

01181
rej 2

UN CRITERIO DE REDUCCION POR DUCTILIDAD
DEL COMPONENTE SISMICO VERTICAL

GUILLERMO SOVERO MOLERO

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE

POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER

EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERIA

CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F., MAYO DE 1986

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

PÁGINA

RESUMEN	1
NOTACION	6
CAPITULO :	
1. INTRODUCCION	14
1.1 Importancia del componente sísmico vertical	14
1.2 Método del Espectro Inelástico de Respuesta	28
1.3 Criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical	48
1.4 Objetivos y alcances del presente estudio	54
2. DISEÑO DE LOS EXPERIMENTOS DE MARCOS SIMPLES	56
2.1 Definición de los modelos matemáticos	56
2.2 Definición de las propiedades de rigidez	59
2.3 Definición de las propiedades de resistencia	62
2.4 Selección de los componentes sísmicos	89
2.5 Selección de los parámetros de estudio	96
2.6 Análisis dinámico no lineal, paso a paso	102
2.7 Factores de reducción por ductilidad \hat{Q}_γ^*	110
2.8 Conclusiones y comentarios	116

3. PROCESAMIENTO Y DISCUSION DE RESULTADOS	123
3.1 Comportamiento dinámico de los marcos	123
3.2 Demandas de ductilidad local de curvatura	130
3.3 Relaciones promedio entre \hat{Q}_Y y q	133
3.4 Análisis de las varianzas de q	138
3.5 Factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^*	141
3.6 Conclusiones y comentarios	147
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	150
4.1 Reseña final del trabajo	150
4.2 Criterios de reducción por ductilidad	152
4.3 Diseño sísmico de marcos de concreto	156
REFERENCIAS	166
FIGURAS	174
TABLAS	196
APENDICES	234

RESUMEN

La ignorancia del efecto estructural del componente sísmico vertical no siempre constituye una práctica justificada de diseño, porque existen numerosas estructuras particularmente sensibles a su acción que se encuentran ubicadas en zonas donde se registran temblores que tienen componentes verticales con intensidades importantes.

En este trabajo se propone un método para introducir racionalmente el efecto del componente sísmico vertical en el diseño de estructuras planas sensibles a los componentes sísmicos verticales y horizontales, y que cuenten con procedimientos de diseño bien establecidos para estos últimos. El método se basa en un análisis dinámico modal y en el uso de espectros sísmicos reducidos por ductilidad, siendo su característica principal la utilización del concepto de demanda de ductilidad local máxima como la variable crítica que determina la condición de falla de una estructura: si se excede un cierto valor de dicha ductilidad local máxima, se supone que baja repentinamente la capacidad resistente del sistema y ocurre el colapso. Las estructuras se suponen con propiedades deterministas y se considera la incertidumbre asociada con las solicitaciones sísmicas mediante la selección de conjuntos representativos de componentes sísmicos horizontales y verticales, reales o simulados, para la zona donde se efectúa el estudio. Prescritas las propiedades dinámicas lineales de una estructura, y seleccionado un conjunto de parejas de componentes sísmicos horizontales y verticales (S_x, S_y) con sus correspondientes factores de reducción por ductilidad (\hat{Q}_x, \hat{Q}_y), se diseñan dos grupos de experimentos. El primero considera únicamente la acción dinámica de los componentes sísmicos horizontales, y el segundo, la acción de las parejas de componentes sísmicos seleccionadas. A la estructura sometida a cada grupo de experimentos le corresponden, respectivamente, distribuciones de resistencia \hat{R}_x y \hat{R}_{x+y} , y demandas de ductilidad local máximas promedio \bar{u}_x y \bar{u}_{x+y} . Las resistencias de la

estructura, que se mantienen constantes dentro de cada grupo de experimentos, se determinan para las cargas de gravedad y para los espectros sísmicos promedio, reducidos por ductilidad, de los componentes sísmicos que intervienen en cada grupo de experimentos. El criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical que se propone en este trabajo consiste en ajustar el factor de reducción por ductilidad vertical de diseño, \hat{Q}_v^* , del segundo grupo de experimentos, para obtener la igualdad de las máximas demandas de ductilidad local promedio de la estructura solicitada con y sin la presencia de los componentes sísmicos verticales ($\bar{u}_{x+y} = \bar{u}_x$).

El criterio descrito y otro similar se aplicaron a un conjunto de marcos simples de concreto reforzado con apoyos articulados o empotrados, con propiedades prescritas de geometría, distribución de masa, rigidez y amortiguamiento. La altura de todos los marcos se mantuvo constante e igual a 4 metros, y se consideraron traveses con claros de 6 y 9 metros. Se seleccionaron cuatro parejas normalizadas de temblores reales pertenecientes al sismo de San Fernando del año 1971, registrados en terreno firme de la zona de California - USA. La selección se efectuó en base al catálogo de temblores del Instituto Tecnológico de California (CALTECH), de acuerdo con los siguientes criterios: Similitud de los espectros elásticos de respuesta, intensidades importantes, fases intensas con duraciones relativamente cortas, y frecuencias dominantes cercanas a las frecuencias características de los marcos diseñados para el estudio. Los componentes sísmicos horizontales se normalizaron para una intensidad espectral de Housner igual a la del componente $\Delta 001/500E$ del temblor de El Centro del año 1940, entre los períodos de 0.20 y 2.00 segundos. Los componentes sísmicos verticales se normalizaron para una intensidad espectral de Housner 30 por ciento mayor a la del componente $\Delta 001/VERT$ del mismo temblor, entre los

periodos de 0.10 y 1.00 segundos. Los espectros reducidos por ductilidad de los componentes sísmicos horizontales seleccionados se calcularon para valores prescritos del factor de ductilidad horizontal Q_x , suponiendo un comportamiento elastoplástico igual para desplazamientos positivos y negativos. Los valores prescritos de Q_x fueron de 2, 4 y 6 para los marcos con apoyos articulados, y de 2, 3 y 4 para los marcos con apoyos empotrados. Los espectros reducidos por ductilidad de los componentes sísmicos verticales seleccionados se calcularon para valores prescritos del factor de ductilidad vertical Q_y , suponiendo un comportamiento elástico lineal para desplazamientos verticales hacia arriba, y un comportamiento elastoplástico para desplazamientos hacia abajo. Por el carácter inicial de este estudio, no se consideró deterioro de la rigidez y/o resistencia de los marcos.

Los modelos matemáticos de los marcos se definieron discretizando la masa y resistencia de las trabes en cinco secciones, ubicadas en su centro, cuartos de claro y extremos. Las columnas se consideraron sin masa, y sus resistencias se discretizaron en sus extremos superiores e inferiores. No se consideró el tamaño finito de las uniones entre trabes y columnas, por lo que no fue necesario introducir zonas con rigidez infinita en los extremos de estos miembros. Las masas concentradas en las trabes se calcularon con el criterio de áreas tributarias, con lo cual se reprodujo bastante bien el periodo fundamental de vibración vertical de los marcos con masa uniformemente distribuida en las trabes. Las resistencias de los marcos se definieron con el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RDF-76, considerando el efecto de las cargas de gravedad y de los componentes sísmicos seleccionados mediante sus correspondientes espectros promedio reducidos por ductilidad, introduciendo en forma aproximada los efectos P- Δ de segundo orden de acuerdo con el

método alternativo del Reglamento RDF-76. El criterio de fluencia en las trabes fue establecido con base únicamente en los momentos flexionantes, mientras que en las columnas se consideró la interacción entre la carga axial y el momento flector. Todos los espectros sísmicos reducidos por ductilidad se calcularon para un amortiguamiento viscoso del 5 por ciento del crítico. Se consideraron dos situaciones extremas en la relación de las rigideces en flexión de trabes y columnas; los momentos de inercia correspondientes se calcularon para obtener valores prescritos de los periodos fundamentales de vibración vertical de los marcos. Para el análisis dinámico modal de los marcos no se tomaron en cuenta las deformaciones axiales de las trabes y columnas, con lo cual se redujeron a cuatro los grados de libertad: tres desplazamientos verticales en las trabes y un desplazamiento lateral de las columnas. Consecuentemente, se obtuvieron cuatro modos característicos de vibración, 2 antisimétricos asociados con los componentes sísmicos horizontales y 2 simétricos asociados con los componentes sísmicos verticales.

Los experimentos se simularon digitalmente con el programa de propósito general DRAIN-2D, desarrollado por Amin E. Kanaan y Graham H. Powell, el cual efectuó el análisis dinámico no lineal, paso a paso, de todos los marcos diseñados, para los primeros 16 segundos de los componentes sísmicos seleccionados. En esta etapa del estudio se introdujeron las deformaciones axiales de las columnas y sus correspondientes matrices de rigidez geométrica para simular en forma aproximada los efectos P- Δ de segundo orden. Asimismo, se consideró un amortiguamiento viscoso constante de los marcos, igual al 5 por ciento de los críticos correspondientes para los dos primeros modos de vibrar. Los factores de ductilidad de diseño, \hat{Q}_Y^* , se calcularon con base en las máximas demandas de ductilidad local de curvatura

promedio en las secciones de los extremos de las trabes, que resultaron las más críticas.

Los resultados obtenidos son insuficientes para elaborar recomendaciones confiables para el diseño de marcos, pero ilustran la variabilidad que se puede esperar en los valores de \hat{Q}_Y^* , y la sensibilidad al componente sísmico vertical de los marcos estudiados. Los marcos con apoyos articulados y trabes de 6 metros de claro resultaron los menos sensibles al componente sísmico vertical, y los más sensibles resultaron los marcos flexibles con apoyos empotrados y trabes de 9 metros de claro, para los cuales se obtuvieron valores de \hat{Q}_Y^* entre 1 y 2.

El trabajo concluye con las recomendaciones para efectuar estudios posteriores de mayor amplitud sobre el tema, y se resaltan las ventajas de un enfoque probabilista que considere un criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical apoyado en un análisis de la confiabilidad estructural de los marcos. Se proporcionan con detalle los lineamientos básicos para el desarrollo de este enfoque probabilista y se hace notar la gran amplitud del trabajo que significa su puesta en práctica.

NOTA: Solamente para facilitar la redacción, en lo que sigue de este trabajo se otorgará el mismo significado a los términos componente sísmico y temblor.

NOTACION

En este trabajo se usan los siguientes símbolos :

Δ_c = Area de la sección total de la columna.

Δ_s = Area del refuerzo de acero en tensión.

Δ'_s = Area del refuerzo de acero en compresión.

Δ_{ST} = Area total de refuerzo de acero.

$\Delta(T_J, E_J)$ = Ordenada del espectro elástico promedio de pseudo-aceleraciones, correspondiente al periodo natural T_J , y a la fracción de amortiguamiento crítico E_J .

$\hat{\Delta}(T_J, E_J, Q)$ = Ordenada del espectro inelástico promedio de pseudo-aceleraciones, correspondiente al periodo natural T_J , a la fracción de amortiguamiento crítico E_J , y al factor de ductilidad Q .

α_J = Coeficiente de participación del modo natural J .

a_b = Profundidad del block rectangular equivalente de compresiones en el concreto, correspondiente a la condición balanceada de la sección.

B = Parámetro que corresponde a la relación de rigideces relativas en flexión de la trabe y las columnas de un marco simple y simétrico de portal ($B = I_v h / I_c L$).

b = Ancho de una sección rectangular de concreto.

(C) = Matriz de amortiguamiento viscoso de un sistema dinámico discreto de varios grados de libertad.

CM = Carga muerta o permanente.

CV = Carga viva que se considera presente en la estructura, durante la acción de los componentes sísmicos.

CV_0 = Carga viva máxima sobre la estructura.

c_b = Profundidad del eje neutro de una sección de concreto reforzado, correspondiente a la condición balanceada.

(D) = Matriz dinámica de un sistema discreto de varios grados de libertad [$(D) = (f)(M)$].

$D(T_J, E_J)$ = Ordenada del espectro elástico de desplazamientos relativos, correspondiente al periodo natural T_J , y a la fracción de amortiguamiento crítico E_J .

d = Distancia de la fibra más comprimida al centroide del refuerzo de acero en tensión de una sección de concreto reforzado.

d' = Distancia de la fibra más comprimida al centroide del refuerzo de acero en compresión de una sección de concreto reforzado.

$E(\cdot)$ = Esperanza matemática de una variable aleatoria.

E_c = Módulo de elasticidad del concreto.

E_s = Módulo de elasticidad del refuerzo de acero.

$F_{ELAST. MAX}$ = Fuerza máxima en el elemento resorte de un sistema oscilatorio simple, para un comportamiento elástico-lineal.

F_f = Fuerza de fluencia prescrita para el elemento resorte de un sistema oscilatorio simple.

$\{F_J\}$ = Vector de fuerzas características del J -ésimo modo natural de vibración, de un sistema discreto con comportamiento elástico-lineal.

$\{\hat{F}_J\}$ = Vector de fuerzas del J -ésimo pseudomodo natural de vibración, de un sistema discreto con comportamiento inelástico.

F_R = Factor de resistencia para flexocompresión con falla en tensión ($F_R = 0.85$).

F'_R = Factor de resistencia para flexión simple ($F'_R = 0.90$).

FS = Factor de seguridad.

(f) = Matriz de flexibilidades de un sistema dinámico discreto de varios grados de libertad con comportamiento lineal.

f'_c = Resistencia cilíndrica en compresión del concreto, a la edad de 28 días.

f_c^* = Esfuerzo nominal del concreto en compresión ($f_c^* = 0.80 f'_c$).

f'_s = Esfuerzo en el refuerzo de acero en compresión.

f_y = Esfuerzo de fluencia del refuerzo de acero.

g = Aceleración de la gravedad ($g = 980.886 \text{ cms/seg}^2$).

(H) = Matriz que transforma las fuerzas modales del sistema dinámico discreto en elementos mecánicos.

h = Altura de las columnas de un marco simple y simétrico de portal, medido desde los apoyos hasta el eje de la trabe.

$h_j(t)$ = Respuesta de desplazamiento en el J -ésimo modo natural de vibración, para un impulso unitario de aceleración en la base del sistema dinámico.

(I) = Matriz unitaria.

$IE(E)$ = Intensidad Espectral de Hausner de un componente sísmico, para una fracción de amortiguamiento crítico E .

I_c = Momento centroidal efectivo de inercia de la sección transversal de las columnas de concreto reforzado.

I_v = Momento centroidal efectivo de inercia de la sección transversal de las trabes de concreto reforzado.

(J) = Matriz que transforma los desplazamientos del terreno en desplazamientos de cuerpo rígido según los grados de libertad del sistema.

f = Parámetro que define el brazo de palanca del par de fuerzas que corresponde al momento resistente de una sección de concreto reforzado.

(K) = Matriz de rigidez de un sistema dinámico discreto con comportamiento lineal.

(K_0) = Matriz de rigidez inicial de un sistema dinámico discreto con comportamiento inelástico.

(K_T) = Matriz de rigidez tangente de un sistema dinámico discreto con comportamiento inelástico.

R_1 = Rigidez inicial en flexión de una sección crítica.

R_2 = Rigidez posfluencia en flexión de una sección crítica.

L = Longitud de la trabe de un marco simple, entre ejes de columnas.

L_p = Longitud equivalente de una articulación plástica, en la cual, la curvatura plástica se puede suponer constante.

(M) = Matriz de masa o de inercia de un sistema dinámico discreto de varios grados de libertad.

M_b = Momento resistente de una sección de concreto reforzado, para la condición balanceada.

M_f = Momento de fluencia de una sección de concreto reforzado.

M_{iJ} = Momento flector en la sección i , correspondiente al J -ésimo modo natural de vibración del sistema.

M_{iw} = Momento flector en la sección i , por efecto de la carga vertical w .

M_{iw_0} = Momento flector en la sección i , por efecto de la carga vertical w_0 .

M_o = Momento resistente de una sección de concreto reforzado sujeta a flexión simple.

M_s = Momento flector correspondiente a un componente sísmico.

M_u = Momento último de diseño de una sección de concreto reforzado.

m = Coeficiente que depende de las condiciones de apoyo de un marco simple: $m = 3$ para ambos apoyos articulados, y $m = 4$ para ambos apoyos empotrados.

N = Número de subgrupos en que se divide una muestra estadística.

n = Tamaño de una muestra estadística.

P_{iJ} = Carga axial en la sección i , correspondiente al J -ésimo modo natural de vibración del sistema.

P_{iw} = Carga axial en la sección i , por efecto de la carga vertical w .

P_{iw_0} = Carga axial en la sección i , por efecto de la carga vertical w_0 .

P_b = Carga axial de compresión que resiste una sección de concreto reforzado para la condición balanceada.

PF = Probabilidad de Falla.

P_s = Carga axial correspondiente a un componente sísmico.

P_o = Carga axial que resiste una sección de concreto reforzado sujeta a compresión o tensión simple.

P_r = Medida de Probabilidad.

P_u = Carga axial última de compresión de diseño de una sección de concreto reforzado.

ρ = Relación entre las demandas de ductilidad local de curvatura, u_{x+y} y u_x , que se generan en una misma sección crítica de los marcos ($\rho = u_{x+y} / u_x$).

Q = Factor global de ductilidad.

Q_δ = Demanda de ductilidad global de entrepiso.

\hat{Q} = Factor de reducción por ductilidad.

\hat{Q}_γ^* = Factor de reducción por ductilidad de diseño para el componente sísmico vertical.

q = Índice relativo de la demanda de ductilidad local de curvatura por efecto del componente sísmico vertical [$q = (u_{x+y} - 1) / (u_x - 1)$].

\tilde{q} = Variable aleatoria que corresponde al índice relativo de demanda de ductilidad local de curvatura.

$\{R_S\}$ = Resistencia requerida para un componente sísmico cuando el comportamiento de la estructura es elástico - lineal.

$\{\hat{R}_S\}$ = Resistencia requerida para un componente sísmico cuando el comportamiento de la estructura es inelástico dúctil.

$\{R_i\}$ = Resistencia requerida para el i -ésimo componente sísmico.

$\{\hat{R}_j\}$ = Resistencia requerida para el J -ésimo modo natural de vibración, para un comportamiento inelástico - dúctil del sistema.

$\{R_D\}$ = Resistencia total de diseño de los marcos simples para las cargas de gravedad y los componentes sísmicos.

$\{R_W\}$ = Resistencia requerida para la carga de gravedad W .

$\{R_{W_0}\}$ = Resistencia requerida para la carga de gravedad W_0 .

$\{Y(t)\}$ = Respuesta de desplazamientos relativos de un sistema dinámico discreto de varios grados de libertad, referidos a su base.

$\{\dot{Y}(t)\}$ = $d\{Y(t)\} / dt$, Respuesta de velocidades relativas.

$\{\ddot{Y}(t)\}$ = $d^2\{Y(t)\} / dt^2$, Respuesta de aceleraciones relativas.

$\{Y_{CR}(t)\}$ = Desplazamientos de cuerpo rígido de un sistema discreto.

$\{Y_S(t)\}$ = Vector de desplazamientos del terreno.

$\{Y_j(t)\}$ = Respuesta de desplazamientos relativos de un sistema dinámico discreto, correspondiente al J -ésimo modo natural de vibración.

γ_1 = Coeficiente de superposición de las resistencias que la estructura requiere cuando los componentes sísmicos horizontal y vertical actúan separadamente.

S_x = Componente sísmico horizontal.

S_y = Componente sísmico vertical.

T_i = Periodo natural no amortiguado de vibración, correspondiente al i -ésimo modo característico del sistema.

t_c = Lado de la sección cuadrada de las columnas de concreto reforzado de un marco simple y simétrico de portal.

t_v = Peralte total de la sección rectangular de la trabe de concreto reforzado de un marco simple y simétrico de portal.

u = Demanda de ductilidad local de curvatura.

\bar{u} = Demanda de ductilidad local de curvatura promedio.

$V(\epsilon, T)$ = Ordenada del espectro elástico de pseudovelocidades para una fracción de amortiguamiento crítico ϵ , y para un periodo natural T .

W = Carga vertical total de gravedad reducida que se considera presente en la estructura solicitada sísmicamente.

W_0 = Carga vertical total de gravedad máxima.

W_y = Pesos concentrados en el centro y cuartos de claro de la trabe de un marco simétrico y simple de portal.

W_c = Pesos concentrados directamente por encima de las columnas de un marco simple y simétrico de portal.

W_v = Carga vertical total de diseño multiplicada por el factor de carga correspondiente.

ω_j = Frecuencia característica no amortiguada asociada al j -ésimo modo natural de vibración del sistema.

ω'_j = Frecuencia característica amortiguada asociada al j -ésimo modo natural de vibración del sistema.

$\ddot{X}_s(t)$ = Aceleraciones del movimiento del terreno que corresponden al componente sísmico horizontal.

$\ddot{Y}_s(t)$ = Aceleraciones del movimiento del terreno que corresponden al componente sísmico vertical.

(Z_i) = Matriz de transformación de coordenadas cuyas columnas corresponden a los vectores característicos del sistema.

$\{Z_j\}$ = Vector característico de desplazamientos del sistema que corresponde al J -ésimo modo natural de vibración.

Z = Distancia de la sección articulada plásticamente al punto de inflexión más cercano.

α = Parámetro escalar de amortiguamiento que multiplica la matriz de masa o de inercia del sistema.

β = Parámetro escalar de amortiguamiento que multiplica la matriz de rigidez tangente del sistema.

β_0 = Parámetro escalar de amortiguamiento que multiplica la matriz de rigidez inicial del sistema.

λ = Factor de amplificación por el efecto P- Δ , de los elementos mecánicos y desplazamientos producidos por la carga lateral, calculados con un análisis convencional de primer orden.

E_j = Fracción de amortiguamiento crítico asociado al J -ésimo modo natural de vibración del sistema.

E_c = Deformación unitaria para la cual se inicia la fluencia del concreto en compresión.

E_s = Deformación unitaria para la cual se inicia la fluencia del refuerzo de acero.

E'_s = Deformación unitaria del acero de refuerzo en compresión.

e = Base de los logaritmos naturales o neperianos.

Δ_f = Desplazamiento para el inicio de la fluencia.

Δ_{max} = Desplazamiento máximo.

Δt = Intervalo de tiempo para la integración numérica de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento del sistema.

θ_p = Rotación inelástica de una articulación plástica.

$\bar{\theta}_p$ = Rotación inelástica promedio de una articulación plástica.

ϕ_f = Curvatura de fluencia que se desarrolla en la sección crítica de estudio.

Ψ_{MAX} = Curvatura máxima que se desarrolla en la sección crítica de estudio.

$\hat{\sigma}$ = Estimador insesgado de la desviación estándar de una variable aleatoria.

$\bar{\sigma}$ = Desviación estándar promedio de una muestra estadística.

δ_f = Valor aproximado del desplazamiento lateral relativo de fluencia de un entrepiso.

δ_{MAX} = Desplazamiento lateral máximo relativo de un entrepiso.

$\{\eta(t)\}$ = Vector de desplazamientos relativos según las coordenadas normales o principales del sistema.

$\eta_j(t)$ = Desplazamiento relativo según la J -ésima coordenada normal o principal del sistema.

Σ = Símbolo que indica una sumación.

$\Sigma \tilde{q}$ = Variable aleatoria que corresponde a una suma de los índices relativos de demandas de ductilidad local de curvatura por efecto del componente sísmico vertical.

$\{0\}$ = Vector cero o nulo.

X = Subíndice o superíndice que hace referencia a la presencia del componente sísmico horizontal.

Y = Subíndice o superíndice que hace referencia a la presencia del componente sísmico vertical.

$X+Y$ = Subíndice o superíndice que hace referencia a la presencia simultánea de los componentes sísmicos horizontal y vertical.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

CAPÍTULO 1 : INTRODUCCION

1.1 IMPORTANCIA DEL COMPONENTE SÍSMICO VERTICAL

1.1.1 Diseño sísmico tradicional de estructuras de edificios

En la actualidad, todavía está muy arraigada la costumbre de diseñar las estructuras de edificios únicamente para los componentes horizontales del movimiento sísmico del terreno, costumbre amparada en muchos casos por los reglamentos de diseño sismorresistente que ignoran la influencia de la aceleración vertical de los sismos. Esta actitud, no siempre justificada, se apoya en las supuestas razones siguientes:

1. Los altos factores de seguridad en el diseño para las cargas gravitacionales, que capacitan mejor estas estructuras para resistir un incremento de estas cargas verticales que para soportar fuerzas horizontales.
2. Las magnitudes relativamente pequeñas de las aceleraciones verticales de los temblores registrados, en comparación con las correspondientes aceleraciones horizontales.
3. La reducida amplificación dinámica en la dirección vertical de los edificios, por la importante rigidez que poseen en dicha dirección.
4. La escasez de fallas estructurales atribuibles al efecto del componente sísmico vertical, según observaciones de campo.

La moción general de que la aceleración vertical del movimiento del terreno es considerablemente menor que la correspondiente aceleración horizontal, es errónea en muchos casos. Las intensidades promedio de los componentes sísmicos vertical y horizontal, en un sitio dado, dependen de la relación que existe entre la distancia epicentral y la profundidad focal; cuando estas dos distancias son iguales, las intensidades promedio de ambos componentes sísmicos podrían ser similares, y, en la zona epicentral, la intensidad del componente vertical podría resultar mayor que la del componente horizontal [1, 2].

Por otro lado, en la referencia [3] se menciona una serie de registros que mostraron importantes amplificaciones dinámicas en la dirección vertical de edificios altos que estuvieron sujetos a temblores, así como la ocurrencia de una serie de estos eventos que provocaron fallas que solamente pueden ser satisfactoriamente explicadas si se acepta la aparición de importantes aceleraciones verticales.

Todas estas anotaciones, que son producto de observaciones reales de campo, son suficientes para cuestionar el diseño sísmico tradicional de edificios y mostrar que el efecto estructural del componente sísmico vertical puede ser importante en muchos casos.

1.1.2 Efecto estructural del componente sísmico vertical

A la fecha son numerosos los estudios analíticos que han investigado las respuestas dinámicas, elásticas e inelásticas, de diferentes sistemas estructurales sujetos a la acción del componente sísmico vertical, combinado, en la mayoría de los casos, con los efectos de las cargas de gravedad y del componente sísmico horizontal. La presencia de las cargas de gravedad, además de generar un estado inicial de esfuerzos en las estructuras, incrementa las respuestas dinámicas de desplazamiento lateral a través de lo que se conoce como efecto $P-\Delta$.

Para complementar lo manifestado en el inciso anterior es conveniente efectuar a continuación una breve presentación de algunos de los estudios de mayor interés sobre el efecto estructural del componente sísmico vertical, prestando especial atención a las características de los diferentes modelos matemáticos que han sido analizados.

1. Paul G. Jennings y Raúl Husid, 1968 [4]

Estos autores estudiaron el efecto de las cargas de gravedad y del componente sísmico vertical sobre el colapso de estructuras histeréticas simples sujetas a excitaciones sísmicas. Los resultados muestran que las estructuras histeréticas capaces de resistir sismos cuando se ignora la gravedad, pueden colapsar cuando se considera dicho efecto. No encontraron una influencia significativa del componente sísmico vertical en sus resultados. Un estudio estadístico del tiempo requerido para la falla de estructuras elastoplásticas y bilineales mostró que un sismo de corta duración tendrá que poseer aceleraciones significativamente mayores que otro de mayor duración para causar el colapso de una estructura dada. Estos autores consideraron un modelo de un grado de libertad compuesto por una viga y dos columnas biarticuladas infinitamente rígidas, cuyas conexiones fueron representadas por resortes que trabajan en torsión y que generan funciones de resistencia elastoplástica y bilineal (Fig. 1.1 a). Se consideró un amortiguamiento viscoso lineal de 2 por ciento del crítico.

2. R.N. Iyengar y M. Shinozuka, 1972 [5]

Estos investigadores estudiaron el efecto del peso propio y del componente sísmico vertical sobre el comportamiento dinámico elástico de voladizos verticales uniformes como idealizaciones de edificios altos y esbeltos. Las solicitaciones sísmicas de entrada se consideraron como procesos aleatorios normales bivariados, y se simularon digitalmente en un computador. Calcularon numéricamente las deflexiones laterales en el extremo libre y las fuerzas cortantes y momentos flectores en la base de varias estructuras con diferentes frecuencias naturales, y encontraron que la presencia del peso propio y de la aceleración vertical del terreno puede al-

terar considerablemente las tres respuestas anteriores. Los voladizos verticales fueron modelados como vigas uniformes de Euler-Bernoulli con un amortiguamiento viscoso del 1 por ciento del crítico (Fig. 1.1 b).

3. James G. Anderson y Vitelmo V. Bertero, 1973 [6]

Estos autores evaluaron las respuestas inelásticas de un marco no contraentelado de acero de diez niveles, sujeto a un componente horizontal del movimiento del terreno y a combinaciones de este componente con las cargas de gravedad y con el componente sísmico vertical. Encontraron que la inclusión de las cargas de gravedad resultó en un importante aumento en las demandas de ductilidad local de las vigas de los pisos superiores y de las columnas de los pisos inferiores, y que la inclusión del componente sísmico vertical, además de incrementar adicionalmente las demandas de ductilidad en los mismos miembros referidos, puede también aumentar significativamente las demandas de ductilidad local de las columnas de los pisos superiores. Estos investigadores consideraron un modelo estructural consistente en un marco de acero de una cruzía y diez niveles (Fig. 1.1 c), con tres modos por nivel y tres grados de libertad por modo. Concentraron la masa del sistema en los puntos modales y las que se concentraron en los centros de las trabes se ajustaron para dar a cada sistema de piso el mismo periodo de vibración vertical que le corresponde con masa uniformemente distribuida. Adoptaron una relación momento-curvatura bilineal, con una rigidez posfluencia del 5 por ciento de la rigidez inicial. Como criterio de fluencia en columnas y vigas consideraron la interacción entre carga axial y momento flector.

4. Franklin Y. Cheng y Kenneth B. Oster, 1974 [7]

Desarrollando una formulación matemática, estos autores investigaron la estabilidad dinámica y el colapso de una serie de estructuras durante movimientos sísmicos. Encontraron que los desplazamientos laterales pueden incrementarse considerablemente con la presencia de los temblores verticales, en estructuras que tienen una frecuencia fundamental baja o aproximadamente igual a la mitad de la frecuencia vertical asociada con la máxima amplitud del espectro de frecuencia, derivado con base en la transformada rápida de Fourier. Entre los modelos estructurales sujetos al componente sísmico vertical, estos investigadores estudiaron el comportamiento dinámico de edificios de cortante y de marcos rígidos, con masas concentradas y masas consistentes. Consideraron solamente las deformaciones por flexión e incluyeron los efectos P- Δ de las cargas de gravedad. Tomaron en cuenta el efecto de la carga axial sobre la capacidad de momento de las columnas y adoptaron relaciones momento - curvatura lineal y bilineal [ver la Fig. 1.1 d].

5. Emilio Rosenblueth, 1975 [3]

Este autor realizó un estudio para conocer el orden de magnitud de las respuestas inelásticas de edificios idealizados de manera sencilla sometidos al movimiento vertical del terreno, así como la influencia de algunos parámetros en dichas respuestas, con el propósito de establecer criterios prácticos aproximados. Los análisis realizados señalaron la aparición de aceleraciones verticales en los pisos de edificios altos, que son, en términos generales, funciones moderadamente crecientes de la altura sobre el terreno. La amplificación dinámica que se encontró fue baja en relación con los registros obtenidos durante sismos en prototipos, debido a la ductilidad global supuesta. Dicha

amplificación es más pronunciada cuanto más rígidos son los pisos en comparación con las columnas, y cuanto más rápidamente decrece la rigidez de estos miembros con la altura. El modelo estructural considerado consistió en una barra vertical de sección uniforme, carente de masa y con rigidez unitaria K , a la cual están fijas láminas flexibles sin masa, infinitamente próximas entre sí, con rigidez unitaria K y con masas concentradas en sus extremos, con intensidad uniforme a lo alto del edificio (Fig. 1.1 e). La barra vertical representa las columnas del edificio y las láminas horizontales los sistemas de piso. Se efectuó un análisis dinámico modal del modelo, considerando un amortiguamiento viscoso del 5 por ciento del crítico. Se adoptó un espectro elástico para el componente sísmico vertical similar al del componente horizontal, con modificación en la escala de ordenadas espectrales y reducción a un 70 por ciento en la escala de periodos. Para el cálculo de las respuestas inelásticas de la estructura se consideró un espectro reducido por un factor de ductilidad vertical de 3.

6. Sukenobu Tani y Satsuya Soda, 1977 [8]

Estos autores investigaron el efecto $P-\Delta$ de las cargas de gravedad y el efecto del componente sísmico vertical en las respuestas dinámicas inelásticas de estructuras de acero, en forma de voladizos verticales con toda la masa concentrada en sus extremos superiores. Mediante una ecuación integral tipo Volterra se expresó la media cuadrática estadística de la respuesta de los modelos estructurales sujetos a excitaciones de ruido blanco en las bases, en las direcciones horizontal y vertical. Las ecuaciones integrales fueron resueltas mediante la teoría de la transformada de Laplace. Para examinar el comportamiento dinámico inelástico de los modelos, los autores desarrollaron un método original de lineali-

zación equivalente. Estos investigadores encontraron que, mientras el efecto $P-\Delta$ del componente sísmico vertical es despreciable, el efecto $P-\Delta$ de las cargas de gravedad puede incrementar el desplazamiento horizontal máximo en más del 10 por ciento. También encontraron que para factores de ductilidad mayores de 2, la rigidez posfluencia de la estructura influye significativamente en su respuesta dinámica. Las estructuras fueron modeladas como vigas uniformes de Euler-Bernoulli de acero, y fueron transformadas en modelos de cortante de un grado de libertad (Fig. 1.1 f). Se usó una función de resistencia bilineal en la dirección horizontal y se asumió un comportamiento lineal en la dirección vertical. Se consideró una excitación vertical estacionaria y una excitación horizontal de ruido blanco cuasi-no estacionario. La máxima respuesta de desplazamiento lateral se estimó para un nivel de 3σ , donde σ representa la desviación estándar correspondiente. Se consideró un amortiguamiento viscoso del 2 por ciento del crítico en la dirección horizontal y del 10 por ciento en la dirección vertical.

7. R. N. Iyengar y T. K. Saha, 1977 [9]

Este estudio fue una ampliación del realizado por el primero de los autores con Shimozuka [5], con la diferencia de que aquí se usaron registros de temblores reales. Estos autores analizaron la respuesta elástica de voladizos verticales uniformes sujetos a la acción de su peso propio y de los componentes sísmicos horizontal y vertical, y calcularon las deflexiones laterales y las envolventes de momentos y fuerzas cortantes máximas a lo alto de los voladizos. Encontraron que el componente sísmico vertical altera apreciablemente las respuestas de las estructuras, con aumentos en unos casos y reducciones en otros.

8. Subhash C. Goel , 1977 [10]

Este autor estudió el efecto del componente sísmico vertical en las respuestas dinámicas inelásticas de dos marcos contraventados de acero de seis niveles. Uno de los marcos tuvo contraventesos tipo K y el otro tipo X cada dos pisos (Fig. 1.1 g), con tres modos y un total de siete grados de libertad por cada nivel. La masa de cada nivel se concentró en los extremos y en el centro en partes iguales. Incluyó el efecto P- Δ de las cargas de gravedad y asumió un comportamiento histérico bilineal de vigas y columnas, con una rigidez posfluencia del 5 por ciento de la inicial. Los contraventesos fueron tratados solamente como miembros cargados axialmente. Usó las componentes N-S y vertical del temblor de El Centro de 1940, con intensidades multiplicadas por 1.50, y calculó las respuestas dinámicas de los marcos con el programa DRRAIN-2D. Sus resultados mostraron que la inclusión del componente sísmico vertical puede causar importantes aumentos en las demandas de ductilidad local de los miembros de los marcos, de los cuales las columnas fueron las más afectadas en términos de fuerzas axiales.

9. Oscar A. López y Anil K. Chopra , 1978 [11]

En la primera parte de este trabajo, los autores estudiaron la respuesta de sistemas de un solo grado de libertad con comportamiento lineal y no lineal, ante sismos registrados y simulados, con el objeto de evaluar la aplicabilidad de estos últimos. En la segunda parte, calcularon la respuesta de sistemas idealizados de un piso para movimientos sísmicos del terreno, con el propósito de evaluar los efectos de las cargas de gravedad y de los movimientos verticales del terreno. Estos investigadores encontraron que el efecto principal del componente sísmico vertical es superponer oscilaciones verticales

elásticas, alrededor de una deformación vertical gradualmente creciente que resulta de la fluencia de la estructura por efecto del movimiento horizontal del terreno. También concluyeron que los desplazamientos laterales del sistema no son influenciados significativamente por el movimiento vertical del terreno. En esta segunda parte de la investigación consideraron un marco simple de dos grados de libertad, con todo su peso concentrado en su tablero superior supuesto con rigidez infinita (Fig. 1.1 h). Asumieron un comportamiento elastoplástico de las columnas, y no tomaron en cuenta las fuerzas de voltes asociadas con el desplazamiento lateral ni los efectos $P-\Delta$ de las cargas de gravedad. Adoptaron una superficie de fluencia circular para las columnas en términos de fuerzas normalizadas, y usando temblores reales como solicitaciones, efectuaron un análisis dinámico no lineal, paso a paso, de los modelos estructurales con amortiguamientos viscosos del 5 por ciento de los críticos en las direcciones horizontal y vertical.

10. Julio Vargas N., 1979 [12]

Este autor resalta la importancia del componente sísmico vertical y presenta los resultados de un estudio de las propiedades dinámicas lineales de modelos idealizados de edificios en la dirección vertical. Resuelve el problema de los valores propios considerando un comportamiento elástico lineal de las estructuras, y calcula los elementos mecánicos mediante un espectro sísmico de diseño reducido por ductilidad. Para la idealización de las estructuras de edificios propone cinco modelos de complejidad creciente: (Fig. 1.1i)

- Voladizo vertical uniforme, como representativo de un edificio de masas semejantes en cada nivel y rigidez uniforme, con pisos rígidos.
- Modelo de masas concentradas iguales y rigidez de entre-

- piso constante o linealmente variable . Pisos rígidos .
- Modelo de masas concentradas iguales en cada piso , rigidez de columnas constante y uniformemente distribuida en la planta del edificio , teniendo adicionalmente en cuenta la flexibilidad de los sistemas de piso . Este modelo consta de tres masas concentradas por piso .
 - Modelo de masas concentradas constantes en cada piso , rigidez de columnas constantes pero no uniformemente distribuidas en la planta del edificio . Pisos rígidos .
 - Variación del modelo anterior considerando la flexibilidad de los sistemas de pisos .

Para el cálculo de la variación de la amplificación de las aceleraciones verticales , el autor consideró un espectro plano con factor de amplificación por respuesta elástica igual a 3 , y factor de reducción por ductilidad igual a 2 . Al referirse al espectro de diseño del componente sísmico vertical de la norma peruana , este investigador propone reducciones por ductilidad , al menos , del orden del 50 por ciento de las estimadas para el movimiento horizontal .

11. Sukenobu Tani y Satsuya Soda , 1980 [13]

Estos autores estudiaron el efecto del componente sísmico vertical en el comportamiento dinámico de marcos de concreto reforzado . La primera parte de esta investigación se dedicó a la obtención experimental de las características de fuerza-desplazamiento de los marcos , considerando la interacción entre los desplazamientos horizontales y verticales . Proponer dos alternativas para considerar esta interacción : primero , haciendo depender fuertemente la fuerza característica de restitución en la dirección horizontal con la carga axial de las columnas ; segundo , haciendo depender la fuerza

característica de restitución en la dirección vertical con el desplazamiento horizontal. En la segunda parte se calcularon las respuestas inelásticas de los marcos de concreto reforzado sujetos a los componentes horizontal y vertical del movimiento sísmico del terreno, y se hicieron comparaciones con los resultados que correspondieron a los movimientos horizontales solamente. Encontraron un caso donde la fuerza axial en una columna creció en más de 1.50 veces de aquella para carga muerta, y otros casos donde los desplazamientos laterales máximos, las fuerzas cortantes en las columnas y otras respuestas de los marcos aumentaron o disminuyeron en alrededor del 20 por ciento, respecto de las mismas respuestas que se calcularon sin consideración del movimiento vertical del terreno.

12. K. Kikuchi y K. Yoshimura, 1984 [14]

Estos autores investigaron el efecto del componente sísmico vertical y de las deformaciones axiales de las columnas en el comportamiento dinámico lineal de 56 marcos de concreto reforzado, con varias disposiciones de muros de rigidez monolíticamente colados con las trabes y columnas de borde, cubriendo completamente determinados vanos de los marcos. Otorgaron especial atención al comportamiento dinámico de marcos de seis niveles sujetos a los componentes sísmicos horizontal y vertical. Encontraron que la disposición de los muros de rigidez no tiene un efecto importante sobre los periodos fundamentales de vibración de los modos verticales de columnas, pero sí afecta considerablemente los periodos fundamentales de los modos de desplazamiento lateral. Cuando consideraron solamente el movimiento vertical del terreno, encontraron que las columnas de los pisos superiores fueron las más afectadas en términos de fuerzas axiales. Cuando consideraron simultáneamente los movimientos horizontal y

vertical del terreno, encontraron un importante efecto del componente sísmico vertical en las fuerzas axiales de las columnas interiores ubicadas en los pisos inferiores. En la Fig. 1.1 J se muestran algunos de los modelos estructurales analizados por estos investigadores. Consideraron tres distribuciones de masa: masas concentradas en los extremos de las trabes (W_0), masas concentradas en el centro y extremos de las trabes (W_1), y masas concentradas en el centro, cuartos de claro y extremos de las trabes (W_3). De acuerdo con los resultados del estudio, los autores recomiendan la distribución W_1 . Las matrices de rigidez de vigas y columnas fueron determinadas considerando las deformaciones de flexión y cortante, con la presencia de zonas rígidas en las uniones viga-columna. En el caso de las columnas se incluyeron adicionalmente las deformaciones axiales. Los muros de rigidez fueron representados como elementos finitos con cuatro modos y con tres grados de libertad por modo, los cuales se ubicaron en las intersecciones de las vigas y columnas de borde. Consideraron amortiguamientos viscosos del 5 por ciento de los críticos. Las respuestas de los marcos para los movimientos sísmicos del terreno se calcularon mediante un análisis modal, paso a paso.

1.1.3 Conclusiones

1. De acuerdo con lo expuesto en los incisos anteriores, está claro que el ignorar el efecto estructural del componente sísmico vertical no siempre constituye una práctica justificada de diseño, porque existen estructuras que son particularmente sensibles a su acción y porque hay zonas donde se registran temblores verticales con intensidades importantes.
2. Actualmente, la mayoría de los investigadores están de acuerdo en que las estructuras esqueléticas, como los edificios altos, y las estructuras de grandes claros, construidas

en zonas cercanas a los epicentros de macrosismos, son significativamente afectadas por el componente sísmico vertical y que requieren de un diseño especial para resistir los temblores verticales. Sin embargo, a la luz de los estudios recientes sobre el tema, parte de los cuales se ha presentado en el inciso anterior, debe reconocerse que también los marcos de edificios relativamente bajos muestran una importante sensibilidad al movimiento vertical del terreno.

3. Una característica común de todos los análisis dinámicos realizados en los estudios analíticos expuestos en el inciso anterior consiste en la consideración de amortiguamientos viscosos lineales y en la ignorancia de las inercias rotacionales de las masas de los sistemas.
4. Con muy pocas excepciones, todos los estudios analíticos presentados han demostrado que la inclusión de las cargas de gravedad y del componente sísmico vertical ocasiona importantes variaciones en las respuestas dinámicas de las estructuras, calculadas solamente para el componente sísmico horizontal.
5. En los análisis dinámicos de edificios estructurados a base de marcos, sujetos al componente sísmico vertical, ha quedado claramente demostrada la importante influencia de la flexibilidad de los sistemas de piso en las respuestas dinámicas, particularmente en lo que se refiere a las demandas de ductilidad local. Los estudios que no consideraron tal flexibilidad [4, 11] han reportado influencias poco significativas del componente sísmico vertical.
6. No hay un criterio definido respecto de la magnitud de las masas que se deben concentrar en los puntos modales de las estructuras. En la mayoría de los casos se ha aplicado un criterio simple con base en las áreas de influencia correspondientes.

7. De acuerdo con la técnica empleada para calcular las respuestas dinámicas de estructuras con comportamiento no lineal, los estudios analíticos se pueden dividir en dos grandes grupos; en un primer grupo se encuentran aquellos que hacen hipótesis sobre el comportamiento histérico de la estructura y calculan sus respuestas inelásticas mediante un análisis dinámico no lineal, paso a paso; en un segundo grupo se encuentran aquellos que calculan las respuestas inelásticas mediante un análisis dinámico lineal, paso a paso o modal, usando espectros sísmicos reducidos por ductilidad o acelerogramas con intensidades reducidas por ductilidad, según corresponda.
8. Los estudios analíticos del segundo grupo, expuestos en el inciso anterior, no proporcionaron ningún criterio para definir los factores de ductilidad por los cuales es pertinente reducir los espectros sísmicos o los acelerogramas de temblores registrados. Los factores de reducción por ductilidad que para el componente sísmico vertical se proponen en las referencias [3 y 12] tienen solamente un carácter intuitivo.
9. Hay que coincidir con el Dr. E. Rosenblueth [3] en que sería desproporcionado exigir que todas las estructuras tengan que ser diseñadas para el componente sísmico vertical, pero hace falta precisar las condiciones bajo las cuales se justifica su ignorancia.
10. Es importante hacer notar que los estudios analíticos descritos han demostrado que los efectos P- Δ de las cargas de gravedad pueden ser, en muchos casos, más importantes que los del componente sísmico vertical.

1.2 METODO DEL ESPECTRO INELASTICO DE RESPUESTA

La única técnica rigurosa para evaluar las respuestas inelásticas de una estructura con múltiples grados de libertad, sometida a un movimiento prescrito del terreno, es la que se conoce como análisis dinámico no lineal, paso a paso, en la cual las ecuaciones diferenciales del movimiento son integradas numéricamente en el tiempo. Este procedimiento, cuyo desarrollo teórico está bien establecido y cuyo uso es cada vez más frecuente, no es conveniente para fines prácticos de diseño. El método del espectro inelástico de respuesta (MEDESIR), que calcula las respuestas inelásticas sobre la base de un comportamiento elástico-lineal de la estructura, con el uso de un espectro sísmico reducido por ductilidad, no es una técnica analítica rigurosa, porque se apoya en el principio de superposición, el cual deja de ser aplicable una vez que se rebasa el límite elástico del material. Sin embargo, su simplicidad y su capacidad para considerar explícitamente todas las variables importantes, convierten al MEDESIR en una valiosa herramienta de diseño, susceptible de un perfeccionamiento progresivo con el transcurso del tiempo. Por esta razón, y por el rol preponderante que desempeña dentro de este trabajo, esta sección será dedicada a su estudio.

1.2.1 DESCRIPCIÓN DEL METODO

El propósito principal del método del espectro inelástico de respuesta es definir el nivel de resistencia a la fluencia de una estructura particular, de modo que en su comportamiento sísmico inelástico se alcance una demanda de ductilidad global prescrita. Por ello, la ecuación fundamental del MEDESIR es la siguiente:

$$\Delta_{MAX} = Q \cdot \Delta_f \quad (1.1)$$

donde Δ_{MAX} representa el desplazamiento máximo esperado de la estructura, Δ_f el desplazamiento para el inicio de la fluencia, y Q el factor de ductilidad global prescrito. A partir de la demanda de ductilidad global, y con base en hipótesis sobre los mecanismos de fluencia de la estructura, es posible, luego, hacer estimaciones de las demandas de ductilidad local en las regiones críticas del sistema, para verificar lo adecuado del diseño.

El método admite dos versiones: una estática y la otra dinámica. La versión estática se caracteriza porque la magnitud y distribución de las fuerzas estáticas equivalentes del sismo se obtienen con base en una estimación del período fundamental de la estructura, al aplicar fórmulas simples aproximadas. La versión dinámica se caracteriza porque la magnitud y distribución de las fuerzas sísmicas se determinan mediante un análisis dinámico modal, pseudo-lineal, de la estructura, con un criterio aproximado de superposición de las respuestas modales máximas. En ambas versiones se supone un comportamiento elástico lineal de la estructura, y la no linealidad del material se introduce mediante el uso de un espectro sísmico inelástico, más conocido como espectro reducido por ductilidad. El espectro sísmico inelástico se determina para un movimiento prescrito del terreno que corresponde al temblor de diseño, y para un comportamiento histérico supuesto de la estructura.

De las dos versiones descritas del MEDESIR, es claro que la dinámica es más exacta, porque considera de manera más precisa la distribución de masa y de rigidez de la estructura y porque, además, es capaz de incluir los efectos de todos los modos superiores de vibración que se

consideren importantes. Por esta razón y porque es de mayor interés para el presente estudio, en los incisos siguientes se hará referencia casi exclusivamente a la versión dinámica del MEDESIR.

1.2.2 ETAPAS BÁSICAS EN EL MEDESIR

Para una estructura con propiedades dinámicas lineales prescritas, y sujeta a un componente del movimiento sísmico del terreno, las etapas básicas que se siguen en la aplicación del método del espectro inelástico de respuesta son las siguientes:

Selección del factor de ductilidad global de diseño

Aunque el concepto de factor de ductilidad acepta una serie de interpretaciones, su significado en el MEDESIR debe entenderse como un promedio de las relaciones entre los desplazamientos máximos o últimos y los correspondientes desplazamientos para el inicio de la fluencia que ocurren según los grados de libertad de la estructura.

Para aplicar el MEDESIR, el proyectista estructural necesita seleccionar un valor del factor de ductilidad global de diseño para introducirlo en el proceso de cálculo. Tal selección debe considerar los dos siguientes factores:

- El sismo de diseño en cuanto se refiere a su periodo de retorno.
- La importancia de la estructura y su capacidad de absorción y disipación de energía.

Las demandas de ductilidad local de una estructura dependen en mucho de sus características particulares, y son siempre mayores que el factor de ductilidad global de diseño porque, una vez iniciada la fluencia, las deformaciones tienden a concentrarse en las regiones críticas del sistema. De esta forma, como se hace notar en la referencia [15], no parece apropiado prescribir los factores de ductilidad de diseño con

base únicamente en el tipo de sistema estructural ; es más racional ajustar dichos factores de ductilidad hasta lograr que las demandas inelásticas de la estructura sean congruentes con los valores admisibles , los que , a su vez , se calculan a partir de los principios que gobiernan el comportamiento de los miembros estructurales correspondientes . De lo expuesto se concluye que la selección de un factor de ductilidad global adecuado para diseño , constituye aun un problema donde hace falta un conocimiento más preciso .

Obtención del espectro inelástico de respuesta

El cálculo del espectro inelástico de respuesta de un sistema oscilatorio simple , requiere mayor trabajo numérico en relación a la obtención del espectro elástico . Para su determinación es preciso establecer el comportamiento inelástico histérico del sistema , de modo que queden completamente definidas las relaciones fuerza - desplazamiento en todos los intervalos posibles de desplazamientos y velocidades de la masa puntual . Por su simplicidad y adaptación a diferentes materiales , es usual suponer que el comportamiento del sistema es elastoplástico o bilineal con rigidez postfluencia diferente de cero . En la Fig. 1.2 se muestra esquemáticamente un conjunto de comportamientos histéricos que se pueden adoptar para el propósito descrito . En estas condiciones , el espectro inelástico para un movimiento prescrito del terreno se define como la representación gráfica de la relación que existe entre una respuesta máxima del sistema (generalmente la pseudo-aceleración) y el periodo natural , amortiguamiento y factor de ductilidad global prescritos . El cálculo de este espectro inelástico de respuesta se realiza en forma iterativa , integrando numéricamente , paso a paso , la ecuación diferencial del movimiento , ajustando el nivel de resistencia a la frecuencia del sistema hasta conseguir el factor de ductilidad global prescrito . Gracias al comportamiento inelástico del sistema , la pseudo-aceleración espectral disminuye casi proporcionalmente con el factor de ductilidad global , mientras el periodo natural inicial del sistema no sea muy corto .

Debido a que la dispersión de las respuestas inelásticas del sistema para diferentes temblores de diseño es bastante grande [22;24], para obtener resultados más confiables se recomienda seleccionar varios movimientos normalizados representativos del terreno, reales o simulados, y examinar luego la estadística de las respuestas calculadas. Por esta razón es usual aplicar el MEDESIR con espectros inelásticos promedio para un conjunto de temblores de diseño seleccionados.

→ la fecha se ha desarrollado una serie de trabajos que permiten definir aproximadamente los espectros inelásticos de respuesta sin necesidad de realizar el análisis dinámico no lineal, paso a paso, descrito anteriormente [16,17,18,19,20,21]. En la mayoría de estos estudios, los espectros inelásticos aproximados se derivan de los espectros elásticos correspondientes y de los factores de ductilidad prescritos. Estos estudios también contienen recomendaciones para definir espectros elásticos aproximados a partir de los parámetros del movimiento del terreno (Desplazamiento, velocidad y aceleración máximos) y del porcentaje de amortiguamiento crítico.

Análisis Modal de la Estructura

Las técnicas para efectuar el análisis modal de estructuras con comportamiento lineal están bien establecidas y se pueden revisar en la literatura sobre el tema [15,22,23,24]. Los pasos que se siguen en el análisis modal de sistemas discretos de varios grados de libertad, son los siguientes:

- Definición de los grados de libertad del sistema.
- Establecimiento de las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento.
- Determinación de las formas y frecuencias características de los modos naturales de vibración.
- Cálculo de los coeficientes de participación de los modos.
- Cálculo de las respuestas modales máximas.
- Cálculo de las respuestas de diseño con base en un criterio

aproximado de superposición de las respuestas modales. Para establecer la matriz de masa o de inercia se manejan dos criterios: el de masas concentradas y el de masas consistentes. Solamente en el primer caso, que es el criterio más usado, la matriz de masa es diagonal.

La obtención de modos clásicos de vibrar impone restricciones a los amortiguamientos de la estructura. La más conocida y usada consiste en admitir que la matriz de amortiguamiento es igual a una combinación lineal de las matrices de masa y de rigidez. En estas condiciones, las formas y frecuencias características de la estructura con amortiguamiento son las mismas que le corresponden sin amortiguamiento.

Las respuestas modales máximas, calculadas con base en los modos naturales de vibración y al espectro sísmico reducido por ductilidad, representan los valores máximos de las respuestas en el modo de vibrar particular que se considera. Las respuestas máximas de diseño no pueden, en general, obtenerse mediante la suma directa de las respuestas modales máximas, porque estas últimas no ocurren al mismo tiempo. En la mayoría de los casos, cuando un modo alcanza su respuesta máxima, las otras respuestas modales son menores que sus valores máximos. Se han propuesto varias fórmulas diferentes para obtener una razonable estimación de la respuesta máxima de diseño. La más conocida y utilizada consiste en calcular la respuesta máxima de diseño, R_D , mediante la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas modales, R_i ; esto es,

$$R_D = \sqrt{\sum_i R_i^2} \quad (1.2)$$

Esta fórmula, a la que se hará referencia como (RCSC), y otras más elaboradas son presentadas con detalle en las referencias [24 y 37].

Definición de la resistencia de la estructura

Esta etapa se realiza generalmente siguiendo las prescripciones de un reglamento de construcción, y la secuencia usual que se adapta es la siguiente:

- Análisis para las cargas de gravedad.
- Análisis sísmico.
- Evaluación de los efectos P- Δ .
- Determinación de los factores de carga y las combinaciones de los casos de carga.
- Definición de las resistencias de los elementos estructurales.

Merece especial atención el diseño de la resistencia de las estructuras que se hallan sometidas a la acción simultánea de varios componentes del movimiento sísmico del terreno. El criterio más difundido al respecto consiste en determinar separadamente las resistencias requeridas por la estructura para cada uno de los componentes sísmicos, y luego determinar la resistencia total de diseño mediante un criterio de superposición adecuado, que tome en cuenta el hecho de que las solicitaciones máximas de cada componente sísmico no se generan en forma simultánea y que, por tanto, no se superponen en forma directa. La resistencia de diseño que se requiere para cada componente sísmico se determina mediante la Ec. (1.2) u otra más exacta cuando el caso lo justifica. Para calcular la resistencia total de diseño para las cargas de gravedad y para todos los componentes sísmicos que actúan sobre la estructura, se proponen criterios de superposición que responden a expresiones del tipo siguiente:

$$R_D = R_w \pm R_i + \gamma_1 \cdot \sum_{j \neq i} (\pm R_j) \quad (1.3)$$

donde:

R_D = Resistencia total de diseño de la estructura.

R_w = Resistencia requerida para las cargas de gravedad.

R_i = Resistencia requerida para el componente sísmico i .

R_j = Resistencia requerida para el componente sísmico j .

γ_1 = coeficiente de superposición de las resistencias.

Las resistencias que figuran en la Ec. (1.3) deben interpretarse como vectores de elementos mecánicos en las diferentes secciones de la estructura, e incluyen sus correspondientes factores de carga.

Los valores que se recomiendan para el coeficiente γ_1 son 0.30 [36] y $1/3$ [32].

La resistencia total de diseño de la estructura, R_D , se determina para la combinación más desfavorable que resulte de la Ec. (1.3).

La Ec. (1.3), a diferencia de la Ec. (1.2), tiene la ventaja de que permite combinar elementos mecánicos de igual naturaleza pero de signos opuestos, y elementos mecánicos de diferente naturaleza (por ejemplo, una fuerza cortante con un momento flector), todos ellos referidos a una misma sección de la estructura.

Evaluación de la efectividad del diseño

La evaluación de la bondad o efectividad de la resistencia definida de la estructura, se realiza con base en la comparación entre las demandas y los valores permisibles de las deformaciones inelásticas. Las demandas de deformaciones inelásticas se estiman haciendo hipótesis sobre los mecanismos de fluencia de la estructura. Por ejemplo, en el caso de estructuras aperticadas sujetas al componente sísmico horizontal, la hipótesis usual consiste en suponer la formación simultánea de articulaciones plásticas en los extremos de las barras. Las deformaciones inelásticas permisibles se calculan en base a los principios que gobiernan el comportamiento de los miembros resistentes de la estructura.

según los resultados de esta evaluación se acepta o se reajusta el diseño de la resistencia de la estructura, modificando el factor de ductilidad global de diseño.

1.2.3 EVALUACION DEL METODO

El método del espectro inelástico de diseño, en la forma que ha sido presentado, es rigurosamente exacto solamente para sistemas de un grado de libertad; su aplicación a sistemas de varios grados de libertad introduce errores que provienen principalmente de la aplicación del principio de superposición, el cual deja de ser válido una vez que se inicia la fluencia de la estructura. Otras fuentes de errores del MEDESIR consisten en el criterio aproximado que se utiliza para superponer las contribuciones modales y el uso de espectros inelásticos aproximados. Por todo ello, tiene mucha importancia estimar el orden de magnitud de los errores en las deformaciones inelásticas predichas por el MEDESIR, respecto de las deformaciones inelásticas "exactas" calculadas mediante un análisis dinámico no lineal, paso a paso (MADIPSP), para un conjunto de temblores reales o simulados. Esta evaluación ha de permitir conocer las condiciones bajo las cuales el MEDESIR conduce a diseños aceptables, y aquellas para las que su aplicación está fuera de sentido. El esquema que se presenta en la Fig. 1.3 muestra en forma compacta la secuencia de pasos que se siguen en la evaluación del MEDESIR.

La discusión que se presenta a continuación trata la efectividad del MEDESIR en el diseño de estructuras de edificios sometidas a un componente horizontal del movimiento sísmico del terreno.

Una primera limitación del MEDESIR radica en el hecho de que, debido a la aleatoriedad del movimiento del terreno, la demanda de ductilidad global en cada grado de libertad

de la estructura generalmente no es uniforme. Por este motivo, la absorción de energía por deformación inelástica en estructuras con varios grados de libertad es menos eficiente que en los sistemas simples [17]. La mayoría de los investigadores que han evaluado el MEDESIR coinciden en señalar los efectos negativos en la capacidad de absorción de energía de la estructura, que se generan por el sub o sobrediseño de alguna de sus partes [15, 17, 22, 30]. Efectivamente, en el diseño sísmico no se cumple el conocido principio del diseño límite para carga estática, según el cual el incremento de resistencia de cualquier parte de la estructura no reduce su capacidad de resistencia última; ante perturbaciones dinámicas, la fortificación parcial de la estructura puede perjudicarla tanto como su debilitamiento parcial. En este sentido es muy importante evitar la presencia de eslabones débiles en la cadena resistente de una estructura, tales como juntas de colado mal ejecutadas y ciertas conexiones con resistencias insuficientes.

Veltsos y Vann [25] estudiaron edificios de cortante de uno a cinco grados de libertad, con comportamiento histérico elasto-plástico, y encontraron una buena efectividad del MEDESIR en los sistemas de dos y tres grados de libertad. Para los sistemas con más de tres grados de libertad, el MEDESIR condujo a subestimaciones de las deformaciones máximas, y los errores tendieron a aumentar con el número de grados de libertad. Este resultado se asocia con el hecho de que, mientras para un sistema simple el efecto principal de la acción inelástica consiste en una reducción de la frecuencia aparente de vibración, para un sistema múltiple la frecuencia modifica adicionalmente la forma del modo aparente de vibración, de tal forma que aumenta el coeficiente de participación del "modo fundamental". Clough y Penzien [22] presentan los resultados del análisis dinámico de un edificio estándar de acero de 20 niveles y 3

crujías, con distribución de masa y de rigidez decreciente hacia los pisos superiores, y concluyen que el MEDESIR predijo correctamente el orden de magnitud de las demandas de ductilidad local en vigas y columnas, pero no fue capaz de predecir satisfactoriamente las concentraciones de fluencia que ocurrieron en las vigas de los pisos inferiores y superiores. Lo que sucede es que el MEDESIR asume que las deformaciones inelásticas se distribuyen uniformemente en toda la estructura, por lo cual, cualquier mecanismo que conduce a concentraciones locales de deformación no es tomado en cuenta. Las demandas de ductilidad local aproximadas se obtuvieron dividiendo los momentos máximos, calculados bajo la hipótesis de comportamiento lineal, entre los momentos de fluencia correspondientes. Las demandas de ductilidad local "exactas" se obtuvieron mediante el MADIPSP, para los primeros ocho segundos del acelerograma del componente N-S del temblor de El Centro, 1940, considerando una relación momento-curvatura bilineal para todos los miembros, con una rigidez posfluencia del 5 por ciento de la rigidez inicial. Los autores concluyen que el MEDESIR proporciona una base para lograr diseños razonablemente balanceados en estructuras regulares, pero no puede tratar con sistemas que poseen pronunciadas discontinuidades de rigidez y de resistencia.

Coincidiendo con estas observaciones, en la referencia [26] se manifiesta que la configuración deformada de un sistema inelástico de múltiples grados de libertad debe ser generalmente proporcional a su configuración elástica, cuando todos los elementos comienzan su fluencia para aproximadamente el mismo nivel de deformación, y cuando las demandas de ductilidad son relativamente moderadas. Consecuentemente, el MEDESIR debe mostrarse más eficiente en estructuras con moderadas demandas de ductilidad local, aproximadamente iguales y uniformemente distribuidas en toda ella. Su eficiencia se reduce

drásticamente cuando una importante cantidad de la acción inelástica se concentra en ciertos niveles o regiones de la estructura, como puede ocurrir en edificios con configuraciones irregulares en planta y/o en elevación, o con cambios bruscos en la resistencia y rigidez entre sus pisos. También se anticipa la falta de efectividad del MEDESIR para predecir los desplazamientos laterales relativos de entrepiso, en edificios regulares cuya fuente principal de comportamiento no lineal corresponde al cabeceo de la cimentación.

Analizando el comportamiento dinámico de un edificio de concreto reforzado de 10 niveles y de otro de acero de 2 niveles, para un movimiento horizontal simulado del terreno, Magnostopoulos y Biggs [27] obtuvieron resultados satisfactorios con el MEDESIR. Estos autores encontraron que las fórmulas aproximadas para predecir las demandas de ductilidad local de uso frecuente, no son aplicables cuando no se forma el número suficiente de articulaciones plásticas para generar un mecanismo completo de fluencia en cada piso de la estructura, y que ello no es un impedimento para que se generen grandes demandas de ductilidad local en tales pisos. Finalmente recomiendan especial cuidado en la definición de resistencia de las columnas exteriores, debido a las importantes cargas axiales que los sismos horizontales inducen en estos miembros.

Un grupo de investigadores conducidos por Mario Paz [28] estudió una serie de marcos idealizados como edificios de cortante, con masas concentradas iguales a nivel de todos los pisos, con juntas de resistencia elastoplásticas, y sometidos a la acción de un componente horizontal del sismo de El Centro, California, 1940. El MEDESIR se aplicó usando espectros inelásticos exactos y aproximados; estos últimos de acuerdo con el criterio de Newmark/Hall [19].

El factor de ductilidad que se usó en el MEDESIR se tomó arbitrariamente igual a la máxima demanda de ductilidad global que se obtuvo con el MADIPSP. Los resultados de este estudio muestran errores de alrededor de ± 50 por ciento en las respuestas inelásticas predichas por el MEDESIR con espectros inelásticos exactos, y errores del orden del 100 por ciento en el caso en que se usaron espectros inelásticos aproximados.

Magnastopoulos, Haviland y Biggs [29] analizaron el comportamiento dinámico de tres marcos de acero de 3 crujeas y de 4, 10 y 18 niveles, para tres movimientos horizontales artificiales del terreno generados para ajustarse al espectro elástico propuesto por Newmark / Hall [19]. Se consideró una variación aproximadamente lineal de las rigideces de vigas y columnas con la altura sobre el terreno, y se asumió un comportamiento histérico bilineal con una rigidez posfluencia del 5 por ciento de la inicial para todos los miembros. Las resistencias de los miembros fueron calculadas sin factores de carga, considerando en unos casos y en otros no la presencia de las cargas de gravedad como fuerzas iniciales. En opinión de los autores, la ignorancia de las fuerzas iniciales debidas a las cargas de gravedad permite una evaluación más clara de la efectividad del MEDESIR. Para la evaluación del MEDESIR se usaron espectros reducidos por ductilidad aproximados, definidos con las recomendaciones de la referencia [19]. Se calcularon dos tipos de respuestas inelásticas "exactas": demandas de ductilidad global de entrepiso, Q_s , y demandas de ductilidad local de curvatura, u_c , cuyas expresiones fueron las siguientes:

$$Q_s = \delta_{max} / \delta_f \quad (1.4)$$

$$\mu_c = 1 + \frac{k_1}{k_2} \cdot \left[\frac{M - M_f}{M_f} \right]_{M_{MAX}} \quad (1.5)$$

donde :

S_{MAX} = desplazamiento lateral relativo de entrepiso máximo .

S_f = valor aproximado del desplazamiento lateral relativo de fluencia de entrepiso .

M = momento en el extremo del miembro en consideración ($M \geq M_f$) .

M_f = momento de fluencia , considerando la presencia de las cargas axiales en el caso de columnas .

k_1 = rigidez inicial de la sección en consideración .

k_2 = rigidez posfluencia de la sección en consideración .

En su trabajo los autores evaluaron el MEDESIR comparando las demandas de ductilidad local y global con los factores de ductilidad usados en la derivación de los espectros inelásticos aproximados , lo cual no es correcto. En base a la comparación entre las demandas de ductilidad global de los entrepisos y los factores de ductilidad usados en el diseño , puede concluirse que el MEDESIR proporcionó resultados aceptables . Las vigas y columnas exteriores mostraron mayor fluencia que las interiores . Las fuerzas axiales inducidas por el sismo en las columnas exteriores fueron mayores que las predichas por el MEDESIR . Este resultado parece indicar que las columnas exteriores de los marcos de edificios deben ser diseñadas con un factor de seguridad mayor que el que corresponde a las columnas interiores .

Bernal y Burdette [15] evaluaron ampliamente la efectividad del MEDESIR , analizando el comportamiento dinámico de dos marcos de concreto reforzado de seis y diez niveles para dos temblores horizontales registrados . Estos autores también encontraron satisfactorias concordancias entre las demandas de ductilidad global de los entrepisos y los

factores de ductilidad de diseño. También encontraron que las rotaciones de las articulaciones plásticas pueden calcularse con suficiente aproximación con el MEDESIR usando mecanismos completos de fluencia en los entrepisos de los marcos. No encontraron diferencias significativas entre las demandas inelásticas de los marcos diseñados con y sin la presencia de las cargas de gravedad como un estado inicial de fuerzas. En este estudio, como en otros anteriores, resultó que la sobre-resistencia de las vigas de los pisos superiores, por los requerimientos de resistencia para las cargas de gravedad solas, redujo las demandas inelásticas en los niveles donde se ubican tales vigas, y se incrementan las de los niveles adyacentes. Estos investigadores plantean como hipótesis que la precisión del MEDESIR decrece con la magnitud del factor de ductilidad de diseño. Desarrollaron un procedimiento eficiente para asegurar un comportamiento de columna fuerte y viga débil en los marcos que diseñaron.

J. M. Biggs [30] investigó la efectividad de las versiones estática y dinámica del MEDESIR, estudiando el comportamiento dinámico de marcos de concreto reforzado de cuatro y diez niveles para tres movimientos horizontales artificiales del terreno generados para ajustarse al espectro elástico de Newmark / Blume / Kapur. Usó espectros inelásticos aproximados, reduciendo por ductilidad el espectro elástico con el criterio propuesto por Newmark / Hall. Las resistencias de los marcos diseñados con la versión estática del MEDESIR se calcularon de acuerdo con el reglamento A C I - 318 - 71 [31], mientras que las resistencias de los marcos diseñados con la versión dinámica del método se calcularon sin factores de carga. Como cuestión general de este estudio se observó que las demandas de ductilidad local en los extremos de vigas y columnas de los marcos de cuatro niveles fueron mayores en los primeros pisos, debido a que

el diseño de los miembros de los pisos superiores fue controlado por las cargas de gravedad sin sismo; contrariamente, las demandas de ductilidad local en los marcos de diez niveles fueron mayores en los pisos superiores, por debajo del último nivel. En opinión de J.M. Biggs, la causa principal de este comportamiento diferente fue la falta de balance entre las resistencias de los miembros que concurren en cada nudo, por lo cual, las demandas de ductilidad local en los extremos de las vigas para momento positivo resultaron bastante mayores que las que se tuvieron para momento negativo. El autor concluyó que ninguna de las dos versiones del MEDESIR proporcionó resultados satisfactorios, aunque la versión dinámica produjo resultados mejores que la versión estática.

1.2.4 CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

1. El tema del espectro inelástico de respuesta atrajo considerablemente la atención de los investigadores en los pasados 20 años. El trabajo inicial de Veletsos y Newmark [16] ha sido extendido para una variedad de sistemas [18], y se han derivado una serie de reglas aproximadas y simples para su obtención [19, 20, 21, 33].
2. El MEDESIR es rigurosamente válido para sistemas de un grado de libertad; su extensión a sistemas de varios grados de libertad solamente puede producir resultados aproximados porque se apoya en el principio de superposición, el cual deja de ser válido una vez que se inicia la fluencia del sistema múltiple. Otra fuente de error del MEDESIR la constituye el uso de espectros inelásticos aproximados, y, en su versión dinámica, el criterio de superposición de las respuestas máximas asociadas a cada modo natural de

vibración del sistema múltiple.

