



---

---

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE PSICOLOGIA

*Diferencias Entre la Ejecución Manipulativa y  
Simbólica de una Tarea Piagetiana de  
Operaciones Formales*

**Tesis**

*Que para obtener el Título de  
Licenciado en Psicología*

*Presenta:*

**Miguel Rodríguez López**

*Director de Tesis:*

**MTRA. FRIDA DIAZ BARRIGA ARCEO**

M-0045222

México, D. F.

1987



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

	PAGINA.
INTRODUCCION.	4
1. LA APROXIMACION PIAGETIANA.	6
1.1. LOS PERIODOS DEL DESARROLLO COGNOSCITIVO.	8
2. LAS OPERACIONES FORMALES.	13
2.1. LA COMBINATORIA.	15
2.2. EL GRUPO INRC.	18
2.3. LOS ESQUEMAS DEL PENSAMIENTO FORMAL.	23
2.4. UN EJEMPLO: "EL PROBLEMA DE LA BALANZA".	24
3. CRITICAS AL MODELO DE LAS OPERACIONES FORMALES.	29
4. EL PROBLEMA DEL CONTENIDO EN LAS OPERACIONES FORMALES.	32
5. INVESTIGACION.	34
5.1. INTRODUCCION.	34
5.2. HIPOTESIS Y OBJETIVOS DE INVESTIGACION.	34
5.3. METODO.	34
5.3.1. SUJETOS.	34
5.3.2. VARIABLES.	35
5.3.3. DISEÑO.	35
5.3.4. PROCEDIMIENTO.	36

T. Ps. 4370

A200

5.3.3. INSTRUMENTOS.	42
5.4. RESULTADOS.	45
5.5. DISCUSION.	55
6. DISCUSION GENERAL Y CONCLUSIONES.	56
ANEXO I LOGICA OPERATORIA.	59
ANEXO II DEFINICION DE TERMINOS UTILIZADOS.	61
ANEXO III PROTOCOLOS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACION.	63
BIBLIOGRAFIA.	68

## INTRODUCCION.

Este trabajo trata acerca del problema del contenido de manera general, esto es, trata de aportar algo a la pregunta de si el solo referente de una tarea es razón suficiente para afectar el pensamiento, independientemente de su forma lógica. De manera particular, se trata de evaluar este problema dentro de una aproximación de investigación piagetiana, en donde el período de las operaciones formales enfatiza el carácter interno y operativo del pensamiento restándole importancia al contexto-contenido, en contraposición con un opinión donde el pensamiento a este nivel es mas externo y contextual.

Los argumentos que justifican en parte este trabajo son: Primero, evaluar el período de las operaciones formales, el más polémico dentro de la psicología genética, a través de este problema. Y segundo, ser un punto de partida o de referencia que de lugar a otras aportaciones sobre estos temas.

El trabajo esta organizado de la siguiente manera:

En la primera parte, se destaca la importancia de la aportación piagetiana a la psicología, se le hacen ciertas observaciones y se describe muy someramente los desarrollos anteriores al período de las operaciones formales.

En la segunda parte, se procura describir con más detalle las características y las estructuras del período de el pensamiento formal, y se procura dejar clara su acción a través de la descripción de una tarea como ejemplo.

En la tercera parte, se comentan algunas de la críticas

que en general ha recibido el período del pensamiento formal, y algunos de sus desarrollos.

En la cuarta parte, se pasa a particularizar estas críticas en el problema del contenido.

La quinta parte, es la experimental en donde se ensayó a aislar los efectos de la forma de los del contenido en una misma tarea.

Finalmente en la sexta parte, se procura evaluar toda la información obtenida, tanto en la investigación bibliográfica como empírica y de la obtenida de los comentarios hechos a este trabajo.

Aún cuando el tema de la investigación es un problema menor del de la relación de estructuras cognoscitivas con el mundo empírico, su desarrollo conduce de forma más directa al problema central.

## 1. LA APROXIMACION PIAGETIANA.

Dentro del contexto actual de la psicología del conocimiento, quizá no haya una aportación tan importante como la de la "Epistemología genética" de Jean Piaget. Y podemos afirmar esto, si reconocemos a esta aproximación como una de las más influyentes de la psicología en general, y que por otra parte, constituye una de las teorías psicológicas más completas en el campo de investigación, ya que abarca varios objetos generalmente dispersos en otras teorías como son el pensamiento, el lenguaje, la representación, la concepción del azar, la concepción del tiempo, el juego, la moral, y lo más importante, la evolución del desarrollo psicológico de cada uno de estos aspectos.

Sin embargo, las aportaciones de la epistemología genética no siempre han sido recibidas con mucho entusiasmo, sobre todo por autores de habla inglesa, quienes principalmente han señalado sus limitaciones, como son la pobre consideración de los aspectos afectivos, la poca confiabilidad de sus supuestos empíricos (Bower 1974), y su paralelismo con la lógica (Wason 1980).

En este mismo sentido, quizá la característica más comentada de la bibliografía generada por la aproximación piagetiana, es su falta de claridad en la exposición de sus argumentos y de sus evidencias empíricas (p.e. Johnson-Laird 1984). Esta falta de claridad evidente para todas las personas que en general tratan de asimilar el material de la aproximación piagetiana, seguramente se debe a dos situaciones:

La primera, lo constituye el hecho de que para entender el material de esta aproximación, sobre todo el referente a los estados terminales de la psicogénesis, como el de las operaciones formales, es necesario, tener cierta familiaridad con el uso de algunos términos particulares de la teoría tales como esquema, estructura, desfase, conservación, centración, etc. O también con términos que no son particulares de la teoría; pero que tienen en la misma un sentido diferente al que tienen en otros contextos como lógica, epistemología, formal, operación, invariantes, asimilación, acomodación, equilibrio, regulaciones, etc. U otros con los que estamos poco familiarizados como agrupamiento, retículo, transducción, etc.

Esta familiaridad con el uso de los términos particulares de la aproximación piagetiana es lo que Coll identifica como ese "estilo en ocasiones 'hermenéutico' que caracteriza a las publicaciones de Piaget" (Coll 1983b pag.24).

La segunda, la constituye el hecho de la frecuente confusión entre lo que es la epistemología genética y la psicología del desarrollo humano. Sí, en efecto, el proyecto

de la epistemología genética tiene su base en el argumento de que existe cierto paralelismo, no muy directo, entre el desarrollo del conocimiento actual de la humanidad y la evolución del conocimiento en el sujeto psicológico, "psicología genética"; para ello, Piaget utiliza el contenido de las ciencias actuales, y compara la evolución de este contenido con el que construyen las personas. Como cuando Piaget inició su proyecto de epistemología genética, no existía una teoría psicológica que describiera esta evolución subjetiva, tuvo que crear su "psicología genética", y proponer una lógica que representara a las estructuras que subyacían a cada período de esta evolución (Lógica operatoria, ver anexo I).

Así lo afirma Gillerón cuando escribe "Piaget dice que él se convirtió en psicólogo 'por accidente'. No acudió a la psicología porque estuviera interesado en el niño en sí, sino porque quería resolver problemas epistemológicos. La investigación psicológica constituye para él un rodeo: ya que la psicología es el estudio de los hechos normativos que permitirá comprender como se construyen los conocimientos humanos, como se construyen las normas, es decir, la lógica, la aritmética, etc." (Guillerón 1979 pag.32).

Lo que pretende la epistemología genética, es comparar dos contenidos: uno, el de una ciencia; el otro, el de la psicología genética, y mostrar sus interrelaciones. Piaget es fundamentalmente epistemólogo, no psicólogo. Por eso la frecuente confusión entre quienes quieren entender sus planteamientos como teorías psicológicas y verificar como tales su validez (este punto de vista es coincidente con Pérez C. comunicación personal 1986).

El desenvolvimiento de la epistemología genética, ha tenido como consecuencia la configuración de un sujeto lógico (Moreno L., comunicación personal 1986), "la construcción del pensamiento racional" (Coll 1983b pag.22), la génesis del sujeto epistemológico, capaz de asimilar todo el conocimiento actual.

El problema de la confusión entre los aspectos epistemológicos y psicológicos del trabajo de Piaget, se refleja también cuando se quiere aplicar la epistemología genética a la educación (Coll 1983, pag.2). A pesar de lo cual, son ya muchos los aportes que se han hecho en este sentido (Ibid; Furth M.G. y Wachs H. 1978; DelVal J. 1985).

La intención de hacer estos comentarios antes de una exposición muy somera del trabajo de Piaget, ha tenido por objetivo no sólo llamar la atención sobre las aportaciones de la epistemología genética, sino mostrar también de una forma más rigurosa y honesta desde un punto de vista personal sus alcances.



### 1.1. LOS PERIODOS DEL DESARROLLO COGNOSCITIVO.

El objetivo de esta sección, es hacer solo una breve descripción del desarrollo de las estructuras mentales que anteceden a las operaciones formales, razón por la cual se pone más atención en algunos detalles del período de "preparación y organización de las operaciones concretas".

La psicología genética plantea que existen fundamentalmente tres períodos en el desarrollo cognoscitivo, siendo característica de las estructuras de cada uno de estos períodos, una estructura lógica correspondiente \*. Las estructuras son una serie de operaciones \*\* organizadas, que permiten la asimilación del conocimiento. Estas estructuras se encuentran supraordenadas en relación a los períodos superiores. Esto implica que los sujetos de cada período sólo podrán resolver de una forma particular una situación problema, en la medida que sus estructuras lo permitan.

Las estructuras de la psicología genética, no están dadas a priori, no son innatas, sino que el sujeto las construye a partir de sus acciones sobre el medio que lo rodea.

La descripción general de estos períodos y sus correspondientes subdivisiones o estadios aparece en la tabla 1 (pag. 12). Las edades que comprenden estos períodos sugeridas por Piaget y sus investigaciones con niños suizos, son generales, y el hecho de que existen diferencias en el rango de estas edades en diferentes grupos sociales o étnicos, no implica la refutación de las estructuras propuestas para estos períodos. Por otra parte, los períodos y edades citadas, son propuestas como descriptivas y no como normativas de la actividad psicológica de la persona.

El sujeto psicológico, evoluciona de un período a otro por la acción de cuatro factores (Piaget e Inhelder 1983 pags.191-196.):

El primero, es la maduración biológica, del sistema nervioso en particular.

El segundo, es el efecto de la experiencia adquirida.

El tercero, se refiere al lenguaje y la transmisión social del conocimiento.

Y el cuarto factor, corresponde a un orden diferente de los anteriores, se trata del equilibrio o autorregulación de las estructuras de las que hablamos antes. Esta regulación no es un estado pasivo de equilibrio físico, sino de la permanente actividad de las estructuras para poder responder con compensaciones y transformaciones inversas ante cualquier problema que plantee el medio externo.

---

\* Ver anexo I.

\*\* Ver anexo II.

Piaget intentó elaborar una idea de la psicología como una forma de adaptación biológica al medio, planteando que de la misma manera que las especies animales han desarrollado órganos y habilidades para adaptarse a su medio natural, el hombre generó una habilidad menos específica, pero más generalizable para adaptarse de una forma más exitosa y rápida a situaciones más complicadas que la mera sobrevivencia biológica (Piaget 1984).

Siguiendo esta idea y utilizando los mismos términos de la biología, Piaget propuso que el hombre "asimilaba" conocimiento, cuando este era incorporado por la estructura de la persona, pero sin que esta estructura se modificara. Y que se "acomodaba" cuando el conocimiento al ser incorporado modificaba la estructura del sujeto.

#### Período sensorio motor.

Es nombrado así este período, porque en él predominan los aspectos sensoriales y motrices. En él, la repetición de conductas tiene un papel central.

##### -Primer estadio:

##### Ejercicio de los reflejos.

Los reflejos son las únicas pautas de conocimiento con que cuenta el niño al nacer y los ensaya repitiendo su ejecución, consolidando con ellos una conducta y explorando nuevos efectos. De esta manera el niño repite conductas reflejas por estimulaciones externas o internas, para dominar cierta acción.

##### -Segundo estadio:

##### Reacciones circulares primarias, primeros hábitos.

De las repeticiones de las conductas reflejas o de acciones fortuitas, el niño obtiene estimulaciones diferentes, como chuparse el dedo, que son acciones nuevas que el niño seguirá repitiendo y perfeccionando su ejecución. Pero, el interés del niño por repetir esta acción está en el propio sujeto, por ejemplo al repetir la prensión de un objeto el interés está puesto en la prensión más que en el objeto. La organización de estas reacciones tiene como consecuencia la consolidación de los primeros esquemas operatorios \*\*, que si llegan a repetirse en situaciones iguales, constituirán los primeros hábitos.

##### -Tercer estadio:

##### Reacciones circulares secundarias.

El niño ensaya nuevas reacciones, pero ahora el efecto se da en el ambiente y no en su propio cuerpo; como al hacer ruido con la sonaja, experimenta con los efectos que tienen sus acciones en el ambiente. Aparece la coordinación entre las acciones de la mano y la observación ocular. Existe ya un intento para actuar sobre la realidad, aunque se carezca de los medios adecuados. El niño reconoce parcialmente los objetos.

---

\*\* Ver anexo II.

-Cuarto estadio:

Coordinación de los esquemas secundarios.

El niño puede repetir dos acciones para lograr un objetivo, incorpora un esquema a otro con una intención; como jalar de la cobija para acercarse el biberón. Adquiere la permanencia de objeto. Puede utilizar una acción con un fin diferente al de esa acción. El trabajo en este estadio, es coordinar los esquemas relativos a cada modalidad sensorial y darles una unidad que defina a cada objeto. El niño no puede encontrar un objeto que se haya ocultado delante de su vista que haya sido desplazado o sobrepuesto.

-Quinto estadio:

Reacciones circulares terciarias, descubrimiento de nuevos medios por experimentación activa.

El niño modifica ahora sus acciones para obtener efectos diferentes en el ambiente, explora con este nuevo recurso. Utiliza diferentes medios para conseguir sus fines; como la acción de soporte de jalar la cobija para acercarse el biberón. El niño puede encontrar objetos que hayan sido ocultados delante de su vista.

-Sexto estadio:

Invenición de nuevos medios por combinación mental.

El niño es capaz de reorganizar de manera más compleja sus esquemas y hacer transferencias de las acciones de unos a otros, apareciendo simultáneamente la función semiótica, como por ejemplo, para sacar un objeto de una caja de cerillos abre la caja a partir de su experiencia de abrir su boca con sus dedos. Se consolida la permanencia del objeto. De esta manera, aparece la representación y los problemas pueden empezar a resolverse en el plano simbólico y a través del lenguaje.

Período de preparación y organización de las operaciones concretas.

En este período, se cuenta ya con las ventajas que para el conocimiento presta el lenguaje, ya que el ambiente no se limita a lo inmediatamente sensible como en el período anterior.

-Subperíodo operatorio.

0 período de pensamiento intuitivo porque el niño hace afirmaciones sin pruebas, no justifica sus creencias. Además el niño todavía no es capaz de realizar operaciones \*\*, ya que no construye estructuras invariantes \*\*, es decir, elementos que se conserven cuando se producen transformaciones. En este subperíodo, al mismo tiempo que se adquiere las identidades, adquiere las nociones de las funciones cualitativas en relación a objetos físicos. El pensamiento sigue siendo prelógico, no existe una lógica de clases o relaciones.

i) Aparición de la función semiótica y comienzo de la interiorización de los esquemas de acción en

---

\*\* Ver anexo II.

representaciones.

El niño va sustituyendo poco a poco el mundo de su experiencia por el mundo de lo que puede representar a través del lenguaje, pero este aparece como apoyo directo de la acción propia más que como vehículo de comunicación. Caracteriza a este estadio, la imitación diferida -en ausencia total del modelo-, y el juego simbólico, es decir hacer "como si" estuviera realizando una acción pero haciéndolo sólo por el placer que le proporciona. El juego simbólico le permite al niño transformar lo real por asimilación a sus necesidades.

ii) (Nivel IA) Organizaciones representativas fundadas sobre configuraciones estáticas o sobre asimilación de la acción propia.

El niño es incapaz de percibir los objetos desde una perspectiva diferente a la suya propia, una forma de egocentrismo perceptual. Este egocentrismo es paralelo a su equivalente sociocentrismo. Reconocimiento de las reglas como dadas y estáticas que caracteriza a una moral heterónoma.

iii) (Nivel IB) Regulaciones representativas articuladas.

El niño concibe las relaciones como atributos no recíprocos, para hacer clasificaciones y seriaciones se centra a una sola característica.

-Subperíodo de las operaciones concretas.

Los datos de la experiencia se subordinan progresivamente a las necesidades planteadas por una lógica interna en evolución. El mundo es todavía percibido como una serie de estímulos que es preciso organizar para entenderlos. En este subperíodo, el niño es capaz de atender a un mayor número de elementos, de formar categorías más complejas y de organizar los elementos de formas más variables. Se va aprendiendo a formar categorías con los objetos, a clasificarlos de acuerdo con sus semejanzas y a ordenarlos en función de sus diferencias.

i) (Nivel IIA) Operaciones concretas simples.

Se adquieren las nociones de conservación o de identidades, que permiten la acomodación de las estructuras con reciprocidades. Al mismo tiempo, se adquiere la noción de función la cual supone comprender que algunos acontecimientos van asociados con otros y que la modificación del primero modifica también al otro. Puede establecer relaciones de inclusión y exclusión de conceptos y jerarquías. Establecimiento de una lógica de relaciones y de clases.

ii) (Nivel IIB) Nivel de completamiento de las operaciones concretas.

El niño puede realizar operaciones mentalmente, sin recurrir a la manipulación directa de los objetos. Las reglas son concebidas en función a los objetivos que persiguen. Aparece el juego cooperativo y la moral autónoma.

TABLA 1  
 PERIODOS DE LA PSICOLOGIA GENETICA.

