2cj 4

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

CONCEPTOS DE LA GEODESIA FISICA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO TOPOGRAFO Y GEODESTA

P R E S E N T A :

ALICIA MENDEZ GALLARDO

México, D. F. Junio de 1987

LISTA DE FIGURAS PAG.

LISTA DE TABLAS. PAG.

I. INTRODUCCION

La Geodesia es una parte de las matemáticas aplicadas que se dedica al estudio de la forma y dimensiones de la Tierra, ó parte de ella, incluyendo su campo de gravedad; así como los métodos observacionales, tanto terrestres como satelitares, que conducen a la obtención de las magnitudes involucradas en las determinaciones que se requieren para cumplir sus metas.

Para facilitar el estudio de esta disciplina, se le ha dividido en dos grandes áreas:

- Geodesia Geométrica.
- Geodesia Física.

Así pues, la Geodesia Geométrica se encarga de los métodos matemáticos para el cálculo de las posiciones geográficas (latitud, longitud y elevación) y obviamente de las técnicas necesarias en las operaciones de campo. Por otra parte, la Geodesia Física, ó también llamada "Método Gravimétrico", se encarga de estudiar como afecta el campo de gravedad en la forma de la Tierra y de establecer las relaciones necesarias para cuantificarlas, al igual que el estudio de las propiedades físicas del campo de gravedad terrestre. Por lo que debe entenderse que esta división es artificial, ya que la forma, y por lo tanto las dimensiones, estarán íntimamente ligadas a la influencia del campo de gravedad.

La gravedad es una de las influencias físicas más importantes que cambia la geometría del espacio en que trabajamos, y, por lo tanto debe tratar de comprenderse tan claramente como sea posible.

La determinación de la gravedad [III] puede ser absoluta ó relativa, dependiendo de las técnicas de observación usadas, y estas pueden ser con péndulo ó con gravímetro.

El objeto de la Geodesia Física según lo definió Bruns en 1878 es determinar la función del potencial $W(x,y,z)$. En principio el significado de la ecuación anterior no es difícil de entender, ya que consiste en expresar el potencial terrestre W como una función de posición en términos de las coordenadas cartesianas en un sistema tridimensional (x,y,z). El hecho de poder establecer esta ecuación conduce al conocimiento de cualquier superficie de nivel, incluyendo por supuesto al geoide, que es la superficie de referencia fundamental de la Geodesia Física, el cual es posible expresar en términos matemáticos; pero esta representación es muy compleja, por lo que se prefiere adoptar otra superficie más manejable. Esta superficie conocida como elipsoide de revolución (superficie de referencia fundamental de la Geodesia Geométrica) y debe ajustarse lo mejor posible con el geoide.

La importancia de la Geodesia Física radica en que todas la mediciones necesarias que se realizan sobre la superficie terrestre para obtener magnitudes (mediciones con teodolito, nivel, etc.) dependen fundamentalmente del campo de gravedad terrestre.

Por lo que esta disciplina proporciona las herramientas técnicas básicas para poder establecer las comparaciones necesarias entre las observaciones realizadas sobre diferentes superficies de nivel. Así la sepa ración entre el elipsoide y el geoide es conocida como ondulación ó altura geoidal [VI. 1] y es de vital importancia para reducir al elipsoide las distancias; mientras que las deflexiones de la vertical [VI. 2], diferencia entre la línea de plomada en el geoide, con la correspondiente en el elipsoide, se emplean para reducción de direcciones.

La Geodesia Física utiliza pues el concepto de potencial de la gravedad, las medidas gravimétricas realizadas con péndulo ó con gravímetro, los métodos de reducción en la determinación de la gravedad. Propiamente la Geodesia Física no es una rama independiente de la Geodesia, sino un aspecto de la Geodesia en el campo de la Física....

II.- LA GRAVEDAD Y SU POTENCIAL.

II.I. Ley de Gravitación Universal:

El físico, matemático y astrónomo inglés Isaac Newton (1642-1727) determinó a través de sus trabajos científicos publicados en "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" (1687), "Tractus de Quadratura Curiarum", "New Theory about Light and Colours"; las tres leyes básicas del movimiento, la famosa Ley de Gravitación Universal que lleva su nombre y que establece:

"Cada partícula del Universo atrae a cada una de las otras partículas con una fuerza, la cual es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas", expresada matemáticamente como:

$$F = \gamma \frac{m\, m'}{r^2}$$

Donde:

F - Fuerza de atracción

γ - Constante de gravitación

$m\ m'$ - Masas de las partículas.

r - Distancia entre ellas.

Se puede determinar el valor aproximado de " γ ", considerando a la Tierra como una esfera de radio " r" entonces:

$$F = \gamma \frac{E\, M}{r^2}$$

Donde: E - Masa de la Tierra

M - Masa del cuerpo

$$F = \gamma \frac{E\,M}{r^2} = \text{peso del cuerpo} = Mg \ldots (1)$$

La fórmula del volumen para una esfera es:

$$V = \frac{4}{3}\pi \quad r^3$$

Si ρ es la densidad media de la Tierra, entonces:

$$E = \frac{4}{3} \pi \rho \quad r^3 \ldots (2)$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$Mg = \gamma \frac{\frac{4}{3}\pi\rho \quad r^3 \; M}{r^2}$$

$$= \gamma \left[\left(\frac{4}{3} \pi\rho \quad r \right) \quad M \right]$$

Despejando γ :

$$\gamma = \frac{3\,Mg}{4\,\pi\rho\; r\; M}$$

Por lo tanto:

$$\gamma = \frac{3\,g}{4\,\pi\,\rho \quad r} \ldots (3)$$

En unidades c.g.s.

$g = 981 \text{ cm/seg}^2$

$\rho = 5.67 \text{ gr/cm}^3$ aproximadamente.

$\frac{1}{2}\pi r$ - un cuadrante de la circunferencia de la Tierra $= 10^9$ cm.

Sustituyendo estos valores en (3)

$$= \frac{3\ (\ 981)}{(8 \times 10^{9})\ (5.67)} = \frac{1}{15,500,000} = 6.488095 \times 10^{-8}$$

$cm^3 \ / \ gr \ \ seg^2$

El valor numérico de la Constante de Gravitación determinado con la Balanza de Cavendish es:

$$\gamma = 6.670 \times 10^{-8} \ \pm \ 0.01 \times 10^{-8} \quad cm^3 / gr \ \ seg^2$$

$$\gamma = 6.670 \times 10^{-11} \ \pm \ 0.01 \times 10^{-11} \quad m^3 \ / \ kg \ \ seg^2$$

y representan los valores más aceptados por un gran número de organizaciones científicas como la mejor aproximación conocida hasta la fecha.

II. 2. Potencial de Gravitación:

El potencial de gravitación en un punto dado debido a un sistema atrayente, es el trabajo que debe efectuarse por las atracciones del sistema sobre una partícula de masa unitaria, que se mueve a lo largo de cualquier trayectoria desde el infinito hasta el punto considerado, y su expresión matemática es:

$$V = \gamma \frac{M}{r}$$

Donde: γ - Constante de gravitación Universal

M - Masa del cuerpo

r - Distancia del punto de masa unitaria al cuerpo

$= (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$

Las componentes x, y, z, de la fuerza gravitacional F están dadas por:

$$x = \frac{\partial V}{\partial x} \; ; \qquad y = \frac{\partial V}{\partial y} \; ; \qquad z = \frac{\partial V}{\partial z}$$

En consecuencia el Potencial de Gravitación, también se puede - expresar como:

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

El símbolo Δ, es llamado Operador Laplaciano, y tiene la forma:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

La primera derivada de V es continua a través del espacio;pero - no sus segundas derivadas. Existen puntos donde la densidad cambia discontinuamente.

Esto es evidente porque el potencial V, satisface la ecuación de - Poisson:

$$\Delta V = -4 \pi \gamma \rho$$

La atracción de cuerpos exterior, en el espacio vacío, la densidad es cero, por lo tanto:

$$\Delta V = 0$$

que es la ecuación de Laplace y sus soluciones son llamadas " Funciones - Armónicas". (Vease Heiskannen, W. A. y Moritz, H)

II. 3. Superficies Equipotenciales:

La superficie $V(x,y,z) = V_o$ = Constante, sobre la cúal el potencial V es constante, recibe el nombre de Superficie Equipotencial ó Superficie de Nivel.

Diferenciando el potencial de gravedad "V" y expresándolo en notación vectorial se tiene:

$$dV = \text{grad } V \cdot dx = g \cdot dx$$

donde: $dx = (dx, dy, dz)$

Sí el véctor dx se toma a lo largo de una superficie equipotencial $V = V_o$, tendremos que:

$$g \cdot dx = 0 \quad \ldots (4)$$

Ya que el producto escalar de dos vectores es igual a cero, cuando estos vectores son normales uno con respecto al otro.

Por lo tanto la ecuación (4) representa el hecho de que el véctor de gravedad es normal con respecto a la superficie equipotencial.

Las superficies de Nivel tienen algunas propiedades, prácticamente todas las que se puedan atribuir a una curva de nivel pueden ser aplicadas a las superficies de nivel, por lo que a continuación sólo se mencionarán algunas de las importantes:

- El potencial es continuo a través del espacio, por lo que para cada punto en el mismo, se tendrá una superficie equipotencial.
- La curvatura de las superficies equipotenciales estará en función de la densidad.
- Las superficies equipotenciales al ser armónicos son expresables matemáticamente, aunque está expresión sea muy complicada.
- Debido a las diferencias de densidad de la Tierra, las superficies equipotenciales no son simétricas.

II. 4. Potencial de un Elipsoide de Revolución:

Como una primera aproximación la Tierra es una esfera, como una segunda aproximación ésta se puede considerar como un elipsoíde de revolución, aunque sabemos bien que no es exactamente un elipsoíde; pero nos presenta la ventaja de poder manipular una figura geométrica expresable matemáticamente en forma más sencilla.

Suponiendo que la Tierra es un elipsoíde de revolución tendremos que añadir al potencial debido al cuerpo, el que ocasiona la fuerza centrífuga, por lo que llegamos a la expresión.

$$U = V + \phi \quad \ldots \quad (5)$$

Donde: U - Potencial de gravedad del elipsoíde de revolución.

V - Potencial gravitacional.

ϕ - Fuerza Centrífuga

$$\phi = 1/2 \quad \omega^2 \quad (x^2 + y^2)$$

y ω es la velocidad ángular

Expresando la ecuación (5) en términos de armónicos esféricos y en coordenadas elipsoidales se tiene que:

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} An \; Pn \; (\text{Sen } \beta) + \frac{1}{2} \; \omega^2 (b^2 + E^2) \; \text{Cos}^2 \beta$$

Donde: An Pn - Armónicos Esféricos.

β - Latitud reducida

b - Semieje menor

E - Exentricidad lineal $(\sqrt{a^2 - b^2})$.

que representa el Potencial de un Elipsoide de Revolución, el cúal a través de una serie de manipulaciones matemáticas complejas llega a representar a la Gravedad Normal [II. 5] .

II. 5. Gravedad Normal:

La Gravedad Normal considera el efecto de la convergencia total de las superficies equipotenciales correspondientes al campo γ desde el Ecuador a los Polos. La Gravedad Normal γ es perpendicular (normal) al elipsoide de referencia en cualquier punto sobre él.

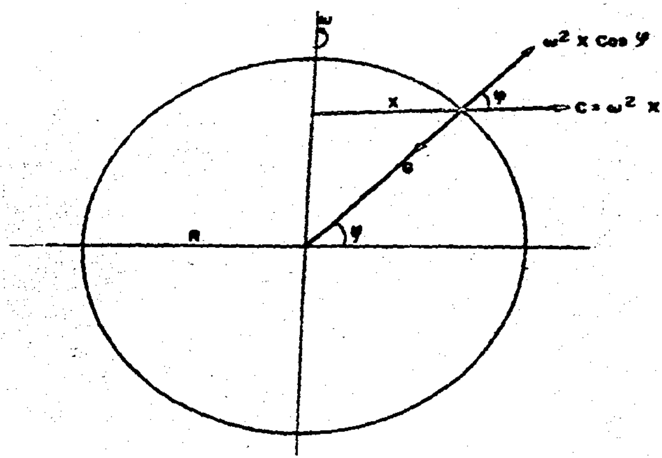
Según Cassinis la Gravedad Normal es la que debería de tenerse - sobre la Tierra sí ésta fuese un elipsoide de revolución y se define por la expresión:

$$g = 978.049 \quad [1 + 0.0052884 \text{ Sen}^2 \varphi \quad - 0.0000059 \text{ Sen}^2 \quad 2\varphi]$$

Dependiendo del propósito que se requiera, a la Tierra se le puede considerar como una esfera, ó como un elipsoide. Sin embargo, estas aproximaciones sólo son idealizaciones de la realidad y aunque la Tierra no es exactamente un elipsoide de revolución, el campo de gravedad de éste es de importancia fundamental, debido al fácil manejo matemático, y dado que la desviación del campo de gravedad real en relación al campo de gravedad elipsoidal normal es muy pequeña se puede considerar esta desviación como lineal.

La división del campo de gravedad de la Tierra en uno "normal" y en uno "remanente perturbador" (potencial anómalo) simplifica considerablemente el problema de esta determinación.

Partiendo de la idealización de la esfera para deducir la Gravedad Normal se tiene:



R - Radio

ω - Velocidad ángular

C - Fuerza Centrífuga

x - Distancia del eje de rotación al punto de referencia.

φ - Latitud

ge - Gravedad en el ecuador

gp - Gravedad en el polo

$$C = \omega^2 x$$

$$ge = G - \omega^2 R \quad \dots \quad (6) \quad \text{Ecuador}$$

$$gp = G - 0 \quad \dots \quad (7) \quad \text{Polo.}$$

$$g\varphi = G - \omega^2 R \cos^2\varphi \quad (8)$$

$$G = ge + \omega^2 R$$

$$g\varphi = ge + \omega^2 R - \omega^2 R \cos^2\varphi$$

$$g\varphi = ge + \omega^2 R \; (1 - \cos^2\varphi)$$

Por lo tanto:

$$g\varphi = ge + \omega^2 R \operatorname{Sen}^2\varphi \quad (9)$$

Restando (6) de (7) :

$$\begin{array}{l} g\,p = G - O \\ g\,e = G - \omega^2 R \\ \hline gp - ge = \omega^2 R \end{array}$$

Sustituyendo en (9)

$$g\varphi = ge + (gp - ge)\, Sen^2 \varphi$$

$$g\varphi = ge \left[1 + \frac{gp - ge}{ge} \; Sen^2 \varphi \right] \ldots (10)$$

Hasta aquí este valor es la deducción de la gravedad en el caso de una esfera; por lo tanto se tiene que corregir por el fáctor de aplanamiento.