3. El MEDESIR tiene dos versiones: la estática que permite obtener las fuerzas sísmicas equivalentes de diseño, y la dinámica que se apoya en el análisis modal, pseudo-lineal, de la estructura. De estas dos versiones, a la dinámica se le reconocen mejores posibilidades de aproximarse al comportamiento inelástico real de la estructura, porque es capaz de considerar explícitamente los factores más importantes que determinan dicho comportamiento. La versión estática es más simple y se usa tanto para el diseño preliminar como para el diseño definitivo de la estructura.
4. La mayoría de los investigadores concuerdan en que la versión dinámica del MEDESIR puede llegar a constituir una valiosa herramienta para el diseño sísmico de estructuras, por su simplicidad y por la familiaridad de los ingenieros proyectistas con su uso. Además, está probado que cuando este método se combina con reglas apropiadas de diseño, se obtienen resultados satisfactorios, comparables con los resultados "exactos" de un análisis dinámico no lineal, paso a paso.
5. Todos los investigadores concuerdan en que el MEDESIR produce resultados satisfactorios cuando la fluencia se distribuye de manera más o menos uniforme en toda la estructura. En cambio, su aplicación produce errores considerables cuando se generan importantes concentraciones de deformaciones inelásticas en algunas regiones del sistema, como sucede con las estructuras de edificios irregulares en planta y/o en elevación.
6. La evaluación de la versión dinámica del MEDESIR, que se

ha presentado en el inciso anterior, demuestra que no es posible establecer una conclusión absoluta sobre su efectividad, porque los resultados de cualquier estudio sobre este método son muy influidos por las solicitaciones sísmicas que se seleccionen y por las reglas particulares con las que se determinen las propiedades de resistencia y de rigidez de la estructura.

7. Otra dificultad que surge en la evaluación del MEDESIR radica en que las discrepancias entre las demandas de ductilidad local, predichas y calculadas, muchas veces tienen su origen en que no llegan a formarse los mecanismos completos de fluencia supuestos ordinariamente.
8. La efectividad del MEDESIR disminuye generalmente cuando se usan espectros inelásticos aproximados, particularmente aquellos que se derivan de los espectros sísmicos suavizados de diseño que se especifican en los reglamentos de construcción. En este último caso resulta difícil definir los temblores que deben considerarse en el MSDIPSP, porque deben ser congruentes con el espectro de diseño adaptado.
9. Hay consenso entre los investigadores respecto a que las cargas axiales inducidas por el componente sísmico horizontal en las columnas exteriores de los marcos de edificios, son significativamente mayores que las predichas por el MEDESIR; consecuentemente, parece que el factor de seguridad en el diseño de estos miembros debe ser mayor que en los restantes.
10. Aunque parece correcto, todavía no hay suficiente evidencia para concluir definitivamente que la efectividad del MEDESIR

decrece con el número de grados de libertad de la estructura y con la magnitud del factor de ductilidad global de diseño.

11. Merecen atención otros procedimientos que se han propuesto en remplazo del MEDESIR, y que básicamente consisten en la ejecución de un análisis modal no lineal de sistemas inelásticos de varios grados de libertad [34, 35].
12. Cuando en marcos de concreto reforzado existe un pobre balance entre las resistencias de los miembros que concurren en un nudo, se producen importantes concentraciones locales de fluencia en dichas zonas por la acción dinámica de los temblores. No se conoce todavía un procedimiento confiable para diseñar un balance apropiado, y los resultados de un análisis elástico son deficientes indicadores al respecto. Esta cuestión requiere mayor investigación.
13. Todavía no se han desarrollado criterios adecuados para predecir las respuestas inelásticas de estructuras de varios grados de libertad, sujetas a la acción conjunta de varios componentes del movimiento sísmico del terreno.
14. Respecto al factor de ductilidad global que debe usarse en la aplicación del MEDESIR, merece atención el concepto de "ductilidad cíclica" introducido por Bernal y Burdette [15]. Su adopción para la predicción de las respuestas inelásticas máximas de la estructura implica también su introducción en la derivación de los espectros inelásticos correspondientes.
15. La incorporación de los factores de carga y el control de las resistencias de algunos miembros de la estructura por las cargas de gravedad sin sismo, producen desviaciones

en las respuestas inelásticas predichas por el MEDESIR que todavía no han sido suficientemente evaluadas.

16. Como se manifiesta en la referencia [30], el diseño sísmico debe continuar apoyándose en el comportamiento inelástico de las estructuras, pero los nuevos procedimientos que se adopten deben ser capaces de transferir al diseñador el control sobre la cantidad de fluencia que desea permitir. Las herramientas analíticas están disponibles y la futura investigación debe concentrarse más en el problema del diseño que en el de análisis. En el diseño debe buscarse obtener estructuras que respondan, más o menos, como se supone en los métodos de análisis.

17. Es importante hacer notar que todos los estudios descritos se refieren a estructuras planas, en particular a marcos planos aislados. En el comportamiento inelástico de estructuras reales tridimensionales intervienen una serie de problemas poco conocidos todavía, tales como la torsión sísmica y la plastificación parcial, con la consiguiente pérdida de rigidez, de algunos de los elementos resistentes, entre otros.

1.3 CRITERIO DE REDUCCION POR DUCTILIDAD DEL COMPONENTE SISMICO VERTICAL

El criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical que se propone en este trabajo solamente es aplicable a las estructuras planas que son sensibles a los temblores horizontales y verticales, algunas de las cuales ya se han mostrado en la Fig. 1.1. Dicho criterio utiliza el concepto de máxima demanda de ductilidad local como una medida relativa del daño que se puede esperar en una estructura sujeta a temblores. Las estructuras se suponen con propiedades deterministas y se propone la selección de conjuntos representativos de temblores horizontales y verticales, reales o artificiales, convenientemente normalizados, para la zona donde se desea efectuar el estudio. Prescritas las propiedades dinámicas lineales de una estructura, tales como su geometría, grados de libertad, distribuciones de masa, rigidez y amortiguamiento, y seleccionado un conjunto de parejas de temblores horizontales y verticales (S_x, S_y), con sus correspondientes factores globales de ductilidad (Q_x, Q_y), se diseñan dos grupos de experimentos, físicos o simulados, con un número de experimentos en cada grupo igual al número de parejas de temblores seleccionados. Como se ilustra en la Fig. 1.4a, las sollicitaciones que se consideran en el primer grupo de experimentos corresponden a las cargas de gravedad y a los temblores horizontales; la resistencia correspondiente de la estructura, \hat{R}_x , que se mantiene constante en todo este primer grupo de experimentos, se diseña con el MEDESIR para las cargas de gravedad y para el espectro inelástico promedio de los temblores horizontales, calculado para el factor de ductilidad prescrito, Q_x , y para un comportamiento histerético supuesto de la estructura. La resistencia \hat{R}_x se puede expresar en la siguiente forma:

$$\hat{R}_x = R_w + \lambda \cdot \frac{R_x}{\hat{Q}_x} \quad (1.6)$$

donde :

R_w = resistencia requerida para las cargas de gravedad .

R_x = resistencia requerida para los temblores horizontales , cuando el comportamiento de la estructura es elástico - lineal .

\hat{Q}_x = factor de reducción por ductilidad horizontal , compatible con el factor de ductilidad Q_x y con el comportamiento histérico de la estructura .

R_x / \hat{Q}_x = resistencia requerida para los temblores horizontales , cuando el comportamiento de la estructura es inelástico - dúctil , con un nivel de fluencia Q_x global .

λ = factor mayor que la unidad , que aproxima los efectos P- Δ de segundo orden de las cargas de gravedad .

Cada experimento del primer grupo consiste en someter la estructura diseñada a la acción de las cargas de gravedad y de un temblor horizontal , y obtener como resultado la medida de la máxima demanda de ductilidad local , μ_x , en la sección más crítica . Al final de estos primeros experimentos se calcula la máxima demanda de ductilidad local promedio , $\bar{\mu}_x$, como el valor más representativo de la demanda inelástica de la estructura diseñada y solicitada por todos los temblores horizontales seleccionados .

Análogamente , como se ilustra en la Fig. 1.4 b , las solicitaciones que se consideran en el segundo grupo de experimentos corresponden a las cargas de gravedad y a las parejas de los temblores horizontales y verticales ; la correspondiente resistencia de la estructura , \hat{R}_{x+y} , que se mantiene constante en todo este grupo de experimentos , también se diseña con el MEDESIR para las cargas de gravedad y para los espectros inelásticos promedio de los temblores horizontales y verticales , calculados para los factores de ductilidad prescritos , Q_x y Q_y , y para los comportamientos

histeréticos supuestos de la estructura en dichas direcciones. Como en el caso anterior, la resistencia \hat{R}_{x+y} se puede expresar en la siguiente forma:

$$\hat{R}_{x+y} = \hat{R}_x + \gamma_1 \cdot \hat{R}_Y = R_w + \lambda \cdot \frac{R_x}{\hat{Q}_x} + \gamma_1 \cdot \frac{R_Y}{\hat{Q}_Y} \quad (1.7)$$

donde:

R_Y = resistencia requerida para los temblores verticales, cuando el comportamiento de la estructura es elástico-lineal.

\hat{Q}_Y = factor de reducción por ductilidad vertical, compatible con el factor de ductilidad Q_Y y con el comportamiento histerético de la estructura.

R_Y / \hat{Q}_Y = resistencia requerida para los temblores verticales, cuando el comportamiento de la estructura es inelástico-ductil, con un nivel de fluencia global Q_Y .

γ_1 = coeficiente prescrito de superposición de las resistencias que la estructura requiere cuando los temblores horizontales y verticales actúan separadamente.

Como es lógico, la resistencia \hat{R}_{x+y} es mayor que \hat{R}_x porque interviene la sollicitación adicional que corresponde a los temblores verticales.

Similarmente al caso anterior, cada experimento de este segundo grupo consiste en someter la estructura diseñada a la acción de las cargas de gravedad y de una pareja de temblores horizontal y vertical, y obtener como resultado la medida de la máxima demanda de ductilidad local, \bar{u}_{x+y} , en la sección crítica. Al final de todos estos experimentos se calcula la máxima demanda de ductilidad local promedio, \bar{u}_{x+y} , como el valor más representativo de la demanda inelástica de la estructura diseñada y sometida a todas las parejas de temblores seleccionados.

En las Ecs. (1.6) y (1.7) se ha supuesto que la resistencia de la estructura es controlada por la combinación de las cargas de gravedad

y de las solicitaciones sísmicas consideradas. Este requisito se puede relajar considerablemente exigiendo su cumplimiento al menos en la sección más crítica de la estructura. Cuando la resistencia de toda la estructura es controlada por los cargas de gravedad sin sismo, evidentemente no es posible proponer ningún criterio de reducción por ductilidad de los componentes sísmicos. En la Ec. (1.7) se ha supuesto que la resistencia requerida por la estructura para los temblores horizontales, $\lambda \cdot R_x / \hat{Q}_x$, es mayor que la requerida para los temblores verticales, R_y / \hat{Q}_y , que es la situación más frecuente en la práctica. Si la situación particular que se estudia implica una situación contraria a la supuesta en la Ec. (1.7), entonces simplemente se traslada el coeficiente γ_1 al término que corresponde a los temblores horizontales.

Manteniendo fijas todas las variables del primer grupo de experimentos, es claro que en el segundo grupo se puede establecer una relación biunívoca entre la máxima demanda de ductilidad local promedio, $\bar{\mu}_{x+y}$, y el correspondiente factor de reducción por ductilidad \hat{Q}_y . El criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical que se propone en este trabajo consiste en ajustar el valor del factor de reducción por ductilidad vertical de diseño, \hat{Q}_y^* , del segundo grupo de experimentos, de modo que la máxima demanda de ductilidad local promedio que le corresponde, $\bar{\mu}_{x+y}$, sea igual a un valor prescrito que se considere adecuado para la seguridad de la estructura que se estudia. Bajo la hipótesis de que el diseño de la estructura para las cargas de gravedad y los temblores horizontales está bien establecido, es posible considerar que la máxima demanda de ductilidad local promedio, $\bar{\mu}_x$, asociada al primer grupo de experimentos, constituye un límite adecuado que se puede adoptar como referencia para el segundo grupo de experimentos. Consecuentemente, en este trabajo se propone ajustar el valor de \hat{Q}_y^* , del segundo grupo de experimentos, hasta conseguir la igualdad entre las máximas demandas de ductilidad local promedio $\bar{\mu}_{x+y}$ y $\bar{\mu}_x$. Este criterio de reducción por ductilidad del

componente sísmico vertical se expresa en forma compacta como sigue :

$$\hat{Q}_\gamma^* = \hat{Q}_\gamma \quad : \quad \bar{u}_{x+\gamma} = \bar{u}_x \quad (1.8)$$

Si el riesgo de falla de la estructura se asocia con varias secciones críticas, entonces es factible proponer otro criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical, similar al propuesto mediante la Ec. (1.8), pero con la diferencia de que el factor de ductilidad de diseño, \hat{Q}_γ^* , se ajusta para obtener una igualdad entre las sumas de las máximas demandas de ductilidad local promedio, de las secciones críticas seleccionadas, de la estructura solicitada con γ sin la presencia de los componentes sísmicos verticales; esto es,

$$\hat{Q}_\gamma^* = \hat{Q}_\gamma \quad : \quad \sum \bar{u}_{x+\gamma} = \sum \bar{u}_x \quad (1.9)$$

La Ec. (1.9) constituye la manera más simple de expresar el segundo criterio descrito, pero cabe como refinamiento ponderar los términos que intervienen en las sumas por factores que correspondan convenientemente a los riesgos de falla de cada una de las secciones críticas seleccionadas.

Como se mencionó al principio de esta sección, los experimentos de las estructuras diseñadas pueden ser físicos o simulados. En los experimentos físicos se prueban modelos construidos a escala natural o reducida, o se prueban directamente prototipos, y tienen la ventaja de que sus resultados son más confiables que los de los experimentos simulados, porque se apoyan en el comportamiento mecánico real o bastante cercano al real de las estructuras; como desventajas deben señalarse su alto costo y las dificultades técnicas para su ejecución e interpretación de sus resultados. Los experimentos simulados

pueden ser analógicos o digitales, siendo dignos de destacar estos últimos por el notable desarrollo y difusión que han alcanzado en la actualidad, particularmente en las ramas de la Ingeniería. En la simulación digital, la estructura real es sustituida por un modelo matemático, en el cual las leyes del comportamiento mecánico real son aproximadas mediante leyes matemáticas que se perfeccionan a medida que se avanza en el conocimiento y se desarrolla la técnica. El análisis dinámico de los modelos matemáticos para la acción de los temblores se realiza paso a paso, discretizando el tiempo en pequeños intervalos, haciendo uso de un programa adecuado, y aprovechando la enorme velocidad de operación de las computadoras digitales. Los experimentos simulados digitalmente tienen el inconveniente de que sus resultados solo son aproximados, aunque la exactitud de los mismos tiende a mejorar constantemente con cada nueva versión de los programas correspondientes; tienen la ventaja de que son de costo relativamente bajo, se pueden ejecutar muchas pruebas en poco tiempo, y los resultados se obtienen de manera precisa y automática.

1.4 OBJETIVOS Y ALCANCES DEL PRESENTE ESTUDIO

El propósito principal del presente estudio es avanzar en el conocimiento sobre la influencia del componente sísmico vertical, en el comportamiento dinámico de las estructuras de edificios que se ubican en zonas de importante riesgo sísmico, donde se puede esperar la ocurrencia de temblores horizontales y verticales intensos. Una aproximación hacia este objetivo se piensa lograr poniendo en práctica los criterios de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical propuestos en la sección 1.3 de este capítulo, en un conjunto de marcos simples de concreto reforzado. La elección de marcos simples obedece a que son las estructuras más sencillas con la capacidad de representar en forma aproximada las características esenciales de los edificios. La selección del concreto reforzado como material estructural obedece a la sencillez de las configuraciones geométricas de los marcos correspondientes (marcos de portal), al uso más difundido que tiene, y a la mayor libertad que se tiene para ajustar la resistencia de cada sección a un valor prescrito. Por sus facilidades y ventajas, en este trabajo se efectuarán experimentos simulados digitalmente sobre modelos matemáticos de los marcos simples diseñados.

El objetivo básico de este trabajo implica el desarrollo y realización de una metodología adecuada para el diseño de los experimentos de los marcos simples, la cual, en términos generales, debe comprender las siguientes etapas:

1. Selección de los marcos simples
2. Selección de las propiedades dinámicas lineales de los marcos
3. Definición del comportamiento histerético de los marcos.
4. Selección de las parejas de temblores horizontales y verticales
5. Obtención de los espectros sísmicos reducidos por ductilidad
6. Diseño de las resistencias de los marcos (MEDESIR)

7. Análisis dinámico no lineal, paso a paso, de los marcos
8. Obtención de las máximas demandas de ductilidad local promedio
9. Cálculo de los factores de reducción por ductilidad \hat{Q}_Y^*

Como se puede observar, esta metodología se puede aplicar con pocas modificaciones al estudio de marcos simples de acero, y, en general, a cualquier estructura plana sensible a los temblores horizontales y verticales.

Como objetivo complementario de este estudio se ha de proponer otro criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical más elaborado, con un enfoque probabilista que use el concepto de confiabilidad estructural. Este nuevo criterio permitirá orientar adecuadamente el desarrollo de futuros trabajos sobre el problema, y, a la vez, evaluar la efectividad del criterio propuesto en este trabajo, en base a máximas demandas de ductilidad local, y otros similares.

CAPITULO 2

DISEÑO DE LOS EXPERIMENTOS DE MARCOS SIMPLES

DISEÑO DE LOS EXPERIMENTOS DE MARCOS SIMPLES2.1 DEFINICION DE LOS MODELOS MATEMATICOS2.1.1 Modelo estructural básico

Consecuente con los objetivos del presente estudio, el diseño de los experimentos para analizar la influencia del componente sísmico vertical se efectuará sobre un conjunto de marcos simples de concreto reforzado que trabajen fundamentalmente en flexión. De esta forma, el modelo estructural básico de estudio consistirá en un marco simple y simétrico tipo portal, conformado por barras de sección uniforme y con toda su carga de gravedad uniformemente distribuida sobre la trabe, tal como se muestra en la Fig. 2.1. Se han de considerar dos situaciones extremas respecto a las condiciones de apoyo de los modelos estructurales: apoyos articulados y apoyos empotrados. Estas dos condiciones de apoyo son importantes porque los marcos correspondientes muestran diferentes sensibilidades a los temblores horizontales y verticales; los marcos con apoyos articulados son más sensibles al componente sísmico horizontal que los marcos con apoyos empotrados; con relación al componente sísmico vertical, la situación es a la inversa.

2.1.2 Características de los modelos matemáticos de estudio

Para el diseño y realización de los experimentos simulados digitalmente de los marcos simples, es necesario reemplazar las estructuras reales por sus correspondientes modelos matemáticos. Las características principales de los modelos matemáticos que se considerarán en el presente estudio son las siguientes:

1. Se adoptarán modelos matemáticos discretos.
2. La masa de la estructura se concentrará en los puntos nodales.
3. No se tomarán en cuenta las inercias rotacionales de las masas.
4. No se tomarán en cuenta las deformaciones axiales de las

- trabes ni las deformaciones por esfuerzos cortantes de todas las barras.
5. Las uniones entre trabes y columnas se asumen como puntuales y perfectamente rígidas.
 6. El amortiguamiento del sistema es lineal de tipo viscoso.
 7. Los dos apoyos de los marcos se mueven idénticamente en fase.
 8. Las relaciones momento - curvatura de todas las secciones críticas de los marcos se asumen como elastoplásticas, las cuales se caracterizan por una rigidez posfluencia igual a cero (Figs. 1.2 a y b).
 9. se admite la formación de articulaciones plásticas únicamente en las secciones que corresponden a los extremos de las barras en que se han dividido los marcos; el comportamiento de todas las secciones intermedias de las barras se asume como elástico - lineal.
 10. El criterio de fluencia de las secciones críticas de las trabes se establece únicamente en base al momento de flexión correspondiente, mientras que en las secciones críticas de las columnas se considera la interacción entre la carga axial y el momento flector.
 11. La presencia de las cargas de gravedad se considerará como un estado inicial de elementos mecánicos en los extremos de las barras del modelo discreto que se adapte.
 12. No se tomará en cuenta el efecto de las fuerzas cortantes en el comportamiento inelástico de los marcos.
 13. Todos los análisis serán de primer orden, y los efectos $P-\Delta$ de segundo orden debidos a las cargas de gravedad serán introducidos sólo de manera aproximada.
 14. No se tomarán en cuenta los efectos de la interacción suelo - estructura.

Como se puede observar, la mayor parte de las hipótesis y simplificaciones que se han enumerado, son las usuales para

establecer los modelos matemáticos de marcos simples.

2.1.3 Discretización de los marcos simples

Se puede apreciar que el marco simple de la Fig. 2.1 corresponde realmente a un modelo dinámico continuo, con infinitos grados de libertad. Para efectuar el análisis dinámico no lineal y para simplificar el análisis dinámico lineal es necesario reemplazar este modelo continuo por uno discreto equivalente, que sea simple y que considere los grados de libertad indispensables que permitan introducir adecuadamente los efectos de los componentes sísmicos horizontal y vertical. En las Figs. 2.2 a y b se muestran las dos primeras alternativas más simples de discretización. El modelo discreto de la Fig. 2.2 a consta de 5 nodos, 4 barras, 3 masas concentradas, y posee 4 grados de libertad; el modelo discreto de la Fig. 2.2 b consta de 7 nodos, 6 barras, 5 masas concentradas, y posee 6 grados de libertad. El único grado de libertad horizontal de los dos modelos discretos de la Fig. 2.2 es consecuencia de ignorar las deformaciones axiales de las trabes, por lo cual, los desplazamientos laterales de todas las secciones ubicadas en estos miembros son iguales.

Como se ha manifestado anteriormente, los modelos discretos con masas concentradas ofrecen mayores facilidades de análisis que aquellas con masas consistentes, porque en los primeros la matriz de masa o de inercia resulta diagonal. Por otro lado, no se ha demostrado que las masas consistentes proporcionen resultados más exactos que las masas concentradas.

Después de analizar los resultados de una serie de experimentos preliminares simulados digitalmente, de marcos diseñados y modelados con tres y cinco masas concentradas, se decidió adoptar la segunda alternativa. El modelo discreto de cinco masas concentradas y seis grados de libertad complica el análisis dinámico de los marcos pero es más rea-

lista porque considera la posibilidad de formación de articulaciones plásticas intermedias en el centro y cuartos de claro de la trabe ; además , el modelo discreto de cinco masas concentradas proporcionó mayores demandas de ductilidad local en los extremos de las trabes que el modelo de tres masas. Las masas concentradas del modelo discreto de la Fig. 2.2 b se calcularon de acuerdo con el criterio simple de áreas tributarias ($W_Y = 2W_C = W/4$) , con lo cual , como se demuestra en el Apéndice A de este trabajo , se reprodujo bastante bien el periodo fundamental de vibración vertical del marco con carga uniformemente distribuida sobre la trabe . En este mismo apéndice A se incluye una expresión aproximada de W_Y para lograr esta misma propiedad dinámica en el modelo de tres masas concentradas .

2.2 DEFINICION DE LAS PROPIEDADES DE RIGIDEZ

En lugar de prescribir arbitrariamente las propiedades de rigidez de los marcos simples , en este trabajo se desarrolló un procedimiento que permite definir los momentos efectivos de inercia de las secciones de los miembros , en base a los valores prescritos del periodo fundamental de vibración vertical y de la relación de rigideces relativas en flexión de trabes y columnas . Este procedimiento parte de un modelo discreto de cinco masas concentradas simplificado para efectos del análisis dinámico modal de los marcos simples , que resulta de ignorar las deformaciones axiales de las columnas en el modelo discreto de la Fig. 2.2 b , las cuales , evidentemente son pequeñas . De esta forma , los grados de libertad del modelo discreto simplificado se reducen a cuatro , tal como se puede apreciar en la Fig. 2.3 , el cual , por su simetría estructural , se puede descomponer en los dos modelos discretos desacoplados de dos grados de libertad que se

muestran en la Fig. 2.4. El modelo de la Fig. 2.4 a proporciona los dos modos simétricos de vibración que son excitados por el componente sísmico vertical, y el modelo de la Fig. 2.4 b proporciona los dos modos antisimétricos de vibración que son excitados por el componente sísmico horizontal.

Aceptando la existencia de modos clásicos de vibrar, el periodo fundamental de vibración, T_Y , del modelo discreto de la Fig. 2.4 a, corresponde a la raíz mayor de la siguiente ecuación característica:

$$\text{Determinante} \left\{ (f_Y)(M_Y) - \frac{T_Y^2}{4\pi^2} (I) \right\} = 0 \quad (2.1)$$

(f_Y) representa la matriz de flexibilidades, (M_Y) la matriz de masa, e (I) la matriz unitaria. El producto $(f_Y)(M_Y) = (D_Y)$ se conoce como la matriz dinámica del sistema. Para el modelo discreto de la Fig. 2.4 a, las expresiones de (f_Y) y (M_Y) son las siguientes:

$$(f_Y) = \frac{L^3}{1536 E_c I_v (2B+m)} \begin{bmatrix} 8(8B+m) & 8(11B+m) \\ 4(11B+m) & (64B+5m) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$(M_Y) = \frac{w_Y}{g} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$B = \frac{I_v \cdot h}{I_c \cdot L} \quad (2.4)$$

donde:

- L = longitud de la trabe del marco, entre ejes de columnas.
 h = altura de las columnas, hasta el eje de la trabe.
 E_c = módulo de elasticidad del concreto.
 I_v = momento efectivo de inercia de la sección transversal de la trabe.
 I_c = momento efectivo de inercia de la sección transversal de las columnas.
 B = relación de rigideces relativas en flexión de trabe y columnas.
 m = coeficiente que depende de la condición de apoyo del marco: $m = 3$ para apoyos articulados y $m = 4$ para apoyos empotrados.
 W_Y = pesos concentrados en el centro y cuartos de claro de la trabe.
 g = aceleración de la gravedad.

De acuerdo con la Ec. (2.1), resulta la siguiente expresión para T_Y :

$$T_Y = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot W_Y \cdot L^3}{768 E_c I_v g (2B+m)} \left\{ (128B + 13m) + \sqrt{15,488B^2 + 2816Bm + 137m^2} \right\}} \quad (2.5)$$

Consecuentemente, prescritos los valores de T_Y , L , h , W_Y , E_c , B y m , los momentos efectivos de inercia de las secciones de trabes y columnas se obtienen con las siguientes expresiones que resultan de las Ecs. (2.5) y (2.4):

$$I_v = \frac{\pi^2 \cdot W_Y \cdot L^3}{768 E_c g (2B+m) T_Y^2} \left\{ (128B + 13m) + \sqrt{15,488B^2 + 2816Bm + 137m^2} \right\} \quad (2.6)$$

$$I_c = \frac{I_v \cdot h}{B \cdot L} \quad (2.7)$$

El cálculo de las dimensiones de las secciones de traveses y columnas, a partir de sus correspondientes momentos efectivos de inercia, no es directo debido al agrietamiento del concreto en flexión. Para una estimación razonable de tales dimensiones, se puede adoptar una recomendación de Park y Paulay [38], ignorando el agrietamiento del concreto en columnas y considerando que el momento efectivo de inercia de las secciones de traveses es igual al 50 por ciento del momento de inercia de la sección de concreto sin agrietar. De este modo, considerando traveses de sección rectangular con ancho b y peralte total t_v , con una relación $b/t_v = 1/2$, resulta:

$$b = \sqrt[4]{3 I_v} \quad , \quad t_v = 2b \quad (2.8)$$

Análogamente, considerando columnas de sección cuadrada de lado t_c , resulta:

$$t_c = \sqrt[4]{12 I_c} \quad (2.9)$$

2.3 DEFINICION DE LAS PROPIEDADES DE RESISTENCIA

Sin duda, ésta corresponde a la etapa más importante en el diseño de los experimentos. Como se ha manifestado anteriormente, las propiedades de resistencia de los marcos simples se determinarán con el MEDESIR, considerando la presencia de las cargas de gravedad e introduciendo los efectos $P-\Delta$ de manera aproximada.

2.3.1 Análisis dinámico modal pseudo-lineal espectral

En este inciso se intentará presentar en forma clara, compacta y coherente la teoría relacionada con el análisis

modal pseudo-lineal espectral de un sistema dinámico discreto de varios grados de libertad, para la descripción de cuyo movimiento se aceptará la existencia de modos clásicos de vibración. La denominación de pseudo-lineal espectral se aplica porque se combina el análisis modal lineal con el uso de espectros sísmicos de respuesta inelástica, aproximación característica de la versión dinámica del MEDESIR.

Ecuación general del movimiento

La ecuación que gobierna el movimiento de un sistema discreto de varios grados de libertad, con comportamiento lineal, cuyos apoyos se mueven idénticamente en fase, y que se encuentra sujeto a la acción conjunta de los componentes horizontal y vertical del movimiento sísmico del terreno, es la siguiente:

$$(M)\{\ddot{Y}\} + (C)\{\dot{Y}\} + (K)\{Y\} = -(M)(J)\{\ddot{Y}_s\} \quad (2.10)$$

$\{Y\}$, $\{\dot{Y}\}$ y $\{\ddot{Y}\}$ son, respectivamente, los vectores de desplazamientos, velocidades y aceleraciones relativas, según los grados de libertad de la superestructura del sistema, respecto al terreno; (M) es la matriz de masa o de inercia del sistema, (C) es la matriz de amortiguamiento viscoso, (K) es la matriz de rigidez del sistema, (J) es la matriz que transforma los desplazamientos del terreno en desplazamientos de cuerpo rígido según los grados de libertad del sistema, y $\{\ddot{Y}_s\}$ es el vector de aceleraciones sísmicas del terreno. De acuerdo con la definición de (J) , se puede escribir:

$$\{Y\}_{CR} = (J)\{Y_s\} \quad (2.11)$$

$\{Y_s\}$ representa el vector de desplazamientos del terreno y $\{Y_{CR}\}$ los desplazamientos de cuerpo rígido de la superestructura del sistema.

Amortiguamiento del sistema

Para la existencia de modos clásicos de vibración, es suficiente que la matriz de amortiguamiento viscoso se pueda expresar como una combinación lineal de las matrices de masa y de rigidez; esto es,

$$(C) = \alpha \cdot (M) + \beta \cdot (K) \quad (2.12)$$

α y β son parámetros escalares prescritos por el diseñador, y dependen del tipo de estructura, del material, etc.

Establecida la relación de la Ec. (2.12), la fracción de amortiguamiento crítico de cualquier modo natural de vibración, E_m , con periodo natural T_m , donde m es un subíndice de identificación, está determinada por la siguiente ecuación:

$$E_m = \left[\frac{\alpha \cdot T_m}{4\pi} + \frac{\beta \cdot \pi}{T_m} \right] \quad (2.13)$$

Consecuentemente, los coeficientes α y β se pueden calcular en base a los periodos naturales (T_i, T_j) de dos modos de vibración del sistema seleccionados arbitrariamente (generalmente los dos primeros), y de sus correspondientes fracciones de amortiguamiento crítico prescritos (E_i, E_j). Las expresiones que permiten calcular los coeficientes α y β son las siguientes:

$$\alpha = \left[\frac{4\pi (T_i E_i - T_j E_j)}{T_i^2 - T_j^2} \right] \quad (2.14)$$

$$\beta = \left[\frac{T_i T_j (T_i E_j - T_j E_i)}{\pi (T_i^2 - T_j^2)} \right] \quad (2.15)$$

Para el caso particular en que $\varepsilon_i = \varepsilon_j = \varepsilon$, las expresiones anteriores se reducen a las siguientes:

$$\alpha = \frac{4\pi\varepsilon}{(T_i + T_j)} \quad (2.16)$$

$$\beta = \frac{\varepsilon T_i T_j}{\pi (T_i + T_j)} \quad (2.17)$$

Fijados los valores de los coeficientes α y β , las fracciones de amortiguamiento crítico de los modos de vibración diferentes de i y j quedan obligadas a adoptar los valores que resultan de la Ec. (2.13).

Frecuencias y formas características

Cuando el amortiguamiento se puede expresar como en la Ec. (2.12), entonces las frecuencias y formas características del sistema amortiguado son exactamente iguales a las del mismo sistema sin amortiguamiento. Consecuentemente, las frecuencias características corresponden a las raíces del polinomio característico del sistema, que resulta de la siguiente expresión:

$$\text{Determinante } \left\{ (K) - \omega_j^2 \cdot (M) \right\} = 0 \quad (2.18)$$

Como se sabe, el polinomio característico tiene tantas raíces ω_j , como grados de libertad tiene el sistema, y todas ellas son reales y positivas.

Las formas o vectores característicos del sistema, $\{Z_j\}$, se obtienen resolviendo para cada modo natural, con frecuencia característica, no amortiguada ω_j , el siguiente sistema homogéneo de ecuaciones:

$$\{(K) - \omega_J^2 \cdot (M)\} \{Z_J\} = \{0\} \quad (2.19)$$

Este sistema de ecuaciones no permite determinar explícitamente todos los elementos del vector modal $\{Z_J\}$, si previamente no se fija el valor de cualquiera de ellos. Lo usual en la práctica es fijar el primer o último elemento de $\{Z_J\}$ a un valor unitario.

Cuando la matriz de rigidez del sistema no es singular, las frecuencias y formas características del sistema también se pueden obtener con una formulación en base a la matriz de flexibilidades (f) . Las correspondientes expresiones análogas a las Ecs. (2.18) y (2.19) son las siguientes:

$$\text{Determinante} \left\{ (D) - \frac{1}{\omega_J^2} (I) \right\} = 0 \quad (2.20)$$

$$\left\{ (D) - \frac{1}{\omega_J^2} (I) \right\} \{Z_J\} = \{0\} \quad (2.21)$$

$(D) = (f)(M) = (K)^{-1} (M)$ es la matriz dinámica del sistema, e (I) es la matriz unitaria.

Análisis modal en el tiempo

Si la matriz de amortiguamiento se puede expresar como en la Ec. (2.12), el sistema de ecuaciones diferenciales de la Ec. (2.10) se desacopla mediante la siguiente transformación estándar de coordenadas:

$$\{r(t)\} = (Z) \{\eta(t)\} = \sum_J \{Z_J\} \cdot \eta_J(t) \quad (2.22)$$

(Z) es la matriz de transformación de coordenadas, cuyas colum-

mas corresponden a los vectores característicos del sistema, $\{\eta(t)\}$ representa el vector de coordenadas normales o principales del sistema, y $\eta_J(t)$ representa la J -ésima coordenada principal. El argumento t representa el instante para el cual se desea calcular las respuestas del sistema.

Introduciendo la Ec. (2.22) en la Ec. (2.10), y aplicando las relaciones de ortogonalidad entre los vectores característicos del sistema, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones desacopladas:

$$\ddot{\eta}_J(t) + 2\varepsilon_J \omega_J \dot{\eta}_J(t) + \omega_J^2 \eta_J(t) = - \frac{\{Z_J\}^T(M)(J)}{\{Z_J\}^T(M)\{Z_J\}} \{\ddot{Y}_S(t)\} \quad (2.23)$$

Cada sobrepunto representa una derivación respecto del tiempo, y $\{Z_J\}^T$ es el vector traspuesto de $\{Z_J\}$.

Introduciendo una notación adecuada, la Ec. (2.23) se puede expresar de una manera más simple para el problema que se estudia en este trabajo, como se muestra a continuación:

$$(J) = [\{J_x\}, \{J_y\}] \quad (2.24)$$

$$\{\ddot{Y}_S(t)\} = \begin{bmatrix} \ddot{X}_S(t) \\ \ddot{Y}_S(t) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$\{J_x\}$ representa el vector de desplazamientos de cuerpo rígido, según los grados de libertad de la superestructura, debido al desplazamiento unitario $X_S = 1$. Análogamente, $\{J_y\}$ representa el vector de desplazamientos de cuerpo rígido, según los grados de libertad de la superestructura, debido al desplazamiento unitario $Y_S = 1$. \ddot{X}_S y \ddot{Y}_S son, respectivamente, las aceleraciones horizontales y verticales del mo-

vimiento sísmico del terreno.

Introduciendo las Ecs. (2.24) y (2.25) en la Ec. (2.23), se obtiene la siguiente expresión:

$$\ddot{\eta}_J(t) + 2\varepsilon_J \bar{\omega}_J \dot{\eta}_J(t) + \bar{\omega}_J^2 \eta_J(t) = -a_{JX} \ddot{X}_S(t) - a_{JY} \ddot{Y}_S(t) \quad (2.26)$$

donde a_{JX} y a_{JY} representan los coeficientes de participación del modo natural de vibración J , cuyas expresiones son las siguientes:

$$a_{JX} = \frac{\{Z_J\}^T (M) \{J_X\}}{\{Z_J\}^T (M) \{Z_J\}} \quad (2.27)$$

$$a_{JY} = \frac{\{Z_J\}^T (M) \{J_Y\}}{\{Z_J\}^T (M) \{Z_J\}} \quad (2.28)$$

Para condiciones iniciales de reposo, la solución de la Ec. (2.26) se puede expresar como sigue:

$$\eta_J(t) = a_{JX} \int_0^t \ddot{X}_S(\tau) h_J(t-\tau) d\tau + a_{JY} \int_0^t \ddot{Y}_S(\tau) h_J(t-\tau) d\tau \quad (2.29)$$

donde $h_J(t)$ es la respuesta de desplazamiento en el modo J , para un impulso unitario de aceleración en la base, cuya expresión es la siguiente:

$$h_J(t) = -\frac{1}{\bar{\omega}_J'} e^{-\varepsilon_J \bar{\omega}_J t} \cdot \text{sen } \bar{\omega}_J' t \quad (2.30)$$

$$\bar{\omega}_J' = \bar{\omega}_J \sqrt{1 - \varepsilon_J^2} \quad (2.31)$$

$\bar{\omega}_J'$ es la frecuencia natural amortiguada del modo J .

Finalmente, de acuerdo con las Ecs. (2.22) y (2.29), la

respuesta de desplazamientos del sistema se puede expresar en la forma siguiente:

$$\{\gamma(t)\} = \{\gamma_x(t)\} + \{\gamma_y(t)\} \quad (2.32)$$

donde:

$$\{\gamma_x(t)\} = \sum_J a_{Jx} \{z_J\} \int_0^t \ddot{X}_S(\tau) h_J(t-\tau) d\tau \quad (2.33)$$

$$\{\gamma_y(t)\} = \sum_J a_{Jy} \{z_J\} \int_0^t \ddot{Y}_S(\tau) h_J(t-\tau) d\tau \quad (2.34)$$

$\{\gamma_x(t)\}$ y $\{\gamma_y(t)\}$ son las respuestas de desplazamientos relativos del sistema por efecto de los componentes sísmicos horizontal y vertical, respectivamente.

Análisis modal espectral

De acuerdo con la Ec. (2.33), la respuesta de desplazamientos del sistema en el modo J , por efecto del componente sísmico horizontal, $\{\gamma_{Jx}(t)\}$, tiene la siguiente expresión:

$$\{\gamma_{Jx}(t)\} = a_{Jx} \cdot \{z_J\} \int_0^t \ddot{X}_S(\tau) h_J(t-\tau) d\tau \quad (2.35)$$

La correspondiente respuesta modal máxima se obtiene cuando la integral de la Ec. (2.35) alcanza su valor máximo, el cual, se obtiene directamente del espectro elástico promedio de desplazamientos de los temblores horizontales; esto es,

$$\{\gamma_{Jx}^{MAX}\} = a_{Jx} \{z_J\} \cdot D_x(T_J, E_J) \quad (2.36)$$

$D_x(T_J, E_J)$ es la ordenada del espectro elástico de desplazamientos que corresponde al periodo natural T_J y a la fracción de amortiguamiento crítico E_J .

Las fuerzas modales máximas, $\{F_{Jx} M \Delta x\}$, se obtienen multiplicando la matriz de rigidez del sistema, (K) , por los desplazamientos modales máximos de la Ec. (2.36); es decir,

$$\{F_{Jx} M \Delta x\} = a_{Jx} \cdot (K) \{Z_J\} \cdot D_x(T_J, E_J) \quad (2.37)$$

Teniendo en cuenta que, según la Ec. (2.19), $(K)\{Z_J\} = \omega_J^2 \cdot (M)\{Z_J\}$, y que el producto $\omega_J^2 \cdot D_x(T_J, E_J)$ es igual a la correspondiente ordenada del espectro elástico de pseudo-aceleraciones, $A_x(T_J, E_J)$, la Ec. (2.37) se puede expresar de manera equivalente como sigue,

$$\{F_{Jx} M \Delta x\} = a_{Jx} (M) \{Z_J\} \cdot A_x(T_J, E_J) \quad (2.38)$$

Para obtener las fuerzas modales máximas para un comportamiento no lineal del sistema, $\{\hat{F}_{Jx} M \Delta x\}$, con un nivel de frecuencia global Q_x , el MEDESIR adapta la aproximación de usar la misma Ec. (2.38), pero con el espectro inelástico de aceleraciones; es decir,

$$\{\hat{F}_{Jx} M \Delta x\} \approx a_{Jx} (M) \{Z_J\} \cdot \hat{A}_x(T_J, E_J, Q_x) \quad (2.39)$$

$\hat{A}_x(T_J, E_J, Q_x)$ representa la ordenada del espectro inelástico promedio de pseudo-aceleraciones de los temblores horizontales, que corresponde a un periodo T_J , a una fracción de amortiguamiento crítico E_J , y a un factor de ductilidad Q_x .

La resistencia requerida por el sistema para el modo J , $\{\hat{R}_{Jx}\}$, representada por los elementos mecánicos de interés en los extremos de las barras del modelo discreto, se obtiene a partir de las fuerzas modales máximas correspondientes y de una matriz de transformación, (H_x) , de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\{\hat{R}_{Jx}\} = (Hx) \{\hat{F}_{Jx} M \Delta x\} \quad (2.40)$$

La matriz (Hx) depende únicamente de las características elásticas del modelo discreto de la estructura, y se obtiene calculando los elementos mecánicos de interés por efecto de fuerzas unitarias según los grados de libertad del sistema. La resistencia total de diseño para el componente sísmico horizontal, $\{\hat{R}_x\}$, se obtiene con el criterio aproximado de superposición (RCS) de la Ec. (1.2), aplicado a cada uno de los elementos mecánicos por separado, siempre que resulte aceptable la hipótesis de independencia estadística entre todos los modos de vibrar del sistema que son excitados por el componente sísmico horizontal. De esta forma, se puede escribir:

$$\{\hat{R}_x\} = \left\{ \sqrt{\sum_J \hat{R}_{Jx}^2} \right\} \quad (2.41)$$

Para el componente sísmico vertical, el desarrollo del análisis modal espectral es exactamente igual al mostrado para el componente sísmico horizontal; el único cambio que es necesario efectuar es intercambiar en todas las ecuaciones del (2.35) al (2.41), donde corresponde, X por Y .

Obsérvese que en el desarrollo mostrado no se ha efectuado ninguna indicación respecto al signo de los desplazamientos de la estructura. Cuando se tiene el mismo comportamiento para desplazamientos de signos opuestos, tal especificación es innecesaria; en cambio, cuando el comportamiento de la estructura es función del signo de los desplazamientos, es necesario desarrollar dos análisis modales espectrales, uno para desplazamientos positivos y otro para desplazamientos negativos; ambos análisis son completamente similares y difieren únicamente en las ordenadas espectrales correspondientes.

2.3.2 Marco Simple y simétrico tipo portal

Como se manifestó en la sección anterior, el análisis dinámico modal de los marcos simples se desarrollará en base al modelo discreto simplificado de cinco masas concentradas y cuatro grados de libertad de la Fig. 2.3, el cual es resultado de ignorar las deformaciones axiales de todas las barras, deformaciones que en este caso particular no tienen ninguna influencia significativa porque las trabes y columnas son miembros que trabajan principalmente en flexión. En continuación se presentan todas las expresiones necesarias para el análisis modal de los marcos simples con apoyos articulados y empotrados.

Matriz de Flexibilidades. Marco con apoyos articulados

$$(f) = \frac{L^3}{3072 E_c I_v} \begin{bmatrix} 256(1+2B)\left(\frac{h}{L}\right)^2 & -24\left(\frac{h}{L}\right) & 0 & 24\left(\frac{h}{L}\right) \\ & \frac{3(9+24B)}{(3+2B)} & \frac{8(3+11B)}{(3+2B)} & \frac{(3+56B)}{(3+2B)} \\ & & \frac{16(3+8B)}{(3+2B)} & \frac{8(3+11B)}{(3+2B)} \\ & & & \frac{3(9+24B)}{(3+2B)} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

SIMETRICO

Matriz de Flexibilidades. Marco con apoyos empotrados

$$(f) = \frac{L^3}{12288 E_c I_v} \begin{bmatrix} \frac{1024B(2+3B)}{(1+6B)}\left(\frac{h}{L}\right)^2 & -\frac{288B}{(1+6B)}\left(\frac{h}{L}\right) & 0 & \frac{288B}{(1+6B)}\left(\frac{h}{L}\right) \\ & \frac{864B^2+567B+54}{(2+B)(1+6B)} & \frac{16(4+11B)}{(2+B)} & \frac{(672B^2+169B+26)}{(2+B)(1+6B)} \\ & & \frac{128(1+2B)}{(2+B)} & \frac{16(4+11B)}{(2+B)} \\ & & & \frac{864B^2+567B+54}{(2+B)(1+6B)} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

SIMETRICO

Matriz de masa o de inercia

$$(M) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} W & & & 0 \\ & W_Y & & \\ & & W_Y & \\ 0 & & & W_Y \end{bmatrix} = \frac{W}{43} \begin{bmatrix} 4 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Frecuencias y Formas Características

Aunque, como se mostró en la sección anterior, es posible desarrollar soluciones analíticas de las frecuencias y formas características de los marcos simples, usando los modelos reducidos de dos grados de libertad de la Fig. 2.4, por razones de comodidad y simplicidad se decidió usar el programa SAP IV [39] para la resolución de estas propiedades dinámicas de cada marco seleccionado. Más adelante se hace referencia a los resultados obtenidos, por lo que aquí se efectuarán solamente algunas observaciones generales. Como se puede deducir, el modelo discreto de la Fig. 2.3 posee cuatro modos naturales de vibración, los cuales, por la simetría estructural del modelo, se pueden separar en dos modos antisimétricos y dos simétricos. Los modos impares, 1 y 3, son antisimétricos, están asociados al modelo reducido de la Fig. 2.4 b, y son los únicos que responden al componente sísmico horizontal. Los modos pares, 2 y 4, son simétricos, están asociados al modelo reducido de la Fig. 2.4 a, y son los únicos que responden al componente sísmico vertical. En la Fig. 2.5 se ilustran esquemáticamente las formas características de los cuatro modos naturales de vibración de los marcos; los detalles de las deformadas de las columnas dependen de las condiciones de apoyo de los marcos: para los apoyos articulados, las columnas se deforman con curvatura simple, mientras que para apoyos empotrados tales deformadas son con curvatura doble.

Coefficientes de participación de los modos

Para el modelo discreto de la Fig. 2.3,

$$\{J_x\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\{J_y\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\{Z_j\} = \begin{Bmatrix} Z_{1j} \\ Z_{2j} \\ Z_{3j} \\ Z_{4j} \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

De acuerdo con las Ecs. (2.27) y (2.28), se obtienen las siguientes expresiones:

$$a_{Jx} = \left[\frac{4 Z_{1j}}{4 Z_{1j}^2 + Z_{2j}^2 + Z_{3j}^2 + Z_{4j}^2} \right] \quad (2.48)$$

$$a_{Jy} = \left[\frac{Z_{2j} + Z_{3j} + Z_{4j}}{4 Z_{1j}^2 + Z_{2j}^2 + Z_{3j}^2 + Z_{4j}^2} \right] \quad (2.49)$$

La simetría y antisimetría de los modos naturales de vibración permiten simplificar las expresiones anteriores, a las siguientes:

$$a_{Jx} = \left[\frac{2 Z_{1j}}{2 Z_{1j}^2 + Z_{2j}^2} \right] \quad (2.50)$$

$$a_{Jy} = \left[\frac{2 Z_{2j} + Z_{3j}}{2 Z_{2j}^2 + Z_{3j}^2} \right] \quad (2.51)$$

Las Ecs. (2.48) y (2.49) permiten establecer directamente que para los modos simétricos : $a_{JX} = 0$, y que para los modos antisimétricos : $a_{JY} = 0$.

Elementos mecánicos modales . Marcos con apoyos articulados

Modos antisimétricos : $\hat{F}_{3J} = 0$, $\hat{F}_{2J} = -\hat{F}_{4J}$, $M_4 = 0$. Fig. 2.6a

$$\{\hat{R}_{JX}\} = \begin{Bmatrix} P_{1J} \\ M_{2J} \\ M_{3J} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -h/L & -1/2 \\ h/2 & 0 \\ h/4 & -L/8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{F}_{1J} \\ \hat{F}_{2J} \end{Bmatrix} = (H_X) \{\hat{F}_{JX}\} \quad (2.52)$$

Modos simétricos : $\hat{F}_{1J} = 0$, $\hat{F}_{2J} = \hat{F}_{4J}$. Fig. 2.6b

$$\{\hat{R}_{JY}\} = \begin{Bmatrix} P_{1J} \\ M_{2J} \\ M_{3J} \\ M_{4J} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1/2 \\ \frac{9L}{16(3+2B)} & \frac{3L}{8(3+2B)} \\ -\frac{(3+8B)L}{16(3+2B)} & -\frac{BL}{4(3+2B)} \\ -\frac{(3+8B)L}{16(3+2B)} & -\frac{(3+4B)L}{8(3+2B)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{F}_{2J} \\ \hat{F}_{3J} \end{Bmatrix} = (H_Y) \{\hat{F}_{JY}\} \quad (2.53)$$

Elementos mecánicos modales . Marcos con apoyos empotrados

Modos antisimétricos : $\hat{F}_{3J} = 0$, $\hat{F}_{2J} = -\hat{F}_{4J}$, $M_4 = 0$. Fig. 2.6c

$$\{\hat{R}_{JX}\} = \begin{Bmatrix} P_{1J} \\ M_{1J} \\ M_{2J} \\ M_{3J} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{3B}{(1+6B)} \cdot \frac{h}{L} & -\frac{11+48B}{16(1+6B)} \\ -\frac{(1+3B)}{(1+6B)} \cdot \frac{h}{2} & \frac{3L}{32(1+6B)} \\ \frac{3B}{(1+6B)} \cdot \frac{h}{2} & \frac{3L}{32(1+6B)} \\ \frac{3B}{(1+6B)} \cdot \frac{h}{4} & -\frac{(5+48B)L}{64(1+6B)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{F}_{1J} \\ \hat{F}_{2J} \end{Bmatrix} = (H_X) \{\hat{F}_{JX}\} \quad (2.54)$$

Modos simétricos : $\hat{F}_{1J} = 0$, $\hat{F}_{2J} = \hat{F}_{4J}$. Fig. 2.6 d

$$\{\hat{R}_{JY}\} = \begin{Bmatrix} P_{1J} \\ M_{1J} \\ M_{2J} \\ M_{3J} \\ M_{4J} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1/2 \\ -\frac{3L}{16(2+B)} & -\frac{L}{8(2+B)} \\ \frac{3L}{8(2+B)} & \frac{L}{4(2+B)} \\ -\frac{(1+2B)L}{8(2+B)} & -\frac{BL}{8(2+B)} \\ -\frac{(1+2B)L}{8(2+B)} & -\frac{(1+B)L}{4(2+B)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{F}_{2J} \\ \hat{F}_{3J} \end{Bmatrix} = (H_Y)\{\hat{F}_{JY}\} \quad (2.55)$$

La convención de signos respecto a los elementos mecánicos es como sigue : la fuerza axial en las columnas, P , es positiva cuando es de compresión, y los momentos flectores, M , son positivos cuando generan tensiones en las fibras extremas del interior del marco.

2.3.3 Análisis para las cargas de gravedad

Definidas las propiedades de rigidez de los marcos simples, la determinación de los elementos mecánicos para la carga distribuida total, W , para comportamiento elástico lineal, se realiza en base a técnicas bien conocidas y establecidas. Los resultados que se obtuvieron se presentan a continuación.

Marco con apoyos articulados

$$\{R_W\} = \begin{Bmatrix} P_{1W} \\ M_{2W} \\ M_{3W} \\ M_{4W} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} W/2 \\ -\frac{WL}{4(3+2B)} \\ \frac{(1+6B)WL}{32(3+2B)} \\ \frac{(1+2B)WL}{8(3+2B)} \end{Bmatrix} \quad (2.56)$$

Marco con apoyos empotrados

$$\{R_w\} = \begin{Bmatrix} P_{1w} \\ M_{1w} \\ M_{2w} \\ M_{3w} \\ M_{4w} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w/2 \\ \frac{wL}{12(2+B)} \\ -\frac{2wL}{12(2+B)} \\ \frac{(2+9B)wL}{96(2+B)} \\ \frac{(2+3B)wL}{24(2+B)} \end{Bmatrix} \quad (2.57)$$

2.3.4 Efecto P-Δ de las cargas de gravedad

Los modelos estructurales con periodos naturales de vibración grandes son significativamente flexibles, por lo cual, los efectos P-Δ de segundo orden, debidos a las cargas de gravedad, se vuelven importantes. Este efecto es particularmente considerable en los marcos con apoyos articulados que deben diseñarse para un factor de ductilidad lateral, Q_x , grande. Para definir las propiedades de resistencia de los modelos estructurales de estudio, se decidió adoptar un criterio simple y aproximado para introducir los efectos P-Δ, tomado del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RDF-76 [40]. Dicho criterio corresponde a la siguiente expresión:

$$\lambda = \left[1 + \frac{W_U/h}{K_x/Q_x - 1.2 W_U/h} \right] \quad (2.58)$$

donde:

λ = factor de amplificación por el efecto P-Δ, de los elementos mecánicos y desplazamientos producidos por la carga lateral (componente sísmico horizontal), calculados con un

análisis convencional de primer orden.

K_x = rigidez lateral del marco.

W_U = carga vertical total de diseño, multiplicada por el factor de carga correspondiente.

Q_x = Factor de ductilidad global lateral de diseño.

h = altura del marco.

En la referencia [41] se propone una expresión semejante a la Ec. (2.58) pero que proporciona valores un poco mayores del factor de amplificación λ .

La rigidez lateral de entepiso de los modelos estructurales se calcula con las siguientes expresiones:

Marco con apoyos articulados

$$K_x = K_{11} = \frac{12 E_c I_c}{h^3} \left(\frac{B}{1+2B} \right) \quad (2.59)$$

Marco con apoyos empotrados

$$K_x = K_{11} = \frac{12 E_c I_c}{h^3} \left(\frac{1+6B}{2+3B} \right) \quad (2.60)$$

2.3.5 Elementos mecánicos de diseño de los marcos

Para el cálculo de los elementos mecánicos de diseño de los marcos seleccionados en este trabajo, se siguieron las especificaciones del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RDF-76 [42].

Factores de carga y resistencia de diseño

La resistencia de diseño, $\{R_D\}$, de los marcos sujetos a la acción de las cargas de gravedad y de los componentes

sísmicos horizontal y vertical, se obtiene calculando los valores máximos, positivos y negativos, de cada elemento mecánico de interés, que resultan de las siguientes combinaciones:

$$\{R_D\} = 1.4 \{R_{W_0}\} \quad (2.61)$$

$$\{R_D\} = 1.1 [\{R_W\} \pm \lambda \cdot \{\hat{R}_{Sx}\} \pm 0.30 \{\hat{R}_{Sy}\}] \quad (2.62)$$

$$\{R_D\} = 1.1 [\{R_W\} \pm 0.30 \lambda \{\hat{R}_{Sx}\} \pm \{\hat{R}_{Sy}\}] \quad (2.63)$$

1.4 y 1.1 son los factores de carga que rigen en las correspondientes combinaciones de solicitaciones; $\{R_{W_0}\}$ y $\{R_W\}$ son las resistencias requeridas para la carga de gravedad máxima W_0 y para la carga de gravedad reducida W , respectivamente; $\{\hat{R}_{Sx}\}$ y $\{\hat{R}_{Sy}\}$ son las resistencias requeridas para los componentes sísmicos horizontal y vertical, respectivamente, admitiendo un comportamiento inelástico de los marcos; λ es el factor de amplificación P- Δ y $\gamma_1 = 0.30$ es el coeficiente de superposición de resistencias para dos componentes sísmicos simultáneos.

Factores de resistencia

Para flexión simple, $F_R = 0.90$.

Para flexocompresión con falla en tensión, $F_R = 0.85$.

Momentos flectores de diseño en traveses

Las expresiones que se presentan a continuación son resultado de las Ecs. (2.61) y (2.62), y definen de manera directa la resistencia de diseño en flexión de las traveses. La Ec. (2.63) se aplicó únicamente para definir la resistencia en flexión de las secciones centrales de las traveses.

Secciones de los extremos (2) y (6)

$$M_U^{(+)} = 1.1 \left[\lambda \cdot M_{SX}^{(+)} + 0.30 M_{SY}^{(+)} - M_W^{(-)} \right] \quad (2.64)$$

$$M_U^{(-)} = 1.1 \left[M_W^{(-)} + \lambda \cdot M_{SX}^{(-)} + 0.30 M_{SY}^{(-)} \right] \quad (2.65)$$

$$M_U^{(-)} = 1.4 M_{W0}^{(-)} \quad (2.66)$$

Secciones de los cuartos de claro (3) y (5)

$$M_U^{(+)} = 1.1 \left[M_W^{(+)} + \lambda \cdot M_{SX}^{(+)} + 0.30 M_{SY}^{(+)} \right] \quad (2.67)$$

$$M_U^{(+)} = 1.4 M_{W0}^{(+)} \quad (2.68)$$

$$M_U^{(-)} = 1.1 \left[\lambda \cdot M_{SX}^{(-)} + 0.30 M_{SY}^{(-)} - M_W^{(+)} \right] \quad (2.69)$$

Sección central (4)

$$M_U^{(+)} = 1.1 \left[M_W^{(+)} + M_{SY}^{(+)} \right] \quad (2.70)$$

$$M_U^{(+)} = 1.4 M_{W0}^{(+)} \quad (2.71)$$

$$M_U^{(-)} = 1.1 \left[M_{SY}^{(-)} - M_W^{(+)} \right] \quad (2.72)$$

Cargas axiales de compresión y momentos de diseño en columnasSección Superior

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.4 P_{W0}^{(+)} \\ M_U = 1.4 M_{W0}^{(-)} \end{array} \right\} \quad (2.73)$$

(2.74)

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.1 \left[P_W^{(+)} + \lambda \cdot P_{SX}^{(+)} + 0.30 P_{SY}^{(+)} \right] \\ M_U = 1.1 \left[M_W^{(-)} + \lambda \cdot M_{SX}^{(-)} + 0.30 M_{SY}^{(-)} \right] \end{array} \right\} \quad (2.75)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.1 \left[P_W^{(+)} + \lambda \cdot P_{SX}^{(+)} + 0.30 P_{SY}^{(+)} \right] \\ M_U = 1.1 \left[M_W^{(-)} + \lambda \cdot M_{SX}^{(-)} + 0.30 M_{SY}^{(-)} \right] \end{array} \right\} \quad (2.76)$$

sección inferior (Marcos con apoyos empotrados)

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.4 P_{W0}^{(+)} \\ M_U = 1.4 M_{W0}^{(+)} \end{array} \right\} \quad (2.77)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.4 P_{W0}^{(+)} \\ M_U = 1.4 M_{W0}^{(+)} \end{array} \right\} \quad (2.78)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.1 \left[P_W^{(+)} + \lambda \cdot P_{SX}^{(+)} + 0.30 P_{SY}^{(+)} \right] \\ M_U = 1.1 \left[M_W^{(+)} + \lambda \cdot M_{SX}^{(+)} + 0.30 M_{SY}^{(+)} \right] \end{array} \right\} \quad (2.79)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.1 \left[P_W^{(+)} + \lambda \cdot P_{SX}^{(+)} + 0.30 P_{SY}^{(+)} \right] \\ M_U = 1.1 \left[M_W^{(+)} + \lambda \cdot M_{SX}^{(+)} + 0.30 M_{SY}^{(+)} \right] \end{array} \right\} \quad (2.80)$$

OBSERVACIONES SOBRE LAS ECS. (2.64) A (2.80)

1. Los elementos mecánicos que figuran en cada una de estas ecuaciones son los que corresponden a la sección o secciones a las que se hace referencia en cada caso. Los subíndices w_0 , w , sx y sy tienen el mismo significado descrito en relación a las Ecs. (2.61) a (2.63). El símbolo (+) o (-) que figura en la parte superior de cada elemento mecánico, corresponde al signo que debe considerarse en las combinaciones pertinentes.
2. Las expresiones presentadas permiten calcular las resistencias de diseño de los traveses y columnas de los marcos solicitados simultáneamente por las cargas de gravedad y por los componentes sísmicos horizontal y vertical. Las resistencias de diseño de los marcos solicitados por las cargas de gravedad y por solamente el componente sísmico horizontal, se calculan con las mismas expresiones anteriores, omitiendo los términos que corresponden a los elementos mecánicos

generados por el componente sísmico vertical.

3. En todas estas ecuaciones ya se han tomado en cuenta los signos que corresponden a cada uno de los elementos mecánicos que figuran, por lo cual, todos ellos deben ser remplazados directamente como positivos.
4. Todas las expresiones presentadas corresponden a las combinaciones más desfavorables de los elementos mecánicos de diseño de traveses y columnas, admitiendo una preponderancia de las solicitaciones generadas por el componente sísmico horizontal sobre las generadas por el componente sísmico vertical, situación que es la usual en el diseño de marcos. En los casos especiales en que la situación real sea a la inversa, se traslada el coeficiente $\gamma_1 = 0.30$ al término que está asociado al componente sísmico horizontal, tal como se aprecia en la Ec. (2.63).
5. En el diseño de la resistencia en flexión de la sección central de la viga no interviene el componente sísmico horizontal por la simetría estructural de los marcos y por el comportamiento lineal supuesto en el análisis dinámico modal.
6. Los momentos de diseño, positivos y negativos, en cualquier sección de las traveses deben satisfacer el requisito de ser mayores o iguales al momento resistente mínimo, $M_R \text{ MIN}$, que corresponde al área de refuerzo mínimo en flexión, $A_S \text{ MIN}$.

Según el RDF-76:

$$A_S \text{ MIN} = 0.70 \sqrt{f'_c} / f_y \quad (2.81)$$

Para una sección rectangular,

$$M_R \text{ MIN} = F'_R \cdot A_S \text{ MIN} \cdot f_y \cdot d \left(1 - \frac{A_S \text{ MIN} \cdot f_y}{1.70 f'_c b d} \right) \quad (2.82)$$

donde :

f'_c = resistencia cilíndrica en compresión del concreto, a los 28 días de edad .

f_c^* = $0.80 f'_c$, esfuerzo nominal del concreto en compresión .

f_y = esfuerzo de fluencia del refuerzo de acero .

b, d = ancho y peralte efectivo de la sección .

7. En razón de que las cargas axiales de compresión en las columnas son relativamente pequeñas, las combinaciones más desfavorables de elementos mecánicos, P_v y M_v , son las que proporcionan los momentos máximos. Por otro lado, es fácil de comprobar que las combinaciones aditivas de momentos flectores están asociadas con las combinaciones igualmente aditivas de las cargas axiales de compresión.
8. No se ha tomado en cuenta el artículo de la referencia [42], según el cual, pareciera que debe usarse un factor de carga de 0.90 en lugar de 1.1 para las cargas axiales de compresión, dado que así se reducen las resistencias en flexión de estos miembros. La justificación consiste en que, en el presente caso, tanto P como M están completamente correlacionados, de modo que ambos deben ser multiplicados por el mismo factor de carga. Tampoco se ha considerado el artículo que especifica un factor de carga de 1.4 contra las fallas frágiles, cuando se usa un factor de ductilidad horizontal $Q_x = 6$. La razón de esta omisión radica en que el modo de falla de las columnas en flexión-compresión es dúctil, para valores pequeños de la carga axial.
9. Todos los elementos mecánicos generados por el componente sísmico horizontal se afectan por el factor de amplificación, λ , por el efecto $P-\Delta$ de las cargas de gravedad, para satisfacer los requisitos de equilibrio de los marcos.

10. Como se ha señalado anteriormente, P_{SY} representa la carga axial de compresión que se genera en las columnas por efecto del componente sísmico vertical. En este término no se tomará en cuenta la carga axial de compresión que resulta de la inercia vertical de las masas que se concentran directamente encima de las columnas, debido a que tales cargas son relativamente pequeñas y no influyen significativamente en el diseño de estos miembros.
11. No se han tomado en cuenta las excentricidades accidentales en el diseño de las resistencias de las columnas, porque en los modelos matemáticos adoptados no existen las irregularidades geométricas que se pueden esperar en los marcos reales.
12. En el diseño de las resistencias de las columnas, también es necesario verificar el requisito del refuerzo total mínimo, $\Delta_{ST \text{ MIN}}$. Una manera de hacerlo es comprobando que los momentos resistentes en flexión simple, M_o , sean mayores o iguales al momento resistente mínimo, $M_o \text{ MIN}$, calculado para el área total de refuerzo mínimo.
Según el RDF-76:

$$\Delta_{ST \text{ MIN}} = \frac{20}{f_y} \cdot A_c \quad (2.83)$$

A_c = área de la sección total de la columna.

$$M_o \text{ MIN} = F'_R \cdot \frac{\Delta_{ST \text{ MIN}}}{2} \cdot f_y \cdot f_d \quad (2.84)$$

13. Por simplicidad, el recubrimiento de concreto a los centros de los refuerzos de acero en tensión y en compresión, d' , será supuesto como 5 centímetros, en todos los casos.

a momentos positivos y negativos, porque son iguales. Para columnas sometidas a flexocompresión uniaxial, como sucede en los marcos simples considerados en este trabajo, la sección rectangular con refuerzo simétrico concentrado en dos caras, tal como se ilustra en la Fig. 2.8, constituye generalmente la solución más adecuada de diseño por su eficiencia y simplicidad. El procedimiento de cálculo que se presenta a continuación, permite determinar analíticamente todos los puntos característicos del diagrama de interacción (P, M) de una sección rectangular con refuerzo simétrico concentrado en dos caras. Este procedimiento de cálculo se apoya en la teoría estándar del concreto reforzado, y su desarrollo se basa en las siguientes hipótesis adicionales:

- se ignora el concreto desplazado por el refuerzo en compresión.
- se asume la fluencia del refuerzo en compresión para la condición balanceada de la sección.
- La combinación (P_u, M_u) de diseño de la sección corresponde a la zona recta del diagrama de interacción para fallas en flexocompresión por tensión.

Si b, t son las dimensiones de la sección, A_{ST} su refuerzo total de acero con recubrimientos a sus centrosides en tensión y compresión d' , y f_c^*, f_y las resistencias características del concreto y del acero; entonces, se puede escribir:

$$P_o^{(+)} = F_R (0.85 f_c^* b t + A_{ST} \cdot f_y) \quad (2.85)$$

Según la Fig. 2.9 b,

$$c_b = \frac{E_v}{E_v + E_y} d = \frac{0.0030}{0.0030 + 0.0021} d = 0.5882 d \quad (2.86)$$

$$a_b = 0.80 c_b = 0.4706 d \quad (2.87)$$

2.3.6 Diagramas de interacción (P, M) de columnas

Para efectos del análisis dinámico no lineal, paso a paso, de los modelos matemáticos de los marcos simples, es necesario precisar completamente los diagramas de interacción carga axial - momento de las secciones extremas de las columnas, para definir todas las combinaciones (P, M) que originan la formación de articulaciones plásticas en dichas secciones. El programa DRAIN - 2D [43], que se usará en este trabajo para realizar los análisis dinámicos no lineales de los marcos, representa el diagrama de interacción (P, M) de una sección rectangular de concreto reforzado en forma simplificada, mediante segmentos de líneas rectas, tal como se muestra esquemáticamente en la Fig. 2.7. En dicha figura, el punto A, de coordenadas $\{P_0^{(+)}, 0\}$, representa la condición de compresión simple; los puntos B⁽⁺⁾ y B⁽⁻⁾, de coordenadas $\{P_b^{(+)}, M_b^{(+)}\}$ y $\{P_b^{(-)}, M_b^{(-)}\}$, representan las condiciones balanceadas para momento positivo y negativo; es decir, aquellas condiciones en las que la plastificación de la sección ocurre por aplastamiento del concreto en compresión, en el mismo instante en que el refuerzo en tensión inicia su fluencia. Los puntos C⁽⁺⁾ y C⁽⁻⁾, de coordenadas $\{0, M_0^{(+)}\}$ y $\{0, M_0^{(-)}\}$, representan las condiciones de flexión simple para momento positivo y negativo. Por último, el punto D, de coordenadas $\{P_0^{(-)}, 0\}$, corresponde a la condición de tensión simple.

Sección rectangular con refuerzo simétrico concentrado en dos caras

La práctica usual en el diseño de columnas de concreto reforzado de sección rectangular consiste en considerar disposiciones simétricas del refuerzo longitudinal de acero, en cuyo caso no es necesario hacer distinciones entre las zonas del diagrama de interacción (P, M) que corresponden

según la Fig. 2.9 a ,

$$P_b = F_R (0.85 f_c^* b a_b) = F_R (0.400 f_c^* b d) \quad (2.88)$$

$$M_b = F_R \left\{ 0.40 f_c^* b d \left(\frac{t - a_b}{2} \right) + \frac{\Delta_{ST}}{2} \cdot f_Y (d - d') \right\} \quad (2.89)$$

$$M_b = \left\{ P_b \left(\frac{t}{2} - 0.2353 d \right) + F_R \cdot \frac{\Delta_{ST}}{2} \cdot f_Y (d - d') \right\} \quad (2.90)$$

$$M_o = F_R' \cdot \frac{\Delta_{ST}}{2} \cdot f_Y \cdot j d \quad (2.91)$$

$$P_o^{(-)} = F_R' \cdot \Delta_{ST} \cdot f_Y \quad (2.92)$$

según la Fig. 2.7 ,

$$\frac{M_b - M_o}{M_v - M_o} = \frac{P_b}{P_v} \quad (2.93)$$

De las Ecs. (2.90) , (2.91) y (2.93) , se obtiene :

$$\Delta_{ST} = \frac{1}{f_Y} \cdot \frac{2 P_b \left\{ M_v - P_v \left(\frac{t}{2} - 0.2353 d \right) \right\}}{P_b \cdot F_R' \cdot j d + P_v \left\{ F_R (d - d') - F_R' \cdot j d \right\}} \geq A_{ST} \text{ MIN} \quad (2.94)$$

Definida el área total de refuerzo de la sección , A_{ST} , mediante la Ec. (2.94) , en la cual P_v y M_v son conocidos y P_b resulta de la Ec. (2.88) , el cálculo de todos los parámetros del diagrama de interacción (P, M) se sigue directamente de las Ecs. (2.85) a (2.92).

