

01163
2ej.
3



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Aproximación Analítica de Curvas Esfuerzo-Deformación en Arenas.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA EN
MECANICA DE SUELOS

P R E S E N T A :

Manuel Gutiérrez Greñas

MEXICO, D. F.

MARZO 1980

TESIS CON
FALLA DE COPIA



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

1. INTRODUCCION
2. COMPORTAMIENTO ESFUERZO DEFORMACION DE ARENAS EN LA PRUEBA TRIAXIAL
 - 2.1 Prueba Triaxial Consolidada Drenada CD
 - 2.2 Descripción de la Arena
 - 2.3 Formación de Especímenes Prueba Triaxial
 - 2.4 Comportamiento Esfuerzo Deformación
3. APROXIMACION ANALITICA
 - 3.1 Función Lineal
 - 3.1.1 Módulo secante de esfuerzos
 - 3.2 Función de Potencia
 - 3.3 Función Hiperbólica
 - 3.4 Función Polinomial
 - 3.5 Comentarios
4. RELACION ENTRE VARIABLES
 - 4.1 Transformaciones
 - 4.2 Módulo Secante de Esfuerzos
 - 4.3 Parámetros de las Funciones
 - 4.4 Parámetros Generalizados Aplicables a Carga Estática

5. REPRESENTACION ANALITICA

5.1 *Estimación de Casos Experimentales*

5.2 *Estimación a Casos no Experimentales*

5.3 *Evaluación de la Aproximación Analítica*

5.4 *Aplicación de Expresiones Analíticas*

6. CONCLUSIONES

7. REFERENCIAS

TABLAS

FIGURAS

CAPITULO 1. INTRODUCCION

En trabajos anteriores se ha planteado con gran énfasis el estudio de las relaciones de esfuerzo deformación, como consecuencia de las diferentes investigaciones y desarrollos científicos e ingenieriles, los cuales demuestran la necesidad de considerar el suelo como un material no lineal. Las relaciones entre esfuerzo y deformación, son más complejas que las representadas por las teorías elásticas y plásticas. Hasta ahora continúan algunos problemas de la mecánica de suelos sin solución, principalmente aquellos relacionados con empuje de tierras y estabilidad, debido a las limitaciones de la teoría elástica lineal. Muchos otros deben analizarse, haciendo uso de condiciones especiales como el estado límite, obteniéndose aproximaciones y llevando el problema a estados de idealización y suposiciones, que están grandemente

apartados de la realidad. No es difícil que se presenten condiciones de frontera en determinados problemas, las cuales impiden la aplicación de las teorías tradicionales. En general se puede decir, que el comportamiento del suelo es elástico ó inelástico, y que tal consideración es función de la idealización que se haga del mismo. Sin embargo, con el fin de representar los problemas de suelos en una forma más realista, debe aceptarse un comportamiento no lineal, de tal forma que el desarrollo y aplicación de nuevas relaciones y teorías, que modelen el fenómeno y comportamiento de los suelos, constituyen importantes áreas de investigación en el futuro.

Los esquemas que se plantean para explicar el comportamiento del suelo, pueden ser agrupados de la siguiente forma:

1) teorías elásticas y 2) teorías inelásticas, las cuales se pueden representar y aproximar por medio de funciones matemáticas. Todas ellas en menor ó mayor grado pretenden modelar y definir el comportamiento del suelo, particularmente lograr la representación de las características esfuerzo de formación del mismo. En la actualidad no se dispone de una teoría que explique y modele el comportamiento del suelo, tanto para las condiciones estáticas y dinámicas. Sin embargo, se puede afirmar que el desarrollo tecnológico en la mayoría de los campos de la ingeniería, junto con el avance de la computación, vienen a plantear nuevas e inquietantes alternativas, al análisis y solución de los problemas tradicionales de la mecánica de suelos. Algunos de estos son por ejemplo, los de estado límite, basados en teorías plásticas que definen un estado inminente de falla, en las cuales las

condiciones intermedias no quedan claramente establecidas. Constantemente se desarrollan y aplican métodos de aproximación numérica, con los cuales se pueden resolver complejos problemas de esfuerzo y deformación bidimensionales y tridimensionales, incluyendo una variedad de condiciones de frontera. La limitación mayor en estos nuevos planteamientos, radica en la falta de conocimiento y disponibilidad para incorporar en el análisis, las relaciones esfuerzo deformación del suelo.

Por las razones anteriores, se ha considerado ventajoso desarrollar y presentar una metodología, por medio de la cual se obtenga en forma particular la representación analítica, de las curvas esfuerzo deformación en suelos. Con este fin, se ha seleccionado la información experimental, obtenida de las pruebas triaxiales a compresión consolidadas drenadas en arenas.

El presente trabajo tiene por objetivos, lograr la representación analítica de una familia de curvas esfuerzo deformación en arenas; analizar y seleccionar las diferentes variables que intervienen e influyen en el comportamiento; presentar la aplicación de algunos métodos de que se disponen en el análisis numérico, para lograr la aproximación funcional, señalando sus limitaciones, e indicando los mejores en base a la simplicidad y nivel de aproximación.

El tema a desarrollarse se ha estructurado en seis capítulos. A continuación se hace una breve descripción de los mismos. En el capítulo 2 se presenta el comportamiento general de las

arenas, sometidas a esfuerzo de compresión en la prueba triaxial drenada, haciendo énfasis en las variables que influyen, en el fenómeno y en las observaciones de las relaciones que se establecen entre las mismas. Se muestran experiencias y resultados de pruebas, conteniendo datos experimentales que serán la base del análisis del siguiente capítulo. Se comentan aspectos del comportamiento, los mecanismos de la deformación y características del fenómeno.

En el capítulo 3 se incluye el planteamiento de cada enfoque, con el fundamento y limitaciones de las funciones y métodos numéricos, aplicables al problema de definir y aproximar funciones matemáticas, a las curvas de esfuerzo deformación en arenas. La aplicación de los métodos numéricos se hace en forma directa a las familias de curvas, obteniendo las funciones y algoritmos matemáticos que representen a las mismas.

El capítulo 4 se basa en el análisis de las funciones cuantitativas, que representan las familias de curvas, se trata de relacionarlas y establecer la influencia de las mismas en el comportamiento. En especial se muestran funciones con expresiones analíticas sencillas, que pueden relacionar las diferentes variables, se indica brevemente el esquema de sistematizar el conjunto de resultados de las pruebas experimentales, a fin de llegar a la obtención de la representación analítica funcional.

El capítulo 5 incluye un ejemplo del uso de la representación analítica, donde se obtiene aproximación a las familias de curvas experimentales del capítulo 2.

Finalmente en el capítulo 6 se formulan algunos comentarios de los capítulos anteriores, con las conclusiones y recomendaciones obtenidas después de este estudio.

CAPITULO 2. COMPORTAMIENTO ESFUERZO DEFORMACION DE ARENAS EN LA PRUEBA TRIAXIAL CD.

Se realizaron una serie de pruebas triaxiales consolidadas drenadas CD, a fin de observar y obtener información fenomenológica, de las características esfuerzo deformación del material en estudio, ya que estas pruebas constituyen la información básica para realizar la aproximación analítica.

Se incluye además en esta sección, la descripción de la arena empleada, preparación de especímenes y el comportamiento general de esfuerzo deformación.

2.1 Prueba Triaxial Consolidada Drenada CD

Las pruebas llevadas a cabo se realizaron con esfuerzo controlado, aplicación de carga axial de compresión en la parte superior de la cámara, transmitida por medio de un vástago rí

gido al cabezal de la probeta. El drenaje de la probeta se realizó por la base de la misma; no obstante se utilizaron piedras porosas en la parte inferior y superior, con el fin de guardar idénticas condiciones de frontera. La parte superior se selló con el uso de un cabezal ciego que no permite el drenaje.

La primera etapa de la prueba, se realizó aplicando la presión confinante permitiendo drenaje. En la segunda etapa se aplicaron incrementos axiales de carga, con drenaje y el adecuado tiempo para la estabilización de cada uno; debido a la permeabilidad de la arena, éste fué de corta duración. La magnitud de los incrementos aplicados fué variable, pero no se sobrepasó el 10% de la carga total estimada en la falla. Se dispuso de un programa incorporado en una pequeña calculadora, para realizar y visualizar el desarrollo de la prueba en el mismo momento de ejecución, permitiendo realizar estimaciones de los incrementos de carga futuros.

El equipo dispuesto para las pruebas, contó con el adecuado grado de sensibilidad para medir las diferentes variables.

2.2 Descripción de la Arena.

La arena utilizada proviene de Cancún Edo. de Quintana Roo, se obtuvo de una perforación llevada a cabo en la playa Caracoles, hasta una profundidad de aproximadamente 18 m. De la clasificación visual y del análisis granulométrico, se seleccionó la muestra representativa de un estrato. La muestra se ensayó en su condición natural sin alteraciones granulométricas.

tricas, ni eliminación de partículas marinas tales como fragmentos de conchas y finos; la tabla 2.1 muestra el análisis granulométrico de la muestra, la densidad de sólidos y las relaciones de vacíos máximas y mínimas obtenidas en laboratorio. Se clasifica visualmente como arena de playa de grano no uniforme, calcárea, posee partículas de organismos marinos, conchas fracturadas, tamaño máximo de 0.5 cms, de dureza menor que el vidrio, es una arena con pocos finos, menos del 5% pasando el tamiz # 200, angulosa, de color blanco amarillento, la muestra es alterada obtenida con el ensayo de penetración estándar (SFT).

Las determinaciones de vacíos máximas y mínimas, se realizaron utilizando una probeta graduada de 100 cm^3 , la cual se llenó de agua desaireada hasta un volumen preestablecido, posteriormente se depositó la arena saturada por medio de un matraz. En el caso de la máxima relación de vacíos, se depositó estandarizando la altura de caída y diámetro del tubo surtidor, aislando el sistema de vibraciones, finalmente alcanzada la marca de volumen preestablecida, se enrazó la superficie. Para obtener la mínima relación de vacíos se sigue el mismo procedimiento, pero aplicando vibración y varillado del material, hasta obtener la lectura del mínimo volumen en la escala de la probeta. Estos procedimientos producen en gran parte, el sistema seguido para la formación de especímenes triaxiales, el cual se describe en detalle a continuación.

2.3 Formación de Especímenes Prueba Triaxial.

A fin de estandarizar el proceso de formación de especímenes, se siguió un único procedimiento, el cual permitiera controlar y estandarizar, las diferentes variables que afectan el proceso de formación de especímenes para la prueba triaxial; el procedimiento escogido permite llevar a cabo la repetición del evento, y obtener especímenes similares al ser estos moldeados en forma sucesiva. La evaluación de la calidad y representatividad de los mismos, se estimó midiendo las dimensiones finales y la relación de vacíos.

El proceso para la formación de especímenes se realizó de la siguiente manera:

la muestra de arena en su condición natural, se somete a una saturación durante 48 h en agua desaireada, posteriormente se coloca (aproximadamente 500grms. de arena seca) en un matraz de 1000cc, dejando una altura de 1 a 2 cms. de agua sobre la superficie de la arena, se procede a realizar la extracción de aire, por medio de vacío aplicado en la parte superior del matraz, conectado al tapón con un tubo de vidrio de 0.5 cms. de diámetro interior, el tubo se halla colocado en el centro del tapón, se conecta al sistema de vacío procedente de la bomba. Una vez extraído el aire de la mezcla agua arena, se quita el sistema de vacío incluyendo el tapón y tubo de vidrio, se agrega agua desaireada por medio de un sifón, para evitar la producción de burbujas, hasta que llene la parte superior del matraz. Se coloca un nuevo tapón con otro tubo de vidrio central de 0.7 cms. de diámetro interior, y de 35 cms. de long. evitando que queden burbujas atrapadas

tro interior, y de longitud de 35 cms., evitando que queden burbujas atrapadas entre la parte superior del matraz y la inferior del tapón, finalmente se llena el tubo de vidrio con agua desaireada hasta que derrame, se seca todo el conjunto, matraz, tapón y tubo de vidrio para ser pesados. De esta manera se tiene la primera parte del proceso, fig. 2.A. La segunda parte consiste en la formación del espécimen, se realiza tomando un molde metálico de aproximadamente 3.6 cms. de diámetro interior y 9.5 cms. de altura, el molde consta de dos piezas, las cuales se unen por medio de ajugate de 4 tornillos Allen, colocados 2 en la parte superior y 2 en la parte inferior, de esta manera el molde permite un fácil manejo desarmado sin alterar el espécimen, constituyendo un molde cilíndrico partido en toda su longitud.

Se procede colocando el molde sobre la base de la cámara triaxial, directamente sobre la piedra porosa y la membrana, la cual se pasa por el interior del molde y se ajusta a las paredes de éste, aplicando vacío por un pequeño hueco lateral dispuesto en el molde. A continuación se procede a saturar el sistema, incluyendo el llenado con agua desaireada del molde, el cual es llenado a través de las mismas tuberías de la base de la cámara. El siguiente paso consiste en integrar, sobre una superficie lisa horizontal perfectamente nivelada y ausente de vibraciones, el molde y el matraz con la mezcla arena agua, es colocado en una base con

vástago y prensa elevada, a la cual se sujeta el matraz en forma invertida, el tubo de vidrio que está conectado al matraz, toca la superficie de agua interior del molde, con lo cual se establece la deposición y sedimentación de la arena, al producirse un intercambio de volumen de agua del molde por arena del matraz. La fig. 2.B muestra las dimensiones estandarizadas en todos los casos, para limitar el número de variables que afectan la formación de especímenes. Finalizando el llenado del molde, se procede a enrasar la parte superior con el mismo tubo de vidrio. Luego se retira el conjunto tubo y matraz, colocándose la piedra porosa superior y el cabezal de lucita, se sella la membrana ajustándose con los anillos de hule al cabezal, se aplica un pequeño vacío al espécimen a través de la tubería de drenaje de la base, produciéndose una diferencia de altura de 95 cms, con respecto al nivel medio del espécimen. Como último paso, se toman las dimensiones del espécimen y se calcula la relación de vacíos, se cierra la tubería de drenaje y se llena la cámara triaxial, se coloca en el banco de carga, se corrige la presión de vacío con la confinante, y se disponen las lecturas a ceros de referencia con el drenaje abierto.

El procedimiento anterior permite una fácil estandarización, de los pasos a seguir para la formación de especímenes, y a la vez hace posible con una buena aproximación, la repetición de eventos.

La obtención de las diferentes relaciones de vacíos pa

ra la arena compacta, se realiza en forma similar, solamente aplicando vibraciones al molde y varillando el material, controlando por dimensión de altura y peso unitario, con lo cual se obtiene la relación de vacíos deseada.

2.4 Comportamiento Esfuerzo Deformación.

El estudio y observación del comportamiento esfuerzo deformación, se basó en la realización de un conjunto de pruebas triaxiales. Las figs. 2.1, 2.2 y 2.3, presentan los resultados obtenidos para la arena ensayada, con tres diferentes relaciones de vacíos. La fig. 2.1 corresponde a una relación de vacíos de 0.97 y una compacidad relativa de 47%; es el estado más suelto obtenido en el laboratorio para las probetas ensayadas, la manipulación de la cabeza del espécimen, y la presión de vacío aplicada para darle confinamiento al mismo, no permitieron obtener estados más sueltos en las probetas. Probablemente se puede llegar a obtener especímenes más sueltos con otros procedimientos de formación.

La fig. 2.2 presenta las curvas esfuerzo deformación, y deformación volumétrica para una relación de vacíos de 0.84, y una compacidad relativa del 73%, corresponde a la relación de vacíos intermedia entre la máxima y la mínima obtenida en probetas.

Finalmente la fig. 2.3 muestra las curvas de esfuerzo deformación, y deformación volumétrica para el estado compacto en probetas de especímenes, asociándoseles una compacidad relativa mayor de 90%.

Las relaciones de vacíos investigadas por el procedimiento de laboratorio, seguido en la formación de especímenes pero sin la aplicación de vacío, para dar sustentación y evitando el manipuleo, se encontraron en un rango de 0.70 a 1.20. Estos valores se utilizaron como mínimo y máximo para referirlos a las compacidades relativas anteriormente señaladas.

En la fig. 2.1 se presenta el comportamiento de la arena, correspondiente a una relación de vacíos de 0.97, con una compacidad relativa intermedia entre suelta y media, se muestran las curvas para las diferentes presiones confinantes utilizadas: 0.5, 1.0 y 1.5 Kg/cm². En términos generales, el proceso de deformación se desarrolló, produciéndose una disminución en el volumen del espécimen, el cual tiende luego a aumentar al alcanzarse disminuciones importantes, en la pendiente de la curva esfuerzo deformación; es decir, al presentarse las primeras manifestaciones de pérdida de rigidez. Se pudo observar que las probetas en esta primera etapa de disminución volumétrica, muestran un pequeño abultamiento ó estrías perimetrales. Si se continúa aumentando la deformación, se hace presente lo que se puede llamar la segunda etapa del proceso, en la cual el volumen de la probeta tiende a aumentar, cerca de alcanzar el esfuerzo desviador máximo, indicando que la probeta no se encontraba en estado suelto. En estos momentos la probeta muestra un claro abultamiento lateral. La pendiente de la curva esfuerzo deformación es cercana a cero, con una pérdida total de rigidez. A continuación se puede establecer como tercera etapa de deformación, en donde la muestra tiende a seguir aumentando de volumen, y la curva esfuerzo de

formación tiende a estabilizarse en un valor de esfuerzo constante, finalmente llega a una resistencia y un volumen constante.

De las observaciones experimentales realizadas en el laboratorio, debe señalarse que para estos casos las suposiciones que se realizan en el cálculo de la prueba, se apartan en gran parte de lo observado, por ejemplo, el considerar una configuración perfectamente cilíndrica de la probeta en su proceso de deformación, no es del todo cierto, aún a deformaciones del orden del 3%, y mucho menos a niveles mayores de deformación, esta situación determina una errónea estimación del esfuerzo desviador, y del significado del cambio volumétrico con respecto al volumen total. Se pudo observar que la variación volumétrica en el centro, es mayor que en el resto de la probeta. Se cree que debería disponerse de factores correctivos; es decir, factores que consideren la fricción en las fronteras, y de tipo volumétrico que ajusten la forma de la probeta a una configuración cilíndrica. Las pruebas presentadas por la fig. 2.1, se llevaron hasta un orden de deformación del 15%.

Dentro del rango de deformación estudiado, se puede destacar que para la arena ensayada, se presenta una tendencia a aumentar el módulo secante de esfuerzo, conforme se aumenta el confinamiento. Además el esfuerzo desviador máximo, se incrementa al incrementarse el confinamiento.

El módulo secante de esfuerzos, definido como la secante a partir del esfuerzo desviador nulo, hasta un esfuerzo des -

viador igual a la mitad del esfuerzo desviador máximo, establece la relación mostrada en la fig. 2.4A.

Se puede observar que conforme se aumenta el esfuerzo confinante, el nivel de deformaciones axiales en donde se obtiene el máximo esfuerzo desviador, aumenta, fig. 2.4B. Además en la fig. 2.1 se observa, que al aumentar el esfuerzo de confinamiento, se aumentan las deformaciones volumétricas máximas negativas, definidas por la curva por ciento deformación volumétrica, y la de por ciento deformación axial.

El comportamiento mostrado en la fig. 2.2, el cual se asocia a una relación de vacíos de 0.84 caso intermedio, se presentó similar al anterior de la fig. 2.1. En el laboratorio se observó al inicio de la prueba, una disminución volumétrica con una baja velocidad de deformación, posteriormente una tendencia a incrementar el volumen con un abultamiento de la probeta, y pérdida de rigidez en la curva esfuerzo deformación, obligando a decrementos en el nivel de carga. Luego la probeta continúa abultándose y su volumen aumentando, hasta que se llega a la falla, en donde la velocidad de deformación se incrementa, en esta parte de la prueba, la curva esfuerzo deformación muestra una curvatura hacia abajo, y la probeta falla.

Similarmente a la fig. 2.1, se presenta un aumento para el esfuerzo desviador máximo y por ciento deformación axial, al aumentar el esfuerzo confinante.

La fig. 2.3 presenta el comportamiento de la arena con una

relación de vacíos de 0.71, la máxima obtenida en el laboratorio, corresponde al estado compacto de la misma, el cual difiere de las dos anteriores, los ensayos se realizaron en forma similar siguiendo el mismo estándar.

La muestra inicia su primera etapa de deformación con un leve decremento de volumen, y practicamente sin mostrar abultamiento alguno, los incrementos en las cargas guardan en esta etapa, una relación lineal con las deformaciones, rango que tiende a aumentar conforme aumenta el esfuerzo confinante, fig. 2.3. En esta primera etapa, las curvas de esfuerzo deformación mostraron una pequeña concavidad hacia afuera, debido probablemente a la perturbación en la parte superior del espécimen, al moldearlo y manipularlo; es decir, la probeta antes de colocarle al cabezal, posee gran uniformidad en todo su volumen; sin embargo al colocar el cabezal y el arosello de hule, se produce una pequeña perturbación en la zona superior, que afloja el material en la parte inmediata al contacto del cabezal. En los especímenes con otras compacidades este efecto no se percibió, debido a que la perturbación genera relaciones de vacíos, del mismo orden del que posee la probeta; además, al aplicar el vacío para sustentarla, se distribuye uniformemente el efecto. Posteriormente se presenta una segunda etapa, en la cual el espécimen tiende a aumentar de volumen rapidamente, y lo hace en incrementos más marcados que en los casos anteriores, obsérvese la pendiente de las curvas de porcentaje de deformación volumétrica de las figs. 2.1, 2.2, 2.3. El proceso de deformación continúa, acercándose al máximo esfuerzo desviador, con una pérdida de rigidez en la curva esfuerzo deformación. En este caso igual a los

anteriores, el punto en donde la muestra deja de disminuir de volumen y tiende a aumentar, punto en donde la pendiente de la curva de deformación volumétrica vale cero, se asocia con la pérdida de rigidez de la curva esfuerzo deformación. Cuando se esta próximo a la falla, esfuerzo desviador máximo, la configuración de la muestra es uniforme y regular, luego presenta un plano de debilitamiento, el cual se manifiesta como el de falla, generándose en la parte superior y proyectándose hacia abajo. Finalmente se presenta la tercera y última etapa del fenómeno, en donde en forma brusca y rápida la muestra falla a alta velocidad, practicamente sin permitir realizar lecturas de deformación y cambio volumétrico, en esta etapa la probeta se deforma axialmente, hasta que el sistema de carga axial choca con el seguro acondicionado para el equipo. El rango confiable de lecturas en este caso llegó a un 9% aproximadamente. La curva correspondiente a 1.5 Kg/cm^2 de presión confinante, se detuvo a un 5% de deformación, punto en que se agotó la capacidad de carga axial del equipo, aproximadamente 100 Kg. en el brazo no llevándose a la falla. Una de las diferencias en forma cualitativa, del comportamiento entre el estado denso $e=0.71$, al estado de menores compacidades, radica en la velocidad y forma de producirse la falla de las probetas. En el primero es sumamente rápido, en los otros es lento, la probeta aumenta su sección transversal y logra un equilibrio relativo con la carga axial, continuando su deformación.

De forma análoga a los casos presentados en las figs. 2.1, 2.2, en éste, fig. 2.3, se observa la tendencia de aumentar

el módulo secante al aumentar la presión confinante, simi - larmente el esfuerzo desviador máximo, se incrementa al incrementarse el confinamiento.

Observando las curvas de deformación volumétricas de las figs. 2.1, 2.2 y 2.3, se puede extraer la información pre - sentada en la fig. 2.5, se establece en base a ésta, que un aumento en la presión confinante, produce un aumento en las deformaciones volumétricas negativas máximas, y a la vez en las deformaciones axiales asociadas a éstas. Por otro lado, un decremento en la relación de vacíos para una misma pre - sión confinante, produce una disminución en las deformacio - nes volumétricas máximas, y en las axiales asociadas a las anteriores. Es decir, que conforme la arena se densifica, las deformaciones volumétricas máximas negativas tienden a ser menores, y a la vez disminuyen las deformaciones axia - les, asociadas a dichas deformaciones volumétricas máximas negativas. Lo anterior hace resaltar, que el grado de densi - ficación de la arena, relacionado en forma directa a la re - lación de vacíos y la presión confinante, resultan ser de gran importancia en el comportamiento esfuerzo deformación y cambio volumétrico.

