2Ej
90

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CONTADURIA Y ADMINISTRACION

METODOS MATRICIALES: UN ENFOQUE FINANCIERO CON APLICACIONES

SEMINARIO DE INVESTIGACION CONTABLE

QUE EN OPCION AL GRADO DE

LICENCIADO EN CONTADURIA

P R E S E N T A :

PABLO ORDORICA LEÑERO

DIRECTOR DEL SEMINARIO

C. P. ELSA ALVAREZ MALDONADO

MEXICO, D. F. 1987

INDICE

Pág.

Pág.

INTRODUCCION

La tesis que, para optar por el título de Licenciado en Contaduría, he elaborado se estructura de la siguiente manera:

I Algebra de matrices.

II Contabilidad con matrices: técnicas de contabilidad financiera por medio de la computadora

III Aplicaciones matriciales en la contabilidad: un enfoque financiero.

IV Métodos matriciales en la planeación financiera.

V Conclusiones.

La tesis tiene por objeto demostrar la potencial aplicación de los métodos matriciales -particularmente las cadenas de Markov y el análisis insumo-producto- en la contabilidad financiera así como en la planeación financiera. Para ello, como lo indica la estructura temática, se tratan, primeramente, aquellos aspectos del álgebra de matrices que son utilizados en los capítulos posteriores de la tesis.

En el segundo capítulo, Contabilidad con matrices...,-

se diseña un modelo matricial -que puede ser operado tanto - manual como electrónicamente- que nos permite tener un seguimiento sistemático de las actividades financieras de una entidad para facilitar su ordenamiento y presentación periódica.- El propósito consiste en poder preparar estados financieros - articulados, en particular estados de cambios en la situación financiera en base a efectivo, en cualquier momento que se -- desee. Este modelo permite agilizar considerablemente la toma de decisiones de cualquier entidad y constituye el marco - conceptual dentro del cual se aplican los modelos desarrollados en el capítulo referente a la planeación financiera. Asímismo, se describe y explica cómo se maneja la información financiera por medio de una computadora, haciendo uso de métodos matriciales. Esto nos permite entender conceptualmente - el funcionamiento de estas máquinas y mostrarnos el enorme -- campo de aplicación de la herramienta objeto de la tesis.

En el tercer capítulo, Aplicaciones..., se consideran- cinco problemas relacionados con la contabilidad financiera - tomando como base para su resolución el marco establecido en- el capítulo 2. Los primeros dos problemas no involucran conceptualmente, algo nuevo. Constituyen, solamente, un mejoramiento considerable de los procedimientos de cálculo. Los -- otros tres de estos problemas, que tratan con valuaciones del estado de posición financiera, son tratados como una unidad.- Este tratamiento involucra tres variaciones en el uso de un -

modelo de probabilidad basado en métodos matriciales. Debido a que el uso de modelos formales de probabilidad es un mayor alejamiento de las prácticas convencionales en contabilidad financiera de lo que son los métodos matriciales, el modelo a ser usado se explica con bastante detalle y se discute, también, su relevancia para el problema teórico práctico de la valuación. La gran mayoría de los expertos en cuestiones financieras consideran que el desarrollo de la teoría de la valuación, base para la generación de información útil, veraz y estable, se ha visto retardado por los correspondientes problemas de cuantificación. Nuevas técnicas de cuantificación hacen posible la extensión de las teorías anteriores, y la nueva teoría, por su parte, sugiere innovaciones en medición y cuantificación. Este capítulo termina con la adecuación del modelo presentado para ser utilizado en un medio inflacionario como el de México.

El cuarto y último capítulo, Métodos matriciales ..., hace uso del marco conceptual establecido para afrontar tres problemas de planeación financiera resueltos por medio de métodos matriciales. Dos de los problemas basan su solución en la utilización del modelo de cadenas de Markov. El otro problema basa su solución en el concepto del análisis de insumo-producto. Este concepto fue concebido originalmente como una manera de afrontar sistemáticamente las interrelaciones de la oferta agregada y la demanda agregada en una economía nacional. En esta tesis, sin embargo, se aplica el concepto a un problema de planeación financiera al nivel de una empresa individual para determinar, entre otros, la capacidad instalada de una o varias plantas de producción con respecto a cualquier insumo, en términos monetarios, para cuantificar el grado de utilización implicado en un presupuesto de producción dado. Permite también proyectar requerimientos de flujo de efectivo, considerando tasas de descuento, implicados en un presupuesto de producción. Esto facilita la presupuestación interdepartamental-considerando las repercusiones económicas internas-dando lugar a que se pueda considerar a una empresa, no como un átomo de análisis, sino como un conjunto de contratos entre proveedores de capital y los factores de producción.

Dentro de las conclusiones se confirma la potencial aplicación de los métodos matriciales en la planeación financiera como una herramienta que facilita la producción al instante de información -no comúnmente obtenida- para la toma de decisiones, y la aplicación para la resolución de problemas de valuación de una manera fácil, rápida y precisa.

C A P I T U L O   U N O

INTRODUCCION AL ALGEBRA DE MATRICES

1. Definiciones y Notación Básica

En este capítulo de introducción, se tratarán aque- - llos aspectos del álgebra de matrices que serán utilizados en los capítulos posteriores a la tesis. Primero, es preciso -- aclarar lo que se entiende por la palabra "matriz". De una - manera muy simple, se puede definir a una matriz como un orde namiento o arreglo de números.[1] Para los propósitos de esta- tesis, se hará uso únicamente de arreglos u ordenamientos de- nominados "bidimensionales". En general, una matriz puede te ner tres o inclusive más dimensiones.[2] Los siguientes son -- ejemplos de ordenamientos de números de dos dimensiones:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 10 \\ 11 & 12 & 7 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 7 & 5 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 6 & 1 \end{bmatrix}$

Cada uno de los cuatro anteriores ordenamientos de nú meros constituye una matriz. Los corchetes que enmarcan, delimitando, cualquier ordenamiento de números implican que se trata del conjunto de números tomados como tal, en conjunto, lo que constituye una matriz. El tamaño de una matriz se encuentra determinado por el número de renglones ( ) y columnas ( ) que contenga. La primera matriz anteriormente representada, (a), por ejemplo, tiene tres renglones y tres columnas; la segunda (b), tiene cuatro renglones y dos columnas; la tercera, (c), tiene dos renglones y dos columnas. En el desarrollo de la tesis, se utilizará la notación convencional que indica que una matriz que tiene m renglones y n columnas es de tamaño m x n. Otra manera de expresar esta idea es diciendo que una matriz es de dimensión m x n. Por ejemplo, las cuatro matrices que se mostraron anteriormente son, respectivamente, de tamaño o dimensión 3 x 3, 4 x 2, 2 x 2, y 2 x 4. Se hace notar que el número de renglones es dado en primer término, seguido del número de columnas.

El siguiente paso es establecer alguna manera para designar e identificar a los números individuales pertenecientes a una matriz. En forma convencional, se denota a una matriz, como una entidad, con una letra mayúscula. Posteriormente, se utiliza la misma letra que se usó para designar a la matriz como una entidad pero ahora en minúscula para designar a los números individuales, llamados "elementos" o "registros", pertencientes a esa matriz. Por ejemplo, si se utiliza A para designar a una matriz, se utilizará "a" para los elementos o registros individuales. Para referirse a registros específicos en una matriz, se necesita alguna manera de establecer a que "a" en particular se está haciendo mención. Nuevamente se adoptará la notación convencional que utiliza índices para identificar a cada elemento o registro en términos de su posición de renglón y columna dentro de la matriz. Considérese, por ejemplo, la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 6 & 8 \\ 7 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

Para esta matriz, la notación $a_{1,2}$ se refiere al elemento o registro que se encuentra localizado en el primer renglón, segunda columna de la matriz. Una enumeración completa de esta matriz A queda constituida de la siguiente manera:

$a_{1,1} = 1$ $a_{2,1} = 4$ $a_{3,1} = 7$

$a_{1,2} = 2$ $a_{2,2} = 6$ $a_{3,2} = 8$

$a_{1,3} = 5$ $a_{2,3} = 8$ $a_{3,3} = 3$

Entonces, para este ejemplo, se tiene:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 6 & 8 \\ 7 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

Para simplificar aún más la notación, no se utilizarán las comas entre los índices de los registros o elementos específicos. En adelante, se escribirá a_{11} en vez de $a_{1,1}$ al menos que la coma se haga necesaria por motivos de claridad. Por ejemplo, una coma será necesaria para distinguir entre $a_{11,2}$ y $a_{1,12}$.

2. Aritmética de Matrices: Suma y Resta

En el primer punto de este capítulo, se estableció ya el concepto de matriz, la manera de describir el tamaño o dimensión de una matriz, y la manera de designar e identificar a los registros individuales de una matriz. El siguiente paso, a tratarse en este punto, consiste en describir cómo realizar operaciones aritméticas con matrices. Debido a que nos encontramos habituados a realizar operaciones aritméticas con números, llevar a cabo las mismas operaciones con ordenamientos de números no constituye nada nuevo. Conceptualmente se trata de lo mismo. Las operaciones aritméticas que se aplican en matrices son suma, resta y multiplicación. De la misma manera que es posible sumar, restar o multiplicar dos o más números juntos, es posible también realizar las mismas operaciones con dos o más matrices bajo ciertas condiciones específicas. Se considerará, a continuación, a cada una de estas operaciones respectivamente.

La adición de matrices se logra sumando los elementos individuales correspondientes de las matrices de que se trate. Por ejemplo, si:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \qquad y \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

la suma de matrices [A+B] se lleva a cabo de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 1+2 & 6+3 \\ 0+5 & 4+0 \end{bmatrix}$$

entonces,

$$(A+B) = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

Es importante hacer notar que la suma de dos matrices da como resultado una matriz. La operación de suma o adición no cambia el hecho de que se está manejando dos o más ordenamientos de números. Debido a la manera en que se define la suma de matrices, también se hace notar que sólo es posible sumar matrices del mismo tamaño.[3] Por ejemplo, no es posible sumar las matrices:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 4 & 6 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} \qquad y \qquad \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La primera matriz no tiene una tercera y cuarta columna y la segunda matriz no tiene un cuarto renglón. Se dice que la suma de matrices de diferente tamaño no se encuentra definida. Por último, se puede observar fácilmente que es posible sumar más de dos matrices, siempre y cuando sean todas del mismo tamaño, simplemente por medio de sumas en pares. Por ejemplo, al igual que con números, se tiene:

$$(A+B+C) = (A+(B+C)) = ((A+B)+C)$$

La resta de matrices es un paralelo directo de la suma de matrices. Formalmente, el elemento o registro ij de la diferencia de matrices (A-B) se encuentra dado por $(a_{ij} - b_{ij})$. Utilizando las mismas matrices A y B que se utilizaron para la suma, por ejemplo, se tiene:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(A-B) = \begin{bmatrix} 1-2 & 6-3 \\ 0-5 & 4-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

Todos los otros aspectos sobre los que se hizo mención, al tratar la suma de matrices, se aplican también a la diferencia o resta de matrices. Específicamente, la diferencia o resta de matrices se encuentra definida únicamente para matrices del mismo tamaño; el resultado de restarle una matriz a otra matriz es una nueva matriz que tiene el mismo tamaño de las que se derivó; y las restas que involucran más de dos matrices se realizan por partes de elementos.

3. Multiplicación de Matrices

La multiplicación de matrices difiere del procedimiento directo, elemento a elemento, de la diferencia y de la suma de matrices. Existen razones muy claras por las cuales el producto de matrices A.B no se encuentra definido como la matriz de elementos $a_{ij} \cdot b_{ij}$, pero estas razones se basan en conceptos avanzados del álgebra de matrices los cuales se encuentran fuera del alcance de esta tesis. Por ello no se explicarán las razones que fundamentan esta diferencia sino que se procederá a definir el producto o multiplicación de matrices.

Como se recordará la suma o adición y la resta o diferencia de matrices está definida únicamente para matrices de igual tamaño. De manera similar, la multiplicación o producto de matrices está definida únicamente para matrices cuyos tamaños se conforman a un cierto patrón. Específicamente, si la matriz A tiene n columnas, el producto A.B está únicamente definido para matrices B que tengan n renglones.[4] Entonces, si la matriz C es de tamaño 3 x 4, la matriz D es de tamaño 2 x 4, y la matriz E es de tamaño 3 x 2, la única multiplicación posible es la de la matriz E (3 x 2) y la matriz D(2 x 4): : E.D. Todas las demás combinaciones no se adecúan o conforman con respecto a la multiplicación. Cuando dos matrices se conforman para la multiplicación, la matriz producto resultante tiene el mismo número de renglones de la primera matriz del producto y el mismo número de columnas de la segunda matriz del producto. Entonces, si A es igual a m x n y b es igual a n x p, el producto A.B será de tamaño m x p. Por ejemplo, considérese la siguiente multiplicación de matrices:

$$\underset{2 \times 2}{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}} \cdot \underset{2 \times 3}{\begin{bmatrix} e & f & i \\ g & h & j \end{bmatrix}} = \underset{2 \times 3}{\begin{bmatrix} (ae=bg) & (af+bh) & (ai+bj) \\ (ce+dg) & (cf+dh) & (ci+dj) \end{bmatrix}}$$

Una consideración más formal de las técnicas de cálculo de la multiplicación de matrices se puede establecer de la siguiente manera: el elemento o registro i,j del producto de la matriz A.B está dado por:[5]

$$\sum_{k=1}^{n} a_{ik} \cdot b_{kj} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + 1_{in}b_{nj}$$

La definición formal anterior significa que el elemento o registro i,j del producto de la matriz A.B se forma multiplicando cada elemento en el renglón i de A por el correspondiente elemento en la columna j de B y, luego, sumando estos productos. Por ejemplo, supóngase:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \qquad y \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 9 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como A es de tamaño 3 x $\underline{2}$ y B es de tamaño $\underline{2}$ x 3, el producto matricial A.B está definido y es de tamaño 3 x 3. Si se denota con C el producto matricial A.B, el cálculo de cada registro o elemento c_{ij} es como sigue:[6]

$$c_{11} = \sum_{k=1}^{2} a_{1k}.b_{k1} = a_{11}.b_{11} + a_{12}.b_{21} = 1.2 + 5.9 = 47$$

$$c_{12} = \sum_{k=1}^{2} a_{1k}.b_{k2} = a_{11}.b_{12} + a_{12}.b_{22} = 1.7 + 5.0 = 7$$

$$c_{13} = \sum_{k=1}^{2} a_{1k}.b_{k3} = a_{11}.b_{13} + a_{12}.b_{23} = 1.0 + 5.1 = 5$$

$$c_{21} = \sum_{k=1}^{2} a_{2k}.b_{k1} = a_{21}.b_{11} + a_{22}.b_{21} = 2.2 + 4.9 = 40$$

$$c_{22} = \sum_{k=1}^{2} a_{2k}.b_{k2} = a_{21}.b_{12} + a_{22}.b_{22} = 2.7 + 4.0 = 14$$

$$c_{23} = \sum_{k=1}^{2} a_{2k}.b_{k3} = a_{21}.b_{13} + a_{22}.b_{23} = 2.0 + 4.1 = 4$$

$$c_{31} = \sum_{k=1}^{2} a_{3k}.b_{k1} = a_{31}.b_{11} + a_{32}.b_{21} = 3.2 + 6.9 = 60$$

$$c_{32} = \sum_{k=1}^{2} a_{3k}.b_{k2} = a_{31}.b_{12} + a_{32}.b_{22} = 3.7 + 6.0 = 21$$

$$c_{33} = \sum_{k=1}^{2} a_{3k} \cdot b_{k3} = a_{31} \cdot 13 + a_{32} \cdot b_{23} = 3.0 + 6.1 = 6$$

En resumen, se tiene:

$$A.B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 9 & 0 & 1 \end{bmatrix} = C = \begin{bmatrix} 47 & 7 & 5 \\ 40 & 14 & 4 \\ 60 & 21 & 6 \end{bmatrix}$$

Se puede observar que debido a la manera en que se define a la multiplicación de matrices, A.B usualmente no es igual a B.A. Es más, en el ejemplo anterior, B.A ni siquiera tiene las mismas dimensiones que A.B. La matriz B.A es de tamaño 2 x 2 ya que es el producto de una matriz 2 x 3 multiplicada por una matriz 3 x 2. Supóngase que B.A.=D; entonces los elementos o registros d_{ij} se calculan de la siguiente ma- manera:

$$d_{11} = \sum_{k=1}^{3} b_{1k} \cdot a_{k1} = b_{11} \cdot a_{11} + b_{12} \cdot a_{21} + b_{13} \cdot a_{31} =$$
$$2.1 + 7.2 + 0.3 = 16$$

$$d_{12} = \sum_{k=1}^{3} b_{1k} \cdot a_{k2} = b_{11} \cdot a_{12} + b_{12} \cdot a_{22} + b_{13} \cdot a_{32} =$$
$$2.5 + 7.4 + 0.6 = 38$$

$$d_{21} = \sum_{k=1}^{3} b_{2k} \cdot a_{k1} = b_{21} \cdot a_{11} + b_{22} \cdot a_{21} + b_{23} \cdot a_{31} =$$
$$9.1 + 0.2 + 1.3 = 12$$

$$d_{22} = \sum_{k=1}^{3} b_{2k} \cdot a_{k2} = b_{21} \cdot a_{12} + b_{22} \cdot a_{22} + b_{23} \cdot a_{32} =$$
$$9.5 + 0.4 + 1.6 = 51$$

En resumen, se tiene:

$$B.A. = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 9 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = D = \begin{bmatrix} 16 & 38 \\ 12 & 51 \end{bmatrix}$$

Al formar la matriz producto A.B, se dice que se está "premultiplicando" B por A. Consecuentemente, se dice que se está "postmultiplicando" A por B.[7]

4. Multiplicación Escalar

Es necesario también hacer referencia a la multiplicación de matrices por un número constante. En el contexto del álgebra de matrices, un número individual o constante considerado por si mismo se llama "escalar".[8] La multiplicación de una constante, escalar, por una matriz se encuentra definida de la misma manera que la suma y resta de matrices por lo que no requiere de mayores explicaciones. Si b es un escalar y A es una matriz, el producto b.A es una matriz cuyos elementos o registros individuales están dados por $b.a_{ij}$. Entonces si:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

el producto 3.A está dado por:

$$\begin{bmatrix} 3.2 & 3.1 \\ 3.4 & 3.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$$

A diferencia de la situación en la que una matriz es multiplicada por otra matriz, la "premultiplicación" y la "postmultiplicación" se encuentran definidas de la misma manera cuando una matriz es multiplicada por un escalar. Esto es, se define Ab como equivalente de bA. En otras palabras, para una matriz A y un escalar b, se tiene que Ab=bA.[9]

5. Inversión de Matrices

No se ha hecho referencia en ningún momento a la división de matrices porque esta operación no esta definida. Sin embargo, se debe estar consciente que al tratar con números, un procedimiento alterno para dividir algo por x es el de multiplicarlo por el recíproco de ese x: 1/x. Otro nombre con el cual se le designa al recíproco de x es el de inverso, el cual se denota por x^{-1}. Esto es: $1/x=x^{-1}$. En este sentido, se puede hablar de la "división de matrices" bajo ciertas condiciones específicas. Si la matriz A tiene el mismo número de renglones y de columnas, es decir, se trata de una matriz cuadrada, y llena algunas otras condiciones técnicas, que generalmente se cumplen en las aplicaciones financieras, se puede calcular la matriz inversa de A, denotada por A^{-1}. Esta matriz inversa A^{-1} puede ser usada como una matriz en cualquiera de las formas antes analizadas. De una manera más for mal, para una matriz cuadrada A, la matriz inversa A^{-1} (si existe, y en esta tesis siempre se aumirá que sí) está definida para ser la matriz tal que: $A.A^{-1} = I$.[10] La matriz I en esta ecuación es una matriz cuadrada especial del mismo tamaño que A. Tiene el número uno en cada posición de la diagonal que va del extremo superior izquierdo al extremo inferior derecho (diagonal principal) y tiene ceros en todas las demás posiciones. Las matrices identidad, es decir I, 2 x 2 y 3 x 3, por ejemplo, son de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se puede observar que la matriz identidad sirve para el mismo propósito en la aritmética de matrices que el número 1 sirve en la aritmética convencional.[11] Específicamente, al tratar con números, se sabe que $x(1/x) = x.x^{-1}$. El paralelo directo en una situación con matrices es:

$$A.A^{-1} = I$$

Debido a que el inverso de una matriz cuadrada es una cantidad muy importante la cual es usada una y otra vez en las aplicciones del álgebra de matrices, es importante entender cómo se calcula una matriz inversa. Como se observará a-continuación, sin embargo, los cálculos son bastante tediosos y tardados, a pesar de que el concepto no es realmente complejo. En cualquier aplicación realmente significativa, se hace, hoy en día, uso de la computadora para calcular cualquier inversa de una matriz. Debido a que en esta tesis, solo se trata de presentar la técnica, se demostrará a través de dos ejemplos muy sencillos. Básicamente la técnica es como sigue:

1. Se forma una nueva matriz aumentada que consiste en la matriz a ser invertida junto a una matriz identidad del mismo tamaño.
2. Se realizan operaciones de renglón en la totalidad de la matriz aumentada hasta que la parte representando a la matriz a ser invertida sea reducida o convertida a una matriz identidad.
3. La parte originalmente compuesta de una matriz identidad, una vez realizadas las operaciones de renglón, contendrá ahora la matriz inversa deseada.