De la fórmula de Clairaut, la cúal nos proporciona el achatamiento geométrico:

$$f = \frac{Re - Rp}{Re}$$

Donde: Re - Radio Ecuatorial

Rp - Radio Polar

De acuerdo al Teorema de Clairaut:

$$f = \frac{5}{2} \quad C - B$$

Donde:

$$C = \frac{\omega^2 \quad Re}{ge} \quad ; \quad B = \frac{gp - ge}{ge}$$

Con lo que ajustando la fórmula (10)

$$g\varphi = ge \left[1 + \frac{gp - ge}{ge} \quad Sen^2 \varphi - f \left(\frac{5}{8} \; \frac{\omega^2 Re}{ge} - \frac{1}{8} \; f \right) Sen^2\, 2\varphi \right]$$

Finalmente:

$$g\varphi = A \left[1 + B \underbrace{sen^2 \varphi}_{\text{Efecto de rotación de la Tierra.}} - C \underbrace{Sen^2 \, 2\varphi}_{\text{Efecto de la forma de la Tierra.}} \right]$$

Donde: A = 978.049 gal. Equivale al valor promedio de la gravedad para una Tierra de forma esférica.

B = 0.0052884 gal. Que es el valor de la relación de gravedad en el Polo y en el Ecuador.

C = 0.0000059 gal. Valor correspondiente a la relación de una esfera y un elipsoide de la misma masa.

A ésta fórmula se le conoce también como "Fórmula Internacional de la Gravedad" ó "Formula de Cassinis de 1930".

De 1967 a 1980 se empleó una nueva fórmula para γ obteniendose:

$$\gamma = 978031.85\ (1 + 0.0053024\ \text{Sen}^2\varphi - 0.0000059\ \text{Sen}^2\ 2\varphi)\ \text{mgal.}$$

A partir de 1980 la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica propusó a la comunidad cientifica una nueva fórmula para γ siendo ésta:

$$\gamma = 978032.7\ (1 + 0.0053024\ \text{Sen}^2\varphi - 0.0000058\ \text{Sen}^2\ 2\varphi)\ \text{mgal.}$$

Cabe hacer notar que estas fórmulas son aproximaciones desarrolladas en series de la fórmula cerrada:

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k^2\ \text{Sen}^2\varphi}{\sqrt{1 - e^2\ \text{Sen}^2\varphi}}$$

Donde: γ_e = Gravedad teórica en el Ecuador.

k = Exentricidad gravimétrica $[(b\gamma_p - a\gamma_e)/a\gamma_e]$

φ = Latitud

e^2 = Primera exentricidad geométrica.

Para transformar los valores del sistema de 1930 a de 1967 se -

emplea la siguiente relación:

$$\gamma_{1967} - \gamma_{1930} = (-18.0 + 13.6 \ \mathrm{Sen}^2 \varphi \ + \ 0.0001 \ \mathrm{Sen}^2 \ 2\varphi) \ \mathrm{mgal.}$$

De 1930 al sistema de 1980

$$\gamma_{1980} - \gamma_{1930} = (-16.3 + 13.7 \ \mathrm{Sen}^2 \ \varphi \ ) \ \mathrm{mgal.}$$

De 1967 al sistema de 1980

$$\gamma_{1980} - \gamma_{1967} = (0.8316 + 0.0782 \ \mathrm{Sen}^2 \varphi - 0.0007 \ \mathrm{Sen}^4 \ \varphi \ ) \ \mathrm{mgal.}$$

La unidad de aceleración del Sistema c.g.s. se denomina Gal, en honor a Galileo, y define las unidades de medida de la Gravedad, esto es:

$$\mathrm{Gal} = 1 \ \mathrm{cm/seg}^2$$

$$\mathrm{miligal} = 10^{-3} \ \mathrm{gal} = 10^{-3} \ \mathrm{cm/seg}^2$$

III. - DETERMINACIONES DE LA GRAVEDAD

En las mediciones de una cantidad física en una amplia zona sobre la superficie terrestre, se pone de manifiesto una importante distinción entre la determinación exacta de las cantidades (valores) en algunos puntos y la medida de diferencias en estos de un lugar a otro, por ejemplo en las mediciones de gravedad.

Las observaciones de la gravedad son el medio de proveernos con los valores de la aceleración de la gravedad en los puntos deseados, además de proporcionar un método para determinar la forma de la Tierra. Mientras que las teorías correspondientes se han desarrollado desde hace más de cien años, los medios para medir la gravedad han permanecido muy limitados, sin embargo, los descubrimientos realizados en las últimas décadas han hecho de la medida del campo gravimétrico una posibilidad real y consecuentemente, se han dado a los procedimientos técnicos gravimétricos un interés práctico importante.

Desde el punto de vista de la posición de los puntos de observación, las observaciones de gravedad se dividen en:

A) Observaciones en el terreno.

B) Observaciones Submarinas (Ya sean observadas desde un submarino ó desde el fondo del mar).

C) Observaciones en la superficie del mar.

D) Observaciones aéreas.

Desde el punto de vista de las técnicas de observación usadas pode mos hablar acerca de:

- Observaciones Absolutas.
- Observaciones Relativas.

III.1. Gravedad Absoluta.

Es el valor de la cantidad física de "g" determinada en un punto por observación directa, cambia con la posición del Sol y la Luna (Mareas Terrestres); pero puede corregirse de tal modo que los valores obtenidos se consideren permanentes.

La aceleración absoluta de la gravedad usualmente es medida con un aparato pendular. El período de oscilación de un péndulo se mide con toda precisión y con él, se calcula el valor de la gravedad.

Las medidas pendulares requieren observaciones repetidas y el período promedio se obtiene partiendo de varios miles de oscilaciones del péndulo. Este tipo de medida requiere de varias horas de observación. Debido a ello la gravedad absoluta se mide generalmente en un número limitado de estaciones de referencia, llamadas estaciones Base de gravedad [IV]. Estas estaciones Base pueden utilizarse como puntos de referencia para otros tipos de procedimientos de medición.

La determinación de la gravedad absoluta también puede realizarse estudiando la caída libre de los cuerpos.

III.1.1. Péndulo.

El péndulo simple consta de una pequeña masa (m) suspendida de un hilo, perfectamente flexible y de longitud invariable.

Cuando se le desvía hacia un lado de su posición de equilibrio y se abandona a sí mismo, la esfera del péndulo oscila al rededor de esta posición con un movimiento que es a la vez periódico y oscilatorio . (FIGURA 1).

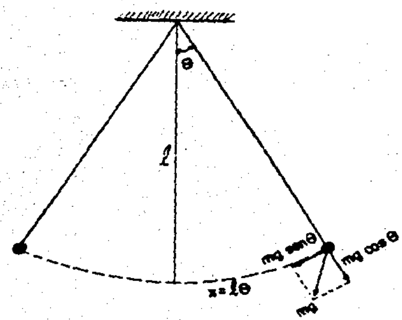


FIGURA 1 PENDULO SIMPLE

Se trata de averiguar sí el movimiento es armónico simple. La - condición necesaria para que un cuerpo realice un movimiento armónico es que se encuentre sometido a una fuerza recuperadora "F", directamente proporcional a la elongación "x", y de sentido opuesto. Naturalmente, la trayectoria de la esfera del péndulo no es una línea recta, sino un arco de circunferencia de radio "l" , siendo "l" la longitud de la cuerda soporte. La - elongación se refiere a las distancias a lo largo de este arco. (FIGURA 1).

Por lo tanto, sí F = kx el movimiento será armónico simple, ó bien, puesto que $x = l\theta$ la condición puede escribirse:

$$F = -kl\theta$$

La figura representa las fuerzas que actuan sobre la esfera del péndulo en el instante en que la elongación es "x" .

Si se eligen dos ejes, uno en la dirección de la tangente y el otro en la del radio, y se descompone el peso en sus componentes según estos ejes, la fuerza recuperadora "F" es:

$$F = - mg \operatorname{Sen} \theta \quad \ldots ①$$

Por tanto, la fuerza recuperadora no es en este caso proporcional a θ, sino a Sen θ, y, en consecuencia, el movimiento no es un movimiento armónico simple. Sin embargo, sí el ángulo θ es pequeño, por lo que el seno y el arco son prácticamente iguales y la ecuación ① se convierte en:

$$F = - mg\,\theta = - mg \frac{x}{\ell}$$

ó bien:

$$F = - \frac{mg}{\ell}\, x$$

La fuerza recuperadora es entonces, para pequeños desplazamientos, proporcional a la elongación, y la constante mg/ℓ representa la constante k.

Por tanto, el período de un péndulo simple cuándo su amplitud es pequeña está dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/\ell}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell}{mg}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

despejando g:

$$g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2}$$

En las observaciones pendulares es importante la influencia del aire porque ésta es una de las principales fuentes de error, ya que el aire ejerce una pequeña resistencia al péndulo, por tal motivo es necesario extraerlo - mediante una bomba aproximándose al vació para evitar la fricción.

La vibración del soporte es otra importante fuente de error, ésta vibración es debida al movimento oscilatorio de la cuchilla del péndulo sobre el soporte pívotal; pero puede ser esencialmente eliminado mediante péndulos que oscilen con fases opuestas y frecuencias iguales.

III.1.2. Método de Medida mediante cuerpos en Caída Libre.

El procedimiento fué descrito por primera vez por Volet (1951), y, consiste en fotografíar a intervalos regulares la caída libre de una pelota en una cámara al vacío. La precisión de la lectura de tiempos es del orden de - 1 millonesíma de segundo, y se consigue con una escala de tiempos controlada con un oscilador de cuarzo. Las reglas utilizadas eran de invar ó bronce.

Un aparato de caída libre portátil (gravímetro absoluto) fué desarrollado por Faller (Universidad de Wesleyan, U.S.A.) y Hammond en 1968 -

(altura de caída de 1 m, error promedio de la medida media de numerosas mediciones individuales: $\pm$ 0.05 x 10 m/seg).

Desde 1976 se puso en operación un instrumento portátil desarrollado en el "Instituto de Metrología G. Colonnetti", Turín.

En este instrumento se emplea un interferómetro lasser, para el cuál los efectos de vibración se compensan conectando el reflector fijo a la masa de un péndulo largo. La determinación de la gravedad absoluta (incluyendo la colocación y desmontaje del instrumento) requiere de algunos días.

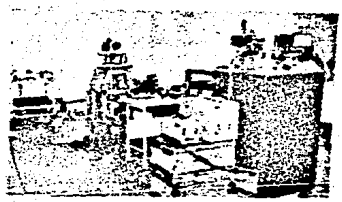


FIGURA 2. APARATO PARA LA MEDICION ABSOLUTA DE LA GRAVEDAD.

III.2 Gravedad Relativa:

La medición de una diferencia de gravedad se conoce como una medición "relativa" de gravedad y puede llevarse a cabo con una considerable mayor facilidad que la medición absoluta de "g". Se hace una distinción entre mediciones de péndulo y de gravímetro.

TABLA 1. Estaciones de Gravedad Absoluta en el Mundo.

Roma (Pasati- Pucci) 1883-1887	g = 980.343 gal.
Padua (Lorenzoni) 1885-1886	g = 980.648 gal.
París (Defforges) 1883	g = 980.943 gal.
Viena (V. Oppolzer) 1884	g = 980.859 gal.
Munich (V. Orff) 1887	g = 980.736 gal.
Potsdam (Kuhnen y Furtwangler) 1898-1906	g = 981.274 $\pm$ 0.003 gal.
Washington (Heyl) 1935	g = 980.080 $\pm$ 0.003 gal.
Teddington (Clark) 1939	g = 981.1815 gal.

En una medición con péndulo, las medidas hechas sucesivamente en el punto A, donde la gravedad g es conocida y en el punto B, donde es desconocida, entonces:

$$g_B = g_A \frac{T_A^2}{T_B^2}$$

En contraposición al caso de la determinación absoluta, aquí no se requiere la medición de la longitud, de tal manera que se puede utilizar un péndulo físico.

III. 2. 1. Péndulo Físico.

Se denomina péndulo físico a cualquier péndulo real ó sea que en contraste con el péndulo simple [III. 1. 1], no tiene toda la masa concentrada en un punto. La FIGURA 3 representa un cuerpo de forma irregular que puede girar, sín rozamiento, alrededor de su eje horizontal, y que se halla separado un ángulo θ de su posición de equilibrio. La distancia del eje al centro de gravedad es "ℓ", el momento de inercia del péndulo respecto al eje de rotación es "I", y la masa del péndulo es "m".

El momento recuperador en la posición representada en la FIGURA 3 es:

$$M = - mg\ell \operatorname{Sen} \theta$$

Sí θ es pequeño, podemos remplazar Sen θ por θ, entonces:

$$M = - mg\ell\theta$$

Por tanto, el péndulo está sometido a un par recuperador elástico con una constante.

$$k' = mg\ell$$

el período de oscilación es por consiguiente:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k'}} \text{ ; pero } k' = mg\ell$$

entonces:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell}}$$

despejando g:

$$g = \frac{4\pi^2 I}{m\ell T^2}$$

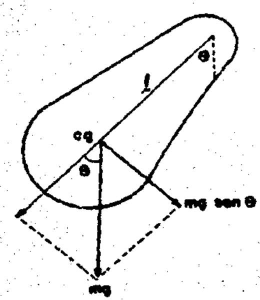


FIGURA 3 . PENDULO FISICO

III. 2. 2. Gravímetros:

El gravímetro es un instrumento que mide directamente las pequeñas variaciones de la componente vertical de la gravedad, es decir, los valores relativos de dicha componente.

Existe una gran variedad de diseños, algunos bastante sencillos y otros más complicados. La gran mayoría de ellos son sensibles a los cambios de temperatura, siendo necesario utilizar constantes del aparato específicos para la temperatura de operación.

