

01163
ley.
2

EVALUACION IN SITU DE LA GRANULOMETRIA
DE LA FRACCION GRUESA DE LOS SUELOS.

ROGELIO REGINO HERNANDEZ HERNANDEZ

TESIS

Presentada a la Division de Estudios de
Posgrado de la
FACULTAD DE INGENIERIA

de la
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
como requisito para obtener
el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA
(MECANICA DE SUELOS)

CIUDAD UNIVERSITARIA (27 de agosto de 1986)





UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

	Pagina
1. INTRODUCCION	1
2. PLANTEAMIENTO Y OBJETIVOS	5
3. TECNICAS DE MEDICION DE DIAMETROS APARENTES DE PARTICULAS EN CORTES O SONDEOS	7
3.1 Estimación visual	7
3.2 Estimación sistemática	7
3.2.1 Planímetro	8
3.2.2 Tabla digital	10
3.2.3 Análisis de imágenes	10
4. CORRECCION TEORICA DE LAS GRANULOMETRIAS APARENTES	15
4.1 Corrección teórica en cortes	16
4.1.1 Cálculo del diámetro aparente de una esfera interseccada por un plano lo- calizado a una distancia aleatoria de su centro	16
4.1.2 Diámetro verdadero de una esfera con determinado diámetro aparente	16
4.1.3 Estimación de la granulometría en tres dimensiones	20
4.2 Corrección teórica en sondeos	24
4.2.1 Diámetro aparente de una esfera in- terseccada por un eje localizado a una distancia aleatoria de su centro	24
4.2.2 Diámetro verdadero de una esfera	25

4.2.3	Gránulometría en tres dimensiones	26
4.2.4	Aplicación y limitaciones de la corrección teórica	27
4.3	Estudio experimental	27
4.3.1	<i>Características de los materiales empleados</i>	27
4.3.2	<i>Obtención de la granulometría a partir de los cortes</i>	32
5.	EFFECTO DE ESCALA	39
5.1	Planteamiento	39
5.2	Consideraciones técnicas	40
5.3	Implicaciones en cuanto a la representatividad de las muestras	43
6.	EFFECTO DEL ESTADO DEL CORTE	49
6.1	Consideraciones generales	49
6.2	Estudio de laboratorio	49
6.2.1	<i>Mezclas de grava con arena</i>	51
6.2.2	<i>Mezclas de grava con arcilla</i>	57
6.3	Estudio de campo	76
6.3.1	<i>Anisodendros</i>	76
6.3.2	<i>Filtraciones</i>	76
6.3.3	<i>Interpretación de resultados</i>	77
6.4	Conclusiones	82
7.	CONCLUSIONES GENERALES	83

REFERENCIAS

ANEXO I DEDUCCIONES MATEMATICAS

ANEXO II PROGRAMAS DE COMPUTADORA

INTRODUCCION

Son comunes las situaciones en la ingeniería civil en las que resulta necesario determinar la granulometría de la fracción gruesa de una masa terrea.

Este problema se presenta por ejemplo en la construcción de terracerías para vías terrestres. En este tipo de obras, es común que se tenga que estimar el porcentaje de sobre tamaños, es decir de partículas mayores de 10 cm que dificultan la compactación y deben ser eliminadas.

Asimismo, al evaluar bancos de préstamo de materiales aluviales gruesos para la construcción de presas de tierra y enrocamiento es indispensable verificar si la proporción de partículas mayores que determinado tamaño es suficiente. Al nivel de proyecto no se cuenta generalmente con una planta cribadora que permita determinar la granulometría del material de interés, y esta evaluación debe basarse en una simple inspección de cortes o en resultados de sondeos.

La evaluación del porcentaje de boleos de una masa terrea puede tambien ser importante para la definición del procedimiento constructivo de cimentaciones que se apoyen en ella y corregir las estimaciones de asentamientos basados en la com presibilidad de la matriz fina.

En la misma forma, la existencia de boleos en proporción excesiva puede invalidar determinados métodos constructivos para túneles (posibilidad de usar anclas).

De las situaciones anteriores y otras que podrían presentarse en la práctica profesional se plantea el problema de estimar razonablemente la distribución granulométrica de la fracción más gruesa de un material.

En el presente trabajo se busca definir en qué medida es posible, a partir de cortes o de muestras obtenidas en sondeos y de la determinación de los diámetros aparentes de las partículas, estimar la granulometría y el volumen disponible de esta últimas. En particular se evalúa la aplicabilidad práctica de un método de estimación Bayesiana (Ref 1), cuyo planteamiento se establece en el capítulo 2. Se estudia el problema del efecto de las dimensiones del corte y de la longitud del sondeo sobre la representatividad de las muestras. En el caso de los cortes se revisa a partir de pruebas de laboratorio la influencia del estado de erosión del área a analizar y del tipo de matriz de la masa en la precisión de las estimaciones granulométricas realizadas.

2. PLANTEAMIENTO Y OBJETIVOS

El problema estudiado en esta tesis puede plantearse en forma precisa como sigue:

Se considera una masa térrea con partículas grandes redondeadas contenidas dentro una matriz de suelo más fino con suficiente cohesión para permitir cortes verticales o perforaciones estable. Esta masa puede caracterizarse mediante una función $G_3(d)$ que representa la proporción del volumen total ocupado por partículas de diámetro menor que d o por vacíos. Este concepto se ilustra en la fig 2.1. Como puede apreciarse, para $d=0$, $G_3(d)$ corresponde a la porosidad (α) de la masa, o su equivalente en términos de la relación de vacíos e : $\frac{\alpha}{1+\alpha}$.

Si la masa considerada se corta según un plano vertical, las partículas intersecadas presentan en el corte un diámetro aparente, generalmente inferior a su diámetro real. La distribu-

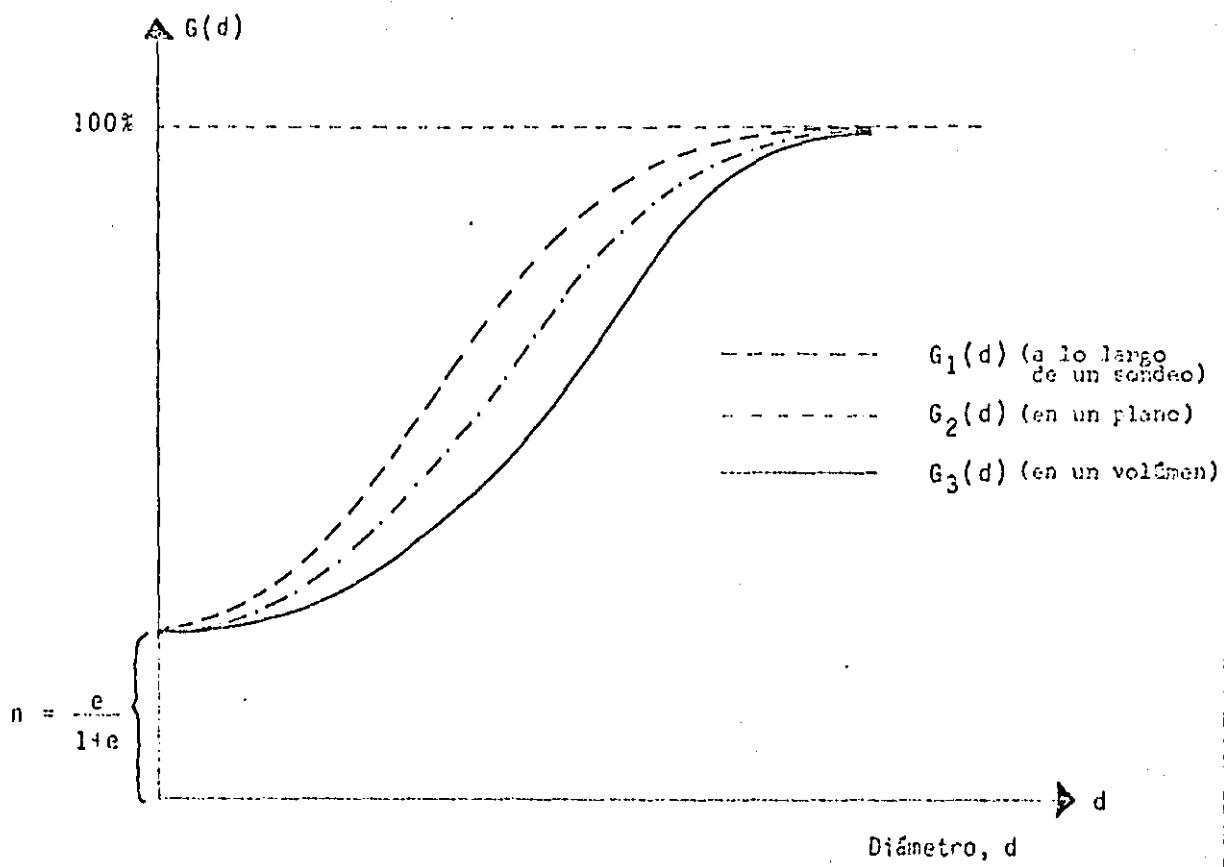


FIG 2.1 Distribución granulométrica $G(d)$

ción de diámetros aparentes en el corte puede representarse mediante una segunda función $G_2(d)$ (fig 2.1), que representa el porcentaje del área total ocupada por partículas con un diámetro aparente menor o igual que d o por vacíos.

En la misma forma, a lo largo de un sondeo, las partículas intersecadas presentan determinado diámetro aparente y es posible definir una tercera función $G_3(d)$ (fig 2.1), que representa la proporción de la longitud total del sondeo ocupada por partículas de diámetro aparente menor o igual que d o por vacíos.

El problema tratado en esta tesis, es el de la estimación de $G_3(d)$ a partir de determinaciones directas de $G_2(d)$ realizadas *in situ* o en fotografías de cortes, o de $G_1(d)$ efectuadas durante los sondeos o, posteriormente, por análisis de corazones recuperados.

En lo que sigue se incluyen los siguientes puntos:

- a) Revisión de las técnicas existentes para la determinación de los diámetros aparentes y de las gránulometrías $G_1(d)$ o $G_2(d)$ (capítulo 3).
- b) Discusión del método de la referencia 1 para la corrección de diámetros aparentes y la obtención de $G_3(d)$ (capítulo 4). Se presentan, asimismo, los programas para computadora que se desarrollaron para poder aplicar dicho método.

- c) Revisión del concepto de efecto de escala (Ref 2) y desarrollo de una metodología que permite tomarlo en cuenta y definir las dimensiones mínimas que debe tener un corte o un sondeo para que la estimación de $G_1(d)$ o $G_2(d)$ sea aceptable (capítulo 5). También se presentan los programas para computadora que permiten aplicar esta metodología.
- d) Evaluación en el laboratorio del efecto de las características un corte (tipo de matriz y grado de erosión) sobre la distribución de los diámetros aparentes, y en consecuencia sobre la estimación de la gránulometría.
- e) Aplicación de campo.

3. TECNICAS DE MEDICION DE DIAMETROS APARENTES DE PARTICULAS EN CORTES O SONDEOS

3.1 Estimación visual

Es común en la práctica que, para la localización de bancos de préstamo de materiales gruesos, se haga un simple reconocimiento de campo. La estimación de tamaños se basa solamente en la observación visual de los cortes verticales en excavaciones o en los resultados cualitativos de sondeos realizados por percusión o con muestradores de barril. Este procedimiento da, en la mayoría de los casos, resultados alejados de la realidad.

3.2 Estimación sistematizada

Para poder evaluar la granulometría de una masa térrea, es posible obtener fotografías de cortes naturales o artificiales de

de dicha masa. A partir de estas fotografías la medición de áreas o diámetros aparentes de las partículas se puede hacer recurriendo a varias técnicas:

3.2.1 Planímetro

Este instrumento (fig 3.1) es muy útil para medir áreas irregulares y su utilización es muy simple. Se calibra el aparato con una área regular conocida, por ejemplo un cuadrado de 5 cm de lado. La calibración consiste en colocar la aguja del planímetro en uno de los vértices de la figura en cuestión y tomar una lectura en el vernier (*lectura inicial*), antes de comenzar el recorrido alrededor del perímetro de la figura. El recorrido termina al llegar la aguja del planímetro al punto de partida; en ese momento, se hace otra lectura (*lectura final*). Se restan las lecturas (*lectura final - lectura inicial*) y se divide el resultado entre el área conocida (25 cm^2 en este caso particular), a este cociente se le llama constante del aparato. Este procedimiento se aplica a varias figuras regulares de área conocida para sacar un valor medio de la constante del aparato. Una vez que el planímetro se ha calibrado se realiza la determinación de las áreas aparentes tomando otra diferencia de lecturas en el vernier (*lectura final - lectura inicial*). El área aparente se calcula como el cociente de la diferencia de lecturas anterior entre la constante del aparato. Esta técnica fué poco utilizada en este trabajo porque resulta algo laboriosa.

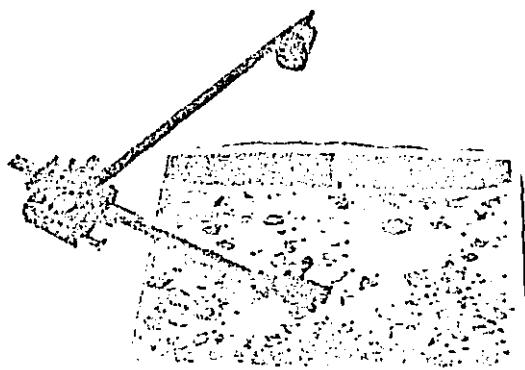


Fig 3.1 Planímetro

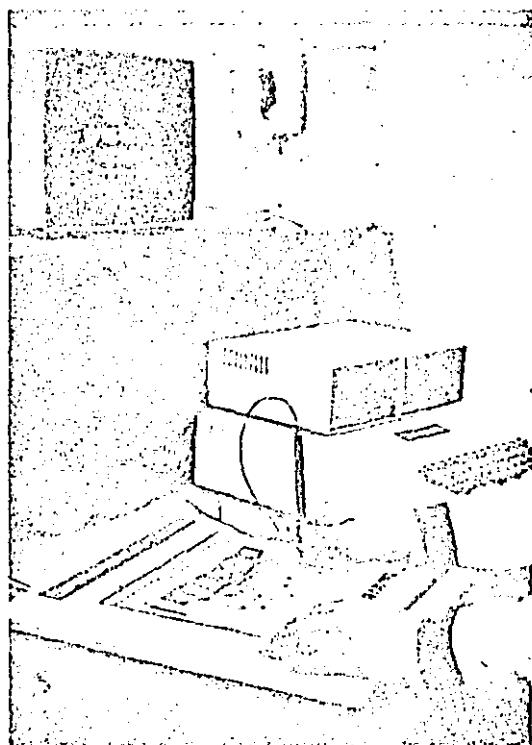


Fig 3.2 Tableta digital

3.2.2 Tableta digital

Otra de las técnicas disponibles, y que fué la que más se utilizó en el presente trabajo, es el uso de la tableta digital (fig 3.2). Este dispositivo electrónico permite determinar la magnitud de las áreas aparentes, en las unidades que uno desee, por medio de un plomón especial que se usa como un planímetro. Esta técnica permite crear archivos, con las áreas aparentes medidas, en un diskette flexible. Esta información puede procesarse posteriormente con programas de computadora (Anexo II).

3.2.3 Análisis de imágenes

En el presente trabajo se utilizó poco esta técnica. A continuación se comenta brevemente el proceso que se sigue para este tipo de análisis y sus limitaciones para este caso particular. El proceso de análisis de imágenes se puede subdividir en dos etapas:

a) Digitalización de imágenes

Se proyectan una a una las fotografías de los cortes en una pantalla, se filma cada una de estas proyecciones con una cámara conectada a un digitizador de imágenes (fig 3.3). La digitalización de las imágenes se realiza subdividiendo la imagen del corte en pequeñas regiones llamadas pixeles (fig 3.4a). Esta división se realiza según líneas horizontales, formadas por pixeles adyacentes (fig 3.4b). En cada pixel su brillantez es muestrada

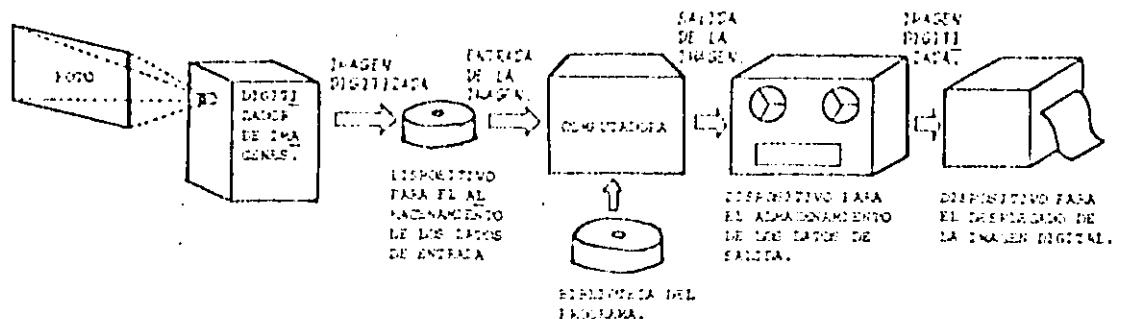
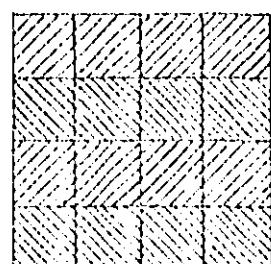
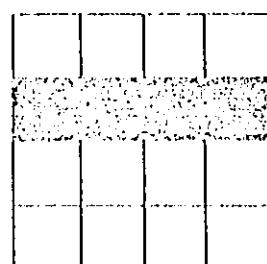


Fig 3.3 Sistema para el procesamiento digital de imágenes



a División de la imagen del corte en pixeles



b Subdivisión de la imagen en líneas horizontales, formadas por pixeles adyacentes



c Escala de tonos de gris

Fig 3.4 Digitización de una imagen

y cuantificada. Esto permite asignarle a cada pixel un valor entero, de acuerdo a una escala de tonos de gris (fig. 3.4c). Por ejemplo, se puede dar el valor cero al negro y el valor 16 al tono más brillante. Después de realizados el muestreo y la cuantificación de todos los pixeles que componen la imagen del corte (proceso de digitalización) se tiene como resultado una matriz (matriz de tonos), cuyos elementos son valores enteros comprendidos entre 0 y 16, que representan las diferentes tonalidades entre el negro y el blanco. La matriz de tonos (fig 3.5) se transforma así en una matriz numérica.

Después de digitizar cada una de las imágenes de los cortes, estas se transfieren, una por una, a una pantalla de televisión. Cada una de ellas, de manera similar a una imagen televisiva, está constituida por una colección de líneas cuya intensidad varía de pixel a pixel.

b) Cálculo de las áreas aparentes de las partículas

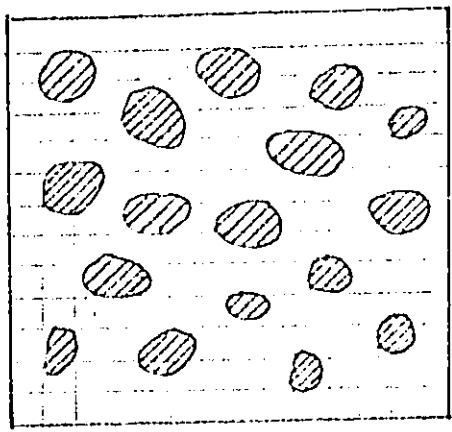
El procesamiento de cada una de las imágenes de los cortes se realiza con la ayuda de una computadora (fig 3.3). Cada imagen, una vez que ha sido digitizada, puede manejarse como un arreglo matricial. La determinación de las áreas se basa en el hecho de que las partículas visibles en cada corte presentan una tonalidad diferente de la de la matriz fina en que estaban contenidas. Para cada una de las imágenes, la matriz de tonos se imprime (fig 3.3), lo que permite observar el rango de tonos en que se encuentran las partículas gruesas. Una vez identificado

este rango de tonos se suman a los pixeles que caen dentro del mismo. Esta suma corresponde, para cada partícula gruesa, a un cierto porcentaje del área del corte y, como ésta se conoce, es posible calcular el área aparente y, por tanto, el diámetro aparente de cada partícula.

Los resultados obtenidos con esta técnica de análisis no fueron muy satisfactorios, por las siguientes razones:

- Es necesario contar con fotografías de excelente calidad. El contraste juega un papel muy importante.
- La precisión de los cálculos depende en gran medida de la resolución de la imagen. En este caso se analizaron imágenes con una resolución de 256 por 256 pixeles, que equivale a manejar una matriz de tonos de 256 por 256 elementos numéricos. Esta resolución no permitió obtener valores confiables de las áreas aparentes. Se encontraron diferencias, entre el área aparente real y la determinada con esta técnica, de hasta el 30%.
- La escala de tonos con que se contaba era muy pobre (17 tonos). El valor cero se asignó al negro y el valor 16 al tono más brillante (blanco). Un número mayor de tonos aumentaría la precisión del cálculo de las áreas aparentes.

A pesar de lo anterior, se considera que esta técnica es muy promisoria.



$$\begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & A_{1,256} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & A_{2,256} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & \cdots & A_{3,256} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{256,1} & A_{256,2} & \cdots & A_{256,256} \end{bmatrix}$$

Fig 3.5 Transformación de una matriz de tonos
a una matriz numérica.

4. CORRECCION TEORICA DE LAS GRANULOMETRIAS APARENTES

Los diámetros aparentes (*) de las partículas en cortes o sondeos son generalmente inferiores a los reales. Para corregir la granulometría aparente $G_2(d)$ y obtener la granulometría real $G_3(d)$, se desarrolló en la ref 1 un algoritmo basado en las siguientes hipótesis:

- a) Las partículas pueden considerarse esféricas
 - b) Las condiciones prevalecientes en el corte o a lo largo del sondeo son representativas de las existentes en toda la masa. Lo anterior será cierto para materiales homogéneos, pero también para materiales constituidos por estratos homogéneos.
 - c) Las dimensiones del corte o la longitud del o de los sondeos son suficientemente grandes para permitir una inferencia estadística válida para fines prácticos (véase capítulo 5).
-
- (*) Se define como diámetro aparente de una partícula en un corte al diámetro de un círculo cuya área sea igual, en magnitud, al área aparente.

4.1 Corrección teórica en cortes

Esta corrección puede definirse con base en las siguientes consideraciones:

4.1.1 Cálculo del diámetro aparente de una esfera intersecada por un plano localizado a una distancia aleatoria de su centro

Cuando una esfera de diámetro D_3 interseca un plano localizado a una distancia aleatoria de su centro (fig 4.1), es fácil mostrar (Anexo 1), que la densidad de probabilidad de su diámetro aparente D_2 en el plano de corte es:

$$\delta_{D_2|D_3}\{d\} = \begin{cases} \frac{d}{D_3\sqrt{D^2 - d^2}} & ; \text{para } 0 < d < D_3 \\ 0 & ; \text{para otros valores de } d \end{cases} \quad (1)$$

y el valor esperado de D_2 resulta:

$$E\{D_2|D_3\} = \int_0^{D_3} d \delta_{D_2|D_3}\{d\} \, dd = \frac{3D}{4} \quad (2)$$

4.1.2 Diámetro verdadero de una esfera con determinado diámetro aparente

Para estimar el diámetro D_3 de una esfera con diámetro aparente en corte D_2 , es posible recurrir al teorema de Bayes (ref 3).

Para ello, se estima un límite superior de D_3 , por ejemplo con base en el diámetro máximo medido en el corte, D_{max} . La información proporcionada por el conocimiento de D_2 se -----

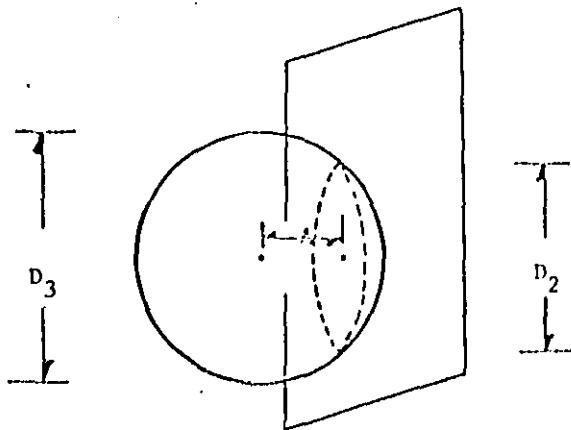


Fig 4.1 Diámetro aparente de una partícula esférica intersecada por un plano.

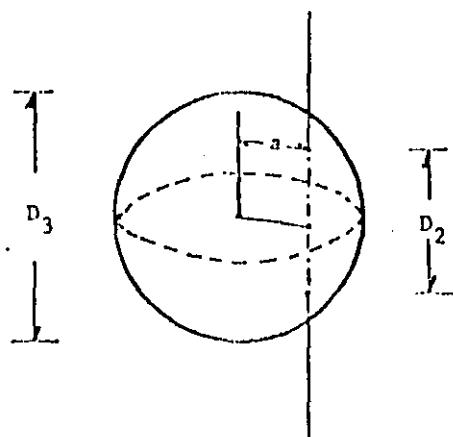


Fig 4.2 Diámetro aparente de una partícula esférica intersecada por una recta.

usa entonces para modificar esta densidad y obtener la densidad de probabilidad a posteriori $\frac{\delta(d)}{v_3|v_2}$ mediante el teorema de Bayes y tomando en cuenta que necesariamente $v_3 > v_2$ se tiene:

$$\frac{\delta(d)}{v_3|v_2} = \frac{\frac{\delta(d)}{v_2|v_3} \frac{\delta(d)}{v_3}}{\int_{v_{\min}}^{v_{\max}} \frac{\delta(d)}{v_2|v_3} \frac{\delta(d)}{v_3} \, ad} \quad v_2 < d < v_{\max} \quad (3)$$

Es decir (Anexo 1):

$$\frac{\delta(d)}{v_3|v_2} = \frac{1}{\cos^{-1}\left(\frac{v_2}{v_{\max}}\right)} \frac{v_2}{d\sqrt{d^2 - v_2^2}} \quad v_2 < d < v_{\max} \quad (4)$$

El valor de v_3 se obtiene como:

$$E[v_3|v_2] = \frac{\int_{v_{\min}}^{v_{\max}} v_3 \frac{\delta(d)}{v_2|v_3} \, ad}{\int_{v_{\min}}^{v_{\max}} \frac{\delta(d)}{v_2|v_3} \, ad} = \frac{v_2}{\cos^{-1}\left(\frac{v_2}{v_{\max}}\right)} \cdot \ln\left(\frac{v_{\max} + \sqrt{v_{\max}^2 - v_2^2}}{v_2}\right) \quad (5)$$

La variación de $E[v_3|v_2]$ en función de v_{\max}/v_2 se presenta en la fig 4.3

$E\{D_3 | D_1\}$

D_2

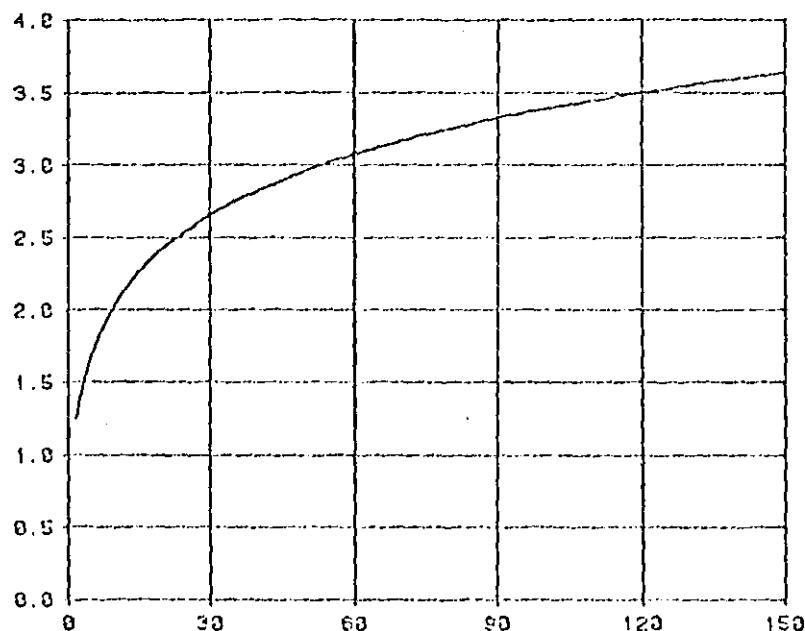


Fig 4.3 Caso de un corte.

$\frac{D_{m,\text{ex}}}{D_2}$

$E\{D_3 | D_1\}$

D_1

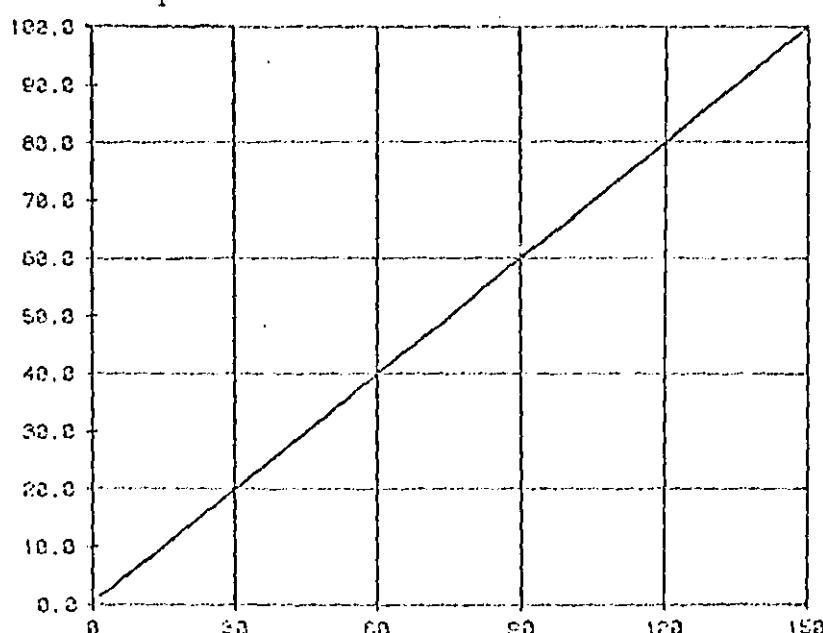


Fig 4.4 Caso de un sondeo.

$\frac{D_{m,\text{ex}}}{D_1}$

D_1

4.1.3 Estimación de la granulometría en tres dimensiones

El porcentaje $\Omega - G_3(d)$ del volumen total de la masa ocupado por partículas mayores que d puede estimarse determinando el porcentaje del área del corte ocupado por partículas que cumplen con esta condición.

Una partícula de diámetro aparente D_2 en un plano de corte tendrá un diámetro D_3 mayor que d con probabilidad:

$$P\{D_3 \geq d | D_2\} = \int_{d/D_2}^{D_{max}} \frac{f(d)}{D_3/D_2} \, dd \quad (6)$$

Para todas las partículas de diámetro aparente $D_2 \geq d$, esta probabilidad será igual a uno, pero para las partículas más pequeñas tomará un valor comprendido entre cero y uno.

La proporción A_d , del área total del corte A , ocupada por partículas con un diámetro D_3 mayor que d puede ser estimada calculando los diámetros aparentes D_{2i} de las partículas en el plano de corte y escribiendo que:

$$A_d = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^m \frac{\pi D_{2i}^2}{4} \int_{d/D_{2i}}^{D_{max}} \frac{f(d)}{D_3/D_{2i}} \, dd \quad (7)$$

donde m es el número de diámetros calculados. Es decir:

$$A_d = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^m \frac{\pi D_{2i}^2}{4} \left[1 - \frac{\cos^{-1}\left(\frac{d}{D_{2i}}\right)}{\cos^{-1}\left(\frac{D_{2i}}{D_{max}}\right)} \right] \quad (8)$$

Con la convención de que el término entre corchetes sea igual a uno si $D_2 \geq d$.

$$\text{Se tendrá: } I - G_g(d) \approx A_d \quad (9)$$

4.1.4 Aplicación y limitaciones del método

De acuerdo con lo planteado en el inciso anterior, los pasos a seguir para aplicar el método de corrección serán los siguientes:

- a) Se medirán en el plano de corte las áreas aparentes de las partículas intersecadas. Para esta operación convendrá recurrir a fotografías, planímetros (fig. 4.5) o tabletas de digitización (fig. 6.8). Una colección de m diámetros aparentes D_{2i} será así obtenida. El valor máximo se adoptará como D_{max} .
- b) Para un valor dado de d , se emplearán las ecuaciones 8 y 9 para estimar $G_g(d)$.
- c) El paso anterior se repetirá para otros valores de d hasta definir $G_g(d)$ en el intervalo de diámetros de interés.

Para realizar los cálculos correspondientes a los incisos b y c, se ha desarrollado un programa para computadora en lenguaje BASIC que se presenta en el Anexo II.

El algoritmo de corrección teórica anterior tiene las siguientes limitaciones prácticas:

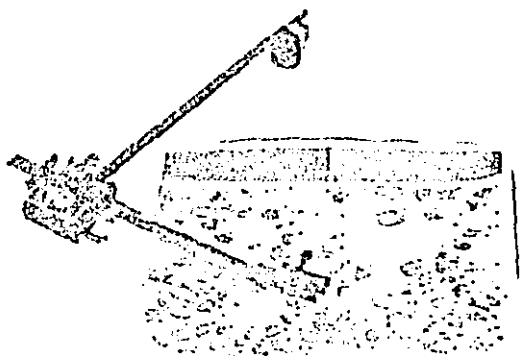


FIG. 4.5 Uso del planímetro en la medición de diámetros aparentes.

a) Existencia de una dimensión mínima medible

En el caso de cortes, la estimación granulométrica está basada en el análisis de fotografías. Debido a que la medición de áreas aparentes de boleos se hace directamente sobre éstas, es obvio que no se podrá medir cualquier tamaño de partícula. Por lo tanto, solamente se podrá realizar el cálculo de diámetros aparentes a partir de partículas mayores que una dimensión mínima medible D_p . El valor de D_p dependerá de la resolución de las fotografías y del esfuerzo que se quiere dedicar a la medición de áreas aparentes.

Es evidente, que el no considerar partículas menores que D_p implica que, en la ecuación 10 y 11 no se considerarán los diámetros aparentes $D_{S_2} < D_p$. Esto tiene como consecuencia una subevaluación de $1 - g_s(d)$. Sin embargo, este error disminuye cuando crece el número de partículas de diámetro mayor que D_p .

