

177
rej.



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

**Método de perturbaciones aplicado al
análisis dinámico estocástico de
sistemas lineales**

Tesis Profesional

Salvador Villegas Lesso

MEXICO, D. F.

1987



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

Pág.

RECONOCIMIENTOS

1. INTRODUCCION.	1
1.1 Modelos analíticos de la dinámica de suelos.	1
1.2 Planteamiento del problema.	4
1.3 Objetivos del estudio.	7
1.4 Alcances.	9
2. RESPUESTA ESTOCASTICA DE SISTEMAS LINEALES.	10
2.1 CARACTERIZACION DE LAS VIBRACIONES ALEATORIAS.	10
2.1.1-Procesos aleatorios.	10
2.1.2-Promedios muestrales, distribuciones de probabilidad, media y autocorrelación.	11
2.1.3-Procesos estacionarios, ergódicos, promedios temporales.	13
2.1.4-Descomposición en el dominio de la frecuencia de los procesos aleatorios estacionarios. Densidad espectral.	15
2.1.5-Representación de los movimientos sísmicos.	18
2.2 TRANSMISION DE LAS VIBRACIONES ALEATORIAS.	20
2.2.1-Relaciones excitación-respuesta para procesos aleatorios estacionarios.	20
3. METODO DE PERTURBACIONES APLICADO AL PROBLEMA DE RESPUESTA DINAMICA.	23
3.1 TECNICA FUNDAMENTAL.	23
3.2 TRANSFORMACION DE LA ECUACION DE MOVIMIENTO.	26
3.2.1-Solución de la ecuación de movimiento transformada.	30
3.2.2-Generación de la matriz de rigidez.	31
3.3 RESPUESTA PROBABILISTA.	33
4. RESPUESTA DINAMICA DE SISTEMAS LINEALES CON INCERTIDUMBRES EN SUS PROPIEDADES.	35

5. VERIFICACION DEL PROCEDIMIENTO DE ANALISIS.	39
5.1-Sistema de un grado de libertad.	39
5.2-Sistema de dos grados de libertad.	39
5.3-Obtención de las muestras aleatorias del espectro de potencia de la excitación, y de las funciones de transferencia.	41
5.4-Resultados.	42
6. APLICACION AL ANALISIS SISMICO DE LOS DEPOSITOS ARCILLOSOS DE LA CIUDAD DE MEXICO.	45
6.1 CONDICIONES DEL SUBSUELO EN LA CIUDAD DE MEXICO.	45
6.1.1-Estratigrafía.	45
6.1.3-Amplificación local de los movimientos sísmicos.	46
6.1.3-Propiedades dinámicas de las arcillas.	48
6.2 EL TEMBLOR DEL 19 DE SEPTIEMBRE DE 1985.	53
6.2.1-Características generales.	53
6.2.2-Registros en la Ciudad de México.	55
6.2.3-Detalles de las condiciones del subsuelo en las estaciones de registro.	57
6.3 ESTUDIOS ANALITICOS DE LA RESPUESTA DINAMICA CIUDAD DE MEXICO.	59
6.3.1-HIPOTESIS CONSIDERADAS.	59
6.3.1.1-Definición de la excitación.	59
a) Campo de ondas utilizado.	59
b) Elección del movimiento de control.	61
c) Bandas del espectro de potencia de la excitación.	62
6.3.1.2-Idealización del medio.	63
a) Estratigrafía.	63
b) Propiedades dinámicas.	65
6.3.2-ANALISIS EFECTUADOS.	67
SITIO 1: Secretaría de Comunicaciones y Transportes.	69
SITIO 2: Central de Abasto, en el Frigorífico.	70
SITIO 3: Central de Abasto, en la Oficina.	71

7. CONCLUSIONES.

72

8. REFERENCIAS.

74

TABLAS.

FIGURAS.

APENDICE A: TEORIA DEL VALOR EXTREMO.

RECONOCIMIENTOS.

Hago patente mi agradecimiento al Dr. Miguel P. Romo Organista, por la aportación de sus ideas para el desarrollo de esta investigación.

De igual manera agradezco a la sección de Mecánica de Suelos, del Instituto de Ingeniería de la UNAM, la absoluta disponibilidad de recursos en la realización de este trabajo.

Finalmente, se otorga un reconocimiento especial a Adolfo Quintana y Eduardo Estrada, encargados del Laboratorio de Microcomputadoras del Programa Universitario de Cómputo de la UNAM, por todas las facilidades brindadas en el uso del equipo.

1. INTRODUCCION.

1.1 MODELOS ANALITICOS DE LA DINAMICA DE SUELOS.

A diferencia de la dinámica estructural, la dinámica de suelos trata con medios esencialmente semi-infinitos, donde la propagación de ondas juega un papel muy importante como fuente o consumo de energía. Además, los suelos exhiben un comportamiento fuertemente no-lineal, al compararlos con la mayoría de los materiales estructurales. Por estas y otras razones, muchos de los métodos analíticos de la dinámica estructural no son directamente aplicables a la dinámica de suelos; consecuentemente, el análisis dinámico de suelos se ha desarrollado como una disciplina independiente. Por ello, en esta primera parte se procederá a describir someramente, los modelos analíticos usados actualmente en esta rama de la ingeniería civil.

En la dinámica de suelos el procedimiento básico para analizar cualquier problema considera los siguientes pasos: definición del problema físico, idealización del problema, establecimiento de las ecuaciones de movimiento, y evaluación de los resultados. La parte más importante de esta secuencia comprende a la definición y a la idealización del problema, ya que en general, no es posible definir y modelar todos los detalles de la excitación dinámica, de la geometría y del comportamiento de los materiales. La deficiencia para modelar completamente los problemas, limita la posibilidad de analizarlos; estas dificultades se acentúan de manera particular, cuando se estudian problemas de carácter sísmico.

En general, los problemas sujetos a análisis dinámico pueden clasificarse como Problemas Fuente, Problemas de Respuesta en el Sitio, o Problemas de Interacción (Lysmer, 1979).

En los problemas fuente el modelo utilizado incluye la zona donde se origina la excitación, la cual puede ser la cimentación de una máquina, el hincado de un pilote, una explosión o una falla sísmica. Usualmente la fuente se limitará a cierta zona, y se definirá como un conjunto de fuerzas o desplazamientos en esa región. El planteamiento matemático y la solución de estos problemas no presenta grandes dificultades; sin embargo, no siempre es posible incluir en los modelos analíticos a la fuente de excitación, sobre todo si es de naturaleza sísmica. En estos casos el problema se plantea como uno de respuesta en el sitio, o uno de interacción.

Los problemas de respuesta en el sitio comprenden la determinación de las variaciones espaciales y temporales, de todos los movimientos que ocurren dentro de un sitio dado, y que han sido generados por un movimiento de control, aplicado en un punto de control; este último se localizará donde se haya registrado o calculado un movimiento (p. ej. un acelerograma). La solución

de estos problemas será única solo si se adoptan restricciones referentes a la geometría del sitio, y a la naturaleza de las ondas que generan el movimiento de control.

En los problemas de interacción se determina la respuesta de una estructura localizada en un ambiente sísmico, creado por un temblor o por otra fuente dinámica; la fuente real de la excitación no forma parte del modelo. En general, los aspectos fundamentales del fenómeno de interacción son los siguientes:

- Las características de los movimientos sísmicos del sitio se modifican debido a la presencia de la estructura.
- La estructura interactúa con el subsuelo circundante, el cual a su vez afecta las características de vibración de la estructura.
- Estructuras cercanas interactúan entre sí a través del suelo de cimentación, lo cual afecta las características de vibración de las mismas estructuras.

Así pues, antes de construir la estructura, los movimientos de la superficie libre del suelo están influidos por las características estratigráficas del sitio (condiciones locales). Al colocarse una cimentación rígida en la superficie, las ondas que viajan horizontalmente se filtran, dando origen a componentes rotacionales de movimiento; si la cimentación está empotrada, estos efectos pueden ocurrir para las ondas que viajan en dirección vertical. Finalmente, una vez construida la estructura, sus propias vibraciones generan a nivel de la cimentación, fuerzas de corte (cortante basal) y momentos de volteo que producen deformaciones en el suelo, modificando los movimientos de la cimentación (Roesset, 1978).

El primer concepto del párrafo anterior se refiere a la "Amplificación Dinámica", que se clasifica como un problema de respuesta en el sitio, y el segundo se denomina "Problema de Interacción Cinemática". El tercero considera lo que podría denominarse "Interacción Suelo-Estructura", cuando la excitación se aplica directamente a la estructura; este último concepto se conoce como "Problema de Interacción Inercial".

Aunque se han desarrollado muchas técnicas para estimar los efectos de la interacción suelo-estructura, estas pueden clasificarse en dos grupos principales, a saber: a) Los Métodos de Subestructuración y b) Los Métodos Directos o Completos. En los métodos de subestructuración el problema se divide en tres partes:

- a) Se analiza el semiespacio para obtener una excitación sísmica adecuada al nivel de la cimentación, la cual dependerá de los movimientos de campo libre (Problemas de Respuesta en el Sitio).

- b) Se establecen las funciones de impedancia y las propiedades de dispersión en la interface entre el suelo y la estructura.
- c) Las propiedades obtenidas en el segundo paso se utilizan como condiciones de frontera en un análisis dinámico de la estructura, sometida a la excitación obtenida en el primer paso.

Este procedimiento está basado en el Principio de Superposición, razón por la cual su aplicación se debería limitar a sistemas elásticos. No obstante, existen modalidades que permiten su aplicación a sistemas inelásticos.

Dependiendo de las características particulares del problema que se modela (como puede ser que la estructura sea superficial o esté empotrada; que las fronteras sean rígidas o flexibles, etc.), se obtendrán diferentes variantes del método general enunciado. Así por ejemplo, la suposición de fronteras rígidas ha dado origen a algunos modelos como el mostrado en la Figura 1 (Kausseil y Roesset, 1974).

Por otro lado, los métodos directos son aquellos en los que se determinan, simultáneamente, los movimientos de la masa de suelo y los de la estructura. La mayoría de tales métodos se basan en las técnicas de elementos finitos. En esencia constan de dos partes: en la primera se resuelve el problema de respuesta en el sitio, y en la segunda se analiza el problema fuente resultante.

La solución del problema de respuesta en el sitio tiene como propósito definir una excitación adecuada para el modelo suelo-estructura. En la segunda parte, la estructura y el medio soportante se modelan mediante elementos finitos; ya que el modelo reproduce un medio esencialmente infinito, se debe prestar atención especial a las condiciones de frontera (Lysmer, 1978).

En la Figura 2 se muestra el esquema para el análisis de una estructura sujeta a ondas de corte que se propagan verticalmente (Seed e Idriss, 1973). Aquí el problema de respuesta en el sitio (Figura 2a) se resuelve mediante la deconvolución del movimiento de control, registrado en la superficie, hasta algún nivel del subsuelo, donde pueda suponerse que la presencia de la estructura no afectará los movimientos del suelo (movimientos de campo-libre). En la segunda parte, el movimiento calculado en la base se prescribe como una excitación aplicada en la frontera del sistema suelo-estructura mostrado en la Figura 2b. El modelo deberá ser lo suficientemente amplio, o en su defecto se equipará con fronteras laterales transmisorias como las propuestas por Lysmer y Wass (1972), para evitar reflexiones espurias de las ondas hacia su interior (Figura 3).

La principal ventaja de estos métodos radica en que permiten realizar análisis no lineales, incluyendo todos los efectos de

interacción. Sin embargo, una solución rigurosa requiere de modelos tridimensionales (los cuales resultan muy costosos) y de un conjunto adecuado de ecuaciones constitutivas del comportamiento no-lineal del suelo. Estos dos requerimientos no siempre pueden satisfacerse. La mayoría de las soluciones directas usan un modelo bidimensional o pseudo-tridimensional para representar al suelo, y aproximan su comportamiento no-lineal mediante procedimientos equivalentes de linearización. En la Figura 3 se presenta el modelo usado por Lysmer et al (1975a), donde el efecto tridimensional se simula colocando amortiguadores del tipo propuesto por Lysmer y Kuhlemeyer (1969), en todos los puntos nodales de una dovela de elementos finitos para deformación plana.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Las presas de tierra y enrocamiento son estructuras cuyo comportamiento sísmico es difícil de evaluar; su diseño contra los efectos destructivos de los sismos constituye uno de los problemas analíticos más complejos de la ingeniería civil. Los procedimientos de análisis existentes hasta la fecha, han evolucionado a partir de los métodos pseudo-estáticos, hasta los modelos completos descritos en el capítulo anterior.

Los métodos pseudo-estáticos surgieron ante la necesidad de evaluar la estabilidad de taludes de una presa, sujeta a excitaciones sísmicas. Los primeros de estos métodos consisten en suplir los efectos de la historia total de las fuerzas de inercia laterales, a que se vería sujeto un terraplén bajo la acción de un temblor, por una fuerza estática equivalente. En algunos casos esta fuerza equivalente se determina como el producto de la máxima aceleración horizontal a que se ve sujeta la presa durante el sismo, y de la masa potencial deslizante del terraplén, lo que equivale a considerar la máxima fuerza de inercia que pueda desarrollarse sobre la masa deslizante durante el sismo de diseño. En otros, se pretende que esa fuerza estática sea equivalente en sus efectos deformatorios a aquellos producidos por el total de los movimientos sísmicos; si este es el caso, la fuerza estática equivalente será considerablemente menor que la máxima fuerza de inercia que pueda desarrollarse durante el temblor en cuestión.

Bajo la hipótesis de que tal fuerza actúa permanentemente como una fuerza estática, se agrega a las fuerzas consideradas en un análisis convencional de estabilidad de taludes. La estabilidad se considera aceptable si el factor de seguridad resultante es mayor que la unidad.

La adopción de estos métodos implica la hipótesis de que cualquier deformación, sin importar cuán pequeña sea ésta, constituye la falla de la presa.

Bajo cargas estáticas, si el factor de seguridad se reduce a uno, los desplazamientos serán lo suficientemente grandes como para constituir una falla, ya que no existe la posibilidad de remover rápidamente las fuerzas actuantes. En cambio durante un sismo, las fuerzas inerciales (que pueden reducir el factor de seguridad por debajo de la unidad, y así causar deformaciones permanentes) son de naturaleza transitoria, pues cambian sucesivamente de dirección, y desaparecen al finalizar el temblor. Por tanto las deformaciones que inducen las fuerzas de inercia, no necesariamente se incrementarán hasta un valor que pueda constituir una falla. Este razonamiento condujo a Newmark (1965) a proponer el concepto de que los efectos de los sismos sobre la estabilidad de un terraplén, deben evaluarse en términos de las deformaciones que producen, más que sobre el mínimo factor de seguridad que se desarrolla.

Con lo anterior se dió origen a un segundo grupo de métodos pseudo-estáticos para análisis de estabilidad, en los cuales se permite que el factor de seguridad sea menor que uno durante la duración de algunos pulsos sísmicos. Se calcula el desplazamiento acumulado producido por deslizamiento a lo largo de la superficie potencial de falla; si para el sismo de diseño el desplazamiento no excede cierto valor, el talud se considera estable. A éste grupo pertenecen los métodos propuestos por Newmark (1965) y por Seed y Martin (1966).

Así pues, en ambos tipos de métodos pseudoestáticos es prerrequisito indispensable evaluar la historia de las fuerzas de inercia a que estará sometido el terraplén, al excitarse con el temblor de diseño. Esto puede hacerse idealizando a la cortina como un cuerpo rígido o como uno viscoelástico lineal (Modelo de la Viga de Cortante).

Si se supone que la presa se comporta como un cuerpo rígido, las aceleraciones serán uniformes en todo el terraplén, e iguales en todo tiempo a las aceleraciones de la excitación. Aunque los terrapienes de poca altura, o las cortinas situadas en cañones muy angostos pueden responder como estructuras relativamente rígidas, existen considerables evidencias, obtenidas en pruebas de campo (en las cuales se han excitado presas reales con excitadores mecánicos), y mediante los registros de respuestas ante sismos ocurridos, de que ésta hipótesis es poco realista (Marsal y Reséndiz, 1979).

Similarmente, el modelo original de la Viga de Cortante (Mononobe, Takata y Matsumura, 1936) se basa en hipótesis muy simplificatorias de la realidad, como son: a) la presa es de sección triangular, con módulo de elasticidad y densidad constantes, b) el material de la cortina es homogéneo, elástico-lineal, con módulo de elasticidad y densidad constantes, c) se desprecian las deformaciones por flexión, d) los esfuerzos cortantes se distribuyen uniformemente en cualquier plano horizontal. Algunas de estas hipótesis tan restrictivas se han superado en trabajos como los

de George Gazetas (1982), donde se considera la variación vertical del módulo de rigidez al corte de los materiales (Modelo No-homogéneo de la Viga de Cortante).

En resumen, los modelos pseudoestáticos tienen graves restricciones debido a que representan de manera muy burda las características dinámicas de los materiales constitutivos y de la excitación sísmica; por lo tanto deberán usarse con mucha cautela.

Por otro lado, los modelos completos representan más fielmente el problema global; sin embargo, la confiabilidad de los resultados obtenidos con ellos, depende en gran medida de la representatividad de las propiedades de los materiales y del evento sísmico utilizado en el análisis.

Se encuentra así que, independientemente del método analítico utilizado en la evaluación de la respuesta sísmica de presas, deberán afrontarse dos aspectos de importancia primordial en la definición e idealización del problema. Estos son los siguientes:

- a) **LAS INCERTIDUMBRES EN LA DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES MECANICAS DE LOS MATERIALES CONSTITUTIVOS.** Considerados en su estado natural, los materiales térreos poseen propiedades mecánicas que no pueden conocerse con exactitud, debido a los fenómenos geológicos involucrados en su formación. Aún en el caso de presas de tierra, donde los materiales deben colocarse bajo estrictas normas de control, las propiedades mecánicas no son parámetros completamente definidos, ya que en ellas influyen las condiciones ambientales y los procedimientos utilizados durante la construcción.

En realidad las características del suelo constituyen procesos estocásticos espaciales, y en los análisis convencionales solo se consideran valores medios, estimados a partir de un número finito de pruebas.

Además, en la evaluación de las propiedades mecánicas (mediante pruebas de laboratorio y de campo) influye un número considerable de factores difíciles de controlar, tales como el tipo de prueba, el operador, los aparatos usados, la temperatura, etc. Es decir, los procedimientos existentes para determinar las propiedades dinámicas de los suelos, comprenden una serie de etapas que forzosamente inducen dispersión en los resultados.

Otra fuente de incertidumbre se debe a que las condiciones reales, presentes durante la acción de un sismo, en general serán diferentes de las que prevalecen durante los ensayos (por ej. véase el trabajo de Woods, 1978).

- b) **EL CARACTER ALEATORIO DE LOS EVENTOS SISMICOS.** Los sismos son eventos aleatorios por naturaleza. Se ha comprobado que el uso de un solo sismo como excitación, en el análisis de una estructura (análisis determinista), tiene efectos significativos sobre la respuesta (Romo, 1976); por tanto, un análisis de este tipo no resulta del todo confiable y, en consecuencia, no necesariamente conducirá al diseño más adecuado. Ante esta situación, se hace necesario incorporar en los modelos analíticos el carácter aleatorio de los eventos sísmicos.

En primera instancia, esto puede lograrse realizando un estudio estadístico de la respuesta del sistema (estructural), cuando se somete a varias excitaciones deterministas con características similares, que sean razonablemente representativas del tipo de movimientos que puedan esperarse en el sitio en cuestión. Dada la poca disponibilidad de equipos de cómputo de gran capacidad, y el alto costo de su uso, este procedimiento resulta antieconómico.

Un procedimiento alternativo es definir la excitación en términos de un espectro de respuesta suavizado (espectro de respuesta de diseño), el cual se obtendrá del procesamiento estadístico de los espectros de respuesta calculados para cierto número de registros (acelerogramas), representativos del lugar considerado. Sin embargo, no hay modelos directamente utilizables cuando la excitación se define de esta manera, pues se requiere un movimiento de control dado como una historia de aceleraciones. Para superar este obstáculo se efectúa un análisis determinista usando como movimiento de control, un acelerograma generado artificialmente, cuyo espectro de respuesta iguale (aproximadamente) al espectro de respuesta de diseño (Romo, 1976).

Lo anterior presupone que el movimiento generado contiene las características más significativas del espectro de diseño. Desafortunadamente existen algunas incertidumbres con respecto a la representatividad de los movimientos generados a partir de un espectro de respuesta. En primer lugar, el contenido de frecuencias de cada uno de los movimientos generados varía y, ninguno de ellos tiene un espectro de respuesta que iguale exactamente al espectro de diseño; consecuentemente, el intervalo de frecuencias del espectro de diseño no estará completamente representado por los movimientos generados. En segundo lugar, un movimiento generado que iguale al espectro de respuesta de diseño, para un valor dado del amortiguamiento espectral, en general no producirá un espectro de respuesta que iguale automáticamente al espectro de diseño para otros valores del amortiguamiento. Dicho de otra manera, la energía contenida en las historias de tiempo generadas, puede resultar diferente a la energía contenida en el espectro de diseño. Finalmente, debido a las diferencias entre los ángulos de fase de los movimientos generados, es probable que el sistema responda diferentemente a cada una de las historias sintéticas generadas, aun cuando sus espectros de respuesta sean similares (1976).

1.3 OBJETIVOS DEL ESTUDIO.

Debido a los hechos descritos en el inciso anterior, se hace necesario evaluar la confiabilidad de los resultados obtenidos en los análisis de respuesta sísmica, para presas de tierra y enrocamiento. Por tal razón, el objetivo de esta tesis es presentar un procedimiento de análisis que toma en cuenta el carácter aleatorio del medio ambiente sísmico, y que considera las incertidumbres existentes en la determinación de las propiedades dinámicas de los materiales.

El modelo propuesto (Figura 4) puede clasificarse como un modelo completo, donde la excitación se aplica directamente a la

base de la estructura; una situación así se presenta en la realidad cuando la presa se desplanta directamente sobre una frontera rígida, pues en este caso no existen depósitos intermedios de suelo, que den origen a problemas de "amplificación dinámica".

La aleatoriedad de los eventos sísmicos se representa adecuadamente al definir a la excitación como un proceso estocástico estacionario.

En principio, como se observa en la Figura 4, la excitación sísmica puede especificarse en términos de un espectro de respuesta y bandas de incertidumbre, de donde se calcula la correspondiente banda del espectro de potencia (véase en el Apéndice A, la Teoría del Valor Extremo). En caso de que la excitación se especifique en términos de una banda de espectros de potencia, esta transformación no es necesaria. En general, las bandas del espectro de respuesta se obtendrán de estudios de riesgo sísmico en la zona donde se localizará la estructura; alternativamente, en sitios donde se tengan registros de movimientos sísmicos, la banda de espectros de respuesta se obtendrá a partir del estudio estadístico de los registros.

Los parámetros básicos que describen el comportamiento dinámico de los suelos son: la variación del módulo de corte, G , con la deformación, y un parámetro relacionado con las pérdidas de energía en los ciclos de histéresis durante la carga transitoria, en función del nivel de deformación. Para considerar las causas de dispersión mencionadas en la página 6, en esta tesis se presenta un modelo probabilista de comportamiento dinámico que consiste en lo siguiente: Las propiedades dinámicas de los materiales que constituyen a la estructura y su cimentación, se especifican en términos de curvas módulo de rigidez al cortante vs deformación angular y amortiguamiento vs deformación angular. Para cada material se especifican curvas medias y límites superior e inferior, para tomar en cuenta las diferentes incertidumbres involucradas en la evaluación de los parámetros dinámicos de diseño. La amplitud de la banda de incertidumbre se obtiene de estudios estadísticos de los resultados de pruebas de campo y laboratorio, y se define en términos de los coeficientes de variación correspondientes.

El procedimiento que se siguió para resolver el problema de respuesta sísmica aleatoria de estructuras terreas con propiedades no deterministas, se presenta esquemáticamente en la Figura 4; básicamente consiste de las siguientes tres etapas:

1. Dada la excitación sísmica en términos de una banda de espectros de respuesta, se calcula la banda correspondiente de espectros de potencia, usando la teoría del valor extremo (Apéndice A).
2. Con el método del elemento finito se evalúa la función de transferencia compleja, considerando aleatorios al módulo de rigidez al cortante, G , y la relación de amortiguamiento β . Esto se logra utilizando un procedimiento basado en técnicas de perturbación (Romo y Carels, 1983). Usando teorías de vibraciones aleatorias y un desarrollo en series de Taylor, se obtienen bandas de espectros de potencia de la respuesta en puntos seleccionados del sistema cimentación suelo-estructura terrea (Romo y Villegas, 1976).

3. Una vez calculadas las bandas de espectros de potencia de la respuesta, se evalúan las bandas de los correspondientes espectros de respuesta, de aceleraciones máximas, de esfuerzos de corte máximos, de número de ciclos equivalentes, etc.

1.4 ALCANCES.

Para la verificación del modelo propuesto se procedió, en primer término, a efectuar varios análisis con sistemas muy sencillos (osciladores de 1 y 2 grados de libertad). Los resultados obtenidos mostraron que el método probabilista para el análisis dinámico de estructuras térras, es confiable.

A continuación, para probar la potencialidad del modelo en la solución de problemas reales, el método se aplicó a la determinación de la respuesta sísmica de los depósitos aciliosos de la ciudad de México. Es decir, se resolvió el problema de respuesta en el sitio para tres lugares de la ciudad, evaluándose en cada caso, los correspondientes movimientos de campo libre. El evento sísmico considerado fué el ocurrido el 19 de septiembre de 1985, durante el cual se obtuvieron varios registros en materiales similares a la roca o a los depósitos profundos de la ciudad (Ciudad Universitaria y Tacubaya), y en los depósitos lacustres del valle de México (Secretaría de Comunicaciones y Transportes, Central de Abasto en el frigorífico y en la oficina). Finalmente, los resultados obtenidos con el modelo se compararon con la respuesta media registrada en la superficie de los sitios analizados, encontrándose que las respuestas calculadas concuerdan bastante bien con las respuestas medidas durante el evento en cuestión.

Debe señalarse que el modelo probabilista tiene la limitante de que no considera las propiedades dinámicas de una zona, correlacionadas con las de otra zona. Para esto se requeriría definir la variación espacial de las propiedades dinámicas. Dada la escasa información geotécnica disponible, se consideró prematuro tratar de definir los campos aleatorios. Sin embargo, a medida que el volumen de información geotécnica se incrementa, se recomienda que se realice una investigación para incluir los aspectos de correlaciones en el modelo analítico presentado en esta tesis.

2. RESPUESTA ESTOCÁSTICA DE SISTEMAS LINEALES.

2.1 CARACTERIZACIÓN DE LAS VIBRACIONES ALEATORIAS.

2.1.1 PROCESOS ALEATORIOS.

Se dice que un sistema vibra cuando las partes que lo componen están sujetas a movimientos que fluctúan con el tiempo. Si este movimiento es impredecible, se dice que el sistema se encuentra bajo vibración aleatoria.

Considérese un experimento en el cual se mide la respuesta vibratoria de un sistema, sujeto a excitaciones de carácter dinámico. Si este experimento se realiza muchas veces, idénticamente, bajo las mismas condiciones, y los registros obtenidos de la respuesta del sistema difieren todos entre sí, se dice que el proceso es aleatorio o estocástico (Grandall y Mark, 1963). En la Figura 5 se muestran algunas respuestas de un proceso de esta clase. El proceso aleatorio $X(t)$ consiste teóricamente de un número infinito de realizaciones del experimento (también llamadas funciones muestra del proceso), cada una de las cuales puede considerarse como el resultado de un experimento aislado; la totalidad de ellas describen globalmente al proceso. Sin embargo, en la práctica solo se cuenta con grupos finitos de funciones muestra, las cuales pueden constituir una aproximación válida del conjunto infinito que define al proceso aleatorio. Según el enfoque anterior, un proceso estocástico es una familia de funciones dependientes del tiempo.

Desde otro punto de vista, si consideramos al conjunto de valores $X(t)$, de todas las realizaciones del proceso, para el tiempo $t = t_1$ (Figura 5), se obtendrá la variable aleatoria $X(t_1)$. Entonces un proceso estocástico también puede verse como un conjunto de variables aleatorias dependientes del tiempo.

La razón por la que las realizaciones de este tipo de procesos resultan diferentes son muy complejas, debido quizá a que no se han considerado todos los factores que las afectan, o a que tales factores no se comprenden completamente. Así pues, la aleatoriedad de las funciones muestra se debe a fluctuaciones en las variables que no están bajo el control del experimentador. Esto implica que las historias de tiempo que constituyen al proceso, no pueden expresarse en términos de funciones conocidas del tiempo.

La idea central involucrada en los conceptos anteriores es que no resulta suficiente describir una sola realización del proceso estocástico; para caracterizarlo completamente deberá describirse a la familia completa de funciones muestra que constituyen al proceso.

Los fenómenos aleatorios son muy comunes en el mundo físico. En particular, aquí se tratará el problema consistente en deter-

minar la respuesta de un sistema vibratorio con ciertas propiedades, sujeto a excitaciones dinámicas constituidas por procesos estocásticos. El objetivo primordial (Fig. 6) es determinar en que forma dependen las características del proceso de respuesta, de las características del proceso de entrada, y de las propiedades de transferencia del sistema. Debido a que la excitación será un proceso estocástico, surge el problema de como calcular la respuesta del sistema. El enfoque más simple sería calcular la respuesta para cada función muestra del proceso; este método no es eficiente, ya que el proceso aleatorio de la excitación está constituido por muchas funciones muestra, y la cantidad de trabajo involucrada en la manipulación de los datos sería excesiva. Además, ya que la excitación es un proceso aleatorio, la respuesta será también un proceso aleatorio, así que se tendrá la misma dificultad para manipular e interpretar los resultados. De aquí que sea deseable adoptar un enfoque más eficiente y más significativo para describir los procesos aleatorios de la excitación y de la respuesta. Para ello es necesario abandonar la descripción de la excitación y de la respuesta en términos del tiempo, a favor de una descripción basada en ciertos promedios conocidos como estadísticos.

Los promedios estadísticos de los procesos estocásticos proporcionan información gruesa acerca de sus características, y permiten efectuar algunas estimaciones estadísticas de carácter general.

Para poder predecir las propiedades del proceso aleatorio de la respuesta de un sistema, será necesario contar con una colección de funciones muestra del proceso estocástico de la excitación. Las predicciones que se alcancen serán tan buenas como lo sea el conjunto de funciones muestra utilizado; de aquí que las funciones muestra deberán ser representativas del proceso aleatorio de la excitación y deberán exhibir sus variaciones estadísticas.

2.1.2 PROMEDIOS MUESTRALES, DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD, MEDIA Y AUTOCORRELACION.

Las características estadísticas de un proceso aleatorio pueden medirse a través del conjunto (Figura 5), o bajo ciertas circunstancias (p. ej. en los procesos ergódicos), a lo largo de una sola función muestra. En el primer caso, para cada tiempo t se tendrá una variable aleatoria $X(t)$, la cual es una variable numérica cuyo valor específico no se puede predecir con certidumbre antes de la realización del experimento. El comportamiento de una variable aleatoria se describe mediante su función de densidad de probabilidades.

La función de densidad de probabilidades de una variable aleatoria X es una función $f_X(x)$, tal que la probabilidad de que x este en el intervalo $(x, x+dx)$, es igual al producto $f_X(x)dx$.

Los valores de $f_X(x)$ representan una medida de la intensidad de probabilidad en ese punto.

La función de distribución de probabilidades (distribución acumulada) de una variable aleatoria X , es una función $F_X(x)$ que proporciona la probabilidad de obtener una cantidad menor (o igual) que un valor x . Para una variable continua, X , la función de distribución de probabilidades se puede expresar analíticamente como

$$P_r\{X < x\} = F_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx \quad (2.1)$$

ESPERANZA MATEMATICA. Considérese un tiempo fijo $t = t_1$, y un conjunto de valores $x = x(t_1)$. Supóngase que a cada valor de x se le asocia un valor $g(x)$, donde g es una función conocida.

Si se supone que se cuenta con un número infinito de muestras, cuya distribución está descrita por la densidad de probabilidad de primer orden $p(x)$, entonces el promedio de g a través del proceso es

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)p(x)dx \quad (2.2)$$

Este promedio muestral se denomina esperanza matemática de $g(x)$, y para denotarla se usa el operador E .

MEDIA, MEDIA CUADRATICA, VARIANCIA Y DESVIACION ESTANDAR. Cuando $g(x) = x$ la esperanza matemática de g es

$$E\{x\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x)dx \quad (2.3)$$

la cual se define como la media de x o el valor esperado de x . Cuando $g(x) = x^2$ se tiene que

$$E\{x^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x)dx \quad (2.4)$$

la cual define el valor medio cuadrático de x . La raíz cuadrada de la ecuación anterior es la raíz media cuadrática (rms).

Otro parámetro estadístico importante es la variancia de x , la cual se obtiene a partir de la ec. 2.2, haciendo $g(x) = [x - E(x)]^2$; es decir, la variancia es el promedio muestral del cuadrado de la desviación medida a partir de la media.

$$\begin{aligned}\sigma &= \text{E}[(x - \text{E}[x])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \text{E}[x])^2 p(x) dx \\ \sigma &= \text{E}[x^2] - (\text{E}[x])^2\end{aligned}\quad (2.5)$$

La raíz cuadrada de la variancia se denomina desviación estándar σ .

AUTOCORRELACION. Sean t_1 y t_2 dos valores fijos de t y sean X_1 y X_2 las variables aleatorias correspondientes. La distribución de X_1 y X_2 está descrita por la densidad de probabilidad de segundo orden $p(x_1, x_2)$. Supóngase que a cada par de valores de X_1 y X_2 se les asocia las funciones conocidas $f(x_1)$ y $g(x_2)$.

$$\text{E}[f(x_1)g(x_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1) g(x_2) p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (2.6)$$

Cuando $f(x_1) = x_1$ y $g(x_2) = x_2$ el promedio muestral resultante se denomina función de autocorrelación.

$$\text{E}[x(t_1)x(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (2.7)$$

El prefijo auto se refiere al hecho de que $x_1 x_2$ representa un producto de valores sobre el mismo conjunto de funciones muestra en dos instantes diferentes. Para t_1 y t_2 fijos, el promedio muestral es simplemente una constante, pero al variar t_1 y t_2 , la autocorrelación será (en general) función de t_1 y t_2 . La autocorrelación muestral representa el grado de correlación existente entre las dos variables aleatorias para los dos tiempos considerados.

2.1.3 PROCESOS ALEATORIOS ESTACIONARIOS Y ERGODICOS. PROMEDIOS TEMPORALES.

Se dice que un proceso aleatorio es estacionario si las distribuciones de probabilidad obtenidas para el conjunto, no dependen del tiempo absoluto. Esto implica que todas las características estadísticas son independientes del tiempo absoluto y que, en concreto, el valor medio, el valor medio cuadrático, la variancia y la desviación estándar son totalmente independientes del tiempo.

Es posible verificar parcialmente, de manera experimental, la estacionariedad de un proceso; para ello se obtendrá un número grande de funciones muestra y se calcularán promedios tales como la media y la autocorrelación, según las ecuaciones (2.3) y (2.7), para muchos tiempos diferentes. En muchos casos no será posible tal verificación, pero podrá adoptarse la hipótesis de estacionariedad, a partir de otras consideraciones (Grandall y Mark, 1963).

Para que un proceso sea estrictamente estacionario, no deberá tener principio ni fin; cada realización deberá extenderse desde $t = -\infty$ hasta $t = +\infty$. Sin embargo, la mayoría de los procesos reales tienen principio y fin, y por lo tanto no pueden ser realmente estacionarios. Con frecuencia los efectos no-estacionarios asociados al principio y al fin de un proceso se desprecian; esto se justificará si el periodo de estacionariedad es largo comparado con el intervalo de duración del principio y fin del proceso. Por otro lado, si los cambios en las propiedades estadísticas de un proceso ocurren lentamente, éste podrá dividirse en intervalos de menor duración, en cada uno de los cuales pueda considerarse estacionario (Grandall y Mark, 1963).

