

2ej  
AZ



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

Facultad de Ciencias

**Introducción al Análisis y Métodos  
de Selección de Inversiones.**

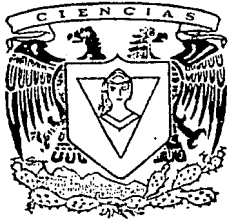
**TESIS PROFESIONAL**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE :

**A C T U A R I O**

P R E S E N T A

**MARISELA RIOS CORIA**



MEXICO, D. F.

1987.



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

	Hoja
<b>INTRODUCCION</b>	<b>1</b>
<b>1. DECISIONES DE INVERSION.</b>	<b>4</b>
1.1 Concepto de Proyecto de Inversión .....	5
1.2 El Interés en las Decisiones Financieras ..	13
1.3 Conceptos de Interés Compuesto y del Va- lor del Dinero a Través del Tiempo .....	14
1.4 Elementos del Presupuesto de Capital .....	22
<b>2. DECISIONES DE INVERSION CON INCERTIDUMBRE</b>	<b>39</b>
2.1 El Riesgo en el Análisis Financiero .....	42
2.2 Distribución de Probabilidad .....	43
2.3 Comparaciones de Riesgos .....	45
2.4 Distribución Continua .....	52
2.5 Los conceptos Riesgo e Incertidumbre .....	54
2.6. Técnicas para medir el Riesgo de Proyectos- Individuales .....	55
2.6.1 Desviación Estándar .....	55
2.6.2 Coeficiente de Variación .....	60
2.6.3 Análisis de Sensibilidad .....	65
2.6.4 Análisis de Riesgos dentro de la - Cartera de Inversiones .....	66

**Hoja**

<b>3.</b>	<b>METODOS DE SELECCION APROXIMADOS DE PROYECTOS DE INVERSION</b>	<b>74</b>
3.1	Método del Valor Anual Equivalente .....	75
3.2	Método del Valor Presente Neto .....	95
3.3	Método de la Tasa Interna de Rendimiento ..	111
	<b>RESUMEN</b>	<b>128</b>
	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>134</b>
	<b>APENDICES</b>	<b>139</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA.</b>	<b>150</b>

## I N T R O D U C C I O N

Indudablemente que el estado actual de la Economía Nacional exige cada vez más atención a las áreas de Administración - Financiera e Ingeniería Económica, para la creación de modelos que permitan evaluar las diversas alternativas de inversión con el fin de lograr un óptimo aprovechamiento de los recursos.

Es claro que tal situación, no es exclusiva de ningún sector en particular, ya que afecta, lo mismo al Industrial, de Bienes y Servicios y de Transformación, que al Comercio Interno y Externo, sean de Administración Pública o Privada.

Por lo anterior el objetivo primordial de esta tesis es analizar algunos métodos de selección de inversiones.

Para alcanzar este objetivo, el trabajo esta dividido fundamentalmente en tres capítulos:

- 1 Decisiones de Inversión.
- 2 Decisiones de Inversión con Incertidumbre y
- 3 Métodos de Selección Aproximados de Proyectos de Inversión.

Con el propósito de motivar el concepto de " Inversiones " , se presentan diversas definiciones y clasificaciones que dan a conocer la importancia de la Evaluación de Proyectos dentro de la Dirección Financiera de la Empresa.

Se propone una serie de definiciones acerca del Interés en las Decisiones Financieras. Se dan los conceptos de Interés Compuesto y del Valor del dinero a Través del Tiempo.

En lo referente a los Elementos del Presupuesto de Capital, se citan algunos desembolsos de capital, se comenta su importancia, se da un aspecto general del presupuesto de capital, de las propuestas de inversiones, aspectos administrativos; así como de la selección de propuestas.

En el capítulo Decisiones de Inversión con Incertidumbre se tiene un enfoque probabilístico de los proyectos de inversión.

En el punto de Distribución Continua, se hace la observación al hecho de que si una distribución de probabilidad está "apretada", implica que un proyecto "X" tiene mayor probabilidad de acercarse al valor esperado de sus utilidades reales.

Por otra parte, en el último capítulo, Métodos de Selección

Aproximados de Proyectos de Inversión, se analizan tres métodos: **Método del Valor Anual Equivalente, Método del Valor Presente Neto y Método de la Tasa Interna de Rendimiento**,-- que si bien no son todos, si son los más utilizados.

Se plantea el problema de la Selección de Proyectos de inversión. La empresa puede tener un gran número de alternativas de inversión, pero ¿cómo saber cuales son los mejores proyectos?.

Los métodos que se tratan son aproximados, ya que resulta -- práctico conocer sus técnicas de evaluación, selección de -- alternativas y su cálculo matemático-financiero. Se menciona el criterio de decisión de cada método; así como de cada una de sus alternativas.

**DECISIONES DE INVERSION**



## 1. DECISIONES DE INVERSION.

### 1.1 Concepto de Proyecto de Inversión.

A manera de antecedentes podemos mencionar que de los es tudios de proyecciones a futuro de las condiciones de -- mercado, de las posibilidades de desarrollo tecnológico y del panorama que ofrece la competencia, surgen los pla nes de la empresa a largo plazo. Estos planes a su vez, conducen a políticas de investigación y desarrollo de - nuevos productos y procesos; se comenta la búsqueda y ad quisición de propuestas y se incita a describir nuevos mercados ampliando los ya existentes.

De todas estas actividades, emana una corriente de pro puestas o proyectos de inversión que son esencialmente oportunidades para optimizar la capacidad de la empresa, ya sea aumentando los niveles de producción de las lí neas ya existentes o introduciendo diversos productos nuevos para reducir costos, mejorar la calidad, reduc ción en tiempos, flexibilidad, etc.

En la medida en que tales proposiciones maduran y se de sarrollan, llegan finalmente a un punto en el que podrá tomarse una decisión acerca de las que han de ponerse

en práctica.

Asimismo, las divisiones operativas de la empresa también están generando una corriente de proposiciones o proyectos relacionados con el reemplazo de medios existentes por equipos más modernos y la inversión de nuevos procesos destinados a reducir los costos de producción.

Todas estas proposiciones o proyectos compiten entre sí para asegurarse de los fondos que la empresa podrá obtener en un futuro cercano.

"De lo anterior, podemos decir que un proyecto de inversión implica un desembolso de fondos que la empresa no espera recuperar durante el año o ejercicio en que se efectúa. Se espera que el desembolso se recuperará durante varios años venideros y, si el proyecto tiene éxito, se recuperará algo más." (1)

A continuación daré algunas definiciones:

Elementos que intervienen en el acto de invertir:

- Sujeto que invierte (persona física o moral)

(1) Apuntes. Aplicación a las Matemáticas Financieras II. Diciembre/83.

- Objeto en el que se invierte
- Costo de la inversión
- Utilidades esperadas

Definición.

"Al acto en el que se da el cambio de una satisfacción cierta en el presente, contra la esperanza de adquirir una utilidad en el futuro, en donde el bien invertido es el soporte; se le llama inversión".

"Para Heyman Timothy (2), la inversión es la aportación de tiempo, dinero o energía destinada a obtener algún beneficio futuro. En otras palabras, por invertir se debe entender un sacrificio presente y cierto, en cuanto al consumo de un bien, a cambio de la posibilidad de obtener un rendimiento, aunque incierto y a futuro."

Cabe señalar que sin la presencia del factor rendimiento a futuro, la erogación correspondiente no pasará de ser un simple gasto o un ahorro. Por ejemplo, en el caso en que se efectúa un desembolso de dinero destinado a pagar una comida, que representa la satisfacción de una necesidad

---

(2) Heyman, Timothy. La Inversión en México. Universidad del Valle de México.

sidad inmediata, sólo se estará hablando de un gasto, en virtud de no encontrarse presente el elemento de retribución posterior que caracteriza a las inversiones, ya sea a corto, mediano o largo plazo.

Tampoco es factible pensar en términos de inversiones, si esto no se asocia por lo menos con la intención de obtener un beneficio. Se dice que con la intención, porque a pesar de los mejores deseos del inversionista, los resultados que se logran no siempre concuerdan con sus expectativas. Es decir, que se debe admitir que por lo general una inversión lleva asociado cierto grado de riesgo en cuanto a la posibilidad de obtener los resultados esperados.

Al referirse al elemento riesgo, éste se debe entender como cualquier factor de incertidumbre inherente a la inversión y su rendimiento esperado. En forma intuitiva, esta palabra significa que lleva implícita la posibilidad de que puede suceder algo diferente a aquellos resultados que se desean obtener.

#### Alternativas de Inversión.

Frecuentemente, en muchas empresas las decisiones de in

versión se fundamentan sobre las bases de pocos factores económicos o físicos. Esto puede ser adecuado, si la dirección está consciente de todos aquellos factores del negocio que afectan la productividad de la inversión y si ha seleccionado aquellos que realmente sean los que tienen mayor significación. Sin embargo, la tendencia actual se dirige hacia el concepto de sistemas en los que la esfera de las actividades analizadas se agranda constantemente. Por lo tanto, se integran más actividades en un esfuerzo por obtener una mayor optimización y reemplazar la suboptimización de esferas de actividades más pequeñas.

"Si se llevan a cabo íntegramente estas ideas, las decisiones de inversión de capital muy rara vez se enfocarán, por ejemplo, a un solo bien, o una sola máquina, sino por el contrario, constantemente se enfocarán hacia los planes a largo plazo de la compañía. Desde este punto de vista, el problema no es simplemente el reemplazo de un bien o máquina vieja por una nueva similar, sino el reemplazo de un proceso existente en un sistema, por otro proceso que haga que el sistema en conjunto sea más efectivo y eficiente." (3)

(3) Apuntes. Aplicación a las Matemáticas Financieras II. Diciembre/83.

Una clasificación que tiene su origen en la motivación de las inversiones es la siguiente:

- Inversiones de Implementación.- Son las que se realizan con la finalidad de ingresar al sector productivo, comercial o de servicios.
- Inversiones de Renovación o Reemplazo.- Se llevan a cabo con el objeto de sustituir un equipo o elemento productivo antiguo por otro nuevo.
- Inversiones de Modernización.- Son las que se hacen para mejorar los productos existentes o para la puesta a punto y lanzamiento de productos nuevos.
- Inversiones Estrategicas.- Son aquellas que tratan de reafirmar a la empresa en el mercado, reduciendo los riesgos que resulten del progreso técnico y la competencia.

Las inversiones también se pueden clasificar atendiendo al objeto en que se concreta la inversión, así se puede hablar de inversiones de equipos industriales, materias primas, etc.

Atendiendo a la relación que guardan entre sí las inversiones, estas se pueden clasificar en Complementarias, Sustitutivas e Independientes.

Inversiones Complementarias.- Son complementarias dos o más inversiones cuando la realización de una de ellas faculta la realización de las restantes.

Inversiones Acopladas.- Si la realización de una o varias inversiones, exige la realización de una u otras, entonces son inversiones acopladas.

Inversiones Sustitutivas.- varias inversiones son sutitutivas cuando la realización de una de ellas dificulta la realización de las restantes.

Inversiones Incompatibles o Mutuamente Excluyentes.- Si la aceptación de una o varias inversiones excluye automáticamente la realización de las restantes, se dice que son incompatibles.

Inversiones Independientes.- Son independientes --- cuando no guardan relación entre sí.

También se puede hacer una distinción entre Inver--  
sión Neta e Inversión Bruta. Por inversión neta, se entiende la que realiza la empresa, descontando su valor, el del envejecimiento físico y técnico del capital; por inversión bruta, la que se realiza sin descontar este. En el primer caso habrá, si se lleva a cabo, una ampliación neta del capital y en el se--  
gundo una simple renovación.

El valor de una inversión, no es otro que el de los ingresos futuros que esta va a producirnos, actualizados o descontados a la fecha de hoy, y eso es lo que debemos intentar conocer para que de ahí se derive la posibilidad de comparación y por consiguiente de elección.



## 1.2 El Interés en las Decisiones Financieras.

El factor interés estará enfocado principalmente a las decisiones de inversión referentes al activo, preferentemente a las decisiones sobre las adquisiciones de activo fijo.

A continuación daré una serie de definiciones:

- "La renta que se paga por utilizar dinero ajeno, o bien la renta que se gana al invertir nuestro dinero, se le conoce como interés."
- "El rédito, provecho, utilidad o ganancia del capital que generalmente se causa o se devenga sobre la base de un tanto por ciento del capital y en relación con el tipo, se le llama interés."
- "Se conoce como interés simple, a aquella tasa de interés que se aplica al principio de un solo período."  
(4)
- "El interés compuesto, es el que equivale a una tasa de interés simple capitalizada, esto es, el rendimien

(4) Seminario de Ciencias Sociales. Universidad del Valle de México. Diciembre/85.

to se obtiene tanto sobre el capital inicial, como so  
bre los intereses generados en el transcurso del tiem  
po."

- El activo, representa el valor total de los bienes, -  
recursos y derechos que son propiedad de una empresa  
o persona.
  
- El activo fijo constituye los bienes raíces, derechos  
y bienes muebles propiedad de una empresa o persona,  
destinados para usarlos en forma permanente o emplear  
los en proceso productivo o administrativo; por ejem-  
plo, maquinaria y equipo.

### 1.3 Conceptos de interés compuesto y del valor del dinero a través del tiempo.

Estos conceptos son de suma importancia en cualquier de  
cisión a largo plazo; para mostrarlos citaré algunos ca  
sos:

#### Interés Compuesto.

En aquellos proyectos de inversión que abarcan un perío  
do largo de tiempo, el interés puede ser manejado de -  
dos maneras:

- a) A intervalos establecidos, el interés vencido se paga mediante cheque o cupones. El capital que produce los intereses permanece sin cambio durante el plazo de la transacción. En este caso, estamos tratando con interés simple.
- b) A intervalos establecidos, el interés vencido es agregado al capital (por ejemplo, en las cuentas de ahorro). En este caso, se dice que el interés es capitalizable, o convertible en capital y, en consecuencia, también gana interés. El capital aumenta periódicamente y el interés convertible en capital también aumenta periódicamente durante la transacción.
- La suma vencida al final de la operación es conocida como monto; en el primer caso se le llama monto simple y en el segundo se le denomina monto compuesto. A la diferencia entre monto compuesto y el capital original se le conoce como interés compuesto. (5)

#### Frecuencia de Conversiones.

El interés puede ser convertido en capital anualmente, se mestralmente, trimestralmente, mensualmente, etc. El nú mero de veces que el interés se convierte en un año, se

(5) Frank Ayres, Jr. Matemáticas Financieras, Serie de Compendios. Schaums.

conoce como frecuencia de conversión. Al período de - tiempo entre dos conversiones sucesivas se le nombra período de interés o conversión. La tasa de interés se es establece normalmente como tasa anual. Por "interés al - 25%" se entiende v.g., que el 25% se convierte anualmente; de otra forma, la frecuencia de conversión se indica expresamente, es decir, 15% convertible mensualmente, 30% convertible semestralmente, etc.

En problemas que implican interés compuesto, tres conceptos son importantes:

- a) El capital original.
- b) La tasa de interés por período.
- c) El número de períodos de conversión durante todo el plazo de la transacción.

El monto compuesto.

Denoto:     C = capital invertido  
               i = tasa de interés por período de conversión  
               S = monto compuesto de C  
               n = período de conversión.

Puesto que C produce  $Ci$  de interés durante el primer período de conversión, al final de dicho período produce a

$C + Ci = C(1+i)$ . En otras palabras, el monto de un capital al final de un período de conversión, se obtiene multiplicando el capital por el factor  $(1+i)$ .

En consecuencia, al final del segundo período de conversión, el capital es  $C(1+i) \cdot (1+i) = C(1+i)^2$ .

Al final del tercer período de conversión, el monto es  $C(1+i)^2 \cdot (1+i) = C(1+i)^3$  y así sucesivamente.

La sucesión de montos:  $C(1+i)$ ,  $C(1+i)^2$ ,  $C(1+i)^3$ , ..., forma una progresión geométrica cuyo n-ésimo término es:  $S = C(1+i)^n$ . El factor  $(1+i)^n$  es el monto compuesto de 1 a la tasa  $i$  por período, por  $n$  períodos de conversión y será conocido como el monto compuesto de 1.

#### El valor presente.

El valor presente o descuento de flujos, como se llama comúnmente, es simplemente lo inverso de hallar el monto compuesto.

El valor presente a la tasa  $i$ , por período de capitalización, de un monto  $S$  con vencimiento en  $n$  períodos de conversión, es la suma  $C$  tal que invertida ahora a la tasa

dada de interés alcanzaría el monto  $S$  después de  $n$  períodos de conversión, es decir  $C = S(1+i)^{-n}$ .

#### Las ecuaciones de valor.

Una ecuación de valor se obtiene igualando en una fecha de comparación o fecha focal, la suma de un conjunto de pagos con otro conjunto de obligaciones. Cuando se trata de interés simple, dos conjuntos de obligaciones que son equivalentes en una cierta fecha pueden no serlo en otra distinta. Cuando se trata con interés compuesto, dos conjuntos de obligaciones que son equivalentes en una fecha también lo son en cualquier otra.

#### Tiempo equivalente.

La fecha en la cual un conjunto de obligaciones, con vencimiento en fechas diferentes, puede ser liquidado mediante un pago único igual a la suma de las distintas deudas, se conoce como fecha de vencimiento promedio de las deudas. El tiempo por transcurrir hasta dicha fecha se conoce como tiempo equivalente.

#### Tasas apropiadas de interés compuesto.

Veamos cuál puede ser la tasa apropiada de interés en una inversión dada.

Partiré del nivel general de las tasas de interés para cada tipo de inversión en la economía en su conjunto, que se establece mediante la interacción de la oferta y la demanda.

Existen diferentes tasas de interés en la economía; pueden darse en una fecha determinada, un conjunto de diferentes tasas. Es visto que las tasas más bajas se encuentran en las inversiones más seguras, las tasas más altas en las inversiones más riesgosas. "Generalmente, existe menos riesgo en inversiones que vencen en el futuro próximo que inversiones a plazo más largo, por lo que las tasas más altas suelen ir asociadas con inversiones a largo plazo." (6)

Mencionaré algunos casos de rendimientos en los que las empresas o personas que cuentan con dinero para invertir pueden adquirir: valores a corto plazo y no correr riesgo alguno; éstos tienen como consecuencia el obtener rendimientos relativamente bajos sobre la inversión. En cuanto a valores de renta variable existen: Bonos empresariales de nivel elevado; podrían invertir en ellos

(6) J. F. Weston. Fundamentos de Administración Financiera. Ed. Interamericana. Pág. 235.

quienes estén dispuestos a arriesgarse un poco más y obtener además de una tasa fija, un rendimiento probable más elevado. Acciones comunes; serían para las empresas o personas que deseen aceptar riesgos mayores y obtener rendimientos variables sobre la inversión.

Existen otras alternativas de inversión que ofrecen diversos grados de seguridad y liquidez, como son: los depósitos en instituciones de ahorro y préstamos, los bonos a largo plazo, las hipotecas, los edificios, los terrenos conservados con fines especulativos y varias formas de inversiones y valores internacionales.

