

Leaf 2

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO



FACULTAD DE INGENIERIA

**POSICIONAMIENTO GEOGRAFICO
POR MEDIO DEL ASTROLABIO DE
PRISMA**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO TOPOGRAFO GEODESTA

P R E S E N T A :

GARCIA NICOLAS JAIME DELFINO



MEXICO, D. F.

1987.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

| Cap. | | Página |
|-------|--|--------|
| I. | INTRODUCCION..... | 1 |
| II. | DATOS HISTORICOS..... | 4 |
| III. | CONCEPTOS BASICOS DE ASTRONOMIA DE POSICION..... | 11 |
| III.1 | La Tierra..... | 11 |
| III.2 | La Esfera Celeste y sus Elementos..... | 14 |
| III.3 | Coordenadas de los Astros..... | 17 |
| III.4 | El Triángulo Astronómico..... | 21 |
| III.5 | Transformación de Coordenadas..... | 23 |
| III.6 | Tiempo..... | 26 |
| IV. | EL ASTROLABIO DE PRISMA..... | 31 |
| IV.1 | Los Primeros Astrolabios de Prisma..... | 32 |
| IV.2 | El Astrolabio Carl Zeiss..... | 36 |
| IV.3 | Revisión, Prueba y Ajuste del Equialtímetro Auto mático Carl Zeiss Ni-2..... | 41 |
| IV.4 | Revisión, Prueba y Ajuste del Astrolabio Carl -- Zeiss..... | 45 |
| V. | CONCEPTOS DE LA DETERMINACION DEL POSICIONAMIENTO GEOGRAFICO POR MEDIO DEL ASTROLABIO DE PRISMA.... | 48 |
| V.1 | Generalidades..... | 49 |

| | | |
|------|---|----|
| V.2 | Preparación de la Lista de Estrellas con el Selector Carl Zeiss..... | 56 |
| V.3 | Preparación de la Lista de Estrellas utilizando una Gráfica..... | 63 |
| V.4 | Orientación del Círculo Horizontal del Astrolabio | 68 |
| V.5 | Ejecución de las Observaciones..... | 75 |
| V.6 | Evaluación de la Posición Geográfica por Medio de las Líneas de Posición, por el Método Gráfico y por el Método de Mínimos Cuadrados..... | 78 |
| VI. | EJEMPLO NUMERICO..... | 84 |
| VI.1 | Lista de Estrellas para su Observación a una Altura de 60°, con datos Extraídos Gráficamente del Selector Carl Zeiss..... | 86 |
| VI.2 | Datos de Estrellas Extraídos del Catálogo "Apparent Places of Fundamental Stars"..... | 87 |
| VI.3 | Lista de Estrellas para su Observación a una Altura de 60° con Datos Obtenidos Analíticamente..... | 87 |
| VI.4 | Registro de las Observaciones..... | 88 |
| VI.5 | Promedios de los Tiempos de Observación..... | 89 |
| VI.6 | Obtención de los Tiempos Sidereos Locales..... | 90 |
| VI.7 | Cálculo de los Tiempos Sidereos Locales Corregidos..... | 91 |
| VI.8 | Cálculo de la Latitud y la Longitud mediante las Líneas de Posición, por el Método Gráfico..... | 92 |
| VI.9 | Cálculo de la Latitud y la Longitud mediante las Líneas de Posición, por el Método de "Mínimos Cuadrados"..... | 94 |

| | | |
|-------|--|-----|
| VI.10 | Evaluación del Posicionamiento Geográfico por Métodos Analíticos..... | 95 |
| VII. | CONCLUSIONES..... | 102 |
| | BIBLIOGRAFIA..... | 108 |

CAPITULO I

I N T R O D U C C I O N

La astronomía de posición, tiene entre sus principales tareas la determinación de la latitud y de la longitud de puntos sobre la superficie de la Tierra. Estos tipos de trabajos tienen una aplicación muy amplia e importante, pues se aplican por ejemplo en mediciones que tienen como finalidad estudiar al geoide, para así determinar la forma y dimensiones de la Tierra; para ubicar puntos de gran importancia como son los centros de población, los límites políticos entre estados y países; así como en las triangulaciones geodésicas y topográficas para dar valores coordenados al punto de partida; además para conocer la posición de los barcos y de los aviones durante sus recorridos.

En cuanto a la precisión en la determinación de la latitud y de la longitud mediante la aplicación de la astronomía de posición, el Ing. Manuel Medina Peralta (en su libro "Elementos -

de Astronomía de Posición"), da la siguiente clasificación:

- a) Determinaciones de exploración o de tercer orden, cuyo error probable del promedio (Epp) debe ser de $\pm 1'$.
- b) Determinaciones semiprecisas o de segundo orden, para los cuales el Epp debe estar entre $\pm 1''$.
- c) Determinaciones precisas o de primer orden, en donde se requiere que el Epp esté entre $\pm 0''1$.

En la consecución de las precisiones mencionadas es recomendable tomar en cuenta principalmente: el tipo de instrumento, el método astronómico a ser aplicado y el astro o los astros a ser observados.

Actualmente existen muchos métodos astronómicos que nos proporcionan la posición geográfica de puntos sobre la Tierra. Existe también una gran variedad de instrumentos que pueden ser utilizados para este fin, como por ejemplo: el sextante, el tránsito, los teodolitos modernos, el altazimut y los posicionadores - inerciales.

El contenido de este trabajo ha sido elaborado para hablar acerca de un instrumento astronómico diferente a los instrumentos antes mencionados, denominado ASTROLABIO DE PRISMA, así como de su aplicación para la obtención simultánea de las coordenadas geo

gráficas, latitud y longitud con una precisión de hasta $\pm 1''$.

Este trabajo consta de: una serie de datos históricos de los astrolabios antiguos y modernos; un repaso breve de los conceptos básicos de la astronomía de posición; la descripción del astrolabio de prisma Carl Zeiss; la teoría en la cual se basa el posicionamiento geográfico, mediante el uso del astrolabio de prisma; y un ejemplo numérico para aclarar conceptos.

CAPITULO II

DATOS HISTORICOS

Desde la antigüedad, el hombre ha hecho uso de los astros, los ha observado y los ha ubicado en el espacio para poder resolver sus necesidades de orientación y ubicación, conocimientos que le eran indispensables cuando hacía recorridos sobre latitudes muy diversas; éstos problemas como en la actualidad, consistían en determinar la dirección de la meridiana, determinar el tiempo y la posición geográfica de puntos sobre la Tierra.

Estos tipos de determinaciones implicaban el conocimiento de la forma y dimensiones de la Tierra y el reconocimiento de los astros. Estos conceptos, aunque no muy exactos, ya se conocían y manejaban desde varios siglos antes de nuestra era, por los Griegos y Egipcios principalmente.

Respecto a la forma y dimensiones de la Tierra, cuenta la historia que Eratóstenes de Cirene en el Siglo III a.C. y Posidonio en el Siglo II a.C. se propusieron llevar a cabo la tarea de calcular las dimensiones de la Tierra, cada uno por procedimientos diferentes. Eratóstenes obtuvo para la medida de un meridiano 250,000 estadios. Posidonio obtuvo 240,000 estadios.

Desde el Siglo IV a.C. aproximadamente, hasta el Siglo XV d.C. surgieron diversos tipos de instrumentos astronómicos, tales como "El Cuadrante", "El Nocturnal", "El Astrolabio", "La Esfera Armilar" y otros. De entre todos ellos el astrolabio es sin duda el más interesante y complejo, pues para su comprensión, elaboración y manejo se requieren conocimientos muy profundos de astronomía y cartografía, principalmente.

La existencia del astrolabio data del Siglo IV antes de nuestra era y su creación se le atribuye a Euxodio, un gran filósofo y científico griego de aquella época.

La palabra "astrolabio" se compone de dos vocablos griegos: "astron", que significa astro y "lambanein" que quiere decir coger o encontrar, por lo tanto la palabra completa se puede interpretar como "el que encuentra las estrellas".

Astrolabio es el nombre con que se conocen ciertos tipos de instrumentos astronómicos antiguos que contienen todos los ele--

mentos necesarios para resolver gráficamente algunos problemas de la astronomía de posición, mediante observaciones a los astros. Por lo general están elaborados de latón, bronce o algunas veces de otro metal, como la plata por ejemplo.

Un acontecimiento importante está registrado en la historia en el Siglo IX d.C., cuando la trascendental obra de Claudio Ptolomeo (que vivió en el Siglo II de nuestra era), es traducida por los Arabes. De esta obra destacan los trece libros del "Almagesto", y los ocho libros de la "Geographia", ya que en ellos está re co p i l a d o todo el saber de entonces en cuanto a astronomía, la ge o g r a f i a y la cartografía. En el libro quinto del "Almagesto" está incluida una descripción del astrolabio, su construcción y ap l i c a c i o n, por lo que fué adoptado por los Arabes como su instrumento astronómico favorito, en aquella época.

Este instrumento continuó perfeccionándose en el Islam y fue introducido en el Siglo XIII a la España musulmana y es a través de este conducto que el astrolabio llega a conocerse en Europa.

Actualmente se tienen clasificados a los astrolabios antiguos en 4 grupos, que son los siguientes:

1.- El Astrolabio Lineal.

De entre los 4 se dice que es el más raro y poco se sabe de éste, excepto que llegó a ser tan complicado que pronto dejó de fabricarse.

2.- El Astrolabio Planisférico.

Inventado por Hiparco en el Siglo II a.C. Por su forma aplanada y por ser el resultado de una proyección estereográfica del firmamento, todas sus partes sirven para obtener la solución gráfica de los diversos problemas de la Astronomía de posición. Son precisamente de este tipo de instrumentos los que conforman la gran mayoría de los que han subsistido en el mundo (Figuras 1 y 2).

3.- El Astrolabio Esférico.

Básicamente consiste en una esfera cuyo funcionamiento es muy similar al astrolabio planisférico.

4.- El Astrolabio Marino.

Fue fabricado principalmente para suministrar tan sólo la altura de los astros. De los 4 instrumentos es el más reciente, ya que es una invención Portuguesa de finales del Siglo XV.

Por varios siglos el astrolabio fue considerado como el -- principal instrumento astronómico hasta que a mediados del Siglo XVIII cayó en desuso, debido a la invención y el desarrollo de -- diversos instrumentos óptico-mecánicos, como el sextante, cuya construcción y manejo son más simples que aquél y además permiten la solución analítica de los problemas astronómicos, tanto en -- tierra firme como en altamar.

A principios del Siglo XX, Claude y Driencourt, el primero Director del Observatorio de París y el Segundo Ingeniero Geógrafo francés, inventan un instrumento astronómico denominado ASTROLABIO DE PRIMSA (Figura No. 6), con la finalidad de aplicarlo en la determinación simultánea de la latitud y de la longitud geográficas, mediante la observación de estrellas a una altura constante y que puede ser de 60° o de 45° .

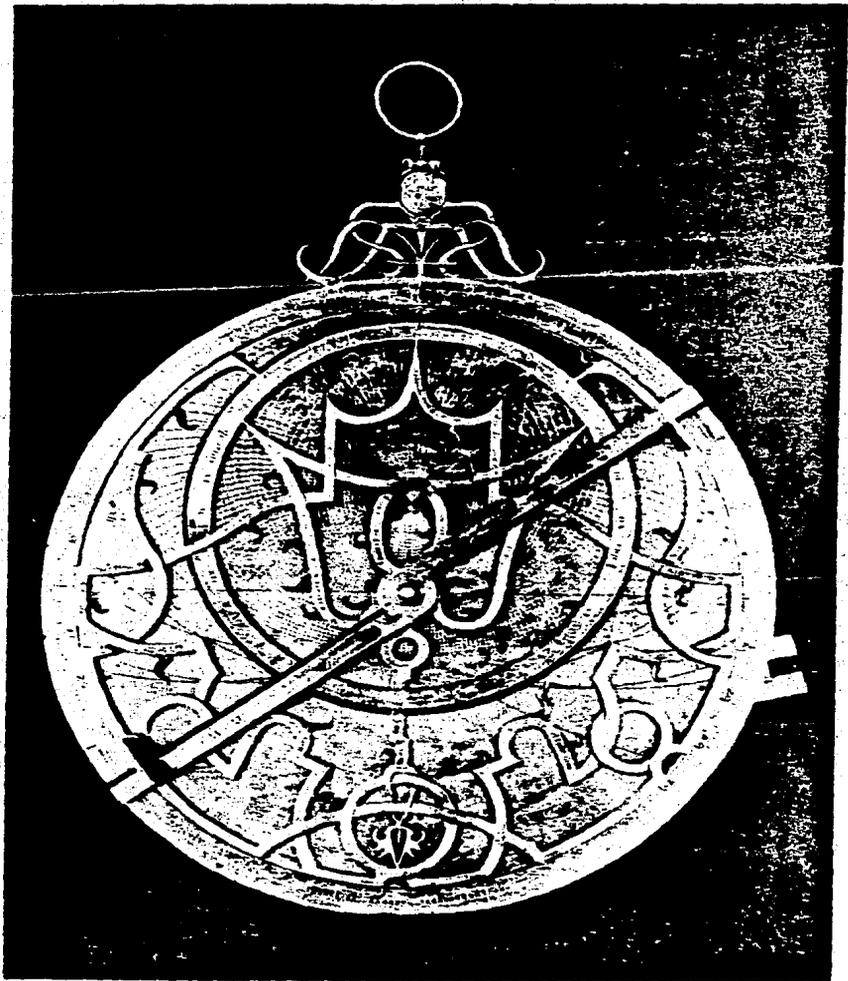


figura no. 7

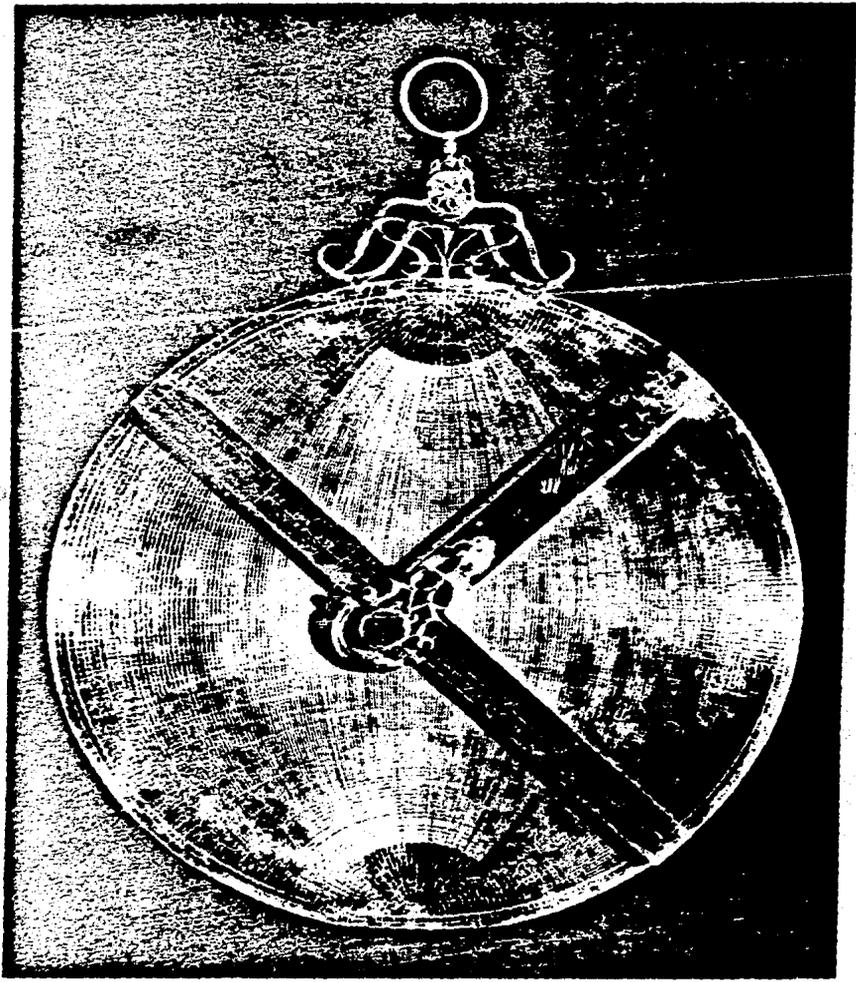


FIGURE 1

CAPITULO III

CONCEPTOS BASICOS DE ASTRONOMIA DE POSICION

Astronomía es una palabra que está compuesta por dos vocablos griegos que significan "astro" y "ley"; es la ciencia que estudia los astros y se divide en dos ramas: la Astronomía Física que estudia los movimientos y la constitución de los astros; y la Astronomía de Posición, que trata de las posiciones aparentes con que los observamos. Es precisamente esta segunda rama - la que nos ocupa en este trabajo.

III.1 LA TIERRA.

La Tierra es un planeta cuya verdadera forma es bastante irregular y asimétrica, por lo que por simplicidad se considera que está formada por la superficie del mar en equilibrio, extendida incluso por debajo de los continentes y se le denomina -

"Geoide". La figura geométrica regular que más se aproxima al geoide, según las medidas efectuadas por Hayford, Bessel, Clarke, Helmert y otros científicos, es un elipsoide de revolución cuyo aplanamiento aproximado es de $1/300$; lo que significa que la forma de la Tierra es casi esférica. Para formarse una idea de lo que es este aplanamiento basta trazar una elipse cuyo eje mayor tenga 300mm y el menor 299mm.

Coordenadas Geográficas.

Desde el punto de vista de la astronomía de posición la Tierra se considera como una esfera, por lo que para poder determinar la ubicación de un punto sobre su superficie nos valemos de las coordenadas esféricas. Existen varias formas de manejar estas coordenadas, pero de entre ellas, la que se emplea por su conveniencia y simplicidad, es la que utiliza dos medidas angulares cuyo origen son dos planos perpendiculares entre sí, llamados El Ecuador y el meridiano de Greenwich. Las medidas angulares medidas a partir de dichos planos se denominan latitud (ϕ) y longitud (λ) respectivamente.

Latitud. - La latitud de un punto sobre la superficie de la Tierra, es el ángulo que forma la vertical del lugar con el plano del Ecuador. Se cuenta de 0 a 90° del Ecuador hacia los Polos.

La latitud del punto A es el ángulo $A'OA$, medido sobre el meridiano que pasa por el Punto A y es igual al Arco $A'A$, (fig. 3).

Longitud.- La longitud de un punto sobre la superficie de la Tierra, es el ángulo diedro que forman el meridiano que pasa por el lugar y el meridiano que se toma como origen. Por convención mundial el origen de las longitudes es el meridiano que pasa por el Observatorio de Greenwich, en Inglaterra.

La longitud geográfica se puede medir de dos maneras diferentes:

La primera de 0 a 360° , en sentido retrógrado.