PROMEDIOS TEMPORALES.

Todos los promedios discutidos hasta aquí han sido promedios muestrales. Para evaluarlos es necesario tener información acerca de la distribución de probabilidad de las funciones muestra, o por lo menos contar con un conjunto de realizaciones individuales. Dada una función muestra $X^j(j)$, de duración T , se pueden obtener las mismas características estadísticas del proceso, a lo largo de la muestra; tales promedios se denominan promedios temporales.

Así, si $X^j(j) = f(t)$ es una función muestra definida desde $t = -T/2$ hasta $t = T/2$, representativa del proceso aleatorio en cuestión, la media temporal del registro $f(t)$ es

$$\langle f \rangle = 1/T \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) dt \quad (2.8)$$

y la media cuadrática temporal es

$$\langle f^2 \rangle = 1/T \int_{-T/2}^{+T/2} f^2(t) dt \quad (2.9)$$

La función temporal de autocorrelación ϕ se define como

$$\phi(\tau) = \langle f(t)f(t+\tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t)f(t+\tau) dt \quad (2.10)$$

Quando $f(t)$ solo está definida en un intervalo finito, se puede utilizar una expresión similar, pero deberá tenerse cuidado con los efectos derivados del principio y del fin de la realización.

Dentro de la clase de los procesos estacionarios existe una subclase conocida como "procesos ergódicos". Un proceso es ergódico, si además de ser estacionarias todas sus características estadísticas de conjunto con respecto a un desplazamiento del eje de los tiempos, las características estadísticas tomadas a lo largo de una muestra cualquiera (promedios temporales), coinciden con las del conjunto (promedios muestrales). Es decir, cada función muestra de un proceso ergódico es completamente representativa de todo el proceso, por lo tanto

$$\begin{aligned} \langle x^j(\tau) \rangle &= EDD & (2.11) \\ \phi(\tau) &= R(\tau) \end{aligned}$$

También en este caso es posible verificar experimentalmente si un proceso particular es o no ergódico, procesando cierto número de funciones muestra; una tarea así requiere mucho trabajo. Por otro lado, la suposición de ergodicidad permite usar una sola función muestra (suficientemente larga) para calcular las características estadísticas de un proceso aleatorio, en lugar de usar toda una muestra de realizaciones (Grandall y Mark, 1963).

2.1.4 DESCOMPOSICION DE LOS PROCESOS ALEATORIOS ESTACIONARIOS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA. DENSIDAD ESPECTRAL.

Mediante el análisis en el dominio de la frecuencia, cualquier función periódica puede descomponerse en sus componentes armónicas, y sintetizarse sumando tales componentes. Es decir, si $x(t)$ es una función periódica del tiempo (Figura 7a), con período T , ésta se podrá expresar como

$$x(t) = a_0 + \sum_{b_k}^{\infty} [a_k \cos(2\pi kt/T) + b_k \sin(2\pi kt/T)] \quad (2.12)$$

donde las a_k y las b_k son los coeficientes constantes de Fourier (Figura 7b), dadas por

$$\begin{aligned} a_0 &= 1/T \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) dt \\ a_k &= 2/T \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) \cos(2\pi kt/T) dt \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) \sin(2\pi kt/T) dt$$

Las condiciones matemáticas para la convergencia de (2.12) son muy generales y cubren prácticamente toda situación concebible de interés en ingeniería.

En el caso en que el periodo T tiende al infinito, $x(t)$ ya no representa un fenómeno periódico, no siendo entonces posible descomponerla en sus componentes discretos de frecuencia. No obstante podrá razonarse de manera análoga, obteniendo no ya una serie de Fourier (Ec. 2.12), sino una Integral de Fourier (Ec. 2.14); además, en éste caso los coeficientes constantes de Fourier (Ec. 2.13) se transformarán en funciones continuas de la frecuencia, denominadas Transformadas de Fourier (Ec. 2.15). Dicho de otra manera, la integral de Fourier puede considerarse como el límite formal de una serie de Fourier, cuando el periodo de la función $f(t)$ tiende a infinito (Newland, 1975).

Aunque un procedimiento así no sería estrictamente riguroso, sirve para mostrar que las integrales de Fourier indican la composición en el dominio de la frecuencia de las funciones aperiódicas.

$$x(t) = 2 \int_0^{+\infty} A(\omega) \cos(\omega t) d\omega + 2 \int_0^{+\infty} B(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (2.14)$$

donde

$$A(\omega) = 1/2 \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos(\omega t) dt \quad ; \quad B(\omega) = 1/2 \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin(\omega t) dt \quad (2.15)$$

La teoría clásica de Fourier introduce la condición

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (2.16)$$

que debe cumplirse para que (2.14) y (2.15) sean ciertas.

En la Teoría de Vibraciones Aleatorias es más habitual escribir las ecuaciones 2.14 y 2.15 en su forma compleja, obteniéndose entonces

$$X(\omega) = 1/2 \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.17)$$

y $x(t)$ se podrá expresar, a partir de $X(\omega)$, mediante la integral o transformada inversa de Fourier, de la siguiente manera

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} dt \quad (2.18)$$

La historia temporal, $x(t)$, de una función muestra de un proceso aleatorio que ocurre en la naturaleza, no es periódica; por lo tanto no puede representarse por una serie de Fourier discreta. Además, para un proceso estacionario, $x(t)$ continúa indefinidamente en el tiempo y la condición (2.16) no puede satisfacerse. Por lo tanto, deberán tomarse precauciones especiales para hallar la transformada de Fourier de $x(t)$, para obtener información sobre la composición frecuencial del proceso aleatorio. Esta dificultad puede superarse analizando por los métodos de Fourier, no a las funciones muestra, sino a su función de autocorrelación.

La función de autocorrelación da información indirecta sobre las frecuencias presentes en un proceso aleatorio. Por ejemplo, $R(\tau)$ es máxima para los valores de τ donde $x(t)$ y $x(t+\tau)$ están en fase, y mínima para los valores de τ en los cuales $x(t)$ y $x(t+\tau)$ están en antifase.

Si se normaliza (o se ajusta) el valor cero del proceso estocástico $X(t)$ de manera que su valor medio $R = E\{X(t)\}$ sea cero, entonces, suponiendo que $x(t)$ no tiene componentes periódicas

$$R_x(\tau \rightarrow 0) = 0$$

y se satisface la condición

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |R_x(\tau)| d\tau < \infty$$

Por tanto, la transformada de Fourier de $R_x(\tau)$ y su transformada inversa están dadas por

$$S_x(\omega) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.19)$$

donde $S_x(\omega)$, es la llamada densidad espectral cuadrática media del proceso $X(t)$. La propiedad más importante de $S_x(\omega)$ se hace evidente cuando $\tau = 0$.

$$R_x(\tau = 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) d\omega = E\{x^2\} \quad (2.20)$$

Es decir, el valor medio cuadrático de un proceso aleatorio estacionario $X(t)$ está dado por el área bajo la gráfica de la densidad espectral $S_x(\omega)$ (Ecs. 2.4 y 2.9). Por la forma en que se dedujo se verá que, a diferencia de la transformada de Fourier de una realización, la cual solo describe el contenido frecuencial de esa función muestra (p. ej. un acelerograma), la densidad espectral muestra como se distribuye la energía entre las frecuencias de vibración de un proceso aleatorio; es decir, describe el contenido de frecuencias de todo un proceso estocástico. En la Figura 8 se presentan algunas muestras típicas de diversos procesos aleatorios, con sus correspondientes funciones de autocorrelación y densidades espectrales.

2.15 REPRESENTACION DE LOS MOVIMIENTOS SISMICOS DEL SUELO.

Existen tres formas de representar los movimientos sísmicos del suelo: las historias de tiempo (p. ej. los acelerogramas), los espectros de respuesta y las funciones de densidad espectral. La forma que se utilice en un problema particular dependerá del tipo de sistema que se analiza y de la clase de análisis que se efectuará. Por ejemplo, en los análisis dinámicos deterministas, la excitación sísmica toma la forma de historias de tiempo o de espectros de respuesta suavizados.

Para estructuras elásticas, el parámetro que tiene más valor práctico es la respuesta máxima. En particular para un sistema de un grado de libertad con frecuencia natural ω_n y relación de amortiguamiento crítico β , esta cantidad usualmente se representa por el desplazamiento máximo relativo (S_d), la pseudovelocidad ($S_v = \omega S_d$) o la pseudoaceleración ($S_a = \omega_n^2 S_d$). Los espectros de respuesta son gráficas de esas respuestas pico, como funciones de la frecuencia, para diferentes valores del amortiguamiento. Es común caracterizar el riesgo sísmico de un sitio en términos de un conjunto de espectros de respuesta suavizados, para su uso en diseño.

Por otro lado, un acelerograma típico tiene la apariencia de una función estocástica transitoria de duración limitada, caracterizada por un lapso de tiempo en el cual aumenta la intensidad del movimiento, seguida por un intervalo de sacudimiento fuerte más o menos estable, y finalmente por un periodo de decaimiento de la excitación (p. ej. véanse las Figuras 23a y 23b). Por ello, en los análisis de respuesta sísmica basados en la teoría de vibraciones aleatorias, se supone la existencia de un proceso aleatorio estacionario, que representa la parte más o menos

estable de los movimientos sísmicos que pueden ocurrir en el sitio en estudio; el proceso así definido se representa mediante una función de densidad espectral. Esta representación es simple y poderosa, pues permite la aplicación de algunos resultados importantes de la teoría de sistemas lineales, sujetos a vibraciones aleatorias (desarrollada por Crandall y Mark, 1963 y resumida en el siguiente capítulo); adicionalmente, la especificación de una duración limitada y de una aplicación repentina, conserva el carácter transitorio, esencial de los movimientos sísmicos del suelo (Vanmarcke, 1983).

Entre los parámetros más importantes que describen los movimientos sísmicos de la corteza terrestre están: el contenido de frecuencias del movimiento, la máxima aceleración del suelo, y la duración de la fase de sacudimiento fuerte (Idriss, 1978). Las funciones de densidad espectral pueden representar satisfactoriamente todas estas características de los temblores.

Por ejemplo, aunque los temblores no necesariamente son funciones periódicas, pueden tratarse como un tramo de funciones periódicas más largas. Entonces un acelerograma podrá expandirse en series de Fourier

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i \text{sen}(\omega t + \phi_i)$$

donde A_i es la amplitud de la i -ésima senoide y ϕ_i es su correspondiente ángulo de fase. La potencia total del movimiento estacionario $x(t)$ es $\sum_{i=1}^n (A_i^2/2)$. Cuando el incremento de frecuencia,

$\Delta\omega$, tiende a cero, la función de densidad espectral tiene la propiedad de que para cualquier frecuencia ω , $A_i^2/2$ está dada por el producto $G(\omega) \cdot \Delta\omega$ (Vanmarcke, 1976). En teoría $G(\omega)$ debe calcularse a partir de un gran número de movimientos registrados en el sitio bajo estudio. En problemas de carácter sísmico esto casi nunca es posible, por lo cual se supone que los movimientos registrados son estacionarios y ergódicos.

Así pues, la densidad espectral muestra como se distribuye la energía entre las frecuencias de una vibración aleatoria; a diferencia de la transformada de Fourier de una realización, la cual solo describe el contenido de frecuencias de esa función muestra, la densidad espectral exhibe el contenido de frecuencias del proceso aleatorio subyacente. Sin embargo, ambos conceptos están íntimamente ligados.

Por otro lado, la aceleración máxima sirve como base para descripciones más detalladas del movimiento del suelo. Por ejemplo, muchos de los criterios de diseño sísmico se expresan en términos de la aceleración máxima del suelo. La propiedad básica de la función de densidad espectral es que la raíz cuadrada de su integral es igual a la raíz media cuadrática (r.m.s.) de la aceleración del suelo, la cual a su vez, es proporcional a la aceleración máxima del suelo (Vanmarcke, 1982).

En el análisis de sistemas lineales invariantes con el tiempo y sujetos a excitaciones estacionarias, se supone que el sistema se somete repentinamente a la parte fuerte del temblor, la cual es más o menos estable, y de duración finita S . El contenido de frecuencias durante la fase fuerte del movimiento se representa mediante la función de densidad espectral. Entre los métodos existentes para medir tal duración se encuentran algunos donde interviene la densidad espectral.

Muchas otras propiedades estadísticas de los movimientos estacionarios aleatorios (ya sean procesos de excitación o de respuesta), pueden expresarse en términos de los parámetros espectrales, los cuales dependen de los primeros momentos de $G(\omega)$. Algunos de esos parámetros juegan un papel similar al de la media y el coeficiente de variación de una variable aleatoria, e indican la concentración de la "masa espectral" y el ancho de banda o dispersión de $G(\omega)$.

Hasta la fecha es más usual describir las cargas sísmicas de diseño mediante espectros de respuesta, a pesar de que ya se dispone de relaciones probabilísticas entre los espectros de respuesta y las funciones de densidad espectral (o viceversa). No hay ninguna razón de peso por la cual un temblor de diseño no pueda describirse mediante una función de densidad espectral. Incluso, en los análisis dinámicos probabilísticos sería más racional obtener directamente la densidad espectral de la excitación; si esto no se hace se debe a que existe ya una gran cantidad de investigación, práctica, y experiencia en el desarrollo de espectros de respuesta para diseño, y a la falta de familiaridad de los profesionales de la ingeniería sísmica, con las funciones de densidad espectral. En el modelo de elementos finitos utilizado en este estudio (basado en el trabajo desarrollado por Romo en 1976), se tiene la posibilidad de usar cualquiera de las dos representaciones descritas, para la excitación; en el Anexo A, se presentan sumariamente las relaciones establecidas entre estas dos representaciones de los movimientos sísmicos.

2.2 TRANSMISIÓN DE VIBRACIONES ALEATORIAS.

Como ya se dijo anteriormente, el problema fundamental es determinar las características del proceso aleatorio de la respuesta de un sistema (en este caso estructuras térrsas), cuando se sujeta a una excitación definida por un proceso estocástico, y expresada por la densidad espectral de los movimientos sísmicos del terreno, que cabe esperar ocurran en el sitio donde se localizará la estructura.

Cuando se supone que el sistema vibratorio es lineal e invariante con el tiempo, y que el proceso aleatorio de la excitación es estacionario, se puede obtener una solución general para el problema propuesto.

Sea $X(t)$ el proceso aleatorio estacionario que define a la excitación del sistema. Si $X(t)$ es un proceso estocástico estacionario de duración finita, T , que coincide con $X(t)$ en el intervalo $-T/2 < t < T/2$; el miembro $X_T(t)$ del proceso tiene una transformada de Fourier definida como

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_T(t) e^{-i\omega t} dt$$

El proceso estocástico estacionario $X(t)$ tiene un espectro de potencia $P_x(\omega)$ que se define como

$$P_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[E \left[|F_T(\omega)|^2 \right] / T \right] \quad (2.21)$$

donde la esperanza se toma sobre toda la familia de señales $X_T(t)$ en el proceso estocástico. Por consiguiente, $P_x(\omega)$ depende del proceso completo y no solo de una muestra particular.

El valor medio cuadrado, σ_x^2 (variancia), del proceso estocástico $X(t)$ en términos de su espectro de potencia, $P_x(\omega)$, se define como

$$\phi(0) = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} P_x(\omega) d\omega \quad (2.22)$$

La respuesta estacionaria de un sistema lineal, independiente del tiempo, se puede conocer en el dominio de la frecuencia una vez que se determina la función de transferencia compleja, $H(\omega)$, del sistema. Si $F_T(\omega)$ es la transformada de Fourier de $X_T(t)$; entonces, la respuesta está dada por

$$G_T(\omega) = H(\omega) F_T(\omega)$$

Tomando el valor absoluto, elevando al cuadrado ambos lados de la ecuación, y calculando la esperanza y límites en ambos miembros de esta relación, se obtiene

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left[E \left[|G_T(\omega)|^2 \right] / T \right] = |H(\omega)|^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \left[E \left[|F_T(\omega)|^2 \right] / T \right]$$

Nótese que $H(\omega)$ es determinista e independiente del tiempo. Sustituyendo la ec. 2.21 en esta expresión, se obtiene la siguiente relación algebraica entre el espectro de potencia de la excitación, $P_x(\omega)$, y el espectro de potencia de la respuesta, $P_r(\omega)$:

$$P_r(\omega) = |H(\omega)|^2 P_x(\omega) \quad (2.24)$$

Es importante notar que en esta relación solo se involucra la magnitud de la función de transferencia compleja, $H(\omega)$.

Usando la definición del valor medio cuadrático (Ec. 2.20), el valor medio cuadrado de la respuesta, σ_r^2 , se puede calcular la con siguiente ecuación:

$$\sigma_r^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 P_r(\omega) d\omega \quad (2.25)$$

En la práctica solo se trabaja con frecuencias positivas; por consiguiente, el límite inferior de integración (Ec. 2.25) es cero.

3. METODO DE PERTURBACIONES APLICADO AL PROBLEMA DE RESPUESTA DINAMICA.

3.1 TECNICA FUNDAMENTAL.

A continuación se presenta la idea básica del método de perturbaciones. Supóngase que se requiere resolver la siguiente ecuación

$$F(u) = v \quad (3.1)$$

la cual, por varias razones, no resulta conveniente abordarla en su forma original. Por ejemplo, puede ser no-lineal, lineal pero de orden alto, o poseer elementos estocásticos en forma lineal o no lineal. Sea

$$L(u) = v \quad (3.2)$$

una ecuación auxiliar que tiene la siguiente solución explícita

$$u = T(v) \quad (3.3)$$

que en general sea la única solución de la ecuación 3.2; esto significa que L es un operador lineal. Regresando a la ecuación 3.1, esta se puede escribir en la forma

$$L(u) + \{F(u) - L(u)\} = v \quad (3.4)$$

Introduciendo la función $N(u)=L(u)-F(u)$, la ecuación 3.4 se transforma en

$$L(u) = v + N(u) \quad (3.5)$$

Para facilitar la discusión sobre las soluciones particulares de la ecuación 3.5, se introducirá un parámetro ϵ ; es decir, se considera la nueva ecuación

$$L(u) = v + \epsilon N(u) \quad (3.6)$$

En algunos casos la introducción del parámetro ϵ , simplemente es un artificio matemático que permite llevar a cabo varios tipos de contabilidad, de manera sistemática. Por ejemplo, permite agrupar los términos correspondientes a grados comparables de aproximación de una manera conveniente y metódica. Por otra parte, en gran número de situaciones este parámetro aparece naturalmente, representando cantidades físicas tan diversas como la constante de Planck, un coeficiente de amortiguamiento, la

intensidad de un impacto, el recíproco de la velocidad de la luz, o la amplitud de un término excitador.

Resulta conveniente estudiar la solución de esta clase de ecuaciones, para las cuales ϵ es pequeño. Supóngase que la solución de la ecuación 3.6 tiene la forma

$$u = u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots \quad (3.7)$$

que es una serie de potencia en ϵ , con coeficientes que son independientes de ϵ . Obsérvese que el primer término u_0 , obtenido al hacer $\epsilon = 0$, es una solución de la aproximación lineal

$$L(u_0) = v, \quad (3.8)$$

solución que se puede escribir como $u_0 = T(v)$.

Para obtener los coeficientes subsiguientes u_1, u_2, \dots , de manera sistemática, se sustituye la expresión que define a u (ec. 3.7) en la ecuación 3.6, y se igualan los términos correspondientes, obteniendo la expresión

$$L(u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots) = v + \epsilon N(u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots) \quad (3.9)$$

Puesto que el operador L es lineal, la parte izquierda de la ecuación 3.9 se puede descomponer en la siguiente suma

$$L(u_0) + \epsilon L(u_1) + \epsilon^2 L(u_2) + \dots \quad (3.10)$$

Ahora suponiendo que $N(u)$ es analítica en u , de manera que el lado derecho de la ecuación 3.9 se puede desarrollar en series de potencia en ϵ , se obtiene

$$N(u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots) = N(u_0) + \epsilon N_1(u_0, u_1) + \epsilon^2 N_2(u_0, u_1, u_2) + \dots \quad (3.11)$$

donde, como se había indicado, el término de ϵ^k depende únicamente de las cantidades $u_0, u_1, u_2, \dots, u_k$. Esto corresponde al caso en que $N(u)$ es un polinomio ordinario en u . Combinando las expansiones (ecs 3.10 y 3.11) e igualando los coeficientes de ϵ , la ecuación 3.6 produce el siguiente sistema infinito de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 L(u_0) &= v, \\
 L(u_1) &= N(u_0), \\
 L(u_2) &= N_1(u_0, u_1), \\
 &\vdots \\
 L(u_{k+1}) &= N_k(u_0, u_1, \dots, u_k)
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

y así sucesivamente.

El hecho importante que debe observarse es que este sistema infinito se puede resolver de manera recursiva; es decir, la evaluación de u_k involucra el conocimiento de u_n para $0 \leq n < k$. La primera ecuación del sistema 3.12 conduce al siguiente resultado

$$u_0 = T(v) \tag{3.13}$$

De la segunda ecuación (de las ecs. 3.12), se deriva la relación

$$u_1 = T \left\{ N(u_0) \right\} = T \left\{ N [T(v)] \right\} \tag{3.14}$$

Continuando de esta manera se observa que cada u_k se puede expresar en términos de v solamente.

La serie infinita (ec. 3.7), cuyos coeficientes se pueden determinar como se indicó anteriormente, se denomina la "solución formal" de la ecuación original, ecuación 3.6. Para obtener la solución formal de la ecuación 3.5 basta con hacer $\epsilon = 1$.

Sin embargo, al analizar el desarrollo presentado, surgen algunas preguntas que no son fáciles de contestar, a saber:

1. ¿ Bajo qué condiciones converge la serie infinita, ecuación 3.7, y representa la solución de la ecuación 3.6?

2. Si la serie infinita converge, ¿qué estimaciones de la velocidad de convergencia se pueden hacer, y qué técnicas se pueden usar para acelerar la convergencia?
3. Si la serie infinita no converge, ¿se pueden utilizar las sumas parciales o, más general, los coeficientes u_k de alguna manera para obtener estimaciones numéricas de las soluciones de la ecuación 3.6?
4. Si no existe tal serie infinita, ¿qué modificaciones se pueden hacer en la forma de la serie para asegurar una expansión análoga?

Las preguntas anteriores no tienen una respuesta sencilla, directa, ya que los resultados de cualquier rigor y sofisticación, dependen primordialmente de la naturaleza del operador lineal L , y del operador no lineal N . Aunque estos problemas tienen gran importancia teórica y práctica, y se les ha dedicado mucha atención, no existe una colección significativa de resultados establecidos rigurosamente en esta área de estudio. Considerando la situación anterior, en esta tesis se utilizará el método de perturbaciones en el análisis sísmico de estructuras, con parámetros aleatorios como artificio, para transformar la ecuación de movimiento determinista en dos sistemas de ecuaciones, uno determinista y otro probabilista. De esta manera el problema de respuesta sísmica se puede resolver eficientemente con el método de Monte Carlo. A continuación se presenta el desarrollo analítico del método probabilista.

3.2 TRANSFORMACION DE LA ECUACION DE MOVIMIENTO.

Como se muestra en el modelo general (Figura 2), una vez que se ha determinado en el punto de control (algún punto del perfil de suelo en el campo libre) el espectro de potencia equivalente, a partir del espectro de respuesta (mediante la teoría del valor extremo), se procede a calcular la densidad de los movimientos sísmicos en la interface suelo-roca, deconvolucionando para ello el espectro de potencia equivalente. Entonces, el espectro de potencia obtenido a esa profundidad se usa como excitación del modelo de elementos finitos que representa al sistema suelo-estructura, y se procede a calcular el espectro de potencia de la respuesta en puntos escogidos.

Los dos pasos anteriores pueden efectuarse con un procedimiento numérico propuesto por Lysmer et al (1975a y 1975b), el cual fue desarrollado para el modelo pseudo-tridimensional mostrado en la Figura 3. Este modelo incluye fronteras viscosas en los lados planos de la dovela, para simular la propagación de energía en dirección perpendicular a su eje; además, a ambos lados se colocan fronteras laterales transmisoria para simular los efectos dinámicos del sistema semi-infinito de capas de suelo, con propiedades viscoelásticas y estratificado horizon-

talmente, el cual se extiende más allá de la región de elementos finitos (campo libre).

La ecuación diferencial que rige la respuesta dinámica del sistema suelo-estructura, no amortiguado, representado por el modelo de elementos finitos es:

$$[M]\ddot{u} + [K]u = - (m)\ddot{y}(t) - \langle V \rangle + \langle F \rangle - \langle T \rangle \quad (3.15)$$

donde [M] : matriz de masas para deformación plana de una dovela de elementos finitos con espesor unitario.

[K] : matriz de rigidez para deformación plana de la misma dovela.

$\langle u \rangle$: desplazamientos de los puntos nodales con respecto a la base rígida.

$\langle m \rangle$: vector relacionado a M y a la dirección de la aceleración de la base rígida $\ddot{y}(t)$ (horizontal y/o vertical).

Las fuerzas $\langle V \rangle$ se deben a la presencia de las fronteras viscosas (Hwang y Lysmer, 1975); el vector $\langle F \rangle$ representa las fuerzas que actúan sobre un plano vertical en el campo libre, y que consideran la transmisión de energía que no incluye movimientos horizontales. Las fuerzas $\langle T \rangle$ están relacionadas también a la transmisión de energía (Lysmer y Wass, 1972) y representan el efecto del sistema semi-infinito, viscoelástico (Figura 3), localizado a ambos lados del modelo. En todos los casos los puntos sobre las variables indican derivación con respecto al tiempo.

Sin embargo, cuando se estudia el modelo representado en la Figura 4, donde la excitación se aplica directamente en la base de la cortina de una presa (Interacción Inercial), no existen las condiciones de frontera descritas en el párrafo anterior. Entonces la ecuación de movimiento se reduce a

$$[M]\ddot{u} + [K]u = - (m)\ddot{y}(t) \quad (3.16)$$

La ecuación anterior también rige la respuesta de campo libre, cuando este está formado por estratos horizontales, y la excitación sísmica está representada por ondas de cuerpo, P ó S desacopladas, que se propagan verticalmente.

Con el propósito de introducir amortiguamiento en el sistema, el módulo de rigidez al cortante G, se considera complejo; es

decir, $G^* = G \exp(2i\beta)$, donde β es la relación de amortiguamiento crítico, e $\sqrt{i^2-1}$

La ecuación de movimiento 3.16 puede resolverse mediante el método de respuesta compleja (Lysmer et al, 1974), el cual supone que la excitación puede escribirse como una suma finita de armónicas, es decir, como una serie truncada de Fourier

$$y(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{r=0}^{N/2} Y(\omega) e^{i\omega_r t} \right\} \quad (3.17)$$

donde N es el número de puntos digitizados de la excitación. Esto implica que la respuesta también puede escribirse como

$$\langle u(t) \rangle = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{r=0}^{N/2} \langle U \rangle e^{i\omega_r t} \right\} \quad (3.18)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.17 y 3.18 en la expresión 3.16, se obtiene la siguiente ecuación en el dominio de la frecuencia

$$\left\{ [K^*] - \omega_r^2 [M] \right\} \langle U(\omega) \rangle_r = -\langle m \rangle Y(\omega_r) \quad (3.19)$$

donde el asterisco sobre K^* indica que es una matriz de números complejos. Para simplificar, en adelante se eliminará el asterisco, así como todos los corchetes y las ω 's entre paréntesis después de la U y la Y , a sabiendas de que son funciones de la frecuencia ω .

Ya que la variabilidad en el peso volumétrico de los materiales es menor que la del módulo de rigidez y la del amortiguamiento, se supondrá que en la ecuación 3.16, solo la matriz de rigideces es estocástica. Esto equivale a considerar que solo el módulo de rigidez y la relación de amortiguamiento de los materiales constitutivos de la estructura, son variables aleatorias. Por lo tanto, utilizando la técnica de perturbaciones presentada en la sección anterior, se tendrá que

$$K = K_0 + K_1 + K_2 + \dots \quad (3.20)$$

donde K_0 = matriz de rigidez no perturbada (determinista).

- K_1 = matriz de rigidez con perturbación de primer orden.
 K_2 = matriz de rigidez con perturbación de segundo orden.

Si las perturbaciones son pequeñas la solución de la ecuación anterior se puede escribir como

$$U = U_0 + U_1 + U_2 + \dots \quad (3.21)$$

donde U_0 = solución no perturbada (determinista)

U_1 = solución con perturbación de primer orden.

U_2 = solución con perturbación de segundo orden.

Sustituyendo los valores de K y U en la ecuación 3.16, e igualando los términos de igual orden de perturbación se obtienen las siguientes ecuaciones (Romo y Villegas, 1986):

$$\begin{aligned} [K_0 - \omega^2 M] U_0 &= - \langle m \rangle Y \\ [K_0 - \omega^2 M] U_1 &= - \Delta K_1 U_0 \\ [K_0 - \omega^2 M] U_2 &= - \Delta K_2 U_0 - \Delta K_1 U_1 \\ &\vdots \\ [K_0 - \omega^2 M] U_n &= - \Delta K_n U_0 - \Delta K_{n-1} U_1 - \dots - \Delta K U_{n-1} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Se obtiene así una serie de potencias en ΔK similar a la obtenida en la sección anterior (ec. 3.12). Suponiendo que esta serie convergiera -lo cual hasta la fecha aún no se demuestra-, el sistema de ecuaciones 3.22 podría resolverse de manera recursiva. Además, las ecuaciones 3.7 y 3.21 suponen que las perturbaciones son pequeñas, lo cual automáticamente plantea las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el rango de magnitud en las perturbaciones de ΔK , que pueden considerarse pequeñas?
- Las incertidumbres presentes en la evaluación de los parámetros dinámicos de los materiales constitutivos de la estructura, ¿ pueden considerarse pequeñas ?.

- Si la serie de potencias converge para valores pequeños de ΔK , ¿Como puede garantizarse que convergirá para todo el intervalo de valores posibles de ΔK ?

Estas preguntas parecen no tener una respuesta directa, ya que la solución dependerá del tipo de problema y de las características de esfuerzo-deformación de los materiales (p. ej. el nivel de incertidumbre puede variar con la deformación). Por estas razones, se buscó otra alternativa para resolver las ecuaciones 3.22. El procedimiento elegido consiste en usar parcialmente el sistema de ecuaciones 3.22, acoplado con simulaciones aleatorias de ΔK . Esto es equivalente a utilizar el método de Monte Carlo, con la ventaja de que no se requiere un número exagerado de simulaciones.

3.2.1 SOLUCION DE LA ECUACION DE MOVIMIENTO TRANSFORMADA.

Debido a la imposibilidad de resolver analíticamente el sistema de ecuaciones 3.22, se consideró la opción de modificar la ecuación 3.19, introduciendo una perturbación de primer orden, ΔK_1 , y resolviendo la ecuación resultante. Procediendo de esta manera se tiene:

$$\begin{aligned} \left[K_0 - \omega^2 M \right] U_0 &= -(\dot{m}) Y \\ \left[K_0 - \omega^2 M \right] U_1 &= -\Delta K_1 U_0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Sumando las relaciones anteriores resulta:

$$\langle U \rangle = \left\{ U_0 + U_1 \right\} = - \left[K_0 - \omega^2 M \right]^{-1} \left[\Delta K_1 U_0 + (\dot{m}) Y \right] \quad (3.24)$$

Al sustituir el valor de U_0 , se obtiene la siguiente ecuación de movimiento transformada:

$$\langle U \rangle = \left[-I + L^{-1} \Delta K_1 \right] L^{-1} (\dot{m}) Y \quad (3.25)$$

en la cual I es la matriz unitaria, y $L^{-1} = [K_0 - \omega^2 M]^{-1}$ es la solución del problema inicial no perturbado, para una excitación

unitaria. La ecuación anterior es una expresión matricial algebraica con coeficientes ΔK_i estocásticos. En consecuencia, la respuesta U es probabilista.

Existen varias alternativas para resolver la ecuación estocástica 3.25. En un trabajo anterior (Romo y Carels, 1983) se utilizó un procedimiento de simulaciones, donde la solución se obtiene generando una muestra aleatoria de matrices ΔK_i , cuyas propiedades de rigidez tienen una densidad de probabilidad normal. Para cada matriz generada se efectúan las operaciones indicadas en la ecuación 3.23; una vez calculado un número suficiente de respuestas U , se obtienen sus parámetros estadísticos. El procedimiento es equivalente al de Monte Carlo, pero a diferencia de este método, no requiere que se resuelva la ecuación de movimiento inicial (no perturbada) para cada matriz aleatoria ΔK_i generada, pues la ecuación 3.23 solo involucra productos matriciales entre la solución no perturbada, L^{-1} , y la matriz de rigidez estocástica, ΔK_i . Este hecho permite que la simulación se efectúe ventajosamente, con respecto a la aplicación directa del método de Monte Carlo a la ecuación de movimiento inicial (ecuación 3.19).

3.2.2 GENERACION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ ESTOCASTICA.

Aunque existen métodos aproximados (Vanmarcke, 1977) para tomar en cuenta la variación espacial aleatoria de las propiedades dinámicas de los materiales térreos, persiste la incógnita respecto a la validez de las funciones de correlación que deben utilizarse. Este aspecto se agudiza en el caso de presas de tierra y enrocamiento, ya que a priori no se conocen las condiciones finales de los materiales constitutivos, a pesar de que el ingeniero de suelos pueda influir sobre sus propiedades y su variabilidad, por medio de especificaciones y procedimientos de control de calidad. El diseñador se enfrenta entonces a incertidumbres futuras en los valores medios de las propiedades, que sus especificaciones producirán, y a variaciones espaciales aleatorias en torno a ese valor medio. En vista de estas dificultades, parece razonable usar como medias y variancias de las propiedades de los materiales, los valores obtenidos mediante estudios estadísticos de los resultados proporcionados por pruebas de laboratorio (y de campo si los hubiere), y además suponer que no existe correlación espacial. La variación espacial de las propiedades podrá considerarse fácilmente, asignando diferentes valores de ella en la cortina.

En este trabajo las propiedades dinámicas de los materiales térreos (módulo de rigidez al cortante y la relación de amortiguamiento crítico), se consideraron como variables aleatorias no correlacionadas entre sí. Como ya se mencionó, el no suponerlas correlacionadas no se debe a la falta de desarrollos matemáticos sobre el tema, sino a la carencia de un volumen adecuado de información geotécnica; es decir, actualmente no se cuenta con

suficientes datos sobre las propiedades de un mismo material, para evaluar los coeficientes de correlación. También se supuso que no hay correlación entre sus medias y sus desviaciones estocásticas, sin importar la cercanía de los puntos considerados.