Algunos sistemas operan al vacío para disminuir los efectos de temperatura, otros tienen dispositivos para calentar ó enfríar el interior.

Todos los gravímetros deben operarse perfectamente nivelados para asegurar que se mide la componente vertical de la gravedad.

El gravímetro se basa en el principio del dinamómetro (cualquier instrumento para medir una fuerza ó par, permite equilibrar la fuerza que se mide oponiéndola a otra fuerza igual de magnitud conocida. Las más de las veces esta última fuerza es la de un resorte), y consiste de una masa suspendida en un resorte.

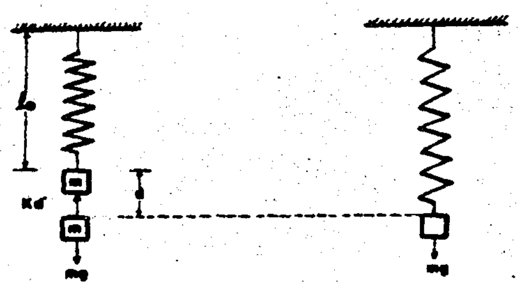


FIGURA 4 . PRINCIPIO FISICO DEL GRAVIMETRO (ESTATICO)

La deformación del resorte es proporcional a la fuerza aplicada.

En condiciones de equilibrio estático:

$$Kd = mg \qquad ; \qquad g = \frac{Kd}{m}$$

donde K - es la constante del resorte.

En la práctica es difícil alcanzar la condición de equilibrio estático, por lo que es necesario utilizar el comportamiento del gravímetro en condiciones de equilibrio dinámico.

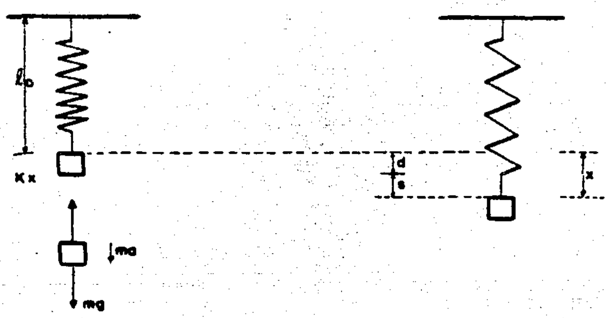


FIGURA 5 . PRINCIPIO FISICO DEL GRAVIMETRO (DINAMICO)

Al actuar la gravedad, el resorte oscila alrededor de la posición de equilibrio estático. En un instante cualquiera, la deformación de un resorte será:

$$x = d + s$$

De acuerdo al equilibrio dinámico:

$$\Sigma F = 0 \qquad ; \; Kx + ma + mg = 0 \; \ldots (2)$$

en donde:

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 (d + s)}{dt^2}$$

Sustituyendo en (2)

$$\Sigma F = K(d + s) + m \frac{d^2 (d + s)}{dt^2} + mg = 0$$

$$Kd + Ks + m \frac{d^2 (d + s)}{dt^2} + mg = 0$$

$$\therefore Ks + m \frac{d^2 s}{dt^2} = 0 \ldots (3)$$

El movimiento de oscilación es armónico simple del tipo:

$$S = A \operatorname{Sen} (wt + \varphi)$$

por lo que:

$$\frac{ds}{dt} = Aw \operatorname{Cos} (wt + \varphi)$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = - Aw^2 \operatorname{Sen} (wt + \varphi)$$

Sustituyendo en (3)

$$KA \operatorname{Sen} (wt + \varphi) - mAw^2 \operatorname{Sen} (wt + \varphi) = 0$$

dividiendo ambos miembros entre A Sen $(wt + \varphi)$

$$K - mw^2 = 0$$

$$w^2 = \frac{K}{m} ; \quad w = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

por definición del período del movimiento $T = \frac{2\pi}{w}$

$$w = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{donde } f: \text{ frecuencia} = \frac{1}{T}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad ; \qquad \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{K}{m}$$

por lo tanto:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$$

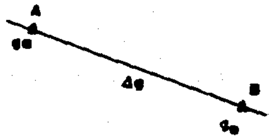
la deformación del resorte puede determinarse identificando el nivel alrededor del cúal se produce la elongación.

$$g = \frac{4\pi^2 d}{T^2}$$

donde $\frac{4\pi^2}{T^2}$ = constante

por lo que, la gravedad es proporcional a la deformación del resorte (para un desarrollo más detallado y profundo ver Tenenbaum et al).

En la práctica no se mide el valor total de la gravedad, sino que se miden diferencias de la componente de la gravedad Terrestre entre dos puntos:



en donde $g_B = g_A + \Delta g$

Para aumentar la sensibilidad de los gravímetros, se acostumbra utilizar varios resortes combinados con mecanismos que permiten producir deformaciones muy grandes en los mismos al aplicar pequeñas variaciones de gravedad.

En algunos gravímetros, en lugar de medir la deformación se mide una fuerza equilibradora.

Según el sistema de medida de los cambios de la longitud del muelle (resorte) se clasifican en:

- Estables.
- Inestables.

III. 2. 2. 1. Gravímetros Estables:

Són aquellos que contienen un elemento que responde (tal como un resorte) con un desplazamiento a partir de su posición de equilibrio proporcional ó aproximadamente proporcional al cambio en la gravedad a partir de su valor de equilibrio. De donde tales desplazamientos son siempre extremadamente pequeños, ellos pueden ser amplificados por medios ópticos, mecánicos ó medios eléctricos.

Cada cambio en la gravedad es acompañado por un cambio correspondiente en el desplazamiento. La fórmula usual para restaurar la fuerza de un resorte es:

$$F = k\,(l - l_o) = mg$$

Donde:

l_o - longitud inicial del muelle.

l - longitud final.

k - constante del muelle.

Como la masa "m" es constante "F" será proporcional a "g", por lo que las pequeñas variaciones de "g" se traducirán en incrementos de "l".

$$\Delta F = m\Delta g = k\,\Delta l$$

$$\Delta g = \frac{k}{m}\,\Delta l$$

Para obtener con este tipo de gravímetros medidas de Δg del orden de aproximación de 0.1 miligal habría que apreciar desplazamientos - del muelle del orden de diezmilésimas de milímetro, por lo que es muy difícil conseguir mucha precisión con estos instrumentos.

Ejemplos de Gravímetros Estables.

Gravímetro Hartley.- Es uno de los más sencillos. En esencia - consta de dos muelles, (1) muelle principal del que está suspendida la masa "M" y (2) muelle del ajuste accionado por un tornillo micrométrico "T".

El muelle (2) se emplea para hacer la lectura a 0, es decir, su carátula mide el número de vueltas necesarias para equilibrar el sistema.

La amplificación del movimiento vertical es de unas 50,000 veces y se consigue mediante un ingenioso sistema mecánico y óptico. Su apreciación es pequeña, de sólo 1 miligal, por esta razón no llego a emplearse mucho. (FIGURA 6).

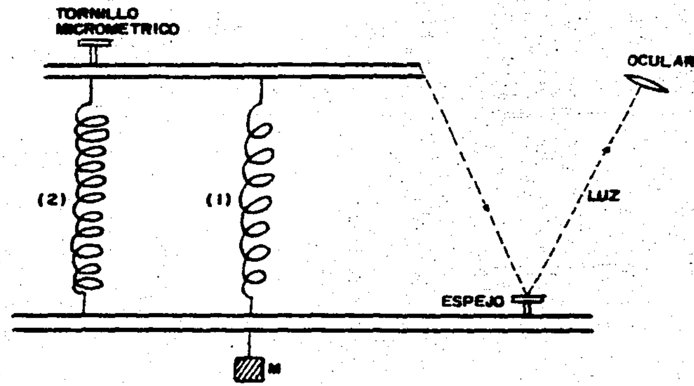


FIGURA 6. GRAVIMETRO HARTLEY

Gravímetro Gulf.- El Gravímetro Gulf ó Hoyt consiste en un muelle especial del que cuelgan una masa circular "M" a la que va unido un espejo "E". Las pequeñas variaciones de la gravedad actuan alargando el muelle y girándolo. Lo que se mide es el pequeño ángulo de giro (del orden de segundos) mediante un juego de prismas que reflejan varias veces un rayo de luz sobre dicho espejo.

La amplificación es del tipo de unas 20 veces, produciendo en el -

ocular una desviación del orden de 1 milímetro.

El gravímetro va encerrado en una caja aislante cuya temperatura se mantiene fija por medio de un termostato.

Su precisión es de 0.02 miligales y su peso (módelo 1943) erá de unos 13 kilogramos. Fué muy empleado por su gran precisión. (FIGURA 7).

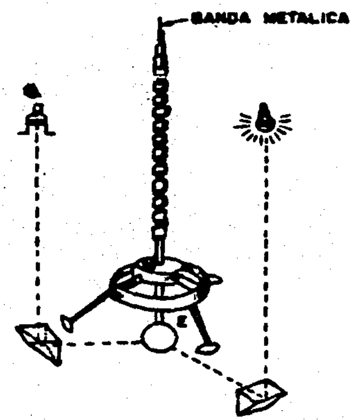


FIGURA 7. GRAVIMETRO GULF

Gravímetro Boliden.- También conocido como Gravímetro eléctrico. Este instrumento emplea dos condensadores eléctricos. Cada conjunto de placas de condensadores es usada para medir la posición del movimiento de las dos partes, cambios en la separación de las placas causan los cambios correspondientes en la frecuencia de un "ultramicrómetro" (círcuito) de la cúal ellos son una parte.

El otro condensador se usa para ajustar el movimiento del sistema a la posición cero. Esto se hace por variación de la carga aplicada a las placas, el campo eléctrico resultante produce una fuerza atractiva entre placas que puede balancear el cambio en la fuerza gravitacional. (FIGURA 8).

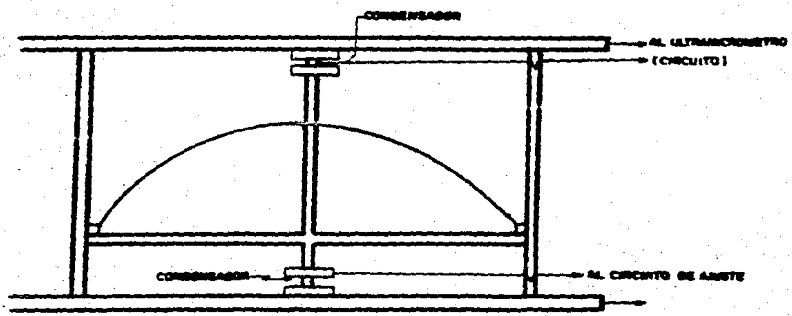


FIGURA 8. GRAVIMETRO BOLIDEN

III.2.2.2 Gravímetros inestables:

Los gravímetros inestables ó astáticos constan de una masa "M" suspendida inestablemente de un muelle ó sistema de muelles, tal que para un determinado valor de "g", "M" está en posición de equilibrio. Pero basta un cambio pequeño en "g" para que la masa "M" abandone su posición de equilibrio de manera que pequeños cambios de "g" se traduzcan en desplazamientos relativamente grandes del muelle. Los gravímetros inestables son los más utilizados hoy día.

Ejemplo de Gravímetros Inestables.

Gravímetro Thyssen.- En la práctica se construye de dos brazos - paralelos con pesos auxiliares en los extremos opuestos. Sea una masa "M" suspendida de un muelle a través de un balancín, sobre el mismo (balancín) hay otra masa "m". Para un determinado valor de "g" el conjunto estará en equilibrio y "m" en posición vertical.

Ahora bien a medida que aumenta el valor de la gravedad la masa "m" tenderá a desplazar girando sobre "0", aumentará el desplazamiento - del brazo y por el momento mgl, que compensará el incremento de tensión del muelle "S". La precisión de la medida es de 0.25 miligales. (FIGURA 9).

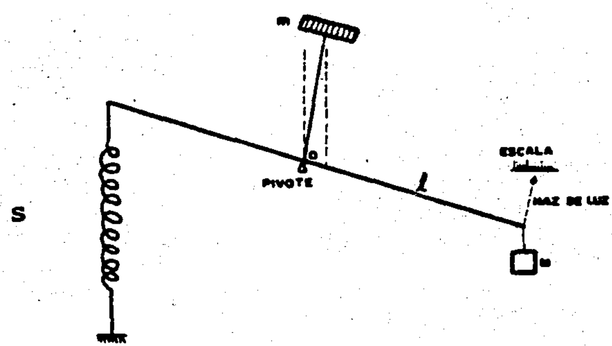


FIGURA 9. GRAVIMETRO THYSSEN

Gravímetro La Coste - Romberg.- El gravímetro La coste-Romberg está basado en el sismógrafo de período largo ideado por La coste en 1934. La mayoría de los gravímetros modernos (Atlas, Worden, etc.) están basados en éste.

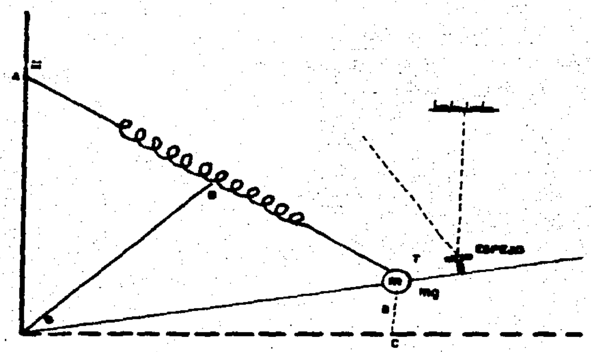


FIGURA 10. GRAVIMETRO LA COSTE-ROMBERG

El gravímetro La coste-Romberg es el de mayor precisión que se encuentra en el mercado, su precisión alcanza la cifra de 0.01 miligal, puede ser mayor si se opera con sumo cuidado. Su deriva instrumental (ó cambio de la lectura con el tiempo en una estación debida a la fátiga del muelle) es prácticamente nula por lo que solamente debe efectuarse la corrección lunisolar [IV.1.1.]; pero a pesar de todo nunca es recomendable suprimir la corrección de deriva instrumental.

Su peso es de unos 11 kg, y su precio muy elevado, por lo que únicamente se utiliza en trabajos de alta precisión.

Gravímetro Worden.- El gravímetro Worden es el más utilizado hoy día en prospección, por su gran precisión 0.01 miligal, poco peso 2.45 kg, y su dispositivo de compensación térmica que lo hace prácticamente inalterable a la variación de temperatura, constituye en su clase el gravímetro más apropiado para las prospecciones geofísicas.