En conclusión, los materiales ideales para aplicar el método son los de granulometría discontinua constituidos por boleos y bloques, de dimensiones suficientes para poder ser todos medibles, contenidos dentro de una matriz fina sin tamaños intermedios.

b) Representatividad de los cortes

En el algoritmo de corrección por diámetro aparente, se llama corte a la intersección del medio por un plano. Cortes de este tipo se realizan efectivamente en la práctica por ejemplo en túneles u otras obras subterráneas en las que se respetan rigurosamente las dimensiones de proyecto de la -

excavación. El método puede entonces aplicarse sin modificaciones. Sin embargo, es común que los cortes disponibles para la evaluación de la granulometría sean el resultado de operaciones de excavación realizadas por desprendimiento de material mediante herramientas mecánicas; en otros casos, los cortes han sido sometidos a erosión. La superficie resultante no presenta entonces la apariencia que tendría al cortarse el medio rigurosamente según un plano. Lo anterior puede introducir fuertes distorsiones en la distribución de diámetros aparentes. En este caso, la estimación puede resultar muy burda. Para tratar de cuantificar la magnitud de las distorsiones mencionadas se realizó un estudio experimental en el que se simularon diferentes métodos de excavación en un material de granulometría conocida (Cap 6).

c) Cumplimiento de la hipótesis del método de corrección por diámetro aparente

Conviene subrayar que la validez de los resultados dependerá de la medida en que se cumplen la hipótesis del modelo planteado en el inciso c. La forma de las partículas es un aspecto importante pero la homogeneidad del medio y el tamaño suficiente de la muestra observada son también fundamentales. Este último aspecto se discute en el capítulo 5.

4.2 Corrección teórica en sondeos

4.2.1 Diámetro aparente de una esfera intersecada por un sondeo localizado a una distancia aleatoria de su centro

De manera semejante a la intersección de una esfera por un corte, se puede mostrar (Anexo I), que la densidad de probabilidad de su diámetro aparente p_d a lo largo de un eje es:

$$\frac{\delta(d)}{v_1|v_3} = \frac{2d}{v_3^2} \quad (10)$$

Y el valor esperado de v_1 resulta:

$$E(v_1|v_3) = \frac{2}{3} v_3 \quad (11)$$

4.2.2 Diámetro verdadero de una esfera con determinado diámetro aparente

Recurriendo nuevamente al teorema de Bayes, es posible estimar el diámetro v_3 de una esfera con diámetro aparente v_1 , a lo largo de un sondeo. Es decir, la densidad de probabilidad a posteriori $\frac{\delta(d)}{v_3|v_1}$, considerando $v_3 > v_1$, sería:

$$\frac{\delta(d)}{v_3|v_1} = \frac{\frac{\delta(d)}{v_1|v_3} \cdot \delta(d)}{v_{\max}} \quad v_1 < d < v_{\max} \quad (12)$$

$$\frac{\int \delta(d) \cdot \delta(d) \cdot Ld}{v_1|v_3 \cdot v_3}$$

Por lo tanto (Anexo 1):

$$\frac{\delta(d)}{v_3|v_1} = \frac{2d}{(v_{\max}^2 - v_1^2)} \quad (13)$$

El valor esperado de v_3 se obtiene como:

$$E(v_3|v_1) = \frac{\int v_3 \delta(d) \cdot Ld}{v_1} = \frac{\frac{2}{3} (v_{\max}^3 - v_1^3)}{(v_{\max}^2 - v_1^2)} \quad (14)$$

La variación de $E\{D_3|D_1\}$ en función de $D_{m\xi x}/D_1$ se presenta en la fig 4.4

4.2.3 Granulometría en tres dimensiones

Una partícula de diámetro aparente D_1 a lo largo de un barreno tendrá un diámetro $D_3 > d$ con probabilidad:

$$P\{D_3 > D_1\} = \int_d^{D_{m\xi x}} \frac{f(d)}{f(D_3|D_1)} Ld \quad (15)$$

Para todas las partículas de diámetro aparente $D_1 > d$, esta probabilidad será igual a uno, pero para las partículas más pequeñas, tomará un valor comprendido entre cero y uno.

La proporción L_d de la longitud total L del sondeo ocupada por partículas de diámetro $D_3 > d$, puede ser estimada midiendo los diámetros aparentes D_{1j} de las partículas a lo largo de un sondeo y escribiendo que:

$$L_d = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^n D_{1j} \int_d^{D_{m\xi x}} \frac{f(d)}{f(D_3|D_1)} Ld \quad (16)$$

Donde n es el número de diámetros medidas. Por tanto (Anexo I):

$$L_d = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^n D_{1j} \left\{ \frac{\frac{D_{m\xi x}^2 - d^2}{D_{m\xi x}^2 - D_1^2}}{\frac{D_{m\xi x}^2 - d^2}{D_{m\xi x}^2 - D_1^2}} \right\} \quad (17)$$

Con la misma convención que en la ecuación (8), para $D_{ij} > d$, se tendrá:

$$1 - G_2(d) \approx L_d \quad (18)$$

4.2.4 Aplicación y limitaciones del método

Son aplicables los comentarios del inciso 4.1.4, con la observación de que, obviamente, el efecto de escala es mayor en este caso.

4.3 Estudio experimental

Los principios definidos en los capítulos anteriores fueron aplicados en el laboratorio a cortes simulados con mezclas de partículas esféricas de poliestireno y aserrín. A continuación se presentan y comentan los principales resultados obtenidos.

4.3.1 Características de los materiales empleados

Se prepararon 2 muestras (S2 y S4), constituidas por partículas esféricas de poliestireno (UNICEL), con las granulometrías (en volumen) indicadas en las figuras 4.6a y 4.6b. Estas partículas fueron mezcladas con aserrín y las mezclas fueron compactadas en una caja de madera (fig 4.7).

Tomando en cuenta las proporciones de las mezclas y granulometría de los materiales, las funciones $G_2(d)$ resultaron las indicadas en las figuras 4.8 y 4.9.

Las muestras preparadas fueron cortadas con serrucho y se sacaron fotografías de los cortes. Para el material S2 se hicieron 4 cortes y para el material S4, 7 cortes. En la fig 4.10 se presenta un corte típico.

PORCENTAJE, EN VOLUMEN, QUE PASA (%)

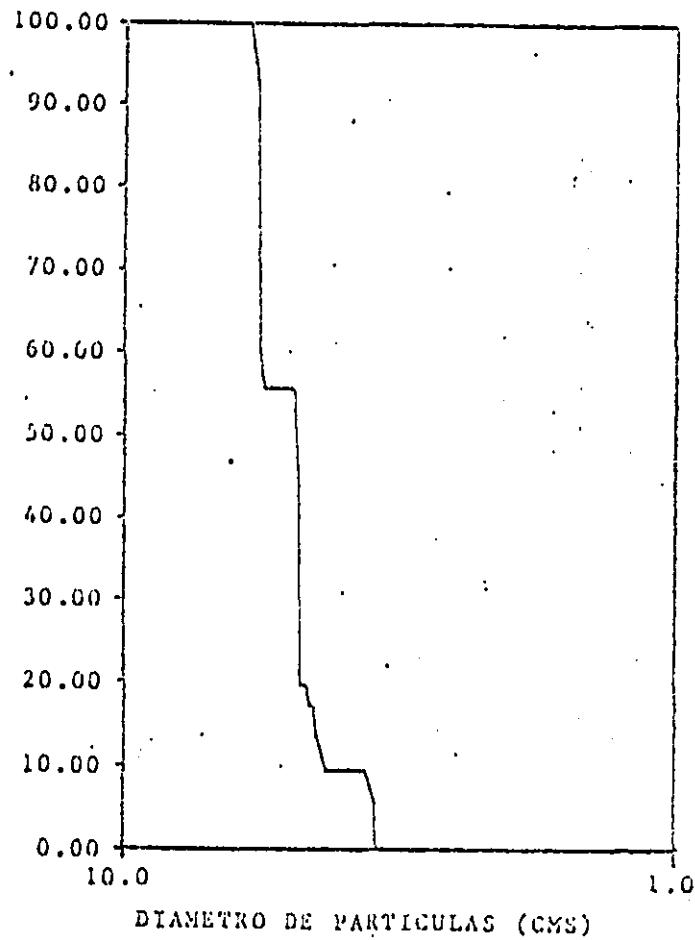


Fig 4.6a Granulometria (material # 1).

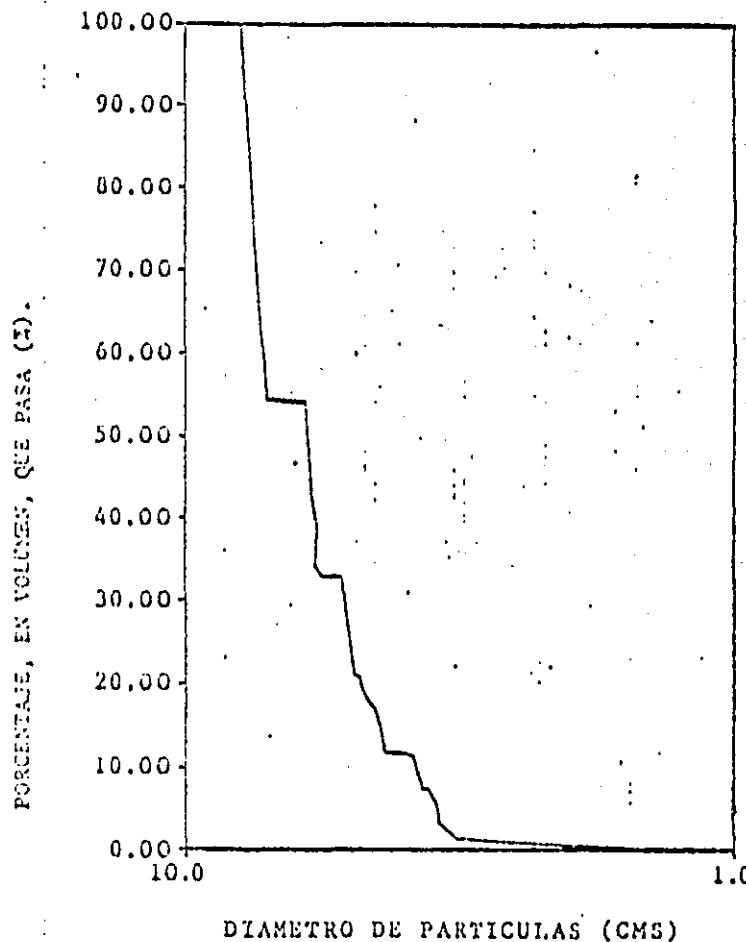


Fig 4.6b Granulometria (material # 2).

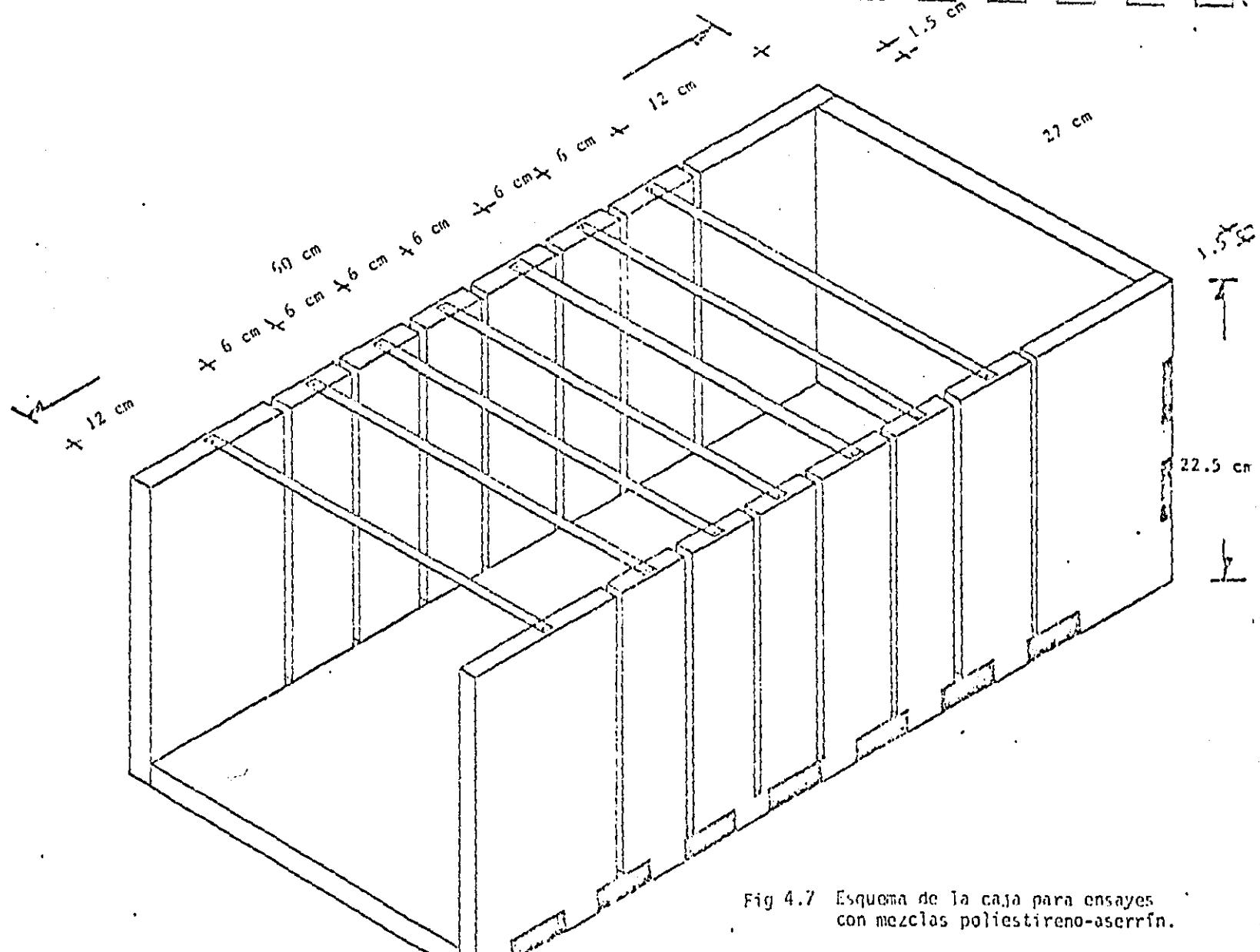


Fig 4.7 Esquema de la caja para ensayos con mezclas poliestireno-aserrín.

PORCENTAJE, EN VOLUMEN, QUE PASA (x).

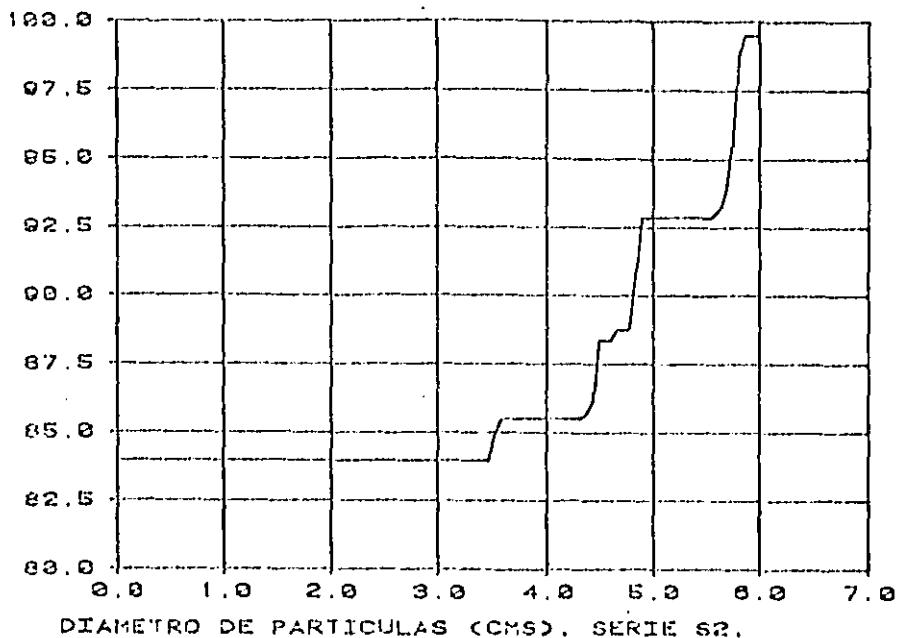


Fig 4.8 Función $G_3(d)$ calculada (muestra S2)

PORCENTAJE, EN VOLUMEN, QUE PASA (x).

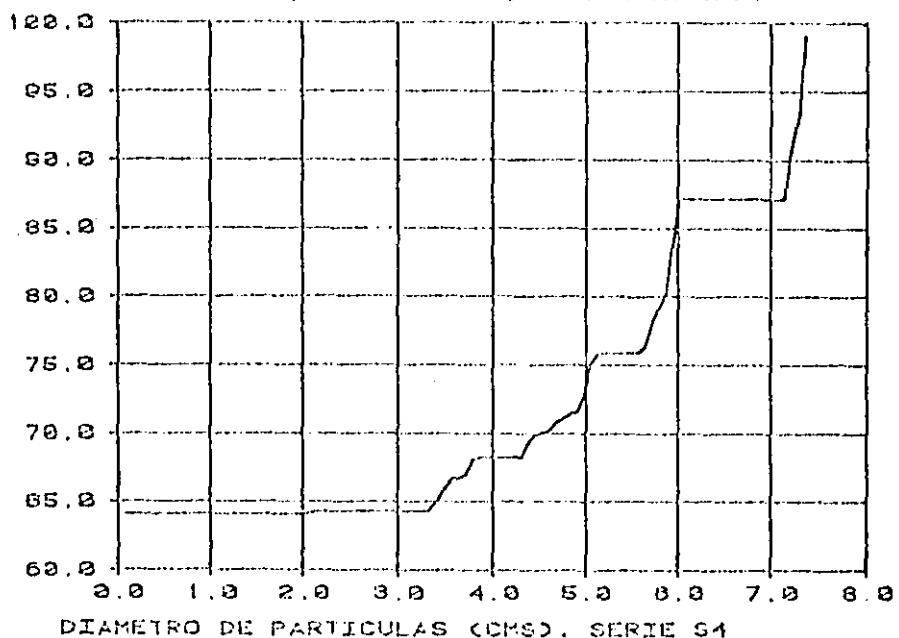


Fig 4.9 Función $G_3(d)$ calculada (muestra S4)

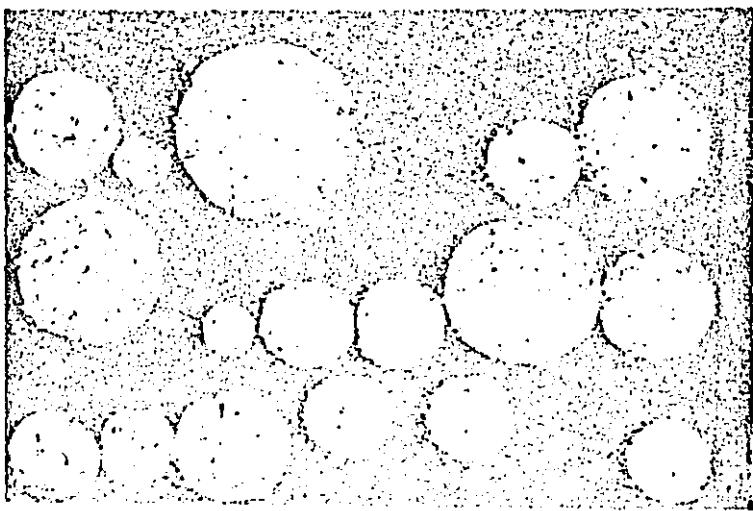


FIG. 4.10 Corte obtenido en una de las simulaciones, con mezclas de poliestireno-aserrín (fotografía S4/10).

4.3.2 Obtención de la granulometría a partir de los cortes

En cada una de las fotografías se midieron las áreas aparentes de las partículas y se calcularon los diámetros aparentes correspondientes. Se obtuvieron así estimaciones de la función $G_2(d)$. Se aplicó la corrección definida previamente para obtener $G_3(d)$. En las figuras 4.11 y 4.12 se muestran los valores reales de $G_3(d)$ (calculados a partir de la granulometría y de la proporción de eserrín), con las estimaciones realizadas en esta forma para cada fotografía.

Para el material S2, se observa que, al aplicar la corrección por diámetro aparente, se subestima apreciablemente los valores reales. Para el material S4, las estimaciones son mucho más satisfactorias, excepto en el caso de las dos últimas fotografías.

Para ambos materiales, la corrección aplicada a $G_2(d)$ para obtener $G_3(d)$, mejora generalmente la estimación, pero resulta de segundo orden respecto a los errores introducidos por el efecto de escala, que se analiza más adelante, y por la heterogeneidad de la mezcla.

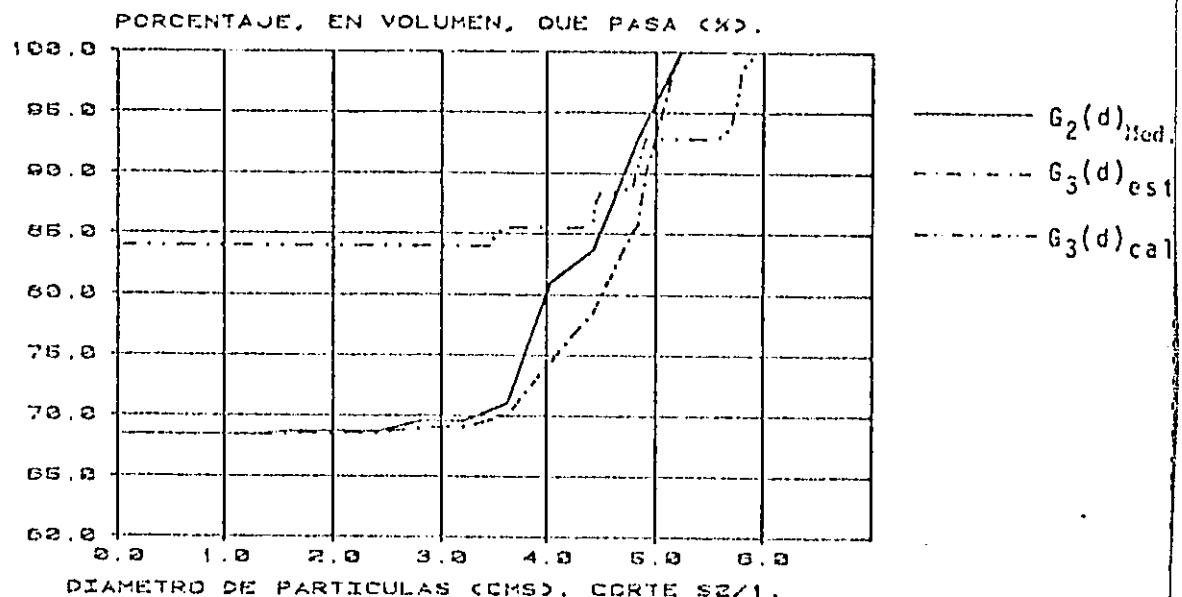


Fig 4.11.1 Comparación entre la granulometría calculada y la estimada (Foto S2/1).

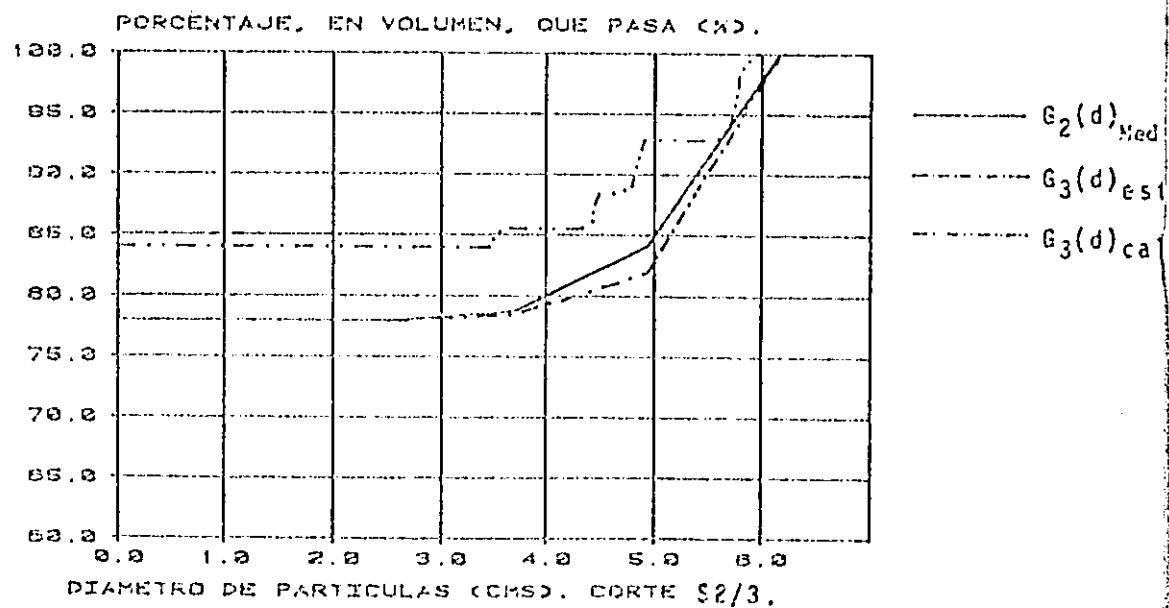


Fig 4.11.2 Comparación entre la granulometría calculada y la estimada (foto S2/3).

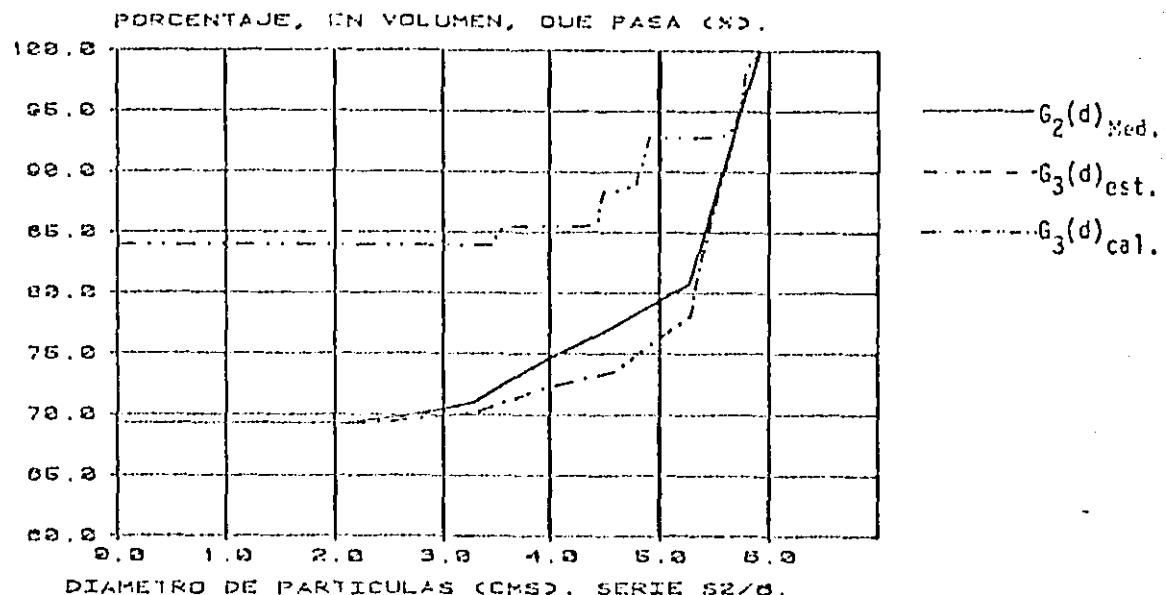


Fig. 4.11.3 Comparación entre la granulometría calculada y estimada (Foto S2/6).

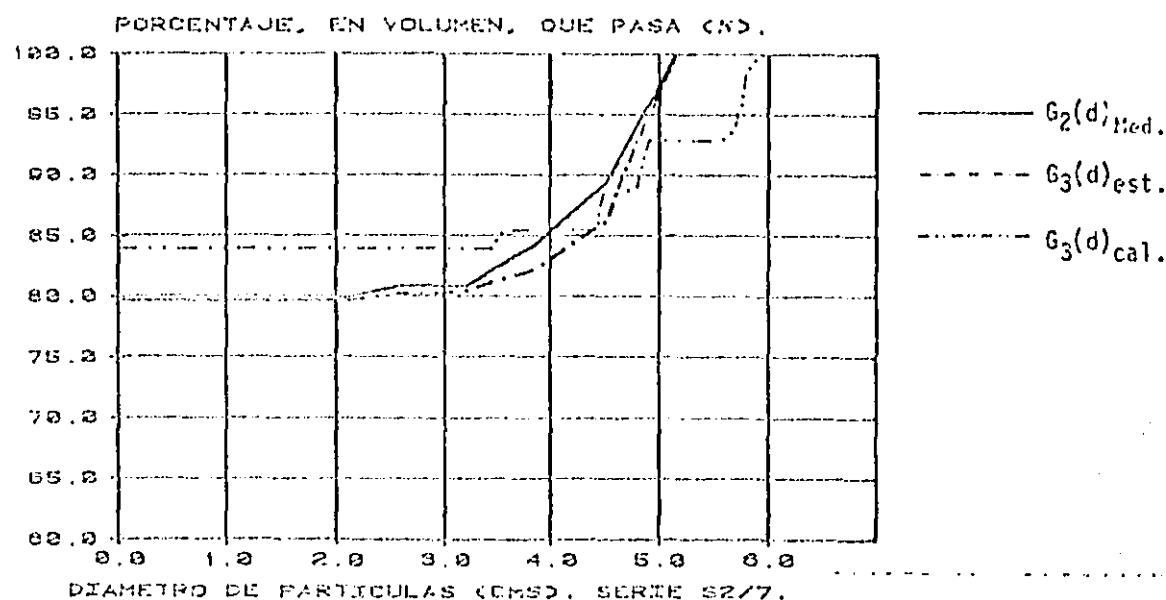


Fig. 4.11.4 Comparación entre la granulometría calculada y estimada (Foto S2/7).

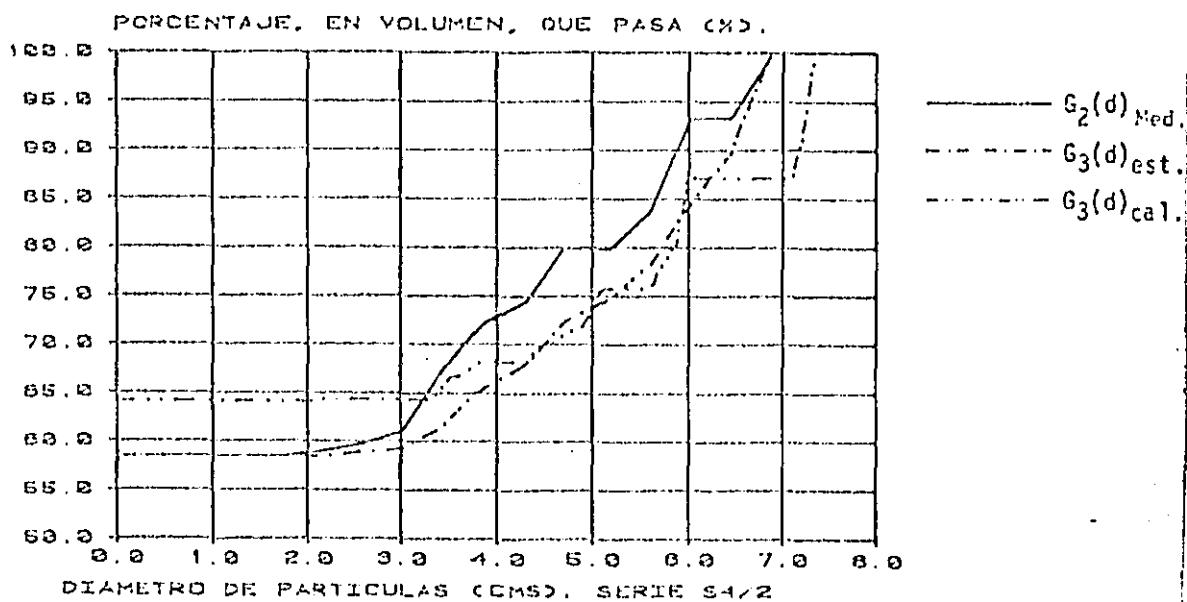


Fig 4.12.1 Comparación entre la granulometría estimada y calculada (Foto S4/2).

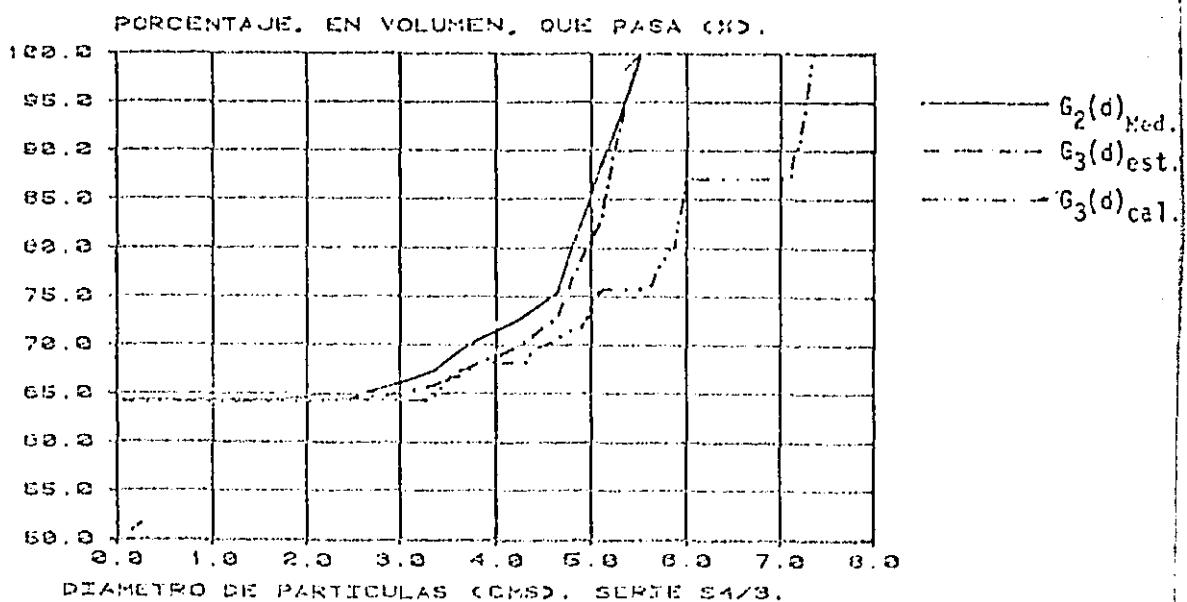


Fig 4.12.2 Comparación entre la granulometría calculada y estimada (Foto S4/3)

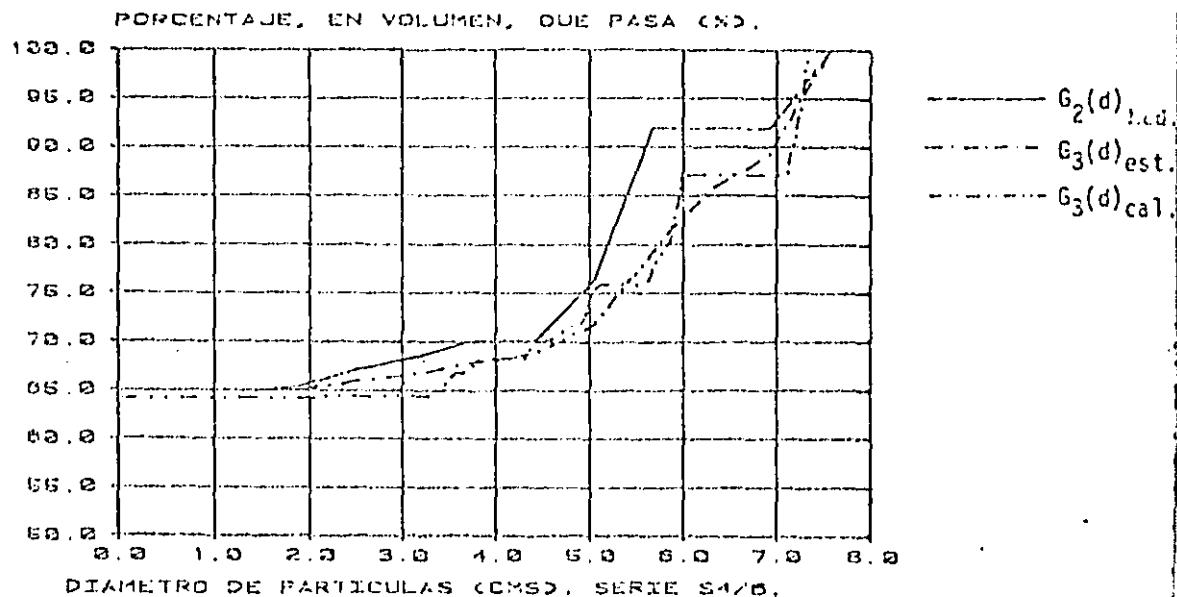


Fig 4.12.3 Comparación entre la granulometría calculada y estimada (Foto S2/6).

