

214



Universidad Nacional Autónoma
de México

Facultad de Química

DETERMINACION DE LAS PROPIEDADES DE
FLUJO PLASTICO EN UN ACERO 1018

TESIS MANCOMUNADA

Que para obtener el título de
INGENIERO QUIMICO METALURGICO

P r e s e n t a n

JACINTO BALDERAS SANTIAGO
RAUL SANCHEZ-ZUÑIGA OROZCO



1 9 8 6



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Jurado asignado según el tema:

Presidente	Prof: TERESITA ROBERT NUÑEZ	EXAMENES PROFESIONALES FAC. DE QUÍMICA
Vocal	" : BERNARDO FALLEN CAMPILLO ILLANES	
Secretario	" : GERARDO LOPEZ PEÑA	
1er.Suplente	" : FIDEL REYES CARRONA	
2do.Suplente	" : VICTOR JORGE CORTES SUAREZ	

Sitio donde se desarrolló el tema: Dep. de Ingeniería Química
o Metalúrgica, División de Estudios Profesionales, Edif. "D" - - -
Fac. de Química; e Instituto de Investigaciones en Materiales

Asesor:

I.Q.M. TERESITA ROBERT NUÑEZ

Teresa Robert N.

Sustentantes:

JACINTO PALDERAS SANTIAGO

RAUL SANCHEZ-ZEÑIGA OROZCO

INDICE

NOMENCLATURA.....	i
INTRODUCCION.....	vi
I. GENERALIDADES SOBRE ENSAYOS MECANICOS.....	1
I.1. Ensayo de Tracción.....	12
I.2. Ensayo de Compresión.....	40
I.2.1. Ensayo de Compresión en Anillos.....	57
II. RELACIONES MATEMATICAS TENSION-DEFORMACION, VALIDAS EN LA ZONA PLASTICA.....	70
III. DISEÑO DE LA EXPERIMENTACION.....	85
III.1. Ensayo de Tracción.....	87
III.2. Ensayo de Compresión.....	89
III.3. Ensayo de Compresión en Anillos.....	90
IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	92
IV.1. Ensayo de Compresión en Cilindros.....	92
IV.1.1. Teoría de Hollomon.....	96
IV.1.2. Teoría de Ludwik.....	99
IV.1.3. Teoría de Voce.....	102
IV.1.4. Teoría de Swift.....	106
IV.1.5. Análisis de Crussard-Jaoul.....	110
IV.1.6. Análisis de Reed-Hill.....	114
IV.1.7. Análisis de Avitzur para determinar el Factor de Fricción.....	118
IV.2. Ensayo de Compresión en Anillos (Cálculo de m).....	125
IV.2.1. Cálculo de Radio Neutral.....	131
IV.3. Ensayo de Tracción.....	135
IV.3.1. Teoría de Hollomon.....	138

IV.3.2. Teoría de Ludwik.....	140
IV.3.3. Teoría de Voce.....	142
IV.3.4. Teoría de Swift.....	144
V. DISCUSION DE LOS RESULTADOS.....	146
VI. CONCLUSIONES.....	157
VII. BIBLIOGRAFIA.....	160

NOMENCLATURA

A_0	área inicial.
A_i	área instantánea.
A_v, B, n_3	constantes de la ecuación de Voce.
a_0	grosor inicial (en muestras planas de tracción).
B, A_v, n_3	constantes de la ecuación de Voce.
b	resistencia a la tracción.
b_0	ancho inicial (en muestras planas de tracción).
D	diámetro.
D_0	diámetro externo.
D_i	diámetro interno.
d_0	diámetro inicial del sector de trabajo (en <u>trac</u> <u>ción</u>).
E	módulo de Young.
$e = e_L$	deformación ingenieril longitudinal.
e_T	deformación ingenieril transversal.
e'	límite de elasticidad.
e_{LK}	deformación ingenieril longitudinal a la <u>fractu</u> <u>ra</u> .
e_{TK}	deformación ingenieril transversal a la <u>fractu</u> <u>ra</u> .
Fr	factor de correlación.
G	módulo de elasticidad por corte.
H	altura de probetas para el ensayo de compresión.
H_0	altura inicial.

h, m_1	constantes de la ecuación de Ludwik.
$h_{C-J}, m_{LC-J} =$	
K_{C-J}, n_{C-J}	constantes de las ecuaciones de Ludwik y Hollomon obtenidas por el método de Crussard-Jaoul.
K_1, n_1	constantes de la ecuación de Hollomon.
K_2, n_2	constantes de la ecuación de Swift.
$K_{C-J}, n_{C-J} =$	
h_{C-J}, m_{LC-J}	constantes de las ecuaciones de Ludwik y Hollomon obtenidas por el método de Crussard-Jaoul.
K_{2R-H}, n_{2R-H}	constantes de la ecuación de Swift obtenidas por el método de Reed-Hill.
l	longitud de trabajo en tracción.
l_0	longitud inicial de cálculo en tracción.
l_i	longitud instantánea.
l_f	longitud final a la fractura en tracción.
m	factor de fricción.
m_L, h	constantes de la ecuación de Ludwik.
$m_{LC-J}, h_{C-J} =$	
n_{C-J}, K_{C-J}	constantes de las ecuaciones de Ludwik y Hollomon obtenidas por el método de Crussard-Jaoul.
n_1, K_1	constantes de la ecuación de Hollomon.
n_2, K_2	constantes de la ecuación de Swift.
n_{2R-H}, K_{2R-H}	constantes de la ecuación de Swift obtenidas por el método de Reed-Hill.
n_3, A_v, B	constantes de la ecuación de Voce.
$n_{C-J}, K_{C-J} =$	
m_{LC-J}, h_{C-J}	constantes de las ecuaciones de Ludwik y Hollomon obtenidas por el método de Crussard-Jaoul.

P	carga.
Pr	límite de proporcionalidad.
$p = \sigma_x = \sigma_r, \sigma_\theta$	tensiones reales en coordenadas cilíndricas.
$\bar{p}, \bar{\sigma}$	tensión promedio.
Ro	radio externo en anillos.
Ri	radio interno en anillos.
Rn	radio neutral.
r	radio.
S	límite de fluencia.
T	tensión ingenieril.
Tb	tensión ingenieril de resistencia a la tracción.
Te'	tensión ingenieril de límite de elasticidad.
Ts	tensión ingenieril de límite de fluencia.
T_s^{sup}	tensión ingenieril superior de límite de fluencia.
t	tensión tangencial real.
U_R	resiliencia elástica.
U_T	tenacidad.
u	vértice del diente de fluencia.
W	pendiente de la ecuación de una recta.
Z	intersección con el eje de las ordenadas para -- la ecuación de una recta.
α	ángulo
α_b	índice de blandura.
β	tensor de deformaciones.
$\gamma^T, \gamma^e, \gamma^p$	deformación real tangencial total, elástica y -- plástica respectivamente.

ΔR_{i-n}	diferencia entre radio interno y radio neutral.
ϵ	deformación.
ϵ_0	deformación inicial.
ϵ_b	deformación real a la tracción.
ϵ_K	deformación real a la ruptura.
ϵ_L	deformación real longitudinal.
ϵ_n	deformación real de estricción local.
ϵ_p	deformación real en el punto de inestabilidad--plástica.
ϵ_T	deformación real transversal.
ϵ_u	deformación real uniforme.
$\epsilon^T, \epsilon^e, \epsilon^p$	deformación real total, elástica y plástica respectivamente.
λ	factor proporcional en la teoría de Prandtt-Reuss.
μ	coeficiente de fricción.
ν	coeficiente o módulo de Poisson.
$\sigma = \sigma_z = p, \sigma_r, \sigma_\theta$	tensión verdadera y tensiones reales en <u>coordenadas cilíndricas</u> .
σ_b	tensión real de resistencia a la tracción.
σ_K	resistencia real de ruptura.
σ_{max}^n	tensión normal máxima.
$\bar{\sigma}$	tensión promedio.
σ_0	tensión de fluencia o tensión inicial.
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	tensiones principales.
τ	tensión tangencial ingenieril.
τ_i	fuerza de corte en la interfase.

r

cociente entre resistencia a la rotura en tracción y resistencia a la rotura en compresión, - para un mismo material.

INTRODUCCION

La presente tesis tiene varios objetivos, los cuales pueden considerarse en un mismo nivel de importancia, estos objetivos se presentan a continuación, sin que el orden de presentación indique alguna jerarquización:

a) Se buscará establecer si existe una relación lineal entre el coeficiente de endurecimiento n_1 , n_2 y m_1 , (ecuaciones de Hollomon, Swift y Ludwik respectivamente) de un acero 1018 y cociente D/H que se tiene en los ensayos de compresión para cilindros. Si dicha relación existe, sería muy fácil obtener una buena aproximación del valor del cociente de endurecimiento (n_1 , n_2 y m_1) de un acero 1018, pues sólo se necesitaría conocer el valor del cociente D/H a emplear en la probeta, trazar una perpendicular al eje de las abscisas hasta que se intersecte a la recta, a partir de ese punto se traza otra perpendicular, pero ahora al eje de las ordenadas, y se lee directamente el valor de n_1 , n_2 o m_1 .

Creemos que es necesario hacer notar que los resultados que se obtengan en este trabajo, sólo serán aplicables al acero 1018, pero con estos métodos se puede trabajar cualquier otro metal.

b) Un segundo objetivo de este trabajo se genera a par

tir de la misma relación que se pretende establecer en el inciso (a), n vs D/H , y se busca en él, que una vez conocida la ecuación que rige el comportamiento de n al cambiar D/H , se podría conocer a partir de un ensayo de tracción (mucho más fácil para realizar e interpretar) qué relación geométrica (D/H) daría la misma ecuación para el rango plástico. Esta comparación se hará para todas las ecuaciones que se puedan aplicar al rango plástico de nuestro material.

c) Como un punto más de interés, se pretenderá encontrar qué ecuación de las empleadas aquí, se aproxima más a los datos obtenidos experimentalmente y a su vez, se comprobará si las teorías diferenciales de Crussard-Jaoul y Reed-Hill dan las mismas constantes que las ecuaciones de Ludwik y Swift, respectivamente.

d) Por último, se juzgó necesario el conocer el valor del factor de fricción (m), con que se trabajaría y además el determinar si el método gráfico para el cálculo de m podía ser substituido por uno propuesto por Avitzur en el cual se emplean cilindros en lugar de anillos. Una vez conocido el valor de m , pensamos que era necesario el determinar el valor del radio neutral (R_n) que presentaban nuestras probetas, esto con el fin de poder tener una base con la cual poder decidir si nuestro valor de m estaba acorde con los resultados experimentales obtenidos.

Para la realización de este trabajo en la forma más correcta posible, se logró obtener una base bibliográfica lo más extensa posible y a su vez, se pretendió exponer los resulta--dos finales de la forma más accesible, dado que por la gran --cantidad de valores numéricos que se generan en el desarrollo de todas estas teorías, puede surgir fácilmente una gran confusión en el lector.

I.- GENERALIDADES SOBRE ENSAYOS MECANICOS

La mayoría de las propiedades obtenidas en ensayos mecánicos se expresan en términos de tensiones. Este concepto permite apreciar la magnitud de una carga no dependiendo de las dimensiones del cuerpo ensayado. La tensión más usada y la cual se determina en la mayoría de los casos es:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1)$$

donde; P es la fuerza o carga y A es el área perpendicular instantánea; a esta tensión se le conoce como verdadera o real.

En el sistema internacional las tensiones se expresan en newtons o meganewtons por metro cuadrado (N/m^2 , MN/m^2), -- aunque en la práctica con frecuencia se dan en Kgf/mm^2 ($1 Kgf/mm^2 = 9.8 \times 10^6 N/m^2 = 9.8 MN/m^2 = 10 MN/m^2$).

Las tensiones en general pueden descomponerse (debido a su carácter vectorial) en tensiones normales y tangenciales, las primeras pueden ser tensiones de tracción (positivas y de compresión (negativas), ver figura: 1 (a y b).

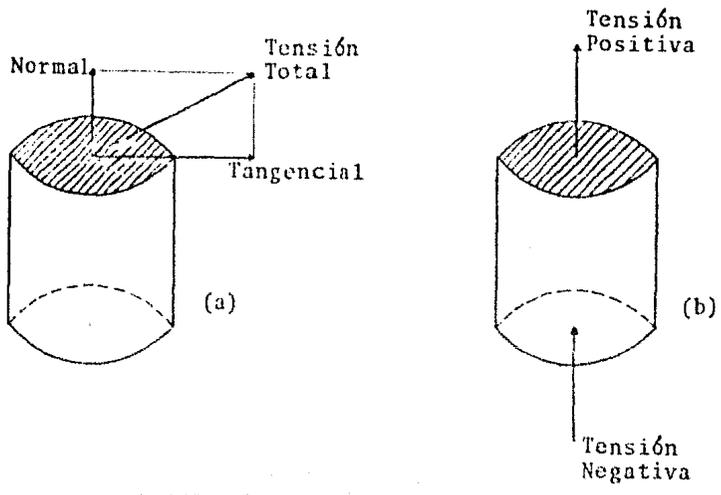


Fig 1.- (a) Descomposición de la tensión total de sus componentes vectoriales;
 (b) Determinación de las tensiones según su sentido.

Las tensiones se subdividen en reales e ingenieriles, las primeras se calculan tomando en cuenta la variación en el área de la probeta, esta tensión la denotaremos por σ , estas tensiones son las únicas que tienen sentido físico y su uso es muy extendido para grandes deformaciones; las tensiones ingenieriles sólo toman en cuenta el área inicial, se denota -- por la letra τ y su uso sólo es aceptable para pequeñas defor maciones.

Las tensiones tangenciales ingenieriles se simbolizan

por τ y las reales por t .

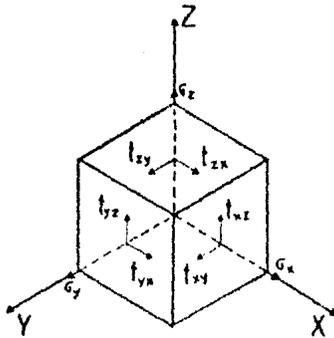
Con el fin de poder determinar las tensiones que actúan en cualquier punto de un cuerpo, se construye un tensor de tensiones; en este sistema hay tres tensiones normales y seis tangenciales, ver figura: 2, para que un cuerpo que está bajo este estado de tensiones no gire (esté en equilibrio) es necesario que: $t_{xy} = t_{yx}$, $t_{yz} = t_{zy}$ y $t_{xz} = t_{zx}$

La condición anterior permite disminuir las tensiones tangenciales de seis a tres; el tensor se simplifica todavía más si se fuerza que los ejes coordenados coincidan con los ejes de las tensiones principales en los cuales las tensiones tangenciales son nulas, por lo anterior el tensor se simplifica y queda de la forma:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

Por medio de las tensiones principales se pueden calcular tanto la tensión normal, las tangenciales y la tangencial máxima (la cual siempre tiene un ángulo de 45° con res--



$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Fig. 2.- Tensiones que actúan en un cuerpo dado y tensor de tensiones.

pecto a los ejes principales) por medio de las siguientes fórmulas:

$$\sigma = \ln_x^2 \sigma_1 + \ln_y^2 \sigma_2 + \ln_z^2 \sigma_3 \quad (3)$$

$$\tau_{nt}^2 = \ln_x^2 \sigma_1^2 + \ln_y^2 \sigma_2^2 + \ln_z^2 \sigma_3^2 - (\ln_x^2 \sigma_1 + \ln_y^2 \sigma_2 + \ln_z^2 \sigma_3) \quad (4)$$

$$\tau_1 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \quad \tau_2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad \tau_3 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad \sigma \quad (5)$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

Como es sabido, bajo el efecto de una o varias tensiones un cuerpo sufre una deformación, estas deformaciones pueden ser elásticas (las que desaparecen una vez suprimida(s)) -- la(s) tensión(es) y plásticas (las que son permanentes).

Las deformaciones pueden ser:

a) Longitudinales:

a.1) Ingenieriles:

$$e_L = (l - l_0) / l_0 \quad (6a)$$

$$e_L = (h_0 - h) / h_0 \quad (6b)$$

a.2) Reales:

$$\epsilon_L = \ln(l / l_0) \quad (7a)$$

$$\epsilon_L = \ln(h_0 / h) \quad (7b)$$

b) Transversales:

b.1) Ingenieriles:

$$e_T = (A_0 - A) / A_0 \quad (8a)$$

$$e_T = (A_f - A_0) / A_0 \quad (8b)$$

b.2) Reales:

$$\epsilon_T = \ln(A_o/A_f) \quad (9a)$$

$$\epsilon_T = \ln(A_f/A_o) \quad (9b)$$

en las deformaciones también las reales son las únicas que --
tienen sentido físico.

Las deformaciones forman también un tensor, en el --
cual aparecen las deformaciones ocasionadas por las tensiones
normales (alargamientos y acortamientos) y las ocasionadas --
por las tensiones tangenciales (cizalladuras). Este tensor--
nuevamente se simplifica al escoger las direcciones principa--
les, por lo que queda:

$$\beta = \begin{bmatrix} e_1 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 \\ 0 & 0 & e_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde, $e_1 > e_2 > e_3$ y $\beta = \tan \theta$ donde θ es el ángulo de ci--
zalladura en radianes.

Los resultados de las pruebas mecánicas son determina--
dos por el esquema del estado de tensiones a que se somete la

muestra. En la Tabla 1, se muestran los distintos tipos de estados, estos esquemas son aplicados generalmente sólo a la región plástica, pueden variar considerablemente. Los estados de tensiones tienen una gran influencia en las características de la deformación (plástica o elástica).

En general las tensiones de compresión contribuyen en mayor medida a revelar plasticidad que las de tracción. Por lo tanto definiremos una propiedad de "blandura" como aquella en que un material puede sufrir grandes deformaciones sin sufrir rotura.

Para la estimación cuantitativa de la "blandura", --- Fridman propuso la siguiente fórmula:

$$\alpha_b = \frac{t_{\max}}{\sigma_{\max}^n} \quad (11)$$

donde t_{\max} es la tensión tangencial máxima y σ_{\max}^n es la tensión normal máxima principal reducida, la cual se calcula así:

$$\sigma_{\max}^n = \sigma_1 - \nu (\sigma_2 + \sigma_3) \quad (12)$$

en donde ν es el coeficiente de Poisson.

TABLA 1

ESQUEMAS DE LOS ESTADOS DE TENSION [3].

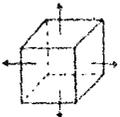
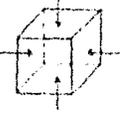
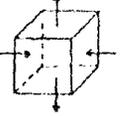
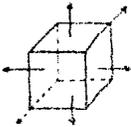
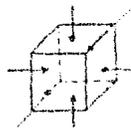
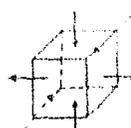
Estado de tensión		Esquema del estado de tensión	Tensor de tensiones	Ejemplos de aplicación.
Lineales	Tracción uniaxial		$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\sigma_1 > 0$	Prueba de tracción de las muestras sin entalle (hasta la formación de un cuello)
	Compresión uniaxial		$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ $\sigma_3 < 0$	Pruebas de compresión sin fricción en las superficies extremas
Planos	Tracción biaxial		$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 \end{bmatrix}$ $\sigma_1 > 0$ $\sigma_2 > 0$	Flexión de una muestra ancha ($\sigma_1 \approx 4\sigma_2$). Cilindro de pared delgada sometida a presión interior y a tracción axial
	Compresión biaxial		$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ $\sigma_2 < 0$ $\sigma_3 < 0$	Compresión anular de las muestras por la superficie lateral ($\sigma_3 = \sigma_2$)
	Estado de tensión plano y contrario		$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ $\sigma_1 > 0$ $\sigma_3 < 0$	Torsión de una barra cilíndrica ($\sigma_1 = -\sigma_3$)

Tabla 1. (Continuación)

Estado de tensión		Esquema del estado de tensión	Tensor de tensiones	Ejemplos de aplicación
Volumétricos	Tracción axial		$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ $\sigma_1 > 0$ $\sigma_2 > 0$ $\sigma_3 > 0$	Tracción hidrostática en el centro de una esfera caliente ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) Tracción de una muestra cilíndrica con entalle (en las zonas centrales, donde $\sigma_1 > \sigma_2, \sigma_2 = \sigma_3$)
	Compresión triaxial		$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ $\sigma_1 < 0$ $\sigma_2 < 0$ $\sigma_3 < 0$	Compresión hidrostática. Prueba de dureza por indentación
	Estado de tensión de volumen de diferentes tipos		$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$ $\sigma_1 > 0$ $\sigma_2 < 0$ $\sigma_3 < 0$	Tracción de una muestra con muñón intermedio bajo presión hidrostática.

Por lo anterior, la fórmula 11 toma la forma:

$$\alpha_b = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2\sigma_1 - 2\gamma(\sigma_2 + \sigma_3)} \quad (13)$$

La razón por la que $t_{\max} / \sigma_{\max}^n$ puede caracterizar la "blandura" se debe a que t_{\max} determina la facilidad del ---

principio de la deformación plástica y $\sigma_{máx}^n$ el desprendimiento quebradizo; por lo tanto, entre más grande sea α_b tanto -- más favorables serán las condiciones para el desarrollo de la deformación plástica.

En la Tabla 2 se muestran los valores de α_b para algunos estados de tensiones, como se ve, la tracción triaxial -- presenta la máxima rigidez y en la compresión hidrostática se -- revela la máxima plasticidad.

Las pruebas mecánicas se distinguen también por la -- forma de cargar la muestra, en general son dos métodos:

TABLA 2

Coefficiente de blandura α_b en las pruebas de distintos tipos. [3].

Género de prueba	Tensiones normales principales			α_b
	σ_1	σ_2	σ_3	
Tracción triaxial.....	σ	σ	σ	0.0
Tracción uniaxial.....	σ	0	0	0.5
Torsión.....	σ	0	$-\sigma$	0.8
Compresión uniaxial.....	0	0	$-\sigma$	2.0
Compresión triaxial.....	σ	$-\sigma$	$-\sigma$	4.0

i) Deformar con velocidad constante y midiendo la carga necesaria para lograr esa deformación.

ii) Por aplicación de una carga prefijada y midiendo la deformación producida.

Las cargas aplicadas a la probeta se dividen a su vez en estáticas, dinámicas y cíclicas. Las cargas estáticas son aquellas en que se aumenta desde cero hasta cierto valor en forma relativamente lenta; en las cargas dinámicas este aumento tiene lugar en muy poco tiempo (fracciones de segundo); por último, las cargas cíclicas se caracterizan por los cambios -- reiterados según la dirección y/o magnitud.

El tipo de carga determina el tipo de prueba, las cuales se clasifican como pruebas estáticas, dinámicas y de fatiga.

En las pruebas estáticas hay un cambio lento de la -- carga y por lo tanto una baja velocidad de deformación, en estas pruebas se pueden conocer la tensión y la deformación en -- cualquier instante, ejemplos de estas pruebas pueden ser: tracción uniaxial, compresión uniaxial, torsión, flexión, etc.

Los ensayos dinámicos presentan una gran velocidad de deformación, la carga dinámica se crea por el impacto de una --

gran masa que cae libremente sobre la muestra, un ejemplo es el ensayo Charpy.

Las pruebas de fatiga determinan un número de ciclos hasta el momento de la rotura, en los ensayos de fatiga se utilizan distintos esquemas de aplicación de cargas sobre la muestra, como pueden ser los esquemas de flexión, tracción, compresión, torsión, etc.

Además de las pruebas ya mencionadas, hay todavía dos grupos muy amplios, uno es el de las pruebas de dureza y el segundo es el de arrastre y resistencia mecánica duradera, pero estos ensayos no se verán aquí, a decir verdad, en este trabajo sólo se utilizará el grupo de ensayos estáticos y dentro de él, para ser más específicos, los ensayos de tracción y compresión.

I.1 ENSAYO DE TRACCION

Este ensayo es el más usado para la determinación de las propiedades mecánicas de los metales y sus aleaciones.

Las probetas para el ensayo de tracción uniaxial están normalizadas, pues esta prueba se puede realizar a temperatura ambiente, a altas temperaturas (hasta 1473 °K) y a bajas-

temperaturas (de 273 a 173 °K). Para garantizar en determinada longitud de la muestra (en su sector de trabajo) un estado de tensión uniaxial de tracción, los esfuerzos deben ser aplicados únicamente a lo largo de su eje longitudinal.

Las muestras usadas pueden tener una sección de trabajo en forma cilíndrica o de sección rectangular (muestras planas). En la Figura 3 se muestran las probetas usadas comúnmente a temperatura ambiente (a, b y c), para altas temperaturas (d y e) y para temperaturas bajas (f). Todas las probetas presentan cabezas de muy diversa configuración para sujetarlas a las mordazas de las diferentes máquinas.

Las medidas principales mostradas en la figura 3 son:

- i) l longitud de trabajo, es una parte de sección constante que se encuentra entre las cabezas de agarre.
- ii) l_0 longitud inicial de cálculo, es el sector de la longitud de trabajo donde se determina el alargamiento.
- iii) d_0 diámetro inicial del sector de trabajo (para muestras cilíndricas).
- iv) a_0 y b_0 grosor y ancho iniciales, respectivamente.

te de la parte de trabajo (para muestras planas).

Todas las probetas deben cumplir con las siguientes-- relaciones básicas: el largo de trabajo de las muestras cilíndricas, no debe ser menor de $l_0 + d_0$; y de las planas $l \geq l_0 + b_0 / 2$ la longitud de cálculo para muestras cortas es $l_0 = 5.65 \sqrt{A_0}$ y para muestras largas $l_0 = 11.3 \sqrt{A_0}$ donde A_0 es el área inicial de la sección transversal en el sector de trabajo (ANSI/ASTM E8 - 77).

Las medidas absolutas de las muestras pueden cambiar-- en amplios límites, por ejemplo, el diámetro del sector de trabajo (d_0) de las muestras cilíndricas pueden variar de 3-25-- mm y para las planas $a_0 = 0.5-25$ mm y $b_0 = 10-30$ mm.

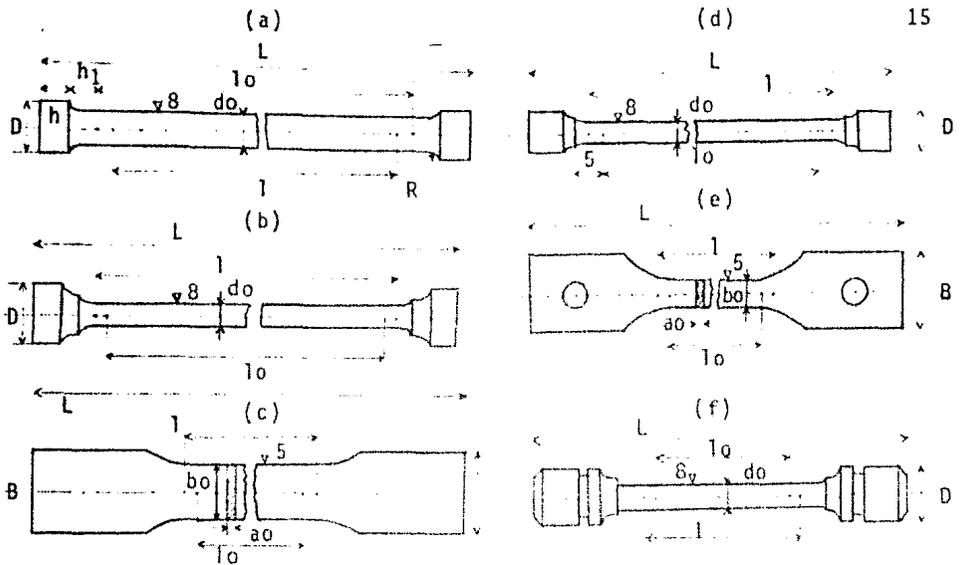


Fig. 3.- Probetas para tracción: a, b y c para temperatura ambiental; d y e para altas temperaturas y f para temperaturas bajas (Zolotarevski), [3].

Las máquinas para pruebas de tracción son muy variadas, muchas de ellas son universales y pueden utilizarse para otros ensayos estáticos.

Las máquinas en general constan de un mecanismo que realiza una deformación regular de la muestra y un mecanismo para medir las fuerzas (indicadores). Según el principio de acción que deforma la muestra, las máquinas se dividen en:

a) Máquinas de transmisión mecánica (Fig. 4a): son máquinas con motor eléctrico; estas máquinas tienen una potencia relativamente baja y están calculadas para dar un esfuerzo des

tractor no mayor de 5 - 10 Ton. En estos aparatos la mordaza-movible 3 se une con el tornillo de carga 5, el cual se halla en contacto con la tuerca 4; el movimiento del motor eléctrico mediante el reductor pasa a la tuerca. Esta al girar, mueve el tornillo que tracciona la muestra a ensayar 2.

b) Máquinas de transmisión hidráulica (Fig. 4b): estos aparatos son de gran potencia, calculadas para cargas de 5 - 100 Ton. o más. Estas máquinas también poseen un agarre (mordaza) movible 3 que se une con el émbolo 4, el cual se desplaza por el cilindro de trabajo 5, bajo la presión de líquido (generalmente aceite) producida por una bomba.

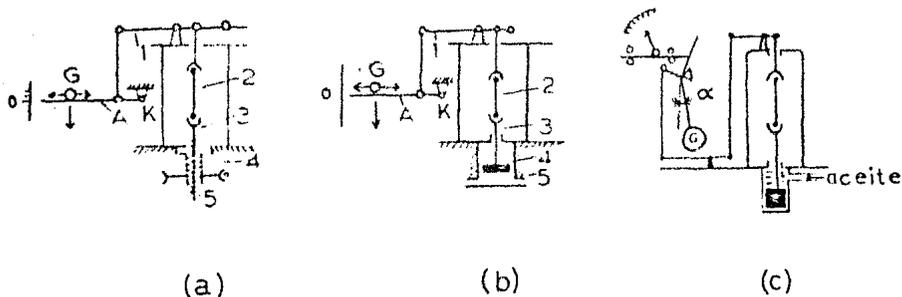


Fig. 4.- (a) Máquina mecánica con sistema medidor de palanca, (b) Máquina hidráulica con sistema medidor de palanca, (c) Máquina hidráulica con sistema medidor de péndulo, [Zolotarevski, 3].

Los sistemas de medición más importantes, son los siguientes:

1) Medidor de palanca (Figs. 4a y b): cuando la muestra se desplaza hacia abajo con la mordaza interior, la mordaza superior también se desplaza en esa dirección, tendiendo a levantar la palanca A, igualando así el esfuerzo aplicado a la muestra. La magnitud del desplazamiento de la carga G con relación al eje de giro de la palanca K, será proporcional al esfuerzo de resistencia de la muestra a la deformación. Para medir rápidamente los esfuerzos en la palanca A, se construye una escala graduada con el cero en el punto K y la punta izquierda libre de la palanca correspondiendo al esfuerzo máximo.

2) Medidor pendular (Fig. 4c): este medidor es mucho más seguro que el anterior; el esfuerzo en la muestra se equilibra con el péndulo G, unido por un sistema de palancas con el agarre superior de la máquina. Cuando la muestra es traccionada y el agarre superior se desplaza hacia abajo, el péndulo se desvía a un ángulo α de su posición vertical, hasta que equilibra el esfuerzo que actúa sobre la muestra. El péndulo se une con la flecha del aparato de medida, cuya escala está graduada en unidades de fuerza.

A continuación analizaremos la forma de determinar las propiedades mecánicas de los metales sujetos a la prueba de --

tracción.

Las propiedades de resistencia (rigidez), se denominan a las características de resistencia del material de la muestra a la deformación o rotura. En la práctica estas propiedades mecánicas son determinadas de la curva carga-alargamiento absoluto o de la curva tensión-deformación, los diagramas de la figura 5 muestran tres tipos de curvas típicas, la curva (a) es de una probeta que se destruye frágilmente, sin una notoria deformación plástica, la curva (b) es típica de las muestras que se deforman uniformemente hasta la carga máxima sin la aparición de un cuello, y por último, la curva (c) es característica de las muestras que se destruyen después de la aparición del cuello.

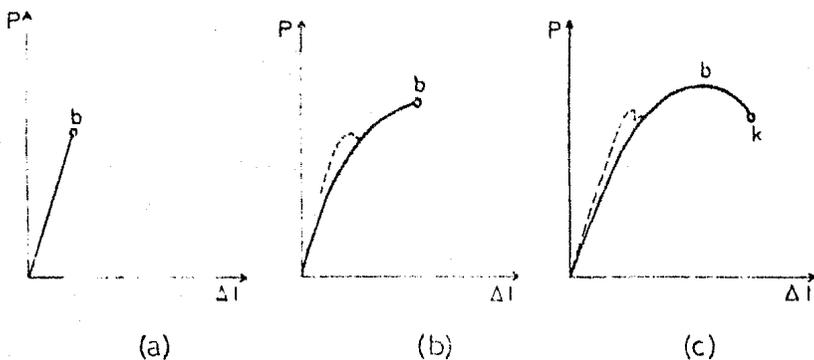


Fig. 5.- Diversos tipos de destrucción en probetas; (a) destrucción frágil; (b) destrucción sin formación de cuello y (c) destrucción con formación de cuello, [Zolotarevski, 3].

Los diagramas mostrados en la figura 5 en base a la carga vs elongación no son muy usados, en su lugar se emplean las curvas tensión-deformación ingenieril o real; por ahora hablaremos de la curva ingenieril, una gráfica típica de estas variables se muestra en la figura 6.

Para calcular la tensión y la deformación ingenieril se emplean las siguientes fórmulas:

$$T = \frac{P}{A_0} \quad (14)$$

$$e = \frac{l_i - l_0}{l_0} \quad (15)$$

donde P es la carga empleada; A_0 el área inicial; l_i la longitud instantánea y l_0 la longitud inicial. La figura 6 presenta varios puntos de interés, los cuales son discutidos a continuación.

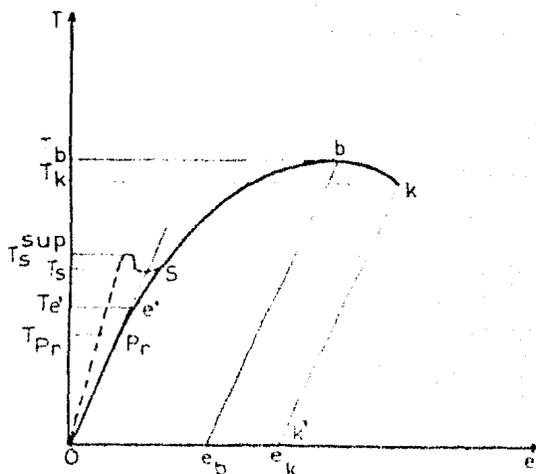


Fig. 6.- Curva tensión - deformación ingenieril, típica para un ensayo de tracción. [Zelotorevski, 3].

Límite de proporcionalidad, P_r

El primer punto característico de la curva es el punto P_r el cual se llama límite de proporcionalidad y se refiere a la tensión que el material de la muestra resiste sin apartarse de la ley de Hooke. La ecuación que rige este primer tramo es la siguiente:

$$T = E e \quad (16)$$

Donde: T = tensión ingenieril (Kg/mm^2).

E = módulo de Young (Kg/mm^2).

e = deformación elástica ingenieril.

Generalmente el punto P_r , es el sitio donde la tensión y la deformación comienzan a no ser proporcionales; si la escala de la gráfica lo permite este punto se puede determinar gráficamente por medio de los siguientes métodos:

(a) Ver figura 7a: en primer término se prolonga el tramo rectilíneo hasta su intersección con el eje de las deformaciones en el punto O , el cual, es tomado como un nuevo origen de coordenadas, excluyendo de esta manera alguna alteración que pudiera haberse producido debido a una insuficiente rigidez de la máquina, en el primer tramo del diagrama, luego es una altura arbitraria dentro de los límites del dominio elástico, se traza la perpendicular AB al eje de las cargas, luego se traza el segmento $\overline{BC} = \frac{1}{2} AB$ y enseguida se dibuja la línea OC . En estas condiciones $\tan \alpha' = \tan(\alpha/1.5)$. Por último se traza una tangente a la curva de tracción que sea paralela a OC , entonces el punto de tangencia P_r determinará la magnitud de la tensión o carga buscada.

(b) Ver figura 7b: para este segundo método se prolonga también la zona elástica, y desde un punto cualquiera de la zona elástica se baja una perpendicular KU al eje de las abscisas, dividiéndolo después en tres partes iguales; a través del

punto C y del punto O se traza una línea recta y paralelamente a ella una tangente a la curva de tracción. El punto de tangencia P_r corresponde al límite de proporcionalidad.

Para determinaciones más precisas del límite de proporcionalidad se puede hacer uso de los extensómetros, aparatos con los cuales se pueden medir pequeñas deformaciones.

En el proceso de determinación del límite de proporcionalidad se puede estimar también la magnitud del módulo de elasticidad o módulo de Young; como en la región elástica la sección transversal de la muestra casi no varía, entonces $\Delta T = \Delta G$ y $\Delta e = \Delta \epsilon$, por lo tanto:

$$E = \frac{\Delta T}{\Delta e} \approx \frac{\Delta G}{\Delta \epsilon} \quad (17)$$

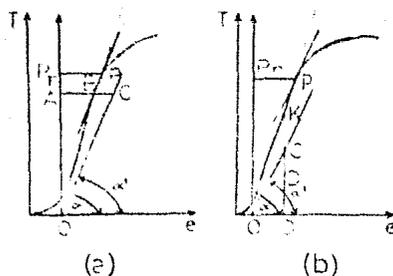


Fig. 7.- Métodos gráficos para la determinación del límite de proporcionalidad. [Zolotorevski, 3].

Límite de Elasticidad, e'

El límite de elasticidad caracteriza la tensión con la cual surgen las primeras señales de la deformación macro-plástica, este punto se denota por la letra e' . A este punto corresponde una carga por la cual se calcula el límite de elasticidad, es decir, la tensión con la que el alargamiento residual alcanza una magnitud prefijada que generalmente es de 0.0002 a 0.0005%, siendo a veces mayor, hasta un 0.05%; la nomenclatura que se emplea es la siguiente: $T_{0.05}$, $T_{0.005}$, $T_{0.002}$ etc., el subíndice corresponde al alargamiento prefijado, la fórmula general es:

$$T_{e'} = \frac{F_{0.005, \text{ etc.}}}{A_0} \quad (18)$$

En los casos en que no es necesaria una elevada exactitud el límite de elasticidad se toma igual al límite de proporcionalidad, pero si es necesaria una gran exactitud se recomienda el uso de los extensómetros para calcular ambos límites.

Límite de Fluencia, S.

El límite de fluencia convencional, es la tensión con la cual el alargamiento residual alcanza una magnitud dada, generalmente de 0.2% y a veces de 0.1 ó 0.3% y más, estos lími-

tes se designan por $T_{0.1}$, $T_{0.2}$ ó $T_{0.3}$ como se ve, el límite de fluencia sólo se distingue del límite elástico convencional por la magnitud de la tolerancia; el límite de fluencia caracteriza la tensión con la cual se produce una transición más completa a la deformación plástica.

Generalmente este límite se calcula gráficamente (si la escala en el eje de las deformaciones no es menor a 10:1), para esto se emplea el siguiente método: en el eje de las deformaciones desde el origen de las coordenadas se mide un segmento OK ver figura 5, $OK = 0.2 (L_0/100)$ y a través del punto K se traza una línea recta paralela a la región elástica, la ordenada del punto S (ya sea carga o tensión) determina el límite de fluencia convencional, para lo cual se utiliza la siguiente fórmula:

$$T_s = \frac{P_{0.2} \text{ etc}}{A_0} \quad (19)$$

Si se desea un cálculo más exacto de el límite de fluencia se hace necesaria la utilización de extensómetros.

Todo lo anterior es en base a que ocurre el paso de la deformación elástica a la deformación plástica sin la formación del "diente" (línea interrumpida de la figura 6). La no presencia del "diente" se observa en el curso de la trac-

ción de aquellos metales y aleaciones que tienen una cantidad suficiente de dislocaciones movibles.

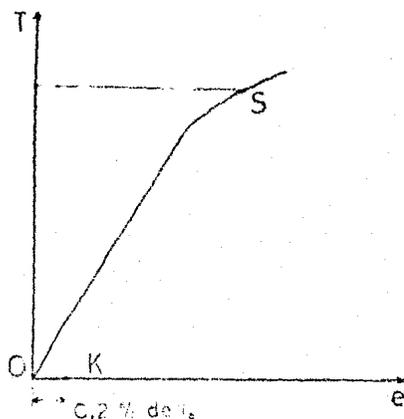


Fig. 8.- Determinación gráfica del límite de fluencia. [Dieter, 10 y Zolotarevski, 3].

