	17604534.000000	0.000000	11641401.500000	1.111111	21340144.900000	2.111111
27.	33600415.900000	0.000000	21340145.900000	1.111111	39304630.200000	2.111111
28.	63041169.100000	0.000000	39304631.200000	1.111111	71475799.000000	2.111111
29.	121290221.000000	0.000000	71475800.000000	1.111111	130674021.000000	2.111111
30.	230466620.000000	0.000000	130674022.000000	1.111111	240440441.000000	2.111111
31.	437004579.000000	0.000000	240440442.000000	1.111111	44427221.000000	2.111111
32.	831904301.000000	0.000000	44427222.000000	1.111111	83441720.000000	2.111111
33.	1500770530.000000	0.000000	83441720.000000	1.111111	156411770.000000	2.111111
34.	2804664050.000000	0.000000	156411770.000000	1.111111	2937102270.000000	2.111111
35.	5204301700.000000	0.000000	2937102280.000000	1.111111	540646340.000000	2.111111
36.	10042505200.000000	0.000000	540646340.000000	1.111111	1004720000.000000	2.111111
37.	19040740000.000000	0.000000	1004720000.000000	1.111111	2200973300.000000	2.111111
38.	36104039000.000000	0.000000	2200973300.000000	1.111111	43490493300.000000	2.111111
39.	69104039000.000000	0.000000	43490493300.000000	1.111111	8261937200.000000	2.111111
40.	130403720000.000000	0.000000	8261937200.000000	1.111111	157006481000.000000	2.111111
41.	250471164000.000000	0.000000	157006481000.000000	1.111111	290301294000.000000	2.111111
42.	510095212000.000000	0.000000	290301294000.000000	1.111111	546772450000.000000	2.111111
43.	969100900000.000000	0.000000	546772450000.000000	1.111111	1040067670000.000000	2.111111
44.	1841413720000.000000	0.000000	1040067670000.000000	1.111111	2046040570000.000000	2.111111
45.	34909743040000.000000	0.000000	2046040570000.000000	1.111111	390792790000.000000	2.111111
46.	66476118200000.000000	0.000000	390792790000.000000	1.111111	7306235360000.000000	2.111111
47.	126304625000000.000000	0.000000	7306235360000.000000	1.111111	140330072000000.000000	2.111111
48.	239970700000000.000000	0.000000	140330072000000.000000	1.111111	266443097000000.000000	2.111111
49.	459397690000000.000000	0.000000	266443097000000.000000	1.111111	506621004000000.000000	2.111111
50.	866323422000000.000000	0.000000	506621004000000.000000	1.111111	942501500000000.000000	2.111111

##### TABLAS FINANCIERAS #####

N	TASA DE INTERES 100 %					
	VFIC	VFIC	VFA0	VFA0	VFA0	VFA0
1.	2.000000	0.500000	1.000000	0.500000	2.000000	1.500000
2.	4.000000	0.250000	3.000000	0.750000	6.000000	1.750000
3.	8.000000	0.125000	7.000000	0.875000	14.000000	1.875000
4.	16.000000	0.062500	15.000000	0.937500	26.000000	1.937500
5.	32.000000	0.031250	31.000000	0.968750	42.000000	1.968750
6.	64.000000	0.015625	63.000000	0.984375	124.000000	1.984375
7.	128.000000	0.007813	127.000000	0.992188	254.000000	1.992188
8.	256.000000	0.003906	255.000000	0.996094	510.000000	1.996094
9.	512.000000	0.001953	511.000000	0.998047	1022.000000	1.998047
10.	1024.000000	0.000977	1023.000000	0.999023	2044.000000	1.999023
11.	2048.000000	0.000488	2047.000000	0.999512	4094.000000	1.999512
12.	4096.000000	0.000244	4095.000000	0.999756	8196.000000	1.999756
13.	8192.000000	0.000122	8191.000000	0.999878	16382.000000	1.999878
14.	16384.000000	0.000061	16383.000000	0.999939	32764.000100	1.999939
15.	32768.000100	0.000031	32767.000100	0.999969	65528.000000	1.999969
16.	65536.000000	0.000015	65535.000000	0.999985	131076.000000	1.999985
17.	131072.000000	0.000008	131071.000000	0.999992	262142.000000	1.999992
18.	262144.000000	0.000004	262143.000000	0.999996	524284.000000	1.999996
19.	524288.000000	0.000002	524287.000000	0.999998	1048576.000000	1.999998
20.	1048576.000000	0.000001	1048575.000000	0.999999	2097152.000000	1.999999
21.	2097152.000000	0.000000	2097151.000000	1.000000	4194302.000000	2.000000
22.	4194304.000000	0.000000	4194303.000000	1.000000	8388604.000000	2.000000
23.	8388608.000000	0.000000	8388607.000000	1.000000	16777216.000000	2.000000
24.	16777216.000000	0.000000	16777215.000000	1.000000	33554432.000000	2.000000
25.	33554432.000000	0.000000	33554431.000000	1.000000	67108864.000000	2.000000
26.	67108864.000000	0.000000	67108863.000000	1.000000	134217728.000000	2.000000
27.	134217728.000000	0.000000	134217727.000000	1.000000	268435456.000000	2.000000
28.	268435456.000000	0.000000	268435455.000000	1.000000	536870910.000000	2.000000
29.	536870912.000000	0.000000	536870911.000000	1.000000	1073741820.000000	2.000000
30.	1073741824.000000	0.000000	1073741823.000000	1.000000	2147483640.000000	2.000000
31.	2147483648.000000	0.000000	2147483647.000000	1.000000	4294967296.000000	2.000000
32.	4294967300.000000	0.000000	4294967300.000000	1.000000	8589934590.000000	2.000000
33.	8589934596.000000	0.000000	8589934596.000000	1.000000	17179869200.000000	2.000000
34.	17179869200.000000	0.000000	17179869200.000000	1.000000	34359738400.000000	2.000000
35.	34359738400.000000	0.000000	34359738400.000000	1.000000	68719476800.000000	2.000000
36.	68719476800.000000	0.000000	68719476800.000000	1.000000	137438953600.000000	2.000000
37.	137438953600.000000	0.000000	137438953600.000000	1.000000	274877907200.000000	2.000000
38.	274877907200.000000	0.000000	274877907200.000000	1.000000	549755814400.000000	2.000000
39.	549755814400.000000	0.000000	549755814400.000000	1.000000	1099511628800.000000	2.000000
40.	1099511628800.000000	0.000000	1099511628800.000000	1.000000	21990232576000.000000	2.000000
41.	21990232576000.000000	0.000000	21990232576000.000000	1.000000	43980465152000.000000	2.000000
42.	43980465152000.000000	0.000000	43980465152000.000000	1.000000	87960930304000.000000	2.000000
43.	87960930304000.000000	0.000000	87960930304000.000000	1.000000	175921861200000.000000	2.000000
44.	175921861200000.000000	0.000000	175921861200000.000000	1.000000	351843721600000.000000	2.000000
45.	351843721600000.000000	0.000000	351843721600000.000000	1.000000	703687443200000.000000	2.000000
46.	703687443200000.000000	0.000000	703687443200000.000000	1.000000	1407374886400000.000000	2.000000
47.	1407374886400000.000000	0.000000	1407374886400000.000000	1.000000	2814749772800000.000000	2.000000
48.	2814749772800000.000000	0.000000	2814749772800000.000000	1.000000	5629499545600000.000000	2.000000
49.	5629499545600000.000000	0.000000	5629499545600000.000000	1.000000	11258999100000000.000000	2.000000
50.	11258999100000000.000000	0.000000	11258999100000000.000000	1.000000	225179981000000000.000000	2.000000

REFERENCIAS DOCUMENTALES.

- BOLTEN, STEVEN.** *Administración financiera.* Limusa. México, 1982.
- CORZO, MIGUEL ANGEL y otros.** *La administración financiera en el contexto mexicano.* Limusa. México, 1982.
- COSS, RAUL.** *Análisis y evaluación de proyectos de inversión.* Limusa. México, 1983.
- HELPERT, ERICH A.** *Techniques of financial analysis.* Richard Dornin, Inc. USA, 1971.
- HUNT, WILLIAMS y DONALDSON.** *Financiación básica en los negocios.* Tomos I y II. UTHERA. México, 1977.
- JOHNSON, ROBERT W.** *Administración financiera.* CECSA. México, 1981.
- LOPEZ, JOSE I.** *Evaluación económica.* Mc Graw Hill. México, 1979.
- MAO, JAMES C.T.** *Análisis financiero.* El ateneo. Argentina, 1980.
- SOLOMON, EZRA.** *The theory of financial management.* Columbia University Press. USA, 1963.
- TARGUIN, ANTHONY y BLANK, LELAND T.** *Ingeniería económica.* Mc Graw Hill. México, 1983.
- TAYLOR, GEORGE.** *Ingeniería económica.* Limusa. México, 1983.
- VAN HORNE, JAMES C.** *Financial management and policy.* Prentice Hall Inc. USA, 1980.
- WESTON, J.F. y BRIGHAM, E.F.** *Finanzas en administración.* Tomos I y II. Interamericana. México, 1984.

