UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES - ACATLAN

EFECTOS SOBRE LA SALUD MATERNO-INFANTIL DE LOS PROGRAMAS DE PLANIFICACION FAMILIAR EN MEXICO. UN MODELO PROBABILISTICO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A

LORENZO MORENO NAVARRO

ACATLAN, MEXICO. 1979

EFECTOS SOBRE LA SALUD MATERNO INFANTIL DE LOS PROGRAMAS DE PLANIFICACION FAMILIAR EN MEXICO: UN MODELO PROBABILISTICO.

I N D I C E

INDICE DE GRAFICAS

INDICE DE CUADROS

1. INTRODUCCION.

1.1. Antecedentes y Objetivos.

La evaluación del efecto que un programa tiene sobre la población en la que se está implementando debe ser consistente con los objetivos generales que la Política haya señalado como su marco de desarrollo.

Muchos países en vías de desarrollo han adoptado en el pasado reciente una política oficial de población. En México, este hecho se dió en 1974 con la creación de la Ley General de Población y del Consejo Nacional de Población, organismo encargado de normar la política de población en el país. Sin embargo, no fue sino hasta el año de 1977, que se formalizaron las acciones con las Instituciones del Sector Salud y Seguridad Social, en que se elaboró un Plan Nacional de Planificación Familiar, con tres componentes: el programa de la Secretaría de Salubridad y Asistencia, el del Instituto Mexicano del Seguro Social y el del Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado.

Los objetivos generales del Plan son los de mejorar la salud y el bienestar de la población, así como reducir el acelerado crecimiento experimentado por el país en los últimos años.

Los mecanismos para evaluar los efectos del programa sobre la salud y el bienestar de la población no se han diseñado aún; las observaciones de las tendencias en el tiempo que se pudieran realizar en un indicador como la mortalidad materno-infantil, no permiten aislar los efectos debidos a planificación familiar de aquellos referidos a otros programas, o a cambios socio-económicos que se den en la población y que afecten indirectamente a este fenómeno.

Algunos de los elementos que han dado origen a esta situación, son posiblemente:

1) Los programas de Planificación Familiar en México, como la mayoría de los programas implementados en los países en vías de desarrollo, han estado orientados hacia la realización de metas específicas de aceptantes, y por lo tanto, los datos que proporcionan las estadísticas de servicio de las diferentes instituciones son principalmente de utilidad para evaluar los programas en términos de logros, más que para medir los objetivos más altos de la Planificación Familiar. Por otro lado, estos objetivos han sido cuantificados sólo en términos de metas demográficas, por lo que el área de salud ha sido dejada a un lado en la mayoría de las evaluaciones que se han llevado a cabo hasta la fecha.

2) El que no se produzca información que permita evaluar el impacto de los programas de planificación familiar sobre la salud, se puede deber a que no se hayan desarrollado metodologías

de evaluación que den los criterios para la recopilación y utilización de información, de manera que sirva para dar elementos en el diseño de nuevas estrategias.

3) Quizá como resultado de los dos puntos anteriormente expuestos, las relaciones entre planificación familiar y salud de la madre, los niños o la familia, no se conocen bien, lo único que hasta ahora se puede afirmar, a través de los hallazgos de varios estudios, es que existe una asociación negativa entre fecundidad y salud.

El presente trabajo tuvo su origen en estas carencias Su objetivo general es establecer una metodología que permita conocer mejor las relaciones entre salud y planificación familiar. El estudio tiene su marco de referencia en el supuesto de que la práctica de la planificación familiar produce una familia de tamaño pequeño, con nacimientos más espaciados y en las edades óptimas en el sentido de un menor riesgo de muerte de la madre y del niño, y que por consiguiente, su adopción mejoraría la salud de ambos.

El enfoque es injusto. La metodología anticonceptiva se ha desarrollado al punto de ofrecer efectividades clínicas (1) de 99%, sin embargo, hasta ahora no se han podido evitar los efectos colaterales que conlleva el uso de los anticonceptivos modernos, lo cual ocasiona o deserción del uso o efectos negativos en la salud de la mujer.

Los problemas específicos de la utilización del Dispositivo Intrauterino (DIU) son la frecuencia con que es expulsado o con que causa dolor local y/o hemorragia, que llevan a su retiro por el médico. Los dispositivos producen también un aumento en el volumen y duración del flujo menstrual, que en algunos casos pueden llevar a la anemia; en general, las posibles complicaciones por el uso del DIU, son: infección e inflamación pélvica, hemorragia, perforación del útero y embarazo ectópico.

Los anticonceptivos hormonales provocan alteraciones metabólicas y estructurales a nivel de diversos órganos y sistemas. Algunas de estas alteraciones no tienen mayor significado, pero otras pueden convertirse en serias complicaciones que pueden llevar incluso a graves problemas de salud. La contraindicación más importante de la anticoncepción hormonal es el tromboembolismo, tanto venoso-periférico como cerebro-vascular o del miocardio. Los derivados estrogénicos y los progestágenos que integran las fórmulas de los preparados hormonales en exceso, provocan efectos indesables: los síntomas y signos de exceso estrogénico son los siguientes: nauseas, retención de líquidos con edema y/o aumento de peso, cefalea; cuando hay un exceso de progestágenos se presentan aumento de apetito y de peso, cansancio, depresión y disminución de la libido. Los hormonales inyectables provocan frecuentemente trastornos de la menstruación y amenorrea. (2)

(1) No confundir con uso-efectividad, que depende tanto de la efectividad clínica del anticonceptivo como de la continuidad en el uso del mismo.

(2) "Manual de métodos de Planificación Familiar" CPNPF. 1979.

Como se puede observar, una visión más realista del problema debería considerar el efecto final en la salud de los programas de planificación familiar, como un balance entre estos efectos negativos y los supuestamente positivos (3): las complicaciones metodológicas son múltiples, sobre todo si se está midiendo la salud en uno de sus estados terminales: la muerte.

La unidad escogida para el estudio es la madre, ello limita considerablemente el alcance de lo desarrollado, de hecho el planteamiento original sugería que fueran la madre y el hijo; no se pudo resolver el problema metodológico que esto plantea, y más aún el conceptual que obliga a conjuntar en un solo indicador aspectos de la salud de dos diferentes unidades en una de las cuales se desarrolla el proceso reproductivo, o sea, en una de las cuales tiene su origen el problema de salud.

Un estudio que contemple el impacto de la planificación familiar sobre la salud de la población, debería tomar como unidad de estudio a la familia, ya que es usualmente en su seno donde ocurren los cambios reproductivos, y es a todos y cada uno de sus miembros que va a afectar directa o indirectamente su adopción.

(3) Esto cobra importancia si se toma en cuenta que los métodos mencionados, DIU y hormonales son los más utilizados por el programa: 68.8% de las usuarias del programa los utilizaban, según la Encuesta Nacional de Prevalencia en el uso de Métodos Anticonceptivos realizada por la CPNPF en el año de 1978.

1.2. Conceptos y Mediciones de la Salud.

La salud es un concepto tanto muy generalizado como muy relativo, un gran número de personas han tratado de definirla sin alcanzar ninguna conclusión satisfactoria. Para algunos, significa únicamente "ausencia de enfermedad física o de dolor", para otras, "sensación de bienestar así como ausencia de enfermedad" y, en años recientes, el concepto ha sido ampliado para incluir bienestar social (4). Se considera que el principal problema para conceptualizar a la salud, sea física, mental o social, es que ésta se define de acuerdo a un "marco social", es decir, a menos que la gente "clasifique" una condición como de enfermedad o anormalidad, no se le considera un problema de salud en su sociedad.

La deseabilidad de contar con un índice general de salud es evidente, si el énfasis está centrado en la prolongación de la vida, la mortalidad es una medida adecuada del "status" de salud de la población, mas si lo importante es mejorar la "calidad" de la vida (o el bienestar durante la vida), se hacen necesarias nuevas soluciones, las cuales rebasan el ámbito de la población médica y recaen cada vez más en grupos interdisciplinarios.

Los avances que se han dado en este sentido sólo han llegado a proponer medidas basadas en la morbilidad y en la incapacidad. Sullivan (5), al respecto, propone que la base para la construcción de un índice de salud sea la "incapacidad general" identificando morbilidad en términos de restricción de las capacidades del individuo, lo cual implicaría desviación de bienestar en un sentido amplio. Chiang (6), por su parte ha desarrollado una fórmula matemática para expresar el estado de salud de una población sobre un período de tiempo específico, la cual toma en consideración tres parámetros: frecuencia de la enfermedad, duración de la enfermedad y tasa de mortalidad durante un año.

La Organización Mundial de la Salud (7) considera que los indicadores de salud demográficos más utilizados hasta ahora, son:

1. Las tasas de mortalidad por edad, especialmente las tasas de mortalidad infantil.
2. Tasas relacionadas con ciertos aspectos de la reproducción, en particular: tasas de embarazo, tasas de aborto e incidencia de infertilidad.
3. Tasas de morbilidad.
4. Ausentismo del trabajo o de la escuela y tasas de jubilación prematura.

(4) Lee, Philip., "Health and Well Being". Annual of American Academical in Politics and Science. pp. (193 - 207) 1967.

(5) Sullivan, D.F., "Conceptual Problems in Developing an Index of Health" Health Stat Anal., Nat'l. Center for Health Sta., Ser. 2, No. 17, 1966.

(6) Chiang, C.L., "An Index of Health: Mathematical Models" National Center for Health Statistics, Series 2, No. 5 1965.

(7) "Some proposed family health indicators" World Health Organization. Report of WHO study group. 1975.

En su decimocuarto reporte (8), el comité experto en estadísticas de salud, concluyó que un índice de salud "significativo", debe cumplir con los siguientes requisitos:

- Disponibilidad: Debe ser posible obtener los datos requeridos sin tener que recurrir a complejas investigaciones especiales.

- Cobertura completa: El índice debe construirse a partir de datos que cubran la población de un país entero, o por lo menos la parte de él a la que el índice se refiere.

- Calidad: Los datos nacionales no deben de variar en tiempo y espacio de tal manera que tengan algún efecto substancial sobre el indicador.

- Universalidad: El índice debe ser, hasta donde sea posible, la expresión de un grupo de factores que determinan y afectan el nivel de salud.

- Computación: El índice debe poder calcular de la manera más simple posible, y los cálculos no deben ser costosos en términos de los recursos requeridos.

- Aceptación: El índice debe ser ampliamente aceptado y usado, no deben existir dudas respecto a los métodos empleados para el desarrollo del índice o su interpretación.

- Capacidad de reproducirse: Cuando el índice sea utilizado por diferentes especialistas, bajo diferentes condiciones y en diferentes tiempos, los resultados deben ser idénticos.

- Especificidad: El índice debe reflejar cambios solamente sobre aquellos fenómenos a los cuales está expresando.

- Sensibilidad: El índice debe ser sensible a cambios en el fenómeno concerniente.

- Validez: El índice debería ser una verdadera expresión de los factores a los cuales se supone que está midiendo. Se debería de proporcionar alguna forma de evidencia independiente o externa para esto.

La OMS reconoce, sin embargo, que estas medidas de evaluación no se pueden construir independientemente de los sistemas de información existentes en cada país, y que no sería muy realista suponer que se pueden hacer cambios substanciales en los sistemas de datos sobre población y salud, ya que dichos sistemas están relacionados a diferentes factores socio-económico y culturales de los países involucrados. La construcción de

(8) World Health Organization
Technical Report Series, No. 429, 1969.

1.3. Marco de Referencia del Estudio.

El desarrollo del modelo que se propone, tiene su marco de referencia en el supuesto de que la práctica de la planificación familiar afecta las resultantes del proceso reproductivo, y que la salud materno-infantil tiene una relación de dependencia con éstas.

Se incluye en este documento una breve discusión de cómo se modifican los riesgos de mortalidad y morbilidad materno-infantil con la edad y paridad de la madre, debido a que son éstas las relaciones más ampliamente estudiadas (10) y que tienen significado en términos de los objetivos del estudio. Por otro lado, dichos hallazgos dan las pautas para que la planificación familiar sea utilizada dentro de un contexto de salud y no sólo para limitar el número de hijos y detener eventualmente el crecimiento demográfico.

Si además de reducir el tamaño de las familias, se le da a los hijos el momento más adecuado dentro del período reproductivo de la mujer, es muy probable que la planificación familiar asegurará un mayor desarrollo físico, social y psicológico a la madre, los hijos y las familias en general.

Las cuantificaciones realizadas sobre el patrón de edad del riesgo reproductivo, basadas en estudios de investigación importantes, muestran que existe una edad materna para la reproducción con un riesgo mínimo. Los patrones de edad para los diferentes tipos de riesgos reproductivos usualmente toman la forma de curvas en forma de U, J o J "invertida". También es importante hacer notar que un riesgo relativo en una edad dada no necesariamente significa una tasa absoluta alta a esa edad, i.e., la mortalidad materna puede ser tanto como diez veces más alta en las mujeres en los cuarentas que entre aquellas en los veintes, pero la tasa entre las mujeres de edad más avanzada en un país de baja mortalidad, puede ser menor que la tasa entre mujeres jóvenes en un país con alta mortalidad.

Los estudios analizados apoyan la hipótesis de que los procesos biológicos son determinantes del patrón de edad del riesgo reproductivo; no es sorprendente que ambos eventos no sean independientes, ya que envejecimiento y reproducción son procesos biológicos relacionados. Por otro lado, y esto es muy importante subrayarlo, son los factores sociales, culturales y económicos, los que determinan en gran parte la magnitud de los riesgos, no importando la edad de la madre.

(10) Dorothy Nortman tiene uno de los estudios más completos al respecto, la mayoría de los resultados que aquí se presentan son tomados de él. "Parental age as a factor in pregnancy outcome and child development" Reports on Population/Family Planning. No. 16 pp. (1 - 52) 1974.

En lo que se refiere a la mortalidad materna, una mujer que se reproduce en la edad de riesgo mínimo corre una cuarta parte del riesgo promedio para las mujeres de 15-44 años en países donde el nivel de la mortalidad materna es bajo; un tercio en países de nivel de mortalidad moderado; y un poco menos de la mitad en países de alta mortalidad materna. Es interesante hacer notar como se amplían las diferenciales de la edad conforme el nivel de mortalidad se reduce, por ejemplo, después de la edad óptima, el riesgo adicional es 85% para los países de mortalidad alta y 216% para los países de baja mortalidad. La principal explicación es que probablemente, conforme la mortalidad materna desciende, los factores constitucionales se vuelven más relevantes, como causas de muerte que los obstétricos, y es claro que los primeros riesgos están más asociados a la edad que los últimos.

(Ver cuadro NO. 1)

CUADRO NO. 1. Edad de riesgo mínimo materno y porcentaje de exceso sobre el riesgo, 5,10 y 15 años a partir de la edad de riesgo mínimo.

RIESGO	EDAD DE MINIMO RIESGO	PORCENTAJE DE EXCESO SOBRE LA EDAD DE RIESGO MINIMO		
		± 5 años	± 10 años	± 15años
Mortalidad materna				
nivel bajo	21.9	54	216	486
nivel medio	21.6	34	137	308
nivel alto	22.9	21	85	191
Mortalidad fetal				
Para todos los órdenes de nacimiento.	21.9	12	50	113
Orden de nacimiento.				
1	18.0	15	59	133
2	22.8	17	69	155
3	25.0	16	65	147
4	26.0	13	52	118
Nacidos muertos				
Para todos los órdenes de nacimiento.	22.5	12	47	105
Orden de nacimiento.				
1	(12.4)	8	33	67
2	23.7	18	73	165
3	26.3	16	63	141
4	25.5	15	60	134
Mortalidad perinatal				
Para todos los órdenes de nacimiento.	25.2	11	45	102
Orden de nacimiento.				
1	18.1	5	21	24
2	26.9	19	76	171
3 y 4	29.0	15	61	136
Mortalidad neonatal				
Para todos los órdenes de nacimiento.	27.7	7	26	59
Orden de nacimiento.				
1	23.6	7	30	67
2	29.4	13	50	113
3	31.5	14	55	125
4	33.3	9	38	85
Mortalidad infantil				
Para todos los órdenes de nacimiento.	28.6	6	23	52
Orden de Nacimiento.				
1	26.1	9	36	81
2	31.6	16	63	142
3	33.5	19	77	174
4	34.0	16	64	144

Fuente: Resumen del cuadro 1 de: Nortman, op. cit.

Es sorprendente el incremento en la edad óptima para la procreación conforme aumenta el orden de nacimiento, aunque esto era de esperarse, ya que se ha sabido por mucho tiempo que la reproducción muy frecuente y mal espaciada esta correlacionada con riesgos más altos. Por ejemplo, se encontró que el riesgo de mortalidad fetal es mínimo cuando la madre tiene 18 años al tener su primer hijo, comparado con 26 entre las mujeres que tienen el cuarto. Las cifras respectivas para mortalidad infantil son de 26.1 años como edad óptima para un primer nacimiento, 34.0 años para un cuarto nacimiento.

Por mucho tiempo se ha sabido que ciertas malformaciones congénitas están asociadas positivamente con la edad de los padres. El síndrome de Down, también conocido como mongolismo, un defecto genético que involucra el cromosoma número 21, definitivamente se incrementa con la edad de la madre y posiblemente con la del padre, independientemente de la de la madre. Los riesgos absolutos no son altos, sin embargo, en ausencia de una historia personal que muestre lo contrario, las mujeres mayores corren sólo un riesgo pequeño de producir un niño congénitamente malformado, aunque su riesgo es mucho mayor que el que enfrentan mujeres más jóvenes.

Los estudios que relacionan la edad de los padres al nacimiento de sus hijos con la ejecución o condición física después de la infancia son limitados en número, el principal problema en el diseño de investigaciones de tales estudios es tomar en cuenta a los hijos no sobrevivientes. Los mejores estudios al respecto sugieren que los niños que nacieron de partos dificiles, tuvieron bajo peso al nacer o fueron prematuros tienen una probabilidad más alta que los otros de tener una "desventaja", la edad, como una variable intermedia, está involucrada en este tipo de relaciones, ya que la edad de la madre se relaciona a través de patrones en forma de U o de J a las complicaciones de embarazo y parto.

Nortman concluye en su estudio que la mejor forma de reducir la mortalidad y morbilidad relacionadas con la reproducción es mejorar las condiciones de vida y el acceso a cuidados médicos competentes, y que al restringir voluntariamente las edades de procreación y espaciando los nacimientos, las parejas pueden asegurarse el riesgo mínimo prevaleciente en sus sociedades durante sus años de procreación. Ella estima que si las mujeres tuvieran hijos sólo en el intervalo de edad 20-34, la mortalidad materna bajaría en un 19% en México, y que por lo menos en un corto plazo, el crecimiento de población mundial bajaría de su presente nivel de 2% por año a alrededor de 1.2%.

Omran (11) resume los resultados de las asociaciones entre edad y riesgos materno-infantil en sus reglas para un plan reproductivo "saludable":

(11) Omran, Abdel
"Health benefits of Family Planning"
Social and Rehabilitation Record
Volume 2(2) p. (5-8) 1975.

- edad óptima para tener un hijo: 20 - (30-35)
- intervalo entre fin de un embarazo e inicio del siguiente: más de 2 y menos de 5 años;
- número ideal de hijos: 2-3.
- primer nacimiento: no antes de los 20 años.

Para él, en resumen, la planificación familiar desde un punto de vista de salud: "No es solo la regulación del número de hijos, sino su apropiado espaciamiento, selección del momento apropiado y la seguridad de que cada niño será querido y se estará preparado para tenerlo". Planificación Familiar debería incluir tratamiento de infertilidad, así como de control de la fecundidad.

1.4. El modelo

En el caso de la vida humana, diversos riesgos participan en determinar que el hombre goce de salud, se encuentre afectado por algún padecimiento, o bien fallezca. Por otro lado, se puede considerar al proceso reproductivo como un proceso estocástico, dado que los eventos que lo determinan: fecundabilidad o probabilidad mensual de concebir, producto de la concepción: nacido vivo, muerte fetal o aborto; duración del período infértil que sigue al resultado de la concepción, etc., no se pueden predecir con certeza, es decir, son eventos aleatorios.

Por esta razón, el modelo de fecundidad y muerte que se propone en el presente estudio para conocer mejor las relaciones entre planificación familiar y salud materna, está basado en dos importantes teorías:

1) La teoría de los riesgos concurrentes,
2) La teoría de los procesos estocásticos.