La segunda de 0 a 180° , hacia el Este o hacia el Oeste del meridiano de Greenwich.

En la Figura 3, la longitud del punto A, es el ángulo diedro $E'OA'$ y es igual al arco $E'A'$ medido sobre el ecuador.

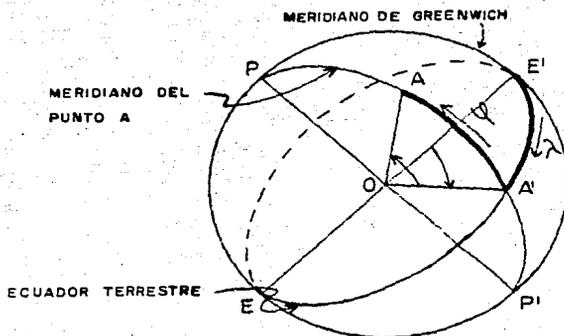


figura no. 3

III.2 LA ESFERA CELESTE Y SUS ELEMENTOS.

En cualquier lugar sobre la superficie de la Tierra en el que se encuentre un observador, éste siempre parece estar rodeado por una superficie hemisférica, donde los astros parecen estar proyectados. Con este hemisferio considerado y el hemisferio correspondiente al antípoda del observador, se completa una esfera aparente llamada "Esfera Celeste", en cuyo centro se supo

ne está la Tierra o el propio observador.

En la figura No. 4 (O) es el lugar en el que se encuentra el observador, si trazamos una línea vertical (vertical de lugar) por dicho punto y la prolongamos hasta tocar a la esfera celeste quedarán determinados los puntos llamados cenit (Z) sobre la cabeza del observador y nadir (Z') en el extremo opuesto; todo círculo vertical máximo que contenga a la vertical de lugar como por ejemplo el Z, Q, Q', Z', se denomina círculo vertical; los círculos horizontales perpendiculares a la vertical de lugar, si son círculos menores se llaman almiceraradas, y si el círculo es el máximo, entonces se tratará del horizonte.

Si prolongamos el eje de rotación de la Tierra hasta la esfera celeste, se tiene definido el Polo Norte Celeste (P) y el Polo Sur Celeste (P'), cada uno en su respectivo hemisferio; los círculos máximos que contienen a ambos polos, como por ejemplo - el definido por P, Q, Q', P', se denominan círculos horarios; el círculo máximo perpendicular al eje del mundo se denomina Ecuador; los círculos menores perpendiculares al eje del mundo se denominan círculos de declinación.

Se le llama Meridiano del Lugar, al círculo máximo que contiene simultáneamente a la vertical del lugar y al eje del mundo y por lo tanto pasa por los puntos P, Z, P' y Z'; a la intersección del plano del meridiano y el plano del horizonte se le llama Meridiana y define los puntos cardinales Norte y Sur; el círculo

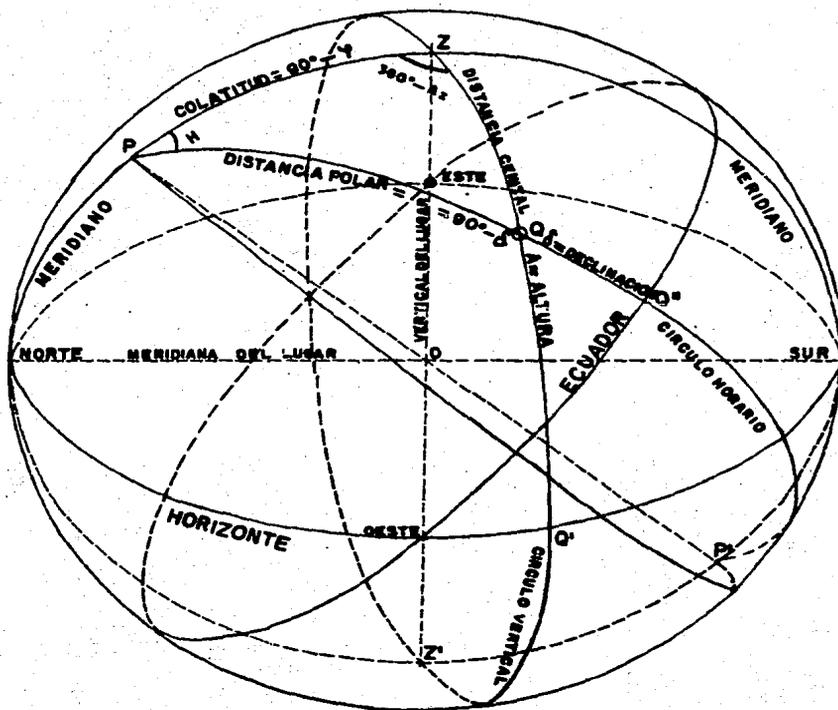


figura no. 4

vertical perpendicular al plano del meridiano se denomina primer vertical y su intersección con el horizonte define los puntos Este y Oeste.

Al círculo máximo definido por la trayectoria aparente del Sol alrededor de la Tierra se le llama Eclíptica y tiene una inclinación de $23^{\circ}27'$ con respecto al plano del ecuador (Figura No. 5); el equinoccio de Primavera o punto gamma (γ) es el punto de la esfera celeste en el cual el centro del Sol toca al plano del Ecuador, cuando esté en su trayectoria aparente, pasa del hemisferio sur al hemisferio norte.

III.3 COORDENADAS DE LOS ASTROS.

Ya vimos que para localizar un punto en la superficie de una esfera, hacemos uso de dos medidas angulares perpendiculares entre sí, pues bien, en la Astronomía de Posición se hace exactamente lo mismo para determinar la posición de los astros y para ello existen principalmente 3 sistemas de coordenadas, los cuales se describen a continuación.

- Sistema Horizontal.

Este sistema tiene como círculo primario al horizonte y como círculos secundarios a los círculos verticales, sus coordenadas son La Altura y el Acimut.

En la figura No. 4 se puede ver que la altura del astro Q - es el ángulo definido por los puntos Q'OQ, o también se dice que es el arco de círculo vertical Q'Q, medido a partir del plano del horizonte hasta el astro en cuestión, de 0 a 90°. Se representa por la letra A.

La segunda coordenada es el arco de horizonte medido a partir del meridiano del observador hasta el círculo vertical que - pasa por el punto Q. Para usos topográficos se acostumbra contar el acimut a partir del Norte de 0° a 360° en sentido retrógrado, se representa por Az.

Primer Sistema Ecuatorial. - Este sistema tiene como círculo primario al ecuador y como círculos secundarios a los círculos - horarios, sus coordenadas son la Declinación y el Angulo Horario.

En la Figura No. 4 el ángulo definido por los puntos Q"OQ que es igual al arco de círculo horario Q"Q, se denomina la Declinación del astro Q. Se cuenta a partir del ecuador hasta el astro mismo de 0 a 90° y puede ser positiva o negativa, según la posición al Norte o Sur del Ecuador, del astro. Se representa por la letra griega (δ) "delta".

La segunda coordenada es el arco de ecuador medido a partir del meridiano del observador hasta el círculo horario que pasa por el punto Q, y se denomina Angulo Horario. Se cuenta de 0 a 360° ó de 0^h a 24^h, en sentido retrógrado. Se representa por la letra (H). En ocasiones también se cuenta de 0 a 180° hacia el Este o hacia el Oeste del meridiano del observador.

Segundo Sistema Ecuatorial. - En este sistema, el círculo primario y los círculos secundarios siguen siendo el ecuador y los círculos horarios respectivamente.

La primera coordenada es la declinación (δ) y la segunda -- coordenada es el arco de ecuador medido a partir del equinoccio de Primavera (γ), hasta el círculo horario que pasa por el astro se denomina Ascensión Recta y se mide de 0 a 360° ó de 0^h a 24^h en sentido directo. Se representa con la letra griega (α) "alfa" Ver la Figura No. 5.

La relación entre el primer sistema ecuatorial y el segundo sistema es el siguiente:

Como se verá más adelante, si llamamos Tiempo Sidéreo Local (TSL) al ángulo horario del punto "gamma", entonces en la figura No. 5 se puede ver que:

$$\boxed{\text{TSL} = \alpha + Hw} \dots\dots\dots (1)$$

$$\boxed{TSL = \alpha - He} \dots\dots\dots(2)$$

Es decir, que la hora sidérea de un lugar sobre la Tierra en un mismo instante físico es igual a la ascensión recta de un astro más-menos el ángulo horario de ese mismo astro, según esté al E o al W del meridiano.

(Hw significa que el ángulo horario está medido hacia el Oeste y He hacia el Este).

III.4 EL TRIANGULO ASTRONOMICO.

Es el triángulo esférico cuyos vértices son el Polo (P), el Zenit (Z) del observador y el Astro (Q) en cuestión (Ver Figura No. 4). Su importancia radica en que interviene en la mayor parte de los problemas que se presentan en la Astronomía de Posición. Su empleo consiste en calcular algunos de sus elementos, partiendo de otros que se miden con instrumentos o que se determinan por medio de los datos que traen los anuarios astronómicos.

Para poder calcular un elemento del triángulo astronómico se requiere que se conozcan por lo menos tres de sus otros elementos, sean estos arcos y/o ángulos. Sus elementos son los siguientes:

El arco ZQ se denomina "distancia cenital" del astro, y es el complemento de la altura. Si se representa con la letra Z, - se tiene que:

$$Z = 90^\circ - A$$

El arco PZ, se denomina "colatitud" y es el complemento de la latitud o sea es igual a $90^\circ - \phi$.

El arco PQ, se llama Codeclinación o distancia polar, y es el complemento de la declinación.

El ángulo diedro pZQ, es el ángulo formado por el meridiano del lugar y el círculo vertical que pasa por el astro, se denomina Acimut (Az) del astro Q.

El ángulo diedro QPZ, es el ángulo formado en el Polo por el meridiano del lugar y el círculo horario que pasa por el astro se llama Angulo Horario (H) del astro Q.

El ángulo diedro ZQP es el ángulo formado por el círculo vertical y el círculo horario que pasan por el astro, se denomina Angulo paraláctico (Q).

Aplicando al triángulo astronómico las fórmulas de la trigonometría esférica denominadas "Ley de los Cosenos" y la "Ley de -

los Senos", obtenemos respectivamente:

$$\text{Sen } A = \text{Sen } \phi \text{ Sen } \delta + \text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta \text{ Cos } H \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } \phi \text{ Sen } A + \text{Cos } \phi \text{ Cos } A \text{ Cos } Az \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{Sen } \phi = \text{Sen } \delta \text{ Sen } A + \text{Cos } \delta \text{ Cos } A \text{ Cos } Q \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\text{Cos } A}{\text{Sen } H} = \frac{\text{Cos } \delta}{\text{Sen } Az} = \frac{\text{Cos } \phi}{\text{Sen } Q} \quad \dots\dots\dots (6)$$

III.5 TRANSFORMACION DE COORDENADAS.

La necesidad de conocer los astros surge del hecho de que éstos se encuentran tabulados en los almanaques astronómicos con sus coordenadas ecuatoriales independientes δ , α , en tanto que nosotros utilizamos el sistema horizontal para visarlos en el firmamento. En consecuencia hay que hacer la transformación de coordenadas del sistema ecuatorial al horizontal para poder localizar la estrella en cuestión o transformar las coordenadas del sistema horizontal al ecuatorial para saber el nombre de la estrella que se visó.

Dichas transformaciones se pueden hacer gráficamente de varias maneras, utilizando nomogramas, o también analíticamente resolviendo las fórmulas del triángulo astronómico. como se indica a continuación:

Transformación del Sistema Horizontal Al Segundo Sistema Ecuatorial.

Teniendo como datos conocidos la hora sidérea local (TSL) la altura (A), el acimut (Az) y la latitud del lugar (ϕ), utilizamos las ecuaciones (3) y (4) para pasar al primer sistema ecuatorial:

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } \phi \text{ Sen } A + \text{Cos } \phi \text{ Cos } A \text{ Cos } Az$$

$$\text{Cos } H = \frac{\text{Sen } A - \text{Sen } \phi \text{ Sen } \delta}{\text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta}$$

Y para pasar de este primer sistema ecuatorial al segundo, lo que se tiene que hacer es obtener la ascensión recta, despejándola de la ecuación (1) ó (2) según el caso, en la cual concluimos la transformación.

$$\alpha = \text{TSL} - H_w$$

$$\alpha = \text{TSL} + H_e$$

Transformación del Segundo Sistema Ecuatorial al Sistema Horizontal.

Ahora tenemos como datos iniciales TSL, δ , α y ϕ , y para obtener a partir de éstos la altura (A) y el acimut (Az), procedemos como sigue:

Despejamos primeramente el ángulo horario (H) de la ecuación (1) ó (2):

$$H_w = TSL - \alpha$$

$$H_e = \alpha - TSL$$

A partir de este dato y la declinación, aplicamos las expresiones (3) y (4) para concluir dicha transformación:

$$\text{Sen } A = \text{Sen } \phi \text{ Sen } \delta + \text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta \text{ Cos } H$$

$$\text{Cos } Az = \frac{\text{Sen } \delta - \text{Sen } \phi \text{ Sen } A}{\text{Cos } \phi \text{ Cos } A}$$

III.6 TIEMPO.

La base que se utiliza para poder contar el tiempo es el periodo de rotación de la Tierra sobre su eje. Este movimiento no es estrictamente uniforme pero sus diferencias son tan pequeñas que se considera como invariable.

En general existen tres sistemas principales para medir el tiempo y son:

- 1.- El tiempo Sidéreo (TS).
- 2.- El Tiempo Solar Verdadero (TV).
- 3.- El tiempo Solar Medio (TM).

El punto cero u origen, para el sistema sidéreo es el equinoccio de Primavera, el cual se puede considerar como un astro ficticio; para el tiempo solar verdadero lo es el Sol verdadero y para el tiempo solar medio lo es un astro imaginario denominado "Sol medio".

El origen de la hora es el instante en que el punto cero del sistema respectivo pasa por el meridiano del lugar. Dos pasos consecutivos de este punto por el meridiano forman un intervalo de tiempo llamado DIA. De lo anterior, se deduce que en cierto momento, el tiempo es igual al ángulo horario del punto cero del sistema respectivo.

Para los trabajos astronómicos conviene utilizar el tiempo sidéreo, y su origen es el paso del punto "gamma" por la parte superior del meridiano. Para los usos de la población se utiliza el tiempo civil cuyo origen es el paso inferior del Sol medio -- por el meridiano, éste tiempo es el que marcan nuestros relojes.

La diferencia que existe entre el tiempo solar medio y el tiempo solar verdadero se denomina Ecuación del Tiempo (ET) y la utilizamos para convertir dichos tiempos de uno al otro, su relación está dada por:

$$\boxed{ET = TM - TV} \dots\dots\dots (7)$$

Relación entre el Tiempo Sidéreo y el Tiempo Solar Medio.

Un año trópico se define como el tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos del Sol por el equinoccio de Primavera, y su duración tanto en días sidéreos como en días solares es:

1 año trópico = 366.2422 días sidéreos.

1 año trópico = 365.2422 días solares.

A partir de estas expresiones podemos obtener la diferencia

que existe entre el día sideral y el día solar, así como evaluar esa misma diferencia en ambos tiempos:

En tiempo solar medio es: $3^m55^s.909$

En tiempo sidéreo es: $3^m56^s.555$

A partir de estos valores podemos obtener las expresiones para transformar intervalos de tiempo medio a tiempo sidéreo y viceversa. Si llamamos I_m al intervalo de tiempo medio y al intervalo de tiempo sidéreo como I_s , podemos hacer la siguiente -- proporción:

$$\frac{I_m}{I_s} = \frac{3^m55^s.909}{3^m56^s.555}$$

De donde obtenemos:

$$I_s = I_m + 0.0027379 I_m \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$I_m = I_s - 0.0027304 I_s \quad \dots\dots\dots (9)$$

Transformación de la Hora Legal a Hora Sidérea Local y Viceversa.

En la astronomía de posición, con frecuencia se necesita

obtener la hora sidérea local correspondiente a cierta hora legal de un determinado lugar y viceversa.

Para realizar dichas transformaciones se necesita un dato origen, el cual es la hora sidereal que corresponde a cierta hora media, y viene tabulada en los anuarios astronómicos para cada día del año y referida a cierto meridiano. En la República Mexicana normalmente utilizamos "la hora sidereal a las 0^h del meridiano 90 W.G."

Puesto que la hora legal de la Ciudad de México corresponde a la hora media del meridiano 90 W.G., para obtener la hora sidereal local utilizamos la siguiente expresión:

$$\boxed{TSL = HS \ 0^h M90WG + TMM90WG \pm \Delta\lambda + C_1} \dots\dots\dots (10)$$

En la fórmula anterior: TSL es el tiempo sidéreo local; - $HS \ 0^h M90WG$ es la hora sidereal a las 0 horas de tiempo medio del meridiano 90 WG; TMM90WG es la hora media del meridiano 90WG; -- $\Delta\lambda$ es la diferencia de longitud entre el meridiano 90WG y el meridiano local, se utiliza signo (+) para lugares ubicados al Este del meridiano 90WG y signo (-) en caso contrario; C_1 es la corrección que hay que agregar a la hora media (TMM90WG) para convertirla a sidereal, siempre es positiva.

Para obtener la hora media que corresponde a cierta hora sideral local, utilizamos:

$$\boxed{TMM90WG = (TSL - HSO^h_{M90WG} + \Delta\lambda) - C_2} \dots\dots\dots (11)$$

En la cual: C_2 es la corrección para transformar el resultado del paréntesis a tiempo medio, siempre es negativa; se utiliza $(+\Delta\lambda)$ para lugares ubicados al Oeste del meridiano 90WG, y se utiliza $(-\Delta\lambda)$ en caso contrario.

CAPITULO IV

EL ASTROLABIO DE PRISMA

El astrolabio de prisma ideado a principios del siglo por los Señores Claude y Driencourt, es un instrumento esencialmente astronómico cuya aplicación se concentra en la determinación de la posición geográfica de puntos sobre la Tierra.

Este instrumento, una vez nivelado tiene la propiedad de desviar mediante un prisma, la visual horizontal a 60° sobre el plano del horizonte. Su telescopio está imposibilitado para realizar movimientos verticales, lo que hace que la desviación antes mencionada se mantenga constante respecto al horizonte, y al girar libremente alrededor del eje acimutal, describe en el firmamento un círculo imaginario llamado Almicanzada, sobre el cual se llevan a cabo las observaciones de los astros.

De lo anterior se puede comprender que dicho instrumento -

fue ideado para poder aplicar el método de alturas iguales de estrellas, cuyo trabajo de campo consiste principalmente en determinar la hora sideral en la cual dichas estrellas cruzan la almicantarada, o lo que es lo mismo cuando alcanzan la altura igual pre-determinada por la desviación de la visual producida por el prisma del instrumento.