El límite elástico calculado anteriormente frecuentemente se le denomina inferior, esto con el fin de distinguirlo del límite de fluencia superior, el cual es calculado valiéndose de la carga que corresponde al vértice del "diente" de fluencia U, en la figura 6.

$$T_s^{\text{sup}} = \frac{P_s^{\text{sup}}}{A_0} \quad (20)$$

El proceso de formación del "diente" y del área de fluencia (el denominado fenómeno de fluencia brusca) se lleva a cabo de la siguiente forma: la tracción elástica conduce a una suave elevación de la resistencia a la deformación, hasta alcanzar casi la magnitud T_s^{sup} , posteriormente tiene lugar una caída relativamente brusca de la tensión hasta T_s^{inf} y la siguiente deformación (generalmente de 0.1 a 1%), se produce por medio de una tensión constante y se forma el área de fluencia, la muestra en toda su longitud se cubre de bandas, en las cuales se localiza la deformación, a estas marcas se les llama bandas de Lüders, es por esto que la magnitud del alargamiento (deformación) es el área de fluencia se denomina deformación de Lüders.

Estas bandas aparecen en los materiales que contengan elementos aleantes o gases disueltos, como el nitrógeno, estos elementos ocasionan un "bloqueo" en las dislocaciones, lo cual no permite se inicie su movimiento y esto ocasiona que no haya flujo plástico; para superar esta situación es imprescindible que se aplique una tensión mucho mayor que la necesaria para el desplazamiento de las dislocaciones "libres", por tanto, hasta casi el momento de alcanzar el límite superior de fluencia, las dislocaciones no se mueven y la deformación es elásti

ca, después de alcanzar σ_s^{sup} algunas de las dislocaciones si no es que todas, se comienzan a desplazar produciendo una deformación plástica, esto provoca una disminución en las tensiones debido a que por algún tiempo las dislocaciones pueden moverse bajo la acción de tensiones menores a σ_s^{sup} , esto sigue hasta que se inicia un endurecimiento por deformación en frío.

Resistencia a la tracción o Límite de Resistencia, b

En la figura 6 este punto se representa por la letra b , la resistencia a la tracción es el cociente obtenido al dividir la carga máxima por la sección transversal inicial de la probeta.

$$b = \frac{P_{max}}{A_0} \quad (21)$$

Para llegar a este punto, la muestra sufre una gran deformación plástica, pero la parte de trabajo conserva su forma inicial y al llegar al punto b la muestra comienza a deformarse, esto es ocasionado porque el incremento de la tensión debido a la disminución de la sección transversal llega a ser mayor que el incremento de la tensión originada por el endurecimiento por deformación en frío, la uniformidad de la deformación se altera (se llega al punto de inestabilidad plástica) y se observa la formación de un cuello.

El proceso de formación del cuello comienza en el punto b (véase la Figura 6) hasta su rotura en el punto K y va acompañado de una disminución de la carga aplicada a la muestra.

Para los materiales que se rompen con la formación de un cuello, la magnitud T_b es una tensión ingenieril que caracteriza la resistencia a la deformación uniforme máxima.

En este caso T_b no determina el límite de resistencia de tales materiales; esto depende de dos causas, en primer lugar T_b es mucho menor que la tensión real σ_b que actúa en la muestra en el momento de alcanzar el punto b y en segundo lugar se tiene que $A_c \ll A_o$, por lo que se tiene:

$$\sigma_b = \frac{P_b}{A_b} > T_b = \frac{P_b}{A_o} \quad (22)$$

Sin embargo σ_b tampoco puede servir como característica del límite de resistencia, debido a que más allá del punto b (Fig. 6) la resistencia a la deformación continúa creciendo aunque la carga disminuya después de b. Esta disminución es causada por la disminución pronunciada que se da en el área transversal.

Todo lo anterior se trabajó en base a la tensión y de-

formación ingenieril, pero como el área cambia constantemente, este diagrama (T vs ϵ) no tiene un verdadero sentido físico, por lo que si se quieren obtener datos confiables de los parámetros que se calculen, será preciso el determinarlos en base a la tensión y deformación verdaderas ($\bar{\sigma}$ vs $\bar{\epsilon}$). A continuación se mostrará cómo se calculan tan importantes variables.

Tomando en cuenta que el estado de tensiones principales en un ensayo de tracción (al menos hasta antes de la estricción) es: $\sigma_1 > 0$ y $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, la tensión real (efectiva) se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]} \quad (23)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1)^2 + (-\sigma_1)^2 \right]} = \sqrt{(\sigma_1)^2} \quad (24)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 \quad (25)$$

y de la ecuación 1 se tiene que:

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 = \frac{P}{A_i} \quad (1)$$

donde A_i = área instantánea.

Al final de esta sección se dará la fórmula para relacionar $\bar{\sigma}$ y T .

Para conocer la deformación real (efectiva) emplearemos la aproximación de Levy-Mises, considerando que $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$.

$$d\varepsilon_1 = d\lambda \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{3} = d\lambda \left(\frac{2\sigma_1}{3} \right)$$

$$d\varepsilon_2 = d\lambda \frac{2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1}{3} = d\lambda \left(-\frac{\sigma_1}{3} \right)$$

$$d\varepsilon_3 = d\lambda \frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} = d\lambda \left(-\frac{\sigma_1}{3} \right)$$

por lo tanto:

$$d\varepsilon_1 = \frac{2}{3} \sigma_1 d\lambda \longrightarrow \varepsilon_1 = \frac{2}{3} \sigma_1 \lambda + C_1 \quad (25a)$$

$$d\varepsilon_2 = -\frac{1}{3} \sigma_1 d\lambda \longrightarrow \varepsilon_2 = -\frac{1}{3} \sigma_1 \lambda + C_2 \quad (25b)$$

$$d\varepsilon_3 = -\frac{1}{3} \sigma_1 d\lambda \longrightarrow \varepsilon_3 = -\frac{1}{3} \sigma_1 \lambda + C_3 \quad (25c)$$

como se cumple que cuando $\sigma_n = 0$, $\varepsilon_n = 0$ entonces, $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ y las ecuaciones 25 a, b y c cumplen con la relación siguiente:

$$-\varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = \frac{1}{2} \varepsilon_1 \quad (25d)$$

sustituyendo estos valores en la ecuación 26, se puede calcular la deformación efectiva:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2}{9} \left[(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2 \right]} \quad (26)$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2}{9} \left[(\epsilon_1 - \frac{1}{2}\epsilon_1)^2 + (-\frac{1}{2}\epsilon_1 - \frac{1}{2}\epsilon_1)^2 + (-\frac{1}{2}\epsilon_1 - \epsilon_1)^2 \right]}$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2}{9} \left[(\frac{3}{2}\epsilon_1)^2 + 0 + (-\frac{3}{2}\epsilon_1)^2 \right]}$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2}{9} \left[(\frac{9}{4}\epsilon_1)^2 + (\frac{9}{4}\epsilon_1)^2 \right]}$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2}{9} \left[(\frac{18}{4}\epsilon_1)^2 \right]}$$

$$\epsilon = \epsilon_1 \quad (27)$$

y utilizando la fórmula para deformación logarítmica:

$$\epsilon = \epsilon_1 = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \quad (28)$$

la relación de ϵ y e también se dará al final de esta sección. La obtención de la tensión y deformación reales fueron presentadas aquí en base a los apuntes del Curso Panamericano de Metalurgia, [16].

Como ya se dijo anteriormente, la ecuación 22, una comparación del diagrama ingenieril contra el diagrama real, revela que la curva ingenieril da datos más pequeños que la curva real, esto puede verse en la figura 9.

Todo el análisis anterior sirve solamente desde el inicio de la zona plástica hasta el momento en que aparece la estricción, debido a que en ese momento el ensayo se transforma en triaxial y la deformación se encuentra muy localizada en la zona del cuello. A esta parte final se le conoce como zona de inestabilidad plástica y comienza cuando se llega a P máxima, es decir:

$$dP = 0$$

como

$$P = \sigma A$$

$$dP = \sigma \frac{dA}{d\varepsilon} + A \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 0$$

y

$$A \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = -\sigma \frac{dA}{d\varepsilon} \quad (29)$$

la ecuación 29 es regla que se debe cumplir para que ocurra la estricción.

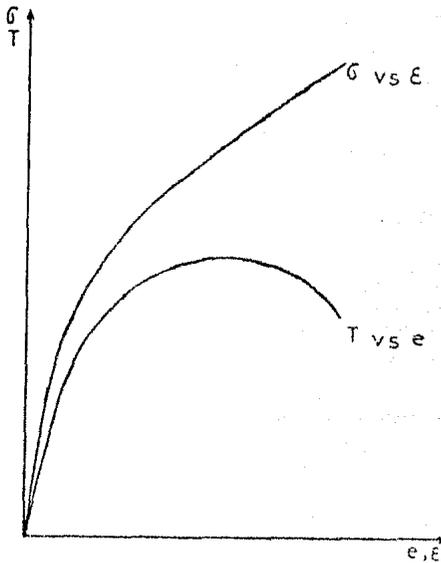


Fig. 9.- Curva tensión deformación ingenieril y real, [C.P.N., 16].

Dependiendo de la ecuación que describa mejor el comportamiento plástico de nuestro material dependerá la facilidad o dificultad que se nos presentará para conocer el punto de inestabilidad plástica, por ejemplo, si nuestro material -- (un acero) se rige en la zona plástica por la fórmula de Hollomon, la cual se supone es la mejor para aceros al carbono, entonces:

$$\sigma = K \epsilon^n$$

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = Kn \epsilon^{n-1}$$

y como resulta que $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$ para el punto de inestabilidad plástica, entonces:

$$K\varepsilon^{n-1} = K\varepsilon^n \quad (30)$$

lo cual se cumple sólo si $n = \infty$, de manera que si n es muy grande, el material podrá sufrir una gran deformación sin que se presente la estricción.

Un diagrama típico de tensión-deformación reales (σ vs ε) se puede ver en la figura 10. En este diagrama se ve que σ crece ininterrumpidamente hasta el momento de su rotura; este diagrama permite realizar un estricto análisis del endurecimiento por deformación en frío y de las propiedades de resistencia durante la tracción.

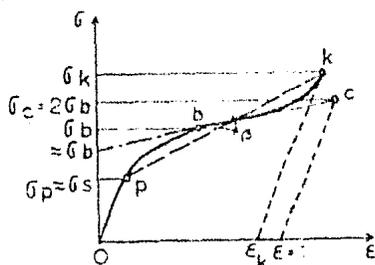


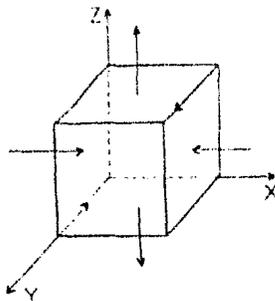
Fig. 10.- Curva típica de σ vs ε (reales, [Zolotovskii, 3]).

De la figura 10 se puede calcular σ_B simplemente continuando el tramo rectilíneo del diagrama más allá del punto hasta la intersección con el eje de las tensiones, la extrapolación de la misma recta hasta el punto C, que corresponde a $\epsilon = 1$, permite establecer que $\sigma_C = 2\sigma_B$.

Nuevamente observando la figura 10, se puede apreciar que tanto $\bar{\epsilon}_B$ y σ_B son mucho menores que la resistencia real de ruptura:

$$\sigma_k = \frac{P_k}{A_k} \quad (31)$$

Aparentemente σ_k es la mejor característica del límite de resistencia del material, sin embargo esta teoría supone que en el momento de la destrucción, en el cuello todavía actúa el sistema de tracción monoaxial, siendo que en la realidad las tensiones ya se producen a lo largo de los tres ejes, siguiendo el estado de tensiones que a continuación se dibuja:



entonces resulta que σ_k sólo determina una tensión longitudinal media en el momento de la destrucción.

La magnitud σ_k depende esencialmente de la máquina -- utilizada y su reproducción es bastante mala; la relación entre σ_k y T_b es descrita por las siguientes fórmulas empíricas:

$$\sigma_k = T_b (1 + 1.35 r_k) \quad \text{cuando } r_b < 15\% \quad (32)$$

$$\sigma_k = T_b (0.8 + 2.06 r_k) \quad \text{cuando } r_b = (15 - 30\%) \quad (33)$$

donde: $r_k = (A_o - A_k) / A_o$

$$r_b = (A_o - A_b) / A_o$$

Por último y como una forma de facilitar su consulta, se presentan juntas todas las relaciones que se emplean en las curvas tensión-deformación real e ingenieril.

Curva Tensión-Deformación Ingenieril, [10]:

- i) tensión ingenieril (T) = $\frac{P}{A_o}$
- ii) deformación ingenieril longitudinal (e_L) = $(l - l_o) / l_o$
- iii) deformación ingenieril transversal (e_T) = $(A_o - A) / A_o$

- iv) resistencia a la tracción ingenieril (T_D) = $\frac{P_{D(max)}}{A_0}$
- v) límite de fluencia (T_S) = ($P_{0.1}$, etc)/ A_0
- vi) límite de elasticidad (T_e) = ($P_{0.005}$, etc)/ A_0
- vii) deformación ing. long. a la fractura (e_{LK}) = $(l_k - l_0)/l_0$
- viii) deformación ing. trans. a la fractura (e_{TK}) = $(A_0 - A_k)/A_0$
- ix) tenacidad (U_T) = es la habilidad del material para absorber energía en el rango plástico, como es lógico, este fenómeno es mucho mayor en los materiales dúctiles, generalmente se toma como el área bajo la curva T vs e dado que esta área es una indicación del trabajo total por unidad de volumen, que puede realizarse sobre el material sin que se produzca la rotura, a continuación se presentan algunas fórmulas para calcular aproximadamente dicha área:

a) para materiales dúctiles:

$$U_T \cong T_D e_{TK}$$

$$U_T \cong \frac{T_e + T_D}{2} e_{TK}$$

b) para materiales frágiles (cuando la curva es una parabola):

$$U_T = \frac{T_e + T_b}{2} \epsilon_{TK}$$

- x) resiliencia elástica (U_R) = es la capacidad de un material para absorber energía cuando es deformado elásticamente y devolverla cuando se elimina la carga. Como la energía de deformación por unidad de volumen para tensión uniaxial es: $U_o = \frac{1}{2} \sigma \times \epsilon$, entonces el módulo de resiliencia será, [10]:

$$U_R = \frac{1}{2} \sigma_o \epsilon_o = \frac{1}{2} \sigma_o \frac{\sigma_o}{E} = \frac{\sigma_o^2}{2E}$$

- xi) módulo de elasticidad (E) = $\frac{\text{tensión de tracción}}{\text{deformación elástica}}$

E = pendiente de la curva elástica

$$E = \frac{\Delta T}{\Delta e}$$

Curva Tensión-Deformación Real, [10]:

- i) tensión real (σ) = P/A ;

la relación entre σ y T es:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P}{A_o} \frac{A_o}{A}$$

$$(A_o/A) = (l/l_o) = e + 1$$

$$\sigma = \frac{P}{A} (e+1) = T(e+1)$$
 (válida sólo hasta la formación del cuello).

ii) deformación real logarítmica (ϵ) = $\int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0}$
la relación entre ϵ y e es:

$$e = \Delta l / l = (l - l_0) / l_0 = (l / l_0) - 1$$

$$e+1 = l / l_0$$

$$\epsilon = \ln(l / l_0) = \ln(e+1)$$
 (válida sólo hasta la formación del cuello).

iii) resistencia a la tracción real (σ_b) = $P_{b \max} / A_b$
como $\epsilon_b = \ln(A_0 / A_b)$ y $P_{\max} = T_b A_0$, substituyendo en σ_b :

$$\sigma_b = T_b (A_0 / A_b) = T_b \exp(\epsilon_b)$$

iv) tensión real de fractura (σ_k) = P_k / A_k

v) deformación real de fractura (ϵ_k) = $\ln(A_0 / A_k)$

vi) deformación real de estricción local (ϵ_n) = $\ln(A_b / A_k)$

vii) deformación real uniforme (ϵ_U) = es la deformación real basada solamente en la deformación hasta la carga máxima, es utilizada frecuentemente en la estimación de

la conformabilidad de los metales, a partir de los ensayos de tracción:

$$\xi_u = \ln(A_o/A_b)$$

El método usual para determinar una curva real de tensión-deformación es medir el área de la sección transversal de la probeta, incrementando la carga hasta producir la fractura.

1.2 ENSAYO DE COMPRESION

Este ensayo está menos difundido que el ensayo de tracción aunque el cálculo de la curva tensión-deformación (ingenieril o verdadera) se realiza en forma análoga.

En el ensayo de compresión es también posible la determinación de los límites convencionales de proporcionalidad, -- elasticidad, fluencia y resistencia a la rotura (este último-- sólo para materiales frágiles), la metodología para su determinación es completamente análoga a la del ensayo de tracción.

Las fuerzas de fricción alteran seriamente la forma -- del diagrama tensión-deformación, por lo que disminuyendo la-- fricción se obtiene una mejor gráfica haciendo uso de las siguientes fórmulas:

$$T = \frac{P}{A_o} \quad (34a) \quad \text{y} \quad e = \frac{\Delta H}{H_o} \quad (34b)$$

$$\nabla = \frac{P}{A_i} \quad (35a) \quad \text{y} \quad \xi = \ln \frac{H}{H_o} \quad (35b)$$

las relaciones entre las variables reales e ingenieriles son:

$$A_o H_o = \Delta H \quad \Delta = \frac{A_o H_o}{H}$$

$$\nabla = \frac{PH}{H_o A_o} = T \frac{H}{H_o} = T \frac{(H_o - \Delta H)}{H_o} = T(1 - e) \quad (36)$$

$$\xi = \ln \frac{H}{H_o} = \ln \left(\frac{H_o - \Delta H}{H_o} \right) = \ln(1 - e) \quad (37)$$

De aquí se deduce que, en el caso de compresión, $\nabla < T$ debido a que $\Delta > A_o$ este hecho puede verse en la figura 11.

Como se ve en la figura 11 [3], ambos diagramas son -- muy parecidos, pues en este ensayo nunca se llega a un máximo -- y no existe un tramo en el cual disminuya la carga.

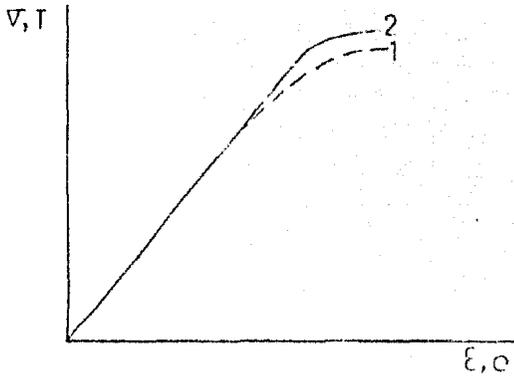


Fig. 11.- Comparación de los diagramas de tensión vs deformación real 1 e ingenieril 2 [3].

La fricción ocasiona que este ensayo deje de ser uniaxial y pasa a ser triaxial; lo anterior se ve empeorado por el hecho de que el estado de tensiones en el diámetro ecuatorial y en el eje de la muestra son muy diferentes, ver Figura 12.

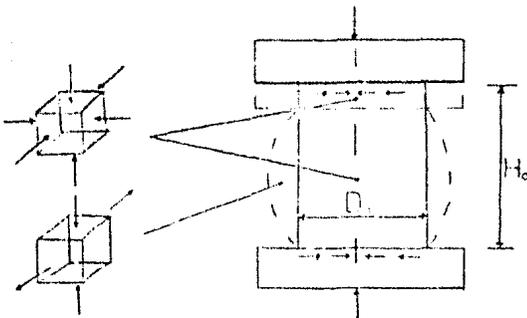


Fig. 12.- Estados de tensiones en diferentes puntos del material [3].

En la medida que se produce la compresión surgen fuerzas que impiden la deformación en sentido horizontal, estas -- fuerzas actúan hacia el centro de la muestra por lo que producen una deformación heterogénea y la muestra toma la forma de un barril, ver la Figura 13.

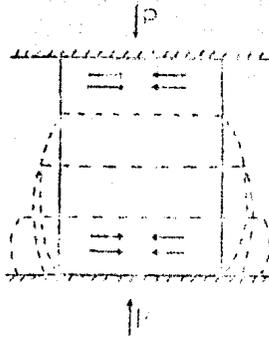


Fig. 13.- Forma característica de una probeta comprimida con fricción [6].

Estas fuerzas son producidas por la fricción existente entre la pieza y los platos de la máquina.

La fricción puede ser deslizante o adherente. Para el primer caso la fricción se define como:

$$\mu = \frac{T}{V_2} \quad (38)$$

μ = coeficiente de fricción.

γ = tensión de corte en la interfase.

σ_z = tensión normal a la interfase.

Con la ecuación 38, y realizando el análisis de fuerzas para la figura 14, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d\gamma}{dr} + \frac{2\gamma}{H} = 0$$

utilizando el criterio de Von Mises, el cual nos dice que

$$\frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = - \frac{2\mu dr}{H}$$

$$\ln \sigma_z = - \frac{2\mu r}{H} + C$$

cuando $r=0$, $\sigma_r=0$ y $\sigma_z = \sigma_0$, entonces

$$C = \ln \sigma_0 + \frac{2\mu a}{H}$$

por lo tanto

$$\ln \frac{\sigma_z}{\sigma_0} = \frac{2\mu}{H} (a-r)$$

$$\sigma_z = \sigma_0 \exp \frac{2\mu}{H} (a-r) \quad (39)$$

La ecuación 39 nos dice que la máxima tensión susceptible de aplicar es el centro del cilindro (cuando $r=0$), en cambio en $r=a$ la tensión que se debe aplicar para obtener --

una $d\varepsilon$ es igual a ∇_θ , Dieter [10]. A esta diferencia de tensiones en el centro y la orilla de la probeta se le llama colina de fricción, ver Figura 15.

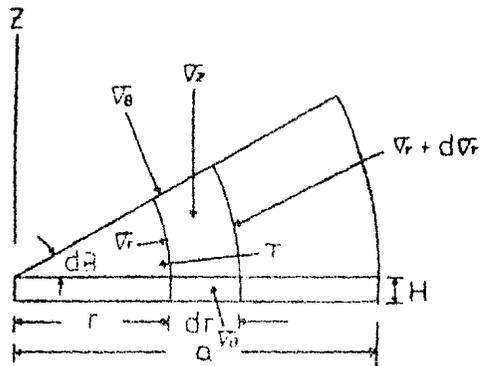


Fig. 14.- Elemento diferencial de un cilindro hueco para el análisis de fuerzas [10].

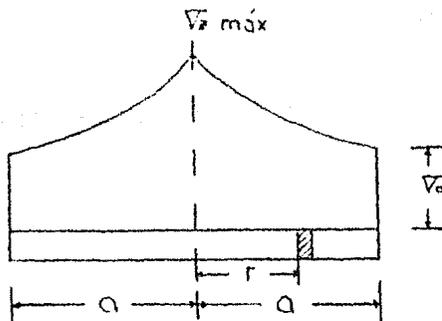


Fig. 15.- Colina de fricción para fricción deslizante [10].

La presión promedio se obtiene como:

$$\bar{V} = \frac{2\pi \int_0^a V_z r dr}{\pi a^2} = \frac{V_0}{2} \left(\frac{H}{\mu a} \right)^2 \left[\exp^{2\mu a/H} - \frac{2\mu a}{H} - 1 \right] \quad (40)$$

Para el caso de fricción adherente (donde no hay movimiento relativo entre la pieza de trabajo y la herramienta),-- se puede definir un coeficiente de fricción donde $T = \tau$, donde τ es la fuerza de corte en la interfase. Utilizando el criterio de Von Mises:

$$\mu = \frac{\tau}{V_z} = \frac{K}{V_0} = \frac{V_0/\sqrt{3}}{V_0} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577 \quad (41)$$

realizando el mismo análisis de fuerzas que en la fricción deslizante pero con $T = K = V_0/\sqrt{3}$, se obtiene la ecuación siguiente [10]:

$$V_z = V_0 \left[1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{(a-r)}{H} \right] \quad (42)$$

la ecuación 42, también presenta un máximo cuando $r = 0$ y un mínimo cuando $r = a$, pero su forma es la de una línea recta, Dieter [10], ver Figura 16.

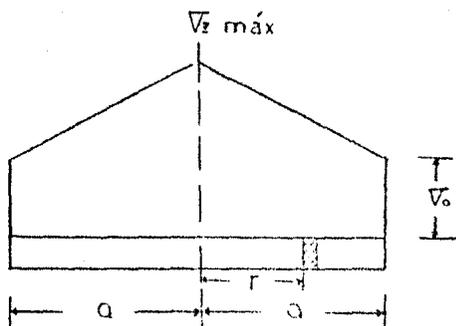


Fig. 16.- Colina de fricción adherente [10].

Una forma de relacionar las dos teorías anteriores es definiendo una nueva constante, la cual conocemos como factor de fricción, m , referencia [10, 11, 18].

$$m = \frac{\tau_i}{K} \quad (43)$$

$$\tau_i = m \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{3}} \quad (44)$$

donde V_0 = la tensión de flujo, $K = V_0 / \sqrt{3}$ = la tensión de flujo producida en el corte (para un material que obedece la ley de Mises de tensión-deformación, [10, 11, 18] y τ_i = la tensión de corte interfacial [10, 11, 18].

Cuando $m = 0$ se tiene una fricción completamente deslizable y si $m = 1$ se tiene una fricción cien por ciento adherente. Como m , no es función de la tensión normal a la interfase [10]; esto le da una gran ventaja sobre el coeficiente de fricción, μ , la cual según la ecuación 38 disminuye en proporción inversa a la presión normal a la interfase, lo que es contrario a la realidad.

La anterior ventaja y su facilidad de cálculo han contribuido para un uso cada vez más generalizado de m [10].

El uso de la ecuación 44, en el análisis de fuerza que se hizo para la fricción deslizable y adherente, ecuaciones 38-42 provoca que se simplifique y se obtenga una relación lineal entre p y r/H . Avitzur [7] determinó esta relación de la siguiente forma:

$$\tau = m \frac{\sqrt{p}}{3} \quad (45)$$

$$H d\sqrt{r} - \frac{2}{3} m \sqrt{p} dr = 0$$

como

$$p = \sqrt{p} \cdot \sqrt{r} \quad dp = -d\sqrt{r}$$

$$dp = -\frac{2}{3} m \sqrt{p} \frac{dr}{H}$$

integrando

$$p = -\frac{2}{3} m \sqrt{p} \frac{r}{H} + C$$

para la evaluación de C se toman las siguientes condiciones a-

la frontera; $\nabla r|_{r=a} = 0$ y $\dot{p}|_{r=a} = \dot{V}_0$

entonces $C = \dot{V}_0 \left(1 + \frac{2}{3} m \left(\frac{a}{H}\right)\right)$

y $\frac{P}{V_0} = 1 + \frac{2}{3} m \left(\frac{a-r}{H}\right)$ (46)

Como P_{\max} se da en $r = a$, se tiene:

$$\frac{P_{\max}}{V_0} = 1 + \frac{2}{3} m \frac{a}{H} \quad (47)$$

y la presión promedio se obtiene de;

$$\frac{\bar{P}}{V_0} = \frac{2 \pi \int_{r=0}^a r P dr}{\pi a^2 V_0}$$

$$\frac{\bar{P}}{V_0} = 1 + \frac{2}{3} \frac{m}{3} \frac{a}{H} \quad (48)$$

Esta última ecuación es la que utilizan Sachs, Cooke y Larke [1, 2, 16] para proponer su método de extrapolación para muestras cilíndricas de varias relaciones de D/H con el mínimo de fricción posible; la curva de tensión contra deformación es obtenida por extrapolación de los valores medidos a $D/H \Rightarrow 0$ [1, 2, 16]. Una desventaja de este método es la necesidad de hacer mínimo dos ensayos [2] con diferentes relaciones de D/H para determinar la curva de tensión contra deformación verdadera

ros. Algunos autores prefieren usar tres muestras [1] con el propósito de disminuir la incertidumbre por la distribución de la deformación no homogénea debido a la fricción.

En las referencias 1 y 2 se usa la ecuación;

$$\frac{P}{V_0} = 1 + C \frac{D}{H} \quad (49)$$

de donde se obtiene por comparación que $C = \frac{m}{3\sqrt{3}}$, dado que $\alpha = \frac{D}{2}$.

En el caso particular de la referencia [1], donde se utilizan tres diferentes muestras, los autores definen las constantes $\chi_1 = \frac{D_1}{H_1}$ y $\chi_2 = \frac{D_2}{H_2}$, con lo que obtienen la ecuación 50.

$$V_0 = \frac{(\chi_2 / \chi_1) P_1 - P_2}{(\chi_2 / \chi_1) - 1} \quad (50)$$

donde P_1 y P_2 son respectivamente las tensiones aplicadas a la probeta 1 y 2 a un determinado nivel de deformación, con esto construyen la gráfica de la figura 17, y posteriormente al graficar P vs D/H se obtiene por extrapolación el valor de V a $D/H = 0$ (sin fricción), ver Figura 18.

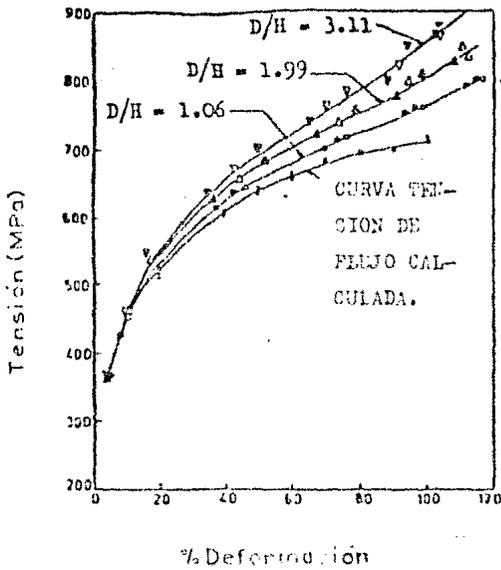


Fig. 17.- Curvas de ∇ vs $\bar{\epsilon}$ para diferentes D/H, don de se muestra la curva calculada de tensión de flujo [1].

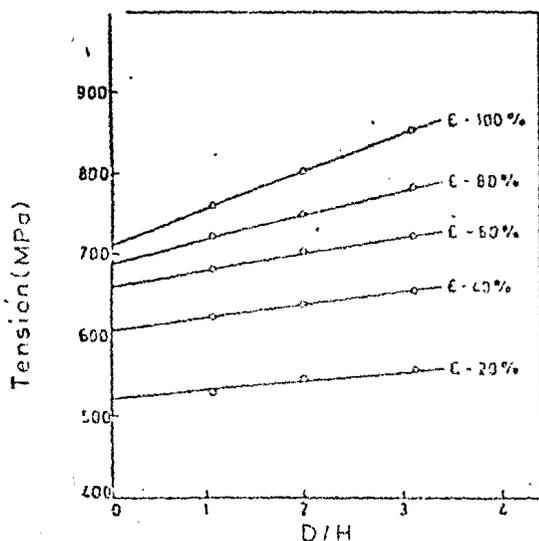


Fig. 18.- Variación de la tensión aplicada con diferentes D/d a varios grados de ϵ [1].

Con todo lo anterior se dificulta la determinación de los parámetros plásticos verdaderos, por esto se trata de minimizar al máximo la fricción. En términos generales se siguen los siguientes procedimientos:

1) Se emplean diferentes lubricantes, tales como vaselina, parafina, aceites, etc., o se coloca entre la muestra y las placas de apoyo diferentes materiales con bajo coeficiente de fricción, como pueden ser el teflón, papel impregnado de pa

rafina, etc.

2) También se pueden emplear placas de apoyo y mues---
tras con superficies cónicas, véase la Figura 19; los ángulos-
 α se eligen de tal forma que $\tan \alpha$ sea igual al coeficien-
te de fricción (μ), Siebel y Pomp (1928). Ellos propusieron-
la siguiente fórmula para el cálculo de la tensión efectiva:

$$\bar{v} = 2K \left[1 + \frac{1}{3} \frac{D}{H} \tan(\beta - \alpha) \right] \quad (51)$$

donde $K = 1.15$ (la constante en corte puro) y β es el ángu-
lo de roce y es igual $\arctan \mu$. Si $\alpha = \beta$ entonces $\bar{v} = 2K$
y el efecto de la fricción se ha eliminado [16].

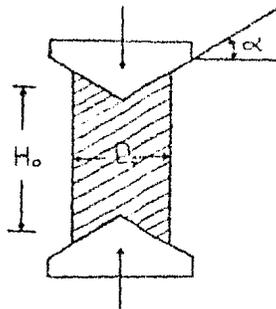


Fig. 19.- Probeta especial para evitar la fricción, Sie-
bel y Pomp (1928) [16].

Este tipo de probetas sólo dan buenos resultados hasta aproximadamente un 40% de deformación, para mayores deformaciones la distorsión que ocasiona la punta es mucha.

3) Para evitar la distorsión que ocasiona la punta, en las probetas del inciso 2, se puede hacer en la muestra un agujero central, lo que elimina la concentración de tensiones en la parte aguda del cono, ver Figura 20 Siebel y Pomp [16].

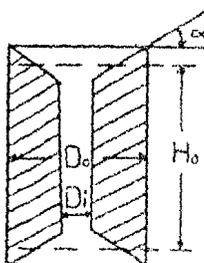


Fig. 20.- Probeta en forma de anillo utilizada para disminuir la fricción y la alta deformación causada por el pico de las placas de apoyo de la Figura 19.

En el ensayo de compresión si el cociente $H_o/D_o < 1$ la deformación no es homogénea, es decir, se produce una mayor influencia de la fricción en los resultados de la prueba. Tomando en cuenta lo anteriormente dicho, lo más conveniente sería la utilización de probetas lo más largas posible; sin em-

bargo en estas probetas es difícil evitar su flexión longitudinal, por lo que se recomienda el uso de muestras cilíndricas-- con una relación H_0/D_0 de 1 a 3, ver Figura 21 [4].

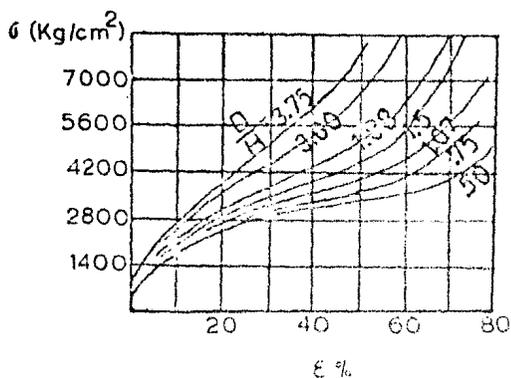


Fig. 21.- Curvas que muestran los efectos de la fricción para probetas con relaciones diferentes de D/H [4].

Durante las pruebas de compresión no es fácil destruir cualquier material, en general los metales y aleaciones suficientemente plásticos se aplastan hasta formar delgadas láminas. Los materiales que sí se destruyen son los frágiles como el hormigón, piedras o fundición, dependiendo de la magnitud de las fuerzas de fricción, la destrucción se lleva a cabo por

corte (si son considerables) ver Figura 22a y 22b, y si son pequeñas la destrucción se lleva a cabo por separación, ver Figura 22c.

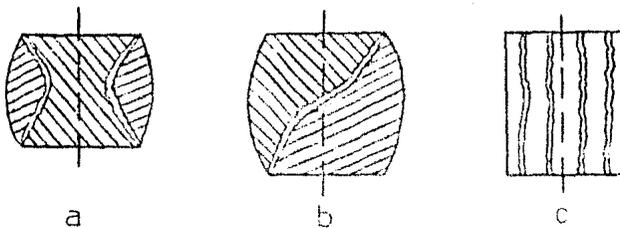


Fig. 22.- Diferentes formas de destrucción en muestras por compresión, corte (a,b) y separación (c) [3].

Como es imposible llevar hasta la rotura una probeta de material plástico, el límite de resistencia a la compresión no puede calcularse. Para materiales frágiles este límite sí se puede determinar y como una regla general, tienen mayor resistencia a compresión que a tracción. La magnitud Ω da una idea de qué tan mayor es ∇_{kc} con respecto a ∇_{kt} [6].

$$\Omega = \frac{\nabla_{kt}}{\nabla_{kc}} \quad (52)$$

en el caso de hierro fundido Ω oscila entre 0.2 a 0.4, y para materiales cerámicos Ω va de 0.1 a 0.2 [6].

Un ensayo de compresión muy especial es el de la prueba de anillos, este ensayo casi siempre se utiliza para determinar las condiciones de fricción que imperan entre la interfase metal-herramienta. Un análisis detallado se trata en la sección I.2.1.

I.2.1 COMPRESION DE ANILLOS

Este ensayo de compresión ha sido usado en épocas recientes para estudiar principalmente la fricción en superficies deformadas, pero también se puede determinar la tensión-de flujo del material o incluso se puede usar para evaluar la carga o capacidad de energía de una prensa (o un martillo), -- Dellavia [13].

Dada la facilidad para realizar estas pruebas y su relativa confiabilidad en la determinación del factor de fricción en deformación plástica, este método es usado por muchos autores.

La prueba fue utilizada primero por Kunogi, Mulc [11], este método permite la determinación del factor de fricción, -- m, midiendo el cambio en el diámetro interno de los anillos.

Las variables más importantes en este ensayo a tempera

tura ambiente son:

- 1) Tipo de lubricante empleado.
- 2) Rugosidad de la superficie.
- 3) Grado de deformación.
- 4) Velocidad de deformación.
- 5) Temperatura de la probeta (para ensayos a altas temperaturas).

las cuales si las colocamos en orden de importancia quedarían de la siguiente forma: lubricante, rugosidad, grado de deformación y en cuarto lugar una combinación del lubricante y la rugosidad. A. Mulc, [11].

Toda la teoría expuesta aquí, tanto para cilindros sólidos como para anillos, y desarrollada principalmente por Avitzur [7] se basa en las siguientes suposiciones [18]:

a) No hay deformación no uniforme de los elementos cilíndricos debido al constreñimiento friccional, es decir, no hay abarrilamiento.

b) El material comprimido obedece la ley de Mises de tensión deformación, esto implica que no hay endurecimiento -- por deformación no hay deformación elástica o cuando menos es despreciado y hay constancia de volumen.

c) El factor de fricción, m , es constante y obedece la siguiente relación:

$$\tau = m \frac{\sigma_c}{3}$$

Una determinación cualitativa de la fricción puede establecerse viendo el comportamiento del diámetro interno:

1) Figura 23a.- Cuando la fricción es igual a cero, el anillo sufre una deformación de la misma manera que un disco-sólido, con cada elemento fluyendo radialmente hacia el exterior en una relación proporcional a la distancia desde el centro.

2) Figura 23b.- Si hay una pequeña pero finita fricción interfacial, el flujo exterior baja, para el mismo grado de deformación y tanto el diámetro exterior como el interior son más chicos que cuando la deformación es cero, pero aún así ambos crecen bajo la compresión.

3) Figura 23c.- Por último si la fuerza friccionante excede un valor crítico (la fricción es muy alta) ocasiona que parte del material del anillo fluya hacia afuera y parte hacia adentro, Figura 24, produciendo que el diámetro externo se vea aún más reducido que en el caso anterior y el diámetro interno definitivamente disminuya de tamaño. A.T. Male y V. De Pierre. [18].

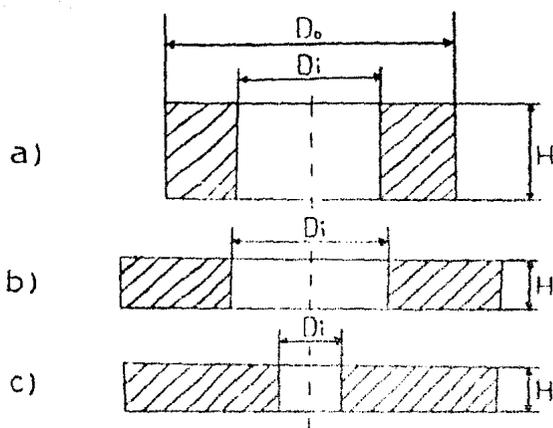


Fig. 23.- Efecto de la fricción en la deformación del diámetro interno. [13].

dirección de
flujo del metal

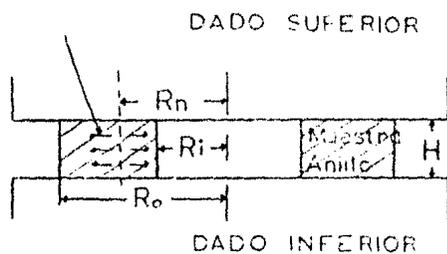


Fig. 24.- Flujo del metal según la posición del radio neutral. [7].