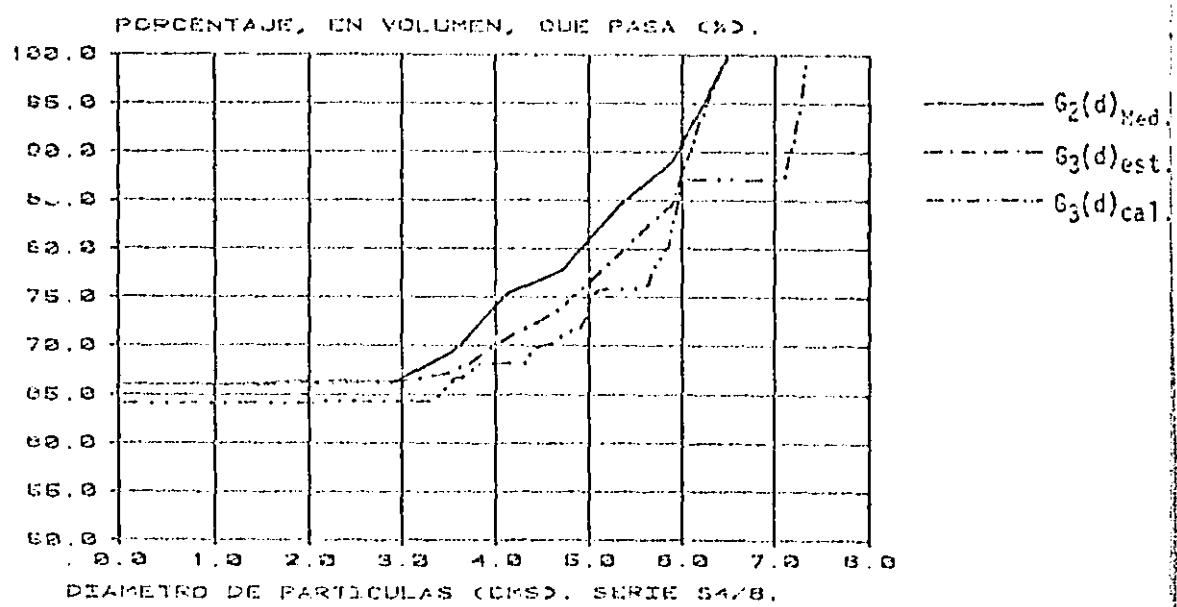


Fig 4.12.4 Comparación entre la granulometría estimada y calculada (Foto S4/8).

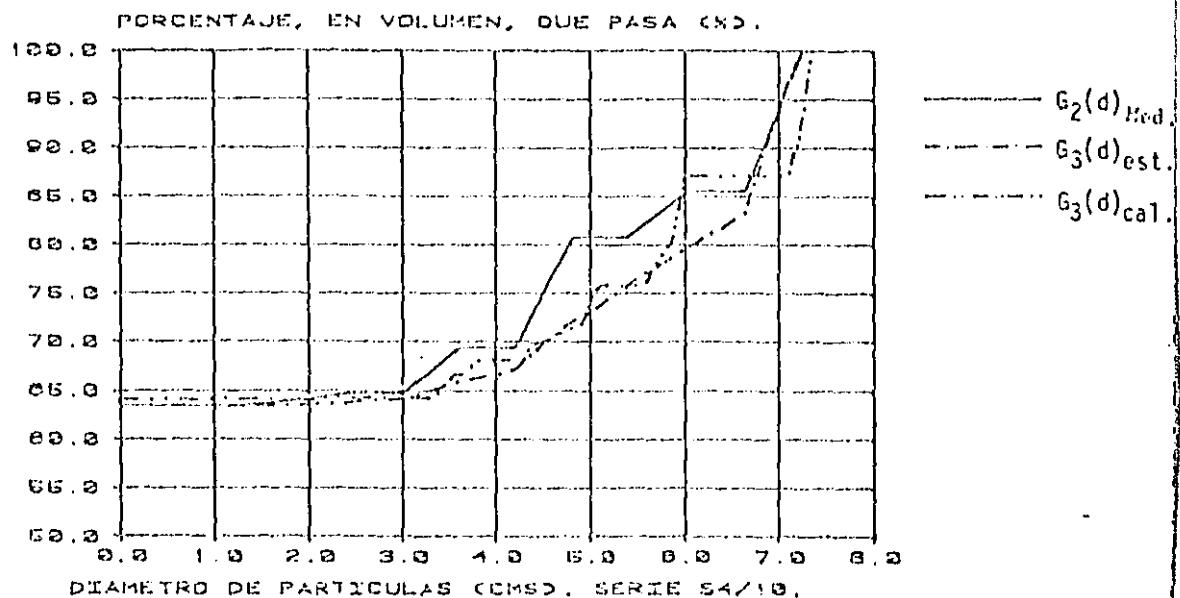


Fig 4.12.5 Comparación entre la granulometría estimada y calculada (Foto S4/10).

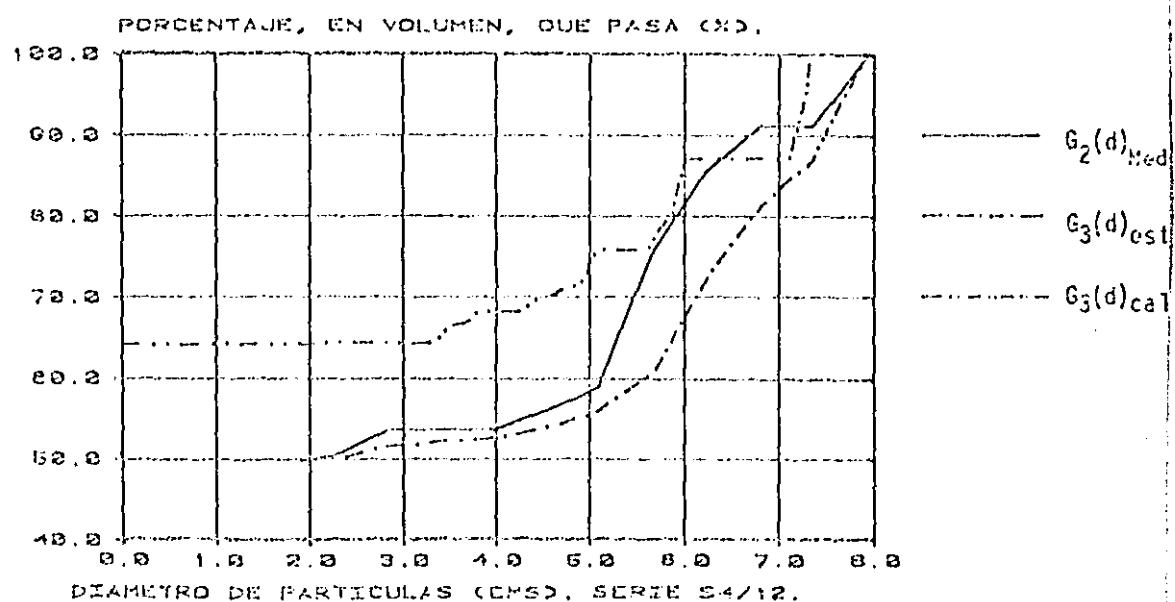


Fig 4.12.6 Comparación entre la granulometría estimada y calculada (Foto S4/12).

PORCENTAJE, EN VOLUMEN, QUE PASA (x%).

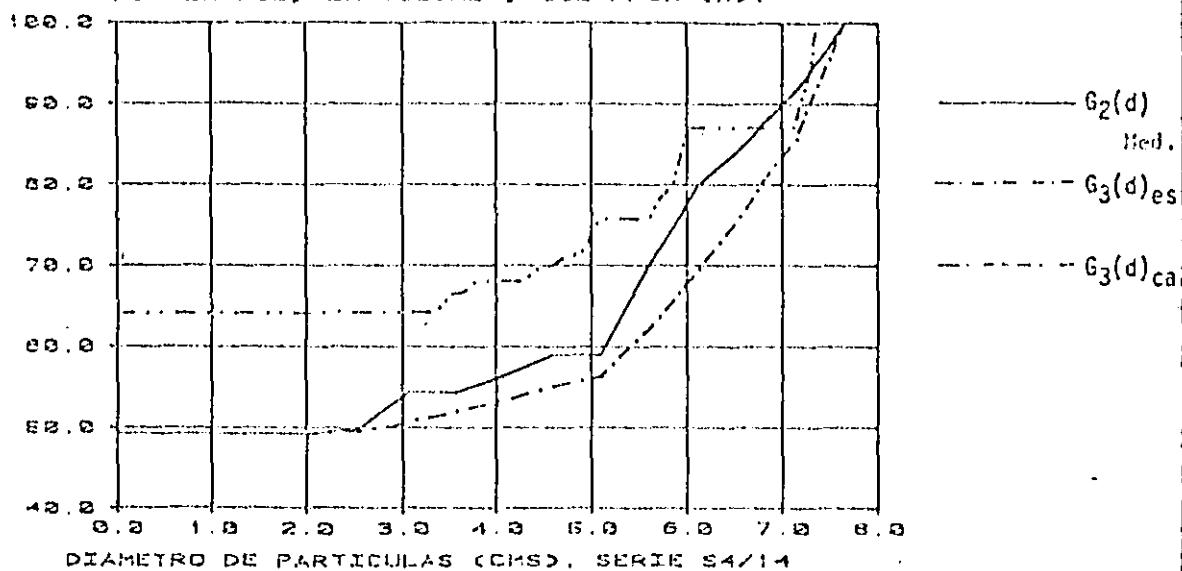


Fig. 4.12.7 Comparación entre la granulometría estimada y calculada (Foto S4/14).

5. EFECTO DE ESCALA

5.1 Planteamiento

La evaluación de la granulometría de la fracción más gruesa de una masa térra, a partir de la medición de áreas aparentes de partículas en un corte ó en un sondeo puede conducir a errores significativos, debido principalmente a la falta de representatividad de corte ó del sondeo analizado. Esta puede ser provocada por la heterogeneidad del medio, pero también puede ser consecuencia de las dimensiones insuficientes de la muestra observada (efecto de escala). Este aspecto resulta particularmente crítico en el caso de materiales que tienen un porcentaje alto de partículas de gran tamaño, como los usados para la construcción de escolleras ó presas de enrocamiento.

A continuación se presenta un estudio de la influencia del tamaño del corte en las estimaciones realizadas por el método de corrección por diámetro aparente presentado en el capítulo 4.

5.2 Consideraciones teóricas

Para el análisis de la influencia del tamaño de la muestra, en las estimaciones con el método de corrección por diámetro aparente, se desarrolló en la ref 1 un método analítico. A continuación se hace una breve exposición de la formulación de este algoritmo.

5.2.1 Algoritmo para analizar el efecto de escala en las estimaciones granulométricas

Una forma de obtener el orden de magnitud de la dispersión de las estimaciones de $G_2(d)$ consiste en recurrir a una evaluación estadística, siguiendo los lineamientos definidos en la ref 2.

A) Descripción estocástica del medio granular

La distribución en un corte de las partículas de diámetro aparente mayor que un cierto valor d se describe con una función característica $K_d(x)$, definida para cada punto del corte como:

$$K_d(x) = 1 \quad \text{si } x \text{ pertenece a vacíos o gránulos de diámetro aparente menor ó igual que } d,$$

$$K_d(x) = 0 \quad \text{si } x \text{ pertenece a gránulos de diámetro aparente mayor que } d.$$

Esta función puede considerarse como un proceso estocástico.

Si se admite que el medio es homogéneo, el proceso podrá considerarse estacionario y su media y su variancia (ref 4) serán:

$$E\{K_d(\underline{x})\} = G_2(d) \quad (1)$$

$$\text{Var}\{K_d(\underline{x})\} = G_2(d)\{1-G_2(d)\} \quad (2)$$

Por otra parte su autocorrelación será:

$$R_d(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) = E\{K_d(\underline{x}_1)K_d(\underline{x}_2)\} \quad (3)$$

Su función de autocovariancia:

$$C_d(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) = R_d(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) - G_2^2(d) \quad (4)$$

Y su coeficiente de autocorrelación:

$$\rho_d(\underline{x}_1 - \underline{x}_2) = \frac{C_d(\underline{x}_1 - \underline{x}_2)}{G_2(d)\{1 - G_2(d)\}} \quad (5)$$

A partir de las observaciones en el corte se podrán estimar las funciones anteriores y para un corte de área A, se tendrá:

$$\bar{G}_2(d) \approx \overline{G_2(d)} = \frac{1}{A} \int_A K_d(\underline{x}) d\underline{x} \quad (6)$$

Donde $G_2(d)$ es la suma total de las áreas aparentes de las partículas visibles en el corte, con diámetro aparente menor que d .

Con

$$\overline{G_2(d)} = \frac{1}{A^2} \int \int C_d(x_1 - x_2) dx_1 dx_2 \quad (7)$$

B) Estimaciones estadísticas

Para estimar la función de autocorrelación del proceso $K_d(x)$, se calculará el estimador:

$$\bar{R}_d(\xi) = \frac{1}{A A} \int \int K_d(x) K_d(x+\xi) dx \quad (8)$$

El producto $K_d(x) K_d(x+\xi)$ puede interpretarse como una nueva función características que asocia el valor cero a la unión de las partículas sólidas con las mismas partículas desplazadas una cantidad ξ y el valor 1 al resto del área.

Es fácil mostrar (Anexo III), que la unión de una partícula con la partícula desplazada es:

$$U_\xi = \frac{\pi D^2}{4} \left\{ 1 + \frac{\omega + \operatorname{sen}(\omega)}{\pi} \right\} \quad \text{si } \xi < D \quad (9)$$

Donde:

D = Diámetro de la partícula

$$\omega = 2 \operatorname{sen}^{-1}(\xi/D)$$

ξ = Módulo de desplazamiento

$$U = \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{si } \xi > D \quad (10)$$

El estimador de la ecuación (7) puede entonces escribirse, en primera aproximación, como:

$$\bar{R}_d(1) \approx (A - \sum U_\delta)/A \quad (11)$$

$$\bar{R}_d(\delta) = 1 - \lambda' \bar{U}_\delta \quad (12)$$

Donde

λ' = Número de partículas por unidad de área en el corte.

U_δ = Valor medio de la unión U_δ

En el anexo II se presenta el programa EFECTO/ESCALA, que permite aplicar esta técnica y calcular el coeficiente de variación del estimador de $G_2(d)$

$$CV = \frac{\sqrt{Vat(G_2(d))}}{E(G_2(d))}^{1/2} \quad (13)$$

5.3 Implicaciones en cuanto a la representatividad de las muestras

Se prepararon en el laboratorio tres masa terreas. Dos de ellas (muestras S1 y S2) consistían en gravas contenidas en una matriz arenosa y la tercera de bloques contenidos en una matriz arcillosa (muestra S6). En cada una de las muestras se realizaron una serie de cortes y se tomaron fotografías de cada uno de ellos. También se tomaron fotografías de cortes naturales (muestras S6).

Para estudiar el efecto de escala se utilizaron las ecuaciones (6), (7) y (13), programa EFECTO/ESCALA (ANEXO II).

Para tener una idea de la influencia del efecto de escala en las estimaciones de $G_2(d)$, en cada área parcial se obtuvieron gráficas que permiten mostrar el coeficiente de variación en términos de un parámetro que toma en cuenta las dimensiones del corte analizado. Esto se logró graficando el coeficiente de variación en cada área parcial contra la dimensión lateral media del corte (L_{med}) dividida entre el diámetro D_{50} . El valor de L_{med} se calculó como el promedio de la base y la altura de cada área parcial del corte. El D_{50} corresponde a un diámetro tal que el 50% de los diámetros aparentes, en área, visibles en el corte son mayores que este diámetro. Para el cálculo de la variancia de subdividió cada corte en una serie de áreas parciales (fig 5.1) y y a su vez cada una de estas en elementos diferenciales dA . Los resultados obtenidos se presentan en las figuras 5.2 y 5.3. Para cada muestra se determinó una curva media, utilizando el método de los mínimos cuadrados. En la figura 5.4 se muestra el comportamiento del coeficiente de variación de cada una de las muestras. Se puede observar que el efecto de escala casi no influye en las estimaciones para relaciones de L_{med}/D_{50} superiores a los valores del orden de 15. Este resultado es muy importante porque permite tener una idea de las dimensiones que debe tener un corte, para que la influencia del efecto de escala en las estimaciones de $G_2(d)$ sea mínima.

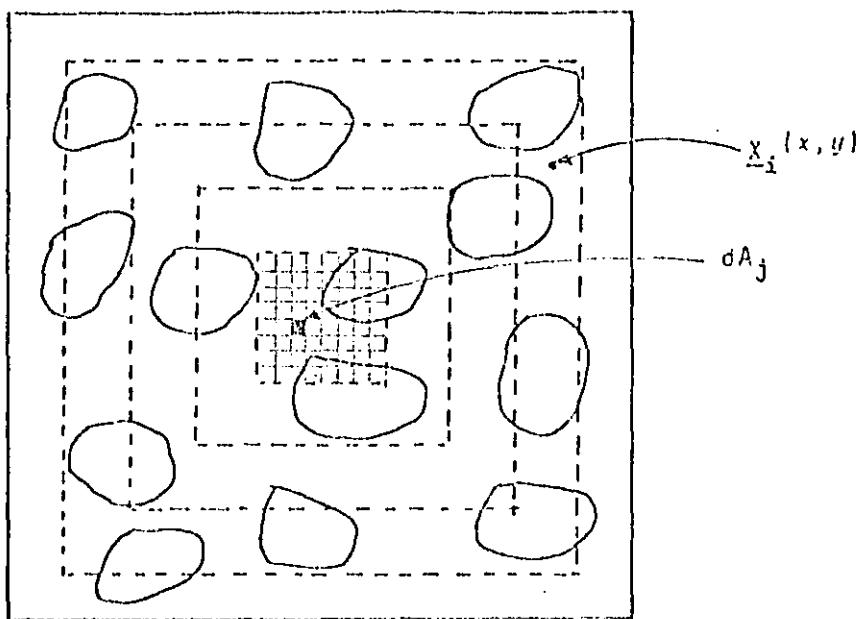


Fig 5.1 División de cada uno de los cortes obtenidos, en áreas parciales.

COEFICIENTE DE VARIACION (SERIE/1)

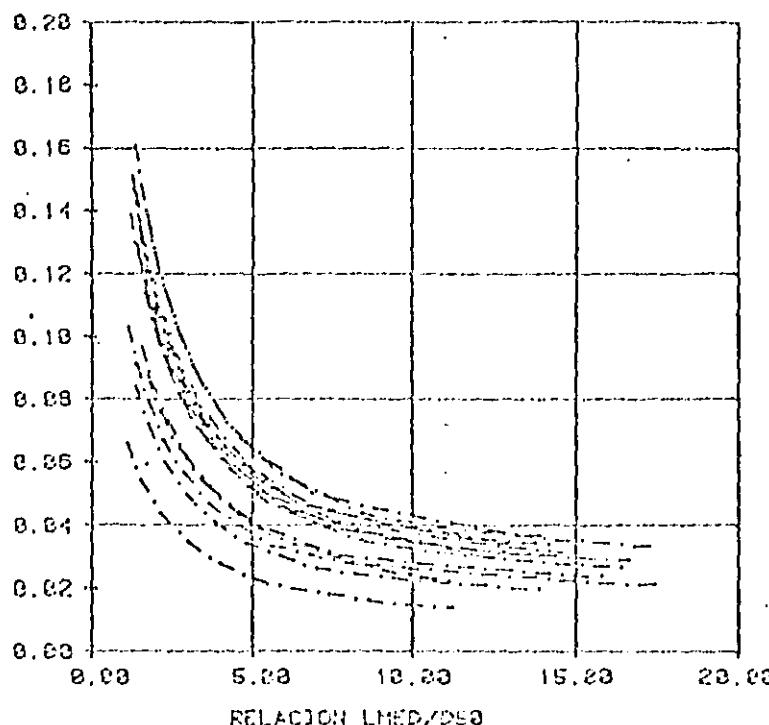


Fig. 5.2a Efecto de escala (muestra S1).

COEFICIENTE DE VARIACION (SERIE/3).

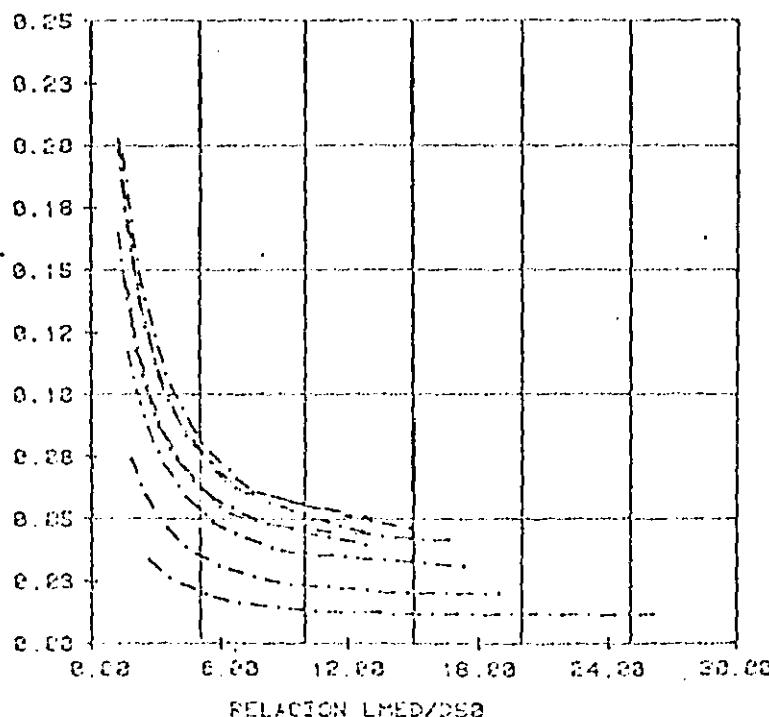


Fig. 5.2b Efecto de escala (muestra S3).

COEFICIENTE DE VARIACION (SERIE/S).

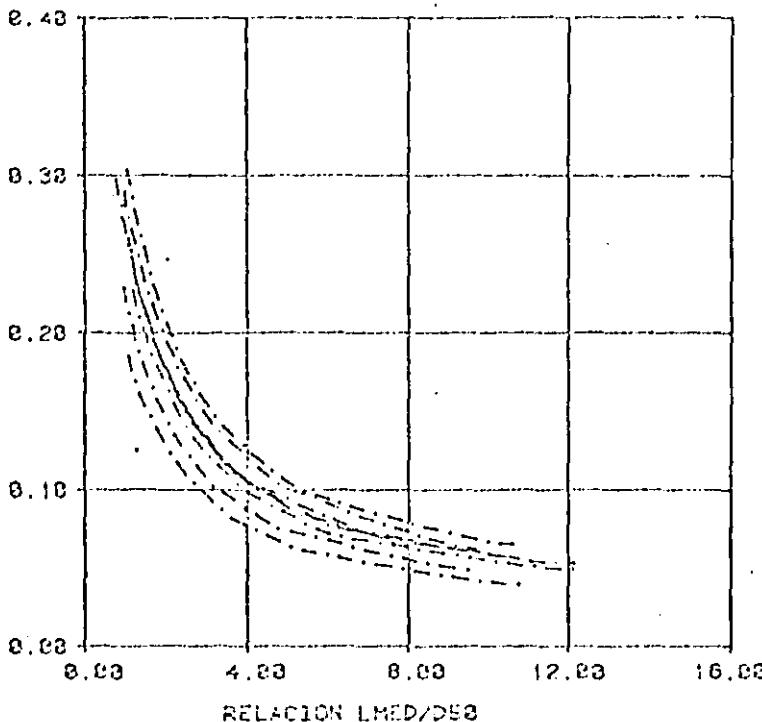


Fig 5.3a Efecto de escala (muestra S5).

COEFICIENTE DE VARIACION (SERIE/S).

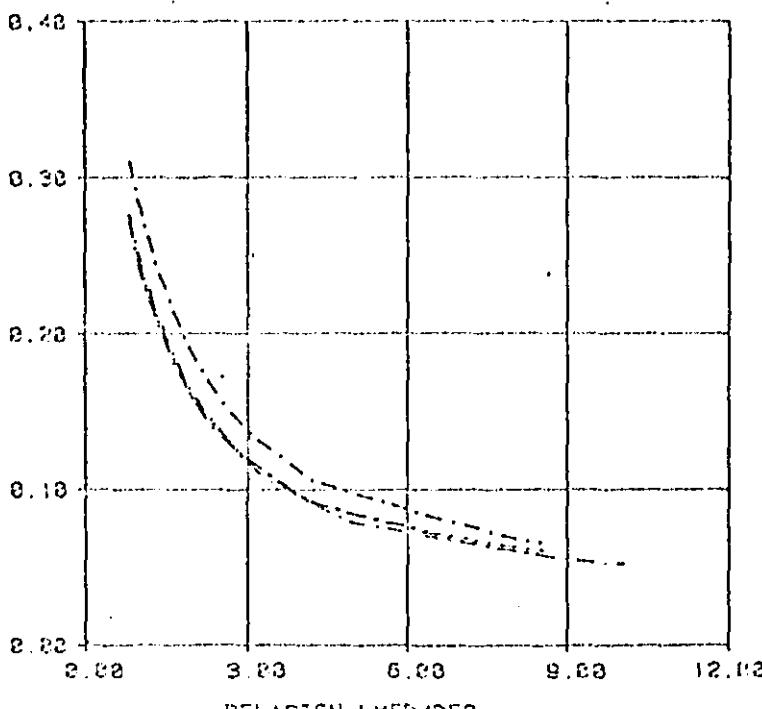


Fig 5.3b Efecto de escala (muestra S6).

COEFICIENTE DE VARIACION (MUESTRAS S1, S3, S5 Y S6).

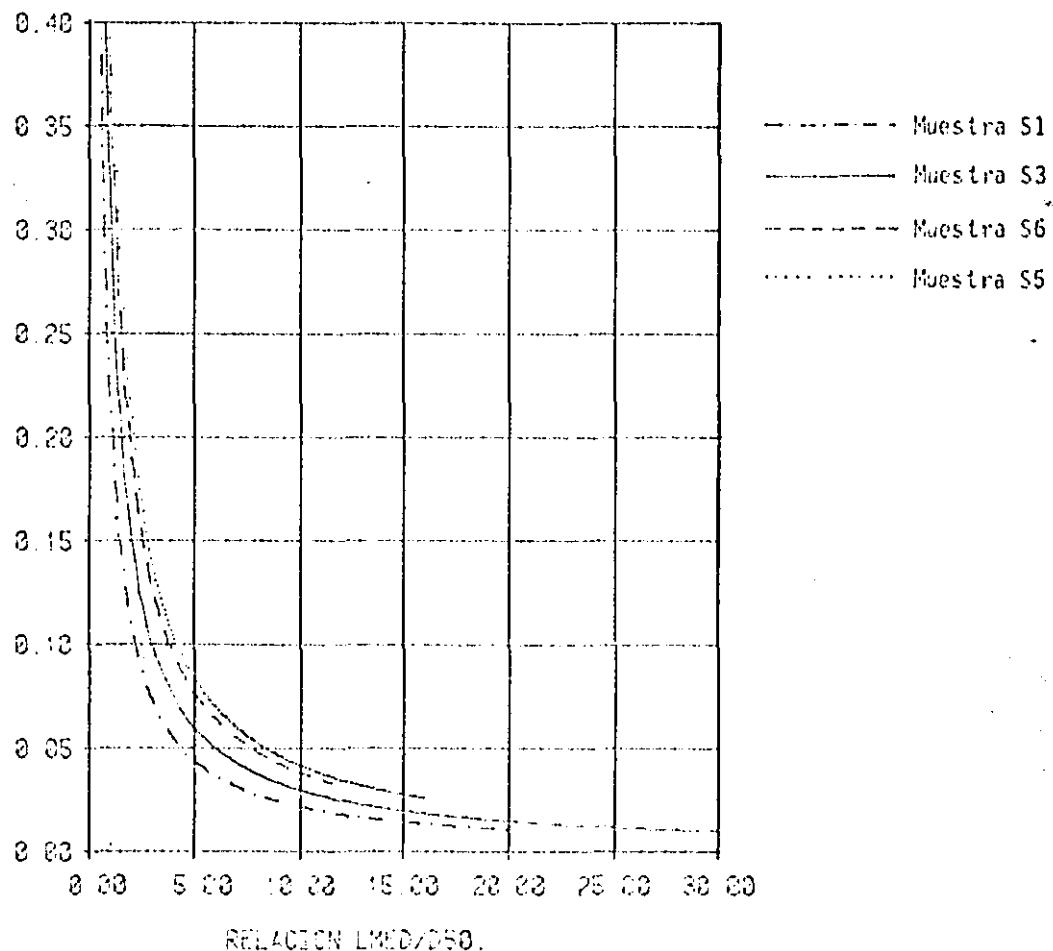


Fig 5.4 Efecto de escala (muestras S1, S3, S5 y S6).

6. EFECTO DEL ESTADO DEL CORTE

6.1 Consideraciones generales

Una de las hipótesis en las que está basado el método de corrección por diámetro aparente del Cap. 4 es que los cortes sean perfectamente planos. Esta hipótesis no se cumple cuando la superficie del corte es irregular (fig. 6.1). Para evaluar el efecto de la irregularidad de la superficie sobre las estiraciones se simularon en el laboratorio varios cortes irregulares y se obtuvieron fotografías de cada uno de ellos. La simulación se realizó con mezclas de grava con arena y de grava con arcilla. Además, se evaluaron en el campo varios cortes realizados por excavación mecánica.

6.2 Estudio de laboratorio

Se prepararon 2 mezclas de grava con arena y una de grava y boles con arcilla.



FIG. 6.1 SUPERFICIE IRREGULAR DE UN CORTE.

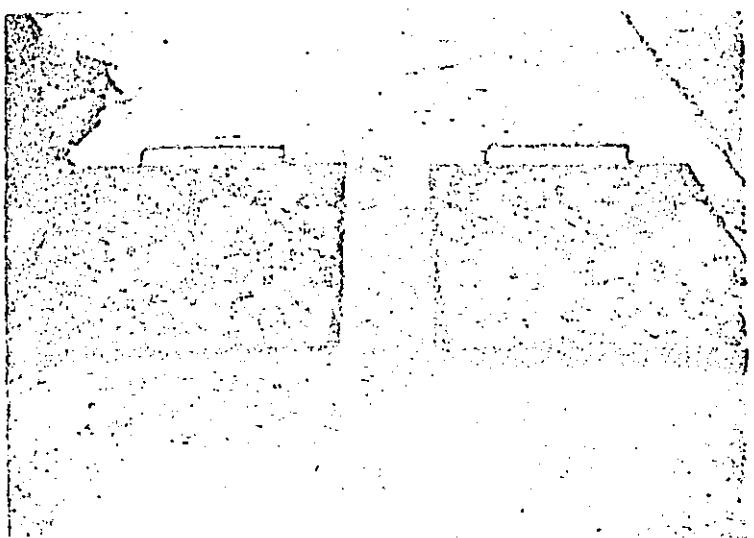


FIG. 6.2 PREPARACION DE MEZCLAS.

6.2.1 Mezclas de grava con arena

6.2.1.1 Características de los materiales empleados

Se prepararon dos mezclas con 40 y 60% de arena, respectivamente (fig 6.2). Cada mezcla se compactó por capas en una caja con las dimensiones indicadas en la fig 6.3. El proceso de colocación y compactación de las mezclas se ilustra en las figs 6.4 v 6.5. La granulometría de cada una de las mezclas se presenta en la fig 6.6.

Las funciones $G_2(d)$ calculadas a partir de las proporciones de las mezclas y de sus granulometrías, se presentan en la fig 6.7.

Se realizaron cortes verticales manualmente. Se excavó burdamente con la mano y, progresivamente, se provocó la erosión de la matriz arenosa con cepillo hasta alcanzar una condición estacionaria en la que caían partículas y surgían otras en el corte. Con la primera mezcla (40% de arena) se tomaron 14 fotografías de cortes (serie S1) y con la segunda (60% de arena) 8 fotografías (serie S2).

6.2.1.2 Obtención de la granulometría de la grava a partir de los cortes

Las áreas aparentes de las partículas de grava (y de los huecos dejados por las partículas caídas) fueron medidas en las fotos recurriendo a una tableta digital para microcomputadora (fig 6.8). En la fig 6.9 se muestra uno de los cortes analizados. Con los valores así obtenidos se pudieron hacer estimaciones de $G_2(d)$ y $G_3(d)$, aplicando el algoritmo discutido en el Cap 4.