IV.1 LOS PRIMEROS ASTROLABIOS DE PRISMA.

En estos tipos de instrumentos destacan principalmente tres de sus partes (figura 6):

- a).- El telescopio horizontal, que consta de una lente objetivo (Ob), una retícula (F) y dos oculares (H) y (G) uno de los cuales coincide con la línea de colimación y el otro sirve para encontrar con más facilidad las estrellas en el firmamento.
- b).- El prisma de sección equilátera (ABC), el cual está - colocado inmediatamente frente al objetivo, de tal manera que una de sus caras (BC) es perpendicular al eje óptico del telescopio.
- c).- El recipiente con mercurio, que se encuentra colocado justo abajo de la cara inferior del prisma; hace la función de un horizonte artificial.

Estas tres partes están unidas rígidamente entre sí y pueden girar libremente alrededor del eje vertical del instrumento. Su nivelación se hace por medio de dos niveles de burbuja de manera similar a los tránsitos de ingeniero. Tiene un círculo horizontal graduado el cual sirve para orientar al telescopio en la dirección de la meridiana y así poder determinar acimutes. Además tiene una aguja magnética adaptada sobre el telescopio y se utiliza para localizar la dirección del norte magnético.

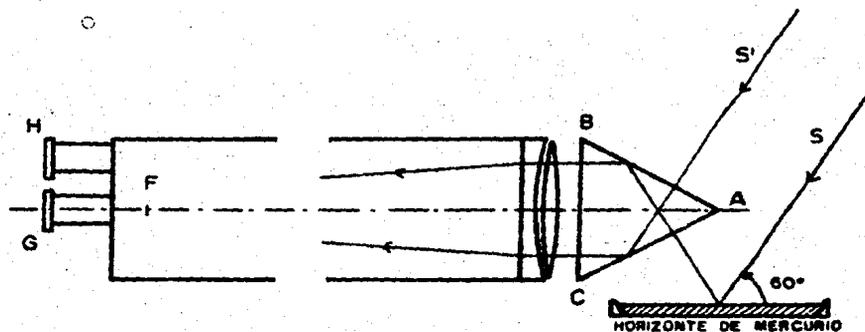


figura no. 6

La Figura No. 6 muestra la incidencia de dos rayos paralelos S y S' provenientes de una misma estrella que tiene en ese --

instante una altura de 60° sobre el horizonte. El rayo S' entra al prisma perpendicularmente a la cara AB, es reflejado por la parte interna de la cara AC, sale normal a la cara BC para llegar posteriormente al foco F que es donde se encuentra la retícula y es donde se forma la imagen. El rayo S es reflejado por la superficie horizontal de mercurio y entra al prisma perpendicularmente a la cara AC, después es reflejado por la parte interna de la cara AB y sale del prisma en dirección normal a la cara BC para llegar posteriormente al foco F.

Los rayos S y S' por incidir perpendicularmente en el objetivo, se observan por el ocular como un solo punto luminoso, este momento se caracteriza por ser el instante en que la estrella alcanza una altura de 60° sobre el horizonte (Figura No. 7b). Momentos antes y momentos después en que la altura de dicha estrella es inferior o superior a los 60° , los rayos de la estrella no inciden perpendicularmente en las caras del prisma, sufriendo en consecuencia las refracciones correspondientes en su trayectoria y al incidir en la retícula, no lo harán en el mismo punto, dando lugar a dos imágenes, las cuales antes de la coincidencia tienden a acercarse y después de la coincidencia a separarse (Figuras Nos. 7a y 7c).

Existe también otro instrumento llamado ASTROLABIO DE PENDULO, el cual es una innovación del astrolabio de prisma; su principal diferencia radica en los elementos con los cuales están cons-

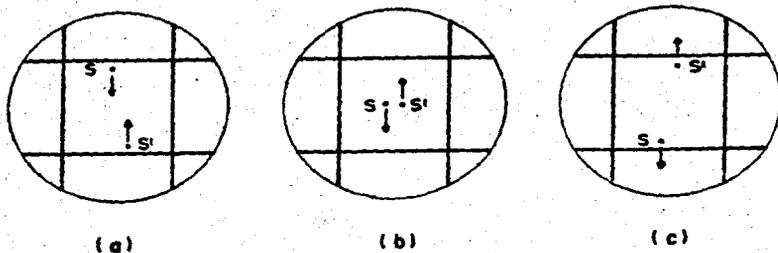


figura no. 7

trufidos cada uno.

Por ejemplo el telescopio (que es fijo) del astrolabio de péndulo Willis, tiene una forma tal que asemeja el telescopio de un teodolito, el cual se le ha adaptado un juego de acodados. Este instrumento tiene en su interior un espejo horizontal sujeto a un péndulo, el cual tiene la finalidad de reflejar los rayos luminosos de los astros que inciden en el objetivo para hacerlos llegar a la retícula.

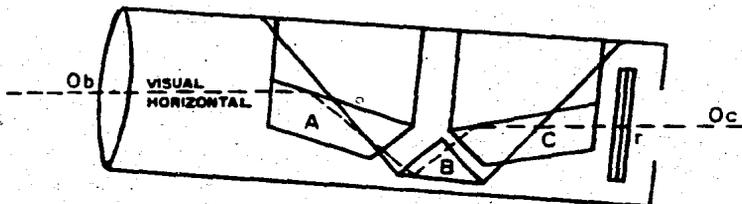
Debido a su construcción especial, este astrolabio para captar las imágenes no utiliza ni prisma ni horizonte de mercurio pues le basta para reemplazarlos el espejo horizontal que tiene -

en su interior y el telescopio construido en la forma antes expli
cada.

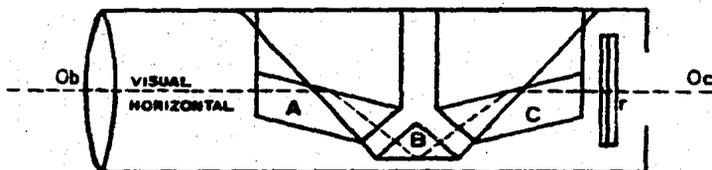
IV.2 EL ASTROLABIO CARL ZEISS.

Este instrumento (modelo más reciente que los anteriores), utiliza como parte básica el equialtímetro automático Carl Zeiss Ni-2 con círculo horizontal graduado, al que al adaptarsele fren
te al objetivo un prisma que desvía la visual 60° y un sistema de iluminación, se transforma en un astrolabio. Debido a que utiliza a la vez un prisma para desviar la visual y un prisma --
compensador en el interior del telescopio, se podría considerar como una combinación de los dos astrolabios, de prisma y de péndulo.

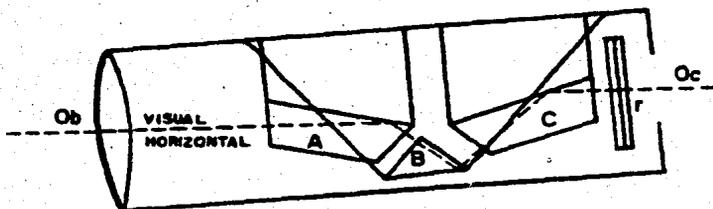
El sistema óptico del equialtímetro automático Carl Zeiss Ni-2 (Figura No. 8), consta esencialmente de una lente objetivo (Ob), un juego de prismas compensadores (ABC), una retícula (r) y la lente ocular (Oc). La función del juego de prismas compensadoras es la de llevar el rayo luminoso horizontal que llega al centro óptico del objetivo hacia el cruce de los hilos vertical y horizontal, mediante tres reflexiones, ésto cuando el instrument
to esté nivelado dentro de ciertos límites y además ajustado. El principio en el que se basa el prisma compensador consiste en lo siguiente:



(a)



(b)



(c)

figura no. 8

Los prismas A y C son fijos, por lo tanto el prisma B llamado "compensador" es el movable y está suspendido por cuatro hilos de material antimagnético, en la Figura No. 8a, se vé cuando el anteojo está inclinado ligeramente hacia arriba por lo cual el compensador se mueve hacia el lado donde se encuentra el ocular y refleja adecuadamente el rayo horizontal para llevarlo al cruce de hilos (r) de la retícula; cuando el anteojo está ligeramente inclinado hacia abajo como en la Figura 8c, el compensador se mueve hacia el lado donde se encuentra el objetivo, por lo cual el rayo reflejado también llega al cruce de hilos (r). La figura 8b, muestra la trayectoria del rayo luminoso horizontal cuando el anteojo también lo esta.

Los elementos que se le adaptan al equialtímetro automático Carl Zeiss Ni-2 para transformarlo en un astrolabio son los siguientes, (Figura No.9):

Un prisma (1) con montura, dicho prisma tiene una sección triangular y sirve para desviar la visual 60° mediante dos reflexiones que se llevan a cabo en su interior. Una vez nivelado el instrumento, el ángulo formado por el plano horizontal y la visual desviada, es mantenido constante por el juego de prismas que se encuentra en el interior del telescopio. Un espejo (2) que se encuentra sujeto a la parte superior del prisma y sirve para poder iluminar las líneas de la retícula durante las observaciones nocturnas. Un nivel tubular (3) el cual una vez ajustado permite que

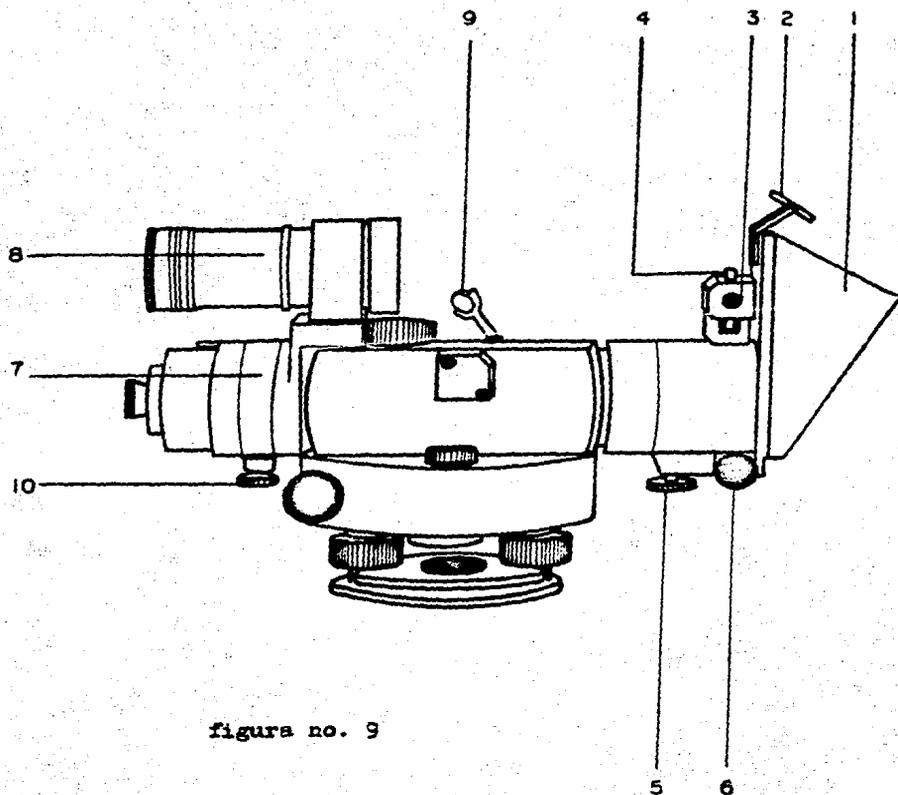


figura no. 9

la desviación de la visual producida por el prisma esté contenida en un plano vertical. Un tornillo (4) para ajustar el nivel tubular. Un tornillo (5) para fijar el prisma y su montura al telescopio del equialtímetro. Un tornillo (6) del movimiento fino del prisma que sirve para centrar perfectamente la burbuja del nivel

tubular. Cuenta también con un soporte (7) para el sistema de iluminación. Una linterna (8). Un espejo (9) el cual tiene como función suministrar luz al círculo horizontal. Y un tornillo (10) para fijar el sistema de iluminación al telescopio del equialtímetro.

El equialtímetro Carl Zeis Ni-2, cuando tiene el propósito de ser utilizado como astrolabio, está equipado con un limbo horizontal graduado en 10 en 10 minutos, y con una retícula especial que tiene doble función, pues con ella se pueden hacer nivelaciones o hacer observaciones astronómicas (Figura No. 10).



figura no. 10

IV.3 REVISION, PRUEBA Y AJUSTE DEL EQUIALTIMETRO AUTOMATICO CARL ZEISS Ni-2.

1a. Condición.

El plano directriz del nivel esférico debe ser perpendicular al eje vertical.

Prueba:

- a).- Se instala firmemente el equialtimetro.
- b).- Se coloca el telescopio en la dirección de uno de los tornillos niveladores y enseguida se lleva la burbuja al centro del recipiente del nivel esférico.
- c).- Se gira el telescopio 180° alrededor del eje acimutal. Si la burbuja permanece centrada, la prueba es satisfactoria, pero si la desviación es mayor de 0.5mm. entonces requiere del siguiente ajuste:

Ajuste:

- a).- Se corrige la mitad de la desviación con los tornillos de ajuste del nivel esférico.
- b).- Se repite la prueba y el ajuste las veces que sean necesarias alternando la posición del telescopio hasta lograr que la prueba sea satisfactoria.

2a. Condición.

El cruce de los hilos principales de la reticula debe estar en el punto fijo en que se forma la imagen del rayo luminoso horizontal que corresponde a la altura del instrumento.

Prueba:

- a).- En un terreno sensiblemente plano se clavan cuatro estacas A, B, C, y D en línea recta y con una separación de unos 30m. entre ellas (Figura No. 11).
- b).- Se instala y se nivela el equaltmetro en uno de los extremos (la estaca A por ej.) y se toman las lecturas de estadal L1 y L2 en los puntos intermedios B y C, -- respectivamente.
- c).- Se lleva el equaltmetro al extremo opuesto (estaca D) y después de instalarlo y nivelarlo se obtienen las lecturas de estadal L3 y L4, en C y B respectivamente.
- d).- Si el instrumento está correcto se debe satisfacer la siguiente expresión:

$$\boxed{L_4 = L_1 - L_2 + L_3} \dots\dots\dots (12)$$

En caso contrario requiere del siguiente ajuste:

Ajuste:

- a).- Se modifica la longitud del soporte ajustable de la -
retícula hasta que la visual apunte a la lectura del
estadal expresada por las lecturas:

$$\boxed{(L_4 + e) = L_1 - L_2 + L_3} \dots\dots\dots (13)$$

b).- Repítase la prueba y el ajuste las veces que sea necesario.

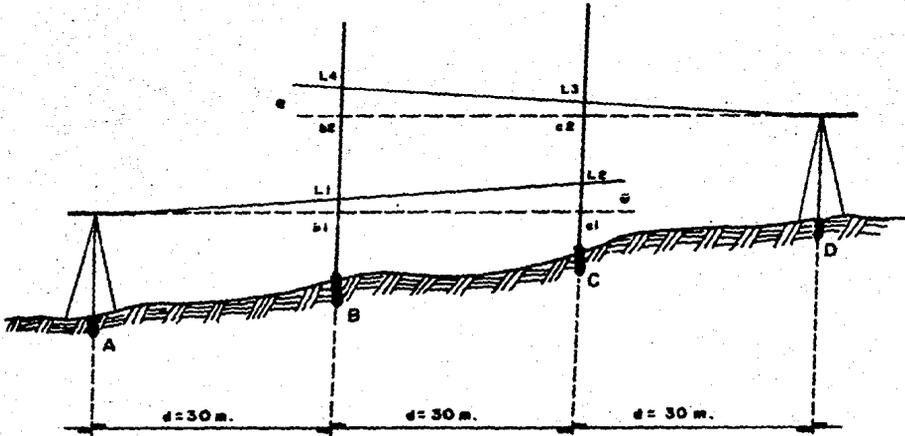


figura no 11

La explicación de este ajuste es el siguiente:

Cuando no se satisface la igualdad $L4 = L1 - L2 + L3$, significa que la línea de colimación está desviada.

Ahora, como se puede ver en la Figura No. 11, podemos establecer la siguiente igualdad:

$$b2 - b1 = c2 - c1$$

En donde substituyendo los valores afectados de error:

$$b2 = L4 - e$$

$$b1 = L1 - e/2$$

$$c2 = L3 - e/2$$

$$c1 = L2 - e$$

Tendremos:

$$(L4 - e) - (L1 - e/2) = (L3 - e/2) - (L2 - e)$$

Y despejando $(L4 - e)$, que es la lectura que hay que apuntar con la línea de colimación para corregirla obtenemos:

$$(L4 - e) = L3 - e/2 - L2 + e + L1 - e/2$$

Simplificando:

$$(L4 - e) = L1 - L2 + L3$$

Donde vemos que el valor $b2$ que necesitamos para realizar el ajuste, lo podemos obtener de las primeras tres lecturas $L1$, $L2$ y $L3$, aún cuando estén afectadas de error.

IV.4 REVISION, PRUEBA Y AJUSTE DEL ASTROLABIO CARL ZEISS.

Con la finalidad de que el astrolabio se encuentre en inmejorables condiciones para llevar a cabo las observaciones astronómicas, debe cumplir con lo siguiente:

1.- Condición.

Una vez centradas las respectivas burbujas de los niveles esférico y tubular, la visual debe estar contenida en un plano vertical.

Prueba:

- a).- Se coloca una plomada cuyo hilo esté sujeto a una altura de aproximadamente 7.5m. y que llegue a pocos centímetros del piso.
- b).- Se instala el equialtímetro sin los elementos del astrolabio, de tal manera que el hilo de la plomada y el objetivo del instrumento disten unos 3.4m. entre sí (Figura No. 12). Estas medidas son recomendables si la altura del astrolabio es de 1.5m. aproximadamente.
- c).- Se visa con el hilo vertical de la retícula el hilo de la plomada y se lee la dirección horizontal que marque el limbo o se pone en 0° . Desde este instante ya no se debe tocar ni los tornillos niveladores ni la graduación del instrumento, hasta finalizar el ajuste.

d).- Se coloca el prisma, se centra la burbuja del nivel tubular y se verifica que la lectura del círculo horizontal sea la misma del inciso c. Si el nivel tubular del prisma se encuentra ajustado, el hilo de la plomada coincidirá con el hilo vertical de la retícula. En caso contrario se requiere del siguiente ajuste:

Ajuste:

Con la ayuda del tornillo número 6 se bisecta el hilo de la plomada y a continuación se elimina la desviación de la burbuja del nivel tubular por medio del tornillo número 4.

Para verificar que el instrumento no se haya movido, se retira el prisma y se verifica si el extremo inferior del hilo de la plomada aún sigue coincidiendo con el hilo vertical de la retícula, esto después de haber graduado nuevamente la lectura obtenida en el inciso (c).