PERIODOS	ESTADIOS
I PERIODO SENSORIOMOTOR. 0-18 / 24 meses.	1 Ejercicio de reflejos. 2 Reacciones circulares primarias. Primeros hábitos. 3 Reacciones circulares secundarias. Coordinación visión-prensión. 4 Coordinación de esquemas secundarios. 5 Reacciones circulares terciarias. Descubrimiento de nuevos medios por experiencia activa. 6 Invención de nuevos medios por combinación mental.
II PERIODO DE PREPARACION Y ORGANIZACION DE LAS OPERACIONES CONCRETAS.  1 1/2 - 11/12 años.	SUBPERIODO OPERATORIO. i -Aparición de la función semiótica y comienzo de la interiorización de los esquemas de acción en representación. 1 1/2 / 2 - 7/8 años. 2-4 años. ii -(NIVEL IA) Organizaciones representativas fundadas sobre configuraciones estáticas o sobre asimilación de la acción propia. 4-5 1/2 años. iii -(NIVEL IB) Regulaciones representativas articuladas. 5 1/2 -7 años.
	SUBPERIODO DE LAS OPERACIONES CONCRETAS. i -(NIVEL IIA) Operaciones concretas simples. 7-9 años. ii -(NIVEL IIB) Nivel de completamiento de las operaciones concretas. 7/8 - 11/12 años.
III PERIODO DE LAS OPERACIONES FORMALES.  11/12 - 15/16 años.	(NIVEL IIIA) Comienzo de las operaciones formales. 11-13 años. (NIVEL IIIB) Operaciones formales avanzadas. 13-15 años.

12

## 2. EL PERIODO DE LAS OPERACIONES FORMALES.

El último período de la psicología genética, lo constituye el período de las operaciones formales, que de alguna manera es el punto final del desarrollo psicológico de la persona, al que por un lado, no se le propusieron desarrollos posteriores, y que por otro lado, representa al pensamiento científico, el pensamiento del adulto.

El pensamiento en este período, obtiene mayor autonomía y rigor en sus fundamentos. No se modifican esquemas como en los períodos anteriores sino, se construye una estructura abierta que permite la asimilación de otras estructuras y esquemas cerrados.

En este período el lenguaje adquiere mayor relevancia ya que la persona podrá desarrollar actividades hipotéticamente, y el lenguaje será el vehículo de estas actividades.

Para caracterizar a las operaciones formales, se han citado ciertas particularidades que reciben el nombre de "características funcionales del pensamiento formal" (Pozo y Carretero 1986 pag.15). Estas características son:

-Lo real es concebido como un subconjunto de lo posible. Invirtiendo la relación entre lo posible y lo real que existía en el período anterior. De tal manera que la persona puede ahora considerar la relación causa-efecto no sólo entre cada causa presente sino que, puede considerar todas las combinaciones posibles entre las causas (esta característica se detalla cuando se habla de la combinatoria, sección 2.1.).

-Carácter proposicional. Como la persona ya puede trabajar independientemente de la manipulación directa con los objetos y sus efectos, lo hace intelectualmente con representaciones proposicionales \* de los objetos.

-Uso del pensamiento hipotético deductivo. Ya no se seleccionan y prueban hipótesis de manera contingente como en los períodos anteriores sino, se escogen hipótesis necesarias, y se busca probar sistemáticamente el valor de estas hipótesis deductivamente. Esta característica supone naturalmente que la persona puede aceptar otros argumentos como válidos aun cuando no sean los propios. (Díaz-Barriga 1985).

-Existe ya una capacidad autoreflexiva mas desarrollada que le permite reflexionar sobre si mismo, y llegar a ser consciente de su propio pensamiento (Idem).

Aparte de estas características funcionales existen otras llamadas características generales del pensamiento formal, propuestas originalmente por Inhelder y Piaget

---

\* Ver anexo I.

(Inhelder y Piaget 1972), para este periodo:

-El pensamiento formal es universal, a saber, es el mismo en todos los adolescentes, su conformación es un efecto natural de los factores citados en la pasada sección 1.1.

-El pensamiento formal es uniforme y homogéneo, que constituye un solo sistema de conjunto con el que se accede a los diferentes esquemas de pensamiento formal.

-"El pensamiento formal, dado su caracter proposicional, atiende a la estructura de las relaciones presentes de los objetos y no a su contenido. De esta forma no se verá afectado por el contenido de las tareas, sino sólo por la complejidad de sus relaciones lógicas. Así, dos tareas con la misma estructura lógica pero distinto contenido tendrán siempre la misma dificultad." (Pozo y Carretero 1986 pag.17).

Son estas últimas tres características, las que más atención y críticas han recibido. Una apreciación de estas críticas se hace en la sección 3.

Específicamente, las estructuras lógicas que caracterizan a las operaciones formales son dos: la combinatoria (retículo de las 16 operaciones binarias), y la síntesis entre inversión y reciprocidad, caracterizada por el grupo de las cuatro transformaciones INRC. Otras estructuras más particulares de este período son los esquemas formales que corresponden a conceptos y formas de razonamientos de objetos ambientales particulares como el equilibrio mecánico, las compensaciones multiplicativas, las correlaciones, la proporcionalidad, etc. La descripción de estas estructuras se hace en las secciones siguientes.

## 2.1. LA COMBINATORIA.

La acción de combinar en forma exhaustiva todas las posibilidades en que se puede presentar un grupo dado de objetos, comienza a aparecer a los 12 años. Y se manifiesta también a esta edad de dos formas diferentes; combinando objetos y combinando proposiciones.

Como el adolescente ya no está obligado a razonar sobre los objetos y sus propias acciones, logra deducir relaciones operacionalmente, a partir de simples hipótesis enunciadas verbalmente.

Piaget hace notar que la capacidad de combinar que tiene su origen en las operaciones \*\* de seriación y clasificación del período anterior, le permite al adolescente hallar un método exhaustivo para abarcar o tomar en cuenta todas las posibilidades de un evento, y actuar con ellas. Esta capacidad no implica necesariamente que los adolescentes sean capaces de encontrar la fórmula que les permite tener en cuenta tales resultados.

De la combinatoria de objetos, parece generalizarse esta capacidad a las ideas, a las hipótesis, a las proposiciones o factores (en el sentido causal), de la misma manera en que se combinan los objetos; operación de operaciones. Piaget caracteriza a esta capacidad llamandola "reflexión de segundo grado".

En este mismo período, comienzan a aparecer las operaciones proposicionales \* como la implicación ( $p$  implica  $q$ ), la disyunción ( $p$  ó  $q$ , o ambas), etc. que son el producto de poder definir el tipo de relación que guarden entre si dos juicios cuando se les puede combinar exhaustivamente.

La forma en que se pueden conjuntar dos proposiciones, es según el mismo Piaget la siguiente:

"Sea  $p$  una proposición,  $\neg p$  su negación,  $q$  otra proposición y  $\neg q$  su negación. Puede agrupárselas multiplicativamente, lo que da  $p.q$  (p.ej. este animal es un cisne y es blanco) y  $\neg.p.q$  (no es un cisne pero es blanco), o  $p.\neg q$  (es cisne pero no es blanco) y  $\neg.p.\neg q$  (no es cisne ni es blanco). Esto no es una combinatoria, sino un simple 'agrupamiento' multiplicativo accesible desde los 7 u 8 años. En cambio, de esas cuatro asociaciones multiplicativas pueden obtenerse 16 combinaciones tomándolas, 1 a 1; o 2 a 2, o 3 a 3, o las 4 a la vez. Si el signo ( $\wedge$ ) expresa la conjunción y ( $\vee$ ) la disyunción, se tiene en efecto: 1)  $p.q$ ; 2)  $p.\neg q$ ; 3)  $\neg.p.q$ ; 4)  $\neg.p.\neg q$ ; 5)  $p.q \vee \neg.p.\neg q$ ; 6)  $p.\neg q \vee \neg.p.q$ ;

---

\* Ver anexo I.

\*\* Ver anexo II.



7)  $p.q$  v  $p.\neg q$ ; 8)  $p.q$  v  $\neg p.q$ ; ..., etc., es decir 1 asociación a 0; 4 a 1; 6 a 2; 4 a 3; y 1 a 4 asociaciones. Ahora bien, comprobamos que estas 16 combinaciones (o 256 para tres proposiciones, etc.) constituyen operaciones nuevas, todas distintas, y que podemos denominar 'proposicionales' desde el único punto de vista de su veracidad y de su falsedad. Por ejemplo, si las cuatro asociaciones iniciales son todas verdaderas, ello significa que no hay relación necesaria entre los cisnes y la blancura. Pero antes del descubrimiento de los cisnes negros en Australia se hubiera dicho que la asociación  $p.\neg q$  era falsa; hubiese quedado entonces  $p.q$  o  $\neg p.q$  o  $\neg p.\neg q$  es decir, una implicación (cisne implica blancura, porque si es cisne, es blanco, pero un objeto puede ser blanco sin ser cisne ( $\neg p.q$ ) o no ser ni lo uno ni lo otro ( $\neg p.\neg q$ )).

"Señalaremos que esas operaciones proposicionales no se reducen de modo alguno, a una nueva manera de apreciar los hechos; constituyen por el contrario, una verdadera lógica del sujeto, una lógica mucho más rica que la de las operaciones concretas. Por otra parte, en efecto, son las únicas que permiten un razonamiento formal sobre las hipótesis enunciadas verbalmente, como ocurre en toda discusión empeñada o en toda exposición coherente. En segundo lugar, se aplican a los datos experimentales y físicos, ... .. y son las únicas que permiten una exclusión de los factores (combinatoria), y en consecuencia, la exclusión de las hipótesis falsas y la construcción de esquemas explicativos complejos. En tercer lugar, constituyen en realidad un prolongamiento y una generalización de las operaciones concretas incompletas en sí mismas, porque una combinatoria no es otra cosa que una clasificación de clasificaciones ... ..; las operaciones proposicionales representan, pues, realmente las operaciones de segunda potencia, pero referentes a operaciones concretas (ya que cada proposición constituye, en su contenido, el resultado de una operación concreta)." (Piaget 1981 pag.135).

En la tabla 2 (pag. 17), se ve de una manera más clara estas operaciones proposicionales, y su correspondiente combinación de verdad-falsedad de las cuatro asociaciones multiplicativas.

Supongamos por ejemplo, una situación como la del péndulo (Inhelder y Piaget 1972 cap.IV) donde se trata de determinar lo que hace variar la frecuencia de oscilación de un péndulo (el adolescente puede hacer variar los pesos suspendidos, la longitud del hilo, la altura de caída y el impulso inicial). El adolescente realiza algunos ensayos, pero luego reflexiona, e intenta hacer una lista de las hipótesis posibles, y sólo entonces comienza la verificación, probar a disociar los factores haciéndolos variar uno a uno, suprimiendo o neutralizando los otros, de acuerdo a la regla "manteniendo todos iguales", para ver sus efectos "bien diferenciados". La disociación de factores y más aún su interpretación, evidencian el uso de la combinatoria y el uso de las operaciones proposicionales.

TABLA 2

LAS 16 COMBINACIONES BINARIAS

No.	NOMBRE	TABLA DE VERDAD				RESULTADO -VERDADERO-	SUSTITUCION	CONECTIVO	CONECTIVO RECÍPROCO	No.
		A	B	C	D					
		p.q	p.-q	-p.q	-p.-q					
1	Contradicción -Negación completa-	F	F	F	F		$\neg(p.q) \vee \neg(p.-q) \vee \neg(-p.q) \vee \neg(-p.-q)$	$\#$	$\#$	1
2	Conjunción	V	F	F	F	A	$(p.q)$	$\wedge$	$\neg$	2
3	Negación de la implicación	F	V	F	F	B	$(p.-q)$		$\rightarrow$	3
4	Condicional inverso	F	F	V	F	C	$(-p.q)$			4
5	Negación conjuntiva	F	F	F	V	D	$(-p.-q)$	$\downarrow$	$\vee$	5
6	Independencia de p a q	V	V	F	F	A B	$(p.q) \vee (p.-q)$			6
7	Independencia de q a p.	V	F	V	F	A . C	$(p.q) \vee (-p.q)$			7
8	Implicación recíproca	V	F	V	A D		$(p.q) \vee (-p.-q)$	$\leftrightarrow$	$\neg$	8
9	Disyunción exclusiva	F	V	V	F	B C	$(p.-q) \vee (-p.q)$	$\vee$	$\leftrightarrow$	9
10	Inversión de independencia de p a q	F	V	F	V	B . D	$(p.-q) \vee (-p.-q)$			10
11	Inversión de independencia de q a p	F	F	V	V	C D	$(-p.q) \vee (-p.-q)$			11
12	Disyunción	V	V	V	F	A B C	$(p.q) \vee (p.-q) \vee (-p.q)$	$\vee$	$\downarrow$	12
13	Implicación de conversión	V	V	F	V	A B D	$(p.q) \vee (p.-q) \vee (-p.-q)$			13
14	Implicación, condicional	V	F	V	V	A C D	$(p.q) \vee (-p.q) \vee (-p.-q)$	$\rightarrow$		14
15	Incompatibilidad	F	V	V	V	B C D	$(p.-q) \vee (-p.q) \vee (-p.-q)$	$\neg$	$\wedge$	15
16	Tautología	V	V	V	V	A B C D	$(p.q) \vee (p.-q) \vee (-p.q) \vee (-p.-q)$	$\#$		16

A	"Este animal es un cisne y es blanco ;	p . q
B	Es un cisne , pero no es blanco ;	p . -q
C	No es un cisne ; pero es blanco ;	-p . q
D	"No es cisne , ni es blanco."	-p . -q

No.	CONECTIVO	INTERPRETACION
2	$\wedge$ / .	Conjunción p y q .
5	$\downarrow$	Negación conjunta Ni p ni q .
8	$\leftrightarrow$	Bicondicional , equivalencia P solo si q .
9	$\vee$ / V	Disyunción exclusiva ó p ó q ; / P o bien q .
12	$\vee$	Disyunción inclusiva p ó q .
14	$\rightarrow$	Condicional material si P entonces q .
15	$\neg$	Negación alternativa -Incompatibilidad-
	$\neg$ / '	Negación No es cierto P / no ocurre P .

## 2.2. EL GRUPO I N R C.

Hasta el momento, es fácil darnos cuenta de que la sola combinatoria y las operaciones proposicionales no son suficientes para resolver situaciones deductivas. La formulación e identificación de proposiciones no es suficiente para todas las situaciones (ni para abarcar todas las inferencias posibles).

Esto hace necesario, la presencia de un grupo de transformaciones que nos permitan pasar de una proposición a otra, de una hipótesis a otra.

El paulatino distanciamiento de las estructuras del pensamiento formal de las operaciones concretas, es producto de la liberación de las estructuras de los "agrupamientos" \* operatorios, procediendo gradualmente a combinar inversiones \* y reciprocidades \*:

Los "agrupamientos" de las operaciones concretas son de dos clases y contienen dos formas esenciales de reversibilidad:

La primera de esas formas, es la reversibilidad o negación, cuya característica definitoria es que la operación inversa compuesta con la operación directa correspondiente, tiene como consecuencia la anulación así:  $+A -A = 0$ .

La negación, es la forma de reversibilidad característica a los "agrupamientos de clases" \*, sean aditivos (suprimiendo un objeto o un conjunto de objetos), o multiplicativos (la inversa de la multiplicación de dos clases "abstracción" \* o supresión de una intersección).

La segunda forma de reversibilidad es, por el contrario, la "reciprocidad" \* o simetría, cuya característica definitoria es que la operación original, junto con su recíproca, concluye en una equivalencia o igualdad. Por ejemplo, si  $A < B$ , la operación recíproca consiste en anular esa diferencia o invertirla en sentido contrario, para llegar a una igualdad  $A = B$  o a sí misma.

La reciprocidad es una forma de reversibilidad de los "agrupamientos de relación" \* pero tiene su fuente en formas de simetría anteriores a las operaciones concretas p.e. simetrías espaciales, perceptivas, motoras, etc.

En situaciones donde se trata de conciliar inversas con recíprocas, el niño de operaciones concretas es incapaz de resolverlas, ya que estas no se encuentran integradas en un grupo operativo.

---

\* Ver anexo I.

Para el nivel de los agrupamiento de las operaciones concretas estas dos formas de reversibilidad se encuentran separadas rigiendo cada una en su ámbito, los agrupamientos de clases y relaciones respectivamente.

El grupo operativo INRC es un sistema de conjunto que permite pasar deductivamente de una agrupamiento a otro para comprender con ellos las transformaciones inversas y recíprocas.

Este sistema tiene un carácter sintético o de conclusión y no consiste en una simple yuxtaposición de las inversiones y las reciprocidades, sino de una "fusión operativa en un todo único, en el sentido de que cada operación será, en adelante, a la vez, la inversa de la otra y la recíproca de una tercera, lo que da cuatro transformaciones: directa, inversa, recíproca e inversa de la recíproca, siendo esta última al mismo tiempo correlativa (o dual) de la primera" (Piaget 1985 pag.138).

N - Inversión o negación.

R - Reciprocidad.

I - Transformación nula, o idéntica, o directa.

C - Correlativa, o dual, o inversa de la recíproca.

La proposición de este sistema, tiene su origen como ya se dijo, en la generalización de los agrupamientos de las estructuras operatorias. Y no parece ser el caso de que Piaget se haya inspirado en la lógica para proponer este sistema, ya que aparentemente este grupo no había sido tomado antes en cuenta por los lógicos.

