

00361

4 lej



**Universidad Nacional Autónoma  
de México**

FACULTAD DE CIENCIAS

VARIABILIDAD Y PREDICTIBILIDAD DE LAS  
CAPACIDADES DE SOSTEN Y SU INFLUENCIA  
EN LAS ABUNDANCIAS POBLACIONALES DEL  
ATUN ALETA AMARILLA (Thunnus albacares)  
DE LAS ZONAS HISTÓRICAS DE PRODUCCIÓN  
PESQUERA DEL OCEANO PACÍFICO ORIENTAL,  
A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE SERIES DE  
TIEMPO.

**T E S I S**

Que para obtener el Título de:

**MAESTRIA EN CIENCIAS BIOLOGIA**

Presenta:

**Biol. Jaime Manuel González Cano**

MEXICO, D. F.

1986

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

	PAG.
RESUMEN	1
SUMMARY	3
INTRODUCCION	5
- TRABAJOS ANTERIORES DONDE SE CONSIDERA ALEATORIEDAD EN LOS PARAMETROS.	7
- GENERALIDADES SOBRE ANALISIS DE SERIES DE TIEMPO	9
- IDENTIFICACION	14
- MODELO ESTOCASTICO LINEAL PARA LA DINAMICA POBLACIONAL DEL ATUN	17
- CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE AMBIENTES ESTOCASTICOS PREDECIBLES	19
- OBTENCION DEL ERROR DE SEGUIMIENTO PROMEDIO Y DEL VALOR DE $\alpha$ OPTIMO	25
- MODELO LINEAL PARA LAS ANOMALIAS DE LOS TAMAÑOS POBLACIONALES AL CONSIDERAR LAS ANOMALIAS EN LAS CAPACIDADES DE SOSTEN COMO UN MODELO AUTOREGRESIVO DE PRIMER ORDEN	29
MATERIAL Y METODOS	30
- FUENTE DE LOS DATOS	30
- CARACTERISTICAS DE LAS ZONAS HISTORICAS DE PRODUCCION	30
- ESTIMACION DE PARAMETROS	34

<i>ANALISIS DE DATOS y CONCLUSIONES</i>	40
<i>RECOMENDACIONES</i>	48
<i>BIBLIOGRAFIA</i>	74
<i>APENDICES</i>	81

INDICE DE FIGURAS

PAG.

- FIGURA 1. Se presenta esquemáticamente, las fases de la Metodología de Box y Jenkins (1976), en la determinación de un modelo de pronóstico dentro de la clase general de modelos ARIMA. 13
- FIGURA 2. Se muestra la función del peso  $n(1-n)^i$  utilizada para calcular  $P$ , debido a la influencia de los valores previos de las capacidades de sostén, como un suavizamiento exponencial. 20
- FIGURA 3. Se observa el cociente entre la varianza de la abundancia poblacional ( $\sigma_n^2$ ) en relación a la varianza de la Capacidad de Sostén ( $\sigma_K^2$ ), como función de la respuesta poblacional " $n$ " y de la predictibilidad ambiental  $-\lambda$ . 24
- FIGURA 4. Se muestra el error relativo " $e$ " en el seguimiento, como función de la tasa intrínseca de crecimiento y de la predictibilidad ambiental  $\lambda$ . 28
- FIGURA 5. Se presenta en la parte superior, el error relativo de seguimiento como función de  $\lambda$ , bajo la suposición de que  $n = n^{\text{óptima}}$ . En la parte inferior, el óptimo de la tasa intrínseca de crecimiento  $n^{\circ}$  como función de  $\lambda$ . 28
- FIGURA 6. Distribución de las capturas del atún aleta amarilla - (*Thunnus albacares*), Sistema de las áreas estadísticas de la Comisión Interamericana del Atún Tropical, ( 1 ) Golfo de California; ( 2 ) Golfo de Tehuantepec; ( 3 ) Golfo de Panamá y ( 4 ) Golfo de Guayaquil. 31
- FIGURA 7. Serie de tiempo de las abundancias poblacionales del atún aleta amarilla en el Golfo de California. 49
- FIGURA 8. Serie de tiempo de las abundancias poblacionales del atún aleta amarilla en el Golfo de Tehuantepec. 49

- FIGURAS 9 y 10 . Series de Tiempo de las abundancias poblacionales del atún aleta amarilla en los Golfos de Panamá y Guayaquil, para los años de 1963 a 1978. 50
- FIGURAS 11 y 12 . Los valores de  $n$  estimados a través de la ecuación (22) se muestran graficados contra el tiempo. Se presentan también, los valores promedio de  $n$  en estas dos regiones. Siendo  $\bar{n} = -0.0046$  en el Golfo de California y  $\bar{n} = 0.029$  para Tehuantepec. El tiempo equivale a los años entre 1963 y 1978. 51
- FIGURAS 13 y 14 . Igualmente, los valores de  $n$  estimados a través de la ecuación (22), se muestran graficados contra el tiempo. Los valores promedio de  $n$ , para estas dos regiones fueron:  $\bar{n} = -0.0025$  en el Golfo de Panamá y  $\bar{n} = -0.0046$  en el de Guayaquil. El tiempo equivale a los años entre 1963 y 1978. 52
- FIGURA 15 . Se observa el cociente entre la varianza de la abundancia poblacional ( $\sigma_p^2$ ) en relación a la varianza de las capacidades de sostén ( $\sigma_k^2$ ), como función de la respuesta poblacional " $n$ " y de la predictibilidad ambiental  $\lambda$  a partir de la ecuación (11) en cada una de las cuatro zonas. 53
- FIGURA 16 . Se muestra el error relativo en el seguimiento en cada uno de los Golfos: (California = C; Tehuantepec = T; Panamá = P y Guayaquil = G) como función de las tasas intrínsecas de crecimiento " $n$ " y de la predictibilidad  $\lambda$  en la ecuación (18). 53
- FIGURA 17 . Para el Golfo de California, se presentan las autocorrelaciones muestrales ( $r_{xx}$ ) y las autocorrelaciones parciales muestrales ( $r_{xx}$ ) de los tamaños poblacionales del atún aleta amarilla, para los años de 1963 a 1978. 54

- FIGURA 18 . Para el Golfo de Tehuantepec, se presentan las autocorrelaciones muestrales ( $\gamma_k$ ) y autocorrelaciones parciales muestrales ( $\gamma_{kk}$ ); las cuales indican que también para este golfo, un modelo Autoregresivo de primer orden AR(1), puede considerarse para el proceso de los tamaños poblacionales del atún aleta amarilla. 55
- FIGURA 19 . Autocorrelaciones muestrales ( $\gamma_k$ ) y parciales ( $\gamma_{kk}$ ) de los datos poblacionales del Golfo de Panamá. Al igual que en los Golfos de California y Tehuantepec, se observa aquí un decaimiento exponencial oscilatorio de las  $\gamma_k$  y una  $\gamma_{kk}$  significativamente distinta de cero al salir de las bandas de confianza al 95 por ciento. 56
- FIGURA 20 . Autocorrelaciones muestrales ( $\gamma_k$ ) y parciales ( $\gamma_{kk}$ ) de las poblaciones ( $P_t$ ) del Golfo de Guaymas. Las  $\gamma_k$  decaen exponencialmente en forma oscilatoria y una  $\gamma_{kk}$  resulta ser significativa al 95 por ciento de confianza. Esto significa que un modelo AR(1) sería el adecuado para representar el proceso de las  $P_t$  en esta región. 57
- FIGURAS 21 a 24 . Se observan para cada una de las zonas los valores de las Capacidades de Soporte ( $K_t$ ) y de los tamaños poblacionales ( $P_t$ ) graficados contra el tiempo, para los años de 1963 a 1978. 58
- FIGURAS 25 a 28 . Se presentan graficados los valores de  $P_t$  obtenidos con el Modelo Generalizado de Producción de Pella y Tomlinson (1969), para los años de 1963 a 1978; y los valores de  $P_t^0$ , que surgen al considerar el Modelo Lineal Completo que comprende la influencia de las capacidades de soporte como un Modelo Autoregresivo de primer orden AR(1). 61

		PAG.
TABLA 1.	Estimación de $\alpha$ y de los valores de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) para los años 1977 y 1978 a través del Método de Suavizamiento Exponencial (Bazigos, 1983) en el Golfo de California.	64
TABLA 2.	Estimación de $\alpha$ y de los valores de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) para los años 1977 y 1978, a través del Método de Suavizamiento Exponencial (Bazigos, 1983) en el Golfo de Tehuantepec.	65
TABLA 3.	Estimación de $\alpha$ y de los valores de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) para los años 1977 y 1978, a través del Método de Suavizamiento Exponencial (Bazigos, 1983) en el Golfo de Panamá.	66
TABLA 4.	Estimación de $\alpha$ y de los valores de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) para los años 1977 y 1978, a través del Método de Suavizamiento Exponencial (Bazigos, 1983) en el Golfo de Guaymas.	67
TABLA 5.	Valores de las capacidades de sostén ( $K_t$ ) y de los valores poblacionales ( $P_t$ ) obtenidos por el Modelo Generalizado de Producción de Pella y Tomlinson (1969) y con el Modelo Lineal Completo ( $P_e^0$ ) de la ecuación (20).	68
TABLA 6.	Valores de las tasas intrínsecas de crecimiento ( $r$ ) del atún aleta amarilla ( <u><i>Thunnus albacares</i></u> ) en las 4 zonas históricas de producción pesquera.	71
TABLA 7.	Valores de las tasas de crecimiento ( $r$ ); del cociente de varianzas poblacional y de las capacidades de sostén ( $\sigma_p^2 / \sigma_c^2$ ) y del error relativo de seguimiento, del atún aleta amarilla ( <u><i>Thunnus albacares</i></u> ) en las cuatro zonas históricas de producción pesquera.	73



## RESUMEN

En este trabajo se incluyen los resultados obtenidos, al tratar de encontrar la relación anual, de la variabilidad y predictibilidad de las Capacidades de Sostén ( $K_t$ ) con los tamaños poblacionales ( $P_t$ ) del atún aleta amarilla (Thunnus albacares). Para ello, 4 zonas históricas de pesquería en el Océano Pacífico Oriental, fueron estudiadas para los años que van de 1963 a 1978.

El análisis utilizado fue el de Series de Tiempo, al considerar un proceso Autoregresivo de primer orden AR(1), en las capacidades de sostén. A partir del Modelo Logístico de Verhulst-Pearl, y considerando las anomalías tanto de las capacidades de sostén como de las poblaciones, se construyó un modelo lineal, que incluye la influencia de  $K_t$ , como un proceso autoregresivo de primer orden.

Expresiones matemáticas fueron desarrolladas, de tal forma que aprovechando los valores de autocorrelación de las poblaciones, los coeficientes autoregresivos de  $K_t$ , pudieron ser estimados. Esto permitió conocer el tipo de seguimiento del recurso de cada una de las poblaciones, en cada región. Al mismo tiempo, el error de seguimiento relativo se calculó y permitió observar en forma global, la dinámica de la población en relación a la del recurso.

También, un modelo lineal que incluyó el comportamiento de las  $k_t$  como un AR(1), fue desarrollado para generar valores poblacionales y estos fueron comparados con los valores de los tamaños poblacionales generados por el Modelo Generalizado de Pella y Tomlinson.

Los resultados obtenidos indican que el seguimiento del recurso en cada una de las zonas, cuando se considera un AR(1) en las  $K_t$ , fue pobre. El cociente de la relación entre la varianza de las poblaciones y el de las capacidades de sostén fue muy pequeño. Esto último, quizá se debió al mínimo valor de la varianza de los tamaños poblacionales en relación a las de  $k_t$  y porque el coeficiente de predictibilidad ( $\lambda$ ) estuvo próximo a -1.0.

El error de seguimiento "e", mostró que en forma global las poblaciones no siguen el comportamiento de las  $k_t$ , cuando éstas han sido generadas como un proceso autoregresivo de primer orden. Bajo esta suposición, muy difícilmente, un valor de  $n$  óptimo que minimice las diferencias entre las anomalías de  $P_t$  y  $K_t$  podría ser calculado.

De aquí se desprende que para el atún aleta amarilla, el análisis deberá considerar un modelo autoregresivo de un orden mayor o de técnicas bivariadas de Series de Tiempo, ya que el problema de estructura de edades se encuentra involucrado dentro de este proceso.

## SUMMARY

In this work are included the results obtained, trying to find the annual relationship of variability and predictability of Carrying Capacities ( $K_t$ ) with abundance populations ( $P_t$ ) of yellowfin tuna fish (*Thunnus albacares*). In order to find this relationship, four historical zones of fishery in the Oriental Pacific Ocean were studied, for the years 1963 to 1978.

Time Series analysis was employed, considering the behaviour of  $K_t$  as first order Autoregressive process AR(1). From the Logistic Model of Verhulst-Pearl and considering the anomalies of carrying capacities and population sizes, a linear model was constructed. This model includes the influences of  $K_t$  as a first autoregressive process.

Mathematical expressions were developed in such a way, that through autocorrelation coefficients of populations, estimation of autoregressive coefficients for  $K_t$  were possible to calculate. The formal procedure allowed to know, the kind of resource tracking of each population for the four regions. At the mean time, the relative tracking error was calculated. This error, permitted to observe in a global way, the dynamics of each population in relation to their resources.

A linear model which included the behaviour of  $K_t$  as an AR(1) was developed, in order to generate population values. These values were compared with those generated by the Generalized Model of Pella and Tomlinson.

The results obtained, showed that the resource tracking was poor within each zone, while considering an AR(1) for  $K_t$ . The ratios between variances of populations and their carrying capacities were very small. Reasons for these results might be, the small variance of population sizes compared to the one presented by  $K_t$ . Also, because the predictability coefficients ( $\lambda$ ) were very near to -1.0.

The relative tracking error "e", also showed that in a general way, populations in these regions do not follow the behaviour of their  $K_t$ , when these values have been generated as first autoregressive model. Under this supposition, it will

be highly difficult to calculate an optimum value of  $n$  which minimize the differences between the anomalies of  $P_t$  and  $K_t$ .

From these results, it is recommended that future studies for yellowfin tuna fish must consider either autoregressive models of higher order or bivariate techniques in Time Series analysis. Principally, because the problem of age structure is involucrated within these processes.

## INTRODUCCION

*El problema alimenticio a nivel mundial es ya una realidad y urge que a este respecto se tomen las consideraciones más pertinentes. En la carrera entre el crecimiento poblacional y la producción de alimentos, estos últimos se han venido quedando atrás, y es por eso que surge la necesidad de acelerar la producción de todos los recursos capaces de ser explotados.*

*Uno de los recursos que permitirían incrementar en suplemento alimenticio, lo constituyen las dos terceras partes del globo terráqueo cubiertas por las aguas marinas. La producción proteínica de origen animal que potencialmente se encuentra a disposición en estos lugares, ha provocado grandes debates a partir de la década de los cincuentas. La creciente demanda por alimentos con el aumento de la población mundial, ha hecho imperativo que se definan el carácter y la producción potencial de proteínas provenientes de las pesquerías de todos los océanos sobre la superficie de la tierra. Sin embargo, el manejo de las pesquerías presenta una mezcla compleja de problemas biológicos, ambientales, sociales y políticos (Gulland, 1977).*

*Es factible aumentar las capturas en forma considerable ya que estas, se han venido duplicando cada 10 años (Gulland, 1977). Pero, un número cada vez más grande de poblaciones están llegando a la sobre explotación y por ende, la producción que de ellas pueda ser esperada y obtenida, para el bienestar de los pescadores, de las industrias pesqueras y de la sociedad en general, podrían ser aseguradas, si las pesquerías fuesen manejadas adecuadamente.*

*Este manejo apropiado sólo podrá ser alcanzado, mediante la colaboración de expertos de diversas disciplinas. Aquellos dedicados a las Ciencias Naturales, determinando lo que sucede a los "stocks" de peces en el mar; aquellos dedicados a las económicas y sociales, buscando la repercusión que estas actividades tienen ya que a corto y/o largo plazo se ven reflejadas en nuestras comunidades. Por último, las políticas y diplomáticas, con el objeto de poner en acción las medidas necesarias y recomendadas por los especialistas.*

*Una población de peces que se encuentra bajo explotación puede estar influenciada por un gran número de factores del sistema ecológico del cual forma parte. De*

estos, sin embargo, sólo la depredación por el hombre ha sido considerada en la mayoría de los estudios, impidiendo determinar el efecto que algunos parámetros intrínsecos y/o extrínsecos de la población puedan ser estudiados aunados o independientemente del efecto que el hombre ejerce.

Si bien es muy difícil considerar al mismo tiempo todos los factores que influyen en la población, es necesario evaluar el significado que cada parámetro juega y determinar que variables y técnicas de análisis son las más adecuadas, así como las fuentes de datos necesarios para entender el comportamiento de la población (Hall y Day, 1977).

En la realidad, los ambientes son inciertos, el azar se encuentra presente. Las tasas de natalidad, mortalidad, capacidades de sostén, coeficientes de competencia y otros parámetros que caracterizan los sistemas biológicos en condiciones naturales, exhiben en mayor o menor grado fluctuaciones aleatorias. Esto conduce a que dichos parámetros sean considerados dentro de un contexto estocástico. De tal forma que resulta importante y a la vez interesante dentro de la ecología de una pesquería, como la del atún aleta amarilla (*Thunnus albacares*) el introducir la idea de "Aleatoriedad Ambiental" (Roughgarden, 1975). Con esto, no sólo se lograría tratar la dinámica desde el punto de vista de la población por sí misma, sino a la población y su dinámica en función de aquellos factores que se encuentran íntimamente relacionados.

Un punto importante, el cual constituye el primer objetivo del presente trabajo, consiste en determinar si el comportamiento medido en capturas por unidad de esfuerzo - utilizado comúnmente en pesquerías como un indicador de la abundancia poblacional (Ricker, 1975) - puede realmente ser utilizado como un método para pronosticar futuras capturas. Si en el pronóstico, los resultados discrepan mucho de los valores observados, querría decir que dentro del ambiente existen uno o varios factores que influyen con mayor peso, reflejándose en parámetros como la Capacidad de Sostén (K).

Roughgarden (1975), menciona que al fluctuar la capacidad de sostén surgen dos problemas importantes que actualmente han recibido mucha atención y estos son:

- La posibilidad de que una población se extinga inducida a ello por fluctuaciones del ambiente.
- El segundo se refiere al "seguimiento de los recursos". En un ambiente constante una población que presenta un crecimiento de tipo logístico, bajo las suposiciones del modelo clásico de Verhulst-Pearl, alcanzará un tamaño que estará en relación a la cantidad de recursos disponibles. Pero, en un ambiente fluctuante, suponiendo que la extinción no ocurre, el tamaño de la población en algunas ocasiones se encontrará por arriba y en otras por abajo de "K". Por lo anterior, se dice que una población "sigue" bien a sus recursos, si la discrepancia entre el tamaño de la población y la cantidad de los recursos disponibles es generalmente pequeña y el seguimiento es pobre si la discrepancia es grande.

A este respecto cabe hacer notar, que Roughgarden (1975) habla de la capacidad de sostén (K) como "recursos disponibles". Sin embargo, también podría ser interpretado en este trabajo dicho parámetro como la abundancia máxima a la cual tienden las poblaciones (Taylor, comunicación personal).

La mayoría de los trabajos sobre el problema de aleatoriedad ambiental se han llevado a cabo fuera del ámbito pesquero, a excepción de los trabajos llevados a cabo por Beddington y May (1977); May, Beddington y Shephard (1978); Beddington (1984); Steele y Henderson (1984). Y ha sido a través de considerar unos cuantos parámetros con sus distintas técnicas la forma de abordarlo. Los modelos que normalmente son trabajados en forma determinística comienzan a sufrir modificaciones y algunos de estos procedimientos constituyen el método de análisis dentro del problema de las pesquerías del atún aleta amarilla.

#### TRABAJOS ANTERIORES DONDE SE CONSIDERA ALEATORIEDAD EN LOS PARAMETROS

Un problema de mucho interés dentro de la ecología de poblaciones es el del control "densu-dependiente" en el número poblacional. En forma resumida la pregunta estaría relacionada sobre a que grado las tasas de crecimiento de una población en el presente están afectadas por la densidad de la población y hasta que punto, tanto la densidad como el nivel de los recursos deben ser tomados en cuenta para explicar la historia de los números poblacionales observados.

Para Lewontin y Cohen (1969), la solución a este difícil y no siempre bien definido problema, se refiere entre muchas otras cosas, a una descripción adecuada de como una población cambiaría sus números poblacionales si su tasa de crecimiento no estuviera relacionada al número, sino solamente a las variaciones en el ambiente (incluyendo a otras especies). Ellos suponen, que las poblaciones podrían representarse mediante el crecimiento exponencial pero la tasa intrínseca de crecimiento ( $r$ ) exponencial se encuentra variando de acuerdo a "leyes" extrínsecas no relacionadas con el tamaño poblacional. Por lo tanto, la tasa intrínseca ( $r$ ) en cada generación, es una variable aleatoria que no presenta autocorrelación serial. Lo cual en la realidad podría cuestionarse, ya que es muy difícil que parámetros como  $r$  en una población no estuvieran relacionados en el tiempo. Levins (1969) con la misma idea, extiende sus resultados para poblaciones cuyo crecimiento es ilimitado y también para aquellas con crecimiento densu-dependiente. Para ello, hace uso de la ecuación logística en tiempo continuo y con  $r$  y  $K$  aleatorios. Al igual que este último trabajo, se encuentran los trabajos de Capocelli y Ricciardi (1974); May (1973); Tuckwell (1974); Feldman y Roughgarden (1975) y Keiding (1975), los cuales atacan el problema a través de la Teoría de la Difusión. La cual es una de las formas más comunes de abordarlo (Roughgarden, 1975).

Ya desde 1951, Feller consideró el problema del crecimiento poblacional dentro del marco de la Teoría Markoviana de los procesos de Difusión. El punto de partida según Feller (1951), consistía en el modelaje del crecimiento como un proceso ramificado. Harris (1963) define estos procesos como "una representación matemática del desarrollo de la población cuyos miembros se reproducen y mueren, de acuerdo a leyes probabilísticas. Los objetos pueden ser de diferentes tipos, dependiendo de su edad, energía, posición u otros factores. Sin embargo, ellos no deben interferir uno con otro". Esta suposición, de que los objetos diferentes se reproducen independientemente, unifica la teoría matemática y caracteriza virtualmente todos los modelos de procesos ramificados que se encuentran en la literatura. Mientras esta suposición permite, por su definición abarcar un gran número de modelos, también limita la aplicación de los modelos de procesos ramificados, ya que los procesos naturales de multiplicación a menudo son afectados por interacciones entre los objetos u otros factores que dan lugar a dependencias. A este respecto May (1973) ha dicho, que la Teoría de la Difusión se aplica solamente en aquellas situaciones en las que existe un medio completamente aleatorio (impredecible),



también conocido como "Ruido Blanco" (Feller, 1983); (Box y Jenkins, 1976) - (ver Apéndice A).