OBSERVACIONES

1. En la Ec. (2.86) , E_v es la deformación unitaria para la cual se inicia el aplastamiento del concreto en compresión , y E_y es la deformación unitaria para la cual se inicia la fluencia

del refuerzo de acero. Para concreto no confinado, $\epsilon_u = 0.003$, y para acero con esfuerzo de fluencia $f_y = 4.2 \text{ Ton/cm}^2$ y módulo de elasticidad $E_s = 2,000 \text{ Ton/cm}^2$, corresponde $\epsilon_y = 0.0021$.

2. La hipótesis de la fluencia del refuerzo en compresión para la condición balanceada es correcta cuando la relación d'/d es menor de 0.1765, valor que resulta de la siguiente ecuación deducida en base a la Fig. 2.9 b, con $f_y = 4.2 \text{ Ton/cm}^2$ y $E_s = 2,000 \text{ Ton/cm}^2$,

$$f'_s = E_s \cdot \epsilon'_s = \left\{ 6000 - (6000 + f_y) \frac{d'}{d} \right\} \leq f_y \quad (2.95)$$

f'_s representa el esfuerzo en el refuerzo en compresión para la condición balanceada.

3. Para calcular el área total de refuerzo de la sección, A_{ST} , con la Ec. (2.94), es necesario adoptar un valor apropiado del parámetro $j = (d - a/2)/d$. Considerar $j = 0.90$ parece suficientemente adecuado para fines prácticos.

4. Si, como es usual en la práctica, el refuerzo longitudinal de las columnas se mantiene constante en toda la altura, el área total de refuerzo, A_{ST} , debe calcularse para la sección extrema de mayor momento flector M_u .

2.4 SELECCION DE LOS COMPONENTES SISMICOS

Como se ha manifestado anteriormente, las solicitaciones sísmicas constituyen una variable importante en todos los problemas relacionados con el cálculo de las respuestas dinámicas de estructuras, particularmente cuando se considera un comportamiento histérico no lineal. Por ello, para una aplicación adecuada de los criterios de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical que se proponen en este trabajo, es necesario seleccionar un conjunto de parejas de temblores horizontales y verticales con el mayor número de características básicas comunes, de modo que pueda considerarse que conforman familias. Aunque también es válida la selección de familias de temblores artificiales o simulados, en este trabajo se decidió la selección de temblores reales registrados porque permiten un control más cómodo y directo de las formas de sus correspondientes espectros de respuesta elástica.

2.4.1 Criterios de selección

Para la selección de los componentes sísmicos a utilizar en el presente trabajo, se decidió adoptar los siguientes criterios:

1. Se prefirió registros sobre terreno firme porque los periodos dominantes de los espectros de respuesta son relativamente cortos, similares a los periodos naturales de los primeros modos de vibrar de los marcos simples, y porque los efectos de la interacción suelo-estructura son bastante menores que en terreno compresible. De este modo, los resultados que se obtengan en el presente trabajo solamente serán aplicables a terreno firme.
2. Debe tratarse de temblores reales registrados en campo libre o, en su defecto, en las plantas bajas de edificios. Los temblores registrados en los pisos superiores de los edificios son total-

mente distintos a los de campo libre porque están muy influenciados por el comportamiento dinámico de dichas construcciones.

3. Los espectros de respuesta elástica de los temblores que corresponden a un mismo componente sísmico, deben ser similares para asegurar contenidos de frecuencias semejantes y desviaciones moderadas respecto al espectro promedio correspondiente. La similitud de los espectros elásticos permite esperar igual propiedad en los espectros inelásticos.
4. Las duraciones de las fases iniciales de los temblores, incluyendo las fases de mayor intensidad, deben ser relativamente cortas (menores de 20 segundos, para aclarar la idea). De esta manera se obtiene comodidad en la digitización de los acelerogramas de los temblores, y se consigue una importante economía en los tiempos de procesamiento de computadora.
5. Las parejas de componentes sísmicos horizontales y verticales deben, en lo posible, pertenecer a registros de acelerógrafos comunes.
6. Aunque no constituyen requisitos necesarios, en este trabajo se decidió efectuar una selección de temblores intensos pertenecientes a un mismo evento sísmico, registrados en una zona común.

2.4.2 Componentes Sísmicos Seleccionados

La selección de los componentes sísmicos que se adoptaron para el presente estudio, conguentes con los criterios expuestos en el inciso anterior, se efectuó con base en el catálogo de temblores del Instituto Tecnológico de California (CALTECH) [44]. Como evento sísmico central se seleccionó el conocido temblor de San Fernando,

del 9 de febrero de 1971. Este temblor fue seleccionado por su importancia, por su adaptabilidad a los criterios de selección del inciso anterior, y por la mayor prioridad que recibió en la información procesada; más de la mitad de toda la información proporcionada en el catálogo de CALTECH, hasta el año 1973, pertenece a este temblor de San Fernando.

El catálogo de CALTECH contiene la siguiente información procesada de los componentes sísmicos registrados:

- Acelerogramas digitizados sin corrección.
- Acelerogramas digitizados con corrección de la línea base.
- Espectros y pseudo-espectros de respuesta elástica.
- Representaciones gráficas de acelerogramas y espectros.
- Espectros de Fourier y otras informaciones complementarias.

En la tabla 2.1 se lista la relación y las características básicas de los ocho componentes sísmicos seleccionados para el presente trabajo, los cuales dieron lugar a cuatro parejas de componentes horizontales y verticales. A pesar del cuidadoso estudio del catálogo de CALTECH, solamente se consiguió que las dos primeras parejas de componentes sísmicos correspondieran a registros de acelerógrafos comunes. La tercera pareja se conformó con los componentes sísmicos de denominación G, y la última pareja con los componentes sísmicos restantes. Las restricciones mayores que se tuvieron en la selección de los componentes sísmicos consistieron en la similitud de los espectros de respuesta elástica y en los periodos dominantes correspondientes. Estas restricciones resultaron más críticas en la selección de los componentes verticales. La mayor parte de los componentes sísmicos verticales del catálogo CALTECH tienen periodos dominantes menores de 0.15 segundos, los cuales no fueron considerados como adecuados para el presente estudio porque se estimó una influencia poco significativa de los mismos en los marcos simples diseñados, particularmente en el rango inelástico de sus comportamientos dinámicos.

2.4.3 Normalización de los componentes sísmicos seleccionados

Para normalizar los componentes sísmicos seleccionados se decidió utilizar el concepto de Intensidad Espectral de Hausner [45], de uso muy frecuente en la Ingeniería Sísmica. En su significación más amplia, la intensidad espectral de Hausner de un componente sísmico, $IE(E)$, para una fracción de amortiguamiento crítico E , se define como el área cubierta por debajo del espectro elástico de pseudovelocidades, $V(E, T)$, entre dos periodos prescritos, T_1 y T_2 , que se consideren adecuados para el problema que se estudia. De la definición, se tiene:

$$IE(E) = \int_{T_1}^{T_2} V(E, T) \cdot dT \quad (2.96)$$

Para normalizar los componentes sísmicos seleccionados se usaron como referencia los componentes $\Delta 001 / 500E$ y $\Delta 001 / VERT$ del famoso temblor de El Centro, del 18 de mayo de 1940. Los componentes sísmicos horizontales se normalizaron para una intensidad espectral igual a la del componente $\Delta 001 / 500E$, entre los periodos $T_1 = 0.20$ segs. y $T_2 = 2.00$ segs. Los componentes sísmicos verticales se normalizaron para una intensidad espectral 30 por ciento mayor que la del componente $\Delta 001 / VERT$, entre los periodos $T_1 = 0.10$ segs. y $T_2 = 1.00$ segs. En ambos casos se usó una fracción de amortiguamiento crítico $E = 0.05$, valor que se ha de considerar en el diseño de los marcos simples, en las direcciones horizontal y vertical. Los periodos, T_1 y T_2 , que se usaron en el cálculo de las intensidades espectrales, se seleccionaron para cubrir todos los supuestos periodos de interés en el comportamiento dinámico de los marcos simples, incluyendo los periodos "aparentes" por comportamiento inelástico.

Los componentes sísmicos $\Delta 001 / 500E$ y $\Delta 001 / VERT$ correspondieron a movimientos del terreno de importante intensi-

dad, pero con un acentuado predominio del componente horizontal sobre el vertical. Para reducir tal predominio del componente horizontal, se decidió incrementar en 30 por ciento la intensidad espectral del componente vertical $\Delta 001 / \text{VERT}$ para normalizar los temblores verticales.

En la tabla 2.2 se muestra todo el proceso de normalización de los componentes sísmicos seleccionados, que finaliza con el cálculo de los factores de escala para cada temblor. Los factores de escala representan los factores por los que deben multiplicarse las aceleraciones de los temblores seleccionados para que resulten con las intensidades espectrales de los temblores usados como referencia. Las escalas de tiempo de los acelerogramas de los temblores seleccionados no se modificaron.

En la misma tabla 2.2 se muestran las ordenadas de los espectros elásticos de pseudo-aceleraciones de los temblores seleccionados y normalizados, y las gráficas correspondientes aparecen en las Figs. 2.10 y 2.11.

2.4.4 Espectros reducidos por ductilidad

Para calcular las ordenadas de los espectros inelásticos de pseudo-aceleraciones de los componentes sísmicos seleccionados, se consideraron los primeros 16 segundos de los correspondientes acelerogramas digitizados con intervalos de tiempo de 0.02 segs. Este tiempo de duración adecuado cubrió adecuadamente las fases iniciales y las fases de mayor intensidad de todos los temblores seleccionados. El cálculo numérico de los espectros inelásticos se realizó con el programa DRAIN-2D [43]. Este cálculo se efectuó únicamente para los periodos naturales de los modos de vibrar de todos los marcos simples que se diseñaron, considerando en todos los casos un amortiguamiento viscoso del 5 por ciento del crítico correspondiente. Las ordenadas de los espectros inelásticos de los temblores horizontales se calcularon para los periodos naturales de los modos antisimétricos de

vibración de los marcos, considerando una función de resistencia elastoplástica simétrica (Fig. 1.2 a), y diferentes valores prescritos del factor de ductilidad lateral Q_x . La validez rigurosa de esta función de resistencia requiere la formación simultánea de todas las articulaciones plásticas necesarias para transformar los marcos en mecanismos por acción de las fuerzas modales correspondientes; su simetría está plenamente justificada por la simetría estructural de los marcos simples. Análogamente, las ordenadas de los espectros inelásticos de los temblores verticales se calcularon para los periodos naturales, y otros periodos complementarios, de los modos simétricos de vibración de los marcos, considerando una función de resistencia elástico-elastoplástica (Fig. 1.2 f), y diferentes valores prescritos del factor de ductilidad vertical Q_y . Esta función de resistencia supone un comportamiento elástico lineal de los marcos para fuerzas y desplazamientos modales positivos (hacia arriba), y un comportamiento elastoplástico para fuerzas y desplazamientos modales negativos (hacia abajo), con la formación simultánea de todas las articulaciones plásticas para transformar los marcos en mecanismos. En realidad, el comportamiento elástico-elastoplástico de la Fig. 1.2 f es equivalente a un comportamiento elastoplástico asimétrico (Fig. 1.2 b), con un nivel de fluencia para desplazamientos positivos tan alto que nunca se alcanza. Consecuentemente, la consideración de un comportamiento elástico para desplazamientos positivos se justifica en la medida en que las solicitaciones sísmicas no originen la formación de articulaciones plásticas para momentos opuestos a los causados por las cargas de gravedad. Las funciones de resistencia supuestas para el cálculo de los espectros inelásticos son las idealizaciones aproximadas más simples que se pueden considerar con respecto al comportamiento histerético de los marcos simples; la observación más importante que se puede hacer respecto a estas funciones de resis-

tencia es que no toman en cuenta la interacción que se origina entre los desplazamientos que generan los componentes sísmicos horizontal y vertical cuando ambos actúan juntos. Tal interacción existe, es muy difícil de modelar en el cálculo de los espectros inelásticos, y su utilidad práctica es discutible.

En las tablas 2.3 y 2.4 se muestran las ordenadas de los espectros inelásticos promedio de pseudo-aceleraciones de los temblores horizontales y verticales seleccionados, normalizadas con respecto a la aceleración de la gravedad, calculadas de acuerdo con los criterios expuestos anteriormente. Las pseudo-aceleraciones espectrales positivas y negativas de los temblores horizontales, $\hat{\Delta}_x^{(+)}$ y $\hat{\Delta}_x^{(-)}$, son iguales por la simetría de la función elastoplástica de resistencia supuesta; en cambio, por la asimetría de la función elástica-elastoplástica de resistencia supuesta para los temblores verticales, las correspondientes pseudo-aceleraciones espectrales positivas y negativas, $\hat{\Delta}_y^{(+)}$ y $\hat{\Delta}_y^{(-)}$, son diferentes y, para diseño, es necesario especificar ambas. En la tabla 2.4 se muestran los valores de las ordenadas espectrales, $\hat{\Delta}_y^{(+)} / g$ y $\hat{\Delta}_y^{(-)} / g$, que corresponden a los niveles de frecuencia que se prescriben en el sentido de los desplazamientos negativos, $Q_y^{(-)}$. En las mismas tablas referidas se muestran también los valores de los factores de reducción por ductilidad, \hat{Q}_x , $\hat{Q}_y^{(+)}$ y $\hat{Q}_y^{(-)}$, que corresponden en cada caso; estos factores resultan de dividir directamente las ordenadas de los espectros elásticos de pseudo-aceleraciones entre las correspondientes ordenadas de los espectros inelásticos. Así se tiene que:

$$\hat{Q}_x = \Delta_x(T_x, \epsilon_x) / \hat{\Delta}_x(T_x, \epsilon_x, Q_x) \quad (2.97)$$

$$\hat{Q}_y^{(+)} = \Delta_y^{(+)}(T_y, \epsilon_y) / \hat{\Delta}_y^{(+)}(T_y, \epsilon_y, Q_y) \quad (2.98)$$

$$\hat{Q}_Y^{(-)} = \hat{\Delta}_Y^{(-)}(T_Y, \epsilon_Y) / \hat{\Delta}_Y^{(-)}(T_Y, \epsilon_Y, Q_Y) \quad (2.99)$$

Para el cálculo numérico de las ordenadas de los espectros inelásticos se usó un intervalo de tiempo bastante corto, $\Delta t = 0.002$ segs., a fin de lograr resultados adecuadamente precisos para todos los periodos naturales prescritos, incluyendo los más pequeños asociados a los modos superiores de vibrar.

2.5 SELECCION DE LOS PARAMETROS DE ESTUDIO

2.5.1 Selección de los parámetros básicos

Modelo estructural básico

Como se manifestó al inicio de este capítulo, el modelo estructural de estudio consiste en un marco simple y simétrico tipo portal de concreto reforzado, conformado por barras de sección uniforme. Se analizarán marcos con apoyos articulados y empotrados.

Geometrías de los modelos

Teniendo en cuenta que la proporción entre los elementos mecánicos generados por las cargas de gravedad y por el componente sísmico horizontal depende de la relación (L/h) , se seleccionaron dos geometrías de los modelos estructurales que cubren una buena parte de los casos reales y que proporcionan un margen adecuado para la selección de los factores de ductilidad Q_x , para los cuales se consigue un control de las resistencias de diseño con intervención de las solicitaciones sísmicas. Estas geometrías fueron las siguientes:

- $h = 4$ mts. , $L = 6$ mts. , $L/h = 1.50$
- $h = 4$ mts. , $L = 9$ mts. , $L/h = 2.25$

Propiedades mecánicas de los materiales

- Resistencia cilíndrica del concreto en compresión,

$$f'_c = 225 \text{ Kg/cm}^2.$$

- Resistencia nominal del concreto en compresión,

$$f_c^* = 0.80 f'_c = 180 \text{ Kg/cm}^2.$$

- Módulo de elasticidad del concreto,

$$E_c = 10,000 \sqrt{f'_c} = 150,000 \text{ Kg/cm}^2.$$

- Esfuerzo de fluencia del refuerzo de acero,

$$f_y = 4,200 \text{ Kg/cm}^2.$$

- Módulo de elasticidad del refuerzo de acero,

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2.$$

Carga total de gravedad

Teniendo en cuenta que las demandas de ductilidad local de los marcos no son afectadas mayormente por la magnitud de la carga total de gravedad, W , en razón de que las resistencias y solicitaciones son proporcionales a ella, se decidió directamente adoptar valores representativos de este parámetro.

- Para marcos con $L = 6$ mts. : $W = 24$ tons.

- Para marcos con $L = 9$ mts. : $W = 45$ tons.

Mayor cuidado requiere la selección de la proporción entre la carga total de gravedad máxima, W_0 , y la que está presente durante las solicitaciones sísmicas, W , porque esta relación sí puede afectar las distribuciones de resistencia de los marcos. En este trabajo se decidió adoptar una relación (W_0/W) constante e igual a $(1.5/1.4)$. Si CM representa la carga muerta, CV_0 la carga viva máxima y CV la carga viva presente durante la acción de los temblores, la proporción (W_0/W) adoptada conduce a la siguiente expresión:

$$\frac{CV_0}{CV} = \left[\frac{1.5}{1.4 - 0.1 CM/CV_0} \right] \quad (2.100)$$

Para proporciones usuales $CM/CV_0 = 2$ y 3 , resultan relaciones $CV_0/CV = 1.250$ y 1.364 , respectivamente, las cuales se estiman apropiadas para marcos de un sólo nivel.

Proporción de rigideces entre trabes y columnas

Se decidió adoptar dos valores extremos de la relación de rigideces relativas en flexión de trabes y columnas, que cubren casi íntegramente todos los casos reales que pueden presentarse en la práctica. Estos valores extremos del parámetro $B = (I_v \cdot h / I_c \cdot L)$ son los siguientes:

- $B = 0.70$, columnas rígidas y trabes flexibles.
- $B = 1.75$, columnas flexibles y trabes rígidas.

Amortiguamientos viscosos

En este trabajo se adoptó la simple alternativa de considerar fracciones de amortiguamiento crítico iguales para todos los modos naturales de vibración de los marcos. Consecuente con

el comportamiento dinámico de marcos de concreto reforzado, se adoptó:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = 0.05 .$$

Factores de ductilidad lateral Q_x

- Marcos con apoyos articulados : $Q_x = 2, 4$ y 6 .
- Marcos con apoyos empotrados : $Q_x = 2, 3$ y 4 .

Las resistencias de los marcos con apoyos empotrados diseñados para $Q_x > 4$ tienden a ser controladas casi invariablemente por las cargas de gravedad solas cuando $L = 9$ mts.

Periodos fundamentales de vibración vertical

Como se manifestó antes, en este trabajo se adoptó un procedimiento que define las propiedades de rigidez de los marcos, manteniendo un control sobre los periodos fundamentales de vibración vertical, T_y , con los que se definen las ordenadas de los espectros reducidos por ductilidad del componente sísmico vertical. Lógicamente es deseable cubrir el mayor rango posible de los periodos T_y , para definir de manera más completa los correspondientes espectros reducidos por ductilidad; sin embargo, es necesario cuidar que los valores extremos de T_y no den lugar a marcos demasiado rígidos o demasiado flexibles. Buscando un balance entre estos dos aspectos que se acaban de mencionar, se adoptaron los siguientes valores de T_y :

- Marcos con apoyos articulados, $L = 6$ MTS.

$$T_y = 0.10 \quad \gamma \quad 0.18 \text{ Segs.}$$

• Marcos con apoyos articulados , $L = 9$ MTS.

$$T_Y = 0.14 \quad \gamma \quad 0.28 \text{ Segs.}$$

• Marcos con apoyos empotrados , $L = 6$ MTS.

$$T_Y = 0.10 \quad \gamma \quad 0.20 \text{ Segs.}$$

• Marcos con apoyos empotrados , $L = 9$ MTS.

$$T_Y = 0.15 \quad \gamma \quad 0.30 \text{ Segs.}$$

2.5.2 Propiedades de los marcos simples diseñados

seleccionados los parámetros básicos y las sollicitaciones sísmicas, las propiedades de rigidez y de resistencia de los marcos simples diseñados se definen directamente aplicando los criterios descritos en las secciones 2.2 y 2.3 de este capítulo. En la tabla 2.5 se listan la geometría y las propiedades de rigidez de los marcos simples diseñados. En esta tabla se presentan los momentos efectivos de inercia de las secciones transversales de las trabes y de las columnas, así como las dimensiones estimadas de tales secciones. En la tabla 2.6 se presentan los periodos, T_{XJ} y T_{YJ} , los vectores característicos, $\{Z_J\}$, y los coeficientes de participación, a_{JX} y a_{JY} , de los cuatro modos naturales de vibración de los marcos diseñados, que son resultado del análisis modal lineal del modelo discreto de cuatro grados de libertad de la Fig. 2.3. En las tablas 2.7 y 2.8 se presentan las propiedades de resistencia de los marcos diseñados con apoyos articulados y empotrados. En ambas tablas se listan los momentos resistentes, positivos y negativos, de las trabes, y los parámetros que definen las zonas de fallas por flexocompresión en tensión de las

secciones de las columnas. $M_2 = M_6$, $M_3 = M_5$, y M_4 representan los momentos resistentes en los extremos, cuartos de claro y centro de las traveses. P_b y M_b representan la carga axial de compresión y el momento flector que corresponden a la condición balanceada de los diagramas de interacción (P, M) de las columnas, M_o representa la resistencia en flexión simple, y $P_o^{(+)}$, $P_o^{(-)}$ las resistencias en compresión y tensión simple de las secciones de estos miembros. Los valores mostrados de estos dos últimos parámetros corresponden únicamente a los casos de diseño con $Q_y = 0.0$ e ∞ ; no fue necesario mostrar los valores de los parámetros $P_o^{(+)}$ y $P_o^{(-)}$ para otros factores de ductilidad Q_y , porque las cargas axiales de las columnas, en los experimentos de los marcos, siempre fueron de compresión y nunca excedieron las cargas balanceadas P_b . Las resistencias de los marcos que se presentan en las tablas 2.7 y 2.8 se muestran solamente para una parte de las combinaciones de los factores de ductilidad Q_x y Q_y que se consideraron realmente en el diseño de los experimentos. $Q_y = 0.0$ e ∞ , definen las mismas resistencias requeridas por los marcos para las cargas de gravedad y los componentes sísmicos horizontales, pero se diferencian en las sollicitaciones que serán consideradas en los correspondientes experimentos; mientras que para $Q_y = 0.0$ actuarán las cargas de gravedad y los componentes sísmicos horizontales, para $Q_y = \infty$ actuarán adicionalmente los componentes sísmicos verticales.

Por último, en las tablas 2.7 y 2.8 también se muestran los valores de los factores de amplificación, λ , debidos a los efectos P- Δ de las cargas de gravedad, así como los coeficientes α y β_o que definen las matrices de amortiguamiento de los marcos diseñados, de acuerdo con la Ec. (2.12); el coeficiente α multiplica a la ma-

triz de masa γ y el coeficiente β_0 a la matriz de rigidez inicial de los marcos, (K_0) , que corresponde a un comportamiento elástico - lineal. Otra alternativa para definir la matriz de amortiguamiento consiste en especificar coeficientes α y β , con $\beta = \beta_0$, donde β multiplica a la matriz de rigidez tangente, (K_T) , de los marcos, la cual, empieza siendo igual a (K_0) , pero se va modificando a medida que se forman las articulaciones plásticas en los marcos. Con α y β_0 , la matriz de amortiguamiento de cada marco se mantiene constante en todo el proceso de experimentación; en cambio, con α y β , dicha matriz es variable y su norma disminuye a medida que se forman más articulaciones plásticas en la estructura. La elección entre estas dos alternativas válidas depende del criterio del investigador. En este trabajo se decidió la primera alternativa, tanto en el cálculo de las ordenadas de los espectros inelásticos de los temblores seleccionados, como en la simulación de los experimentos. Como se explica con más detalle en la siguiente sección, se adoptó la primera alternativa a fin de garantizar una mayor estabilidad numérica en la simulación de los experimentos.

En el apéndice B de este trabajo se presenta el desarrollo completo de un ejemplo de diseño de las propiedades de uno de los marcos considerados en este estudio.

2.6 ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL, PASO A PASO

2.6.1 Consideraciones Generales Sobre el programa DRAIN-2D

Una vez definidas todas las propiedades de interés de los marcos simples diseñados, la siguiente etapa consiste en simular digitalmente los experimentos de los correspondientes modelos matemáticos mediante un análisis dinámico no lineal, paso a paso, para la acción conjunta de las cargas de gravedad y de los com-

puentes sísmicos seleccionados. Con este objeto se usará un programa de computadora de propósito general, conocido como DRAIN-2D [43], desarrollado por Amin E. Karaman y Graham H. Powell para el análisis de estructuras planas inelásticas sujetas a movimientos sísmicos. Este programa integra numéricamente en el dominio del tiempo las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento de la estructura, y está basado en las siguientes consideraciones generales:

1. La estructura se idealiza como un conjunto de modos conectados por barras. Cada modo puede tener hasta tres grados de libertad: dos desplazamientos y un giro.
2. La masa de la estructura se concentra en los modos, de modo que la matriz correspondiente es diagonal.
3. La excitación sísmica se define por las historias en el tiempo de las aceleraciones del terreno en las direcciones horizontal y vertical. Se asume que todos los apoyos de la estructura se mueven idénticamente en fase.
4. Se pueden aplicar cargas estáticas a la estructura, previas a las excitaciones dinámicas de los temblores, pero no se permite fluencia bajo tales cargas.
5. Se usa una formulación basada en la matriz de rigidez tangente para calcular los incrementos en las respuestas inelásticas de la estructura en cada intervalo de tiempo, Δt , dentro del cual se asume un comportamiento lineal.
6. Se asume que la formación de las articulaciones plásticas solamente ocurre en los extremos de las barras en que se ha dividido la estructura. En todas las secciones intermedias de

las barras se asume comportamiento lineal.

7. Cuando se considera una rigidez en flexión, posterior a la fluencia de una sección, se usa el modelo bilineal de dos componentes: uno lineal-elástico y el otro elastoplástico, propuesto originalmente por R.W. Clough [46]. Alternativamente, es posible considerar el deterioro de rigidez de una articulación plástica, por efecto de ciclos alternados de carga y descarga, mediante una extensión del modelo propuesto por Takeda [47].
8. Para establecer la formación de articulaciones plásticas en columnas, se toma en cuenta la interacción entre la carga axial y el momento flector mediante diagramas de interacción (P, M) simplificados, representados por segmentos de líneas rectas. Para columnas de concreto reforzado, se considera un diagrama de interacción (P, M) simplificado como se muestra en la Fig. 2.7.
9. Los efectos $P-\Delta$, de segundo orden, se pueden tomar en cuenta de manera aproximada incluyendo las matrices de rigidez geométrica en las barras comprimidas de la estructura. El cálculo de los efectos $P-\Delta$ se realiza únicamente para las fuerzas axiales de compresión que corresponden a las cargas de gravedad. No se toma en cuenta la pérdida de rigidez angular de las columnas por efecto de la compresión en ellas.
10. Se asume que la rigidez axial de las columnas siempre se mantiene lineal-elástica.
11. Si se desea, es posible considerar el efecto de todas las deformaciones de las barras en el análisis dinámico de los marcos: las debidas a los momentos de flexión, a las fuerzas cortantes y a las fuerzas axiales.

12. Las uniones entre barras se pueden considerar como puntuales y perfectamente rígidas, o con dimensiones finitas y comportamiento rígido o semi-rígido.
13. Las cargas de gravedad se introducen en el análisis dinámico como fuerzas iniciales en los extremos de las barras de la estructura.
14. La matriz de amortiguamiento viscoso se calcula, en cada instante, como una combinación lineal de la matriz de masa, de la matriz de rigidez inicial, y de la matriz de rigidez tangente que corresponde al intervalo de tiempo que se considera en el análisis. Como alternativa, en lugar de amortiguamiento viscoso se puede considerar un amortiguamiento "estructural", proporcional a los elementos mecánicos en los extremos de las barras.
15. Las respuestas dinámicas de la estructura se determinan mediante una integración numérica, paso a paso, suponiendo que la aceleración es constante dentro de cada intervalo de tiempo. Este método de integración numérica tiene la ventaja de ser incondicionalmente estable para todos los periodos de la estructura e intervalos de tiempo de integración, y no introduce amortiguamiento virtual dentro del sistema.
16. Los imbalances que pueden surgir en el equilibrio dinámico de la estructura, como producto de los errores de suponer un comportamiento lineal dentro de cada intervalo de tiempo de integración, Δt , se corrigen introduciendo fuerzas correctivas en los nudos, al inicio de los intervalos de tiempo que siguen a aquellos donde se generaron tales desequilibrios.

2.6.2 Resultados proporcionados por el programa DRAIN-2D
 Como impresión de salida del programa DRAIN-2D, se obtienen los siguientes resultados:

Para la condición de carga estática

1. Los desplazamientos de los nudos.
2. Los elementos mecánicos en los extremos de todas las barras.
3. Un código de fluencia para cada uno de los extremos de las barras: el cero indica comportamiento lineal y la unidad indica fluencia (para efectuar las correcciones del caso).

Para la condición de carga dinámica

1. Los desplazamientos máximos de los modos, positivos y negativos, con sus correspondientes tiempos de ocurrencia. Si se desea, se pueden obtener las historias de los desplazamientos con sus correspondientes valores envolventes, positivos y negativos, en los modos y en los intervalos de tiempo especificados en los datos de entrada.
2. Los elementos mecánicos máximos en los extremos de todas las barras, positivos y negativos, con sus correspondientes tiempos de ocurrencia; las rotaciones máximas y acumuladas, positivas y negativas, de las articulaciones plásticas, con sus correspondientes tiempos de ocurrencia. Si se desea, se pueden obtener las historias de los elementos mecánicos y de las rotaciones de las articulaciones plásticas, en los extremos de las barras y en los intervalos de tiempo especificados en los datos de entrada. En este caso, para indicar el estado elástico o plástico de cada sección extrema, se usa el mismo código (0, 1) descrito para la condición de carga estática.

2.6.3 Desbalance del equilibrio debido al amortiguamiento
 cuando dentro de un paso de integración, Δt , ocurre la
 fluencia de alguna sección, se presenta un desbalance tem-
 poral en el equilibrio de la estructura. En ausencia de amor-
 tiguamiento y fluencia de otra sección, tal desbalance es
 eliminado en el siguiente paso de integración. Sin embargo,
 cuando existe amortiguamiento, parte de la carga desbalan-
 ceada será absorbida temporalmente por el mecanismo de
 amortiguamiento, por lo cual, las fuerzas elásticas en los
 elementos estructurales no se equilibrarán entre sí durante
 varios pasos de integración. Los valores impresos de los
 elementos mecánicos corresponden solamente a las fuerzas elás-
 ticas, de modo que pueden esperarse desequilibrios tem-
 porales en el examen de las historias impresas de los re-
 sultados. Es de esperar que estos desbalances sean eli-
 minados más rápidamente con amortiguamiento $\beta(K_T)$ que
 con amortiguamiento $\beta_0(K_0)$, porque el amortiguamiento es
 menor en el primer caso.

Como se ha manifestado anteriormente, la decisión sobre el
 tipo de amortiguamiento a usar para el análisis dinámico
 de una estructura depende del juicio ingenieril y de la
 preferencia personal del investigador. El amortiguamiento
 del tipo $\beta_0(K_0)$ tiene la ventaja de retener un valor alto
 después de la fluencia de un elemento, con lo cual se con-
 trola más fuertemente cualquier tendencia de inestabilidad
 numérica que con el amortiguamiento del tipo $\beta(K_T)$. Por
 ejemplo, si varios elementos rígidos se conectan en un modo,
 y en los extremos de todos estos se forman articulaciones plás-
 ticas en algún intervalo de tiempo, se producirá generalmen-
 te un momento desbalanceado en dicho modo. Si las ri-
 gideces posfluencia y los amortiguamientos viscosos de los
 elementos son pequeños, el momento desbalanceado puede
 producir una rotación grande del modo, en el siguiente in-

tervalo de tiempo. En realidad, tal momento desbalanceado debiera causar inmediatamente que uno o más de los elementos que concurren al modo retornen a su estado elástico, por lo cual, la rotación correspondiente debiera ser pequeña. La debilidad fundamental de la estrategia de solución paso a paso del programa DRAIN-2D consiste en su incapacidad de reaccionar instantáneamente en tales situaciones particulares. Es posible controlar los problemas de este tipo mediante el uso de cantidades razonables de amortiguamiento tipo $\beta_0 (K_0)$. En todo caso, los resultados de los análisis dinámicos siempre deben ser revisados con cuidado cuando se obtienen rotaciones u otros desplazamientos con valores excesivamente grandes. Por lo demás, este tipo de problema siempre puede eliminarse especificando resistencias tales que al menos uno de los elementos que se conectan en cada modo se mantenga elástico. Este recurso siempre debe usarse en los modos donde se conectan solamente dos elementos tipo viga.

Un problema relacionado con la estrategia de solución paso a paso del programa DRAIN-2D, consiste en el posible cálculo de fuerzas elásticas excesivamente altas en los elementos estructurales, al final de cualquier paso de integración en el cual ocurre fluencia. Tales fuerzas pueden dar lugar a valores también excesivamente altos de las envolventes de los elementos mecánicos de las barras de la estructura. Los errores de este tipo serán relativamente pequeños en la mayoría de los casos, pero es necesario que los usuarios del programa estén conscientes de que ellos pueden ser introducidos en los resultados.

Por todo lo manifestado, es deseable una versión modificada del programa DRAIN-2D, que itere la solución dentro de cada intervalo de integración, Δt , hasta hacer desaparecer cualquier desbalance del equilibrio.

2.6.4 Intervalo de tiempo para la integración numérica

Es esencial que la longitud del intervalo de tiempo para la integración numérica, Δt , prescrito en el análisis dinámico de los modelos estructurales, sea lo suficientemente corta como para evitar que la acumulación de errores en la solución paso a paso invalide las respuestas calculadas. Es de esperar que la exactitud de la solución mejore a medida que se reduce el paso de integración Δt . Sin embargo, para no aumentar desproporcionadamente el esfuerzo computacional, es importante seleccionar el mayor paso de integración, Δt , compatible con el grado de precisión deseado. Es necesaria la experiencia y la experimentación preliminar para determinar el intervalo de tiempo más apropiado para cada sistema estructural. Además, la longitud del paso de integración requerido no sólo depende de las características dinámicas de la estructura y del nivel de frecuencia que se alcanza en su comportamiento inelástico, sino también de los contenidos de frecuencia de los temblores seleccionados. Mahin y Bertero [48] encontraron que los resultados analíticos pueden ser no satisfactorios cuando el paso de integración, Δt , excede alguno de los siguientes tres valores:

1. Un décimo del periodo del modo superior de vibración que tiene un efecto importante en los elementos mecánicos de la estructura.
2. Un cuarentavo del periodo del primer modo elástico de vibración.
3. El intervalo de tiempo usado en la discretización de las aceleraciones de las excitaciones sísmicas.

Estas restricciones son más severas que aquellas que se requieren para obtener la exactitud deseada en sistemas que se comportan elásticamente.

stendiendo los requisitos anteriores, y después de una serie de experimentos preliminares, en este trabajo se seleccionó un intervalo de tiempo para la integración numérica, Δt , de 0.002 segs.

2.7 FACTORES DE REDUCCION POR DUCTILIDAD \hat{Q}_Y^*

El cálculo de los factores de reducción por ductilidad de diseño, \hat{Q}_Y^* , del componente sísmico vertical, se efectúa en base a los criterios expuestos en el primer capítulo de este trabajo. Dichos criterios se apoyan en el concepto de máxima demanda de ductilidad local de curvatura en las secciones críticas de los marcos. De acuerdo con la referencia [38], la rotación de una articulación plástica, θ_p , se puede expresar en la siguiente forma:

$$\theta_p = (\psi_{MAX} - \psi_f) L_p \quad (2.101)$$

donde, ψ_{MAX} y ψ_f , representan, respectivamente, las curvaturas máxima y de inicio de la fluencia que se desarrollan en la sección crítica de estudio; L_p representa la longitud equivalente de la articulación plástica, sobre la cual, la curvatura plástica se puede suponer constante.

Introduciendo las siguientes relaciones:

$$\mu = \psi_{MAX} / \psi_f \quad (2.102)$$

$$\psi_f = M_f / E_c \cdot I \quad (2.103)$$

donde μ representa la demanda de ductilidad local de curvatura; M_f el momento flector de fluencia; E_c el módulo de elasticidad del concreto; e I el momento

de inercia de la sección transformada y agrietada ; la Ec. (2.101) se puede expresar como sigue ,

$$\Theta_p = \frac{M_f}{E_c I} (\mu - 1) L_p \quad (2.104)$$

De la Ec. (2.104) se obtiene ,

$$\mu = \left\{ \frac{\Theta_p \cdot E_c I}{M_f \cdot L_p} + 1 \right\} \quad (2.105)$$

Por otro lado , en base a resultados de pruebas experimentales , en la misma referencia [38] se propone la siguiente expresión aproximada para la longitud equivalente de la articulación plástica , a cada lado de la sección crítica :

$$L_p = 0.5 d + 0.05 Z \quad (2.106)$$

donde d representa el peralte efectivo de la sección y Z , la distancia de la sección al punto de inflexión más cercano .

De acuerdo con la Ec. (2.105) , la relación entre las demandas de ductilidad local de curvatura , $\mu_{x+\gamma}$ y μ_x , que corresponden a una sección crítica común de los marcos , se puede expresar mediante un parámetro , β , en la forma siguiente :

$$\beta = \left\{ \frac{\mu_{x+\gamma}}{\mu_x} \right\} = \left\{ \frac{\Theta_p^{x+\gamma} / M_f^{x+\gamma} + L_p^{x+\gamma} / E_c I_{x+\gamma}}{\Theta_p^x / M_f^x + L_p^x / E_c I_x} \right\} \left\{ \frac{L_p^x \cdot I_{x+\gamma}}{L_p^{x+\gamma} \cdot I_x} \right\} \quad (2.107)$$

Como en todo este trabajo, el índice $(x+y)$ sirve para hacer referencia a los parámetros que corresponden a los marcos solicitados por las cargas de gravedad y por los componentes sísmicos horizontal y vertical, mientras que el índice (x) hace referencia a los mismos parámetros de los marcos solicitados por las cargas de gravedad y por solamente el componente sísmico horizontal. Como las propiedades de rigidez de cada conjunto de marcos diseñados para las sollicitaciones descritas son iguales, entonces: $I_x = I_{x+y} = I$. Por otro lado, teniendo en cuenta que, pequeños desfases en la posición de los puntos de inflexión, modifican muy poco las longitudes equivalentes de las articulaciones plásticas, es aceptable considerar: $L_p^{x+y} \cong L_p^x = L_p$. Consecuentemente, la Ec. (2.107) se puede expresar en forma simplificada como sigue,

$$\beta = \left[\frac{\mu_{x+y}}{\mu_x} \right] = \left[\frac{\frac{\Theta_p^{x+y} / M_f^{x+y}}{\Theta_p^x / M_f^x} + L_p / E_c I}{+ L_p / E_c I} \right] \quad (2.108)$$

Para evitar el manejo del parámetro L_p , para el cual solamente se pueden prescribir valores aproximados, en este trabajo se decidió introducir un nuevo parámetro, η , análogo a β , cuya expresión es la siguiente:

$$\eta = \left[\frac{\mu_{x+y} - 1}{\mu_x - 1} \right] = \left[\frac{M_f^x \cdot \Theta_p^{x+y}}{M_f^{x+y} \cdot \Theta_p^x} \right] \quad (2.109)$$

El parámetro η , al igual que β , también representa un índice relativo de la mayor o menor demanda de ductilidad local de curvatura, por efecto del componente sísmico vertical, pero tiene la ventaja de que depende únicamente de cantidades que resultan del diseño y experimentación de los marcos seleccionados en esta investigación. Además, β y η son

iguales a la unidad cuando las demandas de ductilidad local, μ_{x+y} y μ_x , son iguales entre sí, condición que constituye la base para el cálculo de los factores de reducción por ductilidad, \hat{Q}_Y^* , de diseño.

Como las cantidades, Θ_p^{x+y} y M_f^{x+y} , dependen del factor de ductilidad Q_Y , es evidente por la Ec. (2.109) que, para cada uno de los marcos seleccionados en este estudio, existe una relación bien definida entre los parámetros q y Q_Y . Por el comportamiento particular que se ha supuesto para los marcos sometidos al componente sísmico vertical, es conveniente reemplazar las relaciones (q, Q_Y) por las relaciones equivalentes (q, \hat{Q}_Y) , donde \hat{Q}_Y representa el factor de reducción por ductilidad que corresponde al factor de ductilidad vertical Q_Y . Por definición, \hat{Q}_Y se calcula con la siguiente expresión:

$$\hat{Q}_Y = \frac{R_Y}{\hat{R}_Y(Q_Y)} \quad (2.110)$$

R_Y y $\hat{R}_Y(Q_Y)$, representan las resistencias requeridas por el marco para los desplazamientos negativos (hacia abajo) generados por el componente sísmico vertical, para comportamiento elástico-lineal en el primer caso, y comportamiento inelástico-ductil, con nivel de fluencia Q_Y , en el segundo. En la Ec. (2.110), R_Y y $\hat{R}_Y(Q_Y)$, no deben interpretarse como vectores sino como cantidades escalares representadas por algunos de sus elementos mecánicos comunes, asociados a dichos vectores. Aunque, en condiciones normales, existe casi el mismo factor de proporcionalidad entre todos los elementos análogos de los vectores $\{R_Y\}$ y $\{\hat{R}_Y(Q_Y)\}$, lo más apropiado es definir \hat{Q}_Y en base a los elementos mecánicos asociados con las máximas demandas de ductilidad local de curvatura, de las secciones más críticas de los

marcos .

Es posible desarrollar una expresión más explícita para \hat{Q}_Y en base a las siguientes relaciones que corresponden al análisis modal espectral de los marcos :

$$R_Y = \sqrt{\sum_J R_{JY}^2} \quad (2.111)$$

$$\hat{R}_Y(Q_Y) = \sqrt{\sum_J (R_{JY} / \hat{Q}_{JY})^2} = \sqrt{\sum_J \hat{R}_{JY}^2} \quad (2.112)$$

donde, R_{JY} , es la resistencia elástica requerida para el J -ésimo modo simétrico de vibración excitado por el componente sísmico vertical, Y , \hat{Q}_{JY} , es el factor de reducción por ductilidad asociado a dicho modo, el cual, se calcula con la siguiente ecuación :

$$\hat{Q}_{JY} = \left\{ \frac{A_Y(T_J, E_J)}{\hat{A}_Y(T_J, E_J, Q_Y)} \right\} \quad (2.113)$$

$A_Y(T_J, E_J)$ y $\hat{A}_Y(T_J, E_J, Q_Y)$ son ordenadas de los espectros de pseudo-aceleraciones elástico e inelástico, respectivamente .

Reemplazando las Ecs. (2.111) y (2.112) en la Ec. (2.110), se obtiene :

$$\hat{Q}_Y = \sqrt{\frac{\sum_J R_{JY}^2}{\sum_J (R_{JY} / \hat{Q}_{JY})^2}} \quad (2.114)$$

Para los marcos simples considerados en este estudio, idealizados como modelos discretos de cuatro grados de libertad, cuyos modos simétricos de vibración, excitados por el componente sísmico vertical, son los modos pares 2 y 4, la

Ec. (2.114) se puede expresar como :

$$\hat{Q}_Y = \frac{\hat{Q}_{Y2} \cdot \hat{Q}_{Y4} \sqrt{R_{Y2}^2 + R_{Y4}^2}}{\sqrt{\hat{Q}_{Y4}^2 \cdot R_{Y2}^2 + \hat{Q}_{Y2}^2 \cdot R_{Y4}^2}} \quad (2.115)$$

Teniendo en cuenta que la resistencia modal, R_{Y2} , normalmente es muy superior a la resistencia modal, R_{Y4} , se deduce por la Ec. (2.115) que \hat{Q}_Y es bastante próximo al factor de reducción por ductilidad asociado al modo simétrico fundamental, \hat{Q}_{Y2} .

En el presente trabajo se aplicarán paralelamente dos criterios para calcular los factores de reducción por ductilidad de diseño, \hat{Q}_Y^* . El primer criterio consiste en la igualdad de los promedios aritméticos de las máximas demandas de ductilidad local de curvatura, \bar{u}_{x+y} y \bar{u}_x , en la sección más crítica de los marcos diseñados y sometidos a los dos grupos de experimentos descritos en el primer capítulo de este estudio. El segundo criterio consiste en la igualdad de las sumas de los promedios aritméticos de las máximas demandas de ductilidad local de curvatura, $\sum \bar{u}_{x+y}$ y $\sum \bar{u}_x$, en las dos secciones más críticas de los mismos marcos. De acuerdo con los mecanismos de fluencia que se observaron en los experimentos preliminares, simulados digitalmente, que se efectuaron en la primera etapa de este trabajo, se determinó que las secciones más críticas de los marcos diseñados corresponden a los extremos (2) y (6) de las traveses, para momentos negativos.

En términos del parámetro q , los dos criterios anteriores para calcular los factores de reducción por ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* , se pueden expresar de la siguiente manera:

Primer criterio : $\bar{u}_{MAX}^{x+y} = \bar{u}_{MAX}^x$

$$\hat{Q}_Y^* = \hat{Q}_Y : q_{MAX} = \left\{ \frac{\bar{u}_{MAX}^{x+y} - 1}{\bar{u}_{MAX}^x - 1} \right\} = \left\{ \frac{M_f^x \cdot \bar{\theta}_{pMAX}^{x+y}}{M_f^{x+y} \cdot \bar{\theta}_p^x} \right\} = 1 \quad (2.116)$$

Segundo criterio : $\sum \bar{u}_{MAX}^{x+y} = \sum \bar{u}_{MAX}^x$

$$\hat{Q}_Y^* = \hat{Q}_Y : \sum q_{MAX} = \left\{ \frac{\sum \bar{u}_{MAX}^{x+y} - 2}{\sum \bar{u}_{MAX}^x - 2} \right\} = \left\{ \frac{M_f^x \cdot \sum \bar{\theta}_{pMAX}^{x+y}}{M_f^{x+y} \cdot \sum \bar{\theta}_p^x} \right\} = 1 \quad (2.117)$$

Las notaciones plásticas máximas que figuran en estas dos últimas expresiones, corresponden a los promedios aritméticos de los valores que resultan para cada una de las cuatro parejas de componentes sísmicos seleccionados en este trabajo. Asimismo, M_f^x y M_f^{x+y} , representan los momentos resistentes de los extremos de los traveses de los marcos diseñados para las cargas de gravedad y para los espectros sísmicos inelásticos promedios.

2.8 CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

1. En este trabajo se manejan dos modelos matemáticos discretos diferentes de cinco masas concentradas de los marcos simples: un modelo de cuatro grados de libertad (Fig. 2.3) para el diseño de los experimentos, y otro más exacto de seis grados de libertad (Fig. 2.2b) para la realización de los mismos. En lo esencial, ambos modelos son similares porque las deformaciones axiales de las columnas son definitivamente muy pequeñas. Como se manifestó anteriormente, el modelo de cuatro grados de libertad se utilizó únicamente para simplificar el diseño de los experimentos.
2. En este trabajo no se han considerado las deformaciones por

esfuerzo cortante, porque los marcos diseñados están conformados por barras comparativamente esbeltas, en las cuales, tales deformaciones son despreciables.

3. La geometría de los modelos matemáticos de los marcos simples se puede refinar introduciendo las dimensiones finitas de las uniones entre trabes y columnas. Este refinamiento complica el diseño de los experimentos de los marcos, y exige un procedimiento para determinar las dimensiones de las secciones de trabes y columnas, más adecuado que el usado en este trabajo.
4. La característica principal de la metodología desarrollada para el diseño de los experimentos consiste en la definición casi independiente de las propiedades de rigidez y de resistencia de los marcos simples; la única conexión entre ambas propiedades se realiza mediante las resistencias que corresponden a los refuerzos mínimos de acero que se prescriben en el reglamento de construcción adoptado, en las cuales intervienen las dimensiones de las secciones de los miembros estructurales. Esta metodología evita la necesidad de un diseño detallado de los marcos, y permite proporcionar a cada uno de los extremos de las barras consideradas en la modelación resistencias exactamente iguales a las requeridas.
5. Como se manifestó en su oportunidad, las expresiones que permiten definir las dimensiones de las secciones transversales de las trabes y columnas de los marcos son solamente aproximadas y adecuadas para efectuar estimaciones razonables de dichas dimensiones. Existen varias razones que permiten establecer la suficiencia de la aproximación que se consigue en esta etapa, y son las siguientes:

- Las dimensiones de las secciones de los miembros de los marcos dependen de la raíz cuarta de los momentos de inercia de las secciones totales de concreto, de modo que los errores que se introducen al estimar tales momentos de inercia se abaten considerablemente en el cálculo de las dimensiones de las secciones.
- Las dimensiones de las secciones de las trabes se usan solamente para calcular los momentos resistentes mínimos, que generalmente controlan las resistencias en flexión con signos opuestos a los momentos generados por las cargas de gravedad. De esta forma, los momentos resistentes mínimos en flexión adquieren alguna importancia solamente en los casos donde las solicitaciones sísmicas generan articulaciones plásticas invirtiendo los momentos de las cargas de gravedad. Los experimentos preliminares demostraron que estos casos son raros y que, cuando suceden, no afectan significativamente las rotaciones plásticas de los extremos de las trabes para momentos negativos.
- Las dimensiones de las secciones de las columnas se usan únicamente para definir las pendientes de la zona recta del diagrama de interacción (P, M) que corresponde a las fallas en tensión por flexocompresión, y para controlar los requerimientos mínimos de acero correspondientes. Tales zonas de los diagramas de interacción (P, M) solamente tienen importancia en las bases de las columnas de los marcos con apoyos empotrados, porque definen las combinaciones de carga axial de compresión y momento que originan la formación de articulaciones plásticas en dichas secciones. Los experimentos preliminares demostraron que el comportamiento de las bases de las columnas empotradas no afecta significativamente las rotaciones de las articulaciones plásticas de los extremos de las trabes para momentos negativos.

6. Como se manifestó en la sección 2.4 de este capítulo, la selección de los componentes sísmicos puede tener una influencia importante en los resultados de toda investigación que estudie las respuestas dinámicas de sistemas inelásticos. Todavía no existen criterios definitivos y completamente satisfactorios para efectuar tal selección y para normalizar los temblores a intensidades comunes. Se trata, sin duda, de un campo que requiere todavía mayor investigación. En el presente trabajo se comparan respuestas inelásticas de marcos que resultan de experimentos en los cuales siempre están presentes los temblores horizontales. De esta forma, adquiere particular importancia la selección de los temblores verticales, especialmente en lo referente a sus contenidos de frecuencias y a la proporción del promedio de sus intensidades respecto al promedio de las intensidades de los temblores horizontales seleccionados. El análisis de la influencia de estas variables está fuera del alcance del presente trabajo.
7. Para definir las propiedades de resistencia de los marcos, las respuestas máximas modales se obtuvieron en base a espectros inelásticos promedio calculados para una fracción de amortiguamiento crítico constante de 0.05. Este es el procedimiento usual y la única objeción al mismo consiste en que, en el desarrollo de los experimentos, tal amortiguamiento es válido únicamente para los dos primeros modos de vibración; para los dos últimos modos de vibrar corresponden otros amortiguamientos que se pueden calcular con la Ec. (2.13).
8. El comportamiento elastoplástico de los marcos, supuesto en el cálculo de los espectros inelásticos, es el más simple y consistente con el Método del Espectro Inelástico de Respuesta, con la ventaja de que se obtienen respuestas inelásticas que cubren en forma envolvente las que se obtienen con otra variedad

de comportamientos inelásticos [18, 21].

9. En la selección de los parámetros de estudio se tuvo mayor cuidado con los marcos con apoyos empotrados porque sus resistencias tienden a ser más controladas por las cargas de gravedad solas. La selección de la geometría y factores de ductilidad horizontal de los marcos con apoyos empotrados se efectuó en base a la siguiente relación, referida a los extremos de las trabes:

$$\frac{M_w}{\hat{M}_{sx}} = \frac{\hat{Q}_x (1 + 6B) (L/h)}{9 \lambda B (2+B) (A_x/g)} \quad (2.118)$$

M_w , representa el momento generado por la carga total de gravedad W ; \hat{M}_{sx} , el momento generado por el componente sísmico horizontal; A_x/g , la ordenada del espectro elástico de pseudo-aceleraciones, normalizada respecto a la aceleración de la gravedad; \hat{Q}_x , el factor de reducción por ductilidad correspondiente al factor de ductilidad Q_x ; γ, λ , el factor de amplificación $P-\Delta$.

10. En las tablas 2.7 y 2.8 se puede apreciar que la inclusión del componente sísmico vertical no ocasiona importantes incrementos en las resistencias de los marcos diseñados para las cargas de gravedad y para el componente sísmico horizontal, aún para valores de Q_y iguales a la unidad. En marcos con apoyos articulados, el máximo incremento local de resistencia es de 7.4 por ciento para $L = 6$ mts., y de 12.3 por ciento para $L = 9$ mts. En marcos con apoyos empotrados, el máximo incremento local de resistencia es de 7.4 por ciento para $L = 6$ mts., y de 15.9 por ciento para $L = 9$ mts.

11. Es importante hacer notar que la ecuación de diseño (2.63) controló las resistencias en flexión de los extremos de las trabes y en flexocompresión de las columnas, únicamente en algunos de los marcos con apoyos empotrados y trabes con claros de 9 metros, diseñados para un factor de ductilidad vertical $Q_Y = 1.0$.
12. Los factores de reducción por ductilidad para desplazamientos verticales positivos, $\hat{Q}_Y^{(+)}$, asociados a los factores de reducción por ductilidad para desplazamientos verticales negativos, \hat{Q}_Y , son de importancia secundaria en el diseño porque definen elementos mecánicos en los marcos de signos opuestos a los generados por las cargas de gravedad, que generalmente son inferiores a las resistencias que corresponden a los refuerzos mínimos de acero prescritos en los reglamentos de construcción. La manera más adecuada de tomar en cuenta estos factores de reducción por ductilidad consiste en ampliar las relaciones (q, \hat{Q}_Y) a relaciones del tipo $\{q, \hat{Q}_Y^{(-)}, \hat{Q}_Y^{(+)}\}$, donde $\hat{Q}_Y^{(+)}$ se define de manera similar que $\hat{Q}_Y^{(-)}$, pero haciendo uso de los espectros de pseudo-aceleraciones de los componentes sísmicos verticales para desplazamientos positivos.
13. El remplazo de β por el parámetro q , tiene la ventaja de que facilita bastante el manejo numérico de los resultados de los experimentos de los marcos, y permite un cálculo más directo de los factores de reducción por ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* .
14. Al calcular la influencia de los efectos $P-\Delta$ con la Ec. (2.58), en el caso más general de diseño de los marcos simples, se deberán tomar en cuenta las fuerzas verticales generadas por el componente sísmico vertical. En este trabajo no se procedió de esta manera, solamente para ser congruente con el

análisis dinámico no lineal de los marcos simples con el programa DRAIN-2D, el cual ignora tales fuerzas.

15. Se ha podido observar que existe una serie de alternativas para seleccionar las cantidades y tipos de amortiguamiento de los sistemas dinámicos. Cabe preguntar ahora ¿cuál de estas alternativas representa mejor la realidad? A la fecha no es posible todavía responder categóricamente porque hace falta reunir más resultados de pruebas dinámicas de prototipos y modelos físicos de los sistemas estructurales de mayor interés. Con base en el conocimiento actual sobre el comportamiento dinámico de estructuras, solamente es posible afirmar que todas las alternativas para prescribir las cantidades y tipos de amortiguamiento presentados en este trabajo son capaces de representar razonablemente la realidad con similar grado de aproximación.

CAPITULO 3

PROCESAMIENTO Y DISCUSION DE RESULTADOS

3.1 COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LOS MARCOS

Como resultado del análisis dinámico no lineal, paso a paso, de los marcos diseñados, fue posible definir algunas de las características más importantes del comportamiento de estas estructuras, las cuales se describen a continuación.

3.1.1 MECANISMOS DE FLUENCIA DE LOS MARCOS

El ingreso de los marcos dentro de su rango de comportamiento inelástico, por efecto de las solicitaciones generadas por la carga estática y por los componentes sísmicos, mostró mecanismos característicos de fluencia. La presencia o ausencia del componente sísmico vertical no modificó estos mecanismos, los cuales se caracterizaron por una disposición casi estándar de las articulaciones plásticas, tal como puede apreciarse en las Figs. 3.1 (a) y (b). Se entiende que cuando los marcos se desplazan lateralmente de derecha a izquierda, se producen los mismos mecanismos de fluencia, pero dispuestos antisimétricamente.

En los marcos con apoyos articulados se pueden formar hasta tres articulaciones plásticas en las trabes: una para momento negativo en un extremo, otra para momento positivo en el cuarto del claro, y una tercera para momento positivo en el extremo opuesto. Esta tercera articulación plástica solo se genera ocasionalmente cuando se producen inversiones importantes de momento en uno de los extremos de las trabes. En este estudio ocurrieron estas inversiones de momentos en los marcos diseñados para factores de ductilidad horizontal igual a 2, y trabes con claros de seis metros.

En los marcos con apoyos empotrados se pueden formar hasta cuatro articulaciones plásticas, dos en las trabes y dos en las bases de las columnas. Las inversiones de momentos en las trabes por efecto de las solicitaciones sísmicas fueron bastante menores que en los marcos con apoyos articulados; nunca se formó

una articulación plástica para momento positivo en los extremos de las trabes. Asimismo, la plastificación simultánea de las dos bases de las columnas ocurrió solo ocasionalmente, para los temblores horizontales que fueron capaces de invertir significativamente los momentos flectores en alguna de tales secciones. En general, en todos los marcos estudiados, nunca se formaron articulaciones plásticas en los extremos superiores de las columnas, lo cual es un índice de que los diseños de estas estructuras fueron consistentes con el criterio de columna fuerte - trabe débil, deseable en el caso de marcos dúctiles. Asimismo, prácticamente en ningún caso se formó una articulación plástica en el centro del claro de las trabes. Esto pone de manifiesto que la sollicitación máxima de momento positivo en esta sección casi siempre fue menor que el momento resistente de diseño, el cual, generalmente, fue controlado por las cargas de gravedad.

3.1.2 DESPLAZAMIENTOS MÁXIMOS DE LOS MARCOS

En la tabla 3.1 se presentan los valores promedio de los desplazamientos horizontales y verticales máximos de todos los marcos estudiados, en concordancia con lo anotado en las Figs. 3.1 (a) y (b). En todo este capítulo, el término promedio significa la media aritmética de los cuatro valores que corresponden a las cuatro parejas de componentes sísmicas seleccionadas en este trabajo. Los desplazamientos horizontales se refieren a todas las secciones de las trabes, y los desplazamientos verticales a las secciones ubicadas en el centro y cuarto del claro de las mismas. El primer desplazamiento horizontal es el máximo absoluto, el cual puede ocurrir hacia la izquierda o derecha; el segundo desplazamiento horizontal es el máximo que ocurre en la dirección opuesta al primero. También se incluyen los desplazamientos verticales de las trabes por efecto de las cargas de gravedad, a partir de los cuales se generan los desplazamientos verticales por efecto de los componentes sísmicos.

La tabla 3.1 está estructurada para los tres valores del factor de ductilidad Q_x que se han considerado en este trabajo, cada uno de los cuales se combina con tres valores extremos del factor de ductilidad Q_y . $Q_y = 0.0$ corresponde al caso en que no actúa el componente sísmico vertical; $Q_y = \infty$ corresponde al caso en que actúan los dos componentes sísmicos, pero el marco ha sido diseñado sin considerar el efecto del componente sísmico vertical; $Q_y = 1.5$ ó 1.0 corresponde al caso en que actúan ambos componentes sísmicos y el marco ha sido diseñado reduciendo los temblores por sus correspondientes factores de ductilidad. Entre los casos extremos presentados en la tabla 3.1 se halla toda la serie de casos intermedios que se han considerado en este estudio, y que no se ha creído necesario incluirlos. Un análisis de la referida tabla permite efectuar las siguientes observaciones:

- (1) En términos generales, se aprecia que los desplazamientos horizontales máximos son más sensibles a los valores de Q_x , que a los valores de Q_y .
- (2) Para cada valor de Q_x , los desplazamientos horizontales máximos se mantienen aproximadamente constantes, variando suavemente con el valor de Q_y .
- (3) No se aprecia una variación definida de los desplazamientos horizontales máximos con el factor de ductilidad Q_x , pero lo más frecuente es que estos desplazamientos disminuyen ligeramente con el aumento de Q_x . Algo parecido ocurre con la variación de estos desplazamientos con el factor de ductilidad Q_y .
- (4) Los desplazamientos verticales máximos en el cuarto y centro del claro de las trabes, de los marcos con apoyos articulados,

son bastante similares entre sí, con predominio alternado. En los marcos con apoyos empotrados, los desplazamientos verticales máximos en el centro del claro de las trabes son claramente superiores a los que ocurren en los cuartos de claro. En todos los marcos, ambos desplazamientos verticales máximos suceden casi simultáneamente, con un ligero desfase en los tiempos de ocurrencia.

(5) Los desplazamientos verticales máximos de los marcos con apoyos articulados aumentan considerablemente con Q_x , y muy poco con Q_y . La sensibilidad de los desplazamientos verticales al factor de ductilidad Q_x se debe, principalmente, al mayor acoplamiento que se produce entre los desplazamientos horizontales y verticales de los marcos, como consecuencia de una pérdida creciente de la simetría estructural, cada vez que se ingresa con mayor amplitud en los rangos inelásticos del comportamiento dinámico. La reducida variación de los desplazamientos máximos con Q_y , pone de manifiesto la escasa sensibilidad al componente sísmico vertical de los marcos con apoyos articulados.

(6) Los desplazamientos verticales máximos de los marcos con apoyos empotrados también aumentan sensiblemente con Q_x , pero en un grado menor que en el caso anterior. Al respecto es válida una explicación similar a la proporcionada en (5). Asimismo, los desplazamientos verticales máximos de estos marcos también son sensibles a Q_y , lo que prueba la mayor afectabilidad de los marcos con apoyos empotrados al componente sísmico vertical, respecto a los marcos con apoyos articulados. Este comportamiento diferente es lógico y constituye uno de los resultados esperados en esta investigación. Conviene hacer notar que los desplazamientos horizontales y verticales máximos no ocurren simultáneamente.

3.1.3 ROTACIONES PLÁSTICAS MÁXIMAS

En la tabla 3.2 se presentan los valores promedio de las rotaciones plásticas máximas que se generan en las secciones críticas de las traveses de los marcos. Esta tabla está estructurada de manera similar a la anterior y $\Theta_p(2,6)$ corresponde a la mayor de las rotaciones plásticas para momento negativo que ocurren en los extremos de las traveses, mientras que $\Theta_p(2+6)$ corresponde a su suma. El mismo significado les corresponde a las rotaciones plásticas para momento positivo $\Theta_p(3,5)$ y $\Theta_p(3+5)$, pero con referencia a los cuartos de claro. El análisis de la tabla 3.2 permite, en términos generales, efectuar las siguientes observaciones:

Marcos con apoyos articulados

- (1) Se aprecia un aumento brusco de las rotaciones plásticas con el cambio de $Q_x = 2$ a $Q_x = 4$, mientras que el mismo aumento es moderado con el cambio de $Q_x = 4$ a $Q_x = 6$.
- (2) Las rotaciones plásticas de los marcos con traveses de igual claro, aumentan considerablemente con la flexibilidad de los mismos.
- (3) Las rotaciones plásticas máximas de los marcos con igual periodo fundamental de vibración vertical, T_v , diseñados para un mismo factor de ductilidad Q_x , son similares.
- (4) Las rotaciones plásticas máximas en los cuartos de claro son ligeramente inferiores a las que corresponden a los extremos de las traveses.
- (5) Las rotaciones plásticas máximas aumentan ligeramente por efecto del componente sísmico vertical, aun en los marcos no diseñados para resistir sus efectos ($Q_v = \infty$). Este hecho enfatiza, nuevamente, la escasa sensibilidad de estos marcos al componente sísmico vertical.
- (6) Las rotaciones plásticas máximas para $Q_v = 1.5$ son, ca-

si sin excepción, menores que aquellas para $Q_y = 0$. Consecuentemente, de acuerdo con el criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical propuesto en este trabajo, el factor de ductilidad vertical de diseño para estos marcos, Q_y , debe ser mayor que 1.50.

Marcos con apoyos empotrados

- (1) Las rotaciones plásticas máximas de estos marcos son bastante menores que las de los marcos con apoyos articulados con valores comparables de T_y y Q_x . Esto se debe a la mayor rigidez lateral y a la menor sensibilidad al componente sísmico horizontal de los marcos con apoyos empotrados, respecto a los marcos con apoyos articulados.
- (2) El incremento de las deformaciones inelásticas con el factor de ductilidad Q_x , se traduce en un claro aumento de las rotaciones plásticas máximas.
- (3) Las rotaciones plásticas máximas aumentan considerablemente con la flexibilidad de los marcos.
- (4) Las rotaciones plásticas máximas de los marcos con iguales valores de T_y y Q_x son del mismo orden de magnitud, pero con un grado de semejanza menor al que se tiene en los marcos con apoyos articulados.
- (5) Las rotaciones plásticas máximas en los cuartos de claro de las trabes son ligeramente superiores a las que se tienen en los extremos.
- (6) Las rotaciones plásticas máximas aumentan significativamente con el factor de ductilidad Q_y , particularmente en los marcos con trabes de 9 metros de claro. Esto pone de manifiesto, nuevamente, la mayor sensibilidad al componente sísmico vertical de estos marcos, respecto a los marcos con apoyos articulados.
- (7) Las rotaciones plásticas máximas para $Q_y = 1$ son, ca-

si sin excepción, menores que aquellos para $Q_y = 0$. Consecuentemente, de acuerdo con el criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical propuesto en este trabajo, el factor de ductilidad vertical de diseño para estos marcos, Q_y , debe ser mayor que 1.0.

Además de lo anotado conviene agregar que las rotaciones plásticas en las bases de las columnas de los marcos con apoyos empotrados, siempre fueron bastante inferiores a las que se presentaron en las trabes correspondientes. Asimismo, tal como ya se ha mencionado anteriormente, en las secciones centrales de las trabes, casi nunca se formaron articulaciones plásticas. En las raras veces que ello sucedió, las rotaciones plásticas fueron tan pequeñas, que no son dignas de tomarse en consideración.

La estrecha similitud observada en la mayoría de los casos entre las rotaciones plásticas máximas de los cuartos de claro y extremos de las trabes, permite afirmar que los mecanismos de fluencia de los marcos se desvían muy poco del mecanismo básico que se muestra en la Fig. 3.2, el cual se caracteriza por la formación simultánea de todas las articulaciones plásticas necesarias para formarlo. En esta figura se han representado únicamente las deformaciones inelásticas, gracias a lo cual la igualdad de las rotaciones plásticas referidas anteriormente se puede apreciar directamente. Nótese que tal igualdad se mantiene independientemente de la posición que ocupe la articulación plástica intermedia de la trabe.

3.2 DEMANDAS DE DUCTILIDAD LOCAL DE CURVATURA

Las demandas de ductilidad local de curvatura representan un aspecto fundamental del comportamiento inelástico de los marcos, y constituyen la base del criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical que se propone en este trabajo. Por estas razones se consideró importante realizar una estimación de la magnitud de las demandas máximas de ductilidad local de curvatura en las secciones críticas de las trabes. El procedimiento de cálculo que a continuación se presenta se basa en las expresiones que proporciona la referencia [38], y que aquí se transcriben por comodidad.

$$\theta_p = \varphi_f (\mu - 1) L_p \quad (3.1)$$

donde:

θ_p = rotación plástica de la sección crítica considerada.

φ_f = curvatura para el inicio de la fluencia.

μ = demanda de ductilidad local de curvatura.

L_p = longitud equivalente de la articulación plástica a cada lado de la sección crítica, sobre la cual la curvatura plástica se puede suponer constante.

Para φ_f y L_p se pueden considerar las siguientes expresiones:

$$\varphi_f = M_f / EI \quad (3.2)$$

$$L_p = 0.5d + 0.05Z \quad (3.3)$$

donde:

M_f = momento flector de fluencia.

E = módulo de elasticidad del concreto.

I = momento de inercia de la sección transformada agrietada.

d = peralte efectivo de la sección

Z = distancia de la sección crítica al punto de inflexión.

De las ecuaciones (3.1) y (3.2) se obtiene la siguiente expresión:

$$\mu = \left[\frac{\Theta_p \cdot EI}{M_f \cdot L_p} + 1 \right] \quad (3.4)$$

En la tabla 3.3 se presentan los resultados de aplicar la Ec. (3.4) a las secciones críticas de las trabes de los marcos, considerando únicamente la acción dinámica del componente sísmico horizontal.

El análisis de la tabla 3.3 permite, en términos generales, efectuar las siguientes observaciones:

Marcos con apoyos articulados

(1) La variación de la máxima demanda de ductilidad local con el factor de ductilidad Q_x , muestra un aumento brusco en el cambio de $Q_x = 2$ a $Q_x = 4$, y un aumento moderado en el cambio de $Q_x = 4$ a $Q_x = 6$. En los marcos rígidos y en el cambio de $Q_x = 4$ a $Q_x = 6$, μ_x aumenta casi en proporción directa con Q_x ; mientras que en los marcos flexibles, el mismo aumento de μ_x es pequeño.

(2) En un mismo marco, las máximas demandas de ductilidad local en los extremos de la trabe son mayores que las que corresponden a los cuartos de claro. Esto pone de manifiesto que los extremos de las trabes son las secciones críticas de los marcos por su mayor riesgo de falla.

- (3) Para un mismo factor de ductilidad Q_x , las máximas demandas de ductilidad local en los extremos de las trabes de los marcos con igual periodo fundamental de vibración vertical, T_y , crecen considerablemente con la rigidez en flexión de las mismas. Esto se explica porque las rotaciones plásticas máximas correspondientes son similares, pero las curvaturas de fluencia de las trabes rígidas son bastante menores.
- (4) Las máximas demandas de ductilidad local en los cuartos de claro de las trabes de los marcos con valores comunes de Q_x y T_y , son similares, con excepción de los casos con $Q_x = 2$, en los cuales se aprecian diferencias importantes pero sin una tendencia definida.
- (5) Las máximas demandas de ductilidad local de curvatura en los extremos de las trabes de algunos marcos diseñados para $Q_x = 6$, son bastante considerables, y crean serias dudas sobre la seguridad estructural de los mismos, aunque se disponga un refuerzo transversal especial de confinamiento en dichas secciones críticas [38].