Las "operaciones de renglón" a las que se hace referencia en el paso 2 son procedimientos de cálculo que se realizan en renglones individuales de la matriz aumentada. Las siguientes son las llamadas operaciones de renglón "elementales".

A. Se multiplica cada uno de los componentes o elemen tos en un renglón por cualquier número o fracción (excepto el cero) y se remplaza el renglón por este nuevo renglón.

B. Se suman dos renglones cualquiera, elemento a elemento, y se remplaza cualquiera de los dos renglones por este nuevo renglón.

C. Se intercambian dos renglones cualquiera.

Existen otras operaciones de renglón válidas, pero estas son las únicas que se necesitan para realizar inversiones de matrices. Estas operaciones se pueden y deben realizar una y otra vez hasta obtener el resultado deseado.

A continuación se demuestra la técnica calculando la inversa de la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

1. Primero, formar la matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

2. Multiplicar el segundo renglón por 1/4 para obtener un 1 en la posición a_{22}:

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 5/4 & 1 & 0 & 1/4 \end{array}\right]$$

3. Multiplicar el segundo renglón por -2 y sumarlo al primer- renglón para obtener un cero en la posición a_{12}:

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1/2 & 0 & 1 & -1/2 \\ 5/4 & 1 & 0 & 1/4 \end{array}\right]$$

4. Multiplicar el primer renglón por -5/2 y sumarlo al segundo renglón para obtener un cero en la posición a_{21}:

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1/2 & 0 & 1 & -1/2 \\ 0 & 1 & -5/2 & 3/2 \end{array}\right]$$

5. Multiplicar el primer renglón por 2 para obtener 1 en la - posición a_{11}:

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -5/2 & 3/2 \end{array}\right]$$

Se ha concluido, ya que la mitad izquierda de la ma-- triz aumentada es una matriz identidad. A^{-1} está representada por lo que queda en la mitad derecha de la matriz aumentada, es decir,

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5/2 & 3/2 \end{bmatrix}$$

Para verificar los cálculos, se puede demostrar que - $A.A^{-1}$ es igual a la matriz identidad.

$$A.A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5/2 & 3/2 \end{bmatrix} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$I_{11} = 3.2 + 2.-5 = 6 + (-5) = 1$

$I_{12} = 3.(-1) + 2.3/2 = -3 + 3 = 0$

$I_{21} = 5.2 + 4.-5/2 = 10 + (-10) = 0$

$I_{22} = 5.-1 + 4.3/2 = -5 + 6 = 1$

Es decir:

$$A.A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5/2 & 3/2 \end{bmatrix} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para establecer con mayor claridad esta técnica se procede a un segundo ejemplo. Esta vez se obtendrá la matriz inversa de:

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

1. Primero, se forma la matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

2. Se multiplica el tercer renglón por 1/2 para obtener un 1 en la posición b_{33}:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5/2 & 1 & 0 & 0 & 1/2 \end{array}\right]$$

3. Multiplicar el renglón 3 por -1 y sumarlo al renglón 2 para obtener un cero en la posición b_{23}:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & -1/2 \\ 0 & 5/2 & 1 & 0 & 0 & 1/2 \end{array}\right]$$

4. Multiplicar el renglón 2 por 2 para obtener un 1 en la posición b_{22}:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 2 & 0 & 0 & -4 & 2 \\ 8 & 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 5/2 & 1 & 0 & 0 & 1/2 \end{array}\right]$$

5. Multiplicar el renglón 2 por -2 y sumarlo al renglón 1 para obtener un cero en la posición b_{12}:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} -13 & 0 & 0 & 1 & -4 & 2 \\ 8 & 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 5/2 & 1 & 0 & 0 & 1/2 \end{array}\right]$$

6. Multiplicar el renglón 1 por -1/13 para obtener en un 1 en la posición b_{11}:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/13 & 4/13 & -2/13 \\ 8 & 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 5/2 & 1 & 0 & 0 & 1/2 \end{array}\right]$$

7. Multiplicar el renglón 1 por -8 y sumarlo al renglón 2 para obtener un cero en la posición b_{21}:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/13 & 4/13 & -2/13 \\ 0 & 1 & 0 & 8/13 & -6/13 & 3/13 \\ 0 & 5/2 & 1 & 0 & 0 & 1/2 \end{array}\right]$$

8. Multiplicar el renglón 2 por -5/2 y sumarlo al renglón 3 para obtener un cero en la posición b_{32}

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/13 & 4/13 & -2/13 \\ 0 & 1 & 0 & 8/13 & -6/13 & 3/13 \\ 0 & 0 & 1 & 20/13 & 15/13 & -1/13 \end{array}\right]$$

Debido a que la mitad izquierda de la matriz aumentada ha sido reducida a una matriz identidad, la operación de inversión ha terminado, quedando:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1/13 & 4/13 & -2/13 \\ 8/13 & -6/13 & 3/13 \\ 20/13 & 15/13 & -1/13 \end{bmatrix}$$

Se debe recordar siempre que $B.B^{-1} = I$. Asimismo, se pudo observar con mayor claridad que, cuando se procede a obtener la inversa de una matriz, cada vez que se busque obtener un 1 en la mitad izquierda de la matriz aumentada basta con multiplicar la totalidad del renglón por el recíproco del componente o elemento que se busca convertir en 1; cada vez que se busque obtener un cero se deberán llevar a cabo dos pasos: primero, multiplicar la totalidad de un renglón por un número cualquiera tal que, segundo, al sumar dicho renglón a otro se obtenga un cero en la posición deseada.

Los dos ejemplos anteriores son de sobra convincentes para demostrar que la inversión de matrices es un procedimiento sin mayores complicaciones pero, también, un procedimiento considerablemente tedioso. Sin embargo, es de gran utilidad y se hará constante referencia a él durante el desarrollo de las aplicaciones prácticas financieras presentadas en esta tesis.

6. La Matriz Cero

Otra matriz especial que se utilizará en repetidas ocasiones es la matriz cero, compuesta por una totalidad de registros o elementos cero. A diferencia de la matriz identidad, la cual deberá ser cuadrada, (m x m), una matriz cero puede ser de cualquier tamaño.[12] Los siguientes son ejemplos de matrices cero:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Antes de que se concluya que este es un concepto trivial, vale la pena considerar que tales matrices son el equivalente al número 0 en la aritmética común. Muchos matemáticos consideran la invención del cero como el paso individual más importante en el desarrollo de la teoría que sustenta la aritmética moderna.[13]

Básicamente, se hará uso de las siguientes tres propiedades de las matrices cero:[14]

1. $A + 0 = A$, para cualquier matriz A.
2. $A - 0 = A$, para cualquier matriz A.
3. $A \cdot 0 = 0$, para cualquier matriz A.

Cada una de estas propiedades es en realidad un teorema que puede ser demostrado, utilizando técnicas formales de lógica matemática. Sin embargo, debido a que esta tesis trata sobre aplicaciones contable-financieras de las matrices, únicamente se establecen los teoremas que se quieren utilizar y no se desviará la atención demostrando su prueba.

7. La Transpuesta de una Matriz

Otro concepto que se utilizará es el de la transpuesta de una matriz A, la cual se denota por A^t. La idea de la transpuesta es cambiar los renglones y las columnas para que, lo que era el renglón 1 se convierta en la columna 1, lo que era el renglón 2 se convierta en la columna 2, y así sucesivamente. Considérense, por ejemplo, las siguientes tres matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 7 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 9 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 9 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$$

La transpuesta de cada matriz es como sigue:

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \quad B^T = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \\ 7 & 5 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} \quad C^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}.$$

Se observa que si A es de tamaño m x n, A^T será de tamaño n x m. Formalmente, para cualquier matriz A, A^T es la matriz tal que $a^T{}_{ij} = a_{jL}$.

8. Vectores

Las matrices que tienen un solo renglón o columna ocurren con la suficiente frecuencia como para recibir un nombre especial. Son llamadas "vectores".[15] Por ejemplo, la matriz 1 x 4 (1 3 2 5) es llamada también un vector renglón, ya que consiste solamente de un renglón. De manera similar, la matriz 5 x 1

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

puede ser llamada un vector columna, ya que consiste solamente de una columna.

9. Sumatoria

Otra operación matricial que será utilizada en capítulos posteriores es la sumatoria de renglones o columnas. Sencillamente este es el proceso de sumar los elementos en cualquier renglón o columna individual. Se denotará la suma de los elementos en el renglón i de cualquier matriz A con el símbolo $a_{i.}$. De manera similar, la suma de la columna j será denotada por $a_{.j}$ Formalmente, para una matriz A m x n, se define la suma de renglones y columnas como sigue:[16]

$$a_{i.} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \quad i = 1,2,\ldots, m$$

$$a_{.j} = \sum_{k=1}^{n} a_{kj} \quad j = 1,2, \ldots, n$$

Se demostrará este concepto para la matriz 4 x 3

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

Se tiene:

$$a_{1.} = \sum_{k=1}^{3} a_{1k} = a_{11} + a_{12} + a_{13} = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$a_{2.} = \sum_{k=1}^{3} a_{2k} \quad a_{21} + a_{22} + a_{23} = 4 + 3 + 2 = 9$$

$$a_{3.} = \sum_{k=1}^{3} a_{3k} = a_{31} + a_{32} + a_{33} = 5 + 6 + 7 = 18$$

$$a_{4.} = \sum_{k=1}^{3} a_{4k} = a_{41} + a_{42} + a_{43} = 8 + 7 + 6 = 21$$

$$a_{.1} = \sum_{k=1}^{4} a_{k1} = a_{11} + a_{21} + a_{31} + a_{41} = 1 + 4 + 5 + 8 = 18$$

$$a_{.2} = \sum_{k=1}^{4} a_{k2} = a_{12} + a_{22} + a_{32} + a_{42} = 2 + 3 + 6 + 7 = 18$$

$$a_{.3} = \sum_{k=1}^{4} a_{k3} = a_{13} + a_{23} + a_{33} + a_{43} = 3 + 2 + 7 + 6 = 18$$

10. Resumen de Propiedades de las Matrices

Este capítulo se concluye con una lista de algunas -

otras propiedades de las matrices que serán utilizadas posteriormente. Como se indicó anteriormente, cada propiedad es en realidad un teorema que se presenta sin su demostración correspondiente. Muchos de ellos son corolarios de propiedades ya descritas.

1. $A + B = B + A$

2. $(A.B.C) = A(B.C) = (A.B)C$

3. $(A^{-1})^{-1} = A$

4. $(A^T)^T = A$

5. $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$

6. $(A.B)^T = B^T.A^T$

7. $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$ si tanto A como B son cuadradas

8. $(A - B).C = A.C - B.C$

9. $A.I = I.A = A$ Nótese que si A es de dimensiones m x n, I deberá ser de dimensiones n x n para que A.I esté definida, y de dimensiones m x m para que I.A esté definida.

10. Para cualquier matriz cuadrada A, $A^2 = A.A$ En general, $A^n = (A(A)(A) \ldots (A))$, n veces.

11. Para cualquier matriz A, $A^{\circ} = I$. A pesar de que no hay razón lógica para elevar algo a la potencia cero, esta ex

presión corresponde a la regla en álgebra convencional - que dice que cualquier número elevado a la potencia cero- es igual a uno.

C I T A S

1. Mizrahi, Abe; Sullivan Michael; _Finite mathematics with- applications for business and social sciences_, p. 113.

2. Nering, Evar; _Linear algebra and matrix theory_, p. 24.

3. Mizrahi; Sullivan; _Finite mathematics_..., p. 116.

4. Ibid, p. 118.

5. Nering, Evar; _Linear algebra_ ..., p. 32.

6. Ibid., p. 36.

7. Ibid., p. 40.

8. Mizrahi; Sullivan; _Finite mathematics_. p. 119.

9. Ibid., p. 125.

10. Nering, Evar; _Linear algebra_, p. 41

11. Mizrahi; Sullivan; _Finite mathematics_..., p. 130.

12. Ibid., 133.

13. Ibid., 135.

14. Ibid., 139.

15. Ibid., 146.

16. Nering, Evar; Linear algebra, p. 47.

BIBLIOGRAFIA

Mizrahi, Abe; Sullivan Michael; _Finite mathematics with applications for business and social sciences;_ 3ra Ed.; John Wiley and Sons; New York, U.S.A.; 1979.

Nering, Evar; _Linear algebra and matrix theory_; John Wiley and Sons; New York, U.S.A.; 1970.

CAPITULO DOS

CONTABILIDAD CON MATRICES: TECNICAS DE CONTABILIDAD POR MEDIO DE LA COMPUTADORA

1. Contabilidad del Libro Mayor General

1.1 Introducción

En este capítulo se asumirá que se esta familiarizado con los fundamentos o principios del análisis de las operaciones contables y la mecánica de como los datos de las operaciones básicas son resumidos y traspasados a hojas de trabajo y a estados financieros. Todo lo anterior se incluye bajo el rubro convencional de "contabilidad del libro mayor general". En este capítulo interesa aplicar estas ideas a situaciones en las que el libro mayor general no es ya físicamente un libro bajo la responsabilidad de una persona en el departamento de contabilidad, sino que se trata de un conjunto de impulsos electrónicos enclavado en una masa de microcircuitos y conexiones que se conoce como "la computadora".

A pesar de que el procedimeinto es, hoy en día, electrónico en vez de manual o mecánico, en un creciente número de empresas, la labor básica continúa siendo la misma: mantener un seguimiento sistemático de las acitvidades financieras de una entidad para facilitar su ordenamiento y presentación periódica con el propósito de preparar estados financieros articulados. La computadora debe ser capaz de manejar conceptos tales como partida doble, cargos y abonos, asientos de ajuste y operaciones compuestas. En este capítulo se examinará cómo maneja la computadora estos conceptos y otros parecidos. La relevancia del tema dentro de esta tesis se deriva del hecho de que, en la mayoría de los sistemas de cómputo, el registro de las operaciones contables se lleva a cabo por medio de la utilización de matrices. La aplicación de métodos matriciales a esta parte tradicional de contabilidad básica, que tiene como resultado la presentación de estados financieros, herramienta fundamental para la contabilidad financiera y la planeación financiera, es el tema objeto del presente capítulo.

1.2 La Matriz del Libro Mayor General

Como un marco de referencia para ilustrar las técnicas del registro de operaciones contables por medio de matrices se creará la hipotética entidad "Moda Hombre" (MH), proveedora de trajes para hombre a los mejores precios. El catálogo de cuentas de MH es muy simple y es el siguiente:

Número de la Cuenta	Nombre de la Cuenta
0	Caja y Bancos
1	Inventarios
2	Activos Fijos
3	Depreciación Acumulada
4	Cuentas y Documentos por Pagar
5	Capital Social
6	Utilidades del Ejercicio
7	Ventas
8	Costo de Ventas
9	Otros Gastos

Es evidente que ninguna empresa en la vida real utiliza un catálogo de cuentas tan breve, pero la intención principal del ejemplo se centra en la claridad de la exposición más que en el realismo de la situación. A pesar de que MH es un negocio pequeño con necesidades contables muy sencillas, el gerente ha decidido contratar un servicio de cómputo para manejar los registros y la contabilidad de la tienda. La empresa que proprociona el servicio de cómputo utilizará métodos matriciales para llevar la contabilidad.

El primer paso para lograr este propósito consiste en construir una matriz 10 x 10 en la cual cada renglón y cada columna se refieren a una de las 10 cuentas del catálogo de cuentas. Como se muestra en el diagrama 2.1, la misma información, nombres y números de las cuentas, se repiten al diseñar los renglones y las columnas. El resultado es un ordenamiento o arreglo matricial en blanco, almacenado en la memoria de la computadora, en el cual los datos de las operaciones básicas pueden ser registrados. Esta matriz funcionará como el equivalente de un libro mayor general, L.

<u>Diagrama 2.1</u>

<u>Matriz del Libro Mayor General, L</u>

	Caja 0	Inventarios 1	Activos Fijos 2	Depreciación 3	Cuentas por Pagar 4	Capital Social 5	Utilidades del E. 6	Ventas 7	Costo de Ventas 8	Otros Gastos 9
0 Caja y Bancos										
1 Inventarios										
2 Activos Fijos										
3 Depreciación										
4 Cuentas por Pagar										
5 Capital Social										
6 Utilidades del E.										
7 Ventas										
8 Costo de Ventas										
9 Otros Gastos										

1.3 Análisis de Operaciones

El siguiente paso consiste en especificar un procedimiento para introducir los datos de las operaciones en este - algo extraño libro mayor general. Como todas las entradas o-registros se componen de cargos y abonos, y la matriz se compone de renglones y columnas, se puede adoptar la idea de que los cargos correspondan a los renglones y los abonos a las columnas. Lo interesante y útil de este procedimiento es que - ya no se hace necesario anotar dos veces la misma operación - para mantener el principio de partida doble debido a que cada elemento en la matriz del libro mayor general tiene una doble designación: su posición de renglón y su posición de columna. Entonces, si MH vende un traje en $50,000 en efectivo, no es-necesario cargar $50,000 en la cuenta de Caja y Bancos y abonar $50,000 en la cuenta de Ventas. En vez del procedimiento anterior, únicamente es necesario introducir $50,000 en el espacio o casilla 1_{07}, ya que esta casilla es aquella que representa los registros que involucran un cargo o Caja y Ban-- cos (cuenta número 0) y un crédito a Ventas (cuenta número 7).

Debido a que la matriz del libro mayor general no - - existe realmente en ningún lado más que en la memoria de la - computadora, una afirmación más correcta de como se registra-la operación es decir que se le indica a la computadora agregar o sumar $50,000 al total que se encuentra almacenado en - la posición 1_{07}. Como este no es un trabajo relativo a la --

programación de computadoras, no se adentrará gran cosa en los detalles de cómo se escribiría una orden tal para la computadora. En la mayoría de los lenguajes de computación, sin embargo, la instrucción sería algo parecido a lo siguiente:[1]

$$1_{07} = 1_{07} + 50,000$$

Este es un uso especial del signo "igual", y claramente se observa que no significa que el lado izquierdo sea igual al lado derecho. Lo que sí representa es una orden a la computadora de tomar lo que aparece del lado derecho del signo igual y colocarlo o ponerlo en la casilla indicada en el lado izquierdo del signo igual. Esta instrucción, entonces, le indica a la computadora colocar o poner la suma de lo que se encuentra en la casilla 1_{07} más 50,000 en la casilla 1_{07}. El resultado es claramente la suma de 50,000 más 1_{07}, que es precisamente lo que se quería.