Repite la prueba y el ajuste hasta que el instrumento esté correcto.

Debido a que el hilo y la plomada en esta situación son muy inestables, pueden ser sustituidos ventajosamente por el trazo de una línea vertical en el muro de un edificio; dicho trazo se puede hacer por medio de un tránsito, bajando un punto desde

una altura de 60° hasta la altura que tenga el instrumento. Esto se debe hacer con el telescopio del tránsito en posición directa e inversa, para evitar el posible error por inclinación del eje de alturas.

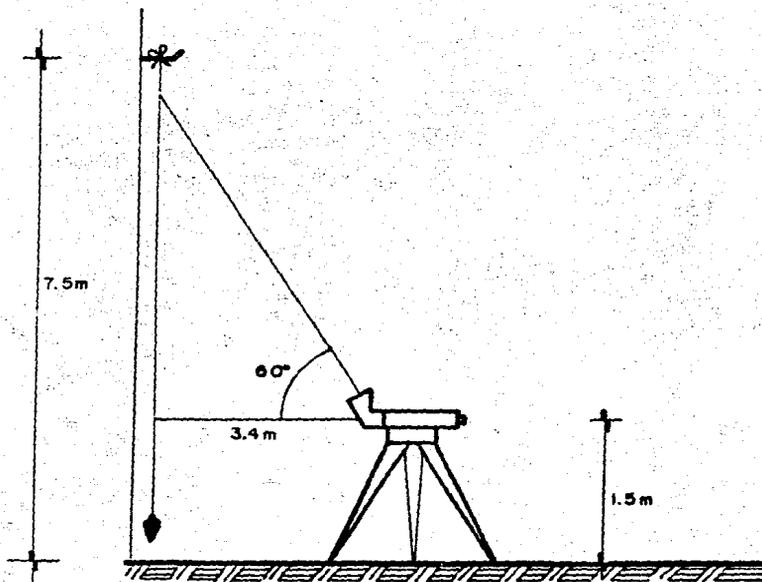


figura no. 12

CAPITULO V

CONCEPTOS DE LA DETERMINACION DEL POSICIONAMIENTO GEOGRAFICO POR MEDIO DEL ASTROLABIO DE PRISMA

La teoría en la que se apoya el método de la determinación del posicionamiento geográfico por medio del astrolabio de prisma tuvo su origen en la navegación marítima en donde destacaron principalmente los trabajos de Sumner y de Marc de Saint-Hilaire.

Dicho procedimiento aplicado con el sextante en altamar -- proporciona un resultado con una aproximación de unos pocos minutos de arco, en cambio aplicado en tierra firme con el astrolabio puede proporcionar un resultado con una aproximación de +1" de arco.

V.1 GENERALIDADES.

Si representamos a la Tierra con la esfera interior con -- centro en (0) (Figura No. 13), cuyos elementos son: la línea pp' = eje polar; el arco ee' = ecuador; el arco pg = meridiano de -- Greenwich, tales elementos proyectados en la esfera celeste son: la línea PP', el arco EE' y el arco PG.

Si en un instante determinado consideramos un astro A, éste estará ubicado por las coordenadas ecuatoriales A'A = δ (de--clinación) y GA' = HG (ángulo horario en Greenwich). Uniendo -- con una línea recta el astro A con el centro de la Tierra (o), -- dicha línea intersectará a la esfera terrestre en el punto (a). Este punto se define como el PUNTO ASTRAL DE A y un observador situado en él verá en ese instante a dicho astro A en su cenit. Las coordenadas geográficas del punto astral (a) son $\phi = aa'$ y $\lambda = ga'$.

En la misma figura No. 13 se puede ver que el arco aa' tie-- ne igual amplitud angular que el arco AA' y que el arco ga' tie-- ne igual amplitud angular que el arco GA', por lo tanto tendremos en este caso:

$$\phi = \delta$$

$$\lambda = HG$$

Es decir, que la latitud del punto astral es igual a la declinación del astro A y la longitud del punto astral es igual al ángulo horario respecto al meridiano de Greenwich.

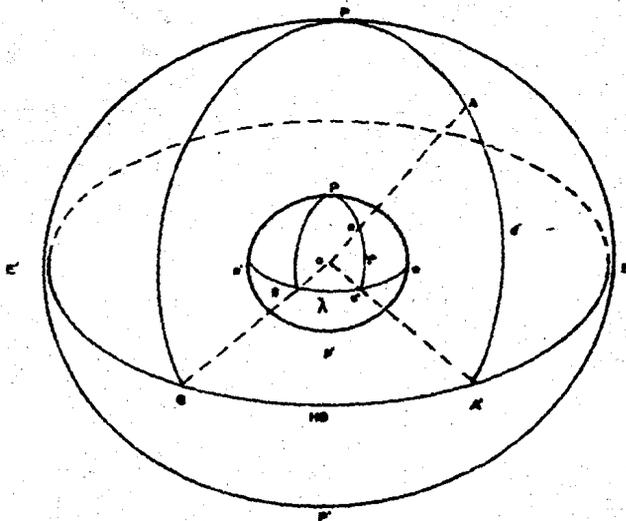


figura no. 13

CIRCULO DE ALTURA.- Suponiendo que en un instante determinado un observador cuyo cenit es z , mide la distancia cenital z_0 de un astro A (Figura No. 14), ésto significa que el cenit -- del punto de observación se encuentra distante de A, una distan-

cia esférica A-z, o dicho de otra manera: el cenit z del punto de observación se encuentra en la circunferencia determinada por el centro A y radio igual a la distancia cenital z_0 .

Si se proyecta tal figura sobre la superficie terrestre se obtiene una circunferencia que contiene al observador y que tiene como centro al PUNTO ASTRAL (a). Todos los observadores que en ese instante se encuentren en dicha circunferencia observarán al astro con la misma distancia cenital y por lo tanto con la misma altura, por ello a éste círculo se le conoce como CIRCULO DE ALTURA.

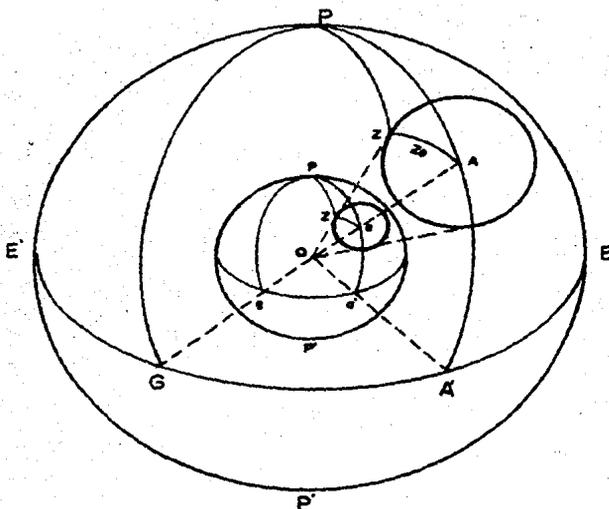


figura no. 14

Por lo tanto, si midiéramos desde un mismo lugar las distancias cenitales y los tiempos de observación de dos o tres estrellas, entonces podríamos dibujar en una proyección estereográfica de la Tierra, sus respectivos puntos astrales en los momentos de la observación y a partir de éstos, dibujar los dos o tres círculos de altura, cuya intersección nos proporcionaría en forma gráfica la posición del lugar de observación (Figura No. 15).

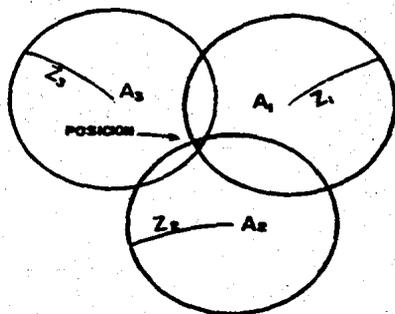


figura no. 15

LÍNEA DE POSICIÓN Y EL ASTROLABIO.- En lugar de obtener la posición del observador mediante la intersección de círculos de altura, en trabajos efectuados con el astrolabio se emplean las líneas de posición. Una línea de posición (Figura No. 16), es --

una línea recta que se dibuja perpendicular al acimut de la estrella observada y a una distancia dz medida a partir de una posición aproximada del observador.

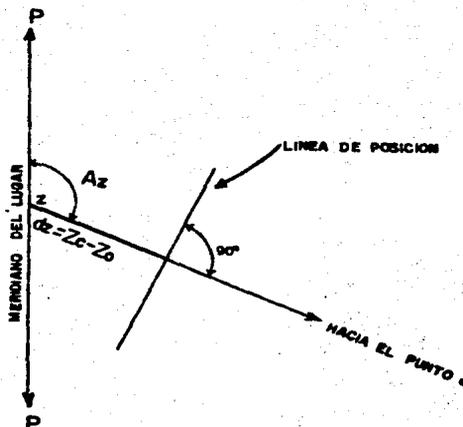


figura no. 16

(dz) es la diferencia entre la distancia cenital calculada (z_c), menos un valor (z_0) que puede ser la distancia cenital producida por el astrolabio o alguna parecida como se verá en este párrafo:

$$dz = z_c - z_0$$

..... (14)

Si dz resulta positiva se mide en la dirección del punto astral (a), si dz es negativa se mide en sentido contrario al -- acimut.

Un detalle importante de esto es que si a la distancia cenital calculada (z_c), de un grupo de estrellas que se observaron en una almicantrada, se les resta una cantidad constante (como lo es z_0), entonces dz se mantendrá proporcional al valor z_c , y por lo tanto no se afecta la posición del observador, sino que por el contrario hace que los trazos para encontrarla gráficamente sean más precisos, porque en lugar de dibujar una región de la tierra que pueda contener a las distancias cenitales con que se observaron los astros, sólo se dibujará una región de uno o dos minutos de arco, la que por lo general será suficiente para dibujar las líneas de posición.

Existen principalmente dos procedimientos para calcular los valores de dz .

Uno de ellos requiere del valor (z_c) calculado mediante el triángulo de posición y también del valor efectivo del ángulo -- (z_0) que produce el prisma del instrumento para calcular los valores dz . De esta manera la intersección de dos o más líneas de posición nos da la posición correcta del observador.

El otro procedimiento requiere del valor (z_c) calculado me-

diante el triángulo de posición, y en cuanto al valor (z_0), éste se puede elegir a voluntad para un grupo de estrellas, de tal manera que dz resulte de algunos segundos de arco. Mediante este procedimiento se observa un número suficiente de estrellas - bien repartidas sobre la almicanzada; con esto las líneas de posición dibujadas (Figura No. 21) conforman aproximadamente una circunferencia cuyo centro representa la posición correcta del - observador. Si mediante este procedimiento, la diferencia $dz = z_c - z_0$, resulta igual para todas las estrellas, entonces la posición asumida es la correcta, en caso contrario el centro del - círculo que tangentea más líneas de posición es la posición co- rrecta.

Este último procedimiento es el que se lleva a la práctica en este trabajo y proporciona tal cantidad de elementos que además de la solución gráfica, permite muy bien llevar a cabo un -- cálculo analítico para la obtención de las coordenadas gráficas, ya sea por el método de los mínimos cuadrados o por medio de --- otras fórmulas.

Para llevar a cabo la determinación del posicionamiento - geográfico por estos procedimientos se requieren conocer con anterioridad los mejores valores aproximados que se puedan obtener de la latitud y la longitud del lugar de observación (ϕ_0 , λ_0), lo que se puede conseguir de un buen mapa de la región o por observaciones astronómicas al Sol.

En el Capítulo VI se presenta un ejemplo para determinar las coordenadas geográficas del Observatorio Magnético de Teoloyucan, Estado de México, mediante la aplicación de las líneas de posición en forma gráfica y por "mínimos cuadrados"; y como una manera de verificación se calcula analíticamente la latitud por el método de alturas iguales de Gauss; el ΔT por el método de alturas iguales del Ing. Francisco Díaz Covarrubias, y a partir de este último dato se calcula la longitud.

V.2 PREPARACION DE LA LISTA DE ESTRELLAS CON EL SELECTOR CARL ZEISS.

Para poder realizar las observaciones de las estrellas -- con el astrolabio, es necesario elaborar previamente una lista con los siguientes datos: la hora (que puede ser media o sidereal) en que los astros alcanzan la altura de los 60° el día de la observación, así como el acimut que ostentan dichas estrellas en ese instante y su magnitud. Respecto a la cantidad de estrellas para observar, ésta es muy variable, pudiendo ser desde 3 pares hasta 8 pares, y en ocasiones una cantidad mayor, según la precisión que se desee conseguir.

Existen diferentes elementos auxiliares que simplifican en gran medida este trabajo: por ejemplo, existen catálogos con listas de estrellas que contienen los datos mencionados para diver--

sas latitudes geográficas; pueden utilizarse también selectores de estrellas; mapas del cielo u otros dispositivos. En este párrafo se explica el manejo del selector de estrellas Carl Zeiss para obtener dicho listado; y en el número V.3 se explica otro procedimiento en donde se obtienen los mismos datos a partir de una gráfica.

SELECTOR DE ESTRELLAS CARL ZEISS.- Es una placa circular metálica de unos 31 cms. de diámetro, sobre la cual se encuentra impresa una proyección estereográfica polar, y sobre ésta se encuentran ubicadas con declinación y ascensión recta las principales estrellas de magnitud 1 a 6 que existen en el hemisferio correspondiente (Norte en nuestro caso) y parte del hemisferio -- opuesto (Figura No. 17). Tiene en el borde una graduación marca da de dos maneras diferentes: una de 0 a 24 horas, a cada 10 minutos y crece en el sentido retrógrado; y otra de 0° a 360° a ca da 2.5 grados y que crece en el sentido directo; en cuanto a los círculos de declinación, éstos están trazados a cada 10°, desde -30° hasta + 90°.

Todos los trazos que se deben realizar para obtener los datos que necesitamos (Figura No. 17) se hacen sobre una hoja de -- papel transparente que se fija sobre el selector mediante 4 tor--nillos que se tienen para ese fin. La secuencia es la siguiente:

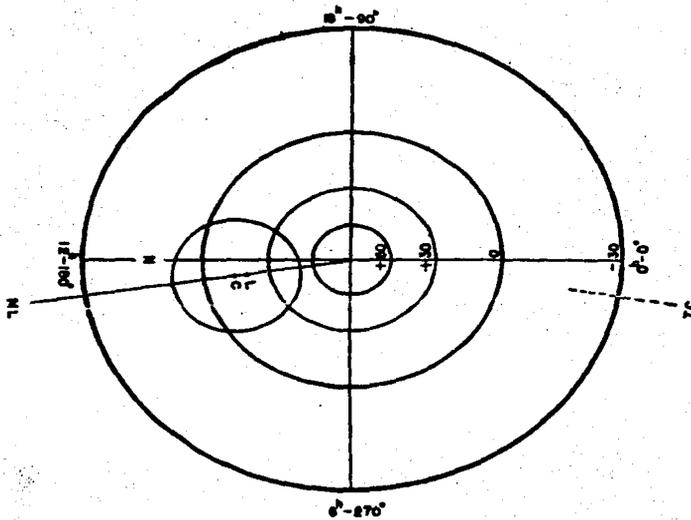


figura no. 17

- 1.- Se traza una línea radial cualquiera, la cual representa al meridiano del observador (ML).
- 2.- Sobre esta línea se ubica mediante un punto (L), la latitud aproximada del lugar de observación, con la ayuda de la graduación para la declinación de los astros.
- 3.- A partir de este punto se marcan otros dos, los cuales quedan uno 30° al Norte y el otro 30° al Sur del lugar de observación.
- 4.- Con la ayuda de un compás se hace pasar una circunferencia (cuyo centro es C) por estos puntos extremos. Con

ésto tendremos trazada la almicantarada de 60° de altura con respecto al lugar de observación (L). (Por estar esta circunferencia dibujada sobre una proyección estereográfica estelar, esta misma circunferencia se reproducirá en la superficie de la Tierra).

- 5.- Ahora se lleva esta hoja de papel transparente sobre el diagrama (Figura No. 18) que se encuentra en la tapa del selector y se trazan sobre la circunferencia que se dibujó, las marcas de acimut contado a partir del Norte, a cada 10° .

Hasta aquí es suficiente para poder obtener con la marca (ML) y la graduación horaria, las horas siderales del paso de las estrellas sobre la almicantarada, y con el círculo de altura los acimutes correspondientes.

Suponiendo que ya se tienen extraídos los tiempos siderales del paso de las estrellas por la almicantarada y se quiere conocer esos momentos en tiempo del centro, se puede hacer uso de la fórmula No. 11. Pero si se quieren obtener gráficamente los tiempos del centro sin obtener antes las horas siderales, se debe proseguir con las siguientes instrucciones.

- 6.- Después de volver a colocar la hoja de papel sobre el selector con la misma posición inicial, girando este

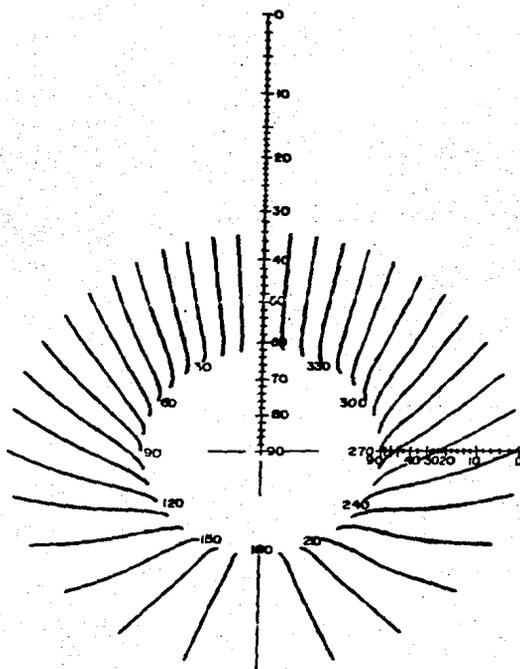


figura no 18

último se hace coincidir el meridiano del lugar (ML) - con la hora sideral a las 0^h del meridiano 90 WG, para la fecha de observación (por Ej. para el 14-III-1986, es $11^h 26^m 15^s$), dato que se puede extraer de algún anuario astronómico del año en curso.

7.- Conservando esta última posición, con la ayuda de la -
escala horaria del selector, se le agrega a la línea-
cero la diferencia de longitudes $\Delta\lambda_0$ que existe entre
el meridiano 90WG y el meridiano del lugar de observa-
ción. Con esto obtenemos la marca (TC) que nos señala
rá el tiempo medio en el cual las estrellas tocan la
almicantarada. Se considera $+\Delta\lambda_0$ para lugares ubicados
geográficamente al Oeste del meridiano 90WG y $-\Delta\lambda_0$
en caso contrario.