Marcos con apoyos empotrados

- (1) Las máximas demandas de ductilidad local en estos marcos son significativamente menores a las que se tienen en los marcos con apoyos articulados, con valores comparables de Q_x y T_y .
- (2) Los incrementos de las máximas demandas de ductilidad local con Q_x no son demasiado bruscos y, en la mayoría de los casos, se aprecia una variación casi proporcional entre μ_x y Q_x .
- (3) En un mismo marco, las máximas demandas de ductilidad local en los extremos de las trabes son generalmente mayores que las que corresponden a los cuartos de claro. Esto pone de manifiesto, al igual que en los marcos con apoyos arti-

culados, que las secciones críticas de las traveses son sus extremos (para momento negativo).

(4) En los marcos con valores comunes de Q_x y T_y , las máximas demandas de ductilidad local en los extremos de las traveses son similares.

(5) Para un mismo valor de Q_x , los marcos flexibles muestran demandas de ductilidad local sustancialmente mayores que los marcos rígidos con traveses de igual longitud.

(6) Todas las máximas demandas de ductilidad local de curvatura se encuentran dentro de los rangos que se estiman como admisibles, aún en los casos en que no se disponga ningún refuerzo especial de confinamiento en las secciones críticas de las traveses [38].

3.3 RELACIONES PROMEDIO ENTRE \hat{Q}_Y Y q

De acuerdo con la Ec. (3.4), la relación entre las máximas demandas de ductilidad local de curvatura, μ_{x+y} y μ_x , se puede expresar en la forma siguiente:

$$p = \left\{ \frac{\mu_{x+y}}{\mu_x} \right\} = \left\{ \frac{\Theta_p^{x+y} / M_f^{x+y} + L_p / EI}{\Theta_p^x / M_f^x + L_p / EI} \right\} \quad (3.5)$$

El índice $(x+y)$ es para hacer referencia a las cargas de gravedad y a los componentes sísmicos horizontal y vertical, mientras que el índice (x) hace referencia a lo mismo pero sin la presencia del componente sísmico vertical.

Como ya se manifestó en el capítulo 2 de este trabajo, el principal inconveniente de la Ec. (3.5) radica en las dificultades que existen para prescribir valores adecuados de L_p .

Por esta razón resulta más conveniente a los propósitos de esta investigación introducir un parámetro q , análogo a p , cuya expresión es la siguiente:

$$q = \left[\frac{\mu_{x+y} - 1}{\mu_x - 1} \right] = \left[\frac{M_f^x \cdot \Theta_p^{x+y}}{M_f^{x+y} \cdot \Theta_p^x} \right] \quad (3.6)$$

q , al igual que p , también representa un índice relativo de demanda de ductilidad local por efecto del componente sísmico vertical, pero tiene la ventaja de que depende únicamente de cantidades que resultan directamente de esta investigación. Además, p y q son iguales a la unidad cuando las demandas de ductilidad local μ_{x+y} y μ_x son iguales, condición que constituye la base para el cálculo de los factores de ductilidad \hat{Q}_y^* para diseño. Como las cantidades Θ_p^{x+y} y M_f^{x+y} dependen del factor de ductilidad \hat{Q}_y , resulta evidente por la Ec. (3.6), que para cada uno de los marcos seleccionados en este estudio existe una relación bien definida entre los parámetros q y \hat{Q}_y . Justamente, todos los experimentos simulados de los marcos han servido para establecer estas relaciones. En la tabla 3.4 se muestran los tres de valores (Q_y , \hat{Q}_y , q) que se han obtenido para cada uno de los marcos estudiados, para los tres factores de ductilidad horizontal, Q_x , considerados. Todos los valores de q que aparecen en esta tabla se refieren a las secciones de los extremos de las trabes; q_{max} corresponde al extremo con mayor demanda de ductilidad local, y $\sum q_{max}$ corresponde a la suma de las demandas de ductilidad local en los dos extremos de la misma trabe. Las expresiones para calcular q_{max} y $\sum q_{max}$ son las siguientes:

$$q_{max} = \left[\frac{M_f^x \cdot \Theta_{p_{max}}^{x+y}(2,6)}{M_f^{x+y} \cdot \Theta_p^x(2,6)} \right] = \left[\frac{\mu^{x+y}(2,6) - 1}{\mu^x(2,6) - 1} \right] \quad (3.7)$$

$$\Sigma q_{MAX} = \left\{ \frac{M_f^x \cdot \Theta_{P_{MAX}}^{x+y} (2+6)}{M_f^{x+y} \cdot \Theta_P^x (2+6)} \right\} = \left\{ \frac{\mu^{x+y} (2+6) - 2}{\mu^x (2+6) - 2} \right\} \quad (3.8)$$

Las rotaciones plásticas máximas que figuran en estas dos últimas expresiones corresponden a los promedios aritméticos de los valores que resultan para cada una de las cuatro parejas de componentes sísmicas seleccionados en este trabajo. Asimismo, M_f^x y M_f^{x+y} , representan los momentos resistentes de los extremos de las trabes, de los marcos diseñados para las cargas de gravedad y para los espectros reducidos por ductilidad promedio.

Por razones de claridad, conviene aquí repetir el significado de los factores de ductilidad Q_Y y \hat{Q}_Y . Como se sabe, ambos están directamente relacionados con un oscilador simple, con parámetros dinámicos prescritos, y con función de resistencia elástica - lineal en la dirección de los desplazamientos positivos, y elastoplástica en la dirección opuesta. Se calculan luego las respuestas promedio del oscilador para los cuatro temblores verticales seleccionados, después de lo cual, los factores de ductilidad Q_Y y \hat{Q}_Y quedan definidos por las siguientes expresiones:

$$Q_Y = \left\{ \Delta_{MAX}^{(-)} / \Delta_f^{(-)} \right\} \quad (3.9)$$

$$\hat{Q}_Y = \left\{ F_{ELAST. MAX}^{(-)} / F_f^{(-)} \right\} \quad (3.10)$$

donde:

$\Delta_{MAX}^{(-)}$ = Desplazamiento máximo negativo.

$\Delta_f^{(-)}$ = Desplazamiento de fluencia negativo.

$F_{ELAST. MAX}^{(-)}$ = Fuerza máxima negativa del resorte para un comportamiento elástico - lineal del oscilador simple en ambas direcciones de desplazamiento.

$F_f^{(-)}$ = Fuerza de fluencia prescrita en la dirección de los

desplazamientos negativos.
 Así definidos, Q_y representa el verdadero factor de ductilidad vertical, mientras que \hat{Q}_y representa un factor nominal de reducción por ductilidad. De los dos, \hat{Q}_y es el que se controla directamente en el diseño, porque representa la proporción en que se reducen los espectros elásticos de los componentes sísmicos verticales.

Las Figs. 3.3 corresponden a la representación gráfica de la tabla 3.4, y su estudio combinado permite establecer las siguientes observaciones generales:

Marcos con apoyos articulados

- (1) Los marcos con traveses de 6 metros de longitud muestran una reducida sensibilidad al componente sísmico vertical; a importantes cambios en \hat{Q}_y , corresponden pequeñas variaciones en q . Algo similar sucede con los marcos rígidos con traveses de 9 metros de longitud; únicamente los marcos flexibles con traveses de 9 metros de longitud muestran una sensibilidad al componente sísmico vertical digna de tomarse en consideración.
- (2) En algunos casos se pueden observar valores de q menores a la unidad, aún cuando el marco no ha sido diseñado para resistir el efecto del componente sísmico vertical.
- (3) En un mismo marco, no se aprecia una variación definida de q con el factor de ductilidad Q_x . En unos casos q aumenta con Q_x , y, en otros, disminuye.
- (4) Tampoco se observa una variación definida de q con la rigidez de la trabe, en marcos con igual periodo fundamental de vibración vertical.
- (5) En términos generales, las variaciones de q_{MAX} y $\sum q_{MAX}$

con \hat{Q}_y , en un mismo marco, son similares entre sí, sin un predominio definido de alguna de ellas.

Marcos con apoyos empotrados

- (1) Estos marcos muestran una significativa sensibilidad al componente sísmico vertical, particularmente para valores de \hat{Q}_y iguales o menores a 2, donde las curvas (q, \hat{Q}_y) muestran las menores pendientes. Los marcos con traveses de 9 metros de longitud demuestran claramente una mayor sensibilidad al componente sísmico vertical que los marcos con traveses de 6 metros.
- (2) Para $Q_y = \infty$, los valores correspondientes de q siempre son mayores que la unidad, y, en los marcos con traveses de 9 metros, se llegan a tener valores de q superiores a 1.50.
- (3) En términos generales, los valores de q que se tienen en un mismo marco disminuyen con el aumento del factor de ductilidad Q_x .
- (4) En los marcos con igual período fundamental de vibración vertical, los valores de q aumentan con la rigidez de las traveses.
- (5) En términos generales, las variaciones de q_{MAX} y Σq_{MAX} con \hat{Q}_y , en un mismo marco, son similares entre sí, con un predominio claro de los valores del segundo.

El uso conjunto de las tablas 3.3 y 3.4, permite calcular las máximas demandas de ductilidad local de curvatura, promedios, en los extremos de las traveses de los marcos solicitados por las cargas de gravedad y por los dos componentes sísmicos, horizontal y vertical. Este cálculo se puede efectuar en base a la Ec. (3.6), de la cual, se obtiene:

$$\mu_{x+y} = (\mu_x - 1) q_{MAX} + 1 \quad (3.11)$$

La tabla 3.3 proporciona los valores de u_x , y la tabla 3.4 los valores de q_{max} .

3.4 ANALISIS DE LAS VARIANZAS DE q

Como ya se ha indicado anteriormente, los valores de q que se presentan en la tabla 3.4 representan promedios aritméticos para las cuatro parejas de componentes sísmicos seleccionadas en este trabajo. El criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical que se propone en este estudio, consiste en definir los factores de ductilidad de diseño, \hat{Q}_y^* , para valores de q iguales a la unidad. Para estos valores particulares de \hat{Q}_y^* , tiene interés disponer de los parámetros adecuados que permitan comparar las distribuciones de probabilidad de las máximas demandas de ductilidad local de curvatura, u_{x+y} y u_x , de las secciones críticas de los marcos solicitados con y sin la presencia de los componentes sísmicos verticales. De esta manera, sería posible comparar las probabilidades de falla de las secciones críticas de los marcos, así como las confiabilidades estructurales correspondientes. Para este propósito, resulta conveniente introducir las variables aleatorias \hat{q}_{x+y}^x y \hat{q}_x^x , que representan, respectivamente, los índices relativos de demanda de ductilidad local de las secciones críticas de los marcos, solicitados con y sin la presencia de los componentes sísmicos verticales. En el presente trabajo, estas variables aleatorias están referidas a las secciones de los extremos de las traveses, y están representadas por muestras de cuatro elementos, uno para cada pareja de temblores seleccionada, cuyos valores se obtienen mediante las siguientes expresiones:

$$\hat{q}_i^x = \frac{\theta_{pi}^x}{\bar{\theta}_p^x} = \frac{u_{i-1}^x}{\bar{u}_x - 1}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (3.12)$$

$$\tilde{q}_i^{x+y} = \frac{\Theta_{pi}^{x+y}}{M_f^{x+y}} \cdot \frac{M_f^x}{\bar{\Theta}_p^x} = \frac{u_i^{x+y} - 1}{\bar{u}_x - 1}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (3.13)$$

donde:

$u_i^{x+y}, \Theta_{pi}^{x+y}$ = Demanda de ductilidad local y rotación plástica máximas en los extremos de las trabes, por efecto de las cargas de gravedad y de la pareja de temblores i .

u_i^x, Θ_{pi}^x = Demanda de ductilidad local y rotación plástica máximas en los extremos de las trabes, por efecto de las cargas de gravedad y del componente sísmico horizontal i .

$\bar{u}_x, \bar{\Theta}_p^x$ = Demanda de ductilidad local y rotación plástica máximas en los extremos de las trabes, promediadas para los cuatro temblores horizontales.

Las variables aleatorias \tilde{q}^x y \tilde{q}^{x+y} , y las muestras que se obtienen con las Ecs. (3.12) y (3.13), están referidas al criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical que se ha designado por $\tilde{q}_{MAX} = 1$. De manera semejante, se pueden introducir otras variables aleatorias, $\Sigma \tilde{q}^x$ y $\Sigma \tilde{q}^{x+y}$, análogas a las anteriores, pero referidas al criterio de reducción por ductilidad designado por $\Sigma \tilde{q}_{MAX} = 1$. Las muestras correspondientes de estas nuevas variables aleatorias se pueden calcular con las Ecs. (3.12) y (3.13), reemplazando las demandas de ductilidad local y rotaciones plásticas máximas por valores promedio de lo que ocurre en ambos extremos de las trabes.

De acuerdo con la Ec. (3.12), es evidente que la esperanza matemática de \tilde{q}^x es igual a la unidad.

$$E(\tilde{q}^x) = \frac{\sum_{i=1}^m u_i^x / m - 1}{\bar{u}_x - 1} = \frac{\bar{u}_x - 1}{\bar{u}_x - 1} = 1.0 \quad (3.14)$$

Similarmente, de acuerdo con la Ec. (3.13), para los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* , la esperanza matemática de \tilde{q}^{x+Y} también es igual a la unidad.

$$E(\tilde{q}^{x+Y}) = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m u_i^{x+Y} - 1}{\bar{u}_x - 1} = \frac{\bar{u}^{x+Y} - 1}{\bar{u}^x - 1} = \frac{\bar{u}^x - 1}{\bar{u}^x - 1} = 1.0 \quad (3.15)$$

De manera semejante se tiene que $E(\sum \tilde{q}^x) = E(\sum \tilde{q}^{x+Y}) = 1.0$. En razón de los resultados anteriores, una comparación apropiada de las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias $(\tilde{q}^x, \tilde{q}^{x+Y})$ y $(\sum \tilde{q}^x, \sum \tilde{q}^{x+Y})$, se puede lograr a través de sus varianzas o desviaciones estándar correspondientes. La tabla 3.5 presenta las desviaciones estándar de las variables aleatorias referidas, estimadas con sus muestras correspondientes mediante la siguiente expresión:

$$\hat{\sigma}_{\tilde{q}} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m [q_i - E(\tilde{q})]^2}, \quad m=4. \quad (3.16)$$

Como es conocido, $\hat{\sigma}_{\tilde{q}}$ constituye un estimador insesgado de la desviación estándar de toda la población representada por la variable aleatoria \tilde{q} .

El estudio de la tabla 3.5 permite efectuar las siguientes observaciones generales:

- (1) Para $Q_x = 2$, se aprecian desviaciones estándar bastante considerables, debidas, principalmente, a los reducidos valores de las rotaciones plásticas correspondientes.
- (2) Las desviaciones estándar disminuyen visiblemente a medida que aumenta el factor de ductilidad Q_x .
- (3) Existe una razonable semejanza entre las desviaciones estándar estimadas de las variables aleatorias \tilde{q}^x y \tilde{q}^{x+Y} , lo que permite inferir una razonable similitud de las distribuciones de probabilidad correspondientes. Lo mismo puede decirse respecto de las variables aleatorias $\sum \tilde{q}^x$ y $\sum \tilde{q}^{x+Y}$.

Esta última observación permite inferir, a su vez, que existe también una razonable semejanza entre las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias \tilde{p}^x ($p_i^x = u_i^x / \bar{u}_x$) y \tilde{p}^{x+y} ($p_i^{x+y} = u_i^{x+y} / \bar{u}_x$), pero con varianzas menores que las que corresponden a las variables aleatorias análogas \tilde{q} . Como ya se ha hecho referencia antes, las variables aleatorias \tilde{p} representan los verdaderos índices relativos de demanda de ductilidad local.

La tabla 3.6 resume el comportamiento estadístico de la variable aleatoria $\tilde{r} = \hat{v}(\tilde{q}^x) / \hat{v}(\tilde{q}^{x+y})$, que representa la relación entre las desviaciones estándar estimadas de las variables aleatorias \tilde{q}^x y \tilde{q}^{x+y} . Se puede observar que los promedios aritméticos de \tilde{r} son próximos a la unidad.

Los resultados anotados en las tablas 3.5 y 3.6 permiten concluir, que los criterios que se proponen en este trabajo para calcular los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* , conducen a confiabilidades estructurales razonablemente similares de los marcos solicitados con y sin la presencia de los componentes sísmicos verticales, bajo la hipótesis de que la falla puede ocurrir únicamente en los extremos de las trabes.

3.5 FACTORES DE DUCTILIDAD DE DISEÑO \hat{Q}_Y^*

En la tabla 3.7 se presentan los factores de ductilidad de diseño, \hat{Q}_Y^* , que se han calculado para cada uno de los casos estudiados en este trabajo, de acuerdo con los dos criterios de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical que se han descrito anteriormente. Estos valores de \hat{Q}_Y^* resultan de la intersección de cada curva promedio (q, \hat{Q}_Y) con la línea vertical que corresponde a $q = 1$. Los valores de \hat{Q}_Y^* calculados con el criterio $q_{MAX} = 1$, corresponden a

las curvas (η_{MAX}, \hat{Q}_Y) , y los calculados con el criterio $\sum \eta_{MAX} = 1$, corresponden a las curvas $(\sum \eta_{MAX}, \hat{Q}_Y)$. Un estudio de la tabla 3.7 conduce a las siguientes observaciones generales:

- (1) Existe bastante semejanza entre los factores de ductilidad de diseño, \hat{Q}_Y^* , calculados con los dos criterios de reducción por ductilidad.
 - (2) Los marcos que resultaron más sensibles al componente sísmico vertical fueron los de apoyos empotrados, particularmente los flexibles con traveses de 9 metros de claro, para los cuales, prácticamente, todos los valores de \hat{Q}_Y^* son menores de 2.
 - (3) Los marcos que resultaron menos sensibles al componente sísmico vertical, fueron los de apoyos articulados con traveses de 6 metros de claro y factores de ductilidad horizontal $Q_X = 4$ y 6. Para estos marcos, todos los valores de \hat{Q}_Y^* son superiores a 5, por lo cual, no parecen requerir un diseño especial contra los temblores verticales.
 - (4) Se aprecia una importante variación en los valores de \hat{Q}_Y^* , por efecto de cada uno de los parámetros estudiados. Una revisión de cada uno de los casos estudiados, mostró que los valores grandes de \hat{Q}_Y^* se hallan casi invariablemente asociados con reducciones en los desplazamientos laterales máximos de los marcos por efecto del componente sísmico vertical, mientras que los valores pequeños de \hat{Q}_Y^* se asocian con incrementos de tales desplazamientos.
- De esta manera, las variaciones aleatorias de los desplazamientos laterales máximos de los marcos, por efecto del componente sísmico vertical, se traducen en un factor que influye significativamente en los valores de \hat{Q}_Y^* , particularmente en los marcos con apoyos articulados, que son los menos sensibles al componente sísmico vertical. Otro factor aleatorio importante que

afecta los valores de \hat{Q}_Y^* , corresponde a la manera particular en que se superponen, en cada caso, los desplazamientos horizontales y verticales, en los instantes en que se generan las máximas demandas de ductilidad local de curvatura, en los extremos de las trabes de los marcos.

Los dos factores aleatorios descritos son suficientes para aceptar las importantes variaciones que se aprecian en los valores de \hat{Q}_Y^* de la tabla 3.7.

Una consecuencia inmediata de la tabla 3.7 es la imposibilidad de elaborar recomendaciones definitivas de diseño a partir de ella, debido a la reducida información que contiene. Se cuenta con un solo resultado para cada combinación de los parámetros estudiados, y no es conveniente combinar los dos conjuntos disponibles de valores de \hat{Q}_Y^* , porque corresponden a criterios diferentes. En estas condiciones, lo único que queda por hacer es agrupar los casos estudiados por atributos comunes, para observar globalmente la manera en que cada parámetro estudiado influye en los valores de \hat{Q}_Y^* . Estos agrupamientos se pueden realizar directamente con los valores de \hat{Q}_Y^* que aparecen en la tabla 3.7, o con las curvas (q, \hat{Q}_Y) que corresponden a cada uno de tales valores. Este último tratamiento es más adecuado porque toma en cuenta todo el comportamiento observado de los marcos, por encima y por debajo del nivel que corresponde a $q=1$. Por otro lado, es conveniente realizar los agrupamientos mencionados separando los marcos con trabes de 6 y 9 metros de claro, en vista de los comportamientos diferentes que han mostrado en este estudio. Las tablas 3.8 y 3.9 presentan los resultados que se obtienen de estos agrupamientos. La tabla 3.8 presenta los resultados que se obtienen agrupando directamente los valores de \hat{Q}_Y^* de la tabla 3.7, mientras que la tabla 3.9 presenta los resultados que se obtienen agrupando las curvas (q, \hat{Q}_Y) asociadas a dichos valo-

res.

La tabla 3.9 presenta dos conjuntos de factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* . El primero es resultado de intersectar la curva promedio, (\bar{q}, \hat{Q}_Y) , de cada grupo, con la línea vertical $q = 1$; mientras que el segundo es resultado de intersectar la curva promedio más una desviación estándar, $(\bar{q} + \sqrt{\bar{q}}, \hat{Q}_Y)$, del mismo grupo, con la misma línea vertical $q = 1$. Como una medida de la dispersión de cada agrupamiento de la tabla 3.9, se anota en cada caso la desviación estándar promedio de q , denotada por $\sqrt{\bar{q}}$, calculada entre los niveles de $\hat{Q}_Y = 1$ y $\hat{Q}_Y = 7$, que cubren adecuadamente el rango de mayor interés para este estudio. Los valores de \hat{Q}_Y^* que resultaron mayores de 7, se calcularon por extrapolación. La desviación estándar promedio, $\sqrt{\bar{q}}$, tiene un significado similar a la raíz cuadrada del error medio cuadrático promedio, de cada grupo respecto a la curva promedio correspondiente, RMS.

Un estudio de la tabla 3.9 permite efectuar las siguientes observaciones importantes:

(1) Δ los marcos con apoyos articulados les corresponden valores reducidos de las desviaciones estándar promedio, para todos los agrupamientos realizados, incluyendo los de mayor tamaño. Todos los valores de $\sqrt{\bar{q}}$ son menores de 0.047, por lo cual los agrupamientos pueden considerarse como excelentes. Este resultado conduce a la importante conclusión de que todos los marcos con apoyos articulados que se han estudiado, separados en dos grandes grupos de acuerdo con el claro de las traves, muestran básicamente el mismo comportamiento ante los componentes sísmicos horizontales y verticales. Las importantes diferencias en los valores de \hat{Q}_Y^* que se aprecian en la tabla 3.9 para estos marcos, se deben, principalmente, a la poca sensibilidad que muestran al com-

ponente sísmico vertical ; debido a lo cual , pequeñas variaciones de f originan importantes variaciones de \hat{Q}_Y^* . Consecuentemente , y de acuerdo con los resultados obtenidos en esta investigación , no se justifica una especificación detallada de los factores de ductilidad de diseño , \hat{Q}_Y^* , para los marcos con apoyos articulados , que considere el efecto de cada uno de los parámetros estudiados . Parece ser suficiente la especificación de dos valores únicos de \hat{Q}_Y^* , uno para cada claro de las traveses .

(2) Una situación similar a la anterior se presenta en los marcos con apoyos empotrados y traveses con 6 metros de claro , aunque con una calidad de ajuste menor . A pesar de que estos marcos muestran mayor sensibilidad al componente sísmico vertical que los marcos con apoyos articulados , tampoco se justifica una especificación detallada de \hat{Q}_Y^* ; la agrupación total muestra una dispersión similar a la de los grupos menores . Consecuentemente , también parece justificado especificar un valor único de \hat{Q}_Y^* para el diseño de estos marcos .

(3) Los marcos con apoyos empotrados y traveses con claros de 9 metros presentan una situación que contrasta con las anteriores . Las desviaciones estándar promedio de las agrupaciones que corresponden a estos marcos llegan a alcanzar valores de hasta 0.164 , lo que es señal de dispersiones importantes . Lo manifestado fue motivo para investigar los agrupamientos de mínima dispersión combinada . Para calificar las diferentes alternativas de agrupamiento posibles se introdujo una medida de dispersión combinada consistente en un promedio aritmético de las desviaciones estándar asociadas con los valores medios de \hat{Q}_Y^* para cada subgrupo . Considerando independencia estadística entre los elementos de una mues-

tra de tamaño m y varianza σ^2 , la varianza asociada al valor medio de dicha muestra es σ^2/m . Consecuentemente, el coeficiente de dispersión combinado, $\bar{\sigma}_q$, para una división de la muestra total de tamaño m en N subgrupos de m_i elementos ($\sum_i m_i = m$), se obtiene con la siguiente expresión:

$$\bar{\sigma}_q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{\sigma}_{qi} / \sqrt{m_i} \quad (3.17)$$

$\bar{\sigma}_{qi}$ es la desviación estándar promedio del subgrupo i .

En la tabla 3.9 se muestran los valores de $\bar{\sigma}_q$ para las alternativas de agrupamientos considerados, y, en su parte final, se adjunta la información del agrupamiento de mínima dispersión combinada para los marcos con apoyos empotrados y trabes de 9 metros de claro.

Los agrupamientos de mínima dispersión combinada pueden ser referidos como óptimos. La tabla 3.10 reúne los valores de \hat{Q}_Y^* que resultaron de los agrupamientos óptimos de la tabla 3.9. Aunque los valores de \hat{Q}_Y^* que aparecen en la tabla 3.10 no pueden ser considerados como definitivos, son los que ilustran de mejor manera las tendencias globales que han resultado de este estudio.

3.6 CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

En las secciones anteriores se ha tratado de presentar, de una manera coherente, los factores que determinan el comportamiento inelástico de los marcos por efecto de las sollicitaciones sísmicas. Varios de tales factores son de naturaleza aleatoria y han sido la causa principal de la importante variabilidad observada en este estudio en los valores calculados de los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* . Para concluir este capítulo es conveniente efectuar una síntesis de los aspectos de mayor importancia a través de las conclusiones y comentarios que se exponen a continuación.

(1) Los mecanismos de fluencia de los marcos, en los rangos de mayor inelasticidad de su comportamiento dinámico, muestran disposiciones características de las articulaciones plásticas correspondientes. En estos mecanismos de fluencia existen articulaciones plásticas siempre presentes y otras contingentes cuya presencia está condicionada a la intensidad de los temblores, particularmente los horizontales.

(2) Los desplazamientos verticales máximos en las trabes aumentan con los factores de ductilidad Q_x y \hat{Q}_Y , y, en los marcos con apoyos articulados, son particularmente sensibles al primero.

(3) Los desplazamientos laterales máximos de los marcos sometidos a los componentes sísmicos horizontal y vertical, muestran variaciones aleatorias respecto de los que se tienen en los mismos marcos sometidos únicamente al componente sísmico horizontal. Estas variaciones aleatorias pequeñas en los desplazamientos laterales se traducen en variaciones importantes en las demandas de ductilidad local de los marcos.

(4) Los desplazamientos laterales máximos de los marcos también variaron aleatoriamente con el factor de ductilidad vertical, pero predomina una tendencia de disminución de estos desplazamientos ante incrementos de \hat{Q}_Y .

(5) Las rotaciones plásticas máximas en los cuartos de claro de las trabes son similares, y en algunos casos mayores, a las que se generan en sus extremos. Aunque las secciones de los cuartos de claro de las trabes no son las más críticas de los marcos, es evidente que también constituyen secciones con importante riesgo de falla.

(6) En los marcos rígidos con apoyos articulados y diseñados para $Q_x = 6$, se han calculado demandas de ductilidad local de curvatura considerablemente grandes, que hacen ver la necesidad de revisar la seguridad de estos marcos mediante estudios de confiabilidad estructural.

(7) El' remplazo de β por el parámetro q facilitó considerablemente el manejo numérico de los resultados obtenidos, y constituye un acierto del presente trabajo. Ambos parámetros coinciden cuando q es igual a la unidad, condición que ha sido clave en la selección de los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* .

(8) La igualdad de las esperanzas matemáticas de las variables aleatorias \tilde{q}^x y \tilde{q}^{x+y} para los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* , y la semejanza de sus varianzas muestrales, permiten inferir que los criterios de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical propuestos en este trabajo conducen a confiabilidades estructurales razonablemente similares de los marcos diseñados con y sin la presencia de los temblores verticales, en el supuesto de que la falla puede ocurrir únicamente en los extremos de las trabes.

(9) Los resultados obtenidos en este estudio no fueron suficientes para establecer recomendaciones definitivas de diseño, pero confirmaron la mayor sensibilidad de los marcos con apoyos empotrados al componente sísmico vertical, porque para ellos se obtuvieron los menores factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* . Los marcos menos afectados por el componente sísmico vertical fueron los de apoyos articulados con traveses de 6 metros de claro, y los más afectados fueron los marcos flexibles con apoyos empotrados y traveses de 9 metros de claro.

(10) Es claro que los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* están directamente relacionados con el coeficiente de superposición de los elementos mecánicos máximos que generan, separadamente, los temblores horizontales y los verticales. El coeficiente de superposición considerado en este trabajo fue 0.30, que es el valor prescrito en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RDF-76. Para un coeficiente de superposición distinto de 0.30, los valores de \hat{Q}_Y^* deben modificarse en forma directamente proporcional, de modo que la proporción V_1 / \hat{Q}_Y^* se mantenga constante.

(11) Es de suponer que los resultados obtenidos en este trabajo están influenciados por las características particulares de los temblores seleccionados, tales como aceleraciones máximas, contenidos de frecuencias, períodos dominantes, tiempos de duración, relación entre las intensidades de los temblores verticales y horizontales, etc. Evidentemente, un estudio más completo del problema debe investigar la influencia de estos factores.

CAPITULO 4

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 RESEÑA FINAL DEL TRABAJO

Para incluir racionalmente el efecto del componente sísmico vertical en el diseño de estructuras planas sensibles a los temblores horizontales y verticales, se propuso un método basado en un análisis dinámico modal y en el uso de espectros sísmicos reducidos por ductilidad, con la característica especial de que se utilizó el concepto de demanda de ductilidad local máxima como una medida relativa del daño estructural esperado. El criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico vertical propuesto consistió en calcular el factor de ductilidad de diseño, \hat{Q}_y^* , para una igualación de las máximas demandas de ductilidad local de la estructura solicitada con y sin la presencia del componente sísmico vertical. En razón de la importante aleatoriedad de las sollicitaciones asociadas con los componentes sísmicos, se señaló la necesidad de considerar una familia de parejas de temblores y operar con promedios. El criterio descrito y otro similar se aplicaron a un conjunto de marcos simples de concreto reforzado con apoyos articulados o empotrados, con propiedades prescritas de geometría, distribución de masa, rigidez y amortiguamiento. Se seleccionaron cuatro parejas normalizadas de temblores reales del sismo de San Fernando de 1971, que fueron registrados en terreno firme de la zona de California - USA. Las resistencias de los marcos se diseñaron con el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, RDF-76, considerando el efecto de las cargas de gravedad y de los temblores seleccionados, mediante sus correspondientes espectros promedios reducidos por ductilidad. Con el programa DRAIN-2D se efectuaron los análisis dinámicos no lineales, paso a paso, de todos los marcos diseñados para calcular sus correspondientes respuestas inelásticas

promedio. Los factores de ductilidad de diseño, \hat{Q}_Y^* , se calcularon de acuerdo con las máximas demandas de ductilidad local de curvatura promedio en las secciones de los extremos de las trabes, que resultaron las más críticas. Los resultados obtenidos fueron insuficientes para elaborar recomendaciones adecuadas de diseño, pero ilustraron sobre la variabilidad que se puede esperar en los valores de \hat{Q}_Y^* , y sobre la sensibilidad al componente sísmico vertical de los marcos estudiados. Los marcos con apoyos articulados y trabes con claros de seis metros resultaron los menos sensibles al componente sísmico vertical, y los más sensibles fueron los marcos flexibles con apoyos empotrados y trabes con nueve metros de claro, para los cuales se obtuvieron valores de \hat{Q}_Y^* entre 1 y 2.

Para llegar a establecer recomendaciones confiables de diseño de marcos de concreto reforzado, que incluyan el efecto del componente sísmico vertical, es necesario desarrollar una serie de trabajos de investigación, con mayor amplitud que la que se abarcó en el presente estudio, que consideren los siguientes aspectos más importantes:

1. Reformulación y evaluación de los criterios de reducción por ductilidad de los componentes sísmicos, en base a los conceptos de confiabilidad estructural.
2. Análisis de marcos con diferentes geometrías y disposiciones estructurales.
3. Refinamiento de los modelos matemáticos en cuanto a lo siguiente:
 - Deterioro de rigidez y/o resistencia
 - Tamaño de los nudos viga - columna

4.2.1 CRITERIO INTUITIVO

Los factores globales de ductilidad de diseño, \hat{Q}_x^* y \hat{Q}_y^* , para cada tipo de estructura, se prescriben en base al juicio ingenieril de un grupo de expertos, con apoyo en una adecuada información sobre el comportamiento sísmico inelástico de las estructuras durante temblores reales. Complementariamente se prescribe una serie de requisitos especiales de diseño y del detallado del refuerzo de acero en todas las zonas donde se concentrarán las deformaciones inelásticas de las estructuras, conguentes con los niveles permitidos de reducción por ductilidad de los componentes sísmicos, y orientados a incrementar las capacidades de ductilidad local de las secciones críticas de dichas estructuras. Estos requisitos especiales de diseño se reajustan de manera continua, a medida que mejora el conocimiento sobre el comportamiento sísmico de las estructuras.

Se puede observar que la mayoría de los reglamentos de diseño sísmoresistente que prescriben reducciones en las sollicitaciones sísmicas, por efecto del comportamiento inelástico de las estructuras, se encuentran todavía en este primer nivel de aproximación.

4.2.2 CRITERIO BASADO EN UNA MEDIDA RELATIVA DEL DAÑO ESTRUCTURAL

La principal dificultad en este segundo criterio consiste en definir adecuadamente una medida relativa del daño que sufre una estructura por su incursión en el rango inelástico de su comportamiento sísmico. Lo que está claro es que tales medidas deben ser función de la magnitud de las respuestas inelásticas de las estructuras, y que deben considerar de alguna manera las ductilidades disponibles de las mismas. Aunque todavía no existe una

criterio unificado al respecto, es posible proponer algunas medidas relativas simples de daño estructural, como las siguientes:

1. Relación entre las demandas de ductilidad local, máximas o acumuladas, y las disponibles en las secciones críticas de la estructura. Se puede considerar solamente la sección más crítica de la estructura, o un promedio de lo que ocurre en todas ellas.
2. Relación entre las demandas de rotaciones plásticas, máximas o acumuladas, y las disponibles en las secciones críticas de la estructura. Como en el caso anterior, se puede considerar solamente la sección más crítica de la estructura, o un promedio de lo que ocurre en todas ellas.
3. Relación entre la energía histérica total que la estructura absorbe durante la acción sísmica, y la energía histérica que la estructura puede absorber bajo carga monótonicamente creciente.

En la referencia [49] se propone una medida relativa más refinada del daño estructural, designada como índice de daño sísmico, el cual se expresa como una combinación lineal del daño causado por deformación excesiva y del daño causado por el efecto de carga cíclica repetida. Ver también las referencias [53, 54]. Definida una medida relativa del daño estructural, los factores globales de ductilidad de diseño, \hat{Q}_x^* y \hat{Q}_y^* , se ajustan para un valor prescrito de la misma que, previa calibración, se considera adecuado. El criterio de reducción por ductilidad del componente sísmico

mico vertical propuesto en este trabajo se encuentra en este segundo nivel de aproximación.

4.2.3 CRITERIO BASADO EN CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL

El criterio que actualmente se considera más adecuado para definir la seguridad de una estructura es el que se conoce como confiabilidad estructural. La confiabilidad de una estructura se define como la probabilidad asociada a la no ocurrencia de la falla. En estructuras sometidas a temblores, un criterio de falla adecuado consiste en establecer su ocurrencia cuando, en cualquiera de las secciones críticas, la demanda de ductilidad local excede la disponible.

Una ventaja importante de este criterio es que permite considerar la naturaleza aleatoria de las solicitaciones sísmicas y de las propiedades de la estructura. Su aplicación requiere de hipótesis adicionales respecto de las distribuciones de probabilidad de las demandas de ductilidad local y de las ductilidades locales disponibles. Se requiere también de una calibración adecuada de los resultados obtenidos con este criterio con aquellos que corresponden a casos reales, de modo que sea posible definir las probabilidades de falla permisibles para cada tipo de estructura.

De acuerdo con este criterio, los factores globales de ductilidad de diseño, \hat{Q}_x^* y \hat{Q}_y^* , se calculan para una misma probabilidad de falla de la estructura que se estudia.

4.2.4 CRITERIO BASADO EN OPTIMIZACION

Es claro que el propósito del diseño en ingeniería es optimizar sus resultados, haciendo máxima la utilidad resultante. Cuando se trata de diseñar un sistema caracterizado por un conjunto de parámetros y condiciones ambientales y de funcionamiento, de entre los cuales algunos están bajo el control del diseñador, la función de utilidad, U ,

se puede expresar en la siguiente forma: [50]

$$U = U(B - C - D) \quad (4.1)$$

B, C y D son los argumentos de la función U. B representa los beneficios netos derivados del sistema, C la inversión inicial y D las consecuencias de que falle el sistema. B, C y D representan valores actualizados de las esperanzas correspondientes, expresadas generalmente en unidades monetarias. En el concepto B se incluyen los beneficios que derivan de la existencia del sistema menos los costos de operación y mantenimiento, y el concepto D está directamente relacionado con la confiabilidad del sistema. De acuerdo con este criterio, los factores globales de ductilidad de diseño, \hat{Q}_x^* y \hat{Q}_y^* , se definen de modo que maximicen la correspondiente función de utilidad de la estructura que se estudia.

4.3 DISEÑO SISMICO DE MARCOS DE CONCRETO

En esta sección se describen con cierto detalle los lineamientos y recomendaciones para orientar el desarrollo de futuros trabajos de investigación sobre el problema tratado en este estudio, que permitan determinar más adecuadamente los factores de ductilidad vertical, \hat{Q}_y^* , y que sirvan al propósito de elaborar recomendaciones adecuadas para el diseño de marcos simples de concreto reforzado. Para realizar estos estudios de mayor amplitud se proponen dos tipos de enfoque: uno determinista y el otro probabilista, ambos formulados sin considerar ningún deterioro en la resistencia y rigidez de los marcos, y que se describen a continuación:

4.3.1. ENFOQUE DETERMINISTA

Con este nombre se hace referencia a enfoques similares al empleado en este trabajo, en los cuales los marcos se suponen con propiedades deterministas, se seleccionan conjuntos representativos de temblores horizontales y verticales, reales o simulados, y se utiliza una medida relativa del daño estructural esperado en base a las respuestas inelásticas promedio de los marcos. Las etapas que comprende este enfoque son las siguientes:

1. Definición de los modelos de estudio.

Aquí conviene señalar la mayor importancia que tiene el estudio de marcos con apoyos empotrados, por su mayor sensibilidad al componente sísmico vertical. Asimismo, usando un modelo matemático similar al adoptado en este trabajo, sería conveniente considerar el tamaño finito de los nudos, introduciendo zonas de rigidez infinita en las uniones entre traveses y columnas.

2. Selección de los componentes sísmicos.

En esta etapa se recomienda la selección por separado de cuatro temblores horizontales y cuatro verticales, reales o simulados, normalizados a intensidades comunes. Las combinaciones de estos temblores dan lugar a cuatro conjuntos de cuatro parejas de temblores horizontales y verticales, con los cuales se pueden obtener cuatro conjuntos de resultados similares a los obtenidos en el presente trabajo.

3. Definición de las propiedades de rigidez y de resistencia.

se recomienda el mismo procedimiento adoptado en el presente trabajo.

4. Selección de los parámetros de estudio .

→ aquí parece conveniente modificar ligeramente los parámetros seleccionados en este trabajo , con el fin de evitar el diseño de marcos demasiado rígidos o flexibles .

5. Análisis dinámico no lineal , paso a paso .

Esta etapa se realiza con el programa DRAIN-2D u otro similar .

6. Selección de las medidas relativas de daño estructural .

Como se ha manifestado anteriormente , esta etapa del estudio reviste especial importancia porque influye directamente en los resultados . Lo más conveniente parece ser la selección de varias medidas relativas de daño estructural para poder comparar los resultados correspondientes . Si se adoptan las medidas de daño estructural que se utilizaron en este trabajo , se recomienda la inclusión de una adicional que considere las máximas demandas de ductilidad local de curvatura en todas las secciones críticas de los marcos diseñados .

7. Cálculo de los factores de ductilidad vertical de diseño.

En esta etapa se recomienda lo siguiente :

- replicar las técnicas estadísticas del diseño de experimentos para analizar los resultados .
- Proponer una fórmula de diseño simple y conservadora .
- No proponer factores de ductilidad de diseño , \hat{Q}_y^* , en función del periodo fundamental de vibración vertical , T_y , sin un estudio adecuado de la influencia de los periodos dominantes de los temblores seleccionados .
- → falta de una evaluación de las medidas relativas de daño estructural adoptadas , se sugiere una decisión final en base a los resultados más conservadores .

4.3.2 ENFOQUE PROBABILISTA

Con este nombre se hace referencia al enfoque basado en confiabilidad estructural, en el cual, se considera la naturaleza aleatoria de las sollicitaciones sísmicas, de las propiedades de la estructura, y de las correspondientes respuestas calculadas con las técnicas de simulación de Monte Carlo. En el estado actual del conocimiento sobre el comportamiento sísmico de las estructuras de edificios, y de acuerdo con las tendencias que vienen adoptando los reglamentos de construcción más modernos, parece estar claro que este enfoque probabilista constituye la mejor alternativa para determinar los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_y^* . Las etapas de estudio que comprende este enfoque son las siguientes:

1. Definición de los modelos de estudio.

Se aplica lo manifestado al respecto en el enfoque determinista.

2. Selección de los componentes sísmicos.

Se recomienda la selección por separado de seis temblores horizontales y de seis temblores verticales, reales o simulados, normalizados a intensidades comunes. Las combinaciones de estos temblores pueden dar lugar hasta seis conjuntos de seis parejas de temblores horizontales y verticales, aunque puede no ser necesario el uso de todos ellos. Las seis parejas de temblores de cada conjunto permitirán definir adecuadamente las distribuciones de probabilidades de las respuestas de los marcos, aun cuando se supongan con propiedades deterministas, con la ventaja de que se puede considerar independencia estadística entre las respuestas calculadas para cada pareja de temblores.

3. Definición de los valores nominales de la rigidez y resistencia de los marcos, y de sus correspondientes distribuciones de probabilidad.

Los valores nominales de la rigidez y resistencia de los marcos seleccionados para el estudio se pueden determinar con procedimientos semejantes a los usados en este trabajo. Los momentos de inercia nominales de las secciones de traveses y columnas, quedan definidos cuando se prescriben los parámetros B y T_y , donde B representa la relación de rigideces en flexión de traveses y columnas, y T_y representa el periodo fundamental de vibración vertical de los marcos. Para determinar las dimensiones nominales de las secciones de traveses y columnas, a partir de sus correspondientes momentos de inercia, es importante considerar el efecto del agrietamiento por flexión del concreto.

Las resistencias nominales de las secciones críticas de los marcos se determinan para las cargas gravitacionales y para los espectros promedio, reducidos por ductilidad, de los temblores seleccionados.

Para definir las distribuciones de probabilidades de la rigidez y resistencia de los marcos, se pueden tomar en cuenta las siguientes indicaciones:

- Suponer los valores nominales calculados como valores medios.
- Hacer estimaciones de los coeficientes de variación en base de las variaciones que se pueden esperar en los parámetros que afectan las distribuciones de probabilidades correspondientes. Las referencias [51] y [52] proporcionan valiosas indicaciones sobre este punto.
- Los valores medios y los coeficientes de variación estimados anteriormente permiten definir distribuciones de probabilidad con dos parámetros, tales como la normal y Lognormal entre las más conocidas y usadas. En la referencia [51] se sugieren distribuciones Lognormales para las

rigideces y resistencias de los marcos.

- se puede ignorar la pequeña correlación que existe entre resistencia y rigidez, y suponer independencia estadística entre ambas.
- Como se señala en la referencia [], es importante considerar la correlación que existe entre las resistencias de vigas y columnas, así como la que existe entre las resistencias de las secciones que pertenecen a un mismo miembro.

4. Análisis dinámico no lineal, paso a paso, de cada uno de los marcos diseñados.

Definidas las distribuciones de probabilidad de las rigideces y resistencias, éstas se simulan con las técnicas de Monte Carlo. Simuladas las propiedades de los marcos a estudiar, incluyendo las cargas gravitacionales y el amortiguamiento, se procede a calcular sus respuestas inelásticas para los temblores seleccionados.

5. Caracterización de los mecanismos de fluencia de los marcos.

se trata de definir cuáles son las secciones críticas de los marcos, donde se formarán las articulaciones plásticas y se concentrarán las respuestas inelásticas. Es claro que existe una relación directa entre los mecanismos de fluencia de los marcos y los modelos matemáticos correspondientes. Consecuentemente, sería conveniente considerar la posibilidad de discretizar la masa, rigidez y resistencia de las trabes en un mayor número de secciones, con el fin de estudiar la influencia de un mayor número de secciones en que pueden aparecer articulaciones plásticas.

6. Definición de las distribuciones de probabilidad de las rotaciones plásticas máximas disponibles en las secciones críticas de los marcos diseñados.

Esta etapa de estudio es importante y compleja, debido a la reducida información estadística que se dispone sobre el tema. Una alternativa viable consiste en considerar una de las expresiones propuestas en la referencia [38],

$$\Theta_{p \text{ MAX DISP.}} = (\varphi_u - \varphi_r) L_p \quad (4.2)$$

donde φ_u y φ_r representan las curvaturas última y de fluencia de la sección crítica que se estudia, y L_p representa la longitud equivalente de la articulación plástica. En las secciones críticas de las columnas es necesario considerar el efecto de la carga axial.

La Ec. (4.2) y los resultados experimentales disponibles pueden permitir estimar adecuadamente los dos primeros momentos de las distribuciones de probabilidades de las capacidades de rotaciones plásticas máximas en las secciones críticas de los marcos, con los cuales es posible especificar distribuciones normales y Lognormales.

7. Definición de las distribuciones de probabilidades de las rotaciones plásticas máximas demandadas en las secciones críticas de los marcos.

Como resultado del análisis dinámico no lineal, paso a paso, de los marcos diseñados con propiedades simuladas, se obtienen las rotaciones plásticas máximas en las secciones críticas donde se forman articulaciones plásticas, para todos los temblores seleccionados. Para definir las distribuciones de probabilidades correspondientes, es necesario clasificar los resultados de la siguiente manera:

• Rotaciones plásticas máximas de los marcos diseñados y solicitados por las cargas de gravedad y por los componentes sísmicos horizontales, para valores prescritos de los factores de ductilidad \hat{Q}_x .

• Rotaciones plásticas máximas de los marcos diseñados y solicitados por las cargas de gravedad y por las parejas de componentes sísmicos horizontales y verticales, para valores prescritos de los factores de ductilidad \hat{Q}_x y \hat{Q}_y .

La cantidad de resultados que se tiene para cada marco que se estudia parece suficiente para definir adecuadamente las distribuciones de probabilidad requeridas, y, como en los casos anteriores, es posible considerar distribuciones normales o Lognormales.

8. Cálculo de las probabilidades de falla asociadas a los marcos diseñados para las cargas de gravedad y los componentes sísmicos horizontales.

Suponiendo que la falla de un marco se presenta cuando la rotación plástica máxima demandada en cualquier sección crítica es superior a la disponible, la probabilidad de falla correspondiente, P_{F_x} , puede calcularse con la siguiente expresión:

$$P_{F_x} = P_f^x(F.1^a) + P_f^x(F.2^a \cap S.1^a) + P_f^x(F.3^a \cap S.2^a \cap S.1^a) + \dots \quad (4.3)$$

$P_f^x(F.1^a)$ representa la probabilidad de falla de la primera sección crítica, $P_f^x(F.2^a \cap S.1^a)$ representa la probabilidad del evento que corresponde a la falla de la segunda sección crítica y supervivencia de la primera, y $P_f^x(F.3^a \cap S.2^a \cap S.1^a)$ representa la probabilidad del evento que corresponde a la falla de la tercera sección crítica y supervivencia de la segunda y primera. El último término del segundo miembro de la Ec.

(4.3) estaría dado por la probabilidad del evento que corresponde a la falla de la última sección crítica y supervivencia de todas las anteriores.

Es importante señalar que en la evaluación de la Ec. (4.3) deben considerarse las articulaciones plásticas de los marcos asociadas con los desplazamientos laterales máximos hacia la izquierda y hacia la derecha.

9. Revisión de los requisitos de diseño y detallado del refuerzo en los marcos diseñados solamente para las cargas de gravedad y los componentes sísmicos horizontales, con el propósito de uniformizar las confiabilidades correspondientes.
10. Cálculo de las probabilidades de falla asociadas a los marcos diseñados para las cargas de gravedad y los componentes sísmicos horizontales y verticales. Se tiene una expresión similar a la Ec. (4.3),

$$PF_{x+y} = P_{\gamma}^{x+y} (F.1^a) + P_{\gamma}^{x+y} (F.2^a \cap S.1^a) + P_{\gamma}^{x+y} (F.3^a \cap S.2^a \cap S.1^a) + \dots \quad (4.4)$$

11. Cálculo de los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* . Para cada marco estudiado, el factor de ductilidad vertical de diseño, \hat{Q}_Y^* , se determina de manera que la probabilidad de falla asociada, PF_{x+y} , sea igual a la probabilidad de falla revisada del mismo marco diseñado y solicitado solamente por las cargas de gravedad y los componentes sísmicos horizontales. Esto es,

$$\hat{Q}_Y^* = \hat{Q}_Y \quad : \quad PF_{x+y} = PF_x \quad (4.5)$$

Con las etapas de estudio que se han descrito es posible determinar tantos conjuntos de factores de ductilidad vertical de diseño, \hat{Q}_Y^* , como conjuntos de parejas de temblores se

considerem. Posteriormente todos los conjuntos disponibles de factores de ductilidad \hat{Q}_Y^* se pueden procesar con las técnicas estadísticas, con el fin de llegar a una propuesta unificada de diseño.

Es fácil apreciar que, a pesar de la simplicidad de la estructura considerada, el enfoque probabilista descrito representa un enorme trabajo numérico para llegar a los factores de ductilidad de diseño \hat{Q}_Y^* . Una importante simplificación se consigue cuando los marcos se suponen con propiedades deterministas.

Por otro lado, como se ha mencionado anteriormente, el enfoque probabilista descrito proporciona un criterio adecuado para evaluar enfoques deterministas sobre el problema.

Es necesario manifestar la importancia que tiene la investigación de otros factores que intervienen en el problema tratado en este trabajo. Entre los más relevantes deben mencionarse los amortiguamientos y la consideración de marcos de concreto reforzado con mayor número de pisos y de vanos.

Finalmente, la ampliación del MEDESIR al diseño de marcos sujetos a la acción de las cargas de gravedad y de los componentes sísmicos horizontal y vertical, requiere de un procedimiento cinemático que permita estimar las máximas demandas de ductilidad local en base a un mecanismo de fluencia supuesto. El desarrollo que se presenta en el Apéndice C de este trabajo, constituye un primer esfuerzo en esta dirección.

REFERENCIAS

REFERENCIAS

166

1. Ohsaki, Y.; Watabe, M. y Tohdo, M. (1980)
Analysis on seismic ground motion parameters including vertical components. 7° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Estambul, Turquía, 1980.
2. Werner, S.D. y Ts'ao, H.S. (1977)
Statistical analysis of vertical ground motion characteristics. 6° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Nueva Delhi, India, 1977.
3. Rosenbluth, E. (1975)
Efectos del componente sísmico vertical en edificios altos. IV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica. Oaxaca, México, 1975.
4. Jennings, P.G. y Husid, R. (1968)
Collapse of yielding structures during earthquakes. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 94, No. EM5, October, 1968.
5. Iyengar, R.N. y Shimozuka, M. (1972)
Effect of self-weight and vertical acceleration on the behaviour of tall structures during earthquake. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, No. 1, July - September, 1972.
6. Anderson, J.G. y Bertero, V.V. (1973)
Effects of gravity loads and vertical ground acceleration on the seismic response of multistory frames. Memorias del 5° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Roma, 1973.
7. Cheng, F.Y. y Oster, K.B. (1974)
The effect of parametric earthquake motions on structural ultimate capacity. Proceedings Third and Fourth National Meeting of the Universities Council for Earthquake Engineering Research, Pasadena, California, 1974.

8. Sukenobu Tani y Satsuya Soda (1977)
Vertical load effect on structural dynamics.
6° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Nueva Delhi, India, 1977.
9. Iyengar, R.N. y Saha, T.K. (1977)
Effect of vertical ground motion on the response of cantilever structures.
6° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Nueva Delhi, India, 1977.
10. Goel, S.G. (1977)
Seismic behaviour of multistory K-braced frames under combined horizontal and vertical ground motion.
6° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Nueva Delhi, India, 1977.
11. López, O.A. y Chopra, A.K. (1978)
Studies of structural response to earthquake ground motion.
Report No UCB/EERC-78/07, April, 1978. Earthquake Engineering Research Center. College of Engineering, University of California. Berkeley.
12. Vargas, J.N. (1979)
Consideraciones sobre tópicos diversos de códigos sismorresistentes.
Seminario Latinoamericano de Ingeniería Sismo-Resistente, Caracas, Venezuela, Enero, 1979.
13. Sukenobu Tani y Satsuya Soda (1980)
Dynamics of reinforced concrete frames subject to horizontal and vertical ground motion.
Memorias del 7° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Estambul, Turquía, 1980.
14. Kikuchi, K. y Yoshimura, K. (1984)
Effect of vertical component of ground motions and axial deformation of columns on seismic behavior of R/C building structures.
Memorias del 8° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. San Francisco, California, 1984.

15. Bernal, D. y Burdette, E. G. (1979)
Seismic design of reinforced concrete buildings: An inelastic response spectrum approach. The University of Tennessee, Civil Engineering, Research Series No 36, August, 1979.
16. Veletsos, A. S. y Newmark, N. M. (1960)
Effect of inelastic behavior on the response of simple systems to earthquake motions.
Memorias del 2° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica.
Tokio, 1960.
17. Rosenbluth, E. (1964)
Publicación No 6 "Diseño Sísmico de Estructuras", Cap. 8. Tratamiento Inelástico. Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica. México, 1964.
18. Veletsos, A. S. (1969)
Maximum deformations of certain nonlinear systems
Memorias del 4° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica.
Santiago, Chile, 1969.
19. Newmark, N. M. y Hall, W. J. (1973)
Procedures and criteria for Earthquake Resistant Design. Building Practices for Disaster Mitigation, National Bureau of Standards, Building Science Series No 46.
20. Newmark, N. M. y Riddell, R. (1980)
Inelastic Spectra for Seismic Design.
Memorias del 7° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica.
Estambul, Turquía, 1980.
21. Riddell, R. (1980)
Effect of damping and type of material nonlinearity on earthquake response.
Memorias del 7° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica.
Estambul, Turquía, 1980.

22. Clough, R.W. y Penzien, J. (1975)
Dynamics of structures. McGraw-Hill, New York, 1975.
23. Hurty, W. G. y Rubinstein, M. F. (1964)
Dynamics of Structures. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.
24. Newmark, N.M. y Rosenbluth, E. (1971)
Fundamentals of Earthquake Engineering. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1971.
25. Veletsos, A. S. y Vann, W. P. (1971)
Response of ground-excited elastoplastic systems.
Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 97, No ST4, April, 1971.
26. ATC - 74 (1974)
An evaluation of a Response Spectrum Approach to seismic Design of Buildings. Applied Technology Council. San Francisco, California, 1974.
27. Magrostopoulos, S. A. y Biggs, J. M. (1977)
An evaluation of response spectra design procedures through inelastic analysis.
Memorias del 6° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Nueva Deli, India, 1977.
28. Paz, Mario (1980)
Seismic response spectra for nonlinear structures.
Memorias del 7° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Estambul, Turquía, 1980.
29. Magrostopoulos, S. A.; Haviland, R.W. y Biggs, J.M. (1978)
Use of inelastic spectra in aseismic design.
Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, No ST1, January, 1978.
30. Biggs, J. M. (1980)
Evaluation of aseismic design procedures for reinforced concrete frames. Memorias del 7° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Estambul, Turquía, 1980.

31. ACI - 318 - 71 (1971)
Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado (ACI-318-71) y Comentarios. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C., 1973.
32. Rosenblueth, E. (Editor) (1980)
Design of Earthquake Resistant Structures. A Halsted Press Book. John Wiley and Sons. New York, 1980.
33. Riddell, R. y Newmark, N. M. (1979)
Statistical Analysis of the Response of Nonlinear Systems Subjected to Earthquakes. Civil Engineering Studies, Structural Research Series No 468, University of Illinois, Urbana, I 11.
34. Sheikh, T. M.; Reeset, J. M. y Johnson, G. P. (1980)
Modal Analysis of Nonlinear Systems.
Memorias del 7° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. Estambul, Turquía, 1980.
35. Villaverde, Roberto (1984)
Response spectrum Method for the Analysis of Nonlinear Multistory structures.
Memorias del 8° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica. San Francisco, California, 1984.
36. Rosenblueth, E. (1975)
Criterio aproximado de diseño ante sismos de varios componentes. IV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica. Oaxaca, México, 1975.
37. Escobar Sánchez, José Alberto (1985)
Efecto de incertidumbres en las características de sistemas estructurales sobre su respuesta modal espectral.
Tesis de Maestría de la UNAM, 1985.

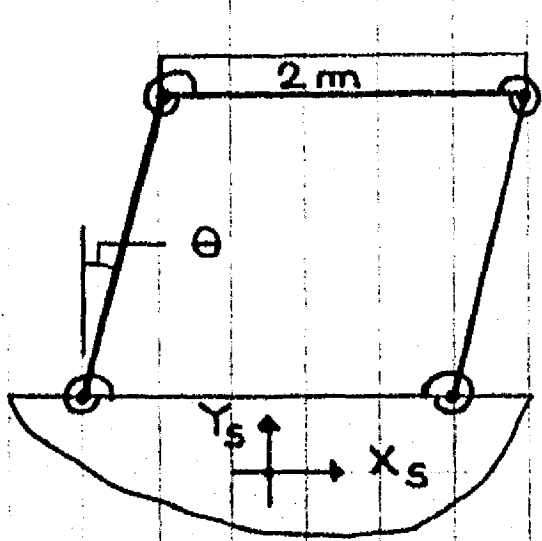
38. Park, R. y Paulay, T. (1975)
Reinforced Concrete Structures.
John Wiley and Sons. New York, 1975.
39. Wilson, E. L. (1973)
Structural Analysis Program For static and Dynamic
Response of Linear Systems (SAP IV). Department
of Civil Engineering, University of California, Berkeley,
1973.
40. Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. (1977)
Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Cons-
trucciones para el Distrito Federal.
Series del Instituto de Ingeniería, No 401.
México, Julio 1977.
41. Manual de Diseño de Obras Cíviles de la Comisión (1981)
Federal de Electricidad. Capítulo de Diseño Sí-
mico. México, 1981.
42. Requisitos de Seguridad y Servicio para las Estructuras.
Título IV del Reglamento de Construcciones para el Distri-
to Federal.
Series del Instituto de Ingeniería, No 400.
México, Julio 1977.
43. Kanaan, A. E. y Powell, G. H. (1973)
General Purpose Computer Program For Inelastic
Dynamic Response of Plane Structures, DRAIN-2D.
Report No EERC 73-6, Earthquake Engineering Research
Center. University of California, Berkeley, 1973.

44. California Institute of Technology. Earthquake Engineering Research Laboratory. Analysis of Strong Motion Earthquake. Volume II. Corrected Accelerograms and Integrated Ground Velocity and Displacement Curves. Volume III. Response Spectra. Pasadena, California, 1972.
45. Housner, G.W. (1952)
Spectrum Intensities of Strong-Motion Earthquake. Proc. Symposium on Earthquake and Blast Effects on Structures. Edited by C.M. Duke and M. Feigen. University of California, Los Angeles, 21-36, 1952.
46. Clough, R.W.; Bonuska, K.L. and Wilson, E.L. (1965)
Inelastic Earthquake Response of Tall Buildings. Proceedings, Third World Conference on Earthquake Engineering, New Zealand, vol. II, Session II, pp. 68-89, 1965.
47. Powell, G.H. (1975)
Supplement to Computer Program DRAIN-2D. Earthquake Engineering Research Center. University of California, Berkeley, August, 1975.
48. Mahin, S.A. & Bertero, V.V. (1975)
An Evaluation of Some Methods for Predicting Seismic Behavior of Reinforced Concrete Buildings. Report No. EERC 75-5, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1975.

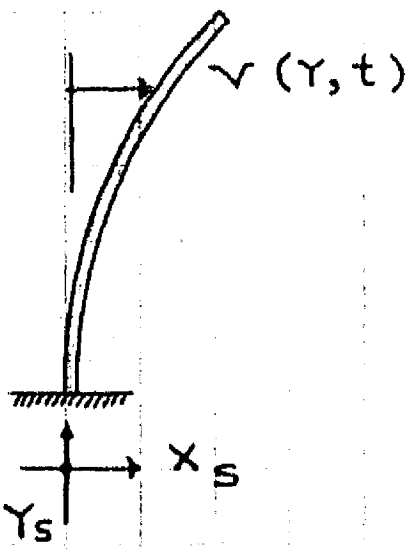
49. Park, Young-Ji and Ang, Alfredo H. (1985)
Mechanistic Seismic Damage Model for Reinforced Concrete. Journal of Structural Engineering, Vol. 111, No. 4, April, 1985. ASCE.
50. Rosenbluth, E. (1970)
Confiabilidad y Utilidad en Ingeniería
Publicación No 234 del Instituto de Ingeniería de la UNAM, México, 1970.
51. Chávez, M. y De León, D. (1984)
Reliability of nonlinear systems with uncertain parameters and random seismic excitation.
8° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica.
San Francisco, 1984.
52. Cheu, K. C.; McIntosh, G. and Corotis, R. B.
Observations on structural system Reliability and the Role of Modal Correlations.
Structural Safety, 1 (1983) 189-198.
53. Park Y. J., Ang A. H. and Wen Y. K. (1985)
Seismic Damage Analysis of Reinforced Concrete Buildings.
Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. III, No. 4, April 1985.
54. Banon H., Biggs J. M. and Irvine H. M. (1980)
Prediction of seismic Damage in Reinforced Concrete Frames. Seismic Behavior and Design of Buildings.
Report No 3, MIT, Cambridge, Mass., May 1980.

