T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRIA EN ARQUITECTURA

TECNOLOGIA

PRESENTA

MARIO DE JESUS CARMONA Y PARDO.

CD. UNIVERSITARIA, D.F., 1980.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

C O N T E N I D O . PAGS.

CONSIDERACIONES GENERALES.

La matemática, como una expresión de la mente humana refleja la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética; desarrolla también la imaginación pero le impide al mismo tiempo vagar más allá de los límites de una lógica rigurosa.

Unicamente bajo una disciplina de responsabilidad -- frente a un todo orgánico, guiada solo por necesidades intrínsecas puede la mente libre obtener resultados de valor científico.

En sus relaciones con las matemáticas, toda ciencia pasa por las cuatro fases siguientes:

Empírica, cuando se cuentan los hechos.
Experimental, cuando se los mide.
Analítica, cuando se los calcula, y
axiomática, cuando se los deduce,
convirtiéndose de esa manera en un órgano de acción y en un modo de percepción.

La matemática no es solo un incomparable objeto de cultura, sino también una herramienta de trabajo que puede prestar maravillosos servicios, desde luego considerando que no pueden existir sin esfuerzo.

En el futuro inmediato, la tarea universal de la matemática puede considerarse como la de establecer nuevamente una unión orgánica entre la ciencia pura y la aplicada y un equilibrio estable entre la generalidad abstracta y la individualidad concreta.

Es innegable que las matemáticas han sufrido y siguen sufriendo una evolución en su estructura, evolución que sobre todo se refiere a la forma en que se presentan y encadenan los diversos temas de la misma.

Por otra parte, cuando una disciplina llega al grado de abstracción suficiente para poder ser denominada ciencia, y comienza a utilizar representaciones o mo delos de la realidad que pretenden describir en la forma más flexible, general y vacía de ambigüedades, necesita para esta descripción y para su comunicación el "Lenguaje de las Matemáticas".

Estas, en su aspecto contemporáneo nos permiten expresar cosas que era difícil hacer en la forma tradicional, de aquí y lo anteriormente expuesto, considero fundamental que el estudiante conozca este enfoque moderno, es decir los conceptos y el léxico de las matemáticas renovadas.

Para conseguir este objetivo, no solo es preciso querer, sino que se requiere de tiempo y fundamentalmente de medios didácticos adecuados para que la persona que estudia esta disciplina consiga el fin que se ha propuesto; aprender matemáticas, organizar su mente y aplicar sus conocimientos.

Es la intención principal de este estudio, el analizar los factores que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas en función de la didáctica o sea del arte de enseñar y la forma de aplicar los conocimientos adquiridos, principalmente en el área correspondiente a la arquitectura.

MODELO CONCEPTUAL GENERAL DE LA ENSEÑANZA. (1)
EL APRENDIZAJE.

El ciclo de aprendizaje de acuerdo a las diferentes áreas de conocimiento, puede concebirse como la etapa intermedia entre el maestro y el alumno constituyendo estos respectivamente la causa y el efecto, mismos que a través del medio educativo realizan en el comportamiento posterior del individuo. (del estudiante).

DESARROLLO DEL LENGUAJE	ESTIMULO A LA ACTIVIDAD	INCENTIVO A LA EXPRESION	PROFESOR (CAUSA)
CICLO DE APRENDIZAJE POR AREA DE CONOCIMIENTO			MEDIO EDUCATIVO
ASIMILACION DEL LENGUAJE	ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS	EXPRESION INDIVIDUAL DEL ALUMNO	ALUMNO (EFECTO)

B. Othunel Smith

Como producto del aprendizaje se deben realizar en el individuo ciertos cambios de conducta; tales como:

adquisición de conocimientos e informaciones; adquisición de habilidad y destreza en el manejo de instrumentos; capacidad de apreciación; formas de respuestas fijas; actitud de comprensión y respeto hacia los demás, así como capacidad de afrontar situaciones problemáticas.

A los cambios conductuales señalados con antelación como resultado del aprendizaje les podemos concluir que se realizan en la persona a través de sus experiencias, por las diversas situaciones que en forma directa ocurriéndole personalmente o indirectamente mediante experiencias que le son comunicadas y que in fluyen en el comportamiento posterior.

Existe el aprendizaje basado en la educación sistemática e intencionada buscando capacitar a la persona para volverla el sujeto responsable de su propia instrucción; es decir: capacitar al alumno para que aproveche todos los estímulos que el contacto con la realidad le proporcionen para que "aprenda a aprender", constituyendo esto un ciclo de educación permanente.

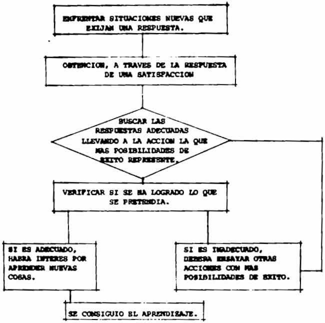
En el campo de la didáctica, debemos considerar cuatro factores que son de una importancia definitiva:

La planeación.
La motivación.
El aprendizaje.
La evaluación.

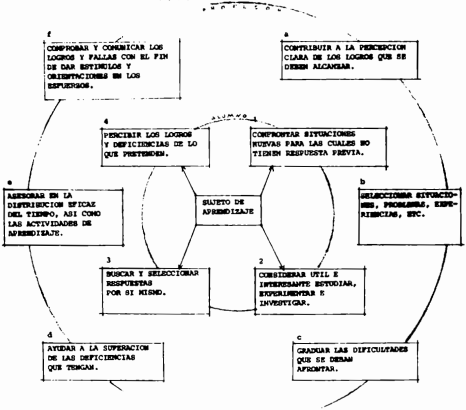
Constituyendo el aprendizaje el objetivo principal de este estudio, relacionado endógenamente con las otras tres variables.

(1) Contemporary thougth in teaching, B Othunel Smith, Prentice-Hall. 1971.

DIAGRAMA DE REQUERIMIENTOS PARA EL APRENDIZAJE.



MODELO DE APRENDIZAJE.
RELACION PROFESOR - ALUMNO
a,b,c,d,e,f. 1-2-3-4 .



(2) Manual de Didáctica General Curso

Durante el proceso de aprendizaje se realizan en el estudiante ciertos cambios de conducta como ya se dijo y son tres las actividades que se realizan en él, dentro de la modificación del comportamiento.

Modificación del Comportamiento.	Asociación. Motivación. Refuerzo.

ASOCIACION

Es un conexión espacial y temporal entre cada dos experiencias llamada contigüidad.
A un estímulo determinado le corresponderá una reacción.

$$E_1 \longrightarrow R_1$$
$$E_2 \longrightarrow R_2$$

Como ejemplos muy simples se pueden mencionar los siguientes:

Después de un relámpago se espera el trueno.
Ante una letra un sonido.

Cuanto mayor sea la rapidez con que se cambian en el organismo las actitudes y disposiciones, mayor debe ser también la rapidez con que se sucedan los estímulos o las reacciones para que puedan asociarse.

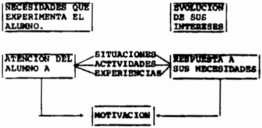
Siendo la única condición el no mezclar asociaciones, pues habrá inhibición retroactiva y necesariamente una de ellas será reprimida, esto sucede frecuentemente en el estudio de idiomas, si este no está bien llevado.

MOTIVACION.

La asociación entre el estímulo y una reacción es intensificada por un efecto ulterior positivo (satisfacción de una necesidad) y debilitada por uno ulterior negativo (fracaso).

Para el proceso de enseñanza-aprendizaje, hay que tener presente que las necesidades, el interés y la atención del alumno, están en una relación dinámica, constituyendo la motivación de la conducta del sujeto, que lo inducirá a actuar.

(2)



REFUERZO.
Es un proceso que determina una más frecuente aparición de una forma de comportamiento (reacción); en cuanto su exteriorización, va seguido de una determinada respuesta del medio ambiente.

(2) Manual de Didáctica General Curso Introductorio, Centro de Didáctica, UNAM. 1972.

LOS OBJETIVOS

La especificación de objetivos determina el comportamiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje que se pretende realizar o desarrollar en el alumno, siendo esto una modificación en algún aspecto de la conducta del sujeto de aprendizaje.

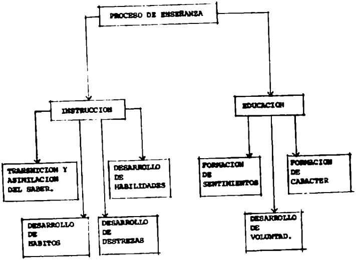
La definición de objetivos de aprendizaje es fundamental para:

- Saber a dónde va.
- Tener eficacia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Poder programar y estructurar adecuadamente las experiencias necesarias para el aprendizaje.
- Utilizar con eficacia los recursos disponibles.
- Realizar una revisión crítica del proceso de enseñanza-aprendizaje y la corrección de la acción educativa
- Establecer un control apropiado, coherente y eficaz de la situación de enseñanza-aprendizaje.

Dichos objetivos deben propiciar la adquisición de conocimientos e informaciones, hábitos, habilidades y actitudes dentro de tres grandes áreas:

Cognositiva: En procesos mentales o intelectuales
Afectiva: En actitudes, sentimientos y valores
Psicomotriz: En habilidades neuromusculares o físicas incluyendo grado de destreza.

Los conocimientos, hábitos, habilidades y actitudes mencionados anteriormente se pueden dividir en dos factores del proceso de enseñanza según "Karlheim Tomas Chensky".

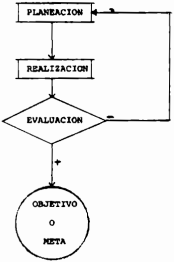


MODELO DEL PROCESO DE ENSEÑANZA
KARLHEIN TOMASCHEWSKY

DIDACTICA GENERAL, KARLHEIN TOMASCHEWSKY, EDITORIAL GRIJALBO.

METODO Y PROCEDIMIENTOS.

El alcance de los objetivos se consigue a través de un método, que fundamentalmente comprende las si--- guientes fases:



Es decir, que se debe tener presente que el valor - didáctico de los recursos no dependen de ellos en - sí mismos, sino del correcto uso que se les dé.

PLANEACION:

Es:

- Partir de una situación percibida de un contexto - real
- Analizar la relación que guarda con el aquí y el - ahora de los alumnos.
- Reflexionar y escoger los caminos particulares y - los recursos que puedan ser utilizados para conseguir respuestas satisfactorias que permitan lograr los objetivos propuestos.

REALIZACION:

- Llevar a cabo las actividades, previamente estudiadas y analizadas por el profesor.

EVALUACION:

- Verificar los resultados obtenidos en relación con los objetivos propuestos. (Esta es una actitud fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje).

Para alcanzar los objetivos fijados, se deben aplicar los procedimientos didácticos más eficientes de acuerdo con:

A) La naturaleza misma del contenido de aprendizaje
B) Los productos de aprendizaje que se desean obtener
C) El tiempo de que se dispone
D) Las características de los alumnos
E) El número de alumnos que forman el grupo
F) Los recursos disponibles
G) La graduación y distribución de repasos y prácticas

LA PLANEACION

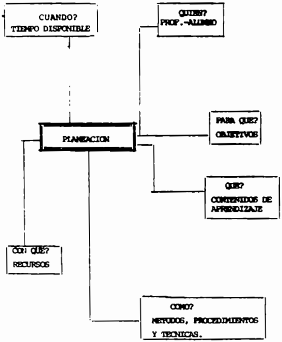
Para prevenir y evitar las deficiencias que reflejan la realización y valorización del proceso de enseñanza-aprendizaje y hacer de este algo eficaz, es necesario llevar a cabo una planeación de la enseñanza en una forma organizada y secuencial, seleccionando y jerarquizando los contenidos y las actividades de aprendizaje.

Esta actividad simplifica el trabajo, en virtud de que constituye en sí misma una guía que permite analizar cuales son los propósitos de una acción educativa, como realizarla y como evaluarla.

PLANEACION

- DEBE SER
  PRECISA Y CLARA EN ENUNCIADOS, INDICACIONES Y SUGERENCIAS.
- REALISTA
  OBJETIVOS, CIRCUNSTANCIAS, LUGAR, TIEMPO, CARACTERISTICAS DE LOS ALUMNOS Y RECURSOS DISPONIBLES
- FLEXIBLE
  PARA PERMITIR AJUSTES

MODELO DE PLANEACION



LA EVALUACION

Es, dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, la evaluación, un aspecto de fundamental importancia y realizarla es obligado, pues solo así se cumplirá la función de retroalimentar dicho proceso, proporcionando así, información sobre su realización, permitiendo una mejor adecuación de los propósitos y de los medios de aprendizaje.

Desde el punto de vista de la eficacia se puede afirmar, que la evaluación es útil para verificar la consecución de un propósito, para darse cuenta si se ha modificado la conducta inicial del alumno y para reunir evidencias objetivas, tanto de éxitos como de deficiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por lo que toca a su utilidad, permite al alumno renovar sus esfuerzos y superar deficiencias, así como al profesor, corregir y mejorar los procedimientos y recursos empleados y obliga a revisar el programa.

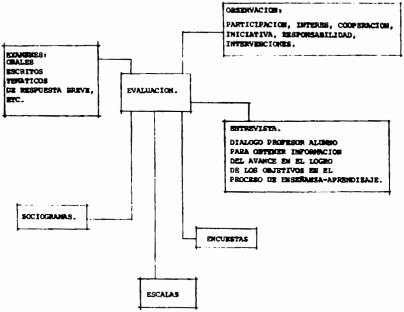
El modo de efectuar la evaluación de los objetivos de aprendizaje propuestos y de la organización, planeación y realización de actividades en forma directa e indirecta respectivamente, lo constituyen los exámenes.

Estos, sirven para medir:

-El grado en que los alumnos han alcanzado los objetivos de aprendizaje.
-La eficacia de los métodos y recursos utilizados.
-La eficiencia del profesor en su tarea de orientador y guía.
-El éxito o el fracaso del proceso enseñanza-aprendizaje.

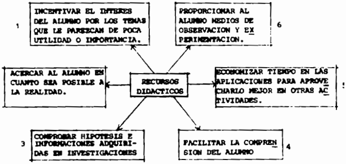
Concluyendo: la evaluación, para hacer del proceso de enseñanza-aprendizaje una realidad satisfactoria y eficaz, debe ser permanente, siendo este un proceso continuo y sistemático que consiste esencialmente en determinar en que medida la educación esta logrando los objetivos de aprendizaje planteados.

FORMAS DE EVALUACION.



RECURSOS DIDACTICOS

El profesor, cumpliendo con su función de guía del alumno debe contar con ciertos recursos en el proceso de enseñanza-aprendizaje que le auxilien a:



(2) Manual de Didáctica General Curso Introductorio, Centro de Didáctica, UNAM. 1972.

Estos recursos pueden ser:

Material impreso: Para que el alumno medite y adquiera una visión de la materia, que aprecie distintos enfoques sobre un mismo tema, que le proporcionen un criterio propio y que esté en contacto con el avance de la cultura.

Pizarrón: Para desarrollar problemas y fórmulas, elaborar cuadros sinópticos,-

hacer gráficas y diagramas e ilustrar fenómenos, etc.

Rotafolios:	Para desarrollar sintéticamente un tema e ilustrar un proceso.
Carteles:	Para proporcionar discusiones re-flexivas, despertar el interés por asuntos diversos y estimular la capacidad creadora de los alumnos.
Gráficas:	Para representar cualitativa o cuantitativamente un hecho o un proceso y favorecer la interpretación reflexiva de los cambios de determinados fenómenos.
Ilustraciones:	Para estimular el interés por algún tema, propiciar la observación, interpretación y comentarios de los problemas en cuestión y facilitar la compresión de un hecho.
Mapas:	Para representar una realidad física, ubicar al alumno en un lugar determinado y facilitar la compresión de ciertos fenómenos.
Material de Experimentación:	Para verificar sus propias hipótesis y poner en práctica las informaciones recibidas, desarrollar en el alumno la capacidad creadora y afirmar, comprobar y aplicar lo aprendido.
Material Audio-visual:	Para acercar al alumno a la realidad, ilustrar un tema de estudio, proporcionar una visión sintética del tema, estimular y mantener el -

el interés del alumno.

Todos estos recursos deberán:

- Prepararse y seleccionarse con anterioridad.
- Permitir que el alumno se acerque a la realidad.
- No obstaculizar el proceso de razonamiento del alumno.
- Favorecer a la actividad creadora del alumno.
- Ser utilizados en el momento oportuno.
- Ser ágiles y variados.

EL OLVIDO.

Se puede afirmar que es un hecho establecido que olvidamos varias de las cosas aprendidas, aunque se -- puedan utilizar muchas de ellas en alguna forma.
El olvido se puede medir mediante tres métodos:

A) Del recuerdo activo (de la reproducción).
Después de cierto tiempo tratar de reproducir libremente lo aprendido.

B) Del reconocimiento.
No reproducir libremente sino de una lista señalar lo que recuerda de lo que se le presentó primero.

C) Aprender de nuevo.
Ahorrando tiempo salen a relucir claros resultados de la retención.

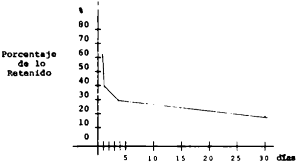
CURSO DEL OLVIDO.

El olvido no representa una desaparición uniforme de lo aprendido.

Se puede comprobar que la mayor parte de lo que se - olvida desaparece de la memoria muy poco tiempo después de haberlo aprendido, pero luego se olvida bastante poco.

Este fenómeno fue estudiado por Ebbinghaus, quien en

1885, llegó a establecer la gráfica del olvido.



Existen diversos factores que influyen en el proceso del olvido.

Inhibición Retroactiva = Aprender algo inmediatamente después de aprender otro concepto, influye negativamente en la retención, por la mezcla de los datos.

