



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES
ZARAGOZA**

**PROPOSICION DE UN METODO HEURISTICO PARA
LA DETERMINACION DE LA RUTA
CRITICA DE UN PROYECTO**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO QUIMICO
P R E S E N T A N :
ROSA AMALIA JUAREZ GUERRERO
JAVIER ROJAS GARCIA**

MEXICO, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

RESUMEN.....	1
1 PROYECTO INICIAL PARA APROBACION DE TEMA DE TESIS.	2
2 INTRODUCCION.....	10
3 FUNDAMENTACION DEL TEMA	13
4 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	17
5 OBJETIVOS	20
6 MATERIAL Y METODOS	22
7 DESARROLLO	24
I GENERALIDADES	
1.1 Definición de proyecto	25
1.2 Administración de proyectos	26
1.3 Planeación y programación de proyectos	28
1.3.1 Método de ruta critica (CPM)	29
1.3.2 Método PERT de programación	37
II CLASIFICACION DE LOS METODOS DE PROGRAMACION DE PROYECTOS CON RECURSOS RESTRINGIDOS	
2.1 Asignación de recursos	44
2.2 Modelos de programación con recursos restringidos	46
2.3 Clasificación de los procedimientos de programación de proyectos con recursos restringidos.	49
2.3.1 Clasificación de procedimientos de programación en base al tipo de resultados que producen y a las características de los problemas a los cuales se aplica.....	49
2.3.1.1 Procedimientos de optimización.....	50
2.3.1.2 Procedimientos heurísticos	52

2.3.2	Clasificación de procedimientos de programación en términos del número de tipos de recursos involucrados en el proyecto	55
2.4	Clasificación de programas	57
2.5	Determinación del margen total cuando se cuenta con recursos limitados	62
2.6	Secuencia crítica	68
III PROPOSICION DEL METODO HEURISTICO		
3.1	Programa heurístico	76
3.2	Principales investigaciones heurísticas	76
3.2.1	Contribuciones de estudios previos al procedimiento heurístico	84
3.2.2	Contribuciones resultantes de la investigación .	84
3.3	Estructura del método propuesto	86
3.4	Algoritmo y descripción del método propuesto	88
3.5	Algoritmo y descripción de las diferentes subrutinas utilizadas en el procedimiento heurístico	116
3.5.1	Parámetros para determinar la heurística más adecuada (ARLF-AUF).....	116
3.5.1.1	Algoritmo y descripción de la subrutina ARLF...	116
3.5.1.2	Algoritmo y descripción de la subrutina AUF....	119
3.5.2	Algoritmo y descripción de las diferentes heurísticas elegibles para generar el programa justificado hacia la izquierda (Subrutina regla).....	123
3.5.2.1	Algoritmo y descripción de la subrutina MINSIK.	123
3.5.2.2	Algoritmo y descripción de la subrutina SASP...	128
3.5.2.3	Algoritmo y descripción de la subrutina MATWAK.	133
3.5.2.4	Algoritmo y descripción de la subrutina SOP....	138

3.5.2.5 Algoritmo y descripción de la subrutina MOP.	143
IV EVALUACION DEL METODO PROPUESTO	
4. Resultados	149
4.1 Aplicación del método propuesto	149
4.1.1 Determinación del CPM	149
4.1.2 Determinación del ARLP	154
4.1.3 Determinación del AUF	157
4.1.4 Selección de la regla	161
4.1.5 Programación	166
4.2 Analisis de resultados	204
8 CONCLUSIONES	208
APENDICE A	211
APENDICE B	222
APENDICE C	241
GLOSARIO DE SIMBOLOS	256
BIBLIOGRAFIA	262

RESUMEN

Este trabajo esencialmente esta constituido por los fundamentos teóricos que permiten planear, programar y controlar un proyecto. Siendo el objetivo principal de éste proponer un método para la asignación de múltiples recursos restringidos a un proyecto, utilizando para ello técnicas heurísticas. Estas se basan en asignar a cada una de las actividades integrantes del proyecto una prioridad específica e individual, -- apoyandose en criterios derivados de los conceptos de la técnica CPM. No se hace necesaria la aplicación de matemáticas rigurosas, motivo por lo cual se ha concedido gran importancia a los métodos heurísticos.

1

**PROYECTO INICIAL PARA
APROBACION DE TEMA DE TESIS**

2

A) TITULO DEL PROYECTO

" Proposición de un método heurístico para la determinación de la ruta crítica de un proyecto "

B) AREA ESPECIFICA DEL PROYECTO

Control de Proyectos

C) PERSONAS QUE PARTICIPAN

Alumnos : Rosa Amalia Juárez Guerrero

Javier Rojas Garcia

Asesor : Ing. Rubén I. Cariño Garay

D) FUNDAMENTACION DE LA ELECCION DEL TEMA

Dentro de cualquier empresa sin importar la rama industrial a la que pertenezca, el Ingeniero Químico, así como otros profesionales se enfrentarán a un problema común y muy importante, "la restricción de recursos", los cuales pueden resumirse en tiempo y capital, por tal motivo se requiere planear día con día de una forma mas eficiente la realización de un proyecto. Deben de encontrarse medios para planificar mejor los proyectos, para asignar mas economicamente los recursos a las actividades que los forman y para controlar mas de cerca todos sus aspectos.

La pregunta básica para el desarrollo de un proyecto es sin duda ¿ Cuánto durará y cuál será su costo ?. Para resolver este problema se han desarrollado varios métodos, siendo los pioneros las técnicas CPM/PERT que surgieron a principios de la década de los 60's y su principal desventaja fue considerar recursos

ilimitados, razón plenamente justificada para motivar el desarrollo de métodos que tuvieran en cuenta la -- restricción de recursos, pues ahora y siempre ha sido ésta la situación real con la cual se trabaja en la - industria.

Para resolver el problema se han propuesto mé todos basados en profundos conocimientos matemáticos pero estos tienen la desventaja de funcionar solamente en pequeños problemas, pues a medida que el proble- ma crece también lo hace la complejidad de su solu--- ción.

La otra opción es utilizar métodos heurísticos siendo su principal objetivo producir un buen programa de asignación de recursos que sea factible, seguro y práctico de acuerdo a la disponibilidad de los recursos. Es éste tipo de procedimientos los que mas se utilizan pues se aplican a proyectos grandes.

E) PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Debido a la situación económica que actualmente - vive el país y el mundo en general, los recursos se en - cuentran cada día mas escasos, razón por la cual su - obtención es muy costosa, por lo tanto es necesario - realizar una mejor asignación y utilización de los -- mismos.

La mayor parte de los métodos heurísticos para

la programación de proyectos con recursos restringidos se han desarrollado en el extranjero por empresas privadas que los reservan para su uso exclusivo. Esto provoca que se disponga en la literatura de muy poca información al respecto, por lo tanto resulta justificable la proposición de un método que permita la asignación de recursos restringidos a un proyecto.

F) OBJETIVOS

- 1. Describir las bases elementales para la programación de proyectos.**
- 2. Proponer un método heurístico para determinar la ruta crítica de un proyecto bajo condiciones de recursos restringidos.**

G) MATERIAL Y METODO

El método propuesto se desarrollará en base al :

- Estudio de los métodos existentes
- Análisis de los procedimientos y de las diversas - reglas heurísticas que los constituyen
- Selección de las contribuciones mas importantes de los métodos heurísticos analizados
- Conjugación de dichas características para la proposición del nuevo método
- Aplicación del método en un ejemplo previamente resuelto con el cual se realizará la comparación.

H) BIBLIOGRAFIA QUE APOYA EL PROYECTO

1. Arne Thesen, "Heuristic scheduling of activities under resources and precedence", Management -- Science, vol. 23, No.4, diciembre 1976, pags. 412 422.
2. Davis E.W. "Project scheduling under resource - constraints ; Historical review and categorization of procedures", AIIE Trans., vol.5, No.4, 1973 , pags. 297-310
3. Davis E.W. "Networks resource allocation (Special report ; Networks flow analysis , part 4 " Industrial Engineering, abril, 1974.
4. Davis E.W. y Kurtulus I., "Multi- project scheduling categorization of heuristic rules perfor--

- mance ", Management science, vol. 28, No. 2, febrero, 1982.
5. Davis E.W. y Heidorn G.E. " An algorithm for optimal project scheduling under multiple resource constraints," Management science, vol. 17, No. 12, agosto, 1971 pags. B 803-B816.
 6. Holloway C.A., Nelson R.T. "Comparison of -- a Multi-Pass heuristic decomposition procedure with other resource - constrained project scheduling procedures ", Management science, vol. 25, No. 9 , septiembre 1979.
 7. Martino L.R. "Determinación de la ruta crítica," Tomo I, Administración y control de proyectos, Editorial Técnica, 1978.
 8. Martino L.R. " Planeación de operaciones aplicada ", Tomo II, Administración y control de proyectos, Ed. Técnica, 1978.
 9. Martino L.R. " Asignación y programación de recursos ", Tomo III, Administración y control - de proyectos, Ed. Técnica, 1978.
 10. Patterson J.H. " Alternate methods of project scheduling with limited resources ", Naval. -- Res. Logis, Quat., vol.20, No. 4, 1973.
 11. Patterson J.H. " Project scheduling : The effects of problem structure on heuristic performance ", Naval Res. Logist. Quart. 1976.

I) CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

ACTIVIDAD	TIEMPO (SEMANAS)
1 Capítulo 1	6
2 Capítulo 2	6
3 Capítulo 3	6
4 Capítulo 4	6

En la duración de cada capítulo se contempla la búsqueda bibliográfica y la revisión por parte del asesor.

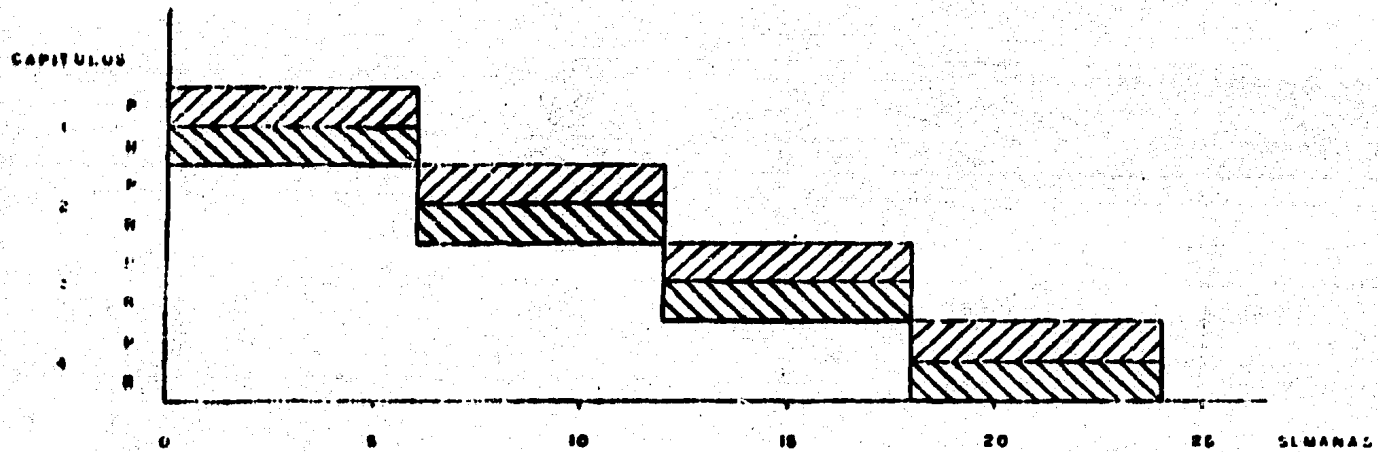


FIG. DIAGRAMA DE GANTT


 ACTIVIDAD PROGRAMADA
 ACTIVIDAD REALIZADA

2

INTRODUCCION

INTRODUCCION

En la vida de todo ser humano, ya sea en su aspecto laboral ó familiar éste desarrolla día con día - una serie de actividades, las cuales pueden estar fuertemente relacionadas unas con otras a tal grado de -- existir entre ellas una cierta dependencia en su ejecución para alcanzar determinado objetivo, ésto constituye un proyecto, una vez que el proyecto está completamente estructurado, es decir que ya se ha definido el orden en que se deben realizar las actividades que lo integran, respetando la dependencia de unas actividades con respecto a otras , se procede a determinar el tiempo en que debe desarrollarse cada actividad (inicio y terminación de la misma), obteniéndose el conjunto de actividades que indican la menor duración posible del proyecto, considerando todo el conjunto de factores -- que lo afecten y dentro de los cuales el más importante y de hecho base fundamental de este trabajo es la - limitación de recursos. Dicho conjunto de actividades recibe el nombre de secuencia crítica (recibe este -- nombre cuando se trata de recursos limitados), donde si alguna (s) de las actividades que la constituyen - llega a retrasarse en su fecha de iniciación ó en su - fecha de terminación , retrasaría a todo el proyecto , ocasionando que el costo total del mismo se incremente. Por lo tanto la secuencia crítica de un proyecto es en

si el programa que rige a las actividades que la forman, estableciendo claramente el tiempo en que debe iniciarse y terminar cada actividad, así como también identifica - aquellas actividades que no deben retrasarse por ningún motivo.

Debido a la restricción de recursos que generalmente tiene la industria, resulta una muy buena aproximación el empleo de un método no tan sofisticado pero - si lo suficientemente seguro y práctico que proporcione un programa confiable para alcanzar el objetivo, este - tipo de procedimientos recibe el nombre de Métodos Heurísticos y su importancia es muy relevante en la programación de proyectos grandes, en los cuales aplicar un - procedimiento riguroso resultaría demasiado complicado y costoso.

3

FUNDAMENTACION DEL TEMA

FUNDAMENTACION DEL TEMA

En todas las ramas de la Ingeniería es deseable que el Ingeniero cuente con una característica muy especial dentro de su formación como profesional, esto es, saber trabajar en equipo y dirigir eficientemente a un grupo de personas (las cuales pueden ser de diferentes profesiones y oficios) en el desarrollo de un proyecto para alcanzar un objetivo determinado. El Ingeniero Químico dada la gran amplitud de su carrera -- puede trabajar en diversas areas, por lo general estará desarrollando proyectos con objetivos muy diversos como pueden ser:

- Investigación en Ingeniería Básica
- Realización de Ingeniería de detalle
- Arranque de una planta
- Incrementar la producción etc.

En la ENEP Zaragoza UNAM la carrera se encuentra estructurada de tal forma que el desarrollo de proyectos es un aspecto básico a lo largo de la misma, manejándose siempre el concepto de ruta crítica de un proyecto, la cual no es mas que un conjunto de actividades que rigen la duración del mismo.

Las actividades que constituyen un proyecto estan unidas secuencialmente desde el principio hasta el fin de este. Si dentro de dicha secuencia toda actividad depende para su realización de sus predecesores , la secuencia es de caracter tecnológico.

Todas las actividades pertenecientes a la ruta crítica tienen margen total igual a cero y por tal motivo no se pueden retrasar sin que retrasen la fecha de terminación del proyecto, ya que de hacerlo el costo del mismo se incrementaría.

Cuando se dispone de recursos limitados para programar un proyecto, la secuencia de trabajos críticos no necesariamente es de carácter tecnológico, debido a la misma restricción de recursos. La programación en estos casos no es tan simple como en el caso de recursos ilimitados, pues el programa tendrá una duración mayor que la proporcionada por el CPM original. Los métodos para programar proyectos con recursos restringidos han tenido gran auge a partir de que los métodos pioneros en este campo PERT/CPM, surgidos en la década de los 60's, consideraban que los recursos estaban disponibles en cantidades ilimitadas.

Existen dos tipos de métodos para programar proyectos con recursos restringidos :

1) Procedimientos óptimos. Los cuales emplean técnicas de optimización para alcanzar el objetivo. Sin embargo su desarrollo ha sido muy limitado logrando aplicarse únicamente a proyectos muy pequeños.

2) Procedimientos heurísticos. Estos están formados por reglas o heurísticas las cuales asignan prioridades a las actividades que están compitiendo por los mismos recursos escasos, resolviendo el problema en favor de la actividad con la mayor ,

prioridad. Las heurísticas están basadas en criterios derivados de conceptos manejados en el método de ruta crítica. Este tipo de procedimientos son los que generalmente se utilizan en la programación de proyectos reales ya que proporcionan resultados buenos y prácticos.

El impulso que ha recibido este tipo de métodos - ha sido tanto que algunas empresas grandes han desarrollado su propio método heurístico para su uso propio, -- por tal motivo la información encontrada al respecto en la literatura es muy poca, siendo ésta la razón de la elección del tema.

4

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Todo proyecto independientemente de cual sea su objetivo particular, tiene como finalidad obtener un cierto beneficio, el cual puede ser de dos tipos :

1. Proyectos con fin productivo, como por ejemplo :

- Construcción de una fábrica
- Incremento en el volumen de producción de una empresa determinada, mediante el mejor aprovechamiento de sus recursos.

2. Proyectos con fin social, como por ejemplo :

- Proporcionar vivienda a los trabajadores INPO NAVIT
- Proporcionar servicio medico a personas de bajos recursos SSA y a trabajadores IMSS, ISSSTE
- Proporcionar insumos (canasta basica) a trabajadores, " Tiendas del ISSSTE, IMSS" etc.

Para que cada proyecto rinda los mejores resultados que se esperan de el, es estrictamente necesario -- que la asignacion de los recursos sea realizada en forma eficiente. Para desarrollar los diferentes ejemplos de proyectos mencionados se requiere una enorme cantidad de distintos recursos, los cuales generalmente estan restringidos.

Las principales investigaciones para la programacion de proyectos con recursos restringidos utilizando tecnicas heurísticas se han desarrollado en el extranjero.

En México al igual que en otros países en desarrollo siempre ha estado presente la restricción de recursos aun suponiendo que la actual crisis económica se llegara a superar, el problema de asignación de recursos limitados seguiría existiendo al igual que en países desarrollados.

Evidentemente ya que dicho problema existe para todo el mundo es sumamente importante encontrar métodos cada vez mejores para la asignación de recursos restringidos.

5

OBJETIVOS

OBJETIVOS

1. Describir las bases teóricas que le permitan a cualquier profesionista relacionado con actividades tales - como: Desarrollo de proyectos, producción, investigación etc., conocer y manejar los conceptos para planear, programar y controlar un proyecto.

2. Proponer un método de programación heurístico para la asignación de múltiples recursos restringidos a un proyecto dado, obteniendo la secuencia crítica del mismo, - la cual es una herramienta sumamente importante para que el control que se realice sobre el desarrollo del proyecto en cuestión sea lo más eficaz posible y de esta forma evitar el mal uso de los recursos.

6

MATERIAL Y METODO

El método propuesto se desarrollará en base a los siguientes puntos :

- Estudio de los métodos existentes
- Análisis de los procedimientos y de las diversas heurísticas que los constituyen.
- Selección de las contribuciones mas importantes de los métodos heurísticos analizados.
- Conjugación de dichas características para la -- proposición del nuevo método.
- Aplicación del método en un ejemplo previamente resuelto con el cual se realizará la comparación.

7

DESARROLLO

I GENERALIDADES

1.1 DEFINICION DE PROYECTO

Un proyecto X consiste de n trabajos ó actividades claramente definibles, asociado con cada actividad esta:

- Un tiempo requerido (t_j) para llevar a cabo el trabajo.
- Un conjunto de recursos requeridos así como la cantidad de cada recurso en particular.
- Un conjunto P_j de actividades las cuales son predecesoras inmediatas de la actividad j, es decir que son trabajos que deben ser realizados antes de que el trabajo j empiece.
- De la misma manera se puede inferir para cada actividad j un conjunto de sucesores inmediatos S_j .

Una lista de todos los predecesores ó de todos los sucesores para cada una de las actividades de que consta el proyecto, define el orden en que se efectúan las actividades en un proyecto. A la relación que guarda cada actividad con sus predecesores y con sus sucesores se le da nombre relación tecnológica.

Los elementos que integran un proyecto se pueden clasificar de la siguiente forma (15):

1. Trabajos ó actividades

Estos son característicos para cada proyecto en especial, pues el desarrollo de proyectos es independiente de las ramas del conocimiento humano.

2. Recursos ó lo que se usa

En general los principales recursos para todo proyecto son cinco:

- Hombres
- Materiales
- Máquinas
- Dinero (pago de impuestos, seguros, etc.)
- Tiempo

3. Condiciones ó limitaciones bajo las cuales se trabaja, (este factor queda fuera del control del equipo que desarrolla el proyecto).

De la misma forma en que el desarrollo de proyectos se efectúa en toda profesión y rama del conocimiento humano, los proyectos varían dependiendo de su objetivo, duración, complejidad, requerimientos de recursos y costos, así como en el tipo de equipo que lo desarrolla (gobierno ó - empresa privada), ésto representa una inversión cuyo monto generalmente no es pequeño y por lo tanto se requiere - que el factor administrativo sea eficiente al máximo.

1.2 ADMINISTRACION DE PROYECTOS

En todo tipo de proyecto la Administración es un - factor muy importante. Para que el desarrollo de un proyecto sea satisfactorio no basta contar con un equipo adecuado y competente, sino que si este no está bien dirigido, - controlado ó bien si no se le proporciona lo necesario para obtener su mejor rendimiento el equipo fallará y el ob

jetivo ambicionado no podrá alcanzarse y si es que se logra alcanzar su costo puede incrementarse sin control debido a una mala Administración.

De ninguna manera se pretende culpar a la Administración de que un proyecto falle, pues la responsabilidad de alcanzar los objetivos del mismo recaen en todo el conjunto que lo esta desarrollando, sin embargo no debe perderse de vista que dentro de las funciones de la Administración está el detectar errores, fallas y problemas que pudieran surgir en el desarrollo del proyecto, con el propósito de evitarlos proponiendo soluciones ó alternativas para estos antes de que ocurran.

Las funciones de la Administración de proyectos - pueden ser definidas mediante los siguientes puntos (15):

1. Establecer los objetivos del proyecto. Los cuales pueden ser de la mas diversa índole, por ejemplo :

- El lanzamiento al mercado de un nuevo producto, la manera de hacerlo, la fecha de introducción - del nuevo producto al mercado.
- Arranque y mantenimiento de plantas industriales etc.

2. Estructurar el plan de operaciones

Este consiste en :

- Establecer las operaciones ó actividades del proyecto
- Determinar su mejor secuencia de realización así como puntualizar los recursos requeridos para realizar cada actividad.

3. Generar el programa de operaciones

Para ello es necesario:

- a. Determinar la disponibilidad de recursos necesarios para que el proyecto pueda ser realizado.
- b. Asignar los recursos a las actividades sin exceder nunca sus límites de disponibilidad, estableciéndose así la fecha de iniciación y de terminación para cada actividad.

4. Controlar la ejecución de un proyecto

Esto se efectúa reaccionando instantáneamente a las desviaciones que ocurran entre el avance predicho y el real, asegurándose de que el proyecto sea terminado en la fecha predicha por el programa. De no ser posible la Administración decide ya sea revisar el programa ó continuar el proyecto

1.3 PLANEACION Y PROGRAMACION DE PROYECTOS

Para administrar eficientemente el desarrollo de un proyecto es necesario considerar dos puntos fundamentales (15):

1. PLANEACION DE UN PROYECTO

La planeación de las actividades de un proyecto tiene como objetivo:

- Establecer las actividades a desarrollar para alcanzar el objetivo del proyecto.

- Determinar la secuencia u orden de realización de las mismas.
- Determinar los recursos requeridos por cada una de las actividades que constituyen el proyecto así como su orden de aplicación.

2. PROGRAMACION DEL PROYECTO

Es la determinación de la fecha de calendario en que deben usarse los recursos de acuerdo a la capacidad total asignada de recursos. Para formular un programa debe tomarse en cuenta la disponibilidad de recursos, la secuencia de actividades, los requerimientos de recursos y los tiempos posibles de realización para las actividades.

1.3.1 METODO DE LA RUTA CRITICA (GPM)

Para determinar la secuencia de realización de los trabajos se creó un sistema al cual se le llamó " Diagramación de flechas " ó " Diagramación de redes ", el cual es un modelo de trabajo realista del proyecto, formado por flechas que representan a las actividades del proyecto, las cuales se conectan en una secuencia lógica que indica el flujo de trabajo del principio al final del mismo. Al representar la estructura de todo un proyecto de una forma gráfica se obtiene como resultado una red de actividades la cual se encuentra formada por un grupo de nodos también llamados eventos (las uniones de las flechas), que representan un punto en el tiempo y no consumen tiempo, o bien las actividades son representadas por los eventos y los arcos .

muestran las interconexiones y secuencia de las mismas (15).

En la red existe unicamente un origen: (nodo 1) y - un fin (nodo n) dentro de los cuales estan enmarcadas todas las actividades. A cada actividad se le asigna una duracion estimada, a partir de la cual es posible determinar - que trayectoria es mas larga en tiempo y por lo tanto la -- mas critica.

Una red de actividades es una representacion de dos aspectos particulares de un proyecto (8), esto es de:

1. Las relaciones de precedencia entre las actividades.
2. La duracion de cada actividad.

La precedencia entre dos actividades se denota por: $(i < j)$ lo que indica que la actividad i precede en cuanto a realizacion a la actividad j , es decir que para que - la actividad j se pueda llevar a cabo es necesario que la actividad i ya se haya ejecutado. La precedencia tiene las siguientes propiedades:

- Es transitiva, si $i < j$ y $j < k$, entonces $i < k$.
- Es no reflexiva $i \not< i$
- Es no simetrica, si $i < j$, $j \not< i$

Estas propiedades en las relaciones de precedencia permiten que la estructura del proyecto muestre una secuencia logica y ordenada de las actividades y de su interdependencia. En esta forma simple una red de actividades es mejor conocida bajo el acronimo CPM (critical path method).

donde la duración total mínima del proyecto es llamada - Ruta Critica y sobre la cual se encuentran las actividades criticas que son aquellas que no pueden variar en su tiempo de ejecución pues el tiempo total del proyecto va riaría.

Una vez propuesta la secuencia de actividades para llevar a cabo un proyecto, es necesario para programar a éste; determinar las duraciones posibles para cada actividad, el costo y los recursos requeridos correspondientes a cada duración . A esta determinación se le denomina - " Cuantificación del proyecto ". La cuantificación del - proyecto es total si para cada actividad se determinan - todas las duraciones posibles, el costo y los recursos - requeridos correspondientes. La cuantificación del pro- - yecto es seleccionada si para cada actividad del proyec- - to se selecciona una duración con el costo y los recur- - sos requeridos correspondientes.

La selección de una cuantificación puede ser pre- - ferente ó forzada , dependiendo de las condiciones en -- que deba realizarse el proyecto.

En general existen una ó varias duraciones para - las cuales el costo de ejecución de una actividad es mi- - nimo . A la menor de esas duraciones se le llama duración normal (D_n) y al costo correspondiente se le denomina - costo normal (C_n). Por otro lado la duración de cualquier actividad no puede acortarse indefinidamente, sino que hay una duración límite inferior, a esta duración se le llama simplemente duración límite (D_l) y al menor costo corresg

pendiente se le llama costo límite (C_1) (fig.1.1).

La duración límite de una actividad (D_1) se caracteriza porque no puede reducirse no obstante que se incrementa indefinidamente el personal y el equipo (y por lo tanto el costo) que se destina a la ejecución de la actividad. Este hecho se expresa diciendo que el costo de reducción a partir de la duración límite es infinito.

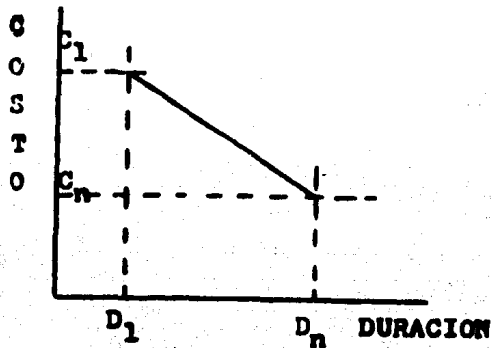


FIG.1.1 RELACION COSTO DURACION

Las duraciones seleccionadas para las actividades de un proyecto pueden ser las duraciones normales, las duraciones límites ó duraciones intermedias entre ellas.

El costo normal del proyecto es el costo de ejecución mínimo posible ya que para cada actividad el costo normal es también el mínimo costo de ejecución.

La duración de un proyecto está determinada por sus actividades críticas y es igual a la suma de las duraciones de las actividades críticas que se encuentran en una trayectoria que parte del evento inicial del proyecto y que llega al evento terminal del mismo. De acuerdo con lo anterior las duraciones posibles de un proyecto deben encontrarse entre las duraciones que resultan para el proyecto cuando:

1. Todas las actividades críticas tienen duraciones

normales.

2. Todas las actividades críticas tienen duraciones límites.

Cuando todas las actividades de que consta el proyecto tienen duraciones normales, la duración resultante del proyecto recibe el nombre de duración normal, y para esta duración corresponde un costo mínimo de ejecución.

La duración mínima de un proyecto resulta cuando todas las actividades en una trayectoria crítica tienen duraciones límites. Debe observarse que esto no implica que todas las actividades del proyecto tengan duraciones límites. Es decir algunas actividades no críticas pueden tener duraciones normales cuando todas las actividades críticas tienen duraciones límites. Este hecho tan importante se ignora frecuentemente en la práctica, en efecto, cuando se desea realizar un proyecto en el menor tiempo posible es común efectuar todas las actividades del proyecto en el menor tiempo posible, es decir en condiciones límites, esta manera de proceder conduce a un incremento innecesario en el costo del proyecto, obteniéndose el costo máximo de ejecución. Existe una infinidad de combinaciones de las duraciones de las actividades no críticas de un proyecto para las cuales la duración de éste es mínima.

El método de CPM se extiende a determinar el costo directo mínimo asociado a cada duración posible del proyecto, así como también a determinar la mínima duración del proyecto para lograr el costo total mínimo.

Para determinar el costo mínimo del proyecto cuando

este se desea ejecutar a una duración posible cualquiera es necesario recurrir a métodos de programación lineal, los cuales permiten determinar directamente el costo mínimo del proyecto cuando este se realiza en un tiempo -- comprendido entre la duración límite y la duración normal. También el método de Fulkerson (29) puede emplearse, permitiendo obtener la gráfica costo mínimo- duración del -- proyecto mucho mas rapidamente que aplicando los métodos de programación lineal que solo permiten obtener punto - por punto de la gráfica de costo mínimo- duración para - un proyecto. Al igual que la determinación anterior el - cálculo del costo mínimo del proyecto cuando éste se -- efectua a duración mínima tambien se lleva a cabo por me- dio de técnicas de programación lineal.

Una vez que se han definido las duraciones y los - costos correspondientes para cada una de las actividades integrantes del proyecto, se procede a programarlas median- te el procedimiento de ruta critica (ver apéndice A). De- terminados los tiempos de inicio y de terminación más pró- ximos y más alejados para todas las actividades del pro- yecto se traza el perfil de recursos requeridos contra --- tiempo para ambos programas. Este diagrama permite:

- Visualizar la distribución de recursos requeridos a través de la duración del proyecto.
- Determinar si la cantidad requerida de un recurso cualquiera excede en un cierto intervalo de tiempo a la cantidad disponible de dicho intervalo.
- Conocer los periodos en que no se necesita un cier-

to recurso (equipo ó personal).

- Determinar si las distribuciones de los recursos requeridos son inconvenientes debido a cualquiera de las siguientes causas:
 - . Grandes concentraciones en periodos cortos de tiempo.
 - . Acumulación rápida de un recurso
 - . Periodos largos e intermitentes de no utilización de un recurso.
- Organizar eficientemente las compras, los pedidos ó la contratacion de los recursos requeridos.
- Determinar si es conveniente el empleo de una mayor cantidad de recursos ó la utilizacion de otros procedimientos de ejecución en algunas actividades, - con el objeto de lograr una distribución eficiente de ciertos recursos.

Las cantidades de los recursos requeridos para efectuar una actividad cualquiera del proyecto, dependen de las condiciones en que la actividad se vaya a realizar y de la duración que se seleccione para ella.

Consecuentemente las cantidades totales de los recursos requeridos para realizar un proyecto quedan definidas al hacer una selección de la cuantificación del mismo. Sin embargo es evidente que la distribución de los recursos requeridos no solo depende de la cuantificación seleccionada sino que depende tambien del programa que se formule para la realización del proyecto.

El diagrama representa un posible programa ó calenda-

rio de trabajo para el proyecto en cuestión.

Es posible generar varios programas del proyecto los cuales estan acotados por dos programas límites, es decir - aquellos que resultan de :

1. Programar a todas las actividades integrantes de un proyecto en sus tiempos de inicio más próximos.
2. Programar a todas las actividades integrantes de un proyecto en sus tiempos de iniciación más alejados.

Evidentemente al utilizar la condición 1. no se hace uso de los márgenes totales * de las actividades no críticas del proyecto.

Al utilizar la segunda condición se hace uso completo de dicho margen. Entre estas dos condiciones límites es posible tener una infinidad de condiciones que resultan de usar parcialmente los márgenes totales de las actividades no críticas. A cada combinación posible de tiempos de iniciación ó de terminación de las actividades del proyecto ; es decir, a cada programa posible corresponde una distribución de los recursos requeridos. La determinación mediante métodos matemáticos del programa que da lugar a la determinación óptima de recursos requeridos ofrece dificultades -- a medida que la complejidad del proyecto aumenta en cuanto al número de actividades y tipos de recursos se refiere.

* El margen total de una actividad se define como la diferencia entre el tiempo de terminación más alejado y el tiempo de iniciación más próximo (ver apéndice A)

El método mas usual para la selección de un programa al que corresponda una distribución satisfactoria de recursos toma en cuenta que :

a. No todos los recursos para ejecutar un proyecto son igualmente importantes, desde el punto de vista de distribución en el tiempo de realización del proyecto.

b. Las distribuciones óptimas de varios recursos requeridos para un proyecto pueden ser incompatibles entre ellas. Es decir, el programa que conduce a la distribución óptima del recurso r_1 , puede ser distinto del programa que conduce a la distribución óptima del recurso r_2 por ejemplo.

El método consiste en :

- Obtener las distribuciones de los recursos requeridos para realizar los programas límites.
- Clasificar los recursos requeridos en orden de importancia, atendiendo a las condiciones en que se vaya a realizar el proyecto.
- Analizar las distribuciones de los recursos mas importantes para los programas límites.
- Obtener las distribuciones de los recursos mas importantes unicamente para uno ó varios programas intermedios entre los programas límites.
- Analizar las nuevas distribuciones obtenidas. Seleccionar un programa y obtener ó revisar las distribuciones de los otros recursos.

1.3.2 METODO PERT DE PROGRAMACION

El método PERT (Program Evaluation and Review Technique) fue desarrollado en los Estados Unidos en 1958 por

un grupo de investigadores de la firma Booz, Allen y - Hamilton de Chicago Ill., utilizandose por primera vez en la dirección del programa Polaris con gran éxito. - Actualmente en los Estados Unidos, el Ejército, la Marina y la Fuerza Aerea exigen la utilización del método -- PERT a todos los contratistas que realizan trabajos para ellos. En México el método PERT se ha empleado poco y no con el carácter probabilístico con que fue concebido, si no como método equivalente al CPM.

A diferencia del método de ruta crítica, el PERT introduce la incertidumbre en los tiempos estimados para las duraciones de las actividades y por ende del proyecto. El método PERT emplea la duración de las actividades llamada tiempo medio esperado (t_e), junto con una medida -- asociada de incertidumbre para esta duración de la actividad. Esta incertidumbre puede expresarse como la desviación estandar (σ_{t_e}), ó como la varianza (v_{t_e}) de la duración. Se pretende que el tiempo medio esperado sea el tiempo estimado con aproximadamente un 50% de probabilidad de que la duración real sea menor y un 50% de probabilidad de que dicha duración lo exceda.

Siendo el método PERT un método de programación su empleo requiere que el proyecto al que se aplica haya sido planeado previamente y que el plan elaborado haya sido representado por una gráfica ó diagrama de flechas.

La duración de una actividad cualquiera depende de los siguientes factores de ejecución:

a. Cantidad y calidad de los recursos que se apli-

quen a la ejecución de la actividad.

b. Métodos de ejecución utilizados

c. Condiciones en que se ejecuta

Si fuese posible repetir la actividad en cuestión conservando constantes a los factores anteriores, la duración de la actividad sería la misma. Sin embargo, la experiencia demuestra la presencia ineludible de factores que dependen del azar en los tres factores de ejecución anteriores. Esto trae como resultado que la duración de una actividad cualquiera sea una variable aleatoria cuya distribución de probabilidades tiene características que dependen del grado de control que pueda tenerse en los tres factores de ejecución. Mientras mayor sea el grado de control que se ejerza en la ejecución de una actividad, menor será la dispersión de su distribución de probabilidades y viceversa.

La distribución de probabilidades de la duración de una actividad puede determinarse mediante uno de los dos procedimientos siguientes:

- a. Repetir la actividad un número suficiente de veces y hacer un análisis estadístico de las duraciones observadas.
- b. Suponer el tipo de la distribución y hacer una estimación de los parámetros de la misma, con base en ciertas duraciones estimadas por especialistas en la ejecución de la actividad.

El procedimiento a. es el único realmente confiable sin embargo con frecuencia solo es factible emplearlo cuando la actividad forma parte de un proceso repetitivo. La -

mayoría de las veces hay necesidad de recurrir al procedimiento b. Con fines de utilización del método PERT una forma de determinar la distribución de probabilidades de la duración de una actividad cualquiera es la siguiente:

- 1) Supongase que la distribución de probabilidades de la duración de una actividad es del tipo beta siendo los extremos del intervalo de variación - los valores a y b que se definen en el siguiente párrafo.
- 2) Consultando con especialistas en la ejecución de la actividad y teniendo en cuenta los factores - de ejecución específicos se estiman tres duraciones para la actividad.
 - a) Duración optimista, definida como aquella duración a de la actividad tal que si ésta se realizara un gran número de veces, solamente el 1% de ellas la duración de la actividad sería menor ó igual que a.
 - b) Duración pesimista, definida como aquella duración b de la actividad, tal que si ésta se realizara un gran número de veces, solamente el 1% de ellas la duración de la actividad - sería mayor que b.
 - c) Duración más probable, definida como aquella duración m de la actividad, tal que si ésta se realizara un gran número de veces la duración más frecuente sería m.
3. Estimar el valor medio μ y la desviación estándar de la distribución de probabilidades de la -

duración de la actividad utilizando las fórmulas siguientes:

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\sigma = \frac{b - a}{6}$$

En la figura 1.2 se muestra la forma general de la distribución beta, donde se muestra un pico ó moda correspondiente al tiempo más probable (m).

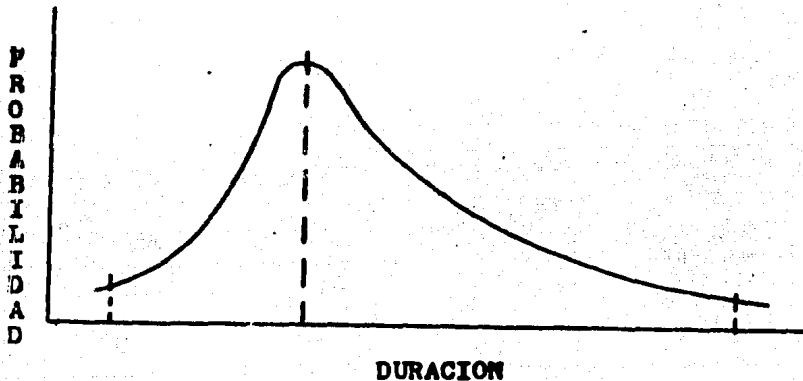


FIG. 1.2 GRAFICA DE LA FORMA GENERAL DE LA DISTRIBUCION BETA

Adoptando el tiempo medio esperado de las actividades los calculos de la ruta critica proceden como antes. Sin embargo, según el enfoque del PERT a cada duración se le asocia su desviación estandar y su varianza. Así las fechas calculadas para los eventos estaran basadas en los tiempos medios esperados de eventos y en consecuencia estaran sujetos a duda; la medida de esta duda requiere el empleo de la desviación estandar de los eventos.

Frecuentemente se impone una restricción de terminación programada para forzar una solución (si es posible una solución) a fin de cumplir requisitos de terminación. En otras palabras, se hace un intento de garantizar ó lograr un 100% de certidumbre tomando acciones apropiadas.

Otra corriente se inclina por el uso de la varianza de las actividades para determinar el riesgo - de cumplir alguna fecha impuesta, antes de tomar ninguna acción. Esto permite el ajuste del programa para garantizar un nivel de riesgo aceptable para la administración .

El riesgo se define en términos de probabilidades. La siguiente fórmula puede aplicarse a cualquier evento para determinar la probabilidad de S:

$$P_j = \frac{S_j - E_j}{\sigma_{E_j}}$$

Donde S es el tiempo de terminación programado impuesto en el evento j, E es el tiempo más próximo en el cual todas las actividades se terminan en el evento i (o la iniciación más próxima de todas las actividades que se inician en el evento j) , y σ_{E_j} es la desviación estandar de E.

σ_{E_j}

Suma de los valores σt_e^2 de todas las actividades, desde el primer evento hasta el evento j, que afecten el cálculo de E en el evento j.

Una vez que se ha determinado el valor de F_j , se usa una tabla de valores de la curva normal para determinar la probabilidad de cumplir S.

En la técnica del PERT el tiempo es el factor esencial que ha de analizarse ; ya que inútil introducir costos antes de que las predicciones de tiempo y la probabilidad de cumplir con ellos se haya determinado.

Aparte del aspecto probabilístico gran parte de la técnica del PERT es similar al CPM las diversas modalidades del PERT quedan fuera del alcance de esta tesis.

II CLASIFICACION DE LOS METODOS DE PROGRAMACION DE PROYECTOS CON RECURSOS RESTRINGIDOS

2.1 ASIGNACION DE RECURSOS

Una vez determinada la duración del proyecto - mediante el procedimiento de ruta crítica (CPM) y por lo tanto los márgenes totales para todas las actividades de que consta el proyecto, se procede a determinar el perfil de recursos requeridos vs. tiempo (duración del proyecto). Cuando el nivel de recursos disponibles es comparado contra el nivel de recursos requeridos surge el problema de asignación de recursos. Así por ejemplo es posible que los niveles de demanda excedan a los niveles de disponibilidad en algunos períodos, ó puede ser que la variación en los perfiles de recursos se considere excesiva y por lo tanto se tienda a nivelar el perfil. Otra posibilidad es que la primera aproximación en la duración del proyecto sea demasiado grande, por lo que se requiere una asignación adicional de recursos para disminuir la duración del mismo.

Los problemas de asignación de recursos (4,5)- pueden ser categorizados en tres tipos :

1. Problema tiempo - costo

La realización de alguna ó de todas las actividades del proyecto puede ser acelerada mediante una asignación adicional de recursos, con el incremento corres-

pendiente del costo directo de la actividad.

Existen diferentes combinaciones en las duraciones de las actividades las cuales producen alguna duración - deseable del programa. Sin embargo cada combinación proporciona un valor diferente del costo total del proyecto. La solución de problemas de este tipo, tienen como objetivo determinar el programa con el menor costo para una duración dada del proyecto, generalmente bajo la suposición de recursos ilimitados.

