



**Universidad Nacional  
Autónoma de México**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
CUAUTITLAN**

**Calendarización de la Producción  
Usando el Paquete Tempo**

**T E S I S**

**Que para obtener el Título de  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA**

**P r e s e n t a n**

**Alejandro Zuñiga Ocaña**

**Luis Alberto Gordillo Gálvez**

**ASESOR: ING. ANTONIO MEJIA JUAREZ**

**Cuautitlán Izcalli, Estado de México**

**1985**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

	PAG.
INTRODUCCION	
PREFACIO	
CAPITULO I. METODOS PARA PRONOSTICAR LA DEMANDA	9
CAPITULO II. METODOS USADOS PARA LA PROGRAMACION DE LA PRODUCCION .....	29
CAPITULO III. INTRODUCCION A LA PROGRAMACION LINEAL COMO UN CAMINO MAS VIABLE PARA LA SOLUCION DE PROBLEMAS DE PROGRAMACION DE LA PRODUCCION .....	44
CAPITULO IV. EXPLICACION DE LA LINEALIZACION DE LAS VARIABLES .....	65
CAPITULO V. INTRODUCCION AL PAQUETE DE COMPUTACION TEMPO .....	80
CAPITULO VI. SOLUCION DEL PROBLEMA DE MINIMIZACION DE COSTOS POR MEDIO DEL PAQUETE TEMPO .....	90
CAPITULO VII. CONCLUSIONES .....	116
BIBLIOGRAFIA	118
INDICE DE TABLAS	119
INDICE DE GRAFICAS	121



	PAG.
<b>APENDICE A.      PROGRAMA DE SERIES DE TIEMPO .....</b>	<b>123</b>
<b>APENDICE B.      SOLUCION DEL PROBLEMA PROPUESTO EN EL CAPITULO IV HACIENDO USO DEL PA- QUETE TEMPO .....</b>	<b>137</b>

## I N T R O D U C C I O N

Es muy frecuente que en las pequeñas empresas, y aún en gran parte de las medianas, no se cuente con un adecuado sistema de planeación y control de la producción. Es necesario que estas empresas se den cuenta de que existen métodos de los cuales pueden valerse para sacar adelante su producción sin incurrir en un elevado costo de almacenaje por una gran existencia de artículos en inventario como tampoco en costo por escasez, ya que la empresa pierde por no vender - un artículo que se le demanda.

Partiendo de un estudio de pronóstico de ventas se -- puede obtener la información necesaria de los meses pico, - es decir aquellos en que se incrementa la demanda y por con siguiente se debe intensificar la producción a fin de cu---brir dicha demanda. Es precisamente en estos meses y en general durante todo el año cuando surge la toma de decisio--nes por parte del empresario el cual se enfrenta a las si--guientes alternativas: 1) Contratar y despedir personal en respuesta a las fluctuaciones de la demanda para ajustar el tamaño de la fuerza de trabajo a ésta; 2) Trabajar más o me nos con la misma fuerza de trabajo ajustando la tasa de pro ducción; 3) Absorber las fluctuaciones de la demanda median te fluctuaciones de los inventarios, del número de pedidos pendientes y mediante la pérdida de algunas ventas; 4) Au--mentar o disminuir la cantidad total de subcontrataciones, para absorber las fluctuaciones de la demanda; 5) Variar la asignación de los recursos, en función del mercado, para au mentar las fluctuaciones de la demanda; 6) Combinar las cin co alternativas durante el año para obtener el mínimo costo. Estas son las alternativas que debe resolver el empresario a fin de que los costos tiendan a ser mínimos.

Se incluirá el mayor número posible de estas alternativas en un modelo de programación lineal, al cual se le -- aplicarán las reglas que el paquete TEMPO marca para obtener la solución. De esta forma se proporcionarán las aplicaciones prácticas y las limitaciones del método de programación lineal.

Regularmente cuando un empresario quiere optimizar -- los costos de planeación y control de su producción con el fin de maximizar sus utilidades tiene necesariamente que auxiliarse de los pronósticos de ventas de los periodos en -- los cuales se va a programar la producción a fin de obtener la matriz de distribución del problema y la solución por medio del método simplex, aunque la aplicación de este método se dificulta a medida que la cantidad de variables aumenta. Ante este problema surge como alternativa el uso del paquete TEMPO que ofrece técnicas de cómputo para la solución de problemas de programación lineal. El paquete TEMPO es un paquete de cómputo que debido a sus dimensiones debe ser utilizado en sistemas de cómputo de gran capacidad tales como el sistema Burroughs B6700 que forma parte del sistema operativo del Programa Universitario de Cómputo, en donde en forma general se elaboró y corrió el presente estudio y en donde, por medio de la adquisición de una clave se le proporcionarán al público en general las facilidades necesarias para su utilización.

## P R E F A C I O

El propósito fundamental de este trabajo es determinar la validez de la aplicación del paquete Tempo para la solución de problemas de programación de la producción.

La metodología que se sigue en esta tesis para programar la producción es la siguiente:

1. En el capítulo I se obtienen los pronósticos de -- producción por medio de series de tiempo (se seleccionó este método debido a que es el más exacto a nuestro alcance).

2. En el capítulo II se selecciona el método a seguir para programar la producción.

3. Ya que el método seleccionado para programar la -- producción es el de la programación lineal, en el capítulo -- III se incluye un breve análisis de ésta enfocándolo hacia la teoría del método simplex, que es la base del paquete -- Tempo.

4. Uno de los principios de la programación lineal es justamente la linealidad de las variables que en ella se -- utilizan, por lo tanto en el capítulo IV se justifica la li -- nealidad de las variables que intervienen en este problema.

5. En el capítulo V se da la información correspon--- diente a los diferentes parámetros y rutinas utilizados por el paquete de computación Tempo.

6. En el capítulo VI se plantea el problema, se obtie -- nen las ecuaciones que en él intervienen y se resuelve por medio del paquete Tempo.

## C A P I T U L O I

### METODOS PARA PRONOSTICAR LA DEMANDA

Para poder planear la producción es necesario tener una idea de las cantidades del producto que serán requeridas en el mercado en el siguiente ciclo. Esto se logra utilizando el método de pronóstico que mejor se ajuste a las necesidades del usuario para "pronosticar" esas cantidades.

Se empezará este estudio partiendo de la suposición de que la empresa X no cuenta, actualmente, con una adecuada planeación y control de su sistema de producción, por lo cual es necesario recopilar la información sobre las ventas en años anteriores y a partir de estos datos determinar en una forma precisa el pronóstico de nuestras ventas a futuro.

Existen varios métodos con los que se puede contar para pronosticar la producción, algunos de los cuales son:

- a) Promedio móvil
- b) Promedio pasado
- c) Ajuste exponencial
- d) Regresión lineal
- e) Series de tiempo

Se tratará en forma general el método de series de tiempo para obtener la información de los pronósticos de venta del año a analizar ya que entre los métodos antes mencionados éste es el que toma en cuenta el mayor número de factores.

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones -



hechas en momentos determinados, normalmente a intervalos regulares.

La teoría de series de tiempo consiste en dividir una serie cronológica en cuatro factores llamados: 1) Tendencia (T), 2) Fluctuación cíclica (C), 3) Variación estacional (S) y 4) Movimientos irregulares (I), este último factor -- también es llamado componente aleatorio o residual, pues -- reúne todas aquellas causas de la serie que no pueden identificarse en los componentes restantes ya que no obedecen a ninguna ley.

Existen dos modelos básicos en la teoría de series de tiempo que son el aditivo y el multiplicativo, siendo este último el que se empleará en este caso; la ecuación básica para el modelo multiplicativo es la siguiente:

$$y = T C S I$$

La tendencia se considera como aquella parte de la serie cronológica que causa un movimiento uniforme o regular durante un período de tiempo bastante extenso. En algunos casos resulta posible describir estas variaciones por medio de una recta o alguna otra función matemática.

El componente estacional de una serie cronológica se concibe como aquel que muestra una configuración repetida a intervalos regulares durante subperíodos de cualquier lapso especificado. Por ejemplo: Las ventas de un supermercado pueden presentar de una semana a otra un esquema diario bastante regular o el empleo rural puede ofrecer de año en año un esquema mensual bastante regular. La denominación de --- "componente estacional" se utiliza independientemente de la relación que las variaciones que describe puedan tener con

las estaciones del año.

El componente cíclico de una serie cronológica se considera como aquella parte de la serie que presenta un movimiento alrededor de la tendencia que en general es de largo plazo pero no necesariamente regular y que cuantifica variaciones de más corto plazo que la tendencia pero de más largo plazo que las estacionales. Casi siempre resulta necesario tratar al componente cíclico de una serie cronológica como a un residuo que se estima después de haber identificado los componentes de tendencia y estacionalidad y luego de haber eliminado los movimientos irregulares por promediación.

El componente irregular de una serie cronológica es aquella parte del modelo que varía en forma esporádica y -- que no sigue ninguna ley; por lo tanto no es posible cuantificarlo.

Para explicar mejor el método de series de tiempo se partirá de un problema particular que se resolverá sin utilizar un sistema de computación y se finalizará aplicando el lenguaje de programación Fortran IV para obtener la misma solución.

**PROBLEMA:**

Usando el método de series de tiempo calcular la producción de todos los meses de 1984:

En la compañía The Sidney Ross se desea determinar la producción para el año de 1984 del Mejoral Adultos 500, si se tiene la demanda de los cinco años anteriores expresada en billones de unidades (Tabla I-1), además, la demanda pre

presenta una tendencia lineal  $T = 30.944 - 0.062t$ , en donde  $t$  representa a cada uno de los meses que contemplan los datos ( $t = 1, 2, 3, \dots, 60$ ).

	1979	1980	1981	1982	1983
Enero $t=1$	29	25	27	25	21
Febrero	24	25	27	26	21
Marzo	24	32	35	34	27
Abril	24	27	29	26	21
Mayo	33	37	38	35	27
Junio	27	30	31	29	24
Julio	32	30	23	27	26
Agosto	34	38	37	37	31
Septiembre	34	31	31	28	25
Octubre	36	32	32	29	27
Noviembre	26	37	37	32	24
Diciembre	25	26	26	22	28 - $t=60$

TABLA I-1. DATOS PARA SERIES DE TIEMPO.

Para obtener una solución a partir de la información proporcionada, será necesario seguir la siguiente metodología:

1) Obtener la tendencia: Se aplica el método de regresión lineal para ajustar una recta  $T = a_0 + a_1t$ .

2) Encontrar los índices estacionales.

a) Encontrar la media de la demanda original anual  $\bar{x}$

b) Calcular el índice estacional para cada mes.

$S = \text{Demanda de cada mes} / \text{Demanda media anual}$

3) Desestacionalizar y obtener de la información el índice de tendencia.

$Y = T \times S \times C \times I$ , de donde  $CI = Y/T \times S$

a) Se obtiene la tendencia y se sustituye en

$$T = a_0 + a_1 t$$

b) Se obtiene  $C \times I = Y/T \times S$   
Y representa a los datos originales.

4) Eliminar las irregularidades con un movimiento medio (generalmente de cinco periodos).

5) Graficar los índices cíclicos y proyectarlos al futuro.

6) Obtener los pronósticos.

Siguiendo el proceso anteriormente descrito para los datos del problema, se tiene:

1) Tendencia  $T = 30.944 - 0.062t$ , se calcula la tendencia para cada uno de los periodos (Ver Tabla I-2).

	1979	1980	1981	1982	1983
Enero	30.88	30.13	29.39	28.65	27.90
Febrero	30.82	30.07	29.33	28.58	27.84
Marzo	30.75	30.01	29.27	28.52	27.78
Abril	30.69	29.95	29.20	28.46	27.72
Mayo	30.63	29.89	29.14	28.40	27.65
Junio	30.57	29.82	29.08	28.34	27.59
Julio	30.51	29.76	29.02	28.27	27.53
Agosto	30.44	29.70	28.96	28.21	27.47
Septiembre	30.38	29.64	28.89	28.15	27.41
Octubre	30.32	29.58	28.83	28.09	27.34
Noviembre	30.26	29.51	28.77	28.03	27.28
Diciembre	30.20	29.45	28.71	27.96	27.22

**TABLA I-2. TENDENCIAS CALCULADAS PARA TODOS LOS PERIODOS.**

2) Encontrar los índices estacionales.

a) Demanda anual: se obtiene el promedio por año (Tabla I-3)

AÑO	$\Sigma x$	$\bar{x}$
1979	348	29.00
1980	370	30.83
1981	373	31.08
1982	350	29.16
1983	302	25.16

**TABLA I-3. PROMEDIO DE DEMANDAS (DATOS).**

b) Índice estacional  $S = Y / \bar{x}$  (Ver Tabla I-4).

	1979	1980	1981	1982	1983	$x'$
Enero	1.00	0.81	0.87	0.85	0.83	0.87
Febrero	0.83	0.81	0.87	0.89	0.83	0.84
Marzo	0.83	1.03	1.12	1.16	1.07	1.04
Abril	0.83	0.88	0.93	0.89	0.83	0.87
Mayo	1.14	1.20	1.22	1.19	1.07	1.16
Junio	0.93	0.97	1.00	0.99	0.95	0.96
Julio	1.10	0.97	0.74	0.92	1.03	0.95
Agosto	1.17	1.23	1.19	1.26	1.23	1.21
Septiembre	1.17	1.00	1.00	0.95	0.99	1.02
Octubre	1.24	1.03	1.03	0.99	1.07	1.07
Noviembre	0.89	1.20	1.19	1.09	0.95	1.06
Diciembre	0.86	0.84	0.83	0.75	1.10	0.87

$x' = \sum S / \text{Número de años (se obtiene para cada mes).}$

TABLA I-4. INDICES ESTACIONALES.

3)  $CI = Y / T \times S$ . Los valores de los índices cíclicos para cada periodos se encuentran en la tabla I-5.

	1979	1980	1981	1982	1983
Enero	1.08	0.95	1.05	1.00	0.86
Febrero	0.93	0.99	1.09	1.08	0.90
Marzo	0.75	1.02	1.15	1.15	0.93
Abril	0.90	1.04	1.14	1.05	0.87
Mayo	0.93	1.07	1.12	1.06	0.84
Junio	0.92	1.05	1.11	1.06	0.90
Julio	1.10	1.06	0.83	1.00	0.99
Agosto	0.92	1.06	1.06	1.08	0.93
Septiembre	1.10	1.02	1.05	0.97	0.89
Octubre	1.11	1.01	1.04	0.96	0.92
Noviembre	0.81	1.18	1.21	1.08	0.83
Diciembre	0.95	1.01	1.04	0.90	1.18

TABLA I-5. INDICES CICLICOS.

4) Eliminación de las irregularidades de los periodos de CI por promediación de cinco periodos (Tabla I-6).

	1979	1980	1981	1982	1983
Enero		0.94	1.10	1.10	0.93
Febrero		0.99	1.09	1.06	0.89
Marzo	0.92	1.01	1.11	1.07	0.88
Abril	0.88	1.03	1.12	1.08	0.89
Mayo	0.92	1.05	1.07	1.06	0.91
Junio	0.95	1.05	1.05	1.05	0.91
Julio	0.99	1.05	1.03	1.04	0.90
Agosto	1.03	1.04	1.02	1.02	0.93
Septiembre	1.01	1.07	1.04	1.02	0.91
Octubre	0.98	1.07	1.08	1.00	0.95
Noviembre	0.98	1.06	1.07	0.96	
Diciembre	0.96	1.07	1.07	0.94	

TABLA I-6. INDICES CICLICOS "SIN RUIDO".

5) Graficar los indices cíclicos: En la gráfica I-1 aparecen los indices cíclicos "sin ruido" y su proyección hacia el futuro según el número de periodos necesarios.

6) Demanda (pronósticos); En la tabla I-7 aparecen los valores de las tendencias para los periodos que necesitan pronosticarse ( $t = 61, 62, \dots, 72$ ), y los respectivos indices estacionales y cíclicos, además de los valores calculados de los pronosticos.

MES	TENDENCIA	IND. EST.	IND. CIC.*	PRONOSTICOS
Enero	27.162	0.87	1.015	23.98
Febrero	27.100	0.84	0.990	22.53
Marzo	27.038	1.04	0.960	26.99
Abril	26.976	0.87	0.913	21.42
Mayo	26.914	1.16	0.940	29.34
Junio	26.852	0.96	0.950	24.49
Julio	26.790	0.95	0.970	24.71
Agosto	23.728	1.21	0.983	31.79
Septiembre	26.666	1.02	0.997	27.11
Octubre	26.604	1.07	1.007	28.66
Noviembre	26.542	1.06	1.014	28.53
Diciembre	26.480	0.87	1.021	23.52

**TABLA I-7. PRONOSTICOS**

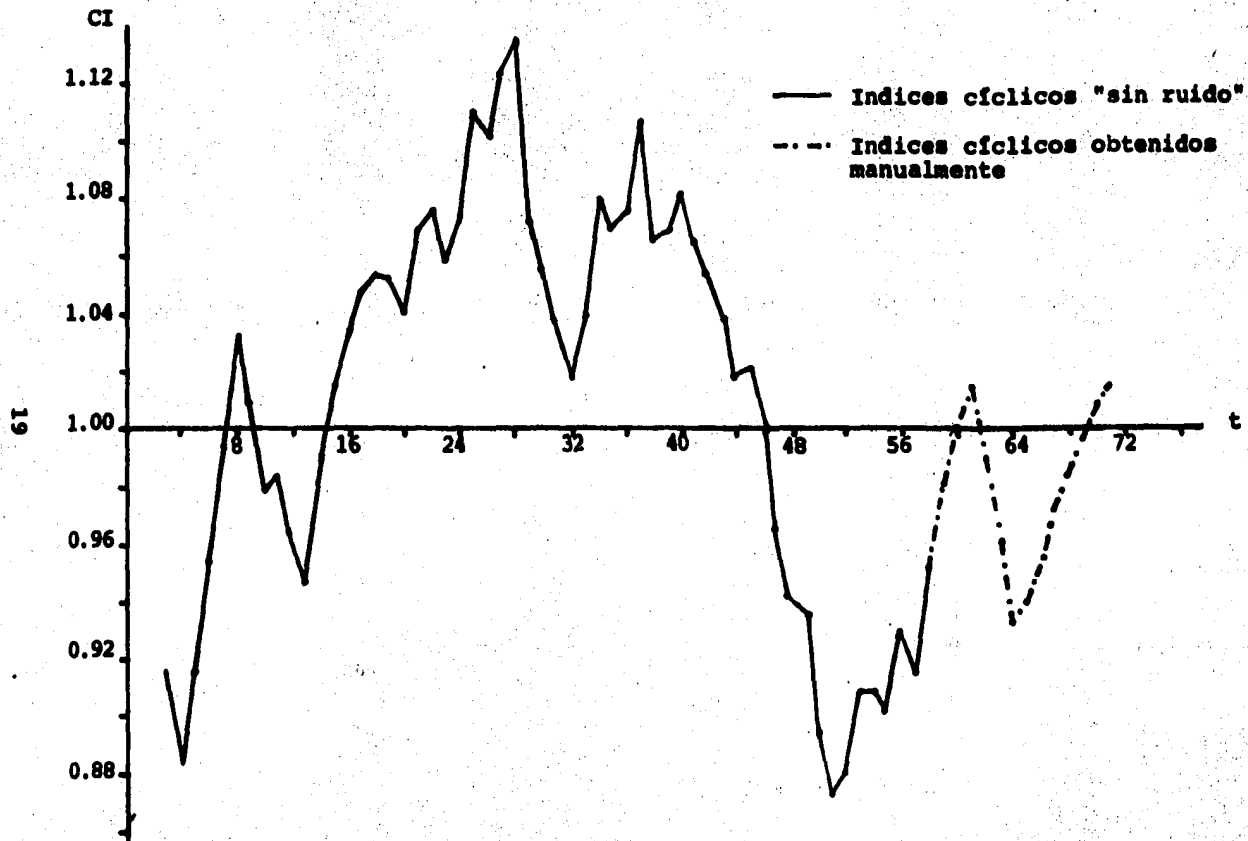
El ahorro de tiempo y la confiabilidad de los resultados es de importancia, por lo que se ha creado un programa que utiliza el lenguaje Fortran IV para la solución de problemas de series de tiempo. Se resolverá el problema anterior utilizando este programa y se compararán los resultados obtenidos por ambas técnicas. El programa completo de series de tiempo se incluye en el apéndice A y su diagrama de flujo simplificado aparece en la gráfica I-2.

En la gráfica I-3 se comparan las proyecciones de los índices cíclicos que se han obtenido resolviendo el problema manualmente y los que se han obtenido utilizando el programa de series de tiempo.

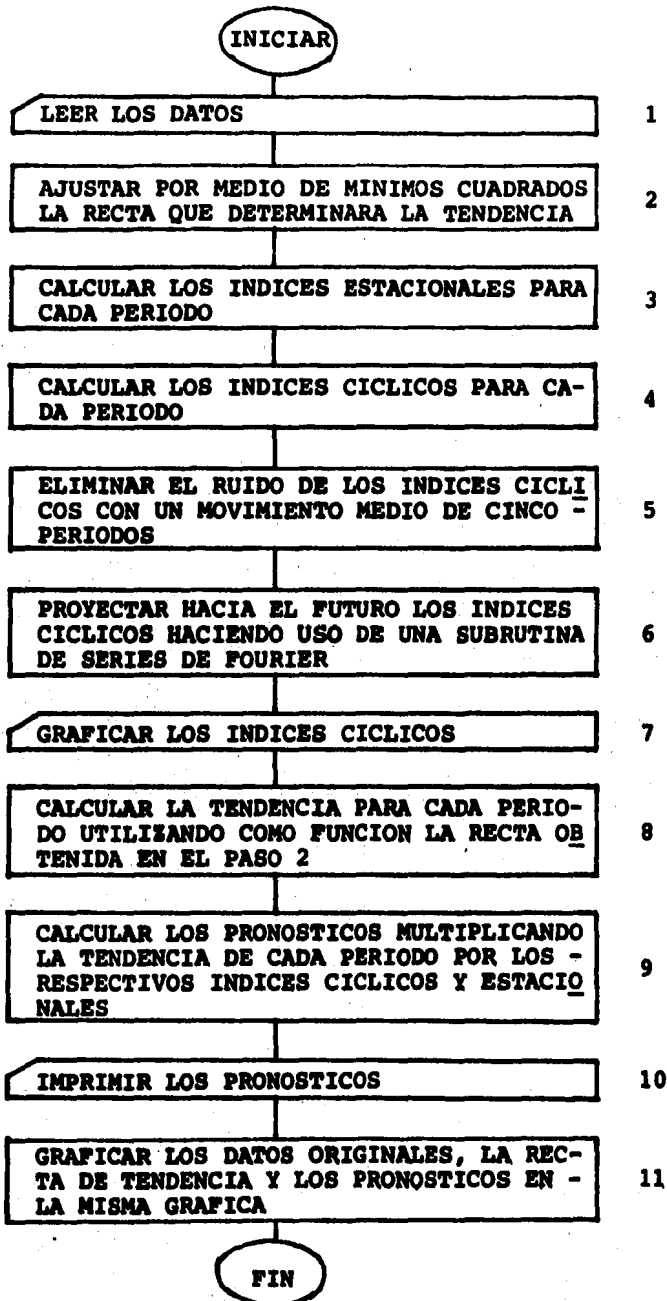
\* Estos índices cíclicos son las proyecciones hacia el futuro obtenidos en la gráfica de los índices cíclicos "sin ruido" (Gráfica I-1).



En la gráfica I-4 se hace una comparación entre los -  
pronósticos obtenidos manualmente y los que se obtuvieron -  
utilizando el programa de serie de tiempo; además, en las -  
siguientes cinco páginas aparece el listado de resultados -  
del programa.