**C A P I T U L O   I I I**

**APLICACION DE LA PROGRAMACION LINEAL  
EN LA EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION**



*En este capítulo se evalúa un proyecto de inversión utilizando los métodos tradicionales y la programación lineal. Para con esto establecer una base de comparación y estar en posibilidades de determinar las ventajas y desventajas de la programación lineal en la evaluación de proyectos de inversión.*

### **1. PRESENTACION DEL CASO.**

*Un cierto grupo de personas planean llevar a cabo una empresa que consiste en una planta nuclear, una planta desalinizadora de agua y un complejo agro-industrial.*

*Los estudios que se han realizado para estos proyectos arrojan la siguiente información :*

*La planta nuclear será la única fuente de electricidad que tendrá el complejo. Su costo de inversión es de \$9,000 millones por cada 1000 megawatts de capacidad, y los costos de operación para esta capacidad son de \$1,350 millones por año.*

*El agua para las plantas industriales y la agricultura será provista por la planta desalinizadora, la cual tiene un costo de inversión de \$1,500 millones por cada 1000 millones de m<sup>3</sup> al año, y sus costos de operación para esta capacidad es de \$450 millones por año.*

*Además, esta planta requiere de 300 megawatts de potencia al año para cada 1000 millones de m<sup>3</sup> de agua.*

*El sector agrícola puede producir cualquier combinación de los cultivos A y B en todo o en parte de las 120000 hectáreas disponibles y depende del sector industrial para los fertilizantes. Todo lo que se produzca en este sector se vende de contado.*

*Los requerimientos y precios de venta esperados son los siguientes:*

<b>C O N C E P T O</b>	<b>PRODUCTO A</b>	<b>PRODUCTO B</b>
<i>Costo de inversión en millones</i>	<i>\$ 6,000</i>	<i>\$ 9,000</i>
<i>Costo de operación anual en millones</i>	<i>\$ 1,500</i>	<i>\$ 1,350</i>
<i>Agua necesaria en millones de m<sup>3</sup> por año</i>	<i>10</i>	<i>8</i>

C O N C E P T O	PRODUCTO A	PRODUCTO B
Tierra - hectáreas	400	400
Fertilizante en miles de toneladas por año	2	1.5
Ventas anuales en millones	\$ 75,000	\$ 86,000

El sector industrial consume electricidad y agua desalinizada y puede producir los productos C y D.

Dichos productos pueden venderse en \$18,000 tonelada y \$150,000 tonelada, respectivamente. Las ventas de estos productos se realizan de contado. El producto C es un fertilizante y el producto D es un aluminio, los cuales tienen los siguientes requerimientos:

C O N C E P T O	PRODUCTO C	PRODUCTO D
Costo de inversión en millones	\$ 2,400	\$ 4,800
Costo anual de operación en millones	\$ 450	\$ 360
Consumo de agua en millones de m <sup>3</sup> /año	5	6
Electricidad en megawatts/año	1,000	1,000
Producción por día en miles de toneladas	1.5	1

Además, el complejo incluye ciudades para que vivan sus trabajadores, el costo de dichas ciudades está incluido en el costo de inversión y de operación de cada sector, pero además, dichas ciudades requieren 50 megawatts de electricidad y 100 millones de m<sup>3</sup> de agua por año. Dichos requerimientos corresponden a las unidades de inversión especificadas en los cuadros anteriores (o sea que si se decide invertir en 800 hectáreas para el producto A, serán necesarias 2 ciudades con los requerimientos mencionados), excepto para la planta nuclear y la planta desalinizadora.

Las personas que desean llevar a cabo este proyecto, cuentan con \$30,000 millones iniciales, y consideran que la tasa de rendimiento mínima aceptable es del 60% anual.

Los técnicos consideran una vida útil de los sectores de 10 años.

## 2. DETERMINACION DEL PROBLEMA.

*En términos generales, el problema se puede plantear mediante las siguientes preguntas:*

*Qué tan rentables son los sectores de este proyecto?*

*En qué sectores se debe invertir?*

*Cuántas unidades de inversión se deben de aceptar de cada sector en virtud del disponible de recursos monetarios inicial, si se desea maximizar el valor actual neto de los flujos de efectivo?*

## 3. PLANTEAMIENTO.

*Para contestar las preguntas expuestas, se procederá a procesar los datos proporcionados para obtener la información necesaria para un análisis y evaluación.*

*La evaluación se llevará a cabo utilizando las técnicas tradicionales y la técnica de programación lineal.*

*En lo referente al análisis de resultados, se llevará a cabo con la información que se obtenga en ambas técnicas, pero por separado para determinar las ventajas y desventajas de cada una de las técnicas, pero si es necesario se combinarán.*

*En lo referente al criterio que se utilizará para el cálculo de la depreciación, se utilizará el método de depreciación acelerada que permiten las leyes fiscales en vigor, pero con un ajuste en lo referente a la vida útil del proyecto para hacer más accesible el trabajo. Haciendo la aclaración de que se puede corregir el presente trabajo realizando las conciliaciones correspondientes (conciliación fiscal-financiera, etc.).*

## 4. SOLUCION POR METODOS TRADICIONALES.

*A) Determinación del costo total y unitario por unidad de inversión en la planta nuclear.*

<i>C O N C E P T O</i>	<i>COSTO TOTAL (mill. de \$ )</i>	<i>COSTO UNITARIO (mill. de \$)</i>
<i>Inversión inicial</i>	<i>9,000</i>	<i>9.00</i>
<i>Costo anual de operación</i>	<i>1,350</i>	<i>1.35</i>

**B) Determinación del costo total y unitario por unidad de inversión en la planta desalinizadora.**

<b>C O N C E P T O</b>	<b>COSTO TOTAL (mill. de \$)</b>	<b>COSTO UNITARIO (mill. de \$)</b>
<b>Inversión inicial:</b>		
En planta nuclear (300 x 9)	2,700	2.70
Planta desalinizadora	1,500	1.50
<b>Total inversión inicial</b>	<u>4,200</u>	<u>4.20</u>
<b>Costo de operación:</b>		
En planta nuclear (300 x 1.35)	405	4.05
En planta desalinizadora	450	4.50
<b>Total consumo anual de operación</b>	<u>855</u> *****	<u>8.55</u> *****

**C) Determinación del costo de cada ciudad para las unidades de inversión de cada sector.**

<b>C O N C E P T O</b>	<b>COSTO EN MILLONES DE \$</b>
<b>Inversión inicial:</b>	
Agua (100 x 4.2)	420
Electricidad (50 x 9)	450
<b>Total inversión inicial</b>	<u>870</u>
<b>Costo de operación anual:</b>	
Agua (100 x 8.55)	855
Electricidad	67.5
<b>Total costo anual de operación</b>	<u>922.5</u> *****

D) Determinación de costos y flujos de efectivo del sector industrial.

COSTO DE OPERACION FERTILIZANTE

C O N C E P T O	COSTO TOTAL (Mill. de \$)	COSTO UNITARIO (Mill. de \$)
<i>Inversión inicial:</i> (capacidad 547.5 miles de toneladas anuales)		
Planta industrial	2,400	
Consumo de agua (5 x 4.2)	21	
Consumo de electricidad (1000 x 9)	9,000	
Ciudad	870	
<b>Total inversión inicial</b>	<b>12,291</b>	<b>0.0022445</b>
<i>Costo anual de operación:</i>		
Planta industrial	450	
Consumo de agua (5 x 8.55)	42.75	
Consumo de electricidad (1000 x 1.35)	1,350	
Ciudad	922.50	
<b>Total costo anual de operación</b>	<b>2,765.25</b>	<b>0.00505</b>

Determinación de flujos de efectivo en millones de pesos por la venta de fertilizante.

	AÑO 1	AÑOS 2 A 10
Ventas	\$ 9,855	\$ 9,855
(-)Costo de operación	2,765.25	2,765.25
<b>Utilidad bruta</b>	<b>\$ 7,089.75</b>	<b>\$ 7,089.75</b>
(-)Depreciación	6,145.50	682.8339
<b>Utilidad antes de impuestos</b>	<b>\$ 944.25</b>	<b>\$ 6,406.9167</b>
(-)Impuestos (50 %)	472.125	3,203.4584
<b>Utilidad neta después de impuestos</b>	<b>\$ 472.125</b>	<b>\$ 3,203.4584</b>
(+)Depreciación	6,145.50	682.8339
<b>Flujo neto</b>	<b>\$ 6,617.625</b>	<b>\$ 3,886.2917</b>

**COSTO DE OPERACION: ALUMINIO**

<b>C O N C E P T O</b>	<b>COSTO TOTAL POR 365 MIL TONS. EN MILL. DE PESOS</b>	<b>COSTO UNITARIO POR TONELADA EN MILLONES DE PESOS</b>
<i>Inversión inicial:</i>		
<i>Planta industrial</i>	4,800	
<i>Consumo de agua (6 x 4.2)</i>	25.20	
<i>Consumo de electricidad Ciudad</i>	9,000 870	
<i>Total de inversión inicial</i>	<u>14,695.20</u>	0.040261
<i>Costo anual de operación</i>		
<i>Consumo de agua (6 x 8.55)</i>	51.30	
<i>Consumo de electricidad Ciudad</i>	1,350 922.50	
<i>Total costo de operación anual</i>	<u>2,683.80</u> *****	0.007353 *****

*Determinación de flujos de efectivo en millones de pesos por la venta de aluminio (365 mil toneladas anuales)*

	<b>AÑO 1</b>	<b>AÑOS 2 A 10</b>
<i>Ventas</i>	\$ 54,750	\$ 54,750
<i>(-)Costo de operación</i>	2,683.80	2,683.80
<i>Utilidad bruta</i>	<u>\$ 52,066.20</u>	<u>\$ 52,066.20</u>
<i>(-)Depreciación</i>	7,347.60	816.40
<i>Utilidad antes de impuestos</i>	<u>\$ 44,718.60</u>	<u>\$ 51,249.80</u>
<i>(-)Impuestos (50 %)</i>	22,359.30	25,624.90
<i>Utilidad neta despues de impuestos</i>	<u>\$ 22,359.30</u>	<u>\$ 25,624.90</u>
<i>(+)Depreciación</i>	7,347.60	816.40
<i>Flujo neto</i>	<u>\$ 29,706.90</u> *****	<u>\$ 26,441.30</u> *****

E) Determinación del costo y flujos de efectivo del sector agrícola.