2. Problema de nivelación en la demanda de los recursos.

Este problema surge cuando hay recursos suficientes para programar todos los trabajos concurrentes, sin embargo se desean utilizar los recursos en una cantidad relativamente constante. El objetivo de ~~el~~ proceso de nivelación es de suavizar tanto como sea posible el -- (los) perfil (es) de recursos, durante toda la duración del proyecto. Esto se logra mediante reprogramaciones sucesivas de las actividades en la fase de programación. Las reprogramaciones consisten en obtener el mejor ordenamiento ó acomodo de las actividades dentro de su margen total disponible, con el propósito de obtener un perfil de recursos lo más constante que sea posible.

El caracter distintivo de la nivelación de recursos en contraste con la programación bajo límites fijos es que la duración del proyecto no se incrementa más allá de la ruta crítica original.

3. Problema de programación de proyectos bajo límites de recursos fijos .

El problema cae dentro de esta categoría cuando hay cantidades fijas disponibles de recursos durante cada período de tiempo en la duración del proyecto.

Cuando la cantidad disponible de recursos no es suficiente para satisfacer la demanda hecha por las actividades concurrentes , se requiere evaluar una secuencia de actividades la cual a menudo incrementa la duración del proyecto más allá de la ruta crítica original,(4).

En este tipo de problemas el objetivo es obtener el menor incremento en la duración del proyecto. En esta categoría los problemas son generalmente descritos como programación de proyectos con recursos restringidos.

2.2 MODELOS DE PROGRAMACION DE PROYECTOS CON RECURSOS RESTRINGIDOS

Los modelos de programación de proyectos con recursos restringidos (10), pueden clasificarse empleando como base de la distinción :

- El número de tipos de recursos
- La disponibilidad de los recursos
- Los requerimientos de los recursos

dicha clasificación se muestra en la tabla 2-1.

**TABLA 2-1 CLASIFICACION DE MODELOS DE PROGRAMACION
CON RECURSOS RESTRINGIDOS**

PROBLEMA TIPO	NUMERO DE TIPOS DE RECURSOS	UNIDADES DE RECURSOS DISPONIBLES POR UNIDAD DE TIEMPO	NUMERO DE TIPOS DE RECURSOS REQUERIDOS PARA LA ACTIVIDAD i
1/1/1	1	1	1
n/1/1	n	1	1
1/n/1	1	n	1
n/n/1	n	n	1
n/1/n	n	1	n
n/n/n	n	n	n

n = múltiple (no necesariamente iguales)

67

Un conjunto de recursos requeridos R para la realización del proyecto, esta compuesto por unidades de diferentes recursos, los cuales pueden ser clasificados dependiendo de :

1. La función que ellos realicen.

Se clasifican como un tipo de recurso a aquellas unidades que tienen la misma función, - (las unidades del mismo tipo no tienen necesariamente que ser idénticas).

2. El carácter de las restricciones sobre su -- disponibilidad.

Para ésta segunda clasificación hay tres categorías de recursos :

- Renovables (ó no almacenables). Para los cuales las restricciones en la disponibilidad conciernen solamente al uso total en todo momento de la duración del proyecto. La mano de obra, maquinaria, equipo y dinero - son ejemplos de recursos renovables.

- No renovables (ó almacenables). Para los cuales las restricciones en la disponibilidad conciernen unicamente al consumo total sobre todo el tiempo de la -- duración del proyecto. Las materias primas, el dinero y - el combustible son ejemplos de este tipo de recursos.

- Doblemente restringidos. Para los cuales las restricciones en la disponibilidad conciernen tanto al -- uso como al consumo. El dinero es probablemente el mejor ejemplo de un recurso doblemente restringido.

Puede verse que esta clasificación no es solamente

resultado de la naturaleza de los recursos sino que también depende de la situación práctica real.

2.3 CLASIFICACION DE LOS PROCEDIMIENTOS DE PROGRAMACION DE PROYECTOS CON RECURSOS RESTRINGIDOS

Los procedimientos para programar proyectos con recursos restringidos pueden clasificarse en dos categorías (4,5):

2.3.1 En base al tipo de resultados que producen y a las características de los problemas a los cuales se aplica. A su vez esta categoría se subdivide en :

2.3.1.1 Procedimientos de optimización

2.3.1.2 Procedimientos heurísticos ó aproximados.

2.3.2 En términos del número de tipos de recursos involucrados en el proyecto (5) .

2.3.1.1 Procedimientos de optimización

Cuando los recursos requeridos para la realización de las actividades de un proyecto están disponibles en -- cantidades limitadas tal que la demanda de actividades -- concurrentes no puede ser satisfecha, surge el problema -- de programación de proyectos con recursos restringidos. -- Bajo estas condiciones se requiere tomar decisiones sobre la secuencia de actividades a programarse en un instante, a menudo con un resultado que incrementa la duración del proyecto más allá de la ruta crítica original. Por tal -- motivo la programación de proyectos con recursos restrin-- gidos tiene como objetivo minimizar el incremento en la duración del proyecto. Para llevar a cabo este objetivo surgieron algunos procedimientos de optimización los -- cuales producen programas con la mínima duración sujetos a restricciones tanto de precedencia como de recursos. -- Estos métodos se han caracterizado por progresos prácti-- cos mucho mejores que los métodos heurísticos. Los proce-- dimientos que han sido desarrollados pueden dividirse en:

1. Procedimientos basados en programación lineal
2. Procedimientos basados en enumeración

1. Programación lineal

Fue el primer método propuesto para la formulación de problemas de programación con recursos restringidos.

Wiest (5) por ejemplo, en su formulación notb -

que el procedimiento era bastante impráctico pues para una red compuesta por 55 actividades y 4 tipos de recursos se necesitaban 5000 ecuaciones y 1600 variables. Investigadores posteriores mejoraron la formulación de Wiest, aplicando códigos de computadora a la programación lineal, sin embargo los problemas resueltos generalmente eran pequeños (15 actividades y 3 tipos de recursos).

En años mas recientes aparecieron nuevas e interesantes formulaciones de programación lineal " entera " y "binaria" , pero los tiempos de computo involucrados en la solución del problema por estos medios frecuentemente convierten a los métodos en imprácticos e ineficientes. Huber (11) concluye que la aproximación binaria es un medio ineficaz para la solución de este problema, Brand(2) y Moodie (19) descartan a la programación entera como una alternativa por los excesivos tiempos de computo.

2. Procedimientos basados en enumeración y otras técnicas matemáticas.

Consisten primordialmente de técnicas que han aparecido recientemente en escena, estas técnicas estan basadas en una enumeración implícita de todas las posibles combinaciones de las secuencias de actividades , e incluyen procedimientos llamados de " rama y frontera".

Los investigadores demostraron que dichos proce-

dimientos son capaces de resolver redes con recursos sencillos. Davis (6) desarrolló un procedimiento para manejar redes de hasta 50 actividades y 5 tipos de recursos. Este procedimiento requiere que cada actividad sea representada como un conjunto de tareas con duración unitaria.

Los procedimientos basados en enumeración proporcionan mejores resultados que los anteriores, pero desde el punto de vista práctico también son superados por los procedimientos de aproximación heurística (que son los mas viables para resolver problemas grandes), mientras que aquellos resuelven problemas pequeños.

2.3.1.2 Procedimientos heurísticos ó aproximados

La falta de éxito de los procedimientos de optimización en la programación de proyectos con recursos restringidos, ha creado la necesidad de desarrollar otro tipo de métodos, los cuales pueden resolver el problema proporcionando resultados confiables de una forma práctica y no tan sofisticada. A estos procedimientos se les conoce con el nombre de Métodos Heurísticos, los cuales producen " buenos " programas factibles. Los procedimientos heurísticos para la programación de proyectos con recursos restringidos son hoy medidas prácticas para solucionar grandes y complejos problemas del tipo comúnmente encontrado en la industria.

Este tipo de métodos están formados por reglas ó heurísticas, las cuales son criterios basados en la experiencia para asignar prioridades a las actividades que compiten por los mismos recursos escasos, resolviendo - el problema en favor del trabajo con la mayor prioridad.

Numerosos autores han propuesto muchas y muy variadas heurísticas, todas ellas producto de la experiencia de éstos en este campo: Las reglas son conocidas - por sus siglas en inglés, como algunos ejemplos de estas se pueden citar:

MINSLK (Mínimo margen total)

Esta regla otorga la mayor prioridad a aquella - actividad con el mínimo margen posible.

LFT. (Primero la actividad con el menor tiempo de terminación más alejado).

Esta heurística asigna la mayor prioridad a aquella actividad que posea el menor tiempo de terminación más alejado.

GRD (Mayor demanda de recursos).

Esta regla asigna la mayor prioridad a aquella actividad que requiera la mayor cantidad de recursos de todos los tipos.

SOP (Primero la actividad mas corta)

Esta heurística asigna la mayor prioridad a aquella actividad con la menor duración.

Existen reglas más sofisticadas que otras, sin - embargo en la práctica, aun empleando heurísticas muy - sofisticadas no se puede decir que la aplicación de una

regla en particular ó una combinación de ellas proporcione el mejor resultado a un problema dado, pero evidentemente dada la gran variedad de heurísticas existentes, unas se aplican mejor que otras a un determinado problema .

El uso de la computadora permite probar varias -- heurísticas diferentes para un proyecto dado y seleccionar el programa con la menor duración, de esta forma se pueden obtener resultados cercanos a los óptimos.

La mayoría de los procedimientos heurísticos empiezan a atacar el problema basandose en el CPM original, programando todas las actividades en sus tiempos de iniciación más próximos. Cada período de tiempo del programa es examinado para determinar si el límite de recursos es excedido.

Las reglas se aplican en una forma mecánica, trabajando secuencialmente por períodos de tiempo a lo largo de todo el programa, retrasando determinadas actividades así como también sus sucesores hasta que todos los trabajos sean programados y se obtenga un programa factible en cuanto a asignación de recursos se refiere.

Un gran número de rutinas heurísticas desarrolladas para computadora para la programación de proyectos con recursos restringidos, han sido desarrolladas por varias organizaciones para su uso propio, y algunas otras son ofrecidas comercialmente a un alto costo en paquetes de cómputo, consecuentemente solo se dispone en la literatura de la operación detallada de muy pocos procedimientos

tos heurísticos.

La aplicación de los métodos heurísticos es muy grande, pues ataca diversos campos, entre algunos ejemplos podemos citar:

- Control de producción en operaciones repetitivas de manufactura.
- Programación de operaciones de construcción
- Programación de programas de radio y televisión etc.

2.3.2 En términos del número de tipos de recursos involucrados en el proyecto (5).

Tanto los procedimientos heurísticos como los óptimos pueden ser clasificados en términos del número de recursos que involucren en el modelo fundamental del proyecto:

1. Solamente un tipo de recurso común a todos los trabajos en el proyecto con requerimientos y disponibilidades expresados en términos de múltiplos de unidades, (5 hombres, 6 camiones etc.) a este tipo de modelos se les denomina de recursos simples.

2. Mas de un tipo de recurso por proyecto pero solamente un tipo por trabajo con recursos disponibles y requeridos limitados a una unidad de recurso (trabajos en un taller) conocidos como job-shop. En este tipo de procedimientos se requiere obtener la menor suma de los tiempos de realización de los trabajos, cada uno comprendiendo una ó mas operaciones a ser realizadas en una determinada secuencia sobre máquinas específicas.

3. Mas de un tipo de recurso por trabajo y por proyecto con requerimientos y disponibilidades expresadas en múltiplos de unidades (a este caso se le da nomina multi-recurso#).

Esta tesis se enfocará a la proposición de un método multi- recursos puesto que es uno de los mas - encontrados en la industria y en el desarrollo de un proyecto.

2.4 CLASIFICACION DE PROGRAMAS DE PROYECTOS

Los programas se clasifican (28) en base al calendario de proyectos que generen.

Estos pueden ser :

- programas factibles
- programas óptimos
- Programas justificados hacia la izquierda
- Programas justificados hacia la derecha
- Programa justificado asociado hacia la izquierda
- Programa justificado asociado hacia la derecha

PROGRAMA: FACTIBLE

Es aquel programa donde el número de recursos requeridos es menor ó igual al número de recursos disponibles a lo largo de toda la duración del proyecto, la cual es finita. Siendo la duración límite del mismo la que tendría si las actividades se realizaran una por una, iniciandose cada actividad hasta haberse concluido la anterior.

PROGRAMA OPTIMO

Un programa óptimo es un programa factible producido por algun procedimiento de optimización , el cual genera un calendario cuya duración es la mínima comparada con los producidos por otros programas factibles empleando diferentes heurísticas.

Para poder definir los programas justificados hacia la izquierda y hacia la derecha y los programas justificados asociados tanto a la derecha como a la izquierda, es necesario definir previamente algunas operaciones -

realizadas sobre el calendario del proyecto. Para ello hay que considerar un programa factible y un conjunto limitado de recursos.

DESPLAZAMIENTOS HACIA LA IZQUIERDA Y HACIA LA DERECHA

Considerese un calendario de proyecto y un conjunto limitado de recursos, seleccíonese cualquier actividad j cuyo tiempo de iniciación programado más próximo sea mayor que cero. Si dicha actividad puede ser reprogramada para empezar un día antes de la fecha de iniciación programada más próxima, sin violar las restricciones tanto de recursos como de precedencia, se dice entonces que la actividad j puede ser desplazada hacia la izquierda sobre el calendario del proyecto. Si dicha actividad puede ser reprogramada para empezar un día después de la fecha de iniciación programada más alejada sin violar las restricciones tanto de recursos como de precedencia, se dice entonces que la actividad j puede ser desplazada hacia la derecha sobre el calendario del proyecto. La programación de un proyecto en sus tiempos de iniciación más alejados se realiza con el propósito de calcular el margen total de las actividades del proyecto, - en el caso de recursos limitados -. Esto se explicara ampliamente en las siguientes secciones.

DESPLAZAMIENTO LOCAL HACIA LA IZQUIERDA

Un desplazamiento local hacia la izquierda de una actividad j esta formado por una serie de desplaza

mientos hacia la izquierda de un día de dicha actividad, donde cada desplazamiento respeta las restricciones tanto de recursos como de precedencia, conservandose en cada movimiento la factibilidad del programa.

DESPLAZAMIENTO LOCAL HACIA LA DERECHA

Un desplazamiento local hacia la derecha de la actividad j , está formado por una serie de desplazamientos hacia la derecha de un día de dicha actividad, donde cada desplazamiento conserva la factibilidad del programa, respetandose por lo tanto las restricciones de recursos y de precedencia.

DESPLAZAMIENTO GLOBAL

Los desplazamientos globales pueden ser hacia la izquierda ó hacia la derecha.

Un desplazamiento global ya sea a la izquierda ó a la derecha se define como el desplazamiento de más de un día en un mismo período sobre el calendario del proyecto de una ó más actividades. Donde esto no significa necesariamente que las actividades tengan que desplazarse a todo su margen total, sino hasta donde se considere conveniente en cuanto a distribución de recursos se refiere.

Ambos tipos de desplazamientos (local y global) se llevan a cabo en la fase de programación, conservando siempre la factibilidad del proyecto.

El siguiente ejemplo servirá para facilitar la comprensión de los demás tipos de programas. Considere-se el programa mostrado en la figura 2.1 cuyos recursos

están limitados a 10/ día.

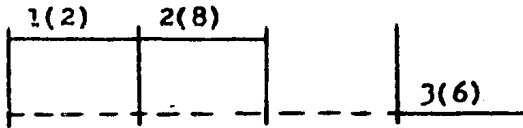


FIG. 2.1 PROGRAMA CON RECURSOS RESTRINGIDOS

Donde cada intervalo significa un día en la realización del proyecto.

La flecha indica que el trabajo número uno - (colocado sobre la flecha y fuera del parentesis), se llevara a cabo en un día (número de intervalos que abarca la flecha), empleando dos unidades de un tipo de recurso (número entre parentesis).

PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA IZQUIERDA

El trabajo número 3 de la figura anterior puede ser desplazado hacia la izquierda un periodo, es decir, empezaría en el segundo día y continuaría siendo factible, pero también justificado hacia la izquierda. Un programa justificado hacia la izquierda es un programa factible, generado a partir de un programa producido por algún procedimiento heurístico, sobre el cual empleando únicamente desplazamientos locales hacia la izquierda de las actividades sobre su margen total, es posible programarlas en sus tiempos de iniciación más próximos, siempre y cuando no violen las restricciones tanto de recursos como de precedencia.

PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA DERECHA

Un programa justificado hacia la derecha, es un programa factible generado a partir de un programa producido por algún procedimiento heurístico, sobre el cual empleando únicamente desplazamientos locales hacia la derecha de las actividades sobre su margen total, es posible programarlas en su tiempo de iniciación más alejado, respetando las restricciones tanto de recursos como de precedencia.

PROGRAMA JUSTIFICADO ASOCIADO A LA IZQUIERDA

Un programa justificado asociado a la izquierda es un programa justificado hacia la izquierda que puede ser derivado de un programa justificado hacia la derecha mediante desplazamientos locales hacia la izquierda.

PROGRAMA JUSTIFICADO ASOCIADO A LA DERECHA

Un programa justificado asociado a la derecha es un programa justificado hacia la derecha que puede ser derivado de un programa justificado hacia la izquierda mediante desplazamientos locales hacia la derecha.

2.5 DETERMINACION DEL MARGEN TOTAL CUANDO SE CUENTA CON RECURSOS LIMITADOS

Cuando los recursos no están limitados el concepto de margen total es simple y carece de ambigüedad. Hay un valor simple del margen total asociado con cada trabajo, éste se deriva del hecho de que hay un programa único justificado hacia la izquierda y uno justificado hacia la derecha para un proyecto dado.

Si se conserva la idea de que el margen total representa la cantidad de tiempo que un trabajo puede demorarse de su fecha de iniciación más próxima sin retrasar la fecha de terminación del proyecto, entonces se debe redefinir este concepto cuando se habla de recursos limitados.

En el caso de recursos limitados los valores del margen total se refieren a un par de programas, uno justificado hacia la izquierda y el otro hacia la derecha. Pueden haber varios programas justificados tanto a la izquierda como hacia la derecha para cada proyecto dependiendo del orden de los cambios y del punto de iniciación.

En general para cada proyecto y conjunto limitado de recursos, existe un conjunto de programas justifica--

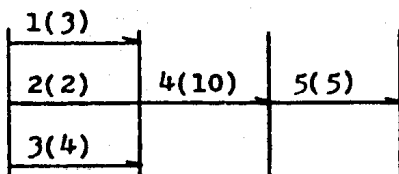
dos hacia la izquierda J_L y un conjunto de programas - justificados hacia la derecha J_R . Para cada programa g el cual es elemento del conjunto de programas justificados hacia la izquierda, existen uno o más programas - justificados asociados hacia la derecha. Estos comprenden un subconjunto propio del conjunto de programas justificados hacia la derecha.

Considerese el siguiente ejemplo, en el cual -- los trabajos son realizados empleando un solo tipo de recurso.

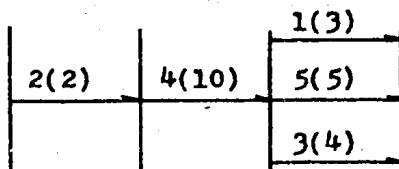
TABLA 2-3

TRABAJO NUMERO	TAMAÑO DEL RECURSO	PREDECESORES	LONGITUD EN DIAS
1	3	-	1
2	2	-	1
3	4	-	1
4	10	2	1
5	5	4	1

Sin limitación de recursos el proyecto tendría el programa mostrado en la figura 2.2

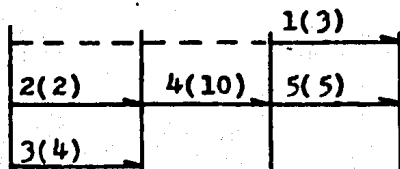
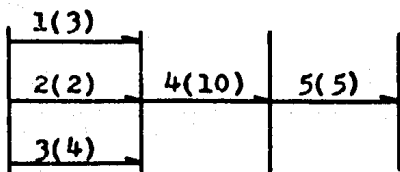


Programa justificado hacia la izquierda. Las actividades son programadas en sus tiempos de iniciación más próximos. fig.2.2



Programa justificado hacia la derecha. Las actividades son programadas en sus tiempos de iniciación más alejados. fig.2.3

Los trabajos 1 y 3 tendrían un margen total de dos días (fig. 2.3) y los otros trabajos serían críticos con un margen total de cero. Si se dispone de 10 hombres únicamente entonces el conjunto de programas justificados hacia la izquierda J_L contiene 6 diferentes programas, los cuales se muestran a continuación. El número que se encuentra fuera del paréntesis es el número del trabajo y el que está dentro indica el número de unidades de recurso que emplea.



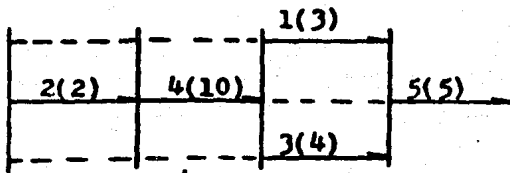
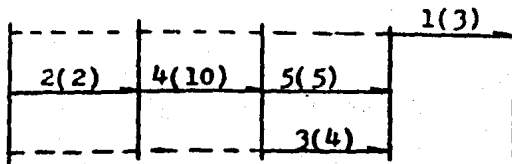
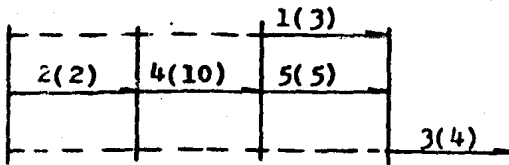
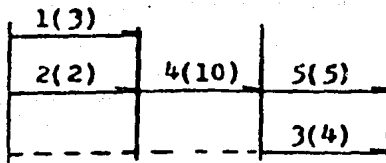


FIG. 2.4 CONJUNTO DE PROGRAMAS JUSTIFICADOS HACIA LA IZQUIERDA J_1

Se puede notar que para los tres trabajos (1,3,5) el tiempo de iniciación más próximo y el tiempo de iniciación más alejado dependen del programa particular que se elija y por lo tanto ningún valor simple del margen total existe para estas actividades. Obviamente los métodos ordinarios para calcular el margen total no son suficientes para el caso de recursos limitados. Por tal motivo West (28) propone un método para generar un solo programa justificado asociado hacia la derecha en base a las reglas que se muestran a continuación.

1. Generar varios programas justificados hacia la izquierda empleando diferentes heurísticas.
2. Para cada uno de los programas justificados hacia la izquierda generar su respectivo programa justificado asociado hacia la derecha, mediante el procedimiento de Wiest. Este procedimiento produce un programa justificado asociado a la derecha en base a los siguientes puntos, los cuales se aplican en orden descendente:
 - a) Se desplazan hacia la derecha los trabajos en orden ascendente de sus tiempos de terminación más próximos EF (Nótese que aquellos trabajos que tienen -- el mayor tiempo de terminación más próximo igual a el tiempo de terminación del proyecto F ya han sido justificados hacia la derecha).
 - b) Si varias actividades tienen el mismo tiempo de -- terminación más próximo EF, entonces se calcula -- para cada actividad en el conjunto su tiempo de -- iniciación más alejado LS y se desplazan hacia la derecha los trabajos en orden descendente de sus -- tiempo de iniciación más alejados LS.
 - c) En el caso de que varias actividades tengan el mismo tiempo de iniciación más alejado, los trabajos se desplazan hacia la derecha en orden ascendente de sus requerimientos de recursos.
 - d) En el caso de que varias actividades tengan los -- mismos requerimientos de recursos, las actividades se desplazan a la derecha en orden ascendente

de sus números de identificación. Estas reglas se muestran en forma de algoritmo en el apéndice B, - ya que son una parte importante en la determinación de la secuencia crítica de un proyecto.

3. Una vez obtenido el programa justificado asociado hacia la derecha, se calcula el margen total para todas las actividades, como la diferencia entre el tiempo - de iniciación más alejado y el tiempo de iniciación mas próximo de la actividad j.
4. Para cada par de programas justificados hacia la derecha y hacia la izquierda, se traza la gráfica de recursos requeridos contra tiempo y se selecciona aquel programa que presenta la mejor nivelación de los recursos, es decir aquella gráfica con la distribución mas nivelada de los recursos y aceptandose los valores del margen total para cada una de las actividades que tiene el programa, seleccionando como los valores del margen total de las actividades para ese proyecto.

2.6 SECUENCIA CRITICA

En el caso de recursos ilimitados la secuencia de trabajos críticos que determina la duración mínima del proyecto se llama ruta crítica, y puede trazarse sobre un calendario del proyecto como una secuencia irrompible de trabajos ordenados tecnológicamente desde el principio - hasta el final del proyecto.

Cuando se cuenta con recursos restringidos dicho conjunto de actividades recibe el nombre de secuencia crítica y puede ser de dos tipos diferentes:

1. Secuencia tecnológica

Dado un proyecto X, una secuencia tecnológica de trabajos es un conjunto T de dos ó más actividades, tal que para realizar un trabajo j es necesario haber realizado todas aquellas actividades predecesoras de el trabajo j y donde este y alguno de sus predecesores forman parte de la secuencia crítica. Por ejemplo la secuencia A, B, C y D es tecnológica si D depende de C, C depende de B y B depende de A.

2. Secuencia de recursos

Cuando el orden de realización asignado a las actividades es consecuencia de que estas utilizan los mismos tipos de recursos, la secuencia recibe el nombre de secuencia de recursos. Las actividades pertenecientes a este tipo de secuencia no dependen tecnológicamente de sus

actividades predecesoras.

Una secuencia crítica tiene las siguientes propiedades :

1. Todos los trabajos en la secuencia tienen un margen total igual a cero.

2. Si en la secuencia las actividades están arregladas en orden ascendente de sus tiempos de iniciación programados (t_j^s) entonces :

a) Cualquier par de trabajos adyacentes en la secuencia es co-miembro ya sea de una secuencia unida tecnológicamente o de una secuencia unida de recursos (o de ambos).

b) El primer trabajo en la secuencia es también el primer miembro de cada unión tecnológica - y/o de la secuencia de recursos a la que pertenece.

c) El último trabajo en la secuencia es también el último miembro de cada unión tecnológica - y/o de la secuencia de recursos a la que pertenece.

3. La longitud de la secuencia crítica y por lo tanto del proyecto es de :

$$z = \sum_{j_i \in C} t_{ij}$$

4. Una secuencia crítica de dos ó más trabajos sigue ya sea una secuencia tecnológica o una secuencia unida de recursos ó a ambas.

Si una secuencia tecnológica es seguida por una secuencia de recursos, el último trabajo de la primera secuencia emplea los recursos de la última y es por lo tanto miembro de ella. Para ilustrar esto se considera la siguiente figura :

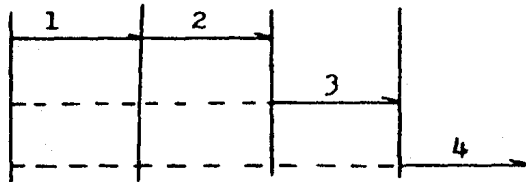


FIG. 2.5 LA SECUENCIA CRITICA PUEDE SER DE TIPO TECNOLÓGICO (1,2) O DE RECURSOS (2,3,4)

El trabajo 1 emplea el recurso a y los trabajos 2,3, y 4 el recurso b. Como la gráfica indica $1 \ll 2$ y 1 y 2 forman una secuencia unida por el orden tecnológico, pero 2 es también un miembro de una secuencia unida de recursos 2, 3 y 4 .

2.6.1 SUBOPTIMOS LOCALES

Para la programación de un proyecto real generalmente se utilizan procedimientos heurísticos. En función de la técnica heurística se obtiene un programa justificado hacia la izquierda con una cierta calidad en cuanto a asignación de recursos se refiere. Puesto que los recursos están restringidos generalmente se obtendrán programas en donde es posible que se haya realizado una pobre asignación de recursos en un punto determinado del

proyecto. Para comprender lo que es un suboptimo local es necesario definir los siguientes conceptos (28):

- Conjunto local

En un programa justificado hacia la izquierda - un conjunto local se denota como $U = [u_1, u_2, \dots, u_r]$. Donde todas las actividades u que lo integran tienen la misma fecha de iniciación más próxima (ES_u) y emplean el mismo tipo de recursos. En el ejemplo siguiente fig. 2.6 existen los siguientes conjuntos locales: (1,5), (2,3,4) y (6,7). Para definir los siguientes conceptos se consideran únicamente como conjunto local el formado por las actividades 6 y 7, donde los recursos están restringidos a 10 unidades por día.

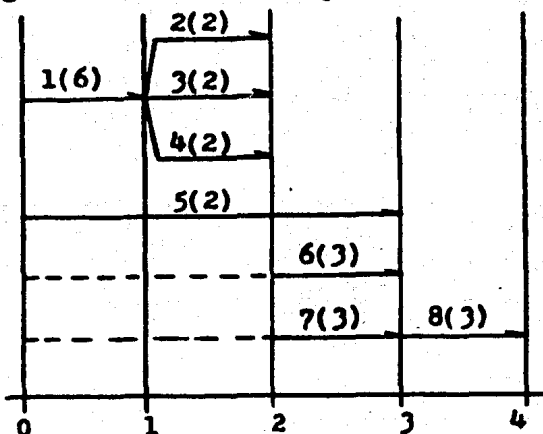


FIG. 2.6 CONJUNTOS LOCAL, CONCURRENTES Y RESTRINGENTES

- Conjunto restringente de un conjunto local

Para un determinado conjunto local U , un conjunto restringente de U se denota por $V = [v_1, v_2, \dots, v_r]$. Donde las actividades integrantes de V tienen la propiedad de restringir al conjunto local de posibles despla

mientos hacia la izquierda debido a que utilizan los mismos tipos de recursos. Por lo tanto el tiempo más próximo de terminación (EF) del conjunto restringente V es -- igual al tiempo más próximo de iniciación del conjunto local U. $EF_V = ES_U$. Para el ejemplo de la figura 2.6 el conjunto restringente del conjunto local (6,7) es - (2,3,4).

- Conjunto concurrente

Dado un conjunto local U, un conjunto concurrente del conjunto local U se denota por $W = [w_1, w_2, \dots, w_r]$ y los trabajos que lo forman son concurrentes al conjunto local en su primer día, pero sin pertenecer al conjunto local U; es decir para el conjunto concurrente W se cumple que : $ES_W \leq ES_U < EF_W$. En la figura 2.6 el conjunto concurrente del conjunto local (6,7) es el 5.

- Subóptimos locales

Dado un programa justificado hacia la izquierda y los valores del margen total, se dice que el programa contiene subóptimos locales si contiene un conjunto local para el cual todos los trabajos en el conjunto restringente y en el conjunto concurrente tienen margen total igual a cero.

2.6.2 DETERMINACION DE LA SECUENCIA CRITICA

El proceso para determinar la secuencia crítica - de un proyecto bajo condiciones de recursos restringidos esta constituido por las siguientes etapas:

1. Generación del programa justificado hacia la

izquierda empleando algún procedimiento heurístico se genera un calendario de proyecto , programando todas las actividades que lo componen en sus tiempos de realización más próximos.

2. Calculo del margen total.

A partir del programa justificado hacia la izquierda de la etapa anterior se genera un programa justificado hacia la derecha asociado.

3. Detección de los posibles subóptimos locales.

Como se mencionó anteriormente un programa contiene subóptimos locales si contiene un conjunto local para el cual todos los trabajos en el conjunto restringente y en el conjunto concurrente tienen margen total mayor que cero.

Cuando un programa justificado hacia la izquierda una vez evaluados sus valores del margen total no contiene ningún subóptimo local y ningún trabajo de los que integran el mismo puede comenzar en una fecha más próxima por desplazamientos hacia la izquierda, recibe el nombre de programa ACTIVO hacia la izquierda.

Ya que un programa activo hacia la izquierda no posee ningún subóptimo local, contiene al menos una secuencia crítica.

4. Remoción de subóptimos locales

El programa justificado hacia la izquierda obtenido mediante un procedimiento heurístico no es necesariamente activo, puesto que pueden existir en él subóptimos

locales que impiden determinar la secuencia crítica del proyecto.

El algoritmo para determinar la secuencia crítica de un proyecto una vez que se cuenta con el programa justificado hacia la izquierda, se muestra en el apéndice B.

III PROPOSICION DEL METODO HEURISTICO

Desde el desarrollo de los métodos de ruta crítica las investigaciones se han enfocado a problemas de programación de proyectos múltiples con recursos restringidos. Esta es la versión más compleja de los problemas de programación y esta también entre las más realistas. Su importancia ha crecido debido a que un retraso desproporcionado en la duración del proyecto provoca un incremento en los costos directos e indirectos, con el consecuente aumento en el costo total del proyecto (20). Este problema tiene lugar cuando los recursos requeridos para la realización de las actividades del proyecto están disponibles en cantidades limitadas, tal que su demanda en actividades concurrentes no pueda ser satisfecha. Bajo estas condiciones se requieren tomar decisiones acerca de la secuencia de actividades para ser programadas a menudo con un resultado que incrementa la duración del proyecto más allá de la ruta crítica producida por el CPM (5).

3.1 PROGRAMA HEURISTICO

La esencia de un programa heurístico consiste - fundamentalmente en determinar la secuencia de programación de las actividades que integran el proyecto.

El proceso mediante el cual se van ordenando y - asignando diferentes actividades a la secuencia está a cargo de la regla ó heurística elegida para programar - el proyecto.

Las heurísticas ó reglas usadas para obtener tales soluciones son patrones para asignar prioridades a las actividades (20) y se basan en conceptos tan simples como los proporcionados por el CPM : tiempo de iniciación más alejado, tiempo de terminación más alejado etc.

Las reglas de programación de proyectos estan basadas en objetivos bien definidos, tales como reducir el tiempo para completar el proyecto ó utilizar los recursos tanto como sea posible, ambos objetivos se mantuvieron durante muchos años independientemente uno del otro y son - la base de los métodos heurísticos (20).

3.2 PRINCIPALES INVESTIGACIONES HEURISTICAS

Uno de los estudios mas importantes en la programación de proyectos con recursos restringidos fué realizado por Arne Thesen en 1976 (1). Este consistió en integrar un método de programación híbrido, al cual le denominó -- " Paquete multidimensional " . Este método introduce - un factor de urgencia el cual no solamente determina el - orden en el cual las actividades son consideradas para su

programación , sino que determina la combinación de actividades que tienen que ser programadas en un instante dado. Los factores de urgencia pueden ser heurísticas o bien ecuaciones cuyo objetivo es determinar la prioridad de las actividades para programarse.

El paquete multidimensional conjuga un factor de urgencia - el cual establece el orden de prioridades -, - con la heurística GRU (máxima utilización de recursos). Esta regla asigna la mayor prioridad a la combinación factible de actividades elegibles propuestas por el factor de urgencia, tal que se utilice la mayor cantidad de recursos disponibles.

Arne Thesen realizó estudios sobre varios factores de urgencia entre ellos la duración, requerimientos de recursos, mínimo margen total, logaritmo del margen total -- los cuales fueron probados sobre varios cientos de proyectos múltiples. Comparé los resultados producidos por el paquete multidimensional con los producidos empleando únicamente el factor de urgencia.

TABLA 3.1

FACTOR DE URGENCIA	MEJOR RESPUESTA AL PROBLEMA	
	PAQUETE MULTIDIMENSIONAL	SECUENCIA
Duración	75%	25%
Requerimientos de recs.	80%	20%
Mínimo margen total	58%	42%
Log. margen total	55%	45%

Los resultados mostraron que la aproximación de paquete multidimensional fue superior en cada uno de los factores de urgencia a la aproximación secuencial (aquella que emplea unicamente un factor de urgencia). El algoritmo de Arne Thesen se muestra en el apéndice C.

Otra investigación relevante en el campo de la heurística es la de Kurtulus y Davis realizada en 1982, en la cual se presenta un método para clasificar el funcionamiento de las reglas de programación para proyectos múltiples de acuerdo a la estructura del proyecto. Para su estudio - Kurtulus y Davis usaron un grupo de proyectos múltiples -- donde cada uno de estos podía tener su máximo requerimiento de recursos ya sea al inicio ó al final del proyecto. - Utilizaron para resolver los diferentes proyectos múltiples nueve heurísticas distintas, de las cuales tres ya habían sido utilizadas por otros investigadores en estudios previos (SOF ; esta heurística programa primero a la actividad con la menor duración, MINSLK ; esta regla asigna la mayor prioridad a la actividad con el mínimo margen total, FCFS la -- cual elige a la actividad aleatoriamente), y seis nuevas reglas fueron propuestas (SASP, LALP, MOP, MAXTWK, MINTWK, MAXSLK) en donde :

SASP asigna la mayor prioridad a la actividad que presente - la menor duración y que a su vez pertenezca al proyecto con la menor duración de acuerdo a su CPM.

LALP, otorga la máxima prioridad a la actividad con la mayor duración perteneciente al proyecto mas largo de acuerdo a su CPM.

MOP, esta heurística programa primero a la actividad con la máxima duración.

MINTWK, ésta heurística asigna la mayor prioridad a la actividad con el mínimo contenido total de trabajo.

MAXTWK, programa primero a la actividad con el máximo contenido total de trabajo.

El estudio de Kurtulus y Davis se basa en dos parámetros :

El primer parámetro se denomina factor de asignación promedio de recursos (ARLF) por sus siglas en inglés e identifica si el mayor requerimiento de recursos sobre el calendario del proyecto se localiza en la primera o en la segunda mitad de la duración de la ruta crítica original. El factor de asignación promedio de recursos (ARLF) para un proyecto múltiple es simplemente el promedio aritmético de los valores de este factor para cada proyecto. El factor de asignación promedio de recursos (ARLF) se define como :

$$ARLF_i = \frac{CP_i}{t} \sum_{j \in E_j} \sum_{k=1}^n Z_{ijkt} \frac{r_{ijk}}{K_{ijk}}$$

donde :

$$Z = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq CP_i/2 \\ -1 & \text{si } t < CP_i/2 \end{cases}$$

CP_i = Es la duración de la ruta crítica de cada proyecto i

r_{ijk} = Es la cantidad de recurso del tipo k requerido por la actividad j del proyecto i .

n_i = Es el número de actividades en el proyecto i .

t = tiempo

k = tipo de recurso $k = 1, \dots, m$

j = actividad $j = 1, \dots, n$

K_{ij} = denota el número de tipos de recursos requeridos por la actividad j del proyecto i

La segunda medida se denomina factor de utilización promedio de los recursos (AUF) por sus siglas en inglés. - Este parámetro es una medida de la velocidad de utilización de cada tipo de recurso. El factor de utilización promedio de los recursos (AUF) representa el promedio aritmético de los factores de utilización para cada recurso (UF). Este factor de utilización se calcula como la relación de la -- cantidad total requerida a la cantidad disponible en cada período de tiempo basado en un análisis de tiempo sobre -- las duraciones del CPM original para todos los proyectos.

Para proyectos grandes que son los que generalmente maneja la industria y con un fin práctico se adoptó un -- promedio aritmético del factor de utilización.

En un proyecto múltiple los perfiles de recursos - empleados presentan puntos de " quiebre o ruptura " cuando un proyecto culmina, figura 3.1 . Para definir los requerimientos de recursos entre esos puntos, las duraciones de -- las rutas críticas de cada proyecto se arreglan en orden -- ascendente y por lo tanto se crean los siguientes intervalos: $S_1 = CP_1$, $S_2 = CP_2 - CP_1$, $S_m = CP_m - CP_{m-1}$, donde m denota el número de proyectos de que consta el proyecto múltiple.

La cantidad de recursos requeridos del tipo k sobre un intervalo L esta dado por $W_{S_L k}$ donde :

$$W_{S_L k} = \sum_{t=a}^b \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n r_{ijk}$$

donde : a CP_{L-1} y b CP_L

$$AUF_k = \frac{1}{M} \sum_{L=1}^M W_{S_L k} / (R_{max,k} \times S_L)$$

La elección de la heurística a utilizar en función de los valores obtenidos para los parámetros ARLF (factor de asignación promedio de recursos) y AUF (factor de utilización promedio) se hace de acuerdo a la siguiente tabla.

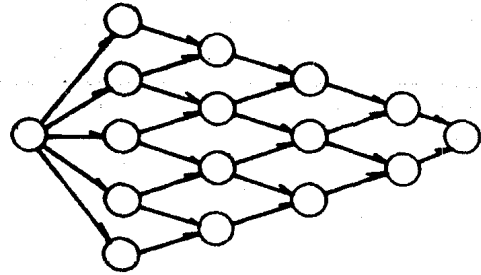
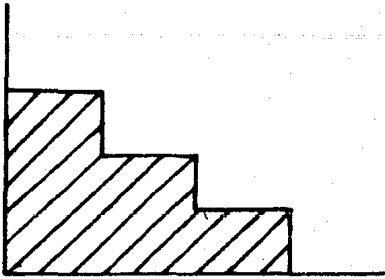
TABLA 3.4

RANGO ARLF	RANGO DE AUF	
	0.6 a 0.8	0.9 a 1.6
-3.5 a -2.5	MINSLK	SASP
-2.5 a -1.5	MAXTWK	SASP
-1.5 a -0.5	SASP	MAXTWK
-0.5 a 0.5	MINSLK	SASP,SOF, MAXTWK
0.5 a 1.5	SASP	SASP
1.5 a 2.5	MINSLK	NOF,SASP
2.5 a 3.5	MINSLK	SASP

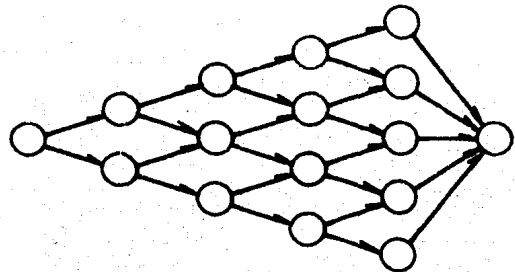
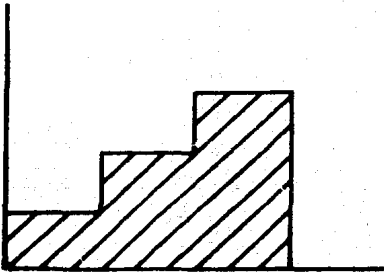
Donde el rango del factor de asignación promedio de recursos (ARLF) esta dividido en 7 intervalos, siendo los puntos medios de los mismos, -3,-2,-1,0,1,2,3 y donde el menor valor -3 corresponde a un proyecto en el cual el mayor requerimiento de recursos esta cargado hacia el inicio

del proyecto, figura 3.1.a y el mayor valor 3 corresponde a un proyecto donde la mayor carga de recursos se encuentra en la segunda mitad del proyecto figura 3.1.b.

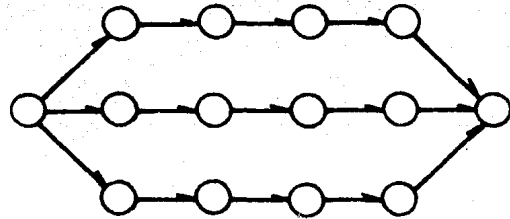
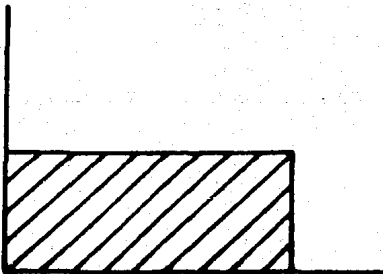
Por su parte el rango de valores para el factor de utilización promedio de recursos(AUF) es de 0.6 a 1.6 y ya que el retraso del proyecto es mucho mas sensible con respecto al factor de utilización promedio de recursos - (AUF) que al factor de asignación promedio de recursos (ARLF), el rango del AUF esta dividido en once intervalos siendo los puntos medios de los mismos 0.6,0.7,0.8,0.9,1.0, 1.1,1.2,1.3,1.4,1.5,1.6.