#### Compensaciones por riesgo.

Si se tiene una cantidad de dinero limitada para invertir, debemos de escoger entre varias inversiones y suponer los riesgos e intereses que vamos a obtener y elegir así la que más convenga. Las compensaciones por riesgos son los rendimientos adicionales que deben obtener las inversiones arriesgadas, por encima de las de menor riesgo. Con esto se obtiene mayor demanda de las inversiones arriesgadas.



Costos de oportunidad.

Existe diversidad de inversiones en la economía, pero cualquier empresa o persona deberá de escoger un número limitado de ellas y después de realizar los ajustes para las diferencias del riesgo, deberá clasificar las distintas alternativas desde las más atractivas hasta las menos, posteriormente el inversionista colocará sus fondos disponibles en la inversión que resulte más atractiva.

Si se presenta la oportunidad de una nueva inversión, se deberá comparar con la alternativa seleccionada.

Si se decide por tomar la nueva inversión, se deberá sacrificar la oportunidad de invertir en la alternativa seleccionada anteriormente.

El rendimiento de la mejor de las alternativas se define como el costo de oportunidad de inversión en la nueva alternativa.

La tasa apropiada de interés que se utilice es crítica, al enfrentarse a problemas de interés compuesto. La naturaleza real de las tasas de interés que se deben usar

al trabajar en problemas de negocios se pueden explicar mejor en lo que respecta al Costo de Capital.

Para fines de evaluación de proyectos de inversión, el costo de capital es la tasa que sirve de límite mínimo para la asignación de recursos financieros a nuevos proyectos.

Hay diferentes formas de medir el costo de capital, entre las cuales destaca el costo de oportunidad y la del costo marginal del capital. Entendiendo por costo marginal del capital como el costo ponderado del último peso reunido para la inversión.

Las bonificaciones por riesgos y los costos de oportunidad son consideraciones importantes para determinar las inversiones más atractivas.

#### 1.4 Elementos del Presupuesto de Capital.

El presupuesto de capital es todo un proceso que comprende desde la planificación de los gastos, las utilidades que esperamos recibir en un lapso mayor de un año. El intervalo de tiempo de un año es arbitrario; pero resulta conveniente para distinguir los distintos tipos de -

gastos. Algunos desembolsos de capital suelen ser los gastos por construcciones, edificios, equipo, terrenos y por adiciones permanentes al capital de trabajo (especialmente inventarios) relacionados con la expansión de la fábrica. Otros ejemplos de desembolsos de capital que pueden estar comprendidos en la clasificación de este tipo de gastos podrían ser los programas de investigación y desarrollo, así como las campañas de publicidad o promoción, que posiblemente se efectúen en un lapso mayor de un año.

El presupuesto óptimo de capital y el nivel de inversión que eleva al máximo el valor presente de la empresa, se determina por la interacción de las fuerzas de la oferta y la demanda, simultáneamente en condiciones de incertidumbre. Las fuerzas de la oferta aportan -- capital a la empresa o cuadro de costo de capital.

Las fuerzas de la demanda nos van a marcar las oportunidades para invertir que se le ofrecen a la empresa; éstas oportunidades, van a estar dadas por la corriente de ingresos que generaría la elección de cada una de ellas.

Las condiciones de incertidumbre forman parte de una de

cisión, ya que resulta imposible conocer con exactitud el costo de capital o la corriente de ingresos que emanarán de un proyecto.

#### El presupuesto de capital y su importancia.

En la toma de decisiones estratégicas por la administración financiera, se toman en cuenta y se determinan los factores para hacer del presupuesto de capital una de las áreas más importantes. Esto tiene como consecuencia que todos los departamentos y altos dirigentes de una empresa sean afectados por tales decisiones, cualquiera que sea su responsabilidad.

En los efectos a largo plazo hay que considerar el hecho de que los resultados se proyecten dentro de un período prolongado; esto significa que la persona que toma las decisiones pierde algo de su flexibilidad. Es decir; - que toma un compromiso para el futuro. Por ejemplo, la adquisición de un activo con una vida económica de diez años requiere largo tiempo de espera para conocer los resultados finales. La persona encargada de la toma de decisiones deberá destinar los fondos necesarios para este período, quedando expuesto así a los acontecimientos futuros.

El crecimiento de los activos está relacionado fundamentalmente con las ventas esperadas.

Si decidimos comprar o construir un activo fijo cuya duración va a ser de cinco años, se supone un pronóstico implícito de ventas a cinco años. En realidad, la vida económica de un activo que se compra representa un pronóstico implícito sobre la duración de la vida económica del mismo. Por tanto, un pronóstico impreciso dará por resultado una inversión excesiva o reducida.

Si se pronostica en forma errónea las necesidades del activo, esto trae consigo graves consecuencias para la empresa. Si se invierte demasiado en activo, incurrirá en grandes gastos innecesarios. Si no se ha gastado - bastante pueden surgir dos graves problemas. Primero, puede ser que su equipo no sea lo bastante moderno para producir competitivamente. Segundo, si tiene capacidad inadecuada, puede perder parte de su participación en - el mercado en favor de las empresas rivales. Por consiguiente, el recuperar los clientes perdidos requiere - fuertes gastos de ventas o reducciones de precios, así como también el mejoramiento del producto.

Uno de los problemas de la coordinación periódica de la disponibilidad de activos de capital, consiste en establecer las fases necesarias para que entren al flujo en el momento adecuado. Tomemos un ejemplo para mostrar la importancia del presupuesto de capital: "si se tiene una empresa que está trabajando casi a su máxima capacidad la mayor parte del tiempo, se observa que durante unos cuatro años existieron auges de la demanda de sus productos; pero al presentarse estos aumentos, la empresa se veía obligada a rechazar pedidos debido a su demanda. Posteriormente a la elevación en su demanda, agregaba capacidad, ya fuera rentando un edificio adicional o comprando e instalando el equipo apropiado para su funcionamiento. Pasaban unos cuantos meses antes de poder contar con la capacidad adicional. ¿Qué pasa con el funcionamiento de la empresa? Se descubría que ya no había demanda para su incremento de producción. Otras empresas habían ampliado ya sus operaciones y absorbían mayor parte del mercado, de modo que la demanda para los productos de la empresa se había nivelado". (7)

Vemos con este ejemplo la importancia de prever adecuadamente la demanda y hacer planes para incrementar la

---

(7) J.F. Weston. Fundamentos de Administración Financiera. Edit. Interamericana. Pág. 244.

capacidad de seis meses a un año antes, con esto se hubiera podido conservar su mercado, y hasta conquistar una mayor parte del mismo.

En consecuencia, podemos observar que la coordinación - periódica de las adquisiciones de activos y la calidad de los mismos, está dada por un buen presupuesto de capital; debido a la naturaleza de los bienes de capital y sus productores. Las empresas no los adquieren si no advierten que las ventas están comenzando a ejercer presiones sobre su capacidad de producción. Lo que ocurre simultáneamente en otras compañías, cuando tienen pedidos fuertes, los productores pasan de una situación de capacidad ociosa a otra en la que no pueden satisfacer toda la demanda que les hacen. Por consiguiente, hay acumulación de grandes listas de pedidos en situación de espera, debido a que la producción de bienes de capital - incluye un período relativamente largo de trabajo, a veces hay que esperar un año o más para disponer de los - bienes de capital adicionales. Este factor tiene implicaciones evidentes para los agentes de compras y gerentes.

Otro punto de importancia del presupuesto de capital es

que si queremos expandir nuestro activo, esto va a implicar gastos considerables. Antes que una empresa gaste gran cantidad de dinero, debe trazar los planes apropiados: Una empresa que prevé un programa importante de gastos de capital, tal vez necesite formular su financiamiento con varios años de anticipación, para asegurarse de tener los fondos que exige la expansión.

Una consideración más, es que una empresa deberá poseer los equipos de capital necesarios, ya que muchas de éstas han fracasado, no por tener demasiados equipos de capital, sino por no poseer los suficientes; aún cuando el método tradicional marca tener una cantidad pequeña de equipos de capital, puede ser apropiado a veces. Sin embargo, llega a resultar fatal si los competidores instalan equipos modernos y automáticos que les permiten generar un mejor producto y venderlo a un precio más bajo. Se tiene el mismo caso de las empresas a nivel internacional, si las empresas no se modernizan y lo hacen otras, entonces aquéllas primeras no podrán competir en los mercados mundiales. En consecuencia, es de suma importancia entender la conducta de las inversiones empresariales y los factores que impulsan a las empresas a emprender programas de inversiones.



Es pues, esencial para los líderes y cuantos participan en la formulación de la política empresarial, la programación de su presupuesto de capital.

#### Aspecto General del Presupuesto de Capital.

El presupuesto de capital es, en esencia, una aplicación de la proposición clásica que preside la teoría económica de la empresa, que nos dice que una empresa debe operar en el punto en el que su ingreso y su costo marginal sean iguales.\* Cuando aplicamos esta regla a la decisión de trazar un presupuesto de capital, el ingreso marginal es la tasa de rendimiento sobre las inversiones, mientras que el costo marginal nos da el capital de la empresa.

Los proyectos son una corriente continua de buenas oportunidades de inversión; la elección del mejor, es fruto de mediana reflexión, cuidadosa planificación y, a menudo, grandes desembolsos destinados a investigación y desarrollo; no aparecen por casualidad. Además, surgen algunos problemas de medición muy difíciles; deben estimarse las ventas y los costos conexos con determinados proyectos, frecuentemente para posteriores años, tomando en cuenta una gran incertidumbre. Finalmente, los -

\* Resulta aplicable en teoría; este punto sería ideal para nuestra empresa; pero no se maneja así en la realidad, ya que no es posible que el Ingreso y el Costo Marginal sean iguales.

métodos de calcular las tasas de rendimiento y el costo del capital plantean arduos problemas teóricos y empíricos.

Por consiguiente, las personas de negocios deben actuar, aún en esta clase de problemas; esto ha originado la elaboración de procedimientos para ayudarles a tomar óptimas decisiones de inversión.

#### Las Propuestas de Inversiones.

Posterior a la generación real de ideas, el primer paso en el proceso de presupuesto de capital consiste en la elaboración de nuevas propuestas de inversiones, junto con los datos necesarios para valorarlas. Aunque las prácticas varían en las empresas, existen diferentes categorías de las propuestas sobre adquisiciones y son las siguientes:

- a) Sustituciones (de activos)
- b) Expansión (capacidad adicional en las líneas de producción existentes)
- c) Expansión (nuevas líneas de productos)
- d) Otros, por ejemplo: equipo ambiental.

Esta forma de agrupar las categorías es arbitraria, pero nos ayuda a tener un marco de referencia. Resulta difícil decidir la categoría apropiada para una inversión particular.

Generalmente, la categoría de sustitución resulta más sencilla. Al desgastarse los activos y volverse obsoletos, deben sustituirse por otros que mantengan la eficiencia de la producción. La empresa conoce la importancia de los ahorros que se obtendrán en los costos si lo hace y conoce las consecuencias de la no sustitución. Por consiguiente, los resultados de tales decisiones pueden predecirse con alto grado de seguridad.

Un ejemplo a la categoría b (expansión), es proponer capacidad adicional de maquinaria al tipo ya en uso, abrir otra sucursal, o bien, crear una cadena de tiendas en la ciudad. Las inversiones para expansión, en este sentido, se incorporan frecuentemente a las decisiones de sustitución. Es decir, si tenemos una máquina antigua e ineficiente, puede ser sustituida por una más grande y más eficiente.

En la expansión, interviene la incertidumbre con resultados a veces muy grandes, pero la empresa por lo menos,

tiene la ventaja de examinar la experiencia en la producción y las ventas con máquinas o tiendas similares.

Cuando se planea una inversión en la categoría c (expansión en nuevas líneas de productos), resulta un poco difícil, ya que se dispone de pocos datos o de ninguno en que fundamentar las decisiones.

Por último, la categoría d (otros), comprende una variedad de alternativas; como ejemplo se puede dar una proposición para elevar la productividad de los empleados haciendo instalaciones de un sistema de música. Se puede mencionar también como ejemplo, los aparatos de control de la contaminación. Los ejemplos de esta categoría no son propiamente una inversión que conlleva a ingresos monetarios, sino por el contrario, son un gasto que repercutirá en general a un mejor funcionamiento de la producción de la empresa.

#### Aspectos Administrativos.

El presupuesto de capital en su aspecto restante abarca los asuntos de carácter administrativo.

Generalmente, cuando las decisiones que se toman no son

de simple sustitución y cuando las sumas requeridas aumentan, se requiere la aprobación en niveles más altos de la organización. La función más importante de las juntas de directores es aprobar los grandes desembolsos en un programa de presupuesto de capital. Tales decisiones son de suma importancia para la prosperidad futura de la empresa.

El panorama de planificación de los programas de presupuesto de capital varía, dependiendo de la naturaleza y características de la empresa. Si se puede predecir, con gran seguridad, las ventas para un intervalo de tiempo de 10 a 20 años, el período de planificación posiblemente se lleve a cabo en un lapso largo; un ejemplo de este caso puede ser una compañía generadora de electricidad. De la misma forma, cuando existe un progreso en la tecnología y una empresa va a introducir un nuevo producto importante, se requiere de un período largo antes de la introducción del producto que puede ir, aproximadamente, de 8 a 10 años.

Posteriormente a la adopción de un presupuesto de capital, se deberá programar la realización de los pagos. Deberá existir un departamento de finanzas que se encar

gue de la realización de los pagos programados y a su vez, de la adquisición de fondos para satisfacer las necesidades de estas erogaciones.

También servirá de apoyo si se lleva un control automático sobre los usos de los fondos y equipo adquirido en los programas de presupuesto de capital. Los programas requieren tal información para revisar y valorar periódicamente las decisiones sobre gastos de capital; es decir, la fase de retroalimentación y control del presupuesto de capital.

#### Selección de Propuestas.

En la mayoría de las empresas existen más propuestas de proyectos de las que la empresa puede financiar. Hay diversidad de ellas; algunas son buenas, otras no; por lo que se debe elaborar un método para seleccionarlas y distinguirlas. El resultado obtenido será consecuencia de una clasificación de las propuestas y de una base para determinar la lista de clasificaciones.

Algunas se eliminan porque son mutuamente excluyentes.\*  
Cuando se selecciona un método para realizar el trabajo

\* Se habla de proyectos mutuamente excluyentes, si la aceptación de un proyecto impide la aceptación de otro.

resulta inadecuado el uso de cualquier otro método. - También son elementos mutuamente excluyentes los recursos, por ejemplo, si se escoge un equipo de herramienta para realizar un trabajo, otras herramientas llegan a - resultar superfluas.

Existen elementos independientes, éstos se utilizan para diferentes clases de proyectos o tareas que deben - realizarse. Por ejemplo, si una empresa de productos - químicos aparte de tener la necesidad de mejorar el sis tema de manejo de materiales de productos, necesita - equipo para empacar los productos finales, la compra de equipo y la máquina empacadora son independientes del - equipo requerido para el sistema de manejo de materia- les.

Para hacer una distinción de las partidas que compiten por la asignación de los fondos de capital de la empresa, es necesario efectuar un procedimiento de clasifica ción. En primer lugar, se deben calcular las utilida- des que se estiman del uso del equipo y posteriormente interpretarlas en medida de las ventajas de adquisición de equipo. Debe elaborarse una estimación de las utili dades y crear un método para convertirlas en una medida de clasificación.

Uno de los aspectos más importantes es contar con una estimación segura de los ahorros en el costo o los aumentos de los ingresos que se lograrán con el desembolso ya previsto de fondos de capital. Resulta de gran beneficio el aumento de la producción y los ingresos de ventas, debidos a los programas de expansión. Los rendimientos de producción de costos son afectados por cambios de calidad y cantidad de la mano de obra directa. Intervienen tantas y tan diversas variables, que resulta imposible hacer generalizaciones claras. Algunos ejemplos son: los costos de combustible y las erogaciones de mantenimiento, la cantidad y el costo del tiempo de reelaboración y las piezas desechadas, el tiempo ocioso, la seguridad y la flexibilidad.

Como consecuencia, no debe ser mínima la importancia del análisis que requieren los beneficios que se obtienen con los gastos de capital. Para poder investigar los costos y ahorros adicionales, debe examinarse cada desembolso destinado para equipo de capital. Si seguimos estos procedimientos para la reunión de datos, nos resulta que no es una tarea administrativa rutinaria que ha de efectuarse mecánicamente, sino que se requiere estudio y evaluación continuos de las estimaciones por personas capacitadas.



Para una empresa es de gran importancia el presupuesto de capital que incluye compromisos para efectuar grandes desembolsos cuyos beneficios o inconvenientes se extienden hacia el futuro. Toda decisión nos va a producir efectos importantes sobre el bienestar futuro de la empresa. De la misma forma, las decisiones de presupuesto de capital pueden contribuir más eficientemente a un buen funcionamiento y a la expansión de la empresa, si se realizan los procedimientos y reglas para seleccionar las proposiciones de inversión; evaluándolas y escogiendo un punto de partida.

En el proceso de evaluación de proposiciones de presupuestos de capital, una de las fases más importantes es obtener una estimación segura de los beneficios que se obtendrían en el caso de que se aceptara el proyecto. La empresa debe asignar estos juicios a miembros del personal capacitados y experimentados.

La salida de efectivo es el costo de la inversión menos la suma del valor de desecho recibida por una máquina antigua, más cualquier pérdida por impuestos (o menos cualquier ahorro fiscal) cuando se vende la máquina; las entradas de efectivo procedentes de una inversión -

constan del cambio incremental de los ingresos netos -  
operacionales en efectivo después de impuestos, más el  
beneficio fiscal resultante de la depreciación incrementa  
tal.

**DECISIONES DE INVERSION  
CON INCERTIDUMBRE**

## 2. LAS DECISIONES DE INVERSION CON INCERTIDUMBRE.

SE usan comúnmente tres procedimientos para clasificar proposiciones de inversión y son: el método del valor anual equivalente, el método del valor presente neto y el método de la tasa interna de rendimiento.

### Método del valor anual equivalente.

El valor anual equivalente es definido como el número de años necesarios para recuperar la inversión original. Este método consiste en que a todos los ingresos y gastos que ocurren en un período son convertidos a una anualidad equivalente en forma uniforme. Si dicha anualidad resulta positiva nos indica que el proyecto es recomendable y por lo tanto -- debe ser aceptado; también es conveniente cuando la tasa que se utiliza es pequeña, ya que entre menor sea ésta la posibilidad de aceptación es mayor.

### Método del valor presente neto.

Es el valor presente de los flujos que genera la inversión, menos el costo de la inversión original. El valor presente se acepta si es mayor que cero, ya que si es igual a cero, -- entonces la recuperación es igual a lo invertido y no hay --

"ganancia" para la empresa; si es menor que cero, entonces - no se recupera ni lo invertido y se genera una pérdida de efectivo para la captación de entradas de la empresa.

#### Método de la tasa interna de rendimiento.

El significado de la tasa interna de rendimiento como se le maneja frecuentemente, es un índice de rentabilidad ampliamente aceptado. Es la tasa de interés que reduce a cero el valor presente, el valor futuro, o el valor anual equivalente de una serie de ingresos y egresos; es decir lo que queremos encontrar es la tasa de interés ( $i^*$ -TIR), que sea beneficiosa para nuestro proyecto.