A la frontera en donde se divide el flujo del material se le conoce como radio neutral (R_n), ver Figura 24; este fenómeno presenta dos variantes, las cuales son:

- 1) $R_n < R_i$
- 2) $R_i < R_n < R_o$

Según Avitzur [7], Hawkyard J.B. y Johnson W. [9] y Male A.T. y Depierre V. [18], se puede calcular el radio neutral haciendo uso de las siguientes fórmulas:

- 1) Cuando $R_n < R_i$

$$\left(\frac{R_n}{R_o}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1 - (R_i/R_o)^4 X^2}{\sqrt{X(X-1) [1 - (R_i/R_o)^4 X]}} \quad (53)$$

donde;

$$X = \left\{ \frac{R_o}{R_i} \exp \left[-m \frac{R_o}{H} \left(1 - \frac{R_i}{R_o} \right) \right] \right\}^2$$

la ecuación 53 es válida cuando;

$$m \frac{R_o}{H} < \frac{1}{2(1-R_i/R_o)} \ln \frac{3(R_o/R_i)^4}{1 + \sqrt{1 + 3(R_o/R_i)^4}} \quad (54a)$$

para este caso:

$$\frac{\bar{p}}{V_o} = \frac{1}{1 - (R_i/R_o)^2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{R_n}{R_o}\right)^4} - \sqrt{\frac{R_i^4}{R_o^4} + \frac{1}{3} \left(\frac{R_n}{R_o}\right)^4} + \frac{2}{3} m \frac{R_o}{H} \left[1 - \left(\frac{R_i}{R_o}\right)^3 \right] \right\} \quad (55)$$

2) Cuando $R_i \leq R_n \leq R_o$

$\frac{R_n}{R_o}$ es calculado por medio de una aproximación sucesiva de:

$$2m \frac{R_o}{H} \left(1 + \frac{R_i}{R_o} - 2 \frac{R_n}{R_o} \right) + \ln \left| \frac{\left(\frac{R_i}{R_o} \right)^2 \frac{(R_n/R_o)^3 + \sqrt{3 + (R_n/R_o)^6}}{(R_n/R_o)^3 + \sqrt{3(R_i/R_o)^6 + (R_n/R_o)^6}} \right| = 0 \quad (56)$$

donde la primera aproximación es:

$$\frac{R_n}{R_o} = \frac{2\sqrt{3} m (R_o/H)}{(R_o/R_i)^2 - 1} \left\{ \sqrt{1 + \frac{(1 + R_i/R_o) [(R_o/R_i)^2 - 1]}{2\sqrt{3} m R_o/H}} - 1 \right\} \quad (57)$$

la ecuación 57 sólo es válida si:

$$m \frac{R_o}{H} > \frac{1}{2(1 - R_i/R_o)} \ln \frac{3(R_o/R_i)^2}{1 + \sqrt{1 + 3(R_o/R_i)^6}} \quad (54b)$$

$$o \quad m \frac{R_o}{H} > \frac{1}{2} \quad (54c)$$

para este caso:

$$\frac{\bar{p}}{V} = \frac{1}{1 - (R_i/R_o)^2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{R_n}{R_o} \right)^6} - \sqrt{\left(\frac{R_i}{R_o} \right)^6 + \frac{1}{3} \left(\frac{R_n}{R_o} \right)^6} + \frac{2}{3\sqrt{3}} m \frac{R_o}{H} \left[1 + \left(\frac{R_i}{R_o} \right)^3 - 2 \left(\frac{R_n}{R_o} \right)^3 \right] \right\} \quad (58)$$

Las ecuaciones 55 y 58 están en concordancia con el análisis realizado para un disco sólido; pues en el caso especial de que $R_i = R_n = 0$ (disco sólido) las ecuaciones menciona

das se transforman en:

$$\frac{\bar{P}}{V_0} = 1 + \frac{2}{3} \frac{m}{\sqrt{3}} \frac{R_0}{H} = 1 + C \frac{R_0}{H} \quad (59)$$

donde $R_0 = a$ (de la ecuación 48).

Las ecuaciones 54 a, b y c permiten conocer de antemano en qué región caerá el radio neutral, simplemente conociendo el valor de m , ver Figura 25.

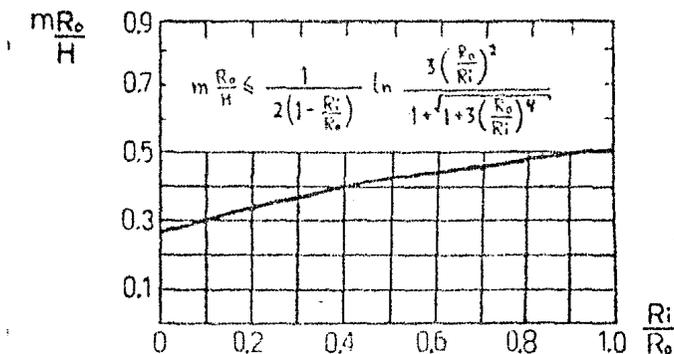


Fig. 25.- Nomograma para determinar la posición de R_n en un anillo. [7].

Como un método alternativo para el cálculo del radio--neutral, R_n , con el fin de no tener que resolver ecuaciones --

tan grandes (en donde siempre hay una alta probabilidad de error), Hawkyard J.B. y Johnson W. [9] proponen un método gráfico en el que se definen dos parámetros adimensionales, con lo que se hace posible que dichas gráficas sirvan para anillos de cualquier geometría.

Los autores mencionados anteriormente, definen como ordenadas, al cociente de R_o/R_i y como abscisas a mR_i/H .

En dichas gráficas, ver Figura 26, se han graficado curvas para X_a constante, donde $X_a = R_i/R_n$; para su uso sólo basta calcular los parámetros adimensionales y calcular por medio de extrapolación el valor de X_a , con el que se puede despejar el radio neutral $R_n = R_i/X_a$.

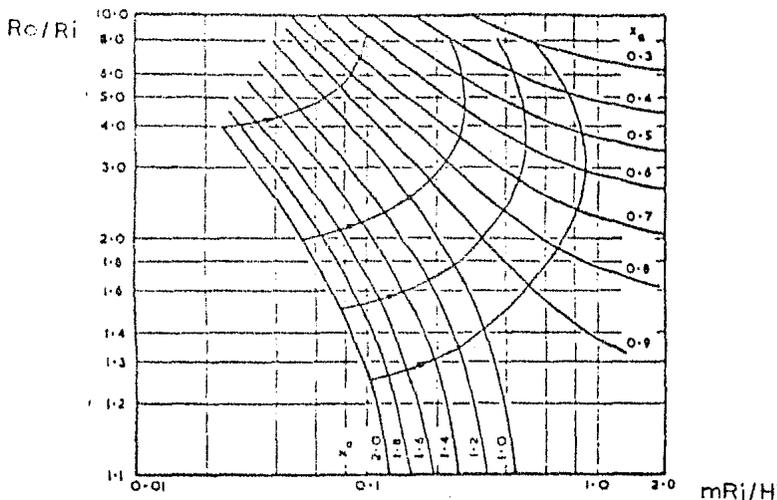


Fig. 26.- Gráfica para la determinación de radio neutral. [9].

Cuando se da el caso en que no se conoce el valor de m , R_n puede ser calculado por medios experimentales, de la forma siguiente [7]; teniendo los valores de ΔH , ΔR_o , ΔR_i , ver Figura 27.

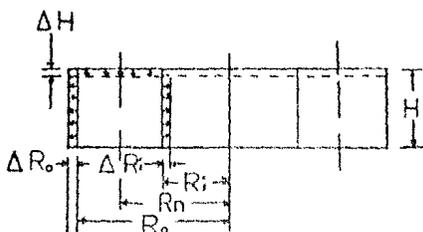


Fig. 27.- Determinación experimental de R_n . [7].

El radio neutro se calcula siguiendo el análisis que a continuación se presenta:

Por constancia de volumen;

$$2 \pi R_o H \Delta R_o = -\pi (R_o^2 - R_n^2) \Delta H \quad (60)$$

$$2 \pi R_i H \Delta R_i = -\pi (R_n^2 - R_i^2) \Delta H \quad (61)$$

dividiendo la ecuación 61 con la ecuación 60;

$$\frac{R_i \Delta R_i}{R_o \Delta R_o} = \frac{R_n^2 - R_i^2}{R_o^2 - R_n^2} = \frac{(R_n/R_o)^2 - (R_i/R_o)^2}{1 - (R_n/R_o)^2} \quad (62)$$

resolviendo para R_n/R_o :

$$\left(\frac{R_n}{R_o}\right)^2 = \frac{(R_i/R_o) - (\Delta R_i/\Delta R_o)}{(R_o/R_i) - (\Delta R_i/\Delta R_o)} \quad (63)$$

Si no se conoce el valor del factor de fricción, m , -- éste puede ser calculado por medio de un método gráfico, Dieter [10], esta técnica es muy útil, pues basta tener un anillo con una relación $R_o:R_i:H$ para la que se tenga acceso a la curva de calibración, con el fin de estandarizar esta prueba se recomiendan en todos los artículos de referencia las relaciones 6:3:1 ó 6:3:2 para las cuales ya están calculadas las gráficas, ver Figura 28a y 28b.

En términos generales de sensibilidad en la medición y facilidad de experimentación, la geometría 6:3:2 es mucho más confiable [18], ésta fue la geometría inicialmente usada por Male y Cockcroft [17] y desde entonces ha sido adoptada como una geometría estándar no oficial.

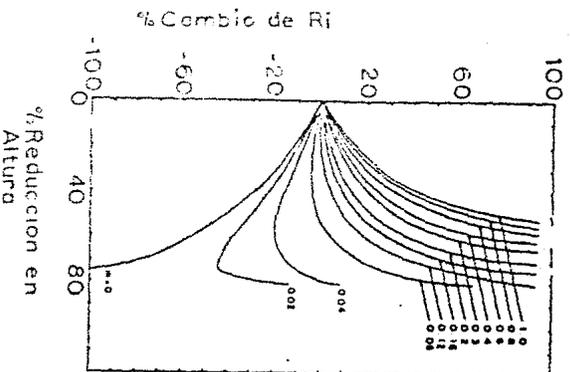
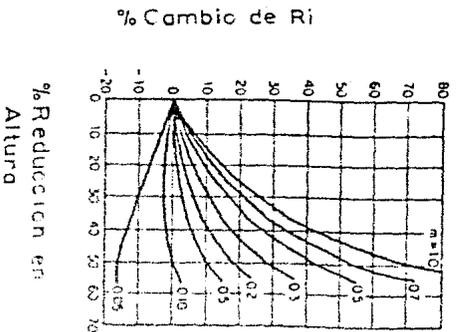


Fig. 28a y 28b.— Curvas de calibración 6:3:1 y 6:3:2 respectivamente. [10, 12].

Como se ve en las figuras 28a y 28b, se grafica en las abscisas el porcentaje de reducción en altura del anillo y en las ordenadas el porcentaje de cambio en el diámetro interno, con lo que se obtiene directamente (por comparación) el valor de m .

Generalmente en la comparación, las curvas teóricas corresponden razonablemente con las obtenidas experimentalmente, ver Figura 29 [18].

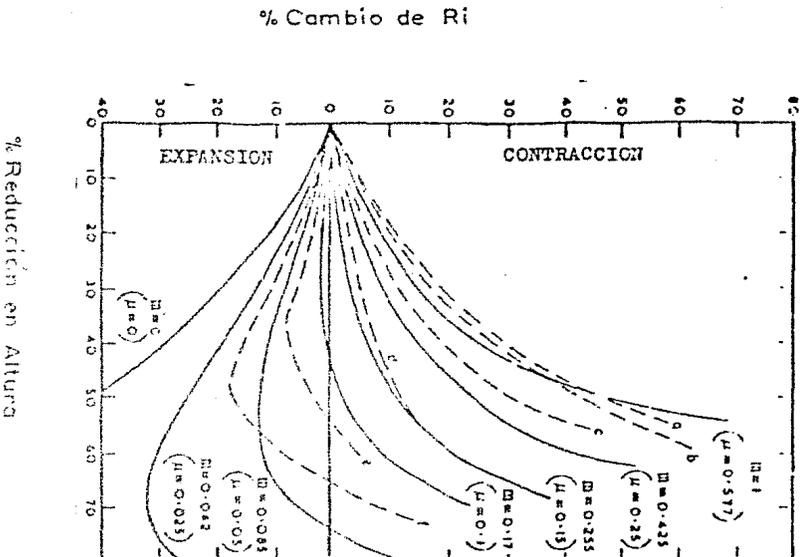


Fig. 29.- Cambio en la geometría de cilindros huecos: curvas teóricas y experimentales seguidas por Male.--- curvas teóricas; - - - - curvas experimentales.--- a, acero suave, sin lubricante, dados rugosos; b, --- cobre, sin lubricante; c, acero suave, sin lubricante, dados pulidos; d, cobre, lubricado con grafito; e, latón, lubricado con lanolina; f, aluminio, lubricado con parafina.

En este tipo de figuras se puede obtener el valor del-

coeficiente de fricción, μ , por medio de la relación;

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{3}} \quad (64)$$

Es pertinente mencionar que los resultados obtenidos-- por este método, pueden ser ajustados para aplicarlos a ani-- llos de diferentes alturas pero con la misma relación $R_o:R_i$,-- simplemente por multiplicación del valor de m por la relación-- de la nueva altura, y con lo que se obtiene el nuevo valor de m [9, 18]. Por ejemplo cuando se tiene una relación de 6:3:2-- y se quiere el valor de m para la relación 6:3:4, entonces só-- lo se multiplica por dos el factor de fricción original.

II. RELACIONES MATEMATICAS TENSION-DEFORMACION, VALIDAS EN LA ZONA PLASTICA.

El obtener una ecuación que describa el comportamiento de la tensión y la deformación en el rango plástico ha dado origen a dos tipos de teorías, las cuales se presentan a continuación:

Teorías para el Rango plástico, [16]	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Deformaciones} \\ \text{Incrementales} \end{array} \right.$	Prandtl - Reuss
		Levy - Mises
	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Deformaciones} \\ \text{Totales} \end{array} \right.$	

ambas tendencias suponen que no hay endurecimiento por deformación en los materiales, lo cual es una gran falla.

La teoría de Prandtl-Reuss predice que las deformaciones son directamente proporcionales al estado de tensiones aplicado, además las $d\varepsilon$ son proporcionales al estado desviador instantáneo, con lo que se obtiene:

$$\frac{d\varepsilon_x}{V_x} = \frac{d\varepsilon_y}{V_y} = \frac{d\varepsilon_z}{V_z} = \frac{d\varepsilon_{xy}}{t_{xy}} = \frac{d\varepsilon_{xz}}{t_{xz}} = \frac{d\varepsilon_{yz}}{t_{yz}} = d\lambda \quad (65)$$

donde λ es un factor proporcional.

Según Prandtl-Reuss [16], la deformación total es igual a la suma de la deformación elástica más la deformación plástica, por lo tanto:

$$d\varepsilon^T = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (66)$$

$$d\gamma^T = d\gamma^e + d\gamma^p \quad (67)$$

si se realiza el análisis el componente x , queda:

$$d\varepsilon_x^e = \frac{1}{E} [(d\sigma_x - \nu(d\sigma_y + d\sigma_z))] \quad (68)$$

de 65:

$$d\varepsilon_x^p = d\lambda \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right] \quad (69)$$

como:

$$d\lambda^2 = \frac{9}{4} \frac{d\bar{\varepsilon}^2}{\bar{V}^2} \quad (70)$$

entonces:

$$d\varepsilon_x^T = \frac{1}{E} [(d\sigma_x - \nu(d\sigma_y + d\sigma_z))] + \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{V}} \left[\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z) \right] \quad (71)$$

para los componentes tangenciales se realiza un análisis similar, con lo que se obtiene:

$$d\gamma_{xy}^T = d\gamma_{xy}^e + d\gamma_{xy}^p \quad (72)$$

$$d\gamma_{xy}^I = \frac{dt_{xy}}{2G} + t_{xy} d\lambda \quad (73)$$

aplicando la ecuación 70, la ecuación 73 cambia a:

$$d\gamma_{xy}^I = \frac{dt_{xy}}{2G} + \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{v}} t_{xy} \quad (74)$$

Las ecuaciones 71 y 74 dan la relación buscada entre tensión y deformación para un componente; para obtener las ecuaciones faltantes sólo se repiten los pasos seguidos para la obtención de las ecuaciones anteriormente mencionadas. Las ecuaciones completas se presentan a continuación:

$$\begin{aligned} d\epsilon_x^I &= \frac{1}{E} [(d\nabla_x - \nu (d\nabla_y + d\nabla_z))] + \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{v}} [\bar{v}_x - \frac{1}{2}(\bar{v}_y + \bar{v}_z)] \\ d\epsilon_y^I &= \frac{1}{E} [(d\nabla_y - \nu (d\nabla_x + d\nabla_z))] + \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{v}} [\bar{v}_y - \frac{1}{2}(\bar{v}_x + \bar{v}_z)] \\ d\epsilon_z^I &= \frac{1}{E} [(d\nabla_z - \nu (d\nabla_x + d\nabla_y))] + \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{v}} [\bar{v}_z - \frac{1}{2}(\bar{v}_x + \bar{v}_y)] \\ d\gamma_{xy}^I &= \frac{dt_{xy}}{2G} + \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{v}} t_{xy} \\ d\gamma_{yz}^I &= \frac{dt_{yz}}{2G} + \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{v}} t_{yz} \\ d\gamma_{xz}^I &= \frac{dt_{xz}}{2G} + \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{v}} t_{xz} \end{aligned} \quad (75)$$

Levy-Mises presenta las mismas suposiciones, sólo que él desprecia la deformación elástica debido a que raramente es

mayor a 0.5% [16]. Aplicando las ecuaciones 65, 76 y 77 y realizando los mismos cálculos se obtienen las ecuaciones 78:

$$d\varepsilon_x^r = d\varepsilon^p \quad (76)$$

$$d\varepsilon_y^r = d\varepsilon^p \quad (77)$$

$$d\varepsilon_x^r = \frac{d\varepsilon}{\bar{v}} \left[v_x \cdot \frac{1}{2} (v_x + v_x) \right]$$

$$d\varepsilon_y^r = \frac{d\varepsilon}{\bar{v}} \left[v_y \cdot \frac{1}{2} (v_x + v_x) \right]$$

$$d\varepsilon_z^r = \frac{d\varepsilon}{\bar{v}} \left[v_z \cdot \frac{1}{2} (v_x + v_x) \right]$$

$$d\varepsilon_{xy}^r = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon}{\bar{v}} t_{xy} \quad (78)$$

$$d\varepsilon_{yz}^r = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon}{\bar{v}} t_{yz}$$

$$d\varepsilon_{xz}^r = \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon}{\bar{v}} t_{xz}$$

Como las teorías que se basan en deformaciones totales no han tenido mucho éxito, las pasaremos por alto.

Dado que las fórmulas que proporcionan las teorías de Levy-Mises y Prandtl-Reuss son complicadas y difíciles de aplicar para el grueso de la gente, se han desarrollado un gran número de ecuaciones empíricas las cuales son muy utilizadas en-

la práctica diaria. Debido a su carácter empírico, estas ecuaciones no son válidas para describir la relación tensión-deformación de todos los materiales ni bajo todas las posibles condiciones de operación que se pueden dar en un trabajado mecánico.

Las ecuaciones más utilizadas son las siguientes:

[Kleemola, H.J. y Nieminen, M.A. 15] y [C.P.M., 16].

$$\bar{V} = \bar{V}_0 \cdot h \bar{\xi}^{m_L} \quad (\text{Ludwik}) \quad (79)$$

$$\bar{V} = K \bar{\xi}^{n_1} \quad (\text{Hollomon}) \quad (80)$$

$$\bar{V} = K_2 (\bar{\xi} + \bar{\xi}_0)^{n_2} \quad (\text{Swift}) \quad (81)$$

$$\bar{V} = B + (A_v - B) \exp(-n_3 \bar{\xi}) \quad (\text{Voce}) \quad (82)$$

donde \bar{V} y $\bar{\xi}$ son la tensión verdadera y deformación plástica-verdadera respectivamente y los otros parámetros son constantes.

Para conocer los parámetros constantes de las ecuaciones 79-82 y estar en posibilidad de predecir el comportamiento de los materiales, es necesario que se trabajen de la siguiente forma; la ecuación 79 puede determinarse por un método ito-

rativo, donde la ecuación se modifica de la siguiente manera:

$$V = V_0 + h \varepsilon^{m_1}$$

$$V - V_0 = h \varepsilon^{m_1}$$

$$\ln(V - V_0) = \ln(h) + m_1 \ln \varepsilon \quad (83)$$

la ecuación 83 es una línea recta con pendiente igual a m_1 e intersección igual a $\ln(h)$. El valor de V_0 puede ser cero (si el material es recocido) o puede tener cierto valor, producto de un trabajado anterior; si V_0 no se conoce se puede calcular un valor aproximado por medio de la técnica siguiente [23].

Teniendo una ecuación de la forma: $y = C \cdot a x^b$, donde C es desconocido, esta constante puede calcularse como:

$$C = \frac{Y_1 Y_2 - Y_3^2}{Y_1 + Y_2 - 2 Y_3} \quad (84)$$

donde los valores de x_1, x_2, Y_1, Y_2 se obtienen directamente de la gráfica, posteriormente se calcula x_3 por medio de la ecuación 85, con este valor se calcula nuevamente de la gráfica el valor de Y_3 , y por último se aplica la ecuación 84.

$$x_3 = \sqrt{x_1 x_2} \quad (85)$$

Con el primer valor de C obtenido se puede hacer la regresión lineal y obtener el coeficiente de correlación lineal, si este valor no es bueno, entonces se calcula otro para C y así sucesivamente. Esta ecuación da buenos resultados muy parecidos a la ecuación de Hollomon [15].

La ecuación 80, es la más ampliamente usada y es la base de los actuales métodos de cálculo, puede ser linealizada--tomando logaritmos a ambos lados de la ecuación con lo que se obtiene el valor de n_1 como la pendiente y $\ln K_1$, como la ordenada al origen. El tratamiento matemático es el siguiente:

$$\nabla = K_1 \varepsilon^{n_1}$$

$$\ln \nabla = \ln K_1 + n_1 \ln \varepsilon \quad (86)$$

la ecuación de Hollomon da los mejores resultados para aceros suaves [15, 16].

La ecuación de Swift 81 también puede ser linealizada--tomando logaritmos en ambos miembros:

$$\nabla = K_2 (\varepsilon + \varepsilon_0)^{n_2}$$

$$\ln \nabla = \ln K_2 + n_2 \ln (\varepsilon + \varepsilon_0) \quad (87)$$

como puede verse, la pendiente es n_2 y $\ln K_2$ es la ordenada al origen. El valor de ξ_0 puede ser un problema dado que en ocasiones es desconocido, si éste es el caso, puede ser calculado por un método gráfico [Reed-Hill, R.E. 14]; en el que se grafica tensión verdadera contra deformación plástica verdadera, ver Figura 30.

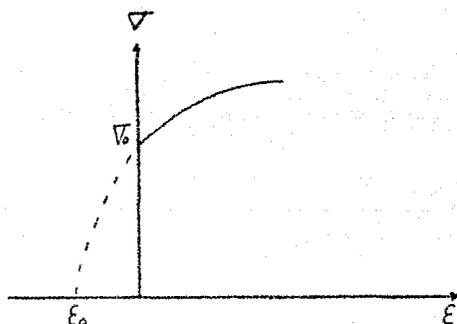


Fig. 30.- Método gráfico para la determinación de ξ_0 [14].

Una vez obtenida la gráfica, se calcula ξ_0 por extrapolación de la curva hasta el valor de tensión igual a cero.-- Es importante hacer notar que en el caso de que $\sigma_0 = \xi_0 = 0$ las ecuaciones 79, 80 y 81 se hacen iguales.

Por último, la ecuación 82 (Voce) puede ser arreglada en la siguiente forma:

$$\nabla = B + (A_v - B) \exp(-n_3 \xi)$$

$$\nabla - B = (A_v - B) \exp(-n_3 \xi)$$

$$\ln(\nabla - B) = \ln(A_v - B) - n_3 \xi \quad (88)$$

donde n_3 es la pendiente y $\ln(A_v - B)$ es la intersección -- con el eje de las ordenadas. Esta ecuación no es muy utilizada debido a la gran cantidad de constantes a determinar; pero aplicando las ecuaciones 84 y 85 puede calcularse una primera aproximación de B , teniendo este valor se aplica la regresión lineal y se calcula el valor de A_v de la siguiente forma: --- $A_v = \exp^Z + \beta$, donde Z es el valor de $\ln(A_v - B)$ obtenido de la regresión lineal. Como en el caso de la ecuación de Ludwik, si este primer cálculo no es lo suficientemente aproximado, puede calcularse un nuevo valor para β . Esta ecuación da muy buenos resultados para ensayos realizados en cobre y níquel [15].

Crussard y Jaoul [14], proponen otro método para calcular los parámetros de la ecuación de Ludwik y los de la ecuación de Hollomon, ellos grafican $\ln(d\nabla/d\xi)$ vs $\ln \xi$, el análisis matemático es el siguiente:

$$\nabla = \nabla_0 + h \xi^{m_1} \quad (\text{Ludwik})$$

$$d\bar{\sigma}/d\varepsilon = h m_L \varepsilon^{m_L-1}$$

$$\ln(d\bar{\sigma}/d\varepsilon) = \ln(h m_L) + (m_L-1) \ln \varepsilon \quad (89)$$

donde (m_L-1) es la pendiente y $\ln(h m_L)$ es la ordenada al origen.

$$\bar{\sigma} = K_1 \varepsilon^{n_1} \quad (\text{Hollomon})$$

$$d\bar{\sigma}/d\varepsilon = K_1 n_1 \varepsilon^{n_1-1}$$

$$\ln(d\bar{\sigma}/d\varepsilon) = \ln(K_1 n_1) + (n_1-1) \ln \varepsilon \quad (90)$$

donde n_1-1 es la pendiente y $\ln(K_1 n_1)$ es la intersección de la curva con el eje de las tensiones. Como puede observarse, las ecuaciones 89 y 90 son exactamente las mismas, por lo que puede decirse que en un análisis de Crussard-Jaoul no importa el valor de $\bar{\sigma}$.

Debido a que todas las fórmulas anteriores son afectadas por la deformación original que pueda tener la muestra --- [14], ver Figura 31. Reed-Hill sugiere un análisis modificado tipo Crussard-Jaoul, donde usa como variables a $\bar{\sigma}$ y $d\bar{\sigma}/d\varepsilon$ [14] (este análisis es muy usado para metales no ferrosos), -- utiliza la relación:

$$\xi = \xi_0 + C \nabla^q \quad (91)$$

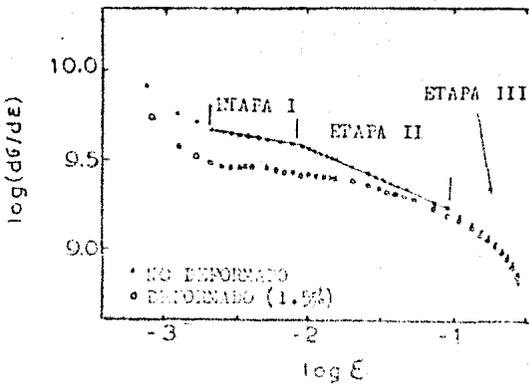


Fig. 31.- Gráfica que muestra la influencia que tiene la predeformación en las propiedades de los materiales [14].

la cual es una forma de la ecuación de Swift y se obtiene de la siguiente forma:

$$\nabla = K_2 (\varepsilon + \varepsilon_0)^{n_2}$$

$$(\nabla / K_2)^{1/n_2} = \varepsilon + \varepsilon_0$$

$$\varepsilon = (\nabla / K_2)^{1/n_2} - \varepsilon_0$$

(92)

si se toma a $1/\alpha_2 = q$ y a $1/\sqrt[1-q]{K_2} = c$, tomando en cuenta -- que el valor de ξ_0 es negativo, ver Figura 30, entonces la -- ecuación 92 tiene la forma:

$$\xi = c \nabla^q + \xi_0 \quad (93)$$

con lo que se ha obtenido la ecuación propuesta por Reed-Hill. Para calcular los parámetros c y q de la ecuación 91, ésta-- se linealiza de la siguiente manera:

$$\xi = \xi_0 + c \nabla^q$$

$$\xi - \xi_0 = c \nabla^q$$

$$\left(\frac{\xi - \xi_0}{c} \right)^{1/q} = \nabla$$

$$\frac{d\nabla}{d\xi} = \left[\frac{1}{q} \right] \left[\frac{\xi - \xi_0}{c} \right]^{\frac{1-q}{q}} \left[\frac{1}{c} \right]$$

substituyendo ξ de la ecuación 91:

$$\frac{d\nabla}{d\xi} = \frac{1}{qc} (\nabla)^{1-q}$$

$$\ln(d\nabla/d\xi) = -\ln(qc) + (1-q) \ln \nabla \quad (94)$$

La ecuación 94 tiene como pendiente a $1-q$ y como or denada al origen $-\ln(qc)$.

Una vez conocidos los parámetros q y C , pueden ser usados para el cálculo de ξ_a por medio de la siguiente ecuación [14].

$$\xi_a = -C (\nabla_0)^q \quad (95)$$

donde ∇_0 es calculada por medio del método de la figura 30.

Este método presenta las siguientes ventajas sobre los análisis de Crussard-Jaoul, Hollomon, (aunque hay que tomar en cuenta que para materiales como el acero, este análisis no ha demostrado muy buenos resultados y podría ser tomado como un objetivo de la presente tesis, el corroborar su buena o mala validez para un acero suave):

i) Los parámetros q , C y ξ_a son generalmente más importantes físicamente que n_2 , K_2 y ∇_0 ; esto debido a que son parámetros definidos por el estado presente del material [14].

ii) Al graficar $\ln(d\varepsilon/d\varepsilon)$ vs $\ln\varepsilon$ se ve una gráfica totalmente independiente de la deformación previa del material, ver Figura 32 [14].

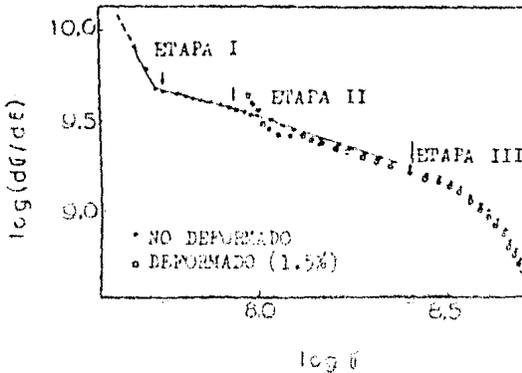


Fig. 32.- Gráfica que demuestra la nula influencia-- que tiene la predeformación sobre la determinación-- de las propiedades de los materiales, cuando se utiliza la técnica propuesta por Reed-Hill [14].

iii) Con este método es posible determinar por medio-- de una ecuación simple el punto de inestabilidad plástica del material si \bar{V}_0 ó ξ_0 son muy grandes. Como es sabido, para \bar{V}_0 pequeños todas las teorías coinciden en que el punto de inestabilidad plástica (ξ_p) es igual a n , es decir:

$$\xi_p = n = \frac{1}{q} \quad (96)$$

Para grandes valores de \bar{V}_0 , todas las teorías presentan problemas para calcular ξ_p ; pero utilizando la variación-- propuesta por Reed-Hill se llega a la(s) siguiente(s) rela---

ción(es) [14].

$$\varepsilon_p = n + \varepsilon_0 \quad (97a)$$

$$\varepsilon_p = \frac{1}{q} + \varepsilon_0 \quad (97b)$$

III. DISEÑO DE LA EXPERIMENTACION

Para el desarrollo de todos los experimentos se usó un acero 1018, el cual presenta la siguiente composición química:

$$\%C = 0,195$$

$$\%Si = 0,250$$

$$\%Mn = 0,600$$

$$\%S = 0,025$$

en base a los anteriores datos, se deduce que el acero está -- dentro de las especificaciones que marcan la SAE y AISI (%C = 0,15-0,20, %Mn = 0,60-0,90 %P = 0,040 máximo y %S = 0,050 máximo, [21]).

Este acero (hipoeutectoide) presenta una microestructura de ferrita con aproximadamente un 10% de perlita, ver Figura 33, el tamaño de grano ASTM es 7, según la tabla 3.

TABLA 3. Tamaño de grano ASTM [22] $N = 2^{n-1}$

No. Tamaño de grano	Granos por pulgada cuadrada a 100x	
	Medida	Rango
n = 1	N = 1	-----
2	2	1.5-3
3	4	3-6
4	8	6-12
5	16	12-24
6	32	24-48
7	64	48-96
8	128	96-192
9	256	192-384
10	512	384-768

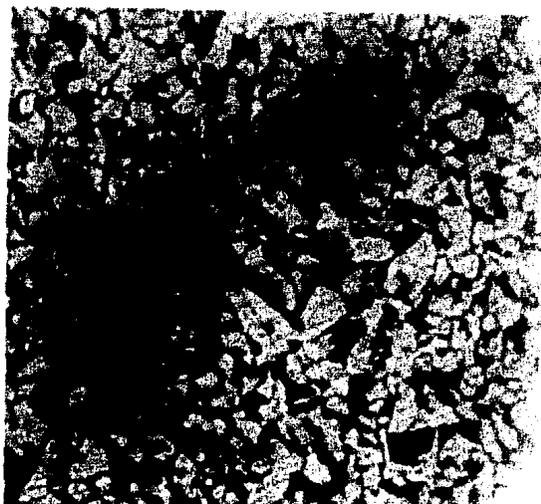


Fig. 33.- Fotografía de la microestructura del acero 1018 que se usó en los experimentos, 100x.

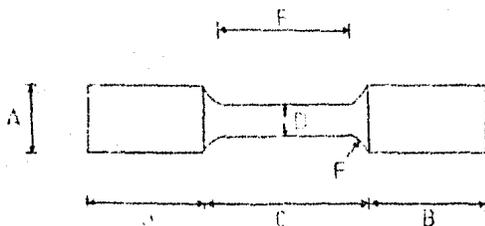
Este acero presentó una dureza de 90 HKB, tomado del material tal y como lo vende el fabricante (Aceros Fortuna).

En las dos versiones de ensayos de compresión (anillos y cilindros) se usó como lubricante una película de teflón con un espesor de 0.002 pulgadas (0.0508 mm.), la que se cambiaba después de la aplicación de cada carga.

Por último, se quiere hacer mención que en todas las pruebas se utilizó la máquina Instron Universal con una capacidad de 10 toneladas, propiedad del Instituto de Investigaciones en Materiales.

III.1 ENSAYO DE TRACCION

Se usó la siguiente probeta:



Cota	Medida (mm.)
A	12
B	22
C	30
D	6,4
E	25,4
F	3

Las dimensiones de estas probetas, están basadas en la norma ANSI/ASTM E8-77 [24], la cual dice lo siguiente: si $l_0 = 2"$, $d_0 = 0.500"$ ó $l_0 = 1"$, $d_0 = 0.250"$.

Los parámetros de prueba son:

Muestra 1;

- a) Escala: 10000 Kg.
- b) Velocidad de la gráfica: 10 mm/min.
- c) Velocidad de la prueba: 2 mm/min.
- d) Temperatura: 25°C (ambiente).

Muestra 2;

- a) Escala: 2000 Kg.
- b) Velocidad de la gráfica: 10 mm/min.
- c) Velocidad de la prueba: 2 mm/min.

d) Temperatura: 25°C (ambiente).

Muestra 3;

a) Escala: 2000 Kg.

b) Velocidad de la gráfica: 20 mm/min.

c) Velocidad de la prueba: 2 mm/min.

d) Temperatura: 25°C (ambiente).

III.2 ENSAYO DE COMPRESION EN CILINDROS

Las piezas maquinadas en el taller de la Facultad de--
Química, presentan las siguientes dimensiones:

Pieza	Altura (mm.)	Diámetro (mm.)	D/H
1	4.0	7.0	1.75
2	4.67	7.0	1.50
3	5.6	7.0	1.25
4	7.0	7.0	1.00
5	8.20	7.0	0.85
6	9.33	7.0	0.75

En todas las pruebas se utilizaron los siguientes pará-
metros:

- a) Escala: 10000 Kg.
- b) Velocidad de la gráfica: 10 mm/min.
- c) Velocidad de la prueba: 2 mm/min.
- d) Temperatura: 25°C (ambiente).
- e) Rugosidad: muestras pulidas a espejo (alúmina de 0.05 μ m).

III.3 ENSAYO DE COMPRESION EN ANILLOS.

En estos ensayos se usaron las siguientes relaciones - en las piezas:

Pieza	Relación	Do (mm.)	Di (mm.)	H (mm.)
1	6:3:6	8	4	8.00
2	6:3:5	8	4	6.67
3	6:3:4	8	4	5.33
4	6:3:3	8	4	4.00
5	6:3:2	8	4	2.67

Como lubricante se usó una hoja de teflón de 0.002" -- (0.0508 mm.) de espesor; los parámetros de prueba fueron los siguientes:

- a) Escala: 10000 Kg.
- b) Velocidad de la gráfica: 10 mm/min.
- c) Velocidad de la prueba: 2 mm/min.
- d) Temperatura: 25°C (ambiente).
- e) Rugosidad: pulidas a espejo (alúmina de 0.05 μ m).

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

IV.1 ENSAYO DE COMPRESION EN CILINDROS

Las probetas al ensayarse dieron los datos que se presentan en las tablas 4(a-f). Las fórmulas utilizadas para obtener los valores de e , T , ξ y ∇ , se dieron en el capítulo I, secciones I.1 y I.2.