Ruido blanco, es sinónimo de no correlación entre datos y por lo tanto, al contar con una serie y tratando de explicar su comportamiento, la Teoría de la Difusión, como se verá más adelante, no es para fines de este trabajo, el método más adecuado.

Para resolver el impedimento de ruido blanco, la Teoría de la Difusión, puede ser utilizada con ecuaciones diferenciales no lineales. Otro problema que presenta dicha teoría, es que sus bases matemáticas de encuentran actualmente en disputa (Roughgarden, 1975). De esta forma, se han creado dos escuelas que llevan el nombre de cada uno de sus sustentantes, La de Ito y la de Stratonovich, las cuales conducen a diferentes análisis a partir de la misma ecuación (cualquiera que esta fuera). Además, Feldman y Roughgarden (1975) han mostrado que estas dos escuelas conducen a predicciones biológicas cualitativamente diferentes cuando han sido aplicadas a la misma ecuación (ecuación parecida a la logística con "K" aleatoria).

Kiester y Barakat (1974) han hecho uso de la teoría de la integración estocástica para ecuaciones diferenciales lineales con procesos Gaussianos. En su trabajo, analizan un modelo mixto determinístico-estocástico de una población cuyo crecimiento es denso-independiente y posteriormente dos modelos con crecimiento denso-dependiente. Su análisis lleva a una expresión para la función de densidad probabilística del tamaño de la población en función del tiempo, tasa intrínseca de crecimiento poblacional y de la función de autocovarianza de un término estocástico ambiental. Por último, Roughgarden (1975) ha hecho uso del análisis de Series de Tiempo de procesos estacionarios de segundo orden (ver Apéndice C), lo cual recibirá toda nuestra atención.

#### GENERALIDADES SOBRE ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO

Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones, usualmente ordenada en el tiempo a periodos o intervalos iguales, aunque en algunos casos el ordenamiento puede llevarse de acuerdo a otra dimensión. La peculiaridad de este análisis, que distingue a éste con otros análisis estadísticos, reside en la importancia del orden de las observaciones. En el caso de los tamaños poblacionales o del

nivel de los recursos, el valor que se tenga al tiempo  $t$ , a menudo está altamente correlacionado con el tamaño al tiempo  $t-1$ . El tiempo en este caso puede ser en años, meses, días, generaciones, etc., aunque la correlación entre  $t$  y algún tiempo anterior usualmente decrece conforme pasa el tiempo. Las correlaciones entre el tamaño de la población o capacidad de sostén al tiempo  $t$ ,  $t-1$ ,  $t-2$ ,  $t-3$ , etc., se conocen como autocorrelaciones seriales y su gráfica o correlograma puede ser utilizado para diagnosticar el comportamiento de la serie. Antes de que dichas autocorrelaciones sean calculadas, se considera que la forma más conveniente para entender el comportamiento de una serie de tiempo, es graficarla, lo cual permite visualizar como es que el proceso se ha comportado históricamente (Hoff, 1983). De esta forma, se podrá observar que tan consistente ha sido el comportamiento, o por el contrario, si presenta tendencias, o si otros patrones se repiten (ver Apéndice D).

Cuando se habla de análisis de Series de Tiempo, se asocia siempre con la idea de pronóstico y existen para ello muchas técnicas como la de suavizamiento y más específicamente la de suavizamiento exponencial. Estos métodos normalmente permiten observar tendencias, efectos cíclicos y estacionales presentes en las series. Suponiendo que el pasado es un reflejo del futuro y que las tendencias y los ciclos del pasado continuarán en el futuro (Mendenhall, 1981). Por otra parte, los modelos de predicción se clasifican comúnmente en: Modelos econométricos, Modelos de Series de Tiempo y Modelos Cualitativos de predicción (Mendenhall, 1981). Los dos primeros son técnicas de predicción que inicialmente suponen el ajuste de un modelo teórico a un conjunto de datos.

A los modelos econométricos que consideran la correlación entre observaciones consecutivas se les llama Modelos Autoregresivos. Entonces, si  $y_t$  y  $y_{t-1}$  son las observaciones en los tiempos  $t$  y  $t-1$  respectivamente, podría escribirse

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 X + e \quad \text{en donde } X = y_{t-1}$$

Esto es, se usa el conocimiento de la observación al tiempo  $t-1$  para predecir la observación en el tiempo  $t$ . Al modelo arriba descrito se le conoce como modelo Autoregresivo de primer orden AR(1). En general la ecuación del modelo autoregresivo de  $p$ -ésimo orden es:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_p y_{t-p} + e$$

Se requiere de un modelo autoregresivo de orden mayor que uno, para incluir en el modelo la información debida a la correlación entre observaciones separadas por más de una unidad de tiempo.

No es fácil determinar la ecuación que predice mejor los valores futuros de un proceso aleatorio basándose en sus valores pasados y otras variables relacionadas. El modelo autoregresivo sugiere que si existe una alta correlación entre los valores del proceso aleatorio a intervalos de tiempo constantes, entonces el modelo autoregresivo puede resultar el apropiado para la predicción.

Los modelos Autoregresivos (AR) fueron introducidos por primera vez por Yule (1926) y posteriormente generalizados por Walker (1931). Actualmente, modelos que como los autoregresivos pueden representarse como una combinación lineal, han sido estudiados extensivamente por Box y Jenkins (1976) y sus nombres muy frecuentemente han sido relacionados con estos procesos (Makridakis et al., 1983).

Al igual que los Autoregresivos AR de orden  $p$ , existen los modelos llamados de Promedios Móviles de orden  $q$ , comúnmente representados como  $PM(q)$ . Estos últimos fueron estudiados en un principio por Slutsky (1973). Pero, fue el trabajo de Wold (1954), el que proveyó las bases técnicas para los procesos combinados de estas dos series ARPM. Basados en este trabajo de Wold, los modelos ARPM se han desarrollado en tres direcciones: Procedimientos eficientes en la identificación y estimación, para procesos AR, PM y ARPM, Extensión de los resultados para incluir series de tiempo estacionales y una extensión simple para procesos no estacionales ARIPM.

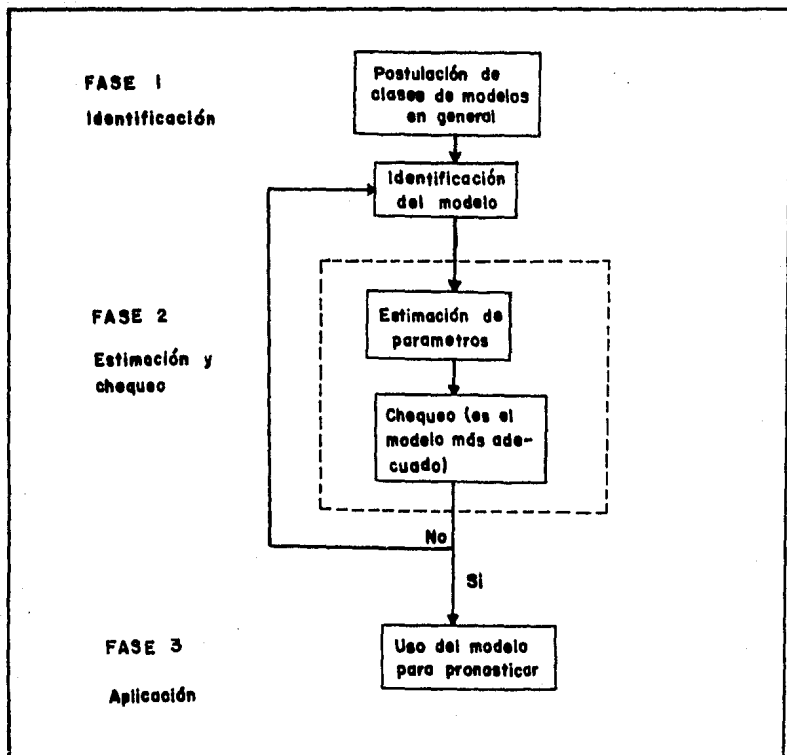
El procedimiento de predicción de Box y Jenkins ha demostrado recientemente ser una técnica altamente eficiente para hacer predicciones en situaciones en las que el patrón inherente de la serie es muy complejo y difícil de desentrañar. Esta técnica supone para el análisis, que la serie presente un comportamiento estacionario. En caso de no ser así, se calculan diferencias entre observaciones con el objeto de convertirla en estacionaria. De ahí que cuando se mencione un modelo ARIPM  $(p, d, q)$ ,  $p$ , se refiere al orden del modelo autoregresivo;  $d$ , al número de veces que se debe diferenciar la serie, con el objeto de remover otros patrones distintos a un estacionario y  $q$ , al orden de la componente de Promedios Móviles.

El caso de un modelo Autoregresivo de primer orden, dentro de la Metodología de Box y Jenkins (1976), sería el de un modelo ARI(1), conocido más comúnmente como AR(1). En este caso, la serie se considera estacionaria y no es necesario hacer ninguna diferenciación y donde no se considera ninguna componente de Promedios Móviles.

Box y Jenkins (1976) han unido en una forma comprensiva la información relevante para entender y utilizar los modelos univariados de Series de Tiempo ARI(1). Las bases de este aproximamiento se presentan a continuación y consiste en tres fases:

- 1) Identificación. Durante esta fase se analizan datos históricos y en base a éstos, se identifica un modelo tentativo.
- 2.a) Estimación. Los parámetros desconocidos del modelo tentativo son estimados.
- 2.b) Diagnóstico. (Chequeo) Se hacen pruebas para checar si el modelo propuesto es adecuado; sino, se buscará otro dentro de la clase general de modelos ARI(1).
- 3) Pronóstico. Última etapa, en la cual se generan valores en base al modelo propuesto y checado.

Esquemáticamente, estas fases podrían ser representadas en la forma siguiente (Fig. 1)



Fi. 1 . Se presenta esquemáticamente, las fases de la Metodología Box y Jenkins (1976), en la determinación de un modelo de pronóstico dentro de la clase general de modelos ARIPM. De estas fases - sólo la primera (Identificación), fue empleada dentro de este trabajo. (Tomado de : Makridakis et al., 1983; pág 414 ) .

Por los objetivos del presente trabajo, que se mencionarán más adelante. Solamente la postulación de la clase de modelos, identificación de modelos y una idea sobre la estimación de los parámetros, serán utilizados. Por lo tanto, vamos que sucede durante una de estas fases.

### IDENTIFICACION

El objetivo en la identificación, es seleccionar un modelo ARPM de la clase general de los modelos ARPM ( $p, q$ ).

La elección de valores apropiados del orden  $p$  y  $q$ , requiere examinar los coeficientes de autocorrelación y de las autocorrelaciones parciales, calculados a partir de los datos, en este caso de los tamaños poblacionales. Ya se ha mencionado antes en que consisten las autocorrelaciones. Por otra parte, las autocorrelaciones parciales son una medida de la correlación y se usan para identificar el grado de relación existente entre valores recientes de la variable, con valores anteriores de la misma variable, mientras se mantiene el efecto de todos los demás rezagos en forma constante. Esto es completamente análogo a las correlaciones parciales pero, en este caso, se refiere a una sola variable (Makridakis et al., 1983).

Al trabajar simultáneamente con las gráficas de autocorrelaciones ( $\hat{f}_k$ ) y autocorrelaciones parciales, se puede determinar que tipo de modelo puede ser tentativamente propuesto y de que orden podría ser ese modelo. En el caso de un modelo Autoregresivo, se espera que las autocorrelaciones vayan decayendo exponencialmente con o sin oscilaciones, dependiendo de los parámetros a estimar y al mismo tiempo, las autocorrelaciones parciales que resulten significativamente distintas de cero, indicarán el orden ( $p$ ) del modelo.

Esto es importante, ya que la clase de modelos que interesan para el presente trabajo, son los autoregresivos.

Solamente se ha descrito muy brevemente este procedimiento y uno de los tipos de modelos involucrados. Para una mayor información, se recomienda revisar Box y Jenkins (1976); Nelson (1973); Chatfield y Prothero (1973); Granger y Newbold (1977) y Jenkins (1979).

Como segundo objetivo de este trabajo, se lleva a cabo un análisis comparativamente simple para determinar los efectos estocásticos ambientales sobre el crecimiento poblacional atunero ( $P_t$ ), para cuatro zonas históricas de pesquería en el Océano Pacífico del Este. El modelo en el cual se basa el análisis, al igual que el de Roughgarden (1975), es una aproximación lineal a la ecuación logística en tiempo discreto, basándose en la suposición de que existen pequeñas variaciones de las capacidades de sostén alrededor de una capacidad promedio ( $\bar{K}$ ).

Además como se verá más adelante, se desarrollan ciertas expresiones matemáticas que relacionan la varianza y la predictibilidad de las abundancias de la población ( $P_t$ ) con la varianza y la predictibilidad de la capacidad de sostén ambiental ( $K_t$ ) en cada una de las cuatro regiones. Para ello, el análisis a utilizar, es el análisis de Series de Tiempo, el cual es empleado como modelos estadísticos en forma de modelos de Regresión. Una regresión basada en un registro de datos que pueden ser utilizados para pronosticar observaciones en el futuro. De esta manera, los coeficientes en tales modelos, están relacionados a los parámetros de la dinámica de la población y a los parámetros que caracterizan el patrón en la variación estocástica del ambiente.

Para llevar a cabo este objetivo y los que siguen, es necesario manejar los valores que adquieren las capacidades de sostén y de  $P_t$  para cada año en cada región y relacionarlos con un valor promedio de  $\bar{K}$ . El valor de  $K_t$  es un valor teórico, que no es posible medirlo en la realidad. Sin embargo, en este trabajo se verá que bajo ciertas suposiciones es posible darse una idea de como dichos valores pueden ser generados.

El análisis está basado, en las anomalías que presentan los tamaños poblacionales ( $P_t$ ) y de las anomalías de  $K_t$  en relación a un valor promedio de ( $K$ ). En la mayoría de las pesquerías sólo se cuenta con datos de capturas y esfuerzos. Para generar los tamaños de la población ( $P_t$ ) es posible hacerlo mediante un modelo como el de Pella y Tomlinson (1969). Este modelo a partir de datos de capturas y esfuerzos y ajustándolo con un parámetro, permite dar estimaciones de las biomásas absolutas en cada tiempo para cada región. Una vez obtenidos estos valores se procede a analizar dichos datos y su relación a través de técnicas de Series de Tiempo, las cuales permiten conocer en caso de existir, los patrones de autocorrelación identificando el modelo por ajustar. Al mismo tiempo, las autocorrelaciones así obtenidas permitirán estimar el valor de  $\lambda$  (coeficiente de predictibilidad) que determina la influencia que tiene la capacidad de sostén anterior -

$k_{t-}$ , en el valor de  $k_t$  en el presente. De tal forma funciona esto, que gracias a este procedimiento es posible estimar los posibles valores de  $k_t$  y de sus anomalías.

Al momento de generar los valores de  $k_t$  existe la suposición en un principio de que tanto para estas anomalías en las capacidades de sostén, como en las de biomasa, se presenta un comportamiento de un proceso Autoregresivo de primer orden AR(1). De tal forma que al investigar el seguimiento, se supondrá un comportamiento autoregresivo de primer orden, lo cual constituye el tercer objetivo del presente trabajo.

Para verificar dicho seguimiento, se hará uso del error promedio de la diferencia entre las anomalías de la biomasa, con los valores máximos de la misma para cada uno de los años estudiados, y se relacionarán estos valores con los de  $\lambda$  estimados.

Por último, se menciona la forma de calcular un valor óptimo de la tasa intrínseca de crecimiento que garantice la mínima diferencia de dichas anomalías. Esto implicaría, aquella  $n$  que permita un buen seguimiento del recurso ligado con el comportamiento de la población en el tiempo.



El crecimiento de cualquier población en condiciones naturales, está restringido por el nivel de recursos que se encuentran en el medio y por la dependencia de las tasas instantáneas de natalidad y mortalidad, con la densidad poblacional (Pielou, 1969). Bajo consideraciones ambientales constantes, existe teóricamente un nivel de recursos que permite un tamaño máximo al cual tiende una población (P), que se conoce comúnmente como capacidad de sostén (K) y una tasa intrínseca (r) que se modifica en forma denso-dependiente conforme pasa el tiempo. La ecuación logística de Verhulst-Pearl utilizada para representar este tipo de crecimiento May (1973):

$$\frac{dP}{dt} = r P \left(1 - \frac{P}{K}\right) \quad (1)$$

Puede ser modificada como una ecuación en diferencias de Bernoulli (Rabinovich, 1980), cuya solución en su forma predictiva para tiempos discretos estará dada por:

$$P_{t+1} = \left(r + 1 - \frac{r}{K_t} P_t\right) P_t \quad (2)$$

Donde,  $K_t$  es la capacidad de sostén al tiempo t. Si  $K_t = K$  para todo t, entonces K es un punto de equilibrio. Dependiendo de los valores que tome r, K presentará diferentes grados de estabilidad (Pielou, 1969):

- Así
- si  $0 < r < 1$  ; K será un sistema estable.
  - si  $1 < r < 2$  ; K será estable con oscilaciones amortiguadas
  - si  $2 < r < 3$  ; K será inestable con oscilaciones divergentes.

$K_t$  varía en el tiempo, sin embargo, se asume que existe cierta regularidad de alguna forma estadística en el ambiente. Esto es, se considera en las  $K_t$  un comportamiento de "Proceso estocástico de segundo orden" con media  $\bar{K}$ . Lo cual supone que tanto la media como la varianza de las posibles  $K_t$  sean constantes en el tiempo (ver Apéndice C). Y que al intentar predecir cualquier valor de la capacidad en el futuro ( $K_{t+h}$ ), a partir de la información en el presente ( $K_t$ ), depende solamente de la longitud del intervalo del pronóstico que se desee. Así, cualquier intento por predecir  $K_{t+h}$  dada  $K_t$ , depende solamente de  $h$  y no de  $t$ . Para mayor detalle, se recomienda consultar Cox y Miller (1968); Box y Jenkins (1976) y Chatfield (1982).

Dada esta suposición, sería conveniente hablar del tamaño de la población ( $P_t$ ) y de la capacidad de sostén ( $K_t$ ) en términos de sus desviaciones con respecto a  $\bar{K}$ . Ya que esta última es una constante, las anomalías están dadas por:

$$\begin{aligned} k_t &= K_t - \bar{K} \\ p_t &= P_t - \bar{K} \\ p_{t+1} &= P_{t+1} - \bar{K} \end{aligned} \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en (2) resulta:

$$P_{t+1} = \left[ 1 - r \left( \frac{\bar{K}}{\bar{K} + k_t} \right) \right] P_t + r \left( \frac{\bar{K}}{\bar{K} + k_t} \right) k_t + r \left( \frac{k_t - P_t}{\bar{K} + k_t} \right) P_t \quad (4)$$

Si la capacidad de sostén promedio es mucho mayor que su anomalía, esto es  $\bar{K} \gg K_t$  entonces la ecuación (4) se reduce al siguiente modelo lineal (Roughgarden, 1975):

$$P_{t+1} = (1 - r) P_t + r k_t \quad (5)$$

Para observar el desarrollo del modelo de (2) al (4) se recomienda ver el Apéndice F.

Este modelo en un ambiente de fluctuaciones pequeñas y gran capacidad de sostén, debe aproximarse al modelo logístico completo, tal y como se ve en Roughgarden, (1975).

Iterando el modelo lineal (5) y considerando que  $p_0 = 0$ , entonces,

$$\begin{aligned} p_1 &= n k_0 \\ p_2 &= (1-n)n k_0 + n k_1 \\ p_3 &= (1-n)^2 n k_0 + (1-n)n k_1 + n k_2 \\ p_4 &= (1-n)^3 n k_0 + (1-n)^2 n k_1 + (1-n)n k_2 + n k_3 \\ p_5 &= \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Por lo tanto, si el proceso comenzó en un tiempo distante en el pasado, entonces el patrón que aparece en (6) puede seguirse en el pasado dando como resultado:

$$p_t = \sum_{i=1}^t n (1-n)^{t-i} k_{t-i} \quad (7)$$

Lo que indica que el tamaño poblacional ( $P_t$ ) en cualquier tiempo es la respuesta a la historia previa de las capacidades de sostén, cuyo peso en su contribución decae exponencialmente. Además, se observa que depende de los valores de  $n$ . Si toma valores próximos a cero, los pesos se extienden más y más uniformemente en el pasado, reteniendo por más tiempo la influencia de anteriores capacidades de sostén. Fig. 2.

Antes de continuar, hagamos una consideración sobre ciertos resultados generales acerca de ambientes estocásticos (predecibles).

#### CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE AMBIENTES ESTOCÁSTICOS PREDECIBLES

Las características básicas que describen una secuencia de datos en el tiempo, son su variabilidad y su predictibilidad. Por lo tanto, veamos como estas características son medidas en un análisis de Series de Tiempo.

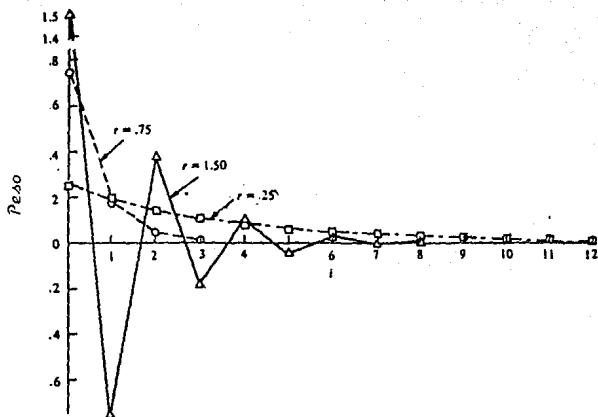


Fig. 2 . Se muestra la función del peso  $n(1-n)^i$  utilizada para calcular  $P_t$ , debido a la influencia de los valores previos de las capacidades de sostén, como un suavizamiento exponencial. De la ecuación ( 7 ). (Tomado de : Roughgarden, 1975) .

Primero, en el caso de la variabilidad, ésta es medida simplemente por la varianza de todos los datos. En cambio, la predictibilidad se puede hacer a través de la función de correlación serial o función de autocorrelación (Box y Jenkins, 1976). Lo cual consiste simplemente en el coeficiente de correlación entre medidas consecutivas:  $\rho(h)$ ; éste se refiere a la correlación entre mediciones separadas  $h$  unidades de tiempo. Si  $\rho(h)$  es igual a cero, para  $h > 0$  entonces no existe correlación serial y la secuencia en el tiempo carece de predictibilidad. Pero si  $\rho(h) \neq 0$  para un conjunto de  $h$ 's entonces, sí existe predictibilidad en la secuencia. Diferentes esquemas de predictibilidad conducen a diferentes formas funcionales de  $\rho(h)$ . Por ejemplo, puede darse el caso en que la autocorrelación se dé solamente entre observaciones adyacentes, en cuyo caso  $\rho(h) = 0$  cuando  $h > 1$ . Por otra parte, si existe un patrón cíclico en la secuencia (ver Apéndice D),  $\rho(h)$  será positiva para  $h$  igual a aquellos tiempos entre los picos de la serie, y negativa para  $h$  igual a aquellos tiempos entre crestas y valles de la serie. De todo esto, se desprende que  $\rho(h)$  puede proporcionar una gran cantidad de información y su forma funcional indica el tipo de patrón existente en el ambiente. Su magnitud para varias  $h$ 's está relacionado con el error promedio, que surgiría en un intento por predecir el futuro a partir del pasado. Esta descripción de la predictibilidad en términos de  $\rho(h)$ , es la forma más conveniente operacionalmente hablando y la más ventajosa cuando se intenta llevar a cabo un pronóstico (Roughgarden, 1975).