En la mayoría de los casos, los dos últimos métodos de flujo descontado de efectivo, dan respuesta idéntica a las preguntas que siguen: ¿qué magnitud debe tener el presupuesto total de capital?, ¿cuál de dos proyectos mutuamente excluyentes se debe escoger?. No obstante, en algunas circunstancias se pueden plantear conflictos porque los métodos: valor presente neto y tasa interna de rendimiento adoptan suposiciones diferentes sobre la tasa a la que se deben reinvertir los flujos de efectivo o el costo de oportunidad de ellos.

Cuando se tienen riesgos mayores, los rendimientos esperados se exigen elevados. Así, la tasa de descuento que se utiliza para el análisis de proyectos con resultados de incertidumbre deben de incluir un factor de ajuste por riesgos, con el cual es necesario incrementar la tasa de descuento aplicable; pero si se aplica un factor de descuento más elevado a un flujo dado de efectivo, se tendrá un valor presente reducido, por lo tanto, será necesario determinar si el nuevo valor presente sobrepasa todavía al costo de la inversión y con esto aumentar el valor de mercado de la empresa. Esto va a depender del incremento de la tasa de descuento al añadir el factor de ajuste por riesgos. Por consiguiente, la cantidad de este factor va a depender del criterio con que se miden los riesgos y de cómo se relacione con la medida de los mismos.

## 2.1 El riesgo en el análisis financiero.

El riesgo de un activo en el análisis financiero va a estar definido en términos de la probable variabilidad de los rendimientos del activo. Es decir, tomemos como ejemplo la adquisición de un bono a corto plazo por valor de 10 millones de pesos, que se espera produzca el 25%; el rendimiento sobre la inversión (25%) puede estimarse con mucha precisión y podemos decir que la inver-

sión queda relativamente libre de riesgo. Existe también el rendimiento probable que no puede estimarse con precisión. Un ejemplo de este caso es la inversión en acciones de una compañía recién constituida para efectuar trabajos de investigación. La tasa de rendimiento de la inversión de \$10,000,000 podría variar desde menos 100% hasta cierta cifra extraordinariamente grande; debido a esta variabilidad, no puede hacerse una estimación con precisión, por lo que el proyecto resulta relativamente riesgoso. Lo mismo sucede para el caso de los pronósticos de ventas de diferentes productos de una empresa, ya que se pueden dar diferentes grados de riesgo.

En consecuencia, podemos decir que el riesgo depende de la variabilidad del ingreso; es decir, cuanto más variable resulten los rendimientos futuros esperados de una inversión, el proyecto es más riesgoso.

## 2.2 Distribución de probabilidad.

Cualquier clase de decisión que se tome en los negocios para invertir, está dada por un pronóstico de hechos a futuro que puede ser explícito o implícito. Regularmente, el pronóstico de flujo anual de efectivo es una ci-

fra, o una estimación de punto llamada frecuentemente la mejor estimación. Por ejemplo, podría pronosticarse que los flujos de efectivo de una inversión particular serán 5 millones anuales durante tres años.

Comenzaríamos a hacernos las siguientes preguntas:

¿Qué tan exacta es esta estimación? es decir: ¿Podemos tener confianza en el pronóstico de esta cifra? ¿Existe certidumbre, incertidumbre o algún término intermedio? El grado de incertidumbre se puede definir y medir en términos de la distribución de probabilidad del pronosticador; las estimaciones de probabilidad asociadas con cada resultado posible.

"Una distribución de probabilidad en una forma más sencilla podría constar solamente de unos cuantos resultados potenciales. Por ejemplo: al pronosticar los flujos de efectivo se puede hacer una estimación óptima, una estimación pesimista y una estimación más probable; también se podría hacer una estimación de alta probabilidad, de baja probabilidad y otra intermedia". (1).

(1) J.F. Weston. Fundamentos de Administración Financiera. Ed. Interamericana. Pág. 276.



Se puede mencionar que la estimación optimista se efectuará si la economía nacional se encontrara en un período de prosperidad, que la estimación pesimista se cumpliera si la economía sufriera una depresión, y que la intermedia se diera si la economía marchara a ritmo normal.

Estas variaciones se muestran en la tabla 2.2-1

**Flujos de Efectivo Esperados en Diferentes  
Condiciones Económicas**

Tabla 2.2-1

Estado de Economía	Flujos de Efectivo
Recesión	4 millones
Normal	5 millones
Auge	6 millones

**2.3 Comparaciones de riesgos.**

El concepto de distribución de probabilidades se usa para comparar el riesgo de proyectos alternativos de inversión. Por ejemplo, si estudiamos dos decisiones de inversión, las cuales requieren un desembolso de 10 millones de pesos y se espera que produzcan un flujo de -

efectivo de 5 millones anuales durante tres años, la corriente de mejor estimación es 5 millones anuales para cada proyecto. Si la tasa de descuento es del 10%, el valor presente de cada proyecto será:

$$\begin{aligned} \text{Valor Presente} &= \$ 5,000,000 (0.7513) - \$ 10,000,000 \\ &= \$ 5,000,000 (2.48685) - \$ 10,000,000 \\ &= \$ 2,434,250 \end{aligned}$$

Los rendimientos esperados de ambos proyectos son iguales. ¿Esto significa que cualquiera es igualmente conveniente? Para saber que tanto nos resulta conveniente el proyecto, debemos saber si tienen el mismo grado de riesgo, ya que la conveniencia depende del rendimiento y del riesgo.

Vamos a suponer que tenemos los proyectos A y B. El proyecto A requiere la sustitución de una máquina usada antigua por otra más eficiente que realice operaciones normales, ya que se obtendrían beneficios con ahorro en mano de obra y materias primas. Sin embargo, el proyecto B prevé la compra de una máquina nueva para producir un producto nuevo, pero el cual su demanda no es segura. La máquina que se va a sustituir en el proyecto A se -

usará más; esto tiene como consecuencia que el ahorro - sea mejor si se tiene gran demanda del producto (suponiendo un auge en la economía). Se puede esperar entonces que la demanda del nuevo producto en el proyecto B sea mayor cuando la economía se encuentre en época de prosperidad.

Se había dicho que el rendimiento anual esperado de cada proyecto es de \$ 5 millones. Se han obtenido estas cifras en la tabla 2.3-1

**Matriz de pago para los proyectos A y B**

**Tabla 2.3-1**

Estado de la Economía	Flujos Anuales de Efectivo	
	Proyecto A	Proyecto B
Recesión	\$ 4 millones	\$ 0 millones
Normal	5 millones	5 millones
Auge	6 millones	10 millones

A continuación se menciona lo que se debe realizar:

- a) Primeramente se hace una estimación de los rendimientos de los proyectos en los diferentes estados de la economía, como en la tabla anterior.

- b) En seguida, se estima la probabilidad de los diferentes estados de la economía. Tomando en cuenta las predicciones dadas por las tendencias actuales en los principales indicadores económicos, las probabilidades son 2 entre 10 de que se producirá una recesión, 6 entre 10 de que la economía seguirá un curso normal, y 2 entre 10 de que habrá un período de prosperidad.
- c) La verosimilitud se define en términos de probabilidad y tomando los indicadores económicos dados por la tendencia actual, encontramos que la probabilidad de una recesión es  $2/10 = 0.2$  ó 20%; la probabilidad de desenvolvimientos económicos normales es  $6/10 = 0.6$  ó 60% y la probabilidad de un auge es  $2/10 = 0.2$  ó 20%. Si sumamos las tres probabilidades totalizan el 1.0 ó 100%. Esto es:  $0.2 + 0.6 + 0.2 = 1.0$  ó 100%.
- d) Por último, en la tabla 2.3-2 se hacen cálculos de los promedios ponderados de los posibles rendimientos, esto es, se multiplica cada peso de rendimiento por su probabilidad de ocurrencia. Cuando se suma la columna de la tabla se obtiene un promedio -

ponderado de los resultados en los distintos estados de la economía; este promedio ponderado se define como el valor esperado de los flujos de efectivo del proyecto. Se puede dar que los resultados del proyecto para un estado normal de la economía no sean iguales, aunque sea así en este caso para el proyecto A, pero no para el proyecto B.

### Cálculo de los valores esperados

Tabla 2.3-2

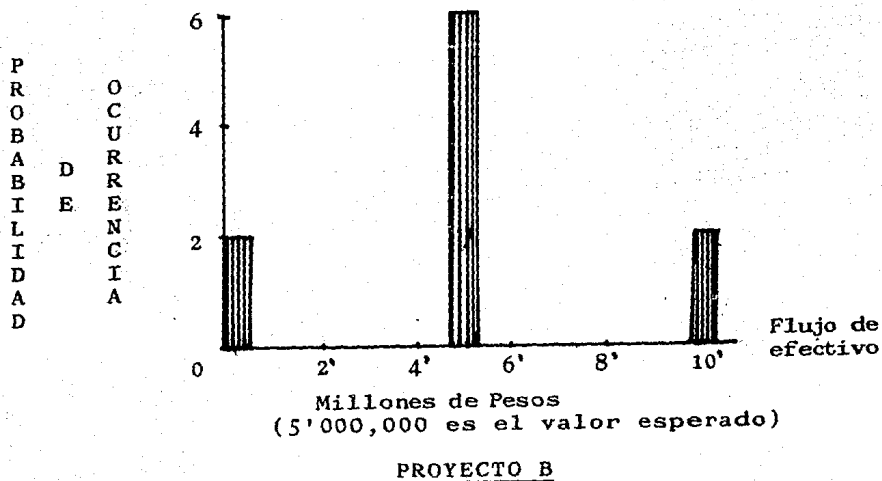
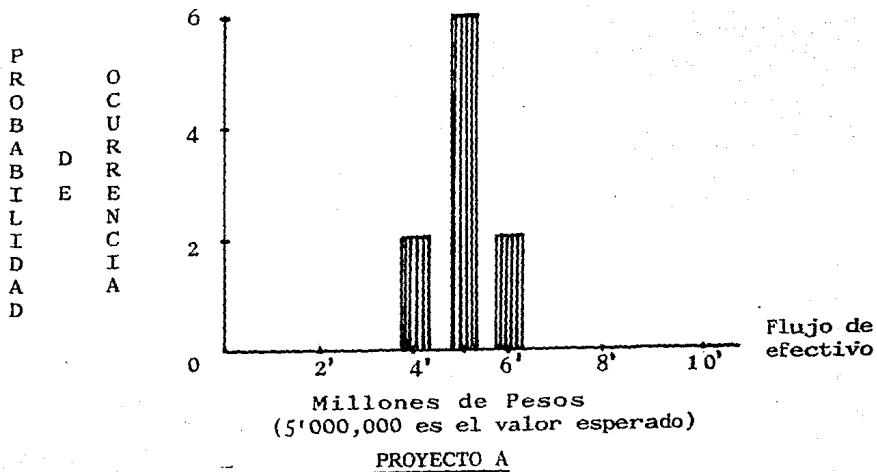
Estado de la Economía	Probabilidad de la ocurrencia del estado	Resultado si ocurre el estado	Valor esperado
<b>Proyecto A</b>			
Recesión	0.2	\$ 4,000,000	\$ 800,000
Normal	0.6	5,000,000	3,000,000
Auge	0.2	6,000,000	1,200,000
	<u>1.0</u>	Valor esperado	<u>\$ 5,000,000</u>
<b>Proyecto B</b>			
Recesión	0.2	\$ 0	\$ 0
Normal	0.6	5,000,000	3,000,000
Auge	0.2	10,000,000	2,000,000
	<u>1.0</u>	Valor esperado	<u>\$ 5,000,000</u>

Los resultados de la tabla 2.3-2 se pueden presentar por medio de gráficas de barras como se muestra en la figura 2.3-3, para obtener una noción de la variabilidad de los resultados reales, en la cual la altura de cada barra nos indica la probabilidad de que ocurra un resultado determinado. La variación de resultados probables para el proyecto A es de \$ 4 millones a \$ 6 millones, con un promedio o valor esperado de \$ 5 millones.

El valor esperado para el proyecto B es también de \$ 5 millones, pero el rango de los resultados posibles es de \$ 0 a \$ 10 millones.

Relación entre el estado de la economía  
y  
los rendimientos del proyecto

Figura 2.3-3



## 2.4 Distribución continua.

Unicamente se ha supuesto que existen tres estados en la economía, los cuales son: Recesión, Normal y Auge.

Se pueden hacer otras clasificaciones que pueden ir desde una profunda depresión, como la que sucedió a principios del año 1930\*, hasta un gran auge como en el año 1970\*. Existe un sinnúmero de supuestos entre ambos extremos. Aunque se necesita de tiempo y paciencia para asignar la probabilidad correspondiente a cada posible estado de la economía. No olvidando que la suma de las probabilidades sea igual a 1.0 ó 100%; asignando también un resultado monetario a cada proyecto bajo cada estado de la economía. Se tendría una tabla similar a la de cálculo de los valores esperados (tabla 2.3-2), sólo que existirían más datos para probabilidad y resultados. Con estos datos se podrían calcular valores esperados como se presentó en la matriz de pago (tabla 2.3-1), para los proyectos A y B; las probabilidades y resultados se pueden representar como las curvas continuas que se muestran en la figura 2.4-1. En esta gráfica se modificaron los supuestos, asignando al proyecto A la probabilidad cero de que rinda menos de \$ 4 millones o más de \$ 6 millones y asignando al proyecto B la probabilidad cero de que rinda menos de \$ 0 ó más de \$ 10 millones.

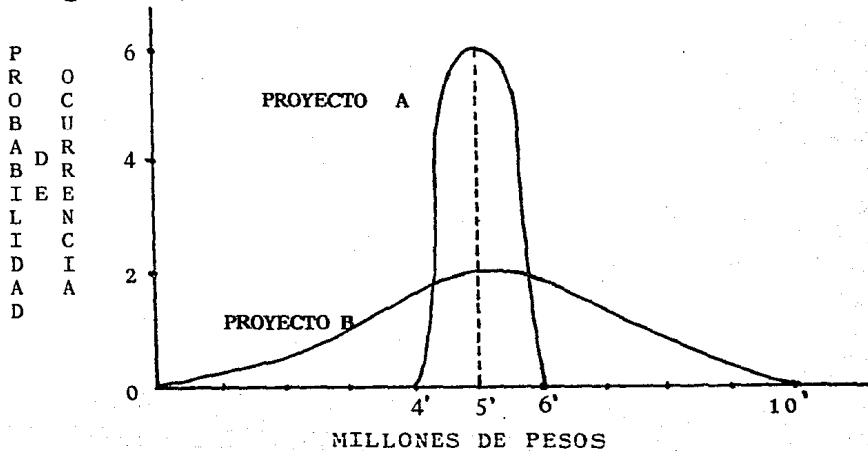
---

\* E.E.U.U.



Distribución de probabilidad que muestra la relación entre el estado de la economía y los rendimientos del proyecto A y B

Figura 2.4-1



Generalmente, cuando la distribución de probabilidad es tá más "apretada", mayor será la probabilidad de que nuestro resultado real se acerque al valor esperado.

En la figura 2.4-1 observamos que el proyecto A tiene una distribución de probabilidades relativamente "apretada", por lo que sus utilidades reales tienen probabilidades de acercarse más a los \$ 5 millones de pesos esperados, que las correspondientes al proyecto B.

## 2.5 Los conceptos riesgo e incertidumbre.

En algunas ocasiones se hace la distinción entre riesgo e incertidumbre. La incertidumbre es asociada a situaciones en las que no se dispone de suficientes datos para estimar una distribución de probabilidad. El riesgo se asocia a situaciones en las que se puede estimar una distribución de probabilidades de los rendimientos de cierto proyecto dado. Estos dos conceptos se usarán como sinónimos, aunque las distribuciones de probabilidades de los rendimientos esperados pueden ser estimados con mayor o menor precisión. En algunos casos podemos usar estimaciones, usando como herramienta técnicas estadísticas. Como por ejemplo, el caso de una compañía petrolera que puede hacer estimaciones con datos de recuperación, anterior de la distribución de probabilidades de las reservas petrolíferas recuperables en un campo dado. El riesgo es medido por distribuciones objetivas de probabilidad cuando se usan procedimientos estadísticos. Sin embargo, existen situaciones en las cuales no se pueden usar datos estadísticos.

Tomemos el ejemplo de una compañía que va a introducir un producto totalmente nuevo. En este caso, la compañía va a realizar estimaciones que no son determinadas

a través de modelos estadísticos, sino subjetivamente y se definen como distribuciones subjetivas de probabilidad o distribuciones "a priori", ya que únicamente cuentan con la idea del desembolso de inversión necesario, de la demanda del producto, de los costos de producción.

## 2.6 Técnicas para medir el riesgo de proyectos individuales.

El riesgo por sus características implica una serie de ambigüedades que lo hacen difícil de medir. A los proyectos individuales se les ha aplicado en forma aislada, los métodos tradicionales, para cuantificarlos; sin embargo, con los nuevos métodos se ha comprobado que los proyectos individuales se pueden combinar con otros, dando como resultado grupos de proyectos o carteras de inversión. Al tomar en cuenta un proyecto dentro del contexto de cartera de inversiones, la técnica de medición de riesgo que debe aplicarse debe cambiar. A continuación mencionaré algunos métodos tradicionales de medición de riesgo para proyectos individuales.

### 2.6.1 Desviación estándar.

La desviación estándar ( $\sigma$ ), es una medida del método tradicional que se usa para medir la estrechez de la distribución de probabilidad de

los rendimientos de un proyecto.

La desviación estándar será menor cuando más -  
"apretada" sea la distribución de probabilidad.  
Esto lo podemos apreciar en la tabla 2.6.1-1, -  
con los datos que se han estado manejando.

Cálculo de la Desviación Estándar

Tabla 2.6.1-1

Estado de la Economía (1)	Probabilidad de ocurrencia del estado (2)	Resultado si ocurre el estado (3)	Valor esperado (4)	Desviación (5)	Cuadrado de la desviación (6)	Varianza (7)
<b>PROYECTO A</b>						
Auge	0.2	\$ 6 000 000	\$ 1 200 000	\$ 1 000 000	$1 \times 10^{12}$	$2 \times 10^{11}$
Normal	0.6	5 000 000	3 000 000	0	0	0
Recesión	0.2	4 000 000	800 000	-1 000 000	$1 \times 10^{12}$	$2 \times 10^{11}$
		Valor esperado	\$ 5 000 000		Varianza =	$4 \times 10^{11}$
				Desviación estándar =		\$ 632,455.53
<b>PROYECTO B</b>						
Auge	0.2	\$10 000 000	\$ 2 000 000	\$ 5 000 000	$2.5 \times 10^{13}$	$5 \times 10^{12}$
Normal	0.6	5 000 000	3 000 000	0	0	0
Recesión	0.2	0	0	-5 000 000	$2.5 \times 10^{13}$	$5 \times 10^{12}$
		Valor esperado	\$ 5 000 000		Varianza =	$1 \times 10^{13}$
				Desviación estándar =		\$3,162,277.7

Mencionaré lo que significa cada columna:

- Columna 1      Se tienen los datos de las situaciones de la economía del mundo.
- Columna 2      Se dan las probabilidades de ocurrencia de que se presenten esas situaciones.
- Columna 3      Es el resultado, cuando ocurre una situación dada.
- Columna 4      Se tienen los valores esperados que se obtienen de multiplicar la probabilidad de la columna 2 por su resultado asociado.
- Columna 5      La suma de esta columna es el valor esperado de la distribución de rendimientos probables y nos representa un promedio ponderado de los diversos resultados posibles. Posteriormente se resta el valor esperado a cada resultado posible para obtener un conjunto de desviaciones en torno al valor esperado.
- Columna 6      En esta columna las desviaciones se elevan al cuadrado.