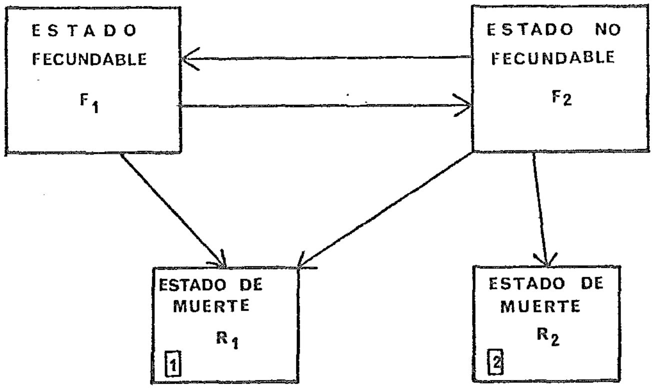
El modelo está basado en uno desarrollado por Chiang(12) para el análisis de la fecundidad humana.
Como se menciona en otras secciones de este documento, el modelo considera como unidad de estudio a la mujer; como indicadores de salud, a la mortalidad materna; y por último, supone que los efectos de la planificación familiar se dan a través de modificaciones en el proceso reproductivo, el resultado del cual tiene una relación directa con la salud materna.

En general, el modelo considera varias cohortes de mujeres, según la edad a la primera unión, cuya historia reproductiva es analizada hasta un momento en el tiempo, en el cual ella puede encontrarse en alguno de los siguientes estados:

- estado fecundable o susceptible de embarazarse,
- estado no fecundable, que considera el embarazo y los períodos infértiles que le siguen,
- estado de muerte por causas no asociadas directamente al embarazo.
- estado de muerte por causas asociadas al embarazo, que pueden ocurrir durante el embarazo o el puerperio.

El proceso queda determinado a partir de los pasos o transiciones entre estados. Los dos estados de muerte son absorbentes, y el segundo estado de muerte mencionado sólo puede alcanzarse a partir del estado no fecundable.(Ver gráfica 1) .

(12) Chiang,C.L., "Introduction to stochastic process in biostatistics".
John Wiley,New York. 1968.
____________, "A stochastic model of human fertility".
Biometrics, Volume 27,1971. pp.(345-361).



1] Por causas no asociadas directamente al embarazo.

2] Por causas directamente asociadas al embarazo.

Gráfica No 1 Diagrama de los estados del modelo.

El modelo supone que al momento de la unión todas las mujeres son fecundables. Sin embargo, esta situación no es invariante con el paso del tiempo, tanto la mujer desarrolla esterilidad en el transcurso de su vida reproductiva, como puede ver disuelta su unión por separación o viudez.

El paso del estado fecundable al no fecundable, mismo que es un embarazo o concepción, es dependiente del tiempo transcurrido desde la primera unión, es decir de la edad actual de la mujer, así como del número de embarazos anteriores.
Esta generalización del modelo, necesaria para que tenga sentido en la medición del impacto en la salud, ocasiona que el modelo sea no-homogéneo en el tiempo. Por otro lado, la transición de una mujer del estado no fecundable al fecundable, depende de su edad, del número de embarazos y del tiempo que ha permanecido en ese estado.Este último supuesto hace que el modelo pierda la propiedad de Markov, sin embargo la solución del modelo, mediante el tratamiento metodológico que será explicado en secciones

posteriores de este documento, es finalmente la de uno de Markov.

La Planificación Familiar, a través del uso de anticonceptivos, opera en disminuir la fecundabilidad en una proporción igual a la efectividad del método usado; en cualquier otro momento del intervalo reproductivo, no tienen efectos en reducir la fecundabilidad, de otra manera, la anticoncepción es efectiva cuando existe una probabilidad mayor que cero de concebir. El introducir esta variable "anticoncepción" en el modelo, permite comparar todos los indicadores resultantes del mismo que son de utilidad para medir el impacto en la salud materna de la planificación familiar, ya que es posible obtenerlos y compararlos para una "fecundabilidad natural", o sea en ausencia de uso de anticonceptivos, y para lo que Henry (13) denomina "fecundabilida resiudual", es decir, la probabilidad mensual de concebir dentro del uso de un método anticonceptivo.

Los principales indicadores resultantes del modelo que sirven para los objetivos del estudio son:

-Probabilidad de que una mujer que ha tenido m embarazos, muera por causas asociadas al embarazo, al encontrarse en el último embarazo.

-Probabilidad de que una mujer que ha tenido m embarazos, muera debido a cualquier causa, al encontrarse en el último embarazo.

-Edad a la cual una mujer muere, por causas asociadas con el embarazo, dado que ha tenido m embarazos.

-Edad a la cual una mujer muere, por causas no asociadas directamente con el embarazo, dado que ha tenido m embarazos.

-Número esperado de mujeres que fallezcan debido a causas asociadas directamente con el embarazo, hasta de una cierta edad x.

-Número esperado de mujeres que han fallecido debido a causas no asociadas directamente con el embarazo, hasta de una cierta edad x.

(13) Henry, Louis, "On the measurement of human fertility". The Population Council. 1972.

2. DISCUSION DE VARIOS MODELOS MATEMATICOS DEL PROCESO REPRODUCTIVO.

Los modelos matemáticos referentes al proceso reproductivo de la mujer han sido desarrollados en las últimas dos décadas para afrontar una gran diversidad de problemas.

Primero, debido a la dificultad de realizar experimentos significativos en poblaciones reales, los investigadores han recurrido a los modelos para lograr una mejor comprensión de los factores del proceso reproductivo que primordialmente intervienen en la determinación de la fecundidad, las interrelaciones de estos factores y la magnitud de los cambios potenciales en la fecundidad, debido a variaciones en los mismos.

Segundo, en muchos casos, no existen datos sobre los distintos factores de la reproducción, lo que lleva al investigador a buscar intervalos dentro de los cuales se pueden localizar los posibles valores del factor en consideración.

Un modelo de este tipo, si está suficientemente apegado a la realidad, podrá estimar, dado el rango o rangos de variación del o de los factores considerados, cambios en el nivel de fecundidad de la población en la cual se está aplicando. De esta manera, los modelos han sido utilizados como auxiliares en la determinación de los criterios para realizar los estudios necesarios para cuantificar y analizar la fecundidad de la población actual.

Finalmente, una vez que el modelo ha sido implementado y validado, también puede ser utilizado como herramienta para estimar indirectamente un nivel de fecundidad a partir de los factores de la reproducción considerados en el modelo, o el valor tomado por una variable, dados los niveles para otras variables y el de la fecundidad misma.

En este apartado se hace un breve análisis de algunos modelos matemáticos del proceso reproductivo de la mujer, a modo de contar con elementos suficientes para plantear el modelo objeto del presente estudio.

La complejidad del proceso reproductivo humano ha estimulado la construcción de una creciente variedad de modelos y ejercicios de simulación de los procesos de la reproducción.

Se puede hablar de 3 tipos de modelos de la reproducción: (1)

1. Modelos matemáticos
2. Modelos de macro-simulación
3. Modelos de micro-simulación

(1) Sheps, M.C., "The distribution of births in human population" Review of the international statistical Institute. Vol. 39, No. 2 1971, pp.(183 - 194)

2.1. Modelo de Chiang (2)

El trabajo propuesto por Chiang se considera representativo de los modelos del primer tipo, y por ser el más estudiado, es el que primeramente se presenta.

El planteamiento describe a la fecundidad humana desde el punto de vista estocástico.

El modelo consiste de dos estados transitorios: S_1, estado fecundable y S_2, estado de embarazo e infecundo; y un estado absorbente, R, el estado de muerte.

Una mujer se encuentra en el estado fecundable, S_1, si está en posibilidad de quedar embarazada y está en el estado S_2, si se encuentra embarazada o en el período de amenorrea postembarazo. Una transición de S_1 a S_2 es una concepción, mientras que una transición de S_2 a S_1 indica que la mujer después de haber dado a luz a un hijo vivo o haber tenido una muerte fetal, vuelve a ser nuevamente fecundable. Luego en este modelo, la frecuencia de embarazos de una mujer está representado por el número de transiciones de S_1 a S_2.

Cuando una mujer muere, decimos que entra al estado absorbente, R, desde S_1 o S_2, dependiendo de que se encontrara o no en el estado fecundable al momento de la muerte.

Como la fecundidad de una mujer es una función de su edad, la transición de S_1 a S_2 (o, más precisamente, la correspondiente probabilidad instantánea) depende de su edad, y la transición de S_2 a S_1 depende de la longitud del tiempo que ha estado embarazada, al igual que de su edad. Luego, pues, el modelo planteado es no homogéneo con respecto al tiempo.

Una característica del proceso reproductivo se ve reflejado en el paso entre dos estados transitorios.

Durante el período reproductivo de la mujer, en cualquier momento de estancia en el estado fecundable, una transición puede ocurrir; una transición del estado referido S_1 al estado S_2, a través de la concepción. Pero la transición de S_2 a S_1 es restringida.

Generalmente, existe un período mínimo de tiempo que una mujer debe permanecer en el estado de embarazo o infertilidad postembarazo antes de que pueda abandonar dicho estado y volver de nuevo al fecundable; por otro lado, una mujer no puede permanecer en el estado infecundo S_2 por más de un período máximo de tiempo.

Luego se proponen dos límites, sean $a>0$ y $b>a$, tal que una mujer puede pasar de S_2 a S_1 sólo si ella ha permanecido en S_2 por una duración τ, donde $a \leq \tau \leq b$.

(2) Chiang, C.L., "A stochastic model of human fertility" Biometrics, Volume 27, 1971, pp.(345 - 361).

El paso de S_2 al estado absorbente R puede ocurrir en cualquier momento entre la concepción y la máxima duración b.

Planteado lo anterior, el autor define las llamadas "probabilidades de transición múltiple", a saber:

1) La probabilidad de que una mujer en S_1 a la edad x_o abandone S_1, se embarace m veces en el período (x_o, x) y se encuentre en S_β, a la edad x, $P_{1\beta}^{(m)}(x_o, x)$, donde $\beta=1,2$ y x_o es la edad del inicio de la vida reproductiva o edad a la primera unión.

2) La probabilidad de que una mujer en S_1 a la edad x_o abandone S_1 m veces y muera cuando se encuentre en el estado S_β antes o en el momento de alcanzar la edad x, $Q_{1\beta}^{(m)}(x_o, x)$.

Estos conceptos son la base de la estructuración del modelo.

La derivación de las fórmulas que determinan las probabilidades múltiples de transición, se hace a partir del concepto función de intensidad de transición. El embarazo de una mujer o su muerte al encontrarse en el estado fecundable son regulados por las intensidades de embarazo ($\nu_{12}(x)$) y de muerte ($\mu_1(x)$) que son definidas a continuación.

Para cada real x, no negativo, tal que $x_o \leq x < \infty$, donde x_o ha sido anteriormente definido y para el intervalo $(x, x+\Delta)$ planteamos:

$$\nu_{12}(x)\Delta + o(\Delta) = Pr\left\{\text{una mujer de edad x en } S_1 \text{ se embarace durante el intervalo } (x, x+\Delta)\right\}$$

$$\mu_1(x)\Delta + o(\Delta) = Pr\left\{\text{una mujer de edad x entra al estado de muerte R durante el intervalo } (x, x+\Delta)\right\}$$

y sea

$$\nu_{11}(x) = -\left[\nu_{12}(x) + \mu_1(x)\right]$$

de modo que:

$$1 + \nu_{11}(x)\Delta + o(\Delta) = Pr\left\{\text{una mujer de edad x en } S_1 \text{ permanezca en } S_1 \text{ durante el intervalo } (x, x+\Delta)\right\}$$

Las anteriores definiciones consideran que la fertilidad es función de la edad.

Después de quedar embarazada una mujer, su retorno al estado fecundable S_1 es una función de la duración τ de la estancia en S_2 y, posiblemente, también de la edad x. Definimos pues las siguientes intensidades de transición:

$\upsilon_{21}(x, \tau)\Delta + o(\Delta) = \Pr\{$ una mujer de edad x que ha estado en S_2 por un tiempo τ abandone S_2 para pasar a S_1 en el intervalo $(x, x+\Delta)\}$

$\mu_2(x, \tau)\Delta + o(\Delta) = \Pr\{$ una mujer de edad x que ha estado en S_2 por un tiempo τ entre al estado de muerte en el intervalo $(x, x+\Delta)\}$

y

$$\upsilon_{22}(x, \tau) = - [\upsilon_{21}(x, \tau) + \mu_2(x, \tau)]$$

de modo que:

$1 + \upsilon_{22}(x, \tau)\Delta + o(\Delta) = \Pr\{$ una mujer de edad x que ha estado en S_2 por un tiempo τ permanezca en S_2 durante el intervalo $(x, x+\Delta)\}$

Estas funciones de intensidad de transición, junto con la determinación del estado inicial en x_0, permiten establecer las probabilidades de transición y, por ende, todo el modelo teórico del proceso de la fecundidad.

La implementación del modelo permite obtener una serie de resultados que señalan importantes características del proceso reproductivo, mismos que se analizan ampliamente en el siguiente capítulo.

De esta somera revisión, se considera que el modelo de Chiang recurre a supuestos y elementos, tanto demográficos como estadísticos, que permiten un tratamiento muy completo del proceso reproductivo humano, tanto de las variables que lo determinan como de los resultados de dicho proceso.

2.2. Modelo de Sheps y Menken. (3)

El modelo estudiado se puede ubicar como representativo de los modelos de macro-simulación (4) planteados respecto al proceso reproductivo femenino. Las referidas autoras han hecho un amplio tratamiento del tema en cuestion (5), lo cual podría dar lugar a una extensa revisión de las variantes planteadas al modelo, según nuevas evidencias o aplicaciones del mismo. Sin embargo, para los propósitos del documento, se restringirá la presente discusión al modelo más general.

El trabajo considerado, modelo dependiente del tiempo, se basa en consideraciones biológicas que permiten investigar las variaciones de las tasas de natalidad como consecuencia de fluctuaciones en la probabilidad de concebir en algún punto del tiempo, i.e., de ser susceptible a la concepción.

(3) Sheps, M.C. and Menken, J.A., "A model for studying birth rates given time dependent changes in reproductive parameters" Biometrics, Volume 27, 1971, pp (325, 343).

(4) Sheps, M.C. loc. cit. en (1)

(5) Sheps, M.C. and Menken, J.A., "Mathematical models of conception and birth". The Chicago University Press. University of Chicago. 1973

Estas concepciones y nacimientos son ocurrentes en mujeres en unión, únicamente.

El modelo considera tres factores básicos, atribuyéndole las características de pareja a la mujer; son:

i) la probabilidad mensual de concebir (fecundabilidad)
ii) el producto del embarazo
iii) la duración de los períodos no susceptibles que siguen a la concepción, esto es, los períodos que van desde el inicio del embarazo hasta el retorno de la ovulación.

El tiempo necesario para que una mujer susceptible de embarazarse conciba, se considera como una variable aleatoria determinada por la fecundabilidad, que puede depender de la edad, la paridad, la frecuencia de relaciones sexuales, el uso de anticonceptivos, etc. (6). Un embarazo puede concluir en un nacido vivo o en una muerte fetal, que incluye el aborto espontáneo, el inducido y a los nacidos muertos.

La probabilidad de una muerte fetal puede depender de la edad de la madre y la paridad. La duración del embarazo y del período amenorreíco postembarazo están fuertemente correlacionados con el producto de la concepción.

El modelo, en tiempo discreto, supone que los cambios debidos a la paridad se reflejan en los cambios con respecto al tiempo. Queda formulado como una cadena de Markov discreta con probabilidades de transición dependientes del tiempo.

Brevemente, se describen las características generales del modelo en cuestión.

Supóngase que tanto la duración del embarazo como la del período infértil post-parto son fijas, ya sea en el caso de un nacido vivo o en el de una muerte fetal.

Si una mujer concibe en el mes t y tiene un nacido vivo, el nacimiento ocurre en $t + k$ y el momento más cercano en el cual ella puede volver a concebir nuevamente es $t + m$, donde $m \geq k+2$. Si una mujer que concibe en t tiene una muerte fetal, la muerte ocurre en $t+\nu$ ($\nu = 1,2...$) y el punto más próximo en el cual ella puede volver a concebir es $t+\omega$, donde $\omega \geq \nu+2$.

En ambos casos se está suponiendo una duración del período de infertilidad post-parto al menos de 2 ciclos, o meses, como es el caso presente.

La probabilidad de que una mujer susceptible conciba en t esta dada por $\rho(t)$, la fecundabilidad en el punto t.

(6) Un amplio tratamiento de este tema se hace en: Bourgeois-Pichat, J. "Les facteurs de la fecondité non-dirigée" Population 1965. Volume 20, pp. (383 - 424).

La probabilidad de que una mujer tenga una muerte fetal en t es $\alpha(t)$, para la mujer que ha concebido en $t-\nu$.

Supóngase que m, ω, k y ν son constantes y que se cumple que $\nu \geq 2$, $k \geq \nu$ y $m > \omega$.

Sea cada mes del período no susceptible, según el producto del embarazo, considerado como un estado por separado.

Se ha supuesto que si ocurre una muerte fetal ν meses después de la concepción, no hay distinción alguna para los $\nu-1$ meses anteriores entre un embarazo del tipo referido y otro cuyo producto final sea un nacido vivo.

Agregando la consideración de que una concepción sólo puede ocurrir en t si una mujer se encuentra en el estado susceptible en t-1, podemos definir los $n = m + \omega - \nu - 1$ estados que se presentan en la siguiente gráfica.

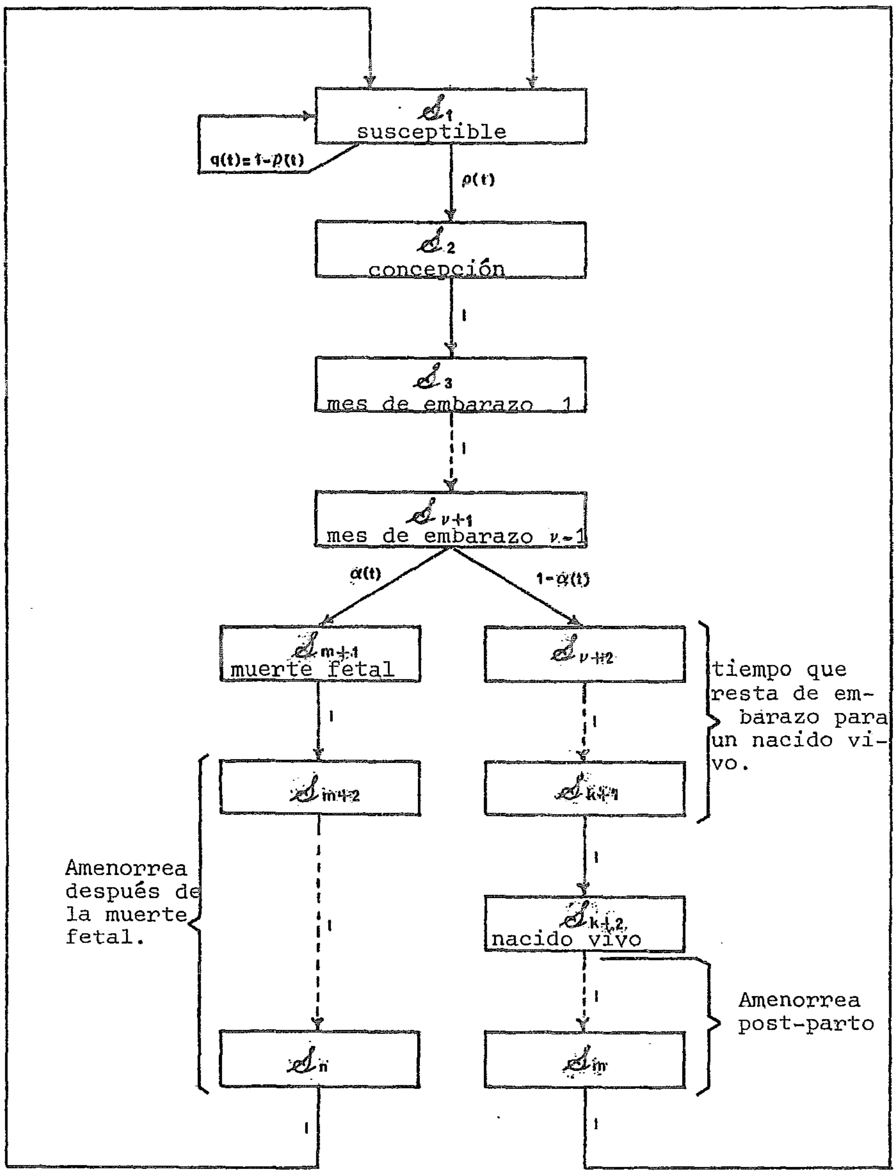
ESTADO	E S T A D O D E:
S_1	ser susceptible a la concepción,
S_2	haber quedado embarazada,
S_i $3 \leq i \leq \nu + 1$	encontrarse en el mes i-2 del embarazo (después de la concepción) y donde aún el producto del embarazo se desconoce,
S_i $\nu + 2 \leq i \leq m$	encontrarse en el mes i-2 del período no susceptible asociado a un nacido vivo,
S $m+1 \leq i \leq n$	encontrarse en el mes $i-m-1+\nu$ del período no susceptible asociado con una muerte fetal,

Se señalan además:

S_{k+2}	encontrarse en el mes en el que el parto ocurre,
S_{m+1}	encontrarse en el mes en el cual la muerte fetal ocurre,

además cabe señalar que S_1 es el único estado en el cual una mujer puede econtrarse, al menos durante 2 meses sucesivos.