Para un ambiente cuyo comportamiento sea predecible, en donde existe autocorrelación entre valores sucesivos de  $K_t$ , se considera que la variación estocástica en la capacidad de sostén, puede ser representada en el presente trabajo, como un proceso autorregresivo de primer orden (debido a la autocorrelación entre valores de  $K_t$  adyacentes), teniendo:

$$k_t = \lambda k_{t-1} + Z_t$$

La capacidad de sostén en  $t$ , es  $\lambda$  veces el valor en  $t-1$  más una componente aleatoria, donde:

$$Z_t \sim \text{NID}(0, \sigma_z^2)$$

Bajo esta consideración,  $\lambda$  además de controlar la predictibilidad de  $K_t$ , biológicamente es una medida de la rapidez de recuperación del recurso renovable, población de Thunnus albacares, por efecto de una perturbación.

La función de autocorrelación para este proceso estará dada por:

$$\rho_K(h) = \lambda^{|h|}$$

$$\text{Donde: } -1 < \lambda < 1 \quad \text{y} \quad h = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Si  $\lambda = 0$  el ambiente será completamente impredecible, y cada valor de  $K_t$ , es un valor independiente de la variable aleatoria.

Si  $\lambda$  es positiva, en ese caso el efecto de  $K_{t-1}$ , persiste en  $K_t$  y  $\rho_K(h)$  tomará la forma de un decaimiento exponencial. Si  $\lambda$  es negativa, indica un ambiente oscilatorio y  $\rho_K(h)$  fluctuará en signos positivos y negativos. Cuando  $K_t$  es menor que  $\bar{K}$ , un valor alto de  $\lambda$  indicará una recuperación lenta del recurso y cuando  $K_t$  excede a  $\bar{K}$ , indicará una alta persistencia de los recursos adicionales. Según Roughgarden (1975), resulta que la varianza de la capacidad de sostén - como medida de la variabilidad - se relaciona con  $\lambda$  como medida de la predictibilidad y con la varianza de la componente aleatoria como:

$$\sigma_K^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \lambda^2} \quad (10)$$

La varianza y la función de autocorrelación del tamaño poblacional, al estar relacionada al patrón de variación de la dinámica de la población y del ambiente, según Roughgarden (1975) tomar la forma:

$$\sigma_p^2 = \left( \frac{r}{2-r} \right) \left( \frac{1 + (1-r)\lambda}{1 - (1-r)\lambda} \right) \sigma_K^2 \quad (11)$$

$$\rho_p(0) = 1$$

$$\rho_p(h) = (1-r)\rho_p(h-1) + \frac{r(2-r)\lambda^h}{1 + (1-r)\lambda} \quad (12)$$

(Para entender el desarrollo de estas ecuaciones remítase al Apéndice G.)

Ciertos resultados generales pueden ser relacionados aquí :

Primero, si  $n = 1$ , la población "sigue" perfectamente los cambios en la capacidad de sostén. Tal y como puede verse en las ecuaciones ( 5 ) y ( 11 ).

$$\text{si } n = 1 \quad p_{t+1} = k_t \quad \text{de ( 5 )}$$

Por lo tanto,  $p$  siempre iguala a la  $k$  anterior y como resultado, la variabilidad y la predictibilidad de la población son idénticas con aquellas de las capacidades de sostén. Fig. 3.

$$\text{si } n = 1 \quad \sigma_p^2 = \sigma_k^2 \quad \text{de ( 11 )}$$

y realmente, cuando  $n = 1$

$$\int_p^0 (h) = \int_k^0 (h)$$

Por ende, cuando  $n$  está muy cerca de 1, la variación del tamaño de la población ( $p_t$ ) en el tiempo es simplemente una expresión directa de la variación ambiental.

Por otra parte, si  $n = 0$

$$p_{t+1} = p_t \quad \text{de ( 5 )}$$

$$\sigma_p^2 = 0 \quad \text{de ( 11 )}$$

$$\text{y } \int_p^0 (h) = \int_p^0 (h - 1)$$

Al final, la fluctuación poblacional será igual al valor de la fluctuación de la capacidad de sostén que le precedió. Lo cual indicaría que las condiciones se han mantenido casi iguales.

Para un ambiente completamente aleatorio e impredecible  $\lambda = 0$  (donde  $K_t$  no fuera predecible)

$$\text{y } \sigma_p^2 = \left( \frac{r}{2-r} \right) \sigma_k^2 \quad ( 13 )$$

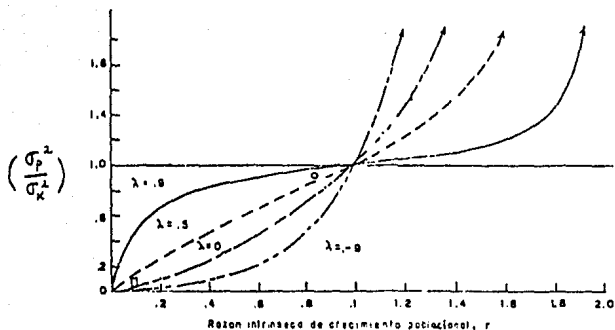


Fig. 3. Se observa el cociente entre la varianza de la abundancia poblacional ( $\sigma_p^2$ ) en relación a la varianza de la Capacidad de Sostén ( $\sigma_k^2$ ), como función de la respuesta poblacional "n" y de la predictibilidad ambiental  $\lambda$ . Esta gráfica surge de la ecuación (11). (Tomado de : Roughgarden, 1975).



De tal forma, que en este caso, aparte de la constante  $\sigma_x^2$ , la variabilidad y la predictibilidad de la población están determinadas por  $r$ , obteniendo:

$$P_p(h) = (1 - r)^{|h|} \quad (14)$$

Por lo que se concluye que la variabilidad y la predictibilidad de la población, está determinada simultáneamente por su propia dinámica ( $r$ ) y la del ambiente ( $\lambda$ ).

Como se ve, la predicción de la población depende de dos factores:  $r$  y  $\lambda$ . Los cuales pueden ser obtenidos a partir de los datos de la población atunera. Una vez obtenidos, se podrá observar la relación que guarda la variabilidad de la población, en relación a la variabilidad de las capacidades de sostén para cada una de las zonas, en función del tiempo. Logrando así determinar como está influenciada la predictibilidad de la población en función de la predictibilidad del ambiente.

#### OBTENCION DEL ERROR DE SEGUIMIENTO PROMEDIO Y DEL VALOR DE $r$ OPTIMO

Al hablar del seguimiento del recurso, se tiene que tomar en cuenta la discrepancia promedio entre el tamaño de la población y la capacidad de sostén. Para ello, una forma de medir el "error" en el seguimiento, lo constituye el valor promedio de las anomalías de las capacidades de sostén y de las abundancias poblacionales ( $k_t - p_t$ ):

$$e = \frac{(k_t - p_t)^2}{\sigma_x^2} \quad (15)$$

Esta cantidad constituye el error promedio en el seguimiento en relación a la variabilidad ambiental. Si asumimos que  $k_t$  está dada por un proceso autoregresivo de primer orden, usando las ecuaciones (7) y (15), podríamos encontrar valores de  $e$  en función de  $r$ , que es la respuesta de la población y  $\lambda$  predictibilidad ambiental, Roughgarden (1975). Fig. 4, de la manera siguiente:

$$e(r, \lambda) = \frac{2(1 - \lambda)}{2(1 - \lambda) + r[(3\lambda - 1) - r\lambda]} \quad (18)$$

Este último resultado viene de considerar lo siguiente:

Asumiendo las esperanzas en  $e$ :

$$e = \frac{E(k_t - p_t)^2}{\sigma_k^2} = \frac{E[k_t^2 - 2k_t p_t + p_t^2]}{\sigma_k^2} \quad \text{de (15)}$$

sustituyendo

$$p_t = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha (1-\alpha)^{i-1} k_{t-i} \quad (7)$$

$$\text{Se obtiene } e = \frac{E\left\{k_t^2 - 2\sum_{i=1}^{\infty} \alpha (1-\alpha)^{i-1} k_t k_{t-i} + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \alpha^2 (1-\alpha)^{i-1} (1-\alpha)^{j-1} k_{t-i} k_{t-j}\right\}}{\sigma_k^2}$$

$$e = \frac{\sigma_k^2 - 2\sum_{i=1}^{\infty} \alpha (1-\alpha)^{i-1} \gamma_k(i) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \alpha^2 (1-\alpha)^{i-1} (1-\alpha)^{j-1} \gamma_k(i-j)}{\sigma_k^2} \quad (16)$$

Si  $\gamma_k(h)$  es la función de autocovarianza de  $k_t$ , la ecuación (16) da como resultado, el error de seguimiento para el proceso de cualquier capacidad de carga. Para el presente trabajo, considerando un proceso autoregresivo de primer orden en las capacidades de carga, tenemos:

$$\gamma_k(h) = \sigma_k^2 (\lambda)^{|h|} \quad (17)$$

Sustituyendo (17) en (16) y haciendo las sumatorias, se tiene:

$$e = 1 - \frac{2\alpha\lambda}{[1-(1-\alpha)\lambda]} + \left[\frac{\alpha}{2-\alpha}\right] \left[\frac{1+(1-\alpha)\lambda}{1-(1-\alpha)\lambda}\right]$$

$$e = \frac{2(1-\lambda)}{2(1-\lambda) + \alpha[(3\lambda-1) - \alpha\lambda]} \quad (18)$$

La ecuación (18) por tanto, permite conocer el error de seguimiento en el caso de un modelo autoregresivo de primer orden al considerar el proceso de las capacidades de sostén.

En la Fig. 4|., se puede observar el error de seguimiento relativo en función de  $n$  para diferentes valores de  $\lambda$ . En teoría, existe un punto importante según Roughgarden (1975), cuando  $\lambda = 0.333$ . Si  $\lambda < 0.333$  el error de seguimiento ( $e$ ) aumenta monótonicamente con  $n$ . Por lo tanto, el error es minimizado cuando  $n = 0$  y  $\lambda < 0.333$ . Pero, si  $\lambda > 0.333$  el error deja de ser monótonico con  $n$  aunque exhibe un mínimo valor para aquellos entre 0 y uno ( $0 \leq n \leq 1$ ). Nuevamente se observa, que la discrepancia entre las abundancias poblacionales y la capacidad de carga, es una función de la forma como responde la población y de la predictibilidad ambiental.

La  $n$  que minimiza el error de seguimiento se define como una  $n$  óptima ( $n^*$ ). Esta puede encontrarse teóricamente al definir  $e$  con respecto a  $n$ . Igualando a cero y resolviendo tenemos:

$$n^* = 0 \quad \lambda < 0.333$$

$$= \frac{3\lambda - 1}{2} \quad \lambda \geq 0.333$$

El error de seguimiento mínimo correspondiente teórico es:

$$e_{\min} = 1 \quad \lambda < 0.333$$

$$= \frac{8(1-\lambda)}{(1+\lambda)^2} \quad 0.333 \leq \lambda$$

La Fig. 5|. muestra a  $n^*$  y  $e_{\min}$ , en función de  $\lambda$ . Los resultados que de aquí surgen son interesantes, especialmente para el problema del atún aleta amarilla. Estos son:

En un ambiente impredecible, el hecho que una población responda a  $K$  no mejora el seguimiento, ya que en el siguiente intervalo,  $K$  puede adquirir un valor completamente diferente. En este caso, un mínimo error surge de una población que no responde y que permanece fija a un valor promedio de la capacidad de sostén. Sin embargo, y como ya se ha venido diciendo a lo largo de este trabajo, si el ambiente es predecible, en el sentido de que cuando un cambio ocurre, existe la posibilidad de que permanezca en ese estado. Entonces, respondiendo al cambio conduce a una reducción en el error de seguimiento.

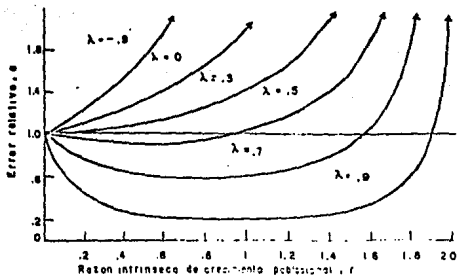


Fig. 4. Se muestra el error relativo "e" en el seguimiento, como función de la tasa intrínseca de crecimiento y de la predictibilidad ambiental,  $\lambda$ . (Tomado de: Roughgarden, 1975).

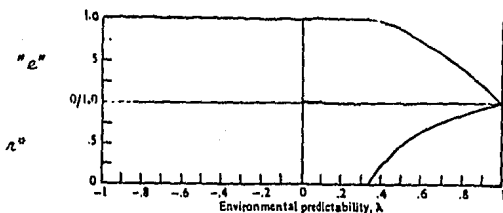


Fig. 5. Se presenta en la parte superior, el error relativo de seguimiento como función de  $\lambda$ , bajo la suposición de que  $r = r^0$  óptima. En la parte inferior, el óptimo de la tasa intrínseca de crecimiento  $r^0$  como función de  $\lambda$ . (Tomado de: Roughgarden, 1975).

MODELO LINEAL PARA LAS ANOMALIAS DE LOS TAMAÑOS POBLACIONALES  
AL CONSIDERAR LAS ANOMALIAS EN LAS CAPACIDADES DE SOSTEN COMO  
UN MODELO AUTOREGRESIVO DE PRIMER ORDEN

No existen diferencias entre el modelo lineal y el modelo logístico (Roughgarden, 1975). Además, es posible considerar los valores de las capacidades de sostén en cada zona, como un modelo autoregresivo de primer orden, en la ecuación (19) e incorporarlas en el modelo lineal para las anomalías de los tamaños poblacionales del atún aleta amarilla en la ecuación (20).

$$k_0 = 0$$

$$k_t = \lambda k_{t-1} + \sigma_k \sqrt{1 - \lambda^2} Z_t \quad (19)$$

$$p_{t+1} = (1 - \gamma) p_t + \gamma (\lambda k_{t-1} + \sigma_k \sqrt{1 - \lambda^2} Z_t) \quad (20)$$

De esta manera los valores obtenidos para cada una de las zonas, junto con la varianza estimada ( $\hat{\sigma}_k^2$ ) y de ella su desviación estándar, permiten probar la relación de la variabilidad y predicción entre la población y su ambiente, a partir de las anomalías con respecto a una capacidad de sostén promedio, que se generan a través de este modelo.

## MATERIAL Y METODOS

En esta sección, se presenta el desarrollo para la obtención de los tamaños poblacionales ( $P_t$ ) y en base a éstos, las autocorrelaciones seriales que permitirán encontrar la relación entre la varianza poblacional con la varianza de las capacidades de sostén, el error promedio de seguimiento, una idea del valor de  $n$  óptima y la generación de los posibles valores de  $K_t$ , bajo la suposición de que estas presentan un comportamiento de un proceso Autoregresivo de primer orden AR(1).

Por último, una vez estimado el valor de la varianza ambiental, éste será tomado en cuenta para la generación de los valores poblacionales dentro del modelo lineal completo, incluyendo el comportamiento de las anomalías con un rezago en el tiempo.

## FUENTE DE LOS DATOS

Para el cálculo de los valores de las abundancias poblacionales ( $P_t$ ) fue necesario utilizar datos de capturas y esfuerzos, los cuales fueron obtenidos para cada una de las cuatro zonas históricas de producción pesquera (Fig. 6), a partir de los registros de bitácora de las embarcaciones cerqueras y de carnada de los boletines de la Comisión Interamericana del Atún Tropical (Calkins y Chatwin, 1967); (Calkins y Chatwin, 1971); (Calkins, 1975); (Orange y Calkins, 1981); (Davidoff, 1969) y (Suzuki, Tomlinson y Homa, 1978). Los datos de captura y esfuerzo que se presentan en forma trimestral, fueron calculados en forma anual del año de 1963 a 1978. Para entender el comportamiento general de algunos de los fenómenos, que se presentan en cada una de las zonas, veamos brevemente algunas de sus características.

## CARACTERISTICAS DE LAS ZONAS HISTORICAS DE PRODUCCION

Estas regiones presentan diferentes consistencias en cuanto a la producción de tiburidos que de ellas se extraen año con año. Entre ellas destaca por su mayor grado de estabilidad el Golfo de Guayaquil, en cambio las otras regiones presentan mayor variabilidad. La estabilidad productiva se observa que está íntimamente

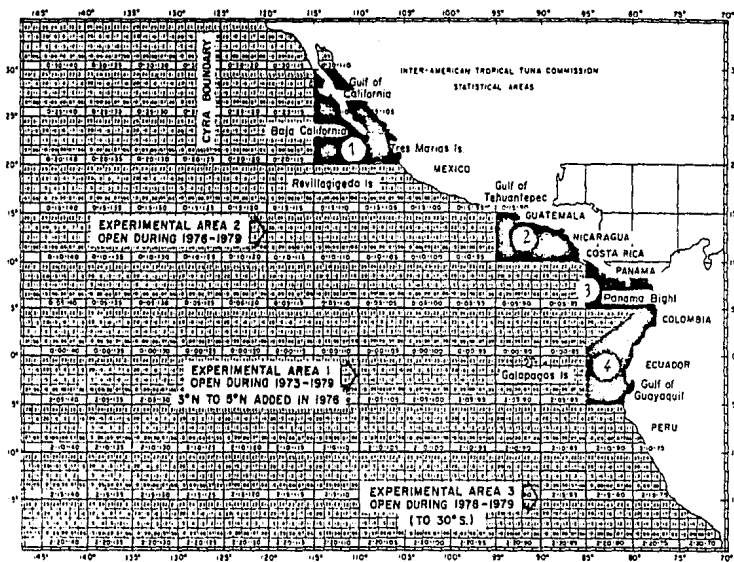


Fig. 6. Distribución de las capturas del atún aleta amarilla (*Thunnus albacares*). Sistema de las áreas estadísticas de la Comisión Interamericana del Atún Tropical. (1) Golfo de California; (2) Golfo de Tehuantepec; (3) Golfo de Panamá y (4) Golfo de Guayaquil. (Tomado de : Orange y Calkins, 1981).

relacionada con la estabilidad de la termoclina de 10 m., es decir, se ha observado que estas regiones históricas de mayor producción coinciden con una termoclina poco profunda y una mayor abundancia y concentración de zooplancton (Ritter et al., 1983).

Para la zona del Golfo de Guayaquil, la persistencia de los vientos Alisios, producen grandes efectos de surgencias y hacen de esta región una zona muy estable en su producción, que sólo se ve afectada cuando hace su aparición el efecto del "Niño", el cual se presenta como una resultante de anomalías en la circulación general de la atmósfera, donde a reforzamientos de los Oeste, corresponden Estes más débiles y una contracorriente Ecuatorial más intensa con introducción de aguas más cálidas que destruyen y estratifican las aguas de la región (Nemias, 1973).

En el Golfo de Tehuantepec, se ha observado la presencia de una alta producción primaria, que se cree está determinada por la posición de un anticiclón sobre el Golfo de México, dexte el mes de Noviembre hasta Abril. Lo cual produce fuertes vientos que van de norte a sur y que pasan sobre la zona acumulada del Istmo de Tehuantepec. Su efecto se deja sentir en esta región promoviendo efectos de surgencias que al desplazar grandes volúmenes de aguas superficiales, permiten que emerjan por compensación, aguas frías que se encuentran a mayor profundidad. Al mismo tiempo, este proceso genera que las corrientes locales formen giros, los cuales concentran grandes volúmenes de alimento, dando como resultado una mayor agrupación de túnidos.

Para latitudes tropicales, Steemann-Nielsen (1955) observa que la producción está limitada principalmente por la disponibilidad de nutrientes, sin embargo los factores que hacen posible una mayor cantidad de éstos son de origen meteorológico. Así Ritter y Guzmán (1979) observan para el Golfo de Panamá, que es la posición de la Zona de Convergencia Intertropical (ZCIT) el factor meteorológico limitante de la región, ya que cuando ésta se localiza al sur del Golfo, se producen vientos del norte que originan efectos de surgencias responsables de una mayor disponibilidad de nutrientes, produciéndose una mayor producción primaria y por consiguiente, mayor concentración de especies. Por el aumento en la disponibilidad del alimento, se espera que a una mayor permanencia de la ZCIT al sur de la localidad, dé una mayor producción y concentración de varias especies,



*incluyendo a los tinidos. En cambio, cuando la ZCIT se mueve hacia el norte de la zona considerada, los vientos cambian de sentido procediendo entonces del sur. Estos vientos son más húmedos y producen precipitaciones que rompen con el frágil efecto de surgencias e incrementan la estabilidad oceánica. Al no presentarse el efecto de surgencias, disminuye la cantidad de nutrientes y por lo tanto la de la productividad primaria, lo que conlleva al decremento de la producción que en dicha zona pudiera presentarse.*

*Algunos de estos fenómenos pueden presentarse también en el Golfo de Tehuantepec, cuya región se encuentra influenciada por la ZCIT.*

*Para la región norte, los vientos prevalecientes del norte refuerzan la corriente de California, la cual además sufre cambios debido al efecto que producen las fuertes brisas de la región, provocando movimientos de las masas de agua hacia tierra o mar adentro, según su dirección. Lo anterior tiene efectos sobre la ecología y las pesquerías, ya que por ejemplo Lasker (1975) encontró que para la anchoveta, vientos débiles y alimentación adecuada y suficiente durante los estadios larvarios, resultaron en generaciones abundantes, mientras que vientos fuertes y poca comida e inadecuada, produjeron generaciones escasas. Se considera también (informe anual de la CIAT, 1978), que existe una estrecha correlación entre la temperatura del mar y la supervivencia de larvas de barrilete, siendo mucho mayor ésta para mayores temperaturas y que la sobrevivencia de estas larvas en la corriente de California estaba dada por el tiempo de estabilidad de la capa de mezcla. Efecto que pudiera estar actuando sobre el atún aleta amarilla.*

*Esta zona de estudio (Región norte) está considerada dentro de una región de transición en la que interaccionan en forma compleja tres masas principales de agua, compuesta de corrientes resultantes de la distribución de la temperatura y salinidad (Corrientes Geostroóficas) y de corrientes superficiales producidas por efectos friccionales del viento (Corrientes de Ekman). Es decir, la circulación en el área depende principalmente del movimiento de estas tres masas de agua (a) agua fría de la corriente de California, (b) agua cálida del Pacífico Oriental Tropical y (c) agua cálida del Golfo de California. Además de los vientos superficiales, observándose efectos de afloramiento alrededor de las islas, cuando las condiciones del viento y de las corrientes son hacia el sur, siendo la capa de mezcla también inferior alrededor de estas islas que en otras localidades.*

Si bien los efectos de las corrientes y efectos costeros son muy importantes, los efectos de circulación geostrofica también lo son al generar procesos locales de giros, surgencias y contactos de masas de agua de diferente origen, principalmente cuando son generados junto a la plataforma continental, donde se observa que incrementos en la pendiente significan mayor intensidad en los hundimientos y surgimientos.:

Se han mencionado sólo algunas de las características que al presentarse en cada zona, determinan la posibilidad de que aumente o disminuyan las condiciones para una mayor o menor producción de atunes.