FIGURAS

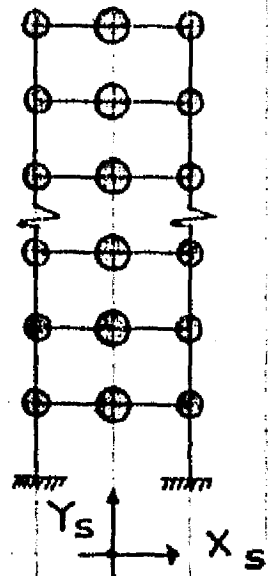
Fig. 1.1 MODELOS ESTRUCTURALES ANALIZADOS PARA EL COMPONENTE SISMICO VERTICAL 174



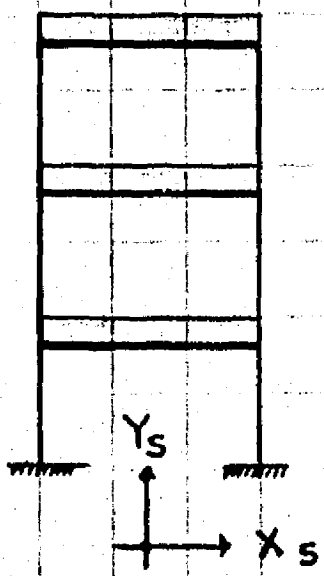
(a). Jennings y Husid, 1968



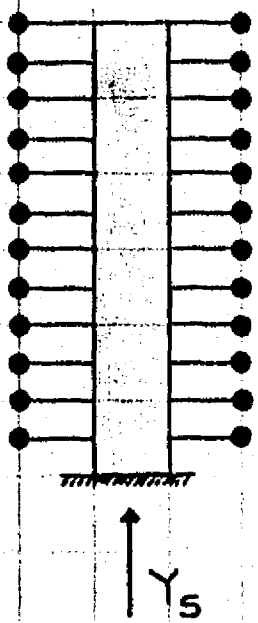
(b). Iyengar y Shimozuka, 1972



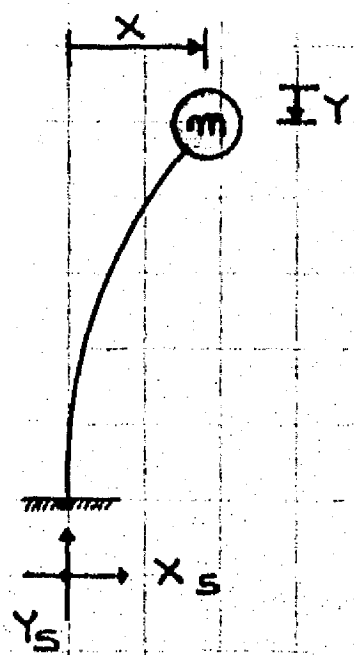
(c). Anderson y Bertero, 1973



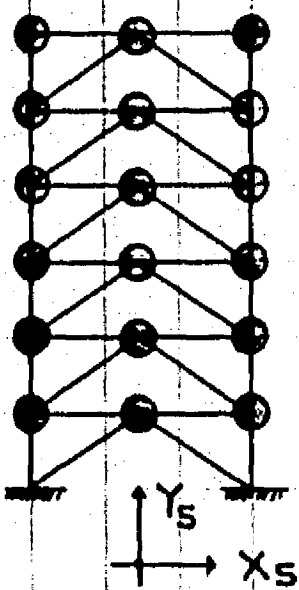
(d). Cheng y Oster, 1974



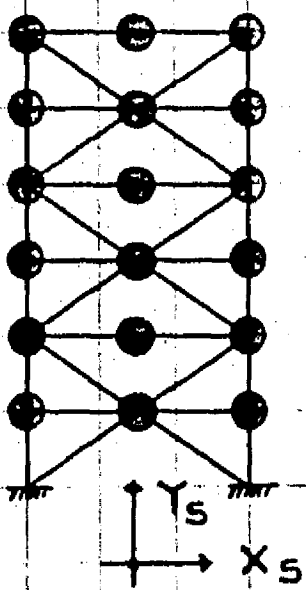
(e). Rosenblueth, 1975



(f). Sukemoku y Satsuya, 1977



(g). Subhash C. Goel, 1977



(h). López y Chapra, 1978

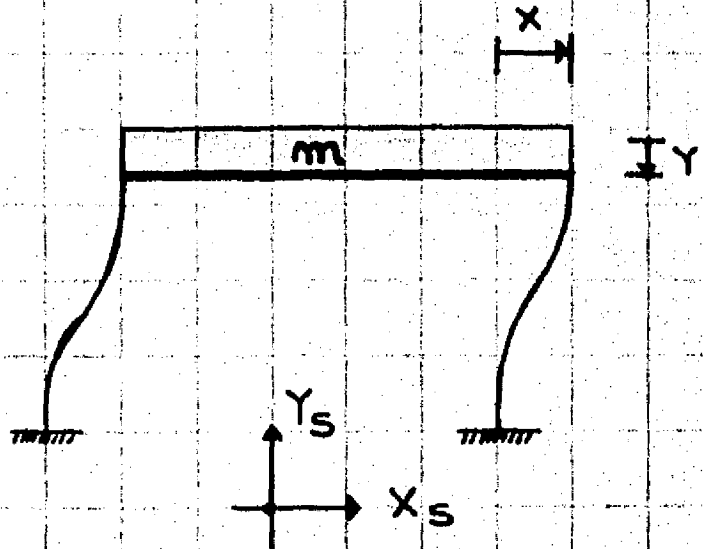
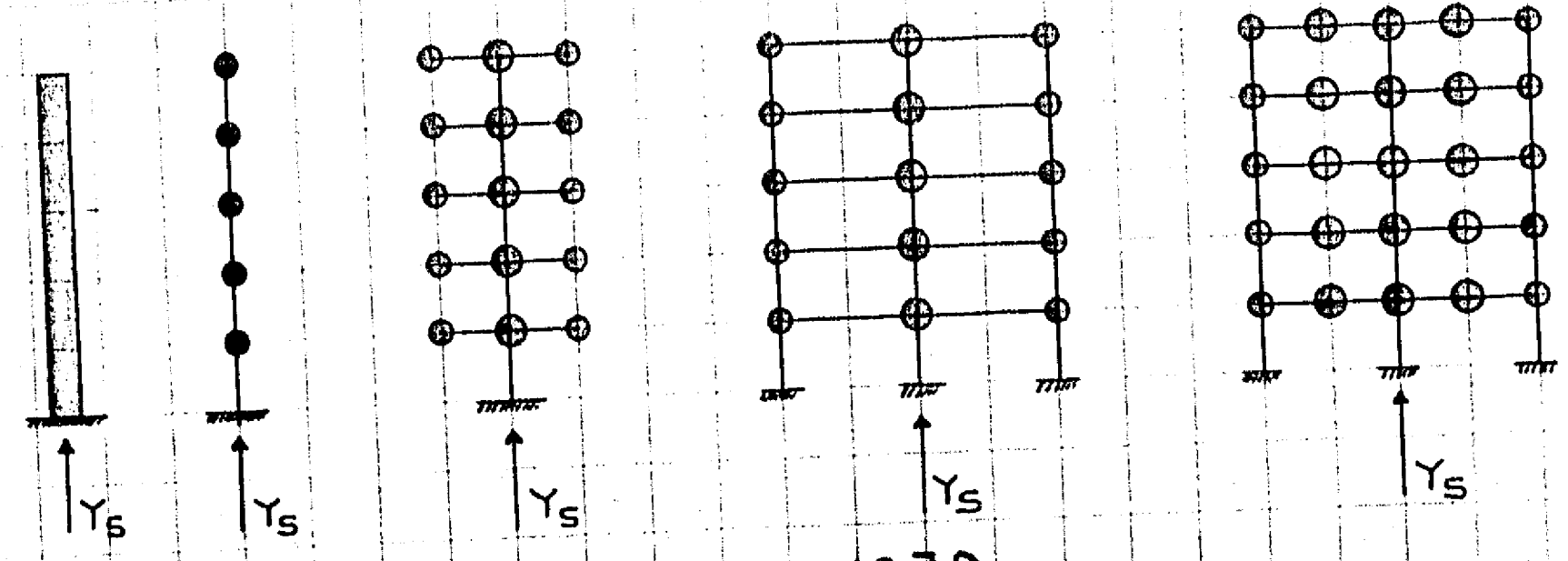
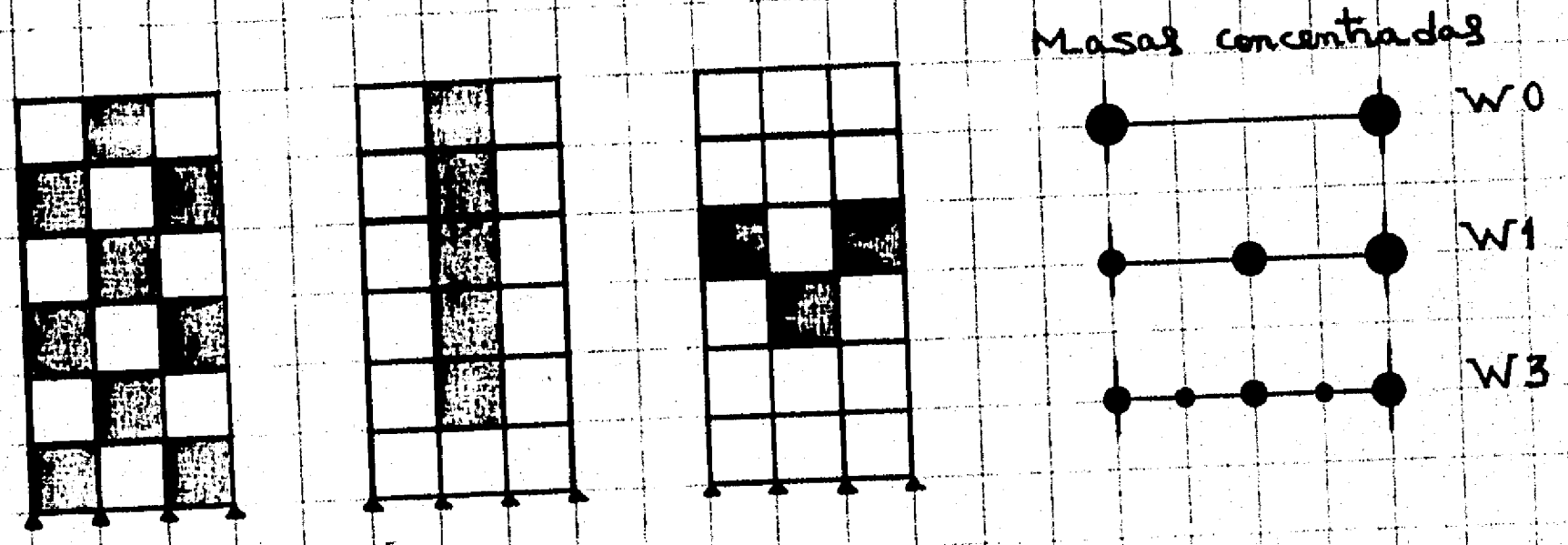


Fig. 1.1 (CONTINUACION)



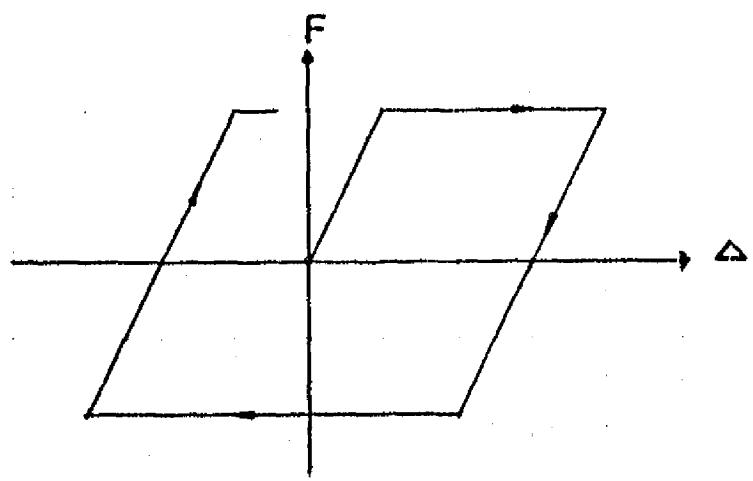
①. Julio Vargas N., 1979



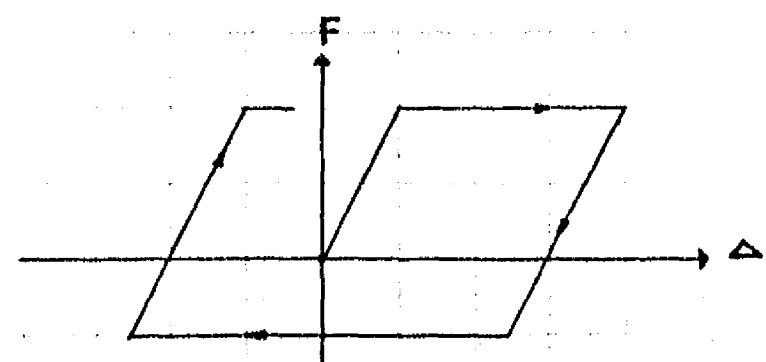
②. Kikuchi y Yoshimura, 1984

Fig. 1.2 MODELOS DE COMPORTAMIENTO HISTERETICO NO LINEAL

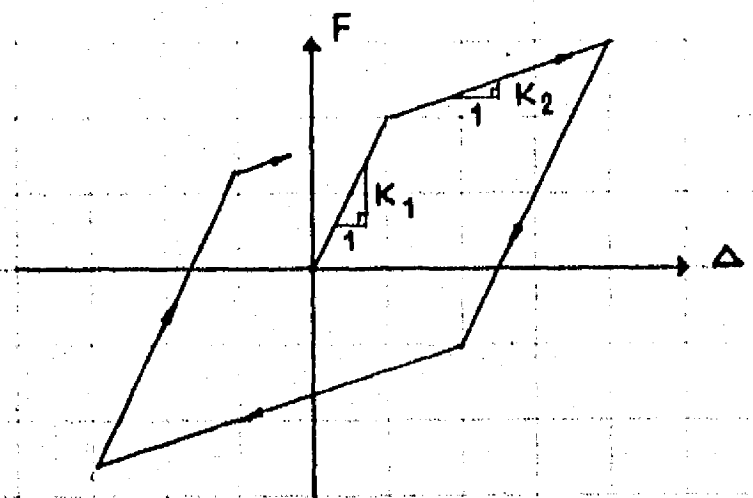
$F, \Delta =$ Fuerza y Desplazamiento generalizados



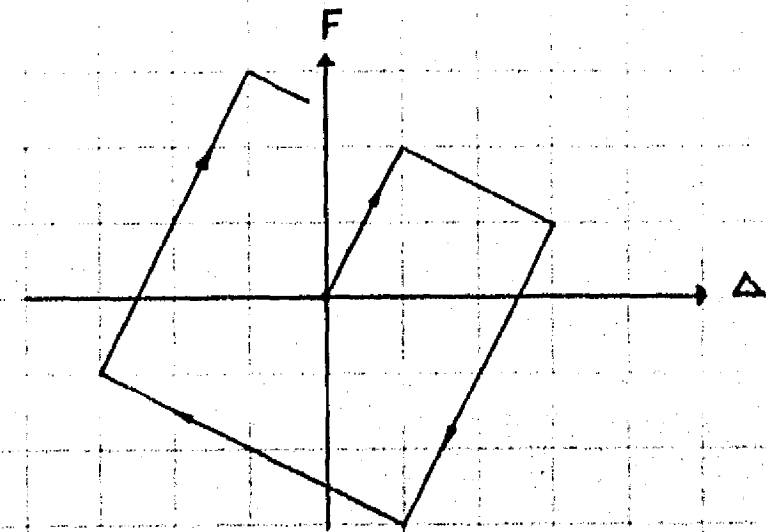
(a) ELASTOPLASTICO SIMETRICO



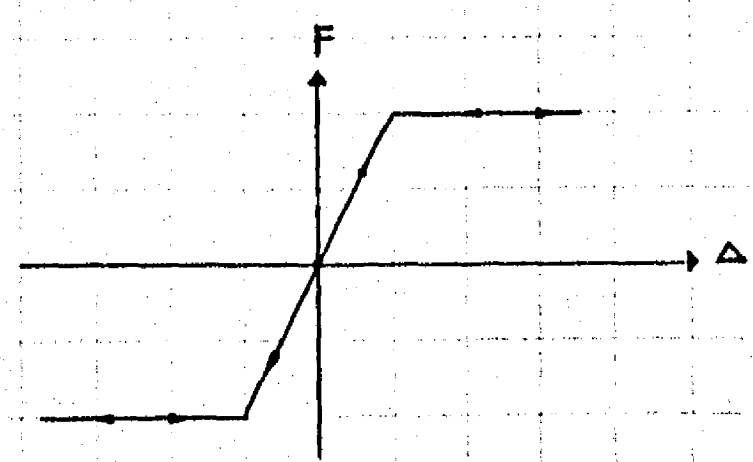
(b) ELASTOPLASTICO ASIMETRICO



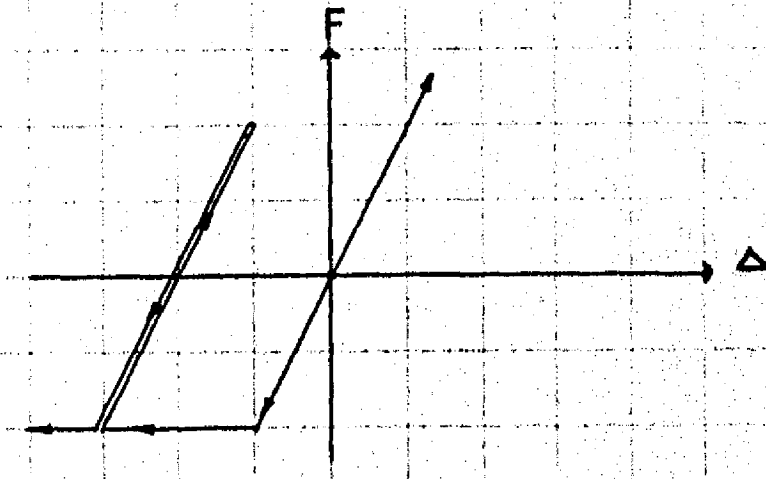
(c) BILINEAL



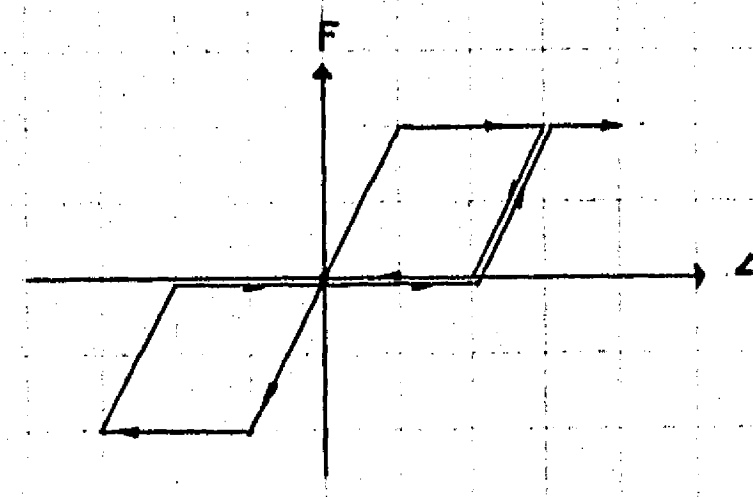
(d) INESTABLE



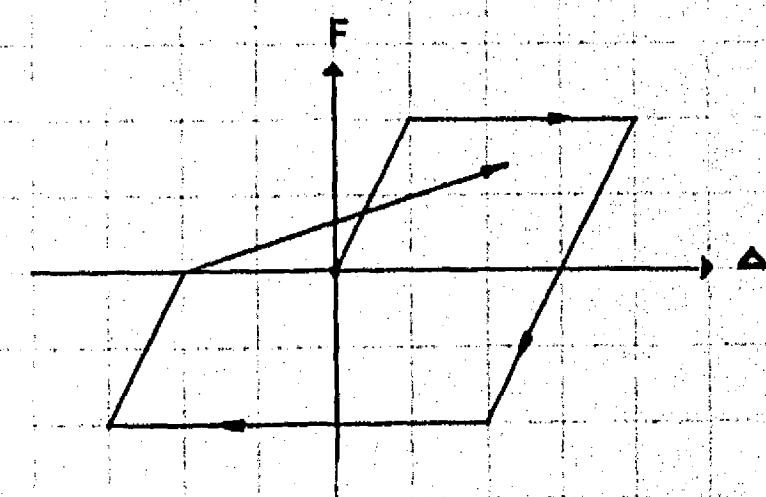
(e) FLUENCIA ELASTICA



(f) ELASTICO - ELASTOPLASTICO

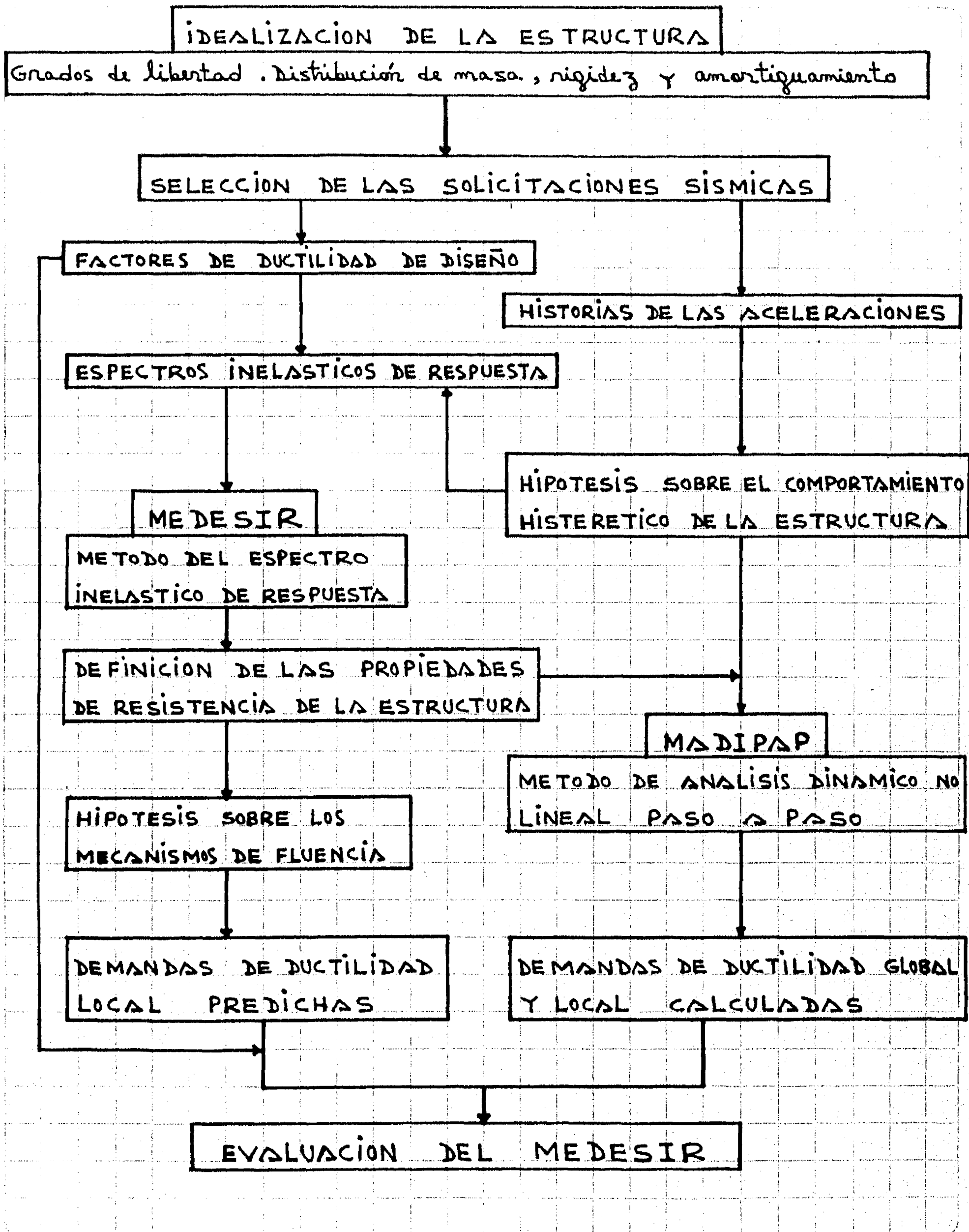


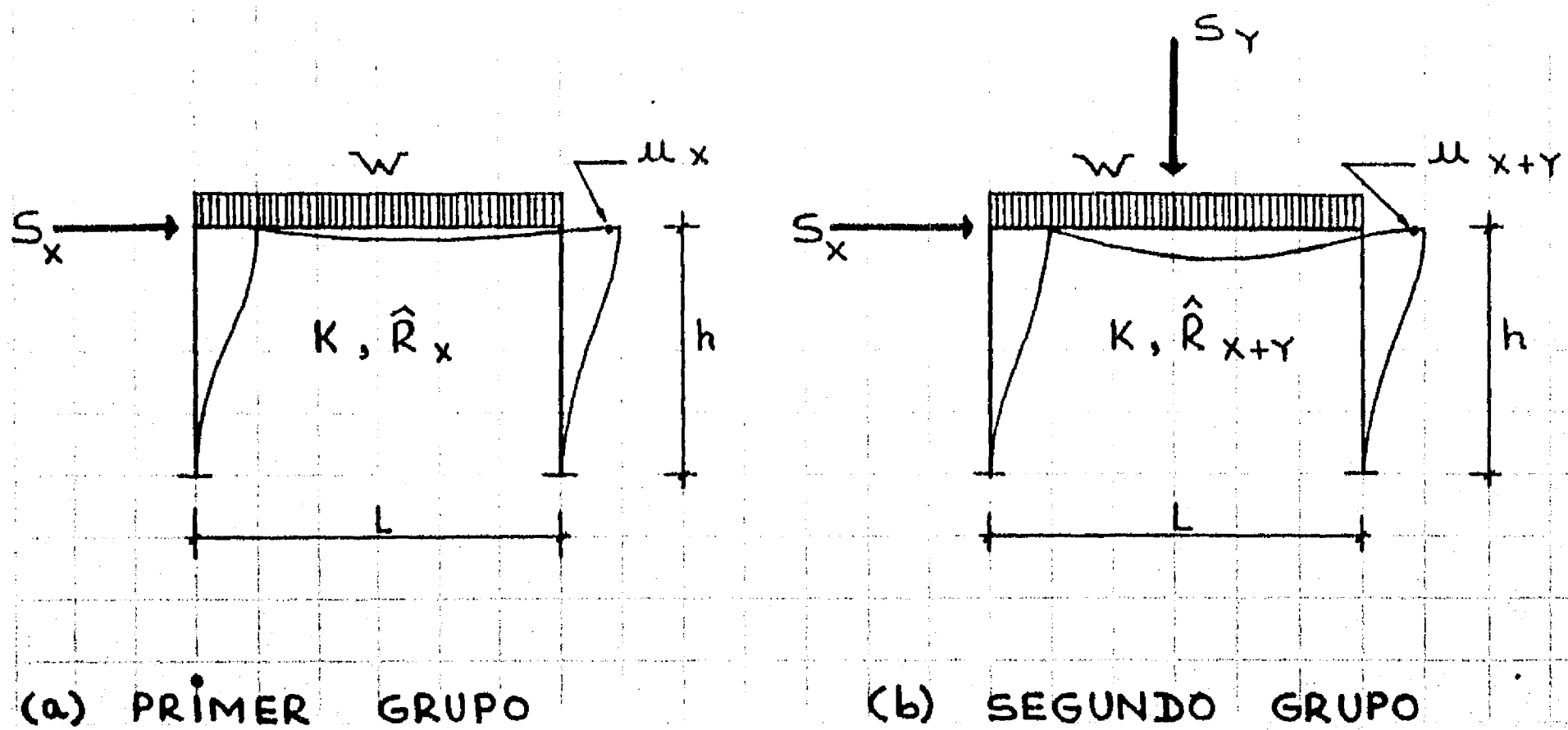
(g) TIPO DESLIZAMIENTO



(h) CON DETERIORO

Fig. 1.3 SECUENCIA GENERAL PARA LA EVALUACION DEL MEDESIR





S_x, S_y = temblor horizontal y temblor vertical
 W = cargas de gravedad . K = distribución de rigidez
 \hat{R}_x, \hat{R}_{x+y} = distribuciones de resistencia
 u_x, u_{x+y} = Demandas de ductilidad local máximas

Fig. 1.4 GRUPOS DE EXPERIMENTOS A LOS QUE SE SOMETE UNA ESTRUCTURA

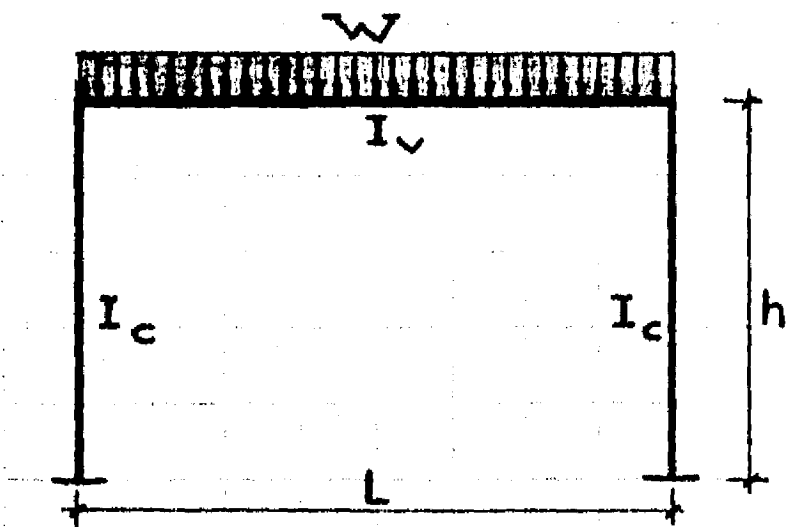
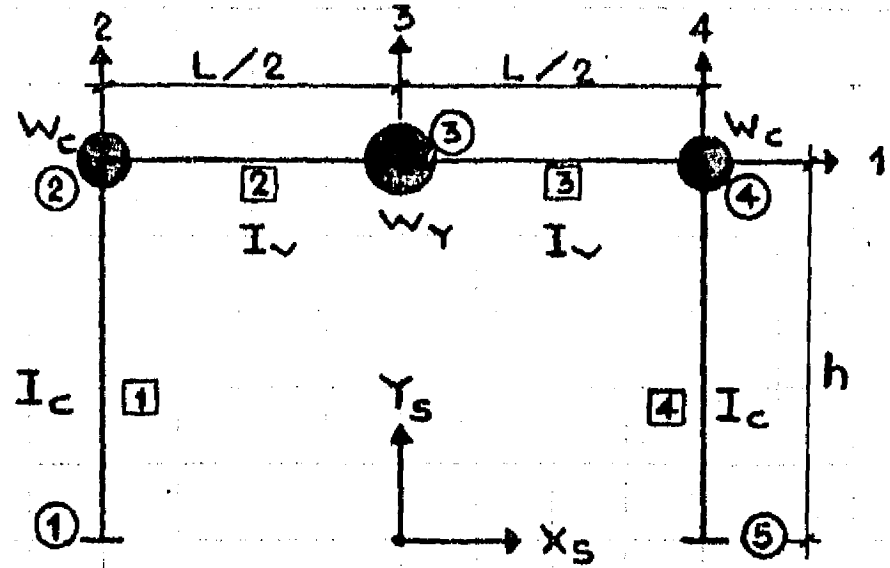


Fig. 2.1 MARCO SIMPLE TIPO PORTAL



(a) MODELO DE TRES MASAS CONCENTRADAS Y CUATRO GRADOS DE LIBERTAD.

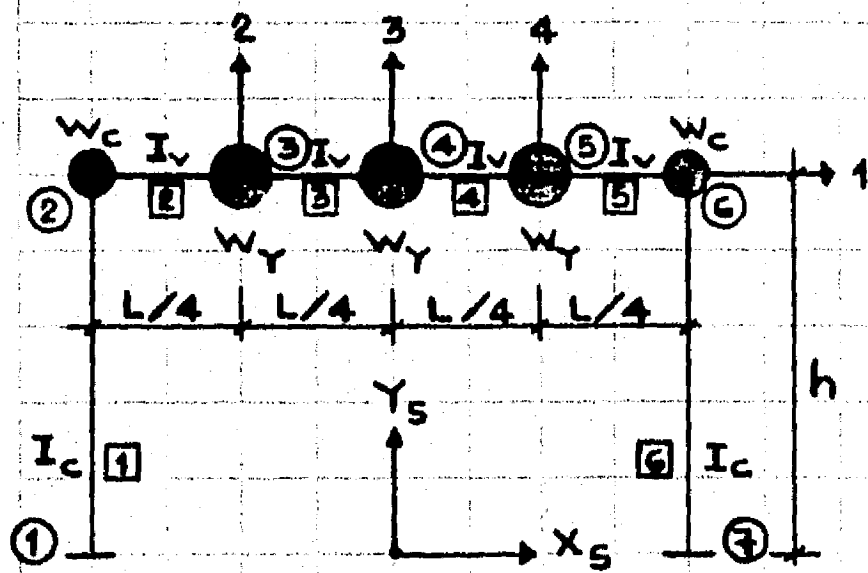
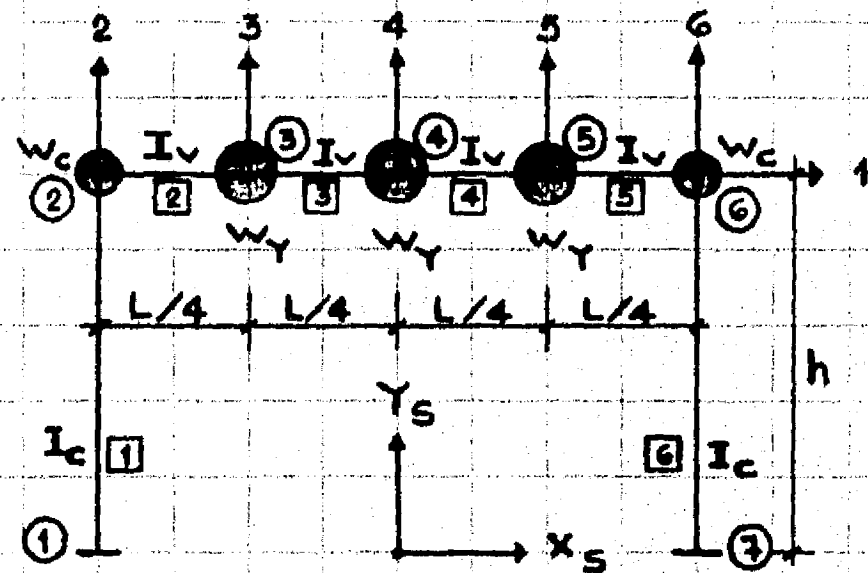
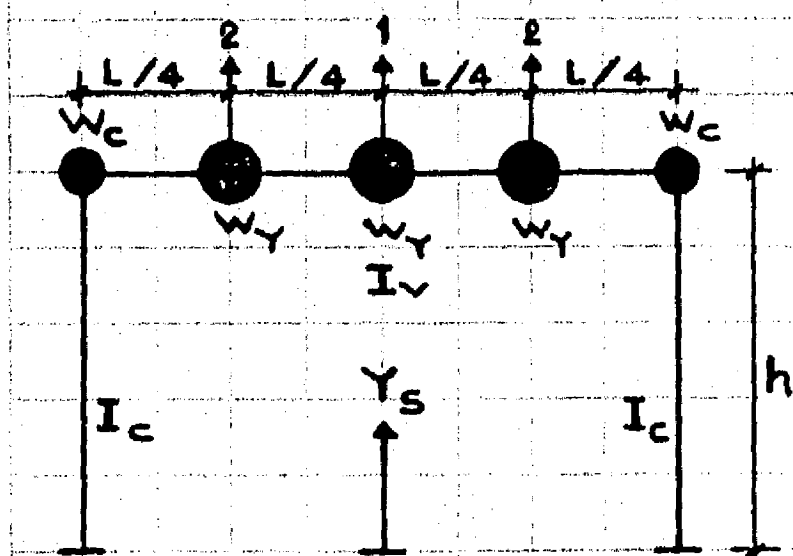


Fig. 2.3 MODELO DISCRETO DE CINCO MASAS CONCENTRADAS Y CUATRO GRADOS DE LIBERTAD.

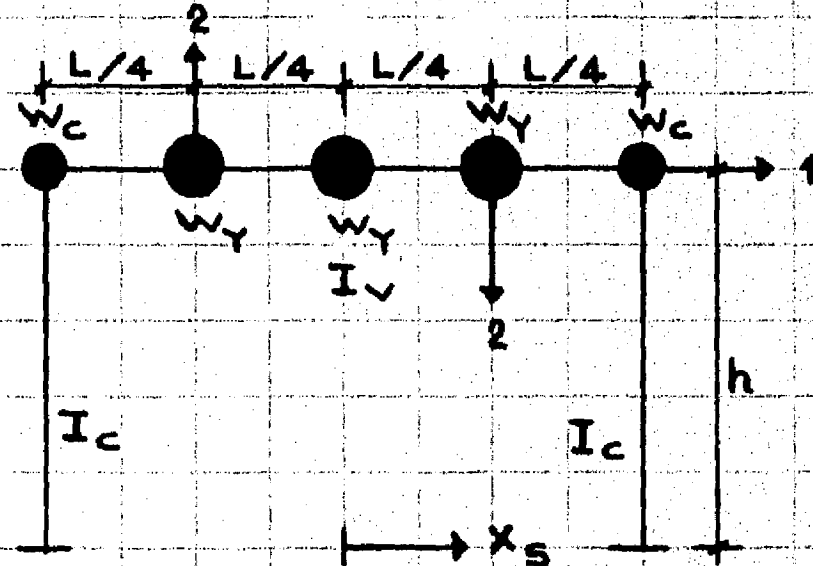


(b) MODELO DE CINCO MASAS CONCENTRADAS Y SEIS GRADOS DE LIBERTAD.

Fig. 2.2 MODELOS DINAMICOS DISCRETOS DEL MARCO SIMPLE DE PORTAL.



(a) MODELO PARA LOS MODOS SIMETRICOS EXCITADOS POR EL COMPONENTE SISMICO VERTICAL



(b) MODELO PARA LOS MODOS ANTISIMETRICOS EXCITADOS POR EL COMPONENTE SISMICO HORIZONTAL

FIG. 2.4 REDUCCION POR SIMETRIA DEL MODELO DISCRETO DE LA FIG. 2.3 EN DOS MODELOS SIMPLES DESACOPLADOS.

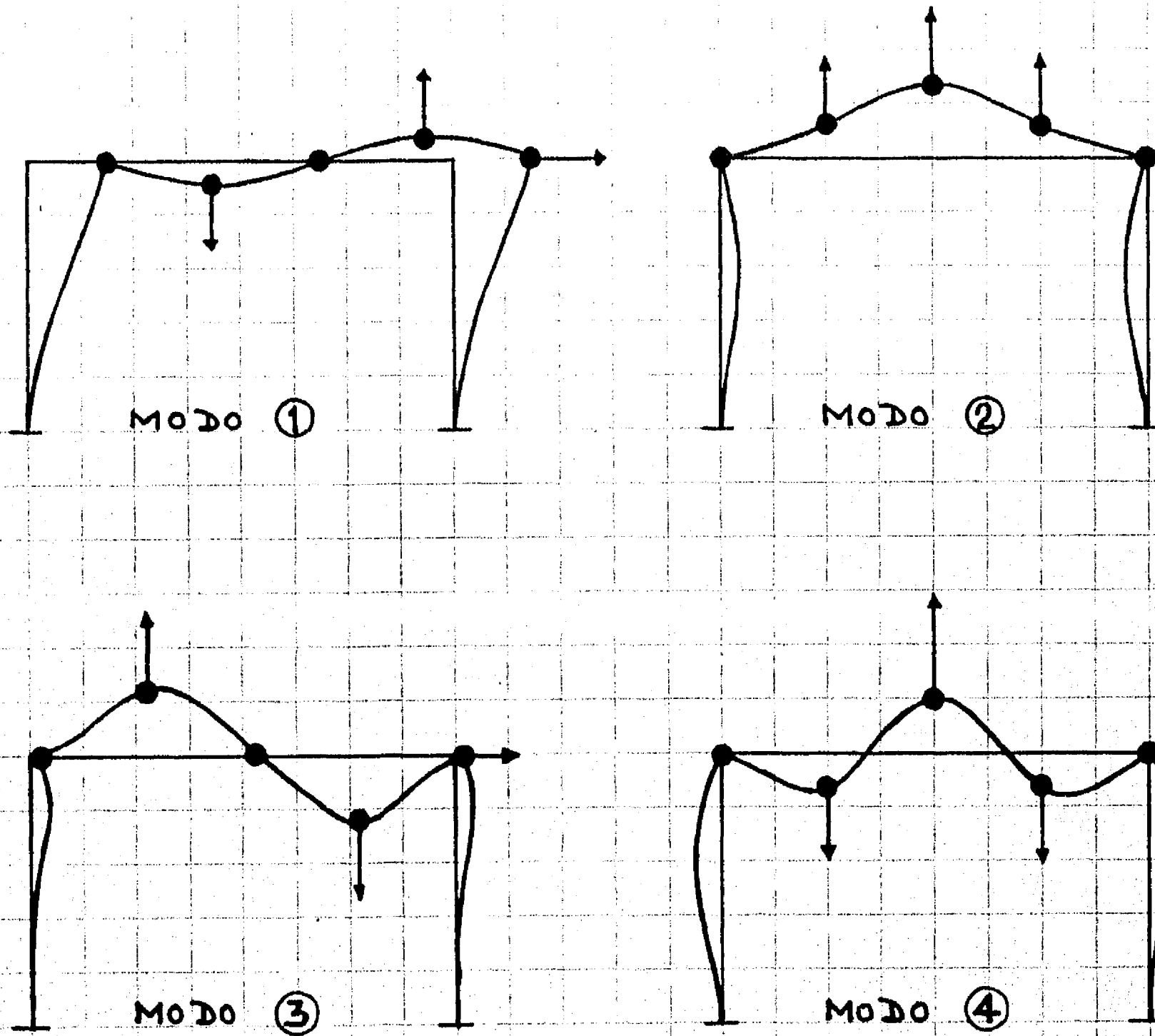
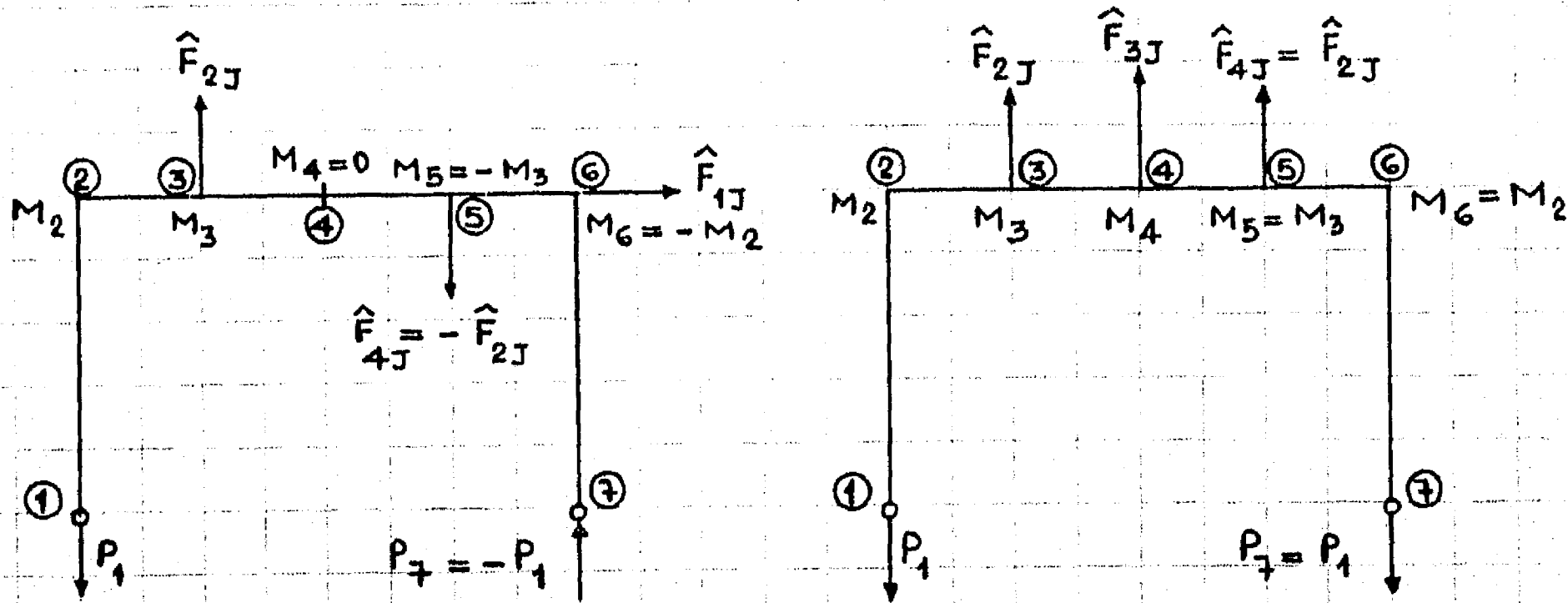
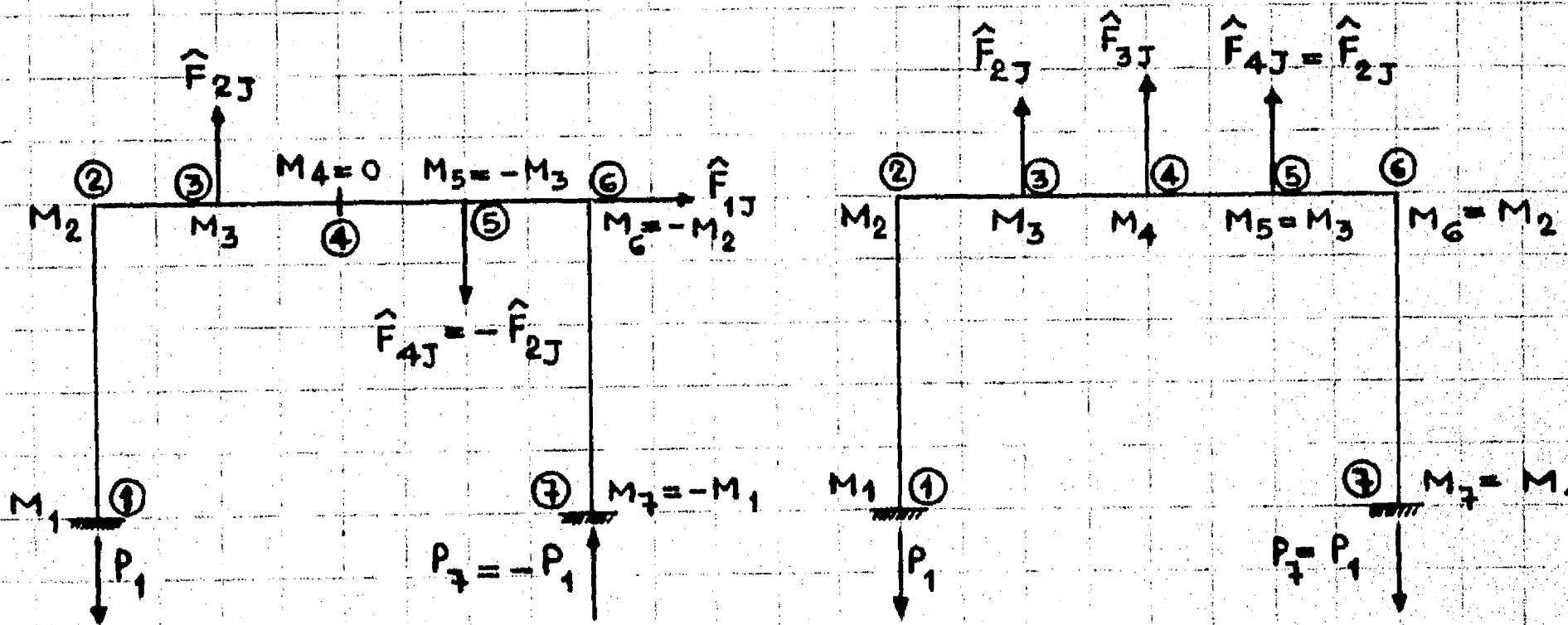


FIG. 2.5 FORMAS CARACTERÍSTICAS DE LOS MODOS DE VIBRAR DEL MODELO DISCRETO DE LA FIG. 2.3.



(a) Marcos con apoyos articulados.
Modos Antisimétricos.

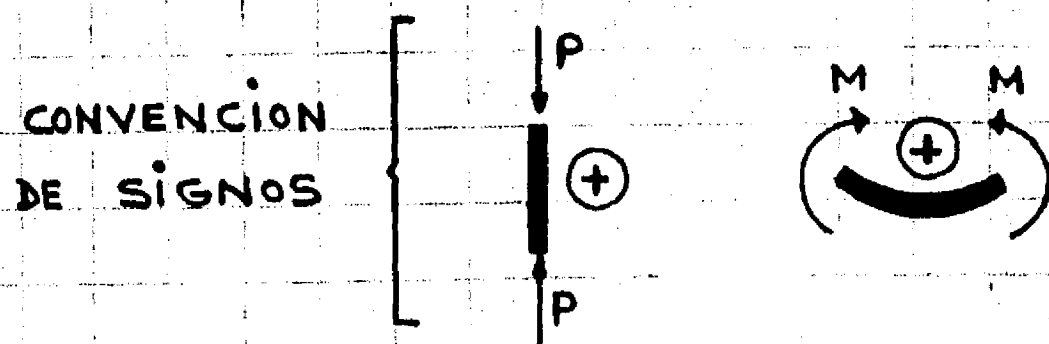
(b) Marcos con apoyos articulados.
Modos Simétricos.



(c) Marcos con apoyos empotrados.
Modos Antisimétricos.

(d) Marcos con apoyos empotrados.
Modos Simétricos.

FIG. 2.6 ELEMENTOS MECANICOS MODALES DE LOS MARCOS SIMPLES.



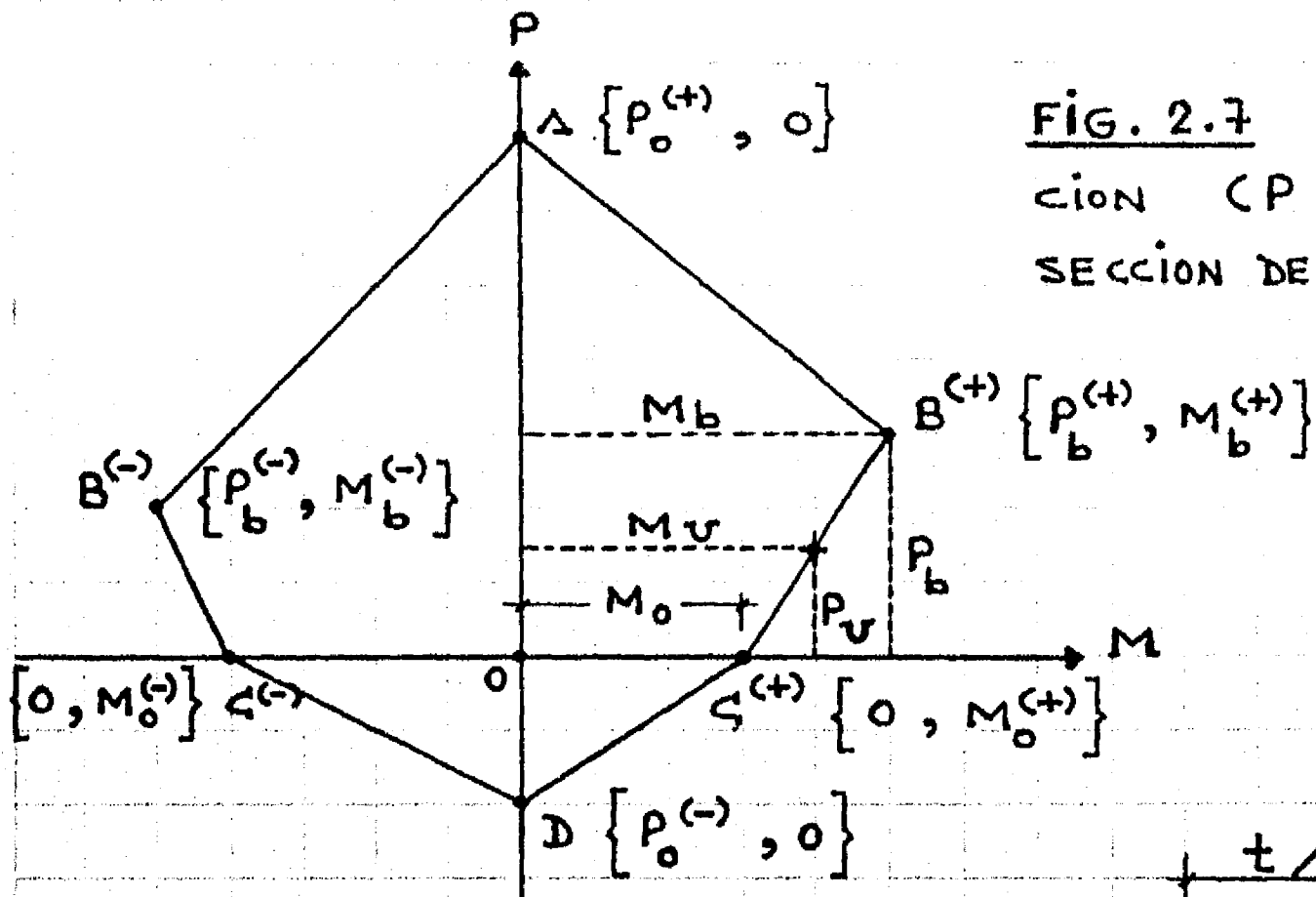


FIG. 2.7 DIAGRAMA DE INTERACCIÓN (P, M) TRILINEAL DE UNA SECCIÓN DE CONCRETO REFORZADO.

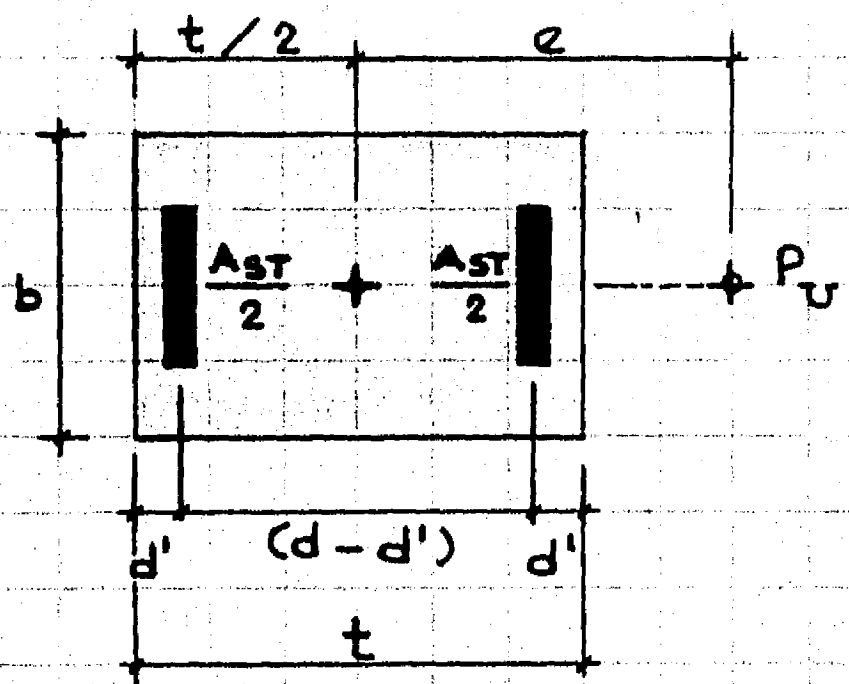


FIG. 2.8 SECCIÓN RECTANGULAR DE CONCRETO CON REFUERZO SIMÉTRICO CONCENTRADO EN DOS CARAS.

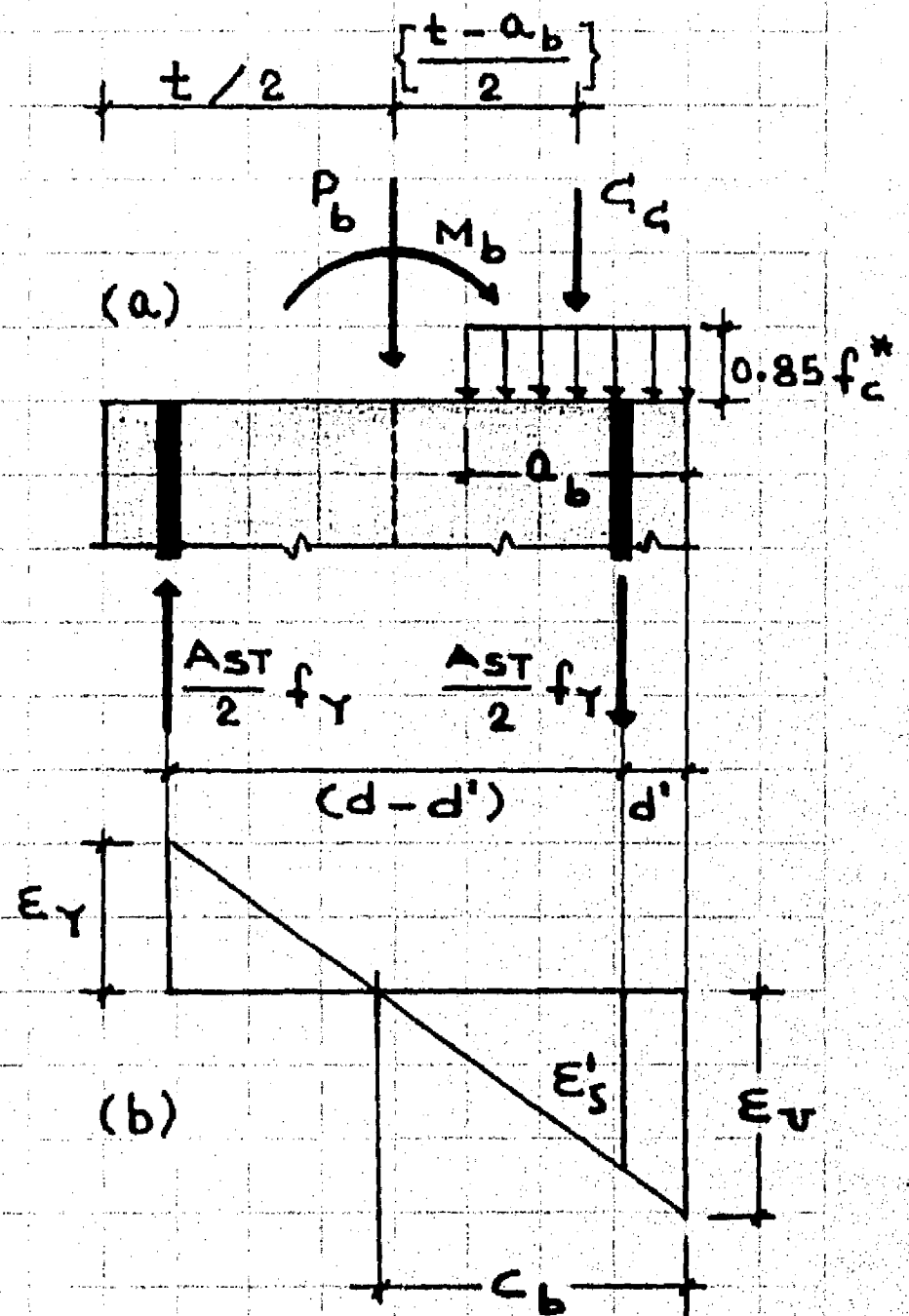
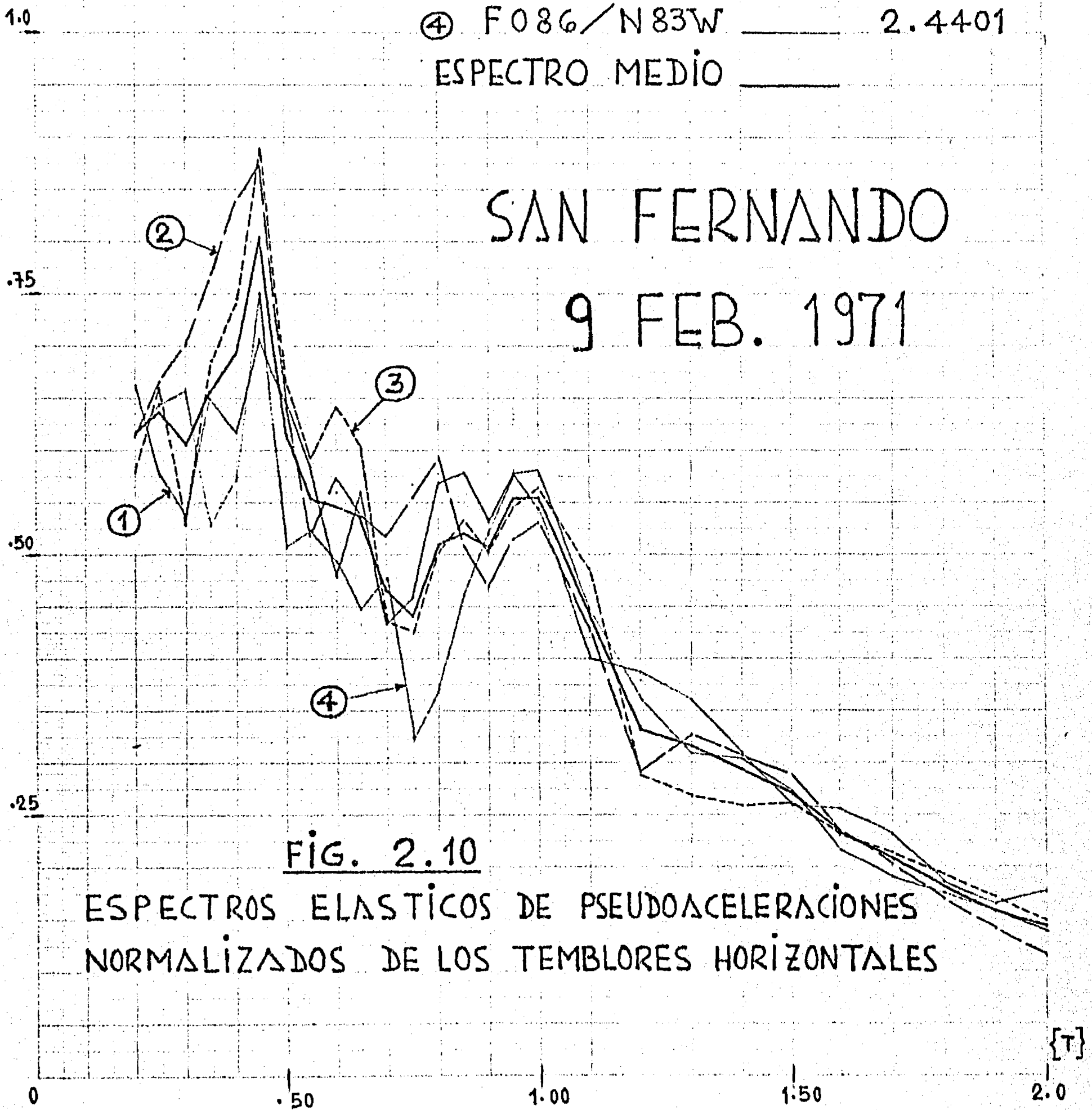


FIG. 2.9 DISTRIBUCIONES DE FUERZAS INTERIORES Y DEFORMACIONES UNITARIAS DE LA SECCIÓN DE LA FIG. 2.8 PARA LA CONDICIÓN BALANCEADA.

COMPONENTES HORIZONTALES

COMPONENTE	F. ESCALA
① F089/S53E	1.7740
② R251/S53E	1.7167
③ C054/N52W	2.0040
④ F086/N83W	2.4401
ESPECTRO MEDIO	



184

COMPONENTES VERTICALES

COMPONENTE	F. ESCALA
① F089 / DOWN	1.6184
② F086 / UP	3.4026
③ Q233 / UP	1.4964
④ C041 / DOWN	0.2902
ESPECTRO MEDIO	

$\left\{ \frac{PSA}{g} \right\}$

50

5/12

1/3

25

1/6

1/12

SAN FERNANDO

9 FEB. 1971

FIG. 2.11

ESPECTROS ELASTICOS DE PSEUDOACELERACIONES NORMALIZADOS DE LOS TEMBLORES VERTICALES

0.10

0.20

0.30

0.40

0.50

0.60

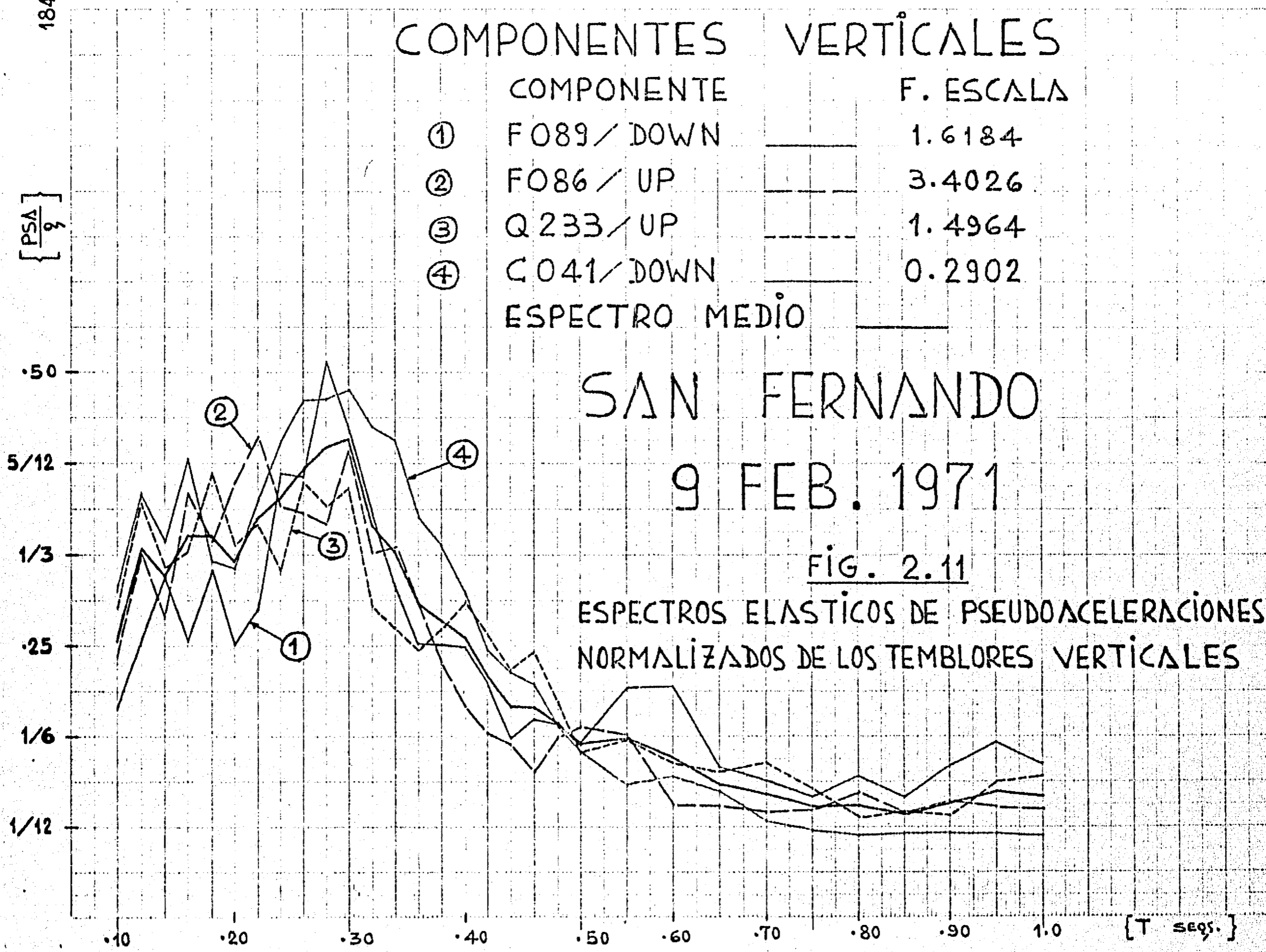
0.70

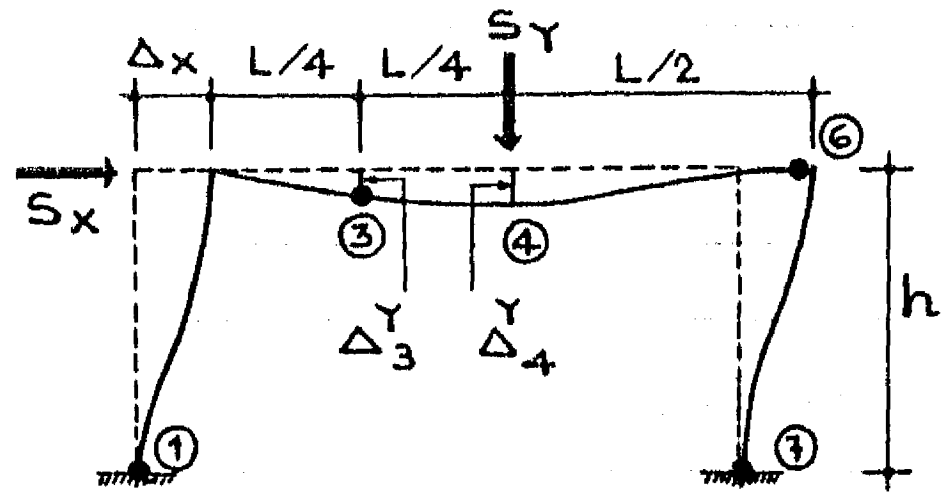
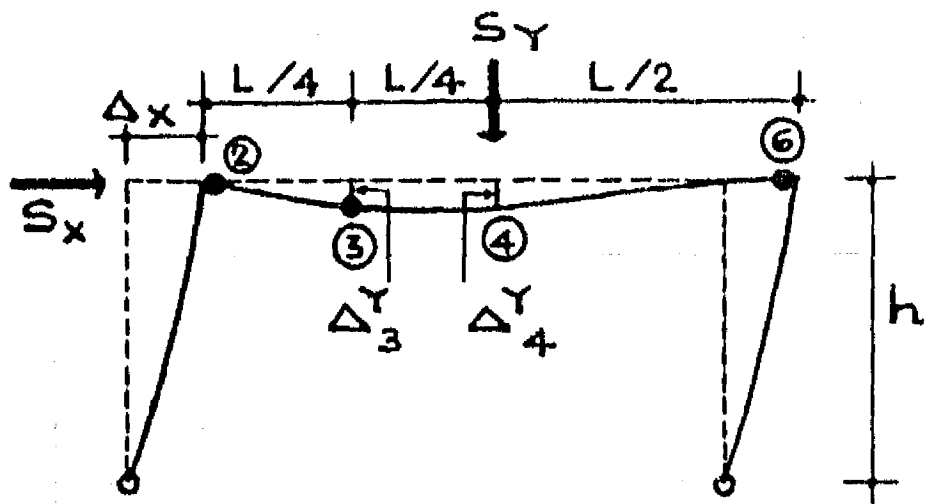
0.80

0.90

1.0

[T segs.]





{ ③, ⑥ ROTULAS PLÁSTICAS
 SIEMPRE PRESENTES.
 ② ROTULA PLÁSTICA CONTINGENTE

{ ③, ⑥, ④ ROTULAS PLÁSTICAS
 SIEMPRE PRESENTES.
 ① ROTULA PLÁSTICA CONTINGENTE

(a) APOYOS ARTICULADOS

(b) APOYOS EMPOTRADOS

FIG. 3.1 MECANISMOS CARACTERÍSTICOS DE FLUENCIA DE LOS MARCOS SIMPLES.

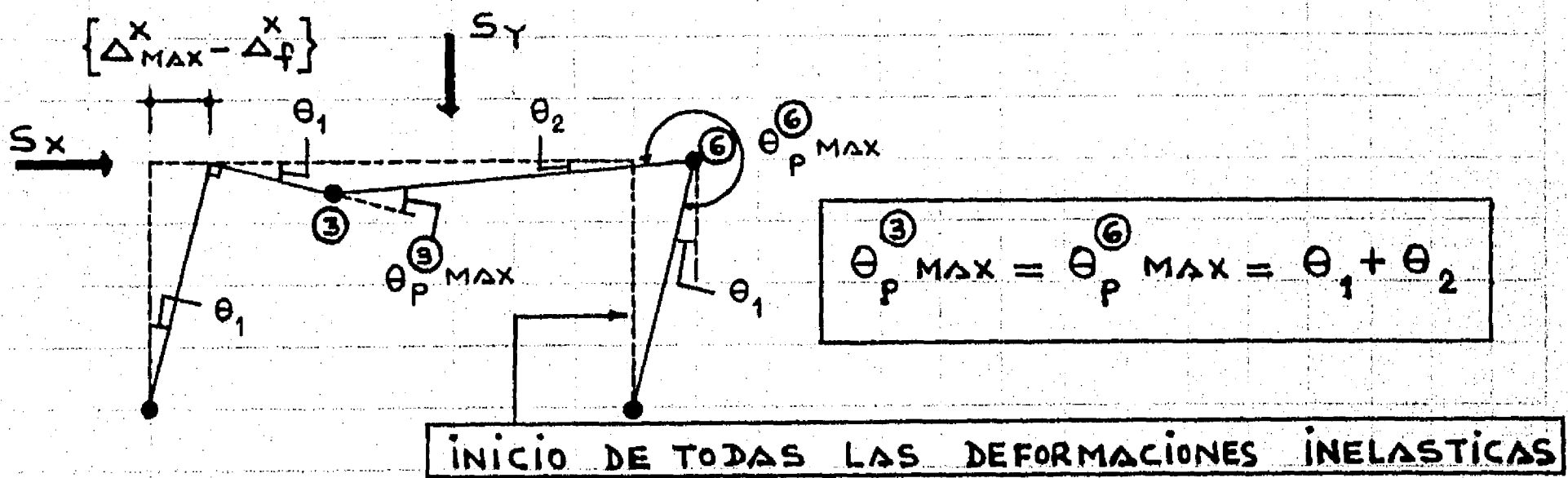


FIG. 3.2 MECANISMO BÁSICO DE FLUENCIA CON FORMACIÓN SIMULTÁNEA DE LAS ARTICULACIONES PLÁSTICAS NECESARIAS.