TABLA 4 a
MUESTRA 1 (M-1)
D/H = 1.850

Carga (Kg.)	H(mm.)	D(mm.)	Ai (mm ² .)	e	T (Kg/mm ² .)	ξ	∇ (Kg/mm ² .)
0	3.823	6.995	38.430	0	0	0	0
1050	3.823	6.995	38.430	0	27.322	0	27.322
2000	3.810	7.010	38.595	3.4×10^{-3}	52.043	3.4×10^{-3}	51.820
3030	3.454	7.391	42.904	0.097	78.845	0.102	70.623
4020	2.794	8.230	53.197	0.269	104.606	0.314	75.568
5050	2.324	9.055	64.397	0.592	131.408	0.498	78.420
6050	1.897	9.690	73.746	0.504	157.429	0.701	82.038
7040	1.753	10.414	85.178	0.541	183.100	0.780	82.422

TABLA 4 b
MUESTRA 2 (M-2)
D/H = 1.491

Carga (Kg.)	H(mm.)	D(mm.)	A _i (mm ² .)	e	T (Kg/mm ² .)	ε	∇ (Kg/mm ² .)
0	4.681	6.980	38.265	0	0	0	0
1000	4.681	6.980	38.265	0	26.134	0	26.134
2000	4.623	7.010	38.595	0.012	52.267	0.012	51.820
3020	4.191	7.417	43.206	0.105	78.923	0.111	69.898
4040	3.378	8.255	55.521	0.278	105.580	0.326	75.484
5040	2.819	9.042	64.212	0.398	131.713	0.507	78.490
6060	2.458	9.817	75.692	0.479	158.369	0.652	80.061
7060	2.159	10.338	83.959	0.559	184.503	0.774	84.109

TABLA 4 c
MUESTRA 3 (M-3)
D/H = 1.279

Carga (Kg.)	H(mm.)	D(mm.)	A _i (mm ² .)	e	T (Kg/mm ² .)	ε	∇ (Kg/mm ² .)
0	5.453	6.972	38.177	0	0	0	0
1060	5.453	6.972	38.177	0	27.765	0	27.765
2020	5.410	7.010	38.595	7.886×10^{-3}	52.911	7.917×10^{-3}	52.338
3000	4.851	7.417	43.206	0.110	78.581	0.117	69.435
4030	3.861	8.306	54.184	0.292	105.561	0.345	74.376
5030	3.251	9.081	64.768	0.404	131.755	0.517	77.662
6000	2.819	9.779	75.107	0.483	157.163	0.660	79.886
7020	2.489	10.414	85.178	0.544	183.880	0.784	82.416

TABLA 4 d
MUESTRA 4 (M-4)

D/H = 0.993

Carga (Kg.)	H(mm.)	D(mm.)	A _i (mm ² .)	e	T (Kg/mm ² .)	ε	∇ (Kg/mm ² .)
0	7.010	6.960	38.046	0	0	0	0
1000	7.010	6.960	38.046	0	26.284	0	26.284
2000	6.960	6.972	38.177	7.133×10^{-3}	52.568	7.158×10^{-3}	52.388
3000	6.147	7.442	43.498	0.125	78.852	0.131	68.969
4000	4.953	8.331	54.498	0.295	105.136	0.347	73.397
5000	4.133	9.131	65.483	0.410	131.420	0.528	76.356
6030	3.543	9.919	77.273	0.495	158.492	0.682	78.035
7050	3.150	10.452	85.800	0.551	185.302	0.800	82.168

TABLA 4 e
MUESTRA 5 (M-5)

D/H = 0.859

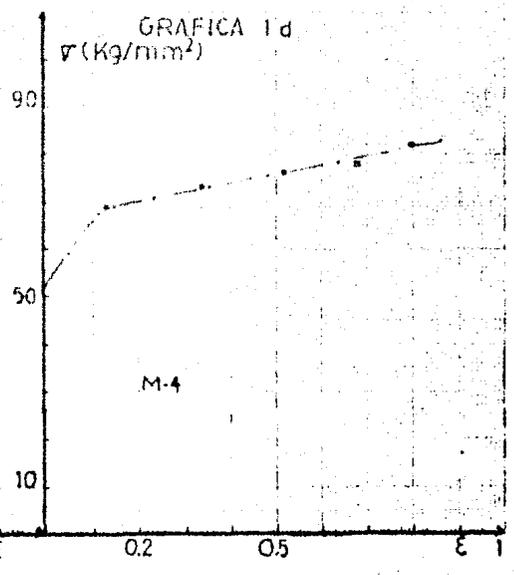
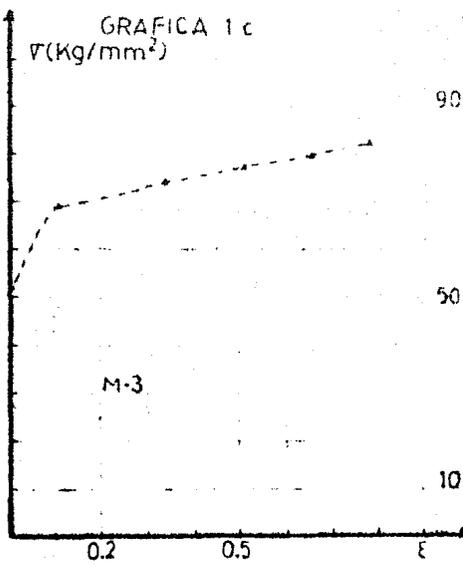
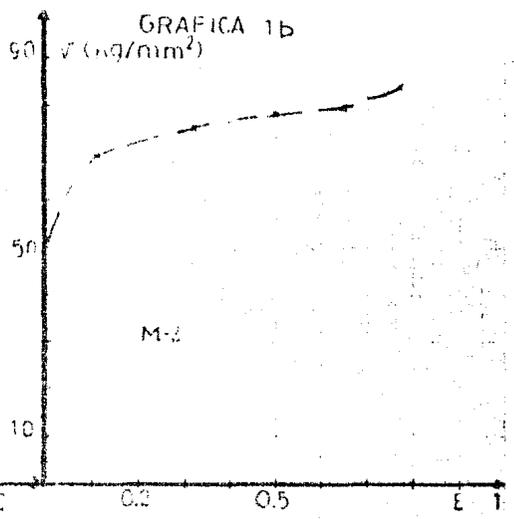
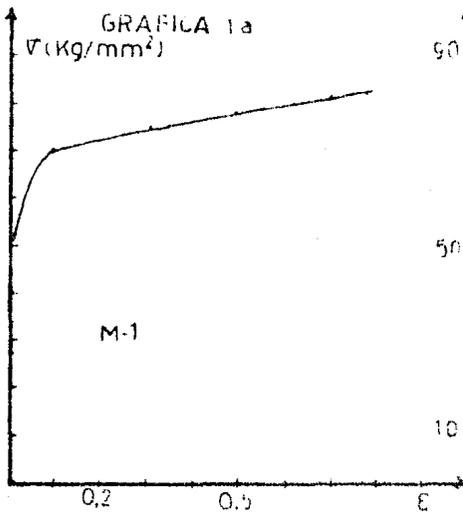
Carga (Kg.)	H(mm.)	D(mm.)	A _i (mm ² .)	e	T (Kg/mm ² .)	ε	∇ (Kg/mm ² .)
0	8.192	6.876	37.133	0	0	0	0
1000	8.192	6.876	37.133	0	26.930	0	26.930
2100	8.090	6.922	37.632	0.012	56.553	0.013	55.804
3000	7.089	7.417	43.206	0.135	80.791	0.145	69.435
4000	5.690	8.306	54.184	0.305	107.721	0.364	73.823
5000	4.750	9.106	65.125	0.420	134.651	0.545	76.775
6040	4.089	9.703	73.944	0.501	162.659	0.695	81.683
7000	3.632	10.465	86.014	0.557	188.512	0.813	81.382

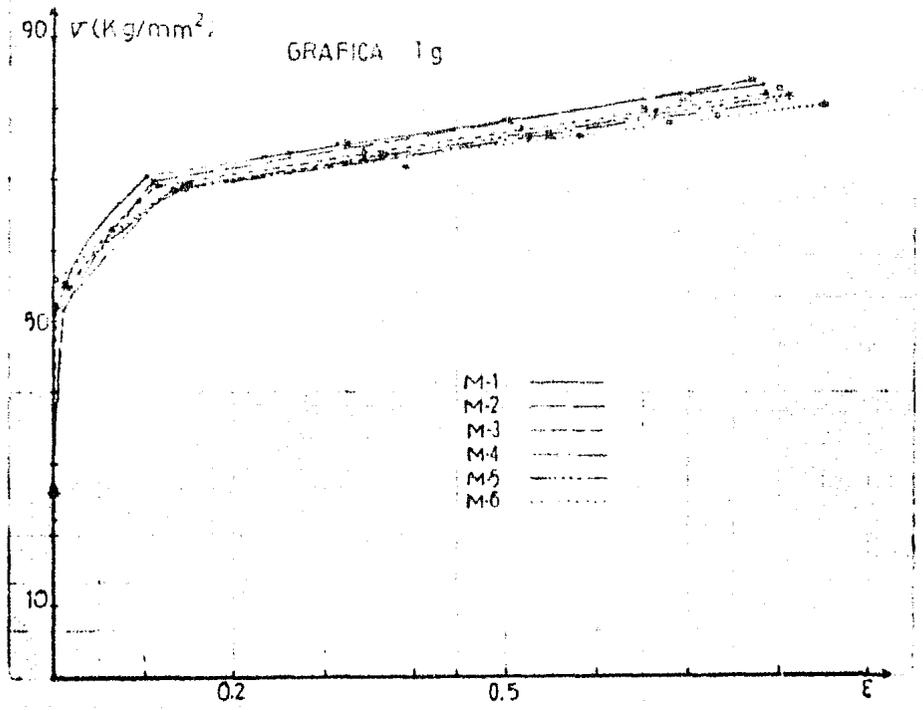
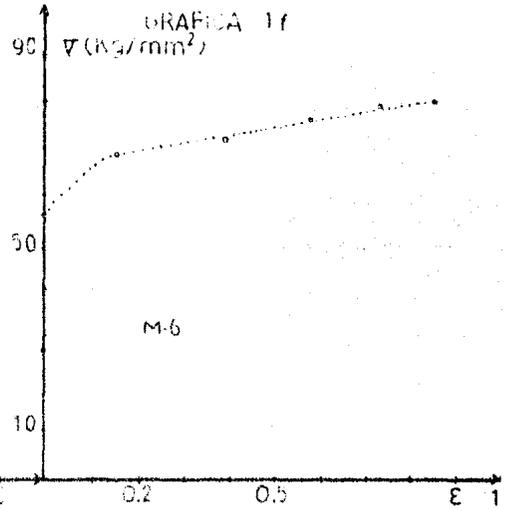
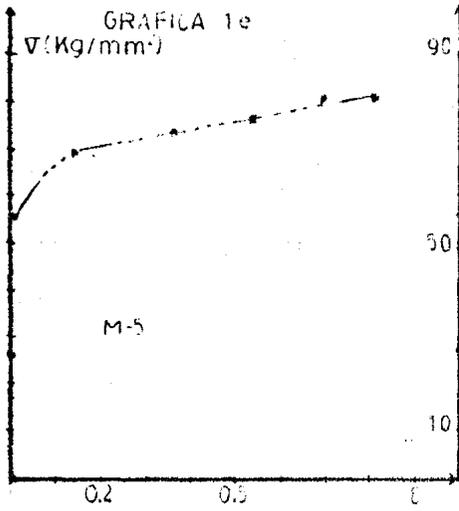
TABLA 4 f
MUESTRA 6 (M-6)

D/H = 0.758

Carga (Kg.)	H(mm.)	D(mm.)	Ai (mm ² .)	e	T (Kg/mm ² .)	ξ	∇ (Kg/mm ² .)
0	9.238	6.815	36.477	0	0	0	0
1020	9.238	6.815	36.477	0	27.963	0	27.963
2080	9.157	6.858	36.959	8.768×10^{-3}	57.022	8.807×10^{-3}	56.309
3000	7.925	7.404	43.055	0.142	82.244	0.153	69.678
4000	6.248	8.369	55.000	0.324	109.658	0.391	72.715
5020	5.156	9.119	65.311	0.442	137.621	0.583	76.863
6030	4.445	9.843	76.093	0.519	165.310	0.732	79.245
7050	3.912	10.541	87.263	0.577	193.272	0.859	80.786

De las tablas anteriores se obtuvieron los gráficas ∇ vs ξ , 1(a-g), las gráficas se identifican por la letra M seguida del número de muestra a la que representa.





IV.1.1 ECUACION DE HOLLOWOM

Ecuaciones obtenidas para el rango plástico usando la teoría de Hollomon ($\sigma = K\epsilon^{n_1}$) para las seis muestras cilíndricas, utilizando los datos de las tablas 4, ..., 4f:

MUESTRA 1:

Carga (Kg.)	$\ln \epsilon$	$\ln \sigma$
0	----	----
3030	-2.283	4.257
4020	-1.158	4.328
5050	-0.697	4.362
6050	-0.355	4.407
7040	-0.249	4.412

$$\begin{aligned}
 D/H &= 1.830 \\
 n_1 &= 0.077 \\
 \ln K_1 &= 4.425 \\
 K_1 &= 83.547 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \\
 Fr &= 0.988 \\
 \sigma &= 83.547\epsilon^{0.077}
 \end{aligned}$$

MUESTRA 2:

Carga (Kg.)	$\ln \epsilon$	$\ln \sigma$
0	----	----
3020	-2.198	4.247
4040	-1.121	4.324
5040	-0.679	4.363
6060	-0.428	4.383
7060	-0.256	4.432

$$\begin{aligned}
 D/H &= 1.491 \\
 n_1 &= 0.087 \\
 \ln K_1 &= 4.432 \\
 K_1 &= 84.061 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \\
 Fr &= 0.977 \\
 \sigma &= 84.061\epsilon^{0.087}
 \end{aligned}$$

MUESTRA 3:

Carga (Kg.)	$\ln \epsilon$	$\ln \sigma$
0	----	----
3000	-2.146	4.240
4030	-1.064	4.309
5030	-0.660	4.352
6000	-0.416	4.381
7020	-0.243	4.412

$$\begin{aligned}
 D/H &= 1.279 \\
 n_1 &= 0.087 \\
 \ln K_1 &= 4.417 \\
 K_1 &= 82.876 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \\
 Fr &= 0.982 \\
 \bar{\sigma} &= 82.876 \epsilon^{0.087}
 \end{aligned}$$

MUESTRA 4:

Carga (Kg.)	$\ln \epsilon$	$\ln \sigma$
0	----	----
3000	-2.033	4.254
4000	-1.058	4.296
5000	-0.639	4.335
6030	-0.383	4.357
7050	-0.223	4.409

$$\begin{aligned}
 D/H &= 0.995 \\
 n_1 &= 0.088 \\
 \ln K_1 &= 4.402 \\
 K_1 &= 81.621 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \\
 Fr &= 0.964 \\
 \bar{\sigma} &= 81.621 \epsilon^{0.088}
 \end{aligned}$$

MUESTRA 5:

Carga (Kg.)	$\ln \epsilon$	$\ln \sigma$
0	----	----
3000	-1.951	4.240
4000	-1.011	4.302
5000	-0.607	4.541
6040	-0.364	4.403
7000	-0.207	4.599

$$\begin{aligned}
 D/H &= 0.839 \\
 n_1 &= 0.097 \\
 \ln K_1 &= 4.417 \\
 K_1 &= 82.810 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \\
 Fr &= 0.969 \\
 \sigma &= 82.810 \epsilon^{0.097}
 \end{aligned}$$

MUESTRA 6:

Carga (Kg.)	$\ln \epsilon$	$\ln \sigma$
0	----	----
3000	-1.877	4.244
4000	-0.959	4.287
5020	-0.540	4.542
6030	-0.312	4.373
7050	-0.152	4.392

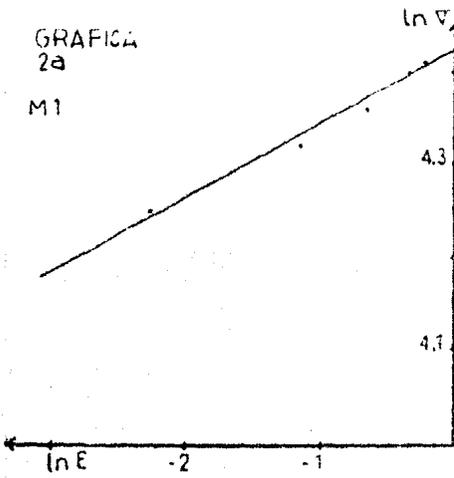
$$\begin{aligned}
 D/H &= 0.738 \\
 n_1 &= 0.086 \\
 \ln K_1 &= 4.393 \\
 K_1 &= 80.909 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \\
 Fr &= 0.966 \\
 \sigma &= 80.909 \epsilon^{0.086}
 \end{aligned}$$

Con estas ecuaciones se construyeron las gráficas: 2 (a-g).

HOLLLOMON

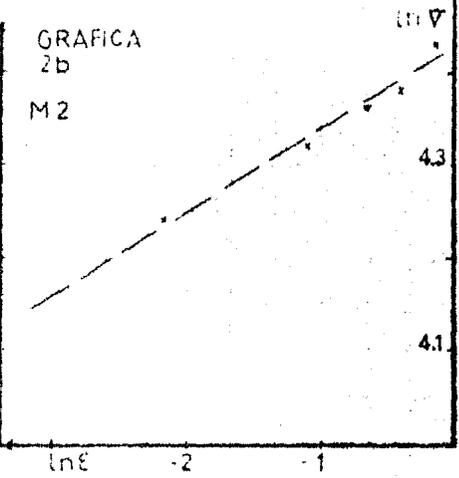
GRAFICA 2a

M1



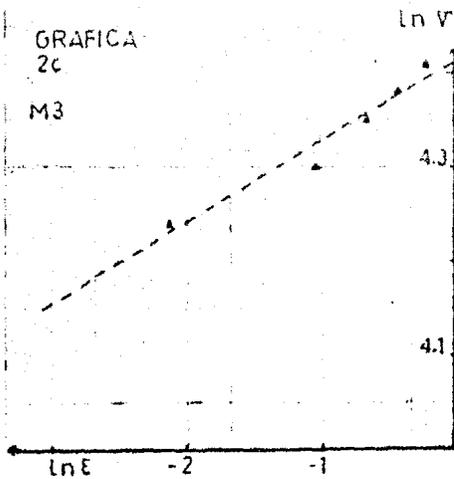
GRAFICA 2b

M2



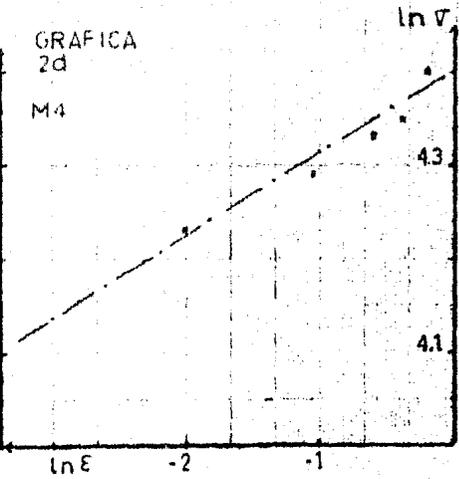
GRAFICA 2c

M3



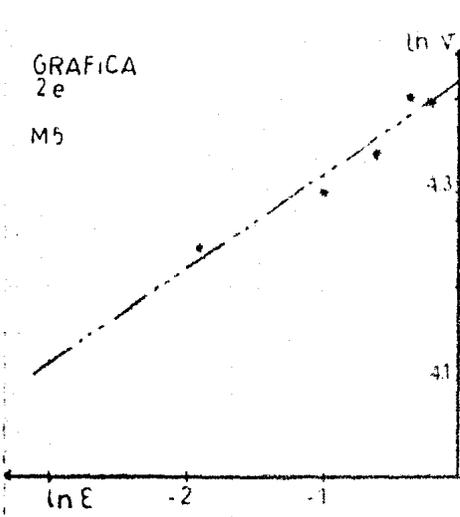
GRAFICA 2d

M4



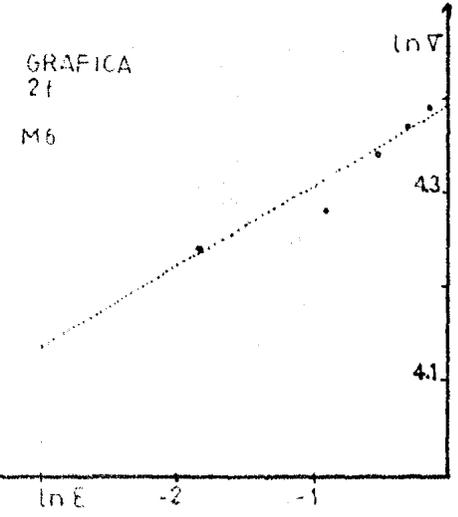
GRAFICA
2e

M5

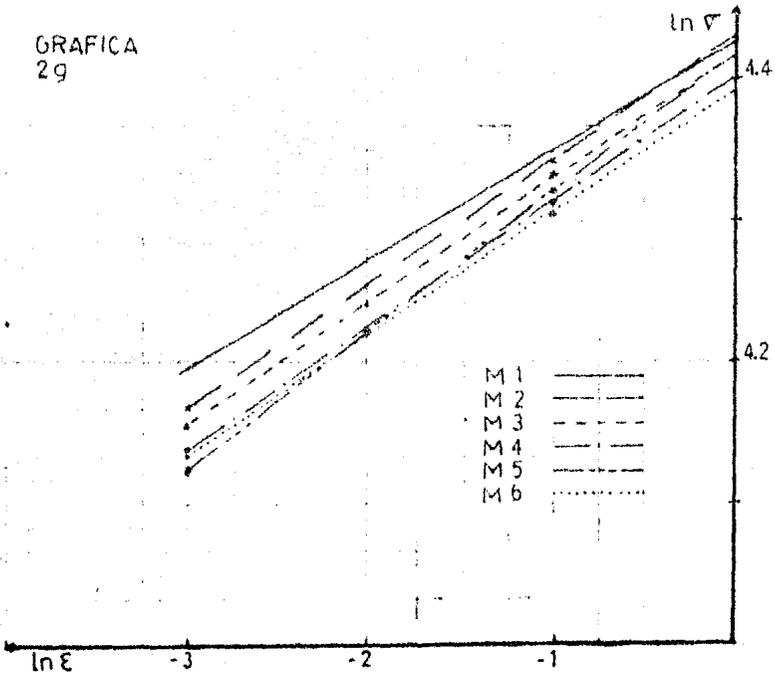


GRAFICA
2f

M6



GRAFICA
2g



IV.1.2 ECUACION DE LUDWIK

En el cálculo del \bar{V}_0 , se utiliza la técnica estadística que se describe en las ecuaciones 84 y 85.

MUESTRA 1: $\bar{V}_0 = 64.331$ (Kg./mm²).

Carga (Kg.)	$\ln(\bar{V} - \bar{V}_0)$	$\ln \xi$
0	----	----
3030	1.830	-2.283
4020	2.419	-1.158
5050	2.645	-0.697
6050	2.874	-0.355
7040	2.895	-0.249

$$\begin{aligned} Fr &= 0.999 \\ m_L &= 0.525 \\ \ln h &= 3.033 \\ h &= 20.751 \text{ (Kg./mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\bar{V} = 64.331 + 20.751 (\xi)^{0.525}$$

MUESTRA 2: $\bar{V}_0 = 63.402$ (Kg./mm²).

Carga (kg.)	$\ln(\bar{V} - \bar{V}_0)$	$\ln \xi$
0	----	----
3020	1.871	-2.198
4040	2.492	-1.121
5040	2.714	-0.679
6060	2.813	-0.428
7060	3.030	-0.256

$$\begin{aligned} Fr &= 0.995 \\ m_L &= 0.568 \\ \ln h &= 3.116 \\ h &= 22.545 \text{ (Kg./mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\bar{V} = 63.402 + 22.545 (\xi)^{0.568}$$

MUESTRA 3: $\bar{V}_0 = 66.029 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$.

Carga (Kg.)	$\ln(\bar{V}-V_0)$	$\ln \xi$
0	----	----
3000	1.226	-2.146
4030	2.122	-1.064
5030	2.454	-0.660
6000	2.629	-0.416
7020	2.794	-0.243

$$\begin{aligned} Fr &= 1.00 \\ m_L &= 0.819 \\ \ln h &= 2.987 \\ h &= 19.828 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\bar{V} = 66.029 + 19.828 (\xi)^{0.819}$$

MUESTRA 4: $\bar{V}_0 = 65.806 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$

Carga (Kg.)	$\ln(\bar{V}-V_0)$	$\ln \xi$
0	----	----
3000	1.152	-2.035
4000	2.027	-1.058
5000	2.356	-0.639
6030	2.504	-0.383
7050	2.795	-0.225

$$\begin{aligned} Fr &= 0.996 \\ m_L &= 0.868 \\ \ln h &= 2.920 \\ h &= 18.538 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\bar{V} = 65.806 + 18.538 (\xi)^{0.868}$$

MUESTRA 5: $\nabla_0 = 65.106 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$

Carga (Kg.)	$\ln(\nabla - \nabla_0)$	$\ln \xi$
0	----	----
3000	1.465	-1.931
4000	2.165	-1.011
5000	2.457	-0.607
6040	2.808	-0.364
7000	2.790	-0.207

$$\begin{aligned} Fr &= 0.994 \\ m_L &= 0.800 \\ \ln h &= 2.996 \\ h &= 20.008 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\nabla = 65.106 + 20.008 (\xi)^{0.800}$$

MUESTRA 6: $\nabla_0 = 68.221 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$

Carga (Kg.)	$\ln(\nabla - \nabla_0)$	$\ln \xi$
0	----	----
3000	0.376	-1.877
4000	1.505	-0.939
5020	2.157	-0.540
6030	2.400	-0.312
7050	2.531	-0.152

$$\begin{aligned} Fr &= 0.998 \\ m_L &= 1.283 \\ \ln h &= 2.774 \\ h &= 16.023 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\nabla = 68.221 + 16.023 (\xi)^{1.283}$$

Todos estos datos se presentan en las gráficas 3 (a-g):

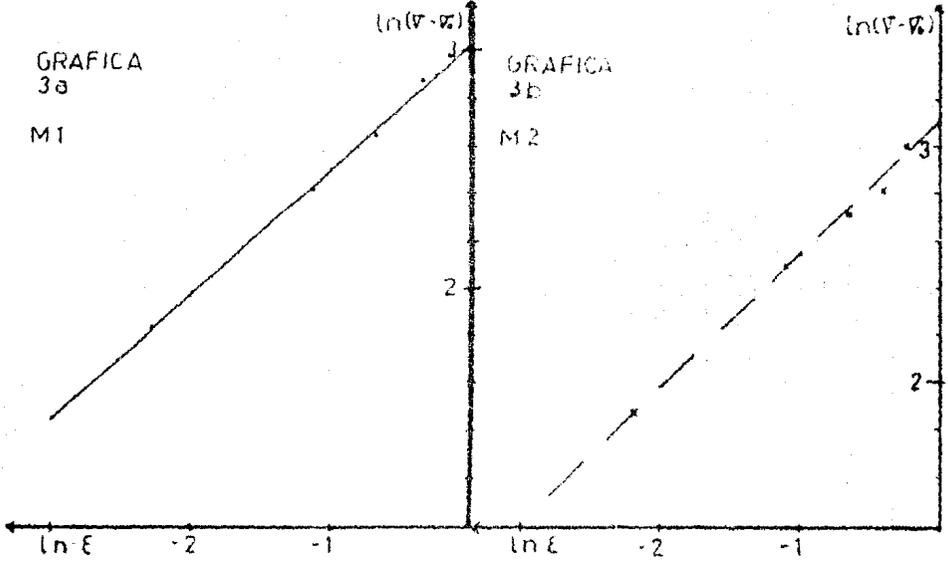
LUDWIK

GRAFICA
3a

M1

GRAFICA
3b

M2

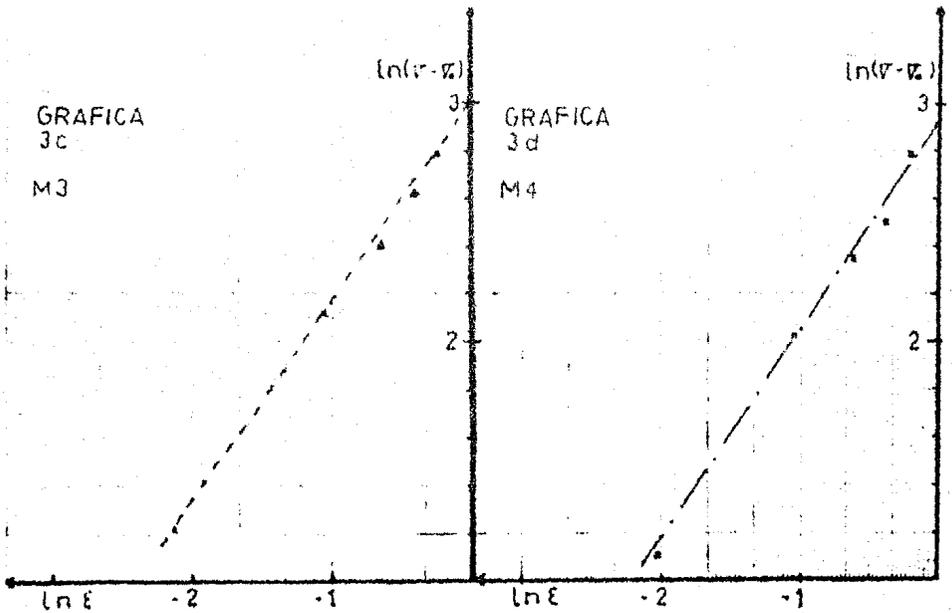


GRAFICA
3c

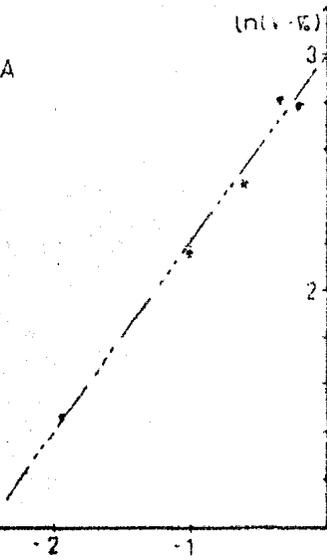
M3

GRAFICA
3d

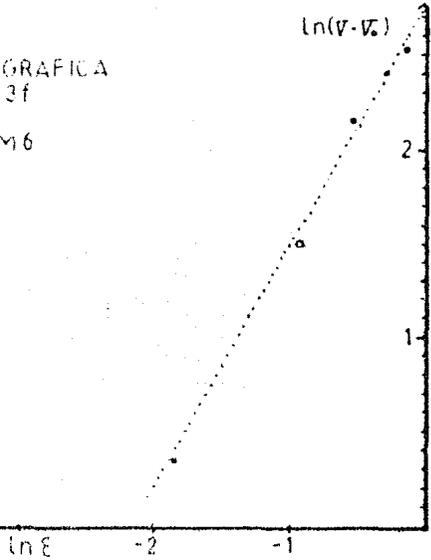
M4



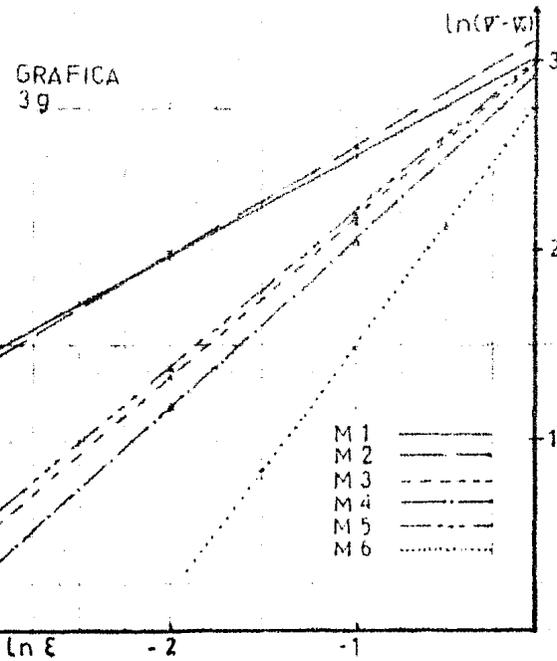
GRAFICA
3e
M5



GRAFICA
3f
M6



GRAFICA
3g



IV.1.3 ECUACION DE VOCE

Como esta ecuación presenta una forma muy compleja, y tres constantes a determinar, se hace necesario aplicar las ecuaciones 84 y 85 para poder encontrar la línea recta; el desarrollo matemático es el siguiente:

$$\nabla = B + (A_v - B) \exp(-n_3 \xi) \quad (82)$$

$$\nabla - B = (A_v - B) \exp(-n_3 \xi)$$

$$\ln(\nabla - B) = \ln(A_v - B) - n_3 \xi \quad (88)$$

los datos obtenidos para esta ecuación son los siguientes:

MUESTRA 1:

Carga (Kg.)	ξ	$\ln(\nabla - B)$
0	----	----
3030	0.102	1.839
4020	0.314	2.419
5050	0.498	2.645
6050	0.701	2.874
7040	0.780	2.895

$$B = 64.331 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$Fr = 0.967$$

$$n_3 = 1.509$$

$$\ln(A_v - B) = 1.812$$

$$A_v = \exp 1.812 + 64.331$$

$$A_v = 70.451 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$\nabla = 64.331 + (70.451 - 64.331) \exp(-1.509 \xi)$$

MUESTRA 2:

Carga (Kg.)	ξ	$\ln(\nabla - B)$
0	----	----
3020	0.111	1.871
4040	0.326	2.492
5040	0.507	2.714
6060	0.652	2.813
7060	0.774	3.030

$$B = 63.402 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$Fr = 0.969$$

$$n_3 = 1.632$$

$$\ln(A_V - B) = 1.810$$

$$A_V = \exp 1.810 + 63.402$$

$$A_V = 69.514 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$\nabla = 63.402 + (69.514 - 63.402) \exp (-1.632 \xi)$$

MUESTRA 3:

Carga (Kg.)	ξ	$\ln(\nabla - B)$
0	----	---
3000	0.117	1.226
4030	0.345	2.122
5030	0.517	2.454
6000	0.660	2.629
7020	0.784	2.794

$$B = 66.029 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$Ff = 0.965$$

$$n_3 = 2.283$$

$$\ln(A_V - B) = 1.139$$

$$A_V = \exp 1.139 + 66.029$$

$$A_V = 69.152 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$\nabla = 66.029 + (69.152 - 66.029) \exp (-2.283 \xi)$$

MUESTRA 4:

Carga (Kg.)	ξ	$\ln(\nabla - B)$
0	----	----
3000	0.131	1.152
4000	0.347	2.027
5000	0.528	2.356
6030	0.682	2.504
7050	0.800	2.795

$$\begin{aligned}
 B &= 65.806 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \\
 Fr &= 0.969 \\
 n_3 &= 2.297 \\
 \ln(A_V - B) &= 1.024 \\
 A_V &= \exp 1.024 + 65.806 \\
 A_V &= 68.590 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

$$\nabla = 65.806 + (68.590 - 65.806) \exp(-2.297 \xi)$$

MUESTRA 5:

Carga (Kg.)	ξ	$\ln(\nabla - B)$
0	----	----
3000	0.145	1.465
4000	0.364	2.165
5000	0.545	2.457
6040	0.695	2.808
7000	0.813	2.790

$$\begin{aligned}
 B &= 65.106 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \\
 Fr &= 0.971 \\
 n_3 &= 2.030 \\
 \ln(A_V - B) &= 1.297 \\
 A_V &= \exp 1.297 + 65.106 \\
 A_V &= 68.764 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

$$\nabla = 65.106 + (68.764 - 65.106) \exp(-2.030 \xi)$$

MUESTRA 6:

Carga (Kg.)	ξ	$\ln(\nabla - B)$
0	----	----
3000	0.153	0.376
4000	0.391	1.503
5020	0.583	2.157
6030	0.732	2.400
7050	0.859	2.551

$$B = 68.221 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$Fr = 0.969$$

$$n_3 = 3.071$$

$$\ln(A_v - B) = 0.124$$

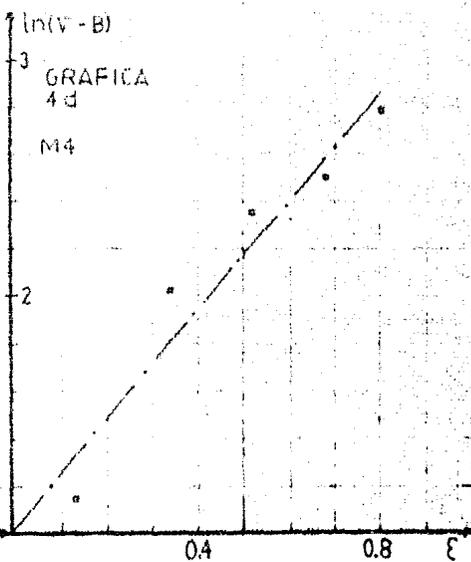
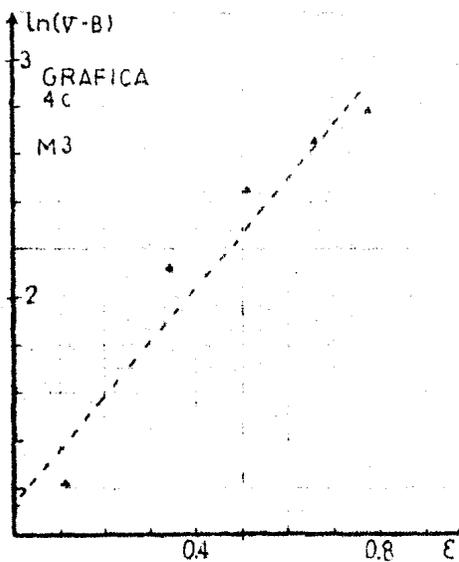
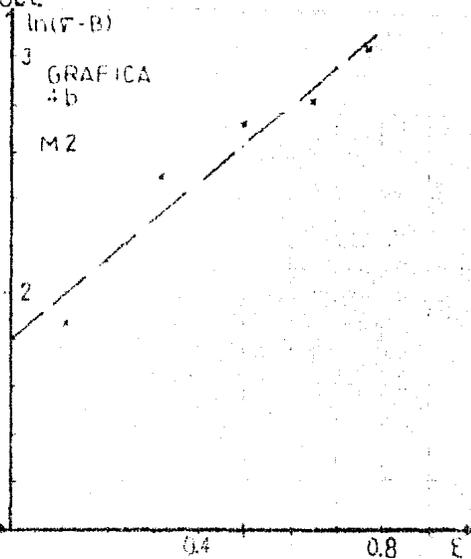
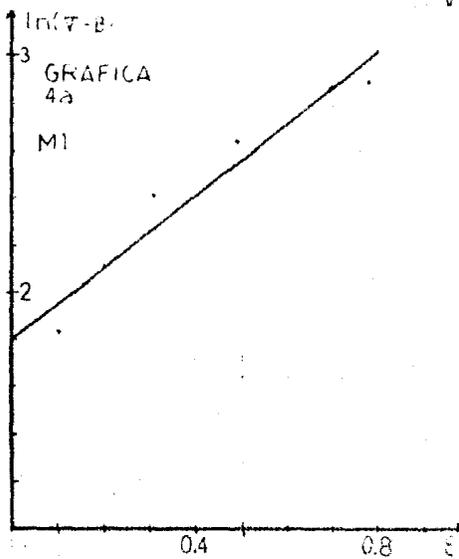
$$A_v = \exp 0.124 + 68.221$$

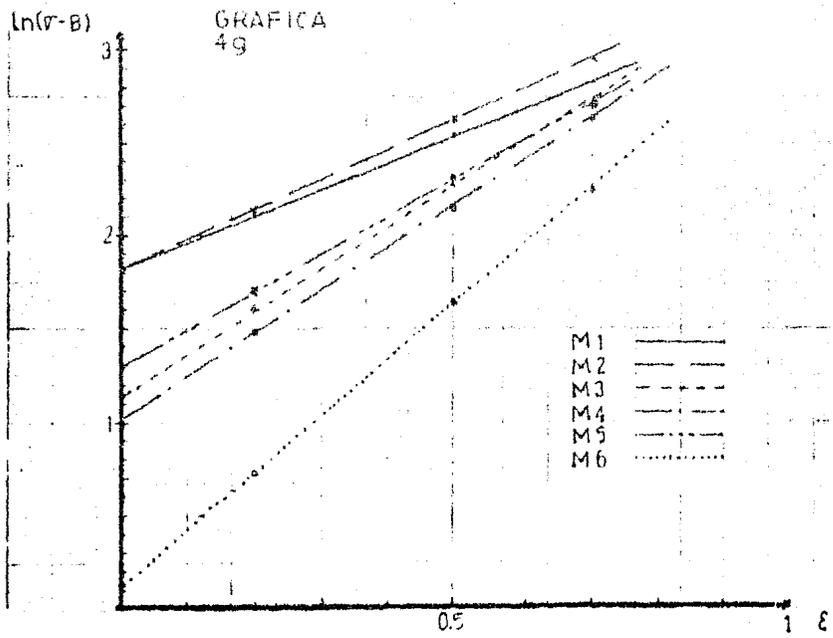
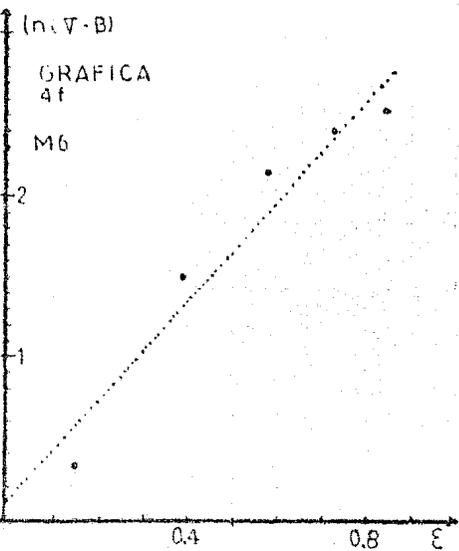
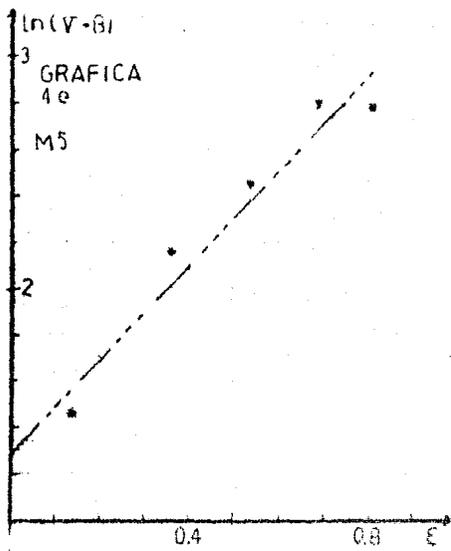
$$A_v = 69.353 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$\nabla = 68.221 + (69.353 - 68.221) \exp(-3.072 \xi)$$

Las gráficas para cada muestra, así como una conteniendo todas se presentan en las gráficas 4 (a-g):

VOCE





IV.1.4 ECUACION DE SWIFT

Dado que en esta ecuación se necesita conocer el ξ_0 , y como el método gráfico que se recomienda en la Figura 30,-- no da resultados confiables, ver Gráficas 5a y 5b; se decidió emplear el valor de ξ_0 obtenido en el método de Reed-Hill,-- ecuación (95).