Dado este marco, se define la matriz de probabilidades de transición entre los estados anteriormente señalados, respetando las restricciones bajo las que opera el modelo. Dada la matriz, se pueden conocer las probabilidades de que una mujer se encuentre en el estado S_i en t; $i = 1,2\ldots,n$, las que después de ser relacionadas apropiadamente, permiten conocer la probabilidad de tener un nacido vivo en t.



Gráfica No. 2. Estados y probabilidades de transición en un modelo de tiempo discreto en el que las probabilidades varían con el tiempo.

El desarrollo subsecuente del modelo está enfocado a esclarecer algunas relaciones importantes entre los cambios en los patrones reproductivos de una población y las tasas de natalidad de la misma, por lo cual no profundizamos en estos aspectos, dado que el objetivo primordial de la revisión hecha - es la de mostrar los distintos enfoques que se han dado al estudio del proceso humano de la reproducción, y en los casos - procedentes, a incluir los elementos de los modelos que sean - útiles al planteamiento que se desarrolla en este documento.

2.3. Otros modelos

2.3.1. Modelo de Bongaarts. (7)

El trabajo describe un macro-modelo utilizando la metodología del análisis de sistemas. El modelo consiste de un conjunto de ecuaciones diferenciales simultáneas dependientes - del tiempo. Este método permite la inclusión de varias suposiciones muy realistas respecto al proceso reproductivo.

El autor utiliza dos enfoques para describir la operación del modelo, a saber:

i) Diagrama de los estados de transición.

ii) Diagrama de entradas y salidas.

i) Diagrama de los estados de transición.

La gráfica presenta la secuencia de los estados reproductivos a través de los cuales una cohorte de mujeres pasa desde el nacimiento hasta el final del período reproductivo, eliminando la esterilidad o la disolución de las uniones.(8)

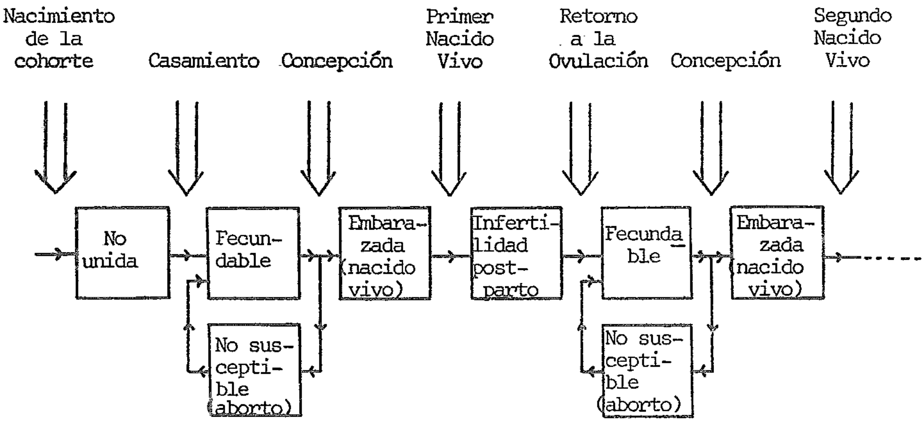
ii) Diagrama de entradas y salidas.

La siguiente gráfica bosqueja las relaciones entre las entradas o variables independientes y las salidas o variables dependientes del modelo.

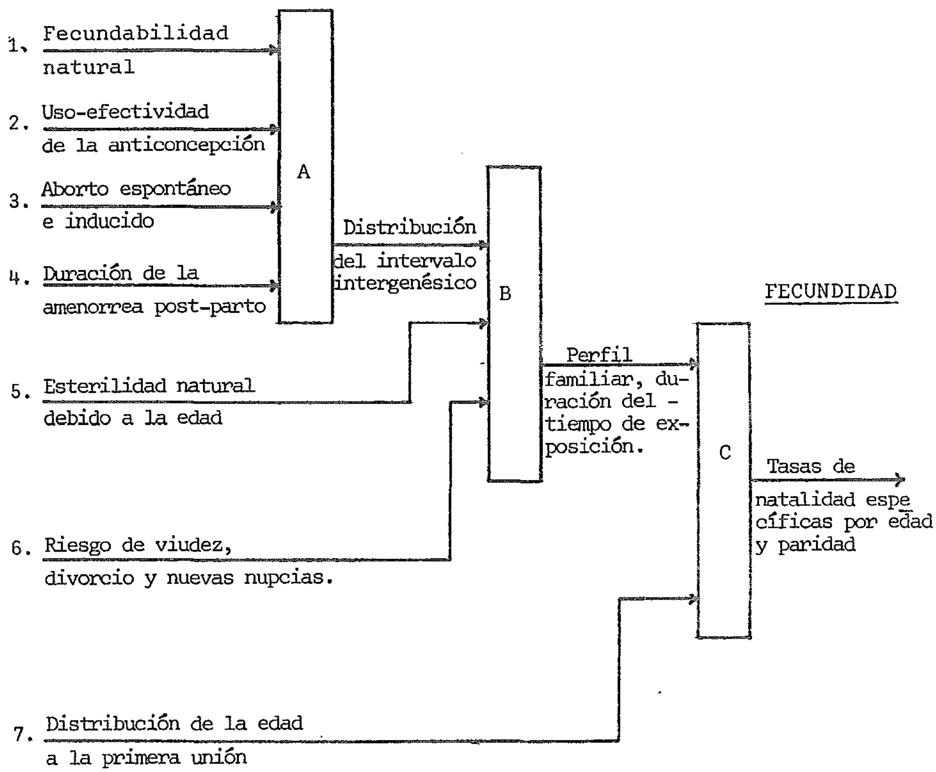
Aunque este bosquejo no está directamente relacionado con la estructura matemática del modelo, permite entender - más claramente las interrelaciones entre las más importantes - variables. Las entradas consisten de un conjunto de variables intermedias de la fecundidad, las cuales son generalmente definidas como las más inmediatas determinantes de la fecundidad, y a través de las cuales los factores socio-económicos y biológicos de una población determinan a la misma.

(7) Bongaarts, J., "A Dynamic model of the reproductive process". Population Studies, Vol 30, No. 3 19 pp.(59 - 73).

(8) Para una detallada descripción del proceso reproductivo femenino siguiendo el enfoque de estados transitorios, ver:
Palma et al. "Efectos demográficos de los programas de planificación familiar en México". Capítulo 2. pp.(7 - 11) 1978. Sin publicar.



Gráfica No.3. Estados de transición para los años del período reproductivo de una cohorte de mujeres.



Gráfica No. 4. Diagrama de las entradas y salidas del proceso reproductivo femenino.

Estas variables intermedias difieren un poco de las propuestas por Davis y Blake(9), dado que las últimas sólo son discutidas cualitativamente, y algunas no han sido cuantificadas, lo cual es necesario para el análisis matemático del modelo.

Los principales resultados o salidas del modelo son las tasas de natalidad específicas por edad de la cohorte en cuestión. Algunos resultados intermedios son: la distribución de los intervalos intergenésicos, el tiempo para alcanzar una tasa de natalidad específica por edad, etc.

El modelo, en su proposición más simple, involucra las siguientes suposiciones:

a) La población es homogénea, i.e. todas las mujeres son biológicamente indistinguibles y su comportamiento re reproductivo es idéntico.

b) No se practica la anticoncepción en la población,

c) Los determinantes de los intervalos intergenésicos: la fecundabilidad, el riesgo de aborto espontáneo y la duración media del período infecundo post-parto, son constantes,

d) No hay disolución de uniones.

Dependiendo de las necesidades de aplicación del modelo, cada una de las anteriores restricciones puede ser removida para obtener versiones más realistas con la utilización del mismo.

La estructura matemática del modelo queda determinada al hacer las suposiciones sobre las distribuciones específicas del tiempo de espera para cada uno de los estados reproductivos, a saber:

1) Estado de no unida.
2) Estado fecundable.
3) Estado de embarazo.
4) Estado de infertilidad post-parto.
5) Estado de no susceptibilidad al embarazo, asociado con un aborto espontáneo.

Planteadas las ecuaciones del modelo, se obtienen los resultados de mayor utilidad, algunos de los cuales son:

1) Tasas de fecundidad específicas por edad.
2) Distribución de los nacimientos de una cohorte a lo largo de todo el período reproductivo.
3) Tasas de fecundidad específicas según la duración de la unión.

(9)Davis, K and Blake, J., "Social Structure and Fertility: An Analytic Framework" - Economic Development and Cultural Change, Vol. 4, 1956, pp. (211)

No se da mayor énfasis a algunas consideraciones que hace el autor respecto a la implementación del modelo en computadora y a los resultados obtenidos de esa aplicación, dado que se piensa que ello forma parte de un enfoque distinto al que se cubre.

2.3.2. Modelo de Perrin y Sheps. (10)

En este trabajo, el fenómeno de la reproducción humana es contemplado como un caso especial de un proceso estocástico, i.e. un proceso markoviano de renovación.

Se supone que al momento de la unión una mujer se encuentra en el estado fecundable y después de un intervalo de tiempo, de duración aleatoria, pasa al estado de embarazo, el cual puede terminar en un aborto, un nacido muerto o un nacido vivo, de acuerdo a una cierta probabilidad correspondiente a los eventos terminales mencionados.

Despueś de cada embarazo, la mujer pasa a un estado infértil, del cual vuelve, en algún momento, al estado fecundable o de susceptibilidad al riesgo de embarazo.

La duración del período de estancia en cualquier estado es considerado como una variable aleatoria cuya distribución depende del estado al cual pase la mujer, así como del estado que actualmente ocupa.

A partir de las expresiones matemáticas obtenidas del modelo, se puede conocer el momento de ocurrencia de la primera transición del estado fecundable al de embarazo, así como los tiempos de renovación (e.g. intervalos intergenésicos, etc.) y la probabilidad mensual de ocurrencia de un nacido vivo.

También se obtienen resultado que permiten conocer la media y varianza de un número de eventos, tales como nacidos vivos, que ocurran dentro de un período dado después del matrimonio.

El modelo anterior se distingue por dar un cuidadoso tratamiento matemático a los supuestos biológicos que se involucran en las metodología propuesta, pudiéndose considerar como el primer modelo matemático general del proceso reproductivo femenino.

2.3.3. Modelos de Das Gupta. (11)

Basado en el trabajo de Perrin y Sheps (1964), y considerando que dichos autores aprovechan parcialmente la metodología matemática propuesta, Das Gupta plantea en su trabajo un modelo general del proceso reproductivo humano, siguiendo las líneas del modelo de Perrin y Sheps (1964), llegando a incluir a otros modelos ya planteados como casos particulares del suyo.

(10) Perrin, E.B. and Sheps, M.C., "Human Reproduction: A stochastic process". Biometrics, Volume 20, pp.(28-45) 1964.

(11) Das Gupta, P.,"A stochastic model of human reproduction" Population Monograph Series No. 11, University of California, Berkley.

Los resultados que anteriormente eran obtenidos a partir de muy diversos métodos, ahora pueden ser derivados de los resultados generales que presenta el autor.

El trabajo plantea dos modelos generales, dependiendo de si se considera al tiempo como una variable discreta o continua, evitando la mezcla de estos conceptos (como sucede en el modelo de Perrin y Sheps) lo cual no es una limitante a que los modelos sean virtualmente idénticos.

Se obtienen distribuciones de probabilidad de varias características de la fecundidad en términos de transformadas de Laplace (o funciones generatrices de probabilidad, en el caso discreto), sus medias, varianzas y covarianzas, así como el comportamiento asintótico de esos resultados.

El modelo de Das Gupta se caracteriza por su elaborado y complicado tratamiento matemático, lo que da lugar a que se considere como una metodología elegante para el estudio del fenómeno reproductivo, si bien de difícil aplicabilidad.

Se considera que las metodologías discutidas proporcionan suficientes elementos para el adecuado planteamiento de un modelo que relacione a la fecundidad con algunos indicadores de salud.

3. DESARROLLO DE UN MODELO ESTOCASTICO QUE RELACIONA A LA FECUNDIDAD CON ALGUNOS INDICADORES DE LA MORTALIDAD MATERNA.

3.1.1. Aspectos Conceptuales del Modelo.

El modelo del proceso reproductivo que aquí se presenta recurre a dos importantes teorías para su fundamentación, a saber:

1) La teoría de los decrementos múltiples, o riesgos concurrentes.

2) La teoría de los procesos estocásticos.

En los procesos de cualquiera índole, una multitud de causas concurren para determinar un hecho o fenómeno.

En el caso de la vida humana, y en especial en el ámbito de la salud, diversos riesgos participan en determinar si el hombre gozará de salud, se encuentre afectado por algún padecimiento o bien, fallezca.

Todos los individuos no son igualmente saludables y las probabilidades de muerte varían de una persona a otra.

La reproducción humana es un proceso que ha sido estudiado desde muy diversos puntos de vista, quizá los más conocidos son el biológico y demográfico. El tener un mejor conocimiento de las características principales de la reproducción ha permitido conseguir avances importantes en los aspectos de salud y bienestar del hombre.

Directamente se observa que el proceso reproductivo está determinado por diversas causas o riesgos concurrentes, i.e. la concepción está determinada por la fecundabilidad, o probabilidad mensual de concebir, la cual a su vez, depende de varios factores. (1)

Ocurrida la concepción, se sabe que el producto de la misma está determinado por varios hechos que señalarán si se tratará de un nacido vivo, una muerte fetal o un aborto. Esto, a su vez, determinará que la duración del período infértil que sigue a la ocurrencia de alguno de los resultados de la concepción, sea un hecho incierto.

Por ende, el retorno a la situación de que una mujer vuelva a ser susceptible de embarazo será un evento determinado aleatoriamente.

Esta dinámica, conlleva diversos riesgos a la salud de la mujer y, en los casos de nacidos vivos, la del infante; riesgos que se ven incrementados por muy diversos factores, siendo los más importantes: la edad de la madre, su paridad, el número de embarazos que haya tenido hasta ese momento, etc. (2)

(1) Bourgeois - Pichat, J. Ibid.

(2) Nortman, Dorothy. "Parental age as a factor of pregnancy outcome and child development" Reports on Population/Family Planning, No. 16, pp. (1-52) 1974

De una manera muy clara se han planteado en diversidad de estudios las importantes relaciones entre la salud materno-infantil y la fecundidad, así como la determinación de las variables que establecen esta relación entre la salud y la fecundidad. Claramente, se puede hablar de una multiplicidad de riesgos que concurren a la determinación del estado de salud de la mujer en cualquier punto de su vida reproductiva.

Lo bosquejado en este análisis justifica la utilización de algunos elementos de la teoría de los procesos estocásticos y de la teoría de riesgos concurrentes, aplicación que será ampliamente tratada en el resto de este capítulo.

Tras un detallado análisis de las características del proceso reproductivo humano, así como de los modelos que se han desarrollado para lograr una mejor comprensión del fenómeno en cuestión, se decidió profundizar en el modelo que Chiang (3) ha propuesto para el análisis de la fecundidad humana. (4)

Recordando las principales características del modelo citado, se sabe que el paso del estado fecundable al no fecundable, mismo que es un embarazo o concepción, por m-ésima vez, lo cual es dependiente de la edad actual de la mujer y de la edad a la unión, lo mismo que del número de embarazos ocurridos anteriormente, se caracteriza a partir de la probabilidad de transición, lo cual permite estimar el tiempo de ocurrencia del m-ésimo embarazo, considerando que la mujer se encontraba en el estado fecundable al momento de la unión.

Estos elementos permiten el análisis de la distribución de frecuencias de los embarazos de una cohorte de mujeres unidas todas a la edad x_0 y con ciertas características, respecto a la fecundabilidad, mortalidad fetal, mortalidad de la madre durante y entre embarazos y otras.

Estos parámetros son establecidos indirectamente a partir de los niveles dados a las funciones de transición entre los estados considerados por el modelo.

Discurriendo sobre los resultados que se obtienen a partir del mismo, se encuentran elementos para estudiar las diferentes etapas del proceso reproductivo femenino considerando las importantes relaciones que se plantean entre el producto de la concepción, el momento de la ocurrencia del parto o del aborto, según se resuelva el referido embarazo, el orden del mismo, el número de abortos anteriormente ocurridos, la edad actual de la madre y a la que se unió por primera vez.

Asimismo, se plantean otros resultados respecto a la ocurrencia de la muerte de la madre, como lo es la probabilidad de salir m veces del estado fecundable -que ocurran m embarazos- y de morir en el estado no fecundable, esto es, durante el siguiente embarazo o en el período de infertilidad que sigue a éste, considerando la edad actual y la del momento de la unión.

(3) Chiang, C.L. loc. cit. en (2) capítulo 2 .

(4) Ver 2.1 en el capítulo 2.

Resumiendo, los elementos dados por el modelo permiten estudiar al proceso reproductivo desde dos puntos de vista:

i) Uno estrictamente demográfico, como lo es el hecho de ubicar y cuantificar los hechos de la reproducción; por ejemplo,a partir de las funciones de densidad de los tiempos de ocurrencia de los hechos mismos, se pueden conocer: el tiempo que transcurre desde la unión hasta el momento de completar el tamaño deseado de familia, o sea, el de contar con el número de hijos vivos deseado; la edad media de ocurrencia del m-ésimo embarazo; el tiempo que transcurre desde la unión hasta la primera concepción, que puede considerarse equivalente al intervalo protogenésico, etc.

Este tipo de información es útil para el análisis de la fecundidad humana, la planificación familiar, los estudios sobre crecimiento de la población y otros.

ii) El otro, que se denominará biológico, considera los resultados del proceso reproductivo, con especial énfasis en las repercusiones que la historia reproductiva anterior tiene sobre el estado actual de la mujer, como lo sería el conocer la edad de fallecimiento de la mujer que ha estado unida T años y que ha tenido m embarazos.

Este enfoque es útil desde el punto de vista de la salud materno-infantil, la planificación familiar, la biología de la reproducción, etc.

Precisamente de estas posibilidades de análisis ha surgido la idea del planteameinto hecho en este documento.

Ahora bien, el modelo que se plantea intenta detectar cambios en algunos indicadores de la mortalidad materna, debido a variaciones de la fecundidad, primordialmente a las posiblemente ocasionadas por los programas de planificación familiar.

Para satisfacer este objetivo, se requiere de un planteamiento suficientemente general, a modo de cubrir la mayoría de las alternativas que se presentan en el proceso reproductivo humano, así como sus derivaciones respecto a la mortalidad materna.

A este efecto, se ha recurrido al análisis que Chiang hace del proceso general de vida, enfermedad y muerte (5), estudio que aporta considerables elementos al modelo aquí planteado.

En general, el modelo considera varias cohortes de mujeres, según la edad a la primera unión, cuya historia reproductiva es analizada hasta un momento en el tiempo.

(5) Chiang, C.L., "Introduction to stochastic processes in biostatistics". John Wiley, New York. 1968
Capítulos 4, 5 y 7.

Se considera que la mujer puede encontrarse, en cualquier punto del tiempo, en alguno de los siguientes estados:

a) estado fecundable o susceptible de embarazarse,

b) estado no fecundable, que considera el embarazo y a los períodos infértiles que le siguen,

c) estado de muerte.

y a partir de los pasos o transiciones entre estados se caracteriza la historia reproductiva de cada cohorte.

Es aquí conveniente aclarar la connotación del término "no fecundable".

Se considerarán en este estado únicamente a las mujeres embarazadas o que se encuentran en el período de infertilidad post-embarazo al momento de la observación.

Luego, pues, en el estado fecundable se consideran a todas las mujeres susceptibles de embarazo. El modelo supone - que al momento de la unión todas las mujeres son fecundables. Sin embargo, esta situación no es invariante con el paso del tiempo. Tanto la mujer desarrolla esterilidad en el transcurso de su vida reproductiva, como puede ver disuelta su unión por separación o viudez.