FIGS. 3.3

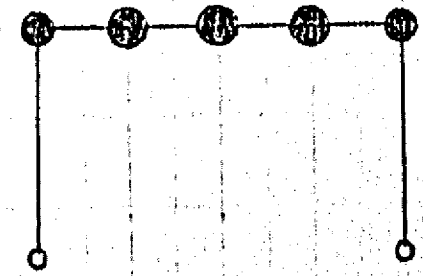
CURVAS PROMEDIO (q, \hat{Q}_Y)

MARCOS (1.1)R Y (1.2)R

q_{MAX}

$T_Y = 0.10 \text{ segs}$

Σq_{MAX}



$L/h = 1.50$
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $h = 4 \text{ mts}$
 $W_R = 24 \text{ Tons}$

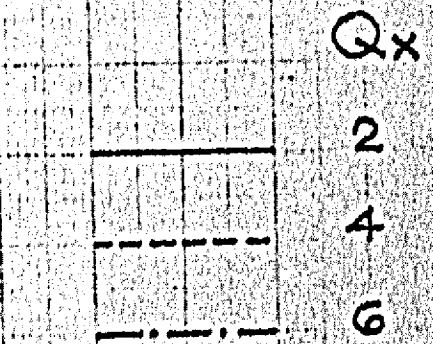
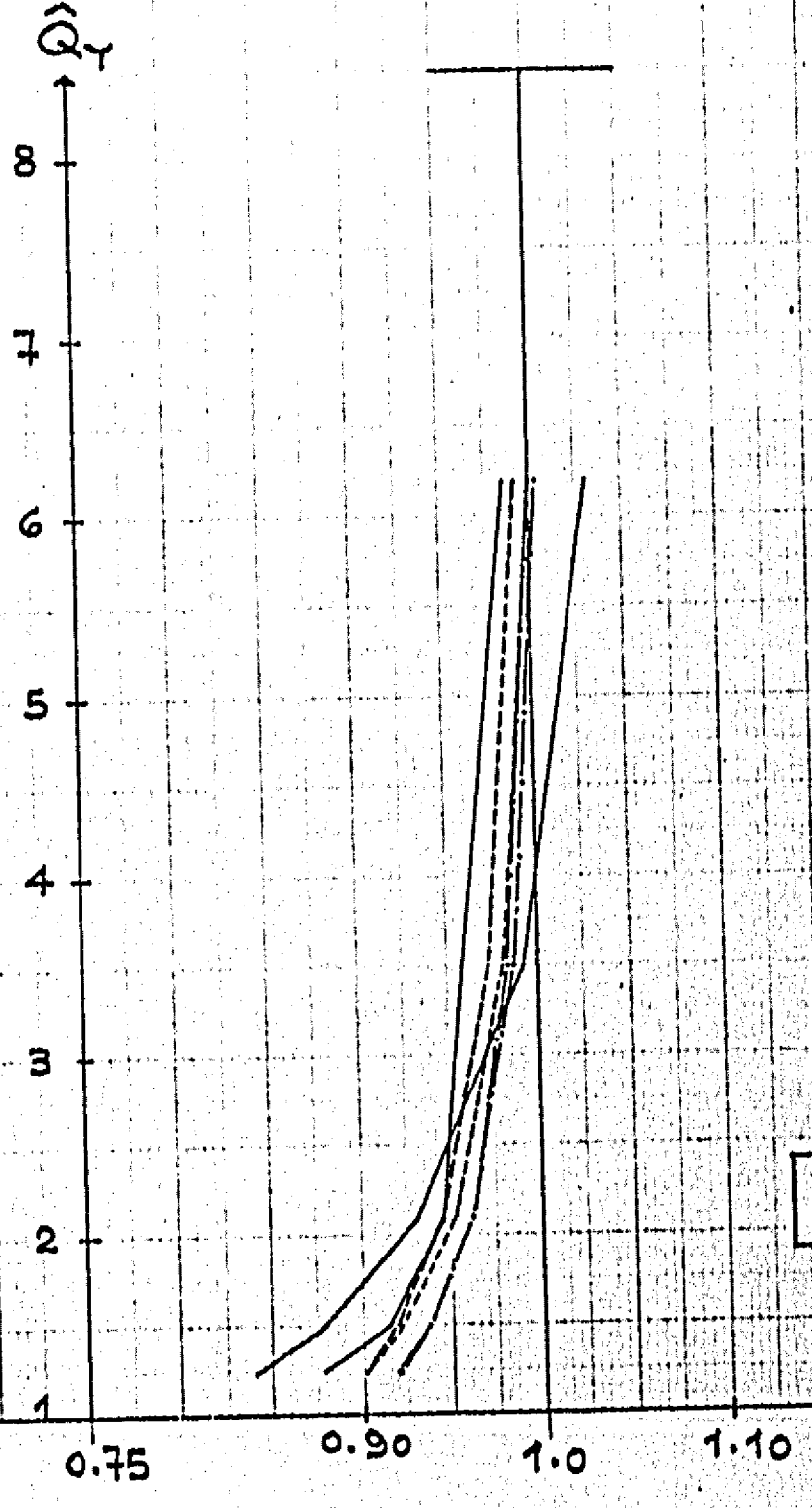
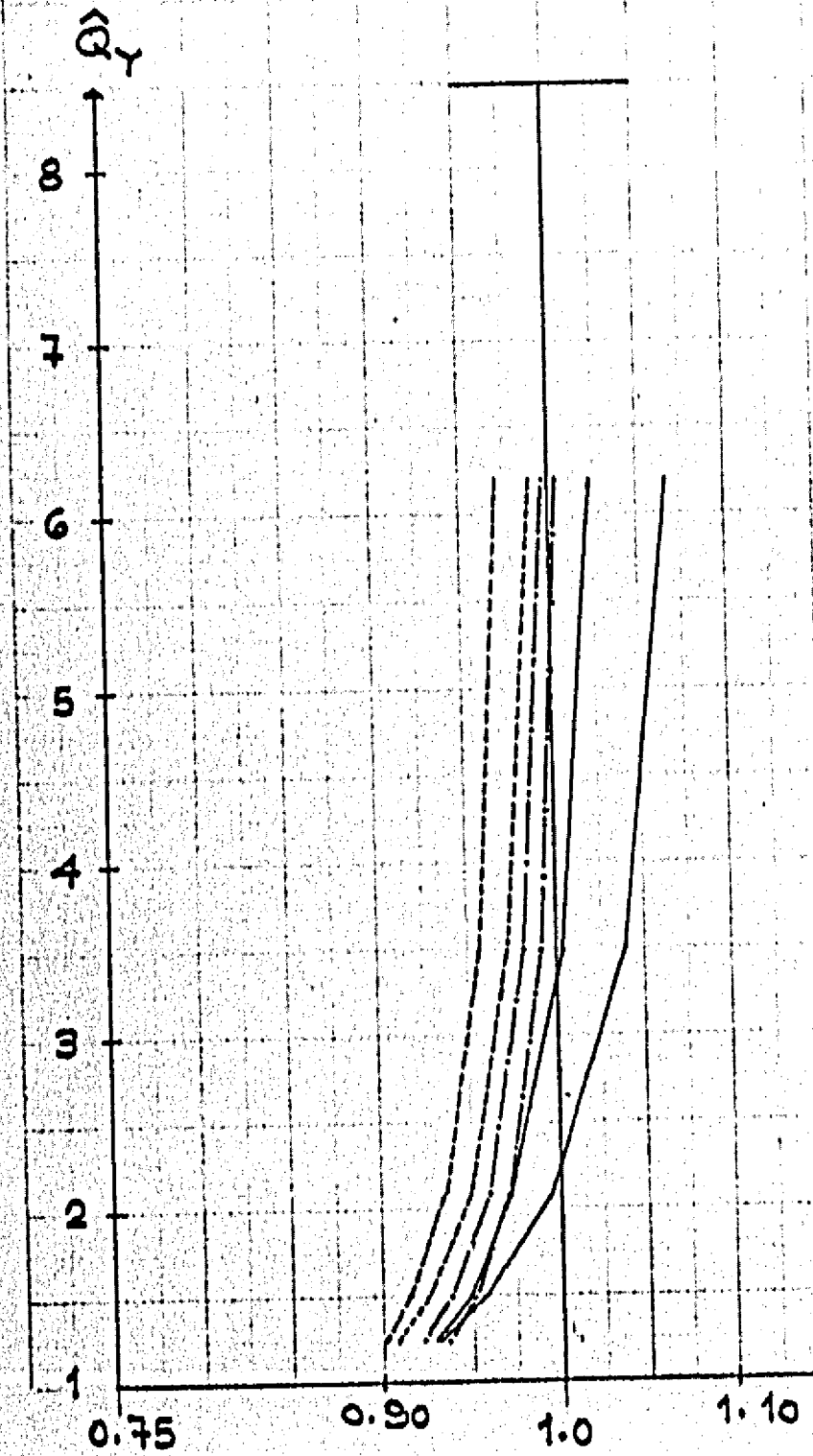
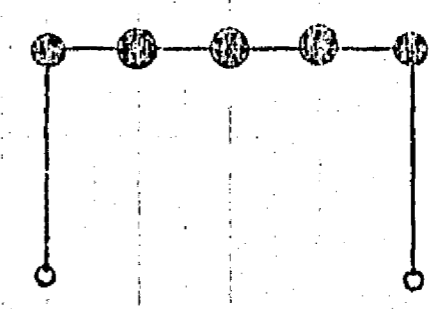
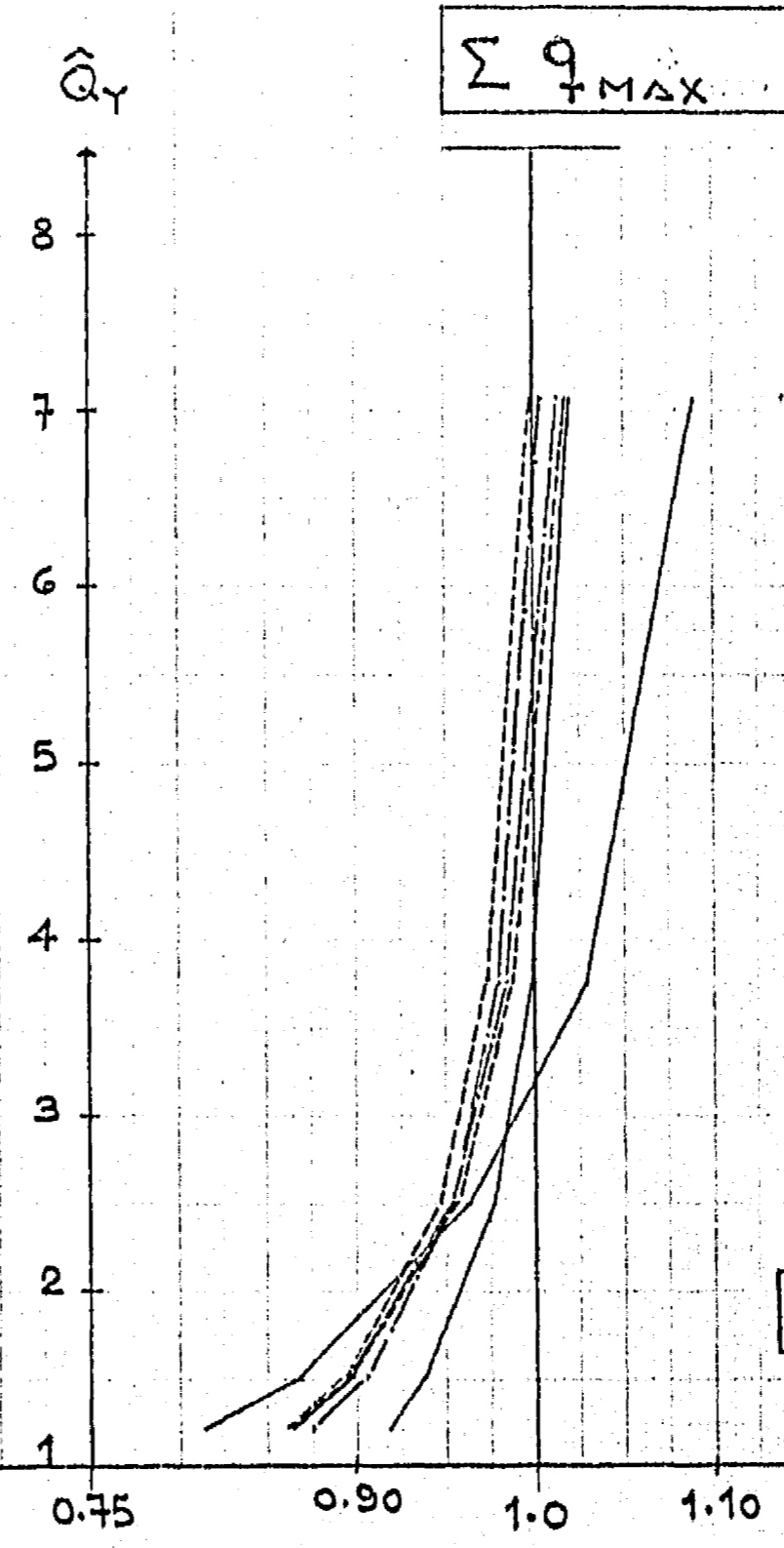
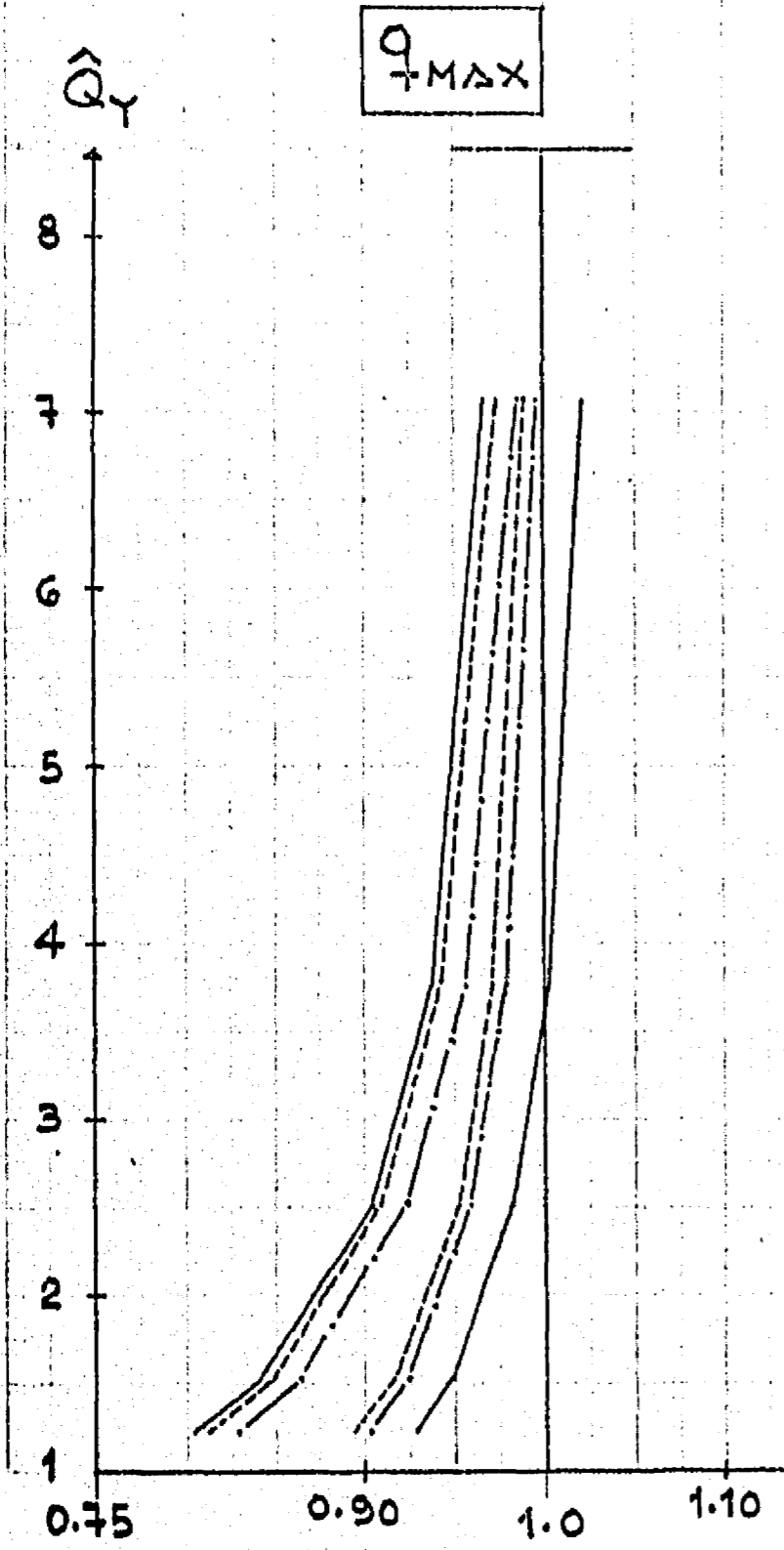


Fig. 3.3 (a)

MARCOS (1.1)F Y (1.2)F

$T_Y = 0.18 \text{ segs.}$



$L/h = 1.50$
 $h = 4 \text{ mts}$
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $W_R = 24 \text{ Tons}$

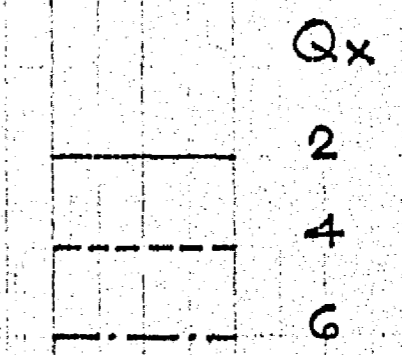
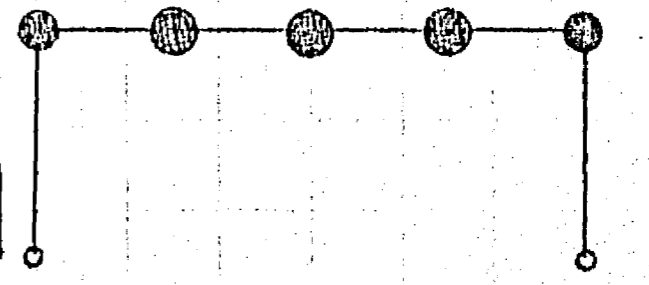
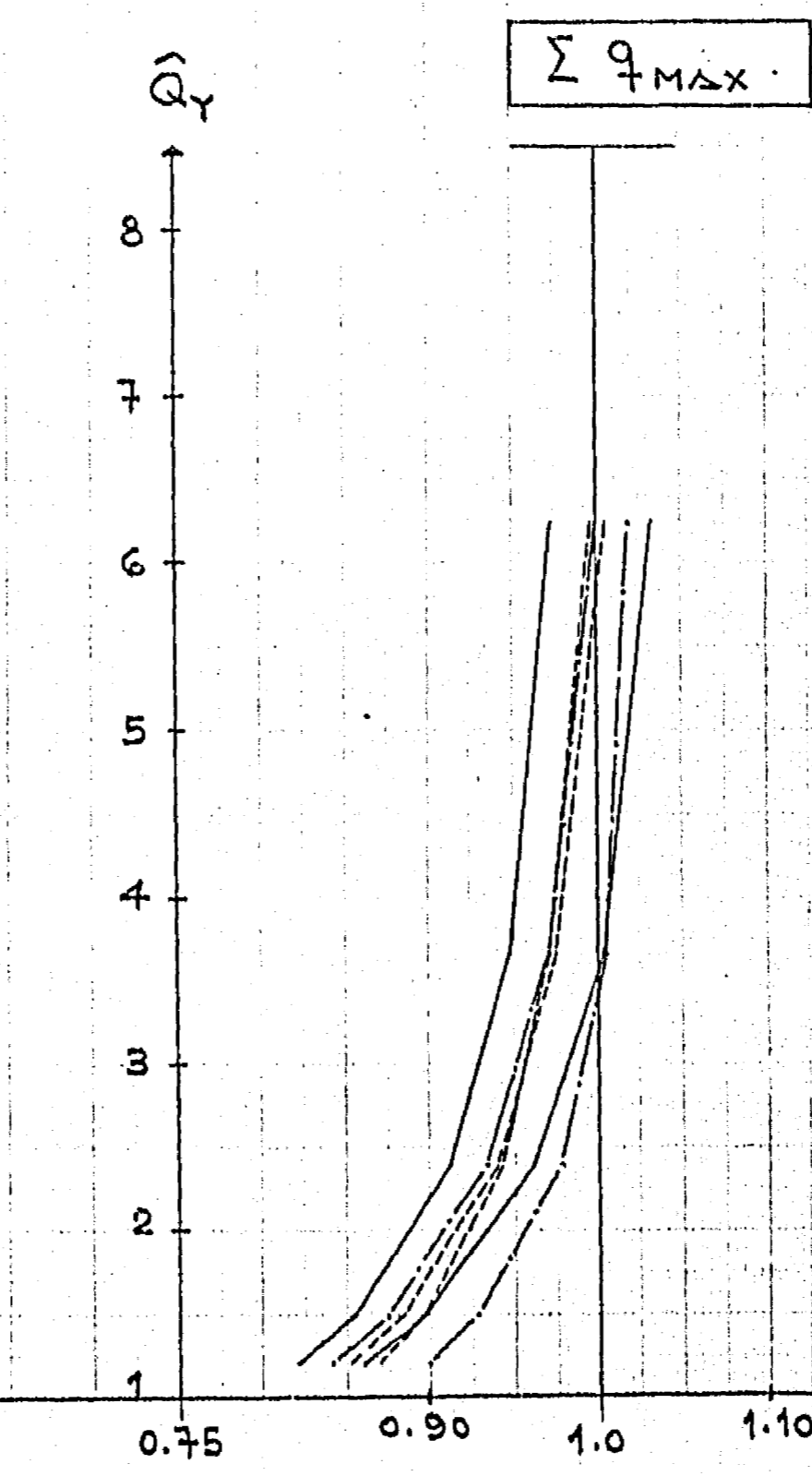
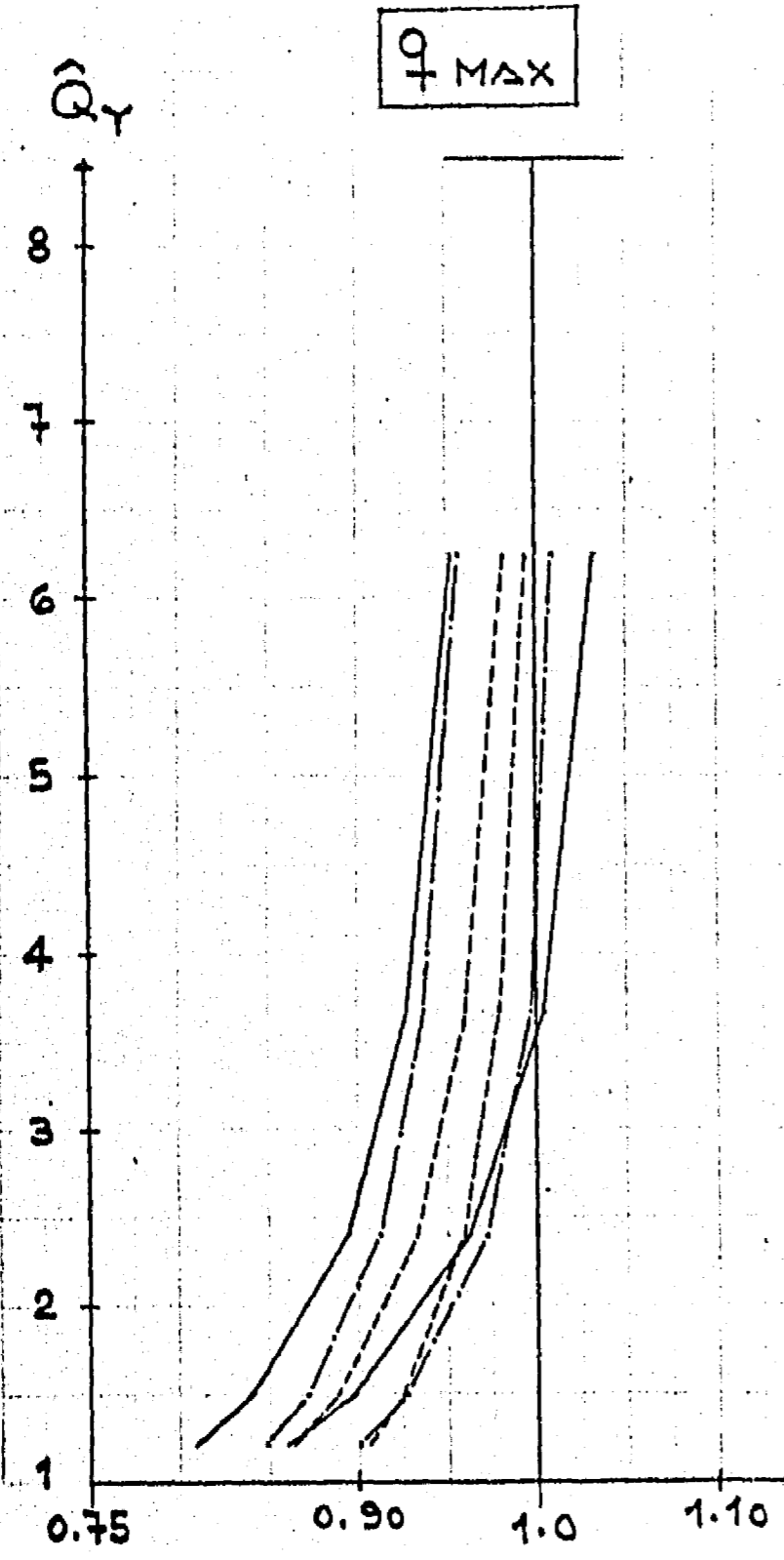


Fig. 3.3 (b)

MARCOS (1.3)R Y (1.4)R

$T_Y = 0.14 \text{ segs}$



$L/h = 2.25$
 $h = 4 \text{ mts}$
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $W_R = 45 \text{ tons}$

FIG. 3.3 (c)

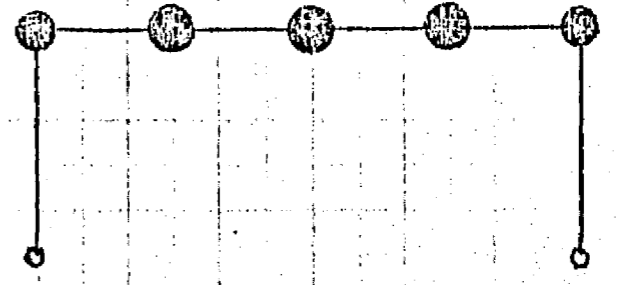
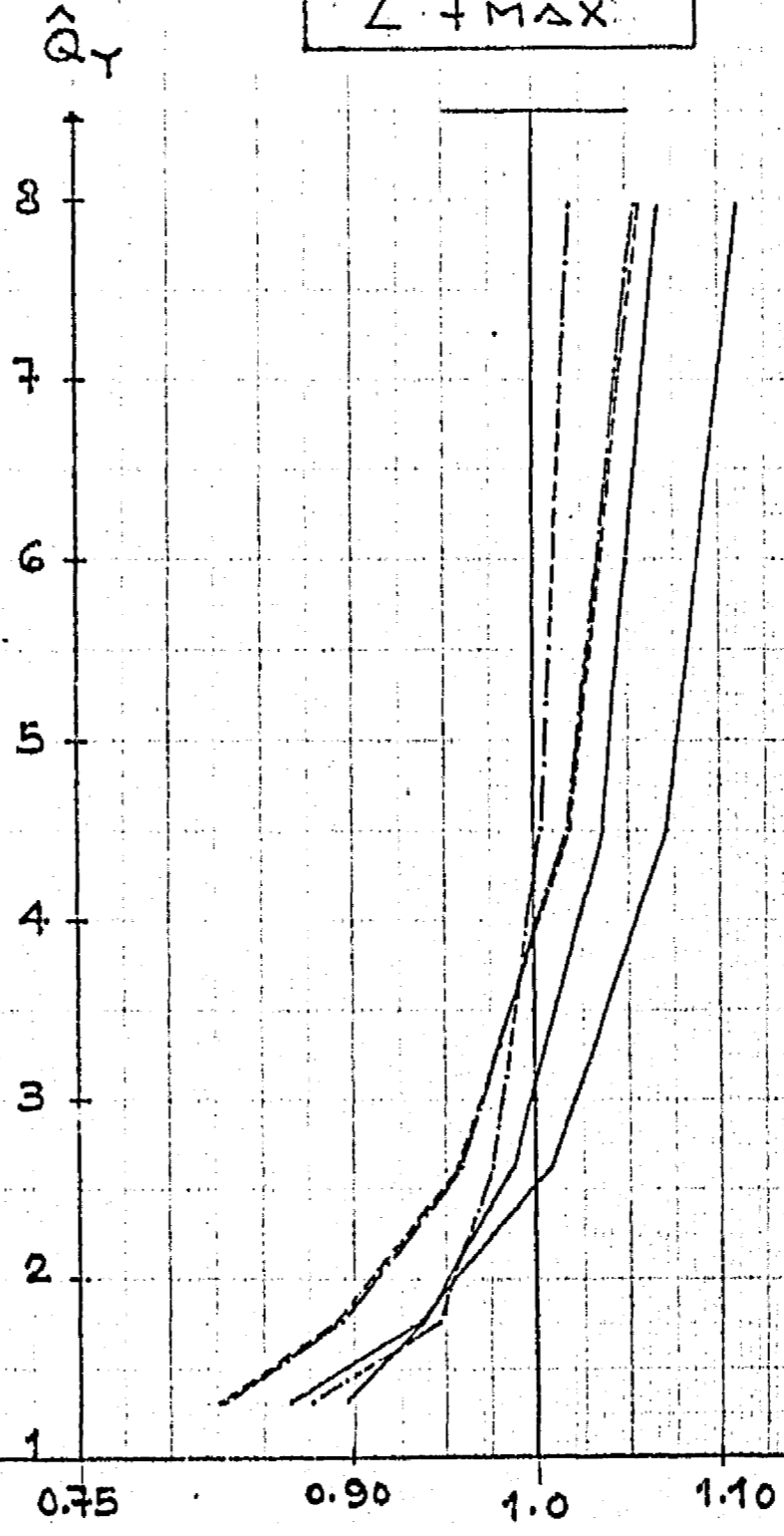
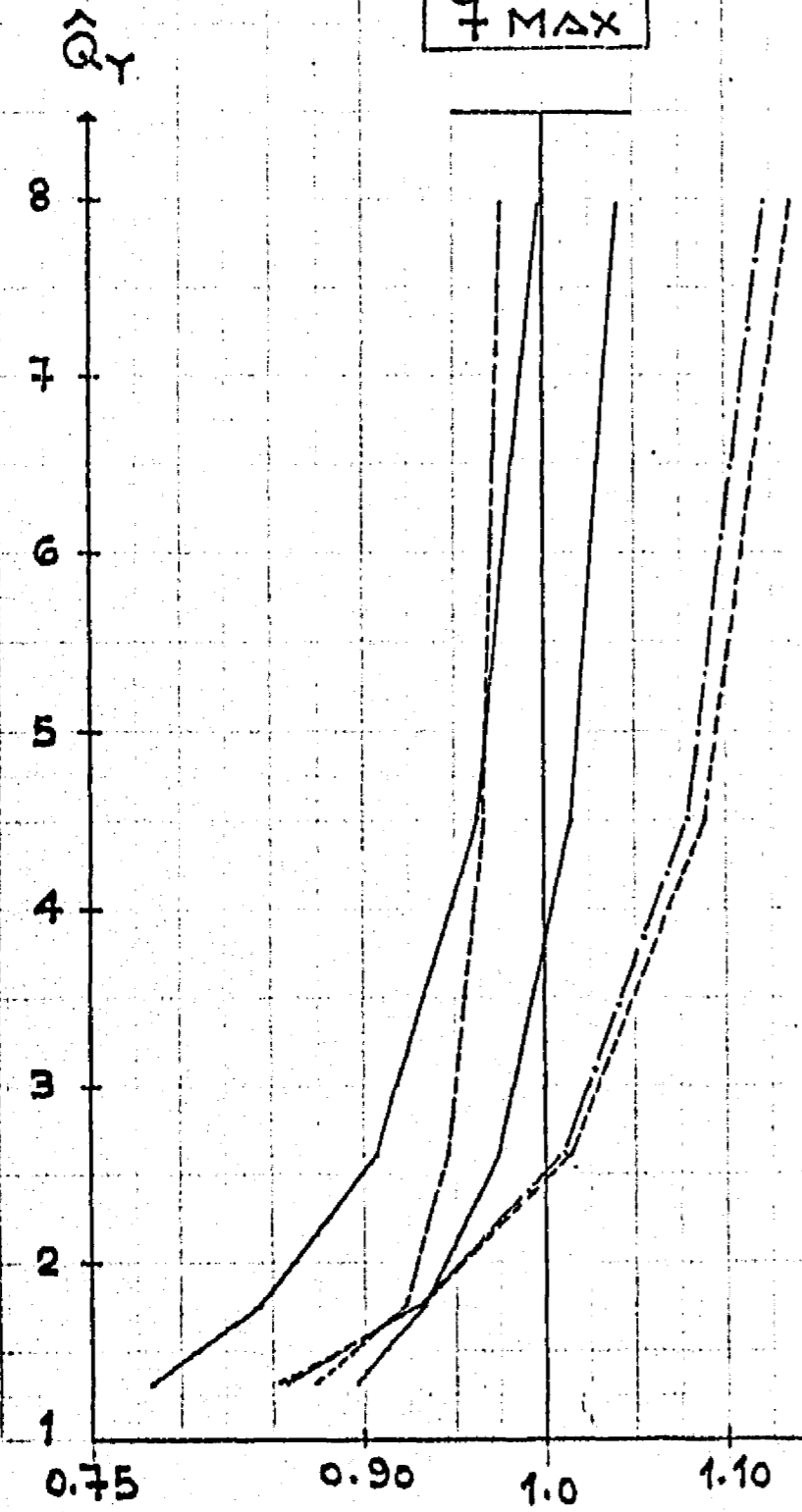
Q_x
2
4
6

MARCOS (1.3)F Y (1.4)F

$T_Y = 0.28$ segs

q_{MAX}

$\sum q_{MAX}$



$L/h = 2.25$
 $h = 4$ mts
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $W_P = 45$ tons

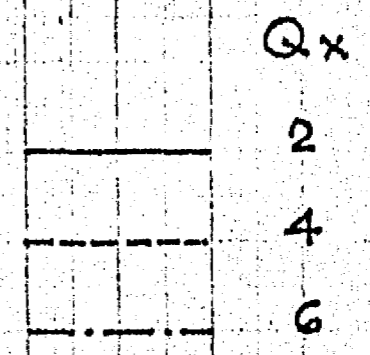
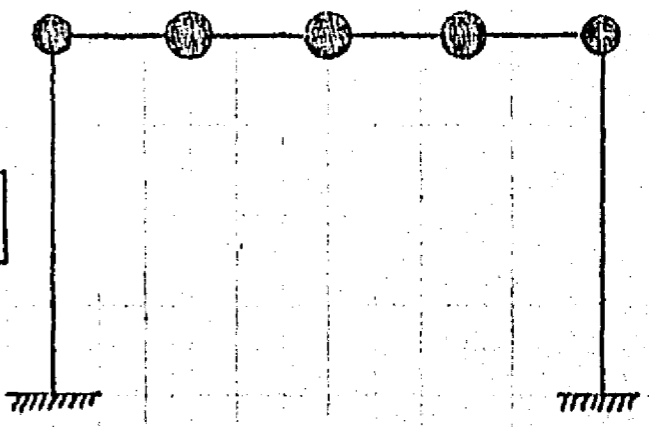
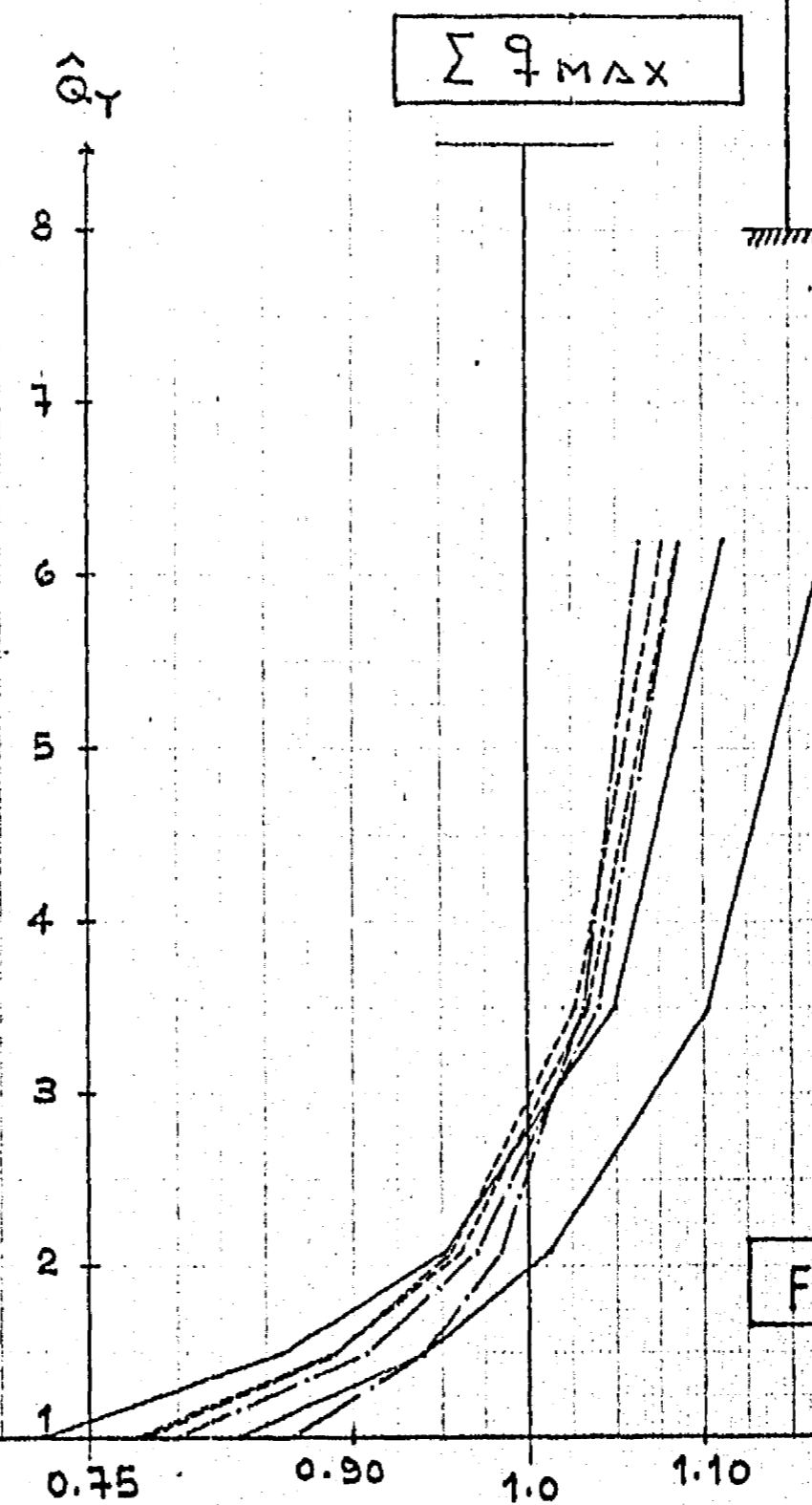
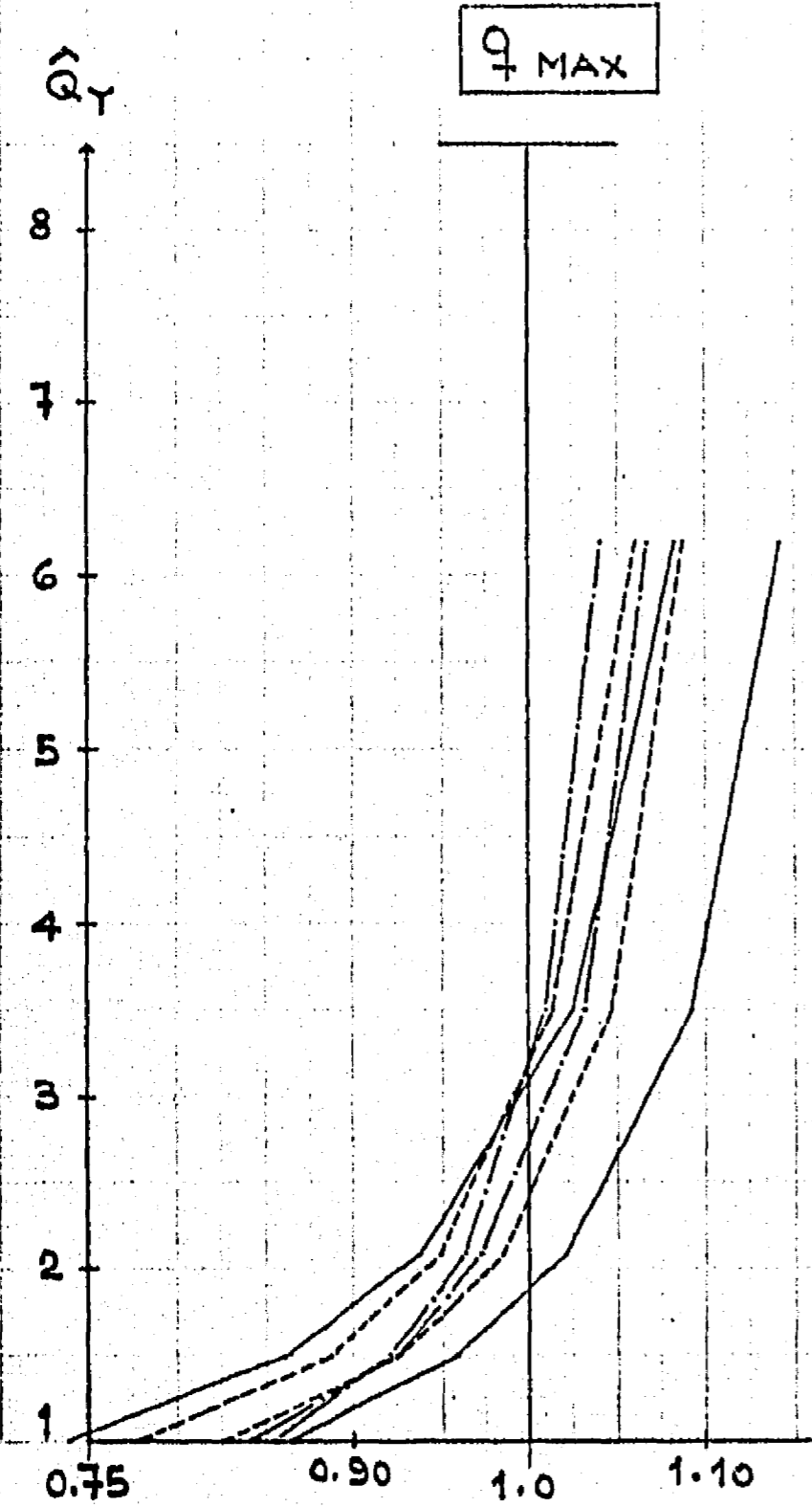


FIG. 3.3 (d)

MARCOS (2.1)R Y (2.2)R

$T_Y = 0.10$ segs



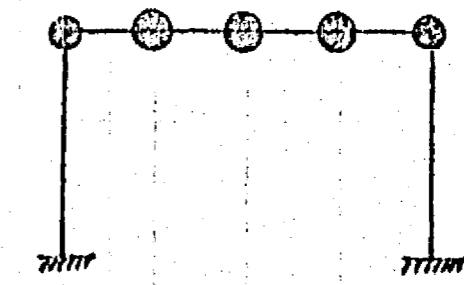
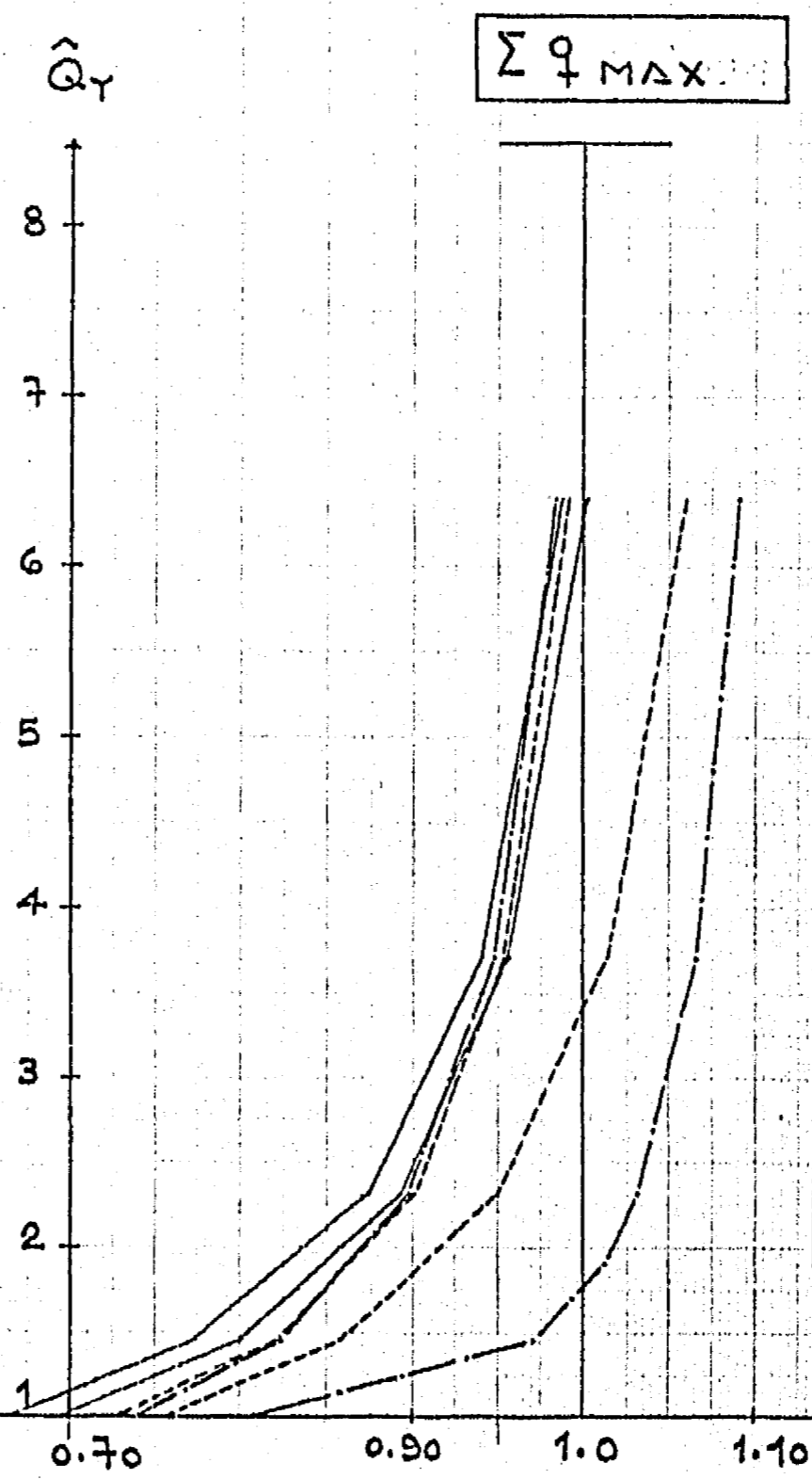
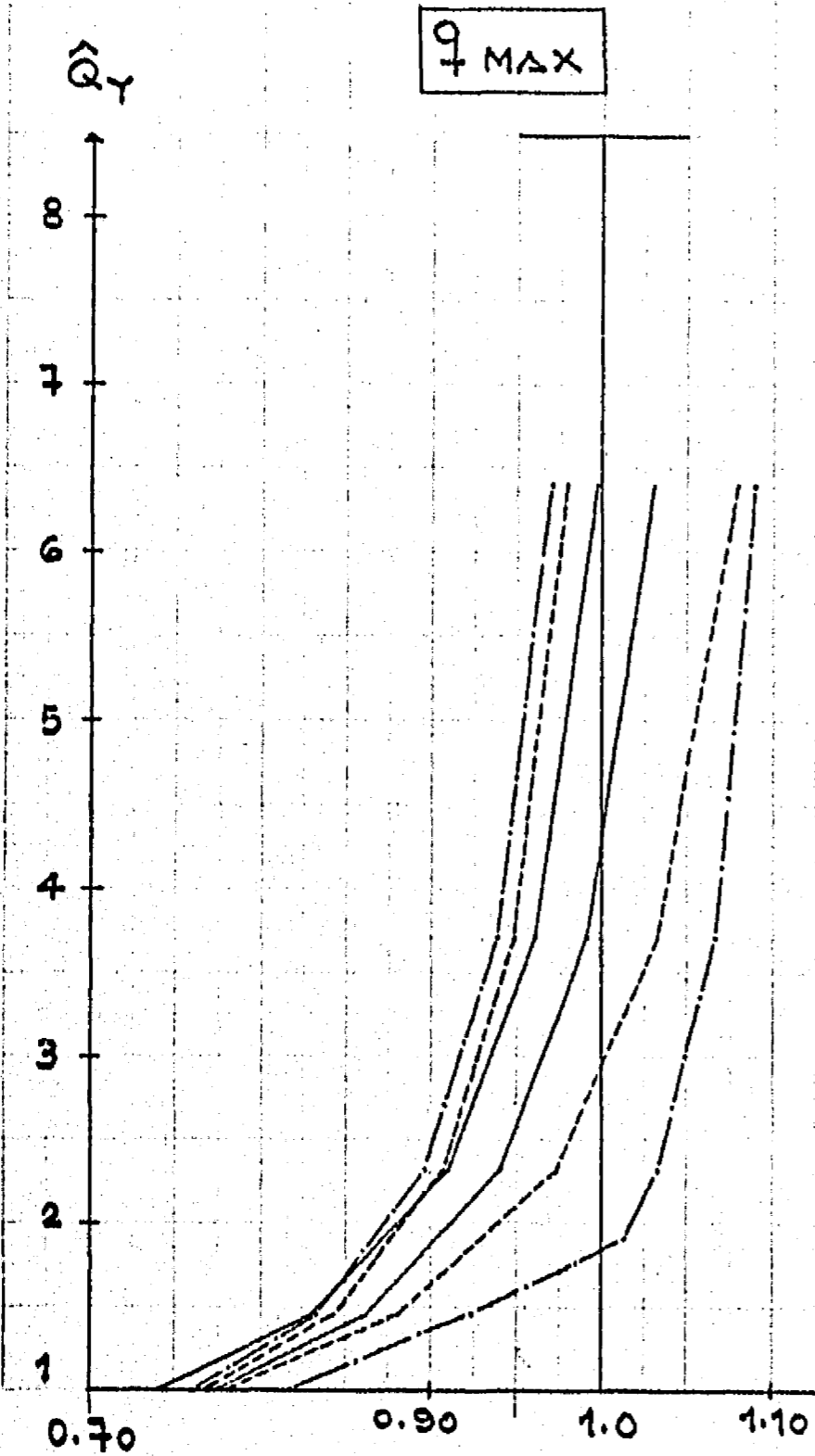
$L/h = 1.50$
 $h = 4$ mts
 $\beta = 0.70$ y 1.75
 $W_R = 24$ tons

Q_x
2
3
4

FIG. 3.3 (e)

MARCOS (2.1)F Y (2.2)F

$T_Y = 0.20 \text{ segs}$



$L/h = 1.50$
 $h = 4 \text{ mts}$
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $W_R = 24 \text{ tons}$

Q_x

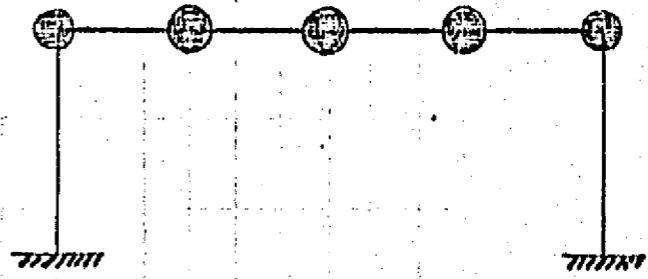
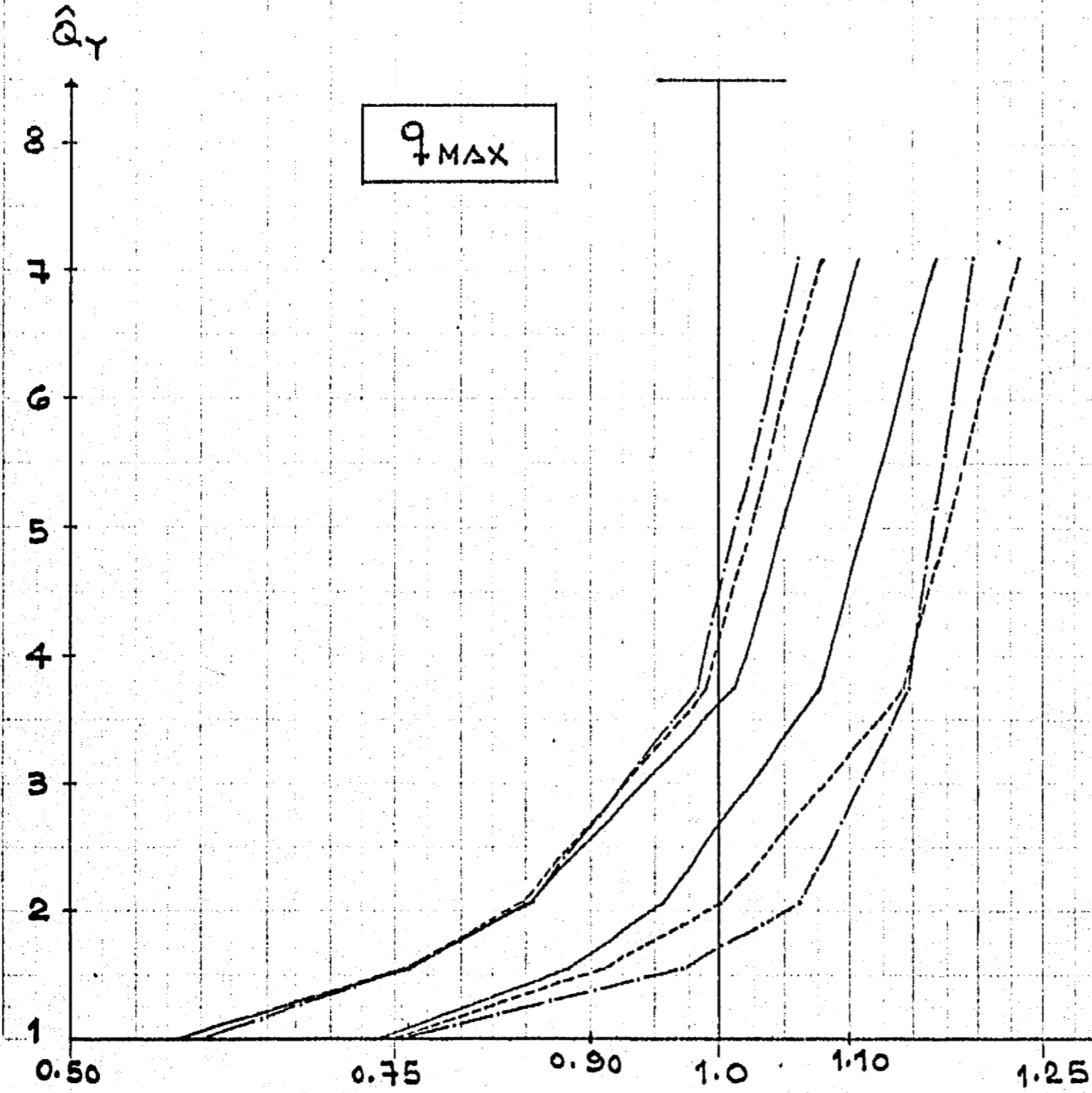
— 2
- - - 3
- · - 4

FIG. 3.3 (f)

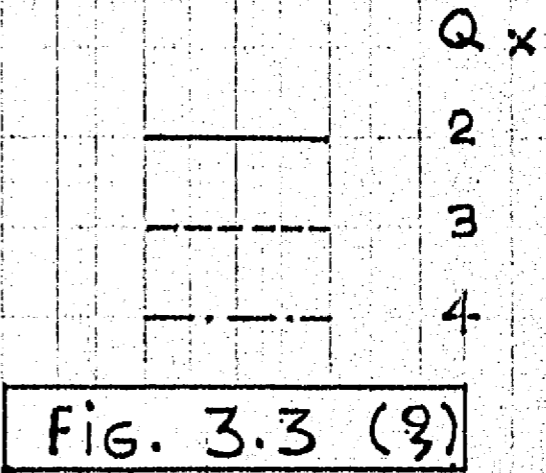
MARCOS (2.3)R Y (2.4)R

$T_Y = 0.15 \text{ segs}$

q_{MAX}



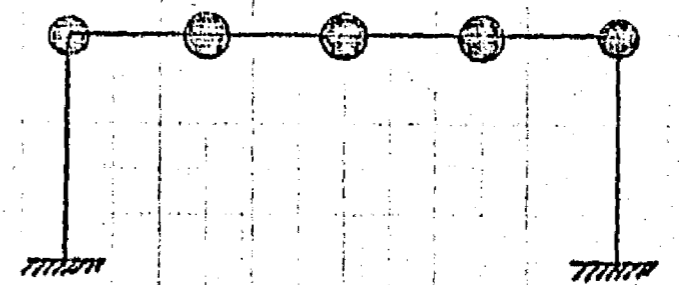
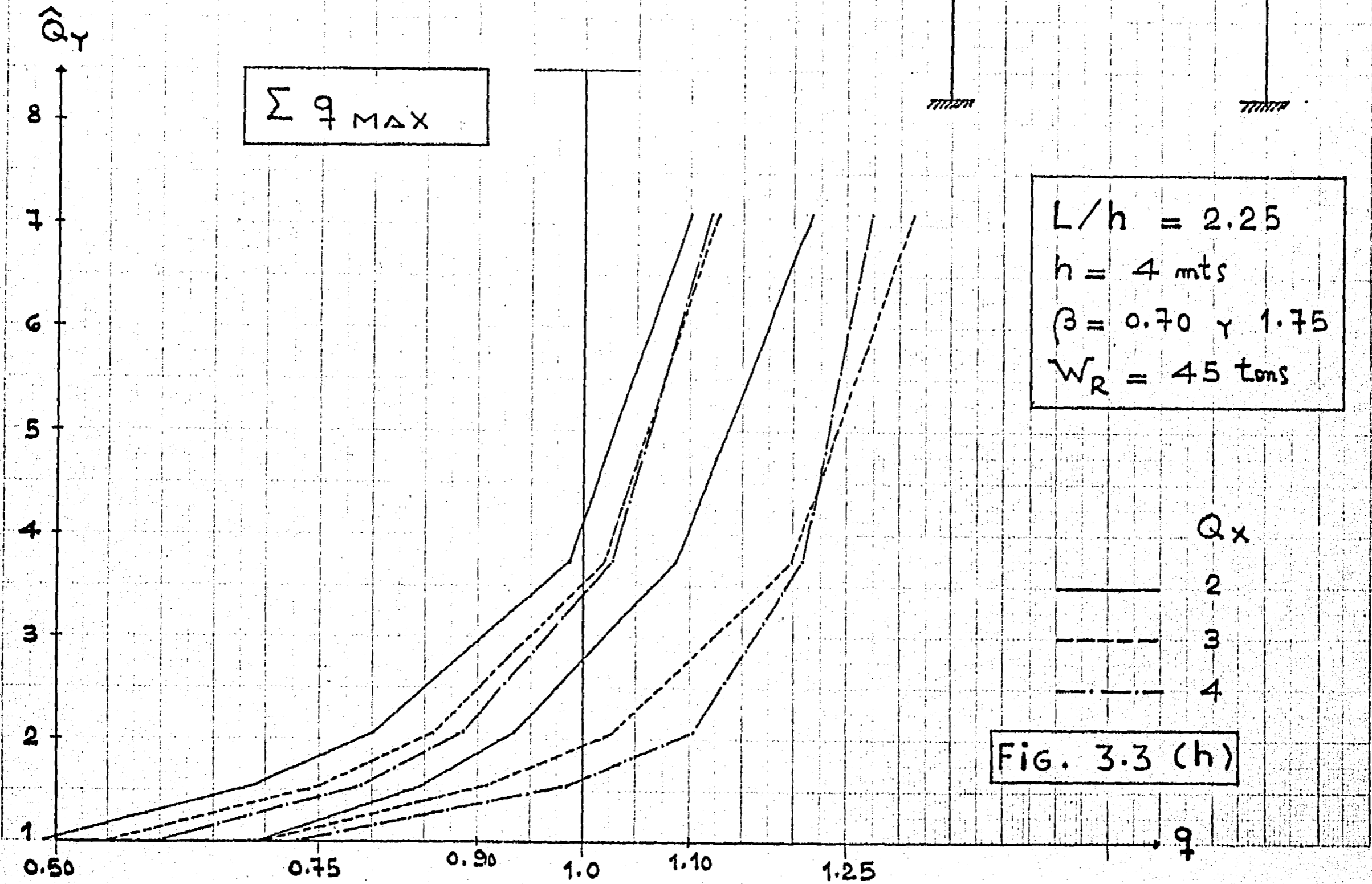
$L/h = 2.25$
 $h = 4 \text{ mts}$
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $W_R = 45 \text{ tons}$



MARCOS (2.3)R Y (2.4)R

$T_Y = 0.15 \text{ segs}$

Σq_{MAX}



$L/h = 2.25$
 $h = 4 \text{ mts}$
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $W_R = 45 \text{ tons}$

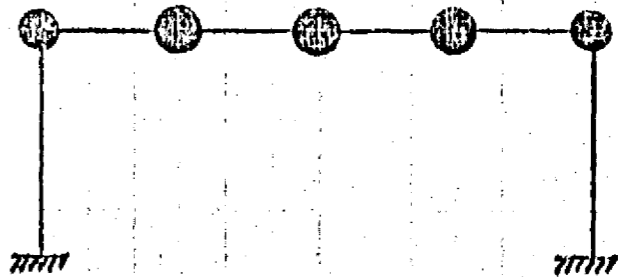
Fig. 3.3 (h)

Q_x
2
3
4

MARCOS (2.3)F Y (2.4)F

$T_Y = 0.30$ segs

q_{MAX}



$L/h = 2.25$
 $h = 4$ mts
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $W_R = 45$ tons

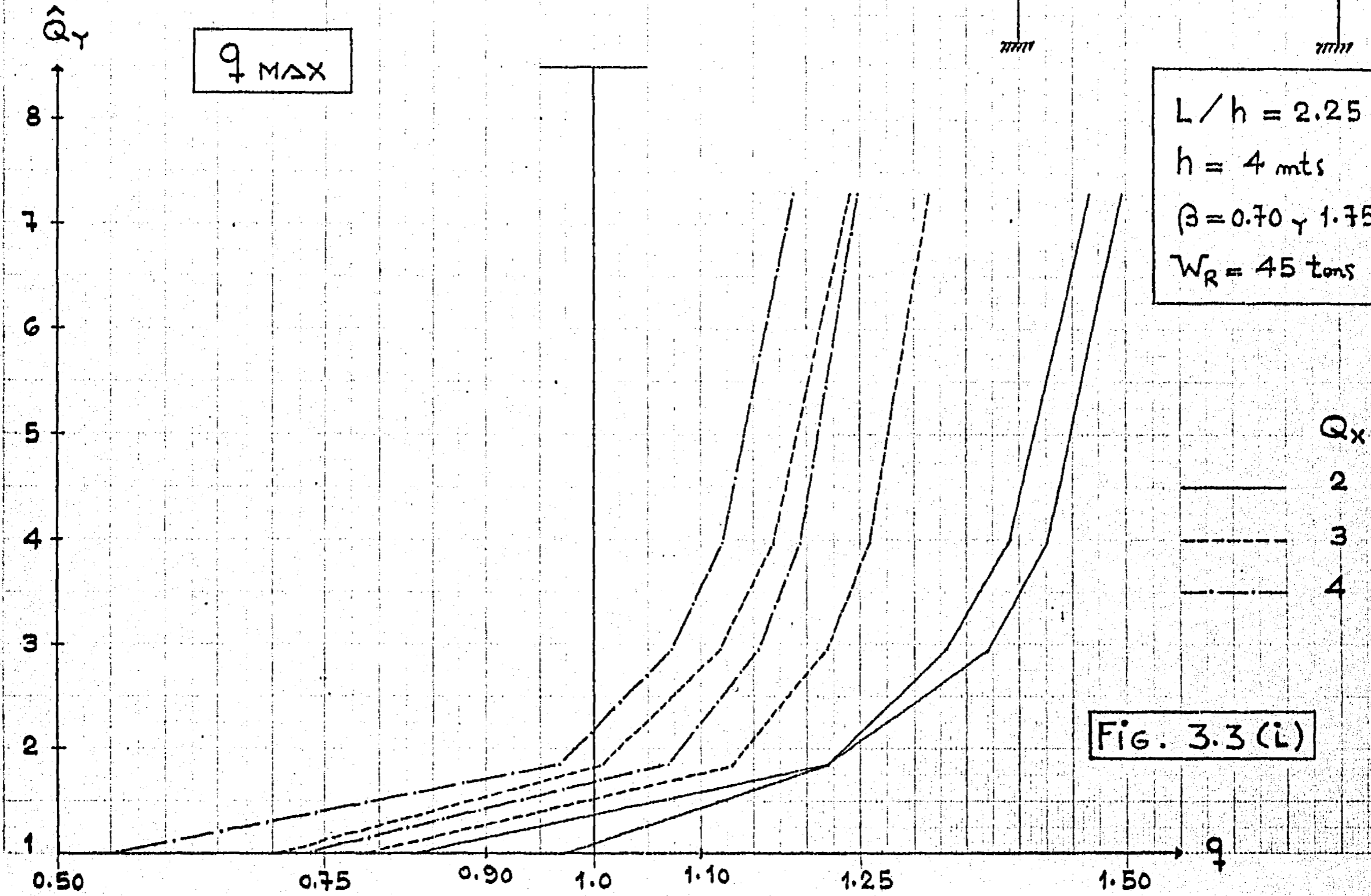
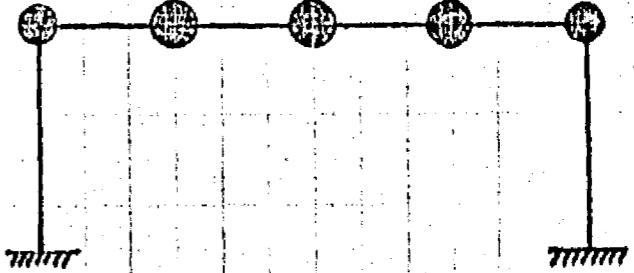


Fig. 3.3 (L)

MARCOS (2.3)F Y (2.4)F

$T_Y = 0.30 \text{ segs}$

$\sum q_{MAX}$



$L/h = 2.25$
 $h = 4 \text{ mts}$
 $\beta = 0.70 \text{ y } 1.75$
 $W_R = 45 \text{ tons}$

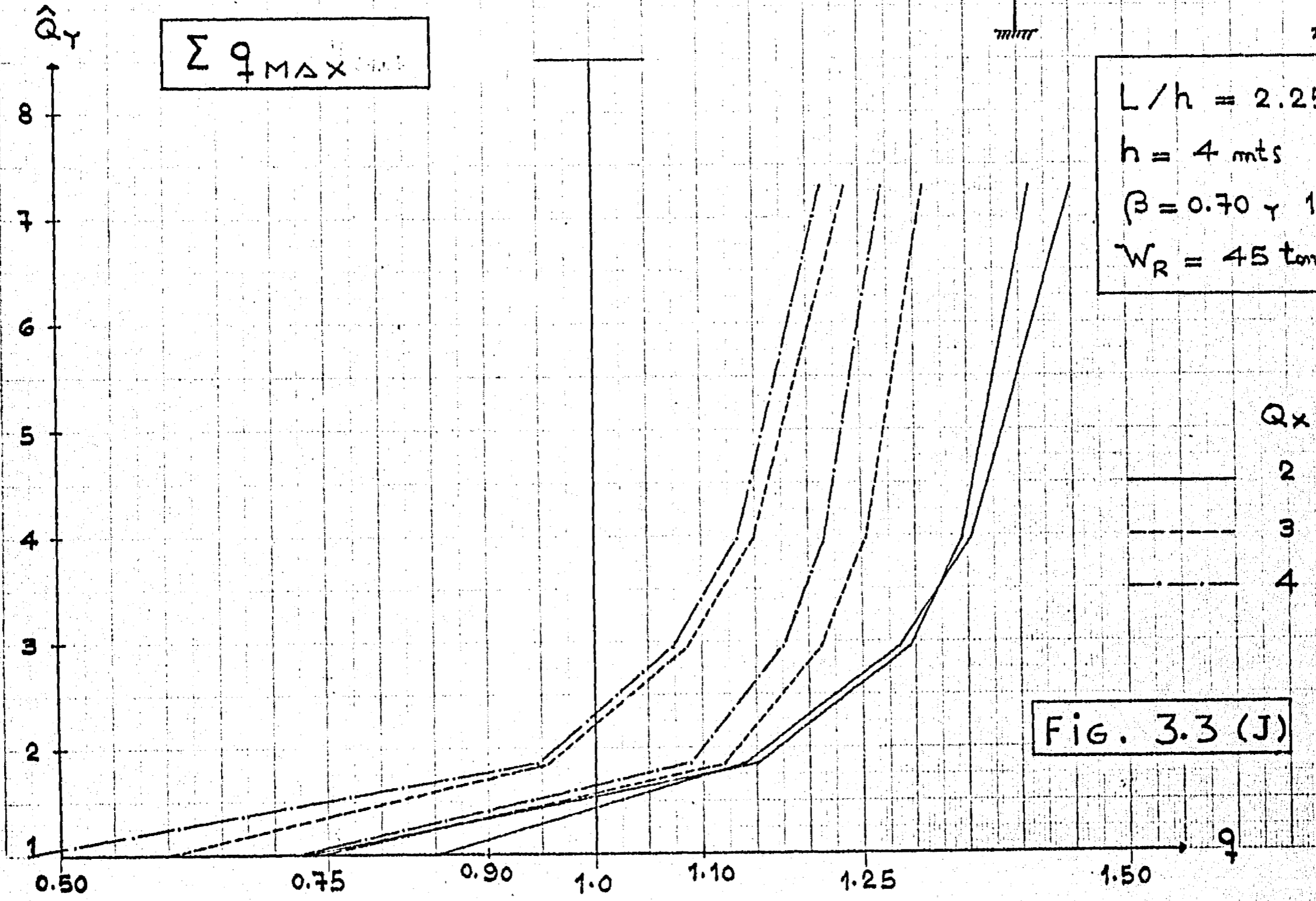


FIG. 3.3 (J)

TABLAS

TABLA 2.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS COMPONENTES SÍSMICOS SE-¹⁹⁶
LECCIONADOS DEL TEMBLOR DE SAN FERNANDO • 1971.

IDENTIFICACION	LUGAR DE REGISTRO
F086 / N 83W	VERNON • CMD BUILDING • CALIFORNIA
F089 / S 53 E	808 SOUTH OLIVE STREET • STREET LEVEL • LOS ANGELES • CALIFORNIA
C054 / N 52W	445 FIGUEROA STREET • SUB-BASEMENT • LOS ANGELES • CALIFORNIA
R251 / S 53E	234 FIGUEROA STREET • BASEMENT • LOS ANGELES • CALIFORNIA
F086 / UP	VERNON • CMD BUILDING • CALIFORNIA
F089 / DOWN	808 SOUTH OLIVE STREET • STREET LEVEL • LOS ANGELES • CALIFORNIA
C041 / DOWN	PACOIMA DAM • CALIFORNIA
Q233 / UP	14724 VENTURA BOULEVARD • FIRST FLOOR • LOS ANGELES • CALIFORNIA

PARAMETROS DEL MOVIMIENTO DEL TERRENO (MAX)					PERIODO DOMINANTE SEG.	DURACION HASTA FASE INTENSA SEG.
IDENTIFICACION	ACELER. CM/SEG ² [t SEG.]	VELOC. CM/SEG [t SEG.]	DESPLAZ. CM [t SEG.]			
F086 / N 83W	104.6 [7.36]	17.5 [7.66]	14.8 [10.06]		0.45	16
F089 / S 53 E	-131.9 [10.22]	-20.8 [10.48]	-14.5 [11.64]		0.45	16
C054 / N 52W	147.1 [4.72]	17.4 [7.72]	11.8 [8.88]		0.45	16
R251 / S 53E	-188.3 [8.68]	-18.8 [8.96]	-9.5 [10.08]		0.45	16
F086 / UP	-42.7 [3.04]	-6.7 [17.20]	4.0 [15.94]		0.22	18
F089 / DOWN	75.3 [8.42]	10.0 [10.98]	6.0 [11.88]		0.28	18
C041 / DOWN	696.0 [6.02]	58.3 [6.12]	-19.3 [5.00]		0.18	12
Q233 / UP	96.8 [6.68]	9.7 [13.02]	-3.8 [10.96]		0.30	16

PAREJAS DE COMPONENTES SÍSMICOS HORIZONTALES Y VERTICALES

PAREJA No	COMPONENTE HORIZONTAL	COMPONENTE VERTICAL
①	F086 / N83W	F086 / UP
②	F089 / S53E	F089 / DOWN
③	C054 / N52W	C041 / DOWN
④	R251 / S53E	Q233 / UP

TABLA 2.2 NORMALIZACION DE LOS COMPONENTES SISMICOS SELECCIONADOS (AMORTIGUAMIENTO $E = 0.05$)

PERIODO	A001/S00E	F086/N83W	F089/S53E	C054/N52W	R251/S53E
T SEG	$V(T,E)$	$V(T,E) \left\{ FE \cdot \frac{Ax}{g} \right\}$	$V(T,E) \left\{ FE \cdot \frac{Ax}{g} \right\}$	$V(T,E) \left\{ FE \cdot \frac{Ax}{g} \right\}$	$V(T,E) \left\{ FE \cdot \frac{Ax}{g} \right\}$
0.20	7.97	3.09 [-.6135]	4.59 [.6626]	3.55 [-.5789]	4.39 [.6132]
0.25	13.25	4.05 [-.6433]	4.99 [-.5762]	5.05 [-.6588]	5.96 [-.6660]
0.30	13.00	4.96 [-.6565]	5.57 [-.5360]	4.87 [-.5294]	7.52 [-.7003]
0.35	13.90	4.66 [-.5287]	7.88 [-.6500]	7.31 [-.6811]	9.56 [-.7631]
0.40	15.00	5.78 [-.5738]	8.55 [-.6171]	9.06 [-.7387]	12.0 [-.8381]
0.45	22.00	8.51 [-.7510]	11.0 [-.7057]	12.25 [-.8878]	14.05 [-.8723]
0.50	25.30	6.38 [-.5067]	11.2 [-.6467]	10.2 [-.6653]	11.60 [-.6481]
0.55	30.70	7.24 [-.5227]	11.1 [-.5826]	9.99 [-.5924]	10.2 [-.5181]
0.60	31.40	7.46 [-.4937]	9.95 [-.4788]	11.80 [-.6414]	12.3 [-.5727]
0.65	29.40	7.33 [-.4478]	12.6 [-.5596]	12.0 [-.6021]	12.5 [-.5373]
0.70	26.60	8.38 [-.4754]	10.5 [-.4330]	9.33 [-.4347]	13.0 [-.5188]
0.75	26.80	6.13 [-.3246]	11.9 [-.4581]	9.78 [-.4253]	14.9 [-.5550]
0.80	26.90	7.46 [-.3703]	15.7 [-.5666]	12.3 [-.5014]	17.0 [-.5937]
0.85	31.00	9.85 [-.4602]	17.0 [-.5774]	13.9 [-.5333]	15.5 [-.5094]
0.90	29.60	11.80 [-.5206]	16.6 [-.5325]	13.9 [-.5037]	15.1 [-.4687]
0.95	31.50	13.80 [-.5768]	19.0 [-.5774]	15.9 [-.5458]	17.5 [-.5146]
1.00	31.60	13.70 [-.5440]	20.1 [-.5803]	17.3 [-.5642]	19.0 [-.5308]
1.10	25.90	11.10 [-.4007]	17.1 [-.4488]	16.4 [-.4862]	16.8 [-.4267]
1.20	24.30	11.70 [-.3872]	15.1 [-.3633]	10.6 [-.2881]	12.5 [-.2910]
1.30	18.80	11.80 [-.3604]	13.9 [-.3087]	10.7 [-.2684]	15.2 [-.3267]
1.40	15.50	10.90 [-.3092]	14.7 [-.3031]	11.1 [-.2586]	15.3 [-.3053]
1.50	17.40	9.81 [-.2597]	14.2 [-.2733]	12.0 [-.2609]	15.5 [-.2887]
1.60	19.10	10.30 [-.2556]	12.0 [-.2165]	11.3 [-.2303]	13.5 [-.2357]
1.70	19.40	9.86 [-.2303]	11.2 [-.1902]	11.1 [-.2129]	12.3 [-.2021]
1.80	19.60	8.40 [-.1853]	10.9 [-.1748]	10.6 [-.1921]	10.9 [-.1692]
1.90	20.10	7.89 [-.1649]	10.4 [-.1580]	9.90 [-.1699]	9.54 [-.1403]
2.00	21.80	8.87 [-.1761]	9.60 [-.1386]	9.08 [-.1481]	8.25 [-.1152]
IE	39.392	16.144	22.205	19.656	22.946
FE	1.00	2.4401	1.7740	2.0040	1.7167

$V(T,E)$ = ordenada del espectro de pseudo-velocidades (pulz/seg).