El procedimiento utilizado (método del elemento finito) para formar la matriz de rigidez estocástica, ΔK_i , es igual al que se emplea para formar la matriz de rigidez determinista, K_0 , solo que en lugar de usar los valores medios del módulo de corte, G_0 , y de la relación de amortiguamiento, β_0 , se usan valores probabilistas ΔG y $\Delta\beta$, que corresponden a las perturbaciones que se inducen en G y β . El problema se reduce a encontrar una expresión probabilista para evaluar la perturbación, ΔG^* , del módulo complejo G^* , el cual se define como

$$G^* = G_0 e^{(2i\beta)} \approx G_0 (1 + 2i\beta - 2\beta^2 + \dots) \quad (3.26)$$

Utilizando los conceptos de la técnica de perturbación, supongamos lo siguiente (Romo y Carels, 1982)

$$G = G_0 + \Delta G; \quad \beta = \beta_0 + \Delta\beta; \quad G^* = G_0^* + \Delta G^* \quad (3.27)$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 3.26, e igualando los términos de igual orden de perturbación, se obtendrá la siguiente expresión para ΔG^*

$$\begin{aligned} G_0^* &= G_0 (1 + 2i\beta_0 - 2\beta_0^2 + \dots) \\ \Delta G^* &= \Delta G (1 + 2i\beta_0^2 + \dots) + G_0 (2i\Delta\beta - 4\beta_0\Delta\beta + \dots) \\ \Delta G^*/G_0^* &= \Delta G/G_0 + (2i\Delta\beta - 4\beta_0\Delta\beta + \dots)(1 - 2i\beta_0 - 2\beta_0^2 + \dots) \\ \Delta G^* &= G_0^* (\Delta G/G_0 + 2i\Delta\beta + 4i\beta_0^2\Delta\beta + 8\beta_0^3\Delta\beta + \dots) \end{aligned}$$

Para los valores máximos de la relación de amortiguamiento, β , que ocurren en los suelos (del orden de 0.25), los términos de orden superior son despreciables. Por lo tanto se tiene que

$$\Delta G^* = G_o^* (\Delta G/G_o + 2I\Delta\beta) \quad (3.28)$$

Usando el concepto de coeficiente de variación (igual a la desviación estándar sobre la media), las perturbaciones ΔG y $\Delta\beta$ se pueden definir como

$$\Delta G = R_\alpha CV_\alpha G_o ; \quad \Delta\beta = R_\beta CV_\beta \beta_o$$

donde R_α y R_β son números aleatorios con distribución normal estándar $N(0,1)$; CV_α y CV_β son los coeficientes de variación de G y β , respectivamente. Sustituyendo estos valores en la ecuación 3.28, se obtiene la siguiente expresión para calcular la perturbación del módulo complejo al corte, ΔG

$$\Delta G^* = G_o^* \left[R_\alpha CV_\alpha + 2I\beta_o R_\beta CV_\beta \right] \quad (3.29)$$

3.3 RESPUESTA PROBABILISTA.

Para generar las N soluciones $\langle U \rangle$ (ecuación 3.25) requeridas para el estudio estadístico, se forman N matrices de rigidez ΔK_i , mediante N muestreos de ΔG^* (ecuación 3.29). De este conjunto de soluciones se determinan los valores medios y desviaciones estándar, para así evaluar las bandas de confianza de la solución $\langle U \rangle$ de la siguiente manera

Media

$$\langle m \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle U_i \rangle$$

Desviación estándar

$$\langle \omega \rangle_N = \left[\frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^N \langle U_i^2 \rangle - N \langle m^2 \rangle \right\} \right]^{1/2} \quad (3.30)$$

Bandas de confianza

$$\langle m \rangle_N - \alpha \langle \sigma \rangle_N \leq \langle U \rangle \leq \langle m \rangle_N + \alpha \langle \sigma \rangle_N \quad (3.31)$$

El parámetro α rige el ancho de la banda y depende del grado de incertidumbre en las propiedades y del riesgo que se desee admitir en la solución.

4. RESPUESTA DINAMICA DE SISTEMAS LINEALES CON INCERTIDUMBRES EN SUS PROPIEDADES.

El problema de respuesta probabilista planteado en el dominio de la frecuencia y resuelto con técnicas de perturbación y simulaciones, como se indicó en el Capítulo 3, se puede generalizar para incluir la aleatoriedad de la excitación sísmica. Lo anterior se puede lograr utilizando la teoría de vibraciones aleatorias, como se muestra en esta sección.

La ecuación transformada del movimiento (ec. 3.25) se puede escribir como sigue:

$$\langle U \rangle = \langle H \rangle \langle Y \rangle \quad (4.1)$$

donde $\langle H \rangle = [-I + L^{-1} \Delta K L^{-1}]^{-1} \langle m \rangle$, es la función compleja de transferencia probabilista.

Utilizando la teoría de vibraciones aleatorias (véase la sección 2.2) se puede demostrar fácilmente que la ecuación 4.1 se transforma en

$$P_u = |H|^2 P_y \quad (4.2)$$

donde P_u y P_y son los espectros de potencia de la respuesta $\langle U \rangle$ y de la excitación $\langle Y \rangle$, respectivamente.

En la ecuación anterior la excitación se representa con un espectro de potencia medio. Sin embargo, los resultados de estudios estadísticos efectuados sobre sismos registrados en un mismo sitio, muestran una dispersión considerable de las amplitudes espectrales, en torno al valor medio. Para considerar esta aleatoriedad, inherente a los movimientos sísmicos, la excitación se puede definir en términos de un espectro de potencia medio, provisto de bandas de incertidumbre. Por lo tanto, la ecuación 4.2 estará integrada por dos funciones aleatorias: la función de transferencia compleja del sistema, $\langle H \rangle$, y la densidad espectral del movimiento sísmico, P_y .

Al plantear el problema de esta manera, se abren varias posibilidades para calcular la respuesta; estas son las siguientes:

A. METODO DE MONTE CARLO.

Esta sería la forma más directa, si bien no la más eficiente, de calcular la respuesta sísmica de un sistema. Para ello se realizan simulaciones de las funciones aleatorias que representan al sistema, la función de transferencia $H(\omega)$, y de las que representan a la excitación, espectros de potencia P_y . Para cada par de funciones aleatorias generadas simultáneamente, se aplica la ecuación 4.2, para calcular la respuesta P_u ; una vez obtenido un

número suficiente de respuestas aleatorias, estas se procesan estadísticamente para definir sus parámetros (valor medio y desviación estándar), a partir de los cuales se podrán calcular las aceleraciones medias máximas, los espectros de respuesta, etc.

B. METODO PROBABILISTA EN SU VERSION COMPLETA.

Esta alternativa consiste en desarrollar la ecuación 4.2 en series de Taylor. Ya que tanto $|H|$ como P_y se han considerado aleatorias, la expresión propuesta se obtendrá usando la siguiente expresión para funciones de dos variables.

$$f(x,y) = f(a,b) + f_x(a,b)(x-a) + f_y(a,b)(y-b) + \frac{1}{2!} [f_{xx}(a,b)(x-a)^2 + 2f_{xy}(a,b)(x-a)(y-b) + f_{yy}(a,b)(y-b)^2] \quad (4.3)$$

donde el subíndice denota derivación parcial, y (a,b) es el punto en torno al cual se hace la expansión. Aplicando la ecuación 4.3 a la ecuación 4.2, y haciendo la expansión en torno al punto $(|\bar{H}|, \bar{P}_y)$, se obtiene la siguiente expresión:

$$f(|\bar{H}|, \bar{P}_y) = |\bar{H}|^2 \bar{P}_y + 2|\bar{H}|\bar{P}_y(|\bar{H}|-|\bar{H}|) + |\bar{H}|^2 \langle P_y - \bar{P}_y \rangle + \frac{1}{2} [2\bar{P}_y \langle |\bar{H}|-|\bar{H}| \rangle^2 + 4|\bar{H}| \langle |\bar{H}|-|\bar{H}| \rangle \langle P_y - \bar{P}_y \rangle + 0]$$

y después de algunas manipulaciones algebraicas se obtiene:

$$f(|\bar{H}|, \bar{P}_y) = |\bar{H}|^2 \bar{P}_y - 2|\bar{H}|\bar{P}_y \langle |\bar{H}|-|\bar{H}| \rangle - |\bar{H}|^2 \langle \bar{P}_y - P_y \rangle + \bar{P}_y \langle |\bar{H}|-|\bar{H}| \rangle^2 + 2|\bar{H}| \langle |\bar{H}|-|\bar{H}| \rangle \langle \bar{P}_y - P_y \rangle \quad (4.4)$$

En la ecuación anterior, si se supone que las funciones aleatorias $|H|$ y P_y son nulas (lo cual equivale a no realizar ninguna simulación), se obtendrá la respuesta determinista del sistema, dada por la ecuación 4.2, en términos de las funciones medias $|\bar{H}|$ y \bar{P}_y .

Al igual que con el método de Monte Carlo en este caso la respuesta probabilista, P_u , puede obtenerse mediante simulaciones. Es decir, se genera una muestra aleatoria de la función de transferencia compleja, $H(\omega)$, considerando a las propiedades dinámicas del sistema como variables aleatorias, y se obtiene otra muestra aleatoria de las densidades espectrales que definen la excitación, P_y . Para cada par de funciones aleatorias generadas simultáneamente, se ejecutan todas las operaciones indicadas en

la ecuación 4.4. Una vez obtenido un número suficiente de respuestas, P_u , se analizan y se obtienen los parámetros estadísticos. Calculados los valores medios y las desviaciones estándar, se utilizan las relaciones entre espectros de potencia y valores extremos para estimar aceleraciones medias máximas, espectros de respuesta, etc.

C. METODO PROBABILISTA EN SU VERSION SIMPLIFICADA.

Debido a que el procedimiento anterior para resolver la ecuación 4.4 (método probabilista completo), no es más eficiente que el método de Monte Carlo aplicado a la ecuación 4.2, se propone una tercera alternativa, la cual consiste en lo siguiente: Si se considera que el valor medio y la desviación estándar proporcionan elementos suficientes para evaluar la respuesta probabilista de un sistema, un procedimiento adicional para resolver la ecuación 4.4 se puede desarrollar encontrando la media y la desviación estándar de esa expresión. El valor medio $E[P_u]$ se obtiene tomando la esperanza a ambos lados de la ecuación 4.4

$$E[P_u] = E[|\bar{H}|^2 \bar{P}_y] - E[2|\bar{H}|\bar{P}_y \langle |\bar{H}| - |H| \rangle] - E[|\bar{H}|^2 \langle \bar{P}_y - P_y \rangle] + E[\bar{P}_y \langle |\bar{H}| - |H| \rangle^2] + E[2|\bar{H}| \langle |\bar{H}| - |H| \rangle \langle \bar{P}_y - P_y \rangle]$$

Utilizando las propiedades de la esperanza E , y suponiendo que las variables aleatorias, $|H|$ y P_y son estadísticamente independientes, se obtiene la siguiente expresión para el valor medio de la respuesta P_u .

$$E[P_u] = |\bar{H}|^2 \bar{P}_y + \bar{P}_y \text{var}[|H|]$$

$$\text{o} \quad E[P_u] = |\bar{H}|^2 \bar{P}_y + \bar{P}_y \{E[|H|^2] - E^2[|H|]\} \quad (4.6)$$

Por otro lado, aplicando el operador de la variancia a ambos lados de la ecuación 4.4, se obtiene

$$\text{Var}[P_u] = \text{var}[\langle |\bar{H}|^2 \bar{P}_y \rangle - 2|\bar{H}|\bar{P}_y \langle |\bar{H}| - |H| \rangle - |\bar{H}|^2 \langle \bar{P}_y - P_y \rangle + \bar{P}_y \langle |\bar{H}| - |H| \rangle^2 + 2|\bar{H}| \langle |\bar{H}| - |H| \rangle \langle \bar{P}_y - P_y \rangle]$$

Utilizando las propiedades de la variancia y suponiendo nuevamente que las funciones aleatorias $|H|$ y P_y no están correlacionada, se obtiene la siguiente expresión para la variancia de la respuesta P_u .

$$\begin{aligned} \text{Var}[P_u] = & |\bar{H}|^4 \text{var}[P_y] + \bar{P}_y^2 E[|H|^4] - \bar{P}_y^2 E^2[|H|^2] \\ & + 4|\bar{H}|^2 \text{var}[|H|] \text{var}[P_y] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Por lo tanto, según esta versión del método probabilista, la solución del problema de respuesta sísmica aleatoria de sistemas lineales con incertidumbres en sus propiedades se sintetiza de la siguiente manera:

1. Usando el procedimiento de simulación descrito en el inciso 3.2.1, se generan N funciones de transferencia compleja $\langle H(\omega) \rangle$.
2. Se obtienen los valores estadísticos como la media y la variancia de la muestra de $\langle H(\omega) \rangle$.
3. Se determina el espectro de potencia de la excitación, $P_Y(\omega)$, a partir de estudios de riesgo sísmico o de análisis estadísticos de registros en el sitio de interés. Se evalúan los valores medios y las variancias de $P_Y(\omega)$.
4. Aplicando las ecuaciones 4.6 y 4.7 se calcula la respuesta en términos del valor medio y de la desviación estándar de $P_u(\omega)$.
5. Utilizando los espectros de potencia medio y medio más/menos la desviación estándar de $P_u(\omega)$, se evalúan los valores extremos de aceleraciones, esfuerzos, espectros de respuesta (para cierto nivel de confianza). Se obtendrá así una banda de respuestas máximas.

5. VERIFICACION DEL PROCEDIMIENTO DE ANALISIS.

Con el propósito de verificar la bondad del método propuesto de análisis probabilista (Ecs 4.4, 4.6 y 4.7), en este capítulo el modelo se aplicó a la obtención de la respuesta dinámica de osciladores de uno y dos grados de libertad, y sus resultados se compararon con las soluciones obtenidas al aplicar, simultáneamente, el método de Monte Carlo.

5.1 SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD.

En la Figura 9 se presenta el sistema de un grado de libertad estudiado. La excitación del modelo se representa con un espectro de potencia medio definido por la siguiente expresión:

$$P(\omega) = \frac{(1 + \omega^2/147.8)}{[(1 - \omega^2/242)^2 + \omega^2/147.8]} \quad (5.1)$$

el cual conserva la forma del espectro propuesto por Housner y Jennings (1964), para representar un grupo de sismos registrados en terreno firme, a lo largo de la costa occidental de los Estados Unidos de América.

La función de transferencia del sistema, para desplazamientos relativos es:

$$H(\omega) = \frac{-1}{[\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\zeta\omega_0\omega]} \quad (5.2)$$

donde ω_0 es la frecuencia natural del sistema, ζ es el amortiguamiento crítico del sistema y ω es la frecuencia de la excitación. En las simulaciones realizadas con el método probabilista y con el de Monte Carlo, las ecuaciones 5.1 y 5.2 se utilizaron como funciones medias, que representan a una excitación determinista y a un sistema vibratorio con propiedades dinámicas también deterministas (no perturbadas).

5.2 SISTEMA DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.

En la Figura 10 se presenta el sistema de dos grados de libertad considerado. Nuevamente la excitación del modelo se representa con el espectro de potencia determinista dado por la ecuación 5.1. En este caso las funciones de transferencia complejas para los desplazamientos relativos de las masas 1 y 2 son:

masa 1:

$$H_1(\omega) = \left[\omega^2 - i\omega(1+\mu)2\xi_2\omega_2 - (1+\mu)\omega_2^2 \right] / \Delta \quad (5.3)$$

masa 2:

$$H_2(\omega) = \left[-i\omega 2\xi_1\omega_1 - \omega_1^2 \right] / \Delta \quad (5.4)$$

Análogamente, las funciones de transferencia complejas para las aceleraciones absolutas son:

masa 1:

$$H_1(\omega) = \frac{2i\omega^3\xi_1\omega_1 - \omega^2(\omega_1^2 + 4\xi_1\xi_2\omega_1\omega_2) + i\omega(2\xi_1\omega_1\omega_2^2 + 2\xi_2\omega_2\omega_1^2) + \omega_1^2\omega_2^2}{\Delta} \quad (5.5)$$

masa 2:

$$H_2(\omega) = \frac{-\omega^2 4\xi_1\xi_2\omega_1\omega_2 + i\omega(2\xi_1\omega_1\omega_2^2 + 2\xi_2\omega_2\omega_1^2) + \omega_1^2\omega_2^2}{\Delta} \quad (5.6)$$

donde

$$\Delta = \omega^4 - i\omega^3 \left[2\xi_1\omega_1 + 2(1+\mu)\xi_2\omega_2 \right] - \omega^2 \left[\omega_1^2 + (1+\mu)\omega_2^2 + 4\xi_1\xi_2\omega_1\omega_2 \right] + i\omega \left[2\xi_1\omega_1\omega_2^2 + 2\xi_2\omega_2\omega_1^2 \right] + \omega_1^2\omega_2^2 \quad (5.7)$$

- ω_1 = frecuencia natural de la masa 1.
- ω_2 = frecuencia natural de la masa 2.
- μ = masa 2/masa 1
- ξ_1 = amortiguamiento critico de la masa 1.
- ξ_2 = amortiguamiento critico de la masa 2.

5.3 OBTENCION DE LAS MUESTRAS ALEATORIAS DEL ESPECTRO DE POTENCIA DE LA EXCITACION, Y DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.

El espectro de potencia que representa a la excitación, también se puede escribir como:

$$P(\omega) = \frac{C_1(1 + \omega^2/C_1^2)}{\left[(1 - \omega^2/C_2)^2 + \omega^2 C_2 \right]} \quad (5.8)$$

donde C_1 , C_2 y C_3 son parámetros aleatorios con distribución normal y con valores medios $\bar{C}_1=1, \bar{C}_2=147.8$ y $\bar{C}_3=242$ respectivamente. De esta manera, al hacer variar aleatoriamente a los coeficientes C_1 , C_2 , y C_3 , se logra variar también aleatoriamente la forma del espectro de potencia. Se pueden obtener así diferentes muestras del espectro probabilista de la excitación, las cuales variarán alrededor del espectro de potencia determinista.

Para generar la muestra aleatoria se supuso que los parámetros C_1 , C_2 , C_3 son estadísticamente independientes y se definen como:

$$C_1 = \bar{C}_1 (1 + \varepsilon_1) ; N(\bar{C}_1, \sigma \bar{C}_1)$$

$$C_2 = \bar{C}_2 (1 + \varepsilon_2) ; N(\bar{C}_2, \sigma \bar{C}_2)$$

$$C_3 = \bar{C}_3 (1 + \varepsilon_3) ; N(\bar{C}_3, \sigma \bar{C}_3)$$

donde ε_1 , ε_2 y ε_3 son variables aleatorias con distribución normal y desviación estándar, σ

Además, para evitar la ocurrencia de funciones espectrales con amplitudes negativas (las cuales no tienen ningún significado físico), el máximo intervalo de variación de se acotó entre los límites

$$\mu - 2\sigma < 1 < \mu + 2\sigma$$

Una vez generado un número n de funciones espectrales aleatorias, se calcula el valor medio (espectro de potencia medio) y sus respectivas bandas para un nivel de confianza dado. Por ejemplo, si se toman los valores medios de C_1 y C_2 , y C_3 se genera aleatoriamente, se obtienen las curvas mostradas en la Figura 11a, que representan al espectro de potencia medio y al

espectro de potencia superior (igual al espectro de potencia medio + más una desviación estándar). En la Figura 13a se muestra información similar, obtenida al considerar el valor medio de C_2 , y a los coeficientes C_1 y C_3 como variables aleatorias. Se observa que las ordenadas al origen de los espectros de potencia no son iguales y la amplitud de la banda es mayor que la obtenida con C_1 (Figura 11a).

Por otro lado, para generar la muestra aleatoria de las funciones de transferencia se procedió de manera análoga a la utilizada en la obtención de la muestra aleatoria del espectro de potencia. En los dos modelos estudiados (osciladores de uno y dos grados de libertad), las funciones de transferencia (para aceleraciones o desplazamientos relativos) dependen de la frecuencia fundamental de vibración y del amortiguamiento de cada uno de los modos. Así, en el caso del oscilador de un grado de libertad, las variables independientes son la frecuencia fundamental, ω_0 , y la relación de amortiguamiento ζ (Ecuación 5.2); en cambio para el oscilador de dos grados de libertad, las variables básicas son las frecuencias fundamentales ω_1 y ω_2 , las relaciones de amortiguamiento ζ_1 , ζ_2 , y el parámetro adicional, μ , que relaciona a las dos masas (Ecuaciones 5.3 y 5.4). Se consideró entonces que cada una de las variables independientes mencionadas, es una variable aleatoria con una densidad de probabilidad normal, cuyos parámetros (valor medio y desviación estándar), se enlistan en las Tablas 1 y 2.

5.4 RESULTADOS.

Para calcular la respuesta de los osciladores con el método de Monte Carlo, se generaron n muestras de $|H|$ y de P_y , como se describe en el inciso anterior, y para cada par de ellas se calculó la respuesta P_u , aplicando la ecuación

$$P_u = |H|^2 P_y$$

De esta manera se obtuvieron n respuestas P_u , de las cuales, mediante un análisis estadístico, se determinó el valor medio de la respuesta, P_u , y de la desviación estándar σ .

Simultáneamente se calculó la respuesta probabilista de los osciladores con la ecuación 4.4 (versión completa del método probabilista), para cada par de funciones aleatorias $|H|$ y P_y , obteniéndose también mediante el análisis estadístico de las n respuestas, el correspondiente valor medio y desviación estándar.

Finalmente, se aplicó el modelo probabilista en su versión simplificada, representada por las ecuaciones 4.6 y 4.7.

La aproximación de los métodos probabilistas se estudió analizando dos casos para el oscilador simple (ver Tabla 1 para la variación de los parámetros), y dos más para el sistema de dos grados de libertad (Tabla 2). En todos los casos el número de simulaciones fué de 100.

CASO 1.

El espectro de potencia medio y el espectro de potencia medio más una desviación estándar, utilizadas como excitación del modelo, se presentan en la Figura 11a. Las funciones de amplificación media y media más una desviación estándar-valores absolutos de las funciones de transferencia del sistema-, se muestran en la Figura 11b.

En la Figura 12a se comparan las respuestas en términos del espectro de potencia medio y medio más una desviación estándar obtenidos con los métodos de Monte Carlo y el probabilista (ec 4.2 y 4.4). Se observa que los resultados son iguales. En la Figura 12b se compararon las dos versiones del método probabilista (versión completa ec.4.4, y versión simplificada, ecs 4.6 y 4.7), en donde se puede ver que la aproximación del método simplificado es muy buena.

CASO 2.

El espectro de potencia medio y el espectro de potencia medio más una desviación estándar que representan a la excitación, se muestran en la Figura 13a. Las funciones de amplificación media y media más una desviación estándar se incluyen en la Figura 13b.

En la Figura 14a se comparan las respuestas en términos del espectro de potencia medio y del medio más una desviación estándar, obtenidas con los métodos de Monte Carlo y probabilista (Ecs 4.2 y 4.4). Se puede apreciar que ambos procedimientos dan resultados iguales. En la Figura 14b se comparan las dos versiones del método probabilista (Ec 4.4 vs ecs 4.6 y 4.7). Como puede constatarse, la aproximación del método simplificado es satisfactoria para fines prácticos.

CASO 3.

En la Figura 15a se presentan los espectros de potencia medio y medio más una desviación estándar, utilizados como excitación para el sistema de dos grados de libertad. En las Figuras 15b y 15c se muestran las funciones de amplificación (valores absolutos de las funciones de transferencia del sistema) media y media más una desviación estándar, para las masas uno y dos (primero y segundo modos de vibración).

Las respuestas del oscilador calculadas con los métodos de Monte Carlo y el probabilista (Ecs 4.2 y 4.4), para la masa 1, se muestran en la Figura 16a. Como se puede constatar, ambos métodos proporcionan -prácticamente- los mismos resultados. Además, en la Figura 16b, se muestra la comparación entre las dos versiones del método probabilista; se observa que el método simplificado (Ecs. 4.6 y 4.7) reproduce excelentemente los resultados proporcionados por el modelo completo (Ec. 4.4). Resultados similares para la masa 2 se presentan en la Figura 17a (método de Monte Carlo vs método probabilista), y en la Figura 17b (método probabilista completo vs método probabilista simplificado). Nuevamente se puede concluir que el modelo simplificado reproduce adecuadamente los resultados de los otros métodos.

CASO 4.

En este caso el espectro de respuesta de la excitación fué el mismo que se utilizó en el caso anterior (Figura 18a). Las funciones de amplificación del sistema, para las masas uno y dos se muestran en las Figuras 18b y 18c.

Las respuestas del sistema obtenidas con los métodos de Monte Carlo y con el probabilista, para las masas uno y dos, se presentan en las Figs. 19a y 20a. Finalmente, en las Figuras 19b y 20b se presentan los resultados obtenidos con las dos versiones del método probabilista, para las dos masas. En estas figuras se puede observar, de nueva cuenta, que la concordancia entre los tres métodos es excelente.

6. APLICACION AL ANALISIS SISMICO DE LOS DEPOSITOS ARCILLOSOS DE LA CIUDAD DE MEXICO.

En vista de los buenos resultados obtenidos en el análisis de sistemas vibratorios sencillos (osciladores), se procedió a aplicar el modelo presentado a la determinación de la respuesta sísmica de los depósitos arcillosos del valle de México, bajo los efectos del sismo del 19 de septiembre de 1985. En lo que sigue se describe la forma en que se aplicó, y se presentan las comparaciones de los resultados teóricos con los registrados, en términos de los espectros de respuesta en la superficie del subsuelo.

6.1 CONDICIONES DEL SUBSUELO EN LA CIUDAD DE MEXICO.

6.1.1 ESTRATIGRAFIA.

Como conclusión de numerosas investigaciones (que incluyen estudios superficiales, exploraciones geofísicas y sondeos), en la actualidad, las condiciones del subsuelo en la ciudad de México, están razonablemente bien establecidas.

La gran diversidad de formaciones que se encuentran en la ciudad se debe a que, como lo manifestó Federico Mosser, la cuenca de México es una gran presa azolvada. Antes del Pleistoceno el valle drenaba al sur, hacia el río Amacuzac; sin embargo, a fines del Plioceno se producen grandes fracturas en la zona de Puebla y al sur de Toluca, por las que tuvieron acceso grandes efusiones de basalto que constituyeron la sierra de Chichinautzin en el Cuaternario. Estos eventos transformaron al valle de México en una cuenca cerrada (Marsal, 1978).

Por esta razón, se almacenó agua en varios lagos y los ríos que descendían de las sierras circundantes depositaron, en potentes conos de deyección, materiales muy diversos. Simultáneamente, la parte central de la cuenca se fue llenando con acarreos limo-arenosos y emisiones de ceniza y pómez, provenientes de los volcanes del sur.

Estos hechos, sumados al gran crecimiento de la urbe, hicieron necesario para los fines de la ingeniería civil, zonificar el área urbana de la ciudad, tomando como base los estudios realizados hasta esa fecha (Marsal y Mazari, 1959). La zonificación se basó principalmente en las propiedades mecánicas de los materiales; en ella se establecieron principalmente tres zonas importantes que son: la zona de lomas, la zona de transición y la zona del lago (Figura 21).

La zona de lomas es muy cambiante por los diferentes tipos de rocas que se encuentran en las regiones altas del valle (tobas, lavas, tezontles). Parte de la ciudad está asentada en las faldas

de la serranía de Las Cruces, formada por terrenos compactos, arenosos-arcillosos, o por tobas pumíticas bien cementadas; al sur, la urbe se extiende sobre el derrame basáltico del pedregal.

La zona de transición se encuentra entre las serranías del poniente y el antiguo lago de Texcoco; se caracteriza porque las condiciones estratigráficas varían extraordinariamente de un punto a otro. En general se han reconocido tres condiciones típicas: 1) progresiva, en que la formación rocosa aparece cubierta por depósitos de origen aluvial, a su vez subyacentes a las capas más recientes de arcilla lacustre; 2) interestratificada, donde los depósitos aluviales y lacustres se suceden en forma alternada y 3) abrupta, donde los depósitos lacustres están en contacto con la formación rocosa.

En cambio, la estratigrafía de la zona del lago presenta, en general, una secuencia típica que se puede resumir como sigue: 1) depósitos arenos-arcillosos o limosos, o bien rellenos artificiales que en algunos sitios llegan hasta los 10m de profundidad; 2) arcillas volcánicas extraordinariamente compresibles, de consistencia variable entre blanda y media, con lentes de arena; su potencia total oscila de 15 a 32m (Formación arcillosa superior); 3) la primera capa dura, de unos 3m de espesor, constituida por suelos arcillo o limo-arenosos, compactos y rígidos, que aproximadamente se encuentra a 33m bajo la superficie; 4) arcillas volcánicas de características similares a las de la formación superior, aunque más compactas y resistentes; este depósito tiene una potencia comprendida entre 4 y 14m (Formación arcillosa inferior); y 5) depósitos de arena con grava separados por estratos de limo o arcilla arenosa, que constituyen formaciones muy compactas o rígidas (depósitos profundos). Este corte estratigráfico es característico de la zona, pero puede presentar variaciones importantes.

En resumen, un corte estratigráfico en la dirección este-oeste mostraría las tres zonas descritas, como se presentan en la Figura 22 (Zeevaert, 1972).

6.1.2 AMPLIFICACION LOCAL DE LOS MOVIMIENTOS SISMICOS.

En México los sismos de mayor magnitud ocurren principalmente en la costa del Pacífico, y su origen se debe al fenómeno de subducción. La ciudad de México se localiza a algunos cientos de kilómetros de esa zona y, por tanto, de posibles epicentros de terremotos de gran magnitud. Cabría esperar que las intensidades sísmicas en la ciudad fuesen pequeñas, por la atenuación que sufren las ondas sísmicas al recorrer tales distancias; sin embargo, debido a las características de la cuenca de México, el subsuelo de la zona del lago de la ciudad amplifica significativamente los movimientos sísmicos de los depósitos profundos del valle.

La influencia de las condiciones locales del suelo sobre los movimientos sísmicos, es la parte final de un complejo proceso de propagación, en el cual las etapas precedentes están constituidas por el patrón de transmisión y por el mecanismo fuente. Así, por ejemplo, entre los factores que pueden afectar los movimientos sísmicos del suelo y que pueden atribuirse a las condiciones locales, están: las condiciones del subsuelo, las variaciones topográficas, la interacción suelo-estructura, etc. (Idriss, 1978).

En las zonas de terreno blando del valle, las ondas sísmicas de baja frecuencia se amplifican, mientras que debido a las grandes distancias del epicentro, las de alta y mediana frecuencia se han filtrado. Específicamente, en los eventos sísmicos de 1962, 1979 y 1985 se observaron amplificaciones de hasta cinco veces en términos de aceleraciones superficiales máximas y hasta de ocho veces las amplitudes espectrales, con cambios significativos en el contenido de frecuencias (Romo y Jaime, 1986)

En contraste, en las zonas de la ciudad donde hay terreno firme, los efectos de los sismos lejanos son muy reducidos.

A manera de ejemplo, en las Figuras 23a y b se muestran los acelerogramas registrados simultáneamente en la dirección E-O y N-S, en la superficie de los depósitos blandos de la ciudad, en los sitios SCT (Secretaría de Comunicaciones y Transportes), CAF (Central de Abasto en el Frigorífico), y CAO (Central de Abasto en la Oficina), así como en terreno firme CU (Ciudad Universitaria), durante el sismo del 19 de septiembre de 1985.

En los tres casos se observan claramente las modificaciones producidas por los depósitos locales de suelo, sobre los movimientos sísmicos registrados en terreno firme, introduciendo un incremento considerable en las amplitudes de las ondas en la superficie, y una duración más larga en la parte fuerte del sismo. Así pues, el efecto de filtro de los depósitos de suelo, en ciertas condiciones y a ciertas frecuencias puede amplificar las ondas, y reducirlas en otras (en el Capítulo 6.3 se ampliará esta discusión).

El efecto de filtrado en un depósito de suelo se mide mediante su función de transferencia, la cual depende de las propiedades dinámicas y geométricas del depósito. Las características de la función de transferencia para sismos de baja intensidad, pueden diferir bastante de aquellas observadas para sismos fuertes, si el suelo entra en el intervalo inelástico de su comportamiento.

6.1.3 PROPIEDADES DINAMICAS DE LAS ARCILLAS.

GENERALIDADES.

En los últimos años se ha progresado mucho en el desarrollo de procedimientos analíticos para evaluar la respuesta de depósitos de suelo, sujetos a condiciones de carga sísmica. Sin embargo, la aplicación adecuada de tales procedimientos a la determinación de la respuesta del suelo en casos específicos, depende esencialmente de una representación válida de las propiedades del suelo. Por esta razón se ha dedicado mucho esfuerzo al estudio de las propiedades dinámicas del suelo, para su uso en los modelos analíticos.

Para muchos depósitos la mayor parte de la deformación del suelo puede atribuirse a la propagación vertical de las ondas de corte; en este caso, un elemento de suelo (Figura 24a) puede considerarse sujeto a una serie de deformaciones cíclicas de corte (Figura 24b), que cambian muchas veces de dirección durante un temblor. La propagación de las ondas de corte sísmicas, genera en el suelo deformaciones angulares que se pueden representar con curvas como las mostradas en la Figura 25. La forma de tales curvas proporciona información sobre el módulo de rigidez al corte dinámico y sobre el amortiguamiento, los cuales constituyen las propiedades más importantes del suelo en la solución de problemas de propagación de ondas, y en los análisis de interacción dinámica suelo-estructura.

En general, el comportamiento dinámico del suelo es no-lineal e histerético, y muestra una reducción de rigidez al aumentar las deformaciones (Strain-Softening). Es decir, debido a que la mayoría de los suelos tienen relaciones esfuerzo-deformación curvilíneas (Figura 25), usualmente el módulo de corte se define como el módulo secante determinado por los puntos extremos de la curva de histerésis; a su vez el amortiguamiento es proporcional al área dentro del mismo ciclo. Como se observa en la figura, el valor de cada una de estas propiedades depende de la magnitud de la deformación para la cual se define el ciclo de histerésis. En consecuencia, el módulo de corte y el factor de amortiguamiento deberán definirse como funciones de la deformación inducida en el espécimen de suelo o en un depósito.

Así pues, para poder predecir adecuadamente el comportamiento dinámico de las arcillas, se requiere un modelo que involucre a todos los factores que afectan al módulo de rigidez y al amortiguamiento. Varios estudios han mostrado (véase p. ej. Richart, 1970) que estos parámetros dependen básicamente de trece variables; así, en la Tabla 3 (Romo y Carels, 1982) se clasifica la influencia de cada uno de los factores enlistados como muy importante (M), importante (I) y poco importante (P).

MODULO DE RIGIDEZ AL CORTE.

Si se consideran solo los factores más importantes, el módulo de corte se puede expresar de la siguiente manera

$$G = f(A, \sigma_M, e, S, t, E) \quad (6.1)$$

donde

- A = amplitud de la deformación.
- σ_M = esfuerzo efectivo octaédrico.
- e = relación de vacíos.
- S = grado de saturación.
- t = tiempo (en suelos cohesivos).
- E = estructura del suelo.

En general, el módulo de corte máximo, G_{max} , permanece constante para deformaciones menores de $10^{-2}\%$, por lo cual se pueden desarrollar fórmulas experimentales para determinarlo, en las que no intervenga el nivel de deformación.

Analicamente existen por lo menos dos maneras de expresar el comportamiento no-lineal del suelo, con respecto a la amplitud de deformación angular. La primera (Hardin y Drnevitch, 1972) se basa en los parámetros de resistencia máxima al corte del material, τ_{max} , y en la "deformación de referencia", γ_r (Figura 26). Según los autores los esfuerzos cortantes se pueden expresar como

$$\tau = \gamma / \left[1/G_{max} + \gamma / \tau_{max} \right] \quad (6.2)$$

de donde se puede llegar

$$\frac{G}{G_{max}} = 1 / [1 + \gamma_h] = 1 / \left[1 + \gamma / \gamma_r \left[1 + a e^{(b\gamma / \gamma_r)} \right] \right] \quad (6.3)$$

donde $\gamma_r = \tau_{max} / G_{max}$

$$\gamma_h = \gamma / \gamma_r \left[1 + a e^{(b\gamma / \gamma_r)} \right] \quad (6.4)$$

y a y b son parámetros dependientes del tipo de suelo, con los cuales se cubren las diferencias en el comportamiento de diversos materiales.

El segundo método se basa en la ecuación de Ramberg-Osgood (1943), la cual conduce

$$\frac{G}{G_{max}} = 1 / \left[1 + \alpha (\tau / \tau_y)^{R-1} \right] \quad (6.5)$$

en donde α es un factor de forma, R es un número de correlación y τ_y es el esfuerzo cortante en la falla.

En ambos casos se han deducido ecuaciones similares para el amortiguamiento interno del suelo.