Estos hechos, de considerable importancia para el modelo, son contemplados por los supuestos que involucra la metodología utilizada, lo cual se ve al hacer variable con respecto al tiempo a la susceptibilidad de una mujer a quedar embarazada, medida indirecta de la fecundabilidad y del riesgo a ver disuelta la unión.

Así pues, el modelo considera en el estado fecundable tanto a las mujeres fértiles y en unión, esto es, fecundables como a las estériles o que hayan visto disuelta su unión; en este último caso, se le atribuye un valor nulo a la medida de la susceptibilidad de quedar embarazada en algún punto del tiempo.

Por otro lado, el estado de muerte se puede alcanzar tanto desde el fecundable como desde el no fecundable.

En el primer caso, se considera un riesgo de fallecer debido a causas generales, que incluyen a las que pueden estar asociadas indirectamente con la paridad de las mujeres; mientras que en el segundo, el modelo distingue dos grupos de causas de muerte: las directamente asociadas con el embarazo o el período de infertilidad que le sigue, y las generales y que no tienen una relación directa e inmediata con el embarazo.

Con esta caracterización, el modelo pretender medir los cambios que se producen en los niveles de mortalidad materna, al ocurrir cambios en la fecundidad, debidos posiblemente a los programas de planificación familiar.

El modelo plantea la relación entre los niveles de - mortalidad resultantes, la fecundidad observada en la población y una efectividad en el uso de métodos anticonceptivos.

De esta relación surgen las conclusiones respecto al posible impacto que los programas de planificación familiar tienen sobre algunos indicadores de la mortalidad materna, objetivo principal de este documento.

3.1.2. Representación Matemática.

Procedemos a la descripción del modelo estocástico que nos ocupa, el cual, en su forma básica, permite estimar el impacto sobre la mortalidad materna debido a cambios en el patrón de fecundidad de una población que practica la anticoncepción.

En este modelo existen cuatro estados: dos estados transientes denotados por F_1 y F_2, respectivamente, y dos estados absorbentes, R_1 y R_2.

Definamos a F_1 como el estado fecundable, según lo señalado en el apartado anterior, F_2 como el estado no-fecundable, a R_1 como el estado de muerte por causas varias no asociadas al embarazo (6) y a R como el estado de muerte por causas directamente asociadas con el embarazo y período infértil que le sigue.

Una mujer se encuentra en el estado fecundable F_1, si es susceptible de quedar embarazada (ver Secc. 3.1.1.), y se encuentra en el estado no fecundable, F_2, si está embarazada o en el período amenorreíco que sigue al embarazo.

Una transición de F_1 a F_2 representa una concepción, mientras que el paso de F_2 a F_1 indica que una mujer que, después de haber dado a luz o tener una muerte fetal, retorna al estado fecundable nuevamente.

Luego, en este modelo, la tasa de embarazos puede ser referida al número de transiciones de F_1 a F_2.

La muerte ocasionada por causas varias no asociadas con el embarazo R_1 puede ser alcanzada desde los estados fecundable o no fecundable, mientras que el estado de muerte ocasionado por riesgos directamente asociados al embarazo, R_2, sólo puede ser alcanzado desde el no fecundable.

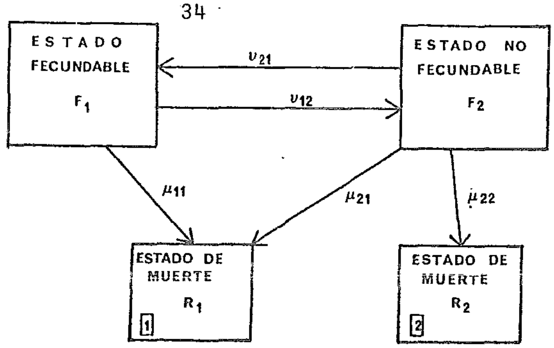
Como fue aclarado anteriormente, la fecundidad de una mujer depende de su edad, luego pues, el paso de F_1 a F_2 (o más precisamente, la correspondiente probabilidad instantánea) depende de su edad, y la transición de F_2 a F_1 depende del tiempo que ha permanecido en el estado no fecundable, de la paridad y de la edad de la mujer.

Por lo anterior, el modelo propuesto es no homogéneo con respecto al tiempo.

Esta característica es cuidadosamente manejada en el planteamiento. dado que se trata de un elemento muy importante para la estimación del impacto sobre la mortalidad materna.

La siguiente gráfica esquematiza lo planteado.

(6) Sin embargo la causa puede estar asociada directa o indirectamente con alguna característica de la fecundidad; i.e., alta paridad, edad al embarazo, espaciamiento, etc.



1] Por causas no asociadas directamente al embarazo.

2] Por causas directamente asociadas al embarazo.

Gráfica No. 5 . Diagrama de los estados y posibles transiciones entre ellos para el modelo propuesto.

Una característica del proceso de la fecundidad se ve reflejada en las transiciones entre los dos estados transientes del modelo.

A lo largo del período reproductivo, una concepción puede ocurrir en cualquier momento que la mujer se encuentre en el estado fecundable, esto es, el paso del estado fecundable, F_1 , al no fecundable, F_2 . Pero la transición de F_2 a F_1 está muy restringida.

Generalmente, existe un período mínimo de tiempo que la mujer debe permanecer en el estado no fecundable antes de abandonarlo y poder volver al fecundable, por otro lado, dicha estancia no puede extenderse más allá de un cierto período máximo de tiempo.

Luego definimos dos límites, $a > o$ y $b > a$, tales que una mujer puede salir de F_2 a F_1 sólo si ha permanecido en F_2 por una duración τ , tal que $a \leq \tau \leq b$, y no puede permanecer en el estado F_2 por un período mayor que b.

La transición de F_2 al estado absorbente R_2 sólo puede ocurrir entre el momento de la concepción y la máxima duración b. Durante el mismo período de referencia puede ocurrir la transición de F_2 a R_1 .

La edad de la mujer se considerará en este modelo como la edad exacta, se denotará por x . El símbolo x_o denota la edad a la unión. La duración en el estado F_2 se representará por τ ó τ_i , según se trate del i-ésimo embarazo.

Considérese una mujer en el estado fecundable F_1 a la edad x_o. Durante el intervalo (x_o, x) puede embarazarse un número de veces y a la edad x puede encontrarse en el estado fecundable F_1 o en el estado no fecundable, F_2 , o haber muerto por alguna de las causas descritas, antes de dicha edad.

ii) Sea $Q_{1\delta}^{(m)}(x_o, x)$ = Pr $\{$una mujer en F_1 a la edad x_o salga de F_1 para embarazarse m veces en el intervalo (x_o, x) y se encuentre en R_δ a la edad x$\}$

$$= \Pr\{D_{1\delta}(x_o, x) = m\} \quad \delta=1,2 \quad , \quad m=0,1,2,\ldots$$

donde $D_{1\delta}(x_o, x)$ es la variable aleatoria correspondiente y representa el número de veces que una mujer abandona F_1 antes de alcanzar R_δ en algún momento del intervalo (x_o, x).

Como en el caso anterior, $D_{1\delta}(x_o, x)$ es una variable aleatoria impropia.

La distinción hecha para las variables aleatorias $M_{12}(x_o\ x)$ y $M_{11}(x_o, x)$ en el caso anterior, se hace ahora para las variables $D_{12}(x_o, x)$ y $D_{11}(x_o, x)$.

Para la deducción de las fórmulas de las probabilidades de transición múltiple, se recurre a las funciones de transición, mismas que permitirán plantear todas las relaciones que comprende el modelo.

Como se mencionó anteriormente, las transiciones entre los distintos estados que define el modelo son reguladas por las funciones de transición (7), mismas que a continuación definimos:

Para cada número real $x > o$, tal que $x_o \leq x < \infty$, y para el intervalo $(x, x+\Delta)$ sea:

$\nu_{12}(x)\Delta + o(\Delta)$ = Pr $\{$una mujer en F_1 a la edad x se embarace en el intervalo $(x, x+\Delta)\}$

$\mu_{11}(x)\Delta + o(\Delta)$ = Pr $\{$una mujer en F_1 a la edad x fallezca en el intervalo $(x, x+\Delta)\}$

Por conveniencia en la notación definimos:

$$\nu_{11}(x) = -[\ \nu_{12}(x) + \mu_{11}(x)\ ]$$

de modo que:

$1 + \nu_{11}(x)\Delta + o(\Delta)$ = Pr $\{$una mujer en F_1 a la edad x permanezca en F_1 durante el intervalo $(x, x+\Delta)\}$

Las definiciones anteriores señalan que la fecundidad de las mujeres es una función de la edad.

Después que la mujer se embaraza, el retorno al estado fecundable F_1 es una función de la duración del tiempo de estancia en F_2 y de la edad x. De acuerdo a esto, definimos las correspondientes funciones de transición como sigue:

(7) Un amplio tratamiento de las propiedades de estas funciones se hace en la próxima sección (3.1.3.)

$\nu_{21}(x, \tau)\Delta + o(\Delta) = \Pr\{$una mujer de edad x que ha permanecido en F_2 un tiempo τ abandone F_2 para ir a F_1 en el intervalo $(x, x+\Delta)\}$

$\mu_2(x, \tau)\Delta + o(\Delta) = \Pr\{$una mujer de edad x que ha estado en F_2 un tiempo τ, fallezca en el intervalo $(x, x+\Delta)\}$.

El modelo ha sido planteado para distinguir dos tipos de riesgos o causas de muerte cuando la mujer se encuentra en el estado no fecundable F_2, a saber:

1) riesgos varios no asociados con el embarazo.

2) riesgos directamente asociados con el embarazo.

Para ello han sido definidos dos "estados de muerte": R_1 y R_2, determinados por el mismo número de causas de defunción.

Lo anterior permite establecer que:

$$\mu_2(x, \tau)\Delta + o(\Delta) = [\mu_{21}(x, \tau) + \mu_{22}(x, \tau)]\Delta + o(\Delta) = \{\mu_{21}(x,\tau)\Delta + o'(\Delta)\} + \{\mu_{22}(x, \tau)\Delta + o''(\Delta)\} = \Pr\left\{\begin{array}{l}\text{una mujer de edad x}\\ \text{que ha estado en } F_2\\ \text{un tiempo } \tau \text{, llegue}\\ \text{a } R_1 \text{ en el intervalo } (x, x+\Delta)\end{array}\right\} + \Pr\left\{\begin{array}{l}\text{una mujer de edad x}\\ \text{que ha estado en } F_2\\ \text{un tiempo } \tau \text{, llegue}\\ \text{a } R_2 \text{ en el intervalo } (x, x+\Delta)\end{array}\right\}$$

donde: $o(\Delta) = o'(\Delta) + o''(\Delta)$

Lo arriba definido obliga a hacer algunas consideraciones de importancia; esta son:

1) las causas varias de fallecimiento no asociadas con el embarazo son excluyentes de las causas directamente asociadas con el mismo,

2) El fallecimiento de una mujer que se encuentra en el estado fecundable, F_1, sólo puede ocurrir debido a las causas varias no asociadas al embarazo; hecho poco apegado a la realidad.

Si bien las anteriores consideraciones restringen los alcances del modelo, se ha visto conveniente incluirlas, pues simplifican considerablemente el tratamiento matemático del mismo.

Revisado lo anterior, sea:

$$\nu_{22}(x, \tau) = -[\nu_{21}(x, \tau) + \mu_2(x, \tau)]$$

de modo que:

$1 + \nu_{22}(x, \tau)\Delta + o(\Delta) = \Pr\{$una mujer de edad x que ha estado en F_2 por un tiempo τ, permanezca en F_2 durante el intervalo $(x, x+\Delta)\}$

Las funciones de transición, junto con el estado inicial en x_o, determinan completamente las probabilidades de transición y, por ende, el modelo de impacto en sí.

Utilizando las funciones de transición, observamos que para m=o, las correspondientes probabilidades de transición satisfacen las ecuaciones diferenciales:

$$\frac{d}{dx}\left[P_{11}{}^{(o)}(x_o,\ x)\right] = \left[P_{11}{}^{(o)}(x_o,\ x)\right] * \left[\upsilon_{11}(x)\right] \qquad (3.1)$$

y

$$\frac{d}{dt}\left[P_{22}{}^{(o)}(t-\tau,\ t)\right] = \left[P_{22}{}^{(o)}(t-\tau,\ t)\right] * \left[\upsilon_{22}(t,\tau)\right] \qquad (3.2)$$

cuyas soluciones son:

$$P_{11}{}^{(o)}(x_o,\ x) = \exp\left[\int_{x_o}^{x} \upsilon_{11}(\xi)\ d\xi\right] \qquad (3.3)$$

$$\text{y } P_{22}{}^{(o)}(t-\tau, t) = \exp\left[\int_{t-\tau}^{t} \upsilon_{22}(\xi,\tau')\ d\xi\right] \qquad (3.4)$$

donde $\tau' = \xi - (t-\tau)$

La fórmula 3.3 representa la probabilidad de que una mujer haya permanecido en el estado fecundable desde la edad x_o hasta la x, esto es, nunca se haya embarazado.

La segunda, (3.4), es la probabilidad de que una mujer que se ha embarazado (por primera vez) a la edad $t-\tau$, aún se encuentre en el estado no fecundable a la edad t.

Se ha recurrido a estos conceptos, puesto que a partir de ellos se plantea el resto de relaciones que incluye el modelo.

Para $m \geq 1$, encontramos la ecuación diferencial:

$$\frac{d}{dx}\left[P_{11}{}^{(m)}(x_o,\ x)\right] = \left\{\left[P_{11}{}^{(m)}(x_o,\ x)\right] * \left[\upsilon_{11}(x)\right]\right\} + \left\{\int_a^b \left[\left\{P_{11}{}^{(m-1)}(x_o,\ x-\tau_m)\right\} * \left\{\upsilon_{12}(x-\tau_m) P_{22}{}^{(o)}(x-\tau_m, x)\right\} * \upsilon_{21}(x,\ \tau_m)\ d\tau_m\right]\right\} \qquad (3.5)$$

Cuya solución es:

$$P_{11}{}^{(m)}(x_o,\ x) = \left(\int_{x_o+ma}^{x}\left[\int_a^b \left\{P_{11}{}^{(m-1)}(x_o,\ tm-\tau m)\right\} * \upsilon_{12}(tm-\tau m) * \left\{P_{22}{}^{(o)}(tm-\tau m,\ tm)\right\} * \upsilon_{21}(tm,\tau m)\,d\tau m\right] P_{11}{}^{(o)} \cdot (tm,\ x)\ dtm\right),\ x > x_o + ma \qquad (3.6)$$

La fórmula 3.6 puede ser analizada intuitivamente como sigue:

Para una mujer en F_1 a la edad x_o que se embaraza m veces y se encuentra en F_1 a la edad x, ella debe:

(i) embarazarse m-1 veces y encontrarse en F_1 en el punto $tm-\tau m$, cuya probabilidad es $P_{11}^{(m-1)}(x_o, tm-\tau m)$;

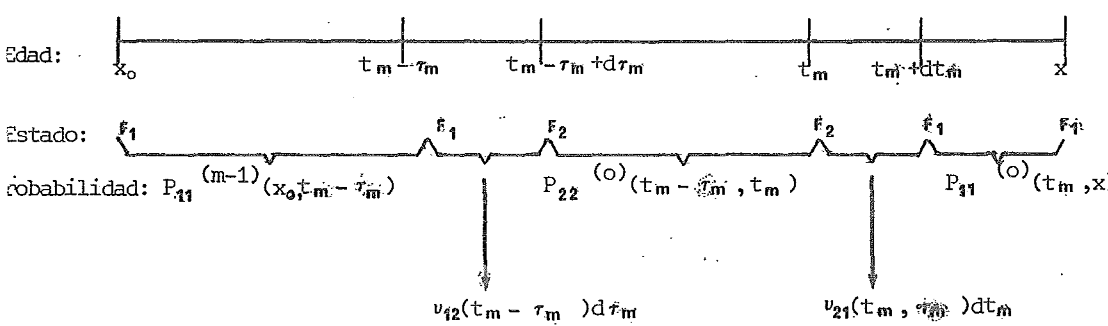
(ii) embarazarse por m-ésima vez en el intervalo $(tm-\tau m, tm-\tau m + d\tau m)$ con una probabilidad de $\nu_{12}(tm, \tau m)d\tau m$;

(iii) permanecer en el estado F_2 por un tiempo τm con una probabilidad $P_{22}^{(0)}(tm-\tau m, tm)$;

(iv) volver al estado fecundable F_1 en el intervalo $(tm, tm + dtm)$ con una probabilidad $\nu_{21}(tm, \tau m)\, dtm$; y

(v) permanecer en F_1 desde tm hasta x, para lo cual la probabilidad es $P_{11}^{(0)}(tm, x)$.

Gráficamente, las transiciones que ocurren durante (x_o, x) pueden ser ilustradas en el siguiente esquema:



Gráfica No. 6 . Posibles transiciones en el intervalo (x_o, x) para determinar la probabilidad de embarazarse m veces y volver al estado fecundable, F_1, a la edad x, en el cual se encontraba la mujer en x_o.

Aquí τm, la longitud del intervalo que una mujer permanece en F_2 durante el m-ésimo embarazo, debe encontrarse entre a y b; la integral interior de la fórmula (3.6) luego va desde $\tau m=a$ hasta $\tau m=b$. El símbolo tm denota la edad de la mujer al término del m-ésimo embarazo y su período amenorreíco correspondiente. Dado que el tiempo mínimo para la ocurrencia de m embarazos, incluyendo períodos fértiles que le siguen es ma, la integración de tm va desde $tm=x_o+ma$ hasta $t=x$.

La fórmula (3.6) presenta una relación recursiva entre $P_{11}^{(m)}(x_o, x)$ y $P_{11}^{(m-1)}(x_o, x)$; luego pues, la fórmula general puede ser deducida iterativamente.

Si m=1, (3.6) es la probabilidad de primer retorno:

$$P_{11}^{(1)}(x_o, x) = \int_{x_o+a}^{x} \left[\int_a^b \left\{P_{11}^{(o)}(x_o, t_1 - \tau_1)\right\} * \upsilon_{12}(t_1 - \tau_1) \right.$$

$$\left. * \left\{P_{22}^{(o)}(t_1 - \tau_1, t_1)\right\} * \upsilon_{21}(t_1, \tau_1)\, d\tau_1 \right] * \left\{P_{11}^{(o)}(t_1, x)\, dt_1\right\} \qquad (3.7)$$

donde $P_{11}^{(o)}(t,x)$ y $P_{22}^{(o)}(t-\tau, t)$ han sido definidas en 3.3 y 3.4, respectivamente.

Para $m>1$, las correspondientes probabilidades son sucesivamente deducidas a partir de (3.6), empezando con m=2.

La fórmula general es:

$$P_{11}^{(m)}(x_o, x) = \int_{tm=x_o+ma}^{x} \int_{\tau m=a}^{b} \int_{tm-1=x_o+(m-1)a}^{tm-\tau m} \int_{\tau m-1=a}^{b} \cdots$$

$$\int_{t_1=x_o+a}^{t_2-\tau_2} \int_{\tau_1=a}^{b} \left(\prod_{i=1}^{m} \left[P_{11}^{(o)}(t_{i-1}, t_i - \tau_i) * \upsilon_{12}(t_i - \tau_i) * \right.\right.$$

$$\left.\left. P_{22}^{(o)}(t_i - \tau_i, t_i) * \upsilon_{21}(t_i, \tau_i) \right] * \left\{P_{11}^{(o)}(tm, x)\, d\tau_i\, ; dt_i\right\} \right) \qquad (3.8)$$

para $x \geq x_o + ma$ y $m=1,2\ldots$, donde $t_o = x_o$

Haciendo $\beta=2$ y a partir de la definición general de $P_{1\beta}^{(m)}(x_o, x)$, se tiene que la expresión $P_{12}^{(m)}(x_o, x)$ representa la probabilidad de que una mujer que se encuentra en el estado F_1 en x_o, se embarace m-1 veces (salga de F_1 m veces) y se encuentre en el estado no fecundable F_2 por m-ésima vez a la edad x. Esta fórmula puede ser deducida a partir de su relación con $P_{11}^{(m)}(x_o, x)$.

