



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ACATLAN

LA TECNICA DE PRONOSTICO FILTRO  
ADAPTATIVO

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE :  
A C T U A R I O  
P R E S E N T A :  
ARMANDO ARIOSTO CHAVEZ ROMAN

MEXICO D. F.

1983

M 0037514



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"

COORDINACION DEL PROGRAMA DE ACTUARIA  
Y MATEMATICAS APLICADAS Y COMPUTACION.

CAMAC-020/83.

SR. ARMANDO ARIOSTO CHAVEZ ROMAN  
Alumno de la carrera de Actuaría,  
P r e s e n t e.

De acuerdo a su solicitud presentada con fecha 19 de enero de 1983, me complace notificarle que esta Coordinación tuvo a bien asignarle el siguiente tema de tesis: "La Técnica de Pronóstico Filtro - - Adaptativo", el cual se desarrollará como sigue:

Introducción.

1. Generalidades de técnicas de pronóstico
  2. Diversas técnicas de pronóstico
  3. Características del filtro adaptativo
  4. Estudio de una serie histórica de datos
- Conclusiones

Asímismo fué designado como Asesor de Tesis el Sr. Act. Carlos Jorge Soto Pérez, profesor de esta Escuela.

Ruego a usted tomar nota que en cumplimiento a lo especificado en la Ley de Profesiones, deberá -- prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito básico para sustentar examen profesional, así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis el título del trabajo realizado. Esta comunicación deberá imprimirse en el interior de la tesis.

A t e n t a m e n t e  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Acatlán, Edo. de Méx., a 20 de Abril de 1983.

ING. ADALBERTO LOPEZ LOPEZ  
Coordinador.

## I N D I C E

	Pág.
Introducción	1
Capítulo I	
Generalidades de Técnicas de Pronóstico	4
Capítulo II	
Diversas Técnicas de Pronóstico	17
Capítulo III	
Características del Filtro Adaptativo	29
Capítulo IV	
Estudio de una serie histórica de datos	40
Conclusiones	58
Bibliografía	60

## INTRODUCCION

En la actualidad nos parece tan natural la habilidad para pronosticar muchos tipos de eventos, que el predecir eclipses de sol o de luna no nos sorprende y mucho menos la capacidad para evaluar y anticipar las condiciones climatológicas. La tendencia es ser capaz de pronosticar con mayor precisión cada vez más eventos, particularmente los de naturaleza económica que permitan planificar los esfuerzos humanos. La administración, organización y planeación de los recursos involucrados en un proceso, podrán hacerse mejor si conocemos el factor o factores determinantes de su comportamiento, sin embargo es necesario subrayar que predecir cualquier evento futuro, nos impone incertidumbre.

El pronosticar es una parte integral de la toma de decisiones en la administración; una organización establece metas y objetivos, buscando prede-

cir factores ambientales, seleccionando acciones que faciliten el logro de los fines. La necesidad de pronosticar crece en cuanto la administración intenta decrementar su dependencia del azar y se convierte en más científica en su trato con su ambiente.

En forma similar al desarrollo de la mayoría de las técnicas de la ciencia de la administración, la aplicación de los métodos de pronóstico ha de jado atrás su formulación teórica y verificación. Así, aunque la mayoría de los investigadores están concientes de la necesidad de mejorar los pronósticos, pocos están familiarizados con el rango de técnicas que han sido desarrolladas y las características que deben comparar para seleccionar la técnica más apropiada en una situación dada. Si bien el arribo de computadoras de costo bajo y calculadoras programables han hecho disponible el soporte de cálculo necesario para pronosticar efectivamente, es imprescindible que este soporte esté integrado a un buen conocimiento de las metodologías de pronóstico y situaciones de aplicación.

Antaño la dificultad para realizar extensos cálculos, limitaba o reservaba para unos cuantos el dominio de varios métodos; actualmente y gracias a la amplia disposición de computadoras (desde personales hasta centros de computación), así como la facilidad de programas o paquetes de programas de uso generalizado (SPSS, SAS, OSIRIS...) facilitan el aprendizaje y la aplicación de diversos métodos de pronóstico, van desde los in-

tuitivos hasta sistemas múltiples de ecuaciones interrelacionadas económicamente; a pesar de esta diversidad tanto de técnicas como de situaciones de pronóstico, algunos elementos son comunes a todos los métodos, ésto es lo que hace posible desarrollar y usar un método único para un gran número de situaciones diferentes, a continuación se hace una breve descripción de estos elementos comunes.

- i) El "tiempo" notablemente esta directamente involucrado en toda situación futura, v. gr.: un pronóstico debe hacerse para algún punto específico en el tiempo, y cambiar este punto afecta generalmente lo que será el pronóstico.
- ii) La "incertidumbre" también siempre está presente en las situaciones de pronóstico, ya que si se estuviera seguro de las circunstancias que existieran en un tiempo dado, la preparación de un pronóstico sería trivial.
- iii) La "confianza" de un pronóstico, elemento indispensable aunque variante en todas las situaciones de pronóstico, basada en información contenida en los datos históricos.

En este trabajo el propósito es esclarecer elementos y características de las técnicas de pronóstico, exponiendo sustancialmente el método "filtro adaptativo".

## CAPITULO I

### GENERALIDADES DE TECNICAS DE PRONOSTICO

Ciertas características de los Métodos de Pronóstico pueden usarse para distinguir las diversas técnicas; un buen entendimiento de estas características es esencial por dos razones:

- Este entendimiento es la base para comprender las técnicas de pronósticos individuales y sus propiedades
- Estas características pueden servir para evaluar métodos de pronóstico alternantes en una situación dada.

Se harán algunos comentarios generales que versarán alrededor de la idea fundamental sobre la cual se construye cualquier método de pronóstico. La esencia del pronosticar es la hipótesis de la existencia de algún patrón en lo que ya

ocurrió. Este patrón comunmente toma una o dos formas:

- Pudiera advertirse simplemente por examinar los valores históricos de la serie a pronosticar. Muchas de las técnicas mencionadas en este trabajo asumen un patrón de esta naturaleza, lo cual significa que usando relaciones de los datos históricos es suficiente para advertir su existencia y determinarlo.

El patrón alternativo asume frecuentemente la existencia de alguna forma de relación entre dos o más variables; en esta situación los datos históricos de una sola variable no contienen toda la información acerca del patrón básico y aún será necesario tener datos de varias variables para identificar la relación entre ellas.

Para propósitos de pronóstico el patrón básico se presupone constante al menos dos intervalos de tiempo.

En el primer intervalo los datos son reunidos y analizados hasta identificar el patrón, el segundo estará en el futuro en el cual el patrón identificado será usado como la base del pronóstico. La noción de constancia en algún patrón básico o relación, es fundamental a cualquier método de pronóstico.

Si bien son muchas las características que podrían ser discutidas como propiedades de las

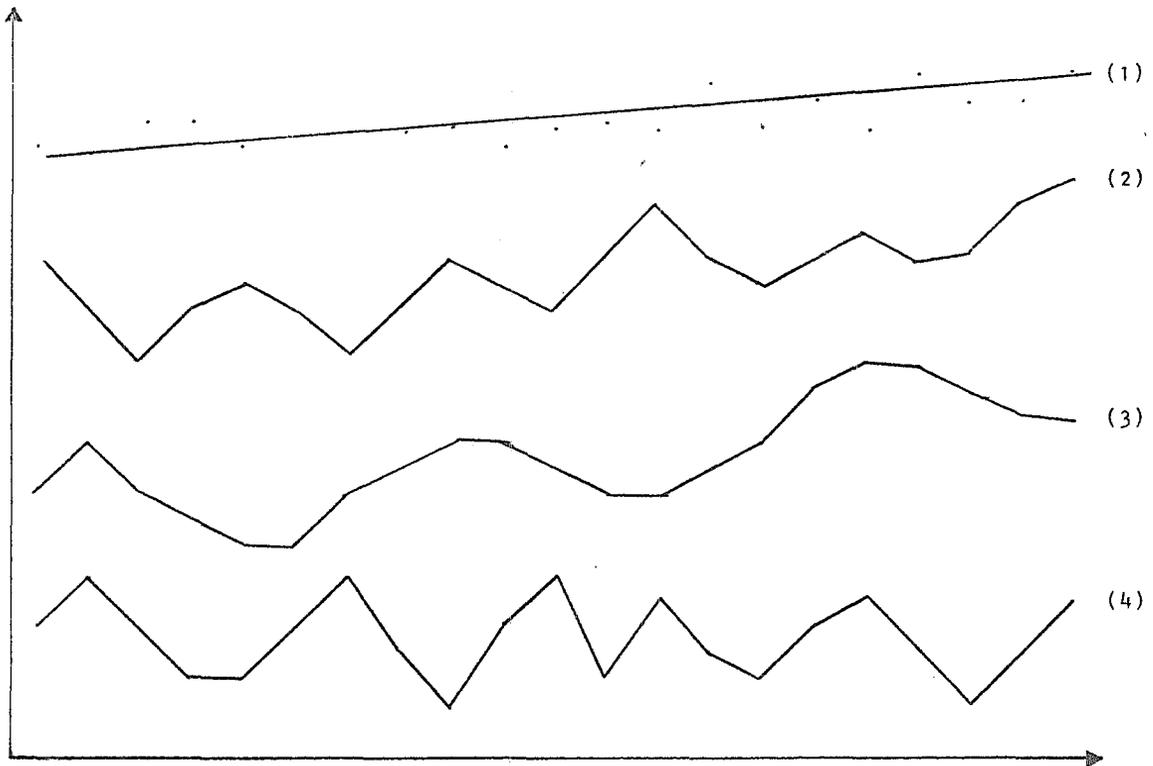
técnicas de pronóstico, primordialmente se consideraran seis grandes áreas:

- El patrón de los datos;
- La exactitud del método;
- El tipo del modelo;
- El costo por el uso del modelo;
- El tiempo al inicio para el cual el método es más apropiado y
- La aplicabilidad del método.