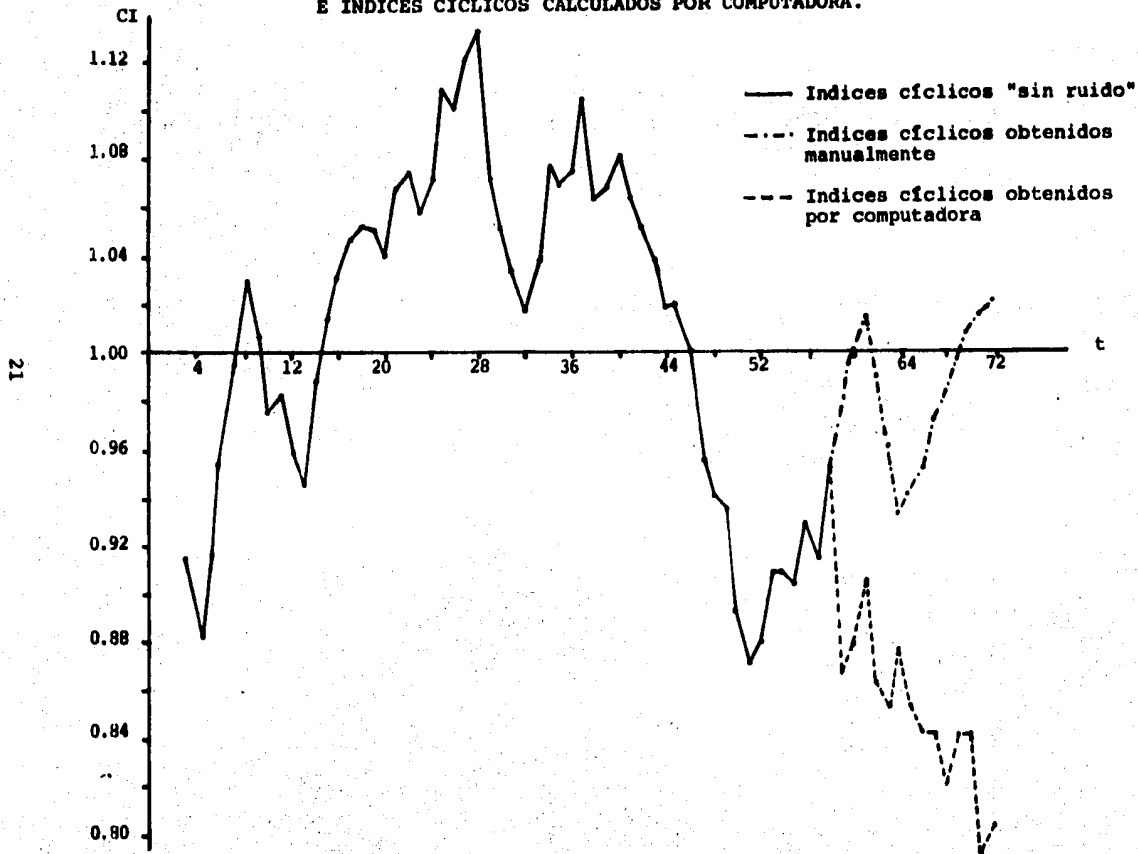


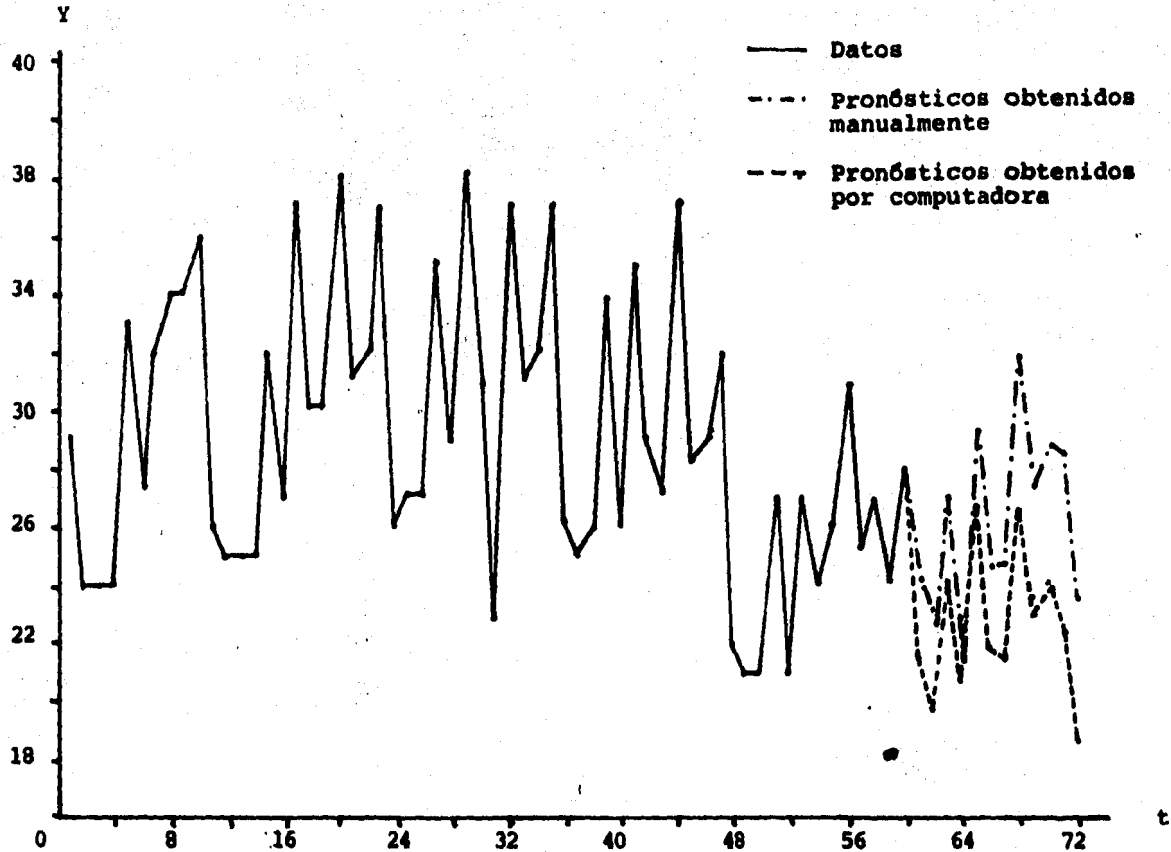
GRAFICA I-1. GRAFICA DE INDICES CICLICOS.



GRAFICA I-2. DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL PROGRAMA DE SERIES DE TIEMPO

GRAFICA I-3. COMPARACION ENTRE INDICES CICLICOS CALCULADOS MANUALMENTE  
E INDICES CICLICOS CALCULADOS POR COMPUTADORA.





GRAFICA I-4. COMPARACION ENTRE LOS PRONOSTICOS CALCULADOS MANUALMENTE Y LOS CALCULADOS POR COMPUTADORA.

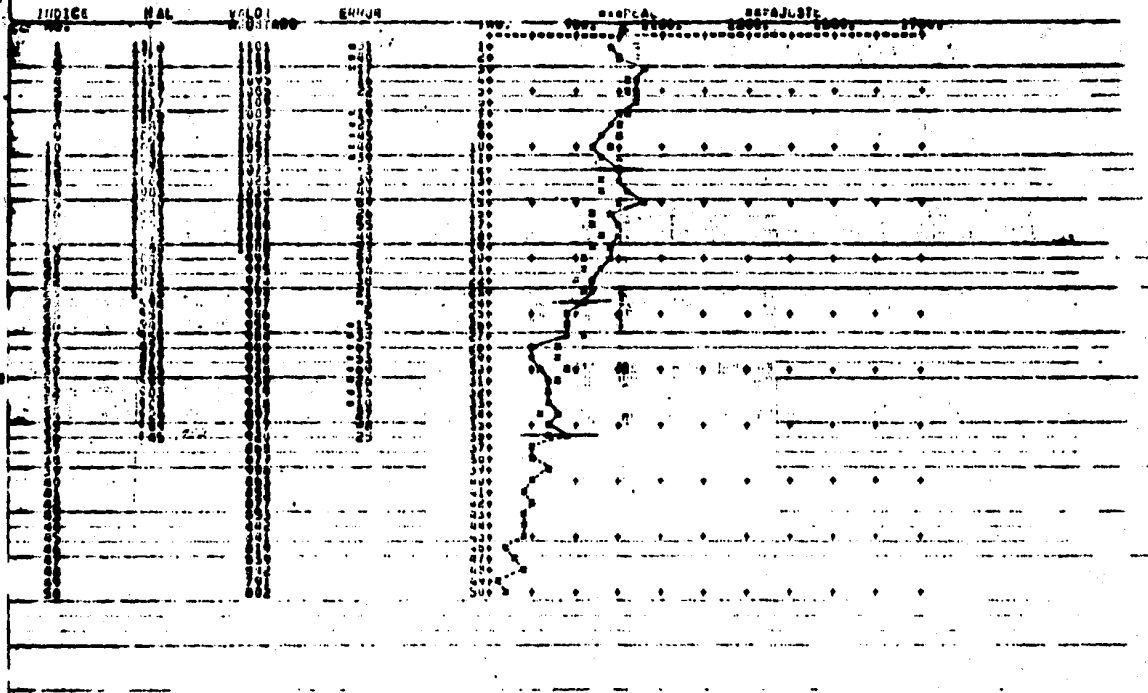
21.00	24.00	26.00	24.00	33.00	27.00	32.00	34.00	34.00	35.00	26.00	25.00
21.00	25.00	32.00	27.00	37.00	31.00	33.00	36.00	31.00	36.00	37.00	29.00
27.00	27.00	35.00	29.00	38.00	31.00	35.00	37.00	31.00	32.00	37.00	26.00
25.00	26.00	34.00	28.00	39.00	29.00	27.00	37.00	29.00	29.00	32.00	22.00
21.00	21.00	27.00	21.00	37.00	22.00	20.00	31.00	25.00	27.00	26.00	20.00

COEFICIENTE DE TENDENCIA

0.0000000000000000

COEFICIENTE DE CORRECCION = -0.2870

CURVA DE INDICES CICLICOS



61.00 62.00 63.00 64.00 65.00 66.00 67.00 68.00 69.00 70.00 71.00 72.00

REVENUE PER PERIOD

27.156 27.096 27.032 26.970 26.908 26.845 26.783 26.721 26.659 26.597 26.535 26.473

INDEXES UTILIZED

0.988 0.985 0.982 0.979 0.975 0.972 0.968 0.964 0.960 0.956 0.952 0.948

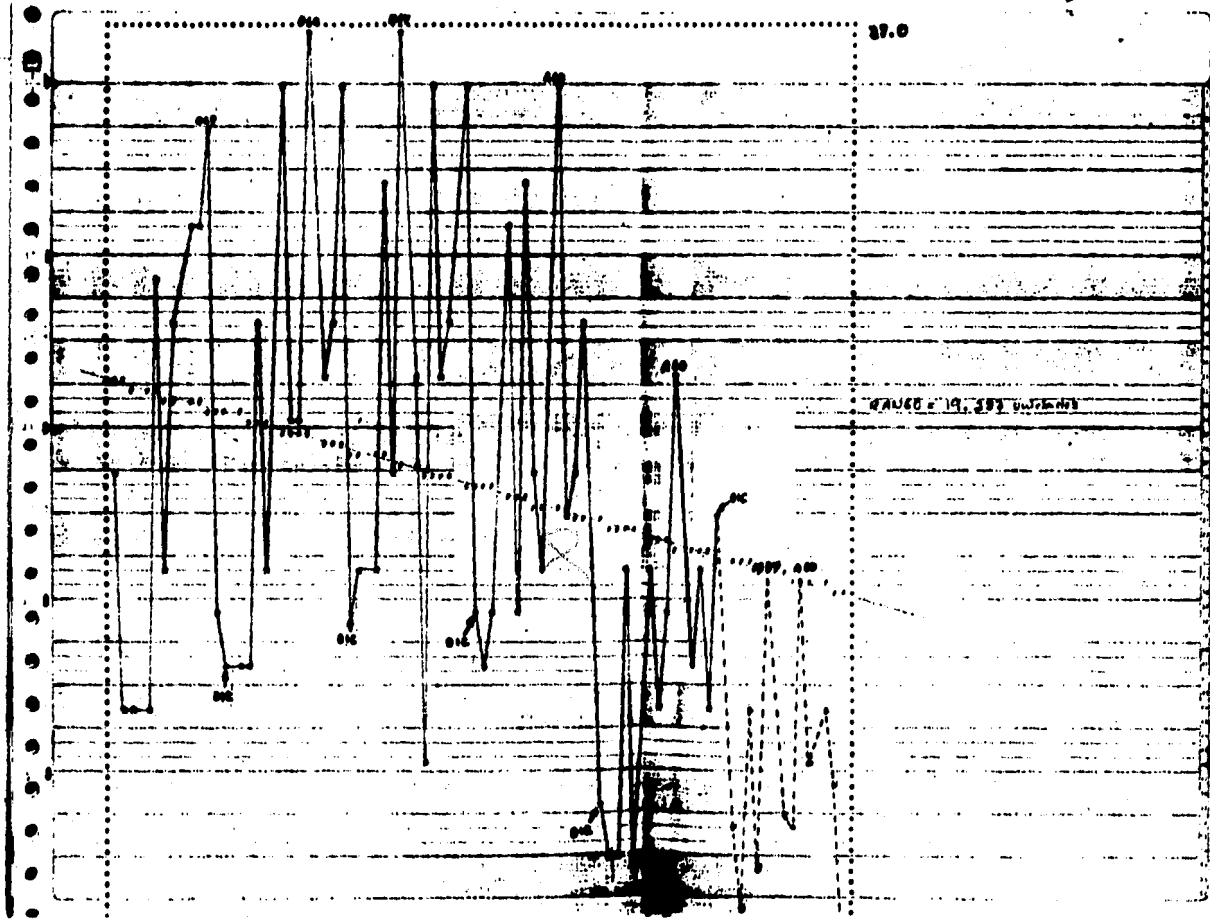
INDEXES ESTAGIORALLO PER PERIOD

0.978 0.967 1.000 0.972 1.107 0.970 0.955 1.017 1.020 1.075 1.060 0.982

INDEXES

21.514 19.700 24.119 20.620 20.777 21.913 21.501 20.666 22.940 20.091 22.208 18.713





37.0

GAUGE 19, 597, 502, 481

19-713

DATA

TENDENCIA

PROGNOSTICOS

**CONCLUSIONES:** Al hacer una comparación entre los resultados obtenidos por ambas técnicas (Ver Figura III-4) se notarán las diferencias que pueden existir entre ellos, pudiendo explicar parte de las diferencias a errores de redondeo al resolverlos manualmente; el resto de estas diferencias se atribuye a errores de criterio al proyectar los índices cíclicos (la computadora utiliza únicamente los últimos treinta y seis índices cíclicos para hacer la proyección hacia el futuro y en seguida la gráfica: para lograrlo hace uso de una subrutina de Series de Fourier).

## C A P I T U L O   I I

### METODOS USADOS PARA LA PROGRAMACION DE LA PRODUCCION

Planear y controlar un sistema de producción es tarea propia de la gerencia, la cual podrá optimizar sus utilidades si logra programar la producción eficazmente. Para definir la planeación de la producción se han utilizado indistintamente los siguiente términos: calendarización, planeación y programación, y el significado de cada uno de ellos dentro de este texto es el mismo.

Partiendo de los pronósticos de producción obtenidos en el capítulo anterior se procede a planear la producción por medio de cualquiera de los siguientes métodos<sup>1</sup>:


- A) Método Gráfico
- B) Método de Programación Lineal

Cada uno de los cuales se tratará a continuación.

#### A) METODO GRAFICO.

Una empresa trabaja a un 80% de su capacidad y para aumentar ésta necesita hacer un estudio de los diversos factores con los cuales puede lograrlo. El primer factor a analizar es la posibilidad de comprar maquinaria nueva, de costo elevado, a la par que capacitar personal competente para su manejo. Como se nota, la empresa incurrirá en un elevado costo para la ampliación de su capacidad.

1. Se seleccionaron estos dos métodos ya que se consideró que son los más representativos.



Un segundo factor, más aconsejable, es obtener una mediación, es decir, contratar personal no calificado creando con esto únicamente costos por selección y capacitación de personal. Es recomendable como tercer factor el análisis de la posibilidad de incrementar la capacidad por el pago de horas extras de trabajo a empleados ya capacitados.

En el caso de la empresa que trabaja al 100% de su capacidad, si quisiera incrementarla tendría la necesidad de contratar poco personal o incurrir en el pago de horas extras de trabajo. Más aún, si una empresa trabaja a un 120% de su capacidad y quisiera aumentarla podría optar por crear un nuevo turno de trabajo.

Estos son los principales problema a los que se enfrenta la gerencia y es a partir de estas decisiones que se pueden obtener grandes reducciones en los costos de producción por el hecho de haber tomado la decisión adecuada.

Para mejorar la comprensión de las alternativas expuestas, se ejemplificará con un problema tipo y se analizarán con base en una gráfica los distintos factores que intervienen en un problema de planeación y control de la producción. La gráfica mencionada permitirá proponer varias soluciones, de las cuales se considerará idónea aquella que implique el menor costo. Cabe aclarar que este método es difícil de aplicar debido a su laboriosidad.

#### PROBLEMA:

Dados los pronósticos de requerimientos de un producto estacional, obtener las diversas políticas a seguir por parte de la gerencia para aumentar la capacidad productiva de la empresa y a su vez reducir los costos de producción.

Considérese que el costo de mantenimiento de los inventarios es de \$240 por unidad al año.

Un cambio en el nivel de producción de diez unidades por día (sin incluir el aumento de la tasa de producción -- con tiempo extra de trabajo), requiere la contratación o separación de cien hombres a un costo de \$ 200 por hombre por concepto de contratación, entrenamiento y separación.

Las unidades producidas con tasas extras de trabajo tienen un costo de \$ 20 por unidad adicional.

Las unidades producidas por subcontratación cuestan \$ 25 por unidad adicional.

Las unidades producidas en tiempo regular tienen un costo de \$ 15 cada una.

En la tabla II-1 se encuentran los requerimientos mínimos para este problema.

MES	REQUERIMIENTOS		INVENTARIO CONTINGENCIA	DIAS DE PRODUCC.	DIAS ACUM.
	ESPERADOS	ACUMULADOS			
Enero	700	700	300	22	22
Febrero	900	1,600	340	18	40
Marzo	1,100	2,700	375	22	62
Abril	900	3,600	340	21	83
Mayo	650	4,250	290	22	105
Junio	600	4,850	275	21	126
Julio	550	5,400	265	21	147
Agosto	400	5,800	230	13	160
Septiembre	400	6,200	230	20	180
Octubre	300	6,500	195	23	203
Noviembre	300	6,800	195	21	224
Diciembre	400	7,200	230	20	244

TABLA II-1. REQUERIMIENTOS MINIMOS

Las unidades por día de trabajo se obtienen al dividir los requerimientos esperados de cada mes entre los días de producción del mismo, como se muestra en la tabla II-2.

MES	UNIDADES POR DIA DE TRABAJO		
Enero	700/22	=	31.82
Febrero	900/18	=	50.00
Marzo	1100/22	=	50.00
Abril	900/21	=	42.85
Mayo	650/22	=	29.54
Junio	600/21	=	28.57
Julio	550/21	=	26.19
Agosto	400/13	=	30.76
Septiembre	400/20	=	20.00
Octubre	300/23	=	13.04
Noviembre	300/21	=	14.28
Diciembre	400/20	=	20.00

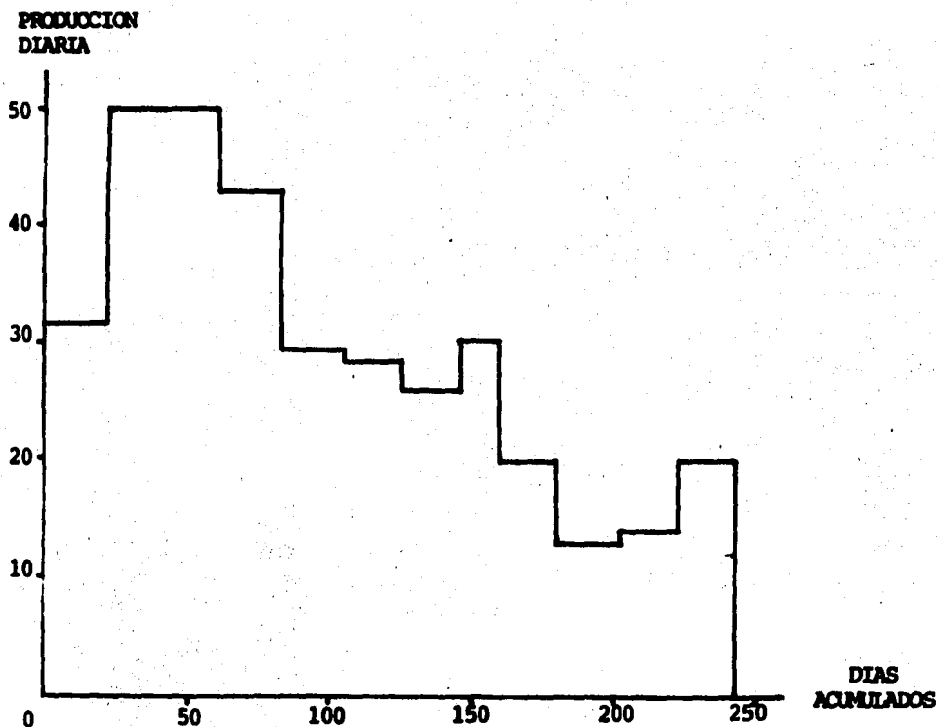
**TABLA II-2. REQUERIMIENTOS DIARIOS**

Con esta información y teniendo en el eje de las abscisas a los días acumulados de producción y en el eje de las ordenadas a las unidades por día de trabajo se obtiene la gráfica II-1.

Ahora surgen las diversas alternativas con las cuales puede contar el productor para sacar adelante la producción pronosticada para cada mes y no incurrir en costos por escasez o almacenaje. El nivel máximo se presenta en el mes de marzo y es de 1,100 y el mínimo en los meses de octubre y noviembre con un valor de 300.

Para la elaboración de planes favorables existe la ne

cesidad de auxiliarnos de otra gráfica que contenga en el eje de las abscisas a los días acumulados de producción y en el de las ordenadas a las unidades acumuladas. Esta es la gráfica II-2, en la cual se sitúan primeramente los puntos de los requerimientos acumulados de producción y luego la curva de los requerimientos máximos acumulados (éstos se obtienen al sumar los inventarios de contingencia de cada mes a los requerimientos acumulados). Con estas dos curvas se establece una comparación de tal manera que se obtenga una que satisfaga los requerimientos. Generalmente esto se logra trabajando por encima de la curva de los requerimientos máximos acumulados.



**GRAFICA II-1. REQUERIMIENTOS DIARIOS.**



Para obtener la solución idónea se representan curvas sobre la gráfica de los requerimientos acumulados y únicamente se representarán tres alternativas que satisfagan los requerimientos máximos. Se optará por aquella que resulte tener el menos costo.

### POLITICA No. 1

Mantener la producción uniforme en todo el año con un inventario inicial de 1,650 unidades y una tasa de producción de 28 unidades por día. Esta política generará altos costos en inventarios pero tendrá la ventaja de crear costos mínimos por concepto de rotación de la fuerza de trabajo y de subcontratación.