Para fortalecer la comprensión de estas técnicas para registrar operaciones, considérense los sigueintes tres ejemplos:

1. Operación" MH adquiere $3'000,000 de mercancías a crédito

   Registro Tradicional

Cargo: Inventarios (cuenta 1)	3'000,000	
Abono: Cuentas por Pagar (cuenta 4)		3'000,000

Registro Matricial:

$$1_{14} = 1_{14} + 3'000,000$$

2. Operación: MH paga un adeudo de $100,000 por publicidad de una semana.

Registro Tradicional:

Cargo: Otros Gastos (cuenta 9) 100,000

Abono: Caja y Bancos (cuenta 0) 100,000

Registro Matricial:

$$1_{90} = 1_{90} + 100,000$$

3. Operación: Depreciación del mes por $200,000

Registro Tradicional:

Cargo: Otros GAstos (cuenta 9) 200,000

Abono: Depreciación A. (cuenta 3) 200,000

Registro Matricial:

$$1_{93} = 1_{93} + 200,000$$

1.4 Operaciones Compuestas

El procedimiento anterior funciona únicamente para operaciones "simples" en las cuales una cuenta es cargada y otra cuenta es abonada por la misma cantidad o monto. Para procesar operaciones compuestas en las cuales los cargos y abonos individuales no correspondan exactamente, se necesita adoptar alguna clase de método simplificado. Por ejemplo, --

considérese cómo se registraría la operación si MH compró - - $1'000,000 de mercancía normal y $100,000 de muestras de materiales (a contabilizar como gastos) del mismo vendedor, a crédito. En un procedimiento normal, manual o mecánico, el re-- gistro sería:

Cargo:	Inventario	(cuenta 1)	1'000,000	
	Otros Gastos	(cuenta 9)	100,000	
Abono:	Cuentas por Pagar	(cuenta 4)		1'100,000

En el libro mayor general matricial, sin embargo, no- se puede utilizar el método descrito anteriormente porque los cargos individuales no corresponden al monto del abono. Lo - que es necesario hacer es partir o dividir el registro en partes que sí contengan montos de cargo y abono que se correspondan. Este proceso de segmentación es totalmente arbitrario y no es realmente importante cómo se parte o divide el registro, siempre y cuando las partes equivalgan, al sumarse, al registro compuesto. En el ejemplo que se está manejando, lo más - lógico es dividir el registro de la siguiente manera:

$$1_{14} = 1_{14} + 1'000,000$$
$$1_{94} = 1_{94} + 100,000$$

En un gran número de ocasiones, sin embargo, no hay - una manera tan obvia de descomponer el registro. Considérese, por ejemplo, la situación en que un aparador con un costo original de \$100,000, con un valor en libros después de depreciación de \$50,000 es vendido en efectivo en \$65,000. El registro compuesto es el siguiente:

Cargo:	Caja y Bancos (cuenta 0)	65,000	
	Depreciación A. (cuenta 3)	50,000	
Abono:	Activo Fijo (cuenta 2)		100,000
	Utilidad (cuenta 6)		15,000

En este caso no existe una manera tan clara y lógica de descomponer el registro de la operación. Una manera en la cual se puede llevar a cabo es la siguiente:

$$1_{02} = 1_{02} + 65{,}000$$
$$1_{32} = 1_{32} + 35{,}000$$
$$1_{36} = 1_{36} + 15{,}000$$

Como la selección anterior es arbitraria, se puede optar por registrar la operación de esta otra manera:

$$1_{02} = 1_{02} + 50{,}000$$
$$1_{06} = 1_{06} + 15{,}000$$
$$1_{32} = 1_{32} + 50{,}000$$

Cualquiera de las dos maneras da como resultado un total de cargos a Caja y Bancos (cuenta 0) por $65,000, un to-- tal de cargos a Depreciación Acumulada (cuenta 3) por $50,000, un total de abonos a Activo Fijo (cuenta 2) por $100,000, y un total de abonos a Utilidades (cuenta 6) por $15,000. Por- lo tanto, cualquiera de los dos procedimientos es perfectamen te válido. Mientras que se sea cuidadoso para mantener los - totales correctos en un registro compuesto, este puede ser -- partido o dividido en registros sencillos en cualquier manera que se quiera.

1.5 Balanza de Comprobación

Una vez que los datos relativos a las operaciones bá- sicas del período han sido registrados en la matriz del libro mayor general, el siguiente paso consiste en presentar esta - información de forma de una balanza de comprobación, aún sin- los ajustes correspondientes. Para lograr este objetivo, se- creará una matriz balance T de tamaño 1 x n equivalente a un- vector renglón en el que n se refiere al número de elementos- en el catálogo de cuentas. Para este ejemplo, usando el catá logo de cuentas de MH, n es igual a 10. Nuevamente se esta-- blece el concepto de que los cargos son de signo positivo y - los abonos son de signo negativo. Esto da como resultado que al momento de observar cualquier asiento en el vector T, se - sea capaz de distinguir los saldos deudores de los saldos - - acreedores. Debido a que los registros en el renglón i de la de la matriz del libro mayor general representan todos los cartos a la cuenta número i y los registros en la columna i representan todos los créditos o abonos a esta misma cuenta; el efecto neto de las operacones durante un período en la cuenta número i puede ser fácilmente obtenido restándole la suma de la columna a la suma del renglón i. El efecto neto es un cargo si la diferencia es positiva, y un crédito si ésta es negativa.

Podemos entonces pasar a compilar una balanza de comprobación en cualquier tiempo y momento simplemente actualizando los saldos que anteceden al período de que se trata por medio del efecto neto de las operaciones habidas en el presente período. Asumiéndose que los registros t_i reflejan inicialmente los saldos de balance en cada cuenta anteriores del período de que se trata, se puede obtener la balanza de comprobación del período de que se trata por medio de la siguiente instrucción general para la computadora:

Para cada cuenta i, sea $t_i = t_i + \sum_{k=1}^{10} l_{ik} - \sum_{k=1}^{10} l_{ki}$

Haciendo uso de la notación para la sumatoria de columnas y renglones presentada en el Capítulo 1, se puede también escribir la instrucción de la siguiente manera:

Para i = 1,2, ..., 10, sea $t_i = t_i + l_{i.} - l_{.i}$

Para verificar que T está "cuadrada", se puede revisar la relación:

$$\sum_{i=1}^{10} t_i = 0$$

Como los cargos son positivos y los créditos son negativos los cargos totales deben ser iguales a los abonos totales: la suma de todos los registros en el vector T debe ser igual a cero. Si al inicio del período T, éste estaba saldado, el procedimiento que acaba de ser descrito en nada afectará la condición de igualdad entre cargos y abonos. En términos de agregados, se ha sumado el total de cada renglón de L a T y restado de éste la suma o total de cada columna de L. La suma de todos los totales de los renglones de L debe ser igual a la suma de todos los totales de las columnas, ya que el total de cargos es igual al total de abonos. Por ello, el valor agregado de T deberá permanecer en cero.

1.6 Procedimientos de Ajuste y de Cierre

Una vez que los datos de operaciones de un mes (por establecer un período) han sido pasados de la matriz del libro mayor general a un vector de balanza de comprobación actualizado, la matriz deberá ser "borrada" para que se encuentre lista a recibir el siguiente flujo de información sobre operaciones realizadas. Esto puede ser logrado mediante la siguiente instrucción general para la computadora:[2]

$$l_{ij} = 0 \qquad \begin{array}{l} i = 1,2, \ldots , 10 \\ j = 1,2, \ldots , 10 \end{array}$$

En este momento, todos los asientos de ajuste necesarios pueden ser introducidos en la matriz del libro mayor general. Una vez que han sido introducidos en dicha matriz, un balance con saldos ajustados puede ser generado simplemente por medio de la repetición de las operaciones para cuadrar o igualar saldos descritas en la sección anterior. De manera similar, se puede preparar una balanza de comprobación posterior al cierre "vaciando" nuevamente la matriz del libro mayor general. Una vez que esto ha sido realizado, la matriz del libro mayor general deberá ser nuevamente dejada en ceros para que se encuentra lista a recibir los datos de las operaciones básicas del siguiente período. A continuación se presenta un resumen de este proceso de principio a fin.

Asúmase que T contiene inicialmente saldos posteriores al cierre de operaciones previas al período de que se trata y que L es una matriz cero:

1. Se registran todos los datos básicos de las operaciones en la matriz del libro mayor general.
2. Se prepara una balanza de comprobación (sin ajustes)

actualizando T. Se hace que la computadora imprima T para obtener un registro tangible de esta fase del ciclo.

3. Se vacía la matriz del libro mayor general.
4. Se registran los asientos de ajuste en la matriz del libro mayor general.
5. Se prepara un balance ajustado actualizando T nuevamente. Se imprime T.
6. Se vacía nuevamente la matriz del libro mayor general.
7. Se registran los asientos de cierre en la matriz del libro mayor general.
8. Se prepara un balance posterior al cierre actualizando T por tercera y última vez. Se imprime T.
9. Se vacía por tercera y última vez la matriz del libro mayor general la cual queda lista para el nuevo ciclo que comienza el siguiente período.

1.7 Un Ejemplo Matricial de Contabilidad Financiera

Se ilustrará este ciclo mediante la hipotética entidad MH concentrándose en los detalles de su historia financiera durante el primer mes de su supuesta existencia; abril 1987:

1 de abril

1. MH renta 200 m^2. de espacio en un centro comercial. La renta es de $300,000 mensuales a pagar cada mes --

por adelantado; se paga un mes de renta.

2. MH abre una cuenta en el banco con un depósito de- $25'000,000.
3. MH compra $4'200,00 de aparadores en efectivo. Piensa depreciarlos a cinco años sin ningún valor de- rescate.
4. MH adquiere doscientos trajes para inventarios. Los trajes tienen un costo unitario de $48,000.. El plazo de pago es a treinta días.
5. Se contrata a tres ayudantes.

2 de abril

6. MH abre sus puertas al público.

9 de abril

7. MH paga una factura por $500,000 por concepto de - publicidad durante la primera semana de apertura.

16 de abril

8. MH paga salarios por $500,000 por las primeras dos semanas.

24 de abril

9. MH recibe una factura por $50,000 por concepto de- luz y clima artificial hasta el 21 de abril. Se - pagará a principios de mayo.

10. MH recibe una factura por $75,000 por concepto de servicio telefónico hasta el 22 de abril.
Se paga en efectivo.

26 de abril

11. MH compra cien trajes más. El costo unitario es - de $48,000 con el mismo plazo de pago anterior.

27 de abril

12. MH paga $9'600,000 a cuenta de los trajes comprados.

28 de abril

13. MH paga $300,000 de publicidad en radio durante el mes.

30 de abril

14. MH paga salarios por $500,000 correspondientes a - las dos últimas semanas del mes.
15. MH vendió 105 trajes durante el mes a $80,000 cada uno. Todas las ventas fueron en efectivo.
16. MH estima que tiene adeudos no cobrados del mes de abril por los siguientes conceptos:

Luz y clima artificial	$ 50,000
Teléfono	25,000
Publicidad	200,000
Diversos artículos	100,000

17. MH debe $200,000 por concepto de impuestos del mes.

18. MH estima un gasto por depreciación del mes por - $70,000.

Con base en estos datos, se puede agrupar la información básica de las operaciones de la siguiente manera: (los - números de referencia se refieren a los números en la historia cronológica del mes).

1. $1_{90} = 1_{90} + 300,000$
2. $1_{05} = 1_{05} + 25'000,000$
3. $1_{20} = 1_{20} + 4'000,000$
4. $1_{14} = 1_{14} + 9'600,000$
5. no se hace registro
6. no se hace registro
7. $1_{90} = 1_{90} + 500,000$
8. $1_{90} = 1_{90} + 500,000$
9. $1_{94} = 1_{94} + 50,000$
10. $1_{90} = 1_{90} + 75,000$
11. $1_{14} = 1_{14} + 4'800,000$
12. $1_{40} = 1_{40} + 9'600,000$
13. $1_{90} = 1_{90} + 300,000$
14. $1_{90} = 1_{90} + 500,000$
15. $1_{07} = 1_{07} + 8'400,000$

    $1_{81} = 1_{81} + 5'040,000$

En este momento, la matriz del libro mayor general se verá como se muestra en el diagrama 2.2.

Con esta información, se puede construir la balanza - de comprobación (sin ajustes) de la siguiente manera:

$$to = to + lo. - l.o = 0 + (25'000,000 + 8'400,000) - (4'200,000 + 9'600,000 + 2'175,000) = 17'425,000$$

$$t_1 = t_1 + l_{1.} - l_{.1} = 0 + 14'400,000 = 5'040,000 = 9'360,000$$

$$t_2 = t_2 + l_{2.} - l_{.2} = 0 + 4'200,000 - 0 = 4'200,000$$

$$t_3 = t_3 + l_{3.} - l_{.3} = 0 + 0 - 0 = 0$$

$$t_4 = t_4 + l_{4.} - l_{.4} = 0 + 9'600,000 - 14'450,000 = -4'850,000$$

$$t_5 = t_5 + l_{5.} - {}_{l.5} = 0 + 0 - 25'000,000 = -25'000,000$$

$$t_6 = t_6 + l_{6.} - l_{.6} = 0 + 0 - 0 = 0$$

$$t_7 = t_7 + l_{7.} - l_{.7} = 0 + 0 - 8'400,000 = -8'400,000$$

$$t_8 = t_8 + l_{8.} - l_{.8} = 0 + 5'040,000 - 0 = 5'040,000$$

$$t_9 = t_9 + l_{9.} - l_{.9} = 0 + (2'175,000 + 50,000) - 0 = 2'225,000$$

Se puede verificar que la balanza de comprobación cuadra realizando la suma de los elementos en el vector T. Específicamente:

$$\sum_{i=0}^{9} t_i = 17'425,000 + 9'360,000 + 4'200,000 + 0 - 4'850,000 - 25'000,000 - 0 - 8'400,000 + 5'040,000 + 2'225,000 = 0$$

Después de haber vaciado la matriz del libro mayor general, el siguiente paso en el ciclo contable consiste en registrar los asientos de ajuste. Regresando a la historia cronológica para los números de referencia y utilizando la notación matricial, se tienen los siguientes asientos de ajuste:

16. $l_{94} = l_{94} + 375,000$
17. $l_{94} = l_{94} + 200,000$
18. $l_{93} = l_{93} + 70,000$

Una vez registrados en la matriz del libro mayor general, el único renglón en la matriz que tendrá algún elemento distinto de cero será el renglón 9. Quedará de la siguiente manera:

0 0 0 70,000 575,000 0 0 0 0 0

El siguiente paso consiste en preparar un balance de prueba ajustado actualizado el vector T para los nuevos datos

Diagrama 2.2

Matriz del Libro Mayor General, L (en miles)

	Caja y Bancos 0	Inventarios 1	Activos Fijos 2	Depreciación A 3	Cuentas por Pagar 4	Capital Social 5	Utilidades 6	Ventas 7	Costo de Ventas 8	Otros Gastos 9
0 Caja y Bancos	0	0	0	0	0	25000	0	8400	0	0
1 Inventarios	0	0	0	0	14400	0	0	0	0	0
2 Activos Fijos	4200	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3 Depreciación A.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4 Cuentas por Pagar	9600	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5 Capital Social	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6 Utilidades	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7 Ventas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8 Costo de Ventas	0	5400	0	0	0	0	0	0	0	0
9 Otros Gastos	2175	0	0	0	50	0	0	0	0	0

en la matriz del libro mayor general. Específicamente, se tiene:

$t_0 = t_0 + 1_{0.} - 1_{.0} = 17'425,000 + 0 - 0 = 17'425,000$

$t_1 = t_1 + 1_{1.} - 1_{.1} = 9'360,000 + 0 - 0 = 9'360,000$

$t_2 = 5_2 + 1_{2.} - 1_{.2} = 4'200,000 + 0 - 0 = 4'200,000$

$t_3 = \ldots = 0 + 0 - 70,000 = -70,000$

$t_4 = \ldots = -4'850,000 + 0 - 575,000 = -5'425,000$

$t_5 = \ldots = 25'000,000 + 0 - 0 = -25'000,000$

$t_6 = \ldots = 0 + 0 - 0 = 0$

$t_7 = \ldots = 08'400,000 + 0 - 0 = -8'400,000$

$t_8 = \ldots = 5'040,000 + 0 - 0 = 5'040,000$

$t_9 = \ldots = 2'225,000 + 645,000 - 0 = 2'870,000$

Se puede verificar que el balance ajustado, cuadra:

$$\sum_{i=0}^{9} t_i = 17'425,000 + 9,360,000 + 4'200,000 - 70,000 - 5'425,000 - 25'000,000 - 0 - 8'400,000 + 5'040,000 + 2'870,000 = 0$$

A pesar de que las entidades generalmente no cierran los libros cada mes, en este caso se hará el cierre de libros para MH al finalizar abril para ilustrar este aspecto final del ciclo contable por medio de matrices. El balance de prueba ajustado es como sigue:

$$T = (17'425,000 \quad 9'360,000 \quad 4'200,000 \quad -70,000 \quad -5'425,000 \quad -25'000,000 \quad 0 \quad -8'400,000 \quad 5'040,000 \quad 2'870,000)$$

Para cerrar los libros se necesita únicamente vaciar las cuentas 7, 8 y 9 y pasar el saldo neto de estas cuentas a la cuenta 6. Esto se puede lograr vaciando primeramente la matriz del libro mayor general, registrando, acto seguido, los asientos que se presentan a continuación en L, y luego actualizando T con los nuevos saldos en L.

Los asientos necesarios son:

$$l_{76} = l_{76} + 8'400,000$$

$$l_{68} = l_{68} + 5'040,000$$

$$l_{69} = l_{69} + 2'870,000$$

Después de que estos asientos han sido registrados en L, la matriz del libro mayor general queda como se muestra en el diagrama 2.3.

Actualizando T por tercera y última vez, tenemos:

$t_0 = t_0 + l_{0.} - l_{.0} = 17'425,000 + 0 - 0 = 17'425,000$

$t_1 = t_1 + l_{1.} - l_{.1} = \ldots = 9'360,000$

$t_2 = \ldots = 4'200,000$

$t_3 = \ldots = -70,000$

$t_4 = \ldots = -5'425,000$

$t_5 = \ldots = -25'000,000$

$t_6 = t_6 + l_{6.} - l_{.6} = 0 + 7'910,000 - 8'400,000 = -490,000$

$t_7 = t_7 + l_{7.} - l_{.7} = -8'400,000 + 8'400,000 - 0 = 0$

$t_8 = t_8 + l_{8.} - l_{.8} = 5'040,000 + 0 - 5'040,000 = 0$

$t_9 = t_9 + l_{9.} = l_{.9} = 2'820,000 + 0 - 2'820,000 = 0$

Entonces, el balance posterior al cierre está dado - por:

Diagrama 2.3

Matriz del Libro Mayor General, L (en miles)

	Caja y Bancos 0	Inventarios 1	Activos Fijos 2	Depreciación 3	Cuentas por Pagar 4	Capital Social 5	Utilidades 6	Ventas 7	Costo de Ventas 8	Otros Gastos 9
0 Caja y Bancos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1 Inventarios	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2 Activos Fijos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3 Depreciación A.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4 Cuentas por Pagar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5 Capital Social	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6 Utilidades	0	0	0	0	0	0	0	0	5040	2870
7 Ventas	0	0	0	0	0	0	8400	0	0	0
8 Costo de Ventas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9 Otros Gastos										

T = (17'425,000   9'360,000   4'200,000 -7-,000   -5'375,000
-25'000,000   -490,000   0   0   0)

Una vez vaciada la matriz del libro mayor general ge-neral, se está nuevamente listo para volver a iniciar el ci--clo, en este caso, para el mes de mayo.

Tomado de la hoja de trabajo ajustada, el estado de -resultados por el mes de abril quedaría:

Ventas	$	8'400,000
Costo de Ventas		5'040,000
Utilidad en Ventas	$	3'360,000
Otros Gastos		2'870,000
Utilidad en Operación	$	490,000

Tomado de la hoja de trabajo, un estado de situación-financiera al 30 de abril de 1987, sería como sigue:

Moda Hombre, S.A.

Estado de Situación Financiera al 30 de abril de 1987 (en miles)

Activo			**Pasivo**	
Circulante			**Corto Plazo**	
Caja y Bancos		$17'425	Cuentas por Pagar	$ 5'425
Inventarios		9'360	**Capital**	
Suma Activo C.		26'785	Capital Social	$25'000
Fijo			Utilidad del E.	490
Activo Fijo	$4'200		Suma Capital	$25'490
Depreciación	70			
Suma Activo Fijo		4'130		
Total Activo		$30'925	Total Pasivo y Cap.	$30'915

2. Contabilidad de Flujo de Fondos por medio de una Matriz del Libro Mayor General

2.1 Introducción

Los estados de cambios en la situación financiera de- una entidad, en especial aquellos en base a efectivo, han ido- adquiriendo cada vez mayor importancia hasta el grado de ser- hoy en día un estado financiero básico (Boletín B-11 Estado - de Cambios en la Situación Financiera en Base a Efectivo, -- IMCP) junto con el estado de situación financiera, el estado- de resultados y el estado de variaciones en el capital contable.