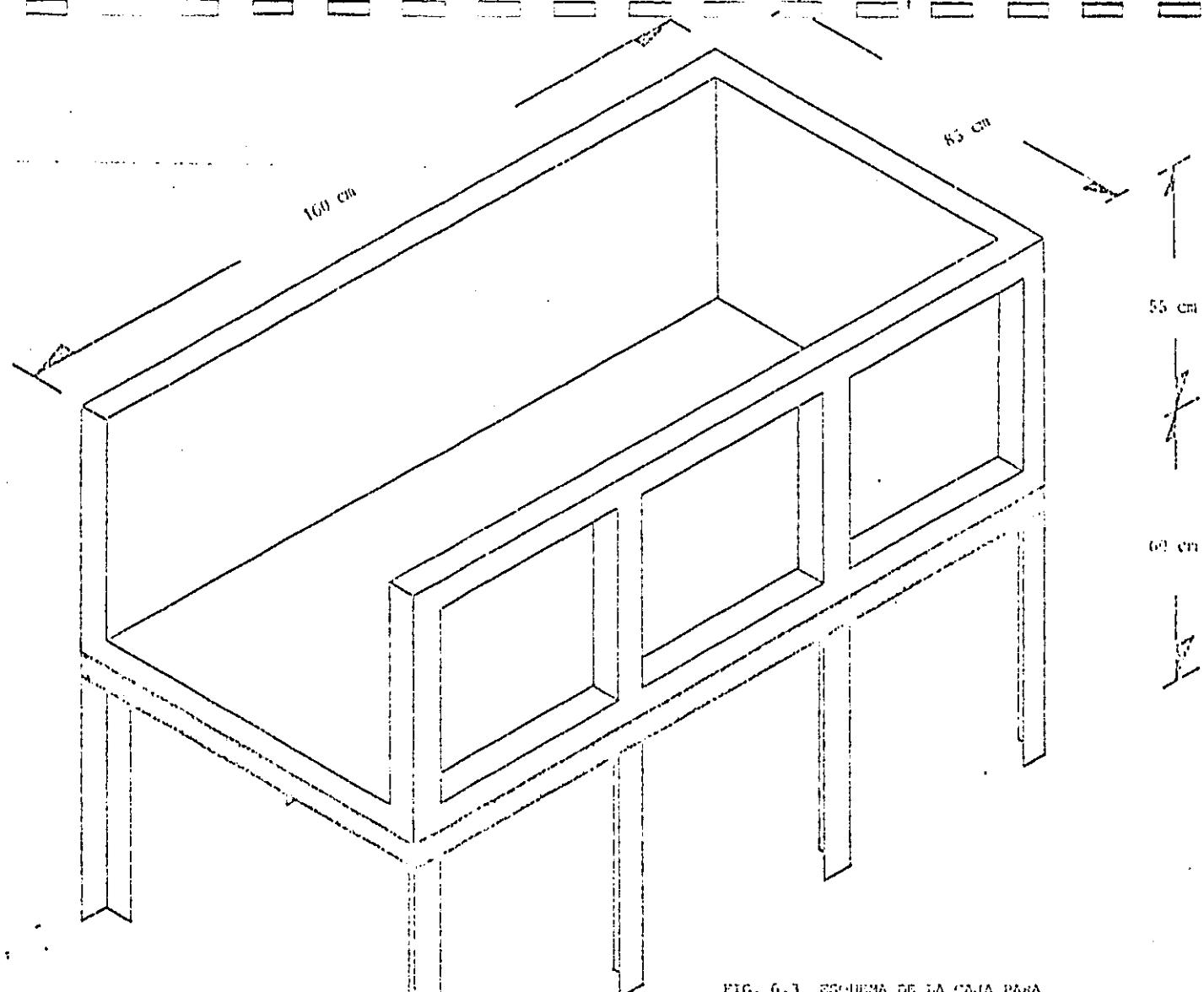


FIG. 6.3 ESQUEMA DE LA CAJA PARA
ENSAYES CON MACHAS.



FIG. 6.4 COLOCACION DEL MATERIAL.

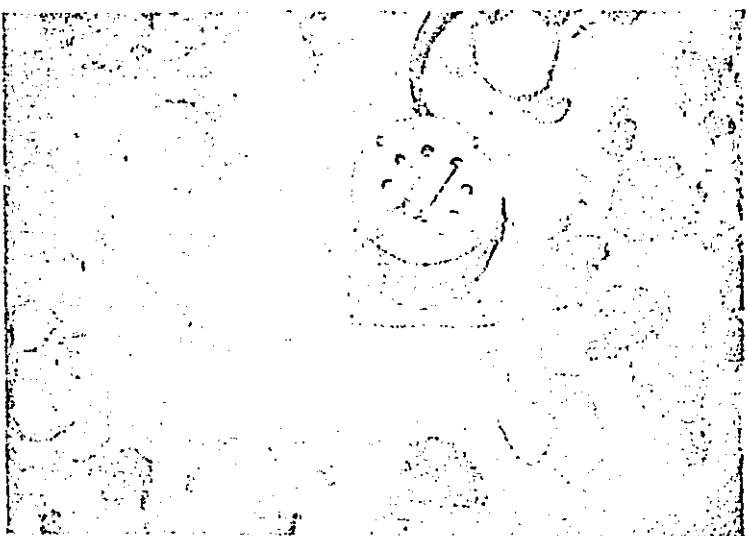


FIG. 6.5 COMPACTACION DEL MATERIAL.

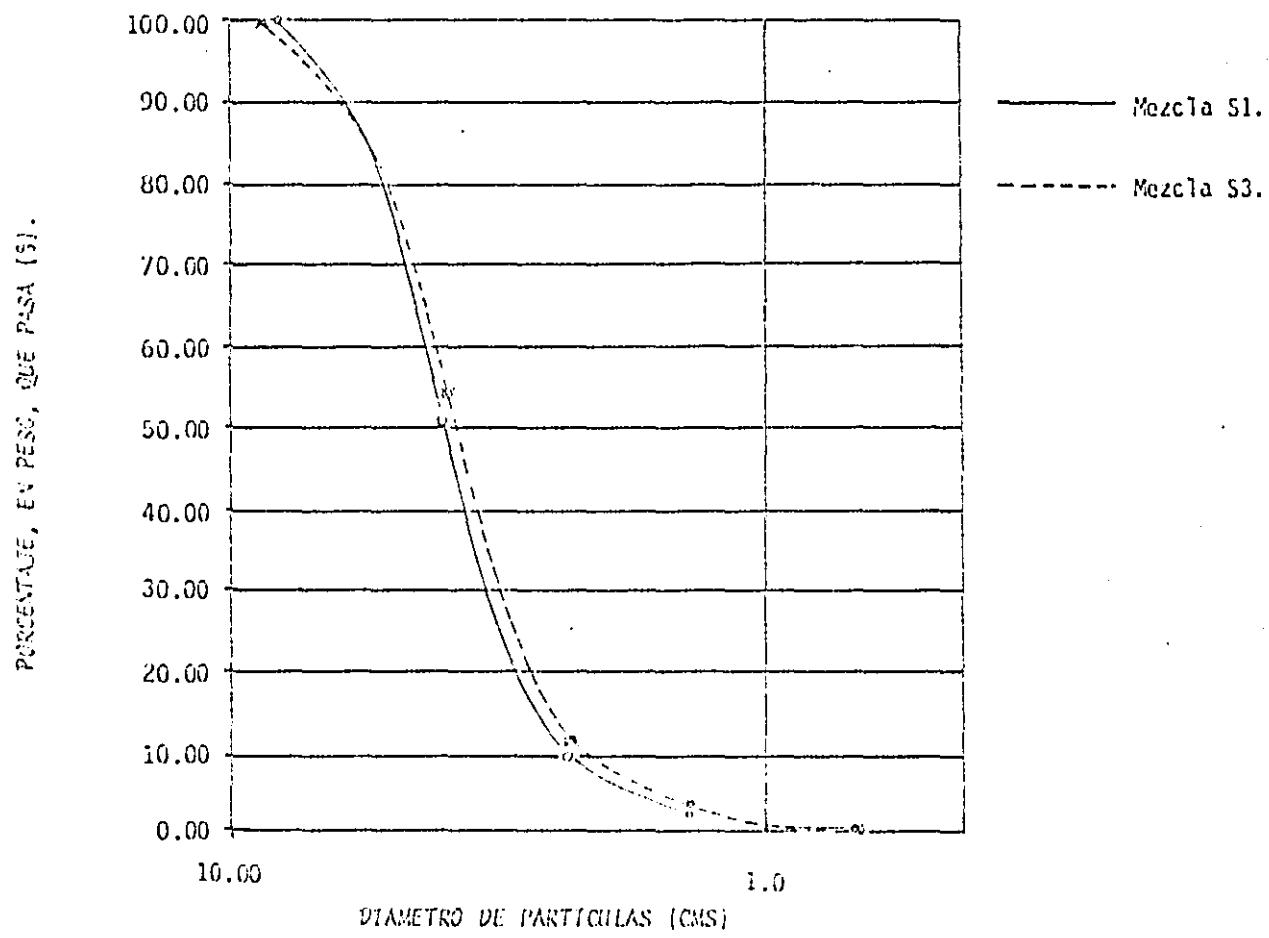


Fig 6.6 Granulometría de la grava-arena.

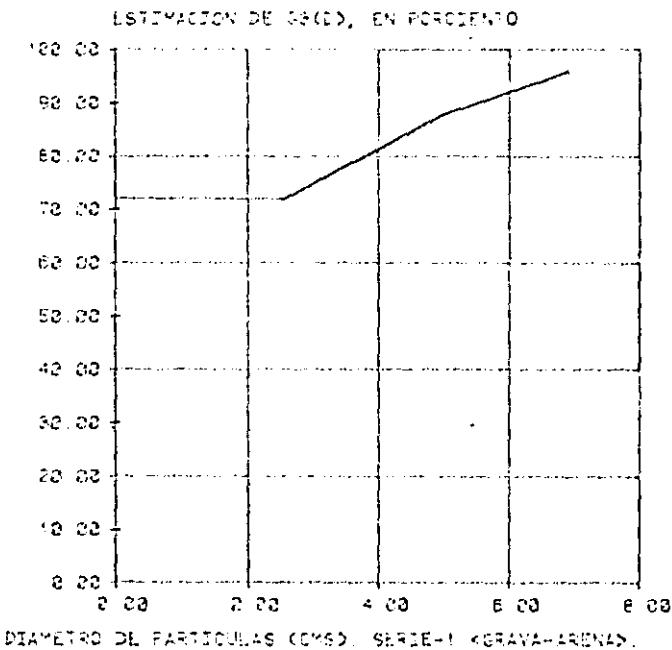


Fig. 7a Distribución de $G_s(d)$ para la muestra S1.

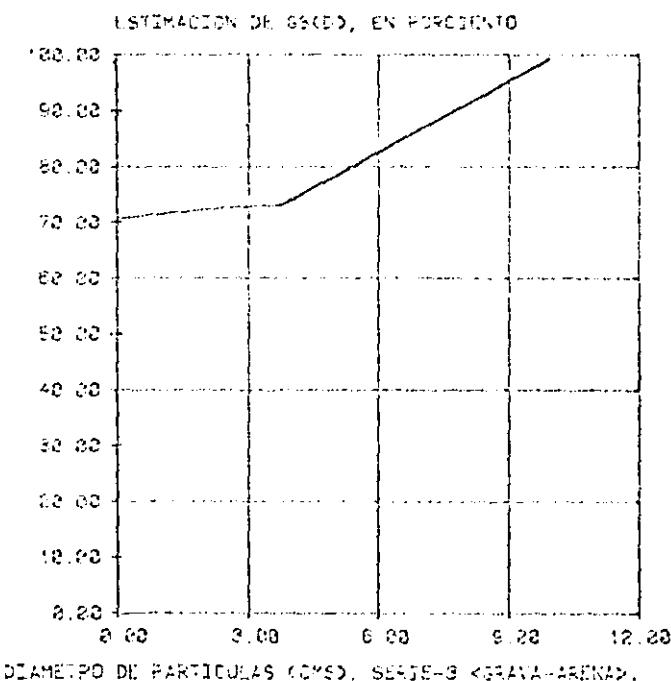


Fig. 7b Distribución de $G_s(d)$ para la muestra S3.

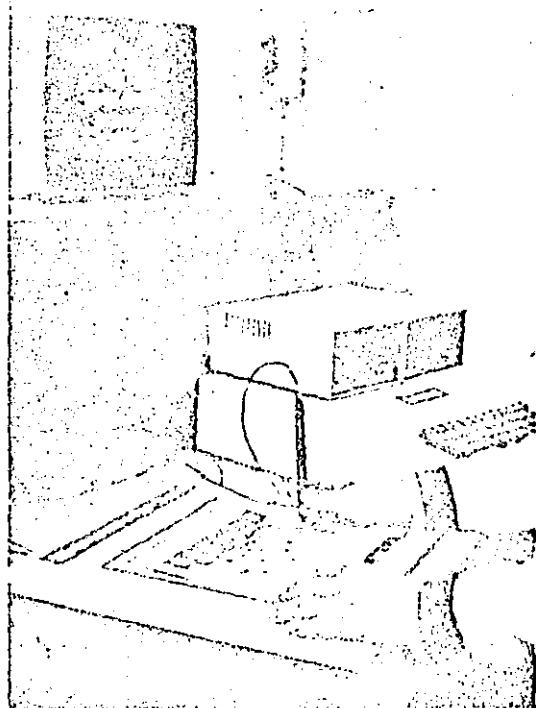


FIG. 6.8 TABLETA DIGITAL.

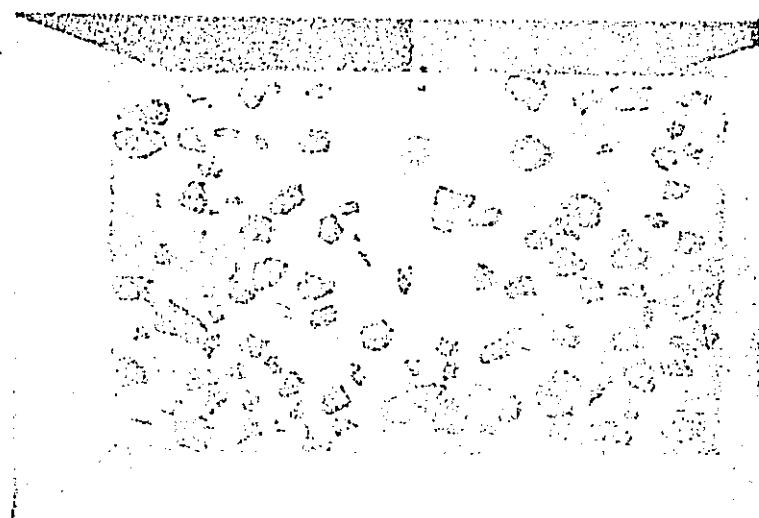


FIG. 6.9 CORTE CON MATERIAZ ARENOSEA.

En las figs 6.10 a 6.16 se comparan los valores de $G_3(d)$, estimados a partir de los cortes, con los calculados en la primera mezcla (40% de arena). Se observa que la estimación solamente se acerca al valor real cuando el grado de erosión del corte es máximo (figs 6.12a, 6.14a, 6.15b y 6.16b). Cuando no se alcanza esta condición, se subestima en forma importante la proporción de gravas. La estimación es mejor para diámetros grandes que para diámetros pequeños, lo que debe atribuirse a la existencia de una dimensión mínima medible que en este caso fué de 2 cm aproximadamente.

Una comparación semejante a la anterior, se presenta en las figs 6.17 a 6.20. La estimación tiende también a la distribución real cuando el grado de erosión se acerca al máximo (fig 6.20). En algunos cortes se llega a observar (fig 6.19) una sobreestimación de la proporción de gravas probablemente atribuible a la heterogeneidad más que al estado del corte.

6.2.2 Mezcla de grava con arcilla

6.2.2.1 Características de los materiales empleados

Se preparó una mezcla formada por una matriz arcillosa y por boleos y gravas. La arcilla se clasifica como CL (arcilla de baja compresibilidad), en el SCS (IL=33%, IP=27%, R(%)=13%, W_{opt} (humedad)=11.5%, $\gamma_m = 1.4 \text{ ton/m}^3$). La proporción de finos empleada en la mezcla fué de 60%. El material se compactó por capas en una caja cuyas dimensiones se muestran en la fig 6.3. La granulometría de la mezcla se muestra en la fig. 6.21.

GD(X), <FOTO S1/1>

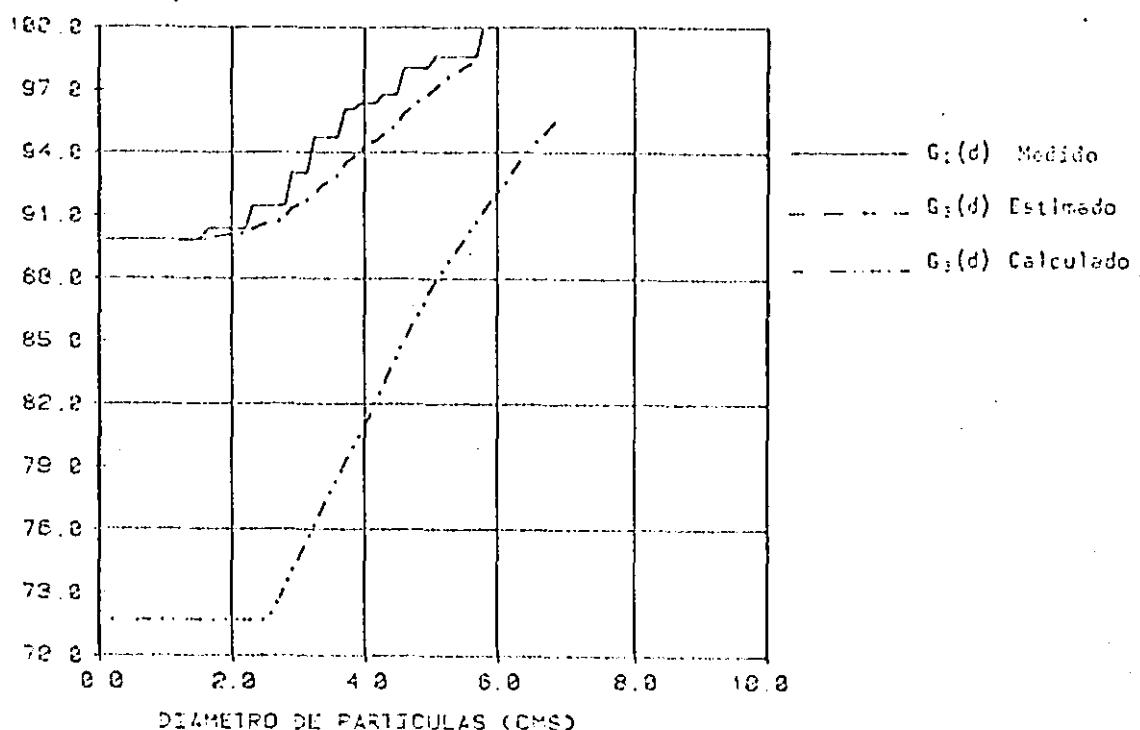


Fig. 6.10a Comparación entre la granulometría calculada y estimada (muestra S1/1).

GD(X), <FOTO S1/2>

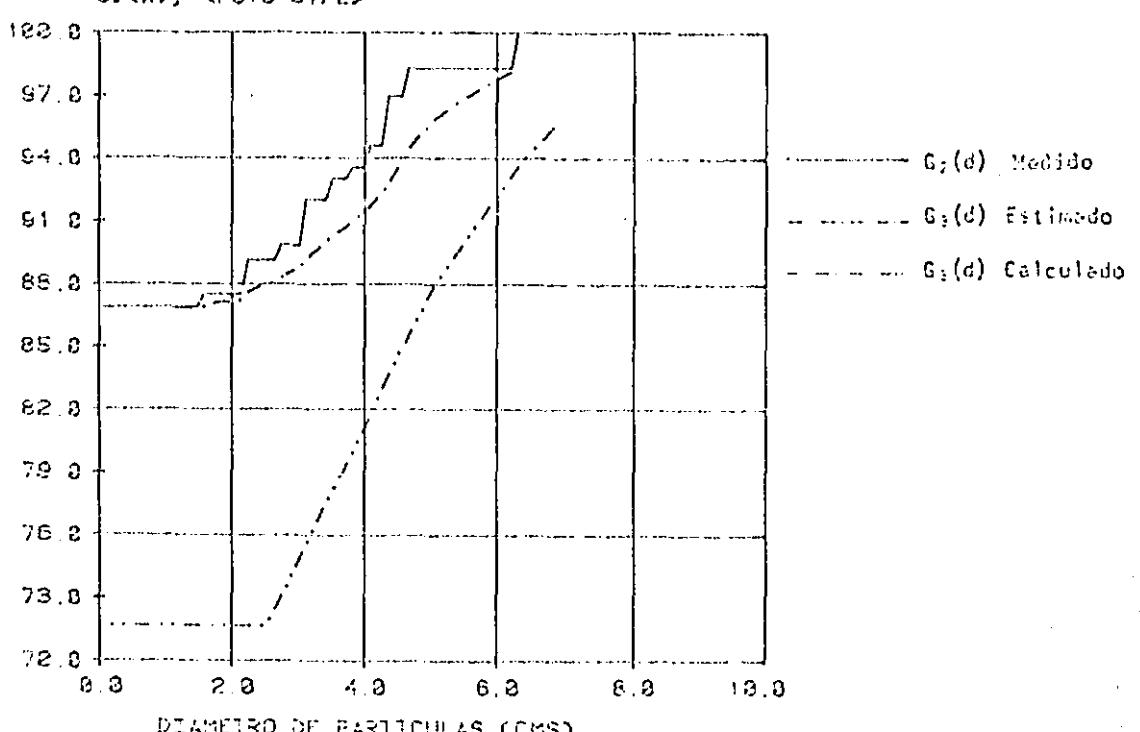


Fig. 6.10b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/2).

GD(4), <S1/3>

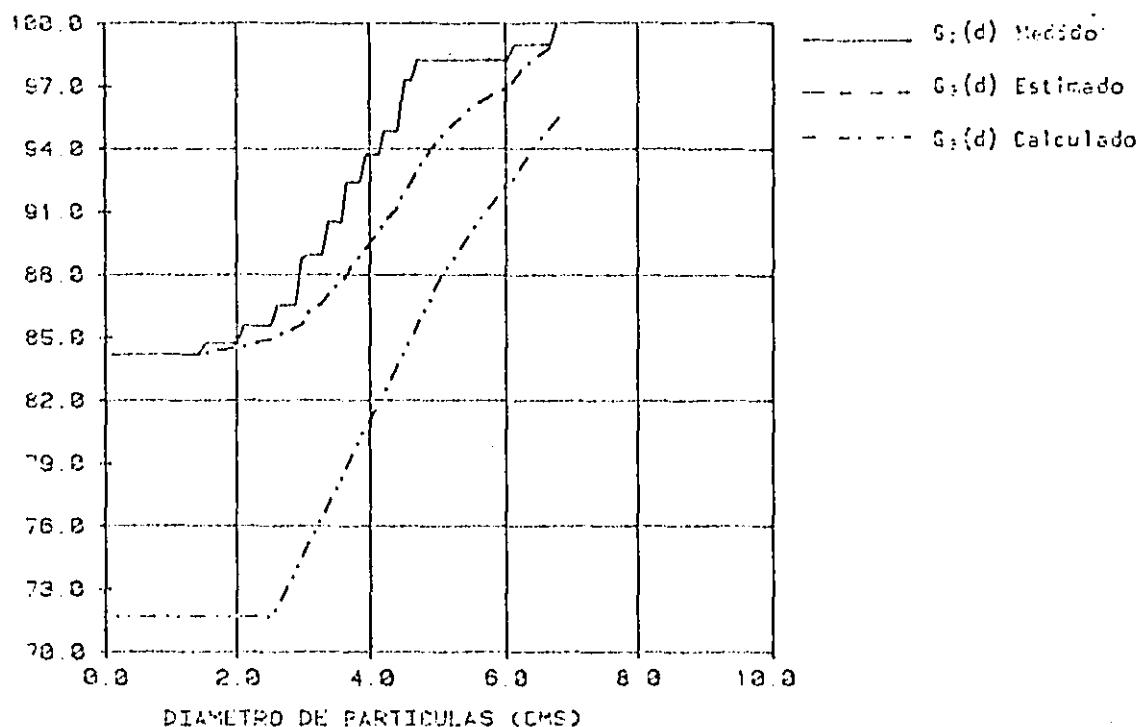


Fig. 6.11a Comparación entre la granulometría calculada y estimada (muestra S1/3).

GD(4), <S1/4>

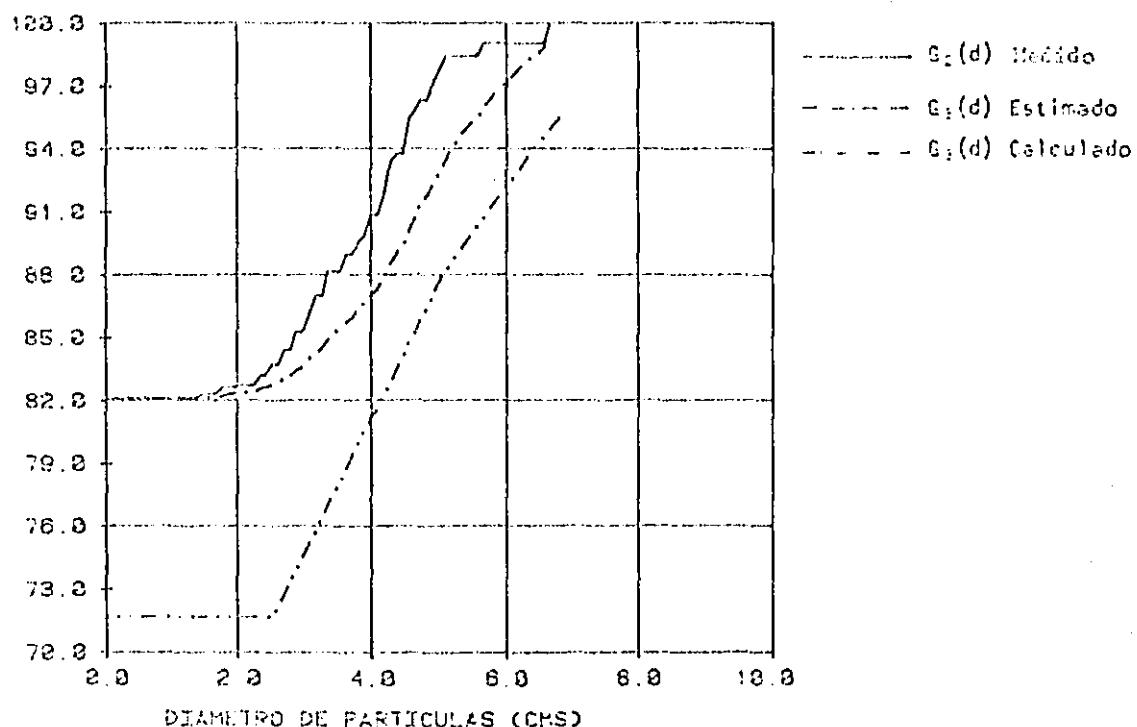


Fig. 6.11b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/4).

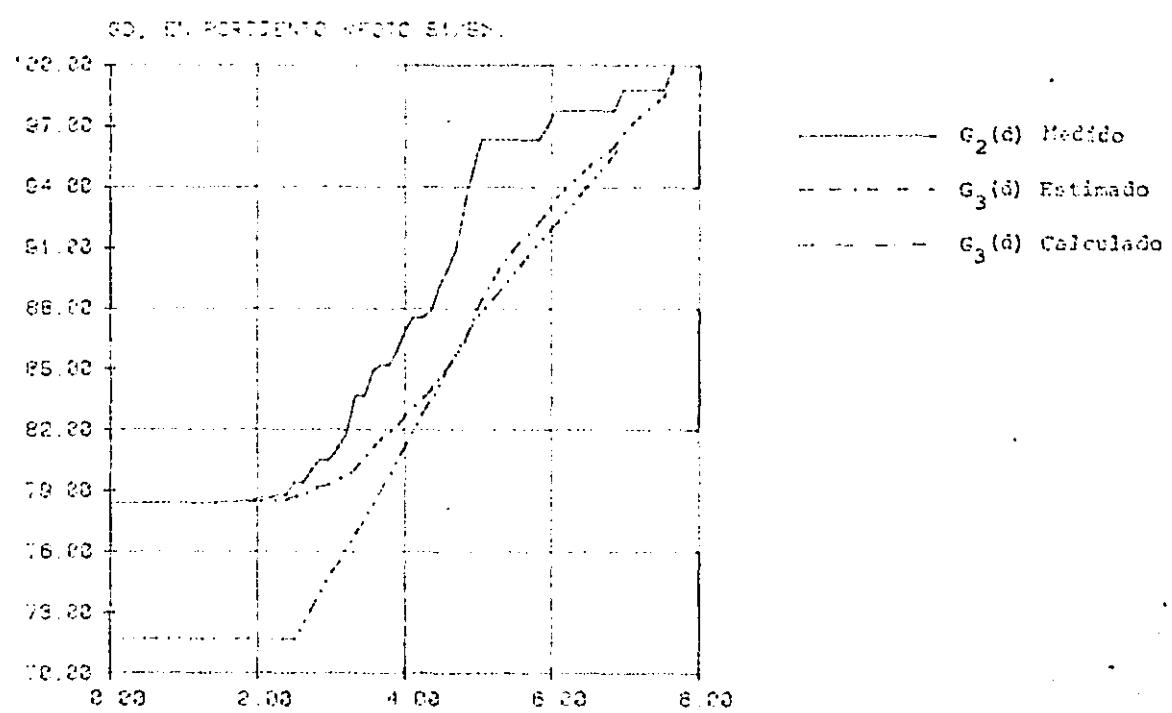


FIG. 6.12a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/5).

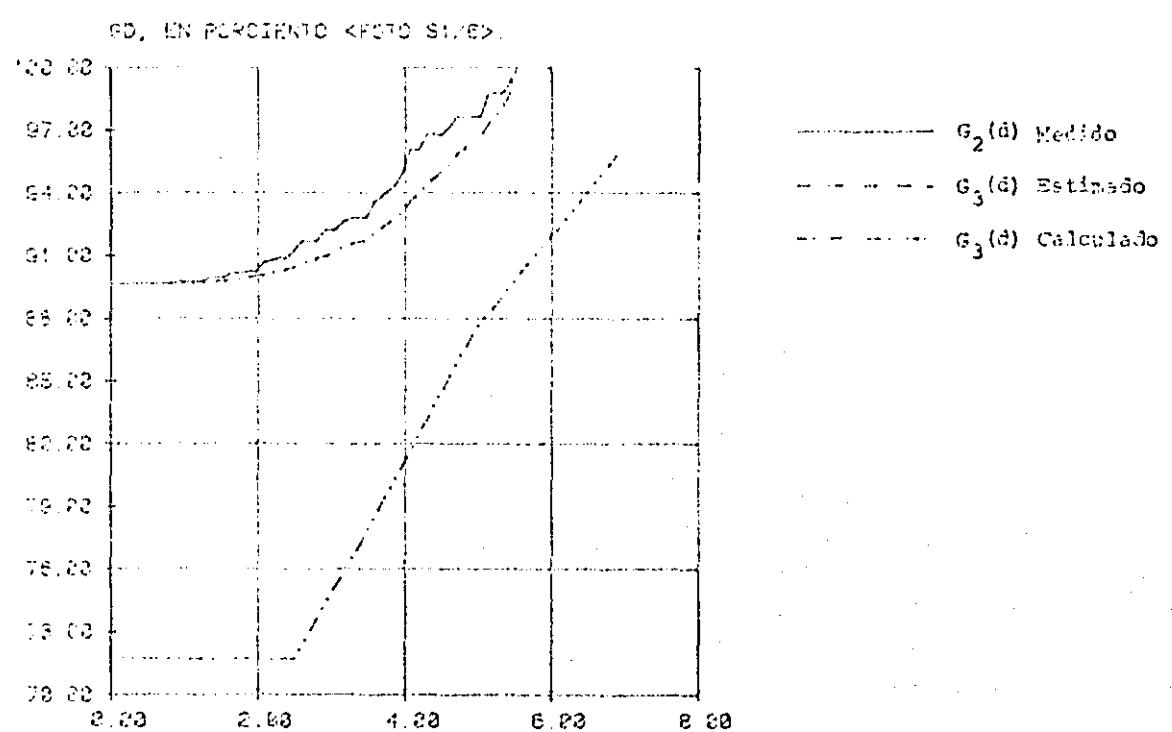


Fig. 6.12b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/6).

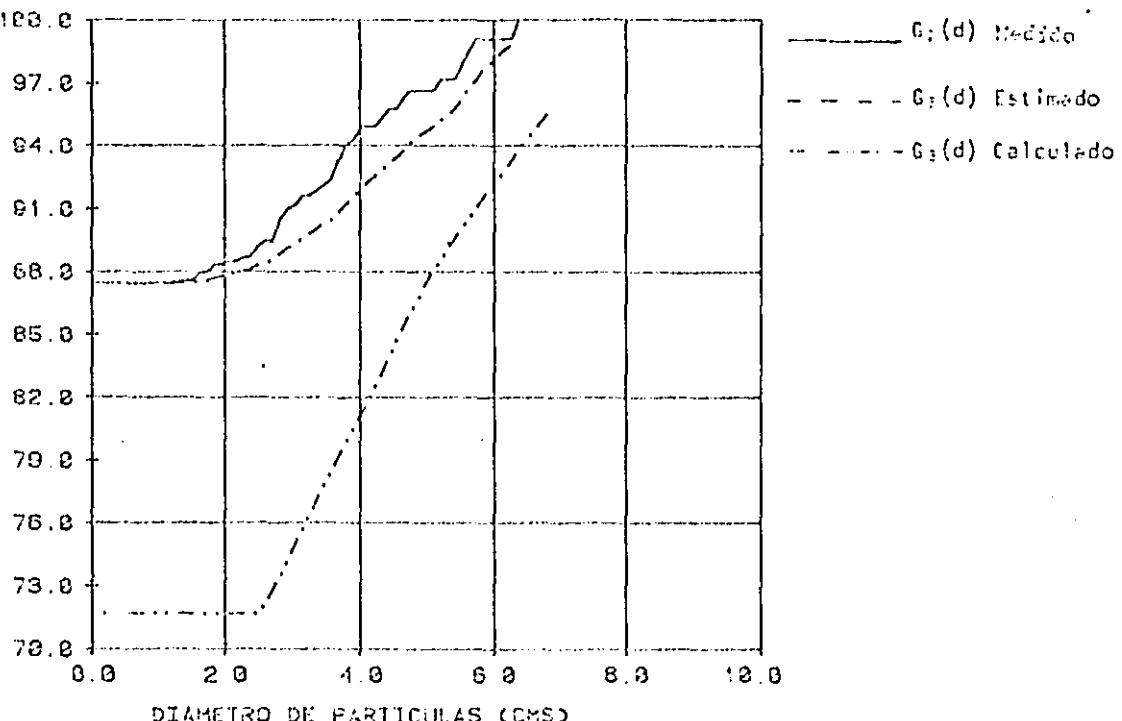


Fig. 6.13a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/7).