#### EL PATRON DE LOS DATOS

Todos los métodos de pronóstico presuponen algún patrón o relación implícito que puede ser identificado y usado como la base para preparar un pronóstico. Para los métodos cualitativos, estos patrones y/o relaciones pueden tomar virtualmente cualquier forma y no necesitan ser identificados explícitamente. En los métodos cuantitativos cada técnica establece hipótesis explícitas acerca del tipo de pronóstico básico. Debido a esto la habilidad de una técnica dada para pronosticar efectivamente en una situación específica, depende en gran parte en aparejar el patrón en esa situación con una técnica adecuada para él mismo. Los cuatro tipos de patrón ordinariamente discutidos son horizontal, estacional, cíclico y el de tendencia (ver gráfica 1)

- Un patrón horizontal existe cuando no hay tendencia en los datos (estadísticamente se denomina patrón estacionario). Cuando tal patrón aparece, la serie es generalmente referida como estacionaria, es decir, no hay



GRAFICA 1

- 1) Tendencia
- 2) Estacional
- 3) Ciclico
- 4) Horizontal

incrementos o decrementos en ninguna forma sistemática; así es igualmente probable que el valor siguiente de la serie estará por arriba o por debajo del valor estacionario.

La clase de situaciones que generalmente exhiben un patrón horizontal incluirá los artículos defectuosos de producción con control de calidad, productos de ventas controladas; el elemento tiempo es generalmente importante al considerar patrones horizontales, puesto que a corto plazo aún patrones con tendencia definida a través de varios años, pueden asumirse horizontales para pronosticar a corto plazo.

- Un patrón estacional existe cuando una serie fluctúa acorde a algún factor estacional. La estación puede ser los días de la semana o los días en un mes. Los patrones estacionales existen por diferentes razones, variando desde en la forma que una compañía ha elegido manejar ciertas operaciones (causa de estacionalidad interna) hasta factores externos tales como el tiempo atmosférico o la economía nacional.
- Un patrón cíclico es similar a un patrón estacional, pero la longitud de un sólo ciclo es generalmente mayor a un año y es irregular. Series como el producto interno bruto, el precio de hidrocarburos y las ventas de algunas compañías contienen un patrón cíclico. Este patrón es el más difícil de pronosticar, debido a que no repite a intervalos constantes del tiempo.

- Un patrón de tendencia comunmente existe cuando hay incremento o decremento regular en el valor de la variable sobre el tiempo, v. gr.: las ventas de muchas compañías, el producto interno bruto y muchos indicadores económicos siguen un patrón de tendencia en sus movimientos en el tiempo.

A pesar de poder encontrar algunos otros patrones en series específicas de datos, los cuatro mencionados son los más importantes; estos cuatro patrones los encontramos solos o combinados, algunas series combinan tendencia, ciclo y estacionalidad.

#### LA EXACTITUD DEL METODO

La hipótesis básica en el uso de cualquier técnica de pronóstico es que los valores reales observados estarán determinados por algún patrón más cierta aleatoriedad, ésto puede expresarse algebraicamente como:

$$\text{valor real} = \text{patrón} + \text{aleatoriedad}$$

Debido a la incertidumbre, siempre presente en cualquier variable incontrolable, invariablemente se encontrará la aleatoriedad. Esto significa que a pesar de haber identificado el patrón exacto de los datos, aún alguna desviación existirá entre los valores pronosticados y los valores realmente observados.

Una meta común en la aplicación de las técnicas de pronóstico es minimizar estas desviaciones; ordinariamente ésto se hace por definir el error

de pronóstico como la diferencia entre el valor real y el valor pronosticado:  $E_i = Y_i - \hat{Y}_i$ ; el subíndice indica precisamente el periodo de tiempo  $i$ :

Para determinar la exactitud de un pronóstico puede usarse un enfoque que consiste en adicionar los errores sobre varios periodos de tiempo, la suma resultante dividirla entre el número de periodos de tiempo, es decir, obtenemos el error promedio que puede esperarse sobre el periodo total de observación. Si simplemente se hace lo anterior, se encuentra que es cercano a cero, dado que muchos errores positivos se compensan con errores negativos; para eludir este problema puede tomarse el valor absoluto de los errores, los que al promediarlos resultan en lo que en estadística se conoce como desviación absoluta promedio (MAD), y a pesar de usarla para evaluar métodos de pronóstico, lo más usual es elevar al cuadrado cada uno de los errores y promediarlos, resultando lo que conocemos como error cuadrático medio (MSE).

Una de las diferencias entre la desviación absoluta promedio y el error cuadrático medio es que este último castiga mucho más un pronóstico en las desviaciones extremas que cuando se trata de pequeñas desviaciones; por ejemplo un error de dos al calcular la desviación absoluta promedio, solamente cuenta dos veces un error de uno, mientras que si calculamos el MSE este error cuenta cuatro veces un error de uno. Así al adoptar el criterio de minimizar el MSE implica que tolera-

mos más desviaciones pequeñas del pronóstico que grandes desviaciones.

Siempre que un administrador evalúe técnicas de pronóstico alternantes en razón de su exactitud, es necesario adecuar simples cálculos mecánicos del error; desde que hay al menos dos formas de exactitud interesantes para el administrador, tendremos dos formas de evaluar la exactitud del modelo:

- El patrón básico permanece constante. Un buen criterio para evaluar serán el MSE y MAD.
- Patrón básico cambiante. Ante esta circunstancia ya el calcular los errores pasados no produce un criterio adecuado para evaluación; frente a cambios de patrón básico, el tomador de decisiones está interesado en qué tan rápido su procedimiento puede responder a esos cambios básicos y qué tan bien puede pronosticar el futuro; es decir, el procedimiento debe identificar el cambio y consecuentemente alterar el pronóstico.

#### EL TIPO DEL MODELO

El concepto de "modelo" ha sido usado extensamente por ingenieros y científicos en el examen de diferentes procesos y situaciones físicas, v. gr.: la ingeniería aerodinámica usualmente desarrolla maquetas de cualquier nuevo avión, para encontrar y examinar características de forma y tamaño en variados ambientes físicos, a través

del uso de ese modelo a escala; así el modelo se convierte en una forma de experimentar con la realidad sin tener que arriesgar el costo real de un avión de dimensiones normales.

Los científicos emplean modelos matemáticos para representar un procedimiento o proceso; en el desarrollo consideran las variables y el ambiente, procurando simplificar o al menos resumir los detalles. Es en este sentido descriptivo como es usada la idea del modelo de una técnica de pronóstico, la cual consiste de los procedimientos necesarios para desarrollar pronósticos. Hay un extenso rango de modelos para pronosticar, pero pueden resumirse a un número determinado de categorías bien definidas; entendiendo las propiedades de cada una de estas categorías de modelos, el tomador de decisiones puede conseguir un mejor dominio de las hipótesis en las cuales se basan las técnicas de pronóstico individuales y los pros y contras de usarlas en situaciones específicas.

Es necesario hacer notar que una técnica de pronóstico puede ser clasificada en más de una categoría, y regularmente obedecen a una clasificación dicotómica; las principales son los métodos cuantitativos y los métodos cualitativos, los métodos estadísticos y los no estadísticos, los métodos de series de tiempo y los explicativos o causales.

#### EL COSTO DE UNA TECNICA DE PRONOSTICO

Tres aspectos diferentes están involucrados en

determinar el costo de aplicación de una técnica específica: costos de desarrollo, costos de adquisición de información y el almacenamiento, y los costos de operación y mantenimiento.

Los costos de desarrollo incluyen los recursos requeridos para definir la variable real que será pronosticada y cualquier variable independiente que pueda ser incluida en un modelo causal, la reunión de datos, determinación del patrón básico y el procedimiento adecuado para prevenir satisfactoriamente el futuro.

Los costos requeridos para almacenamiento son afectados por las variables involucradas en el modelo y por el número de observaciones necesario para aplicar una técnica de pronóstico, ordinariamente es más costosa la que está basada en un modelo causal, debido a las variables independientes involucradas, en comparación al uso de un modelo de series de tiempo.

Por último los costos de operación dependerán en gran parte del tiempo de computación requerido para efectuar los cálculos de un simple pronóstico, y la frecuencia de uso del computador para continuar pronosticando.

Una gran diferencia en los costos asociados con técnicas de pronóstico alternantes es si estos corresponden al nivel de desarrollo, al nivel de almacenamiento de datos o al nivel de operación. Una técnica intuitiva necesita algunos costos de desarrollo, casi nulos los costos de almacenamiento

to, y reducidos costos de operación; mientras un modelo causal puede costar grandes cantidades para el desarrollo, cantidades regulares para almacenamiento y cantidades modestas para operación.

En la mayoría de las situaciones puede ser difícil el cálculo real de los costos asociados con una técnica de pronóstico, pero frecuentemente es más problemático comparar esos costos contra los variados niveles de exactitud y la idoneidad del modelo.

#### EL TIEMPO EN LOS METODOS DE PRONOSTICO.

La propiedad de algunas técnicas para hacer pronósticos a corto plazo, mientras otras pueden manejar efectivamente pronósticos a largo plazo, es debido a las características del horizonte de tiempo, las cuales pueden ser identificadas para cualquier método de pronóstico. Estas características están estrechamente relacionadas con la forma en la cual una técnica prepara sus pronósticos y con la cantidad de datos requeridos.