Para muchas empresas, sin embargo, los estados de cambio en situación financiera no pueden ser preparados directamente de los registros de las cuentas. La elaboración de este estado involucra análisis especiales basados en cambios entre dos estados de situación financiera sucesivos. Algunos - autores[3] llegan incluso a afirmar que el estado de cambios en la situación financiera es necesariamente un documento "derivado" complementario o supletorio, no básico, ya que la información que proporciona se obtiene de dos estados sucesivos de situación financiera y un estado de resultados, ambos estados realmente "básicos". Esto es cierto cuando los registros de- las cuentas se establecen para registrar únicamente información para el estado de situación financiera y el estado de resultados, pero los registros no tienen por qué ser restringidos de esta manera. Otros autores[4] consideran que los estados de cambios en la situación financiera muestran en realidad la información "básica" de una entidad, y que el estado de situación financiera y el estado de resultados representan la interpretación o "derivación" de dicha información.

Cualquiera que sea la posición adoptada sobre si se trata o no de un estado básico una cosa es muy clara: un conjunto formal y estructurado de procedimientos contables puede recabar la información necesaria para los tres estados (situación financiera, resultados y cambios en la situación financiera) en el momento de realizar el registro original. Ningún análisis especial, será entonces, requerido para elaborar cualquiera de los estados. Todos se podrán preparar directamente de los registros originales de las cuentas. Esta sección del capítulo ilustrará una manera de introducir los cambios en el libro mayor general, utilizando el método matricial ya descrito, para elaborar un estado de flujo de fondos. Se adoptará el concepto de fondos en base a lo comúnmente aceptado dentro del análisis del capital de trabajo.[5]

2.2 Análisis de las Operaciones de Flujo de Fondos

Al igual que en el principio de dualidad en contabilidad general que requiere que los bienes y derechos igualen a las fuentes y orígenes de los mismos (pasivo y capital), exis te el requerimiento en la "contabilidad de flujo de fondos" - que los orígenes igualen a las aplicaciones. También en contabilidad general, este requerimiento puede ser interpretado- como que cada operación implica al menos dos registros para - preservar la igualdad entre activo y pasivo. El sistema de - registro doble del flujo de fondos requiere que cada operación sea registrada tanto como un origen, tanto como una aplicación de fondos. Si el inventario es vendido a cambio de -- efectivo, por ejemplo, hay un incremento en capital de trabajo por el monto de la venta (una aplicación de fondos). De - manera similar, esta misma operación involucra un decremento- en el capital de trabajo por el monto de los inventarios cedidos (un origen de fondos) y un incremento, antes descrito, -- que se anula, en fondos utilizados por las operaciones de la- empresa. (Técnicamente los movimientos entre cuentas de un - mismo tipo de activo o de pasivo no representan ni un origen- ni una aplicación ya que son movimientos que se anulan).[6]

Este efecto de registro doble de cada operación para- lograr un "equilibrio" del flujo de fondos de la entidad im-- plica que cada operación puede ser registrada en la matriz -- del libro mayor general. En vez de utilizar una matriz de -- flujo de fondos distinta, sería posible combinar las matrices de flujo de fondos y de libro mayor general en una sola que - tenga cuatro dimensiones (un arreglo tetra-dimensional). En- esta forma, el registro original de una operación en la ma--

triz L (diagrama 2.1) permitiría los usos contables tanto de- flujo de fondos como de libro mayor general. Tal refinamiento, sin embargo, está fuera del objetivo de esta tesis. En - este caso, se considera al flujo de fondos como un problema - bidimensional independiente.

Las operaciones de la hipotética empresa, base del -- desarrollo de los puntos anteriores, pueden afectar las si- - guientes categorías de flujo de fondos:

1. Operaciones
2. Inversiones en capital de trabajo
3. Deuda a largo plazo
4. Capital social
5. Inversiones en activo fijo

Si se establece una matriz de flujo de fondos de di-- mensiones 5 x 5 (diagrama 2.4), utilizando estas categorías - como los indicadores de renglón y de columnas, se puede entonces introducir en ella cada operación de la misma manera que- en la matriz del libro mayor general L. Se establecerá, para este ejemplo, que los renglones representen orígenes y las columnas representan aplicaciones.

2.3 Desarrollo del Procedimiento

Para ilustrar el procedimiento, se registrarán en libros las mismas tres operaciones consideradas al principio del capítulo, al final de la sección 1.3.

Diagrama 2.4

Matriz de Flujo de Fondos F

	Operaciones 1	Inversiones en C. de T. 2	Deuda a largo plazo 3	Capital Social 4	Inversiones en activos fijos 5
1. Operaciones					
2. Inversiones en Capital de Trabajo					
3. Deuda a largo plazo					
4. Capital social					
5. Inversiones en activos fijos					

1. **Operación: MH compra 3'000,000 de mercancías a crédito.**

   Registro matricial: (en la matriz de fondos)

   $$f_{22} = f_{22} + 3'000,000$$

Nótese que como esta operación es registrada en el renglón 2 y en la columna 2, el neto a futuro será de cero cuando se calcule el impacto global en el capital de trabajo de todas las operaciones de fondos del período; esto se hace tomando las sumas de los renglones, menos la suma de las columnas. Este resultado se ve más claro cuando se recuerda que la compra de mercancías a crédito no tiene efecto alguno en el capital de trabajo.[7]

2. Operación: MH paga una factura por $100,000 por publicidad de una semana.

   Registro matricial: (en la matriz de fondos)

   $$f_{21} = f_{21} + 100,000$$

Esta operación involucra una reducción en capital de trabajo (un origen de fondos) y una reducción correspondiente en fondos provenientes de las operaciones (una aplicación de fondos).

3. Operación: Gasto por depreciación del mes por $200,000

   Registro matricial: (en la matriz de fondos)

   No hay registro.

Se debe recordar que la depreciación no involucra un flujo de fondos. El evento que ocasiona un flujo de fondos es la compra o la venta de los activos fijos. La depreciación simplemente registra la amortización sistemática del costo o precio de compra (menos el valor de rescate o de desecho estimado) durante la vida útil del bien.[8]

Los registros compuestos pueden ser tratados en la misma manera como son tratados en la matriz del libro mayor general. Una segmentación o partición arbitraria del registro es aceptable siempre y cuando los totales de orígenes y aplicaciones se conserven. El ejemplo antes analizado, involucrando la venta con utilidad de activos fijos, sin embargo, no constituye un buen ejemplo de esto, ya que puede ser manejado mucho más fácilmente en una matriz de fondos:

- Operación:	Cargo:	Caja y Bancos	65,000	
		Depreciación A.	50,000	
	Abono:	Activo fijo		100,000
		Utilidad		15,000

Registro matricial: (en la matriz de fondos)

$$f_{52} = f_{52} + 65,000$$

La depreciacion acumulada y la utilidad o pérdida por la venta son irrelevantes en la contabilidad de fondos. En un contexto de flujo de fondos, todo lo que ha sucedido es

que el capital de trabajo ha sido incrementado en $65,000 - - (una aplicación de fondos) como resultado de una venta de activo fijo (un origen de fondos).

2.4 Generando Estados de Flujo de Fondos

Una vez que las operaciones han sido registradas, lo único que queda por hacer es transferir la información en la matriz de fondos a un vector renglón S de 5 componentes, el - cual es la base para preparar el estado de flujo de fondos. - El procedimiento es un paralelo directo al procedimiento descrito para la balanza de comprobación. Específicamente, para cada elemento s_i del vector S, se tiene:

$$s_i = \sum_{k=1}^{5} f_{ik} - \sum_{k=1}^{5} f_{ki} = f_{i.} - f_{.i}$$

Si la suma es positiva, la categoría representa un - origen neto de fondos. Si la suma es negativa, ésta representa una aplicación neta de fondos. El estado de flujo de fondos se puede preparar directamente de S. Los registros s_i deben todos vaciarse antes de proceder a las operaciones del siguiente mes para que el vector esté nuevamente listo a recibir la información al final del período.

2.5 Contabilidad de Flujo de Fondos para "Moda Hombre"

Para establecer de una manera más concreta la com- -

prensión de las ideas y procedimientos antes expuestos, se establecerá cada una de las operaciones de la Sección 1.7 de este capítulo en la forma de una matriz de fondos y se condensarán los resultados en un vector S, al final del mes. Los números de referencia nuevamente se refieren a las operaciones en la historia cronológica del mes de abril. En notación matricial, los registros de las operaciones son como sigue:

1. $f_{21} = f_{21} + 300,000$

2. $f_{42} = f_{42} + 25'000,000$

3. $f_{25} = f_{25} + 4'200,000$

4. $f_{22} = f_{22} + 9'600,000$

5. No se hace registro

6. No se hace registro

7. $f_{21} = f_{21} + 500,000$

8. $f_{21} = f_{21} + 500,000$

9. $f_{21} = f_{21} + 50,000$

10. $f_{21} = f_{21} + 75,000$

11. $f_{22} = f_{22} + 4'800{,}000$

12. $f_{22} = f_{22} + 9'600{,}000$

13. $f_{21} = f_{21} + \quad 300{,}000$

14. $f_{21} = f_{21} + \quad 500{,}000$

15. $f_{12} = f_{12} + 8'400{,}000$
    $f_{21} = f_{21} + 5'040{,}000$

16. $f_{21} = f_{21} + 375{,}000$

17. $f_{21} = f_{21} + 200{,}000$

18. No se hace registro

Una vez que estas operaciones han sido registradas en la matriz de flujo de fondos F, la matriz queda como aparece en el diagrama 2.5:

Diagrama 2.5

Matriz de Flujo de Fondos F (en miles)

	Operaciones 1	Inversioens en C. de T. 2	Deuda a largo plazo 3	Capital social 4	Inversiones en activos fijos 5
1. Operaciones	0	8400	0	0	0
2. Inversiones en Capital de Trabajo	7800	2400	0	0	4200
3. Deuda a largo plazo	0	0	0	0	0
4. Capital Social	0	2500	0	0	0
5. Inversiones en activos fijos	0	0	0	0	0

El vector S se puede calcular de la siguiente manera:

$$s_1 = s_1 + f_{1.} - f_{.1} = 0 + 8'400,000 - 7'840,000 = 560,000$$

$$\begin{aligned} s_2 = s_2 + f_{2.} - f_{.2} &= 0 + (7'840,000 + 24'000,000 + 4'200,000) \\ &\quad - (8'400,000 + 24'000,000 + 25'000,000) \\ &= -\ 21'360,000 \end{aligned}$$

$$s_3 = s_3 + f_{3.} - f_{.3} = 0 + 0 - 0 = 0$$

$$s_4 = s_4 + f_{4.} = f_{.4} = 0 + 25'000,000 - 0 = 25,000,000$$

$$s_5 = s_5 + f_{5.} - f_{.5} = 0 + 0 - 4'200,000$$

Entonces, se tiene:

$$S = (560,000 \quad -21'360,000 \quad 0 \quad 25'000,000 \quad -4'200,000)$$

Lo anterior se puede convertir al siguiente estado de flujo de fondos del mes de abril de 1987 como resultado de -- las operaciones de "Moda Hombre":

Moda Hombre S.A.

Estado de Flujo de Fondos del período del 1° al 30 de abril de 1987

ORIGENES DE FONDOS		APLICACIONES DE FONDOS	
Capital social	$ 25'000,000	Inversiones en muebles y enseres	$ 4'200,000
Operaciones	560,000	Inversiones en capital de trabajo	21'360,000
Total de O.	$ 25'560,000	Total de A.	$ 25'560,000

CITAS

1. Forsythe, Keenan; Organick; Stenberg; Lenguajes de diagramas de flujo, p. 80.

2. Ibid., p. 83.

3. Shaw, Jack; Contemporary issues in accounting; p. 27.

4. Ibid., p. 30.

5. Helfert, Erich; Techniques of financial analysis, p. 95.

6. Ibid., p. 104.

7. Ibid., p. 110.

8. Ibid., p. 112.

BIBLIOGRAFIA

Forsythe; Keenan; Organick; Stenberg; Lenguajes de diagramas de flujo; Editorial Limusa; México, 1982.

Helfert, Erich; Techniques of analysis, 5ta. Ed.; Richard D. Irwin; Illinois, U.S.A.; 1982.

Shaw, Jack; Contemporary issues in accounting; Pitman Publishing Ltd.; Bath, Great Britain; 1984.

CAPITULO TRES

APLICACIONES MATRICIALES EN LA CONTABILIDAD FINANCIERA

1. Introducción.

En este capítulo se considerán cinco problemas relanados con la contabilidad financiera. Tres de ellos, que tratan con valuaciones del estado de situación financiera, serán tratados como una unidad. Este tratamiento involucra tres variaciones en el uso de un modelo de probabilidad basado en métodos matriciales. Debido a que el uso de modelos formales de probabilidad es un mayor alejamiento de las prácticas convencionales en contabilidad financiera de lo que son las técnicas matriciales, se explicará el modelo a ser usado con bastante detalle y se discutirá también, brevemente, su relevancia para el problema de valuación.

Antes de afrontar este problema, se considerarán dos aplicaciones matriciales que no involucran conceptualmente nada nuevo, únicamente constituyen un mejoramiento en los procedimientos de cálculo.

2. Un Problema de Prestaciones, Incentivos y Participación a los Trabajadores en las Utilidades.

En algún momento de la vida profesional, es muy probable que un contador público sea requerido para calcular un -- conjunto de cantidades relacionadas entre sí de tal manera -- que cada una de ellas requiera que las otras dos, o más, sean- conocidas para calcularse. Esto es algo complicado cuando - únicamente se involucran dos variables. Tal es el caso de un gasto por renta variable dependiendo de la utilidad después - de deducir incentivos al personal y, a su vez, incentivos al- personal en base a utilidades después de deducir el gasto por renta. En estos casos, sin embargo, es posible salir adelante por medio de un procedimiento de prueba y error, pero, -- cuando más de dos variables simultáneamente interdependientes están involucradas, entonces, el procedimiento de prueba y -- error puede ser un proceso frustrante e incierto. Se presentará en esta sección un procedimiento, basado en métodos matriciales, para resolver tales problemas de una manera directa y precisa.

Considérese una hipotética situación en la que el -- gasto por prestaciones contractuales deberá ser calculado después de deducir incentivos al personal y participación a los- trabajadores en las utilidades (PTU). Los incentivos, sin -- embargo, están basados en los ingresos después de deducir la- PTU y las prestaciones. Finalmente, la PTU se calcula sobre- la utilidad después de deducir incentivos y prestaciones. -- Asúmase también que el porcentaje de las prestaciones asciende al 50%, el porcentaje de los incentivos asciende al 5% y el porcentaje de la PTU asciende al 10%. La utilidad, antes de considerar cualquiera de estos conceptos interdependientes es de $ 50'000,000.

Para resolver este problema, se tienen primero que definir las tres variables:

x_1= prestaciones

x_2= participacion a los trabajadores

x_3= incentivos.

El siguiente paso es describir sus interrelaciones formalmente en un conjunto de "ecuaciones simultáneas". El término "ecuaciones simultáneas" simplemente significa que aquello que es considerado como "variable conocida" en algunas ecuaciones, es una "variable desconocida" en otras y viceversa. El conjunto de ecuaciones para el ejemplo anterior queda como sigue:

$$x_1 = 0.5\ (50'000,000 - x_2 - x_3) = 25'000,000 - 0.5x_2 - 0.5x_3$$

$$x_2 = 0.1\ (50'000,000 - x_1 - x_3) = 5'000,000 - 0.1x_1 - 0.1x_3$$

$$x_3 = 0.05\ (50'000,000 - x_1 - x_2) = 2'500,000 - 0.05x_1 - 0.05x_2$$

Se pueden reagrupar estas ecuaciones en la siguiente-manera, más simétrica:

$$x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 = 25'000,000$$

$$0.1x_1 + x_2 + 0.1x_3 = 5'000,000$$

$$0.05x_1 + 0.05x_2 + x_3 = 2'500,000$$

De aquí, es sólo un pequeño paso para convertir el conjunto de ecuaciones en una matriz:

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.1 & 1.0 & 0.1 \\ 0.05 & 0.05 & 1.0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25'000,000 \\ 5'000,000 \\ 2'500,000 \end{bmatrix}$$

Utilizando la técnica de inversión de matrices presentada en el capítulo uno, se puede escribir la siguiente expresión para la solución del vector X:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.1 & 1.0 & 0.1 \\ 0.05 & 0.05 & 1.0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 25'000,000 \\ 5'000,000 \\ 2'500,000 \end{bmatrix}$$

Entonces, haciendo uso de las operaciones de renglón, se puede observar que:

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.1 & 1.0 & 0.1 \\ 0.05 & 0.05 & 1.0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1.075 & -0.513 & -0.486 \\ 0.103 & 1.052 & -0.054 \\ -0.049 & -0.025 & 1.028 \end{bmatrix}$$

Entonces, se tiene que:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.075 & -0.513 & -0.486 \\ -0.103 & 1.052 & -0.054 \\ -0.049 & -0.025 & 1.028 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{25'000,000} \\ \text{5'000,000} \\ \text{2'500,000} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{23'313,000} \\ \text{2'560,000} \\ \text{1'210,000} \end{bmatrix}$$

Es decir:

x_1 = prestaciones= 23'313,000

x_2 = participación= 2'560,000

x_3 = incentivos= 1'210,000

Se debe recordar que esta técnica es de gran utilidad para cualquier situación que pueda ser expresada como un conjunto de número de ecuaciones algebraicas simultáneas con variables desconocidas. A pesar de que el ejemplo antes descrito involucra únicamente tres variables desconocidas, esta técnica es aplicable a problemas que involucran dos o más variables.

3. Cédula de Depreciación.

Un problema común en contabilidad es la elaboracion de una cédula para un conjunto de bienes de activo fijo que muestre el gasto por depreciación a ser registrado en cada ejercicio, para cada bien. Tal cédula, como la mostrada en el diagrama 3.1, es muy útil para la planeación fiscal financiera, para la previsión del flujo de efectivo, y en la elaboración de estados financieros presupuestos. A pesar de que la cédula de depreciación es lo suficientemente útil para que valga la pena preparla, la elaboración de la misma es considerablemente monótona y poco estimulante. Se convierte, entonces, en un candidato ideal para su sistematización, para que pueda ser elaborada lo más rápidamente posible. En vez de realizar los cálculos para cada bien o artículo por separado y después resumir los resultados, como en el diagrama 3.1, se puede estructurar todo el conjunto de cálculos en forma de matriz. Esto da como resultado la obtención de un formato más-conveniente para llevar a cabo los cálculos si éstos han de hacerse manualmente, y también representa la manera más eficiente para computarizar el proceso.

Los elementos del procedimiento matricial, son como sigue:

1. Un vector renglón C para el costo original de cada activo fijo:

$$C = (c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad \ldots \; c_m)$$

2. Una matriz diagonal (en base a depreciacion) B, en la cual los elementos diagonales principales, b_{ij}, representen el costo menos el valor de desecho establecido como un porcentaje del costo, para cada artículo:

$$\begin{matrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & b_{mm} \end{matrix}$$

3. Una matriz R de la tasa de depreciación, cuyo renglón i representa la fracción de la base de depreciación que-

DIAGRAMA 3.1

Cédula de Depreciación

AÑOS	1	2	3	4	5	... n	TOTAL
ARTICULOS							
A							
B							
C							
D							
.							
.							
.							
TOTAL							

cargada a resultados como gastos por el bien i en cada año de su vida. Si algunos artúculos o bienes tienen vidas útiles - mayores o menores que otros, R debe tener tantas columnas como el bien de mayor vida útil. Si el bien representado en el renglón i tiene una vida útil de 5 años, pero R tiene ocho -- columnas, se debe poner ceros en las posiciones restantes, en este caso habría ceros en las posiciones r_{i6}, r_{i7}, y r_{i8}.

$$\begin{matrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{matrix}$$

En donde:

$$\sum_{k=1}^{n} r_{ik} = 1 \text{ para } i = 1,2 \ \ldots, m$$

Estos requerimientos van de acuerdo a la información- usual relacionada con una cédula de depreciación. El costo - original de cada artículo o bien es definitivamente información básica y normalmente disponible. Las matrices B y R sólo representan una manera más formal de registrar las políticas de depreciación de una entidad, las cuales cubren, para cada activo fijo, la siguiente información.