Columna 7 Para obtener la varianza de la distribución de probabilidad se multiplica la desviación cuadrada (columna 6) por la probabilidad de que se produzca su resultado respectivo - (columna 2), y finalmente, se suman estos productos. Si queremos saber cual es la desviación estándar, la obtenemos de la raíz cuadrada de la varianza.

Siguiendo la secuencia de esta metodología, podemos observar en la tabla 2.6.1-1 que la desviación estándar del proyecto A es de \$ 632,455.53 y la del proyecto B es de \$ 3,162,277.7. Observando las características de la desviación estándar, el proyecto B es más arriesgado, ya que su desviación estándar es mayor que la correspondiente al proyecto A. Por otra parte, los valores presentes netos de los rendimientos procedentes de los dos proyectos, son iguales a \$ 5,000,000; por consiguiente, es preferible aceptar el proyecto A. Además de que tiene el mismo valor esperado, pero la varianza y la desviación estándar son menores.

### 2.6.2 Coeficiente de variación.

Cuando se usa la desviación estándar como una medida de riesgo, pueden existir problemas. Consideremos el siguiente ejemplo: se tienen dos inversiones C y D. La inversión C tiene un rendimiento esperado de \$ 1,000,000 y una desviación estándar de \$ 300,000. La inversión D también tiene una desviación estándar de \$ 300,000; pero su rendimiento esperado es de \$ 4,000,000. El porcentaje probable de desviación de la media de la inversión C es considerablemente mayor que el de la media de la inversión D. Tomando en cuenta esta consideración, es preferible asignar un grado mayor de riesgo a la inversión C, aunque ambas inversiones tengan iguales desviaciones estándar.

El procedimiento que debemos realizar para evitar este problema es el siguiente: dividir la desviación estándar ( $\sigma$ ) entre la media o valor esperado de los flujos netos de efectivo, para obtener el coeficiente de variación.

Para obtener el coeficiente de variación de la



inversión C, dividimos la desviación estándar de \$ 300,000 entre el valor esperado o media - - \$ 1,000,000; obteniendo que el coeficiente de variación es 0.30, análogamente para la inversión D, se divide la desviación estándar de \$ 300,000 entre el valor esperado \$ 4,000,000, para obte--ner como coeficiente de variación 0.075. Como - podemos observar, la inversión D tiene un coefi--ciente de variación mucho más bajo que el obte--nido para la inversión C; esto significa que la inversión D tiene menos riesgo por unidad de rendimiento que la inversión C. Por lo tanto, si la desviación estándar la vamos a aplicar como medida del riesgo para las inversiones analizadas en forma aislada, para obtener el coeficiente de -- variación habría que emplear el siguiente térmi--no:  $cv = \frac{\sigma}{F}$  ; donde cv = coeficiente de varia--ción,  $\sigma$  = desviación estándar y F = flujo de --- efectivo esperado.

La figura 2.4-1 vista anteriormente, nos servirá para analizar el riesgo de una corriente de en--tradas de efectivo a través del tiempo. Supon--gamos que tenemos dos inversiones A y B; la in--

versión A es la corriente de efectivo esperada de un proyecto durante el año 1 y la inversión B la corriente de efectivo esperada del mismo proyecto, en el año 10. La utilidad que se espera es igual en las dos inversiones, pero la desviación estándar y el coeficiente de variación estimada subjetivamente es mayor para el rendimiento a 10 años. Por consiguiente, se puede decir que el riesgo aumenta a través del tiempo.

La figura 2.6.2-1 muestra un concepto más claro de lo que es el riesgo creciente en función del tiempo.

El riesgo como función del tiempo

Figura 2.6.2-1 (a)

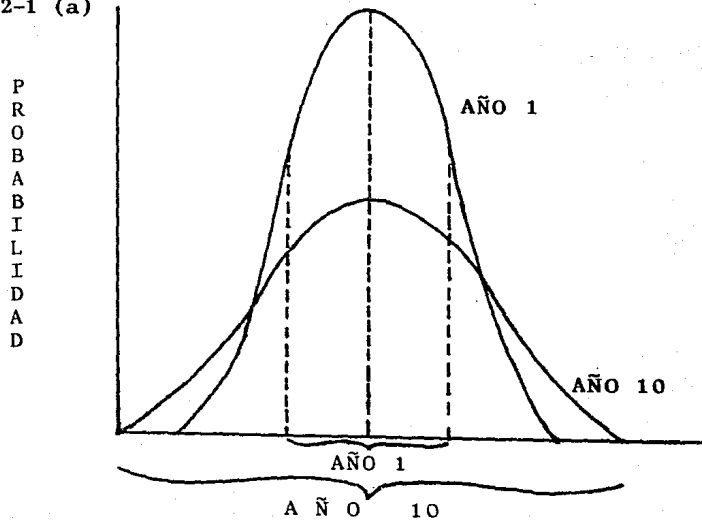
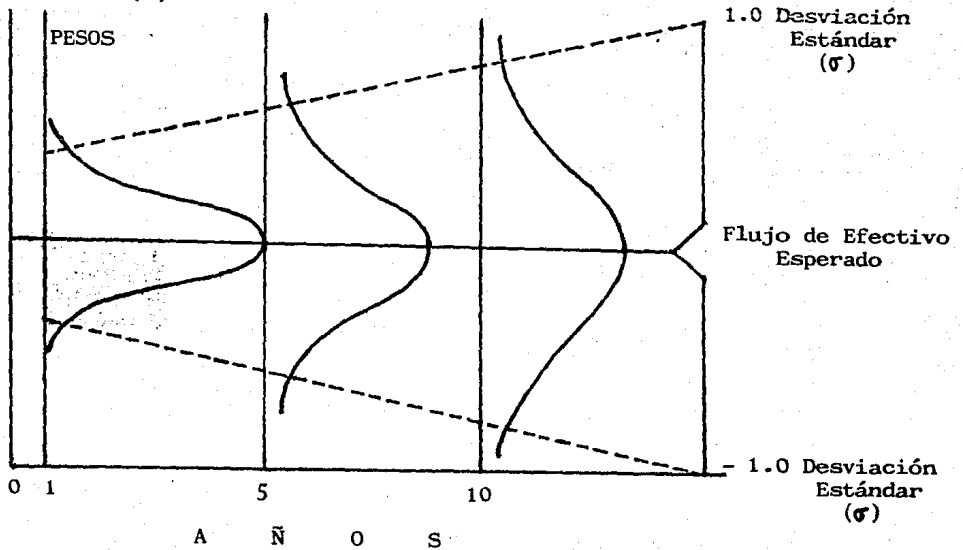


Figura 2.6.2-1 (b)



En la figura 2.6.2-1 (a) se presenta la distribución de probabilidad para los flujos de efectivo esperado en un lapso de dos años (los años 1 y 10). La distribución que resulta más plana es la del año 10, esto significa que existe más incertidumbre en las corrientes de efectivo esperadas en años lejanos. La figura 2.6.2-1 (b) nos representa las corrientes de efectivo esperadas a través del tiempo y sus distribuciones de probabilidad. Las líneas punteadas indican las desviaciones estándar asignadas a las corrientes de efectivo para cada año y el que las líneas muestren divergencia respecto a la línea de flujo de efectivo esperado, significa que el riesgo es mayor con el tiempo. Si consideramos que el riesgo es constante en el tiempo, es decir, si pudieramos estimar con igual precisión la corriente de efectivo de un año distante con la corriente de efectivo de un año cercano, entonces se obtendría que la desviación estándar sería constante y las líneas de los límites no se apartarían de la línea de corriente de efectivo esperada. El hecho de que el rendimiento esperado es constante y que la desviación estándar aumenta con el tiempo, hace suponer que el coeficiente de variación aumentaría similarmente.

### 2.6.3 Análisis de sensibilidad.

Los factores tales como la cantidad de ventas, el precio de ventas, los costos de los consumos, estarán relacionados en último término con el valor presente neto de un proyecto. Si estos valores resultan favorables, si la producción y los precios de venta son elevados y los costos bajos, entonces las utilidades, la tasa de rendimiento realizada y el valor presente neto real serán elevados. Los hombres de negocios al reconocer las relaciones de causalidad, calculan con frecuencia el valor presente neto de los proyectos bajo suposiciones alternativas y, enseguida determinan el punto en el cual el valor presente neto es sensible bajo condiciones cambiantes. Por ejemplo, una compañía de fertilizantes compara dos tipos de plantas de fosfatos, ya que el combustible representa un costo primordial para la empresa, una de las plantas utiliza carbón, éste se puede obtener por medio de un contrato a largo plazo que implica un costo fijo; la otra planta utiliza petróleo, que se adquiere a los precios actuales del mercado. A simple vista, podemos decir que al tomar en consideración los

precios actuales y los proyectados para el futuro, la planta que utiliza petróleo parecería la mejor, su valor presente neto es considerado más elevado; sin embargo, los precios del petróleo son inestables y, si se elevan más de lo esperado, esta planta no convendría. Por otra parte, la planta de carbón tenía un valor presente neto más bajo de acuerdo a las condiciones esperadas; pero ésta no es sensible a las condiciones variables en el mercado. Por lo tanto, la compañía de fertilizantes escogió la planta de carbón, puesto que el análisis de sensibilidad indicó que era menos arriesgada.

#### **2.6.4 Análisis de riesgos dentro de la cartera de inversiones.**

Un nuevo enfoque que analiza los riesgos es la cartera de inversiones. Se toma en consideración la relación que hay entre una inversión única con otros activos existentes y otras oportunidades potenciales de inversión.

Por ejemplo, una compañía de acero puede tomar la decisión de diversificarse en materiales de cons-

trucción de residencias, porque sabe que cuando la economía se encuentra en auge, la demanda de acero es grande y por consiguiente, los rendimientos para las compañías de acero son grandes. También sabe que la construcción de residencias cuando la economía en su conjunto está en un receso, la demanda de materiales de construcción es alta. Debido a esta situación, es conveniente que una empresa cualesquiera que ésta sea se diversifique, para nuestro ejemplo con inversiones, tanto en acero como en materiales de construcción, ya que de esta forma conseguirá un patrón más estable de ingresos que una empresa que se dedica exclusivamente al acero o a la construcción de residencias. Es decir, las desviaciones de los rendimientos sobre la cartera de activos pueden resultar menores que la suma de las desviaciones de los rendimientos que provienen de activos individuales.

El motivo por el cual la tasa combinada de rendimiento es relativamente estable, es que cuando los rendimientos procedentes del acero son elevados, los de la construcción residencial resultan pequeños y viceversa.

Si se calcula la correlación que existe entre las tasas de rendimiento de las divisiones de acero y la construcción, se observa que el coeficiente de correlación resulta negativo; esto se debe a que siempre que las tasas de rendimiento sobre la planta de acero sean altas, las tasas de rendimiento de las plantas de materiales de construcción serán bajas.

Si dos proyectos cualesquiera A y B, tienen correlación negativa y se decide llevar a cabo las dos inversiones, los riesgos generales de la empresa se reducen. Esta reducción de riesgo se denomina efecto de cartera.

Si existe correlación positiva entre dos proyectos A y B, es decir, si los rendimientos de A son elevados y los de B también, los riesgos generales de una empresa no se reducen en forma significativa mediante la diversificación. Si la correlación entre A y B es de +1.0, la reducción de los riesgos es cero, por lo que no se obtiene ningún efecto de cartera.



Si en los rendimientos procedentes de los proyectos no existe en absoluto ninguna correlación, - es decir es igual a cero, al menos hasta cierto punto, la diversificación será provechosa para - la empresa. La variación de la tasa general de rendimiento será menor cuando mayor sea el número de proyectos independientes o sin correlación entre ellos que emprenda la empresa. No son muy útiles los proyectos no correlacionados para reducir los riesgos, como los que tienen entre sí una correlación negativa; pero son mejores que - los que tienen una correlación positiva.

Los coeficientes de correlación son valores que van de  $-1.0$  (valor que indica una correlación negativa) a  $+1.0$  (valor que indica una correlación positiva). Si el coeficiente de correlación es cero, los proyectos no tienen correlación entre ellos o son independientes.

Podemos resumir los argumentos de los riesgos de las carteras de inversión en los siguientes puntos:

- 1.- La diversificación puede llegar a eliminar - completamente los riesgos, si existe un número suficiente de proyectos con correlación - negativa. No obstante, en el mundo real casi nunca se encuentra este tipo de correlación.
- 2.- La diversificación podrá reducir considerablemente los riesgos, hasta cero a lo sumo, en el caso que se disponga de un número suficiente de proyectos no correlacionados.
- 3.- La diversificación no reducirá los riesgos - en absoluto, si todos los proyectos alternativos tienen una correlación positiva perfecta.

En general, la mayoría de los proyectos tienen - correlación positiva pero no perfecta. El grado de intercorrelación depende de factores económicos y éstos se pueden analizar casi siempre. Los rendimientos sobre la inversión de proyectos estrechamente relacionados con los mercados y los productos básicos de la empresa, tienen estrecha correlación con los rendimientos provenientes - del resto de los activos de la empresa y esas in

versiones en general no reducen los riesgos de la compañía. Sin embargo, las inversiones en otras líneas de productos y otros mercados pueden tener correlación baja con otros componentes de la empresa y por consiguiente, reducir los riesgos generales. Por lo tanto, si los rendimientos de un activo en particular no se encuentran relacionados estrechamente con los activos principales de la empresa (o mejor dicho, si guardan correlación negativa), dicho activo será más valioso para una empresa que evite los riesgos que otro activo similar cuyos rendimientos tengan una correlación positiva con el resto de sus activos.

Podemos deducir dos hechos en la vida de las finanzas que son: 1) los inversionistas tienen aversión al riesgo, 2) en la mayoría de las decisiones de negocios, por lo menos cierto riesgo es inevitable. Es fundamental considerar el riesgo en el análisis financiero, dada la aversión que sienten los inversionistas hacia el riesgo y teniendo en cuenta los diferentes grados de riesgo que existen en las distintas alternativas financieras.

Nuestro primer paso a seguir consiste en definir lo que se entiende por riesgo; enseguida medirlo. También el concepto de probabilidad es un elemento fundamental en la definición y en la medida del riesgo. La distribución de probabilidades nos muestra la probabilidad de ocurrencia de cada resultado posible, suponiendo que emprendemos una inversión determinada. El promedio ponderado o la media de la distribución, es lo que se define como el valor esperado de la inversión. El coeficiente de variación de la distribución, o a veces la desviación estándar (que miden el grado en que probablemente variarán los resultados reales con relación al valor esperado) son medidas del riesgo muy útiles.

En diversas circunstancias, los rendimientos a largo plazo son considerados más riesgosos que los rendimientos a corto plazo. Así, para corrientes de efectivo lejanas, probablemente la desviación estándar y el coeficiente de variación sean más altos que los de corrientes de efectivo esperadas en un plazo relativamente corto, aunque las corrientes de efectivo provengan del mismo proyecto.

La variabilidad de los rendimientos esperados del proyecto y la correlación entre ellos y el resto del activo, deben de tomarse en cuenta para apreciar el grado de riesgo de una inversión de capital individual. A esta relación se le llama - efecto de cartera del proyecto. Los efectos de cartera son más fuertes cuando un proyecto está correlacionado negativamente con los otros activos de la empresa; son más débiles cuando existe correlación positiva. Constituyen el centro de los esfuerzos de la empresa por diversificar su producción a través de líneas de productos no relacionados estrechamente con la línea principal de sus negocios.

**METODOS DE SELECCION APROXIMADOS  
DE PROYECTOS DE INVERSION**

### 3 METODOS DE SELECCION APROXIMADOS DE PROYECTOS DE INVERSION

#### 3.1 Método del Valor Anual Equivalente.

El concepto del valor del dinero a través del tiempo nos dá la base para que los flujos de efectivo se -- puedan trasladar a cantidades equivalentes a cual -- quier punto del tiempo. Existen diferentes procedi-- mientos para comparar las cantidades equivalentes. Uno de estos procedimientos es el Método del Valor Anual Equivalente. A continuación explicaré este -- método.

Interpretaré el Método del Valor Anual Equivalente cuando se aplica al análisis y evaluación de un --- proyecto individual. Con este método, todos los ingresos y los gastos que ocurren en un período son convertidos a una anualidad equivalente en forma u-- niforme . Si dicha anualidad resulta positiva, nos indica que el proyecto es recomendable y por lo tan-- to debe ser aceptado. Una de las características -- que hace fácil de aplicar este método, es que la ma-- yoría de los ingresos y los gastos que origina un -- proyecto son dados en bases anuales.

Daré el siguiente ejemplo para mostrar la mecánica de este método.

Una persona esta interesada en comprar una computadora con la cual se proporcionarían servicios de -- consultoría a la pequeña y mediana industria. Tales servicios podrían ser nóminas, movimientos de personal, facturación, distribución e inventarios fundamentalmente. También se asume que investigaciones - preliminares de la inversión requerida y del mercado, arrojan la siguiente información: la computadora ya instalada cuesta \$ 4,000,000.00 y su valor de rescate después de 5 años de uso intensivo se considera despreciable, y el mercado para este negocio es tal que la utilidad proyectada para éstos próximos 5 años es de \$ 2,000,000.00, finalmente supon-- gamos que se ha pedido prestado \$ 4,000,000.00 a -- una institución bancaria la cual cobrará una tasa de interés anual del 40% y exige devolver el préstamo en 5 anualidades. ¿ Conviene o no conviene esta inversión ?

Veamos la Tabla 3.1-1 . que contiene información - del problema:



Tabla 3.1-1

INFORMACION CONTENIDA DEL PROBLEMA	
Instalación de la computadora	\$ 4,000,000.00
Valor de Rescate	0
Utilidad Anual Proyectada	2,000,000.00
Préstamo	4,000,000.00
Vida	5 años
Tasa de interés (i)	40%

Vamos a transformar todos los flujos que origina éste proyecto a una base anual. En consecuencia el valor anual neto sería la diferencia entre los ingresos anuales y la anualidad pagada al banco.

Ahora defino las siguientes variables para la resolución de los ejemplos:

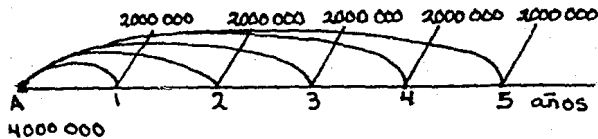
A= Valor Anual Equivalente

R= Valor de Rescate

n= Número de Años de Vida del Proyecto

i= Tasa de Recuperación Mínima Atractiva.

Representemos ahora el flujo de efectivo que resulta de la adquisición de la computadora.



$$A = 2,000,000 - \frac{4,000,0000}{(1.40)^5}$$

$$A = 2,000,000 - 1,965,447$$

$$A = \underline{\underline{\$ 34,553}}$$

La anualidad que resultó es positiva; por lo que es conveniente emprender este proyecto de inversión. Se debe tener mucho cuidado con este criterio; ya que si en la anualidad se utiliza como tasa de interés (i) otra mayor al 40% que fué la que se aplicó en este caso, resulta sensible a cambios y se obtendría una anualidad negativa; por lo que no nos convendría aceptar la inversión.