La relación es:

$$P_{12}^{(m)}(x_o,\ x) = \int_o^b \Big\{ P_{11}^{(m-1)}(x_o,\ x-\tau m) * \upsilon_{12}(x-\tau m) *$$

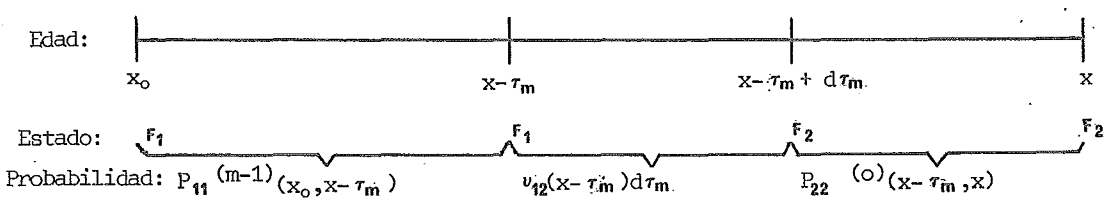
$$P_{22}^{(o)}(x-\tau m, x)\,d\tau m \Big\} \ ;\ x > x_o + (m-1)a \quad \text{para } m = 1, 2 \ldots \qquad (3.9)$$

La ecuación (3.9), como lo muestra la siguiente gráfica, se basa en 3 eventos consecutivos:

i) una mujer se encuentra en F_1 en el punto $x-\tau m$ después de encontrarse embarazada m-1 veces;

ii) se embaraza por m-ésima vez en el intervalo $(x-\tau m,\ x-\tau m + (d\tau m)$; y

iii) permanece en F_2 desde $x-\tau m + dtm$ hasta x, donde τm es el tiempo de estancia en F_2 durante el m-ésimo embarazo.



Gráfica No. 7 . Posibles transiciones entre $(x_o,\ x)$ para determinar la probabilidad de encontrarse embarazada por m-ésima vez, habiéndose encontrada en F_1 a la edad x_o.

El producto de las probabilidades de estos 3 eventos es el integrando de la fórmula (3.9). Como la máxima duración de estancia en F_2 es b, la integral se calcula desde $\tau m=o$ hasta $\tau m=b$.

Una fórmula explícita para $P_{12}^{(m)}(x_o, x)$ puede ser obtenida substituyendo (3.8) en (3.9).

Cuando m=1, se tiene la probabilidad de "primer paso", esto es, la probabilidad de que una mujer se encuentre en el estado no fecundable $-F_2$ - por primera vez, así:

$$P_{12}^{(1)}(x_o, x) = \int_o^b \Big\{P_{11}^{(o)}(x_o, x-\tau_1) * \nu_{12}(x-\tau_1) * P_{22}^{(o)}(x-\tau_1, x)d\tau_1\Big\} \qquad (3.10)$$

Deduzcamos ahora las probabilidades de transición múltiple que tienen relación con la muerte.

Denotaremos por $Q_{1\beta\cdot\delta}^{(m)}(x_o, x)$ la probabilidad de abandonar F_1 m veces y alcanzar el estado de muerte R_δ desde el estado F_β, en el intervalo (x_o, x) donde $\beta=1,2$; $\delta=1,2$ y m=0,1,2....

Para $Q_{11\cdot1}^{(m)}(x_o, x)$ habrá m-1 transiciones desde F_1 (y retornos a F_1) en el intervalo (x_o, t), seguido de una transición de F_1 a R_1 en (t,t+dt), luego:

$$Q_{11\cdot1}^{(m)}(x_o, x) = \int_{x_o+(m-1)a}^{x} \Big\{P_{11}^{(m-1)}(x_o, t) * \mu_1(t)dt\Big\} \qquad x > x_o + (m-1)a \qquad (3.11)$$

Si se recuerda que desde el estado fecundable no puede alcanzarse el estado R_2, es decir, fallecer por causas no asociadas con el embarazo; luego pues, es claro que: $Q_{11\cdot2}^{(m)}(x_o, x) = o$.

Ahora bien, desde el estado no fecundable, F_2, se puede alcanzar tanto R_1, como R_2, es decir, fallecer por causas no asociadas con el embarazo, en el primer caso, o bien, morir debido a riesgos asociados con el embarazo, en el segundo.

Luego pues, se deduce que:

$$Q_{12\cdot1}^{(m)}(x_o, x) = \int_{x_o+(m-1)a}^{x} \Big\{P_{12}^{(m)}(x_o, t) * \mu_{21}(t, \tau m)dt\Big\} \qquad (3.12)$$

$$Q_{12\cdot 2}^{(m)}(x_o,x) = \int_{x_o + (m-1)a}^{x} \left\{ P_{12}^{(m)}(x_o,t) * \mu_{22}(t,\tau m)dt \right\} \qquad x > x_o + (m-1)a \qquad (3.13)$$

donde τm es el tiempo de permanencia en el estado F_2 durante el m-ésimo embarazo.

De acuerdo al planteamiento original, se tiene interés en conocer $Q_{1\beta}^{(m)}(x_o, x)$, esto es, las probabilidades de - abandonar F_1 m veces y morir desde el estado F_β durante el intervalo (x_o, x).

Por lo planteado en (3.11), (3.12) y (3.13), así como por lo discutido respecto a las causas de muerte y sus relaciones entre sí, se establece que:

$$Q_{11}^{(m)}(x_o,x) = Q_{11\cdot 1}^{(m)}(x_o,x) \qquad (3.14)$$

$$Q_{12}^{(m)}(x_o,x) = Q_{12\cdot 1}^{(m)}(x_o,x) + Q_{12\cdot 2}^{(m)}(x_o,x)$$

$$= \left(\int_{x_o + (m-1)a}^{x} \{P_{12}^{(m)}(x_o,t)\} * \mu_{21}(t,\tau m)dt \right) + \left(\int_{x_o+(m-1)a}^{x} \{P_{12}^{(m)}(x_o,t)\} * \mu_{22}(t,\tau m)\, dt \right)$$

$$= \int_{x_o + (m-1)a}^{x} \{P_{12}^{(m)}(x_o,t)\} * [\mu_{21}(t,\tau m) + \mu_{22}(t,\tau m)]dt$$

y recordando que: $\mu_2(t,\tau m) = [\mu_{21}(t,\tau m) + \mu_{22}(t,\tau m)]$

luego, se establece que:

$$Q_{12}^{(m)}(x_o, x) = \int_{x_o + (m-1)a}^{x} \{P_{12}^{(m)}(x_o,t)\} * \mu_2(t,\tau m)dt \qquad x > x_o + (m-1)a \qquad (3.15)$$

expresión que coincide conceptualmente con (3.14). Substituyendo (3.9) en (3.14) y (3.15) se tendrán fórmulas explícitas para las expresiones derivadas. Las funciones deducidas hasta este punto, permitirán construir indicadores que señalen las variaciones en la mortalidad materna debido a cambios en la fecundidad de las mujeres en cuestión, objetivo final del estudio.

3.1.3. Funciones de Transición.

El planteamiento general del modelo se ha hecho en base al concepto de fuerza de transición. El desarrollo de un modelo de vida, enfermedad y muerte está determinado por un conjunto de probabilidades de transición. En tiempo continuo, cuando los cambios pueden ocurrir en cualquier momento, es necesario basar el desarrollo de la teoría en las probabilidades infinitesimales de transición.

Sean los estados de un sistema enumerados como S_1, S_2, ..., S_k; luego, la probabilidad de transición de Si a Sj ($i \neq j$) en ($T, T+\Delta T$) está regulada por las probabilidades infinitesimales de transición.

El conjunto de tales probabilidades para todos los pares de estados determinan el futuro proceso. Se plantea que estas probabilidades pueden ser escritas en la forma:

$$Pr \{ Si \rightarrow Sj \text{ en } (T, T+\Delta T) \} = rij\ (T)\ \Delta T + o(\Delta T) \quad (i \neq j) \qquad T \geq 0 \tag{3.16}$$

Para propósitos de este documento, el término $o(\Delta T)$ puede ser ignorado. La función rij(T) será conocida como la tasa, fuerza o intensidad de transición entre Si y Sj en el punto T, o más brevemente, como la intensidad de transición.

Otros autores definen la misma función de la siguiente manera:

$$rij(t) = \lim_{t \to o} \frac{Pij\ (t\ )}{t} \tag{3.17}$$

donde Pij (t) es la probabilidad de transición para un individuo que se econtraba en el estado Si en T y se encontrará en Sj en $T + \Delta T$.

Las intensidades de transición son frecuentemente utilizadas en estudios actuariales y de rehabilitación bajo diversos nombres; quizá el más familiar es el término "fuerza de mortalidad". Según la terminología planteada, ésta es la intensidad de transición a la edad T del estado de "vida" al estado de "muerte", para un modelo "puro" de muerte.

En este apartado se hace una breve interpretación del significado de las funciones de transición empleadas en el modelo, así como de algunas propiedades. Se propone un método de estimación de estas fuerzas o intensidades de transición.

De una manera general, podemos pensar en las fuerzas o intensidades de transición como una medida de la frecuencia de transición o paso de un estado i a otro j ($i \neq j$) en un modelo estocástico continuo.

Por la definición hecha con anterioridad, la expresión $rij(T) \Delta T + o(\Delta T)$ puede ser interpretada como la probabilidad de que un individuo que se encuentre en i en el momento T, haya realizado una única transición directamente del estado i al j en el intervalo $(T, T + \Delta T)$ y se encuentre en j en el punto $T + \Delta T$.

Lo anterior puede ser visto más claramente si se hace referencia a las mismas fuerzas de transición planteadas en el modelo, así:

$\nu_{12}(x)$ representa la fuerza de transición a la edad x entre el estado fecundable (F_1) y el no fecundable (F_2).

El término $\nu_{12}(x)\Delta + o(\Delta)$ expresa la probabilidad de que una mujer de edad x en el estado fecundable, se embarace en el intervalo $(x, x + \Delta)$.

Esta fuerza de transición es de suma importancia para el modelo, ya que constituye una medida indirecta de la fecundabilidad o probabilidad mensual de concebir, variable que se ve directamente afectada por el uso de anticonceptivos, la frecuencia de relaciones sexuales, la proporción de ciclos anovulatorios, etc.

$\nu_{21}(x, \tau)$ representa la fuerza de transición a la edad x entre el estado no fecundable (F_2) y el estado fecundable (F_1), para una mujer que ha permanecido un tiempo τ en el primero.

La expresión $\nu_{21}(x, \tau)\Delta + o(\Delta)$ representa la probabilidad de que una mujer de edad x que ha estado en F_2 por un tiempo τ, salga de F_2 para ir a F_1 en el intervalo $(x, x+\Delta)$.

La función que se presenta, refleja la frecuencia con la cual una mujer de edad x, que ha estado embarazada (ya sea que éste haya terminado en nacido vivo o muerte fetal), vuelva a ser susceptible de embarazo.

Dado que el producto del embarazo està determinado por diversos factores, ya explicados con anterioridad, esta función se puede considerar como una medida indirecta de los factores que determinan el retorno al estado fecundable, como son: paridad, número de abortos ocurridos anteriormente, salud de la madre, etc.

Cabe hacer ahora un comentario adicional.

Además de la edad de la mujer, la probabilidad de que ésta quede embarazada también es dependiente del número de hijos que haya tenido. Este enfoque es de particular importancia cuando se trata con problemas relacionados con la planificación familiar.

Esta dependencia puede ser incluida en el modelo; sin embargo, dicha consideración altera sensiblemente las características del modelo en cuestión, debiendo modificarse diversos supuestos considerados en el planteamiento original.

La intensidad de transición $\nu_{12}(t_i - \tau_i)$ es ahora también interpretada como función de i. Aún más, si se considera que la estancia en el estado F_2 depende de la paridad de la mujer en cuestión, la fuerza de transición $\nu_{21}(t_i, \tau_i)$ también será función de i, donde i es el orden del embarazo, i= 1,2,3...

Ahora sólo resta hablar de las intensidades o fuerzas de mortalidad μ_i, $i=1,2$. En estas funciones no se ahondará, dado que ya fueron definidas en la sección anterior y sus implicaciones son analizadas en las subsecuentes.

Ahora bien, uno de los puntos más difíciles de resolver durante el planteamiento del modelo, fue el de interpretar el correcto significado de las intensidades de transición. Como ya se ha visto, si no se han determinado las funciones de transición, nada puede hacerse respecto al desarrollo del modelo.

Quizá la dificultad mayor ha residido en contar con un método de estimación de las funciones de transición variables con la edad, el tiempo de permanencia en un estado o alguna otra variable de interés.

Se hizo una amplia revisión bibliográfica sobre el tema, encontrando pocos trabajos que dieran luz al problema. Estos fueron los de Hoem (8) y Meier (9), quienen sólo consideran métodos de estimación para las funciones de transición constantes con respecto al tiempo.

Se planteaba una disyuntiva sobre el enfoque a ser incorporado en el modelo:

i) suponer funciones de transición constantes, es decir, no dependientes de la edad; con lo cual se perdían las más importantes características que se pueden derivar de un modelo estocástico markoviano no homogéneo; de ellas, quizá la más destacada es la que se refiere a la influencia de la edad sobre los indicadores de mortalidad, parte medular del modelo, o bien,

ii) desarrollar un método de estimación propio de funciones de transición variables con la edad y darle el tratamiento de un modelo continuo markoviano y no homogéneo en el tiempo, considerando todas las ventajas que esto representa.

(8) Hoem, J.M. "Point estimation of forces of transition in demographic models" Journal of the Royal Statistical Society Vol. 33 pp (275-289) 1971.

(9) Meier, P. "Note on estimation in a Markov process with constant transition rates" Human Biology, Vol. 27 pp. (121-124) 1955.

Se decidió adoptar la segunda solución, que es la presentada en este capítulo.

A continuación presentamos los principales elementos del método de estimación mencionado.

Planteamos la siguiente expresión como un estimador de la fuerza de transición del estado Si al estado Sj a la edad x, en meses.

$$\hat{\nu}ij(x) = \frac{m\,ij(x)}{Ti\ (x)} \qquad (3.19)$$

donde:

mij(x) = número promedio de transiciones del estado Si al Sj, para todas las mujeres de una misma cohorte durante el intervalo (x-1, x+1)

Ti (x) = Número total de mujeres en el estado S a la edad x.

Queda por demostrar que $\hat{\nu}ij(x)$ es un estimador de máxima verosimilitud (10), para la intensidad de transición $\nu ij(x)$.

Claramente se observa que $\hat{\nu}ij(x) \geq 0, \forall i \neq j,\ i,j \in N$.

Ahora bien, el anterior estimador sólo permite conocer el valor de νij a la edad exacta x, mientras que las ecuaciones que definen las probabilidades de transición múltiple requieren de una función continua que represente a $\nu ij(x)$.

El problema se resuelve si ajustamos la curva más apropiada a los puntos resultantes de la aplicación del estimador $\hat{\nu}ij(x)$ a cada x en cuestión. El método de ajuste puede ser el de mínimos cuadrados siguiendo el criterio de los polinomios de interpolación de Newton.

Con lo discutido, se ha supuesto que las transiciones de un estado a otro ocurren distribuidas uniformemente a lo largo del año de la edad en consideración.

Este método de estimación, si bien resuelve el problema, no ha sido suficientemente desarrollado, por lo que se sugiere profundizar en él, pues se trata de una técnica indispensable para el planteamiento de modelos estocásticos continuos en el tiempo.

(10) Este resultado supone una función de distribución exponencial para la variable aleatoria en consideración. Los detalles matemáticos se presentan en el Anexo 1.

Como ha sido planteado anteriormente, la determinación del modelo en cuestión ocurre al conocerse las intensidades de transición entre los estados del mismo.

Se ha planteado un método de estimación de las fuerzas de transición; según lo propuesto se sigue que:

$$\nu_{12}(x) = \frac{\text{Número promedio de embarazos, entre x-1 y x+1, para las mujeres en la cohorte.}}{\text{Total de mujeres en el estado fecundable a la edad x.}}$$

$$\nu_{21}(x, \tau) = \frac{\text{Número promedio de retornos al estado susceptible de embarazo desde el no fecundable, entre x-1 y x, para las mujeres de la cohorte con años en el estado no fecundable entre } x_0 \text{ y x.}}{\text{Total de mujeres en el estado no fecundable a la edad x y que han permanecido } \tau \text{ años en el estado no fecundable entre } x_0 \text{ y x.}}$$

$$\mu_{11}(x) = \frac{\text{Número promedio de fallecimientos de mujeres en el estado fecundable entre x-1 y x+1, para las mujeres de la cohorte.}}{\text{Total promedio de fallecimeintos de mujeres en el estado fecundable a la edad x.}}$$

$$\mu_{21}(x) = \frac{\text{Número promedio de fallecimientos de mujeres en el estado no fecundable, entre x-1 y x+1, debido a causas no asociadas directamente con el embarazo, para las mujeres de la cohorte.}}{\text{Total de mujeres en el estado no fecundable a la edad x.}}$$

$$\mu_{22}(x) = \frac{\text{Número promedio de fallecimientos de mujeres en el estado no fecundable, entre x-1 y x+1, debido a causas directamente asociadas con el embarazo, para las mujeres de la cohorte.}}{\text{Total de mujeres en el estado no fecundable a la edad x.}}$$

Conviene aquí precisar lo que se entiende por "causas de muerte directamente asociadas con el embarazo".

Según la clasificación utilizada por la Dirección General de Bioestadística de la Secretaría de Salubridad y Asistencia de México (1975), las causas de muertes maternas relativas o directamente asociadas al embarazo son:

1) Hemorragias del embarazo y del parto.
2) Toxemias del embarazo y del puerperio.
3) Sepsis del parto y del puerperio.
4) Abortos.
5) Parto sin mención de clasificaciones.
6) Otras complicaciones del embarazo, del parto y del puerperio.

Cualquier ampliación de esta clasificación se deja a futura discusión.

3.2. Relaciones entre la Efectividad Anticonceptiva y la Fecundabilidad.

Hasta el momento, la atención ha sido puesta en el desarrollo de un cierto número de expresiones matemáticas que describen más o menos ampliamente varias características del proceso reproductivo femenino.

Ahora bien, el objetivo de este planteamiento es el de estimar posibles variaciones en algunos indicadores de la mortalidad materna cuando ocurren variaciones en la fecundidad de la población bajo estudio. Son de particular importancia aquellos cambios que puedan atribuirse al uso de métodos anticonceptivos dentro de los programas de planificación familiar. La medición de este uso de anticonceptivos se hace utilizando el criterio de la efectividad, que se refiere tanto al número de fallas del método como a la continuidad en el empleo o uso de uno o varios métodos anticonceptivos.

Los estudios realizados hasta el momento distinguen dos tipos de efectividad. (11)

a) efectividad teórica, también llamada biológica o fisiológica, se refiere a la acción de infertilidad producida por un método en condiciones ideales de uso, debido a la interacción entre factores químicos o mecánicos y los procesos fisiológicos de la mujer.

   Se considera que en las poblaciones humanas se ha alcanzado un alto grado de efectividad teórica en el empleo de métodos anticonceptivos.

b) Uso-efectividad, se refiere a la experiencia de poblaciones humanas que usan anticonceptivos (o a la de un método en particular) sujetas al riesgo o exposición a la concepción. Tradicionalmente, el término considera a todos los períodos de uso, incluyendo las irregularidades en la práctica anticonceptiva, pero excluye los períodos de no uso que siguen a la discontinuación del método.

El uso-efectividad de un método se espera que sea significativamente inferior a la efectividad teórica del mismo método.

Usualmente, la efectividad teórica puede ser inferida del uso-efectividad de un método en particular, dado que es muy difícil medir la primera directamente en una población humana.

(11) Tietze, Christopher and Lewit, Sarah.
"Statistical evaluation of contraceptive methods : use-effectiveness and extended use-effectiveness".
Demography pp. (931-940)

Ahora bien, es ampliamente conocido el hecho de que la fecundidad de un grupo de mujeres está directamente determinada por la fecundabilidad -"probabilidad de que una mujer en unión se embarace durante un mes, dada la ausencia de cualquier práctica malthusiana o neo-malthusiana encaminada a limitar la reproducción", Gini (1924); así como por otros factores tan importantes como: la edad a la unión, la infertilidad de las parejas, las defunciones fetales, etc.

Sin embargo, dado que el uso de métodos anticonceptivos tiene acción directa sobre la fecundabilidad, es necesario conocer detalladamente esta relación, así como ubicarla dentro de la metodología considerada.

Henry (1972), propone una medida de la efectividad anticonceptiva, y establece una relación entre ésta y la fecundabilidad de un grupo de mujeres de edad x.

Aunque parece muy natural considerar que un anticonceptivo es muy efectivo si sólo ocurren pocas fallas durante su empleo, esta idea conduce a ningún lado: el riesgo de falla depende de la duración de la práctica anticonceptiva, que es conocido como la duración de exposición al riesgo.