COSTO DE OPERACION: PRODUCTO "A"

	COSTO TOTAL POR 400 HAS. EN MILL. DE \$	COSTO UNITARIO EN MILLONES DE PESOS
<i>Inversión inicial:</i>		
Producción	6,000	
Consumo de agua (10 x 4.2)	42	
Consumo de fertilizante	48.90	
Ciudad	870	
<b>Total inversión inicial</b>	<b>6,960.90</b>	<b>17.40225</b>
<i>Costo de operación anual:</i>		
Producción	1,500	
Consumo de agua (10 x 8.55)	85.50	
Consumo de fertilizante (2000 x .00505)	10.10	
Ciudad	922.50	
<b>Total costo de operación anual</b>	<b>\$ 2,518.10</b> *****	<b>6.29525</b>

Determinación de flujos de efectivo en millones de pesos por venta del producto "A"

	AÑO 1	AÑOS 2 A 10
Ventas	\$ 75,000	\$ 75,000
(-)Costo de operación	2,518.10	2,518.10
<b>Utilidad bruta</b>	<b>\$ 72,481.90</b>	<b>\$ 72,481.90</b>
(-)Depreciación	3,480.45	386.71667
<b>Utilidad antes de impuestos</b>	<b>\$ 69,001.45</b>	<b>\$ 72,095.183</b>
(-)Impuestos (50 %)	34,500.725	36,047.592
<b>Utilidad neta despues de impuestos</b>	<b>\$ 34,500.725</b>	<b>\$ 36,047.592</b>
(+)Depreciación	3,480.45	386.71667
<b>Flujo neto</b>	<b>\$ 37,981.175</b> *****	<b>\$ 36,434.308</b> *****

**COSTO DE OPERACION: PRODUCTO "B"**

	<b>COSTO TOTAL POR 400 HAS. EN MILL. DE \$</b>	<b>COSTO UNITARIO EN MILLONES DE PESOS</b>
<b>Inversión inicial:</b>		
Producción	9,000	
Consumo de agua (8 x 4.2)	33.60	
Consumo de fertilizante (1500 X .022445)	33.675	
Ciudad	870	
<b>Total inversión inicial</b>	<b>9,940.275</b>	<b>24.850688</b>
<b>Costo de operación anual:</b>		
Producción	360	
Consumo de agua (8 x 8.55)	68.40	
Consumo de fertilizante (1500 x .00505)	7.575	
Ciudad	922.50	
<b>Total costo de operación anual</b>	<b>\$ 1,358.475</b> *****	<b>3.396188</b>

**Determinación de flujos de efectivo en millones de pesos por la venta del producto "B".**

	<b>AÑO 1</b>	<b>AÑOS 2 A 10</b>
<b>Ventas</b>	<b>\$ 86,000</b>	<b>\$ 86,000</b>
<b>(-)Costo de operación</b>	<b>1,358.475</b>	<b>1,358.475</b>
<b>Utilidad bruta</b>	<b>\$ 84,641.525</b>	<b>\$ 84,641.525</b>
<b>(-)Depreciación</b>	<b>4,970.1375</b>	<b>552.2375</b>
<b>Utilidad antes de impuestos</b>	<b>\$ 79,671.388</b>	<b>\$ 84,089.288</b>
<b>(-)Impuestos (50 %)</b>	<b>39,835.694</b>	<b>42,044.644</b>
<b>Utilidad neta después de impuestos</b>	<b>\$ 39,835.694</b>	<b>\$ 42,044.644</b>
<b>(+)Depreciación</b>	<b>4,970.1375</b>	<b>552.2375</b>
<b>Flujo neto</b>	<b>\$ 44,805.832</b> *****	<b>\$ 42,596.882</b> *****



**RESUMEN DE RESULTADOS DE METODOS TRADICIONALES**

PROYECTO	PERIODO DE RECUPERACION	TASA DE REND. PROMEDIO	VAN	TIR
A	1	525.64 %	\$ 54,177.44	124.20 %
B	1	430.75	61,789.46	122.20
C	3	33.84	( 4,165.67)	28.76
D	1	182.15	31,013.82	110.00

**CLASIFICACION DE LOS PROYECTOS SEGUN EVALUACION POR METODOS TRADICIONALES**

PROYECTO	A	B	C	D
Periodo recuperacion	1o.	1o.	4o.	1o.
Tasa rendimiento promedio	1o.	2o.	rechazar	3o.
VAN	2o.	1o.	rechazar	3o.
TIR	1o.	2o.	rechazar	3o.

**DECISION POR METODOS TRADICIONALES**

PROYECTO	CLASIFICACION
A	1er. lugar
B	2o. lugar
D	3er. lugar

Por consiguiente, como se desea maximizar el valor actual neto de los proyectos se debe aceptar aquella combinaci3n que logre este objetivo.

a) Primer combinaci3n: Aceptar solamente el producto "A".

Unidades de inversi3n = Presupuesto disponible / inversi3n inicial por bloque de producci3n

Unidades de inversi3n = \$ 30,000 / 6,960.90 = 4.31 en el producto "A"

Beneficio neto a valor actual = Unidades de inversi3n x beneficio neto a valor actual

Beneficio neto a valor actual = 4.31 x 54,177.44 = \$ 233,493.26

Esto es, que si se invirtiera en 4.31 unidades de inversi3n en el producto "A" (cada unidad consta de 400 has.), se obtendr3 un beneficio neto actual de \$ 233,483.26 millones en 10 a3os.

**b) Segunda combinación:**

PRODUCTO	UNIDADES DE INVERSION	INVERSION INICIAL	BENEFICIO
"A"	1	\$ 6,960.90	\$ 54,177.44
"B"	1	9,940.275	61,789.46
"C"	0.89	13,098.825	27,602.30
<b>TOTALES</b>		<b>\$ 30,000.00</b>	<b>\$ 143,569.20</b>

**c) Tercer combinación:**

PRODUCTO	UNIDADES DE INVERSION	INVERSION INICIAL	BENEFICIO
"A"	2	\$ 20,882.70	\$ 162,532.32
"B"	0.92	9,117.30	56,846.30
<b>TOTALES</b>		<b>\$ 30,000.00</b>	<b>\$ 219,378.62</b>

Como se habrá notado, en cuanto disminuyen las unidades de inversión en el producto "A", disminuyen también los beneficios, por consiguiente la mejor opción es la primera combinación porque es la que proporciona mayor beneficio.

Se hace la aclaración que para efectos de determinar varias combinaciones, se consideró que las unidades de inversión pueden ser fraccionarias. Por otro lado, las combinaciones expuestas no son todas las posibles, sino sólo algunas de ellas y fueron seleccionadas al azar.

### **5. SOLUCION POR PROGRAMACION LINEAL.**

Para resolver el caso en cuestión utilizando la programación lineal, se procedió de la siguiente forma:

a) Se elaboró un modelo con el objetivo de maximizar el valor presente neto de los diferentes sectores, considerando la interrelación y dependencia existente en cada uno de ellos, o sea, se considerará como unidad de inversión cada uno de los diferentes sectores (planta nuclear, planta desalinizadora, producción agrícola y producción industrial), para expresar la relación y dependencia que existe entre cada uno de ellos, y determinar cuántas unidades de cada sector son necesarias para llevar a cabo el complejo de tal manera que se logre el objetivo mencionado.

b) Se elaboró otro modelo con el objetivo de maximizar el valor actual neto total, pero considerando dicho valor por producto o sea, sin considerar la interrelación y dependencia de cada uno de los sectores.

Para el primer modelo se procedió primero con la determinación del valor actual neto de cada uno de los sectores en forma independiente, para después con esta información obtener el modelo correspondiente.

Para el segundo modelo se utilizó la información que se obtuvo en los métodos tradicionales, ya que en dichos métodos se realizó la evaluación por productos y no por sectores.