### POLITICA No. 2

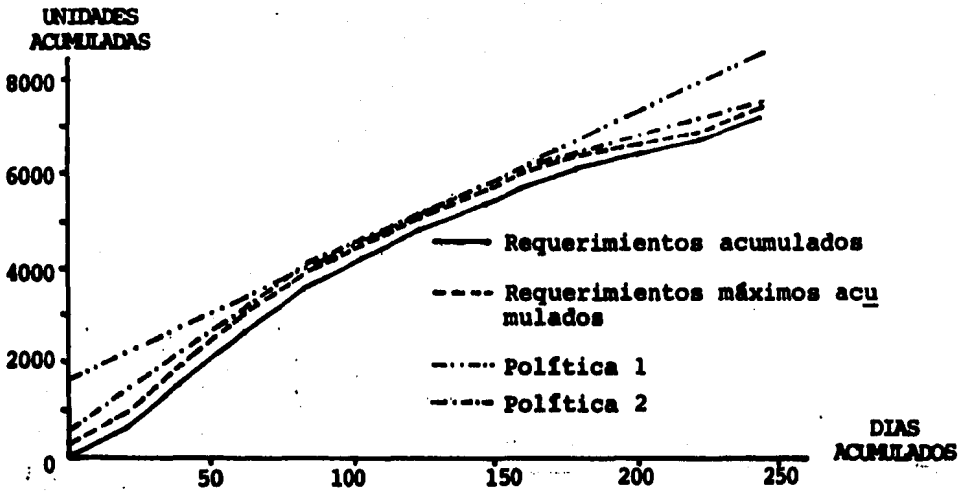
Esta política requiere de un inventario inicial de 500 unidades y presenta tres cambios en su tasa de producción durante el año (de 0 a 83 días = 41 unidades por día; de 83 a 160 días = 28 unidades por día y de 161 a 244 días = 15.5 unidades por día). La gran desventaja de esta política es la creación de costos por la necesidad de contratar y liquidar personal, pagar horas extras y algunas cantidades por concepto de subcontratación.

### POLITICA No. 3

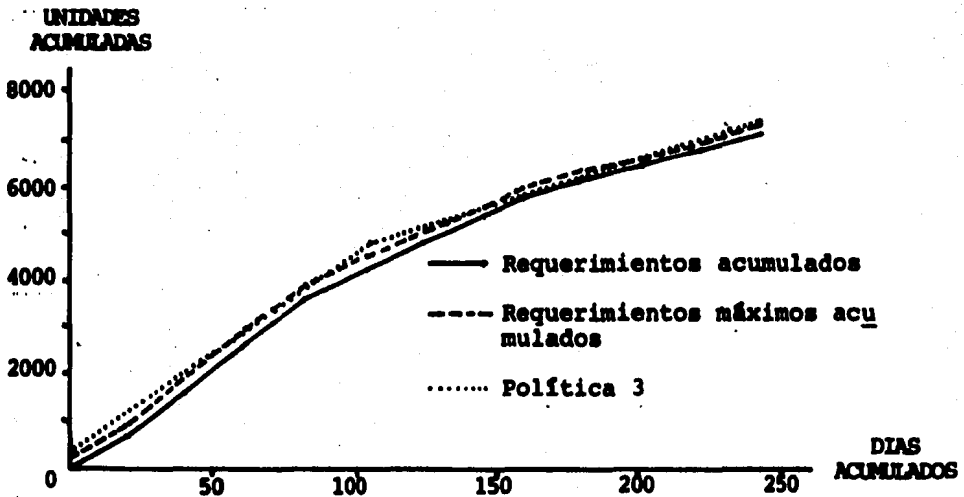
Supone dos cambios en la tasa de producción durante el año y requiere de un inventario inicial de 500 unidades. Los cambios de la tasa son: de 0 a 105 días = 41 unidades por día y de 106 a 244 días = 19 unidades por día. Estos cambios se efectúan al principio o al final del año pues es donde se acumulan mayores inventarios estacionales.

Las políticas antes mencionadas pueden ser expresadas por una curva en una gráfica; en las gráficas II-2 (a) y II-2 (b) aparecen las curvas para cada una de ellas y también la curva de requerimientos máximos acumulados; en estas gráficas en el eje de las abscisas se encuentran los días acumulados y en el eje de las ordenadas las unidades acumuladas. Las tres políticas se representan también en la gráfica II-3, en donde el eje de las abscisas corresponde a los días acumulados y el de las ordenadas a la tasa de producción diaria. En la gráfica II-3 se analizarán los cambios de las tasas de producción en los distintos meses del año; además se incluirá la capacidad normal (30 unidades por día) y la capacidad máxima con tiempo extra de trabajo (36 unidades por día). Los requerimientos mensuales que excedan a 36 deberán satisfacerse con los inventarios estacionales acumulados o recurriendo a subcontratistas.

En las tablas II-4, II-5 y II-6 se expresan los costos en que incurre cada una de las políticas tomando en cuenta los costos unitarios que aparecen en la tabla II-3.

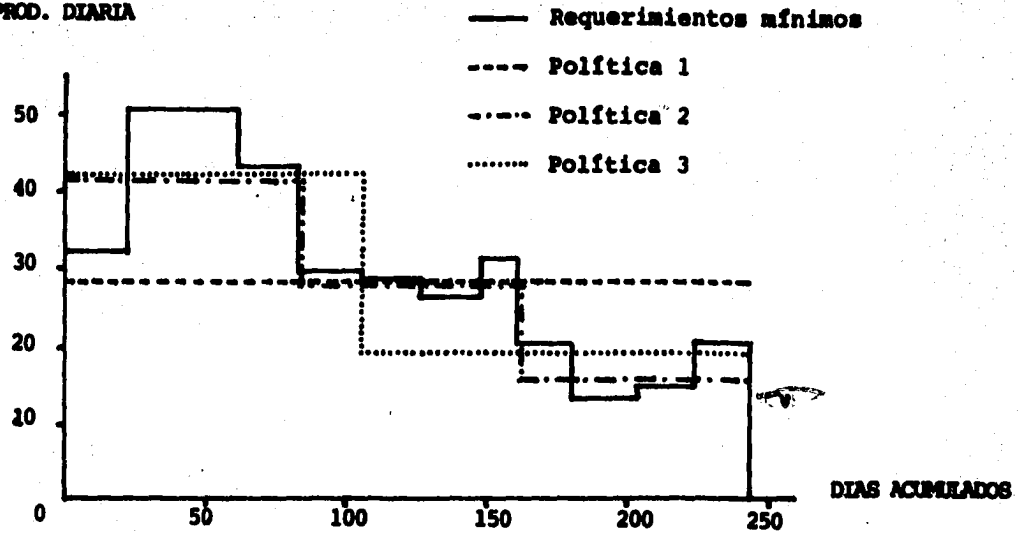


GRAFICA II-2 (a). REQUERIMIENTOS MAXIMOS ACUMULADOS



GRAFICA II-2 (b). REQUERIMIENTOS MAXIMOS ACUMULADOS

TASA DE  
PROD. DIARIA



GRAFICA II-3. REQUERIMIENTOS DIARIOS.

## COSTOS.

Cambiar el nivel de producción en 10 unidades/día requiere la contratación o separación de 100 hombres a un costo de \$200/hombre:		
Costo de producción en horas regulares = \$15/unidad		
Costo de cambio de nivel de producción en 10 unidades.	=	\$200 x 100 = \$ 20,000
Costo de cambio de nivel de producción en 1 unidad.	=	\$20,000/10 = \$ 2,000
Costo de producción por horas extras.	=	\$20/unidad
Costo de producción por subcontratación.	=	\$25/unidad
Costo de mantenimiento de inventario	=	\$240/(unidad/año) \$ 20/(unidad/mes)

TABLA II-3. COSTOS UNITARIOS.

Si se analiza cada una de las políticas a seguir se obtienen los siguientes cuadros; después de analizar éstos se determinará cuál política es la más conveniente.

Cada cuadro incluye los siguientes conceptos por columna:

- I Producción mensual a la tasa indicada para ese mes.
- II Producción máxima para ese mes en horas de turno regular.

- III Producción máxima en horas extras para ese mes.
- IV Cantidad producida por subcontratación.
- V Tasa diaria de producción por subcontratación.
- VI Costo mensual de producción en horas regulares.
- VII Costo mensual de producción en horas extras.
- VIII Costo mensual de producción por subcontratación.
- IX Requerimientos.
- X Diferencia entre lo producido y lo requerido:  
(-) Sobrantes, (+) Faltantes.
- XI I<sub>o</sub> - Diferencia = cantidad almacenada mensualmente.
- XII Costo mensual de almacenamiento.
- XIII Faltantes de inventario de contingencia (inv. - de cont. - almacen).
- XIV Cantidad producida en horas extras del faltante de inventario de contingencia (tasa de producción diaria).
- XV Tasa de producción diaria por subcontratación para completar inventario de contingencia.
- XVI Costo mensual de producción en horas extras de faltantes de inventario de contingencia.
- XVII Costo mensual de producción de faltantes de inventario de contingencia por subcontratación.

**COSTO TOTAL = COSTO DE CAMBIO DE TASA DE PRODUCCION +  
COSTO (VI) + COSTO (VII) + COSTO (XII) +  
(COSTO XVI) + COSTO (XVII)**

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	INV. CONT.
ENE	616	0	0	0	0	9240	0	0	700	+ 84	1266	31320	0	0	0	0	0	300
FEB	504	0	0	0	0	7560	0	0	900	+396	1170	23400	0	0	0	0	0	340
MAR	616	0	0	0	0	9240	0	0	1100	+484	686	13720	0	0	0	0	0	375
ABR	588	0	0	0	0	8820	0	0	900	+312	374	7480	0	0	0	0	0	340
MAY	616	0	0	0	0	9240	0	0	650	+ 34	340	6800	0	0	0	0	0	290
JUN	588	0	0	0	0	8820	0	0	600	+ 12	328	6560	0	0	0	0	0	275
JUL	588	0	0	0	0	8820	0	0	550	- 38	366	7320	0	0	0	0	0	265
AGO	364	0	0	0	0	5460	0	0	400	+ 36	330	6600	0	0	0	0	0	230
SEP	560	0	0	0	0	8400	0	0	400	-160	490	9800	0	0	0	0	0	230
OCT	644	0	0	0	0	9660	0	0	300	-344	834	16680	0	0	0	0	0	195
NOV	588	0	0	0	0	8820	0	0	300	-288	1122	22440	0	0	0	0	0	195
DIC	560	0	0	0	0	8400	0	0	400	-160	1282	25640	0	0	0	0	0	230
<b>TOTAL</b>						102480	0	0				177760				0	0	

COSTO TOTAL = 0 + 102480 + 0 + 0 + 177760 + 0 + 0 = \$ 280,240.00

TABLA II-4. COSTOS EN QUE INCURRE LA POLITICA 1.

POLITICA No. 2

Tasa de producción 1 = 41 u/día de 0 a 83 días

$I_0 = 500$  unidades

Tasa de producción 2 = 28 u/día de 84 a 160 días

COSTO = \$26,000 - cambio de 1 a 2

Tasa de producción 3 = 15.5 u/día de 161 a 244 días

COSTO = \$25,000 - cambio de 2 a 3

\$51,000

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	I.C.
ENE	902	660	132	110	5	9900	2640	2750	700	-202	702	14040	0	0	0	0	0	300
FEB	738	540	108	90	5	8100	2160	2250	900	+162	540	10800	0	0	0	0	0	340
MAR	902	660	132	110	5	9900	2640	2750	1100	+198	342	6840	33	0	1.5	0	825	375
ABR	861	630	126	105	5	9450	2520	2625	900	+ 39	303	6060	37	0	1.76	0	925	340
MAY	616	0	0	0	0	9240	0	0	650	+ 34	269	5380	21	0.95	0	420	0	290
JUN	588	0	0	0	0	8820	0	0	600	+ 12	257	5140	18	0.85	0	360	0	275
JUL	588	0	0	0	0	8820	0	0	550	- 38	295	5900	0	0	0	0	0	265
AGO	364	0	0	0	0	5460	0	0	400	+ 36	259	5180	0	0	0	0	0	230
SEP	310	0	0	0	0	4650	0	0	400	+ 90	169	3380	61	3.05	0	1220	0	230
OCT	356	0	0	0	0	5347	0	0	300	- 56	225.5	4510	0	0	0	0	0	195
NOV	325	0	0	0	0	4482.5	0	0	300	- 25	251	5020	0	0	0	0	0	195
DEC	310	0	0	0	0	4650	0	0	400	+ 90	161	3220	69	3.45	0	1380	0	230
<b>TOTAL</b>						<b>89220</b>	<b>9960</b>	<b>10375</b>				<b>75470</b>				<b>3380</b>	<b>1750</b>	

COSTO TOTAL = 51,000 + 89,220 + 9,960 + 10,375 + 75,470 + 3,380 + 1,750 = \$ 241,155.00

TABLA II-5. COSTOS EN QUE INCURRE LA POLITICA 2.



**POLITICA No. 3**

Tasa de producción 1 = 41 u/día de 0 a 105 días

I<sub>0</sub> = 500 unidades

Tasa de producción 2 = 19 u/día de 106 a 244 días

COSTO = \$44,000 - cambio de  
1 a 2

MES	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	
ENE	902	660	132	110	5	9900	2640	2750	700	-202	702	14040	0	0	0	0	0	
FEB	738	540	108	90	5	8100	2160	2250	900	+162	540	10800	0	0	0	0	0	
MAR	902	660	132	110	5	9900	2640	2750	1100	+198	342	6840	33	0	1.5	0	825	
ABR	861	630	126	105	5	9450	2520	2625	900	+ 39	303	6060	37	0	1.7	0	925	
MAY	902	660	132	110	5	9900	2640	2750	650	-252	555	11100	0	0	0	0	0	
JUN	399	0	0	0	0	5895	0	0	600	+201	354	7080	0	0	0	0	0	
JUL	399	0	0	0	0	5985	0	0	550	+151	203	4060	62	3	0	1240	0	
AGO	247	0	0	0	0	3705	0	0	400	+153	50	1000	180	6	5.1	1560	2550	
SEP	380	0	0	0	0	5700	0	0	400	+ 20	30	600	200	6	6.1	2400	2000	
OCT	437	0	0	0	0	6555	0	0	300	-137	167	3340	28	1.3	0	560	0	
NOV	399	0	0	0	0	5985	0	0	300	- 99	266	5320	0	0	0	0	0	
DIC	380	0	0	0	0	5700	0	0	400	+ 20	246	4920	0	0	0	0	0	
<b>TOTAL</b>							86865	12600	13125				75160				5760	6300

COSTO TOTAL = 44,000 + 86,865 + 12,600 + 13,125 + 75,160 + 5,670 + 6,300 = \$ 243,810.00

TABLA II-6. COSTOS EN QUE INCURRE LA POLITICA 3.

## **CONCLUSIONES.**

Del análisis de los datos que aparecen en las tablas II-4, II-5 y II-6 se puede concluir que la política más conveniente, ya que es la que incurre en menos gastos, es la política número dos.

La gran cantidad de cálculos realizados ha sido únicamente para tres políticas, pero existe una cantidad indefinida de políticas que podrían seguirse sin poder saber cual de ellas es la óptima. Tomando en cuenta estas consideraciones, se optará por buscar un método que a ciencia cierta -- proporcione una solución óptima; se plantea que dicho método es el de la programación lineal, mismo que será analizado en el siguiente capítulo.

## C A P I T U L O   I I I

### INTRODUCCION A LA PROGRAMACION LINEAL COMO UN CAMINO MAS VIABLE PARA LA SOLUCION DE PROBLEMAS DE PRO GRAMACION DE LA PRODUCCION

La programación lineal asigna recursos limitados entre actividades competidoras de la mejor forma posible para optimizar los resultados. (Maximizar utilidades o minimizar costos).

El método de programación lineal tiene la siguiente secuencia:

1. Planteamiento del problema.
2. Formulación de un modelo matemático.
3. Deducción de una solución.
4. Prueba del modelo.
5. Implementación.

Después de haber planteado un problema determinado será necesario formular un modelo matemático que contenga las siguientes partes:

a) Función objetivo a optimizar. Esta puede utilizarse para maximizar utilidades o para minimizar costos

$$\text{F.O.   MAX. O MIN.   } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

b) Conjunto de restricciones a las que quedará sujeto.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{S.A.} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1,n}x_n & \leq b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2,n}x_n & \leq b_2 \\
 & \vdots & \vdots \\
 & a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{n,n}x_n & \leq b_n
 \end{array}$$

Donde:

- $a_{ij}$  representa la magnitud del recurso consumido.
- $x_j$  representan los recursos.
- $b_i$  representan la disponibilidad de recursos.

c) Condición de no negatividad.

$$x_j \geq 0 \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Cabe señalar que tanto la función objetivo como las restricciones deben estar representadas por ecuaciones estrictamente lineales.

Un problema de programación lineal se podrá resolver por cualquiera de los siguientes métodos:

1. Método gráfico de programación lineal.
2. Método simplex.

Para la aplicación de cualquiera de estos métodos, la programación lineal requiere de las siguientes suposiciones<sup>1</sup>:

**PROPORCIONALIDAD:** En el caso de recursos limitados a

1. Esta sección se basa en el libro "Introducción a la investigación de operaciones", Hillier, Lieberman, Ed. Mc. Graw Hill, Capítulo II.

actividades competidoras entre sí, se supone que: 1) La medida de efectividad  $Z$  es igual a  $C_j X_j$  (se consideran las actividades individualmente, independientes de las otras); 2) El uso de cada recurso  $b_i$  es igual a  $a_{ij} X_j$ , es decir, las dos cantidades son directamente proporcionales al nivel de cada actividad  $X_j$  conducida por sí misma ( $j = 1, 2, \dots, n$ ). Esto implica en particular que no se tiene carga extra de arranque con el inicio de la actividad y que se cumple la proporcionalidad sobre el intervalo completo de niveles de la actividad.

**ADITIVIDAD:** La suposición de proporcionalidad no es suficiente para garantizar que la función objetivo y las funciones de restricción sean lineales. Surgirán términos de productos cruzados si se tienen interacciones entre las actividades. Por lo tanto, la suposición de aditividad requiere que, dados dos niveles cualquiera de actividad  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , el uso total de cada recurso y la medida total resultante de la efectividad es igual a la "suma" de las cantidades correspondientes generadas por cada actividad conducida por sí misma (los modelos que comprenden funciones no lineales están en el dominio de la programación no lineal).

**DIVISIBILIDAD:** A veces las variables de decisión tendrían significado físico solamente si tienen valores enteros. Sin embargo, con frecuencia la solución obtenida por medio de la programación lineal no es entera; por lo tanto, la suposición de divisibilidad permite que las unidades de actividad puedan dividirse en niveles fraccionarios cualesquiera, de modo que puedan permitirse valores no enteros para las variables de decisión.

Frecuentemente se aplica la programación lineal cuan-

do se requiere una solución entera. Si la solución obtenida no es entera entonces las variables no enteras se redondean simplemente a valores enteros. Esto puede resultar satisfactorio (sobre todo si las variables de decisión son grandes), pero existen algunos problemas que es necesario analizar. - Si no puede aplicarse este punto de vista, entonces se está en el dominio de la programación lineal entera. Sin embargo debe hacerse notar que la programación lineal obtendrá automáticamente soluciones enteras para ciertos tipos especiales de problemas.

**CERTEZA:** La suposición de certeza es que todos los parámetros del problema (los valores  $a_{ij}$ ,  $b_i$  y  $c_j$ ) son constantes conocidas. En problemas reales esta suposición raramente se satisface con precisión. Por lo común, los modelos de programación lineal se formulan para seleccionar algún curso de acción a futuro. En consecuencia, los parámetros usados se basarían en una predicción de condiciones futuras, lo cual inevitablemente introduce cierto grado de incertidumbre.

Por esta razón, en general es importante conducir un análisis de sensibilidad completo, después de hallar la solución por medio de la programación lineal con los valores supuestos de los parámetros. El propósito general es identificar los parámetros relativamente sensibles (es decir, --- aquellos que no pueden cambiarse mucho sin cambiar la solución óptima), con el fin de estimarlos con mayor precisión y seleccionar entonces una solución que siga siendo buena sobre los intervalos de valores probables de los parámetros sensibles (ocasionalmente el grado de incertidumbre de algunos es tan grande que es necesario tratarlos como variables aleatorias)\*.

\* Esta sección se basa en el libro de Introducción a la Investigación de Operaciones; Hillier Lieberman, Ed. Mc. Graw Hill, Capítulo II.

Dadas las suposiciones básicas a las que quedará sujeta un problema de programación lineal nuestro paso inmediato será resolver el problema por cualquiera de los métodos citados con anterioridad:

1. METODO GRAFICO DE PROGRAMACION LINEAL: Cuando se cuenta con un máximo de dos variables de decisión y a fin de visualizar gráficamente el comportamiento de las restricciones lineales, será necesario usar un plano cartesiano -- (bidimensional) y a partir de él obtener una solución idónea junto con su respectiva representación gráfica. Para su mejor comprensión, este método se ejemplificará con el siguiente problema:

#### PROBLEMA III-1.

Una industria produce bancos y sillas metálicas. La elaboración de un banco requiere de \$ 20.00 de mano de obra y \$ 10.00 la de una silla, cada banco consume \$ 10.00 de materia prima y cada silla \$ 30.00, el desgaste del equipo -- que es proporcional a la producción es de \$ 5.00 por banco y de \$ 1.00 por silla; el beneficio unitario es de \$ 8.00 por banco y de \$ 5.00 por cada silla. Si solamente se cuenta con \$ 100,000.00 para salarios, \$ 180,000.00 para materia prima y no se desea que el desgaste de los equipos exceda los \$ 40,000.00 ¿Cuál es la cantidad que se debe producir de bancos y sillas para obtener la máxima utilidad?

Con el problema planteado se hace un modelo matemático, se asigna la variable  $X_1$  al número de bancos y la variable  $X_2$  al número de sillas y se forma la tabla III-1.

	BANCOS	SILLAS	DISPONIBILIDAD
Mano de Obra	20.0	10.0	100,000.00
Materia Prima	10.0	30.0	180,000.00
Desgaste de Equipo	5.0	1.0	40,000.00
Utilidad	8.0	5.0	

TABLA III-1. DISPONIBILIDAD DE RECURSOS DEL PROBLEMA III-1.

Función objetivo del modelo matemático a maximizar:

F.O.                     $\text{MAX. } Z = 8X_1 + 5X_2$

SUJETO A:

$$20X_1 + 10X_2 \leq 100,000.00$$

$$10X_1 + 30X_2 \leq 180,000.00$$

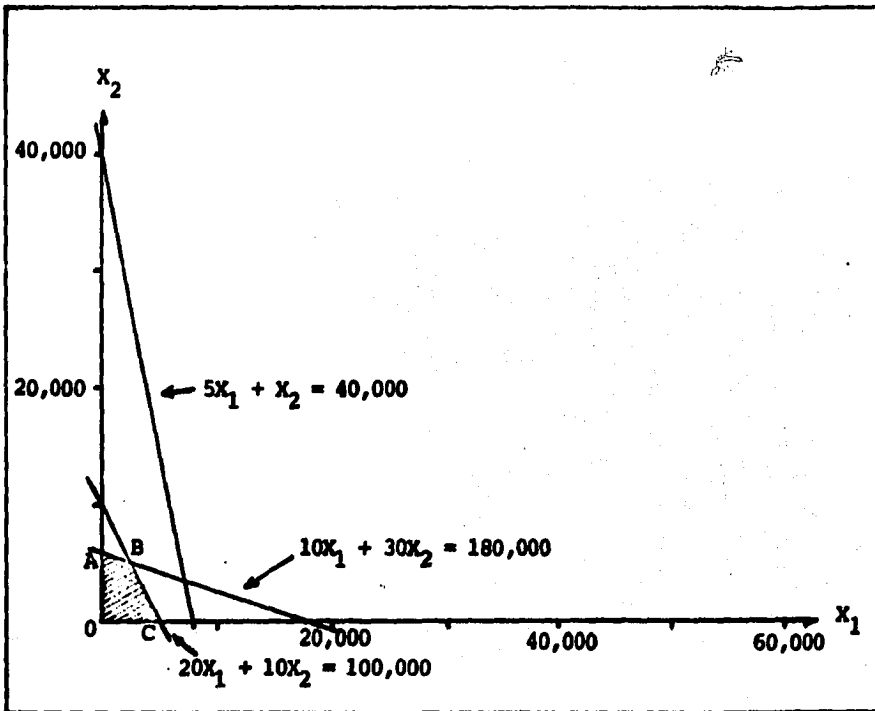
$$5X_1 + X_2 \leq 40,000.00$$

CONDICION DE NO NEGATIVIDAD:

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Se traza un sistema cartesiano con las dos variables de decisión  $X_1$  y  $X_2$  como ejes. Como las restricciones de no negatividad  $X_1 \geq 0$ ,  $X_2 \geq 0$  requieren que  $(X_1$  y  $X_2)$  se encuentren en el lado positivo. Únicamente se trabaja con la parte positiva de la gráfica, tal y como se muestra en la gráfica III-1.