"Ahora bien, se pudo comprobar que esta generalización de los agrupamientos corresponde, precisamente, a lo que se observa entre los 12 y 15 años de la manera siguiente. Algunos de los 'agrupamientos' concretos (los de clase) tienen como forma de reversibilidad la inversión, que, compuesta con la operación directa, da la supresión, no de un objeto o de una clase, sino de una diferencia, es decir, llega a la equivalencia: si  $a$  es la diferencia entre  $A$  y  $B$  en la relación  $A < B$ , entonces  $+a - a = 0$ , es decir  $A = A$ . Pero, ningún 'agrupamiento' compone las inversiones con las reciprocidades, ya que los dos tipos de sistemas son heterogéneos a nivel de operaciones concretas. Por el contrario, cada una de las operaciones proposicionales surgidas de la combinatoria comportan una inversa  $N$  y una recíproca  $R$ . De este modo, la implicación  $p \rightarrow q$  tiene una inversa  $p \cdot \neg q$  (por ejemplo, cuando el adolescente comprueba que un objeto suspendido mas pesado  $p$  no modifica la frecuencia de oscilación del péndulo  $q$ , llega a la conclusión de que es falso que el peso provoque esta modificación y niega así la implicación  $p \rightarrow q$  en la expresión mencionada anteriormente). Pero, la implicación  $p \rightarrow q$  tiene como recíproca  $q \rightarrow p$  y si  $p \rightarrow p$  y  $q \rightarrow p$  son verdaderas al mismo tiempo, entonces  $p = q$ . Además, la inversa de  $q \rightarrow p$

es  $\neg p \cdot q$  que es la correlativa de  $p \rightarrow q$  y la recíproca de  $p \cdot \neg q$ . En resumen tenemos que  $NR = C$ ,  $NC = R$ ,  $RC = N$  y  $NRC = I$ , es decir un grupo de cuatro transformaciones (el Vierergruppe de Klein) aplicado a las operaciones proposicionales." (Piaget e Inhelder 1983 pag.189).

En la Tabla 3 (pag. 21), podemos observar de una manera gráfica y más clara la relación entre estas cuatro transformaciones.

Es importante hacer notar que este grupo INRC, que el adolescente no formula naturalmente nunca, desempeña de todos modos un papel constante en sus razonamientos.

La interrelación de estas cuatro transformaciones es cerrada, esto es que retoman un punto de partida común que contiene las siguientes propiedades:

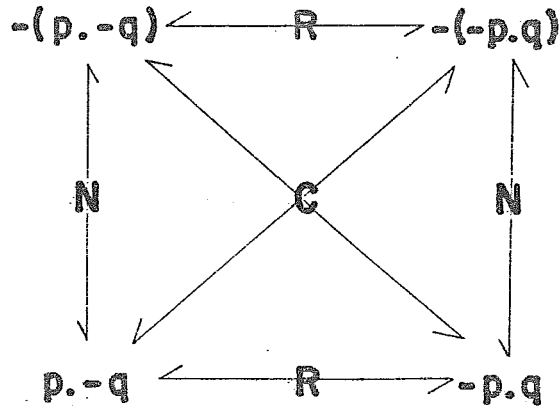
"Cierre: cualesquiera de dos elementos de un grupo son equivalentes a uno y sólo un elemento, el cual también forma parte del grupo,  $(A+B=C)$ .

"Identidad: un elemento idéntico o neutro es el que combinando con cualquiera otro, produce un elemento que es equivalente a aquel otro. En el conjunto de los números enteros, será el cero, ya que p.e.  $3+0=3$ .

"Inversión: cada elemento, cuando se combina con otro, produce un resultado equivalente al elemento idéntico. Cada elemento tiene un inverso, y esta es la posibilidad de reversibilidad. En los números, p.e.  $4+(-4)=0$ , siendo el cero el elemento idéntico.

"Asociatividad: el orden de combinación de los elementos no afecta el resultado final,  $(A+B)+C = A+(B+C)$ ." (Díaz-Barriga 1984 pag.43).

TABLA 3  
CONVERSIONES DEL GRUPO INRC



$$(p \supset q . q \supset p) = p = q$$

	<b>N</b>	<b>R</b>	<b>=</b>	<b>C</b>	
$p \supset q$	$p . \neg q$	$\neg p . q$		$\neg p . q$	
	<b>N</b>	<b>C</b>	<b>=</b>	<b>R</b>	
$p \supset q$	$p . \neg q$	$q \supset p$		$q \supset p$	
	<b>R</b>	<b>C</b>	<b>=</b>	<b>N</b>	
$p \supset q$	$q \supset p$	$p . \neg q$		$p . \neg q$	
	<b>N</b>	<b>R</b>	<b>=</b>	<b>C</b>	<b>I</b>
$p \supset q$	$p . \neg q$	$\neg p . q$		$p \supset q$	$p \supset q$

**N** Inversión  
**R** Reciprocidad  
**I** Transformación nula  
**C** Correlativa

### 2.3. LOS ESQUEMAS DEL PENSAMIENTO FORMAL.

Los esquemas del pensamiento formal, son grupos de operaciones organizadas que se caracterizan por un estado de equilibrio, que no son partes esenciales de las estructuras en conjunto de las operaciones formales y sin embargo, se encuentran implicadas con las mismas, son "nociones que el sujeto puede construir a partir del nivel formal, cuando se encuentra ante ciertos datos, pero cuya adquisición no se manifiesta fuera de estas condiciones." (Inhelder y Piaget 1972,pag.259).

El número de esquemas que existen, o que puede construir la persona varian en la misma medida que la experiencia y la actividad cognitiva de la misma. Cada situación de conocimiento es susceptible de desarrollar un esquema de pensamiento.

Originalmente Inhelder y Piaget (Ibid), propusieron 8 esquemas de pensamiento formal, en tareas de contenido de física (Las operaciones combinatorias, Las proporciones, La coordinacion de dos sistemas de referencia y la relatividad de los movimientos o las velocidades, La noción de equilibrio mecánico, La noción de probabilidad, La noción de correlación, Las compensaciones multiplicativas y Las formas de conservación que van más allá de la experiencia).

De estos, quizá el que ha sido mas tratado es de las proporciones o proporcionalidad p.e. Siegler R.S. (1976); Karplus, Karplus, Formisano y Paulsen (1977); Siegler R.S. y Vago S. (1978); Díaz-Barriga (1984); Pérez, Carretero y Pozo (1986). Motivo también, por el cual en la sección secunte se utiliza como ejemplo de las operaciones formales la tarea de la balanza y el esquema de proporcionalidad.

## 2.4. UN EJEMPLO: LA TAREA DE LA BALANZA.

La proposición original de esta tarea es la de la misma obra de Inhelder y Piaget correspondiente al capítulo XI (1972). Los estadios que comprende y que se citan corresponden igualmente a los estadios descritos en la Tabla 1.

El objeto de la tarea consiste en descubrir y explicar la ley de equilibrio de trabajos de los dos brazos de una balanza manejando diferentes pesos y distancias.

**Estadio IA:** Indiferencia entre la acción propia y el proceso exterior.

En este estadio, el niño 3-5 años, no logra disociar los efectos de sus propias acciones de los efectos del medio, como el del peso o la distancia, pretende que el movimiento de la balanza es producto de su propia manipulación, espera que el brazo permanezca en la posición en que él lo deja. No existe idea de equilibrio, ni siquiera de simetría, pues llega a colocar dos pesos en un solo lado.

**Estadio IB:** Articulación de las intuiciones en la dirección de la compensación de pesos.

Entre los 5/6-7/8 años, adquiere una idea de equilibrio que cómo necesidad plantea una simetría entre los pesos de cada lado del aparato y, procede mediante "regulaciones" \*\* del peso, para lograr el equilibrio. Reconoce los efectos del peso.

**Estadio IIA:** Operaciones concretas sobre pesos o distancias, pero sin coordinación sistemática entre ellos.

El niño descubre, la igualación entre los pesos y las distancias, y las aplica a la simetría. Logra así equilibrar pesos iguales a distancias iguales, predecir que pesos iguales a distancias desiguales no se equilibran, idem, para distancias iguales pesos diferentes. Sin embargo, no logra coordinar más que por regulaciones los casos de pesos y distancias diferentes; no coordina los efectos del peso y las distancias simultáneamente.

**Estadio IIB:** correspondencia inversa entre pesos y distancias.

Los niños logran resolver casos de distancias y pesos diferentes, por correspondencias comparativas, que les permite formular la regla "mientras más lejos de centro, más pesado es", que le permite, haciendo variar arbitrariamente las distancias, pero en un sentido correcto, encontrar el equilibrio. Se orienta sin proporciones métricas y mediante simples correspondencias cualitativas.

**Estadio IIIA:** Descubrimiento de la ley de compensaciones.

Los adolescentes logran sistemáticamente resolver el problema utilizando una regla de proporción inversa entre el peso y la distancia  $P/P' = D'/D$  en un sentido cuantitativo. Sin embargo, la explicación que dan es en términos de las compensaciones entre el peso y la distancia.

---

\*\* Ver anexo II.



Estadío IIIB: Explicación de la ley.

El adolescente no sólo logra resolver todas las situaciones, sino inclusive, a través de la observación de los ángulos entre la inclinación del brazo y la horizontal; y de las alturas con que se balancea los pesos de uno y otro lado, propone que se trata de un equilibrio entre el trabajo de la distancia y el peso para levantar a la altura necesaria el peso del otro lado.

El grupo operativo INRC, se manifiesta en la solución del equilibrio, cuando menos de dos formas:

La primera, observando los efectos de la proporción inversa entre la fuerza del peso en relación a la distancia horizontal a la que está colocado ( $P/P' = D'/D$ ). La segunda, observando las oscilaciones e inclinaciones de cada brazo, esto es la relación proporcional inversa entre el peso y la distancia vertical a la que tiene que desplazarse ( $P/P' = H'/H$ ).

Pero la construcción de estas dos proporciones no es el resultado de la estructuración de la experiencia, sino, de un equilibrio entre las operaciones fundado en el INRC.

Los sujetos de el subestadio II B, en vez de establecer una relación proporcional ( $P/P' = D'/D$ ), conciben esta de una forma aditiva, una igualdad de las diferencias ( $P - P' = D' - D$ ). La formación de la idea de proporción implica la sustitución de las relaciones de diferencia por las de producto ( $PD/P'D'$ ). Sin embargo, esta sustitución no implica que esta se haga de forma numérica, sino se hace de forma cualitativa a través de la noción de producto lógico.

Sólo los sujetos del nivel III son capaces de agrupar en un conjunto las inversiones (N), y las reciprocidades (R), consiguiendo con ello utilizar la igualdad de los productos de una forma más general, implicando de esta manera las nociones de anulación y compensación. La posibilidad de conjuntar inversiones y reciprocidades en un conjunto (INRC), significa la comprensión de las igualdades  $NR = IC$ ;  $RC = IN$ ;  $NC = IR$ ; etc. que son igualdades entre productos de dos transformaciones lógicas. De esta manera las relaciones que existen entre las transformaciones del INRC corresponden a un sistema de proporciones lógico-cualitativas:

$$\frac{Ix}{Cx} = \frac{Rx}{Nx} \quad \vee \quad \frac{Rx}{Ix} = \frac{Cx}{Nx}$$

-(x es la operación transformada por I, N, R o C)

Porque  $IN = RC$ .

Esto mismo en detalle es lo siguiente:

Sea p el incremento del peso de un lado.

-p el decremento del mismo peso.

Sea q el incremento de la distancia del mismo lado.

-q el decremento de la misma distancia.

Sean p' y -p', el incremento y decremento del peso del

otro brazo.

Sean  $q'$  y  $-q'$ , el incremento y decremento de la distancia del otro brazo.

Escogiendo a  $p, q$  como referencia tenemos:

- I ( $p, q$ ); aumentar a la vez peso y distancia en uno de los brazos.  
 N ( $-p \vee -q$ ) = ( $p, -q$ )  $\vee$  ( $-p, q$ )  $\vee$  ( $-p, -q$ ); disminuir la distancia aumentando el peso o aumentar el peso disminuyendo la distancia o disminuir los dos.  
 R ( $p', q'$ ); compensar I aumentando simultáneamente el peso y la distancia del otro brazo.  
 C ( $-p' \vee -q'$ ) = ( $p', -q'$ )  $\vee$  ( $-p', q'$ )  $\vee$  ( $-p', -q'$ ); anular a R aumentando y/o disminuyendo el peso y la distancia del otro brazo como hace N a I.

Como R de ( $p', q'$ ), equivale a compensar la acción de I ( $p, q$ ) por simetría en el otro brazo de la balanza, podemos expresarlo como  $-p, -q$ .

Y como ( $-p', -q'$ ), equivale a compensar N también por simetría, podemos expresar como  $p \vee q$ . Así:

- I ( $p, q$ )  
 N ( $-p \vee -q$ )  
 R ( $-p, -q$ )  
 C ( $p \vee q$ )

Y la conjunción de estas transformaciones expresa la proporcionalidad entre el peso y la distancia en uno y otro lado:

- a) ( $p, q$ )  $\cdot$  ( $-pv-q$ ) = ( $-p, -q$ )  $\cdot$  ( $pv \ q$ ) = 0      porque I.N = R.C  
 b) ( $p, q$ )  $\vee$  ( $-pv-q$ ) = ( $-p, -q$ )  $\vee$  ( $pv \ q$ ) = ( $p \cdot q$ )      porque I $\vee$ N = R $\vee$ C  
 c) ( $p, q$ )  $\cdot$  ( $-p, -q$ ) = ( $pv \ q$ )  $\cdot$  ( $-pv-q$ ) = ( $p \cdot q$ )      porque I.(NR) = C.(NN)  
 d) ( $p, q$ )  $\cdot$  ( $pv \ q$ ) =  $-p, -q$   $\cdot$  ( $pvq$ ) = 0      porque I.(NC) = R.(NN)

O lo mismo:

$$\frac{p \cdot q}{p \cdot -q} = \frac{pv \ q}{-p \cdot -q} \text{ o sea } \frac{Ix}{Rx} = \frac{Cx}{Nx} \text{ (donde } x=p, q)$$

Esto implica, la capacidad por parte del sujeto para comprender como a un aumento del peso o la distancia de un lado corresponde uno u otro en el otro lado, esto es la "intuición global de la proporcionalidad". Y este mismo esquema le permite pasar a proposiciones particulares. Por ejemplo:

$$\frac{p}{q} = \frac{-q}{-p} \text{ de donde } pv-p = qv-q$$

Pero, además de estas proporciones directas, el INRC, implica proporciones recíprocas en las que uno de los productos cruzados es la recíproca R del otro (ver tabla 3). Así:

$$\frac{p \cdot q}{-p \cdot -q} = R \frac{-p \cdot -q}{pv \cdot q} \text{ o sea } [(p \cdot q) \cdot (pvq) = p \cdot q] = R [(-p \cdot -q) \cdot (-pv \cdot -q) = -p \cdot -q]$$

De tal manera que, en proposiciones particulares, se obtiene la siguiente proporción recíproca:

$$\frac{p}{q} = R \frac{-p}{-q} \text{ o sea } (p \cdot -q) = R(-p \cdot q)$$

Y esta misma relación, es isomorfa con con las proporciones numéricas correspondientes al problema de la balanza. Por ejemplo en la siguiente sustitución numérica:

$$\frac{p}{q} = \frac{-p}{-q} \text{ corresponde a } \frac{2 \times 4}{2 \times 8} = \frac{2:8}{2:4}$$

$$\frac{p}{q} = R \frac{-p}{-q} \text{ corresponde a } \frac{2 \times 4}{2 \times 8} = \frac{4:2}{8:2}$$

Supuestamente, estas fórmulas resultan muy abstractas para simbolizar los razonamientos de los sujetos en esta tarea, pero si se esta de acuerdo en que los sujetos antes de tomar en cuenta las proporciones numérica formulan:

$$p \cdot -q = R(-p \cdot q)$$

El incremento del peso y del decremento de la distancia en el lado izquierdo es igual a la recíproca del decremento del peso e incremento de la distancia del lado derecho, (R = a aumentar el peso y disminuir la distancia de un lado equivale a disminuir el peso y aumentar la distancia en el otro lado).

Que no es otra cosa que:

$$\frac{p}{q} = R \frac{-p}{-q} \text{ o sea } (p \cdot -q) = R(-p \cdot q)$$

Que como ya se vió, implica la proporción que conduce a la proporción métrica.

Sólo quedaría un detalle por explicar; la relación de las alturas a las que suspende el peso en cada brazo.

El sujeto del nivel III, comprende que en una situación normal un aumento en la distancia q implica un aumento en la altura (r), y viceversa (q → r). (r → q):

$$q = r$$

De donde se hace la sustitución por equivalencia a:

$$\frac{p}{r} = \frac{-r}{-p} \quad \text{y} \quad \frac{p}{r} = \frac{-p}{-r}$$

Que en el último momento, proporciona base a la argumentación que eventualmente y de acuerdo a Piaget (1972), dan los sujetos a la relación entre el peso y la altura con que se balancean los brazos de la balanza.

Otra interpretación de los procesos que se siguen para resolver el problema de la balanza la hace Siegler (1976). El propone que existen cuatro tipos de estrategias jerarquizadas, gobernadas por reglas, que evolucionan con la edad, de las reglas menos sofisticadas a las más sofisticadas. Siegler propuso cuatro modelos de reglas para el problema de la balanza de una, dos, cuatro y cinco bifurcaciones para cada modelo respectivamente, y verificó la utilización de cada modelo de reglas en diferentes edades a través de la solución selectiva de seis problemas de balance diferentes:

- Problemas de balance con pesos y distancias simétricos.
- Problemas de peso con distancias simétricas.
- Problemas de distancia con pesos iguales.
- Conflictos de peso con distancias diferentes.
- Conflictos de distancia con pesos diferentes.
- Conflictos de balance con pesos y distancias diferentes.

Desde luego, la explicación del modelo del INRC es mas formal que la de Siegler para la tarea de la balanza. Sin embargo, esta proposición es poco clara para dar cuenta del paso de la ejecución cualitativa a la ejecución cuantitativa; y menos aún para explicar los procesos que dan lugar a el paso de la ejecución cuantitativa del nivel IIIA, a la explicación de la ley del nivel IIIB.