Se debe observar también si la utilidad es muy baja en comparación con la inversión que se va a realizar y si es insuficiente para reemplazar en el futuro el equipo, mueble o maquinaria actual. Por consiguiente, se recomienda seguir utilizando el mismo criterio de decisión (aceptar si la anualidad equivalente es po-

sitiva), pero utilizando como tasa de interés, una tasa mayor que el costo de capital, la cual se denominará: Tasa de recuperación mínima atractiva. Evitando así el riesgo de aceptar proyectos con anualidades cercanas a cero, ya que esto significaría que el rendimiento obtenido es igual al mínimo requerido.

Veamos ahora el Método del Valor Anual Equivalente, cuando se aplica a la Selección de Alternativas Mutuamente Exclusivas. Al comparar las alternativas se pueden presentar las siguientes formas:

- a) Los ingresos y gastos de las alternativas de igual duración son conocidos.
  - b) Solamente los gastos de cada alternativa de igual duración son conocidos.
  - c) Las vidas de las alternativas son diferentes.
- Daré ejemplos para cada inciso.

Ejemplo a) Los ingresos y gastos de las alternativas son conocidos, cuando se tenga este caso la alternativa a escoger será la que tenga el mayor valor anual equivalente; siempre y cuando el valor anual sea positivo.

Analizaremos el ejemplo anterior, pero ahora supo--  
niendo que existen en el mercado dos tipos de compu--  
tadora con las cuales el servicio de consultoría se  
podría proporcionar adecuadamente. La información -  
para cada alternativa se dá en la Tabla 3.1-2

DATOS	COMPUTADORA	
	A	B
Inversión Inicial	\$ 4,000,000	\$ 5,000,000
Ingresos anuales	3,000,000	3,000,000
Gastos anuales	1,000,000	500,000
Valor de rescate	0	1,000,000
Vida	5 años	5 años
Tasa de interés (i)	40%	40%

Hemos visto que la anualidad para la computadora --

A: es:

$$A = 2,000,000 - \frac{4,000,000}{a \overline{s}|.40}$$

$$A = \underline{\underline{\$ 34,553}}$$

Consideremos ahora la anualidad para la computadora

B:

$$B = 2,500,000 - \frac{5,000,000}{a \overline{5} .40} + \frac{1,000,000}{S \overline{5} .40}$$

$$B = 2,500,000 - 2,456,809 + 91,361$$

$$B = \underline{\underline{\$ 134,552}}$$

Como podemos observar la anualidad mayor corresponde a la computadora B, por lo tanto es la alternativa que debemos escoger.

Es posible que en ciertos casos cuando se comparan alternativas mutuamente exclusivas, todas resulten con valores anuales negativos. En estos casos la opción a tomar, es rechazar todas las alternativas disponibles.

Ejemplo b) Solamente los gastos de cada alternativa son conocidos. Es probable que las alternativas mutuamente exclusivas que se están seleccionando, generen los mismos ingresos, ahorros o beneficios. También, es frecuente que éstos ahorros o beneficios sean difíciles de estimar, por lo que se sugiere que las alternativas se juzguen de acuerdo a sus costos anuales equivalentes. Es decir; si los ingresos que se derivan de un artículo o producto son difíciles de evaluar, debido a diversos problemas por ejemplo diferentes medidas, diferentes precios y con costos

agregados distintos, entonces en este caso se debe evaluar de acuerdo a sus costos relativos, ya que cada alternativa que sea capaz de satisfacer los requerimientos del sistema producirá el mismo ingreso al sistema.

Tenemos el siguiente ejemplo cuando los gastos son conocidos: Supongamos que una empresa para efectos de balancear sus líneas de producción y satisfacer la demanda creciente de cintas adhesivas en diferentes tipos y presentaciones, está analizando la necesidad de comprar una máquina cortadora. Investigaciones recientes sobre los costos de los posibles proveedores ( A y B ) arrojaron los resultados que se muestran en la Tabla 3.1-3

Tabla 3.1-3

DATOS	MAQUINA	
	A	B
Inversión Inicial	\$ 8,000,000	\$ 5,000,000
Gastos anuales	800,000	1,500,000
Valor de rescate	1,500,000	1,000,000
Vida	6 años	6 años
Tasa de interés (i)	30%	30%

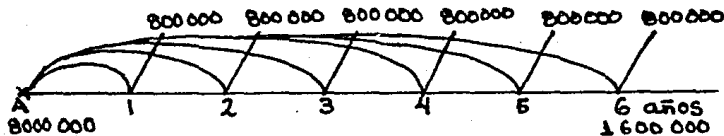
Los costos anuales equivalentes para la máquina --

A son:

$$A = 800,000 + \frac{8,000,000}{a \overline{61.30}} - \frac{1,600,000}{s \overline{61.30}}$$

$$A = 800,000 + 3,027,150 - 125,431$$

$$A = \underline{\underline{\$ 3,701,719}}$$



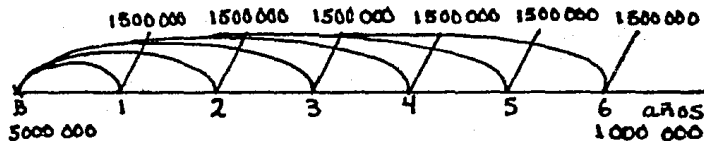
Los costos anuales equivalentes para la máquina --

B son:

$$B = 1,500,000 + \frac{5,000,000}{a \overline{61.30}} - \frac{1,000,000}{s \overline{61.30}}$$

$$B = 1,500,000 + 1,891,969 - 78,394$$

$$B = \underline{\underline{\$ 3,313,575}}$$



Se observa que la máquina fabricada por el proveedor B tiene el menor costo anual equivalente, lo que significa que es la alternativa que debemos aceptar.

Cuando se conocen solamente los gastos, la alternativa no hacer nada no se puede considerar, es decir; - se tendrá que seleccionar una de las alternativas, - la de menor costo anual equivalente. Puesto que los ingresos, ahorros o beneficios aunque desconocidos, en general justifican las inversiones requeridas. Contrariamente, si los ingresos fueran insuficientes se diría entonces que son inversiones obligatorias de acuerdo al criterio de selección de este método, pero injustificables desde el punto de vista económico.

Ejemplo c) Las vidas de las Alternativas son Diferentes. Veamos lo que implica que las alternativas mutuamente exclusivas sean evaluadas en diferentes vidas.

Analicemos el ejemplo anterior con los datos mostrados en la Tabla 3.1-4. El servicio que van a proporcionar éstas máquinas será requerido por un tiempo de al menos 12 años.



Tabla 3.1-4

DATOS	MAQUINA	
	A	B
Inversión Inicial	\$ 8,000,000	\$ 5,000,000
Gastos anuales	600,000	1,500,000
Valor de rescate	1,000,000	1,000,000
Vida	12 años	6 años
Tasa de interés (i)	30%	30%

El costo anual equivalente para la máquina A es:

$$A = 600,000 + \frac{8,000,000}{a \overline{12} .30} - \frac{1,000,000}{s \overline{12} .30}$$

$$A = 600,000 + 2,507,933 - 13,454$$

$$A = \underline{\underline{\$ 3,094,179}}$$

El costo anual equivalente para la máquina B es:

$$B = 1,500,000 + \frac{5,000,000}{a \overline{6} .30} - \frac{1,000,000}{s \overline{6} .30}$$

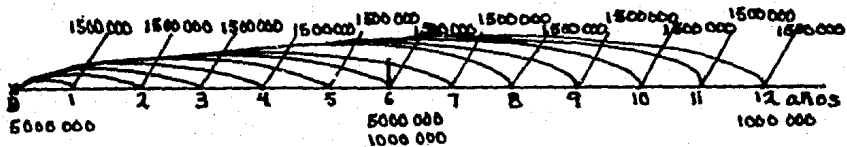
$$B = 1,500,000 + 1,891,969 - 78,394$$

$$B = \underline{\underline{\$ 3,313,575}}$$

El menor costo anual equivalente, corresponde a la máquina fabricada por el proveedor A lo que signifi-

ca que esta alternativa deberá ser seleccionada. El resultado que arroja esta alternativa significa que se deben adquirir consecutivamente 2 máquinas de las fabricadas por el proveedor B, para que se proporcione el mismo servicio que el que ofrece la máquina fabricada por el proveedor A. El costo anual equivalente de 12 años de operación de las máquinas cortadoras de las fabricadas por el proveedor B sigue siendo el mismo que se calculó anteriormente \* - ( \$ 3,313,575 ). El hecho de que el costo anual equivalente sea el mismo, tiene como consecuencia que los flujos de efectivo del segundo ciclo sean iguales a los del primer ciclo.

Enseguida mostraré el costo anual equivalente de dos ciclos consecutivos de la alternativa de la máquina B.



\* Bajo supuesto de invariabilidad tecnológica y económica.

$$B = \frac{5,000,000 + 1,500,000 a \overline{12} .30 + 4,000,000 v .30^6 - 1,000,000 v .30^{12}}{a \overline{12} .30}$$

$$B = \frac{5,000,000 + 4,785,390 + 828,704 - 42,922}{3.19026}$$

$$B = \underline{\underline{\$ 3,313,575}}$$

Como se mostró anteriormente la mejor alternativa es la máquina que surte el proveedor A. Aunque no necesariamente se van a producir los mejores resultados. Una razón es el hecho de que en la alternativa de el proveedor B se consideró implícitamente que al final del año 6 se va a comprar una máquina cortadora -- idéntica a la anterior. Si analizamos un poco esta situación se puede concluir que en el año 6 habrá en el mercado nacional e internacional otro tipo de máquinas cortadoras con características tecnológicas y de operación diferentes y más atractivas y ventajas que las de la máquina actual, entonces es posible que la máquina que fabrica en este momento el proveedor B y la que estará a la venta en el mercado en los siguientes 6 años sea mejor que la máquina que ahora fabrica el proveedor A.

Uno de los principales problemas al considerar como

horizonte de planeación el mínimo común múltiplo de las vidas de las diferentes alternativas, es el de suponer que en los ciclos sucesivos de cada alternativa se tendrán flujos de efectivo iguales a los del primer ciclo. Esto no es correcto debido al constante avance tecnológico a que están sujetos los activos y a las altas tasas de inflación que prevalecen en el país. Lo que se debería hacer en éstos casos es tomar en consideración los siguientes puntos:

- a) Hacer un buen pronóstico del futuro, es decir, tratar de predecir con mayor exactitud los flujos de efectivo de las diferentes alternativas que estarán disponibles en el mercado para ese tiempo, tomando en cuenta la inflación y las innovaciones tecnológicas.
- b) Considerar como horizonte de planeación el menor de los tiempos de vida de las alternativas consideradas, es decir; recalcular los valores de rescate de las alternativas de mayor vida. Estos valores es recomendable obtenerlos a partir de los valores presentes de los ingresos netos que cada alternativa genera en los períodos subsiguientes al horizonte de planeación seleccionado.

De los dos puntos para comparar alternativas mutuamente exclusivas de diferentes vidas, el más conveniente es el segundo, ya que no se requiere pronosticar las nuevas alternativas que estarán disponibles en el futuro como en el primer caso.

Ilustraré el segundo caso con un ejemplo.

Una empresa desea seleccionar alguna de las alternativas que se muestran en la Tabla 3.1-5

Tabla 3.1-5

DATOS	ALTERNATIVA	
	A	B
Inversión Inicial	\$ 1,000,000	\$ 2,000,000
Ingresos anuales	800,000	800,000
Gastos anuales	400,000	200,000
Valor de rescate	200,000	200,000
Vida	5 años	10 años
Tasa de interés (i)	25%	25%

Como podemos observar las vidas de las alternativas son diferentes, en este caso debemos fijar el horizonte de planeación en 5 años. Posteriormente se calcula el valor de rescate al final del año 5 de la alternativa B.

$$\begin{aligned} \text{Valor de Rescate}^* &= 600,000 (0.51)^{.25} + 200,000 v.25^5 \\ &= 600,000 (2.68928) + 200,000 (0.327680) \end{aligned}$$

$$\text{Valor de Rescate} = \underline{\underline{\$ 1,679,104}}$$

Con esta modificación, las alternativas quedan como se muestra en la Tabla 3.1-6

Tabla 3.1-6

DATOS	ALTERNATIVA	
	A	B
Inversión Inicial	\$ 1,000,000	\$ 2,000,000
Ingresos anuales	800,000	800,000
Gastos anuales	400,000	200,000
Valor de rescate	200,000	1,679,104
Vida	5 años	5 años
Tasa de interés (i)	25%	25%

El valor anual equivalente de la alternativa A es:

$$A = 400,000 - \frac{1,000,000}{0.51^{.25}} + \frac{200,000}{s \overline{5}^{.25}}$$

$$A = 400,000 - 371,847 + 24,369$$

$$A = \underline{\underline{\$ 52,522}}$$

El valor anual equivalente de la alternativa B es:

$$B = 600,000 - \frac{2,000,000}{0.51^{.25}} + \frac{1,679,104}{s \overline{5}^{.25}}$$

\* Incluye los Ingresos menos Gastos del año 6 al 10 de la alternativa B.

$$B = 600,000 - 743,693 + 204,593$$

$$B = \underline{\underline{\$ 60,900}}$$

La mayor anualidad equivalente corresponde a la alternativa B, entonces esta alternativa es la que debemos aceptar.

Veamos el Método del Valor Anual Equivalente para el caso de la Selección de Alternativas Mutuamente Excluyentes, cuando se consideran más de dos alternativas.

Si vamos a comparar más de dos alternativas por este método, el procedimiento para calcular el valor anual de cada alternativa y el criterio para seleccionar la mejor, son iguales a los aplicados anteriormente para el caso de dos alternativas.

Veamos un ejemplo: Una empresa requiere seleccionar la mejor de las alternativas mostradas en la Tabla 3.1-7.

Tabla 3.1-7

DATOS	ALTERNATIVAS			
	A	B	C	D
Inversión Inicial	\$ 500,000	\$ 1,000,000	\$ 1,500,000	\$ 2,000,000
Ingresos Netos - Anuales	150,000	320,000	500,000	550,000
Valor de Rescate	100,000	200,000	300,000	400,000
Vida	5 años	5 años	5 años	5 años
Tasa de interés	20%	20%	20%	20%

Los valores anuales equivalentes para cada alternativa son:

Alternativa A:

$$A = 150,000 - \frac{500,000}{a \overline{s} \cdot 20} + \frac{100,000}{s \overline{s} \cdot 20}$$

$$A = 150,000 - 167,190 + 13,438$$

$$A = \underline{\underline{\$ 3,752}}$$

Alternativa B:

$$B = 320,000 - \frac{1,000,000}{a \overline{s} \cdot 20} + \frac{200,000}{s \overline{s} \cdot 20}$$

$$B = 320,000 - 334,380 + 26,876$$

$$B = \underline{\underline{\$ 12,496}}$$



Alternativa C:

$$C = 500,000 - \frac{1,500,000}{a\overline{5}.20} + \frac{300,000}{s\overline{5}.20}$$

$$C = 500,000 - 501,570 + 40,314$$

$$C = \underline{\underline{\$ 38,744}}$$

Alternativa D:

$$D = 550,000 - \frac{2,000,000}{a\overline{5}.20} + \frac{400,000}{s\overline{5}.20}$$

$$D = 550,000 - 668,760 + 53,752$$

$$D = - \underline{\underline{\$ 65,008}}$$

La alternativa C tiene el mayor valor anual y positivo, por lo que es considerada la mejor alternativa.

Finalmente se tiene el caso de las Anualidades de - Inversiones de Larga Vida.

En algunas ocasiones en la práctica se encuentran - proyectos cuyas vidas se pueden considerar indefinidas o infinitas. Ejemplos de éstos tipos podrían ser las construcciones de puentes, las construcciones de presas. Si vamos a comparar alternativas de este tipo es conveniente saber a qué converge el factor --

$$\frac{1}{a\overline{ni}} \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty \text{ entonces tenemos:}$$

$$\frac{i}{a\overline{n}i} = a\overline{n}i^{-1}, \quad a\overline{n}i = \frac{1-v^n}{i}, \quad v^n = \frac{1}{(1+i)^n},$$

$$a\overline{n}i^{-1} = \frac{i}{1-v^n} \quad \text{por lo que:}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a\overline{n}i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1-v^n}{i}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{i}{1-v^n} =$$

$$\frac{i}{1} = i \quad \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a\overline{n}i} = i$$

Se tiene el siguiente ejemplo para mostrar este caso:

Supongamos que la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos desea construir en el Estado de Nayarit una presa la cual ayudaría al cultivo de grandes extensiones de tierra y a su vez emplear a una gran cantidad de campesinos en actividades agropecuarias. Para esto la S.A.R.H. solicitó a dos grandes compañías constructoras las cotizaciones respectivas. La información se da en la Tabla 3.1-8. Nos interesa saber cuál compañía deberá ser seleccionada.

Tabla 3.1-8

DATOS	CONSTRUCTORA	
	A	B
Inversion inicial	\$ 900,000,000	\$ 1100,000,000
Gastos anuales	110,000,000	50,000,000
Tasa de interés	25%	25%

El costo anual equivalente de la alternativa A es:

$$A = 110,000,000 + 900,000,000 (.25)$$

$$A = \underline{\underline{\$ 335,000,000}}$$

El costo anual equivalente de la alternativa B es::

$$B = 50,000,000 + 1100,000,000 (.25)$$

$$B = \underline{\underline{\$ 325,000,000}}$$

La S.A.R.H. deberá contratar los servicios de la -- constructora B por corresponder el menor costo anual equivalente.

### 3.2 Método del Valor Presente.

El método del Valor Presente es uno de los más am-- pliamente utilizados en la evaluación de proyectos de inversión. Su principal función consiste en deter-- minar la equivalencia en el tiempo cero de los flu-- jos de efectivo futuros que genera un proyecto y --

comparar esta equivalencia con el desembolso inicial. Cuando dicha equivalencia es mayor que el desembolso inicial, entonces se dice que es recomendable que se acepte el proyecto.

Una de las ventajas de este método es ser siempre único, independientemente del comportamiento que sigan los flujos de efectivo que genera el proyecto de inversión. Esta característica lo hace ser preferido para usarse en situaciones en las que el comportamiento irregular de los flujos de efectivo, origina el fenómeno de tasas múltiples de rendimiento.

Se tiene el Método del Valor Presente cuando se aplica al Análisis y Evaluación de un Proyecto Individual. Veamos un ejemplo para este caso:

Una empresa desea hacer una inversión en equipo relacionado con el manejo de materiales. Se estima que el nuevo equipo tiene un valor en el mercado de \$ 1,000,000 y representará para la compañía un ahorro en mano de obra y desperdicio de materiales de \$ 400,000 anuales. Considerese también que la vida estimada para el nuevo equipo es de 5 años, al final de los cuales se espera una recuperación de \$ 200,000. La empresa fijó su tasa de interés en 20%.

Calculando el Valor Presente se tiene:

$$VP = -1,000,000 + 400,000 V.20^1 + 400,000 V.20^2 + 400,000 V.20^3 \\ + 400,000 V.20^4 + 400,000 V.20^5 + 200,000 V.20^5$$

$$VP = -1,000,000 + 1,276,620$$

$$VP = \underline{\underline{\$ 276,620}}$$

El resultado que obtuvimos del valor presente neto es positivo, por lo que es recomendable adquirir el nuevo equipo.