GRAFICA III-1. RESTRICCIONES Y FUNCION OBJETIVO DE LOS PROBLEMAS III-1 y III-2.

Las restricciones se trabajan como igualdades dando con ello rectas. Para poder graficar esas rectas es necesario localizar los puntos de intersección con los ejes.

Para	$20X_1 + 10X_2 = 100,000$
Si $X_1 = 0$	$10X_2 = 100,000$
	$X_2 = 10,000$
Si $X_2 = 0$	$20X_1 = 100,000$
	$X_1 = 5,000$
Para	$10X_1 + 30X_2 = 180,000$
Si $X_1 = 0$	$30X_2 = 180,000$
	$X_2 = 6,000$

$$\begin{aligned} \text{Si } X_2 = 0 \quad 10X_1 &= 180,000 \\ X_1 &= 18,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Para } 5X_1 + X_2 &= 40,000 \\ \text{Si } X_1 = 0 \quad X_2 &= 40,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } X_2 = 0 \quad 5X_1 &= 40,000 \\ X_1 &= 8,000 \end{aligned}$$

Para obtener la solución se procede por tanteos trazando una familia de rectas paralelas que contengan al menos un punto de la región permisible y seleccionando la que se encuentre más alejada del origen. Una alternativa en el método gráfico de programación lineal consiste en considerar los puntos frontera. Estos puntos se valúan en la Función Objetivo y la solución se obtiene donde se encuentre el valor máximo.

Punto A (0,6000) Sustituyendo en la función objetivo

$$\text{MAX } Z = 5 (6,000)$$

$$\text{MAX } Z = 30,000.00$$

Punto B. Para obtener su acotación se trabaja con las ecuaciones de las rectas que intersectan dicho punto.

$$20X_1 + 10X_2 = 100,000 \quad \dots\dots (1)$$

$$10X_1 + 30X_2 = 180,000 \quad \dots\dots (2)$$

Dividiendo entre 10 y aplicando el método de solución de ecuaciones por suma y resta se obtiene:

$$2X_1 + X_2 = 10,000$$

$$X_1 + 3X_2 = 18,000 \quad \text{multiplicar por } (-2)$$

$$- 5X_2 = -26,000$$

$$X_2 = 5,200 \quad \dots\dots (3)$$

Sustituyendo (3) en (1) se tiene:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5,200 &= 10,000 \\ 2x_1 &= 10,000 - 5,200 \\ x_1 &= 2,400 \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

Los puntos (3) y (4) representan los valores del punto B.

Sustituyendo estos valores en la función objetivo a maximizar se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 8 (2400) + 5 (5200) \\ \text{MAX } Z &= 45,200 \quad \dots\dots (B) \end{aligned}$$

La acotación del punto C esta dada por (5000,0)

Sustituyendo estos valores en la función objetivo a maximizar se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= 8 (5000) + 5 (0) \\ \text{MAX } Z &= 40,000 \quad \dots\dots (C) \end{aligned}$$

La función objetivo a maximizar es máxima en el punto (2,400, 5,200) con un valor de 45,200. Por consiguiente se deduce que se deben producir 2,400 bancos y 5,200 sillas si se quiere que se incremente la utilidad.

La solución de este problema se ha obtenido fácilmente debido a que el número de variables que en él intervienen es pequeño. pero trata de encontrar la solución a un problema de mayores dimensiones se complica, ya que un problema con mayor cantidad de variables genera curvas en el espacio n dimensional y es imposible representarlo gráfica-

mente y obtener su solución por el método gráfico de Programación Lineal.

El Método Simplex es una alternativa viable para obtener una solución confiable. Se procederá a buscar la solución a estos problemas por dicho método.

#### **METODO SIMPLEX**

Los problemas de Programación Lineal se pueden resolver de una forma general a partir del método simplex, siendo éste un algoritmo (un proceso iterativo de solución).

La estructura del algoritmo es la siguiente:

1) PASO DE INICIALIZACION: Formular el arreglo para principiar las iteración.

2) PASO ITERATIVO: Repetir el proceso tantas veces - como sea necesario.

3) REGLA DE DETENCION: En donde se formula la pregunta: ¿Se ha obtenido el resultado deseado? Si es afirmativo parar, en caso contrario volver al paso 2.

#### **ESTABLECIMIENTO DEL METODO SIMPLEX**

Es más fácil tratar con ecuaciones que con relaciones de desigualdad. Por lo tanto el primer paso para establecer el método simplex es convertir las restricciones funcionales de desigualdad en restricciones equivalentes de igualdad (las restricciones de no negatividad se pueden dejar ya que sólo intervienen en forma indirecta en el algoritmo). - Esto se hace introduciendo variables de holgura.

Para comprender de una forma clara las iteraciones -- del método simplex se trabajará sobre el problema planteado con anterioridad y se le designará como problema III-2.

**PROBLEMA III-2.**

**FUNCION OBJETIVO:**

$$\text{MAX } Z = 8x_1 + 5x_2$$

**SUJETO A:**

$$2x_1 + x_2 \leq 10,000$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 18,000$$

$$5x_1 + x_2 \leq 40,000$$

**CONDICION DE NO NEGATIVIDAD:**

$$x_1, x_2 \geq 0$$

También es conveniente manipular la función objetivo de tal forma que quede como sigue:

$$Z - 8x_1 - 5x_2 = 0$$

El sistema de ecuaciones resultante es el siguiente:

$$\begin{array}{rcl} Z - 8x_1 - 5x_2 & & = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 & & = 10,000 \\ x_1 + 3x_2 + & + x_4 & = 18,000 \\ 5x_1 + x_2 + & & + x_5 = 40,000 \end{array}$$

en donde  $x_3$ ,  $x_4$  y  $x_5$  son las variables de holgura.

Este sistema puede resolverse si se asigna un valor - dado a dos variables indistintas. El método simplex usa el cero para ese valor arbitrario. Las variables que se hacen igual a cero se llaman variables no básicas y las otras son las variables básicas. Si todas las variables básicas son - no negativas es una solución básica factible.

#### **BOSQUEJO DEL METODO SIMPLEX**

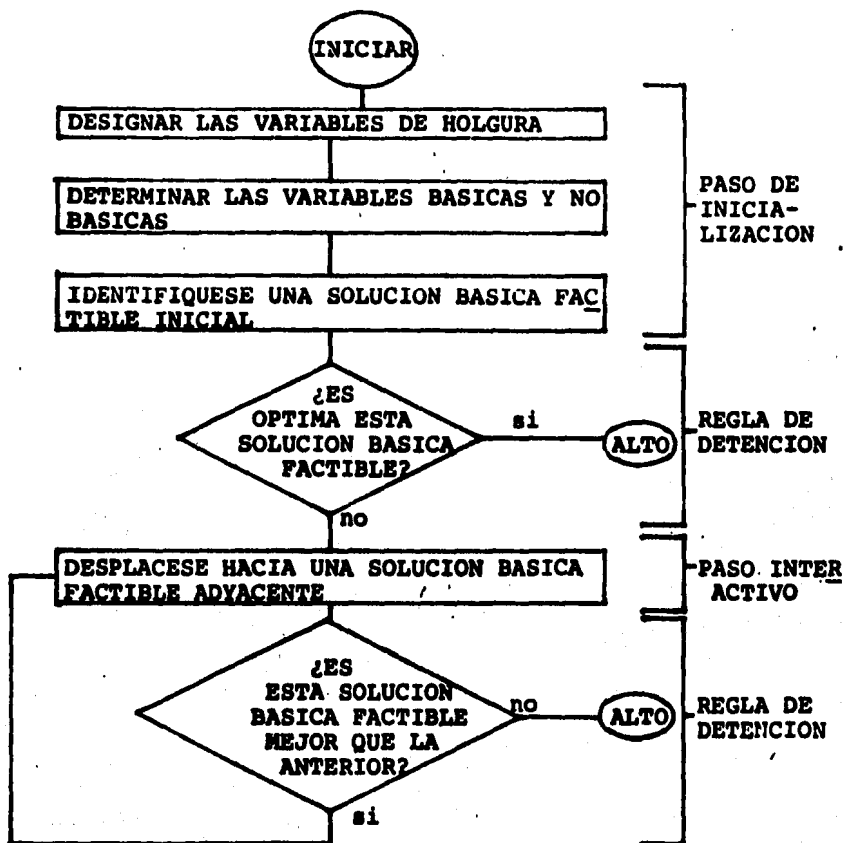
**PASO DE INICIALIZACION:** Identifíquese una solución - básica factible inicial.

**PASO ITERATIVO<sup>1</sup>:** Desplácese hacia una solución bási- ca factible adyacente<sup>2</sup> que sea mejor.

**REGLA DE DETENCION:** Suspéndase el procedimiento cuan- do ninguna solución básica factible adyacente sea mejor.

El algoritmo del método simplex se podrá comprender - mejor si se ejemplifica con el diagrama de flujo que apare- ce en la gráfica III-2, asimismo este diagrama servirá para tener una idea de los conceptos básicos que debe manejar el paquete TEMPO.

1. Como se aplica la regla de detención después del paso de ini- cialización para ver si es necesaria alguna iteración.
2. Dos soluciones básicas factibles adyacentes sólo difieren por un - solo cambio de variables básicas y no básicas.



GRAFICA III-2. DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL METODO SIMPLEX

Paso de inicialización. Se seleccionan las variables originales ( $x_1$ ,  $x_2$ ) como las variables no básicas iniciales, las cuales se igualan a cero y las variables de holgura como las variables básicas iniciales. Los problemas de programación lineal se resuelven comúnmente usando una computadora. Sin embargo los problemas pequeños se pueden resolver manualmente y para ello es necesario utilizar un cuadro conocido como cuadro simplex.

Se aplicará directamente el cuadro simplex al problema III-2 quedando la siguiente: (Tabla III-2).

VARIABLE BASICA	EC. No.	COEFICIENTE						SEGUNDO MIEMBRO
		Z	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	
Z	0	1	-8	-5	0	0	0	0
x <sub>3</sub>	1	0	2	1	1	0	0	10,000
x <sub>4</sub>	2	0	1	3	0	1	0	18,000
x <sub>5</sub>	3	0	5	1	0	0	1	40,000

TABLA III-2. CUADRO SIMPLEX INICIAL.

**REGLA DE DETENCION.** La solución básica factible inicial es óptima si y sólo si todos los coeficientes en el renglón de la ecuación (0) son no negativos. Si se cumple lo anterior deténgase; en caso contrario regrese al paso iterativo con el fin de obtener la siguiente solución básica factible, lo que comprende cambiar una variable básica por una no básica.

**PASO ITERATIVO:**

1.- Determínese la variable básica que entra seleccionando la variable con el coeficiente negativo más grande en el renglón de la ecuación (0).

Póngase un cuadro en la columna del coeficiente más negativo. Esta columna será la columna pivote y determinará la nueva variable no básica que se convertirá en básica.

2.- Determínese la variable básica que sale. Se selecciona cada coeficiente de la columna encerrada en el cuadro que sea estrictamente positivo.

Divídase el "segundo miembro" de cada renglón entre el correspondiente coeficiente de su renglón, el renglón en



el que el resultado de esta operación tenga el valor más pequeño será llamado renglón pivote y se encerrará en un cuadro; el número que se encuentre en la intersección de los dos cuadros (el de la columna pivote y el del renglón pivote) se llamará número pivote, este segundo paso se realiza en la tabla III-3 a).

3) Determinese la nueva solución básica factible construyendo un nuevo cuadro simplex debajo del presente (tabla III-3 b).

Cambiar en la primera columna la variable básica que sale por la variable básica que entra. El coeficiente de la nueva variable básica se debe cambiar a +1; para hacerlo se divide el renglón pivote completo (incluyendo el segundo miembro) entre el número pivote:

$$\text{NUEVO RENGLON PIVOTE} = \frac{\text{RENGLON PIVOTE ANTERIOR}}{\text{NUMERO PIVOTE}}$$

VARIABLE BASICA	EC. No.	COEFICIENTE DE						SEGUNDO MIEMBRO	
		Z	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>		
a) Z	0	1	-8	-5	0	0	0	0	
x <sub>3</sub>	1	0	2	1	1	0	0	10,000	10,000/2 = 5,000
x <sub>4</sub>	2	0	1	3	0	1	0	18,000	18,000/1 = 18,000
x <sub>5</sub>	3	0	5	1	0	0	1	40,000	18,000 40,000/5 = 8,000
b) Z	0	1							
x <sub>1</sub>	1	0	1	1/2	1/2	0	0	5,000	Nuevo Renglón Pivote
x <sub>4</sub>	2	0							
x <sub>5</sub>	3	0							

TABLA III-3. CUADRO DE LA PRIMERA ITERACION.

En el nuevo cuadro simplex es necesario eliminar de todos los renglones (incluyendo la ecuación [0]), exceptuando el nuevo renglón pivote la nueva variable básica utilizando la siguiente fórmula:

$$\text{NUEVO RENGLON} = \text{RENGLON ANTERIOR} - (\text{COEFICIENTE DE LA COLUMNA PIVOTE}) \times (\text{NUEVO RENGLON PIVOTE})$$

en la que el coeficiente de la columna pivote es el número de este renglón que está en la columna pivote.

A continuación se ejemplifica este proceso aplicándolo al renglon (0).

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccc}
 (-8 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0) \\
 -(-8) & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 5,000 \\
 \hline
 & 1 & -1 & 4 & 0 & 0 & 40,000
 \end{array}
 \end{array}$$

En la tabla III-4 aparecen todos los nuevos renglones después de haber seguido el proceso anteriormente descrito para calcular cada uno de ellos.

VARIABLE BASICA	EC. No.	COEFICIENTE DE						SEGUNDO MIEMBRO
		Z	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	
Z	0	1	0	-1	4	0	0	40,000
x <sub>1</sub>	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	5,000
x <sub>4</sub>	2	0	0	5/2	$-\frac{1}{2}$	1	0	13,000
x <sub>5</sub>	3	0	0	-3/2	-5/2	0	1	15,000

TABLA III-4. SEGUNDO CUADRO SIMPLEX.

Una vez completa la primera iteración, es necesario - regresar a la regla de detención y comprobar si la solución expresada en la tabla III-4 es óptima, si se observa la ecuación (0) se podrá notar que en ella todavía existe un factor con signo negativo, lo que significa que esta solución no es óptima. por lo tanto es preciso hacer una segunda iteración.

En la tabla III-5 se observan la primera y la segunda partes de la segunda iteración.

Después de completar el paso iterativo, el resultado se expresa en el tercer cuadro simplex que aparece en la tabla III-6.

VARIABLE BASICA	EC. No.	COEFICIENTE DE					SEGUNDO MIEMBRO	
		Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$		$x_5$
Z	0	1	0	-1	4	0	0	40,000
$x_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	5,000
$x_4$	2	0	0	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	13,000
$x_5$	3	0	0	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$	0	1	15,000
Z	0	1						
$x_1$	1	0						
$x_2$	2	0	0	1	-1/5	2/5	0	5,200
$x_5$	3	0						

5,000/1/2  
10,000  
13,000/5/2  
5,200  
VALOR  
MINIMO

TABLA III-5. CUADRO SIMPLEX DE LA SEGUNDA ITERACION.

VARIABLE BASICA	EC. No.	COEFICIENTE DE						SEGUNDO MIEMBRO
		Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
Z	0	1	0	0	19/5	2/5	0	45,200
$x_1$	1	0	1	0	3/5	-1/5	0	2,400
$x_2$	2	0	0	1	-1/5	2/5	0	5,200
$x_5$	3	0	0	0	-14/5	3/5	1	22,800

TABLA III-6. TERCER CUADRO SIMPLEX.

Ya que se ha completado la tercera iteración se comprueba si la presente es una solución óptima. Como todos los factores de la nueva ecuación (0) son no negativos ésta es la solución óptima.

De la tabla III-6 se obtienen los valores de las variables  $x_1$  y  $x_2$  que son:

$$x_1 = 2,400$$

$$x_2 = 5,200$$

Lo que quiere decir que se deben producir 2,400 bancos y 5,200 sillas a fin de maximizar la utilidad, siendo este valor máximo el de \$ 45,200.00.

**PRECIOS SOMBRA:** Debido a que existe cierta libertad en la asignación de los recursos ( $b_i$ ) para las diversas actividades que intervienen en un problema de programación lineal se considera útil la propiedad de los precios sombra ya que proporcionan una idea de la cantidad en que se puede incrementar la ganancia Z si se incrementa ligeramente el recurso  $b_i$ <sup>1</sup>.

1. El incremento en los  $b_i$  debe ser lo suficientemente pequeño como para que el conjunto actual de variables básicas siga siendo óptimo, puesto que esta tasa de cambio (valor marginal) cambia si el conjunto de variables básicas cambia.

A continuación se ejemplifica con los resultados del problema III-2 expresados en la tabla III-6.

$$\begin{aligned}y^*_1 &= 19/5 && \text{- precio sombra para el recurso 1} \\y^*_2 &= 2/5 && \text{- precio sombra para el recurso 2} \\y^*_3 &= 0 && \text{- precio sombra para el recurso 3}\end{aligned}$$

En donde cada uno de los recursos representa la cantidad disponible en cada caso ( $b_1 = 10,000$ ,  $b_2 = 18,000$ , ---  $b_3 = 40,000$ ) respectivamente. En la gráfica III-1 se puede observar que estos valores son correctos, se notará que al incrementar individualmente cada  $b_i$  en uno, el valor óptimo de  $Z$  aumentará en  $y^*_i$ .

#### VARIANTES EN EL METODO SIMPLEX.

Cuando dos o más cantidades en el renglón (0) tienen el mismo valor negativo, se escoge cualquiera de las variables para entrar a la base. Cuando se presenta esta situación al estar analizando la variable que sale de la base se procede de la misma manera.

**PROBLEMA DE MINIMIZACION:** Cuando se quiere minimizar la función objetivo en el problema (minimización de costos por ejemplo) la metodología a seguir es la siguiente:

La variable que entra al sistema es aquella que tiene el valor más positivo. La solución óptima se alcanza cuando en el renglón (0) todos los términos son negativos o ceros, si alguna de las restricciones es una relación de igualdad, se introduce una variable de holgura y una variable artificial y se resuelve el problema por el método de la gran M.

Casos que se pueden presentar cuando se incluyen va--

riables artificiales en un problema de programación lineal:

- a) La variable artificial no debe aparecer en la última tabla del programa en la solución.
- b) La variable artificial puede aparecer en la solución final pero no a nivel cero.
- c) Si la variable artificial aparece al final del programa a nivel positivo quiere decir que el problema no está planteado correctamente o que se está tratando de hacer algo que no es posible hacer con los recursos disponibles.

En el método simplex se puede obtener la misma solución siguiendo dos caminos diferentes:

1. Problema Primal
2. Problema Dual

La metodología que se ha seguido hasta el momento en el método simplex se conoce como problema primal, las diferencias existentes entre el problema primal y el dual se plantean en seguida:

1. Las variables que se utilizan en el problema dual son de la forma  $Y_1$ .
2. Los términos independientes del problema primal son los coeficientes de las variables de la función objetivo del problema dual.
3. Si el problema primal es de maximización, el problema dual es de minimización y viceversa.
4. Los coeficientes de las variables de la función objetivo del problema primal pasan a ser términos independientes del problema dual.

5. Las desigualdades cambian de sentido al pasar del problema primal al dual.

La solución obtenida por medio del problema primal y la obtenida por el problema dual son equivalentes ya que -- los resultados obtenidos son iguales entre sí.

La forma del método simplex utilizada en la solución del problema de programación lineal que aparece en este capítulo es el problema primal.

## C A P I T U L O    I V

### EXPLICACION DE LA LINEALIZACION DE LAS VARIABLES

#### INTRODUCCION

Uno de los supuestos de la programación lineal es el de que las variables que en ella intervienen se comportan linealmente. Las variables que intervienen en un problema de programación de la producción son los diversos costos -- que la afectan (costos de producción en horas regulares, -- costos de producción en horas extras, costos de almacena--- miento, costos de escasez, costo de variar la tasa de pro--- ducción, costos de la producción por subcontratación, etc.). El comportamiento real de estos costos generalmente es no - lineal; sin embargo, para ciertos intervalos pueden ser con siderados lineales. En el presente capítulo se analiza el - comportamiento de cada uno de los costos y se justifica la linealidad de los mismos.

#### COSTOS DEL CAMBIO DE LOS NIVELES DE PRODUCCION

En el cambio de los niveles de producción se conside- ra como independientes a la tasa de la producción y la fuer- za de trabajo; se procede de esta manera para poder anali--- zar los efectos que se originan sobre los costos marginales. Los costos marginales se dividen en dos costos fundamenta--- les:

- 1) Costo instantáneo de la ejecución y de la decisión.
- 2) Costo marginal directo durante el período que esté vigente el nuevo nivel de producción.

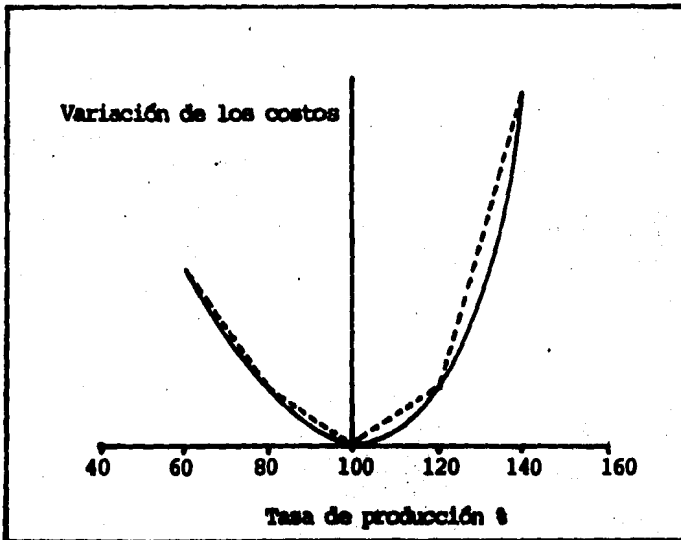
Existen tres factores que son fundamentales en el can bio de los niveles de producción y empleo, estos son:



1. El punto de partida; esto es, el nivel de la tasa de producción y los inventarios en el momento del cambio de nivel de producción.
2. La magnitud del cambio en el nivel de producción, en uno de los inventarios o en alguno de los dos.
3. La duración del periodo del programa de producción.

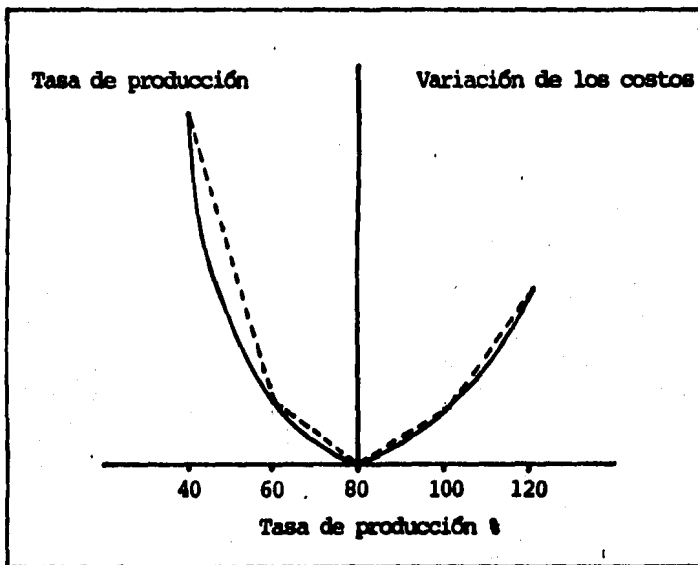
El punto de partida así como la magnitud del cambio - se pueden representar en diversas gráficas aprovechando distintos niveles de producción, por ejemplo:

a) A una producción del 100% de capacidad normal para la operación de un turno regular, tal y como se muestra en la gráfica IV-1, la curva se hace más cóncava a medida que la magnitud del cambio en la tasa de producción es mayor.