Repetición = Para disminuir el olvido.

Factores de motivación y emocionales = El olvido depende de la estabilidad emocional del sujeto que aprende y de la satisfacción de necesidades de motivación.

En suma: El maestro no necesariamente debe llevar todos los problemas hasta su completa solución, sino que convendrá que interrumpa antes de llegar a ese punto para mantener la motivación e incluso aumentarla, propiciando en el alumno el desarrollo de una inquietud creadora.

LA ARQUITECTURA Y LAS MATEMATICAS.

Para que exista la arquitectura como tal, es necesario que los proyectos se realicen, es decir que se lleve a cabo su construcción. Se puede decir que la construcción es un instrumento de la forma arquitectónica y por ende que la estructura es y ha sido siempre un componente esencial de la arquitectura, pero ésta es un arte espacial y vista desde este punto, se puede comprender que esta "estructura" tiene un lugar predominante en las relaciones entre el comportamiento humano y los espacios arquitectónicos.

Dice Mario Salvadori "La teoría debe encontrar en la intuición, una fuerza capáz de dar vida a las fórmulas, de volverlas más humanas y comprensivas y aminorar su impersonal fragilidad técnica".

Lo anterior debe hacernos pensar, que las fórmulas deben darnos los resultados exactos necesarios para obtener lo más con lo menos, y que para inventar una estructura y darle proporciones exactas, se debe seguir tanto el camino intuitivo como el matemático.

Es decir que aún cuando se le confie a un especialista el cálculo, primero se debe ser capaz de inventar y darle proporción correcta a una estructura.

Todo estudiante de arquitectura, debe estar plenamente convencido de que el conocimiento estructural tiene gran importancia y que no debe cargarse únicamente hacia lo artístico y lo funcional, que debe estar familiarizado con lo estético, la ingeniería, la sociología y la economía y que para estar de acuerdo con la tecnología moderna se requiere tener principios de matemáticas y física.

De aquí que se concluya que el conocimiento de las estructuras por parte del arquitecto es altamente -

deseable y que debe conocer los puntos más genera-- les de la teoría de las estructuras para aplicarlas en el momento de creación arquitectónica.

Para que sea altamente comprensible la teoría de las estructuras, es necesario conocer "Matemáticas" sin llegar a profundidades muy grandes, pero si comple- tas para que faciliten el entendimiento de los prin cipios fundamentales en que se apoya.

La mejor manera de presentar las estructuras es --- usar el lenguaje apto para el estudio cuantitativo de los hechos mensurables, es decir, la matemática; no la matemática compleja imprescindible para com-- prender los aspectos más avanzados de la ciencia, - sino la sencilla matemática de los números, el álge bra y el cálculo elemental.

No es posible adquirir un conocimiento cabal de las estructuras sin el uso de estas herramientas matemá ticas. La matemática no explica el comportamiento - físico, solo lo describe. Pero las descripciones ma temáticas son tan eficientes que una fórmula elemen tal puede aclarar y expresar de manera simple las - ideas que en forma verbal requerirían páginas ente- ras.

Concluyendo: Los modernos conceptos estructurales - se usan de manera adecuada solo cuando el arquitec- to posee una comprensión cabal de las estructuras,- sin significar que todos los arquitectos deban ser matemáticos, sino que si desean expresarse a través de formas estructurales deben capacitarse primero - para el uso de las herramientas del análisis cuanti tativo y de tal manera se encontrará que la intui-- ción cultivada auxiliará a tener soluciones estruc- turales correctas sin llegar a demasiados manejos - matemáticos.

La ciencia nos ha abierto nuevos e inmensos horizon tes, pero no hemos logrado utilizar plenamente nuestra nueva tecnología ni administrarla sabiamente, hasta ahora, no hemos podido responder al reto del siglo XX.

Si reconocemos y aceptamos el reto de nuestra etapa histórica, podremos vivir plena y sanamente en términos contemporáneos, sin peligro de empobrecernos culturalmente.

La estructura, en su sentido fundamental, es la unidad creada por las partes y las articulaciones de las entidades.

"La verdadera arquitectura no puede fragmentarse en pedazos, cada uno de los cuales sea autónomo y exista aislado"(Juan Gros). Pier Luigi Nervi, cuya obra tiene un significado casi simbólico ha señalado que con las proporciones siempre crecientes de los edificios contemporáneos el problema de la estructura ha pasado a primer plano. La estructura ha asumido tal importancia formal, que se ha convertido en el rasgo determinante de los proyectos arquitectónicos. En la arquitectura estructural las fuerzas de compresión, tensión, momento y resistencia se convierten en un modelo claramente legible de fuerzas y al mismo tiempo, en un esquema, tan legible como éste, de neutralización de fuerzas: visible y comprensible, demostrativo de las propiedades de los materiales con los que se plasman las formas.

Existe un enlace vital entre el conocimiento que el proyectista tiene de los procesos físicos y su propia creatividad. El hombre creador comprometido en la realización de formas físicas debe tener un profundo respeto por la índole del material y por el modelo estructural que dicho material impone.

Las matemáticas, por ser instrumento de comunicación fundamental en todas las demás ciencias, es la más generalizada de las disciplinas científicas.

Las matemáticas, a la vez la más vasta y la más abstracta de las ciencias, tienden a evolucionar menos rápidamente que la física y la química las matemáticas generalizan todas las ciencias y todas estas tienen que servirse de ellas.

Las matemáticas, que mucha gente considera como la ciencia de los números, es en realidad, la ciencia de las estructuras y del esquema en general.

Lo que hacen los estudiantes y los arquitectos es organizar el conjunto de estructuras modulares visibles, a partir de estructuras modulares subvisibles.

Los tipos de trabe que el hombre construye, el tamaño de las columnas y las maneras, en fin, como el hombre debe limitar el espacio, están regidos por los principios fundamentales de estructuración, preconcebidos en las leyes de la naturaleza, que estructuran a priori.

El proceso de proyectar es fundamental para la creación arquitectónica, cuya forma determina desde la fase inicial de los estudios preliminares cuando nace la idea, hasta la fase de construcción, en que cada elemento estructural queda precisado en detalle.

En un sentido amplio, el proceso de proyección puede definirse como la invención y el estudio de los medios necesarios para lograr una meta determinada con la máxima eficacia.

Es imposible lograr un proyecto arquitectónico correcto si este no obedece a las siguientes premisas de caracter general.

a) Una clara visión de la meta que debe alcanzarse y conocimientos de los medios disponibles para lograrla.
b) Una absoluta independencia de espíritu respecto a las soluciones ya propuestas para problemas siguientes y con respecto a las metas y corrientes estilísticas del momento.

El Proyectista, por tanto debe tener un completo conocimiento de todas las condiciones que limitan cada problema de construcción y un pleno dominio de los métodos técnicos de la edificación y de la distribución planimétrica adecuada de los espacios y de su interdependencia funcional. Un completo dominio técnico es necesario y fundamental, como punto de partida para todas las soluciones arquitectónicas que deben trascender las usuales trivialidades constructivas.

En realidad para decidir el tipo de un puente, la amplitud de un espacio, la posibilidad de eliminar o no apoyos que obstruyan el paso, todos ellos elementos decisivos para determinar una solución arquitectónica, es absolutamente indispensable el conocimiento de las leyes de la estática y las posibilidades técnicas, constructivas y económicas reales.

Por lo tanto, el proyectista debe prepararse a la ardua tarea creadora con la mente del todo libre de influencia exterior y hasta de reminiscencias de sus propias soluciones y solo pensar en lo siguiente:

Una idea arquitectónica
Los términos de un problema
Los medios técnicos
Los medios constructivos
Y económicos para realizarla, la plena conciencia de la responsabilidad relacionada con un acto creador cuyo fruto durará más que su vida, formando parte, por pequeña que sea, de ese complejo espiritual y material que una generación lega a las siguientes.

EL ALUMNO DE ARQUITECTURA Y LAS MATEMATICAS.

Es definitivamente importante el hacer notar que el alumno de arquitectura debe saber entrelazar la intuición más o menos consciente acerca de las estructuras y el conocimiento científico acerca de ellas, lo cual brinda una adecuada representación de la realidad física sobre la base de postulados matemáticos, es decir, que para diseñar una estructura y proporcionarla correctamente se deben seguir tanto el camino intuitivo cuanto el matemático.

El diseño estructural debe permitir la solución eficiente de los nuevos problemas planteados a diario por el conocimiento de la actividad en el campo de la contrucción, debe llegar a ser una combinación armónica de nuestra intuición personal con una ciencia estructural, objetiva, realista y rigurosa.

Los alumnos de arquitectura deben comprender que aún cuando puedan confiar el cálculo de una estructura a un especialista, en primer lugar en el momento de la concepción arquitectónica deben ser capaces de inventarla y de darle proporciones correctas, y que de esa manera existirá una estructura sana, posible y hermosa; por lo tanto para lograr esta comprensión del problema se concluye que se debe estar familiarizado con las matemáticas como apoyo fundamental del diseño estructural, en virtud de que la estructura es y ha sido siempre un componenete esencial de la arquitectura, es decir que el conocimiento de las estructuras por parte del arquitecto es al menos, altamente deseable y que la estructura no puede si no contribuir a la belleza de la arquitecturas.

Todo estudiante de arquitectura debe tener una motivación y una certeza de la importancia del conocimiento estructural, pero la adquisición de tal conocimiento resulta difícil si no se tienen las bases matemáticas suficientes, o sea, el conocimiento de las herramientas básicas necesarias para comprender la tecnología moderna.

Es evidente que solo el estudio serio de las matemá ticas y de la física permitirá a un proyectista ana lizar una estructura sobre todo si es compleja con el grado de perfeccionamiento exigido por la tecnología moderna.

DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS PARA ALUMNOS DE ARQUITECTURA.

El significado teológico del término "Didáctico", o sea "arte de la enseñanza" por una parte y las doctrinas filosóficas, indagaciones pedagógicas, investigaciones psicológicas y cuestiones sociales por otra, nos llevan a la enunciación de principios fundamentales de didáctica general que no pueden ser ignorados si se quiere dar a la enseñanza una proyección seria. En el campo específico de la enseñanza de las matemáticas, nadie puede sustraerse a aquellos hechos que se presentan a menudo en nuestras escuelas, mismos que reclaman nuestra atención. Difícil resulta el relacionarlos, pero existen dos puntos fundamentales:

a) La lección de matemáticas resulta en general aburrida, pesada y a menudo difícil. Ciertos conceptos no están afirmados, aún cuando el profesor se afane en repetirlos y busque aclararlos con numerosas explicaciones. De aglunas propiedades no se entiende inmediatamente el sentido. Es notable "la incomprensión por la matemática" que ha inducido, incluso a grandes matemáticos a escribir artículos y libros. También es peculiar "el miedo por las matemáticas" en el ser humano.

b) Los jóvenes que están en nuestras escuelas o salen de ellas tienen la idea de que las matemáticas consisten, por una parte, en un puro mecanismo, y por la otra, que se trata de una construcción perfecta y completamente terminada, ignorando si se puede o no hacer algún descubrimiento en esta disciplina.
En ocasiones los alumnos culpan a los profesores y a la escuela de haberlos lanzado a la vida profesional sin dotarlos de la comprensión y aplicación del lenguaje de las matemáticas que es, en nuestros días, tan esencial como el lenguaje or-

dinario.
Si reflexionamos un poco sobre la importancia que tiene hoy día una cultura matemática entendiéndola como un hábito mental matemático más que una suma de conocimientos, nos daremos cuenta de la responsabilidad que tienen los redactores de programas y los profesores de matemáticas, y la escuela toda.

Desde la segunda mitad del siglo pasado en 1887, algunos matemáticos como Cremona, Betti y Brioschi dijeron:(1) "Las matemáticas no deben considerarse en sí como conocimiento complejo aplicable a las necesidades de la vida, sino principalmente como un medio de cultura intelectual, como una gimnasia del pensamiento, dirigida a desarrollar la facultad del raciocinio y ayudar al sano criterio que sirve para distinguir lo real de lo irreal".

En los albores de nuestro siglo algunos matemáticos como Vito Volterra de la Universidad de Roma en 1901 expresó: "Es necesario comprender que el matemático se encuentra en posesión de un instrumento admirable y preciso creado por los esfuerzos acumulados en el largo transcurso de los siglos por los ingenios más agudos y por las mentes más sublimes. Aquí tenemos por así decirlo, la llave que puede abrir el camino de muchos misterios oscuros del Universo, y un medio para resumir en pocos símbolos la síntesis que abarca y liga vastos resultados de ciencias diversas".

Actualmente podemos agregar, situandonos en la carrera de arquitecto que las matemáticas básicas se requieren para obtener respuestas a casi todas las preguntas o problemas que surjan en la tecnología de la arquitectura y que el alumno puede ir descu--

(1) Encargados de hacer la redacción de los programas de matemáticas para Italia. 1867.

briendo por sí mismo o con la ayuda del profesor -- que es fácil obtener respuestas cuantitativas a los problemas de la vida diaria,de la práctica y que este estudiante de arquitectura puede ir desterrando de sí el temor de los números y esté preparado para enfrentarse a la realidad física de la arquitectura. Que aprenderá al mismo tiempo el lenguaje de la tecnología y se abrirá la posibilidad de establecer mejores comunicaciones con sus consultores.

El cumplimiento de estas necesidades es una condi-- ción para la buena arquitectura en la era tecnológica que vivimos.

Entrando un poco más a fondo en el problema que implica la didáctica de las matemáticas para alumnos de arquitectura diré que la enseñanza debe ser de - tres tipos principalmente:

a) Enseñanza teórica o conceptual
b) Enseñanza activa o práctica
c) Enseñanza para la creación y la investigación.

Lo cual propiciará que el alumno:

1) Asimile el lenguaje
2) Desarrolle actividad.
3) Adquiera expresión individual.

Dentro de la enseñanza teórica o conceptual (a) utilizando el lenguaje propio del área de conocimiento, el profesor irá introduciento al alumno en la materia, ya sea hablándole, escribiéndole y haciéndole croquis, tratando de motivarlo, enunciándole hipótesis, teoremas, etc. demostrando lo anterior y mar-- cando la utilidad de conceptos manejados en la práctica (motivación).

Ante estos estímulos y dentro de la asimilación del lenguaje (1) se espera que el alumno se familiarice con la expresión (Lenguaje propio) y mediante la --

presentación de evidencias comprenda y razone los elementos y sus relaciones e interacciones, a fin de que maneje la información dada y capte lo mejor posible la estructura del tema.

En cuanto a la enseñanza activa o práctica (b) el profesor aplicará la teoría demostrada en problemas concretos; es decir, realizará operaciones prácticas con los instrumentos de trabajo, utilizará problemas realistas que hagan ver al alumno la utilidad práctica que tiene el aprender la disciplina en cuestión, fomentará la interacción de procesos intelectuales.

Se tratará además de proponer problemas dentro del área del conocimiento pero enfocados a la carrera (arquitectura). La actividad de los alumnos (2) consistirá en realizar practicamente los diversos problemas que se indiquen, primero ayudados por el profesor, casi casi llevados de la mano para clarificar conceptos y señalar secuencias y después trabajará solo planteando y resolviendo problemas propuestos por ambas partes. Logrando tener un panorama general y una visión retrospectiva del tema.

Por lo que toca a la enseñanza para la creación y la investigación (c), diré que el profesor fomentará la creación de problemas y de aplicaciones de los mismos, dejará a los alumnos ciertos temas a investigar, con lo cual se fomentará la expresión individual del alumno (3) mismo que aplicará heurísticamente los conocimientos; clasificará la información recibida, investigará y hará suya la educación y aprendizaje, percatándose de su validez. Producirá investigaciones en el campo estudiando con una expresión propia.

Es muy conveniente aclarar una serie de conceptos importantes como los siguientes:

1) El profesor deberá sentir gusto por su materia,

deberá tener un entusiasmo en la presentación, - deberá estar inquieto y pendiente de la exposi-- ción manteniendo la atención del alumno.

2) Deberá provocar un acercamiento o relación afectiva entre él y sus alumnos, dado que la materia es un poco árida en ciertas ocasiones. Deberá -- también tratar de despejar las mentes fatigadas con platicas de otros temas, anécdotas cómicas, chiste, etc. que alivien la tensión.

3) Es muy importante que el profesor se percate de los variables biosociales y psicológicos del grupo de alumnos para que pueda enfocar su "expresión" a esa clasificación determinada. Edad, sexo, clase social, madurez física, nivel de desarrollo intelectual, avance académico, estilo de conocimiento, auto-concepto, etc.

4) Se deberá pensar en una apertura del curso, en - un desarrollo controlado sobre él, con un estilo bien definido, aplicando técnicas audivisuales, combinando técnicas tradicionales con enseñanza programada, provocando el ahorro de tiempo y la rapidez o economía de la enseñanza.

El siguiente modelo resume lo anteriormente expuesto estableciendo las actividades tanto del profesor como del alumno, la relación entre ellos y la consecuencia fundamental.

M A E S T R O .

ENSEÑANZA TEORICA Y CONCEPTUAL.
DESARROLLO DEL LENGUAJE.
MOTIVACION.
MANEJO DEL LENGUAJE MATEMATICO, ALGEBRAICO, ANALITICO, LOGARITMICO, TRIGONOMETRICO Y DE CALCULO.
INTRODUCCION DE LOS CONCEPTOS TEORICOS, MEDIANTE EL LENGUAJE HABLADO, LENGUAJE ESCRITO (EXPRESIONES ALGEBRAICAS) Y CROQUIS. ENUNCIADOS Y DEMOSTRACIONES.