PROYECTO TIPO a



PROYECTO TIPO b



PROYECTO TIPO c

FIG. E.1 DIFERENTES TIPOS DE PROYECTOS CON SUS PERFILES DE RECURSOS

3.2.1 CONTRIBUCIONES DE ESTUDIOS PREVIOS AL PROCEDIMIENTO HEURISTICO

El procedimiento heurístico propuesto resultado de esta investigación considera ambas contribuciones :

1. ARNE THESEN , se considera dentro del nuevo procedimiento el hecho de determinar la combinación de actividades a programarse en un instante dado de acuerdo a su prioridad y al mejor aprovechamiento de los recursos.
2. KURTULUS Y DAVIS, el resultado de su investigación muestra que es posible seleccionar a priori la regla más idónea en función del tipo de proyectos que componen el problema. Esta selección se hace en función de los valores del factor de asignación promedio de recursos (ARLP) y el factor de utilización promedio de recursos (AUF) - encontrados.

3.2.2 CONTRIBUCIONES RESULTANTES DE LA INVESTIGACION

Dentro del algoritmo la etapa en donde se va integrando el conjunto de actividades para programarse en un instante dado, se hace en base a que la suma de los requerimientos de recursos para este conjunto de actividades mas los correspondientes a las actividades en progreso sea menor ó igual al límite para ese instante. En el momento en que finaliza dicho intervalo el vector total de límites de recursos disminuirá para el siguiente intervalo, puesto que no se garantiza que dicho vector quede ordenado en forma ascendente de acuerdo a la disponibilidad de los mismos, es decir que en el vector (r_1, r_2, \dots, r_n) ,

r_1 sea el mas restringido, r_2 el inmediato superior en magnitud y asi sucesivamente hasta r_m , que seria el que tuviera mayor disponibilidad . Se consideró ventajoso denominar como r_1 al recurso mas restringido sin importar el lugar que éste ocupe dentro del vector, como r_2 al recurso inmediato superior en disponibilidad, etc., ya que de esta forma el analisis iniciará con el recurso mas restringido, pues en este caso, dicho recurso re presenta un " cuello de botella " .

3.3 ESTRUCTURA DEL METODO PROPUESTO

El objetivo de este trabajo como el titulo del mismo lo indica es proponer un método para determinar la secuencia crítica de un proyecto que use múltiples recursos siendo indispensable para lograr este fin contar con una buena aproximación del programa justificado hacia la izquierda, la generación del cual está a cargo del procedimiento heurístico, de aquí la gran importancia del mismo.

Una vez que se tiene esta aproximación, el método propuesto se estructura en su totalidad de la siguiente forma, (fig 3.2), donde una vez obtenido el programa justificado hacia la izquierda mediante el procedimiento -- heurístico propuesto, el método para determinar la secuencia crítica se basa en los conceptos analizados en el capítulo II.

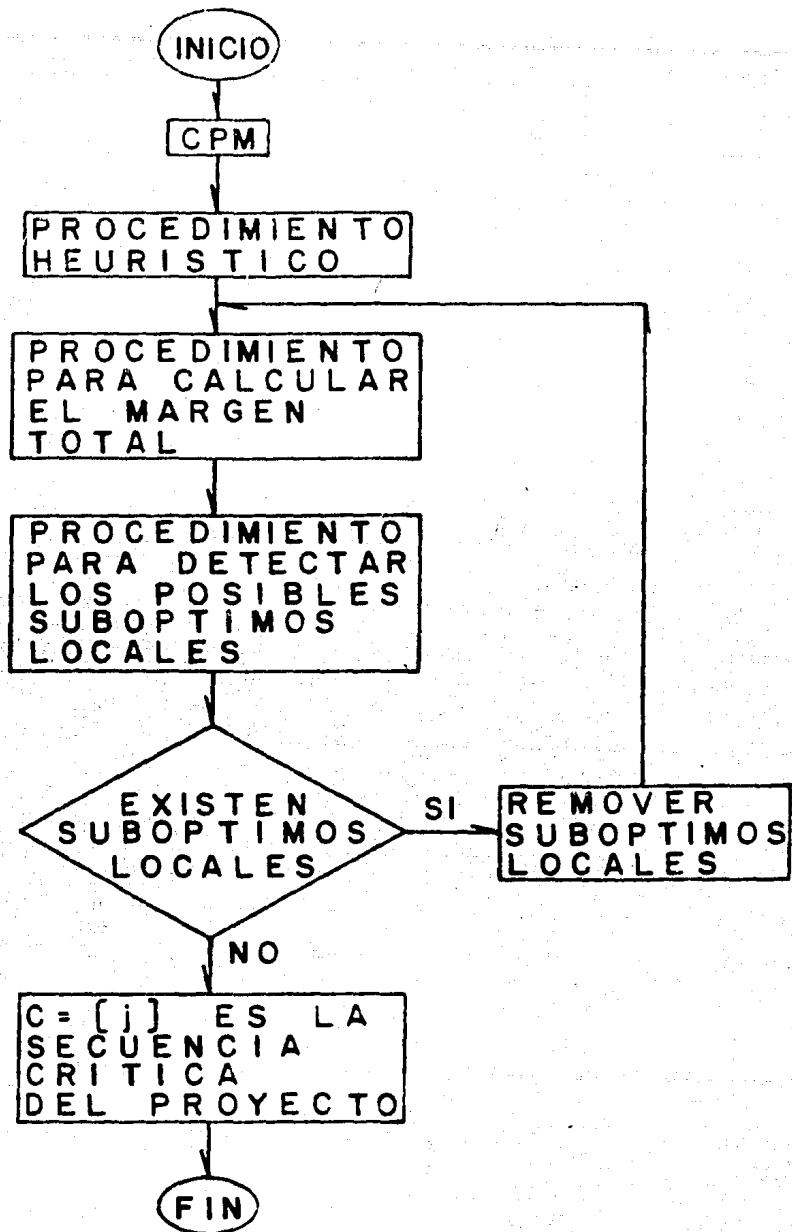


FIG. 3.2. ESTRUCTURA DEL METODO PROPUESTO

3.4 ALGORITMO Y DESCRIPCION DEL METODO PROPUESTO

En este punto se muestra el algoritmo del método propuesto estructurado en el punto anterior así como -- también su descripción:

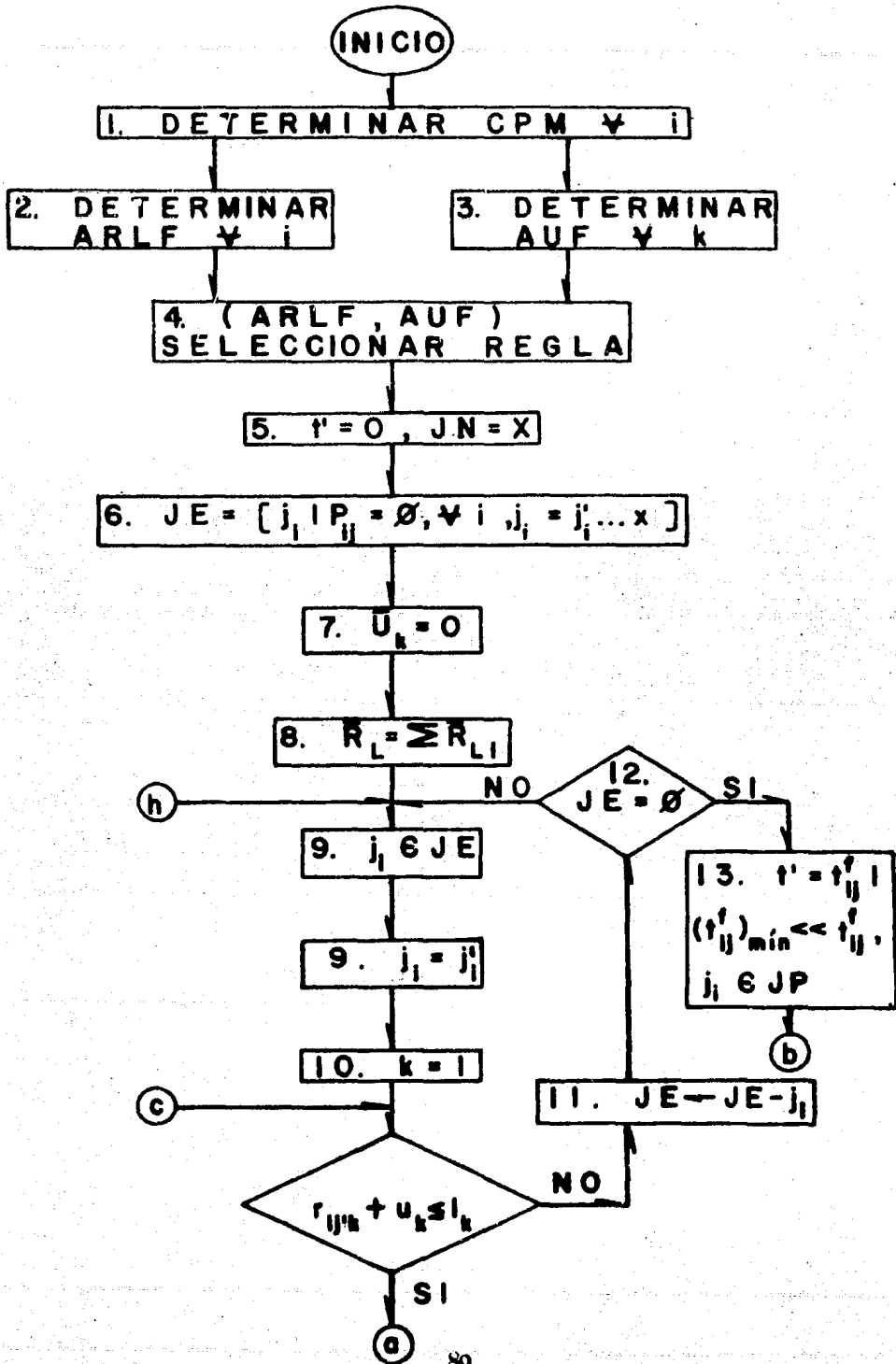
1. Determinar la ruta crítica en base al CPM para cada uno de los proyectos de que consta el proyecto múltiple.
2. Determinar el factor de asignación promedio de recursos (ARLP) para el proyecto múltiple.
3. Determinar el factor de utilización promedio de recursos (AUF) para el proyecto múltiple.
4. Seleccionar la heurística a utilizar en el proceso de programación en base a los valores de los dos factores - anteriores (tabla 3.1).
5. Iniciar el proceso de programación heurística

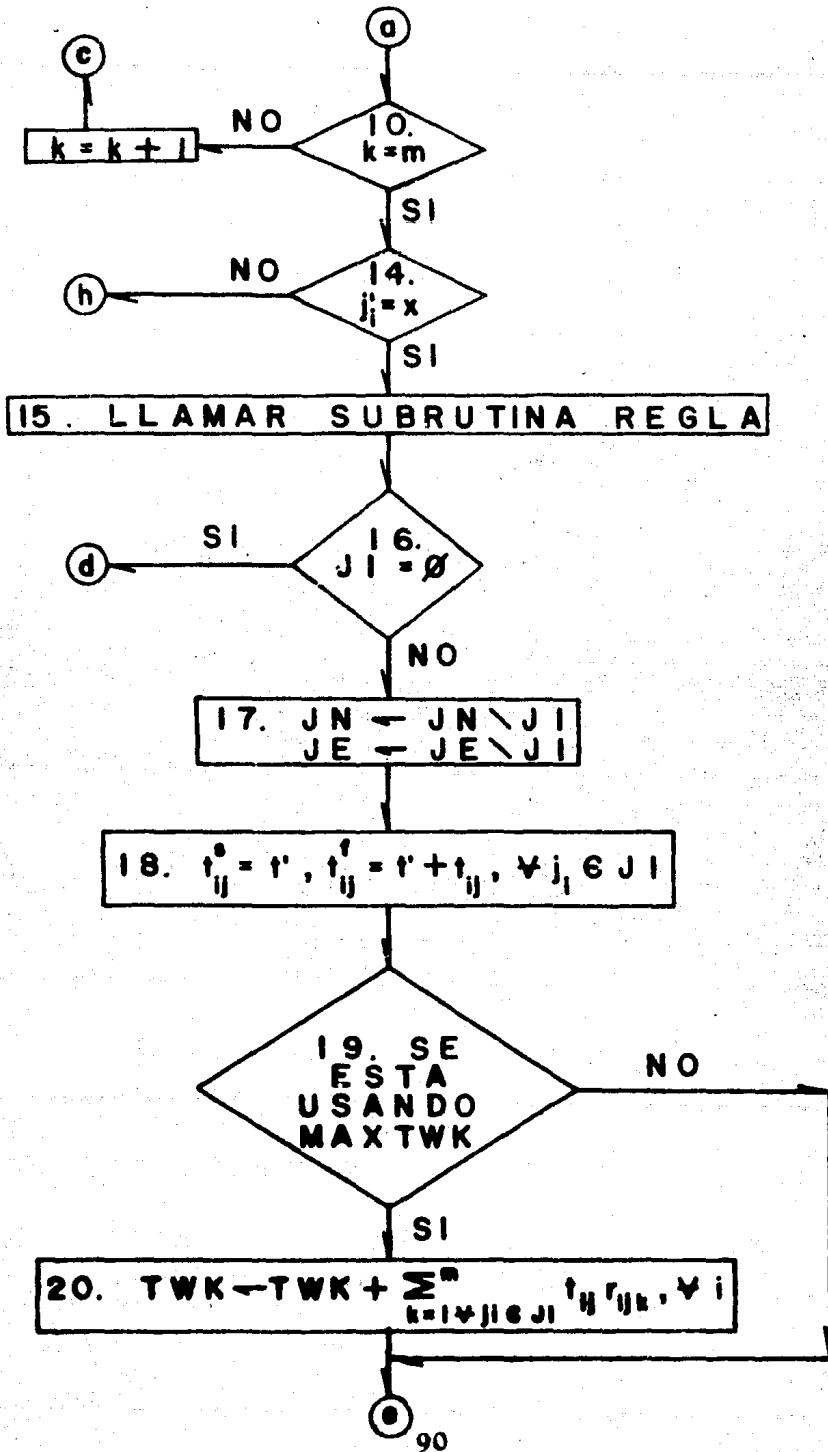
El proceso de programación se inicia en un tiempo (t') igual a cero. En este tiempo todas las actividades de que consta el proyecto múltiple (X) pertenecen al conjunto de actividades que no han sido programadas (JN).

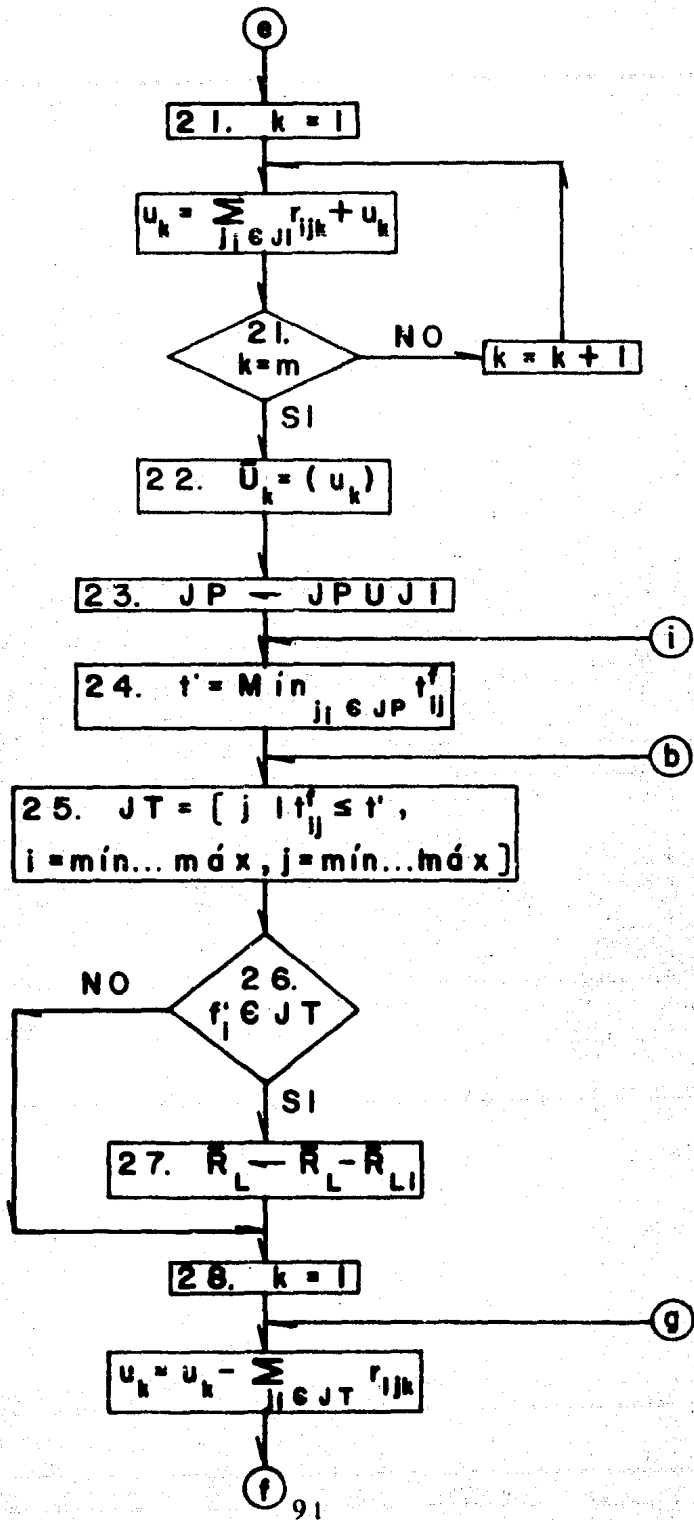
6. Formar el conjunto de actividades elegibles (JE) para programarse en ese tiempo ($t'=0$). El conjunto de actividades elegibles (JE) está constituido en este primer tiempo por aquellos trabajos que no poseen predecesores (P_{ij}) - para todos los proyectos de que consta el proyecto múltiple --.

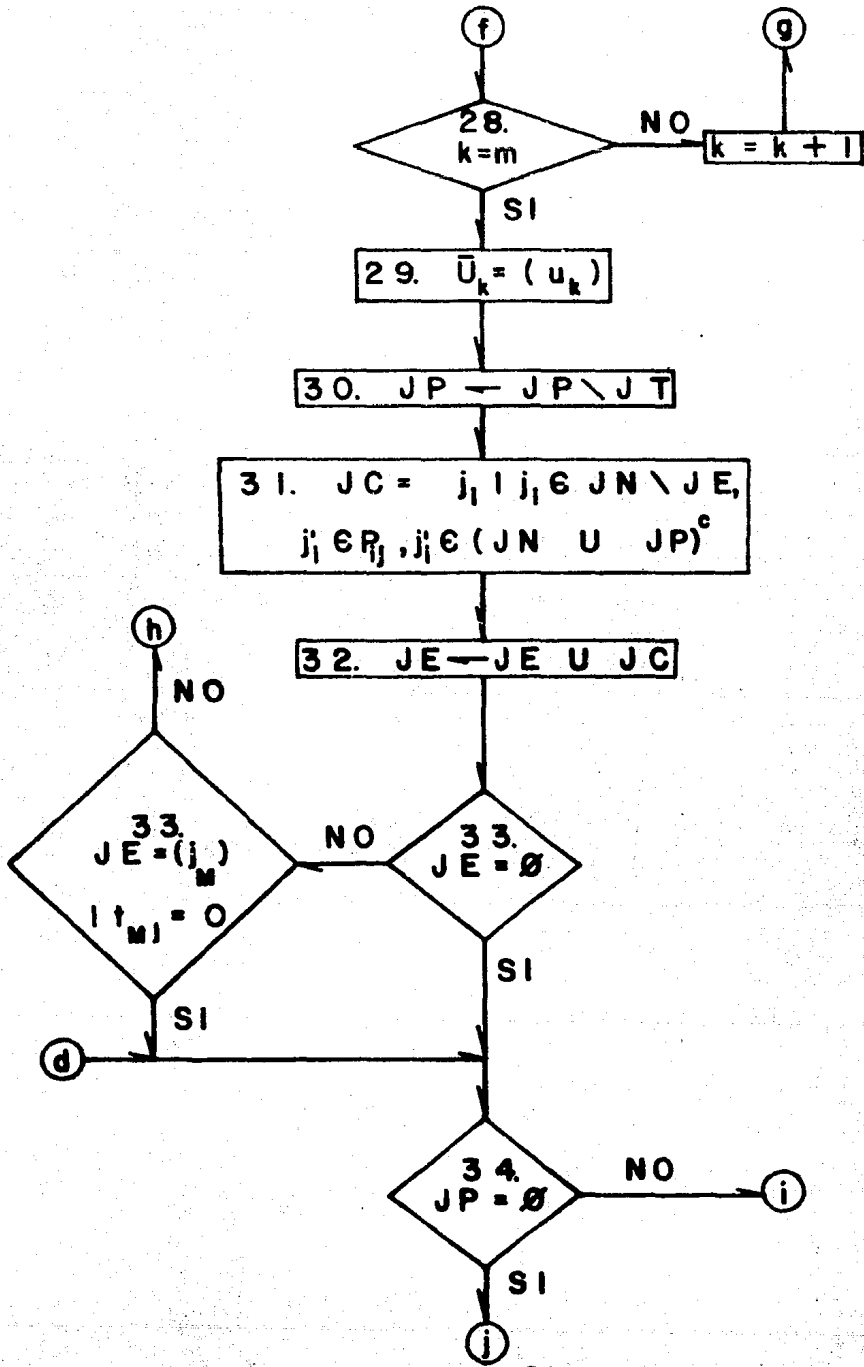
$$JE = [j_i | P_{ij} = \emptyset \quad \forall i, j_i = j'_i \dots X]$$

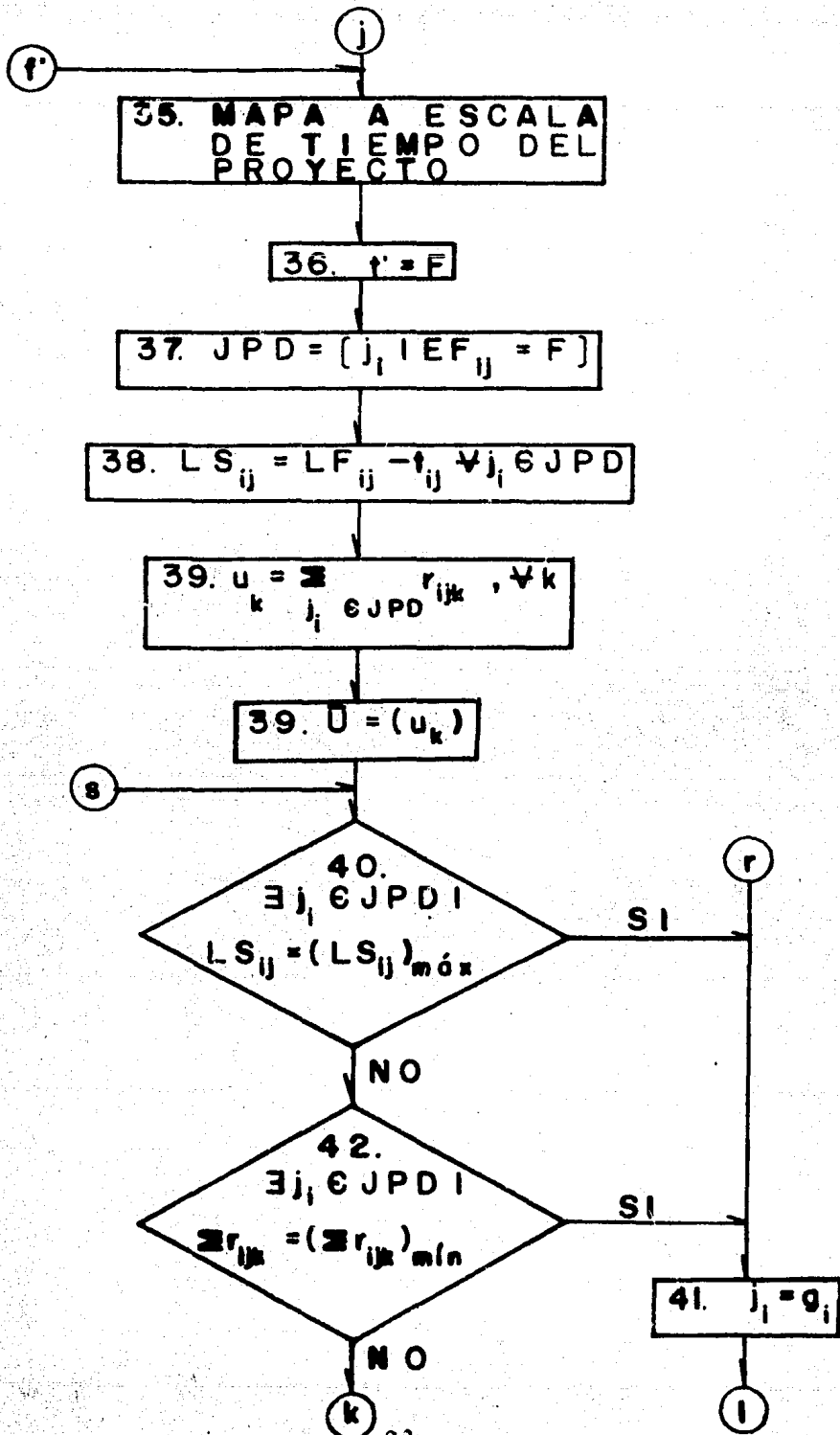
7. Determinar el vector de recursos empleados por actividades en progreso U_x en un período de tiempo. Para un --