La marca (TC) sólo sirve para aproximadamente el día de la
observación, ya que el tiempo sideral está en constante adelanto
con relación al tiempo medio.

Girando el disco estelar en sentido directo se imita el -
movimiento aparente de las estrellas y de acuerdo con las indica-
ciones del selector, se anotan para cada estrella; el tiempo me-
dio de paso y la ascensión recta con una aproximación de 1 minuto de
tiempo; el acimut y la declinación con una aproximación de 1° ;
y por último la magnitud. Es recomendable que los intervalos de
tiempo entre los pasos de las estrellas que se elijan, sean ade-
cuados para realizar las observaciones con comodidad.

Con lo anterior terminamos con la obtención gráfica de -
los datos necesarios para efectuar las observaciones. En caso -
de que se quiera obtener con mejor aproximación los datos ante-

riores, se debe emplear la ecuación (4) para el cálculo del acimut; la ecuación (3) para el cálculo del ángulo horario; la ecuación (1) ó (2) para el cálculo del tiempo sidéreo local; y por último la ecuación (11) para el cálculo del tiempo medio si es el que se desea.

$$\text{Cos Az} = \frac{\text{Sen } \delta - \text{Sen } \phi_0 \text{ Sen } A}{\text{Cos } \phi_0 \text{ Cos } A}$$

$$\text{Cos H} = \frac{\text{Sen } A - \text{Sen } \phi_0 \text{ Sen } \delta}{\text{Cos } \phi_0 \text{ Cos } \delta}$$

$$\text{TSL} = \alpha + \text{Hw}$$

$$\text{TSL} = \alpha - \text{He}$$

$$\text{TMM90WG} = (\text{TSL} - \text{HSO}^{\text{h90WG}} \pm \Delta\lambda_0) - C_2$$

Este cálculo requiere que se haga con las coordenadas geográficas ϕ_0 y λ_0 aproximadas que se conocen, así como con las coordenadas ecuatoriales δ y α para la fecha de observación. Estas dos últimas coordenadas pueden ser consultadas en el Catálogo "Apparent Places of Fundamental Stars", en donde vienen tabuladas para cada diez días del año.

Es recomendable para facilitar el cálculo, que se haga uso de alguna calculadora de bolsillo que se pueda programar, ya que casi todas las operaciones vistas en este trabajo son repetitivas.

V.3 PREPARACION DE LA LISTA DE ESTRELLAS UTILIZANDO UNA GRAFICA.

En el caso de que no se cuente con un selector de estrellas para elaborar la lista de estrellas para la observación, se puede hacer mediante el siguiente procedimiento, el cual requiere de la elaboración y uso de una gráfica y de la consulta de un catálogo de posiciones aparentes de estrellas.

ELABORACION DE LA GRAFICA. Todos los datos que necesitamos para construir dicha gráfica son las ϕ_0 aproximada que conocemos y la altura de la almicantarada (60°).

Aplicando la fórmula (4), vista en el Capítulo III podemos obtener los valores de la declinación, haciendo variar el acimut de 0° a 180° de 5 en 5 grados.

Conocidos los valores de la declinación que corresponden a los valores de acimut para la latitud considerada, podemos obtener los valores correspondientes a los ángulos horarios con la fórmula (6), vista igualmente en el Capítulo III.

$$\text{Sen } \delta = \text{Sen } \phi_0 \text{ Sen } A + \text{Cos } \phi_0 \text{ Cos } A \text{ Cos } Az$$

$$\text{Sen } H = \frac{\text{Cos } A \text{ Sen } Az}{\text{Cos } \delta}$$

En la tabla No. 1 se muestran los resultados obtenidos para una latitud de $19^{\circ}44'47''N$.

| δ | Az | H | δ | Az | H |
|---------------------|-------------|---------------|---------------------|--------------|---------------|
| $49^{\circ}44'47''$ | 0° | $0^h00^m00^s$ | $17^{\circ}00'48''$ | 90° | $2^h06^m06^s$ |
| 49 35 17 | 5 | 0 15 25 | 14 34 16 | 95 | 2 03 54 |
| 49 07 00 | 10 | 0 30 29 | 12 10 25 | 100 | 2 00 59 |
| 48 20 41 | 15 | 0 44 55 | 9 50 03 | 105 | 1 57 24 |
| 47 17 29 | 20 | 0 58 25 | 7 33 52 | 110 | 1 53 10 |
| 45 58 49 | 25 | 1 10 49 | 5 22 38 | 115 | 1 48 18 |
| 44 26 19 | 30 | 1 21 59 | 3 17 05 | 120 | 1 42 49 |
| 42 41 39 | 35 | 1 31 52 | 1 17 57 | 125 | 1 36 44 |
| 40 46 31 | 40 | 1 40 27 | -0 34 02 | 130 | 1 30 05 |
| 38 42 31 | 45 | 1 47 46 | -2 18 07 | 135 | 1 22 53 |
| 36 31 09 | 50 | 1 53 51 | -3 53 37 | 140 | 1 15 10 |
| 34 13 49 | 55 | 1 58 47 | -5 19 49 | 145 | 1 06 58 |
| 31 51 48 | 60 | 2 02 37 | -6 36 04 | 150 | 0 58 18 |
| 29 26 16 | 65 | 2 05 25 | -7 41 44 | 155 | 0 49 15 |
| 26 58 18 | 70 | 2 07 16 | -8 36 18 | 160 | 0 39 50 |
| 24 28 52 | 75 | 2 08 12 | -9 19 16 | 165 | 0 30 08 |
| 21 58 55 | 80 | 2 08 17 | -9 50 15 | 170 | 0 20 13 |
| 19 29 17 | 85 | 2 07 35 | -10 08 57 | 175 | 0 10 09 |
| | | | -10 15 12 | 180 | 0 00 00 |

Tabla No. 1

El trazado de la curva con los valores de la Tabla No. 1 se hace de tal manera que queden en el eje vertical los valores del ángulo horario (H); en el eje horizontal los valores de la declinación (δ); y en la curva van anotados los valores del acimut (Figura No. 19).

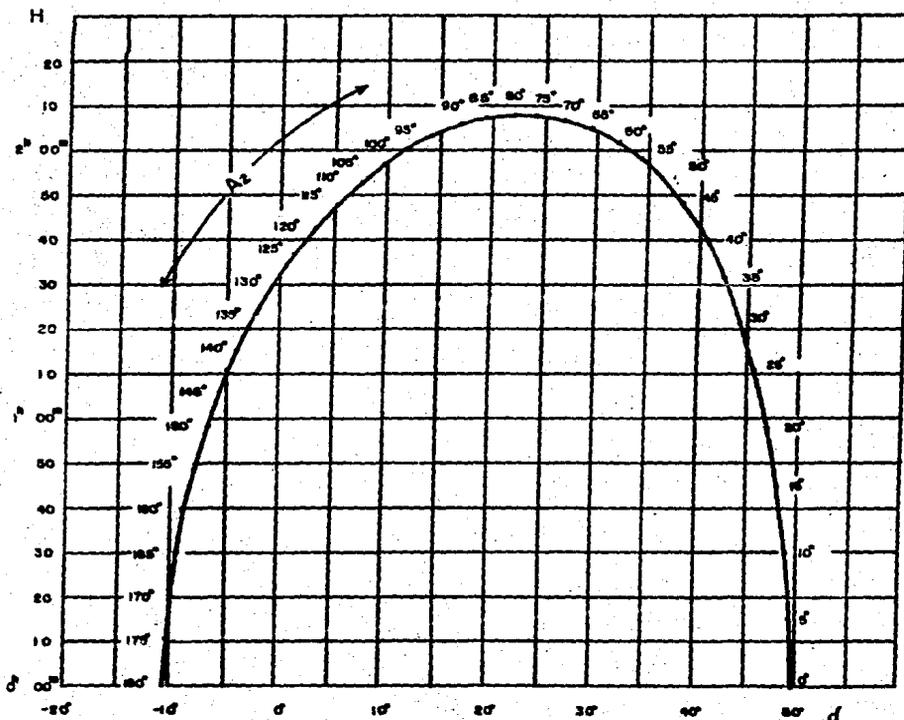


figura no. 19

USO DE LA GRAFICA.- Una vez elaborada esta gráfica, necesitamos buscar en el catálogo de posiciones aparentes de estrellas, aquellas que sean visibles en el momento de la observación. Para simplificar esta búsqueda conviene delimitar la zona de la bóveda celeste que necesitamos, haciendo lo siguiente:

Intervalo para la declinación.- Si el lugar de observación tiene una latitud aproximada ϕ_0 , entonces las estrellas que ahí pueden alcanzar una altura de 60° deben tener una declinación entre los siguientes valores:

$$\delta_1 = \phi_0 + 30^\circ \dots\dots\dots (15)$$

$$\delta_2 = \phi_0 - 30^\circ \dots\dots\dots (16)$$

Intervalo para la ascensión recta.- Si las observaciones las vamos a efectuar entre los tiempos sidéreos (TSL1) inicial, y (TSL2) final, elegidos convenientemente, entonces las estrellas con opción a ser elegidas deben tener una ascensión recta entre los siguientes valores:

$$\alpha_1 = \text{TSL1} - H_M \dots\dots\dots (17)$$

$$\alpha_2 = \text{TSL2} + H_M \dots\dots\dots (18)$$

En donde H_M es el ángulo horario máximo dado por la siguiente expresión:

$$\text{Sen } H_M = \frac{\text{Sen } 30^\circ}{\text{Cos } \phi_0} \dots\dots\dots (19)$$

Con esto ya se puede saber con seguridad cuáles son las estrellas que pueden ser observadas y elegidas del catálogo y son aquellas que simultáneamente se encuentren ubicadas dentro de los intervalos determinados tanto en declinación como en ascensión recta.

Para obtener los valores de Az y H de las estrellas escogidas del catálogo, se entra a la gráfica con el valor de la declinación de la estrella correspondiente, a partir de este valor se sube una línea vertical, la cual nos indica un punto sobre la curva y por lo tanto el valor del acimut (Az) cuando el astro alcance la altura de 60° . A partir de este último punto se lleva una línea horizontal hasta que corte el eje de las H, este corte nos proporciona el valor del ángulo horario (H) de la estrella, cuando tenga 60° de altura.

Después de haber escogido un número suficiente de estrellas para la observación, sus datos deben enlistarse en orden creciente respecto a sus tiempos de observación calculados, procurando como se dijo anteriormente, escoger aquellas que queden bien repartidas en toda la almicantarada y que sus momentos de paso por la misma estén convenientemente separados para poderlas observar con tranquilidad.

Como estas estrellas por lo general tocan la almicantarada de 60° de altura dos veces, una al Este y otra al Oeste del meri

diano, se debe considerar para la elaboración de la lista lo siguiente:

Sí se va a observar la estrella al Este del meridiano del lugar, entonces debemos calcular:

$$\text{Acimut} = \text{Az}$$

$$\text{TSL} = \alpha - H_e$$

Sí se va a observar la estrella al Oeste del Meridiano, entonces tenemos que:

$$\text{Acimut} = 360^\circ - \text{Az}$$

$$\text{TSL} = \alpha + H_w$$

Si se quiere calcular con más precisión los valores de la hora de paso de cada estrella por la almicantarada, así como su acimut, se puede hacer uso de las fórmulas mencionadas en el párrafo V.2 y son las siguientes: (4), (3), (1), (2) y la (11).

V.4 ORIENTACION DEL CIRCULO HORIZONTAL DEL ASTROLABIO.

Antes de proceder a hacer las observaciones de las estrellas es necesario orientar el círculo horizontal, para así poder dirigir el telescopio en la dirección de los acimutes calculados

con anterioridad. Esta orientación con el astrolabio puede efectuarse mediante la observación de algún astro fácilmente identificable en el firmamento, como puede ser el Sol. Se puede llevar a la siguiente secuencia: (Se aconseja se haga con suficiente anticipación a la noche de observación de las estrellas):

Se instala el equialtímetro en el punto donde se llevarán a cabo las observaciones, y sin el aditamento del astrolabio se visa una señal o marca bien definida que se encuentre a la altura del telescopio y a una distancia mínima de 20m. En esta posición se puede poner el círculo horizontal del instrumento en $0^{\circ}00'$.

Después se coloca el prisma al equialtímetro y se visa el astro inclinando el prisma lateralmente alrededor del eje del anteojo, lo cual produce un triángulo rectángulo esférico (Figura No. 20). Es claro que en estas circunstancias sólo se puedan observar objetos que tengan una altura menor de 60° .

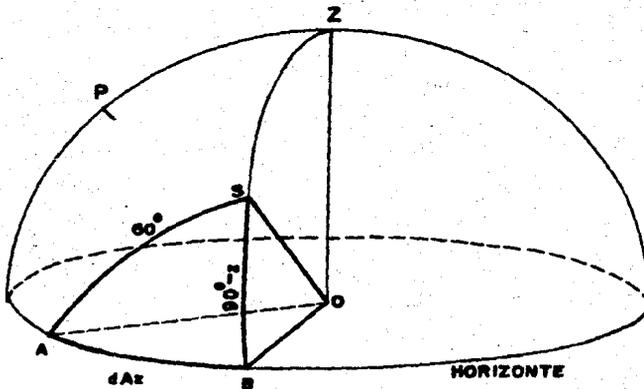


figura no. 20

En el instante en que se tiene bisectado el astro, se anota el tiempo (medio o sidéreo), la lectura del círculo horizontal y el sentido en el que se inclinó el prisma.

Además de los datos anteriores, tendremos los siguientes elementos conocidos: la hipotenusa o arco AS que vale 60° ; el ángulo recto B; las coordenadas geográficas aproximadas ϕ_0, λ_0 ; y las coordenadas ecuatoriales del astro δ y α ; que se pueden consultar en algún anuario o catálogo astronómico.

Con esto, ya podemos calcular el acimut del astro en el momento de la observación aplicando las siguientes fórmulas: la (10) si se tomó el tiempo medio, para transformarlo en tiempo sidéreo local; la (1) ó (2) para calcular el ángulo horario; la (3) para calcular la altura del astro en el momento de la observación; y la (4) para calcular el acimut del astro en ese instante.

$$TSL = HSO^h M90WG + TMM90 WG + \Delta\lambda_0 + C_1$$

$$H_w = TSL - \alpha$$

$$H_e = \alpha - TSL$$

$$\text{Sen } A = \text{Sen } \phi_0 \text{ Sen } \delta + \text{Cos } \phi_0 \text{ Cos } \delta \text{ Cos } H$$

$$\text{Cos } Az = \frac{\text{Sen } \delta - \text{Sen } \phi_0 \text{ Sen } A}{\text{Cos } \phi_0 \text{ Cos } A}$$

La diferencia de acimut (dAz), producida por la inclinación del prisma, que hay que tomar en cuenta para obtener el acimut de la señal, se calcula resolviendo el triángulo esférico rectángulo mediante la fórmula del coseno (Figura No. 20).

$$\cos 60^\circ = \cos A \cos dAz + \sin A \sin dAz \cos 90^\circ$$

$$\cos 60^\circ = \cos A \cos dAz$$

$$\cos dAz = \frac{\cos 60^\circ}{\cos A}$$

$$\boxed{\cos dAz = \frac{1}{2 \cos A}} \dots\dots\dots (20)$$

Finalmente, el acimut de la señal esta dado por la expresión siguiente:

$$\boxed{Az (\text{Señal}) = Az (\text{astro}) + dAz - \theta (\text{Señal-astro})} \dots\dots\dots (21)$$

Donde:

Az (Señal) es el acimut de la señal medida desde el punto de observación;

Az (Astro) es el acimut del astro calculado con la fórmula (4);

dAz = diferencia de acimut producida por la inclinación -
del prisma;

θ (señal-astro) es el ángulo horizontal retrógrado que
existe entre la señal y el astro en el momento de -
la observación.

Si la inclinación del prisma fué hecha hacia la derecha -
visto desde el ocular, entonces dAz es negativa, si se inclinó
hacia la izquierda, entonces dAz es positiva.

Observación: el valor del acimut que se obtiene al bisec
tar el Sol, no es muy exacto, sin embargo, es suficiente para po
der encontrar las estrellas en el firmamento.

EJEMPLO DE DETERMINACION DE ACIMUT CON EL ASTROLABIO
POR BISECCION DEL SOL

DATOS:

Fecha de observación: 27 de febrero de 1986
 Línea orientada: Fac. Ing. a Torre Aurrera Taxqueña.
 Hora de observación (TMM90WG): $17^{\text{h}}10^{\text{m}}07^{\text{s}}$
 Angulo horizontal señal-sol: $302^{\circ}42'$ (retrógrado)
 Inclinación del prisma: Hacia la izquierda.
 Latitud del Lugar: $19^{\circ}19'50''$
 Longitud del Lugar: $6^{\text{h}}36^{\text{m}}44^{\text{s}}.2$
 Declinación del Sol a la hora de observación: $-8^{\circ}10'22''$
 Ascensión recta del Sol a la hora de observación: $22^{\text{h}}42^{\text{m}}38^{\text{s}}$

CALCULO DEL TIEMPO SIDEREO LOCAL (Fórmula 10)

$$\text{TSL} = \text{TMM90WG} + \text{TSO}^{\text{h}}_{\text{M90WG}} - \Delta\lambda + C_1$$

$$\text{TSL} = 17^{\text{h}}10^{\text{m}}07^{\text{s}} + 10^{\text{h}}27^{\text{m}}07^{\text{s}} - 36^{\text{m}}44^{\text{s}}.2 + 02^{\text{m}}49^{\text{s}}.2$$

$$\text{TSL} = 27^{\text{h}}03^{\text{m}}19^{\text{s}}$$

CALCULO DEL ANGULO HORARIO (Fórmula 1)

$$H_w = \text{TSL} - \alpha$$

$$H_w = 27^{\text{h}}03^{\text{m}}19^{\text{s}} - 22^{\text{h}}42^{\text{m}}38^{\text{s}}$$

$$H_w = 4^{\text{h}}20^{\text{m}}41^{\text{s}} = 65^{\circ}10'15''$$

CALCULO DE LA ALTURA DEL SOL (Fórmula 3)

$$\text{Sen } A = \text{Sen } \phi \text{ Sen } \delta + \text{Cos } \phi \text{ Cos } \delta \text{ Cos } H$$

$$\text{Sen } A = \text{Sen } (19^{\circ}19'50'') \text{ Sen } (-8^{\circ}10'22'') + \text{Cos } (19^{\circ}19'50'')$$

$$\text{Cos } (-8^{\circ}10'22'') \text{ Cos } (65^{\circ}10'15'')$$

$$A = 20^{\circ} 11'30''$$

CALCULO DEL ACIMUT DEL SOL (Fórmula 4)

$$\text{Cos } Az = \frac{\text{Sen } \delta - \text{Sen } A \text{ Sen } \phi}{\text{Cos } A \text{ Cos } \phi}$$

$$\text{Cos } (360^{\circ} - Az) = \frac{\text{Sen } (-8^{\circ}10'22'') - \text{Sen } (20^{\circ}11'30'') \text{ Sen } (19^{\circ}19'50'')}{\text{Cos } (20^{\circ}11'30'') \text{ Cos } (19^{\circ}19'50'')}$$

$$Az = 253^{\circ}10'14''$$

CALCULO DE LA CORRECCION dAz (Fórmula 20)

$$\text{Cos } dAz = \frac{1}{2 \text{ Cos } A} = \frac{1}{2 \text{ Cos } (20^{\circ}11'30'')} = 57^{\circ}48'33'' (+)$$

CALCULO DEL ACIMUT DE LA LINEA F.I.-TORRE DE AURRERA.

$$Az(\text{línea}) = Az(\text{Sol}) + dAz - \theta (\text{señal-Sol})$$

$$Az(\text{línea}) = 253^{\circ}10'14'' + 57^{\circ}48'33'' - 302^{\circ}42'00''$$

$$Az(\text{línea}) = 8^{\circ}16'47''$$

V.5 EJECUCION DE LAS OBSERVACIONES.