ENSEÑANZA ACTIVA PARA EL TRABAJO.- ESTIMULO PARA LA ACTIVIDAD.
MANEJO DE LAS RELACIONES EXISTENTES ENTRE LOS DIFERENTES ELEMENTOS, RELACIONES CAUSA-EFECTO.
INTEGRACION DE CONCEPTOS APLICADOS, SECUENCIA DE PROCESOS, SOLUCION FISICA DE PROBLEMAS, MECANIZACION Y REPETICION DE LOS PROCESOS INTELECTUALES.

ENSEÑANZA PARA LA CREACION Y LA INVESTIGACION.
INCENTIVOS A LA EXPRESION.
PROVOCAR UNA SERIE DE PROBLEMAS PARA PRODUCIR UNA EXPRESION PROPIA CON LA RELACION DE INCOGNITA Y DATOS; COMPROBACION DE LA APLICACION Y DESARROLLO DE TEMAS A INVESTIGAR.

RELACION ENTRE PROFESOR Y ALUMNO.

CONOCIMIENTOS, COMPRENSION DE LA ESTRUCTURA DEL PROBLEMA ESPECIFICO, ANALISIS PROPIO DE LA SECUENCIA ESTRUCTURAL (HEURISTICA).
TENER IDEAS EN FORMAS FACILMENTE COMPRENSIBLES.
MEMORIA. APUNTES.

E X P R E S I O N

A L U M N O

ASIMILACION DEL LENGUAJE.
COMPRENSION DE LOS ELEMENTOS Y SUS RELACIONES E INTRACCIONES.

ACTIVIDAD DE LOS ALUMNOS.
PRACTICA DE PROBLEMAS.
PROPOSICION DE ELLOS.
PLANTEAMIENTOS DE PROBLEMAS REALES.

EXPRESION INDIVIDUAL DEL ALUMNO.
MANIFESTACION PRACTICA DE LAS RELACIONES APRENDIDAS.
INVESTIGACION EN OTROS NIVELES (HEURISTICA).
CLASIFICACION DE LA INFORMACION.
PERCATARSE DE LA VALIDEZ DE LA MISMA.
INVESTIGACION TEORICA. MEJOR APLICACION DE SOLUCIONES.
VISION RETROSPECTIVA.

Por lo que toca al profesor puede resumirse que debe ser perfectamente consciente de los fines que va a alcanzar:

Saber lo que va a enseñar
Saber como lo debe enseñar
Saber a quienes lo va a enseñar
Saber para que lo va a enseñar.

Para cumplir satisfactoriamente con los cuatro puntos anteriores es necesario reunir los siguientes requisitos:

- Conocer su materia, tener conocimiento de didáctica y pedagogía, conocer al grupo de individuos a los que instruirá y tener definidos los valores que deben acrecentarse en sus discípulos y los conocimientos que les son necesarios para enfrentarse a los problemas que se le presenten en la práctica profesional, lo que implica necesariamente la conveniencia de que el profesor universitario sea un profesional en ejercicio y un maestro.

- Debe poseer el deseo de transmitir a los demás todos los conocimientos que adquirió en la cátedra universitaria, así como lo aprendido en el ejercicio profesional, buscando con ello lograr que el alumno resulte, como producto universitario un profesional con características ideales, en este caso un arquitecto completo.

Considero de fundamental importancia dentro de la enseñanza de las Matemáticas en arquitectura, el hecho de que el maestro, atendiendo a la entrega, a la sencillez y al desprendimiento que debe caracterizarle en función de su cariño por la misma, no solamente muestre la teoría de las matemáticas en forma aislada, sino que se preocupe profundamente por mostrar para que le servirá al alumno aprenderlas, para despertar su interés en ellas, es decir "motivarios". Si el alumno no aprende, es seguramente por que el maestro no enseña.

En virtud de que las matemáticas en nuestra Escuela se enseñan en los primeros semestres, es deber de los profesores que impartimos dicha asignatura, el ser conscientes de que, justamente en ese preciso momento el alumno está atento a aprender, a ser guiado y por ello se desprende que la influencia que se ejerza sobre él será de una gran trascendencia, dado que si se despierta el interés se podrán transmitir los conocimientos.

Si el maestro no tiene interés por su materia, si no tiene la voluntad para mejorarse como tal y no acepta las deficiencias que tiene, no podrá contagiar a sus alumnos y aún siendo ellos susceptibles de moldear, no se podrá conseguir que el alumno 'aprenda' y 'aprenda a aprender'.

Creo que es prácticamente imposible enseñar todo lo que se debe y puede saber de las matemáticas en la arquitectura, pero sí, que es factible el ir encauzando al alumno mediante una metodología para que pueda ir aprendiendo posteriormente por sí mismo, debidamente motivado, la utilidad necesaria de esta magnífica herramienta.

Cuando el alumno toma al estudio de las matemáticas como una difícil obligación, necesariamente reacciona en forma negativa y hace practicamente imposible la tarea de enseñar, por ello es necesario hacer incapié en la importancia de convencerlo de lo útil que es estudiar esta Ciencia.

De lo anterior se desprende que el maestro debe buscar una simplificación de la enseñanza para facilitar el hecho de que sus alumnos aprendan, y de que reconozcan que su función es prepararse mejor y más sólidamente para poder prestar el servicio profesional que la sociedad necesita de ellos.

Considero también que los Arquitectos, maestros de matemáticas deben estar convencidos de los fines -- que la materia pretende en toda su extensión dentro de la formación profesional, para mantener despierto el interés de los alumnos por un lado, y por otro lograr con ello el definir los conocimientos que deben tener al finalizar el curso, para crearles la inquietud por el conocimiento.

De lo anteriormente expuesto, se puede concluir que la labor del maestro es fundamental, dado que la actuación y el comportamiento del alumno depende de -- las directrices que dé el profesor; además se destaca la importancia que tienen los programas de la materia, es decir, lo que debe enseñarse, que de una - manera directa es responsabilidad de los mismos profesores. "La calidad de los profesionales es consecuencia de la calidad de los maestros que los han -- formado".

Así como que el maestro debe ser investigador, para que siempre busque agregar algo nuevo en sus enseñanzas, tanto de lo que ha aprendido en el ejercicio de la profesión, cuanto de lo que otras disciplinas le hayan comunicado.

EL TRABAJO CON EL GRUPO.

Es también de importancia relevante el hecho de que, en la actualidad, los grupos de clase son muy numerosos, sobre todo en los primeros semestres de estudio de la carrera de Arquitecto en los que se imparten las matemáticas como etapa inicial en la formación del alumno, lo que hace que los profesores debamos trabajar con nuestros grupos en una manera -- más activa y participativa, utilizando técnicas de trabajo de tipo grupal.

Sin embargo, más allá del nivel de la técnica está el nivel de la teoría, en donde brota el significado interno y la orientación práctica de la técnica misma. Es cierto que se puede ser técnico en algo sin necesidad de dominar la teoría correspondiente; pero cuando los conocimientos técnicos están avalados por una teoría, las actitudes en el trabajo serán diferentes, así como las acciones emprendidas y los resultados alcanzados.

Es conveniente distinguir cuatro conceptos básicos que se utilizan en la dinámica de grupos, mismos -- que referidos y aplicados a la materia de matemáticas para arquitectos reportarán gran utilidad en la enseñanza-aprendizaje de los grupos que están en -- formación académica.

1) El objetivo que el grupo se ha propuesto alcanzar, a la meta final, a aquello por lo cual el - grupo se encuentra constituido actualmente como tal, a aquello que ha reunido a todos los participantes alrededor del trabajo, o sea el PARA -- QUE del trabajo grupal. (este objetivo se le conoce también como Tarea).

2) La temática, hace referencia al QUE del trabajo: que se está viendo, que se está estudiando, que se está analizando; en qué se está trabajando.

   La temática está siempre en estrecha relación -- con el objetivo grupal o de la materia; ella --- constituye el contenido programático del curso.

Sin entrar en los aspectos técnicos de la elaboración de un programa, conviene señalar que la selección, graduación y ordenamiento de la temática, debe ir siempre en función directa, aunque no necesariamente inmediata del objetivo o tarea grupal.

"Qué tanto y en qué sentido está este tema relacionado con el objetivo", es una de las preocupaciones que el profesor debe tener en cuenta y aclararlo al grupo, motivando así considerablemente a los alumnos.

3) Por otro lado, la Técnica hace referencia al trabajo, cómo enfrenta el grupo el tema seleccionado, cómo se organiza para trabajarlo, qué procedimientos, medios o maneras sistematizados utiliza para lograr más eficazmente las metas propuestas. Por ejemplo, algunos de éstos son: el seminario, la mesa redonda, la discusión en grupos pequeños, etc.

Además de estas técnicas de trabajo grupal, existen otros que pueden ser utilizados por el maestro para propiciar fenómenos grupales necesarios para la integración del grupo y/o para desarrollar actividades que facilitan el avance del curso. Así se tienen técnicas de rompimiento de hielo, presentaciones, festejos, etc.

4) La Dinámica de los grupos, se refiere a LO QUE PASA en el interior del grupo a lo largo del interactuar de las personas que forman parte de él. El grupo se reúne alrededor de un objetivo común, conforme se trabaja sobre una temática determinada y con una técnica definida provocando un fenómeno o fenómenos grupales, éstos son una serie de fuerzas o vectores, con magnitud y dirección variables que entran en juego con la interacción de los participantes.

Estas fuerzas pueden ser de cuatro tipos fundamentales:

4.1.) Factores individuales: La personalidad de cada individuo, sus experiencias previas, su ideología, sus valores, su motivación, etc.

4.2.) Factores instrumentales o metodológicos: El tema mismo, el objetivo, la metodología específica de la actividad académica, el estilo personal del profesor, el material con el que se trabaja, etc.

4.3.) Factores ambientales: Tipo de mobiliario, iluminación, etc.

4.4.) Factores contextuales: Tipos Institucionales de escuela como: organización, dirección y sociales como situación del país y su repercusión a nivel familiar, etc.

La interacción de todas estas fuerzas, que entran en juego desde que el grupo se reúne por primera vez y que van variando en intensidad y dirección, es lo que dá la Dinámica de un grupo.

También considero importante que el profesor esté consciente de lo manifiesto y lo latente en su grupo, de éstos niveles de realidad dentro de la vida del mismo.

El nivel de lo manifiesto está constituido por todo aquello que puede ser percibido directa o indirectamente por los sentidos, por ejemplo, quién habla, en qué momento, qué dice, con qué tono, con qué claridad, a qué nivel de profundidad, quién lo escucha, quién lo entiende, también cómo se comporta cada individuo, cómo actúa, qué actitudes toma, etc.

El significado de lo latente se puede detectar respondiendo a las siguientes preguntas: por qué interviene en ese momento, con qué intención lo hace, a qué motivaciones responde, a qué necesidades, qué angustia interna lo impulsa a intervenir, qué es lo que en el fondo pretende lograr, etc.

La utilidad de detectar lo manifiesto y lo latente en los grupos está en distinguir qué cosa es el -- aprendizaje y cómo se consigue. En este sentido, cuando el profesor está trabajando con su grupo, - una de sus preocupaciones fundamentales debe ser - tratar de entender el proceso del grupo: qué tipo de grupo es, cuáles son las etapas o momentos por los que pasa a lo largo del proceso, qué posicio-- nes va tomando ante los objetivos propuestos, cómo los trata de lograr, qué tipo de interacciones se dan en el interior del grupo y con relación a él - como profesor, qué tipo de organización están lo-- grando, cuáles y de qué tipo son las fuerzas afec- tivas que se están moviendo en el interior, etc.

El profesor que desee alcanzar una comprensión pro funda de los grupos con los que está trabajando, - debe pues, contar con un marco teórico sobre la di námica de los grupos de aprendizaje. Algunas ve-- ces, un poco de sentido común con una buena dosis de experiencia práctica como docente, llevan a lo que se podría llamar un primer esbozo de este mar- co teórico. Y si vemos a profesores que, más o me nos intuitivamente, sistemáticamente, van elaboran do un diagnóstico de sus grupos, y sus hipótesis - de trabajo, conforme a los cuales van modificando de alguna manera su metodología y la van adecuando a la realidad concreta de cada grupo.

Conviene además de lo antes expuesto, que el maes- tro, no sólo el de matemáticas, sino en general, - distinga junto con su grupo la tarea explícita y - la tarea implícita.

El objetivo que el grupo se propone alcanzar, como aquello que ha reunido a todos los participantes - en torno a un mismo trabajo constituye la tarea ex plícita y la superación de los obstáculos que impi den el buen funcionamiento del grupo, constituye la tarea implícita del mismo.

Por último, cabe mencionar la importancia que tie- ne el definir el llamado ENCUADRE del trabajo con el grupo, entendiendo por ello, la delimitación clara y definida de las principales características, tanto de fondo como de forma que deberá tener el trabajo a desarrollar con el grupo. Es decir, se trata de que el grupo tenga claras las especificaciones establecidas y se comprometa responsablemente con ellas.

Para la delimitación de este encuadre, hay que distinguir entre las normas institucionales y las impuestas por el maestro.

1) Encuadre histórico-institucional o sitio que ocupa este grupo dentro de la institución en la que está.

2) Encuadre teórico o sitio que ocupa el curso en cuestión dentro del Plan de Estudios que se está siguiendo, engarce del mismo con los cursos que le seguirán.

3) Tarea del curso o meta final, objetivo general que deberá ser alcanzado al finalizar el curso.

4) Metodología de trabajo, de acuerdo con la naturaleza de la actividad académica.

5) Contenidos programáticos.

6) Instrumentos con los que el grupo cuenta para trabajar.

7) Funciones y responsabilidades del maestro.

8) Funciones y responsabilidades de los estudiantes.

9) Evaluación final y/o parcial, calificación, cómo se llevará a cabo, con qué criterios, etc.

10) Número de sesiones efectivas de trabajo, vacaciones, fecha de término del curso.

11) Horario de las clases, inicio y término.

12) Porcentaje de asistencia necesario para acredi-

Se puede resumir lo anteriormente expuesto en los siguientes puntos:

1) La clara diferenciación entre los objetivos, la temática, la técnica y la dinámica del grupo es indispensable, tanto para la preparación del curso como para la correcta comprensión de los fenómenos que se presenten en el grupo a lo largo del curso.

2) Para lograr esta comprensión de la dinámica del grupo, es de vital importancia distinguir entre los contenidos manifiestos y los contenidos latentes, presentes en el grupo.

3) Otra de las distinciones que debe tenerse en cuenta es la que existe entre la tarea explícita y tarea implícita, o sea el objetivo manifiesto del grupo y el superar aquellas dificultades u obstáculos que impiden los esfuerzos grupales.

4) La primera sesión de trabajo con el grupo, y el encuadre que en ella se delimite, tienen una importancia especial para el desarrollo ulterior del curso.

5) La historia del grupo es la historia de un proceso; es decir, debe el maestro percatarse de la evolución del grupo, de la modificación de sus pautas de conducta, la transformación de su conducta.

6) La importancia que tiene para el profesor el tener una mayor capacitación tanto teórica como práctica para poder aplicar estos conocimientos ante la situación de docencia, sobre todo por lo numeroso de los grupos a los que hay que proporcionar enseñanza.

Es cada día más evidente el avance de la Tecnología, su rápido paso, la necesidad de sustituir o adaptar tecnología del exterior y la de crear un estilo propio de desarrollo, hacen imperativo que se brinde una particular atención, dentro de la carrera de Arquitecto, a su formación tecnológica.

A mi juicio, la tecnología en la arquitectura, en este caso particular las matemáticas deben enfocarse a formar hombres capaces de encontrar soluciones prácticas y adecuadas a los múltiples problemas de nuestra sociedad, en ellos reside mucha de nuestra capacidad futura de independencia y autosuficiencia tecnológica y económica, apoyados en ellas, se deberían formar cuadros básicos capaces de innovar y desarrollar métodos, técnicas, aplicaciones y enfoques operativos que diesen un dinamismo y un sentido propio a nuestro progreso.

La preparación del alumnado debe tener un nivel técnico-académico alto, el contenido de los programas necesita tener fuertes dosis de interdisciplinaridad y requiere ser constantemente revisado y actualizado en función de los avances de la ciencia y de la técnica, la formación debe estar orientada hacia la preparación de personas capaces de asimilar, utilizar y desarrollar nuevos conocimientos.

METODOLOGIA DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS.

EL METODO.

Definición: En su sentido más general, es el camino que debe seguirse para llegar a un fin determinado. Tiene por objeto disciplinar el espíritu, excluir de las investigaciones el capricho y el azar, adaptar el esfuerzo a las exigencias del objeto, determinar los medios de investigación y el orden del trabajo.

EL método de las ciencias.

Se pueden distinguir por grupos de ciencias de la naturaleza:

a) Las ciencias físico-químicas, referentes a la naturaleza inorgánica.
b) Las ciencias biológicas, que tratan de los seres vivos y de los fenómenos particulares de la vida inorgánica.

Se pueden señalar cuatro fases en la elaboración de las ciencias, dos conciernen al conocimiento de los fenómenos: la observación y la experimentación y las otras dos a la formulación de las leyes, la hipótesis y la inducción.

El método de las matemáticas.

La matemática se presenta como un mundo de objetos de índole muy peculiar. Los seres matemáticos no son materiales, no son cosas; pero tienen una rigidez y una contextura igual o superior en fijeza a la de las cosas.

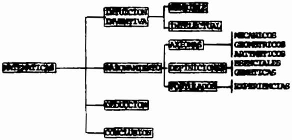
La matemática constituye uno de los grandes dominios del saber, mientras que las cosas reales parecen opacas para nuestra razón, resistentes a una comprensión última, los objetos matemáticos nos dan una impresión de transparencia, mientras que las relaciones entre las cosas son complejas y dudosas, las relaciones en la matemática son necesarias y evidentes.

El origen del pensamiento matemático, puede afirmarse, proviene de las matemáticas concretas, es decir de la geometría y de aquí evolucionó hasta llegar a la abstracción matemática.