El horizonte de tiempo es comunmente dividido dentro de cuatro categorías, en las cuales el término inmediato se refiere a menor de un mes, corto plazo de uno a tres meses, término medio a menor de dos años y largo plazo a mayor de dos años. Una razón por la que muchos métodos de pronóstico son apropiados solamente para términos desde inmediato hasta intermedio es que pronostican solamente un periodo, lo cual signi

## APLICABILIDAD

Principal característica reflejante no sólo de la idoneidad técnica debida a la naturaleza del problema, sino también de los aspectos de desarrollo relacionados a su adaptabilidad en la práctica.

Un aspecto importante es el tiempo que toma desarrollar una aplicación de una técnica de pronósticos dada para una situación específica, si los datos apropiados no están disponibles fácilmente o si un sistema de computación no está accesible, el desarrollo de la aplicación inicial puede tomar varios meses o aún años. Cuando este sea el caso, el tomador de decisiones inicialmente debe trabajar técnicas intuitivas, fáciles o de menor sofisticación, y evolucionar en el uso de los métodos hasta donde sea necesario.

Otro aspecto de la aplicabilidad es la facilidad con la cual el tomador de decisiones puede entender las propiedades técnicas fundamentales de los métodos y su capacidad para interpretar los resultados. Una de las grandes ventajas de los métodos intuitivos es que el tomador de decisiones puede entender plenamente sus hipótesis y limitaciones e interpretar sus resultados. Al considerar técnicas mucho más avanzadas y sofisticadas, el número de tomadores de decisiones quienes pueden fácilmente entenderlas y usarlas con sabiduría, decrece rápidamente; así para las técnicas más avanzadas pocos administradores las encontrarán potencialmente útiles.

## CAPITULO II

### DIVERSAS TECNICAS DE PRONOSTICO

#### Métodos de Suavizamiento

Métodos apropiados para series que tienen una media constante o una media que cambia lentamente en el tiempo.

#### Medias Móviles Simples

El método puede ser usado como una herramienta de pronóstico cuando los datos son estacionarios. Este método tiene propiedades estadísticas similares al método de la media aritmética, puesto que se trata de un caso especial de la media, no obstante permite mayor flexibilidad al poder variar N desde 1 hasta n, su expresión algebraica es:

$$F_{t+1} = \frac{X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-N+1}}{N} = \frac{X_t}{N} - \frac{X_{t-N}}{N} + F_t$$

## Suavizamiento Exponencial Simple

Método derivado del de medias móviles y obedeció al determinar que las observaciones más recientes contienen más información de lo que puede suceder en el futuro que las observaciones más antiguas, su expresión es:

$$F_{t+1} = \frac{X_t}{N} + \frac{F_t}{N} + F_t = \frac{1}{N} X_t + (1 - \frac{1}{N}) F_t$$

Substituyendo  $\frac{1}{N}$  por  $\alpha$ :

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) F_t = F_t + \alpha (X_t - F_t)$$

De la última expresión puede observarse que el suavizamiento exponencial consiste en adicionar al pronóstico inmediato anterior, una cantidad del error de pronóstico, este hecho constituye el principio de retroalimentación negativa, muy útil en sistemas de control.

## Suavizamiento Exponencial Simple de Tasa-Respuesta-Adaptativa.

Un refinamiento de suavizamiento exponencial, el cual permite no especificar el valor de alfa y no mantenerlo constante, alfa es cambiante según cambia el patrón básico de los datos, de esta característica se deriva el nombre de adaptativo, su fórmula es:

$$F_{t+1} = \alpha_t X_t + (1 - \alpha_t) F_t$$

donde  $\alpha_{t+1} = \left| \frac{E_t}{M_t} \right|$

$$E_t = \beta e_t + (1 - \beta) E_{t-1}$$

$$M_t = \beta |e_t| + (1 - \beta) M_{t-1}$$

$$e_t = X_t - F_t$$

$\beta$  = constante de suavizamiento independiente de  $\alpha$

Métodos Apropriados para Series de Tiempo que Exhiben una Tendencia Significativa.

#### Medias Móviles Lineales

Las medias móviles sistemáticamente subestiman series no estacionarias y para resolver este problema se desarrolló el método medias móviles lineales y sus fórmulas consisten en:

$$S'_t = \frac{X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-N+1}}{N}$$

$$S''_t = \frac{S'_t + S'_{t-1} + \dots + S'_{t-N+1}}{N}$$

$$a_t = 2S'_t - S''_t$$

$$b_t = 2(S'_t - S''_t) / (N-1)$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m$$

donde  $m$  es el número de periodos hacia adelante que serán pronosticados.

### Suavizamiento Exponencial Lineal

- Modelo de Brown de 1 parámetro.

Análogo al de medias móviles lineales, sólo que intervienen las expresiones del suavizamiento exponencial simple, es decir:

$$S'_t = \alpha X_t + (1 - \alpha) S'_{t-1}$$

$$S''_t = \alpha S'_t + (1 - \alpha) S''_{t-1}$$

$$a_t = 2 S'_t - S''_t$$

$$b_t = \alpha (S'_t - S''_t) / (1 - \alpha)$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m$$

- Modelo de Holt de 2 parámetros

Intentando superar al modelo de Brown, aplica el doble suavizamiento exponencial e introduce una constante de suavizamiento de la tendencia, permitiendo así diferentes valores de los parámetros de suavizamiento para valores históricos y valores de tendencia, las fórmulas son:

$$S_t = \alpha X_t + (1 - \alpha) (S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta (S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta) b_{t-1}$$

$$F_{t+m} = S_t + b_t m$$

## Suavizamiento Exponencial Cuadrático de Brown.

Así como el suavizamiento exponencial lineal es usado para predecir datos con un patrón básico de tendencia, formas superiores de suavizamiento pueden ser usadas cuando el patrón básico de los datos es cuadrático, cúbico, etc. El avance de lineal a cuadrático consiste esencialmente en incorporar un nivel adicional de suavizamiento (triple suavizamiento) y estimar así un parámetro más, en forma similar pueden deducirse fórmulas de suavizamiento para grados superiores; las ecuaciones son:

$$S'_t = \alpha X_t + (1 - \alpha) S'_{t-1}$$

$$S''_t = \alpha S'_t + (1 - \alpha) S''_{t-1}$$

$$S'''_t = \alpha S''_t + (1 - \alpha) S'''_{t-1}$$

$$a_t = 3S'_t - 3S''_t + S'''_t$$

$$b_t = \alpha \left[ (6 - 5\alpha) S'_t - (10 - 8\alpha) S''_t + (4 - 3\alpha) S'''_t \right] / (2(1 - \alpha)^2)$$

$$c_t = \alpha^2 (S'_t - 2S''_t + S'''_t) / (1 - \alpha)^2$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t m + c_t m^2 / 2$$

## Suavizamiento Lineal y Estacional de Winters

Es una versión mejorada del modelo de Holt, ya que al introducir otra ecuación de suavizamiento para la estacionalidad, mejora y se convierte en el único método de suavizamiento capaz de responder más fielmente a los cambios del patrón bási-

co; se basa en tres ecuaciones con constantes de suavizamiento diferentes, las cuales están asociadas con componentes del patrón básico:  $\alpha \sim$  estacionalidad,  $\sigma \sim$  tendencia,  $\beta \sim$  estacionalidad. Las ecuaciones base son:

$$S_t = \alpha X_t / (I_{t-L}) + (1 - \alpha) (S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \sigma (S_t - S_{t-1}) + (1 - \sigma) b_{t-1}$$

$$I_t = \beta X_t / S_t + (1 - \beta) I_{t-L}$$

Donde

L es la longitud de la estacionalidad

I es el factor de ajuste estacional

la ecuación para pronosticar es:

$$F_{t+m} = (S_t + b_t^m) I_{t-L+m}$$

Existen otros métodos de suavizamiento pero su aplicación es limitada principalmente porque introducen cálculos complicados y no mejoran sensiblemente los resultados.

#### Métodos de Descomposición

La base de los métodos de descomposición es intuitiva, y lo más importante, no obstante, es que suministran información única; información verdaderamente útil para pronosticar y regular los eventos de interés. En múltiples ocasiones el patrón básico puede dividirse dentro de subpatrones que facilitan el mejoramiento de la exactitud en el pronosticar, y ayuda a entender mejor el

desarrollo de las series.

Existen varias alternativas para descomponer una serie de tiempo, todas ellas intentan aislar cada componente de la serie tan exactamente como sea posible. El concepto fundamental de tal separación es empírico y consiste en primero remover la estacionalidad, después la tendencia y al final el ciclo; cualquier residuo se presupone es aleatorio y aunque no pueda pronosticarse, si permite su plena identificación. Actualmente en base a descomposición se han distinguido dos métodos de pronóstico: el Census II y el Foran.

#### Census II.

En principio es similar al método de descomposición clásico, pero contiene refinamientos y cálculos que hacen los resultados más exactos; varios usuarios argumentan que Census II es una de las más potentes técnicas de pronóstico para predecir a corto y mediano plazo, así como para regular situaciones.

#### Foran.

Tiene ciertas ventajas sobre Census II: puede tratar con cualquier variable independiente, (no sólo el tiempo) y es orientado a pronósticos de empresas, contrastando con Census II que es más orientado a series de tiempo relacionadas con el gobierno. El método también descompone una serie de tiempo, suministrando un resumen de contribuciones importantes de cada elemento; en lugar de un pronóstico produce pronósticos alter

nativos, así como una descripción de su exactitud en los 12 periodos posteriores, permitiendo al tomador de decisiones seleccionar cual o cuales de ellos debe usar para su predicción final.