Dado que el material estudiado es de naturaleza friccio - nante, influye además la estructura inicial, el acomodo de sus partículas, de tal manera que las deformaciones experimenta - das por el espécimen, son resultado de movimientos relati - vos entre partículas, y de las deformaciones internas de las mismas. Dentro del rango de presiones experimentado, proba - blemente un factor para explicar la deformación, sea el des -

lizamiento y movimiento de partículas, ya que la fractura de granos, en este caso debido a las bajas presiones utilizadas, no se presenta, normalmente influye para presiones superiores a 35 Kg/cm^2 , Lambe (5). El fenómeno de distorsión a nivel de partículas habrá influido, puesto que está asociado a los deslizamientos y movimientos relativos, y se hace presente a cualquier nivel de esfuerzos. Desde este punto de vista, en las compacidades más sueltas en donde la estructura es más abierta, poros más grandes entre partículas con pocos contactos entre las mismas, los movimientos y deslizamientos serán mayores, tendiendo a cerrarse y disminuir de volumen al aplicar el cortante. Modificándose la estructura a estados más compactos con relaciones de vacíos menores.

Para la arena de compactidad compacta, arena densa, la estructura es cerrada con poros pequeños, las partículas poseen más puntos de contacto con mayor ajuste. Al experimentar el efecto del corte, la estructura tiende a aumentar de volumen, debido a que las partículas para poder moverse, rotar, trasladarse y deformarse, deben rodar unas sobre otras. El fenómeno de dilatación se hace presente; es decir, el aumento de volumen sufrido por la arena al someterla al corte, el resultado es un aumento en la relación de vacíos. Se establece de lo mencionado anteriormente, que la relación de vacíos, la presión confinante y la estructura de granos, serán variables influyentes en el comportamiento esfuerzo deformación.

Adicionalmente a éstas, se puede mencionar la granulome -

tría de la arena, la cual al ser mejor graduada posee una distribución de tamaños, más adecuada y favorable para producir encaje de granos. La composición mineralógica de los granos, influirá en el comportamiento debido a la naturaleza friccionante del material, influyendo en los coeficientes de fricción, y a su vez en los movimientos giros y traslaciones de las partículas. Similarmente la forma de las partículas ya sean angulosas ó redondeadas, en el presente caso las partículas provenientes de materiales marinos son angulosas, influyen en la compresibilidad y relaciones de vacíos.

Las partículas angulosas desarrollan mayor encaje que las redondeadas, a la vez la forma de la partícula, se encuentra relacionada con la mineralogía del material.

La fig. 2.6 muestra las relaciones para el ángulo de fricción interna, y la relación de vacíos inicial. Se observa en ella, que entre más compacta es la arena, el ángulo tiende a aumentar. Se destaca que en este caso, no se observó una variación alguna entre el ángulo de fricción interna, y la presión confinante; es decir, parece no afectar el nivel de esfuerzos confinantes al ángulo de fricción, esto puede ser debido al rango de esfuerzos en que se estudió, para otros niveles de confinamiento si influye (Taylor, 12; Bishop, 15).

A fin de investigar la influencia de la relación de vacíos inicial, en la relación esfuerzo deformación, se presenta la fig. 2.7, diferentes relaciones de vacíos iniciales pa-

ra una misma presión confinante $\sigma_3 = 0.5 \text{ Kg/cm}^2$, se observa en la figura, que la arena más densa, muestra un esfuerzo desviador máximo, el cual tiende a decaer bruscamente al alcanzar mayores deformaciones axiales. Contrariamente la arena con un mayor relación de vacíos inicial, alcanza el esfuerzo desviador máximo, y tiende a mantenerse constante aún a mayores deformaciones axiales. Los cambios volumétricos en la arena densa, son más marcados según se deduce de la misma fig. 2.7. Si se continúa aplicando el cortante a deformaciones mayores de la falla, tanto la arena densa como la otra, tienden a alcanzar la misma relación de vacíos, a la cual se le asocia el nombre de relación de vacíos crítica, se observa entonces que un suelo, con una relación de vacíos cercana a la crítica, experimentará pequeños cambios volumétricos al someterlo al cortante. La relación de vacíos crítica, depende en gran parte de la presión confinante, la fig. 2.7 representa el estado para $\sigma_3 = 0.50 \text{ Kg/cm}^2$, y fué obtenida de las figs. 2.1 y 2.3.

CAPITULO 3. APROXIMACION ANALITICA.

En este capítulo se presentan algunas funciones simples, con las cuales se puede aproximar las curvas esfuerzo de - formación, obtenidas en el capítulo anterior. Las aproximaciones dependerán de algunos factores, principalmente del nivel de deformación, en el cual se realice la aproximación analítica. Se puede establecer varios esquemas para definir en forma cuantitativa, las curvas esfuerzo deformación, uno de ellos es el que se muestra en este capítulo, usando técnicas de ajuste de curvas, interpolación y aproximación funcional, todas ellas aplicaciones del análisis numérico.

3.1. Función Lineal.

La función lineal es una de las funciones más simples, que se pueden utilizar para intentar la representación del fe-

número de deformación. Las curvas de las figs. 2.1, 2.2 y 2.3, pueden ser aproximadas por líneas rectas, considerando en especial el nivel de deformación, y el rango de incrementos de esfuerzos que se realice.

La fig. 3.1 muestra la idea del modelo multilíneal. Se podrán aproximar a éstas un conjunto de líneas rectas, el cual modele la curva hasta el nivel de deformación deseado. En el presente análisis, se aplicará la determinación para deformaciones mayores de 1 por ciento. La ecuación de la recta que se aproxime a los puntos de la curva, se determinan haciendo uso de un método numérico, en este caso se utiliza el método de mínimos cuadrados.

La tabla 3.1 resume las expresiones, valores de los coeficientes, y el nivel de deformación válido.

La fig. 3.2 muestra un caso particular tomado de la tabla 3.1. En esta figura se representa la función lineal aproximada entre 1% a 3% de deformación axial, se puede aplicar de igual forma para otros niveles de deformación, y completar la estimación analítica por medio de un conjunto de líneas rectas, similar al modelo multi-líneal descrito por De sai (28).

3.1.1 Módulo Secante de Esfuerzos.

Una de las aplicaciones del modelo lineal, es la definición del módulo secante de esfuerzos. De acuerdo a la definición dada en el capítulo 2 del módulo secante, la aproximación se

realiza desde el esfuerzo desviador nulo, hasta el valor de un medio del esfuerzo desviador máximo, considerando este rango del orden de trabajo en los diseños, para los cuales se utilizan las relaciones esfuerzo deformación. La tabla 3.2 resume la aproximación analítica lineal para el módulo secante (MS).

3.2 Función de Potencia.

La aproximación analítica de las curvas esfuerzo deformación, se puede realizar aplicando una función de potencia del tipo $f(x) = a_0 x^{a1}$ para valores de esfuerzo y deformación mayores de cero. En forma similar al caso anterior, se realiza el ajuste por medio de un método numérico, en este caso utilizando mínimos cuadrados ó técnicas de regresión lineal. Se presenta en esta sección, la aplicación hasta de deformaciones del 4 por ciento aproximadamente. La tabla 3.3 resume la aproximación analítica. La fig. 3.3 muestra resultados para un caso particular.

3.3 Función Hiperbólica.

Este tipo de función aplicada por Kodner (14), y posteriormente por Duncan y Chang (16) a las técnicas del elemento finito, se basa en que la representación gráfica de las curvas esfuerzo deformación, obtenidas del ensayo triaxial, se pueden aproximar dentro de cierto rango de deformación axial a una curva de tipo hiperbólico.

La fig. 3.4A muestra un esquema del modelo para el suelo y

sus correspondientes variables. En la fig. 3.4B se muestra una modificación de representación de la fig. 3.4A, y la evaluación de a y b . En las expresiones mostradas en las figuras anteriores, σ y ξ representan los esfuerzos y deformaciones axiales; la expresión de forma lineal se puede utilizar para estimar la aproximación de datos experimentales de una prueba particular, a la función hiperbólica. Es decir, este tipo de representación permite, primero tener una idea de la aproximación de datos experimentales representados por una función hiperbólica, y segundo evaluar en caso positivo las constantes a y b .

La tabla 3.4 resume los resultados obtenidos con esta función para las figs. 2.1, 2.2 y 2.3. A fin de mostrar la aplicación de este tipo de funciones, las figs. 3.4C y 3.5 presentan los resultados obtenidos.

3.4 Función Polinomial.

Los valores experimentales de esfuerzo deformación, pueden manejarse con polinomios y así obtener una función de aproximación a la curva. Se pueden establecer dos procedimientos de aplicación, el primero consiste en definir un polinomio de grado n , que pase por todos los puntos de la curva, definidos como pares (x, y) , el valor de n corresponde al número de pares experimentales obtenidos de la prueba, en donde x son las deformaciones axiales, y el esfuerzo desviador corresponde a los valores y . El inconveniente principal radica, en el manejo de expresiones tipo polinomiales de grado n muy elevado, lo cual hace a la función obtenida, impráctica des-

de el punto de vista numérico . Un segundo procedimiento que se puede seguir, consiste en aplicar a ciertos puntos claves de las curvas esfuerzo deformación, el polinomio de aproximación, este procedimiento se aplicó y sus resultados se presentan en este capítulo.

La fig. 3.6 muestra la aplicación a un caso particular, a - aproximado con un polinomio de grado 5, el cual incluye de - formaciones hasta el 15%. En la fig. 3.7 que corresponde a la misma prueba experimental, se realiza una estimación a - nalítica, con una función de grado 4 hasta valores de de - formación del 6%. De aplicaciones para otros ensayos, se ob - serva que para niveles de deformación igual ó menor al co - rrespondiente en la falla, una buena estimación analítica se obtiene utilizando funciones polinomiales de grado 4.

Este estudio se orienta a casos válidos para deformaciones que se presentan hasta la falla, por esta razón en la tabla 3.5, se resumen los resultados obtenidos para estimaciones analíticas, correspondientes a polinomios de grado 4.

Las funciones polinomiales pueden ser aplicadas, para defi - nir la aproximación analítica, de la variación de la deforma - ción volumétrica y la deformación axial. La fig. 3.8 mues - tra un caso particular de aplicación. La tabla 3.6 resume las expresiones desarrolladas para la aproximación de la gráfica citada anteriormente.

3.5 Comentarios.

En esta sección se señalan algunas observaciones deducidas de las aproximaciones analíticas realizadas.

- a) En el caso de la función lineal, ésta posee su mayor aplicación para pequeños incrementos de esfuerzo. No es permitida la aplicación de métodos de ajuste, a partir de 0% de deformación unitaria axial, debido a la incongruencia de los valores calculados y el fenómeno físico. Para este caso particular, el cual posee su mayor aplicación en el cálculo de los módulos secantes, es recomendable el trazo gráfico de la recta.
- b) Las funciones de potencia muestran, una buena aproximación para las curvas correspondientes a los estados más sueltos, limitados a un 5% de deformación unitaria axial. Para los estados más compactos, se pierde aproximación y las funciones requieren parámetros correctivos.
- c) La función hiperbólica permite en forma más adecuada, la evaluación gráfica de los coeficientes. Posee una ventaja sobre la anterior, debido a que sus parámetros pueden ser asociados con el fenómeno físico, principalmente a módulos de esfuerzo y propiedades del suelo, tales como la elasticidad y la plasticidad, la función es aplicable hasta niveles de deformación unitaria axial, menores de la correspondiente a la falla, esta limitación es válida también para las funciones de potencia. De las aplicaciones realizadas, se observó que para la relación de va -

cíos menor, correspondiente al estado más compacto, la aproximación se dificulta, y la representación no posee el nivel de aceptación de los casos de compacidades sueltas. Observando el rango de deformación axial, en el cual se dificulta la representación hiperbólica, ésta coincide con las deformaciones, en donde se muestran los efectos dilatantes de la arena compacta, Christian (28).

La interpretación y correspondencia con el fenómeno físico, es aplicable solamente a un rango de deformación inferior a la falla, y se puede observar en base a lo aplicado, que la función hiperbólica no es recomendable para representar, y aproximar las curvas esfuerzo deformación de la arena compacta.

- d) La aproximación analítica por medio de funciones polinomiales, posee ventajas sobre las analizadas anteriormente, son funciones fácilmente integrables y derivables. La aproximación lograda es aceptable, y permite una evaluación de los módulos de esfuerzos, basados en la derivación de la función original. A diferencia de las anteriores, permite la representación y aproximación analítica (fig. 3.6), para un rango de deformación axial aún mayor que el correspondiente a la falla. Esta función polinomial puede dar una mejor estimación para los casos analizados, incluyendo los estados sueltos y compactos del material.

Las funciones polinomiales presentadas en este capítu-

lo, mostraron la particularidad de poder aproximarse en forma aceptable, a las curvas experimentales de deformación volumétrica y deformación axial, siendo ésta una ventaja con respecto a las otras funciones estudiadas, fig. 3.8.

CAPITULO 4. RELACION ENTRE VARIABLES.

Este capítulo presenta las diferentes relaciones entre las variables, que intervienen en el comportamiento esfuerzo de formación. Las observaciones cualitativas mencionadas en el capítulo 2, serán la base para intentar mostrar la cuantificación de las mismas. Las observaciones del fenómeno físico, serán cuantificadas realizando estimaciones analíticas, para ello se aplicarán los mismos métodos numéricos señalados en el capítulo anterior, y la aplicación de transformaciones que se presentan a continuación.

4.1 Transformaciones.

El análisis de estos datos experimentales se deben tratar de expresar en la forma más simple posible. Por esta razón el manejo de las transformaciones, que conducen a modelos

lineales tiene gran aplicación. La representación del fenómeno físico en sistemas cartesianos, algunas veces no se manifiesta en forma lineal, pero al representarlo en gráficas logarítmicas, facilita la cuantificación al mostrar la linealidad. En los incisos siguientes, estas transformaciones se aplican presentando relaciones lineales, entre las variables del fenómeno.

En el presente estudio se aplicarán las aproximaciones analíticas, dando énfasis a los sistemas de representación cartesianos originales, del comportamiento esfuerzo deformación. Las variables principales consideradas, son la presión confinante σ_3 y la relación de vacíos, en función de ellas se encontrarán expresiones analíticas, que cuantifican los parámetros a determinar.

4.2 Módulo Secante de Esfuerzos.

De lo expuesto en capítulos anteriores, se tiene que el módulo secante de esfuerzos, depende de la presión confinante σ_3 de la relación de vacíos inicial, y del esfuerzo desviador ($\sigma_1 - \sigma_3$) utilizado para su definición.

Presentando algunas aproximaciones en función de estas variables, se definirán las expresiones analíticas que lo cuantifican. La fig. 4.1 presenta la relación entre el módulo secante de esfuerzos, y la presión confinante σ_3 , obtenida con los resultados de la tabla 3.2. Del análisis de las gráficas, se tiene que a mayores presiones laterales de confinamiento σ_3 , el valor del módulo se incrementa.

La aproximación analítica del módulo, se puede expresar por una función de potencia de la forma:

$$MS = a_0 \sigma_3^{a_1} \quad (4.1)$$

La tabla 4.1 resume los valores de a_0 y a_1 . Los valores del exponente a_1 coinciden con los propuestos por Sowers (29) y Lambe (5). Se puede en cada caso particular, buscar una expresión que relacione los valores de a_0 y a_1 , con la relación de vacíos, obteniéndose así, una función del módulo expresado en términos de la presión lateral de confinamiento, y la relación de vacíos. Tabla 5.3.

$$MS = f (\sigma_3 , e_0)$$

4.3 Parámetros de las Funciones.

En esta sección se evalúa los parámetros de las funciones analizadas en el capítulo 3. Para el caso de la función de potencia, se puede plantear la evaluación de a_0 y a_1 , asociando variables del fenómeno físico, contenidas en las curvas esfuerzo deformación, y así relacionar los parámetros a_0 y a_1 con el comportamiento. Para esta función, a_0 se asocia al módulo secante de esfuerzos, calculado para 1% de deformación axial, y a_1 se puede expresar en términos de esfuerzos y deformaciones, Fig. 4.2. Los parámetros definidos de esta manera, permiten estimar que tan buena aproximación, dará la función a los datos experimentales. Si con mayor facilidad se tiene una representación lineal similar a la fig. 4.2b, esto significa que la estimación será satisfactoria. De igual forma, la misma representación de la fig. 4.2b per

mite, primero evaluar a_1 en caso positivo, y segundo indica el rango de deformaciones axiales, en que se puede representar la curva experimental, por una función de potencia de la forma indicada. Los parámetros presentados en la tabla 3.3, se evaluaron haciendo uso del método numérico; a continuación la fig. 4.3, muestra un caso particular en donde: $e_0 = 0.97$ y $\sigma_3 = 0.5 \text{ Kg/cm}^2$, esta vez asociando los parámetros, con las características de la relación esfuerzo deformación. El mismo planteamiento puede realizarse para las otras pruebas.

Los parámetros de la función de potencia, se pueden graficar y observar su relación con e_0 y σ_3 . La fig. 4.4 muestra la representación de a_0 y a_1 en función de σ_3 , para el caso particular de la arena suelta $e = 0.97$, de esta manera se pueden estimar los valores de los parámetros a_0 y a_1 , para otras presiones confinantes σ_3 .

Los parámetros de este tipo de funciones, no siempre es posible expresarlos por medio de relaciones simples, que se puedan aplicar en forma generalizada por todas las presiones confinantes, y las relaciones de vacíos estudiadas.

Para el caso de la función de potencia, los parámetros a_0 y a_1 , pueden expresarse en términos de variables experimentales, buscando la concordancia entre el fenómeno físico y la estimación analítica. Para la presente función, cuando el confinamiento es cero, la observación de laboratorio indica que, la capacidad de la arena a resistir el corte es nula, de tal forma que al evaluar la función, debe representar es

ta condición de frontera. La fig. 4.4 muestra que para σ_3 cero a_0 y a_1 son cero, y por consiguiente el esfuerzo desviador resulta cero. Para la condición en que $\sigma_3 \neq 0$ a_0 y a_1 , toman valores diferentes de cero, si la deformación es cero, la función de potencia no se puede evaluar, por estar definida para valores ($\xi \%$) mayores de cero. Estableciéndose la siguiente limitación:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = a_0 (\xi \%)^{a_1}$$

donde

$$(\sigma_1 - \sigma_3), \xi \% \text{ mayores de cero.}$$

Del estudio y aplicaciones de la función hiperbólica definida en la fig. 3.4A, se tiene la relación de los parámetros a y b , en función de la presión confinante mostrada en la fig. 4.5. El planteamiento se puede generalizar, al expresar analíticamente la incorporación de la relación de vacíos. La función hiperbólica posee algunas limitaciones de aplicación, no quedando definida para el caso de $\sigma_3 = 0$, obteniéndose una indeterminación del esfuerzo ($\sigma_1 - \sigma_3$). Sin embargo, posee validez práctica al cumplir las condiciones frontera para otros casos en que $\sigma_3 > 0$. puesto que en las arenas se trabaja con confinamiento, la expresión puede ser aplicada, tabla 4.12.

De consideraciones similares a las anteriores, se puede plantear el análisis para la función polinomial, resumida en la tabla 3.5.

Nuevamente estableciendo concordancia entre la observación experimental del fenómeno físico, se puede expresar ca-

da uno de los términos a_1 en función de la presión confinante σ_3 . La tabla 4.2 resume las expresiones. De las mismas se tiene que al valer σ_3 cero, el esfuerzo desviador se hace cero. La fig. 4.6 muestra la representación de a_1 y σ_3 para el caso de $e = 0.97$. Similarmente se obtienen las relaciones para otros valores de relación de vacíos, y de a_2 , a_3 y a_4 .

Un segundo nivel de relaciones, se establece con los parámetros b_{ij} y la relación de vacíos, incorporándose así las dos variables principales del comportamiento esfuerzo deformación. La fig. 4.7 muestra la representación, y la tabla 4.3 resume los valores para el caso de a_1 .

Se puede establecer una expresión analítica para los parámetros b_{ij} , en función de la relación de vacíos presentado en la tabla 4.3. Los coeficientes C que aparecen en las expresiones, dependen del tipo de prueba, y del método de formación de especímenes, existiendo otros factores además de los dos anteriores, que influyen en su determinación. De tal forma que para cada arena en particular, será necesario evaluar por medio de pruebas de laboratorio, el valor de los coeficientes C , y así disponer de las expresiones generalizadas para otros casos de interés. En la tabla 4.4 se resume los valores de C asociados a los b_{ij} evaluados de este estudio, para la arena de Cancún Edo. Quintana Roo.

Con el fin de presentar un resumen de las expresiones analíticas de la función polinomial, la tabla 4.5 muestra tales expresiones.

La base para la evaluación de esta función lo constituye la tabla 4.4.

4.4 Parámetros Generalizados Aplicables a Carga Estática.

La selección de los parámetros de módulos de esfuerzos, para ser incorporados en el análisis de un determinado problema, requieren la realización de pruebas triaxiales, el programa de laboratorio deberá estar diseñado en base a su modelo real en el campo. Cada ensayo deberá representar las condiciones de drenaje, compacidad y estados de esfuerzos a los que se somete el suelo. El estado de esfuerzos estimado de la condición de campo, deberá ser incorporado a los espá cimenes, y bajo estas condiciones consolidadas en la primera etapa de la prueba triaxial CD , la segunda etapa representada por incrementos de esfuerzo axial, que simulen las cargas aplicadas al suelo en el modelo real. Los resultados de tales pruebas, se grafican en forma similar a los de las figs. 2.1 a 2.3. El manejo de tales gráficas por medio de relaciones lineales, solo serán aplicables en aquellos casos de carga estática, en donde los incrementos de esfuerzo sean muy pequeños, y se pueda aproximar la curva a una línea recta. La selección del módulo de esfuerzos, definido como un incremento de esfuerzo ($\sigma_1 - \sigma_3$) entre un incremento de deformación, para un cierto nivel de esfuerzos de interés, deberá considerar la no linealidad de las curvas esfuerzo deformación, y principalmente la influencia que produce en las mismas, las diferentes relaciones de vacíos, y condiciones de confinamiento con la profundidad en el mode-

lo real.

Para el caso en estudio, en donde las condiciones reales puedan aproximarse por las consolidadas drenadas de la prueba triaxial, el módulo de deformación para un suelo saturado, se pueden estimar y evaluar directamente de las curvas de esfuerzo deformación, y deformación volumétrica.

En base a estas observaciones anteriores, se nota la importancia de disponer de funciones, que aproximen analíticamente las curvas mencionadas, y que sean expresiones fácilmente derivables e integrables, para poder ser incorporadas sin dificultad a análisis posteriores. Con tal fin, las funciones polinomiales se recomiendan, y para su aplicación generalizada es necesario disponer de los coeficientes C . Obteniendo la incorporación de la relación de vacíos y presión confinante σ_3 a cada curva de esfuerzo deformación.

CAPITULO 5. REPRESENTACION ANALITICA.

Los siguientes incisos mostrarán algunos ejemplos, basados en el manejo de las aproximaciones analíticas obtenidas de los capítulos 3 y 4. Se presentan básicamente dos casos de aproximación. El primero se realiza sobre las curvas experimentales, obtenidas para generar las funciones mostradas en los capítulos anteriores. El segundo caso estima el comportamiento esfuerzo deformación en forma generalizada. Los ejemplos presentan las curvas esfuerzo deformación, pero pueden realizarse en forma similar para las curvas de deformación volumétrica y deformación axial. Las familias de curvas esfuerzo deformación presentadas en este capítulo, son en su totalidad aproximaciones analíticas, excepto la Fig. fig. 5.6.