**Determinación de la información para el modelo de maximizar el valor actual neto de los diferentes sectores.**

**Determinación del flujo neto y valor actual neto para la planta nuclear por cada 1000 megawatts por año.**

	AÑO 1	AÑOS 2 A 10
Ingresos	0	0
(-) Costo de operación	1,350	1,350
Utilidad bruta	( 1,350 )	( 1,350 )
(-) Depreciación	4,500	500
Utilidad antes de impuestos	( 5,850 )	( 1,850 )
(-) Impuestos	( 2,925 )	( 925 )
Utilidad neta	( 2,925 )	( 925 )
(+) Depreciación	4,500	500
Flujo neto	1,575	( 425 )
	*****	*****

PERIODO	FLUJO NETO	VALOR ACTUAL
0	(9,000)	(9,000.00)
1	1,575	984.38
2	( 425 )	( 166.02 )
3	( 425 )	( 103.76 )
4	( 425 )	( 64.85 )
5	( 425 )	( 40.53 )
6	( 425 )	( 25.33 )
7	( 425 )	( 15.83 )
8	( 425 )	( 9.90 )
9	( 425 )	( 6.18 )
10	( 425 )	( 3.87 )
		*****
Valor actual neto		\$ (8,451.89)
		*****

*Nota: La tasa de descuento es del 60% y las cantidades estan expresadas en millones de pesos.*

*Determinación del flujo neto y valor actual neto para la planta desalinizadora por cada 1000 millones de m<sup>3</sup> al año.*

	AÑO 1	AÑOS 2 A 10
Ingresos	0	0
(-) Costo de operaci6n	450	450
Utilidad bruta	<u>(450)</u>	<u>(450)</u>
(-) Depreciaci6n	750	83.33
Utilidad antes de impuestos	<u>(1,200)</u>	<u>(533.33)</u>
(-) Impuestos	( 600)	(266.67)
Utilidad neta	<u>( 600)</u>	<u>(266.67)</u>
(+) Depreciaci6n	750	83.33
Flujo neto	<u>150</u>	<u>(183.34)</u>
	*****	*****

PERIODO	FLUJO NETO	VALOR ACTUAL
0	(1,500.00)	(1,500.00)
1	150	93.75
2	( 183.34)	( 71.62)
3	( 183.34)	( 44.76)
4	( 183.34)	( 27.98)
5	( 183.34)	( 17.48)
6	( 183.34)	( 10.93)
7	( 183.34)	( 6.83)
8	( 183.34)	( 4.27)
9	( 183.34)	( 2.67)
10	( 183.34)	( 1.67)
Valor actual neto		<u>\$(1,594.46)</u>
		*****

*Nota: La tasa de descuento es del 60% y las cantidades estan expresadas en millones de pesos.*

**Determinación del flujo neto y valor actual neto para cada 400 hectáreas del producto "A" por año.**

	<b>AÑO 1</b>	<b>AÑOS 2 A 10</b>
<b>Ingresos</b>	<b>\$ 75,000</b>	<b>\$ 75,000</b>
<b>(-) Costo de operación</b>	<b>1,500</b>	<b>1,500</b>
<b>Utilidad bruta</b>	<b>\$ 73,500</b>	<b>\$ 73,500</b>
<b>(-) Depreciación</b>	<b>3,000</b>	<b>339.39</b>
<b>Utilidad antes de impuestos</b>	<b>\$ 70,500</b>	<b>\$ 73,166.67</b>
<b>(-) Impuestos</b>	<b>35,250</b>	<b>36,589.39</b>
<b>Utilidad neta</b>	<b>\$ 35,250</b>	<b>\$ 36,589.34</b>
<b>(+) Depreciación</b>	<b>3,000</b>	<b>339.39</b>
<b>Flujo neto</b>	<b>\$ 38,250</b>	<b>\$ 36,916.67</b>
	<b>*****</b>	<b>*****</b>

<b>PERIODO</b>	<b>FLUJO NETO</b>	<b>VALOR ACTUAL</b>
0	( 6,000.00)	( 6,000.00)
1	38,250.00	23,906.25
2	36,916.67	14,420.57
3	36,916.67	9,012.86
4	36,916.67	5,633.04
5	36,916.67	3,520.65
6	36,916.67	2,200.41
7	36,916.67	1,375.25
8	36,916.67	859.59
9	36,916.67	537.21
10	36,916.67	335.76

**Valor actual neto** **\$ 55,801.59**  
\*\*\*\*\*

**Nota :** la tasa de descuento es del 60 % y las cantidades están expresadas en millones de pesos.

**Determinación del flujo neto y valor actual neto para cada 400 hectáreas del producto "B" por año.**

	<b>AÑO 1</b>	<b>AÑOS 2 A 10</b>
<b>Ingresos</b>	<b>\$ 86,000</b>	<b>\$ 86,000</b>
<b>(-) Costo de operación</b>	<b>1,350</b>	<b>1,350</b>
<b>Utilidad bruta</b>	<b>\$ 84,650</b>	<b>\$ 84,650</b>
<b>(-) Depreciación</b>	<b>4,500</b>	<b>500</b>
<b>Utilidad antes de impuestos</b>	<b>\$ 80,150</b>	<b>\$ 84,150</b>
<b>(-) Impuestos</b>	<b>40,075</b>	<b>42,075</b>
<b>Utilidad neta</b>	<b>\$ 40,075</b>	<b>\$ 42,075</b>
<b>(+) Depreciación</b>	<b>4,500</b>	<b>500</b>
<b>Flujo neto</b>	<b>\$ 44,575</b>	<b>\$ 42,575</b>
	<b>*****</b>	<b>*****</b>

<b>PERIODO</b>	<b>FLUJO NETO</b>	<b>VALOR ACTUAL</b>
0	( 9,000)	( 9,000.00)
1	44,575	27,859.38
2	42,575	16,630.86
3	42,575	10,394.29
4	42,575	6,496.63
5	42,575	4,060.27
6	42,475	2,537.67
7	42,575	1,586.04
8	42,575	991.28
9	42,575	619.55
10	42,575	387.22
		<b>\$ 62,562.99</b>
		<b>*****</b>

**Nota :** la tasa de descuento es del 60 % y las cantidades están expresadas en millones de pesos.

**Determinación del flujo neto y valor actual neto para cada 547.5 mil toneladas de fertilizante (producto "C") por año, para consumo del sector agrícola.**

	<b>AÑO 1</b>	<b>AÑOS 2 A 10</b>
<b>Ingresos</b>	0	0
<b>(-) Costo de operación</b>	450	450
	<hr/>	<hr/>
<b>Utilidad bruta</b>	(450)	(450)
<b>(-) Depreciación</b>	1,200	133.33
	<hr/>	<hr/>
<b>Utilidad antes de impuestos</b>	(1,650)	(583.33)
<b>(-) Impuestos</b>	( 825)	(291.67)
	<hr/>	<hr/>
<b>Utilidad neta</b>	( 825)	(291.66)
<b>(+) Depreciación</b>	1,200	133.33
	<hr/>	<hr/>
<b>Flujo neto</b>	<b>\$ 375</b> *****	<b>\$ (158.33)</b> *****

<b>PERIODO</b>	<b>FLUJO NETO</b>	<b>VALOR ACTUAL</b>
0	(2,400.00)	(2,400.00)
1	375.00	234.38
2	( 158.33)	( 61.85)
3	( 158.33)	( 38.65)
4	( 158.33)	( 24.16)
5	( 158.33)	( 15.10)
6	( 158.33)	( 9.44)
7	( 158.33)	( 5.90)
8	( 158.33)	( 3.69)
9	( 158.33)	( 2.30)
10	( 158.33)	( 1.44)
		<hr/>
<b>Valor actual neto</b>		<b>\$ (2,328.15)</b> *****

**Nota:** La tasa de descuento es del 60% y las cantidades están expresadas en millones de pesos.

**Determinación del flujo neto y valor actual neto para cada 365 mil toneladas de aluminio (producto "D") por año.**

	AÑO 1	AÑOS 2 A 10
<b>Ingresos</b>	<b>\$54,750</b>	<b>\$54,750</b>
<b>(-) Costo de operación</b>	<b>360</b>	<b>360</b>
<b>Utilidad bruta</b>	<b>\$54,390</b>	<b>\$54,390</b>
<b>(-) Depreciación</b>	<b>2,400</b>	<b>266.67</b>
<b>Utilidad antes de impuestos</b>	<b>\$51,990</b>	<b>\$54,123.33</b>
<b>(-) Impuestos</b>	<b>25,995</b>	<b>27,061.67</b>
<b>Utilidad neta</b>	<b>\$25,995</b>	<b>\$27,061.66</b>
<b>(*) Depreciación</b>	<b>2,400</b>	<b>266.67</b>
<b>Flujo neto</b>	<b>\$28,395</b>	<b>\$27,328.33</b>

PERIODO	FLUJO NETO	VALOR ACTUAL
0	( 4,800.00)	( 4,800.00)
1	28,395.00	17,746.88
2	27,328.33	10,675.13
3	27,328.33	6,671.96
4	27,328.33	4,169.97
5	27,328.33	2,606.29
6	27,328.33	1,628.90
7	27,328.33	1,018.06
8	27,328.33	636.29
9	27,328.33	397.68
10	27,328.33	248.55
<b>Valor actual neto</b>		<b>\$40,999.65</b>

**Nota:** La tasa de descuento es del 60% y las cantidades están expresadas en millones de pesos.



El resumen de la información obtenida se muestra en el cuadro 1.