#### Métodos Explicativos, Causales o de Regresión.

Los métodos explicativos asumen la existencia de algunos factores causales básicos, los cuales influyen el curso de los eventos futuros, y no sólo se trata de un patrón básico sino que la forma del patrón básico es lineal; lo anterior significa que si graficamos los datos, estos caerían en las inmediaciones de una línea recta. Habrá relaciones que no sean lineales pero muchas toleran transformaciones que permitan aplicar las técnicas de regresión. El objetivo de estos métodos es evidenciar esos factores y la forma funcional y grado de influencia, una vez dilucidados son la base para pronosticar; así el desarrollar un modelo causal facilita un mejor entendimiento de las situaciones y permite experimentar diferentes combinaciones de datos y estudiar sus efectos en los pronósticos.

#### Regresión Lineal Simple.

Una relación frecuente es la presente en eventos a lo largo del tiempo, el análisis de regresión simple es la indicada para tratar esta relación y en general estudia la relación existente entre dos variables cualesquiera; y puede ser representada en forma funcional:

$y = f(x)$ , lineal directa o lineal bajo alguna

transformación:

$f(x) = a + bx$ .

Al determinar los parámetros a y b habrá que hacerlo en tal forma que el error cuadrático medio, es decir, la suma de cuadrados de lo real menos lo pronosticado, sea lo más pequeño posible. Este método de estimación es conocido con el nombre de "mínimos cuadrados". Las fórmulas de los parámetros calculados bajo este criterio son:

$$a = \frac{\sum Y_i}{N} - b \frac{\sum X_i}{N}$$

$$b = \frac{N \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

### Regresión Lineal Múltiple

La regresión múltiple es la extensión de regresión simple, toma en cuenta varias variables. Para investigar los efectos de varias variables (las denominadas independientes) sobre una variable (conocida como dependiente) es preciso encontrar la forma funcional más adecuada, puede ser lineal o permitir su transformación, la más general es:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + e$$

Donde los  $b_0, b_1, b_2, \dots$  son los parámetros a estimar y nuevamente persiguiendo minimizar el error cuadrático medio; el término residual  $e$  representa la parte de Y que no puede ser explicada por las variables independientes.

## Modelos Econométricos

Mientras que la regresión múltiple involucra una sola ecuación, los modelos econométricos pueden incluir cualquier número de ecuaciones de regresión múltiple que deben resolverse simultáneamente. Naturalmente el investigar, resolver y ensayar las relaciones de las múltiples variables independientes se convierte en una tarea difícil, dado el nivel de cálculo, estadístico y matemático involucrado.

Intuitivamente la interdependencia de muchas variables se nos hace manifiesta, pero al ensayar un modelo econométrico, continuamente hay que preguntarse hasta dónde es preciso considerar esta interdependencia.

Las labores comunes en métodos explicativos son:

1. Determinar cuáles variables incluir en la(s) ecuación(es)
2. Determinar la forma funcional de la(s) ecuación(es)
3. Estimar los parámetros de la(s) ecuación(es)
4. Probar la significación estadística de los resultados
5. Verificar la validez de las hipótesis asumidas.

### Modelo Autorregresivo (AR)

Un modelo autorregresivo es de la forma:

$$X_t = \theta_1 X_{t-1} + \theta_2 X_{t-2} + \dots + \theta_p X_{t-p} + e$$

esta ecuación es muy semejante al modelo de regresión múltiple, pero  $X_t$  no está explicada por variables independientes sino en valores pasados de  $X_t$ , al resolver este modelo primero debemos determinar el número  $p$  de términos pasados de  $X_t$  que deban incluirse.

#### Modelo de Medias Móviles (MA)

Si los valores futuros de una variable los podemos expresar como una combinación lineal de valores pasados de los errores de pronóstico, entonces hablamos de un modelo de medias móviles y su expresión matemática es:

$$X_t = \beta_0 e_t + \beta_1 e_{t-1} - \beta_2 e_{t-2} - \dots - \beta_q e_{t-q}$$

para determinar la ecuación, necesitamos saber el número  $q$  de términos pasados de  $e_t$  que deban incluirse. Es necesario resaltar los disímbolos que son las medias móviles y el modelo de medias móviles.

#### Modelo Mezclado Autorregresivo-Medias Móviles (ARMA).

Como complemento a los modelos autorregresivos y de medias móviles es posible mezclarlos en una misma ecuación y encontrar una clase de modelos más general, los llamados autorregresivo-medias móviles de parámetros  $p$  y  $q$ , ARMA ( $p, q$ ); la expresión general del modelo ARMA es:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \beta_0 e_t - \beta_1 e_{t-1} - \dots - \beta_q e_{t-q}$$

Los modelos ARMA son teóricamente muy completos, pueden representar casi cualquier serie de tiempo, pero su manejo precisa desarrollar diversos cálculos para poder identificar una serie y así saber cuándo usar un AR,MA o ARMA.

Para encontrar los valores de los parámetros de un AR,MA o ARMA es necesario aplicar un método de Mínimos Cuadrados No-Lineales, debido a la aparición de residuales autocorrelacionados ya que las variables de regresión no son independientes una de la otra.

La Técnica del Filtro Adaptativo.

Método de pronóstico para resolver modelos AR,MA y ARMA; los valores de los parámetros los encuentra por usar el método de declive descendente (steepest descent) que es una aproximación de Mínimos Cuadrados No-Lineales.

La Técnica de Box-Jenkins

Metodología compleja pero completa para el ajuste de modelos AR,MA y ARMA; utiliza el algoritmo de Marquardt para ubicar el valor de los parámetros.

### CAPITULO III

#### CARACTERISTICAS DEL FILTRO ADAPTATIVO

##### Pronósticos Basados en Observaciones Históricas.

Una clase general de métodos de pronóstico extensamente usada en la práctica, basa sus pronósticos en algún tipo de ponderación de las observaciones pasadas; en términos estadísticos, esto forma el esquema autorregresivo. El razonamiento esencial en esta aproximación conceptual es que los valores observados contienen información acerca de lo que sucederá en el futuro, y así pueden servir como base para pronosticar.

Desafortunadamente las observaciones pasadas incluyen fluctuaciones aleatorias (ruido) coexistentes con la información concerniente al patrón básico; esta clase general de modelos de pronóstico, intenta dilucidar ambas causas de fluctuación; tal aproximación inherentemente asume que

las fluctuaciones extremas representan la aleatoriedad en los valores históricos. De los modelos pertenecientes a esta clase, más conocidos y aplicados, debo mencionar las medias móviles, el suavizamiento exponencial y el ajuste polinomial.

Matemáticamente la suma ponderada de las observaciones pasadas puede expresarse como:

$$S_{t+1} = \sum_{i=1}^N W_i X_{t-i+1} = W_1 X_t + W_2 X_{t-1} + \dots + W_N X_{t-N+1} \quad 3.1$$

donde:

$S_{t+1}$  = el pronóstico para el periodo t+1

$W_i$  = el peso asignado a la observación t-i+1

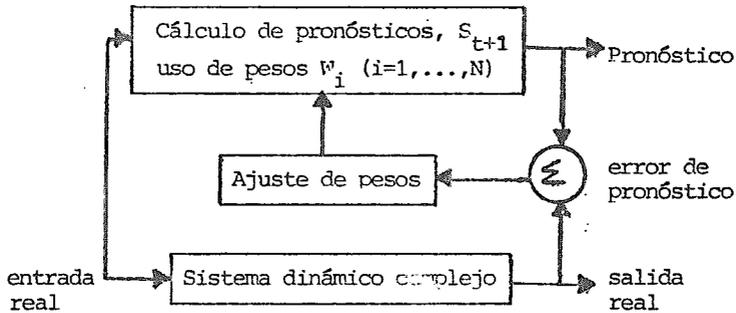
$X_t$  = el valor observado en el periodo t

$N$  = el número de pesos

Estudiando los fundamentos de los métodos citados puede verse fácilmente que cada uno de ellos consiste simplemente de una regla o conjunto de reglas que describen como los pesos  $W_i$  serán determinados. Desde que cada aproximación surge con diferentes conjuntos de pesos, obviamente se espera sean alcanzados resultados diferentes con cada método.

El método de pronóstico "filtro adaptativo" aquí discutido es simplemente otra aproximación para determinar el conjunto apropiado de pesos, no obstante, este método busca determinar el "mejor"

conjunto. Como punto inicial para comprender el método "filtro adaptativo", presento la siguiente gráfica de la determinación de pesos en pronósticos de series de tiempo:



Gráfica 1

La línea inferior de la gráfica 1, representa lo que está ocurriendo realmente; es decir, cosas que están desarrollándose en el mundo real, el cual interactúa en algún sistema dinámico complejo y así conduce a la salida real del valor de la variable

#### EL PROCESO DEL FILTRO ADAPTATIVO

Análogo al proceso de ponderar las observaciones pasadas, filtro adaptativo toma un conjunto de pesos, calcula un pronóstico con ellos (basado en 3.1), enseguida calcula el error de pronóstico (la diferencia entre el valor real y el pronóstico) y finalmente ajusta los pesos para reducir ese error y así a través de ajustes conseguir

disminuir el error a un nivel mínimo; el nombre filtro adaptativo fue originado en telecomunicaciones, donde es un procedimiento para filtrar el ruido de transmisión externa de un mensaje; ésto es análogo a lo que deseamos hacer en pronósticos, y que consiste en distinguir entre algún patrón básico subyacente en los valores de una variable y el ruido asociado con los valores de la variable.