1. Vida útil estimada
2. Porcentaje estimado del valor de desecho
3. Método de depreciación.

Por ejemplo, asúmase que una entidad que utiliza diferentes métodos de depreciación, mantiene 5 tipos o clases de activos fijos:

1. A
2. B
3. C
4. D
5. E.

La política de depreciación para cada tipo de activo se muestra en el diagrama 3.2.

DIAGRAMA 3.2

Política de Depreciación

Clase o Tipo	Vida Util	Valor de Desecho %	Método de Depreación
A	8	0	Línea recta
B	6	20	Suma de dígitos
C	5	25	Suma de dígitos
D	7	20	Línea recta
E	4	10	Acelerada (saldos decrecientes)

Utilizando la información de la columna de valor de desecho, se puede construir la siguiente matriz:

$$B = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .80 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Se puede observar que debido a que los valores de desecho no son considerados en la determinación de la base de depreciación bajo el método de depreciación acelerada, el registro en la matriz B para los artículos de la clase E, que son depreciados de esta manera, será siempre de 1.0. La estimación adecuada del valor de desecho para tales activos es manejada como parte de la matriz R. Usando la información de vida útil por tipo de bien y el método de depreciación, se puede construir la matriz R como sigue:

$$\begin{bmatrix} 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 6/21 & 5/21 & 4/21 & 3/21 & 2/21 & 1/21 & 0 & 0 \\ 5/15 & 4/15 & 3/15 & 2/15 & 1/15 & 0 & 0 & 0 \\ 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 1/8 & 1/40 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Los primeros cuatro renglones de la matriz no presentan mayores problemas y se entienden fácilmente. Los registros en el renglón cinco se calculan de la siguiente manera:

Para supuestos bienes con vida útil de 4 años, la tasa de depreciación es:

$$2x\ 1/4 = 1/2$$

El primer 2 se refiere al hecho de que es una depreciación acelerada al doble del saldo decreciente. El 1/4 se refiere a la vida útil del bien o artículo.

AÑO 1. Depreciación = 1/2 del costo

AÑO 2. Depreciación = 1/2 del saldo en libros de 1/2 - 1/4

AÑO 3. Depreciación = 1/2 del saldo en libros de 1/4 = 1/8

AÑO 4. Depreciación = monto requerido para reducir el costo al porcentaje de valor de desecho del 10% = 1/40.

Utilizando esta información, es fácil mostrar que el producto de las matrices C.B.R. es un vector renglón 1 x 8 que presenta, para activos fijos comprados al mismo tiempo cero (cualquier tiempo o momento se puede considerar como tiempo cero), el gasto total por depreciación del ejercicio o periodo por el cual se quiera considerar). Si se quiere presentar el gasto de cada ejercicio dividido en cinco (en este caso) categorías, se necesita únicamente escribir las multiplicaciones individuales, componente a componente de (C.B). R - que constituyen los registros del vector C.B.R. Para este -- ejemplo, si: (en miles)

C = (8'000 52'500 20'000 5'250 12'000)

Si tiene:

$$C.B = (8'000 \quad 52'500 \quad 20'000 \quad 5'250 \quad 12'000) \cdot \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .80 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} =$$

(8'000 42'000 15'000 4'200 12'000)

Utilizando este resultado, se puede calcular C.B.R:

C.B.R=
(8'000 42'000 15'000 4'200 12'000) .

$$\begin{bmatrix} 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 6/21 & 5/21 & 4/21 & 3/21 & 2/21 & 1/21 & 0 & 0 \\ 5/15 & 4/15 & 3/15 & 2/15 & 1/15 & 0 & 0 & 0 \\ 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 1/7 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 1/8 & 1/40 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

(24'600 18'600 14'100 9'900 6'600 3'600 1'600 1'000)

La cédula de depreciación se muestra en el diagrama - 3.3.

Si la cédula se prepara para incluir las adquisiciones de activos de cada ejercicio, la suma de tales cédulas de depreciación, ajustada por las bajas y cambios, representará el gasto total de depreciación para la entidad sobre la vida útil futura de todos los activos fijos utilizados en un momento dado.

DIAGRAMA 3.3

Cédula de Depreciaciones (en miles)

TIPO / AÑOS	1	2	3	4	5	6	7	8	TOTALES
A	1'000	1'000	1'000	1'000	1'000	1'000	1'000	1'000	8'000
B	12'000	10'000	8'000	6'000	4'000	2'000	0	0	42'000
C	5'000	4'000	3'000	2'000	1'000	0	0	0	15'000
D	600	600	600	600	600	600	600	0	4'200
E	6'000	3'000	1'500	300	0	0	0	0	10'800
TOTALES	24'600	18'600	14'100	9'900	6'600	3'600	1'600	1'000	80'000

4. Métodos Matriciales, Cadenas de Markov y la Valuación en Contabilidad.

4.1. Introducción

Como se mencionó anteriormente, esta última sección del capítulo presentará tres problemas en la valuación dentro del estado de posición financiera que pueden ser resultados utilizando métodos matriciales. Los tres tratan sobre el valor neto realizable esperado en un contexto probabilístico -- que hace uso de los conceptos matriciales expuestos anteriormente. Antes de considerar los problemas de valuación, se -- presentará una explicación del modelo de probabilidad en el cual están basados; las cadenas de Markov, y una breve justificación para su uso en la resolución de los problemas.

4.2 Un Modelo de Cadenas de Markov para Cuentas por Cobrar.

Para ilustrar los conceptos de las llamadas cadenas de Markov, considérese el procedimiento de cobro de cuentas por cobrar de una hipotética tienda de departamentos. Cabe señalar que se utiliza este ejemplo de cuentas por cobrar, ampliamente tratado en textos de análisis cuantitativo,[2] precisamente por ser bien conocido. De esta manera, será más sencillo comprender los ejemplos posteriores que constituyen -- aportaciones personales. Se asumirá que cada factura de ventas formulada puede ser clasificada en una de las siguientes-cinco categorías o estados:

1. Factura pagada en su totalidad

2. Factura en tiempo (0 a 30 días)

3. Factura retrasada (31 a 90 días)

4. Factura en litigio (91 a 120 días)

5. Factura incobrable (más de 120 días)
   Cargada a resultados como gasto.

Además, se asumirá que únicamente se obtiene la relación de facturas vigentes en períodos establecidos y períodos de un mes, esto con el fin de facilitar aún más la comprensión de los conceptos. Durante el tiempo de vigencia de cada factura, cada una de ellas pasa de la categoría dos (cuando se origina) a una o más de las otras categorías o etapas para finalmente terminar en la categoría uno o en la categoría cinco. El camino que cualquier factura sigue será considerado como variable probabilística. En otras palabras, hay muchos posibles diferentes caminos y la probabilidad de que un camino cualquiera sea seguido es calculable por medio de procedimientos formales matemáticos.[3]

Debido a que una factura pasa a través del procedimiento de cobro, de la manera en que se ha caracterizado, en-pasos discretos, es decir, del uno al otro sin existir pasos, o categorías intermedias, se necesita ser más preciso al especificar la naturaleza probabilística de estos pasos o probabilidades de transición antes de hablar de cálculos probabilísticos.

Asúmase que existe un número p_{ij} que representa la -- probabilidad de que una factura vigente que se encuentra en - la etapa i cambiará a la etapa o categoría j en el siguiente- período de tiempo.*** Como los elementos P_{ij} son probabilidades, se debe tener que $0 \leq p_{ij} \leq 1$ ** para toda i y j. También se tiene que, debido que a un artículo no puede "salirse del sistema" como se ha definido, entonces:

$$\sum_j p_{ij} = 1$$

*** Sea Dn la etapa en que una cuenta está en un timpo n. Entonces, $P_{ij} = P_r\,(Dn=j/Dn-1 = i)$. Esto se lee, P_{ij} es - igual a la probabilidad de que la cuenta esté en la etapa j en un timpo n, dado que ésta se encontraba en la etapa- i en el tiempo n-1. 4

** La probabilidad nunca puede ser mayor de 1 ni menor de -- 0. 5

Asúmase, además, que los cambios en cualquier período de tiempo dependen únicamente de la etapa en que la factura - se encontraba durante el período de tiempo inmediatamente precedente** (condición de etapas individuales), y que las probabilidades de transición no cambian ellas mismas al paso del - tiempo ** (condición estancionaria). Si se define un proceso-estocástico como cualquier secuencia de eventos que siguen leyes de probabilidad, el proceso de maduración de cuentas por-cobrar antes descrito es un proceso estocástico.[8] Concretamente sería llamado un proceso finito y absorbente de cadenas de Markov con probabilidades de transición estacionarias. Es finito porque tiene un número finito de pasos, etapas o categorías. Es un proceso de Markov porque tiene la propiedad de contar con etapas individuales discretas. Es un proceso - absorbente porque contiene al menos una etapa o categoría absorbente. Una etapa absorbente es una etapa que puede ser alcanzada desde otras etapas pero que, una vez alcanzada, no -- puede ser dejada.[9] La etapa i es una etapa absorbente sólo --

---

** $Pr\ (Dn = j/d_1 = d_1, D_2 = d_2, \ldots, Dn\text{-}1 = i) = Pr\ (Dn = j/Dn\text{-}1 = i)$.

Otra manera de expresar esto es decir que las operaciones - futuras por las que una factura puede pasar están determinadas, probabilísticamente, por la etapa en la que se encuentra en un momento y no están para nada influenciadas por las operaciones que las que pasó para llegar a su posición actual.6

** $Pr\ (Dn = j/Dn\text{-}1 = i) = Pr\ (Dm = j/Dm\text{-}1 = i)$ para toda m y n. 7

cuando $p_{ij}=1$. En el problema que se presenta, las etapas 1 y 5 son ambas absorbentes. Al considerar una cadena de Markov como esta, es común colocar las probabilidades de transición es una forma tal como en la siguiente matriz:

DE \ A	1	5	2	3	4
1	1	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0
2	.5	0	0	.5	0
3	.4	0	0	.4	.2
4	.5	.2	0	0	.3

Una matriz de transición ordenada de esta manera, con las etapas obsorbentes presentadas en primer término, seguido de las etapas no absorbentes, se dice que está en forma "estándar o canónica".[10] La importancia de este ordenamiento surge del hecho de que facilita el análisis de muchas propiedades interesantes del proceso de Markov. Como referencia futura, se denotarán las particiones de la matriz canónica en la siguiente manera, generalmente utilizada:[11]

$$
\begin{array}{c|c}
I & O \\
\hline
R & Q
\end{array}
$$

En esta notación, debido a que hay dos etapas absorbentes y tres transitorias, es decir, no absorbentes, I es una matriz identidad 2 x 2, 0 es una matriz cero 2 x 3, R es una matriz de dimensiones 3 x 2 y Q es una matriz de dimensiones 3 x 3.

4.3 Utilización del Modelo.

A pesar de que cualquier representación formal como esta de un proceso dinámico, interactivo, de la vida real debe ser una simplificación en muchas maneras, esto no significa necesariamente que no sea útil si la representación o "modelo" capta la esencia del proceso con respecto al uso particular para el cual está dirigido. El hecho de no presentar todas las características del proceso representado, no significa que no refleje el segmento particular del proceso en el cual se está interesado, con la suficiente precisión para ser útil.

Se trata en este caso, entonces, de dar una estimación adecuada de las cuentas incobrables. Por ello, si el modelo de la cadena de Markov trata adecuadamente la incertidum bre de cobro de facturas vigentes, no tiene que considerar ningún otro aspecto del procedimiento de ventas a crédito.

El problema de obtener una estimación adecuada pero no excesiva para cuentas incobrables es en realidad un problema donde se tiene que poder cuantificar las cuentas incobrables esperadas a futuro contra el saldo actual de cuentas por cobrar . Considerando la estimación como una probabilidad sugiere un enfoque probabilístico en la medición de cobros y cuentas incobrables. Se está interesado, en otras palabras, en la probabilidad de que cualquier cuenta pueda ser cobrada. Si las cadenas de Markov nos pueden ayudar a establecer esta probabilidad, son entonces, evidentemente, relevantes en este problema contable de valuación. A continuación se muestra específicamente la manera en que las cadenas de Markov pueden ser utilizadas.

4.4 Valuación de Activos: Estimación para Cuentas de Cobro Dudoso.

Al establecer una estimación para cuentas de cobro dudoso para cualquier entidad con un alto volúmen de operaciones a crédito de relativamente poco valor, el procedimiento común consiste en clasificar las facturas vigentes por fecha, de las más recientes a las más antiguas y después multiplicar el monto total en pesos en cada categoría de tiempo o antigüedad por un porcentaje estimado de incobrabilidad.[12]

La suma de estos valores esperados de pérdidas es una estimación. Este procedimiento se muestra en el diagrama 3.4. El único problema real en la aplicación de este procedimiento consiste en determinar los porcentajes de pérdida apropiados. El modelo de cadenas de Markov presentado en la sección 4.2 ofrece una manera conveniente para calcular los porcentajes directamente. Entonces, el cálculo de la estimación se convierte en un proceso muy sencillo.

Sea a_{ij} la probabilidad de que una factura vigente eventualmente terminará absorbiendo la etapa j, dado que se encuentra en este momento en la etapa i. Sea A la matriz con registros a_{ij}. Como la factura puede ser, o bien absorbida en una transición o puede cambiar a otro estado de transición y de allí ser absorbida, se puede expresar a_{ij} en términos de la siguiente ecuación:

$$a_{ij} = r_{ij} + \sum_{k=1}^{5} q_{ik} a_{kj}$$

DIAGRAMA 3.4

Cálculo de la Estimación de Cuentas Incobrables.

TIEMPO	SALDOS AL 31/12/87 (en miles)	% DE PERDIDA ESTIMADOS	(en miles) ESTIMACION
0 a 30 días	$ 9'000	.01	$90
31 a 90 días	5'000	.05	250
91 a 120 días	2'000	.10	200
	16'000		$ 540

En esta notación, r_{ij} y q_{ij} representan registros en las particiones correspondientes de la matriz de transición original que se presenta al final de la sección 4.2. Cambiando a notación matricial y recordando cómo se definen la multiplicación y la suma de matrices, se tiene:

$$A = R + (Q.A.)$$

Se puede ver que todas estas tres matrices, A, R y (Q.Q.), son de dimensiones 3 x 2 por lo cual sí se conforman a los requisitos de la multiplicación. Resolviendo para A, se tiene:

$$A - (Q.A) = R$$

$$(I - Q) . A = R$$

$$A = (I - Q)^{-1} . R$$

De tal manera que A se puede calcular a partir de la información contenida en la matriz de transición básica. En el presente caso, A tendrá dos columnas correspondientes a los dos estados o etapas absorbentes y tres renglones correspondientes a los no absorbentes. La columna correspondiente al estado o etapa 5, cuentas incobrables, responde a la pregunta, ¿cuál es la probabilidad de que una factura vigente en una categoría o etapa de maduración (antigüedad) eventualmente se convertirá en incobrable?

Se denota, además, como B al vector renglón 1 x 3 que representa los saldos en pesos en cada una de las categorías de maduración en cualquier momento en el tiempo. Entonces, el producto matriz B.A es un vector renglón 1 x 2 cuyos registros representan respectivamente, para el saldo de cuentas por cobrar, el monto total en pesos a ser cobrados y el monto total en pesos incobrables. Esta última es exactamente lo que la estimación para cuentas incobrables debe reflejar.

Se demuestra ahora el procedimiento para la matriz de transición básica y un vector B de (1'000,000 300,000 100,000). Paso a paso, el proceso es como sigue:

1. Establecer la matriz (I - Q):

$$(I - Q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & .5 & 0 \\ 0 & .4 & .2 \\ 0 & 0 & .3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 0 & .6 & -.2 \\ 0 & 0 & .7 \end{bmatrix}$$

2. Utilizando operaciones de renglón, se calcula la inversa de la matriz (I - Q)

$$(I - Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -.5 & 0 \\ 0 & .6 & -.2 \\ 0 & 0 & .7 \end{bmatrix} = \ldots = \begin{bmatrix} 1 & .84 & .237 \\ 0 & 1.67 & .475 \\ 0 & 0 & 1.43 \end{bmatrix}$$

3. Se calcula la matriz A.

$$A=(I-Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & .84 & .237 \\ 0 & 1.67 & .475 \\ 0 & 0 & 1.43 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} .5 & .0 \\ .4 & .0 \\ .5 & .5 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} .953 & .047 \\ .905 & .095 \\ .714 & .286 \end{bmatrix}$$

4. Se calcula el producto matricial B.A.:

$$B.A= (1'000,000 \quad 300,000 \quad 100,000) . \begin{bmatrix} .953 & .047 \\ .905 & .095 \\ .714 & .286 \end{bmatrix} =$$

$$(1'295,900 \quad 104,100)$$

5. El segundo elemento de B.A. \$104,100, es el monto de la estimación para cuentas incobrables.

A pesar de que este procedimiento general representa un mejoramiento sobre la práctica antes descrita sólo si la matriz de transición es más fácil de estimar que los porcentajes de pérdida, este es comúnmente el caso. Utilizando técnicas muy simples, las probabilidades de transición pueden ser estimadas directamente de la información de las operaciones.-

Como los porcentajes de pérdida involucran estimaciones, no - pueden ser directamente cuantificados bajo ninguna circunstancia. El procedimiento de Markov es entonces, la mejor alternativa.

La esencia del problema de cuentas por cobrar que se acaba de considerar es estimar los flujos netos realizables a futuro de las cuentas por cobrar, dando cabida a la inherente aleatoriedad en cualquier estimación de este tipo. El modelo de cadenas de Markov se considera útil en la estimación de estos flujos. Debido a que otras valuaciones del estado de posición financiera también requieren que se estimen flujos de ingresos o de egresos realizables a futuro, el modelo de Markov puede ser aplicado más ampliamente. Las siguientes secciones de este capítulo presentan dos áreas adicionales, - distintas a las consideradas por los diversos textos sobre métodos cuantitativos, en donde pueden ser aplicados estos métodos.

4.5 Valuación de Activos: Valor Neto Realizable del Inventario.

Algunos contadores arguyen que la definición de un activo es algo que producirá futuros ingresos a una entidad.[13] - De esta definición, concluyen que los activos deben ser cuantificados en términos de sus flujos esperados. Bajo este enfo--

que, los inventarios, así como otros activos, deberán ser presentados en el estado de posición financiera como valor de realización esperado. Los principios de contabilidad generalmente aceptados del IMCP requieren que la valuación del inventario sea al "costo" o valor de "mercado" el que sea menor. Sin embargo, bajo cualquier circunstancia, el valor neto de realización constituye información financiera de gran importancia. Al aplicar la regla de "precio de costo o de mercado, el que sea menor", por ejemplo, es necesario estimar el valor neto de realización para establecer los límites superior e inferior al valor de mercado. También, las negociaciones de fusiones o adquisiciones involucran usualmente estimaciones del "valor del negocio en marcha" de los activos existentes. Muchas veces en tales circunstancias, el valor neto de realización se considera como la mejor definición operacional de valor del negocio en marcha. Finalmente, las decisiones internas de la dirección relacionadas con la expansión o contracción de una línea de productos existentes involucran consideraciones del valor neto de realización de inversiones en los inventarios de una línea dada de productos comparadas con oportunidades alternativas de inversión.

En resumen, existen muchas situaciones en las que el valor neto de realización de un invetario puede ser información relevante. En esta sección, se presenta una variación del modelo de cadenas de Markov que puede ser utilizado en algunas situaciones para estimar el valor neto de realización - de inventarios. El proceso tiene dos fases. El primero tiene que ver con la proyección de los flujos reales esperados - de unidades a través del proceso de producción, dando margen- a las probabilidades de desperdicio y desecho, así como a la venta final. Segundo, consiste en la asignación de montos en pesos a estos flujos reales. Se considerará la estimación de los flujos reales en primer término.