Con los valores obtenidos de la ecuación (95), se pudo realizar el siguiente desarrollo:

MUESTRA 1: $\xi_0 = 0.0115$

Carga (Kg.)	$\ln \nabla$	$\ln(\xi + \xi_0)$
0	----	----
3030	4.257	-2.176
4020	4.325	-1.122
5050	4.362	-0.674
6050	4.407	-0.339
7040	4.412	-0.234

$$\begin{aligned} Fr &= 0.990 \\ n_2 &= 0.081 \\ \ln K_2 &= 4.426 \\ K_2 &= 83.582 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\nabla = 83.582 (\xi + 0.0115)^{0.081}$$

MUESTRA 2: $\xi_0 = 0.021$

Carga (Kg.)	$\ln \nabla$	$\ln(\xi + \xi_0)$
0	----	----
3020	4.247	-2.025
4040	4.324	-1.058
5040	4.363	-0.639
6060	4.385	-0.396
7060	4.432	-0.229

$$\begin{aligned} Fr &= 0.980 \\ n_2 &= 0.095 \\ \ln K_2 &= 4.432 \\ K_2 &= 84.116 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\nabla = 84.116 (\xi + 0.021)^{0.095}$$

MUESTRA 3: $\xi_0 = 0.028$

Carga (Kg.)	$\ln \nabla$	$\ln(\xi + \xi_0)$
0	----	----
3000	4.240	-1.931
4030	4.309	-0.986
5030	4.352	-0.607
6000	4.381	-0.374
7020	4.412	-0.208

$$\begin{aligned} Fr &= 0.986 \\ n_2 &= 0.096 \\ \ln K_2 &= 4.418 \\ K_2 &= 82.922 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\nabla = 82.922 (\xi + 0.028)^{0.096}$$

MUESTRA 4: $\xi_0 = 0.028$

Carga (Kg.)	$\ln V$	$\ln(\xi + \xi_0)$
0	----	----
3000	4.234	-1.839
4000	4.296	-0.981
5000	4.335	-0.587
6030	4.357	-0.342
7050	4.409	-0.189

$$\begin{aligned} Fr &= 0.967 \\ n_2 &= 0.096 \\ \ln K_2 &= 4.402 \\ K_2 &= 81.628 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$V = 81.628 (\xi + 0.028)^{0.096}$$

MUESTRA 5: $\xi_0 = 0.022$

Carga (Kg.)	$\ln V$	$\ln(\xi + \xi_0)$
0	----	----
3000	4.240	-1.790
4000	4.302	-0.952
5000	4.341	-0.567
6040	4.403	-0.333
7000	4.399	-0.180

$$\begin{aligned} Fr &= 0.972 \\ n_2 &= 0.104 \\ \ln K_2 &= 4.416 \\ K_2 &= 82.789 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$V = 82.789 (\xi + 0.022)^{0.104}$$

MUESTRA 6: $\xi_0 = 0.034$

Carga (Kg.)	$\ln V$	$\ln(\xi + \xi_0)$
0	----	----
3000	4.244	-1.677
4000	4.287	-0.856
5020	4.342	-0.483
6030	4.373	-0.267
7050	4.392	-0.113

$$Fr = 0.971$$

$$n_2 = 0.096$$

$$\ln K_2 = 4.392$$

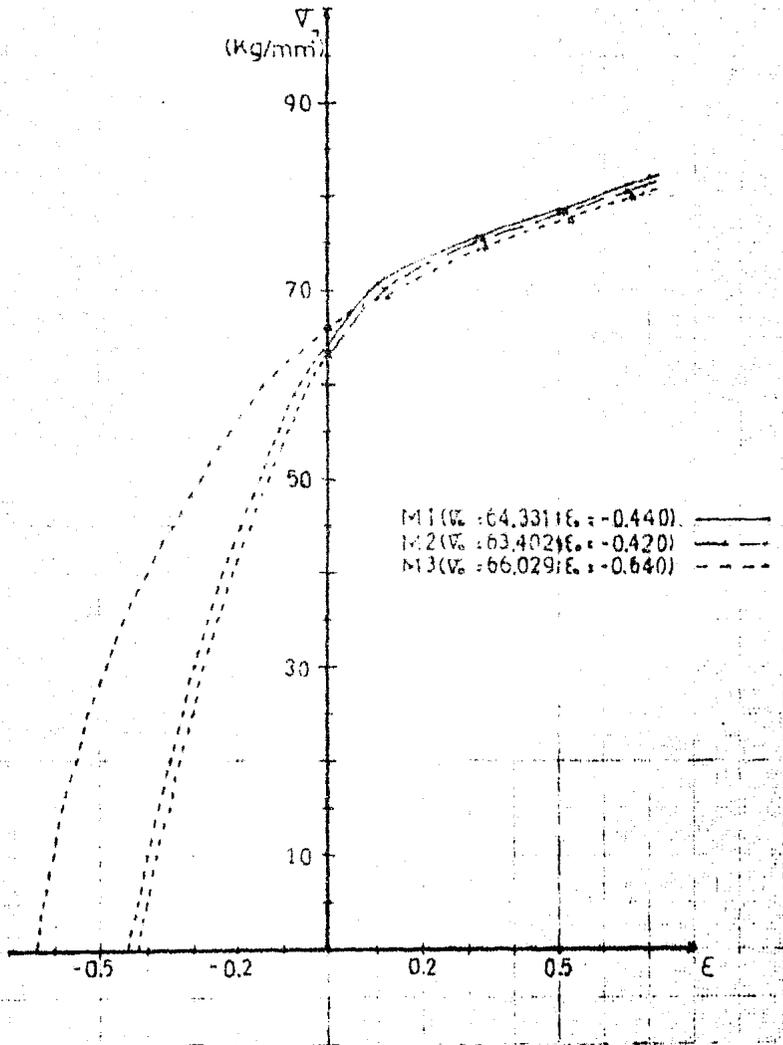
$$K_2 = 80.840 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$V = 80.840 (\xi + 0.034)^{0.096}$$

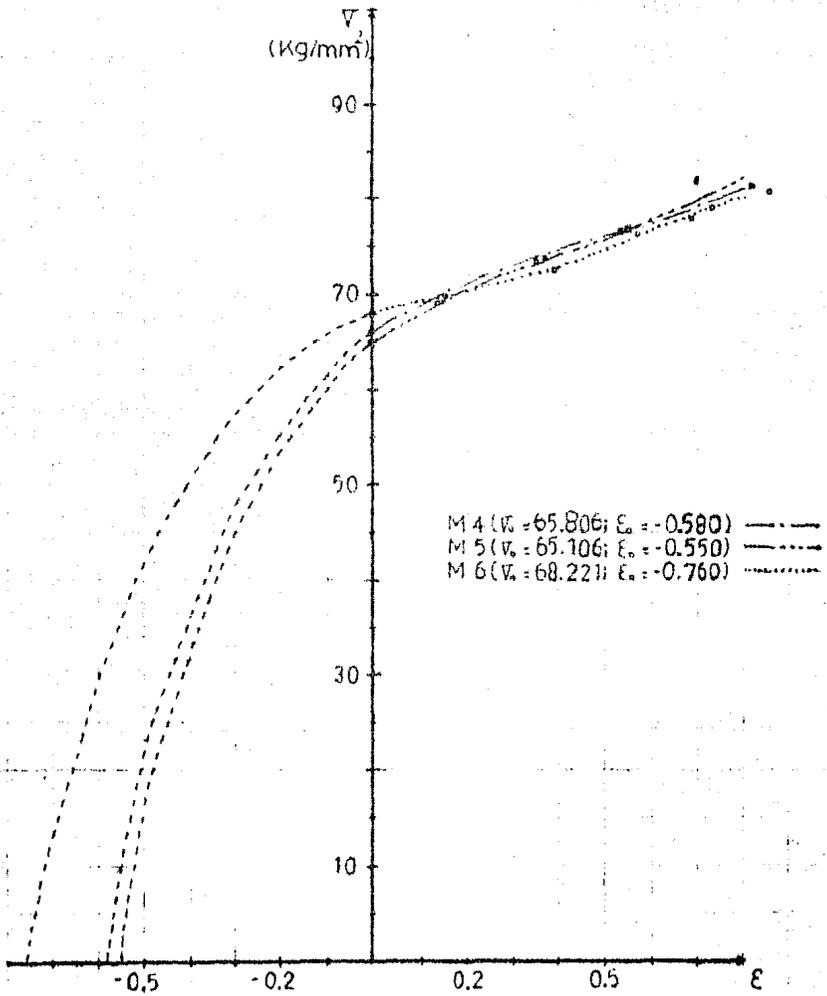
Todas estas ecuaciones se presentan en las gráficas 6 (a-g):

CALCULO DE ϵ_c

GRAFICA 53



GRAFICA 5 B



SWIFT

GRAFICA
6a

M1

$\ln \nabla$

4.3

4.1

$\ln(\epsilon \cdot \epsilon_0)^{-2}$

-1

GRAFICA
6b

M2

$\ln \nabla$

4.3

4.1

$\ln(\epsilon \cdot \epsilon_0)^{-2}$

-1

GRAFICA
6c

M3

$\ln \nabla$

4.3

4.1

$\ln(\epsilon \cdot \epsilon_0)^{-2}$

-1

GRAFICA
6d

M4

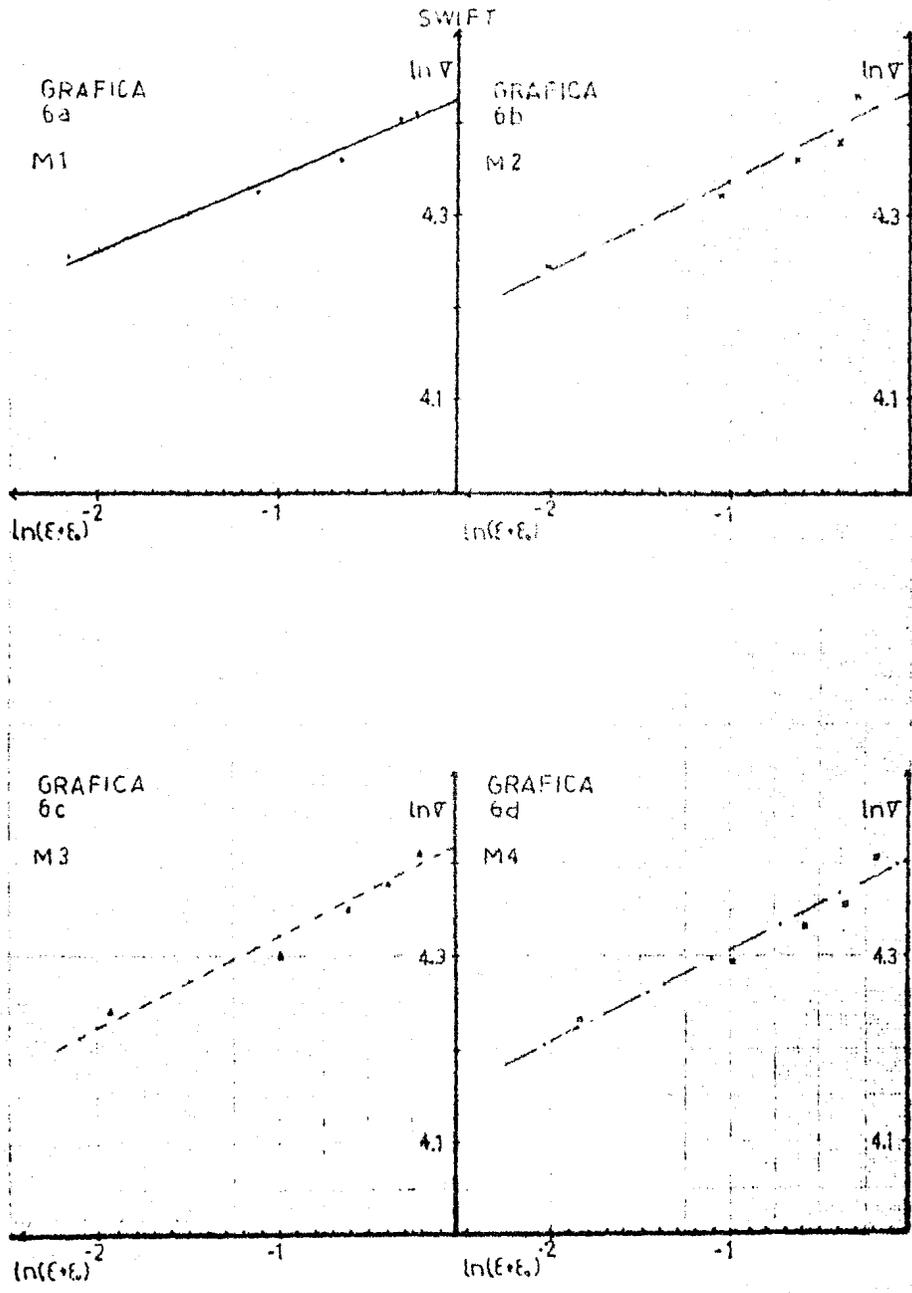
$\ln \nabla$

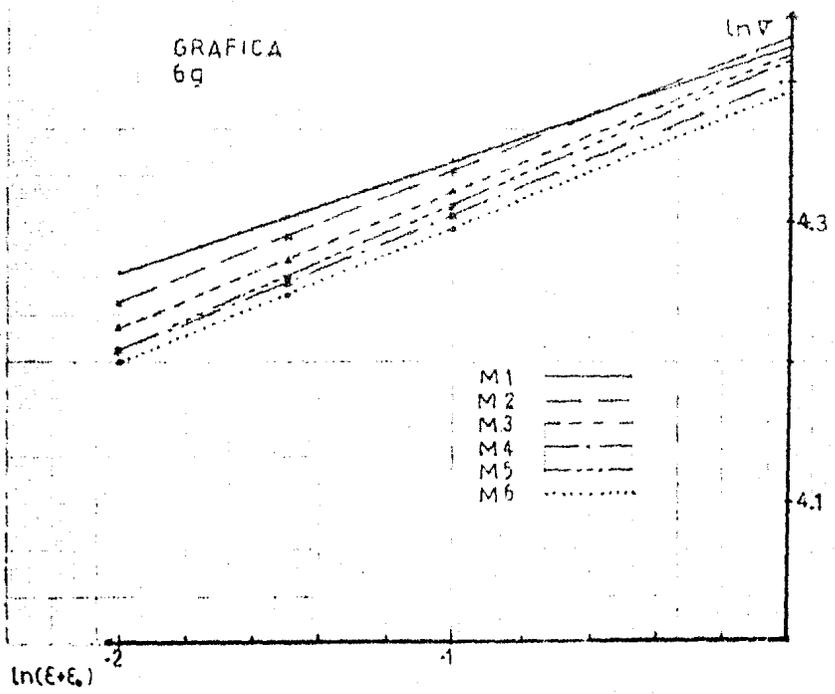
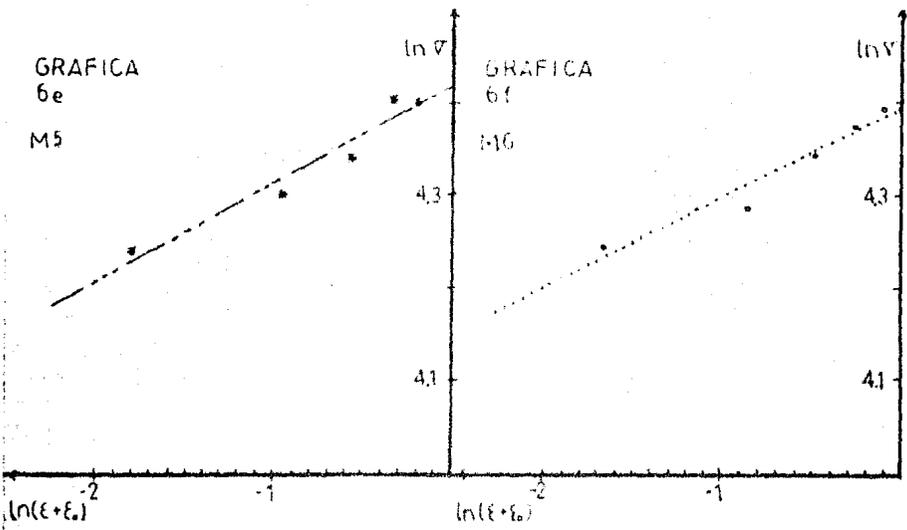
4.3

4.1

$\ln(\epsilon \cdot \epsilon_0)^{-2}$

-1





IV.1.5 METODO DE CRUSSARD-JAOUL

Como ya se dijo antes, en este método no importa si el material ha sido sometido a tensión anteriormente, es decir iguala la ecuación de Ludwik con la de Hollomon:

$$\begin{aligned} \sigma &= K_1 \varepsilon^{n_1} & d\sigma/d\varepsilon &= K_1 n_1 \varepsilon^{n_1-1} \\ \sigma &= \sigma_0 + K_2 \varepsilon^{n_2} & d\sigma/d\varepsilon &= K_2 n_2 \varepsilon^{n_2-1} \end{aligned}$$

por lo tanto: $\ln(d\sigma/d\varepsilon) = \ln(Kn) + n-1 \ln \varepsilon$

En base a lo anterior se obtuvieron los siguientes resultados:

MUESTRA 1:

σ (Kg/mm ²)	ε	$d\sigma/d\varepsilon$	$\ln d\sigma/d\varepsilon$	$\ln \varepsilon$
0	0	0	----	----
27.322	0	0	----	----
51.820	3.406×10^{-3}	7192.601	8.881	-5.682
70.623	0.102	190.711	5.251	-2.283
75.568	0.314	23.325	3.150	-1.158
78.420	0.498	15.500	2.741	-0.697
82.038	0.701	17.823	2.880	-0.355
82.422	0.780	4.861	1.581	-0.249

$$\begin{aligned} Fr &= -0.986 \\ n-1 &= -1.256 \\ \ln(Kn) &= 1.898 \\ n &= -0.256 \\ K &= 26,066 \text{ Kg/mm}^2 \end{aligned}$$

$$d\sigma/d\varepsilon = 6.673 \varepsilon^{-1.256}$$

MUESTRA 2:

∇ (Kg/mm ²)	ξ	$d\nabla/d\xi$	$\ln d$	$\ln \xi$
0	0	0	----	----
26.234	0	0	----	----
51.820	0.012	2140.500	7.669	-4.423
69.898	0.111	182.606	5.207	-2.198
75.487	0.326	25.995	3.258	-1.121
78.490	0.507	16.591	2.809	-0.679
80.061	0.652	10.834	2.383	-0.428
81.109	0.774	33.180	3.502	-0.256

$$\begin{aligned} Fr &= -0.966 \\ n-1 &= -1.209 \\ \ln(Kn) &= 2.303 \\ n &= -0.209 \\ K &= -47.867 \text{ Kg/mm}^2 \end{aligned}$$

$$d\nabla/d\xi = 10.004 \xi^{-1.209}$$

MUESTRA 3:

∇ (Kg/mm ²)	ξ	$d\nabla/d\xi$	$\ln d$	$\ln \xi$
0	0	0	----	----
27.765	0	0	----	----
52.338	7.917×10^{-3}	3103.827	8.040	-4.859
69.435	0.117	156.734	5.055	-2.146
74.376	0.345	21.671	3.076	-1.064
77.662	0.517	19.105	2.950	-0.660
79.886	0.660	15.552	2.744	-0.416
82.416	0.784	20.403	3.016	-0.243

$$\begin{aligned} Fr &= -0.989 \\ n-1 &= -1.185 \\ \ln(Kn) &= 2.297 \\ n &= -0.185 \\ K &= -53.763 \text{ Kg/mm}^2 \end{aligned}$$

$$d\nabla/d\xi = 9.946 \xi^{-1.185}$$

MUESTRA 4:

(Kg/mm ²)	ξ	dV/dξ	ln dV/dξ	ln ξ
0	0	0	----	----
26.284	0	0	----	----
52.388	7.158×10^{-3}	3646.329	8.202	-4.940
68.969	0.131	133.888	4.897	-2.033
75.397	0.347	20.500	3.020	-1.058
76.356	0.528	16.348	2.794	-0.639
78.035	0.682	10.903	2.389	-0.383
82.168	0.800	55.025	3.556	-0.223

$$\begin{aligned} Fr &= -0.967 \\ n-1 &= -1.177 \\ \ln(Kn) &= 2.324 \\ n &= -0.177 \\ K &= -57.719 \text{ Kg/mm}^2 \end{aligned}$$

$$dV/d\xi = 10.216\xi^{-1.177}$$

MUESTRA 5:

V(Kg/mm ²)	ξ	dV/dξ	ln dV/dξ	ln ξ
0	0	0	----	----
29.930	0	0	----	----
55.804	0.013	1990.308	7.596	-4.343
69.435	0.145	103.265	4.637	-1.931
73.823	0.364	20.037	2.998	-1.011
76.775	0.545	16.309	2.792	-0.607
81.683	0.695	32.720	3.488	-0.364
81.382	0.813	-2.551	----	-0.207

$$\begin{aligned} Fr &= -0.971 \\ n-1 &= -1.185 \\ \ln(Kn) &= 2.346 \\ n &= -0.185 \\ K &= -56.429 \text{ Kg/mm}^2 \end{aligned}$$

$$dV/d\xi = 10.439\xi^{-1.185}$$

MUESTRA 6:

$\nabla(\text{Kg/mm}^2)$	ϵ	$d\nabla/d\epsilon$	$\ln d\nabla/d\epsilon$	$\ln \epsilon$
0	0	0	----	----
27.963	0	0	----	----
56.309	8.807×10^{-3}	3218.576	8.077	-4.732
69.678	0.153	92.716	4.530	-1.877
72.715	0.391	12.761	2.546	-0.939
76.863	0.583	21.604	3.073	-0.540
79.245	0.732	15.987	2.772	-0.312
80.786	0.859	12.134	2.496	-0.152

$$\begin{aligned} Fr &= -0.984 \\ n-1 &= -1.234 \\ \ln(Kn) &= 2.157 \\ n &= -0.234 \\ K &= -36.949 \text{ Kg/mm}^2 \end{aligned}$$

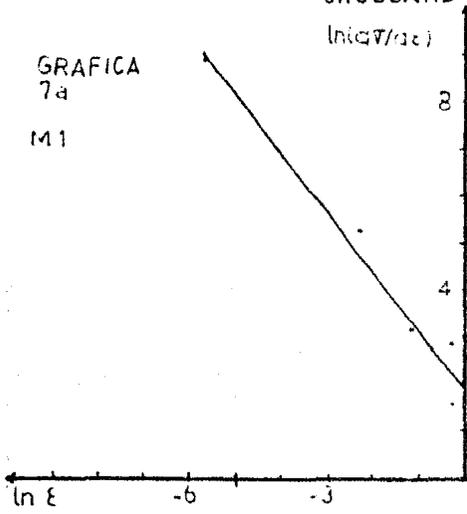
$$d\nabla/d\epsilon = 8.646\epsilon^{-1.234}$$

Las ecuaciones obtenidas pueden verse en las gráficas 7 (a-g):

CRUSSARD-JADOL

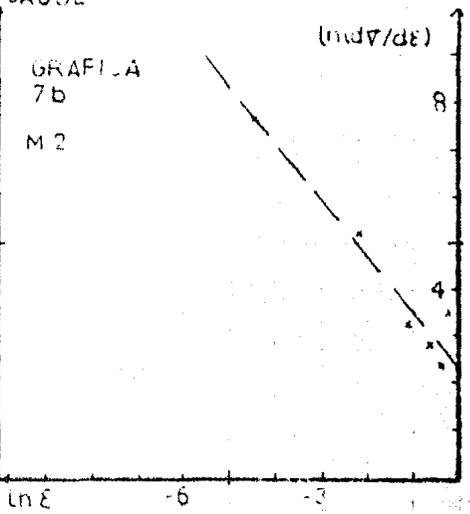
GRAFICA
7a

M1



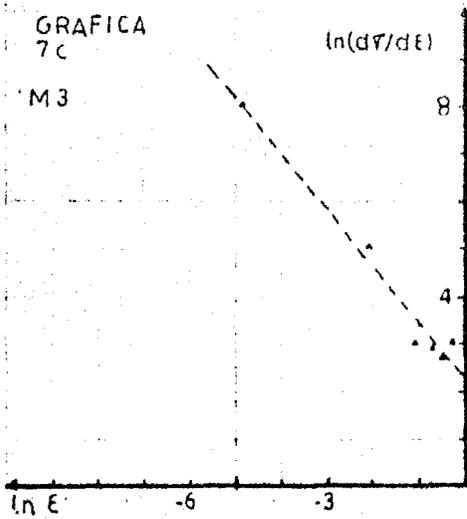
GRAFICA
7b

M2



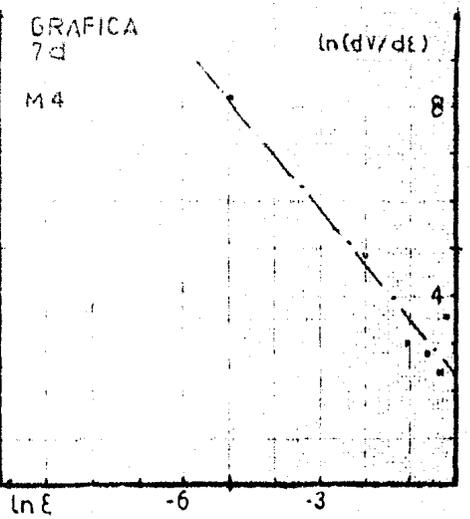
GRAFICA
7c

M3



GRAFICA
7d

M4



GRAFICA
7e

M5

$\ln(d\bar{v}/d\bar{v})$

8

4

$\ln \epsilon$

-6

-3

GRAFICA
7f

M6

$\ln(d\bar{v}/d\bar{v})$

8

4

$\ln \epsilon$

-6

-3

GRAFICA
7g

$\ln(d\bar{v}/d\bar{v})$

8

4

$\ln \epsilon$

-4

-2

- M 1 ———
- M 2 ———
- M 3 - - - -
- M 4 - - - -
- M 5 - - - -
- M 6 ·····

IV.1.6 METODO DE REED-HILL

La ecuación en que se basa este método es una variante de la ecuación de Swift, cuya forma es la siguiente

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{1}{qC} \sigma^{(1-q)}$$

esta ecuación ya linealizada toma la forma:

$$\ln (d\sigma/d\varepsilon) = -\ln (qC) + (1-q) \ln \sigma$$

MUESTRA 1:

σ (Kg/mm ²)	ε	$d\sigma/d\varepsilon$	$\ln d\sigma/d\varepsilon$	$\ln \sigma$
0	0	0	----	----
27.322	0	0	----	3.308
51.820	3.406×10^{-3}	7192.601	8.881	3.948
70.623	0.102	190.711	5.251	4.257
75.568	0.314	23.325	3.150	4.325
78.420	0.498	15.500	2.741	4.362
82.038	0.701	17.823	2.880	4.407
82.422	0.780	4.861	1.581	4.412

$$\begin{aligned} Fr &= -0.978 \\ (1-q) &= -14.747 \\ -\ln (qC) &= 67.276 \\ q &= 15.747 \\ C &= 3.848 \times 10^{-31} \\ n_2 &= 1/q = 0.064 \\ K_2 &= 88.419 \text{ Kg/mm}^2 \\ \xi_0 &= -C(\sigma_0)^q \\ \xi_0 &= -0.0115 \end{aligned}$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 1.650 \times 10^{29} \sigma^{-14.747}$$

MUESTRA 2:

\bar{V} (Kg/mm ²)	ξ	$d\bar{V}/d\xi$	$\ln d\bar{V}/d\xi$	$\ln \bar{V}$
0	0	0	----	----
26.134	0	0	----	3.263
51.820	0.012	2140.500	7.669	3.948
69.898	0.111	182.606	5.207	4.247
75.487	0.326	25.995	3.258	4.324
78.490	0.507	16.591	2.809	4.363
80.061	0.652	10.834	2.383	4.383
84.109	0.774	53.180	3.502	4.432

$$\begin{aligned} Fr &= -0.940 \\ (1-q) &= -10.624 \\ -\ln(qC) &= 49.640 \\ q &= 11.624 \\ C &= 2.378 \times 10^{-23} \\ n_2 &= 0.086 \\ K_2 &= 88.236 \text{ Kg/mm} \\ \xi_0 &= -0.021 \end{aligned}$$

$$\frac{d\bar{V}}{d\xi} = 3.615 \times 10^{21} \bar{V}^{-10.624}$$

MUESTRA 3:

\bar{V} (Kg/mm ²)	ξ	$d\bar{V}/d\xi$	$\ln d\bar{V}/d\xi$	$\ln \bar{V}$
0	0	0	----	----
27.765	0	0	----	3.324
52.338	7.917×10^{-3}	3103.827	8.040	3.958
69.435	0.117	156.734	5.055	4.240
74.376	0.345	21.671	3.076	4.509
77.662	0.517	19.105	2.950	4.552
79.886	0.660	15.552	2.744	4.381
82.416	0.784	20.403	3.016	4.412

$$\begin{aligned} Fr &= -0.976 \\ (1-q) &= -12.234 \\ -\ln(qC) &= 56.451 \\ q &= 13.234 \\ C &= 2.301 \times 10^{-26} \\ n_2 &= 0.076 \\ K_2 &= 88.817 \text{ Kg/mm} \\ \xi_0 &= -0.028 \end{aligned}$$

$$\frac{d\bar{V}}{d\xi} = 3.284 \times 10^{24} \bar{V}^{-12.234}$$

MUESTRA 4:

∇ (Kg/mm ²)	ξ	$d\nabla/d\xi$	$\ln d\nabla/d\xi$	$\ln \nabla$
0	0	0	----	----
26.284	0	0	----	3.269
52.358	7.158×10^{-3}	3646.829	8.202	3.959
68.969	0.131	133.888	4.897	4.234
73.397	0.347	20.500	5.020	4.296
76.356	0.528	16.348	2.794	4.335
78.035	0.682	10.903	2.389	4.357
82.168	0.800	35.925	3.556	4.409

$$\begin{aligned} Fr &= -0.939 \\ (1-q) &= -12.653 \\ -\ln(qC) &= 58.108 \\ q &= 13.653 \\ C &= 4.254 \times 10^{-27} \\ n_2 &= 0.073 \\ K_2 &= 84.158 \text{ Kg/mm}^2 \\ \xi_0 &= -0.028 \end{aligned}$$

$$\frac{d\nabla}{d\xi} = 1.722 \times 10^{25} \nabla^{-12.653}$$

MUESTRA 5:

∇ (Kg/mm ²)	ξ	$d\nabla/d\xi$	$\ln d\nabla/d\xi$	$\ln \nabla$
0	0	0	----	----
29.930	0	0	----	3.293
55.804	0.013	1990.308	7.596	4.022
69.435	0.145	103.265	4.637	4.240
73.823	0.364	20.037	2.998	4.302
76.775	0.545	16.309	2.792	4.341
81.683	0.695	32.720	3.488	4.403
81.382	0.813	-2.551	----	4.399

$$\begin{aligned} Fr &= -0.937 \\ (1-q) &= -12.655 \\ -\ln(qC) &= 58.148 \\ q &= 13.635 \\ C &= 4.093 \times 10^{-27} \\ n_2 &= 0.073 \\ K_2 &= 84.396 \text{ Kg/mm}^2 \\ \xi_0 &= -0.022 \end{aligned}$$

$$\frac{d\nabla}{d\xi} = 1.792 \times 10^{25} \nabla^{-12.635}$$

MUESTRA 6:

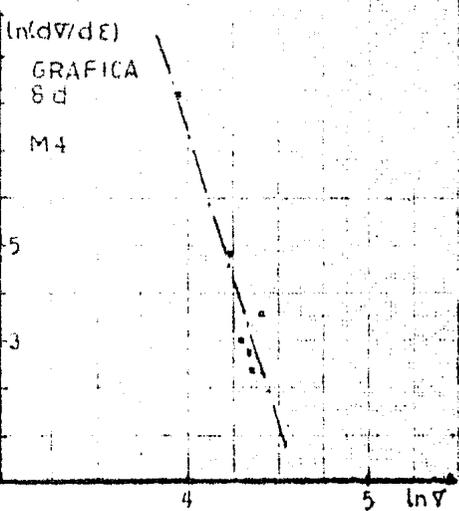
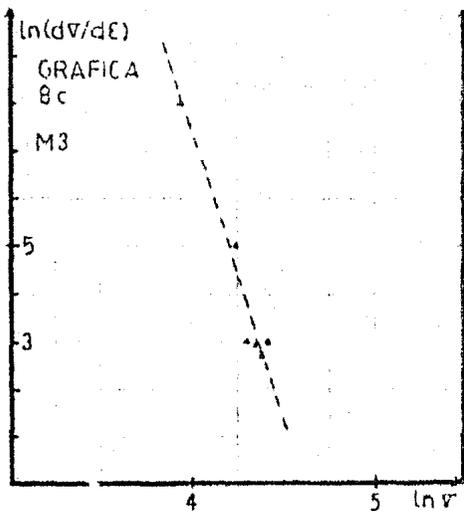
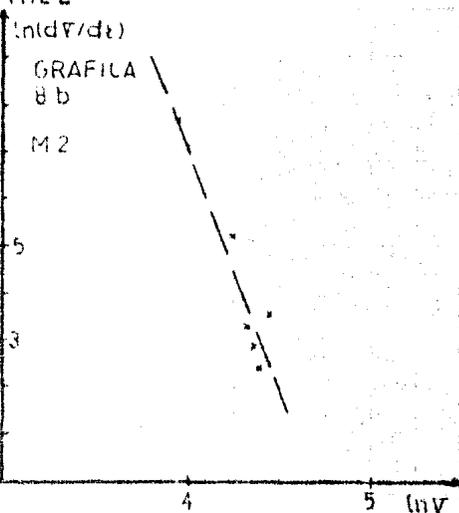
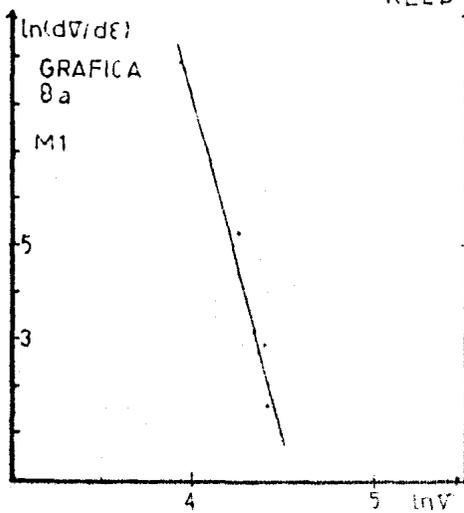
∇ (Kg/mm ²)	ξ	$d\nabla/d\xi$	$\ln d\nabla/d\xi$	$\ln \nabla$
0	0	0	----	----
27.963	0	0	----	3.331
56.309	8.807×10^{-3}	3218.576	8.077	4.031
69.678	0.153	92.716	4.530	4.244
72.715	0.391	12.761	2.546	4.287
76.863	0.583	21.604	3.073	4.342
79.245	0.732	15.987	2.772	4.373
80.786	0.859	12.131	2.496	4.392

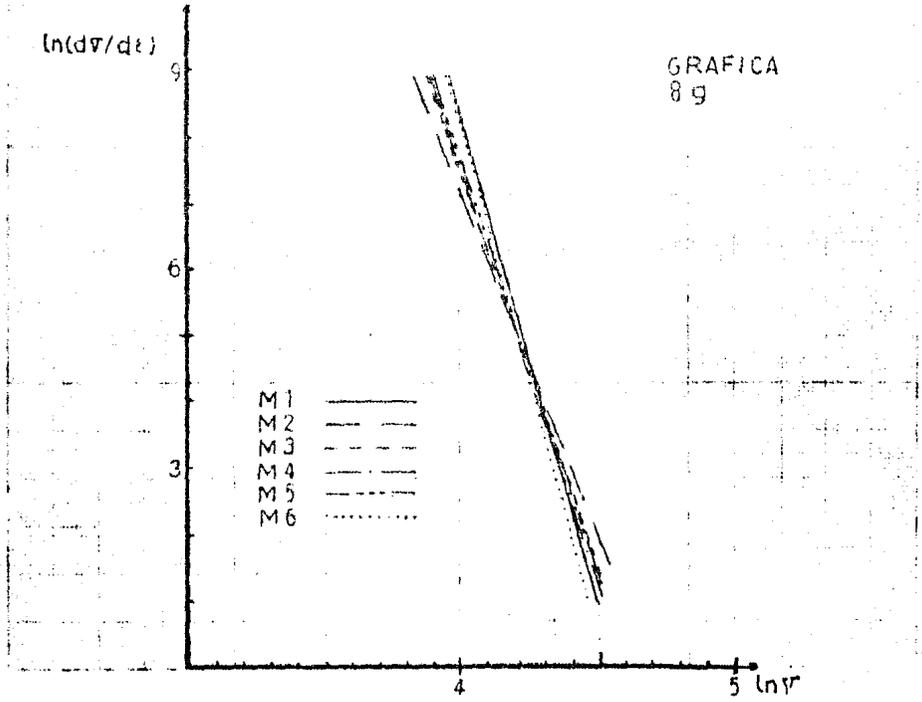
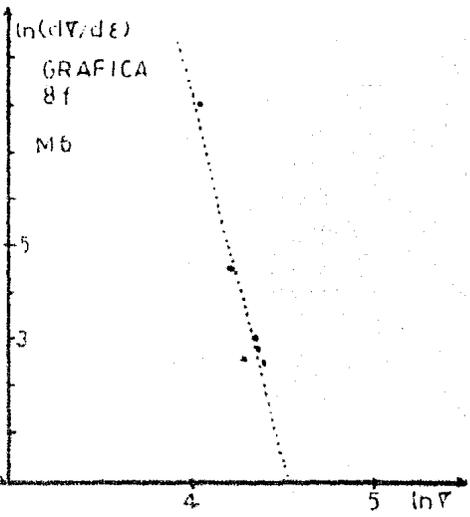
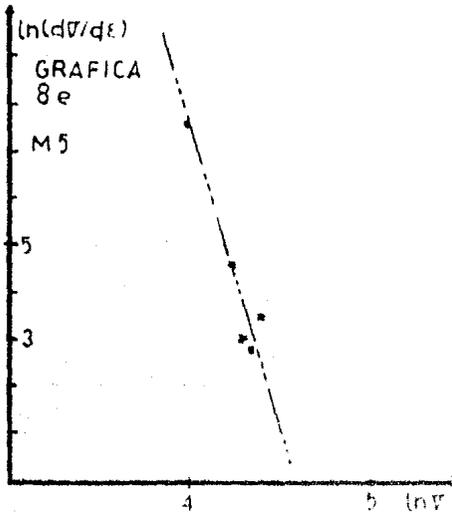
$$\begin{aligned} Fr &= -0.959 \\ (1-q) &= -15.679 \\ -\ln(qC) &= 70.995 \\ q &= 16.679 \\ C &= 8.812 \times 10^{-33} \\ n_2 &= 0.060 \\ k_2 &= 83.810 \text{ Kg/mm}^2 \\ \xi_0 &= -0.934 \end{aligned}$$

$$\frac{d\nabla}{d\xi} = 0.804 \times 10^{30} \nabla^{-15.679}$$

Una vez más, todas las ecuaciones se presentan en las gráficas--
8 (a-g):

REED-HILL





IV.1.7 METODO DE AVITZUR

Este método es aplicado generalmente para la obtención de ∇_0 a diferentes deformaciones, pero principalmente para la obtención a partir de una compresión en cilindros del factor de fricción, m . A partir de los valores obtenidos, se puede hacer una comparación entre este método y la técnica gráfica en base a anillos para la obtención del mismo factor m .

El cálculo de ∇_0 puede ser a partir de la fórmula (50), o en base a construir la gráfica 9.

Utilizando la ecuación 50, el procedimiento de cálculo para ∇_0 es el siguiente:

$$\nabla_0 = \frac{(\delta_2' / \delta_1') P_1 - P_2}{(\delta_2' / \delta_1') - 1}$$

donde:

$$\delta_2' = D_2/H_2 \quad \text{y} \quad \delta_1' = D_1/H_1$$

P_1 = tensión a un determinado nivel de deformación de la probeta 1 (D/H = 0.839).

P_2 = tensión a un determinado nivel de deformación de la probeta 2 (D/H = 1.491).

Por lo tanto: $\gamma_1 = 0.839$ y $\gamma_2 = 1.491$

Con los datos anteriores se construye la tabla 5.

TABLA 5

DETERMINACION DEL VALOR DE V_0 .

ξ	p_1 (Kg/cm ²)	p_2 (Kg/mm ²)	V_0 (Kg/mm ²)
0.2	70.05	72.5	67.926
0.3	72.5	75.0	69.282
0.5	76.0	78.0	73.426
0.7	80.0	80.5	79.356
0.8	82.0	82.0	80.856

El segundo método para determinar V_0 , es con ayuda de la gráfica 9, en donde la ordenada al origen de las rectas obtenidas para cada nivel de deformación es el valor de V_0 , la regresión lineal para cada caso se presenta en las tablas 6 (a-f).

W = pendiente de la recta.

Z = Intersección con el eje de las ordenadas.