Así pues, con una selección apropiada de los parámetros a y b en las ecuaciones de Hardin y Drnevitch (Ecuaciones 6.3 y 6.4), o α y R en la ecuación de Ramberg-Osgood (Ecuación 6.5), podrá modelarse el comportamiento del módulo de corte, dependiente de la magnitud de deformación angular, de la mayoría de los suelos.

Al representar al módulo de corte mediante su variación contra el nivel de deformación angular, resalta el hecho de que el módulo decrece cuando se incrementa la magnitud de las deformaciones angulares inducidas en el suelo.

Seed e Idriss (1970) compilaron los resultados de muchas pruebas mostrando este comportamiento, y propusieron la relación empírica mostrada en la Figura 27. En ella G se normaliza con respecto a la resistencia no-drenada S_u , tratando así de eliminar las variaciones absolutas debidas a las propiedades intrínsecas de los diferentes materiales considerados; como resultado presentaron la variación de la relación G/S_u vs el logaritmo de la amplitud de la deformación angular. Aunque existe una dispersión considerable en los datos, la mayoría de los resultados caen dentro de las líneas discontinuas de la figura mencionada; esto es, dentro de las bandas que definen los valores correspondientes al $\pm 50\%$ del valor promedio. Los valores promedio proporcionan estimaciones razonables del módulo de corte in-situ, para muchas arcillas.

Alternativamente, los datos de la Figura 27 pueden usarse para evaluar la influencia de la amplitud de la deformación angular sobre el módulo de corte de las arcillas naturales, expresando las ordenadas en términos de la relación del módulo de corte obtenido a una deformación angular de $3 \times 10^{-4} \%$. Esta relación se obtuvo para los valores promedio de la Figura 27, y se muestra como una función de la deformación angular en la Figura 28. Procediendo de esta manera se podrán obtener estimaciones razonables del módulo de corte de una arcilla en particular, para cualquier deformación angular; para ello conviene determinar el valor del módulo in-situ (a deformaciones del orden de 3×10^{-4} por ciento) mediante mediciones de la velocidad de las ondas de corte, y se aplicarán los factores de reducción mostrados en la Figura 28, para definir los valores a otros niveles de la deformación angular.

AMORTIGUAMIENTO INTERNO.

Desde el punto de vista físico existen dos tipos de amortiguamiento interno en los materiales, el viscoso y el histerético. En el primero la energía se disipa por la fricción desarrollada entre las capas de un fluido en movimiento laminar, donde la disipación depende de la velocidad de movimiento o deformación, y los efectos varían con la frecuencia de la excitación. En el amortiguamiento histerético la pérdida de energía se debe al deslizamiento entre partículas, y a la fricción desarrollada en los contactos entre ellas; para intervalos de interés práctico este tipo de amortiguamiento es independiente de la frecuencia (es decir, la forma y el área de los ciclos de histéresis no depende de la velocidad de carga, y por lo tanto no depende de la frecuencia), pero depende de la magnitud de desplazamiento o deformación.

En general se cree que la disipación de energía en los suelos es de naturaleza histerética (Christian, Roesset y Desai, 1977), pero la disipación de energía debida a la propagación de ondas más allá de la región de interés (amortiguamiento por radiación), depende de la frecuencia de las ondas. Por lo tanto, ambos tipos de amortiguamiento pueden presentarse en problemas de dinámica de suelos.

Aunque la fricción entre partículas desarrolla amortiguamiento histerético, Hall y Richart (1963), y Hardin (1965), demostraron que éste puede interpretarse en términos del amortiguamiento viscoso. La concordancia aparente del amortiguamiento histerético con el viscoelástico se ha confirmado en muchas pruebas (Hardin, 1965). Si a esto se suma el hecho de que el tratamiento matemático del amortiguamiento linealmente viscoso es muy simple, se comprenderá porqué su uso se encuentra muy extendido en la dinámica de suelos.

Para propósitos prácticos solo se han desarrollado métodos de laboratorio para evaluar el amortiguamiento de los suelos. En ellos, algunos de los parámetros usados para medirlo son el decremento logarítmico (que es el logaritmo de la amplitud de oscilación en un ciclo de vibración libre), y la relación de amortiguamiento (que es la razón del amortiguamiento viscoso al amortiguamiento crítico).

También para el amortiguamiento se han propuesto leyes de variación análogas a las utilizadas para el módulo de corte; por ello se dan expresiones para un amortiguamiento máximo correspondiente a grandes deformaciones. Como en el caso de la relación G/G_{max} , se puede recurrir a relaciones teóricas del tipo hiperbólico, como la siguiente.

$$\beta / \beta_{max} = (\gamma / \gamma_r) / (1 + \gamma / \gamma_r) \quad (6.6)$$

Los datos de las relaciones de amortiguamiento para arcillas saturadas son limitados, y los resultados presentan dispersiones tan grandes que es difícil determinar los principales factores que influyen en ellas, para tales suelos (véase la Tabla 3). En la Figura 29 se presentan los resultados compilados por Seed e Idriss (1970) sobre las relaciones de amortiguamiento para arcillas saturadas. En ella se definen de manera aproximada, las fronteras superior e inferior entre la relación de amortiguamiento y la deformación angular (líneas discontinuas), y una relación promedio representativa de los datos considerados (línea continua). Para propósitos prácticos, la relación promedio proporciona valores de la relación de amortiguamiento, con una aproximación suficiente.

Las curvas de la Figura 29 también proporcionan una base para evaluar la dependencia entre el amortiguamiento y la deformación, para muchas arcillas. Si el valor de la relación de amortiguamiento se determina para niveles de deformación del orden de 0.1 a 0.5 por ciento, las relaciones de amortiguamiento probables para otras deformaciones, pueden estimarse dibujando una curva que pase por el punto conocido y que sea paralela a las curvas mostradas en la Figura 29.

RESULTADOS OBTENIDOS EN LOS ESTUDIOS SOBRE EL COMPORTAMIENTO DINAMICO DE LAS ARGILLAS DEL VALLE DE MEXICO.

Hasta antes de 1985 se han realizado varias investigaciones para determinar las características dinámicas de los depósitos arcillosos de la Ciudad de México; entre ellas se pueden citar las efectuadas por Marsal y Mazari en 1939, A. M. Bello en 1965, y J.L. León, A. Jaime P. y A. Rábago M en 1974. Las conclusiones más importantes a las que se llegó son las siguientes:

- a) El módulo de rigidez al corte en las arcillas del Valle de México depende de la amplitud de la deformación angular inducida. Sin embargo, existe una deformación angular, γ_p , del orden de $10^{-2}\%$, tal que para valores menores el módulo de rigidez al corte permanece prácticamente constante.
- b) Las curvas G/G_{max} vs $\log \gamma$ obtenidas para estas arcillas, caen arriba y hacia afuera del intervalo determinado por otros investigadores (Seed e Idriss 1970, Hardin y Drnevitch 1972).
- c) El amortiguamiento del material es función de la deformación angular. Si esta aumenta, aquel también se incrementa.

En la Figura 30 se presentan los resultados obtenidos por León et al, en 1974, para el módulo de corte; allí mismo se incluye la curva media propuesta por Seed e Idriss, para fines de comparación.

A raíz del temblor ocurrido el 19 de septiembre de 1985, se inició en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, un amplio proyecto de investigación sobre el comportamiento sísmico de los depósitos arcillosos, que cubre aspectos de campo, laboratorio y análisis.

A la fecha se han obtenido algunos resultados preliminares, mediante pruebas triaxiales cíclicas y de columna resonante. Con ellos se pueden complementar las conclusiones alcanzadas en investigaciones anteriores. Así pues, los valores obtenidas para el módulo de rigidez, G , normalizados con respecto a la resistencia no-drenada, S_u , se presentan en la Figura 31; nuevamente se incluyen los resultados establecidos por Seed e Idriss, para fines de comparación. Se observa que los valores para las arcillas de la Ciudad de México son mucho menores.

Finalmente, en la Figura 32a se muestra la variación de la razón G/G_{max} en función de la deformación angular γ , de manera similar, en la Figura 32b se proporcionan los valores obtenidos para la relación de amortiguamiento. En ambos casos se observan dispersiones en los resultados, las cuales se podrían disminuir al clasificar mejor a las arcillas, según sus propiedades generales (Romo y Jaime, 1986).

6.2 EL TEMBLOR DEL 19 DE SEPTIEMBRE DE 1985.

6.2.1 CARACTERÍSTICAS GENERALES.

A las 07 hr 17min 47.8seg del 19 de septiembre de 1985, se originó cerca de la costa de Michoacán y Guerrero, un fuerte sismo de magnitud $M_s=8.1$. El epicentro se localizó en el Océano Pacífico, a unos 30 km frente a la desembocadura del Río Balsas, y su profundidad fué de unos 33 km.

El temblor se originó en la zona de subducción de la costa del Pacífico conocida como la "Brecha de Michoacán", la cual había estado sísmicamente inactiva desde el año de 1800, pues desde entonces no había ocurrido en la región un sismo mayor (sismos con magnitud entre 7.8 y 8.2 grados). Este fenómeno tenía un carácter peculiar ya que en las regiones restantes del sur de México, los periodos de recurrencia para movimientos de esta clase (sismos característicos) son del orden de 32 a 56 años (I. Herrera, 1985).

Por ello se preveía la ocurrencia de un fuerte sismo en la zona, y cuando sucedió ya se estaba trabajando en la instalación de estaciones para la detección de movimientos fuertes (Proyecto Conjunto de la Universidad Nacional de México y de la Universidad de California en San Diego). Para entonces ya se contaba con 20 estaciones instaladas, de las cuales 17 registraron el intenso movimiento. Las aceleraciones máximas, medidas en la región epi-

central excedieron de 0.15g, y la duración del sacudimiento, con aceleraciones mayores de 0.1g, superó los 10 segundos.

A partir del análisis posterior basado en los registros de una red más amplia de sismógrafos, se ha establecido que el sismo estuvo formado por dos eventos principales, el segundo de los cuales ocurrió 29 segundos después de iniciado el primero (I. Herrera, 1985). La Brecha de Michoacán continuó liberando energía mediante réplicas, la más importante de las cuales ocurrió el 20 de septiembre, a las 19:37:13.8 hr, y alcanzó una magnitud $M_s=7.5$ grados.

Ya que la costa del Pacífico cercana a la región del epicentro está escasamente poblada, los daños no fueron extensos en esa zona. Los efectos más graves del sismo se sintieron en la Ciudad de México, a unos 400 km al este-nordeste del epicentro, debido entre otras cosas (p. e.j. defectos de diseño y construcción) a la geología local y a las características propias del movimiento. Sin contar las pérdidas más graves, representadas por el número de personas que resultaron muertas (cuyo conteo dejó de difundirse al sobrepasar la cifra de 7500), el temblor tuvo un efecto devastador sobre la infraestructura de la región (tan solo el número de edificios derrumbados fue del orden de 400, y el de inmuebles dañados en diversos grados del orden de 3000), ya que en su mayoría las estructuras dañadas fueron escuelas, edificios de oficinas públicas y centros hospitalarios. En la Figura 33 se muestra la zona más fuertemente dañada, y se compara con las áreas más afectadas durante otros sismos destructores. Se ha observado que prácticamente todas las estructuras derrumbadas, o severamente dañadas, están dentro de la zona limitada por los contornos en que las profundidades de los depósitos de suelo varían de 30 a 48m; lo cual muestra una correlación entre la distribución geográfica del daño estructural y la profundidad de los "depósitos profundos" (Romo y Seed, 1986).

Las intensidades registradas en las zonas más afectadas de la ciudad, superaron con mucho a lo que se esperaba para un movimiento de tal magnitud. No se creía que un sismo característico originado en la costa del Pacífico, pudiera causar daños tan graves y numerosos en la ciudad de México. Entre las hipótesis que se han manejado para explicar estos hechos están:

- a) El fenómeno de resonancia del terreno blando, ya tratado someramente en la sección 6.1.2.
- b) El patrón de radiación, según el cual la ruptura se propagó en dirección sureste, generando efectos direccionales con rumbo a la ciudad de México, por enfocamiento. Esto ocasionó que llegasen al valle de México ondas elásticas con una cantidad de energía mayor a la normal para un sismo de 8.1 grados de magnitud (I. Herrera, 1985), y con distancia focal de más de 350 km.

6.2.2 REGISTROS EN LA CIUDAD DE MEXICO.

El análisis de los movimientos del terreno ocurridos en la ciudad de México se basó en los registros obtenidos con una pequeña red de 8 acelerógrafos situados en la zona.

Durante el sismo del 19 de septiembre de 1985, se obtuvieron registros del movimiento en los siguientes sitios (véase la Figura 33):

1. Tres estaciones localizadas sobre depósitos de suelo muy firme, en la Ciudad Universitaria, en diferentes instalaciones del Instituto de Ingeniería de la UNAM. Una de ellas localizada en el jardín, es una estación de campo libre, mientras que las otras se alojan en dos diferentes estructuras del Instituto (Edificio Principal del Instituto y Mesa Vibradora).
2. En el acelerógrafo situado en el Observatorio Sismológico Nacional de Tacubaya, localizado sobre terreno firme (zona de lomas).
3. En la estación de campo libre aledaña a los Viveros de Coyoacán, localizada en la zona de transición.
4. En la estación de campo libre situada en el patio oeste del antiguo Centro SCOP, de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, localizada en la zona del lago.
5. En los acelerógrafos situados en las dos estaciones de la Central de Abasto, localizada también en la zona del lago. Los dos sitios están separados entre sí unos 500m. Una de las estaciones es de campo libre y está situada frente al frigorífico principal (CAF); la otra se encuentra dentro de las oficinas generales (CAO).

En todos los casos, las estaciones de campo libre son las únicas que pueden considerarse exentas de la influencia de cualquier estructura, y por ende, son las únicas en que los registros reflejan fielmente el movimiento del suelo.

La comparación de los movimientos registrados en las estaciones mencionadas, durante el temblor, muestra que el nivel de sacudimiento fué muy diferente en diversas partes de la ciudad, debido a los efectos locales discutidos anteriormente. Así por ejemplo:

1. Los movimientos registrados sobre roca o depósitos firmes de suelo (Universidad y Tacubaya), presentan características similares con respecto a las aceleraciones pico detectadas, que fueron del orden de 0.04g, y de las máximas aceleraciones espectrales (para el 5% de amortiguamiento interno), cercanas a 0.11g, así como del periodo predomi-

nante del suelo, próximo a 2 segundos, (véanse las Figuras 34a, b y c, donde se muestran los espectros de respuesta de los seis registros horizontales obtenidos en las estaciones situadas en la Ciudad Universitaria).

2. Las mayores amplificaciones registradas se presentaron en los depósitos de arcilla blanda que subyacen la Secretaría de Comunicaciones y Transportes. En este sitio, donde las condiciones del subsuelo son más aproximadas a aquellas que se presentan en el área norte, la más severamente dañada (Figura 33), la aceleración máxima en la superficie del terreno fue cercana a 0.17g, y las máximas aceleraciones espectrales (para el 5% de amortiguamiento) fueron de 1.0g, con un período predominante de 2 segundos (Figura 34d).
3. En la Central de Abasto se presentaron aceleraciones máximas menores que en SCT, y las máximas aceleraciones espectrales ocurrieron a mayores períodos. En la oficina la máxima aceleración del terreno fue cercana a 0.09g, y la máxima aceleración espectral fue del orden de 0.40 g (5% de amortiguamiento), con un período dominante de 3.5 seg (Figura 34e). En el frigorífico la aceleración máxima del terreno fue del orden de 0.09, y la amplitud espectral máxima de 0.43 g (Figura 34f).

Cabe resaltar el hecho de que el período dominante registrado en terreno firme, que fue del orden de 2 seg, es muy grande comparado a los registrados comúnmente en roca. Así por ejemplo, al observar minuciosamente los acelerogramas de campo libre registrados en Ciudad Universitaria (Figuras 23), se encuentra cierta diversidad de frecuencias. La componente E-W muestra en buena parte la apariencia de vibraciones caóticas, características de los registros en suelo duro; la componente N-S presenta variaciones similares, con cierta tendencia a que se marque un período cercano a 2 seg. Solo mediante un amplio estudio en el cual se puedan estimar los efectos de la directividad de la fuente, de su contenido espectral, del mecanismo focal de la ruptura, etc, se podrán analizar los motivos por los que se produjo una aceleración cuasi-monocromática con período del orden de 2 seg y una duración sin precedente en el valle de México (I. Herrera, 1985).

De hecho, Singh, Mena y Castro (1985), han identificado una fuerte anomalía en la radiación de ondas con frecuencias $0.2 < f < 0.5$ Hz, tanto dentro de la ciudad de México (registros tomados en terreno firme, en Ciudad Universitaria, en Tacubaya, y en Viveros), como fuera de la cuenca de México (registros tomados en Teacalco, en el estado de Morelos). En la Figura 35 se muestran los espectros de Fourier de las señales registradas en los sitios mencionados, en la dirección E-W; en ella se evidencia la anomalía citada, y también se observa que el registro de Ciudad Universitaria, CUIP, muestra un pico muy pronunciado en 0.5 Hz, lo cual sugiere efectos de amplificación.

Así pues, los severos daños ocasionados por el sismo en la ciudad de México, están directamente relacionados con la cantidad anómala de energía, contenida por el temblor en la frecuencia 0.5Hz, y con los efectos locales de amplificación en la zona del lago.

6.2.3 DETALLES DE LAS CONDICIONES DEL SUBSUELO EN LAS ESTACIONES DE REGISTRO.

a) CIUDAD UNIVERSITARIA. Las condiciones del subsuelo en este sitio consisten de derrames de basalto con un espesor de unos 12m. A continuación se encuentran depósitos de arena limosa extremadamente compacta, con intercalaciones de lava y tobas; la velocidad de las ondas de corte en estos materiales son comparables a aquellas que se presentan en las rocas blandas y en los depósitos profundos.

b) SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES. Las condiciones del subsuelo en este sitio son representativas de aquellas que prevalecen en la región más fuertemente dañada de la ciudad (Figura 33). En general la estratigrafía de la zona consiste de un relleno compacto, compuesto por mezclas de arena, limo y arcilla, con espesor del orden de 4m. Subyaciendo a estos materiales se encuentra un depósito de arcillas blandas, con una potencia promedio del orden de 27m; presenta lentes de arena limosa, arena y limo, con intercalaciones de vidrio y ceniza volcánicas; el contenido de agua en los materiales arcillosos varía desde el 100% al 450%, y la resistencia al corte no-drenada de 0.25 a 0.8kg/cm². A continuación se encuentra un estrato muy compacto, ligeramente cementado, de limo arenoso; su espesor es del orden de 3m (localmente se conoce como la "primera capa dura"). Subyaciendo a este material se localiza un estrato de arcilla muy rígida, la cual a su vez sobreyace a los "depósitos profundos"; estos últimos están compuestos por un estrato muy compacto de arena limosa cementada (más de 100 golpes en la prueba de penetración estándar), el cual generalmente se considera como la base del perfil de suelo.

c) CENTRAL DE ABASTO, OFICINA. Superficialmente aparece un estrato de arena limosa, con un espesor del orden de 9m. A continuación se presenta un depósito de arcillas blandas, con intercalaciones de cenizas volcánicas, y vetas de arena limosa y limos; el contenido de agua en los materiales arcillosos varía en un rango tan amplio que va de 150 al 500%, y la resistencia al corte no-drenada varía desde 0.2 hasta 0.6 kg/cm². Subyaciendo a los depósitos arcillosos se encuentra una serie de estratos intercalados de limos arenosos y arcillas limosas con un espesor del orden de 10 m. Finalmente se localiza un estrato de arcilla muy rígida, con una potencia de 4m, el cual sobreyace a los "depósitos profundos" compactos.

d) CENTRAL DE ABASTO , FRIGORIFICO. Este sitio se localiza a unos 500 m al sur de la estación anterior(CAO). Los primeros 15 m del perfil del subsuelo en los dos sitios son muy similares, pero el depósito de arcilla en el frigorífico tiene 13m menos de espesor, y es ligeramente más rígido. Los depósitos profundos se encuentran a una profundidad del orden de 45 m.

6.3 ESTUDIOS ANALITICOS DE LA RESPUESTA DINAMICA DE LA CIUDAD DE MEXICO.

6.3.1 HIPOTESIS UTILIZADAS.

El problema de respuesta sísmica de estratos de suelo es uno de los más importantes de la dinámica de suelos. La determinación de la variación espacial y temporal de los movimientos sísmicos de un depósito de suelo, a partir de una excitación definida en un punto, tiene muchas implicaciones prácticas, debido ante todo a la importancia de las excitaciones sísmicas, y a que los análisis de interacción suelo-estructura no pueden efectuarse hasta que el correspondiente problema de respuesta del sitio se haya resuelto.

El procedimiento de cálculo utilizado en los análisis de respuesta efectuados, se basa en el método de los elementos finitos y considera un tren de ondas SH y P desacopladas, que incide verticalmente en la base de los depósitos blandos del valle de México. Por otra parte, el carácter aleatorio del movimiento sísmico en la base de los depósitos blandos, se considera utilizando un proceso estocástico estacionario representado por una función espectral media (ω , alternativamente, un espectro de respuesta medio) con bandas de incertidumbre (Romo, 1976; Romo et al., 1980). Las características de rigidez y amortiguamiento del suelo se suponen probabilísticas, y la no-linealidad de los materiales se considera con el método equivalente lineal (Seed e Idriss, 1969).

Como se planteó en el inciso 1.2, al idealizar el problema deberán adoptarse algunas hipótesis básicas con respecto a la definición de la excitación y a la representación del medio (depósito de suelo), con el propósito de simplificar el problema. Así pues, en los siguientes incisos se enuncian y justifican las hipótesis más importantes utilizadas en el modelo.

6.3.1.1 DEFINICION DE LA EXCITACION.

a) CAMPO DE ONDAS UTILIZADO.

El problema inherente en los análisis de respuesta del sitio es la elección del campo de ondas que se usará. Como ya se dijo en el inciso 1.1 (Figura 2), el modelo propuesto, así como la gran mayoría de los métodos de respuesta en el sitio, usan la hipótesis de Kanai (1952), según la cual los movimientos desarrollados cerca de la superficie de un depósito de suelo, durante un sismo, pueden atribuirse principalmente a la propagación vertical de ondas de corte SH, provenientes de una formación rocosa subyacente.

En muchos casos esta hipótesis es realista debido a los siguientes hechos (Roesset y Whitman, 1969):

- En áreas de fuerte movimiento del suelo, las ondas de esfuerzos provenientes del foco sísmico, cuando arriban a la superficie de la corteza terrestre, se propagan en dirección aproximadamente vertical. Esto se debe a que la velocidad de transmisión de las ondas generalmente decrece del interior de la Tierra hacia la superficie de la corteza; de aquí que por la ley de refracción de Snell, las ondas provenientes del foco resultan inclinadas por sucesivas refracciones, conformando un patrón aproximadamente vertical. Según esta ley, el ángulo con el cual una onda refractada (ya sea dilatacional P, o distorsionante S) abandona la interface entre dos medios elásticos, depende del ángulo con el cual ella incidió sobre la frontera, y de la relación de las velocidades de transmisión de las ondas, en los dos medios (véase la Figura 36).
- Generalmente, desde el punto de vista estructural, los movimientos verticales del suelo no son tan importantes como los movimientos horizontales; razón por lo cual en los modelos simplificados de respuesta en el sitio, solo se incluye la propagación vertical de ondas de corte. Sin embargo, el efecto de los movimientos verticales puede considerarse usando métodos que incluyan la propagación de ondas de cuerpo dilatacionales, que dada la incidencia vertical, resultan desacopladas de las ondas S.
- Por lo común, las propiedades del suelo varían más en la dirección vertical que en la dirección horizontal; por ello, dentro de un depósito de suelo, son de esperarse variaciones más importantes en los movimientos sísmicos, en la dirección vertical.

Sin embargo, los movimientos sísmicos son el resultado de un complejo patrón que incluye ondas superficiales (ondas de Rayleigh o de Love), y ondas de cuerpo (ondas P o S), cuya naturaleza y contribución al movimiento total del suelo, dependerá de factores tales como el mecanismo de ruptura, la profundidad focal, la geología regional, la distancia epicentral, y las condiciones del suelo. De hecho, la evidencia instrumental indica la presencia de diferentes tipos de ondas como las ondas de cuerpo inclinadas P, SV, y SH, y ondas superficiales; así, se puede considerar que todos los sismogramas contienen algunas componentes de todas las ondas mencionadas, pero no se conoce su proporción exacta.

Algunos investigadores (p. ej. Wong y Luco, 1976) han afirmado que la consideración de ondas de cuerpo con incidencia oblicua, o la ocurrencia de ondas superficiales, pueden producir resultados significativamente diferentes de aquellos obtenidos suponiendo solamente la propagación vertical de ondas de corte. Por ello se han desarrollado varias teorías para el análisis de la respuesta

de sitios estratificados horizontalmente, sujetos a ondas de cuerpo armónicas y planas, con ángulos de incidencia definidos. Similarmente, se han desarrollado estudios sobre la respuesta de depósitos estratificados sujetos a ondas superficiales.

Últimamente se ha utilizado el método de los elementos finitos (Chen, Lysmer y Seed, 1981) para dilucidar las diferencias a que se puede llegar, al estudiar las variaciones locales de los movimientos de campo libre, cuando se utilizan separadamente las hipótesis de propagación vertical de ondas de corte, y la de propagación de ondas superficiales. En este modelo el ambiente sísmico se considera compuesto por una porción conocida de ondas de cuerpo, con cierto ángulo de incidencia, y de ondas superficiales de Rayleigh y Love. Uno de los resultados importantes obtenidos en el estudio, es que los movimientos horizontales calculados a profundidades someras, con base en cada una de las hipótesis en discusión, son comparables. El resultado podría explicarse al recordar que las ondas fundamentales de Rayleigh, pueden descomponerse en una parte formada por ondas de corte propagándose horizontalmente, y otra compuesta por ondas dilatacionales.

En suma, puede afirmarse que la suposición de que los movimientos horizontales cercanos a la superficie de los depósitos lacustres de la ciudad de México, se deben principalmente a la propagación vertical de ondas de corte, es razonable. Esto se confirmará en los párrafos subsecuentes al comparar los movimientos teóricos con los medidos.

b) ELECCION DEL MOVIMIENTO DE CONTROL.

Tan importante como la elección del tipo de onda que se utilizará, es la elección adecuada del movimiento de control y de su punto de aplicación. En general se prefiere que éste se localice en la superficie libre del subsuelo, o en un sitio cercano a la zona en estudio, donde aflore la roca subyacente (véase el modelo general, representado en la Figura 2).

A la fecha en que se hizo este estudio, no se conocían con detalle las características estratigráficas ni las propiedades dinámicas de los materiales que se encuentran en esos sitios. Por ello se supuso -a pesar de que esta hipótesis seguramente cambiará en el futuro, cuando se cuente con mayor información- que los movimientos registrados en terreno firme, en la Ciudad Universitaria y en Tacubaya, son representativos de aquellos desarrollados en los depósitos profundos que subyacen la zona del lago.

De los cuatro sitios donde se obtuvieron registros, se eligieron aquellos que se pensó fuesen más representativos de los movimientos desarrollados en los depósitos profundos. Con respecto a la estación sísmológica de Tacubaya, se presentó el inconve-

niente de que ésta se localiza en una zona de topografía abrupta, existiendo entonces la posibilidad del desarrollo de efectos locales (sección 6.1.2). Por otro lado, las condiciones del subsuelo en la Ciudad Universitaria (sección 6.2.3) podrían originar efectos de filtrado y amplificación (también clasificados como efectos locales); a pesar de ello, ya que las velocidades de las ondas de corte en esos sitios son comparables a las que se presentan en rocas blandas (y que son del orden de 600 m/seg), se consideró a esta zona como un afloramiento, y los movimientos allí registrados se usaron para definir la excitación del modelo, en los análisis de respuesta sísmica.

Debe señalarse también que de las tres estaciones localizadas en CU, solo una es de campo libre. Sin embargo, dadas las características de rigidez en esta zona, es poco probable que la presencia de las estructuras (flexibles y poco masivas) haya afectado los movimientos de campo libre. En otras palabras, el efecto de interacción dinámica suelo-estructura fué despreciable. El hecho de que los movimientos registrados en las tres estaciones sean similares (véanse las Figuras 34a, b y c), a pesar de la distancia que media entre ellas, confirma que las estructuras no alteraron apreciablemente los movimientos de campo libre en la mesa vibratoria, y en el edificio principal del Instituto de Ingeniería.

En cuanto al punto de control, la acción sísmica definida se supuso actuando en los depósitos profundos, los cuales se consideraron como base de los modelos de elementos finitos que representan los sitios analizados.

c) DEFINICION DE LAS BANDAS DEL ESPECTRO DE POTENCIA DE LA EXCITACION.

Puesto que en el modelo solo se consideraron excitaciones horizontales, se contó con seis acelerogramas registrados en las direcciones E-W y N-S (dos en cada sitio), para definir -de acuerdo al procedimiento propuesto en la sección 1.2- la excitación sísmica en términos de una banda de espectros de respuesta.

El procedimiento común para definir un espectro de respuesta medio como la excitación de un sitio, cuando se cuenta con registros de varios temblores diferentes, es obtener para cada acelerograma su espectro de respuesta, y normalizar cada una de las formas espectrales obtenidas, con respecto a algún parámetro del registro en cuestión (p. ej. la aceleración máxima del terreno). Los espectros de respuesta así obtenidos se procesan estadísticamente, proporcionando el espectro de respuesta medio normalizado de la excitación.

De esta manera se podrá predecir, convenientemente, el contenido de frecuencias que presentarán los movimientos sísmicos que se sientan en la zona. Con algunos parámetros adicionales (p. ej.

la aceleración máxima deseada, o energía contenida), se podrán derivar nuevas ordenadas espectrales para su uso como espectros de diseño en el sitio.

En este caso, puesto que las estaciones de registro se encuentran relativamente cercanas entre sí, y están localizadas sobre estratigrafías similares, no cabría esperar variaciones muy grandes en las amplitudes de los espectros de respuesta de los diferentes registros. Por ello no pareció indispensable normalizar cada una de las formas espectrales obtenidas. En la Figura 37a se presenta el espectro de respuesta promedio de aceleraciones (para el 5% de amortiguamiento), obtenido en la zona de la Ciudad Universitaria, más sus bandas superior e inferior (definidas al sumar o restar al espectro medio, una desviación estándar).

A partir del espectro de respuesta medio de la excitación se obtuvo, mediante la Teoría del Valor Extremo, el correspondiente espectro de potencia medio de la excitación. Sin embargo, como se señaló en el capítulo 4, los resultados de estudios estadísticos de sismos registrados en un mismo sitio, han mostrado dispersiones considerables en las amplitudes espectrales, en torno al valor medio. Puesto que no se hizo un estudio de esta clase para definir la dispersión de las amplitudes espectrales que podrían presentarse en la Ciudad Universitaria (sobre todo por falta de información confiable), de manera un tanto arbitraria se consideró que las bandas superior e inferior obtenidas para el espectro de respuesta, cubren las aleatoriedades mencionadas. Así pues, con las bandas del espectro de respuesta se obtuvieron las correspondientes bandas del espectro de potencia de la excitación - aplicando nuevamente la Teoría del Valor Extremo-, las cuales se presentan en la Figura 37b; en ella puede observarse nuevamente la fuerte concentración de energía del movimiento sísmico, en frecuencias del orden de 0.5 Hz.

6.3.1.2 IDEALIZACION DEL MEDIO.

ESTRATIGRAFIA.

Si la superficie de un depósito de suelo, las interfaces entre los diferentes estratos que lo componen, y la superficie de la roca basal están inclinadas, el análisis de la respuesta sísmica del depósito solo podrá hacerse mediante técnicas tales como el método de elementos finitos. En cambio, si la superficie del subsuelo, las fronteras entre estratos de suelo, y la superficie de la roca subyacente son esencialmente horizontales, entonces la extensión lateral del depósito no tiene influencia sobre la respuesta, y podrá idealizarse como una serie de estratos semi-infinitos. En tales casos los movimientos del suelo inducidos por la excitación sísmica aplicada en la roca, son solo el resultado de deformaciones de corte en el suelo, y la respuesta sísmica puede evaluarse con modelos de análisis muy sencillos, tales como los métodos unidimensionales.

De hecho, la experiencia muestra que los efectos de los temblores en sitios con estratigrafías caracterizadas por fuertes contrastes en las propiedades dinámicas, localizados a grandes distancias del epicentro, pueden deberse principalmente al fenómeno de amplificación local. En tales casos se ha probado que los modelos unidimensionales son herramientas adecuadas para el análisis de la respuesta en el sitio (Herrera et al, 1965; Seed e Idriss, 1968a; Esteva et al 1969). El ejemplo clásico de esta situación lo representan los depósitos arcillosos de la Ciudad de México (Reséndiz y Faccioli, 1975; Romo y Jaime, 1986; Romo y Seed, 1986).

Por ejemplo, en la Figura 38a se muestran seis curvas de amplificación espectral (relaciones del espectro de respuesta de la velocidad, para el 5% de amortiguamiento), obtenidas a partir de las componentes horizontales de tres sismos distantes, registrados simultáneamente en suelo firme (Ciudad Universitaria), y en los depósitos arcillosos de Nonoalco-Tlatelolco. En la Figura 38b se presenta la curva media de amplificación obtenida de los datos de la Figura 38a, y se comparan con la curva de amplificación teórica calculada con un modelo unidimensional (Reséndiz y Faccioli, 1975).

De acuerdo con las condiciones estratigráficas del subsuelo en la ciudad de México, descritas en la sección 6.1.1, las hipótesis anteriores sobre la elección de la excitación y la idealización del medio, en general son razonables, pues se trata de depósitos sedimentarios estratificados horizontalmente, y que presentan contrastes muy fuertes con las propiedades dinámicas de los materiales que los subyacen. Sin embargo puede haber casos donde la estratigrafía real sea más compleja, o sitios donde puedan presentarse efectos bi- o tridimensionales.

Una hipótesis adicional del modelo (Figuras 2 y 3) es que la roca subyacente a los estratos de suelo (en este caso representada por los depósitos profundos), es rígida. Más realista sería suponer que la base de los depósitos esta constituida por material de comportamiento elástico, pues en este caso se permitiría la disipación de parte de la energía, proveniente de las ondas que se reflejan en la superficie libre del suelo, y que después se refractan en la base del modelo, hacia la roca (amortiguamiento geométrico o por radiación). Esta segunda hipótesis conduciría a funciones de amplificación (la cual mide el efecto de filtrado de un depósito de suelo, sección 6.1.2) menores que aquellas correspondientes a una base rígida.

Cuando la diferencia entre las propiedades elásticas del suelo y de la roca subyacente es muy marcada (caso de la ciudad de México), y si se consideran temblores moderados o fuertes (cuando se alcanzan altos niveles de deformación angular y por lo tanto, podrían desarrollarse grandes cantidades de amortiguamiento interno del suelo), el efecto del amortiguamiento por radiación es

pequeño. En tales situaciones los resultados obtenidos con ambas hipótesis son muy similares. En contraposición con este último razonamiento, debe recordarse que entre las características extraordinarias de las arcillas del valle de México, está el que su intervalo de comportamiento elástico es muy amplio.

Un factor adicional que apoya la hipótesis de la base rígida, es que se ha mostrado que para los movimientos sísmicos típicos, solo ocurren reflexiones insignificantes en la frontera rígida inferior, en la que se especifica el movimiento de control. Esto se debe a que el campo de ondas que produce los movimientos cercanos a la superficie de un depósito de suelo, consiste principalmente de ondas que no penetran profundamente (Gómez-Masso, 1978)

Debe señalarse que las hipótesis antes enunciadas, se incluyeron con el propósito de simplificar la solución del problema de respuesta de campo libre, para los depósitos arcillosos de la ciudad. El objetivo que se persigue con esto es proporcionar herramientas analíticas sencillas, para su uso en el ejercicio de la profesión. Para evaluar la confiabilidad del procedimiento, se compararán sus resultados con los registros obtenidos en los tres sitios analizados (SCT, CAF y CAO).