Aunque esencialmente la técnica de pronóstico "filtro adaptativo" es muy simple y la mecánica para aplicarla es fácil de manejar, será útil explicar más el concepto de ajuste de valores de los pesos, me auxiliaré de la siguiente tabla:

Periodo:	1	2	3	4	5	...	16	17	18	19	20
Observaciones	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	...	$X_{16}$	$X_{17}$	$X_{18}$	$X_{19}$	$X_{20}$
Pesos	$W_5$	$W_4$	$W_3$	$W_2$	$W_1$	...	$W_5$	$W_4$	$W_3$	$W_2$	$W_1$
Pronósticos	$\underbrace{\hspace{10em}}_{S_6}$					$\underbrace{\hspace{10em}}_{S_{21}}$					

Tabla 1

en la cual se asumen 20 observaciones históricas y se usan 5 pesos. El proceso de adaptar o ajustar los pesos consiste en tres etapas:

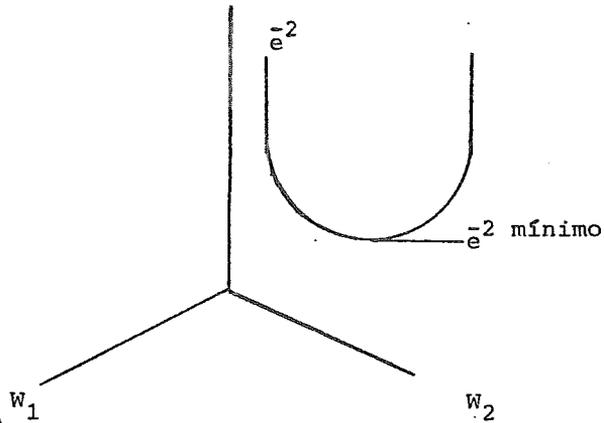
- i) se prepara un pronóstico para el periodo  $N+1$  (seis en este caso) ponderando las primeras cinco observaciones ( $S_t = \sum_{i=1}^5 W_i X_{t-i}$ ) con el valor de cada peso;

- ii) El error de pronóstico se estima al comparar  $S_6$  con  $X_6$  y en general  $S_t$  contra  $X_t$
- iii) Basándose en el error encontrado, se ajustan los pesos.

Si reiteradamente aplicamos estas reglas, encontramos  $S_7, S_8, \dots, S_{21}$ ; en forma similar al método de pronóstico "medias móviles" en cada ajuste extraemos la observación más antigua e introducimos una nueva, al alcanzar las últimas cinco observaciones puede hacerse un pronóstico para el periodo veintiuno, pero se deberá esperar a tener una nueva observación para ajustar los pesos y poder pronosticar nuevamente.

La técnica del filtro adaptativo simplemente establece como deberán ser ajustados los pesos después de calcular el error de pronóstico. Conceptualmente este procedimiento para ajustar tiene como finalidad minimizar el error cuadrático medio.

En una situación en la cual solo dos pesos estén involucrados, es fácil visualizar este error cuadrático medio como la función cuya gráfica adquiere la forma de tazón presentada en la gráfica 2. Primordialmente lo que esta figura muestra es que para cualquier par de pesos, el error cuadrático medio sobre un número de pronósticos puede ser encontrado sobre esa superficie. El objetivo de minimizar este error cuadrático medio es encontrar la base del tazón.



Gráfica 2

En realidad la superficie del tazón no está suavizada (lisa), debido a la aleatoriedad comprendida en las observaciones pasadas; de esta manera solamente podemos aproximarnos a la superficie del tazón y deseamos alcanzar la base, tanto como sea posible. Como se presentó en la gráfica 1, el proceso de adaptar los valores de los pesos comenzando desde algún conjunto inicial de pesos, consiste en moverse a lo largo de la superficie de este tazón, hacia su punto inferior.

Matemáticamente la técnica usada para hacer esto es conocida como el método de declive descendente (steepest descent)

#### LA BASE DEL ALGORITMO FILTRO ADAPTATIVO.

El método de declive descendente consiste en empezar en algún punto de la superficie MSE, y entonces moverse hacia la base de la superficie, siguiendo un proceso iterativo:

$$W_i' = W_i - k \overline{\nabla e^2}$$

donde  $W_i$  puede ser cualquier parámetro (AR o AM por ejemplo),  $\overline{\nabla e^2}$  es el gradiente del vector de los  $e^2$  y  $k$  es una constante (conocida como de aprendizaje).

Expresando los errores en función de la fórmula a aplicar e iniciando con un conjunto de pesos seleccionados o señalados arbitrariamente, se procede a ajustarlos aplicando 3.2 con una aproximación adecuada de  $\overline{\nabla e^2}$ ; si las condiciones son suficientes, los valores sucesivos de los parámetros resultarán en MSE más pequeños.

Para ejemplificar se deducirá la fórmula adecuada a procesos autorregresivos.

$$X_t = W_1 X_{t-1} + W_2 X_{t-2} + \dots + W_p X_{t-p} + e_t$$

$$e_t = X_t - W_1 X_{t-1} - W_2 X_{t-2} - \dots - W_p X_{t-p}$$

$$e_t^2 = (X_t - W_1 X_{t-1} - W_2 X_{t-2} - \dots - W_p X_{t-p})^2$$

Aplicando derivadas parciales

$$\frac{\partial e_t^2}{\partial W_i} = 2e_t \frac{\partial e_t}{\partial W_i}$$

para algún  $W_i$ :  $\frac{\partial e_t^2}{\partial W_i} = 2e_t (-X_{t-i}) = -2e_t X_{t-i}$

por lo tanto  $\overline{\nabla e_i^2} = -2e_t X_{t-i}$ ; que sustituido en 3.2 resulta

$$W_i' = W_i + 2ke_t X_{t-i} \tag{3.4}$$

La gráfica 3 es un diagrama de bloque del proceso filtro adaptativo.

La ecuación 3.4 establece el conjunto revisado de pesos, como el conjunto de pesos antiguo más algún ajuste del error de pronóstico; el ajuste en cada peso será del valor real de la observación, del valor de la constante de aprendizaje y del error de pronóstico.

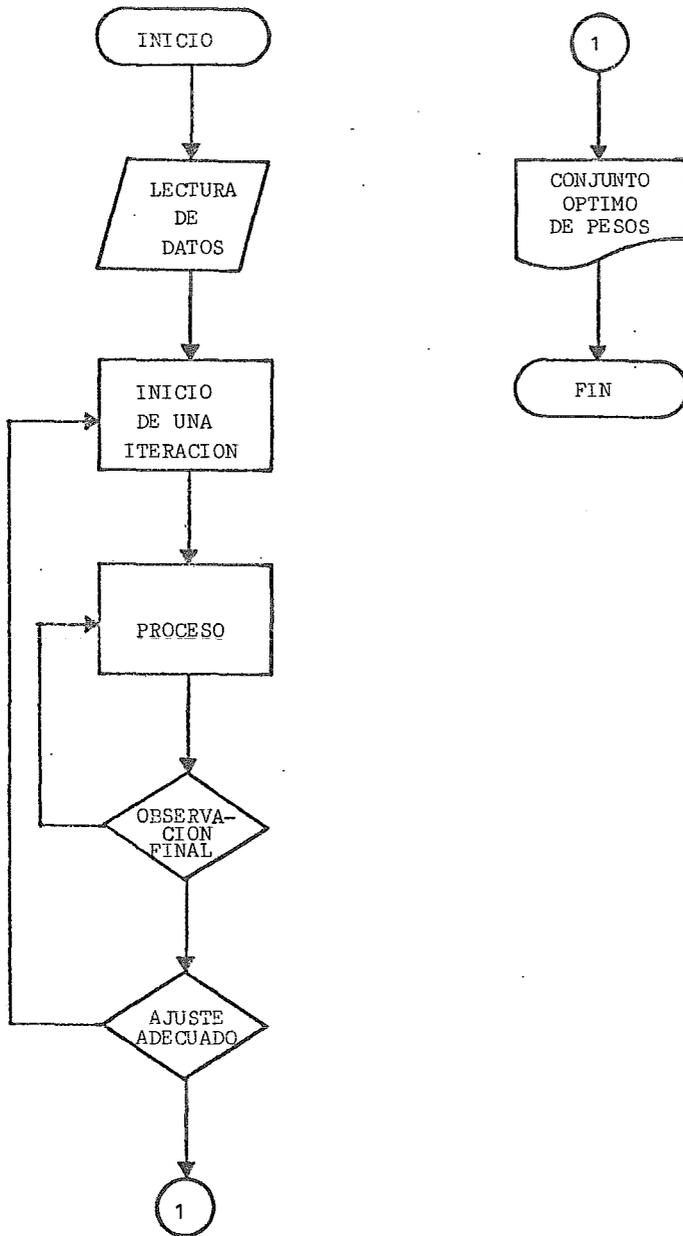
Debo resaltar la importancia del parámetro  $k$  en filtro adaptativo, esta constante determina la velocidad de ajuste de los pesos, acelera la velocidad de convergencia a los valores óptimos si está ubicada en ciertos límites, pero habrá ocasiones en que el valor de  $k$  provocará la divergencia del proceso; es decir, en lugar de un MSE más pequeña en cada iteración, puede resultar en incremento del MSE.