El matemático, al igual que otros científicos, va en busca de la verdad, procediendo por intuición, Intuición inventiva, sensible e intelectual. La primera Intuición es en matemáticas el instrumento más ordinario de la invención que nos lleva a razonar y la segunda es la del número puro que esclarece el problema al matemático sin la ayuda de los sentidos y de la imaginación.

Es fundamental el considerar el valor del razonamiento matemático, pensar que razonar en matemáticas es deducir y deducir es relacionar dos proposiciones para extraer de ellas una nueva conclusión. El razonamiento matemático es un silogismo con todas las características de este, pero se apoya en tres tipos de principios indemostrables, a saber:

a) Un axioma o axiomas.
b) Varias definiciones.
c) Postulados.



Axiomas.
Son verdades indemostrables, evidentes y generales, en el sentido que se pueden aplicar indiferentemente a toda especie de dimensión mecánica, geométrica o aritmética.

Son proposiciones que sirven simplemente de principios directores.

Definiciones.
Las definiciones son esenciales cuando indican las propiedades de un objeto matemático, o bien genéticas cuando formulan la ley de construcción de un ser matemático.

Es la definición genética la que caracteriza a las matemáticas. La esencial es secundaria y derivada; de ahí que las definiciones matemáticas, siendo construcciones, sean definitivas y constituyan el punto de partida de la demostración, mientras que en las ciencias de la naturaleza son el término de la investigación.

Postulados.
Son proposiciones que se pide admitir aunque no sean ni evidentes ni demostrables; su justificación resulta de la constitución de la ciencia que los utiliza. Kant los considera como "formas absolutamente a Priori independientes de toda experiencia".

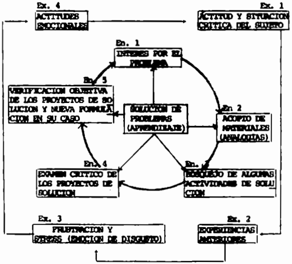
En suma, podría decirse que los postulados son sugeridos por la experiencia como hipótesis muy generales que no se verifican directamente, sino tan solo por las consecuencias que implican.

RESOLUCION DE PROBLEMAS.

Dentro de un modelo operacional existen conceptos básicos, con variables de un problema que son fundamentales.

Estas variables pueden ser endógenas o exógenas: las primeras son las áreas de estudio del problema y las segundas no inciden en el problema directamente sino a través de él, son independientes o adicionales.

MODELO DE SOLUCION DE PROBLEMAS.



MODELO GENERAL DE SOLUCION DE PROBLEMAS.

Para resolver un problema se requiere.

COMPRENDERLO

CONCEBIR UN PLAN (ALTERNATIVAS DE SOLUCION)

DETERMINAR LA RELACION ENTRE DATOS E INCOGNITA
CONSIDERAR PROBLEMAS SIMILARES.
OBTENER UNA IDEA DE SOLUCION.

EJECUTARLO

EXAMINAR LA SOLUCION (VISION RETROSPECTIVA)

A continuación se hará un desgloce de cada una de las actividades fundamentales con sus modelos particulares de interpretación.

How to solve it (cómo plantear y resolver problemas). George Polya. Trillas. 1966.

COMPRENDERLO

VER CLARAMENTE LO QUE SE PIDE

SEPARAR LAS PARTES
PRINCIPALES DEL PROBLEMA

PROBLEMAS POR RESOLVER

PROBLEMAS POR DEMOSTRAR

1) Incógnita.
Qué se pide?
Qué se quiere determinar?
Qué se busca?

2) Datos
Qué elementos se dan?
De qué se dispone?
Cuál es el orden de los datos?

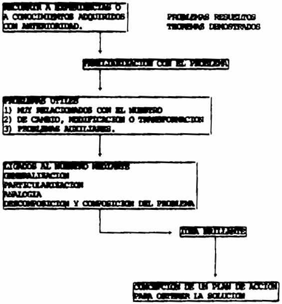
3) Condición
Por medio de que condición,
Están relacionados la incógnita
y los datos.

Cuales son las diversas
partes de la condición?

1) Hipótesis
Cuál es la hipó-
tesis?
De qué hipótesis
se parte?
Cuales son las -
partes de la hi-
pótesis?

2) Conclusión.
Cuál es la con-
clusión:

CONCEBIR UN PLAN DE SOLUCION.



EJECUTARLO

LLEVAR A CABO EL PLAN CONCEBIDO.

REQUISITOS

CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS
BUENOS HABITOS DE PENSAMIENTO
CONCENTRACION
PACIENCIA
SUERTE

↓

EXAMEN DE LOS DETALLES PARA ESCLARECER TODO, ES DECIR QUE TODO ENCAJE EN LA LINEA DEL PLAN.

↓

ASEGURARSE DE LA EXACTITUD DE CADA PASO DE NUESTRO RAZONAMIENTO, ATENDIENDO A LA INTUICION Y/O A LA DEMOSTRACION FORMAL.

↓

ESCLARECER CADA PUNTO HASTA QUE NO QUEDE DUDA, OPERANDO POR DEDUCCION Y/O ATENDIENDO A REGLAS FORMALES.

↓

SOLUCION
RELACION DE LA INCOGNITA CON LOS DATOS.

EXAMINAR LA SOLUCION.

REALIZAR UNA VISION RETROSPECTIVA.

↓

PARA CONSOLIDAR LOS CONOCIMIENTOS Y DESARROLLAR APTITUDES PARA RESOLVER PROBLEMAS.
PARA VERIFICAR RESULTADOS.

↓

CONSIDERARLA DESDE VARIOS PUNTOS DE VISTA.
RECONSIDERAR LOS DETALLES DE SOLUCION VERIFICANDO CADA PASO.
MEDITAR ACERCA DE PODER MEJORARLA EN SU CONJUNTO, EN PROCEDIMIENTO O EN COMPRENSION.
DESCUBRIR NUEVOS HECHOS INTERESANTES.

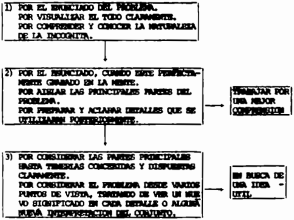
↓

ADQUIRIR UNA SERIE DE CONOCIMIENTOS CORRECTAMENTE ORDENADOS, UTILIZABLES EN CUALQUIER MOMENTO PARA LA RESOLUCION DE UN PROBLEMA DETERMINADO, TENIENDO EN CUENTA QUE ES PREFERIBLE UN RAZONAMIENTO CORTO Y SIMPLE QUE UNO LARGO Y COMPLICADO.

LA FAMILIARIZACION CON EL PROBLEMA.

Para analizar debidamente un problema es necesario estudiar tres pasos fundamentales.

1) Por donde se va a empezar.
2) Por ver que se puede hacer.
3) Por visualizar que se gana con hacerlo.



EJECUCION DEL PLAN

- EMPEZAR POR LA IDEA QUE CONDUJO A LA SOLUCION, ASEGURANDOSE DE PARTIR DE UN PUNTO CORRECTO.
- ADQUIRIR LA CONVICCION DE LA EXACTITUD DE CA PASO, MEDIANTE UN RAZONAMIENTO FORMAL Y/O UN DISCERNIMIENTO INTUITIVO.
- OBTENIENDO UNA PRESENTACION DE SOLUCION EN DONDE NO HAYA DUDA ALGUNA DE CADA PASO.

VISION RETROSPECTIVA

- EMPEZAR POR LA SOLUCION.
- CONSIDERAR LA SOLUCION DESDE VARIOS PUNTOS DE VISTA, BUSCANDO PUNTOS DE CONTACTO CON CONOCIMIENTOS PREVIAMENTE ADQUIRIDOS.
- ENCONTRAR UNA SOLUCION MEJOR Y DIFERENTE.
- DESCUBRIR NUEVOS HECHOS INTERESANTES.

METODOS O TECNICAS PARA LA SOLUCION DE PROBLEMAS.

- Descomposición y recomposición del problema.
- Analogía.
- Construcción de figuras.
- Generalización.
- Particularización.
- Silogismo heurístico.
- Silogismo demostrativo.
- Inducción.
- Inducción matemática.
- Demostración rigurosa.
- Demostración indirecta.
- Análisis.
- Síntesis.
- Nemotecnia.
- Razonamiento regresivo.
- Reducción al absurdo.
- Regreso a la definición.
- Planteo de ecuaciones.
- Excepción que confirma la regla.
- Reducción unilateral.
- Reducción bilateral.
- Recetas de cocina.

DESCOMPONER Y RECOMPONER EL PROBLEMA

PROBLEMAS POR RESOLVER	CUAL ES LA INCOGNITA? CUALES SON LOS DATOS? CUAL ES LA CONDICION? DISTINGUIR LAS DIVERSAS PARTES DE LA CONDICION. CONSERVAR LA INCOGNITA Y CAMBIAR LOS DATOS Y LA CONDICION. RECORDAR ALGUN PROBLEMA FAMILIAR QUE TENGA LA MISMA INCOGNITA O UNA SIMILAR O PENSAR EN OTROS DATOS QUE PERMITAN DETERMINAR LA INCOGNITA. CONSERVAR LOS DATOS, CAMBIANDO INCOGNITA Y CONDICION, INTRODUCIR UNA NUEVA INCOGNITA MAS UTIL Y ACCESIBLE, ES DECIR BUSCAR UN PELDAÑO. CAMBIAR A LA VEZ INCOGNITA Y DATOS O INTERCAMBIARLOS ENTRE SI.
PROBLEMAS POR DEMOSTRAR	CONSERVAR LA CONCLUSION Y CAMBIAR LA HIPOTESIS, PENSAR EN OTRA HIPOTESIS QUE HAGA DEDUCIR MAS FACILMENTE LA CONCLUSION. CONSERVAR LA HIPOTESIS Y CAMBIAR LA CONCLUSION SE PODRA DEDUCIR ALGO UTIL DE LA HIPOTESIS. CAMBIAR A LA VEZ HIPOTESIS Y CONCLUSION BUSCANDO UN ACERCAMIENTO ENTRE LA NUEVA HIPOTESIS Y LA NUEVA CONCLUSION.

ANALOGIA

Relación que existe entre dos cosas.

Consideraciones:

- Es utilizable en los más altos niveles.
- Puede alcanzar en ocasiones un nivel de precisión matemática.
- Cómo se utiliza?
  - a) Método de un problema - copiar o seguir la solución punto por punto.
  - b) Usar el resultado sin preocuparse de como se obtuvo.
  - c) Utilizar a la vez método y resultado.
  - d) Adquiriendo experiencia en resolver el problema análogo.
- La inferencia por analogía es el tipo de conclusión más común y más útil.
- Es más válida sacada de un gran número de casos pero sin descuidar que es más importante la calidad que la cantidad.
- Analogías precisas: ejemplos sistemáticamente dosificados cuentan más que una fortuita colección de casos.

CONSTRUCCION DE FIGURAS

APLICABLE A PROBLEMAS → GEOMETRICOS
APLICABLE A PROBLEMAS → NO GEOMETRICOS

CONDICIONES DE LA FIGURA:

a) PREFERIBLEMENTE EXACTA.
b) QUE LOS ELEMENTOS SE AGRUPEN SEGUN LAS RELACIONES REQUERIDAS.
c) NO DEBEN SUGERIR NINGUNA PARTICULARIDAD GRATUITA.
d) ACENTUAR LOS DIVERSOS PAPELES DE CADA LINEA POR MEDIO DE LA CALIDAD DE ESTA.

GENERALIZACION.

PASAR DEL EXAMEN DE UN OBJETO

↓

AL EXAMEN DE UN CONJUNTO DE OBJETOS

FORMACION DE UNA IDEA GENERAL DE UNIDADES QUE TIENEN UNO O MAS CARACTERES COMUNES.

PARTICULARIZACION

LLEGAR DEL EXAMEN DE UN CONJUNTO

↓

AL EXAMEN DE UN SOLO OBJETO

SILOGISMO HEURISTICO → Consta de dos premisas y una conclusión. Las premisas son una parte de la base sobre la que descansa la conclusión.

SILOGISMO DEMOSTRATIVO → Consta de dos premisas y una conclusión. Las premisas son la base completa sobre la que descansa la conclusión.

INDUCCION → Modo de razonar que conduce a descubrir leyes generales partiendo de la observación de ejemplos par

INDUCCION MATEMATICA	Utilizable en matemáticas de acuerdo con lo anterior para demostrar cierto tipo de teoremas.
DEMOSTRACION RIGUROSA	Cualquier afirmación debe demostrarse de algún modo, a partir de la hipótesis o de afirmaciones previas demostradas de modo correcto.
DEMOSTRACION INDIRECTA	Establece la verdad de una afirmación demostrando la falsedad de una afirmación contraria.
ANALISIS	Buscar de que antecedente se podría obtener el resultado, después cuál sería el antecedente del antecedente y así sucesivamente hasta encontrar algo conocido o admitido como cierto.
SINTESIS	Deducir lo que en el análisis le precedía y seguir así hasta que volviendo sobre nuestros pasos llegamos a lo que se pedía.
MNEMOTECNIA	Ideas generales o fijación de ciertos puntos relacionar hechos de modo natural y sencillo sin basarse necesariamente en la lógica.
RAZONAMIENTO REGRESIVO	Orden inverso al orden real. Partiendo de la meta trabajar hacia atrás en lugar de seguir le camino directo hacia el fin deseado.
REDUCCION AL ABSURDO	Demuestra la falsedad de una afirmación deduciendo de ella una manifiesta absurdidad.
LA EXCEPCION CONFIRMA LA REGLA	Proposición de un conjunto de objetos para refutarla se particulariza eligiendo algún elemento que no en-

REGRESO A LA DEFINICION	Eliminar términos técnicos introduciendo en su lugar nuevos elementos y nuevas relaciones, por medio de las definiciones.
PLANTEO DE ECUACIONES	Expresar con símbolos una condición determinada. 1) comprender la condición. 2) Familiarizarse con formas de expresión. 3) Atender al sentido. 4) Traducir (álgebra)
PROBLEMAS AUXILIARES	Reducción unilateral Pasar de un problema propuesto a uno auxiliar más o menos ambicioso. Reducción bilateral. La solución de un problema, implica la solución de otro.
RECETAS DE COCINAS	Descripción detallada del procedimiento sin dar razones, ni demostraciones que fundamenten dichas recetas

CONCLUSIONES Y PROPOSICIONES.

Como se ha visto en el análisis, tanto en los aspectos de enseñanza-aprendizaje, cuanto a las relaciones entre la arquitectura y las matemáticas, así como en la metodología de enseñanza de las mismas, éstas son de fundamental importancia para el estudiante y para el profesional sobre todo si hacemos conciencia de la creciente importancia de los factores económicos, de la tendencia tecnológica de nuestra cultura y de la necesidad de grandes estructuras que tiene nuestra civilización de masas.

De acuerdo con la explosión demográfica, la sociedad está teniendo que brindar al hombre una gran cantidad de espacios servicio, tales como los de vivienda, educativos, los recreativos, de atención médica, de trabajo, etc., grandes cantidades de seres humanos se reunen bajo un mismo techo, se requieren estadios, teatros, templos; las aglomeraciones urbanas exigen el crecimiento de edificios mas y mas altos y mas y mas grandes. De hecho, en todas las ramas de la Planificación y la edificación, las dimensiones siempre en aumento y la complejidad de los sistemas que hay que resolver, la estructura, las instalaciones, los costos plantean un serio desafío al arquitecto. El análisis de programa, el cual debe ser consciente y estar convencido al mismo tiempo de la importancia que tienen las matemáticas para el ejercicio cabal y completo de su profesión y que como humanista que es debe capacitarse y familiarizarse con el diseño, la estética, la ingeniería, la sociología, la economía, la administración, y en términos generales con el planeamiento.

Lo anteriormente considerado implica que el arquitecto debe tener un conocimiento completo de las herramientas básicas, necesarias para comprender la tecnología moderna, lo cual destaca la importancia que deben darle las escuelas de arquitectura a las matemáticas como materia esencial en sus programas de estudio.

Para los efectos de resolver problemas estructurales, económicos, de instalaciones, etc., el arquitecto debe recurrir tanto a conocimientos cualitativos como cuantitativos; el conocimiento cualitativo debe anteceder al cuantitativo, en virtud de que nunca se despertará el interés en un campo determinado sin alguna comprensión previa de éste. Para el manejo de conocimientos cuantitativos se requiere del uso de las matemáticas, pero las matemáticas sencillas capaces de describir comportamientos. El acceso a estos conocimientos, posibilitado por el uso de las matemáticas, ha producido resultados sorprendentes aún en las rutinas de trabajo diario del arquitecto.

En virtud de que la arquitectura es una combinación de arte y tecnología, debemos tratar de que los estudiantes de ella profundicen en ambos campos y para ello es necesario que se diseñen convenientemente los programas de estudio y que el claustro docente tome consciencia de esta importancia y de la que tiene el hecho de llevar a cabo la planeación, la realización y la evaluación de todos y cada uno de los componentes de la enseñanza-aprendizaje del curso, del conocimiento que deben tener acerca de los fines que la materia pretende dentro de la formación profesional, es decir, por una parte el distinguir perfectamente las relaciones causa-efecto en el medio educativo de cada curso, en los requerimientos para el aprendizaje, su proceso y su refuerzo, en la especificación y definición de objetivos que permitan clarificar adonde se quiere llegar, como programar y estructurar las experiencias, como utilizar con eficacia los recursos didácticos disponibles, como controlar las situaciones y como trabajar con los grupos; y por otra aplicar una metodología conveniente para los efectos de que la actividad del maestro propicie en los alumnos la motivación necesaria para despertar su interés por la materia y obtenga con ello una clara asimilación del lenguaje, una comprensión de los elementos y sus relaciones, la adquisición de conocimientos concretamente enfocados a planteamientos y a problemas reales, fomentando así la expresión individual del alumno, misma que en nuestra profesión es de tanta trascendencia.