La primera restricción representa los consumos de dinero por unidad de inversión en cada sector, y el total máximo disponible en este caso será \$ 30,000 millones.

La segunda restricción representa los consumos de tierra por los diferentes sectores y el consumo total no debe exceder las 120000 hectáreas disponibles.

La tercera restricción representa los consumos de electricidad necesarios por cada unidad de inversión en los diferentes sectores, y el total máximo disponible va a estar dado por el número de unidades de inversión en la planta nuclear que asigne el modelo, tomando en consideración que cada unidad de la planta nuclear proporcionará 1000 megawatts de potencia anual.

La cuarta restricción se refiere a los consumos de agua de cada sector, y el total disponible va a estar dado por el número de unidades que se asigne a la planta desalinizadora, considerando que cada unidad de la planta desalinizadora proporcionará 1000 millones de m<sup>3</sup> de agua por año.

La quinta restricción se refiere a los consumos de fertilizantes por los diferentes sectores, estando el total disponible en función del número de unidades de producción que se asigne al producto "C", tomando en consideración que cada unidad de inversión en el producto "C" proporcionará 547.5 mil toneladas por año. Además, en un momento dado si llegara a existir un sobrante de fertilizante, este podrá ser vendido.

La sexta restricción, más bien es una condición, para que los valores que tomen las variables de decisión no sean negativos.

El listado correspondiente a la solución del modelo, aparece en el cuadro 2.

#### Interpretación de resultados del primer modelo.

- Z(max) = Máximo valor actual neto total del complejo =  
= \$ 279,007.65 millones.
- X1 = Unidades de 1000 megawatts en planta nuclear = 0
- X2 = Unidades de 1000 millones de m<sup>3</sup> de agua en planta desalinizadora = 0
- X3 = Unidades de 400 hectáreas de producto "A" = 5
- X4 = Unidades de 400 hectáreas de producto "B" = 0
- X5 = Unidades de 547.5 mil toneladas de fertilizante = 0
- X6 = Unidades de 365 mil toneladas de aluminio = 0
- X7 = Unidades monetarias no utilizadas en el complejo (en millones de pesos) = 0

## CUADRO 1. RESUMEN DE INFORMACION.

ACTIVIDAD	PLANTA	PLANTA	SECTOR RERITOLA		SECTOR INDUSTRIAL	
	NUCLEO DESALINIZ	DESALINIZ	PRMO. B	PRMO. B	PRMO. E	PRMO. O
RECURSO:						
DINERO	\$ 3.000	\$ 1.500	\$ 5.000	\$ 1.000	\$ 2.000	\$ 4.000
TAXA			400	400		
ELECTRICIDAD			50	50	100	100
AGUA			110	100	100	100
FERTILIZANTE			2	1,5		
VARIABLE						
DESCRIBIDA	X1	X2	X3	X4	X5	X6
VON (PILES DE PERNAS)	( 4000 X1 )	( 2000 X2 )	( 5000 X3 )	( 1000 X4 )	( 2000 X5 )	( 4000 X6 )

## MODELO A RESOLVER

$$Z(\max) = -4000X_1 - 2000X_2 + 5000X_3 + 1000X_4 + 2000X_5 + 4000X_6$$

SUJETO A :

$$3000X_1 + 1500X_2 + 5000X_3 + 1000X_4 + 2000X_5 + 4000X_6 \leq 20000$$

$$400X_1 + 400X_2 + 400X_3 + 400X_4 + 400X_5 + 400X_6 \leq 120000$$

$$-100X_1 + 50X_3 + 50X_4 + 100X_5 + 100X_6 \leq 0$$

$$-100X_2 + 110X_3 + 100X_4 + 100X_5 + 100X_6 \leq 0$$

$$2X_3 + 1,5X_4 - 97,5X_5 \leq 0$$

$$X_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

LA FUNCION OBJETIVO  $Z(\max)$  REPRESENTA EL VON TOTAL.

Cuadro 2.

\*\*\*\*\* SIMPLEX PARA MAXIMIZACION \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* MODELO COMPLEJO AGROINDUSTRIAL I \*\*\*\*\*

DATA  
\*\*\*\*\*

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
Z	1.000	8451.070	1974.660	-33001.530	-62562.970	2320.130	-40777.630	0.000
X7	0.000	7000.000	1300.000	6000.000	7000.000	2400.000	4000.000	1.000
X8	0.000	0.000	0.000	400.000	400.000	0.000	0.000	0.000
X9	0.000	-1000.000	0.000	30.000	30.000	1030.000	1030.000	0.000
X10	0.000	0.000	-1000.000	110.000	100.000	105.000	106.000	0.000
X11	0.000	0.000	0.000	2.000	1.300	-3447.000	0.000	0.000

	X8	X9	X10	X11	X12
Z	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
X7	0.000	0.000	0.000	0.000	30000.000
X8	1.000	0.000	0.000	0.000	120000.000
X9	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000
X10	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
X11	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000

\*\*\*\*\*

\*\*\*\* NO HAY NEGATIVO EN EL PRIMER BERNLICH, BUSCA COLUMNA PIVOTE \*\*\*\*

\*\*\*\*\*

COLUMNA PIVOTE = 5  
BERNLICH PIVOTE = 2

\*\*\*\*\*

Cuadro 2 (continuación)

	Z	XI	X2	X3	X4	X5	X4	X7
MEMO 0 1 Z 0	1.000	71014.000	12021.625	-14092.070	0.000	19011.614	-7432.722	0.751
MEMO 0 2 X4 0	0.000	1.000	0.167	0.647	1.000	0.267	0.333	0.000
MEMO 0 3 X5 0	0.000	-400.000	-64.667	120.333	0.000	-104.667	-219.333	-0.004
MEMO 0 4 X7 0	0.000	-1000.000	-0.333	16.667	0.000	1036.667	1023.333	-0.004
MEMO 0 5 X10 0	0.000	-100.000	-1010.000	20.000	0.000	76.200	40.000	-0.012
MEMO 0 6 X11 0	0.000	-1.500	-0.250	1.000	0.000	-2465.000	-0.000	-0.000

Cuadro 2 (continuación)

	X9	X7	X10	X11	T10
***** S MEM 0 1 2 0 *****	0.000	0.000	0.000	0.000	790511.000
***** S MEM 0 2 14 0 *****	0.000	0.000	0.000	0.000	7.333
***** S MEM 0 3 10 0 *****	1.000	0.000	0.000	0.000	110444.667
***** S MEM 0 4 17 0 *****	0.000	1.000	0.000	0.000	-166.667
***** S MEM 0 5 110 0 *****	0.000	0.000	1.000	0.000	-340.000
***** S MEM 0 6 111 0 *****	0.000	0.000	0.000	1.000	-3.000
*****					
CASO MAY NEGATIVO EN EL PRIMER DENSIDAD, ÚNICO COLUMNA PIVOTE					
*****					
COLUMNA PIVOTE = 4					
DENSIDAD PIVOTE = 2					
*****					

Cuadro 2(continuación)

	7	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
***** ITEM 0 1 2 0 *****	1.000	72154.185	13344.843	0.000	21139.205	24440.742	3441.574	9.300
***** ITEM 0 2 03 0 *****	0.000	1.300	0.250	1.000	1.300	0.000	0.000	0.000
***** ITEM 0 3 00 0 *****	0.000	-600.000	-100.000	0.000	-200.000	-160.000	-220.000	-0.047
***** ITEM 0 4 07 0 *****	0.000	-1075.000	-12.300	0.000	-25.000	1030.000	1010.000	-0.000
***** ITEM 0 5 110 0 *****	0.000	-105.000	-1027.300	0.000	-57.000	61.000	10.000	-0.010
***** ITEM 0 6 111 0 *****	0.000	-3.000	-0.300	0.000	-1.300	-3440.000	-1.600	-0.000

Cuadro 2 (continuación)

	X8	X9	X10	X11	100
***** 0 DEMO 0 1 2 3 *****	0.000	0.000	0.000	0.000	27907.650
***** 0 DEMO 0 2 13 3 *****	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
***** 0 DEMO 0 3 10 3 *****	1.000	0.000	0.000	0.000	110000.000
***** 0 DEMO 0 4 17 3 *****	0.000	1.000	0.000	0.000	-250.000
***** 0 DEMO 0 5 110 3 *****	0.000	0.000	1.000	0.000	-250.000
***** 0 DEMO 0 6 111 3 *****	0.000	0.000	0.000	1.000	-10.000

LA ULTIMA MATRIZ ES LA OPTIMA

\*\*\*\*\* ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE RECURSOS \*\*\*\*\*

RECURSO	LIMITE INFERIOR	VALOR OPTIMAL	LIMITE SUPERIOR
X7	0.000	30000.000	100000.000
X8	2000.000	120000.000	120000.000
X9	0.000	0.000	250.000
X10	0.000	0.000	250.000
X11	0.000	0.000	10.000

(Cuadro 2 conclusión)

ACTIVIDAD	LIMITE INFERIOR	VALOR ORIGINAL	LIMITE SUPERIOR
X3	93001.530	93001.530	93001.530

\*\*\*\*\* VALORES DUALES \*\*\*\*\*

RECURSO	VALOR DUAL
1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.000
5	0.000



- X8 = Hectàreas no utilizadas en la producción agrícola = 118 000
- X9 = Megawatts no utilizados por el complejo = - 250
- X10 = Millones de m3 de agua no utilizada en el complejo = - 550
- X11 = Miles de toneladas de fertilizante no utilizado en la producción agrícola = - 10

Esto es, que sólo se deberá invertir en 5 unidades de 400 hectàreas del producto "A", en virtud de que es el sector que mayor beneficio a valor presente arroja. Realizando lo anterior, se tendrá un total de 118 000 hectàreas sin utilizar, además se tendrá un faltante de 250 megawatts anuales de electricidad, ya que no se invierte en planta nuclear (X9). Por otro lado, también se tendrá un faltante de 550 millones de m3 de agua anuales, ya que tampoco se invierte en plantas desalinizadoras (X10). Por último, se tendrá otro faltante de 10 mil toneladas de fertilizante, ya que tampoco se invierte en la producción del mismo (X11).