**GRAFICA IV-1. OPERACION NORMAL AL 100% DE LA CAPACIDAD EN HORAS DE TURNO REGULAR.**

b) Para aumentar la capacidad hasta un 105% a partir de un 80% de operación normal es probable que se tenga que recurrir a la contratación de horas extras tal y como se re presenta en la gráfica IV-2.

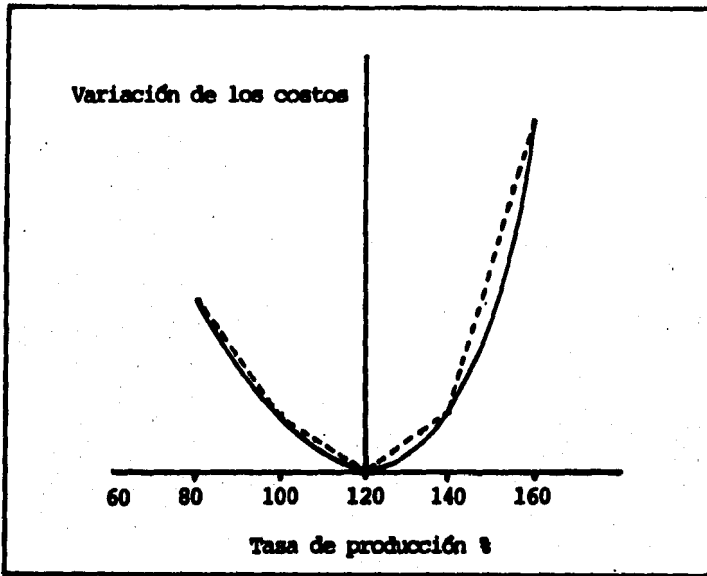


**GRAFICA IV-2. OPERACION NORMAL AL 80% DE LA CAPACIDAD, REQUERIMIENTO DE HORAS EXTRAS.**

c) A partir de un 120% de capacidad en producción normal se podría tener la necesidad de contratar un segundo turno para incrementar la producción. La representación gráfica a esta tasa de producción queda expresada en la gráfica IV-3.

Las discontinuidades de estas curvas se harán más o menos pronunciadas dependiendo de la capacidad y naturaleza del sistema de producción. Los segmentos lineales pueden re presentar aproximaciones bastante buenas en intervalos limi

tados para las curvas de los cambios de nivel, las gráficas IV-1, IV-2 y IV-3 contienen su aproximación lineal.



**GRAFICA IV-3. OPERACION NORMAL AL 120% DE LA CAPACIDAD, CONTRATACION DE UN SEGUNDO TURNO.**

Se ha supuesto la linealidad por las siguientes razones:

- 1a) Por la capacidad limitada para medir exactamente los costos de intervalos limitados.
- 2a) Para la solución de estos problemas es aconsejable la programación lineal y por consiguiente es necesario la linealidad.

Las consecuencias fundamentales de un aumento o una disminución en el nivel de producción son las siguientes:

### AUMENTO:

1. Ocupación y entrenamiento:
  - a) Entrevistas y selección.
  - b) Nuevo registro de personal, exámenes físicos, modificación de la nómina.
  - c) Entrenamiento de nuevos trabajadores.
  
2. Funciones de servicio y asesoría:
  - a) Control de la producción e inventarios.
  - b) Compra, recepción, inspección y manejo de materiales.
  
3. Turnos adicionales:
  - a) Supervisión.
  - b) Primas por cambio de turno.
  
4. Costos de trabajos extras por el aumento del nivel.
  
5. Costos por subcontratación.

### DISMINUCION:

1. Compensación por despido, gastos por liquidación.
2. Contribuciones a los fondos sindicales.
3. Costos de transferencia y reentrenamiento de empleados.
4. Efectos intangibles sobre la imagen pública.
5. Costos de producción e inventarios, de la revisión de calendarios, puntos de despido, etc.

## 6. Costos de tiempo ocioso por retardos entre las decisiones y la acción.

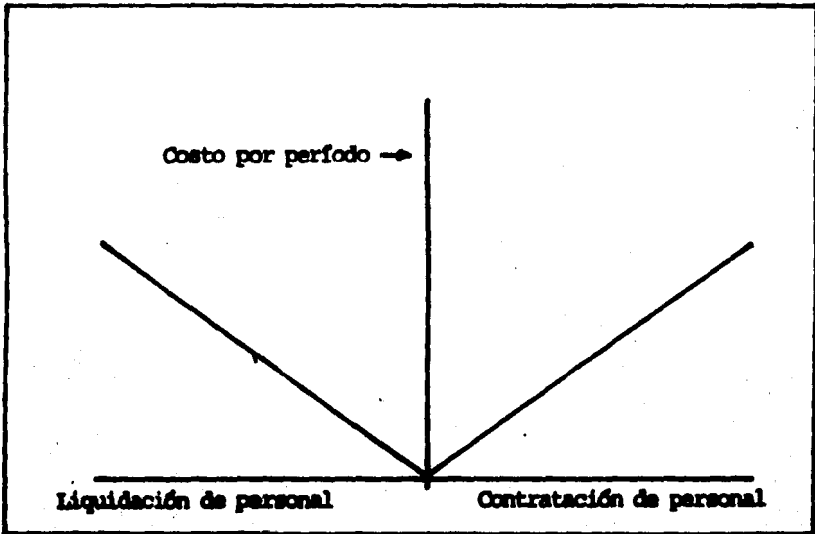
Por consiguiente un cambio de nivel de producción requiere de la contratación, despido de empleados, o pago de horas extras a empleados ya existentes y la producción por subcontratación.

### COSTOS MARGINALES

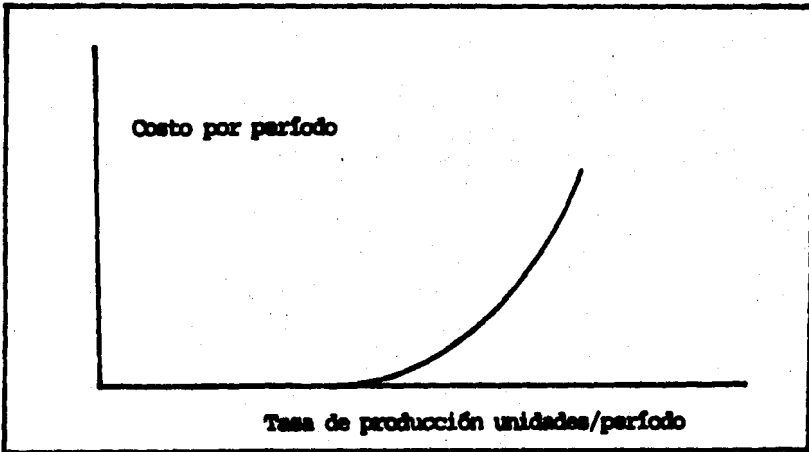
Debido a que es difícil de medir el comportamiento de un cambio de costo marginal total éste se analizará por partes dando sus divisiones y respectivas representaciones gráficas.

1.- Costos de las contrataciones y despidos o separaciones. Incluye los costos en el cambio de la magnitud de la fuerza de trabajo positivas y negativas, es decir, a medida que aumente el número de contrataciones y despidos el costo correspondiente también aumentará. Para mayores detalles ver la gráfica IV-4.

2.- Costo del tiempo extra. Cerca del talón de la curva de la gráfica IV-5 se aprecia el máximo que se puede producir con una fuerza de trabajo sin tiempo extra y a costo bajo. A medida que se aproxima al límite de la producción con la fuerza de trabajo asignada, se señalan horas extras a algunos trabajadores de las operaciones que constituyen el cuello de botella. Más allá de ese punto el costo de las horas extras se hace a una tasa creciente.

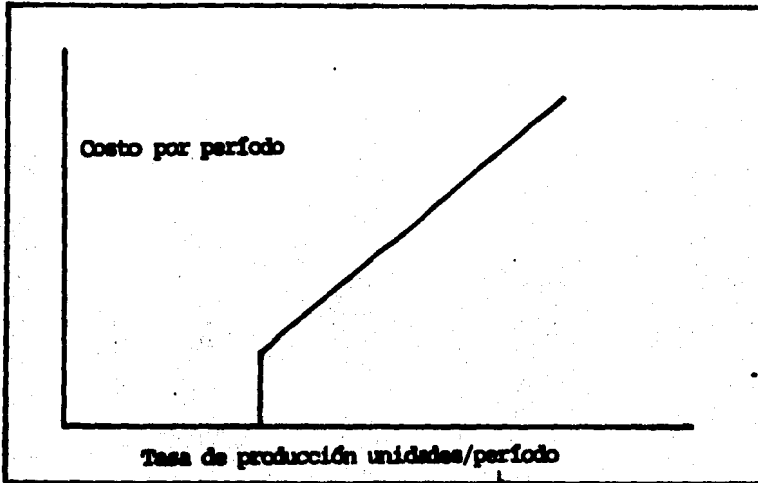


**GRAFICA IV-4. COSTO DE LAS CONTRATACIONES Y DESPIDOS O SEPARACIONES.**



**GRAFICA IV-5. COSTOS DEL TIEMPO EXTRA.**

3.- Costo de turnos adicionales. En la gráfica IV-6, el escalón de la curva representa el costo de una nueva supervisión y otros costos indirectos que se requieren para instalar un nuevo turno. La porción variable de la curva se refiere a los costos de nómina a tasas aumentadas de varios turnos.

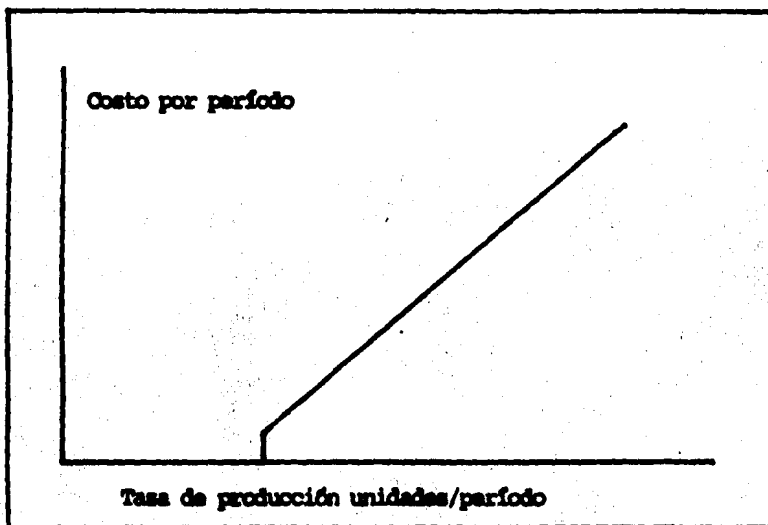


GRAFICA IV-6. COSTOS DE TURNOS ADICIONALES.

4.- Costo de subcontratación. El escalón de la gráfica IV-7 representa un aumento brusco, por la razón de los nuevos costos administrativos de supervisión y coordinación de la subcontratación y una porción variable que puede no ser lineal.

Es conveniente que cada empresa considere la conveniencia de pagar los servicios del personal ajeno a ella para que cubra las demandas de partes específicas que puedan formar cuellos de botella dentro de la línea y utilizar los costos obtenidos como base parametral en relación con los costos indirectos. Si en forma general los costos de subcon

tratar personal extra es menor que los costos internos actuales de producción de aquellos componentes que forman el ramo principal de producción, la empresa andará funcionando mal y requerirá un ajuste para incrementar el nivel de producción reduciendo al máximo los costos internos.



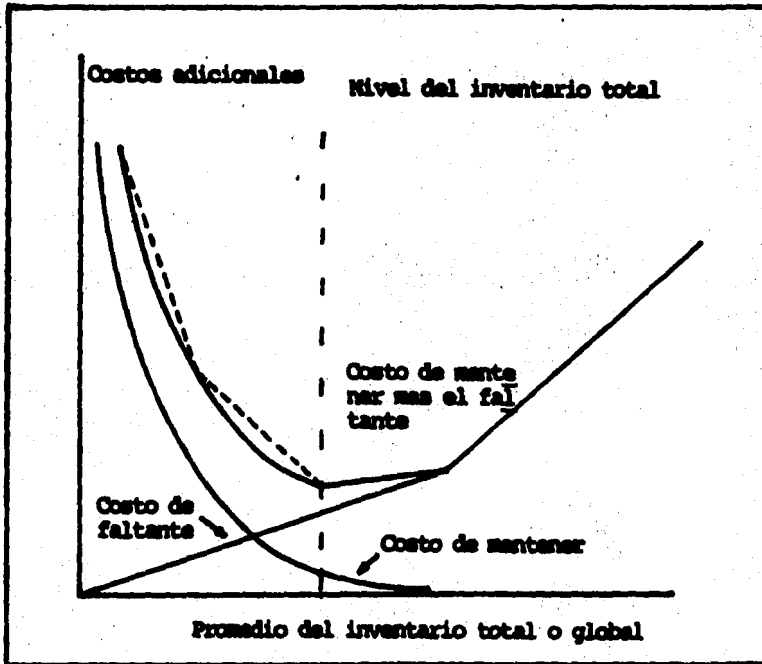
GRAFICA IV-7. COSTOS DE SUBCONTRATACION.

5.- Costos de inventario y escasez. Los costos del mantenimiento del inventario tienen un comportamiento lineal en un intervalo muy grande. Pueden existir discontinuidades a posibles niveles muy altos de los inventarios, cuando la dirección debe conformarse con una capacidad de almacenamiento o ubicación de almacenes para acomodar inventarios grandes.

La gráfica IV-8 representa los costos de mantenimiento de inventario. En la gráfica se aprecia la discontinuidad para los niveles altos del inventario, el declive rápido



do del costo faltante a medida que aumentan los niveles del inventario medio y se acerca a cero, reflejando los efectos del nivel del inventario en relación con las curvas de la demanda. El interés de la gráfica está dado por la suma del costo marginal total de mantenimiento del inventario y el costo de escasez ya que el mínimo de esta curva definirá el inventario total ideal u óptimo. Los niveles de inventario que están debajo de este óptimo dan costos de faltante, agotamiento de existencias o pedidos pendientes. Aproximando la curva en un modelo de programación lineal se consigue -- con el empleo de líneas rectas tal y como queda representado en la gráfica.



GRAFICA IV-8. INVENTARIO TOTAL IDEAL U OPTIMO.

Dada la explicación del comportamiento particular de

cada costo y a fin de evitar la construcción de un modelo - muy realista e imposible de computar será de vital importancia que exista una gran habilidad y conocimientos varios -- por parte del programador. Es labor del Ingeniero Industrial la elaboración del programa de producción.

#### CONSTRUCCION DEL MODELO

En la construcción de un modelo se deben tomar una serie de decisiones, acerca del comportamiento del problema, éstas son:

1. El problema es lineal o no lineal.
2. Estático o dinámico.
3. Continuo o discreto en el tiempo.
4. Continuo o discreto en valores.
5. Determinístico o estocástico.

Es conveniente que el modelo se estructure una vez -- que se han tomado estas decisiones, se puede estructurar como:

a) Un conjunto de funciones matemáticas, utilizando - para esto ecuaciones matemáticas de forma cerrada para describir el sistema que se estudia obteniéndose con ésto soluciones rápidas y óptimas.

b) Un algoritmo de computación, esto es válido únicamente cuando existe una expresión analítica o la que existe es demasiado complicada para manipularla. A medida que aumenta la complejidad del problema menor será la probabilidad de encontrar el óptimo mediante este procedimiento.

Análisis y decisiones de un problema real. Un problema real requiere de las siguientes decisiones:

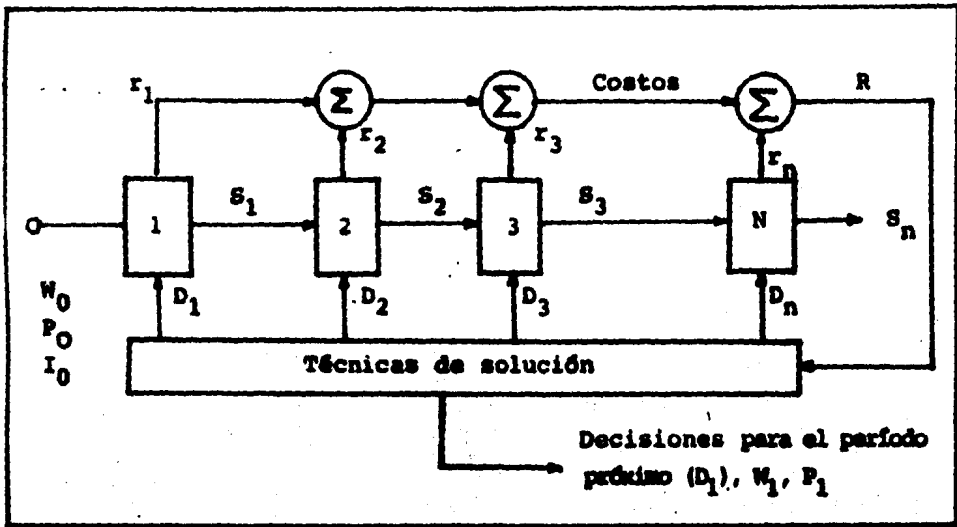
1. Iteraciones de oferta y demanda.
2. Descuentos por cantidades grandes.
3. Efectos de la curva de aprendizaje.
4. Aumentos de los costos al añadir un nuevo turno.
5. Cambios de la tecnología y la productividad.
6. Disminución de la fuerza de trabajo.

Estas decisiones hacen que el problema real se comporte de una forma no lineal en relación con los costos. También es dinámico o incierto en los pronósticos de ventas y en la ejecución de las decisiones. La variable de tiempo es continua aunque normalmente es discreta. Las variables de valor son continuas ya que las relaciones y decisiones básicas de costo se pueden expresar con mayor naturalidad y, por último, la toma de decisiones en periodos discretos de tiempo, tal como al principio de un mes, se presta a ser presentada según un modelo de etapas múltiples.

#### MODELO DE ETAPAS MÚLTIPLES

En una etapa múltiple intervienen varios periodos de tiempo, la etapa representa cualquier entidad real o abstracta en la cual ocurre una transformación. El modelo de etapas múltiples se representa en el diagrama IV-9.

El vector de entrada  $S_0 = (S_{01}, S_{02}, \dots, S_{0j})$  sirve para describir la transformación del sistema al principio de la etapa.



GRAFICA IV-9. MODELO DE ETAPAS MÚLTIPLES.

El vector de salida  $S_1 = (S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1j})$  transmite la información a la etapa 2 y sirve para describir la transformación del sistema al final de la etapa 1 de tal manera que  $S_1 = t_1(S_0, D_1, P_1)$  donde:

$t_1$  representa la transformación univalente para unir la etapa número 1 a la siguiente.

$P_1$  representa el vector de parámetros con  $i$  componentes  $P_1 = (P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1i})$  integrado por los factores que afectan el rendimiento de la etapa  $r_1$  y el vector del estado de salida  $S_1$ . Contiene factores que afectan a la salida pero no son controlables, se omiten en el diagrama para evitar una mayor complicación del modelo.

$D_1$  es el vector de decisión  $D_1 = (d_{11}, d_{12}, \dots, d_{1k})$  --

con  $k$  componentes que controlan la etapa 1 dados  $S_0$  y  $P_1$ , a los componentes del vector de decisión se les llaman variables independientes.

$r_1$  es el rendimiento, mide la utilidad de la etapa como una función de los vectores del estado de entrada de parámetros y decisiones,  $r_1 = f_1 (S_0, D_1, P_1)$ .

Este modelo exige la toma de decisiones intermedias - en cada etapa a fin de que se produzca un conjunto de decisiones para el período siguiente, la decisión se traduce a un costo de las  $N$  etapas.

Las decisiones para el período siguiente son firmes - mientras que las decisiones intermedias para períodos futuros son provisionales y es posible que se modifiquen de --- acuerdo con los pronósticos diarios de la demanda.

Para la solución de los problemas reales existen métodos con los cuales se garantizan reglas de decisión matemáticamente óptimas con respecto al modelo; estos métodos son:

1. Método de distribución.
2. Cálculo diferencial.
3. Programación dinámica.
4. Programación lineal (se usará el método simplex de programación lineal para la solución del problema).

#### CONCLUSIONES.

Ya que se ha comprobado que es válido considerar las diversas variables que intervienen en el problema como variables lineales, se determina la validez de la aplicación del método de la programación lineal simplex para la solu-

ción de problemas de programación de la producción, y, por consiguiente, se necesita de un paquete de computación que utilice el método simplex para resolver el problema de programación lineal; este paquete de computación es el paquete **TEMPO**.

En el siguiente capítulo se explicarán los parámetros y rutinas principales del paquete Tempo necesarias para obtener la solución a nuestro problema.

## C A P I T U L O    V

### INTRODUCCION AL PAQUETE DE COMPUTACION TEMPO

#### INTRODUCCION

Debido a que el método de programación lineal se ha considerado como un método válido para la solución de problemas de optimización, se han creado diversos paquetes de computación para la solución de este tipo de problemas.

El paquete Tempo es un sistema de programación matemática (paquete de programación) que se encuentra implementado en el sistema Burroughs B-6000/B7000 del programa universitario del cómputo y ofrece al usuario técnicas idóneas para la solución de problemas de programación lineal (método simplex).

Las rutinas de las que consta Tempo son las siguientes:

- I) Rutina de entrada
- II) Rutina de salida
- III) Rutina de arranque
- IV) Rutina post-óptima
- V) Rutina de preservación de bases
- VI) Rutina de optimización
- VII) Rutina utilitaria

Cada rutina es mandada llamar por su nombre y por una serie de modificadores los cuales van separados por comas y éstas corresponden a rutinas específicas. La cantidad de rutinas que se utilizan en cada problema dependen del tipo de problema del que se trate; estos pueden ser: programación -

lineal o transporte.

Además de las rutinas, Tempo necesita de parámetros - los cuales empiezan con la letra Z y sirven para dar nombre al problema, datos, función objetivo, términos independientes, rangos y cotas. El paquete Tempo no únicamente se puede correr por tarjetas sino también desde una terminal remota.

#### TARJETAS DE CONTROL DEL PAQUETE TEMPO.

Las tarjetas de control e instrucciones del paquete - Tempo son las siguientes:

- |                        |   |
|------------------------|---|
| ? JOB EJEMPLO          | ? representa un carácter inválido o multiperforación.   |
| ? USER = CLAVE         | CLAVE es la que previamente se ha asignado al usuario.  |
| ? CLASS = 4            | 4 representa la dificultad del -- problema.   |
| ? BEGIN                |   |
| ? RUN ,SERVICIO/TEMPO  | Con esta instrucción se pone en - línea al paquete Tempo para su -- utilización.  |
| ? FILE ZPROF = EJEMPLO | EJEMPLO es el nombre del archivo que se ha escogido para que Tempo guarde en él una representación - binaria de los datos que se intro ducirán. |



? DATA CARD

Indica que las siguientes tarjetas serán propiamente del programa Tempo.

ZDATA = "DATOS"

Este parámetro define el nombre de los datos como "DATOS".

ZNAME = "PROBLEMA"

Este parámetro identifica el problema, debe empezar con letra y usar hasta ocho caracteres y no incluir caracteres especiales.

INPUT (CARD, SUMMARY)

Lee los datos de entrada de CARDIN y crea, si ha sido especificado, un archivo en SPROF. El modificador CARD indica que los datos serán dados en tarjetas y SUMMARY proporciona estadísticas como: número de elementos por renglón y columna, número de elementos distintos de cero, etc.

BCDOUT

Rutina opcional de salida que imprime los datos a imagen de tarjeta.

ZOBJ = "FUNC OBJ"

Con este parámetro se da un nombre a la función objetivo.

ZRHS = "TERM IND"

Con este parámetro se asigna un nombre a los términos independientes.

ZRNGST = "RANGO"

En este parámetro se asigna un nombre al rango de las restricciones.

**SETUP (MIN)**

Rutina de entrada que reserva el espacio necesario para resolver el problema. El modificador **MAX** indicará que se maximizará la función objetivo. El modificador **MIN** indicará que se minimizará la función objetivo.

**PRIMAL**

Rutina de optimización que resuelve el problema.

**OUTPUT**

Rutina de salida que imprime los resultados.