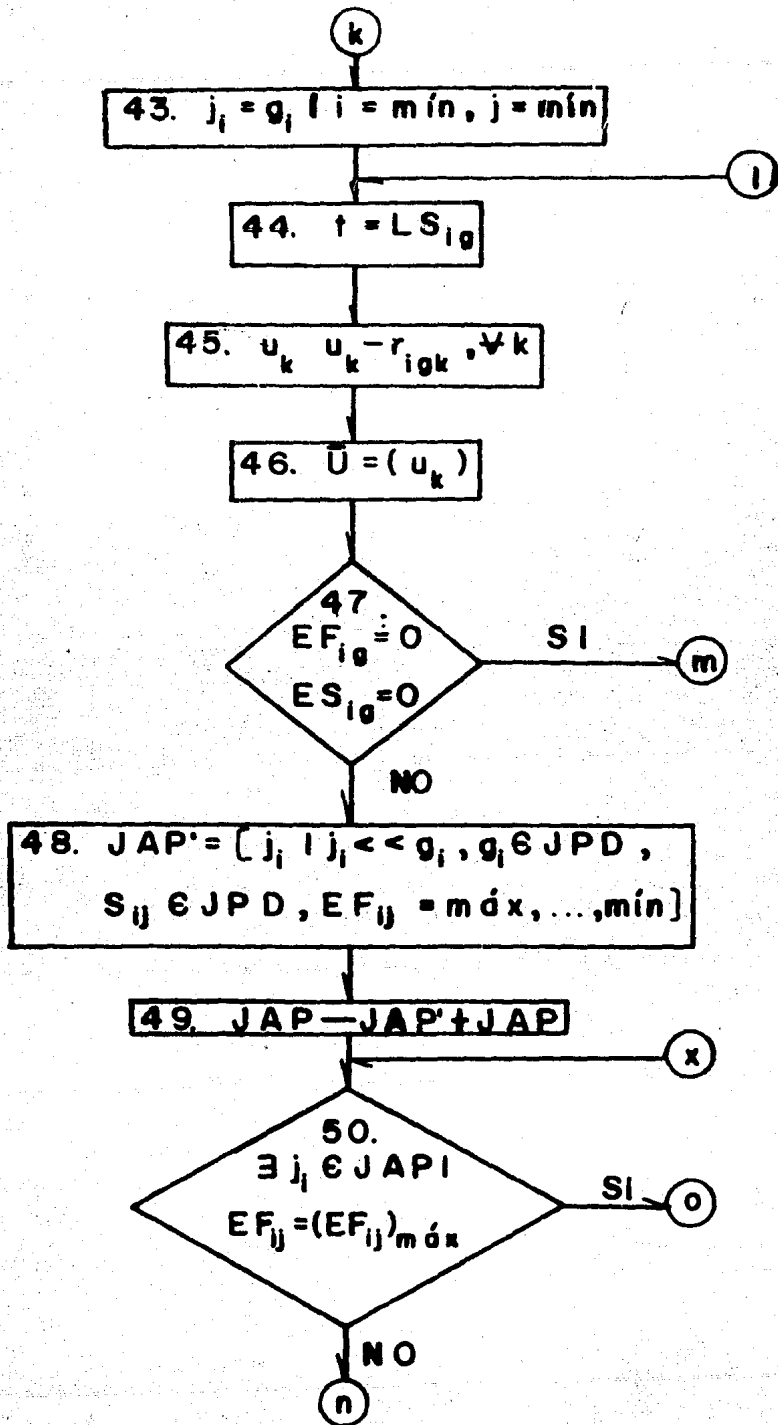


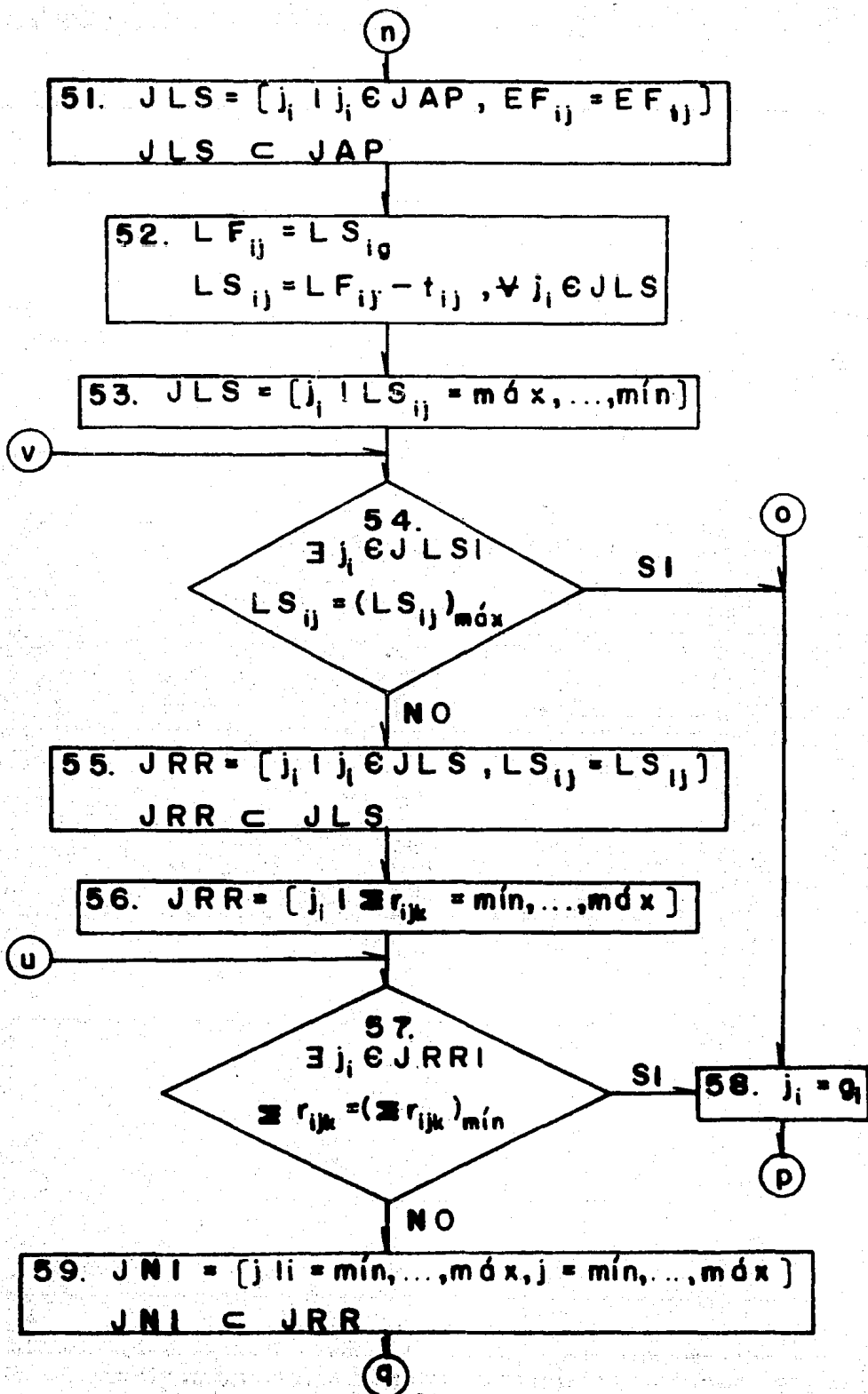


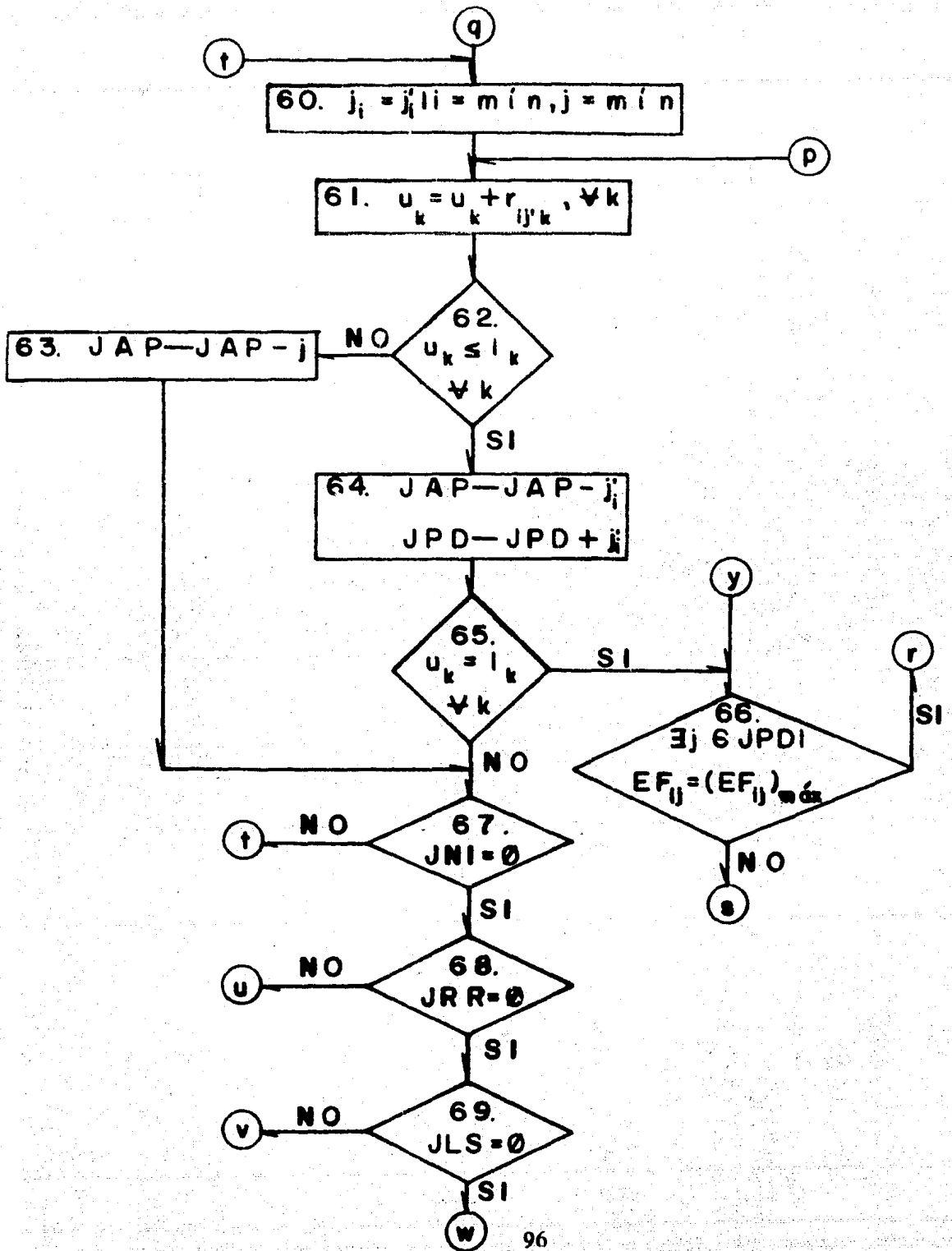


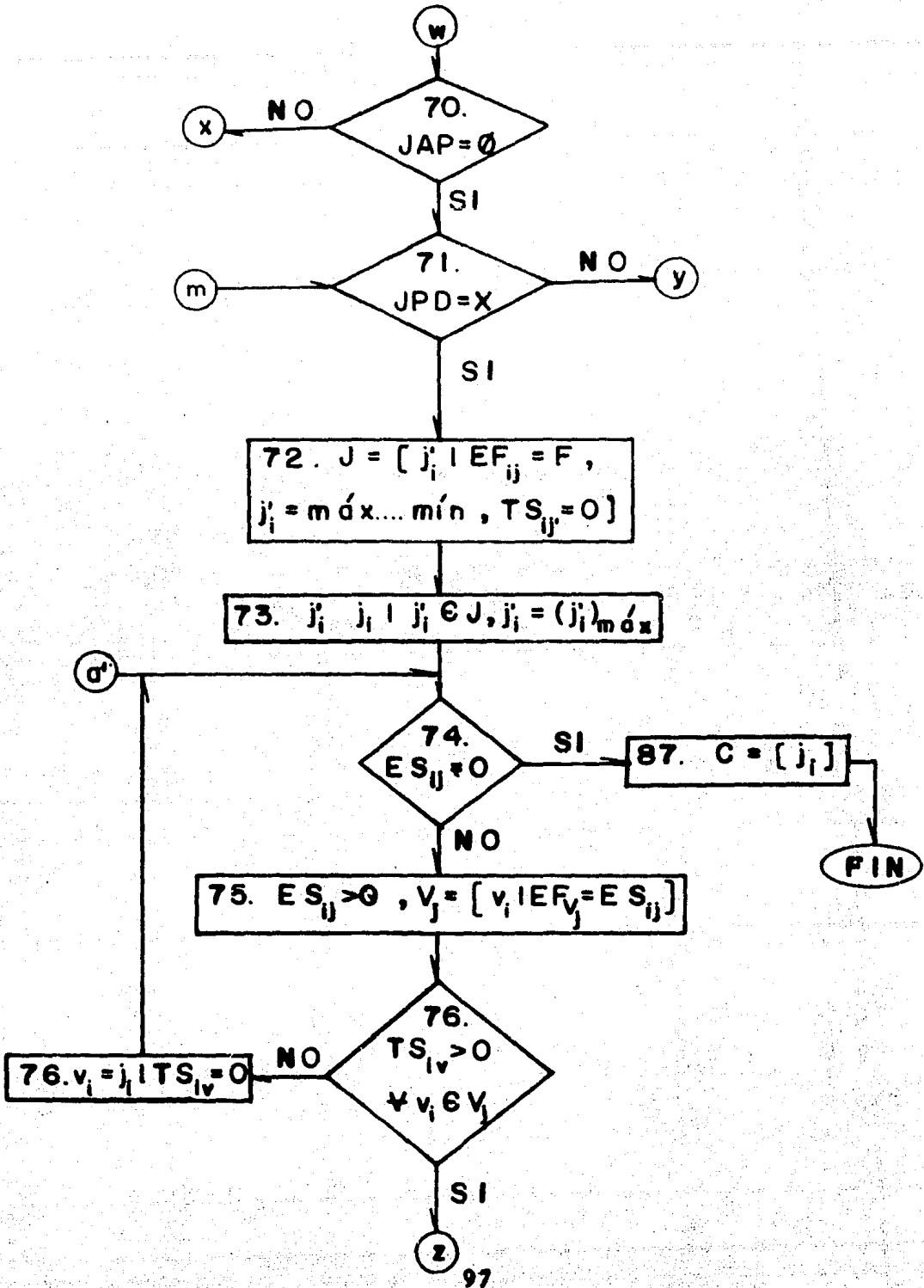


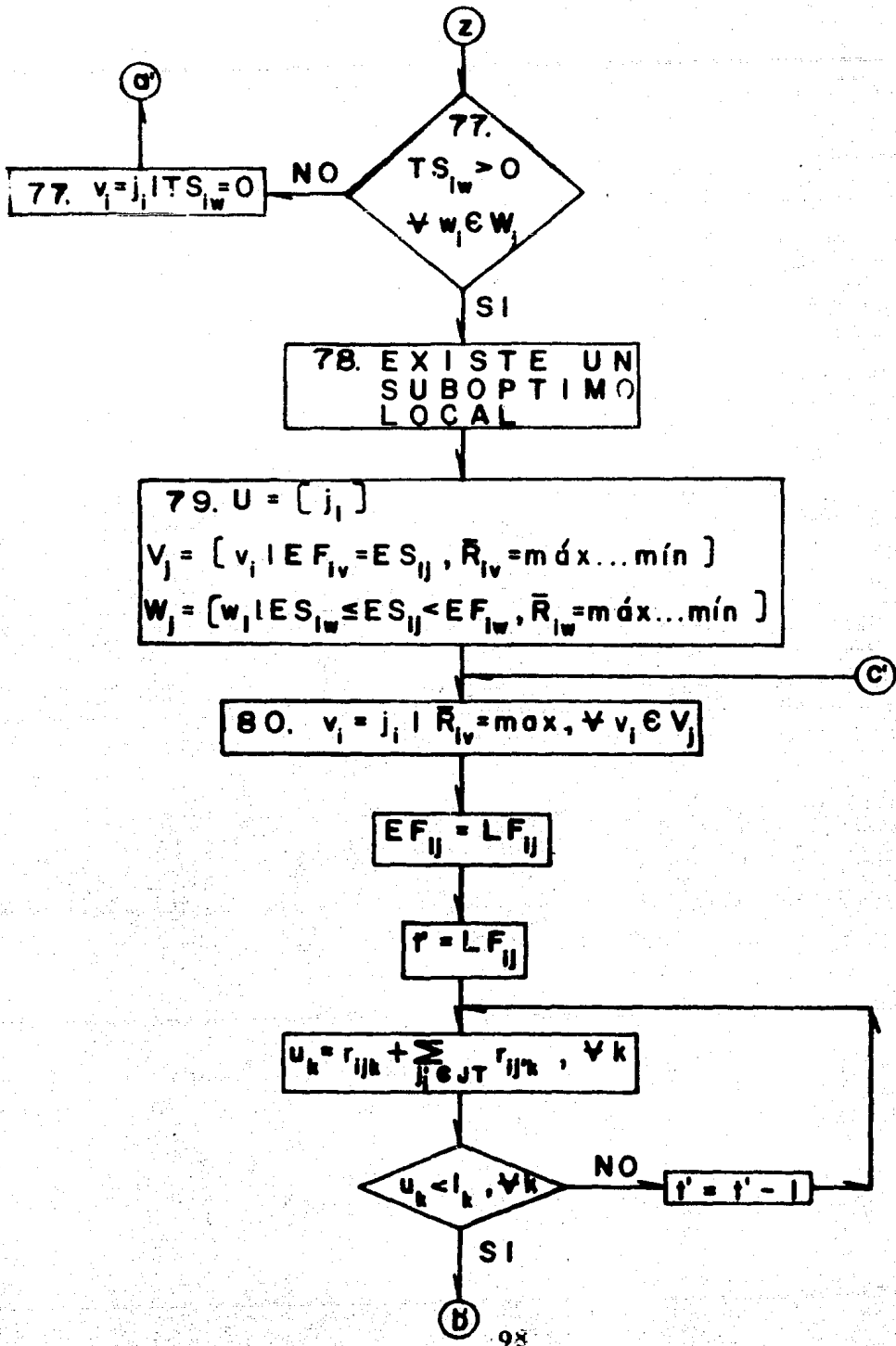


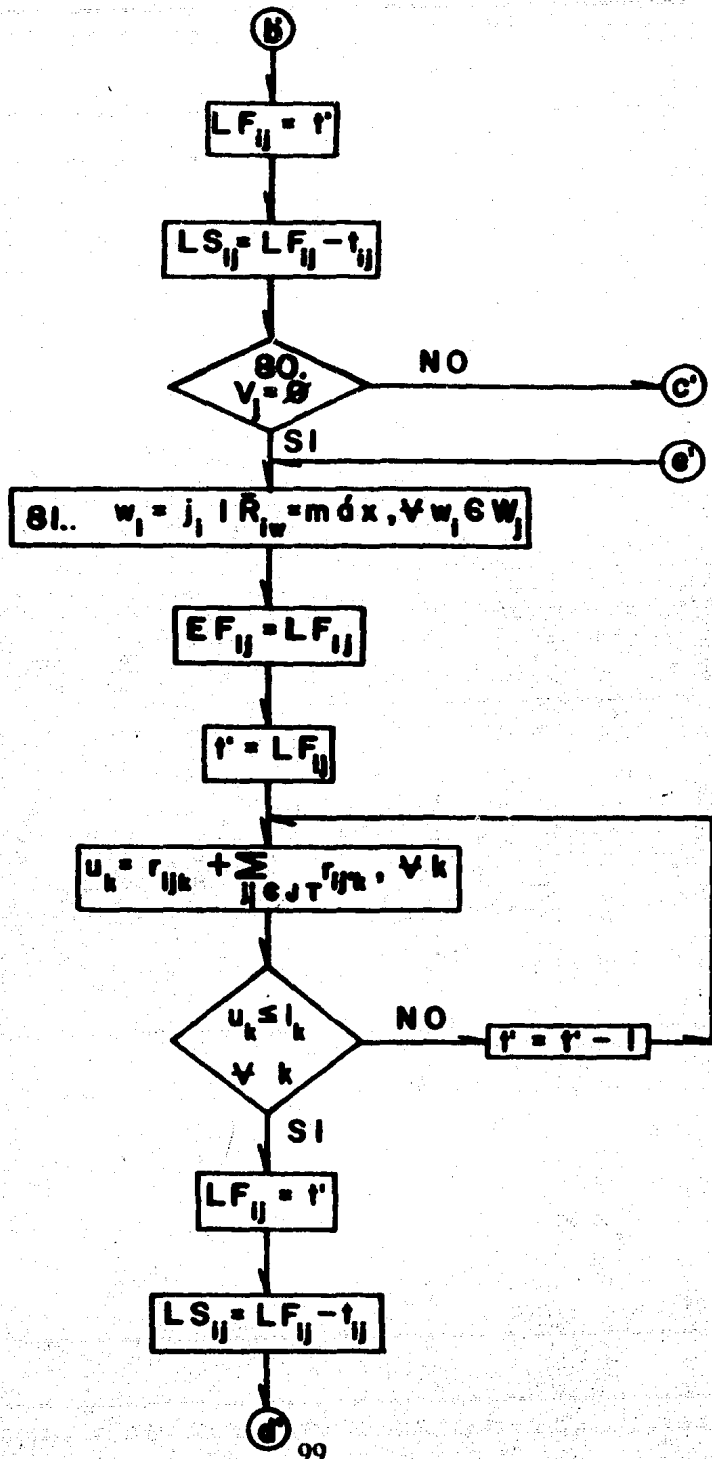


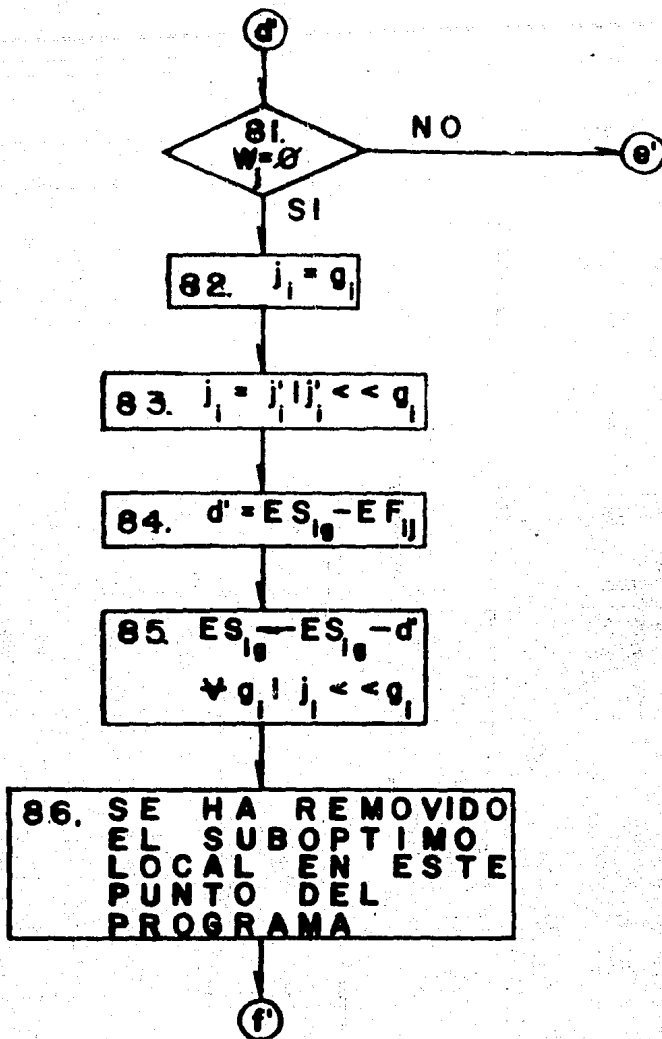












tiempo igual a cero , este vector carece de elementos $\bar{U}_k = 0$

8. Determinar el vector de recursos disponibles para la - realización del proyecto múltiple. Este vector se obtiene sumando los vectores de recursos disponibles de cada proyecto. $\bar{R}_L = \sum \bar{R}_{Li}$

9. Una vez formado el conjunto de actividades elegibles - (JE) se verifica si cada una de ellas puede ser programada en ese tiempo.

Para llevar a cabo esta verificación se selecciona a una actividad perteneciente al conjunto de actividades elegibles (JE) a la cual se le denota como $j'i$.

10. Para cada tipo de recurso empleado por la actividad $j'i$ se verifica si la cantidad de recurso que requiere - es menor ó igual a la cantidad disponible, (cabe mencionar que aunque los recursos estan limitados pueden cubrir las necesidades de las actividades individuales).

11. Como se mencionó en el punto 7 , en el tiempo $t'= 0$ el vector de recursos empleados por actividades en progreso \bar{U}_k se encuentra vacío. Para este primer tiempo ninguna de las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE) rebasa el límite de recursos disponibles por lo mencionado anteriormente. Pero para cualquier otro tiempo de programación (t') donde existan actividades en progreso , el vector de recursos empleados no estará vacío pudiendose facilmente rebasar el límite de disponibilidad de los recursos. Cuando esto ocurre la actividad en cuestión no podrá ser considerada como una actividad candidata

a programarse en ese tiempo. Separandose del conjunto de actividades elegibles (JE). Por lo que se selecciona la siguiente actividad candidata perteneciente al conjunto de actividades elegibles, iniciandose nuevamente la verificación.

12. Si una vez separada la actividad j_i del conjunto de actividades elegibles (JE), éste carece de elementos, entonces será necesario asignar un nuevo tiempo de programación.

13. Este nuevo tiempo será igual al de la (s) actividad (es) que primero concluya (n). Consecuentemente habrá una descarga de recursos de dicha actividad (es) permitiendo que las actividades elegibles pertenecientes al conjunto JE que no pudieron programarse debido a la escasez de recursos lo hagan en el nuevo tiempo, por lo que el algoritmo se dirige al punto 25.

14. Si todas las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE) han sido verificadas, se pasa al siguiente punto.

15. Llamar subrutina regla. En base a la heurística seleccionada en el punto 4 se asignan las prioridades a las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE), formandose un conjunto ordenado de trabajos que pueden iniciarse en ese periodo, este conjunto toma el nombre según la heurística elegida (JMOP, JSASP, JSOP, JMINSLK, JMAXTK). El primer elemento de este conjunto será aquella actividad que posea la mayor prioridad (asignada por la regla) y así en orden descen-

dente. Los algoritmos de las heurísticas se muestran en forma de subrutinas, ya que se pretende describir el método propuesto en forma global.

16. Se programan tantas actividades como los recursos lo permitan, programandose primero aquellas actividades con la mayor prioridad, formandose el conjunto de actividades programadas en ese tiempo (JI). Si fue posible programar alguna actividad en ese tiempo el algoritmo pasa al siguiente punto. Si no fue posible programar alguna actividad el algoritmo pasa al punto 34 donde se pregunta - si existen actividades en progreso que ocupen todos los recursos.

17. En este punto se remueven las actividades que han sido programadas en ese tiempo del conjunto de actividades no programadas JN y del conjunto de actividades elegibles ó candidatas para programarse JE.

18. Especificar los tiempos de iniciación t_{ij}^s y terminación t_{ij}^f para todas las actividades que pertenezcan al conjunto de actividades que han sido programadas (JI) en un tiempo (t').

19. Si en el punto 4 se seleccionó la subrutina MAXTWK el algoritmo pasa al bloque 20, de lo contrario el algoritmo continúa en el punto 21.

20. La subrutina MAXTWK evalúa la carga de recursos que lleva cada proyecto al ser programadas las actividades pertenecientes a cada uno de estos.

21. Formar los elementos del vector de recursos empleados en ese tiempo (u_k). La operación se realiza sumando

los recursos requeridos por las actividades que se programaron en ese tiempo $\sum r_{ijk}$ y los recursos utilizados por actividades que se están realizando y que por lo tanto aun no terminan. Esta operación se realiza para cada tipo de recurso.

22. Formar el vector de recursos empleados en un instante dado U_k

23. Incluir a las actividades que han sido programadas - (conjunto JI) en el conjunto de actividades que están en progreso JP.

24. Definir el siguiente tiempo de programación. En el punto 18 se especificaron los tiempos de terminación de las actividades pertenecientes al conjunto de actividades programadas JI. El nuevo tiempo de programación lo determina aquella(s) actividad(es) perteneciente (s) al conjunto de actividades en progreso (JP) con el tiempo de terminación más próximo.

25. Formación del conjunto de actividades que terminan en ese nuevo tiempo.

26. Se define la última actividad del proyecto i como f'_{ij} y se verifica si ya ha concluido.

27. Si la última actividad del proyecto i ya ha concluido se procede a restar el total de recursos requeridos por el proyecto i a la cantidad total de recursos disponibles inicialmente por el proyecto múltiple, (\bar{R}_L), obteniéndose el nuevo valor de los recursos disponibles totales \bar{R}_L . Debe hacerse notar que el proyecto múltiple es ta ordenado en forma ascendente, teniendo en cuenta que

el primer proyecto es el de menor duración de acuerdo a su CPM y así sucesivamente. Además de que todos los proyectos se realizan en forma simultánea, por lo que la cantidad total de recursos \bar{R}_{Li} que se reste al total \bar{R}_L corresponderá al proyecto uno y así sucesivamente hasta resolver el problema.

28. En ese nuevo tiempo (t') se procede a descargar los recursos de todas aquellas actividades que terminan en ese tiempo $\sum_{j \in JT} r_{ijk}$

29. Formación del vector de recursos \bar{U}_k que aun están siendo empleados en ese tiempo (t') por actividades en progreso.

30. Concluidas las actividades pertenecientes al conjunto de actividades en progreso JP se procede a remover a estas de dicho conjunto, asignándolas al conjunto de actividades que ya han sido concluidas (JT).

31. Identificar el nuevo grupo de actividades candidatas para programarse (JC). Este conjunto está formado por aquellas actividades que son sucesoras inmediatas de -- aquellas que ya han sido programadas y que por lo tanto no habían sido consideradas en el conjunto de actividades elegibles (JE).

32. El nuevo conjunto de actividades elegibles (JE) está formado por la unión del conjunto de actividades candidatas (JC) del punto anterior y por aquellas actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE) que no pudieron ser programadas anteriormente debido a las limitaciones de los recursos.

33. Bloque de decisiones.

Si hay actividades que aún no se han programado y no constituyen la última actividad del último proyecto, el algoritmo se dirige al punto 9, para formar el nuevo grupo de actividades elegibles (JE), de lo contrario el algoritmo continua en el punto 34.

34. Si existen actividades en progreso, el algoritmo - asigna un nuevo tiempo de programación (punto 24) hasta que todas las actividades hayan terminado, de lo contrario el algoritmo concluye habiéndose programado todas las actividades de que consta el proyecto múltiple.

PROCEDIMIENTO PARA CALCULAR EL MARGEN TOTAL

El margen total para cada una de las actividades de que consta el proyecto múltiple se calcula por la diferencia en el tiempo de inicio más alejado (producido - por el programa justificado asociado hacia la derecha), y el tiempo de inicio más próximo (producido por el programa justificado hacia la izquierda , generado por el - procedimiento heurístico).

Para encontrar los tiempos tanto de inicio como - de terminación más alejados es necesario generar un programa justificado asociado hacia la derecha - como se recordará este programa se produce a partir del programa justificado hacia la izquierda resultante del procedimiento heurístico -.

Para generar un programa justificado asociado hacia

la derecha se sigue el siguiente procedimiento :

35. Construir el mapa a escala de tiempo del programa justificado hacia la izquierda producido por el procedimiento heurístico.

El programa justificado asociado hacia la derecha se construye de derecha a izquierda sobre el calendario del programa justificado hacia la izquierda.

36. Empezar la programación de las actividades en un tiempo (t') igual al tiempo de terminación del proyecto (F).

37. Se define JPD al conjunto de actividades que ya -- han sido desplazadas hacia la derecha. En este primer -- tiempo ($t' = F$) el conjunto JPD esta formado por aquellas actividades cuyo tiempo de terminación más próximo (EF_{ij}), es igual al tiempo de terminación del proyecto (F), por lo tanto este tiempo corresponde al tiempo de terminación más alejado para cada una de ellas.

38. Para todas las actividades integrantes del conjunto JPD determinar su tiempo de iniciación más alejado -- (LS_{ij}) como la diferencia entre el tiempo de terminación más alejado (LF_{ij}) y la duración de la actividad correspondiente (τ_{ij}).

39. Formación del vector de recursos que estan siendo utilizados por los trabajos pertenecientes al conjunto -- de actividades que ya han sido desplazados hacia la derecha (JPD).

40. Del conjunto de actividades que ya han sido desplazadas hacia la derecha (JPD) seleccionar a aquella --

actividad j_i con el mayor tiempo de iniciación más alejado y denotarla como g_i (punto 41). Si dentro del -- conjunto JPD existen actividades con iguales tiempos de iniciación más alejados pasar al punto 42.

42. Seleccionar de entre las actividades que tienen - iguales tiempos de iniciación más alejados , la que tenga el menor requerimiento de recursos y denotarla como g_i - (punto 41).

43. De lo contrario definir a la actividad j_i con el - menor código de identificación como la actividad g_i .

44. Especificar el nuevo tiempo de programación (t'), el cual será igual al tiempo de iniciación más alejado de la actividad g_i .

45. Descargar los recursos requeridos por la actividad g_i .

46. Formación del vector de recursos que estan siendo utilizados por actividades en progreso en el tiempo t' .

47. Se pregunta si el tiempo de terminación más próximo (EF_{ig}) y el tiempo de iniciación más próximo (ES_{ig}) de la actividad g_i son iguales a cero, si esto es verdadero indica que g_i es la actividad inicial del proyecto y por lo tanto ya se han desplazado hacia la derecha todas las actividades del mismo.

48. Formar un conjunto de actividades predecesoras inmediatas de la actividad g_i , el cual se denota como JAP^* , donde todos los trabajos sucesores de las actividades que forman al conjunto JAP^* ya han sido desplazadas hacia la derecha en este tiempo ($t' = LS_{ig}$). Las actividades de - este conjunto estan ordenadas en forma descendente de sus

tiempos de terminación más próximos.

49. Formación del nuevo conjunto JAP

50. Seleccionar del conjunto de actividades predecesoras inmediatas de la actividad g_i (JAP), a la actividad con el mayor tiempo de terminación más próximo $(EF_{ij})_{\max}$ y denotarla como j' pasando el algoritmo al punto 58.

51. Si dentro del conjunto JAP existen varias actividades con iguales tiempos de terminación más próximos (EF_{ij}) , formar con estas actividades un conjunto JLS, el cual está formado por aquellos trabajos que tienen iguales tiempos de terminación más próximos.

52. Determinar para todas las actividades del conjunto JLS sus tiempos de iniciación y de terminación más alejados (LS_{ij}) , (LF_{ij}) respectivamente.

53. Ordenar a los elementos del conjunto JLS en forma descendente de sus tiempos de iniciación más alejados (LS_{ij}) .

54. Seleccionar del conjunto de actividades JLS a aquella que tenga el mayor tiempo de iniciación más alejado y denotarla como j' , pasando el algoritmo al punto 58.

55. Si dentro del conjunto JLS existen varias actividades con iguales tiempos de iniciación más alejados (LS_{ij}) , formar con estas actividades el conjunto JRR, el cual está formado por aquellos trabajos que tienen iguales tiempos de iniciación más alejados.

56. Ordenar las actividades del conjunto JRR en forma ascendente de sus requerimientos de recursos.

57. Seleccionar del conjunto JRR aquella actividad que tenga el menor requerimiento de recursos y definirla como

j'i , pasando el algoritmo al punto 58.

59. Si dentro del conjunto JRR existen varias actividades con iguales requerimientos de recursos, formar el conjunto JNI que esta formado por las actividades que - tienen iguales requerimientos de recursos.

60. Seleccionar del conjunto JNI a la actividad con el menor código de identificación y denotarla como j'i.

61. Determinar el nuevo vector de recursos que se estarían utilizando si se considera la actividad j'i.

62. Verificar si se han rebasado los límites de recursos al considerar para su programación a la actividad j'i.

63. Si los recursos se han rebasado se elimina a la actividad j'i del conjunto JAP , pasando el algoritmo al -- punto 67.

64. Si al considerar la actividad j'i no se rebasan -- los límites de recursos entonces eliminarla del conjunto JAP y asignarla al conjunto de actividades que ya se han desplazado hacia la derecha JPD.

65. Verificar si aún existe por lo menos disponibilidad de un recurso , de ser así el algoritmo pasa al punto 67.

66. De no existir disponibilidad de recursos, seleccionar del conjunto JPD la actividad que determinara el siguiente tiempo de programación, siendo esta aquella con el mayor tiempo de terminación mas proximo, pasando el algoritmo al punto 41.

Si todas las actividades del conjunto JPD tienen el mismo tiempo de terminación mas próximo el algoritmo va al punto 40.

67. Verificar si el conjunto JNI esta vacio, de ser - asi pasar al punto 68, de lo contrario pasar al punto 60. para elegir a la siguiente actividad perteneciente al conjunto JNI para programarse.

68. Verificar si el conjunto JRR carece de elementos de ser asi pasar al punto 69 , de lo contrario pasar al punto 57 para elegir a la siguiente actividad perteneciente al conjunto JRR para programarse.

69. Verificar si el conjunto JLS esta vacio de ser asi el algoritmo pasa al punto 70, de lo contrario se dirige hacia el punto 54 para elegir a la siguiente actividad - perteneciente al conjunto JLS para programarse.

70. Verificar si el conjunto JAP carece de elementos - de ser asi pasar al punto 71, de lo contrario el algoritmo se dirige al punto 50 para elegir a la siguiente actividad perteneciente al conjunto JAP para programarse.

71. Verificar si todas las actividades que constituyen el proyecto múltiple ya han sido desplazadas hacia la derecha (JPD = X) de no ser asi el algoritmo se dirige al punto 66 para asignar un nuevo tiempo de programación, de lo contrario el algoritmo concluye habiendose formado el programa justificado asociado hacia la derecha.

Una vez calculado el margen total para todas las actividades de que consta el proyecto múltiple se procede a encontrar la secuencia crítica, para ello será necesario detectar y remover todos los subóptimos locales que existan.

PROCEDIMIENTO PARA DETECTAR LOS POSIBLES SUBOPTIMOS LOCALES

72. Formar un conjunto de actividades cuyo tiempo de terminación más próximo (EF) sea igual al tiempo de terminación del proyecto (F). En este conjunto se considera como primer elemento del conjunto a aquella actividad con el mayor número de identificación (j^*) perteneciente al mayor proyecto (i), ordenándose así sucesivamente.

$$j = [j^*i \mid EF_{ij} = F]$$

73. Se selecciona la primera actividad del conjunto J a la cual se le denota como j_1 .

74. Si este trabajo j_1 tiene un tiempo de iniciación más próximo (ES) igual a cero, entonces se ha encontrado una actividad j_1 la cual empieza en el día cero y tiene un margen total de cero, existiendo una secuencia crítica.

75. Si el tiempo de iniciación más próximo de la actividad j_1 es mayor que cero ($ES_{1j_1} > 0$), entonces debe existir un conjunto de actividades que restringen a la actividad j_1 de desplazamientos hacia la izquierda (v_j).

$$v_j = [v_j \mid EF_v = ES_{j_1}]$$

Un conjunto restringente (V_j) esta formado por un grupo de actividades (v_i) cuyo tiempo de terminación más próximo es igual al tiempo de iniciación más próximo de una actividad j_i y que por lo tanto la restringe de desplazamientos hacia la izquierda.

76. Examinar al conjunto de actividades que restringen a la actividad j_i de desplazamientos locales hacia la izquierda (V_j). Si en este conjunto restringente (V_j) existen actividades con margen total igual a cero, entonces se selecciona a uno de estos trabajos (v_i) y se le denota como j_i y el algoritmo regresa al punto 74 .

Si el margen total es mayor que cero para todas las actividades que constituyen al conjunto restringente (V_j) de la actividad j_i entonces existe un conjunto concurrente (W_j) con la actividad j_i .

77. Examinar al conjunto de actividades concurrentes (W_j) con la actividad j_i . Un conjunto de actividades concurrentes (W_j) consiste de aquellos trabajos que concurren al primer día con la actividad j_i . Es decir son aquellos trabajos cuyo tiempo de iniciación más próximo es menor ó igual al tiempo de iniciación más próximo de la actividad j_i , y a su vez este tiempo es menor que el tiempo de terminación más próxima de la actividad concurrente.

78. Si el margen total es mayor que cero para todas las actividades que constituyen un conjunto concurrente (W_j) - entonces se dice que existe un subóptimo local (punto 78)

Si en un conjunto concurrente (W_j) existen actividades con margen total igual a cero, se selecciona uno de esos trabajos y se le denota como j_i . Si el tiempo de ini

ciación más próxima de esta actividad j_i es igual a cero la secuencia crítica se ha determinado.

79. Identificar a los conjuntos restringentes y concurrentes al conjunto local j_i .

$$U = [j_i]$$

$$V_j = [v_j \mid EF_{iv} = ES_{ij} \quad R_{iv} = \text{máx} \dots \text{mín}]$$

$$W_j = [w_j \mid ES_{iw} \leq ES_{ij} < EF_{iw}; R_{iw} = \text{máx} \dots \text{mín}]$$

80. Desplazar a la derecha los elementos del conjunto restringente (V_j) en orden descendente de sus requerimientos totales de recursos, de tal manera que en sus fechas de realización más alejadas (LS y LP) no rebasen los límites de recursos.

81. Desplazar hacia la derecha los elementos del conjunto concurrente W_j en orden descendente de sus requerimientos totales de recursos, de tal manera que en sus fechas de realización más alejadas (LS y LP) no rebasen los límites de recursos.

82. Una vez que el conjunto restringente (V_j) y el conjunto concurrente (W_j) se han desplazado hacia la derecha tanto como las restricciones de precedencia y de recursos lo permitan se denota a la actividad j_i como la actividad g_i .

83. Se identifica a la actividad j'_i que precede inmediatamente a la actividad g_i de acuerdo con el mapa a escala de tiempo.

$$j'_i = j_i \mid j'_i << g_i$$

84. Determinar la distancia en que se puede reducir el programa.

85. Reducir el programa justificado hacia la izquierda.
86. Se ha removido el subóptimo local que impedía la de terminación de la secuencia crítica.

**3.5 ALGORITMO Y DESCRIPCION DE LAS DIFERENTES
SUBROUTINAS UTILIZADAS EN EL PROCEDIMIENTO
HEURISTICO**

Se describirán las subrutinas utilizadas en el -
procedimiento heurístico propuesto, en el orden en que
se vayan utilizando dentro del mismo.

**3.5.1 PARAMETROS PARA DETERMINAR LA HEURISTICA -
MAS ADECUADA (ARLF Y AUF)**

Estos son producto de la aportación de Kurtulus
y Davis donde los valores de dichos parámetros marcan -
la pauta para elegir la mejor regla.

3.5.1.1 ALGORITMO Y DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA

ARLF

ALGORITMO DE LA SUBROUTINA ARLF

DETERMINACION ARLF

2.1. $i = 1$

2.2. $t = ES_{ij} + 1$

2.3. $EJ = \{j \mid ES_{ij} \leq t < EF_{ij}\}$

2.4. $t \geq CP_i / 2$

NO

SI

$Z_{ij} = 1, \forall j \in EJ$

$Z_{ij} = -1, \forall j \in EJ$

2.5. $ARLF_i^* = \sum_j^{CP_i} \sum_{j \in EJ} \sum_{k=1}^M Z_{ij} r_{ijk} / k_{ij}$

2.6. $t = CP_i$

NO

SI

$t = t + 1$

2.7. $ARLF_i = ARLF_i^* / CP_i$

NO

2.8. $i = M$

SI

$i = i + 1$

2.9. $ARLF = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M ARLF_i$

DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA ARLF (FACTOR DE ASIGNACION
 PROMEDIO DE RECURSOS)

Este parámetro se determina para cada uno de los proyectos integrantes del proyecto múltiple .

2.1 Evaluación del factor de asignación promedio de recursos (ARLF) para el proyecto 1.

2.2 Iniciar la evaluación del factor de asignación promedio de recursos (ARLF) en el tiempo de iniciación más próximo (ES_{11}) de la primera actividad del primer proyecto. $t = ES_{11}$

2.3 Agrupación de todas las actividades que estan desarrollandose en este tiempo ($t = ES_{11}$). formandose el conjunto EJ

$$EJ = \left[j_i \mid ES_{ij} \leq t \leq EF_{ij} \right]$$

2.4 Ubicación de las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE) dentro de la primera ó de la segunda mitad de la duración del CPM.

- Si el tiempo de realización de la actividad se encuentra dentro de la primera mitad del CPM, $Z_{ijt} = 1$

- Si el tiempo de realización de la actividad se encuentra en la segunda mitad del CPM $Z_{ijt} = -1$

2.5 Determinar el factor de asignación promedio de recursos (ARLF^{*}) para el proyecto 1. Este factor se calcula sumando la cantidad de recursos utilizados por las actividades elegibles para su programación (JE), desde un tiempo igual a cero hasta la duración de la ruta crítica ... del proyecto 1

$$ARLF^*_1 = \sum_t^{CP_1} \sum_{j_i \in EJ} \sum_{k=1}^m Z_{ijt} r_{ijk} / K_{ij}$$

- 2.6 Incremento en el tiempo hasta concluir el proyecto i
- 2.7 Evaluación del factor de asignación promedio de recursos para el proyecto i

$$ARLP_i = ARLF_i^* / CP_i$$

- 2.8 Incremento en el número de identificación del proyecto hasta determinar el factor de asignación promedio de recursos para todos los proyectos integrantes del proyecto múltiple.
- 2.9 Cálculo del ARLF para el proyecto múltiple, como el promedio de los valores de los factores de asignación promedio de recursos individuales de cada proyecto.

$$ARLF = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ARLF_i$$

- 3.5.1.2 ALGORITMO Y DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA AUF
 (FACTOR DE UTILIZACION PROMEDIO DE RECURSOS)
 ALGORITMO DE LA SUBROUTINA AUF

DETERMINATION AUF

3.1. DETERMINAR $R_L = \sum R_{Li}, \forall S_L$

3.2. $k = 1$

d

3.3. $a \leq S_1 \leq b$
 $a = 1$
 $b = CP_1$

c

3.4. $t = a$

3.5. $EJ = \{ j_i \mid ES_{ij} < t \leq EF_{ij} \}$

3.6. $W_{S_{Lk}} = \sum_{i=0}^b \sum_{j \in EJ} r_{ijk}$

$t = t + 1$

NO

3.7.
 $t = b$

SI

3.8. $AUF_k^* = \sum \frac{W_{S_{Lk}}}{r_{Lk} S_L}$

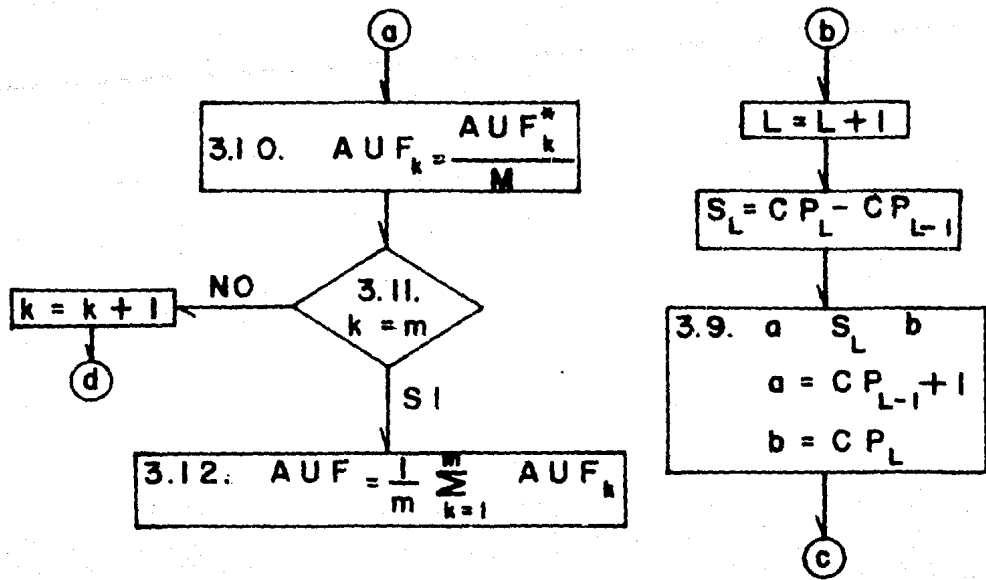
3.9.
 $S_L = S_M$

NO

b

SI

a



DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA AUF (FACTOR DE UTILIZACION
 PROMEDIO DE RECURSGS)

Este parámetro se determina para cada uno de los diferen-
 tes tipos de recursos utilizados en el proyecto múltiple.

- 3.1 Evaluación del vector de límites de disponibilidad de
 recursos para cada intervalo (S_L) del proyecto múlti-
 ple, donde el intervalo esta acotado por $a \leq S_L \leq b$
 siendo $a = +CP_{L-1}$ y $b = CP_L$. El vector de límites de
 disponibilidad de recursos es igual a la suma de vec-
 tores límites de disponibilidad de recursos para cada
 intervalo del proyecto múltiple.

$$R_L = \sum R_{Li}$$

- 3.2 Determinación del factor de utilización promedio de -
 recursos para el recurso número uno
- 3.3 Especificación de los límites inferior y superior pa
 ra el intervalo $S_L = S_1$, donde : $a \leq S_1 \leq b$, $a = 0$
 $b = CP_1$
- 3.4 Iniciar la evaluación del factor de utilización pro-
 medio de recursos AUF_k en el límite inferior del in-
 tervalo S_1 en un tiempo igual a a ($a = 0$).
- 3.5 Formación del conjunto de actividades que estan en -
 progreso en el tiempo ($t = a$), a este conjunto se
 le denomina EJ.

$$EJ = \{ j_i \mid ES_{1j} \leq t \leq EF_{1j} \}$$

- 3.6 Cantidad total requerida del recurso k hasta este -
 tiempo en el intervalo S_L

$$W_{S_L k} = \sum_{t=a}^b \sum_{j \in EJ} r_{ijk}$$

3.7 Incremento en el tiempo, hasta el límite superior del intervalo S_L

3.8 Evaluación del factor de utilización promedio de recursos (AUP_k) de cada intervalo concluido

$$AUP_k^* = \sum_L \frac{w_{S_L k}}{l_{L,k} S_L}$$

3.9 Incremento en los intervalos hasta concluir el proyecto múltiple especificando ambos límites para cada nuevo intervalo:

$$L = L + 1$$

$$S_L = CP_1 - CP_{L-1}$$

$$a \leq S_L \leq b \quad \text{donde } a = 1 + CP_{L-1} \quad \text{y } b = CP_L$$

3.10 Evaluación del factor de utilización promedio de recursos (AUP_k) para el proyecto múltiple. El valor de este factor para un tipo de recurso dado para el proyecto múltiple, esta dado por la suma de los valores del (AUP_k^*), para todos los intervalos divididos entre el número de proyectos de que consta el proyecto multiple.

$$AUP_k = \frac{AUP_k^*}{M}$$

3.11 Incremento en k hasta $k = m$

3.12 Evaluación del factor de utilización promedio de recursos para el proyecto multiple

$$AUP = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^m AUP_k$$

3.5.2 ALGORITMO Y DESCRIPCION DE LAS DIFERENTES HEURISTICAS ELEGIBLES PARA GENERAR EL PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA IZQUIERDA (SUBROUTINA REGLA)

3.5.2.1 ALGORITMO DE LA SUBROUTINA MINSLK

METODO PROPUESTO 14.

15.1. $MINSLK = \text{Mín } s_{ij}$

15.2. $s_{ij} = LS_{ij} - \text{Máx}(ES_{ij}, t^i), \forall j_i \in J E$

15.3. $JSLK = [s_{ij} | s = \text{mín...máx}, i = \text{mín...máx}, j = \text{mín...máx}]$

15.4. $j_i = j'_i | s_{ij} = (s_{ij})_{\text{mín}}$

15.5. $k=1$

15.6. $B_k = r_{ij}^k + \sum_{j_i \in J I} r_{ij}^k + u_k$

15.7. $B_k \leq l_k$

15.8. $k = m$

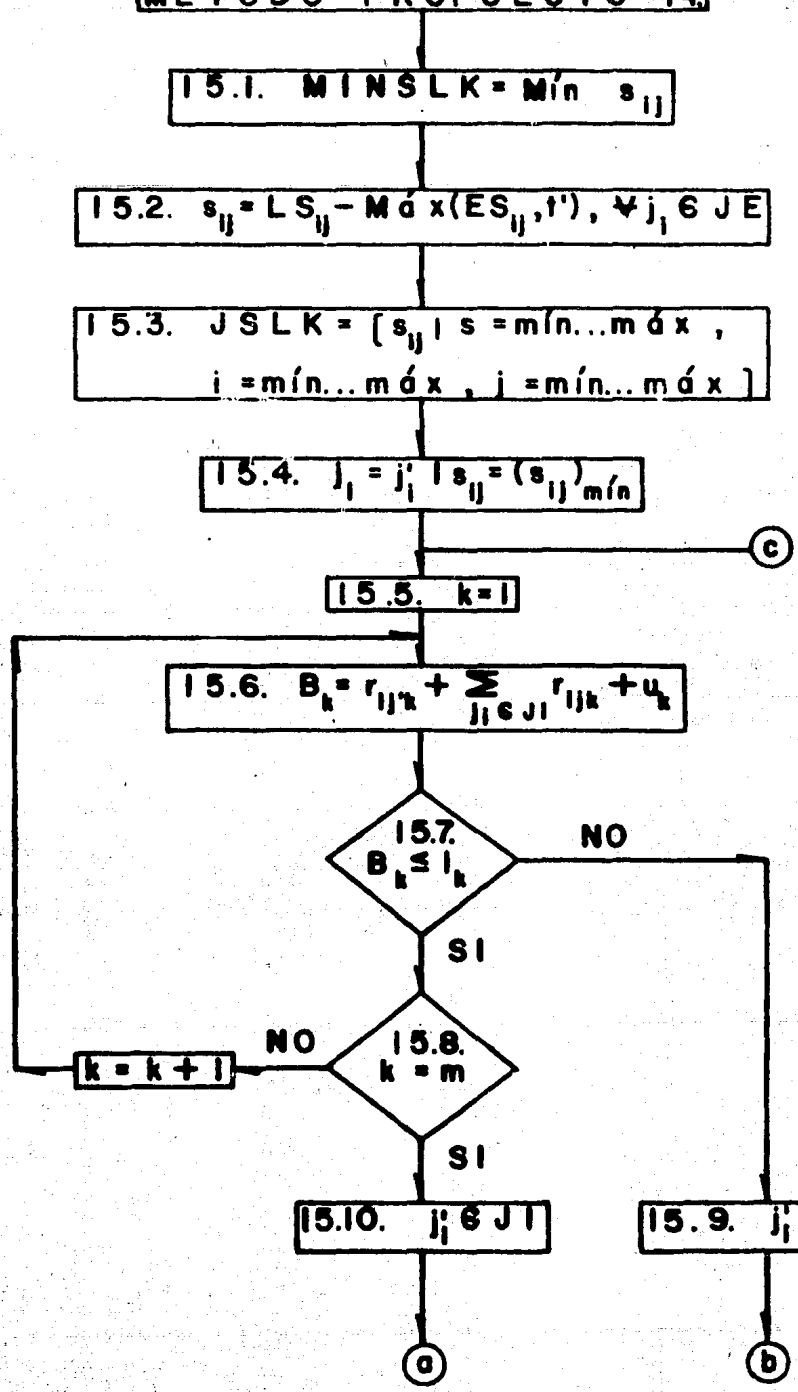
15.10. $j'_i \in J I$

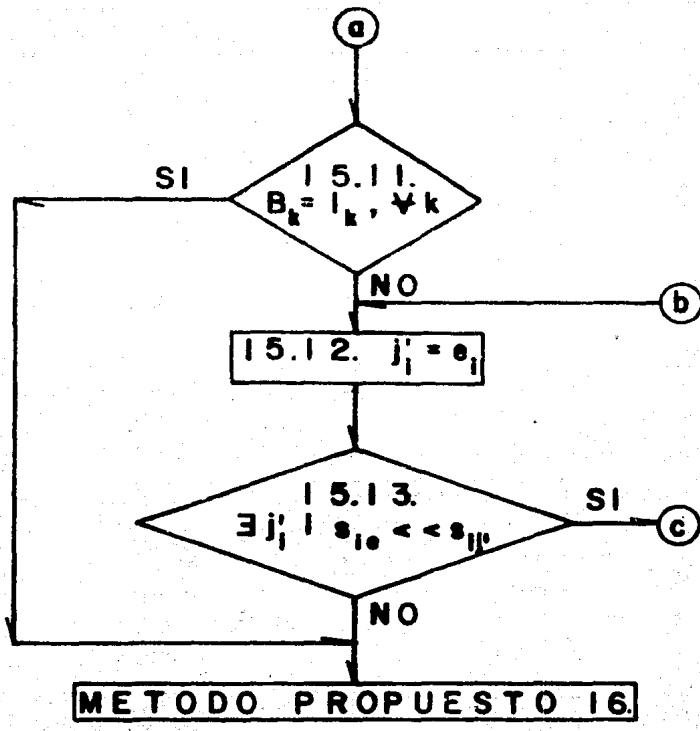
15.9. $j'_i \notin J I$

$k = k + 1$

a

b





DESCRIPCION DEL ALGORITMO DE LA SUBROUTINA MINSLK (mínimo margen total)

15.1 Esta regla asigna el orden de prioridad correspondiente a cada actividad en función del valor de su margen total, considerando a la actividad mas prioritaria de un conjunto dado a aquella con el menor valor de margen total.

15.2 Determinación del margen total para todas las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE) en base a los resultados del CPM. El margen total se calcula como la diferencia entre el tiempo de iniciación más alejado de la actividad j del proyecto (i) (LS_{ij}) y la máxima diferencia entre el tiempo de iniciación más próximo de la actividad j (ES_{ij}) y el tiempo de programación (t').

$$s_{ij} = LS_{ij} - \max (ES_{ij}, t').$$

15.3 Una vez determinado el margen total para todas las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE) se ordenan a estas en forma ascendente en función del valor de su margen total, ($s = \min, \dots, \max$), número de identificación de proyecto ($i = \min, \dots, \max$) y de actividad ($j = \min, \dots, \max$) formandose el conjunto JSLK.

15.4 A la primera actividad perteneciente al conjunto - JSLK se le denota como $j'i$ siendo una actividad capdidata a programarse en ese tiempo

$$j_i = j'i \quad | \quad s_{ij} = (s_{ij})_{\min}$$

15.5 Determinación de la cantidad requerida de cada recurso, iniciando con el recurso mas limitado $k = 1$, -

(Independientemente del sitio que ocupe dentro del -
vector \bar{R}_L total)

15.6 Cantidad utilizada del recurso k (B_k) por :

- actividades en progreso (u_k)
- actividades asignadas al conjunto de actividades -
que pueden iniciarse en este tiempo (t')
- y por la actividad candidata j'i a programarse en
ese tiempo.

$$B_k = r_{ij'k} + \sum_{j'i \in JI} r_{ijk} + u_k$$

15.7 Se pregunta si la actividad candidata a programarse
en ese instante j'i al adicionarse al conjunto de ac-
tividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) -
rebasa el limite de disponibilidad del recurso k.

15.8 Si la actividad j'i no rebasa el limite de disponibi-
lidad del recurso k, probar con el siguiente recurso
inmediato superior en disponibilidad y así sucesiva-
mente hasta probarlos todos.

15.9 Si el limite de disponibilidad es rebasado para cual-
quier recurso k empleado por la actividad j'i, enton-
ces la actividad j'i no puede ser programada y por -
lo tanto no es asignada en ese momento al conjunto -
de actividades que pueden iniciarse en ese tiempo --
(JI), dirigiendose el algoritmo al punto 15.12

15.10 Si el limite de disponibilidad para cualquier recur-
so empleado por la actividad j'i no es rebasado, en-
tonces la actividad j'i puede programarse en ese tien-
po y por lo tanto se asigna al conjunto de activida-
des que pueden iniciarse en ese tiempo (JI).

15.11 Si existe al menos un recurso para el cual no se haya agotado su disponibilidad (l_k), el algoritmo pasa al punto 15.12 de lo contrario la subrutina concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.

15.12 Si existe disponibilidad de por lo menos un tipo de recurso, se define a la actividad j_i perteneciente al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) como la actividad e_i .

15.13 La nueva actividad candidata j_i será aquella que suceda inmediatamente a la actividad e_i en el conjunto de actividades ordenadas en su margen total JSLK, regresando el algoritmo al punto 15.5.