Una investigación completa debería considerar la dependencia de la respuesta sísmica, del ángulo de incidencia con el que arriban las ondas que definen a la excitación, del tipo de onda, etc. También podría estudiarse, mediante técnicas de elementos finitos, la respuesta de sitios donde pueda esperarse la presencia de efectos por irregularidades laterales o efectos bidimensionales, y comparar los resultados con los proporcionados por modelos unidimensionales. De esta manera se estará en posibilidad de proponer modificaciones sencillas al modelo unidimensional, para incluir tales efectos.

b) PROPIEDADES DINAMICAS.

Debido a que cuando se hicieron los estudios reportados en este trabajo (1986), los sondeos geotécnicos efectuados no habían proporcionado toda la información necesaria sobre las estratigrafías de cada sitio, y a que el propósito principal de la tesis es verificar la aproximación del método probabilista propuesto, se consideró razonable realizar los análisis usando una representación simplificada de las estratigrafías del suelo. Por lo tanto, cada uno de los perfiles de suelo en los tres sitios estudiados (SCT, CAO y CAF), se idealizó como un estrato homogéneo con propiedades dinámicas medias (módulo de rigidez al corte y relación de amortiguamiento crítico). En estudios posteriores, cuando se cuente con un cúmulo mayor de información, podrán efectuarse análisis bidimensionales con estratigrafías más detalladas. Sin embargo, es de esperarse que si en promedio el módulo de rigidez al corte y el amortiguamiento usados en los análisis aquí

presentados, son similares a los promedios correspondientes de las estratigrafías detalladas, las respuestas serán muy semejantes, y solo habrá diferencias en detalles de poca importancia práctica.

La rigidez media se determinó, en primer lugar, a partir de las frecuencias naturales de cada sitio, evaluadas directamente de los espectros de Fourier de los movimientos registrados. Los valores resultantes fueron similares a aquellos determinados mediante pruebas de columna resonante y triaxiales cíclicas, sobre muestras de arcilla. Así se eligieron las siguientes propiedades medias para su uso en análisis (Romo y Jaime, 1986).

Sitio	Profundidad (m)	Vel. ondas de corte (m/seg)	Densidad (ton/m ³)
SCT	35-40	70-80	1.2
CAO	58	65-75	1.2
CAF	45	70	1.2

Para tomar en cuenta el carácter aleatorio del módulo de rigidez al corte, G , y de la relación de amortiguamiento crítico, β , se supone que su variación espacial es aleatoria, y está representada por un proceso estocástico estacionario no correlacionado. Como se aclaró en la sección 1.4, la hipótesis de que el proceso no está correlacionado, es una limitante que podrá superarse cuando se disponga de una cantidad suficiente de información geotécnica.

Para evaluar la influencia que sobre el cálculo de la respuesta sísmica de estructuras térreas, tienen las dispersiones de las propiedades dinámicas, se ha desarrollado un modelo de comportamiento probabilista (Romo y Carels, 1982). Tal método hace uso del concepto estadístico del coeficiente de variación (CV), el cual se define como el cociente de la desviación estándar (σ) y el valor medio (μ) correspondiente.

En la sección 6.1.2 se mostró que los parámetros dinámicos de los suelos, pueden expresarse como funciones de la amplitud de la deformación angular inducida. Dadas las incertidumbres presentes en su evaluación, puede considerarse que para un suelo en particular, el módulo de rigidez y el amortiguamiento constituyen variables aleatorias dependientes del nivel de deformación angular. Por lo tanto el concepto de coeficiente de variación, puede aplicarse a las leyes medias de variación de los parámetros G y β , dadas en función del nivel de deformación angular inducida en el material.

Además, como se recordará (sección 1.2), en la evaluación de las propiedades dinámicas de los suelos, influye un número considerable de factores, razón por la que, en base al Teorema del

Límite Central, parece razonable suponer que la densidad de probabilidad de cada uno de los parámetros, G y β , es normal o gaussiana (el Teorema del Límite Central establece que cuando se suma un gran número de variables aleatorias, la densidad de probabilidad de la suma tiende a ser normal, sin importar la densidad de cada una de las variables aleatorias que constituyen la suma).

De esta manera se podrán considerar, en cierta forma, las causas de dispersión en la evaluación de las propiedades de los suelos (p. ej. la no-homogeneidad del suelo in-situ, las causas de dispersión no cuantificables debidas a las pruebas, el número finito de pruebas, el estado de esfuerzos estáticos, etc.).

Los estudios estadísticos para definir el coeficiente de variación de las propiedades dinámicas en materiales típicos, realizados a partir de los resultados reportados en la literatura, proporcionan una dispersión demasiado generalizada (Romo y Careis, 1982). En este trabajo se consideró que el coeficiente de variación de las propiedades dinámicas, para los niveles de deformación angular que se estima indujo el sismo del 19 de septiembre, es del orden de 0.2.

Finalmente, en la Figura 39a se comparan los espectros de respuesta medios obtenidos en la Central de Abasto Oficina (CAO), para el temblor principal (19/sep/85) y para la réplica más importante (20/sep/85). Es notable que las formas espectrales en ese sitio fueron muy similares para los dos eventos; se observa que en la réplica del día 20, los picos ocurrieron en periodos ligeramente menores, lo cual sugiere que en el campo libre los efectos no-lineales fueron despreciables (Romo y Jaime, 1985). Lo anterior puede corroborarse en la Figura 39b, donde se presentan los espectros de Fourier (dirección E-W) obtenidos en el mismo sitio, y normalizados con respecto a los espectros calculados en terreno firme (QUIP), durante los dos eventos mencionados (Singh y Sánchez-Sesma, 1986).

Con base en estos hechos se decidió que en los análisis efectuados solo se consideraría el comportamiento lineal del suelo.

6.3.2 ANALISIS EFECTUADOS.

Al igual que en los análisis de los osciladores (Capítulo 5), en este caso se aplicaron simultáneamente el método de Monte Carlo, y las dos modalidades del método probabilista (versión completa Ec. 4.4, y versión simplificada Ec. 4.6).

En la aplicación de los dos métodos a cada uno de los tres sitios estudiados, se estableció la siguiente secuencia para la realización de las simulaciones.

1. A partir del espectro de potencia medio de la excitación y de sus respectivas bandas, se generan N funciones estocásticas del espectro de potencia de la excitación, $P\dot{y}$. De acuerdo con la sección 6.3.1.c, para describir la aleatoriedad de los eventos sísmicos, se supone que las amplitudes de la densidad espectral son variables aleatorias dependientes de la frecuencia, con una densidad de probabilidad normal. Así, para un valor particular de la frecuencia, los parámetros de la variable aleatoria (media y desviación estándar) están dados por el valor del espectro medio y por su desviación estándar, en esa frecuencia. La muestra generada se procesa estadísticamente, obteniendo sus parámetros descriptivos (media $\bar{P\dot{y}}$, y variancia $\text{var}\{P\dot{y}\}$).

2. Con el método del elemento finito se calculan N funciones de amplificación $|H(\omega)|$, del depósito de suelo en estudio. Como se supuso en la sección 6.3.1.2b, en cada simulación el depósito se idealiza como un estrato homogéneo con propiedades dinámicas G y β , generadas aleatoriamente a partir de densidades gaussianas de probabilidad, con valores medios G_0 y β_0 , y coeficientes de variación (CV_G y CV_β) iguales a 0.2. Nuevamente se calculan los parámetros estadísticos de la muestra (media $|\bar{H}|$, y variancia $\text{var}\{|H|\}$).

3. Para cada par compuesto por una simulación del espectro de potencia de la excitación, y otra de la función de amplificación del depósito, se efectúan las operaciones indicadas en las ecuaciones 4.2 y 4.4, representativas del método de Monte Carlo y del modelo probabilista en su versión completa. De esta manera se obtiene una muestra de N densidades espectrales de la respuesta P_u , de la cual se calculan los parámetros estadísticos (media \bar{P}_u y variancia $\text{var}\{P_u\}$).

4. Tomando como datos las funciones muestra de las densidades espectrales de la excitación, de la función de amplificación, y sus correspondientes parámetros estadísticos, se aplica la versión simplificada del modelo probabilista (ecuaciones 4.6 y 4.7), obteniéndose con otro enfoque, los parámetros estadísticos de la respuesta P_u ($E\{P_u\}$ y $\text{var}\{P_u\}$).

Finalmente, los resultados de cada método, en términos del espectro de respuesta, se compararon con el espectro de respuesta medio registrado; este último se obtuvo al promediar los espectros de respuesta calculados para los dos acelerogramas registrados en la dirección horizontal, en cada sitio.

RESULTADOS.

SITIO 1: SECRETARÍA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES.

A partir de los datos presentados en la sección 6.3.2.1b, para este sitio se calculó un módulo promedio de rigidez al corte de $G=80\text{kg/cm}^2$, y el valor medio de la relación de amortiguamiento crítico, β_0 , se tomó igual al 6%.

En la Figura 40a se presentan las bandas del espectro de potencia de la excitación, obtenidas a partir de la realización de 10 simulaciones, donde puede constatarse la fuerte concentración de energía en la frecuencia cercana a 0.5 Hz. A su vez, en la Figura 40b se muestran las bandas de la función de amplificación, donde resaltan las frecuencias fundamentales de los diferentes modos de vibración del depósito, así como los factores de amplificación correspondientes. Se puede observar que la frecuencia de vibración del primer modo (el de mayor participación), es aproximadamente de 0.5 Hz, prácticamente igual a la frecuencia predominante de la excitación. Resultados como estos se aducen cuando se afirma que en la zona más dañada de la ciudad, se desarrolló el fenómeno de resonancia (I. Herrera, 1986). También se observa una concentración espuria de picos en las bandas de las funciones de amplificación, al lado derecho de las frecuencias fundamentales; estos defectos se deben a que el generador de variables aleatorias con distribución normal, sólo reproduce exactamente densidades gaussianas cuando el número de simulaciones es grande.

La combinación de los factores anteriores produce los espectros de potencia de la respuesta, en la superficie libre del suelo, mostrados en las Figuras 41a,b y c; en ellas se aprecia claramente el efecto de filtrado del depósito de suelo, y la gran amplificación de los movimientos sísmicos. En las dos primeras figuras (41a y b), donde se presenta el método de Monte Carlo y la versión completa del modelo probabilista, se observa que ambos producen prácticamente los mismos resultados. En cambio se obtienen diferencias al comparar las bandas proporcionadas por los métodos de Monte Carlo y probabilista, en su versión simplificada (Figuras 41a y 41c); si bien las bandas superiores son aproximadamente iguales, el valor medio del segundo método es considerablemente mayor.

En todas las figuras referidas en el párrafo anterior, se incluye el espectro de potencia promedio de los movimientos horizontales registrados en este sitio, durante el temblor del 19 de septiembre de 1985. De acuerdo con el modelo general, este se calculó mediante la teoría del valor extremo, tomando como base el espectro de respuesta medio calculado en el sitio. En general se observa que la concordancia entre las respuestas obtenidas con ambos métodos, y la respuesta medida durante el temblor, es buena. También se pone de manifiesto que la respuesta medida presenta un contenido de frecuencias ligeramente más amplio que las respuestas calculadas con los tres enfoques.

En las Figuras 42a y 42b, se presentan los espectros de respuesta de aceleraciones (5% de amortiguamiento) obtenidos con los dos métodos, a partir de las densidades espectrales de la respuesta, y se comparan con el espectro de respuesta promedio, registrado en el sitio durante el evento estudiado. En estas figuras se patentiza el hecho de que los espectros de respuesta son menos sensibles a las particularidades del movimiento que los espectros de potencia, ya que los dos modelos reproducen bastante bien los movimientos registrados en el sitio (recuérdese que en esencia, los espectros de respuesta resultan de tomar la máxima respuesta, para un movimiento dado, de osciladores simples amortiguados con distintos periodos; ésta es una operación no-lineal). Se observa que la versión simplificada del modelo probabilista proporciona, en este caso, los mejores resultados.

SITIO 2 : CENTRAL DE ABASTO EN EL FRIGORIFICO.

El módulo de rigidez al corte promedio calculado para este sitio fué de 60 kg/cm², y el valor medio de la relación de amortiguamiento utilizado fué del 10%.

En las Figuras 43a y b se presentan las bandas del espectro de potencia de la excitación aplicada, y de la función de amplificación del depósito, obtenidas mediante 10 simulaciones. Más afortunada fué en este caso la generación de variables aleatorias gaussianas, pues las bandas de la función de amplificación se definen perfectamente. Se observan también las frecuencias fundamentales de los modos de vibración del depósito, y los factores de amplificación correspondientes.

Los espectros de potencia de la respuesta obtenidos con los tres enfoques se presentan en las Figuras 44a,b y c. En las dos primeras figuras (44a y b) se muestran los resultados proporcionados por el método de Monte Carlo y por la versión completa del modelo probabilista. En ellas se pone nuevamente de manifiesto, que aún para un número reducido de simulaciones, estos dos modelos tienden a proporcionar los mismos resultados. En cambio en las dos figuras extremas (44a y c), donde se muestran las densidades proporcionadas por los métodos de Monte Carlo y por la versión probabilista simplificada, se reafirma la tendencia general del segundo modelo, de producir mayores amplitudes. En estas figuras se incluye también el espectro de potencia promedio de los movimientos horizontales registrados en el sitio; se puede observar que la versión simplificada del modelo probabilista, proporciona resultados que reproducen casi exactamente la densidad de la respuesta media registrada (Figura 44c), mientras que los otros dos modelos subestiman las amplitudes de la respuesta (Figs. 44a y b).

De nueva cuenta las diferencias se atenúan al obtener los espectros de respuesta correspondientes. En la Figura 45a se

presentan las bandas proporcionadas por el método probabilista completo, y se comparan con el espectro promedio registrado en el sitio. En la Figura 45b se hace lo propio con los resultados del método simplificado. En general, la concordancia obtenida es bastante buena.

SITIO 3: CENTRAL DE ABASTO EN LA OFICINA.

En este caso los valores medios utilizados para el módulo de rigidez al corte y la relación de amortiguamiento fueron de 60 kg/cm^2 y 6%, respectivamente. Con el propósito de evaluar el efecto que el número de simulaciones efectuadas tiene sobre las respuestas proporcionadas por los dos modelos usados, en este último análisis se efectuaron 30 simulaciones.

En la Figura 46a se presentan las bandas de la función de amplificación del depósito, y en la 46b se muestran las bandas del espectro de potencia de la excitación. Se observa que las bandas de la función de amplificación se suavizan apreciablemente. No ocurre lo mismo con las bandas del espectro de potencia de la excitación, debido ante todo a la caótica variación de su valor medio con la frecuencia (véase en la Figura 37b, al espectro de potencia medio de la excitación).

En las Figs. 47a,b y c se muestran las densidades espectrales de la respuesta calculada, y se comparan con la densidad de la respuesta media registrada. En las Figs. 47a y b se observa que los modelos de Monte Carlo y probabilista (versión completa), subestiman significativamente la respuesta registrada. En cambio, el modelo probabilista simplificado proporciona mejores resultados (Figura 47c). Se requerirán estudios más profundos para explicar el origen de estas diferencias.

Finalmente, en las Figs. 48a y b, se proporcionan las bandas de la respuesta calculada, en términos de los espectros de respuesta, y se comparan con el espectro de respuesta medio registrado en el sitio. Resalta el hecho -ya mencionado-, de que el modelo probabilista simplificado reproduce exactamente los movimientos registrados.

7. CONCLUSIONES.

En esta tesis se presentó un enfoque probabilista para el análisis dinámico de estructuras térreas, que toma en cuenta de una manera sencilla la naturaleza estocástica de las excitaciones sísmicas y de las propiedades dinámicas de los materiales. Para considerar las incertidumbres existentes en la evaluación del módulo de rigidez al corte y del amortiguamiento de los materiales, el método propuesto hace uso de las técnicas de perturbación. Complementariamente, para incorporar la aleatoriedad de los movimientos sísmicos, el modelo considera a la excitación como un proceso estocástico estacionario, representado por una densidad espectral promedio, con sus correspondientes bandas de incertidumbre.

El modelo no considera la correlación existente entre las propiedades dinámicas de un punto dentro del medio, y de la zona aledaña. Sin embargo, esta deficiencia podrá superarse cuando se acumule una cantidad suficiente de información geotécnica.

El método propuesto se presentó en dos versiones, la llamada completa (ec. 4.4) y la simplificada (ecuaciones 4.6 y 4.7). Con el fin de evaluar la exactitud de ambos procedimientos, estos se aplicaron a la obtención de la respuesta dinámica de osciladores de 1 y 2 grados de libertad; sus resultados se compararon con las soluciones obtenidas mediante el método de Monte Carlo.

En una segunda fase, para probar la potencialidad del modelo en la solución de problemas reales, se aplicó a la evaluación de la respuesta sísmica de los depósitos arcillosos del Valle de México, bajo los efectos del sismo del 19 de septiembre de 1985. Los resultados obtenidos en los tres sitios estudiados (SCT, CAF y CAO), se compararon con la respuesta media registrada durante el sismo mencionado. Las respuestas medias calculadas igualan bastante bien a las correspondientes registradas, y las bandas superiores del modelo probabilista (en sus dos versiones), casi las envuelven completamente.

De esta aplicación del modelo probabilista presentado, en primer término puede concluirse que:

Es claro que las condiciones locales constituyen el factor predominante que determinó la intensidad alcanzada por los movimientos sísmicos, en diferentes partes de la ciudad; inclusive dentro de la zona lacustre de la urbe, hubo variaciones considerables en las características de los movimientos, debido a las diferentes profundidades de los depósitos arcillosos. Los resultados presentados en el Capítulo 6, muestran que una modelación unidimensional de los depósitos de suelo, con un comportamiento elástico-lineal de los materiales, es suficientemente aproximada para fines prácticos. Sin embargo, habrá situaciones en que los efectos bi- o tridimensionales sean significativos. También existirán ocasiones (p. ej. cuando se desean evaluar con mayor preci-

sión los movimientos), en que los efectos no-lineales deban considerarse; esto podrá hacerse con el método lineal equivalente.

Por otro lado, con base en los resultados obtenidos y debido al contraste tan grande entre las impedancias de los mantos arcillosos y de los materiales que constituyen los depósitos profundos, se puede concluir que los últimos pueden considerarse como la base de los modelos de amplificación. Además, la congruencia entre los movimientos medidos y los calculados, parece indicar que la excitación dinámica al nivel de los depósitos profundos, puede obtenerse directamente de los registros tomados en la zona de lomas (Ciudad Universitaria y Tacubaya).

Con respecto al objetivo principal de la tesis, se concluye que el método propuesto de análisis dinámico probabilista de estructuras térreas, es confiable. Sin embargo, a pesar de los buenos resultados obtenidos (excelentes en el caso del modelo probabilista simplificado), una investigación completa debe considerar la dependencia de la respuesta sísmica de los depósitos arcillosos, de factores tales como: el ángulo de incidencia con el que arriban las ondas que definen la excitación, el tipo de onda, etc.

Además, el modelo expuesto tiene la limitante de no considerar la correlación espacial de las propiedades dinámicas. Para superar esto es preciso considerar campos aleatorios bidimensionales para el módulo de rigidez y para el amortiguamiento. Esta investigación se está iniciando y es de esperarse que se obtengan resultados en un plazo no muy lejano.

8. REFERENCIAS.

Cartwright, D. E. y Longuet-Higgins, M. S. (1956), "The Statistical Distribution of Maxima of a Random Function" Proc. Roy. Soc., London, Ser. A, pp. 212-232.

Crandall, S. A. and Mark, W. D. (1963), "Random Vibration in Mechanical Systems", Academic Press.

Chen, J., Lysmer, J. and Seed, H. B. (1981), "Analysis of Local Variations in Free Seismic Ground Motion", EERC, Report No. UCB/EERC-81/03, January.

Chistian, J. T., Roesset, J. M y Chandrakant, S. D. (1977), "Two- and Three Dimensional Dynamic Analysis", Cap. 20 del libro: Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Mc Graw-Hill Book Company.

Davenport, A. G. (1964), "Note on the Distribution of the Larger Value of a Random Function with Application to Gust Loading", Proc. Inst. Civil. Engrg. Vol. 28.

Esteva, L., Rascón, O. and Gutiérrez, A. (1969), "Lessons from some Recent Earthquakes in Latin America", Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago Chile, III(J2), PP 58-73.

Gazetas, G. O. (1981), "A New Dynamic Model for Earth Dams Evaluated Through Case Histories", Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 21, No. 1, Mar 1981.

Gómez-Masso, A. J. (1978), "Soil Structure Interaction in an Arbitrary Seismic Environment", Ph. D. Dissertation, University of Texas at Austin, May 1978.

Hall, J. R. Jr y Richart, F. E., Jr (1963), "Dissipation of Elastic Wave Energy in Granular Soils", Journal Soil Mechanics and Foundation Division, Proceedings ASCE, Vol. 89, No SM6, Nov. 1963.

Hardin, B. O. (1965), "The Nature of Damping in Sands", Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, Proceedings ASCE, Vol. 91, No SM1, Jan. 1965.

Hardin, B. O., y Drnevitch, V. P. (1972), "Shear Modulus and Damping of Soils: Measurements, Parameter Effects, Design Equations and Curves", ASCE, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, Vol. 98, SM6 y SM7.

Herrera, I., Rosenblueth, E. and Rascón, O. (1965), "Earthquake Spectrum Prediction for the Valley of México". Proc.

Third World Conf. Earthq. Engrg., Auckland and Wellington, New Zealand, pp 1.61-74.

Hwang R., Lysmer J., Berger E. (1975) "*A simplified Three Dimensional Soil-Structure Interaction Study*", Second ASCE Speciality Conference on Structural Design of Nuclear Plant Facilities, New Orleans, December 1975.

Herrera R. I. (1986), "*El Pismo del 19 de Septiembre de 1985, Aspectos Geofisicos*", Revista del IMCYC, No. Especial (176), Dic-Ene 1986.

Idriss, I. M. (1978), "*Characteristics of Earthquake Ground Motions*", ASCE, Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol. III, Pasadena Cal, 1978.

Kanai, K. (1952), "*Relation Between the Nature of Surface Layer and the Amplitudes of Earthquakes Motions*", Bull. Earthquake Research Institute, Vol. 30, Tokio 1952.

Kausel E., Roesset J. M. (1974) "*Soil-Structure Interaction Problems for Nuclear Containment Structures*", ASCE Power Division Specialy Conference, Denver Colorado, August 1974.

León T. J. L., Jaime P. A. y Rábago M. A. (1974), "*Propiedades Dinámicas de los Suelos*", Informe Interno, Instituto de Ingeniería UNAM, Dic. 1974.

Lysmer J., Kuhlemeyer R. L. (1969) "*Finite Dynamic Model for Infinite Media*", Journal of Engineering Mechanic Division, ASCE, Vol. 95, No. EM4, August 1969.

Lysmer, J., Udaka, T., Seed, H. B. and Hwang, R. (1974), "*LUSH - A Computer Program for Complex Response Analysis of Soil-Structure Systems*", Report No. EERC 74-4, Earthq., Engrg. Research Center, University of California, Berkeley.

Lysmer, J. (1978) "*Analytical Procedures in Soil Dynamics*", ASCE, Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol. III, Pasadena Cal, 1978.

Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C. F. and Seed, H. B. (1975a), "*FLUSH - A Computer Program for Approximate 3- Dimensional Analysis of Soil-Structure Interaction Problems*", Report No. EERC 75-30, Earthq. Engrg. Research Center, University of California, Berkeley.

Lysmer, J., Seed, H. B., Udaka, T., Hwang, R. and Tsai, C-F (1975b), "*Efficient Finite Element Analysis of Seismic Structure-Soil-Structure Interaction*", Report no. EERC 75-34, Earthq. Engrg. Research Center, University of California, Berkeley.

- Marsal, R. J. y Mazari M. (1959), "*El Sub suelo de la Ciudad de México*", Facultad de Ingeniería, UNAM, Septiembre de 1959.
- Marsal, R. J. (1978), "*La Sismografía y sus Implicaciones*", Simposio, El Sub suelo y la Ingeniería de Cimentaciones en el Área Urbana del Valle de México, SHMS, Marzo.
- Marsal, R. J. y Reséndiz, N. D. (1979), "*Dpresas de Tierra y Entrocamiento*", Ed. Limusa, México 1979, pp 399-420.
- Mononobe, N., Takata A., y Matsumura, .(1936), "*Structural Response to Earthquakes*", Seismic Risk and Engineering Decisions, C. Lomnitz and E. Rosenblueth, Eds., Elsevier Publishing Co., Inc., Amsterdam, The Netherlands, 1976.
- Newland, E. D. (1975), "*An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis*", Ed. por Logman Group Limited, Londres.
- Newmark, N. M. (1965), "*Effects of Earthquakes on Dams and Embankments*", Geotechnique, Vol. 15, No. 2.
- Ramberg, W. y Osgood, W. T. (1943), "*Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters*", Tech. Note 902, NACA, 1943.
- Regulatory Guide 1.61, U.S. N.R.C. (1973), "*Design Response Spectra for Seismic Design of Nuclear Power Plants*", October 1973.
- Reséndiz, N. D. and Facciolli, E. (1975), "*Soil Dynamics Behavior Including Liquefaction*", Institute of Engineering, UNAM, May. 1975.
- Rice, S. O. (1954) "*Mathematical Analysis of Random Noise*", Selected Papers in Noise and Stochastic Processes, Dover, New York.
- Richart, F. E. Jr., et al (1970), "*Vibrations of Soils and Foundations*", Prentice Hall, 1970.
- Richart, F. E. (1977), "*Field and Laboratory Measurements of Dynamic Soil Properties*", Proceedings of Dynamic Methods in Soil and Rock Mechanics, Universidad de Karlsruhe Alemania, Sep. 1977.
- Roesset, J. M. y Withman, R. V. (1969), "*Theoretical Background for Amplification Studies*", Research Report R69-15, School of Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Mass.

- Roesset J. M. (1980) "A Review of Soil-Structure Interaction", Lawrence Livermore Laboratory, Austin Texas, Jun. 1980.
- Romo, M. P. (1976), "Soil Structure Interaction in a Random Seismic Environment", Phd Thesis, University of California, Berkeley.
- Romo, M. P. y Carels, P. (1982), "Influencia de la Dispersión de los Parámetros del Suelo en la Evaluación del Comportamiento Dinámico de Presas de Tierra", Informe Interno, Instituto de Ingeniería UNAM, Oct. 1982.
- Romo, M. P. y Carels, P. (1983), "DARE: Un Programa de Elementos Finitos para el Análisis Sísmico de Estructuras de Tierra con Propiedades Aleatorias", Reporte Interno No 369, Instituto de Ingeniería UNAM, Junio 1983.
- Romo, M. P. y Villegas, S. (1986), "Aproximación de Perturbaciones para el Análisis Sísmico Probabilístico de Estructuras Terrestres", Reporte Interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, Febrero 1986.
- Romo, M. P. y Jaime, A. (1986), "Características Dinámicas de las Arcillas del Valle de México y Análisis de la Respuesta Sísmica del Suelo", Reporte Interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, Abril de 1986.
- Romo, M. P. y Seed, H. B. (1986), "Analytical Modelling of Dynamic Soil Response in the Mexico Earthquake of September 1985", ASCE, México D. F., 1986.
- Sánchez-Sesma, F. J. y Singh, S. K. (1985), "Grandes Temblores y sus Efectos en el Valle de México", Memorias del Simposio "Los Sismos de 1985: Efectos en el Valle de México", SMMS, Sep. 1986, México D. F.
- Seed H. B., Martin G. R. (1966), "The Seismic Coefficient in Earth Dam Design", Proceedings, ASCE, Vol 92, No. SM3.
- Seed, H. B. and Idriss, I. M. (1968a), "An Analysis of Ground Motions During the 1957 San Francisco Earthquake", Bull. Seism. Soc. Am., 58:2013-2032.
- Seed, H. B. e Idriss, I. M. (1969), "The Influence of Soil Conditions on Ground Motions During Earthquakes", JSMFD, ASCE, Vol. 94, No. SM1, January.
- Seed, H. B. e Idriss, I. M. (1970), "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis", Earthquake Engineering Research Center, 70-10, Universidad de California, Berkeley.

Seed H. B., Idriss I. M. (1973) "*Soil-Structure Interaction of Massive Embedded Structures During Earthquakes*", Fifth World Conference on Earthquake Engineering, Paper No. 233, Rome 1973.

Singh, S. K., Mena, E., y R. Castro (1986). "*Some Aspects of the Source Characteristics and the Ground Motion Amplifications in and near Mexico City from Acceleration Data of the September, 1985, Michoacan Mexico Earthquakes*". Reunión ASCE en Mexico, Sep. 1986.

Vanmarcke, E. H. (1969), "*First Passage Failure and Other Failure Criteria in Narrow Band Random Process*" A Discrete Approach, MIT, Dep. of Civil Engrg., RR N° R69-68.

Vanmarcke, E. H. (1976). "*Structural Response to Earthquakes*", Seismic Risk and Engineering Decisions, C. Lomnitz and E. Rosenblueth, Eds., Elsevier Publishing Co., Inc., Amsterdam, The Netherlands, 1976.

Vanmarcke, E. H. (1977), "*Reliability of Earth Slopes*", Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. GT11, Nov. pp 1247-1265.

Vanmarcke, E. H. (1982), "*Random Vibration Methods in Geotechnical Earthquake Engineering*", State of the Art Paper, presented at the International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Southampton England, July 1982.

Wong, H. L. y Luco, J. E. (1976), "*Dynamic Response of Rectangular Foundations to Obliquely Incident Waves*", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4.

Woods, R. D. (1978), "*Measurements of Dynamic Soil Properties*", ASCE, Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Vol. I, Pasadena Cal., 1978.

Zeevaert, W. L. (1972), "*Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions*", Van Nostrand Reinhold Company, 1972.

ESPECTRO DE LA EXCITACION

CASO	PARAMETROS					
	C ₁		C ₂		C ₃	
	ν	σ	ν	σ	ν	σ
1	1.0	0.001	147.8	0.001	242	120
2	1.0	0.50	147.8	0.001	242	120

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA : ACCELERACIONES

CASO	PARAMETROS			
	ω (rad/seg)		β	
	ν	σ	ν	σ
1	30.0	1.0	0.10	0.05
2	30.0	1.0	0.10	0.05

TABLA 1. Parámetros usados en las simulaciones de H y P_y para el oscilador simple.

ESPECTRO DE LA EXCITACION

CASO	PARAMETROS					
	C ₁		C ₂		C ₃	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
3	1.0	0.5	147.8	0.0	242	0.0
4	1.0	0.5	147.8	0.0	242	0.0

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA: ACELERACIONES

CASO	PARAMETROS DEL SISTEMA									
	ω_1		ω_2		ξ_1		ξ_2		ν	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
3	24	1	36	1	0.2	0.1	0.2	0.1	1.0	0.0
4	24	3	36	3	0.2	0.1	0.2	0.1	1.0	0.0

TABLA 2. Parámetros usados en las simulaciones de H y de P_y para el oscilador de dos grados de libertad.