El beneficio total que se obtiene con esta asignación ascenderá a \$ 279,007.65 millones en 10 años, haciendo la aclaración que esta cantidad está expresada a valores actuales.

Pero esta asignación no es factible en virtud de que existen faltantes de recursos para que pueda llevarse a cabo, por consiguiente se puede concluir que si se desea llevar a cabo esta asignación, se tendrá que buscar la manera de obtener los recursos faltantes y por consiguiente el beneficio total disminuirá en función del costo que implique la obtención de dichos recursos.

Aunque esto pudiera financiarse con la utilización de las hectàreas sobrantes (rentarlas por ejemplo).

Para corroborar los resultados obtenidos, a continuación se desarrolla el modelo dual correspondiente:

$$Z(\text{min}) = 30000Y_1 + 120000Y_2 + 0Y_3 + 0Y_4 + 0Y_5$$

Sujeto a:

$$9000Y_1 - 1000Y_3 = - 8451.89$$

$$1500Y_1 + 400Y_2 + 50Y_3 + 110Y_4 + 2Y_5 = - 1594.46$$

$$6000Y_1 + 400Y_2 + 50Y_3 + 110Y_4 + 2Y_5 = 55801.59$$

$$9000Y_1 + 400Y_2 + 50Y_3 + 108Y_4 + 1.3Y_5 = 62562.99$$

$$2400Y_1 + 1050Y_3 + 105Y_4 - 547.5Y_5 = - 2398.15$$

$$4800Y_1 + 1050Y_3 + 108Y_4 = 40999.65$$

$$Y_i = 0 \quad (i=1,2,3,4,5)$$

**Donde:**

- Y1** = Contribución marginal mínima del recurso dinero por unidad invertida en el complejo.
- Y2** = Contribución marginal mínima por cada 400 hectáreas.
- Y3** = Contribución mínima por la utilización de electricidad en el complejo.
- Y4** = Contribución marginal mínima por la utilización del agua en el complejo.
- Y5** = Contribución marginal mínima por la utilización de fertilizante en el complejo.

**Z(min)**=Contribución marginal total mínima por la utilización de los diferentes recursos en el complejo.( expresada en millones de pesos ).

Como se sabe, para obtener los valores correspondientes a las variables, se puede resolver el modelo dual u obtener los valores de la última tabla simplex del modelo primal.

En este caso los valores correspondientes son:

- Y1** = \$ 9.30
- Y2** = 0
- Y3** = 0
- Y4** = 0
- Y5** = 0

**Z(min)** = \$ 279,007.65

Como se podrá notar, la contribución total de este modelo es la misma que la del modelo original (la diferencia se debe al redondeo con decimales), por consiguiente, quiere decir que la solución del primer modelo es correcta.

Interpretando los valores duales correspondientes, se tiene que el único recurso que proporciona beneficio es el dinero, y esto es lógico en virtud de que fue el único recurso que se utilizó totalmente, en los demás hubo o sobrantes (tierra) o faltantes (luz, agua, fertilizante).

La contribución del recurso dinero en 10 años es de \$ 9.30 por cada peso utilizado, que en promedio anual es de \$0.93 por cada peso invertido (estas cantidades están expresadas a valor actual).

Comprobando lo expresado tenemos que:

<b>Pesos invertidos</b> (expresado en millones de pesos)	<b>Beneficio =</b>	<b>Beneficio total anual</b> x por año
\$ 30,000	x 0.93	= \$ 27,900.765 x 10 años = \$ 279,007.65

Si se deseara aumentar la cantidad inicial disponible, se obtendría este mismo beneficio por cada unidad extra, que comparado con el rendimiento mínimo aceptable (60%) es mayor, y por consiguiente beneficioso para la empresa.

Para complementar la información obtenida, se procede a determinar los parámetros de validez para el modelo original, los cuales son:

a) En lo que respecta a la contribución por unidad de inversión, para el artículo "A" no se permite variación, ya que de ser así, la solución del modelo cambiaría.

b) En lo referente al recurso dinero, los parámetros serán desde \$30,000 hasta \$1'800,000, esto es que si se llegara a aumentar o disminuir la cantidad inicial disponible fuera de este rango, la asignación de recursos cambiará hacia otro sector.

c) Desde el punto de vista de las hectáreas disponibles, estas pueden modificarse dentro del siguiente rango: 2000 hasta 120000. Sin que se modifique la asignación de recursos al producto "A".

d) En lo referente al recurso electricidad, el parámetro correspondiente es desde 0 hasta 250 megawatts.

e) Para el recurso agua el parámetro de variabilidad aceptado por el modelo es desde 0 hasta 550 millones de m<sup>3</sup>.

f) Para el recurso fertilizante, el rango de validez para el modelo es desde 0 hasta 10 mil toneladas.

En resumen, se puede decir que la solución obtenida para este modelo es la óptima, pero como existen faltantes de recursos (agua, luz y fertilizante) no podrá llevarse a cabo mientras no se cubran dichos faltantes.

Ahora bien, otra alternativa para mejorar la solución, sería por ejemplo, rentar las hectáreas no utilizadas, para con este dinero financiar los recursos faltantes (luz, agua y fertilizante).

De no ser así, lo más conveniente es no aceptar el proyecto en virtud de dichos faltantes.

Otra solución sería, aunque menos recomendable que la anterior, elaborar un modelo que analice la mejor combinación por producto, sin considerar la interrelación de los diferentes sectores; o sea por producto, y que en cada producto se absorba de antemano el costo de los consumos de los diferentes sectores.

Se dice que es menos recomendable, en virtud de que esto ocasionará un menor beneficio total por la absorción de los costos faltantes.

*Este modelo quedaría como aparece en el cuadro No. 3.*

*Para elaborar dicho cuadro se utilizó la información obtenida en los métodos tradicionales, con el objetivo de maximizar el beneficio total a valor actual.*

*Los elementos de dicho cuadro representan lo siguiente:*

- Z(max) = Función objetivo = Máximo beneficio total a valor actual.*
- X1 = Unidades de 400 hectáreas cada una a invertir en el producto "A".*
- X2 = Unidades de 400 hectáreas cada una a invertir en el producto "B".*
- X3 = Unidades de 547.5 mil toneladas cada una a invertir en la producción de fertilizante para venta.*
- X4 = Unidades de 365 mil toneladas de aluminio.*

*Todas las unidades de inversión incluyen sus respectivas ciudades, consumos de electricidad, agua y fertilizante.*

*La solución correspondiente a este modelo se presenta en el cuadro 4.*

*Los resultados que arroja la última matriz del listado son:*

- Z(max) = \$ 233,493.33 millones*
- X1 = 4.31 unidades*
- X2 = 0*
- X3 = 0*
- X4 = 0*
- X5 = 0 = sobrante de presupuesto inicial.*
- X6 = 118,276.08 hectáreas = hectáreas no utilizadas en la asignación.*

*Valores duales:*

- Y1 = \$ 7.783 = contribución marginal del recurso dinero en la asignación óptima, por cada unidad invertida (cada peso).*
- Y2 = 0 = contribución marginal por la utilización del recurso hectáreas en la asignación óptima.*

*Los valores de Y1 y Y2 (valores duales correspondientes al modelo), pueden determinarse desarrollando el modelo dual o tomarlos de la última matriz de simplex como ya se mencionó anteriormente.*

*Interpretando los resultados se tiene lo siguiente: Se debe invertir en 4.31 unidades de 400 hectáreas cada una del producto "A", lo cual otorgará un beneficio total máximo a valor actual de \$ 233,493.334 millones. Esta asignación ocasionará un sobrante de 118,276.08 hectáreas, las cuales pueden ser utilizadas en alguna otra actividad (por ejemplo rentarlas, venderlas, etc.).*

**Cuadro 3. RESUMEN DE INFORMACION DEL SEGUNDO MODELO DE P.L.**

ACTIVIDAD	PRODUCTO B	PRODUCTO B	PRODUCTO C	PRODUCTO D	DISPONIBLE
RECURSOS					
CONSUMO DE DINERO POR (MILLONES)	5,568.98	9,598.275	12,291.00	14,635.29	30000
CONSUMO DE TIEMPO	400	400			120000
U B M (MILLONES DE PESOS)	59171.4583	61789.429	(4185.67)	31813.8296	
VARIABLE DECISION	X1	X2	X3	X4	