De no haber ninguna actividad que suceda a la actividad e_i en el conjunto JSLK la subrutina concluye y el algoritmo pasa al punto 16 del método propuesto.

3.5.2.2 ALGORITMO Y DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA SASP

ALGORITMO DE LA SUBROUTINA SASP

METODO PROPUESTO 14.

15.1. $SASP = \text{Mín } f_{ij}$

15.2. $f_{ij} = CP_i + t_{ij}, \forall j_i \in J_i E$

15.3. $J SASP = [f_{ij} | f = \text{mín...máx} , i = \text{mín...máx} , j = \text{mín...máx}]$

15.4. $j_i = j'_i | f_{ij} = (f_{ij})_{\text{mín}}$

ⓐ

15.5. $k=1$

15.6. $B_k = r_{ij}^k + \sum_{j_i \in J_i} r_{ij}^k + u_k$

15.7. $B_k \leq I_k$

NO

SI

NO

15.8. $k=m$

SI

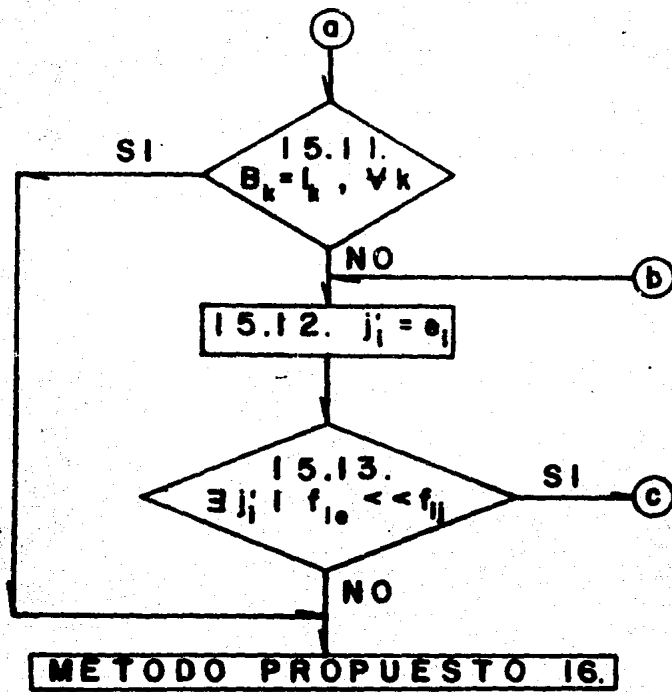
$k = k + 1$

15.10. $j'_i \in J_i$

ⓑ

15.9. $j'_i \notin J_i$

ⓐ



DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA SASP

15.1 Esta regla asigna la mayor prioridad a la actividad que presente la menor duración y que a su vez pertenezca al proyecto con la menor duración de acuerdo a su CPM, este se ve representado por el parámetro f_{ij} .

15.2 Determinación del parámetro f_{ij} . Este parámetro se calcula para todas las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles para su programación (JE), como la suma de la ruta crítica del proyecto i (CP_i) y la duración de la actividad j perteneciente al proyecto i.

$$f_{ij} = CP_i + t_{ij}, \forall j \in JE$$

15.3 Una vez determinado el parámetro f_{ij} para todas las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE), se ordenan en forma ascendente al valor numerico del parámetro f_{ij} ($f = \text{mín}, \dots, \text{máx}$). El número de identificación del proyecto se ordena del mínimo al máximo ($i = \text{mín}, \dots, \text{máx}$), y el número de identificación de la actividad tambien se ordena de menor a mayor ($j = \text{mín}, \dots, \text{máx}$), formandose el conjunto JSASP.

15.4 La primera actividad del conjunto JSASP será aquella con el menor valor numerico del parámetro f_{ij} , a esta actividad se le denota como $j'i$, siendo una actividad candidata a programarse en ese tiempo.

15.5 Determinación de la cantidad requerida de cada recurso, iniciando con el recurso mas limitado $k = 1$,

(Independientemente del sitio que ocupe dentro del -
vector \bar{R}_L total)

15.6 Cantidad utilizada del recurso k (B_k) por :

- actividades en progreso (u_k)
- actividades asignadas al conjunto de actividades -
que pueden iniciarse en este tiempo (t')
- y por la actividad candidata j'i a programarse en
ese tiempo.

$$B_k = r_{ij'k} + \sum_{j_i \in JI} r_{ijk} + u_k$$

15.7 Se pregunta si la actividad candidata a programarse
en ese instante j'i al adicionarse al conjunto de ac-
tividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) -
rebasa el limite de disponibilidad del recurso k.

15.8 Si la actividad j'i no rebasa el límite de disponibi-
lidad del recurso k, probar con el siguiente recurso
inmediato superior en disponibilidad y así sucesiva-
mente hasta probarlos todos.

15.9 Si el limite de disponibilidad es rebasado para cual-
quier recurso k empleado por la actividad j'i, enton-
ces la actividad j'i no puede ser programada y por -
lo tanto no es asignada en ese momento al conjunto -
de actividades que pueden iniciarse en ese tiempo --
(JI), dirigiendose el algoritmo al punto 15.12

15.10 Si el limite de disponibilidad para cualquier recur-
so empleado por la actividad j'i no es rebasado, en
tonces la actividad j'i puede programarse en ese tiem-
po y por lo tanto se asigna al conjunto de activida-
des que pueden iniciarse en ese tiempo (JI).

15.11 Si existe al menos un recurso para el cual no se ha ya agotado su disponibilidad (l_k), el algoritmo pasa al punto 15.12, de lo contrario la subrutina -- concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.

15.12 Si existe disponibilidad de por lo menos un tipo de recurso, se define a la actividad j_i perteneciente al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) como la actividad e_i .

15.13 La nueva actividad candidata j_i será aquella que suceda inmediatamente a la actividad e_i en el conjunto de actividades ordenadas JSASP, regresando -- el algoritmo al punto 15.5.

De no haber ninguna actividad que suceda a la actividad e_i en el conjunto JSASP la subrutina concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.

3.5.2.3 ALGORITMO Y DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA MAXTWK

ALGORITMO DE LA SUBROUTINA MAXTWK

METODO PROPUESTO 14.

15.1. $MAXTWK = M \acute{o}x f_{ij}$

15.2. $f_{ij} = TWK_i + t_{ij} \sum_{k=1}^m r_{ijk} \cdot \forall j' \in J E$

15.3. $JMAXT = \{ f_{ij} \mid f = m \acute{o}x \dots m \acute{i}n, \quad i = m \acute{i}n \dots m \acute{o}x, \quad j = m \acute{i}n \dots m \acute{o}x \}$

15.4. $j_i = j'_i \mid f_{ij} = (f_{ij})_{m \acute{o}x}$

15.5. $k=1$

15.6. $B_k = r_{ij'k} + \sum_{j \in J I} r_{ijk} + u_k$

15.7. $B_k \leq l_k$

NO

SI

NO

15.8. $k=m$

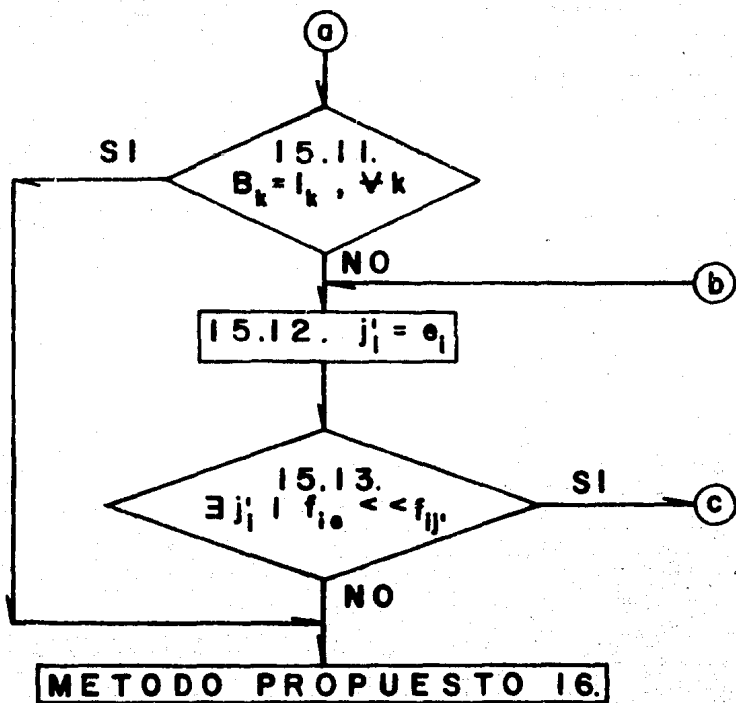
SI

15.10. $j_i \in J I$

15.9. $j_i \notin J I$

a

b



DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA MAXTWK

- 15.1 Esta heurística asigna la mayor prioridad a aquella actividad con el máximo contenido total de trabajo, esto se refleja en el parámetro f_{ij} .
- 15.2 Determinación del parámetro f_{ij} para todas aquellas actividades que pertenecen al conjunto de actividades elegibles (JE).
- El parámetro f_{ij} representa la carga de recursos que lleva cada proyecto en cada tiempo de programación. Este parámetro se encuentra para cada tiempo de programación sumando la cantidad total de recursos empleados en el proyecto i hasta ese tiempo (TWK_i) y la cantidad de recursos que requiere la actividad - candidata a programarse de ese mismo proyecto perteneciente al conjunto de actividades elegibles (JE).
- 15.3 Se ordenan todas las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles en orden descendente del parámetro f ($f = \max, \dots, \min$) y en orden ascendente al número de identificación del proyecto y de la actividad, formandose así el conjunto JMAXTWK.
- 15.4 La primera actividad del conjunto JMAXTWK será aquella con el máximo valor del parámetro f y el mínimo valor en sus números de identificación tanto del proyecto (i) como de las actividades (j). A esta actividad se le denomina $j'i$ siendo esta la actividad candidata a programarse en ese tiempo.
- 15.5 Determinación de la cantidad requerida de cada recurso, iniciando con el recurso más limitado $k=1$.

(Independientemente del sitio que ocupe dentro del -
vector \bar{R}_L total)

15.6 Cantidad utilizada del recurso k (B_k) por :

- actividades en progreso (u_k)
- actividades asignadas al conjunto de actividades -
que pueden iniciarse en este tiempo (t')
- y por la actividad candidata $j'i$ a programarse en
ese tiempo.

$$B_k = r_{ij'k} + \sum_{j_i \in JI} r_{ijk} + u_k$$

15.7 Se pregunta si la actividad candidata a programarse
en ese instante $j'i$ al adicionarse al conjunto de ac
tividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) -
rebasa el limite de disponibilidad del recurso k.

15.8 Si la actividad $j'i$ no rebasa el límite de disponibi
lidad del recurso k, probar con el siguiente recurso
inmediato superior en disponibilidad y asi sucesiva
mente hasta probarlos todos.

15.9 Si el límite de disponibilidad es rebasado para cual
quier recurso k empleado por la actividad $j'i$, enton
ces la actividad $j'i$ no puede ser programada y por -
lo tanto no es asignada en ese momento al conjunto -
de actividades que pueden iniciarse en ese tiempo --
(JI), dirigiendose el algoritmo al punto 15.12

15.10 Si el límite de disponibilidad para cualquier recur
so empleado por la actividad $j'i$ no es rebasado, en
tonces la actividad $j'i$ puede programarse en ese tiem
po y por lo tanto se asigna al conjunto de activida
des que pueden iniciarse en ese tiempo (JI).

15.11 Si existe al menos un recurso para el cual no se haya agotado su disponibilidad (l_k), el algoritmo pasa al punto 15.12, de lo contrario la subrutina concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.

15.12 Si existe disponibilidad de por lo menos un tipo de recurso, se define a la actividad j 'i perteneciente al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) como la actividad e_i .

15.13 La nueva actividad candidata j 'i sera aquella que suceda inmediatamente a la actividad e_i en el conjunto de actividades ordenadas en forma descendente del valor numerico del parametro f y en forma ascendente del número de identificación tanto del proyecto (i) como de la actividad (j) (JMAXTWK), regresando el algoritmo al punto 15.5.

De no haber ninguna actividad que suceda a la actividad e_i en el conjunto JMAXTWK la subrutina concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.

3.5.2.4 ALGORITMO Y DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA SOP

ALGORITMO DE LA SUBROUTINA SOP

MÉTODO PROPUESTO 14.

15.1. $SOF = \text{Mín } t_{ij}$

15.2. $JSOF = [t_{ij} \mid t = \text{mín...máx} , i = \text{mín...máx} , j = \text{mín...máx}]$

15.3. $j_1 = j'_1 \mid t_{ij} = (t_{ij})_{\text{mín}}$

15.4. $k = 1$

15.5. $B_k = r_{ij} + \sum_{j_1 \in J_1} r_{ij} + u_k$

15.6. $B_k \leq l_k$

NO

SI

15.7. $k = m$

NO

SI

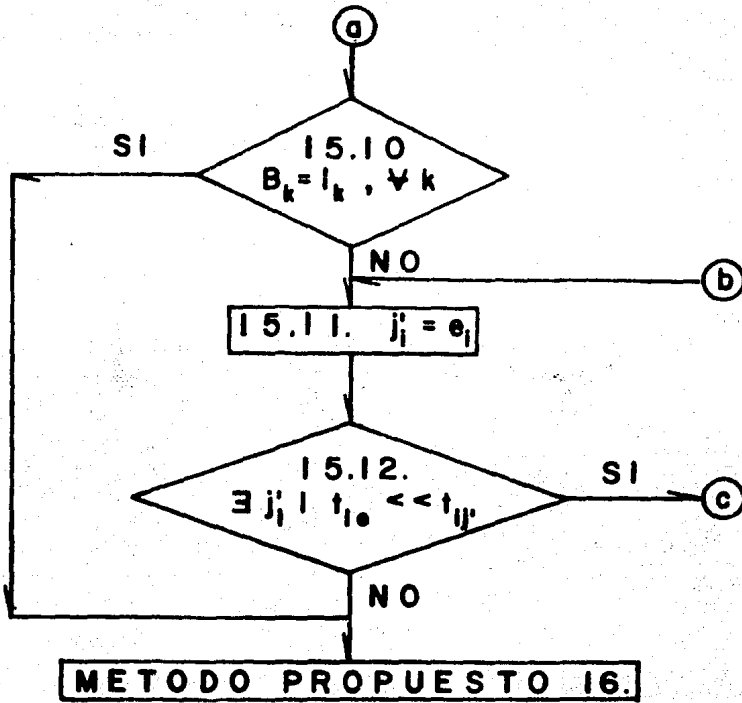
$k = k + 1$

15.9. $j'_1 \in J_1$

15.8. $j'_1 \notin J_1$

a

b



DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA SOP

- 15.1 Esta regla asigna el orden de prioridad correspondiente a cada actividad en función de la duración de cada una de estas, considerando a la actividad mas prioritaria de un conjunto dado a aquella con la mínima duración y así sucesivamente.
- 15.2 Se ordenan todas aquellas actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE) en forma ascendente a su duración, formandose el conjunto JSOF.
- 15.3 La primera actividad del conjunto JSOF será aquella con la mínima duración ($t = \min, \dots, \max$), el menor número de identificación del proyecto ($i = \min, \dots, \max$), y con el menor número de identificación de la actividad j ($j = \min, \dots, \max$).
- 15.4 Determinación de la cantidad requerida de cada recurso, iniciando con el recurso mas limitado $k = 1$, (independientemente del sitio que ocupe dentro del vector \bar{R}_L total).
- 15.5 Cantidad utilizada del recurso k (B_k) por :
- actividades en progreso (u_k)
 - actividades asignadas al conjunto de actividades - que pueden iniciarse en ese tiempo (t').
 - y por la actividad candidata $j'i$ a programarse en ese tiempo.

$$B_k = r_{ijk} + \sum_{j'i \in JI} r_{ijk} + u_k$$

- 15.6 Se pregunta si la actividad candidata a programarse en ese instante $j'i$ al adicionarse al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) rebasa el límite de disponibilidad del recurso k .

- 15.7 Si la actividad $j'i$ no rebasa el límite de disponibilidad del recurso k , probar con el siguiente recurso inmediato superior en disponibilidad y así sucesivamente hasta probarlos todos.
- 15.8 Si el límite de disponibilidad es rebasado para cualquier recurso k empleado por la actividad $j'i$, entonces la actividad $j'i$ no puede ser programada y por lo tanto no es asignada en ese momento al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese tiempo (JI) dirigiéndose el algoritmo al punto 15.12.
- 15.9 Si el límite de disponibilidad para cualquier recurso k empleado por la actividad $j'i$ no es rebasado, entonces la actividad $j'i$ puede programarse en ese tiempo y por lo tanto se asigna al conjunto de actividades que pueden iniciarse en este tiempo (JI).
- 15.10 Si existe al menos un recurso para el cual no se haya agotado su disponibilidad (l_k), el algoritmo pasa al punto 15.12, de lo contrario la subrutina concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.
- 15.11 Si existe disponibilidad de por lo menos un tipo de recurso, se define a la actividad $j'i$ perteneciente al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) como la actividad e_1 .
- 15.12 La nueva actividad candidata $j'i$ será aquella que suceda inmediatamente a la actividad e_1 en el conjunto de actividades ordenadas en función de la duración (JEO^*), regresando el algoritmo al punto 15.4. De no haber ninguna actividad que suceda a la actividad e_1

en el conjunto JSOF la subrutina concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.

3.5.2.5 ALGORITMO Y DESCRIPCION DE LA SUBRUTINA MOF

ALGORITMO DE LA SUBRUTINA MOF

METODO PROPUESTO 14.

15.1. $MOF = \text{Máx } t_{ij}$

15.2. $G = \sum_{k=1}^m r_{ijk}, \forall j_i \in J_i E$

15.3. $JMOF = t_{eij} \mid t = \text{máx} \dots \text{mín},$
 $G = \text{máx} \dots \text{mín}, i = \text{mín} \dots \text{máx}, j = \text{mín} \dots \text{máx}$

15.4. $j_i = j_i' \mid t_{eij} = (t_{eij})_{\text{máx}}$

15.5. $k=1$

15.6. $B = r_{ijk} + \sum_{j_i \in J_i} r_{ijk} + u_k$

15.7. $B_k \leq t_k$

$k = k + 1$

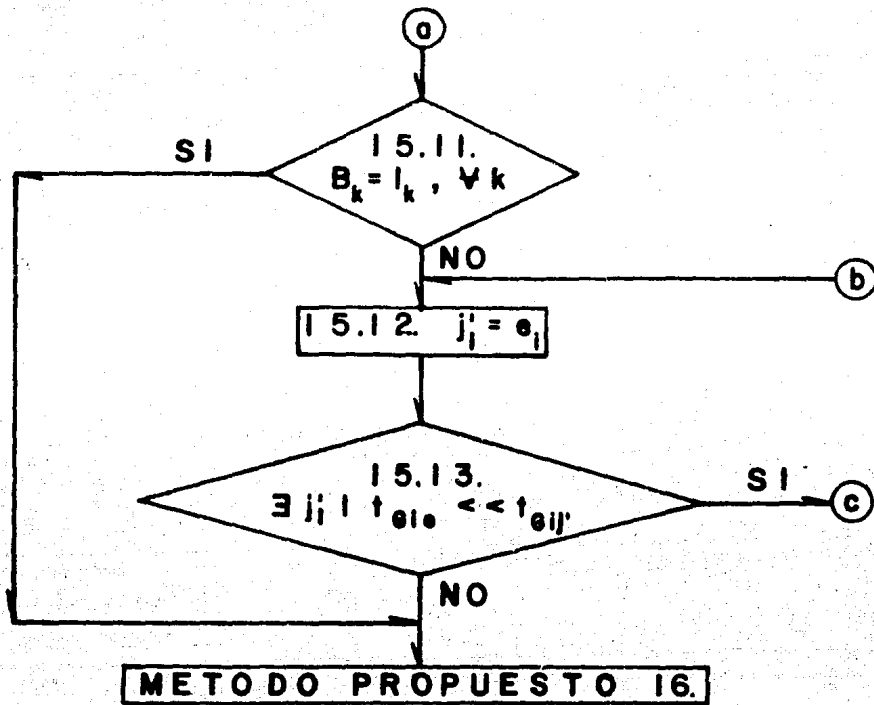
15.8. $k = m$

15.10. $j_i \in J_i$

15.9. $j_i \notin J_i$

a

b



DESCRIPCION DE LA SUBROUTINA MDP

15.1 Esta regla asigna la prioridad de cada actividad en función de dos parámetros:

- La duración de cada actividad (t_{ij})
- G_{ij} , el cual representa el total de recursos requeridos por la actividad j del proyecto i .

La heurística MDP considera a la actividad más prioritaria a aquella que tenga el máximo valor de ambos parámetros.

15.2 Determinación del parámetro G_{ij} (Total de recursos requeridos por la actividad j del proyecto i). Este parámetro se determina para todas las actividades - pertenecientes al conjunto de actividades elegibles

$$(JE). \quad G_{ij} = \sum_{k=1}^n r_{ijk} \quad \forall j \in JE$$

15.3 Se ordenan todas las actividades pertenecientes al conjunto de actividades elegibles (JE) en orden -- descendente de:

- sus duraciones ($t = \max, \dots, \min$)
- del parámetro G_{ij} (total de recursos requeridos)

$$G_{ij} = \max, \dots, \min$$

y en forma ascendente de sus :

- Números de identificación del proyecto ($i = \min, \dots, \max$)
- Números de identificación de la actividad ($j = \min, \dots, \max$), formandose el conjunto JMOP.

15.4 La primera actividad del conjunto JMOP será aquella con la máxima duración y el máximo valor del parámetro G_{ij} para el menor número de identificación tanto

del proyecto como de la actividad. A esta actividad se le denota como $j'i$ siendo una actividad candidata a programarse en ese tiempo t' .

15.5 Determinación de la cantidad requerida de cada recurso, iniciando con el recurso mas limitado $k=1$, (independientemente del sitio que ocupe dentro del vector \bar{R}_L total).

15.6 Cantidad utilizada del recurso k (B_k) por :

- Actividades en progreso (u_k)
- Actividades asignadas al conjunto de actividades que pueden iniciarse en este tiempo (t')
- y por la actividad candidata $j'i$ a programarse en ese tiempo.

$$B_k = r_{ij'k} + \sum_{j'i \in JI} r_{ijk} + u_k$$

15.7 Se pregunta si la actividad candidata a programarse en ese instante ($j'i$) al adicionarse al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) rebasa el limite de disponibilidad del recurso k .

15.8 Si la actividad $j'i$ no rebasa el limite de disponibilidad del recurso k , probar con el siguiente recurso inmediato superior en disponibilidad y asi sucesivamente hasta probarlos todos.

15.9 Si el limite de disponibilidad es rebasado para cualquier recurso k empleado por la actividad $j'i$, entonces la actividad $j'i$ no puede ser programada y por lo tanto no es asignada en ese momento al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese tiempo (JI) dirigiendose el algoritmo al punto 15.12.

- 15.10 Si el límite de disponibilidad para cualquier recurso k empleado por la actividad j 'i no es rebasado, entonces la actividad j 'i puede programarse en ese tiempo y por lo tanto se asigna al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese tiempo (JI).
- 15.11 Si existe al menos un recurso para el cual no se ha agotado su disponibilidad (l_k), el algoritmo pasa al punto 15.12, de lo contrario la subrutina -- concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.
- 15.12 Si existe disponibilidad de por lo menos un tipo de recurso, se define a la actividad j 'i perteneciente al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese momento (JI) como la actividad e_1 .
- 15.13 La nueva actividad candidata j 'i será aquella que suceda inmediatamente a la actividad e_1 en el conjunto de actividades ordenadas en función de su duración y de sus requerimientos totales de recursos (JMOP), regresando el algoritmo al punto 15.5. De no haber ninguna actividad que suceda a la actividad e_1 en el conjunto JMOP la subrutina concluye y el algoritmo se dirige al punto 16 del método propuesto.

IV EVALUACION DEL METODO PROPUESTO

4. RESULTADOS

Para probar el método propuesto en el capítulo anterior, se utilizó un ejemplo resuelto en la literatura - (7), el cual se eligió debido a que cuenta con la solución exacta, empleando el método de Davis- Heidorn (6). Además el ejemplo se resolvió empleando siete heurísticas diferentes :

LFT (Mínimo tiempo de terminación más alejado)

GRU (Máxima utilización de recursos)

MINSLK (Mínimo margen total)

RSM (Método de programación de recursos)

RAN (Selección aleatoria de trabajos)

MJP (La mayor cantidad de trabajos posibles)

GRD (La mayor demanda de recursos)

con el objeto de comparar su resultado con la solución exacta.

4.1 APLICACION DEL METODO PROPUESTO

El proyecto resuelto en la literatura consta de 27 actividades, es un solo proyecto y se desarrolla bajo condiciones de recursos limitados.

La programación del proyecto se hará en base al método propuesto. Siguiendo los pasos del algoritmo presentado en el capítulo anterior.

1. Determinación del CPM

En la figura 4.1.1 se muestra la red del proyecto en estudio, donde se indica la ruta crítica obtenida

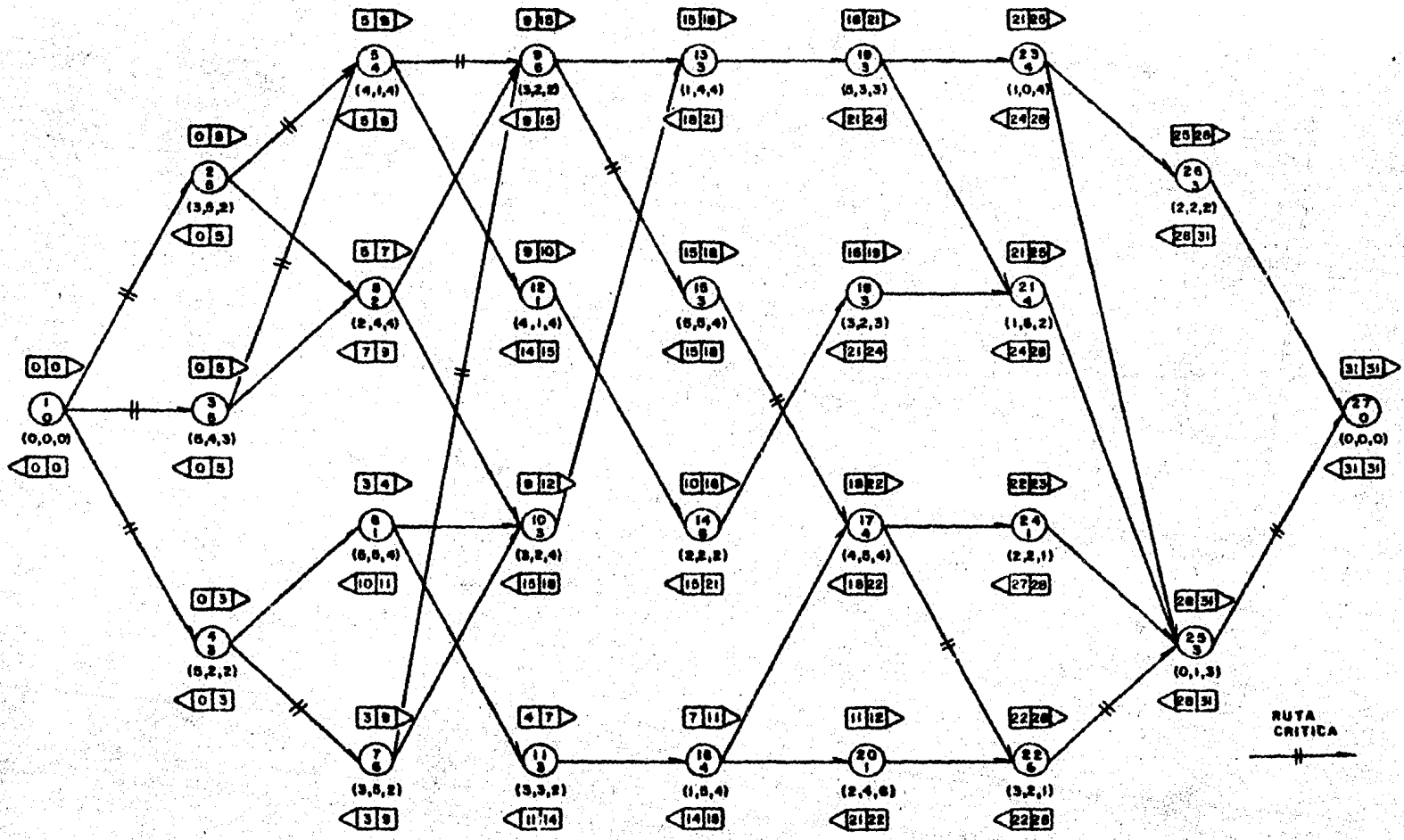


FIG. 4.1.1 R U T A C R I T I C A

RUTA CRITICA

aplicando la técnica CPM.

Los resultados de la ruta crítica se desglosan en la tabla 4.1.1 , la cual contiene la siguiente información:

COLUMNA	INFORMACION
1	Esta primera columna de la tabla contiene todas las actividades integrantes del proyecto, ordenadas ascendentemente de acuerdo con su número de identificación
2	Duración de la actividad
3	Tiempo de iniciación más próximo de la actividad
4	Tiempo de terminación más próximo de la actividad.
5	Requerimientos de cada uno de los tipos de recursos.

TABLA 1.

RESULTADOS DEL C.A.M

ACTIVIDAD (j_i)	DURACION (t_{ij})	TIEMPO DE INICIACION MAS PROXI- MO (ES_{ij})	TIEMPO DE TERMINACION MAS PROXIMO (EF_{ij})	REQUERIMIENTOS DE RECURSOS		
				r_{1j}	r_{1j2}	r_{1j3}
1	0	0	0	0	0	0
2	5	0	5	3	5	2
3	5	0	5	5	4	3
4	3	0	3	5	2	2
5	4	5	9	4	1	4
6	1	3	4	5	5	4
7	6	3	9	3	5	2
8	2	5	7	2	4	4
9	6	9	15	3	2	2
10	3	9	12	3	2	4
11	3	4	7	3	3	2
12	1	9	10	4	1	4
13	3	15	18	1	4	4
14	6	10	16	2	2	2
15	3	15	18	5	5	4
16	4	7	11	1	5	4
17	4	18	22	4	5	4
18	3	16	19	3	2	3
19	3	18	21	5	3	3
20	1	11	12	2	4	6
21	4	21	25	1	6	2
22	6	22	28	3	2	1

23	4	21	25	1	0	4
24	1	22	23	2	2	1
25	3	28	31	0	1	3
26	3	25	28	2	2	2
27	0	31	31	0	0	0

2. Determinación del factor de asignación promedio de recursos (ARLF)

En la tabla 4.1.2 se reporta la información para determinar el valor del factor de asignación promedio de recursos (ARLF), y esta contiene :

COLUMNA	INFORMACION
1	En esta primera columna se indica el tiempo (t'). Para cada valor de tiempo se reporta en las columnas restantes sobre el renglón correspondiente la siguiente información.
2	Actividades que se están desarrollando en ese tiempo
3	Ubicación de las actividades en el CPM (1 si $t \geq CP_i/2$, -1 si $t < CP_i/2$).
4	Valor del factor de asignación promedio de recursos - hasta ese tiempo, calculado mediante la ecuación presentada en el módulo 2 del Método propuesto.

Una vez que el tiempo ha alcanzado el valor final de la ruta crítica se determina el valor del factor de asignación promedio de recursos para el proyecto $i = 1$, dividiendo el valor del factor de asignación promedio de recursos $ARLF^*_1$ entre el valor de la duración de la ruta crítica producida por el CPM .

Tabla 4.1.

ARLF $\forall i$ $i = 1$ (para este ejemplo)

TIEMPO (t)	ACTIVIDADES QUE SE DESARROLLAN EN t' (EJ)	UBICACION DE LA ACTIVIDAD EN EL CPM Z_{ijt}	ARLF _i *
0	2,3,4	-1	-10.3
1	2,3,4	-1	-10.3
2	2,3,4	-1	-10.3
3	2,3,6,7	-1	-15.3
4	2,3,7,11	-1	-13.3
5	5,7,8,11	-1	-12.3
6	5,7,8,11	-1	-12.3
7	5,7,16	-1	-10
8	5,7,16	-1	-10
9	9,10,12,16	-1	-12
10	9,10,14,16	-1	-11
11	9,10,14,20	-1	-11
12	9,14	-1	-4.3
13	9,14	-1	-4.3
14	9,14	-1	-4.3
15	13,14,15	1	9
16	13,15,18	1	10
17	13,15,18	1	10
18	17,18,19	1	10
19	17,19	1	8
20	17,19	1	9
21	17,21,23	1	9
22	21,22,23,24	1	7

23	21, 22, 23	1	-7
24	21, 22, 23	1	-7
25	22, 26	1	-4
26	22, 26	1	-4
27	22, 26	1	-4
28	25	1	-2
29	25	1	-2
30	25	1	-2

$$ARLP_i = ARLF_i / CP_i$$

$$ARLP_1 = -47/31 = -1.516$$

3. Determinación del factor de utilización promedio de recursos.

El factor de utilización promedio de recursos - (AUF) se determina para cada uno de los tipos de recursos que requiere un proyecto. En la tabla 4.1.3 se muestra el procedimiento numérico para la determinación de este factor. En el ejemplo en estudio, se consideran tres tipos de recursos, por lo que la tabla se encuentra dividida en tres partes, cada una de ellas corresponde a un tipo de recurso.

En la primera columna de la tabla 4.1.3 se indican los tipos de recursos utilizados. En la segunda columna de cada tabla se indica el tiempo y en la tercera se indican las actividades que están desarrollándose en ese tiempo, por último, en la cuarta columna se reporta la cantidad total requerida del recurso k para el intervalo S_L -- (donde este intervalo va desde el tiempo cero hasta el tiempo en cuestión), el valor de esta última columna es acumulativo.

Una vez que se ha determinado el valor del factor de utilización promedio de recursos para todos los tipos de recursos, se evalúa el promedio aritmético de dicho factor. Este valor será el utilizado en la selección de la heurística a emplear en el proceso de programación.

TABLA 4.1.3

AUF ($R_L = (6,6,6)$)

RECURSO K	TIEMPO t	ACTIVIDADES QUE SE DESARROLLAN EN t' (EJ)	CANTIDAD TOTAL REQUERIDA DE k PARA $S_L (W_{S_L,k})$
1	0	2,3,4	13
	1	2,3,4	26
	2	2,3,4	39
	3	2,3,6,7	55
	4	2,3,7,11	69
	5	5,7,8,11	81
	6	5,7,8,11	93
	7	5,7,16	101
	8	5,7,16	109
	9	9,10,12,16	120
	10	9,10,14,16	129
	11	9,10,14,20	139
	12	9,14	144
	13	9,14	149
	14	9,14	154
	15	13,14,15	162
	16	13,15,18	171
	17	13,15,18	180
	18	17,18,19	192
	19	17,19	201
	20	17,19	210
	21	17,21,23	216
	22	21,22,23,24	223
	23	21,22,23	228
	24	21,22,23	233
	25	22,26	238
	26	22,26	243
	27	22,26	248
	28	25	248
	29	25	248
	30	25	248

$$AUF_1^* = \frac{248}{(6)(31)} = 1.333$$

$$AUF_1 = 1.333$$

2	0	2,3,4	11
	1	2,3,4	22
	2	2,3,4	33
	3	2,3,6,7	52
	4	2,3,7,11	69
	5	5,7,8,11	82
	6	5,7,8,11	95
	7	5,7,16	106
	8	5,7,16	117
	9	9,10,12,16	127
	10	9,10,14,16	138
	11	9,10,14,20	148
	12	9,14	152
	13	9,14	156
	14	9,14	160
	15	13,14,15	171
	16	13,15,18	182
	17	13,15,18	193
	18	17,18,19	203
	19	17,19	211
	20	17,19	219
	21	17,21,23	230
	22	21,22,23,24	240
	23	21,22,23	248
	24	21,22,23	256
	25	22,26	260
	26	22,26	264
	27	22,26	268
	28	25	269
	29	25	270
	30	25	271

$$AUF_2^* = \frac{271}{186} = 1.457$$

$$AUF_2 = 1.457$$

3

0	2,3,4	7
1	2,3,4	14
2	2,3,4	21
3	2,3,6,7	32
4	2,3,7,11	41
5	5,7,8,11	53
6	5,7,8,11	65
7	5,7,16	75
8	5,7,16	85
9	9,10,12,16	99
10	9,10,14,16	111
11	9,10,14,20	125
12	9,14	129
13	9,14	133
14	9,14	137
15	13,14,15	147
16	13,15,18	158
17	13,15,18	169
18	17,18,19	179
19	17,19	186
20	17,19	193
21	17,21,23	203
22	21,22,23,24	211
23	21,22,23	218
24	21,22,23	225
25	22,26	228
26	22,26	231
27	22,26	234
28	25	237
29	25	240
30	25	243

$$AUF_3 = 1.3064$$

$$AUF_T = 1/3 (1.3064 + 1.457 + 1.333) = 1.3632$$

$$AUF_T = 1.3632$$

4. Selección de la regla

En base a los resultados obtenidos del factor de asignación promedio de recursos (ARLF) y del factor de utilización promedio de recursos (AUF) y de acuerdo con la tabla 3.1 se tiene que la regla elegida es la SASP, - esta heurística asigna la mayor prioridad a aquella actividad con el menor valor del parámetro f_{ij} , donde :

$$f_{ij} = CP_i + t_{ij}$$

t_{ij} es la duración de la actividad

5. Procedimiento de programación

Debido a la gran cantidad de información contenida en el procedimiento de programación, los resultados se reportan en una tabla fraccionada en cuatro partes, siendo la primera y principal columna la que indica el tiempo en el cual se esta realizando la programación (t') -- quedando la tabla 4.1.4 de la siguiente forma :

t'	JE	U_k	r_{ij1}	l_1	r_{ij2}	l_2	r_{ij3}	l_3	f_{ij}	JE	JSASP
	k	$j'i$	r_{ijk}	B_k	ji	JI	B_k	l_k	$j'i$	JI	e_i ji
	JE	JI	t_{ij}		k		U			JP	
	JT	k	U		JP		JC			JE	

Para explicar la forma de interpretar la información reportada en la tabla 4.1.4 , se considerará la fase correspondiente a $t' = 0$ (Inicio de la programación del proyecto).

Para la primera fracción de la tabla se tiene que :

- El tiempo de programación es el tiempo $t'= 0$

- El conjunto de actividades elegibles JE esta compuesto por las actividades 2,3 y 4.
- El vector de recursos utilizados en ese momento por actividades en progreso es $\bar{U} = (0,0,0)$
- Para cada una de las actividades integrantes del conjunto de actividades elegidas JE se verifica si los requerimientos de cada tipo de recurso son menores ó iguales que los límites disponibles.
- Ya que las actividades cumplen la condición de no rebasar los límites de recursos disponibles, se determina el valor de la prioridad para cada actividad de acuerdo a la heurística SASP.
- Debido a que ninguna actividad rebasó los límites de disponibilidad de recursos , el conjunto de actividades elegibles JE permanece igual.
- Se construye el conjunto de actividades prioritarias JSASP, las cuales estan ordenadas en forma descendente de su prioridad (la actividad más prioritaria es la que tiene el menor valor del parámetro f_{ij}).

2. La información contenida en la segunda fracción de la tabla es la siguiente:

- Se selecciona el primer elemento $j'i$ del conjunto JSASP, para ésta actividad se evalúa el parámetro B_k . Como se recordará , éste parámetro indica la cantidad utilizada del recurso k en ese momento por : actividades en progreso (JP), por actividades que ya han sido programadas en ese momento y que constituyen el conjunto JI y por alguna otra actividad perteneciente al conjunto JSASP que se de-

see programar en ese instante.

El parámetro B_k se evalua para todos los tipos de recursos que emplea la actividad.

- Ya que el valor del parámetro B_k para todo tipo de recurso fue menor que el límite de recursos disponibles, la actividad 4 puede ser programada en este tiempo ($t' = 0$) perteneciendo al conjunto de actividades que se inician en ese tiempo.

- Una vez que la actividad 4 ha sido analizada, se define a esta como e_1 y se identifica la siguiente actividad perteneciente al conjunto JSASP $j'i = 2$.

- Ya que al probar la actividad 2 con el primer recurso B_k es mayor que el límite de recursos disponibles, la actividad 2 no pertenece al conjunto de actividades que pueden iniciarse en ese tiempo (JI), definiendose la nueva actividad $j'i$ que pertenece al conjunto JSASP ($j'i = 3$). Esta actividad al probarse con el primer recurso tambien supera el límite de recursos disponibles y por lo tanto la actividad 3 no puede programarse en ese tiempo y por lo tanto no pertenece al conjunto de actividades que pueden iniciarse en este tiempo ($3 \notin JI$).

3. En la tercera sección de la tabla se tiene lo siguiente:

- Ya que no todas las actividades elegibles se pueden programar, el conjunto de actividades elegibles (JE) aun conserva a los elementos 2 y 3.

- El conjunto de actividades que pueden iniciarse en este tiempo (JI) esta compuesto unicamente por la actividad 4.

- De acuerdo con el valor de la duración de la actividad

4 su tiempo de iniciación programado (t_j^s) es el día cero y su tiempo de terminación programado (t_{1j}^f) es el día tres.

- El valor del vector de recursos utilizados en esos tres tiempos es de $\bar{U}=(5,2,2)$ ya que el conjunto de actividades en progreso está constituido únicamente por la actividad 4.

4. En la cuarta y última sección de la tabla se tiene la siguiente información:

- En este punto el nuevo tiempo de programación es igual al mínimo valor de los tiempos de terminación programados para las actividades pertenecientes al conjunto de actividades que han concluido (JT), es decir que tan pronto como termine cualquier actividad integrante del conjunto JP es posible programar nuevas actividades.

- Ya que el conjunto de actividades que están en progreso está integrado únicamente por la actividad 4, el conjunto de actividades que terminan (JT) en el tiempo ($t'=3$) está integrado por la actividad 4.

- Al descargar los recursos requeridos por la actividad 4 una vez que esta ha concluido, se tiene que el vector de recursos que se están utilizando es $\bar{U}=(0,0,0)$ en $t'=3$, quedando sin elementos el conjunto de actividades en progreso.

- El conjunto de nuevas actividades candidatas a formar parte de las actividades elegibles para programarse (JC)

sucesoras inmediatas de la actividad 4 y no dependen de ninguna otra actividad para su realización

TABLA 4.1.4.