FACTOR	I M P O R T A N C I A E N			
	MODULO DE CORTE (G)		FRACCION DEL AMORTIGUAMIENTO CRITICO (β)	
	T I P O D E S U E L O			
	GRANULAR	COHESIVO	GRANULAR	COHESIVO
1. Amplitud de deformación	M	M	M	M
2. Esfuerzo efectivo octaédrico	M	M	M	M
3. Relación de vacíos	M	M	M	M
4. Número de ciclos	P	P	M	M
5. Grado de saturación	P	M	I	P
6. Grado de consolidación	P	I	P	I
7. Envolvente de resistencia	I	I	I	I
8. Esfuerzo de corte octaédrico	I	I	I	I
9. Frecuencia	P	P	P	I
10. Efectos del tiempo	P	I	P	I
11. Características de las partículas	P	P	P	P
12. Estructura del suelo	M	M	M	M
13. Cambio volumétrico por deformación angular (para $\gamma < 0.5\%$)	P	P	P	P

M=Muy importante
I=Importante
P=Poco importante

TABLA 3. Factores que afectan a las propiedades G y β (Romo y Carols, 1982)

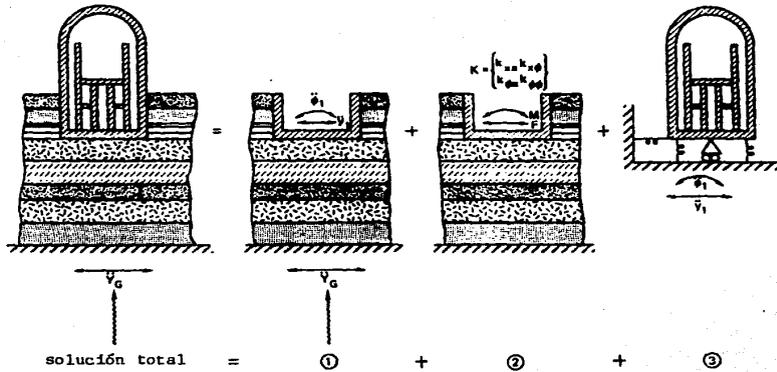


FIG. 1 Esquema de los tres pasos que constituyen los métodos de subestructuración, para el análisis de interacción suelo-estructura

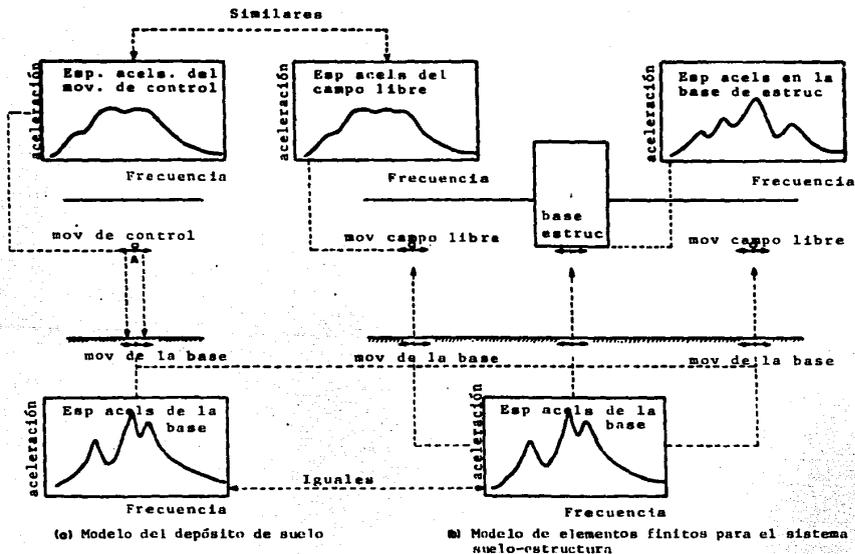


FIG. 2 Representación esquemática del análisis de interacción suelo-estructura, usando las técnicas de elementos finitos

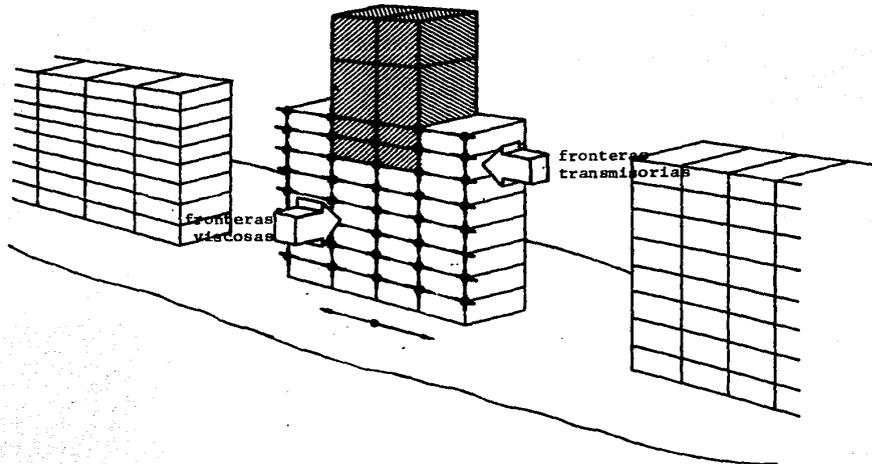


FIG. 3 Modelo seudo-tridimensional de elementos finitos, para el análisis de interacción suelo-estructura

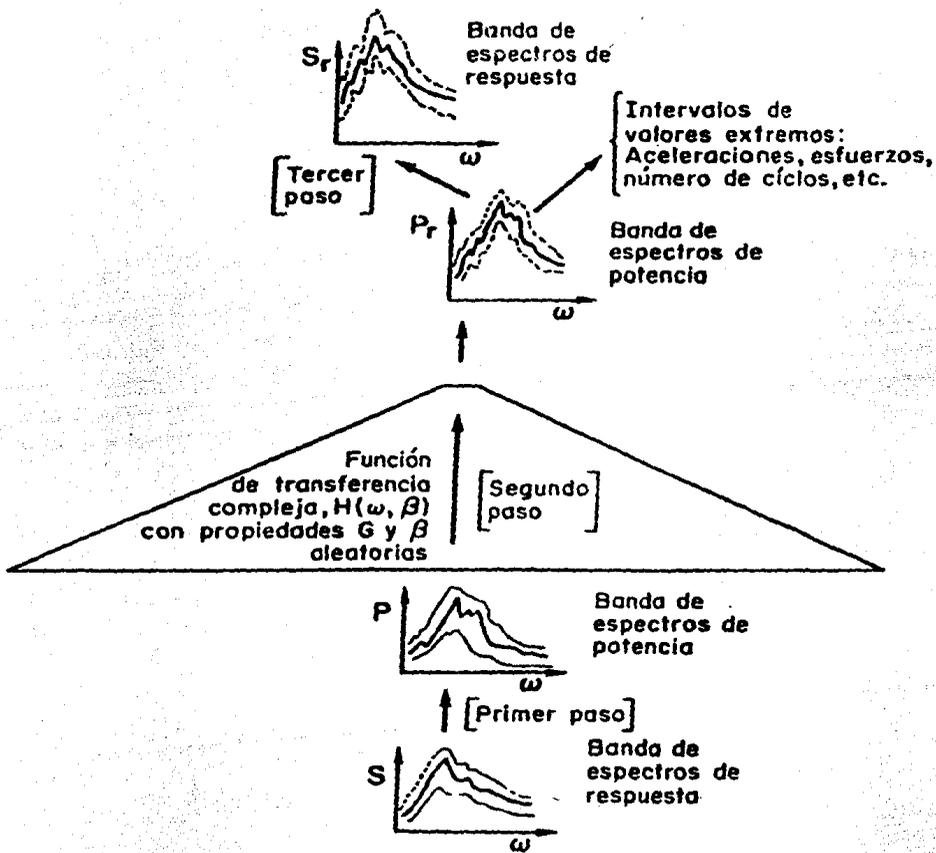


FIG. 4 Modelo analítico para el análisis sísmico de presas de tierra y enrocamiento

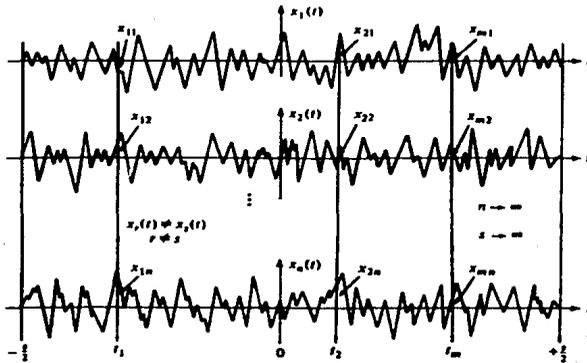


FIG. 5 Representación esquemática de un proceso aleatorio $\{X(t)\}$. Cada $x(t)$ es una función muestra del conjunto

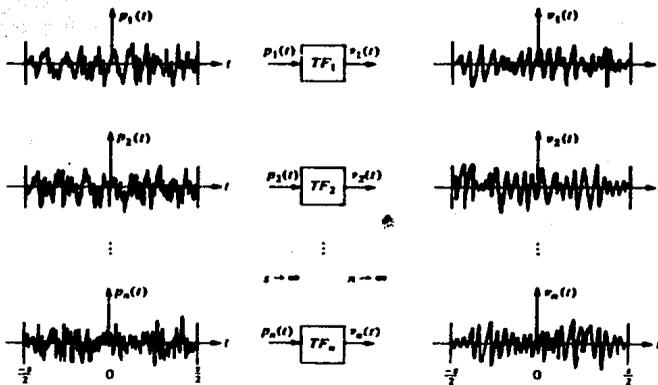


FIG. 6 Características estadísticas de conjunto de un sistema lineal sometido a excitaciones aleatorias

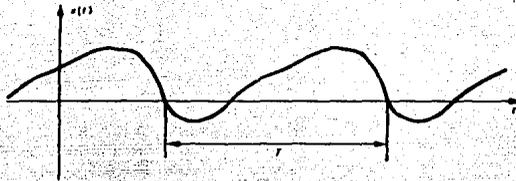


FIG. 7a Función periódica del tiempo

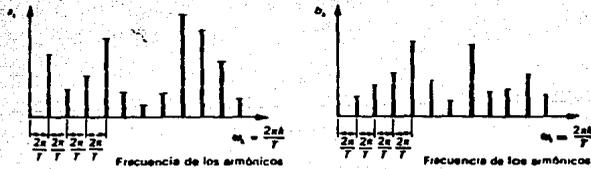


FIG 7b Coeficientes constantes de Fourier

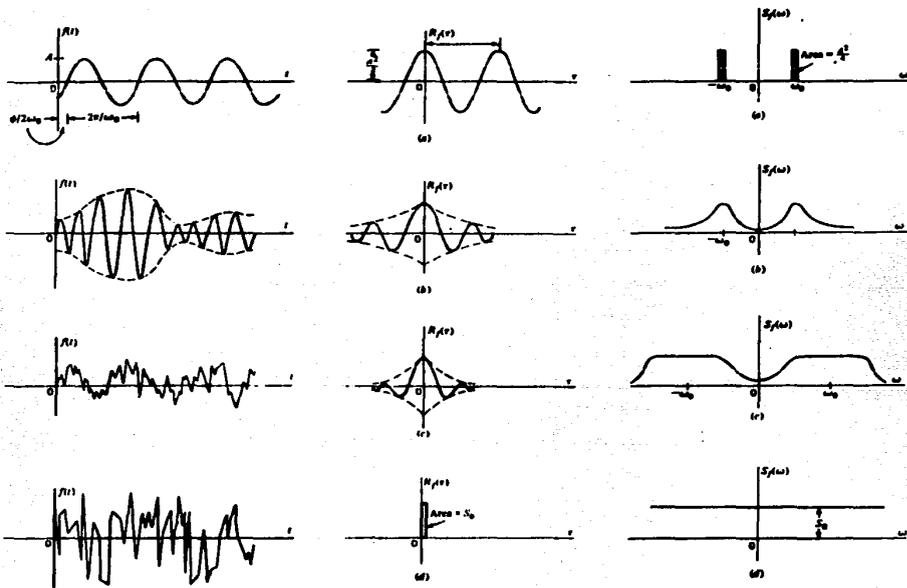
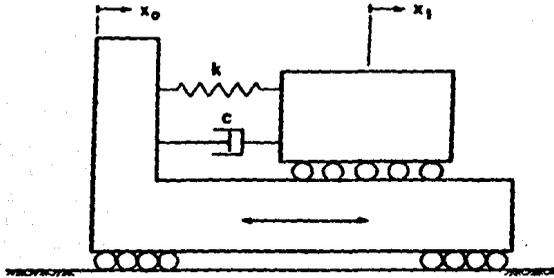


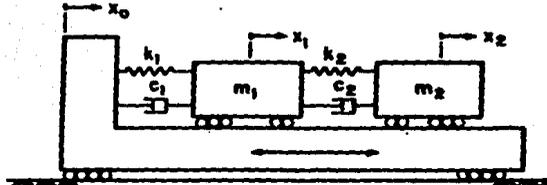
FIG. 8 Muestras típicas de diferentes procesos estocásticos, con sus correspondientes funciones de autocorrelación y densidades espectrales.



$$\omega_b = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad ; \quad \text{Frecuencia fundamental del sistema}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{c}{\sqrt{km}} \quad ; \quad \text{Relación de amortiguamiento crítico}$$

FIG. 9 Sistema de un grado de libertad



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad ; \quad \text{Frecuencia fundamental de la masa 1}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad ; \quad \text{Frecuencia fundamental de la masa 2}$$

$$\xi_1 = \frac{1}{2} \frac{c_1}{\sqrt{k_1 m_1}} \quad ; \quad \text{Relación de amortiguamiento crítico, masa 1}$$

$$\xi_2 = \frac{1}{2} \frac{c_2}{\sqrt{k_2 m_2}} \quad ; \quad \text{Relación de amortiguamiento crítico, masa 2}$$

FIG. 10 Sistema de dos grados de libertad

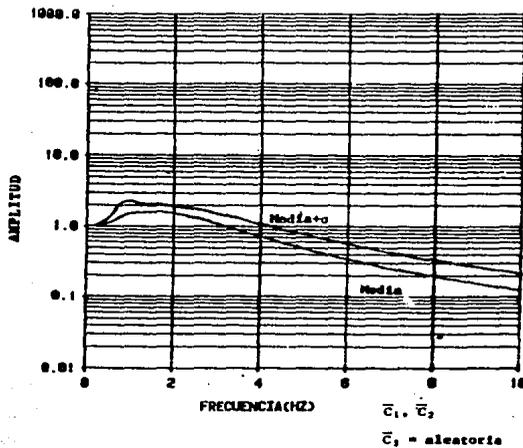


FIG. 11a Bandas del espectro de potencia de la excitación. Caso 1.

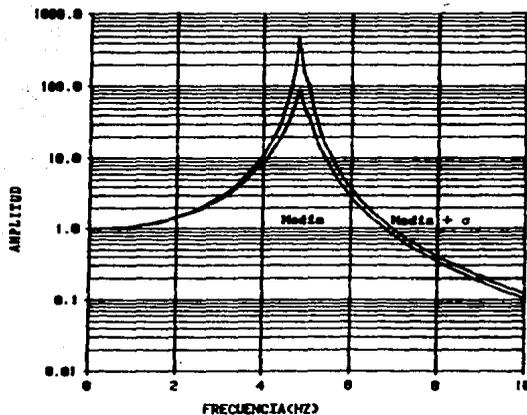


FIG. 11b Bandas de la función de amplificación. Caso 1.

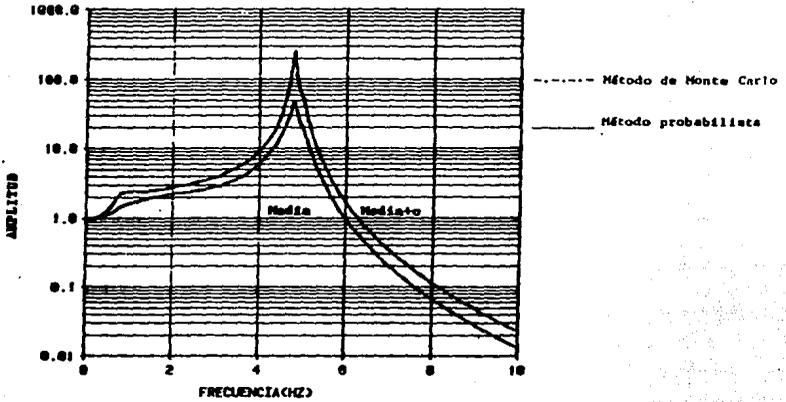


FIG. 12a Espectros de potencia de la respuesta. Método de Monte Carlo vs método probabilista. Caso 1.

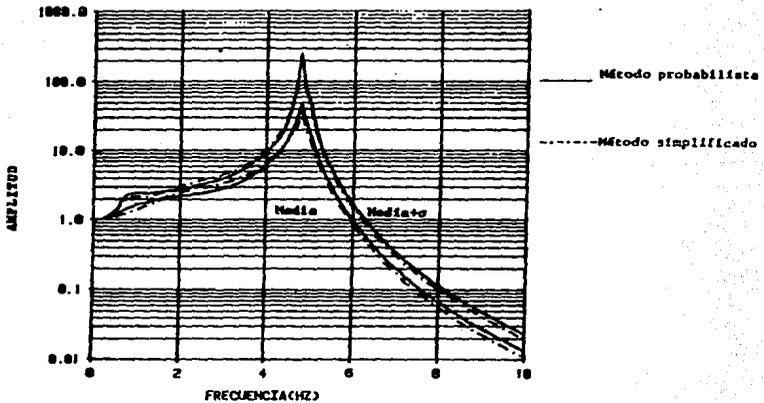


FIG. 12b Espectros de potencia de la respuesta. Comparación entre las dos versiones, completa y simplificada, del método probabilista. Caso 1.

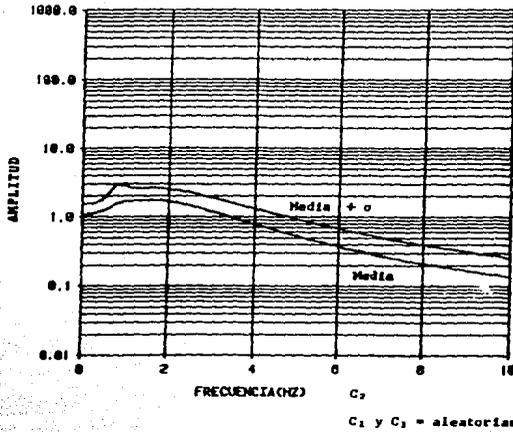


FIG. 13a Bandas del espectro de potencia de la excitación. Caso 2.

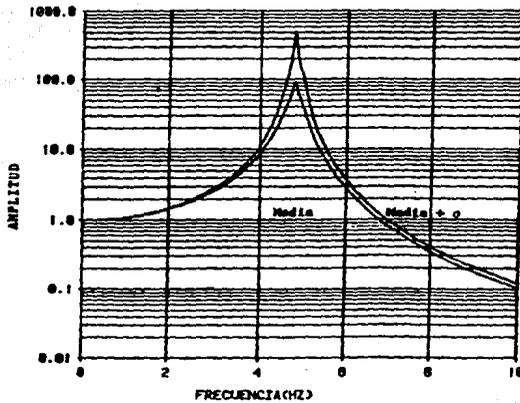


FIG. 13b Bandas de la función de amplificación. Caso 2.

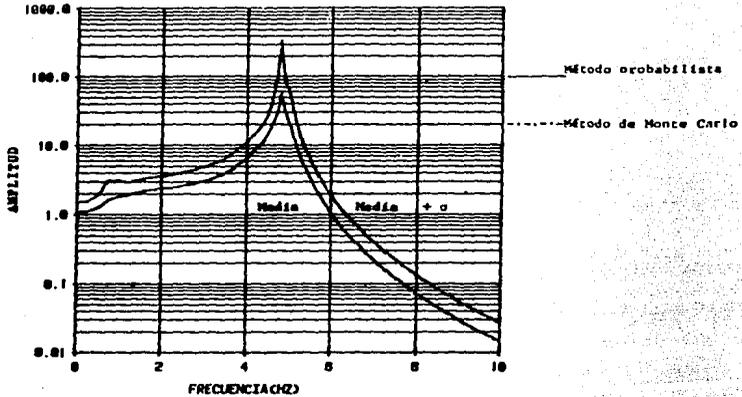


FIG. 14a Espectros de potencia de la respuesta Método de Monte Carlo vs método probabilista. Caso 2.

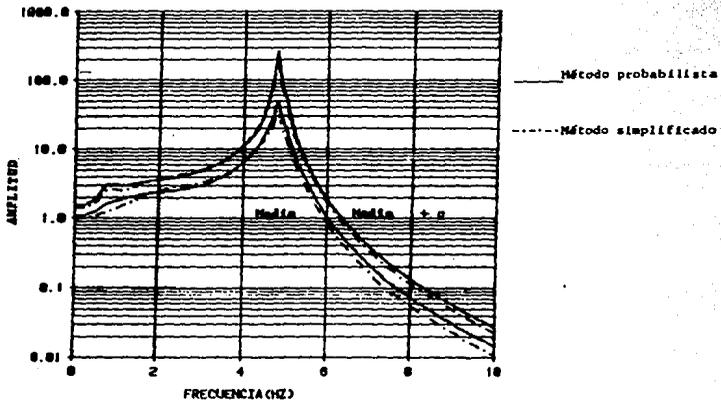


FIG. 14b Espectros de potencia de la respuesta. Comparación entre las dos versiones, completa y simplificada, del método probabilista. Caso 2.

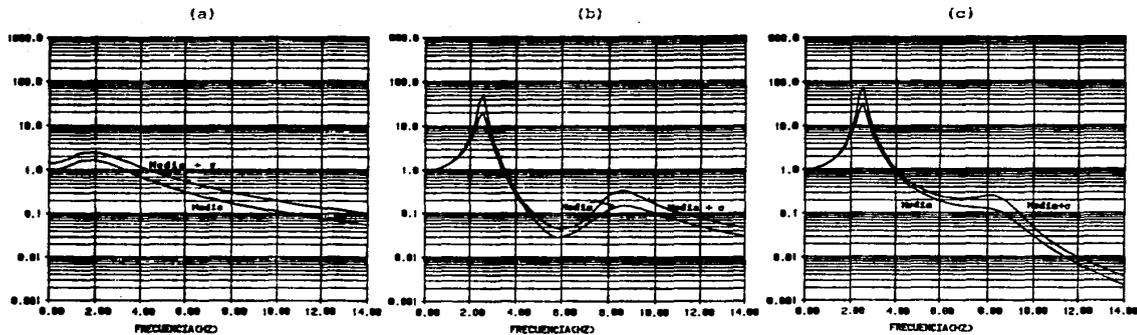


FIGURA 15

- a) Bandas del espectro de potencia de la excitación. Caso 3.
- b) Bandas de la función de transferencia de la masa 1.
- c) Bandas de la función de transferencia de la masa 2.

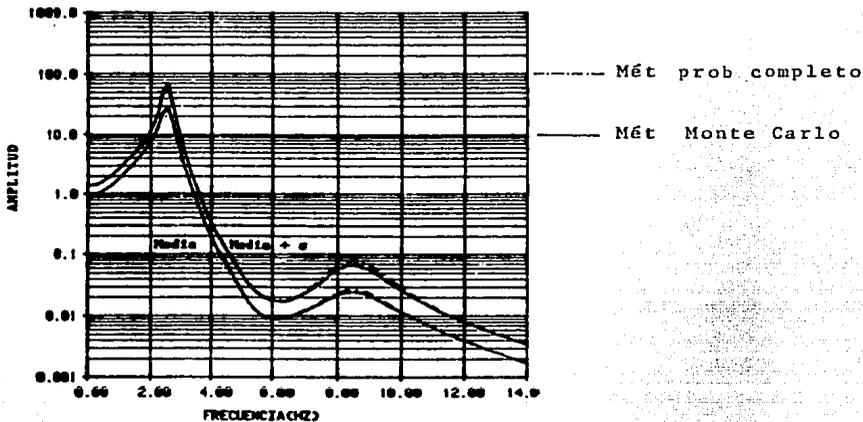


FIG. 16a Bandas del espectro de potencia de la respuesta: masa 1. Método de Monte Carlo vs método probabilista completo. Caso 3.

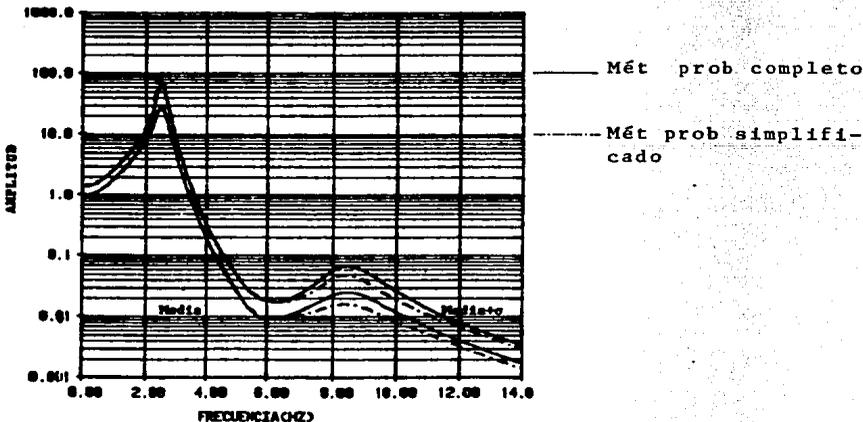


FIG. 16b Bandas del espectro de potencia de la respuesta: masa 1. Comparación entre las dos versiones, completa y simplificada, del método probabilista. Caso 3.

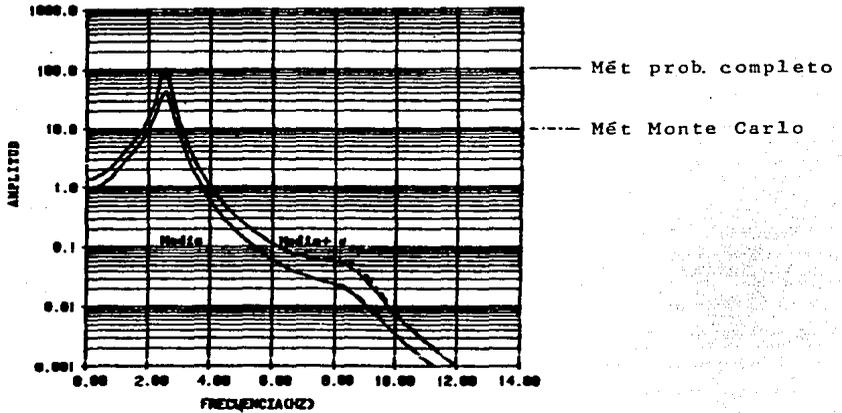


FIG. 17a Bandas del espectro de potencia de la respuesta: masa 2. Método de Monte Carlo vs método probabilista completo. Caso 3.

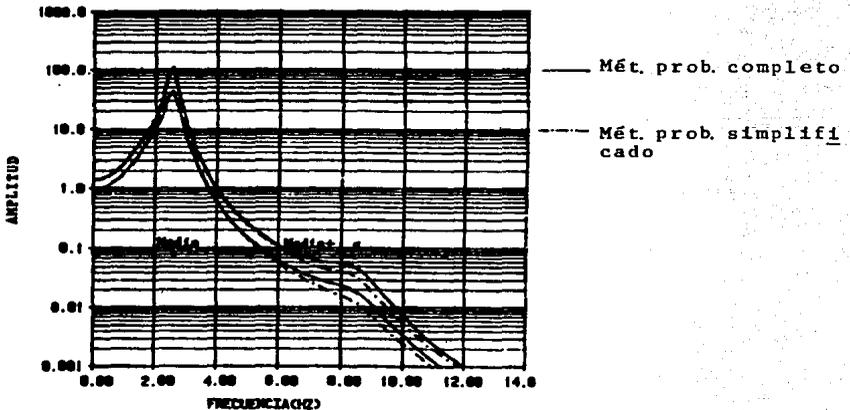


FIG. 17b Bandas del espectro de potencia de la respuesta: masa 2. Comparación entre las dos versiones, completa y simplificada, del método probabilista. Caso 3.

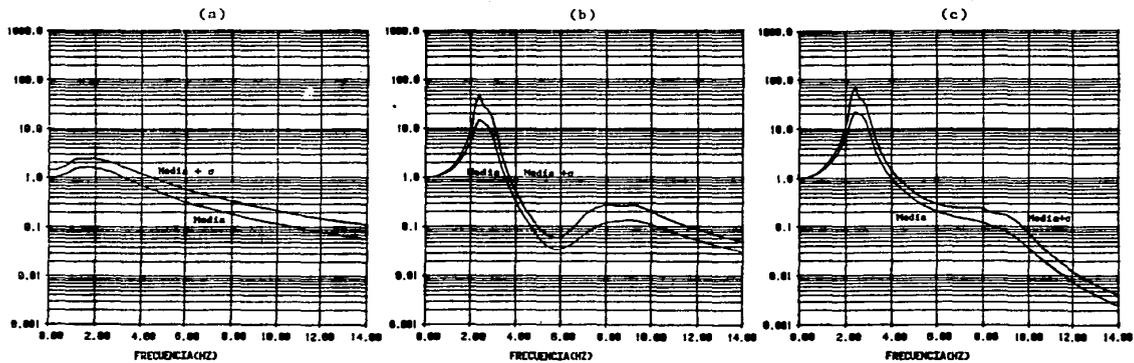


FIGURA 18

- a) Bandas del espectro de potencia de la excitación. Caso 4.
- b) Bandas de la función de transferencia de la masa 1.
- c) Bandas de la función de transferencia de la masa 2.

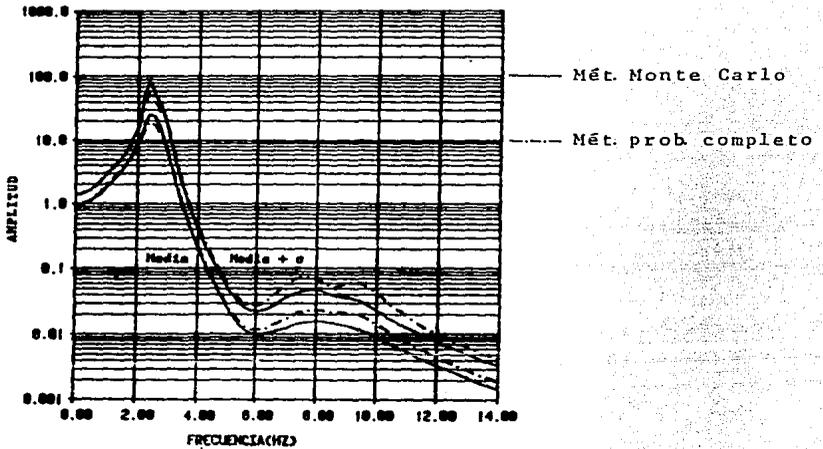


FIG 19a Bandas del espectro de potencia de la respuesta: masa 1. Método de Monte Carlo vs método probabilista completo. Caso 4.

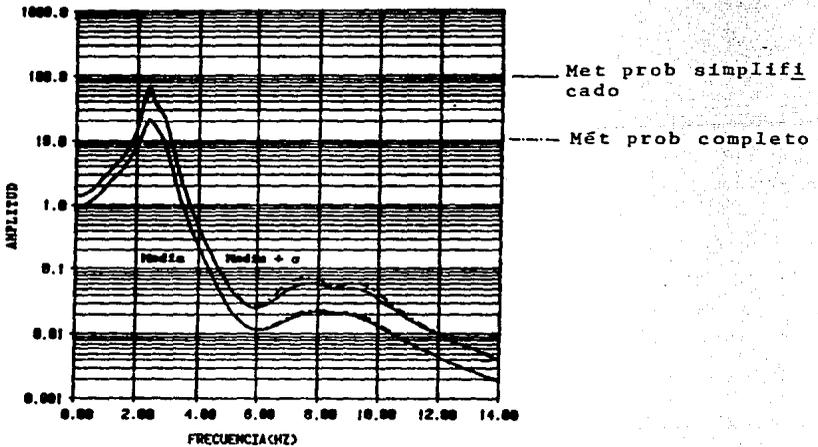


FIG. 19b Bandas del espectro de potencia de la respuesta: masa 1. Método probabilista completo vs método probabilista simplificado. Caso 4.

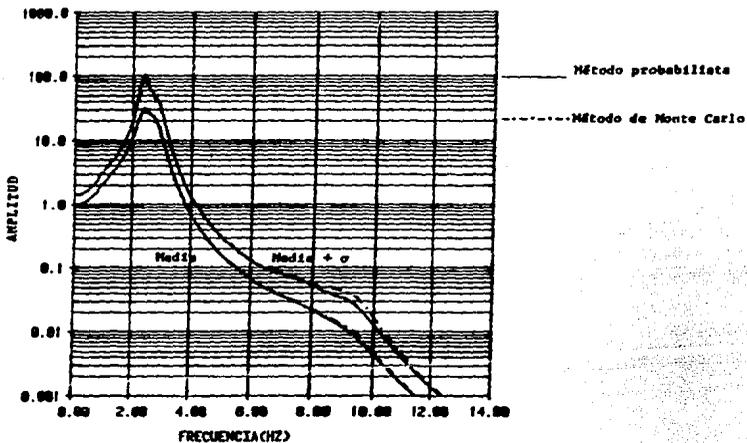


FIG. 20a Bandas del espectro de potencia de la respuesta: masa 2. Método de Monte Carlo vs método probabilista completo. Caso 4.

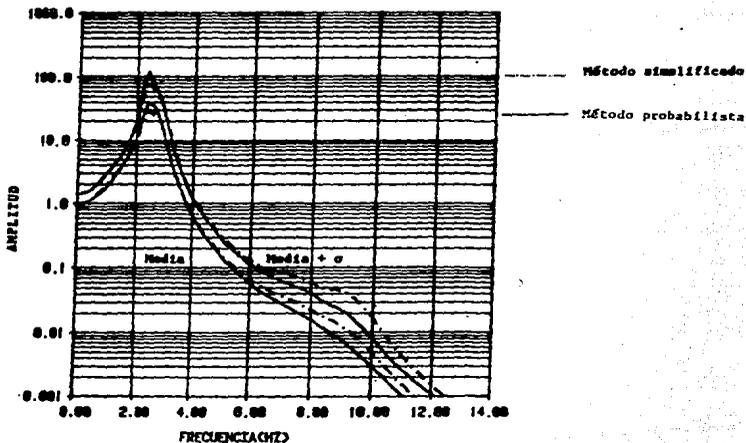


FIG. 20b Bandas del espectro de potencia de la respuesta: masa 2. Método probabilista completo vs método probabilista simplificado. Caso 4.

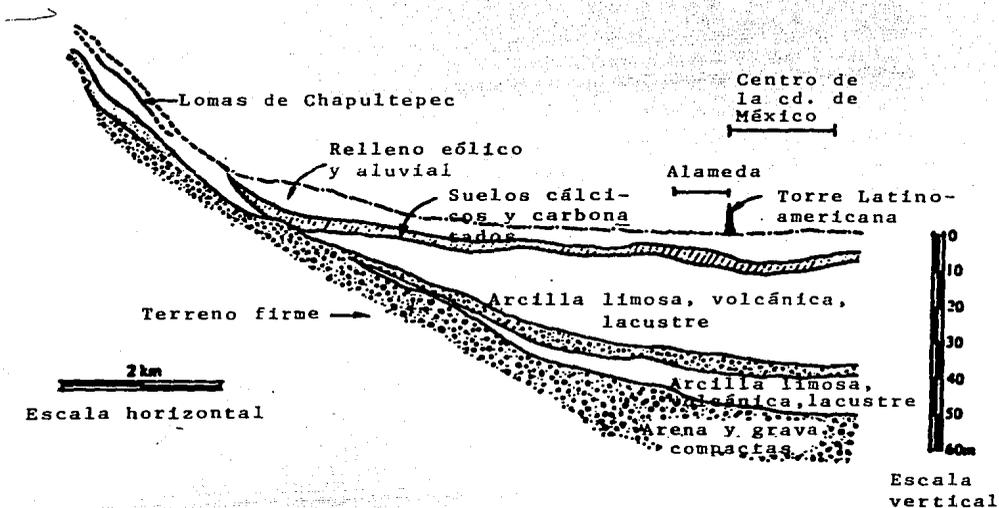


FIG. 22 Corte estratigráfico del subsuelo de la Ciudad de México, en la dirección E-W (Zeevaert, 1972)

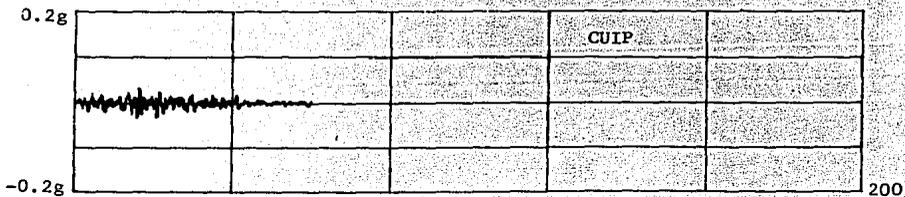
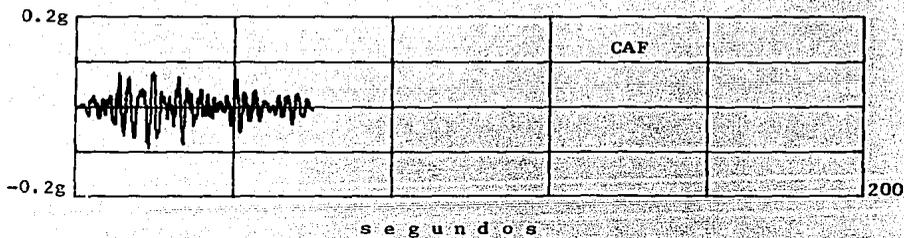
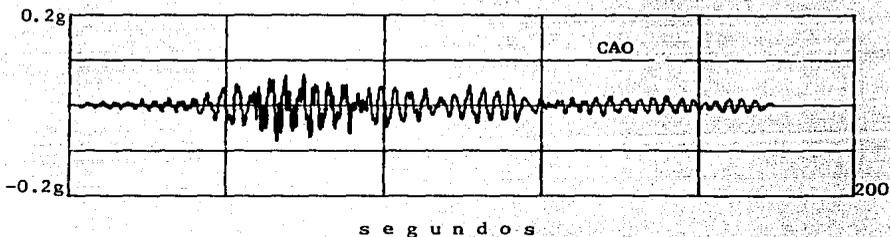
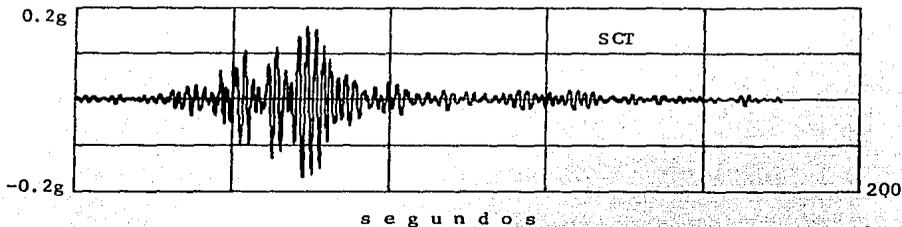


FIG. 23a Acelerogramas registrados en la Ciudad de México, dirección E-W (19/sep/85)

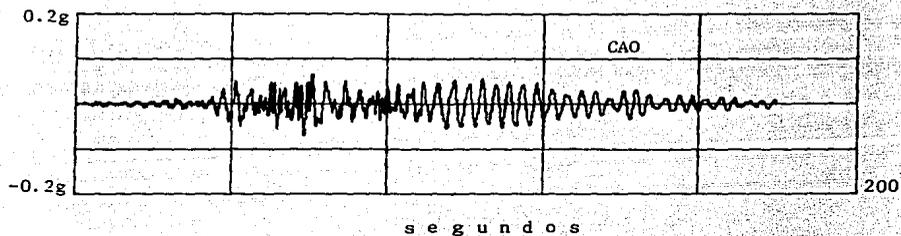
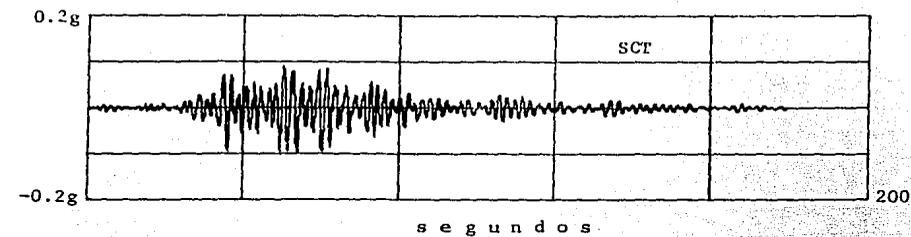