Esta etapa es sin lugar a dudas la más delicada de todo el trabajo y consiste en determinar con la mayor precisión posible el tiempo en que las estrellas pasan por cada uno de los hilos horizontales de la retícula del astrolabio. Puesto que el tiempo es el único elemento que medimos, es aquí en donde pueden introducirse los errores más significativos que pueden afectar los resultados finales de las coordenadas geográficas. Por lo tanto es deseable obtener los tiempos de paso con una exactitud de una décima de segundo o más exacto si es posible.

COMPARACION DEL RELOJ.- Es necesario que en la(s) noche(s) de las observaciones, se hagan dos o tres comparaciones del reloj que se va a utilizar. Estas comparaciones si son tres se hacen antes, durante y después de realizadas las observaciones de los astros (o antes y después si son dos), por medio de un radio de onda corta que capte la hora del meridiano de Greenwich y un reloj que puede ser de tiempo medio o sidéreo, sirven más tarde para corregir los tiempos de observación por marcha.

Conjuntamente con las anotaciones de las comparaciones se debe de tomar la lectura de la presión atmosférica con algún barómetro, y la lectura de la temperatura ambiente con algún termómetro. Esto con la finalidad de tomar en cuenta algún cambio brusco que se pueda producir sobre todo en la temperatura, durante

te la ejecución de las observaciones.

INSTALACION DEL ASTROLABIO.- Para instalar el astrolabio - en el lugar donde se van a realizar las observaciones se procede como sigue, tomando en cuenta que ya debe estar lo mejor ajustado posible (Ver Párrafos IV.3 y IV.4).

1.- Se centra y nivela el equilatfmetro sin el aditamento - del astrolabio, en el punto de observación, procurando que la al tura del anteojo sea cómoda para el observador.

2.- Se orienta el círculo horizontal de la manera siguiente:
Se apunta con el telescopio del equialtfmetro hacia la marca cuyo acimut se determinó con anterioridad (Ver Párrafo V.4), la cual se debe iluminar con alguna linterna, al igual que los - hilos de la retfcula del instrumento. Una vez que se ha bisecta - do la marca con el hilo vertical, conservando el instrumento en esa misma posición, se coloca el valor del acimut de la línea en el círculo horizontal con la ayuda del tornillo que está justo - por debajo del círculo mencionado a la altura de los tornillos - niveladores.

3.- Se coloca el prisma del astrolabio en el telescopio del equialtfmetro, procurando que la burbuja del nivel tubular quede aproximadamente al centro de la graduación, para enseguida llevar la al centro con precisión, mediante el tornillo (6).

4.- Se iluminan los hilos de la retícula con el espejo (2) y la parte del círculo horizontal que nos proporciona la lectura angular con el espejo (9) (Ver Figura No. 9).

5.- Se afina el enfoque del anteojo observando alguna estrella que en ese momento esté pasando por el campo del objetivo. Una vez hecho esto, es importante mantenerlo igual durante todas las observaciones de esa noche, ya que su alteración podría afectar la altura aparente de los astros.

ANOTACION DE LOS TIEMPOS DE PASO.- Se hacen diez u once anotaciones de tiempo para cada estrella observada, una anotación -- cada vez que pase por uno de los hilos horizontales que tiene la retícula (Figura No. 10). Debido a que cada línea horizontal astronómica de la retícula es doble, el observador tiene la libertad de elegir la parte de los hilos en la que hará su determinación, pudiendo utilizar la componente superior, la inferior o la parte intermedia. (Figura No. 10). Una vez hecha esta elección - debe respetarse hasta el final de la observación de todas las es trellas de la lista elaborada.

Antes de comenzar la observación de cada estrella, se debe - procurar que las burbujas de los niveles esférico y tubular estén al centro de sus respectivas graduaciones.

Es importante evitar escoger estrellas que al tocar la almi-

cantarada estén en el meridiano o muy cerca de él, ya que en este caso se mueven con lentitud y en una trayectoria casi paralela a los hilos horizontales y en consecuencia es difícil determinar con precisión los tiempos de paso por los hilos de la retícula.

V.6 EVALUACION DE LA POSICION GEOGRAFICA POR MEDIO DE LAS LINEAS DE POSICION, POR EL METODO GRAFICO Y POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS.

A) EVALUACION POR EL METODO GRAFICO.

Por el lugar de observación asumida (O), cuyas coordenadas aproximadas son ϕ_0, λ_0 , se hace pasar un eje (X) y un eje (Y) perpendiculares entre sí, y se marcan los valores de acimut (Fig.- 21).

Sobre este sistema coordenado se dibujan las líneas de posición, perpendiculares al acimut respectivo y a una distancia de (O) igual a $dz = z_c - z_0$ medida en una escala que puede ir desde unos 2mm. hasta 10mm. por cada segundo de arco. Si dz es positiva, se traza en la dirección del acimut correspondiente; si es negativa se traza en sentido contrario.

El centro (p) del círculo que tangentea al mayor número de líneas de posición determina la posición más probable del obser-

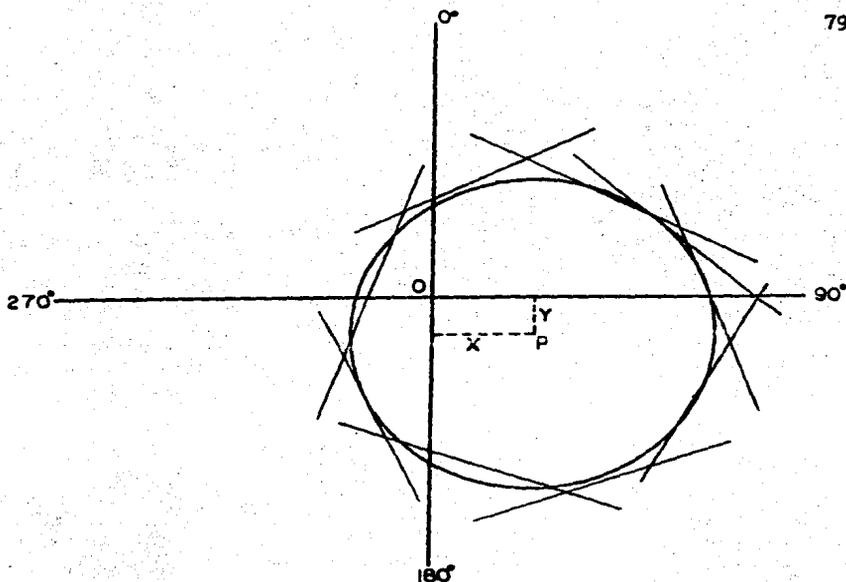


figura no. 21

vador, tal como se ve en la Figura No. 21.

Nótese que el valor de z_0 adoptado para un grupo de estrellas puede ser elegido convenientemente, y que ésto no afecta la posición del punto (p), lo único que cambia es el tamaño del círculo que se conforma con las líneas de posición.

Para obtener las coordenadas geográficas del punto (p), se miden sobre el dibujo las magnitudes "Y" y "X", con la misma escala con que se midieron los valores dz.

La corrección para la latitud se obtiene directamente:

$$\boxed{C\phi = Y} \dots\dots\dots (22)$$

La corrección para la longitud se calcula transformando el valor "X" a diferencia de longitud:

$$\boxed{C\lambda = X \text{ Sec } \phi_0} \dots\dots\dots (23)$$

Finalmente las coordenadas del punto (p) son:

$$\boxed{\phi_p = \phi_0 + C\phi} \dots\dots\dots (24)$$

$$\boxed{\lambda_p = \lambda_0 + C\lambda} \dots\dots\dots (25)$$

En donde:

ϕ_p y λ_p = coordenadas geográficas obtenidas;

λ_0 y ϕ_0 = valores aproximados del lugar de observación;

$C\phi$ y $C\lambda$ = correcciones respectivas.

B) EVALUACION POR EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.

El procedimiento presentado a continuación es obra del Cap. F.B.T. Siems, quien lo publicó en 1945 bajo el título "Latitude and Longitude by Altitude Observation".

Este método de cálculo determina los mejores valores de X e Y para obtener la posición astronómica, resolviendo un sistema de ecuaciones normales obtenidas a partir de las ecuaciones de las líneas de posición.

En la Figura No. 22, O es la posición astronómica aproximada; P la posición verdadera; X e Y son las correcciones que hay que aplicar a O para obtener P ; dz es la diferencia de distancia cenital; Az es el acimut correspondiente; v es la corrección que hay que aplicar a dz para alcanzar la verdadera línea de posición PD .

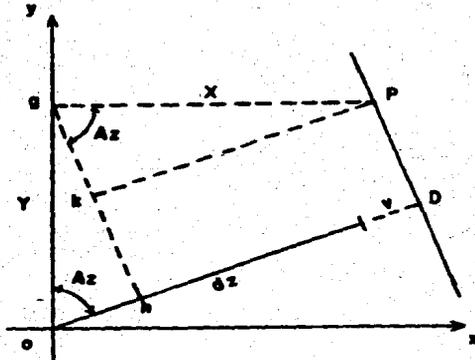


figura no. 22

Se puede escribir la siguiente expresión:

$$Pk + hO = dz + v$$

En donde substituyendo los siguientes valores:

$$Pk = X \text{ Sen } Az \quad hO = Y \text{ Cos } Az$$

Obtenemos la ecuación de la línea de posición (PD)

$$\boxed{X \text{ Sen } Az + Y \text{ Cos } Az = dz + v} \dots\dots\dots (26)$$

La ecuación normal para X en una serie de "n" ecuaciones de líneas de posición, se obtiene de la siguiente expresión:

$$X \left(\sum_{i=1}^n \text{Sen } Az_i \cdot \text{Sen } Az_i \right) + Y \left(\sum_{i=1}^n \text{Cos } Az_i \cdot \text{Sen } Az_i \right) = \sum_{i=1}^n (dz_i + v_i) \text{Sen } Az_i$$

La ecuación normal para Y en la misma serie se obtiene de:

$$X \left(\sum_{i=1}^n \text{Sen } Az_i \cdot \text{Cos } Az_i \right) + Y \left(\sum_{i=1}^n \text{Cos } Az_i \cdot \text{Cos } Az_i \right) = \sum_{i=1}^n (dz_i + v_i) \text{Cos } Az_i$$

Si hacemos las siguientes representaciones: $a = \text{Sen}Az$; $b = \text{Cos}Az$; $d = (dz + v)$; y utilizamos la notación de Gauss, tendremos:

$$X \{aa\} + Y \{ab\} = \{ad\} \dots\dots\dots (27)$$

$$X \{ab\} + Y \{bb\} = \{bd\} \dots\dots\dots (28)$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones normales obtendremos los mejores valores de X e Y, y a partir de éstos las correcciones correspondientes:

$$C\phi = Y$$

$$C\lambda = X \operatorname{Sec} \phi_0$$

Finalmente:

$$\phi = \phi_0 + C\phi$$

$$\lambda = \lambda_0 + C\lambda$$

CAPITULO VI

EJEMPLO NUMERICO

Con la finalidad de ejemplificar los conceptos del capítulo anterior, se muestra aquí la determinación de latitud y longitud del poste del Magnetómetro Patrón del Observatorio Magnético de Teoloyucan, Estado de México.

Las coordenadas que se toman como aproximadas fueron:

$$\phi_0 = 19^{\circ}44'47''(N) \quad \lambda_0 = 99^{\circ}11'35'' = 6^{\text{h}}36^{\text{m}}46^{\text{s}}.3 \text{ (WG)}$$

El instrumento que se utilizó en este posicionamiento geográfico fue el Astrolabio Carl Zeiss No. Serie 83966; los tiempos de paso de los astros por los hilos horizontales de la retícula se tomaron con la ayuda de un reloj de tiempo medio, a vista y oído.

Para orientar el círculo horizontal del astrolabio, se hizo uso de una línea cuyo acimut fué determinado con un teodolito -- marca Wild T-2, por los Ingenieros Carlos Cañón Amaro y José L. Higuera Moreno en el año de 1981; razón por la cual no hubo necesidad de hacer una orientación astronómica con el astrolabio. El valor del acimut de la línea mencionada fué de $112^{\circ}07'10''$.

La elaboración de la lista de estrellas para la observación se hizo eligiéndolas gráficamente por "pares" con el selector -- Carl Zeiss y posteriormente se obtuvieron analíticamente los valores más exactos de los acimutes y tiempos en que las estrellas alcanzan los 60° de altura. La mayor parte de los cálculos y resultados que se presentan aquí, se llevaron a cabo mediante una calculadora de bolsillo marca Casio FX-702P, así como sus respectivos programas en Lenguaje Basic de las fórmulas aplicadas.

VI.1 LISTA DE ESTRELLAS PARA SU OBSERVACION A UNA ALTURA DE
60° CON DATOS EXTRAIDOS GRAFICAMENTE DEL SELECTOR CARL
ZEISS (PARA EL 14 DE MARZO DE 1986).

| PAR | E | W | TMM90WG | ACIMUT | δ | α | M |
|-----|---|---|---|--------|----------|---|---|
| 6 | X | | 21 ^h 10 ^m 00 ^s | 89°00° | +17°00' | 10 ^h 06 ^m 00 ^s | 4 |
| | | X | 21 19 00 | 266 00 | +15 30 | 6 06 00 | 4 |
| 7 | X | | 21 27 00 | 38 00 | +41 30 | 9 55 00 | 5 |
| | | X | 21 38 00 | 280 30 | +22 30 | 6 21 30 | 3 |
| 8 | X | | 21 54 30 | 158 30 | - 8 00 | 9 26 00 | 3 |
| | | X | 22 01 30 | 220 30 | - 3 30 | 7 35 30 | 5 |
| 9 | X | | 22 14 00 | 82 00 | +21 00 | 11 12 00 | 3 |
| | | X | 22 25 00 | 222 00 | - 3 00 | 7 58 00 | 5 |
| 10 | X | | 22 36 00 | 122 30 | + 2 00 | 11 06 00 | 6 |
| | | X | 22 42 00 | 291 30 | +28 00 | 7 23 30 | 4 |
| 11 | X | | 22 49 00 | 82 30 | +20 30 | 11 46 00 | 5 |
| | | X | 22 58 00 | 292 00 | +28 00 | 7 31 00 | 1 |

VI.2 DATOS DE ESTRELLAS EXTRAIDOS DEL CATALOGO "APPARENT PLACES OF FUNDAMENTAL STARS" (Para el 14 de Marzo de 1986).

| PAR | E | W | # | NOMBRE | δ | α | M |
|-----|---|---|------|-------------------|---------------|---|------|
| 6 | X | | 379 | η Leonis | +16°49'50".05 | 10 ^h 06 ^m 35 ^s .72 | 3.58 |
| | | X | 232 | γ Orionis | +14 46 20.63 | 6 06 46.71 | 4.40 |
| 7 | X | | 274 | 19 Leonis min. | +41 07 24.01 | 9 56 51.89 | 5.19 |
| | | X | 241 | μ Geminorum | +22 31 25.56 | 6 22 07.30 | 3.19 |
| 8 | X | | 354 | α Hydrae | - 8 35 55.71 | 9 26 55.10 | 2.16 |
| | | X | 289 | 25 Monocerotis | - 4 04 46.58 | 7 36 35.69 | 5.17 |
| 9 | X | | 422 | δ Leonis | +20 35 55.66 | 11 13 23.54 | 2.58 |
| | | X | 304 | 27 Monocerotis | - 3 38 29.12 | 7 59 03.06 | 5.06 |
| 10 | X | | 1287 | 65 Leonis | + 2 01 47.48 | 11 06 12.73 | 5.66 |
| | | X | 282 | ι Geminorum | +27 49 44.16 | 7 24 52.44 | 3.89 |
| 11 | X | | 1304 | 93 Leonis | +20 17 39.90 | 11 47 17.47 | 4.54 |
| | | X | 295 | β Geminorum | +28 03 46.15 | 7 44 28.69 | 1.21 |

VI.3. LISTA DE ESTRELLAS PARA OBSERVACION A UNA ALTURA DE 60° CON DATOS OBTENIDOS ANALITICAMENTE (Para el 14 de Marzo de 1986).

| PAR | E | W | # | NOMBRE | TMSOWG | ACIMUT | M |
|-----|---|---|------|-------------------|--|-------------|------|
| 6 | X | | 379 | η Leonis | 21 ^h 06 ^m 51 ^s .3 | 90°18'14".3 | 3.58 |
| | | X | 232 | γ Orionis | 21 17 04.7 | 265 19 24.9 | 4.40 |
| 7 | X | | 274 | 19 Leonis min. | 21 23 33.1 | 39 24 21.6 | 5.19 |
| | | X | 241 | μ Geminorum | 21 36 35.6 | 281 04 45.7 | 3.19 |
| 8 | X | | 354 | α Hydrae | 21 51 40.0 | 158 55 49.6 | 2.16 |
| | | X | 289 | 25 Monocerotis | 21 56 24.5 | 218 53 12.1 | 5.17 |
| 9 | X | | 422 | δ Leonis | 22 11 26.3 | 82 44 37.6 | 2.58 |
| | | X | 304 | 27 Monocerotis | 22 21 07.8 | 220 21 06.1 | 5.06 |
| 10 | X | | 1287 | 65 Leonis | 22 32 57.9 | 122 50 32.6 | 5.66 |
| | | X | 282 | ι Geminorum | 22 37 31.2 | 291 47 14.2 | 3.89 |
| 11 | X | | 1304 | 93 Leonis | 22 45 20.6 | 83 21 03.4 | 4.54 |
| | | X | 295 | β Geminorum | 22 56 54.2 | 292 15 48.7 | 1.21 |

VI.4 REGISTRO DE LAS OBSERVACIONES.