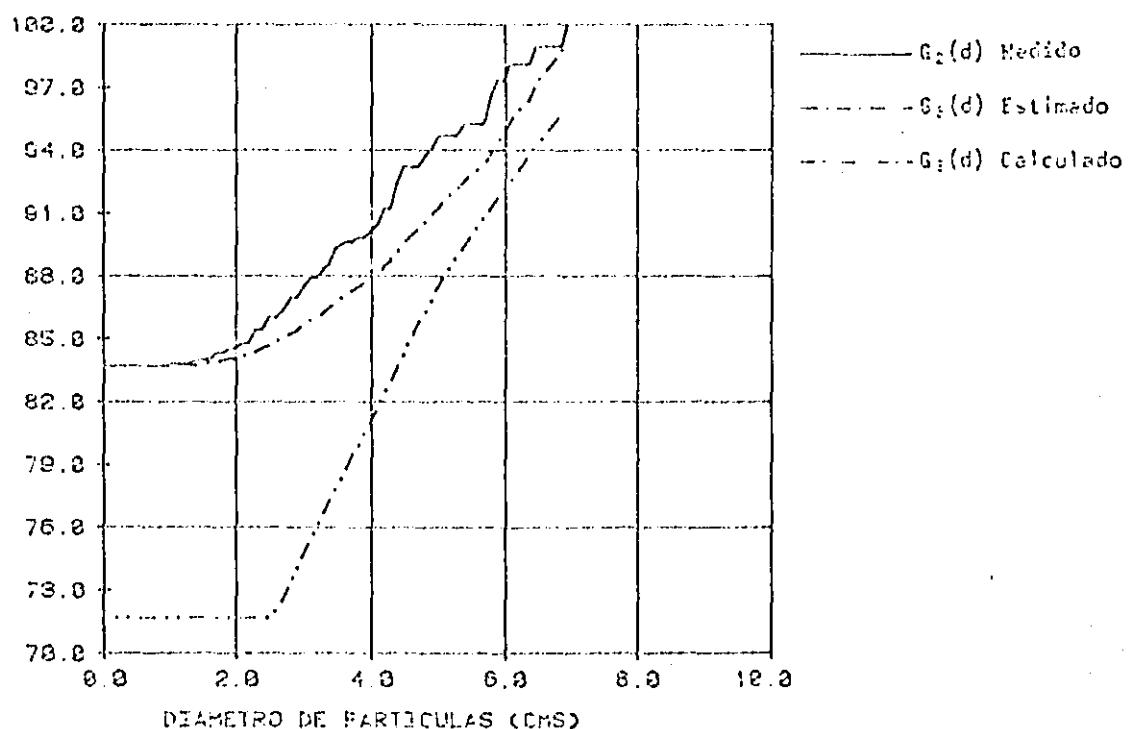
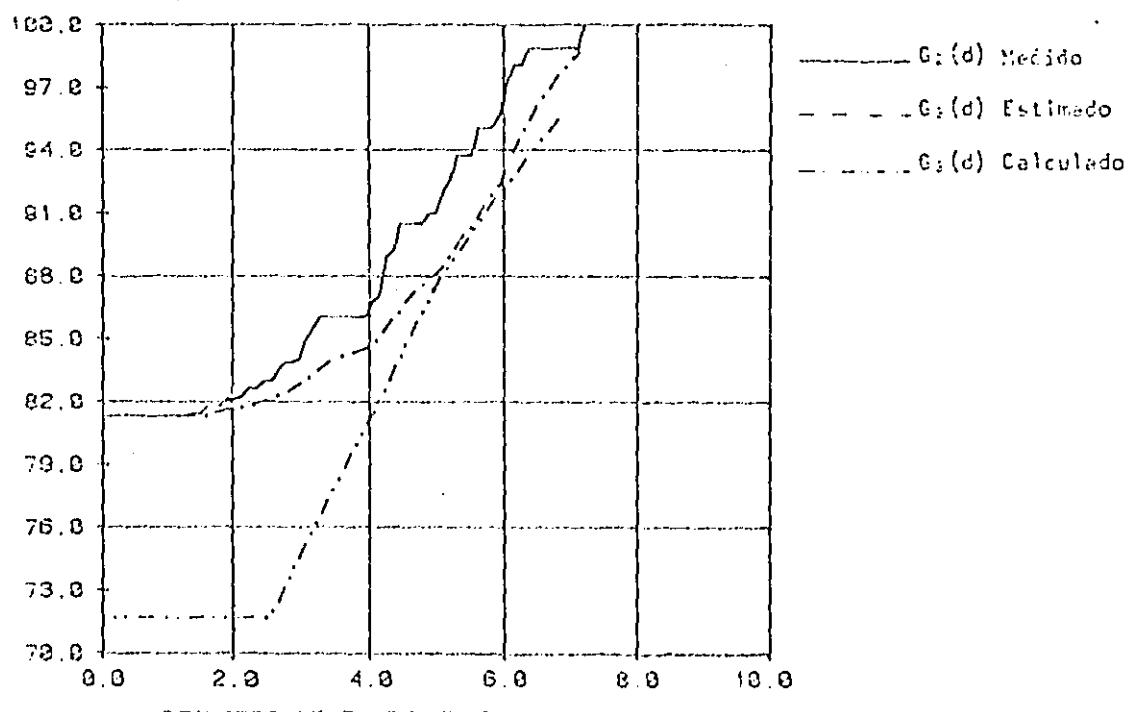


Fig. 6.13b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/8).

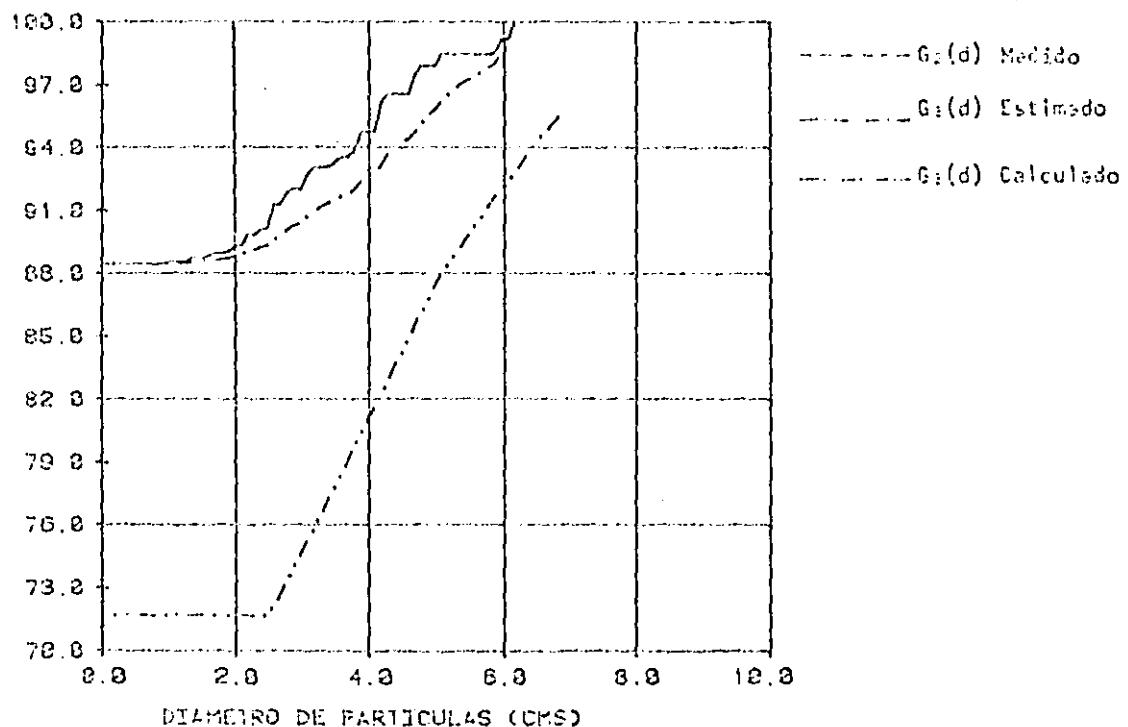
GD(%) <FOTO S1/9>



DIAMETRO DE PARTICULAS (CMSD)

Fig. 6.14a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/9).

GD(%) <FOTO S1/10>



DIAMETRO DE PARTICULAS (CMSD)

Fig. 6.14b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/10).

GD(X), <FOTO S1/11>

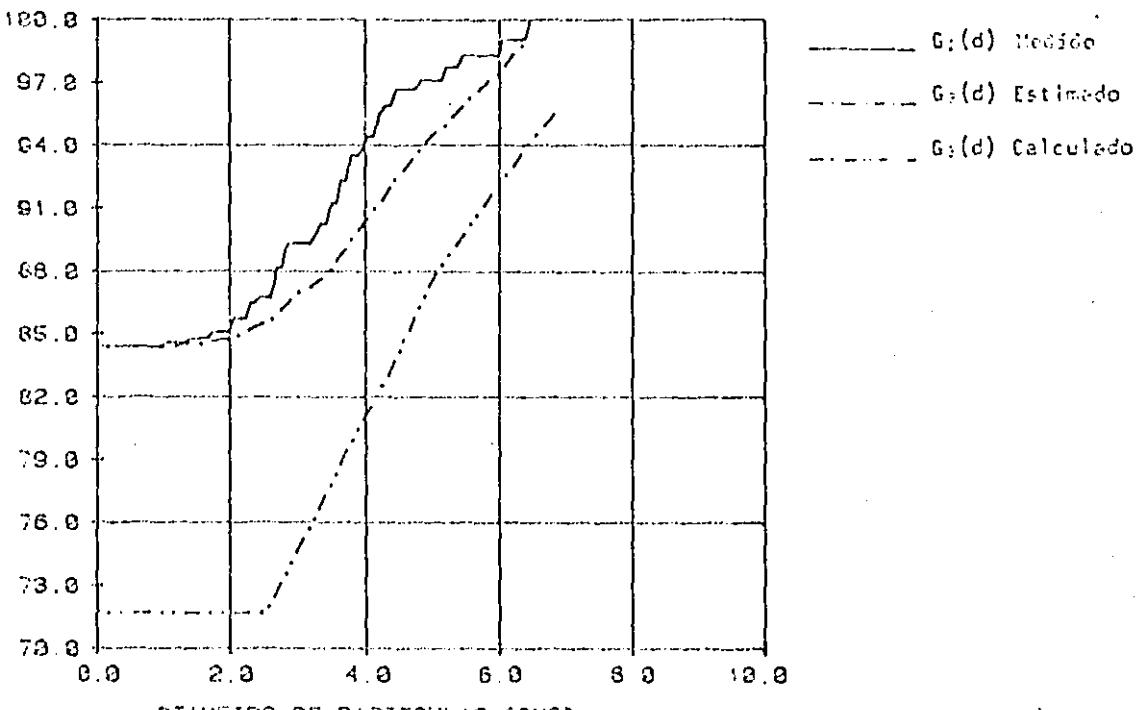


Fig 6.15a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/11).

GD(X), <FOTO S1/12>

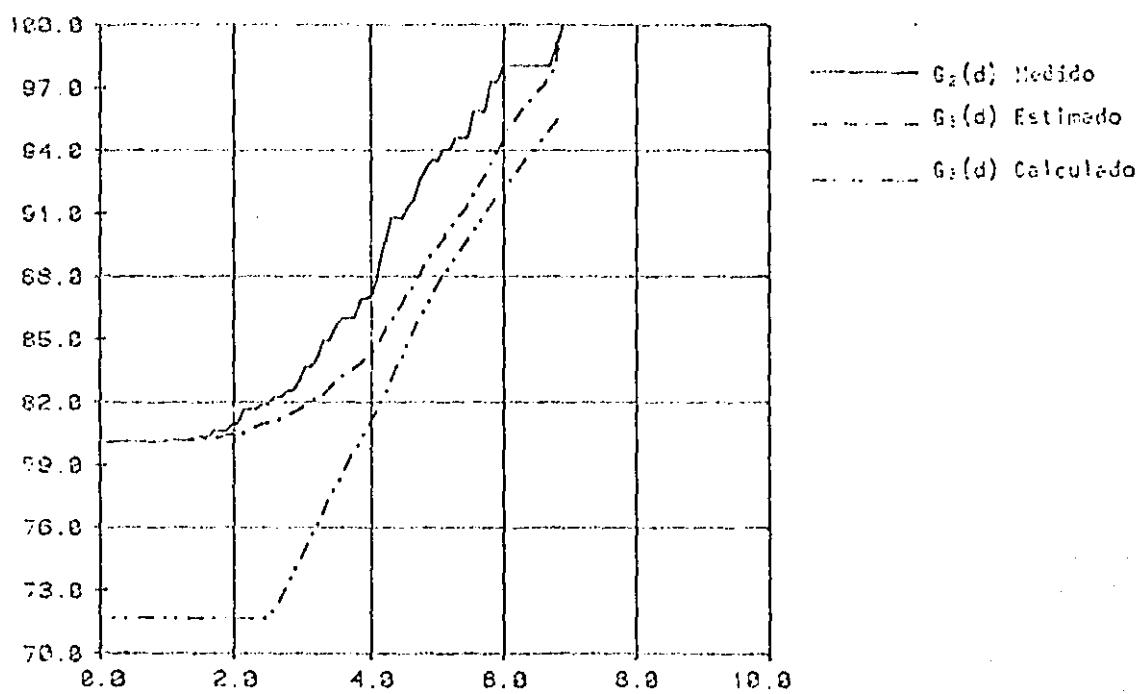
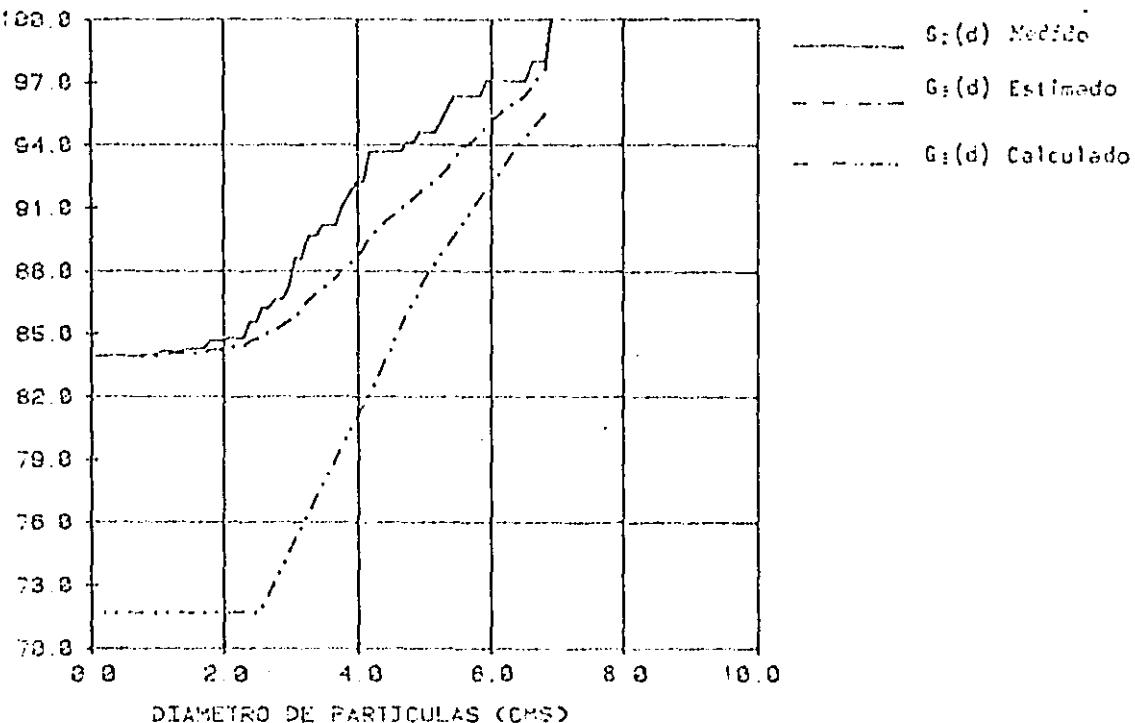


Fig 6.15b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/12).

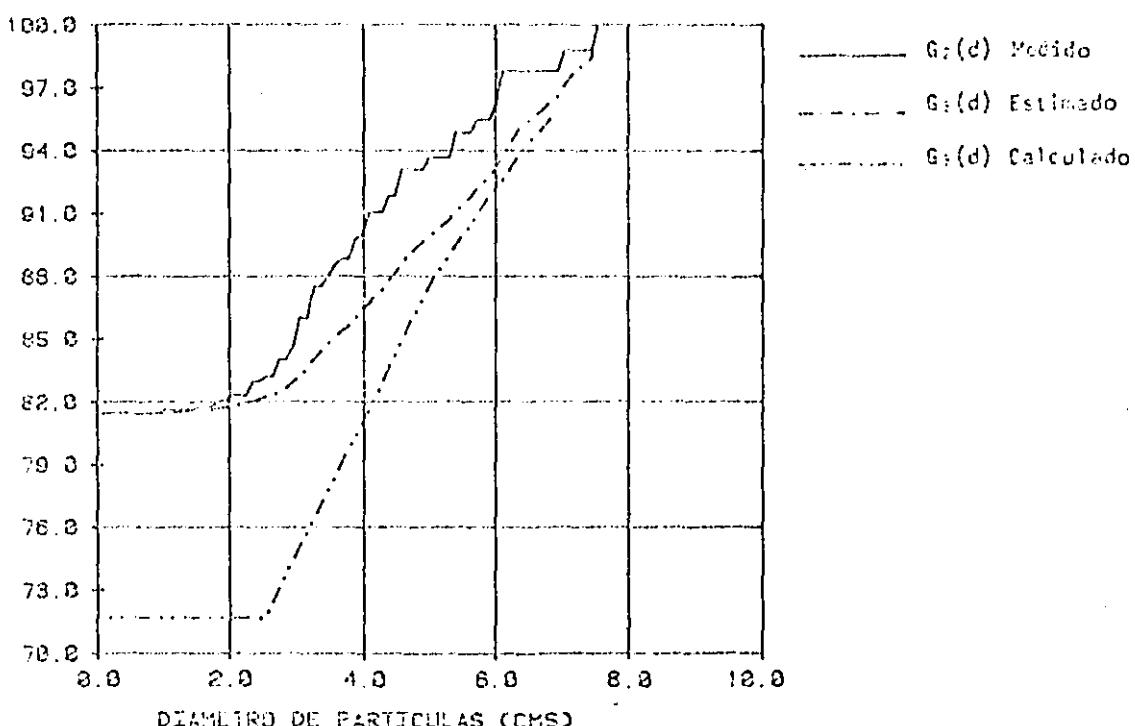
GD(%) <FOTO S1/13>



DIAMETRO DE PARTICULAS (CM)

Fig. 6.16a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/13).

GD(%) <FOTO S1/14>



DIAMETRO DE PARTICULAS (CM)

Fig. 6.16b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S1/14).

GD(X), <FOTO S3/1B>

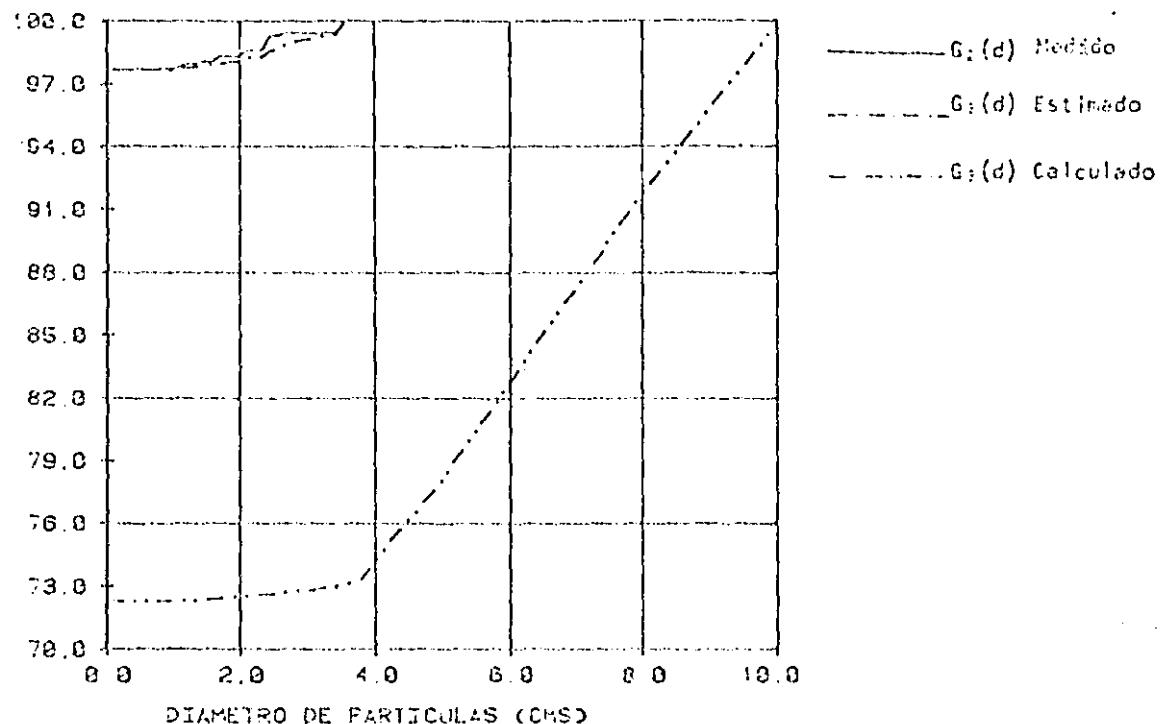


Fig. 6.17a Comparación entre la granulometría estimada y la calculada (muestra S3/1B).

GD(X), <FOTO S3/2B>

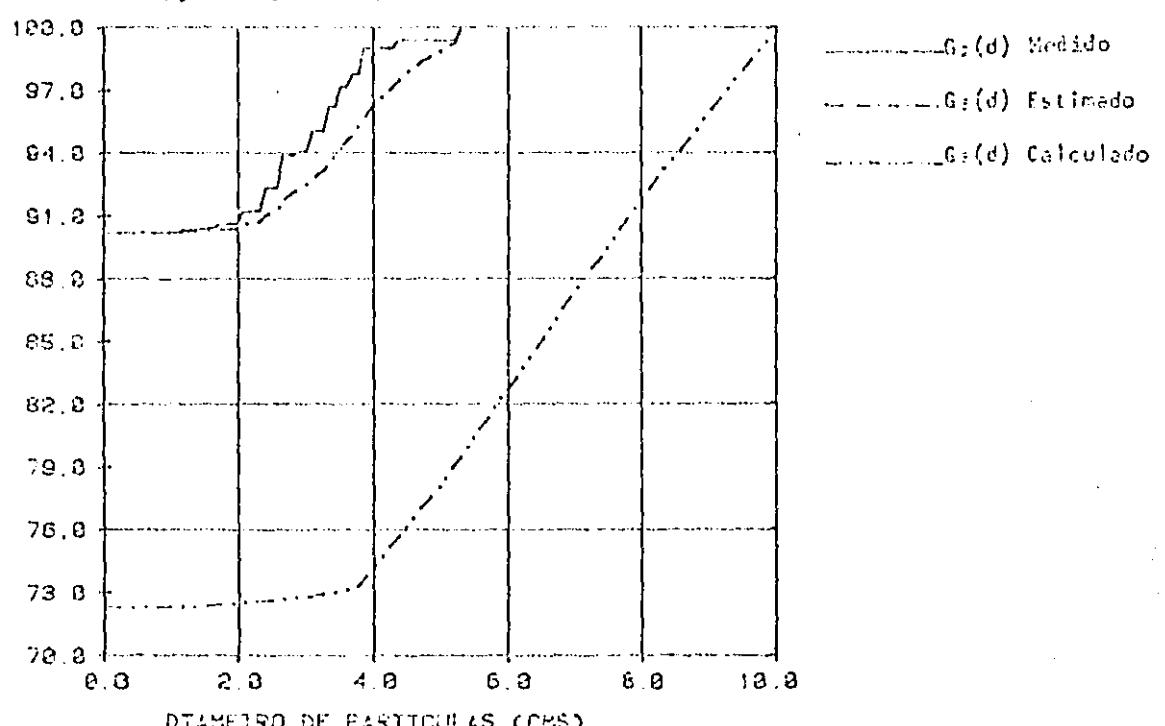
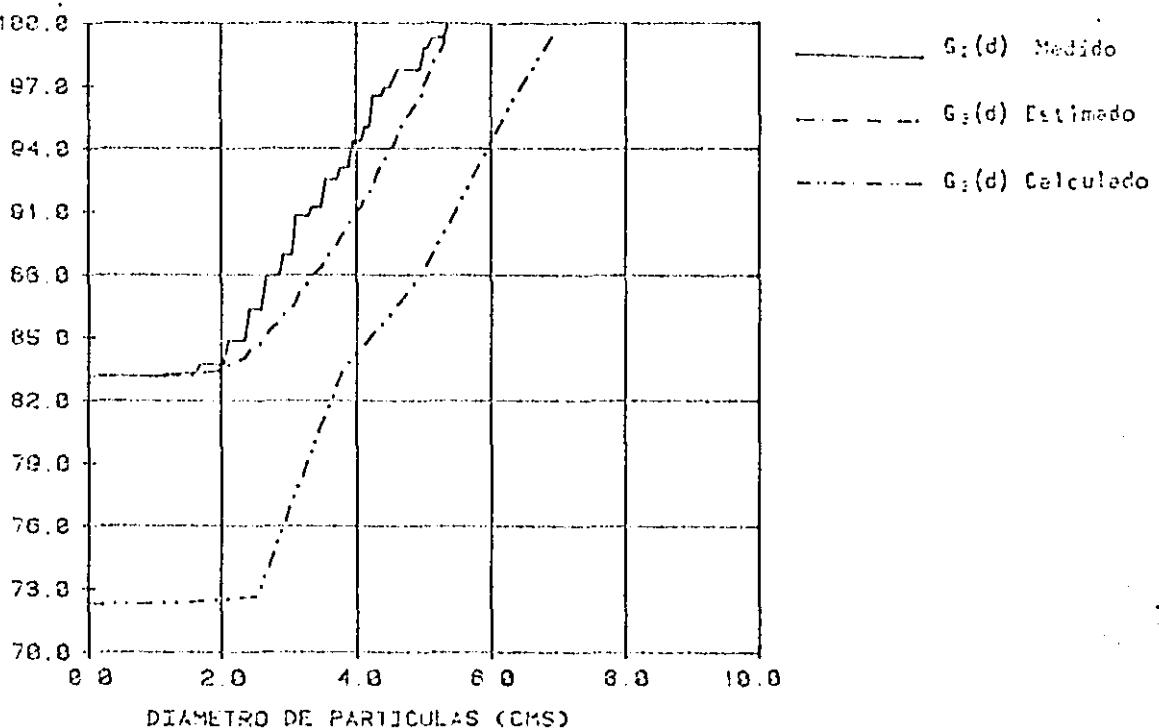


Fig. 6.17b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S3/2B).

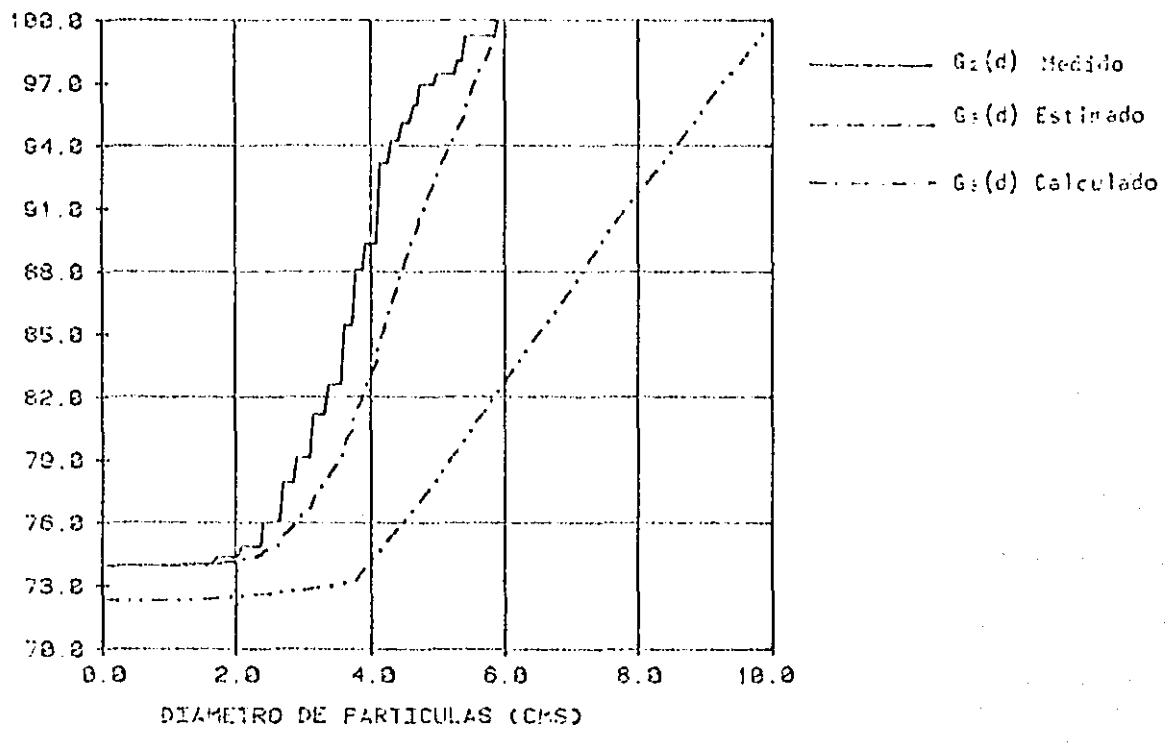
GD(XD), <FOTO S3/SB>



DIAMETRO DE PARTICULAS (CMS)

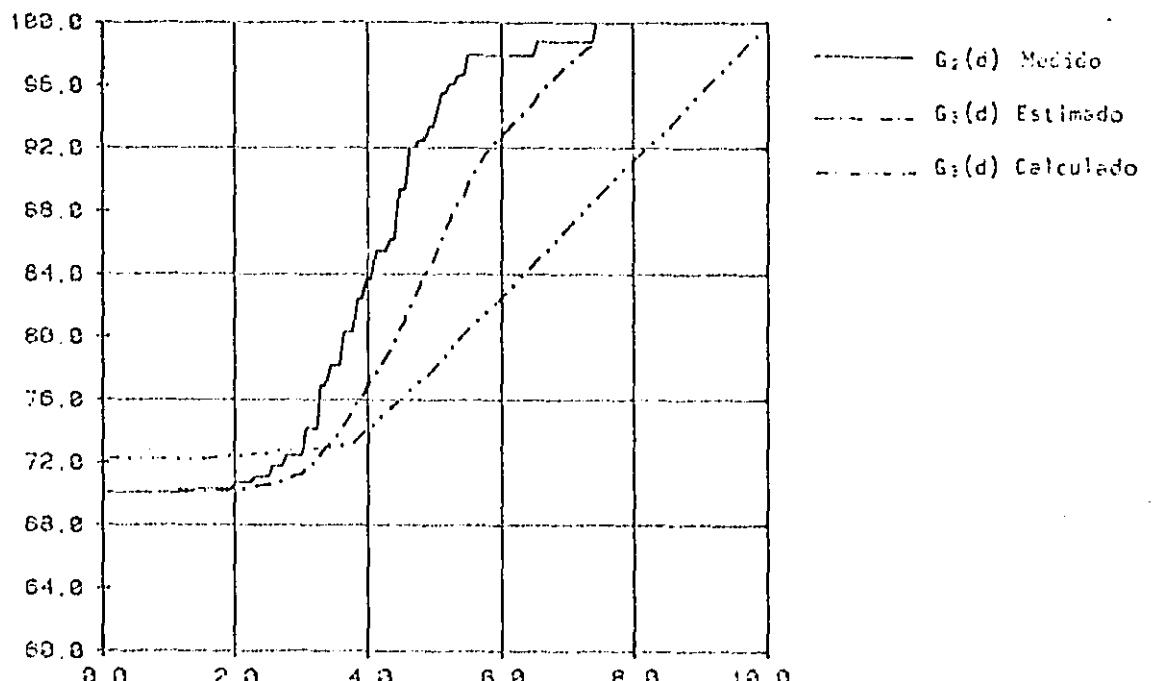
Fig. 6.18a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S3/SB).

GD(XD), <FOTO S3/SB>



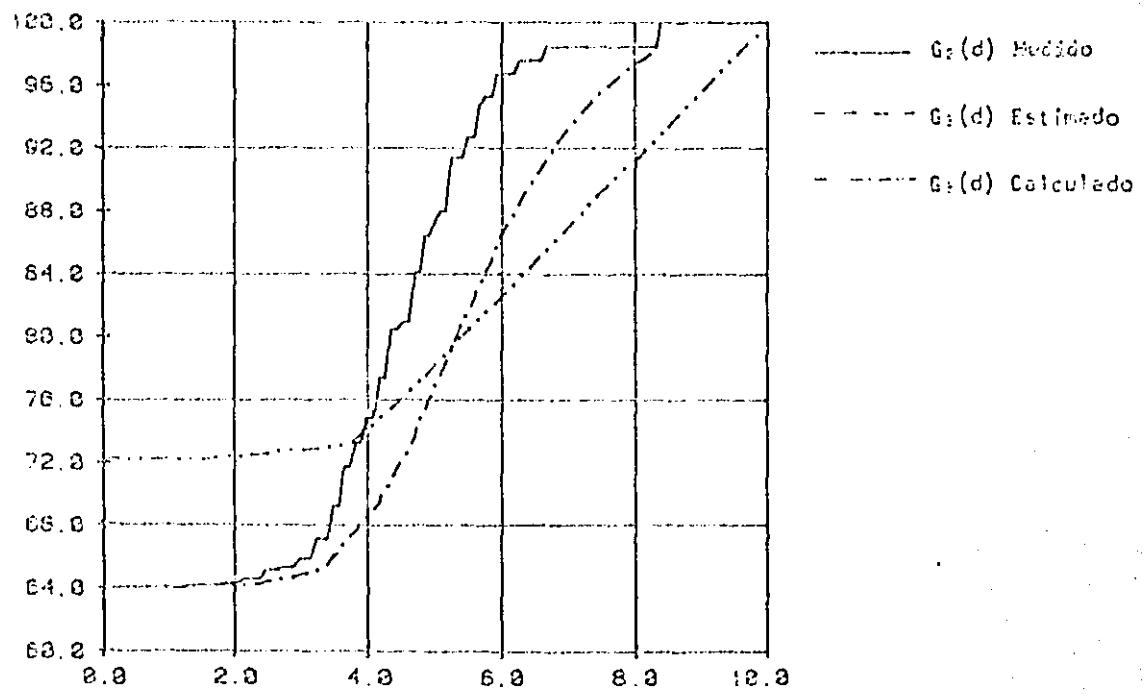
DIAMETRO DE PARTICULAS (CMS)

Fig. 6.18b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S3/SB).