Por otra parte, las matemáticas en la arquitectura dadas en clase comprenden principalmente métodos analíticos; todo este material tradicional sigue siendo esencial, sin embargo en los últimos años se ha visto aumentar la importancia de los métodos numéricos y algebraicos en comparación con la de los métodos analíticos. La estadística es también cada vez mas importante en la arquitectura, los métodos de optimización gozan ya de una considerable aplicación de tipo práctico dentro de nuestra profesión, lo que permite enfatizar que es de fundamental importancia el estudio de este tipo de matemáticas para los alumnos y los profesionales de la arquitectura.

En virtud de que el determinante en los factores de la educación es el maestro, debido a que dependen de él tanto los alumnos como la materia en estudio, es imprescindible ser conscientes de que para resolver los problemas planteados por la enseñanza-aprendizaje es necesario saber Pedagogía y Didáctica, además de lo que se va a enseñar, es decir, Maestro es toda persona que sabiendo determinada materia o disciplina es capaz de hacer que sus alumnos adquieran los conocimientos que imparte y que al examinar analiza simultáneamente lo que enseñó y lo que el alumno aprendió.

Este trabajo tiene como objetivo fundamental el crear conciencia en los profesores que imparten no solo esta materia, sino cualesquiera que éstas sean de la fundamental importancia que tiene el hecho de que se preparen para su labor docente, es decir, motivarlos a fin de que con afán de superación, aunen a sus conocimientos y experiencia profesional, la formación didáctica indispensable en toda cátedra, asi como plantear la necesidad de que se adecúen los programas de estudio de la materia en función de los problemas y técnicas actuales, para que la Universidad cumpla cada vez mejor con su función de preparar profesionales altamente capacitados para servir a la sociedad y al País.

Por último, el establecer que las Matemáticas dentro de los estudios de Arquitectura no son el fin, sino que constituyen de manera indispensable un medio para expresar características, relaciones, interacciones, etc., es decir la herramienta necesaria para alcanzar los objetivos que la Arquitectura pretende.

LAS MATEMATICAS QUE DEBEN CONOCER LOS ARQUITECTOS.

A continuación enumero los capítulos generales y temas que considero indispensables que el alumno de Arquitectura y el Arquitecto en general conozcan, así como algunas de las aplicaciones concretas de esos conocimientos.

ARITMETICA.

- Operaciones aritméticas fundamentales.
- Manejo de potencias de 10 para simplificaciones de operaciones.
- Potencias y raíces (manejo de exponentes).

ALGEBRA.

- Notación algebraica.
- Signos y sus operaciones.
- Operaciones algebraicas
- Potencias y raíces algebraicas.
- Binomios.
- Polinomios.
- Ecuaciones lineales simultáneas.

TRIGONOMETRIA.

- Funciones trigonométricas.
- Triángulo rectángulo.
- Identidades trigonométricas.
- Signos de las funciones en los cuatro cuadrantes.
- Medidas de ángulos.

GEOMETRIA ANALITICA.

- El punto.
- Distancia entre dos puntos.
- Areas de figuras planas.
- La recta y sus aplicaciones.
- Curvas y funciones.
- Circunferencia.
- Parábola.

- Elipse.
- Hipérbola.

CALCULO DIFERENCIAL.

- Funciones
- Límites.
- La derivada.
- Derivada de funciones algebraicas.
- Derivada de funciones trigonométricas directas
- Derivada de funciones trigonométricas inversas
- Derivada de funciones logarítmicas.
- Aplicaciones de la derivada.
- Tangentes y normales a una curva.
- Máximos y mínimos.
- Problemas de enunciado.

CALCULO INTEGRAL.

- Integración indefinida.
- Integración de funciones.
- Integración por partes.
- Integración por cambio de variable.
- Aplicaciones de la integración.
- Areas bajo la curva.
- Centroides.
- Momentos de inercia.

DETERMINANTES.

- Grados.
- Operaciones.
- Propiedades.
- Aplicaciones.

MATRICES.

- Tipos de matrices.
- Operaciones con matrices.
- Aplicaciones.

PERMUTACIONES Y COMBINACIONES.

CONJUNTOS
- Definiciones.
- Conceptos básicos.
- Notación, Operaciones y Aplicaciones.
- Algebra de Boole.

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA.
- Funciones y Relaciones.
- Introducción a la Probabilidad.
- Introducción a la Estadística.

ALGEBRA LINEAL
- Definiciones conceptos básicos.
- Vectores.

INVESTIGACION DE OPERACIONES
- Introducción -Marco de referencia.
- Modelos Lineales.
- Método Simplex, problemas de Asignación y transporte
- Redes.
- Modelos Dinámicos: Optimalidad - Determinística
- Teoría de Juegos.
- Teoría de decisiones.
- Simulación.
- Análisis financieros
- Modelos Arquitectónicos: Espacio-tiempo, Espacio-costo, tiempo-espacio.

ENFOQUE HEURISTICO

APENDICE I. LISTA DE FORMULAS MATEMATICAS.

Sería cuestión de realizar todo un tratado de matemáticas para poder ejemplificar la aplicación de esta ciencia en el campo de la Arquitectura, no siendo ésta la intención de este estudio, unicamente quisiera establecer que para los efectos de que un estudiante de Arquitectura pueda traducir a términos cuantitativos los diversos enunciados cualitativos en que se cifra la importancia de las estructuras en la Arquitectura, será suficiente el que se familiarice desde el inicio con el conocimiento matemático resumido en el siguiente cuadro y una vez hecho esto, estará en total posibilidad de aplicar sus conocimientos en la comprensión, diseño y cálculo de las estructuras que requerirá para su creación arquitectónica.

LISTA DE FORMULAS MATEMATICAS.

1.- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2.- $(a - b)^2 = (a + b)(a - b)$

3.- $\frac{1}{1 + x} \simeq 1 - x$

4.- $\sqrt{1 + x} \simeq 1 + \frac{1}{2} x \quad (x \ll 1)$

5.- $\frac{1}{\sqrt{1 + x}} \simeq 1 - \frac{1}{2} x \quad (x \ll 1)$

6.- $x^2 + bx + c = 0 \quad ; \quad x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$

7.- $\begin{matrix} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{matrix} \quad x = (ce - bf) / (ae - bd) \; ; \; y = (af - cd) / (ae - bd)$

8.- $\mathrm{Sen}\ (\alpha + 90°) = \cos \alpha$

9.- $\mathrm{Cos}\ (\alpha + 90°) = -\mathrm{sen}\ \alpha$

10.- $2\,\mathrm{sen}\ \alpha \cos \alpha = \mathrm{sen}\ 2\alpha$

11.- $\mathrm{sen}\ \alpha \simeq \alpha - \alpha^3/6 \quad (\alpha \ll 1)$

12.- $\cos \alpha \simeq 1 - \alpha^2/2 \quad (\alpha \ll 1)$

13.- $\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}$

14.- $\frac{de^{ax}}{dx} = ae^{ax}$

15.- $\frac{d \text{ sen } ax}{dx} = a \cos ax$

16.- $\frac{d \cos ax}{dx} = - a \text{ sen } ax$

17.- $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$

18.- $\int \frac{dx}{x} = \text{Ln } x + c$

19.- $\int \text{sen } ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + c$

20.- $\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \text{ sen } ax + c$

21.- $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + c$

APENDICE II. LISTA DE SIMBOLOS MATEMATICOS

$=$	igual a
$\equiv$	igual por definición
$\simeq$	aproximádamente igual a
$\neq$	desigual a
$<$	menor que
$>$	mayor que
$\ll$	mucho menor que
$\gg$	mucho mayor que
$\therefore$	por consiguiente
$\mid \; \mid$	valor absoluto (valor positivo de un número)

Dentro de la Arquitectura, el estudio de las Matemáticas no debe entenderse como exclusivo para el diseño y el cálculo de estructuras, sino que debe comprenderse además que siendo ésta una herramienta fundamental, - también se les puede utilizar como tal para un sinfín de aplicaciones en el campo arquitectónico.

A manera de síntesis, se puede establecer que además - del cálculo estructural son necesarias y útiles en topografía, trazos de cimbras y formas varias, optimización de areas y volúmenes, maximización de recursos y minimización de gastos, análisis de tiempo-costo, equilibrio financiero, inversiones y amortizaciones dentro de las construcciones, cálculo de instalaciones, planeación y programación, programación lineal, modelos - matemáticos, etc.

Como ejemplos de aplicación, a continuación me permito esbozar someramente algunos problemas que muestran lo dicho anteriormente, con objeto de que se evidencíe la utilidad de estudiar matemáticas en arquitectura, buscando como concepto central el hecho de motivar al estudiante para que al momento de conocer las posibles - aplicaciones prácticas, comprenda la importancia que - tiene el profundizar en esta ciencia.

APENDICE III. EJEMPLOS DE APLICACION DE MATEMATICAS. EN ARQUITECTURA

Simplificaciones de operación.

1.- Cada piso de un edificio rectangular de concreto de 47 mts. x 38 mts. pesa 900 k/m^2 (incluyendo el peso de las columnas). El edificio tiene 32 pisos.

Calcule el pero total de edificio, sabiendo que el concreto pesa 2,400 k/m^3, el número de mts^3 de concreto necesarios para realizar el edificio y sabiendo que el terreno resiste 15 $+/m^2$, cuál es la superficie necesaria para la cimentación.

$$\text{Area de un piso} = 47 \times 38 = .47 \times 10^2 \times .38 \times 10^2$$
$$= .40 \times 10^2 \times .40 \times 10^2$$
$$= 0.20 \times 10^4$$

$$\text{Area de 32 pisos} = 0.20 \times 10^4 \times 3.2 \times 10$$
$$= 0.64 \times 10^5 \ m^2$$

$$\text{Peso de los 32 pisos} = 9 \times 10^2 \times 0.64 \times 10^5$$
$$= 5.76 \times 10^7$$
$$= 57,000 \text{ Tons.}$$

en una simple operación obtendremos:

$$\text{Peso del edificio} = 47 \times 38 \times 32 \times 900$$
$$= 0.47 \times 10^2 \times 0.38 \times 10^2 \times 3.2 \times 10 \times 9 \times 10^2$$
$$= 5.14 \times 10^7$$
$$= 51,400 \text{ Tons.}$$

$$\text{Volumen de concreto} = \frac{5.76 \times 10^7 \text{Tons.}}{2.4 \times 10^3} = 2.4 \times 10^4 = 24,000 m^3$$

$$\text{Area de la cimentación} = \frac{5.76 \times 10^7}{.15 \times 10^2} = 38.4 \times 10^5 m^2$$

2.- Potencias y raíces.

2.1 Un área cuadrada tiene 450 m^2 evaluar su lado a:

$a^2 = 450$; $a = \sqrt{450} = \sqrt{4.5 x 10} = \sqrt{4.5} \times \sqrt{10^2} = \sqrt{4.5} \times (10^2)^{\frac{1}{2}}$

$= 2.12 \times 10 = 21.2 \; m^2$

2.2 Un cubo de cimentación tiene un volumen 9,800m^3 encuentre su lado a:

$a = \sqrt[3]{9,800} = \sqrt[3]{9.8 \times 10^3} = 2.14 \times 10 = 21.4$ m.

2.3 Un bloque de granito tiene un volumen de 37.5m^3 y una altura de 2 mts. Encuentre su lado a de su base cuadrada.

$a^2 = \frac{37.5}{2} = 18.75$; $a = \sqrt{18.75} = 4.33$ m

2.4 Un pedazo de terreno tiene la forma de un triángulo rectángulo. Los 2 lados perpendiculares miden 32 mts. y 70 mts. Determinar la longitud de la tercera cara:

Por el teorema de Pitágoras.

$L^2 = 32^2 + 70^2 = (.32 \times 10^2)^2 + (.70 \times 10^2)^2$

$= 0.1024 \times 10^4 + 0.49 \times 10^4 = 0.5924 \times 10^4$

$= 5,924$

$L = \sqrt{5,924} = 76.96$ mts.

EVALUACION POLINOMIAL

El costo de edificios altos consiste en la suma de una variedad de componentes, algunos de los cuales son proporcionales al número de pisos n, otros según el crecimiento lo son al cuadrado en n y otros son independientes de n. De aquí que se indican algunos constantes con a, b, c. d, y el costo C de un edificio puede expresarse como:

$$C = an^3 + bn^2 + cn + d$$

C es una expresión polinomial de tercer grado con respecto a n. Como n varía, C cambia y podemos analizar el costo C comparando el costo por piso C/n contra n. Podemos medir C en millones de pesos, determinando por ejemplo a = 0.04, b = 2, c = 160, d = 2000:

$$C = 0.04n^3 + 2n^2 + 160\ n + 2000$$

en toda evaluación de este tipo conviene factorizar las expresiones; así:

$$0.04n^3 + 2n^2 = n^2\ (0.04\ (0.04\ n + 2)$$

y factorizando nuevamente

$$n^2\ (0.04\ n + 2) + 160n = n\ \left| n(0.04n + 2) + 160 \right|$$

y el polinomio completo

$$C = n\ \left| n(0.04n + 2) + 160 \right| + 2000$$

En esta expresión equivalente C es fácilmente evaluada usando la constante n como sigue:

1) Multiplicar 0.04 por n y sumando 2
2) Multiplicar este resultado por n y sumas 160;
3) Multiplicar este resultado por n y sumar 2000. La evaluación implica 3 multiplicaciones y 3 sumas.

La evaluación misma puede requerir 2 multiplicaciones para obtener n y n, 3 más para obtener los 3 prime---ros términos y 3 sumas. La sustitución sintética como la tabla 2 se usa incluso con 2 multiplicaciones.

Veamos ejemplos para n = 10 y n = 20

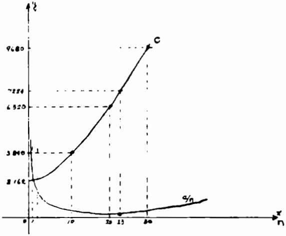
	0.04	2 +	160+	2000+	
n = 10		10x0.04=0.4	10x2.4= 24	10x184=1840	
	0.04	2.4	184	3840	= C (millones de pesos)

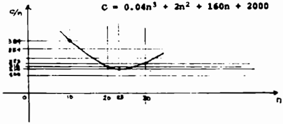
$\frac{C}{n}$ = 384 millones de pesos

	0.04	2 +	160+	2000+
n = 20		20x0.04=0.8	10x2.8=56	20x216=4320
	0.04	2.8	216	6.320

$\frac{C}{n}$ = 316 millones de pesos

Las siguientes figuras muestran o dan C y c/n en términos de n y muestran que el costo por piso es mínimo a n=23; donde c=7.224 y c/n=314.





<u>Ecuaciones Lineales Simultáneas</u>

Un nuevo desarrollo de vivienda puede construirse con

30 casas unifamiliares y 10 para dos familias cada - una (duplex) o con 10 unifamiliares y 20 para dos familias cada una por el mismo costo de medio millón de pesos.

Cúal es el costo de la casa unifamiliar? Y de la do dos familias?

Llamando x e y respectivamente, el costo de las casas del primer desarrollo es:

$30x + 10y$ y la segunda $10x + 20y$

y en ambos casos el costo es de $ 500,000 = $ 50 x 10,000

$$30x + 10y = 50$$
$$10x + 20Y = 50$$

desarrollando y simplificando

$$3x + y = 5$$
$$0.5x + y = 2.5$$

por igualación

$y = 5 - 3x \qquad 5-3x = 2.5 - 0.5x$

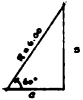
$y= 2.5 - 0.5x \therefore 5-2.5= 3x - 0.5x$

$2.5 = 2.5x \therefore x = 1 = \$ 10,000.00$

$y = 5 - 3(1) = 2 \therefore = \$ 20,000.00$

__Triángulos Rectángulos:__

Una escalera de 6 mts. de largo no debe inclinarse - más de 60°, a cuántos metros del muro la debemos poner?



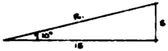
$c = R$ cr $60° = 6$ cr $60° = 6(0.5) = 3$ mts.

qué altura alcanza sobre el muro?

$S = R$ sen $60° = 6$ sen $60° = 6(0.866) = 5{,}20$ mts.

La longitud de rampa de un garage es de 15 mts. en proyección horizontal y tiene una pendiente de 10°, a qué altura o nivel sube?

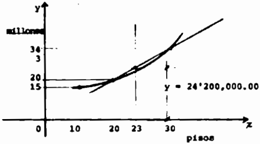
$S = 15 \tan \sigma = 15 \tan 10° = 15 \times 0.176 = 2.64$ mts.



APLICACIONES DE LA RECTA.

El análisis de costos indica que en un lugar, un edificio de 10 niveles cuesta 15'000,000.00 y uno de 20 pisos 20'000,000.00 y uno de 30 niveles - - - - - -- $34'000,000.00.

Se necesita calcular el costo aproximado de un edificio de 23 niveles, esto se puede determinar fácilmente usando la recta:



El costo por piso C de un edificio disminuye con el - número de pisos X de acuerdo con la relación:

$$c = \frac{1}{3+0.2x}$$

y el ingreso por rentas r, aumenta de acuerdo con:

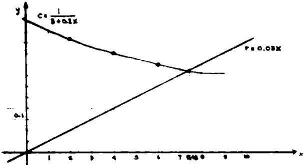
$$r = 0.03x$$

Para que número de pisos se equilibra el edificio (ni gana ni pierde)

Es en donde $c = r$ $\therefore$ $\frac{1}{3+0.2x} = 0.03x$

La siguiente gráfica contiene las curvas c y r para variables de x entre 0 y 10.

Se muestra que ambas se cruzan en un punto P de abscisa entre 7 y 9 pisos, por lo tanto el nivel de equilibrio está en 8 niveles.