#### ESTIMACION DE PARAMETROS

Los valores de las capturas y esfuerzos fueron empleados en un principio para la obtención de las capturas por unidad de esfuerzo. Mediante este procedimiento se hizo posible la comparación de las cuatro zonas, ya que se pudo visualizar la captura obtenida, medida en toneladas cortas, por cada unidad de esfuerzo aplicado (por viaje de la embarcación).

Los valores de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) en cada zona, se analizaron con el propósito de determinar si futuras capturas con un mismo esfuerzo pueden ser pronosticadas sin discrepar mucho de los datos observados. Los dos últimos valores de  $(P_t)$  en cada una de las series, se intentaron pronosticar a través del Método de Suavizamiento Exponencial que se presenta en Bazigos (1983). En cada serie, se determinó el valor de  $\alpha$ , el cual mide el peso que tienen cada una de las observaciones de la población. Los valores a pronosticar serán obtenidos dentro de cada uno de los intervalos estimados  $(CPUE)_{1977}$  y  $(CPUE)_{1978}$ . De no ser así, el efecto que tiene el ambiente, para cada valor anual considerado, sobre la dinámica de la población y por ende, de sus capturas, tendrá que ser tomado en cuenta.

Las abundancias poblacionales ( $P_t$ ) de cada zona, fueron estimados a través del Modelo Generalizado de Producción de Pella y Tomlinson (1969). Las estimaciones se llevaron a cabo mediante el programa GENPROD que para este modelo se presenta en el Boletín No. 3 Vol. 13 (1969) de la Comisión Interamericana del Atún Tropical.

Para llevar a cabo el análisis de Series de Tiempo, los valores de las abundancias poblacionales ( $P_t$ ) en cada zona fueron graficadas contra el tiempo, obteniendo así sus cronogramas. Lo cual mostró características importantes de cada serie; tales como: patrones de tendencia, estacionalidad, estacionariedad, etc., (ver Apéndice D).

Con el objeto de encontrar una medida más exacta de la relación de una serie consigo misma en el periodo de desplazamiento, se estimaron las autocorrelaciones mediante la siguiente ecuación (Chatfield, 1982):

$$\rho_p(h) = \frac{\sum_{t=h+1}^n (P_t - \bar{P})(P_{t-h} - \bar{P})}{\sum_{t=1}^n (P_t - \bar{P})^2} \quad (21)$$

Las cuales fueron graficadas obteniendo así, los correlogramas de la función de las autocorrelaciones estimadas ( $r_x$ ). Esto se hizo a través del programa "Gráficas y Correlación" del Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS-UNAM) utilizando la computadora Burroughs 7800, del Centro de Computo de la UNAM. También, fueron calculadas con el mismo programa, las autocorrelaciones parciales ( $r_{xx}$ ), con el objeto de darse cuenta sobre el tipo de modelo autoregresivo que se ajustaría a los tamaños poblacionales para cada una de las zonas. En este caso, las autocorrelaciones serán significativamente distintas de cero al 95 por ciento de confianza, al considerar los límites como  $\pm 0.5$ . Para ello, se tiene  $2/\sqrt{n} = 0.5$  (Alagón, comunicación personal).

Anderson (1942), Bartlett (1946), Quenouille (1949) y otros, mencionan que los coeficientes de autocorrelación de una muestra aleatoria, presentan una distribución que puede ser aproximada por una curva normal, con media cero y error estándar  $1/\sqrt{n}$ . Esta información podría ser utilizada, para desarrollar pruebas de hipótesis similares a aquellas de la prueba F y la prueba "t" (Makridakis et al., 1983).

Estas pueden ser utilizadas para determinar si las autocorrelaciones  $r_k$  provienen de una población cuyos valores para  $k$  rezagos, Como en cada una de las regiones  $n = 16$ , el error estándar sería  $1/\sqrt{16} = 0.25$ . Esto significaría que al 95 por ciento, todos los coeficientes de las autocorrelaciones muestrales deberían encontrarse dentro de un rango especificado por la media (cero) a  $\pm 1.96$  desviaciones del error estándar. Esto es, se podría concluir que los datos de cada una de las series de cada región, serían aleatorias, si los coeficientes de autocorrelación calculados se encontraran dentro de los límites

$$\begin{aligned} -1.96 (0.25) &\leq r_k \leq 1.96 (0.25) \\ -0.49 &\leq r_k \leq 0.49 \end{aligned}$$

Por otra parte, Box y Pierce (1970), desarrollaron una prueba, a través del estadístico  $Q$ , para saber si varias autocorrelaciones son significativamente distintas de cero. Esta prueba se basa en la distribución  $\chi^2$ . Si el valor de la prueba es menor que el valor obtenido en las tablas, indicará que las autocorrelaciones calculadas no son significativamente distintas de cero. Esto se hace considerando una  $\chi^2$  con  $(m - p - q)$  grados de libertad. Para ello, como se considera aleatoriedad en la serie,  $p = 0$  y  $q = 0$ .

El estadístico  $Q$  utilizado es entonces

$$Q = n \sum_{k=1}^L r_k^2$$

Para nuestro caso, en cada región se tiene

$$Q = 16 \sum_{k=1}^4 r_k^2 \quad \text{donde} \quad \chi^2_{0.95(4)} = 9.49$$

Para saber el orden  $p$  del modelo autoregresivo. Dicho orden será simplemente el número de autocorrelaciones parciales significativamente distintas de cero. Para saber si  $\int_{k=1}^p r_k = 0$ , se tiene (Makridakis et al., 1983):

$$\frac{|r_k|}{1/\sqrt{n}} \leq 2 \quad \text{al 95 por ciento de confianza}$$

Para determinar la relación que guardan la variabilidad de las abundancias poblacionales ( $\sigma_p^2$ ), con la variabilidad del ambiente, en este caso su recurso ( $\sigma_k^2$ ) considerando un modelo autorregresivo de primer orden para  $k_t$ , fue necesario la obtención de los cocientes ( $\sigma_p^2/\sigma_k^2$ ) en cada zona.

A partir de ( 11 ) donde

$$\sigma_p^2 = \left( \frac{r}{2-r} \right) \left( \frac{1 + (1-r)\lambda}{1 - (1-r)\lambda} \right) \sigma_k^2$$

Despejando  $\sigma_k^2$  se tiene que :

$$\frac{\sigma_p^2}{\sigma_k^2} = \frac{r}{2-r} \left( \frac{1 + (1-r)\lambda}{1 - (1-r)\lambda} \right)$$

Así, conociendo  $r$  y  $\lambda$  fue posible encontrar los valores de dichos cocientes.

El parámetro  $r$ , difiere de una zona a otra, especialmente cuando la población bajo estudio se encuentra en explotación, como lo es el caso del atún aleta amarilla. Aunado a la diferencia ambiental de cada localidad, se encuentra el efecto que una pesquería pueda tener en la estimación de las tasas intrínsecas de crecimiento ( $\hat{\pi}$ ). Es difícil poder diferenciar la mortalidad natural de la mortalidad por pesca. En vista de esto, el efecto de ambas fue considerado como igual. En ambientes donde la disponibilidad del recurso sea escaso, la tasa de mortalidad per capita ( $d_t$ ) será mayor y la de natalidad ( $b_t$ ) menor. De hecho, cuando  $d$  excede a  $b$  para ( $t = 1, \dots, n$ );  $r$  será negativa, dando como resultado un decremento en las abundancias del atún.

En vista que las abundancias estimadas a través del Modelo Generalizado de Pella y Tomlinson (1969), son aproximaciones de las abundancias reales existentes y que la población se encuentra sujeta a una pesquería, se decidió estimar los valores de " $n$ " en una forma relativamente sencilla, tal y como lo hacen Wilson y Bossert (1971) :

$$\hat{\pi}_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad \text{para } t = 1, \dots, n \quad ( 22 )$$

Una vez obtenidos estos valores, fueron graficados contra el tiempo, para ver si en cada localidad existe aleatoriedad en las mismas o por el contrario, poder distinguir cualitativamente si algún patrón se encuentra involucrado en las mismas lo cual obviamente estaría relacionado con el comportamiento de las poblaciones ( $P_t$ ). sin embargo, y con el objeto de ser introducidas en el modelo, para cada región se obtuvieron los promedios de los valores de las  $\hat{\pi}_t$  calculadas.

Si las  $\hat{\pi}$  estimadas resultan ser pequeñas, podría interpretarse de dos maneras

En el caso de ser negativas el efecto de la pesquería en el tiempo es significativo, y por otra parte, al ser pequeñas de acuerdo con Roughgarden (1975), indicaría que el ambiente (recurso) se deja sentir a largo plazo. Valores de tiempos anteriores atrazados 2, 3, 4 periodos más influyen en la dinámica de las abundancias del atún ( $P_t$ ).

Para la obtención de los valores de  $\lambda$  en (11) de esta sección, se utilizaron las primeras 4 autocorrelaciones de cada localidad en forma pareada  $f^0(h)$  y  $f^0(h-1)$ , además de los valores de  $\hat{\pi}$  en cada zona mediante la siguiente ecuación (12):

$$f_p^0(h) = (1-r)f_p^0(h-1) + \frac{r(\lambda-r)\lambda^h}{1+(1-r)\lambda}$$

En este caso  $\lambda^h$  se vuelve un polinomio de grado  $h$ , con  $h$  raíces posibles. La mejor estimación de  $\lambda$  en cada caso fue calculada mediante el método de Newton-Raphson en el intervalo  $-1 < \lambda < 1$ . Para facilitar los cálculos, se desarrolló el programa que aparece en el Apéndice E, utilizando una computadora Columbia Printform modelo 1601-V, PC.Compatible. La lambda utilizada en cada región, corresponde al promedio de los cuatro valores obtenidos.

Como se dijo al final de la introducción, teóricamente existe un valor de  $r$  que minimiza la diferencia promedio entre la capacidad de sostén  $k_t$  y  $p_t$  para  $t = 1, \dots, n$ . Para encontrarla, se buscó aquel valor de " $r$ " entre los  $r$  y los  $\lambda$  que minimizaran el error de seguimiento.

Los valores de los errores e dados por  $\hat{\pi}$  y  $\lambda$  se obtuvieron mediante la ecuación (18). Una vez obtenidos dichos valores se graficaron contra los valores de  $r$ .

Una vez obtenida la relación que puede existir entre la variabilidad y la predictibilidad de la población, en relación con la variabilidad y predictibilidad de la Capacidad de Sostén, se procede a encontrar la relación entre  $p_t$  y  $k_t$ , que surgen de las anomalías, mediante las ecuaciones ( 19 ) y ( 20 ) de la última sección. Los valores de  $Z_t$  para el modelo ( 19 ), se calcularon por medio del programa : "Programa para generar números aleatorios por el método de congruencia lineal multiplicativa" (Gerez y Grijalva, 1983). Posteriormente, con el modelo lineal completo ( 20 ), el cual comprende el efecto de las capacidades de sostén como un modelo autoregresivo de primer orden, se calcularon los valores poblacionales a través de las anomalías, y se contrastaron cualitativamente con los valores en el Modelo Generalizado de Pella y Tomlinson (1969) .

## ANÁLISIS DE DATOS Y CONCLUSIONES

La aplicación del Método de Suavizamiento Exponencial (Bazigos, 1983) de las capturas por unidad de esfuerzo (CPUE), como un índice de la abundancia poblacional, para el pronóstico de las abundancias, no reprodujo dentro de sus intervalos, los valores observados en los años de 1977 y 1978 en cada una de las zonas históricas de producción (Tablas 1, 2, 3 y 4).

El Método de Suavizamiento Exponencial dió los siguientes coeficientes:  $\alpha = 0,955$  en el Golfo de California,  $\alpha = 0,9$  en el Golfo de Tehuantepec,  $\alpha = 0,11$  para el de Panamá y  $\alpha = 0,14$  para el Golfo de Guayaquil. Se notará que en las dos primeras zonas, los valores de los coeficientes son grandes (cercaos a uno), lo cual podría interpretarse como el peso del ambiente reflejándose en el comportamiento de la población. Con valores de  $\alpha$  grandes, las observaciones más recientes tienen un mayor peso en el presente. En cambio con valores pequeños, el efecto se deja sentir a más largo plazo. Para las cuatro zonas, los valores observados estuvieron siempre fuera del intervalo de los valores pronosticados, de tal forma que el siguiente año no pudo ser estimado adecuadamente a partir de los valores de captura y esfuerzo. El hecho de que los valores observados no se encuentren dentro del intervalo esperado, indica que si bien en la serie existe cierta predictibilidad, existen otros factores de gran peso, por lo cual posiblemente el ambiente juega un papel importante que debe ser considerado cuando del pronóstico de futuras capturas se este hablando.

Es rara la ocasión cuando las capturas por unidad de esfuerzo (CPUE) resultan ser proporcionales a las densidades o abundancias poblacionales (Thomas, Comunicación personal). Sin embargo en una pesquería, ésta es la forma más común de cuantificación. Lo cual evidentemente resulta ser un procedimiento de gran limitación. Es de esperarse que si el efecto biológico es dominante, las respuestas en CPUE, sean proporcionales a las magnitudes de los esfuerzos, en caso contrario el ambiente al modificar la capacidad de sostén presentará cierta aleatoriedad en las respuestas.

Con el Modelo Generalizado de Pella y Tomlinson (1969), se obtuvieron las poblaciones anuales de cada localidad, mismas que se muestran en la Tabla 5. Para comprender mejor su comportamiento en los 16 años estudiados, se obtuvieron sus cronogramas, los cuales se presentan en las Fig. 7, 8, 9 y 10.



En el Golfo de California, las abundancias estimadas ( $P_t$ ) decrecen de un total de 4332371.107 en 1963 a 4043552.590 en 1978 (Fig. 7). En algunos años el decremento es mayor, ya que no existe en la realidad una tasa constante, hecho que puede ser observado en la gráfica de los valores de  $r$  (Fig. 11). Las tasas fueron todas negativas con valores que van de  $-0.0016$  a  $-0.0076$  (Tabla 6). Lo que indica un decremento en las abundancias del atún. Los valores de " $r$ " oscilan en una forma estacionaria, con un menor decremento de mortalidad para algunos años. Sin embargo, para esta zona como para las otras, la tasa intrínseca de crecimiento fue considerada dentro del modelo (20) como una constante y para ello se obtuvo el promedio de los valores calculados a través de (22). En este caso, para esta región el resultado fue  $\bar{r} = -0.0046$  (Tabla 7).

El Golfo de Tehuantepec resultó ser bastante interesante. Las abundancias presenta un crecimiento de tipo de parábola invertida con fluctuaciones (Fig. 8) alcanzando picos de abundancia para los años de 1970 y 1973. Los valores de  $r$  fueron positivos y negativos, explicando el comportamiento de las abundancias (Tabla 6). El valor máximo fue de  $0.0148$  con un incremento de la población y un mínimo de  $-0.2458$  indicando un decremento. En la Fig. 12, se puede observar que existe una tendencia a disminuir a partir del año de 1963 a 1973. En este último año, se alcanzó el mayor decremento ( $r = -0.2458$ ) para luego irse recuperando paulatinamente. Para varios años  $r$  estuvo próxima a cero, lo cual indicaría que los incrementos y decrementos son pequeños y que la población tiende simplemente a reemplazarse. Cabe mencionar que dicho reemplazamiento podría interpretarse suponiendo que  $K_t$  fluctúa y que la población presenta un mejor seguimiento de su recurso, en estos años, en relación a las otras tres regiones. El valor de  $r$  con el que se trabajó fue de  $\bar{r} = 0.029$  que es positivo y va de acuerdo con el comportamiento de la población (Tabla 7).

Para el Golfo de Panamá, el cronograma (Fig. 9) muestra que las abundancias a partir de 1963 se incrementan hasta alcanzar un pico en el año de 1970, a partir del cual comienza un rápido decremento. Este pico coincide con el primero encontrado en el Golfo de Tehuantepec. Como la Zona de Convergencia Intertropical (ZCIT) influye en forma determinante en ambas zonas, sería útil considerar esta observación, en trabajos posteriores. El valor promedio de  $\bar{r} = -0.0025$  indica que en esta zona, posiblemente el efecto de pesca está presente.

El Golfo de Guayaquil, considerado por Ritter et al. (1983) como una de las zonas de producción pesquera más estables, en cuanto a que siempre se presentan buenas capturas, muestra tasas intrínsecas ( $r$ ) completamente negativas para los 16 años (Fig. 13). Las abundancias en decremento podrían explicar este hecho (Fig. 9). El cambio de 6801692.532 toneladas cortas en 1963 a 6353968.074 en 1978, si bien no parece muy grande, lo es. Las fluctuaciones de las tasas produjeron el menor decremento en el año de 1969 y el mayor en 1965. Este menor decremento para 1969 podría ser relacionado con los picos alcanzados en el año de 1970 en las dos zonas anteriores y para el mismo año (1969), en el Golfo de California, donde también un menor decremento fue alcanzado. Sin embargo, el valor de  $\bar{r}$  para esta zona fue de  $-0.0045$  (Tabla 7).

Fenómenos como el ocurrido para 1969-1970, justificaron el intento por relacionar la variabilidad de las abundancias poblacionales ( $\sigma_p^2$ ) con la variabilidad del recurso ( $\sigma_x^2$ ) en cada localidad. Los cocientes obtenidos en las 4 zonas, estuvieron cercanos a cero (Fig. 15). Lo cual indicó que el seguimiento es "pobre" (Roughgarden, 1975). Todo parece concordar, los valores de  $\lambda$  negativos fluctuando próximos a  $-1$ , así lo indican. Lo mismo los valores pequeños de  $\bar{r}$  obtenidos en cada zona. Si se observa la Fig. 3, se recordará que un buen seguimiento estará dado cuando  $r$  sea cercana a 1 y  $\lambda$  esté próxima a este valor. La combinación de estos parámetros, determina - para un modelo Autoregresivo de primer orden en las  $k \pm$  - el comportamiento de las abundancias con su recurso. Así, aunque  $\lambda$  fuera negativa y próxima a  $-1$ , si los valores de  $\bar{r}$  fueran altos ( $\approx 1$ ) el seguimiento sería bueno. Los cambios de las abundancias serían muy parecidos a los cambios del recurso. A este respecto cabe hacer la siguiente aclaración:

El análisis que lleva a cabo Roughgarden (1975) es teórico y sólo considera el comportamiento de la población con  $r$ 's positivas. Desgraciadamente en este trabajo entre las zonas encontramos valores de  $\bar{r}$  negativas. Esto es un inconveniente en relación a lo planteado, pero por otra parte creemos que la explicación podría ser, que si hablamos de seguimiento y sobre todo de variabilidad y predictibilidad de la población en relación al ambiente, el tener una  $r$  positiva en cierta forma garantiza que de alguna manera la población aunque con variaciones, sigue un crecimiento que responde a las condiciones que se le presentan. Por el contrario, si tenemos que  $r$  es negativa, querría decir que la población en promedio está decreciendo y que esto probablemente se deba más que nada a un efecto no ambiental y por lo tanto en este caso, a un efecto de pesquería. Recordemos que

fuera de Tehuantepec, las demás zonas presentan una infraestructura de pesca y en las mismas  $\bar{n}$  es negativa. Por otra parte, la ecuación ( 11 ) y la gráfica que de ella se deriva (Fig. 3) . Resulta cuando  $0 \leq n \leq 2$  ; se hizo un análisis teórico cuando  $n < 0$  y en este caso el comportamiento es complejo, debido a las singularidades que presenta dicha ecuación. Una de las interpretaciones al respecto podría ser :

Existen algunas  $n$  negativas, para las cuales el cociente  $(\sigma_p^2 / \sigma_n^2)$  se vuelve tan grande que al variar tanto, se podría suponer el riesgo de que la población se extinguiera.

Volviendo con las demás zonas, tenemos que para el Golfo de Tehuantepec , éste presentó los valores de  $\lambda$  más grandes. Los cuales al ser relacionados con los valores de  $\bar{n}$ , demostraron que en esta zona, el seguimiento es el menos "pobre" de las cuatro, quizá debido a que  $\bar{n}$  es positiva. El valor del cociente  $(\sigma_p^2 / \sigma_n^2)$  fue el más grande. Esto podría interpretarse si consideramos que las abundancias son menores, la zona es inestable, dependiendo mucho de las condiciones ambientales y a un punto que es muy importante y es que en las misma se carece de una infraestructura pesquera.

Teóricamente, Roughgarden (1975) supone que si se considera un modelo Autoregresivo de primer orden en las  $k_t$ , el mínimo error podrá ser alcanzado cuando los valores de  $n$  sean iguales a 1 o próximos a éste y  $\lambda = 0.9$  . La combinación de  $\lambda$  y  $n$  describen el error de seguimiento. Así, existirán diferentes valores de  $n$  con un mismo valor de  $\lambda$  para los cuales el error es casi el mismo (Fig. 4) . En las 4 zonas, los valores de  $\hat{\lambda}$  próximos a - 1.0 y valores de  $\bar{n}$  pequeñas se encontraron en la parte izquierda, por arriba del valor mínimo. Si se observan simultáneamente las figuras 16 y 5, el error cuando  $\lambda \approx - 1.0$  tiende a incrementarse exponencialmente. Estos últimos resultados también concordaron con lo expuesto anteriormente, en relación a la determinación de un valor de  $n$  óptimo que minimize la relación entre la abundancia y el recurso.

Los valores de "e" en cada zona (Fig. 16), demuestra que muy difícilmente un valor de  $n$  óptimo ( $n^0$ ), podría ser calculado mediante el procedimiento seguido en este trabajo, el cual minimize dicha relación. La razón de este seguimiento "pobre"; de valores tan cercanos a - 1.0 de  $\hat{\lambda}$  y el hecho de no poder encontrar un valor de  $n^0$ , se considera a continuación.

Primero, debemos considerar que las abundancias poblacionales ( $P_t$ ) fluctúan dentro de un ambiente estocástico, haciendo posible la búsqueda de un factor que al fluctuar, influya directamente en la población ( $P_t$ ). El considerar el recurso como un factor importante que limita el crecimiento poblacional es un buen principio. Anteriormente, el nivel de los recursos ha sido considerado como si dicho valor fuera una constante. La Capacidad de Sostén ( $K_t$ ) para el presente trabajo, fue considerada como el nivel de los recursos, cantidad que como se dijo anteriormente, fluctúa en el tiempo. Sus fluctuaciones dependen de parámetros que determinan conjuntamente esas fluctuaciones. Por tanto, para nosotros  $K_t$  es un valor que en el presente refleja el pasado.