IE = Intensidad Espectral (pulz.)

FE = Factor de Escala.

TABLA 2.2 (CONTINUACION)

$\left\{ \frac{FE \cdot A}{g} \right\}$ = ordenadas del espectro de pseudo-aceleraciones normalizado.

PERIODO	A001/VERT	F086/UP	F089/DOWN	G041/DOWN	Q233/UP
T SEG	V(T,E)	V(T,E) $\left\{ \frac{FE \cdot A}{g} \right\}$	V(T,E) $\left\{ \frac{FE \cdot A}{g} \right\}$	V(T,E) $\left\{ \frac{FE \cdot A}{g} \right\}$	V(T,E) $\left\{ \frac{FE \cdot A}{g} \right\}$
0.10	5.41	0.52 [-.2880]	0.73 [-.1923]	7.74 [-.3611]	1.28 [-.3117]
0.12	4.49	0.87 [-.4014]	1.16 [-.2545]	11.8 [-.4644]	2.04 [-.4141]
0.14	4.59	0.84 [-.3323]	1.66 [-.3123]	12.3 [-.4148]	2.02 [-.3514]
0.16	4.13	1.35 [-.4672]	1.55 [-.2552]	17.1 [-.5047]	2.41 [-.3669]
0.18	3.56	1.22 [-.4147]	2.18 [-.3190]	15.0 [-.3935]	3.29 [-.4451]
0.20	3.97	1.73 [-.4791]	1.91 [-.2516]	16.3 [-.3848]	3.06 [-.3726]
0.22	3.54	2.10 [-.5286]	2.37 [-.2837]	21.4 [-.4593]	3.55 [-.3930]
0.24	3.75	1.97 [-.4545]	3.71 [-.4072]	26.5 [-.5214]	3.43 [-.3480]
0.26	4.50	2.09 [-.4451]	3.99 [-.4042]	31.3 [-.5685]	4.65 [-.4355]
0.28	4.42	2.19 [-.4332]	5.41 [-.5088]	33.8 [-.5701]	4.75 [-.4131]
0.30	4.20	2.78 [-.5131]	5.10 [-.4477]	36.9 [-.5808]	5.29 [-.4294]
0.32	4.59	2.33 [-.4031]	4.49 [-.3696]	36.6 [-.5400]	4.11 [-.3128]
0.34	4.68	2.50 [-.4072]	3.93 [-.3045]	37.8 [-.5249]	4.06 [-.2908]
0.36	4.72	2.27 [-.3492]	3.45 [-.2525]	33.7 [-.4420]	3.96 [-.2679]
0.38	4.51	1.94 [-.2828]	3.62 [-.2509]	33.1 [-.4113]	4.51 [-.2890]
0.40	4.86	1.69 [-.2340]	3.78 [-.2490]	30.3 [-.3578]	5.21 [-.3172]
0.42	5.36	1.55 [-.2044]	3.45 [-.2163]	26.3 [-.2958]	4.90 [-.2842]
0.44	4.25	1.52 [-.1912]	2.76 [-.1652]	25.2 [-.2704]	4.51 [-.2496]
0.46	4.29	1.33 [-.1602]	3.20 [-.1832]	25.1 [-.2577]	5.03 [-.2662]
0.48	3.98	1.72 [-.1984]	3.24 [-.1778]	21.5 [-.2115]	4.28 [-.2171]
0.50	4.71	1.90 [-.2105]	3.05 [-.1607]	19.4 [-.1832]	3.40 [-.1656]
0.55	5.47	2.00 [-.2014]	4.41 [-.2111]	17.0 [-.1460]	4.00 [-.1771]
0.60	6.63	1.35 [-.1245]	4.84 [-.2124]	19.7 [-.1551]	3.81 [-.1547]
0.65	6.41	1.45 [-.1235]	3.41 [-.1382]	19.2 [-.1395]	3.90 [-.1461]
0.70	4.41	1.47 [-.1164]	3.34 [-.1257]	15.7 [-.1060]	4.45 [-.1548]
0.75	4.01	1.61 [-.1188]	3.15 [-.1106]	15.3 [-.0963]	3.96 [-.1286]
0.80	4.31	1.99 [-.1378]	3.93 [-.1294]	15.2 [-.0897]	3.33 [-.1014]
0.85	4.31	1.78 [-.1160]	3.53 [-.1093]	16.6 [-.0922]	3.73 [-.1069]
0.90	4.37	2.10 [-.1292]	4.76 [-.1392]	17.8 [-.0933]	3.81 [-.1031]
0.95	4.60	2.08 [-.1213]	5.83 [-.1616]	18.7 [-.0930]	5.33 [-.1366]
1.00	3.71	2.17 [-.1201]	5.37 [-.1414]	19.1 [-.0902]	5.83 [-.1420]
IE	4.169	1.593	3.349	18.683	3.622
FE	1.300	3.4026	1.6184	0.2902	1.4964

TABLA 2.3 ESPECTRO INELASTICO PROMEDIO DE PSEUDO-ACELERACIONES DE LOS TEMBLORES HORIZONTALES SELECCIONADOS NORMALIZADOS ($E_x=0.05$)

PERIODO T_x SEG	$Q_x=1$		$Q_x=2$		$Q_x=3$		$Q_x=4$		$Q_x=6$	
	A_x/g	\hat{A}_x/g	\hat{Q}_x	\hat{A}_x/g	\hat{Q}_x	A_x/g	\hat{Q}_x	\hat{A}_x/g	\hat{Q}_x	
0.94980	0.55400	0.29112	1.903			0.10502	5.275	0.08508	6.512	
0.91568	0.52988	0.29471	1.798			0.11457	4.625	0.08932	5.932	
0.82006	0.52655	0.22519	2.338			0.13927	3.781	0.11233	4.688	
0.78982	0.49638	0.21840	2.273			0.13855	3.583	0.11182	4.439	
0.52958	0.57738	0.27286	2.116	0.21359	2.703	0.17332	3.331	0.12829	4.501	
0.52902	0.57818	0.27358	2.113	0.21450	2.696	0.17397	3.323			
0.50871	0.60705	0.29964	2.026	0.24763	2.451	0.19755	3.073	0.14056	4.319	
0.47490	0.72215	0.31980	2.258	0.25287	2.856	0.21564	3.349	0.14810	4.876	
0.44735	0.82067	0.38048	2.157	0.26277	3.123	0.21237	3.864			
0.44579	0.82625	0.38392	2.152	0.26333	3.138	0.21218	3.894	0.15272	5.410	
0.43879	0.79753	0.41625	1.916			0.21262	3.751	0.15511	5.142	
0.41003	0.70545	0.42968	1.642	0.30468	2.315	0.21830	3.232	0.17629	4.002	
0.26479	0.62655	0.39302	1.594	0.31885	1.965	0.28322	2.212	0.23785	2.634	
0.26451	0.62713	0.39299	1.596	0.31886	1.967	0.28318	2.215			
0.22367	0.71203	0.38791	1.836	0.31992	2.226	0.27696	2.571			
0.22290	0.71363	0.38781	1.840	0.31994	2.231	0.27684	2.578			
0.10075	0.36176	0.26864	1.347	0.24716	1.464	0.23367	1.548	0.21420	1.689	
0.09182	0.35096	0.27003	1.300	0.25104	1.398	0.23871	1.470			
0.09175	0.35088	0.27004	1.299			0.23875	1.470	0.22087	1.589	

TABLA 2.3 (CONTINUACION)

PERIODO T _x SEG	Q _x = 1		Q _x = 2		Q _x = 3		Q _x = 4		Q _x = 6	
	A _x / g	Â _x / g	Q̂ _x	Â _x / g	Q̂ _x	Â _x / g	Q̂ _x	Â _x / g	Q̂ _x	
0.08318	0.34052	0.27138	1.255	0.25479	1.336	0.24359	1.398	0.22723	1.499	
0.06741	0.31503	0.26607	1.184	0.25270	1.247	0.24363	1.293			
0.06127	0.30511	0.26400	1.156	0.25188	1.211	0.24365	1.252	0.23167	1.317	
0.05905	0.30249	0.26386	1.146			0.24436	1.238	0.23271	1.300	
0.05350	0.29594	0.26352	1.123			0.24615	1.202	0.23532	1.258	
0.05037	0.29224	0.26333	1.110			0.24716	1.182			
0.04591	0.28698	0.26306	1.091	0.25473	1.127	0.24859	1.154	0.23889	1.201	
0.04588	0.28698	0.26307	1.091			0.24861	1.154	0.23891	1.201	
0.04159	0.28690	0.26447	1.085			0.25086	1.144	0.24185	1.186	
0.03370	0.28675	0.26706	1.074	0.25983	1.104	0.25499	1.125			
0.03281	0.28674	0.26735	1.073			0.25546	1.122	0.24786	1.157	
0.03064	0.28670	0.26806	1.070	0.26111	1.098	0.25660	1.117			
0.02972	0.28668	0.26836	1.068	0.26149	1.096	0.25708	1.115	0.24997	1.147	

A_x / g = ordenada del espectro elástico de pseudo-aceleraciones promedio, dividido por la aceleración de la gravedad g .
 \hat{A}_x / g = ordenada del espectro inelástico de pseudo-aceleraciones promedio, dividido por la aceleración de la gravedad g .
 Q_x = factor de ductilidad lateral.
 \hat{Q}_x = A_x / \hat{A}_x , factor de reducción por ductilidad, asociado al factor de ductilidad Q_x .

TABLA 2.4 ESPECTRO INELASTICO PROMEDIO DE PSEUDO-ACELERACIONES DE LOS TEMBLORES VERTICALES SELECCIONADOS NORMALIZADOS ($E_Y=0.05$)

T_Y SEG	$Q_Y^{(-)}$	$\hat{A}_Y^{(-)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(-)}$	$\hat{A}_Y^{(+)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(+)}$	T_Y SEG	$Q_Y^{(-)}$	$\hat{A}_Y^{(-)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(-)}$	$\hat{A}_Y^{(+)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(+)}$
0.400	1	0.29058	1.00	0.27075	1.00	0.200	1	0.44964	1.00	0.47201	1.00
	1.5	0.22654	1.283	0.24061	1.125		1.5	0.34151	1.317	0.42212	1.118
	3	0.16332	1.779	0.20811	1.301		3	0.25536	1.761	0.36056	1.309
	8	0.10754	2.702	0.17188	1.575		8	0.17176	2.618	0.28582	1.651
	15	0.07877	3.689	0.15191	1.782		15	0.12787	3.516	0.23752	1.987
	25	0.06081	4.779	0.13891	1.949		25	0.09981	4.505	0.20758	2.274
	50	0.04238	6.857	0.13121	2.064		50	0.07000	6.423	0.18238	2.588
0.350	1	0.33930	1.00	0.35057	1.00	0.240	1	0.39874	1.00	0.43668	1.00
	1.5	0.25757	1.317	0.29262	1.198		1.5	0.31724	1.257	0.38960	1.121
	3	0.18278	1.856	0.22891	1.532		3	0.25660	1.554	0.35694	1.223
	8	0.12388	2.739	0.19779	1.772		8	0.18752	2.126	0.30981	1.410
	15	0.09477	3.580	0.18465	1.899		15	0.14705	2.712	0.27418	1.593
	25	0.07473	4.540	0.16973	2.066		25	0.11806	3.377	0.24411	1.789
	50	0.05226	6.493	0.15523	2.258		50	0.08456	4.716	0.20735	2.106
0.300	1	0.47030	1.00	0.47839	1.00	75	0.06835	5.834	0.19195	2.275	
	1.5	0.35649	1.319	0.43332	1.104	100	0.05850	6.816	0.18322	2.383	
	3	0.25466	1.847	0.35440	1.350						
	8	0.15951	2.948	0.25167	1.901						
	15	0.11842	3.972	0.20791	2.301						
	25	0.09187	5.119	0.19065	2.509						
	50	0.06455	7.286	0.17322	2.762						

T_Y = PERIODO
 $Q_Y^{(-)}$ = Factor de ductilidad vertical para desplazamientos negativos.
 $\hat{Q}_Y^{(+)}$, $\hat{Q}_Y^{(-)}$ = Factores de reducción por ductilidad para $Q_Y^{(-)}$.

TABLA 2.4 (CONTINUACION)

T _Y SEG	Q _Y ⁽⁻⁾	$\hat{A}_Y^{(-)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(-)}$	$\hat{A}_Y^{(+)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(+)}$
0.200	1	0.35174	1.00	0.36876	1.00
	1.5	0.29030	1.212	0.35610	1.036
	3	0.24166	1.456	0.34019	1.084
	8	0.18477	1.904	0.32257	1.143
	15	0.15167	2.319	0.30369	1.214
	25	0.12627	2.786	0.28554	1.291
	50	0.09483	3.709	0.25308	1.457
	75	0.07832	4.491	0.22912	1.610
	100	0.06801	5.172	0.21376	1.725
150	0.05508	6.386	0.20028	1.841	
0.180	1	0.35716	1.00	0.37120	1.00
	1.5	0.29106	1.227	0.35164	1.056
	3	0.23481	1.521	0.33305	1.115
	8	0.17418	2.051	0.31856	1.165
	15	0.14247	2.507	0.30447	1.219
	25	0.12087	2.955	0.29067	1.277
	50	0.09481	3.767	0.26995	1.375
	75	0.08049	4.437	0.24997	1.485
	100	0.07091	5.037	0.23605	1.573
	150	0.05857	6.098	0.21572	1.721
	200	0.05054	7.067	0.20296	1.829

T _Y SEG	Q _Y ⁽⁻⁾	$\hat{A}_Y^{(-)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(-)}$	$\hat{A}_Y^{(+)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(+)}$
0.150	1	0.35103	1.00	0.40065	1.00
	1.5	0.28591	1.228	0.36712	1.091
	3	0.22664	1.549	0.32734	1.224
	8	0.16988	2.066	0.29436	1.361
	15	0.13998	2.508	0.29063	1.379
	25	0.11862	2.959	0.28349	1.413
	50	0.09385	3.740	0.27381	1.463
	75	0.08114	4.326	0.26625	1.505
	100	0.07315	4.799	0.26024	1.540
150	0.06215	5.648	0.24815	1.615	
200	0.05479	6.407	0.23662	1.693	
250	0.04941	7.104	0.22555	1.776	
0.140	1	0.35143	1.00	0.33823	1.00
	1.5	0.28986	1.212	0.33664	1.005
	3	0.23540	1.493	0.32164	1.052
	8	0.17864	1.967	0.28649	1.181
	15	0.14697	2.391	0.28596	1.183
	25	0.12323	2.852	0.28889	1.171
	50	0.09576	3.670	0.27673	1.222
	75	0.08277	4.246	0.26776	1.263
	100	0.07429	4.731	0.26453	1.279
	150	0.06366	5.520	0.25567	1.323
	200	0.05633	6.239	0.24635	1.373

TABLA 2.4 (CONTINUACION)

T _Y SEG	Q _Y ⁽⁻⁾	$\hat{A}_Y^{(-)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(-)}$	$\hat{A}_Y^{(+)} / g$	$\hat{Q}_Y^{(+)}$
0.120	1	0.37896	1.00	0.36906	1.00
	1.5	0.30008	1.263	0.35881	1.029
	3	0.24474	1.548	0.33693	1.095
	8	0.18379	2.062	0.29833	1.237
	15	0.15276	2.481	0.28072	1.315
	25	0.12990	2.917	0.28144	1.311
	50	0.10245	3.699	0.28262	1.306
	75	0.08789	4.312	0.27848	1.325
	100	0.07843	4.832	0.27567	1.339
	200	0.05944	6.376	0.26348	1.401
300	0.04994	7.588	0.25104	1.470	
0.100	1	0.27169	1.00	0.28621	1.00
	1.5	0.21916	1.240	0.28514	1.004
	3	0.18192	1.494	0.27085	1.057
	8	0.14874	1.827	0.26026	1.100
	15	0.13025	2.086	0.25966	1.103
	25	0.11576	2.347	0.26604	1.076
	50	0.09650	2.815	0.27110	1.056
	75	0.08540	3.181	0.26908	1.064
	100	0.07786	3.489	0.26594	1.076
	200	0.06092	4.460	0.26566	1.077
300	0.05196	5.229	0.26226	1.091	
450	0.04392	6.186	0.25456	1.124	

T _Y SEG	Q _Y ⁽⁻⁾	$\hat{A}_Y^{(-)}/g$	$\hat{Q}_Y^{(-)}$	$\hat{A}_Y^{(+)} / g$	$\hat{Q}_Y^{(+)}$
0.080	1	0.21264	1.00	0.20258	1.00
	1.5	0.17701	1.201	0.20052	1.010
	3	0.15283	1.391	0.20837	0.972
	8	0.12760	1.667	0.22442	0.903
	15	0.11282	1.885	0.23537	0.861
	25	0.10117	2.102	0.24278	0.834
	50	0.08575	2.480	0.25459	0.796
	75	0.07781	2.733	0.25586	0.792
	100	0.07237	2.938	0.26295	0.770
	200	0.05978	3.557	0.25820	0.785
300	0.05251	4.050	0.25724	0.788	
450	0.04526	4.698	0.25834	0.783	
0.05337	1	0.18124	1.00	0.16077	1.00
	1.5	0.15498	1.169	0.16497	0.974
	3	0.13895	1.304	0.16759	0.959
	8	0.12091	1.499	0.18935	0.849
	15	0.10953	1.655	0.20599	0.781
	25	0.09999	1.813	0.21103	0.762
	50	0.08673	2.090	0.20990	0.766
	75	0.07927	2.286	0.21975	0.732
100	0.07411	2.446	0.22698	0.708	
200	0.06263	2.894	0.24164	0.665	
300	0.05588	3.243	0.24563	0.655	

TABLA 2.4 (CONTINUACION)

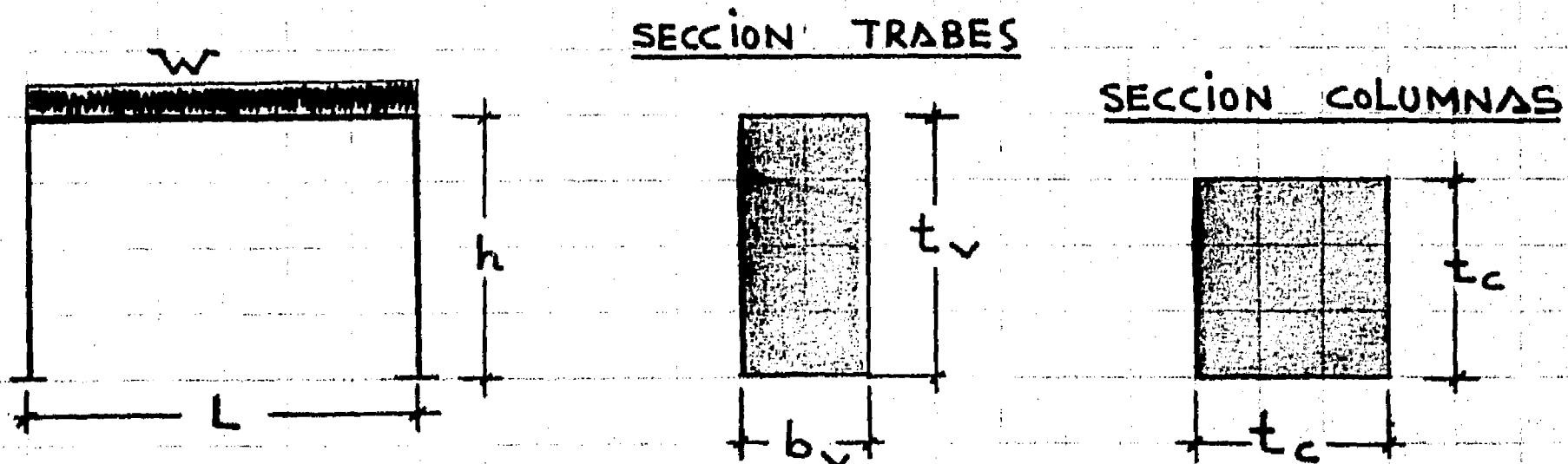
T _Y SEG	Q _Y ⁽⁻⁾	Â _Y ⁽⁻⁾ /g	Q̂ _Y ⁽⁻⁾	Â _Y ⁽⁺⁾ /g	Q̂ _Y ⁽⁺⁾	
0.02056	1	0.16145	1.00	0.14761	1.00	
	1.5	0.14888	1.084	0.14761	1.00	
	3	0.14169	1.140	0.14761	1.00	
	8	0.13170	1.226	0.14785	0.998	
	15	0.12400	1.302	0.15023	0.983	
	25	0.11670	1.384	0.14778	0.999	
	50	0.10586	1.525	0.15625	0.945	
	75	0.09926	1.627	0.15083	0.979	
	100	0.09445	1.709	0.15266	0.967	
	150	0.08752	1.845	0.15887	0.929	
	200	0.08251	1.957	0.16380	0.901	
	250	0.07838	2.060	0.16940	0.871	
Q _Y ⁽⁻⁾	T _Y	Â _Y ⁽⁻⁾ /g	Q̂ _Y ⁽⁻⁾	T _Y	Â _Y ⁽⁺⁾ /g	Q̂ _Y ⁽⁺⁾
1	0.04755	0.17251	1.00	0.04113	0.16288	1.00
1.5		0.15144	1.139		0.14754	1.104
3		0.13741	1.255		0.13572	1.200
8		0.12083	1.428		0.12075	1.349
15		0.11036	1.563		0.11128	1.464
1	0.04601	0.17020	1.00	0.03558	0.16106	1.00
1.5		0.15051	1.131		0.14663	1.098
3		0.13701	1.242		0.13690	1.176
8		0.12081	1.409		0.12382	1.301
15		0.11058	1.539		0.11442	1.408

Q _Y ⁽⁻⁾	T _Y	Â _Y ⁽⁻⁾ /g	Q̂ _Y ⁽⁻⁾	T _Y	Â _Y ⁽⁺⁾ /g	Q̂ _Y ⁽⁺⁾
1	0.03068	0.15945	1.00	0.02300	0.16095	1.00
1.5		0.14583	1.093		0.14813	1.087
3		0.13795	1.156		0.14078	1.143
8		0.12653	1.260		0.13045	1.234
15		0.11719	1.361		0.12235	1.315
1	0.03057	0.15941	1.00	0.01779	0.16102	1.00
1.5		0.14581	1.093		0.14913	1.080
3		0.13797	1.155		0.14273	1.128
8		0.12659	1.259		0.13368	1.205
15		0.11725	1.360		0.12659	1.272
1	0.02668	0.16020	1.00	0.01698	0.16089	1.00
1.5		0.14700	1.090		0.14921	1.078
3		0.13942	1.149		0.14303	1.125
8		0.12858	1.246		0.13426	1.198
15		0.11987	1.336		0.12735	1.263
1	0.02644	0.16025	1.00	0.01534	0.16063	1.00
1.5		0.14708	1.090		0.14936	1.075
3		0.13950	1.149		0.14365	1.118
8		0.12870	1.245		0.13543	1.186
15		0.12003	1.335		0.12888	1.246
1	0.02377	0.16080	1.00	0.01469	0.16053	1.00
1.5		0.14790	1.087		0.14942	1.074
3		0.14050	1.144		0.14389	1.116
8		0.13006	1.236		0.13589	1.181
15		0.12184	1.320		0.12949	1.240

TABLA 2.5 GEOMETRÍA Y PROPIEDADES DE RIGIDEZ DE LOS MARCOS SIMPLES DISEÑADOS.

MARCOS CON APOYOS ARTICULADOS • h = 4 MTS							
MARCO	L MTS	B=I _v h/I _c L	I _v CM ⁴	I _c CM ⁴	b _v CMS	t _v CMS	t _c CMS
(1.1)R	6	0.70	643 191	612 563	37.3	74.5	52.1
(1.1)F	6	0.70	198 516	189 063	27.8	55.6	38.8
(1.2)R	6	1.75	896 465	341 510	40.5	81.0	45.0
(1.2)F	6	1.75	276 687	105 404	30.2	60.4	33.5
(1.3)R	9	0.70	2076 996	1318 727	50.0	99.9	63.1
(1.3)F	9	0.70	519 249	329 682	35.3	70.7	44.6
(1.4)R	9	1.75	2896 314	735 572	54.3	108.6	54.5
(1.4)F	9	1.75	724 079	183 893	38.4	76.8	38.5

MARCOS CON APOYOS EMPOTRADOS • h = 4 MTS							
MARCO	L MTS	B=I _v h/I _c L	I _v CM ⁴	I _c CM ⁴	b _v CMS	t _v CMS	t _c CMS
(2.1)R	6	0.70	575 430	548 028	36.2	72.5	50.6
(2.1)F	6	0.70	143 857	137 007	25.6	51.3	35.8
(2.2)R	6	1.75	814 044	310 112	39.5	79.1	43.9
(2.2)F	6	1.75	203 511	77 528	28.0	55.9	31.1
(2.3)R	9	0.70	1618 854	1027 844	46.9	93.9	59.3
(2.3)F	9	0.70	404 713	256 961	33.2	66.4	41.9
(2.4)R	9	1.75	2289 471	581 453	51.2	102.4	51.4
(2.4)F	9	1.75	572 368	145 363	36.2	72.4	36.3



I_v, I_c = Momentos efectivos de inercia de trabes y columnas.

TABLA 2.6 PERIODOS - VECTORES Y COEFICIENTES DE PARTICIPACION DE LOS MODOS DE VIBRAR DE LOS MARCOS SIMPLES 206

$R_{F1}^{T \times 1}$	α_{1x}	$\{Z_1\}$	$R_{F2}^{T \times 2}$	α_{2y}	$\{Z_2\}$	$R_{F3}^{T \times 3}$	α_{3x}	$\{Z_3\}$	$R_{F4}^{T \times 4}$	α_{4y}	$\{Z_4\}$	MARCOS
0.43879	4.94265	0.20197 -0.01190 0.00 0.01190	0.100	4.19279	0.00 0.19450 0.29628 0.19450	0.03281	0.002059	0.84150 28.5620 0.00 -28.5620	0.01698	0.88061	0.00 0.20950 -0.27507 0.20950	(1.1)R y F
0.50871	4.94586	0.20209 -0.00634 0.00 0.00634	0.100	4.20894	0.00 0.19850 0.29093 0.19850	0.02972	0.001097	0.44809 28.580 0.00 -28.580	0.01469	0.79978	0.00 0.20572 -0.28072 0.20572	(1.2)R y F
0.41003	0.67607	1.47330 -0.13114 0.00 0.13114	0.140	5.74415	0.00 0.14205 0.21637 0.14205	0.04588	0.004255	0.92729 20.836 0.00 -20.836	0.02377	1.20591	0.00 0.15300 -0.20088 0.15300	(1.3)R y F
0.47490	0.67703	1.4754 -0.06970 0.00 0.06970	0.140	5.76332	0.00 0.14496 0.21247 0.14496	0.04159	0.002262	0.49282 20.865 0.00 -20.865	0.02056	1.09518	0.00 0.15024 -0.20501 0.15024	(1.4)R y F
0.22290	0.493345	2.0158 -0.2123 0.00 0.2123	0.100	4.18548	0.00 0.19280 0.29850 0.19280	0.03370	0.036740	0.15012 2.85080 0.00 -2.85080	0.01779	0.91456	0.00 0.21107 -0.27266 0.21107	(2.1)R y F
0.26451	0.494263	2.0197 -0.11912 0.00 0.11912	0.100	4.20498	0.00 0.19748 0.29231 0.19748	0.03064	0.0020615	0.84233 28.5620 0.00 -28.5620	0.01534	0.82057	0.00 0.20670 -0.27928 0.20670	(2.2)R y F
0.22367	0.67294	1.46660 -0.23861 0.00 0.23861	0.150	5.73129	0.00 0.14080 0.21799 0.14080	0.05037	0.007742	1.6872 20.740 0.00 -20.740	0.02668	1.25231	0.00 0.15414 -0.19912 0.15414	(2.3)R y F
0.26479	0.67606	1.47320 -0.13259 0.00 0.13259	0.150	5.75794	0.00 0.14422 0.21347 0.14422	0.04591	0.004302	0.93757 20.8350 0.00 -20.8350	0.02300	1.12353	0.00 0.15095 -0.20396 0.15095	(2.4)R y F

TABLA 2.7 PROPIEDADES DE RESISTENCIA DE LOS MARCOS ²⁰⁷ CON APOYOS ARTICULADOS DISEÑADOS.

Q _x	Q _y	MOMENTOS RESISTENTES DE TRABES TON-CM						SECCIONES DE COLUMNAS					λ	α = 1.166166	MARCO (1.1)R
		(+) M ₂ =M ₆ (-)		(+) M ₃ =M ₅ (-)		(+) M ₄ (-)		P ₀ ⁽⁺⁾	P _b	P ₀ ⁽⁻⁾	M _b TON-CM	M ₀ TON-CM			
2	0, ∞	1450.0	3153.5	1724.2	1450.0	1472.7	1450.0	480.53 TON	149.99 TON	135.47 TON	4934.9	2869.4	1.027		
	450	1450.0	3164.5	1732.0	1450.0	1472.7	1450.0				4943.7	2878.7			
	15	1450.0	3186.0	1747.3	1450.0	1472.7	1450.0				4960.9	2897.1			
	1	1450.0	3221.3	1772.3	1450.0	1472.7	1450.0				4989.0	2927.1			
4	0, ∞	1450.0	2083.5	1183.3	1450.0	1472.7	1450.0	434.67 TON	149.99 TON	86.90 TON	3970.1	1840.7	1.056		
	450	1450.0	2094.5	1191.1	1450.0	1472.7	1450.0				3978.8	1850.0			
	15	1450.0	2116.0	1206.4	1450.0	1472.7	1450.0				3995.9	1868.2			
	1	1450.0	2151.3	1231.4	1450.0	1472.7	1450.0				4023.8	1898.0			
6	0, ∞	1450.0	1788.7	1034.3	1450.0	1472.7	1450.0	422.05 TON	149.99 TON	73.55 TON	3704.8	1557.8	1.087		
	450	1450.0	1799.7	1042.0	1450.0	1472.7	1450.0				3713.5	1567.1			
	15	1450.0	1821.2	1057.3	1450.0	1472.7	1450.0				3730.5	1585.2			
	1	1450.0	1856.6	1082.4	1450.0	1472.7	1450.0				3758.4	1615.0			
2	0, ∞	648.1	2160.3	1222.1	648.1	1472.7	648.1	320.50 TON	80.31 TON	131.95 TON	2714.5	2007.5	1.095		
	200	648.1	2172.9	1231.0	648.1	1472.7	648.1				2724.9	2019.1			
	15	648.1	2195.8	1247.3	648.1	1472.7	648.1				2743.8	2040.2			
	1	648.1	2249.4	1285.3	648.1	1510.5	648.1				2788.0	2089.7			
4	0, ∞	648.1	1786.5	1033.1	648.1	1472.7	648.1	297.48 TON	80.31 TON	107.57 TON	2383.0	1636.7	1.214		
	200	648.1	1799.1	1042.1	648.1	1472.7	648.1				2393.3	1648.2			
	15	648.1	1822.1	1058.4	648.1	1472.7	648.1				2412.0	1669.2			
	1	648.1	1875.7	1096.4	648.1	1510.5	648.1				2442.4	1718.2			
6	0, ∞	648.1	1706.4	992.6	648.1	1472.7	648.1	292.56 TON	80.31 TON	102.36 TON	2312.0	1557.3	1.368		
	200	648.1	1719.0	1001.6	648.1	1472.7	648.1				2322.3	1568.8			
	15	648.1	1741.9	1017.9	648.1	1472.7	648.1				2341.0	1589.8			
	1	648.1	1795.5	1055.9	648.1	1510.5	648.1				2384.8	1638.7			

α = 0.001296

β₀ = 0.002333

MARCO (1.1)R

MARCO (1.1)F

Qx	Qy	MOMENTOS RESISTENTES DE TRABES TON·CM						SECCIONES DE COLUMNAS					λ	α	β ₀
		(+) M ₂ =M ₆ (-)	(+) M ₃ =M ₅ (-)	(+) M ₄ (-)	P ₀ ⁽⁺⁾	P _b	P ₀ ⁽⁻⁾	M _b TON·CM	M ₀ TON·CM						
2	0, ∞	1237.6	2248.9	1700.4	1237.6	1869.2	1237.6	373.61 TON	410.12 TON	116.83 TON	2967.0	2102.7	1.037	1.032213	
	450	1237.6	2256.4	1711.8	1237.6	1869.2	1237.6				2973.0	2109.2			
	15	1237.6	2271.0	1734.3	1237.6	1869.2	1237.6				2984.8	2122.1			
	1	1237.6	2295.0	1771.1	1237.6	1869.2	1237.6				3004.3	2143.3			
4	0, ∞	1237.6	1732.3	1440.6	1237.6	1869.2	1237.6	346.87 TON	410.12 TON	88.52 TON	2499.1	1593.1	1.077	0.001330	
	450	1237.6	1739.8	1452.0	1237.6	1869.2	1237.6				2505.1	1599.6			
	15	1237.6	1754.4	1474.5	1237.6	1869.2	1237.6				2516.8	1612.4			
	1	1237.6	1778.4	1511.3	1237.6	1869.2	1237.6				2536.0	1633.3			
6	0, ∞	1237.6	1441.1	1294.2	1237.6	1869.2	1237.6	331.83 TON	410.12 TON	72.59 TON	2235.9	1306.5	1.121		
	450	1237.6	1448.6	1305.6	1237.6	1869.2	1237.6				2241.8	1312.9			
	15	1237.6	1463.3	1328.0	1237.6	1869.2	1237.6				2253.5	1325.7			
	1	1237.6	1487.3	1364.8	1237.6	1869.2	1237.6				2272.7	1346.5			
2	0, ∞	1152.5	2371.0	1761.8	844.4	1869.2	844.4	313.90 TON	58.57 TON	177.49 TON	2561.5	2279.2	1.133	0.573451	
	200	1215.6	2379.6	1775.0	844.4	1869.2	844.4				2568.6	2287.5			
	15	1215.6	2395.2	1798.9	844.4	1869.2	844.4				2581.6	2302.5			
	1	1215.6	2431.6	1854.7	844.4	1897.0	844.4				2612.0	2337.6			
4	0, ∞	844.4	1404.8	1275.9	844.4	1869.2	844.4	241.33 TON	58.57 TON	100.66 TON	1707.5	1292.6	1.316	0.002394	
	200	844.4	1413.4	1289.0	844.4	1869.2	844.4				1714.3	1300.4			
	15	844.4	1429.0	1312.9	844.4	1869.2	844.4				1726.7	1314.7			
	1	844.4	1465.4	1368.8	844.4	1897.0	844.4				1755.6	1348.1			
6	0, ∞	844.4	1356.1	1251.4	844.4	1869.2	844.4	237.70 TON	58.57 TON	96.82 TON	1664.8	1243.2	1.584		
	200	844.4	1364.6	1264.5	844.4	1869.2	844.4				1671.6	1251.0			
	15	844.4	1380.2	1288.4	844.4	1869.2	844.4				1683.9	1265.3			
	1	844.4	1416.7	1344.3	844.4	1897.0	844.4				1712.8	1298.6			

MARCO (1.2)R

MARCO (1.2)F

Q _x	Q _y	MOMENTOS RESISTENTES DE TRABES TON·CM						SECCIONES DE COLUMNAS					λ	α = 1.142335	β ₀ = 0.001661
		(+) M ₂ =M ₆ (-)		(+) M ₃ =M ₅ (-)		(+) M ₄ (-)		P ₀ ⁽⁴⁾	P _b	P ₀ ⁽⁵⁾	M _b TON·CM	M ₀ TON·CM			
2	0, ∞	2394.4	6868.0	3868.0	2394.4	4142.0	2394.4	744.93 TON	224.16 TON	240.97 TON	10045.1	6297.0	1.024		
	200	2394.4	6907.6	3896.0	2394.4	4142.0	2394.4				10078.4	6331.8			
	15	2394.4	6971.2	3941.2	2394.4	4142.0	2394.4				10132.1	6387.7			
	1	2394.4	7114.7	4043.0	2394.4	4228.6	2394.4				10253.1	6513.8			
4	0, ∞	2394.4	4788.1	2802.0	2394.4	4142.0	2394.4	672.09 TON	224.16 TON	163.84 TON	8112.2	4281.6	1.048		
	200	2394.4	4827.7	2830.0	2394.4	4142.0	2394.4				8145.4	4316.2			
	15	2394.4	4891.3	2875.2	2394.4	4142.0	2394.4				8198.8	4371.9			
	1	2394.4	5034.9	2977.0	2394.4	4228.6	2394.4				8319.3	4497.5			
6	0, ∞	2394.4	4399.7	2602.9	2394.4	4142.0	2394.4	658.50 TON	224.16 TON	149.45 TON	7751.6	3905.5	1.075		
	200	2394.4	4439.2	2630.9	2394.4	4142.0	2394.4				7784.7	3940.1			
	15	2394.4	4502.9	2676.1	2394.4	4142.0	2394.4				7838.1	3995.7			
	1	2394.4	4646.4	2777.9	2394.4	4228.6	2394.4				7958.5	4121.3			
2	0, ∞	1389.8	4980.2	2900.4	1389.8	4142.0	1389.8	507.70 TON	108.08 TON	263.68 TON	5711.1	4698.6	1.103		α = 0.571168
	75	1389.8	5019.8	2928.5	1389.8	4142.0	1389.8				5745.6	4736.2			
	8	1389.8	5100.8	2985.9	1389.8	4142.0	1389.8				5815.3	4813.3			
	1	1389.8	5295.9	3124.3	1389.8	4561.4	1389.8				5986.8	4999.3			
4	0, ∞	1389.8	4226.7	2514.3	1389.8	4142.0	1389.8	467.70 TON	108.08 TON	221.33 TON	5019.1	3943.9	1.235		β ₀ = 0.003322
	75	1389.8	4266.3	2542.3	1389.8	4142.0	1389.8				5052.8	3980.6			
	8	1389.8	4347.3	2599.8	1389.8	4142.0	1389.8				5123.7	4057.9			
	1	1389.8	4542.4	2738.2	1389.8	4561.4	1389.8				5293.2	4242.8			
6	0, ∞	1389.8	4092.5	2445.5	1389.8	4142.0	1389.8	460.59 TON	108.08 TON	213.80 TON	4896.0	3809.7	1.409		
	75	1389.8	4132.1	2473.5	1389.8	4142.0	1389.8				4930.3	3847.1			
	8	1389.8	4213.1	2530.9	1389.8	4142.0	1389.8				5000.5	3923.6			
	1	1389.8	4408.2	2669.4	1389.8	4561.4	1389.8				5169.8	4108.3			

TABLA 2.7 (CONTINUACION) F.2 VIBVL

Q _x	Q _y	MOMENTOS RESISTENTES DE TRABES TON·CM						SECCIONES DE COLUMNAS					
		(+) M ₂ =M ₆ (-)		(+) M ₃ =M ₅ (-)		(+) M ₄ (-)		P _o (+)	P _o	P _o (-)	M _b TON·CM	M _o TON·CM	λ
2	0, ∞	3103.6	4977.0	4116.5	3103.6	5257.2	3103.6	578.36 TON	165.15 TON	203.28 TON	6849.3	4528.6	1.032
	200	3103.6	5003.9	4157.8	3103.6	5257.2	3103.6				6870.9	4551.5	
	15	3103.6	5047.2	4224.1	3103.6	5257.2	3103.6				6905.7	4588.4	
	1	3103.6	5144.8	4373.7	3103.6	5311.8	3103.6				6984.2	4671.6	
4	0, ∞	3103.6	3987.6	3615.3	3103.6	5257.2	3103.6	537.29 TON	165.15 TON	159.79 TON	5935.4	3559.8	1.066
	200	3103.6	4014.5	3656.5	3103.6	5257.2	3103.6				5956.9	3582.6	
	15	3103.6	4057.8	3722.8	3103.6	5257.2	3103.6				5991.5	3619.3	
	1	3103.6	4155.4	3872.4	3103.6	5311.8	3103.6				6069.5	3702.0	
6	0, ∞	3103.6	3330.0	3358.8	3103.6	5257.2	3103.6	510.03 TON	165.15 TON	130.92 TON	5328.6	2916.7	1.104
	200	3103.6	3356.9	3358.8	3103.6	5257.2	3103.6				5350.1	2939.5	
	15	3103.6	3400.2	3389.6	3103.6	5257.2	3103.6				5384.6	2976.0	
	1	3103.6	3497.9	3539.2	3103.6	5311.8	3103.6				5462.4	3058.5	
2	0, ∞	1805.2	5008.0	4132.2	1805.2	5257.2	1805.2	496.92 TON	79.12 TON	321.60 TON	5234.8	4854.2	1.144
	75	1805.2	5034.9	4173.5	1805.2	5257.2	1805.2				5258.6	4880.8	
	8	1805.2	5090.0	4257.9	1805.2	5257.2	1805.2				5307.3	4935.4	
	1	1805.2	5222.7	4461.2	1805.2	5718.5	1805.2				5425.0	5067.2	
4	0, ∞	1805.2	3114.7	3358.8	1805.2	5257.2	1805.2	375.12 TON	79.12 TON	192.63 TON	3496.6	2907.6	1.349
	75	1805.2	3141.7	3358.8	1805.2	5257.2	1805.2				3519.5	2933.3	
	8	1805.2	3196.8	3358.8	1805.2	5257.2	1805.2				3566.4	2985.8	
	1	1805.2	3329.5	3772.7	1805.2	5718.5	1805.2				3679.8	3112.7	
6	0, ∞	1805.2	3112.6	3358.8	1805.2	5257.2	1805.2	374.02 TON	79.12 TON	191.53 TON	3495.5	2906.5	1.663
	75	1805.2	3139.6	3358.8	1805.2	5257.2	1805.2				3518.4	2932.2	
	8	1805.2	3194.7	3358.8	1805.2	5257.2	1805.2				3565.3	2984.7	
	1	1805.2	3327.4	3771.6	1805.2	5717.4	1805.2				3678.7	3111.6	

MARCO (1.4)R α = 1.021822 β_o = 0.001721
 MARCO (1.4)F α = 0.510911 β_o = 0.003442

TABLA 2.8 PROPIEDADES DE RESISTENCIA DE LOS MAR-²¹¹ COS CON APOYOS EMPOTRADOS DISEÑADOS

Q _x	Q _y	MOMENTOS RESISTENTES DE TRABES TON·CM						SECCIONES DE COLUMNAS					λ
		(+) M ₂ =M ₆ (-)		(+) M ₃ =M ₅ (-)		(+) M ₄ (-)		P ₀ ⁽⁺⁾	P _b	P ₀ ⁽⁻⁾	M _b TON·CM	M ₀ TON·CM	
2	0, ∞	871.1	1802.8	940.0	871.1	1366.7	871.1	406.33 TON	141.45 TON	77.12 TON	3542.3	1583.8	1.0068
	450	871.1	1814.7	946.8	871.1	1366.7	871.1				3551.9	1594.0	
	15	871.1	1838.1	960.1	871.1	1366.7	871.1				3570.7	1614.2	
	1	871.1	1876.4	982.0	871.1	1366.7	871.1				3601.5	1647.2	
3	0, ∞	871.1	1660.8	871.1	871.1	1366.7	871.1	400.04 TON	141.45 TON	70.46 TON	3414.5	1447.0	1.0103
	450	871.1	1672.7	872.3	871.1	1366.7	871.1				3424.1	1457.2	
	15	871.1	1696.0	885.6	871.1	1366.7	871.1				3442.9	1477.4	
	1	871.1	1734.3	907.5	871.1	1366.7	871.1				3473.6	1510.3	
4	0, ∞	871.1	1570.8	871.1	871.1	1366.7	871.1	396.06 TON	141.45 TON	66.24 TON	3333.6	1360.4	1.0137
	450	871.1	1582.7	871.1	871.1	1366.7	871.1				3343.1	1370.6	
	15	871.1	1606.1	871.1	871.1	1366.7	871.1				3361.9	1390.7	
	1	871.1	1644.3	871.1	871.1	1366.7	871.1				3392.7	1423.6	
2	0, ∞	500.6	1811.7	944.6	500.6	1366.7	500.6	281.94 TON	67.51 TON	121.96 TON	2205.8	1690.8	1.0279
	150	500.6	1826.6	953.2	500.6	1366.7	500.6				2218.2	1704.9	
	15	500.6	1852.7	968.1	500.6	1366.7	500.6				2239.9	1729.7	
	1	500.6	1906.9	999.0	500.6	1401.2	500.6				2285.2	1781.1	
3	0, ∞	500.6	1557.9	811.5	500.6	1366.7	500.6	264.60 TON	67.51 TON	103.61 TON	1982.1	1436.4	1.0426
	150	500.6	1572.8	820.0	500.6	1366.7	500.6				1994.4	1450.4	
	15	500.6	1599.0	835.0	500.6	1366.7	500.6				2016.0	1475.0	
	1	500.6	1653.1	865.9	500.6	1401.2	500.6				2060.9	1526.0	
4	0, ∞	500.6	1452.0	756.0	500.6	1366.7	500.6	257.38 TON	67.51 TON	95.96 TON	1888.9	1330.4	1.0578
	150	500.6	1467.0	764.5	500.6	1366.7	500.6				1901.2	1344.4	
	15	500.6	1493.1	779.4	500.6	1366.7	500.6				1922.8	1368.9	
	1	500.6	1547.2	810.4	500.6	1401.2	500.6				1967.5	1419.8	

MARCO (2.1) R λ = 1.9458610 β₀ = 0.0010987
 MARCO (2.1) F α = 0.9729456 β₀ = 0.0021973

TABLA 2.8 (CONTINUACION)

Qx	Qy	MOMENTOS RESISTENTES DE TRABES TON·CM						SECCIONES DE COLUMNAS					λ	R = 1.7237347
		(+) M ₂ =M ₆ (-)	(+) M ₃ =M ₅ (-)	(+) M ₄ (-)	P _o ⁽⁺⁾	P _b	P _o ⁽⁻⁾	M _b TON·CM	M _o TON·CM					
2	0, ∞	1146.8	1658.0	1269.6	1146.8	1740.0	1146.8	330.08 TON	104.62 TON	83.87 TON	2682.7	1468.9	1.0097	β _o = 0.0011549
	450	1146.8	1666.6	1279.8	1146.8	1740.0	1146.8	320.82 TON	104.62 TON	74.06 TON	2689.4	1476.1		
	15	1146.8	1683.5	1299.9	1146.8	1740.0	1146.8				2702.4	1490.3		
	1	1146.8	1711.3	1332.9	1146.8	1740.0	1146.8				2723.8	1513.7		
3	0, ∞	1146.8	1481.8	1179.3	1146.8	1740.0	1146.8	316.42 TON	104.62 TON	69.41 TON	2525.6	1297.1	1.0146	α = 0.8618673
	450	1146.8	1490.4	1189.6	1146.8	1740.0	1146.8				2532.2	1304.3		
	15	1146.8	1507.4	1209.7	1146.8	1740.0	1146.8				2545.2	1318.5		
	1	1146.8	1535.1	1242.7	1146.8	1740.0	1146.8				2566.6	1341.8		
4	0, ∞	1146.8	1398.2	1146.8	1146.8	1740.0	1146.8	230.54 TON	49.53 TON	111.29 TON	2451.1	1215.6	1.0195	β _o = 0.0023098
	450	1146.8	1406.8	1146.8	1146.8	1740.0	1146.8				2457.7	1222.8		
	15	1146.8	1423.7	1166.9	1146.8	1740.0	1146.8				2470.7	1237.0		
	1	1146.8	1451.4	1199.8	1146.8	1740.0	1146.8				2492.0	1260.3		
2	0, ∞	661.1	1388.1	1131.3	661.1	1740.0	661.1	219.21 TON	49.53 TON	99.29 TON	1571.9	1304.9	1.0400	
	150	661.1	1398.9	1144.2	661.1	1740.0	661.1				1580.8	1315.3		
	8	661.1	1424.3	1174.4	661.1	1740.0	661.1				1601.7	1340.0		
	1	661.1	1457.0	1213.3	661.1	1763.5	661.1				1628.7	1371.8		
3	0, ∞	661.1	1251.4	1065.0	661.1	1740.0	661.1	211.43 TON	49.53 TON	91.05 TON	1452.6	1164.2	1.0615	
	150	661.1	1262.2	1074.2	661.1	1740.0	661.1				1461.4	1174.5		
	8	661.1	1287.7	1104.4	661.1	1740.0	661.1				1482.1	1199.0		
	1	661.1	1320.4	1143.4	661.1	1763.5	661.1				1508.9	1230.5		
4	0, ∞	661.1	1157.4	1065.0	661.1	1740.0	661.1				1370.7	1067.6	1.0840	
	150	661.1	1168.2	1065.0	661.1	1740.0	661.1				1379.5	1077.9		
	8	661.1	1193.6	1065.0	661.1	1740.0	661.1				1400.1	1102.2		
	1	661.1	1226.4	1124.0	661.1	1763.5	661.1				1426.7	1133.6		

MARCO (2.2)R

MARCO (2.2)F

(CONTINUACIÓN) TABLA 8.2

Q _x	Q _y	MOMENTOS RESISTENTES DE TRABES TON·CM						SECCIONES DE COLUMNAS					λ	α = 1.6814797	β ₀ = 0.0014290
		(+) M ₂ =M ₆ (-)	(+) M ₃ =M ₅ (-)	(+) M ₄ (-)	P ₀ ⁽⁺⁾	P _b	P ₀ ⁽⁻⁾	M _b TON·CM	M ₀ TON·CM						
2	0,∞	1970.0	4278.6	2278.1	1970.0	3843.8	1970.0	605.10 TON	196.80 TON	157.09 TON	6973.1	3835.9	1.0068		
	250	1970.0	4316.2	2299.6	1970.0	3843.8	1970.0				7005.1	3869.5			
	8	1970.0	4407.9	2352.0	1970.0	3843.8	1970.0				7083.3	3951.5			
	1	1970.0	4545.8	2430.7	1970.0	3938.6	1970.0				7200.8	4075.0			
3	0,∞	1970.0	4015.1	2131.3	1970.0	3843.8	1970.0	595.16 TON	196.80 TON	146.57 TON	6728.2	3578.9	1.0103		
	250	1970.0	4052.7	2152.7	1970.0	3843.8	1970.0				6760.2	3612.5			
	8	1970.0	4144.4	2205.1	1970.0	3843.8	1970.0				6838.3	3694.5			
	1	1970.0	4282.2	2283.9	1970.0	3938.6	1970.0				6955.9	3817.8			
4	0,∞	1970.0	3849.0	2038.7	1970.0	3843.8	1970.0	588.89 TON	196.80 TON	139.94 TON	6573.9	3416.9	1.0137		
	250	1970.0	3886.6	2060.2	1970.0	3843.8	1970.0				6606.0	3450.5			
	8	1970.0	3978.3	2112.6	1970.0	3843.8	1970.0				6684.0	3532.5			
	1	1970.0	4116.1	2191.4	1970.0	3938.6	1970.0				6801.5	3655.8			
2	0,∞	1141.6	4280.8	2279.3	1141.6	3843.8	1141.6	458.71 TON	94.65 TON	243.89 TON	4835.6	4050.3	1.0279		α = 0.8407286
	50	1141.6	4329.9	2307.4	1141.6	3843.8	1141.6				4878.8	4097.9			
	3	1141.6	4474.6	2390.0	1141.6	3843.8	1141.6				5006.1	4238.2			
	1	1141.6	4638.7	2483.8	1141.6	4318.9	1141.6				5150.8	4397.7			
3	0,∞	1141.6	3822.4	2023.9	1141.6	3843.8	1141.6	432.37 TON	94.65 TON	216.00 TON	4415.4	3587.1	1.0426		β ₀ = 0.0028580
	50	1141.6	3871.5	2052.0	1141.6	3843.8	1141.6				4458.4	3634.5			
	3	1141.6	4016.2	2134.6	1141.6	3843.8	1141.6				4585.2	3774.2			
	1	1141.6	4264.7	2287.5	1141.6	4318.9	1141.6				4774.3	3982.7			
4	0,∞	1141.6	3629.4	1945.3	1141.6	3843.8	1141.6	421.29 TON	94.65 TON	204.27 TON	4238.7	3392.3	1.0578		
	50	1141.6	3678.5	1945.3	1141.6	3843.8	1141.6				4281.7	3439.6			
	3	1141.6	3823.2	2027.1	1141.6	3843.8	1141.6				4408.2	3579.1			
	1	1141.6	4206.8	2255.2	1141.6	4318.9	1141.6				4720.9	3923.8			

MARCO (2.3)R

MARCO (2.3)F

TABLA 2.8 (CONTINUACION)

Qx	Qy	MOMENTOS RESISTENTES DE TRABES TON·CM						SECCIONES DE COLUMNAS					λ
		(+) M ₂ =M ₆ (-)		(+) M ₃ =M ₅ (-)		(+) M ₄ (-)		P ₀ ⁽⁺⁾	P _b	P ₀ ⁽⁻⁾	M _b TON·CM	M ₀ TON·CM	
2	0,∞	2583.6	3763.0	3137.6	2583.6	4893.8	2583.6	496.59 TON	145.93 TON	162.08 TON	5325.2	3383.8	1.0097
	250	2583.6	3790.2	3169.9	2583.6	4893.8	2583.6				5347.8	3407.9	
	8	2583.6	3856.6	3248.9	2583.6	4893.8	2583.6				5402.6	3466.5	
	1	2583.6	3956.5	3367.7	2583.6	4957.1	2583.6				5485.1	3554.6	
3	0,∞	2583.6	3433.5	2995.3	2583.6	4893.8	2583.6	481.93 TON	145.93 TON	146.55 TON	5021.7	3059.7	1.0146
	250	2583.6	3460.8	2996.1	2583.6	4893.8	2583.6				5044.2	3083.7	
	8	2583.6	3527.2	3075.1	2583.6	4893.8	2583.6				5098.9	3142.1	
	1	2583.6	3627.0	3194.0	2583.6	4957.1	2583.6				5181.3	3230.1	
4	0,∞	2583.6	3277.4	2995.3	2583.6	4893.8	2583.6	474.99 TON	145.93 TON	139.20 TON	4878.0	2906.2	1.0195
	250	2583.6	3304.7	2995.3	2583.6	4893.8	2583.6				4900.4	2930.1	
	8	2583.6	3371.1	2995.3	2583.6	4893.8	2583.6				4955.1	2988.5	
	1	2583.6	3470.9	3169.3	2583.6	4957.1	2583.6				5037.4	3076.4	
2	0,∞	1500.6	3255.1	2995.3	1500.6	4893.8	1500.6	379.55 TON	69.71 TON	220.01 TON	3489.4	3103.0	1.0400
	50	1500.6	3290.7	2995.3	1500.6	4893.8	1500.6				3520.5	3138.4	
	3	1500.6	3395.5	3036.5	1500.6	4893.8	1500.6				3612.5	3242.7	
	1	1500.6	3514.3	3426.5	1500.6	5421.8	1500.6				3717.3	3361.4	
3	0,∞	1500.6	2998.7	2995.3	1500.6	4893.8	1500.6	361.78 TON	69.71 TON	201.19 TON	3255.3	2837.6	1.0615
	50	1500.6	3034.3	2995.3	1500.6	4893.8	1500.6				3286.2	2872.7	
	3	1500.6	3139.1	2995.3	1500.6	4893.8	1500.6				3377.7	2976.4	
	1	1500.6	3258.0	3385.9	1500.6	5421.8	1500.6				3481.9	3094.5	
4	0,∞	1500.6	2824.2	2995.3	1500.6	4893.8	1500.6	349.70 TON	69.71 TON	188.40 TON	3096.1	2657.2	1.0840
	50	1500.6	2859.8	2995.3	1500.6	4893.8	1500.6				3127.0	2692.2	
	3	1500.6	2964.6	2995.3	1500.6	4893.8	1500.6				3218.1	2795.5	
	1	1500.6	3097.5	3358.2	1500.6	5421.8	1500.6				3321.9	2913.1	

MARCO (2.4)R

MARCO (2.4)F

α = 1.5147871

β₀ = 0.0015240

α = 0.7573935

β₀ = 0.0030480

TABLA 3.1 DESPLAZAMIENTOS MAXIMOS PROMEDIO DE LOS MARCOS (UNIDADES = CENTIMETROS)

MARCO (1.1)R				Δ_w^Y	0.224	0.330	MARCO (1.1)F			
Q_x	Q_y	$ \Delta_{MAX}^x $	$ \Delta_{MIN}^x $	$\Delta_{MAX}^y L/4$	$\Delta_{MAX}^y \epsilon$	$ \Delta_{MAX}^x $	$ \Delta_{MIN}^x $	$\Delta_{MAX}^y L/4$	$\Delta_{MAX}^y \epsilon$	
2	0.0	3.676	2.433	0.445	0.404	7.015	5.015	1.815	1.890	
	∞	3.713	2.402	0.537	0.507	6.357	5.027	2.131	2.333	
	1.5	3.712	2.428	0.474	0.459	6.841	5.012	1.727	1.934	
4	0.0	3.247	1.818	1.958	1.908	6.021	4.351	3.997	3.998	
	∞	3.146	1.925	1.974	1.971	5.434	4.473	4.157	4.298	
	1.5	3.216	1.897	1.824	1.816	5.502	4.503	3.651	3.845	
6	0.0	3.062	1.874	2.700	2.642	6.133	4.083	4.493	4.460	
	∞	3.123	1.901	2.765	2.716	5.798	4.292	4.680	4.757	
	1.5	3.167	1.903	2.586	2.554	5.425	4.476	4.136	4.282	
MARCO (1.2)R				$\Delta_w^Y \rightarrow$	0.234	0.332	MARCO (1.2)F			
2	0.0	3.417	2.485	0.544	0.563	12.073	7.743	1.011	1.072	
	∞	3.515	2.427	0.621	0.639	11.841	7.752	1.212	1.487	
	1.5	3.470	2.507	0.495	0.537	11.904	7.857	1.131	1.415	
4	0.0	3.938	1.898	1.747	1.644	9.608	5.397	4.834	4.429	
	∞	3.914	1.975	1.801	1.722	9.162	5.446	4.861	4.707	
	1.5	3.887	2.038	1.617	1.567	9.792	5.613	4.341	4.217	
6	0.0	3.973	1.756	2.493	2.365	9.180	5.365	5.085	4.682	
	∞	3.998	1.825	2.574	2.453	8.729	5.392	5.110	4.953	
	1.5	4.002	1.838	2.381	2.273	9.415	5.529	4.620	4.481	
MARCO (1.3)R				$\Delta_w^Y \rightarrow$	0.431	0.638	MARCO (1.3)F			
2	0.0	3.439	1.729	0.793	0.797	7.485	5.593	4.514	4.775	
	∞	3.467	1.729	0.939	1.007	6.748	5.891	4.909	5.540	
	1.5	3.391	1.745	0.801	0.904	7.222	5.712	4.401	5.076	
4	0.0	3.190	1.418	2.671	2.519	7.114	4.921	6.721	6.910	
	∞	3.185	1.516	2.735	2.675	8.155	4.622	7.665	7.814	
	1.5	3.335	1.630	2.520	2.391	7.413	5.228	6.434	6.822	
6	0.0	2.916	1.368	3.200	3.091	7.171	4.663	7.377	7.452	
	∞	2.880	1.616	3.246	3.276	8.437	4.476	8.322	8.365	
	1.5	3.081	1.505	2.916	2.907	7.761	4.916	7.018	7.297	

MARCO (1.4)R $\Delta W \rightarrow$				0.448	0.640	MARCO (1.4)F		1.753	2.521
Q_x	Q_y	$ \Delta^x_{MAX} $	$ \Delta^x_{MIN} $	$\Delta^y_{MAX} L/4$	$\Delta^y_{MAX} \epsilon$	$ \Delta^x_{MAX} $	$ \Delta^x_{MIN} $	$\Delta^y_{MAX} L/4$	$\Delta^y_{MAX} \epsilon$
2	0.0	3.492	2.703	1.660	1.630	13.125	8.087	2.354	2.665
	∞	3.540	2.624	1.678	1.752	12.710	7.756	2.980	3.733
	1.5	3.643	2.687	1.396	1.492	12.892	7.771	2.713	3.565
4	0.0	3.386	2.025	2.643	2.582	10.273	5.970	7.540	7.195
	∞	3.535	2.022	2.751	2.764	9.146	6.045	7.614	7.851
	1.5	3.422	2.243	2.411	2.478	9.826	6.248	6.898	7.199
6	0.0	3.446	1.814	3.515	3.397	10.273	5.970	7.540	7.195
	∞	3.568	1.849	3.664	3.618	9.146	6.045	7.614	7.851
	1.5	3.598	1.871	3.357	3.326	9.826	6.248	6.898	7.199
MARCO (2.1)R $\Delta W \rightarrow$				0.222	0.331	MARCO (2.1)F		0.863	1.299
Q_x	Q_y	$ \Delta^x_{MAX} $	$ \Delta^x_{MIN} $	$\Delta^y_{MAX} L/4$	$\Delta^y_{MAX} \epsilon$	$ \Delta^x_{MAX} $	$ \Delta^x_{MIN} $	$\Delta^y_{MAX} L/4$	$\Delta^y_{MAX} \epsilon$
2	0.0	0.893	0.629	0.552	0.599	3.903	2.722	2.363	2.550
	∞	0.908	0.607	0.602	0.662	4.083	2.581	2.445	2.729
	1	0.904	0.648	0.508	0.575	4.197	2.651	2.112	2.414
3	0.0	0.880	0.564	0.768	0.812	3.535	2.323	3.501	3.738
	∞	0.886	0.557	0.827	0.886	3.597	2.351	3.633	3.941
	1	0.909	0.565	0.700	0.758	3.794	2.468	3.089	3.392
4	0.0	0.875	0.542	0.880	0.925	3.477	1.999	4.145	4.417
	∞	0.866	0.554	0.940	1.004	3.484	2.108	4.324	4.660
	1	0.883	0.558	0.846	0.905	3.588	2.322	3.665	3.977
MARCO (2.2)R $\Delta W \rightarrow$				0.234	0.334	MARCO (2.2)F		0.901	1.301
Q_x	Q_y	$ \Delta^x_{MAX} $	$ \Delta^x_{MIN} $	$\Delta^y_{MAX} L/4$	$\Delta^y_{MAX} \epsilon$	$ \Delta^x_{MAX} $	$ \Delta^x_{MIN} $	$\Delta^y_{MAX} L/4$	$\Delta^y_{MAX} \epsilon$
2	0.0	1.125	0.796	0.429	0.468	3.629	3.165	2.314	2.556
	∞	1.145	0.790	0.467	0.522	3.586	3.060	2.608	2.943
	1	1.125	0.806	0.407	0.477	3.700	3.191	2.170	2.512
3	0.0	1.167	0.714	0.623	0.640	3.483	2.889	2.879	3.185
	∞	1.215	0.699	0.684	0.707	3.556	2.745	3.335	3.679
	1	1.180	0.742	0.569	0.611	3.589	2.924	2.742	3.103
4	0.0	1.199	0.674	0.750	0.757	3.447	2.707	3.169	3.522
	∞	1.245	0.653	0.824	0.828	3.484	2.623	3.683	4.052
	1	1.227	0.688	0.689	0.714	3.595	2.742	3.108	3.482

TABLA 3.1 (CONTINUACION)

MARCO (2.3)R $\Delta W \rightarrow$				0.489	0.734	MARCO (2.3)F		1.920	2.901
Q_x	Q_y	$ \Delta^x_{MAX} $	$ \Delta^x_{MIN} $	$\Delta^y_{MAX} L/4$	$\Delta^y_{MAX} \epsilon$	$ \Delta^x_{MAX} $	$ \Delta^x_{MIN} $	$\Delta^y_{MAX} L/4$	$\Delta^y_{MAX} \epsilon$
2	0.0	0.858	0.683	0.867	1.042	3.917	2.842	3.786	4.512
	∞	0.893	0.692	0.974	1.218	4.021	2.618	4.471	5.316
	1	0.886	0.730	0.815	1.054	4.149	2.782	3.824	4.746
3	0.0	0.847	0.634	1.119	1.290	3.615	2.642	5.038	5.811
	∞	0.883	0.639	1.290	1.521	3.813	2.408	5.927	6.733
	1	0.895	0.692	0.969	1.211	4.039	2.593	4.483	5.303
4	0.0	0.839	0.600	1.346	1.520	3.467	2.513	5.722	6.521
	∞	0.870	0.606	1.561	1.789	3.674	2.315	6.700	7.577
	1	0.891	0.657	1.147	1.382	4.018	2.571	4.627	5.439
MARCO (2.4)R $\Delta W \rightarrow$				0.511	0.736	MARCO (2.4)F		1.998	2.898
2	0.0	1.104	0.814	0.703	0.878	3.740	3.378	3.184	4.002
	∞	1.106	0.807	0.830	1.073	3.821	3.362	4.054	5.049
	1	1.093	0.833	0.746	1.025	3.965	3.448	3.348	4.500
3	0.0	1.117	0.770	0.886	1.057	3.536	3.356	3.574	4.425
	∞	1.120	0.767	1.058	1.280	3.743	3.246	4.452	5.495
	1	1.114	0.794	0.849	1.090	3.875	3.401	3.559	4.666
4	0.0	1.122	0.753	0.988	1.156	3.469	3.270	3.938	4.771
	∞	1.127	0.751	1.177	1.394	3.723	3.117	4.876	5.886
	1	1.123	0.774	0.926	1.166	3.779	3.376	3.736	4.824

TABLA 3.2 ROTACIONES PLASTICAS MAXIMAS PROMEDIO EN LAS TRABES (UNIDADES = 10^{-3} RADIANES) 218

MARCO (1.1)R						MARCO (1.1)F			
Q_x	Q_y	$\theta_p(2,6)$	$\theta_p(2+6)$	$\theta_p(3,5)$	$\theta_p(3+5)$	$\theta_p(2,6)$	$\theta_p(2+6)$	$\theta_p(3,5)$	$\theta_p(3+5)$
2	0.0	3.6725	4.3850	0.7100	0.9050	9.895	12.430	6.2575	10.1375
	∞	3.8575	4.4725	1.5600	1.6625	9.9075	14.500	7.770	13.1475
	1.5	3.4825	3.9225	1.0350	1.0600	8.215	10.465	4.8825	7.2875
4	0.0	12.7000	20.7575	11.800	20.535	22.4225	37.930	22.3725	37.6775
	∞	12.5575	21.0750	11.6375	20.9625	22.6875	39.930	22.465	39.8375
	1.5	11.7500	19.1825	10.6225	18.8550	18.960	34.045	18.5575	33.600
6	0.0	17.1150	30.450	16.9725	30.3750	26.165	44.160	26.145	43.9175
	∞	17.410	31.085	17.345	31.035	26.6775	46.1775	26.5825	46.0875
	1.5	16.2675	28.890	16.015	28.770	22.6025	39.8175	22.225	39.4225
MARCO (1.2)R						MARCO (1.2)F			
2	0.0	3.5275	5.0775	1.670	2.8325	9.940	10.0725	0.495	0.495
	∞	3.930	5.5125	2.280	3.185	10.265	10.3925	1.3325	1.660
	1.5	3.3325	4.3375	1.2625	1.740	9.4325	9.4375	0.3675	0.435
4	0.0	11.8125	17.490	10.900	17.0975	31.4425	45.500	30.510	43.820
	∞	11.9225	17.915	11.120	17.550	31.720	46.7625	29.560	45.7175
	1.5	10.950	16.095	9.630	15.3825	29.0975	40.625	25.620	38.4525
6	0.0	16.375	27.0375	16.1625	26.705	32.6675	48.795	32.2175	47.2625
	∞	16.7375	27.755	16.6525	27.425	33.215	50.335	31.3225	49.290
	1.5	15.730	25.480	15.230	24.875	30.5625	44.2625	27.6475	42.100
MARCO (1.3)R						MARCO (1.3)F			
2	0.0	3.4675	3.4675	0.9525	0.9575	11.620	17.895	11.2975	17.370
	∞	3.7275	3.7425	1.7375	1.7450	12.1425	20.835	12.1025	20.4675
	1.5	3.070	3.070	0.9725	0.9725	9.5325	16.220	9.360	15.4175
4	0.0	10.7575	15.7975	10.785	15.7425	22.675	37.4825	22.6275	36.9850
	∞	10.950	16.560	10.855	16.4925	27.170	41.5125	27.4975	41.4125
	1.5	10.1625	14.0275	10.0825	13.840	20.435	32.730	20.395	32.125
6	0.0	13.060	21.230	13.110	21.1225	26.105	42.110	26.2175	41.6475
	∞	12.870	22.125	12.8225	22.100	30.7225	46.5025	31.030	46.370
	1.5	11.595	18.6775	11.495	18.5375	23.700	36.985	23.7275	36.415