PROCEDIMIENTO DE PROGRAMACION

t'	JE	U_k	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	t_{1j}	JE	JSASP
0	2	0	3 6	5 6	2 6	36	2	$34_4, 36_2, 36_3$
	3	0	5 6	4 6	3 6	36	3	
	4	0	5 6	2 6	2 6	34	4	
k	$j'1$	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j'1 \in JI$	$B_k = l_k$	$j'1 \notin JI$	e_i	$j'1$
1	4	5 5	-	-	-	-	-	-
2		2 2	-	-	-	-	-	-
3		2 2	4	SI	-	4	2	
1	2	3 8	-	NO	2	2	3	
1	3	5 10	-	-	3	-	-	
JE	JI	t_j^g	t_j^f	k	\emptyset	JP		
2	4	0	3	1	5	4		
3				2	2			
				3	2			
3	JT	k	\emptyset	JP	JC	JE		
	4	1	0	\emptyset	6	2		
		2	0		7	3		

166

4	JT	k	0	JP	JC	JE
	6	1	0	∅	11	2
		2	0			3
		3	0			7
						11

JC	u_k	$r_{1j1} \leq 1_1$	$r_{1j2} \leq 1_2$	$r_{1j3} \leq 1_3$	r_{1j}	J _k	JSASP
11	0	3 6	3 6	2 6	34	2	34 ₁₁ , 36 ₂ , 36 ₃ , 37 ₇
						3	
						7	
						11	

k	j'i	$\sum r_{1jk}$	B_k	j'i ∈ JI	$B_k = 1_k$	j'i ∉ JI	e_1	j'i
1	11	3	3	-	-	-	-	-
2		3	3	-	-	-	-	-
3		2	2	11	SI	-	11	2
1	2	3	6	-	-	-	-	-
2		5	8	-	NO	2	2	3
1	3	5	8	-	NO	3	3	7
1	?	3	6	-	-	-	7	-
2		5	8	-	NO	-	7	-

1891

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP
2	11	4	7	1	3	11
3				2	3	
7				3	2	

7	JE	k	0	JP	JC	JE
11	1	0		∅	16	2
	2	0				3
	3	0				7
						16

JC	U_k	$r_{1j1} \leq 1_1$	$r_{1j2} \leq 1_2$	$r_{1j3} \leq 1_3$	f_{1j}	JE	JSASP
16	0	1 6	5 6	4 6	35	2	35 ₁₆ ·36 ₂ ·36 ₃ ·37 ₇
	0					3	
	0					7	
						16	

k	$j'1$	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j'1 \in JI$	$B_k = 1_k$	$j'1 \notin JI$	\bullet_1	$j'1$
1	16	1	1	- -	- -	- -	-	-
2		5	5	- -	- -	- -	-	-
3		4	4	16	SI	-	16	2
1	2	3	4	- -	- -	- -	-	-

2		5	10	-	NO	2	2	3
1	3	5	6	-	-	-	-	-
2		4	9	-	NO	3	3	7
1	7	3	4	-	-	-	-	-
2		5	10	-	NO	7	-	-

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	U	JP
2	16	7	11	1	1	16
3				2	5	
7				3	4	

170

11	JT	k	U	JP	JC	JE
	16	1	0	∅	20	2
		2	0			3
		3	0			7
						20

JE	U	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{1j}	JE	JSASP
20	0	2	6	4	6	32	2
	0						3
	0						7
							20

32₂₀, 36₂, 36₃, 37₇

k	j'1	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j'1 \in JI$	$B_k = 1_k$	$j'1 \notin JI$	e_i	$j'1$
1	20	2	2	-	-	-	-	-
2		4	4	-	-	-	-	-
3		6	6	20	SI	-	20	2
1	2	3	5	-	-	-	-	-
2		5	9	-	NO	2	2	3
1	3	5	7	-	NO	3	3	7
1	7	3	5	-	-	-	-	-
2		5	9	-	NO	7	7	-

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP
2	20	11	12	1	2	20
3				2	4	
7				3	6	

12	JT	k	0	JP	JC	JE
20	1		0	\emptyset	\emptyset	2
	2		0			3
	3		0			7

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	r_{1j}	JE	JSASP	
\emptyset	0	- -	- -	- -	-	2	36 ₂ , 36 ₃ , 37 ₇	
	0					3		
	0					7		
k	j'1	$\sum r_{ijk}$	B_k	j'1 \in JI	$B_k = l_k$	j'1 \notin JI	\bullet_i	j'1
1	2	3	3	-	- -	-	-	-
2		5	5	-	- -	-	-	-
3		2	2	2	SI	-	2	3
1	3	5	8	-	NO	3	3	7
1	7	3	6	-	- -	-	-	-
2		5	10	-	NO	7	7	-
JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP		
3	2	12	17	1	3	2		
7				2		5		
				3		2		

J	JT	k	0	JP	JC	JE
	2	1	0	∅	∅	3
		2	0			7
		3	0			

JQ	U_k	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{ij}	JE	JSASP
∅	0	-	-	-	-	3	36 ₃ .37 ₇
	0					7	
	0						

k	$j' \in JI$	$\sum r_{ijk} B_k$	$j' \in JI$	$B_k = l_k$	$j' \notin JI$	e_i	$j' \in JI$
1	3	5 5	- -	- -	-	-	-
2		4 4	- -	- -	-	-	-
3		3 3	3	SI	-	3	7
1	7	3 8	-	NO	7	7	-

JE	JI	t_j^B	t_j^f	k	0	JP
7	3	17	22	1	5	3
				2	4	
				3	3	

123

22

JT	k	0	JP	JC	JE
----	---	---	----	----	----

3	1	0	0	5	5
	2	0		8	7
	3	0			8

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	r_{1j}	JE	JSASP
----	---	--------------------	--------------------	--------------------	----------	----	-------

5	0	4 6	1 6	4 6	35	5	33 ₈ , 35 ₅ , 37 ₇
8	0	2 6	4 6	4 6	33	7	
	0					8	

k	$j' \in JI$	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j' \in JI$	$B_k = 1_k$	$j' \notin JI$	e_1	$j' \in JI$
---	-------------	----------------	-------	-------------	-------------	----------------	-------	-------------

1	8	2 2		- -	- -	-	-	-
2		4 4		- -	- -	-	-	-
3		4 4		8	SI	-	8	5
1	5	4 6		- -	- -	-	-	-
2		1 5		- -	- -	-	-	-
3		4 8		- -	NO	5	5	7
1	7	3 5		- -	- -	-	-	-
2		5 9		- -	NO	7	7	-

174

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP
5	8	22	24	1	2	8
7				2	4	
				3	4	

24

JT	k	0	JP	JC	JE
8	1	0	∅	∅	5
	2	0			7
	3	0			

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	r_{1j}	JE	JSASP
∅	0	-	-	-	-	5	35, 37
	0					7	
	0						

k	$j'1$	$\sum r_{1jk}$	B_k	$j'1 \in JI$	$B_k = l_k$	$j'1 \notin JI$	e_1	$j'1$
1	5	4	4	-	-	-	-	-
2		1	1	-	-	-	-	-
3		4	4	5	SI	-	5	7
1	7	3	7	-	NO	7	7	-

125

	JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP		
	7	5	24	28	1	4	5		
					2	1			
					3	4			
28	JT	k	0		JP	JC	JE		
	5	1	0		∅	12	7		
		2	0				12		
		3	0						
	JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	r_{1j}	JE	JSASP	
	12	0	4 6	1 6	4 6	32	7	$32_{12,377}$	
		0					12		
		0							
	k	j'1	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j'1 \in JI$	$B_k = l_k$	$j'1 \notin JI$	e_1	j'1
	1	12	4 4	4	- -	- -	- -	-	-
	2		1 1	1	- -	- -	- -	-	-
	3		4 4	4	22	SI	- -	12	7
	1	7	3 7	7	- -	NO	7	7	-

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP
7	12	28	29	1	4	12
				2	1	
				3	4	

29

JT	k	0	JP	JC	JE
12	1	0	∅	14	7
	2	0			14
	3	0			

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{ij}	JE	JSASP
14	0	2 6	2 6	2 6	37	7	37, 37, 14
	0					14	
	0						

k	j'i	$\sum r_{ijk}$	B_k	j'i ∈ JI	$B_k = l_k$	j'i ∉ JI	e_i	j'i
1	7	3	3	-	-	-	-	-
2		5	5	-	-	-	-	-
3		2	2	7	SI	-	7	14
1	14	2	5	-	-	-	-	-
2		2	7	-	NO	14	14	-

JE	JI	t_j^m	t_j^f	k	0	JP
14	7	29	35	1	3	7
				2	5	
				3	2	

35	JT	k	0	JP	JC	JE
	7	1	0	∅	9	9
		2	0		10	10
		3	0			14

JC	0	$r_{1j1} \leq 1_1$	$r_{1j2} \leq 1_2$	$r_{1j3} \leq 1_3$	f_{1j}	JE	JSASP
9	0	3 6	2 6	2 6	37	9	34 ₁₀ , 37 ₉ , 37 ₁₄
10	0	3 6	2 6	4 6	34	10	
	0					14	

k	j'1	$\sum r_{ijk}$	B_k	j'1 ∈ JI	$B_k = 1_k$	j'1 ∉ JI	e_1	j'1
1	10	3	3	- -	- -	- -	-	-
2		2	2	- -	- -	- -	-	-
3		4	4	10	SI	- -	10	9
1	9	3	6	- -	- -	- -	-	-
2		2	4	- -	- -	- -	-	-
3		2	6	9	NO	- -	9	-

JE	JI	t_j^g	t_j^f	k	0	JP
14	10	35	38	1	3	9
				2	2	10
14	9	35	38	3	4	
				1	6	
				2	4	
				3	6	

38	JT	k	0	JP	JC	JE
10.	1	3		9	∅	14
	2	2				
	3	2				

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{1j}	JE	JSASP
∅	3	-	-	-	-	14	37 ₁₄
	2						
	2						

k	j'1	$\sum r_{1jk} B_k$	j'1 ∈ JI	$B_k = 1_k$	j'1 ∈ JI	ω_1	j'1
1	14	2 5	-	-	-	-	-

179

2	2	4	-	-	-	-
3	2	4	14	SI	-	14

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	U	JP
ø	14	38	41	1	5	9
				2	4	14
				3	4	

41	JT	k	U	JP	JC	JE
9	1	2		14	13	13
	2	2			15	15
	3	2				

JC	U	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{1j}	JE	JSASP
13	2	3 6	6 6	6 6	34	13	34 ₁₃
	2						
	2						
15		7 6	5 6	4 6	34		

k	J'1	$\sum r_{1jk}$	B_k	J'1 ∈ JI	$B_k = l_k$	J'1 ∈ JI	e_1	J'1
1	13	1 3		- -	- -	-	-	-
2		4 6		- -	- -	-	-	-
3		4 6		13	NO	-	13	4

JE	JI	t_j^u	t_j^f	k	U	JP
∅	13	41	44	1	3	13
				2	6	14
				3	6	

44

JT	k	U	JP	JC	JE
13	1	0	∅	15	15
14	2	0		18	18
	3	0		19	19

181

JC	U	$r_{1j1} \leq 1_1$	$r_{1j2} \leq 1_2$	$r_{1j3} \leq 1_3$	r_{ij}	JE	JSASP
18	0	3 6	2 6	3 6	34	15	$34_{15}, 34_{18}, 34_{19}$
	0						
	0						
19		5 6	3 6	3 6	34		

k	$j' \in JI$	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j' \in JI$	$B_k = 1_k$	$j' \notin JI$	\bullet_1	$j' \in JI$
1	15	5 5	5 5	--	--	--	--	--
2		5 5	5 5	--	--	--	--	--
3		4 4	4 4	15	SI	--	15	18
1	18	3 8	3 8	--	NO	18	18	19

1	19	5	10	-	NO	19	19	-
JE	JI	t_j^B	t_j^I	k	0	JP		
18	15	44	47	1	5	15		
19				2	5			
				3	4			

47

JT	k	0		JP	JC	JE
15	1	0		∅	17	17
	2	0				18
	3	0				19

JC	0	$r_{1j1} \leq 1_1$	$r_{1j2} \leq 1_2$	$r_{1j3} \leq 1_3$	f_{1j}	JE	JSASP
17	0	4 6	5 6	4 6	35	17	$34_{18}, 34_{19}, 35_{17}$
	0					18	
	0					19	

k	$j'1$	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j'1 \in JI$	$B_k = 1_k$	$j'1 \in JI$	e_i	$j'1$
1	18	3 3	3	- -	- -	-	-	-
2	2	2 2	2	- -	- -	-	-	-
3	3	3 3	3	18	SI	-	18	19
1	19	5 8	8	- -	NO	19	19	17
1	17	4 7	7	- -	NO	17	17	-

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	U	JP
17	18	47	50	1	3	18
				2	2	
				3	3	

50

JT	k	U	JP	JC	JE
18	1	0	∅	∅	17
	2	0			19
	3	0			

JC	U	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{ij}	JE	JSASP
∅	0	-	-	-	-	17	$34_{19}, 35_{17}$
	0						
	0						

k	$j'i$	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j'i \in JI$	$B_k = l_k$	$j'i \notin JI$	e_i	$j'i$
1	19	5	5	- -	- -	-	-	-
2		3	3	- -	- -	-	-	-
3		3	3	19	SI	-	19	17
1	17	4	9	- -	- -	17	17	-

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP
17	19	50	53	1	5	19
				2	3	
				3	3	

53

JT	k	0	JP	JC	JE
19	1	0	∅	21	17
	2	0		23	21
	3	0			23

JC	0	$r_{1j1} \leq 1_1$	$r_{1j2} \leq 1_2$	$r_{1j3} \leq 1_3$	r_{ij}	JE	JSASP
21	0	1 6	6 6	2 6	35	17	$35_{17}, 35_{21}, 35_{23}$
	0					21	
	0					23	

k	$j' \in JI$	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j' \in JI$	$B_k = 1_k$	$j' \notin JI$	e_i	$j' \in JI$
1	17	4	4	-	-	-	-	-
2		5	5	-	-	-	-	-
3		4	4	17	SI	-	17	21

184

1	21	4	5	-	-	-	-	-
2		6	11	4(1)	NO	21	21	23
1	23	1	5	-	-	-	-	-
2		0	5	-	-	-	-	-
3		4	8	-	NO	23	23	-

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP
21	17	53	57	1	4	17
23				2	5	
				3	4	

57	JT	k	0	JP	JC	JE
17	1	0		0	22	21
	2	0			24	22
	3	0				23
						24

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	r_{ij}	JE	JSASP
22	0	3 6	2 6	1 6	37	21	$32_{24}, 35_{21}, 35_{23}$
	0						37_{22}
	0						
24		2 6	2 6	1 6	32		

k	j'i	$\sum r_{ijk}$	B_k	j'i ∈ JI	$B_k = 1_k$	j'i ∉ JI	e_i	j'i
1	24	2	2	- -	- -	- -	-	-
2		2	2	- -	- -	- -	-	-
3		1	1	24	SI	- -	24	21
1	21	1	3	- -	- -	- -	-	-
2		6	8	- -	NO	21	21	23
1	23	1	3	- -	- -	- -	-	-
2		0	2	- -	- -	- -	-	-
3		4	5	23	SI	- -	23	22
1	22	3	6	- -	- -	- -	-	-
2		2	4	- -	- -	- -	-	-
3		1	6	22	NO	- -	22	-

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP
21	24	57	58	1	6	24
				2	4	23
				3	6	22
	23			1		
				2		
				3		
	22			1		
				2		
				3		

58	JT	k	0	JP	JC	JE
	24	1	4	22	∅	21
		2	2	23		
		3	5			

JC	0	$r_{1j1} \leq 1_1$	$r_{1j2} \leq 1_2$	$r_{1j3} \leq 1_3$	r_{1j}	JE	JSASP
∅	4	-	-	-	-	21	35 ₂₁
	2						
	5						

167

k	$j'1$	$\sum r_{1jk}$	B_k	$j'1 \in JI$	$B_k = 1_k$	$j'1 \notin JI$	ϕ_1	$j'1$
1	21	1	5	-	-	-	-	-
2		6	8	-	-	-	-	-
3		2	7	-	NO	21	21	-

JE	JI	$t_j^{\#}$	t_j^f	k	0	JP
∅	∅	-	-	-	-	22
						23

61	JT	k	0	JP	JC	JE
----	----	---	---	----	----	----

23	1	3	22	21	26
	2	2		26	26
	3	1			

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{1j}	JE	JSASP
21	3	4 6	8 6				
26	2	5 6	4 6	3 6	34	26	34 ₂₆
	1						

k	j'i	$\sum r_{ijk}$	B_k	j'i ∈ JI	$B_k = l_k$	j'i ∉ JI	e_i	j'i
1	26	2 5		- -	- -	-	-	-
2		2 4		- -	- -	-	-	-
3		2 3		26	SI	-	26	-

JE	JI	t_j^g	t_j^f	k	0	JP
β	26	61	63	1	5	22
				2	4	26
				3	3	

63	JT	k	0	JP	JC	JE
	22	1	2	26	21	21
		2	2			
		3	2			

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{ij}	JE	JSASP
21	2 2 2	3 6	8 6	- -	-	ø	ø

64

JT	k	0	JP	JC	JE
26	1 2 3	0 0 0	ø	21	21

JC	0	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{ij}	JE	JSASP
21	0 0 0	1 6	6 6	2 6	35	21	35 ₂₁

k	$j' \in J$	$\sum r_{ijk}$	B_k	$j' \in JI$	$B_k = 1_k$	$j' \notin JI$	e_i	$j' \in$
1	21	1	1	- -	- -	- -	-	-
2		6	6	- -	- -	- -	-	-
3		2	2	21	NO	- -	21	4

169

JE	JI	t_j^a	t_j^f	k	U	JP
----	----	---------	---------	---	---	----

ø	21	64	68	1	1	21
				2	6	
				3	2	

68.

JT	k	U	JP	JG	JE
----	---	---	----	----	----

21	1	0	ø	25	25
	2	0			
	3	0			

JG	U	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	r_{1j}	JE	JSASP
----	---	--------------------	--------------------	--------------------	----------	----	-------

25	0	0 6	1 6	3 6	34	25	34 ₂₅
	0						
	0						

k	J'1	$\sum r_{ijk}$	B_k	J'1 ∈ JI	$B_k = l_k$	J'1 ∈ JI	e_1	J'1
---	-----	----------------	-------	----------	-------------	----------	-------	-----

1	25	0 0				--	-	-
2		1 1						
3		3 3		25	SI	--	25	-

861

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	0	JP
∅	25	68	71	1	0	25
				2	1	
				3	3	

71	JT	k	0	JP	JC	JE
	25	1	0	∅	27	27
		2	0			
		3	0			

JC	\bar{U}	$r_{1j1} \leq l_1$	$r_{1j2} \leq l_2$	$r_{1j3} \leq l_3$	f_{1j}	JE	JSASP
27	0	0 0	0 0	0 0	31	27	31 ₂₇
	0						
	0						

k	$j'1$	$\sum r_{ijk} B_k$	$j'1 \in JI$	$B_k = 1_k$	$j'1 \notin JI$	e_1	$j'1$
1	27	0 0	27	SI	-	27	-
2		0 0					
3		0 0					

761

JE	JI	t_j^s	t_j^f	k	U	JP
∅	27	71	71	1	0	27
				2	0	
				3	0	
JT	k	U	JP	JC	JE	FIN
27	1	0	∅	∅	∅	FIN
	2	0				
	3	0				

PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA IZQUIERDA Y PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA DERECHA ASOCIADO

Aplicando el procedimiento heurístico del método propuesto al proyecto en cuestión se obtiene un programa justificado hacia la izquierda con una duración de 71 días, dicho programa se muestra en la tabla 4.1.5 -- donde la primera columna indica las actividades del proyecto en orden ascendente de su código de identificación. La segunda columna indica el tiempo de iniciación más próximo y la tercera el tiempo de terminación más próximo para cada actividad.

Para determinar la secuencia crítica del proyecto se necesita evaluar el margen total de cada una de las actividades, determinandose de esta forma el programa justificado hacia la derecha asociado.

En la tabla 4.1.6 se reportan los valores del tiempo de iniciación más alejado, tiempo de terminación más alejado y margen total, en las columnas 2,3 y 4 respectivamente, para cada una de las actividades del proyecto en la columna 1.

Ambos programas se muestran graficamente en un mapa a escala de tiempo en la figura 4.1.2 donde la representación de las actividades con línea continua forman el programa justificado hacia la izquierda y las actividades con línea interrumpida integran el programa justificado hacia la derecha asociado.

TABLA 4.1.5...

PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA IZQUIERDA, RESULTADO DEL
PROCEDIMIENTO HEURISTICO

ACTIVIDAD	TIEMPO DE INICIA CION MAS PROXIMO	TIEMPO DE TERMINA CION MAS PROXIMO
j	ES _j	EF _j
1	0	0
2	12	17
3	17	22
4	0	3
5	24	28
6	3	4
7	29	35
8	22	24
9	35	41
10	35	38
11	4	7
12	28	29
13	41	44
14	38	44
15	44	47
16	7	11
17	53	57
18	47	50
19	50	53
20	11	12
21	64	68

22	57	63
23	57	61
24	57	58
25	68	71
26	61	64
27	71	71

TABLA 4.1.6.

PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA DERECHA ASOCIADO Y MARGEN TOTAL

ACTIVIDAD j	TIEMPO DE INI CIACION MAS ALEJADO LS _j	TIEMPO DE TER MINACION MAS ALEJADO LF _j	MARGEN TOTAL s _j
1	0	0	0
2	13	18	1
3	18	23	1
4	1	4	1
5	25	29	1
6	4	5	1
7	30	36	1
8	23	25	1
9	39	45	4
10	36	39	1
11	5	8	1
12	29	30	1
13	45	48	4
14	39	45	1
15	48	51	4
16	8	12	1
17	54	58	1
18	58	61	11
19	51	54	1

20	12	13	1
21	64	68	0
22	58	64	1
23	64	68	7
24	63	64	6
25	68	71	0
26	68	71	7
27	71	71	0

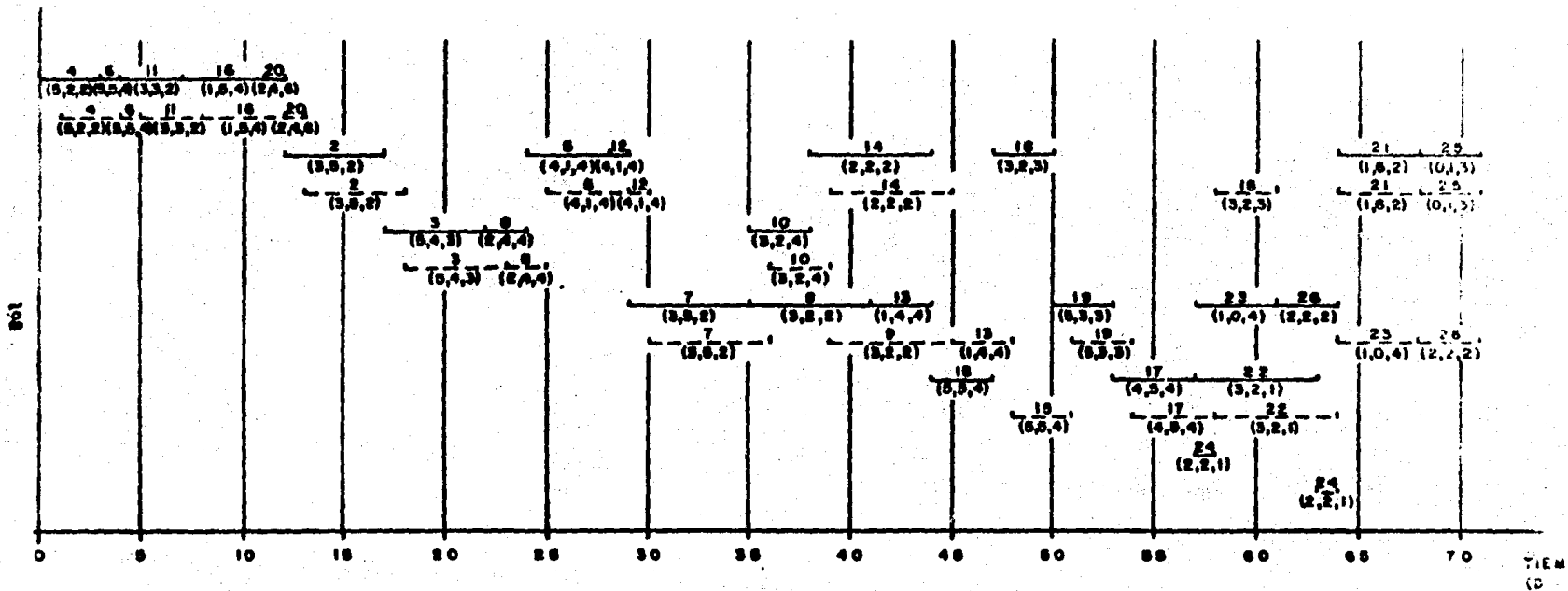
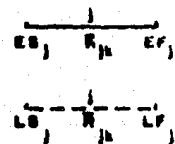


FIG. 4.1.2.

PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA IZQUIERDA Y PROGRAMA JUSTIFICADO HACIA LA DERECHA ASOCIADO



PROGRAMA ACTIVO IZQUIERDO

Como puede verse en la tabla 4.1.6 solamente son 4 actividades las que tienen margen total igual a cero y por lo tanto es imposible determinar la secuencia crítica del proyecto, lo cual indica que existen subóptimos locales en el programa justificado hacia la izquierda.

Una vez que los subóptimos locales han sido removidos, se obtiene el programa activo izquierdo el cual se reporta en la tabla 4.1.7, donde para cada actividad de la columna 1 se reportan los tiempos más próximos de inicio y terminación, los tiempos más alejados de inicio y terminación y el margen total en las columnas 2, 3, 4, 5 y 6 respectivamente.

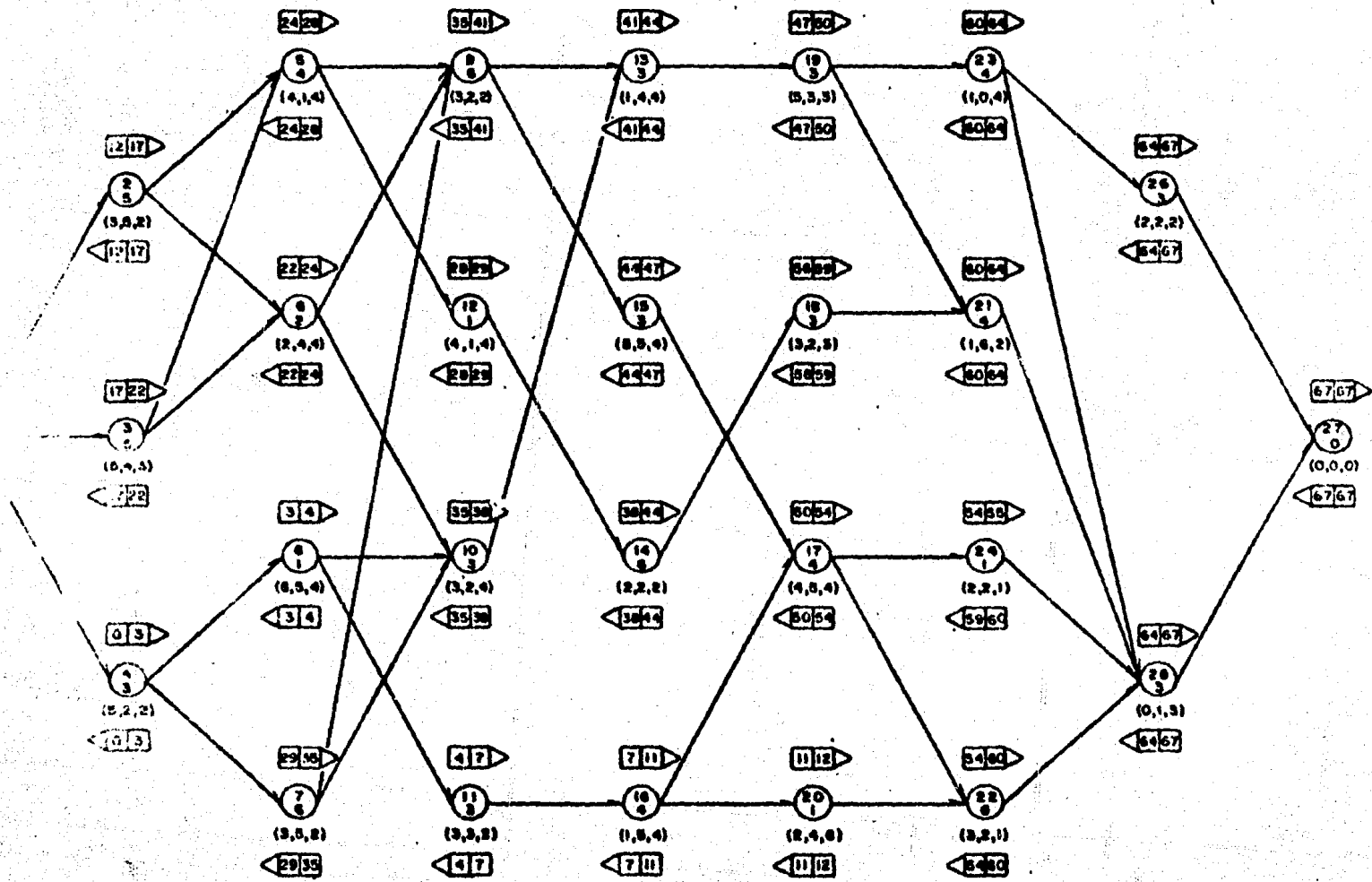
Como puede verse en la figura 4.1.3 una secuencia crítica no es fácil de identificar, si se pretende hacer lo sobre una red del proyecto, esto se debe a que una secuencia crítica no siempre es de carácter tecnológico.

Efectivamente como se observa en la figura 4.1.4 el mapa a escala de tiempo del programa activo izquierdo la secuencia crítica de este proyecto es una secuencia de recursos dentro de la cual existen pequeños conjuntos de actividades que forman pequeñas secuencias de carácter tecnológico, por ejemplo el conjunto formado por las actividades 4, 6, 11, 16 y 20.

TABLA 4.1.7.
PROGRAMA ACTIVO IZQUIERDO

ACTIVIDAD j	TIEMPO MAS PROXIMO		TIEMPO MAS ALEJADO		MARGEN TOTAL s _j
	ES _j INICIO	EF _j TERMINACION	LS _j INICIO	LF _j TERMINACION	
1	0	0	0	0	0
2	12	17	12	17	0
3	17	22	17	22	0
4	0	3	0	3	0
5	24	28	24	28	0
6	3	4	3	4	0
7	29	35	29	35	0
8	22	24	22	24	0
9	35	41	35	41	0
10	35	38	35	38	0
11	4	7	4	7	0
12	28	29	28	29	0
13	41	44	41	44	0
14	38	44	38	44	0
15	44	47	44	47	0
16	7	11	7	11	0
17	50	54	50	54	0
18	56	59	56	59	0
19	47	50	47	50	0
20	11	12	11	12	0
21	60	64	60	64	0

22	54	60	54	60	0
23	60	64	60	64	0
24	54	55	59	60	5
25	64	67	64	67	0
26	64	67	64	67	0
27	67	67	67	67	0



RED DEL PROGRAMA ACTIVO IZQUIERDO

CM

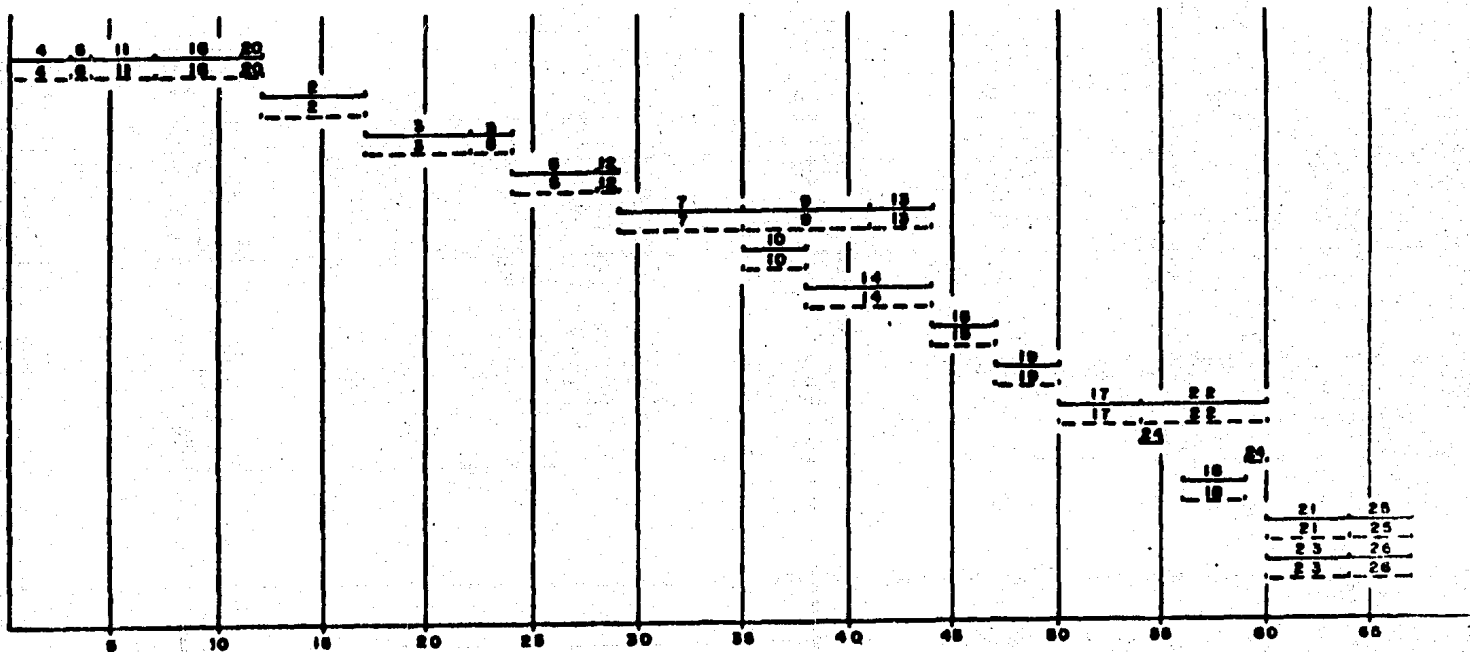
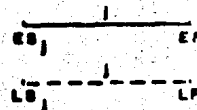


FIG. 4.1.4.

PROGRAMA ACTIVO IZQUIERDO



4.2 ANALISIS DE RESULTADOS

1. ANALISIS DE LOS RESULTADOS REPORTADOS EN LA LITERATURA

El proyecto publicado en la literatura fig.4.1.4 fue resuelto (?) utilizando un procedimiento óptimo y siete heurísticas diferentes:

LFT (Mínimo tiempo de terminación más alejado). Esta regla asigna la mayor prioridad en función del mínimo tiempo de terminación más alejado determinado por el método de ruta crítica.

GRU (Máxima utilización de recursos). Esta regla da prioridad a aquella combinación de actividades que resulta en la máxima utilización de recursos en cada intervalo de programación.

MINSLK (Mínimo margen total). Programa a las actividades en orden ascendente de su margen total.

PSM (Método de programación de recursos). La prioridad es calculada como sigue:

d_{ij} = incremento en la duración del proyecto resultante cuando la actividad j precede a la actividad i.

$d_{ij} = \max [0, (EFT_i - LST_j)]$, donde EFT_i es el tiempo de iniciación más próximo de la actividad i y LST_j es el tiempo de iniciación más alejado de la actividad j. La comparación se realiza por pares de actividades entre todas las actividades en conflicto.

RAN (Selección aleatoria de trabajos). Esta heurística asigna prioridades entre trabajos que compiten por los mismos recursos escasos sobre bases puramente aleatorias.

MFP (El máximo número de trabajos que sea posible). Esta regla asigna prioridades a aquella combinación de actividades que resultan en el máximo número de actividades que pueden ser programadas en un intervalo de programación.

QPD (Máxima demanda de recursos). Esta regla asigna prioridades sobre los máximos requerimientos totales de recursos de todos los tipos.

Por lo tanto servirá de base de comparación con

el método propuesto en este trabajo. Dado que la importancia de un procedimiento heurístico radica en proporcionar un resultado lo suficientemente bueno y dada la simplicidad de las reglas ó heurísticas, es común hoy en día probar varias de estas con el objeto de seleccionar al programa que resulte con la menor duración.

En la tabla 4.2.1 se muestra el porcentaje de retraso sobre la duración óptima producido por las heurísticas reportadas en la literatura.

TABLA 4.2.1
RETRASO SOBRE LA DURACION OPTIMA PRODUCIDO POR LOS PROCEDIMIENTOS HEURISTICOS

PROCEDIMIENTO	DIAS (DURACION)	% DE RETRASO SOBRE LA DURACION OPTIMA
Optimo	64	0
LFT	67	4.68
GRU	68	6.25
MINSLK	74	15.63
RSM	74	15.63
RAN	74	15.63
MJP	76	18.80
GRD	80	25.00

2. EFICIENCIA ANALITICA DEL PROCEDIMIENTO HEURISTICO
CONTENIDO EN EL METODO PROPUESTO PARA LA GENERACION DEL PROGRAMA JUSTIFICADO IZQUIERDO.

De acuerdo a los valores obtenidos del ARLF (factor de asignación promedio de recursos) y del AUP (factor de utilización promedio de recursos) (-1.516 y 1.363 respectivamente), para el problema en cuestión, el procedimiento heurístico identifica a la regla SASP (menor duración de la actividad, menor duración del proyecto de acuerdo a su CPM) como la más idónea para resolver dicho problema. El resultado proporcionado por la heurística -SASP para la duración del proyecto fué de 71 días.

La eficiencia analítica del método se basa en el análisis de la calidad de la solución (duración del -- programa) proporcionada por una heurística en particular, comparandola con los resultados generados por otras reglas.

En la tabla 4.2.2 se muestra el porcentaje de retraso sobre la duración proporcionado por la regla LFT, cuyo resultado es el menor de los reportados para este proyecto utilizando procedimientos heurísticos.

TABLA 4.2.2		
HEURISTICA	DURACION	PORCIENTO DE RETRASO SOBRE LA DURACION DE LA LFT
LFT	67	0
GRU	68	1.49
SASP	71	5.97
MINSLK	74	10.45
RSM	74	10.45
RAN	74	10.45
MJP	76	13.43
GRD	80	19.40

Como lo muestra esta tabla, la regla SASP es la tercera mejor heurística pues solo excede a la LFT en un 5.97% de retraso.

3. SELECTIVIDAD DEL PROCEDIMIENTO HEURISTICO DEL METODO PROPUESTO

En la tabla anterior puede observarse perfectamente que la regla SASP (Menor duración de la actividad, menor duración del proyecto de acuerdo a su CPM) supera en un 4.48% a la MINSK (Mínimo margen total) en cuanto a eficiencia analítica, lo cual indica la buena selectividad del procedimiento heurístico propuesto pues para el mismo valor de ARLP (factor de asignación promedio de recursos) existen dos reglas para elegir, MINSLK y SASP y mediante el valor obtenido de AUP (fac

tor de utilización promedio de recursos) para el rango correspondiente del ARLF, la regla elegida fue la -SASP, la cual proporciona un resultado de 71 días para el programa justificado hacia la izquierda.

4. PROGRAMA FINAL.

Después de investigar la posible existencia de subóptimos locales y haberlos removido, se obtuvo un programa activo hacia la izquierda, cuya secuencia crítica (secuencia de recursos), figura 4.1.4 tiene una duración de 67 días, es decir posee un 4.68% de retraso sobre la duración óptima, igualando a la regla LFT.

Ya que la secuencia crítica tiene un carácter de secuencia de recursos, esta no es fácil de visualizar en una red del proyecto, figura 4.1.3 como lo es en el caso de recursos ilimitados "Ruta crítica", figura 4.1.1 sino que se puede identificar fácilmente en un calendario del proyecto figura 4.1.4.

8

CONCLUSIONES

Este trabajo describe en sus dos primeros capítulos las bases teóricas para planear, programar y controlar un proyecto. Además de estudiar la diferencia básica existente entre programación de proyectos con recursos ilimitados y con recursos restringidos.

Actualmente la programación de un proyecto real con recursos restringidos se efectúa a través de procedimientos heurísticos ó aproximados, probando con varias heurísticas seleccionadas al azar ó de acuerdo a experiencias previas en determinados proyectos y escogiendo como programa definitivo a aquel que presente la menor duración .

El método propuesto en este trabajo para programar proyectos con recursos limitados, consiste de un acoplamiento de diferentes contribuciones de diversos autores al campo de la heurística. La primera contribución es la de Kurtulus y Davis, en la cual es posible seleccionar de un grupo de cinco heurísticas estudiadas por el autor alguna en particular, en función de las características del proyecto.

La segunda contribución es la de Arne Thesen, quien propone un método de programación híbrido, utilizando la heurística GRU (Máxima utilización de recursos) y alguna otra heurística. En este método propuesto esa otra heurística es la seleccionada por el método de Kurtulus y Davis generando así un buen programa factible.

Los procedimientos heurísticos únicamente generan un buen programa en el que no es fácil detectar la secuencia crítica, por lo que fue necesario incorporar un algoritmo que detectara y removiera los subóptimos locales, (que son aquellos que de existir -- abren la posibilidad de disminuir la duración del proyecto, -ver capítulo II -.).

De esta manera queda completamente estructurado el método para determinar la secuencia crítica cumplien

dose así los objetivos de este trabajo.

Para ejemplificar la aplicación del método propuesto se realizó la determinación de la secuencia crítica sobre una red compuesta por 27 actividades, la cual se seleccionó debido a que cuenta con el resultado producido por siete heurísticas diferentes y con el resultado exacto generado por un procedimiento de optimización de rama y frontera propuesto por Davis.

La duración del proyecto resultante del procedimiento heurístico propuesto fue superior en un 5.97% con respecto a la heurística LFT (Mínimo tiempo de terminación más alejado) que fue la que proporcionó el mejor resultado reportado en la literatura (10).

Después de investigar la existencia de posibles subóptimos locales y de haberlos removido a través del algoritmo correspondiente se obtuvo la secuencia crítica, generando un programa con un 4.68% de retraso sobre la duración óptima igualando a la regla LFT por lo que puede considerarse que el método propuesto genera una buena aproximación sin necesidad de probar con diferentes heurísticas.

Además debe tenerse en cuenta que en proyectos reales no se cuenta con la solución exacta y que por lo tanto podría esperarse un buen resultado empleando este método.

Cabe mencionar que este es solamente el inicio de un trabajo ya que habría que encontrar las limitaciones del método aplicándolo a la práctica en proyectos reales lo cual esperamos que sirva de estímulo a todos aquellos amantes de la investigación.

APENDICE A

CONSTRUCCION DE LA RED DE UN PROYECTO Y DETERMINACION DE SU RUTA CRITICA:

A.1 ACTIVIDADES EN LOS NODOS

A.2 ACTIVIDADES EN LOS ARCOS

A.1 ACTIVIDADES EN LOS NODOS

En este caso :

- Los nodos representan las actividades
- Los arcos representan la relación entre las actividades.

La relación entre las actividades puede ser de - las siguientes formas :

1. Una actividad puede realizarse paralelamente - con otra ó en forma secuencial.
2. Toda actividad excepto la primera, esta precedida por una ó varias actividades.
3. Toda actividad excepto la última precede a una ó más actividades
4. Las únicas actividades ficticias son la inicial y la final.

CONSTRUCCION DE LA GRAFICA

1. Se listan en una tabla las actividades integrantes del proyecto, indicando la relación de precedencia entre ellas.

Actividad	Nombre	Duración	Precedencia
-	-	-	-
-	-	-	-

2. Se trazan tantos nodos como actividades tenga el proyecto, manteniendo todas aquellas actividades que sean simultáneas sobre una misma vertical incluyendo además el nodo inicial a la izquierda de todo el conjunto y al final a la derecha de todo el conjunto de nodos.
3. Los arcos que indican la relación entre las actividades, se construyen de acuerdo a las especificaciones sobre las restricciones de precedencia entre éstas.