En la búsqueda de la relación que guardan  $k_t$  y  $p_t$ , una primera aproximación que plantea Roughgarden (1975), es la suposición que  $K_t$  está muy influenciada por su "estado" (Coleman, 1976) en el tiempo anterior ( $K_{t-1}$ ). De tal forma, que a través de un modelo autoregresivo de primer orden para  $K_t$  (10); ( $k_t = \lambda k_{t-1} + Z_t$ ), ecuaciones matemáticas pueden ser desarrolladas (11) y (12), para determinar el valor de las autocorrelaciones futuras de la población ( $f_p^0(h)_{k_t}$ ). Desgraciadamente, no se cuenta con valores de  $\lambda$  ni de  $K_t$ . Por eso, en el presente trabajo el cálculo tuvo que ser en sentido inverso, conociendo los valores de las abundancias poblacionales estimadas a través del Modelo Generalizado de Producción de Pella y Tomlinson (1969), de sus autocorrelaciones y de las  $\bar{r}$  calculadas, los valores de  $\hat{\lambda}$  pudieron ser obtenidos. Así, los cocientes mostraron como es que la variabilidad de  $K_t$  con  $K_{t-1}$  se relaciona con la variabilidad de  $P_t$ .

Observando los correlogramas y las autocorrelaciones parciales (Figuras 17 a 20) se podría suponer un modelo autoregresivo de primer orden para los datos poblacionales (Makridakis et al., 1983) y (Chatfield, 1982). Ya que sólo las primeras autocorrelaciones parciales resultaron ser significativamente distintas de cero en cada zona. Si para las  $K_t$  se considera un AR(1) y todos los datos mostraron que en general, para las cuatro regiones existe también un Autoregresivo de 1er orden, se esperaría que el seguimiento fuera "bueno". Pero, los resultados indican que el seguimiento fue pobre en las cuatro. Las capacidades de sostén para todas las zonas estudiadas, no presentan según esto, el comportamiento de un autoregresivo de 1er orden. Para ello, hay que hacer una aclaración que no se presenta en Roughgarden (1975). Se puede suponer que si hay seguimiento, esto indique que hay un mismo orden. Pero por el contrario, un mismo orden no indica

que exista seguimiento (Alagón, comunicación personal). Por lo tanto, al parecer las capacidades de sostén presentan un comportamiento que podría ser representado con un modelo AR de orden mayor.

A pesar de que se siguió la metodología de Dox y Jenkins (1976), para identificar el tipo de modelo estocástico para las biomásas de atún, en cada región. El análisis de residuales no se llevó a cabo, ya que éste, debería haberse hecho en las capacidades de sostén, cosa que es imposible, ya que no se cuenta con valores observados de este parámetro.

Puede suceder que teniendo el mismo orden, en forma global, el comportamiento para cada estado de la serie fuera distinto. Lo cual aunque con el mismo orden, no garantiza la misma variabilidad. Esto además está relacionado con la siguiente pregunta :

¿ Cómo sabemos que realmente ocurre un buen seguimiento, cuando el cociente obtenido ( $\sigma_p^2 / \sigma_x^2$ ) es uno o lejano a éste ?

Cuando dicho cociente es uno, podemos estar seguros de un seguimiento exacto. Pero, al alejarnos de éste, que tan bueno o malo es. Para ello, a este respecto se propone, que como dicho cociente es un cociente de varianzas, se plantea, para futuros estudios la utilización de una prueba de F. Analizando ambas partes de la distribución, pudiendo así probar tanto para la población como para los valores de  $K_t$ . De tal forma que al probar la  $\sigma_p^2$  de la población tendríamos  $F \alpha(n, k)$  y para las Capacidades de Sostén una  $F \alpha(k, n)$ .

Los resultados obtenidos indican que para el problema del atún aleta amarilla, el comportamiento de las  $k_t$  podría ser analizado a través de Modelos Autoregresivos de un orden mayor, pero, el uso de un modelo de un orden mayor complicaría mucho el desarrollo matemático. Se sugiere por tanto, para futuros trabajos, el uso de análisis bivariados como el análisis de Transferencia (Chatfield, 1982) para encontrar la relación entre la abundancia y su recurso. Este tipo de análisis permite encontrar aquellos valores de  $k_t$  que más influyen en el valor de  $k_t$  y de los valores  $p_t$ . Por otra parte existen técnicas multivariadas, en las cuales, aquellos factores que influyen directamente en la población podrían ser considerados al mismo tiempo en forma independiente o como una componente principal (ver Morrison, 1978); pero los resultados que de ellas se obtengan, serían cuestionables ya que dichas técnicas se encuentran todavía en desarrollo (Alagón, comunicación personal).

Ritter et al (1983), encontraron que uno de los factores que se correlacionan grandemente con las abundancias poblacionales es la capa de mezcla. De tal forma que se podrían analizar simultáneamente aquellos factores meteorológicos y Oceanográficos que la determinan, junto con las abundancias poblacionales; o bien, en un principio trabajar el análisis como una serie bivariada entre las abundancias y la profundidad de la capa de mezcla para la unidad de tiempo deseada.

El encontrar un seguimiento tan "pobre", podría ser explicado si consideramos que la población de atún aleta amarilla está en explotación y al hecho de que se ha observado que las poblaciones de peces reflejan en su dinámica, ciclos climáticos de 50 a 60 años (Cushing, 1982). Tal vez los pocos años estudiados (16 años) formen parte de estos grandes ciclos, lo cual explicaría el hecho de que el efecto ambiental (recurso) se deja sentir a largo plazo. También, por el hecho que se encuentra en explotación, las abundancias reflejarían el efecto que el hombre ejerce sobre las mismas, explicando así el decremento en algunas de las zonas estudiadas (por ejemplo el Golfo de California y el de Guayaquil). Zonas donde existe una tradición pesquera de varios años.

En zonas como el Golfo de Tehuantepec, el ambiente adquiere mayor importancia. La zona es considerada menos estable. El efecto de las surgencias no es de año con año y la ZCIT deberá ser considerada por su influencia en las abundancias que en ella se obtienen.

Las Fig. 21 a 24 muestran que al considerar el comportamiento de las capacidades de sostén como un Autoregresivo de 1er orden, el comportamiento de  $K_t$  con respecto a  $P_t$  es muy distinto y que solamente para el Golfo de Tehuantepec, sí ocurre un mejor seguimiento. En las Fig. 25 a 28, se observa como el modelo lineal completo que incluye la influencia estocástica de las capacidades de sostén, presenta un comportamiento distinto a las obtenidas por el modelo de Pella y Tomlinson (1969). Este modelo indicaría un comportamiento estacionario de las  $P_t$  pero se puede ver como en los tres golfos a excepción de Tehuantepec, las tendencias que existen a nivel de las poblaciones, no responden a las estimadas con el modelo (20). En el caso de Tehuantepec, el comportamiento de los valores obtenidos, muestra que por influencia de una  $\bar{n}$  positiva, la población tiende a un valor mayor, siempre y cuando las condiciones no varíen mucho y que el comportamiento en las  $K_t$  fuera como hemos venido diciendo un AR(1). De aquí se desprende también, que para futuros estudios el valor de  $n$  debe ser estudiado conjuntamente con  $K_t$  como una variable.

Por último, un modelo completo que describa la captura de una pesquería estará relacionada su descripción en función de toda la población y de las variables ambientales que lo afectan (Orach-Meza y Saita, 1978). Los resultados obtenidos en varios estudios sugieren que las tendencias en las capturas de muchas pesquerías comerciales, están muy relacionadas con tendencias en las componentes de la variabilidad del ambiente, tales como la temperatura (Taylor et al., 1957; Arlin y Kohler 1965; Flowers y Saita 1972; Sutcliffe 1972, 1973; Cotten 1972; Iles 1973; Dow et al., 1975; Dow, 1976; Doubleday, 1976; Lett y Kohler, 1976; Sutcliffe et al., 1977; Boudreau et al., 1977). Para ello, varios modelos lineales basados en parámetros ambientales durante períodos fijos o estadios específicos en los ciclos de vida de las especies en cuestión, fueron utilizados en determinaciones previas (Orach-Meza y Saita, 1978). Esto implica en cierta forma tener información de los distintos parámetros que pueden afectar el comportamiento de la población, lo cual es muy difícil de obtener. Por otra parte, nuevamente no se habla de estructuras de edades sino de la población en general y bajo estos procedimientos se tiene algo parecido a los resultados obtenidos en este trabajo. Por lo tanto, se propone que debido a que el ambiente afecta diferencialmente a una población - por edades y generaciones - un estudio sobre el tema, deberá comprender las estructuras de edades, seguimiento de los reclutas, etc. Sólo de este modo, es posible poder determinar y captar que factores, cómo y a quienes se va afectando en el tiempo.

## RECOMENDACIONES

En la búsqueda por un pronóstico adecuado en una pesquería, basándose solamente en el aspecto biológico de la misma, se observó que los datos obtenidos por el Método de Suavizamiento Exponencial, discreparon mucho de los valores observados. Por tanto, fué necesario considerar un parámetro que englobara la posibilidad de que la población alcance su valor máximo para cada tiempo. Al hacerlo, se investigó la relación que guarda con valores anteriores.

Los resultados como ya se vió antes, indican que dicho seguimiento fué muy pobre y que tal vez el proceso requiere de la suposición de ordenes mayores entre la población y su capacidad de sostén, con el objeto de ver si ocurre el seguimiento.

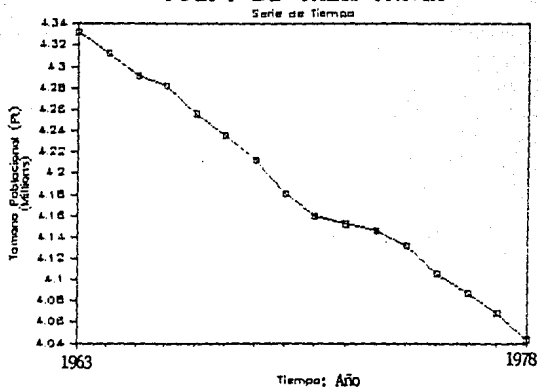
Debido al hecho de que al utilizar modelos AR de un orden mayor, complican mucho el análisis. Un análisis bivariado como el de Transferencia, podría ser más adecuado (Chatfield, 1982) .

También en futuros estudios, el valor de  $r$  debe ser estudiado al igual que las capacidades de sostén, como una variable aleatoria.

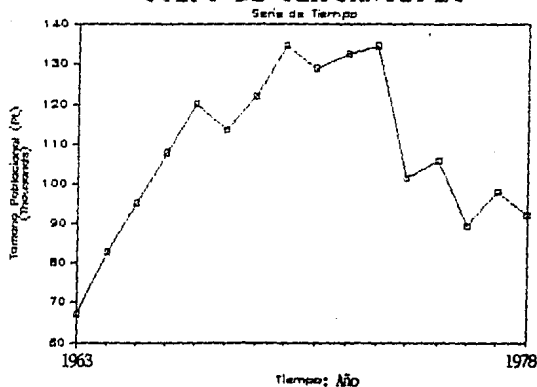
Por otra parte, al considerar que el recurso afecta a los individuos de una población en forma diferencial, Para los siguientes trabajos, sería bueno el considerar las estructuras de edades y hacer este tipo de análisis



## GOLFO DE CALIFORNIA

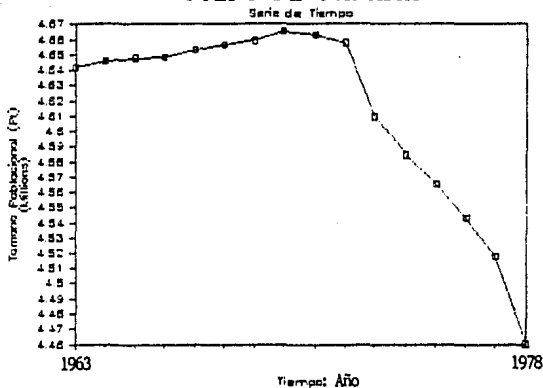


## GOLFO DE TEHUANTEPEC

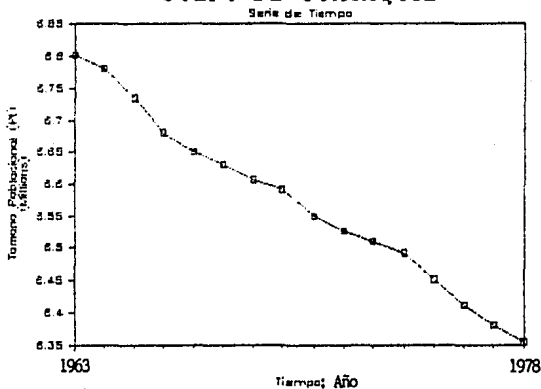


Figs. 7 y 8. Series de Tiempo de las abundancias poblacionales del atún aleta amarilla en el Golfo de California y Golfo de Tehuantepec, para los años de 1963 a 1978. En la primera, las abundancias  $P_+$  (P+) decrecen conforme pasa el tiempo de 4332371.107 a 4043552.590 toneladas cortas. Para la Fig. 8 el patrón es distinto, con un valor mínimo en 1963 de 67107.872 y un máximo en 1970 de 134723.078 toneladas - cortas.

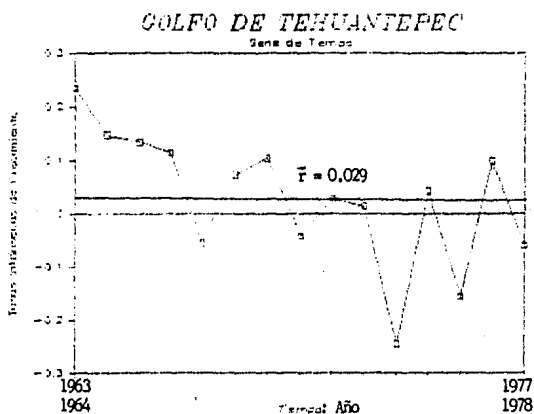
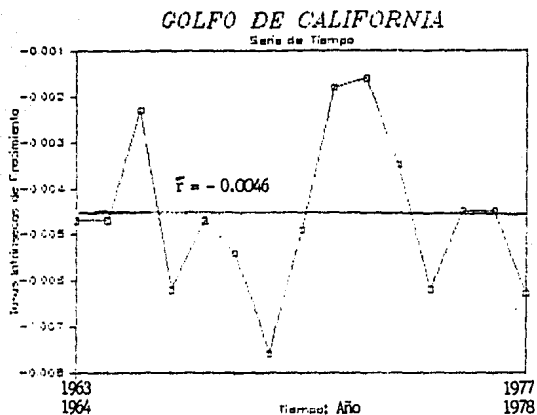
## GOLFO DE PANAMA



## GOLFO DE GUAYAQUIL

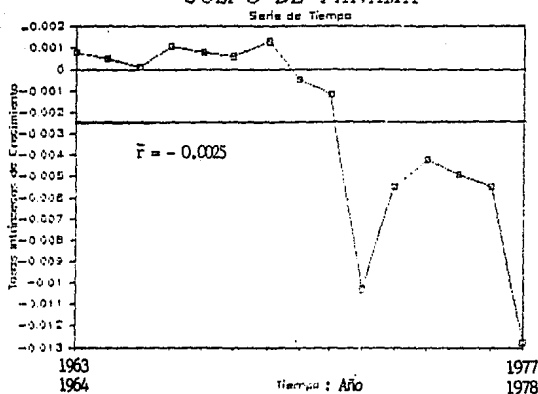


Figs. 9 y 10 . Series de Tiempo de las abundancias poblacionales del atún aleta amarilla en los Golfos de Panamá y Guayaquil, para los años de 1963 a 1978. En el Golfo de Panamá, se alcanzó el máximo en 1970 ( 4665327,913 ) y el mínimo de 4460098,335 en 1978. En la Fig. 10 . Las abundancias decrecen conforme pasa el tiempo de 6801692,532 a 6353968,074 .

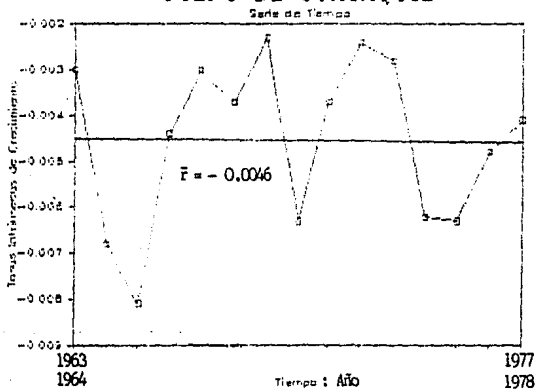


Figs. 11 y 12. Los valores de  $r$  estimados a través de la ecuación ( 22 ) se muestran graficados contra el tiempo. Se presentan también, los valores promedio de  $r$  en estas dos regiones, Siendo  $\bar{r} = -0.0046$  en el Golfo de California y  $\bar{r} = 0.029$  para Tehuantepec. El tiempo equivale a los años entre 1963 y 1978 .

### GOLFO DE PANAMA



### GOLFO DE GUAYAQUIL



Figs. 13 y 14. Igualmente, los valores de  $r$  estimados a través de la ecuación ( 22 ), se muestran graficados contra el tiempo. Los valores promedio de  $r$ , para estas dos regiones fueron :  $\bar{r} = -0.0025$  en el Golfo de Panamá y  $\bar{r} = -0.0046$  en el de Guayaquil. El tiempo equivale a los años entre 1963 y 1978 .

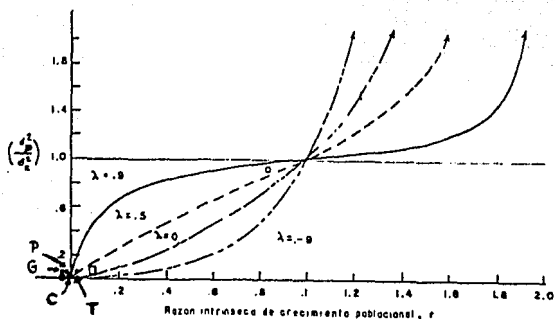


Fig. 15 . Se observa el cociente entre la varianza de la abundancia poblacional ( $\sigma_p^2$ ) en relación a la varianza de las Capacidades de Sostén ( $\sigma_k^2$ ), como función de la respuesta poblacional "n" y de la predictibilidad ambiental  $\lambda$ , a partir de la ecuación ( 11 ); (Tabla 7). Para cada una de las cuatro zonas: Golfo de California (C); Tehuantepec (T); Panamá (P) y Guayaquil (G). Para C, P y G los cocientes aunque positivos, se encuentran por afuera de la gráfica que se presenta en Roughgarden (1975); ya que los valores de las tasas intrínsecas de crecimiento "n" fueron negativas. (Tomada de: Roughgarden, 1975) .

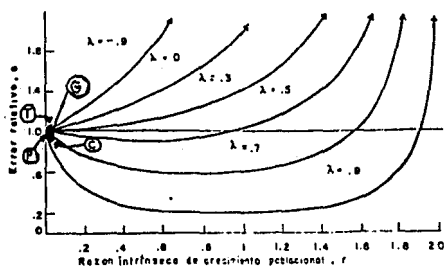


Fig. 16 . Se muestra el error relativo en el seguimiento en cada uno de los Golfos : (California = C; Tehuantepec = T; Panamá = P y Guayaquil = G) como función de las tasas intrínsecas de crecimiento "n" y de la predictibilidad ambiental  $\lambda$  en la ecuación ( 18 ). (Basada en : Roughgarden, 1975) .

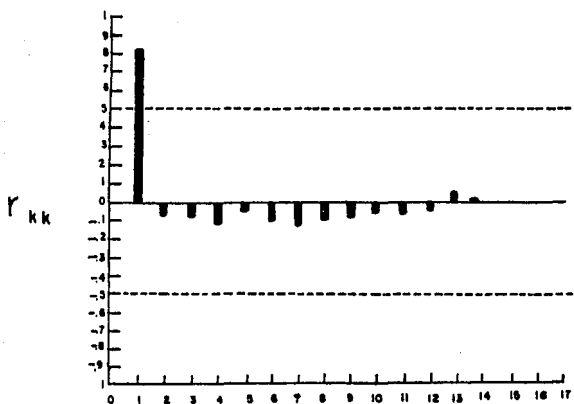
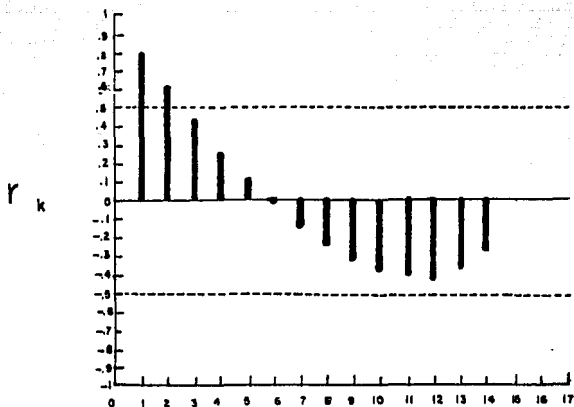


Fig. 17. Para el Golfo de California, se presentan - las autocorrelaciones muestrales ( $r_k$ ) y las autocorrelaciones muestrales parciales ( $r_{kk}$ ) de los tamaños poblacionales del atún aleta amarilla, para los años de 1963 a 1978. Al observar simultáneamente las dos gráficas, se tiene un decaimiento exponencial oscilatorio de las  $r_k$  y una autocorrelación parcial ( $r_{kk}$ ) significativamente distinta de cero. Esto sugiere un modelo AR(1) en las  $P_t$  y que va de acuerdo con lo supuesto para que ocurra el seguimiento de  $k_t$  por  $p_t$ . Al mismo tiempo se observan las bandas al 95 por ciento de confianza utilizadas para estos resultados.

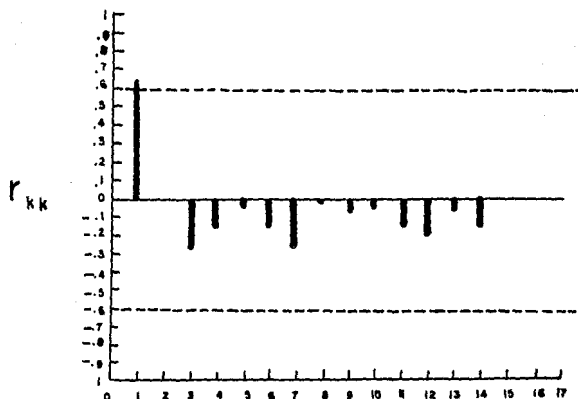
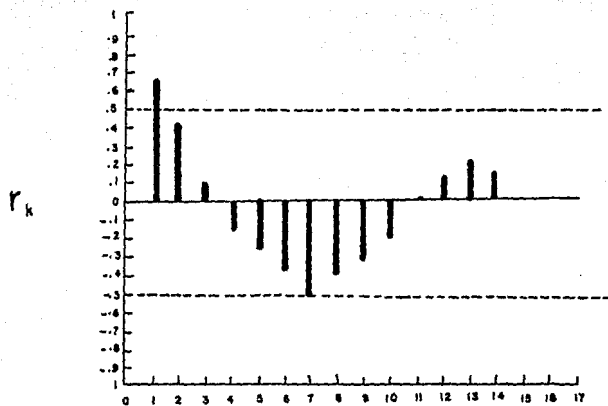


Fig. 18 . Para el Golfo de Tehuantepec, se presentan las autocorrelaciones muestrales ( $r_k$ ) y autocorrelaciones parciales muestrales ( $r_{kk}$ ); las cuales indican que también para este golfo, un modelo Autoregresivo de primer orden AR(1), puede considerarse para el proceso de los tamaños poblacionales del atún aleta amarilla.