Primeras Comparaciones

RADIO

RELOJ

2^h39^m00^s.020^h39^m00^s.0

Tem = 10.5°C

2 40 00.0

20 40 00.0

Pres = 584 mm. Hg

2 41 00.0

20 41 00.0

 $\Delta T = 00.0$

Promedio 2 40 00.0

20 40 00.0

HORAS DE PASO DE LAS ESTRELLAS (TMM90WG):

| HILOS | PAR No. 6 | |
|-------|---|--|
| | ESTE | OESTE |
| 1 | 21 ^h 06 ^m 48 ^s .8* | 21 ^h 17 ^m 10 ^s .5 |
| 2 | 07 03.5 | 17 25.5* |
| 3 | 07 14.0 | 17 36.0 |
| 4 | 07 22.2* | 17 45.0 |
| 5 | 07 29.0 | 17 51.5 |
| 6 | 07 41.8 | 18 04.0 |
| 7 | 07 48.0* | 18 10.3 |
| 8 | 07 57.0 | 18 19.1 |
| 9 | 08 07.5 | 18 29.5* |
| 10 | 08 22.5* | 18 44.6 |

| HILOS | PAR No. 7 | |
|-------|---|---|
| | ESTE | OESTE |
| 1 | 21 ^h 25 ^m 30 ^s .0* | 21 ^h 36 ^m 41 ^s .0* |
| 2 | 23 53.5 | 36 57.0 |
| 3 | 24 10.0 | 37 07.5 |
| 4 | 24 23.0* | 37 16.5 |
| 5 | 24 34.0 | 37 22.5* |
| 6 | 24 53.5 | 37 35.3* |
| 7 | 25 02.4* | 37 42.0 |
| 8 | 25 17.0 | 37 50.5 |
| 9 | 25 34.3 | 38 02.0 |
| 10 | 25 58.2* | 38 16.5* |

| HILOS | PAR No. 8 | |
|-------|---|---|
| | ESTE | OESTE |
| 1 | 21 ^h 51 ^m 23 ^s .0* | 21 ^h 56 ^m 59 ^s .0* |
| 2 | 52 05.0 | |
| 3 | 52 35.5 | 57 17.5 |
| 4 | 53 00.5 | 57 30.0 |
| 5 | 53 18.0 | 57 40.5 |
| M | 53 36.5 | 57 49.5* |
| 6 | 53 54.0 | 58 00.0 |
| 7 | 54 12.5 | 58 10.0 |
| 8 | 54 38.5 | 58 23.0 |
| 9 | 55 10.5 | 58 40.0* |
| 10 | 55 55.5* | |

| HILOS | PAR No. 9 | |
|-------|--|--|
| | ESTE | OESTE |
| 1 | 22 ^h 11 ^m 24 ^s .0 | 22 ^h 21 ^m 17 ^s .5 |
| 2 | 11 39.0 | 21 40.0 |
| 3 | 11 49.0 | 21 56.0 |
| 4 | 11 58.0 | 22 09.5 |
| 5 | 12 04.5 | 22 19.5 |
| M | 12 10.5 | 22 29.0 |
| 6 | 12 17.0 | 22 39.0 |
| 7 | 12 24.0 | 22 49.0 |
| 8 | 12 32.5 | 23 02.0 |
| 9 | 12 42.0 | 23 18.0 |
| 10 | 12 58.0 | 23 40.5 |

| HILOS | PAR No. 10 | |
|-------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| | ESTE | OESTE |
| 1 | 22 ^h 32 ^m 53.5 | 22 ^h 37 ^m 37.5 |
| 2 | 33 11.0 | 37 48.5* |
| 3 | 33 24.0* | 38 05.0 |
| 4 | 33 34.0 | 38 14.5 |
| 5 | 33 41.5 | 38 21.5 |
| M | 33 49.5 | 38 28.0 |
| 6 | 33 56.5 | 38 34.5 |
| 7 | 34 04.5 | 38 41.5 |
| 8 | 34 09.5* | 38 50.5 |
| 9 | 34 27.5 | 39 02.0* |
| 10 | 34 35.0 | 39 18.5 |

| HILOS | Par No. 11 | |
|-------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| | ESTE | OESTE |
| 1 | 22 ^h 45 ^m 19.0 | 22 ^h 56 ^m 59.0 |
| 2 | 45 34.0 | 57 15.5 |
| 3 | 45 44.0 | 57 27.0 |
| 4 | 45 53.0 | 57 36.0* |
| 5 | 45 59.5 | 57 42.5 |
| M | 46 05.5 | 57 50.0 |
| 6 | 46 12.0 | 57 57.0 |
| 7 | 46 18.5 | 58 03.5* |
| 8 | 46 27.0 | 58 12.5 |
| 9 | 46 38.0 | 58 23.5 |
| 10 | 46 52.5 | 58 40.5 |

Segundas Compraciones:

RADIO

RELOJ

5^h10^m00.023^h10^m00.5

5 11 00.0

23 11 00.7

5 12 00.0

23 12 00.5

Prom. 5 11 00.0

23 11 00.6

Temp. = 8.0°C

Pres. = 584 mm. Hg.

 $\Delta T = +00.6$

En todos los pares se hicieron las observaciones con la parte intermedia de las componentes de los hilos dobles astronómicos. En los pares números 8, 9, 10 y 11 se tomó también la hora de paso de las estrellas por el hilo horizontal principal (M).

VI.5 PROMEDIOS DE LOS TIEMPOS DE OBSERVACION.

Para la obtención de los promedios, se obtuvieron primero -

los promedios parciales de los hilos 1 con 10; 2 con 9; 3 con 8; 4 con 7; y 5 con 6 de cada estrella; eliminándose aquellos valores que menos concordaran con el promedio parcial dominante para cada estrella. Los tiempos eliminados se encuentran marcados con un asterisco (*), en el registro de las horas de paso.

| P R O M E D I O S | | |
|-------------------|---|---|
| PAR | ESTE | OESTE |
| 6 | 21 ^h 07 ^m 35 ^s .47 | 21 ^h 17 ^m 57 ^s .60 |
| 7 | 21 24 43.72 | 21 37 29.25 |
| 8 | 21 53 36.75 | 21 57 50.17 |
| 9 | 22 12 10.75 | 22 22 29.08 |
| 10 | 22 33 49.25 | 22 38 28.00 |
| 11 | 22 46 05.71 | 22 57 49.75 |

VI.6 OBTENCION DE LOS TIEMPOS SIDEREOS LOCALES DE OBSERVACION.

$$TSL = HSO^h M90WG + TMM90WG - \Delta\lambda_0 + C_1$$

| TIEMPOS SIDEREOS LOCALES | | |
|--------------------------|--|--|
| PAR | ESTE | OESTE |
| 6 | 8 ^h 00 ^m 32 ^s .70 | 8 ^h 10 ^m 56 ^s .54 |
| 7 | 8 17 43.77 | 8 30 31.39 |
| 8 | 8 46 41.54 | 8 50 55.66 |
| 9 | 9 05 18.59 | 9 15 38.62 |
| 10 | 9 27 00.65 | 9 31 40.16 |
| 11 | 9 39 19.12 | 9 51 05.09 |

VI.7 CALCULO DE TIEMPOS SIDEREOS LOCALES CORREGIDOS.

Para esto utilizamos los promedios de las comparaciones, transformados a tiempo sidéreo, como sigue:

$$m = \frac{\Delta T' - \Delta T}{T' - T} = \frac{(0^S6 - 0^S0) (1.0027379)}{10^h04^m18^S10 - 7^h32^m52^S70}$$

$$m = 0^S238395 \quad (\text{adelanto del reloj, por hora})$$

| TIEMPOS SIDEREOS CORREGIDOS | | |
|-----------------------------|--|--|
| PAR | E S T E | O E S T E |
| 6 | 8 ^h 00 ^m 32 ^s .59 | 8 ^h 10 ^m 56 ^s .39 |
| 7 | 8 17 43.59 | 8 30 31.16 |
| 8 | 8 46 41.25 | 8 50 55.35 |
| 9 | 9 05 18.22 | 9 15 38.21 |
| 10 | 9 27 00.20 | 9 31 39.69 |
| 11 | 9 39 18.62 | 9 51 04.54 |

VI.8 CALCULO DE LA LATITUD Y LA LONGITUD MEDIANTE LAS LINEAS DE POSICION, POR EL METODO GRAFICO.

CALCULO DEL ACIMUT (Az) Y DE LA DIFERENCIA DE DISTANCIA CENITAL (dz = Zc - Zo). Se adopta un valor para Zo de -- 30°00'30".

| PAR | $\frac{E}{W}$ | δ | α | TSL | Az | Zc | dz |
|-----|---------------|--------------|---|--|--------------|-------------|-------|
| 6 | E | 16°49'50.05 | 10 ^h 06 ^m 35 ^s .72 | 8 ^h 00 ^m 32 ^s .59 | 90°21'49.47 | 30°01'14.62 | 44.62 |
| | W | 14 46 20.63 | 6 06 46.71 | 8 10 56.39 | 265 25 19.41 | 30 00 46.04 | 16.04 |
| 7 | E | 41 07 24.01 | 9 56 51.89 | 8 17 43.59 | 39 08 44.26 | 30 00 53.04 | 23.04 |
| | W | 22 31 25.56 | 6 22 07.30 | 8 30 31.16 | 281 05 04.44 | 30 00 44.58 | 14.58 |
| 8 | E | -8 35 55.71 | 9 26 55.10 | 8 46 41.25 | 159 48 46.50 | 30 01 32.25 | 62.25 |
| | W | -4 04 46.58 | 7 36 35.69 | 8 50 55.35 | 219 26 28.66 | 30 01 18.40 | 48.40 |
| 9 | E | 20 35 55.66 | 11 13 23.54 | 9 05 18.22 | 82 45 59.64 | 30 01 18.34 | 48.34 |
| | W | -03 38 29.12 | 7 59 03.06 | 9 15 38.21 | 220 52 03.77 | 30 00 59.86 | 29.86 |
| 10 | E | 2 01 47.48 | 11 06 12.73 | 9 27 00.20 | 123 05 16.97 | 30 01 27.43 | 57.43 |
| | W | 27 49 44.16 | 7 24 52.44 | 9 31 39.69 | 291 43 38.26 | 30 00 45.95 | 15.95 |
| 11 | E | 20 17 39.90 | 11 47 17.47 | 9 39 18.62 | 83 22 37.28 | 30 01 10.38 | 40.38 |
| | W | 28 03 46.15 | 7 44 28.69 | 9 51 04.54 | 292 12 08.16 | 30 00 26.19 | -3.81 |

GRAFICACION DE LAS LINEAS DE POSICION Y OBTENCION DE LA LATITUD Y DE LA LONGITUD.

ESCALA: 2mm. = 1"

$$\Delta\phi = Y = -19''$$

$$\phi_p = \phi_o + \Delta\phi$$

$$\phi_p = 19^\circ 44' 47'' - 19''$$

$$\phi_p = 19^\circ 44' 28''$$

$$\Delta\lambda = X \operatorname{Sec} \phi_o = -16''$$

$$\lambda_p = \lambda_o + \Delta\lambda$$

$$\lambda_p = 99^\circ 11' 35'' - 16''$$

$$\lambda_p = 99^\circ 11' 19''$$

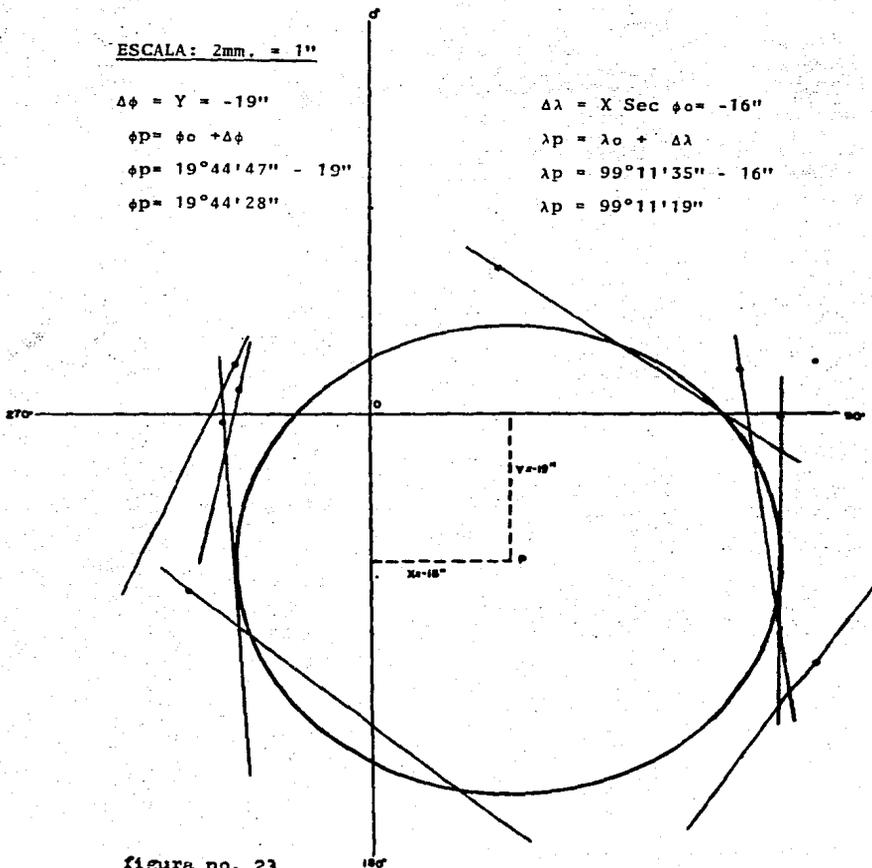


figura no. 23

VI.9 CALCULO DE LA LATITUD Y LONGITUD MEDIANTE LAS LINEAS DE POSICION
 POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS

| * | ACIMUT | (a) Sen Az | (b) Cos Az | (d) dz | (aa) | (ab) | (ad) | (bb) | (bd) |
|-----|--------------|---------------|---------------|-----------|-----------|------------|------------|-----------|------------|
| 6e | 90°21'49.47 | 0.9999798 | -0.0063484 | 44.62 | 0.9999596 | -0.0063483 | 44.619101 | 0.0000403 | -0.2832677 |
| 6w | 265 25 19.41 | -0.9968097 | -0.0798152 | 16.04 | 0.9936295 | 0.0795606 | -15.988827 | 0.0063705 | -1.2802361 |
| 7e | 39 08 44.26 | 0.6312936 | 0.7755439 | 23.04 | 0.3985316 | 0.4895959 | 14.545005 | 0.6014684 | 17.868532 |
| 7w | 281 05 04.44 | -0.9813445 | 0.1922574 | 14.58 | 0.9630371 | -0.1886708 | -14.308003 | 0.0369629 | 2.8031136 |
| 9w | 220 52 03.77 | -0.6543149 | -0.7562222 | 29.86 | 0.4281280 | 0.4948075 | -19.537843 | 0.571872 | -22.580795 |
| 10e | 123 05 16.97 | 0.8378325 | -0.5459273 | 57.43 | 0.7019634 | -0.5459273 | 48.116723 | 0.2980366 | -31.352605 |
| 10w | 291 43 38.26 | -0.9289563 | 0.3701895 | 15.95 | 0.8629597 | -0.3438899 | -14.816852 | 0.1370403 | 5.9045227 |
| 11e | 83 22 37.28 | 0.9933266 | 0.1153355 | 40.38 | 0.9866977 | 0.1145658 | 40.110528 | 0.0133023 | 4.6572484 |
| | | | | | 6.3349066 | 0.0936935 | 82.739832 | 1.6650933 | -24.263487 |

SISTEMA DE ECUACIONES NORMALES:

$$X (6.3349066) + Y (0.0936935) = 82.739832 \dots\dots\dots (1)$$

$$X (0.0936935) + Y (1.6650933) = -24.263487 \dots\dots\dots (2)$$

De donde obtenemos: $X = 13^{\circ}28'$, $Y = 15^{\circ}31'$

Y aplicando las correcciones a las coordenadas aproximadas, obtenemos:

$$\phi = 19^{\circ} 44' 47'' - 15^{\circ}31' = 19^{\circ}44' 32'' N$$

$$\lambda = 99^{\circ}11'35'' - 13^{\circ}28' \text{ Sec } (19^{\circ}44'47'') = 99^{\circ}11'21'' W.G.$$

VI 10 EVALUACION DEL POSICIONAMIENTO GEOGRAFICO POR METODOS ANALITICOS.

Debido a que el método de las líneas de posición nos proporciona sólo un resultado para la latitud y otro para la longitud, y debido a que se necesitan varios resultados para poder calcular la precisión con que se obtienen estos valores, en este párrafo se obtienen analíticamente con las mismas observaciones hechas: la latitud geográfica por el método de alturas iguales de tres estrellas ideado por Gauss; el ΔT aplicando el método de alturas iguales de dos estrellas del Ing. Francisco Díaz Covarrubias, y a partir de este último dato se obtiene la longitud geográfica.

Acerca de estos dos métodos mencionados, es conveniente -- aclarar que no se analizarán ni se entrara en detalle en ellos y sólo se hará uso de las ecuaciones correspondientes. Por lo -- tanto el lector interesado en ellos podrá consultarlos en los -- libros citados en la bibliografía del presente trabajo.

"METODO DE ALTURAS IGUALES DE TRES ESTRELLAS PARA LA OBTENCIÓN DE LA LATITUD, DE GAUSS".

Para poder aplicar este método es suficiente conocer de cada estrella; sus coordenadas ecuatoriales independientes (declinación y ascensión recta), y el tiempo sidéreo local en que adquieren la altura igual.