### 3. CRITICAS AL MODELO DE LAS OPERACIONES FORMALES.

El período de las operaciones formales, sus planteamientos y sus datos, es seguramente uno de los elementos más criticados de la psicología genética, tanto a nivel teórico como empírico.

De las críticas más repetidas es el hecho de que en réplicas de las experiencias de las tareas de las operaciones formales, estas difícilmente se presentan de una forma espontánea (Rigo 1983, Díaz-Barriga 1984). Ni de forma general en todos los grupos humanos (Pozo y Carretero 1986, Karplus y Karplus Formisano y Paulsen 1977). Lo que motiva a pensar que el pensamiento formal no siempre es característico del pensamiento de los adolescentes o del adulto, cuando menos de la forma en que fué originalmente propuesto.

En este mismo sentido se ha señalado que la edad propuesta por Piaget para este período, no es la correcta. Ya que en muchos casos, éste llega a manifestarse tardíamente (Siegler 1978).

-Pero, en relación a estas dos críticas, recordemos que los intervalos de edad propuestos por la psicología genética, son descriptivos, no normativos (sección 1.1.). Por otra parte, hay que añadir que existen investigadores quienes proponen que las operaciones formales no se llegan a manifestar madurativamente sino, que son inducidas por el contexto (Danner y Day 1977).

Por otra parte, en repetidas ocasiones Wason y Jhonson-Laird (Wason 1981 pag.71), (Wason y Jhonson-laird 1980), (Jhonson-Laird 1985), (Jhonson-Laird y Bara 1980); han criticado el paralelismo del pensamiento de las operaciones formales con la lógica de enunciados \*\*. Argumentando que esto implicaría por un lado, que las personas no podrían considerar problemas en situaciones que no sean bivalentes (Wason y Jhonson-Laird 1980 pag.91), y por otro, que tendrían una ejecución semejante en situaciones donde se tenga que refutar y situaciones donde se tuviera que afirmar hipótesis (Wason 1980), cosa que no ocurre en la realidad.

-En relación a estas críticas se puede contrargumentar que la misma combinatoria puede actuar en situaciones no bivalentes ya que es ella la que actúa sobre las proposiciones y que estas en si mismas no constituyen toda la estructura del pensamiento de las operaciones formales. Por otra parte, ciertamente la descripción de las operaciones formales no considera directamente situaciones de refutación, pero otras investigaciones clásicas, y el mismo Wason (Wason y Jhonson-Laird 1980) reconocen que regularmente las personas buscan probar afirmativamente hipótesis, mas bien que

---

\*\* Ver anexo II.

refutarlas.

Se ha visto, que en la ejecución entre tareas de operaciones formales existen diferencias y un grado de dificultad, atribuido al contenido de las tareas (Pozo y Carretero 1986 pag.18), lo que además pone en duda el efecto de transferencia de un supuesto mismo grupo operativo para todas las tareas.

-Para resanar en parte estas críticas se ha propuesto hablar de la latencia de las operaciones formales, o de su "competencia" entendida esta en el mismo sentido propuesto para la gramática generativa (Nique 1980), y su correspondiente "actualización" (DelVal 1977), (Díaz-Barriga 1985), (Stine y Day 1978, citados por Pozo y Carretero 1986 pag.18), pero, esta proposición ha sido poco tratada.

Sin embargo, el problema del contenido permanece, no sólo dentro de la tradición piagetiana para explicar la diferencia entre la ejecución de tareas de operaciones formales, sino también en el ámbito de la psicología cognitiva.

Originalmente Wason (1968), en una tarea de verificación de una relación condicional con contenido simbólico como letras y números -el problema de las cuatro tarjetas- encontró que los sujetos regularmente no podían resolverla pero, si se cambiaba el contenido por otro más concreto como sobres y timbres postales de diferente valor (Wason, Legrenzi y Legrenzi 1972, citado en Wason y Jhonson-Laird 1980 pag.251), o medio y destino de transporte (Wason y Jhonson-Laird 1970), se incrementaba significativamente la ejecución.

Con base en estos datos y de otros referentes a la relación entre lógica y psicología, Wason afirmaba la no correspondencia entre la lógica y la psicología.

Con lo que Piaget estaría de acuerdo pero difiriendo en relación a la forma de interpretar la evidencia empírica y al sentido que le da a su lógica \*, ya que desde su punto de vista "la carencia de una perspectiva evolutiva nos lleva a ignorar la existencia de las estructuras operacionales o, si no, a utilizar simplemente, las de la lógica clásica." (Piaget 1983 pag.146). Sin embargo, hay que considerar que las críticas de Wason tienen un significado diferente a la afirmación de Piaget, y lo que critica a través de la experimentación es precisamente es carácter "puro", total, del sujeto lógico de la epistemología genética.

Otra de las críticas mas repetidas que se han hecho al período de las operaciones formales, es la dificultad que existe para evaluarlo (Seggie 1978, Siegler 1978, Nagy y Griffiths 1982).

-Tratando con esta dificultad, se puede mencionar el desarrollo de ciertas investigaciones "neopiagetianas", que

---

\* Ver anexo I.

prueban diferentes recursos para evaluar más objetivamente el pensamiento de operaciones formales p.e. Siegler (1976), Siegler (1978), Case (1978), Nagy y Griffiths (1982), etc.

Una de las críticas más fuertes al período de las operaciones formales en particular, y a la psicología genética en general, fue la de Wallon, quien argumentaría que las operaciones formales, proponen un sujeto psicológico incompleto, que no considera todos los elementos del "sujeto concreto" como por ejemplo, la afectividad y la emotividad. Sin embargo, el estadio "centrípeto" de la pubertad y la adolescencia, y en general la aportación de Wallon ha sido poco difundida.

A pesar de todo, estas críticas permanecen en la medida que se continuen sosteniendo las características generales de las operaciones formales (sección 2.). Esto no quiere decir que la interpretación del desarrollo de las operaciones formales no se haya cambiando o modificado. Se han hecho nuevas investigaciones y proposiciones (Díaz-Barriga 1985). Por ejemplo: hay quienes proponen estadios posteriores a las operaciones formales; o su actualización mediante el entrenamiento o enseñanza (p.e. Bass y Maddux 1982); o la consideración de variables como el contenido y las instrucciones o atribuir su manifestación y errores a variables individuales (Levault 1983); o factores "prácticos" en el razonamiento (Linn 1982); o la intervención de factores como la experiencia con la estrategia en cuestión, del desarrollo de la memoria de trabajo (Pascual Loeone 1969, citado por Case 1978, pag.37); o del incremento en la automatización de operaciones mentales básicas y ciertos rasgos de personalidad como independencia de campo (Case 1978); o el previo dominio de ciertas habilidades de aprendizaje como la reversibilidad (Brainerd 1976, citado por Siegler 1978, pag.118).

De cualquier manera, muchos de estos nuevos desarrollos "neopiagetianos" tienen un papel complementario cuando su objetivo es abarcar la generalidad del pensamiento adulto ya que como cita Duckworth "Piaget ha formulado la hipótesis de que las personas pueden alcanzar el nivel de operaciones formales en un dominio específico que conocen perfectamente (por ejemplo, la mecánica de los automóviles), sin llegar a alcanzar este mismo nivel en otros dominios." (Duckworth 1983 pág.56).

De la misma manera, todas estas proposiciones son limitadas cuando su fin es desarrollar la interpretación de un modelo que no se manifiesta claramente, y no crean una alternativa de explicación más aceptable.

#### 4. EL PROBLEMA DEL CONTENIDO EN LAS OPERACIONES FORMALES.

Los esquemas del pensamiento formal como se vió, proceden de eventos u objetos particulares como la probabilidad o la proporción. Pero su planteamiento no implica que exista psicológicamente un esquema para cada objeto con que tiene relación la persona. Su recíproca tampoco es válida es decir, no es cierto que sólo existan psicológicamente un conjunto limitado de esquemas formales (como los 8 propuestos originalmente por Inhelder y Piaget 1972), para todos los objetos con que se relaciona la persona.

Esta disyuntiva es una manifestación de un problema permanente en toda la psicología genética, y este es el contenido de los problemas con que se enfrenta el sujeto psicológico.

En réplicas de tareas de pensamiento formal, no se ha observado en las mismas una correlación muy grande (p.e. Rigo 1983), o una evolución y dificultad muy paralela (Pozo y Carretero 1986). Pero podría argumentarse que estas diferencias no pueden ser atribuidas exclusivamente al contenido de las tareas, sino al tipo y objetivo de cada tarea (Levault 1983, Linn Pulos y Gans 1981). O que de la misma manera que se observa una diacronía en la adquisición de la conservación de peso, volumen y masa (sección 1.); la diacronía en la adquisición de esquemas formales son "hechos normativos" que estudia la psicología, y que no es "normativa" la interpretación que da de los mismos la teoría piagetiana que es de carácter epistemológico (sección 1.).

En tareas que no sean lógicamente equivalentes, ya se ha observado la diferencia de la ejecución cuando el contenido es diferente. Por ejemplo González G.H., Ortíz B.A., Rocha S.H., Conde O.L., Arellano S.L.M., Oriol C.M.A., González G.M.B. (1985), observaron que sujetos de formación humanista con contenidos de estructura abierta, como la historia, tenían una mejor ejecución que en tareas físicas, de estructura cerrada como la de la balanza. Sin embargo, aunque se reconoce que los efectos del contenido persisten, no se cuenta con elementos suficientes como para hacer una afirmación categórica.

Ahora que, si se trata de tareas que efectivamente son lógicamente equivalentes e iguales, entonces el problema del contenido se hace evidente. Los experimentos de Wason citados en la sección 3. donde se presentan los efectos polarizados del contenido (a pesar de que se trate de tareas con la misma forma lo que supuestamente facilitaría la transferencia), representan precisamente esta situación. Pero, en ellos lo que se muestra es que los sujetos no pueden realizar una tarea lógica cuando su contenido es simbólico, y no que no exista el pensamiento de operaciones formales. El problema reside seguramente en que la capacidad de generalización del



pensamiento de operaciones formales no llega tan lejos en su resolución.

Dentro de la aproximación piagetiana se ha tratado este problema, entre tareas lógicamente iguales, pero de diferente contenido -no simbólico-. Peskin (1980), observó la ejecución de mujeres en dos tareas piagetianas, el péndulo y la combinación de sustancias químicas, en tareas "femeninamente orientadas" sustituyendo el contenido por condimentos de cocina en un caso y maquillaje en otro; encontrando una ejecución superior en las tareas femeninas. Linn, Clement y Pulos (1983), compararon la ejecución de tareas de laboratorio y tareas cotidianas -como determinar el gasto de gasolina teniendo en consideración factores como la calidad de las llantas, el aceite; etc.- observando igualmente una ejecución mayor en tareas cotidianas. Desgraciadamente, se utilizó un cuestionario en cada tarea, lo que implicaba el dominio de la información de cada contenido, y que no manifiesta si actúan los grupos operativos de las operaciones formales. Así el efecto del contenido en las operaciones no se podía disociar de el del dominio de la información, ya que una diferencia de dominio de información no implica una diferencia debida exclusivamente a el contenido en la ejecución.

El parrafo pasado, ilustra la dificultad que existe para contrastar tareas piagetianas clásicas con diferente contenido.

Son tres los aspectos problemáticos que impiden la disociación de los efectos exclusivos del contenido en tareas de pensamiento formal:

-El primero, es la naturaleza de la tarea. Por ejemplo ¿Cómo cambiar el contenido de una tarea sin cambiar su formato?

-El segundo, consiste en que si el sujeto efectivamente puede hacer deducciones a partir de hipótesis verbales (Piaget e Inhelder 1983 pág.186) ¿Cómo disociar lo efectos de la comprensión del lenguaje de los del contenido?

-El tercero, hace referencia a cómo Interpretar las estructuras operativas formales, como antecedentes o como consecuentes de la resolución de una tarea.

Pero, resulta mas significativa la presencia del problema del contenido y la transferencia en las operaciones formales, en forma de contradicciones dentro de la misma epistemología genética. Por ejemplo, si es cierto que se puede tener dominio a nivel de pensamiento formal en un contexto y no en otros ¿Quiere esto decir que el pensamiento formal esta en función del contexto que determina tal contenido particular?

Aunque la actitud generalizada dentro de la psicología en general, se inclina a contestar afirmativamente esta pregunta, a pesar de los efectos de la transferencia; en la tradición piagetiana se ha investigado poco en relación a este problema.

## 5. INVESTIGACION.

### 5.1. INTRODUCCION.

Una clarificación del problema de contenido dentro de la epistemología genética, es de muy particular relevancia por las consecuencias epistemológicas que esta conlleva. Por otra parte, como se hizo notar en la pasada sección 4., no existen trabajos que comparen la ejecución de una tarea piagetiana clásica con otra que sea lógicamente equivalente, para de esta manera aislar con más detalle los efectos exclusivos del contenido.

¿Afecta o no afecta el contenido de los factores de un problema, su solución y ejecución o a las operaciones que sigue el sujeto para resolverlo?

Asumiendo la consideración de que resulta poco plausible que toda diferencia de contenido en situaciones lógicamente equivalentes, involucre operaciones y estructuras psicológicas diferentes, se propuso una investigación donde tales efectos pudieran ser aislados con más rigor.

### 5.2. HIPOTESIS Y OBJETIVOS DE INVESTIGACION.

-Tomando como supuesto que los efectos del contenido efectivamente no son más fuertes que los de las estructuras formales, se aceptó como hipótesis de investigación la siguiente:

"En dos tareas de operaciones formales, lógicamente equivalentes, con contenido diferente, se obtiene una ejecución semejante."

-Los objetivos de investigación que se propusieron fueron:

Observar los efectos en la ejecución de una situación con contenido abstracto (simbólica), y otra situación lógicamente equivalente, pero con contenido físico.

Observar si existen efectos de transferencia en la ejecución, entre una situación y otra.

### 5.3. METODO.

#### 5.3.1. SUJETOS.

Las observaciones de Piaget e Inhelder (1972), se realizaron con adolescentes, llegando al supuesto estado de equilibrio a los 14-15 años de edad (Ibid. pag. 9, 142-145). Por otra parte, Rigo Lemini (1983), encontró que sujetos mexicanos de nivel social medio-alto con edades entre 16-20

años en promedio, sólo manifestaban una ejecución operatoria.

Apoyándonos en estos datos y dada la situación de que la instrucción preparatoria en la mayor parte del país, el último año corresponde a las áreas vocacionales, se dirigió esta experiencia a una muestra de 20 sujetos de ambos sexos, de estudiantes de preparatoria de 1<sup>a</sup> y 2<sup>a</sup> año; edades entre 15 y 18 años, del instituto "Vasco de Quiroga A.C." de la ciudad de Morelia Michoacán, en los primeros días del mes de octubre de 1986.

### 5.3.2. VARIABLES.

La variable independiente de esta investigación, fue el contenido de una tarea de deducción, típica piagetiana. En este caso la tarea de la balanza (Cap. XI de Piaget e Inhelder 1972, págs, 142-155). En dos condiciones: ejecución manipulativa, con contenido físico, manejando la balanza; y ejecución simbólica, ejecución a través de símbolos en tarjetas.

La variable dependiente es la ejecución de los sujetos, evaluada a través de su desempeño en las dos condiciones mencionadas en el párrafo anterior.

VARIABLES EXTRAÑAS que se consideraron, fueron: el sexo, el contenido de los cursos escolares que llevaban los sujetos, los intereses vocacionales de cada uno de ellos, la motivación que tenían para resolver las tareas, la fatiga o el fastidio, y la memoria, variables cuyo control se especifica en las secciones siguientes.

### 5.3.3. DISEÑO.

Se hizo una selección de la muestra con aquellas personas que cumplieran con las características señaladas en la sección 5.3.1., y que deseaban colaborar con el experimento para controlar de esta forma la motivación -muestreo intencional-. Y con ellas, se formaron dos grupos de 10 personas cada uno. En estos dos grupos se balancearon las variables sexo, edad y escolaridad, con asignación al azar.

Al primero de estos dos grupos "I", se le aplicó individualmente la tarea piagetina con contenido físico, enseguida se aplicó la tarea de contenido simbólico.

Al segundo grupo "II", de forma inversa se le aplicó primero la tarea de contenido simbólico, y en seguida la tarea de contenido físico.

De esta forma, las dos ejecuciones de los dos grupos diferentes, nos aportaron en total cuatro ejecuciones para comparar la ejecución con contenido físico o simbólico y evaluar al mismo tiempo la transferencia entre las dos tareas:

## Ejecución.

- A -La ejecución "a priori" de la tarea manipulativa del grupo I.
- B -La ejecución "a posteriori" de la tarea simbólica del grupo I.
- C -La ejecución "a priori" de la tarea simbólica del grupo II.
- D -La ejecución "a posteriori" de la tarea manipulativa del grupo II.

Representamos el esquema de este diseño experimental en la siguiente tabla 4.:

TABLA 4.

## -Ejecuciones del diseño-

Ejecución. Grupo.	A priori	A posteriori
I	A	B
II	C	D

Por sus características, el diseño corresponde al grupo de los diseños experimentales contrabalanceados, y puede ser llamado como de dos grupos con dos tratamientos contrabalanceados.

Como el nivel de evaluación de todas las ejecuciones (nivel de medición), es de escala de intervalo -número de problemas resueltos en cada situación-, y como se trata de observar diferencias de grado en relación a la ejecución, quizá debida a la transferencia o a la naturaleza del contenido, se puede apoyar la significancia estadística de las diferencias entre las cuatro ejecuciones con la prueba no paramétrica de Wilcoxon para dos muestras (Walpole y Myers 1985).