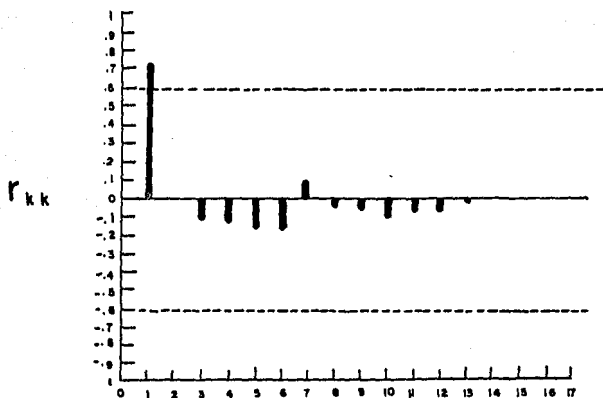
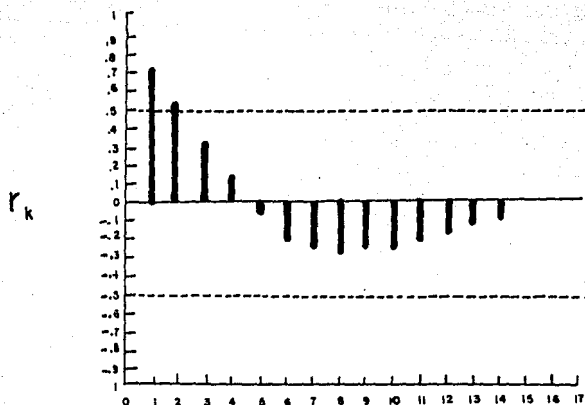


Fig. 19 . Autocorrelaciones muestrales ( $r_k$ ) y parciales ( $r_{kk}$ ) de los datos poblacionales del Golfo de Panamá. Al igual que en los Golfos de California y Tehuantepec, se observa aquí un decaimiento exponencial oscilatorio de las  $r_k$  y una  $r_{kk}$  significativamente distinta de cero al salir de las bandas de confianza al 95 por ciento.



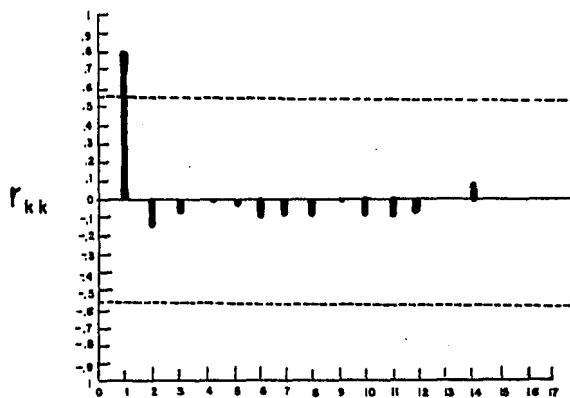
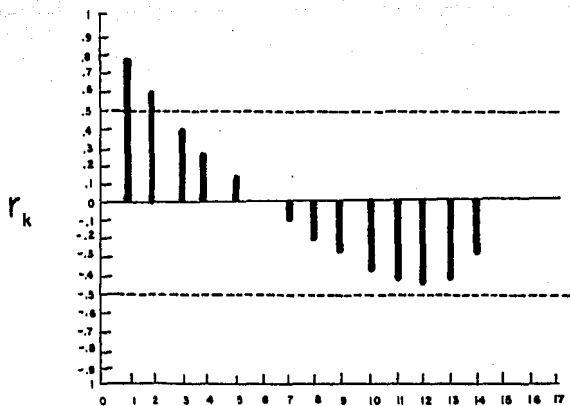


Fig. 20 . Autocorrelaciones muestrales ( $r_k$ ) y parciales ( $r_{kk}$ ) de las poblaciones ( $P_t$ ) del Golfo de Guayaquil. Las  $r_k$  decaen exponencialmente en forma oscilatoria y una  $r_{kk}$  resulta ser significativa al 95 por ciento de confianza. Esto significa que un modelo AR(1) sería el adecuado para representar el proceso de las  $P_t$  en esta región.

En las Figuras : 21 a 24 . Se observan para cada una de las zonas los valores de las Capacidades de Sostén ( $K_t$ ) y de los tamaños poblacionales ( $P_t$ ) graficados contra el tiempo, para los años de 1963 a 1978. Los valores de  $K_t$  (-□-□-) resultan de considerar para cada región un Modelo Autoregresivo de primer orden AR(1) a partir de la ecuación ( 19 ). Se observará que en todas las regiones, los valores que toma  $K_t$ , éstas fluctúan más que los valores de las poblaciones (-+--+). De aquí se podría explicar como es que el cociente  $\sigma_p^2 / \sigma_k^2$  sea tan pequeño.

Fig. 21. GOLFO DE CALIFORNIA

Kt y Pt vs. Tiempo

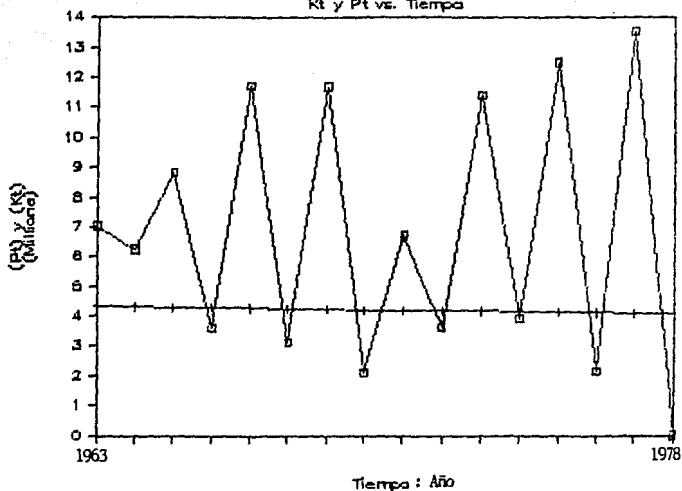


Fig. 22. GOLFO DE TEHUANTEPEC

Kt y Pt vs. Tiempo

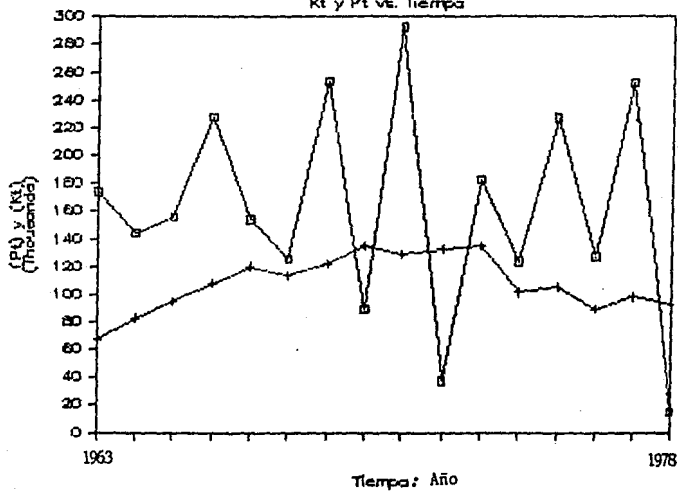


Fig. 23. GOLFO DE PANAMA  
Kl y Pt vs. Tiempo

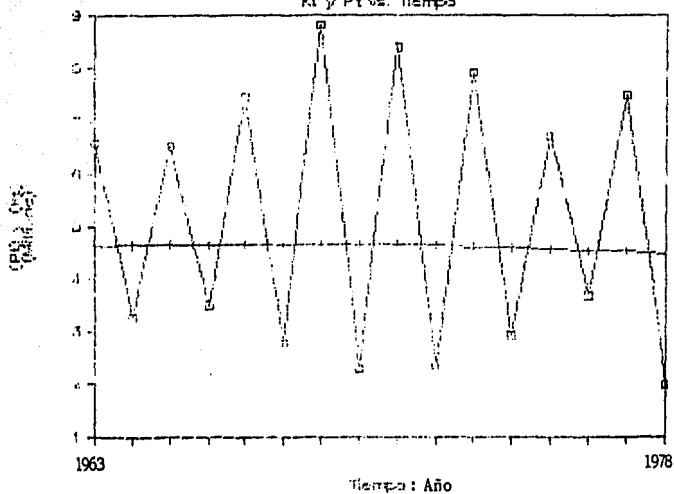
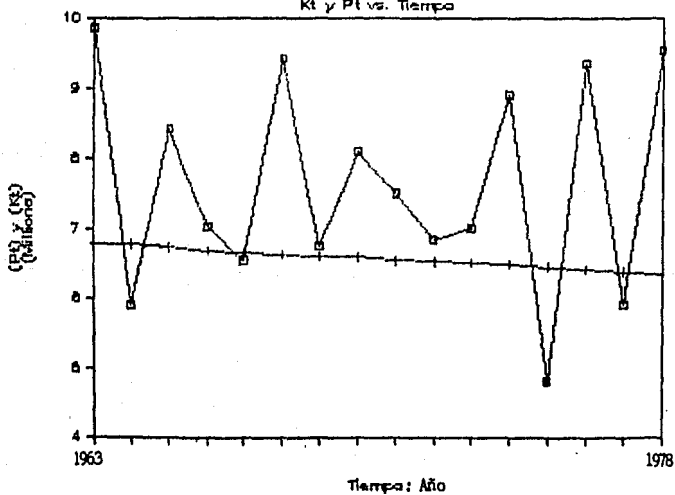


Fig. 24. GOLFO DE GUAYAQUIL  
Kl y Pt vs. Tiempo



En las Figuras : 25 a 28 . Se presentan graficados los valores de  $P_t$  obtenidos con el Modelo Generalizado de Producción de Pella y Tomlinson (1969), para los años de 1963 a 1978; y los valores de  $P_t^*$  (—|—|—|—), que surgen al considerar el Modelo Lineal Completo que comprende la influencia de las capacidades de sostén como un Modelo Autoregresivo de primer orden AR(1). Se observa como los valores de  $P_t$  (—□—□—□—) y los de  $P_t^*$ , discrepan para cada tiempo. En el Golfo de California, aunque se presenta esta diferencia existe a grandes rasgos la misma tendencia. Esto último, explicaría porque al considerar a la capacidad de sostén anterior ( $K_{t-1}$ ) dentro del modelo, ésta no explica el comportamiento de la dinámica de la población.

Fig. 25 . GOLFO DE CALIFORNIA

Pt y Pt vs. Tiempo

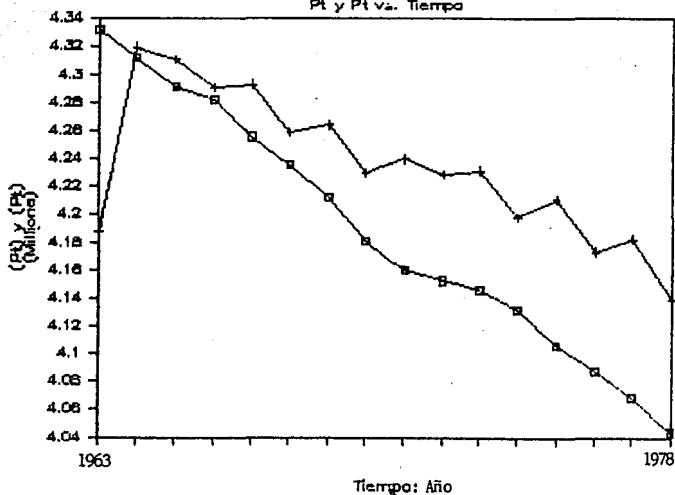


Fig. 26. GOLFO DE TEHUANTEPEC

Pt y Pt vs. Tiempo

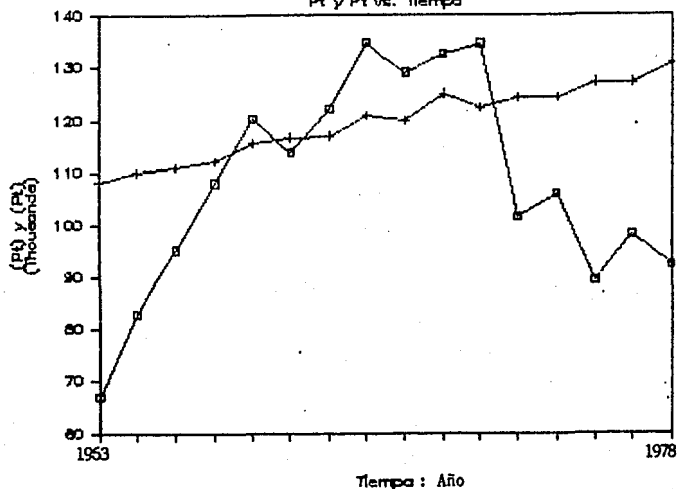


Fig. 27 . GOLFO DE PANAMA

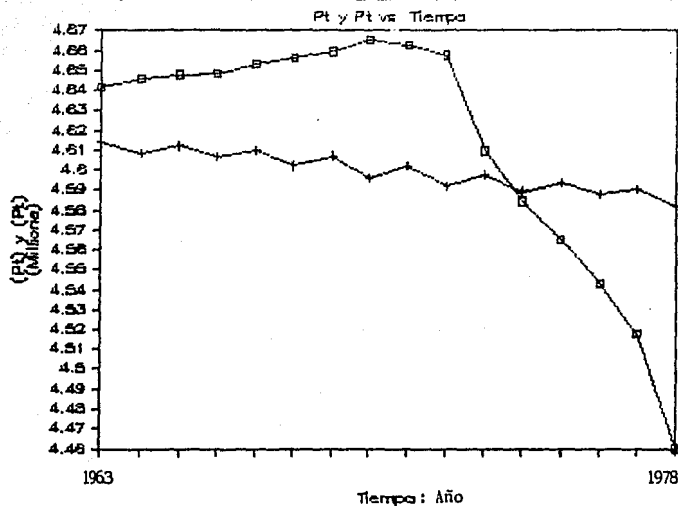


Fig. 28 . GOLFO DE GUAYAQUIL

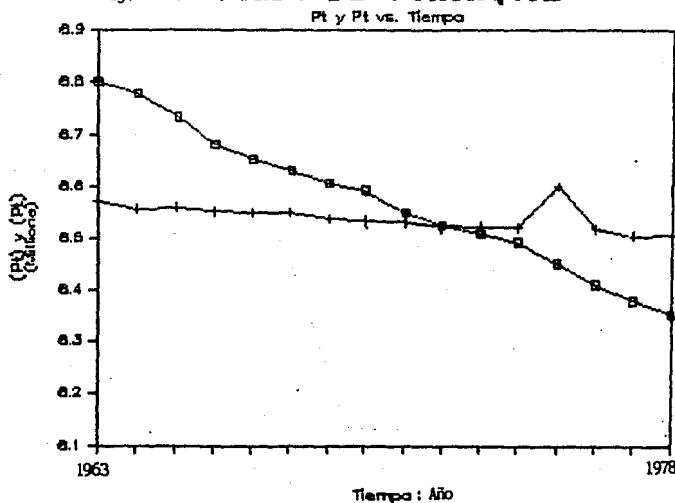


TABLA 1

ESTIMACION DE  $\alpha$  y DE LOS VALORES DE CAPTURA POR UNIDAD DE ESTUERZO (CPUE)  
 PARA LOS AÑOS 1977 y 1978, A TRAVES DEL METODO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL (Bazigos, 1983)  
 EN EL GOLFO DE CALIFORNIA.

AÑO	$(CPUE)_t$	$j$	$(1-\alpha)^j$	$(1-\alpha)^j(CPUE)_{t-j}$	$\alpha(CPUE)_t$	$(1-\alpha)(\hat{CPUE})_{t-1}$	$(\hat{CPUE})_t$	PRONOSTICO DE $(\hat{CPUE})_{t+1}$
1963	5.665	13	$3.70286 \times 10^{-18}$	$1.75777 \times 10^{-12}$	2.8325	3.0343	6.0686 5.8668	$(\hat{CPUE})_{t+1} = (1-\alpha)(CPUE)_t + \alpha(CPUE)_t$
4	4.887	12	$6.89525 \times 10^{-13}$	$3.36557 \times 10^{-16}$	2.4405	2.9334	5.3739	
5	4.330	11	$1.53228 \times 10^{-15}$	$6.63477 \times 10^{-15}$	4.7351	0.2418	4.3770	$(\hat{CPUE})_{1977} = (0.045)(5.141) + (0.955)(5.1736)$
6	4.470	10	$3.40506 \times 10^{-14}$	$1.50163 \times 10^{-13}$	4.2115	0.1969	4.4085	$(\hat{CPUE})_{1977} = 5.1721$
7	11.057	9	$7.56680 \times 10^{-13}$	$8.36661 \times 10^{-12}$	10.5594	0.1983	10.7578	
8	7.063	8	$1.68151 \times 10^{-11}$	$1.0 \times 10^{-10}$	6.7452	0.4841	7.2292	$(\hat{CPUE})_{1978} = (0.045)(4.376) + (0.955)(5.1721)$
9	6.000	7	$4.0 \times 10^{-10}$	$2.0 \times 10^{-9}$	5.7300	0.3253	6.0553	$(\hat{CPUE})_{1978} = 5.136275$
1970	5.641	6	$8.3 \times 10^{-9}$	$4.6 \times 10^{-8}$	5.3872	0.2725	5.6596	
1	6.382	5	$1.845 \times 10^{-7}$	$1.1777 \times 10^{-6}$	6.0948	0.2547	6.3495	
2	4.633	4	$4.1 \times 10^{-6}$	$1.899 \times 10^{-5}$	4.4245	0.2857	4.7102	$\Delta (\hat{CPUE})_{t+1} = 0.955 / 5.141 - 5.1736 / (1.1905) + 0.045$
3	5.031	3	$9.1125 \times 10^{-5}$	$4.5845 \times 10^{-4}$	4.8046	0.2120	5.0166	$\Delta (\hat{CPUE})_{t+1} = 0.0847055$
4	6.376	2	0.002025	0.0129114	6.0891	0.2257	6.3148	$[(\hat{CPUE})_{t+1} \pm \Delta (\hat{CPUE})_{t+1}]$
5	5.846	1	0.045	5.141	4.9096	0.2640	5.8671	$5.1362755 \pm 0.0847055$
1976	5.141	0	1.00	5.141	4.9096	0.2640	5.1736	$(5.05157, 5.22081) \pm 0.05$
			$\sum_{j=0}^{13} (1-\alpha)^j (CPUE)_t = 5.41746007$				16.66757	$\Delta = 1.1905407$
			$\alpha = 0.955$				$n = 14$	
1977	4.376							
1978	6.198							$(CPUE)_{1977}$ no entró en el intervalo.
				$(CPUE)_t = 5.1736744$				

54



TABLA 2

ESTIMACION DE  $\alpha$  Y DE LOS VALORES DE CAPTURA POR UNIDAD DE ESFUERZO (CPUE)  
 PARA LOS AÑOS 1977 Y 1978, A TRAVÉS DEL MÉTODO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL (Bazigou, 1983)  
 EN EL GOLFO DE TEHUANTEPEC.

AÑO	$(CPUE)_t$	j	$(1-\alpha)^j$	$(1-\alpha)^j (CPUE)_{t-j}$	$\alpha(CPUE)_t$	$(1-\alpha)(CPUE)_{t-1}$	$(CPUE)_t$	PROPUESTO DE $(CPUE)_{t+1}$
1963	5,982	13	$1.0 \times 10^{-13}$	$5,982 \times 10^{-13}$	2,991	3,5509	7,1018 6,5419	$(CPUE)_{t+1} = (1-\alpha)(CPUE)_t + \alpha(CPUE)_t$ $(CPUE)_{1977} = (0,1)(8,377) + (0,9)(8,3506)$ $(CPUE)_{1977} = 8,35324$  $\Delta (CPUE)_{1977} = 0,9 \cdot 8,377 - 8,3506 + 0,1(2,2974)$ $\Delta (CPUE)_{1977} = 0,2535$  $[ (CPUE)_{t+1} \pm \Delta (CPUE)_{t+1} ]$ $8,35324 \pm 0,2535$  $(8,09974, 8,60674)$  $(CPUE)_{1978}$ no entró en el intervalo.
4	7,580	12	$1.0 \times 10^{-12}$	$7,58 \times 10^{-12}$	3,79	3,2710	7,061	
5	6,976	11	$1.0 \times 10^{-11}$	$6,976 \times 10^{-11}$	6,2784	0,7061	6,9845	
6	5,081	10	$1.0 \times 10^{-10}$	$5,081 \times 10^{-10}$	4,5729	0,6984	5,2713	
7	9,890	9	$1.0 \times 10^{-9}$	$9,890 \times 10^{-9}$	8,901	0,5271	9,4281	
8	14,553	8	$1.0 \times 10^{-8}$	$1,4553 \times 10^{-7}$	13,0977	0,9428	14,0405	
9	8,572	7	$1.0 \times 10^{-7}$	$8,572 \times 10^{-7}$	7,7148	1,4045	9,1193	
1970	5,393	6	$1.0 \times 10^{-6}$	$5,393 \times 10^{-6}$	4,8537	0,9719	5,7656	
1	8,433	5	$1.0 \times 10^{-5}$	$8,433 \times 10^{-5}$	7,5897	0,5766	8,1662	
2	10,874	4	$1.0 \times 10^{-4}$	$1,0874 \times 10^{-3}$	9,7866	0,8166	10,6032	
3	7,510	3	$1.0 \times 10^{-3}$	$7,510 \times 10^{-3}$	6,759	1,0603	7,8193	
4	10,377	2	$1.0 \times 10^{-2}$	$1,0377 \times 10^{-1}$	9,3393	0,7819	10,1212	
5	7,89	1	0,1	0,789	7,101	1,0721	8,1131	
1976	8,377	0	1,0	8,377	7,5393	0,8713	8,3506	
				9,27849049			32,1636	
				$\alpha = 0,9$			$n = 14$	
1977	5,416			$(CPUE)_t = 8,3506414$			$\Delta = 2,2974$	
1978	9,903							

TABLA 3

ESTIMACION DE  $\alpha$  y DE LOS VALORES DE CAPTURA POR UNIDAD DE ESFUERZO (CPUE)  
 PARA LOS AÑOS 1977 y 1978, A TRAVÉS DEL METODO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL (Daziguas, 1983)  
 EN EL GOLFO DE PANAMA.