Para obtener los mejores resultados es recomendable que dos de las estrellas estén próximas al meridiano a un mismo lado del cenit y que la tercera tenga aproximadamente un acimut suplementario al promedio de las anteriores. En caso de no contar con su suficientes elementos para cumplir con el requisito mencionado, se pueden utilizar los datos de tres estrellas que difieran en acimut, unos 120° aproximadamente entre sí. Las ecuaciones a resolver son las siguientes:

$$E' = (T' - T) - (\alpha' - \alpha) \dots\dots\dots (29)$$

$$D' \text{ Sen } B' = \text{Sen } 1/2 E' \text{ ctg } 1/2 (\delta - \delta') \dots\dots\dots (30)$$

$$D' \text{ Cos } B' = \text{Cos } 1/2 E' \text{ tg } 1/2 (\delta + \delta') \dots\dots\dots (31)$$

$$C' = B' + 1/2 E' \dots\dots\dots (32)$$

$$E'' = (T'' - T) - (\alpha'' - \alpha) \dots\dots\dots (33)$$

$$D'' \text{ Sen } B'' = \text{Sen } 1/2 E'' \text{ ctg } 1/2 (\delta - \delta'') \dots\dots\dots (34)$$

$$D'' \text{ Cos } B'' = \text{Cos } 1/2 E'' \text{ tg } 1/2 (\delta + \delta'') \dots\dots\dots (35)$$

$$C'' = B'' + 1/2 E'' \dots\dots\dots (36)$$

$$\text{tg } F = \frac{D''}{D'} \dots\dots\dots (37)$$

$$\text{tg } (P + 1/2(C' + C'')) = \text{tg } (45^\circ - F) \text{ ctg } 1/2 (C' - C'') \dots\dots (38)$$

CALCULO DE LA LATITUD POR EL METODO DE ALTURAS IGUALES DE GAUSS

| | GRUPO 1 7e-9w-10e | GRUPO 2 7e-8e-8w | GRUPO 3 8e-9e-10w | GRUPO 4 6w-7e-10e | GRUPO 5 7e-7w-10e | GRUPO 6 6e-6w-8e |
|-----|----------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| δ | 41 07 24.01 | 41 07 24.01 | -8 35 55.71 | 14 46 20.63 | 41 07 24.01 | 16 49 50.05 |
| δ' | -3 38 29.12 | -8 35 55.71 | 20 35 55.66 | 41 07 24.01 | 22 31 25.56 | 14 46 20.63 |
| δ'' | 2 01 47.48 | -4 04 46.58 | 27 49 44.16 | 2 01 47.48 | 2 01 47.48 | -8 35 55.71 |
| α | 9 56 51.89 | 9 56 51.89 | 9 26 55.10 | 6 06 46.71 | 9 56 51.89 | 10 06 35.72 |
| α' | 7 59 03.06 | 9 26 55.10 | 11 13 23.54 | 9 56 51.89 | 6 22 07.30 | 6 06 46.71 |
| α'' | 11 06 12.73 | 7 36 35.69 | 7 24 52.44 | 11 06 12.73 | 11 06 12.73 | 9 26 55.10 |
| T | 8 17 43.59 | 8 17 43.59 | 8 46 41.25 | 8 10 56.39 | 8 17 43.59 | 8 00 32.59 |
| T' | 9 15 38.21 | 8 46 41.25 | 9 05 18.22 | 8 17 43.59 | 8 30 31.16 | 8 10 56.39 |
| T'' | 9 27 00.20 | 8 50 55.35 | 9 31 39.69 | 9 27 00.20 | 9 27 00.20 | 8 46 41.25 |
| E' | 43 55 51.75 | 14 43 36.75 | -21 57 52.05 | -55 49 29.70 | 56 53 02.40 | 62 33 12.15 |
| B' | 70 53 35.31 | 43 42 49.86 | 81 58 13.60 | 76 48 19.90 | 79 22 25.17 | 89 31 13.91 |
| B'' | 0 57 40.53 | 0 24 00.90 | 0 44 19.19 | 2 03 14.11 | 2 57 33.18 | 28 54 12.54 |
| C' | 92 51 31.19 | 51 04 38.24 | 70 59 17.58 | 48 53 35.05 | 107 48 56.37 | 120 47 49.98 |
| E'' | -0 01 03.45 | 43 21 59.40 | 41 45 16.50 | -55 50 33.15 | -0 01 03.45 | 21 27 19.20 |
| B'' | -0 03 45.96 | 70 40 16.33 | -81 41 05.80 | -88 13 03.57 | -0 03 45.96 | 85 06 06.07 |
| D'' | 0 23 43.64 | 0 56 26.01 | 1 05 40.27 | 4 11 44.25 | 0 23 43.64 | 0 49 40.84 |
| C'' | -0 04 17.68 | 92 21 16.03 | -60 48 27.55 | -116 08 20.15 | -0 04 17.68 | 95 49 45.67 |
| F | 22 21 43.06 | 66 56 53.14 | 55 59 08.31 | 63 54 59.27 | 7 36 41.90 | 1 38 27.34 |
| P | 24 46 41.48 | -24 46 53.92 | -10 03 12.76 | 31 02 42.85 | -24 46 49.76 | -31 30 30.58 |
| φ | 19 44 24.36 | 19 44 22.46 | 19 44 25.36 | 19 44 23.57 | 19 44 23.15 | 19 44 17.27 |

En cada grupo de estrellas: el número indica el número del par y el subíndice significa (e) al este, (w) al oeste.

$$\operatorname{tg} \phi = D' \operatorname{Cos} (P + C') \dots\dots\dots (39)$$

$$\operatorname{tg} \phi = D'' \operatorname{Cos} (P + C'') \dots\dots\dots (40)$$

En este grupo de ecuaciones:

T, α , δ son los datos de la primera estrella visada.

T', α' , δ' son los datos de la segunda estrella visada.

T'', α'' , δ'' son los datos de la tercera estrella visada.

Para efectos de cálculo, se hacen las combinaciones de estrellas que se ajusten más a las recomendaciones mencionadas.

"METODO DE ALTURAS IGUALES DE DOS ESTRELLAS PARA LA OBTENCIÓN DE LA HORA, DEL ING. FRANCISCO DIAZ COVARRUBIAS"

Los mejores resultados que se obtienen en la aplicación de este método requieren principalmente de lo siguiente: de que la diferencia en las declinaciones del par de estrellas sea menor de 20° y mayor de 2° ; y de que para las observaciones hechas en la República Mexicana o lugares con una latitud similar, el valor de la declinación de las estrellas escogidas, esté comprendido entre 45°N y 25°S .

$$\theta = 1/2 (T - T') + 1/2 (\alpha' - \alpha) \dots\dots\dots (41)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} 1/2 (\delta - \delta') \operatorname{tg} 1/2 (\delta + \delta') \operatorname{ctg} \theta \dots\dots\dots (42)$$

$$\operatorname{Sen} W = \frac{\operatorname{tg} 1/2 (\delta - \delta') \operatorname{tg} \phi \operatorname{Cos} \psi}{\operatorname{Sen} \theta} \dots\dots\dots (43)$$

$$\varepsilon = W - \psi \dots\dots\dots (44)$$

$$\Delta T = 1/2 (\alpha' + \alpha) + \varepsilon - 1/2 (T + T') \dots\dots\dots (45)$$

En las ecuaciones anteriores:

T', α', δ' son los datos de la estrella al Este

T, α, δ son los datos de la estrella al Oeste

ϕ_0 es la latitud aproximada que se conoce.

Con la finalidad de cumplir con los requerimientos en cuanto a las declinaciones de las estrellas, se hacen las combinaciones adecuadas.

CALCULO DEL ΔT , POR EL METODO DE ALTURAS IGUALES DEL ING. DIAZ COVARRUBIAS

| | PAR 1 6e - 6w | PAR 2 7e-11w | PAR 3 8e-8w | PAR 4 9e-7w | PAR 5 10e-9w | PAR 6 11e-10w |
|------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| α' | 10 06 35.72 | 9 56 51.89 | 9 26 55.10 | 11 13 23.54 | 11 06 12.73 | 11 47 17.47 |
| δ' | 16 49 50.05 | 41 07 24.01 | -8 35 55.71 | 20 35 55.66 | 2 01 47.48 | 20 17 39.90 |
| T' | 8 00 32.59 | 8 17 43.59 | 8 46 41.25 | 9 05 18.22 | 9 27 00.20 | 9 39 18.62 |
| α | 6 06 46.71 | 7 44 28.69 | 7 36 35.69 | 6 22 07.30 | 7 59 03.06 | 7 24 52.44 |
| δ | 14.46 20.63 | 28 03 46.15 | -4 04 46.58 | 22 31 25.56 | -3 38 29.12 | 27 49 44.16 |
| T | 8 10 56.39 | 9 51 04.54 | 8 50 55.35 | 8 30 31.16 | 9 15 38.21 | 9 31 39.69 |
| θ | 31 16 36.08 | 28 13 01.12 | 14 19 11.33 | 32 03 38.85 | 21 58 27.60 | 31 50 45.75 |
| ν | -0 28 46.09 | -8 22 11.94 | -0 59 01.73 | 0 36 26.08 | 0 05 56.11 | 2 42 36.22 |
| ω | -0 42 41.76 | -4 55 56.99 | 3 16 56.86 | 0 39 03.31 | -2 43 24.61 | 2 33 52.72 |
| ϵ | -0 00 55.71 | 0 13 45.00 | 0 17 03.91 | 0 00 10.48 | -0 11 17.38 | -0 00 34.90 |
| ΔT | +01 ^o 01 | +01 ^o 22 | +01 ^o 00 | +01 ^o 21 | +01 ^o 31 | +00 ^o 90 |

CALCULO DE LA LONGITUD

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---------|-------------|------------|-----------|------|------------|-------------|---------|------------|--|--------------------------|
| PAR | H S G | RELOJ | MARCHA | ΔT | H. OBSERV. | 3-6 | (7) (4) | H S L | LONGITUD AL WG | |
| 6e-6w | 14 09 38,95 | 7 32 52,62 | -0,238395 | 1,01 | 8 05 44,49 | -0 32 51,87 | +0,131 | 7 32 53,76 | 6 ^h 36 ^m 45 ^s .19 | 99 ^o 11'17"85 |
| 7e-11w | 14 09 38,95 | 7 32 52,62 | -0,238395 | 1,22 | 9 04 24,07 | -1 31 31,45 | +0,364 | 7 32 54,20 | 6 36 44,75 | 99 11 11,25 |
| 8e-8w | 14 09 38,95 | 7 32 52,62 | -0,238395 | 1,00 | 8 48 48,30 | -1 15 55,68 | +0,302 | 7 32 53,92 | 6 36 45,03 | 99 11 15,45 |
| 9e-7w | 14 09 38,95 | 7 32 52,62 | -0,238395 | 1,21 | 8 47 54,69 | -1 15 02,07 | +0,298 | 7 32 54,13 | 6 36 44,82 | 99 11 12,30 |
| 10e-9w | 14 09 38,95 | 7 32 52,62 | -0,238395 | 1,31 | 9 21 19,20 | -1 48 26,58 | +0,431 | 7 32 54,36 | 6 36 44,59 | 99 11 08,85 |
| 11e-10w | 14 09 38,95 | 7 32 52,62 | -0,238395 | 0,90 | 9 35 29,16 | -2 02 36,54 | +0,487 | 7 32 54,01 | 6 36 44,94 | 99 11 14,10 |

- 2.- Hora Sidérea de Greenwich al momento de la Primera comparación (radio).
- 3.- Hora Sidérea al momento de la primera comparación (Reloj).
- 4.- Marcha (m) del reloj por hora.
- 5.- ΔT a la hora de observación.
- 6.- Hora de observación, promedio de los tiempos de observación de la estrella al este y la estrella al oeste, de cada par.
- 7.- Intervalo entre la hora de observación y la hora del reloj a la hora de la primera comparación.
- 8.- Corrección por marcha.
- 9.- Hora sidérea local (6 +7 +5 +8)
- 10.- Longitud del lugar de observación en tiempo (2 - 9)
- 11.- Longitud del lugar de observación en arco.

CAPITULO VII

C O N C L U S I O N E S

CALCULO DEL ERROR PROBABLE DEL PROMEDIO DE LA DETERMINACION DE LA LATITUD GEOGRAFICA.

Se aplica previamente el criterio de Chauvenet para deshechar valores dudosos.

Criterio de Chauvenet (Primer cálculo)

| n | LATITUD | V | V ² |
|--------------------|-------------|-------------|----------------|
| 1 | 19°44'24"36 | -1.66 | 2.7556 |
| 2 | 22.46 | 0.24 | 0.0576 |
| 3 | 25.36 | -2.66 | 7.0756 |
| 4 | 23.57 | -0.87 | 0.7569 |
| 5 | 23.15 | -0.45 | 0.2025 |
| 6 | 17.27 | 5.43 | 29.4849 |
| Prom: 19°44'22".70 | | Σ = 40.3331 | |

$$E = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = \pm 1.92 \text{ (Error probable de una observación)}$$

$$P = \frac{2n - 1}{2n} = \frac{12 - 1}{12} = 0.917 \text{ (prob. del error máximo admisible)}$$

$$\frac{X}{E} = 2.5 \text{ (de la tabla de probabilidades)}$$

$$X = (2.5) (1.92) \approx 5 \text{ (error máximo admisible).}$$

Como el valor del residuo (v) de la línea No. 6 es mayor que 5", se desecha ese renglón y se repite todo el cálculo con los valores restantes de la latitud.

(Segundo Cálculo)

| n | LATITUD | V | v^2 |
|-------|-------------|-------|-------------------|
| 1 | 19°44'24"36 | 0.58 | 0.3364 |
| 2 | 22.46 | -1.32 | 1.7424 |
| 3 | 25.36 | 1.58 | 2.4964 |
| 4 | 23.57 | -0.21 | 0.0441 |
| 5 | 23.15 | -0.63 | 0.3969 |
| Prom. | 19°44'23"78 | | $\Sigma = 5.0162$ |

$$E = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = \pm 0.75$$

$$P = \frac{2n - 1}{2n} = \frac{9}{10} = 0.9$$

$$\frac{X}{E} = 2.5$$

$$X = (2.5) (0.75) = \pm 1.87$$

Como todos los residuos son menores a este valor, ya no se desecha ningún valor.

CALCULO DEL ERROR PROBABLE DEL PROMEDIO

$$E_{pp} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum V^2}{n(n-1)}}$$

| |
|----------------------------|
| $E_{pp} = \pm 0^{\circ}34$ |
|----------------------------|

CALCULO DEL ERROR PROBABLE DEL PROMEDIO DE LA DETERMINACION DE LA LONGITUD GEOGRAFICA.

Criterio de Chauvenet (Primer Cálculo)

| n | LONGITUD | V | V |
|-------|-------------|-------|--------------------|
| 1 | 99°11'17"85 | -4.55 | 20.7025 |
| 2 | 11.25 | 2.05 | 4.2025 |
| 3 | 15.45 | -2.15 | 4.6225 |
| 4 | 12.30 | 1.00 | 1.0000 |
| 5 | 08.85 | 4.45 | 19.8025 |
| 6 | 14.10 | -0.80 | 0.6400 |
| Prom. | 99°11'13"30 | | $\Sigma = 50.9700$ |

$$E = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum V^2}{n-1}} = \pm 2.15$$

$$P = \frac{2n - 1}{2n} = \frac{12 - 1}{12} = \pm 0.917$$

$$\frac{X}{E} = 2.6$$

$$X = (2.6) (2.15) = \pm 5.59$$

No se desecha ningún valor puesto que todos los residuos son menores que el error máximo admisible.

CALCULO DEL ERROR PROBABLE DEL PROMEDIO

$$E_{pp} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{\sum V^2}{n(n-1)}}$$

| |
|---------------------|
| $E_{pp} = \pm 0.88$ |
|---------------------|

En los resultados obtenidos con el método de las LINEAS DE POSICION, se pueden distinguir ciertas diferencias entre la forma GRAFICA y la de MINIMOS CUADRADOS. Estas diferencias son producidas cuando el círculo que conforman las líneas de posición no está bien definido (como en la Fig. No. 23) y por lo tanto existirá incertidumbre en la determinación del centro de la circunferencia respectiva.

Si consideramos que ϕ_0 y λ_0 son términos aproximados pero constantes en los cálculos de las líneas de posición, entonces la dispersión de las mismas será causada por el error en la determinación de los tiempos de observación, ya que por ejemplo un error de una décima de segundo en el tiempo puede causar un error de ± 1.5 segundos de arco en el cálculo de la longitud.

O sea que se obtendrán mejores resultados en la determinación de la posición geográfica, cuanto más exactos sean los valores de ϕ_0 , λ_0 y los tiempos de paso de los astros por la almicantrada.

Algunos expertos en este método, recomienda utilizar en un primer cálculo, unas cuatro estrellas con el fin de obtener valores de ϕ_0 y λ_0 más aproximados, los cuales aplicados en un segundo cálculo junto con los datos de las demás estrellas visadas, generalmente proporcionan un resultado más exacto.

Comparando los resultados del posicionamiento geográfico, entre las líneas de posición (método gráfico) y los métodos -- analíticos de Gauss y del Ing. Francisco Díaz Covarrubias, podemos ver que existen diferencias de 4" y 6" en las latitudes y longitudes respectivamente. Y puesto que estos métodos analíticos resultaron con una precisión de $\pm 1''$ entonces podemos esperar que el método de las líneas de posición resulten con una precisión semejante; más aún si se visa un mayor número de estrellas bien distribuidas en la almicantrada y se determinan los tiempos en que alcanzan la altura igual con procedimientos más adecuados que el utilizado en el ejemplo numérico.

ALGUNAS VENTAJAS QUE OFRECE EL USO DEL ASTROLABIO

- a) Se pueden obtener simultáneamente los valores de ϕ y λ .
- b) Puesto que no se miden ni ángulos horizontales ni ángulos verticales, se evitan tanto sus errores, como las correcciones que hay que aplicar a estos elementos.
- c) La exactitud del método está basado principalmente en la determinación correcta del tiempo en que las estrellas alcanzan la altura igual.
- d) Los ajustes que requiere este instrumento son muy sencillos de aplicar.
- e) El astrolabio de prisma es portátil y de fácil traslado.
- f) Generalmente las observaciones no requieren de las correcciones por refracción atmosférica.

B I B L I O G R A F I A

1. PRACTICAL ASTRONOMY
Jason John Nassaw
Editorial McGraw Hill Book, Co.
1948.
2. GEODESIA E HIDROGRAFIA.
Vicente Gandarias
Editorial Dossat, 1956.
3. ASTRONOMIA Y NAVEGACION ASTRONOMICA
José Ma. Moreu Curbera
Editorial Dossat,
1961.
4. ELEMENTOS DE ASTRONOMIA DE POSICION
Manuel Medina Peralta
Editorial Limusa,
1979.
5. TRATADO ELEMENTAL DE TOPOGRAFIA, GEODESIA
Y ASTRONOMIA (Tomo II).
Francisco Díaz Covarrubias
Oficina Tipográfica, Sría. de Fomento,
1899.
6. TOPOGRAFIA PARA INGENIEROS.
Philip Kissam
Editorial Mc Graw Hill Book Co.
1967.
7. "INSTRUCCIONES PARA EL EMPLEO Y AJUSTE DEL
ASTROLABIO"
Editado por Carl Zeiss,
Oberkochen.
8. "SOBRE EL ASTROLABIO FIRMADO POR G. FRISIUS"
Editado por INAH,
1976.
9. "APPARENT PLACES OF FUNTAMENTAL STARS"
Editado por Astronomiches Rechen-Institut
Heidelberg,
1986.
10. ANUARIO DEL OBSERVATORIO ASTRONOMICO NACIONAL
Editado por Instituto de Astronomia, UNAM.
1986.