Siempre que el valor presente de un proyecto sea positivo, la decisión será emprenderlo. Sin embargo, - debemos analizar la justificación de esta regla de decisión. Cuando el valor presente resulte positivo, esto nos indica que el rendimiento que se espera obtener del proyecto de inversión es mayor al rendimiento mínimo requerido por la empresa. Otro significado cuando el valor presente de un proyecto es positivo, es que se va a incrementar el valor del capital de los accionistas.

Veamos el ejemplo presentado anteriormente, pero suponiendo ahora que la empresa fija una tasa de interés del 45%.

El valor presente que se obtiene es:

$$VP = -1,000,000 + 400,000 V.45^1 + 400,000 V.45^2 + 400,000 V.45^3 \\ + 400,000 V.45^4 + 600,000 V.45^5$$

$$VP = -1,000,000 + 781,413$$

$$VP = - \underline{\underline{\$ 218,587}}$$

En este caso el valor presente es negativo, entonces, el proyecto deberá ser rechazado.

Generalmente , cuando la tasa de interés es grande, existen muchas probabilidades de rechazar los nuevos proyectos de inversión. Esto significa que una cantidad pequeña en el presente se puede transformar en una cantidad muy grande en el futuro, o equivalentemente, que una cantidad futura representa una cantidad muy pequeña en el presente.

Cuando el valor de la tasa de interés es pequeño, el valor presente resulta grande. Esto significa que cuando la tasa de interés es pequeña existe mayor probabilidad de aceptación, ya que en estas condiciones el capital invertido inicial no tendría grandes rendimientos a través del tiempo.

Tenemos ahora la Selección de Proyectos Mutuamente

Exclusivos. Para esta selección existen dos procedimientos que son equivalentes, es decir cada uno de ellos nos lleva a la misma decisión final. Estos procedimientos son:

- a) El valor presente de la inversión total.
- b) El valor presente del incremento de la inversión.

Tenemos los ejemplos siguientes para cada inciso:

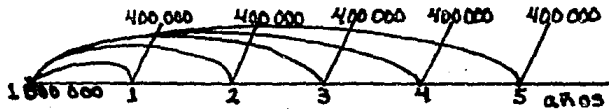
Ejemplo a) En el Valor Presente de la Inversión Total el objetivo es escoger la alternativa que maximice el valor presente. Lo que se requiere es determinar el valor presente de los flujos de efectivo - que genera cada alternativa y seleccionar la que -- tenga el máximo valor presente. El valor presente de la alternativa seleccionada deberá ser mayor que cero, de esta forma el rendimiento que se obtiene es mayor que el interés mínimo atractivo.

Una empresa requiere seleccionar una de las tres alternativas, los datos se dan en la Tabla 3.2-1

Tabla 3.2-1

DATOS	ALTERNATIVA		
	A	B	C
Inversión Inicial	\$ 1,000,000	\$ 1,800,000	\$ 2,100,000
Ganancia anual	400,000	800,000	850,000
Vida	5 años	5 años	5 años
Tasa de interés	25%	25%	25%

El valor presente para la alternativa A es:

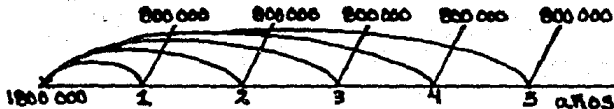


$$A = 400,000 (a_{\overline{5}|.25}) - 1,000,000$$

$$A = 1,075,712 - 1,000,000$$

$$A = \underline{\underline{\$ 75,712}}$$

El valor presente para la alternativa B es:



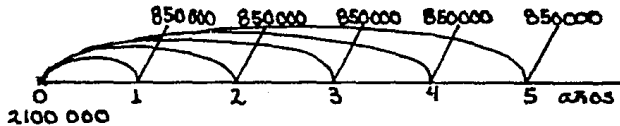
$$B = 800,000 (a_{\overline{5}|.25}) - 1,800,000$$

$$B = 2,151,424 - 1,800,000$$

$$B = \underline{\underline{\$ 351,424}}$$



El valor presente para la alternativa C es:



$$C = 850,000 (a_{\overline{5}|.25}) - 2,100,000$$

$$C = 2,285,888 - 2,100,000$$

$$C = \underline{\underline{\$ 185,888}}$$

Como el valor presente mayor corresponde a la alternativa B, esta alternativa es la que debemos seleccionar.

En algunos casos cuando se analizan alternativas mutuamente exclusivas, puede presentarse que todas tengan valores presentes negativos. Para éstos casos la decisión a tomar es rechazar todas las alternativas disponibles. Por otra parte, si de las alternativas que se tienen únicamente conocemos sus costos, entonces lo que se debe hacer para este caso es minimizar el valor presente de los costos. También, es conveniente mencionar que bajo esta situación, la opción de rechazar todas las alternativas se debe descartar, es decir; forzosamente tenemos que seleccionar una de las alternativas que para este caso sería la de

valor presente mínimo si se consideran los costos con signo positivo.

A continuación analizaremos las alternativas mutuamente exclusivas de diferentes vidas.

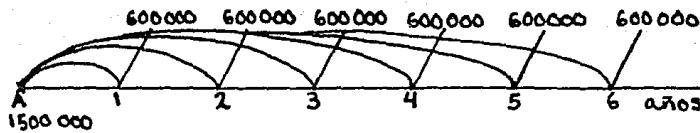
Veamos el siguiente ejemplo para este caso:

Una empresa desea adquirir un montacargas con el cual se agilizaría el transporte interno en el almacén de productos terminados. Investigaciones sobre los diferentes tipos de montacargas se muestran en la Tabla 3.2-2 El servicio que van a proporcionar éstos montacargas será requerido por un tiempo de al menos 12 años.

Tabla 3.2-2

DATOS	ALTERNATIVA	
	A	B
Inversión Inicial	\$1,500,000	\$ 2,500,000
Ingresos netos anuales	600,000	820,000
Vida:	6 años	12 años
Tasa de interés (i)	30%	30%

El Valor presente para la alternativa A es:

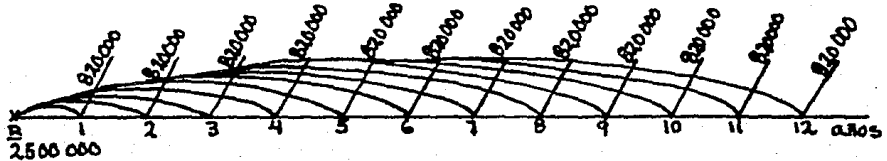


$$A = -1,500,000 + 600,000 (a_{\overline{6}|.30}) (1 + v.30^6)$$

$$A = -1,500,000 + 1,585,650 (1.207176)$$

$$A = \underline{\underline{\$ 103,395}}$$

El valor presente para la alternativa B es:



$$B = -2,500,000 + 820,000 (a_{\overline{12}|.30})$$

$$B = -2,500,000 + 2,616,013$$

$$B = \underline{\underline{\$ 116,013}}$$

• Observamos que el valor presente mayor corresponde a la alternativa B, por lo que es la que debemos seleccionar.

Ejemplo b) Mencionaré ahora el Valor Presente del Incremento en la Inversión.

Cuando se aplica el criterio del valor presente del

incremento en la inversión en la selección de alternativas mutuamente exclusivas, los pasos a realizar serían:

- 1.- Ordenar de menor a mayor las alternativas de acuerdo a su inversión inicial.
- 2.- Escoger la alternativa de menor costo. Esta será "no hacer nada" y sería la base contra la cual se comparará la siguiente alternativa de menor costo. Se considera la alternativa "no hacer nada" ya que en algunos casos se puede presentar que todas las alternativas tengan valores presentes negativos:
- 3.- Se compara la mejor alternativa con la siguiente de acuerdo al paso 1. Si este valor presente es mayor que cero, entonces esta alternativa se convierte en la mejor alternativa. Si el valor presente es negativo se elimina esta alternativa.
- 4.- Cuando todas las alternativas disponibles han sido analizadas escogemos la alternativa que maximiza el valor presente y proporciona un rendimiento mayor que la tasa de recuperación mínima atractiva.

Para mostrar esta metodología veamos el siguiente ejemplo:

Tomaremos los datos del problema visto en la Tabla 3.2-1

Entonces el Valor Presente de la alternativa A es:

$$A = 400,000 (a_{\overline{5}|.25}) - 1,000,000$$

$$A = \underline{\underline{\$ 75,712}}$$

Esta alternativa resulta una buena opción.

El valor presente para la alternativa B-A\* es:

$$B-A = 400,000 (a_{\overline{5}|.25}) - 800,000$$

$$B-A = \underline{\underline{\$ 275,712}}$$

El valor presente para la alternativa C-B es:

$$C-B = 50,000 (a_{\overline{5}|.30}) - 300,000$$

$$C-B = - \underline{\underline{\$ 165,536}}$$

Como el valor presente de esta alternativa es negativo, la alternativa B es la mejor alternativa, ya que es la que maximiza el valor presente y proporciona un rendimiento mayor que la tasa de interés.

\* La expresión "alternativa Z-W" significa el valor presente del incremento en la inversión de la alternativa Z, respecto de la alternativa W.

Podemos decir entonces que la decisión obtenida al utilizar el valor presente de la inversión total es igual a la obtenida al utilizar el valor presente -- del incremento en la inversión. Por lo que ambos -- criterios son equivalentes.

Se tiene ahora el Valor Presente del Incremento en la Inversión de Selección de Alternativas Mutuamente Exclusivas en las cuales sólo se tiene información de los costos. En este caso la alternativa no hacer nada no es considerada como una alternativa facti-- ble.

Veamos el siguiente ejemplo, los datos se dan en la Tabla 3.2-3 Utilizando una tasa de interés del - 25% se desea seleccionar una de las siguientes al-- ternativas.

Tabla 3.2-3

Año	ALTERNATIVA		
	A	B	C
0	- \$ 100,000	- \$ 120,000	- \$ 150,000
1	30,000	25,000	15,000
2	35,000	30,000	15,000
3	40,000	30,000	15,000

Como la alternativa no hacer nada no es factible, en tonces la alternativa A es la mejor alternativa. La tomamos como la base contra la cual se comparará la siguiente alternativa.

Entonces tenemos el valor presente para la alternativa B-A:

$$B-A = -20,000 + 5,000 V.25 + 5,000 V.25^2 + 10,000 V.25^3$$

$$B-A = - \underline{\underline{\$ 7,680}}$$

Como el valor presente es negativo, la alternativa B se descarta. Por consiguiente, la alternativa A seguirá siendo la base contra la cual se comparará la siguiente alternativa, que es la C.

Tenemos el valor presente para la alternativa C-A:

$$C-A = -50,000 + 15,000 V.25 + 20,000 V.25^2 + 25,000 V.25^3$$

$$C-A = - \underline{\underline{\$ 12,400}}$$

Como el valor presente es negativo, la alternativa C es descartada. Por consiguiente, como ya no existen más alternativas, entonces la mejor alternativa es la A.

Se tiene ahora La Inconsistencia del Método del Valor Presente al comparar las alternativas mutuamen-

te exclusivas.

Existen algunas alternativas en las que el valor - de la tasa de recuperación mínima atractiva utiliza- da forma parte muy importante en la decisión de cuál seleccionar. Se tiene el siguiente ejemplo: Una em- presa desea seleccionar una de las alternativas usan- do una tasa de interés del 10%. Los datos se mues- tran en la tabla 3.2-4

Tabla 3.2-4

Año	ALTERNATIVA	
	A	B
0	- \$ 19,500	- \$ 18,800
1	15,000	4,000
2	4,000	4,000
3	4,000	5,000
4	4,000	18,000

Aplicando el criterio del valor presente sobre la in- versión total se tiene:

Alternativa A:

$$A = -19,500 + \frac{15,000}{(1+.1)} + \frac{4,000}{(1+.1)^2} + \frac{4,000}{(1+.1)^3} + \frac{4,000}{(1+.1)^4}$$

$$A = -19,500 + 13,636.36 + 3,305.79 + 3,005.26 + 2,732.05$$

$$A = \underline{\underline{\$ 3,179.46}}$$



Alternativa B:

$$B = - 18,800 + \frac{4,000}{(1+.1)} + \frac{4,000}{(1+.1)^2} + \frac{5,000}{(1+.1)^3} + \frac{18,000}{(1+.1)^4}$$

$$B = - 18,800 + 3,636.36 + 3,305.79 + 3,756.57 + 12,294.24$$

$$B = \underline{\underline{\$ 4,192.96}}$$

Por lo que el proyecto que debemos seleccionar es el B. Ahora observemos que pasa si en el ejemplo anterior usamos una tasa del 20%.

El valor presente de la alternativa A es:

$$A = - 19,500 + \frac{15,000}{(1+.20)} + \frac{4,000}{(1+.20)^2} + \frac{4,000}{(1+.20)^3} + \frac{4,000}{(1+.20)^4}$$

$$A = -19,500 + 12,500 + 2,777.78 + 2,314.81 + 1,929.01$$

$$A = \underline{\underline{\$ 21.6}}$$

El valor presente de la alternativa B es:

$$B = - 18,800 + \frac{4,000}{(1+.20)} + \frac{4,000}{(1+.20)^2} + \frac{5,000}{(1+.20)^3} + \frac{18,000}{(1+.20)^4}$$

$$B = - 18,800 + 3,333.33 + 2,777.78 + 2,893.52 + 8,680.55$$

$$B = \underline{\underline{\$ 1,114.82}}$$

Esto nos indica que el proyecto A debe ser seleccionado. Se observa que esta decisión resulta contraria a la que se hubiera aceptado si la tasa de interés fuera de 10%. Lo que sucede es que ambas deci

siones son correctas, es decir; cuando la tasa de interés sea pequeña la alternativa B será preferida, y la alternativa A será seleccionada cuando la tasa de interés sea grande. La explicación a estas decisiones aparentemente contradictorias se basa en lo siguiente:

- Cuando la tasa de recuperación mínima atractiva es grande, se seleccionarán aquellas alternativas que ofrezcan en los primeros años de vida los flujos de efectivo mayores.
- Cuando la tasa de recuperación mínima atractiva es pequeña, se seleccionarán aquellas alternativas que ofrezcan los mayores beneficios, aunque éstos estén muy retirados del período de iniciación de la vida de la alternativa.

### 3.3 Método de la Tasa Interna de Rendimiento.

Veamos cuál es el propósito de los Proyectos de Inversiones con una sola Tasa Interna de Rendimiento. Primeramente hay que conocer el significado de la Tasa Interna de Rendimiento. Como se maneja frecuentemente, es un índice de rentabilidad ampliamente aceptado. Esta definida como la tasa de interés que reduce a cero el valor presente, el valor futuro, o el valor anual equivalente de una serie de ingresos y egresos.

En términos económicos La Tasa Interna de Rendimiento representa el porcentaje o la tasa de interés -- que se aplica sobre el saldo no recuperado de una inversión. El saldo no recuperado de una propuesta de inversión en el tiempo  $t$ , es el valor futuro de la propuesta en ese tiempo.

Tenemos ahora el concepto de la Evaluación de un Proyecto Individual.

Con el método de la tasa interna de rendimiento, se necesita calcular la tasa de interés ( $i^*$ -TIR) que reduce a cero cualquier valor, sea este presente, futuro o anual equivalente y compararla con la tasa de recuperación mínima atractiva ( $i$ ). Cuando la tasa de interés ( $i^*$ -TIR) sea mayor que la tasa de recupe-

ración mínima atractiva (i), es conveniente que el -  
 proyecto sea emprendido. Para aclarar este concepto  
 tenemos el siguiente ejemplo:

Una persona adquiere un bono por la cantidad de ---  
 \$ 150,000. Si la vida del bono es de 5 años al final  
 de los cuales se recupera el valor de la inversión,  
 y los intereses que se ganan al final de cada año son  
 de \$ 30,000 ¿cuál es la tasa interna de rendimiento-  
 que se obtiene en esta inversión?.

La TIR que se obtiene en la compra del bono, es la -  
 tasa de interés (i\*) que satisface la ecuación:

$$-150,000 + 30,000 (a\overline{5}|i^*) + 150,000 v i^*{}^5 = 0$$

Haciendo aproximaciones se encuentra que  $i^* = 20\%$ .

Para comprobar esta tasa la sustituiremos en la ecua-  
 ción anterior:

$$- 150,000 + 30,000 (a\overline{5}|.20) + 150,000 v.20^5 = 0$$

$$- 150,000 + 89,718.3 + 60,281.7 = 0$$

$$- 150,000 + 150,000 = 0$$

A continuación tenemos el siguiente teorema.

TEOREMA.- Sean: A el valor de la inversión inicial y

B el flujo de efectivo anual neto.

Entonces: Si el valor de rescate es igual a la inver

sión inicial y los flujos de efectivo de cada período se mantienen constantes, la tasa interna de rendimiento ( $i^*$ ) no depende de la vida de la propuesta y es igual a  $B/A$ .

DEMOSTRACION :

$$- A + B \overline{a}_{\overline{n}|i^*} + A Vi^{*n} = 0$$

$$\Leftrightarrow i^* = \frac{B}{A}$$

DEM :

$$- A + B \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] + A \frac{1}{(1+i)^n} = 0$$

$$B \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] = A - A \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$B \left[ \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right] = A \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$\left[ B \left( \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right) \right] = i \cdot A \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$\therefore i^* = \frac{B}{A}$$

Por medio de esta expresión los cálculos se simplifican y sustituyendo tenemos:

$$i^* = \frac{30,000}{150,000}$$

$$i^* = 20 \%$$

Veamos ahora el concepto de Evaluación de Proyectos Mutuamente Exclusivos.

En la evaluación de proyectos mutuamente exclusivos por el método de la TIR, se deben de considerar los siguientes principios

- 1) Todo incremento de inversión debe ser justificado, es decir; la alternativa mejor será la de mayor inversión siempre y cuando, la tasa interna de rendimiento del incremento en la inversión ( $i^*$ ) sea mayor que la tasa de interés que se de ( $i$ ).

- 2) Podrán ser comparadas dos alternativas siempre y cuando, una alternativa de mayor inversión se compare con una de menor inversión, si ésta ya ha sido justificada. La aplicación del criterio de selección que se recomienda utilizar con el método de la TIR, implica determinar la TIR del incremento de inversión.

Para comprender el criterio de decisión utilizado en el método de la TIR cuando varios proyectos mutuamente exclusivos son comparados, veamos un ejemplo: los datos se muestran en la Tabla 3.3-1

Tabla 3.3-1

DATOS	ALTERNATIVA	
	A	B
Inversión	\$ 100,000	\$ 150,000
Ingresos	42,000	54,800
Vida	5 años	5 años
Tasa de interés	20%	20%

Se desea seleccionar la alternativa más adecuada.

Primeramente justificaremos el proyecto de menor inversión.

Veamos cual es la TIR del proyecto A que satisface la siguiente igualdad:

$$A = -100,000 + 42,000 a_{\overline{5}|} .20 = 25,605.62$$

//  $i = 20\%$  //

$$-100,000 + 42,000 a_{\overline{5}|} i^* = 0$$

$$a_{\overline{5}|} i^* = \frac{100,000}{42,000} = 2.3809524$$

$$i^* = 31.193\%$$

Ver Apendice letra D.