DIAMETRO DE PARTICULAS (CMSD)

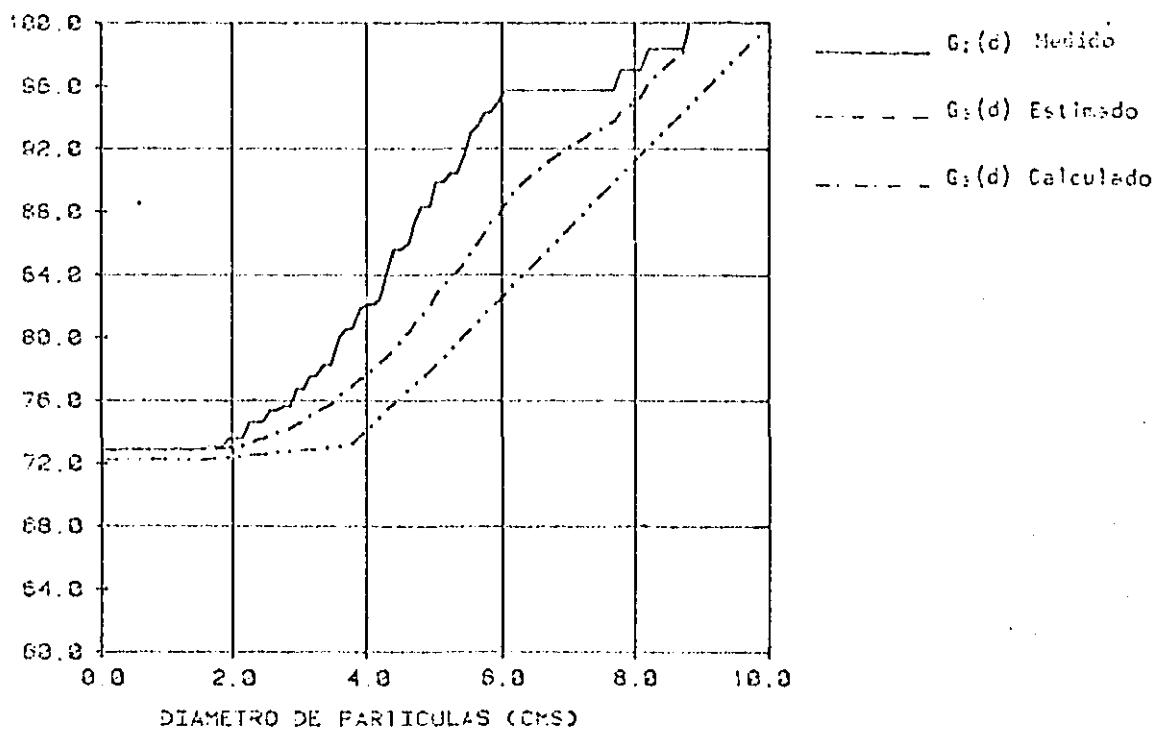
Fig. 6.19a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S3/7B).



DIAMETRO DE PARTICULAS (CMSD)

Fig. 6.19b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S3/9B).

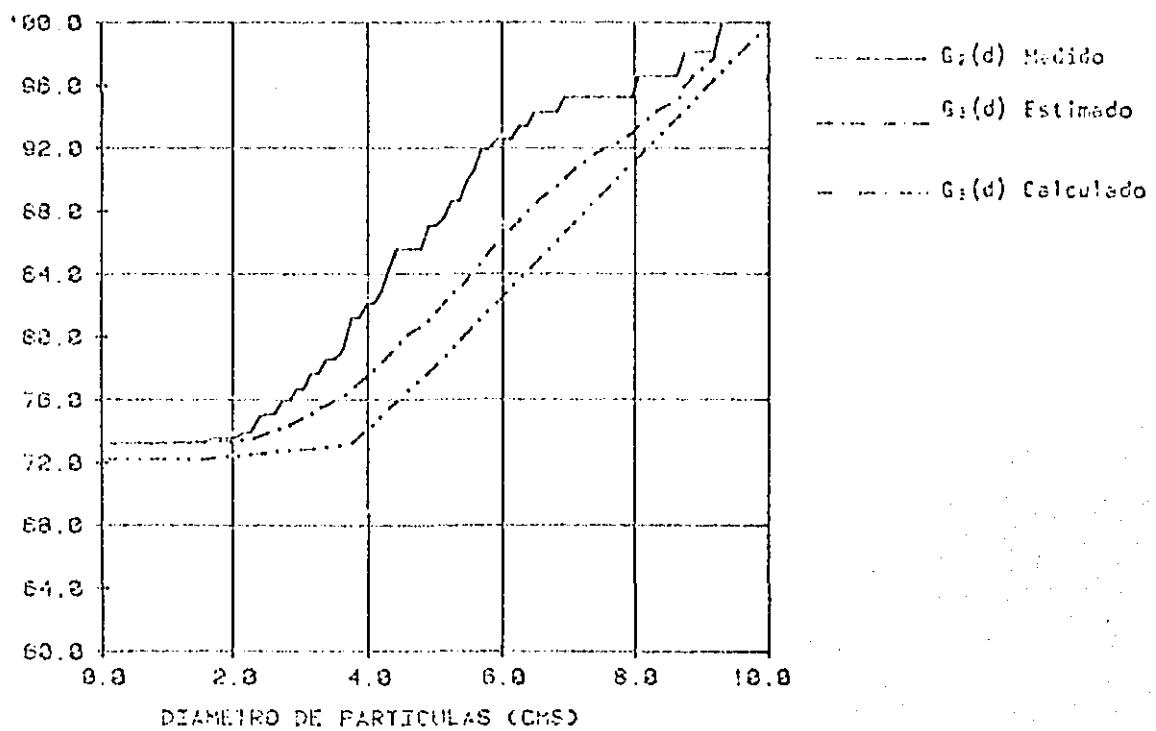
GD(%) <FOTO S3/11B>



DIAMETRO DE PARTICULAS (CM³)

Fig. 6.20a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S3/11B).

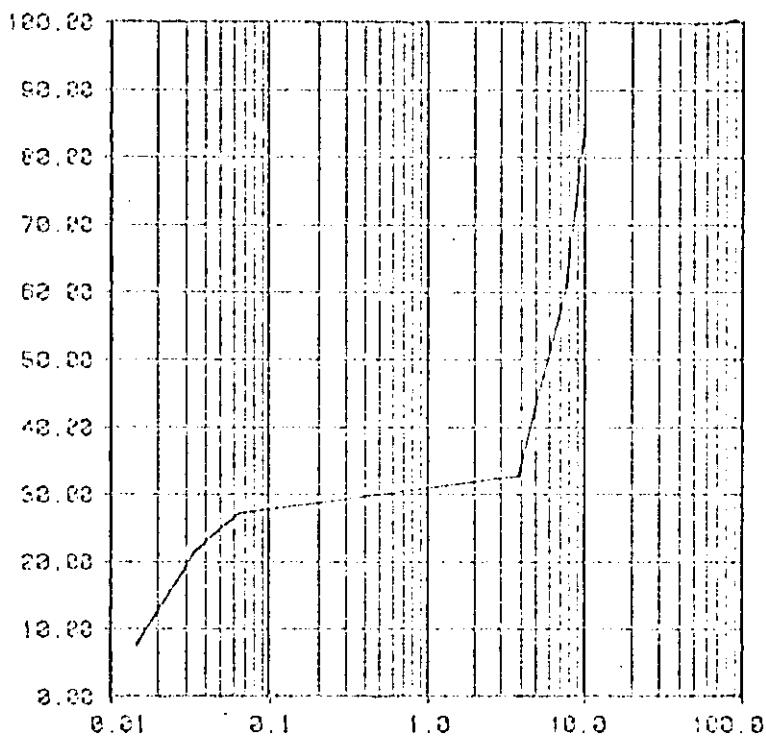
GD(%) <FOTO S3/13B>



DIAMETRO DE PARTICULAS (CM³)

Fig. 6.20b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S3/13B).

PORCENTAJE DE PARTICULAS QUE PASA (%).



DIÁMETRO DE PARTICULAS (CMS). MEZCLA ARCILLA-BOLEOS

Fig 6.21 Granulometría de la mezcla boleos-arcilla.

La función $S_g(d)$ calculada se presenta en la fig 6.22. Los cortes se realizaron de la misma manera que en el caso de las mezclas de grava con arena. Se obtuvieron cuatro fotografías de cortes (serie S6).

6.2.2.2 Obtención de la granulometría de las gravas y boleos a partir de cortes

Nuevamente se usó la tabletta digital para la medición de áreas aparentes en las fotografías (fig 6.6). En la fig 6.23 se muestra uno de los cortes analizados. Posteriormente, se determinaron las funciones $S_g(d)$ y $S_s(d)$, utilizando el método de estimación granulométrica.

En las figs 6.24 y 6.25 se comparan los valores estimados con los calculados de $S_g(d)$. Aquí se observa que la subestimación es muy grande (del orden del 50%). Además, es notorio cómo permanece invariable en cada corte. Nuevamente, mejora la precisión de la estimación al ir aumentando el diámetro de las partículas.

Lo que provoca que las subestimaciones sean considerables, en el caso de una matriz arcillosa, es que el material tiende a ocultar las partículas grandes (fig 6.26), debido a sus características plásticas, haciendo que el diámetro aparente de dichas partículas exhibido en el corte sea mucho menor que su diámetro real.

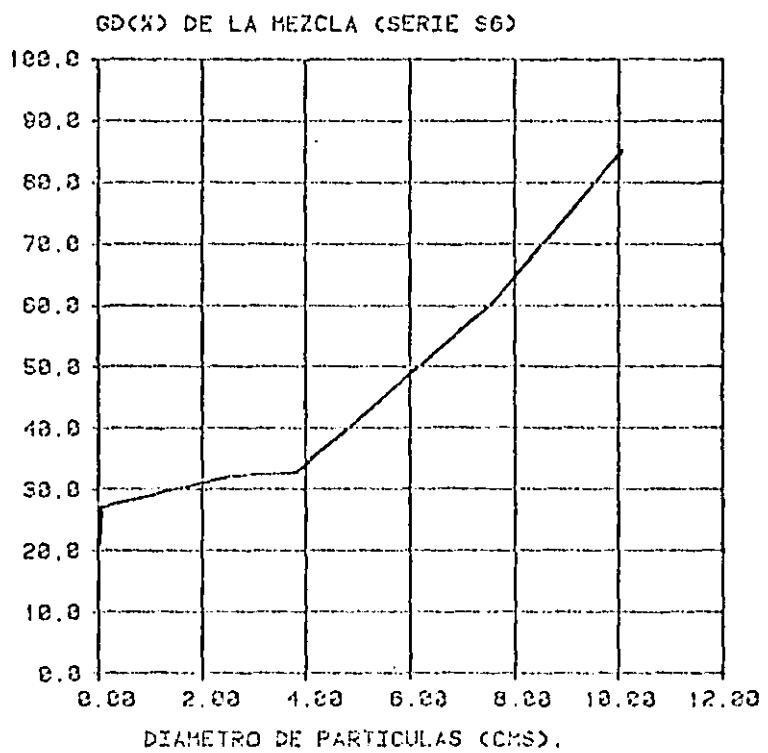


Fig. 6.22 Función $G_3(d)$ para los boleos contenidos en una matriz arcillosa.

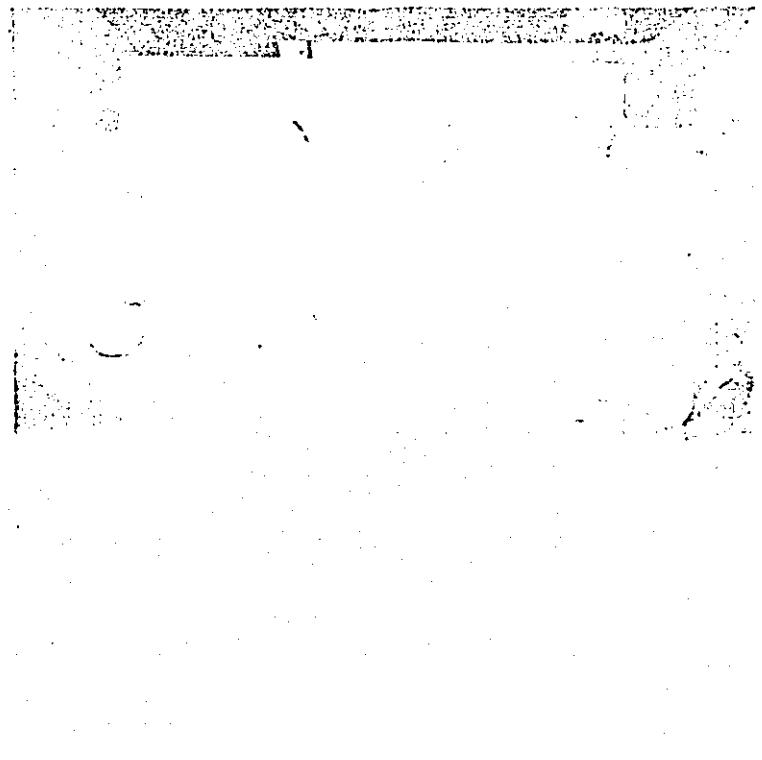
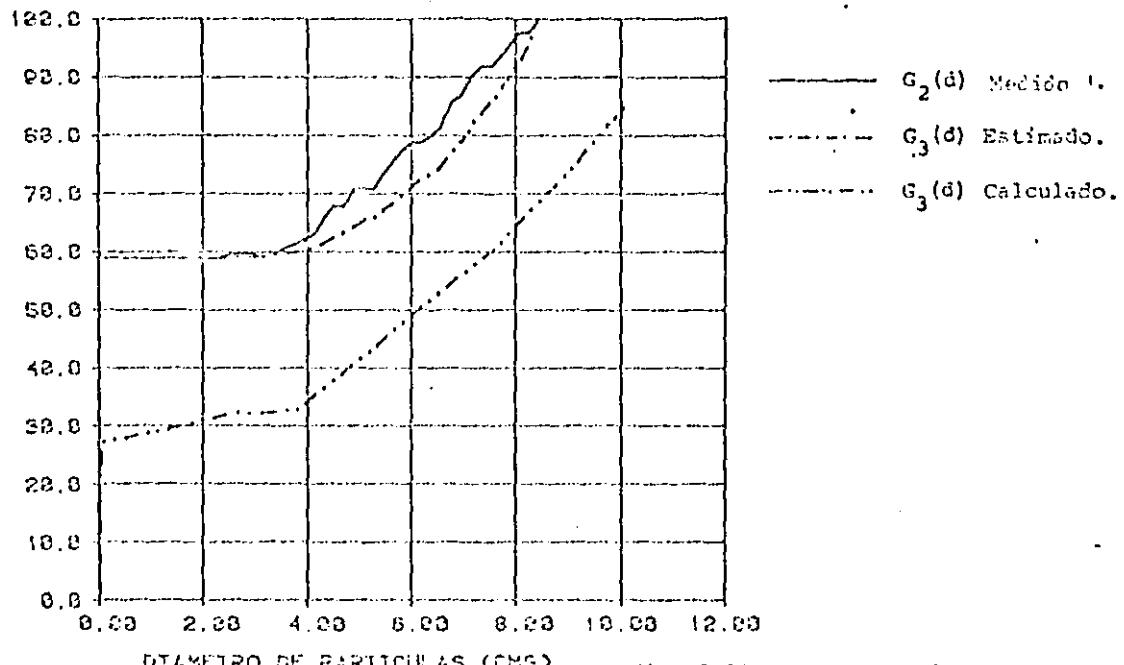


Fig. 6.23 Corte con matriz arcillosa.

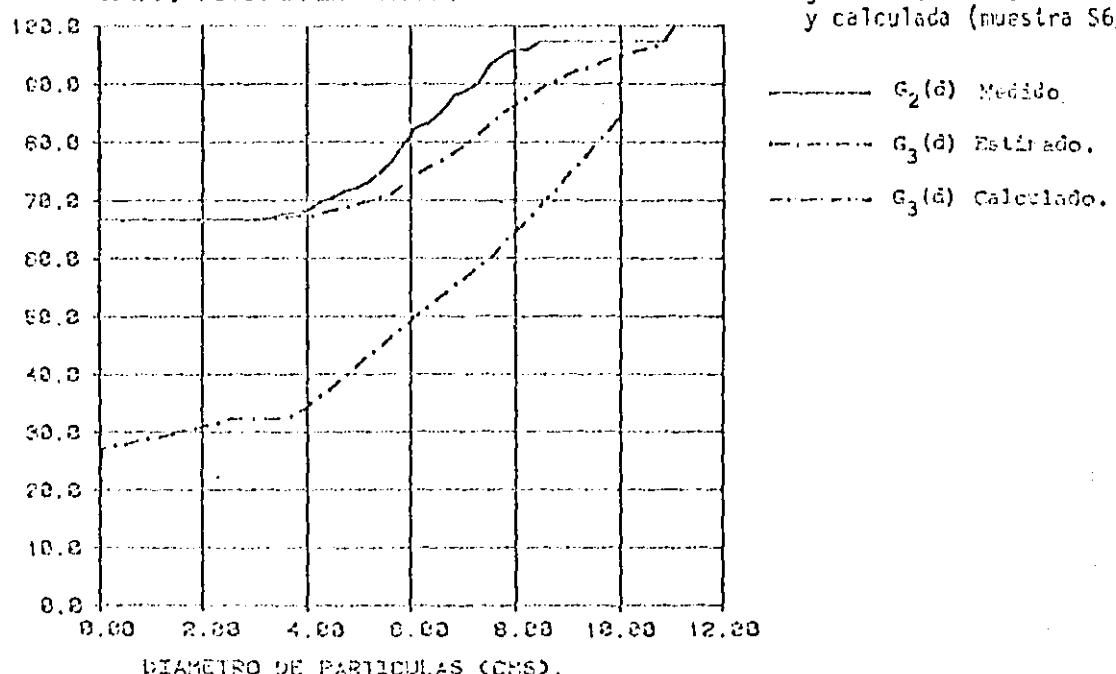
GD(X), FOTOGRAFIA <SG/1>.



GD(X), FOTOGRAFIA <SG/2>.

Fig. 6.24a

Comparación entre la
granulometría estimada
y calculada (muestra SG/1).



DIAMETRO DE PARTICULAS (CMS).

Fig. 6.24b Comparación entre la granulometría estimada
y calculada (muestra SG/2).

GOCX, FOTOGRAFIA <SS/3>.

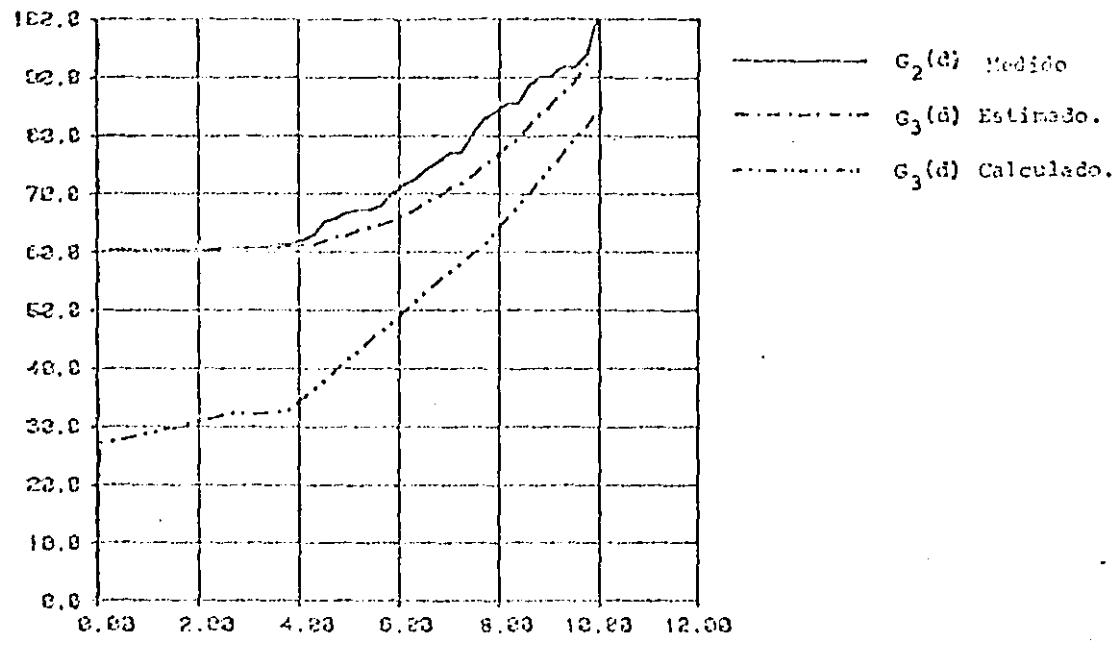
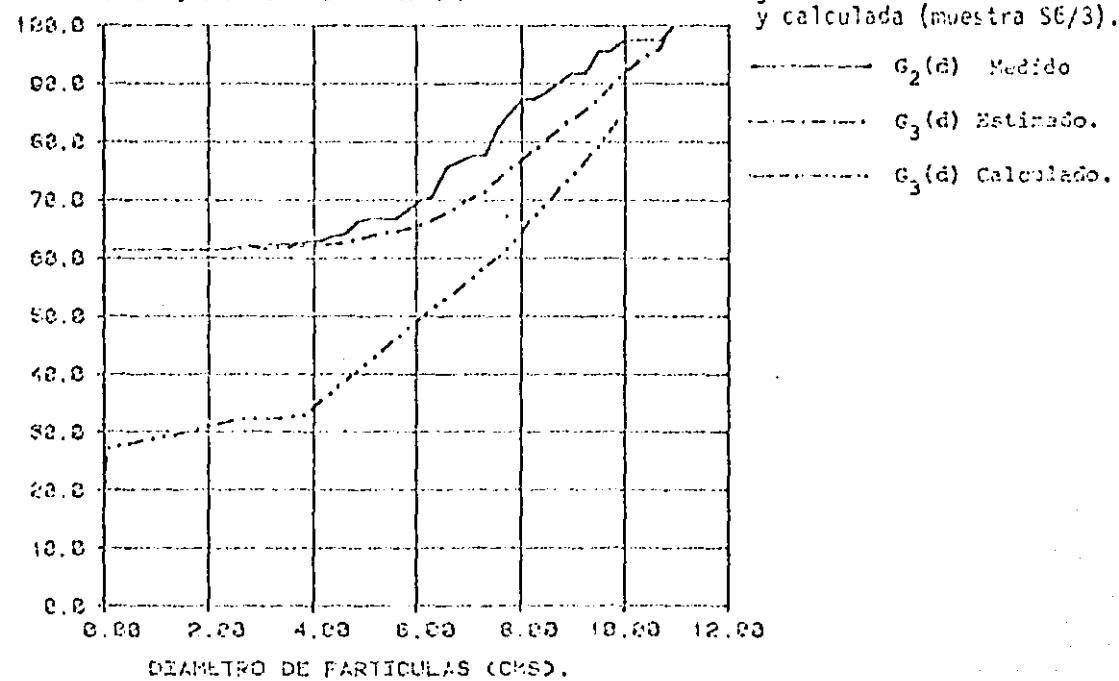


Fig 6.25a

Comparación entre la
gránulometría estimada
y calculada (muestra SS/3).

GOCX, FOTOGRAFIA <SS/4>.



DIAMETRO DE PARTICULAS (CMS).

Fig 6.25b Comparación entre la gránulometría estimada
y calculada (muestra SS/4).

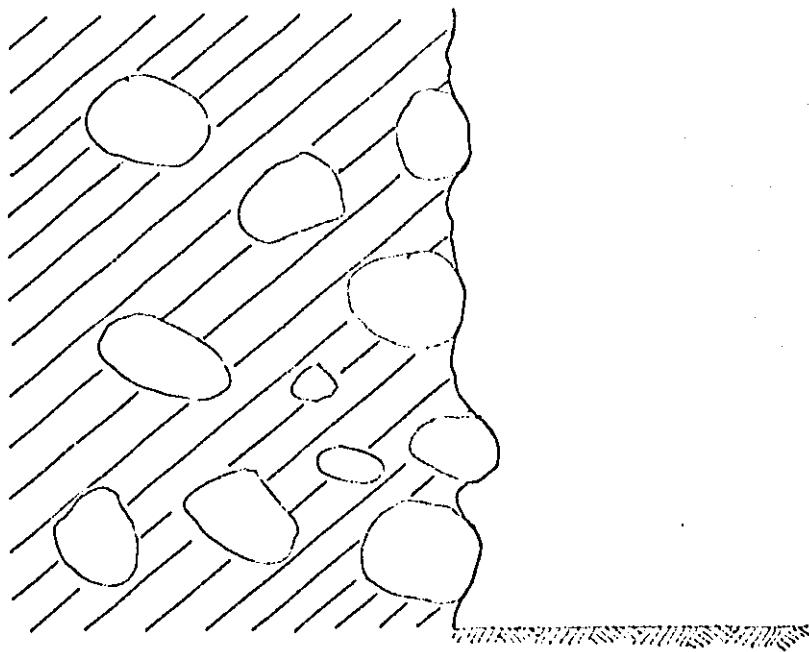


Fig. 6.26 Ocultamiento del material grueso, por una matriz arcillosa.

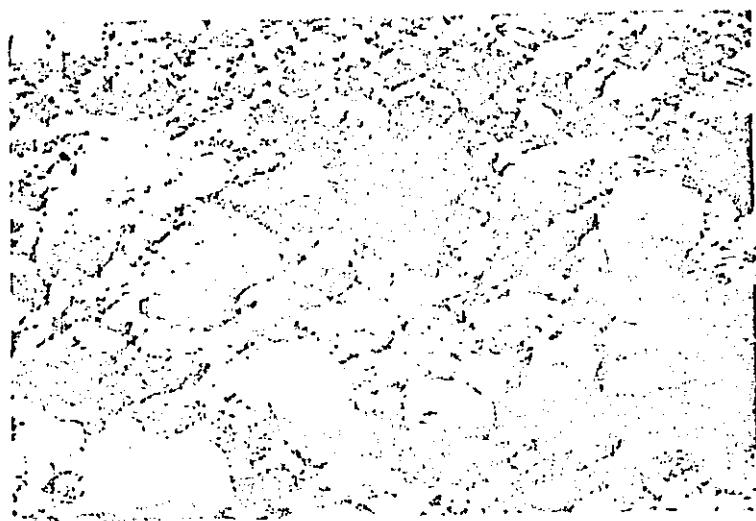


Fig. 6.27 Corte realizado por excavación mecánica.

6.3 Estudio de campo

Una vez aplicado el método de estimación granulométrica a cortes simulados en el laboratorio, se procedió a aplicarlo en el campo a cortes realizados por excavación mecánica (fig. 6.27).

6.3.1 Antecedentes

Los cortes estudiados fueron el resultado de la excavación con retroexcavadora de una trinchera de 2.5 m de ancho y 4 m de profundidad. La excavación fue realizada para colocar tubería para drenaje de aproximadamente 2m de diámetro.

La masa terrea estaba formada por boles y gravas contenidos en una matriz arcillosa. Los tamaños de los componentes de la fracción gruesa variaban de 5 a 25 cm aproximadamente. Los cortes con matriz arcillosa simulados en el laboratorio (inciso 6.2.2), se prepararon con muestras del material extraído de esta excavación.

6.3.2 Estimaciones

Se obtuvieron fotografías de 8 cortes diferentes (serie S5). Las fotografías fueron tomadas aproximadamente a un metro de distancia. A esta distancia el área de cada corte, a escala natural, resultó de 4000 cm² aproximadamente.

6.3.2.1 Obtención de la granulometría de las gravas y boleos a partir de los cortes

Una vez obtenidas las fotografías de los cortes se procedió a determinar las áreas aparentes de las partículas gruesas utilizando la técnica mencionada en el inciso 6.2. Posteriormente, se determinaron las distribuciones $G_g(d)$ y $G_g(d)$ para cada corte. Los resultados de estas estimaciones se presentan en las figs. 6.28, 6.29, 6.30 y 6.31.

En estas mismas figuras se representan las funciones $G_g(d)$ calculadas en el laboratorio y que pueden considerarse como las granulometrías reales del material.

6.3.3 Interpretación de los resultados

En las figs 6.28 a 6.31 se observa que las subestimaciones del porcentaje de gravas y boleos son importantes y poco variables de un corte a otro. Esto confirma los resultados obtenidos en las simulaciones con matriz arcillosa (inciso 6.2), realizadas en el laboratorio. Nuevamente, se observa en cada corte que la precisión en las estimaciones mejora al ir aumentando el diámetro de las partículas. En el caso de cortes muy erosionados (figs 6.28b, 6.29b, 6.30b y 6.31b), se observa también que las estimaciones mejoran. La magnitud de las subestimaciones puede atribuirse a las causas mencionadas en el inciso 6.2.2.2.

Como regla práctica burda, puede considerarse que, en promedio, los porcentajes reales de gravas y boleos son del orden del doble de los porcentajes aparentes.

GD, EN PORCIENTO (SERIE S/1).

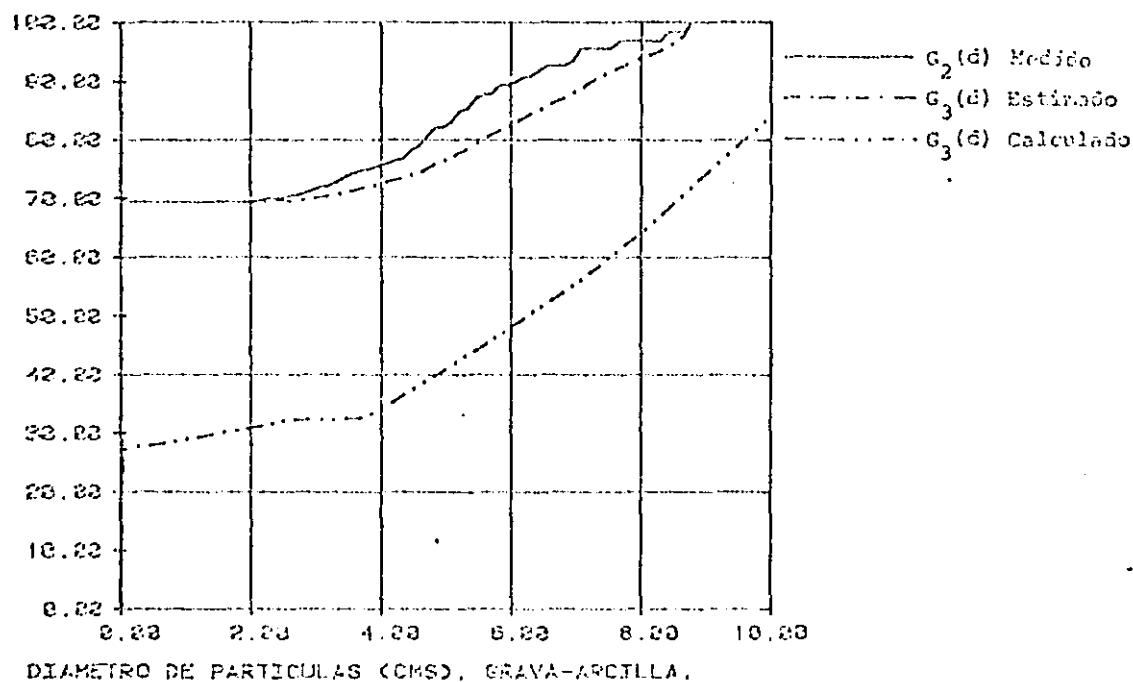


Fig. 6.28a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S5/1).

GD, EN PORCIENTO (SERIE S/2).

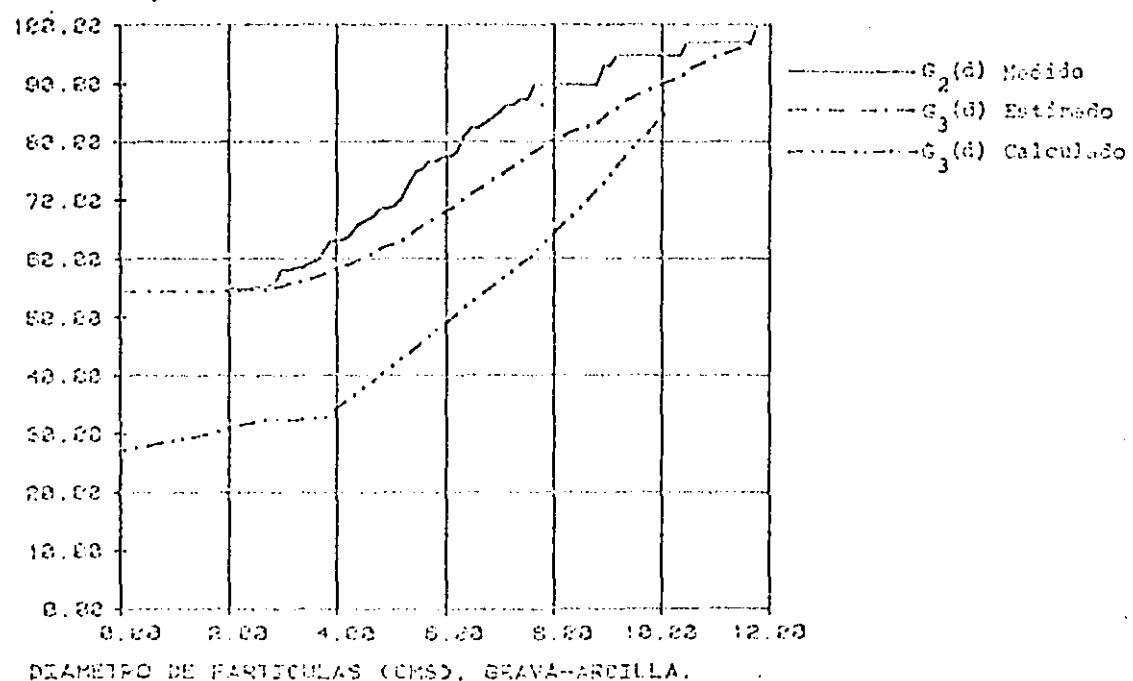
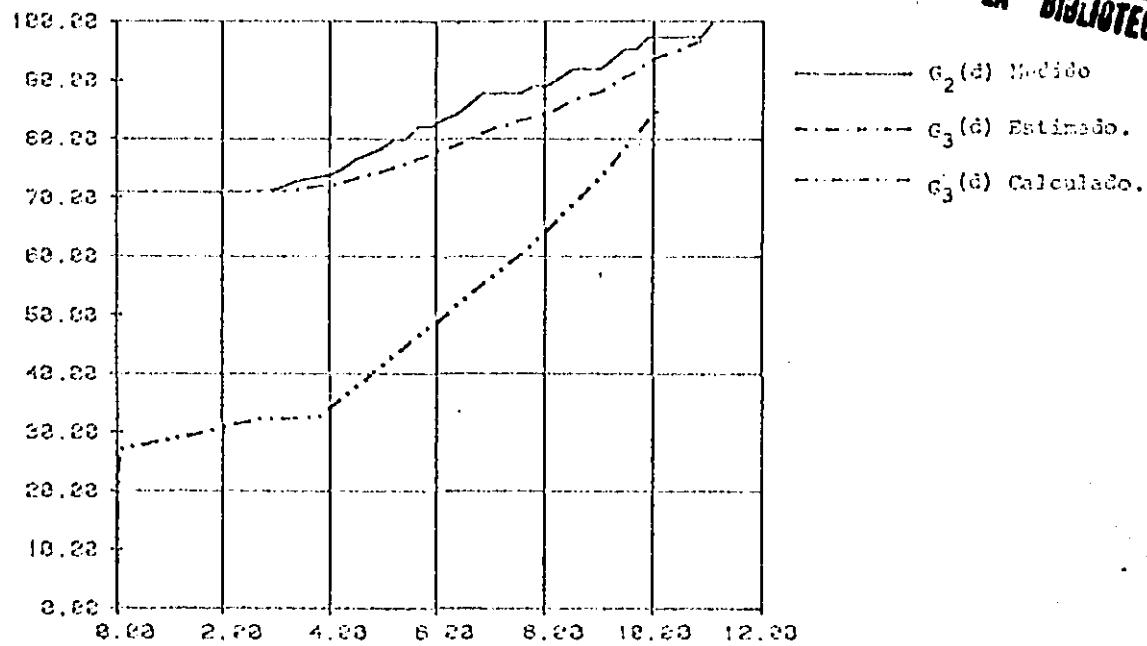


Fig. 6.28b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S5/2).