Diversos métodos son utilizados para eludir este problema, en el trabajo de Widrow (1966) puede encontrarse la condición suficiente para la convergencia del algoritmo filtro adaptativo, los límites que menciona son:

$$0 < k < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad 3.5$$

donde  $\lambda_{\max}$  es el eigenvalue máximo de la matriz de correlación para todos los  $X_t$  y  $X_{t-k}$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, p$ ). Para aplicar 3.4 debemos conocer el eigenvalue máximo, lo cual dificulta y enlentece la aplicación del método; por esto el mismo Widrow asegura alcanzar la convergencia siempre

GRAFICA 3



y cuando el MSE se reduzca y no se exceda en 200%, ésta es una condición suficiente equivalente a:

$$0 < k < \frac{1}{\sum_{i=t-p}^t x_i^2}; t = p+1, p+2, \dots, N \quad 3.6$$

dicho en palabras, el valor de k es determinado por encontrar los valores más grandes de cada p valores de la serie de tiempo investigada:

$$k = \frac{1}{\sum_{i-1}^p x_i^2} \quad \max \quad 3.7$$

Un problema subsistente es que pueden surgir valores futuros de  $X_t$ , mayores que los ya observados, hecho que puede conducirnos a k's demasiado grandes; es deseable alcanzar una convergencia uniforme, es decir, independencia de fluctuaciones de subconjuntos de los datos, así los valores de  $X_t$  deben ser estandarizados al ajustar un nuevo conjunto de pesos. La estandarización hace más tardado el proceso, pero tiene la ventaja de eliminar la necesidad de encontrar al conjunto máximo de valores  $X_t$  y por tanto hacer k independiente de los valores futuros; como consecuencia de esta estandarización, k puede hacerse igual a  $1/p$ , ventaja adicional al asegurar la convergencia.

Distintos métodos de estandarización son aplicados, en este trabajo el que se aplicará consiste en: sumar el cuadrado de los valores  $X_t$ , de tantos términos como el número de parámetros consi-

derado, y a esta suma extraerle raíz cuadrada; el resultado se denomina constante de estandarización. Cada valor de la serie de tiempo es dividido por sus respectivas constantes, y los resultados  $X_t^*$  estandarizados serán los usados para ajustar los pesos; en términos matemáticos:

$$X_t^* = \frac{X_t}{\sqrt{\sum_{i=1}^p X_i^2}} \quad 3.8$$

## CAPITULO IV

### ESTUDIO DE UNA SERIE HISTORICA DE DATOS

La Tabla 1 muestra las ventas (botellas) mensuales de champaña en el periodo 1962-1970 (sept.). Estos datos son la base para planear los procesos de producción, almacenamiento, distribución y ventas. Uno de los pasos recomendados por diversas obras de métodos estadísticos es graficar los datos, haciéndolo así se obtiene la gráfica 1 la cual no explica mucho del fenómeno en cuestión, pues se puede conjeturar o intentar varios modelos o patrones hasta concluir en el que refleje más certeramente el comportamiento de los datos; lo anterior se dice rápido y fácilmente pero a menos de ser un experto en métodos y modelos estadísticos puede ser sumamente abrumador el nivel de cálculo y pruebas involucrados, y por ello dilatada y difícil la identificación.

Para evidenciar los elementos característicos

del fenómeno es preciso atenerse a metodologías más complejas, pero facilitan la labor puesto que en base a ellas se han desarrollado paquetes estadísticos semejantes al TSERIES. Este paquete está basado en la metodología descrita en el libro Box-Jenkins, y básicamente se trata de 3 pasos:

- i) identificación
- ii) estimación y prueba
- iii) aplicación.

Así el modelo debe ser el apropiado para efectuar pronósticos confiables. Únicamente se expondrá brevemente cada una de ellas, y si el lector considera necesario mayor abundamiento, debe consultar Box-Jenkins (1976).

#### Identificación.

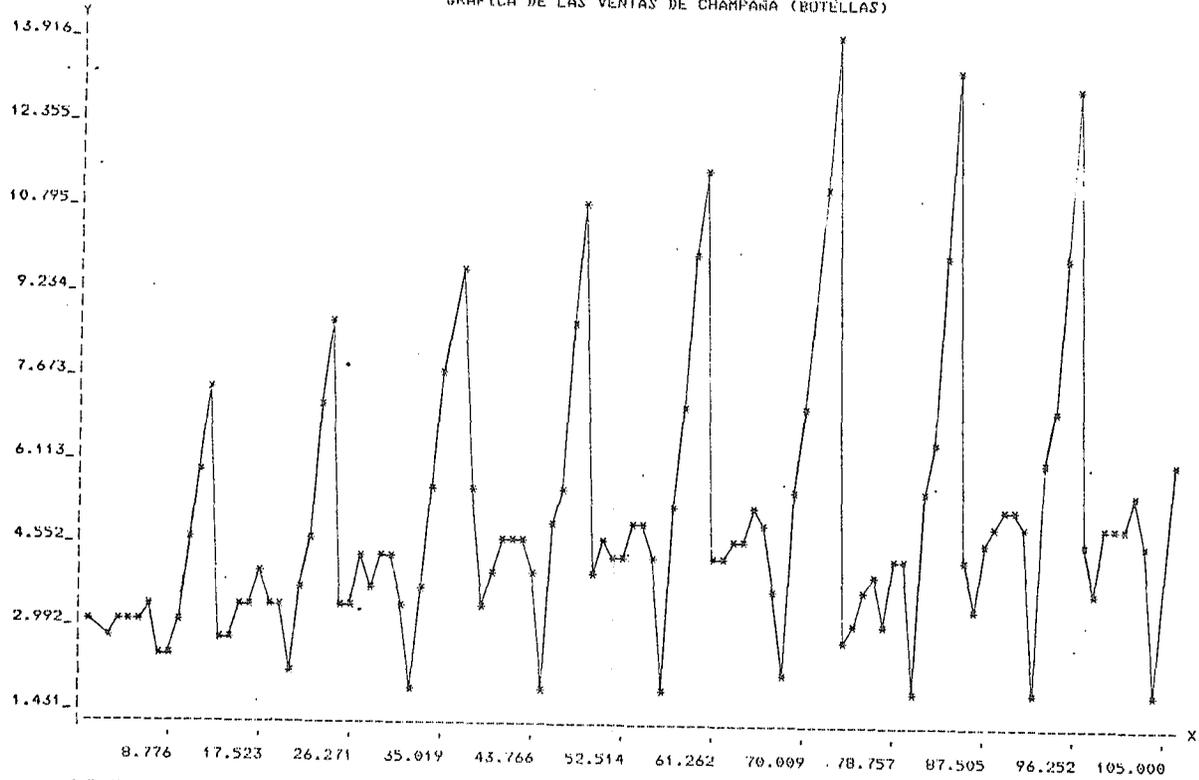
La Gráfica 1 da una imagen del comportamiento de los datos reales, aparentemente se trata de un fenómeno que exige algo más que un modelo causal, por lo que se procede a calcular y graficar la función de autocorrelación (fac). En la gráfica 2 observamos los coeficientes significativamente diferentes de cero (la banda de significación es función del número de datos y del nivel de significación deseado). Una vez determinada la no estacionariedad, se intentará transformar la serie hasta obtener una serie estacionaria.

A la serie original se le aplican primeras diferencias ( $X_t^* = X_t - X_{t+1}$ ) y obteniendo la fac de los datos transformados, se obtiene la gráfica 3,

MES	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970
ENE	2.851	2.541	3.113	5.375	3.633	4.016	2.639	3.934	4.348
FEB	2.672	2.475	3.006	3.088	4.292	3.957	2.899	3.162	3.564
MAR	2.755	3.031	4.047	3.718	4.154	4.510	3.370	4.286	4.577
ABR	2.721	3.266	3.523	4.514	4.121	4.276	3.740	4.676	4.788
MAY	2.946	3.776	3.937	4.520	4.647	4.968	2.927	5.010	4.618
JUN	3.036	3.230	3.986	4.539	4.753	4.677	3.986	4.874	5.312
JUL	2.282	3.028	3.260	3.663	3.965	3.523	4.217	4.633	4.298
AGO	2.212	1.759	1.573	1.643	1.723	1.821	1.738	1.659	1.431
SEP	2.922	3.595	3.528	4.739	5.048	5.222	5.221	5.951	5.877
OCT	4.301	4.474	5.211	5.428	6.922	6.873	6.424	6.981	
NOV	5.764	6.838	7.614	8.314	9.858	10.803	9.842	9.851	
DIC	7.132	8.357	9.254	10.651	11.331	13.916	13.076	12.670	

TABLA 1. VENTAS MENSUALES DE CHAMPAÑA (UNIDAD=MILES DE BOTELLAS)

GRAFICA DE LAS VENTAS DE CHAMPANA (BOTELLAS)



EJE X  
EJE Y

ESCALA X 0.97196 UNIDADES POR CARACTER  
ESCALA Y 0.3121 UNIDADES POR RENGLON

45

\*0\* INDICA QUE HAY DOS O MAS VALORES EN ESE INTERVALO





se observa cierta mejora, las autocorrelaciones son distribuidas en mayor grado alrededor de cero, indicando que las primeras diferencias han removido la no-estacionariedad periodo a periodo, aunque no totalmente. Sin embargo, hay algunos coeficientes muy significativos, notablemente  $r_{12}$ ,  $r_{24}$ ,  $r_{36}$  y  $r_{48}$ ; dicho de otra manera, la estacionariedad periodo a periodo ha sido alcanzada pero es evidente la posible estacionalidad de grado 12, es bueno observar el diferente comportamiento de las autocorrelaciones estacionales y las no-estacionales.