Considérese una hipotética empresa, que elabora un sólo - producto; compra materia prima, la convierte en producto terminado en un proceso de dos fases, y embarca las unidades terminadas bajo un contrato a largo plazo, a precio fijo. En cada etapa de producción hay proceso de inspección y control -- que da como resultado que algunas unidades sean rechazadas y- otras unidades sean aceptadas. La materia prima también es - inspeccionada, y el precio negociado con el proveedor se basa en una política de "no devoluciones" por embarques abajo del- estándar. Comúnmente, se crean cuellos de botella en los centros de inspección. Las unidades, por lo tanto, no siempre - pueden moverse a través del proceso de producción sin retrasos. Asumiendo que todos los reportes de compras y los reportes de producción se elaboran mensualmente, el proceso de producción se puede caracterizar como una cadena de Markov absorbente con un período de transición de un mes. Se puede entonces representar por medio de la matriz de transición mostrada en el diagrama 3.5.

Se asumirá además que todos los costos para la empresa son variables y que los costos por unidad son como siguen: (en miles).

Materia Prima	\$ 10
Artículo en Proceso	5
Artículo Terminado	25
Control e Inspección	4
Almacenamiento (al mes)	1
Desecho	7
Precio de Venta	85

En cualquier momento, el inventario se encuentra constituido por unidades en cada una de las tres etapas o procesos. Cada una de estas unidades eventualmente terminará en la categoría 4 ó 5. Para mover los artículos a través del proceso de producción, se debe incurrir en algunos costos. Si el artículo eventualmente es vendido, categoría 4, se realiza un ingreso por \$ 85,000. Si es desechado, categoría 5, la empresa debe pagar \$ 7,000 para que se lo lleven. Dados los posibles caminos a tomar, los posibles resultados y las utilidades correspondientes, el problema consiste en medir o cuantificar el valor de realización esperado del total de inventario.

DIAGRAMA 3.5

Matriz de Transición

DE \ A	Materia Prima 1	Artículo en Proceso 2	Artículo Terminado 3	Artículo Vendido 4	Desecho 5
1. Materia Prima	.5	.4	0	0	.1
2. Artículo en Proceso	0	.5	.35	0	.15
3. Artículo Terminado	0	0	.1	.85	.05
4. Artículo Vendido	0	0	0	1.0	0
5. Desecho	0	0	0	0	1.0

Como un procedimiento intermedio de cálculo, se construye la matriz C de flujo de costo, diagrama 3.6, la cual resume los flujos en pesos asociados con cada transición.

DIAGRAMA 3.6

Matriz de Flujo del Costo C

(en miles)

A DE	MATERIA PRIMA 1	ARTICULO EN PROCESO 2	ARTICULO TERMINADO 3	VENDIDO 4	DESPERDICIO 5
1. MATERIA PIRMA	1	10	0	0	11
2. ARTICULO EN PROCESO	0	1	30	0	11
3. ARTICULO TERMINADO	0	0	1	(81)	11

Una explicación de los registros del diagrama 3.6 es como sigue: (en miles)

Materia Prima a Materia Prima	Almacenamiento	$1	$ 1
Materia Prima a en Proceso	Procesamiento	$5	
	Inspección	4	
	Almacenamiento	1	10
Materia Prima a Desperdicio	Inspección	$4	
	Retiro	7	11
En Proceso a Terminado	Procesamiento	$25	
	Inspección	4	
	Almacenamiento	1	30
En Proceso a Desperdicio	Inspección	$4	
	Retiro	7	11
Terminado a Terminado	Almacenamiento		1
Terminado a Vendido	Precio de Venta	($85)	
	Inspección	4	(81)
Vendido a Desperdicio	Inspección	$4	
	Retiro	7	11

Para eliminar cualquier posible confusión sobre los signos algebraicos en el siguiente análisis, se partirá la matriz C en tres particiones, como sigue:

$$(X_{3x3}/Y_{3x1}/Z_{3x1})$$

En esta notación, X se refiere a los egresos por las transiciones de una etapa de transición a otra etapa de transición; Y se refiere a los ingresos netos de efectivo por absorciones en la etapa de ingresos, y Z se refiere a los egresos netos de efectivo por absorciones en la etapa de desecho.

Combinando la información en la matriz de transición con la información en la matriz de flujo de efectivo, se puede escribir la siguiente expresión para el valor neto de realización v_i de una unidad o artículo en la etapa i:

$$v_i = r_{i4}y_{i4} - r_{i5}z_{i5} + \sum_{j=1}^{3} q_{ij}(v_j - x_{ij}) \qquad (1)$$

A pesar de que esto parece incomprensible a primera vista, no es muy complicado cuando las partes individuales son analizadas. Primero, los elementos r y q, se refieren, respectivamente, a las particiones o divisiones de transición a absorbente y de transición a transición de la matriz de transición. El primer término del producto, $r_{i4} \cdot y_{i4}$ representa la contribución al valor esperado ocasionado por el retiro del desecho en el siguiente período. El término de la sumatoria, $\sum_{j=1}^{3} q_{ij}(v_j - x_{ij})$, representa la contribución al valor esperado para una unidad que cambia a otro estado de transición, j, en el siguiente período, dando margen para los costos incurridos al hacer la transición.

Si se denota $r_{i4}y_{i4}$ por $\bar{y}_i$, $r_{i5}z_{i5}$ por $\bar{z}_i$, y $\sum_{j=1}^{3} q_{ij}x_{ij}$ por $\bar{x}_i$, la ecuación (1) se convierte en:

$$v_i = \bar{y}_i - \bar{z}_i + \sum_{j=1}^{3} q_{ij}v_j - \bar{x}_i$$

Sea $h_i = (\bar{y}_i - \bar{z}_i - \bar{x}_i)$ y cambiando a notación matricial, se tiene:

$$V = H + Q.V$$

Este paso debe quedar claro si se recuerda que la fórmula para el término i del producto matricial Q.V está dado por $\sum_{j=1}^{3} q_{ij}v_j$. El procedimiento de resolución para el vector V es:

$$V - Q.V = H$$
$$(I - Q).\ V = H$$
$$V = (I - Q)^{1}.H$$

Utilizando los números del problema, se puede demostrar este procedimiento como sigue: (en miles)

1.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & 30 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 81 \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} 11 \\ 11 \\ 11 \end{bmatrix}$$

2.

$$Q = \begin{bmatrix} .5 & .4 & 0 \\ 0 & .5 & .35 \\ 0 & 0 & .1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 0 & .1 \\ 0 & .15 \\ .85 & .05 \end{bmatrix}$$

3.

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} .5(1) & + & .4(10) & + & 0 \\ 0 & + & .5(1) & + & .35(30) \\ 0 & + & 0 & + & .1\ (1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.50 \\ 11 \\ .10 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ .85(81) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 68.85 \end{bmatrix}$$

$$\bar{Z} \begin{bmatrix} .1(11) \\ .15(11) \\ .05(11) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.10 \\ 1.65 \\ .55 \end{bmatrix}$$

4.

$$X = \bar{Y} - \bar{Z} - \bar{X} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 68.85 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.10 \\ 1.65 \\ .55 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4.50 \\ 11 \\ .10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.60 \\ -12.65 \\ 68.20 \end{bmatrix}$$

5.

$$(I-Q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .5 & .4 & 0 \\ 0 & .5 & .35 \\ 0 & 0 & .1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} .5 & -.4 & 0 \\ 0 & .5 & -.35 \\ 0 & 0 & .0 \end{bmatrix}$$

6.

$$V = (I-Q)^{-1}.H = \begin{bmatrix} 2 & 1.6 & .62 \\ 0 & 2 & .78 \\ 0 & 0 & 1.10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5.60 \\ -12.65 \\ 68.20 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 9.84 \\ 27.90 \\ 75.02 \end{bmatrix}$$

Este vector representa el valor de realización esperado para artículos o unidades que se encuentran en ese momento en la etapas o estados de materia prima, en proceso, y terminadas, respectivamente. Es decir:

Materia Prima=	\$ 9,840
En Proceso=	\$ 27,900
Terminadas	\$ 75,020

Si el número de artículos o unidades en cada una de las tres etapas o estados de procesamiento en un momento dado está representado por el vector renglón B de tres elementos, el producto matricial B.B es la estimación deseada del valor neto de realización por la totalidad del inventario. Suponiendo que B= (10,000 30,000 5,000), se tiene:

$$B.V= (10{,}000\ 30{,}000\ 5{,}000) \cdot \begin{bmatrix} 9{,}840 \\ 27{,}900 \\ 75{,}020 \end{bmatrix} = \$1{,}310{,}500.000$$

El problema que acaba de ser presentado trata únicamente con la incertidumbre del flujo de unidades físicas, considerando los correspondientes valores en pesos como conocidos. Esto se hizo para no complicar innecesariamente el problema introductorio. El modelo, sin embargo, es lo suficientemente flexible como para ser utilizado en situaciones donde la incertidumbre de los valores en pesos es más importante que aquella de los flujos reales (caso de una inflación como la -

de México) o cuando ambos tipos de incertidumbres deben ser considerados formalmente. Este refinamiento que no se encuentra en los textos se tratará más adelante. En general, este procedimiento de cuantificación de valores netos de realización esperados puede ser útil en cualquier situación que sea caracterizada en términos de etapas o fases de producción discretas; patrones recurrentes de flujos de productos.

4.6 Valuación de Pasivos: Estimación de Fondos para Garantías.

Para continuar ahondando en el potencial de aplicación del tipo de modelo de Markov que se ha venido considerando, se presenta ahora un problema del "lado derecho" de un estado de posición financiera (pasivo) para complementar los dos anteriores del lado izquierdo (activo).

Cada vez que una garantía es otorgada por una compañía para respaldar su producto, el contador público enfrenta el problema de estimar los costos futuros a cubrir por las garantías para poder presentar razonablemente el total de pasivos u obligaciones con terceros para los propósitos del estado de posición financiera.

A pesar de que el monto es incierto, la obligación contractual es definitiva. Una estimación para establecer un fondo para el gasto por garantía se deberá calcular para lograr una correspondencia correcta y adecuada de ingresos y gastos en el periodo de que se trate cuando la venta es registrada.- Este problema de cuantificación es otro ejemplo de estimación de flujos futuros esperados. El hecho de que se trate de flujos de egresos, en vez de flujos de ingresos, no cambia la naturaleza del problema. Si la situación puede ser caracterizada como un proceso de Markov, entonces, un procedimiento similar al ya descrito puede ser usado para estimar la obligación.

Asúmase que la compañía ABC otorga una garantía por dos años en todas sus partes en la compra de un artículo. Este artículo es comercializado en todo el país a través de tiendas de autoservicio y mayoristas. Si el producto resulta defectuoso dentro del período de los dos años, el cliente lo puede regresar a ABC para ser reparado totalmente gratis para el cliente. Una vez que un artículo ha sido reparado, la garantía queda sin efecto. ABC considera que esta política es justa porque prácticamente todas las quejas son resultado de problemas en el control de calidad de una producción en gran escala. Una vez que el producto ha sido reparado manualmente por un operador, no existe una probabilidad significativa de que vuelva a fallar en dos años.

Las estadísticas demuestran también que prácticamente todas las quejas son resultado de la falla en una u otra de cuatro partes "críticas" que son particularmente sensibles a las variaciones en la operación de ensamblado. Como el costo de estas cuatro partes es de sólo $1,500 del costo del producto, que se vende en $19,950, ABC ha visto que es más barato - cambiar las cuatro partes en todos los servicios de garantía- que gastar tiempo en probarlos individualmente. Un servicio- de garantía normalmente consiste en 1/2 hora de tiempo del -- operador más el cambio de las cuatro partes.

En casi todos los casos, después de hecho lo anterior,- el producto está listo para ser devuelto al cliente. A pesar de que hay una ligera probabilidad de que haya un gasto mayor, una orden de reparación generalmente le cuesta a ABC -- $4,500 contando el material y la mano de obra. El problema - aquí, es calcular cuántos artículos serán devueltos, no cuánto será el costo de reparación de cada unidad.

En cualquier momento, el inventario de artículos cubiertos con la garantía puede ser considerado como una serie- de etapas o estados discretos, anuales. Se puede representar este inventario por medio de un vector renglón B de dos componentes. El primer componente o elemento, b_1, representa unidades o artículos con 0 a 1 año de haber sido vendidos, y aún bajo la garantía. De manera similar, el segundo componente o elemento, b_2, representa los artículos con 1 a 2 años de haber sido vendidos, y aún bajo la garantía.

Haciendo uso de las estadísticas, referidas anterior--

mente, ABC ha sido capaz de desarrollar las siguientes estimaciones.

1. Probabilidad de que una unidad requiera de servicio durante su primer año de uso = .2

2. Probabilidad de que una unidad que no requirió de servicio durante su primer año de uso y que los requiera durante su segundo año = .1

Pensando en el proceso bajo estos términos y asumiendo que la expiración de la garantía y que las unidades que requieran de servicio son ambas etapas absorbentes, se puede construir la matriz presentada en el diagrama 3.7.

DIAGRAMA 3.7

A / DE	0 a 1 años y aún bajo garantía 1	1 a 2 años y aún bajo garantía 2	Expiración de la garantía 3	Unidades que requieren de servicio. 4
1. 0 a 1 años y aún bajo garantía	0	.8	0	.2
2. 1 a 2 años y aún bajo garantía	0	0	.9	.1
3. Expiración de la garantía	0	0	1	0
4. Unidades que requieren de servicio	0	0	1	1

De aquí , el procedimiento para estimar unidades totales que requerirán de servicio es idéntico al procedimiento descrito anteriormente para estimar el volúmen en pesos de cuentas por cobrar. Específicamente, primero se calcula la matriz A cuyos registros i,j,a_{ij}, representan la probabilidad que una unidad en el estado de transición i finalmente será absorbida en el estado de absorción j. Esta matriz se calcula de la fórmula:

$$A = (I - Q)^{-1} . R,$$

donde Q y R se refieren, respectivamente a las participaciones de: transición a transición, y a las de transición a absorbente de la matriz de transición. Entonces, para un vector B del inventario de unidades bajo garantía, se forma el producto matricial B.A. Este producto es un vector renglón de dos componentes del cual, el segundo elemento representa el número esperado de unidades bajo garantía que eventualmente requerirán servicio. Esta cantidad, multiplicada por $4,500 es la buscada estimación para el fondo por obligaciones de garantías.

Para ABC, si B= (400,000 300,000), el proceso puede ser resumido de la siguiente manera:

1. $$Q = \begin{bmatrix} 0 & .8 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} 0 & .2 \\ .9 & .1 \end{bmatrix}$$

2. $$(I-Q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & .8 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -.8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. $$(I-Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -.8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \ldots = \begin{bmatrix} 1 & .8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. $$A = I - Q^{-1} \,.\, R = \begin{bmatrix} 1 & .8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & .2 \\ .9 & .1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} .72 & .28 \\ .9 & .1 \end{bmatrix}$$

5.

$$B.A = (400{,}000 \quad 300{,}000) \cdot \begin{bmatrix} .72 & .28 \\ .9 & .1 \end{bmatrix} =$$

$$(558{,}000 \quad 142{,}000)$$

6. Estimación del fondo para cubrir contingencias de garantías:

$$(4{,}500)\ (142{,}000) = \$\ 639'000{,}000$$

4.7 Resumen

El propósito de las tres últimas secciones no es sugerir que todas o siquiera que la mayoría de los problemas de valuación del estado de posición financiera pueden ser afrontados en un contexto matricial utilizando modelos de Markov. Sin embargo, sí hay situaciones, muchas de las cuales no están contempladas en los textos existentes, en las que este método puede ser útil. El objetivo de esta sección ha sido presentar aplicaciones no consideradas como una forma alterna de solucionar problemas. No se trata de dar recetas para resolver los mismos sino despertar un interés en una herramienta de gran potencial. Muchos contadores sienten que el desarrollo de la teoría de valuación en contabilidad ha sido muchas veces retardada por los correspondientes problemas de cuantificación. Es cierto, en muchas disciplinas el desarrollo de-la teoría y la capacidad para cuantificar van de la mano. Nuevas técnicas de cuantificación hacen posible la extensión de las teorías anteriores, y la nueva teoría, por su parte, sugiere innovaciones en medición y cuantificación. De allí el deseo de ahondar más en un problema central de la teoría contable. A continuación se presenta no una aplicación más, sino una adecuación del modelo a un medio inflacionario como el caso de México.

4.8 Un Refinamiento de los Modelos de Valuación para Reflejar Tasas de Descuento.

Debido a que los tres modelos de valuación de Markov vistos en este capítulo involucran una suma esperada de flujos futuros que se realizarán a través de un período de años, se puede argumentar justamente, que el descuento de los flujos es necesario sobre todo si se trata de un medio altamente inflacionario. Evidentemente un ingreso dentro de cuatro años tiene menor significado e importancia actual que uno a ser recibido dentro de una semana, debido al valor del dinero en el tiempo. Una suma de dinero que se obtiene en este momento puede ser invertida y por ello tiene mayor "valor presente" que un monto idéntico que se obtiene en un futuro más distante. Especificamente se puede demostrar que si el "valor del dinero" es d%, un monto de dinero A que se percibirá en n años (o períodos) vale hoy sólamente:

$$A / (1 + d)^n$$

De tal manera que, para poder reflejar correctamente el valor de una serie de flujos de efectivo a ser realizados en un período futuro de años (meses, días, etc.), cada uno de éstos debe estar expresado en términos de valor presente. Si el flujo en el año i es c_i, por ejemplo, su valor presente es solamente:

$$c_i / (1 + d)^i$$

y el valor presente de su serie es:

$$\sum_i c_i/(1 + d)^i$$

El objetivo de esta sección es demostrar que el descuento puede ser fácilmente incorporado a cualquiera de los modelos presentados, siempre y cuando se tenga una tasa de descuento. Una tasa del 10%, para facilitar los cálculos será utilizada con propósitos de ejemplificación.

Si d es la tasa de descuento, una medida relacionada es el "factor de descuento D" que se define como 1/1+d. El factor de descuento es una forma de notación más conveniente que la tasa de descuento. Por ejemplo, en vez de escribir el valor presente del flujo i como:

$$c_i/(1 + d)^i$$

Se puede escribir de una manera más compacta:

$$D^i c_i$$

Se adoptará esta notación más breve para la demostración que sigue.