FIG. 23b Acelerogramas registrados en la Ciudad de México, dirección N-S (19/Sep/85)

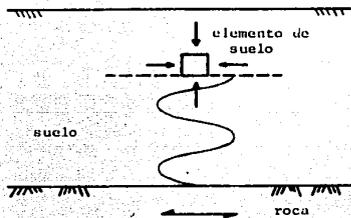


FIG. 24a Propagación vertical de ondas de corte, a través de un depósito de suelo

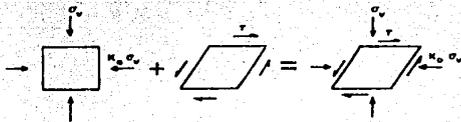


FIG. 24b Condiciones idealizadas de esfuerzos para elemento de suelo sujeto a la propagación vertical de ondas de corte, durante un sismo

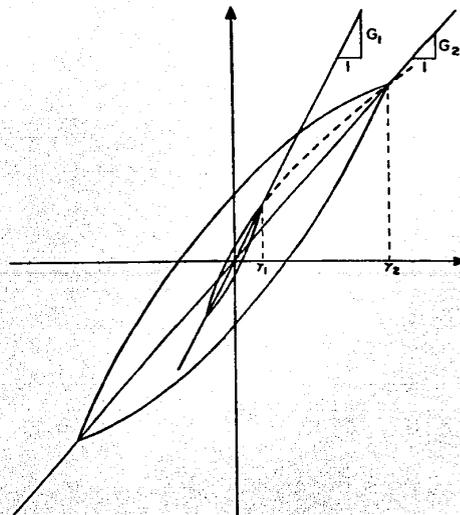


FIG. 25 Ciclos histeréticos de esfuerzo-deformación para cargas dinámicas

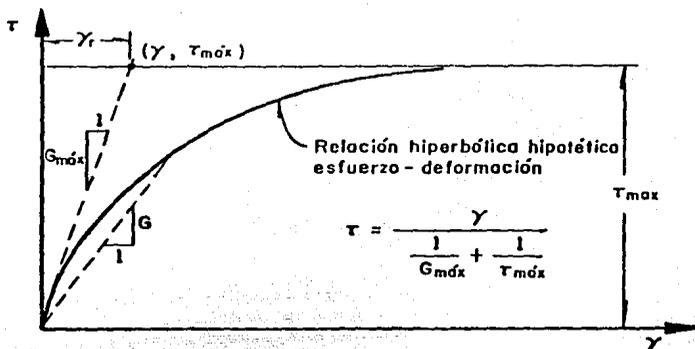


FIG. 26 Relación esfuerzo-deformación. Concepto de deformación de referencia, γ_r

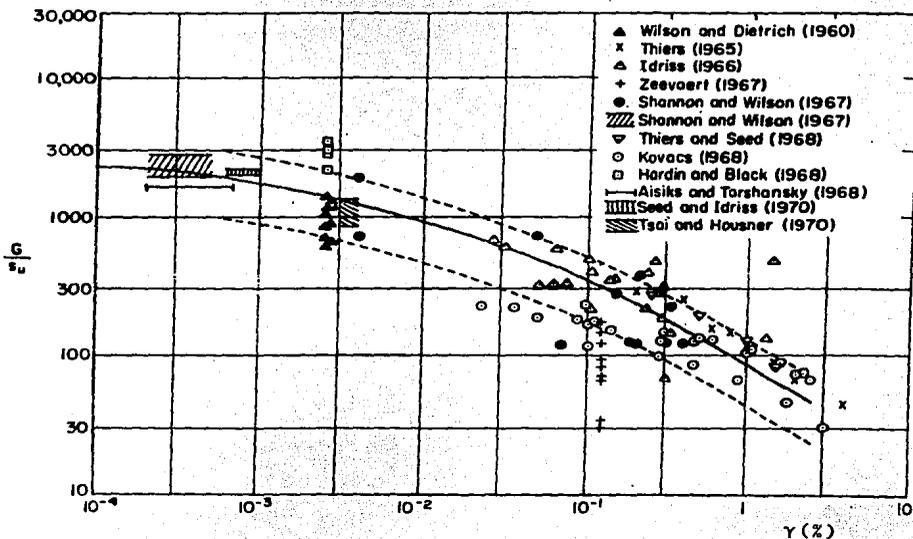


FIG. 27 Módulo de corte normalizado de los suelos cohesivos G/S_u , como función de la deformación angular inducida (Seed e Idriss, 1970)

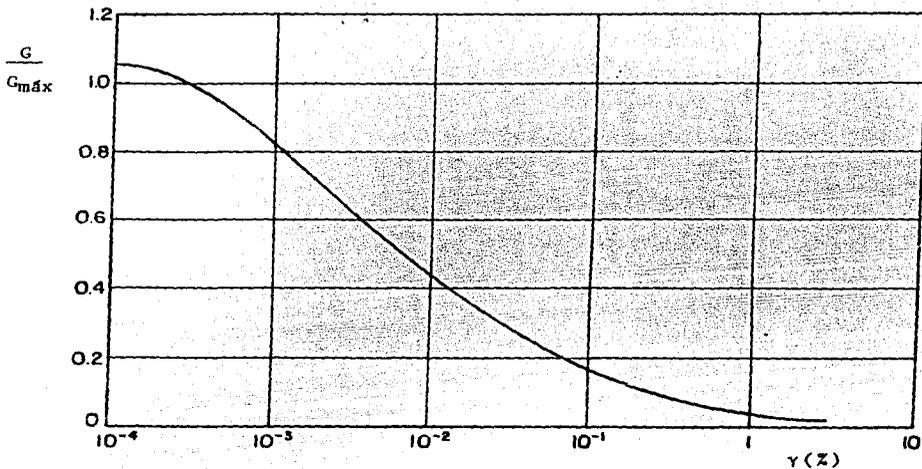


FIG. 28 Curva t\u00edpica de reducci\u00f3n del m\u00f3dulo de corte con el incremento de la deformaci\u00f3n angular, para arcillas saturadas (Seed e Idriss, 1970)

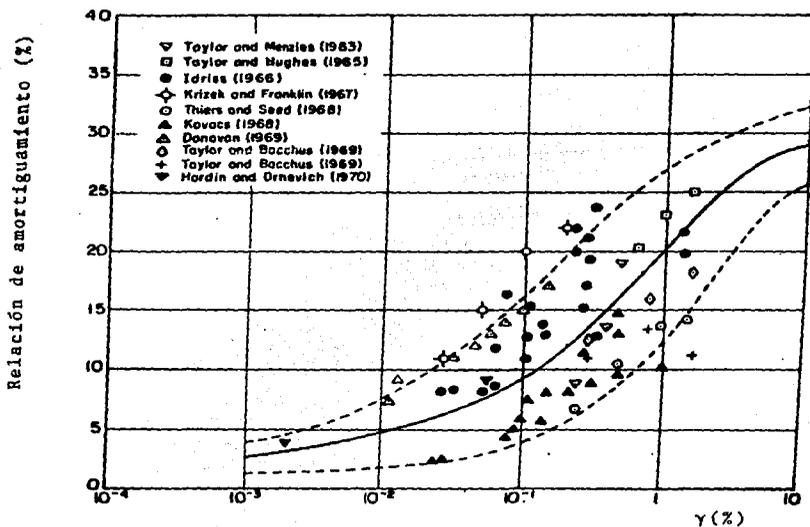


FIG. 29 Valores de la relaci\u00f3n de amortiguamiento cr\u00edtico para arcillas saturadas (Seed e Idriss, 1970).

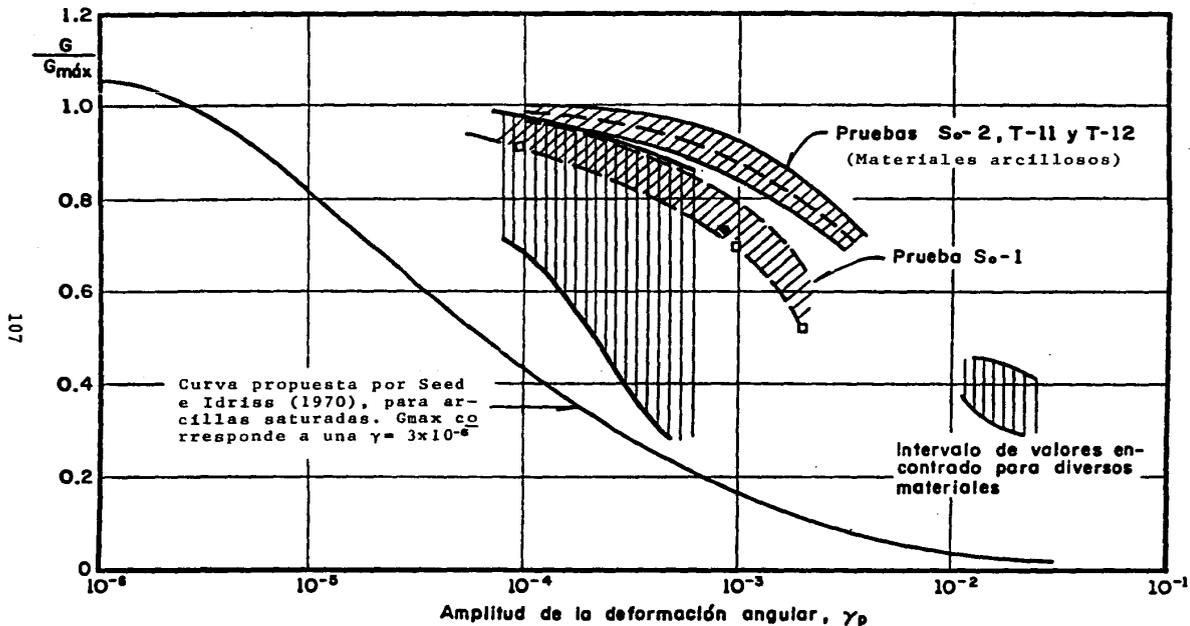


FIG. 30 Envolvente del módulo de rigidez al corte normalizado (León, Jaime y Rábago, 1974)

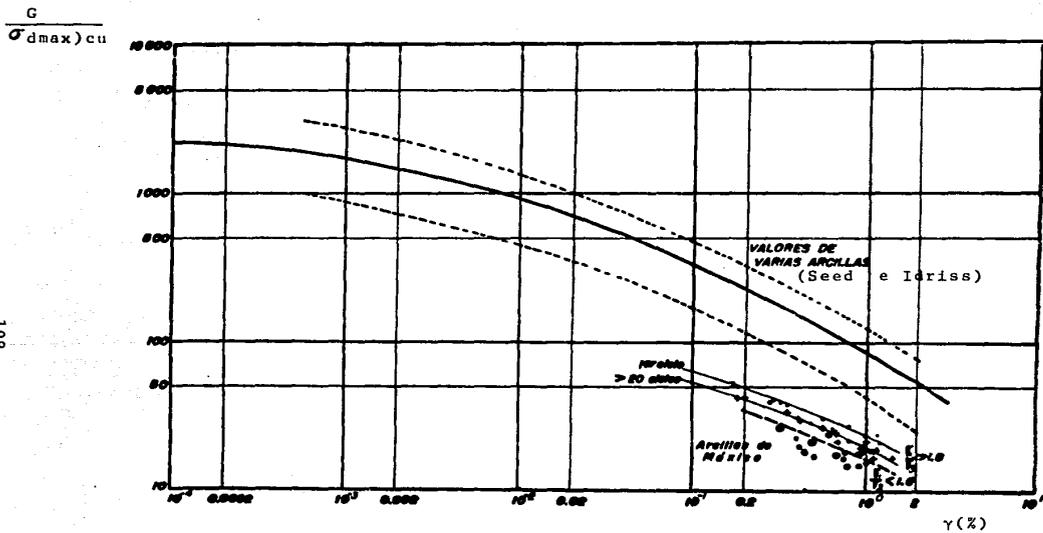


FIG. 31 Variación del módulo de corte con la deformación angular (Romo y Jaime, 1986).

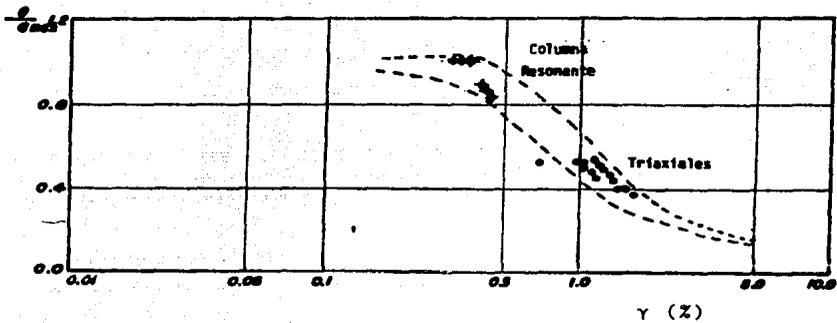


FIG. 32a Variación del módulo de rigidez normalizado, con la deformación angular (Romo y Jaime, 1986)

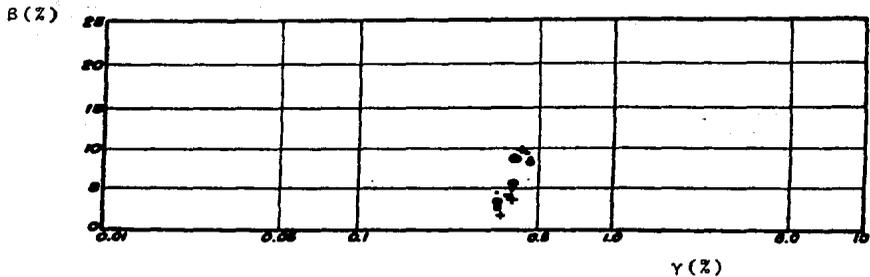


FIG. 32b Valores obtenidos del amortiguamiento, mediante pruebas de columna resonante (Romo y Jaime, 1986)

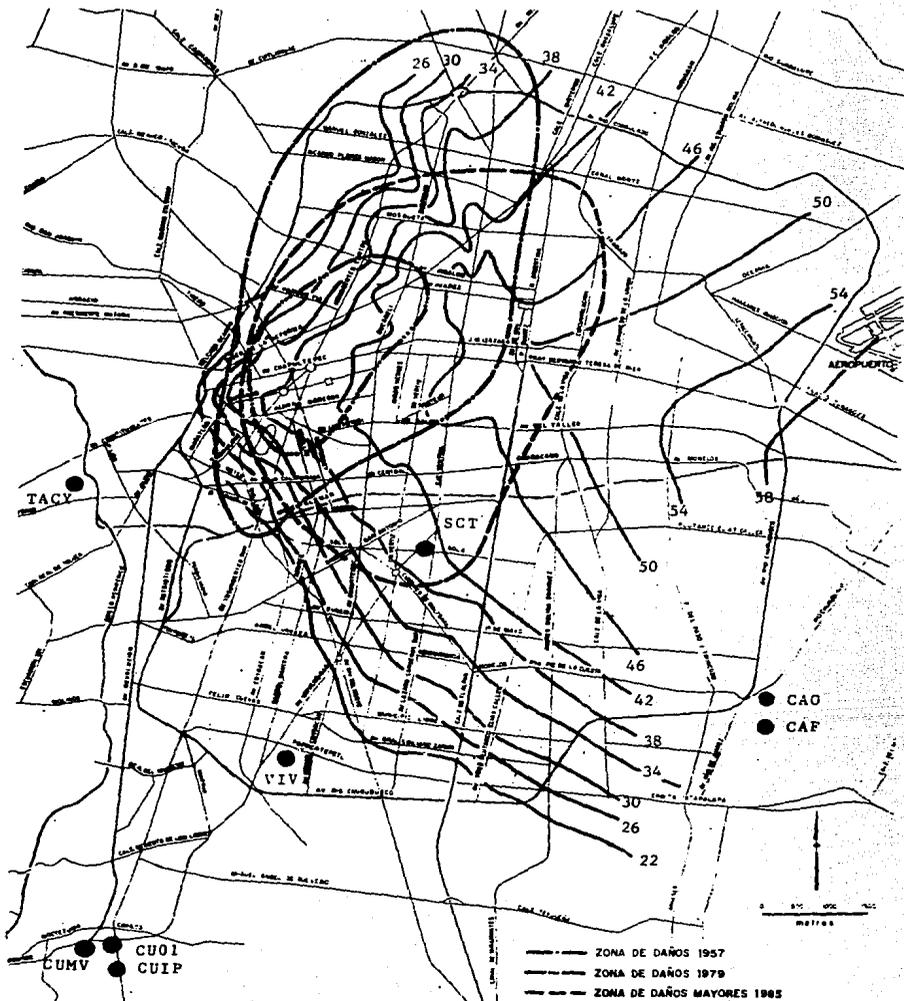


FIG. 33 Profundidades a las que se localiza la base de los depósitos de suelo ("depósitos profundos").

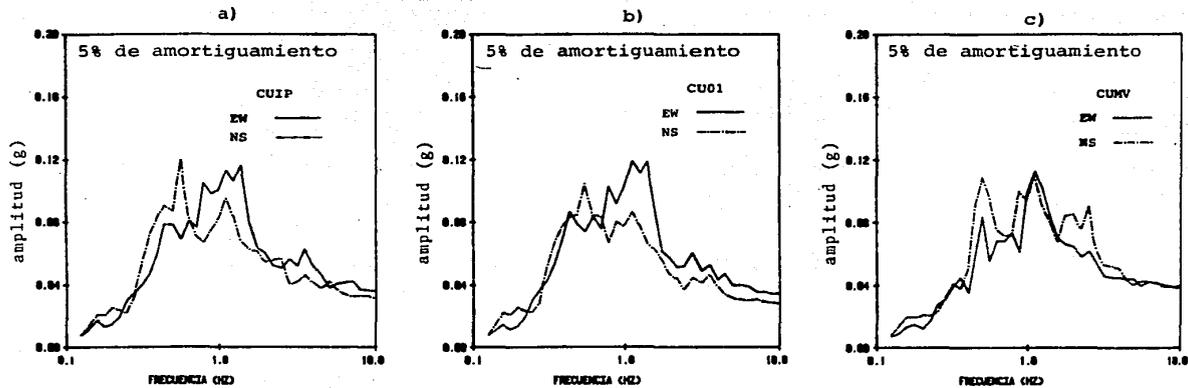


FIG. 34 Espectros de respuesta de los movimientos horizontales registrados en terreno firme de la ciudad de México, durante el temblor del 19 de septiembre de 1985.

- a) Ciudad Universitaria, IP (Jardín del Inst. de Ing.)
- b) Ciudad Universitaria, 01 (Edificio principal, Inst. de Ing.)
- c) Ciudad Universitaria, Mesa Vibratoria (Inst. de Ing.)

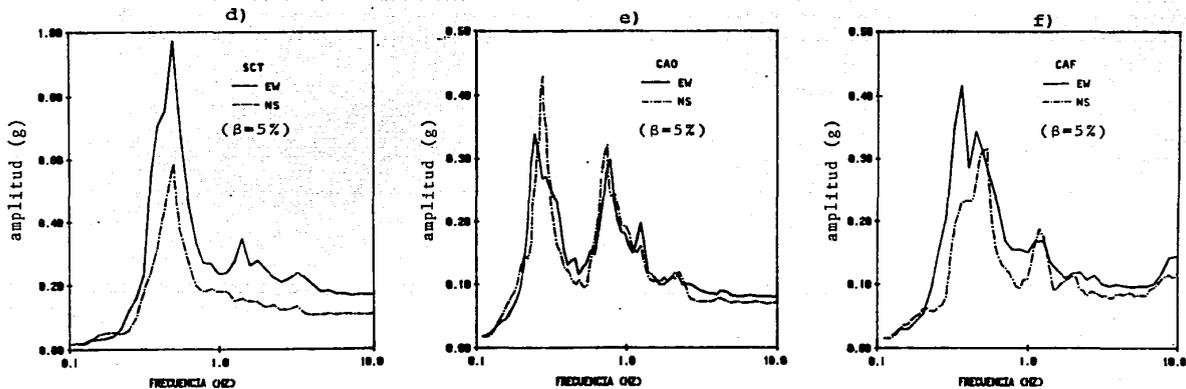


FIG. 34 Espectros de respuesta (5% de amortiguamiento) de los movimientos horizontales registrados en los depósitos arcillosos de la ciudad de México, durante el temblor del 19 de septiembre de 1985.

- d) Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT).
- e) Central de Abasto en la Oficina (CAO).
- f) Central de Abasto en el Frigorífico (CAF).

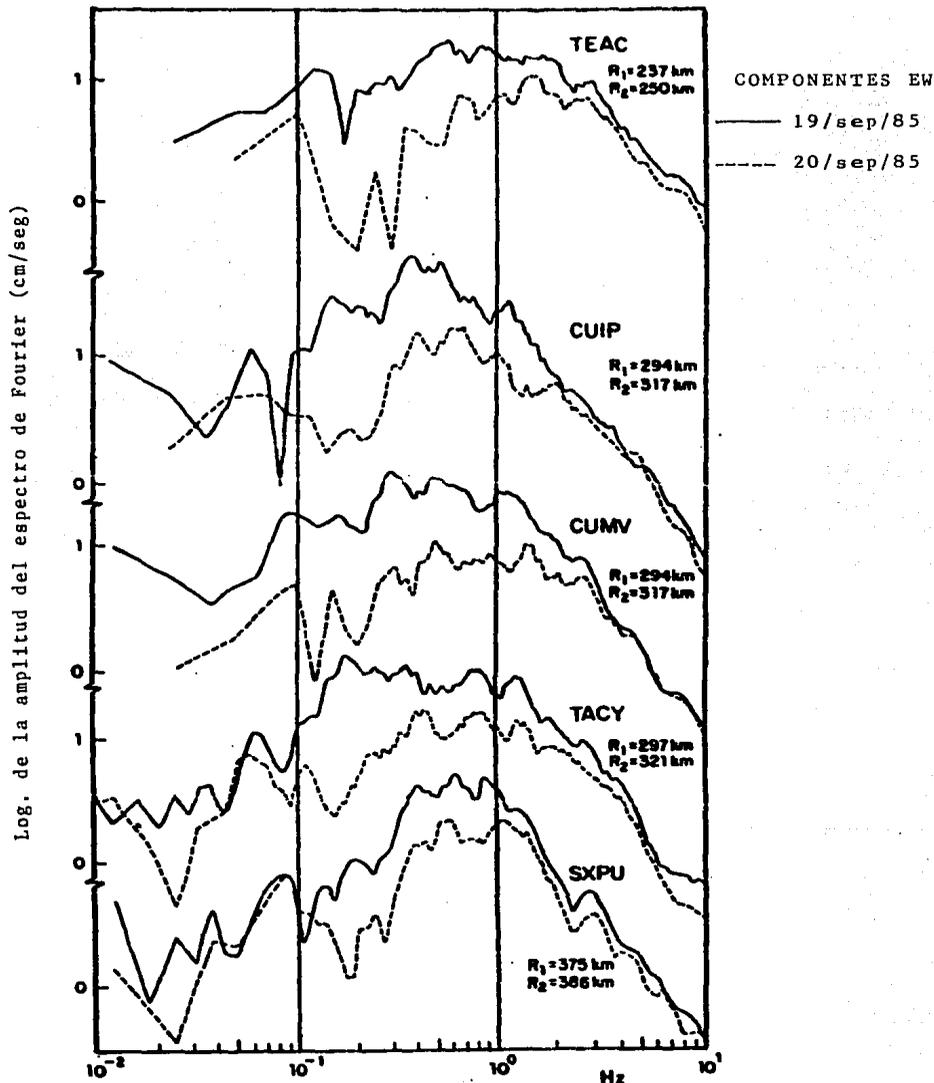


FIG. 35 Espectros de Fourier de los movimientos registrados en terreno firme, dentro y fuera del valle de México; dirección EW (Singh, Mena y Castro, 1986).

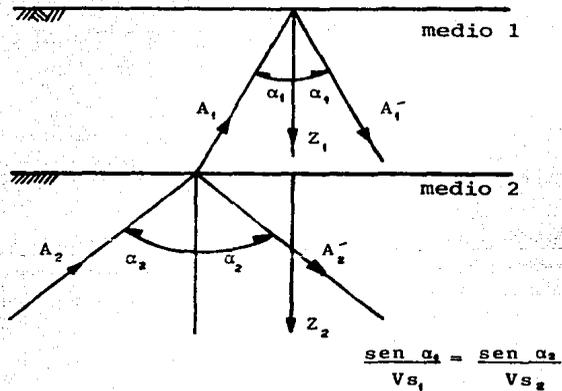


Figura 36. Esquematización de la ley de refracción de Snell. Reflexión y refracción de ondas SH, en un estrato localizado sobre un semiespacio infinito

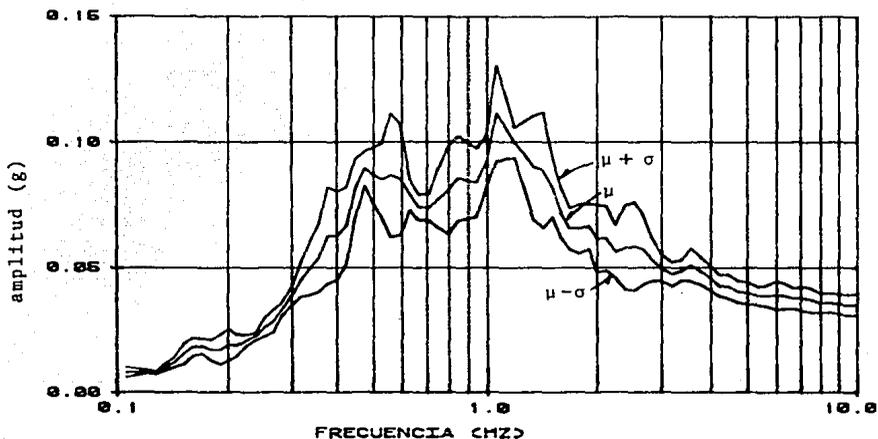


FIG. 37a. Bandas del espectro de respuesta de los movimientos registrados en la Ciudad Universitaria (terreno firme), durante el temblor del 19 de septiembre de 1985.

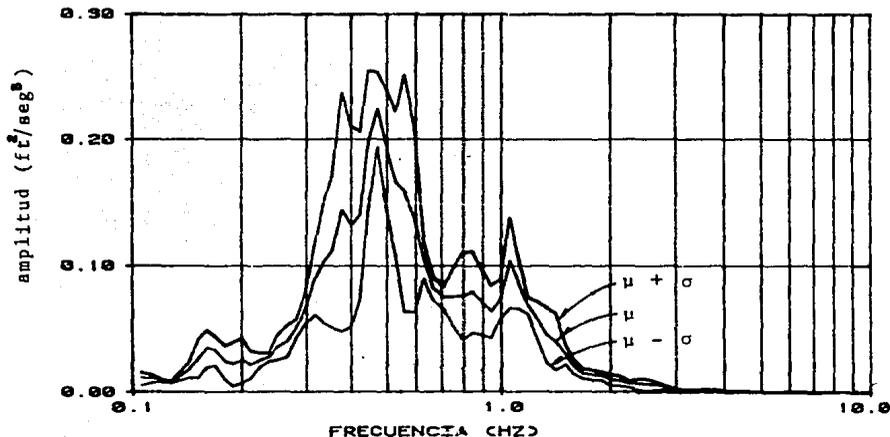


FIG. 37b Bandas del espectro de potencia de los movimientos registrados en la Ciudad Universitaria (19/sep/85).

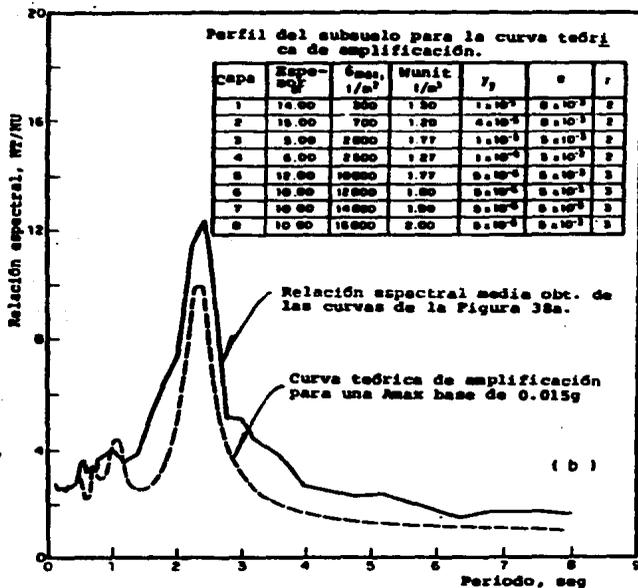
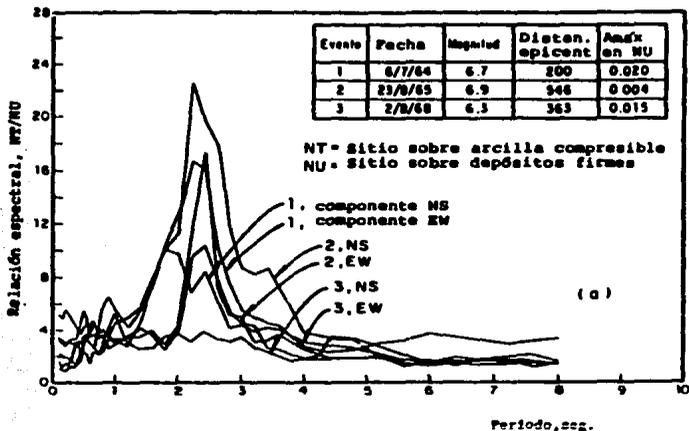


FIG. 38 Amplificación de la respuesta sísmica en la ciudad de México. Las curvas en (a) son relaciones del espectro de respuesta de velocidades, de acelerogramas registrados simultáneamente en Nonoalco-Tlatelolco (NT) y en Ciudad Universitaria (NU). En (b) se muestra el promedio de las curvas dadas en (a), y se compara con la función de amplificación proporcionada por un modelo unidimensional.

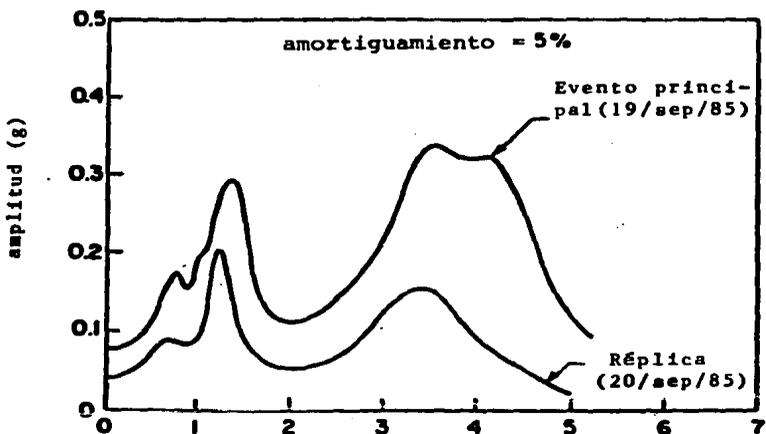


FIG. 39a Espectros de respuesta medios registrados en CAO, durante el evento principal (19/sep/85), y durante la réplica más importante (20/sep/85).

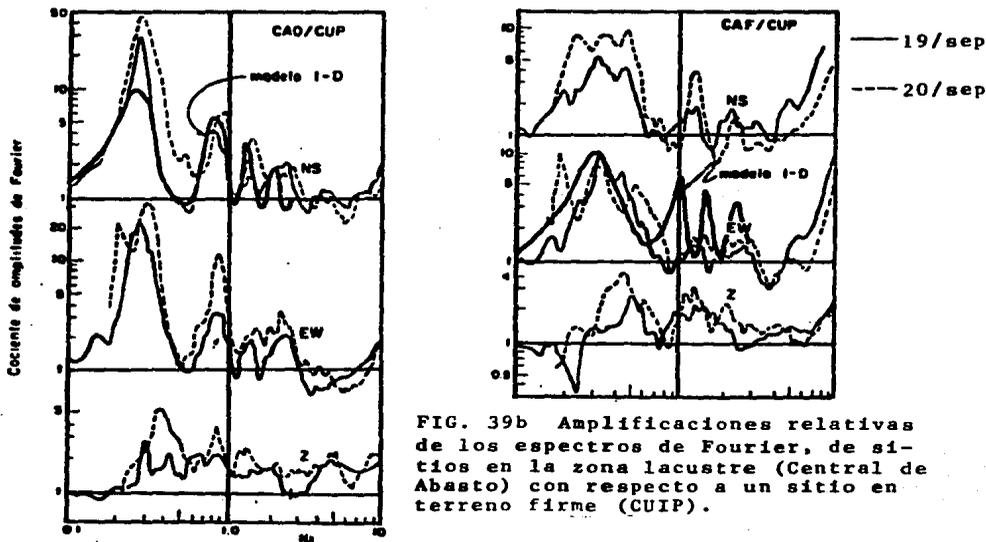


FIG. 39b Amplificaciones relativas de los espectros de Fourier, de sitios en la zona lacustre (Central de Abasto) con respecto a un sitio en terreno firme (CUIP).

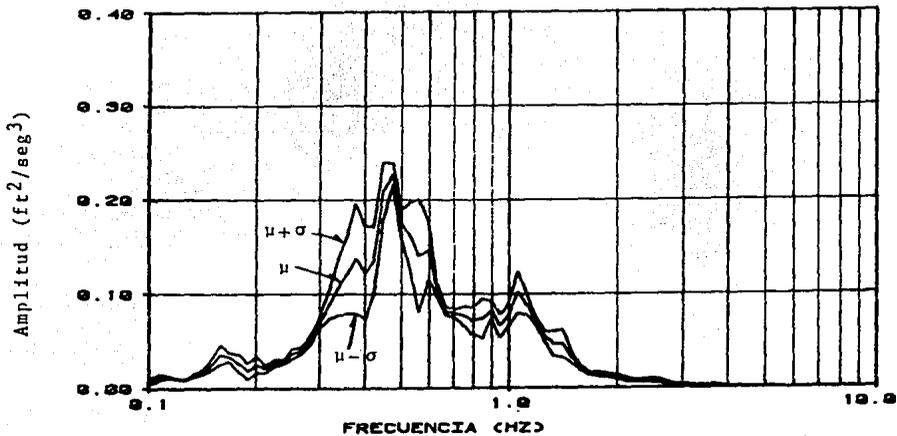


FIG. 40a Bandas del espectro de potencia de la excitación. Sitio SCT (10 simulaciones).

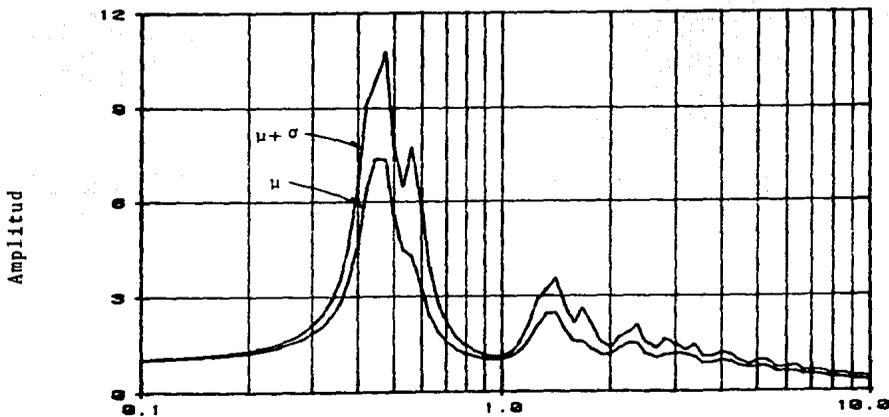


FIG. 40b Bandas de la función de amplificación. Sitio SCT (10 simulaciones).