Como la TIR ( $i^* = 31.193\%$ ) es mayor que la tasa de interés del  $20\%$  el proyecto de menor inversión ha sido justificado. Cuando se tengan varios proyectos, este procedimiento se debe repetir hasta que un primer proyecto se justifique. Si ningún proyecto es justificado la mejor opción es no hacer nada.

En seguida se justificará el incremento en la inversión que requiere el proyecto B.

El proyecto B se puede interpretar como la suma del proyecto A, el cual ya se justificó más una inversión de \$ 59,000.00 , la cual produce \$ 12,800 cada año -- durante 5 años.

Veamos cual es la TIR del incremento en la inversión que requiere el proyecto B.

$$-50,000 + 12,800 a_{\overline{5}|} i^* = 0$$



$$0.57 i^* = \frac{50,000}{12,800} = 3.90625$$

$$i^* = 8.836\%$$

Como este rendimiento del 8.836% resulta menor que la tasa de interés 20% , entonces el incremento en la inversión no se justifica y el mejor proyecto es el A.

A continuación se tiene el concepto de Proyectos con Múltiples Tasas Internas de Rendimiento.

En general, las propuestas de inversión que son analizadas en una empresa, consisten de un o una serie de desembolsos iniciales, seguidos por una serie de in--gresos positivos. Para éstas situaciones, el hecho de que exista una sola tasa interna de rendimiento nos facilita la toma de decisiones. Pero, no todas las propuestas de inversión generan flujos de efectivo de este tipo. Para algunas propuestas, los desembolsos requeridos no están restringidos a los primeros períodos de vida de la inversión. Por consiguiente, es posible que en los flujos de efectivo netos existan varios cambios de signo. En éstos casos, es probable-- que la propuesta presente el fenómeno de tasas múltiples de rendimiento.

Tenemos ahora el caso de los Proyectos sin Tasas de -

Rendimiento.

Hay algunos proyectos para los cuales no existe tasa interna de rendimiento. Un ejemplo de esta situación se presenta en los casos en que el flujo de efectivo está formado en su totalidad, ya sea por ingresos o egresos. También, otro de los casos más comunes son los proyectos para los cuales se conocen solamente los egresos. En este caso no es posible determinar la tasa interna de rendimiento de cada proyecto en forma individual; pero sí es posible aplicar el método de la TIR a proyectos mutuamente exclusivos donde solo los gastos son conocidos.

Ahora veamos los Proyectos con una sola Tasa Interna de Rendimiento.

La propuesta tendría una sola tasa interna de rendimiento bajo las siguientes condiciones que deberá cumplir para que se garantice la existencia de una sola tasa de rendimiento: Toda propuesta de inversión cuyos desembolsos ocurran en los primeros períodos de su vida y los ingresos en los períodos posteriores, y además se cumpla que la suma absoluta de los ingresos sea mayor que la suma absoluta de los egresos.

Un ejemplo que cumple éstas condiciones se muestra en

la tabla 3.3-2

Tabla 3.3-2

AÑO	P R O P U E S T A			
	A	B	C	D
0	-\$ 50,000	-\$ 20,000	-\$ 100,000	-\$ 30,000
1	10,000	-10,000	50,000	0
2	20,000	- 5,000	60,000	40,000
3	30,000	15,000	-150,000	0
4	40,000	20,000	80,000	-50,000
5	50,000	25,000	100,000	80,000

Veamos que sucede con la propuesta A, la suma de los ingresos (\$150,000) es mayor que la suma de los egre--sos (\$50,000).

Ahora tenemos la propuesta B, los ingresos (\$60,000) exceden a los egresos (\$35,000).

Se puede observar que para estas propuestas A y B si se garantiza la existencia de una sola tasa interna de rendimiento.

Las propuestas C y D no cumplen estas condiciones, -veamos porque:

En la propuesta C, los ingresos (\$290,000) son mayores que los egresos (\$250,000), efectivamente pero; - para que se garantice la existencia de una sola tasa

de rendimiento, debe cumplir además que los desembolsos ocurran en los primeros períodos de vida de una inversión y los ingresos en los períodos posteriores. Por lo que se tiene el mismo caso para la propuesta D, los ingresos (\$120,000) son mayores que los egresos (\$80,000); pero no cumple la condición de que sus desembolsos ocurran en los primeros períodos y los ingresos en los períodos posteriores.

Los Proyectos con Múltiples Tasas Internas de Rendimiento.

Para la toma de decisiones, los proyectos con tasas múltiples de rendimiento son más difíciles de manejar. Surgen preguntas como las siguientes: ¿Cuál tasa de rendimiento es la correcta? , ¿Cuáles serán las reglas de decisión para la selección de proyectos -- cuando éstos presentan tasas múltiples de rendimiento? , ¿Son aplicables las reglas ya vistas? Veamos el siguiente ejemplo usando los datos de la Tabla ---- 3:3-2. y utilizando la propuesta C.

El valor presente para la propuesta C es:

$$- 100,000 + \frac{50,000}{(1+i)} + \frac{60,000}{(1+i)^2} - \frac{150,000}{(1+i)^3} + \frac{80,000}{(1+i)^4} + \frac{100,000}{(1+i)^5} = 0$$

Ahora si sustituimos al factor  $1/(1+i)$  en la ecuación

anterior por X nos queda:

$$- 100,000 + 50,000X + 60,000X^2 - 150,000X^3 + 80,000X^4 + 100,000X^5 = 0$$

Pero es posible que para este polinomio existan 5 raíces que satisfagan la ecuación. Las raíces reales positivas que se obtengan serán las tasas múltiples de rendimiento que tiene la propuesta de inversión. Otra manera de identificar fácilmente la posibilidad de tasas múltiples de rendimiento, es la regla de los signos de Descartes para un polinomio de grado n, con coeficientes reales, y nos dice que " el número de -- raíces reales positivas de un polinomio no es nunca mayor que el número de cambios de signo en la sucesión de sus coeficientes, en caso de que el número de tales raíces sea menor, la diferencia será un número par " (1)

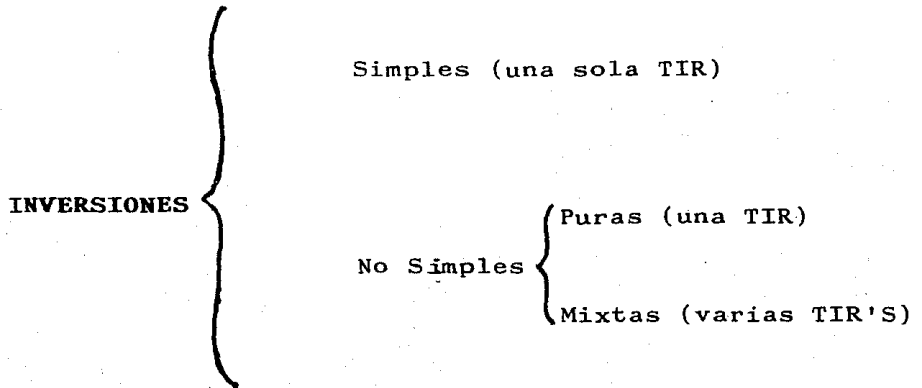
Por lo anterior tenemos que para la propuesta C el número máximo de raíces reales es tres; es decir existen a lo más tres tasas múltiples de rendimiento para dicha propuesta.

---

(1) Coss BU, Raúl. Análisis y Evaluación de Proyectos de Inversión. pag, 78.

Algoritmo de JAMES C.T. MAO.

Para el uso de este algoritmo es necesario que se realice previamente una clasificación de los proyectos que permite visualizar más rápidamente a aquellos proyectos que presentan el fenómeno de tasas múltiples de rendimiento.



Para distinguir las inversiones simples y no-simples basta determinar el número de cambios de signo en el flujo de efectivo de la inversión; pero para la clasificación de las inversiones no-simples en puras y mixtas es más difícil de visualizar, por lo que se siguen dos criterios:

- 1) Para este criterio una inversión pura se define como una inversión en la que los saldos no recuperados\* evaluados con la tasa interna de rendimiento ( $i^*$ ) de la inversión son negati--

---

\* El saldo no recuperado de una inversión al tiempo  $t$ , se e valúa por medio de esta expresión:  $F_t = \sum_{j=0}^t S_j (1+i^*)^{t-j}$

vos o cero a través de la vida del proyecto. Por consiguiente, una inversión es pura sí, y solo sí,  $F_t(i^*) < 0$  con  $t = 0, 1, \dots, n-1$ . Por el contrario, si  $F_t(i^*) \geq 0$  para algunos valores de  $t$  y  $F_t(i^*) \leq 0$  para el resto es una inversión mixta. Si no cumple esta condición entonces no es una inversión mixta.

- 2) Para el segundo criterio, como la inversión inicial es un desembolso, se puede lograr que cualquier inversión satisfaga que  $F_t(i) < 0$  con  $t = 0, 1, \dots, n-1$ , al incrementar el valor de  $i$  a algún valor crítico que llamaremos  $r$ -mínimo. Con este valor de  $i$ ,  $F_t(r\text{-mín})$  puede tomar los valores positivo, cero, o negativo. Si  $F_t(r\text{-mín}) > 0$ , entonces existe alguna tasa de interés  $r^* > r\text{-mín}$ , que hará que  $F_t(r^*) = 0$  puesto que  $r^* > r\text{-mín}$ , entonces  $F_t(r^*) < 0$  para  $t = 0, 1, \dots, n-1$  y por lo tanto la inversión es pura. Si  $F_t(r\text{-mín}) < 0$  existe alguna  $r^* < r\text{-mín}$  que hará que  $F_t(r^*) = 0$  puesto que  $r\text{-mín}$  es la mínima tasa de interés para la cual los saldos del proyecto para  $t = 0, 1, \dots, n-1$  son ceros o negativos, es una inversión mixta.

Un resumen de los dos criterios utilizados en la

clasificación de las inversiones no-simples en puras y mixtas es la siguiente:

Criterio 1

Sea  $i^*$  un valor tal que Valor Presente Neto ( $i^*$ )=0. Si  $F_t(i^*) \leq 0$  para  $t=0,1,2,\dots,n-1$ , entonces la inversión es pura.

Si  $F_t(i^*) \leq 0$  para algunos valores de  $t$  y  $F_t(i^*) \geq 0$  para el resto, entonces la inversión es mixta.

Criterio 2

Sea  $r\text{-mín}$  un valor tal que  $F_t(r\text{-mín}) \leq 0$  para  $t=0,1,2,\dots,n-1$ .

Si  $F_t(r\text{-mín}) > 0$ , entonces la inversión es pura.

Si  $F_t(r\text{-mín}) < 0$ , entonces la inversión es mixta.

Podemos observar que de éstos dos criterios es más fácil de utilizar el segundo.

Veamos un ejemplo en donde utilizaremos el primer criterio.

**Ejemplo:** Supongamos que una compañía usa una tasa del 25%, se encuentra analizando una inversión que promete generar la serie de flujos de efectivo que se muestran en la Tabla 3.3-3



Tabla 3.3-3

AÑO	0	1	2	3	4
Flujo de efectivo	-200	100	200	-400	1,000

Primeramente determinaremos si es una inversión Simple o una No-Simple. Para esto recordaremos que en los flujos de efectivo de las inversiones simples, solamente puede haber un cambio de signo. Por lo que para este ejemplo podemos afirmar que se trata de un caso de inversión no-simple. Ahora determinaremos si es un caso de inversión pura o mixta.

Debemos encontrar la tasa de interés que iguala a cero el valor presente del proyecto:

$$-200 + 100V.25 + 200V.25^2 - 400 V.25^3 + 1,000V.25^4 = 0$$

Veamos que sucede con  $i = 25\%$

$$-200 + 80 + 128 - 204.8 + 409.6 = 212.8$$

El valor presente no es igual a cero

con  $i = 35\%$

$$-200 + 74.0741 + 109.7394 - 162.5768 + 301.068 = 122.3047$$

El valor presente no es igual a cero

con  $i = 45\%$

$$-200 + 68.96 + 95.12 - 131.21 + 226.22 = 59.09$$

con  $i = 59\%$

$$-200 + 62.89 + 79.11 - 99.51 + 156.46 = -1.05$$

con  $i = 58\%$

$$-200 + 63.29 + 80.12 - 101.41 + 160.46 = 2.46$$

Vemos que casi nos aproximamos al valor presente igual a cero por lo que debemos tomar una tasa entre 58% y 59%.

Sea  $i = 58.7\%$

$$-200 + 100V.587 + 200V.587^2 - 400V.587^3 + 1,000V.587^4 = 0$$

La tasa de interés  $i^*$  que satisface la ecuación anterior es 58.7%. Ahora calculemos los saldos no recuperados del proyecto de la siguiente manera:

$$F_t = \sum_{j=0}^t S_j (1+i^*)^{t-j}$$

Entonces:

$$F_0 = S_0 (1+i^*)^0 = S_0 = -200$$

$$F_1 = S_0(1+i^*) + S_1 = -200(1+.587) + 100 = -317.40 + 100 \\ = -217.40$$

$$F_2 = S_0(1+i^*)^2 + S_1(1+i^*) + S_2 = -200(1+.587)^2 + 100(1.587) \\ + 200 = -145.0138$$

$$F_3 = S_0(1+i^*)^3 + S_1(1+i^*)^2 + S_2(1+i^*) + S_3 = -200(1.587)^3 + \\ 100(1.587)^2 + 200(1.587) + 400 = -630.13$$

$$F_4 = S_0(1+i^*)^4 + S_1(1+i^*)^3 + S_2(1+i^*)^2 + S_3(1+i^*) + S_4 = \\ -200(1.587)^4 + 100(1.587)^3 + 200(1.587)^2 - 400(1.587) \\ + 1,000 = 0$$

Y como  $F_t(58.7\%) < 0$  para  $t = 0, 1, 2, 3$  este proyecto no simple es una inversión pura.

. . .  $i^* = 58.7\%$  es la única TIR.

Veamos ahora el ejemplo anterior para utilizar el segundo criterio. Tomando los datos de la Tabla - 3.3-3

De acuerdo al criterio 2, la  $r$ -mín de este proyecto sería la tasa de interés que hace igual a cero el saldo del proyecto al final del año 2, ya que -- si el saldo en el año 2 es cero, esto significa -- que el saldo del proyecto al final del año 1 es negativo y con esto se cumpliría que  $F_t(r\text{-mín}) < 0$  para  $t = 0, 1, 2, 3$ . Por lo que  $r$ -mín es la tasa de in--terés que satisface la ecuación:

$$- 200 (1+r\text{-mín})^2 + 100 (1+r\text{-mín}) + 200 = 0$$

El valor de  $r$ -mín que resulta es 28.1 %

Cón este valor de  $r$ -mín, el saldo del proyecto al final del año 4 es:

$$F_4(28.1\%) = - 400 (1+.281) + 1,000 = 487.6$$

y como el valor es positivo, el proyecto es una inversión pura, entonces existe una sola tasa interna de rendimiento que es 58.7 % . Como la TIR es mayor que TREMA (tasa de recuperación mínima atractiva), el proyecto debe ser aceptado.

## R E S U M E N

El presente es una síntesis de los tres Métodos de Selección Aproximados de Proyectos de Inversión: "Método del Valor Anual Equivalente", "Método del Valor Presente Neto" y "Método de la Tasa Interna de Rendimiento".

METODO DEL VALOR ANUAL EQUIVALENTE

Es un procedimiento que nos da la base para que los flujos de efectivo se puedan trasladar a cantidades equivalentes a cualquier punto del tiempo.

Para el Método del Valor Anual Equivalente, se tienen las siguientes aplicaciones:

**A) Análisis y Evaluación de un Proyecto Individual.**— En el cual los ingresos y los gastos que ocurren en un período son convertidos a una anualidad equivalente en forma uniforme. Si la anualidad resulta positiva el proyecto debe ser aceptado.

**B) Selección de Alternativas Mutuamente Exclusivas.**— Al comparar las alternativas se pueden presentar las siguientes formas:

**b.1** Los ingresos y gastos de las alternativas de igual

- duración son conocidos. Se escogerá la alternativa con el mayor valor anual equivalente.
- b.2 Solamente los gastos de cada alternativa de igual duración son conocidos. Se seleccionará la alternativa que tenga el menor costo anual equivalente.
- b.3 Las vidas de las alternativas son diferentes. Se seleccionará la alternativa de menor costo anual equivalente.

**C) Selección de Alternativas Mutuamente Exclusivas, -- cuando se consideran más de dos alternativas.--** Cuando se comparan más de dos alternativas por este método, el procedimiento para calcular el valor anual de cada alternativa y el criterio para seleccionar la mejor, son iguales a los aplicados para el caso de dos alternativas:

- c.1 Se seleccionará aquella que tenga el mayor valor anual y positivo.
- c.2 Cuando existan anualidades de inversiones de larga vida se seleccionará la alternativa que tenga el menor costo anual equivalente.

**METODO DEL VALOR PRESENTE NETO**

Consiste en determinar la equivalencia en el tiempo cero de los flujos de efectivo futuros que genera un proyecto y comparar esta equivalencia con el desembolso inicial. Cuando -- dicha equivalencia es mayor que el desembolso inicial, entonces se debe aceptar el proyecto.

En el Método del Valor Presente Neto, se tienen las aplicaciones siguientes:

- A) Análisis y Evaluación de un Proyecto Individual.** -- Si el valor presente es positivo el proyecto deberá aceptarse.
  
- B) Selección de Proyectos Mutuamente Exclusivos.** -- Para esta selección existen dos procedimientos que son equivalentes, es decir; cada uno de ellos nos lleva a la misma decisión final. Estos procedimientos son:
  - b.1** El valor presente de la inversión total. Se escoge la alternativa que maximice el valor presente; éste deberá ser mayor que cero.
  
  - b.2** Valor presente del incremento en la inversión. Se escoge la alternativa que maximiza el valor presente y proporciona un rendimiento mayor que la tasa de recuperación mínima atractiva.

- b.3** Alternativas mutuamente exclusivas de diferentes vidas. Se escoge la alternativa que tenga el mayor valor presente.

### METODO DE LA TASA INTERNA DE RENDIMIENTO

El significado de la Tasa Interna de Rendimiento como se le maneja frecuentemente, es un índice de rentabilidad ampliamente aceptado. Es la tasa de interés que reduce a cero el valor presente, el valor futuro, o el valor anual equivalente de una serie de ingresos y egresos.

El Método de la Tasa Interna de Rendimiento tiene las siguientes clasificaciones:

- A) Evaluación de un Proyecto Individual.**- Cuando la tasa de interés ( $i^*$  - TIR) sea mayor que la tasa de recuperación mínima atractiva ( $i$ ), es conveniente que el proyecto sea emprendido.
- B) Evaluación de Proyectos Mutuamente Exclusivos.**- Se deben de considerar los siguientes puntos:
- b.1** La mejor alternativa sera la de mayor inversión, siempre y cuando, la TIR del incremento en la inversión ( $i^*$ ) sea mayor que la tasa de interés ( $i$ ).
- b.2** Se podrán comparar dos alternativas, siempre y --

cuando, la de mayor inversión se compare con la de menor inversión, si ésta ya ha sido justificada. - Cuando se tengan varios proyectos, este procedimiento se debe repetir hasta que un primer proyecto se justifique. Si ningún proyecto es justificado, la mejor opción es no hacer nada.