TABLAS 6 (a-f)

DETERMINACION DE σ_o .(a) $\epsilon = 0.20$

D/H	$\bar{\sigma}$ $\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}$
1.850	74.0
1.491	72.5
1.279	72.0
0.993	71.0
0.839	70.5
0.738	70.5

$Fr = 0.992$

$W = 3.248 \text{ Kg/mm}^2$

$Z = 67.869 \text{ Kg/mm}^2$

(b) $\epsilon = 0.30$

D/H	$\bar{\sigma}$ $\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}$
1.850	75.5
1.491	75.0
1.279	73.5
0.993	73.0
0.839	72.5
0.738	72.5

$Fr = 0.974$

$W = 3.006 \text{ Kg/mm}^2$

$Z = 70.075 \text{ Kg/mm}^2$

(c) $\epsilon = 0.50$

D/H	$\bar{\sigma}$ $\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}$
1.830	79.0
1.491	78.0
1.279	77.0
0.993	76.0
0.839	76.0
0.738	75.5

$Fr = 0.990$

$W = 3.213 \text{ Kg/mm}^2$

$Z = 73.077 \text{ Kg/mm}^2$

(d) $\epsilon = 0.70$

D/H	$\bar{\sigma}$ $\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}$
1.850	82.0
1.491	80.5
1.279	81.0
0.993	79.0
0.839	80.0
0.738	79.0

$Fr = 0.881$

$W = 2.472 \text{ Kg/mm}^2$

$Z = 77.296 \text{ Kg/mm}^2$

(e) $\varepsilon = 0.80$

D/H	$\bar{\sigma}$ $\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}$
1.830	82.5
1.491	82.0
1.279	82.0
0.993	80.5
0.839	81.5
0.738	80.0

$$Fr = 0.844$$

$$W = 1.959 \text{ Kg/mm}^2$$

$$Z = 79.076 \text{ Kg/mm}^2$$

(f)

ε	$\bar{\sigma}_0$ $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$
0.2	67.869
0.3	70.075
0.5	73.077
0.7	77.296
0.8	79.076

Comparando la tabla 6 (f) con la tabla 5, se puede observar una gran similitud en los valores de $\bar{\sigma}_0$, por lo que consideramos indistinto el usar cualquiera de los dos métodos. A partir de este momento sólo se usarán los valores de $\bar{\sigma}_0$ obtenidos por el método gráfico, dichos valores son presentados en la gráfica 10.

Una vez obtenidos los valores de $\bar{\sigma}_0$, se procede a calcular los parámetros lineales de la ecuación de Avitzur, de los cuales a su vez se obtendrá el factor de fricción, m , para cada nivel de deformación. Ver tablas 7 (a-e).

TABLA 7 (a-c)

CALCULO DE m , UTILIZANDO LA ECUACION DE AVITZUR

$$p/\sqrt{\sigma_0} = 1 + C(D/H) ; \quad C = m/3 \sqrt{3}$$

(a) $\xi = 0.20 \quad \sqrt{\sigma_0} = 67.869 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$

$p \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$	D/H	$p/\sqrt{\sigma_0}$
74.0	1.830	1.090
72.5	1.491	1.068
72.0	1.279	1.061
71.0	0.993	1.046
70.5	0.839	1.039
70.5	0.738	1.039

$Fr = 0.991$

$C = 0.047$

$Z = 1.001$

$m = 0.246$

(b) $\xi = 0.30 \quad \sqrt{\sigma_0} = 70.075 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$

$p \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$	D/H	$p/\sqrt{\sigma_0}$
73.5	1.830	1.077
73.0	1.491	1.070
72.5	1.279	1.049
73.0	0.993	1.042
72.5	0.839	1.035
72.5	0.738	1.035

$Fr = 0.974$

$C = 0.042$

$Z = 1.001$

$m = 0.219$

(c) $\xi = 0.50$ $V_0 = 73.077 \text{ kg/mm}^2$

p (Kg/mm ²)	D/H	p/ ∇_0
79.0	1.830	1.081
78.0	1.491	1.067
77.0	1.279	1.054
76.0	0.993	1.040
76.0	0.839	1.040
75.5	0.758	1.033

Fr = 0.991

C = 0.044

Z = 1.000

m = 0.228

(d) $\xi = 0.70$ $V_0 = 77.296 \text{ (Kg/mm}^2)$

p (Kg/mm ²)	D/H	p/ ∇_0
82.0	1.830	1.061
80.5	1.491	1.041
81.0	1.279	1.048
79.0	0.993	1.022
80.0	0.839	1.035
79.0	0.738	1.022

Fr = 0.878

C = 0.032

Z = 1.000

m = 0.166

(e) $\xi = 0.80$ $\nabla_0 = 79.076$ (Kg/mm²)

p (Kg/mm ²)	D/H	p/ ∇_0
82.5	1.830	1.043
82.0	1.491	1.037
82.0	1.279	1.037
80.5	0.995	1.018
81.5	0.839	1.031
80.0	0.738	1.012

Fr = 0.836

C = 0.024

Z = 1.001

m = 0.126

De los valores de ξ y m, obtuvimos la siguiente relación; ver Tabla 8:

TABLA 8

RELACION DE ξ vs m.

ξ	m
0.2	0.246
0.3	0.219
0.5	0.228
0.7	0.166
0.8	0.126

Fr = -0.921

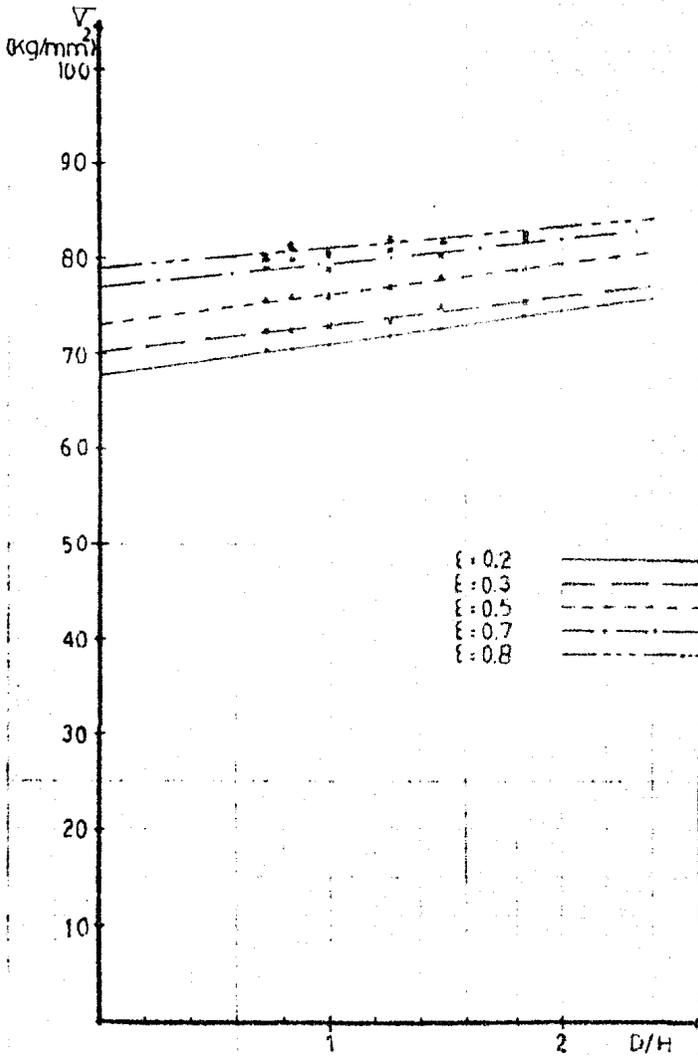
W = -0.179

Z = 2.87

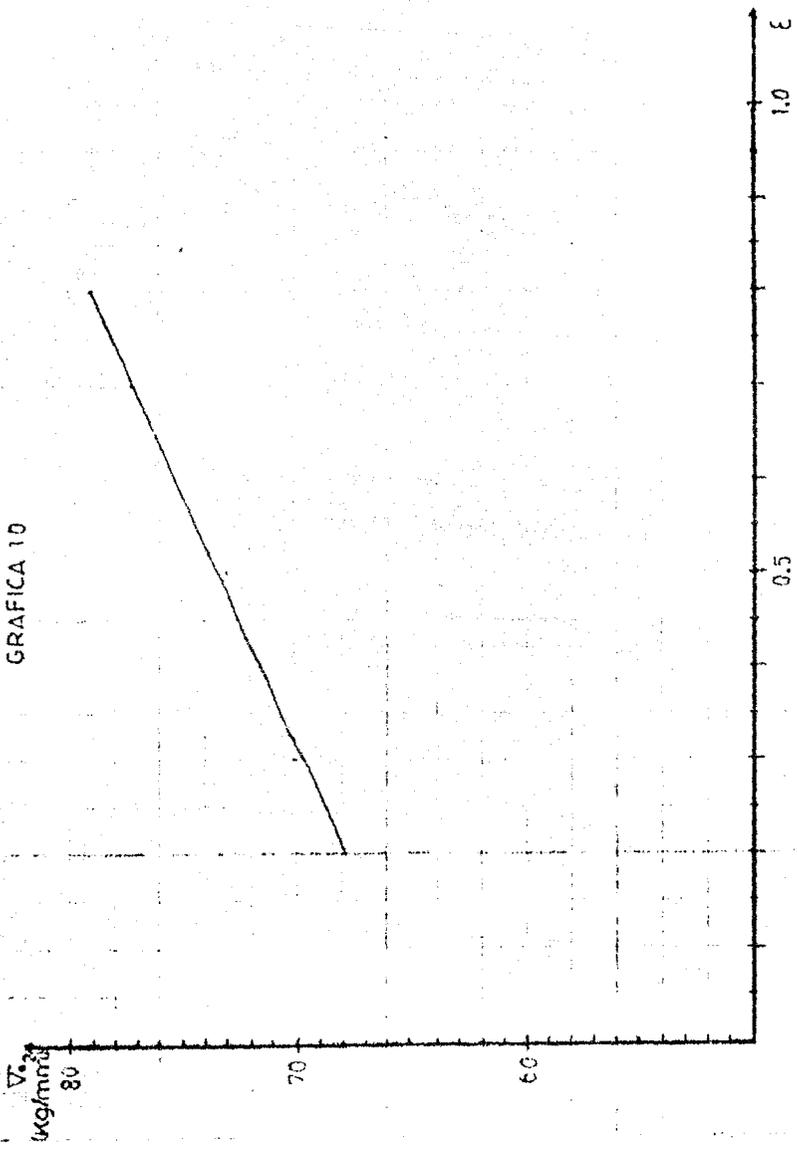
Por lo tanto la ecuación es $m = 2.87 - 0.179 \xi$. Esta relación sólo es válida para compresión en cilindros, con lubricante de teflón de 0.002 pulgadas de grosor.

AVITZUR

GRAFICA 9



AVITZUR
GRAFICA 10



IV.2 ENSAYO DE COMPRESION EN ANILLOS

Estos ensayos se realizaron con el propósito de obtener el factor de fricción m , y poder comparar este valor con el obtenido en la ecuación de Avitzur, además de calcular el radio neutral por un método gráfico y uno experimental.

En las tablas: 9 (a-e) se pueden observar los resultados obtenidos en estos ensayos.

TABLA 9 (a-e)

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LA COMPRESION DE ANILLOS

(a) Muestra: 1 (6:3:6)

CARGA (Kg)	Di (mm)	Do (mm)	H (mm)	% Red. H	% Red. Di
0	3.65	8.10	8.15	0	0
1000	3.75	8.12	8.10	0.37	- 2.74
2000	3.75	8.17	8.01	1.48	- 2.74
3000	4.00	9.05	8.76	16.85	- 9.59
4000	4.15	10.08	5.38	33.83	-13.70
5000	4.20	11.05	5.04	38.01	-15.07
6000	4.00	11.79	3.68	54.74	- 9.59
7000	----	----	----	----	----

(b) Muestra: 2 (6:3:5)

CARGA (Kg)	Di (mm)	Do (mm)	H (mm)	% Red. H	% Red. Di
0	3.70	8.15	6.65	0	0
1000	3.75	8.17	6.63	0.30	- 1.35
2000	3.80	8.20	6.60	0.75	- 2.70
3000	4.05	8.92	5.64	15.19	- 9.46
4000	4.35	9.85	4.60	30.83	-17.57
5000	4.355	10.69	3.85	42.11	-17.70
6000	4.50	11.55	3.31	50.23	-21.62
7000	4.65	12.22	2.87	56.84	-25.68

(c) Muestra: 3 (6:3:4)

CARGA (Kg)	Di (mm)	Do (mm)	H (mm)	% Red. H	% Red. Di
0	3.65	8.05	5.04	0	0
1500	3.75	8.05	5.05	0.20	- 2.74
2000	3.80	8.10	4.95	1.19	- 4.11
3000	3.90	8.75	4.27	15.28	- 6.85
4000	4.25	9.80	3.18	36.90	-16.44
5000	4.35	10.74	2.84	43.65	-19.18
6000	4.50	11.53	2.45	51.39	-23.29
7000	4.65	12.19	2.16	57.14	-27.40

(d) Muestra: 4 (6:3:3)

CARGA (Kg)	Di (mm)	Do (mm)	H (mm)	% Red. H	% Red. Di
0	3.70	8.10	4.09	0	0
1000	3.70	8.10	4.04	1.22	0
2000	3.80	8.17	3.96	3.18	- 2.70
3000	3.95	8.76	3.45	15.65	- 6.76
4000	4.20	9.70	2.81	31.30	-13.51
5000	4.30	10.59	2.31	43.52	-16.32
6000	4.65	11.41	2.03	50.37	-25.68
7000	4.65	11.99	1.80	55.99	-25.68

(e) Muestra 5 (6:3:2)

CARGA (Kg)	Di (mm)	Do (mm)	H (mm)	% Red. H	% Red. Di
0	3.65	8.10	2.64	0	0
1000	3.75	8.13	2.62	0.76	- 2.74
2000	3.80	8.19	2.54	3.79	- 4.11
3000	3.90	8.74	2.36	10.61	- 6.85
4000	4.05	9.53	1.87	29.17	-10.96
5000	4.25	10.32	1.57	40.53	-16.44
6000	4.40	10.92	1.38	47.63	-20.55
7000	4.55	11.51	1.22	53.79	-19.18

Tomando la relación 6:3:2 como la geometría estándar de calibración, [9, 10, 16], se procedió a determinar el factor de fricción para dicha relación, ver Figuras 34, 35 y 36.

A partir de este valor y aplicando la técnica que se expone en las referencias [9] y [18], se puede calcular el valor del factor de fricción m , para todas las demás geometrías, datos que se pueden consultar en la tabla 10.

TABLA 10

DETERMINACION DE m , PARA DIVERSAS RELACIONES

RELACION GEOMETRICA	FACTOR DE FRICCION (m)
6:3:6	0.24
6:3:5	0.20
6:3:4	0.16
6:3:3	0.12
6:3:2	0.08

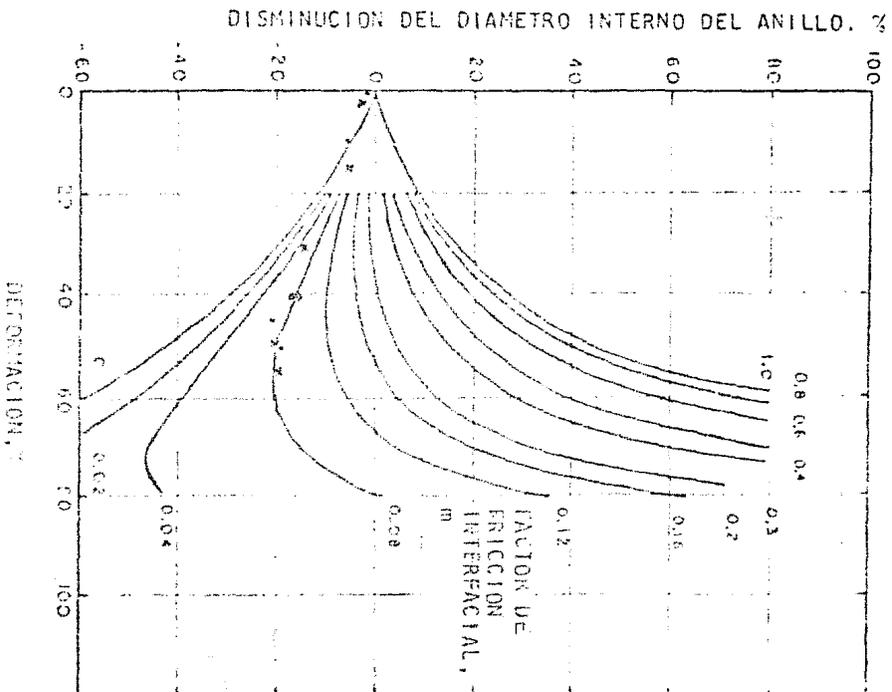


Fig. 34.- Gráfica para el cálculo del factor de fricción m , para la relación 6:3:2, [11].

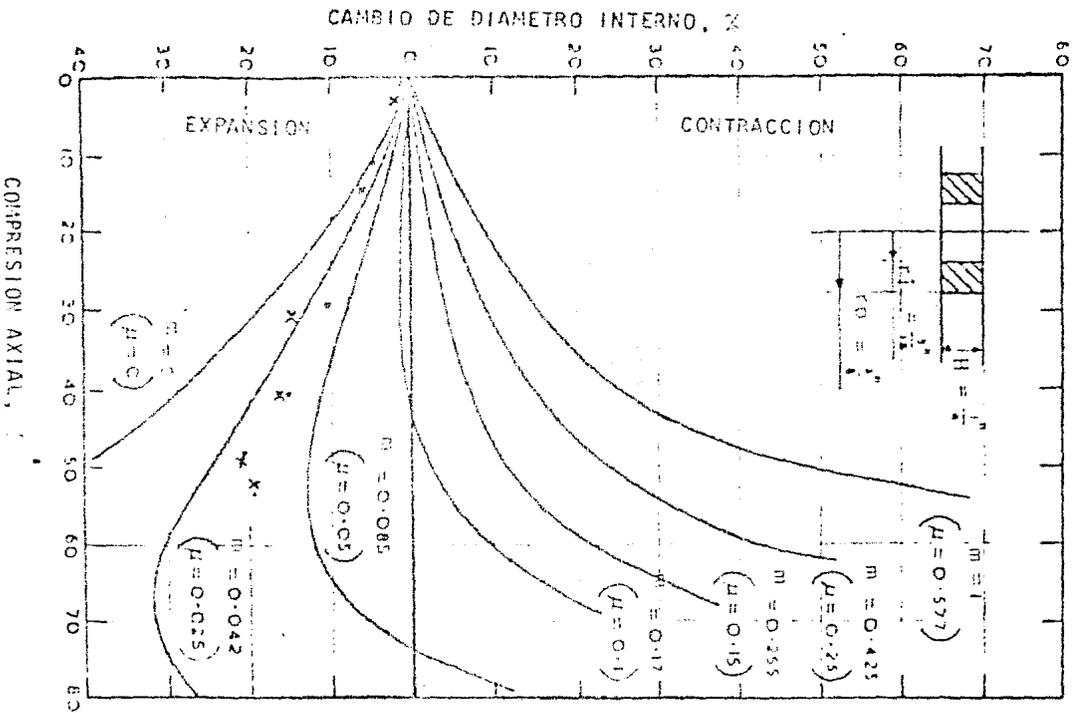


Fig. 35.- Gráfica para la determinación del factor de fricción μ , por medio de un ensayo de anillos; buena para la relación 6:3:2, [9].

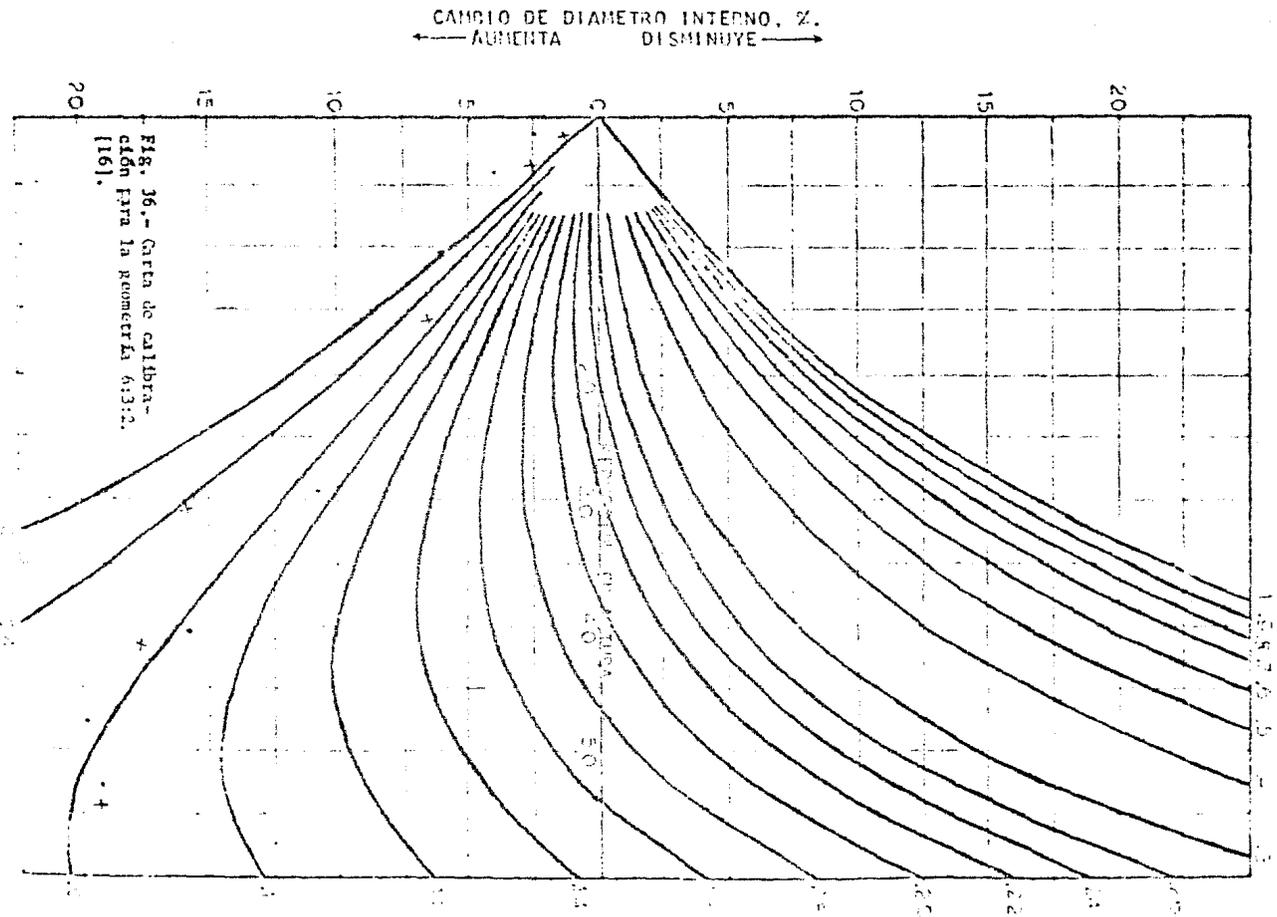


FIG. 36.- Carta de calibración para la reometría 6:3:2. [16].

IV.2.1 CALCULO DEL RADIO NEUTRAL, R_n

Para el cálculo del radio neutral (R_n) se utilizaron las técnicas propuestas por Avitzur [7] y Hawkyard y Johnson [9]. El primero de dichos autores, propone una técnica experimental, para el caso de que no se conozca el valor de m , dicha técnica se basa en despejar el valor de R_n de la ecuación 63. Los resultados de aplicar esta técnica se muestran en la tabla: 11 (a-e).

TABLA 11 (a-e)

DETERMINACION DEL VALOR DE R_n
 POR EL METODO EXPERIMENTAL, [7]

(a) Muestra: 1 (0:5:6)

CARGA (Kg)	ΔR_o (mm)	ΔR_1 (mm)	R_n (mm)	R_1 (mm)	$\Delta R_1 - n$ (mm)
0	----	----	----	1.825	----
1000	0.010	0.050	5.137	1.875	----
2000	0.035	0.050	4.645i	1.975	----
3000	0.475	0.175	0.892	2.000	1.108
4000	0.990	0.250	1.563	2.075	0.712
5000	1.475	0.275	1.555	2.100	0.545
6000	1.945	0.175	1.726	2.000	0.274
7000	----	----	----	----	----

(b) Muestra 2: (6:3:5)

CARGA (Kg)	ΔR_0 (mm)	ΔR_1 (mm)	R_n (mm)	R_1 (mm)	ΔR_{1-n} (mm)
0	-----	-----	-----	1.850	-----
1000	0.010	0.025	10.295	1.875	-----
2000	0.025	0.050	12.790	1.900	-----
3000	0.385	0.175	0.000	2.025	2.025
4000	0.840	0.325	0.847	2.175	1.328
5000	1.270	0.525	1.393	2.1775	0.7845
6000	1.690	0.400	1.482	2.250	0.768
7000	2.035	0.475	1.514	2.325	0.811

(c) Muestra: 3 (6:3:4)

CARGA (Kg)	ΔR_0 (mm)	ΔR_1 (mm)	R_n (mm)	R_1 (mm)	ΔR_{1-n} (mm)
0	-----	-----	-----	1.825	-----
1500	0.000	0.050	INDET.	1.875	-----
2000	0.025	0.075	0.914	1.900	-----
3000	0.350	0.125	0.948	1.950	1.002
4000	0.875	0.300	1.054	2.125	1.071
5000	1.345	0.350	1.375	2.175	0.800
6000	1.740	0.425	1.447	2.250	0.803
7000	2.070	0.500	1.478	2.325	0.847

(d) Muestra: 4 (6:3:3)

CARGA (Kg)	ΔR_0 (mm)	ΔR_1 (mm)	R_n (mm)	R_1 (mm)	ΔR_{1-n} (mm)
0	-----	-----	-----	1.850	-----
1000	0.000	0.000	1.850	1.850	-----
2000	0.035	0.050	4.721	1.900	-----
3000	0.530	0.125	0.867	1.975	1.108
4000	0.800	0.250	1.191	2.100	0.909
5000	1.245	0.300	1.443	2.150	0.707
6000	1.655	0.475	1.346	2.325	0.979
7000	1.945	0.475	1.487	2.325	0.838

(c) Muestra: 5 (6:3:2)

CARGA (Kg)	ΔR_o (mm)	ΔR_i (mm)	R_n (mm)	R_i (mm)	$\Delta R_i - n$ (mm)
0	-----	-----	-----	1.825	-----
1000	0.015	0.050	0.382	1.875	-----
2000	0.045	0.075	0.425	1.900	-----
3000	0.320	0.125	0.755	1.950	1.192
4000	0.715	0.200	1.261	2.025	0.764
5000	1.110	0.300	1.522	2.125	0.803
6000	1.410	0.375	1.557	2.200	0.843
7000	1.705	0.550	1.551	2.175	0.644

La segunda técnica utilizada (Hawkyard y Johnson) se basa en la determinación de dos números adimensionales, (R_o/R_i) y (mR_i/H) , buscar su intersección en la Figura 26 y el valor de X_a , de donde se despeja R_n de la ecuación $X_a = R_i/R_n$. Al aplicar esta técnica se obtuvieron los resultados de la tabla 12 (a-e).

TABLA 12 (a-e)

DETERMINACION DEL VALOR DE R_n POR EL METODO GRAFICO, [9]

(a) Muestra 1 (6:5:6)

CARGA (Kg)	R_o (mm)	R_i (mm)	R_o/R_i	H (mm)	m	mR_i/H	X_a	R_n (mm)	$\Delta R_i - n$ (mm)
0	4.050	1.825	2.219	8.15	0.24	0.054	1.93	0.946	0.879
1000	4.050	1.875	2.165	8.10	0.24	0.056	1.89	0.992	0.883
2000	4.066	1.875	2.170	8.01	0.24	0.056	1.89	0.992	0.883
3000	4.526	2.000	2.263	6.76	0.24	0.071	1.68	1.100	0.810
4000	5.040	2.075	2.429	5.38	0.24	0.093	1.38	1.504	0.571
5000	5.525	2.100	2.631	5.04	0.24	0.100	1.25	1.680	0.420
6000	5.896	2.000	2.948	3.68	0.24	0.150	1.04	1.923	0.077

(b) Muestra: 2 (6:3:5)

CARGA (Kg)	Ro (mm)	Ri (mm)	Ro/Ri	H (mm)	m	mRi/H	Xa	Rn (mm)	$\Delta Ri-n$ (mm)
0	4.076	1.850	2.203	6.650	0.20	0.056	1.89	0.979	0.871
1000	4.086	1.875	2.179	6.630	0.20	0.057	1.88	0.997	0.878
2000	4.100	1.900	2.158	6.600	0.20	0.058	1.87	1.016	0.884
3000	4.459	2.025	2.202	5.649	0.20	0.072	1.67	1.213	0.812
4000	4.916	2.175	2.260	4.600	0.20	0.095	1.44	1.510	0.665
5000	5.347	2.178	2.482	3.850	0.20	0.113	1.28	1.701	0.477
6000	5.765	2.250	2.562	3.310	0.20	0.156	1.07	2.103	0.147
7000	6.110	2.325	2.628	2.870	0.20	0.162	1.03	2.257	0.068

(c) Muestra: 3 (6:3:4)

CARGA (Kg)	Ro (mm)	Ri (mm)	Ro/Ri	H (mm)	m	mRi/H	Xa	Rn (mm)	$\Delta Ri-n$ (mm)
0	4.024	1.825	2.205	5.040	0.16	0.058	1.84	0.992	0.833
1500	4.026	1.875	2.147	5.050	0.16	0.060	1.85	1.014	0.861
2000	4.051	1.900	2.132	4.980	0.16	0.061	1.84	1.033	0.867
3000	4.376	1.950	2.244	4.270	0.16	0.073	1.65	1.182	0.768
4000	4.900	2.125	2.306	3.180	0.16	0.107	1.35	1.574	0.551
5000	5.370	2.175	2.468	2.840	0.16	0.123	1.24	1.754	0.421
6000	5.765	2.250	2.562	2.450	0.16	0.147	1.12	2.009	0.241
7000	6.096	2.325	2.622	2.160	0.16	0.172	0.99	2.348	-0.023

(d) Muestra: 4 (6:5:5)

CARGA (Kg)	Ro (mm)	Ri (mm)	Ro/Ri	H (mm)	m	mRi/H	Xa	Rn (mm)	$\Delta Ri-n$ (mm)
0	4.050	1.850	2.189	4.090	0.12	0.072	1.63	1.135	0.715
1000	4.050	1.850	2.189	4.040	0.12	0.073	1.62	1.142	0.708
2000	4.085	1.900	2.150	3.960	0.12	0.077	1.60	1.188	0.712
3000	4.381	1.975	2.218	3.450	0.12	0.092	1.40	1.411	0.564
4000	4.851	2.100	2.310	2.310	0.12	0.120	1.25	1.680	0.420
5000	5.295	2.150	2.465	2.310	0.12	0.149	1.09	1.972	0.178
6000	5.706	2.325	2.454	2.050	0.12	0.189	0.98	2.372	-0.047
7000	5.994	2.325	2.578	1.900	0.12	0.207	0.91	2.555	-0.230

(e) Muestra: S (6:3:2)

CARGA (Kg)	Ro (ϵ)	Ri (mm)	Ro/Ri	H (μ)	m	mRi/H	Xa	Rn (mm)	$\frac{Ri}{H}$ (mm)
0	4.050	1.825	2.219	2.640	0.08	0.055	1.85	0.986	0.839
1000	4.055	1.875	1.163	2.620	0.08	0.057	1.83	1.025	0.850
2000	4.095	1.900	2.155	2.540	0.08	0.060	1.80	1.056	0.844
3000	4.370	1.950	2.241	2.360	0.08	0.066	1.65	1.182	0.768
4000	4.765	2.025	2.353	1.870	0.08	0.087	1.40	1.446	0.579
5000	5.160	2.125	2.428	1.570	0.08	0.108	1.27	1.673	0.452
6000	5.460	2.200	2.482	1.330	0.08	0.128	1.17	1.880	0.320
7000	6.755	2.175	2.646	1.220	0.08	0.143	1.08	2.014	0.161

IV.3 ENSAYO DE TRACCION

El objetivo para la realización de estos ensayos, fue única y exclusivamente el poder comparar las ecuaciones obtenidas (Hollomon, Voce, Ludwik y Swift) en las pruebas de compresión de cilindros, con las obtenidas en las pruebas de tracción, y así poder determinar qué relación D/H nos proporciona los resultados más parecidos a los de tracción.

En la tabla 15 (a-c) se pueden ver los datos experimentales de los ensayos, en donde se han excluido los concernientes a la zona elástica, y en la Gráfica 11 se tienen las curvas de tensión vs deformación.

Debido a las características de la máquina de tracción, para conocer las variaciones en longitud (ΔL) que sufre la probeta, se debe seguir la siguiente técnica:

$$X = \frac{V_p}{V_g}$$

$$L = X \cdot x$$

donde: x = mm recorridos en la gráfica.

V_p = Velocidad de la prueba.

V_g = Velocidad de la gráfica.

TABLA 13 (a-c)

DATOS EXPERIMENTALES PARA EL ENSAYO DE TRACCION

(a) Muestra: 1

CARGA (Kg)	ΔL (mm)	ΔL (mm)	T (Kg/mm ²)	e	σ (Kg/mm ²)	ϵ
400	0.40	25.245	13.465	0.016	15.845	0.016
600	0.80	28.799	20.196	0.031	20.834	0.031
800	1.00	28.581	26.951	0.039	27.991	0.039
1000	1.50	28.260	33.665	0.051	35.386	0.050
1200	1.60	27.946	40.396	0.063	42.940	0.061
1400	1.84	27.699	47.129	0.072	50.543	0.070
1600	2.20	27.358	53.861	0.087	58.527	0.083
1800	3.60	26.018	60.930	0.142	69.567	0.133

$d_0 = 6.15$ mm ; $A_0 = 29.706$ mm² ; $l_0 = 25.4$ mm ; $l_f = 29.4$ mm

(b)

Muestra: 2

CARGA (Kg)	ΔL (mm)	A_1 (mm ²)	T (Kg/mm ²)	e	σ (Kg/mm ²)	ϵ
400	0.30	29.839	13.246	0.012	13.410	0.012
600	0.40	29.723	19.873	0.016	20.186	0.016
800	0.60	29.494	26.498	0.024	27.124	0.023
1000	0.90	29.158	32.122	0.035	34.296	0.035
1200	1.10	28.938	39.747	0.043	41.468	0.042
1400	1.40	28.614	46.371	0.055	48.927	0.054
1600	1.64	28.360	52.996	0.065	56.417	0.063
1800	2.80	27.193	59.620	0.110	66.194	0.105

$d_o = 6.2$ mm ; $A_o = 30.191$ mm² ; $l_o = 25.4$ mm ; $l_f = 29.45$ mm

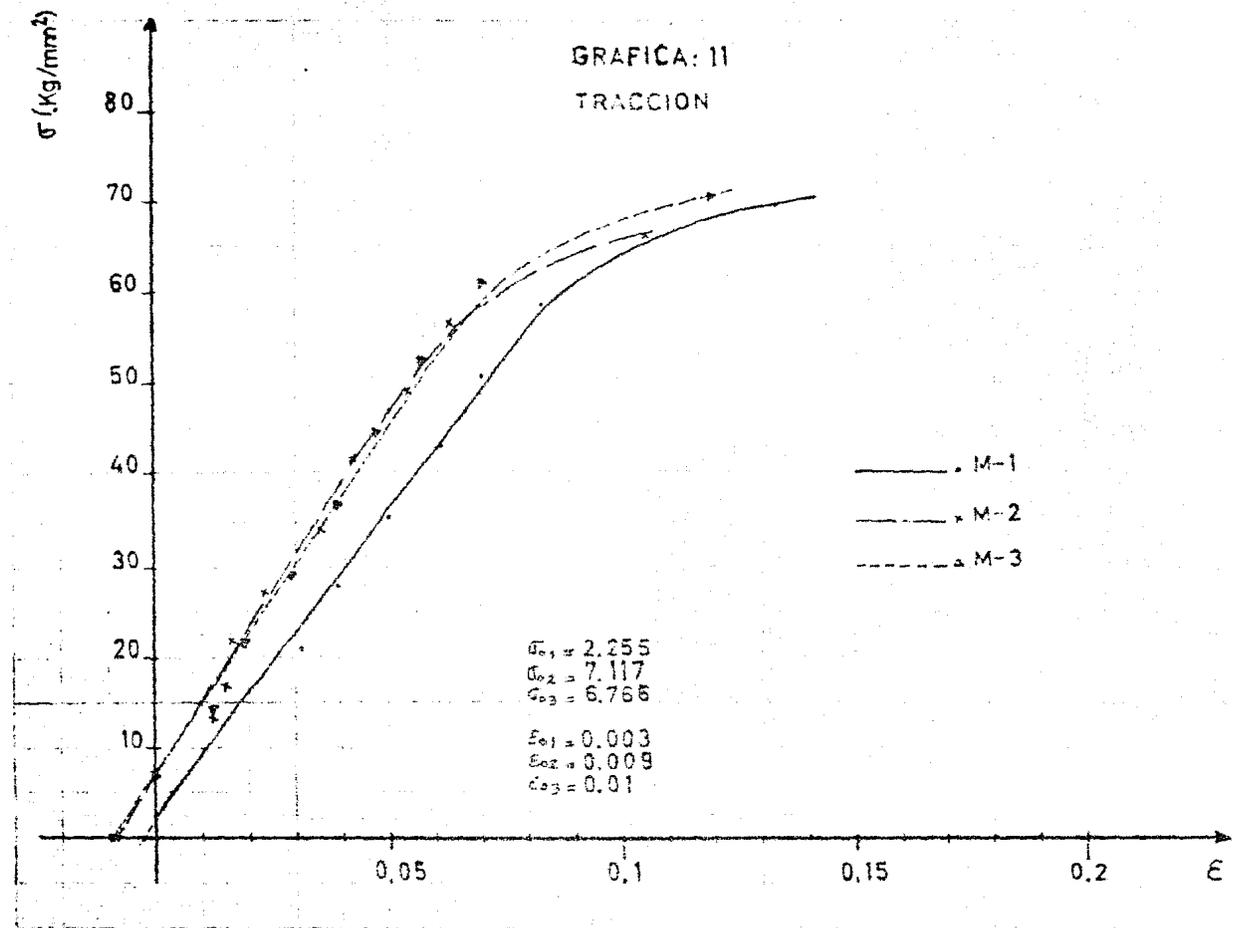
(c)

Muestra: 3

CARGA (Kg)	ΔL (mm)	A_1 (mm ²)	T (Kg/mm ²)	e	σ (Kg/mm ²)	ϵ
400	0.30	27.944	14.147	0.012	14.314	0.012
600	0.50	27.728	21.221	0.020	21.639	0.019
800	0.75	27.463	28.295	0.030	29.130	0.029
1000	1.00	27.203	35.368	0.039	36.761	0.039
1200	1.22	26.978	42.442	0.048	44.481	0.047
1400	1.50	26.697	49.515	0.059	52.440	0.057
1600	1.85	26.354	56.589	0.073	60.712	0.070
1770	3.20	25.110	62.602	0.126	70.490	0.119

$d_o = 6.0$ mm ; $A_o = 28.274$ mm² ; $l_o = 25.4$ mm ; $l_f = 30.0$ mm

GRAFICA: II
TRACCION



IV.3.1. ECUACION DE HOLLOMON ($\sigma = K_1 \epsilon^{n_1}$)

Los datos para el desarrollo de esta teoría están tabulados en la tabla 14 (a-c) y en la gráfica 12 se presentan las rectas obtenidas.

TABLA 14 (a-c)

DATOS EXPERIMENTALES PARA LA TEORIA DE HOLLOMON.