## 5.3.4. PROCEDIMIENTO:

El criterio de ejecución correcta para cada caso, fue la predictibilidad, es decir, las predicciones correctas de los movimientos de la balanza, cuando se le aplican pesos y distancias diferentes. Pero este criterio implicó la siguiente complicación que apartó el procedimiento de una aplicación ortodoxa de la tarea, esta es la consideración aparte del equilibrio de la balanza, del desequilibrio hacia un lado o hacia el otro del brazo del mecanismo. Se aceptó

esta complicación para poder hacer así una evaluación más detallada, y para poder homologar las dos tareas.

En la tabla 5, se representan cada uno de los elementos y variables que intervienen en la solución de la tarea piagetiana de la balanza:

TABLA 5

-Esquema simbólico de los factores de la tarea de la balanza-

$$\begin{array}{rcl} A & (vp) & B & (v'p) & = & (ve) \\ x & (vd) & y & (v'd) & & \end{array}$$

Donde:

- A = El peso del lado izquierdo
- vp = valor numérico del peso del lado izquierdo 0-10.
- B = El peso del lado derecho.
- v'p = valor numérico del peso del lado derecho 0-10.
- x = Distancia del punto de apoyo al peso del lado izquierdo.
- vd = valor numérico de la distancia del lado izquierdo.
- y = Distancia del punto de apoyo al peso del lado derecho.
- v'd = valor numérico de la distancia del lado derecho.
- ve = variable equilibrio; con tres valores:
  - o = desequilibrio favorable a la izquierda.
  - @ = equilibrio.
  - e = desequilibrio favorable a la derecha.

Utilizando esquemas incompletos de este tipo pero con valores correctos de la relación inversa entre la "vp" y "vd", se representaron once formas-problemas dejando alguna(s) variable sin definir, para que el sujeto predijera los casos de equilibrio (o,@,e) o el valor del peso o la distancia en diferentes situaciones de equilibrio (vp,v'p,vd,v'd).

Los items de la forma 1 que aparecen en la tabla 6, consideran sólo los efectos del peso y la distancia por separado, p.e. cuando se considera como incógnita al valor a predecir (?), teniendo en consideración sólo a los efectos de la distancia (o del peso), cuando los valores del peso (o de la distancia) son iguales en el lado derecho y en el lado izquierdo (@), haciendo a sus efectos irrelevantes.

Concretamente en el problema 1 de la fase 3 de la tarea manipulativa (ver anexo III) que a continuación aparece:

$$\begin{array}{r} A2 B2 = ? \\ x8 y4 \end{array}$$

Representa la siguiente situación: Un peso del lado izquierdo de 2 unidades (A), un peso de 2 unidades del lado derecho (B), a una distancia en el lado izquierdo de 8 unidades (x) y de 4 unidades del lado derecho. En este caso se trata de un ítem de la forma 1.2. donde hay que predecir la posición en que quedaría el brazo de la balanza (ve), cuando los pesos son iguales e irrelevantes (@).

Estos ítems, se utilizaron para las fases de entrenamiento de las dos tareas.

Los ítems de la forma 2, conjugan en un mismo problema los efectos del peso y de la distancia.

Un ejemplo de los ítems de la forma 2, es el problema 1, de la fase 4, de la tarea manipulativa (ver anexo III):

$$\begin{array}{l} A1 \ B7 = ? \\ x7 \ y1 \end{array}$$

Que representa la situación de un peso del lado izquierdo de 1 unidad y un peso del lado derecho de 7 unidades a distancias de 7 y 1 unidades respectivamente, que equivale a un ítem de la forma 2.1. en donde hay que predecir la posición del brazo de la balanza.

Para la tarea simbólica, tenemos las siguientes tarjetas como ejemplos:

$\begin{array}{l} A5 \ B4 = \square \\ x2 \ y2 \end{array}$
---

Problema 1 de la fase de entrenamiento, que corresponde a un ítem de la forma 1.1. y donde se trata de predecir el signo que va después del signo de = (o @ =), cuando x y y son iguales (@) e irrelevantes.

$\begin{array}{l} A1 \ B9 = \square \\ x9 \ y1 \end{array}$
---

Problema 1 de la fase de predicción, que corresponde a un ítem de la forma 2.1. y donde se trata de predecir el signo que falta (o @ =). Consultar el anexo III.

TABLA 6.

-Items.-

## Forma 1.

$$1.1. \quad A \text{ vp} \quad B \text{ v}'\text{p} \\ x @ \quad y @ \quad = ?$$

$$1.2. \quad A @ \quad B @ \\ x \text{ vd} \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = ?$$

$$1.3. \quad A ? \quad B \text{ v}'\text{p} \quad = \text{ve} \quad A \text{ vp} \quad B ? \quad = \text{ve} \\ x @ \quad y @ \quad = \text{ve} \quad x @ \quad y @ \quad = \text{ve}$$

$$1.4. \quad A @ \quad B @ \quad = \text{ve} \quad A @ \quad B @ \quad = \text{ve} \\ x ? \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = \text{ve} \quad x \text{ vd} \quad y ? \quad = \text{ve}$$

$$1.5. \quad A ? \quad B ? \quad = \text{ve} \\ x @ \quad y @ \quad = \text{ve}$$

$$1.6. \quad A @ \quad B @ \quad = \text{ve} \\ x ? \quad y ? \quad = \text{ve}$$

## Forma 2.

$$2.1. \quad A \text{ vp} \quad B \text{ v}'\text{p} \\ x \text{ vd} \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = ?$$

$$2.2. \quad A ? \quad B \text{ v}'\text{p} \quad = \text{ve} \quad A \text{ vp} \quad B ? \quad = \text{ve} \\ x \text{ vd} \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = \text{ve} \quad x \text{ vd} \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = \text{ve}$$

$$2.3. \quad A \text{ vp} \quad B \text{ v}'\text{p} \quad = \text{ve} \quad A \text{ vp} \quad B \text{ v}'\text{d} \quad = \text{ve} \\ x ? \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = \text{ve} \quad x \text{ vd} \quad y ? \quad = \text{ve}$$

$$2.4. \quad A ? \quad B \text{ v}'\text{p} \quad = \text{ve} \quad A \text{ vp} \quad B ? \quad = \text{ve} \\ x \text{ vd} \quad y ? \quad = \text{ve} \quad x ? \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = \text{ve}$$

$$2.5. \quad A ? \quad B \text{ v}'\text{p} \quad = \text{ve} \quad A \text{ vp} \quad B ? \quad = \text{ve} \\ x ? \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = \text{ve} \quad x \text{ vd} \quad y ? \quad = \text{ve}$$

$$2.6. \quad A ? \quad B ? \quad = \text{ve} \quad A \text{ vp} \quad B \text{ v}'\text{p} \quad = \text{ve} \\ x \text{ vd} \quad y \text{ v}'\text{d} \quad = \text{ve} \quad x ? \quad y ? \quad = \text{ve}$$

La aplicación de la tarea manipulativa fue individual y constaba de las siguientes cuatro fases:

La primera fase: de presentación del material (Rigo Lemini 1983). Se colocó sobre una mesa frente al sujeto, una balanza (ver descripción sección 5.3.5.) con todo el conjunto de pesos. Se le daban al sujeto instrucciones para que manipulara el material.

Se esperaba hasta que el sujeto hubiera manipulado la mayor parte del material (Ver textos de las instrucciones y problemas propuestos en el anexo III).

Segunda fase: de descripción del material por el sujeto (Rigo Lemini 1983 pg.30). En esta fase, como en las restantes, se utilizó el mismo material. Se le dieron al sujeto instrucciones para que describiera el material. Se procuraba que la descripción del sujeto incluyera el número de valores diferentes de los pesos y el número de graduaciones de cada uno de los brazos de la balanza, para pasar a la siguiente fase.

Tercera fase: de entrenamiento. El objetivo de esta fase fue que el sujeto lograra predecir acertadamente los efectos del peso y de la distancia por separado. Se hicieron los arreglos con los pesos y las distancias de la balanza de las formas de los ítems 1.1. y 1.2. (ver tabla 6), con valores designados al azar y se le dieron al sujeto instrucciones de acuerdo a los pesos y distancias correspondientes a ciertas posiciones, según el caso, (ver instrucciones y problemas propuestos en el anexo III). Y se le dejaba que realizara la experiencia. No era necesario que repitiera todos los ejercicios propuestos en la sección 5.3.5., si el sujeto lograba predecir valores correctos en cinco ensayos continuos, o si así lo consideraba el experimentador, podía pasar a la siguiente fase.

Cuarta fase: de predicción. Se hicieron los problemas con los arreglos con los pesos y las distancias en las formas de los 18 esquemas de la forma 2 (ver tabla 6). Y se le informó al sujeto que ahora se harían variar simultáneamente el peso y la distancia, dándosele indicaciones para que resolviera los problemas prediciendo según el caso, la posición del brazo de la balanza o los pesos o distancias correspondientes a cierta posición. Se dejaba que el sujeto realizara la experiencia. En esta fase era necesario que el sujeto realizara los 18 problemas propuestos en la sección 5.3.5.

Finalmente se le pidió a cada sujeto que intentara definir verbalmente la relación que existe entre el peso y la distancia procurando hacerle notar las contradicciones en las que caía al dar sus explicaciones.

Las ejecuciones de esta cuarta fase son las que se tomaron en cuenta para la comparación.



El protocolo de la ejecución de cada participante (anexo III), abarcaba desde la fase 1, e incluyó las verbalizaciones del sujeto y del experimentador (que fueron grabadas), así como sus acciones (Rigo Lemini 1983 pag. 32).

La aplicación de la tarea simbólica fue también individual, y constó también de cuatro fases:

Primera fase: presentación del material. Se colocaba sobre una mesa, frente al sujeto, una pila de tarjetas (ver descripción de las tarjetas en la sección 5.3.5.).

En la segunda fase: descripción del material por el sujeto. Se le entregó al sujeto el juego de 30 tarjetas, con esquemas de los items de la forma 1 (ver tabla 6), y se le dieron instrucciones para que examinara y describiera el contenido de las tarjetas. Sólo si el sujeto hacía una descripción falsa, se repetía el procedimiento de la fase 2 desde el principio, si no, se continuaba con la siguiente fase:

Tercera fase: de entrenamiento. Se le daban al sujeto las siguientes instrucciones:

"Efectivamente, en todas estas tarjetas encontrarás cuatro pares de letras y números, una "A" con un número, una "B" con un número, una "x" con un número y una "y" con un número, seguidas de un signo de igual y un signo que puede ser una bolita azul, una bolita roja o las dos juntas. Todas las tarjetas son iguales; pero aparece, en unas, un cuadrado en blanco en el lugar de un número o del signo que va después del igual.

Entre los números que siguen a las letras y el signo que está después del igual, hay una relación. Lo que yo quiero, es que tú adivines cuál es esa relación, poniendo el número o el signo que falta en cada cuadrado, yo te voy a decir cuando aciertes y te voy a corregir cuando te equivoques ¿Entendiste?"

Si el sujeto decía haber entendido las instrucciones, sólo se le hacían observaciones, informando que la relación no cambiaba en ese juego de tarjetas, que los símbolos que ellas contenían no tenían nada que ver con el álgebra que ellos conocían, y finalmente que podían abandonar el ejercicio si se sentían fastidiados.

Se dejaba que el sujeto examinara una por una las tarjetas problema. Si proponía un valor correcto, se le decía "Correcto, (el número o el valor propuesto), hace que aparezca (el signo correspondiente) después del signo igual." Si proponía un valor incorrecto, se le decía "Incorrecto, (el número propuesto) hace que aparezca (el signo que correspondía al valor propuesto) después del signo igual."

Quando el sujeto dejaba una tarjeta problema para examinar la siguiente, el experimentador alejaba esta del sujeto y no se le permitía examinar items que ya hubiera resuelto.

Si el experimentador notaba que el sujeto acertaba adecuadamente con mucha frecuencia, se saltaban items de la serie.

Los problemas propuestos para esta fase aparecen en el anexo III.

Para pasar a la siguiente fase era necesario que el sujeto resolviera correctamente el 80 % de los últimos 10 items.

Cuarta fase: de predicción. En esta fase se trataba de considerar simultáneamente los efectos de la "vp" y "vd".

Se le mostraba al sujeto un nuevo juego de 18 tarjetas que correspondían a los esquemas de la forma 2 (ver tabla 6), y se le informaba que en ese juego de tarjetas se hacían variar los valores que acompañaban a A, B, X, Y, y que por tanto, la relación cambiaba, dándosele indicaciones para que predijera los valores o signos que hacían falta en cada tarjeta (Ver anexo III).

Al final de este ejercicio, se le pidió al sujeto que describiera cuál era la regla que utilizó o descubrió en cada fase, haciéndosele notar las contradicciones en las que caía.

Los resultados de esta cuarta fase son los que contaban para la comparación.

El protocolo de la ejecución de cada participante, abarcó desde la fase uno e incluyó las verbalizaciones del sujeto y del experimentador (que fueron grabadas) y sus acciones (Rigo Lemini 1983 pag. 32).

### 5.3.5. INSTRUMENTOS.

Para la tarea de contenido manipulativo se utilizó:

-Una balanza de suspensión, con un brazo de diez graduaciones de cada lado, marcadas con el número correspondiente en orden ascendente del punto de apoyo al extremo del brazo.

-Dos juegos de diez pesos de diferente valor escalar, marcados en orden ascendente de menor a mayor peso.

-Una grabadora-casette.

Para la tarea de contenido simbólico se utilizó:

-Un juego de 30 tarjetas para la fase 3 de entrenamiento, que contenía problemas con los 6 esquemas de la forma 1 (ver tabla 6), tarjetas que correspondían a los tres valores posibles de "ve" (0, 0, 0, ver tabla 5), pero variando en algunas de ellas el acomodo e las letras horizontal y verticalmente, para asegurarse de que el sujeto no atribuyera

la lateralidad de las tarjetas al acomodo de las letras.

Estas tarjetas fueron ordenadas en una serie al azar de donde sólo se cuidó de no colocar items difíciles al principio de la serie, y que las últimas 6 tarjetas contuvieran los 6 esquemas de la forma 1.

Cada una de estas tarjetas item estaba identificada por su número de presentación.

Si el experimentador consideraba que el sujeto resolvía correctamente varios problemas podía saltarse la presentación de los siguientes 5 y continuar la presentación. Este procedimiento se podía repetir cuantas veces se consideraba necesario, a excepción de las últimas 6 tarjetas.

-Un juego de 18 tarjetas que contenía los 6 esquemas de la forma 2 (ver tabla 6), con cada uno con los tres valores de "ve" ( o, 0, a. ).

Los valores de todos los problemas de el peso y la distancia para las dos tareas fue designado al azar.

El instrumento elaborado de acuerdo con las indicaciones anteriores, fue piloteado previamente en una población similar con resultados satisfactorios.

-Una grabadora cassette.

Análisis de los factores de cada tarea.

El contenido no es una variable unitaria que se pueda separar de la forma en que se presenta una tarea o un problema, ya que implica de por si, una serie de factores que cambian junto con él. En el siguiente cuadro se presentan algunos de los factores que cambian y de los que no cambian en las dos tarea propuestas en esta investigación.

1 Factores que cambian  
con el contenido.

2 Factores que no cambian  
con el contenido.

-La naturaleza de la tarea.

-El planteamiento lógico de la tarea.

-El tipo de acción del sujeto.

-Las instrucciones.

-El formato de la tarea.

-Los objetivos de la tarea.

-El referente de la tarea.

-Las reglas de control de la acción.

-La conceptualización de los factores.

-La secuencia y fases de la tarea.

-La presentación del problema.

-La aplicación de la tarea.

1.

La naturaleza de la tarea se refiere a su caracterización, en un caso es un problema físico, en el otro es un problema lógico-simbólico.

El tipo de acción del sujeto, es el tipo de la acción que tiene que realizar el sujeto para resolver el problema de la

tarea, en un caso se manipula del peso y la distancia de la balanza, en el otro, se dice un número o un símbolo.

El formato de la tarea, se refiere a la forma en que la tarea se presenta, en un caso es la presencia física de la balanza, en el otro, son tarjetas con una simbolización.

El referente de la tarea, es el objeto del que habla el problema, en un caso es el equilibrio de la balanza, en el otro es la correspondencia entre signos.

La conceptualización de los factores, en el caso de la tarea manipulativa son pre-contextualizados, dimensiones físicas empíricas, el peso y la distancia; en la tarea manipulativa son post-contextualizados, simbolizaciones inespecíficas.

## 2.

El planteamiento lógico del problema, se refiere a un isomorfismo en la estructura lógico-formal del planteamiento del problema en las dos tareas.

Aunque de primera impresión, sabemos que las instrucciones por tener referentes diferentes, no son iguales, por otra parte, notamos que en relación a los objetivos de las tareas y al planteamiento lógico de el problema, son equivalentes en una tarea y en la otra.

El objetivo en las dos tareas sigue siendo el mismo, descubrir la relación entre la vp, vd y ve.

Las reglas de control se refieren por ejemplo, a cierta simulación de efectos de la naturaleza de las tareas, que se ha procurado controlar, como la no repetición de ensayos pasados, una sola oportunidad de predicción para cada ensayo, etc.

Las secuencias o fases de desarrollo de cada tarea, se han analizado y hecho equivalentes, como se vió en la sección 5.3.4. y con ellas, el grado de dificultad y la naturaleza de cada problema ya que en las dos tareas los planteamiento de cada problema corresponden a los mismos esquemas.

La presentación de los problemas de cada tarea es equivalente, ya que los problemas de la balanza corresponden a los problemas con las tarjetas. A la experiencia con la balanza corresponden la realimentación del experimentador, y en las dos tareas se tiene la presentación exclusiva de un ensayo.

La aplicación, en las dos tareas es igualmente individual con la presencia del experimentador.

## Evaluación:

Para la evaluación se tomaron en cuenta dos criterios: el primero, fue la ejecución en términos del total de problemas predichos correctamente. Originalmente se había considerado que los sujetos contestarían selectivamente a ciertos tipos de items dependiendo de su forma y del período de desarrollo cognitivo en el que se encontraban. El segundo criterio de evaluación fue, la explicación del tipo de relación que los sujetos encontraron entre el peso, la distancia, el equilibrio o los signos correspondientes.