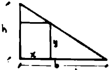
$0.03x\ (3 = 0.2x) = 1 \ \therefore\ 0.006x^2 + 0.09x - 1 = 0$

por solución de ecuaciones de segundo grado los valores son:

$x_1 = 0.062$ (se desecha por negativo).

$x_2 = 7.43$ ✓ ≈ 8 niveles

— Tengo un trozo de vidrio con la forma de un triángulo rectángulo y quiero cortar el mayor trozo de vidrio rectangular.



$a = xy$

eliminando a y tenemos:

$$\frac{y}{h} = \frac{b - x}{b}$$

$$y = \frac{h}{b}(b - x)$$

$$a = x.\frac{h}{b}(b-x) = \frac{h}{b}(bx - x^2)$$

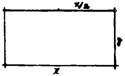
I) $A' = \frac{h}{b}(b-2x)$

II) $A' = 0 = \frac{h}{b}(b-2x) = 0 \; ; \quad b-2x = 0 \qquad \boxed{x = \frac{b}{2}}$

III) $A'' = \frac{-2h}{b} < 0$

IV) $y = \frac{h}{b} \cdot \frac{b}{2} = \boxed{\frac{h}{2} = y}$

— Un señor desea cercar su terreno pero gastando lo mínimo posible en la barda. ¿Qué dimensiones dará este señor a su barda si la superficie del terreno es de 10,800 m^2 y además su vecino le pagará la mitad de la cerca medianera?



$$V = x + \frac{x}{2} + 2y$$

$$V = \frac{3x}{2} + 2y$$

Eliminar a y

$A = b.h = 10,800 \; m^2$

$x.y$

$$y = \frac{10,800}{x}$$

$$V = \frac{3x}{2} + \frac{21,600}{x}$$

I) $V' = \frac{3}{2} - 21,600\ x^{-2} = \boxed{\frac{3}{2} - \frac{21,600}{x^2}}$

II) $V' = 0\ ;\ V' = \frac{3}{2} - \frac{21,600}{x^2} = 0\quad \frac{3}{2} = \frac{21,600}{x^2},\ x^2 = \frac{43,200}{3} =$

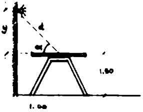
$x^2 = 14,400\ ;\quad x\ \sqrt{14,400}\ \begin{array}{|l} 120 \\ \hline 22 \\ \hline \end{array}$ $\quad \boxed{x = 120m}$

$\quad\quad 04\ 4$

III) $V'' = 43,200\ x^{-3} = \frac{43,200}{x^3}\quad x = 120\ V'' = \frac{43,200}{120}\quad 0$ mínimo

IV) $y = \frac{10,80\cancel{0}}{12\cancel{0}} = \boxed{90\ m}\qquad A = 90 \times 120 = \boxed{10,800\ m^2}$

— Tengo mi mesa de trabajo a un metro del muro y trato de saber a que altura del muro tengo que colocar un foco para que la iluminación sea máxima. La altura de la mesa es 1.50 y la intensidad es de watts.



$$I = \frac{60}{d^2} \operatorname{sen} \alpha$$

$$d^2 = 1 + y^2$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{y}{d} = \frac{y}{\sqrt{1+y^2}}$$

$$I = \frac{60}{1 + y^2} \cdot \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} = \frac{60y}{(1 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(1) \quad I = 60y \, (1+y^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$I = 60 \left[y\left(-\frac{3}{\cancel{2}}\right)(1+y^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \cancel{2}y + (1+y^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot 1 \right]$$

(2)

$$60\left[-3y^2(1+y^2)^{-\frac{5}{2}}+(1+y^2)^{-\frac{3}{2}}\right]=0$$

$$-3y^2(1+y^2)^{-\frac{5}{2}}+(1+y^2)^{-\frac{3}{2}}=0$$

$$(1+y^2)^{\frac{5}{2}}\left[-3y^2(1+y^2)^{-\frac{5}{2}}+(1+y^2)^{-\frac{3}{2}}\right]=0$$

$$-3y^2+1+y^2=0$$

$$1-2y^2=0$$

$$2y^2=1$$

$$y^2=\frac{1}{2};\ y=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1.4142}{2}$$

$$\boxed{y=0.7071}$$

La altura del foco = 1.50 * .70 = $\boxed{2.21\text{ mts.}}$

Una compañía de teléfonos observa que por cada aparato que sobrepasa mil; pierde un centavo y que por c/aparato menor que mil gana $ 15.00. ¿Cuántos aparatos darán la máxima ganancia?

$$G = (x - 1000)\ (1500 - x)$$

$$G = 1500x - x^2 - 1500000 + 1000\,x$$

$$G = -\,x^2 + 2500x - 1500000$$

I) $G' = -\,2x + 2500$

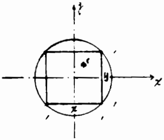
II) $-\,2x + 2500 = 0$

$$2500 = 2x$$

$$x = \frac{2500}{2} = \boxed{1250 = x}$$

III) $G'' = -\,2 < 0$ luego es <u>Máximo</u>

Máximos y mínimos:



De un tronco de madera de sección circular, encontrar la sección rectangular de mayor resistencia. Dar las dimensiones de ancho y alto y calcular momento de inercia.

Puesto que la sección tiene radio r, tendremos:

$$x^2 + y^2 = (2r)^2 = 4r^2 \qquad (1)$$

La resistencia S (módulo de sección) de la viga rectangular es:

$$S = \frac{I_c}{\frac{y}{2}} = \frac{\frac{x\,y^3}{12}}{\frac{y}{2}} = \frac{1}{6}\,x\,y^2$$

De la (1) queda: $y^2 = 4r^2 - x^2 \qquad (1_1)$

De la (2) queda $y^2 = \frac{6S}{x} \qquad (2_1)$

Eliminando a y^2:

$$4r^2 - x^2 = \frac{6S}{x}$$

Despejando a S:

$$S = \frac{x(4r^2 - x^2)}{6} = \frac{4r^2x - x^3}{6} \qquad 0 < x < 2r$$

Derivando respecto a x

$$\frac{dS}{dx} = \frac{1}{6}\left|4r^2 - 3x^2\right| \qquad y \quad \frac{d^2S}{dx^2} = \frac{1}{6}\left|-6x\right| = -x$$

la segunda derivada es negativa ∴ es un máximo.

$$\frac{1}{6}\left|4r^2 - 3x^2\right. = 0$$

$$4r^2 - 3x^2 = 0$$

$$3x^2 = 4r^2$$

$$x^2 = \frac{4r^2}{3}$$

base $\boxed{x_1 = \frac{2r}{\sqrt{3}}}$ $\qquad x_2 = -\frac{2r}{\sqrt{3}}$ (es negativa, desechamos)

Sustituyendo este valor en la (1)

$$(\frac{2r}{\sqrt{3}})^2 + y^2 = 4r^2$$

$$(\frac{4r^2}{3} + y^2) = 4r^2$$

$$y_1^2 = 4r^2 - \frac{4r^2}{3}$$

$$y_1 = \sqrt{4r^2 - \frac{4r^2}{3}}$$

$$y_1 = \sqrt{4r^2 - (1 - \frac{1}{3})}$$

altura $\boxed{y = 2r\sqrt{\frac{2}{3}}}$

Suponiendo que $r = 15$ cm.

Tendremos:

$$x_1 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

$$x_1 = \frac{2(15)}{\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17.32 \text{ cm.}$$

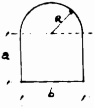
$$y_1 = 2r\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$y_1 = 2(15)\sqrt{\frac{2}{3}} = 30\sqrt{\frac{2}{3}} = 24.50 \text{ cm.}$$

El momento de inercia será:

$$I_c = \frac{17.32\ (24.50)^3}{12} = 21,225.84 \text{ cm}^4$$

Máximos y mínimos:



Una ventana tiene forma rectangular, rematando en un semicírculo. Con un perímetro constante $p = k(m)$, encontrar las dimensiones que deben darse para obtener la máxima iluminación. Respuesta: La máxima iluminación la dará el área mayor.

1) $\boxed{p = 2a + b + \pi R}$ (1)

pero $b = 2R$

$$p = 2a + 2R + \pi R = k$$

$$2a = k - 2R - \pi R$$

$$\boxed{a = \frac{k - 2R - \pi R}{2}} \quad (2)$$

2) Area $\boxed{A = ab + \frac{\pi R^2}{2}}$ (3)

$$A = \frac{k - 2R - \pi R}{2}(2R) + \frac{\pi R^2}{2}$$

$$A = kR - 2R^2 - \pi R^2 + \frac{\pi R^2}{2}$$

$$A = kR - 2R^2 - \frac{\pi R^2}{2}$$

$$A = kR - R^2\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{dA}{dR} = k - 2R\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$k - 2R\left(2 + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$2R\left(2 + \frac{\pi}{2}\right) = k$$

$$R = \frac{k}{2\left(2 + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\boxed{R = \frac{k}{4 + \pi}} \qquad (4)$$

Si en la expresión (2) sustituimos el valor de R, de la (4) tenemos:

$$a = \frac{k - 2R - \pi R}{2} = \frac{k - 2\,\frac{k}{4 + \pi} - \frac{k}{4 + \pi}}{2}$$

$$a = \frac{\frac{(4 + \pi)\ k - 2k - \pi k}{4 + \pi}}{2} = \frac{4k + \pi k - 2k - \pi k}{2(4 + \pi)}$$

$$a = \frac{2k}{2(4 + \pi)}$$

$$\boxed{a = \frac{k}{4 + \pi}}$$

O sea que a = R, es decir que el radio del semicírculo debe ser igual a la altura del rectángulo.

$\frac{d^2A}{dR^2} = -2(2 + \frac{\pi}{2}) < 0$, estamos pues en un máximo.

$$b = 2R$$

$$\boxed{b = \frac{2k}{4 + \pi}}$$

Si por ejemplo $k = 9m$.
tendremos:

$$R = \frac{9}{4 + \pi} = \frac{9}{4 + 3.1416} = \frac{9}{7.1416} = 1.26\ m. \quad \boxed{R = 1.26m}$$

$$a = \frac{9 - 2(1.26) - \pi(1.26)}{2} = \frac{9 - 2.52 - 3.96}{2}$$

$$a = \frac{9 - 6.48}{2} = \frac{2.52}{2}$$

$$\boxed{a = 1.26\ m.}$$

$b = 2R = 2(1.26) = 2.52$ m.

$\boxed{b = 2.52 \text{ m.}}$

Perímetro: $p = 2a + b + \pi R$

$p = 2(1.26) + 2.52 + \pi(1.26)$

$p = 2.52 + 2.52 + 3.96$

$p = 9.00$ m.

Es decir que el radio del semicírculo debe ser igual a la altura del rectángulo. O sea $R = a$
y $b = 2a$

El área máxima es

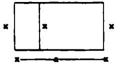
$$A = ab + \frac{\pi R^2}{2} = 1.26\ (2.52) + \frac{\pi(1.26)^2}{2}$$

$$A = 3.1752 + \frac{\pi(1.5876)}{2}$$

$$A = 3.1752 + 2.4938$$

$$A = 5.669 \text{ m}^2$$

Se quiere construir una barda alrededor de un campo - rectangular y dividirlo en dos parcelas por otra barda paralela a uno de los lados. Si el área del campo es conocida, encontrar relación de los lados para que la longitud total de las bardas sea mínima.



área $A = ax$

$$a = \frac{A}{x}$$

perímetros:

$$p = 2a + 3x$$

$$p = 2\,\frac{A}{x} + 3x = 2Ax^{-1} + 3x$$

$$\frac{dp}{dx} = -2A\,x^{-2} + 3 = 0$$

$$-\frac{2A}{x} + 3 = 0$$

$$-2A + 3x^2 = 0$$

$$3x^2 = 2A$$

$$x^2 = \frac{2A}{3}$$

$$\boxed{x = \sqrt{\frac{2A}{3}}}$$

$$a = \frac{A}{x} = \frac{A}{\sqrt{\frac{2A}{3}}} = \frac{\sqrt{3A}}{\sqrt{2A}} = \frac{\sqrt{3}\,A^{2/2}}{\sqrt{2}\,A^{1/2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}\,A^{1/2}$$

$$\boxed{a = \sqrt{\frac{3A}{2}}}$$

relación lados:

$$\frac{x}{a} = \frac{\sqrt{\frac{2A}{3}}}{\sqrt{\frac{3A}{2}}} = \sqrt{\frac{\frac{2A}{3}}{\frac{3A}{2}}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{\frac{x}{a} = \frac{2}{3}}$$

$$A = \sqrt{\frac{3A}{2}} \quad \sqrt{\frac{2A}{3}} = A$$

$$\frac{d^2p}{dx^2} = 4\,Ax^{-3} > 0, \text{ es un mínimo}$$

si por ejemplo $A = 10{,}800$

$$x = \sqrt{\frac{2(10{,}800)}{3}} = 84.853 \text{ m.}$$

$$a = \sqrt{\frac{3(10{,}800)}{2}} = 127.279 \text{ m.}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{84.853}{127.279} = \frac{2}{3}$$

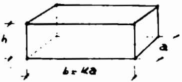
perímetros:

$$p = 2(127.279) + 3(84.853)$$

$$p = 254.558 + 254.559$$

$$p = 509.117 \text{ m.}$$

Area $A = 127.279(84.853) = 10{,}800.02371$



Se quiere hacer un tanque de 100 m^3 de capacidad de base rectangular tal que un lado sea K veces la longitud del otro. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para un costo mínimo, sabiendo que el m^2 de fondo cuesta \$ 1,500.00, el de los \$ 1,120.00 y el de tapa \$ 2,000.00

Costos:

$$C_b = 1500.00$$

$$C_p = 1120.00$$

$$C_t = 2000.00$$

Relacionando los costos al de tapa:

$$C_b = \frac{1500}{2000} = 0.75\ C_t$$

$$C_p = \frac{1120}{2000} = 0.56\ C_t$$

$$C_t = \frac{2000}{2000} = 1.00\ ct$$

Volumen $\qquad V = a(ka)h = ka^2\ h$

$$h = \frac{V}{ka^2} = \frac{100}{ka^2}$$

Costo:

$$C = ka(a)C_t + ka(a)C_b + 2kah\ C_p + 2ah\ C_p$$

$$C = ka^2\ C_t + ka^2\ C_b + 2ka\ \frac{100}{ka^2}\ C_p + 2ah\ C_p$$

$$C = ka^2C_t + ka^2(0.75C_t) + 2ka\frac{100}{ka^2}(0.56C_t) + 2a\frac{100}{ka^2}(0.56C_t)$$

$$C = C_t\left[ka^2 + 0.75\ ka^2 + \frac{112}{a} + \frac{112}{ka}\right]$$

$$C = C_t\left[1.75ka^2 + \frac{112}{a}\ (1 + \frac{1}{k})\right]$$

$$C = C_t\left[1.75ka^2 + 112\ (1 + \frac{1}{k})\ a^{-1}\right]$$

$$\frac{dc}{da} = C_t\left[3.5ka - 112\ (1 + \frac{1}{k})\ a^{-2}\right] = 0$$

$$3.5ka - \frac{112(1 + \frac{1}{k})}{a^2} = 0$$

$$3.5\ ka^3 - 112\ (1 + \frac{1}{k}) = 0$$

$$3.5\ ka^3 - 112\ \frac{k + 1}{k} = 0$$

$$3.5\ k^2a^3 - 112\ (k + 1) = 0$$

$$3.5\ k^2a^3 = 112\ (k + 1)$$

$$a^3 = \frac{112(k+1)}{3.5\ k^2}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{112(k+1)}{3.5\ k^2}}$$

Si por ejemplo k = 2, es decir si un lado es el doble del otro:

$$a = \frac{\overline{112(2+1)}}{3.5(2)^2} = \frac{\overline{112(3)}}{3.5(4)} = \frac{\overline{336}}{15} = \overline{22.4}$$

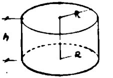
$$a = 2.819 \text{ m}$$

$$b = 2(2.819) = 5.638 \text{ m}$$

$$h = \frac{100}{2(2.819)^2} = \frac{100}{15.894} = 6.292$$

Volumen $V = 2.819(5.638)\ (6.292) = 100.00 \text{ m}^3$

$$\frac{d^2C}{da^2} = C_t \left[3.5k + 112\ (1 + \frac{1}{k})a^{-3} \right] > 0$$ estamos en un mínimo



Diseñar el tanque cilíndrico - más económico para una capacidad de $800 m^3$ sabiendo que el m^2 de tapa cuesta \$400.00, el de base \$200.00 y el de paredes \$360.00 (por m^2)

Costos

$c_t = 400$

$c_b = 200$

$c_p = 360$

relacionándolos todos al costo de tapa:

$$c_t = \frac{400}{400} = 1.00\ c_t$$

$$c_b = \frac{200}{400} = 0.50\ c_t$$

$$c_p = \frac{360}{400} = 0.90\ c_t$$

Volumen

$$V = \pi R^2 h \qquad \therefore \quad h = \frac{V}{\pi R^2} = \frac{800}{\pi R^2}$$