**ENTRADA DE DATOS**

Los datos se introducen después de la tarjeta **DATA -- CARDIN** y se dividen en cinco secciones:

**ROWS** Sirve para indicar el tipo de restricciones que se usarán así como la función objetivo.

Los tipos de restricciones que existen son los siguientes:

- N** - Renglón neutro o no calculable, es el tipo asociado a la función objetivo.
- L** - Menor o igual.
- E** - Igualdad.
- G** - Mayor o igual.

**COLUMNS** Dentro de esta sección se dan nombres a las variables, los coeficientes de las variables en la

función objetivo ( $C^t$ ) y los coeficientes de las variables en cada una de las restricciones. El campo de uso de cada tarjeta queda representado en la tabla V-1. (En ella se describen las columnas que puede ocupar cada uno de los datos en cada tarjeta).

Col.	1	5	15	(25	36)	40	(50	61)
	X1	FUNC	OBJ	3		R1		6

TABLA V-1.. CAMPO DE USO DE LA SECCION COLUMNS.

**RHS** Se da el vector de términos independientes. La tabla V-2 presenta una forma en la que se introducirán los datos.

Col.	1	5	15	(25	36)	40	(50	61)
	TERM	IND	R1	15		REST2		5.6

TABLA V-2. CAMPO DE USO DE LA SECCION RHS.

**RANGES** Rangos de las restricciones. La Tabla V-3 da una especificación de las columnas que se deben usar para introducir la información.

Col.	1	5	15	(25	36)
	RANGES		REST 5	15	

TABLA V-3. CAMPO DE USO DE LA SECCION RANGES.

**BOUNDS** Contiene las cotas de las variables; se utilizan para restricciones del tipo  $X_i \leq A$  ó  $X_j \leq B$  y se designan por:

**UP: UPPER** (Cota superior)

**LO: LOWER** (Cota inferior)

La tabla V-4 contiene las columnas que usa para introducir la información.

Col.	1	5	15	(25	36)
	<b>BOUNDS</b>				
	<b>UP COTA</b>		<b>X1</b>		<b>15</b>
	<b>LO COTA</b>		<b>X2</b>		<b>10</b>

**TABLA V-4. CAMPO DE USO DE LA SECCION BOUNDS.**

**RUTINAS DEL PROBLEMA SIMPLEX.**

Las rutinas que utiliza Tempo para resolver problemas de programación lineal con el método simplex, son las siguientes:

**I.- RUTINAS DE ENTRADA:** Tienen como finalidad definir el problema de programación lineal y obtener una representación que pueda procesarse eficientemente.

Como rutinas de entrada tenemos:

**A) INPUT,** lee los datos que definen el modelo o el problema de programación lineal. Sus modificadores son:

1. **CARD**, los datos se van a leer por tarjetas.
2. **REMOTE**, los datos serán leídos de la terminal.
3. **DISK**, los datos serán leídos de un archivo en disco.
4. **TAPE**, los datos serán leídos de cinta.
5. **SUMMARY**, imprime para cada renglón;

- a) Número interno del renglón.
- b) Tipo de restricción.
- c) Nombre del renglón.
- d) Número de elementos distintos de cero para cada --  
renglón.

e imprime para cada columna:

- a) Número interno.
- b) Nombre de la variable.
- c) Número de elementos distintos de cero.
- d) Número total de variables y la densidad de la ma--  
triz.

La rutina **INPUT** necesita de los parámetros **ZNAME** y **ZDATA**.

B) **SETUP**, define la memoria óptima para resolver el problema. Contiene los siguientes modificadores:

1. **MIN** indica que la función objetivo será minimizada.
2. **MAX** indica que la función objetivo será maximizada.

Si se omitiera el modificador automáticamente se minimiza la función objetivo.

Imprime para cada renglón y columna:

- a) El tipo de restricción o variable que puede ser:

- FREE            ( - ∞ , ∞ )
- FIXED          ( a , a )
- BOUNDED        ( 0 , a )
- NORMAL         ( 0 , ∞ )

II.- RUTINAS DE SALIDA: Dentro de las rutinas de salida tenemos:

A) OUTPUT, imprime los resultados y divide el reporte en tres secciones:

- 1) Identificación.
- 2) Renglones.
- 3) Columnas.

1) La sección de identificación imprime:

- a) Nombre del problema.
- b) Nombre del lado derecho.
- c) Nombre del rango.
- d) Nombre de la cota.
- e) Nombre de la función objetivo.
- f) Tipo de solución.
- g) Número de iteraciones.
- h) Valor de la función objetivo.

2) La sección de renglones imprime:

- a) Número interno.
- b) Nombre de la variable.
- c) Tipo de renglón: BS (en la base y factible).  
                   \*\* (en la base y no factible).  
                   FR (no básica, libre)  
                   EQ (no básica, artificial o fija)

UL (no básica, actividad en el lí  
mite superior)

LL (no básica, actividad en el lí  
mite inferior)

IV (no básica)

d) Actividad, valor del renglón.

e) Holgura.

f) Límite inferior.

g) Límite superior.

h) Actividad dual.

3) La sección de columnas imprime:

a) Número interno.

b) Nombre de la variable.

c) Tipo de columna (BS, \*\*, FR, EQ, UL, LL, IV)

d) Valor de la variable.

e) Valor de los costos de la función objetivo.

f) Límite inferior.

g) Límite superior.

h) Costos reducidos.

III.- RUTINAS DE OPTIMIZACION: Estas rutinas tienen como finalidad resolver el problema de programación lineal. Estas rutinas son:

A) PRIMAL, resuelve el problema por el método simplex; - esta rutina necesita de PRESOLVE para tratar de obtener una representación equivalente a la original pero que resulte más fácil de resolver. Llama también a la rutina CRASH para que resuelva el problema; no tiene modificadores y necesita de los parámetros SOBJ y SRHS.

**Imprime:**

- 1) Número de iteraciones necesarias para resolver el problema.
  - 2) Tipo de solución; OPTIMAL  
FEASIBLE  
INFEASIBLE
  - 3) El valor de la función objetivo.
- B) DUAL, resuelve el problema por el método del DUAL SIMPLEX.

Las siguientes rutinas no se utilizan en el programa:

- 1) Rutinas de arranque.
- 2) Rutinas pos-óptimas.
- 3) Rutinas de preservación de bases.

Ya que se ha explicado brevemente el funcionamiento de las distintas rutinas que intervienen en el paquete Tempo, se procederá a plantear la función objetivo y el conjunto de restricciones a las que se sujetarán los problemas de planeación y control de la producción.

#### CONCLUSIONES.

La importancia de este capítulo esta dada por la aplicación del paquete Tempo a problemas de programación lineal que contengan una gran cantidad de variables. Es conveniente que el encargado del departamento de producción conozca las reglas generales para que haga un buen uso del paquete de computación obteniendo con esto resultados matemáticamente óptimos.



## C A P I T U L O   V I

### SOLUCION DEL PROBLEMA DE MINIMIZACION DE COSTOS POR MEDIO DEL PAQUETE TIEMPO

#### INTRODUCCION

Para que un problema se pueda resolver utilizando la programación lineal es necesario plantear la función objetivo y el conjunto de restricciones a la que se sujetará (expresándose cada una de ellas como una función de costos, requerimientos y capacidad disponible). Estas funciones se obtendrán tomando como base el método de distribución para la planeación agregada.

#### METODO DE DISTRIBUCION PARA LA PLANEACION AGREGADA

Por medio de este método se asigna la capacidad disponible por un período a:

- a) Las ventas agregadas pronosticadas cuando las fuentes son regulares;
- b) La capacidad de producción con turno extra, y
- c) Los inventarios.

El modelo de distribución de la programación lineal - para la planeación agregada tiene una estructura sencilla y su objetivo fundamental es asignar las unidades de capacidad productiva en forma tal que se reduzcan al mínimo los costos combinados de producción y almacenaje para satisfacer las ventas dentro de las restricciones de la capacidad disponible. No se permiten asignaciones negativas de producción.

La notación de la matriz de distribución es la siguiente:

1.  $I_i$  inventario al final del período  $i$ .
2.  $R_i$  número máximo de unidades que se pueden producir durante el período  $i$  con tiempo de trabajo regular.
3.  $O_i$  número máximo de unidades que se pueden producir durante el período  $i$  con horas extras.
4.  $S$  número de unidades del producto terminado que se venderán durante el período  $i$ .
5.  $C_r$  costo de producción unitario en tiempo regular.
6.  $C_o$  costo de producción unitario en horas extras.
7.  $C_i$  costo de almacenamiento.

La tabla VI-1 presenta el modelo generalizado de la matriz de distribución con todos los componentes mencionados.

Leyendo renglón por renglón en la matriz de distribución tenemos: Inventario (0), en el período de ventas (1) con un valor de 0; en el período de ventas (2) tenemos un costo de almacenaje acumulado el cual se expresa como  $C_i$ . El inventario inicial que se mantiene para las asignaciones del período de ventas (3) habrá acumulado los períodos de costos de almacenaje anteriores y en general para (n) períodos se habrán acumulado  $(n - 1)C_i$

Para el renglón del costo regular (1) indicará que en el período de ventas (1) habrá acumulado un costo de producción  $C_r$  para ese período, en el período de ventas (2) se --

PERIODOS DE PRODUCCION (FUENTE)	PERIODOS DE VENTA (DESTINO)												Inventario	S <sub>0</sub>	CAPACIDAD DES TOTALES
	(1)	(2)	(3)	..	..	..	..	..	..	..	..	(12)			
Inventario (0)	0	CI	2CI	..	..	..	..	..	..	..	..	(n-1)CI	nCI	0	I <sub>0</sub>
Regular (1)	CR	CR+CI	CR+2CI	..	..	..	..	..	..	..	..	CR+(n-1)CI	CR+nCI	0	R <sub>1</sub>
H. Extras (1)	Co	Co+CI	Co+2CI	..	..	..	..	..	..	..	..	Co+(n-1)CI	Co+nCI	0	O <sub>1</sub>
Regular (2)	M	CR	CR+CI	..	..	..	..	..	..	..	..	CR+(n-2)CI	CR+(n-1)CI	0	R <sub>2</sub>
H. Extras (2)	M	Co	Co+CI	..	..	..	..	..	..	..	..	Co+(n-2)CI	Co+(n-1)CI	0	O <sub>2</sub>
Regular (3)	M	M	CR	..	..	..	..	..	..	..	..	CR+(n-3)CI	CR+(n-2)CI	0	R <sub>3</sub>
H. Extras (3)	M	M	Co	..	..	..	..	..	..	..	..	Co+(n-3)CI	Co+(n-2)CI	0	O <sub>3</sub>
"	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
"	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
"	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
"	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
"	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
Regular (12)	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	CR	CR+CI	0	R <sub>n</sub>
H. Extras (12)	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	Co	Co+CI	0	O <sub>n</sub>
Requerimientos Totales	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	..	..	..	..	..	..	..	..	S <sub>n</sub>	I <sub>n</sub>		

TABLA VI-1. MATRIZ DE DISTRIBUCION.

acumulará un costo de producción de  $C_R + C_I$  ya que se produce en el periodo (1) para consumir en el (2) y, por tanto, se crearán costos de almacenaje, para (n) periodos se tendrá un costo de almacenaje de  $(n - 1)C_I$  más el costo de producción en horas regulares. El renglón (1) en horas extras supone las mismas características que el renglón (1) en horas de turno regulares.

En el renglón de costo regular (2) y en el periodo de ventas (1) se tiene un valor de N el cual es prohibitivo, - se asigna un valor grande para evitar la producción y ventas en esos periodos ya que esto implicaría producir en un periodo para que se vendiese en el periodo anterior lo cual no es posible.

La matriz de distribución es de gran importancia ya - que a partir de ella se deducirá el modelo matemático para optimizar el sistema de producción. Se aplicará el método - de distribución para la planeación agregada a un problema - específico de artículos domésticos.

#### PROBLEMA

Dado el resumen de requerimientos, tasas de producción por periodo y los costos de inventario de un fabricante de artículos domésticos, obtener la matriz de distribución y la producción óptima de estos artículos a fin de que se maximicen las utilidades. Se sabe además que:

Costo de producción por unidad, tiempo regular	$C_R = \$ 40.00$
Costo de producción por unidad, horas extras	$C_O = \$ 60.00$
Costo de almacenamiento por unidad de tiempo	$C_I = \$ 20.00$
Inventario inicial	$I_0 = 1000$ unidades
Inventario final	$I_f = 700$ unidades

PERIODOS	DIAS EN EL PERIODO	REQUERIMIENTOS UNIDADES	TIEMPO REG.	TIEMPO HRS. EXTRAS
1.	21	700	630	126
2	21	1000	630	126
3	21	1000	630	126
4	21	900	630	126
5	20	600	600	120
6	20	600	600	120
7	20	500	600	120
8	20	600	600	120
9	20	300	600	120
10	20	300	600	120
11	20	300	600	120
12	20	400	600	120
	244	7200	7320	1464

Para obtener la matriz de distribución con respecto a horas (extras y regulares) e inventario se forma una matriz de distribución origen-destino, se toma como fuente a los periodos de producción y como destino a los periodos de venta.

Con la ayuda de la tabla VI-1 e introduciendo los valores de los diversos costos, se obtiene la tabla VI-2.

El problema particular contiene constantes y variables mismas que intervienen en cualquier problema relacionado con la planeación y control de un sistema de producción, por lo cual será necesario conocer e identificar a cada una para deducir posteriormente el modelo matemático.

Las variables que intervienen en la matriz de distri-

PERIODO DE PRODUCCION (FUENTE)	PERIODOS DE VENTA (DESTINO)											Inventario (12)	Sobran-tes	Capacida-des totales	
	(1)	(2)	(3)	..	..	..	..	..	..	..	..				(12)
Inventario (0)	0	20	40	..	..	..	..	..	..	..	..	220	240	0	1000
Regular (1)	40	60	80	..	..	..	..	..	..	..	..	260	280	0	630
H. Extras (1)	60	80	100	..	..	..	..	..	..	..	..	280	300	0	126
Regular (2)	M	40	60	..	..	..	..	..	..	..	..	240	260	0	630
H. Extras (2)	M	60	80	..	..	..	..	..	..	..	..	260	280	0	126
Regular (3)	M	M	40	..	..	..	..	..	..	..	..	220	240	0	630
H. Extras (3)	M	M	60	..	..	..	..	..	..	..	..	240	260	0	126
Regular (4)	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
"	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
"	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
"	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
"	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
"	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
"	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
"	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Regular (12)	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	40	60	0	600
H. Extras (12)	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	60	80	0	120
Requerimientos Totales	700	1000	1000	.	.	.	.	.	.	.	.	400	700	1884	9784

TABLA VI-2. MATRIZ DE DISTRIBUCION PRODUCTOS DOMESTICOS.

bución son las siguientes:

**VARIABLES:**

- $X_{ij}$  Cantidad de productos producidos en el origen  $i$  para ser consumidos en el destino  $o$  mes  $j$ , horas de turno regular.
- $Y_{ij}$  Cantidad de productos producidos en horas extras, en el origen  $i$  para ser consumidos en el destino  $j$ .
- $X_{0j}$  Cantidad del inventario inicial que se distribuirá en el destino  $j$ .
- $X_{i,13}$  Cantidad de productos producidos en el período  $i$ , para ser llevados al inventario final ( $i = 1, 2, 3, \dots, 12$ ) horas de turno regular.
- $Y_{i,13}$  Cantidades de productos producidos en horas extras en el período  $i$  para ser llevados al inventario final.

Las constantes que intervienen en la matriz de distribución son las siguientes:

**CONSTANTES:**

- $I_0$  Inventario inicial.
- $I_g$  Inventario final.
- $D_j$  Demanda en el período  $j$ .
- $R_i$  Capacidad máxima en horas de turno regular en el período  $i$ .
- $O_i$  Capacidad máxima en horas extras en el período  $i$ .

- $a_{ij}$  Costo de producir un producto en el periodo  $i$  de turno regular para ser consumido en el destino  $j$ .
- $b_{ij}$  Costo de producir un producto en el periodo  $i$  de turno extra para ser consumido en el periodo  $j$ .
- C Costo de almacenar un producto por periodo.
- E Costo de variar la tasa de producción en el periodo  $i$ .

#### PLANTEAMIENTO DEL MODELO MATEMATICO.

Ya que se han distinguido las constantes de las variables y con el objetivo de seguir la secuencia de un modelo de programación lineal, será necesario obtener la función objetivo así como el conjunto de restricciones.

La función objetivo para cualquier tipo de problema de programación de la producción queda representado por la siguiente ecuación matemática:

#### FUNCION OBJETIVO:

$$\begin{aligned}
 \text{MIN } Z = & \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} a_{ij} \cdot X_{ij} + \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} b_{ij} \cdot Y_{ij} + \\
 & + \sum_{j=1}^{12} C(j) \cdot X_{0j} + \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} C(13-j) [ (X_{ij} + \\
 & + Y_{ij} + X_{0j}) - D_j ] + \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} E_i (X_{i+1,j} - X_{ij}) \\
 & + \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} C(j-1) [X_{ij} + Y_{ij}]
 \end{aligned}$$



Donde:

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} a_{i,j} X_{i,j}$$

Es el costo total de la producción en horas de turno regular durante todo el año.

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} b_{i,j} Y_{i,j}$$

Costo total de la producción en horas extras.

$$\sum_{j=1}^{13} C(j) X_{0,j}$$

Costo total de distribuir los artículos del inventario inicial a lo largo de todo el año.

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} C(13-j) [(X_{i,j} + Y_{i,j} + X_{0,j}) - D_j]$$

Costo total de almacenar todos los productos que se vayan a reservar para el inventario final.

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} E_i (X_{i+1,j} - X_{i,j})^*$$

Costo total de las variaciones de la tasa de producción que se programen durante al año.

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} C(j-1) [X_{i,j} + Y_{i,j}]$$

Costo total de almacenar los productos desde que se producen hasta que se venden.

El conjunto de restricciones al que queda sujeto el problema de programación es el siguiente:

- \* Ya que el costo de cambiar el nivel de producción varía dependiendo del monto del cambio, no es exacto asignar a E un valor constante, a menos que en un sistema de producción determinado el costo de cambiar el nivel de producción no dependa del monto de ese cambio.

a) Inventario inicial:

$$I_0 \cong \sum_{j=1}^{13} X_{0,j}$$

b) Capacidad en turno regular:

$$\sum_{j=1}^{13} X_{i,j} \leq R_i \quad \text{para } i = (1, 2, \dots, 12)$$

c) Capacidad en turno extra:

$$\sum_{j=1}^{13} Y_{i,j} \leq O_i \quad \text{para } i = (1, 2, \dots, 12)$$

d) Demanda:

$$X_{0,j} + \sum_{i=1}^{12} X_{i,j} + \sum_{i=1}^{12} Y_{i,j} \cong D_j$$

e) Inventario final:

$$X_{0,13} + \sum_{i=1}^{12} X_{i,13} + \sum_{i=1}^{12} Y_{i,13} = I_f$$

A partir de las ecuaciones obtenidas y aplicándolas - al problema particular se obtiene la siguiente función objetivo:

**FUNCION OBJETIVO:**

$$\text{MIN } Z = 0X_{01} + 20X_{02} + 40X_{03} + 60X_{04} + 80X_{05} + 100X_{06} + 120X_{07} + 140X_{08} + 160X_{09} + 180X_{10}$$

+ 200X<sub>11</sub> + 220X<sub>12</sub> + 240X<sub>13</sub> + 40X<sub>14</sub> + 60X<sub>15</sub> + ...  
 ..... + 280X<sub>26</sub> + 60X<sub>27</sub> + 80X<sub>28</sub> + .....  
 + 300X<sub>39</sub> + 10000X<sub>40</sub> + 40X<sub>41</sub> + .....  
 + 260X<sub>52</sub> + 10000X<sub>53</sub> + 60X<sub>54</sub> + .....  
 + 280X<sub>65</sub> + 10000X<sub>66</sub> + 10000X<sub>67</sub> + 40X<sub>68</sub> + .....  
 ..... + 240X<sub>78</sub> + 10000X<sub>79</sub> + 10000X<sub>80</sub> + 60X<sub>81</sub> +  
 ..... + 260X<sub>91</sub> + MX<sub>92</sub> + MX<sub>93</sub> + MX<sub>94</sub> +  
 + 40X<sub>95</sub> + ..... + 220X<sub>104</sub> + MX<sub>105</sub> + ..  
 + MX<sub>106</sub> + MX<sub>107</sub> + 60X<sub>108</sub> + .....  
 + 240X<sub>117</sub> + MX<sub>118</sub> + MX<sub>119</sub> + MX<sub>120</sub> + MX<sub>121</sub> + 40X<sub>122</sub>  
 + ..... + 200X<sub>130</sub> + MX<sub>131</sub> + MX<sub>132</sub> + MX<sub>133</sub>  
 + MX<sub>134</sub> + 60X<sub>135</sub> + .....  
 + 220X<sub>143</sub> + MX<sub>144</sub> + MX<sub>145</sub> + MX<sub>146</sub> + MX<sub>147</sub> + MX<sub>148</sub>  
 + 40X<sub>149</sub> + ..... + 180X<sub>156</sub>  
 + MX<sub>157</sub> + MX<sub>158</sub> + MX<sub>159</sub> + MX<sub>160</sub> + MX<sub>161</sub> + 60X<sub>162</sub>  
 + ..... + 200X<sub>169</sub> + MX<sub>170</sub> + MX<sub>171</sub>  
 + MX<sub>172</sub> + MX<sub>173</sub> + MX<sub>174</sub> + MX<sub>175</sub> + 40X<sub>176</sub> + .....

..... + 160X<sub>182</sub> + MX<sub>183</sub> + MX<sub>184</sub> + MX<sub>185</sub> + MX<sub>186</sub>  
+ MX<sub>187</sub> + MX<sub>188</sub> + 60X<sub>189</sub> + .....  
+ 180X<sub>195</sub> + MX<sub>196</sub> + ..... + MX<sub>202</sub>  
+ 40X<sub>203</sub> + ..... + 140X<sub>208</sub> +  
+ MX<sub>209</sub> + ..... + MX<sub>215</sub> + 60X<sub>216</sub> + .....  
..... + 160X<sub>221</sub> + MX<sub>222</sub> + ..... + MX<sub>229</sub>  
+ 40X<sub>230</sub> + ..... + 140X<sub>247</sub> + MX<sub>248</sub> +  
+ ..... + MX<sub>256</sub> + 40X<sub>257</sub> + 60X<sub>258</sub> +  
+ 80X<sub>259</sub> + 100X<sub>260</sub> + MX<sub>261</sub> + .....  
+ MX<sub>269</sub> + 60X<sub>270</sub> + 80X<sub>271</sub> + 100X<sub>272</sub> + 120X<sub>273</sub> +  
+ MX<sub>274</sub> + ..... + MX<sub>283</sub> + 40X<sub>284</sub> +  
+ 60X<sub>285</sub> + 80X<sub>286</sub> + MX<sub>287</sub> + ..... + MX<sub>296</sub> +  
+ 60X<sub>297</sub> + 80X<sub>298</sub> + 100X<sub>299</sub> + MX<sub>300</sub> + .....  
+ MX<sub>310</sub> + 40X<sub>311</sub> + 60X<sub>312</sub> + MX<sub>313</sub> + .....  
+ MX<sub>323</sub> + 60X<sub>324</sub> + 80X<sub>325</sub>

El valor de M es igual a 10,000, se asigna este valor para evitar que el programa asigne la producción en un período para vender en el anterior, ya que esto es imposible. Todos los costos debajo de la diagonal tendrán el valor de M.