AÑO	(CPUE) <sub>t</sub>	j	(1 - $\alpha$ ) <sup>j</sup>	(1 - $\alpha$ ) <sup>j</sup> (CPUE) <sub>t-j</sub>	$\alpha$ (CPUE) <sub>t</sub>	(1 - $\alpha$ )(CPUE) <sub>t-1</sub>	(CPUE) <sub>t</sub>	PROMOSTICO DE (CPUE) <sub>t+1</sub>
							5,569	
1963	6,842	13	0,21982746	1,50401824	3,421	2,7845	6,2055	$(\hat{CPUE})_{t+1} = (1 - \alpha)(CPUE)_t + \alpha(CPUE)_t$
4	4,143	12	0,240990	1,0232812	2,0715	3,10275	5,1743	$(\hat{CPUE})_{1977} = (0,89)(5,059) + (0,11)(5,8888)$
5	3,975	11	0,2775173	1,0981359	0,4353	4,6051	5,0404	$(\hat{CPUE})_{1978} = 5,1502$
6	4,407	10	0,31181719	1,3741784	0,4848	4,4859	4,9707	
7	8,496	9	0,3503564	2,976628	0,93456	4,4239	5,3584	
8	3,854	8	0,3936588	1,5271613	0,4239	4,7690	5,1930	
9	8,565	7	0,442313	3,788413	0,94215	4,6218	5,5640	
1970	5,036	6	0,4969873	2,502797	0,5540	4,9519	5,5059	$\wedge (\hat{CPUE})_{1977} = 0,11 \cdot 5,059 - 5,888 + 0,89(0,2111)$
1	6,165	5	0,5584059	3,442573	0,6782	4,9002	5,5783	$\wedge (\hat{CPUE})_{1978} = 0,2796$
2	5,950	4	0,627422	3,733163	0,6545	4,9648	5,6193	$[(\hat{CPUE})_{t+1} \pm \wedge (\hat{CPUE})_{t+1}]$
3	9,719	3	0,704969	6,851593	1,0691	5,0017	6,0702	$5,1502 \pm 0,2796$
4	5,964	2	0,7921	4,72448	0,6560	5,4025	6,0585	$(4,8706, 5,429803)$
5	5,448	1	0,89	4,84872	0,5993	5,3921	5,9913	
1976	5,059	0	1,0	5,059	0,55649	5,3323	5,8888	
				44,4437491			2,9635	$(CPUE)_{1977}$ no entró en el intervalo,
				$\alpha = 0,11$			$n = 14$	
1977	5,780			$(\hat{CPUE})_t = 4,888812411$			$\wedge = 0,2717$	
1978	7,941							

TABLA 4

ESTIMACION DE  $\alpha$  y DE LOS VALORES DE CAPTURA POR UNIDAD DE ESFUERZO (CPUE)  
 PARA LOS AÑOS 1977 y 1978, A TRAVES DEL METODO DE SUAVIZAMIENTO EXPONENCIAL (Buziogo, 1983)  
 EN EL GOLFO DE GUAYAQUIL.

AÑO	$(CPUE)_t$	$j$	$(1 - \alpha)^j$	$(1 - \alpha)^j (CPUE)_{t-j} + \alpha (CPUE)_t$	$(1 - \alpha)^{j-1} (CPUE)_{t-1} + \alpha (CPUE)_t$	PRONOSTICO DE $(CPUE)_{t+1}$	
						10,806	$(CPUE)_{t+1} = (1 - \alpha) (CPUE)_t + \alpha (CPUE)_t$
1963	8,081	13	0,1407601971	1,13748	4,0405	5,4030	$(CPUE)_{1977} = (0,86)(7,782) + (0,14)(9,11396)$
4	10,568	12	0,163674667	1,7297136	5,284	4,7218	$(CPUE)_{1978} = 7,9684744$
5	9,088	11	0,190319358	1,729622	1,27232	8,6050	
6	9,822	10	0,22130158	2,173624	1,37508	8,4944	
7	16,471	9	0,257327	4,23844	2,30594	8,4878	
8	10,947	8	0,299218	3,27554	1,53258	9,2826	
9	7,665	7	0,347927	2,6667	1,0731	9,3011	$\Delta (CPUE)_{t+1} = 0,14 \cdot 7,7782 - 9,11396 + 0,86$
1970	9,289	6	0,4045672	3,758025	1,30046	8,9218	$(0,3515943)$
1	10,871	5	0,4704270	5,114012	1,52194	8,7911	$\Delta (CPUE)_{1977} = 0,48885$
2	4,937	4	0,5470082	2,70058	0,69118	8,8692	$[(CPUE)_{t+1} \pm \Delta (CPUE)_{t+1}]$
3	5,170	3	0,636056	3,25025	0,7754	8,221939	$7,9684744 \pm 0,48885$
4	7,279	2	0,7396	5,383548	1,01906	7,6861	$(7,47962, 8,45732)$
5	13,174	1	0,86	11,32964	1,84436	7,4864	
1976	7,782	0	1,0	7,782	1,08948	8,02448	
				56,26934		4,92332	$(CPUE)_{1977}$ no entró en el intervalo,
				$\alpha = 0,14$		$n = 14$	
1977	4,828			$(CPUE)_t$	7,8777		$\Delta = 0,3515943$
1978	3,483						

TABLA 5

VALORES DE LAS CAPACIDADES DE SOSTEN ( $K_t$ ) Y DE LOS VALORES POBLACIONALES ( $P_t$ ) OBTENIDOS POR EL MODELO GENERALIZADO DE PRODUCCION (Pella y Tomlinson, 1969) Y CON EL MODELO LINEAL COMPLETO ( $P_t^o$ ) DE LA ECUACION ( 20 ) .

Los valores de  $K_t$  resultan de haber calculado las anomalías ( $k_t$ ) con la ecuación ( 19 ), las cuales se relacionan posteriormente con respecto a un valor promedio de  $K$ .

Los valores de  $P_t$  expresados en biomasa (toneladas contas), para los años de 1963 a 1978 fueron obtenidos utilizando el programa GENPROD (Pella y Tomlinson, 1969) .

Los valores de  $P_t^o$  se calcularon de las anomalías de  $p_t$  en relación a  $\bar{P}$  utilizando el Modelo Lineal Completo ( ecuación 20 ) . Los cuales fueron relacionados con el valor promedio  $\bar{P}$  .

Estos tres valores para cada una de las zonas, se presentan a continuación :

GOLFO DE CALIFORNIA

<u>AÑO</u>	<u><math>K_t</math></u>	<u><math>P_t</math></u>	<u><math>P_t^o</math></u>
1963	7024677.757	4332371.107	4187351.077
1964	6257085.032	4312144.759	4319986.496
1965	8848940.192	4291865.624	4311075.843
1966	3643240.652	4282147.044	4290201.667
1967	11724490.730	4255687.973	4293177.688
1968	3124828.778	4235542.861	4258993.648
1969	11701998.350	4212483.927	4264210.806
1970	2114780.039	4180410.047	4229996.984
1971	6700958.589	4159930.601	4239726.981
1972	3612628.402	4152257.289	4228405.316
1973	11420487.090	4145576.264	4231237.890
1974	3905846.307	4131271.087	4198167.338
1975	12524149.260	4105837.321	4211145.420
1976	2155131.640	4087490.242	4172905.310
1977	13538749.330	4069048.492	4182187.363
1978	0.000	4043552.590	4139147.178

GOLFO DE TEHUANTEPEC

<u>AÑO</u>	<u>K<sub>t</sub></u>	<u>P<sub>t</sub></u>	<u>P<sub>t</sub> °</u>
1963	173981.801	67107.872	107952.966
1964	144103.945	82877.918	109867.802
1965	155864.130	95138.004	170860.650
1966	227877.542	107915.973	112165.751
1967	154278.307	120234.040	115521.393
1968	125524.879	113624.881	116645.344
1969	253664.307	122011.987	116902.850
1970	89476.224	134723.078	120868.932
1971	292985.621	129023.585	119958.544
1972	37647.100	132687.042	124976.329
1973	182951.097	134649.445	121443.781
1974	123765.261	101553.107	124198.494
1975	227316.690	105885.902	124185.930
1976	127104.423	89341.875	127176.722
1977	252588.920	98195.873	127174.625
1978	14604.345	92276.871	130811.634

GOLFO DE PANAMA

<u>AÑO</u>	<u>K<sub>t</sub></u>	<u>P<sub>t</sub></u>	<u>P<sub>t</sub> °</u>
1963	6581580.651	4641784.716	4613620.904
1964	3263567.644	4645524.816	4608413.683
1965	6534339.272	4647841.363	4611972.144
1966	3518634.804	4648086.896	4604885.562
1967	7442629.632	4653128.442	4609765.073
1968	2799543.377	4656680.096	4602269.314
1969	8821522.579	4659424.649	4607039.904
1970	2292337.625	4665327.913	4595887.804
1971	8406136.204	4663175.717	4601982.998
1972	2375756.395	4657627.564	4591917.208
1973	7926316.013	4609600.770	4597781.170
1974	2938753.498	4584261.628	4588973.886
1975	6714342.566	4564942.839	4593349.875
1976	3678828.009	4542668.037	4587737.728
1977	7483141.785	4517760.682	4590142.704
1978	1985744.296	4460098.335	4582487.828

GOLFO DE GUAYAQUIL

<u>AÑO</u>	<u>K<sub>t</sub></u>	<u>P<sub>t</sub></u>	<u>P<sub>t</sub> °</u>
1963	9873789.409	6801692.532	6572138.735
1964	5903107.315	6781064.825	6557193.483
1965	8424660.930	6735131.561	6560154.270
1966	7025087.784	6680682.009	6551714.394
1967	6540256.611	6651236.597	6549571.622
1968	9423973.678	6631179.800	6549613.787
1969	6745316.022	6606646.682	6536602.710
1970	8100472.807	6591710.351	6535657.948
1971	7501737.242	6549862.090	6136498.657
1972	6835191.069	6525831.720	6524169.539
1973	7000762.649	6510291.689	6522761.669
1974	8910656.525	6492079.633	6520597.950
1975	4807713.980	6451508.588	6509779.111
1976	9363005.323	6411078.577	6517483.679
1977	5902570.757	6380255.031	6504603.140
1978	9548335.211	63539680.074	6507328.300

TABLA 6

VALORES DE LAS TASAS INTRINSECAS DE CRECIMIENTO ( $r$ )  
DEL ATUN ALETA AMARILLA (*Thunnus albacares*)  
EN LAS 4 ZONAS HISTORICAS DE PRODUCCION PESQUERA .

Los valores de "  $r$  " tasas intrínsecas de crecimiento, fueron calculados mediante el procedimiento de Wilson y Bossert (1971) . Obteniendo los siguientes resultados:

<u>AIOS</u>	<u>Golfo de California</u>	<u>Golfo de Tehuantepec</u>
1963 - 1964	- 0.0047	0.2350
1964 - 1965	- 0.0047	0.1479
1965 - 1966	- 0.0023	0.1343
1966 - 1967	- 0.0062	0.1141
1967 - 1968	- 0.0047	- 0.0550
1968 - 1969	- 0.0054	0.0738
1969 - 1970	- 0.0076	0.1042
1970 - 1971	- 0.0049	- 0.0423
1971 - 1972	- 0.0018	0.0284
1972 - 1973	- 0.0016	0.0148
1973 - 1974	- 0.0035	- 0.2458
1974 - 1975	- 0.0062	0.0427
1975 - 1976	- 0.0045	- 0.7562
1976 - 1977	- 0.0045	0.0997
1977 - 1978	- 0.0063	- 0.0603

<u>AÑOS</u>	<u>Golfo de Panamá</u>	<u>Golfo de Guayaquil</u>
1963 - 1964	0.0008	- 0.0030
1964 - 1965	0.0005	- 0.0068
1965 - 1966	0.0001	- 0.0081
1966 - 1967	0.0011	- 0.0044
1967 - 1968	0.0008	- 0.0030
1968 - 1969	0.0006	- 0.0037
1969 - 1970	0.0013	- 0.0023
1970 - 1971	- 0.0005	- 0.0063
1971 - 1972	- 0.0012	- 0.0037
1972 - 1973	- 0.0103	- 0.0024
1973 - 1974	- 0.0055	- 0.0028
1974 - 1975	- 0.0042	- 0.0062
1975 - 1976	- 0.0049	- 0.0063
1976 - 1977	- 0.0055	- 0.0048
1977 - 1978	- 0.0128	- 0.0041



TABLA 7

VALORES DE LAS TASAS DE CRECIMIENTO ( $r$ ); DEL COCIENTE DE VARIANZAS POBLACIONAL Y DE LAS CAPACIDADES DE SOSTEN ( $\sigma_p^2/\sigma_K^2$ ) Y DEL ERROR RELATIVO DE SEGUIMIENTO, DEL ATUN ALETA AMARILLA (*Thunnus albacares*) EN LAS CUATRO ZONAS HISTORICAS DE PRODUCCION PESQUERA.

<u>Golfo de California</u>	<u>Golfo de Tehuantepec</u>
$\bar{r} = -0.0046$	$\bar{r} = 0.029$
$\lambda = -0.99443$	$\lambda = -0.98388$
$\sigma_p^2/\sigma_K^2 = 0.00000163614$	$\sigma_p^2/\sigma_K^2 = 0.000336033$
$e = 0.9954209$	$e = 1.0306310$
<u>Golfo de Panamá</u>	<u>Golfo de Guayaquil</u>
$\bar{r} = -0.0025$	$\bar{r} = -0.0046$
$\lambda = -0.99714$	$\lambda = -0.99514$
$\sigma_p^2/\sigma_K^2 = 0.00000435379$	$\sigma_p^2/\sigma_K^2 = 0.0000127753$
$e = 0.997356$	$e = 0.995513$

- Los valores de  $r$ , corresponden a los valores promedio calculados a través de la ecuación ( 22 ), mismos que se presentan en la Tabla 6 .
- Los valores de  $\lambda$  corresponden al valor promedio de los calculados por medio del Método de Newton-Raphson, en la ecuación ( 12 ) .
- Los valores del cociente ( $\sigma_p^2/\sigma_K^2$ ) resultan del promedio de los valores calculados en la ecuación ( 11 ) .
- Los valores del error de seguimiento relativo (  $e$  ), se obtuvieron del promedio de los valores calculados con la ecuación ( 18 ) .

## BIBLIOGRAFIA

- ALAGON, J.C. Comunicación personal.
- ANDERSON, R.L. 1942. Distribution of the serial correlation coefficient. Annals of Mathematical Statistics. 13: 1-13
- ANONIMO. 1979. Annual Report of the Inter-American Tropical Tuna Commission 1978. 163 p.
- BARTLETT, M.S. 1946. On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series. Journal of the Royal Statistical Society Series. 8: 27
- BAZZIGOS, G.P. 1983. Analysis of univariate fisheries statistical time series. The fourth session of the WECAF Commission. Managua, Nicaragua. May 1983. 116 p.
- BEDDINGTON, J.R. & R.M. MAY. 1977. Harvesting natural populations in a randomly fluctuating environment. Science. 197: 463-465
- BEDDINGTON, J.R. 1984. The response of multispecies systems to perturbations exploitation of marine communities. Ed. R.M. May. Dohlem Konferenzen 1984. Berlin, Heidelberg. 209-225
- BOX, G.E. & G.M. JENKINS. 1968. Some recent advances in forecasting and control. Part I. Appl. Statist 17: 91-109
- BOX, G.E. & D.A. PIERCE. 1970. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. J. Amer. Statist. Ass. 65: 1509-1526
- BOX, G.E. & G.M. JENKINS. 1976. Time series analysis forecasting and control. Holden-Day. San Francisco. 575 p.
- BOUDREAU, F.R., J.N. DUPONT & C. SYLVAIN. 1977. Modèles linéaires de prédiction des débarquements de homard aux Îles-de-la-Madeleine (Golfe du Saint Laurent). J. Fish. Res. Board Can. 34: 379-383
- CAULKINS, T.P. & D.M. CHATWIN. 1967. Geographical distribution of yellowfin tuna and skipjack catches in the Eastern Pacific Ocean by quarters of the year 1963-1966. Inter. amer. Trop. Tuna Comm. 12: 435-508

- CAULKINS, T.P. & D.M. CHATMIN. 1971. Geographical catch distribution of yellowfin and skipjack tuna in the Eastern Pacific Ocean fleet and total catch statistics, 1962-1970. Inter. Amer. Trop. Tuna. Comm. 15:285-377
- CAULKINS, T.P. 1975. Geographical distribution of yellowfin and skipjack tuna catches in the Eastern Pacific Ocean fleet and total catch statistics, 1971-1974. Inter. Amer. Trop. Tuna. Comm. 18: 67-104
- CAPOCELLI, R.M. & L.M. RICCIARDI. 1974. A diffusion model for population growth in random environments. Theor. Pop. Bio. 5: 28-41
- COLEMAN, R. 1976. Procesos estocásticos. Limusa, México, Vol. 14. 31 p.
- COLTON, J.D. 1972. Temperature trends and distribution of groundfish in continental shelf waters, Nova Scotia to Long Island. Nat. Oceanic Atmos. (U.S.) Fish. Bull. 70: 637-657
- COX, G.E. & G.M. JENKINS. 1976. Time Series analysis forecasting and control. Holden-Day, San Francisco. 575 p.
- CUSHING, D.H. 1982. Climate and Fisheries. Academic Press (London) 369 p.
- CHATFIELD, C. 1982. The analysis of time series: An introduction. Chapman and Hall, New York. 268 p.
- CHATFIELD, C. & D.L. PROTHEO. 1973. Box and Jenkins seasonal forecasting: problems in a case study. J.R. Statist. Soc. 136: 295-336
- DAVIS, J.C. 1973. Statistics and data analysis in Geology. John Wiley & Sons. 550 p.
- DAVIDOFF, E. 1969. Variaciones de la fuerza de la clase anual y estimaciones del coeficiente de capturabilidad del atún aleta amarilla (*Thunnus albacares*) en el océano Pacífico Oriental. Inter. Amer. Trop. Tuna. Comm. 14.
- DOUBLEDAY, W.G. 1976. Environmental fluctuations and fisheries management. Inter. Comm. Northwest - Atl. Fish., Ser. pap. 1: 141-150
- DOW, R.L., F.R. BELL & D.M. HARRISMAN. 1975. Bioeconomic relationships for the Maine lobster fishery with consideration of alternative management schemes. Nat. Oceanic Atmos. Admin. (U.S.) Tech. Rep. NWFS SSRF-683. Seattle, Wash. 44 p.

- DOW, R.L. 1976. *yield trends of the american lobster resource with increased fishing effort.* Mar. Technol. Soc. J. 10: 17-25
- FELDMAN, M. & J. ROUGHGARDEN. 1975. *A population stationary distribution chance of extinction in a stochastic environment with remarks on the theory of species packing.* Theoret. Pop. Biol. 7: 197-207
- FELLER, W. 1983. Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones. Vol. I. Limusa. México. 504 p.
- FLOWERS, J.M. & S.B. SALLA. 1972. *An analysis of temperature effects on the inshore lobster fishery.* J. Fish. Res. Board Can. 29: 1221-1225
- GEREZ, V. & M. GRIJALVA. 1983. El enfoque de sistemas. 3a. ed. Limusa, México.
- GRANGER, C.W. & P. NEW BOLD. 1977. Forecasting economic time series. New York. Academic Press.
- GILLAND, J.A. 1977. The management of marine fisheries. U. of Washington Press. 198 p.
- HALL, Ch. & J. In. DHJ. 1977. Ecosystems modelling in theory and practice. John Wiley & Sons. - New York 684 p.
- HOFF, J.C. 1983. A practical guide to Box and Jenkins forecasting. Lifetime Learning Publications.
- ILES, T.D. 1973. *Interaction of environment and parent stock size in determining recruitment in the pacific sardine as revealed by analysis of density-dependent growth.* Trans. P.V. Res. Couns. Int. Explor. Mer. 164: 228-240.
- JENKINS, G.M. 1979. *Practical experiences with modelling and forecasting time series.* Jersey: - Guilym. Jenkins & Partners (overseas) Ltd.
- JOSEPH, J. 1970. *Management of tropical tunas in the Eastern Pacific Ocean.* Trans. of the Amer. Fish. Soc. 99: 629-648
- KEIDING, N. 1975. *Extinction and exponential growth in random environments.* Theoret. Pop. Biol. 8: 49-63
- KESTER, A.R. & R. BARAKAT. 1974. *Exact solutions to certain stochastic differential equation models of population growth.* Theoret. Pop. Biol. 6: 199-216

- LASKER, R. 1975. Paper presented at the joint Oceanographic Assembly Edinburgh, Scotland, September 1976. Fish. Res. Bull. 73 : 453
- LETT, P.F. & A.C. MÜLLER. 1976. Recruitment: A problem of multispecies interaction and environmental perturbations with specific reference to the Gulf of St. Lawrence Atlantic herring, Clupea harengus harengus. J. Fish. Res. Board Can. 33: 1353-1371
- LEVINS, R. 1969. The effect of random variation of different types on population growth. Proc. Nat. Acad. Sci. 62:1061-1065
- LEVONTIN, R.C. & D. COHEN. 1969. On population growth in a randomly varying environment. Proc. Nat. Acad. Sci. 62: 1056-1060
- MARTIN, W.R. & A.C. MÜLLER. 1965. Variation in recruitment of cod, Gadus morhua, in northern ICHAF waters, as related to environment changes. Int. Comm. Northwest Atl. Fish. Surv. Publ. 6:833-846
- MAKRIDAKIS, S., S.C. WHEELRIGHT, & V.E. MCGEE. 1983. Forecasting: Methods and Applications. New York. 923 p.
- MAY, R. 1973. Stability in randomly fluctuating versus deterministic environment. Amer. Natur. 107: 621-650
- MAY, R. 1974. Stability and complexity in model ecosystems. Princeton Univ. Press, Princeton NJ. 264 p.
- MAY, R., J.R. BEDDINGTON., J.W. HURWOOD & J.G. SHEPHERD. 1978. Exploiting natural populations in an uncertain world. Mathematical Biosciences 42: 219-252
- MENDENHALL, W & R.E. REJMANOTH. 1981. Estadística para la administración y economía. Madrid: Internacional Iberoamericana 707 p.
- MARIAS, J. 1973. Response of the equatorial counter current to the subtropical atmosphere. Science 181: 1244-1245
- NELSON, C.R. 1973. Applied time series analysis for managerial forecasting. San Francisco.
- ORANGE, C.J. & T.P. CALKINS. 1981. Geographical distribution of yellowfin and skipjack tuna catches in the Eastern Pacific Ocean fleet and total catch statistics 1975-1978. Inter. Amer. Trop. Tuna Comm. 18: 104-210

- ORACH-MEZA, F.L. & S.B. SALLA. 1978. Application of a polynomial distributed lag model to the Maine lobster fishery, Trans. Am. Fish. Soc. 107: 402-417
- PELLA, J.J. & P.K. TOMLINSON. 1969. A generalized stock production model. Inter. Amer. Trop. Tuna Comm. 13: 421-487
- PIELOU, E.C. 1969. Mathematical ecology. New York. 384 p.
- QUENOUILLE, M.H. 1949. The joint distribution of serial correlation coefficients. Annals Mathematical Statistics. 20: 561-571
- RABINOVICH, J.E. 1980. Introducción a la ecología de poblaciones animales. C.E.C.S.A. 313 p.
- RICKER, W.E. 1975. Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. Department of the environmental fisheries and Marine service. Ottawa. 382 p.
- RETTER, W.O. & S. QIZIMAN. 1979. Preliminary results of the study of meteorological effects on the productivity of the Panama Bight. Geo. Int. 18: 177-195
- RETTER, W.O. & S. QIZIMAN. 1982. Efectos Meteorológicos y oceanográficos en la productividad del Océano Pacífico del Este. Geofísica. 17: 23-39
- RETTER, W.O., R. KLIMEK & S. QIZIMAN. 1983. Sobre la abundancia, distribución y comportamiento del atún aleta amarilla del Océano Pacífico del Este y su correlación a condiciones Físico-ambientales. Geofísica 17:1-22
- RUGHGARDEN, J. 1975. A simple model for population dynamics in stochastic environments. Amer. Natur. 109:713-736
- SLUTZKY, E. 1937. The summation of random causes as the source of cyclic processes. Econometrica 5:105-146
- STEELE, J.H. & E.W. HENDERSON. 1984. Modelling long-term fluctuations in fish stocks. Science. 224: 985-987
- STEENMAN-NIELSEN, E. 1955. Production of organic matter in the oceans. J. Mar. Res. 14: 374-386