**SEGUNDO MODELO DE PROGRAMACION LINEAL**

$$Z(\max) : 59171.4583 X1 + 61789.429 X2 - 4185.67 X3 + 31813.8296 X4$$

SUJETO A :

$$5568.98 X1 + 9598.275 X2 + 12291 X3 + 14635.29 X4 \leq 30000$$

$$400 X1 + 400 X2 \leq 120000$$

$$Xi \geq 0 \quad (i = 1,2,3,4)$$

Condato 4

\*\*\*\*\* SIMPLEX PARA MAXIMIZACION \*\*\*\*\*

\*\*\*\*\* MODELO COMPLEJO AGROINDUSTRIAL 2 \*\*\*\*\*

DATOS  
\*\*\*\*\*

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	TD
Z	1.000	-54177.430	-61709.620	6165.670	-31012.030	0.000	0.000	0.000
X5	0.000	6960.900	9940.275	12291.000	15695.200	1.000	0.000	30000.000
X6	0.000	400.000	400.000	0.000	0.000	0.000	1.000	170000.000

COND MAY NEGATIVO EN EL PRIMER MEMBRAN, BUSCO COLUMNA PIVOTE

COLUMNA PIVOTE = 3  
MEMBRAN PIVOTE = 2

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	TD
MEMB 0 1	Z	0						
	1.000	-10900.920	0.000	66567.865	66548.605	6.216	0.000	104402.040
MEMBIV 0 2	X2	0						
	0.000	0.700	1.000	1.236	1.579	0.000	0.000	3.010
MEMB 0 3	X6	0						
	0.000	119.091	0.000	-190.394	-611.500	-0.040	1.000	110792.790

Cuadro 4 (continuación)

\*\*\*\*\*

COMO MAY NEGATIVO EN EL PRIMER SEMBLON, DUEÑO COLUMNA PIVOTE

\*\*\*\*\*

COLUMNA PIVOTE = 2  
 SEMBLON PIVOTE = 2

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*  
 I XI XII XIII XIV XV XVI 100  
 -----

\*\*\*\*\*  
 0 MEMO 0 1 Z 0  
 \*\*\*\*\*  
 1.000 0.000 13576.037 77827.000 91163.635 7.793 0.000 223477.333  
 -----

\*\*\*\*\*  
 0 MEMO 0 2 XI 0  
 \*\*\*\*\*  
 0.000 1.000 1.420 1.766 2.235 0.000 0.000 4.310  
 -----

\*\*\*\*\*  
 0 MEMO 0 3 XI 0  
 \*\*\*\*\*  
 0.000 0.000 -171.206 -706.200 -901.906 -0.637 1.000 110276.003  
 -----

LA ULTIMA NOTICIA ES LA OPTIMA

Cuadro 4 (conclusión)

\*\*\*\*\* ANALISIS DE SENSIBILIDAD DE RECURSOS \*\*\*\*\*

RECURSO	LIMITE INFERIOR	VALOR ORIGINAL	LIMITE SUPERIOR
X5	30000.000	30000.000	2900270.000
X6	1720.010	120000.000	120000.000

\*\*\*\*\* ANALISIS DE SENSIBILIDAD FUNCION OBJETIVO \*\*\*\*\*

ACTIVIDAD	LIMITE INFERIOR	VALOR ORIGINAL	LIMITE SUPERIOR
X1	54177.000	54177.000	54177.000

\*\*\*\*\* VALORES DUALES \*\*\*\*\*

RECURSO	VALOR DUAL
1	7.700
2	0.000



La validez de esta solución (asignación) se encuentra realizando un análisis de sensibilidad, el cual nos proporciona los parámetros de correspondientes a esta asignación (rango de variabilidad).

El resultado de tal análisis es el siguiente:

a) Para el beneficio por unidad de inversión del producto "A" no puede aceptarse variación, ya que la asignación se modificaría.

Esto es que si se llegara a disminuir o aumentar la rentabilidad a valor actual, la asignación se moverá hacia otro producto.

b) El recurso dinero puede aceptar variaciones en el rango de \$ 30,000 millones hasta \$ 2,088,280 millones. Como podrá notarse, el rango es bastante amplio y por consiguiente no riesgoso.

c) El recurso hectáreas acepta cualquier variación siempre y cuando la disponibilidad de este recurso se mantenga entre 1723.915 hectáreas y 120000. Por consiguiente tampoco este recurso es muy riesgoso para el proyecto.

La contribución marginal que proporciona el producto "A" es de \$7.783 por cada peso invertido.

Comparando los modelos, se tiene que en ambos el producto "A" es el más rentable y sólo existe diferencia en el número de unidades de inversión que se deben llevar a cabo, ya que el primer modelo no incluye el costo de los consumos de fertilizante, agua y electricidad, pero la decisión sigue siendo la misma.

Comparación de resultados de los modelos utilizados.

MODELO ORIGINAL	MODELO MODIFICADO
Z(max) = \$ 279,007.65 millones	Z(max) = \$ 233,493.33 millones
X1 = Producto "A" = 5 unidades De 400 Hectáreas	X1 = 4.31 unidades del producto "A"
X8 = Hectáreas sobrantes = 118,000	X6 = Hectáreas sobrantes = 118,276.08
X9 = Faltante electricidad = 250 megawatts	
X10 = Faltante agua = 350 millones de M3	
X11 = Faltante fertilizante = 10 mil toneladas	
Y1 = Dual del recurso dinero = \$ 9.30	Y1 = Valor dual del recurso dinero = \$ 7.783

**COMPARACION DE RESULTADOS DE LAS PRUEBAS UTILIZADAS**

<b>PRUEBA 1</b>	<b>PRUEBA 2</b>
<b>Z(men) : \$170,407.50 PELLONES</b>	<b>Z(men) : \$223,403.33 PELLONES</b>
<b>X1 : PRODUCTO B : 8 UNIDADES DE 400 HECTAREAS C/L</b>	<b>X1 : 4.31 UNIDADES DEL PRODUCTO B</b>
<b>X2 : HECTAREAS SIEMBRADAS : 11,000</b>	<b>X2 : HECTAREAS SIEMBRADAS : 110,876.00</b>
<b>X3 : FUENTE DE ELECTRICIDAD : 200 PREGUNTAS</b>	
<b>X4 : FUENTE DE AGUA : 500 PELLONES DE PCL</b>	
<b>X5 : FUENTE DE FERTILIZANTE : 10 PCL TONELAJES</b>	
<b>V1 : VALOR CUMULATIVO DEL RECIBO ODIENES : \$1.20</b>	<b>V1 : VALOR CUMULATIVO DEL RECIBO ODIENES : \$ 7.702</b>

Hay que hacer notar, que al absorber los costos de antemano, la contribución total disminuye en \$ 45,514.32 millones (\$279,007.65 - \$ 233,493.33), que es una cantidad considerable.

Por otro lado, la contribución por cada peso invertido disminuye en \$ 1.53. Esto quiere decir que al absorber los costos de antemano ocasionará una disminución en las cantidades mencionadas y además ocasionará un aumento en las hectáreas no utilizadas de 276.08 hectáreas. Ahora bien, considerando que se pretende maximizar el valor actual neto, lo más conveniente es llevar a cabo el primer modelo con la primera opción (rentar las 118,000 hectáreas sobrantes), para cubrir los faltantes correspondientes.

El correspondiente costo a cubrir sería (ver cálculos en métodos tradicionales):

	UNIDADES DE INVERSION	COSTO UNITARIO (MILLONES)	IMPORTE (MILLONES)
Agua	4.997	127.50	\$ 637.1175
Fertilizante	4.997	59	294.8230
Luz (ciudad)	4.997	1792.50	8,957.1225
Total			\$ 9,889.0630 *****

Por lo tanto, el precio de renta por hectárea debe ser al menos de:

$$\frac{\$ 9,889.0930 \text{ millones}}{118,001.20} = \$ 83,804.76$$

Para con esto al menos cubrir los costos de los recursos faltantes, y cada peso que se llegara a cobrar de más pasaría a formar parte del beneficio total (previo descuento al 40% anual).