MUESTRA 1:

(a)

Carga (Kg.)	$\ln \sigma$	$\ln \epsilon$
400	2.763	-4.135
600	3.037	-3.474
800	3.332	-3.244
1000	3.566	-2.996
1200	3.760	-2.797
1400	3.923	-2.659
1600	4.069	-2.489
1810	4.242	-2.017

$$\begin{aligned} Fr &= 0.983 \\ n_1 &= 0.778 \\ \ln K_1 &= 5.963 \\ K_1 &= 366.065 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\sigma = 366.065 \epsilon^{0.778}$$

MUESTRA 2:

(b)

Carga (Kg.)	$\ln \sigma$	$\ln \epsilon$
400	2.596	-4.423
600	3.005	-4.135
800	3.300	-3.772
1000	3.535	-3.352
1200	3.725	-3.170
1400	3.890	-2.919
1600	4.033	-2.765
1800	4.193	-2.254

$$\begin{aligned} Fr &= 0.985 \\ n_1 &= 0.734 \\ \ln K_1 &= 5.994 \\ K_1 &= 400.952 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\sigma = 400.952 \epsilon^{0.734}$$

MUESTRA 3:

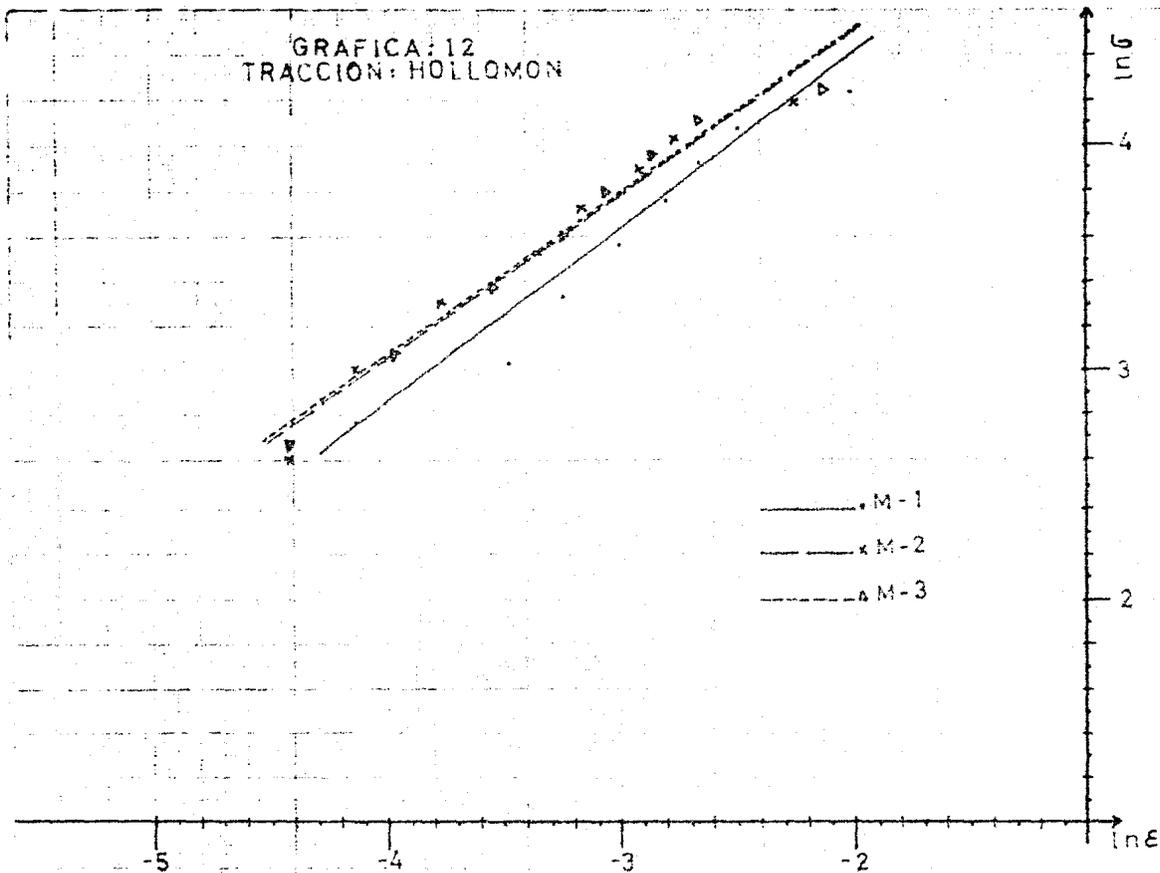
(c)

Carga (Kg.)	$\ln \sigma$	$\ln \epsilon$
400	2.661	-4.423
600	3.074	-3.963
800	3.372	-3.540
1000	3.604	-3.244
1200	3.795	-3.058
1400	3.960	-2.865
1600	4.106	-2.659
1800	4.255	-2.129

$$\begin{aligned} Fr &= 0.988 \\ n_1 &= 0.732 \\ \ln K_1 &= 5.972 \\ K_1 &= 392.409 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\sigma = 392.409 \epsilon^{0.732}$$

GRAFICA: 12
TRACCION: HOLLQMON



IV.3.2. ECUACION DE LUDWIK ($\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 + h \bar{\epsilon}^{m_L}$)

Para el cálculo de $\bar{\sigma}_0$, se utilizó la misma técnica estadística que para los análisis de compresión, es decir, se usaron las ecuaciones 84 y 85. Todos los datos se presentan en la tabla 15 (a-c) y en la gráfica 13.

TABLA 15 (a-c)

DATOS EXPERIMENTALES PARA LA TEORIA DE LUDWIK

MUESTRA 1: ($\bar{\sigma}_c = 2.255$) (Kg/mm^2)

(a)

Carga (Kg.)	$\ln \bar{\epsilon}$	$\ln(\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0)$
400	-4.135	2.609
600	-3.474	2.922
800	-3.244	3.248
1000	-2.996	3.500
1200	-2.797	3.706
1400	-2.659	3.877
1600	-2.489	4.030
1800	-2.017	4.209

$$Fr = 0.983$$

$$m_L = 0.841$$

$$\ln h = 6.015$$

$$h = 409.477 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$\bar{\sigma} = 2.255 + 409.477 \bar{\epsilon}^{0.841}$$

MUESTRA 2: ($\sigma_c = 7.117$) (Kg/mm^2)

(b)

Carga (Kg.)	$\ln \epsilon$	$\ln(\sigma - \sigma_c)$
400	-4.423	1.859
600	-4.135	2.570
800	-3.772	2.996
1000	-3.352	3.302
1200	-3.170	3.557
1400	-2.919	3.755
1600	-2.763	3.898
1800	-2.264	4.079

$$\begin{aligned} Fr &= 0.968 \\ m_L &= 0.999 \\ \ln h &= 6.589 \\ h &= 726.816 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\sigma = 7.117 + 726.816 \epsilon^{0.999}$$

MUESTRA 3: ($\sigma_c = 6.766$) (Kg/mm^2)

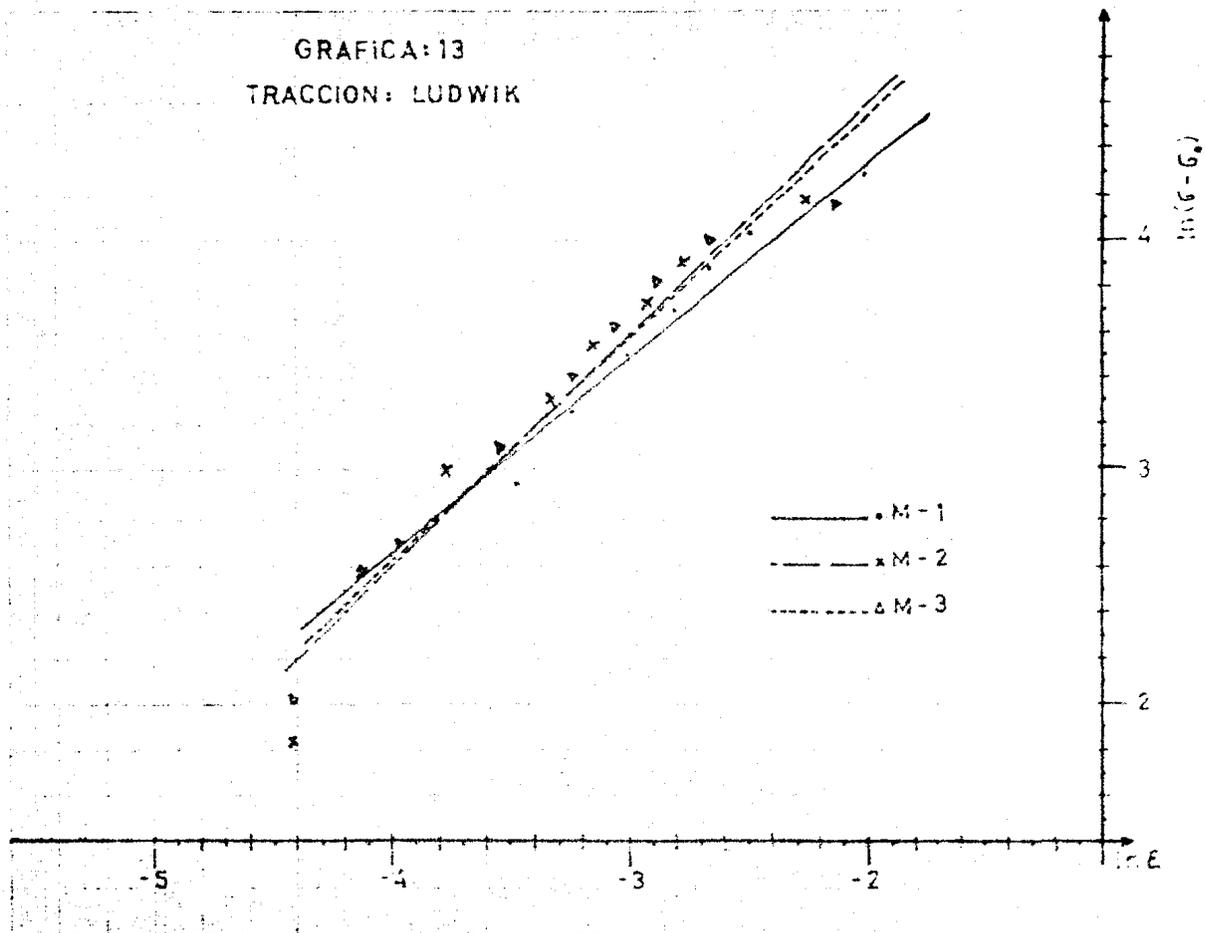
(c)

Carga (Kg.)	$\ln \epsilon$	$\ln(\sigma - \sigma_c)$
400	-4.423	2.021
600	-3.963	2.700
800	-3.540	3.107
1000	-3.244	3.401
1200	-3.038	3.630
1400	-2.865	3.822
1600	-2.659	3.988
1800	-2.129	4.155

$$\begin{aligned} Fr &= 0.980 \\ m_L &= 0.960 \\ \ln h &= 6.459 \\ h &= 638.442 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\sigma = 6.766 + 638.442 \epsilon^{0.960}$$

GRAFICA: 13
TRACCION: LUDWIK



IV.3.3. ECUACION DE VOCE ($\sigma = B(A_V - B) \exp(-n_3 \epsilon)$)

Esta técnica presenta sus datos en la tabla 16 (a-c)- y gráfica 14. La constante B se calculó por medio de las --- ecuaciones 84 y 85.

TABLA 16 (a-c)

DATOS EXPERIMENTALES PARA LA TEORIA DE VOCE

MUESTRA 1: ($B = 2.255$) (Kg/mm^2)

(a)

Carga (Kg.)	$\ln(\sigma - B)$	ϵ
400	2.609	0.016
600	2.922	0.031
800	3.248	0.039
1000	3.500	0.050
1200	3.706	0.061
1400	3.877	0.070
1600	4.030	0.083
1800	4.209	0.133

$$\begin{aligned} Fr &= 0.913 \\ n_3 &= 13.922 \\ \ln(A_V - B) &= 2.672 \\ A_V - B &= 14.470 \\ A_V &= 16.725 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\sigma = 2.255 + (16.725 - 2.255) \exp(-13.922 \epsilon)$$

MUESTRA 2:

(B = 7.117) (Kg/mm²)

(b)

Carga (Kg.)	$\ln(\sigma - B)$	ϵ
400	1.839	0.012
600	2.570	0.016
800	2.996	0.023
1000	3.302	0.035
1200	3.537	0.042
1400	3.733	0.054
1600	3.898	0.063
1800	4.079	0.105

$$\begin{aligned} Fr &= 0.850 \\ n_3 &= 20.901 \\ \ln(A_V - B) &= 2.330 \\ A_V - B &= 10.276 \\ A_V &= 17.393 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\sigma = 7.117 + (17.393 - 7.117) \exp(-20.901 \epsilon)$$

MUESTRA 3:

(B = 6.766) (Kg/mm²)

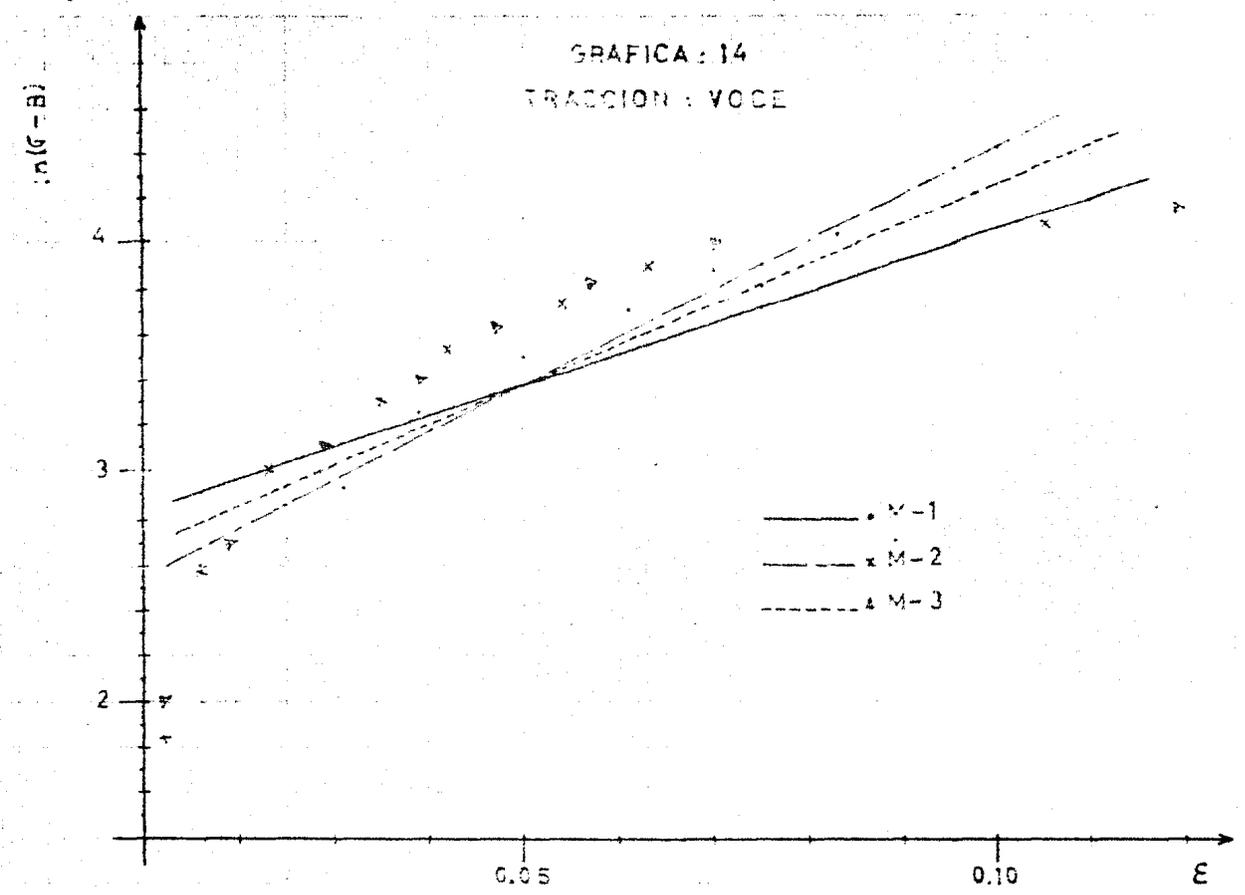
(c)

Carga (Kg.)	$\ln(\sigma - B)$	ϵ
400	2.021	0.012
600	2.700	0.019
800	3.107	0.029
1000	3.401	0.039
1200	3.630	0.047
1400	3.822	0.057
1600	3.988	0.070
1800	4.155	0.119

$$\begin{aligned} Fr &= 0.850 \\ n_3 &= 17.851 \\ \ln(A_V - B) &= 2.478 \\ A_V - B &= 11.921 \\ A_V &= 18.687 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\sigma = 6.766 + (18.687 - 6.766) \exp(-17.851 \epsilon)$$

GRAFICA : 14
TRACCION : VOCE



IV.3.4. ECUACION DE SWIFT ($G = K_2(\epsilon + \epsilon_0)^{n_2}$)

Para el cálculo de ϵ_0 , se utilizó la técnica gráfica que se presenta en la figura 30, esto puede consultarse en la gráfica 11.

Todos los datos obtenidos se presentan en la tabla 17 (a-c) y la gráfica 15.

TABLA 17 (a-c)

DATOS EXPERIMENTALES PARA LA TEORIA DE SWIFT

MUESTRA 1: ($\epsilon_0 = 0.003$)

(a)

Carga (Kg.)	$\ln(\epsilon + \epsilon_0)$	$\ln G$
400	-3.963	2.763
600	-3.381	3.037
800	-3.170	3.332
1000	-2.937	3.566
1200	-2.749	3.760
1400	-2.617	3.923
1600	-2.453	4.069
1800	-1.995	4.242

$$\begin{aligned} Fr &= 0.983 \\ n_2 &= 0.837 \\ \ln K_2 &= 6.020 \\ K_2 &= 411.573 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$G = 411.573 (\epsilon + 0.003)^{0.837}$$

MUESTRA 2: ($\epsilon_0 = 0.009$)

(b)

Carga (Kg.)	$\ln(\epsilon + \epsilon_0)$	$\ln G$
400	-3.863	2.596
600	-3.689	3.005
800	-3.442	3.300
1000	-3.124	3.535
1200	-2.976	3.725
1400	-2.765	3.890
1600	-2.631	4.035
1800	-2.172	4.193

$$\begin{aligned} Fr &= 0.973 \\ n_2 &= 0.930 \\ \ln K_2 &= 6.402 \\ K_2 &= 603.156 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$G = 603.156 (\epsilon + 0.009)^{0.930}$$

MUESTRA 3: ($\epsilon_0 = 0.01$)

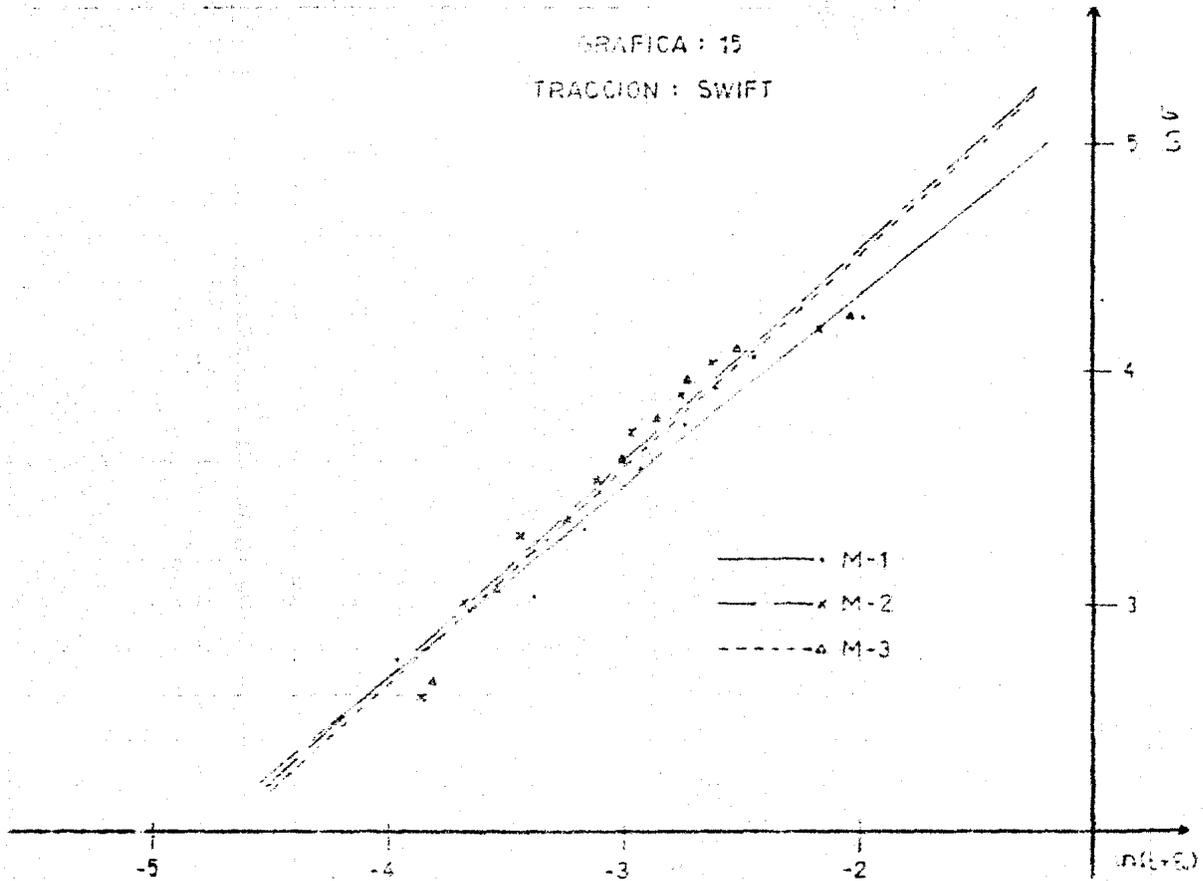
(c)

Carga (Kg.)	$\ln(\epsilon + \epsilon_0)$	$\ln G$
400	-3.817	2.661
600	-3.540	3.074
800	-3.244	3.372
1000	-3.016	3.604
1200	-2.865	3.795
1400	-2.703	3.960
1600	-2.526	4.106
1800	-2.048	4.255

$$\begin{aligned} Fr &= 0.976 \\ n_2 &= 0.935 \\ \ln K_2 &= 6.380 \\ K_2 &= 589.863 \text{ (Kg/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$G = 589.863 (\epsilon + 0.01)^{0.935}$$

GRAFICA : 15
TRACCION : SWIFT



V. DISCUSION DE RESULTADOS.

En este capítulo preferimos discutir los resultados-- en conjunto, para así tener una mejor visión de las interrelaciones que se pueden obtener de los diferentes ensayos. Estas relaciones son las siguientes:

i) La(s) ecuación(es) obtenida(s) para el rango plástico en el ensayo de tracción será(n) utilizada(s) para encontrar en qué relación D/H (en compresión) se encuentra una --- ecuación similar. Con este dato, se puede entonces realizar-- indistintamente cualquiera de las dos pruebas, con la seguridad de obtener resultados similares.

Para determinar lo anterior, se procedió a construir-- las gráficas 16 (a-i), en las cuales se ve perfectamente que-- las ecuaciones de Hollomon, Ludwik y Swift, concuerdan muy -- aceptablemente con la curva experimental tanto para tracción-- como para la compresión de cilindros. Como se esperaba, la-- ecuación de Voce presenta un comportamiento totalmente discor-- dante con la curva real, para ambos ensayos.

En la tabla 18 a y b, se pueden ver todas las ecuacio-- nes que se obtuvieron tanto en tracción como en compresión,-- de donde es fácil ver que los datos obtenidos en tracción no-- concuerdan con ninguna relación D/H en compresión.

TABLA 18a

Ecuaciones Experimentales para Hollomon, Ludwik y Swift en --
Compresión de Cilindros.

MUESTRA	D/H	HOLLONON	LUDWIK	SWIFT
1	1.830	$\sigma = 83.547 \epsilon^{0.077}$	$\sigma = 64.331 + 20.751 \epsilon^{0.525}$	$\sigma = 83.582 (\epsilon + 0.0115)^{0.081}$
2	1.491	$\sigma = 84.061 \epsilon^{0.087}$	$\sigma = 63.402 + 22.545 \epsilon^{0.568}$	$\sigma = 84.116 (\epsilon + 0.021)^{0.095}$
3	1.279	$\sigma = 82.876 \epsilon^{0.087}$	$\sigma = 66.029 + 19.828 \epsilon^{0.819}$	$\sigma = 82.922 (\epsilon + 0.028)^{0.096}$
4	0.993	$\sigma = 81.621 \epsilon^{0.088}$	$\sigma = 65.806 + 18.538 \epsilon^{0.868}$	$\sigma = 81.628 (\epsilon + 0.028)^{0.096}$
5	0.839	$\sigma = 82.810 \epsilon^{0.097}$	$\sigma = 65.106 + 20.008 \epsilon^{0.800}$	$\sigma = 82.789 (\epsilon + 0.022)^{0.104}$
6	0.738	$\sigma = 80.909 \epsilon^{0.086}$	$\sigma = 68.221 + 16.023 \epsilon^{1.283}$	$\sigma = 80.840 (\epsilon + 0.034)^{0.096}$

TABLA 18b

Ecuaciones Experimentales para Hollomon, Ludwik y Swift en --
Tracción.

MUESTRA	HOLLONON	LUDWIK	SWIFT
1	$\sigma = 366.065 \epsilon^{0.778}$	$\sigma = 2.255 + 409.477 \epsilon^{0.841}$	$\sigma = 411.573 (\epsilon + 0.03)^{0.837}$
2	$\sigma = 400.952 \epsilon^{0.734}$	$\sigma = 7.117 + 726.816 \epsilon^{0.999}$	$\sigma = 603.156 (\epsilon + 0.09)^{0.930}$
3	$\sigma = 392.409 \epsilon^{0.732}$	$\sigma = 6.766 + 638.442 \epsilon^{0.960}$	$\sigma = 589.863 (\epsilon + 0.01)^{0.935}$

ii) Otra forma de tratar de relacionar los datos expe

rimentales de tracción con los de compresión, es haciendo uso de una técnica gráfica en la cual se tienen como ordenadas a los valores del coeficiente de endurecimiento (n_1 , m_L , n_2) y en el eje de las abscisas a las diferentes relaciones D/H utilizadas.

Para Hollomon y Swift se construyó la gráfica 17a basada en los datos que a continuación se presentan (Tabla: 19).

TABLA 19

Coefficiente de Endurecimiento para Diferentes Relaciones D/H.

D/H	n_1 (HOLLOMON)	n_2 (SWIFT)
1.830	0.077	0.081
1.491	0.087	0.095
1.279	0.087	0.096
0.993	0.088	0.096
0.839	0.097	0.104
0.738	0.086	0.096

En ambos casos suponemos que la relación entre n_1 , n_2 y D/H es lineal, en base a lo cual se obtuvieron las siguientes rectas:

$$\text{Hollomon: } n_1 = -0.011 D/H + 0.1 \quad (\text{Fr} = -0.727)$$

$$\text{Swift : } n_2 = -0.014 D/H + 0.112 \quad (\text{Fr} = -0.811)$$

Obtenidas las rectas anteriores, el único requisito-- que se debe cumplir es el de conocer el valor del coeficiente de endurecimiento determinado por medio del ensayo de trac-- ción, dichos datos se presentan a continuación (Tabla 20).

TABLA 20

Coefficientes de Endurecimiento para Muestras de Tracción.

MUESTRA	n_1 (HOLLOMON)	n_2 (SWIFT)
1	0.778	0.837
2	0.734	0.930
3	0.732	0.935
PROMEDIO	0.748	0.901

Dicho valor es empleado para encontrar por medio de la gráfica de n_1 ó n_2 vs D/H el valor de la relación diámetro sobre- altura, que de ese valor de n_1 ó n_2 en compresión. Lamenta- blemente para estas dos teorías no es posible aplicar esta -- técnica, pues los valores del coeficiente de endurecimiento-- obtenidos en tracción son aproximadamente diez veces mayores-- que los calculados para compresión, además que para ambas teo

rías las ecuaciones que describen el comportamiento lineal de D/H vs n_1 ó n_2 tienen un coeficiente de correlación muy bajo y ambas pendientes son aproximadamente igual a cero, es decir, que no importa que relación D/H se utilice en el ensayo, el coeficiente de endurecimiento permanece casi constante.

Todo lo dicho antes para las teorías de Hollomon y Swift, no es válido para la ecuación de Ludwik, ya que si vemos los datos obtenidos, nos daremos cuenta que los valores de m_L si varían con los cambios que se dan en D/H (pendiente mayor que cero), además de que sí es posible encontrar el valor del coeficiente de endurecimiento m_L en la gráfica 17b, en donde se tiene la curva de m_L vs D/H , la cual es regida por la ecuación:

$$m_L = -0.545 D/H + 1.464$$

Los datos obtenidos de m_L en tracción y compresión se presentan a continuación (Tablas 21 y 22).

TABLA 21

Coefficiente de Endurecimiento para la Ecuación de Ludwik a Diferentes Relaciones D/H .

D/H	m_L (Ludwik)
1.830	0.525
1.491	0.568
1.279	0.819
0.993	0.868
0.839	0.800
0.738	1.283

$$W = -0.545$$

$$Z = 1.461$$

$$Fr = -0.841$$

TABLA 22

Coefficiente de Endurecimiento para la Ecuación de Ludwik en--
Tracción.

MUESTRA	m_L (Ludwik)
1	0.841
2	0.999
3	0.960
PROMEDIO	0.933

Con el valor de $m_L = 0.933$ (de tracción) y haciendo--
uso de la gráfica 17b, se obtiene un valor de $D/H = 0.969$.

La teoría predice que con el valor que se obtiene de--
 D/H , es factible realizar un ensayo de compresión que nos de--
los mismos resultados que un ensayo de tracción; el único pro

blema es que tanto σ_0 como h no son iguales para ambos ensayos; en nuestras pruebas resulta que σ_0 para tracción es aproximadamente 1/10 de la empleada en compresión y h de tracción es unas 40 veces mayor que la h de compresión, por lo que sería un trabajo muy interesante el realizar una serie de pruebas con el fin de verificar si se conservan estas relaciones, pero este punto no entra ya dentro de los objetivos de este trabajo, por lo que sólo nos concentraremos a mencionarlo.

iii) En este inciso se comprobará si utilizando los métodos de Crussard-Jaoul y Reed-Hill se obtienen los mismos parámetros (n_1 , K_1 , m_L , h , n_2 y K_2) para las ecuaciones de Hollomon, Ludwik y Swift.

La tabla 23 presenta una comparación de los valores de n_1 , K_1 , m_L y h contra los valores de dichas constantes obtenidos por medio de la teoría de Crussard-Jaoul.

TABLA 23

Parámetros obtenidos en Ludwik, Hollomon y Crussard-Jaoul.

D/H	HOLLOMON		LUDWIK		CRUSSARD-JAOUL	
	n_1	K_1	m_L	h	n_{C-J}	K_{C-J}
1.830	0.077	83.547	0.525	20.751	-0.256	-26.066
1.491	0.087	84.061	0.568	22.545	-0.209	-47.867
1.279	0.087	82.876	0.819	19.828	-0.185	-53.763
0.993	0.088	81.621	0.868	18.538	-0.177	-57.719
0.839	0.097	82.810	0.800	20.008	-0.185	-56.429
0.738	0.086	80.909	1.283	16.023	-0.234	-36.949

Como puede verse, los valores para el coeficiente de endurecimiento y la constante que se obtuvieron en la teoría de Crussard-Jaoul no tienen ninguna similitud con los obtenidos en Hollomon y Ludwik.

La comparación entre el método utilizado por Reed-Hill y la ecuación de Swift (la cual da origen a dicho método) se presenta en la tabla 24.

TABLA 24

Parámetros para Swift y Reed-Hill

D/H	SWIFT		REED-HILL	
	n_2	K_2	n_{2R-H}	K_{2R-H}
1.830	0.081	83.584	0.063	82.661
1.491	0.095	84.116	0.086	88.236
1.279	0.096	82.922	0.076	88.817
0.993	0.096	81.628	0.073	84.158
0.839	0.104	82.789	0.073	84.396
0.738	0.096	80.840	0.060	83.810

De estos datos se puede decir que a pesar de que son ciertamente parecidos, no se puede pasar por alto que los valores de n_{2R-H} son siempre menores a los valores de n_2 , y K_2 es menor a K_{2R-H} . Esta discrepancia de valores nos lleva a pensar que ciertamente esta teoría no refleja fielmente el comportamiento de los aceros al carbono (en nuestro caso un-

1018), [14, 15].

iv) Este tercer inciso trata de la obtención del factor de fricción por medio de la fórmula 48 6 49 (ecuaciones--obtenidas por Avitzur al introducir $T_i = m \sigma_o / \sqrt{3}$ en el análisis de fuerzas para la fricción adherente y deslizante, ver--ecuaciones 45-49).

La ecuación de Avitzur se aplica para cada nivel de--deformación en un ensayo (ver tabla(s) 7 (a-e)), por lo que--nos da un panorama general de lo que sucede con el valor de m durante un ensayo de compresión. Los resultados nos muestran que m varía en forma inversa a la deformación (véase tabla 8). El comportamiento que presenta m , es confirmado por el hecho de que los valores de R_n (radio neutral) que se obtuvieron para los ensayos de anillos, ver tabla 11(a-e), a diferentes --grados de deformación, comienzan con un valor muy grande (superior incluso a R_o), signo inequívoco de un gran valor de m en ese momento; posteriormente el valor de R_n pasa por cero y aumenta poco a poco conforme va aumentando la carga, y por consecuencia el valor de ϵ , estos valores de R_n son siempre menores a R_i , lo cual es también prueba irrefutable de que el valor de m a disminuido lo suficiente como para permitir que la muestra se deforme hacia afuera de su eje axial.

Así como Avitzur nos muestra que m disminuye conforme--

aumenta la deformación, los análisis de compresión en anillos con diversas relaciones $R_o:R_i:H$ nos presentan como cambia el valor del factor de fricción a diferentes geometrías en anillos.

Observando la tabla 10 nos podemos dar cuenta que conforme aumenta la altura de los anillos (a R_o y R_i constantes) el valor de m aumenta también, (esto conforme a la técnica -- que se propone en las referencias [9] y [18]).

v) Como último punto a tratar, se tiene el cálculo de los valores del radio neutral en los anillos. La primera técnica utilizada, es un método matemático el cual permite determinar R_n a diferentes grados de deformación, [7], ver ecuación 63 y figura 27; el segundo método se basa en la figura 26, y también nos puede proporcionar un radio neutral para cada nivel de deformación.

El método matemático nos muestra el cambio que sufre el radio neutral en todo el rango de deformación, como ya se dijo antes, inicia con un valor mayor a R_o , lo cual nos explica por qué los dos primeros valores de R_o son iguales o cambian muy poco, después de esta primera etapa, el radio neutral toma un valor imaginario aproximadamente a los 2000 Kg, -- pasa por cero y comienza a crecer de valor, aunque siempre -- con valores menores a R_i , aunque tiene indicios de seguir una

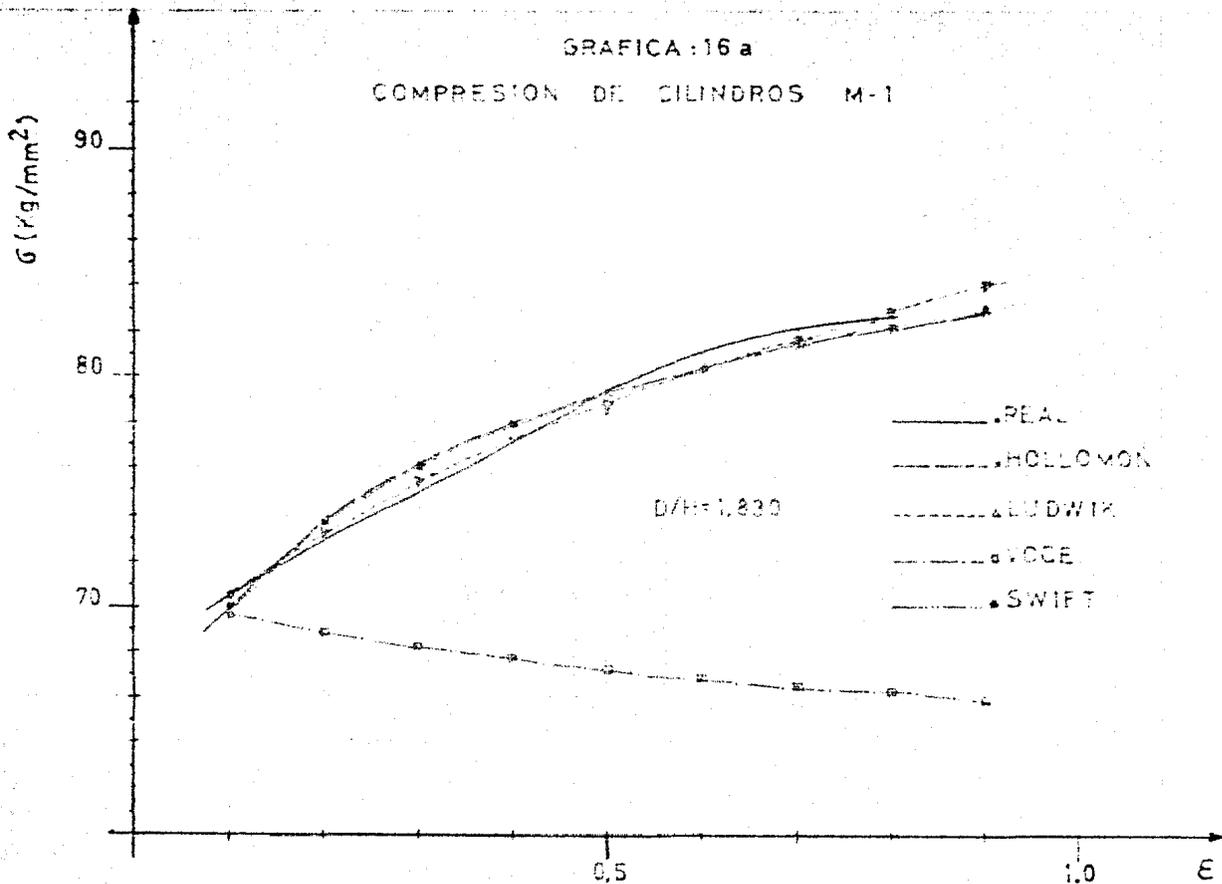
tendencia a igualar los valores de R_i (ver tabla: 11 (a-e) columna ΔR_{i-n}), este hecho se podrá comprobar o refutar al ver los resultados que se obtengan al calcular R_n por el método gráfico.

En el método gráfico se obtuvieron unos resultados -- muy interesantes (ver tabla 12 (a-e)), los cuales nos confirman la hipótesis de que los valores del radio neutral crecen en valor hasta igualar e incluso sobrepasar al radio interno. Este fenómeno confirma y explica el porqué los últimos valores de R_i (aproximadamente a los 6000 ó 7000 Kg.) en todas -- las muestras se mantenían constantes o incluso llegaron a disminuir, ver tabla 9 (a-e).

De los dos métodos aplicados en este trabajo, el que nos parece más confiable es el método gráfico, debido a que todos sus resultados son congruentes con lo que ocurrió a las probetas durante el transcurso del experimento y con las teorías que se obtuvieron de la literatura. El único punto que posiblemente no haya podido explicar el método gráfico, es el cambio insignificante que experimentan las probetas de 0 a -- 2000 Kg. aproximadamente (hecho que se ha dicho, sí puede explicar el método experimental), pero este pequeño cambio puede deberse a que el material todavía se encuentra dentro del rango elástico y no a un enorme factor de fricción, como da a entender el método experimental de Avitzur.