El sistema medidor se compone de un brazo "a" con una masa "m" en su extremo formando un cuerpo único de cuarzo fundido, con un peso total de 1 mg, aproximadamente. A este brazo van unidos rígidamente el índice de lectura "1" (que se observa mediante un microscopio "M") y un brazo inclinado "b" de cuyo extremo sale el muelle "CD" (de longitud cero). Este muelle está fijado en su extremo superior con dos pequeños muelles "A" y "B" con tornillos micrométricos (A muelle de campo para grandes variaciones de "g", lo cual permite operar en diferentes latitudes, y B muelle de medida para observar pequeñas variaciones de "g" en la prospección de la zona) asimismo el bastidor está fijo por medio de un sistema "E" compensador de temperatura. El sistema "1", "a", "b" puede girar libremente alrededor de los puntos de apoyo "F".

Todo ello va dentro de una cámara al vacío con presiones de 4 a 10 mm de Hg, que a su vez, va dentro de un vaso Dewar para impedir variaciones de temperatura, tal como lo indica la FIGURA 11.

El aparato consta de dos niveles, uno longitudinal (en sentido del brazo "a") y otro transversal (normal al anterior) y se nivela como cualquier aparato topográfico.

Una vez nivelado el aparato, la lectura del gravímetro se hace simplemente llevando el índice "1" al valor cero de la escala por medio del tornillo micrométrico "M" que acciona desde el exterior, el muelle de medida B. La diferencia entre dos lecturas multiplicada por la constante del gravímetro proporciona el valor de "g" en miligales. En la nivelación y lectura del gravímetro sólo se emplean unos 5 minutos.

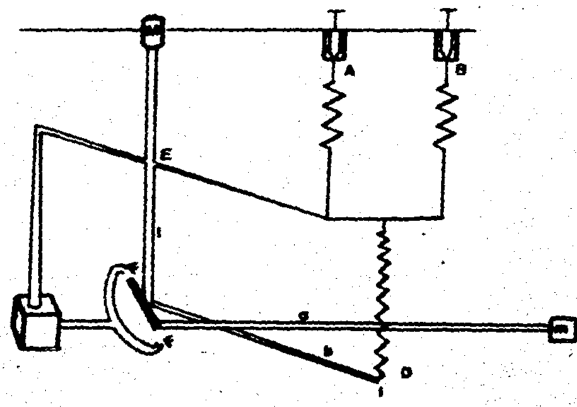


FIGURA 11. GRAVIMETRO WORDEN

111.2.2.3.- Observaciones Gravimétricas en el Mar y en el Aire.

La aplicación del método gravimétrico y el desarrollo de los modelos terrestres presupone la existencia de un conocimiento completo del campo de gravedad. Por eso, las mediciones de gravedad también deben hacerse en los océanos y en el aire.

Los gravímetros ordinarios usados en Tierra, construidos dentro de un compartimiento de presión están equipados con un control remoto y aditamentos de grabación, se conocen como Gravímetros Submarinos. Se transportan y se arman en un barco y se bajan al fondo del océano para hacer las mediciones. Las primeras medidas de gravedad en zonas cubiertas de agua, ó en el mar fuerón hechas con el péndulo de Vening-Meinesz (1923), que mediante un ingenioso sistema compuesto de tres péndulos (el central inicialmente en equilibrio y los extremos oscilando en fases opuestas) lograba eliminar el efecto de las olas. Se operaba con él dentro de un submarino y su precisión es del orden de 2 miligales.

Después de la Segunda Guerra Mundial se desarrollarón los gravímetros marinos, que se colocan en el fondo del mar sobre una plataforma y se acciona desde la superficie por medio de mandos de distancia.

Generalmente se pueden usar para profundidades hasta de 200 m, y como máximo 1000 m. De manera que se pueden medir grandes repisas continentales, al igual que se miden las depresiones subacúaticas.

La precisión de la medida submarina depende considerablemente de la operabilidad del gravímetro, la precisión inherente de la medida de la gravedad es alrededor de 0.01 miligales.

Desde 1958 se ha intentado construir un gravímetro para realizar prospecciones desde el aire, sobre un avión. Las dificultades son grandes ya que hay que hacer lecturas muy rápidamente y con el gravímetro en movimiento.

Debido al movimiento del barco ó avión sobre la Tierra en rotación existe un problema que es común para todo tipo de instrumentos en movimiento, esté movimiento resulta en una aceleración centrípeta la cúal debe ser corregida.

Esta corrección es conocida como corrección de Eötvös:

$$E = \frac{(R\varphi + h)\ (2V\varphi\ Ve + V^2)}{R\varphi^2}$$

Donde: $R\varphi$ - Radio de la Tierra en la latitud φ.

h - Altura sobre el nivel del mar.

$V\varphi$ - Velocidad de rotación de la superficie de la Tierra a la latitud φ.

V - Velocidad total del vehículo.

Ve - Componente este de V.

Balanza de Torsión de Eötvös.- Sí bien la balanza de torsión de Eötvös ya no se emplea, es importante estudiar brevemente este aparato porque proporciona conocimientos muy útiles sobre la distorsión del campo gravífico terrestre causada por la distribución irreguler de las densidades de profundidad.

Esencialmente consiste la balanza de torsión en dos pesas iguales situadas a altura diferente y unidas por un tubo de aluminio que, a su vez, está suspendido de un hilo de torsión.

El hilo de torsión lleva un espejo en el que se refleja un rayo de luz horizontal que imprime sobre una película fotográfica el ángulo de giro. La masa inferior suele estar a unos 60 cm, por debajo del plano de la masa superior. En la FIGURA 12 se muestra una idea de la forma de los diferentes dispositivos de balanza de torsión basados en el mismo principio.

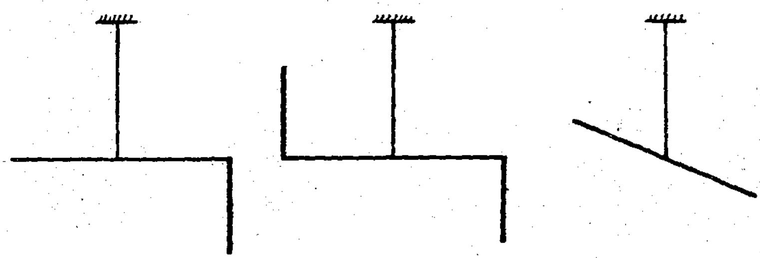


FIGURA 12. BALANZA DE TORSION DE EÖTVÖS.

Sí se coloca la balanza en un punto cuyas proximidades al campo gravífico esté distorsionado debido a efectos locales resultará que sobre las masas de sus extremos actuarán valores distintos, en magnitud y dirección de la gravedad, lo que dará lugar a componentes horizontales cuyo efecto se traducirá en el giro horizontal de la balanza.

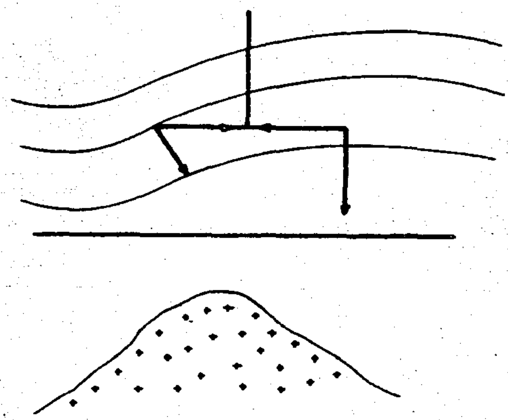


FIGURA 13. EFECTO EÖTVÖS

La unidad común de gradiente gravitacional, conocida como unidad de Eötvös es 10^{-6} miligales/cm, de desplazamiento horizontal.

IV .- Levantamientos Gravimétricos:

La gravimetría se puede definir como una técnica que, basada en leyes físicas de atracción de masas, permite conocer la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra ó cerca de ella.

El éxito con que puede aplicarse el método gravimétrico depende, en gran parte del número y espaciamiento de las observaciones disponibles para el análisis y se sabe que en nuestro país, la información en este renglón es insuficiente.

Analizando a grandes rasgos las ventajas de la utilización del método gravimétrico, puede concluirse que se hace necesario emprender un programa para efectuar una labor de estas características.

Como la geometría de la Tierra está íntimamente ligada al campo de gravedad de la Tierra, cuanto mejor se conozca, mejor referencia se logrará y por consiguiente, se puede elevar la precisión en los levantamientos.

Sin embargo existe una limitante ineludible para lograr un cubrimiento lo suficientemente denso por el empleo del método gravimétrico terrestre: los accidentes topográficos; pero por otro lado se puede contar con los recursos de la información de la gravedad que proporcionan los satélites artificiales.

En Geodesia, el conocimiento del valor de la gravedad permite determinar:

- Las separaciones entre el geoide y el elipsoide (alturas Geoidales VI.1), que hacen posible la reducción de distancias al elipsoide.
- Las pendientes del geoide (desviaciones de la vertical VI.2), necesarias para la reducción de direcciones y acimuts.
- Alturas Ortométricas precisas [V.3]
- Alturas Dinámicas [V.2].
- Números Geopotenciales [V.1]

Los criterios de selección de sitios, dependen del tipo de estación que se pretenda establecer.

Estación de Referencia Fundamental y Estación Base: Los criterios para la selección de un sitio para el establecimiento de una estación de Referencia Fundamental ó una Estación Base son los siguientes:

- Permanencia garantizada.
- Estabilidad.
- Accesibilidad.
- Espacio.
- Aislamiento.

El establecimiento de estaciones base se espaciará de tal modo que permita el cierre de circuitos ó líneas de segundo orden en un lapso no mayor de 72 horas (se aceptan generalmente que este lapso de tiempo se tiene una variación lineal de las condiciones ambientales), dependiendo del medio de acceso y del medio de transporte. Siempre que sea posible las estaciones base deberán ubicarse en el aeropuerto.

Redes de segundo y tercer orden: Dado que estas estaciones no se marcan en el terreno, la selección de sitios para su establecimiento se sujetará a los criterios siguientes:

- Los mejores sitios serán los que sean identificables en la carta topográfica escala 1:50 000, y fácilmente reconocibles en el terreno (por ejemplo, intersección de carreteras, entronque de caminos, escuelas, iglesias, etc..)
- Se evitará el establecimiento de puntos a distancias menores de 100 m del borde de barrancos, cañones ó ríos. Asímismo, se evitará ubicar puntos sobre puentes que salven estos accidentes naturales con alturas mayores a 10 m.
- Se procurará que el sitio cumpla con los requisitos de estabilidad, accesibilidad y aislamiento indicados en las estaciones base.

Nombre y Numeración de Estaciones Gravimétricas: Para la Red de Primer Orden la norma internacional que será seguida, establece las siguientes reglas para la identificación de estaciones gravimétricas.

a) Estaciones de Referencia Fundamental: Se usa el nombre de la población donde se encuentra la estación seguido de la letra A.
   por ejemplo: México A.
b) Estación Base: Se usa el nombre del poblado más próximo a la estación base seguido de la letra correspondiente de la B a la H, según

su distancia relativa al poblado tomado como referencia.

por ejemplo: Calvillo B; Calvillo C.

En este ejemplo "Calvillo B" está más cercana a la ciudad de Calvillo, Ags., que "Calvillo C". Cuando se establezcan más de una estación base dentro - del mismo poblado se seguirá esta misma anotación de acuerdo a su antiguedad. Sí se dá el caso específico de que la estación base se localice en el - aeropuerto, su nombre será dado por el nombre del poblado a donde pertenezca el aeropuerto seguido de la letra J,

por ejemplo: Minatitlán J.

Sí se tuvierán varias estaciones base en el mismo aeropuerto, ó existiese más de un aeropuerto en el poblado que contuviesen estaciones base, éstas bases serán denominadas por el nombre del poblado seguido de las letras - de la J a la Z, según el orden en que sean establecidas,

por ejemplo: Acapulco J; Acapulco K.

Redes Gravimétricas:

México tiene diversas estaciones integradas a la "International Gravity Standardization Net (IGSN 1971), en la siguiente tabla, se presentan algunas de estas estaciones de Referencia Fundamental.

ESTACION	LATITUD	LONGITUD	GRAVEDAD AJUSTADA	ERROR ESTANDAR
			Mgal	Mgal
Acapulco J	16 44.60	99 45.20	978501.85	0.02
Acapulco K	16 44.00	99 45.00	978501.61	0.02
Acapulco O	16 51.20	99 53.70	978509.71	0.02
México A	19 19.60	99 11.20	977927.19	0.02
México D	19 19.60	99 11.21	977926.77	0.02
México E	19 24.19	99 11.80	977927.50	0.02
México F	19 19.60	99 11.22	977927.06	0.03
Nvo. Laredo K	27 25.58	99 34.60	979060.59	0.03
S.L.P. J	22 09.30	101 01.50	978194.79	0.01
Monterrey A	26 39.10	100 17.40	978790.72	0.01
Monterrey K	25 51.50	100 14.50	978847.02	0.02

TABLA 2. ESTACIONES DE REFERENCIA FUNDAMENTAL.

Las Redes Gravimétricas Nacionales se dividen en 3 ordenes:

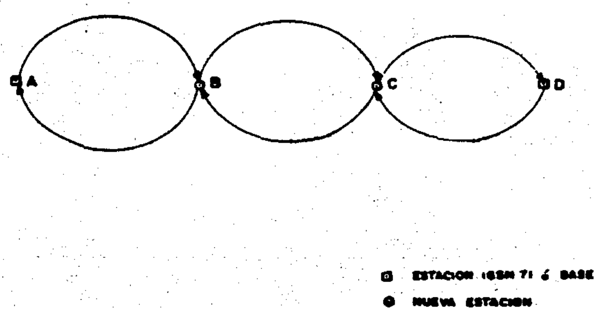
L.- Red de Primer Orden: Consta de las estaciones de referencia Fundamental, de todas las estaciones base y de las líneas de calibración con valores de gravedad absoluta conocidos en forma precisa.