Es difícil extraer información de la fac estacional; desde que se requiere de varios coeficientes estacionales, los cuales dificultan el cálculo y hacen disminuir el número de datos, a pesar de esto, en la gráfica 3 es claro que  $r_{12}$ ,  $r_{24}$ ,  $r_{36}$  y  $r_{48}$  son demasiado grandes; así uno concluiría que hay no-estacionariedad entre periodos estacionales sucesivos (en la fac, separados por un tiempo de retraso de 12).

Esta tendencia a largo plazo debe ser removida y se hará aplicando diferencias cuya longitud difiera en 12 periodos:  $X_t^* = X_t - X_{t-12}$ , por brevedad estas diferencias serán denominadas como "largas", a la serie resultante se le aplica la fac y se obtiene la gráfica 4, en la que se observa sólo una autocorrelación diferente de cero, por lo que se puede concluir que al nivel de una diferencia larga hay estacionariedad.

PERIODOS  
FALTANTES

AUTOCORRELACION

50  
49  
48  
47  
46  
45  
44  
43  
42  
41  
40  
39  
38  
37  
36  
35  
34  
33  
32  
31  
30  
29  
28  
27  
26  
25  
24  
23  
22  
21  
20  
19  
18  
17  
16  
15  
14  
13  
12  
11  
10  
9  
8  
7  
6  
5  
4  
3  
2  
1



-0.083  
0.008  
0.035  
-0.058  
-0.101  
-0.017  
-0.005  
-0.038  
0.030  
-0.062  
-0.164  
-0.062  
-0.090  
-0.088  
-0.086  
0.141  
0.067  
-0.124  
-0.054  
0.094  
-0.002  
0.062  
0.060  
0.021  
0.033  
-0.055  
0.085  
-0.078  
0.047  
0.165  
-0.036  
-0.056  
0.065  
0.013  
-0.135  
-0.151  
-0.050  
0.149  
-0.227  
-0.017  
0.027  
-0.019  
0.078  
0.068  
-0.027  
-0.058  
0.029  
0.118  
0.090  
0.218

X.X  
-1 +1

GRAFICA 4  
AUTOCORRELACIONES DE DIFERENCIAS LARGAS(12)

Para proceder a la identificación de un modelo - apropiado, se necesita calcular la función de - autocorrelación parcial (facp) de la serie trans formada adecuadamente; es preciso aclarar la inu tilidad de aplicar la facp a datos de series no estacionarias, pues cualquier tendencia obstruye la identificación del modelo; en la gráfica 5 se presentan los índices de la facp, y se observa que el comportamiento es muy semejante al de la fac en cuanto a su distribución alrededor de cero.

Identificar un modelo de las gráficas 4 y 5 definitivamente no es fácil, es necesario tratar por separado los coeficientes estacionales y los no estacionales; tratándose de los no estacionales no puede identificarse ninguna tendencia, mientras los estacionales en la fac muestran un índice - ( $r_{12}$ ) significativamente diferente de cero y los restantes ( $r_{24}, r_{36}, \dots$ ) oscilan alrededor de cero la facp presenta todos los índices oscilando en - cero.

Consultando las gráficas esperadas de diferentes modelos, presentados en Box & Jenkins, y teniendo en cuenta que difícilmente en la práctica se obtienen exáctamente estos comportamientos, el esquema anterior conduce a proponer un modelo auto rregresivo con un término estacional de grado 12:  $(1 - \theta_{12} B^{12}) x_t = e_t$

Con esto la fase de identificación ha sido comple tada, resumiendo:

1. La serie ha sido hecha estacionaria al



aplicar diferencias cortas y largas según se necesitó.

~~2. Se identificó un modelo AR(12), es decir, un~~  
modelo autorregresivo estacional de grado 12.

En la fase siguiente debe estimarse el valor de los parámetros, hay varias maneras de hacerlo, una sería aplicar algún algoritmo de mínimos cuadrados no lineales; y la interesante en este trabajo es la "técnica de filtro adaptativo", que en este caso al trabajar la serie original para ajustarle un modelo autorregresivo de grado 12, solamente hay que señalar el número de parámetros y hacer cada uno de ellos igual a  $1/p$ .

Los resultados se presentan en la tabla 2, se obtuvieron fijando la constante de aprendizaje a  $1/p$ , exactamente igual que cada uno de los doce parámetros; los resultados de las diez primeras iteraciones muestran cómo se va reduciendo la suma de residuales al cuadrado y los resultados en las iteraciones 95-100 en las que esta misma suma aparece constante (la variación es del orden de cienmilésimos); los parámetros tienen variación, pero no es significativa ya que en el caso de mayor diferencia alcanza solo .1% por ello concluyo haber determinado el conjunto de parámetros óptimos y se señalan como tales los resultantes de la centésima iteración.

En la tabla 3 se presentan los residuales producido de aplicar el conjunto de parámetros óptimos a los datos de la serie original, los residuales se someten a la función de autocorrelación y se

ITERACION DE AJUSTE	MSE	PARAMETROS				
		DEL MODELO	FILTRO	ADAPTATIVO		
1	4.8169	0.14098 0.07758 0.16963	0.03778 0.05965 0.27322	0.00768 0.00063	-0.00618 0.03698	0.05716 0.08013
2	2.5986	0.17844 0.07333 0.21281	0.02273 0.05196 0.40502	-0.01423 -0.04505	-0.05004 0.01785	0.04619 0.07222
3	1.7448	0.19551 0.06806 0.22821	0.01438 0.04880 0.49586	-0.01629 -0.07372	-0.07439 0.00986	0.03946 0.05912
4	1.3619	0.20014 0.05803 0.22924	0.00794 0.04868 0.56137	-0.00966 -0.09179	-0.08777 0.00858	0.03588 0.04493
5	1.1540	0.19766 0.05003 0.22325	0.00176 0.05041 0.61089	0.00012 -0.10323	-0.09504 0.01115	0.03438 0.03143
6	1.0201	0.19146 0.04235 0.21417	-0.00456 0.05316 0.65004	0.01044 -0.11052	-0.09892 0.01576	0.03417 0.01926
7	0.9240	0.18362 0.03503 0.20406	-0.01096 0.05638 0.68214	0.02015 -0.11518	-0.10091 0.02129	0.03472 0.00856
8	0.8509	0.17532 0.02808 0.19394	-0.01726 0.05973 0.70925	0.02882 -0.11818	-0.10183 0.02707	0.03572 -0.00076
9	0.7938	0.16724 0.02149 0.18431	-0.02332 0.06300 0.73261	0.02639 -0.12010	-0.10211 0.03272	0.03695 -0.00887
10	0.7488	0.15971 0.01525 0.17537	-0.02903 0.06609 0.75302	0.04289 -0.12131	-0.10201 0.03804	0.03832 -0.01595
*	*	*	*	*	*	*
95	0.5689	0.09956 -0.05747 0.08195	-0.08073 0.08769 0.92933	0.07253 -0.11014	-0.08223 0.08143	0.06364 -0.06741
96	0.5689	0.09953 -0.05743 0.08191	-0.08070 0.08765 0.92938	0.07250 -0.11010	-0.08220 0.08139	0.06361 -0.06737
97	0.5689	0.09949 -0.05739 0.08187	-0.08066 0.08761 0.92942	0.07246 -0.11006	-0.08216 0.08135	0.06357 -0.06733
98	0.5689	0.09946 -0.05736 0.08182	-0.08063 0.08757 0.92946	0.07242 -0.11002	-0.08212 0.08132	0.06354 -0.06729
99	0.5689	0.09943 -0.05733 0.08178	-0.08059 0.08754 0.92950	0.07239 -0.10999	-0.08209 0.08128	0.06350 -0.06725
100	0.5689	0.09939 -0.05729 0.08174	-0.08056 0.08750 0.92953	0.07235 -0.10995	-0.08205 0.08124	0.06347 -0.06721

TABLA 2. DETERMINACION DEL CONJUNTO DE PARAMETROS OPTIMOS

PERIODO	Y-REAL	Y-ESTI	ERROR	ERROR(2)
13	2.541	3.172	-0.630847	0.397968
14	2.475	2.336	0.138869	0.019285
15	3.031	2.898	0.132735	0.017619
16	3.266	2.539	0.726766	0.528190
17	3.776	3.305	0.470613	0.221476
18	3.230	3.134	0.096379	0.009289
19	3.028	2.569	0.438552	0.192328
20	1.759	2.207	-0.447550	0.200301
21	3.595	3.217	0.378469	0.143239
22	4.474	4.607	-0.132830	0.017644
23	6.838	6.115	0.722647	0.522219
24	8.357	7.602	0.754997	0.570020
25	3.113	3.124	-0.010740	0.000115
26	3.006	2.825	0.181027	0.032771
27	4.047	3.517	0.530297	0.281215
28	3.523	3.924	-0.401383	0.161108
29	3.937	4.323	-0.386107	0.149079
30	3.986	3.822	0.163882	0.026857
31	3.260	3.511	-0.251497	0.063251
32	1.573	2.010	-0.436585	0.190606
33	3.528	4.036	-0.507878	0.257941
34	5.211	4.885	0.326114	0.106350
35	7.614	7.391	0.222528	0.049519
36	9.254	8.923	0.330521	0.109244
37	5.375	3.784	1.591337	2.532352
38	3.088	3.782	-0.693508	0.480954
39	3.718	4.493	-0.774644	0.600073
40	4.514	4.113	0.401276	0.161022
41	4.520	4.591	-0.071494	0.005111
42	4.539	4.697	-0.157768	0.024891
43	3.663	3.800	-0.137378	0.018873
44	1.643	1.913	-0.270394	0.073113
45	4.739	3.913	0.826004	0.682282
46	5.428	6.115	-0.686817	0.471718
47	8.314	8.225	0.089041	0.007928
48	10.651	10.145	0.506080	0.256117
49	3.633	6.172	-2.539322	6.448154
50	4.292	3.101	1.191210	1.418981
51	4.154	4.317	-0.162621	0.026446
52	4.121	4.862	-0.741287	0.549507
53	4.647	4.997	-0.350087	0.122561
54	4.753	4.849	-0.095809	0.009179
55	3.965	3.988	-0.022993	0.000529
56	1.723	1.572	0.151459	0.022940
57	5.048	5.194	-0.145858	0.021275
58	6.922	5.732	1.190403	1.417060
59	9.858	9.156	0.702281	0.493199
60	11.331	11.347	-0.015735	0.000248
61	4.010	4.460	-0.444435	0.197522
62	3.957	4.511	-0.553899	0.306804
63	4.510	4.543	-0.033015	0.001090
64	4.276	4.544	-0.268103	0.071879
65	4.708	5.151	-0.443300	0.193360
66	4.677	5.187	-0.510222	0.260327