Como d= 10 por ciento, se tiene que:

$$D = 1/(1 + .10)$$
$$= .909$$

En el problema de cuentas por cobrar, suponiendo que B es el vector de saldos iniciales en pesos, se demostrará que el valor presente de cobros futuros y de cuentas incobrables está dado por:

$$B\ (I - DQ)^{-1} .R$$

Donde Q y R tienen el mismo significado anterior y D es el factor de descuento. Esto es una ampliación del resultado anterior que no consideraba el descuento. Se recordará que se obtuvo que los cobros y las cuentas incobrables eran iguales a:

$$B\ (I - Q)^{-1} .R$$

Para derivar este resultado, primero se introducirá un procedimiento de período por período para considerar los cobros y las cuentas incobrables. Recordando las definiciones de B y R, se espera que los cobros y las cuentas incobrables en el período de que se trate sean iguales a B.R. Los pesos estimados a ser absorbidos dentro de un siguiente período pueden ser expresados como B.Q.R., ya que Q.R, representan las probabilidades de no ser absorbidos en este período sino en el siguiente. El valor presente de los montos a ser realizados dentro de un período es igual a:

$$B\ (D.Q.R)$$

Donde D es el factor de descuento. De manera similar, los pesos esperados, estimados, para ser absorbidos dentro de dos períodos, pueden ser expresados como:

$$(B.Q^2.R)$$

El valor presente de este monto es igual a:

$$(B.D^2.Q^2.R)$$

En general, las absorciones esperadas en el periodo k- son:

$$(B.Q^k.R)$$

es el valor presente de:

$$B\ (D^k.\ Q^k.R)$$

El valor presente total de los cobros y de las cuentas incobrables esperados en todos los períodos futuros, por lo tanto, puede ser escrito como la siguiente suma:

$$B.R + B.D.Q.R + B.D^2.Q^2.R + \ldots + B.D^k.Q^k.R + \ldots$$

Factorizando, se puede hacer el siguiente cambio:

$$B.R + B.D.Q.R. + B.D^2.Q^2.R + \ldots + B.D^k.Q^k.R. + \ldots$$
$$= B\ (I + D.Q + D^2.Q^2 + \ldots + D^k.Q^k + \ldots)R \qquad (1)$$

El siguiente paso es un procedimiento matemático ampliamente utilizado. Obsérvese lo que sucede cuando se multiplica la cantidad matricial:

$$(I + D.Q + D^2.Q^2 + \ldots + D^k.Q^k + \ldots)$$

por la cantidad matricial:

$$(I - D.Q):$$

$$(I + DQ + D^2Q^2 + \ldots + D^kQ^k + \ldots)\ (I - DQ)$$

$$= I + DQ + D^2Q^2 + \ldots + D^kQ^k + \ldots - DQ - D^2Q^2 - \ldots - D^2Q^2 - \ldots$$

$$= I$$

En otras palabras, a pesar de que no es evidente a primera vista, se tiene que:

$$(I - DQ)\ (I = DQ + D^2Q^2 + \ldots + D^kQ^k + \ldots) = I$$

Se recordará que la definición de la inversa de una matriz A es la matriz que, cuando se multiplica por A, da como resultado una matriz identidad. Se puede entonces escribir:

$$I + DQ + D^2Q^2 + \ldots + D^kQ^k + \ldots = (I - DQ)^{-1}$$

Haciendo una substitución en la ecuación (1), se obtiene el mismo resultado, es decir:

$$BR + BDQR + BD^2Q^2R + \ldots + BD^kQ^kR + \ldots$$

$$= B\ (I + DQ + D^2Q^2R + \ldots + D^kQ^i + \ldots)\ R \qquad (2)$$

$$= B\ (I - DQ)^{-1}R$$

La ecuación (1) es imposible calcular porque tiene una secuencia infinita de términos. La forma alternativa presentada en la ecuación (2), sin embargo, es muy fácil de manejar. La matriz:

$$(I - DQ)^{-1}$$

no es más difícil de calcular que su equivalente sin descuento:

$$(I - Q)^{-1}$$

Se puede demostrar el procedimiento de descuento utilizando el mismo ejemplo que se consideró anteriormente. Específicamente, se tiene:

1.
$$Q = \begin{bmatrix} 0 & .5 & 0 \\ 0 & .4 & .2 \\ 0 & 0 & .3 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} .5 & 0 \\ .4 & 0 \\ .5 & .2 \end{bmatrix}$$

2.
$$DQ = .909Q = .909 \begin{bmatrix} 0 & .5 & 0 \\ 0 & .4 & .2 \\ 0 & 0 & .3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & .455 & 0 \\ 0 & .364 & .182 \\ 0 & 0 & .273 \end{bmatrix}$$

3.
$$(I-DQ) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & .455 & 0 \\ 0 & .364 & .182 \\ 0 & 0 & .273 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -.455 & 0 \\ 0 & .634 & -.182 \\ 0 & 0 & .727 \end{bmatrix}$$

4. $$(I-DQ)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -.455 & 0 \\ 0 & .634 & -.182 \\ 0 & 0 & .727 \end{bmatrix}^{-1} = \ldots = \begin{bmatrix} 1 & .72 & .18 \\ 0 & 1.58 & .40 \\ 0 & 0 & 1.38 \end{bmatrix}$$

5. $$B = (1'000{,}000 \quad 300{,}000 \quad 100{,}000)$$

6. $$B\,(I - DQ)^{-1}\,R$$

$$(1'000{,}000 \quad 300{,}000 \quad 100{,}000) \begin{bmatrix} 1 & .71 & .18 \\ 0 & 1.58 & .40 \\ 0 & 0 & 1.38 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} .5 & 0 \\ .4 & 0 \\ .5 & .2 \end{bmatrix}$$

$$= (1'196{,}600 \quad 87{,}600)$$

Téngase presente que el único cambio en el problema de cuentas por cobrar para incorporar el descuento fue la substi tución de la matriz:

$$(I - D)^{-1} \text{ por la matriz } (I - DQ)^{-1}$$

Donde D es el factor de descuento. Se puede esperar un resultado paralelo en el problema de valuación de inventarios el cual mostrará que el valor presente descontado de V es igual a:

$$(I - DQ)^{-1}\,H$$

La utilización de este resultado, sin embargo, no debe estar basada únicamente en un argumento por analogía. Su validez debe ser probada. La expresión sin descuento para el valor neto de realización de una unidad o artículo en una etapa o estado de transición v, v_i, estaba dada por:

$$v_i = h_i + \sum_j q_{ij} v_j \qquad (3)$$

Los flujos representados por h_i son todos los flujos del siguiente período que no requieren descontarse. Por lo tanto el único cambio que se debe hacer en la ecuación para incorporar el factor de descuento es reconocer que los valores v_j de un período futuro, tienen un valor presente de solo Dv_j. Incorporando este cambio, se tiene:

$$v_i = h_i + \sum_j q_{ij} (Dv_j) \qquad (4)$$

Como D es una constante (escalar), puede factorizarse fuera de la sumatoria para obtener el siguiente resultado:

$$v_i = h_i + D \sum_j q_{ij} v_j \qquad (5)$$

Cambiando a notación matricial, se tiene:

$$V = H + DQV \qquad (6)$$

Resolviendo para V, se obtiene:

$$V - DQV = H$$

$$(I - DQ)\ V = H$$

$$V = (I - DQ)^{-1}\ H$$

Este es el resultado deseado, el cual se puede substituir fácilmente en el producto matricial B.V para obtener una medida de valor presente del valor neto esperado de realiza-- ción del inventario en cualquier momento.

Para el mismo problema, tratado anteriormente, se tiene:

1.
$$Q = \begin{bmatrix} .5 & .4 & 0 \\ 0 & .5 & .35 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad H = \begin{bmatrix} -5.60 \\ -12.65 \\ 68.20 \end{bmatrix}$$

2.
$$DQ = .909 \begin{bmatrix} .5 & .4 & 0 \\ 0 & .5 & .35 \\ 0 & 0 & .1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .455 & .364 & 0 \\ 0 & .455 & .318 \\ 0 & 0 & .091 \end{bmatrix}$$

3.
$$(I-DQ) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .455 & .364 & 0 \\ 0 & .455 & .318 \\ 0 & 0 & .091 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} .455 & -.364 & 0 \\ 0 & .455 & -.318 \\ 0 & 0 & .909 \end{bmatrix}$$

4.

$$(I-DQ)^{-1} = \begin{bmatrix} .455 & -.364 & 0 \\ 0 & .455 & -.318 \\ 0 & 0 & .909 \end{bmatrix}^{-1} = \ldots =$$

$$\begin{bmatrix} 1.835 & 1.228 & .430 \\ 0 & 1.835 & .642 \\ 0 & 0 & 1.100 \end{bmatrix}$$

5.

$$(I-DQ)^{-1}H = \begin{bmatrix} 1.835 & 1.228 & .430 \\ 0 & 1.835 & .642 \\ 0 & 0 & 1.100 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5.60 \\ -12.65 \\ 68.20 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 3.49 \\ 20.53 \\ 75.02 \end{bmatrix}$$

6. $B = (10{,}000 \quad 30{,}000 \quad 5{,}000)$

7.

$$B.V = (10{,}000 \quad 30{,}000 \quad 5{,}000)\begin{bmatrix} 3.49 \\ 20.53 \\ 75.02 \end{bmatrix} = 1'025{,}900$$

La derivación del resultado para el problema del fondo para las contingencias por garantías sigue el mismo razonamiento que los dos problemas anteriores. Primero se define un vector columna G de dos componentes, cuyos elementos, g_i, representan el costo esperado de garantía por unidad que se encuentre en la etapa o estado de transición i.

Usando la misma lógica que en la ecuación (1) de la sección 4.5, e ignorando el factor de descuento por el momento, se puede escribir:

$$g_i = r_{i2}c + \sum_{i=1}^{2} q_{ij}\, g_j$$

Donde c es el costo de reparación de una unidad, esto es, \$4,500. Esta ecuación indica simplemente queel costo esperado de garantía por una unidad que se encuentra en este momento en el estado g_i es la suma de dos factores. El primero es la probabilidad de que una unidad se descomponga en el siguiente período multiplicado por el costo de la garantía resultante. Este es el factor $r_{i2}c$. El segundo factor, es la suma de las probabilidades de que todas las unidades pasen a otro estado de transición j en el siguiente período, cada una multiplicada por el costo esperado de la garantía asociado con ese estado o etapa. Este es el factor:

$$\sum_{i=1}^{2} q_{ij}\, g_j$$

Para dar margen al factor de descuento, no se tiene que cambiar el factor $r_{i2}c$, ya que éste representa flujos del siguiente período. Unicamente, se tiene que reconocer el hecho de que las cantidades a partir de este período, g_j, en el segundo factor, tienen un valor presente de Dg_j. Por lo tanto una expresión que incorpora el factor de descuento queda de la siguiente manera:

$$g_i = r_{i2}c + \sum_{i=1}^{2} q_{ij}\, Dg_j$$

Sea $r_{i2}c = x_i$. X es entonces un vector columna de dos componentes constituido por los elementos en la segunda columna de R cada uno multiplicado por c, que en este problema es igual a \$ 4500. Siguiendo el mismo procedimiento para pasar de la ecuación (4) a la ecuación (6) en esta sección, se puede escribir:

$$G = X + DQG$$

por lo tanto:

$$G = (I - DQ)^{-1} X$$

Con los números utilizados en el problema, se tiene:

$$G = (I - DQ)^{-1} X = \ldots = \begin{matrix} 1.23 \\ .45 \end{matrix}$$

El fondo deseado que incorpora el valor presente está dado por B.G. Si B = (400,000   300,000), se tiene que:

$$B.G = (400{,}000 \quad 300{,}000) \begin{matrix} 1.23 \\ \\ 45 \end{matrix} = \$627'000{,}000$$

CITAS

1. Takajama, Akira; <u>Mathematical economics</u>, 2da., Ed., p. 394.

2. Smith, Eugene; <u>Cuantitative business analysis</u>; p. 459

3. Levin, Richard; Kirkpatrick, Charles, <u>Enfoques cuantitativos a la administración</u>; p. 236.

4. Smith, Eugene; <u>Cuantitative</u>..., p. 465.

5. Mansfield, Edwin; <u>Stansnes por business and economics</u>; p.235

6. Ibid., p. 293

7. Ibid., p. 331

8. Levin, Richard; Kirkpatrick, Charles, <u>Enfoques</u>...; p. 240.

9. Ibid, p. 249.

10. Ibid., p. 250

11. Ibid., p. 263

12. Varios, <u>Financial management</u>; p. 41.

13. Ibid., p. 46.

BIBLIOGRAFIA

1. Chatfield, Christopher; Statisnes for tecnology; 3ra. Ed. Chapman and Hall; London, England; 1983.

2. Hodges, Wilfred; Building models by games; Cambridge University Press; Cambridge, England; 1985

3. Levin, Richard; Kirkpatrick, Charles, Enfoques cuantitativos a la administración; C.E.C.S.A.: México; 1983.

4. Mansfield, Edwin; Statistics for business and economics. W.W. Norton and Company; New York, U.S.A.; 1980

5. Pindyck, Robert; Rubinfeld, Daniel; Econometric models and economic forecasts; 2da. Ed. Mc Gran-Hill; Singapore; 1984

6. Smith, Eugene; Cuantitative business analysis; John Wiley and Sons; New York, U.S.A; 1977.

7. Takayama, Akira; Mathematical economics; 2da., Ed.; Cambridge University Press; Cambriage, England; 1985.

8. Varios: Financial management; Harvard Busines Revien; Mass. U.S.A.; 1983.

C A P I T U L O   C U A T R O

METODOS MATRICIALES EN LA PLANEACION FINANCIERA

1. Introducción.

En este capítulo se consideran tres ejemplos sobre la-manera en que los métodos matriciales pueden ayudar a resol--ver problemas de planeación financiera. Dos de éstos están -basados en el modelo de cadenas de Markov visto en el capítulo 3. El otro problema está basado en el concepto del análisis insumo-producto Este fue concebido originalmente como --una forma de afrontar sistemáticamente las interrelaciones de oferta y demanda agregada en una economía nacional. En esta-tésis, sin embargo, se aplica a un problema de planeación a -nivel de una empresa individual.

No existe uniformidad de criterio sobre si estos con--ceptos pueden ser realmente transferidos fuera del contexto -denominado "macro".[1]

Sin embargo, se presentan estas aplicaciones buscando-fomentar un mayor interés en los mismos.

2. Análisis Insumo-Producto: Un Modelo de Planeación de Dos - Productos.

2.1. El Modelo.

Considérese una empresa que tiene dos departamentos, - cada uno de los cuales fabrica un artículo utilizando un sólo método de producción. Cada departamento utiliza una parte de la producción resultante del otro como insumo en su propio -- proceso de producción. Además, asúmase que la función de producción en cada departamento es linear con coeficientes constantes. En general, si Y es el nivel de producción y si los- diferentes insumos de producción se denotan por x_i, una fun-- ción de producción linear es una de las siguiente forma:[2]

$$Y = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n$$

Si los coeficientes a_i no cambian con el tiempo, se dice que la función de producción tiene "coeficientes constan-- tes".[3] Como uno de los insumos de producción son los gastos- indirectos de producción, la condición linear implica que to- do gasto indirecto de producción es variable. Esta condición puede ser eliminada en problemas más complejos,pero no se in- troducirá tal refinamiento en este problema para facilitar su comprensión. Finalmente, se asume que los precios de todos - los insumos y productos son conocidos y que las transferencias interdepartamentales se valúan a precios de venta.

Se representa la relación insumo-producto para la empresa como la matriz M que tiene cuatro particiones o divisiones principales, de la siguiente manera:

$$M_{6x3} = \begin{bmatrix} A_{2x2} & B_{2x1} \\ A_{4x2} & D_{4x1} \end{bmatrix}$$

Los renglones M representan insumos y las columnas productos. La partición A representa transferencias interdepartamentales. B es un vector columna de dos componentes que representa la demanda externa total para los dos productos. Esta demanda puede ser el resultado de ventas o acumulación de inventarios presupuestada. La partición C representa la utilización de insumos de producción, diferentes a los productos finales mismos en el proceso de producción de cada departamento. En este problema, se considerarán a tales insumos como materia prima directa, mano de obra directa, gastos indirectos de fabricación y utilidades. Las utilidades se incluyen como un insumo porque la formulación matricial del proceso de producción requiere que el valor de los productos (totales de los renglones) sea igual a la suma de los valores de los insumos (totales de las columnas). Completando la descripción de las particiones, D es un vector columna cero de cuatro elementos.

Se asume que la matriz insumo-producto fue construida en base a los reportes de contabilidad de costos abarcando un período anterior que la Dirección considera representativo del proceso de producción: (diagrama 4.1)

DIAGRAMA 4.1

Matriz Insumo-Producto

PRODUCTOS / INSUMOS	PRODUCTO I	PRODUCTO II	VENTAS E INVENTARIOS	PRODUCCION TOTAL.
PRODUCTO I	0	25	100	125
PRODUCTO II	40	0	200	240
MATERIA PRIMA DIRECTA	30	100	0	
MANO DE OBRA DIRECTA	25	60	0	
GASTOS INDIRECTOS DE FABRICACION	20	30	0	
UTILIDAD	10	25	0	
INSUMOS TOTALES	125	240		

Para esta matriz, se tiene:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 25 \\ 40 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 30 & 100 \\ 25 & 60 \\ 20 & 30 \\ 10 & 25 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Asumiendo que las proporciones de cada insumo utilizado para producir una unidad son fijas, se puede calcular un conjunto de coeficientes de insumo-producto para cada producto simplemente expresando cada elemento de A y C como un porcentaje del total de la columna correspondiente.[4] El conjunto de tales coeficientes puede ser expresado como dos nuevas matrices. Se denotará a estas matrices de coeficientes como E y F, en donde E se refiere a los insumos interdepartamentales y F a los otros insumos. Para el problema tratado, se tiene:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 25/240 \\ 40/125 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & .14 \\ .320 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 30/125 & 100/240 \\ 25/125 & 60/240 \\ 20/125 & 30/240 \\ 10/125 & 25/240 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .240 & .417 \\ .200 & .250 \\ .160 & .125 \\ .080 & .104 \end{bmatrix}$$

2.2 Utilización del Modelo.

Como pronto se verá, el motivo para haber generado las matrices de coeficientes E y F es uno muy importante. Se puede utilizar a E y F para estimar el nivel de producción necesaria en cada departamento para soportar cualquier objetivo - proyectado de ventas y acumulación de inventarios y preparar un presupuesto departamental de producción basado en tal objetivo. El análisis de insumo-producto es, entonces, muy útil para desarrollar planes financieros basados en objetivos o metas globales de producción.

Asúmase, por ejemplo, que las ventas proyectadas y los niveles de inventarios para el siguiente año son los siguientes: (en miles)

	VENTAS	INVENTARIOS	TOTAL
PRODUCTO I	$100	$100	$200
PRODUCTO II	200	100	300

Con estos datos, el vector presupuesto B, descrito -- arriba, se convierte en:

$$B = \begin{matrix} 200 \\ 300 \end{matrix}$$

Si se denota por X al vector de los totales de producción departamentales necesarios para mantener este nivel de demanda externa, se puede escribir la siguiente función:

$$X = (E.X) + B$$

Esto implica que X deberá ser lo suficientemente grande como para permitir su utilización interdepartamental, como se encuentra resumido en E, al igual que para requerimientos externos.

Se debe estar ya familiarizado con el procedimiento para resolver una ecuación matricial de la forma:

$$X = EX + B$$

cuando E y B son conocidos. Específicamente, se tiene:

$$X = EX + B$$

$$X - EX = B$$

$$(I - E)X = B$$

$$X = (I - E)^{-1} .B$$

Para el problema de que se trata, el procedimiento es como sigue:

1.
$$E = \begin{bmatrix} 0 & .104 \\ .320 & 0 \end{bmatrix}$$

2.
$$(I-E) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & .104 \\ .320 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -.104 \\ -.320 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Utilizando operaciones de renglón, se obtiene:

$$(I - E)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -.104 \\ -.320 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \ldots = \begin{bmatrix} 1.034 & .107 \\ .331 & 1.034 \end{bmatrix}$$

4.
$$X = (I-E)^{-1}.B = \begin{bmatrix} 1.034 & .107 \\ .331 & 1.034 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 200 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 238.9 \\ 376.4 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, se debe producir el equivalente de ---- $238,900 del producto I y $376,00 del producto II para satisfacer el objetivo de demanda externa deseada.

Si se denota por Y al vector de los requerimientos de- insumos, diferentes a los productos mismos, necesarios para - mantener un nivel de producción igual a X, se puede escribir- la siguiente ecuación para Y:

$$Y = F \cdot X$$

Esta expresión debe ser clara si se recuerda cómo se - definió la matriz de coeficientes F. Para el problema trata-- do, se tiene:

$$Y = F \cdot X = \begin{bmatrix} .240 & .417 \\ .200 & .250 \\ .160 & .125 \\ .080 & .104 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 238.9 \\ 376.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 214.5 \\ 141.9 \\ 85.8 \\ 58.3 \end{bmatrix}$$

Este resultado se puede interpretar de la siguiente - manera:

Utilización de Materia Prima Directa =	$214,500
Utilización de Mano de Obra Directa =	141.900
Gastos Indirectos de Fabricación =	85,800
Utilidad =	58,300

Hay varias maneras en que se puede usar la información en el vector Y en el contexto de la planeación financiera para la toma de decisiones. Si se puede expresar la capacidad instalada de la planta o plantas de producción con respecto a cualquier insumo en términos monetarios, se puede entonces medir el grado de utilización de la capacidad instalada, implicado en un presupuesto de producción dado. Si la utilización parece demasiada baja, se puede considerar disminuir la capacidad instalada, como una medida, entre muchas otras, para, en este caso, ahorrar gastos. También se pueden explorar maneras de incrementar el presupuesto de producción para utilizar en mayor grado y de mejor manera la capacidad disponible así como de los insumos. Si la utilización esperada excede a la capacidad instalada, se tiene que, o bien disminuir el presupuesto, o buscar la manera de incrementar la capacidad de producción. Consideraciones como estas pueden ser particularmente relevantes con respecto a un insumo tal como la mano de obra el cual en algunas ocasiones puede ser expandido o reducido con bastante facilidad.