Dado que la probabilidad de falla (i.e. al menos un embarazo no deseado) crece con la duración de exposición al riesgo, un índice de la efectividad debe de estar basado en las fallas por unidad de tiempo. Este índice, llamado Indice Mejorado de Pearl, depende tanto de la efectividad anticonceptiva como la distribución de la fecundabilidad como la contracepción, i.e. la fecundabilidad residual de las mujeres en unión usando anticonceptivos.

De acuerdo a lo visto, un grupo de mujeres estarán en un sistema de fecundabilidad natural si les es aplicable la definición de Gini. Se llamará fecundabilidad residual a la probabilidad mensual de concebir cuando emplean métodos anticonceptivos las parejas de una población en particular.

Denotemos por R(x) el Indice de Pearl calculado en el mes x de exposición al riesgo- parece lógico definirlo como:

$$R(x) = \frac{\text{(Número de embarazos no deseados desde el mes x o- hasta el x-1, inclusive) X 1,200}}{\text{Número de meses de exposición al riesgo de embarazo.}} \qquad (3.20)$$

El autor, en lugar de considerar al mes como unidad de tiempo, definió el índice tomando al siglo como tal, pero como el mes representa un ciclo menstrual, coincidiendo con la referencia de tiempo para la definición de la fecundabilidad, el Indice de Pearl se define como en (3.20).

De una manera estricta, el complemento del cociente entre la fecundabilidad residual y la fecundabilidad natural de una población sería el mejor índice de la efectividad anticonceptiva de dicho grupo. Sin embargo, dada la dificultad en medir ambas, es el complemento del índice de Pearl el mejor indicador que se dispone hasta el momento para la medición de la efectividad anticonceptiva.

Como ejemplo, supóngase que un grupo de mujeres tiene una efectividad del 98%, esto significa que la fecundabilidad residual es igual al 2% de la fecundabilidad natural. Es claro que cuando la efectividad sea 1, (o sea que el índice de Pearl valga 0), la fecundabilidad residual será el 0% de la natural y se tendrá la máxima efectividad contraceptiva en dicha población.

Si bien lo considerado plantea una medida del uso de anticonceptivos y su relación con los factores de la fecundidad, se requiere de una expresión en términos de los elementos matemáticos planteados anteriormente que integre la relación descrita al proceso reproductivo femenino.

En la metodología planteada, se ha dicho que el paso del estado fecundable al no fecundable, esto es, un embarazo, queda determinado por la intensidad o fuerza de transición $\upsilon_{12}(x)$, misma que es una medida de la frecuencia de embarazos en un cohorte de mujeres a una edad determinada.

Si se obtiene una expresión que relacione a la intensidad de transición con la fecundabilidad, se estará en posibilidad de referir el uso de anticonceptivos a una medida de la fecundidad humana, y de esta manera, conocer las variaciones de algunos resultados de la dinámica reproductiva a cambios en los factores que la determinan.

Sea x la edad de una mujer en meses, tal que $x \in (x_o, \omega)$, $x \in \mathbb{R}^+$, donde x_o es la edad a la primera unión y ω la edad a la menopausia.

Sea fec(x) la fecundabilidad de una mujer a la edad x, luego:

$$\text{fec}(x) = \int_0^1 P_{11}(x_o, x+\xi) * \upsilon_{12}(x+\xi)\,d\xi =$$

$$\sum_{m=0}^{\infty}\left(\int_0^1 P_{11}^{(m)}(x_o, x+\xi) * \upsilon_{12}(x+\xi)\,d\xi\right) \qquad (3.21)$$

Si se substituye (3.3) en (3.8) y ésta, a su vez, en (3.21), se tendrá una fórmula explícita para la fecundabilidad en términos de las fuerzas o intensidades desde el estado fecundable F_1, esto es, en función de $\upsilon_{12}(x)$ y $\mu_{11}(x)$.

La fórmula (3.21) puede ser interpretada de la siguiente manera:

La fecundabilidad de una mujer a la edad x se basa en 2 eventos consecutivos.:

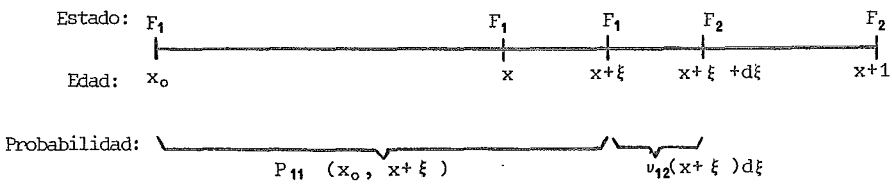
i) que una mujer en el estado fecundable a la edad de la unión, sea susceptible de embarazo, (enconctrarse en el estado fecundable F_1) en algún punto del mes $x+\xi$, tal que $0 \leq \xi \leq 1$, lo cual ocurre con probabilidad:

$$P_{11}(x_o, x+\xi) = \sum_{m=0}^{\infty} P_{11}^{(m)}(x_o, x+\xi) \qquad 0 \leq \xi \leq 1.$$

ii) se embarace en el intervalo $(x+\xi, x+\xi+d\xi)$, lo que ocurre con probabilidad $\upsilon_{12}(x+\xi)d\xi$.

Dado que los eventos descritos pueden ocurrir en cualquier punto del mes siguiente a partir de la edad x, luego la integral va de 0 a 1 meses.

Más claramente se observa lo planteado en la siguiente gráfica:



Gráfica No. 8. Estados que concurren a la determinación de la fecundidad a la edad x.

La anterior proposición hace suponer homogeneidad entre las mujeres de la misma edad y el mismo número de embarazos, esto es, para un grupo de mujeres a la edad x con el mismo número de embarazos la fecundabilidad a esa edad es la misma para todas.

Ahora bien, en base a lo anterior, para una población que emplea la anticoncepción como un medio para regular su fecundidad, simultáneamente se conocerá el uso-efectividad de dicha práctica, medida a partir del índice de Pearl, así como la fecundabilidad residual vigente en esa población, para cada una de las edades comprendidas dentro del período reproductivo, a saber: el intervalo (x_o, ω).

Esto es posible si se utiliza la información resultante de una historia de embarazos y uso de métodos anticonceptivos, cuyas características particulares se discuten más adelante.

Se cuenta ahora con los elementos para relacionar el uso de anticonceptivos con un factor o determinante de la fecundidad y esto, a su vez, con el proceso reproductivo femenino.

A continuación se ubica la relación descrita dentro de la metodología planteada para estimar el impacto sobre la mortalidad materna debido a una variación de la fecundidad en la población analizada.

Por la información considerada para la estimación de las fuerzas de transición (ver 3.1.3.), puede decirse que éstas son una medida del nivel de fecundidad (incluso de mortalidad) de la población bajo estudio. Considerando lo propuesto por diversos autores (12), se sabe que a un nivel de fecundidad corresponden: una duración media de intervalos intergenésicas, cierta edad a la primera unión de las parejas en cuestión, un número medio de hijos, un cierto número de abortos, etc.

Luego pues, la intensidad de embarazo, ν_{12}, y la fuerza de retorno al estado susceptible de embarazo desde el no fecundable, ν_{21}, son una medida de un cierto nivel de fecundidad en una población y, por ende, determinadas por dicho nivel.

Ahora bien, este nivel de fecundidad puede corresponder al de una población que emplea métodos anticonceptivos para su regulación. Es de interés contar con una medida de este uso, lo cual ya se ha planteado anteriormente, y relacionarla con la fecundidad misma.

(12) Veáse, por ejemplo:
Bourgeois-Pichat (1965), Davis y Blake (1956), etc.

En el siguiente apartado se describen algunos indicadores de la mortalidad materna y se hacen las consideraciones conceptuales necesarias para utilizar el método en la estimación del impacto sobre la mortalidad materna debido a variaciones en la fecundidad.

3.3. Utilización del Modelo para Estimar el Impacto en la Mortalidad Materna.

El impacto sobre la mortalidad materna debido a una variación del nivel de fecundidad en la población bajo estudio, se conocerá a partir de cambios en algunos indicadores de la mortalidad materna.

Como se verá más adelante, el modelo será aplicado a 2 juegos de datos: uno, el que corresponda a un nivel de "fecundidad potencial" de la población en cuestión; el otro, al nivel de fecundidad observado en la misma población, que ahora hace uso de métodos anticonceptivos.

De la comparación de los resultados obtenidos en las mencionadas aplicaciones, se podrá conocer el impacto sobre la mortalidad materna.

En esta sección, se analizan los indicadores resultantes de la aplicación del modelo, así como la técnica que indicará las variaciones en los indicadores mencionados.

Además del conocimiento de las probabilidades de transición múltiple entre estados, ya definidas anteriormente, se plantean aquí algunos otros elementos necesarios para estimar el referido impacto.

Hasta este punto, se ha considerado invariante al intervalo de edades (x_o, x) y se ha tratado al número de transiciones entre estados como variables aleatorias; el interés estaba en deducir las correspondientes probabilidades.

Como se mencionaba al principio de este capítulo, el presente modelo permite analizar el proceso reproductivo desde los puntos de vista demográfico y biológico.

El primero, que permite dar respuestas a preguntas tales como: ¿Qué tiempo necesita esperar una pareja para completar el tamaño deseado de familia?,¿qué tiempo transcurrirá para que una pareja tenga su primer hijo?,etc., y que complementa los resultados obtenidos a partir del llamado "enfoque biológico", necesita que se consideren como variables aleatorias los tiempos requeridos para alcanzar un número prefijado de transiciones.

Brevemente, se bosquejan algunos resultados de interés para el estudio.

Como hasta ahora se ha hecho, considérese a una mujer a la edad x_o en el estado fecundable F_1 y sea $T_{1\beta}$ (m) una variable aleatoria que representa el tiempo que transcurre para que ocurra la m-ésima transición desde F_1, terminando en el estado F_β, para $\beta=1,2$.

Para cada conjunto de valores de β y m, la variable aleatoria $T_{1\beta}$ (m) es el tiempo de transición múltiple, que toma valores en los reales no negativos.

La suma $x_o + T_{1\beta}(m) = X_{1\beta}(m)$ es la correspondiente edad de la mujer.

Por ejemplo, para $\beta=1$ y m=1, T_{11} (1) es el tiempo de primer retorno y X_{11} (1) es la edad a la cual una mujer tiene un hijo (suponiendo que el embarazo ha resultado en un nacido vivo) y es fecundable nuevamente.

Para $\beta=2$ y m=1, T_{12} (1) es el tiempo de primer paso y X_{12} (1) es la edad a la cual una mujer se embaraza por primera vez.

Denótese por $f_{1\beta}^{(m)}(x)$, $\beta=1,2$, las funciones de densidad de las variables $X_{1\beta}$ (m).

Recurriendo a la probabilidad $P_{11}^{(m)}(x_o, x)$ (ver 3.6), se pueden derivar las corresondientes fórmulas para $f_{1\beta}^{(m)}(x)$.

Para la variable $X_{12}^{(m)}$, se consideran dos intervalos: (x_o, x) y $(x, x + dx)$. Una mujer saldrá m-1 veces de F_1 en el intervalo (x_o, x) y a la edad x se encontrará en F_1 con probabilidad $P_{11}^{(m-1)}(x_o, x)$; la m-ésima transición de F_1 a F_2 ocurrirá en el intervalo $(x, x + dx)$ con probabilidad $\nu_{12}(x)dx$.

Luego, la función de densidad de X_{12} (m) es:

$$f_{12}^{(m)}(x)dx = P_{11}^{(m-1)}(x_o, x) * \nu_{12}(x)\, dx. \qquad (3.22)$$

Una fórmula explícita se obtiene substituyendo 3.6 en (3.22).

Para el tiempo del primer paso T_{12} (1), o la edad X_{12} (1), la función de densidad tiene la forma:

$$f_{12}^{(1)}(x)\, dx = P_{11}^{(o)}(x_o, x) * \nu_{12}(x)dx. \qquad (3.23)$$

La función de densidad $f_{11}^{(m)}(x)$ para la variable aleatoria X_{11} (m) se deriva de igual manera que como se hizo anteriormente con $P_{12}^{(m)}(x)$, resultando finalmente que:

$$f_{11}^{(m)}(x)\, dx = \left[\int_a^b P_{11}^{(m-1)}(x_o, x-\tau m) * \nu_{12}(x-\tau m) P_{22}^{(o)}(x-\tau m, x) * \nu_{21}(x, \tau m)\, d\tau m \right] dx \qquad (3.24)$$

donde $x > x_o + ma$

Cuando m=1, (3.24) se transforma en la función de densidad de la edad X_{11} (1):

$$f_{11}{}^{(1)}(x)dx = \left[\int_a^b P_{11}{}^{(o)}(x_o,\ x-\tau_1) * \ \nu_{12}(x-\tau_1)P_{22}{}^{(o)}(x-\tau_1, x) * \nu(x,\ \tau_1)d\tau_1 \right] dx$$

Las correspondientes funciones cumulativas

$$F_{1\beta}{}^{(m)}(x) = \int_{x_o}^{x} f_{1\beta}{}^{(m)}(\xi)\, d\xi \ , \quad \beta = 1,2 \tag{3.25}$$

pueden ser obtenidas directamente por integración.

Una mujer en F_1 a la edad x_o puede alcanzar alguno de los estado de muerte sin haberse nunca embarazado (entrar a F_2) o haber vuelto al estado fecundable F_1 , es decir, morir durante un embarazo; luego las variables aleatorias $T_{1\beta}$ (m) son impropias, cumpliéndose que:

$$F_{1\beta}{}^{(m)}(\omega) = \Pr\left\{ T_{1\beta}\ (m) < \omega \right\} < 1, \quad \beta = 1,2 \tag{3.26}$$

donde ω es la edad máxima que puede alcanzar un ser humano, - aprox. ω = 100 años. La diferencia $1 - \Pr\left\{ T_{12}\ (m) < \omega \right\}$ es la probabilidad de que una mujer en F_1 en x_o, nunca estará en el estado no fecundable F_2 en m transiciones o embarazos, por ejemplo.

Debido a que $T_{1\beta}$ (m) son variables aleatorias impropias, sólo tiene sentido hablar de esperanzas y varianzas si se plantean variables aleatorias propias $T_{1\beta}{}^*(m)$, donde se impone la condición de que una mujer alcanzará el estado F_β en m pasos, de modo que $T_{1\beta}{}^*(m)$ tenga como función de densidad:

$$f_{1\beta}{}^{(m)*}(x)dx = \frac{f_{1\beta}{}^{(m)}(x)}{F_{1\beta}{}^{(m)}(\omega)}\ dx \ , \quad \beta = 1,2 \tag{3.27}$$

con

$$\int_{x_o}^{\omega} f_{1\beta}{}^{(m)*}(x)dx = 1 \ , \ \beta = 1,2 \tag{3.28}$$

La esperanza $E\left[T_{1\beta}\ (m)^* \right]$ representa el tiempo medio necesario para realizar m transiciones de F_1 a F_β entre aquellas mujeres que alcanzan F_β desde F_1 en m pasos.

Se debe aclarar que con esta corrección se ha considerado el desarrollo de esterilidad entre las mujeres de la cohorte, incluyendo sólo a las fértiles en la derivación de las esperanzas planteadas.

De primordial interés para el modelo es el conocer la edad de muerte para las mujeres que han estado embarazadas un cierto número de veces.

Dada una mujer en F_1 a la edad x_o, sea $T_{1\delta}(m)$ el tiempo que transcurre para que entre al estado de muerte R_δ después de haber efectuado m salidas de F_1.

La función de densidad $\phi_{1\delta}^{(m)}(x)$ de $T_{1\delta}(m)$ puede -- ser obtenida a partir de $P_{1\beta}^{(m)}(x_o, x)$.

Claramente,

$$\phi_{1\delta}^{(m)}dx = \left[P_{11}^{(m-1)}(x_o, x) * \mu_{1\delta}(x) + P_{12}^{(m)}(x_o, x) * \mu_{2\delta}(x)\right] dx \tag{3.29}$$

con la correspondiente función de distribución,

$$\Phi_{1\delta}^{(m)}(x) = \int_{x_o}^{x} \phi_{1\delta}(\xi)\, d\xi \tag{3.30}$$

Recordando las particulares condiciones de los estados de muerte planteados en el modelo, se define a $T_{1\delta\cdot\beta}(m)$ como el tiempo que debe de transcurrir para que una mujer entre al estado de muerte R_δ desde el estado F_β, después de haber salido m veces de F_1 y a $\Gamma_{1\delta\cdot\beta}(m) = x_o + T_{1\delta\cdot\beta}(m)$ como la edad a la cual muere de la "causa" R_δ desde F_β después de haber abandonado m veces a F_1.

Por ejemplo, $\Gamma_{11\cdot 1}(m)$ es la edad a la cual una mujer muere al econtrarse en F_1 y después de m-1 embarazos (de modo que ella abandone F_1 m veces en total).

Por el planteamiento original, en este caso la mujer muere por causas no asociadas con el embarazo.

Recordando que $\mu_1(x) = \mu_{11}(x) + \mu_{12}(x)$, donde $\mu_{12}(x) = 0$ y que $\mu_2(x) = \mu_{21}(x) + \mu_{22}(x)$, se puede plantear a $\phi_{1\delta\cdot\beta}^{(m)}(x)$ como la función de densidad de $\Gamma_{1\delta\cdot\beta}(m)$,

Si $\beta=1$, luego:

$$\phi_{1\delta\cdot 1}^{(m)}(x)dx = P_{11}^{(m-1)}(x_o, x) * \mu_{1\delta}(x)\, dx \tag{3.31}$$

Como desde F_1 sólo puede ser alcanzado el estado R_1, luego:

$$\phi_{11\cdot 1}^{(m)}(x)dx = P_{11}^{(m-1)}(x_o, x) * \mu_{11}(x)dx = P_{11}^{(m-1)}(x_o, x) * \mu_1(x)dx \tag{3.32.1}$$

y

$$\phi_{12\cdot 1}^{(m)}(x)dx = P_{11}^{(m-1)}(x_o, x) * \mu_{12}(x)dx = 0 \tag{3.32.2}$$

Si $\beta = 2$, se tiene que:

$$\phi_{1\delta\cdot 2}^{(m)}(x)\, dx = P_{12}^{(m)}(x_o, x) * \mu_{2\delta}(x)\, dx \tag{3.33}$$

Desde el estado no fecundable F_2 se pueden alcanzar ambos estados de muerte R_δ , $\delta=1,2$, luego:

$$\phi_{11\cdot 2}^{(m)}(x)dx = P_{12}^{(m)}(x_o, x) * \mu_{21}(x)dx \qquad (3.34\ .1)$$

y $$\phi_{12\cdot 2}^{(m)}(x)dx = P_{12}^{(m)}(x_o, x) * \mu_{22}(x)\, dx \qquad (3.34\ .2)$$

Las correspondientes funciones de distribución son:

$$\Phi_{1\delta\cdot\beta}^{(m)}(x) = \int_{x_o}^{x} \phi_{1\delta\cdot\beta}^{(m)}(\xi)\, d\xi \qquad (3.35)$$

De (3 . 31) y (3 , 33) se observa que:

$$\phi_{1\delta}^{(m)}(x)dx = \left[\phi_{1\delta\cdot 1}^{(m)}(x) + \phi_{1\delta\cdot 2}^{(m)}(x) \right] dx, \quad \delta = 1,2 \qquad (3.36)$$

Los tiempos de transición $T_{1\delta}(m)$ también son variables impropias, con:

$$\int_{x_o}^{\infty} \phi_{1\delta}^{(m)}(\xi)\, d\xi = \int_{x_o}^{\infty} \left[\phi_{1\delta\cdot 1}^{(m)}(\xi) + \phi_{1\delta\cdot 2}^{(m)}(\xi) \right] d\xi < 1 \qquad (3.37)$$

Sin embargo, dado que los estados R_δ , $\delta= 1,2$ son absorbentes, cualquier mujer tarde o temprano se encontrará en alguno de los estados de muerte R_δ , aún fuera del período reproductivo (x_o, ω). Esto significa que:

$$\sum_{\delta=1}^{2}\sum_{m=1}^{\infty}\Phi_{1\delta}^{(m)}(\infty) = 1 \qquad (3.38)$$

El modelo, como se ha visto, brinda muchos elementos de análisis del proceso reproductivo. A continuación se presentan elementos adicionales para cuantificar el posible impacto sobre la mortalidad materna debido a variaciones en la fecundidad.

Conviene conocer la duración promedio que una mujer permanecerá en cada uno de los estados F_1 , F_2 , R_1 y R_2 , transcurrido un cierto tiempo desde la unión, es decir, durante el intervalo (x_o, x).