Estas estaciones se localizan en lugares de fácil acceso con un espaciamiento comunmente de 40-60 km (ó según necesidades), y forman la Red Básica Nacional. Es un hecho establecido por acuerdo Internacional, que las estaciones base deben tener una precisión de: $\sigma = \pm 0.05$ mgals. con respecto a las estaciones de referencia fundamental, las cúales tienen una precisión de $\sigma = \pm 3.0$ μ.gals.

Levantamiento de Redes Gravimétricas de Primer Orden: Los criterios mínimos para el establecimiento de estaciones base son los siguientes:

- Las redes se construirán de figuras integradas en circuitos con un número mínimo de cuatro estaciones. Estos circuitos se conectarán entre sí de modo que formen una red fuerte.
- El espaciamiento entre estaciones deberá estar dentro del rango ya mencionado. Se reconoce que el espaciamiento depende de las necesidades de control gravimétrico, de la topografía y de las vías de comunicación existentes en las zonas.
- El control de la Red se efectuará ligándola al menos a dos estaciones base previamente establecidas - Estaciones de la Red IGSN 71 que contengan preferentemente el rango de variación de gravedad de la red por levantar.

- Deben usarse dos gravímetros calibrados y, de ser posible, previamente verificados en un número de estaciones de la Red IGSN 71. Las lecturas gravimétricas deberán ser simultáneas y las lecturas de tiempo tomadas con un solo reloj.
- Los circuitos estarán de tal modo que cierren sobre sí mismos, reobservando todas sus estaciones, para lo cúal se utiliza el método de escalera que consiste en una secuencia de observaciones tal como se índica:

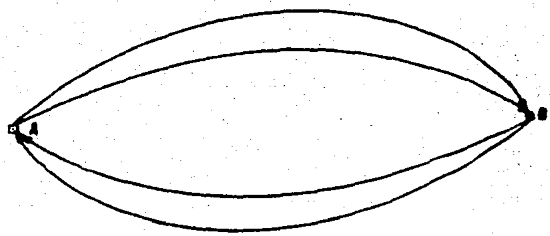


Secuencia de observación (operación) A-B-C-D-C-B-A

FIGURA 14. METODO DE ESCALERA.

- Todo circuito debe cerrarse en un tiempo menor de 24 horas.
- Los circuitos empezarán y terminarán en las estaciones de control.

- Sí el método de escalera no puede seguirse, se efectuará un amarre directo de la nueva estación, por ejemplo entre estaciones A y B, recorriendo dos veces el circuito, tomando lecturas simultáneas.



Secuencia de operación A-B-A-B-A

FIGURA 15. ESTABLECIMIENTO DE UNA BASE.

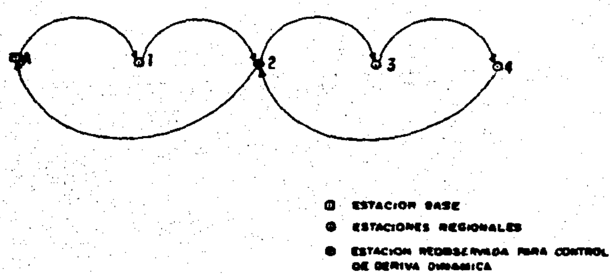
- Cuando en un levantamiento se tenga necesidad de permanecer por más de una hora en un sitio específico, se tomarán lecturas de deriva estática en dicho sitio inmediatamente despúes de detenerse y antes de partir. Estas lecturas de deriva consisten en tomar lecturas de gravedad para tal sitio las cúales son registradas en la libreta de campo junto con la fecha y la hora civil de la observación. Este sitio debe ubicarse en la carta topográfica obteniendose su posición y elevación aproximadas, las que también deben registrarse en la libreta.

II.- Red de Segundo Orden: Deben ligarse a la Red Básica con una precisión de $\sigma = \pm\ 0.05$ mgals.

Estos levantamientos conocidos como levantamientos Regionales se realizan en puntos de fácil acceso como carreteras, vías ferreas, etc., con un espaciamiento de 10-25 km.

Levantamiento de Redes Gravimétricas de Segundo Orden: Para llevar a cabo este tipo de levantamientos se recomienda los siguientes métodos:

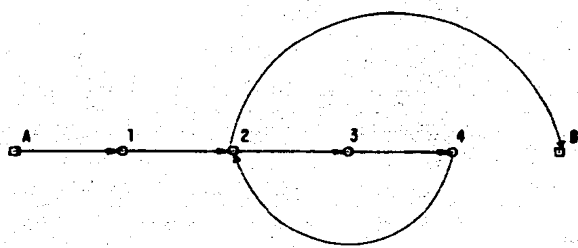
a) Método de Circuito: El levantamiento comenzará y terminará en la misma estación base, por ejemplo:



Secuencia de operación A-1-2-3-4-2-A

FIGURA 16. METODO DE CIRCUITO.

b) **Método de Línea:** El levantamiento comenzará en una estación base A y terminará en otra base B, por ejemplo:



Secuencia de operación A-1-2-3-4-2-B

FIGURA 17. METODO DE LINEA

- Se emplearán un solo gravímetro debidamente calibrado para estos levantamientos.
- Los circuitos ó las líneas deben completarse (cerrarse) en un tiempo - máximo de 72 horas.
- Con fines de control de deriva dinámica se harán reobservaciones cada 4 ó 5 estaciones. Debiendose hacer como mínimo una reobservación diaria.
- Cuando en un levantamiento se tenga necesidad de permanecer por más - de una hora en un sitio determinado, se tomarán lecturas de deriva estática en dicho sitio inmedistamente despúes de detenerse y antes de partir.

III.- Redes de Tercer Orden: Se ligan a las redes de Primer y Segundo Orden. Estas redes son de densificación, por lo que sus puntos tan cercanos como sea posible. Después de su ajuste, su precisión no debe ser menor a $\sigma = \pm 0.1$ mgal.

Levantamiento de Redes Gravimétricas de Tercer Orden: Este tipo de levantamientos se lleva a cabo con fines específicos siguiendo - normalmente la metodología para las redes de Segundo Orden.

NOTA.- Aún cuando el tiempo de traslado entre estaciones sea muy grande, no es necesario tomar lecturas intermedias. El único requisito a cumplir es que las líneas ó circuitos se cierren dentro del tiempo especificado para cada orden.

Líneas de Calibración: Estos valores de gravedad tienen por - objetos servir de base para la calibración de gravímetros. La línea de calibración corre de Point Barrow, Alaska hasta Paso de Cortés, México.

Las estaciones de gravedad de esta línea fuerón establecidas - con alta precisión por métodos pendulares y gravimétricos.

En la siguiente tabla están contenidas las estaciones de gravedad mexicanas que integran esta línea de calibración:

	VALOR GRAVEDAD mgal	ERROR ESTANDAR. mgal
Paso de Cortés A	977556.36	0.023
México A	977927.19	0.020
México D	977926.77	0.020

S.L.P. A	978195.10	0.023
Monterrey A	978790.72	0.010

III.4 Calculos Gravimétricos:

El procedimiento para obtener la gravedad absoluta a partir de lecturas de gravímetro, las cúales son previamente transformadas a miligales, y éstos a su vez corregidos por:

- Marea Terrestre [IV.4.1.]
- Deriva [IV.4.2.]
- Por Falla [IV.4.3.]

III.4.1. Corrección por Marea Terrestre:

Las atracciones gravíficas del Sol y de la Luna causan el efecto de las mareas que dependen de la posición astrónomica de ambos y de la latitud, siendo variables con el tiempo. Este fenómeno tiene repercución también en la Tierra sólida.

La Tierra, ante la atracción de la Luna y el Sol, no se comporta como un cuerpo rígido sino como un cuerpo deformable al que afectan las fuerzas gravitacionales de estos dos astros.

Sí en un punto cualquiera se mide la gravedad en función del tiempo, se podrá observar que sufre variaciones más ó menos de una manera similar a la pleamar y a la bajamar de los mares océanicos.

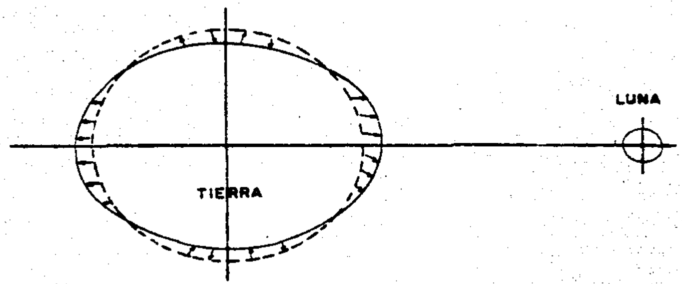


FIGURA 18. EFECTO DE MAREAS.

Las deformaciones de la Tierra por influjo del Sol y de la Luna llegan a amplitudes del orden de 10 cm., y las variaciones de la aceleración de la gravedad correspondientes a 0.03 miligales.

La corrección por Marea Terrestre se calcula con la formulación de Longman, la cúal debe ser sumada algebraícamente a los miligales observados.

Esta formulación queda resumida en la siguiente expresión:

$$g' = \frac{KM_L \; r^3}{d^3} (3 \operatorname{Cos}^2 Z_L - 1) + \frac{3}{2} \frac{KM_L \; r^4}{d^4} (5\operatorname{Cos}^3 Z_L - 3 \operatorname{Cos} Z_L) +$$

$$\frac{KM_S \; r^3}{D^3} (3 \operatorname{Cos}^2 Z_S - 1)$$

Donde:

g' - Componente vertical de la aceleración de la marea debida a la Luna y el Sol.

K - Constante gravitacional de Newton.

M_L - Masa de la Luna

r - Distancia del punto de observación al centro de la Tierra.

d - Distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

Z_L - Distancia cenital de la Luna.

M_S - Masa del Sol

D - Distancia entre los cent ros de la Tierra y el Sol.

Z_S - Distancia cenital del Sol.

En la aplicación de está fórmula se emplean las unidades del sistema c. g. s., para obtener g' en gales.

III. 4. 2.- Corrección por Deriva:

Debido a que el material de que está hecho el resorte no es perfectamente elástico, éste no recupera su longitud inicial en un tiempo determinado, fenómeno conocido como deriva. Se presentán dos tipos de deriva:

- deriva estática.
- deriva dinámica.

La deriva estática es un cambio de lecturas para una misma estación, cuando el gravímetro ha estado en reposo.

Cuando dos series sucesivas de lecturas se han hecho en la misma estación y el gravímetro no se ha movido, se debe efectuar una corrección por deriva estática. La deriva estática se expresa matemáticamente como:

$$DE = lj - (lj - 1)$$

Donde: DE - deriva estática.

lj - miligales observados y corregidos por Marea Terrestre, cuando se suspende temporalmente el levantamiento.

(lj - 1) - miligales observados y corregidos por Marea Terrestre, cuando se reanuda el levantamiento.

Deriva Dinámica.- Cambio en lecturas para una misma estación cuando el gravímetro ha estado en movimiento.

La fórmula para el cálculo de la Deriva Dinámica, depende del método de levantamiento.

Método de Circuito:

$$DD = \frac{li - lf}{Tt} \; ta$$

Donde:

- DD - deriva dinámica.
- li - miligales corregidos por marea terrestre en la estación base al inicio del levantamiento.
- lf - miligales corregidos por deriva estática y marea terrestre en la estación base al término del levantamiento.
- Tt - Tiempo total en que el gravímetro permaneció en movimiento.
- ta - Tiempo acumulado en movimiento a la estación considerada.

Método de Línea:

$$DD = \frac{(G_A - G_B + M_B - M_A)}{Tt} \; ta$$

Donde:

- G_A - Gravedad absoluta en la estación de partida.
- G_B - Gravedad absoluta en la estación de llegada.
- M_B - miligales corregidos por deriva estática y marea terrestre en la estación de llegada.
- M_A - miligales corregidos por marea terrestre en la estación de partida.

III. 4. 3.- Corrección por Falla:

Esta corrección se aplica cuando:

- Se detecta un cambio brusco en la temperatura de operación.
- El gravímetro recibe un golpe.
- El rayo de lectura no permanece fijo durante el traslado.

La corrección por falla se determina y se aplica de igual manera que la corrección por deriva estática, para eliminar los cambios en las lecturas debidos a estas causas en la operación del instrumento.

III. 4. 4. - Anomalías de Gravedad:

La anomalía de gravedad para un punto del terreno, está definida como la diferencia entre la gravedad observada y reducida al Geoíde y la gravedad normal. Esto es:

$$\Delta g = g_o - \gamma$$

Donde:

Δg - Anomalía de la gravedad

g_o - Gravedad observada y reducida al Geoide.

γ - Gravedad normal [II. 5]

Desde el punto de vista geodésico, los principales objetivos que se persiguen con el conocimiento de las anomalías són:

- Determinación del Geoíde. [VI]
- Determinación del campo gravitacional externo de la Tierra.
- Determinación de Sistemas de Alturas. [V].

Corrección de Aire Libre: La corrección de Aire Libre (AL), es la debida simplemente a la altura "h" de la estación, es decir al estar más alejada del centro de la Tierra, no toma en cuenta la atracción de cada material de la Tierra sobre el nivel del mar.

La magnitud de esta reducción está dada por:

$$C_{AL} = 0.3086 \ h \ \text{miligal por metro.}$$

Ahora bien como las correcciones se hacen para calcular el valor que tendría "g" al nivel del mar "M", habrá que sumar esta corrección a la gravedad observada.

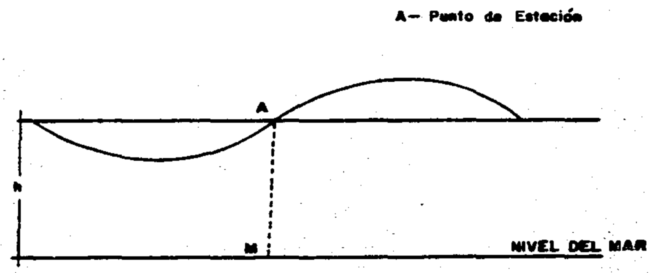


FIGURA 19. CORRECCION POR AIRE LIBRE.

Su correspondiente anomalía es:

$$\Delta_{AL} = g + C_{AL} - \gamma$$

Donde:

Δ_{AL} - Anomalía de Aire Libre.

g - Gravedad observada y corregida por marea terrestre, deriva estática y deriva dinámica.

γ - Gravedad normal.