Además de su uso para evaluar problemas de sub y sobre capacidad instalada, el vector Y puede ser también usado para proyectar los requerimientos de flujo de efectivo del presupuesto de producción. Si se sabe, por ejemplo, que \$ 214,500 de compras de materias primas directas externas serán requeridas, permite considerar por adelantado la mejor manera para financiar las compras, considerando las fuentes de recursos disponibles a la empresa y los otros usos posibles para los mismos. También, relacionando el nivel de compras requerido con las políticas de inventarios de la empresa se pueden identificar problemas potenciales en la capacidad de los almacenes, en la operación del departamento de recepción, o en las cargas de trabajo del departamento de compras.

Se debe mencionar que el componente de \$58,300 en Y no corresponde a la utilidad que aparecerá en el estado de resultados. Además de la utilidad por ventas reales, la cifra de \$58,300 también incluye la utilidad anticipada de las unidades producidas para inventarios y la utilidad intercompañía por las transferencias interdepartamentales. La utilidad dentro del incremento de inventarios es igual a:

$$(.080 \quad .104) \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix} = \$18,400$$

La utilidad en las transferencias interdepartamentales está dada como:

$$(.080 \quad .104) \;.\; (X - B)$$

$$= (.080 \quad .104) \;.\; \begin{bmatrix} (238.9 & - 200) \\ (376.4 & - 300) \end{bmatrix}$$

$$= (.080 \quad .104) \;.\; \begin{bmatrix} 38.9 \\ 76.4 \end{bmatrix} = \$11,100$$

La utilidad como se muestra en el estado de resultados, puede ser calculada de la siguiente manera:

$$(.080 \quad .104) \begin{bmatrix} 100 \\ 200 \end{bmatrix} = \$28,800$$

Esta cantidad también se puede determinar eliminando - ambos tipos de utilidad no realizada de la cantidad total. - Específicamente, se tiene:

Utilidad contable= 58,300 - 18,400 - 11,100 = 28,800

Este problema muestra algunas de las muchas maneras en que el análisis de insumo-producto puede ser útil en el área de la planeación financiera cuando las suposiciones necesarias no son totalmente restrictivas. También muestra que las técnicas del análisis de insumo-producto son fácilmente manejables una vez que se comprenden los principios del álgebra de matrices.

3. <u>Usos en la Planeación Financiera del Modelo de Cuentas por Cobrar</u>.

En el capítulo anterior se hizo énfasis en los aspectos de valuación del modelo de cadenas de Markov, para introducir una serie de conceptos poco utilizados y aparentemente my complicados. Ahora se procede a presentar el potencial de aplicación de estos modelos en el área de la planeación financiera. En esta sección y en la siguiente, se presentará su utilidad para analizar muchas de las decisiones importantes relacionadas con la administración de activos, al igual que con su valuación.

Con respecto a las cuentas por cobrar, un presupuesto de cobros y de cuentas incobrables para cada período, basado en un presupuesto de ventas, es muy importante para el presupuesto de efectivo; para estimar los requerimientos de personal del proceso de cobros y pagos; y para juzgar la correc---

ción de las políticas de crédito vigentes. Se demostrará que el modelo de cuentas por cobrar del capítulo 3 puede ser usado para realizar tales estimaciones sobre cobros y cuentas incobrables. Utilizando los mismos datos del problema antes analizado, se demostrará la técnica y su relevancia para el presupuesto de efectivo, estimaciones de requerimientos de personal y análisis de las políticas de crédito.

Si nuevas ventas a crédito son generadas a una tasa igual a p pesos cada período, puede demostrarse que un proceso markoviano de cuentas por cobrar eventualmente se aproxima a un estado de "estabilidad"[5] en el cual la distribución la distribución de pesos ($) en las diferentes categorías de tiempo deja de cambiar de período a período. Esta distribución "estado de estabilidad" B* puede ser expresada como:

$$B^* = D\ (1 - Q)^{-1} \qquad (1)$$

Donde D es el vector renglón:

$(d, \quad 0, \quad 0)$,

y Q es la partición de "transición a transición" de la matriz de transición.

También es posible considerar el comportamiento de "estado de estabilidad" de aquellos procesos que involucran va--

riabilidad por ventas de temporada, y aquellos que presentan - conocimientos en ventas al paso del tiempo. Estas situacio-- nes involucrarían cálculos más complejos, además de una interpretación más flexible de lo que se entiende por un estado de estabilidad. Por lo tanto, en el presente problema, se hace- énfasis en la condición de "ventas constantes" para su resolución.

Si se asume que las nuevas ventas, cada mes, son de - \$1'000,000,000 la ecuación (1) indicará un eventual estado de estabilidad en la distribución de las cuentas por cobrar de: (en miles)

$$(1'000,000 \quad 840,000 \quad 237,000)$$

calculado de la siguiente manera:

$$D = (1'000,000 \quad 0 \quad 0)$$

$$(I-Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & .84 & .237 \\ 0 & 1.67 & .475 \\ 0 & 0 & 1.43 \end{bmatrix} =$$

$$B^* + D\,(I-Q)^{-1} = (1'000,000 \quad 0 \quad 0)\begin{bmatrix} 1 & .84 & .237 \\ 0 & 1.67 & .475 \\ 0 & 0 & 1.43 \end{bmatrix}$$

$$(1'000,000 \quad 840,000 \quad 237,000)$$

Para verificar que esta es una situación de un estado de estabilidad, obsérvese lo que sucede cuando se multiplica B* por Q. El resultado será la distribución de maduración de cuentas esperada dentro de un período. Redondeando cifras, se tiene:

$$B^{*}.Q = (1'000,000 \quad 840,000 \quad 237,000) \cdot \begin{bmatrix} 0 & .5 & 0 \\ 0 & .4 & .2 \\ 0 & 0 & .3 \end{bmatrix} =$$

$$(0 \quad 840,000 \quad 237,000)$$

Por lo tanto, una vez que se ha alcanzado el punto en el que la distribución de maduración de cuentas está dado por B*, la siguiente transición, incluyendo el $1'000,000.000 de ventas nuevas, continuará mostrando una distribución de maduración de cuentas igual a B*.

Es interesante ver que la distribución del vector B que existe en el momento en que se hace la proyección futura del estado de estabilidad es irrelevante para el cálculo. Esto puede parecer extraño hasta que se observa que le tomará muchos períodos al proceso para aproximarse al estado de estabilidad.[6] Todas las cantidades ($) representadas en el vector actual habrán sido absorbidos, bien sea como un cobro, o como una cuenta incobrable en los siguientes períodos, y por-ello no constituirán un factor para determinar la condición del estado de estabilidad. En otras palabras, para el momento en que se aproxime a la condición de estado de estabilidad, el efecto del $1'000,000.000 por período, de nuevas ventas, domina cualquier efecto residual del vector de distribución inicial.

Una vez que se aproxima al estado de estabilidad, las absorciones también serán constantes de período o período. Específicamente, estarán dadas por:

$$B^* . R$$

donde R es la partición de transición a absorción de la matriz de transición. Para el problema de que se trata, y redondeando cifras, se tiene: (en miles)

$$B^* . R = (1'000,000 \quad 840,000 \quad 237,000) \cdot \begin{bmatrix} .5 & 0 \\ .4 & 0 \\ .5 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$= (953,000 \qquad 47,000)$$

Se observará que los elementos de B* .R deberán sumar $1'000,000, porque está siendo añadido al proceso cada periodo y las cantidades ($) "amarradas" en las etapas que intervienen, se mantienen constantes. Es este vector B* .R el que es muy útil para analizar presupuestos de efectivo, requerimientos de personal y políticas de crédito.

Con respecto al presupuesto de efectivo, este vector nos indica que la condición de estado de estabilidad involucra cobros en efectivo de $953,000,000 por período. Este es el dato básico alrededor del cual el presupuesto de efectivo puede ser construido. Si el pago individual promedio es de $50,000, esta cifra nos indica además, que se deberá estar preparado para procesar 19,000 pagos en efectivo cada período a futuro. Si un empleado puede procesar 5,000 pagos al mes, se requerirá pensar en términos de un equipo de trabajo de cuatro personas para esta función. Con respecto a la política de crédito, la relación de $47'000,000 en cuentas incobrables a $953'000,000 en cobros, da un parametro para la evaluación de la calidad de los controles sobre laaprobación de créditos y su seguimiento. ¿Constituye un 5% (47'000,000/953'000,000) una cifra aceptable? Si la Dirección así lo considera, las políticas de crédito vigentes se mantendrán. Si es demasiado alto o demasiado bajo, la Dirección puede, respectivamente, restringir o liberar las políticas de crédito. Se debe notar que este análisis asume que el nivel de ventas no se verá afectado por cambios en las políticas de crédito.

El propósito es ilustrar de manera general cómo puede-ser útil el modelo en la toma de decisiones, no presentar reglas de decisión escrupulosamente construídas.

El vector B* puede ser de utilidad para estimar los requerimientos de personal de la función de cobranzas. Asúmase por ejemplo, que se gasta un promedio de 10 minutos por mes - controlando cuentas de 30 a 60 días de antigüedad y 20 minutos por mes en cuentas de 60 a 90 días de antigüedad. Asúmase también, que el saldo promedio por cuentas es de $200,000. Con estas suposiciones, se puede calcular el requerimiento de personal a futuro para cobranzas, de la siguiente manera:

- Cuentas de 30 a 60 días;

$840'000,000/200,000= 4,200 cuentas

4,200 cuentas x 1/6 hora por mes = 700 horas por mes

- Cuentas de 60 a 90 días:

$237'000,000/200,000= 1,185 cuentas

1,185 cuentas x 1/3 hora por mes = <u>395 horas por mes</u>

Total de horas invertidas en cobranza al mes <u>1,095 horas</u>

Si cada empleado trabaja 175 horas por mes, se requerirán seis empleados de tiempo completo a futuro.

Conforme se aplique esta herramienta en situaciones más complejas, se deberá tener mucho cuidado al manejar las suposiciones e interpretaciones de los resultados. Sin embargo, esto en nada limita las posibles y deseadas aplicaciones de los métodos matriciales.

4. Usos en la Planeación Financiera del Modelo de Valuación de Inventarios.

En esta sección, se consideran dos cuestiones similares a las tratadas en el problema de cuentas por cobrar. Específicamente:

1. Si se compran 10,000 unidades de materia prima, ¿cuál es el número máximo de unidades que se tendrán disponibles para vender cada mes a futuro?

2. ¿Cuáles son los requerimientos de personal para la función de inspección bajo esta suposición de compra de materia prima?

Ambas preguntas se centran en las implicaciones administrativas del vector de distribución en el estado de estabilidad que se consideró en la sección anterior. También se utilizará el modelo de inventarios para construir el presupuesto de efectivo a futuro para la empresa.

Como se recordará, el vector de distribución en el estado de estabilidad B* está dado por la expresión:

$$B^* = D.\ (I - Q)^{-1}$$

Contestando a la pregunta (1), se puede calcular B* de la siguiente manera:

$$D = (10{,}000 \quad 0 \quad 0)$$

$$(I - Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1.6 & .62 \\ 0 & 2 & .88 \\ 0 & 0 & 1.10 \end{bmatrix} =$$

$$B^* = D.\ (I-Q)^{-1} = (10{,}000 \quad 0 \quad 0)\ .\begin{bmatrix} 2 & 1.6 & .62 \\ 0 & 2 & .88 \\ 0 & 0 & 1.10 \end{bmatrix} =$$

$$(20{,}000 \qquad 16{,}000 \qquad 6{,}200)$$

Nuevamente, se puede verificar que ésta es realmente - una condición de un estado de estabilidad verificando que:

$$(B^* Q) + D = B^*$$

Específicamente, se tiene:

$$Q = \begin{bmatrix} .5 & .4 & 0 \\ 0 & .5 & .35 \\ 0 & 0 & .10 \end{bmatrix}$$

$(B^* Q) + D =$

$$(20{,}000 \quad 16{,}000 \quad 6{,}200) \cdot \begin{bmatrix} .5 & .4 & 0 \\ 0 & .5 & .35 \\ 0 & 0 & .10 \end{bmatrix} + (10{,}000 \quad 0 \quad 0) =$$

$(10{,}000 \quad 16{,}000 \quad 6{,}200) + (10{,}000 \quad 0 \quad 0) =$

$(20{,}000 \quad 16{,}000 \quad 6{,}200) =$

B^*

Se hizo notar en la sección anterior, que una vez que- se aproxima a este estado de estabilidad, las absorciones se- estabilizarán en una tasa mensual de $B^*.R$ Para el problema - tratado, el resultado es:

$$B^*R = (20{,}000 \quad 16{,}000 \quad 6{,}200) \cdot \begin{bmatrix} 0 & .10 \\ 0 & .15 \\ 85 & .05 \end{bmatrix} = (5{,}270 \qquad 4{,}730)$$

Como respuesta a la pregunta (1), por lo pronto, sólo 5,270 unidades estarán disponibles para su venta cada mes, aunque 10,000 son puestas en producción. Obsérvese que este análisis también puede usarse para calcular los insumos de materia prima necesarios para mantener un nivel deseado de ventas a futuro.

La respuesta a la pregunta (2) será pospuesta hasta que se haya construido el presupuesto de efectivo a largo plazo. La razón para este aplazamiento, se verá con mayor claridad más adelante. Para los propósitos del presupuesto de efectivo, se asumirá que todos los flujos representados en el diagrama 3.6 son realizados en efectivo cada período. De esta manera, este problema se concentrará en los gastos y ventas en efectivo.

Como primer paso para desarrollar un presupuesto de efectivo en estado de estabilidad, se construye una matriz M (diagrama 4.2) que ordena el número esperado de operaciones de los tres estados de transición a cada uno de los estados en transición y absorción en cualquier período. El vector inicial B está dado por:

(20,000 16,000 6,200)

El último registro ij de M representa el producto del último elemento i de B multiplicado por la probabilidad P_{ij} de la matriz de transición mostrada en el diagrama 3.5.

El siguiente paso es multiplicar cada elemento de M por su correspondiente elemento de C. Los resultados para cada renglón de M se deberán sumar y se mantendrá un seguimiento de la multiplicación en términos de la descomposición en categorías de los costos presentados en el diagrama 3.5

El resultado equivale a un flujo de efectivo resumido como el presentado en el diagrama 4.3'

DIAGRAMA 4.2

Matriz de Transiciones Esperadas M

DE \ A	MATERIA PRIMA	ARTICULO EN PROCESO	ARTICULO TERMINADO	ARTICULO VENDIDO	DESECHO	TOTAL
MATERIA PRIMA	10,000	8,000	0	0	2,000	20,000
ARTICULOS EN PROCESO	0	8,000	5,600	0	2,400	16,000
ARTICULOS TERMINADOS	0	0	620	5,270	310	6,200

Los cobros esperados, cada período, serán a largo plazo:

5,270 x $80,000 = $ 448'000,000

Se puede resumir los flujos mensuales globales esperados, de la siguiente manera:

Cobros (Ingresos)		$448'000,000
Gastos (Egresos)		
Compras	$100'000,000	
Producción (terminado)	140'000,000	
Inspección	94'300,000	
En Proceso (semiterminado)	40'000,000	
Almacenamiento	32'200,000	
Desechos	32'900,000	$439'400,000
Cambio Neto en Efectivo		8'600,000

Como se asumió que no habría cuentas por cobrar, este estado es también el estado de resultados mensual presupuestado a futuro. Causa sorpresa, en este problema, el pequeño margen de operación (menos del 2% de las ventas). Una ventaja de preparar presupuestos como el anterior es que permiten mostrar el impacto global de un conjunto de suposiciones y relaciones. En el presente caso, no estaba tan claro que el negocio fuera tan marginal hasta que todos los factores fueron relacionados mediante un presupuesto a futuro de efectivo (y utilidades).

Regresando a la pregunta del requerimiento de personal de la función de inspección, la manera más sencilla de responderla es usando el presupuesto de efectivo. Un egreso mensual de $94'300,000 representa 23,575 inspecciones, ya que el costo por inspección es de $4,000. Si se asume que este costo por unidad está compuesto de 1/3 de hora a $9,000 por hora y $1,000 de materiales, las 23,575 inspecciones representan aproximadamente 7,860 horas/hombre al mes. A 175 horas por empleado al mes, se requerirá una fuerza de trabajo de aproximadamente 45 inspectores.

Al igual que en la sección anterior, el propósito es considerar qué tipos de problemas pueden ser afrontados de una manera útil por medio del modelo descrito.

DIAGRAMA 4.3

Resumen del Flujo de Efectivo

CATEGORIAS DE GASTOS / NUMERO DE UNIDADES	COMPRAS	ALMACENAMIENTO	EN PROCESO	TERMINADO	INSPECCION	DESECHOS	TOTAL
			(en miles)				
NUEVAS COMPRAS (10,000)	100,000	0	0	0	0	0	100,000
MATERIA PRIMA (20,000)	0	18,000	40,000	0	40,000	14,000	112,000
EN PROCESO (16,000)	0	13,600	0	140,000	32,000	16,800	202,400
TERMINADAS (6,200)	0	600	0	0	22,300	2,500	25,000
TOTAL	100,000	32,200	40,000	140,000	94,300	32,900	439,400

Cifras cerradas

CITAS

1. Lee, Cheng; Financial Analysis and Planning; p. 568.

2. Pindyck, Robert; Rubinfeld, Daniel; Econometric models and economic forecasts: p. 383

3. Ibid. p. 447.

4. Ibid. p. 456.

5. Smith, Eugene: Cuantitative business analysis; p. 492.

6. Ibid, p. 497.

BIBLIOGRAFIA

1. Lee, Cheng; Financial analysis and planning; Addison-Wesley Publishing Company; Mass, V.S.A; 1983.

2. Levin, Richard; Kirpatrick, Charles; Enfoques cuantitativos a la Administración, C.E.C.S.A.; México; 1983.

3. Pindyck, Robert; Ribinfeld, Daniel, Econometric models and economic forecasts; 2da Ed., Mc Graw Hill; Singapore; -- 1984.

4. Smith, Eugene; Cuantitative business analysis: John Wiley- and Sons; New York, U.S.A.; 1977

5. Takajama, Akira; Mathematical economics, 2da Ed.; Cambridge University Press; Cambridge, England; 1985.

CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo se demostró que las aplicaciones potenciales de los métodos matriciales hacen de éstos una herramienta tan importante como la estadística o la programación en la contabilidad financiera y en la planeación financiera.

Hoy en día los métodos matriciales son ampliamente usados, aún sin saberlo, por todos aquellos usuarios de la computadora. La comprensión de los conceptos matriciales que involucran estas máquinas facilita el acercamiento, uso y aprovechamiento con fines contable-financieros de las mismas. Lo anterior promueve el diseño de nuevos paquetes para la resolución de problemas y la elaboración de informes que mejoran considerablemente la toma de decisiones.

Los métodos matriciales constituyen un mejoramiento considerable de los procedimientos usados para calcular cualquier conjunto de cantidades relacionados de tal manera que cada uno de ellas requiere que todas las otras sean conocidas.

Los métodos matriciales permiten resolver el problema de elaborar una cédula para cualquier conjunto de activos fijos mostrando el costo de depreciación a ser registrado cada período para cada bien o artículo, estructurando todos los cálculos de manera uniforme. Una cédula como ésta es útil para la planeación fiscal, los presupuestos de efectivo, y para elaborar estados financieros presupuestos.

Los métodos matriciales pueden ser usados para resolver problemas de valuación del estado de posición financiera. Concretamente son una herramienta indispensable para estimar flujos netos realizables en un contexto probabilístico. Es posible, además, incorporar tasas de descuento al modelo usado para aplicarse en un medio inflacionario.

Los métodos matriciales aplicados en la planeación financiera nos permiten desarrollar planes financieros integrales basados en objetivos globales de producción así como evaluar políticas de compras, de crédito y de utilización de recursos humanos.