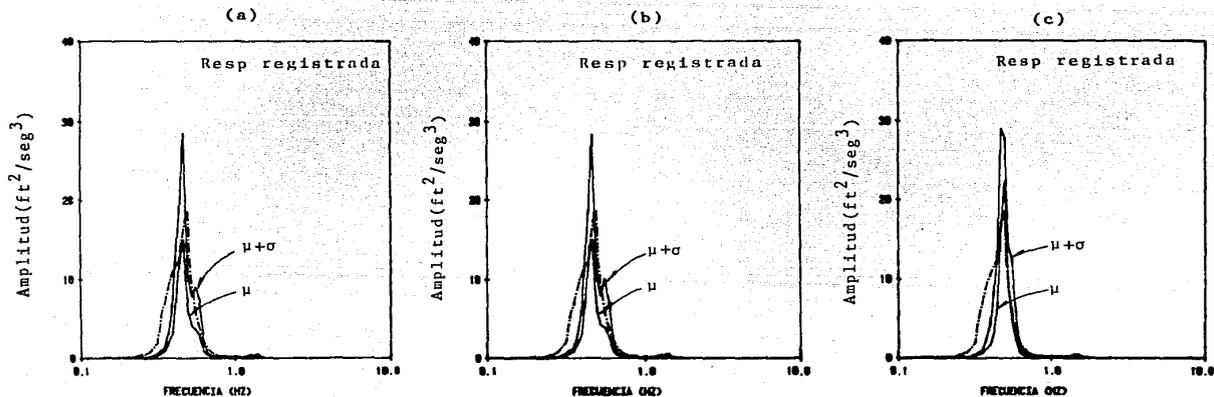


FIG. 41 Comparación entre las bandas del espectro de potencia de la respuesta calculada, y la densidad espectral media registrada durante el 19 de septiembre de 1985. Sitio SCT (10 simulaciones).

- a) Método de Monte Carlo
- b) Método probabilista completo
- c) Método probabilista simplificado

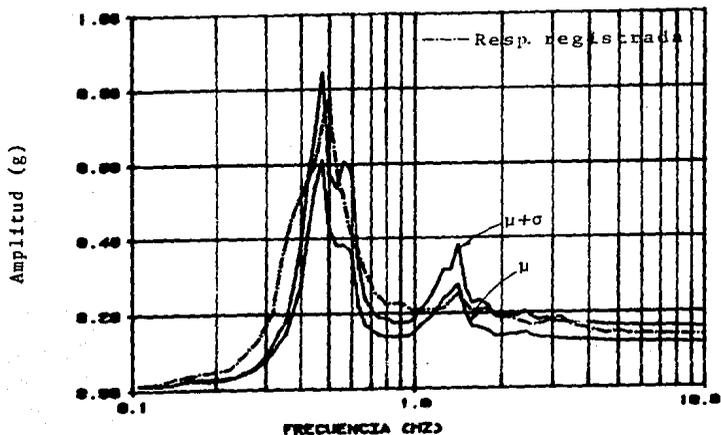


FIG. 42a Bandas del espectro de respuesta calculado en SCT, con el método de Monte Carlo (10 simulaciones).

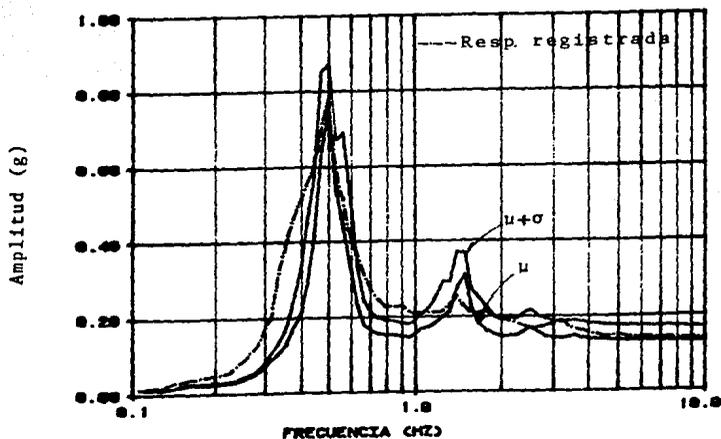


FIG. 42b Bandas del espectro de respuesta calculado en SCT, con el método probabilista simplificado (10 simulaciones).

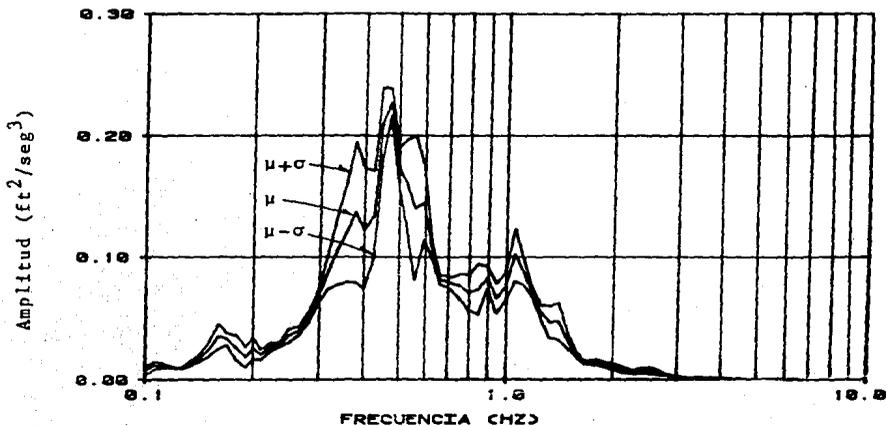


FIG. 43a Bandas del espectro de potencia de la excitación; Sitio CAO (10 simulaciones).

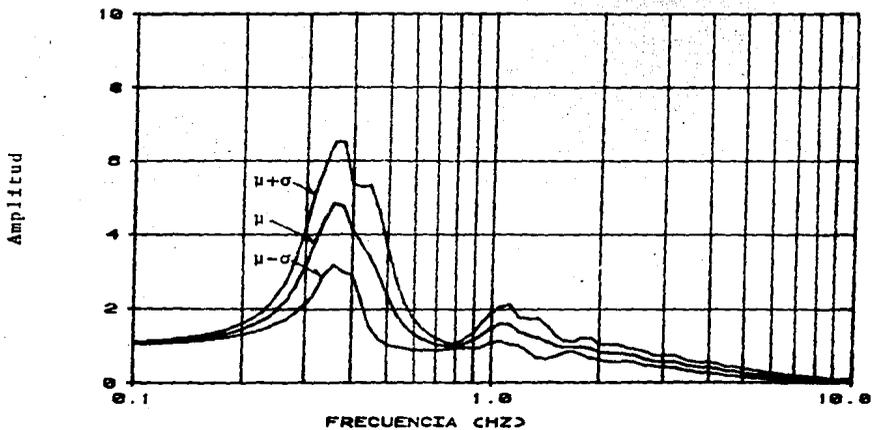


FIG. 43b Bandas de la función de amplificación; sitio CAO (10 simulaciones).

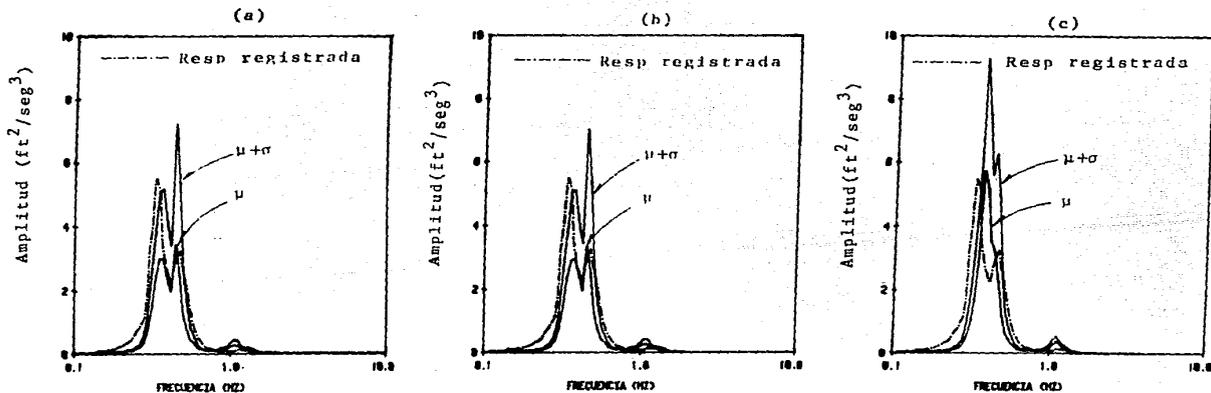


FIG. 44 Comparación entre las bandas del espectro de potencia de la respuesta calculada, y la densidad espectral media registrada durante el 19 de septiembre de 1985. Sitio CAF (10 simulaciones).

- a) Método de Monte Carlo
- b) Método probabilista completo
- c) Método probabilista simplificado

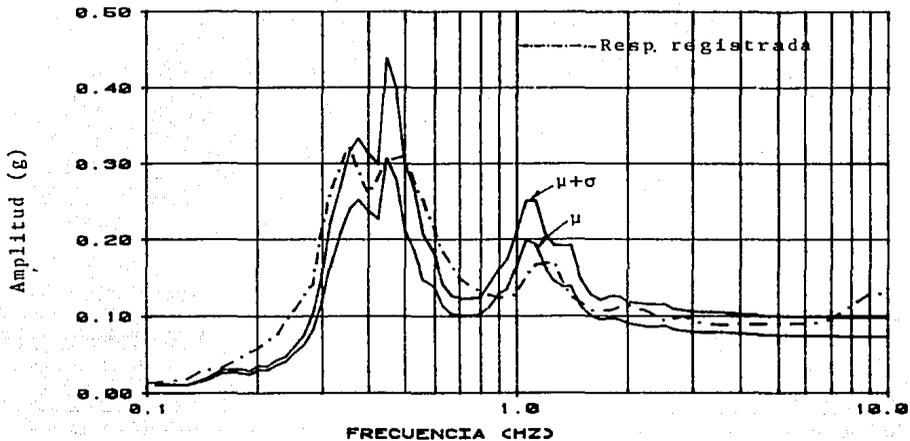


FIG. 45a Bandas del espectro de respuesta calculado en CAF, con el método de Monte Carlo (10 simulaciones).

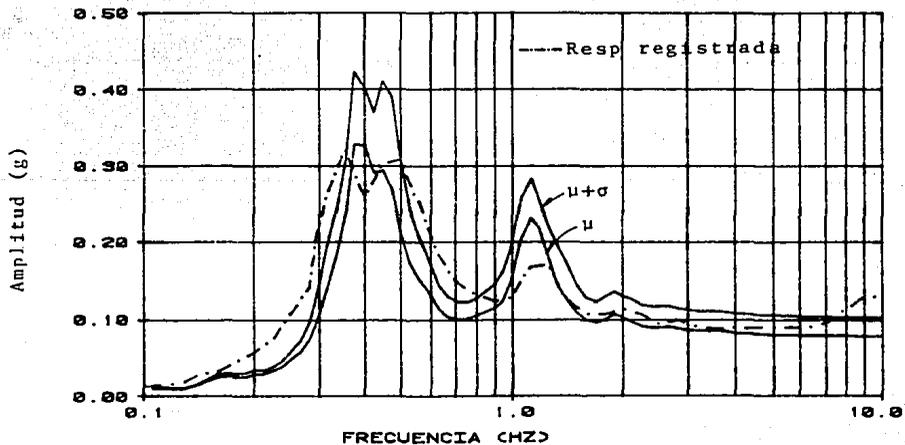


FIG. 45b Bandas del espectro de respuesta calculado en CAF, con el método probabilista simplificado (10 simulaciones).

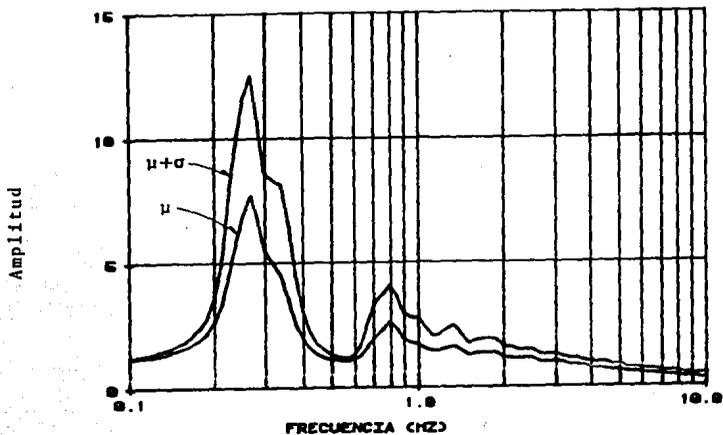


FIG. 46a Bandas de la función de amplificación. Sitio CAO (30 simulaciones)

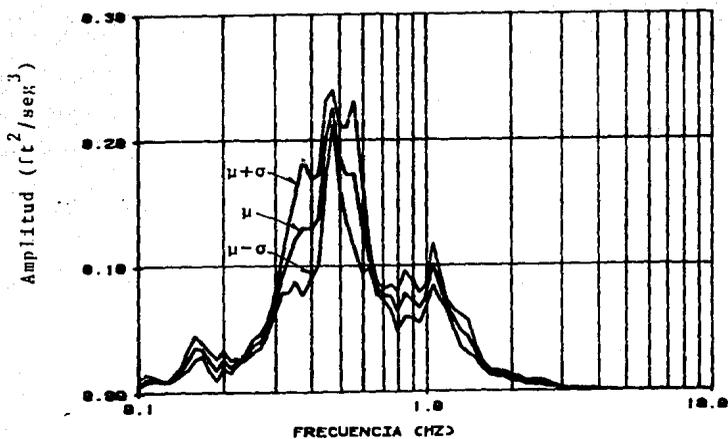


FIG. 46b Bandas del espectro de potencia de la excitación. Sitio CAO (30 simulaciones)

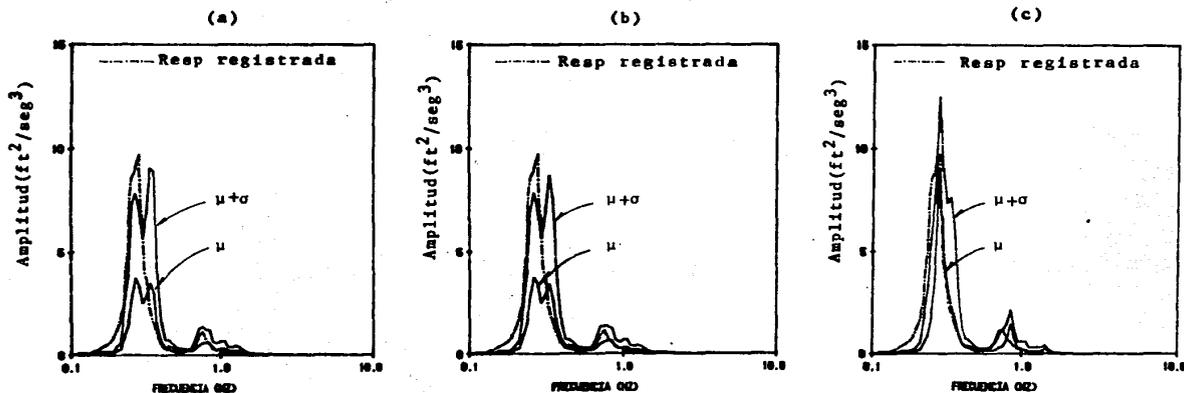


FIG. 47 Comparación entre las bandas del espectro de potencia de la respuesta calculada, y la densidad espectral media registrada durante el 19 de septiembre de 1985. Sitio CAO (30 simulaciones).

- a) Método de Monte Carlo
- b) Método probabilista completo
- c) Método probabilista simplificado

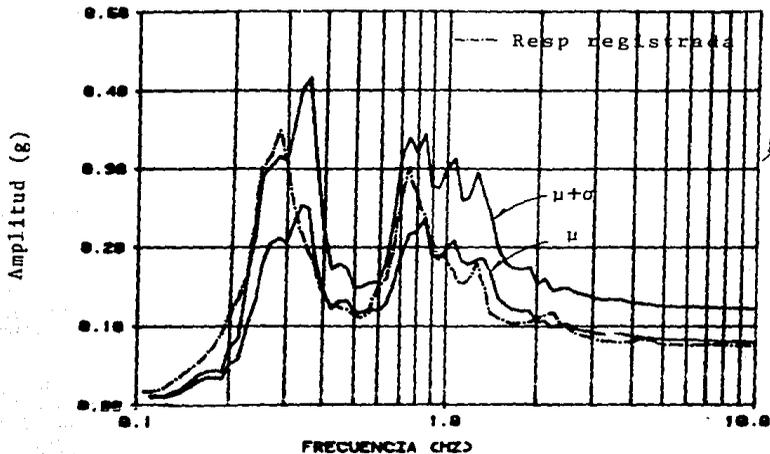


FIG. 48a Bandas del espectro de respuesta calculado en CAO con el método de Monte Carlo (30 simulaciones)

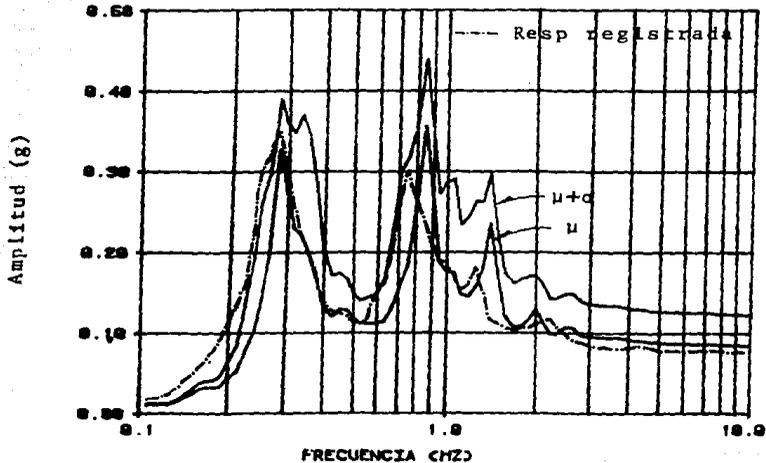


FIG. 48b Bandas del espectro de respuesta calculado en CAO con el método probabilista simplificado (30 simulaciones).

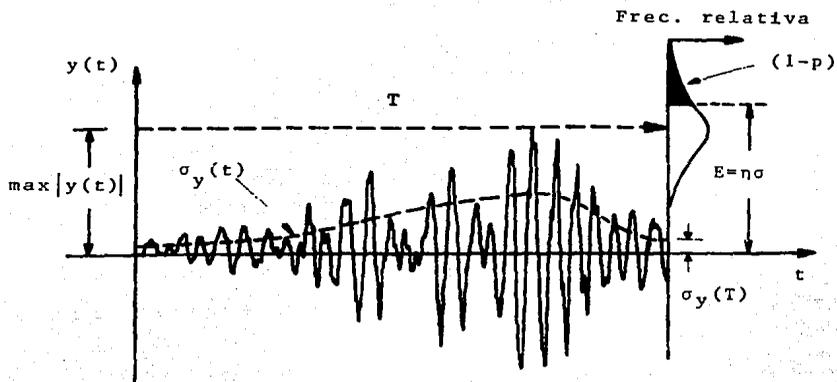


FIG. 49 Relación entre la desviación estándar de la respuesta $\sigma_y(T)$, el factor pico n , y la amplitud máxima de la respuesta $E=n\sigma$.

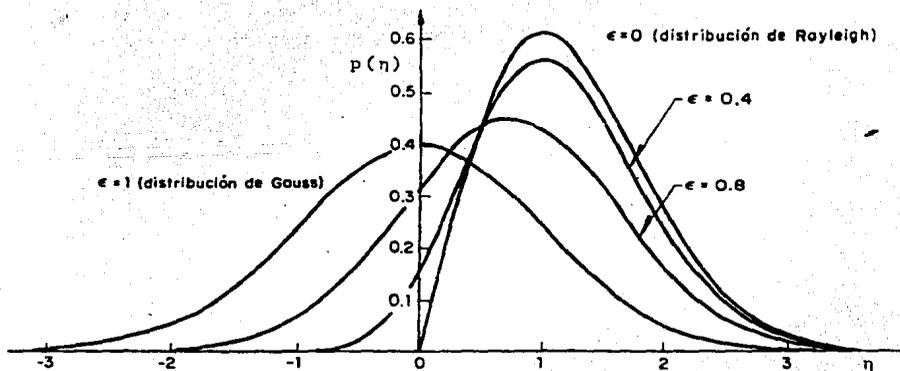


FIG. 50 Función de densidad de probabilidad para valores máximos, Ec. 8.2

APENDICE A.

TEORIA DEL VALOR EXTREMO.

Con frecuencia es importante conocer el valor máximo de un proceso aleatorio. Si este último representa la respuesta de un sistema dinámico sujeto a vibraciones estocásticas, interesará conocer el valor extremo E, para el cual existe una probabilidad (o nivel de confianza), c, de que la respuesta del sistema no excederá ese nivel, en un periodo de tiempo T. Esta situación se esquematiza en la Figura 49.

El problema anterior es equivalente a encontrar la probabilidad de que el sistema vibratorio falle, una vez que su respuesta alcanza o rebasa por primera vez, cierto valor fijo, γ , durante un intervalo de tiempo T.

Los dos problemas así planteados se clasifican dentro de la categoría de "problemas del umbral", para los cuales aún no existen soluciones exactas. Entre las aproximaciones existentes, las cuales se basan en diferentes hipótesis sobre la forma en que se comportan los picos del proceso, las más significativas (Davenport, 1964 y Vanmarcke, 1969) tienen la siguiente estructura

$$E = \sigma \eta \tag{8.1}$$

donde σ es la desviación estándar del proceso (en general, esta será variable con el tiempo), y η es el llamado factor pico (el cual es función del nivel de confianza c, de la duración o intervalo de tiempo considerado T, y del espectro de potencia $P(\omega)$). También en la Figura 49 se bosqueja la relación existente entre los tres factores involucrados en la ecuación anterior.

SOLUCION DE DAVENPORT.

Sea $X = f(t)$ una función aleatoria estacionaria con distribución normal, media cero y con densidad espectral $P(\omega)$. Considérese ahora la función estocástica normalizada $\eta = X / (\sigma_0)^{0.9}$. Cartwright y Longuet-Higgins (1956), mostraron que la densidad de probabilidad de los valores de la función η , que exceden la barrera η , está dada por

$$P(\eta) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \left[c e^{-\frac{1}{2}\eta^2 c^2} + (1-c^2)^{1/2} \eta e^{-\frac{1}{2}\eta^2} \int_{-\infty}^{\frac{\eta(1-c^2)^{1/2}}{c}} e^{-0.5x^2} dx \right] \tag{8.2}$$

$$\text{donde } \varepsilon = \left\{ 1 - \left(\frac{\sigma^2}{\mu_0 \mu_4} \right) \right\}^{1/2} ; m_r = \int_0^{\infty} n^r S(\omega) d\omega ; \text{ y } e = 2.718... \quad (8.3)$$

y $S(\eta)$ es el espectro de potencia de la función aleatoria en la frecuencia n . Se observa que la función de densidad de probabilidad depende solo del valor mismo de la barrera η , y del parámetro ε , el cual define la amplitud relativa del espectro de potencia de $f(t)$. ε varía entre 0 y 1; cuando $\varepsilon \rightarrow 0$, $p(\eta)$ tiende a la distribución de Rayleigh, y si $\varepsilon \rightarrow 1$, $p(\eta)$ tiende a la densidad de probabilidad gaussiana (normal estándar). Cuando ε se incrementa de 0 a 1, la media de $p(\eta)$ decrece gradualmente, la variancia aumenta y la asimetría disminuye (vease la Figura 50).

Sin embargo, en ocasiones interesa más la densidad de probabilidad del máximo valor de la función aleatoria considerada, que pueda ocurrir en un determinado periodo de tiempo T . Si se tiene un conjunto de N máximos, interesa conocer la probabilidad $P_{\max}(\eta)$, de que uno de ellos (el máximo absoluto), tenga el valor η , y los restantes sean menores que esta barrera.

La solución propuesta por Davenport se basa en las siguientes hipótesis:

1. Se supone que los N picos considerados ocurren independientemente. Esto es adecuado cuando la barrera η es muy grande, pues entonces la intercepción de esta, constituye un evento raro, el cual puede modelarse mediante un proceso de Poisson. Entonces, la probabilidad $P_{\max}(\eta)$ de que el máximo de los N picos tenga el valor η , es igual a la probabilidad de que uno de ellos sea igual a η , y los demás sean inferiores.

$$P_{\max}(\eta) = N \left[1 - q(\eta) \right]^{N-1} p(\eta) \quad (8.4)$$

$$q(\eta) = \frac{\xi}{N} = \int_{\eta}^{\infty} p(\eta) d\eta$$

donde $q(\eta)$ es la probabilidad acumulada de que el máximo de la función sea mayor o igual a η ($0 \leq \xi \leq N$).

2. Estudios teóricos y simulaciones han confirmado que la probabilidad $P_{\max}(\eta)$ decae con el tiempo, en forma aproximadamente exponencial. Entonces, para valores grandes de N , en el límite se puede adoptar la siguiente forma analítica

$$P_{\max}(\eta) = \frac{d}{d\eta} \left[1 - \xi/N \right]^{N-1} = \frac{d}{d\eta} \left[e^{-Nq(\eta)} \right] = \frac{d}{d\eta} e^{-\xi} \quad (8.5)$$

3. Para valores grandes de η y $\varepsilon=1$, Cartwright y Longuet-Higgins (1956), demostraron que $q(\eta)$ puede aproximarse como

$$q(\eta) = (1-\varepsilon^2)^{1/2} \exp^{-0.5\eta^2} \quad (8.6)$$

4. El número de máximos, N , que ocurren durante un periodo de tiempo T , si N es grande, está dado por (Rice, 1945)

$$N = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{m_2}{m_0} \right]^{1/2} T \quad (8.7)$$

De las ecs. 8.3, 8.6 y 8.7 se deduce que

$$Nq(\eta) = \left[\frac{m_2}{m_0} \right]^{1/2} T \exp^{-0.5\eta^2} = \nu T \exp^{-0.5\eta^2}$$

donde ν es una medida de la frecuencia predominante de la función $f(t)$ y está dada por

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{m_2}{m_0} \right]^{1/2} \quad (8.8)$$

Además, de la ec. 8.5 se sabe que

$$P_{\max}(\eta) = \frac{d}{d\eta} \left[\exp^{-Nq(\eta)} \right] = \frac{d}{d\eta} \left[\exp^{-\nu T} \exp^{-0.5\eta^2} \right]$$

Entonces la función de densidad de probabilidad para valores extremos es

$$P_{\max}(\eta) = \left[-\nu T \exp^{-\eta^2/2} \right] \left[\exp^{-\nu T} \exp^{-\eta^2/2} \right] \quad (8.9)$$

Finalmente, la función de distribución de probabilidades para valores extremos se obtiene al integrar la ecuación anterior

$$P_{\max}(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} p_{\max}(\eta) d\eta = \exp^{-\nu T \exp^{-\eta^2/2}} \quad (8.10)$$

Así pues, conociendo $p_{\max}(\eta)$, se pueden determinar los valores estadísticos de η , mediante la integración de la ecuación anterior. Para determinar el valor de η , para el nivel de confianza c , se utiliza la siguiente expresión

$$U_c(\eta) = \left\{ 2 \ln \left[\frac{\eta T}{\ln(1/c)} \right] \right\}^{1/2} \quad (8.11)$$

SOLUCION DE VANMARCKE.

Comparando los resultados de simulaciones con la solución de Davenport, Vanmarcke (1969) encontró que cuando los valores de η son pequeños, esta conduce a errores (sobrestima los valores extremos). Ello se debe a que en este caso no es válido que los N picos ocurran independientemente (hipótesis 1 de Davenport), y por lo tanto no puede utilizarse el modelo de un proceso de Poisson.

Basándose en observaciones Vanmarcke encontró que los picos de una función aleatoria $f(t)$ ocurren en grupos (y no independientemente como supuso Davenport), cuyo tamaño depende de un factor empírico q , el cual definió como

$$q = \left\{ \left(1 - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0 \sigma_2} \right)^{1/2} \right\}^{1.2} \quad (8.12)$$

donde q es una medida del ancho de banda del espectro de potencia de la función $f(t)$. Propuso entonces la función de distribución para valores extremos, dada por la expresión

$$P_c(\eta) = \left\{ 1 - \exp^{-\eta^2/2} \right\} \exp \left\{ -\nu T \exp^{-\eta^2/2} \right\} \left\{ \frac{1 - \exp(-q\eta \pi/2)}{1 - \exp(-\eta^2/2)} \right\} \quad (8.13)$$

Debido a la complejidad de esta ecuación, no se pueden obtener expresiones analíticas para los valores estadísticos de η , directamente por integración. Por ello Vanmarcke desarrolló la siguiente aproximación explícita, que permite calcular el valor de η , para el nivel de confianza c .

$$U_c(\eta) = \left\{ 2 \ln \left[2n \left[1 - \exp(-q \sqrt{\pi \ln(2n)}) \right] \right] \right\}^{1/2} \quad (8.14)$$

donde

$$n = -\nu T / (\ln c)$$

Ya que esta solución es una de las más adecuadas para el intervalo de frecuencias que comúnmente ocurren en los sismos, en el modelo analítico presentado en esta tesis, se adoptó esta expresión

8.2 RELACION ENTRE EL ESPECTRO DE POTENCIA Y EL ESPECTRO DE RESPUESTA.

Como se definió en la sección 2.1.5, los espectros de respuesta son los lugares geométricos de las máximas respuestas que experimenta un sistema de un grado de libertad, en un intervalo dado de frecuencias naturales y fuerzas de amortiguamiento. Por lo tanto, existe paralelismo entre los valores extremos (tratados en la sección anterior), y las amplitudes de los espectros de respuesta. La relación existente entre estos dos conceptos se puede establecer al estimar las respuestas máximas de un oscilador simple, sometido a una excitación constituida por un proceso estocástico, y representada mediante su correspondiente densidad espectral.

La función de amplificación, $|H(\omega)|$, para aceleraciones absolutas, de un oscilador simple es

$$|H(\omega)|^2 = \frac{\omega_0^4 + 4\beta^2 \omega_0^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega_0^2 \omega^2} \quad (8.15)$$

Conocido el espectro de potencia de la excitación, $P(\omega)$, se puede entonces calcular la variancia de la respuesta, σ_r , utilizando la siguiente expresión (ec. 2.25)

$$\sigma_r^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 P_x(\omega) d\omega \quad (8.16)$$

Se tiene entonces la información necesaria en la ecuación 8.1 para estimar con diferentes niveles de confianza, los valores extremos de la respuesta dinámica de sistemas lineales e inva- con el tiempo. La integral anterior se simplifica bastante al considerar que para relaciones de amortiguamiento pequeñas (β), la función de amplificación adquiere valores significativos sola- mente en un intervalo de frecuencias muy estrecho, alrededor de la frecuencia fundamental de sistema ($=\omega_0$). Si además se tiene que el espectro de potencia de la excitación, $P(\omega)$, es suave alrededor de ω_0 , éste se puede extraer de la integral y susti- tuirse por el valor constante $P_x(\omega_0)$. Con estas simplificaciones y mediante el método de los residuos, se obtiene que la variancia de la respuesta, para una relación de amortiguamiento $\beta=0$, es

$$\sigma_x^2 = \frac{1+4\beta^2}{4\beta} \pi \omega_0 P_x(\omega_0) \left\{ 1 - e^{-(1-2\beta^2\omega_0 T)} \right\} + \int_0^{\omega_0} P_x(\omega) d\omega - \frac{\omega_0}{2} P_x(\omega_0) \quad (8.17)$$

En la expresión anterior, el factor $\{1 - \exp(1-2\beta^2\omega_0 T)\}$, se in- troduce para tomar en cuenta la no-estacionalidad causada por la duración finita T , y por las condiciones iniciales del proceso aleatorio. Los dos últimos términos de la ec. 8.17 se incluyen para tomar en cuenta la posibilidad de que un intervalo de fre- cuencia significativo del espectro de potencia, $P_x(\omega)$, sea mucho menor que ω_0 . En este caso el primer término desaparece y la integración se puede truncar en $\omega=\omega_0$; haciendo $H(\omega)=1$ se obtiene el segundo término de la ecuación. El tercer término se diseña para que cancele al segundo en caso de que el primero proporcione la contribución más significativa.

Para evaluar las amplitudes espectrales se utilizan las ecs. 8.1 y 8.14, las cuales requieren que se conozcan los parámetros ν y q , que caracterizan al espectro de potencia de la respuesta.

Cuando se trata de osciladores simples poco amortiguados, estos pueden caracterizarse con los siguientes valores de ν y q :

$$\nu = \frac{\omega_0}{\pi} ; \quad q = \frac{4\beta \pi}{1 - \exp(-2\beta\omega_0 T)}$$

Así, el factor pico se puede calcular directamente con la ec. 8.14, y mediante la expresión 8.1 se establece la relación que proporciona, explícitamente, al espectro de respuesta, $S(\omega_0)$, en términos del espectro de potencia $P_x(\omega)$:

$$S(\omega_0) = \eta \left\{ \frac{1+4\beta^2}{4\beta} \pi \omega_0 P_x(\omega_0) \left[1 - \exp(-2\beta\omega_0 T) \right] + \int_0^{\omega_0} P_x(\omega) d\omega - \frac{\omega_0}{2} P_x(\omega_0) \right\} \quad (8.18)$$

Puesto que el espectro de respuesta de una señal es, por definición, la respuesta máxima de un oscilador simple amortiguado, excitado con tal señal, el valor extremo $S(\omega_0)$ -proporcionado por la ecuación anterior- es una estimación probabilista del espectro de respuesta del proceso estocástico representado por la densidad espectral $P_x(\omega_0)$. La naturaleza aleatoria de $S(\omega_0)$ está incluida en el factor pico, η , el cual es función del nivel de confianza, c .

Con el propósito de usar el método de análisis para la interacción de sistemas suelo-estructura, presentado en el Capítulo 1 (Figura 2), es necesario resolver el problema inverso. Esto es, se debe estimar el espectro de potencia a partir de un espectro de respuesta dado, antes de efectuar el análisis de interacción. Así, si ahora, de la ec 8.18 se despeja al espectro de potencia, $P(\omega_0)$, se obtiene la siguiente relación

$$P_x(\omega_0) = P_0 \left\{ \left[\frac{S(\omega)}{\eta} \right]^2 - \int_0^{\omega_0} P_x(\omega) d\omega \right\} \quad (8.19)$$

donde
$$P_{\alpha} = \frac{1}{\left[\frac{1+4\beta^2}{4\beta} \pi \left\{ 1 - e^{-2/\beta \omega_0^T} \right\} - 0.5 \right] \omega_0} \quad (8.20)$$

Esta última expresión proporciona el valor espectral de ω_0 , en términos de los valores correspondientes del espectro de respuesta medio, para frecuencias menores que ω_0 . En principio, la ec. 19 puede usarse para calcular el espectro de potencia a partir de cualquier espectro de respuesta medio; para ello se supone que $P_x(\omega_0)=0$, y se procede con valores de ω ascendentes.

Un examen minucioso de las ecs. 8.18 y 19 muestra que si bien siempre es posible calcular un espectro de respuesta medio a partir de un espectro de potencia dado (ec. 8.18), la operación inversa (calcular un espectro de potencia equivalente a partir de un espectro de respuesta, ec. 8.19) no siempre es posible. Sin embargo, cuando se calcula el factor pico con $c=50\%$, las discrepancias que pudieran presentarse entre las ecs. 8.18 y 8.19 son siempre pequeñas.