Las restricciones obtenidas son las siguientes:

a) En base al inventario inicial.

$$R_1 \quad 1000 \geq X_{01} + X_{02} + \dots + X_{13}$$

b) Capacidad máxima en horas de turno regular.

$$R_2 \quad 630 \geq X_{14} + X_{15} + \dots + X_{26}$$

c) Capacidad máxima en horas de turno extra.

$$R_3 \quad 126 \geq X_{27} + X_{28} + \dots + X_{39}$$

La siguiente secuencia de restricciones será: primero en horas de turno regular y segundo en horas de turno extra.

$$R_4 \quad 630 \geq X_{40} + X_{41} + \dots + X_{52} \quad \text{H.T.R.}$$

$$R_5 \quad 126 \geq X_{53} + X_{54} + \dots + X_{65} \quad \text{H.T.E.}$$

$$R_6 \quad 630 \geq X_{66} + X_{67} + \dots + X_{78} \quad \text{H.T.R.}$$

$$R_7 \quad 126 \geq X_{79} + X_{80} + \dots + X_{91} \quad \text{H.T.E.}$$

$$R_8 \quad 630 \geq X_{92} + X_{93} + \dots + X_{104} \quad \text{H.T.R.}$$

$$R_9 \quad 126 \geq X_{105} + X_{106} + \dots + X_{117} \quad \text{H.T.E.}$$

$$R_{10} \quad 600 \geq X_{118} + X_{119} + \dots + X_{130}$$

$$R_{11} \quad 120 \geq X_{131} + X_{132} + \dots + X_{143}$$

$$R_{12} \quad 600 \geq X_{144} + X_{145} + \dots + X_{156}$$

$$\begin{array}{rcl}
R_{13} & 120 \geq & X_{157} + X_{158} + \dots + X_{169} \\
R_{14} & 600 \geq & X_{170} + X_{171} + \dots + X_{182} \\
R_{15} & 120 \geq & X_{183} + X_{184} + \dots + X_{195} \\
R_{16} & 600 \geq & X_{196} + X_{197} + \dots + X_{208} \\
R_{17} & 120 \geq & X_{209} + X_{210} + \dots + X_{221} \\
R_{18} & 600 \geq & X_{222} + X_{223} + \dots + X_{234} \\
R_{19} & 120 \geq & X_{235} + X_{236} + \dots + X_{247} \\
R_{20} & 600 \geq & X_{248} + X_{249} + \dots + X_{260} \\
R_{21} & 120 \geq & X_{261} + X_{262} + \dots + X_{273} \\
R_{22} & 600 \geq & X_{274} + X_{275} + \dots + X_{286} \\
R_{23} & 120 \geq & X_{287} + X_{288} + \dots + X_{299} \\
R_{24} & 600 \geq & X_{300} + X_{301} + \dots + X_{312} \\
R_{25} & 120 \geq & X_{313} + X_{313} + \dots + X_{325}
\end{array}$$

d) Las siguientes restricciones se refieren a los requerimientos totales o demandas por periodo.

$$\begin{array}{rcl}
R_{26} & 700 \leq & X_{01} + X_{14} + X_{27} + X_{40} + X_{53} + X_{79} + X_{92} + \\
& & X_{105} + X_{118} + X_{131} + X_{144} + X_{157} + X_{170} + \\
& & X_{183} + X_{196} + X_{209} + X_{222} + X_{235} + X_{248} + \\
& & X_{261} + X_{274} + X_{287} + X_{300} + X_{313}
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
 R_{27} \quad 1000 \leq & X_{02} + X_{15} + X_{28} + X_{41} + X_{54} + X_{67} + \\
 & X_{80} + X_{93} + X_{106} + X_{119} + X_{132} + X_{145} + \\
 & X_{158} + X_{171} + X_{184} + X_{197} + X_{210} + X_{223} + \\
 & X_{236} + X_{249} + X_{262} + X_{275} + X_{288} + X_{301} + \\
 & X_{314}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{28} \quad 1000 \leq & X_{03} + X_{16} + X_{29} + X_{42} + X_{55} + X_{68} + \\
 & X_{81} + X_{94} + X_{107} + X_{120} + X_{133} + X_{146} + \\
 & X_{159} + X_{172} + X_{185} + X_{198} + X_{211} + X_{224} + \\
 & X_{237} + X_{250} + X_{263} + X_{276} + X_{289} + X_{302} + \\
 & X_{315}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{29} \quad 900 \leq & X_{04} + X_{17} + X_{30} + X_{43} + X_{56} + X_{69} + \\
 & X_{82} + X_{95} + X_{108} + X_{121} + X_{134} + X_{147} + \\
 & X_{160} + X_{173} + X_{186} + X_{199} + X_{212} + X_{225} + \\
 & X_{238} + X_{251} + X_{264} + X_{277} + X_{290} + X_{303} + \\
 & X_{316}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{30} \quad 600 \leq & X_{05} + X_{18} + X_{31} + X_{44} + X_{57} + X_{70} + \\
 & X_{83} + X_{96} + X_{109} + X_{122} + X_{135} + X_{148} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& X_{161} + X_{174} + X_{187} + X_{200} + X_{213} + X_{226} + \\
& X_{239} + X_{252} + X_{265} + X_{278} + X_{291} + X_{304} + \\
& X_{317}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{31} \quad 600 \leq & X_{06} + X_{19} + X_{32} + X_{45} + X_{58} + X_{71} + \\
& X_{84} + X_{97} + X_{110} + X_{123} + X_{136} + X_{149} + \\
& X_{162} + X_{175} + X_{188} + X_{201} + X_{214} + X_{227} + \\
& X_{240} + X_{253} + X_{266} + X_{279} + X_{292} + X_{305} + \\
& X_{318}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{32} \quad 500 \leq & X_{07} + X_{20} + X_{33} + X_{46} + X_{59} + X_{72} + \\
& X_{85} + X_{98} + X_{111} + X_{124} + X_{137} + X_{150} + \\
& X_{163} + X_{176} + X_{189} + X_{202} + X_{215} + X_{228} + \\
& X_{241} + X_{254} + X_{267} + X_{280} + X_{293} + X_{306} + \\
& X_{319}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{33} \quad 600 \leq & X_{08} + X_{21} + X_{34} + X_{47} + X_{60} + X_{73} + \\
& X_{86} + X_{99} + X_{112} + X_{125} + X_{138} + X_{151} + \\
& X_{164} + X_{177} + X_{190} + X_{203} + X_{216} + X_{229} + \\
& X_{242} + X_{255} + X_{268} + X_{281} + X_{294} + X_{307} + \\
& X_{320}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 R_{34} \quad 300 \leq & X_{09} + X_{22} + X_{35} + X_{48} + X_{61} + X_{74} + \\
 & X_{87} + X_{100} + X_{113} + X_{126} + X_{139} + X_{152} + \\
 & X_{165} + X_{178} + X_{191} + X_{204} + X_{217} + X_{230} + \\
 & X_{243} + X_{256} + X_{269} + X_{282} + X_{295} + X_{308} + \\
 & X_{321}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{35} \quad 300 \leq & X_{10} + X_{23} + X_{36} + X_{49} + X_{62} + X_{75} + \\
 & X_{88} + X_{101} + X_{114} + X_{127} + X_{140} + X_{153} + \\
 & X_{166} + X_{179} + X_{192} + X_{205} + X_{218} + X_{231} + \\
 & X_{244} + X_{257} + X_{270} + X_{283} + X_{296} + X_{309} + \\
 & X_{322}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{36} \quad 300 \leq & X_{11} + X_{24} + X_{37} + X_{50} + X_{63} + X_{76} + \\
 & X_{89} + X_{102} + X_{115} + X_{128} + X_{141} + X_{154} + \\
 & X_{167} + X_{180} + X_{193} + X_{206} + X_{219} + X_{232} + \\
 & X_{245} + X_{258} + X_{271} + X_{284} + X_{297} + X_{310} + \\
 & X_{323}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{37} \quad 400 \leq & X_{12} + X_{25} + X_{38} + X_{51} + X_{64} + X_{77} + \\
 & X_{90} + X_{103} + X_{116} + X_{129} + X_{142} + X_{154} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& X_{168} + X_{181} + X_{194} + X_{207} + X_{220} + X_{233} + \\
& X_{246} + X_{259} + X_{272} + X_{285} + X_{298} + X_{311} + \\
& X_{324}
\end{aligned}$$

e) Requerimientos del inventario final.

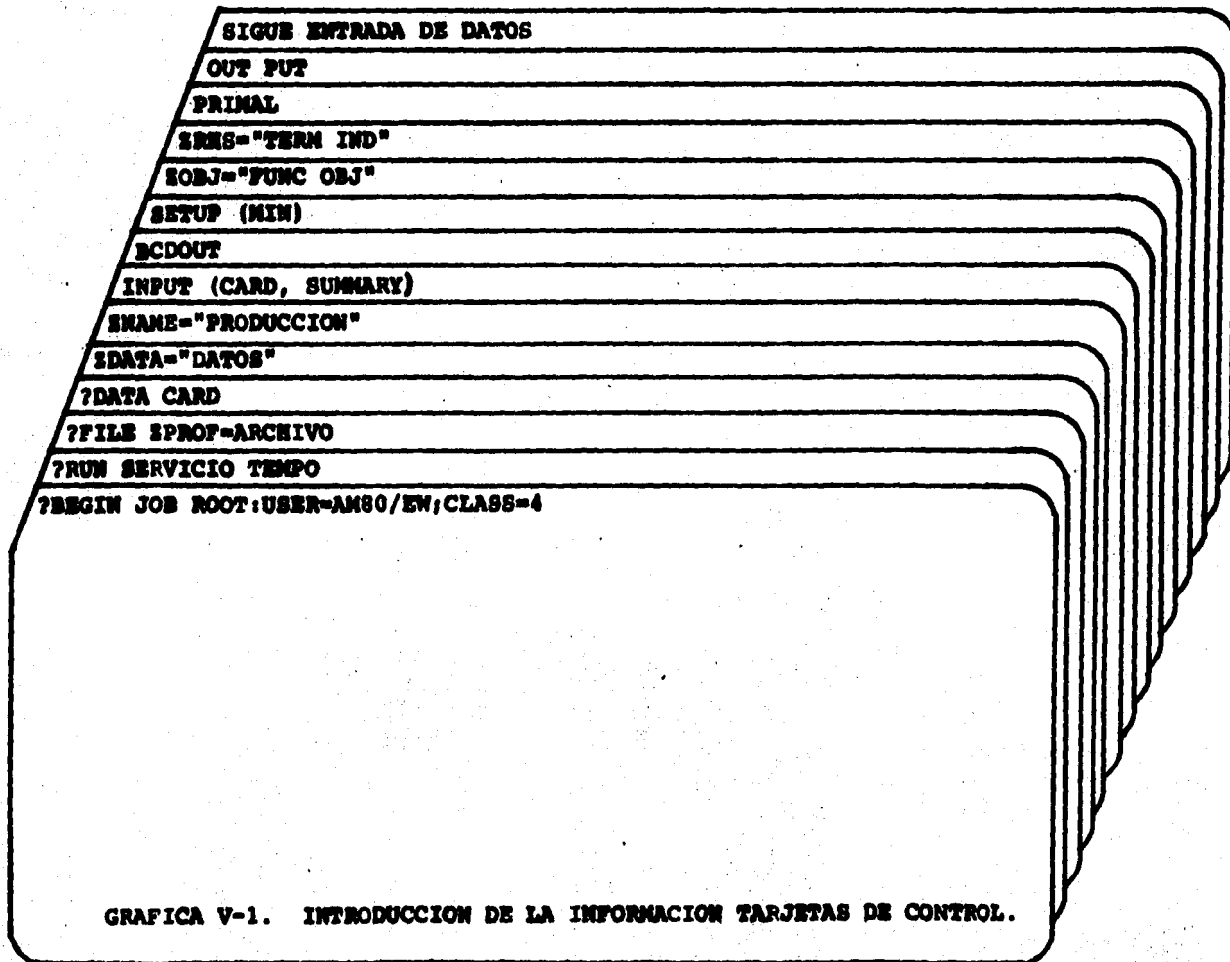
$$\begin{aligned}
R_{38} \quad 700 = & X_{13} + X_{26} + X_{39} + X_{52} + X_{65} + X_{78} + \\
& X_{91} + X_{104} + X_{117} + X_{130} + X_{143} + X_{155} + \\
& X_{169} + X_{182} + X_{195} + X_{208} + X_{221} + X_{234} + \\
& X_{247} + X_{260} + X_{273} + X_{286} + X_{299} + X_{312} + \\
& X_{325}
\end{aligned}$$

Una vez planteada la función objetivo y el conjunto de restricciones, se procederá a hacer uso del paquete de computación Tempo.

La introducción de los datos se hace en base a las reglas que marca Tempo para los problemas de programación lineal, es decir, se perforan las tarjetas de:

1. Control.
2. Entrada de datos.
3. Optimización.
4. Salida de la información.

Algunas de las tarjetas de control que se necesitan aparecen reflejadas en las gráficas VI-1, VI-2 y VI-3. En el apéndice B aparecen a imagen de tarjeta los datos que debe contener cada una de las tarjetas de control.



GRAFICA V-1. INTRODUCCION DE LA INFORMACION TARJETAS DE CONTROL.

SIGUEN LAS SECCIONES DE COLUMNS, RHS Y SALIDA DE DATOS

E R38

GE R37

.. .  
.. .

GE R26

LE R25

.. .  
.. .

LE R1

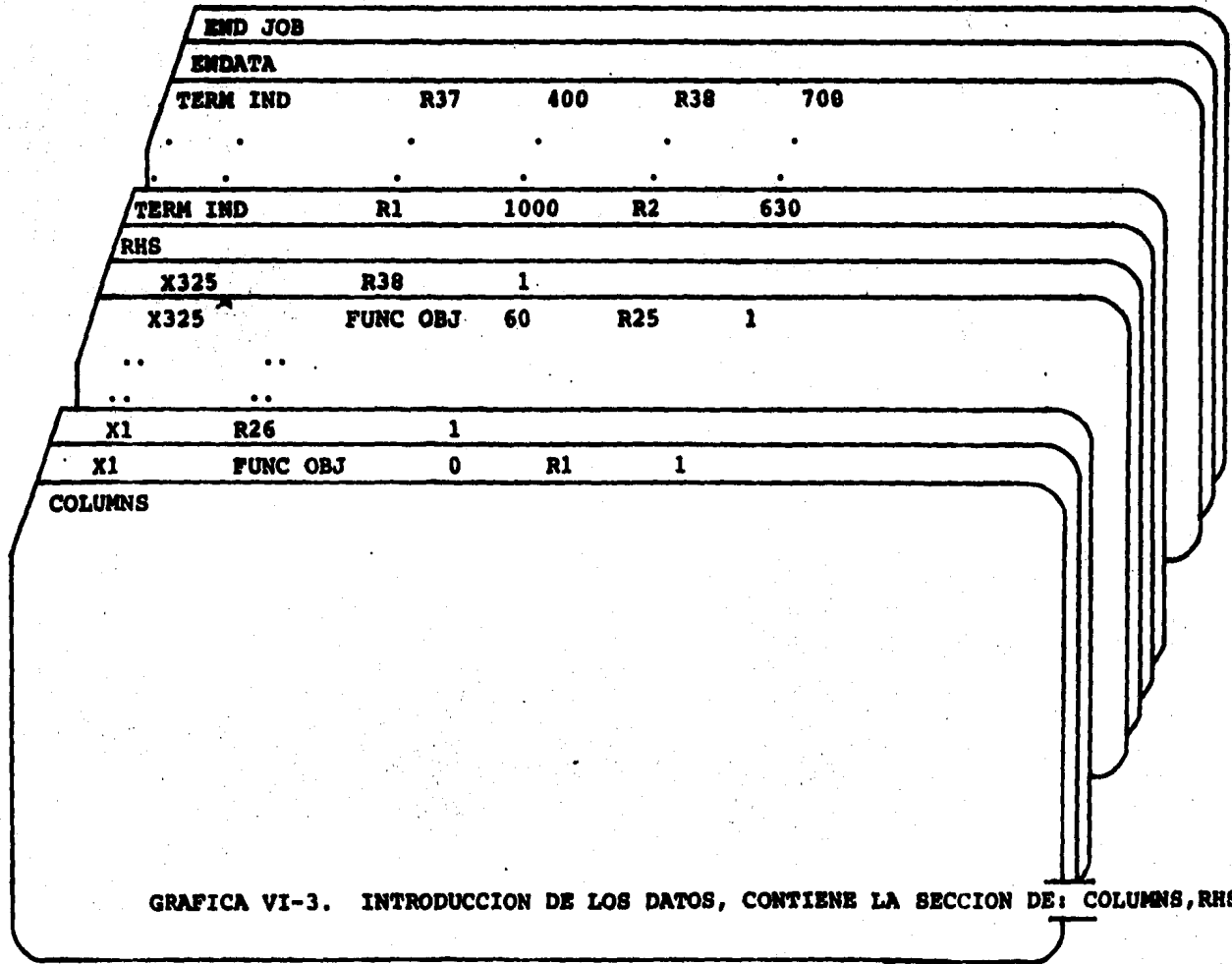
N FUNC OBJ

ROWS

NAME DATOS

?DATA CARDIN

GRAFICA VI-2, INTRODUCCION DE LOS DATOS, SECCION ROWS.



GRAFICA VI-3. INTRODUCCION DE LOS DATOS, CONTIENE LA SECCION DE: COLUMNS, RHS.

Las secciones de Rangos y Cotas no se incluyen dado - que en este problema particular no intervienen.

La rutina de salida OUTPUT se encarga de imprimir los resultados de: la función objetivo, las variables de la función objetivo, etc.

Un resumen de la información obtenida se detalla en - la tabla VI-3, los resultados presentados en este cuadro -- pueden ser verificados en el Apéndice B.

La interpretación de la tabla VI-3 es la siguiente:

El inventario inicial de 1000 sirve para satisfacer - los requerimientos máximos de los periodos 1 y 2. La producción del periodo 1 en horas de turno regular se utiliza en el periodo 2 junto con la parte de la producción en tiempo regular del periodo 2, esto se debe fundamentalmente a que el inventario inicial cubre toda la producción del periodo 1 y el complemento de dicho inventario se usará para satisfacer las demandas de otros periodos. Pueden existir otras soluciones que sean óptimas dado que el costo de conservar las 630 unidades de un periodo al siguiente es el mismo y - por consiguiente las 630 unidades del periodo 1 no serán -- usadas sino hasta el periodo 2.

El ejemplo no requiere de la subcontratación ya que - el inventario inicial cubre toda la demanda de los meses -- con requerimientos máximos. Sin embargo si la cantidad del inventario inicial fuera de 500 unidades la producción en - horas de turno regular no hubiera sido suficiente para cubrir los requerimientos por lo que sería necesario recurrir a alguna fuente externa tal como la subcontratación, y así evitar las pérdidas por escases.

PERIODO DE PRODUCCION (FUENTE)	PERIODO DE VENTA (DESTINO)												Inventario Total	So	Capacidad Total	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)				
Inventario (0)	700	300													-	1000
Regular (1)		332													298	630
H. Extras (1)															-	126
Regular (2)		368	262												-	630
H. Extras (2)			126												-	126
Regular (3)			486	144											-	630
H. Extras (3)			126												-	126
Regular (4)				630											-	630
H. Extras (4)				126											-	126
Regular (5)					600										-	600
H. Extras (5)															120	120
Regular (6)						600									-	600
H. Extras (6)															120	120
Regular (7)							500								100	600
H. Extras (7)															120	120
Regular (8)								600							-	600
H. Extras (8)															120	120
Regular (9)									300						300	600
H. Extras (9)															-	120
Regular (10)										300	80				220	600
H. Extras (10)															120	120
Regular (11)											220			380	-	600
H. Extras (11)															120	120
Regular (12)													280	320	-	600
H. Extras (12)													120	-	-	120
Requerimientos Totales	700	1000	1000	900	600	600	500	600	300	300	300	400	700	1638	9784	

TABLA VI-3. RESUMEN DE RESULTADOS

El uso de horas extras es aplicado hasta los periodos 2, 3, 4 y 12 cuando el inventario inicial se agota a principios del periodo 3.

En el periodo 7 y 8 se da un aumento en el nivel de producción de 100 unidades. Es presumible que esto se logre con la contratación de personal, aunque inmediatamente se tenga en el periodo 9 una reducción en el nivel de producción de 300 unidades, lo que implicaría el despido de personal o el pago al mismo personal pero con grandes pérdidas por tiempo ocioso. Este cambio tan pronunciado del nivel de producción representa una desventaja, ya que aumentarían los costos en gran medida, y el hecho de que el programa no los estime restringe su utilidad en cierta medida.

La desventaja mencionada anteriormente se reduce si en el modelo, en la función objetivo se incluye un factor que estime los costos del cambio en el nivel de producción (en el ejemplo que se presentó en esta tesis no se incluyó este factor) aunque se deberá asumir que este factor es lineal, siendo esto cierto sólo para cambios que se encuentran en intervalos reducidos, ya que los costos del cambio del nivel de producción tienden a aumentar al aumentar el monto en el cambio del nivel de producción.

La utilidad de la tabla VI-3 radica en la facilidad para leer e interpretar la información.

En el apéndice B aparece que el valor mínimo de la función de costos (función objetivo) es de \$ 332,440.00, lo que se puede comprobar llevando a cabo lo siguiente:



$$\begin{aligned}
 \text{MIN } Z = & 20(300) + 60(X_{15}) + 40(X_{41}) + 60(X_{42}) + \\
 & 80(X_{55}) + 40(X_{68}) + 60(X_{69}) + 60(X_{81}) + \\
 & 40(X_{95}) + 60(X_{108}) + 40(X_{122}) + 40(X_{149}) + \\
 & 40(X_{176}) + 40(X_{203}) + 40(X_{230}) + 40(X_{257}) + \\
 & 60(X_{258}) + 40(X_{284}) + 80(X_{286}) + 40(X_{311}) + \\
 & 60(X_{312}) + 60(X_{324})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{MIN } Z = & 20(300) + 40(368 + 486 + 630 + 600 + 600 + \\
 & 500 + 600 + 300 + 300 + 220 + 280) + 60(332 + \\
 & 262 + 144 + 126 + 126 + 80 + 320 + 120) + 80(126 + \\
 & 380) = 195,360 + 90,600 + 40,480 + 6,000 = \\
 & = 332,440
 \end{aligned}$$

Con lo cual queda comprobado el costo mínimo obtenido.

Este costo es mínimo; sin embargo, el empresario debe tomar en cuenta los costos indirectos que ocasiona la aplicación del paquete Tempo, a saber:

- El salario del ingeniero encargado de la planeación y control de la producción durante el tiempo necesario para aplicar el paquete Tempo.

- El costo de capacitar a esa persona para utilizar el paquete Tempo.

- La adquisición de una clave de usuario en alguna institución donde se pueda hacer uso del paquete Tempo (el Programa Universitario de Cómputo, por ejemplo).

Una vez que se ha determinado todos los coeficientes que han de intervenir en el problema, el tiempo estimado -- que se necesita para resolver un problema de planeación de la producción haciendo uso del paquete Tempo es de una semana.

## CAPITULO VII

### CONCLUSIONES

Ya que en el estudio realizado se justifica la linealidad de las variables que intervienen en un problema de programación de la producción, se llega a la conclusión de que es válido aplicar las técnicas de la programación lineal, tales como las que se utilizan en el paquete de programación Tempo, para reducir los costos o aumentar las ganancias de la empresa obteniendo un resultado matemáticamente óptimo.

Los resultados obtenidos a través de esta técnica deberán utilizarse solamente como una guía ya que difícilmente se basarán en un modelo que refleje la realidad en su totalidad.

El analista deberá utilizar su criterio para ajustar los resultados a la realidad tomando en cuenta las demandas reales y las diferencias existentes entre los costos estimados y los respectivos valores reales de los mismos.

Las principales ventajas de la utilización del paquete Tempo son:

- 1) Se obtiene un resultado matemáticamente óptimo.
- 2) Los resultados obtenidos son confiables desde el punto de vista matemático; se obtienen rápidamente.
- 3) Se puede considerar un gran número de variables.
- 4) Existe la posibilidad de incluir diversos tipos de restricciones.
- 5) Los resultados se interpretan con facilidad.

El paquete Tempo se aplica principalmente a sistemas de producción de productos estandarizados con alto volumen de producción para uno o más artículos, aunque el modelo matemático se vuelve más complicado a medida que aumenta el número de artículos. Para un sistema de producción de taller de orden abierta, sería difícil poder construir un modelo matemático que reflejara la realidad con la suficiente veracidad debido a la variabilidad de muchos de los factores que en él intervienen, por lo tanto, no es conveniente aplicar el paquete Tempo para la programación de la producción en este tipo de sistemas de producción.