67	3.523	4.168	-0.644858	0.415842
68	1.821	1.598	0.222594	0.049548
69	5.222	5.469	-0.246516	0.060770
70	6.873	7.308	-0.434928	0.189162
71	10.803	10.309	0.494024	0.244060
72	13.916	11.818	2.097609	4.399964
73	2.639	4.913	-2.273662	5.169541
74	2.899	3.615	-0.716396	0.513223
75	3.370	4.699	-1.328765	1.765615
76	3.740	3.931	-0.190943	0.036459
77	2.927	5.255	-2.328199	5.420513
78	3.986	4.096	-0.110123	0.012127
79	4.217	3.439	0.778309	0.605764
80	1.738	1.004	0.734478	0.539458
81	5.221	5.601	-0.379615	0.144108
82	6.424	6.736	-0.311631	0.097114
83	9.842	11.164	-1.321776	1.747092
84	13.076	13.452	-0.376002	0.141378
85	3.934	2.669	1.264843	1.599827
86	3.162	2.236	0.926389	0.858197
87	4.286	3.180	1.106071	1.223393
88	4.676	3.522	1.154457	1.332772
89	5.010	3.176	1.833612	3.362134
90	4.874	4.480	0.394190	0.155386
91	4.633	4.698	-0.064935	0.004217
92	1.659	1.784	-0.125247	0.015687
93	5.951	5.718	0.232672	0.054136
94	6.981	7.064	-0.083379	0.006952
95	9.851	10.513	-0.661652	0.437784
96	12.670	13.557	-0.886674	0.786191
97	4.348	4.339	0.008754	0.000077
98	3.564	3.221	0.342723	0.117459
99	4.577	4.471	0.106279	0.011295
100	4.788	5.039	-0.251482	0.063243
101	4.618	5.281	-0.663060	0.439649
102	5.312	5.131	0.181045	0.032777
103	4.298	4.876	-0.578015	0.334102
104	1.431	1.419	0.011543	0.000133
105	5.877	6.200	-0.323324	0.104539
SUMA DE ERRORES AL CUADRADO			.568883551948405	

TABLA 3. RESIDUALES CALCULADOS CON LOS PARAMETROS QUE MINIMIZAN LA SUMA DE RESIDUALES AL CUADRADO

obtiene la gráfica 6, en donde se observa que el modelo AR(12) con los parámetros de la centésima iteración es un modelo libre de problemas estadísticos y puede confiarse en los pronósticos obtenidos con él. Los pronósticos mes a mes en el semestre siguiente al último periodo son:

1970

Octubre	7.167
Noviembre	10.168
Diciembre	12.852

1971

Enero	4.711
Febrero	3.404
Marzo	4.592

A continuación se presenta el listado del programa que sirvió de base, el proceso automatizado es verdaderamente fácil de manejar, sólo hay que especificar en la línea 60 el número de parámetros y generar un archivo de datos que en esta ocasión en la línea 30 se denomina DAFIL.

El archivo de datos debe contener al principio, el número total de datos que componen la serie histórica, y a continuación desde el más antiguo hasta el más reciente de los datos.



```

LLEGA DO DEL PROGRAMA DE LA "TECNICA DE PRONOSTICO FILTRO ADAPTATIVO"
10  OPTION LPREC
20  DIM X(174),W(12),E(150)
30  AT="DA IL"
40  OPEN AT IN
50  GET AT,N
60  F=12
70  GAI GET AT,X(N)
80  K=1/F
90  FOR I=1 TO P
100  W(I)=1/F
110  NEXT I
120  L1=100
130  S1=10**37
140  FOR L=1 TO L1
150  S=0
160  FOR I=F+1 TO N
170  H1=0
180  F=0
190  FOR J=1 TO F
200  F=F+W(J)*X(I-J)
210  H1=H1+X(I-J)*X(I-J)
220  NEXT J
230  IF F<2 THEN H1=H1+X(I)*X(I)
240  H1=SQR(H1)
250  E(I)=X(I)-F
260  FOR J=1 TO F
270  W(J)=W(J)+2**K*E(I)/H1*X(I-J)/H1
280  NEXT J
290  S=S+E(I)**2
300  IF L<1 THEN GOSUB 650 REM CONTROL DE IMPRESION DE RESULTADOS EN
310  NEXT I REM CADA ITERACION
320  GO TO 330 REM CONTROL DE IMPRESION DE RESULTADOS POR
330  IF L = 1 THEN GOSUB 440 ELSE GOSUB 460 REM ITERACION
340  IF S<0.0001) S1 THEN 370
350  S1=S
360  NEXT L
370  GO TO 400 REM CONTROL DE RUTINA DE PRONOSTICOS
380  F=C
390  GOSUB 550
400  CLOSE AT
410  STOP
420  *****
430  . EN*****
440  PRINT "ITERACION DE MSE . PARAMETRUS"
450  PRINT " AJUSTE DEL MODELO FILTRO ADAPTATIVO"
460  PRINT USING 420,L,S7/(N-F+1);
470  FOR J=1 TO F
480  PRINT USING 430,W(J);
490  IF J=5 THEN PRINT
500  IF J=8 THEN PRINT
510  NEXT J
520  PRINT

```

```
530 RETURN
540 PRINT
550 PRINT 'PERIODO          PRONOSTICO'
560 FOR I=N+1 TO N+M
570 F=0
580 FOR J=1 TO P
590 F=F+W(J)*X(I-J)
600 NEXT J
610 X(I)=F
620 PRINT USING 420,1,F
630 NEXT I
640 RETURN
650 END
```

## CONCLUSIONES

Cualquier persona inteligente puede pronosticar empíricamente, pero el pronosticar resulta de verdadera utilidad cuando se es capaz de reunir, analizar y depurar la información que ha de servir de base. Anteriormente se mencionaron varios métodos de pronóstico, los más conocidos y aplicados ordinariamente; hay muchos más que no fueron mencionados. Este extenso rango de métodos sofisticados y simples suelen confundir al pronosticador no experto.

El pronosticar generalmente no es fácil, los métodos que pueden ser aplicados a una situación específica varían grandemente y dependen de la disponibilidad de datos, recursos, la calidad de los modelos disponibles y las clases de hipótesis hechas.

El individuo sea empleado de gobierno o no, necesita pronosticar para decidir la certera actua

ción actual que le permita alcanzar sus metas o planear adecuadamente objetivos parciales hasta la consecución de sus fines.

Los pronósticos son hechos para ser usados; en la mayoría de las organizaciones hay productores (pronosticadores) y los usuarios (quienes pueden ser llamados administradores) los cuales incorporan los pronósticos en su proceso de toma de decisiones. Los productores pueden sentir que el administrador es despreciativo y hace insuficiente uso de los pronósticos, mientras los administradores pueden pensar que los pronósticos son inexactos y que fácilmente pueden ser mejorados. La tensión puede reducirse fácilmente por comunicaciones extraordinarias y por algunos conocimientos de las tareas no comunes; los administradores deberían ser conscientes de la información que está siendo usada y tener elementos de las técnicas que puedan ser aplicables; el pronosticador debería ser consciente del uso de los pronósticos y de las dificultades inherentes a las decisiones que serán hechas.

Lo medular es estar acordes ambos lados en lo que va a pronosticarse y los fundamentos de información y uso básicos de la función; por ello es preciso hablen un lenguaje común y actuen interactivamente.

BIBLIOGRAFIA

- Anderson O.D., "Time-Series Analysis and Forecasting", Butterworths, Boston, 1976
- Armstrong J. Scott, "Long Range Forecasting, from Cristal Ball to Computer", Wiley, New York, 1978.
- Box G.E.P, Jenkins G.M., "Time-Series Analysis, Forecasting and Control", Holden Day, 1970.
- Granger C.W.J., "Forecasting in Business and Economics", Academic Press, New York, 1980.
- Nelson Charles R., "Applied Time-Series Analysis", Holden Day, San Francisco, 1973.
- Sullivan W.G., Claycombe W.W., "Fundamentals of Forecasting", Prentice Hall, Virginia, 1977.
- Wheelwright S.C., Makridakis S., "Forecasting Methods and Applications", Wiley, New York, 1977.
- "Forecasting Methods for Management", Wiley, New York, 1973.
- Widrow B., "Adaptative Filters I: Fundamentals", Stanford University Technical Report No. 67, 1966.