Corrección de Bouguer: Esta corrección toma en cuenta la atracción del material rocoso entre el nivel del mar y la elevación "h" de la estación. Esto es basado en la suposición que la superficie de la Tierra es en todo punto horizontal (paralelo al geoíde). Se calcula hallando el efecto gravífico del terreno comprendido entre el nivel de la estación (plano de cota h) y el nivel del mar, ó sea, suponiendo que la estación se ha hecho en un plano topográfico horizonal.

El efecto gravífico sobre la unidad de masa de una capa infinita de altura "h" y densidad " δ " es:

$$2 \pi K \delta h$$

Donde:

K - Constante de Gravitación Universal

δ -Densidad media de la corteza Terrestre = 2.67 gr/cm^3

Con lo que sería 0.1119 miligal por metro.

Como estamos reduciendo al nivel del mar este valor habría que restarlo de la gravedad observada, ya que efectivamente se remueve el material entre el nivel del mar y el nivel de la est ación.

Es usual unir las correcciones de Aire Libre y la de Bouguer es una sola y llamarle "Corrección Incompleta de Bouguer (simple)" esto es:

$$Ch = 0.3086h - 0.1119h = 0.2967\,h$$

cuyo valor hay que sumar a la gravedad observada.

La anomalía correspondiente es:

$$\Delta Ch = g + C_{AL} + C_B - \gamma$$

Donde:

- ΔCh - Anomalía incompleta de Bouguer.
- C_{AL} - Corrección de Aire Libre
- C_B - Corrección de Bouguer.
- γ - Gravedad normal.
- g - Gravedad observada.

Isostasia: La teoría de la Isostasia postula que existe una distribución de presión hidrostática (originalmente, la Tierra existió en un estado líquido, por ello se puede suponer la presencia de presión hidrostática, ésta sólamente depende del peso de las masas que se encuentrán arriba y - se incrementa hacia el centro de la Tierra) debajo de una superficie de compensación.

Debido a lo anterior la Isostasia puede definirse como un estado de equilibrio hidrostático en la corteza de la Tierra, en la cúal el peso -

total de cada columna de sección transversal por la unidad de área es la misma.

La mínima profundidad sobre la cuál ésta se mantiene es llamado "Nivel de Compensación".

Teoría de Pratt: La idea básica de Pratt, es que la corteza terrestre está dividida en bloques independientes de diferente densidad, entonces él, las considera flotando sobre el nivel del magma que descansa a una profundidad "T", este nivel usualmente se llama "Nivel de Compensación".

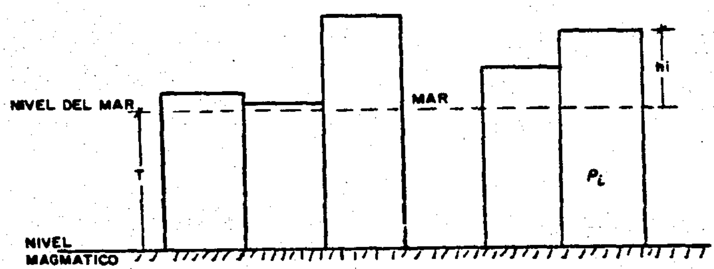


FIGURA 20. TEORIA DE PRATT

Para que los bloques individuales (columnas) ejerzan la misma presión sobre el magma, es necesario que el producto:

$$(T + hi)\ \rho_i = \text{constante}$$

Donde:

ρ_i - densidad de bloque i

sea el mismo para todas las columnas, considerando una cierta profundidad "T" del nivel de compensación y una densidad promedio " ρ_o " podemos expresar la constante como:

$$\text{constante} = T\rho_o$$

y considerándola como una contribución de una columna de altura promedio nula.

Teoría de Airy: G.B. Airy propuso una mejor aproximación. Este investigador postulo que las rocas superficiales de la Tierra podían ser comparadas a una serie de troncos de diferente diámetro pero de igual densidad flotando sobre agua. Cuanto mayor sea el tronco, tanto más alta será su superficie superior puesto que desplaza su propio peso de agua.

Airy supuso que la corteza está formada por bloques de una sola densidad; pero de diferente espesor, flotando sobre un substrato más pesado.

El peso de la parte del bloque situado por encima del nivel del mar es mantenido por el empuje ascendente (empuje hacia arriba) de una base que se extiende por debajo de la profundidad normal de la capa superficial de baja densidad.

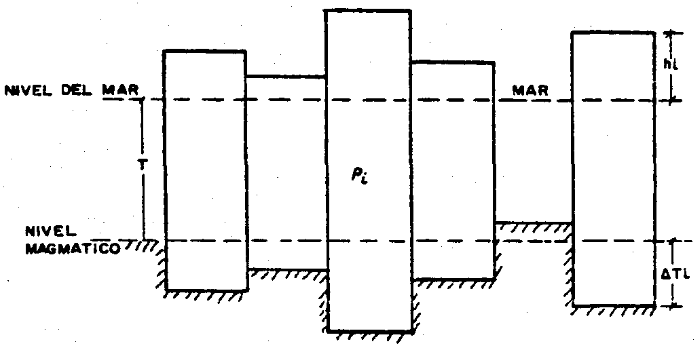
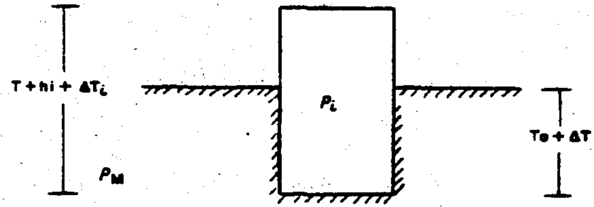


FIGURA 21 TEORIA DE AIRY

De la Ley de Arquímedes, el equilibrio de una columna de altura $T + hi + \Delta Ti$ sumergida en un líquido, una profundidad $To + \Delta Ti$ - se logra cuando la igualdad siguiente es satisfecha:

$$(T + hi + \Delta Ti)\,\rho_i = (To + \Delta Ti)\,\rho_M$$

aquí $To + \Delta Ti$ es la profundidad sumergida, y, ρ_M es densidad del líquido, magma en este caso. Usualmente se considera a $\rho_M = 3.27\ g/cm^3$



El espesor de la corteza, de acuerdo al modelo de Airy, es dado entonces por:

$$T = \begin{cases} T + h + 4.45h = T + 5.45h & \text{sobre los continentes,} \\ T - D - 2.73D = T - 3.73D & \text{bajo los océanos.} \end{cases}$$

T es generalmente postulado como siendo en cualquier lugar, entre 30 - 50 km, y D es la profundidad media en los océanos.

IV.2. Red Internacional de Gravedad Estandarizada (IGSN 71):

Desde hace algunos años, diversas instituciones han estudiado el campo de gravedad en la República Mexicana. Los levantamientos gravimétricos solo han servido para satisfacer necesidades particulares, lo que ocasiona que en su mayoría se encuentren dispersos, y con escasa interrelación.

Hasta el año de 1971, los levantamientos gravimétricos con propósito geodésico se ligaban al Datum Mundial Gravimétrico localizado en Potsdam, Alemania Democrática.

Sin embargo, estudios realizados mostraron que el valor del Datum tenía un error estimado en + 12.8 mgal (Vanicek, P. 1971). Por este motivo, la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica acordó establecer una red mundial que sirviera de marco de referencia para todos los levantamientos gravimétricos. Esta red, aprobada en 1971, se conoce como "International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN 71), la cual proporciona valores absolutos a nivel mundial con una precisión de 1/50 000 (Reyes M. A. 1979).

La IGSN 71 consta de 1847 estaciones fundamentales. De estas 30 se localizan en Territorio Nacional.

En el año de 1977, el "Earth Physics Branch" del Canadá realizó un reajuste de las bases de gravedad latinoamericanas, conocido como "Red Latinoamericana de Normalización de Gravedad 1977" (RELANG 77). El ajuste de las observaciones se hizo por un método no riguroso que proporcionó resultados inconsistentes con los valores IGSN 71 (Mc Connell, R.K. et al. 1977). Por este motivo su utilidad geodésica es limitada.

Algo similar puede decirse de otras tantas bases gravimétricas ligadas a diferentes redes regionales.

Desde 1981 la Dirección General de Geografía se ha encargado del mantenimiento y mejoramiento de la Red de Bases Gravimétricas de la

República Mexicana. Se ha podido establecer que la Red Gravimétrica Básica consta de 339 estaciones ligadas al sistema IGSN 71, la FIGURA 22 - muestra su localización.

A la Red Gravimétrica Básica se encuentran ligadas más de - 110,000 estaciones gravimétricas distribuidas en todo el Territorio Mexicano. Estas estaciones han sido recopiladas de diversas instituciones Nacionales e Internacionales. La FIGURA23 indica la distribución de esta estaciones.

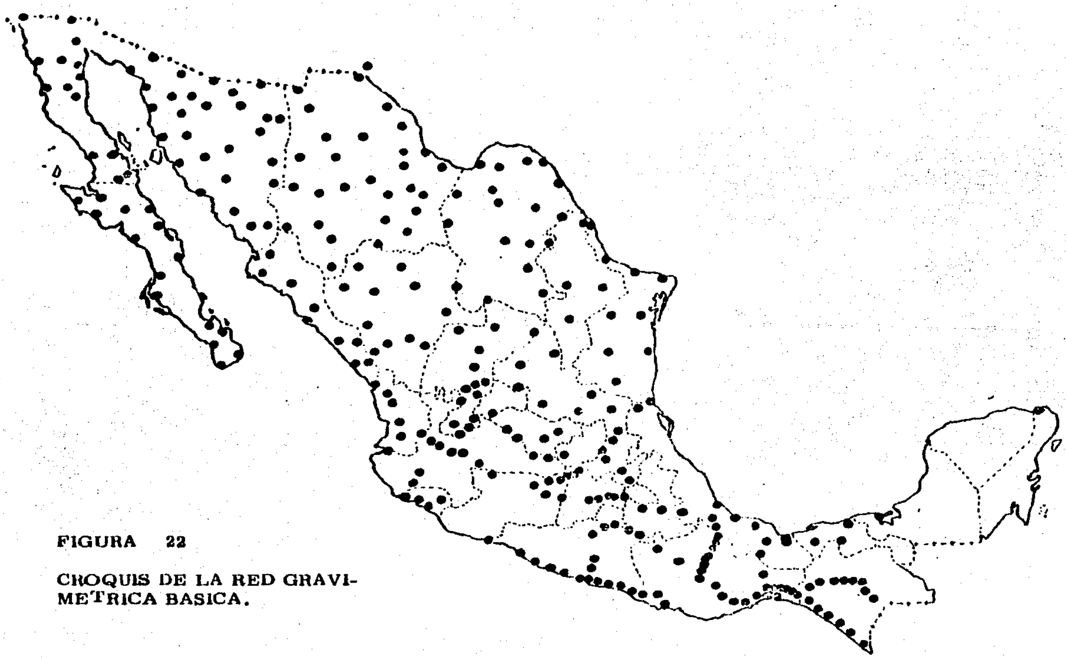


FIGURA 22

CROQUIS DE LA RED GRAVIMETRICA BASICA.

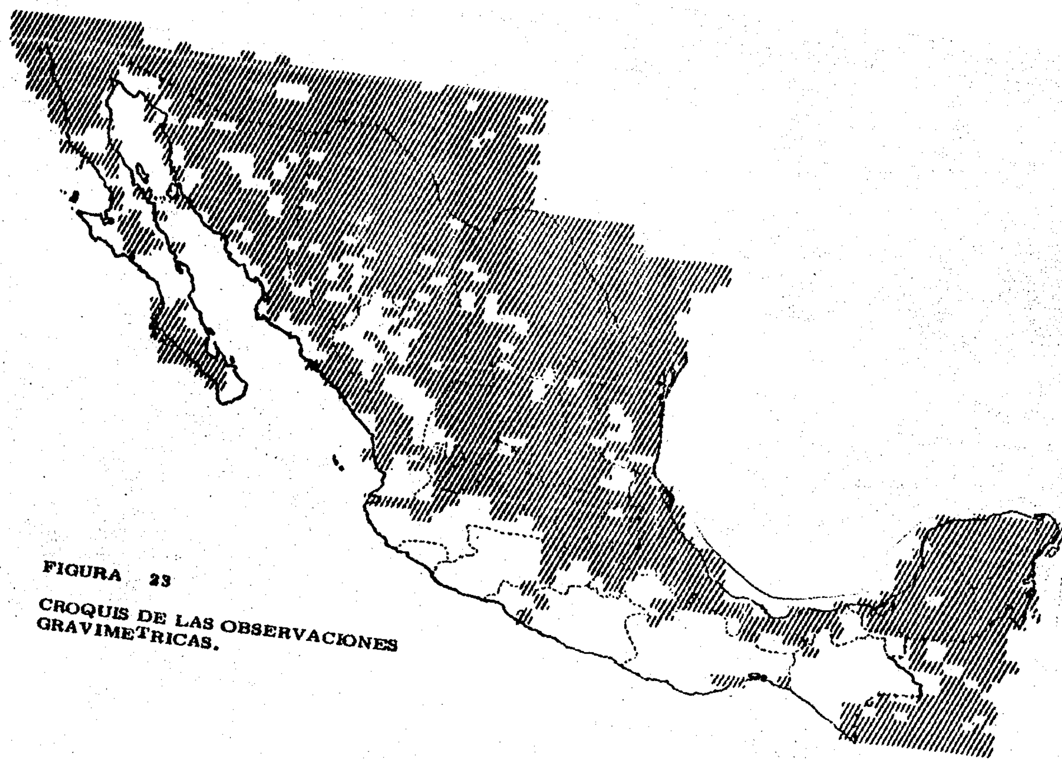


FIGURA 23

CROQUIS DE LAS OBSERVACIONES GRAVIMETRICAS.

V.- SISTEMAS DE ALTURAS.

En la nivelación geométrica, las diferencias de altura se determinan usando visuales horizontales entre puntos cercanos (para una nivelación precisa, el espaciamiento entre estaciones es de 30 a 40 m). La diferencia de altura nivelada δ_n entre las estaciones de estadal está dada por la diferencia entre la lectura hacia atrás R y la lectura hacia adelante V. FIGURA 24.

$$\delta_n = R - V$$

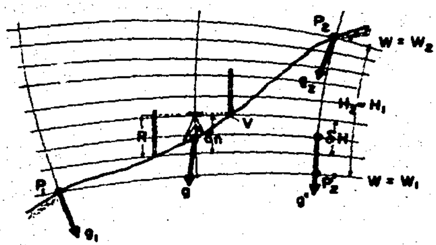


FIGURA 24 . NIVELACION GEOMETRICA.