<u>Costo total</u>

$$C = \pi R^2\ c_t + \pi R^2 c_b + 2\pi R h\ c_p$$

$$C = \pi R^2\ c_t + \pi R^2 (0.5\ c_t) + 2\pi R\ \frac{800}{\pi R^2}\ (0.9\ c_t)$$

$$C = \pi c_t \left| R^2 + 0.5\ R^2 + \frac{1,440}{\pi R} \right|$$

$$C = \pi c_t \left| 1.5\ R^2 + \frac{1,440}{\pi}\ R^{-1} \right|$$

$$\frac{dC}{dR} = \pi c_t \left| 3.0 R - \frac{1,440}{\pi}\ R^{-2} \right| = 0$$

$$3\ R - \frac{1,440}{\pi R^2} = 0$$

$$3\pi R^3 - 1{,}440 = 0$$

$$3\pi R^3 = 1{,}440$$

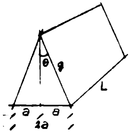
$$R^3 = \frac{1{,}440}{3\pi}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{1{,}440}{3\pi}} = \sqrt[3]{\frac{480}{\pi}} = 5.346 \text{ m.}$$

$$h = \frac{800}{\pi(5.346)} = 8.91 \text{ m.}$$

$$V = \pi(5.346)^2(8.91) = 800.80 \text{ m}^3 \approx 800$$

$$\frac{d^2C}{dR^2} = \left|3 + 2{,}880\ R^{-3}\right| > 0 \quad \text{estamos en un mínimo.}$$



En una tienda de campaña de forma prismática triangular, encontrar las dimensiones para utilizar el mínimo de lona, para un ancho 2a dado y un Volumen también dado V. (Se consideran los extremos)

$$a = \text{constante}$$
$$V = \text{constante}$$

$$S = 2Lg + 2\frac{2ah}{2}$$

$$S = 2Lg + 2ah = 2(Lg + ah)$$

$$g = \frac{a}{\operatorname{sen}\theta} \qquad h = \frac{a}{\tan\theta}$$

$$V = \frac{2ah}{2}L = ahL \quad \therefore L = \frac{V}{ah}$$

$$S = 2\left(\frac{V}{ah}\right)\left(\frac{a}{\operatorname{sen}\theta}\right) + 2a\left(\frac{a}{\tan\theta}\right)$$

$$S = 2\frac{V}{a\dfrac{a}{\tan\theta}}\;\frac{a}{\operatorname{sen}\theta} + 2a\frac{a}{\tan\theta}$$

$$S = \frac{2aV\tan\theta}{a^2\operatorname{sen}\theta} + \frac{2a^2}{\tan\theta}$$

$$S = \frac{2V\tan\theta}{a\operatorname{sen}\theta} + \frac{2a^2}{\tan\theta}$$

$$S = \frac{2V\dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}}{a\operatorname{sen}\theta\cos\theta} + \frac{2a^2}{\tan\theta}$$

$$S = \frac{2V\operatorname{sen}\theta}{a\operatorname{sen}\theta\cos\theta} + \frac{2a^2}{\tan\theta}$$

$$\boxed{S = \frac{2V}{a\cos\theta} + \frac{2a^2}{\tan\theta}}$$

$$S = \frac{2V}{a}(\cos\theta)^{-1} + 2a^2 \ (\tan\theta)^{-1}$$

$$\frac{dS}{d\theta} = \frac{2V}{a}\left|-(\cos\theta)^{-2}(-\operatorname{sen}\theta)\right| + 2a^2\left|-(\tan\theta)^{-2}(\sec^2\theta)\right|$$

$$\frac{2V}{a}\ \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos^2\theta} - 2a^2\ \frac{\sec^2\theta}{\tan^2\theta} = 0$$

$$\frac{2V}{a}\ \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos^2\theta} - 2a^2\frac{\frac{1}{\cos^2\theta}}{\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{\cos^2\theta}} = 0$$

$$\frac{2V}{a}\ \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos^2\theta} - 2a^2\ \frac{\cos^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta\cos^2\theta} = 0$$

$$\frac{2V}{a}\ \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos^2\theta} - 2a^2\frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta} = 0$$

$$2V\operatorname{sen}^3\theta - 2a^3\cos^2\theta = 0$$

$$2V\operatorname{sen}^3\theta - 2a^3(1 - \operatorname{sen}^2\theta) = 0$$

$$2V\operatorname{sen}^3\theta - 2a^3 + 2a^3\operatorname{sen}^2\theta = 0$$

$$2V\operatorname{sen}^3\theta + 2a^3\operatorname{sen}^2\theta - 2a^3 = 0$$

$$\operatorname{sen}^3\theta + \frac{2a^3}{2V}\operatorname{sen}^2\theta - \frac{2a^3}{2V} = 0$$

$$\boxed{\operatorname{sen}^3\theta + \frac{a^3}{V}\operatorname{sen}^2\theta - \frac{a^3}{V} = 0} \qquad (1)$$

Reducción:

Sustituyendo $\operatorname{sen}\theta = x - \dfrac{\frac{a^3}{V}}{3}$ a $\boxed{\operatorname{sen}\theta = x - \frac{a^3}{3V}}$

$$\left(x - \frac{a^3}{3V}\right)^3 + \frac{a^3}{V}\left(x - \frac{a^3}{3V}\right)^2 - \frac{a^3}{V} = 0$$

$$\left(x^3 - 3x^2\frac{a^3}{3V} + 3\frac{a^6}{9V^2}x - \frac{a^{27}}{27V^3}\right) + \frac{a^3}{V}\left(x^2 - \frac{2}{3V}xa^3 + \frac{a^6}{9V^2}\right) - \frac{a^3}{V} = 0$$

$$x^3 - \frac{a^3}{V}x^2 + \frac{a^6}{3V^2}x - \frac{a^{27}}{27V^3} + \frac{a^3}{V}x^2 - \frac{2a^6}{3V^2}x + \frac{a^9}{9V^3} - \frac{a^3}{V} = 0$$

$$\boxed{x^3 - \frac{a^6}{3V^2}x - \frac{a^{27}}{27V^3} + \frac{a^9}{9V^3} - \frac{a^3}{V} = 0} \qquad (3)$$

$$x^3 - \frac{a^6}{3V^2}x + \left(\frac{a^9}{9V^3} - \frac{a^{27}}{27V^3} - \frac{a^3}{V}\right) = 0$$

$$x^3 - \frac{a^6}{3V^2}x + \frac{3a^9 - a^{27} - 27a^3V^2}{27V^3} = 0$$

$$\boxed{x^3 - \frac{a^6}{3V^2}x + \frac{a^3}{27V^3}(3a^6 - a^{24} - 27V^2) = 0} \qquad (3_1)$$

Las fórmulas (3) ó (3_1) son las generales para la solución de la ecuación cúbica, encontrando después el valor de $\operatorname{sen}\theta = x - \frac{a^3}{3V}$. y por lo tanto .

Pero como se ve resulta muy impráctica, ya que aparecen números muy grandes (existe a^{27}) por lo cual resulta más conveniente sustituir valores del problema en la 2 y con este reducir la ecuación.

Ejemplo: Supóngase que $a = 3m$
y $V = 27\ m^3$

Tomando la ecuación (1)

$$\operatorname{sen}^3\theta + \frac{a^3}{V}\operatorname{sen}^2\theta - \frac{a^3}{V} = 0$$

$$\operatorname{sen}^3\theta + \frac{3^3}{V}\operatorname{sen}^2\theta - \frac{3^3}{27} = 0$$

$$\operatorname{sen}^3\theta + \frac{27}{27}\operatorname{sen}^2\theta - \frac{27}{27} = 0$$

$$\boxed{\operatorname{sen}^3\theta + \operatorname{sen}^2\theta - 1 = 0}$$ Es la ecuación primaria

Sustituyendo $\operatorname{sen}\theta = x - \frac{1}{3}$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^3 + \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - 1 = 0$$

$$x^3 - 3x^2\frac{1}{3} + 3x\frac{1}{9} - \frac{1}{27} + x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - 1 = 0$$

$$x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27} + x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - 1 = 0$$

$$x^3 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{27} + \frac{1}{9} - 1 = 0$$

$$x^3 - \frac{1}{3}x + \left(\frac{-27 + 3 - 1}{27}\right) = 0$$

$$x^3 - \frac{1}{3}x + \left(\frac{-25}{27}\right) = 0$$

$$\boxed{x^3 - \frac{1}{3}x - \left(\frac{25}{27}\right) = 0}$$ Es la ecuación reducida

Discriminante

$$\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27} = \frac{\left(-\frac{25}{27}\right)^2}{4} + \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^3}{27} = 0.214335 - 0.001372 > 0$$

Existe una raíz real y 2 imaginarias conjugador

Solución

$$A = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} = \sqrt[3]{-\frac{\left(-\frac{25}{27}\right)}{2} + \sqrt{\frac{\left(-\frac{25}{27}\right)^2}{4} + \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^3}{27}}}$$

$$A = \sqrt[3]{+\frac{0.925926}{2} + \sqrt{0.214335 - 0.001372}} = \sqrt[3]{0.462963 + \sqrt{0.212963}}$$

$$A = \sqrt[3]{0.462963 + 0.461479} = \sqrt[3]{0.924442}$$

$$\boxed{A = 0.974152}$$

$$B = \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} = \sqrt[3]{0.462963 - 0.461479}$$

$$B = \sqrt[3]{0.001484}$$

$$\boxed{B = 0.114063}$$

$$x = A + B = 0.974152 + 0.114063$$

$$x = 1.088215$$

$\therefore \ \mathrm{sen}\,\theta = x - \frac{1}{3} = 1.088215 - 0.333333$

$\boxed{\mathrm{sen}\,\theta = 0.754882}$

$\theta = \mathrm{arc\ sen}\ 0.754882$

$\boxed{\theta = 49^{\circ}.01506}$ $\qquad 2\theta = 98^{\circ}.03012$

Comprobación aplicando este valor de senθ en la ecuación primaria:

$\mathrm{sen}^3\theta + \mathrm{sen}^2\theta - 1 = 0$

$(0.754882)^3 + (0.754882)^2 - 1 = 0.430167 + 0.569847 - 1$

$= 1.000014 - 1 = 0.000014 \doteq 0$

error cálculo

$g = \frac{a}{\mathrm{sen}\,\theta} = \frac{3.00}{\mathrm{sen}\ 49^{\circ}.01506} = \frac{3.00}{(0.754882)} = 3.974131\ \mathrm{m}$

$h = \frac{a}{\tan\theta} = \frac{3.00}{\tan\ 49^{\circ}.01506} = \frac{3.00}{1.150979} = 2.606477\ \mathrm{m}$

$L = \frac{V}{ah} = \frac{27.00}{3.00(2.606477)} = \frac{27.00}{7.819431} = 3.452937\ \mathrm{m}$

$S = 2(Lg + ah) = 2\,|(3.452937)(3.974131) + (3.000000)(2.606477)|$

$S = 2\,|13.722424 + 7.819431| = 2(21.541855) = 43.083710\ \mathrm{m}^2$

$S = \frac{2V}{a\cos\theta} + \frac{2a^2}{\tan\theta} = \frac{2(27)}{3\cos\ 49^{\circ}.01506} + \frac{2(3)^2}{\tan\ 49^{\circ}.01506}$

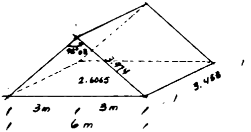
$S = \frac{54.00}{3(0.655861)} + \frac{2(9)}{\tan\ 49^{\circ}.01506}$

$S = \frac{54.00}{1.967582} + \frac{18}{1.150979}$

$27.444855 + 15.638860 = 43.083715\ m^2$

$V = abL = (3.00)(2.606477)(3.452937) = 27.00000262 \approx 27\ m^3$

Dimensionamiento:



Máximos y Mínimos

El costo de construcción de un edificio es de $ 500,000.00 el primer piso, $ 525,000.00 el segundo, $ 550,000.00 el tercero y así sucesivamente. Otros gastos generales suman $ 3'500,000.00. Se piensa que una vez construído, el edificio va a ser alquilado, produciendo una renta anual por piso, de $ 50,000.00. ¿Cuál es el número de pisos que producirá el máximo interés del capital invertido? Si n = número de pisos tenemos:

<u>Fórmula para el costo hasta un piso n</u> :

$$\boxed{C = 3'500{,}000.00 + 500{,}000.00\, n + 25{,}000.00\, (n-1) \left(\frac{n}{2}\right)}$$

$$C = 3'500{,}000.00 + 500{,}000.00\, n + 25{,}000.00 \left(\frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}\right)$$

$$C = 3'500{,}000.00 + 500{,}000.00\, n + 12{,}500.00\, n^2 - 12{,}500.00 n$$

$$\boxed{C = 12{,}500.00\, n^2 + 487{,}500.00\, n + 3'500{,}000.00}$$

Costo hasta un nivel n

Renta anual por piso:

$$\boxed{R = 50{,}000.00\, n}$$

Interés del capital invertido

$$I = \frac{R}{C} = \frac{50{,}000.00\, n}{12{,}500.00\, n^2 + 487{,}500.00\, n + 3'500{,}000.00}$$

Dividiendo numerador y denominador entre 12,500.00:

$$I = \frac{4\ n}{n\ \ + 39\ n + 280}$$

Dividiendo numerador y denominador entre n:

$$I = \frac{4}{n + 39 + \frac{280}{n}} = 4\ \ (n + 39 + \frac{280}{n})^{-1}$$

$$I = 4\ (n + 39 + 280\ n^{-1})^{-1}$$

$$\frac{dI}{dn} = 4 \left[-(n + 39 + 280\ n^{-1})^{-2}\ \ (1 - 280\ n^{-2}) \right]$$

$$\frac{dI}{dn} = d \left[-(\frac{1}{(n + 39 + \frac{280}{n})^{2}}) (1 - \frac{280}{n^2}) \right]$$

$$\frac{dI}{dn} = -4\ (\frac{1 - \frac{280}{n^2}}{(n + 39 + \frac{280}{n^2})^2})$$

$$-4\ (\frac{1 - \frac{280}{n^2}}{(n + 39 + \frac{280}{n^2})^2}) = 0$$

$$(1 - \frac{280}{n^2}) = 0$$

$$n^2 - 280 = 0$$

$$n^2 = 280$$

$n = \overline{280}$

$\boxed{n = 16.73320053}$ Es el número de pisos requeridos para obtener el máximo interés de capital.

El costo para 16.73320053 pisos será de:

$C = 3'500,000+500,000(16.73320053)+25,000(15.73320053(\frac{16.73320053}{2})$

$C = 3'500,000+8'366,600.0265+25,000(15.73320053)\ (8.366600265)$

$C = \qquad + \qquad +25,000\ (131.6333997)$

$C = \qquad +329,083.4993$

$\boxed{C = 15'157,430.526}$

El alquiler anual será de:

$\boxed{R = 50,000.00(16.73320053 = 836,660.00265}$

El interés anual será de :

$I = \frac{R}{C} = \frac{836,660.00265}{15'157,430.526} = 0.0551979943$

o sea aproximadamente el <u>5,52</u>% anual

Si se construyen 17 pisos exactos tendríamos costo:

$C = 3'500,000.00+500,000.00(17)+25,000.00(16)\ (\frac{17}{2})$

$C = 3'500,000.00+8'500,000.00+25,000.00(16)\ (8.5)$

$C = 3'500,000.00+8'500,000.00+25,000.00\ (136)$

$C = 3'500,000.00+8'500,000.00+3'400,000.00$

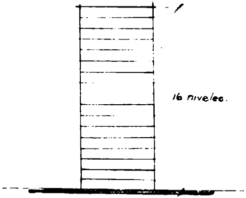
$C = 15'400,000.00$

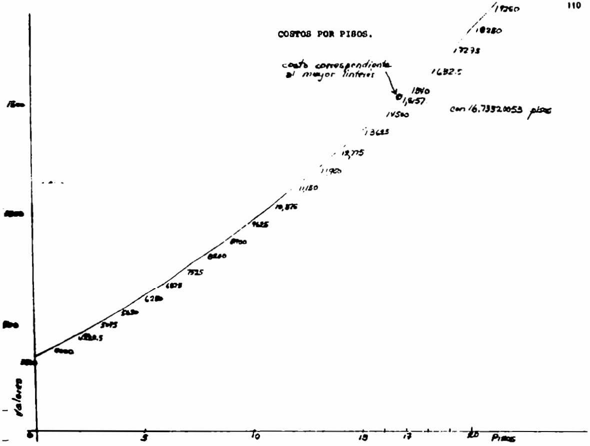
El alquiler anual sería de:

$R = 50,000\ (17) = 850,000.00$

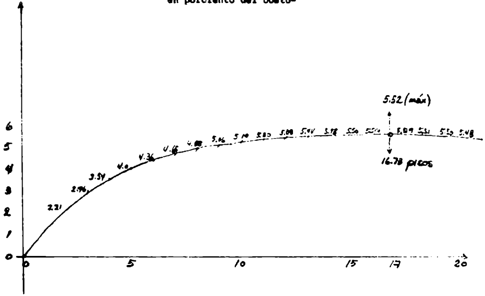
y el interés anual de:

$$I = \frac{R}{C} = \frac{850,000.00}{15'400,000.00} = 0.0551948051$$ prácticamente igual al 5.52%




COSTOS POR PISOS.
costo correspondiente al mayor interés
con 16.7352.0053 pisos
19260
18280
17275
1682.5
1840
1,857
14500
13625
12,775
11925
11,150
10,375
9625
8900
8260
7525
6875
6280
5630
5075
4550.5
4000
valores
Pisos
5
10
15
20

Rendimiento de la inversión, según el número de pisos en porciento del costo-



Prueba de qué es un máximo

$$\frac{d^2I}{dn^2} = 4\ |-1(-2)(n + 39 + 280n^{-1})^{3}\ (1-280n^{-2})$$

$$= 4\ |2(n + 39 + 280n^{-1})^{-3}\ (1 - 280\ n^{-2})|$$

$$= 8\ \left|\frac{1 - 280n^{-2}}{(n + 39 + 280n^{-1})^{3}}\right|$$

$$= 8\ \left|\frac{(1 - \frac{280}{n^2})}{(n + 39 + \frac{280}{n})^{3}}\right|$$

$$= 8\ \left|\frac{(1 - \frac{280}{16.73^2})}{(16.73 + 39 + \frac{280}{16.73})^{3}}\right|$$

es negativo por lo tanto estamo en un máximo.

$$I = \frac{R}{C} = \frac{4}{n + 39 + \frac{280}{n}}$$

si $n \longrightarrow \infty$

$$I = \frac{4}{\infty + 39 + \frac{280}{\infty}}$$

$$I = \frac{4}{\infty + 39 + 0}$$

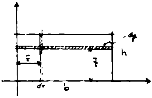
$$I = \frac{4}{\infty + 39}$$

$$I = \frac{4}{\infty}$$

I = cero.