## 5.4. RESULTADOS.

De acuerdo con el criterio de evaluación de la ejecución propuesto, se observó que los sujetos no contestaban selectivamente en las dos tareas, a las formas del ítem en la fase 4 de acuerdo al estadio de desarrollo cognoscitivo, como se había propuesto originalmente (sección 5.3.5.), sino que, a lo largo de la resolución de los problemas de esta fase en las dos tareas, se dió un proceso de aprendizaje, de tal manera que se obtenía una mejor ejecución en los últimos problemas a diferencia de los primeros. Esto se observa muy claramente en las tablas 7,8,9,10 (págs. 46-49).

Por esta razón, se optó por cambiar el criterio de ejecución selectiva, por el de la ejecución total, es decir, por el del número total de problemas resueltos por cada sujeto en cada una de las tareas.

Siguiendo este criterio se observó lo siguiente:

En el grupo I, existen diferencias significativas entre la ejecución de la tarea manipulativa, y la subsecuente ejecución de la tarea simbólica (Prueba de Wilcoxon para las ejecuciones A.B,  $U=23 > 20$ , se rechaza  $H_0$  a un nivel de significancia menor de 0.05), con diferencias a favor de la tarea manipulativa.

En el grupo II, también existen diferencias entre la ejecución de la tarea simbólica y la subsecuente tarea manipulativa (Prueba de Wilcoxon para las ejecuciones C.D,  $U=23 > 17.5$ , se rechaza  $H_0$ ,  $\alpha=0.05$ ), con diferencias a favor de la tarea manipulativa.

Entre los dos grupos, se observó que entre la ejecución de las dos tareas manipulativas, no hay diferencias estadísticamente significativas (La prueba de Wilcoxon para las ejecuciones A.D,  $U=23 < 45$ , se acepta  $H_0$ ,  $\alpha=0.05$ ).

De la misma manera se observó, que entre la ejecución de las dos tareas simbólicas no hay diferencias estadísticamente significativas (La prueba de Wilcoxon para las ejecuciones B.C,  $U=23 < 47$ , se acepta  $H_0$ ,  $\alpha=0.05$ ).

Estos resultados en términos de ejecución total sugieren que, la ejecución típica de los sujetos en las dos tareas requieren del antecedente de cierta experiencia con la situación problema.

Por otra parte las diferencias entre las dos ejecuciones en cada grupo, sugiere la independencia de una ejecución de la otra, es decir no hubo efectos de aprendizaje o interferencia de una tarea a la otra (ya que entre los dos grupos la ejecución de cada tarea fueron análogas).

TABLA 7

EJECUCION TOTAL DE LOS SUJETOS GRUPO I  
TAREA MANIPULATIVA  
EJECUCION A

FASE 4		SUJETOS										TOTAL ITEM
FORMA	ITEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2.1.	⊖	1	x	x	x		x	x	x	x	x	8
	⊕	2		x				x			x	3
	⊖	3		x		x	x	x				4
2.2.	⊖	4			x			x	x	x		4
	⊕	5	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊖	6		x	x	x	x	x	x	x	x	9
2.3.	⊖	7	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊕	8	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊖	9			x		x				x	3
2.4.	⊕	10		x	x		x	x	x	x		7
	⊕	11	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊖	12	x	x		x	x	x			x	8
2.5.	⊖	13	x	x			x	x	x		x	7
	⊕	14	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊖	15	x	x	x		x	x	x	x	x	9
2.6.	⊖	16	x	x	x	x		x	x	x	x	9
	⊕	17	x	x	x		x	x	x	x	x	9
	⊖	18	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
TOTAL POR SUJETO		12	16	14	10	16	16	16	13	16	12	
NIVEL		II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	

x Respuesta Correcta

TABLA 8

EJECUCION TOTAL DE LOS SUJETOS GRUPO I  
TAREA SIMBOLICA  
EJECUCION B

FASE 4		SUJETOS										TOTAL ITEM	
FORMA	ITEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2.1.	⊖	1	x		x	x	x	x	x	x		x	8
	⊕	2			x		x		x	x	x	x	6
	⊖	3	x					x			x	x	4
2.2.	⊖	4							x				1
	⊕	5	x	x	x		x	x	x	x	x		8
	⊖	6	x	x		x		x	x		x	x	7
2.3.	⊖	7						x					1
	⊕	8	x	x			x	x	x		x		6
	⊖	9	x	x		x	x		x		x	x	7
2.4.	⊖	10		x		x	x	x			x		6
	⊕	11		x			x		x		x	x	5
	⊖	12	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
2.5.	⊖	13	x	x	x	x	x		x	x	x	x	9
	⊕	14	x	x	x			x	x	x	x	x	8
	⊖	15		x	x	x	x		x	x	x		7
2.6.	⊖	16		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
	⊕	17	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊖	18					x	x			x	x	4
TOTAL POR SUJETO		10	12	9	9	13	12	15	9	15	12		
NIVEL		II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B		

x Respuesta Correcta

TABLA 9

EJECUCION TOTAL DE LOS SUJETOS GRUPO II  
TAREA SIMBOLICA  
EJECUCION C

FASE 4		SUJETOS										TOTAL ITEM	
FORMA	ITEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
2.1.	⊖	1	x	x	x		x	x	x	x		x	8
	⊕	2	x	x	x	x	x	x		x		x	8
	∩	3	x		x		x	x	x	x		x	8
2.2.	⊖	4			x								1
	⊕	5	x	x	x	x	x			x	x	x	8
	∩	6	x		x	x	x	x	x		x	x	8
2.3.	⊖	7					x					x	2
	⊕	8			x	x	x		x		x	x	6
	∩	9	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
2.4.	⊖	10	x		x	x					x		4
	⊕	11	x		x	x		x			x	x	6
	∩	12		x	x	x	x	x	x	x	x	x	9
2.5.	⊖	13	x		x	x	x	x	x		x	x	8
	⊕	14	x		x	x	x	x	x		x	x	8
	∩	15			x	x			x		x		4
2.6.	⊖	16	x	x	x	x	x	x		x	x	x	9
	⊕	17	x	x	x	x		x	x	x	x		8
	∩	18				x		x					2
TOTAL POR SUJETO		12	8	15	15	12	12	12	8	12	13		
NIVEL		I B	I B	II B	I B	II B	II B	II B	II B	II B	II B		



TABLA 10  
EJECUCION TOTAL DE LOS SUJETOS GRUPO II

TAREA MANIPULATIVA  
EJECUCION D

FASE 4		SUJETOS											
FORMA	ITEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	TOTAL ITEM	
2.1.	⊖	1	x	x	x	x	x		x	x	x	x	9
	⊕	2			x	x					x		3
	⊖	3	x				x				x	x	4
2.2.	⊖	4	x		x								2
	⊕	5	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
2.3.	⊖	6	x	x	x	x	x		x	x	x	x	9
	⊕	7	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊖	8	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
2.4.	⊖	9				x							1
	⊕	10	x	x	x	x	x			x	x	x	8
	⊖	11	x		x	x	x	x	x	x	x	x	9
2.5.	⊖	12	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊕	13	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊖	14	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
2.6.	⊖	15	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊕	16	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
	⊖	17	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
TOTAL POR SUJETO	⊖	18	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	10
			16	13	16	16	15	12	12	14	16	15	
NIVEL		III A	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	II B	

x Respuesta Correcta

De acuerdo con el segundo criterio de evaluación, de análisis cualitativo de la argumentación que dieron los sujetos de la relación que existía entre las variables, se pudieron hacer las siguientes observaciones:

En la tarea manipulativa, todos los sujetos de los dos grupos (con una sola excepción), argumentaban que los efectos del peso, se sumaban a los de la distancia. Por ejemplo:

Faty (15): "Cuando hay la misma distancia o peso de un lado y el otro se equilibran. -¿Y cómo queda inclinado de este lado? -Cuando hay más peso y distancia que del otro lado. -¿Y los números no importan? -Sí, para saber cuanto es más el peso de un lado que el otro. -¿Cómo lo sabes? -Sumándolos. -¿A quiénes? -El peso y la distancia."

Hector (18): "Se necesitan pesos o distancias iguales, ... o cruzados para que se balancen. -Y para que este lado sea mas pesado ¿Qué se necesita? -Más peso o más distancia. - Cuando los pesos y las distancias eran todos diferentes ¿Cuál era más pesado? -El que sume más peso y distancia, más. -¿Estás seguro? -Si"

Pocos manifestaron inseguridad sobre esta hipótesis, sin embargo, lograban predecir situaciones de producto por intuición:

Marcela (17): "... ¿Qué se necesita para que caiga de este lado? -Que el peso o la distancia sean mayores, o que sumen más que en el otro lado. Se ve. -Y si pongo 6,2 y 8,1 ¿Qué pasa? -Se desequilibran. -¿Para qué lado? -Para éste (Se equivoca) -¿Cómo supiste que no se equilibran? -Se ve. -¿Y éste? (6,6 y 9,4) -Se equilibra. -¿Porqué? -Porque se compensan. -¿Cómo supiste? -Se ven."

En algunos casos, se llegó a poner a la hipótesis aditiva en duda, y se consideraba que existía un margen correspondiente al valor de una constante, donde la hipótesis aditiva era cierta cuando estaba fuera de este margen, e indeterminada o nula cuando estaba dentro de este margen. Por ejemplo:

Joel (17): "Cuando el peso más la distancia de un lado más dos es mayor que el peso más la distancia del otro lado se desequilibra. -¿Porqué? -No se, creo que esta mal calibrada la balanza. -¿Cuándo se equilibra entonces? -Cuando son iguales los pesos y las distancias. -¿Esto ocurre siempre? -Sí siempre. -¿Ocurriría con otra balanza? -Si esta bien calibrada si. -¿Porqué más dos? -Para compensar las diferencias. -¿Cuales? -Del peso y la distancia del otro lado, tiene que haber una diferencia más grande."

De la misma manera, ninguno de los sujetos hizo alguna observación o consideró a la altura, a la que se tenían que desplazar los pesos. De manera general se pudo observar que todos los sujetos argumentaban y esperaban que los efectos del peso se sumaran a los de la distancia por

correspondencia.

Por esta razón y con excepción de un sujeto del grupo II, todos los sujetos de ambos grupos pueden ser considerados en el estadio IIB de operaciones concretas avanzadas (sección 2.4.).

Contrariamente en la tarea simbólica, los sujetos de los dos grupos, mencionaron hipótesis diferentes, (13 hipótesis diferentes en total. Ver tabla 11. Pág.53-54). No siempre aditivas, pero que trataban de organizar relaciones coherentes entre los símbolos de las tarjetas. Por ejemplo:

Gloria (17): "Para que saliera  $\emptyset$  se necesitaba que  $A+B=x+y$  ó que  $A+x=B+y$ . -¿Y para la bolita azul? -Que  $A+B>x+y$  ó que  $A+x>B+y$ , pero no estoy segura. -¿Y la roja? -Igual, que  $A+B<x+y$  ó que  $A+x<B+y$ ."

Maria Elena (17) "Si los dos eran pares salían las dos bolitas. -¿Si eran pares quiénes? -  $A+B$  y  $x+y$ . -¿Si no eran pares que pasaba? -Si era par arriba era azul, si era par abajo salía rojo. -¿Si salían los dos nones? -Debería salir otra vez las dos bolitas. Pero no salían, salía la roja. -¿Estas segura de esto? -Bueno al principio hubo una que no, pero después ya aprendí bien."

Marcela (17) "¿Sábés cuál es la relación? -No entendí mucho, pero creo que si  $A=B$ , entonces  $x=y$ , y era  $\emptyset$ . -Para la bolita azul ¿Qué se necesitaba? - $A>B$  ó  $x>y$ . -¿Y para la roja? - $A<B$  ó  $x<y$ . -¿Y si había  $A>B$  y  $x<y$ ? -Se aparecía  $\emptyset$ . -¿Y si  $A<B$  y  $x=y$ ? -Aparecía azul. -¿Y si era alrevés  $A=B$  y  $x<y$ ? -La roja, Si  $A=B$  y  $x$  y  $y$  diferentes, aparecía roja."

La mayoría de los sujetos en la tarea simbólica a diferencia de en la tarea manipulativa, decían no estar muy seguros de las hipótesis que probaban.

Obviamente, también hubo hipótesis que intentaban relacionar los símbolos de las tarjetas pero que no llegaban a hacer coherentes todas las relaciones entre los símbolos de las tarjetas. Por ejemplo:

Miriam Ibeth (15): "¿Qué tenía que haber para que saliera bolita roja? -Que  $x+y$  fuera mayor que  $A+B$ . -¿Y para qué fuera azul? -Que  $x+y$  fuera menor que  $A+B$ . -¿Y para que fueran iguales? - Que  $x+y=A+B$ ..., o que  $x+A=y+B$ . -¿Esto te resultó siempre? -No tuve tiempo de probarlo."

Hector (18): "¿Qué se necesitaba para las dos bolitas? -Que  $x=y$ . -¿Y para la azul? - Que  $A=B$ . -¿Y para la bolita roja? -No estoy seguro, pero creo que cuando  $A>B$  y  $x>y$  salía la roja. -¿Y qué pasaría si por ejemplo  $A>B$  pero  $x<y$ ? -No sé no pude ver, ... no estoy seguro. -Pero siempre que  $A=B$  salía... ¿Qué color? -Azul, si siempre. - Y las dos bolitas cuando  $x=y$ . -Si siempre."

Estas diferentes hipótesis, tienen desde luego su

origen el el carácter post-contextual de los factores (sección 5.3.5.).

Examinando con detalle estas hipótesis (Ver tabla 11. Pag.53-54), notamos que en éstas se trata de establecer correspondencias entre los símbolos como  $A+B$  y  $x+y$ ; o entre  $A+x$  y  $B+y$ ; o entre sumatorias pares y nones; o entre igualdades como  $(A=B . x=y)$  y  $(A=B . x \neq y)$ . Al fin en todas las hipótesis, se trató de establecer correspondencias biunívocas entre dos factores simbólicos, que les permitían orientarse en la solución de la tarea mediante simples correspondencias cualitativas pero en un sentido correcto. Por esta argumentación, se puede considerar que todos los sujetos de los dos grupos aún aquellos que no lograron formular hipótesis del todo coherentes, pertenecen al nivel IIB de operaciones concretas avanzadas (ver sección 2.4.). Las únicas excepciones, serían las del sujeto que no formuló una hipótesis simétrica con los valores de ve (hipótesis 9, Tabla 11), y los que no conjuntaron dos factores simbólicos (hipótesis 3, Tabla 11).

Estos resultados nos confirman, la independencia de las ejecuciones entre las dos tareas, y apoyan la afirmación de que el contenido afecta a la ejecución, ya que las hipótesis manejadas en una situación y otra fueron en todos los sujetos diferentes.

TABLA 11.

-Hipótesis de la tarea simbólica.-

No.	Hipótesis.	Ejecución.	No.Sujetos.	Estrategia.
1	$\Delta$ $x > y$ $\nabla$ $A < B$ $\ominus$ $\begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$	C	1	Correspondencia cualitativa entre AB,xy y ve.
2	$\Delta$ $A = B$ $\nabla$ $\begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$ $\ominus$ $\begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$	B	1	Correspondencia entre igualdades de AB,xy y ve.
3	$\Delta$ $A > B$ $\nabla$ $A < B$ $\ominus$ $A = B$	C	2	Correspondencia cualitativa entre A,B y ve.
x,y irrelevantes.				
4	$\Delta$ $A = B$ $\nabla$ $x = y$ $\ominus$ $\begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$	B	1	Correspondencia entre igualdades de AB,xy y ve.
5	$\Delta$ $\begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$ $\nabla$ $\begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$ $\ominus$ $\begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$	B	1	Correspondencia entre igualdades de AB,xy y ve.
6	$\Delta$ $\begin{cases} A > B \\ x < y \end{cases}$ $\nabla$ $\begin{cases} A < B \\ x > y \end{cases}$ $\nabla$ $\begin{cases} A > B \\ x > y \end{cases}$ $\nabla$ $\begin{cases} A < B \\ x < y \end{cases}$ $\ominus$ $\begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$	C	1	Correspondencia cualitativa entre AB,xy y ve.

No	Hipótesis.	Ejecución.	No.Sujetos.	Estrategia.
7	$\Delta \begin{cases} A > B \\ x > y \end{cases}$	B	2	Correspondencia entre diferencias de AB, xy y ve.
	$\nabla \begin{cases} A < B \\ x < y \end{cases}$	C	2	
	$\Theta \begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases} \vee \begin{cases} A \geq B \\ x \leq y \end{cases} \vee \begin{cases} A \leq B \\ x \geq y \end{cases}$			
8	$\Delta \sum Ax > \sum Bx$	C	1	Correspondencia entre $\sum Ax, \sum Bx$ y ve.
	$\nabla \sum Ax < \sum Bx$			
	$\Theta \sum Ax = \sum Bx$			
9	$\Delta \begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$	C	1	Correspondencia entre igualdades de AB, xy y ve.
	$\nabla \begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases} \vee \begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$			
	$\Theta \begin{cases} A = B \\ x = y \end{cases}$ **			
10	$\Delta \sum AB > \sum xy$	B	1	Correspondencia entre $\sum AB, \sum xy$ y ve
	$\nabla \sum AB < \sum xy$			
	$\Theta \sum AB = \sum xy$			
11	$\Delta \sum AB > \sum xy$	C	1	Correspondencia entre $\sum AB, \sum xy$ y ve.
	$\nabla \sum AB < \sum xy$	D	1	
	$\Theta \sum AB = \sum xy$ $A=B = x=y$ *			
12	$\Delta \begin{cases} \sum AB - \text{impar} \\ \sum xy - \text{par} \end{cases}$	B	1	Correspondencia entre $\sum AB, \sum xy$ y ve.
	$\nabla \begin{cases} \sum AB - \text{par} \\ \sum xy - \text{impar} \end{cases}$	C	2	
	$\Theta \begin{cases} \sum AB - \text{par} \\ \sum xy - \text{par} \end{cases} \vee \begin{cases} - \text{impar} \\ - \text{impar} \end{cases}$			
13	$\Delta \sum AB > \sum xy$	B	1	Correspondencia entre sumatorias y diferencias de AB, xy y ve.
	$\nabla \sum AB < \sum xy$			
	$\Theta \begin{cases} A=B = x=y \\ A=B \neq x=y \\ A=x \neq B=y \end{cases}$ *			

\* Hipótesis donde caben otras combinaciones que no fueron consideradas.