5.1 Estimación de Casos Experimentales.

La generación de las curvas esfuerzo deformación, a partir de las expresiones analíticas, es un paso importante para visualizar el nivel de aproximación obtenido, por tal motivo se presentan algunos ejemplos; siguiendo el orden de las funciones desarrolladas en capítulos anteriores, y considerando las limitaciones de las mismas. Se tiene para la función de potencia en la fig. 5.1, la aproximación a los casos experimentales correspondientes a las figs. 2.1 a 2.3. La aproximación se realiza hasta un 4% de deformación axial, si se desea ampliar el rango de deformaciones a cubrir por la expresión, se pierde aproximación, encontrándose que un 4% es el límite aceptable para la arena estudiada. Las figs. 5.2.1 a 5.2.3, corresponden a las aplicaciones de la función hiperbólica. La comparación de las gráficas anteriores con las experimentales 2.1 a 2.3, establece que la función hiperbólica, se aproxima mejor a los estados de arena suelta y media, presentando dificultades para aproximarse al estado de compacidad más compacto; asimismo, la pérdida de aproximación coincide con los intervalos, en donde se produce el fenómeno de dilatancia del material.

En base a las comparaciones analíticas y experimentales para los estados $e = 0.97$ y $e = 0.84$, la función generada analíticamente, posee una buena aproximación hasta deformaciones axiales del 8 al 10%.

Continuando, las figs. 5.3.1 a 5.3.3, presentan las curvas analíticas obtenidas con base a funciones polinomiales de

grado 4, correspondientes a la tabla 4.4; a manera de procedimiento la tabla 5.1, resume los pasos operativos para un caso particular, en forma similar se obtienen las ocho curvas restantes, correspondientes a las experimentales de las figs. 2.1 a 2.3. Al comparar los resultados por superposición de curvas unas sobre otras, se observa que estas funciones, son las que brindan la mejor estimación de las curvas experimentales. Existe solamente un caso en donde no se cumple, éste es el correspondiente a la presión confinante $\sigma_3 = 1.5 \text{ Kg/cm}^2$ y $e = 0.71$, la razón se debe a que el espécimen para esta prueba, no se llevó a la falla, por lo tanto no se dispuso de la información necesaria, para ser incorporada en la deducción de la tabla 4.4. Obteniéndose para este caso una extrapolación de resultados.

5.2 Estimación a Casos no Experimentales.

El presente sub-capítulo muestra algunas gráficas obtenidas de la aproximación analítica, para estos casos no ensayados en el laboratorio, los resultados se comparan en forma cualitativa, por superposición e interpolación de los resultados experimentales. La fig. 5.4 resume la aplicación de la función polinomial para el estado correspondiente a $e = 0.97$. Las funciones son obtenidas en forma similar al procedimiento de la tabla 5.1. Las mismas se graficaron en incrementos de 0.5% de deformación axial, hasta deformaciones de aproximadamente 6%. Se tomaron incrementos de $\sigma_3 = 0.25 \text{ Kg/cm}^2$, pero puede evaluarse para cualquier valor de presión confinante. La comparación por superposición con

la fig. 2.1, muestra una adecuada estimación de las curvas intermedias a las experimentales. Para presiones σ_3 mayores de 1.5 Kg/cm^2 , límite superior de la presión ensayada en laboratorio, las curvas analíticas no son aceptables. Siguiendo la misma metodología, se pueden obtener las familias de curvas para $e = 0.84$ y $e = 0.71$. Se estudió además un segundo caso de estimación, para establecer el alcance del método de aproximación analítica, y a la vez plantear futuros caminos de investigación del presente trabajo. El caso consiste en generar la curva esfuerzo deformación, supuestamente de un espécimen, el cual se forma con una relación de vacíos, no considerada dentro de los ensayos realizados, y una presión confinante tampoco considerada en el programa experimental. La función utilizada en el presente análisis es la polinomial, evaluada para $e_0 = 0.91$ y $\sigma_3 = 0.75 \text{ Kg/cm}^2$, la fig. 5.5 muestra la estimación, la cual es aceptable para aproximadamente un 2% de deformación axial. Esta curva teórica se comprobó en este caso, realizando una prueba triaxial CD en las mismas condiciones de ensayo, que las de las figs. 2.1 a 2.3. Solamente que la probeta se formó y ensayó con $e_0 = 0.91$ y $\sigma_3 = 0.75 \text{ Kg/cm}^2$, el resultado de esta prueba se observa en la fig. 5.6. De esta manera el segundo caso presenta, el mayor grado de generalización de estudio a que se llevó el trabajo realizado.

En este segundo caso debe destacarse, que se puede obtener una mayor aproximación, si el programa experimental de pruebas en el laboratorio, se realiza con una sola probeta sin llevarla a la falla. Controlando así más variables que in -

fluyen en el comportamiento, principalmente las relacionadas con la formación de especímenes. Para cada estado de compacidad se requiere una probeta, la cual se somete a diferentes presiones laterales sin fallarla. De esta manera se deduce una tabla similar a la tabla 4.4, para aplicar la estimación analítica por medio de la función polinomial.

5.3 Evaluación de la Aproximación Analítica.

Existen algunos criterios, para definir y determinar el error en la evaluación analítica de una función dada. Uno de ellos se presenta en la fig. 5.7, Ralston (31), Luthe (38), dados los valores experimentales en forma discreta, y considerando la función analítica de aproximación, se puede en cada punto experimental evaluar la función, y obtener la diferencia entre el valor calculado y el experimental. Expresando la diferencia en términos porcentuales con respecto al valor experimental, se calcula el error en la aproximación para cada punto. Se puede a la vez en forma global, definir un coeficiente medio de aproximación, para la función evaluada en todos los puntos. Siendo ésta la forma más simple de cuantificar la aproximación analítica. La determinación y aplicación del coeficiente medio de aproximación, dependerá de cada caso particular. Para establecer comparación entre las funciones de aproximación, será necesario aplicarlo para un mismo rango de deformaciones, en el cual se desee conocer que expresión analítica, brinda la mejor estimación a los datos experimentales. La tabla 5.2, muestra los valores del coeficiente medio de aproximación, para los

casos de las figs. 5.1 y 5.2 a 5.2.3, de las funciones de potencia e hiperbólica respectivamente, comparables con las 2.1 a 2.3 experimentales. En la tabla 5.2 se puede observar que los valores más altos de \overline{CA} , corresponden a los estados más densos, en donde las funciones mostraron una menor aproximación a las curvas experimentales; observando las figs. 2.1 a 2.3, se tiene que el rango de 4% de deformación axial, coincide con el rango en que se presenta el efecto de dilatación del material. Los valores menores de \overline{CA} , se asocian a una mejor aproximación analítica. En la misma tabla se puede observar, la magnitud de los valores correspondientes para la función polinomial, encontrándose para este caso particular, la mejor aproximación obtenida. Evaluando el \overline{CA} promedio para cada grupo, y a la vez para las ocho curvas estimadas nuevamente en forma generalizada, la función polinomial obtiene el \overline{CA} menor. Realizando una estimación comparativa, se establece en base a los resultados de la tabla 5.2, que la función polinomial logra una mejor aproximación a las curvas experimentales, del orden de 1.7 veces mejor que la función de potencia, y de 3.4 veces mejor que la función hiperbólica. Los resultados comparativos, se evalúan para el rango de deformación de 0.5 a 4% deformación axial.

5.4 Aplicación de Expresiones Analíticas.

Se comenta a continuación en forma general, algunas aplicaciones de las expresiones analíticas. Para ello se ha seleccionado la estimación de asentamientos en arenas. No se pretende desarrollar un nuevo método para el cálculo de a -

sentamientos, sino indicar algunas maneras de incorporar las expresiones mostradas en capítulos anteriores al problema señalado.

La estimación del asentamiento en un estrato de arena, debido a una carga aplicada en la superficie, se dificulta debido a que el módulo secante de esfuerzos depende del estado de esfuerzos. Este módulo se incluye, en la mayoría de los métodos existentes para la estimación de asentamientos. En términos generales, no se dispone de expresiones simples ó ecuaciones directas, que permitan calcular asentamientos en arenas. Además, en la práctica es difícil ó imposible obtener, muestras inalterables de suelos granulares. Normalmente se realizan estimaciones indirectas de la densidad "in situ", para formar en el laboratorio especímenes con compacidad relativa, aproximadamente similares a las de campo. Esto no garantiza, que las relaciones esfuerzo deformación obtenidas en el laboratorio, sean idénticas a las de campo. Los factores que influyen son múltiples, y podemos señalar como los principales, la perturbación y modificación estructural, el arreglo de granos, el historial de esfuerzos en el suelo y efectos de muestreo. De tal manera que es beneficioso disponer de una metodología, que permita estimar el comportamiento y evaluación de los parámetros de diseño, para la gran cantidad de posibilidades de compacidad relativas, y estados de confinamiento en el depósito de arena.

La mayoría de los métodos existentes, recurren a relaciones

empíricas ó semi-empíricas, basadas en observaciones y correlaciones de pruebas de campo. D'Appolonia (35), Terzaghi - Peck (39), Bjerrum and Eggestad (40), Meyerhof (42), Schmertmann (43) y otros. Las expresiones desarrolladas incluyen principalmente al módulo secante de esfuerzos.

Un primer enfoque se puede establecer basado en el análisis de Schmertmann (43), y aplicaciones de elemento finito, de donde se deduce que la mayor contribución de los asentamientos en arenas, se producen hasta profundidades del orden de dos veces el ancho del área cargada. De tal manera que estableciendo algunas simplificaciones, es factible manejar un módulo secante promedio, evaluado para las condiciones iniciales antes de la aplicación de la carga, y para las finales después de cargar al suelo. La fig. 5.8 muestra las condiciones iniciales y finales, los esfuerzos iniciales verticales vienen dados por $\sigma_{z0} = YB$, siendo Y el peso volumétrico unitario del suelo, y B el ancho del área cargada, los horizontales iniciales por $\sigma_{ho} = K_o \sigma_{z0}$, donde K_o coeficientes de tierra en reposo para la arena aproximadamente 0.5. Las condiciones finales considerando el incremento de la carga, se pueden evaluar mediante la teoría de Fröhlich, los incrementos de esfuerzo se suman a los iniciales verticales y horizontales; obteniendo así un nuevo estado de esfuerzos, del cual se estima el módulo secante. Ambos valores de los módulos son evaluados en el laboratorio, diseñándose las pruebas para estas condiciones; obteniendo finalmente el módulo secante promedio, el cual incluye los efectos del cambio de relación de vacíos y la distorsión.

El proceso permite la aplicación de carga en forma incremental, generando curvas esfuerzo deformación para cada estado de esfuerzos.

Un procedimiento alternativo se puede realizar en base a lo desarrollado en los capítulos 3 y 4, en donde se obtuvo las expresiones analíticas para el módulo secante de esfuerzos.

$$MS = f (\sigma_3, e)$$

Utilizando una función de potencia para relacionar la presión confinante se tiene:

$$MS = a_0 \sigma_3^{a_1} \quad \sigma_3 = \sigma_c \quad (4.1)$$

La presión confinante se puede expresar mediante:

$$\sigma_c = \frac{1}{3} (1 + 2K_0) \sigma_z$$

Y para las condiciones iniciales antes de colocar la carga se tiene:

$$\sigma_{c0} = \frac{1}{3} (1 + 2K_0) \sigma_{z0} \quad (5.1)$$

y después de cargar

$$\sigma_{c1} = \frac{1}{3} (1 + 2K_0) (\sigma_{z0} + \Delta\sigma_z) \quad (5.2)$$

El módulo secante de esfuerzos promedio, se obtiene al pasar de σ_{co} a σ_{c1} . La fig. 5.9 muestra la variación del módulo secante con la presión confinante. Realizando la integración de σ_{co} a σ_{c1} , se obtiene el valor promedio del módulo para ser incorporado al análisis de asentamientos.

$$\overline{SM} = \frac{a_o}{a_1 + 1} \left[\sigma_{c1}^{a_1+1} - \sigma_{co}^{a_1+1} \right] \quad (5.3)$$

En los depósitos de arena natural, se encuentran variaciones del peso volumétrico con la profundidad, de tal manera que las relaciones de vacíos varía en la masa, encontrándose zonas sueltas, compactas é intermedias. Al definir el módulo secante promedio, tales variaciones deben tomarse en cuenta. La tabla 3.2 muestra la importancia de la variación de MS, con la relación de vacíos. Ampliando el desarrollo de la sección 4.2, es posible definir e incluir la relación de vacíos a la expresión 4.1.

Siguiendo la misma metodología señalada en capítulos anteriores, se obtienen las expresiones analíticas mostradas en tabla 5.3, las cuales al ser evaluadas dan los resultados presentados en la tabla 4.1. De esta manera, se incorpora en la estimación del módulo secante promedio la relación de vacíos e .

En la mayoría de los casos, se puede definir un valor de relación de vacíos ponderado, que tome en cuenta las variaciones con la profundidad. El cual incluye las diferentes com-

pacidades relativas existentes en el depósito natural. Con este valor se estiman a_0 y a_1 presentados en la tabla 5.3. A continuación a manera del ejemplo, se tiene el depósito de Cancún Edo. Quintana Roo del sondeo SR-5, se presenta una variación de la compacidad relativa con la profundidad, el rango de la relación de vacíos oscila de 0.88 a 1.04 según las diferentes capas, que constituyen el estrato de aproximadamente 11 mts. de espesor.

Del análisis se selecciona una relación de vacíos ponderada 0.94, obtenida por integración de la función que establece la relación $e-f(z)$, para el depósito considerado en estudio. De las expresiones de la tabla 5.3, se calculan a_0 y a_1 dando como resultado:

$$MS = a_0 \sigma_3^{a_1}$$

$$MS = \frac{125}{1.44} \left[\sigma_{c1}^{1.44} - \sigma_{co}^{1.44} \right] \quad (5.3)$$

donde

σ_c y σ_1 se expresan según la condición de carga (5.1) y (5.2) respectivamente.

CAPITULO 6. CONCLUSIONES

Del programa experimental de pruebas realizadas, se observa que el comportamiento esfuerzo deformación y cambio volumétrico de la arena, es un fenómeno dependiente de un gran número de variables, y por consiguiente complejo. En una forma simple, se intenta estudiarlo y cuantificarlo mediante ensayos de laboratorio, principalmente por medio de la medición de deformaciones axiales y volumétricas. En realidad, otras variables como la estructura del suelo, granulometría, mineralogía y forma de granos, tienen un papel importante, siendo difícil lograr incorporarlas en forma cuantitativa al análisis del comportamiento. De tal manera que se señala su influencia de un modo general y cualitativo.

De las observaciones realizadas en el laboratorio, se destacan algunos factores del comportamiento esfuerzo deformación

de arenas, entre ellos tenemos: la presión confinante y la relación de vacíos.

Para el estado de compacidad baja correspondiente a $e = 0.97$, se observa que un aumento de la presión confinante produce:

- a) Un aumento en el módulo secante de esfuerzo.
- b) Un aumento en el esfuerzo desviador máximo.
- c) Un aumento en las deformaciones volumétricas negativas máximas.
- d) Un aumento de rigidez del material.

El comportamiento para este estado, según se observa en la fig. 2.1, se caracteriza por un aumento del esfuerzo desviador conforme aumenta la deformación axial, alcanzándose un valor límite de esfuerzo, y manteniéndose prácticamente constante para deformaciones mayores. La falla en las muestras, se manifestó con abultamiento lateral en forma de barril. Las deformaciones volumétricas tienden a disminuir en todos los casos. Sin embargo, manifestaron un aumento, lo que hace pensar que el material no estaba en su estado más suelto.

Para el estado de compacidad densa correspondiente a $e = 0.71$ se observa que un aumento de la presión confinante, produce similarmente al caso de compacidad baja, los efectos a, b, c y d. Destacándose además de la fig. 2.3, que el máximo esfuerzo desviador se asocia a deformaciones axiales pequeñas. El comportamiento en este estado, se caracteriza por un au-

mento del esfuerzo desviador conforme aumenta la deformación axial, hasta llegar a un valor máximo, el cual decrece al continuar aumentando la deformación. La falla observada es brusca, y se manifiesta con un plano de falla inclinado, no se observó el abultamiento lateral, ni la configuración de barril de las probetas sueltas. Las curvas de deformación volumétrica y deformación axial, mostraron una tendencia a disminuir de volumen al inicio de la prueba, y luego aumentaron considerablemente. La información obtenida para este estado de compacidad densa, no sobrepasó al 9% de deformación axial, debido a la velocidad de deformación.

Se observa con respecto a la relación de vacíos, que una disminución de e genera un aumento del ángulo de fricción.

Algunas de las consideraciones más importantes que han de tenerse en cuenta, para realizar una estimación analítica de una curva esfuerzo deformación, radican en que la evaluación y determinación de relaciones entre variables y parámetros experimentales, debe fundamentarse en concordancia entre el fenómeno experimental observado y la evaluación de los mismos. Las condiciones de frontera deberán ser representadas, por las aproximaciones analíticas que modelen el comportamiento esfuerzo deformación.

La validez de tales expresiones, estará limitada por el rango de esfuerzos en que se realice la aproximación.

Para el presente análisis, se pueden expresar los parámetros incluidos en los algoritmos matemáticos, en función de

la presión lateral confinante y la relación de vacíos. Debe destacarse que las expresiones analizadas y presentadas, muestran mayor grado de dificultad conforme se pretende alcanzar mayor generalidad, y al incluir más variables del fenómeno experimental.

De las aplicaciones de aproximaciones analíticas realizadas en los capítulos anteriores, se puede observar que los principales factores que se establecen en un análisis particular son:

- a) el nivel de deformación;
- b) rango de deformaciones;
- c) Incrementos de deformaciones en los cuales se desee realizar la aproximación.

En base a los factores señalados, se seleccionará inicialmente una u otra función.

La metodología presentada en este trabajo, se maneja a nivel de herramienta matemática y establece como punto fundamental, la realización de un programa experimental de pruebas triaxiales, el cual se diseñó de acuerdo a los intereses de estudio particulares de cada caso. La información básica son las curvas esfuerzo deformación previamente analizadas.

A continuación se mencionan algunas consideraciones y observaciones, obtenidas de la aplicación de las diferentes expresiones analíticas.

- a) La función lineal puede ser aplicada para pequeños incrementos de esfuerzo, y particularmente en la definición del módulo secante de esfuerzos. Esta función constituye la expresión más simple presentada en este trabajo.

- b) Las funciones de potencia é hiperbólica, pueden representar el comportamiento para rangos de deformación menores de la falla, pero no son recomendables para aproximarse a los estados de la arena compacta, presentando problemas en los rangos de deformación asociados a la dilatación del material.

- c) Las funciones polinomiales presentan una buena aproximación, incluyen además un intervalo de deformaciones mayores. Su rango de aplicación varía desde cero, hasta deformaciones correspondientes a la falla. Del trabajo realizado, se observa que una buena estimación se realiza con funciones polinomiales de grado 4. Este tipo de funciones permite una adecuada integración y derivación, asociándose a parámetros mecánicos. La aproximación a las curvas de deformación volumétricas y deformación axial es aceptable, fig. 3.8, ventaja que posee sobre otras funciones estudiadas.

La evaluación de parámetros para cada expresión, se puede realizar de la siguiente manera:

- a) Para la función hiperbólica, los parámetros a y b se evalúan incluyendo la presión confinante y la relación de v_a cíos, es posible con la misma metodología presentada, en

contrar algoritmos para tales parámetros. Sin embargo las expresiones se tornan más difíciles de manejar y operar, perdiendo el sentido práctico.

- b) En el caso de la función de potencia, es posible asignar significado físico a los parámetros a_0 y a_1 , asociándolos con expresiones de esfuerzo y deformación.
- c) Las funciones cuya expresión, corresponden a polinomios de grado 4 aproximadas hasta la falla, se pueden tender a generalizar al establecer dos niveles en la evaluación de sus parámetros. Un primer nivel lo constituyen expresiones analíticas, en función de la presión confinante; y luego un segundo nivel que incorpora la relación de va cíos a las expresiones. Se ha podido relacionar las va riables experimentales con las expresiones analíticas po linomiales, de tal forma que la función al ser evaluada, cubre todo el rango de interés ingenieril, incluyendo es tados intermedios entre el inicial y la falla. No todas las funciones presentadas cumplen con las observaciones mencionadas.

De las aplicaciones analíticas realizadas en el capítulo 5, se concluye que:

- 1) La mejor estimación analítica, se obtiene con el manejo de funciones polinomiales, deducidas de las técnicas de análisis numérico siguiendo el método de Newton, aplicado en este caso a la definición de funciones.

- 2) Estas expresiones polinomiales permiten a la vez, hacer estimaciones analíticas del comportamiento esfuerzo de - formación, bajo otras condiciones de ensayo diferentes de de las incluídas en el programa de laboratorio. Es decir, permiten estimar la curva esfuerzo deformación para otras relaciones de vacíos y presiones confinantes, diferentes de las ensayadas experimentalmente.

Como una aplicación particular de la metodología aplicada, ésta se puede incorporar al cálculo de estimación de asenta mientos en suelos granulares. La aplicación se canaliza principalmente, a través de la definición del módulo secante de esfuerzos, el cual se expresa como una función de potencia, en donde sus parámetros y variables se relacionan con la relación de vacíos y la presión confinante. De esta manera es posible considerar en el cálculo de asentamientos, las variaciones del módulo con el estado de esfuerzos, y las compacidades relativas del depósito de arena natural.

Es de esperar una mejor aproximación de las funciones analizadas, a las curvas esfuerzo deformación, si el programa de pruebas triaxiales se realiza, sin la necesidad de llevar los especímenes a la falla. De manera , que el número de va riables y factores que afectan la formación de especímenes, se reduce. En este sentido, se requieren solamente tres pro betas de ensayo.