MARCO (1.4)R						MARCO (1.4)F			
Q _x	Q _y	Θ _p (2,6)	Θ _p (2+6)	Θ _p (3,5)	Θ _p (3+5)	Θ _p (2,6)	Θ _p (2+6)	Θ _p (3,5)	Θ _p (3+5)
2	0.0	6.4475	9.235	5.440	7.9625	10.6775	10.6775	1.2275	1.2625
	∞	6.3575	9.3525	5.3725	8.3175	11.4875	11.8375	3.3125	4.7525
	1.5	5.3625	7.7925	3.9075	5.820	9.8775	9.8775	1.0450	1.2725
4	0.0	10.5675	17.1625	10.260	16.5875	29.090	42.275	28.5425	38.1125
	∞	10.7075	17.665	10.6775	17.300	28.8625	44.070	27.020	41.090
	1.5	9.4475	15.4375	8.7525	14.560	26.7025	39.030	23.275	34.675
6	0.0	14.6775	24.4525	14.540	23.7225	29.090	42.275	28.5425	38.1125
	∞	15.0775	25.430	15.0475	24.955	28.8625	44.070	27.020	41.090
	1.5	13.765	22.925	13.560	22.1825	26.7025	39.030	23.275	34.675
MARCO (2.1)R						MARCO (2.1)F			
Q _x	Q _y	Θ _p (2,6)	Θ _p (2+6)	Θ _p (3,5)	Θ _p (3+5)	Θ _p (2,6)	Θ _p (2+6)	Θ _p (3,5)	Θ _p (3+5)
2	0.0	1.6275	2.5675	1.925	2.925	8.045	11.440	8.7275	13.2275
	∞	1.890	3.0825	2.255	3.3725	8.4775	12.1125	9.495	13.6150
	1	1.250	1.9325	1.5625	2.230	6.265	8.025	6.875	9.060
3	0.0	3.1475	5.2975	3.4675	5.6475	16.025	27.355	17.085	29.1775
	∞	3.4875	5.980	3.8375	6.270	16.4075	28.650	17.8375	30.485
	1	2.560	4.2975	2.9525	4.5925	13.0675	21.135	14.110	22.8325
4	0.0	4.0625	6.8775	4.170	6.9575	20.5575	36.9875	22.0125	38.835
	∞	4.3925	7.6075	4.5575	7.5975	20.855	38.355	22.2725	40.2575
	1	3.6325	6.235	3.960	6.4875	16.650	29.1625	18.0125	30.900
MARCO (2.2)R						MARCO (2.2)F			
Q _x	Q _y	Θ _p (2,6)	Θ _p (2+6)	Θ _p (3,5)	Θ _p (3+5)	Θ _p (2,6)	Θ _p (2+6)	Θ _p (3,5)	Θ _p (3+5)
2	0.0	1.0725	1.180	1.0875	1.1675	7.920	15.0425	8.685	15.010
	∞	1.3075	1.495	1.3325	1.535	8.635	16.0875	10.230	17.570
	1	0.955	1.0175	0.770	0.780	6.4375	10.9725	6.8575	11.130
3	0.0	2.4275	3.315	2.650	3.480	11.960	23.140	12.2825	23.4375
	∞	2.7625	3.820	3.1325	4.0425	13.5675	25.8625	15.265	27.6775
	1	2.080	2.685	2.125	2.620	9.855	18.5075	10.865	19.1525
4	0.0	3.2975	4.7975	3.6225	4.9975	14.720	27.9425	13.9425	27.3175
	∞	3.6125	5.375	4.245	5.600	16.555	31.5125	17.3475	32.3375
	1	2.885	3.990	3.1125	4.000	12.765	23.9225	13.310	24.040

MARCO (2.3)R						MARCO (2.3)F			
Qx	Qy	$\Theta_p(2,6)$	$\Theta_p(2+6)$	$\Theta_p(3,5)$	$\Theta_p(3+5)$	$\Theta_p(2,6)$	$\Theta_p(2+6)$	$\Theta_p(3,5)$	$\Theta_p(3+5)$
	0.0	1.2375	2.015	1.310	2.055	5.8825	8.715	6.890	9.7825
2	∞	1.515	2.510	1.610	2.5925	9.2025	13.7825	10.1975	14.605
	1	0.7675	1.045	0.775	1.060	6.2075	8.0725	6.655	8.615
	0.0	2.390	4.1675	2.5675	4.290	11.6975	20.465	13.1625	21.6575
3	∞	2.835	5.2075	3.180	5.3525	15.565	27.5925	17.1875	28.8625
	1	1.4825	2.4425	1.590	2.535	9.2075	13.7475	10.305	14.655
	0.0	3.4625	6.175	3.6075	6.330	15.2075	27.5525	16.300	28.435
4	∞	4.0175	7.610	4.4275	7.765	19.0925	35.6125	20.3875	36.550
	1	2.230	3.960	2.485	4.095	9.7975	15.0275	11.070	15.955
MARCO (2.4)R						MARCO (2.4)F			
	0.0	0.8525	0.9075	0.465	0.4725	4.8225	9.435	3.900	6.0550
2	∞	1.1025	1.265	0.9075	1.160	7.635	14.080	7.015	12.4775
	1	0.6625	0.6625	0.225	0.230	4.350	7.485	2.4275	3.3425
	0.0	1.7525	2.290	1.405	1.895	7.4175	13.8475	5.3725	8.9325
3	∞	2.280	3.2125	2.010	3.1075	10.2525	19.0875	8.6425	15.7575
	1	1.390	1.690	0.915	1.2275	6.340	11.265	3.385	5.320
	0.0	2.295	3.1825	1.860	2.5975	9.4775	17.3125	7.000	11.445
4	∞	2.8875	4.285	2.5225	4.015	12.455	23.210	10.6175	18.8825
	1	1.8325	2.460	1.265	1.8325	7.6325	13.8425	4.140	6.9675

TABLA 3.3 MAXIMAS DEMANDAS DE DUCTILIDAD LOCAL DE CURVATURA EN LAS TRABES DE LOS MARCOS

Q _x	2		4		6		MARCO
SECC.	(2,6)	(3,5)	(2,6)	(3,5)	(2,6)	(3,5)	Z _(3,5) = L/4 - Z _(2,6)
θ _p ^x	0.003673	0.000710	0.01270	0.01180	0.017115	0.016973	I = 643,191 cm ⁴
M _f ^x	3153.5	1724.2	2083.5	1183.3	1788.7	1034.3	d = 74.5 cms
L _p	41.2	81.7	41.2	81.7	41.2	81.7	Z _(2,6) = 78.4 cms
μ _x	3.73	1.49	15.27	12.78	23.41	20.38	(1.1)R
θ _p ^x	0.009895	0.006258	0.022423	0.022373	0.026165	0.026145	I = 198,516 cm ⁴
M _f ^x	2160.3	1222.1	1786.5	1033.1	1706.4	992.6	d = 55.6 cms
L _p	31.7	62.7	31.7	62.7	31.7	62.7	Z _(2,6) = 78.4 cms
μ _x	5.30	3.43	12.79	11.28	15.40	13.51	(1.1)F
θ _p ^x	0.003528	0.00167	0.011813	0.01090	0.016375	0.016163	I = 896,465 cm ⁴
M _f ^x	2248.9	1700.4	1732.3	1440.6	1441.1	1294.2	d = 81.0 cms
L _p	43.0	91.0	43.0	91.0	43.0	91.0	Z _(2,6) = 50.4 cms
μ _x	5.90	2.45	22.32	12.19	36.52	19.47	(1.2)R
θ _p ^x	0.009940	0.000495	0.031443	0.03051	0.032668	0.032218	I = 276,687 cm ⁴
M _f ^x	2371.0	1761.8	1404.8	1275.9	1356.1	1251.4	d = 60.4 cms
L _p	32.7	70.3	32.7	70.3	32.7	70.3	Z _(2,6) = 50.4 cms
μ _x	6.32	1.17	29.41	15.11	31.57	16.19	(1.2)F
θ _p ^x	0.003468	0.000953	0.010758	0.010785	0.013060	0.013110	I = 2'076,996 cm ⁴
M _f ^x	6868.0	3868.0	4788.1	2802.0	4399.7	2602.9	d = 99.9 cms
L _p	55.8	110.7	55.8	110.7	55.8	110.7	Z _(2,6) = 117.7 cms
μ _x	3.82	1.69	13.53	11.84	17.56	15.18	(1.3)R
θ _p ^x	0.011620	0.011298	0.022675	0.022628	0.026105	0.026218	I = 519,249 cm ⁴
M _f ^x	4980.2	2900.4	4226.7	2514.3	4092.5	2445.5	d = 70.7 cms
L _p	41.2	81.4	41.2	81.4	41.2	81.4	Z _(2,6) = 117.7 cms
μ _x	5.41	4.73	11.14	9.61	13.06	11.26	(1.3)F
θ _p ^x	0.006448	0.00544	0.010568	0.01026	0.014678	0.01454	I = 2'896,314 cm ⁴
M _f ^x	4977.0	4116.5	3987.6	3615.3	3330.0	3358.8	d = 108.6 cms
L _p	58.1	123.5	58.1	123.5	58.1	123.5	Z _(2,6) = 75.6 cms
μ _x	10.69	5.65	20.83	10.98	33.97	16.23	(1.4)R
θ _p ^x	0.010678	0.001228	0.029090	0.028543	0.029090	0.028543	I = 724,079 cm ⁴
M _f ^x	5008.0	4132.2	3114.7	3358.8	3114.7	3358.8	d = 76.8 cms
L _p	42.2	91.7	42.2	91.7	42.2	91.7	Z _(2,6) = 75.6 cms
μ _x	6.49	1.35	25.05	11.06	25.05	11.06	(1.4)F

TABLA 3.3 (CONTINUACION)

Qx	2		3		4		MARCO
SECC.	(2,6)	(3,5)	(2,6)	(3,5)	(2,6)	(3,5)	$Z(3,5) = L/4 - Z(2,6)$
θ_p^x	0.001628	0.001925	0.003148	0.003468	0.004063	0.004170	$I = 575,430 \text{ cm}^4$
M_f^x	1802.8	940.0	1660.8	871.1	1570.8	871.1	$d = 72.5 \text{ cms}$
L_p	40.6	78.8	40.6	78.8	40.6	78.8	$Z(2,6) = 86.6 \text{ cms}$
μ_x	2.92	3.24	5.03	5.36	6.50	6.24	(2.1)R
θ_p^x	0.008045	0.008728	0.016025	0.017085	0.020558	0.022013	$I = 143,857 \text{ cm}^4$
M_f^x	1811.7	944.6	1557.9	811.5	1452.0	756.0	$d = 51.3 \text{ cms}$
L_p	30.0	57.6	30.0	57.6	30.0	57.6	$Z(2,6) = 86.6 \text{ cms}$
μ_x	4.20	4.46	8.41	8.89	11.20	11.91	(2.1)F
θ_p^x	0.001073	0.001088	0.002428	0.00265	0.003298	0.003623	$I = 814,044 \text{ cm}^4$
M_f^x	1658.0	1269.6	1481.8	1179.3	1398.2	1146.8	$d = 79.1 \text{ cms}$
L_p	42.5	88.1	42.5	88.1	42.5	88.1	$Z(2,6) = 59.2 \text{ cms}$
μ_x	2.86	2.19	5.71	4.11	7.78	5.38	(2.2)R
θ_p^x	0.007920	0.008685	0.011960	0.012283	0.014720	0.013943	$I = 203,511 \text{ cm}^4$
M_f^x	1388.1	1131.3	1251.4	1065.0	1157.4	1065.0	$d = 55.9 \text{ cms}$
L_p	30.9	65.0	30.9	65.0	30.9	65.0	$Z(2,6) = 59.2 \text{ cms}$
μ_x	6.64	4.61	10.44	6.42	13.56	7.15	(2.2)F
θ_p^x	0.001238	0.00131	0.002390	0.002568	0.003463	0.003608	$I = 1'618,854 \text{ cm}^4$
M_f^x	4278.6	2278.1	4015.1	2131.3	3849.0	2038.7	$d = 93.9 \text{ cms}$
L_p	53.4	103.4	53.4	103.4	53.4	103.4	$Z(2,6) = 129.8 \text{ cms}$
μ_x	2.31	2.35	3.71	3.83	5.09	5.16	(2.3)R
θ_p^x	0.005883	0.00689	0.011698	0.013163	0.015208	0.01630	$I = 404,713 \text{ cm}^4$
M_f^x	4280.8	2279.3	3822.4	2023.9	3629.4	1945.3	$d = 66.4 \text{ cms}$
L_p	39.7	75.9	39.7	75.9	39.7	75.9	$Z(2,6) = 129.8 \text{ cms}$
μ_x	3.10	3.42	5.68	6.20	7.41	7.70	(2.3)F
θ_p^x	0.000853	0.000465	0.001753	0.001405	0.002295	0.00186	$I = 2'289,471 \text{ cm}^4$
M_f^x	3763.0	3137.6	3433.5	2995.3	3277.4	2995.3	$d = 102.4 \text{ cms}$
L_p	55.6	116.0	55.6	116.0	55.6	116.0	$Z(2,6) = 88.8 \text{ cms}$
μ_x	2.40	1.44	4.15	2.39	5.32	2.84	(2.4)R
θ_p^x	0.004823	0.00390	0.007418	0.005373	0.009478	0.0070	$I = 572,368 \text{ cm}^4$
M_f^x	3255.1	2995.3	2998.7	2995.3	2824.2	2995.3	$d = 72.4 \text{ cms}$
L_p	40.6	86.0	40.6	86.0	40.6	86.0	$Z(2,6) = 88.8 \text{ cms}$
μ_x	4.13	2.30	6.23	2.79	8.09	3.33	(2.4)F

TABLA 3.4 INDICES RELATIVOS PROMEDIO DE DEMANDA DE DUCTILIDAD LOCAL DE CURVATURA η

Q_Y	1.5	3	15	Q_X
\hat{Q}_Y	1.240	1.494	2.086	
η_{MAX}	0.9321	0.9482	0.9723	2
	0.9015	0.9157	0.9360	4
	0.9223	0.9373	0.9601	6
$\Sigma \eta_{MAX}$	0.8793	0.8970	0.9232	2
	0.9005	0.9187	0.9451	4
	0.9206	0.9368	0.9605	6
η_{MAX}	0.9293	0.9564	0.9945	2
	0.9075	0.9247	0.9496	4
	0.9364	0.9509	0.9706	6
$\Sigma \eta_{MAX}$	0.8404	0.8781	0.9308	2
	0.9009	0.9220	0.9520	4
	0.9187	0.9365	0.9610	6

Q_Y	1.5	3	15	Q_X
\hat{Q}_Y	1.227	1.521	2.507	
η_{MAX}	0.8032	0.8400	0.9040	2
	0.8125	0.8481	0.9087	4
	0.8286	0.8633	0.9234	6
$\Sigma \eta_{MAX}$	0.8145	0.8686	0.9630	2
	0.8625	0.8974	0.9561	4
	0.8648	0.8979	0.9544	6
η_{MAX}	0.9296	0.9481	0.9817	2
	0.8940	0.9160	0.9521	4
	0.9027	0.9244	0.9591	6
$\Sigma \eta_{MAX}$	0.9178	0.9383	0.9751	2
	0.8625	0.8945	0.9471	4
	0.8752	0.9058	0.9541	6

TABLE 3.4 (CONTINUACION)

Q_Y	1.5	3	15	50	200	∞	0.0	Q_x	MARCO (1.3)R
\hat{Q}_Y	1.212	1.493	2.391	3.670	6.239	∞	0.0		
q_{MAX}	0.8599	0.8969	0.9618	1.0032	1.0323	1.0750	1.0	2	
	0.9062	0.9249	0.9587	0.9793	0.9943	1.0179		4	
	0.8486	0.8721	0.9135	0.9372	0.9569	0.9855		6	
Σq_{MAX}	0.8599	0.8969	0.9618	1.0039	1.0337	1.0793	1.0	2	
	0.8518	0.8834	0.9400	0.9755	1.0050	1.0483		4	
	0.8409	0.8749	0.9345	0.9705	1.0000	1.0422		6	
q_{MAX}	0.8092	0.8406	0.8943	0.9275	0.9530	0.9860	1.0	2	
	0.8640	0.8888	0.9327	0.9601	0.9815	1.0132		4	
	0.9004	0.9263	0.9712	0.9965	1.0091	1.0273		6	
Σq_{MAX}	0.8210	0.8545	0.9127	0.9477	0.9744	1.0127	1.0	2	
	0.8693	0.8959	0.9425	0.9720	0.9953	1.0293		4	
	0.9001	0.9283	0.9775	1.0055	1.0194	1.0400		6	

Q_Y	1.5	3	8	25	75	∞	0.0	Q_x	MARCO (1.3)F
\hat{Q}_Y	1.317	1.761	2.618	4.505	7.971	∞	0.0		
q_{MAX}	0.7827	0.8436	0.9068	0.9624	0.9979	1.0450	1.0	2	
	0.8528	0.9321	1.0146	1.0891	1.1358	1.1982		4	
	0.8576	0.9333	1.0102	1.0790	1.1212	1.1769		6	
Σq_{MAX}	0.8648	0.9356	1.0076	1.0714	1.1112	1.1643	1.0	2	
	0.8263	0.8901	0.9574	1.0179	1.0562	1.1075		4	
	0.8297	0.8930	0.9581	1.0178	1.0546	1.1043		6	
q_{MAX}	0.8959	0.9328	0.9749	1.0152	1.0419	1.0759	1.0	2	
	0.8723	0.9238	0.9460	0.9655	0.9770	0.9922		4	
	0.8723	0.9238	0.9460	0.9655	0.9770	0.9922		6	
Σq_{MAX}	0.8959	0.9374	0.9873	1.0356	1.0675	1.1086	1.0	2	
	0.8773	0.9464	0.9761	1.0030	1.0197	1.0425		4	
	0.8773	0.9464	0.9761	1.0030	1.0197	1.0425		6	

TABLA 3.4 (CONTINUACION)

Q_Y	1.0	3	15	100	450	∞	0.0	Q_X	
\hat{Q}_Y	1.00	1.494	2.086	3.490	6.186	∞	0.0		
q_{MAX}	0.7380	0.8598	0.9371	1.0249	1.0835	1.1613	1.0	2	MARCO (2.1)R
	0.7789	0.8864	0.9481	1.0141	1.0607	1.1080		3	
	0.8542	0.9225	0.9642	1.0098	1.0407	1.0812		4	
$\sum q_{MAX}$	0.7232	0.8606	0.9512	1.0481	1.1115	1.2006	1.0	2	MARCO (2.1)R
	0.7768	0.8883	0.9552	1.0266	1.0777	1.1288		3	
	0.8660	0.9397	0.9841	1.0327	1.0646	1.1061		4	
q_{MAX}	0.8627	0.9584	1.0216	1.0925	1.1432	1.2191	1.0	2	MARCO (2.2)R
	0.8271	0.9252	0.9851	1.0459	1.0874	1.1380		3	
	0.8428	0.9256	0.9776	1.0320	1.0677	1.0955		4	
$\sum q_{MAX}$	0.8355	0.9395	1.0120	1.1021	1.1698	1.2669	1.0	2	MARCO (2.2)R
	0.7819	0.8896	0.9616	1.0338	1.0857	1.1523		3	
	0.8012	0.9070	0.9703	1.0397	1.0871	1.1204		4	

Q_Y	1.0	3	15	50	150	∞	0.0	Q_X	
\hat{Q}_Y	1.00	1.456	2.319	3.709	6.386	∞	0.0		
q_{MAX}	0.7399	0.8299	0.9095	0.9618	0.9986	1.0538	1.0	2	MARCO (2.1)F
	0.7685	0.8431	0.9068	0.9491	0.9794	1.0239		3	
	0.7601	0.8327	0.8962	0.9393	0.9702	1.0145		4	
$\sum q_{MAX}$	0.6665	0.7732	0.8738	0.9406	0.9884	1.0588	1.0	2	MARCO (2.1)F
	0.7281	0.8207	0.9013	0.9539	0.9922	1.0473		3	
	0.7399	0.8239	0.8981	0.9478	0.9845	1.0370		4	
q_{MAX}	0.7744	0.8626	0.9398	0.9918	1.0311	1.0903	1.0	2	MARCO (2.2)F
	0.7810	0.8808	0.9729	1.0338	1.0789	1.1344		3	
	0.8184	0.9729	1.0326	1.0658	1.0895	1.1247		4	
$\sum q_{MAX}$	0.6949	0.7999	0.8926	0.9551	1.0017	1.0695	1.0	2	MARCO (2.2)F
	0.7580	0.8578	0.9498	1.0136	1.0601	1.1177		3	
	0.8080	0.9704	1.0318	1.0660	1.0911	1.1278		4	

TABLA 3.4 (CONTINUACION)

Q_Y	1.0	3	8	50	250	∞	0.0	Q_x	
\hat{Q}_Y	1.00	1.549	2.066	3.740	7.104	∞	0.0		
q_{MAX}	0.5838	0.7593	0.8530	1.0114	1.1074	1.2242		2	MARCO (2.3)R
	0.5816	0.7582	0.8482	0.9897	1.0778	1.1862	1.0	3	
	0.6022	0.7678	0.8557	0.9775	1.0611	1.1603		4	
Σq_{MAX}	0.4881	0.6881	0.8021	0.9872	1.1007	1.2457		2	MARCO (2.3)R
	0.5495	0.7512	0.8578	1.0208	1.1268	1.2496	1.0	3	
	0.5997	0.7897	0.8872	1.0291	1.1210	1.2324		4	
q_{MAX}	0.7391	0.8827	0.9557	1.0761	1.1675	1.2933		2	MARCO (2.4)R
	0.7508	0.9098	1.0012	1.1426	1.2313	1.3010	1.0	3	
	0.7540	0.9696	1.0622	1.1464	1.1970	1.2582		4	
Σq_{MAX}	0.6943	0.8479	0.9354	1.0870	1.2171	1.3939		2	MARCO (2.4)R
	0.6986	0.9091	1.0266	1.1992	1.3127	1.4028	1.0	3	
	0.7299	0.9852	1.1036	1.2087	1.2730	1.3464		4	

Q_Y	1.0	3	8	15	50	∞	0.0	Q_x	
\hat{Q}_Y	1.00	1.847	2.948	3.972	7.286	∞	0.0		
q_{MAX}	0.9738	1.2206	1.3365	1.3902	1.4660	1.5644		2	MARCO (2.3)F
	0.7055	1.0089	1.1184	1.1693	1.2407	1.3306	1.0	3	
	0.5558	0.9685	1.0726	1.1209	1.1884	1.2555		4	
Σq_{MAX}	0.8548	1.1397	1.2846	1.3530	1.4504	1.5815		2	MARCO (2.3)F
	0.6021	0.9555	1.0866	1.1489	1.2372	1.3483	1.0	3	
	0.4705	0.9462	1.0733	1.1332	1.2146	1.2925		4	
q_{MAX}	0.8355	1.2181	1.3709	1.4255	1.4963	1.5832		2	MARCO (2.4)F
	0.7867	1.1301	1.2187	1.2591	1.3144	1.3822	1.0	3	
	0.7343	1.0687	1.1548	1.1942	1.2478	1.3142		4	
Σq_{MAX}	0.7348	1.1517	1.2949	1.3445	1.4109	1.4923		2	MARCO (2.4)F
	0.7488	1.1202	1.2120	1.2533	1.3098	1.3784	1.0	3	
	0.7290	1.0886	1.1752	1.2154	1.2708	1.3406		4	

TABLA 3.5 ESTIMACION DE LAS DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ALEATORIAS \tilde{q}^x Y \tilde{q}^{x+y} PARA $E(\tilde{q}^{x+y}) = E(\tilde{q}^x) = 1$

Q_x	2				4				6			
	q_{MAX}		Σq_{MAX}		q_{MAX}		Σq_{MAX}		q_{MAX}		Σq_{MAX}	
q	$\hat{v}(\tilde{q}^x)$	$\hat{v}(\tilde{q}^{x+y})$	$\hat{v}(\tilde{q}^x)$	$\hat{v}(\tilde{q}^{x+y})$	$\hat{v}(\tilde{q}^x)$	$\hat{v}(\tilde{q}^{x+y})$	$\hat{v}(\tilde{q}^x)$	$\hat{v}(\tilde{q}^{x+y})$	$\hat{v}(\tilde{q}^x)$	$\hat{v}(\tilde{q}^{x+y})$	$\hat{v}(\tilde{q}^x)$	$\hat{v}(\tilde{q}^{x+y})$
MARCO												
(1.1)R	0.5631	0.6440	0.3578	0.4903	0.3367	0.3364	0.3571	0.3727	0.2070	0.2253	0.2719	0.2919
(1.1)F	0.1559	0.1522	0.2694	0.3295	0.1333	0.1019	0.0478	0.0506	0.1277	0.1080	0.0184	0.0305
(1.2)R	0.2308	0.2202	0.3459	0.3191	0.1643	0.2169	0.1676	0.2285	0.0816	0.1328	0.1448	0.1896
(1.2)F	0.4872	0.5026	0.4725	0.4819	0.1113	0.0759	0.0507	0.0521	0.1092	0.0683	0.0437	0.0520
(1.3)R	0.7380	0.7424	0.7380	0.7432	0.4619	0.4405	0.4529	0.4179	0.3576	0.3438	0.3625	0.3387
(1.3)F	0.2663	0.2336	0.2723	0.2159	0.1671	0.1530	0.0563	0.0794	0.1257	0.1461	0.0349	0.0661
(1.4)R	0.3291	0.3738	0.3915	0.3937	0.3479	0.4040	0.3286	0.3479	0.2247	0.2541	0.2534	0.2710
(1.4)F	0.2967	0.3562	0.2967	0.3620	0.0856	0.0619	0.0748	0.0814	0.0856	0.0619	0.0748	0.0814
Q_x	2				3				4			
(2.1)R	0.4507	0.4036	0.2454	0.2293	0.2626	0.2619	0.1993	0.1877	0.1977	0.2010	0.1812	0.1745
(2.1)F	0.5303	0.6221	0.5681	0.6655	0.4694	0.5020	0.4634	0.5057	0.4265	0.4385	0.4110	0.4439
(2.2)R	0.6192	0.4650	0.4952	0.3440	0.2285	0.2322	0.1837	0.1322	0.1510	0.1615	0.2030	0.1533
(2.2)F	0.3073	0.2733	0.3317	0.2448	0.2587	0.1712	0.2553	0.1741	0.2083	0.1081	0.2144	0.1322
(2.3)R	0.3444	0.5167	0.1386	0.5302	0.2430	0.3573	0.2171	0.3921	0.2266	0.2969	0.2281	0.3348
(2.3)F	0.4918	0.4309	0.6428	0.5472	0.4578	0.3837	0.5150	0.4629	0.4225	0.3609	0.4563	0.4258
(2.4)R	0.6648	0.5906	0.5877	0.5710	0.2758	0.3184	0.1262	0.2809	0.1718	0.2166	0.1268	0.2384
(2.4)F	0.3715	0.2401	0.3732	0.2610	0.3092	0.1972	0.2936	0.1710	0.2850	0.1897	0.2542	0.1277

TABLA 3.6

ESTADÍSTICOS DE LA VARIABLE ALEATORIA $\tilde{r} = \hat{v}(\tilde{q}^x) / \hat{v}(\tilde{q}^{x+y})$

MARCOS CON APOYOS ARTICULADOS

Q_x	2		4		6	
q	q_{MAX}	Σq_{MAX}	q_{MAX}	Σq_{MAX}	q_{MAX}	Σq_{MAX}
$\hat{E}(\tilde{Y})$	0.9705	0.9600	1.1447	0.9082	1.0603	0.8239
$\hat{V} \tilde{r}$	0.1031	0.1698	0.2515	0.1256	0.3160	0.1828

MARCOS CON APOYOS EMPOTRADOS

Q_x	2		3		4	
q	q_{MAX}	Σq_{MAX}	q_{MAX}	Σq_{MAX}	q_{MAX}	Σq_{MAX}
$\hat{E}(\tilde{Y})$	1.1132	1.0767	1.0926	1.0834	1.1310	1.1482
$\hat{V} \tilde{r}$	0.2685	0.3892	0.3111	0.4398	0.3978	0.4826

TABLA 3.7 FACTORES DE DUCTILIDAD DE DISEÑO \hat{Q}_Y^* PARA CADA CASO ESTUDIADO

MARCOS CON APOYOS ARTICULADOS								L MTS.	CRITERIO
Q_x	2		4		6				
$B=I_v h/I_c L$	0.70	1.75	0.70	1.75	0.70	1.75			
	0.10	3.34	2.26	11.87	7.93	6.71	5.37	6	$q_{MAX} = 1$
T_Y	0.18	10.96	3.67	9.75	9.23	8.66	7.85	6	
SEGS.	0.14	3.57	10.97	7.21	8.46	11.86	4.38	9	
	0.28	8.18	3.79	2.47	14.90	2.50	14.90		
	0.10	7.61	4.05	7.40	6.19	6.24	5.64	6	$\Sigma q_{MAX} = 1$
T_Y	0.18	3.21	3.94	5.10	7.20	5.58	6.54	6	
SEGS.	0.14	3.55	8.70	5.80	6.76	6.24	3.42	9	
	0.28	2.53	3.11	3.95	4.29	3.94	4.29		

MARCOS CON APOYOS EMPOTRADOS								L MTS.	CRITERIO
Q_x	2		3		4				
$B=I_v h/I_c L$	0.70	1.75	0.70	1.75	0.70	1.75			
	0.10	3.09	1.88	3.19	2.43	3.19	2.66	6	$q_{MAX} = 1$
T_Y	0.20	6.49	4.27	8.21	2.94	8.97	1.76	6	
SEGS.	0.15	3.62	2.68	4.13	2.06	4.65	1.72	9	
	0.30	1.09	1.36	1.82	1.53	2.18	1.67		
	0.10	2.79	1.99	2.97	2.83	2.55	2.69	6	$\Sigma q_{MAX} = 1$
T_Y	0.20	7.04	6.29	6.93	3.41	7.52	1.77	6	
SEGS.	0.15	4.12	2.78	3.53	1.95	3.40	1.61	9	
	0.30	1.43	1.54	2.22	1.57	2.31	1.64		

TABLA 3.8 RESULTADOS DE LOS AGRUPAMIENTOS DE LOS VALORES DE \hat{Q}_Y^* DE LA TABLA 3.7 230

MARCOS CON APOYOS ARTICULADOS								
L MTS. →	6				9			
CRITERIO →	$\eta_{MAX} = 1$		$\Sigma \eta_{MAX} = 1$		$\eta_{MAX} = 1$		$\Sigma \eta_{MAX} = 1$	
ATRIBUTO ↓	$\hat{Q}_Y^*_{PROM}$	$\bar{V}_m(\hat{Q}_Y^*)$	$\hat{Q}_Y^*_{PROM}$	$\bar{V}_m(\hat{Q}_Y^*)$	$\hat{Q}_Y^*_{PROM}$	$\bar{V}_m(\hat{Q}_Y^*)$	$\hat{Q}_Y^*_{PROM}$	$\bar{V}_m(\hat{Q}_Y^*)$
$Q_x = 2$	5.06	3.45	4.70	1.71	6.63	3.11	4.47	2.47
$Q_x = 4$	9.70	1.42	6.47	0.92	8.26	4.44	5.20	1.14
$Q_x = 6$	7.15	1.24	6.00	0.40	8.41	5.13	4.47	1.07
$T_Y = 0.10$	6.25	3.16	6.19	1.18				
$T_Y = 0.14$					7.74	3.08	5.75	1.84
$T_Y = 0.18$	8.35	2.30	5.26	1.38				
$T_Y = 0.28$					7.79	5.38	3.69	0.65
$B = 0.70$	8.55	2.85	5.86	1.49	5.97	3.44	4.34	1.29
$B = 1.75$	6.05	2.50	5.59	1.22	9.57	4.48	5.10	1.99
$L = 6$ MTS	7.30	2.96	5.73	1.37				
$L = 9$ MTS					7.77	4.38	4.72	1.72

MARCOS CON APOYOS EMPOTRADOS								
L MTS. →	6				9			
CRITERIO →	$\eta_{MAX} = 1$		$\Sigma \eta_{MAX} = 1$		$\eta_{MAX} = 1$		$\Sigma \eta_{MAX} = 1$	
ATRIBUTO ↓	$\hat{Q}_Y^*_{PROM}$	$\bar{V}_m(\hat{Q}_Y^*)$	$\hat{Q}_Y^*_{PROM}$	$\bar{V}_m(\hat{Q}_Y^*)$	$\hat{Q}_Y^*_{PROM}$	$\bar{V}_m(\hat{Q}_Y^*)$	$\hat{Q}_Y^*_{PROM}$	$\bar{V}_m(\hat{Q}_Y^*)$
$Q_x = 2$	3.93	1.70	4.53	2.17	2.19	1.02	2.47	1.09
$Q_x = 3$	4.19	2.34	4.04	1.69	2.39	1.02	2.32	0.74
$Q_x = 4$	4.15	2.83	3.63	2.27	2.56	1.23	2.24	0.73
$T_Y = 0.10$	2.74	0.48	2.64	0.32				
$T_Y = 0.15$					3.14	1.07	2.90	0.89
$T_Y = 0.20$	5.44	2.66	5.49	2.14				
$T_Y = 0.30$					1.61	0.34	1.79	0.35
$B = 0.70$	5.52	2.48	4.97	2.21	2.92	1.29	2.84	0.92
$B = 1.75$	2.66	0.83	3.16	1.50	1.84	0.43	1.85	0.44
$L = 6$ MTS	4.09	2.34	4.07	2.09				
$L = 9$ MTS					2.38	1.11	2.34	0.87

TABLA 3.9 ANALISIS DE LOS AGRUPAMIENTOS DE LAS CURVAS (q , \hat{Q}_Y)

MARCOS CON APOYOS ARTICULADOS

ATRIBUTO ↓	CURVAS (q_{MAX} , \hat{Q}_Y)				CURVAS (Σq_{MAX} , \hat{Q}_Y)				L MTS.
	\hat{Q}_Y^*		$\bar{\sqrt{q}}$	$\bar{\sqrt{\bar{q}}}$	\hat{Q}_Y^*		$\bar{\sqrt{q}}$	$\bar{\sqrt{\bar{q}}}$	
	$\bar{q}=1$	$\bar{q}+\sqrt{q}=1$			$\bar{q}=1$	$\bar{q}+\sqrt{q}=1$			
$Q_x=2$	4.35	2.18	0.044		4.25	3.26	0.027		6
$Q_x=4$	9.31	6.98	0.022	0.015	6.36	5.56	0.010	0.008	
$Q_x=6$	7.29	5.72	0.024		5.99	5.54	0.012		
$T_Y=0.10$	4.87	2.80	0.022	0.011	5.95	4.52	0.017	0.008	
$T_Y=0.18$	8.26	6.14	0.031		4.82	3.48	0.021		
$B=0.70$	8.29	5.58	0.035	0.012	5.18	3.59	0.023	0.008	
$B=1.75$	4.93	2.90	0.022		5.45	4.29	0.016		
$L=6$ MTS	6.80	3.27	0.035	0.010	5.30	3.81	0.021	0.006	
$Q_x=2$	6.36	3.65	0.037		3.60	2.71	0.032		
$Q_x=4$	4.81	2.93	0.036	0.018	5.19	4.29	0.014	0.011	
$Q_x=6$	5.26	2.88	0.037		4.65	3.58	0.018		
$T_Y=0.14$	7.75	4.22	0.029	0.015	5.77	3.75	0.021	0.009	
$T_Y=0.28$	4.24	2.70	0.044		3.55	2.97	0.023		
$B=0.70$	4.12	2.66	0.046	0.015	3.95	3.16	0.023	0.009	
$B=1.75$	8.07	4.85	0.026		5.09	3.28	0.023		
$L=9$ MTS	5.54	3.06	0.040	0.012	4.39	3.19	0.025	0.007	

MARCOS CON APOYOS EMPOTRADOS										
ATRIBUTO ↓	CURVAS (\bar{q}_{MAX}, \hat{Q}_Y)				CURVAS ($\Sigma \bar{q}_{MAX}, \hat{Q}_Y$)				L MTS	
	\hat{Q}_Y^*		\bar{v}_q	$\bar{v}_{\bar{q}}$	\hat{Q}_Y^*		\bar{v}_q	$\bar{v}_{\bar{q}}$		
	$\bar{q}=1$	$\bar{q}+\sqrt{q}=1$			$\bar{q}=1$	$\bar{q}+\sqrt{q}=1$				
$Q_x=2$	3.24	2.23	0.052		3.39	2.28	0.070		6	
$Q_x=3$	3.35	2.50	0.035	0.023	3.45	2.74	0.032	0.025		
$Q_x=4$	3.26	1.91	0.048		3.07	1.88	0.050			
$T_Y=0.10$	2.69	2.09	0.033	0.016	2.60	2.21	0.031	0.017		
$T_Y=0.20$	4.67	2.75	0.045		5.20	3.07	0.053			
$B=0.70$	4.82	3.13	0.039	0.015	4.21	2.76	0.055	0.021		
$B=1.75$	2.55	1.92	0.034		2.87	1.98	0.050			
$L=6$ MTS	3.28	2.14	0.047	0.014	3.32	2.22	0.057	0.016		
$Q_x=2$	1.71	1.22	0.164		1.98	1.46	0.145			9
$Q_x=3$	2.03	1.61	0.090	0.056	2.06	1.70	0.085	0.053		
$Q_x=4$	2.09	1.70	0.081		2.00	1.65	0.086			
$T_Y=0.15$	2.99	1.99	0.076	0.038	2.77	1.89	0.091	0.038		
$T_Y=0.30$	1.61	1.30	0.112		1.77	1.47	0.095			
$B=0.70$	2.44	1.59	0.139	0.045	2.64	1.83	0.118	0.036		
$B=1.75$	1.69	1.47	0.082		1.75	1.54	0.057			
$L=9$ MTS	1.94	1.46	0.127	0.037	2.01	1.58	0.112	0.032		
$T_Y=0.15$	2.99	1.99	0.076		2.77	1.89	0.091		9	
$T_Y=0.30$	$Q_x=2$	1.26	1.09	0.026	0.027	1.50	1.43	0.021		0.029
	$Q_x=3,4$	1.84	1.59	0.062		1.91	1.63	0.072		

TABLA 3.10 FACTORES DE DUCTILIDAD \hat{Q}_Y^* PARA LOS AGRUPAMIENTOS OPTIMOS DE LAS CURVAS (q, \hat{Q}_Y) 2º 33

MARCOS CON APOYOS ARTICULADOS				
L MTS	CURVAS (q_{MAX}, \hat{Q}_Y)		CURVAS ($\Sigma q_{MAX}, \hat{Q}_Y$)	
	\hat{Q}_Y^*		\hat{Q}_Y^*	
	$\bar{q} = 1$	$\bar{q} + \sqrt{q} = 1$	$\bar{q} = 1$	$\bar{q} + \sqrt{q} = 1$
6	6.80	3.27	5.30	3.81
9	5.54	3.06	4.39	3.19

MARCOS CON APOYOS EMPOTRADOS L = 6 MTS.			
CURVAS (q_{MAX}, \hat{Q}_Y)		CURVAS ($\Sigma q_{MAX}, \hat{Q}_Y$)	
\hat{Q}_Y^*		\hat{Q}_Y^*	
$\bar{q} = 1$	$\bar{q} + \sqrt{q} = 1$	$\bar{q} = 1$	$\bar{q} + \sqrt{q} = 1$
3.28	2.14	3.32	2.22

MARCOS CON APOYOS EMPOTRADOS L = 9 MTS.					
TY SEGS.	Q_x	CURVAS (q_{MAX}, \hat{Q}_Y)		CURVAS ($\Sigma q_{MAX}, \hat{Q}_Y$)	
		\hat{Q}_Y^*		\hat{Q}_Y^*	
		$\bar{q} = 1$	$\bar{q} + \sqrt{q} = 1$	$\bar{q} = 1$	$\bar{q} + \sqrt{q} = 1$
0.15	2,3,4	2.99	1.99	2.77	1.89
0.30	2	1.26	1.09	1.50	1.43
	3,4	1.84	1.59	1.91	1.63

ΑΠΕΝΔΙΧΕΣ

PESOS CONCENTRADOS EQUIVALENTES W_Y

Para obtener expresiones analíticas aproximadas para calcular los pesos concentrados equivalentes, W_Y , en las secciones intermedias de las trabes, que proporcionen el mismo periodo fundamental de vibración de los marcos con su peso total, W , uniformemente distribuido en sus trabes, se tomarán en cuenta únicamente las deformaciones por flexión, y se determinará la frecuencia del modo fundamental de vibración vertical, ω_Y , con el cociente de Rayleigh, mediante la siguiente expresión:

$$\omega_Y^2 = g \cdot \frac{\sum F_i \cdot Y_i}{\sum W_i \cdot Y_i^2} \quad (A.1)$$

Y_i son los desplazamientos verticales por debajo de las fuerzas verticales de inercia, F_i , que se generan en los pesos concentrados W_i . g es la aceleración de la gravedad.

Se ha demostrado que se consigue una adecuada aproximación de ω_Y , cuando se considera que las fuerzas de inercia, F_i , son iguales a los pesos concentrados W_i [22, 23]; en este caso, Y_i , son simplemente los desplazamientos elásticos del marco por efecto de la acción estática de los pesos W_i . Esta aproximación será utilizada en lo que sigue.

Marco con carga distribuida W (Fig. 2.1)

Para el marco con carga uniformemente distribuida W , la Ec. (A.1) se expresa de la siguiente manera:

$$\omega_Y^2 = g \cdot \frac{\int_0^L (W/L) Y dx}{\int_0^L (W/L) Y^2 dx} \quad (A.2)$$

La deformada elástica de la trabe, es la siguiente:

$$Y = \frac{WL^3}{24EI_v} \left\{ \frac{x}{L} (1-k) + k \frac{x^2}{L^2} - 2 \frac{x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4} \right\} \quad (A.3)$$

$$k = \frac{m_2}{m_2 + 2B} \quad (\Delta.4)$$

$m = 3$ para marcos con apoyos articulados.

$m = 4$ para marcos con apoyos empotrados.

$$B = I_v \cdot h / I_c \cdot L$$

Introduciendo la Ec. ($\Delta.3$) en la Ec. ($\Delta.2$), resulta:

$$\omega_Y^2 = \frac{2520 \rho \cdot EI_v}{W_Y L^3} \left\{ \frac{(1.2 - k)}{k(21k - 51) + 31} \right\} \quad (\Delta.5)$$

La Ec. ($\Delta.5$) concuerda muy bien con los resultados exactos que corresponden a los casos extremos con $B = 0$ y ∞ .

Modelo con tres masas concentradas (Fig. 2.2 a)

En este caso, la Ec. ($\Delta.1$) se expresa como sigue:

$$\omega_Y^2 = \rho \cdot \frac{W_Y \cdot Y_3}{W_Y \cdot Y_3^2} = \frac{\rho}{Y_3} = \frac{192 \rho EI_v}{W_Y L^3 (4 - 3k)} \quad (\Delta.6)$$

Modelo con cinco masas concentradas (Fig. 2.2 b)

En este caso, la Ec. ($\Delta.1$) se expresa como sigue:

$$\omega_Y^2 = \rho \frac{W_Y (2Y_3 + Y_4)}{W_Y (2Y_3^2 + Y_4^2)} = \frac{\rho (2Y_3 + Y_4)}{(2Y_3^2 + Y_4^2)} \quad (\Delta.7)$$

Los desplazamientos verticales Y_3 y Y_4 tienen las siguientes expresiones:

$$Y_3 = \frac{3 W_Y \cdot L^3}{512 EI_v} \left(\frac{m + 12B}{m + 2B} \right) \quad (\Delta.8)$$

$$Y_4 = \frac{W_Y \cdot L^3}{192 EI_v} \left(\frac{2m + 19B}{m + 2B} \right) \quad (\Delta.9)$$

Introduciendo las expresiones ($\Delta.8$) y ($\Delta.9$) en la Ec. ($\Delta.7$), resulta:

$$\bar{\omega}_Y^2 = \frac{1536 \rho EI_v}{W_Y \cdot L^3} \left\{ \frac{92 - 75k}{5804 - 9420k + 3825k^2} \right\} \quad (\Delta.10)$$

PESOS CONCENTRADOS EQUIVALENTES W_Y

Modelo con tres masas concentradas

Iguando las Ecs. ($\Delta.5$) y ($\Delta.6$), resulta:

$$W_Y = \frac{8W}{105} \left\{ \frac{k(21k - 51) + 31}{(4 - 3k)(1.2 - k)} \right\} \quad (\Delta.11)$$

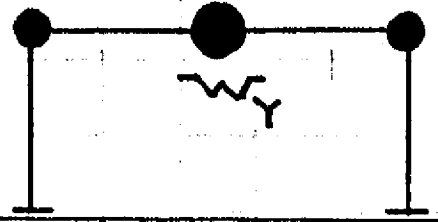
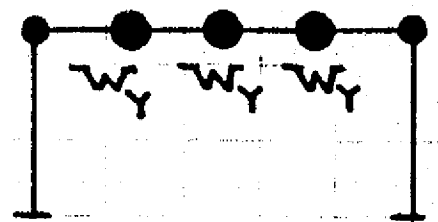
Modelo con cinco masas concentradas

Iguando las Ecs. ($\Delta.5$) y ($\Delta.10$), resulta:

$$W_Y = \frac{64W}{105} \left\{ \frac{[k(21k - 51) + 31](92 - 75k)}{(5804 - 9420k + 3825k^2)(1.2 - k)} \right\} \quad (\Delta.12)$$

En la tabla $\Delta.1$, que se presenta a continuación, se evalúan las Ecs. ($\Delta.11$) y ($\Delta.12$) para tres casos ilustrativos.

TABLA A.1 EVALUACION DE LOS PESOS CONCENTRADOS w_Y

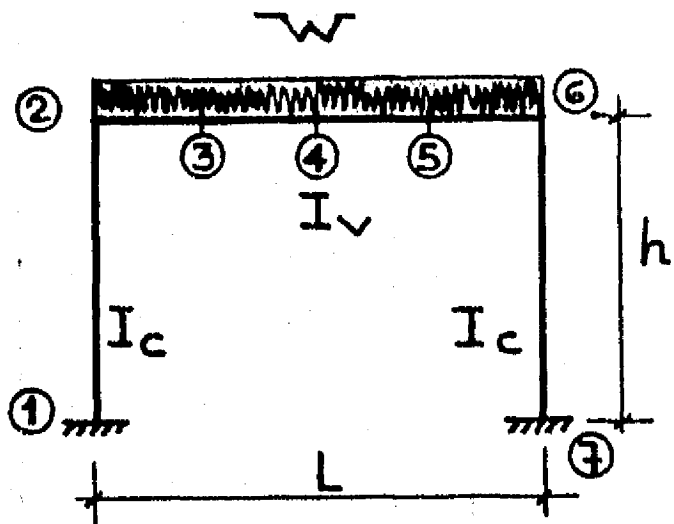
R	MODELO DE TRES PESOS CONCENTRADOS		MODELO DE CINCO PESOS CONCENTRADOS	
	$B = I_v h / I_c L$	w_Y / w	$B = I_v h / I_c L$	w_Y / w
0	∞	0.4921	∞	0.2496
1	0	0.3810	0	0.2479
0.5	0.5 m	0.4680	0.5 m	0.2488

APENDICE B

238

DISEÑO DE LAS PROPIEDADES DEL MARCO (2.1)F

DATOS



$$\begin{aligned}
 h &= 4 \text{ mts.} , L = 6 \text{ mts.} \\
 W &= 24 \text{ Tons} , W_Y = 6 \text{ tons} \\
 W_0 &= \left(\frac{1.5}{1.4}\right)W , T_Y = 0.20 \text{ seg.} \\
 B &= 0.70 , m = 4 \\
 f'_c &= 225 \text{ Kg/cm}^2 , f_Y = 4200 \text{ Kg/cm}^2 \\
 E_c &= 150 \text{ tons/cm}^2 \\
 Q_x &= 2 , Q_Y = 3
 \end{aligned}$$

1. DISEÑO DE LAS PROPIEDADES DE RIGIDEZ

De acuerdo con la Ec. (2.6) , $I_v = 143,857 \text{ cm}^4$.

De acuerdo con la Ec. (2.7) , $I_c = 137,007 \text{ cm}^4$.

De acuerdo con las Ecs. (2.8) y (2.9) , la trabe resulta con una sección rectangular de $25.63 \times 51.26 \text{ cms.}$, y las columnas resultan con secciones cuadradas de $35.81 \text{ cms. de lado.}$

2. ANALISIS PARA LAS CARGAS DE GRAVEDAD $W = 24 \text{ TONS.}$

Según la Ec. (2.57) , se tiene :

$$\{R_W\} = \begin{Bmatrix} P_{1W} \\ M_{1W} \\ M_{2W} \\ M_{3W} \\ M_{4W} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 12.0 \text{ TONS} \\ 444.444 \text{ TON} \cdot \text{CM} \\ -888.889 \text{ TON} \cdot \text{CM} \\ 461.111 \text{ TON} \cdot \text{CM} \\ 911.111 \text{ TON} \cdot \text{CM} \end{Bmatrix}$$

3. EFECTO P-Δ DE LAS CARGAS DE GRAVEDAD

Según la Ec. (2.60) , $K_x = 4.887 \text{ TON/cm.}$

Según la Ec. (2.58) ,

$$\lambda = 1 + \left[\frac{1.1 \times 24 \quad 400}{4.887 \quad 2 \quad - 1.2 \times 1.1 \times 24 \quad 400} \right] = 1.0279$$

4. ANALISIS SISMICO : ANALISIS MODAL ESPECTRAL

4.1 Periodos naturales de los modos de vibración (SAP IV)

$$\begin{aligned} T_{1x} &= 0.44579 \text{ segs.} & T_{2y} &= 0.20000 \text{ segs.} \\ T_{3x} &= 0.06741 \text{ segs.} & T_{4y} &= 0.03558 \text{ segs.} \end{aligned}$$

4.2 Formas características de los modos (SAP IV)

$$\{z_1\} = \begin{bmatrix} 0.20158 \\ -0.02123 \\ 0.00 \\ 0.02123 \end{bmatrix}, \quad \{z_2\} = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.19280 \\ 0.29850 \\ 0.19280 \end{bmatrix}$$

$$\{z_3\} = \begin{bmatrix} 0.15012 \\ 2.85080 \\ 0.00 \\ -2.85080 \end{bmatrix}, \quad \{z_4\} = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.21107 \\ -0.27266 \\ 0.21107 \end{bmatrix}$$

4.3 Coeficientes de participación de los modos

Según las Ecs. (2.50) y (2.51) ,

$$\begin{aligned} a_{1x} &= 4.93345 & , & a_{2y} = 4.18548 \\ a_{3x} &= 0.03674 & , & a_{4y} = 0.91456 \end{aligned}$$

4.4 ordenadas de los espectros inelásticos promedios de pseudo-aceleraciones de los temblores seleccionados normalizados

$$\hat{A}_x \{T_1 = 0.44579 \text{ seg.}, \epsilon = 0.05, Q_x = 2\} / g = 0.38392$$

$$\hat{A}_x \{T_3 = 0.06741 \text{ seg.}, \epsilon = 0.05, Q_x = 2\} / g = 0.26607$$

$$\hat{A}_y \{T_2 = 0.200 \text{ seg.}, \epsilon = 0.05, Q_y = 3\} / g = +0.34019, -0.24166$$

$$\hat{A}_y \{T_4 = 0.03558 \text{ seg.}, \epsilon = 0.05, Q_y = 3\} / g = +0.15676, -0.13690$$

4.5 Fuerzas modales máximas . Ec. (2.39)

$$\{\hat{F}_{1x}\} = \begin{Bmatrix} 9.1633 \\ -0.2413 \\ 0.00 \\ 0.2413 \end{Bmatrix} \text{ Tons}, \quad \{\hat{F}_{2y}\} = \begin{Bmatrix} 0.00 \\ 1.1701 \\ 1.8115 \\ 1.1701 \end{Bmatrix} \text{ Tons}$$

$$\{\hat{F}_{3x}\} = \begin{Bmatrix} 0.0352 \\ 0.1672 \\ 0.00 \\ -0.1672 \end{Bmatrix} \text{ Tons}, \quad \{\hat{F}_{4y}\} = \begin{Bmatrix} 0.00 \\ 0.1586 \\ -0.2048 \\ 0.1586 \end{Bmatrix} \text{ Tons}$$

4.6 Elementos mecánicos modales máximos . Ecs. (2.54) y (2.55)

$$\{\hat{R}_{1x}\} = \begin{Bmatrix} P_{11} \\ M_{11} \\ M_{21} \\ M_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \pm 2.3377 \text{ Tons} \\ \pm 1095.158 \text{ Ton. Cm} \\ \pm 737.503 \text{ Ton. Cm} \\ \pm 386.849 \text{ Ton. Cm} \end{Bmatrix}$$

$$\{\hat{R}_{2y}\} = \begin{Bmatrix} P_{12} \\ M_{12} \\ M_{22} \\ M_{32} \\ M_{42} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2.9223, +2.0759 \text{ Tons} \\ -139.469, +99.074 \text{ Ton. Cm} \\ +278.936, -198.147 \text{ Ton. Cm} \\ -159.396, +113.230 \text{ Ton. Cm} \\ -350.654, +249.093 \text{ Ton. Cm} \end{Bmatrix}$$

$$\{\hat{R}_{3x}\} = \begin{Bmatrix} P_{13} \\ M_{13} \\ M_{23} \\ M_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} + 0.0991 \text{ Tons} \\ + 2.388 \text{ Ton. Cm} \\ + 4.652 \text{ Ton. Cm} \\ + 10.214 \text{ Ton. Cm} \end{Bmatrix}$$

$$\{\hat{R}_{4y}\} = \begin{Bmatrix} P_{14} \\ M_{14} \\ M_{24} \\ M_{34} \\ M_{44} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} - 0.0644 & , & + 0.0562 \text{ Tons} \\ - 1.052 & , & + 0.919 \text{ Ton. Cm} \\ + 2.106 & , & - 1.839 \text{ Ton. Cm} \\ - 7.547 & , & + 6.591 \text{ Ton. Cm} \\ + 10.041 & , & - 8.769 \text{ Ton. Cm} \end{Bmatrix}$$

4.7 Elementos mecánicos para los componentes sísmicos. Ec. (2.41)

Para el componente sísmico horizontal

$$\{\hat{R}_{sx}\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} + 2.3398 \text{ Tons} \\ + 1095.160 \text{ Ton. Cm} \\ + 737.518 \text{ Ton. Cm} \\ + 386.984 \text{ Ton. Cm} \\ 0.00 \end{Bmatrix}$$

Para el componente sísmico vertical

$$\{\hat{R}_{sy}\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} - 2.9230 & , & + 2.0767 \text{ Tons} \\ - 139.473 & , & + 99.078 \text{ Ton. Cm} \\ + 278.944 & , & - 198.156 \text{ Ton. Cm} \\ - 159.575 & , & + 113.422 \text{ Ton. Cm} \\ - 350.764 & , & + 249.295 \text{ Ton. Cm} \end{Bmatrix}$$

5. ELEMENTOS MECANICOS DE DISEÑO. Ecs. (2.64) a (2.80)

5.1 Momentos flectores de diseño de la trabe . $d' = 5 \text{ cms.}$

$$A_s \dot{M}IN = \frac{0.70 \sqrt{225}}{4200} (25.63)(46.26) = 2.964 \text{ cm}^2$$

$$MR \dot{M}IN = 0.90 (2.964)(4.2)(46.26) \left(1 - \frac{2.964 \times 4.2}{1.70 \times 0.80 \times 0.225 \times 25.63 \times 46.26} \right) \text{ Ton.cm}$$

$$MR \dot{M}IN = 500.59 \text{ Ton.cm}$$

Secciones de los extremos (2) y (6)

$$M_U^{(+)} = 1.1 (1.0279 \times 737.518 + 0.30 \times 278.944 - 888.889) = -51.822 \text{ Ton.cm}$$

$$M_U^{(-)} = 1.1 (888.889 + 1.0279 \times 737.518 + 0.30 \times 198.156) = 1877.074 \text{ Ton.cm}$$

$$M_U^{(-)} = 1.4 \left(\frac{1.5}{1.4} \right) (888.889) = 1333.334 \text{ Ton.cm}$$

$$\text{Resumen } \left\{ M_U^{(+)} = MR \dot{M}IN = 500.59 \text{ Ton.cm}, M_U^{(-)} = 1877.07 \text{ Ton.cm} \right\}$$

Secciones de los cuartos de claro (3) y (5)

$$M_U^{(+)} = 1.1 (461.111 + 1.0279 \times 386.984 + 0.30 \times 113.422) = 982.210 \text{ Ton.cm}$$

$$M_U^{(+)} = 1.4 \left(\frac{1.5}{1.4} \right) (461.111) = 691.667 \text{ Ton.cm}$$

$$M_U^{(-)} = 1.1 (1.0279 \times 386.984 + 0.30 \times 159.575 - 461.111) = -17.003 \text{ Ton.cm}$$

$$\text{Resumen } \left\{ M_U^{(+)} = 982.21 \text{ Ton.cm}, M_U^{(-)} = MR \dot{M}IN = 500.59 \text{ Ton.cm} \right\}$$

Sección central (4)

$$M_U^{(+)} = 1.1 (911.111 + 249.295) = 1276.447 \text{ Ton.cm}$$

$$M_U^{(+)} = 1.4 \left(\frac{1.5}{1.4} \right) (911.111) = 1366.667 \text{ Ton.cm}$$

$$M_U^{(-)} = 1.1 (350.764 - 911.111) = -616.382 \text{ Ton.cm}$$

$$\text{Resumen } \left\{ M_U^{(+)} = 1366.67 \text{ Ton.cm}, M_U^{(-)} = MR \dot{M}IN = 500.59 \text{ Ton.cm} \right\}$$

5.2 Cargas axiales de Compresión y momentos de diseño en Columnas

Secciones Superiores

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.4 \left(\frac{1.5}{1.4} \right) 12 = 18.0 \text{ Tons} \\ M_U = 1.4 \left(\frac{1.5}{1.4} \right) 888.889 = 1333.334 \text{ Ton.cm} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 1.1 (12.0 + 1.0279 \times 2.3398 + 0.30 \times 2.0767) = 16.531 \text{ Tons} \\ M_U = 1.1 (888.889 + 1.0279 \times 737.518 + 0.30 \times 198.156) = 1877.074 \text{ Ton.cm} \end{array} \right\}$$

Secciones inferiores

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 18.0 \text{ Tons} \\ M_U = 1.4 \left(\frac{1.5}{1.4} \right) 444.444 = 666.667 \text{ Ton.cm} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_U = 16.531 \text{ Tons} \\ M_U = 1.1 (444.444 + 1.0279 \times 1095.160 + 0.30 \times 99.078) = 1759.871 \text{ Ton.cm} \end{array} \right\}$$

$$\text{Resumen } \left\{ P_U = 16.531 \text{ Tons} , M_U = 1877.07 \text{ Ton.cm} \right\}$$

5.3 Parámetros del diagrama de interacción (P, M) de columnas

Ec. (2.88) con $d' = 5 \text{ cms.}$,

$$P_b = 0.85 (0.400 \times 0.180 \times 35.81 \times 30.81) = 67.51 \text{ Tons}$$

$$\text{Ec. (2.94)} \quad \text{cm} \quad f = 0.90 \quad , \quad \Delta_{ST} = 33.448 \text{ cm}^2$$

$$\Delta_{ST \text{ MIN}} = 20 (35.81)^2 \cdot 4200 = 6.106 \text{ cm}^2 < \Delta_{ST}$$

$$\text{Ec. (2.85)} \quad , \quad P_0^{(+)} = 286.18 \text{ Tons}$$

$$\text{Ec. (2.90)} \quad , \quad M_b = 2260.24 \text{ Ton} \cdot \text{cm}$$

$$\text{Ec. (2.91)} \quad , \quad M_o = 1752.84 \text{ Ton} \cdot \text{cm}$$

$$\text{Ec. (2.92)} \quad , \quad P_0^{(-)} = 126.43 \text{ Tons}$$

6. FACTORES DE REDUCCION POR DUCTILIDAD VERTICAL

ordenadas de los espectros elásticos promedios de pseudo-aceleraciones de los temblores verticales seleccionados normalizados:

$$A_Y (T_2 = 0.200 \text{ seg.} , \epsilon = 0.05) / q = +0.36876 , -0.35174$$

$$A_Y (T_4 = 0.03558 \text{ seg.} , \epsilon = 0.05) / q = +0.19248 , -0.16106$$

Debido a la muy reducida participación del modo 4 de vibrar, los factores de reducción por ductilidad vertical son los que corresponden directamente al modo 2; esto es,

$$\hat{Q}_Y^{(+)} = \frac{0.36876}{0.34019} = 1.084$$

$$\hat{Q}_Y^{(-)} = \frac{0.35174}{0.24166} = 1.456$$

APENDICE C : ROTACIONES PLASTICAS MAXIMAS EN LOS EXTREMOS DE LAS TRABES DE LOS MARCOS SIMPLES

245

En este apéndice se derivará una expresión analítica aproximada para predecir, conservadoramente, las rotaciones plásticas máximas en las secciones de los extremos de las trabes de los marcos simples, por efecto de la acción combinada de las cargas de gravedad y de los componentes sísmicos horizontal y vertical. Con este propósito se utilizarán las siguientes hipótesis simplificadoras:

1. Existe un predominio de los efectos del componente sísmico horizontal sobre los del componente vertical, de modo que es apropiado considerar que las rotaciones plásticas máximas en los extremos de las trabes se generan cuando los desplazamientos laterales de los marcos son máximos.
2. Los desplazamientos laterales máximos de los marcos sometidos únicamente al componente sísmico horizontal, Δ_{MAX}^x , se pueden predecir con la ecuación fundamental del método del espectro inelástico de respuesta:

$$\Delta_{MAX}^x = Q_x \cdot \Delta_f^x \quad (C.1)$$

donde, Q_x , es el factor de ductilidad lateral de diseño y, Δ_f^x , es el desplazamiento lateral que inicia la fluencia del marco. Cuando además del componente sísmico horizontal se incluyen las cargas de gravedad, parece correcto incrementar todos los desplazamientos laterales por un factor de amplificación debido a los efectos P- Δ , que se designará como λ .

3. Las rotaciones plásticas máximas en los extremos de las trabes de los marcos se pueden estimar aceptablemente sobre la base de un mecanismo de fluencia de cuatro articulaciones, dos en la trabe y dos en los apoyos, en el cual todas las rótulas plásticas se forman simultáneamente (ver Fig. 3.2). La articulación plástica de momento positivo en la trabe se su-

pondrá ubicada en el cuarto de claro.

4. El efecto global del componente sísmico vertical se puede representar de una manera simple y conservadora por un incremento en todas las deformaciones plásticas de los marcos, donde el incremento en los desplazamientos verticales es función de la intensidad del componente sísmico vertical, de la rigidez transversal de las trabes, y de la resistencia adicional prevista al marco para resistir dicho componente sísmico. Una expresión aproximada, que concuerda aceptablemente con lo observado en este trabajo, para predecir el incremento en el desplazamiento vertical, Δ^Y_{MAX} , generado por el componente sísmico vertical, cuando el desplazamiento lateral de los marcos es máximo, es la siguiente:

$$\Delta^Y_{MAX} = \gamma_2 \cdot \frac{F_Y}{K_Y} \left(1 - \frac{\hat{Q}_{Y0}}{\hat{Q}_Y}\right) = \gamma_2 \cdot \frac{\hat{F}_Y}{K_Y} (\hat{Q}_Y - \hat{Q}_{Y0}) \quad (C.2)$$

donde, F_Y , es una medida de la intensidad del componente sísmico vertical; K_Y , es una medida de la rigidez transversal de la trabe del marco; \hat{Q}_Y , es el factor de reducción por ductilidad vertical de diseño; \hat{Q}_{Y0} , es el valor de \hat{Q}_Y para el cual el incremento en los desplazamientos verticales por efecto del componente sísmico vertical es nulo; γ_2 , es un coeficiente de ajuste de la Ec. (C.2). Para F_Y y K_Y se proponen las siguientes expresiones:

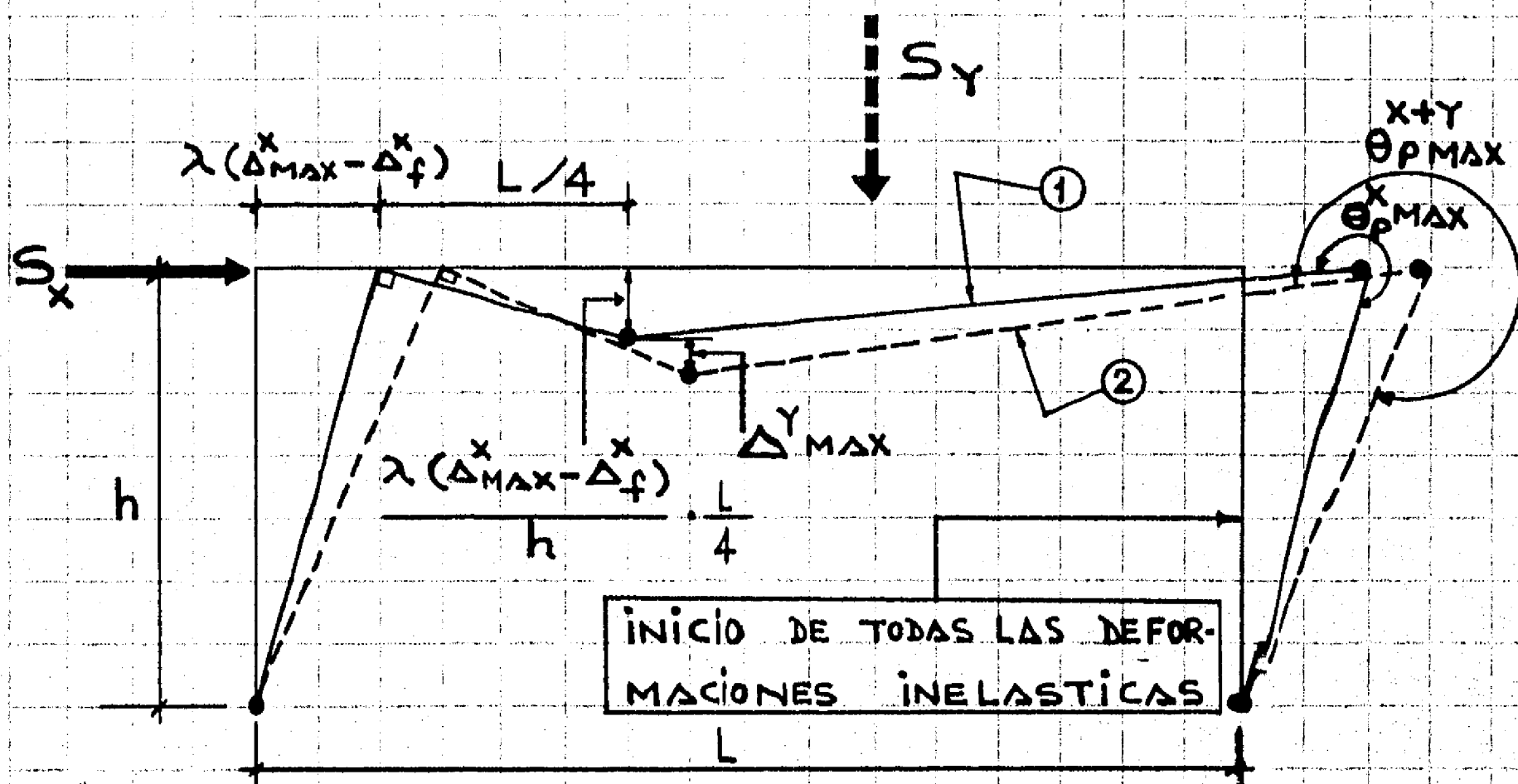
$$F_Y = \frac{A_Y \cdot W}{2} = \hat{Q}_Y \cdot \hat{F}_Y \quad (C.3)$$

$$K_Y = \frac{192 EI_v}{L^3 (4-3k)} \quad (C.4)$$

A_Y es la ordenada del espectro de pseudo-aceleraciones de

respuesta elástica del componente sísmico vertical.
La Ec. (4.4) corresponde a la rigidez transversal de las trabes de los marcos en sus centros de claro.

El conjunto de hipótesis que se ha descrito se encuentra representado en los esquemas de la Fig. C.1, que se presenta a continuación.



- ① Deformaciones inelásticas por efecto de las cargas de gravedad y del componente sísmico horizontal.
- ② Deformaciones inelásticas por efecto de las cargas de gravedad y de los componentes sísmicos horizontal y vertical.

FIG. C.1 DEFORMACIONES INELASTICAS QUE GENERAN LAS ROTACIONES PLASTICAS MAXIMAS EN LOS EXTREMOS DE LAS TRABES DE LOS MARCOS SIMPLES θ_p^x Y θ_p^{x+y} .

De la Fig. C.1, se tiene :

$$\Theta_P^x \text{MAX} = \frac{\lambda(\Delta_{MAX}^x - \Delta_f^x)}{h} + \frac{\lambda(\Delta_{MAX}^x - \Delta_f^x)L/4h}{3L/4} = \frac{4}{3} \frac{\lambda(\Delta_{MAX}^x - \Delta_f^x)}{h} \quad (C.5)$$

según la Ec. (C.1),

$$\lambda(\Delta_{MAX}^x - \Delta_f^x) = \lambda(Q_x - 1)\Delta_f^x = \lambda(Q_x - 1) \frac{\hat{F}_x}{K_x} \quad (C.6)$$

donde, \hat{F}_x , es la fuerza lateral que resulta del espectro inelástico de pseudo-aceleraciones del componente sísmico horizontal; K_x , es la rigidez lateral del marco.

$$\Theta_P^{x+y} = \Theta_P^x \frac{\lambda(\Delta_{MAX}^x - \Delta_f^x)L/4h + \Delta_{MAX}^y}{\lambda(\Delta_{MAX}^x - \Delta_f^x)L/4h} \quad (C.7)$$

De las ecuaciones anteriores resulta, finalmente :

$$\Theta_P^{x+y} = \frac{4}{3} \left[\frac{\lambda(Q_x - 1) \cdot \hat{F}_x}{h \cdot K_x} + \frac{4\gamma_2 (\hat{Q}_y - \hat{Q}_{y0}) \hat{F}_y}{L \cdot K_y} \right] \quad (C.8)$$

Un valor razonable para \hat{Q}_{y0} es la unidad. Cuando se trata de ajustar la Ec. (C.8) con los resultados experimentales, se aprecia una importante dispersión en el parámetro γ_2 , cuyo análisis está fuera del alcance del presente trabajo. Con todo, un valor suficientemente conservador de γ_2 es también la unidad.

Para fines de un mejor ajuste estadístico con los resultados experimentales, parece más adecuado reemplazar la Ec. (C.8) por la siguiente :

$$\Theta_P^{x+y} = \gamma' \left[\frac{\lambda(Q_x - Q_{x0}) \cdot \hat{F}_x}{h \cdot K_x} + \frac{4\gamma_2 (\hat{Q}_y - \hat{Q}_{y0}) \hat{F}_y}{L \cdot K_y} \right] \quad (C.9)$$

donde γ' , Q_{x0} , γ_2 y \hat{Q}_{y0} son cuatro parámetros de ajuste.