- C) Proyectos con Múltiples Tasas Internas de Rendimiento.**- Cuando existe una sola tasa interna de rendimiento nos facilita la toma de decisiones. Pero, no todas las propuestas de inversión generan flujos de efectivo de este tipo. Por consiguiente, es posible que en los flujos de efectivo netos existan cambios de signo en éstos casos, es probable que la propuesta presente el fenómeno de tasas múltiples de rendimiento.
- D) Proyectos sin Tasas de Rendimiento.**- Hay algunos proyectos para los cuales no existe tasa interna de rendimiento, por ejemplo cuando el flujo de efectivo está formado en su totalidad, ya sea por ingresos o egresos.
- E) Proyectos con una sola Tasa Interna de Rendimiento.**- Existe una sola tasa, cuando en una propuesta de inversión los desembolsos ocurren en los primeros períodos de su vida y los ingresos en períodos posteriores



y la suma absoluta de los ingresos sea mayor que la -  
de los egresos.

Se tiene el siguiente esquema que permite visualizar más rápidamente a los proyectos que presentan el fenómeno de tasas múltiples de rendimiento.

Inversiones Simples.- los flujos netos de fondos, adoptan la pauta de un desembolso inicial, seguido exclusivamente por ingresos en efectivo.

Inversiones No Simples.- tiene desembolsos netos en efectivo que no se limitan al período inicial, y por el contrario se intercalan con flujos netos de fondos durante toda la vida del proyecto.

Puras.- Es la inversión en la cual los saldos del proyecto, calculados en la TIR del proyecto, son cero o negativo a lo largo de la vida del proyecto.  $F_t(i^*) \leq 0$  para  $t=0, 1, \dots, n-1$

Mixta.- Es cualquier inversión que no es pura  $F_t(i^*) \leq 0$  para algunos valores de  $t$  y  $F_t(i^*) \geq 0$  para los restantes valores de  $t$ .

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

1) Los factores fundamentales para la creación de - planes a largo plazo en una empresa son:

- a) Los estudios de proyecciones a futuro
- b) Las condiciones de mercado
- c) Las posibilidades de desarrollo tecnológico y
- d) El panorama que ofrece la competencia

A partir de estas cuatro variables, la labor del Actuario es desarrollar procesos que permitan - seleccionar óptimas decisiones de inversión.

2) Los beneficios que debe ofrecer una alternativa seleccionable de inversión son:

- a) Reducción de costos
- b) Optimización de la calidad del producto
- c) Disminución en tiempo de proceso
- d) Flexibilidad
- e) Buen rendimiento de utilidades.

3) Es importante para una buena toma de decisiones, el que exista comunicación completa y amplia entre las diversas áreas que generan una corriente de proposiciones suficiente para garantizar que

una de ellas sea la óptima.

- 4) Existen tres factores que circundan el ambiente de las Decisiones de Inversión, a saber: Líquidez, Seguridad y Rendimiento; en general:
- a) A mayor seguridad menor rendimiento y viceversa.

Estos factores son la base para introducir la teoría de probabilidad en la Ingeniería Económica.

- 5) Un inversionista debe tomar en cuenta los tres factores: **Líquidez, Seguridad y Rendimiento** para la disminución del riesgo; siendo éste una de las primeras limitaciones a considerar. por consiguiente obtendríamos una buena alternativa de inversión.
- 6) Las proposiciones de inversión en general no presentan condiciones estáticas, por tal razón el analista profesional debe poder determinar las variables vitales que serán la pauta para futuros proyectos de inversión.

- 7) Puede probarse que éstos métodos aproximados resultan equivalentes con los métodos exactos, basados en las técnicas de Programación Matemática en cuanto a resultados numéricos obtenidos.
- 8) En el Método del Valor Anual Equivalente se probó un teorema para el caso de Selección de Alternativas Mutuamente Excluyentes, para conocer los costos anuales equivalentes, de las distintas alternativas cuando:
- Los Ingresos y Gastos de las alternativas de igual duración son conocidos, y
  - Cuando solamente los gastos de cada alternativa de igual duración son conocidos.

Para el inciso a) se probó la siguiente igualdad:

$$\text{Ingresos} - \text{Gastos} - \frac{\text{Inv. In.}}{a \overline{n}|i} + \frac{\text{V.R.}}{S \overline{n}|i}$$

Es igual a:

$$\text{Ingresos} - \text{Gastos} - \frac{\text{Inv. In.} - \text{V.R.}}{a \overline{n}|i} + \text{V.R.} (i)$$

Nota.- V.R. = Valor de Rescate.

Inv. In. = Inversión Inicial.

Para el segundo inciso se probó la siguiente igualdad:

$$\text{Gastos} + \frac{\text{Inv. In.}}{\alpha \bar{n}_i} - \frac{\text{V.R.}}{S \bar{n}_i}$$

Es igual a:

$$\text{Gastos} + \frac{\text{Inv. In.} - \text{V.R.}}{\alpha \bar{n}_i} + \text{V.R. (i)}$$

Para los cuales cualquier igualdad que se ---  
desea resolver nos conduce a obtener el mismo  
resultado.

- 9) En lo referente al Método del Valor Presente Neto y Método de la Tasa Interna de Rendimiento, resultan dos buenos modelos de evaluación de proyectos de inversión, ya que ambos son completos en su concepto y consideran el valor del dinero en el tiempo, enfocándose al objetivo primordial de la empresa: maximizar el valor presente de sus acciones, así como la rentabilidad de lo invertido.

10) En los Métodos de Selección Aproximados de Proyectos de Inversión que se analizarón en este trabajo, no se considero un factor de suma importancia; el cual es la Inflación, ya que este es un tema amplio e implica --- otro punto de partida para la elaboración de otro trabajo.

A P E N D I C E A

La Demostración de la expresión siguiente se tomara como base para su aplicación en el Teorema del Apendice B y el Lema del Apendice C.

$$\frac{1}{S \overline{n} i} = \frac{1}{a \overline{n} i} - i$$

DEMOSTRACION.-

$$\begin{aligned} \frac{1}{a \overline{n} i} - i &= \frac{i}{1-v^n} - i \\ \frac{1}{a \overline{n} i} - i &= \frac{i - i(1-v^n)}{1-v^n} = \frac{i - i + iV^n}{1-v^n} \\ &= \frac{i V^n}{1-v^n} \end{aligned}$$

Multiplicando numerador y denominador por  $(1+i)^n$

$$\begin{aligned} \frac{i V^n}{(1-v^n)} \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n} &= \frac{i \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n}}{(1+i)^n - (1+i)^n} \\ &= \frac{i}{(1+i)^n - 1} \\ &= \frac{1}{S \overline{n} i} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{a \overline{n} i} - i = \frac{1}{S \overline{n} i}$$

A P E N D I C E B

El siguiente teorema del Método del Valor Anual - Equivalente para el caso de Selección de Alternativas Mutuamente Exclusivas, servira para aplicar cualquiera de las dos formas que se desee conocer de los costos anuales equivalentes. para las distintas alternativas cuando los Ingresos y Gastos de las alternativas de igual duración son conocidos.

Para ello se demostrará que son equivalentes las siguientes expresiones:

TEOREMA.-

1) Ingresos - Gastos -  $\left[ \frac{A}{a\bar{n}|i} \right]^*$  +  $\left[ \frac{B}{S\bar{n}|i} \right]^{**}$   
 Es igual a:

2) Ingresos - Gastos -  $\left[ \frac{A-B}{a\bar{n}|i} - \frac{V.R.}{V.R.} + V.R. (i) \right]^B$

P.D.

$$- \frac{A}{a\bar{n}|i} + \frac{B}{S\bar{n}|i} = - \left[ \frac{A-B}{a\bar{n}|i} + B (i) \right]$$

$$\frac{1}{a\bar{n}|i} = \frac{1}{S\bar{n}|i} + i$$



$$\Leftrightarrow \frac{1}{S \bar{n}|i} = \frac{1}{a \bar{n}|i} - i$$

Si multiplicamos y dividimos el factor (i), por  $a \bar{n}|i$  la expresión no se altera, por lo que se tiene:

$$\Leftrightarrow \frac{1}{S \bar{n}|i} = \frac{1}{a \bar{n}|i} - \frac{a \bar{n}|i (i)}{a \bar{n}|i}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{S \bar{n}|i} = \frac{1 - a \bar{n}|i (i)}{a \bar{n}|i}$$

Ahora multiplicando la igualdad por el factor B - obtenemos la siguiente expresión:

$$\Leftrightarrow B \left[ \frac{1}{S \bar{n}|i} \right] = B \left[ \frac{1 - a \bar{n}|i (i)}{a \bar{n}|i} \right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{B}{S \bar{n}|i} = \frac{B - a \bar{n}|i B (i)}{a \bar{n}|i}$$

Ahora sumando a la igualdad el factor  $-\frac{A}{a \bar{n}|i}$  y obtenemos la expresión siguiente:

$$\Leftrightarrow -\frac{A}{a \bar{n}|i} + \frac{B}{S \bar{n}|i} = -\frac{A}{a \bar{n}|i} + \frac{B - a \bar{n}|i B (i)}{a \bar{n}|i}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{A}{a \bar{n}|i} + \frac{B}{S \bar{n}|i} = -\frac{A}{a \bar{n}|i} + \frac{B}{a \bar{n}|i} - B (i)$$

$$\therefore -\frac{A}{a \bar{n}|i} + \frac{B}{S \bar{n}|i} = -\left[ \frac{A-B}{a \bar{n}|i} + B (i) \right]$$

Es decir, ambas expresiones 1) y 2) nos conducen a obtener resultados iguales; como lo indica el Teorema antes descrito.

NOTA.- En el primer asterisco (\*) las abreviaturas utilizadas significan lo siguiente:

Inv. In.- Inversión Inicial.

En el segundo asterisco (\*\*) las abreviaturas utilizadas significan lo siguiente:

V.R.-Valor de Rescate.

A P E N D I C E C

Este Lema es fundamentalmente una aplicación del Teorema demostrado anteriormente en el Apendice A, por consiguiente se tienen las siguientes expresiones, pero ahora para el caso cuando solamente los gastos de cada alternativa de igual duración son conocidos:

LEMA.-

$$1) \text{ Gastos } + \left[ \frac{\text{Inv. In.}^A}{a \bar{n} i} \right] - \left[ \frac{\text{V.R.}^B}{S \bar{n} i} \right]$$

Es igual a:

$$2) \text{ Gastos } + \left[ \frac{\text{Inv. In.}^{A-B} - \text{V.R.}}{a \bar{n} i} \right] + \left[ \text{V. R.}^B (i) \right]$$

P.D.

$$\frac{A}{a \bar{n} i} - \frac{B}{S \bar{n} i} = \left[ \frac{A-B}{a \bar{n} i} \right] + \left[ B (i) \right]$$

$$\frac{1}{a \bar{n} i} = \frac{1}{S \bar{n} i} + i$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{S \bar{n} i} = \frac{1}{a \bar{n} i} - i$$

Si multiplicamos y dividimos el factor (i), por  $a \bar{n} i$  la expresión no se altera, por lo que se tiene:

$$\Leftrightarrow \frac{1}{S \bar{n} i} = \frac{1}{a \bar{n} i} - \frac{a \bar{n} i (i)}{a \bar{n} i}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{S \bar{n}|i} = \frac{1 - a \bar{n}|i (i)}{a \bar{n}|i}$$

Ahora multiplicando la igualdad por el factor  $-B$  obtenemos la siguiente expresión:

$$\Leftrightarrow -B \left[ \frac{1}{S \bar{n}|i} \right] = -B \left[ \frac{1 - a \bar{n}|i (i)}{a \bar{n}|i} \right]$$

$$\Leftrightarrow -\frac{B}{S \bar{n}|i} = \frac{-B + a \bar{n}|i B (i)}{a \bar{n}|i}$$

Ahora sumamos a la expresión el factor  $\frac{A}{a \bar{n}|i}$  y obtenemos lo siguiente:

$$\Leftrightarrow \frac{A}{a \bar{n}|i} - \frac{B}{S \bar{n}|i} = \frac{A}{a \bar{n}|i} + \frac{-B + a \bar{n}|i B (i)}{a \bar{n}|i}$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{a \bar{n}|i} - \frac{B}{S \bar{n}|i} = \frac{A}{a \bar{n}|i} - \frac{B}{a \bar{n}|i} + B (i)$$

$$\therefore \frac{A}{a \bar{n}|i} - \frac{B}{S \bar{n}|i} = \left[ \frac{A-B}{a \bar{n}|i} + B (i) \right]$$

## A P E N D I C E D

## CALCULO DE LA TASA DE INTERES

Para el cálculo de la tasa de interés que se aplica en el capítulo Métodos de Selección Aproximados de Proyectos de Inversión, específicamente en el Método de la Tasa Interna de Rendimiento, se puede obtener por medio de los siguientes procedimientos:

- Interpolación
- Por Desarrollo de  $\alpha n i$
- Por Sustituciones Sucesivas.

O en otra instancia haciendo aproximaciones hasta lograr encontrar la tasa requerida.

Tenemos el siguiente ejemplo que servirá para mostrar los procedimientos antes descritos, en el caso de Valor Presente; Se realiza en forma similar para el Monto.

Ejemplo:

Si una anualidad de \$ 100,000.00 al año durante 10 años tiene un valor presente de \$ 780.000.00 ¿ a que tasa de interés se esta trabajando ?

Nota.-

R = Renta

n = Número de años

A = Valor Presente

i = Tasa de interés (es la que se quiere conocer)

METODO DE INTERPOLACION

Se tienen los siguientes datos:

$$R = \$ 100,000.00$$

$$A = R a_{\overline{n}|i}$$

$$n = 10 \text{ años}$$

$$780,000 = 100,000 (a_{\overline{10}|i})$$

$$A = \$ 780,000.00$$

$$\frac{780,000}{100,000} = a_{\overline{10}|i}$$

$$i = ?$$

$$100,000$$

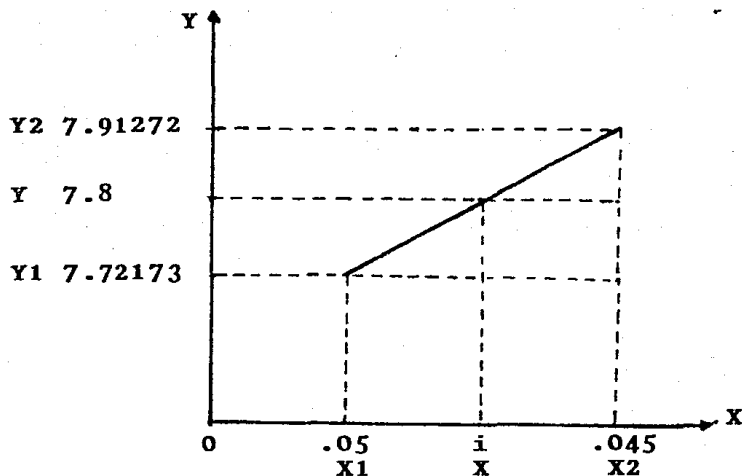
$$7.8 = a_{\overline{10}|i}$$

Buscando en Tablas Financieras los valores aproximados a la tasa de interés de la anualidad  $a_{\overline{10}|i} = 7.8$ , se encuentran los datos siguientes:

Interpolando entre las dos Tasas se tiene:

$$.005 \left[ \begin{array}{c} X \left[ \begin{array}{l} a_{\overline{10}|.05} = 7.72173 \\ a_{\overline{10}|i} = 7.8 \\ a_{\overline{10}|.045} = 7.91272 \end{array} \right] .07827 \end{array} \right] .19099$$

Grafiquemos éstos datos:



En este método la ecuación que se utiliza es la siguiente:

$$i = \left( \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} \right) (X_2 - X_1) + X_1$$

$$i = \left( \frac{7.8 - 7.72173}{7.91272 - 7.72173} \right) (.045 - .05) + .05$$

$$i = \frac{.07827}{.19099} (-.005) + .05$$

$$i = .048$$

$$\therefore i = 4.8\%$$

### DESARROLLO DE $a\bar{n}|i$

Utilizando el ejemplo anterior:

$$v^n = (1+i)^{-n}, \quad a\bar{n}|i = \frac{1-v^n}{i}, \quad a\bar{n}|i \doteq n - \frac{n(n+1)}{2!} i +$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{3!} i^2 + \dots$$

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$7.8 = \alpha \overline{10} i$$

$$7.8 = 10 - \frac{10(11)}{2!} i + \frac{10(11)(12)}{3!} i^2$$

$$7.8 = 10 - 55i + 220 i^2$$

$$7.8 - 10 + 55i - 220 i^2 = 0$$

$$-2.2 + 55i - 220 i^2 = 0$$

$c$ 
 $b$ 
 $a$

Se tienen por la fórmula:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  que:

$$i = \frac{-55 \pm \sqrt{(55)^2 - 4(-220)(-2.2)}}{2(-220)}$$

$$i = \frac{-55 \pm \sqrt{1089}}{-440}$$

$$i = \frac{-55 + 33}{-440}$$

$$i = 0.05$$

$$i = 5\%$$

### SUSTITUCIONES SUCESIVAS

Se toma como base el resultado obtenido por el Procedimiento de Interpolación y entonces se tiene:



$$i' = .048$$

$$7.8 = a \sqrt{10} i$$

$$7.8 = \frac{1 - v^n}{i}$$

$$i = \frac{1 - vi'^n}{7.8}$$

$$i' = \frac{1 - (1.048)^{-10}}{7.8}$$

$$i'' = \frac{1 - 0.6257}{7.8}$$

$$i'' = \frac{0.3743}{7.8}$$

$$i'' = 0.048$$

$$i'' = 4.8\%$$

Y así se sustituye sucesivamente hasta encontrar la anterior.

## B I B L I O G R A F I A

APUNTES APLICACIONES A LAS MATEMATICAS FINANCIERAS II

México, 1983.

Ayres, Frank Jr.

MATEMATICAS FINANCIERAS

Serie de compendios, Schaums.

Editorial Mc. Graw-Hill

México, 1980

Coss, Bu Raúl

ANALISIS Y EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION

Editorial Limusa

México, 1981.

De la Cueva, Benjamín

TABLAS FINANCIERAS

Editorial Porrúa, S.A.

México, 1980.

De la Cueva, Benjamín

**MATEMATICAS FINANCIERAS**

Editorial Porrúa, S.A.

México, 1977.

James C.T.Mao

**ANALISIS FINANCIERO**

Editorial Ateneo

México, 1975.

J. Fred Weston - Eugene F. Brigham

**FINANZAS EN ADMINISTRACION**

Editorial Interamericana

México, 1977.

J. Fred Weston

**FUNDAMENTOS DE ADMINISTRACION FINANCIERA**

Editorial Interamericana

México, 1978.

Heyman, Timoty / Arturo León y Ponce de León

**LA INVERSION EN MEXICO**

Universidad del Valle de México

México, 1981.

Laredo, Alvarez Adolfo

PROYECTO DE TEXTO PARA LA MATERIA DE APLICACIONES A LAS  
MATEMATICAS FINANCIERAS II

México, 1984.

Rosas, Lardizabal Jorge

ANALISIS DE DOS METODOS DE EVALUACION DE PROYECTOS DE  
INVERSION

México, 1981.

SEMINARIO DE CIENCIAS SOCIALES

Universidad del Valle de México.

México, 1985.