Debido a la distancia casi diferencial entre las estaciones de estadal se debe ignorar la convergencia de la superficies equipotenciales - [II. 3], al igual que el cambio de curvatura de la superficie nivelada que pasa a través del telescopio. Entonces δ_n corresponde a la separación de las superficies de nivel que pasan a través de las estaciones de estadal.

Sumando las δ_n observadas entre los puntos de control P_1 y P_2 se obtiene la diferencia de altura nivelada:

$$\Delta n_{12} = \sum_{1}^{2} \delta n$$

Δn depende de la trayectoria tomada, ya que las superficies de nivel no son paralelas; el resultado de nivelación no corresponde a una diferencia de altura ortométrica [V.3] $H_2 - H_1$. Solamente considerando - la gravedad "g" es posible una determinación definitiva de la altura; esto - es, cambiando a diferencias de potencial ΔW.

Entonces, de acuerdo a la definición de número geopotencial:

$$\Delta W_{12} = W_2 - W_1 = - \int_1^2 g dn = - \int_2^2 g' \; dH \approx - \sum_1^2 g \delta \eta \quad ,$$

donde g' es la gravedad a lo largo de la línea de la plomada P_2' P_2.

Por lo tanto, ΔW se puede determinar sin más hipótesis a partir de diferencias de altura $\delta \eta$ y valores de la gravedad de superficie g. - Se deben aplicar reducciones que involucren a la gravedad para obtener diferencias de las $\delta \eta$ referidas a un sistema de alturas específico.

La suma de las diferencias de altura niveladas de un circuito cerrado (error de cierre) contiene además de los errores de medición, - el exceso ortométrico dependiente de la trayectoria:

$$\epsilon = \oint dn$$

Por otro lado, la integral circular $\oint dW = 0$.

Se ha supuesto que las superficies de nivel son equidistantes y - que por lo mismo la diferencia de nivel entre ellas es constante, pero de - acuerdo con la forma esferoidal de la Tierra, las superficies de nivel son normales en cada uno de sus puntos a la dirección de la gravedad. Según esto, la forma de las superficies de nivel es aproximadamente la que se indica en la siguiente FIGURA.

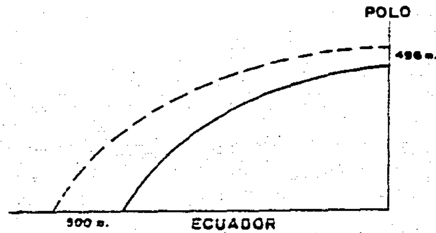


FIGURA 25 CONVERGENCIA DE LAS SUPERFICIES DE NIVEL

A causa del no paralelismo de las superficies de nivel, la altitud de sus diferentes puntos, con relación a una superficie de comparación, es variable, pues sí se hiciera una nivelación del Ecuador hacia el Polo y se partiera de una altitud de 500 m sobre el plano de comparación en el Ecuador, llegariamos al Polo con una altitud de 496m aproximadamente.

Como una consecuencia de lo anterior la diferencia de nivel entre dos puntos, cambia según sea el trayecto ó camino seguido.

El geoide [VI. 1] y el cuasigeoide (superficie puramente matemática, sin significado físico, que se aparta sólo unos metros del geoide, y coincide con él, sobre los mares), sirven como superficies de referencia para la determinación de las alturas desde un punto de vista continental.

Los números geopotenciales [V.1], y las alturas oriométricas

[V.3] están referidas al geoide; mientras que las alturas normales [V.4] se refieren al cuasigeoide. Las diferencias de alturas niveladas deben convertirse a estos sistemas.

V.1. Números Geopotenciales:

Una forma de definir alturas únicas es usar directamente las superficies equipotenciales [II.3] para definir la altura de un punto. Se puede decir que un punto que se halle sobre una superficie equipotencial $W = C_B$ está encima ó debajo del punto que se halla sobre la superficie equipotencial $W = C_A$ por:

$$\Delta C_{AB} = C_B - C_A = \int_A^B g \; dl \simeq \sum_{i=A}^{B} g_i \; L_i$$

Donde:

g - gravedad

L- Diferencia de nivel geométrico

Los números $C_O - C_B$; $C_O - C_A$ donde C_O - es el potencial del geoide, són conocidos como "números Geopotenciales" que definen las alturas B y A.

Para lograr un buen acuerdo con el valor numérico de la altura en metros, la unidad del número geopotencial se escoge de:

$$10 \; m^2/seg^2 \; (= \text{kgal m}),$$

unidad geopotencial = Unité geopotentielle, u.g.p. = 1000 gales m

1 metro geopotencial ≐ 0.98 Kgalm.

= geodinámico

numéricamente ellos se desvían de las alturas observadas en un 2% más - pequeños.

Esto es mucho para cualquier trabajo técnico y ésta es la razón de que los números geopotenciales sean muy raramente usados en la práctica - técnica.

V. 2 Altura Dinámica:

Se define como altura dinámica al cociente obtenido de dividir el número geopotencial entre la gravedad normal [II. 5] para una latitud estándar arbitraria, usualmente a 45°

La altura dinámica matemáticamente se representa como:

$$H^{din} = \frac{C}{\gamma_0}$$

Donde: H^{din} - altura dinámica.

C - número geopotencial.

γ_0 - gravedad normal.

Algunas ocasiones es conveniente convertir las diferencias de - alturas medias (ΔL) en diferencias de alturas dinámicas añadiendo una - pequeña corrección, esto es:

$$\Delta H^{din}_{AB} = H^{din}_{B} - H^{din}_{A} = \frac{1}{\gamma_0}(C_B - C_A) = \frac{1}{\gamma_0}\int_A^B g\, dL$$

$$= \frac{1}{\gamma_0}\int_A^B (g - \gamma_0 + \gamma_0)\, dL = \int_A^B dL + \int_A^B \frac{(g - \gamma_0)}{\gamma_0}\, dL$$

de tal forma que: $\Delta H^{din}_{AB} = \Delta L_{AB} + CD_{AB}$

Donde CD_{AB} = Corrección Dinámica

$$CD_{AB} = \int_A^B \frac{(g - \gamma_0)}{\gamma_0}\, dL = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0}\, dL$$

Los puntos en una superficie de nivel tienen la misma altura diná mica.

H^{din} se expresa en unidades de longitud y su valor no se desvía de la altura nivelada tanto como lo hace el correspondiente número geopotencial. Las alturas dinámicas son proporcionales a los números geopotenciales, son únicas.

V. 3. Alturas Ortométricas:

La altura ortométrica H, es la distancia lineal calculada a lo largo de la línea de la plomada (curva) del geoide al punto de superficie.

$$H^{ort} = \frac{C}{\bar{g}}$$

Donde H^{ort} - altura ortométrica.

C - número geopotencial

$\bar{g}$ - gravedad media.

$$\text{con } \bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g \; dH$$

Para el cálculo de la gravedad media $\bar{g}$ a lo largo de la línea de la plomada, los valores reales de gravedad se requieren entre el geoide y la superficie terrestre. Ya que una medición directa de la gravedad dentro de la Tierra no es posible, se debe formar una hipótesis con respecto a la distribución de masas (Ley de densidad), calculando entonces $\bar{g}$ sobre esta base. Por lo tanto, H^{ort} no se puede determinar sin una hipótesis.

Debido a que las superficies de nivel no son paralelas los puntos de igual altura ortométrica no están en la misma superficie de nivel.

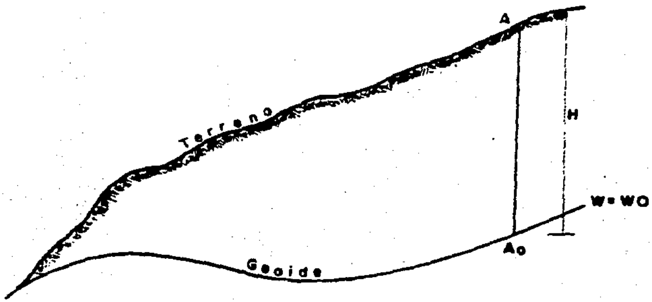


FIGURA 26 ALTURA ORTOMETRICA

Para transformar las diferencias de nivel observados (dL) en diferencias de altura ortométrica, se debe de aplicar la corrección ortométrica, la cual es:

$$\Delta H^{ort}_{AB} = H^{ort}_{B} - H^{ort}_{A} = \frac{H^{din}_{B}\, g}{\bar{g}_{B}} - \frac{H^{din}_{A}\, g}{\bar{g}_{A}} = H^{din}_{B} + H^{din}_{B}\left(\frac{g}{\bar{g}_{B}} - 1\right) - H^{din}_{A} - H^{din}_{A}\left(\frac{g}{\bar{g}_{A}} - 1\right)$$

Entonces:

La corrección ortométrica:

$$\Delta H^{ort}_{AB} = \Delta H^{din}_{AB} + H^{din}_{B}\left(\frac{g - \bar{g}_{B}}{\bar{g}_{B}}\right) - H^{din}_{A}\left(\frac{g - \bar{g}_{A}}{\bar{g}_{A}}\right)$$

Donde: $\bar{g}$ - gravedad promedio (sobre la línea de plomada)

V.4. Alturas Normales:

Las alturas normales refieren los puntos a otra superficie conocida como "Cuasigeoide" [V], estas alturas pueden considerarse como una aproximación a las alturas ortométricas, es decir que las alturas normales están basadas en el campo de gravedad normal [II. 5], la fórmula para calcular las alturas normales es:

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}}$$

Donde:

H^N = Altura normal

C - Número geopotencial.

$\bar{\gamma}$ - Gravedad normal promedio a lo largo de la línea de plomada.

$$\bar{\gamma} = \gamma \left[1 - (1 + f + m - 2f \, \mathrm{Sen}^2 \varphi) \frac{H}{a} + \frac{H^2}{a^2} \right]$$

$$y \; f = \frac{a - b}{a} = \text{aplanamiento}$$

$$m = \frac{\omega^2 a}{\gamma_e} = \frac{\text{fuerza centrífuga en el ecuador.}}{\text{gravedad normal en el ecuador.}}$$

Por lo que la corrección normal será igual a la corrección ortométrica [V. 3] con la exepción de que en lugar de $\bar{g}$ se escribirá $\bar{\gamma}$.

VI ONDULACIONES DEL GEOIDE Y DEFLEXIONES DE LA VERTICAL.

VI.1 Ondulaciones del Geoide:

El Geoide es la superficie fundamental de la Geodesia Física. - Gauss propuso al Geoide como la superficie que mejor coincide con el nivel medio de los mares, sí estos pudierán extenderse por debajo de los continentes, es decir, sería la superficie equipotencial (II. 3), correspondientes al nivel de los mares en reposo sí no existierán entre ellos diferencias de temperatura, salinidad y en ausencia de mareas terrestres se prolongarián los mares por debajo de los continentes.

Aunque al geoide puede ser definido matemáticamente, éste es muy complejo, por lo que se adopta un elipsoide de revolución para simplificar los cálculos.

La distancia vertical, positiva ó negativa que separa al elipsoide del geoide se le conoce con el nombre de "Ondulaciones del Geoide, Separaciones del Geoide ó Altura Geoidal".

El valor de las alturas del Geoide muestra el grado ó medida en que el elipsoíde coincide con él, y esto ayuda por lo tanto a determinar el elipsoide que mejor se adapta a la forma de la Tierra.

Cuando el elipsoíde se encuentra por encima del geoide se considerá la ondulación ó altura geoidal negativa, y positiva en caso contrar

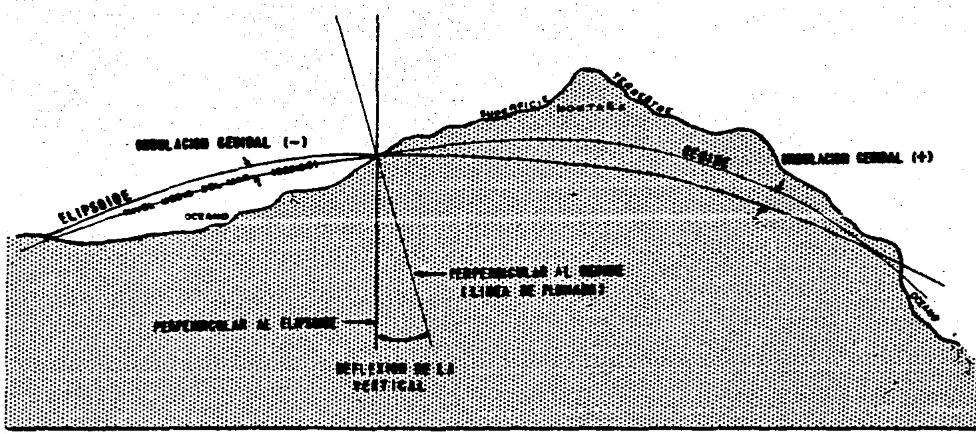


FIGURA 27 ONDULACIONES GEOIDALES

Las ondulaciones geoidales son de vital importancia para la reducción de las distancias de la superficie topográfica a la superficie del elipsoide, evitando con esto un error de escala en las redes geodésicas.

Existen diferentes métodos para determinar el geoide, de entre los cuales tenemos:

VI. 1. 1. Método de Helmert:

La forma del geoide se puede determinar en función de las --

deflexiones de la vertical (VI.2), a este método se le conoce también como método astrogeodésico.

De la FIGURA 28 se puede establecer la ecuación básica que relaciona las diferencias de alturas geoidales con las Deflexiones de la Vertical, con respecto a un plano acimutal cualquiera.

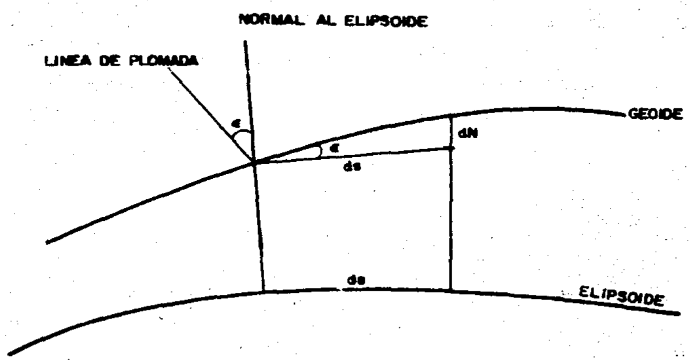


FIGURA 28. METODO DE HELMERT.