Esta duración depende, por supuesto, del estado inicial al momento de la unión.

Para una mujer en el estado fecundable F_1 al momento de la unión, será:

$e_{1\beta}^{(x)}$ = la duración esperada de estancia en F_β en el intervalo (x_o, x) , $\beta=1,2$ (3.39)

$\epsilon_{1\delta}(x)$ = la duración esperada de estancia en R_δ en el intervalo (x_o, x) $\delta = 1,2$

(3.40)

Para obtener expresiones de $e_{1\beta}$ (x) y $\epsilon_{1\delta}$ (x), sea una mujer en F_1 a la edad x_o y, para cada ξ, $x_o \leq \xi \leq x$, defínanse las funciones indicativas $I_{1\beta}(\xi)$ y $J_{1\delta}(\xi)$ tal que:

$$I_{1\beta}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{Si la mujer se encuentra en } F_\beta \text{ en el punto } \xi \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad (3.41.1)$$

$$J_{1\delta}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{Si la mujer se encuentra en } R_\delta \text{ en el punto } \xi \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \qquad (3.41.2)$$

con esperanzas:

$$E\left[I_{1\beta}(\xi)\right] = P_{1\beta}(x_o, \xi) \qquad (3.42.1)$$

$$E\left[J_{1\delta}(\xi)\right] = Q_{1\delta}(x_o, \xi) \qquad (3.42.2)$$

donde:

$$P_{1\beta}(x_o, \xi) = \sum_{m=0}^{\infty} P_{1\beta}^{(m)}(x_o, \xi) < 1 \qquad (3.43.1)$$

$$Q_{1\delta}(x_o, \xi) = \sum_{m=0}^{\infty} Q_{1\delta}^{(m)}(x_o, \xi) < 1 \qquad (3.43.2)$$

Claramente se observa que:

$$e_{1\beta}(x) = E\int_{x_o}^{x} I_{1\beta}(\xi)d\xi = \int_{x_o}^{x} P_{1\beta}(x_o, \xi)d\xi \qquad (3.44.1)$$

$$\epsilon_{1\delta}(x) = E\int_{x_o}^{x} J_{1\delta}(\xi)d\xi = \int_{x_o}^{x} Q_{1\delta}(x_o, \xi)d\xi \qquad (3.44.2)$$

recordando que la esperanza es transformación lineal.

La suma de las duraciones esperadas de estancia sobre todos los estados es igual a la longitud del intervalo en consideración, así:

$$e_{11}(x) + e_{12}(x) + \epsilon_{11}(x) + \epsilon_{12}(x) = |x - x_o|$$

Ahora bien, una mujer en F_1 a la edad x_o se debe de encontrar en alguno de los estados transientes $-F_1$ o F_2 -, o bien, en alguno de los estado -de muerte $-R_1$ ó R_2 - a la edad x; consecuentemente, las correspondientes probabilidades de transición sumarán uno, o:

$$\sum_{\beta=1}^{2} P_{1\beta}\ (x_o,\ x)\ +\ \sum_{\delta=1}^{2} Q_{1\delta}\ (x_o,\ x) = 1 \qquad (3.45\ )$$

La ecuación anterior (.) puede ser utilizada para plantear la función de distribución de los tamaños de población en los estados F_β y R_δ a la edad x.

Al momento de la unión, $x= x_o$, se encuentran $l(x_o)_{,1}$ mujeres en el estado fecundable F_1 y $l(x_o)_{,2}$ mujeres en el estado no fecundable, F_2 .

Sea la suma:

$$l(x_o) = l(x_o)_{,1} + l(x_o)_{,2} \qquad (3.46\ )$$

el tamaño inicial de la población.

Sin embargo, recuérdese que todas las mujeres a la unión se encuentran en el estado fecundable, de modo que --- $l(x_o)_{,2} = 0$, y por tanto,

$$l(x_o) = l\ (x_o)_{,1} \qquad (3.47\ )$$

Supóngase que los $l(x_o)$individuos realizan independientemente sus transiciones entre un estado y otro, y que al final del intervalo $(x_o,\ x)$, $K_\beta\ (x)$ mujeres se encuentran en el estado transiente F_β y $L_\delta\ (x)$ mujeres en el estado R_δ .
Claramente,

$$l(x_o) = K_1\ (x) + K_2\ (x) + L_1\ (x) + L_2\ (x). \qquad (3.48\ )$$

Cada una de las variables aleatorias del segundo término de 3.48 está compuesta de dos partes,

$$K_\beta\ (x) = K_{1\beta}\ (x) + K_{2\beta}\ (x), \quad \beta = 1,2 \qquad (3.49\ )$$

donde $K_{\alpha\beta}\ (x)$ es el número de esas mujeres en el estado F_β a la edad x que se encontraban en F_α a la edad x_o. Obviamente --- $K_{2\beta}\ (x) = 0$ para $\beta= 1,2$, $x \in (x_o,\ \omega)$; y

$$L_\delta\ (x) = L_{1\delta}\ (x) + L_{2\delta}\ (x), \quad \delta= 1,2 \qquad (3.50\ )$$

donde $L_{\alpha\delta}\ (x)$ es el número de aquéllas en el estado $R\delta$ a la edad x que se encontraban en $F\alpha$ a la edad x_o. Nuevamente -- $L_{1\delta}\ (x) = 0$ para $\delta= 1,2$ y $x \in (x_o,\ \omega)$.

Por otro lado, cada una de las $l(x_o)$ mujeres en F_1 a la edad de la unión x_o se deben de encontrar en alguno de los estados transientes o en uno de los de muerte a la edad x; luego tenemos que:

$$l(x_o) = K_{11}(x) + K_{12}(x) + L_{11}(x) + L_{12}(x) \qquad (3.51)$$

Claramente se observa que (3.51) es equivalente a (3.48), por lo supuesto en (3.47).

Los tamaños de población en los estados a la edad x_o y a la edad x son resumidos en el cuadro 2.

Estado a la edad x_o	Estado a la edad x: F_1	F_2	R_1	R_2	Total por renglón (Población inicial en los estados)
F_1	$K_{11}(x)$	$K_{12}(x)$	$L_{11}(x)$	$L_{12}(x)$	$l(x_o)$
F_2	0	0	0	0	0
Total por columna (tamaños de población a la edad x)	$K_1(x)$	$K_2(x)$	$L_1(x)$	$L_2(x)$	$l(x_o)$

Cuadro 2. Distribución de las mujeres en los estados F_β y los estados de muerte R_δ a la edad x de acuerdo al estado inicial F_α a la edad de la unión x_o.

Por la ecuación (3.45), las variables aleatorias del segundo miembro de (3.51) tienen una distribución multinomial cuya función generatriz de probabilidad es:

$$E\left[S^{K_{11}(x)} \; S^{K_{12}(x)} \; Z^{L_{11}(x)} \; Z^{L_{12}(x)} \,\Big|\, l(x_o) \right] =$$

$$P_{11}\left[(x_o, x)S_1 + P_{12}(x_o, x)S_2 + Q_{11}(x_o)x)Z_1 + Q_{12}(x_o, x)Z_2\right]^{l(x_o)} \qquad (3.52)$$

A partir de las probabilidades conjuntas, se puede obtener el número esperado de individuos en cada uno de los estados a la edad x, que puede calcularse directamente de (3.52),

$$E\left[K_{\beta}(x) \mid l(x_o)\right] = l(x_o) * P_{1\beta}(x_o, x) \qquad \beta = 1,2 \qquad (3.53)$$

y

$$E\left[L_{\delta}(x) \mid l(x_o)\right] = l(x_o) * Q_{1\delta}(x_o, x) \qquad \delta = 1,2 \qquad (3.54)$$

Las correspondientes varianzas son:

$$\sigma^2_{K_{\beta}(x)} = l(x_o) * P_{1\beta}(x_o, x) * \left[1 - P_{1\beta}(x_o, x)\right] \qquad (3.55)$$

y

$$\sigma^2_{L_{\delta}(x)} = l(x_o) * Q_{1\delta}(x_o, x) * \left[1 - Q_{1\delta}(x_o, x)\right] \qquad (3.56)$$

La población se extinguirá a la edad x si:

$K_1(x) = 0$ y $K_2(x) = 0$

La probabilidad de extinción a la edad x puede obtenerse de (3.52) haciendo $S_1 = S_2 = 0$ y $Z_1 = Z_2 = 1$, luego se tiene que:

$$\Pr\left\{K_1(x) = 0,\ K_2(x) = 0 \mid l(x_o)\right\} = \left[Q_{11}(x_o, x) + Q_{12}(x_o, x)\right]^{l(x_o)} \qquad (3.57)$$

Ahora se cuenta con suficientes elementos para presentar posibles variaciones en la mortalidad materna debido a los programas de planificación familiar. Se señalan los indicadores que miden dicho impacto, recordando que se debe de aplicar el modelo a los juegos de datos mencionados al final de esta sección, a modo de alcanzar los objetivos planteados.

1. $Q^{(m)}_{11\cdot 1}(x_o, x)$ = Probabilidad de que una mujer se ha embarazado m-1 veces, muera al encontrarse en el estado fecundable durante el intervalo que va desde la unión hasta la edad x, donde: $x \in (x_o, \omega)$ y $m = 1, 2, \ldots$

2. $Q^{(m)}_{12\cdot 1}(x_o, x)$ = Probabilidad de que una mujer que se ha embarazado m veces, muera (por causas no asociadas directamente al embarazo) al encontrarse en el último embarazo (o período infértil que le siga) durante el intervalo (x_o, x).

3. $Q^{(m)}_{12\cdot 2}(x_o, x)$ = Probabilidad de que una mujer que se ha embarazado m veces, muera (por causas asociadas directamente al embarazo) al encontrarse en el último embarazo (o período infértil que le siga) durante el intervalo: edad a la unión (x_o) - edad x.

4. $Q_{12}^{(m)} \ (x_o, x)$ = Probabilidad de que una mujer que se ha embarazado m veces, muera (debido a cualquier causa) al encontrarse en el último embarazo (o período infértil que le siga) durante el intervalo (x_o, x).

5. $Q_{12} \ (x_o, x)$ = Probabilidad de que una mujer muera al encontrarse embarazada durante el intervalo (x_o, x).

6. $Q_{11} \ (x_o, x)$ = Probabilidad de que una mujer muera al encontrarse en el estado fecundable durante el intervalo (x_o, x).

7. $\Gamma_{11 \cdot 1} \ (m)$ = Edad a la cual una mujer muere (por causas no asociadas directamente con el embarazo) al encontrarse en el estado fecundable después de haberse embarazado m-1 veces.

8. $\Gamma_{11 \cdot 2} \ (m)$ = Edad a la cual una mujer muere (por causas no asociadas directamente con el embarazo) al encontrarse en el m-ésimo embarazo (o período infértil - que le siga).

9. $\Gamma_{12 \cdot 2} \ (m)$ = Edad a la cual una mujer muere (por causas directamente asociadas con el embarazo) al encontrarse en el m-ésimo embarazo (o período infértil que le siga).

10. $E[\ T^{*}_{11 \cdot 1} \ (m)]$ (13) = Tiempo medio necesario para que una mujer (a partir de la edad x_o) muera - (por causas no directamente asociadas al embarazo) en el estado fecundable, después de m-1 embarazos, donde: m=0,1,2..

11. $E[\ T^{*}_{11 \cdot 2} \ (m)]$ = Tiempo medio necesario para que una mujer (a partir de la edad x_o) muera - (por causas no directamente asociadas al embarazo) durante el m-ésimo embarazo (o período infértil que le siga).

12. $E[\ T^{*}_{12 \cdot 2} (m)]$ = Tiempo medio necesario para que una mujer (a partir de la edad x_o) muera - (por causas directamente asociadas al embarazo durante el m-ésimo embarazo) (o período infértil que le siga).

(13) Las variables aleatorias $T^{*}_{1\delta \cdot \beta}(m)$ son "propias", de modo que puedan calcularse esperanzas y varianzas. Para una más amplia explicación ver el Anexo 1.

13. $\epsilon_{11}(x)$ = Duración esperada de "estancia" en el estado de muerte por causas no asociadas al embarazo (o tiempo de haber muerto por causas no asociadas con el embarazo) durante el intervalo (x_o, x), donde: $x \in (x_o, \omega)$

14. $\epsilon_{12}(x)$ = Tiempo de haber muerto por causas asociadas directamente con el embarazo durante el intervalo (x_o, x).

15. $E\left[L_1(x) \mid l(x_o)\right]$ = Número esperado de mujeres que han fallecido debido a causas no asociadas directamente con el embarazo hasta la edad x, formada la cohorte inicial por $l(x_o)$ mujeres a la edad x_o.

16. $E\left[L_2(x) \mid l(x_o)\right]$ = Número esperado de mujeres que han fallecido debido a causas asociadas en forma directa con el embarazo hasta la edad x, sabiendo que la cohorte inicial era formada por $l(x_o)$ mujeres a la edad x_o.

Ahora bien, hasta aquí sólo se han presentado indicadores relacionados con la mortalidad materna, que es lo que propiamente interesa al estudio. Sin embargo, un amplio tratamiento del problema lleva a considerar las características demográficas de la población en cuestión, de modo que puedan establecerse todas las posibles relaciones causales entre la fecundidad y la mortalidad materna.

A continuación se presentan las medidas más importantes:

17. $P_{11}^{(m)}(x_o, x)$ = Probabilidad de que una mujer fecundable a la unión, se embarace m veces durante el período (x_o, x), y se encuentre en el estado fecundable a la edad x.

$m=0,1,2...$

18. $P_{22}^{(m)}(t-\tau, t)$ = Probabilidad de que una mujer que se ha embarazado por m-ésima vez a la edad $t-\tau$, aún se encuentre en el estado no fecundable (ya sea propiamente el embarazo o el período infértil que le sigue) a la edad t.

$m=1,2...$

19. $P_{12}^{(m)}(x_o, x)$ = Probabilidad de que una mujer en el estado fecundable a la edad x_o, se embarace m-1 veces y se encuentre en el estado no fecundable por m-ésima vez (m-ésimo embarazo o período amenorréico que le sigue) a la edad x.

20. P_{11} (x_o, x) = Probabilidad de que una mujer se encuentre en el estado fecundable a la edad x.

21. P_{12} (x_o, x) = Probabilidad de que una mujer se encuentre embarazada o en el período amenorréico post-embarazo a la edad x.

22. X_{11} (m) = Edad a la cual una mujer concluye el m-ésimo embarazo y es fecundable nuevamente.

23. X_{12} (m) = Edad a la cual una mujer se embaraza por m-ésima vez.

24. $E[T_{11}(m)^*]$ (14) = Tiempo medio necesario para que una mujer se embarace m veces a partir de la edad x_o y vuelva a ser fecundable, m=0,1,2,....

25. $E[T_{12}(m)^*]$ = Tiempo medio necesario para que una mujer se embarace m veces a partir de la edad x_o.

26. e_{11} (x) = Duración esperada de "estancia" en el estado fecundable durante el intervalo (x_o, x); $x \in (x_o, \omega)$.

27. e_{12} (x) = Tiempo de "estancia" esperado en el estado de embarazo y amenorrea post-embarazo durante el intervalo (x_o, x).

28. $E[K_1(x) \mid l(x_o)]$ = Número esperado de mujeres que se encuentran en el estado fecundable después de transcurrido un tiempo $[x-x_o]$ formada la cohorte inicial por $l(x_o)$ mujeres a la edad x_o.

29. $E[K_2(x) \mid l(x_o)]$ = Número esperado de mujeres que se encuentran en el estado no fecundable hasta la edad x, formada la cohorte inicial por $l(x_o)$ mujeres a la edad x_o.

Han quedado planteados todos los indicadores que permitan estimar el impacto sobre la mortalidad materna debido a descensos en la fecundidad ocasionados por los programas de planificación familiar.

Una visión más amplia de estas variaciones se puede tener si se ubican estos cambios dentro del contexto de la dinámica poblacional del país, ejercicio que se deja de lado por no ser el objetivo de este documento.

(14) Las variables aleatorias $T_{1\beta}$ $(m)^*$ son "propias" de modo que tiene sentido hablar de esperanzas y varianzas. Para un más amplia explicación ver el Anexo 1.

Con los elementos que se han considerado hasta ahora, claramente se observa que el impacto sobre la mortalidad materna debido a variaciones en la fecundidad, posiblemente ocasionadas por los programas de planificación familiar, podrá conocerse a partir de la comparación directa de los indicadores propuestos, los cuales resultarán de la aplicación del modelo a 2 juegos de datos:

i) Uno, el correspondiente al nivel de fecundidad "natural" de la población en cuestión. Se está haciendo referencia a la fecundidad que las mujeres tendrían si no recurriesen al uso de métodos anticonceptivos.

ii) Otro, el que corresponde a la fecundidad "observada" en la población, nivel usualmente inferior al de la "natural", y que refleja el hecho de que las mujeres regulan su fecundidad recurriendo al empleo de algún tipo de método anticonceptivo.

A este nivel de fecundidad corresponde la denominada por Henry , "fecundabilidad residual", de la que pueden conocerse sus variaciones a partir del índice de Pearl.

Un amplio tratamiento de la relación fecundidad uso-efectividad anticonceptiva, se hace en Palma et. al. (1978), lo cual puede complementar lo aquí presentado.

Luego pues, las variaciones en los indicadores de la mortalidad materna, como resultado de la aplicación del modelo a la información resultante de dos distintos niveles de fecundidad, deberá entenderse como el impacto que un cambio en el patrón reproductivo de una población tiene sobre la mortalidad materna. Sin embargo, debe señalarse que estos efectos no pueden atribuirse directamente a los cambios en la fecundidad, y menos aún, señalar directamente que se deben a los programas de planificación familiar.

Algunas consideraciones al respecto se hacen en el siguiente capítulo, mismas que, junto con las restricciones del modelo, permitirán hacer conclusiones apropiadas, sobre el impacto que un programa de planificación familiar puede tener sobre el nivel de mortalidad materna de una población.

4. C O N C L U S I O N E S

4. Conclusiones

A continuación se presentan las conclusiones derivadas del planteamiento de la metodología descrita en este documento.

Antes de ello, se presentan los principales supuestos y restricciones que involucra el modelo estocástico que relaciona a la fecundidad con algunos indicadores de la mortalidad materna.

Los supuestos considerados son:

1. La metodología aquí presentada se refiere a un proceso estocástico continuo en el tiempo, no homogéneo con respecto al mismo, y no markoviano.

Esta última característica resulta del hecho de que algunas funciones del modelo varían con respecto al tiempo de estancia en un determinado estado, además de la edad misma. A partir de una conocida técnica matemática, el modelo ha sido resuelto con los elementos que proporciona el tratamiento de modelos markovianos continuos en el tiempo y con un espacio de parámetros discreto. (1)

2. Toda mujer al momento de su primera unión, a la edad x_0, se considera fértil, de modo que se encuentra en el estado fecundable o susceptible de ser embarazada.

Por otro lado, toda mujer embarazada o en el período de infertilidad que le sigue, se encontrará en el estado no fecundable.

En el estado fecundable se incluyen:

i) a las mujeres fértiles y en unión,
ii) a las que hayan desarrollado esterilidad,
iii) a las que hayan disuelto su unión por cualquier causa (viudez, divorcio o separación)

Estas consideraciones pretenden que el modelo tome en cuenta y cuantifique todas las variaciones de los factores determinantes de la fecundidad. Tanto a las estériles como a las mujeres que ven disuelta su unión, se les atribuye una susceptibilidad de embarazo nula. Por último, el modelo no considera que pueden existir mujeres embarazadas al momento de la unión, situación poco apegada a la realidad, pero que simplifica considerablemente el tratamiento matemático del modelo.

3. Se distinguen dos estados de muerte (asociados a las respectivas causas de fallecimiento), a saber:

(1) Una amplia discusión del tema se hace en:
Cox and Miller, "The Theory of Stochastic Processes"
Chapman and Hall, London.
Capítulo 6, pp. (252 - 269).

i) las causas generales y no asociadas directamente al embarazo.
ii) las causas directamente relacionadas con el embarazo o período infértil que le sigue.

El fallecimiento debido a la primera causa puede ocurrir tanto en mujeres en el estado fecundable como en el no fecundable, mientras que la segunda causa sólo puede incidir en mujeres que se encuentran en el estado no fecundable. Por ende, las causas varias de fallecimiento asociadas con el embarazo son excluyentes de las causas directamente asociadas con el mismo.

Estos hechos, aunque poco apegados a la realidad, simplifican considerablemente el tratamiento matemático de un modelo.