Centroides de figuras planas.

$$\bar{x} = \frac{\int x dA}{A} ; \quad \bar{y} = \frac{\int y dA}{A}$$



$A = bh$

$dA = hdx$

$$\int x dA = \int_0^b xhdx = h\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^b$$

$$= \frac{hb^2}{2}$$

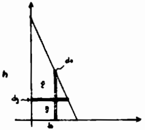
$$\bar{x} = \frac{\frac{hb^2}{2}}{bh} = \frac{hb^2}{2bh} = \boxed{\frac{b}{2}}$$

— 0 —

$dA = bdy$

$$\int y dA = \int_0^h ybdy = b\int_0^h ydy = b\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^h = \frac{bh^2}{2}$$

$$\bar{y} = \frac{\frac{bh^2}{2}}{bh} = \frac{bh^2}{2bh} = \boxed{\frac{h}{2}}$$



$$\bar{x} = \frac{\int x\,dA}{A}\ ;\ \bar{y} = \frac{\int y\,dA}{A}$$

$$A = \frac{bh}{2}$$

$$dA = \quad \frac{U}{h} = \frac{b-x}{b}\ ;\ U = \frac{hb}{x} = \frac{h}{b}(b-x)$$

$$dA = \frac{h}{b}(b-x)\,dx$$

$$\int x\,dA = \frac{h}{b}\int_0^b x(b-x)\,dx = \frac{h}{b}\int_0^b (xb-x^2)\,dx =$$

$$= \frac{h}{b}\int_0^b xb\,dx - \frac{h}{b}\int_0^b x^2\,dx = \frac{hb}{b}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^b - \frac{h}{b}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^b =$$

$$= \frac{hb^2}{2} - \frac{h}{b}\frac{b^3}{3} = \frac{h}{b}\frac{b^3}{6} = \boxed{\frac{hb^2}{6}} \qquad \bar{x} = \frac{\frac{hb^2}{6}}{\frac{hb}{2}} = \frac{2hb^2}{6hb} = \boxed{\frac{b}{3}}$$

$$\bar{y} = \int y\,dA$$

$$dA = v\,dy \quad \frac{v}{b} = \frac{h-y}{h} \quad v = \frac{b}{h}(h-y)$$

$$\int y\,dA = \int_0^h y\,\frac{b}{h}(h-y)\,dy \qquad \frac{b}{h}\int_0^h (yh-y^2)\,dy =$$

$$\frac{b}{h}\left[\frac{hy^2}{2}-\frac{y^3}{3}\right] = \frac{b}{h}\left[\frac{h^3}{2}-\frac{h^3}{3}\right] = \frac{b}{h}\,\frac{3h^3-2h^3}{6} = \frac{b}{h}\,\frac{h^3}{6}$$

$$\boxed{\frac{bh^2}{6}}\ \bar{y} = \frac{\frac{bh^2}{6}}{\frac{bh}{2}} = \frac{2bh^2}{6bh} = \boxed{\frac{h}{3}}$$

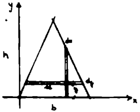
LECCION

— $\int_0^7 x(x^3+1)\,dx = \int_2^7 (x^4+x)\,dx = \int_2^7 x^4\,dx + \int_2^7 x\,dx = \left[\frac{x^5}{5} + \frac{x^2}{2}\right]_2^7 =$

$= \left(\frac{7^5}{5} + \frac{7^2}{2}\right) - \left(\frac{2^5}{5} + \frac{2^2}{2}\right) = \boxed{\frac{7^5}{5} + \frac{7^2}{2} - \frac{2^5}{5} - \frac{2^2}{2}}$

— 0 —

— Centroide de un triángulo cualquiera.



$\bar{x} = \frac{\int x\,dA}{A}$; $\bar{y} = \frac{\int y\,dA}{A}$

$A = \frac{bh}{2}$

Cálculo de $y\,dA$

$dA = u\,dy \qquad \frac{u}{b} = \frac{h-y}{h}$

$u = \frac{bh - by}{h} = \frac{b}{h}(h-y)$

$\int y\,dA = \int_0^h y\frac{b}{h}(h-y)\,dy = \frac{b}{h}\int_0^h (hy - y^2)\,dy = \frac{b}{h}\left[\frac{hy^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right]_0^h =$

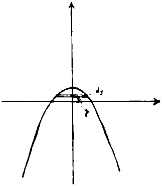
$= \frac{b}{h}\left[\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3}\right] = \frac{b}{h}\left(\frac{3h^3 - 2h^3}{6}\right) = \frac{b}{h}\left(\frac{h^3}{6}\right) = \frac{bh^2}{6}$

$\bar{y} = \frac{\frac{bh^2}{6}}{\frac{bh}{2}} = \frac{2bh^2}{6bh} = \frac{1}{3}h = \boxed{\frac{h}{3}}$

$\int x\,dA = \int_0^b x \qquad dA = u\,dx$

Centroide de una superficie parabólica.

$y = 1-x^2$



x	y
1	0
2	-3
3	-8
0	1
-1	2

$y = 1 - x^2$

$x = 0 \; ; \; y = 1$

$y = 0 \quad 1-x^2 = 0 \quad -x^2 = 1$

$x^2 = 1$

$x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

tiene eje de simetría $\therefore \bar{x} = 0$

$\bar{y} = \frac{\int y dA}{A}$

Cálculo de $\int y dA = \int_0^1 y 2x dy = 2\int_0^1 yx dy$

$dA = 2x dy$

eliminar a x de la ecuación $= x^2 = 1-y \quad x = \sqrt{1-y}$

$2\int_0^1 y(\sqrt{1-y})dy$ Cambio de variable $u = \sqrt{1-y}$

$u^2 = 1-y$

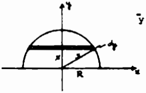
$-2udu = +dy$

$y = u^2 - 1$

$2\int_1^0 (1-u^2)u(-2udu) = 2\int_0^1 (u^2-u^4)du =$

$= 2\left(\frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5}\right)\Big|_0^1 = \frac{4}{15} \qquad \bar{y} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{4}{3}} = \frac{12}{60} = \boxed{\frac{1}{5}}$

Centroide de 1/2 circunferencia



$\bar{x} = 0$

$\bar{y} = \frac{\int y\,da}{A} =$

$\boxed{A = \frac{\pi r^2}{2}}$

Cálculo de $\int y\,da$

$da = u\,dy$

$da = 2x\,dy$

$\frac{x}{2R} = \frac{R-y}{R}$

$x = \frac{2R\,(R-y)}{R}$

$x = 2R - 2y$

$x = \sqrt{R^2-y^2}$

$= 2\int_0^x y\sqrt{R^2-y^2}\,dy$

$u = \sqrt{R^2-y^2}$; $u^2=R^2-y^2$

$2u\,du=-2y\,dy$

$-u\,du=y\,dy$

$$\int y\,dA = 2\int_r^c (-u\,du) = 2\int_0^r + u^2 du = 2 \left|\frac{u^3}{3}\right|_0^r = \frac{2r^3}{3}$$

$$\bar{y} = \frac{\frac{2r^3}{3}}{\frac{\pi r^2}{2}} = \frac{4r^3}{3\pi r^2} = \boxed{\frac{4r}{3\pi} = \bar{y}}$$

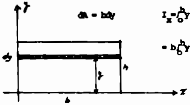
Cálculo de Momentos de Inercia por medio de una integración.

$$dI = y^2 dA$$

$$I_x = y_1^2 dA_1 + y_2^2 dA_2 + y_3^2 dA_3 + \dots =$$

$$I_x = \int y^2 dA$$

Cálculo del momento de inercia de un rectángulo con relación a su base.

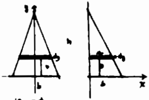


$$dA = b\,dy$$

$$I_x = \int_0^h y^2 dA = \int_0^h y^2 b\,dy$$

$$= b\int_0^h y^2 dy = \frac{b y^3}{3} = \boxed{\frac{bh^3}{3}}$$

Cálculo del momento de inercia de un triángulo



$$dA = u\,dy$$

$$\frac{u}{b} = \frac{h-y}{h} \quad \therefore \quad u = \frac{bh-by}{h}$$

$$I_x = \int_0^h y^2 dA = \int_0^h y^2 u\,dy$$

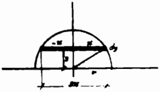
$$I_x = \int_0^h y^2 \left(\frac{bh-by}{h}\right) = \frac{b}{h}\int_0^h (y^2 h - y^3)\,dy$$

$$I_x = \frac{b}{h}\left|\frac{hy^3}{3} - \frac{y^4}{4}\right|_0^h =$$

$$I_x = \frac{b}{h}\left(\frac{h^4}{3} - \frac{h^4}{4}\right) = \frac{b}{h}\,\frac{4h^4 - 3h^4}{12}$$

$$I_x = \frac{b}{h}\,\frac{h}{12} = \boxed{\frac{bh^3}{12}}$$

Momento de inercia de un semicírculo.



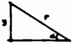
$I_x = \int y^2 dA$

$dA = 2x\,dy$

$I_x = \int_0^r y^2\, 2x\,dy = 2\int_0^r y^2 \sqrt{r^2 - y^2}\,dy$

$x = \sqrt{r^2 - y^2}$

Método del triángulo para integrar.



$\sqrt{r^2 - y^2}$

$\frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{R} = \cos\alpha$

$\frac{y}{R} = \operatorname{sen}\alpha \quad y = R\operatorname{sen}\alpha \quad dy = R\cos\alpha\, d\alpha$

$y^2 = R^2\operatorname{sen}^2\alpha$

$I_x = 2\int_1^{\frac{\pi}{2}} R^2\operatorname{sen}^2\alpha\; r\cos\alpha\; r\cos\alpha\, d\alpha = 2\int_1^{\frac{\pi}{2}} r^4\operatorname{sen}^2\cos^2\alpha\, d\alpha$

$I_x = 2r^4\int_1^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha)^2 d\alpha = 2r^4\int_1^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2}\right)^2 d\alpha = \frac{r^4}{2}\int_1^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}^2 2\alpha\, d\alpha$

$\operatorname{sen} 2\alpha = 2\operatorname{sen} A\cos A.$

$\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2} = \operatorname{sen} A \cos A$

$\operatorname{Sen}^2 A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2A$

$\operatorname{sen}^2 2A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4\alpha A$

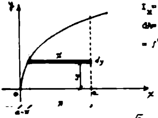
$I_x = \frac{r^4}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4\alpha\right) d\alpha =$

$I_x = \frac{r^4}{4}\Big/_0^{\frac{\pi}{2}}\; \alpha - \frac{\operatorname{sen} 4\alpha}{4}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$I_x = \frac{r^4}{4}\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)$

$$\boxed{I_x = \frac{\pi r^4}{8}}$$

Momento de inercia de una superficie parabólica.



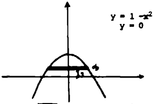
$$I_x = \int y^2 dA = \int_0^{\sqrt{a}} y^2 (a-x)\, dy =$$

$$dA = (a-x)\, dy$$

$$= \int^{\sqrt{a}} y^2 (a-y^2)\, dy = \int^{\sqrt{a}} (ay^2 - y^4)\, dy$$

$$= a\int^{\sqrt{a}} y^2 dy - \int^{\sqrt{a}} y^4 dy = a \left|\frac{y^3}{3}\right|_0^{\sqrt{a}} - \left|\frac{y^5}{5}\right|_0^{\sqrt{a}} =$$

$$= a \left|\frac{(\sqrt{a})^3}{3}\right| - \left|\frac{(\sqrt{a})^5}{5}\right| = \frac{a^{5/2}}{3} - \frac{a^{5/2}}{5} = \frac{2}{15} a^{5/2}$$



$y = 1 - x^2$; $x = \sqrt{1}$ $x = 0$; $y = 1$

$y = 0$ $x = \sqrt{1}$

$$I_x = \int y^2 dA = \int_2^1 y^2 2x\, dy$$

$$dA = 2x\, dy$$

$$x = \sqrt{1-y} \quad = 2\int_0^1 y^2 \sqrt{-y+1}\, dy$$

$$= -2\int_1^0 (-u^2+1)^2 \; u\, 2u\, du$$

$u = \sqrt{-y+1}$

$u^2 = 1-y$

$2u\,du = -dy$

$$= 4\int_0^1 (1-2u^2+u^4)\, u^2 du = 4\int_0^1 u^2 - 2u^4 + u^6 du$$

$$I_x = 4\int_0^1 u^2 du - 4\int_0^1 2u^4 du + 4\int_0^1 u^6 du =$$

$$= 4\left|\frac{u^3}{3}\right|_0^1 - 8\left|\frac{u^5}{5}\right|_0^1 + 4\left|\frac{u^7}{7}\right|_0^1 =$$

$$= 4\frac{1}{3} - 8\frac{1}{5} + 4\frac{1}{7} = \frac{4}{3} - \frac{8}{5} + \frac{4}{7} = \frac{140 - 168 + 60}{105}$$

$$= \boxed{\frac{32}{105}}\, u^4$$

APENDICE IV. SENTENCIAS DE USO COMUN APLICABLES AL PROCESO MATEMATICO.

. Quien mal comprende, mal responde.

. En todo hay que considerar el fin.

. El necio ve el principio, el sabio el final.
El sabio empieza por el final, el necio por el principio.

. Si quiero, puedo.

. Ayúdate que Dios te ayudará.

. La perseverancia mata la caza.

. No se derriba un roble de un hachazo.

. Hay que probar todas las llaves del llavero.

. Según el viento, la vela.

. Debemos hacer lo que podemos si no podemos lo que queremos.

. Es de sabios rectificar.

. Hay que llevar 2 cuerdas para el arco.

. Para hacer y deshacer, el día es largo.

. El objeto de la pesca no es tirar el anzuelo, sino sacar el pez.

. Coger la ocasión por los pelos.

. La prudencia es la madre de la seguridad.

. El que no se arriesga no cruza el mar.

. La suerte es del audáz.

. Poco a poco el pájaro hace su nido.

. No piensa bien quien no piensa dos veces.

. Valen mas dos que una.

BIBLIOGRAFIA.

- Aguirre Cárdenas Jesús.- Arq. Ing. M. en Ped.
  Formación del Maestro Universitario.
  Facultad de Filosofía y Letras. U.N.A.M.
  1964.

- Castelnuovo Emma.
  Didáctica de la Matemática Moderna.
  Ed. Trillas.
  1973.

- Correll Werner.
  Introducción a la Psicología Pedagógica.
  Ed. Herder, S.A.
  1970.

- Chiang C.
  Fundamental Methods of Mathematical Economics ALPHA.
  Mc. Graw-Hill.
  1967.

- Farías Arce Rafael, Arq.
  Apuntes de Matemáticas.
  Escuela Nacional de Arquitectura.- U.N.A.M.

- Fenves Steven J.
  Métodos de Computación en Ingeniería Civil.
  Ed. Limusa-Wiley.
  1969.

- Hyman Rt.
  Contemporany Thought in Teaching.
  Ed. Prentice Hall.
  1971.

- Joedicke Jorgen.
  Documents of Modern Architecture.
  Ed. Alec Titanti Ltd. London.
  1962.

- Kaufmann A.
  Métodos y Modelos en la Investigación de Operaciones.
  Ed. C.E.C.S.A.
  1970.

- Kaufman y Precigout.
  Curso de Matemáticas Nuevas.
  Ed. C.E.C.S.A.
  1970.

- Kepes Gyorgy.
  La Estructura en el Arte y en la Ciencia.
  Ed. Novaro.
  1970.

- Margarit - Buxadé.
  Introducción a una Teoría del Conocimiento de la Arquitectura y del Diseño.
  Ed. Blume.
  1973.

- Polya Georgy.
  Como Plantear y Resolver Problemas.
  Ed. Trillas.
  1969.

- Polya Georgy.
  Matemáticas y Razonamiento Plausible.
  Ed. Tecnos. Madrid.
  1966.

- Prince Wilson T. - Miller Merlin.
  Elementos de Matemáticas de Proceso de Datos.
  Ed. C.E.C.S.A.
  1970.

- Salvadori y Heller.
  Matemáticas para Arquitectos.
  Series in Architecture. Ed. Prentice Hall.
  1968.

- Salvadori Mario y Heller Robert.
  Estructuras para Arquitectos.
  Ed. La Isla. Buenos Aires.
  1969.

- Skinner B. J.
  Tecnología de la Enseñanza.
  Nueva Colección Labor.

- Sodi Pallares Fernando.
  Apuntes de Lógica.
  Centro Universitario. México.
  1961.

- Tomaschansky Karlhein.
  Didáctica General.
  Ed. Grijalbo.
  1966.

- Villagrán García José. Arq.
  Teoría de la Arquitectura.
  Cuadernos de Arquitectura I.N.B.A., Depto. de
  Arquitectura. México.
  1964.

- Zarzar Charur Carlos.
  La Dinámica de los Grupos de Aprendizaje desde un
  Enfoque Operativo.
  Rev. Perfiles Edicativos (9).
  Julio-Agosto-Septiembre 1980.

- Structures.
  Revista L'Architectura D'Aujourd'Hui.
  Dic. 1958-Enero 1969. No. 141.

- Manual de Didáctica General. Curso Introductivo.
  Centro de Didáctica. U.N.A.M.
  1972.

- Antología de las Matemáticas.
  Lecturas Universitarias. U.N.A.M.
  1971.