*En los cuadros 5 y 6 se muestra un análisis comparativo entre las técnicas tradicionales para análisis y evaluación de proyectos de inversión y la programación lineal.*

*Como se puede observar, la solución por programación lineal es más dinámica y completa que en los métodos tradicionales, aunque en este caso se utilizó información de estos para aplicarlas a los modelos.*

*Esto quiere decir que ambos métodos en combinación pueden ayudar a tomar decisiones más racionales.*

## CUADRO 5

**COMPARACION DE RESULTADOS OBTENIDOS POR METODOS TRADICIONALES  
Y PROGRAMACION LINEAL.**

METODOS TRADICIONALES	PROGRAMACION LINEAL
<p>B) INVERTIR EN 4.33 UNIDADES DEL PRODUCTO B DE 400 MRS. C/UN</p> <p>B) BENEFICIO TOTAL O VALOR ACTUAL \$221,453.26 MILLONES EN 10 AÑOS.</p> <p>C) CONTRIBUCION PROMEDIAL ANUAL O VALOR ACTUAL DE \$ 1.703 POR CADA PESO INVERTIDO.</p> <p style="text-align: center;"><u>INFORMACION ADICIONAL</u></p> <p>D) RECOMPENSA DE LA INVERSION EN EL PRIMER AÑO.</p> <p>E) TIR DE 10.42 %</p> <p>F) TIR DE 5.614 %</p> <p>→ DETERMINADA POR PUNTO Y ERROR</p>	<p>B) INVERTIR EN 5 UNIDADES DEL PRODUCTO B ( 400 MRS. C/UN )</p> <p>B) BENEFICIO O VALOR ACTUAL DE \$210,807.65 MILLONES EN 10 AÑOS.</p> <p>C) CONTRIBUCION PROMEDIAL ANUAL O VALOR ACTUAL DE \$0.39 POR CADA PESO INVERTIDO.</p> <p style="text-align: center;"><u>INFORMACION ADICIONAL</u></p> <p>D) RECURSOS NO UTILIZADOS 11,000L.</p> <p>E) FUENTE DE ELECTRICIDAD 250 MILLONES DE PSE/ANNO.</p>

METODOS TRADICIONALES	PROGRAMACION LINEAL
Empty cell for traditional methods	<p>F) FUENTE DE AGUA 500 MILLONES DE PSE.</p> <p>G) FUENTE DE FERTILIZANTE 10000 TONELADAS.</p> <p>H) PERMITE DETERMINAR COMO CAMBIAR LOS COSTOS DE LOS RECURSOS FILTRANTES.</p> <p>I) CONSIDERA LA INTERRELACION DE LOS DIFERENTES SECTORES.</p> <p>J) PERMITE DETERMINAR LAS OPCIONES PERMITIDAS PARA LA SOLUCION (TANTO PARA LOS RECURSOS COMO PARA LOS BENEFICIOS O CONTRIBUCION).</p>

## CUADRO 6

**COMPARACION DE METODOS TRADICIONALES Y PROGRAMACION LINEAL  
EN EL ANALISIS Y EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION.**

METODOS TRADICIONALES	PROGRAMACION LINEAL
PERMITEN DETERMINAR LA VELOCIDAD CON QUE SE RECUPERA LA INVERSION DE UN PROYECTO.	
PERMITEN INCLUIR PREFERENCIAS DEL INVERSOR DE DEPENDENCIAS.	
ALGUNOS METODOS INCLUIRAN EL VALOR DEL DOLARO A TRAVES DEL TIEMPO.	PODEE INCLUIRSE EL VALOR DEL DOLARO A TRAVES DEL TIEMPO.
PERMITEN DETERMINAR LA TIEM DE RECUPERAMIENTO, TANTO A VALORES MUYCIONALES COMO A VALORES --- DETALLES.	

METODOS TRADICIONALES	PROGRAMACION LINEAL
SEPARAN LOS PROYECTOS PERO NO INDICAN QUE CANTIDADES SE DEBEN ASIGNAR A CADA PROYECTO.	INDICA QUE PROYECTOS DEBEN ACEPTARSE Y CUANTO SE DEBE ASIGNAR A CADA UNO DE ELLOS, Y ACEPTA QUE CANTIDAD DE RECURSOS NO SERAN UTILIZADOS POR LA RESTRICCION (SOLERA).
CONSIDERAN A LOS PROYECTOS EN FORMA INDEPENDIENTE.	CONSIDERAN A LOS PROYECTOS EN FORMA INTERDEPENDIENTE Y COMPETITIVA.
PODEE APLICARSE EL ANALISIS CON MUYCIONALES.	PODEE INCLUIRSE EL PUNDO MUYCIONALES DE RECUPERACION.
	PODEE APLICARSE LA INFORMACION CON UN ANALISIS DE SENSIBILIDAD PARA DETERMINAR QUE TAN SENSIBLES SON A LAS CAMBIOS LOS BENEFICIOS Y RECURSOS (RIESGO).

PETICIONES TRADICIONALES	COMERCIALIZACION LINEAL
	PROPORCIONA LA CONTINUACION PROGRESIVA POR RECIBIR Y ACTIVIDAD, CON LA CUAL SE ESTA EN POSIBILIDADES DE SABER SI SE PUEDE INCREMENTAR O DISMINUIR LA CANTIDAD DE RECIBIR PARA PERSEGUIR EL BENEFICIO TOTAL.
	PERMITE FORMAR UNA GRAN CANTIDAD DE VARIABLES Y RESTRICCIONES.
	ES POSIBLE LABORAR CON LAS PETICIONES TRADICIONALES, Y GENERALMENTE REQUIERE DEL USO DE UN COMPUTADOR PARA OBTENER EL RESULTADO.

**CONCLUSIONES.**



*La programación lineal es una herramienta indispensable para el tomador de decisiones actual, ya que le permite analizar y evaluar problemas de una manera más racional.*

*Esto no quiere decir que la técnica por sí misma tome la decisión, sino más bien, le permite al tomador de decisiones formarse un amplio panorama de lo que pudiera suceder al tomar tal o cual decisión. Desgraciadamente en nuestro medio (Contaduría), la utilización de esta técnica no ha sido lo que debiera ser, ya que ha existido un distanciamiento entre esta técnica y el usuario, en virtud de que en la literatura existente y en los centros de estudio a nivel licenciatura, se le ha prestado demasiada atención a los métodos de solución, descuidando la parte más importante de todo trabajo, que es la adecuación de problemas e interpretación de resultados, y por otro lado, en la mayoría de los textos se le impregna demasiada justificación y comprobación matemática, lo cual redundo, en la mayoría de los casos, en una información inaccesible o demasiado brida para los usuarios.*

*Desde el punto de vista de análisis y evaluación de proyectos de inversión es recomendable la utilización de la programación lineal, ya que esta técnica permite considerar varios proyectos de inversión a la vez para determinar los efectos de cada uno de ellos en el sistema (organización), y a su vez seleccionar aquel o aquellos proyectos que afectan más favorablemente o lo menos perjudicial al sistema (dependiendo de las características del problema). O sea, permite que exista una interrelación e interdependencia de los recursos de la organización y los proyectos, para buscar la mejor asignación de los recursos.*

*Además, la información que proporciona al obtenerse el resultado es más amplia que en los métodos tradicionales. Esto es, que además de proporcionar el mejor resultado posible, genera información de tipo económico relacionada con los proyectos y recursos del sistema. Esta información es importante ya que con ella es posible ampliar el análisis correspondiente y responder a preguntas como: ¿Qué pasa si ?*

*Esta información se utiliza para ampliar el estudio de la solución misma y los posibles cambios y efectos que se pudieran suscitar en el sistema.*

*Una desventaja que presenta esta técnica es la construcción del modelo a resolver, dado que en la actualidad es necesario considerar un gran número de variables o aspectos inherentes al problema, y por ende un gran consumo de tiempo en la preparación del mismo, pero el beneficio que proporciona (información) paga con creces este costo.*

Otra desventaja importante es que cuando el modelo incluye demasiadas variables, es necesaria la utilización de un computador para resolverlo, pero en la actualidad esta desventaja es relativa, ya que ha sido tan grande la proliferación de computadores que ha ocasionado una reducción en los costos de los mismos. Además existe en nuestro medio el uso de computadores de tiempo compartido o la renta de los mismos, lo cual ocasiona un costo de utilización muy bajo.

Esto no quiere decir que para utilizar la programación lineal sea necesario ser un experto en el uso de computadores, ya que existen paquetes de Software para resolver este tipo de modelos.

Ahora bien, lo expuesto en este trabajo no tiene la finalidad de cambiar los métodos tradicionales por la programación lineal, ya que cada uno de ellos tiene sus bondades y desventajas, sino que pueden ser utilizados como complemento de la programación lineal, para que de esta manera lo resultados e información que se obtenga se la más completa posible.

Por otro lado, es conveniente mencionar que para utilizar la programación lineal es necesario cumplir al menos con tres requisitos:

1. Conocimientos elementales de álgebra,
2. Experiencia en la elaboración de modelos matemáticos, y
3. Conocimiento profundo del sistema en cuestión.

Ya que sin estos requisitos, difícilmente se puede hacer un buen uso de esta técnica, y por consiguiente se corre el peligro de que los resultados de su aplicación resulten desastrosos para la organización.

Con base en lo expuesto anteriormente se llegó a la siguientes conclusiones:

1. El Contador como tomador de decisiones necesita conocer técnicas cada vez más sofisticadas para satisfacer las necesidades de las organizaciones actuales.
2. Que dicho conocimiento no se quede sólo en la mecánica de solución, sino que se preocupe más por la filosofía o esencia de dicha técnica, para que esta sea mejor aprovechada, y

3. Que una vez logrado lo anterior, se preocupe por su correspondiente difusión práctica, para que la comunidad profesional pueda también hacer uso de dicha técnica, y con esto engrandecer el conocimiento de dicha comunidad y por ende el de la sociedad misma.

Por último, sólo espero que el presente trabajo sirva y motive a los estudiantes y profesionales de la Contaduría a buscar, adecuar y difundir nuevas técnicas que engrandezcan el conocimiento de la profesión y a su vez le faciliten su ejercicio profesional, ya que el resultado de esto, se verá reflejado también en las empresas para las cuales se trabaja y por ende de lograr un mejoramiento de la sociedad en general.