DETERMINACION DE LA RUTA CRITICA

Para determinar la ruta crítica se definirán los parámetros mostrados en la figura siguiente :



- j : actividad
- t_j : duración de la actividad
- ES_j : tiempo más próximo de iniciación de j
- EF_j : tiempo más próximo de terminación de j
- LS_j : tiempo más alejado de iniciación de j
- LF_j : tiempo más alejado de terminación de j

donde : $EF_j = ES_j + t_j$

$LS_j = LF_j - t_j$

La determinación de éstos parámetros se hace en dos partes :

1. Avance sobre el proyecto del nodo inicial - al final, como se muestra en la figura A-2.

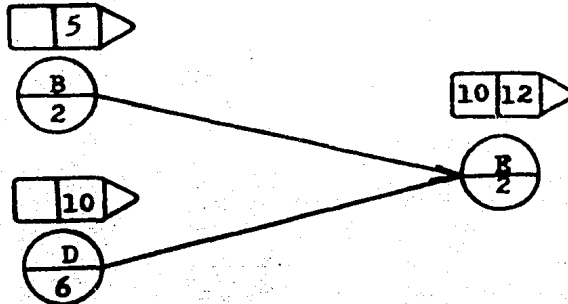


fig. A-2

Para toda actividad ES_j es igual al máximo valor de EF de todas las actividades que concurren en j.

2. Avance sobre el proyecto, del nodo final al inicial como se muestra en la figura A-3.

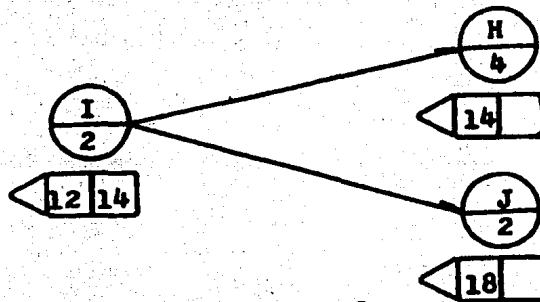


fig. A-3

Para toda actividad , LF_j es igual al mínimo valor de LS de todas las actividades a las que precede

j.

Ya que el nodo inicial y el final son ficticios ,
en éste caso se tiene que :

1. El nodo inicial inicia y termina en cero

$$ES = 0 \text{ y } EF = 0 + 0 = 0$$

2. Para el nodo final

$$ES = 20 , \quad EF = 20 + 0 = 20$$

3. En el momento de inicio de la segunda etapa -
(avance del nodo final hacia el inicial) , -
para el nodo final se tiene:

$$LF = EF = 20$$

4. Para el nodo inicial se tiene que al finali--
zar la segunda etapa,

$$EF = 0$$

$$ES = 0 - 0 = 0$$

Una vez determinados los cuatro parámetros, para todas las actividades, se señala la ruta crítica, que está integrada por todas aquellas actividades para las cuales , $ES = LS$.

Por lo tanto, se hará mención en este trabajo --
unicamente al método de las actividades en los nodos, -
pues es el más utilizado por los métodos heurísticos pa
ra la programación de proyectos.

A.2 CONSTRUCCION DE LA RED DE UN PROYECTO Y DETERMINA CION DE SU RUTA CRITICA CUANDO LAS ACTIVIDADES ES_ TAN REPRESENTADAS EN LOS ARCOS.

En este caso :

- Los arcos representan las actividades
- Los nodos representan un punto en el tiempo

La relación entre las actividades puede ser de -
la siguiente forma :

1. Una actividad puede realizarse paralelamente -
con otra ó en forma secuencial.
2. Existen actividades ficticias que corrigen la
lógica del diagrama.

CONSTRUCCION DE LA GRAFICA

1. Cada actividad ó trabajo se representa con una
flecha, el tiempo transcurre de la cola hacia
la punta de la flecha y el trabajo de su prin-
cipio a su final.
2. El diagrama se forma conectando flechas tenien-
do presente qué actividad antecede, cuál sigue
y cuales son coexistentes.
3. Generalmente se inicia el diagrama con una fle-
cha llamada tiempo de partida, con el objeto -
de tomar en cuenta la multitud de detalles que
se deben ejecutar antes de que un proyecto se
inicie.
4. Las uniones de las flechas representan posicio-
nes en el tiempo, cuando todos los trabajos --
precedentes han terminado y los siguientes pue-
den comenzar. A estos puntos se les llama ----

eventos , existiendo al principio y al final de cada trabajo.

5. La numeración de los eventos debe ser tal que el número de la punta de la flecha sea siempre mayor que el número de su cola.
6. Las actividades ficticias se introducen cuando es necesario mantener nuestra lógica ó nuestro sistema de numeración. Este tipo de actividades no tienen duración ni costo y realmente no existen.

Para encontrar el tiempo de iniciación más próximo de una actividad se requiere saber la fecha de iniciación del proyecto, la secuencia de todas las actividades con respecto a los trabajos que principian , simultáneamente a la iniciación del mismo, así como la duración de cada actividad del proyecto.

La fecha de iniciación generalmente se representa con el tiempo cero, se desarrollan números con respecto a esta base, todo queda conocido una vez que se establece la fecha de iniciación (tiempo cero). Este tipo de especificación posee dos ventajas:

1. Evita que se retracen los procedimientos de planeación y programación si la fecha de inicio aun no se conoce.

2. Presenta menor dificultad el trabajar con números relativos que con fechas de calendario .

Convencionalmente se muestra la iniciación más próxima en el lado derecho de la mitad inferior del evento al que pertenece



fig. A-4

Las reglas que se siguen para determinar las iniciaciones más próximas de las actividades son :

1. Las fechas de iniciación más próximas de todas las actividades que parten de un evento se representan con el símbolo ES.

2. Los valores de ES en los eventos se encuentran avanzando en orden de acuerdo con el número asignado a los eventos.

3. En un evento dado, el tiempo de iniciación más próximo de las actividades que se inician, depende de la terminación de todas las actividades que concurren al evento de tal manera que el tiempo de iniciación es numéricamente igual al mayor valor de los tiempos de terminación más próximos de todas las actividades que terminan en ese evento.

4. En cada evento comenzando con el primero se encuentra la iniciación más próxima de todos los trabajos que se inician en ese evento, se pasa al siguiente evento seleccionando el número mayor de los tiempos de terminación y escribiéndolo en el lugar correspondiente

en el evento se determina la iniciación más próxima de - todas las actividades que parten del evento y así sucesi vamente.

5. En el último evento el mayor valor de las terminaciones más próximas es la terminación más próxima del proyecto.

6. Las actividades ficticias se manejan como si fueran trabajos reales con una duración nula.

El tiempo de iniciación más alejado se obtiene - restando la duración de la actividad del tiempo de terminación más alejado. La terminación más alejada de to dos los trabajos que terminan en el mismo evento se re presenta con el símbolo LF.

El procedimiento se inicia estableciendo que el tiempo de terminación más alejado (LF) del último evento es igual al tiempo de iniciación más próximo del mismo.

. Siendo comprensible que la terminación más aleja da posible del proyecto sea la misma que la terminación más próxima posible, ésto consituye la primera regla.

. La segunda regla indica que los valores del tien po de terminación más alejado se determinan en cada even to retrocediendo en orden desde el último evento hasta - el primero.

En cada evento el tiempo de terminación más aleja do de las actividades que ahí terminan afectará la inicia ción de todas las actividades que se inician en ese -- evento; así el tiempo de terminación más alejado de - las actividades que terminan es numericamente igual al -

menor valor de las iniciaciones más alejadas de las actividades que se inician en ese evento.

En cada evento, principiando con el último se encuentra la iniciación más alejada de todas las actividades que terminan en ese evento, después se continúa con el siguiente evento (secuencia inversa) seleccionando el menor valor de las iniciaciones más alejadas, este número es colocado en el límite inferior izquierdo del evento correspondiente, encontrándose posteriormente la iniciación más alejada de todas las actividades que terminan en ese evento y así sucesivamente, es decir, la terminación más alejada del primer evento es igual a la iniciación más próxima del primer evento y ambos tiempos son iguales a cero.

Los valores de la iniciación más alejada pueden obtenerse del diagrama ó de la relación :

$$LS \text{ (terminacion más)} - t_j \text{ (duración)} \\ \text{alejada}$$

Para cualquier actividad existen los siguientes - márgenes :

MARGEN TOTAL : Es el tiempo máximo disponible para ejecutar cualquier actividad. Para toda actividad el margen total (s_{i-j}) queda definido como el exceso del tiempo disponible sobre el tiempo de ejecución requerido. - El resultado de este tiempo en exceso se manifiesta en una posible variación del -

tiempo de iniciación sin afectar la terminación del proyecto. Si hay algún exceso de tiempo disponible para ejecutar el trabajo existirá entonces una variación en el tiempo de iniciación ya que podemos diferir la iniciación de la actividad en la cantidad total del tiempo disponible en exceso.

Márgen total de la actividad (i-j) = $L_j - E_i - \text{duración}$

El márgen total es igual a la diferencia entre la terminación mas alejada (L_j) y la iniciación más próxima (E_i).

MARGEN INDEPENDIENTE: El márgen independiente se define como el exceso mínimo de tiempo disponible sobre el tiempo requerido (duración). El márgen independiente es muy útil ya que proporciona una medida de la variación del tiempo de iniciación de las actividades sin afectar ningún otro trabajo del proyecto. Si una actividad tiene márgen independiente su tiempo de iniciación puede ser diferido hasta su límite sin afectar ningún otro trabajo del proyecto.

Márgen Independiente = $E_j - L_i - \text{duración de la actividad i}$

MARGEN LIBRE : El márgen libre es el exceso del tiempo disponible sobre el tiempo requerido (du^{ra}ción) cuando todos los trabajos se -- inician tan pronto como es posible.

Expresando esto en una fórmula :

Márgen libre de la actividad (i-j) = $E_j - E_i$ - duración de
la actividad
i-j

APENDICE B

El procedimiento para determinar la secuencia crítica una vez que se cuenta con el programa justificado hacia la izquierda se estructura de la forma indicada en la figura B-1.

B.1 Algoritmo y descripción para la determinación del margen total

Algoritmo para la determinación del margen total

Descripción del algoritmo para la determinación del margen total.

B.2 Algoritmo y descripción para la detección y remoción de los posibles subóptimos locales

Algoritmo para la detección y remoción de los subóptimos locales.

Descripción del algoritmo para la detección y remoción de los posibles subóptimos locales.

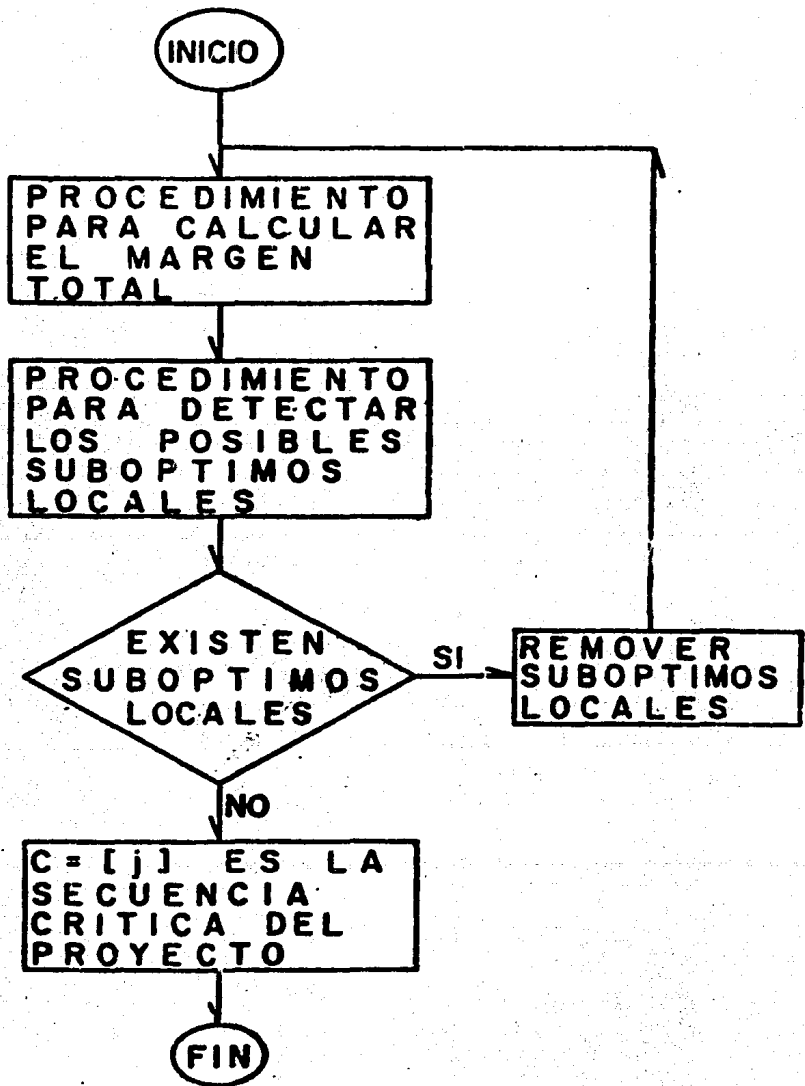


FIG. B.1

8.1 DESCRIPCION DEL ALGORITMO PARA LA DETERMINACION DEL MARGEN TOTAL

1. Construir el mapa a escala de tiempo del programa justificado hacia la izquierda producido por el procedimiento heurístico.

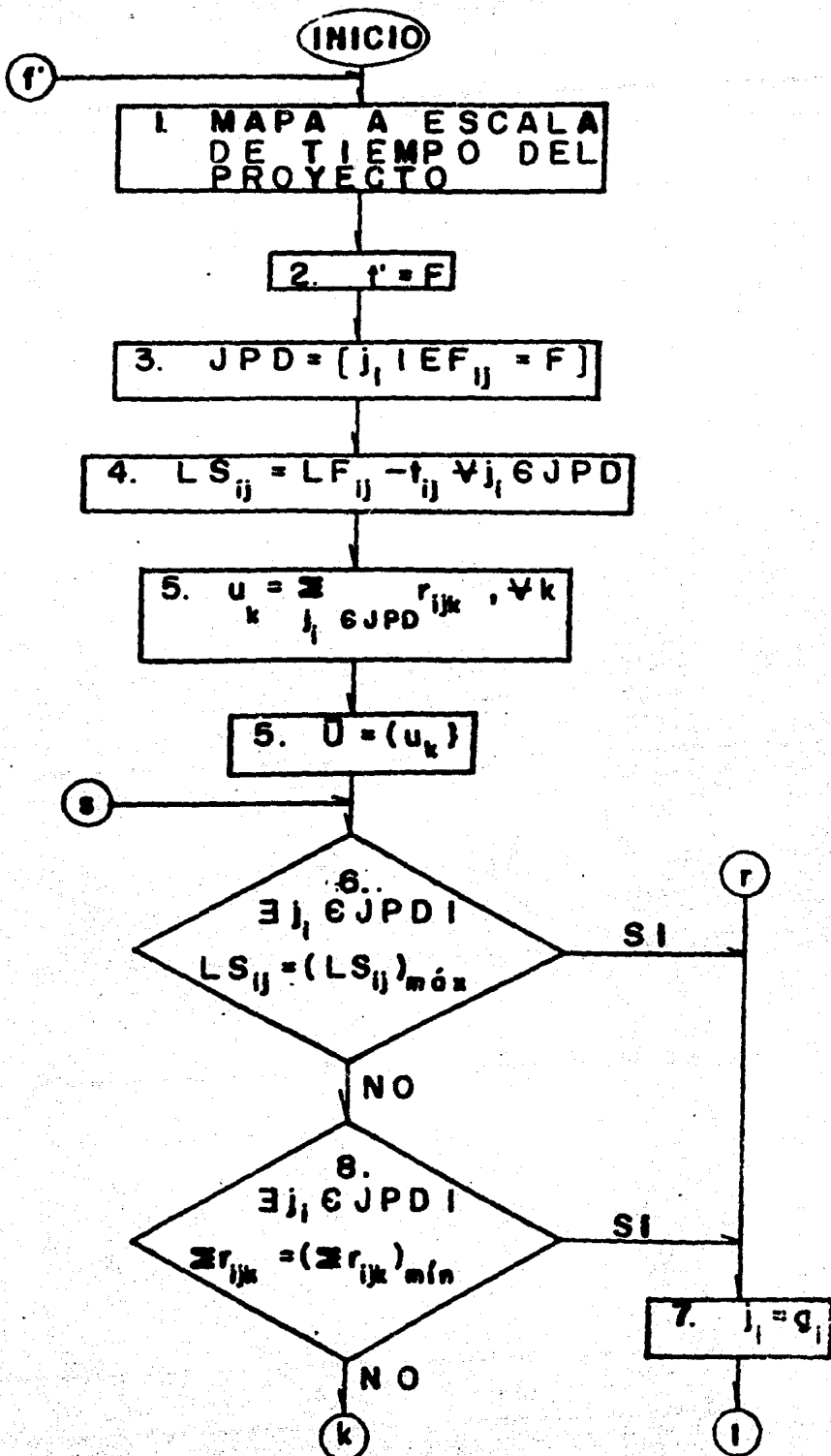
El programa justificado hacia la derecha se construye de derecha a izquierda sobre el calendario del programa justificado hacia la izquierda.

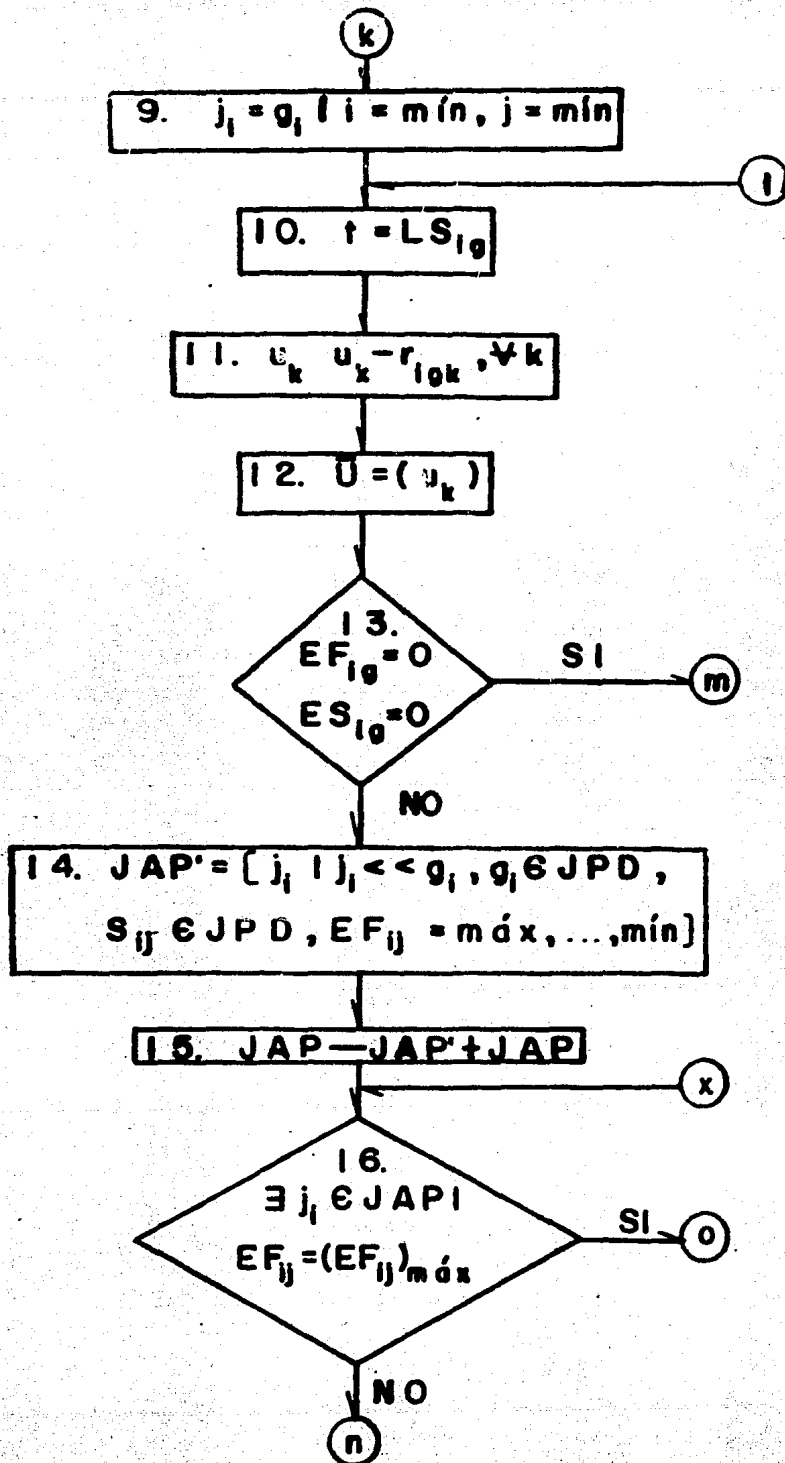
2. Empezar la programación de las actividades en un tiempo (t') igual al tiempo de terminación del proyecto (F).

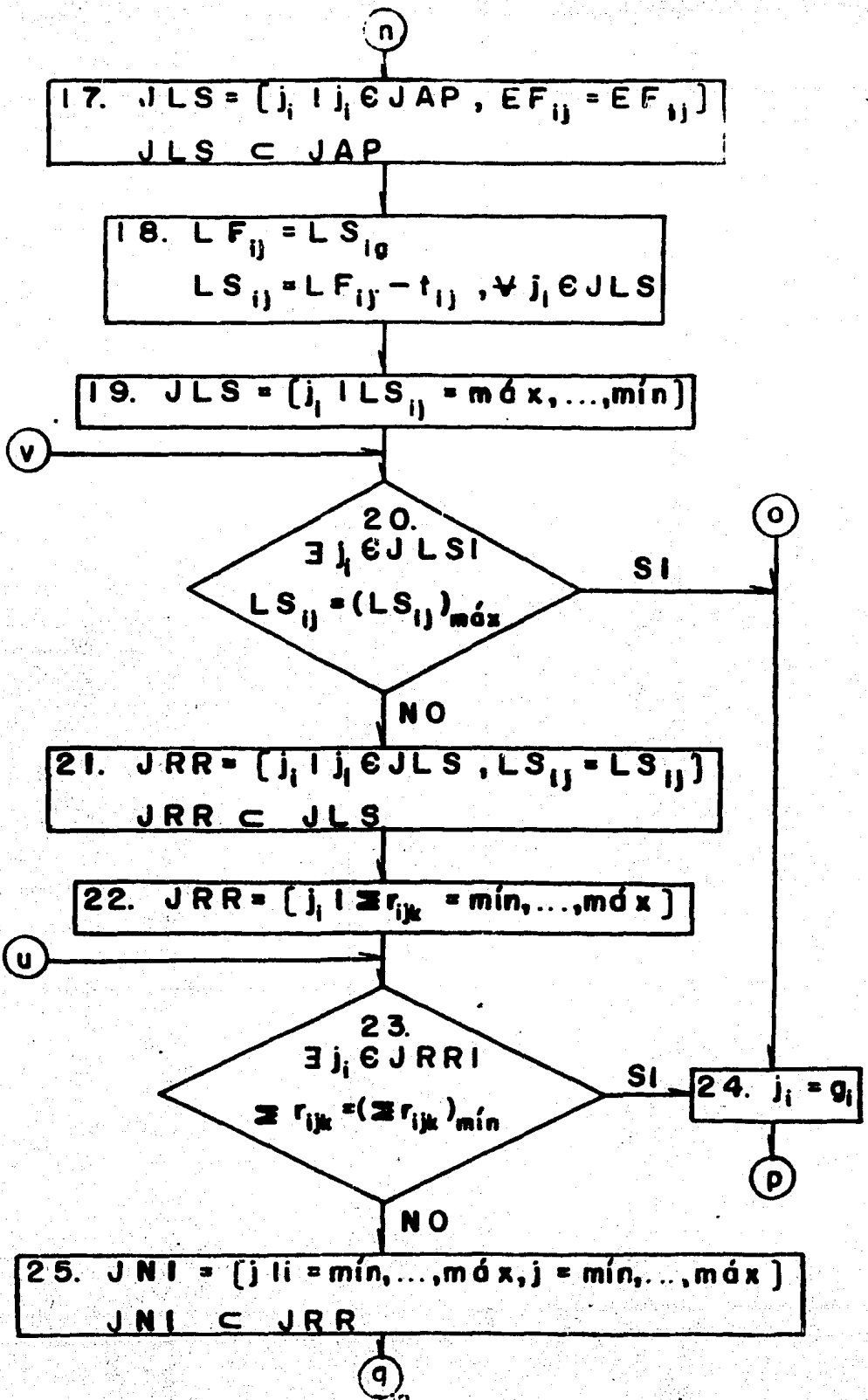
3. Se define JPD al conjunto de actividades que ya han sido desplazadas hacia la derecha. En este primer tiempo ($t' = F$) el conjunto JPD está formado por aquellas actividades cuyo tiempo de terminación más próximo (EF_{ij}), es igual al tiempo de terminación del proyecto (F), por lo tanto este tiempo corresponde al tiempo de terminación más alejado para cada una de ellas.

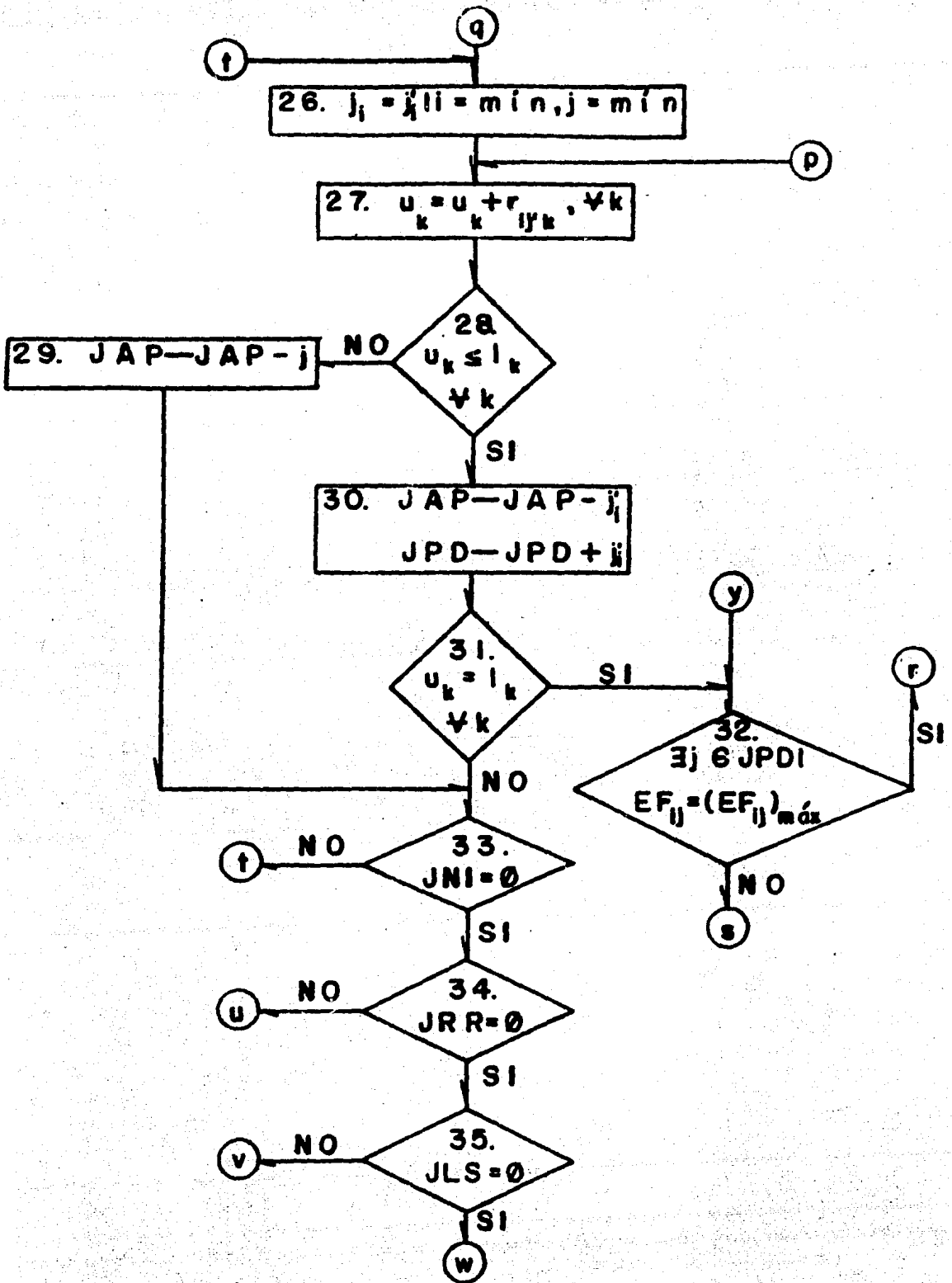
4. Para todas las actividades integrantes del conjunto JPD determinar su tiempo de iniciación más alejado (LS_{ij}) como la diferencia entre el tiempo de terminación más alejado (LF_{ij}) y la duración de la actividad correspondiente (t_{ij}).

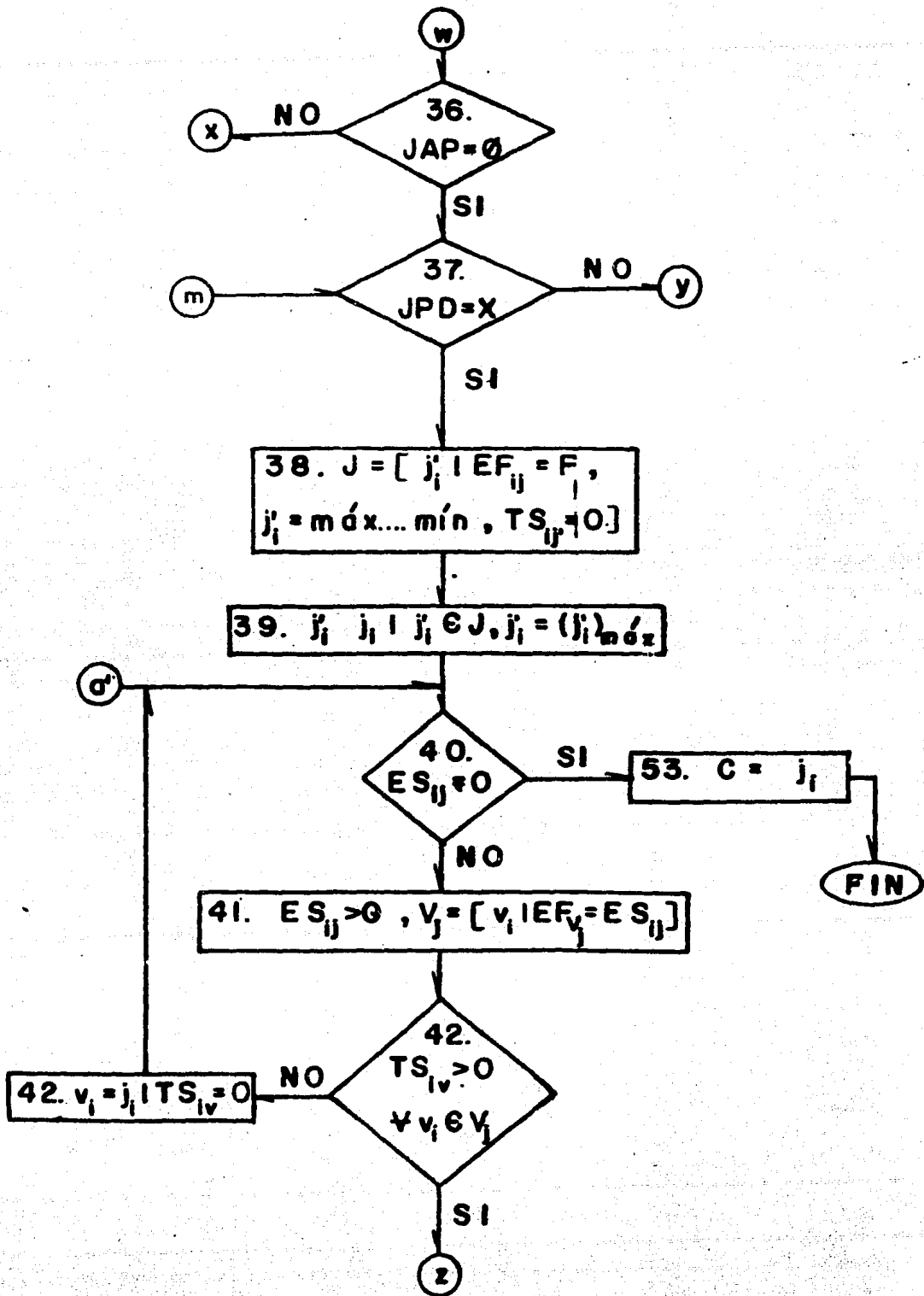
5. Formación del vector de recursos que están siendo utilizados por los trabajos pertenecientes al conjunto de actividades que ya han sido desplazados hacia la derecha (JPD).

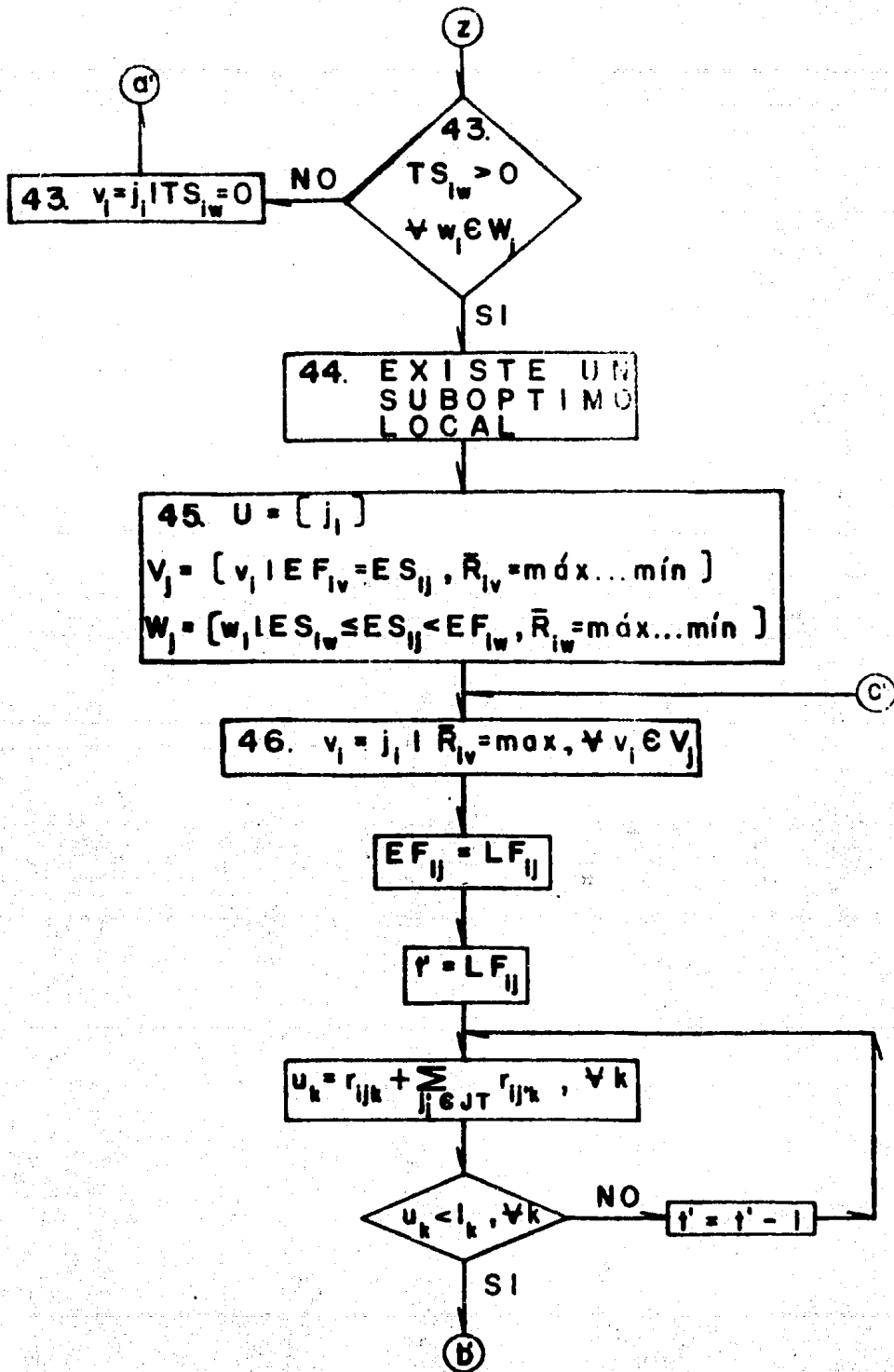


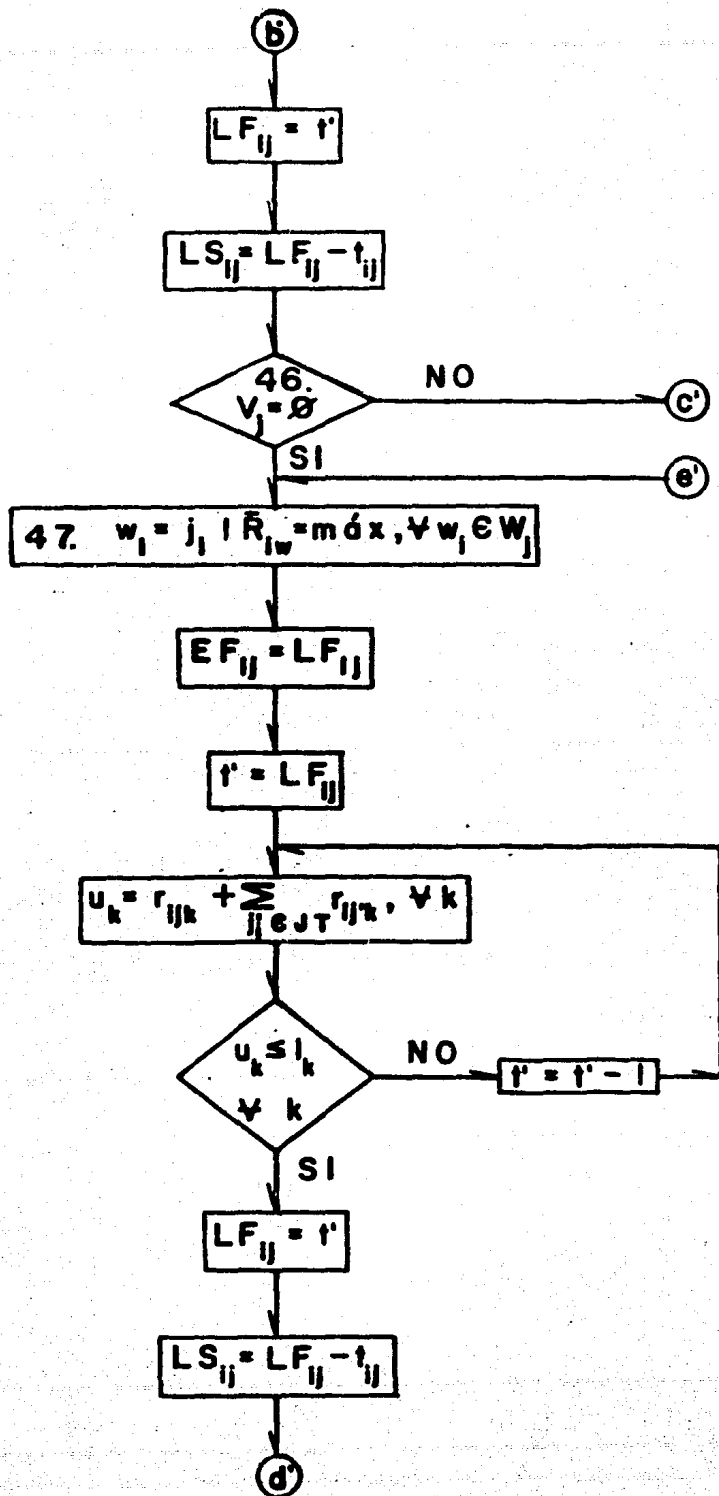


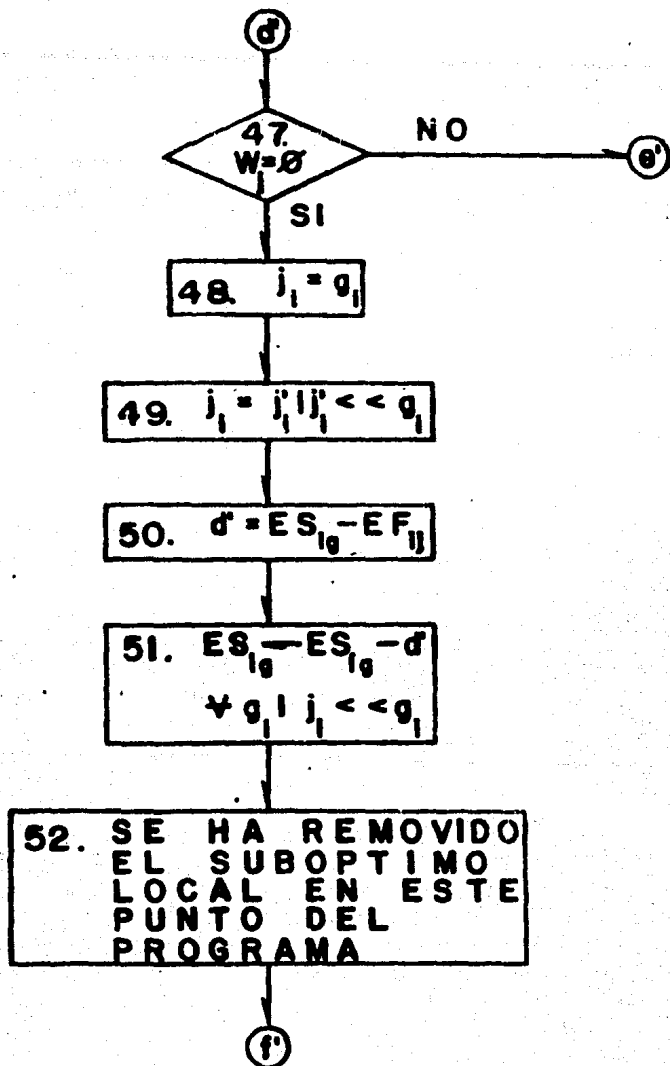












6. Del conjunto de actividades que ya han sido desplazadas hacia la derecha (JPD) , seleccionar a aquella actividad j_i con el mayor tiempo de iniciación - mas alejado y denotarla como g_i (punto 7). Si dentro del conjunto JPD existen actividades con iguales tiempos de iniciación más alejados pasar al punto 8
8. Seleccionar de entre las actividades que tienen - iguales tiempos de iniciación más alejados, la que - tenga el menor requerimiento de recursos y denotarla como g_i (punto 7).
9. De lo contrario definir a la actividad j_i con el menor código de identificación como la actividad g_i .
10. Especificar el nuevo tiempo de programación (t') el cual sera igual al tiempo de iniciación mas alejado de la actividad g_i .
11. Descargar los recursos requeridos por la actividad g_i .
12. Formación del vector de recursos que estan siendo utilizados por actividades en progreso en el tiempo t' .
13. Se pregunta si el tiempo de terminación más próximo (EP_{ig}) y el tiempo de iniciación mas próximo (ES_{ig}) de la actividad g_i son iguales a cero, si esto es verdadero indica que la actividad g_i es la actividad - inicial del proyecto y por lo tanto ya se han desplazado hacia la derecha todas las actividades del mismo.
14. Formar un conjunto de actividades predecesoras in

mediatas de la actividad g_i , el cual se denota como JAP^* , donde todos los trabajos sucesores de las actividades que forman al conjunto JAP^* ya han sido desplazadas hacia la derecha en este tiempo ($t' = LS_{ig}$). Las actividades de este conjunto están ordenadas en forma descendente de sus tiempos de terminación más próximos.