\*\* Hipótesis que no son simétricas con los valores de ve.

## 5.5. DISCUSION.

La diferencia entre el tipo de hipótesis formuladas por cada sujeto en cada tarea, pone de manifiesto los efectos del contenido (Peskin 1980; Linn, Pulos y Gans 1981; Linn, Clement y Pulos 1983). Pero la estrategia general en las dos tareas, es decir el hecho de que los sujetos trataran en ambas situaciones de establecer correspondencias entre dos factores, evidencia de la misma manera la existencia de un conjunto de operaciones comunes, una misma lógica subyacente (Levault 1983). Lo que nos permitiría concluir de forma general que el contenido sí influye en la formulación de la hipótesis que se considere y en la ejecución en general, pero no en la forma en que esta(s) se pueda manejar. Que las hipótesis que se formulan y la capacidad de conceptualización son diferentes, pero que las operaciones posibles entre las mismas hipótesis son las mismas (Pérez E.M., Carretero M., Pozo J.I. 1986).

Sin embargo, el hecho de que la ejecución entre las dos tareas, sean independientes, rechaza la suposición de que la forma -la lógica- del problema, fuera un factor que facilitara la transferencia del aprendizaje de una tarea a otra. Parece ser, que este tipo de transferencia dependiera más de otros factores.

De manera general, también se puede decir que estos resultados son consistentes con los de Rigo-Lemini (1983), en el sentido de que para una muestra de sujetos mexicanos de entre 15-18 años, se observa una evolución cognoscitiva de operaciones concretas avanzadas, situación que era de esperarse aún cuando en esta experiencia la indicación numérica (equivalente a la manifestación del esquema numérico, que fue a fin de cuentas una variable inductora de operaciones formales), estuvo siempre presente.

## 6. DISCUSION GENERAL Y CONCLUSIONES.

Desde luego, los resultados de esta investigación no aportan nada en relación al problema de qué es lo que ocurre después de el completamiento de las operaciones concretas, si estas se prolongan o si existe un período intermedio o un período diferete. Y aún cuando pareciera, que no se puede decir mucho en relación al problema del contenido en las operaciones formales, ya que estas no se manifestaron durante la experiencia propuesta, los comentarios que a continuación se presentan son válidos para las operaciones concretas y pertinentes como antecedentes de una investigación más específica.

Como se vió, la argumentación de una hipótesis y su explicación requirió de cierto ejercicio con el problema en las dos tareas, situación que obligó a cambiar el criterio de evaluación selectiva por el de evaluación total, entonces este período de ejercicio o familiarización apoya la suposición que en estas tareas evidenciaron un estado de operaciones concretas, experiencias en el mismo sentido pero quizá más familiares para los sujetos, o con más entrenamiento, evidencien estructuras de pensamiento formal, a manera de "actualización" del pensamiento de operaciones formales.

Por otra parte, de la misma manera que en las operaciones concretas, el contenido sí afecta la ejecución en relación al tipo y al modo en que se plantean las hipótesis, pero no en términos de las operaciones posibles, se podría esperar: o bien que esta situación se reproduzca en operaciones formales, o que se fusione más dicha relación. Por ejemplo; si las hipótesis sugeridas por los sujetos para cada tarea fueran más semejantes en términos de los factores escogidos. Aunque por otra parte, sobre este hecho, se podría contrargumentar que es la misma equivalencia lógica la que determina el rango de operaciones posibles.

Hablando sólo del problema del contenido, las diferencias que se manifestaron entre la ejecución de la tarea manipulativa y la tarea simbólica sugieren que la capacidad por parte de los sujetos de manejar situaciones simbólicamente, es más bien producto "a posteriori" de un pensamiento concreto, del cual sólo la estructura operatoria que le subyace se manifiesta en una ejecución donde este contenido ha sido abstraído, en una situación simbólica.

Este hecho, apoya la sugerencia de que de la misma manera en que la lógica operatoria afirma la dependencia de la consideración del objeto en las operaciones intraproposicionales (lógica de clases y lógica de relaciones), mientras que estas son el contenido de la lógica intraproposicional, (lógica proposicional correspondiente a un nivel de operaciones formales); la independencia del objeto, y la capacidad de formalización sea mayor en sujetos de operaciones formales.



Antes de hacer una selección de entre los factores propuestos como los que afectan el pensamiento formal (sección 3.), cabe hacer dos observaciones:

La primera, va en el mismo sentido que la argumentación de Hamilton en relación a la abstracción. Si el propuso que la precisión, la atención y la abstracción eran propiedades correlativas de un mismo proceso, seguramente existen para la "formalización" del pensamiento adolescente varias características correlativas, y una que extrañamente no ha sido muy citada es la participación activa de la persona. Sí, el procedimiento de esta investigación y de la mayoría de la bibliografía consultada examina a un sujeto pasivo que sólo responde y que en la situación experimental no tiene la oportunidad de plantear y probar sus propias hipótesis, tiene que improvisar una argumentación con los datos que se le presentan.

La segunda, es dirigir la atención del problema del contenido y de la generalización alrededor del término formalización y de la característica funcional del pensamiento formal de autoreflexión. Ya que son estos dos elementos los que implican por parte del sujeto de operaciones formales, esa habilidad para colocarse por encima del contenido directo, de pensar sobre lo que piensa, de pasar de un nivel de lenguaje a otro. Esa habilidad o fenómeno que se le ha dado a llamarse en psicología metacognición.

Considerando estas observaciones la elección de un factor que determine en mayor medida la manifestación del pensamiento formal, se hace más fácil pero no más sencilla. Es la capacidad de conceptualizar los factores lo que facilita o dificulta las operaciones formales; si se conceptualiza como factores correspondientes al peso y la distancia, si se considera como único factor el trabajo de levantar un peso por determinada distancia, o el mismo peso a determinada altura, etc.

Esto sugiere que la adquisición de un esquema formal, como en este caso el de proporcionalidad, es más bien producto del desarrollo de nociones conceptuales, de nociones explicativas o fenoménicas, que dependen más del contexto-contenido, antes que de la integración de estructuras formales. Desarrollar esta posibilidad, implicaría proponer un modelo alternativo para el pensamiento posterior a las operaciones concretas.

Por último, para llevar a cabo una experiencia donde se puedan observar efectivamente las diferencias debidas exclusivamente al contenido en operaciones formales, se sugiere: depurar la selección de los sujetos que pueden colaborar por su habilidad mental o por su familiaridad con tareas de un contenido particular, como en el caso de la balanza en situaciones simbólicas. También se sugiere asignar valores intencionales y correctos a las variables para que se de a los sujetos la opción de descartar estrategias aditivas y probar otras, o darles la oportunidad

de manipular los valores de los factores simbólicos para probar otros caso y situaciones. De la misma manera para ampliar la información sobre el problema de la balanza, sería interesante estructurar y analizar las tarea a través de una lógica trivalente.

Por otra parte, se sugiere utilizar de la misma manera análisis cualitativos como el realizado, para hacer observaciones más detalladas de los procesos que se dan en la solución de la tarea que vayan más allá del examen cuantitativo de la ejecución. Y sobre todo orientar la investigación a los fenómenos del paso de la solución cualitativa a la solución cuantitativa, y el paso de la solución cuantitativa a la explicación fenoménica.

## ANEXO I

## LOGICA OPERATORIA.

La lógica operatoria, nació de la necesidad que en un momento dado la misma evolución de la epistemología genética planteó, requiriendo de una cierta formalización de las operaciones intelectuales. Su objetivo es "establecer el mecanismo real del pensamiento y especialmente su reversibilidad a través del análisis de las estructuras formales correspondientes". En consecuencia la definición de la lógica sería "la teoría formal de las operaciones deductivas" entendiendo por operaciones deductivas aquellas que son necesarias y suficientes para hacer posible la deducción, y no todas las operaciones cuyo empleo da lugar a una deducción (Piaget 1977 pag. 42). La lógica operatoria representa el proceso de formalización del conocimiento mismo.

Piaget en su "Tratado de lógica operatoria" (1977), explica que este proyecto de formalización de las operaciones intelectuales, se dirigió a buscar las estructuras de conjunto, que agrupan a las operaciones intelectuales. De esta manera comenzó por distinguir entre las relaciones que podían mantener estas entre sí -operaciones interproposicionales- (lógica proposicional), y las que resultaban de descomponer una proposición en sus elementos -operaciones intraproposicionales- (lógica de clases y relaciones), siendo las segundas contenido para las primeras y subordinadas las segundas a las primeras. Manifestando con esta supralternancia un proceso que identificó como de formalización.

La lógica operatoria distingue tres tipos de estructuras, los sistemas de bifurcaciones "encajes" reversibles que llamó Piaget "agrupamientos"; y los sistemas semiordenados de encajes no reversibles definidos como "reticulados"; y los sistemas de composiciones reversibles conocidos por "grupos".

A las operaciones intraproposicionales o sea, la lógica de clases y relaciones a las que corresponden las acciones de clasificación y seriación, y que abarcan respectivamente a los objetos por su extensión y su comprensión, corresponden las estructuras de los agrupamientos.

Se describen 8 agrupamientos 4 de clases y 4 de relaciones, respectivamente 2 aditivos y 2 multiplicativos, de elementos primitivos y complementarios.

Esta descripción de los agrupamientos, sugiere un isomorfismo o paralelismo entre las estructuras de clases (clases débilmente estructuradas) y relaciones (clases semiestructuradas) donde por ejemplo, a la reversibilidad de de las operaciones de clases, o complementridad ( $+A.-A$ ), corresponde la reciprocidad en los agrupamientos de relaciones.

Sin embargo, no es posible reducir estos ocho

agrupamientos en un solo sistema por el dualismo que existe entre los agrupamientos bi-unívocos, y los agrupamientos jerárquicos, y por las diferentes formas de reversibilidad que se mantienen entre clasificaciones y seriaciones.

La posibilidad de una estructura que conciliara las características de los agrupamientos de clase y relaciones, necesariamente tendría que tomar a estas a título de contenido, y es precisamente lo que ocurre con la mención y el uso del término proposicional.

El fin de la lógica proposicional, es proporcionar una teoría general de la deducción, y se interesa exclusivamente en estas reglas de composición aplicadas a proposiciones cualesquiera, tratando a estas como si fuesen elementos aislados desconociendo cualquier otra ley de formación que no fuese la de una combinatoria.

El cálculo proposicional representa en la lógica operatoria a las estructuras de grupo, y su énfasis no está puesto en las relaciones funcionales del cálculo, sino en las transformaciones posibles entre ellas; de esta manera, las operaciones interproposicionales del cálculo proposicional se caracterizan por la existencia de tres relaciones distintas de reversibilidad: la negación o inversa, la reciprocidad y la correlatividad, que representan un sistema operatorio único donde:

La inversa de una operación (p.e.  $p \vee q$ ), es la complementaria en relación a la afirmación ( $p * q$ ).

La recíproca de una operación (p.e.  $p \vee q$ ), es la misma operación pero efectuada sobre las proposiciones con signos invertidos: ( $\neg p \vee \neg q$  en caso de  $p \vee q$ ).

La correlativa de una operación, es la operación que se obtiene sustituyendo, en la forma normal correspondiente, los ( $\vee$ ) por los ( $\wedge$ ) y recíprocamente, pero sin cambiar los signos.

La lógica operatoria persigue entonces la reducción de las operaciones posibles a este sistema único, y no la reducción de las funciones a un sólo conectivo.

El lenguaje de la lógica operatoria permite representar con mayor claridad la adquisición y el desarrollo psicológico de nociones formales como la de clase, relación, función, número, etc.

Sin embargo, desde su proposición, no ha sido aceptada completamente por los lógicos, especialmente las estructuras de agrupamiento; lo que ha originado intentos más rigurosos para justificarla p.e. H. Wermus quien axiomatizó los agrupamientos, y E.W. Beth y Leo Apostel quienes de alguna manera han continuado el desarrollo de la lógica operatoria.

## ANEXO II

## DEFINICIONES DE TERMINOS UTILIZADOS.

**Clasificación:**

Es la acción de determinar la jerarquía de estructuras elaboradas espontáneamente (Piaget 1972 pág.165)

**Correspondencia:**

Relación de concordancia entre elementos.

**Esquema:**

(Operatorio) Una sucesión de acciones que tienen una organización y que son susceptibles de repetirse en situaciones semejantes (DelVal 1985 pág 99).  
(Formal) ver sección 2.3.

**Estructura:**

Es la organización de relaciones en un mismo grupo operativo. Y es también en términos más particulares, "toda relación susceptible de desempeñar alternativa o simultáneamente, el rol de forma y contenido." (Piaget 1977 pág.63).

**Formal:**

Se utiliza este para referirse siempre al pensamiento formal descrito en la sección 2. Una cualidad que permite al pensamiento pasar de un contenido a su forma inmediata, y de esta a su forma supralternante.

**Generalización:**

Se refiere a la acción de como una operación que tiene su origen y se da en un contexto determinado, pasa a aplicarse a otros contextos diferentes.

**Invariantes:**

Elementos que se conservan cuando se producen transformaciones, como puede ser en el caso de los esquemas de conservación de un objeto, o en el caso de las operaciones, el peso, el volumen, etc. (DelVal 1985 pág.162)

**Lógica de enunciados:**

Se refiere al cálculo proposicional de primer orden, que comúnmente se conoce en lógica pero, se hace la distinción para que no se confunda con la lógica operatoria. Ver anexo I.

**Operación:**

Las operaciones intelectuales a las que constantemente se refiere en la psicología genética son acciones efectivas o mentalizadas que comparten dos aspectos; exteriormente se manifiestan como acciones coordinadas entre si, mientras que interiormente tratan de relaciones que se implican unas a otras. Y que se caracterizan por su reversibilidad. Operación

es "la transformación reversible de una estructura en otra ya sea por modificación de la 'forma' o bien por sustitución en relación al 'contenido" (Piaget 1977 pág.79).

**Regulaciones:**

Son una serie de acciones sucesivas donde alternativamente se realiza una acción y su contraria modificando sus valores o su intensidad hasta obtener un efecto deseado.

**Seriación:**

Agrupación de los objetos por sus diferencias ordenadas.

**Simbólico:**

Que no se refiere a nada en particular, es una representación con signos de algo indefinido.

## ANEXO III

## PROTOCOLOS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACION.

## HOJA DE REGISTRO Y PROTOCOLO.

Nombre: \_\_\_\_\_ Sexo: \_\_\_\_\_  
 Edad: \_\_\_\_\_ Grado escolar: \_\_\_\_\_

Tarea manipulativa : \_\_\_\_\_

## Fase 1 Presentación del material.

-Colocar frente al sujeto la balanza y los dos juegos de pesos.

+Instrucción: Examina todo el material que tienes enfrente.

-Esperar a que el sujeto haya manipulado la mayor parte del material.

## Fase 2 Descripción del material.

+Instrucción: Dime lo que tenemos aquí.

-Que la descripción incluya:

-mención de la numeración de los brazos de la balanza.

-mención de la numeración de los pesos.

+Instrucción: Vamos a hacer una serie de ejercicios con esta balanza pero, es muy importante que pongas toda tu atención para resolverlos ¿Estás listo?

## Fase 3 Entrenamiento: Homogenización de la relación vp-vd.

+Instrucciones:

- Antes de que levantes la balanza Puedes decirme de qué forma va a quedar el brazo?

- Antes de que levantes la balanza Puedes decirme qué peso (o que distancia) puedo colocar para que el brazo quede horizontal (o inclinado)?

-Dejar que después de cada contestación el sujeto verifique por sí mismo levantando la balanza.

-Si el sujeto predice satisfactoriamente cinco ejercicios seguidos pasar al No.24.