4. Las transiciones o pasos entre estados transientes se consideran independientes de las transiciones a los estados absorbentes; por ejemplo, un embarazo se considera independiente de la ocurrencia de un fallecimiento, etc.

5. El estimador de las fuerzas de transición propuesto, supone que la función de densidad de la transición o paso entre estados, es una función exponencial cuyo parámetro λ es variable con el tiempo y, en algunos casos, del tiempo de estancia en el estado desde el que se efectúa la salida.

6. Las intensidades de transición son una medida de eventos cuya ocurrencia entre x y x+1 supone una distribución uniforme a lo largo del período. Por supuesto, los eventos aquí considerados, no ocurren distribuidos uniformemente a los largo del mes, y cuando gran precisión es requerida, el tamaño y dirección del error introducido por este supuesto debe ser considerado.

Hasta aquí, los principales supuestos del modelo, presentando a continuación las recomendaciones y conclusiones que se derivan de este documento.

1. Como se ha visto, la implementación del modelo de impacto sobre la mortalidad materna, requiere de información específica y detallada.

   La falta de la mayoría de los datos para alimentar el modelo impone grandes limitaciones al desarrollo del mismo.

   Si bien la Encuesta Mexicana de Fecundidad (1976) ofrece algunos elementos para realizar el análisis deseado, aún adolece de muchos datos indispensables para el modelo; sin embargo, dicha Encuesta es una primera aproximación al tipo de fuentes de información requeridas para esta variedad de metodologías.

A continuación se presentan los indicadores requeridos por el modelo para su implementación, los cuales pueden ser obtenidos de una historia de embarazos y uso de métodos anticonceptivos.

Estos son:

i) Edad a la unión.
ii) Duración de la primera unión.
iii) Paridad.
iv) Número de embarazos.
v) Número de mujeres expuestas al riesgo de embarazo.
vi) Número de mujeres alguna vez embarazadas según duración de los embarazos.
vii) Duración media del embarazo y del período amenorréico que le sigue.
viii) Porcentaje de abortos y mortalidad intrauterina con respecto al total de embarazos.
ix) Número de fallecimientos de mujeres según causa de muerte y estado en el que se encontraba al momento del deceso.
x) Número de embarazos ocurridos durante el uso de algún método anticonceptivo.
xi) Años-mujer de exposición al riesgo de embarazo y de uso de métodos anticonceptivos.

Todos estos indicadores son requeridos según edad de la mujer, además de los cruces entre sí. (en meses).

2. Si bien el planteamiento original hablaba de estimar el impacto sobre la salud materno-infantil, el presente documento se restringe a hablar del impacto sobre la mortalidad materna; esto resulta de dos causas:

i) La gran dificultad en considerar a dos unidades estadísticas bien distintas: madre e hijo, dentro de la dinámica reproductiva, condujo a que se optara por enfocar el estudio al análisis del comportamiento reproductivo de la mujer, dado que se piensa es a ella a quien afectan más directamente los hechos relacionados con las variaciones en la fecundidad.

ii) Aunado a lo anterior, las dificultades existentes para construir un índice de la salud materno-infantil, medida que idealmente reflejaría el estado de salud de la población en cuestión, considerando todos los factores fisiológicos, psicológicos, sociales, económicos y culturales que determinan lo que se denomina, aún con imprecisión y ambigüedad, como salud de una población.

A pesar de muchas simplificaciones involucradas, son los indicadores de la mortalidad materna una confiable aproximación a lo que puede considerarse como "el estado de salud materna", hecho que, según lo visto, es el enfoque aquí adoptado.

3. Ahora bien, habiendo seguido el enfoque referido,el modelo planteado presenta las siguientes restricciones:

i) El estudio no considera que el efecto sobre la mortalidad materna (e indirectamente a la salud) debido a variaciones en la fecundidad por el uso de métodos anticonceptivos es un balance etre efectos positivos y negativos,dado que si bien un descenso de la fecundidad, i.e. menos embarazos y más amplios intervalos intergenésicos, puede conllevar una mejoría en el estado de salud de la madre, los efectos colaterales de los métodos anticonceptivos pueden contrarrestar esa supuesta mejora.

Luego, pues, se tendrá que poner especial énfasis en no atribuir directamente mejoras a la salud materna al ocurrir cambios en el patrón reproductivo de éstas.

ii) La metodología presentada no cuantifica el impacto sobre la mortalidad materna, sino que analiza las relaciones entre algunos determinentes de la fecundidad y ciertas resultantes del proceso reproductivo femenino.

Quede pues bien claro que el modelo es una metodología para el análisis de las relaciones entre la fecundidad y algunos indicadores de la mortalidad materna y no una técnica para la predicción del impacto que los programas de planificación familiar tienen sobre la salud materno-infantil.

iii) Siguiendo la línea referida en el punto anterior, hay que señalar que los indicadores resultantes de la aplicación del modelo sólo tienen significación cuando se les contempla como medidas de cambios en la mortalidad materna ocurridos a largo plazo, además de que se piensa no existen cambios repentinos, y menos aún mejoras, en los niveles de mortalidad materna de una población. Para hablar de una mejora en el estado general de salud materno-infantil de una población, habrán de considerarse cambios substanciales en su estructura demográfica, biológica, social y cultural.

A N E X O S

ANEXO 1 - DESARROLLO MATEMATICO DE ALGUNAS FORMULAS DEL MODELO.

ANEXO 1. Desarrollo Matemático de Algunas Fórmulas del Modelo.

A.1.1. Estimación de la función de transición $\nu ij(x)$

Se mencionaba en la sección 4.2.2. Funciones de transición, la dificultad hallada en contar con un método de estimación de las funciones de transición $\nu ij(x)$, las cuales son variables con la edad, esto es, intensidades de transición entre estados para un modelo markoviano continuo y no homogéneo en el tiempo.

Muy brevemente se sugirió una solución a este problema, dejando a un lado la discusión matemática del mismo. A continuación se hacen algunas consideraciones al respecto, advirtiendo que se trata de una propuesta sujeta a prueba y demostración, mismas que quedan al margen de los objetivos de este estudio.

Sean Si y Sj dos estados (no necesariamente distintos) de un modelo markoviano continuo en el tiempo con un número finito o numerable infinito de estados. Se denota por $Pij\ (x_o, t)$ la probabilidad de que una persona que se encuentra en el estado Si a la edad x_o, se encuentre en el estado Sj a la edad $x_o + t$. Para $i \neq j$, se define:

$$\mu ij(x) = \lim_{t \to o} Pij\ (x,t)/t \qquad \text{(a.1.1.)}$$

suponiendo existe un límite finito.

A esta cantidad se le denominará la fuerza de transición del estado Si al estado Sj a la edad x.
Luego, $\mu ij\ (x)\ \Delta x + o(\ \Delta x)$ se puede interpretar como la probabilidad de que una persona a la edad x en el estado Si, haya efectuado una única transición directamente del estado Si al Sj antes de alcanzar la edad $x + \Delta x$.

Estimadores de estas fuerzas de transición se propone sean las llamadas "tasas de ocurrencia/exposición".

Considerando la cohorte de mujeres según la edad a la unión x_o, se denotará por:

Mij (x) = número total de transiciones del estado Si al Sj, para todas las mujeres de la cohorte, durante el intervalo (x-1, x+1)

Ti (x) = Número total de mujeres en el estado Si a la edad x.

Se propone como estimador de la fuerza de transición $\nu ij(x)$ a la expresión:

$$\hat{\nu}ij(x) = \frac{Mij\ (x)}{Ti\ \ (x)} \qquad (a.1.2.)$$

Este estimador supone que la función de densidad de la transición o paso del estado Si al Sj es una función exponencial cuyo parámetro λ es variable con el tiempo, esto es, la ocurrencia de la transición de Si a Sj tiene una distribución de la forma:

$$f(x) = \lambda(x)e^{-[\lambda(x)x]} \qquad (a.1.3.)$$

$$\text{con} \quad \lambda(x) > 0,\ x \geq 0$$

donde $\lambda(x)$ es una variable aleatoria cuya función de distribución se denotará por H ($\lambda(x)$). Queda abierta la discusión para establecer las propiedades de este estimador, que por extensión del de Hoem(1971), se supone de máxima verosimilitud.

A.1.2. Ajustes en algunas variables aleatorias impropias para considerarlas como variables aleatorias propias.

En la sección 4.2.1., Descripción del modelo, se definieron las variables aleatorias $M_{1\beta}$ (x_o, x) y $D_{1\delta}$ (x_o, x), - asociadas a $P_{1\beta}^{(m)}(x_o, x)$ y $Q_{1\delta}^{(m)}(x_o, x)$, respectivamente.

Ahí se menciona que estas variables aleatorias son - impropias, ya que como se cumple para el modelo que:

$$\sum_{\beta=1}^{2} P_{1\beta} \ (x_o, x) + \sum_{\delta=1}^{2} Q_{1\delta} \ (x_o, x) = 1 \qquad (a.2.1.)$$

luego

$$P_{1\beta} \ (x_o, x) = \sum_{m=1}^{\infty} P_{1\beta}^{(m)}(x_o, x) < 1, \ \beta = 1,2 \qquad (a.2.2.)$$

y existe una probabilidad positiva de que las variables aleatorias $M_{1\beta}$ (x_o, x) no tomen ningún valor, por lo que son consideradas variables aleatorias impropias.

Debido a que una mujer en el estado F_1 a la edad x_o - puede encontrarse en F_1 o en F_2 a la edad x, o bien haber abandonado la cohorte a través de alguno de los estados de muerte antes de la edad x, no es sorprendente que (a.2.2.) (y su suma) sean menores que la unidad.

Esta limitación hace insulso el cálculo de esperanzas y varianzas para las variables aleatorias en cuestión.

A continuación se hacen algunas consideraciones para contemplar a las variables aleatorias $M_{1\beta}$ (x_o, x), $D_{1\beta \cdot \delta}$ (x_o, x), $T_{1\beta}$ (m) y $T_{1\delta}$ (m) como propias. Todas estas expresiones ya han sido definidas con anterioridad.

Para el primer caso, si se consideran sólo las transiciones que tienen perfectamente especificado el estado terminal, lo mismo que el inicial, luego los correspondientes números de transiciones son variables aleatorias propias.

Sea $M_{1\beta}^{*}$ (x_o, x) el número de pasos que una mujer hace de F_1 a F_β en el intervalo $(x_o\ x)$, dado que se inicia en F_1 a la edad x_o y termina en F_β a la edad x, y sea

$$P_{1\beta}^{*(m)} \ (x_o, x) = \Pr \{M_{1\beta}^{*}(x_o, x) = m\} \qquad (a.2.3.)$$
$$m = 0, 1, \ldots$$

la correspondiente probabilidad.

Debido a la suposición de que la mujer se encuentra en F_β a la edad x, (a.2.3.) está dada por la probabilidad condicional

$$P_{1\beta}^{*(m)} \ (x_o, x) = \frac{P_{1\beta}^{(m)} \ (x_o, x)}{P_{1\beta} \ (x_o, x)} \qquad (a.2.4.)$$

con

$$\sum_{m=0}^{\infty} P_{1\beta}^{*(m)} \ (x_o, x) = 1 \qquad (a.2.5.)$$

Luego $M_{1\beta}^{*}(x_o, x)$ es una variable aleatoria propia. La probabilidad $P_{1\beta}^{*(m)}(x_o, x)$ es en teoría equivalente a la proporción de mujeres que se inician en F_1 a la edad x_o y terminan en F_β a la edad x y que han efectuado m transiciones de F_1 a F_β .

El segundo caso se considera al definir a $D_{1\beta\cdot\delta}^{*}$ (x_o, x) como el número de veces que una mujer abandona F_1, dado que se encontraba en F_1 a la edad x_o y entra a R_δ desde F_β durante el intervalo (x_o, x).

La correspondiente probabilidad es

$$Q_{1\beta\cdot\delta}^{*(m)}(x_o, x) = \Pr\left\{ D_{1\beta\cdot\delta}^{*}(x_o, x)=m \right\} =$$

$$\frac{Q_{1\beta\cdot\delta}^{(m)}(x_o, x)}{Q_{1\beta\cdot\delta}(x_o, x)}, \quad m = 1, 2, \ldots \qquad (a.2.6.)$$

Respecto a la variable aleatoria $T_{1\beta}(m)$, si se considera que una mujer en F_1 a la edad x_o puede alcanzar alguno de los estadosde muerte sin haberse nunca embarazado (entrar a E_2) o volver al estado fecundable F_1, es decir, morir durante el embarazo; luego las variables aleatorias $T_{1\beta}(m)$ son impropias, cumpliéndose que

$$F_{1\beta}^{(m)}(\omega) = \Pr\left\{ T_{1\beta}(m) < \omega \right\} < 1 \quad , \quad \beta = 1,2 \qquad (a.2.7.)$$

donde ω es la edad máxima que puede alcanzar un ser humano, - aprox. ω = 100 años.

Debido a que $T_{1\beta}(m)$ son variables aleatorias impropias, sólo tiene sentido hablar de esperanzas y varianzas si se plantean variables aleatorias propias $T_{1\beta}^{*}(m)$, donde se - impone la condición de que una mujer alcanzará el estado F_β en m pasos, de modo que $T_{1\beta}^{*}(m)$ tenga como función de densidad:

$$f_{1\beta}^{(m)*}\, dx = \frac{f_{1\beta}^{(m)}(x)}{F_{1\beta}^{(m)}(\omega)} \quad , \beta = 1,2 \qquad (a.2.8.)$$

con

$$\int_{x_o}^{\omega} f_{1\beta}^{(m)*}(x)\, dx = 1 \qquad (a.2.9.)$$

Por último, los tiempos de transición $T_{1\delta}(m)$ también son variables aleatorias impropias, con:

$$\int_{x_o}^{\omega} \phi_{1\delta}^{(m)}(\xi)\, d\xi < 1 \qquad (a.2.10.)$$

Sin embargo, dado que los estados R_δ , δ= 1,2 son absorbentes, cualquier mujer tarde o temprano se encontrará en alguno de los estados de muerte R_δ , aún fuera del período reproductivo (x_o, ω).
Esto significa que

$$\sum_{\delta=1}^{2}\sum_{m=1}^{\infty} \Phi_{1\delta}^{(m)}(\omega) = 1 \qquad (a.2.11.)$$

ANEXO 2 - G L O S A R I O

ANEXO 2 - Glosario

Definiciones y notación

1. $P_{\alpha\beta}^{(m)}(x_o, x)$ = Probabilidad de que un individuo en el estado S_α en el punto x_o, salga m veces de S_α en el intervalo (x_o, x) y se encuentre en S_β, estado transiente o de enfermedad, en el punto x.
$\alpha, \beta = 1,\ldots,s$; $m = 0,1,2,\ldots$

2. $Q_{\alpha\partial}^{(m)}(x_o, x)$ = Probabilidad de que un individuo en el estado S_α en el punto x_o salga m veces de S_α en el intervalo (x_o, x) y se encuentre en R_∂ (estado absorbente (o de muerte) en el punto x.
$m=0,1,2\ldots$ $\alpha= 1,2\ldots s$; $\partial =1,\ldots r$.

3. $\nu_{\alpha\beta}(x)\Delta + 0(\Delta)$ = Probabilidad de que un individuo que se encuentre en el estado S_α en el momento x, haya realizado una única transición directamente del estado S_α al S_β en el intervalo $(x, x+\Delta)$ y se encuentre en S_β en el punto $x+\Delta x$.
$\alpha, \beta =1,\ldots,s$.

4. $T_{\alpha\beta}(m)$ = Tiempo que transcurre para que ocurra la m-ésima transición desde S_α, terminando en el estado S_β, de un individuo que se encontraba en S_α a la edad x_o.

5. $T_{\alpha\partial}(m)$ = Tiempo que transcurre para que entre al estado de muerte R_∂, después de haber efectuado m salidas de S_α, un individuo que se encontraba en S_α a la edad x_o.

6. $e_{\alpha\beta}(x_o, x)$ = Duración esperada de estancia en el estado S_β durante el intervalo (x_o, x), para un individuo en S_α en el punto x_o.

7. $\epsilon_{\alpha\partial}(x_o, x)$ = Duración esperada de estancia en el estado R_∂ durante el intervalo (x_o, x), para un individuo en S_α en el punto x_o.

8. $l(x_o)$ = Tamaño de la cohorte de mujeres, según edad a la unión, en el punto inicial x_o.

9. $K_\beta(x)$ = Número de individuos que se encuentran en el estado S_β a la edad x.
$\beta = 1,\ldots,s$.

10. $L_\partial(x)$ = Número de individuos que han muerto por la "causa" R_∂ hasta el punto x, es decir, durante el intervalo $(x_\partial\ x)$. $\partial=1\ldots,r$.

ANEXO 3 - B I B L I O G R A F I A

ANEXO 3 - Bibliografía

1. Marco Teórico

Baird, D., "Variations in fertility associated with changes in health status". Public Health in Population Change, -- edited by Sheps and Ridley. University of Pittsburgh Press. 1965

Bourgeois-Pichat, J. "Los factores de la fecundidad no dirigida" Population No. 3 1965

Davis, K. and Blake, J. "Social structure and fertility: an -- analytical framework" Economic Development and Cultural Change. 4(3) Abril 1956

Kiser, C. "Population trends and public health in Latin America". Milbank Memorial Fund Quarterly. Volume 45 1(1) 1967

Miró, C. "Interrelaciones entre salud y población". CELADE 1971

Nortman, D. "Parental age as a factor in pregnancy - outcome and child development". Reports on Population/Family Planning. No. 16 pp. (1 - 52) 1974

Omran, A. "Health benefits of family planning" Social Rehabilitation Record. Volume 2(2) pp. (5-8) 1975

Omran, A. "The health theme in family planning" Monograph series. Carolina Population Center. University of North Carolina, Chapel Hill 1971

2. Discusión de varios modelos matemáticos del proceso reproductivo.

Bongaarts, J. "A dynamic model of the reproductive -- process" Population Studies 30(3) pp.(59-73) 1976

Bongaarts, J. and Menken, J. "Reproductive models in the study of nutrition-fertility interrelationships" Center for Policy Studies. 1977

Chiang, C.L. "A stochastic model of human fertility" Biometrics. Vol. 27 pp.(345-356) 1971

Das Gupta, P. "A stochastic model of human reproduction" Population Monograph Series, No. 11 University of Carolina, Berkley. 1973

Sheps, M. and Menken, J. "Mathematical models of conception and birth" The Chicago University Press. University of Chicago 1973

Sheps, M; Menken, J. and Mindel, C. "A model for studying birth rates given time dependent changes in reproductive parameters". Biometrics. Volume 27 pp. (325-343) 1971

Sheps, M. and Perrin, B.E. "Human reproduction: a stochastic process" Biometrics. Volume 20 pp.(28-45) 1964

3. <u>Desarrollo del modelo estocástico que relaciona a la fecundidad con algunos indicadores de la mortalidad materna.</u>

Bartholomew, D.J. "Stochastic models for social processes" 2nd. Edition. John Wiley and Sons New York 1973

Brillinger, D.R. "A justification of some common laws of mortality" Transactions of the Society of Actuaries Volume 13. pp.(116-126) 1961

Cox, D.R. and Miller, H.D. "The theory of stochastic processes" Chapman and Hall. London. 1965

Chiang, C.L. "Introduction to stochastic processes in biostatistics" John Wiley and Sons. New York 1968

Fix, E. and J. Neyman. "A simple stochastic model of recovery, relapse, death and loss of patients". Human Biology, Volume 23 pp.(205-241) 1951

Hoem, J.M. "Point estimation of forces of transition in demographic models" Journal of the Royal Statistics Society. Volume 33 pp. (275-289) 1971

Jordan C.W. "Life Contingencies" 2nd. Edition. The Society of Actuaries. Chicago 1975

Meier, P. "Note on estimation in a Markov process with constant transition rates" Human Biology, Volume 27, pp.(121-124) 1955

Palma, Y. et. al. "Efectos demográficos de los programas de planificación familiar en México" Sin publicar 1978

Smith, F.C. "The Force of mortality function" The American Mathematical Monthly. May. pp (277 - 284) 1948

Venkatacharya, K. and Roy, T.K. "Estimation of monthly chance of conception from age specific marital fertility rates" Sankhyā: The Indian Journal of Statistics: Series B. pp.(67 - 78) 1970

Zahl, S. "A Markov process model for follow-up studies" Human Biology, Volume 27, pp.(90-120) 1955.

4. Generales

"Family formation patterns and health" World Health Organization. 1976.

"Manual de Métodos de Planificación Familiar" CPNPF, México. 1979.

Rice, R. y Serrano, C., "Características de la mortalidad en la niñez". Organización Panamericana de la Salud. 1973.