15. Formación del nuevo conjunto JAP

16. Seleccionar del conjunto de actividades predecesoras inmediatas de la actividad g_i (JAP), a la actividad con el mayor tiempo de terminación más próximo (EF_{ij})_{max} y denotarla como $j'i$ pasando el algoritmo al punto 24.

17. Si dentro del conjunto JAP existen varias actividades con iguales tiempos de terminación más próximos (EF_{ij}), formar con estas actividades un conjunto JLS, el cual está formado por aquellos trabajos que tienen iguales tiempos de terminación más próximos.

18. Determinar para todas las actividades del conjunto JLS sus tiempos de iniciación y de terminación más alejados (LS_{ij}), (LF_{ij}) respectivamente.

19. Ordenar a los elementos del conjunto JLS en forma descendente de sus tiempos de iniciación más alejados (LS_{ij}).

20. Seleccionar del conjunto de actividades JLS a aquella que tenga el mayor tiempo de iniciación más alejado y denotarla como $j'i$, pasando el algoritmo al punto 24.

21. Si dentro del conjunto JLS existen varias actividades con iguales tiempos de iniciación más alejados (LS_{ij}), formar con estas actividades el conjunto JRR el cual esta formado por aquellos trabajos que tienen iguales tiempos de iniciación más alejados.

22. Ordenar las actividades del conjunto JRR en forma ascendente de sus requerimientos de recursos.

23. Seleccionar del conjunto JRR aquella actividad - que tenga el menor requerimiento de recursos y definirla como $j'i$ pasando el algoritmo al punto 26.

25. Si dentro del conjunto JRR existen varias actividades con iguales requerimientos de recursos formar - el conjunto JNI que esta formado por las actividades que tienen iguales requerimientos de recursos.

26. Seleccionar del conjunto JNI a la actividad con - el menor código de identificación y denotarla como $j'i$

27. Determinar el nuevo vector de recursos que se estarían utilizando si se considera la actividad $j'i$.

28. Verificar si se han rebasado los límites de recursos al considerar para su programación a la actividad $j'i$.

29. Si los recursos se han rebasado se elimina a la - actividad $j'i$ del conjunto JAP, pasando el algoritmo al punto 33.

30. Si al considerar la actividad $j'i$ no se rebasan los límites de recursos entonces eliminarla del conjunto JAP y asignarla al conjunto de actividades que ya - se han desplazado hacia la derecha JPD.

31. Verificar si aun existe por lo menos disponibilidad de un recurso, de ser asi el algoritmo pasa al -- punto 33.

32. De no existir disponibilidad de recursos, seleccionar del conjunto JPD la actividad que determinará el siguiente punto de programación , siendo esta aque lla con el mayor tiempo de terminación más próximo, pasando el algoritmo al punto 7

Si todas las actividades del conjunto JPD tienen el mismo tiempo de terminacion mas proximo el algoritmo va al punto 6.

33. Verificar si el conjunto JN1 esta vacio, de ser - asi pasar al punto 3⁴, de lo contrario pasar al punto 26, para elegir a la siguiente actividad perteneciente al conjunto JN1 para programarse.

34. Verificar si el conjunto JRR carece de elementos de ser asi pasar al punto 35 de lo contrario pasar al punto 23 para elegir a la siguiente actividad perteneciente al conjunto JRR para programarse.

35. Verificar si el conjunto JLS esta vacio de ser - asi el algoritmo pasa al punto 36, de lo contrario se dirige hacia el punto 20 para elegir a la siguiente actividad perteneciente al conjunto JLS para programarse.

36. Verificar si el conjunto JAP carece de elementos de ser asi pasar al punto 37 , de lo contrario el algoritmo se dirige al punto 16 para elegir a la siguiente actividad perteneciente al conjunto JAP para pro-

gramarse.

37. Verificar si todas las actividades que constituyen el proyecto multiple ya han sido desplazadas hacia la derecha ($JPD = X$) de no ser asi el algoritmo se dirige al punto 32 para asignar un nuevo tiempo de programación de lo contrario el algoritmo concluye habiendose formado el programa justificado asociado hacia la derecha.

Una vez calculado el margen total para todas las actividades de que consta el proyecto multiple - se procede a encontrar la secuencia critica, para -- ello sera necesario detectar y remover todos los sub óptimos locales que existan.

8.2 DESCRIPCION DEL ALGORITMO PARA LA DETECCION DE LOS POSIBLES SUBOPTIMOS LOCALES Y REMOCION

36. Formar un conjunto de actividades cuyo tiempo de terminación más próximo (EF) sea igual al tiempo de terminación del proyecto (F). En este conjunto se - considera como primer elemento del conjunto a aquella actividad con el mayor número de identificación (j') perteneciente al mayor proyecto (i), ordenandose asi sucesivamente.

$$J = [j'i \mid EF_{ij} = F]$$

39. Se selecciona la primera actividad del conjunto J a la cual se le denota como j_i .

40. Si este trabajo j_i tiene un tiempo de iniciación más próximo (ES) igual a cero, entonces se ha encontra

do una actividad j_i la cual empieza en el día cero y tiene un margen total de cero, existiendo una secuencia crítica.

41. Si el tiempo de iniciación más próximo de la actividad j_i es mayor que cero ($ES_{ij} > 0$), entonces debe existir un conjunto de actividades que restringen a la actividad j_i de desplazamientos hacia la izquierda (V_j).

$$V_j = [v_j \mid EF_v = ES_{ji}]$$

Un conjunto restringente (V_j) está formado por un grupo de actividades (v_j) cuyo tiempo de terminación más próximo es igual al tiempo de iniciación más próximo de una actividad j_i y que por lo tanto la restringe de desplazamientos hacia la izquierda.

42. Examinar al conjunto de actividades que restringen a la actividad j_i de desplazamientos locales hacia la izquierda (V_j). Si en este conjunto restringente (V_j) existen actividades con margen total igual a cero, entonces se selecciona a uno de estos trabajos (v_j) y se le denota como j_i y el algoritmo regresa al punto 40.

Si el margen total es mayor que cero para todas las actividades que constituyen al conjunto restringente (V_j) de la actividad j_i entonces existe un conjunto concurrente (W_j) con la actividad j_i .

43. Examinar al conjunto de actividades concurrentes (W_j) con la actividad j_i . Un conjunto de actividades

concurrentes (W_j) consiste de aquellos trabajos que concurren al primer día con la actividad j_i . Es decir son aquellos trabajos cuyo tiempo de iniciación más próximo es menor ó igual al tiempo de iniciación más próximo de la actividad j_i y a su vez este tiempo es menor que el tiempo de terminación más próxima de la actividad concurrente.

44. Si el margen total es mayor que cero para todas las actividades que constituyen un conjunto concurrente (W_j) entonces se dice que existe un subóptimo local (punto 44).

Si en un conjunto concurrente (W_j) existen actividades con margen total igual a cero, se selecciona uno de esos trabajos y se le denota como j_i . Si el tiempo de iniciación más próximo de esta actividad j_i es igual a cero la secuencia crítica se ha determinado.

45. Identificar a los conjuntos restringentes y concurrentes al conjunto local j_i .

$$\begin{array}{l}
 U = [j_i] \\
 V_j = \left[v_i \mid \begin{array}{l} EP_{iv} = ES_{ij} , R_{iv} = \max, \dots, \min \\ ES_{iw} \leq ES_{ij} < EP_{iw} , R_{iw} = \end{array} \right. \\
 W_j = \left[w_i \mid \begin{array}{l} \\ \max, \dots, \min \end{array} \right]
 \end{array}$$

46. Desplazar a la derecha los elementos del conjunto restringente (V_j) en orden descendente de sus requerimientos totales de recursos, de tal manera que en sus fechas de realización más alejadas (LS y LF) no rebasen los límites de recursos.

47. Desplazar hacia la derecha los elementos del con-

junto concurrente W_j en orden descendente de sus requerimientos totales de recursos, de tal manera que en sus fechas de realizacion mas alejadas (L9 y LF) no rebasen los limites de recursos.

48. Una vez que el conjunto restringente (V_j) y el conjunto concurrente (W_j) se han desplazado hacia la derecha tanto como las restricciones de precedencia y de recursos lo permitan se denota a la actividad j_i como la actividad g_i .

49. Se identifica a la actividad j'_i que precede inmediatamente a la actividad g_i de acuerdo con el mapa a escala de tiempo.

$$j'_i = j_i \quad | \quad j'_i \ll g_i$$

50. Determinar la distancia en que se puede reducir el programa

a. Reducir el programa justificado hacia la izquierda.

52. Se ha removido el subóptimo local que impedía la determinación de la secuencia critica.

APENDICE C ARNE THESEN

El algoritmo de Arne Thesen publicado en 1976 - (1), contribuye con dos nuevos avances al campo de - la programación heurística de proyectos con recursos - restringidos.

- El primer avance consistió en ampliar el concepto del factor de urgencia más allá del de determinar el orden en el cual las actividades son consideradas para su programación, como en el caso de algoritmos convencionales.
- El segundo avance consistió en realizar una programación híbrida.

En el presente algoritmo el factor de urgencia ayuda a seleccionar la combinación factible de actividades elegibles, con la mayor urgencia de programación combinada en base :

1. A una determinada heurística como en el caso tradicional o mediante el empleo de la ecuación G-1.
2. Así como al uso de la heurística GRU la cual garantiza la mayor utilización de recursos disponibles, a éste punto se le denomina paquete multidimensional.

La heurística con la mayor utilización de recursos GRU por sus siglas en inglés, programa tantas actividades como sea posible en un instante dado . -

respetando el factor de urgencia tal que se utilice la mayor cantidad de recursos disponibles.

La ecuación mediante la cual puede ser calculado el factor de urgencia es la siguiente :

$$c_j = B_j + D_j \quad \dots \text{ ec. (C-L)}$$

donde :

$$B_j = \sum_k \frac{t_{jk} r_{jk}}{l_k - u_k} \quad \dots \text{ ec. (M-7)}$$

$$D_j = \frac{a b (T - S_j)}{(b - 2a) S_j} + T_b$$

B_j : refleja la utilización de recursos de la actividad.

D_j : refleja el impacto en la duración del programa que tiene un retraso en el tiempo - de iniciación de la actividad.

y donde :

$T = \sum t_{ij}$ máximo margen total posible

a : Es una constante que fija el factor de urgencia para una actividad con margen cero.

b : Es una constante que fija el factor de urgencia para una actividad con máxima tardanza (es decir una actividad primero - se convierte en critica y si ésta no pue de programarse en ese instante se convier te en una actividad con máxima tardanza).

Si el margen total de una actividad en un ins tante dado es :

- Mayor que cero , entonces a y b son igua les a cero.
- Igual a cero , entonces $a = 1$ y $b = 0$
- Menor que cero , entonces $a = 10$ y $b = 700$

Dependiendo del valor del margen total para -- una actividad , a y b toman su valor correspondiente.

El estudio de Arne Thesen consistió en progra mar un grupo de proyectos , donde :

- Cada proyecto ;
 - a) Consiste de un grupo de actividades
 - b) Tiene una duración dependiente del progr~~ma~~
 - c) Una vez iniciado , se desarrolla a una ve locidad razonablemente consistente.
- Dentro de cada proyecto , cada actividad ;

- a) Tiene una duración conocida
- b) No puede iniciarse hasta que sus actividades predecesoras estén terminadas.
- c) Requiere un nivel predeterminado de recursos para emplearlos.
- d) Tendrá asignado un nivel de recursos constante.
- e) No puede interrumpirse.

- Se dispone de cantidades limitadas de los diferentes recursos.

El algoritmo resultante de su estudio se describe a continuación ; siendo necesario definir,

r_{jk}	Cantidad del recurso k requerido por la actividad j
l_k	Cantidad disponible del recurso k
t_j	Duración de la actividad j
LF_j	Tiempo de terminación más alejado para la actividad j calculado por el CPM
t_j^s	Tiempo de iniciación programado para la actividad j
t_j^f	Tiempo de terminación programado para la actividad j
s_j	Márgen total de la actividad j en ese tiempo
U_k	Cantidad del recurso k que se está empleando ese momento

t' Punto en el tiempo para el cual la programación está siendo realizada.

c_j Urgencia relativa de programación de la actividad j en ese tiempo.

Se define el siguiente conjunto de actividades:

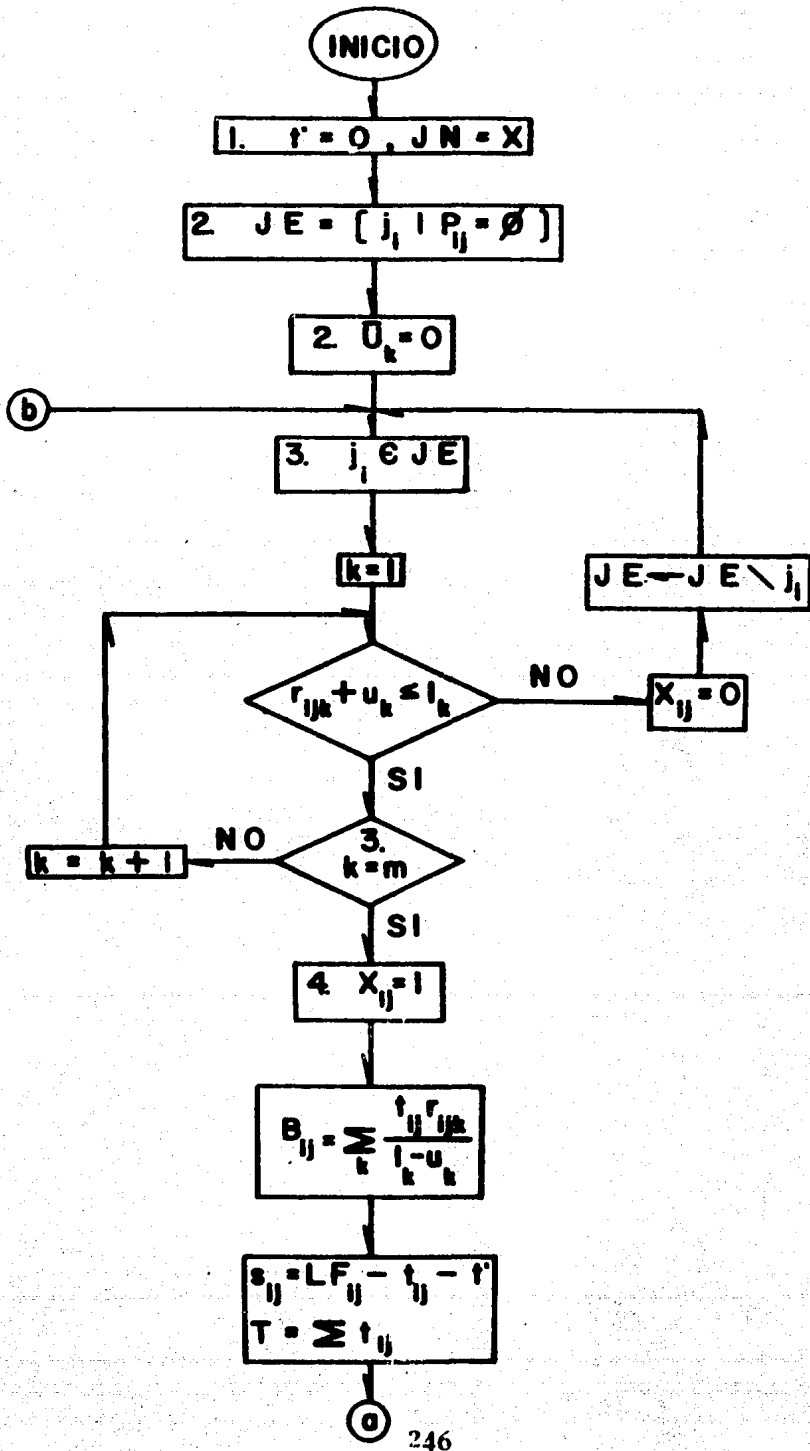
JN Conjunto de actividades que aún no han si programadas

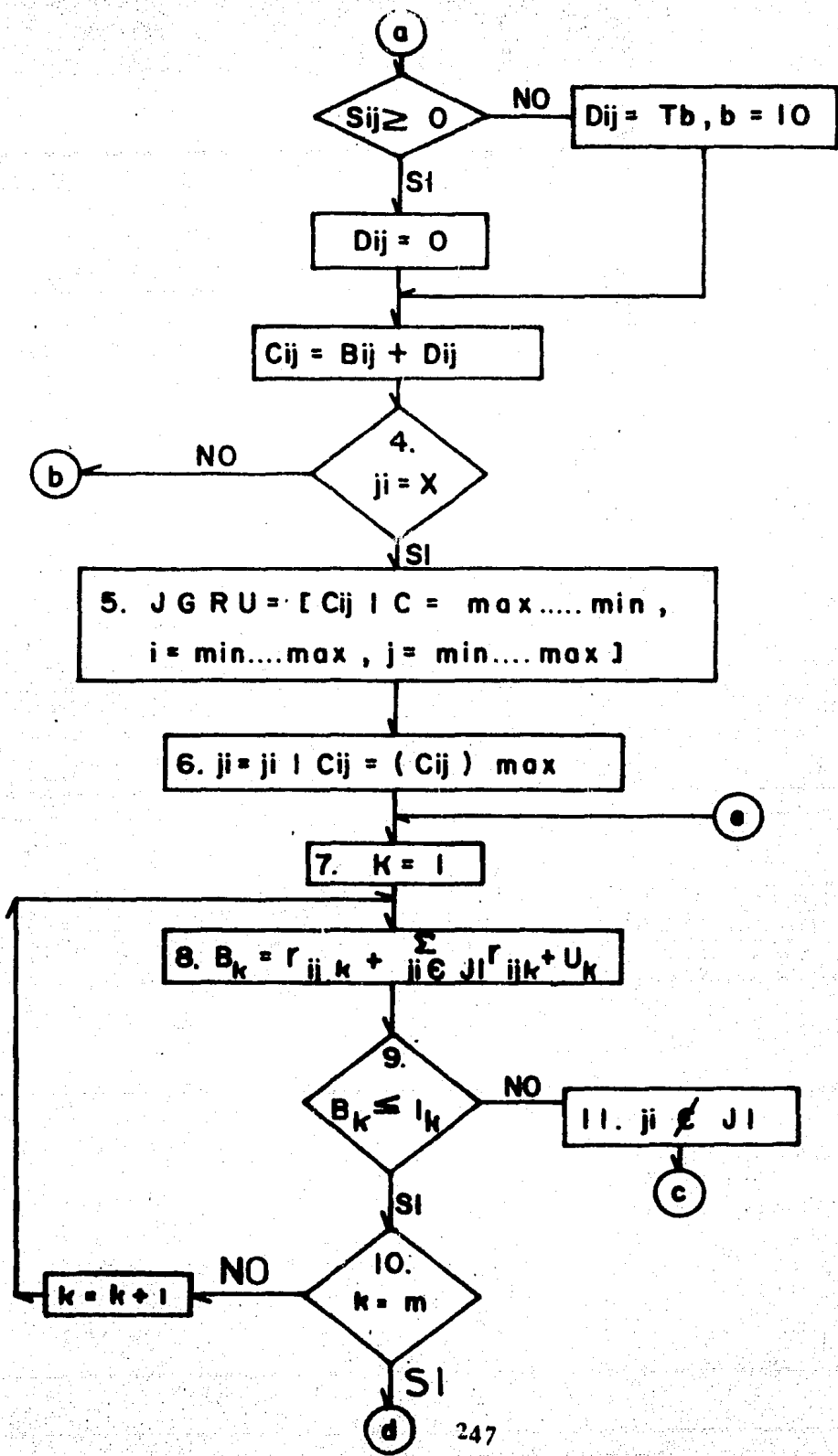
JE Conjunto de actividades elegidas para su programación en ese tiempo

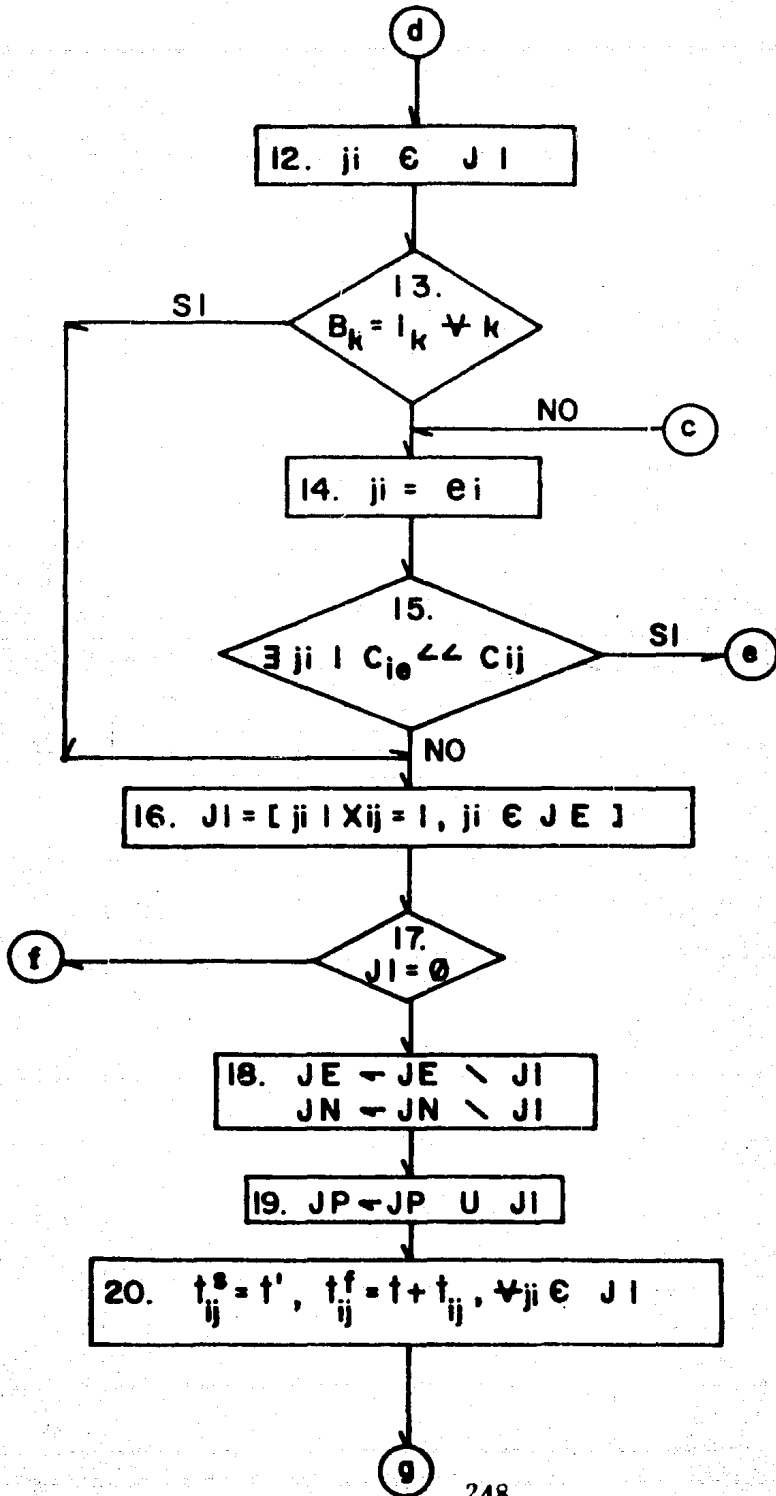
JT Conjunto de actividades que terminan en ese tiempo

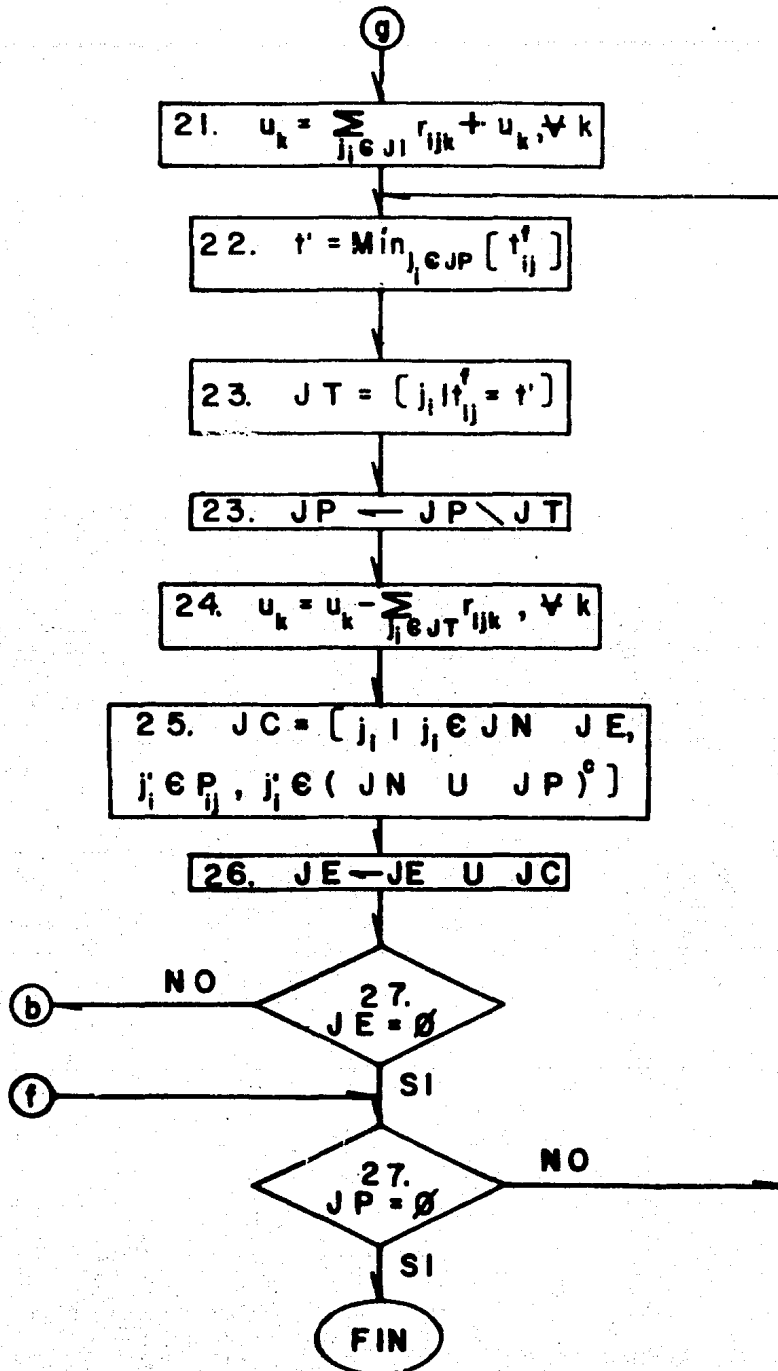
JP Conjunto de actividades que están realizándose en ese tiempo.

JI Conjunto de actividades que están programadas para iniciar en ese tiempo.









DESCRIPCION DEL ALGORITMO DE ARNE THESEN

1. Se inicia el proceso de programación por agrupación con $t'=0$, $JN = X$, donde X son todas las actividades de que consta el proyecto.

2. Formar el conjunto de actividades elegibles para su programación

$$JE = \left[j \mid P_j = \emptyset, \bar{U}_k = 0, \forall k \right]$$

3. Elección de las actividades que pueden iniciarse en ese tiempo y que pertenecen al conjunto JE .

Se verifica si los recursos requeridos por las actividades pertenecientes al conjunto JE están dentro del límite de recursos disponibles.

$$r_{j \cdot k} + U_k \leq l_k, \forall k$$

4. Cálculo del factor de urgencia c_j

$$c_j = E_j + D_j$$

Aplicación de la regla GRU

5. Orden de las actividades en JGRU en función del valor de c_{ij} en ese orden.

6. Primera actividad en JGRU

$$j_1 = j'1 \mid c_{ij} = (c_{ij})_{\max}$$

7. Determinación de la cantidad requerida de cada recurso para la programación de un conjunto de actividades hasta j_1 iniciando con el recurso más limitado $k=1$ (independientemente del sitio que ocupe dentro del vector \bar{E}_L total)

8. Cantidad utilizada del recurso k por :

- actividades en progreso
- actividades asignadas a JI
- j'i

$$B_k = r_{ij'k} + \sum_{j'i \in JI} r_{ijk} + u_k$$

9. Se pregunta si la nueva j'i al adicionarse a las actividades asignadas a JI rebasa el limite para el recurso k.

10. Si no rebasa el limite, probar la misma j'i con el recurso inmediato superior en disponibilidad, hasta probarlos todos.

11. Si el limite es rebasado:

$$j'i \in JI$$

12. Asignar a j'i a JI, si B_k evaluado para todos los recursos no rebasó los limites de éstos entonces,

$$j'i \notin JI$$

13. Se pregunta si existe al menos un recurso para el cual B_k no haya agotado su disponibilidad.

14. Se define:

$$j'i = e_i$$

Si despues de haberse probado, existe disponibilidad por lo menos de un recurso,

15. Probar la siguiente actividad ordenada en JGRU

$$\exists j'i \mid c_{1j'} < c_{1e}$$

16. Formación del grupo de actividades que inician en ese tiempo,

$$JI = \left[j \mid x_j = 1, \forall j \in JE \right]$$

17. Iniciar las actividades pertenecientes a JI
18. Remover al conjunto JI del grupo de actividades elegibles JE y del grupo de actividades que no estan programadas JN
- $$JE \leftarrow JE \setminus JI$$
- $$JN \leftarrow JN \setminus JI$$
19. Incluir a JI en el grupo de actividades que estan en progreso.
- $$JP \leftarrow JP \cup JI$$
20. Especificar los tiempos de inicio y terminacion:
- $$t_j^s = t', j \in JI$$
- $$t_j^f = t' + t_{ij}, j \in JI$$
21. Asignacion de recursos
- $$u_k = \sum_{ji \in JI} r_{ijk} + u_k, \forall i, j \in JI$$
22. Determinar el siguiente tiempo de programacion
- $$t' = \min_{ji \in JP} [t_j^f]$$
23. Formacion del grupo de actividades que terminaron en ese tiempo
- $$JT = [j \mid t_j^f \leq t']$$
- $$JP \leftarrow JP \setminus JT$$
24. Descarga de recursos
- $$u_k = u_k - \sum_{ji \in JT} r_{ijk}, \forall k, \forall j \in JT$$
25. Identificar el nuevo grupo de actividades candidatas.

$$JC = \left[j_i \mid j_i \in JN \setminus JE, i \in P_{ij}, j_i \in (JN \cup JF)^c \right]$$

26. Formar el nuevo grupo de actividades elegibles a programarse en t'
 $JE \leftarrow JE \cup JC$
27. Bloque de decisiones
 Si hay actividades que aun no han sido programadas el algoritmo pasa al punto
 Si existen actividades en progreso, el algoritmo pasa al punto
 Si ninguna de éstas dos opciones está ocurriendo la programación de todas las actividades se ha -
 realizado y el algoritmo concluye.

El estudio de Arne Thesen fué hecho sobre varios cientos de diferentes problemas de prueba, cada problema fué resuelto usando 5 diferentes factores de urgencia de programación .

La relativa frecuencia con la cuál la aproximación con el paquete multidimensional y la aproximación secuencial produjeron los mejores resultados para una heurística en particular se muestra en la siguiente - tabla.

TABLA D-1

Factor de urgencia	Mejor respuesta al problema	
	Paquete multi dimensional	Secuencia dimensional
MIN DURACION	75 %	25%
MAX REQ. REC	80 %	20%
MIN SLACK	58 %	42%
LFT	75 %	25%
EC.	81 %	19%

Observándose que la aproximación con el paquete multidimensional produjo los mejores resultados para - cada una de las diferentes heurísticas empleadas en - éste estudio. Se reporta que los datos de prueba fue-- ron analizados para determinar si cualquiera de los --- criterios de urgencia daba mejores resultados para --

ciertas clases de problemas , como aquellos con restric-
ciones raramente fuertes ó aquellas con una estructura
pobre. Sin embargo no pudo encontrarse ninguna relación
por lo que las reglas fueron aplicadas a los proyectos
arbitrariamente. Vemos también que la heurística XINSLK
dentro de la aproximación secuencial produce los mejo-
res resultados y que con esta regla en particular el -
procedimiento paquete multidimensional fué superior al
de secuencia en el 58 % de los casos.

G L O S A R I O D E
S I M B O L O S

A	Matriz de recursos disponibles
A(XT)	Grupo de todas las tareas en el proyecto
a	Limite inferior del intervalo
a	Indice del primer subgrupo de la etapa K-1
\bar{a}	Tiempo optimista
B_k	Cantidad del recurso k utilizada por : - actividades en progreso - actividades asignadas
b	Limite superior del intervalo
\bar{b}	Tiempo pesimista
C	Grupo de trabajos comprendidos en una secuen cia critica
c	Indice del primer subgrupo en el etapa K
c_j	Factor de urgencia
D_d	Grupo de tareas con (LS_j) \leq d d = 1,....n'
d	Dia
EF_j	Tiempo de terminación más próximo de la acti vidad j.
EF_v	Tiempo de terminación más próximo para el - grupo de trabajos restringidos de un conjun to local.
EJ	Agrupacion de todas las actividades que estan desarrollandose en ese tiempo.

EPS _j	Tiempo de iniciación más próximo para la actividad j.
ES _j	Tiempo de iniciación más próximo de la actividad j.
ES _u	Tiempo de iniciación más próximo del conjunto local.
ES _w	Tiempo de iniciación más próximo del conjunto concurrente.
F	Tiempo de terminación del proyecto
fi'	Ultima actividad del proyecto i
f	Elemento del conjunto de programas justificados hacia la izquierda.
gi	Actividad sucesora inmediata de una actividad j de acuerdo al mapa a escala de -- tiempo .
h	Elemento del conjunto de programas justificados hacia la derecha.
hi	Actividad sucesora inmediata tecnológicamente a j'i.
i	Número del proyecto
J _l	Conjunto de programas justificados hacia la izquierda, para el proyecto X.
J _r	Conjunto de programas justificados hacia la derecha para el proyecto X.
JC	Conjunto de actividades candidatas a elegir para ser programadas.
JE	Conjunto de actividades elegibles para su

programacion en ese instante.

- JF Conjunto de actividades cuyo tiempo de terminación más próximo es igual al tiempo de terminación del proyecto.
- JI Conjunto de actividades a iniciar en ese tiempo.
- JN Conjunto de actividades que no estan programadas.
- JP Conjunto de actividades que estan llevandose a cabo en ese tiempo.
- JS Conjunto de actividades coexistentes elegibles de acuerdo a su mayor tiempo de iniciación más alejado.
- JT Conjunto de actividades terminadas en ese tiempo.
- j Actividad
- J_T Tarea de duración unitaria que integra a j.
- K Etapa en la cual se encuentran las tareas que son sucesoras inmediatas de aquellas que integran la etapa K - 1.
- K* Limite inferior de dias requeridos para ejecutar las tareas comprendidas en Si de la etapa K.
- k Número del recurso, k = 1,.....m
- L Intervalo
- LF_j Tiempo de terminación más alejado de la actividad j.

LS_j	Tiempo de iniciación más alejado de la actividad j .
$LS_j(h)$	Tiempo de iniciación más alejado de la actividad j en el programa h .
LPS_j	Tiempo de iniciación posible más alejado para la actividad j .
l_k	Unidades disponibles del recurso k por día .
M	Número total de proyectos.
m	Número de grupos de recursos requeridos para las actividades en X .
\bar{m}	Tiempo esperado ó más probable.
$N_K(j')$	Número de arcos en la menor ruta de S_0 a S_j' en la etapa K .
$N_{K-1}(j^*)$	Número de arcos en la menor ruta de S_0 a S_j^* en la etapa $K-1$.
n	Número de actividades en X
n'	Valor tentativo de la duración del proyecto, la primera aproximación es el CPM
P_j	Grupo de actividades predecesoras inmediatas de j .
P_k	Presión en la restricción de recursos.
$Pi-j$	Ruta de i a j
R	Matriz de recursos requeridos
\bar{R}_j	Vector de requerimientos de recursos de la actividad $j = (r_{jk})$
\bar{R}_{2d}	$= \sum_{j \in T_j} r_j = (r_{1d}, r_{2d}, \dots, r_{md})$ Requerimientos de cada recurso del grupo de tareas asignadas al día d .

r_{dk}	Elemento de R, unidades del recurso k requeridos en el día d para completar las tareas en z_d
r_{kj}	Unidades del recurso k requeridos para la tarea j.
$r(T_j)$	$= (r_{1j}, r_{2j}, \dots, r_{mj})$. Vector de requerimientos de cada recurso para la tarea j.
S_i	Posibles subgrupos de tareas donde están contenidos todos los predecesores de la última tarea integrante del subgrupo.
$\overline{S_i S_j}$	Arco de unión entre S_i y S_j
s	Tiempo de inicio del proyecto
s_j	Márgen para j en ese tiempo, (recursos - ilimitados)
T	Grupo de actividades que comprenden una secuencia tecnológica
T_j	Tarea j (actividad de duración unitaria) $j = [T_j \mid j = 1, \dots, T_j]$
t_j	Duración de la actividad j
t'	Punto en el tiempo para el cual la programación está siendo realizada constantemente.
t_j^s	Tiempo de iniciación programado para la actividad j.
t_j^f	Tiempo de terminación programado para la actividad j.
U	Conjunto local de trabajos

\bar{U}_k	Vector de recursos en uso constante
u	Elemento del conjunto local
u_k	Elemento del vector de recursos que están siendo utilizados en ese momento.
V	Grupo de trabajos restringidos de un conjunto local.
v	Elemento del grupo de trabajos restringidos de un conjunto local.
W	Grupo de trabajos concurrentes a U
w	Elemento de W
X	Grupo de trabajos ó actividades comprendidas en el proyecto.
XT	Grupo de todas las tareas en el proyecto
z	Número de días en el programa del proyecto
Z_d	Grupo de tareas asignadas al día d
α y β	Parámetros de forma de la distribución beta
\ll	Debe preceder inmediatamente
$<$	Precede

B I B L I O G R A F I A

1. Arne Thesen, "Heuristic scheduling of activities under resources and precedence", Management science, - vol. 23, No. 4, diciembre 1976, pags. 412 - 422.
2. Brand J. D., Meyer W.L., "The resource scheduling problem in construction urbana" Illinois, Reporte no. 5 Department of civil engineering, 1964.
3. Dale F. Cooper, "Heuristics for scheduling resource constrained projects ; an experimental investigation", Management science, vol. 22 No. 11, julio 1976, pags. 1185 - 1194.
4. Davis E.W. "Networks resource allocation (Special report - part 4)" Industrial Engineering, abril, 1974 pags. 22 - 32.
5. Davis E.W. "Project scheduling under resource constraints ; Historical review and Categorisation of procedures", AIIE Transactions, -- Vol. 5, 1973, pags. 297 - 310.
6. Davis E. W. y Heidorn G.E. "An algorithm for optimal project scheduling under multiple resource constraints", Management science, vol 17, No. 12, agosto 1971, pags. 8803 - 8816

7. Davis E.W. y James H. Patterson " A comparison of heuristic and optimum solutions in resource - constrained - project scheduling ", Management science, vol. 21, No. 8. abril 1975, pags. 944 - 955.
8. Elmagraby Sala E. "The theory of networks and management science, parts I y II ", Management science, vol. 17, No.1,septiembre 1970, pags. B57-B60.
9. Hart P.E., "A formal basis for the -- heuristic determination of minimum -- cost paths ", IEEE Transactions of -- systems science and Cybernetics, vol. SSC - 4, No. 2, julio 1968, pags. 100-107.
10. Holloway C.A., Nelson R.T. "Comparison of a Multi - Pass heuristic decomposition procedure with other resource - constrained project scheduling procedures ", Management science, vol. 25, No. 9 , septiembre, 1979, -- pags. 862 - 872.
11. Huber W.D. "Computational experience with zero-one programs for multi-project scheduling ", MBA professional - paper, The Pennsylvania State University , agosto, 1971.
12. James E. Kelley, "Critical - path -- planning and scheduling: mathematical - basis ", Bases Matematicas, junio, -- 1960, pags. 296 -320/

13. Kenneth R. MacCrimmon, "An analytical study of the PERT assumptions" Bases Matemáticas, marzo 1963, págs. 16-37.
14. Kurtulus I. y Davis E.W. "Multi- - project scheduling : Categorization of heuristic rules performance", - Management science, vol. 28, No. 2, febrero 1982, págs. 161-172.
15. Martino L.R. "Administración y control de proyectos", Tomo I, "Determinación de la ruta crítica", Ed. Técnica, 1978.
16. Martino L.R. "Planificación de operaciones aplicadas", Tomo II, Administración y control de proyectos, Ed. Técnica, 1978.
17. Martino L.R. "Asignación de recursos", Tomo III, Administración y control de proyectos, Ed. Técnica, 1978.
18. Medina Cervantes Alejandro M. "Revisión de técnicas para el manejo de recursos en el desarrollo de proyectos industriales", tesis ENEP - Zaragoza UNAM, 1982, págs. 1 - 145.
19. Moodie C.L. "Project resource balancing by assembly line balancing techniques", Journal of Industrial Engineering, vol 17, No. 7 julio, -- 1966, págs. 377 - 383.

20. Patterson J.H. " Alternative methods of project scheduling with limited resources ", Naval. Logist. Quart., vol. 20, No. 4, 1973, pags. 767-783.
21. Patterson J.H., " Project scheduling: The effects of problem structure on heuristic performance ", Naval Res. Logistic Quart. , vol. 28, No.5,1976, pags. 95 - 103.
22. Pritsker & Walters, " Multi- project scheduling with limited resources ", Management science, vol. 16, No.1, - septiembre 1969, pags. 93 - 109.
23. Richard M. Van Slyke, " Monte Carlo Methods and the PERT problem ", Bases Matematicas, 1963, pags. 839 - 860.
24. Shimon Even, " Graph algorithms ". - Computer science press, USA, pags. 1 - 5.
25. Slowinsky Roman, " Two approaches to problems of resources allocation -- among project activities a comparative study ", Journal of operational - research society, vol. 31, No. 8, -- pags. 723 - 733.
26. Talbot, Brian P. " Resource constrained project scheduling with time - resource tradeoffs : The nonpreemptive case ", Management science, vol 28 ,

No. 10, octubre 1982, pags. 1197-1210

27. Wiest D. Jerome, "A heuristic model for scheduling large projects with limited resources", Management science, vol. 18, No. 4, febrero 1967, pags. B 359 - B 377.
28. Wiest D. Jerome, "Some Properties of schedules for large projects with limited resources", Operations Research, No. 12, (mayo - junio 1964), pags.- 395 - 418.
29. Rodriguez Caballero, "Aplicaciones en ingenieria de Metodos modernos de planeacion programacion y control de procesos productivos", Ed. Limusa, 1982, pags. 129-160.