CAPITULO 7. REFERENCIAS

1. ASTM (1977), "Annual Book of ASTM Standards Part 19", American Society for Testing and Materials
2. Kolbuszewski, J. (1948), "An Experimental Study of The Maximum and Minimum Porosities of Sands", Procc, Second ICSMFE, Vol 7
3. Mehdiratta, G, R and Triandafilidis, G (1973), "Minimum Densities of Granular Materials", Geotechnical Testing Journal, Vol 1, No. 1
4. Lee, A. and Seed (1967), "Drained Strength Characteristics of Sands", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, Vol 93, SM6, November
5. Lambe, Whitman (1969), "Soil Mechanics", John Wiley and Sons, New York
6. Herrera (1976), "Ecuaciones Constitutivas de los Suelos", Instituto de Ingeniería No. 370, Universidad Nacional Autónoma de México
7. Vesic and Clough (1968), "Behavior of Granular Materials Under High Stresses", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, SM3, May
8. Reséndiz (1970), "Las relaciones esfuerzo deformación de los Suelos: Una Revisión de Enfoques", Instituto de Ingeniería No. 247, Universidad Nacional Autónoma de México

9. Bishop and Henkel (1962), "The Measurement of Soil Properties in the Triaxial Test", Edward Arnold Pub. Ltd. London, 2a. Ed.
10. Lade, Duncan (1975), "Elastoplastic Stress Strain Theory for Cohesionless Soil", ASCE, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol 101, GT10
11. Prevost, Hoeg (1975), "Effective Stress-Strain Strength Model for Soils", ASCE, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol 101, GT3
12. Taylor (1948), "Fundamentals of Soil Mechanics", John Wiley and Sons, New York
13. Corotis, Hassam (1974), "Nonlinear Stress-Strain Formulation for Soils", ASCE, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol 100, GT9
14. Kondner, Zelasko (1963), "A Hiperbolic Stress Strain Formulation for Sands", Segundo Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos y Cimentaciones, Brazil, Vol 1
15. Bishop (1966), "The Strenght of Soils as Engineering Materials", Sixth Rankine Lecture, Geotechnique, June
16. Duncan, Chang (1970), "Non-linear Analysis of Stress and Strain in Soils", ASCE, Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, Vol 96, SM5
17. Singh, Mitchell (1968), "General Stress-Strain-Time Function for Soils", ASCE, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, Vol 94, SM1
18. Chen (1948), "An Investigation of Stress-Strain and Strength Characteristic of Cohesionless Soils by Triaxial Compression Tests", Proc 2nd Interntl. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Vol 5
19. Khosla-Wu (1976), "Stress-Strain Behavior of Sand", ASCE, Journal of the Goetchnical Engineering Division, Vol 102, GT4, April
20. Wood, Daniel (1975), "Fitting Equations to Data", John Wiley and Sons, New York
21. Bladi, Rohani (1979), "Elastic-Plastic Model for Saturated Sand", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol 105, GT4
22. Handscomb (1966), "Methods of Numercial Approximation" Pergamon Press Ltd. London

23. Richard, Abbott (1975), "Versatile Elastic-Plastic Stress-Strain Formula", ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol 101, August
24. Kelly (1967), "Handbook of Numerical Methods and Applications", Addison-Wesley
25. Flanders, Price (1973), "Elementary Functions and Analytic Geometry", Academic Press, Publishers
26. W.T. Marcuson III (1978), "Determination of In Situ Density of Sands", Dynamic Geotechnical Testing ASTM STP 654. American Society for Testing and Materials
27. Zeevaert, L (1973), "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Van Nostrand Reinhold, Co.
28. Desai, Christian (1977), "Numerical Methods in Geotechnical Engineering", McGraw-Hill, Inc
29. Sowers (1979), "Introductory Soil Mechanics and Foundations: Geotechnical Engineering", Fourth Ed Macmillan Publishing Co., Inc.
30. Desai, Wu (1976) "A General Function for Stress-Strain Curves", Proc 2nd Int Conf Numer, Methods Geomech, Blacksburg, Va, June
31. Ralston (1965), "A First Course in Numerical Analysis", McGraw-Hill, Inc.
32. Hamming (1973), "Numerical Methods for Scientists and Engineers", 2nd Ed. McGraw-Hill, Kogakusha
33. Vagneron, Lade, Lee (1976), "Evaluation of three Stress-Strain Models for Soils", Proc 2nd Int Conf Numer Methods Geomech
34. Bajpai, Calus, Fairley (1977), "Numerical Methods for Engineers and Scientists", Taylor and Francis Ltd Great Britain
35. J.D. Appolonia, Elio D'Appolonia, Brissette (1968), "Settlement of Spread Footings on Sand", Journal of the Soil Mechanis and Foundations Division, Vol 94, SM3, May
36. Hornbeck (1975), "Numerical Methods", Quantum Publishers, Inc
37. Schultze, E and Menzenbach, E (1961), "Standard Penetration Test and Compressibility of Soil", Proc 5th Int Conf on Soil Mech and Found Eng., Paris, Vol 1
38. Luthe, Olivera, Schutz (1978), "Métodos Numéricos", Ed Limusa, México

39. Terzaghi, Peck (1948), "Soil Mechanics in Engineering Practice", First Ed, Wiley, New York
40. Bjerrum, Eggestad (1963), "Interpretation of Loading Tests on Sand", Europ Conf Soil Mechanic Found Eng., Vol 1, Wiesbaden
41. Leonard, G.A. (1962), "Foundation Engineering", McGraw-Hill, Inc
42. Meyerhof, G.G. (1965), "Shallow Foundation", Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol 91, SM2
43. Schmertmann J.H. (1970), "Static cone to Compute Static Settlement Over Sand", ASCE, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, Vol 98, SM3
44. Harr, M.E. (1977), "Mechanics of Particulate Media", McGraw-Hill, Inc.
45. Juárez, B., Rico, R. (1977), "Mecánica de Suelos", Tomos I y II, 3ra. Ed, Editorial Limusa, México
46. Marcuson, W.F., Cooper, S., Bieganousky (1977), "Proceeding Ninth Int Conf on Soil Mechanics and Found Eng., Specialty Session No. 2, Soil Sampling, Tokyo, Japan
47. Tag, Gawad (1976), "Standard Penetration Resistance in Cohesionless Soils", Soils and Foundations, Vol 16, No. 4, Dec., Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Eng.

T A B L A 2.1

ANALISIS GRANULOMETRICO

TAMIZ No.	PORCIENTO EN PESO PASANDO
10	100
20	98 (conchas)
40	92 (conchas)
60	72
100	25
200	4

FORMA PARTICULAS	ANGULOSA
Densidad sólidos	2.64
Relación vacíos máxima	1.20
Relación vacíos mínima	0.70
Coefficiente uniformidad	2.10
Coefficiente curvatura	1.04

T A B L A 3.1

-FUNCION LINEAL-

APROXIMACION DE 1 A 3% DE DEFORMACION AXIAL

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = a_0 + a_1 (\epsilon\%)$$

$$e_0 = 0.97$$

σ_3 kg/cm²

a_0

a_1

0.5

0.73

0.27

1.0

0.90

0.77

1.5

1.32

0.93

$$e_0 = 0.84$$

σ_3

a_0

a_1

0.5

0.83

0.33

1.0

1.06

0.76

1.5

0.98

1.54

$$e_0 = 0.71$$

σ_3

a_0

a_1

0.5

-0.46

1.08

1.0

0.03

1.61

1.5

-1.32

2.41

T A B L A 3.2

MODULO SECANTE DE ESFUERZOS (MS)

	σ_3 kg/cm ²	MS kg/cm ²
e = 0.37	0.5	97
	1.0	146
	1.5	175
e = 0.34	0.5	109
	1.0	150
	1.5	179
e = 0.71	0.5	121
	1.0	221
	1.5	238 (estimado)
f(x) = a₀ + a₁ x		
($\sigma_1 - \sigma_3$) = MS (ε%) , a₀ = 0 , a₁ = MS		

T A B L A 3,3

FUNCION DE POTENCIA

APROXIMACION HASTA APROXIMADAMENTE 4% DE DEFORMACION AXIAL			
$(\sigma_1 - \sigma_3) = a_0 (\epsilon\%)^{a_1}$		$(\sigma_1 - \sigma_3), \epsilon\% > 0$	
e = 0.97			
σ_3 kg/cm ²	a_0	a_1	
0.5	0.97	0.34	
1.0	1.49	0.63	
1.5	1.95	0.65	
e ₀ = 0.94			
σ_3			
0.5	1.11	0.39	
1.0	1.58	0.64	
1.5	1.71	0.86	
e ₀ = 0.71			
σ_3			
0.5	1.10	0.84	
1.0	2.20	0.76	
1.5	2.04	1.08	

T A B L A 3.4

FUNCIÓN HIPERBOLICA

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{(\epsilon\%)}{b + a(\epsilon\%)}$$

$e_0 = 0.97$

σ_3 kg/cm ²	a	b
0.5	0.47	0.60
1.0	0.18	0.44
1.5	0.14	0.31

$e_0 = 0.84$

σ_3	a	b
0.5	0.38	0.55
1.0	0.17	0.38
1.5	0.13	0.21

$e_0 = 0.71$

σ_3	a	b
0.5	0.26	0.28
1.0	0.12	0.22
1.5	0.09	0.20

T A B L A 3.5

FUNCION POLINOMIAL

GRADO n = 4

$$(\sigma_1 - \sigma_3) \text{ kg/cm}^2 = a_1 (\epsilon\%) + a_2 (\epsilon\%)^2 + a_3 (\epsilon\%)^3 + a_4 (\epsilon\%)^4$$

$e_0 = 0.97$

σ_3	a_1	a_2	a_3	a_4
0.5	1.30000E00	-4.44010E-01	7.20215E-02	-4.32332E-03
1.0	1.97292E00	-4.30729E-01	4.42708E-02	-1.69271E-03
1.5	2.35417E00	-4.22020E-01	3.61690E-02	-1.18052E-03

$e_0 = 0.84$

σ_3	a_1	a_2	a_3	a_4
0.5	1.26126E00	-3.27733E-01	4.13269E-02	-1.99200E-03
1.0	2.19737E00	-5.13389E-01	6.05044E-02	-2.81357E-03
1.5	2.48000E00	-3.90000E-01	3.04000E-02	-9.60000E-04

$e_0 = 0.71$

σ_3	a_1	a_2	a_3	a_4
0.50	1.20926E00	7.97897E-02	-8.43367E-02	9.90660E-03
1.0	2.97312E00	-5.78564E-01	5.81831E-02	-2.59875E-03

$\epsilon\%$: Aplicable para deformaciones hasta la falla

T A B L A 3.6

EXPRESIONES FUNCION POLINOMIAL FIG 3.8

$$(\sigma_1 - \sigma_3) \text{ kg/cm}^2 = a_1 (\epsilon\%) + a_2 (\epsilon\%)^2 + a_3 (\epsilon\%)^3 + a_4 (\epsilon\%)^4$$

$$(\epsilon_V\%) = b_1 + b_2 (\epsilon\%)^2 + b_3 (\epsilon\%)^3 + b_4 (\epsilon\%)^4$$

Aproximación para:

$$e_0 = 0.97 \quad , \quad \sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$$

donde

$$a_1 = 1.97292E00$$

$$b_1 = -8.70833E-01$$

$$a_2 = -4.30729E-01$$

$$b_2 = 2.68750E-01$$

$$a_3 = 4.42708E-02$$

$$b_3 = -3.22917E-02$$

$$a_4 = -1.69271E-03$$

$$b_4 = 1.56250E-03$$

T A B L A 4.1

MODULO SECANTE DE ESFUERZOS MS

$(MS) = a_0 (\sigma_3)^{a_1}$		
e_0	a_0	a_1
0.97	1.42558E+02	5.42795E-01
0.84	1.48709E+02	4.56363E-01
0.71	1.97105E+02	6.43033E-01 (estimado)

TABLA 4.1.2

CONDICIONES DE FRONTERA

<u>FUNCION DE POTENCIA</u>		$(\sigma_1 - \sigma_3) = a_0 (\epsilon\%)^{a_1}$	
Si	$\sigma_3 = 0 \longrightarrow$	$a_0, a_1 = 0 \longrightarrow$	$\epsilon\% > 0 \longrightarrow (\sigma_1 - \sigma_3) = 0$
	$\sigma_3 \neq 0 \longrightarrow$	$a_0, a_1 \neq 0 \longrightarrow$	$\epsilon\% > 0 \longrightarrow (\sigma_1 - \sigma_3) > 0$
<u>FUNCION HIPERBOLICA</u>		$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{(\epsilon\%)}{b + a (\epsilon\%)}$	
Si	$\sigma_3 = 0 \longrightarrow$	$a, b = \infty \longrightarrow$	$\epsilon\% = 0 \longrightarrow (\sigma_1 - \sigma_3) = 0$
			$\epsilon\% > 0 \longrightarrow (\sigma_1 - \sigma_3) \approx 0$
	$\sigma_3 \neq 0 \longrightarrow$	$a, b \neq 0 \longrightarrow$	$\epsilon\% = 0 \longrightarrow (\sigma_1 - \sigma_3) = 0$
			$\epsilon\% > 0 \longrightarrow (\sigma_1 - \sigma_3) > 0$

TABLA 4.2

EXPRESIONES DE a_i FUNCION DE σ_3

a_1	=	b_{11}	σ_3	+	b_{21}	σ_3^2	+	b_{31}	σ_3^3
a_2	=	b_{12}	σ_3	+	b_{22}	σ_3^2	+	b_{32}	σ_3^3
a_3	=	b_{13}	σ_3	+	b_{23}	σ_3^2	+	b_{33}	σ_3^3
a_4	=	b_{14}	σ_3	+	b_{24}	σ_3^2	+	b_{34}	σ_3^3
a_1	=	b_{11}	σ_3	+	b_{21}	σ_3^2	+	b_{31}	σ_3^3
e_0		b_{11}			b_{21}			b_{31}	
0.97		3.45069E00			-1.92498E00			4.47213E-01	
0.84		2.62878E00			6.36000E-03			-4.37773E-01	
0.71		1.86392E00			1.10920E00			0.00000E00	

TABLA 4.3

EXPRESIONES b_{ij} FUNCION DE e_o

$$a_1 = b_{11} \sigma_3 + b_{21} \sigma_3^2 + b_{31} \sigma_3^3$$

donde:

$$b_{11} = C_{111}^1 e_M + C_{211}^1 e_M^2 + C_{311}^1 e_M^3$$

$$b_{21} = C_{121}^1 e_M + C_{221}^1 e_M^2 + C_{321}^1 e_M^3$$

$$b_{31} = C_{131}^1 e_M + C_{231}^1 e_M^2 + C_{331}^1 e_M^3$$

$$e_m = (e_o - 0.58) , \quad e_o = \text{relaci3n de vacios del suelo}$$

C_{111}^1	C_{211}^1	C_{311}^1
2.15294E01	-6.67210E01	9.77037E01
C_{121}^1	C_{221}^1	C_{321}^1
2.05877E01	-1.06378E02	1.04957E02
C_{131}^1	C_{231}^1	C_{331}^1
6.19792E00	-6.50336E01	1.33556E02

en donde:

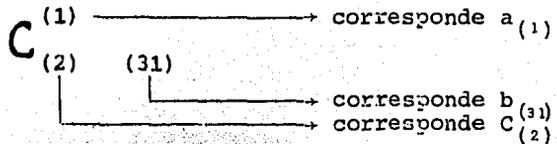


TABLA 4.4

CURVAS ESFUERZO DEFORMACION.
 VALOR DE COEFICIENTE C
 ARENA CANCUN, QUINTANA ROO

b_{11}	2.152 938 5E01	-6.672 100 6E01	8.770 368 7E01
b_{21}	2.058 769 2E01	-1.063 781 1E02	1.043 567 6E02
b_{31}	6.197 921 8E00	-6.503 855 0E01	1.335 556 1E02
b_{12}	2.439 569 6E01	-1.650 981 2E02	2.350 660 4E02
b_{22}	-2.878 012 1E01	1.581 063 3E02	-1.851 922 3E02
b_{32}	-4.147 757 2E00	4.456 548 2E01	-9.738 198 3E01
b_{13}	-9.298 875 1E00	5.920 361 7E01	-8.521 518 7E01
b_{23}	9.231 260 8E00	-5.296 901 2E01	6.773 304 5E01
b_{33}	8.257 000 0E-01	-8.992 149 9E00	2.031 239 6E01
b_{14}	8.745 097 6E-01	-5.505 395 3E00	3.001 871 5E00
b_{24}	-8.521 921 0E-01	5.011 633 1E00	-6.707 158 2E00
b_{34}	-5.416 596 7E-02	5.953 132 2E-01	-1.374 245 7E00

donde:

The diagram illustrates the relationship between the coefficient C and its components. A large C is shown on the left. An arrow points from $C (j)$ to $a (j)$. Another arrow points from $C (k), (ij)$ to $b (ij)$. A third arrow points from $C (k), (ij)$ to $C (k)$.

TABLA 4.5

RESUMEN DE LA FUNCION POLINOMIAL

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = a_1 (\epsilon\%) + a_2 (\epsilon\%)^2 + a_3 (\epsilon\%)^3 + a_4 (\epsilon\%)^4$$

donde:

a_1, a_2, \dots, a_j función de σ_3 presión confinante en kg/cm^2

$$a_j = b_{ij} (\sigma_3) + b_{i+1,j} (\sigma_3^2) + b_{i+2,j} (\sigma_3^3)$$

donde:

$b_{i,j}, \dots, b_{i+2,j}$ función de la relación de vacíos e_0

$$b_{ij} = C_{k,ij}^j e_m + C_{k+1,ij}^j (e_m^2) + C_{k+2,ij}^j (e_m^3)$$

donde:

$$e_m = (e_0 - 0.58)$$

$C_{k,ij}^j$ aparecen en tabla 4.4, asociados a cada b_{ij}

TABLA 5.1

RESUMEN DE PROCEDIMIENTO
 GENERACION DE LA FUNCION POLINOMIAL

DATOS:

$$e_0 = 0.97$$

$$\sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$$

Solución:

$$1. (\sigma_1 - \sigma_3) = a_1(\epsilon\%) + a_2(\epsilon\%)^2 + a_3(\epsilon\%)^3 + a_4(\epsilon\%)^4$$

$$2. a_1 = b_{11} \sigma_3 + b_{21} \sigma_3^2 + b_{31} \sigma_3^3$$

$$a_1 = b_{11} + b_{21} + b_{31}$$

$$b_{11} = C_{11}^1 (e_M) + C_{21}^1 (e_M)^2 + C_{31}^1 (e_M)^3$$

$$3. e_M = (e_0 - 0.58) = 0.39$$

4. De la tabla 4.4

$$b_{11} = 2.152 \ 940 \ 0E01(0.39) - 6.672 \ 210 \ 0E01(0.39)^2 + 8.770 \ 370 \ 0E01(0.39)^3$$

$$b_{11} = 3.450 \ 690 \ 1E00$$

sustituyendo los valores para b_{21} y b_{31} se tiene:

$$b_{21} = -1.924 \ 980 \ 6E00$$

$$b_{31} = 4.472 \ 112 \ 8E-01$$

de donde:

$$a_1 = 1.972 \ 320 \ 8E00$$

$$a_2 = -4.307 \ 238 \ 5E-01$$

en forma similar:

$$a_3 = 4.427 \ 073 \ 0E-02$$

$$a_4 = -1.692 \ 712 \ 0E-03$$

TABLA 5.2

COEFICIENTE MEDIO DE APROXIMACION \overline{CA}

Curvas esf-def para e_0	σ_3 en kg/cm ²	Potencia \overline{CA}	Hiperbólica \overline{CA}	Polinomial \overline{CA}
0.97	0.5	4.8	2.8	3.0
	1.0	6.3	1.5	1.9
	1.5	5.3	4.1	4.0
0.84	0.5	3.5	1.6	5.0
	1.0	6.2	3.8	2.1
	1.5	8.5	33.0	10.0
0.71	0.5	9.4	39.7	5.2
	1.0	7.9	9.1	1.4
	1.5	14.4	----	---
\overline{CA} generalizado 8 curvas:		6.8	13.4	4.0

\overline{CA} : Valor medio de aproximación en porcentaje.

Rango de deformaciones comparativo en todos los casos de 0.5 a 4% deformación axial.

TABLA 5.3

EXPRESIONES ANALITICAS PARA a_0 y a_1

$$MS = a_0 \sigma_3^{a_1}$$

$$a_0, a_1 \longrightarrow f(e)$$

$$a_0 = 3.198\ 237\ 1E03(e_m) - 1.577\ 653\ 8E04(e_m)^2 + 2.182\ 870\ 5E04(e_m)^3$$

$$a_1 = 1.095\ 952\ 1E01(e_m) - 5.711\ 576\ 9E01(e_m)^2 + 8.354\ 650\ 2E01(e_m)^3$$

donde:

$$e_m = (e - 0.53)$$

e = relación de vacíos

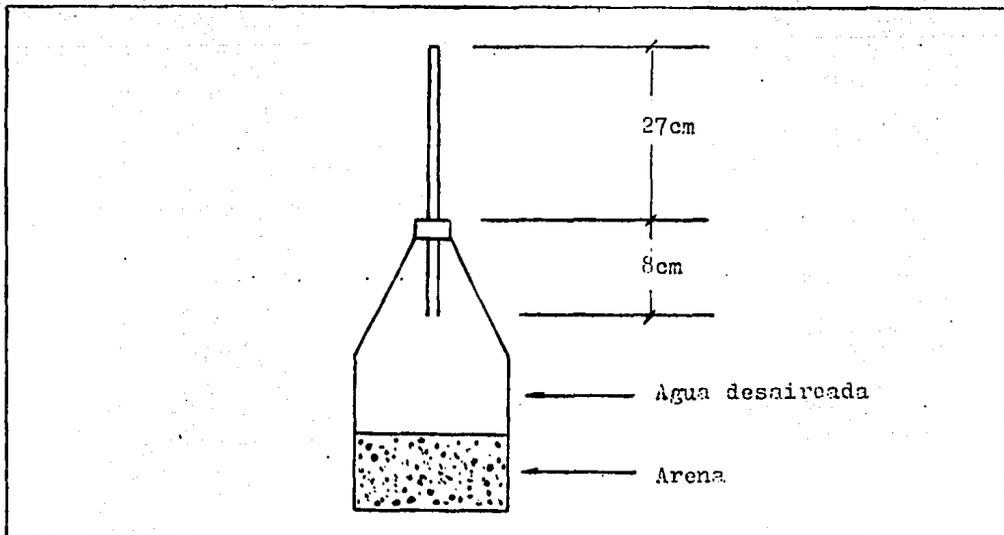


Fig 2A. Muestra saturada

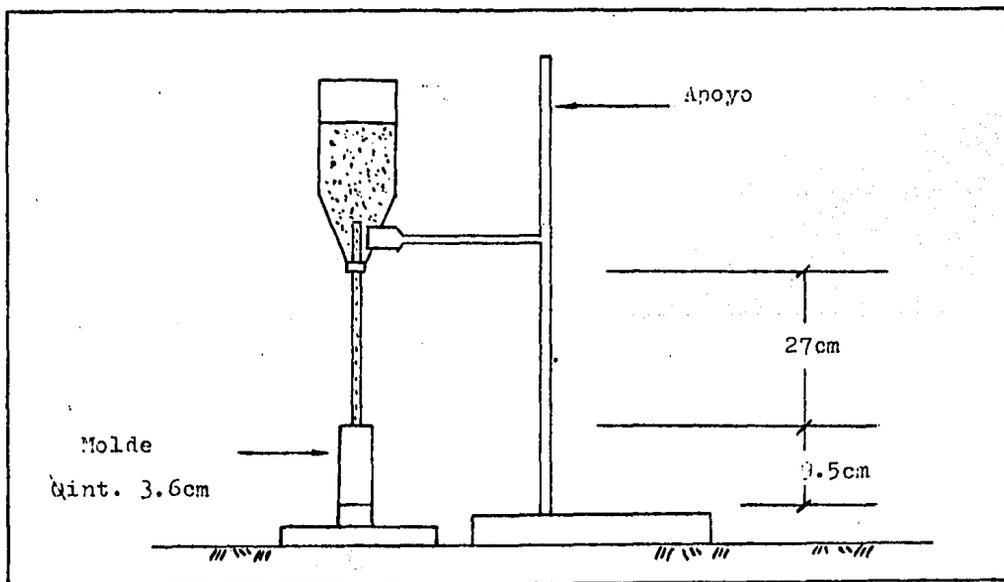


Fig 2B. Formación de muestras

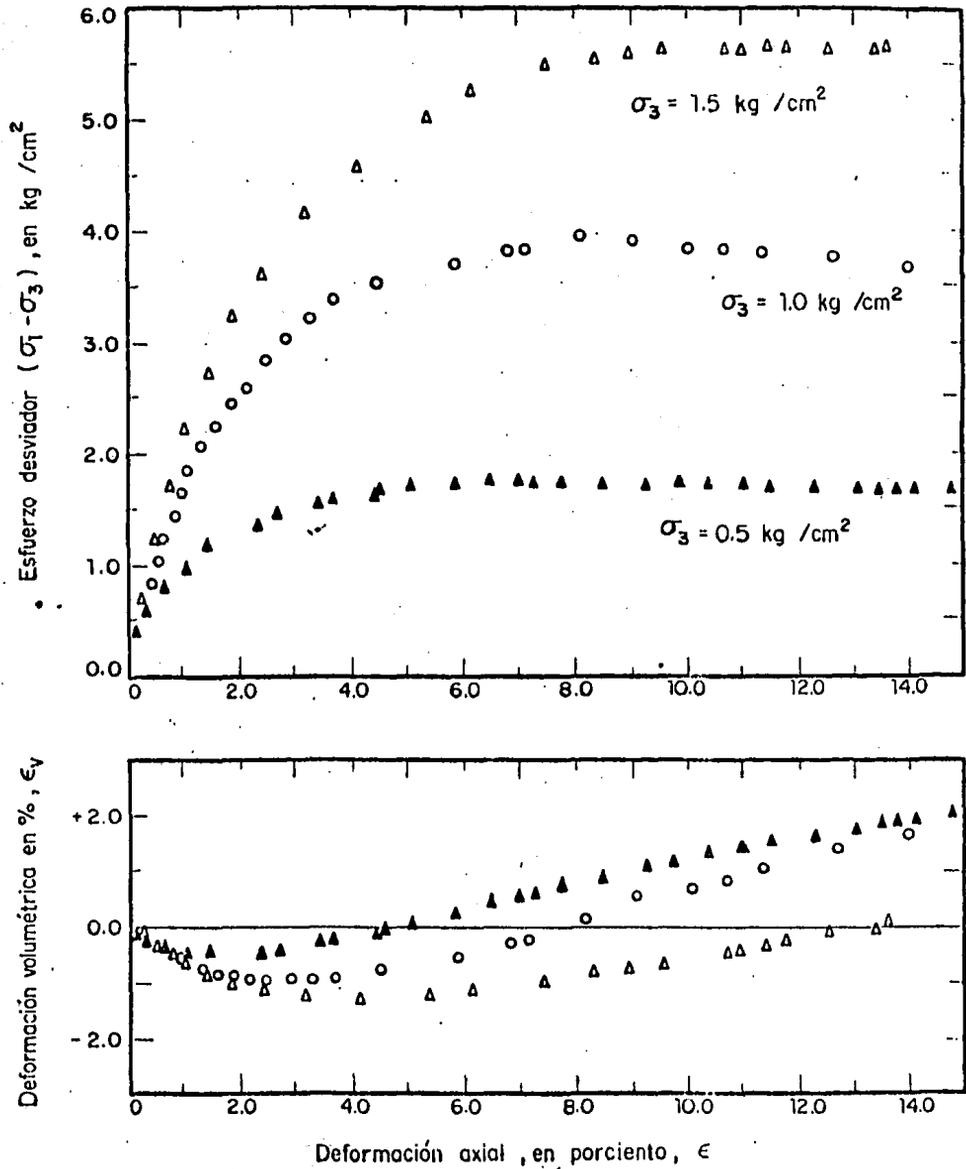
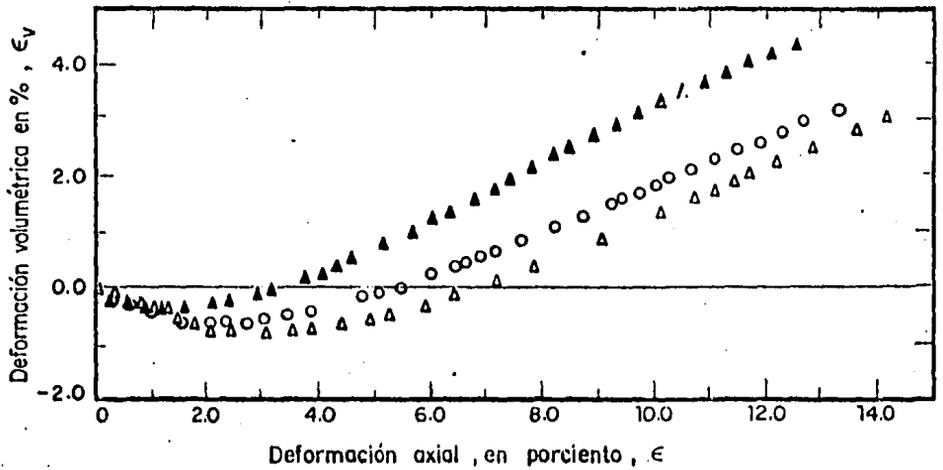
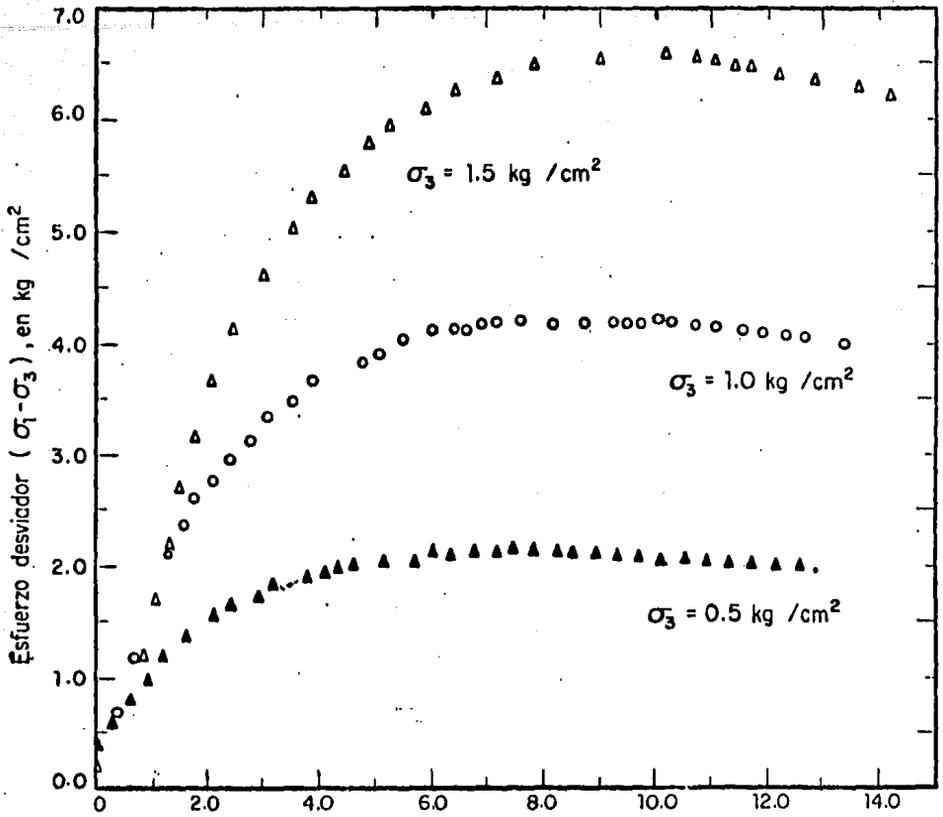


Fig 2.1 Curvas esfuerzo deformación , $e = 0.97$



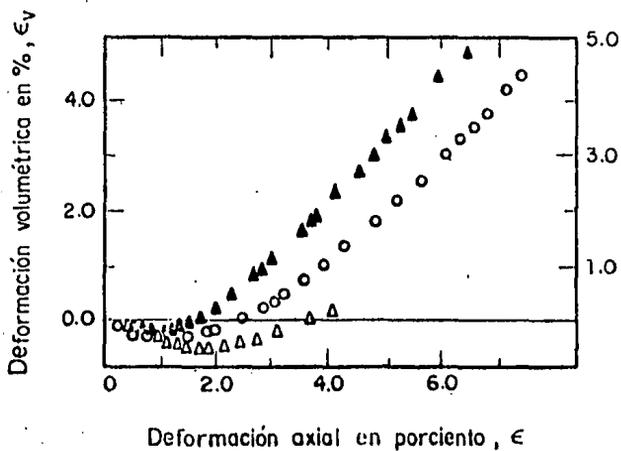
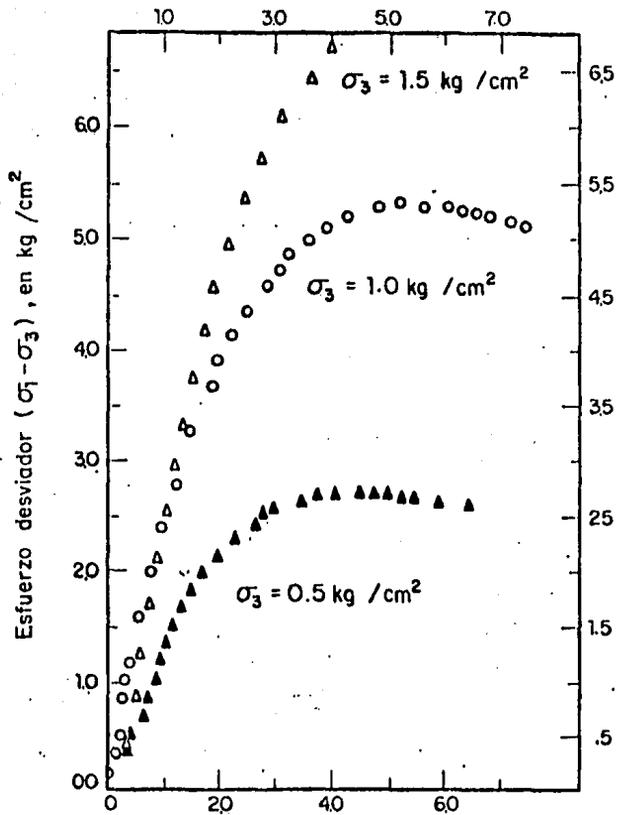


Fig 2.3 Curvas esfuerzo deformación, $e = 0.71$

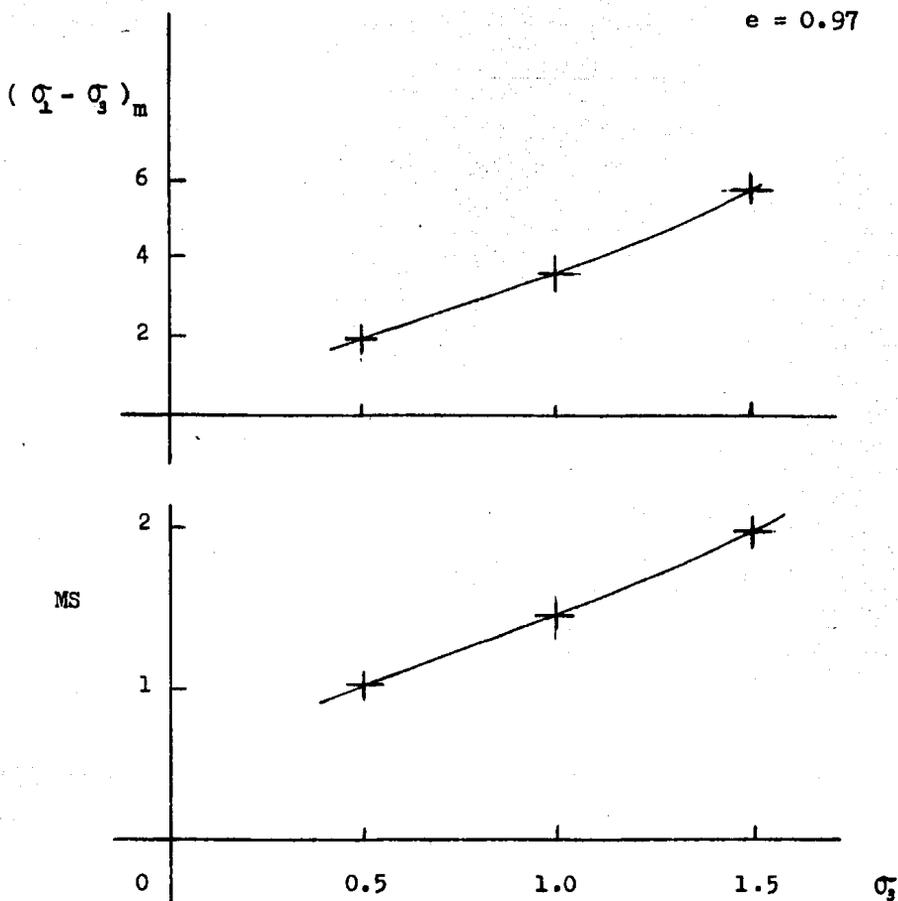


Fig 2.4A Relaciones entre : Esfuerzo desviador máximo $(\sigma_1 - \sigma_3)_m \text{ Kg/cm}^2$
 Módulo secante MS $\times 10^2 \text{ Kg/cm}^2$
 Esfuerzo confinante $\sigma_3 \text{ Kg/cm}^2$

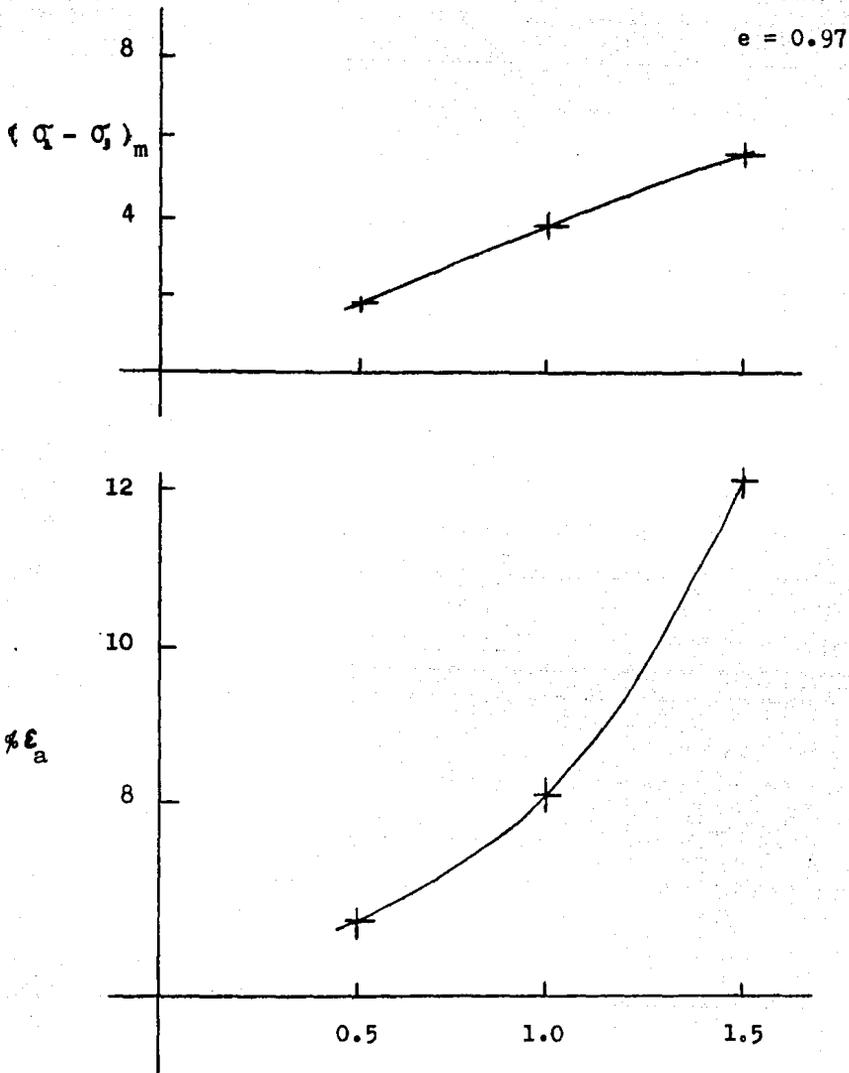


Fig 2.4B Relaciones entre : Esfuerzo desviador máximo $(\sigma_1 - \sigma_3)_m \text{ Kg/cm}^2$
 % Deformación axial para $(\sigma_1 - \sigma_3)_m \quad \% \epsilon_a$
 Esfuerzo confinante $\sigma_3 \text{ Kg/cm}^2$

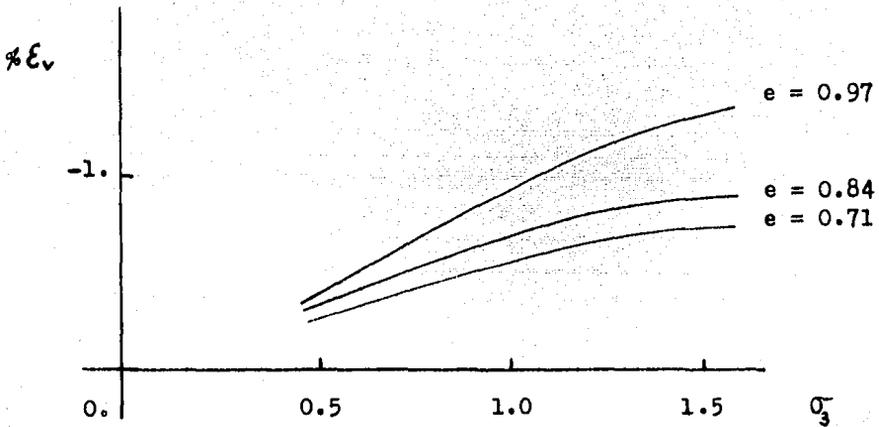


Fig 2.5 Relación entre :

$\%$ Deformación volumétrica máxima negativa ϵ_v
 Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm²

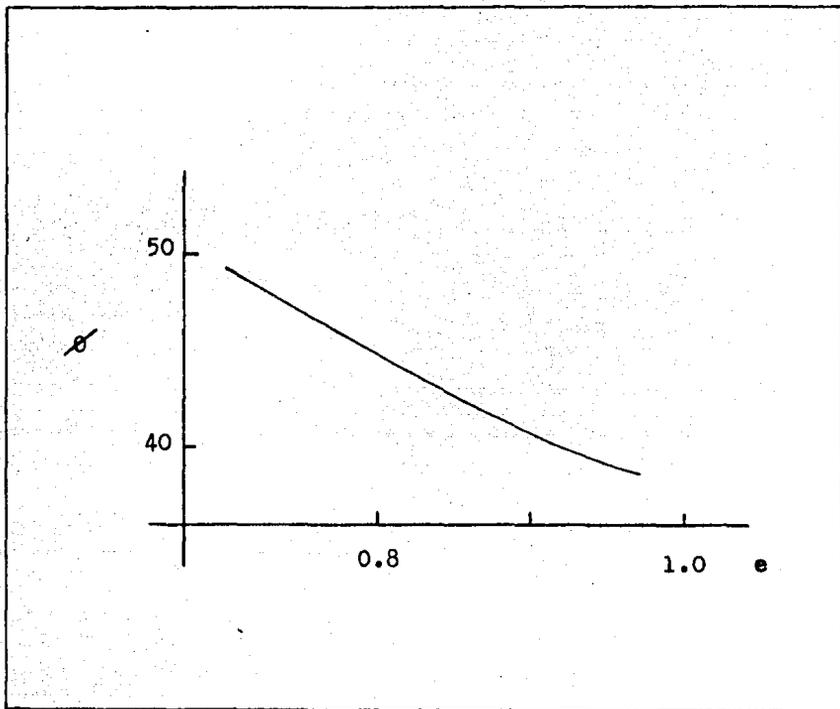


Fig 2.6 Relación de vacíos y ángulo de fricción interna
 Ángulo de fricción interna ϕ en grados
 Relación de vacíos e

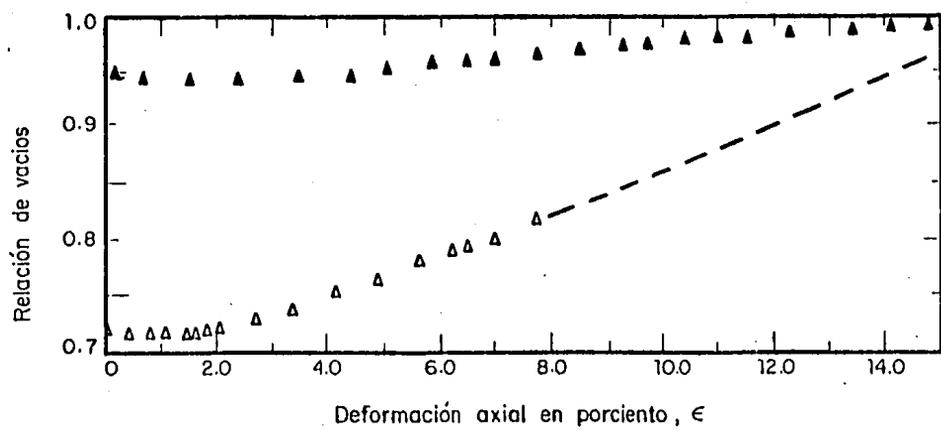
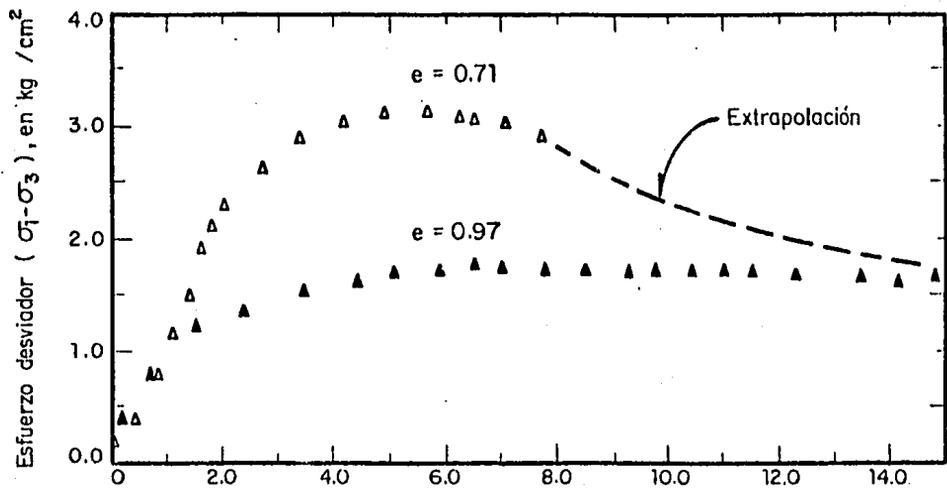


Fig 2.7 Curvas esfuerzo deformación, $\sigma_3 = 0.5 \text{ kg/cm}^2$

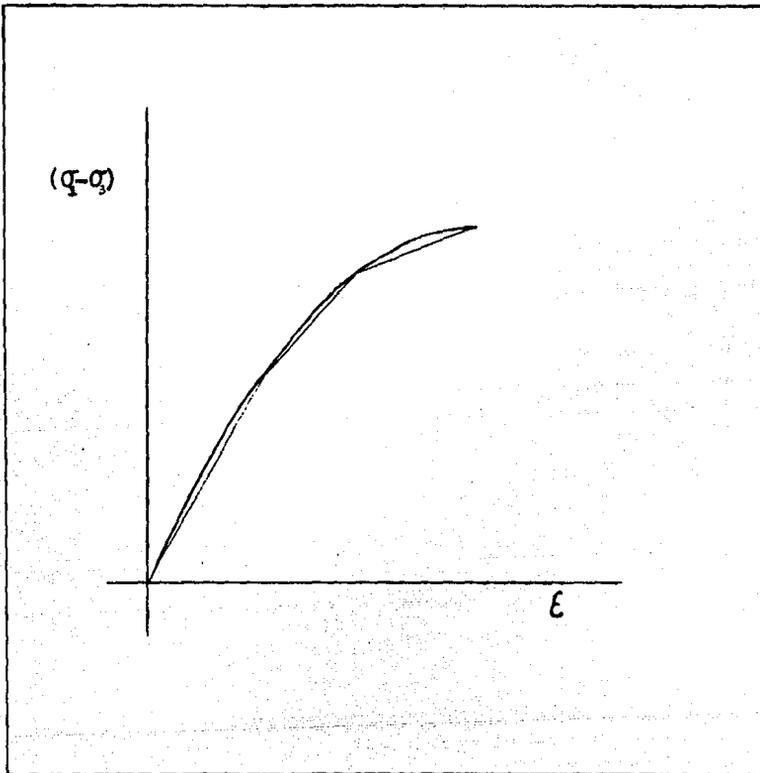


Fig 3.1 Modelo multilíneal
Esfuerzo desviador ($\tau - \tau_0$)
Deformación axial ϵ