No.	Problema	Solución.	No.	Problema	Solución.
1	$A2 B2$ $x8 y4 = \square$	▲	16	$A6 B6$ $x1 y1 = \square$	●
2	$A1 B1$ $x6 y6 = \square$	●	17	$A3 B3$ $x\square y3 = \bullet$	$x=3$
3	$A6 B4$ $x1 y1 = \square$	▲	18	$A1 B1$ $x\square y4 = \square$	$x<4$

- |    |  |           |    |  |          |
|----|--|-----------|----|--|----------|
| 4  | $A \square B6$<br>$x1 y1 = \cup$                     | $A < 6$   | 19 | $A3 B2 = \cup$<br>$x5 y \square = \cup$              | $y < 7$  |
| 5  | $A6 B6$<br>$x10y10 = \square$                        | $\ominus$ | 20 | $A5 B7 = \cup$<br>$x5 y \square = \cup$              | $y >= 7$ |
| 6  | $A6 B6 = \cup$<br>$x \square y2 = \cup$              | $x < 2$   | 21 | $A \square B \square = \cup$<br>$x7 y3 = \cup$       | $A >= B$ |
| 7  | $A7 B5 = \square$<br>$x6 y6 = \square$               | $\cup$    | 22 | $A10B10 = \cup$<br>$x \square y \square = \cup$      | $x > y$  |
| 8  | $A \square B \square = \ominus$<br>$x3 y3 = \ominus$ | $A = B$   | 23 | $A9 B9 = \ominus$<br>$x \square y \square = \ominus$ | $x = y$  |
| 9  | $A2 B2 = \square$<br>$x2 y2 = \square$               | $\ominus$ | 24 | $A5 B5 = \cup$<br>$x \square y \square = \cup$       | $x < y$  |
| 10 | $A \square B \square = \cup$<br>$x6 y7 = \cup$       | $A <= B$  | 25 | $A8 B8 = \square$<br>$x1 y10 = \square$              | $\cup$   |
| 11 | $A7 B7 = \square$<br>$x5 y5 = \square$               | $\cup$    | 26 | $A \square B8 = \cup$<br>$x1 y1 = \cup$              | $A < B$  |
| 12 | $A \square B2 = \ominus$<br>$x1 y1 = \ominus$        | $A = 2$   | 27 | $A5 B \square = \cup$<br>$x3 y3 = \cup$              | $B < 5$  |
| 13 | $A6 B9 = \square$<br>$x6 y6 = \square$               | $\cup$    | 28 | $A8 B8 = \ominus$<br>$x1 y \square = \ominus$        | $x = 1$  |
| 14 | $A7 B \square = \cup$<br>$x7 y7 = \cup$              | $B < 7$   | 29 | $A \square B \square = \cup$<br>$x6 y6 = \cup$       | $A > B$  |
| 15 | $A8 B \square = \ominus$<br>$x6 y6 = \ominus$        | $B = 8$   | 30 | $A5 B8 = \cup$<br>$x \square y \square = \cup$       | $x <= y$ |

#### Fase 4 Predicción.

+Instrucciones: Felicidades, lo has hecho muy bien. Enseguida vamos a hacer otros dieciocho problemas parecidos pero, en estos vamos a hacer variar al mismo tiempo los pesos y las distancias.

-Encender grabadora.

- |   |   |           |    |   |
|---|---|-----------|----|---|
| 1 | $A1 B7 = \square$<br>$x7 y1 = \square$        | $\ominus$ | 10 | $A2 B$<br>$x \square y8 = \ominus$              |
| 2 | $A6 B8 = \square$<br>$x2 y1 = \square$        | $\cup$    | 11 | $A \square B3 = \cup$<br>$x9 y \square = \cup$  |
| 3 | $A2 B8 = \square$<br>$y9 y3 = \square$        | $\cup$    | 12 | $A \square B10 = \cup$<br>$x4 y \square = \cup$ |
| 4 | $A9 B \square = \ominus$<br>$x4 y6 = \ominus$ | $B = 6$   | 13 | $A1 B \square = \cup$<br>$x7 y \square = \cup$  |



$$5 \quad A \square B3 = \circ \quad A < = 2$$

$$x6 \quad y5 = \circ$$

$$14 \quad A1 \quad B \square = \circ$$

$$x7 \quad y \square = \circ$$

$$6 \quad A \square B6 = \bullet \quad A > = 6$$

$$x7 \quad y6 = \bullet$$

$$15 \quad A \square B5 = \circ$$

$$x \square y2 = \circ$$

$$7 \quad A8 \quad B5 = \circ \quad x = 5$$

$$x \square y8 = \circ$$

$$16 \quad A \square B \square = \bullet$$

$$x1 \quad y6 = \bullet$$

$$8 \quad A2 \quad B1 = \circ \quad y < = 7$$

$$x5 \quad y \square = \circ$$

$$17 \quad A5 \quad B2 = \circ$$

$$x \square y \square = \circ$$

$$9 \quad A3 \quad B1 = \bullet \quad y = 10$$

$$x3 \quad y \square = \bullet$$

$$18 \quad A \square B \square = \circ$$

$$x1 \quad y10 = \circ$$

**+Instrucciones:**

-Me podrías explicar de estos últimos ejercicios ¿Cuál es la relación que existe entre el peso y la distancia?

-Muchas gracias;... por tu participación. Cuando salgas procura no comentar con tus compañeros lo que hiciste aquí. Si te preguntan, diles que se trata de un ejercicio de habilidad con números.

-Apagar grabadora.

Tarea simbólica : \_\_\_\_\_

**Fase 1** Presentación del material.

-Colocar frente al sujeto el juego de 30 tarjetas de la fase 3.

+Instrucción: Examina cuidadosamente el contenido de estas tarjetas pero procura no desordenarlas.

-Dejar que el sujeto las observe hasta la tarjeta 16 aproximadamente.

**Fase 2** Descripción del material.

+Instrucción: Dime ¿Qué es lo que contienen estas tarjetas?

-La descripción debe de incluir:

-mención de los dos pares de letras y números.

-mención de la secuencia de los signos (  $\circ$   $\bullet$   $\circ$  ), al signo ( = ).

**Fase 3** Entrenamiento: Homogenización de la relación vp-vd.

+Instrucción: Efectivamente, en todas las tarjetas vas a encontrar cuatro letras seguidas por números. Después de ellas siempre va un signo igual, y otro signo que puede ser una bolita azul, una bolita roja, o las dos.

En todas las tarjetas, también aparece un cuadrado en donde hace falta poner un número o una bolita, según el lugar donde este.

Entre los números, existe una relación que hace que aparezca una bolita diferente después del signo igual. Se

trata de que tu trates de descubrir cuál es esta relación y me digas que es lo que debe de aparecer en el cuadrado de cada tarjeta. Yo te voy a corregir en cada ocasión. Entendiste?

-Retirar las tarjetas cada vez que el sujeto toma otra.

-Si el sujeto predice adecuadamente cinco tarjetas continuas, pasar a la tarjeta 24.

No.	Problema.	Solución.	No.	Problema.	Solución.
1	$A5 \ B4$ $x2 \ y2 = \square$	$\ominus$	16	$A9 \ B9$ $x3 \ y3 = \square$	$\ominus$
2	$A10B10$ $x8 \ y8 = \square$	$\ominus$	17	$A4 \ B4$ $x\square \ y5 = \ominus$	$x=5$
3	$B9 \ A9$ $x2 \ y1 = \square$	$\ominus$	18	$A3 \ B3$ $x\square \ y9 = \ominus$	$x<9$
4	$A\square \ B4$ $x1 \ y1 = \ominus$	$A<4$	19	$B8 \ A8$ $x2 \ y\square = \ominus$	$y=1$
5	$A1 \ B1$ $x2 \ y2 = \square$	$\ominus$	20	$A6 \ B6$ $x2 \ y\square = \ominus$	$y>2$
6	$A9 \ B10$ $y3 \ x\square = \ominus$	$x<4$	21	$A\square \ B\square$ $x1 \ y1 = \ominus$	$A<B$
7	$A2 \ B2$ $x10y5 = \square$	$\ominus$	22	$A7 \ B4$ $x\square \ y\square = \ominus$	$x>=y$
8	$A\square \ B\square$ $y6 \ x6 = \ominus$	$A=B$	23	$B2 \ A2$ $x\square \ y\square = \ominus$	$x=y$
9	$A1 \ B1$ $x3 \ y3 = \square$	$\ominus$	24	$A1 \ B10$ $x\square \ y\square = \ominus$	$x<=y$
10	$A\square \ B\square$ $x8 \ y8 = \ominus$	$A<B$	25	$A9 \ B10$ $x9 \ y9 = \square$	$\ominus$
11	$A7 \ B10$ $x3 \ y3 = \square$	$\ominus$	26	$A\square \ B4$ $x10y10 = \ominus$	$A>4$
12	$B10A\square$ $x5 \ y5 = \ominus$	$A=B$	27	$A5 \ B\square$ $y3 \ x2 = \ominus$	$B>=5$
13	$A6 \ B6$ $y3 \ x1 = \square$	$\ominus$	28	$A1 \ B1$ $x6 \ y\square = \ominus$	$y=6$
14	$A6 \ B\square$ $x4 \ y2 = \ominus$	$B<=6$	29	$A\square \ B\square$ $x5 \ y4 = \ominus$	$A>=B$
15	$A1 \ B\square$ $x6 \ y6 = \ominus$	$B=1$	30	$A3 \ B3$ $x\square \ y\square = \ominus$	$x<y$

## fase 4 Predicción.

-Encender grabadora.

+Instrucción: Felicidades;... lo estas haciendo muy bien. Enseguida vamos a hacer otros dieciocho problemas parecidos pero, vamos a hacer variar todos los números a la vez. Por lo tanto la relación cambia.

- |   |                          |           |    |                               |  |
|---|--------------------------|-----------|----|-------------------------------|--|
| 1 | $A1 B9 = \square$        | $\ominus$ | 10 | $A3 B\square = \ominus$       |  |
|   | $x9 y1 = \square$        |           |    | $x\square y9 = \ominus$       |  |
| 2 | $A4 B8 = \square$        | $\ominus$ | 11 | $A\square B6 = \ominus$       |  |
|   | $x8 y2 = \square$        |           |    | $x7 y\square = \ominus$       |  |
| 3 | $A10B3 = \square$        | $\ominus$ | 12 | $A\square B2 = \ominus$       |  |
|   | $x1 y5 = \square$        |           |    | $x8 y\square = \ominus$       |  |
| 4 | $A6 B\square = \ominus$  | $B=2$     | 13 | $A1 B\square = \ominus$       |  |
|   | $x3 y9 = \square$        |           |    | $x7 y\square = \ominus$       |  |
| 5 | $A\square B5 = \ominus$  | $A<6$     | 14 | $A5 B\square = \ominus$       |  |
|   | $x8 y9 = \square$        |           |    | $x6 y\square = \ominus$       |  |
| 6 | $A\square B9 = \ominus$  | $A>=4$    | 15 | $A\square B5 = \ominus$       |  |
|   | $x5 y2 = \square$        |           |    | $x\square y8 = \ominus$       |  |
| 7 | $A5 B1 = \ominus$        | $x=2$     | 16 | $A\square B\square = \ominus$ |  |
|   | $x\square y10 = \square$ |           |    | $x5 y4 = \ominus$             |  |
| 8 | $A3 B7 = \ominus$        | $y<=2$    | 17 | $A9 B9 = \ominus$             |  |
|   | $x5 y\square = \square$  |           |    | $x\square y\square = \ominus$ |  |
| 9 | $A3 B5 = \ominus$        | $y>=3$    | 18 | $A\square B\square = \ominus$ |  |
|   | $x4 y\square = \square$  |           |    | $x10y4 = \ominus$             |  |

+Instrucción:

-Me podrias explicar en relación a estas últimas dieciocho tarjetas ¿Cuál es la relación que tu encontraste entre los números?

-Muchas gracias;... por tu participación. Cuando salgas, procura no comentar con tus compañeros lo que hiciste aqui, si te preguntan, diles que se trata de un ejercicio de habilidad numérica.

-Apagar grabadora.

[Espacio para anotar observaciones y comentarios.]

## BIBLIOGRAFIA.

- Bass, J.E., Maddux, C.D. (1982)  
 Scientific explanations and piagetian formal levels Journal of research in science teaching, 19 (7) 533-541.
- Bower T.G.R. (1974)  
Development in infancy, San Francisco, Freeman W.H.
- Case R. (1978)  
 Intellectual development from birth to adulthood: A neo-piagetian interpretation. Siegler, R.S. (comp.) Children's thinking: What develops? Cap. 2 37-71, Nueva York, Erlbaum.
- Coll C. (1983a)  
 Introducción. Coll C. (comp.) Psicología genética y aprendizajes escolares. Madrid, Ed. Siglo XXI España.
- Coll C. (1983b)  
 Las aportaciones de la psicología a la educación: el caso de la psicología genética y los aprendizajes escolares. Coll C. (comp.) Psicología genética y aprendizajes escolares. Madrid, Ed. Siglo XXI España.
- Danner F.W., Day M.C. (1977)  
 Eliciting formal operations. Child Development, 48, 1600-1606.
- DelVal J. (1974)  
 Sobre el problema de las cuatro tarjetas. DelVal J. (comp.) Investigaciones sobre lógica y psicología. Madrid, Ed. Alianza.
- DelVal J. (1981)  
 Prefacio del traductor. Wason P. y Jhonson-Laird P.N. Psicología del razonamiento: estructura y contenido. Madrid, Ed. Debate.

- DelVal J. (1985) Crecer y pensar: la construcción del conocimiento en la escuela. Barcelona, Ed. Laia.
- Díaz-Barriga A.F. (1984) Inducción de reglas de pensamiento formal en una tarea piagetiana de proporcionalidad: El equilibrio de la balanza. Tesis maestría, México, Facultad de Psicología UNAM.
- Díaz-Barriga A.F. (1985) Operaciones de pensamiento formal. Estado actual de la teoría y la investigación. Memorias del IV Congreso mexicano de psicología. México, Ed. Trillas.
- Duckworth E. (1983) Tener ideas maravillosas. Coll C. (comp.) Psicología genética y aprendizajes escolares. Madrid, Ed. Siglo XXI de España.
- Furth H.G., Wachs H. (1978) La teoría de Piaget en la práctica. Buenos Aires, Ed. Kapelusz.
- González G.H., Ortiz B.A., Rocha S.H., Conde O.L., Arellano S.L.M., Oriol C.M.A., González G.M.B. (1985) Operaciones formales con tareas de contenido histórico en jóvenes universitarios: Prolegómenos a una propuesta de investigación. Memorias del IV Congreso mexicano de psicología. México, Ed. Trillas.
- Guilleron Ch. (1979) De la epistemología genética a una psicología del niño de edad precolar. Anuario de psicología, 21 (2).
- Inhelder B., Piaget J. (1972) De la lógica del niño a la lógica del adolescente. Buenos Aires, Ed. Paidós.
- Jhonson-Laird P.N. (1984) Deductive thinking. How we reason. Gazzaniga M. (comp.) Handbook of cognitive neuroscience. Cap. 13 249-274, Londres, Plenum publishing Co.



- Jhonson-Laird P.N. (1985)  
 Logical Thinking: Does it occur in daily life? Can it be taught? Hillsdale N.J. (comp.) Thinking and learning skills, Vol.2. Londres, Erlbaum.
- Jhonson-Laird P.N., Bara G. (1984)  
 Syllogistic inference. Cognition, 16 (1) 1-61.
- Karplus R., Karplus E., Formisano M., Paulsen A. (1977)  
 A survey of proportional reasoning and control of variables en seven countries. Journal of reserach in science teaching, 14 (5) 411-417.
- Levault D. (1983)  
 Le passage des operations concretes aux operations formelles: Une etude des sequences de developpement des notions de proportion et d'arregement, considerees dans unvers de tache de contenu varies. Revue Canadienne de psychologie, 37 (4) 521-534.
- Linn M.C. Pulos S. Gans A. (1981)  
 Correlates of formal reasoning: content and problem effects. Journal of reserach in science teaching. 18 (5) 435-447.
- Linn M.C. (1982)  
 Theoretical and practical significance of formal reasoning. Journal of research in science teaching. 19 (9) 727-742.
- Linn M.C. Clement C. Pulos S. (1983)  
 Is it formal if it's not physics? (The influence of content on formal reasoning). Journal of research in science teaching. 20 (8) 755-770.
- Nagy P. Griffiths A.K. (1982)  
 Limitations of recent research relating Piaget's theory to adolescent thoght. Review. 52 (4) 513-556.
- Nique Ch. (1980)  
Introducción metódica a la gramática generativa. Madrid, Ed. Cátedra.

- Perez E.M., Carretero M., Pozo J.I. (1986)  
 Los adolescentes ante las matemáticas; proporción y probabilidad. Cuadernos de pedagogía. 12 (133).
- Peskin J. (1980)  
 Female performance and influence on piagetian's test of formal operation. Genetic and psychological monographs. 101 (2) 245-256.
- Piaget J. (1977)  
Ensayo de lógica operatoria. Buenos Aires, Ed. Guadalupe.
- Piaget J. (1984)  
Adaptación vital y psicología de la inteligencia: Selección orgánica y fenocopia, México, Siglo XXI editores.
- Piaget J., Inhelder B. (1981)  
Psicología del niño. Madrid, Ed. Morata.
- Piaget J., Inhelder B. (1983)  
 Las operaciones intelectuales y su desarrollo. Freise P. Piaget J. (comp.) Tratado de psicología experimental. Vol. VII La inteligencia. Barcelona, Ed. Paidós ibérica.
- Pozo J.I., y Carretero M. (1986)  
 Desarrollo cognitivo y aprendizaje escolar. Cuadernos de pedagogía. 12 (133) 15-19.
- Rigo L.M.A. (1983)  
Operaciones formales en estudiantes de nivel escolar medio; un estudio experimental. Tesis de licenciatura. México, Facultad de Psicología UNAM.
- Seggie J.L. (1978)  
 Concept learning and the formal operatinal model. Keats J.A., Collins K.F., Halford G.S. (comp.) Cognitive development. Jhon Whiley & Sons.

- Siegler R.S. (1976) Three aspects of cognitive development. Cognitive Psychology, 8, 481-520.
- Siegler R.S. (1978) The origins of Scientific reasoning. Siegler R.S. (comp.) Children's thinking: What develops? Cap.5 109-149, Nueva York, Erlbaum.
- Siegler R.S., y Vago S. (1978) The development of proportionality concept: Judging relative fullness. Journal of experimental child psychology. 25, 371-395.
- Walpole R.E., Myers R.H. (1985) Probabilidad y estadística para ingenieros. México, Ed. Interamericana.
- Wason P.C. (1968) Reasoning about a rule. Quarterly journal of experimental psychology, 20, 273-281.
- Wason P.C. (1980) La teoría de las operaciones formales, una crítica. Gerler E.A. (comp.) Piaget y el conocimiento. Barcelona, Ed. Paidós.
- Wason P.C., Jhonson-Laird P.N. (1970) A teoretical analysis of insigth into a reasoning task. Cognitive Psychology. 1, 134-148.
- Wason P.C., Jhonson-Laird P.N. (1981) Psicología del razonamiento: estructura y contenido. Madrid, Ed. Debate.