ESTA TESIS
SALIR DE LA NO DEBE
BIBLIOTECA

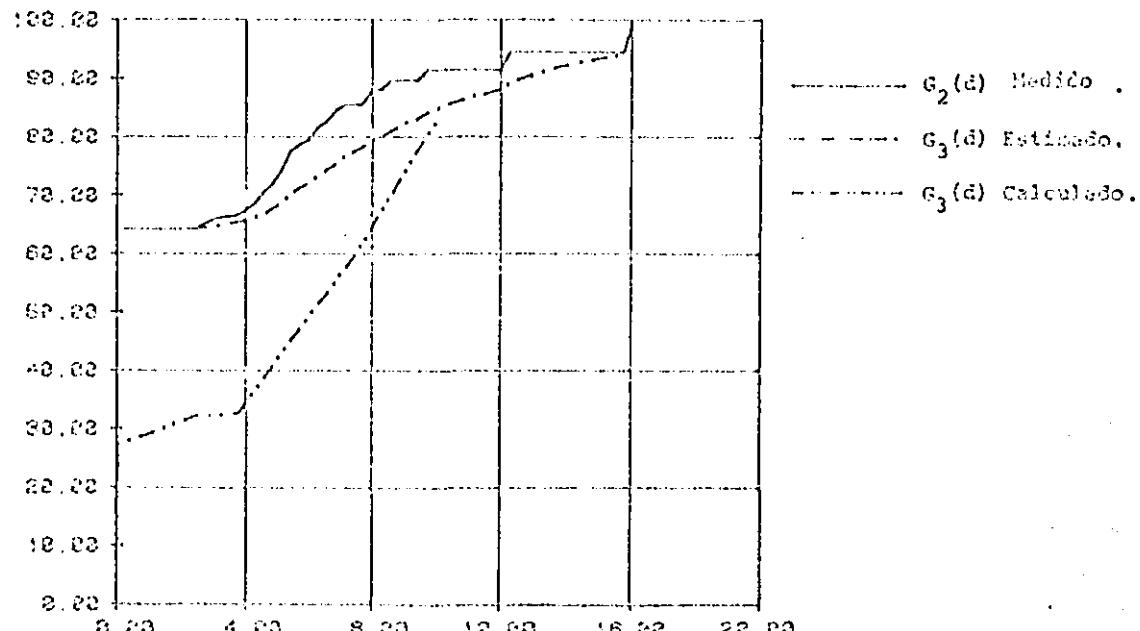
GD, EN PORCIENTO (SERIE S/3).



DIAMETRO DE PARTICULAS (CM%). GRAVA-ARCILLA.

Fig. 6.29a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S5/3).

GD, EN PORCIENTO (SERIE S/4)



DIAMETRO DE PARTICULAS (CM%). GRAVA-ARCILLA.

Fig. 6.29b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra S5/4).

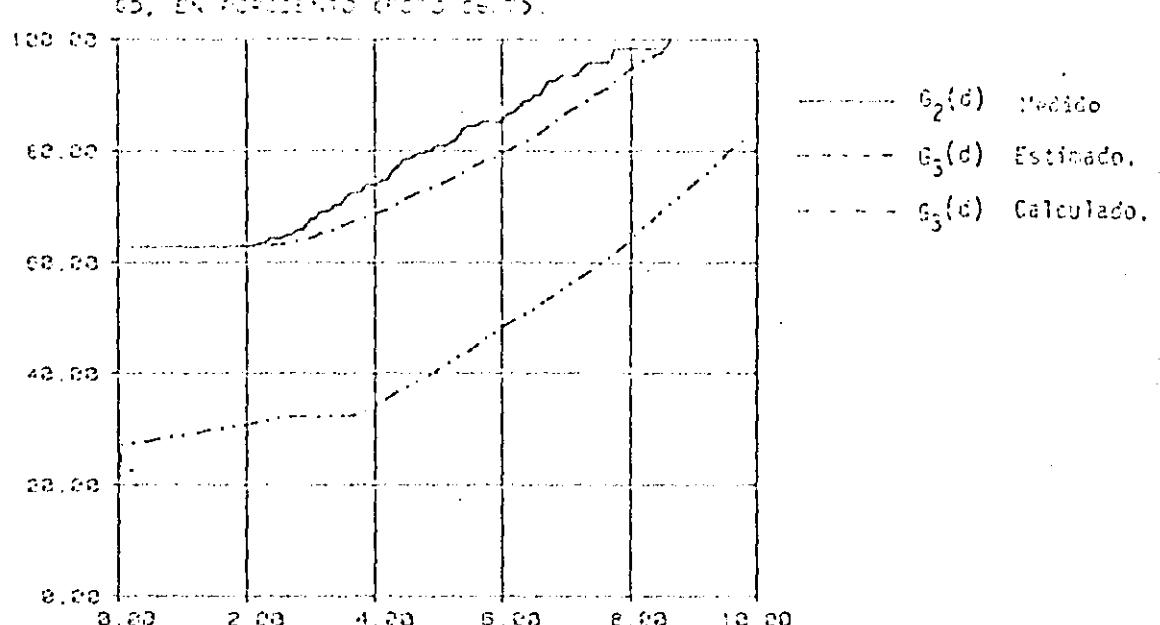


Fig. 6.30a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra 55/7).

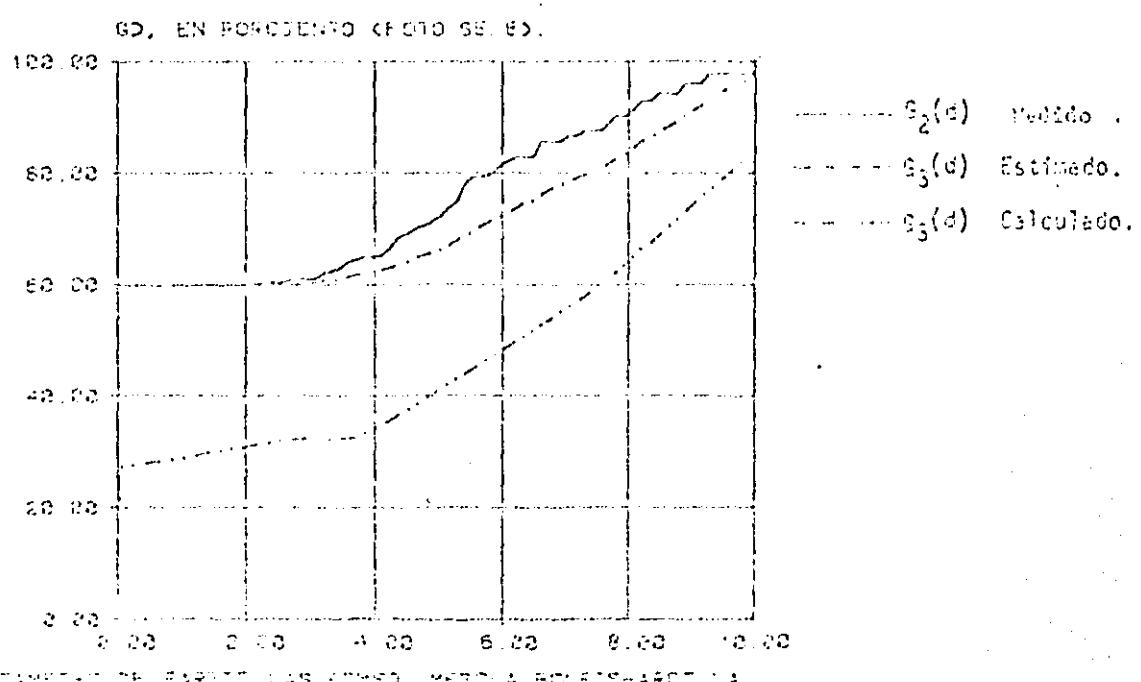
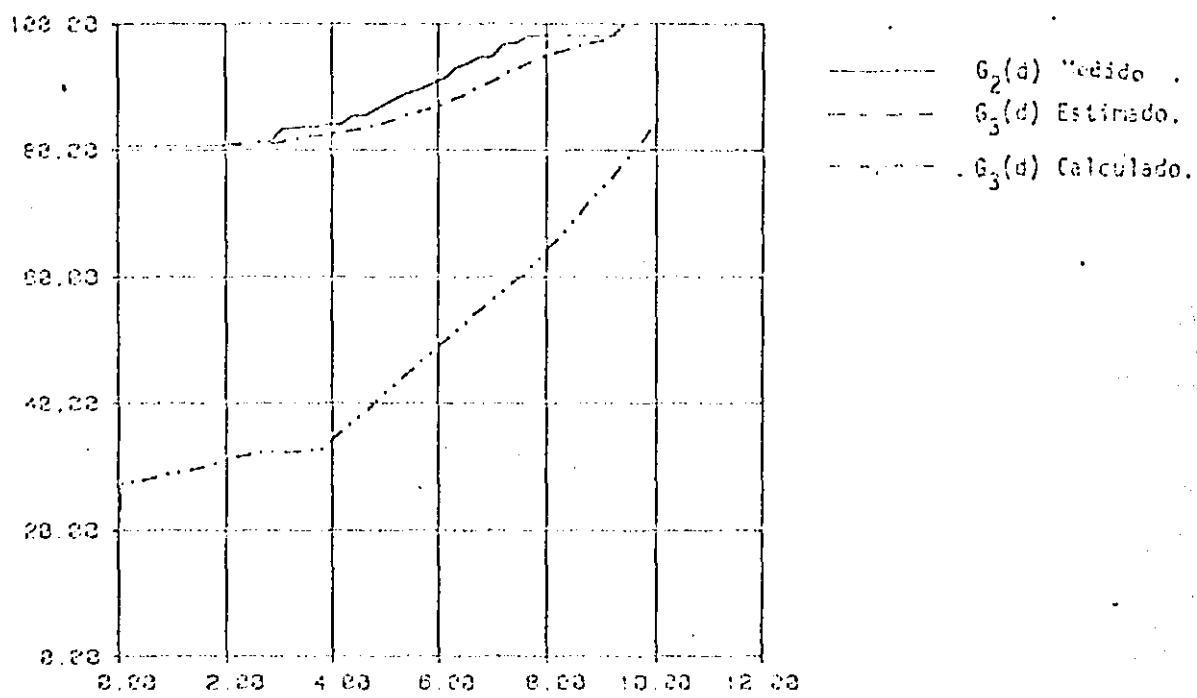


Fig. 6.30b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra 55/6).

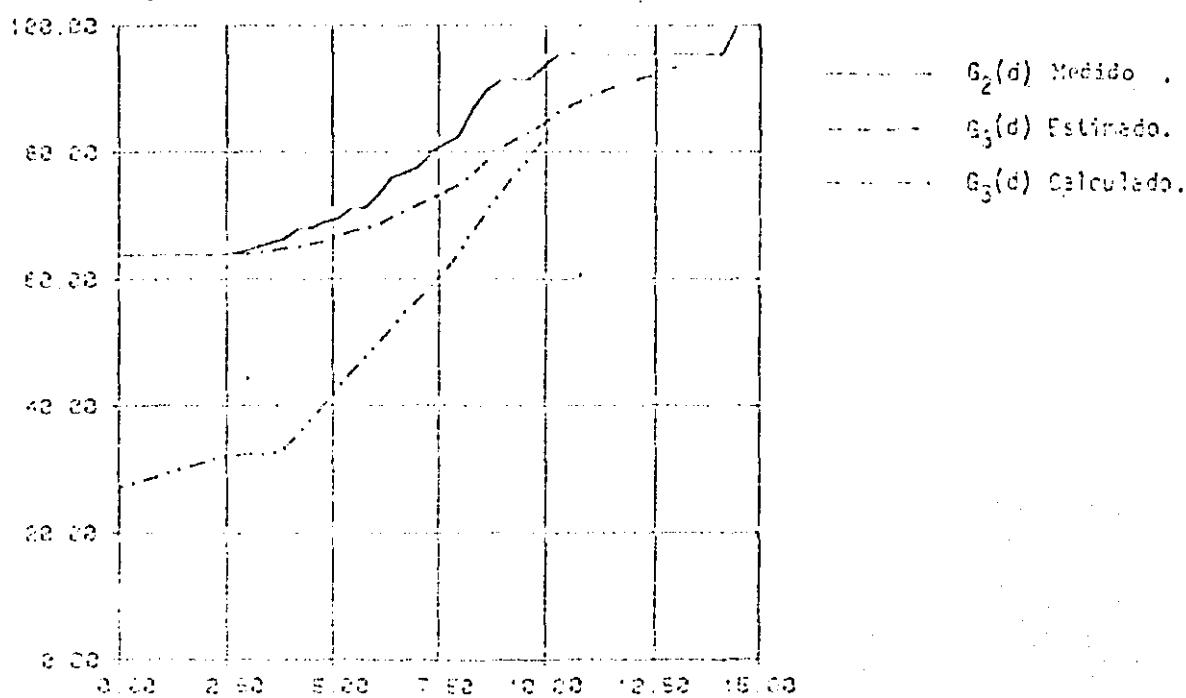
GD. EN PORCENTAJE (CFTO. 55/6).



DIAMETRO DE PARTICULAS (CM.SD). MEZCLA BOLFOIS-ARCILLA.

Fig. 6.31a Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra 55/5).

GD. EN PORCENTAJE (CFTO. 55/6).



DIAMETRO DE PARTICULAS (CM.SD). MEZCLA BOLFOIS-ARCILLA.

Fig. 6.31b Comparación entre la granulometría estimada y calculada (muestra 55/6).

6.4 Conclusiones

El estudio de laboratorio y de campo desarrollado en el presente capítulo permite establecer las siguientes conclusiones:

- La irregularidad del corte conduce a subestimar la cantidad de partículas grandes presentes en una masa térrea.
- Las subestimaciones de $G_g(d)$ son más notorias en el caso de una matriz arcillosa que en el caso de una matriz arenosa. Además, éstas no son tan susceptibles al grado de erosión como en el caso de una matriz arenosa. En el caso de una matriz arcillosa, los porcentajes reales de gravas y bolos son del orden del doble de los porcentajes aparentes.
- En cortes de excavaciones que han estado expuestos al medio ambiente durante mucho tiempo, puede preverse que se incrementa aún más el grado de subestimación de $G_g(d)$ debido a que los huecos dejados por las partículas caídas dejan poco a poco de apreciarse y no pueden tomarse en cuenta.

7. CONCLUSIONES

La investigación realizada a lo largo de este trabajo permite establecer las siguientes conclusiones:

1. Es teóricamente posible determinar la granulometría de la fracción gruesa de un material a partir de las granulometrias aparentes que se definen en un plano de intersección o a lo largo de un sondeo recto.
2. La medición de diámetros aparentes puede hacerse mediante técnicas automatizadas eficientes.
3. Si las dimensiones del corte o del sondeo estudiado son insuficientes, la estimación presenta una dispersión importante (efecto de escala geométrico). En el caso del corte este efecto es despreciable cuando la dimensión media del área estudiada (promedio del ancho y largo) es mayor que 15 veces el diámetro medio (D_{50}) de las partículas.

4. Los cortes realizados por excavación, sin corte de partículas, y en particular los que hayan sido sometidos a erosión pueden diferir considerablemente de un corte plano y llevar a subestimaciones importantes del porcentaje de bollos de la masa. En efecto, la matriz tiende a esconder las partículas gruesas, especialmente cuando es arcillosa. Limiando el corte es posible lograr que destaque las partículas, lo que lleva a una mejor estimación de la granulometría de la fracción gruesa (Figs 6.12a, .14a, 6.15b, 6.16b, 6.70b, 6.75b). Sin embargo, como era de esperarse, sigue siendo pobre para partículas menores que el mínimo diámetro aparente medido en el corte (en este caso de 2.5 cm).
- Cuando los bollos están contenidos en una matriz arcillosa se obtienen subestimaciones del orden de la mitad de la subestimación real, para tamaños de partículas hasta de 4 cm. La estimación mejora notablemente para tamaños mayores. Cuando los bollos están contenidos en una matriz arenosa la subestimación es típicamente del orden del 10% de la proporción real para tamaños de partículas menores de 2.5 cm, pero la estimación mejora también considerablemente para tamaños mayores.
5. Para poder estimar con la mayor precisión posible la granulometría de la fracción gruesa de un material granular a partir de cortes es por tanto indispensable que el corte sea sometido a un tratamiento previo (limpieza del corte) que lo haga acercarse lo más posible a un corte plano. Por otra parte, el análisis debe incluir partículas tan pequeñas como sea posible.

S E F E R E S C I A S

1. Auvinet, G y Hernández, R. R. "Evaluación de bancos de préstamo de materiales granulares, a partir de cortes o sondeos", Publicación interna del Instituto de Ingeniería, proyecto 3506, abril de 1984.
2. Auvinet, G y Bouvard, D. "Efecto de escala geométrico en medios granulares"; Publicación del Instituto de Ingeniería, No. 473, noviembre de 1983.
3. Benjamin, J. R. Cornell, C. A., "Probability, statistics and decision for civil engineering", McGraw-Hill, 1970; pp 65-109.
4. Auvinet, G. "Procesos Estocásticos", Apuntes para estudiantes del curso, disponibles en la DEIFI, 1985.

A N E X O I

I.1 Determinación de la densidad de probabilidad $\delta_{D_2|D_3}$ del diámetro aparente D_2 , de una esfera intersecada por un plano de corte.

Si definimos a la distancia del centro de una esfera al plano de intersección como una variable aleatoria "a", se observa que ésta tiene una función de densidad de probabilidad uniforme (fig I.1):

$$\delta_a|D_3(a) = \begin{cases} \frac{1}{\frac{D_3}{2} - (-\frac{D_3}{2})} = \frac{1}{D_3} & \text{para } -\frac{D_3}{2} < a < \frac{D_3}{2} \\ 0 & \text{fuera del intervalo anterior} \end{cases} \quad (1)$$

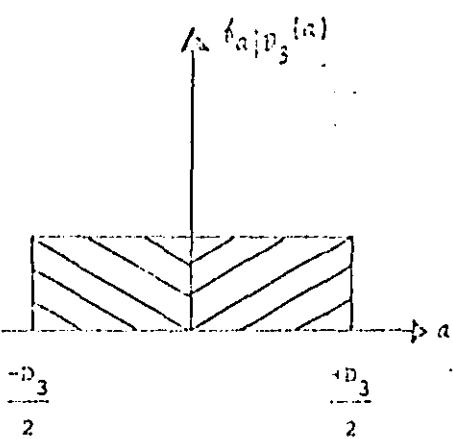
De la fig I.2 y aplicando el teorema de Pitágoras se puede obtener para el punto "P":

$$\left(\frac{D_2}{2}\right)^2 + a^2 = \left(\frac{D_3}{2}\right)^2$$

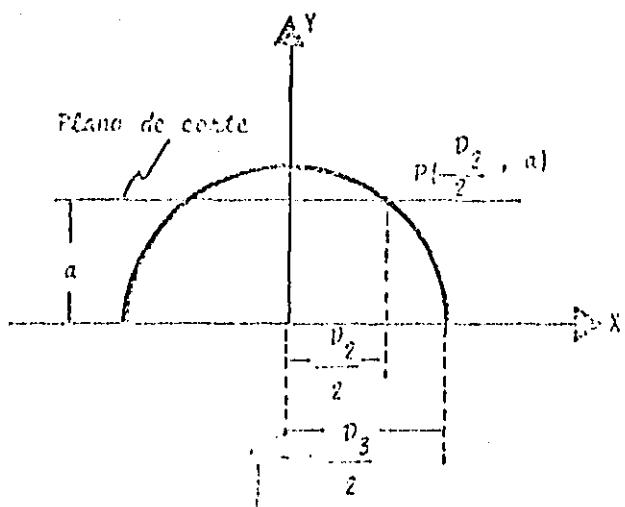
$$\therefore a = \frac{\sqrt{D_3^2 - D_2^2}}{2} \quad (2)$$

Se puede determinar (ref 3) una relación funcional que permite calcular la función de densidad de probabilidad $\delta_{D_2|D_3}(d)$, en términos de la función de densidad de probabilidad $\delta_a|D_3(a)$:

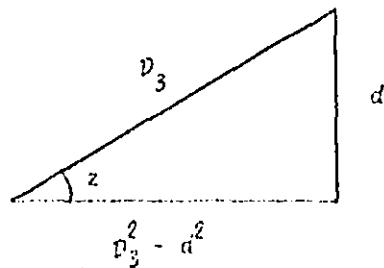
$$\delta_{D_2|D_3}(d) = \delta_a|D_3(a) \left| \frac{da}{dD_2} \right| \quad (3)$$



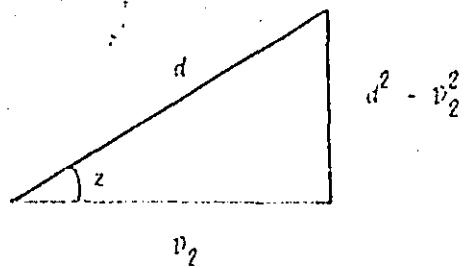
(Fig. 1.1)



(Fig. 1.2)



(Fig. 1.3)



(Fig. 1.4)

Derivando la ecuación (2) con respecto a D_2 :

$$\left| \frac{d\alpha}{dD_2} \right| = \frac{D_2}{\sqrt{D_3^2 - D_2^2}} \quad (4)$$

Sustituyendo (4) y (1) en (3):

$$\epsilon_{D_2}|_{D_3}(d) = \frac{d}{\sqrt{D_3^2 - d^2}}, \quad (5)$$

1.2 Determinación del valor esperado de D_2 en términos de D_3 .

$$E\{D_2|D_3\} = \int_0^{D_3} d \epsilon_{D_2}|_{D_3}(d) dd = \int_0^{D_3} \frac{d^2}{\sqrt{D_3^2 - d^2}} dd \quad (6)$$

Haciendo un cambio de variable (fig 1.3):

$$\begin{aligned} d &= D_3 \sin(z) \\ dd &= D_3 \cos(z) dz \end{aligned}$$

Sustituyendo las identidades anteriores en (6):

$$E\{D_2|D_3\} = \int_0^{D_3} \frac{D_3^3 \sin^2(z)}{\sqrt{D_3^2 - D_3^2 \sin^2 z}} dd = \int_0^{D_3} \frac{D_3^3 \sin^2(z) \cos(z)}{\sqrt{1 - \sin^2(z)}} dz = \int_0^{D_3} D_3^3 \sin^2(z) dz$$

$$E\{D_2|D_3\} = D_3 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2 \operatorname{Erf}\left(\frac{D_3}{\sqrt{2}}\right)}{4} \right) D_3 \quad (7)$$

De la figura 1.3:

$$\tan(z) = \frac{d}{v_3} \Rightarrow z = \tan^{-1}\left(\frac{d}{v_3}\right) \quad (8)$$

Sustituyendo (8) en (7):

$$t\{v_2|v_3\} = v_3 \left[\frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{d}{v_3}\right) + \frac{\tan(\tan^{-1}(d/v_3))}{4} \right]^{v_3}_0$$

$$\therefore \bar{z}\{v_2|v_3\} = \frac{\pi}{4} v_3 \quad (9)$$

1.3 Determinación de la densidad de probabilidad a posteriori.

Como la densidad de probabilidad a priori de v_3 es uniforme:

$$\xi_{v_3}(d) = \frac{1}{v_{max}} \quad 0 \leq d \leq v_{max} \quad (10)$$

Aplicando el teorema de Bayes (ref 3):

$$\xi_{v_3|v_2}(d) = \frac{\xi_{v_2|v_3}(d) \xi_{v_3}(d)}{\int_{v_{min}}^{v_{max}} \xi_{v_2|v_3}(d) \xi_{v_3}(d) dd} \quad (11)$$

Sustituyendo (5) y (10) en (11):

$$\xi_{\frac{v_2}{v_{max}}}(d) = \frac{\frac{v_2}{v_{max}} - 1}{\frac{1}{v_{max}} \int \frac{v_2}{v_{max}} \frac{d}{d(d^2 - v_2^2)^{1/2}} dd} \quad (12)$$

Haciendo el siguiente cambio de variable (fig 1.4):

$$\sec(z) = \frac{d}{v_2} \Rightarrow d = v_2 \sec(z)$$

$$\therefore dd = v_2 \sec(z) \tan(z) dz$$

Sustituyendo los valores anteriores en la integral de la ecuación (12):

$$\frac{1}{v_{max}} \int \frac{v_2}{v_{max}} \frac{d}{d(d^2 - v_2^2)^{1/2}} dd = \frac{1}{v_{max}} \int \frac{v_2}{v_{max}} \frac{v_2 \sec(z)}{v_2 \sec(z) (v_2^2 \sec^2(z) - v_2^2)^{1/2}} \sec(z) \tan(z) dz$$

Simplificando la ecuación anterior y sustituyendo los límites de integración:

$$\frac{1}{v_{max}} \int \frac{v_2}{v_{max}} \frac{d}{d(d^2 - v_2^2)^{1/2}} dd = \frac{1}{v_{max}} (\cos^{-1}\left(\frac{v_2}{v_{max}}\right) - \cos^{-1}\left(-\frac{v_2}{v_{max}}\right)) = \frac{1}{v_{max}} \cos^{-1}\left(\frac{v_2}{v_{max}}\right)$$

Sustituyendo el resultado anterior en la ecuación (12):

$$f_{D_3|D_2}(d) = \frac{v_2}{d(d^2 - v_2^2)^{1/2} \cos^{-1}(\frac{v_2}{d_{\max}})} \quad (13)$$

Donde la ecuación (13) es la densidad de probabilidad a posteriori que se necesitaba para calcular el valor esperado de D_3 .

1.4 Determinación del valor esperado de D_3 .

$$\text{valor esperado} = E(D_3|D_2) = \int_{v_2}^{D_{\max}} d f_{D_3|D_2}(d) dd \quad (14)$$

Sustituyendo (13) en (14) y simplificando:

$$E(D_3|D_2) = \frac{v_2}{\cos^{-1}(\frac{v_2}{D_{\max}})} \int_{v_2}^{D_{\max}} \frac{dd}{(d^2 - v_2^2)^{1/2}} \quad (15)$$

Haciendo el siguiente cambio de variable (fig 1.4):

$$\sec(z) = \frac{d}{v_2} \Rightarrow d = v_2 \sec(z)$$

$$\therefore dd = v_2 \sec(z) \tan(z) dz$$

Sustituyendo el resultado anterior en la ecuación (15) y simplificando:

$$E\{D_3|D_2\} = \frac{v_2}{\cos^{-1}\left(\frac{v_2^2}{v_{m,\infty}^2}\right)} \int \frac{v_{m,\infty}}{v_2} \sec(z) dz$$

Resolviendo la integral anterior:

$$E\{D_3|D_2\} = \frac{v_2}{\cos^{-1}\left(\frac{v_2^2}{v_{m,\infty}^2}\right)} \cdot \ln(\sec(z) + \tan(z)) \frac{v_{m,\infty}}{v_2}$$

Finalmente al sustituir los límites de integración y simplificando:

$$E\{D_3|D_2\} = \frac{v_2}{\cos^{-1}\left(\frac{v_2^2}{v_{m,\infty}^2}\right)} \cdot \ln\left\{\frac{v_{m,\infty} + (v_{m,\infty}^2 - v_2^2)^{1/2}}{v_2}\right\} \quad (16)$$

- 1.5 Calculo de la probabilidad de que una partícula con diámetro aparente v_2 , en un plano de corte, tenga un diámetro verdadero v_3 mayor o igual que d .

$$P\{D_3 \geq d\} = \int_d^{v_{m,\infty}} f_{D_3|D_2}(d) dd = \frac{v_2}{\cos^{-1}\left(\frac{v_2^2}{v_{m,\infty}^2}\right)} \frac{v_{m,\infty}}{d} \frac{id}{d(d^2 - v_2^2)^{1/2}}$$

Haciendo un cambio de variable (fig 1.4):

$$\begin{aligned} \sec(z) &= \frac{d}{v_2} \Rightarrow d = v_2 \sec(z) \\ \therefore dd &= v_2 \sec(z) \tan(z) dz \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$P\{D_3 \geq d\} = \frac{1}{\cos^{-1}\left(\frac{d^2}{v_2^2}\right)} \int_{\cos^{-1}\left(\frac{d^2}{v_2^2}\right)}^{v_{max}} \frac{v_2^2 \sec(z) \tan(z) dz}{v_2^2 \sec(z) \cdot (\sec^2(z) - 1)^{1/2}}$$

Resolviendo la integral y sustituyendo los límites de integración:

$$P\{D_3 \geq d\} = 1 - \frac{\cos^{-1}\left(\frac{d^2}{v_2^2}\right)}{\cos^{-1}\left(\frac{v_{max}^2}{v_2^2}\right)} \quad (17)$$

II. MÉTODO DE CORRECCIÓN POR DIÁMETRO APARENTE, PARA EL CASO DE UN SONDEO.

- II.1 Densidad de probabilidad del diámetro aparente \bar{D}_1 de una esfera de diámetro D_3 , intersecada por un sondeo.