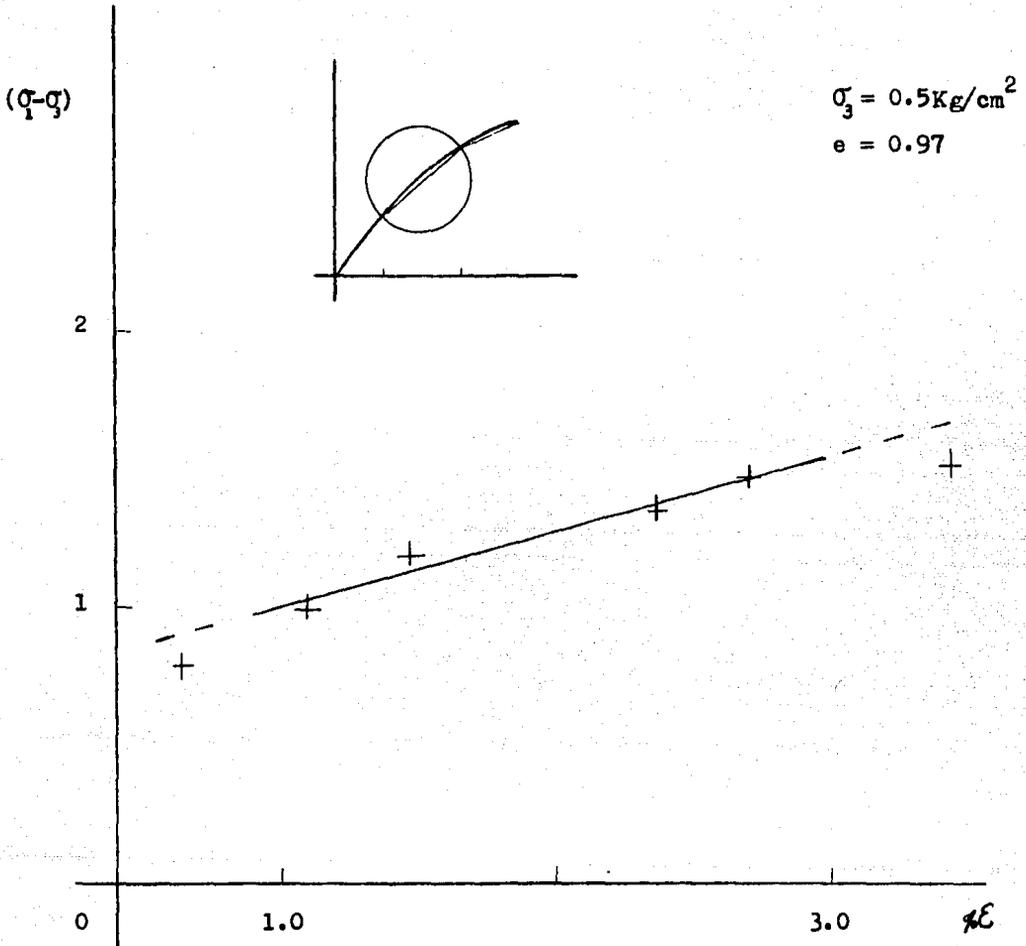


Fig 3.2 Estimación analítica lineal

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = 0.73 + 0.27 (\epsilon)$$

Esfuerzo desviador $(\sigma_1 - \sigma_3)$ Kg/cm^2

Deformación axial ϵ

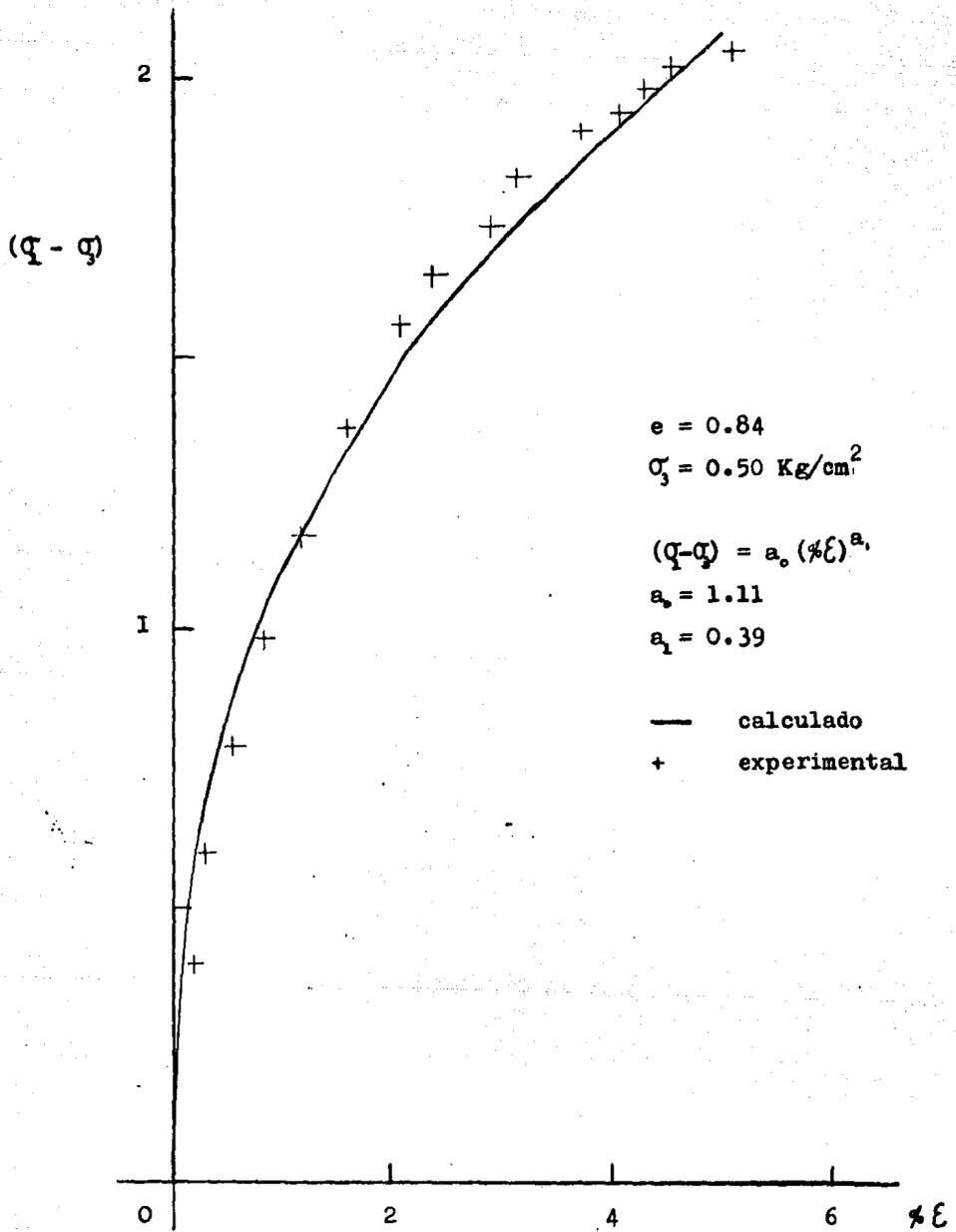


Fig 3.3 Estimación función de potencia

Esfuerzo desviador $(Q-Q_3) \text{ Kg/cm}^2$
 Deformación axial $\% \epsilon$

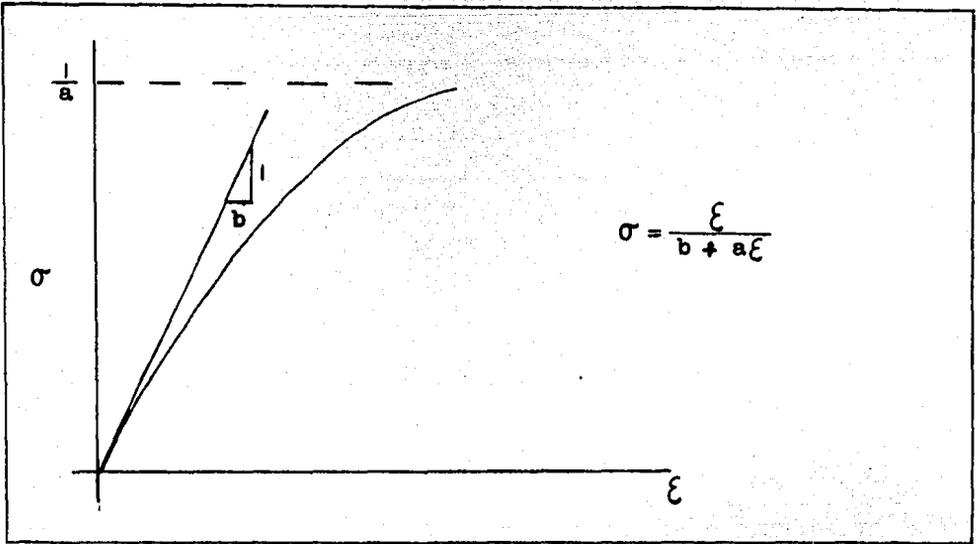


Fig 3.4A Función hiperbólica

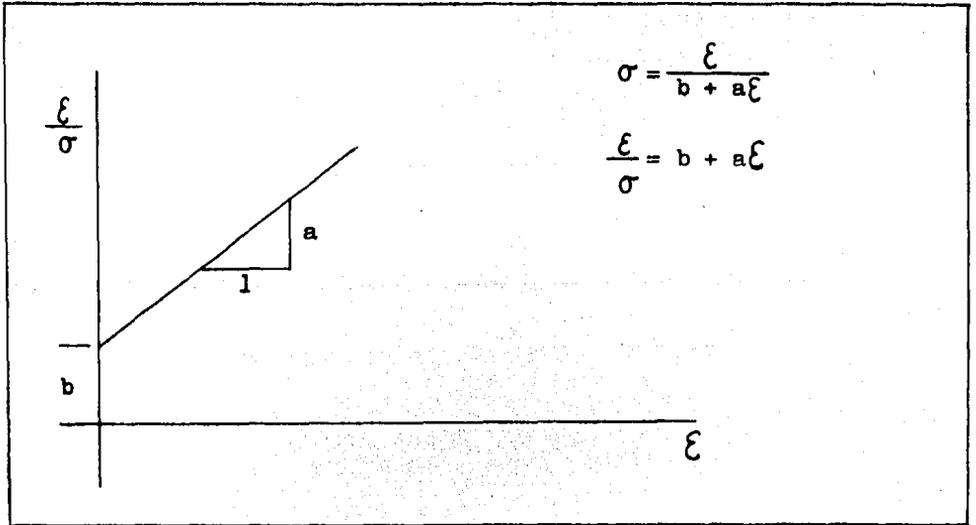


Fig 3.4B Función hiperbólica con ejes transformados

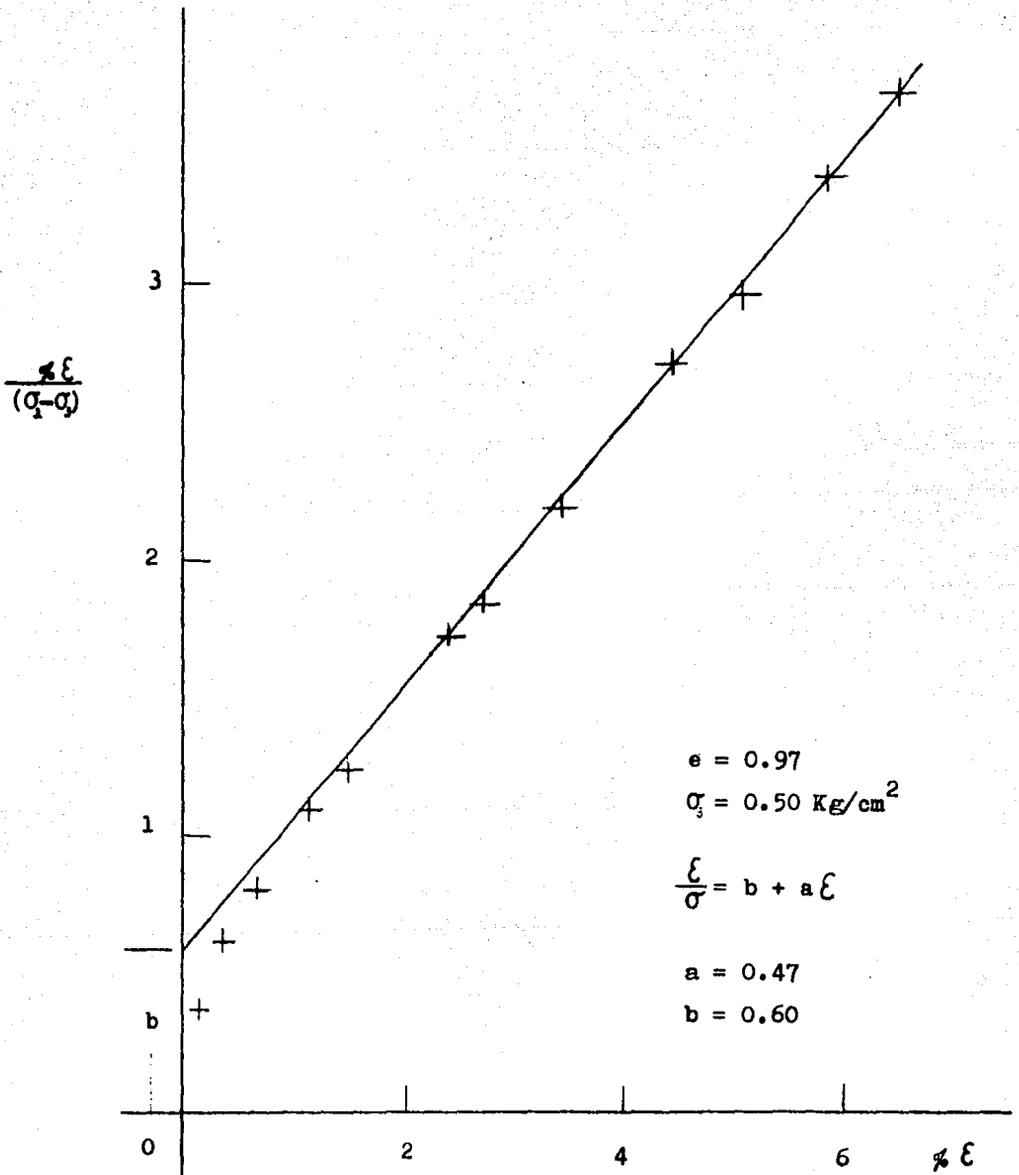


Fig 3.4C Función hiperbólica

Esfuerzo desviador $(\sigma_1 - \sigma_2)$ Kg/cm^2

Deformación axial $\% \epsilon$

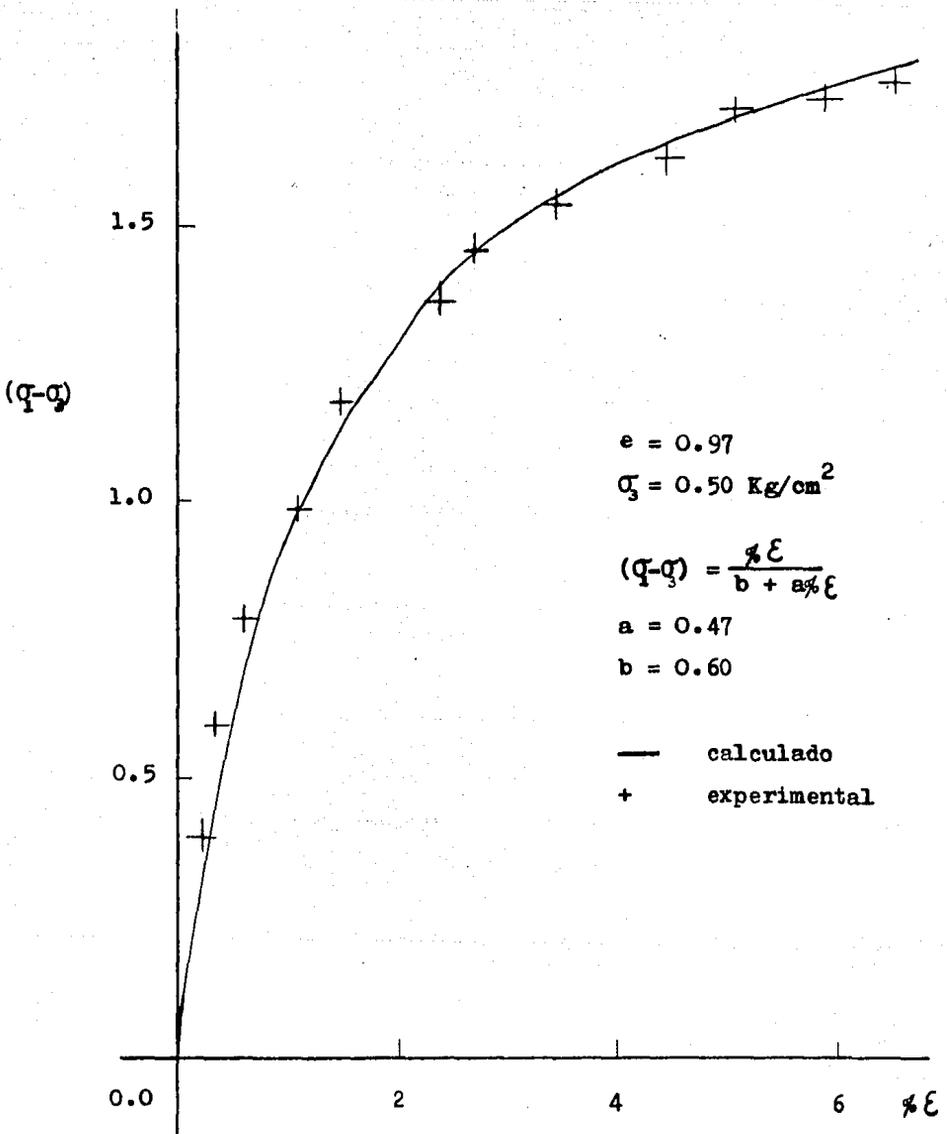


Fig 3.5 Función hiperbólica

Esfuerzo desviador $(\sigma_1 - \sigma_3) \text{ Kg/cm}^2$
 Deformación axial %ε

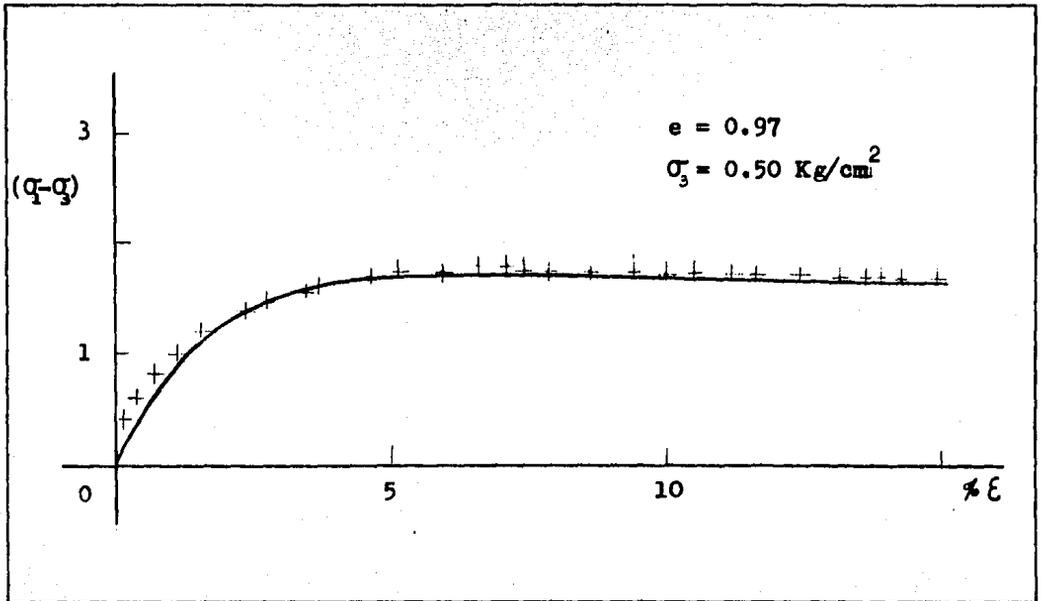


Fig 3.6 Función polinomial grado 5
 Esfuerzo desviador ($q - q_3$) Kg/cm^2
 Deformación axial % ϵ

— calculado
 + experimental

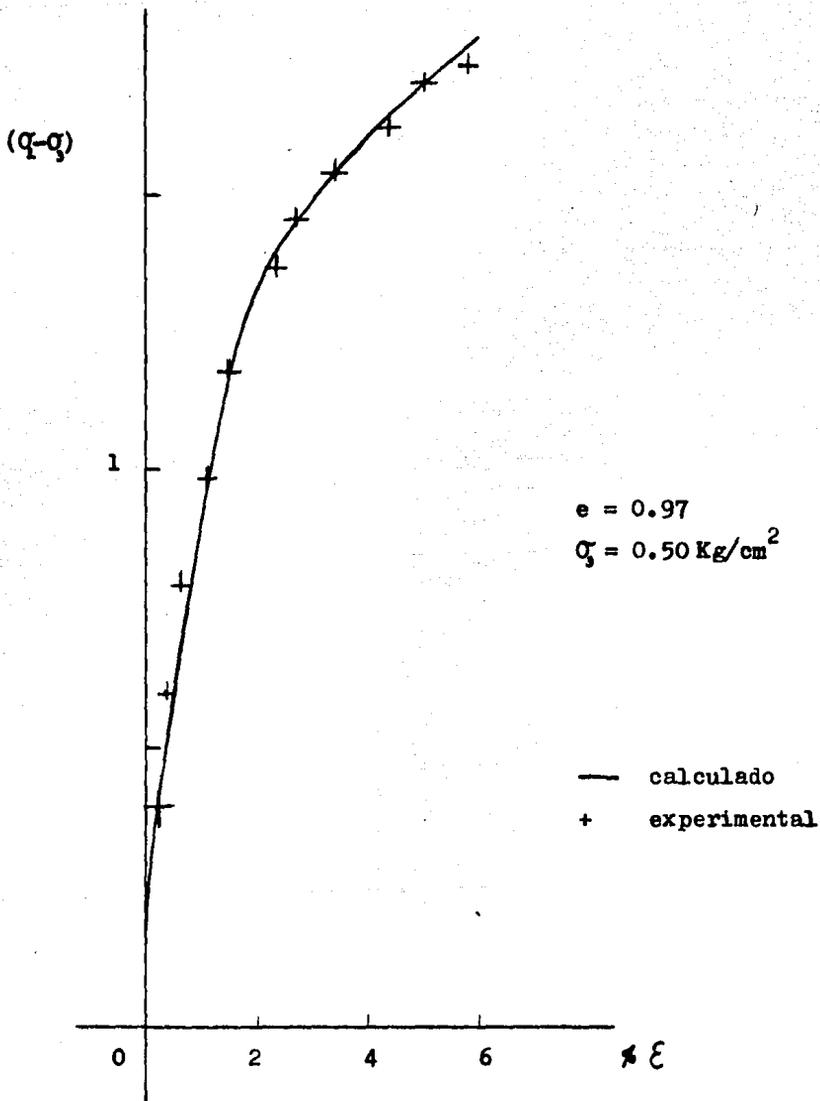


Fig 3.7 Función polinomial grado 4
 Esfuerzo desviador $(Q_1 - Q_2) \text{ Kg/cm}^2$
 Deformación axial ξ