- SHIMADA, B.M. & M.B. SCHAEFER. 1956. A study of changes in fishing effort, abundance, and yield for yellowfin and skipjack tuna in the eastern tropical Pacific Ocean. Inter. Amer. Trop. Tuna. Comm. 1:351-469
- STUCLIFFE, W.H. 1972. Some relations of land drainage, nutrients, particulate material and fish catch in two eastern Canadian bays. J. Fish. Res. Board. Can. 29: 357-362
- STUCLIFFE, W.H. 1973. Correlations between seasonal river discharge and local landings of american lobster Homarus americanus and atlantic halibut Hippoglossus hippoglossus in the Gulf of St. Lawrence. J. Fish. Res. Board. Can. 30:856-859
- STUCLIFFE, W.H., K. DRINKWATER & B.S. PUIR. 1977. Correlations of fish catch and environmental factors in the Gulf of Maine. J. Fish. Res. Board. Can. 34:19-30
- SUZUKI, Z., P.K. TOMLINSON. & M. HOMA. 1978. Population structure of Pacific Yellowfin Tuna. Inter. Amer. Trop. Tuna. Comm. 17:277-441
- TAYLOR, C.C., H.B. BIGELOW, & H.W. GRAHAM. 1957. Climatic trends and the distribution of marine animals in New England. U.S. Fish Wildlife Serv. Fish. Bull. 57:293-345
- TUCKWELL, H.C. 1974. A study of some diffusion models of population growth. Theor. Pop. Biol. 5:345-357
- WALKER, A.M. 1931. On the periodicity in series of related terms. In proceedings of the Royal Society of London. A 131: 518-532
- WILSON, E. & W. BOSSERT. 1971. A primer of population biology. Sinauer Associates. 192 p.
- WOLD, H. 1954. A study in the analysis of stationary time series. Stockholm.
- YULE, G.U. 1926. Why do we sometimes get nonsense-correlations between time series? A study in sampling and the nature of time series. Jour. of the Royal Statistical Society, 89: 1-64

## APENDICE A

### PROCESO COMPLETAMENTE ALEATORIZADO

Un proceso discreto es llamado completamente aleatorizado, si las variables aleatorias  $P_t$  son una secuencia de variables mutuamente independientes e idénticamente distribuidas. De esta definición se tiene que el proceso posee media y varianzas constantes, y que

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \text{cov}(P_t, P_{t+h}) \\ &= 0 \text{ para } h = \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

Como la media y la función de autocovarianza no dependen del tiempo, el proceso es estacionario y de segundo orden. De hecho, es claro que el proceso es estrictamente estacionario (ver Apéndice C) y la función de autocorrelación estará dada por:

$$\rho(h) \begin{cases} 1 & h = 0 \\ 0 & h = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

Un proceso completamente aleatorio es a menudo llamado de "Ruido Blanco", especialmente por los ingenieros (Chatfield, 1982); (Box y Jenkins, 1976) y (Feller, 1983).



APENDICE B

FUNCION DE AUTOCORRELACION

Como se ha visto en las generalidades sobre ambientes estocásticos predecibles, los coeficientes de autocorrelación muestrales de una serie de tiempo (observada), son un conjunto estadístico importante para describir la serie. Igualmente la función de autocorrelación - teórica - (f.a.c.) de un proceso estacionario es una herramienta para hablar de sus propiedades.

Veamos algunas propiedades de las f.a.c. (Chatfield, 1982) :

Supongamos que un proceso estacionario estocástico  $(P_t)$  tiene media  $\mu$ , varianza  $\sigma^2$ , f.a.c.v.  $\gamma(h)$  y f.a.c.  $f^{\rho}(h)$ , entonces

$$f^{\rho}(h) = \gamma(h)/\gamma(0) = \gamma(h)/\sigma^2$$

note que  $f^{\rho}(0) = 1$

PROPIEDAD 1. La función de autocorrelación (f.a.c.) es una función par, del rezago en la cual

$$f^{\rho}(h) = f^{\rho}(-h)$$

Esto es fácil de demostrar ya que  $f^{\rho}(h) = \gamma(h)/\sigma^2$  y  $(P_t)$  es estacionaria, de tal forma que:

$$\begin{aligned}\gamma(h) &= \text{cov}[P(t), P(t+h)] \\ &= \text{cov}[P(t-h), P(t)] \\ &= \gamma(-h)\end{aligned}$$

PROPIEDAD 2.  $|f^{\rho}(h)| \leq 1$  Esto puede ser probado haciendo notar que:

$$\text{Var}[\lambda_1 P(t) + \lambda_2 P(t+h)] \geq 0$$

Para cualquier valor de las constantes  $\lambda_1, \lambda_2$  esta varianza sería igual a

$$\begin{aligned}\lambda_1^2 \text{Var}[P(t)] + \lambda_2^2 \text{Var}[P(t+h)] + 2\lambda_1\lambda_2 \text{cov}[P(t), P(t+h)] = \\ (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \sigma^2 + 2\lambda_1\lambda_2 \gamma(h)\end{aligned}$$

Cuando  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ , encontramos que:

$$\gamma(h) \geq -\sigma^2$$

de tal forma que  $\rho(h) \geq -1$

Cuando  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1$  vemos que

$$\sigma^2 \geq \gamma(h)$$

$$\text{y} \\ \rho(h) \leq +1$$

**PROPIEDAD 3 . No-unicidad.** Para una función de autocovarianza particular, corresponde solamente un posible proceso normal estacionario. Como se ve en (Apéndice C), un proceso estacionario está "completamente determinado por su media, varianza y función de autocorrelación. Sin embargo, siempre se hace posible encontrar muchos procesos no normales con la misma f.ac. y esto crea dificultades a la hora de interpretar las mismas funciones de autocorrelación. Jenkins y Watts (1968) dan un ejemplo de dos procesos estocásticos diferentes que tienen la misma f.ac.

APENDICE C

PROCESOS ESTACIONARIOS

Una clase importante de procesos estocásticos son aquellos que son estacionarios. Se dice que una serie de tiempo es estacionaria, si no existe cambio sistemático en la media, sin tendencia, si no existe cambio sistemático en la varianza y si estrictamente las variaciones periódicas han sido removidas de la serie, Chatfield (1982) y Makridakis et al. (1983).

Por otra parte, una serie de tiempo se dice ser estrictamente estacionaria, si la distribución conjunta de  $P(t_1), \dots, P(t_n)$  es la misma que la distribución conjunta de  $P(t_1 + h), \dots, P(t_n + h)$  para todo  $t_1, \dots, t_n, h$ . En otras palabras, cambiando el origen por una cantidad  $h$ , no tiene ningún efecto en las distribuciones conjuntas, las cuales por consiguiente dependen solamente de los intervalos entre  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . Esta definición es válida para cualquier valor de  $n$ . En particular, si  $n = 1$ , implica que la distribución de  $P(t)$  debe ser la misma para todo  $t$ , de tal forma que

$$\begin{aligned}\mu(t) &= \mu \\ \sigma^2(t) &= \sigma^2\end{aligned}$$

ambas son constantes que no dependen del valor de  $t$ .

Si  $n = 2$ , la distribución conjunta de  $P(t_1)$  y  $P(t_2)$  depende solamente de  $(t_2 - t_1)$  lo cual es llamado rezago o desfazamiento. Por lo tanto, la función de autocovarianza  $\gamma(t_1, t_2)$ , depende solamente de  $(t_2 - t_1)$  y puede ser escrita como:

$$\begin{aligned}\gamma(h) &\text{ donde} \\ \gamma(h) &= E[(P(t) - \mu)(P(t+h) - \mu)]\end{aligned}$$

llamado coeficiente de autocovarianza con rezago  $h$ .

El tamaño que toman estos coeficientes  $\gamma(h)$ , depende de las unidades en las que  $P(t)$  es medida. Para propósitos de interpretación, es conveniente estandarizarlos, produciendo una función llamada función de autocorrelación (f.a.c.) dada por:

$$\rho(h) = \gamma(h) / \gamma(0)$$

$\rho(h)$  mide la autocorrelación entre  $P(t)$  y  $P(t+h)$ ;  $h$  en  $\mathcal{Y}(h)$  y  $\rho(h)$  es discreta si el tiempo es discreto, como en el presente trabajo y continua si la serie es continua.

A primera instancia parece sorprendente sugerir que existan procesos para los cuales la distribución de  $P(t)$  sea la misma para todo  $t$ . Sin embargo, existen muchos procesos  $\{P(t)\}$  que poseen lo que se ha llamado una distribución en equilibrio cuando  $t \rightarrow \infty$ , en las cuales la distribución probabilística de  $P(t)$  tiende a un límite que no depende de las condiciones iniciales. Por lo tanto, una vez que dicho proceso ha estado corriendo por algún tiempo, la distribución de  $P(t)$  cambiará un poco. Si las condiciones iniciales se especifican como idénticas a una distribución en equilibrio, el proceso es estacionario en el tiempo y la distribución de equilibrio es entonces la distribución estacionaria del proceso. Por supuesto que si la distribución condicional  $P(t_2)$  dado  $P(t_1)$  ha tomado un valor particular digamos  $P(t_1)$ , puede ser muy diferente de la distribución estacionaria, pero esto es perfectamente consistente con que el proceso sea estacionario.

PATRONES EN SERIES DE TIEMPO

*Un paso muy importante al seleccionar un método apropiado en el análisis de Series de Tiempo, consiste en determinar el tipo de patrón que presentan los datos, de tal forma que los métodos más apropiados para esos patrones puedan ser probados.*

*Cuatro tipos principales de posibles patrones que pueden presentar los datos han sido presentados por Box y Jenkins (1976); Chatfield (1982); Makridakis et al. (1983) y otros. Estos son: horizontal o estacionario, estacional, cíclico y de tendencia (con incremento o decremento).*

- 1.- Un patrón horizontal existe cuando los valores fluctúan alrededor de un valor promedio constante. En tales casos se dice que el patrón es estacionario en su media. Cualquier variable que no se incremente o que presente decremento en el tiempo será de este tipo. Para una mejor comprensión del mismo, obsérvese la - Fig. D . 1 .*
- 2.- Un patrón estacional se presenta cuando la serie está influenciada por factores estacionales ( efectos trimestrales, mensuales, etc., dependiendo de la unidad de tiempo utilizada). Un ejemplo de un efecto trimestral puede ser observado en la Fig. D . 2 .*
- 3.- El patrón cíclico existirá cuando los datos son influenciados por fluctuaciones de la variable a largo plazo. La diferencia de éste con el estacionario, reside en que este último presentará valores mayores o menores a longitudes constantes o periódicas, mientras que el cíclico varía tanto en longitud del periodo, como en la magnitud de la variable en estudio. Gráficamente esto podría ser observado en la Fig. D . 3 .*
- 4.- Por último, un patrón con tendencia se presentará, cuando los datos se encuentren en incremento o decremento a lo largo del tiempo estudiado. Un ejemplo de un patrón con tendencia hacia arriba, puede ser observado en la Fig. D . 4 .*

En muchas ocasiones, las series incluirán combinaciones de los patrones arriba - descritos. En tales casos, los métodos de análisis a utilizar deberán ser capaces de distinguir cada uno de los patrones, para ser separados.

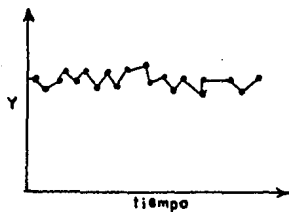


Fig. D.1. Patrón Estacionario.

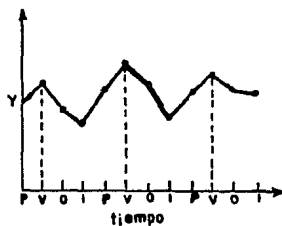


Fig. D.2. Patrón Estacional.

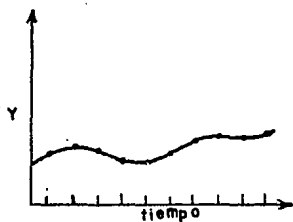


Fig. D.3. Patrón Cíclico.

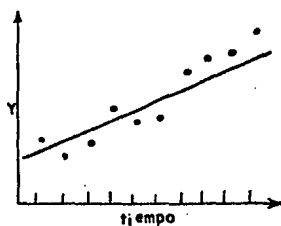


Fig. D.4. Patrón con Tendencia.

APENDICE E

PROGRAMA PARA OBTENER LOS VALORES DE LAMBDA Y DEL ERROR  
DE SEGUIMIENTO ENTRE EL TAMAÑO POBLACIONAL ( $P_t$ ) Y EL NIVEL  
DE LOS RECURSOS ( $K_t$ ) PARA CADA ZONA.

```

10 calculo de valores de lambda
20 *** la nomenclatura es la siguiente ***
30 autocorrelacion (h) = h, autocorrelacion (h - 1) = t
40 r = tasa intrinseca de crecimiento
50 s = cociente de poblacion/ambiente
60 x = autocorrelacion al tiempo h
70 L1 = lambda
80 INPUT "dame el numero de la zona";Z
90 PRINT "zona";Z
100 INPUT "h=";H
110 INPUT "t=";T
120 INPUT "r=";R
130 *** para obtener el valor de lambda se plantea una ecuacion de la forma ***
140 ***  $\lambda^n + B\lambda + c = p$  donde la raiz en el intervalo ***
150 ***  $-1 < \lambda < 1$  sera la que utilizemos ***
160 C = (H - T*(1-R))/R*(2-R)
170 B = (1-R)*(H-T*(1-R))/R*(2-R)
180 PRINT "h=";H,"t=";T,"r=";R
190 PRINT:PRINT "b=";B,"c=";C
200 INPUT "x=";X
210 PRINT "x=";X
220 INPUT "valor inicial de lambda";L1
230 *** se utiliza aqui Newton Raphson para aproximarnos rapidamente a la raiz
240 P=L1 - (L1^X-B*L1-C) / (X*L1^(X-1) - B)
250 IF ABS (P - L1) <= .0001 GOTO 280
260 L1=P: GOTO 250
270 P=L1 "P es el valor de lambda"
280 PRINT " el valor de lambda es :";L1
290 S=(R/(2-R))*((1+(1-R)*L1)/(1-(1-R)*L1))
300 E=2*(1-L1)/(2*(1-L1)+R*((3*L1-1)-(R*L1)))
310 PRINT "el cociente de la varianza de la poblacion entre la del ambiente"
320 LPRINT "el cociente de la varianza de la poblacion entre la del ambiente"
330 PRINT "es de";S
340 LPRINT "es de";S
350 PRINT "error de seguimiento:";E
360 LPRINT "ERROR DE SEGUIMIENTO:";E
370 PRINT:PRINT
380 GOTO 10

```

DESARROLLO MATEMATICO EN LA OBTENCION DE LA ECUACION ( 4 ) A PARTIR DE ( 2 )

Partiendo de :

$$P_{t+1} = \left( r + 1 - \frac{r}{K_t} P_t \right) P_t \quad ( 2 )$$

Al hablar del tamaño de la población ( $P_t$ ) y de la capacidad de sostén ( $K_t$ ) en términos de sus desviaciones con respecto a  $\bar{K}$ , las anomalías están dadas por:

$$\begin{aligned} k_t &= K_t - \bar{K} \\ p_t &= P_t - \bar{K} \\ p_{t+1} &= P_{t+1} - \bar{K} \end{aligned} \quad ( 3 )$$

Sustituyendo ( 3 ) en ( 2 ) queda :

$$P_{t+1} + \bar{K} = \left[ r + 1 - \frac{r(P_t - \bar{K})}{\bar{K} + k_t} \right] (P_t + \bar{K})$$

$$P_{t+1} + \bar{K} = \left[ \frac{r(K_t + \bar{K}) + (k_t + \bar{K}) - r(P_t + \bar{K})}{\bar{K} + k_t} \right] (P_t + \bar{K})$$

$$P_{t+1} + \bar{K} = \left[ \frac{r k_t + r \bar{K} + k_t + \bar{K} - r P_t - r \bar{K}}{\bar{K} + k_t} \right] (P_t + \bar{K})$$

$$P_{t+1} + \bar{K} = \frac{r P_t k_t + r k_t + P_t \bar{K} - r P_t^2 + r k_t \bar{K} + k_t \bar{K} + \bar{K}^2 - r P_t \bar{K}}{\bar{K} + k_t}$$

$$P_{t+1} + \bar{K} = \frac{(k_t + \bar{K} - r \bar{K})}{\bar{K} + k_t} P_t + \frac{\bar{K}(r k_t + \bar{K} + k_t)}{\bar{K} + k_t} + \frac{r(k_t - P_t)}{\bar{K} + k_t} P_t$$

$$P_{t+1} + \bar{K} = \left[ 1 - r \left( \frac{\bar{K}}{\bar{K} + k_t} \right) \right] P_t + \bar{K} \left( \frac{r k_t}{\bar{K} + k_t} + 1 \right) + \frac{r(k_t - P_t)}{\bar{K} + k_t} P_t$$

$$P_{t+1} = \left[ 1 - r \left( \frac{\bar{K}}{\bar{K} + k_t} \right) \right] P_t + r \left( \frac{\bar{K}}{\bar{K} + k_t} \right) k_t + \bar{K} - \bar{K} + \frac{r(k_t - P_t) P_t}{\bar{K} + k_t}$$

$$P_{t+1} = \left[ 1 - r \left( \frac{\bar{K}}{\bar{K} + k_t} \right) \right] P_t + r \left( \frac{\bar{K}}{\bar{K} + k_t} \right) k_t + r \left( \frac{k_t - P_t}{\bar{K} + k_t} \right) P_t \quad ( 4 )$$



APENDICE 9

Con la suposición de un proceso de primer orden en las capacidades de sostén ( $K$ ) ecuación (10), una expresión puede ser obtenida en el cálculo de las autocorrelaciones de la producción pesquera a tiempo  $h$ , en base a los valores de  $r$  y  $\rho$ , y de las autocorrelaciones anteriores. Para ello, la función de autocovarianza en las capacidades de sostén en forma recursiva.

$$\text{Teniendo: } p_t = (1-r) p_{t-1} + r k_{t-1} \quad (2.1)$$

Multiplicando ambos lados por  $p_{t-h}$  ( $h \geq 0$ ) se tiene

$$p_t \cdot p_{t-h} = (1-r) p_{t-1} \cdot p_{t-h} + r k_{t-1} \cdot p_{t-h} \quad (2.2)$$

Tomando esperanzas en ambos lados queda,

$$E \{ p_t \cdot p_{t-h} \} = E \{ (1-r) p_{t-1} \cdot p_{t-h} + r k_{t-1} \cdot p_{t-h} \}$$

Así

$$\gamma_p(h) = (1-r) \gamma_p(h-1) + r \gamma_{kp}(h-1) \quad (2.3)$$

Donde  $\gamma_{kp}(h)$  es la función de covarianza cruzada entre  $k_t$  y  $p_{t-h}$  y esto puede a su vez ser expresado en términos de la función de autocovarianza de las capacidades de carga, como sigue:

$$p_{t-h} = \sum_{i=1}^{\infty} r(1-r)^{i-1} k_{t-h-i} \quad (2.4)$$

que al multiplicar por  $k_t$  da como resultado

$$k_t \cdot p_{t-h} = \sum_{i=1}^{\infty} r(1-r)^{i-1} \gamma_K(h+i) \quad (2.5)$$

Tomando nuevamente las esperanzas

$$\gamma_{kp}^h = \sum_{i=1}^{\infty} r(1-r)^{i-1} \gamma_K(h+i) \quad (2.6)$$

Formando  $\gamma_{kp}(h-1)$  y basándonos en la ecuación anterior y sustituyéndola en (2.3) da una fórmula recursiva general para la función de autocovarianzas:

$$\gamma_p(h) = (1-r) \gamma_p(h-1) + r \sum_{j=0}^{\infty} r(1-r)^j \gamma_K(h+j) \quad (2.7)$$

Dividiendo esta ecuación entre (11) tenemos:

$$\gamma_p(h)/\sigma_p^2 = \int_p^0(h)$$

$$\int_p^0(h) = \frac{(1-r)\gamma_p(h-1)}{\sigma_p^2} + \frac{r \sum_{j=0}^{\infty} r(1-r)^j \gamma_k(h+j)}{\sigma_p^2}$$

$$\int_p^0(h) = (1-r)\int_p^0(h-1) + \frac{r \sum_{j=0}^{\infty} r(1-r)^j \gamma_k(h+j)}{\frac{r}{(2-r)} \frac{1+(1-r)\lambda}{1-(1-r)\lambda} \sigma_k^2} \text{ de (11)}$$

$$\int_p^0(h) = (1-r)\int_p^0(h-1) + \frac{r \sum_{j=0}^{\infty} r(1-r)^j \gamma_k(h+j)(2-r)(1-(1-r)\lambda)}{r(1+(1-r)\lambda)\sigma_k^2}$$

Se habla dicho que

$$\frac{\gamma_k(h+j)}{\sigma_k^2} = \lambda^{h+j}$$

y que

$$\int_x^0(h+j) = \lambda^{h+j}$$

como

$$j \geq 0 \quad \int_x^0(h) = \lambda^h$$

$$\begin{aligned} \int_p^0(h) &= (1-r)\int_p^0(h-1) + \frac{(2-r)(1-(1-r)\lambda)\int_p^0(h) \sum_{j=0}^{\infty} r(1-r)^j}{(1+(1-r)\lambda)} \\ &+ \frac{(2-r)(1-(1-r)\lambda)\lambda^h \sum_{j=0}^{\infty} r(1-r)^j}{(1+(1-r)\lambda)} \\ &+ \frac{(2-r)(1-(1-r)\lambda) \sum_{j=0}^{\infty} r(1-r)^j \lambda^{h+j}}{(1+(1-r)\lambda)} \\ &+ \frac{(2-r)(1-(1-r)\lambda)r\lambda^h \sum_{j=0}^{\infty} (1-r)^j \lambda^j}{(1+(1-r)\lambda)} \\ &+ \frac{(2-r)(1-(1-r)\lambda)}{(1+(1-r)\lambda)} \cdot r\lambda^h \frac{1}{1-(1-r)\lambda} \end{aligned}$$

Así tenemos como resultado la ecuación (12) utilizada en este trabajo:

$$\int_p^0(h) = (1-r)\int_p^0(h-1) + \frac{(2-r)r\lambda^h}{1+(1-r)\lambda} \quad (12)$$