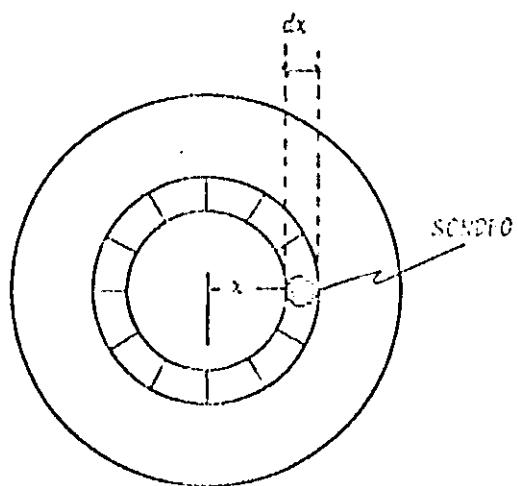
En este caso la distancia aleatoria "a" no tiene una densidad de probabilidad uniforme. La afirmación anterior se basa en el siguiente razonamiento: Considerese la proyección en planta de una partícula esférica (fig II.1). Se puede observar que a medida que el sondeo se localiza más a la orilla del área circular, la probabilidad de que la partícula sea intersecada aumenta. Esto es debido a que el área susceptible de ser intersecada crece. Una forma de calcular esta probabilidad es recurriendo al concepto de función de densidad de probabilidad:

$$P\{x \leq a \leq x+dx\} = f_a|_{D_3}(a) da = \frac{\text{Área del cuadrante}}{\text{Área total de la partícula}}$$

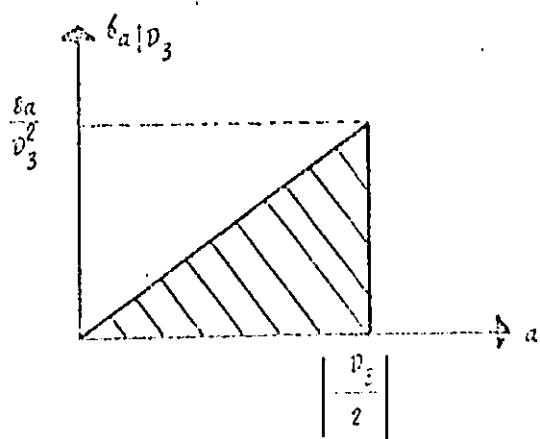
$$\therefore f_a|_{D_3}(a) = \frac{\sin a}{\pi D_3^2} = \frac{sa}{D_3^2} \quad (18)$$

Eso decir:

$$f_a|_{D_3}(a) = \begin{cases} \frac{sa}{D_3^2} & 0 \leq a \leq \frac{D_3}{2} \\ 0 & \text{fuera del intervalo anterior} \end{cases} \quad (19)$$



(Fig 11.1)



(Fig. 11.2)

La ecuación (19) nos permite concluir que la función de densidad de probabilidad (fig 11.2) sigue una ley lineal. La ecuación (2) sigue siendo válida para el caso de un sondeo. Por lo tanto, determinando de manera semejante a como se hizo en el caso de un corte, una relación funcional para calcular $\xi_{p_1|p_3}(a)$ en términos de $\xi_a|p_3(a)$.

$$\xi_{p_1|p_2}(a) = \xi_a|p_3(a) \left| \frac{da}{dp_1} \right| \quad (20)$$

Derivando la ecuación (2) y sustituyéndola, junto con la ecuación (19), en la ecuación (20):

$$\xi_{p_1|p_3}(a) = \frac{\partial a}{\partial p_3} \left[-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{p_1}{p_3^2 - p_1^2}} \right] = \frac{2p_1}{p_3^2} = \frac{2d}{p_3^2} \quad (21)$$

Aplicando el teorema de Bayes (ref 3)

$$\xi_{p_3|p_1}(d) = \frac{\left(\frac{2d}{p_3^2} \right) \cdot \frac{1}{p_{max}}}{\int_{p_{min}}^{p_{max}} \frac{2d}{p_3^2} dd} \quad \text{para } p_1 \leq d \leq p_{max}$$

$$\therefore \xi_{p_3|p_1}(d) = \frac{2d}{p_{max}^2 - p_1^2} \quad (22)$$

11.2 Determinación del valor esperado del diámetro real (D_3), a partir de un diámetro aparente (D_1) conocido.

$$E\{D_3|D_1\} = \frac{D_{\max}}{D_1} \frac{\int d^2}{(D_{\max}^2 - D_1^2)} dd = \frac{2}{D_{\max}^2 - D_1^2} \left\{ -\frac{d^3}{3} \right\} \Big|_{D_1}^{D_{\max}}$$

$$\therefore E\{D_3|D_1\} = \frac{2}{3} \frac{(D_{\max}^3 - D_1^3)}{(D_{\max}^2 - D_1^2)} \quad (23)$$

11.3 Cálculo de la corrección por diámetro aparente.

Se entiende por corrección a la probabilidad de que una de las partículas, dispuestas a azar (distribución Poissoniana) en la masa terrestre, sea interseccada por un sondeo. Esta probabilidad se calcula integrando la ecuación (22):

$$\text{Corrección por diámetro aparente} = \int_d^{D_{\max}} \frac{d^2}{(D_{\max}^2 - D_1^2)} dd$$

$$\therefore \int_d^{D_{\max}} \frac{2d}{(D_{\max}^2 - D_1^2)} dd = \frac{D_{\max}^2 - D_1^2}{D_{\max}^2 - D_1^2} \quad (24)$$

A N E X O II

LIST

```
10 CLEAR
20 HOME
30 DS = CHR$ (4)
40 VTAB 10: HTAB 5
50 INPUT "NOMBRE DEL ARCHIVO ? ";NA$
55 LE$ = NA$
60 HOME
70 PRINT DS; ""
80 PRINT DS;"PR#1"
90 PRINT ""
100 PRINT "*****"
110 PRINT "GRANULOMETRIA EN TRES DIMENSIONES ( ";NA$;" )"
120 PRINT "*****"
130 DEF FN ARCO(X) = - ATN (X / SQR (- X * X + 1.0)) + 1.5708
140 PRINT : PRINT "ESTE PROGRAMA ESTIMA LA GRANULOMETRIA DE MATERIALES GRUESOS
A PARTIR DE MEDICION
ES DE DIAMETROS APARENTES DE PARTICULAS REALIZADAS EN SONDEOS O EN CORTES": PR
T DS; ""
150 PRINT DS; ""
160 PRINT DS;"PR#0"
170 VTAB 10: HTAB 5
180 PRINT "TIPO DE EXPLORACION ? <S=SONDEO,C=CORTE>"
190 GET TS
200 PRINT
210 HOME
220 VTAB 10: HTAB 5
230 PRINT DS; ""; PRINT DS;"MON C,I,O"
240 PRINT DS;"OPEN ";NA$; ",L2,D2"
250 PRINT DS;"READ ";NA$; ",R0"
260 INPUT ND
270 PRINT DS;"CLOSE ";NA$
280 GOSUB 1590
285 NA$ = NA$ + "/RESULTADOS"
290 REM
300 REM AA = AREA DEL PROTOTIPO = 3775 CM**2
310 REM
320 LET AA = 3775
330 PRINT
340 IF TS = "C" THEN 390
350 HOME : VTAB 10: HTAB 5
360 INPUT "LONGITUD TOTAL DE LOS SONDEOS ?";L
370 A = L
380 GOTO 460
390 HOME : VTAB 10: HTAB 5
400 INPUT "AREA TOTAL DEL CORTE ?";A
410 FOR KJ = 1 TO ND
420 AR(KJ) = AR(KJ) * (AA / A)
430 D(KJ) = SQR (4 * AR(KJ) / 3.1416)
440 NEXT KJ
450 L = A
460 PRINT DS;"PR#1"
470 PRINT ""
480 PRINT "AREA DEL CORTE, PROTOTIPO = ";AA;" CM**2"
490 PRINT "AREA EL CORTE, EN LA FOTOGRAFIA = ";A;" CM**2"
500 PRINT " "; PRINT "LISTA DE DIAMETROS Y AREAS APARENTES": PRINT " "
510 PRINT SPC( 3); "PARTICULA"; SPC( 5); "AREA (CM**2)"; SPC( 5); "DIAMETRO (CM
"
520 DM = 0
530 KS = 0
540 FOR I = 1 TO ND
550 KS = KS + 1
560 IF KS = 51 THEN GOSUB 1750
570 P1 = D(I)*P2 = 5*P3 = ?
```

```
590 RK$ = P1$
500 SK$ = STR$(I)
510 P1 = AR(I):P2 = 6:P3 = 3
620 GOSUB 1930
630 TK$ = P1$
640 RK = 19 - LEN(RK$)
650 SK = 12 - LEN(SK$)
660 TK = 17 - LEN(TK$)
570 PRINT SPC(SK);I; SPC(TK);TK$; SPC(RK);RK$
680 IF D(I) < DM THEN 700
690 DM = D(I)
700 NEXT I
710 PRINT D$;""
720 PRINT D$;"PR#0"
730 HOME : VTAB 10
740 INPUT "NUMERO DE DIAMETROS PARA LOS CUALES SE QUIERE DETERMINAR G3(D) ? "
G
750 DIM DC(NG), LD(NG), AD(NG), L1D(NG), A2D(NG), G1D(NG), G2D(NG), G3D(NG)
760 DIM DC$(NG), G1D$(NG), G2D$(NG), G3D$(NG)
770 FOR I = 1 TO NG
780 DC(I) = (I - 1) * DM / (NG - 1)
790 NEXT I
800 FOR I = 1 TO NG
801 PRINT CHR$(7)
802 IF I < = NG - 1 THEN B10
803 FOR KX = 1 TO 10
804 PRINT CHR$(7)
805 NEXT KX
810 HOME : VTAB 10: HTAB 13
820 PRINT "INDICADOR = ";I FLASH : PRINT I: NORMAL
830 FOR J = 1 TO ND
835 IF I = NG AND D(J) = DM THEN 890
840 IF D(J) < DC(I) THEN 900
860 L1D(I) = L1D(I) + D(J) / L
870 A2D(I) = A2D(I) + 3.1416 * D(J) ^ 2 / (4 * A)
880 CAR = 1: GOTO 910
890 CAR = 0: GOTO 910
900 CAR = 1 - FN ARCO(D(J) / DC(I)) / (FN ARCO(D(J) / DM))
910 IF T$ = "C" THEN 940
920 AD(I) = AD(I) + D(J) / L * CAR
930 GOTO 950
940 AD(I) = AD(I) + 3.1416 * D(J) ^ 2 / (4 * A) * CAR
950 NEXT J
960 G1D(I) = INT((100. - L1D(I) * 100) * 100. + 0.5) / 100.
970 G2D(I) = INT((100. - A2D(I) * 100) * 100. + 0.5) / 100.
980 G3D(I) = INT((100. - AD(I) * 100.) * 100. + 0.5) / 100.
990 IF I > 1 THEN 1030
1000 K1 = G1D(I)
1010 K2 = G2D(I)
1020 K3 = G3D(I)
1030 G1D(I) = (G1D(I) - K1) / (100 - K1)
1040 G2D(I) = (G2D(I) - K2) / (100 - K2)
1041 G3D(I) = (G3D(I) - K3) / (100 - K3)
1048 SPEED= 200
1049 PRINT D$;""
1050 PRINT D$;"MON C,I,O"
1051 PRINT D$;"OPEN ",NA$;",L10,D2"
1052 PRINT D$;"WRITE ",NA$;",R";I
1053 PRINT DC(I): PRINT G2D(I): PRINT G3D(I)
1054 PRINT D$;"CLOSE ",NA$"
1055 SPEED= 255
1060 P1 = G1D(I):P2 = 6:P3 = 3
1070 GOSUB 1930
1080 G1D$(I) = P1$
1080 P1 = G2D(I):P2 = 6:P3 = 3
```

```
1100 GOSUB 1930
1110 G2D$(I) = P1$
1120 P1 = G3D(I);P2 = 6;P3 = 3
1130 GOSUB 1930
1140 G3D$(I) = P1$
1150 NEXT I
1160 PRINT D$; ""
1170 PRINT D$; "PR#1"
1180 PRINT ""
1190 HOME
1200 PRINT "      ***** RESULTADOS ( ";LES;" ) *****"; PRINT " "
1210 IF T$ = "C" THEN 1330
1220 PRINT SPC( 2); " PUNTO"; SPC( 10); "DIAMETRO (CMS)"; SPC( 12); "G1D(%)""
1230 SPC( 11); "G3D(%)""; PRINT " "
1240 FOR I = 1 TO NG
1250 I$ = STR$(I)
1260 KD = 11 - LEN(I$)
1270 DC(I) = INT(DC(I) * 1000 + 0.5) / 1000
1280 P1 = DC(I);P2 = 14;P3 = 3
1290 GOSUB 1930
1300 DC$(I) = P1$
1310 SPC(KD);I; SPC( 19);DC$(I); SPC( 10);G1D$(I); SPC( 10);G3D$(I)
1320 NEXT I
1330 GOTO 1430
1340 PRINT SPC( 2); " PUNTO"; SPC( 10); "DIAMETRO (CMS)"; SPC( 12); "G2D(%)""
1350 SPC( 11); "G3D(%)""; PRINT " "
1360 FOR I = 1 TO NG
1370 I$ = STR$(I)
1380 KE = 11 - LEN(I$)
1390 P1 = DC(I);P2 = 14;P3 = 3
1400 GOSUB 1930
1410 DC$(I) = P1$
1420 PRINT SPC( KE);I; SPC( 10);DC$(I); SPC( 10);G2D$(I); SPC( 10);G3D$(I)
1430 NEXT I
1440 GOSUB 3140
1450 PRINT "FIN"
1460 PRINT D$; ""
1470 PRINT D$; "PR#0"
1480 PRINT D$; "MON C,I,O"
1490 SPEED= 150
1500 PRINT D$; "OPEN ";NA$; ",L10,D2"
1510 PRINT D$; "CLOSE ";NA$;
1520 SPEED= 255
1530 HOME : VTAB 10: HTAB 8
1540 PRINT "FIN"
1550 END
1560 REM
1570 REM
1580 REM
1590 REM
1600 REM
1610 REM SUBRUTINA PARA EL CALCULO DE
1620 REM
1630 REM   DIAMETROS APARENTES...
1640 REM
1650 REM
1660 DIM AR(ND),D(ND)
1670 PRINT D$; ""
1680 PRINT D$; "OPEN ";NA$; ",L10,D2"
1690 FOR K = 1 TO ND
1700 PRINT D$; "READ ";NA$; ",R";K
1710 INPUT AR(K)
1720 NEXT K
1730 PRINT D$; "CLOSE ";NA$;
1740 RETURN
```

```
1770 REM IMPRIME EL ENCABEZADO
1780 REM
1790 REM
1800 FOR LK = 1 TO 6
1810 PRINT ""
1820 NEXT LK
1825 PRINT ""
1830 PRINT "*****"
1840 PRINT "GRANULOMETRIA EN TRES DIMENSIONES ( ";LE$;" )"
1850 PRINT "*****"
1860 PRINT : PRINT "ESTE PROGRAMA ESTIMA LA GRANULOMETRIA DE MATERIALES GRUE
A PARTIR DE MEDICIONES DE DIA
METROS APARENTES DE PARTICULAS REALIZADAS EN SONDEOS O EN CORTES": PRINT DS$;""
1870 PRINT "AREA DEL CORTE, PROTOTIPO = ";AA;" CM$$2"
1880 PRINT "AREA EL CORTE, EN LA FOTOGRAFIA = ";A;" CM$$2"
1890 PRINT " "; PRINT "LISTA DE DIAMETROS Y AREAS APARENTES": PRINT " "
1900 PRINT SPC( 3 );"PARTICULA"; SPC( 5 );"AREA (CM$$2)"; SPC( 5 );"DIAMETRO ("
1910 KS = 0
1920 RETURN
1930 REM
1940 REM
1950 REM SUBRUTINA CADENAS
1960 REM
1970 REM
1980 P2$ = "."
1990 P6 = 0
2000 P3$ = "0"
2010 P4$ = "*"
2020 P6$ = " "
2030 P5$ = ""
2040 P8$ = "-"
2050 P1$ = STR$ (P1)
2060 P4 = LEN (P1$)
2070 REM RASTREA SIGNO MENOS
2080 IF MID$ (P1$,1,1) = "-" THEN 2100
2090 GOTO 2130
2100 P6 = 1
2110 P1$ = MID$ (P1$,2,P4)
2120 P4 = P4 - 1
2130 FOR P = 1 TO P4
2140 REM RASTREA LETRA E
2150 IF MID$ (P1$,P,1) = "E" THEN 2710
2160 NEXT P
2170 FOR P = 1 TO P4
2180 REM RASTREA PUNTO (NO TIENE SIGNO NI E)
2190 IF MID$ (P1$,P,1) = "." THEN 2450
2200 NEXT P
2210 REM NO TIENE PUNTO, SIGNO NI E
2220 IF P3 = 0 THEN 2380
2230 IF P4 + P3 + 1 > P2 THEN 2330
2240 IF P4 + P3 + 1 = P2 THEN 2280
2250 FOR P = P4 + P3 + 2 TO P2
2260 P1$ = P6$ + P1$
2270 NEXT P
2280 P1$ = P1$ + P2$
2290 FOR P = 1 TO P3
2300 P1$ = P1$ + P3$
2310 NEXT P
2320 GOTO 3110
2330 P1$ = P4$
2340 FOR P = 2 TO P2
2350 P1$ = P1$ + P4$
2360 NEXT P
2370 GOTO 3110
```

2390 IF P4 < P2 THEN 2410
2400 GOTO 3110
2410 FOR P = P4 + 1 TO P2
2420 P1\$ = P6\$ + P1\$
2430 NEXT P
2440 GOTO 3110
2450 REM ENCUENTRA PUNTO DECIMAL
2460 P5 = P
2470 IF P3 = 0 THEN 2670
2480 IF P5 = 1 THEN 2620
2490 IF P5 + P3 > P2 THEN 2330
2500 IF P5 + P3 < P2 THEN 2570
2510 FOR P = P5 + 2 TO P2
2520 IF MID\$ (P1\$, P, 1) < > P5\$ THEN 2540
2530 P1\$ = P1\$ + P3\$
2540 NEXT P
2550 P1\$ = MID\$ (P1\$, 1, P2)
2560 GOTO 3110
2570 FOR P = P5 + P3 + 1 TO P2
2580 P1\$ = P6\$ + P1\$
2590 NEXT P
2600 P5 = P2 - P3
2610 GOTO 2510
2620 REM PUNTO DECIMAL AL PRINCIPIO
2630 IF P3 + 1 = P2 THEN 2510
2640 P1\$ = P3\$ + P1\$
2650 P5 = 2
2660 GOTO 2570
2670 REM NO SE QUIEREN DECIMALES
2680 P1\$ = MID\$ (P1\$, 1, P5 - 1)
2690 P4 = LEN (P1\$)
2700 GOTO 2220
2710 REM ENCUENTRA UNA E
2720 P5 = P
2730 P9\$ = MID\$ (P1\$, P5 + 2, 2)
2740 P9 = VAL (P9\$)
2750 D1\$ = MID\$ (P1\$, P5 + 1, 1)
2760 P1\$ = MID\$ (P1\$, 1, P5 - 1)
2770 D1 = LEN (P1\$)
2780 IF D1\$ = "-" THEN 2940
2790 IF D1 > 1 THEN 2840
2800 FOR P = 1 TO P9
2810 P1\$ = P1\$ + "0"
2820 NEXT P
2830 GOTO 2220
2840 D9\$ = MID\$ (P1\$, 1, 1)
2850 FOR P = 3 TO D1
2860 D9\$ = D9\$ + MID\$ (P1\$, P, 1)
2870 NEXT P
2880 FOR P = D1 TO P9 + 1
2890 D9\$ = D9\$ + "0"
2900 NEXT P
2910 P1\$ = D9\$
2920 P4 = LEN (P1\$)
2930 GOTO 2220
2940 IF D1 > 1 THEN 3010
2950 FOR P = 1 TO P9 - 1
2960 P1\$ = "0" + P1\$
2970 NEXT P
2980 P1\$ = "." + P1\$
2990 P4 = LEN (P1\$)
3000 GOTO 2620
3010 P1\$ = MID\$ (P1\$, 1, 1)
3020 FOR P = 3 TO D1
3030 P1\$ = P1\$ + MID\$ (P1\$, P, 1)

```
3040 NEXT P
3050 FOR P = 1 TO P9 - 1
3060 P1$ = "0" + P1$
3070 NEXT P
3080 P1$ = "." + P1$
3090 P4 = LEN (P1$)
3100 GOTO 2620
3110 IF P6 = 0 THEN 3130
3120 P1$ = "--" + P1$
3130 RETURN
3140 REM
3150 REM
3160 REM IMPRIME RESULTADOS EN FORMA GRAFICA...
3170 REM
3171 REM
3172 FOR JK = 1 TO 15
3173 PRINT ""
3174 NEXT JK
3181 PRINT D$; ""
3182 PRINT D$; "PR#1"
3183 PRINT "";
3220 PRINT "SOLUCION GRAFICA AL PROBLEMA DE LA GRANULOMETRIA BI Y TRIDIMENSIONAL"
3221 "..."; "(" ";NA$;" ")"
3230 PRINT ""
3231 PRINT " D"; SPC( 4); "G2D"; SPC( 3); "G3D"; SPC( 20); "***** G2D(%)""
3232 PRINT SPC( 36); "+++++ G3D(%)""
3233 PRINT ""
3251 P1 = DC(1); P2 = 5; P3 = 2
3252 GOSUB 1930
3253 DC$(1) = P1$
3254 P1 = G2D(1); P2 = 5; P3 = 2
3255 GOSUB 1930
3256 G2D$(1) = P1$
3257 P1 = G3D(1); P2 = 5; P3 = 2
3258 GOSUB 1930
3259 G3D$(1) = P1$
3260 PRINT DC$(1); SPC( 1); G2D$(1); SPC( 1); G3D$(1); SPC( 3);
3270 FOR I = 1 TO 79
3280 PRINT ".";
3290 NEXT I
3300 PRINT ""
3310 FOR I = 2 TO NG
3320 LET J1 = INT (70 * G3D(I))
3330 LET J2 = INT (70 * G2D(I))
3361 P1 = DC(I); P2 = 5; P3 = 2
3362 GOSUB 1930
3363 DC$(I) = P1$
3364 P1 = G2D(I); P2 = 5; P3 = 2
3365 GOSUB 1930
3366 G2D$(I) = P1$
3367 P1 = G3D(I); P2 = 5; P3 = 2
3368 GOSUB 1930
3369 G3D$(I) = P1$
3370 IF J1 = 0 OR J2 = 0 THEN 3400
3371 K = J2 - J1
3372 IF K < 0 THEN 3430
3373 IF K = 0 THEN PRINT DC$(I); SPC( 1); G2D$(I); SPC( 1); G3D$(I); SPC( 3); "
3 TAB( J1); "*"
3374 IF K = 0 THEN 3430
3375 PRINT DC$(I); SPC( 1); G2D$(I); SPC( 1); G3D$(I); SPC( 3); "."; TAB( J1); "
3420 SPC( K); "*"
3380 GOTO 3420
3400 PRINT DC$(I); SPC( 1); G2D$(I); SPC( 1); G3D$(I); SPC( 3); "*"
3420 NEXT I
3430 REM
```

```
3440 PRINT DS;""
3450 PRINT DS;"PR#0"
3460 HOME : VTAB 10: HTAB 5
3470 PRINT "DESEAS OTRA GRAFICA ?"
3480 GET OPS
3490 IF OPS = "S" THEN 3140
3500 IF OPS < > "N" THEN 3460
3510 HOME : VTAB 12
3520 RETURN
```

```

1000 FILE 13(KIND=DISK,TITLE="G/CV",MAXRECSIZE=14,BLOCKSIZE=420) 000001000
1050 FILE 7(KIND=REMOTE,MAXRECSIZE=22) 000001050
1070 FILE 6(KIND=PRINTER,MAXRECSIZE=22) 000001070
1080 FILE 3(KIND=REMOTE) 000001080
1090
1100 C*
1110 C* PROGRAMA PARA ANALIZAR EL EFECTO DE ESCALA, EN EL MODELO 000001090
1120 C* PROBABILISTICO DE ESTIMACION GRANULOMETRICÁ, UTILIZANDO EL 000001100
1130 C* SEGUNDO METODO (INTEGRACION DE LA FUNCION DE AUTOCOVARIANZA, EN 000001110
1140 C* TODA EL AREA DEL CORTE)... 000001120
1150 C*
1160 REAL LAMBDA 000001130
1170 DIMENSION DC2(900),NARCH(14),AA(3,3),C(900),R(900),DELTA(900),B(3) 000001140
1180 *,CAC(900),D(900),POR(900),ABS1(900),ORD1(900),ORD2(900),PAR(50,3) 000001150
1190 DATA PI/3 14159265/ 000001160
1200 WRITE(7,/) 'DESEAS IMPRIMIR RESULTADOS ? <1=SI,0=NO>' 000001170
1210 READ(3,/) IMP 000001180
1220 WRITE(7,/) 'NINX,NINY?' 000001190
1230 READ(3,/) NINX,NINY 000001200
1240 READ(5,/) NF,NDEL,XA 000001210
1250 DO 50 KX=1,NF 000001220
1260 READ(5,33) (NARCH(I),I=1,14) 000001230
1270
1280 C*
1290 C* LECTURA DEL NUMERO TOTAL DE GRAVAS MEDIDAS EN EL CORTE (N), EL 000001240
1300 C* AREA DEL CORTE EN LA FOTOGRAFIA (AF), EL AREA DEL 000001250
1310 C* CORTE EN EL PROTOTIPO (AP) EN CM**2 Y EL ANCHO DEL CORTE (XA) EN 000001260
1320 C* CM... 000001270
1330 C*
1340 READ(5,/) N,AF,AP 000001280
1350 YY=AP/XA 000001290
1360
1370 C*
1380 C* LECTURA DE CADA UNA DE LAS AREAS DE GRAVAS MEDIDAS EN EL CORTE... 000001300
1390 C*
1400 READ(5,/) (D(I),I=1,N) 000001310
1410 C*
1420 C* CAMBIO, A LA ESCALA DEL PROTOTIPO, DE LAS AREAS MEDIDAS... 000001320
1430 C*
1440 DO 45 I=1,N 000001330
1450 45 D(I)=D(I)*AP/AF 000001340
1460
1470 C*
1480 C* CALCULO DEL DIAMETRO APARENTE DE CADA AREA MEDIDA... 000001350
1490 XX=SQRT(4.0/PI) 000001360
1500 DO 2 I=1,N 000001370
1510 2 D(I)=XX*SQRT(D(I)) 000001380
1520
1530 C*
1540 C* CALCULO DE LA MEDIA MUESTRAL (DMED) DE LAS PARTICULAS, A LA 000001390
1550 C* ESCALA DEL PROTOTIPO... 000001400
1560 AMED=0.0 000001410
1570 SUM=0.0 000001420
1580 XY=PI/4.0 000001430
1590 DO 3 I=1,N 000001440
1600 3 AMED=AMED+D(I)*D(I) 000001450
1610 SUM=SUM+D(I) 000001460
1620 DMED=SUM/N 000001470
1630 AMED=AMED*XY/N 000001480
1640
1650 C*

```

```

16500 C* CALCULO DE LA VARIANZA MUESTRAL (VAR) DE LAS PARTICULAS EXIBIDAS
16500 C* EN EL CORTE, A LA ESCALA DEL PROTOTIPO...
16500 C* SUM=0.0
16500 DO 4 I=1,N
16500 4 SUM=SUM+(D(I)-DMED)*(D(I)-DMED)
16500 VAR=SUM/N
16500 C*
16500 C* CALCULO DE LA DESVIACION STANDARD (DESV)...
16500 C* DESV=SQRT(VAR)
16500 C* DETERMINACION DEL DIAMETRO EQUIVALENTE MAXIMO (DMAX) EN EL CORTE
16500 C* DMAX=0.0
16500 DO 7 I=1,N
16500 IF(D(I).LT.DMAX) GO TO 7
16500 DMAX=D(I)
16500 7 CONTINUE
16500 C*
16500 C* DETERMINACION DEL DIAMETRO APARENTE MINIMO (DMIN) EN EL CORTE
16500 C* DMIN=DMAX
16500 DO 51 I=1,N
16500 IF(D(I).GT.DMIN) GO TO 51
16500 DMIN=D(I)
16500 51 CONTINUE
16500 C*
16500 C* APLICACION DEL METODO PASO A PASO...
16500 DO 59 L=1,NDEL
16500 59 DELTA(L)=(L-1)*DMAX/(NDEL-1)
16500 NDIAM=10
16500 DO 1 K=1,NDIAM
16500 DC2(K)=(K-1)*(DMAX-0.001)/(NDIAM-1)
16500 SUM=0.0
16500 DO 5 KJ=1,N
16500 IF(D(KJ).LE.DC2(K)) GO TO 5
16500 SUM=SUM+D(KJ)*D(KJ)
16500 5 CONTINUE
16500 SUM=PI*SUM/4.0
16500 POR(K)= (AP-SUM)/AP
16500 NK=500
16500 DO 12 I= 1,NDEL
16500 UMED=0.0
16500 NNP=0
16500 DO 53 J=1,N
16500 IF(D(J).LE.DC2(K)) GO TO 53
16500 NNP=NNP+1
16500 DD=D(J)
16500 DX=DELTA(I)/DD
16500 IF(DX.GT.1.0) GO TO 61
16500 W=2.0*ARSINC(DX)
16500 AT=PI*DD*DD/4.0*(1.0-(W+SIN(W))/PI)
16500 U=PI*DD*DD/2.0-AT
16500 UMED=UMED+U
16500 GO TO 53
16500 61 U=PI*DD*DD/2.0
16500 UMED=UMED+U
16500 53 CONTINUE

```

```

C* UMED=UMED/NNP
C* CALCULO DE LA INTENSIDAD DEL PROCESO DE POISSON (LAMBDA)...
C* LAMBDA=NNP/AP
C* CALCULO DE LA FUNCION DE AUTOCORRELACION (R)...
C* R(I)=1.0-LAMBDA*UMED
C* CALCULO DE LA FUNCION Y DEL COEFICIENTE DE AUTOCOVARIANZA (C)...
C* C(I)=R(I)-POR(K)*POR(K)
C* CA(I)=C(I)/C(1)
C* XF(I.NE.1) GO TO 9
C* DO 8 NL=1,NK
C* ORD1(NL)=CA(1)
C* ORD2(NL)=C(1)
C* ABS1(NL)=DELTA(I)
C* 8 CONTINUE
C* 9 CONTINUE
C* IF(CCAC(I).LE.0.0.OR.C(I).LE.0.0) GO TO 12
C* NK=NK+1
C* ORD1(NK)=CA(I)
C* ORD2(NK)=C(I)
C* ABS1(NK)=DELTA(I)
C* 12 CONTINUE
C* IF(IMP.EQ.1) WRITE(6,31) (NARCH(IK),IK=1,14),K,NDIAM
C* IF(IMP.EQ.1) WRITE(6,60) K, DC2(K), DMAX,DMIN,AMED,VAR,DESV,POR
C* ,K,LAMBDA
C* DO 70 JK=1,NDEL
C* IF(IMP.EQ.1) WRITE(6,62) DELTA(JK),C(JK),R(JK),CA(JK)
C* 70 CONTINUE
C* DO 6 NJ=1,NK
C* 6 CONTINUE
C* CALL MINCUA(DELTA,R,AA,B,NDEL)
C* CALL MINCUA(ABS1,ORD2,AA,B,NK)
C* ALFA=B(1)
C* BETA=B(2)
C* IF(K.EQ.NDIAM.AND.IMP.EQ.1) WRITE(6,31) (NARCH(IK),IK=1,14),K,NDIA
C* ,M
C* CALL VARIAN(XA,YY,ALFA,BETA,NINX,NINY,DC2(K),POR(K),KX,K,VAR1,DESV
C* ,1,CV1,DMAX,NDIAM,IMP)
C* CALL MINCUA(ABS1,ORD1,AA,B,NK)
C* PAR(K,1)=VAR1
C* PAR(K,2)=DESV1
C* PAR(K,3)=CV1
C* 1 CONTINUE
C* DO 11 K=1,NDIAM
C* 11 IF(IMP.EQ.1) WRITE(6,10) DC2(K),PAR(K,1),PAR(K,2),PAR(K,3)
C* 50 CONTINUE
C* CLOSE(13,DISP=CRUNCH)
C* 10 FORMAT(5X,4(F15.4,5X))
C* 33 FORMAT(13A6,A2)
C* 31 FORMAT('1',5X,'NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS : ',13A6,A2,'/5X' HOJA
C* ,'/I2','DE ',I2)
C* 62 FORMAT(4(5X,F15.6))
C* 60 FORMAT(15X,'DC2(',I2,')= ',F6.2,', DM= ',F6.2,', DMIN= ',F6.2,', DM
C* ,ED= ',F6.2,'/15X,', AMED= ',F6.2,', VAR= ',F6.2,', DESV= ',F6.2,',/
C* ,15X,', POROSIDAD= ',F6.4,', LAMBDA= ',F6.4,'/')

```

```

2960      * DELIA (VTS) : DAS : AVIUCOVARIANZA : 5X : AUTOCORRELACION :
2970      * 2X : COEF. DE AUTOCORRELACION :
2980      STOP
2990      END
2990      SUBROUTINE VARIAN(A,B,ALFA,BETA,NINX,NINY,DIAM,POR,N,M,AINT,DESV,
2990      * CV, DMA,NDIAM,IMP)
2990      IF(M.LT.NDIAM) GO TO 4
2990      IF(IMP.EQ.1) WRITE(6,5) ALFA,BETA,NINX,NINY,NUMARE
2990      IF(IMP.EQ.1) WRITE(6,7)
2990      4 CONTINUE
2990      ARECOR=A*9
2990      DX=A/NINX
2990      DY=B/NINY
2990      AINT=0.0
2990      DA=DX*DY
2990      DO 2 I=1,NINY/2.0
2990      Y1=I*DY-DY/2.0
2990      DO 2 J=1,NINX/2
2990      X1=J*DX-DX/2.0
2990      DO 2 K=1,NINY
2990      Y2=K*DY-DY/2.0
2990      DO 2 L=1,NINX
2990      X2=L*DX-DX/2.0
2990      H=SQRT((X2-X1)*(X2-X1)+(Y2-Y1)*(Y2-Y1))
2990      AINT=AINT+ALFA*EXP(BETA*H)*DA*DA
2990      2 CONTINUE
2990      AT*ARECOR
2990      AINT=4.0*AINT/AT**2.0
2990      DESV=SQRT(AINT)
2990      CV=DESV/POR
2990      IF(M.EQ.1) WRITE(13,/) DIAM,CV*1.0
2990      WRITE(13,/) DIAM,CV/0.0
2990      RETURN
2990      5 FORMAT(/,5X,'ALFA= ',F10.4,5X,'BETA= ',F10.4,5X,'NINX= ',I3,5
2990      * X,'NINY= ',I3,5X,'NUMARE= ',I3)
2990      7 FORMAT(/,11X,'DIAM (CM)',12X,'VARIANZA',5X,'DESV. ESTANDAR',
2990      * 10X,'COEF. VAR.',/)
2990      END
2990      SUBROUTINE MINCUA(X,Y,A,B,N)
2990      DIMENSION X(N),Y(N),A(2,2),B(2)
2990      DO 2 I=1,2
2990      B(I)=0.0
2990      DO 2 J=1,2
2990      A(I,J)=0.0
2990      2 CONTINUE
2990      DO 1 I=1,N
2990      U=X(I)
2990      V= ALOG(Y(I)))
2990      A(1,2)=A(1,2)+U
2990      A(2,2)=A(2,2)+U**2.0
2990      B(1)=B(1)+V
2990      B(2)=B(2)+U*V
2990      1 CONTINUE
2990      A(1,1)=N
2990      A(2,1)=A(1,2)
2990      DENOM=A(1,1)*A(2,2)-A(1,2)*A(2,1)
2990      R1=B(1)*A(2,2)-B(2)*A(1,2)
2990      R1=R1/DENOM
2990      R2=A(1,1)*B(2)-A(2,1)*B(1)
2990      R2=R2/DENOM

```

000003560

~~B(1)=CAT(R1)~~
~~B(2)=R2~~
RETURN
END

00003270
00003580
00003590
00003600

A N E X O III

III. ESTIMACION DE U_δ PARA UN VALOR DE δ DATO.

La semi-área (A_s) de intersección de dos círculos (fig III.1), se calcula de la siguiente manera:

$$A_s = \frac{1}{8} \nu^2 (\theta - \sin \theta) \quad (1)$$

Aplicando relaciones trigonométricas:

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\delta}{\nu}$$

$$\therefore \theta = 2 \cos^{-1}\left(\frac{\delta}{\nu}\right) \quad (2)$$

El área total (A_t) de intersección es:

$$A_t = 2A_s = \frac{\nu^2}{4} (\theta - \sin \theta) \quad (3)$$

Se puede aplicar la siguiente función trigonométrica reciproca:

$$\sin^{-1}\left(\frac{\delta}{\nu}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{\delta}{\nu}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \cos^{-1}\left(\frac{\delta}{\nu}\right) = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\left(\frac{\delta}{\nu}\right) \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en (2):

$$\theta = \Pi - 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{\delta}{\rho} \right) \quad (5)$$

Haciendo el cambio de variable $w = 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{\delta}{\rho} \right)$ en la ecuación (5):

$$\theta = \Pi - w \quad (6)$$

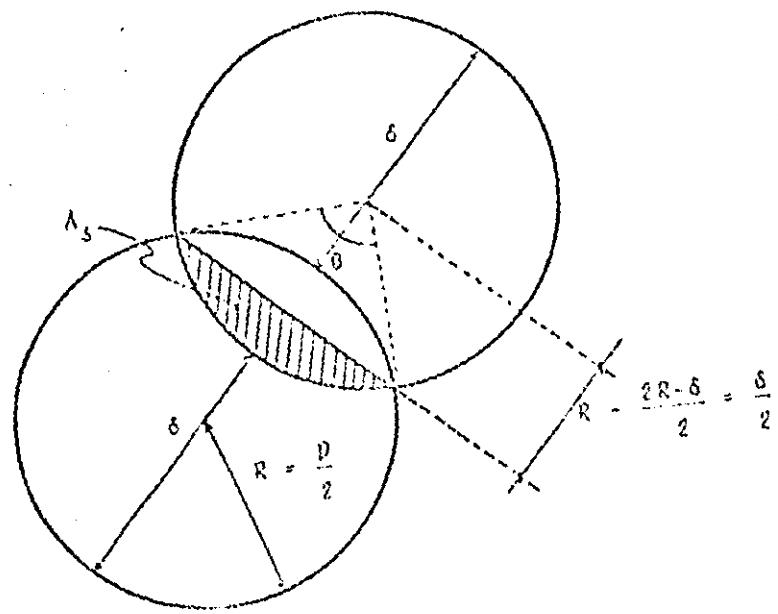
Sustituyendo (6) en (3):

$$\begin{aligned} A_x &= \frac{\rho^2}{4} \left\{ \Pi - w + \operatorname{sen}(\Pi - w) \right\} \\ \operatorname{sen}(\Pi - w) &= -\operatorname{sen}(w) \\ A_x &= \frac{\rho^2}{4} \left\{ \Pi \left(1 - \frac{w}{\Pi} \right) - \operatorname{sen}(w) \right\} \\ A_x &= \frac{\rho^2}{4} \left\{ 1 - \frac{w \cdot \rho^2 \operatorname{sen}(w)}{\Pi} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

$$u_\delta = \frac{\rho^2 \Pi}{4} + A_x \quad (8)$$

Sustituyendo (7) en (8)

$$u_\delta = \frac{\rho^2 \Pi}{4} \left\{ 1 + \frac{w + \operatorname{sen}(w)}{\Pi} \right\}$$



(fig 111.1)