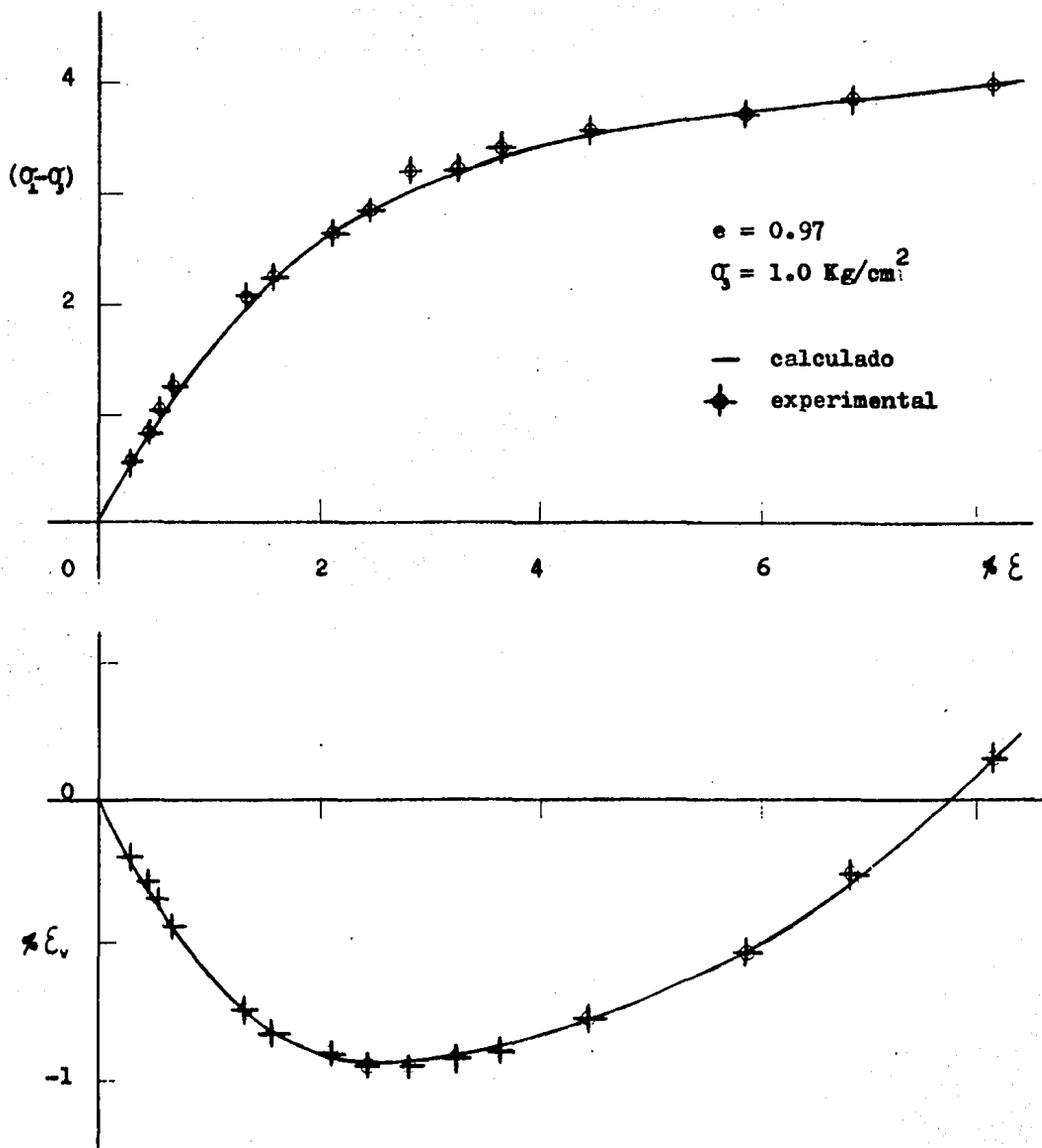


Fig 3.8 Función polinomial grado 4
 Esfuerzo desviador $(Q_1 - Q) \text{ Kg/cm}^2$
 Deformación axial $\% \xi$
 Deformación volumétrica $\% \xi_v$

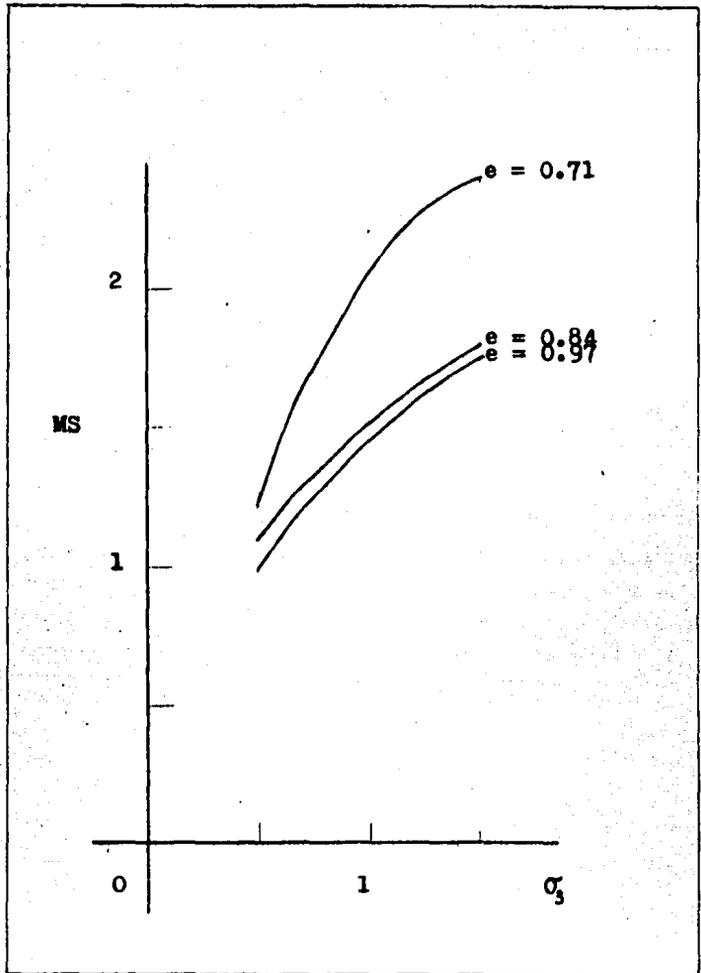


Fig 4.1 Relación entre MS y σ_3
 Módulo secante MS $\times 10^2$ Kg/cm²
 Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm²

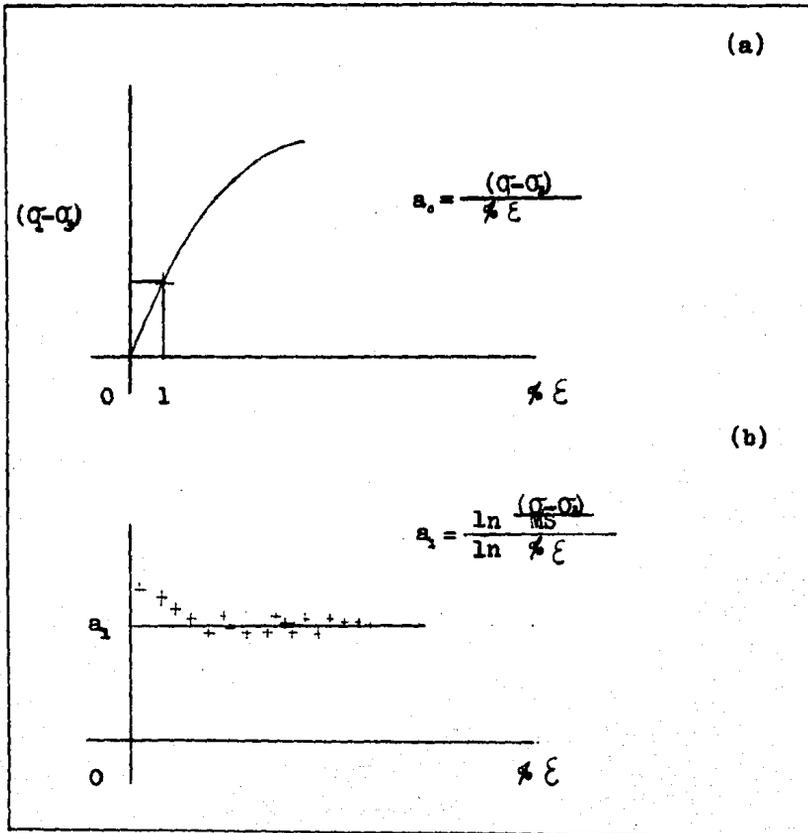
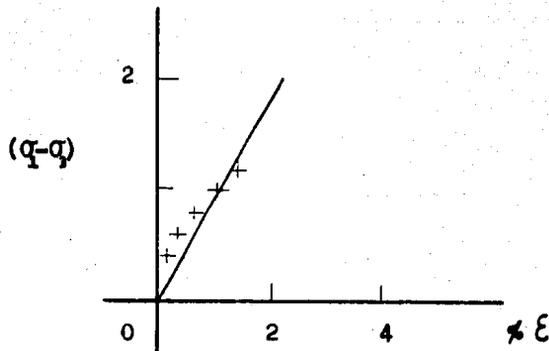


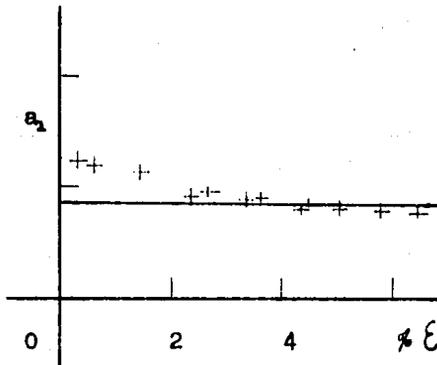
Fig 4.2 Función de potencia



$$e = 0.97$$

$$\sigma_y = 0.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$a_s = MS = 0.96$$



$$a_1 = 0.34$$

Fig 4.3 Función de potencia

Esfuerzo desviador $(Q_1 - Q_2)$ Kg/cm^2

Deformación axial ϵ

Módulo secante MS Kg/cm^2

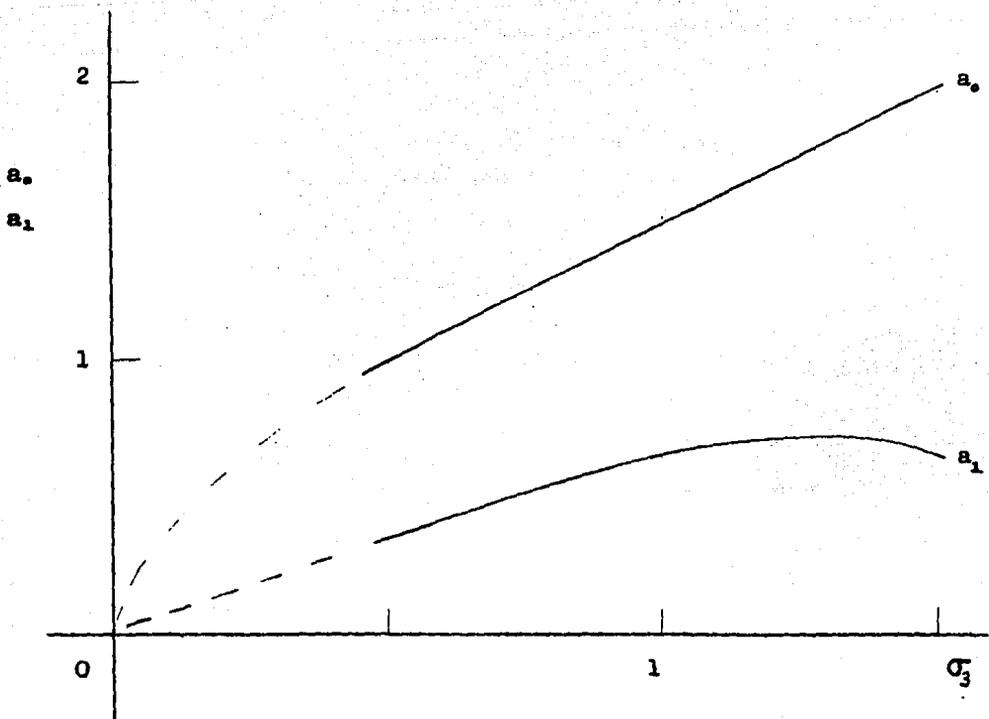


Fig 4.4 Función de potencia

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = a_o (\% \xi)^{a_1}$$

Valores para $e = 0.97$

Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm²

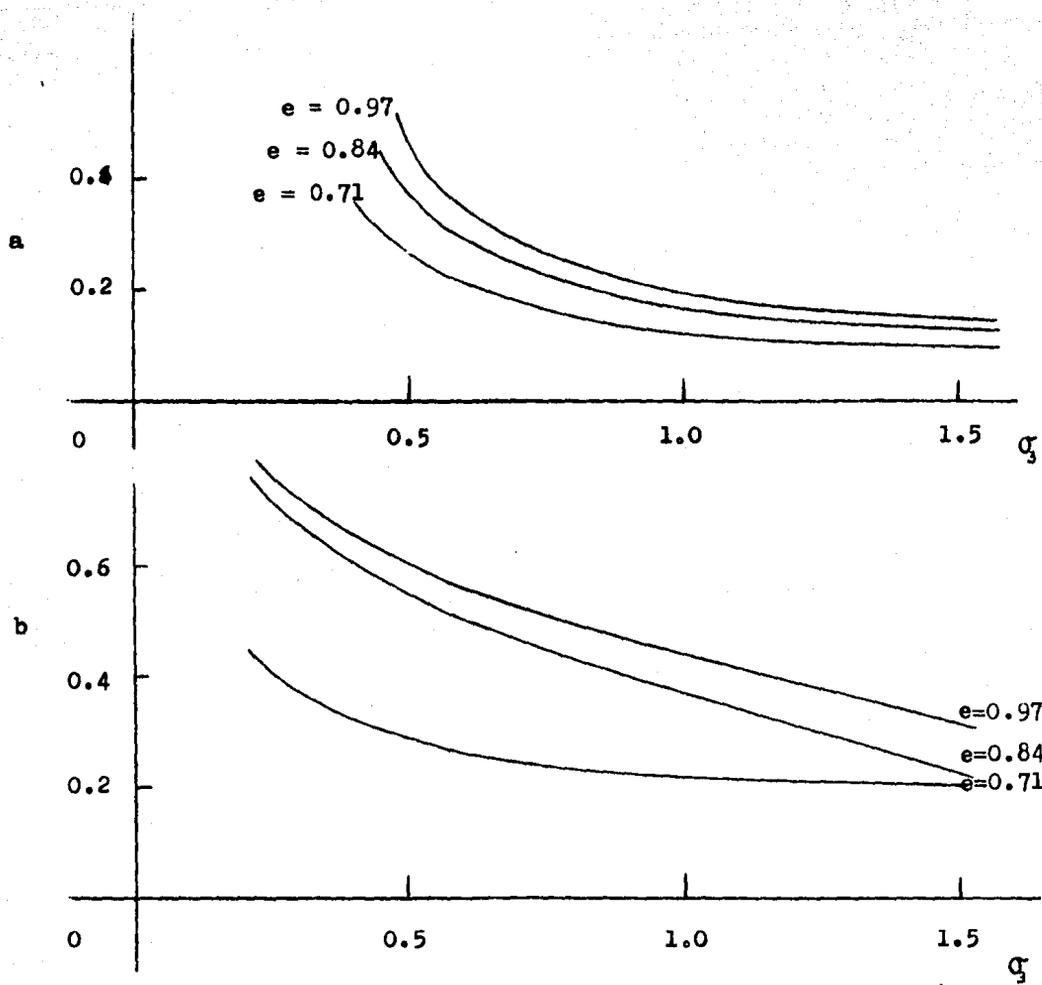


Fig 4.5 Función hiperbólica parámetros a y b
 Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm²

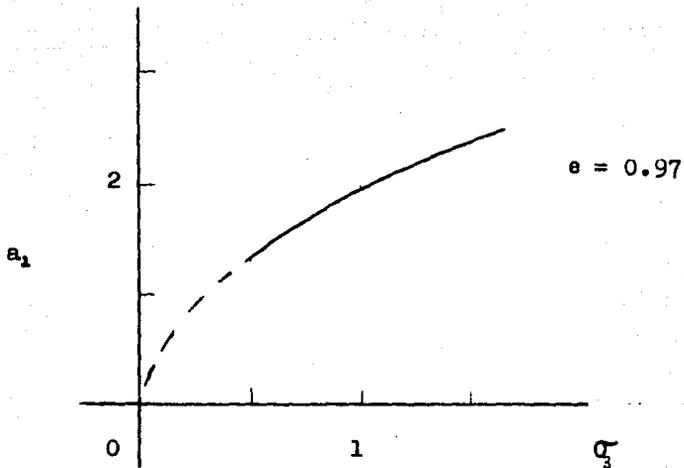


Fig 4.6 Valores de a_1 función de σ_3

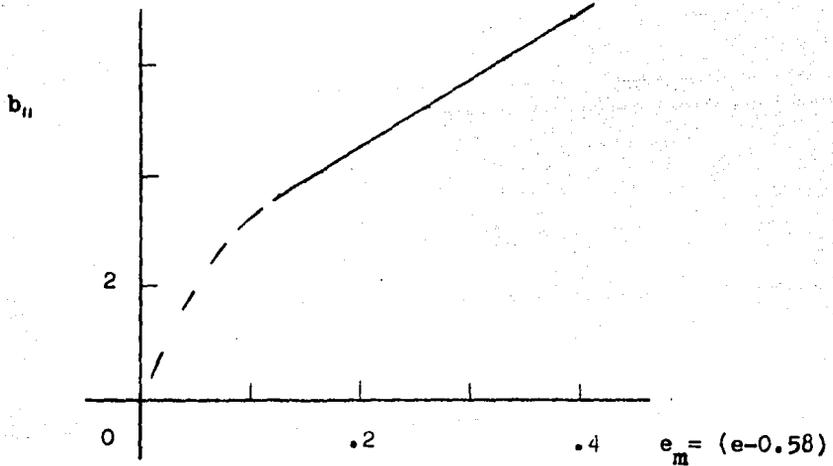


Fig 4.7 Valores de b_{11} función de e_m

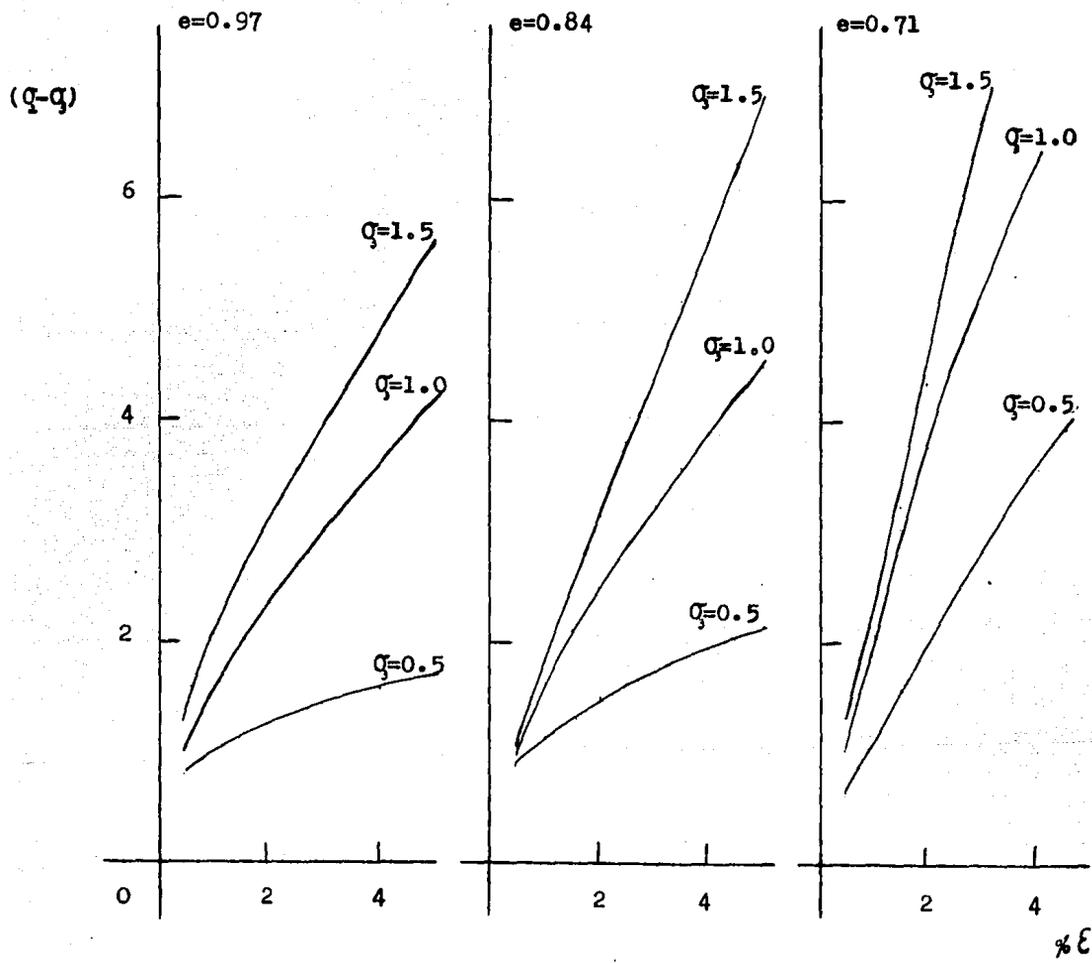


Fig 5.1 Función de potencia
 Esfuerzo desviador $(\bar{q}-q)$ Kg/cm²
 Deformación axial $\% \xi$
 Esfuerzo confinante q_3 Kg/cm²