Siendo la fórmula:

$$dN = -\epsilon \, ds$$

Donde: dN - diferencias de altura geoidal.

ϵ - Deflexiones de la Vertical.

ds - diferencia de distancia entre puntos.

Integrando:

$$\int_A^B dN = - \int_A^B \epsilon \quad ds$$

$$N \Big|_A^B = - \int_A^B \epsilon \; ds$$

$$N_B = N_A - \int_A^B \epsilon \quad ds \; \ldots \; (1)$$

Donde: $\epsilon = (\xi \; \text{Cos} \; \alpha + \eta \; \text{Sen} \; \alpha)$

ξ - Componente de la Deflexión de la Vertical en el Meridiano.

η - Componente de la Deflexión de la Vertical en el Primer Vertical.

α - Acimut.

La ecuación (1) expresa las alturas geoidales como la integral - de las deflexiones de la vertical a la largo de un perfil.

Ya que "N" es una función de posición, esta integral es independiente de la trayectoria que se siga para relacionar las estaciones A y B.

La integral puede ser evaluada por integración gráfica ó numérica; pero sí consideramos que A y B son dos estaciones astrogeodésicas - cercanas, el Geoide se puede aproximar como un arco de circunferencia, - quedando la ecuación (1) como:

$$N_B = N_A - \frac{\epsilon_A + \epsilon_B}{2} \, ds \quad \ldots (2)$$

En áreas con diferencias de nivel moderadas la ecuación (2) se puede aplicar en distancias de hasta 25 km , obteniendose resultados - satisfactorios; pero en regiones montañosas el espaciamiento debe ser menor de 10 km.

VI. 1. 2. Método de Stokes:

Un método por medio del cual se puede determinar la Ondulación del Geoide fué desarrollado hacia 1849 por el científico británico Sir George Gabriel Stokes (1819-1903).

La función de Stokes proporciona las separaciones del Geoide de la superficie elipsoidal teórica, basandose en las anomalías de la gravedad - [III. 4. 4] observadas. Es muy significativo el hecho de que el elipsoide utilizado en la teoría de Stokes tiene su eje menor coincidiendo con el eje de - rotación de la Tierra y que el centro del elipsoide coincide con el centro de masa de la Tierra.

La fórmula de Stokes nos da las ondulaciones del Geoide sobre la superficie elipsoidal de referencia considerada, y es quizás, la fórmula más importante en la Geodesia Física, y se representa como:

$$N = \frac{R}{4 \pi \bar{g}} \iint_{\sigma} \Delta g \; S(\psi) \, d\sigma$$

Donde:

N - Altura Geoidal

$\bar{g}$ - Gravedad promedio.

Δg - Anomalía de gravedad.

$s(\psi)$ - Función de Stokes.

$d\sigma$ - diferencial de ángulo sólido (elemento de superficie).

R - Radio medio.

Siendo la función de Stokes igual a:

$$S(\psi) = \frac{1}{\mathrm{Sen}(\psi/2)} - 6\,\mathrm{Sen}\,\frac{\psi}{2} + 1 - 5\,\mathrm{Cos}\,\psi - 3\,\mathrm{Cos}\,\psi\,\ln\left(\mathrm{Sen}\,\frac{\psi}{2} + \mathrm{Sen}^2\,\frac{\psi}{2}\right)$$

Donde: ψ - Distancia esférica de un punto cualquiera a cada una de las anomalías.

VI.1.3. Método del Geopotencial:

El método para determinar alturas geoidales basado en los coeficientes armónicos del geopotencial, fué desarrollado originalmente en el centro de vuelos espaciales Goddar de la NASA en los Estados Unidos, en la actualidad existen gran variedad de autores.

Este tipo de solución tiene la ventaja de ser una solución global de posición, lo que significa que se puede determinar la altura geoidal en cualquier lugar de la superficie de la Tierra en función de sus coordenadas.

Para el establecimiento del valor numérico de los coeficientes armónicos esféricos se utilizan datos terrestres (gravimetría) y satelitares (conteo Doppler, interferometría, radio eléctrico), lográndose con esta combinación de datos un complemento de unos con otros.

Como se mencionó en [II. 5] el potencial se pude dividir en uno normal y otro perturbador. Este último es de gran importancia en la Geodesia Física, ya que en base a él se puede determinar las ondulaciones del geoide ó cualquier otra cantidad relacionada con el geopotencial.

Dividiendo el potencial perturbador entre la gravedad normal se llega a lo que se conoce como "Teorema de Bruns" por medio del cual se pueden determinar las Ondulaciones del Geoide como una función global de posición, siendo la ecuación:

$$N(\theta, \lambda) = \frac{T(\theta, \lambda)}{\gamma}$$

Donde: N - Ondulación del geoide.

T - Potencial Perturbante.

γ - Gravedad teórica.

θ - Colatitud.

λ - Longitud

VI. 2. Deflexiones de la Vertical:

Al nivelar un instrumento, lo hacemos con respecto al véctor local de gravedad y no a la normal elipsoidal, lo cual causa efectos indeseables al reducir la información a algún sistema geodésico. Para tratar de suprimir estos efectos, debemos encontrar la diferencia entre el véctor local de gravedad y la normal al elipsoide.

Como el elipsoide es una superficie regular, y el Geoide una superficie irregular, es claro que las dos superficies no coinciden. Las dos superficies pueden intersectarse, en cuyo caso se formará un ángulo.

El ángulo entre las dos superficies, es también el ángulo entre las dos perpendiculares al Elipsoide y al Geoide. Este ángulo es conocido como la "Deflexión de la Vertical".

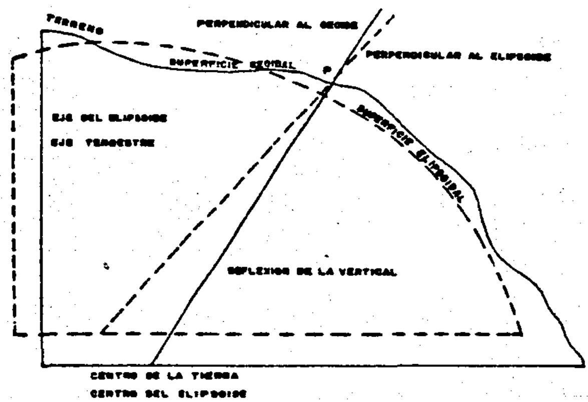


FIGURA 29. DEFLEXION DE LA VERTICAL

VI.2.1 Método Astrogeodésico:

El método astrogeodésico para la determinación de las Componentes de la Deflexión de la Vertical combina información proveniente de dos fuentes, la primera de las determinaciones astronómicas de latitud y longitud las cuales por su clase están referidas al Geoide, y la segunda de los cálculos de posiciones geodésicas que como es sabido se realizan sobre el elipsoide de referencia. Así pues, al tenerse dos superficies equipotenciales, las cuales no son coincidentes se tendrá una normal en cada una de las superficies lo que nos generará una pequeña diferencia angular entre las dos verticales.

Para propósitos prácticos, la Deflexión de la Vertical se divide en dos componentes, una parte es la proyección con respecto al Meridiano y la otra se toma con respecto al Primer Vertical.

Cabe hacer mención que la magnitud que puede alcanzar este pequeño ángulo es relativa a la orientación que se le dé al elipsoide de referencia que en particular se este utilizando, por lo que para poder establecer comparaciones entre las deflexiones de la vertical de diferentes estaciones, estos deben cumplir principalmente dos puntos que són:

Que el elipsoide de referencia utilizado sea el mismo.

Los puntos pertenezcan a la misma cadena de triangulación ó sistema de referencia.

Las deflexiones de la vertical y sus componentes pueden definirse y derivarse utilizando las relaciones de la Trigonometría Esferica, -siendo estas:

$$\xi = \Phi - \varphi$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \operatorname{sen} \varphi$$

Donde: ξ - Componente en el meridiano

η - Componente en el primer vertical

Φ - Latitud astronómica

φ - Latitud geodésica

Λ - Longitud astronómica

λ - Longitud geodésica

VI.2.2. Método de Vening-Meinesz:

En el año de 1928 el Sr. Vening-Meinesz presentó unos modelos matemáticos para establecer las componentes de la Deflexión de la Vertical en base a las anómalias de gravedad, siendo estas:

$$\xi^G = \frac{1}{4\pi G} \iint_{\sigma} \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi} \operatorname{Cos} \alpha \, d\sigma$$

$$\eta^G = \frac{1}{4\pi G} \iint_{\sigma} \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi} \operatorname{Sen} \alpha \, d\sigma$$

Donde: ξ^G - Componente gravimétrica en el Meridiano.

η^G - Componente gravimétrica en el Primer Vertical.

G - 981 gal

$\frac{ds(\psi)}{d}$ - Función de Vening-Meinesz, siendo esta.

$$= -\frac{\text{Cos}(\psi/2)}{2\ \text{Sen}(\psi/2)} + 8\ \text{Sen}\ \psi - 6\ \text{Cos}(\psi/2)$$

$$- 3\frac{1 - \text{Sen}(\psi/2)}{\text{Sen}\ \psi}$$

ψ - Distancia esférica.

α - Acimut del punto de cálculo de dato puntual.

Para la evaluación numérica de estas fórmulas se requiere sustituir las integrales por sumatorias.

Este método permite la determinación de las componentes de la Deflexión de la Vertical como se mencionó en base a las anomálias de gravedad [IV.1.4]. En este caso la función de Vening-Meinesz al igual que la - función de Stokes, tienen la característica de ser función de peso con relación a la distancia donde se encuentre la anomalía de gravedad específica.

Aunque en principio se debe de evaluar esta fórmula sobre toda la Tierra, en la práctica sólo se realiza sobre una área limitada.

VI.2.3. Método del Geopotencial:

El potencial perturbador se relaciona con las deflexiones de la vertical por medio de las siguientes fórmulas:

$$\xi \doteq -\frac{1}{M\gamma} \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi}$$

$$\eta \doteq - \frac{1}{N \cos \varphi \, \gamma} \quad \frac{\partial T}{\partial \lambda}$$

Donde: ξ - Componente de la Deflexión de la Vertical en el Meridiano.

η - Componente de la Deflexión de la Vertical en el Primer Vertical.

M - Radio en el Meridiano

N - Radio en el Primer Vertical.

γ - Gravedad normal

φ - Latitud

λ - Longitud

T - Potencial perturbador

Al igual que en el caso de las Ondulaciones del Geoide [VI.1] estos módelos matemáticos son globales, lo que índica que se puede determinar ó evaluar la función, en cualquier punto de coordenadas conocidas ...

VII. CONCLUSIONES.

A manera de conclusión quiero resaltar que el presente trabajo constituye una recopilación de información relativa a la Geodesia Física procedente de diferentes fuentes, en la que se ha evitado incluir desarrollos matemáticos complejos, siendo la finalidad principal el de proporcionar a la materia un apoyo bibliográfico, y que en ningún momento se le debe considerar como único para el desarrollo del curso, ya que continuamente se publican trabajos relativos a la materia en los que se reportan los avances mas recientes en el ámbito de esta disciplina.

Me gustaria recalcar el hecho de que la Geodesia Física, como parte integrante de la Geodesia, es una materia importante dentro del desarrollo curricular de la carrera de Ingeniero Topógrafo y Geodesta que se imparte en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, ya que en virtud de que los efectos que produce el campo de gravedad terrestre sobre las observaciones que se realizan siempre están presentes; por lo que el futuro profesional debe conocer estos efectos y la manera de cuantificarlos a través de modelos matemáticos, para que en lo posible puedan ser eliminados, y así evitar los errores sistemáticos que produce el campo gravitatorio sobre las observaciones.

B I B L I O G R A F I A

" An Introduction to the theory of Newtonian Attraction"
Rainsey, Arthur Stanley
Cambridge University.

" Bases Gravimétricas de la República Mexicana"
Hernández Navarro, Antonio
II Congreso Panamericano, VII Nacional Fotogrametría, Fotointerpretación y Geodesia, Tomo I.
México, 1982.

" Curso Elemental de Geodesia"
Ramón del Moral, Tomas
Imprenta de Vicente García Torres
1852.

" Física de la Tierra"
Udias Vallina, Agustín
Ed. Alhambra
Madrid, 1981.

" Geodesia"
Torge, Wolfang
Ed. Diana, Primera Edición
México, 1983.

" Geodesia Física Aplicada:
Vanicek, Petr
Tomo I, Detenal
México, 1979.

" Geodesia Física Aplicada"
Vanicek, Petr
Tomo II,Detenal
México, 1977.

" Geodesy the Concepts"
Vanicek, P. y Krakiwsky, E.

El Sevier Science Publisher, Second Edition
Holanda, 1986.

" International Dictionary of Geophysica"
Rancom, K
General Editor
1968.

" Introducción a la Geofísica"
Howell, B. F.
Ediciones Omega S. A.
Barcelona, 1962.

" La Geodesia a través de la Historia"
Sanchez, Pedro
IPGH.
México, 1945.

" Las Observaciones Gravimétricas"
Lugiada Ors, Vicente
Instituto Geográfico
Madrid, 1923.

" Manual Técnico de Gravimetría. Segunda Parte (Gabinete)
D. G. G.
S. P. P.
México, 1984.

" Normas, Especificaciones y Metodología para Gravimetría. Primera Parte (Campo)".
D. G. G.
S. P. P.
México, 1982.

" Ordinary Differential Equations"
Tenenbaum y Pollard
Harper and Row.

" Physical Geodesy"
Heis Kannen, W. A. y Moritz, H.
W.H. Freeman and Company
San Francisco, 1967.

" The Earth and its Gravity Field"
Heis Kannen, W. A. y Vening Meinisz, F. A.
Mc Graw - Hill
1958.

" The Physi cal Constitution of the Earth"
Coulomb, J y Jobert, G
Oli ver and Boyd
Londres 1963.

" Un Levantamiento Gravimétrico para Aplicaciones Geodésicas".
Reyes Ibarra, Mario Alberto
Tesis Profesional
México, 1979.