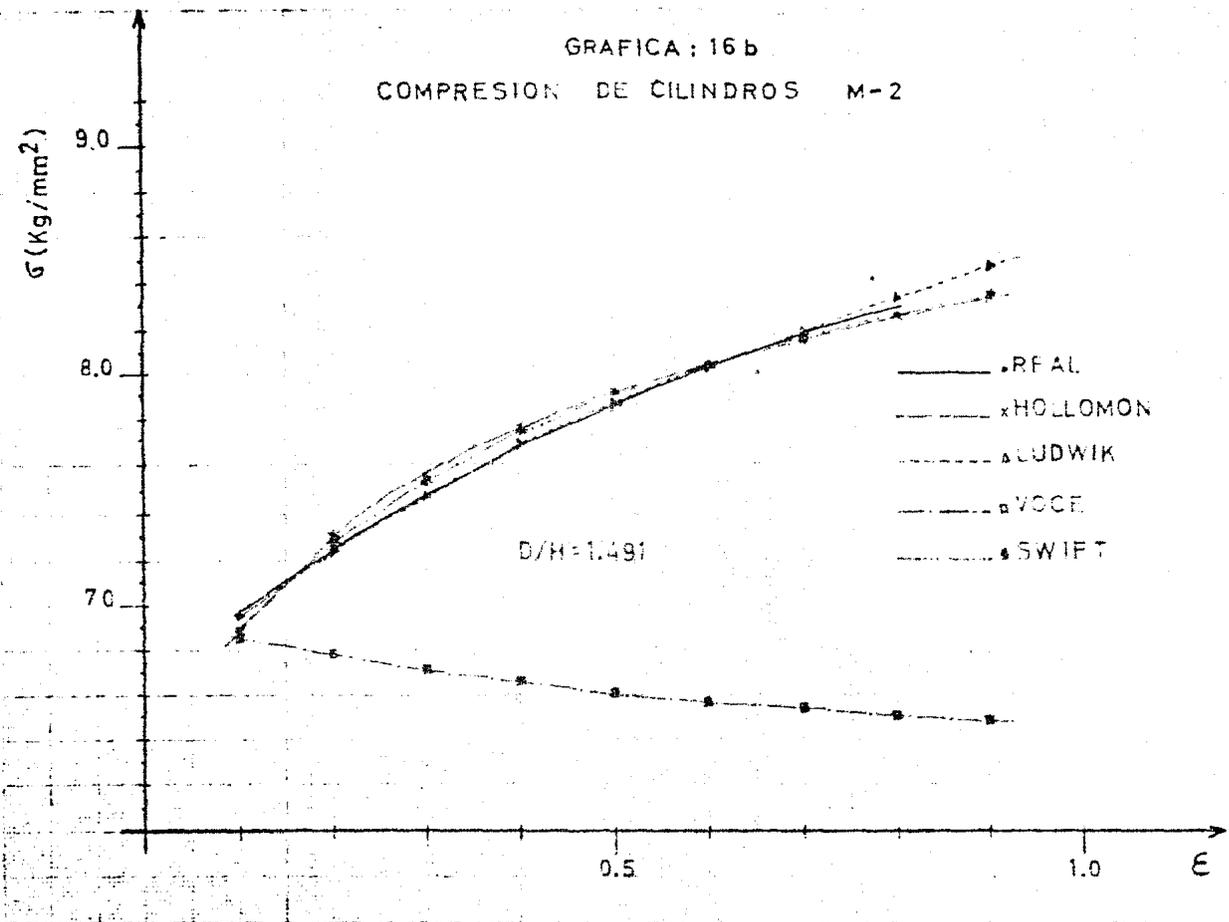
GRAFICA : 16 a

COMPRESION DE CILINDROS M-1



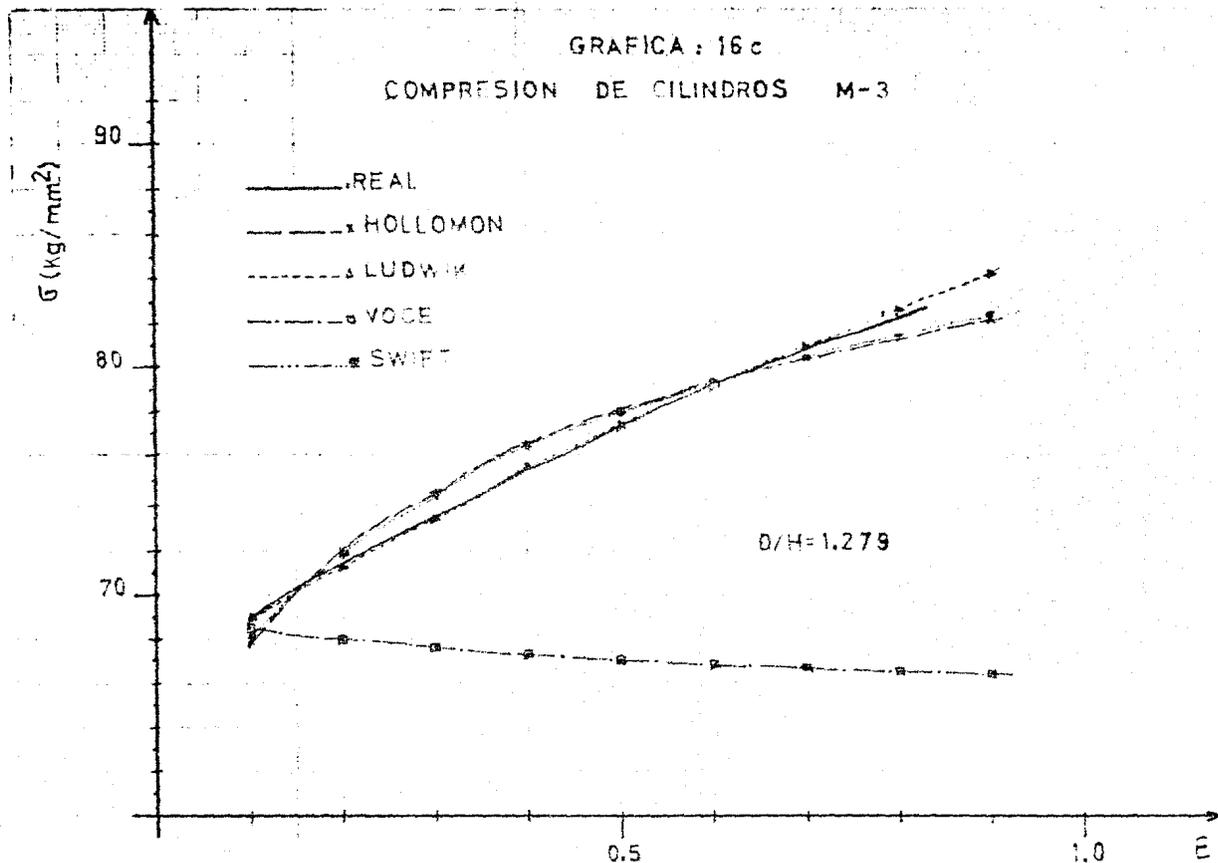
GRAFICA : 16 b

COMPRESION DE CILINDROS M-2



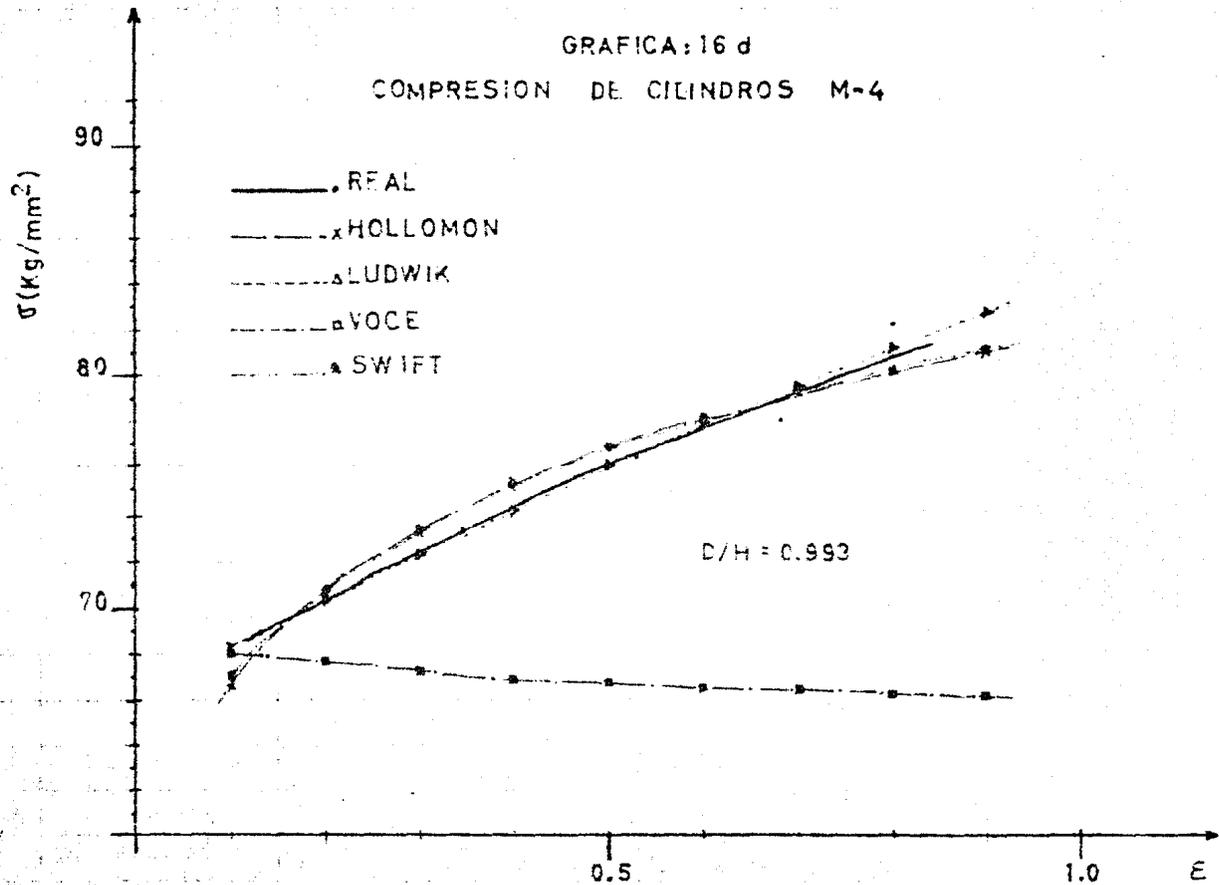
GRAFICA : 16 c

COMPRESION DE CILINDROS M-3



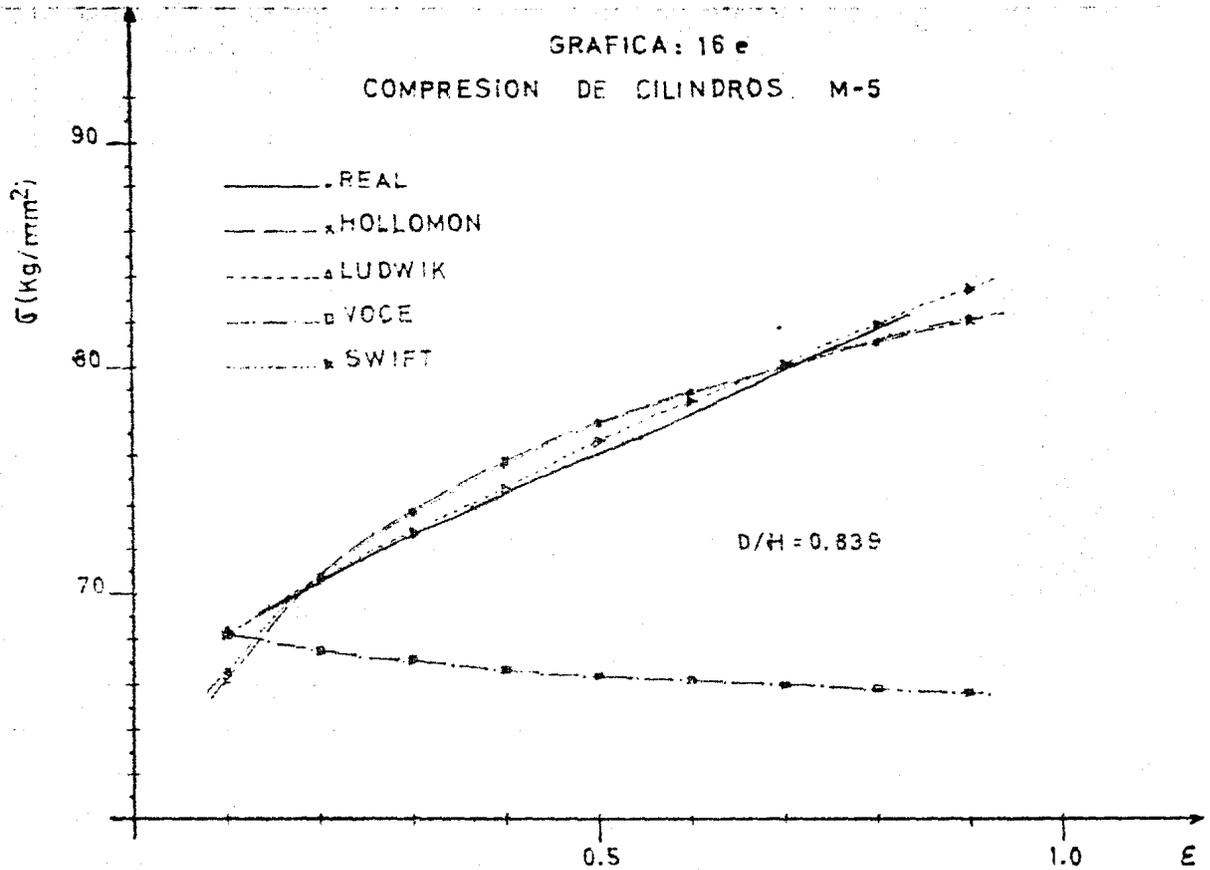
GRAFICA: 16 d

COMPRESION DE CILINDROS M-4



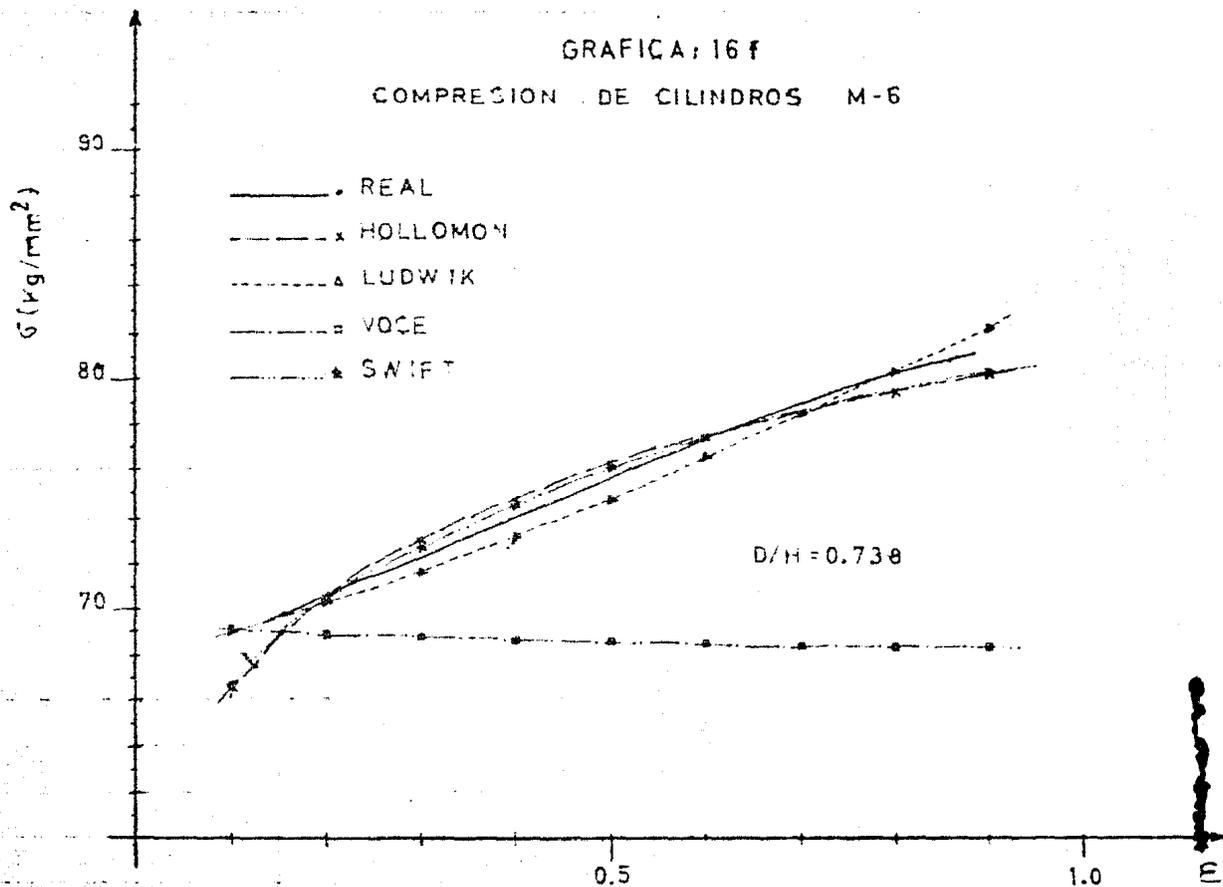
GRAFICA: 16 e

COMPRESION DE CILINDROS. M-5



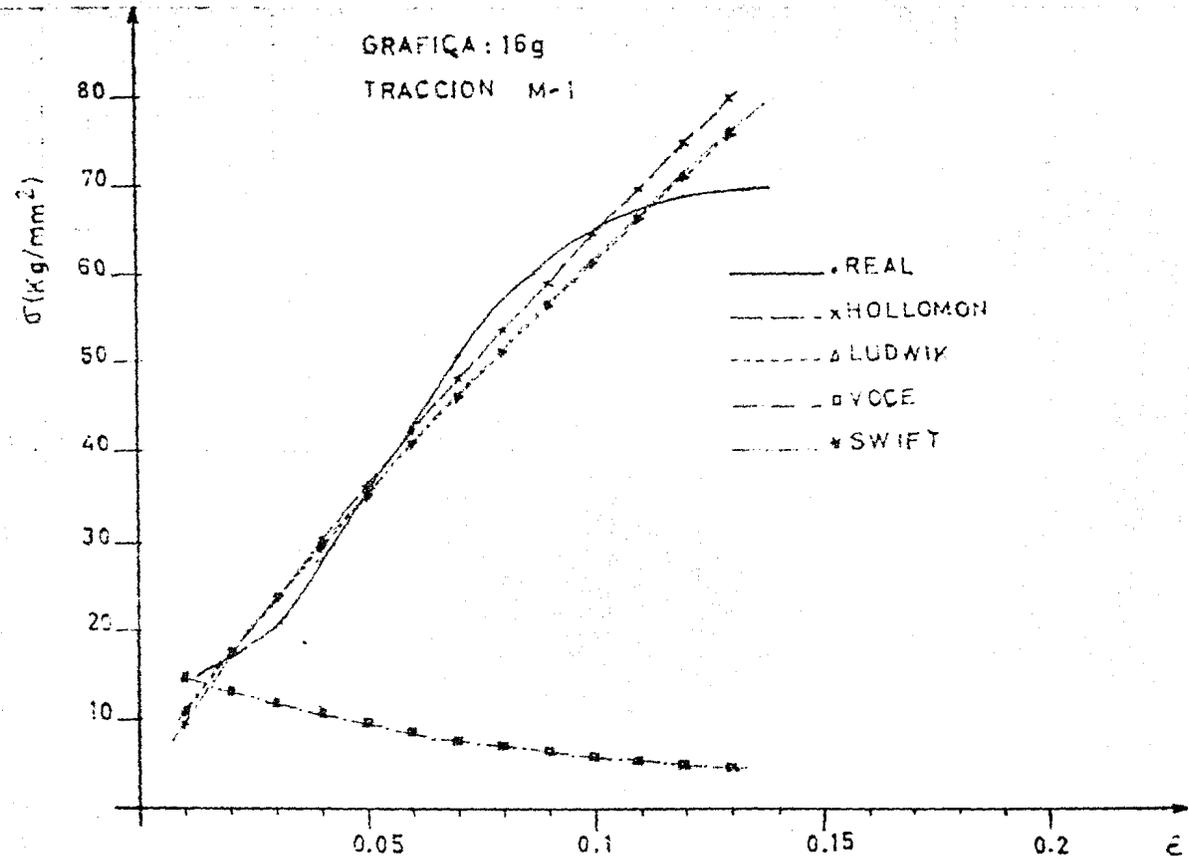
GRAFICA; 16 f

COMPRESION DE CILINDROS M-6



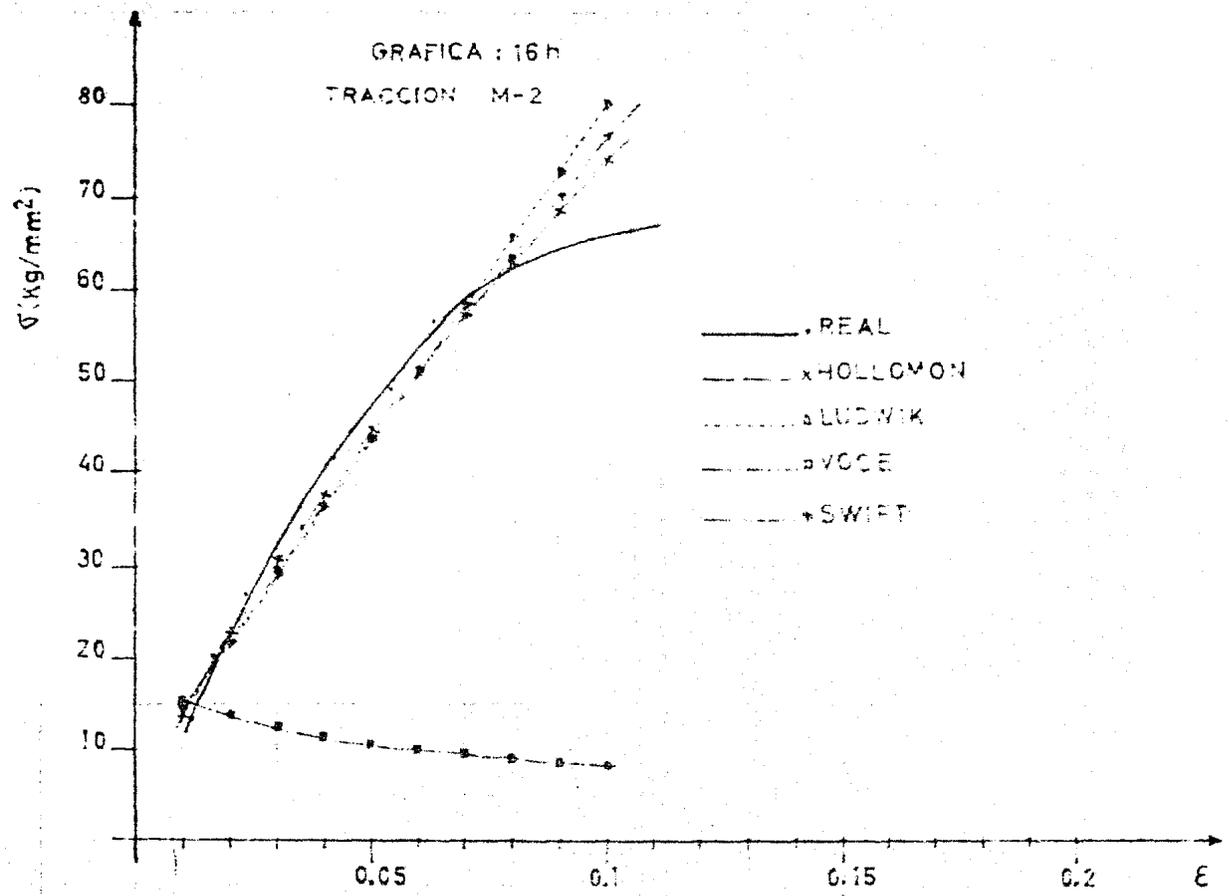
GRAFICA : 16g

TRACCION M-1



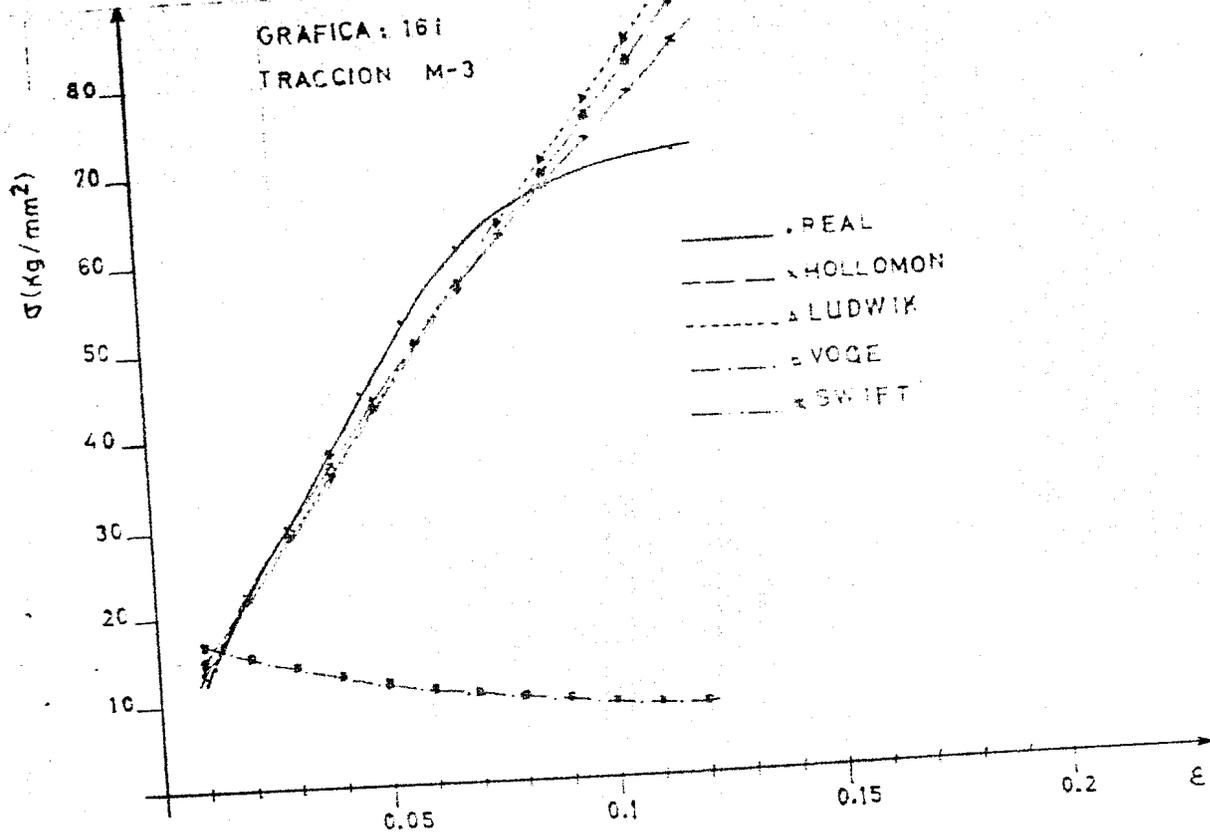
GRAFICA : 16 h

TRACCION M-2

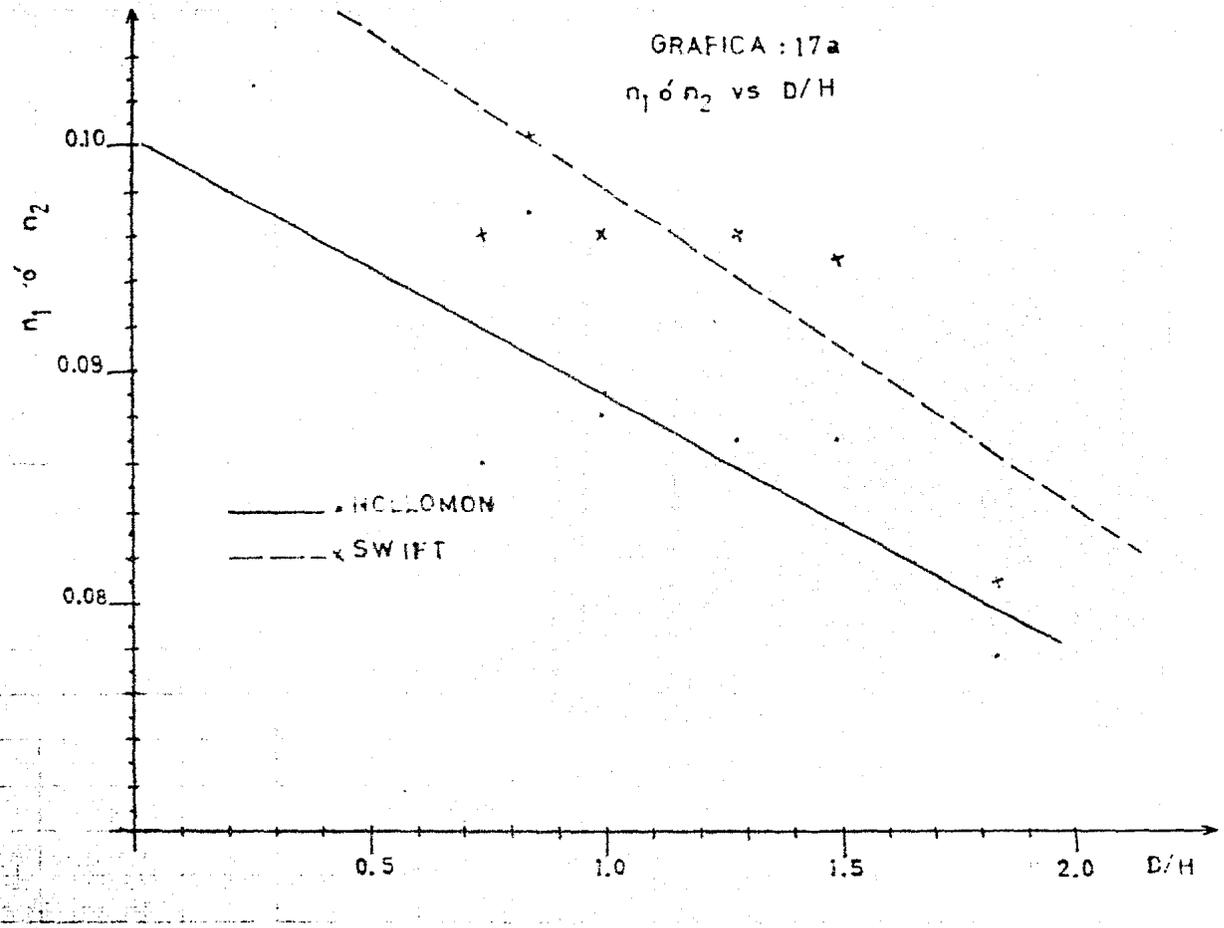


- REAL
- x- HOLLOMON
- o LUDWIK
- p VOCE
- + SWIFT

GRAFICA: 161
TRACCION M-3

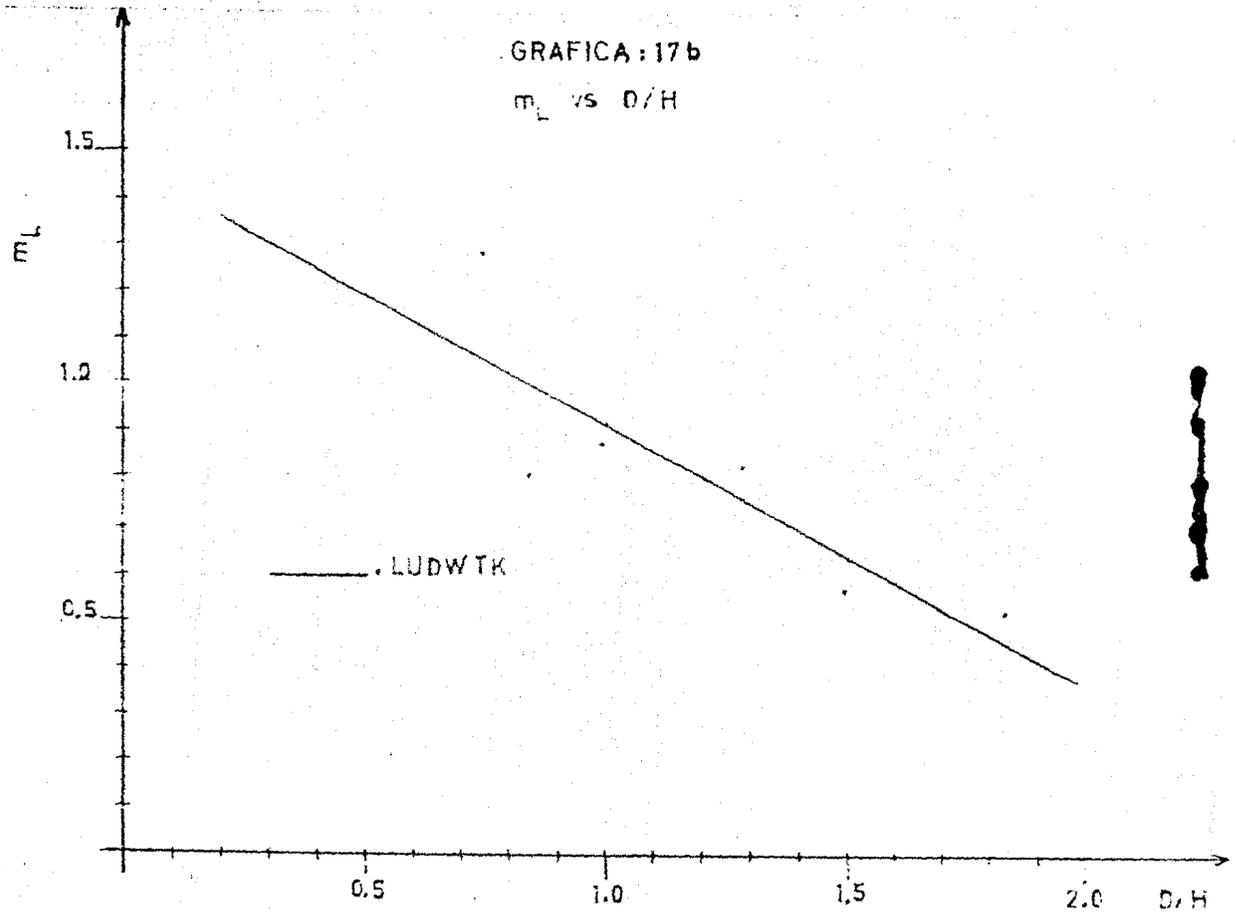


GRAFICA : 17a
 n_1 ó n_2 vs D/H



GRAFICA: 17b

m_L vs D/H



VI. CONCLUSIONES

Las conclusiones que se presentan a continuación, son el resultado final que obtuvimos de la discusión de resultados, y nos muestran en términos generales que no todas las teorías y técnicas aquí manejadas dan resultados acordes con la realidad. Todas las conclusiones se numeraron para una fácil y rápida localización.

1) La primera conclusión a que se llegó, es que las mejores teorías para representar los datos reales de \bar{G} vs \bar{E} son las de Ludwik, Hollomon y Swift, en ese orden de importancia. Lo anterior se afirma dado que estas tres ecuaciones dan valores muy cercanos a los obtenidos en los ensayos, ver gráficas 16 (a-f).

2) También se confirmó que la ecuación de Voce no es aplicable a un acero 1018, debido a que la ecuación obtenida no presenta el mismo comportamiento del material, ver gráficas 16 (a-f).

3) En lo referente a encontrar una relación lineal de n_1 , n_2 o m_L vs D/H , es claro que no son confiables los datos obtenidos debido a sus muy bajos valores de coeficiente de correlación (-0.727, -0.811 y -0.841; para Holloman, Swift y Ludwik respectivamente). Aquí recomendamos que se realice una --

nueva serie de experimentos con el propósito de desechar o --- aceptar tal teoría.

4) En la aplicación del análisis de Crussard-Jaoul --- [14], no se obtuvo ningún resultado lógico en la determinación de los parámetros buscados, pues al comparar los valores de -- n_1 , K_1 , m_L y h obtenidos por medio de las ecuaciones 79 y 80, con los obtenidos con el método de Crussard-Jaoul [14], se ve que los valores son completamente diferentes, pues incluso tie nen signo opuesto, ver tabla 23.

Basados en todo lo anterior podemos afirmar que este-- método no es recomendable aplicarlo a un acero 1018.

5) La técnica propuesta por Reed-Hill [14], en la cual se parte de la ecuación de Swift, da resultados mucho muy parecidos, ver tabla 24, pero no puede pasarse por alto la tendencia de que $n_2 = n_{2R-H}$ y $K_2 = K_{2R-H}$, por lo que tampoco conside ramos que dicha técnica de resultados los suficientemente confi ables para un acero 1018, o en el caso más favorable se reco mandará realizar una nueva serie de experimentos.

6) Para el cálculo del factor de fricción (m), se utilizaron dos técnicas, la primera está basada en un análisis de Avitzur [7], la cual nos da el cambio de m conforme aumenta la deformación de la probeta, la segunda técnica empleada, fue la

clásica compresión de anillos [16] en la cual se obtiene el -- cambio de m al cambiar la geometría de la probeta. Debido a-- que las dos técnicas comparan el cambio del factor de fricción con una variable diferente, no son susceptibles de comparar, -- aunque los valores obtenidos en ambos casos están dentro de un mismo rango (0.08 a 0.24), los valores mínimos se obtienen a una alta deformación y una relación geométrica de 6:3:2, en cambio los máximos valores de m , se obtienen a una relación geométrica de 6:3:6 y bajos niveles de deformación; ver las tablas 7-- (a-e) y 10. Basados en lo anteriormente dicho, se llega a la conclusión de que un cambio en la relación geométrica de la -- probeta (más exactamente un cambio en su altura), presenta una relación directamente proporcional con el valor de m ; en cambio la cantidad de deformación aplicada al material, tiene una relación inversamente proporcional con el valor del factor de fricción.

7) La última conclusión por presentar se refiere a que consideramos que es mejor el método gráfico [9] que el matemático [7], para el cálculo del radio neutral (R_n) por la sencilla razón de que el primero sigue fielmente todo lo que acontece durante la deformación de la muestra y por lo mismo se pueden explicar satisfactoriamente todos los resultados experimentales que se obtuvieron, cosa que no ocurre con el método experimental, ya que no es capaz de explicar el comportamiento del material a las primeras cargas.

VII. BIBLIOGRAFIA

- 1.- K.K. Ray and A.K. Mallik.

On the Determination of Flow Properties from Compression Tests.

Metall. Trans. A., 1983, Vol. 14 A, January, p.p. 155-156.

- 2.- R.L. Woodward.

Communication: A Note on the Determination of Accurate Flow Properties from Simple Compression Tests.

Metall. Trans. A., 1977, Vol. 8 A, November, p.p. 1833-1834.

- 3.- V. Zolotarevski.

Pruebas Mecánicas y Propiedades de los Metales.

Mir, Moscú, 1976, 314 p.

- 4.- S. Timoshenko.

Resistencia de Materiales.

Espasa-Calpe, S.A., Vol. 2, Madrid España, 1967, 498 p.

- 5.- K. Pöhlandt, W. Nester.

The Determination of Stress-Strain Curves by Compression Tests.

Wire, Part I and II, 1982, 32, (2), (3). Part I p.p. 62-67, Part II p.p. 150-153.

- 6.- V.I. Feodosiev.
Resistencia de Materiales.
Mir, Moscú, 1972, 579 p.
- 7.- Betzalel Avitzur.
Metal Forming: Processes and Analysis.
Mc. Graw-Hill, New York. 1968, 500 p.
- 8.- Geoffrey W. Rowe.
Conformado de los Metales.
Urmo, Bilbao España, 1972. 376 p.
- 9.- J.B. Hawkyard and W. Johnson.
A Analysis of the Changes in Geometry of a Short Hollow Cylinder During Axial Compression.
Int. J. Mech. Sci. Pergamont Press L.T.D., Vol. 9, 1967
p.p. 163-182.
- 10.- George E. Dieter.
Mechanical Metallurgy.
Mc. Graw-Hill, Tokyo Japan, 1976, 774 p.
- 11.- A. Mulc and S. Kalpakjian.
Analysis of Friction in Ring Compression: A Factorial Experiment.
Transactions of the ASME. Journal of Engineering for Industry, Vol. 94 series B, November 1972, p.p. 1189-1192.

12.- J.Y. Liu.

An Analysis of Deformation Characteristics and Interfacial Friction Conditions in Simple Upsetting of Rings.

Transactions of the ASME. Journal of Engineering for Industry, Vol. 94 series B, November 1972, p.p. 1189-1192.

13.- A. Dellavia, A. Bugini, E. Gentili and R. Pacagnella.

Stress-Strain Curves and Friction Evaluation from the Rings Test.

Metallurgia and Metal Forming, October 1977, 44, (10), p.p. 442-446.

14.- R.E. Reed-Hill, W.R. Cribb and S.N. Monteiro.

Concerning the Analysis of Tensile Stress-Strain Data Using log versus log Diagrams.

Metallurgical Transactions, Vol. 4, 1973, November, p.p. 2665-2667.

15.- H.J. Kleemola and M.A. Nieminen.

On the Strain-Hardening Parameters of Metals.

Metallurgical Transactions, Vol. 5, 1974, August, p.p. 1863-1866.

16.- Apuntes del Curso Panamericano de Metalurgia.

- 17.- A.T. Male and M.G. Cockcroft.

A Method for the Determination of the Coefficient of Friction of Metals Under Conditions of Bulk Plastic Deformation.
Journal of the Institute of Metals, Vol. 93, 1964-65, p.p. 38-46.

- 18.- A.T. Male and Vincent Depierre.

The Validity of Mathematical Solutions for Determining Friction from Ring Compression Test.
Journal of Lubrication Technology. Trans. ASME, series F, Vol. 92, No. 3, July 1970, p.p. 389-397.

- 19.- K.M. Kulkarni and S. Kalpakjian.

A Study of Barreling as an Example of Free Deformation in Plastic Working.
Transactions of the ASME. Journal of Engineering for Industry, August 1969, p.p. 743-754.

- 20.- C.H. Lee and T. Altan.

Influence of Flow Stress and Friction Upon Metal Flow in Upset Forging of Rings and Cylinders.
Transactions of the ASME. Journal of Engineering for Industry. Vol. 94, series B, August 1972, p.p. 775-782.

21.- United States Steel.

The Making, Shaping and Treating of Steel.

U.S.A., Ninth Edition, 1971, 1420 p.

22.- S.H. Avner.

Introduction to Physical Metallurgy.

Mc. Graw-Hill, Second Edition, U.S.A. 1974, 696 p.

23.- Dale S. Davis.

Nomography and Empirical Equations.

Reinhold Publishing Corporation, U.S.A., 1985, 236 p.

24.- ANSI/ASTM E8 - 77

Standard, Methods of: Tension Testing of Metallic Mate-
rials.