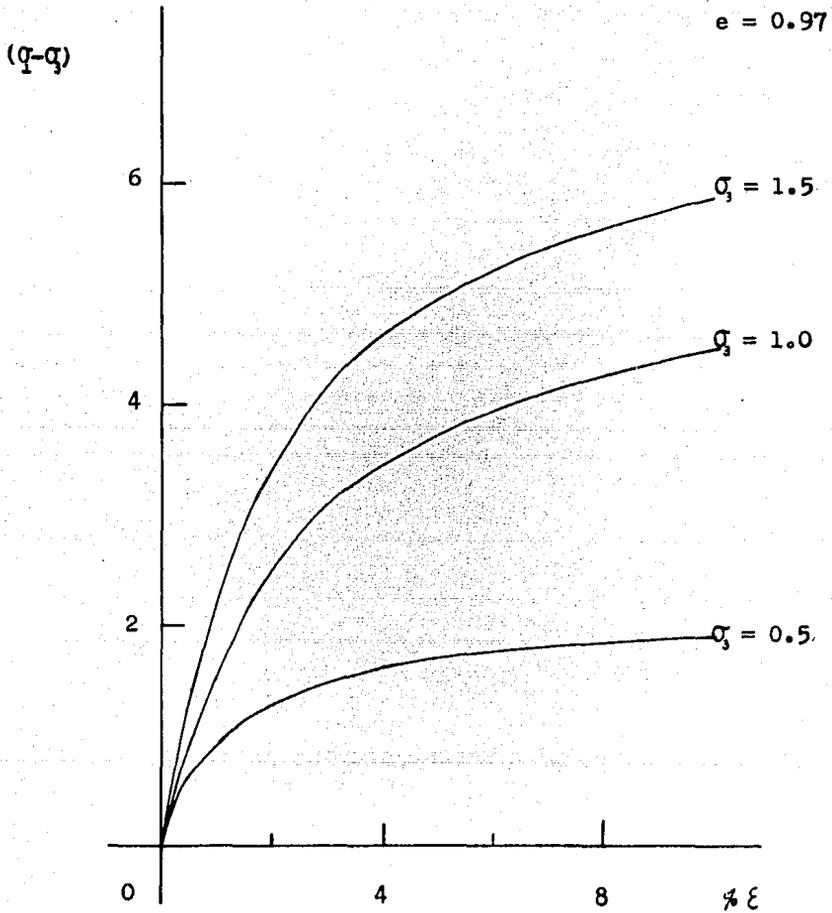


Fig 5.2.1 Función hiperbólica

Esfuerzo desviador $(q-Q)$ Kg/cm^2

Deformación axial $\% \xi$

Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm^2

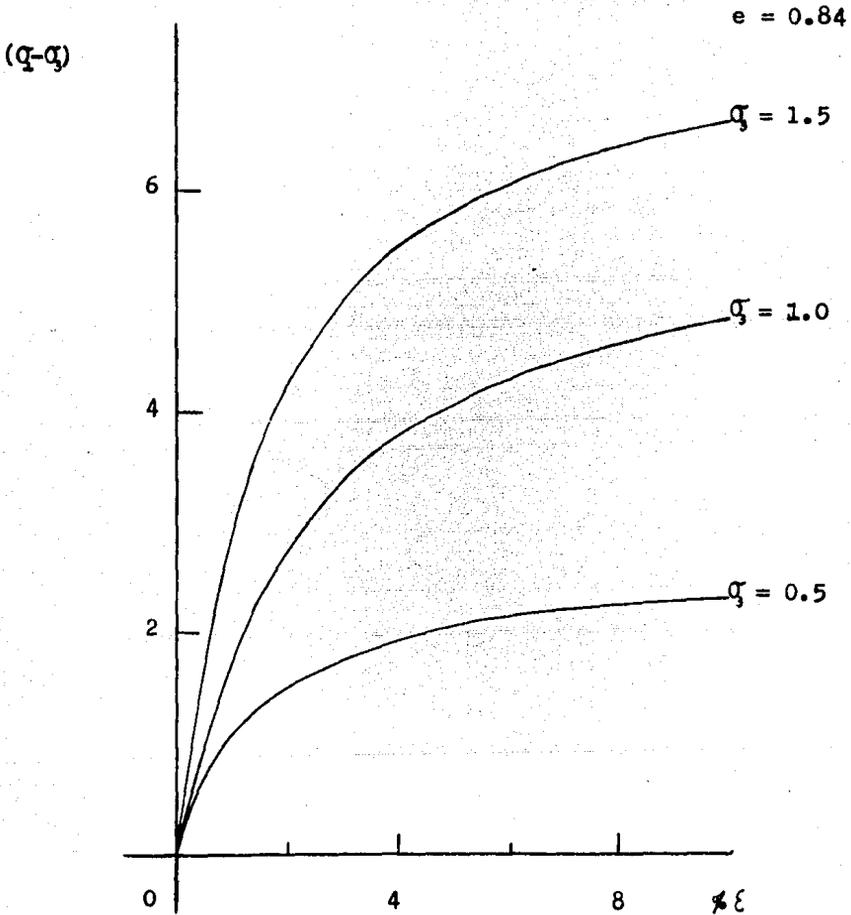


Fig 5.2.2 Función hiperbólica

Esfuerzo desviador $(Q-Q_3)$ Kg/cm^2

Deformación axial $\% \xi$

Esfuerzo confinante Q_3 Kg/cm^2

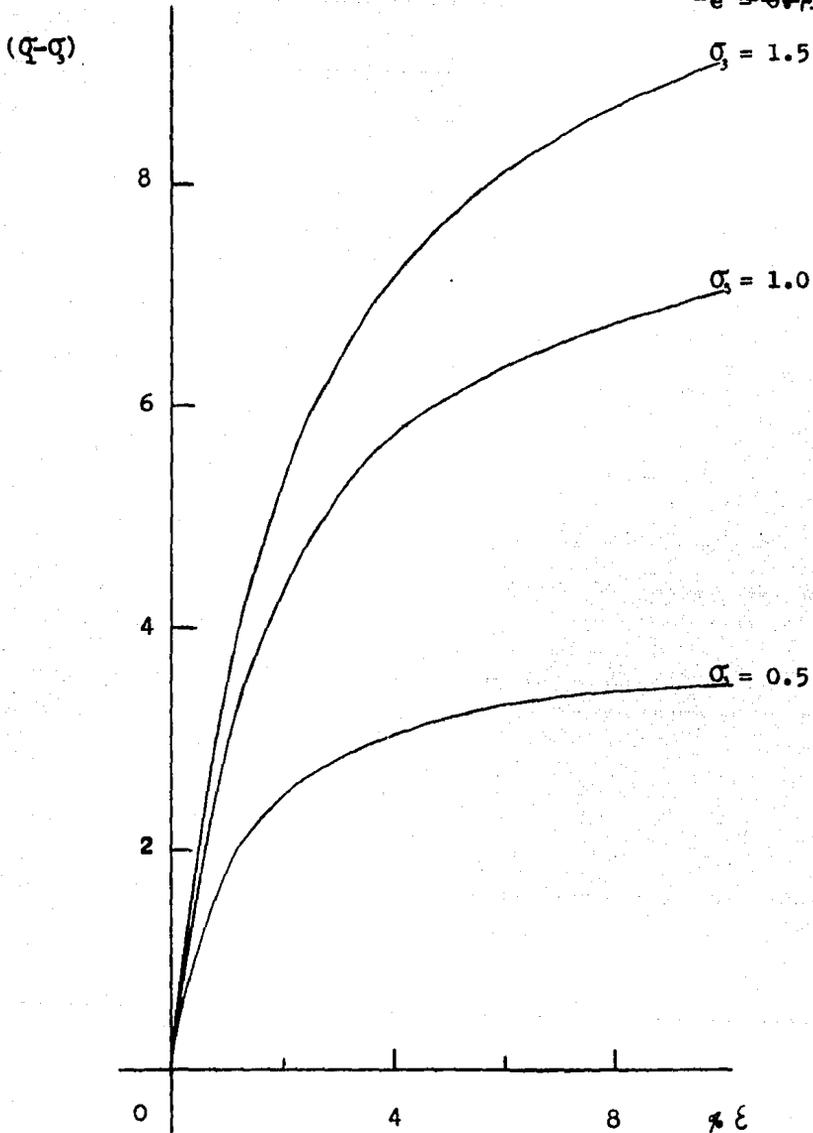


Fig 5.2.3 Función hiperbólica
Esfuerzo desviador $(q-Q)$ Kg/cm^2
Deformación axial $\% \epsilon$
Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm^2

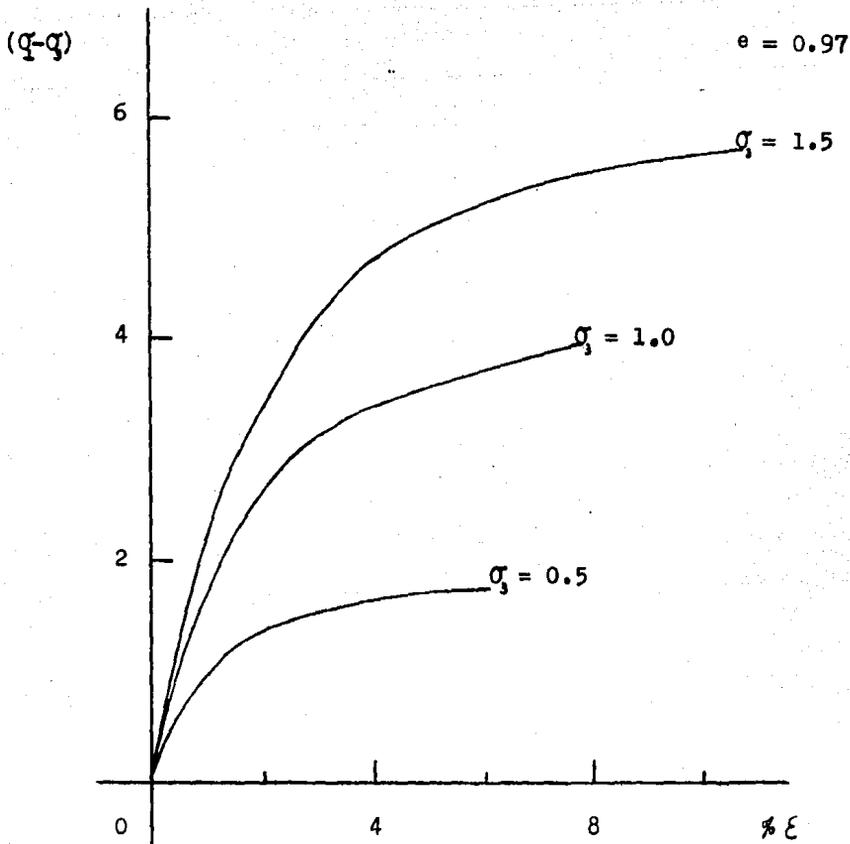


Fig 5.3.1 Función polinomial

Esfuerzo desviador $(\sigma_1 - \sigma_3)$ Kg/cm²

Deformación axial $\% \epsilon$

Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm²

$e = 0.84$

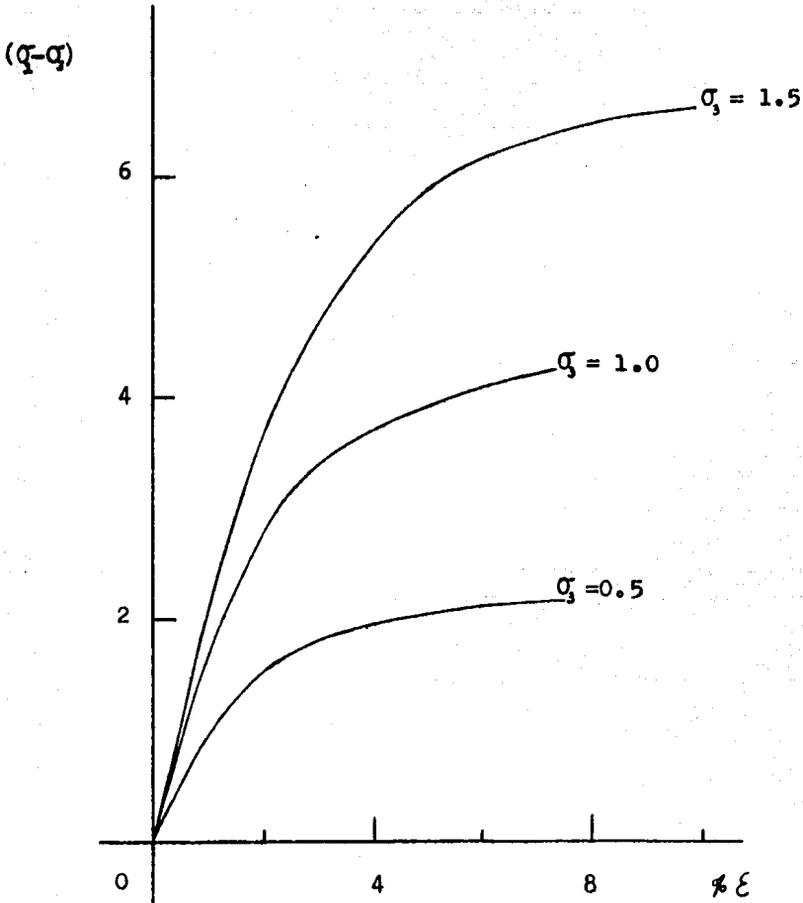


Fig 5.3.2 Función polinomial

Esfuerzo desviador $(q - \sigma_3)$ Kg/cm²

Deformación axial ϵ

Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm²

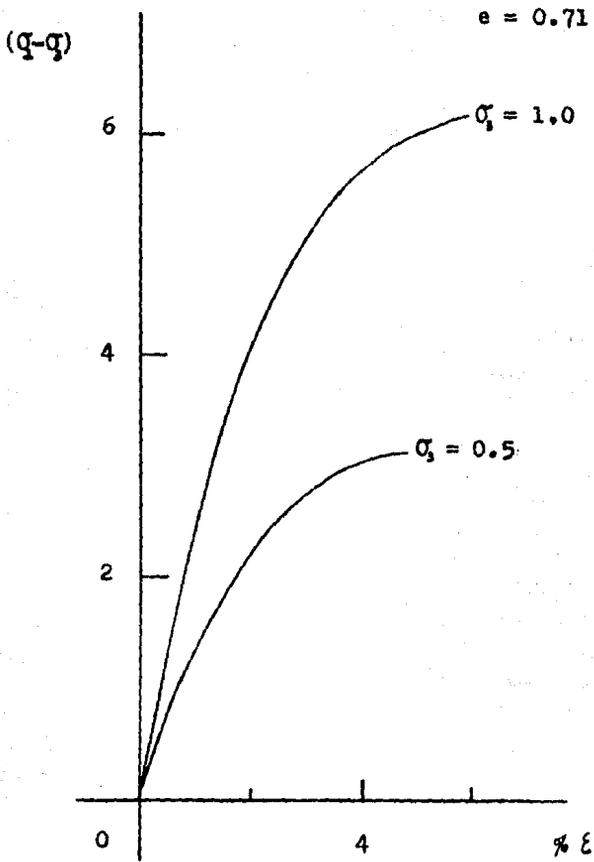


Fig 5.3.3 Función polinomial
 Esfuerzo desviador $(\sigma_1 - q)$ Kg/cm^2
 Deformación axial $\% \epsilon$
 Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm^2

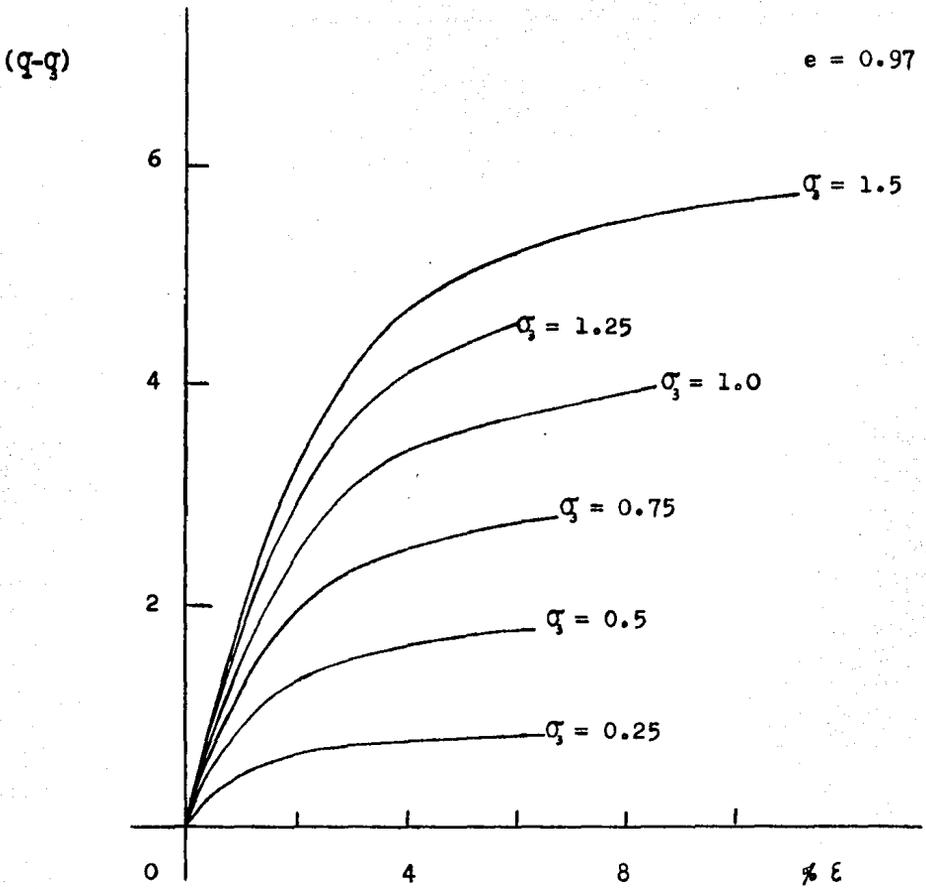


Fig 5.4 Función polinomial
 Esfuerzo desviador $(q-\sigma_3)$ Kg/cm²
 Deformación axial $\% \epsilon$
 Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm²

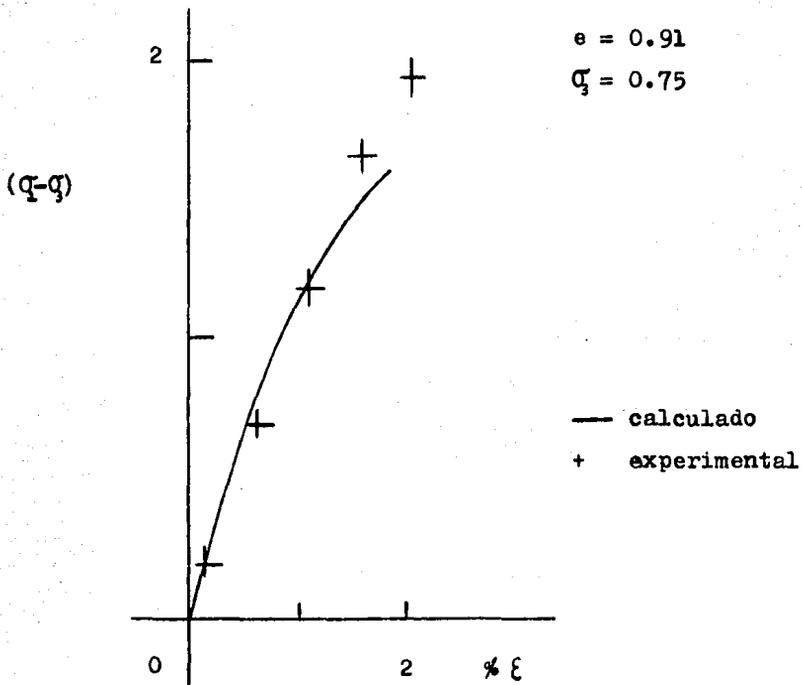


Fig 5.5 Función polinomial

Esfuerzo desviador $(Q-Q)$ Kg/cm^2

Deformación axial $\% \xi$

Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm^2

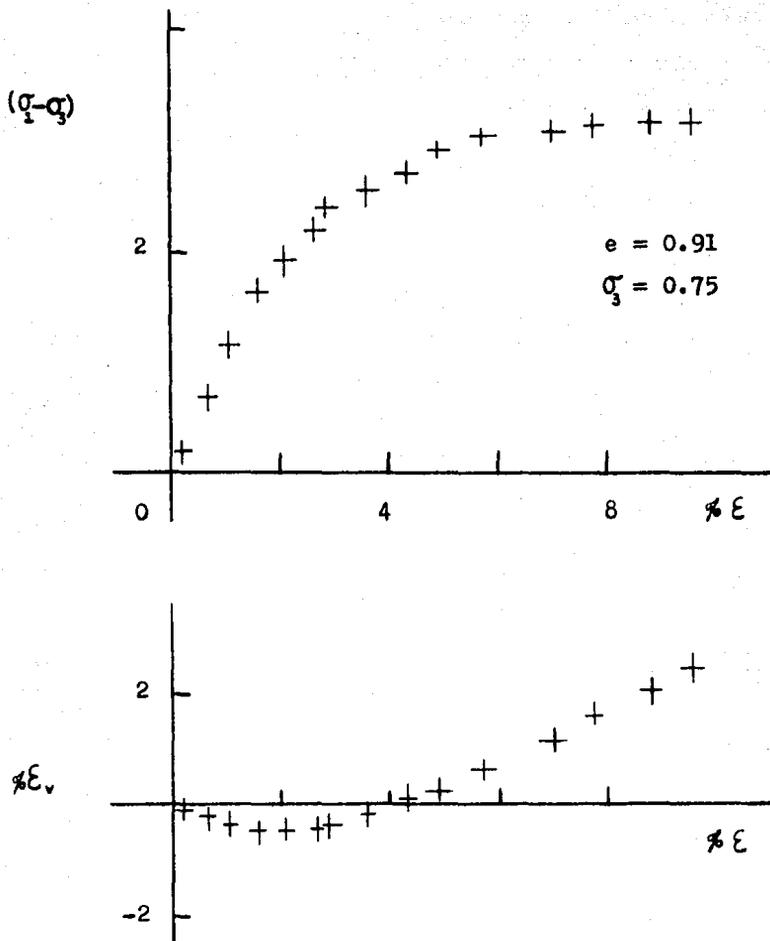


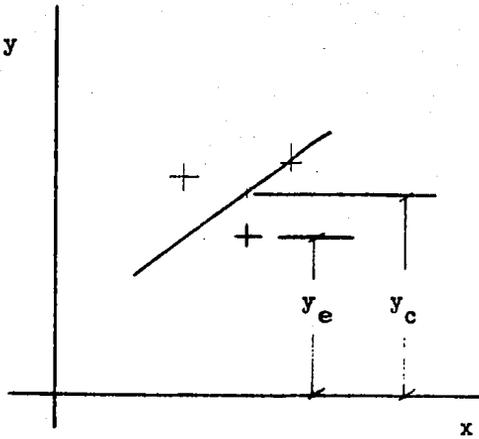
Fig 5.6 Resultados experimentales

Esfuerzo desviador $(\sigma_1 - \sigma_3)$ Kg/cm²

Deformación axial $\% \epsilon$

Esfuerzo confinante σ_3 Kg/cm²

Deformación volumétrica $\% \epsilon_v$



$$\% E = \text{error} = \frac{|y_e - y_c|}{y_e} \times 100$$

donde : y_e valor experimental
 y_c valor calculado

\overline{CA} = coeficiente de aproximación medio

$$\overline{CA} = \frac{\sum \%E_n}{n}$$

Fig 5.7 Coeficiente de aproximación

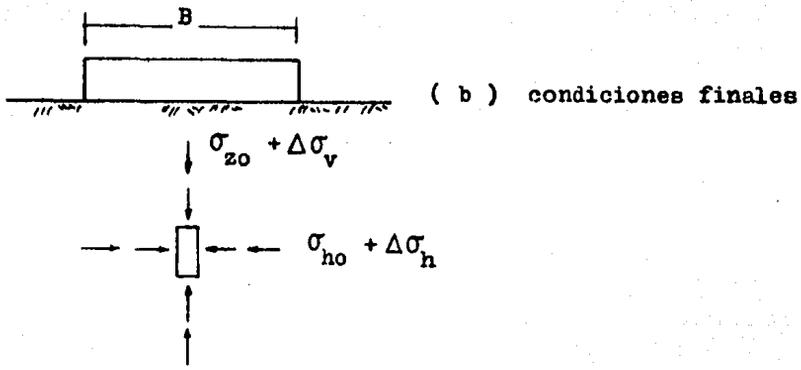
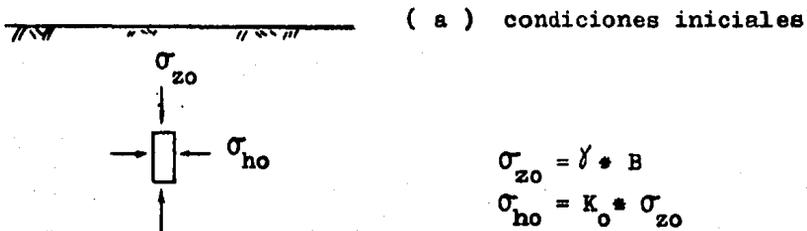


Fig 5.8 Condición de esfuerzos

MS

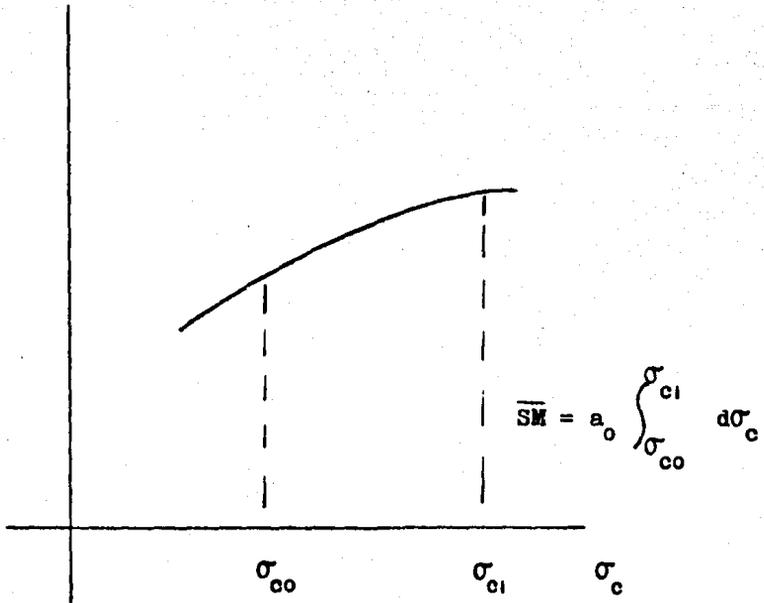


Fig 5.9 Módulo secante función de σ_c
Módulo secante de esfuerzos MS, \overline{MS}
Esfuerzo confinante $\sigma_3 = \sigma_c$