## B I B L I O G R A F I A

- 1) ELWOOD S. BUFFA                    SISTEMAS DE PRODUCCION E INVENT  
TARIO: PLANEACION Y CONTROL.
- 2) RUBEN CHAVEZ MISRAHI            INSTRUCTIVO BASICO PARA LA UTI  
LIZACION DEL PAQUETE TEMPO EN  
RUTINAS DE PROGRAMACION LINEAL
- 3) MANUAL                            TEMPO/NETWORK
- 4) HILLIER Y LIEBERMAN            INTRODUCCION A LA INVESTIGACION  
DE OPERACIONES
- 5) WILLIAM MERRILL Y KARL FOX     INTRODUCCION A LA ESTADISTICA  
ECONOMICA
- 6) MC. CRACKEN                    PROGRAMACION FORTRAN IV
- 7) ARNOLID, HILL Y NICHOLS        SISTEMA MODERNO DE PROCESAMI  
ENTO DE DATOS

## INDICE DE TABLAS

PAG.

### CAPITULO I.

TABLA I-1. DATOS PARA SERIES DE TIEMPO .....	12
TABLA I-2. TENDENCIAS CALCULADAS .....	14
TABLA I-3. PROMEDIO DE DEMANDAS .....	14
TABLA I-4. INDICES ESTACIONALES .....	15
TABLA I-5. INDICES CICLICOS .....	15
TABLA I-6. INDICES CICLICOS "SIN RUIDO" .....	16
TABLA I-7. PRONOSTICOS .....	17

### CAPITULO II.

TABLA II-1. REQUERIMIENTOS MINIMOS .....	31
TABLA II-2. REQUERIMIENTOS DIARIOS .....	32
TABLA II-3. COSTOS UNITARIOS .....	38
TABLA II-4. COSTOS DE LA POLITICA 1 .....	40
TABLA II-5. COSTOS DE LA POLITICA 2 .....	41
TABLA II-6. COSTOS DE LA POLITICA 3 .....	42

### CAPITULO III.

TABLA III-1. DISPONIBILIDAD DE RECURSOS .....	49
TABLA III-2. CUADRO SIMPLEX INICIAL .....	57
TABLA III-3. CUADRO DE LA PRIMERA ITERACION .....	58
TABLA III-4. SEGUNDO CUADRO SIMPLEX .....	59
TABLA III-5. CUADRO DE LA SEGUNDA ITERACION .....	60
TABLA III-6. TERCER CUADRO SIMPLEX .....	61

CAPITULO V.

TABLA V-1. CAMPO DE USO DE LA SECCION COLUMNS....	84
TABLA V-2. CAMPO DE USO DE LA SECCION RHS .....	84
TABLA V-3. CAMPO DE USO DE LA SECCION RANGES ....	84
TABLA V-4. CAMPO DE USO DE LA SECCION BOUNDS ....	85

CAPITULO VI.

TABLA VI-1. MATRIZ DE DISTRIBUCION .....	92
TABLA VI-2. MATRIZ DE DISTRIBUCION DE PRODUCTOS DO MESTICOS .....	95
TABLA VI-3. RESUMEN DE RESULTADOS .....	112

## INDICE DE GRAFICAS

PAG.

### CAPITULO I.

GRAFICA I-1.	GRAFICA DE INDICES CICLICOS .....	19
GRAFICA I-2.	DIAGRAMA DE FLUJO DE SERIES DE TIEMPO .....	20
GRAFICA I-3.	COMPARACION ENTRE INDICES CICLICOS.	21
GRAFICA I-4.	COMPARACION ENTRE PRONOSTICOS .....	22

### CAPITULO II.

GRAFICA II-1.	REQUERIMIENTOS DIARIOS .....	33
GRAFICA II-2 (a)	REQUERIMIENTOS MAXIMOS ACUMULADOS.	36
GRAFICA II-2 (b)	REQUERIMIENTOS MAXIMOS ACUMULADOS.	36
GRAFICA II-3.	REQUERIMIENTOS DIARIOS .....	37

### CAPITULO III.

GRAFICA III-1.	RESTRICCIONES Y FUNCION OBJETIVO ..	50
GRAFICA III-2.	DIAGRAMA DE FLUJO DEL METODO SIMPLEX	56

### CAPITULO IV.

GRAFICA IV-1.	OPERACION NORMAL AL 100% DE CAPACIDAD .....	66
GRAFICA IV-2.	OPERACION NORMAL AL 80% DE CAPACIDAD .....	67
GRAFICA IV-3.	OPERACION NORMAL AL 120% DE CAPACIDAD .....	68
GRAFICA IV-4.	COSTOS DE CONTRACCION Y DESPIDO ..	71
GRAFICA IV-5.	COSTOS DE TIEMPO EXTRA .....	71
GRAFICA IV-6.	COSTOS DE TURNOS ADICIONALES .....	72



	<b>PAG.</b>
GRAFICA IV-7. COSTOS DE SUBCONTRATACION .....	73
GRAFICA IV-8. INVENTARIO OPTIMO .....	74
GRAFICA IV-9. MODELO DE ETAPAS MULTIPLES .....	77

**CAPITULO VI.**

GRAFICA VI-1. INTRODUCCION DE LA INFORMACION EN - TARJETAS DE CONTROL .....	108
GRAFICA VI-2. INTRODUCCION DE DATOS DE LA SECCION ROWS .....	109
GRAFICA VI-3. INTRODUCCION DE DATOS DE LAS SECCIO <u>N</u> NES COLUMNS Y RHS .....	110

**APENDICE A**

**PROGRAMA DE SERIES DE TIEMPO \***

\* Este programa pudo ser elaborado y corrido gracias a las facilidades proporcionadas por la unidad de cómputo de la FES-C.

```

) C COMENTARIOS ACERCA DEL USO DEL PROGRAMA
) C
) C EL OBJETIVO DEL PROGRAMA ES OBTENER LOS PRONOSTICOS DE PRODUCCION DE UN
) C DETERMINADO PRODUCTO PARA "N" PERIODOS EN EL FUTURO USANDO COMO DATOS LAS
) C DEMANDAS OBSERVADAS EN "ENE" PERIODOS ANTERIORES
) C
) C N=NUMERO DE PERIODOS CONTENIDOS EN CADA CICLO (CADA CICLO SE CONSIDERA GE-
) C NERALMENTE DE UN AÑO; N<=12)
) C ENE=NUMERO TOTAL DE DATOS ; ENE=NSH (ENE<=60)
) C
) C
) C H=NUMERO DE CICLOS QUE ABARCARAN LOS DATOS (NUMERO DE AÑOS)
) C PARA UNA DESCRIPCION DETALLADA DEL METODO VER "INTRODUCCION A LA ESTADISTI-
) C CA ECONOMICA" WILLIAM MERRILL Y KARL FOX, AMORRORTU EDITORES
) C
) C LOS DATOS SE DEBEN INTRODUCIR DE LA SIGUIENTE MANERA:
) C
) C - EN LA PRIMERA TARJETA LOS VALORES DE N YH (VER FORMATO 100)
) C - EN LAS SIGUIENTES N TARJETAS LOS VALORES DE LA MATRIZ QUE CONTIENE LOS
) C VALORES DE LAS DEMANDAS (VER FORMATO 90)
) C
) C
) C
) C DIMENSION CI(5,12),D(5,12),EST(5,12),FIC(12),NG(3),NO(30),PIE(12)
) C DIMENSION PRO(20),PROK(30),RUIDO(5,12),T(5,12),X(150),Y(150)
) C DIMENSION Z(12),ZE(60),TEND(6,12)
) C DOUBLE PRECISION X3(60),X2(36),F(60)
) C INTEGER O,P,I,N,R,L,S,U,M,ZI,G,C2,C1,ENE,EN,ENE2
) C CALL FOPEN(12,"STTO")
) C CALL FOPEN(10,"DAT.DT")
) C READ(10,100)N,H
) C NI=N
) C NS=0
) C DO 1 I=1,N
) C DO 1 J=1,N
) C NS=NS+1
) C 1 T(I,J)=NS
) C WRITE(12,103)
) C DO 2 I=1,N
) C READ(10,90)XD(I,J),J=1,N)
) C 2 WRITE(12,104)XD(I,J),J=1,N)
) C ENE=NSH
) C J7=0
) C DO 32 I=1,N
) C DO 32 J=1,N
) C J7=J7+1
) C X(J7)=T(I,J)
) C 32 Y(J7)=D(I,J)
) C
) C
) C EN ESTA SECCION SE HACEN LOS CALCULOS NECESARIOS PARA AJUSTAR UNA LINEA
) C RECTA A LOS DATOS POR EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS

```

```

C
SUNT=0
SUNYI=0
SYT=0
SYCU=0
STCU=0
DO 3 I=1,N
DO 3 J=1,N
SUNT=SUNT+T(I,J)
SYCU=SYCU+D(I,J)**2
SUNYI=SUNYI+D(I,J)
STCU=STCU+T(I,J)**2
3 SYT=SYT+D(I,J)*T(I,J)
DET=ENESTCU-SUNT**2
ACERO=(SUNYI*STCU-SYT**2)/DET
AUNO=(ENESYT-SUNT*SUNYI)/DET
WRITE(12,103)ACERO,AUNO

```

```

C
C COEFICIENTE DE CORRELACION (MEDIDA ESTADISTICA)
C
C LOS DATOS NO(I) Y PROB(I) CONFIGURAN UNA TABLA CON EL NUMERO DE DATOS (NO(I)
C Y EL VALOR CORRESPONDIENTE DEL COEFICIENTE DE CORRELACION QUE NOS INDICA
C CON UN 95% DE CONFIANZA QUE EL AJUSTE DE LA LINEA RECTA A LOS DATOS ES
C CORRECTO
C EN CASO DE QUE EL COEFICIENTE SEA MENOR QUE EL REQUERIDO, NO ES CONFIABLE L
C REGRESION LINEAL Y EL PROGRAMA ES ABORTADO
C

```

```

C
CC1=ENESYT-SUNT*SUNYI
CC2=(ENESTCU-SUNT**2)**0.5
CC3=(ENESYCU-SUNYI**2)**0.5
COC=CC1/(CC2*CC3)
WRITE(12,115)COC
C
NO(1)=10
NO(2)=12
NO(3)=14
NO(4)=16
NO(5)=18
NO(6)=20
NO(7)=22
NO(8)=24
NO(9)=26
NO(10)=28
NO(11)=30
NO(12)=32
NO(13)=34
NO(14)=36
NO(15)=38
NO(16)=40
NO(17)=42
NO(18)=44
NO(19)=46

```

```

1 NO(20)=48
1 NO(21)=58
1 NO(22)=60
1 NO(23)=70
1 NO(24)=80
1 NO(25)=100
1 NO(26)=150
1 PROB(1)=.632
1 PROB(2)=.537
1 PROB(3)=.532
1 PROB(4)=.497
1 PROB(5)=0.468
1 PROB(6)=.444
1 PROB(7)=.423
1 PROB(8)=.404
1 PROB(9)=.388
1 PROB(10)=.374
1 PROB(11)=.361
1 PROB(12)=.349
1 PROB(13)=.339
1 PROB(14)=.329
1 PROB(15)=.320
1 PROB(16)=.312
1 PROB(17)=.304
1 PROB(18)=.297
1 PROB(19)=.291
1 PROB(20)=.284
1 PROB(21)=.279
1 PROB(22)=.274
1 PROB(23)=.268
1 PROB(24)=.260
1 PROB(25)=.257
1 PROB(26)=.251
1 DO 37 I=1,26
1 37 CONTINUE
1 JS=ENE
1 DO 11 I=1,N
1 DO 11 J=1,N
1 TEND(I,J)=ACERO*ANWOST(I,J)
1 JS=JS+1
1 X(JS)=Y(I,J)
1 11 Y(JS)=TEND(I,J)
1 C
1 C EN ESTA SECCION SE CALCULAN LOS INDICES ESTACIONALES
1 C
1 DO 4 I=1,N
1 PIE(I)=0
1 DO 5 J=1,N
1 5 PIE(I)=PIE(I)+D(I,J)
1 PIE(I)=PIE(I)/N
1 4 CONTINUE

```

```

DO 6 I=1,N
DO 7 J=1,M
7 EST(I,J)=D(I,J)/PIE(I)
6 CONTINUE
DO 8 J=1,N
FIC(J)=0
DO 9 I=1,M
9 FIC(J)=FIC(J)+EST(I,J)
8 FIC(J)=FIC(J)/M
C EN ESTA SECCION SE CALCULAN LAS TENDENCIAS PARA CADA PERIODO
C
C A CONTINUACION SE CALCULAN LOS INDICES CICLICOS
C
J2=ENE
DO 13 I=1,M
DO 13 J=1,N
J2=J2+1
13 CI(I,J)=D(I,J)/(Y(J2)*FIC(J))
C
C EN ESTA SECCION SE ELIMINA EL RUIDO CON UN MOVIMIENTO MEDIO DE CINCO PERIODO
C
J1=0
DO 14 I=1,M
R=N-2
DO 15 J=3,R
RU=0
O=J-2
P1=J+2
L=J
DO 16 L=O,P1
CIN=CI(I,L)
16 RU=RU+CIN
J1=J1+1
RUIDO(I,J)=RU/5
X3(J1)=RUIDO(I,J)
15 CONTINUE
IF(I.EQ.N)GO TO 14
H=J
G=R-1
DO 17 H=G,N
RU=0
Z1=H
DO 18 Z1=H,N
CIN=CI(I,Z1)
18 RU=RU+CIN
U=4-N+H
I=I+1
H=H
DO 19 H=1,U
CIN=CI(I,U)
19 RU=RU+CIN

```

```

) I=I-1
) RUIDO(I,J)=RU/S
) JI=JI+1
) X3(JI)=RUIDO(I,J)
) 17 CONTINUE
) 14 CONTINUE
) ENE=ENE-4
) C
) C A CONTINUACION SE DETERMINAN LOS PARAMETROS NECESARIOS PARA UTILIZARLOS EN
) C LA SUBROUTINA SERIES DE FOURIER; ESTA SUBROUTINA SOLO PUEDE UTILIZAR UN MAXIM
) C DE 36 ELEMENTOS PARA SUS CALCULOS, POR LO QUE SE EMPLEAN UNICAMENTE LOS UL
) C TOS 36 VALORES QUE SE TIENEN.
) C
) C 22 EL RESTO DE LAS SUBROUTINAS EMPLEADAS EN EL PROGRAMA SON DE USO INTERNO D
) C LA SUBROUTINA SERIES DE FOURIER.
) C
) NONH=ENE
) ENE2=1
) IF(ENE.LE.36)GO TO 22
) ENE2=ENE-35
) NONH=36
) 22 JI=0
) DO 23 J=ENE2,ENE
) JI=JI+1
) 23 X2(JI)=X3(JI)*1000
) NONX=NONH+N+2
) IPER=N
) CALL SERIES DE FOURIER(X2,NONH,NONX,IPER,F)
) JI=0
) NONH=NONH+3
) DO 24 J=NONH,NONX
) JI=JI+1
) 24 ZE(JI)=F(JI)/1000
) I=N+1
) ENE=ENE+4
) NG(1)=ENE
) NG(2)=ENE+N
) NG(3)=N
) C
) C A PARTIR DE AQUI SE CALCULAN LOS PRONOSTICOS
) C
) ENE3=ENE
) DO 21 J=1,N
) ENE=ENE+1
) Z(J)=ENE
) TEND(I,J)=ACERO+AUNOSZ(J)
) JS=JS+1
) X(JS)=Z(J)
) Y(JS)=TEND(I,J)
) 21 PRO(J)=TEND(I,J)*FIC(J)*ZE(J)
) DO 25 J=1,N

```

```

J5=J5+1
ENE3=ENE3+1
K(J5)=ENE3
25 Y(J5)=PROX(J)
WRITE(12,101)
WRITE(12,102)*Z(J),J=1,N)
WRITE(12,110)
WRITE(12,113)*TEND(I,J),J=1,N)
WRITE(12,112)
WRITE(12,109)*ZE(J)J=1,N)
WRITE(12,108)
WRITE(12,109)*FIC(J),J=1,N)
WRITE(12,526)
WRITE(12,113)*PROX(J)J=1,N)
C
C LLAMADO A LA SUBROUTINA GRAFI CON LA CUAL SE GRAFICARAN LOS DATOS, LA TENDE
C CIA Y LOS PRONOSTICOS (ESTA SUBROUTINA FORMA PARTE DEL ARCHIVO UESP.LB QUE
C ENCUENTRA EN EL SISTEMA OPERATIVO DE LA UNIDAD DE COMPUTO DE LA FESC)
C
CALL GRAFI(X,Y,NG,3)
WRITE(12,99)
GO TO 39
39 CONTINUE
98 FORMAT(12F6.2)
99 FORMAT(//,10X,"#### DATOS",10X,"" TENDENCIA",10X,"#### PRONOSTICOS",/
100 FORMAT(2I2)
101 FORMAT(1NI,60X,"PERIODOS",//)
102 FORMAT(15X,12F6.2,//)
103 FORMAT(50X,"INDICE DE TENDENCIA",///,50X,"Y=",F10.3,"+",F10.3,"T",///)
104 FORMAT(15X,12F6.2,//)
105 FORMAT(1NI,60X,"DENANOS",//)
N(14)=36
106 FORMAT(35X,"INDICES ESTACIONALES PARA CADA PERIODO",///)
109 FORMAT(12X,12F6.3,///)
110 FORMAT(40X,"TENDENCIA PARA CADA PERIODO",///)
112 FORMAT(40X,"INDICES CICLICOS",///)
113 FORMAT(3X,12F10.3,///)
115 FORMAT(10X,///,"COEFICIENTE DE CORRELACION = ",F6.5,///)
526 FORMAT(//,50X,"PRONOSTICOS",///)
STOP
END
COMPILER DOUBLE PRECISION
SUBROUTINE SERIES DE FOURIER (X2,MONH,MONX,IPER,F)
DIMENSION A(195),ERROR(36),F(100),X(36),X2(36),Z(14,36)
DOUBLE PRECISION C(14,14)
C
C ESTA SUBROUTINA SE OBTUVO DEL LIBRO SISTEMAS DE PRODUCCION E INVENTARIO, BUF
C S. ELWOOD Y W. H. TAUBERT ED. LINUSA, 1981 Y SE EMPLEA PARA PROYECTAR LOS
C INDICES CICLICOS AJUSTANDOLES A LOS YA OBTENIDOS UNA CURVA DE LA FORMA
C  $F=A1+A2+A3\text{ENHNT}+A4\text{COSMT}+\dots+A9\text{SEHNT}+A10\text{COSNT}$ 
C

```



```

1 N=10
1 DO 1 J=1,MONH
1 X(J)=0.0
1 X(J)=X2(J)
1 PERIOD=IPER
1 IF(N.LT.4.OR.N.GT.14)GO TO 999
1 IF(MONH.LE.0.OR.MONH.GT.36)GO TO 999
1 IF(MONH.LE.0.OR.MONH.GT.100)GO TO 999
1 IF(N.LT.4)GO TO 999
1 IF(MONH.GT.36)GO TO 999
1 DO 100 K=1,MONH
1 T=K
1 Z(1,K)=1.0
1 Z(2,K)=T
1 YY=6.283185318T/PERIOD
1 XX=YY
1 Z(3,K)=SEN(XX)
1 Z(4,K)=COZ(XX)
1 IF(N.LT.6)GO TO 100
1 XX=YY*2.0
1 Z(5,K)=SEN(XX)
1 Z(6,K)=COZ(XX)
1 IF(N.LT.8)GO TO 100
1 XX=YY*3.0
1 Z(7,K)=SEN(XX)
1 Z(8,K)=COZ(XX)
1 IF(N.LT.10)GO TO 100
1 XX=YY*4.0
1 Z(9,K)=SEN(XX)
1 Z(10,K)=COZ(XX)
1 IF(N.LT.12)GO TO 100
1 XX=YY*5.0
1 Z(11,K)=SEN(XX)
1 Z(12,K)=COZ(XX)
1 IF(N.LT.14)GO TO 100
1 XX=YY*6.0
1 Z(13,K)=SEN(XX)
1 Z(14,K)=COZ(XX)
1 100 CONTINUE
1 DO 200 I=1,N
1 DO 200 J=1,N
1 SUM=0.0
1 DO 250 K=1,MONH
1 250 SUM=SUM+Z(I,K)*Z(J,K)
1 C(I,J)=SUM
1 200 CONTINUE
1 KOUNT=0
1 DO 105 I=1,N
1 DO 105 J=1,N
1 KOUNT=KOUNT+1
1 105 A(KOUNT)=C(I,J)

```

```

CALL INVERT(A,N,D)
IF(D.EQ.0.0)WRITE(12,904)
IF(D.EQ.0.0)GO TO 900
KOUNT=0
DO 205 I=1,N
DO 205 J=1,N
KOUNT=KOUNT+1
205 C(I,J)=A(KOUNT)
CALL FCST(C,A,ERROR,X,N,MON1,MON2,PERIOD,F)
GO TO 903
999 WRITE(12,900)
900 CONTINUE
904 FORMAT(///,"LA MATRIZ C ES SINGULAR (D=0.0) -PROGRAMA ABORTADO")
900 FORMAT(///," PARAMETROS DE CONTROL DE LA SUBROUTINA SERIES DE FOURIER FUER
IDE RANGO, EJECUCION TERMINADA")
RETURN
END
COMPILER DOUBLE PRECISION
SUBROUTINE INVERT(A,N,D)
DIMENSION A(196),L(196),M(196)
D=1.0
NK=-N
DO 80 K=1,N
NK=NK+K
L(K)=K
MK)=K
KK=NK+K
SIGA=A(KK)
DO 20 J=K,N
IZ=NB(J-1)
DO 20 I=K,N
IJ=IZ+1
IF(ABS(BIGA)-ABS(A(IJ)))15,20,20
15 BIGA=A(IJ)
L(K)=I
M(K)=J
20 CONTINUE
J=L(K)
IF(J-K)35,35,25
25 KI=K-N
DO 30 I=1,N
KI=KI+K
HOLD=A(KI)
JI=KI-K+J
A(KI)=A(JI)
30 A(JI)=HOLD
35 I=M(K)
IF(I-K)45,45,30
30 JP=NB(I-1)
DO 40 J=1,N
JK=NK+J

```

```

JI=JP+J
HOLD=A(JK)
AK(JK)=A(JI)
40 AK(JI)=HOLD
45 IF(BIGA)40,46,40
46 D=0.0
RETURN
48 DO 55 I=1,N
IF(I-K)50,55,50
50 IK=NK+I
A(IK)=A(IK)/(-BIGA)
55 CONTINUE
DO 65 I=1,N
IK=NK+I
HOLD=A(IK)
IJ=I-N
DO 63 J=1,N
IJ=IJ+N
IF(I-K)60,65,60
60 IF(J-K)62,65,62
62 KJ=IJ-I+K
A(IJ)=HOLD+A(KJ)+A(IJ)
65 CONTINUE
KJ=K-N
DO 75 J=1,N
KJ=KJ+N
IF(J-K)70,75,70
70 A(KJ)=A(KJ)/BIGA
75 CONTINUE
D=DOBIGA
A(KK)=1.0/BIGA
80 CONTINUE
K=N
100 K=K-1
IF(K)150,150,105
105 I=L(K)
IF(I-K)120,120,100
100 JB=NB(K-I)
JN=NB(I-I)
DO 110 J=1,N
JK=J0+J
HOLD=A(JK)
JI=J0+J
A(JK)=-A(JI)
110 AK(JI)=HOLD
120 J=M(K)
IF(J-K)100,100,125
125 KI=K-N
DO 130 I=1,N
KI=KI+N
HOLD=A(KI)

```

```

J I=KI-K+J
A(KI)=-A(J)
130 A(JI)=HOLD
GO TO 100
150 RETURN
END
COMPILER DOUBLE PRECISION
SUBROUTINE FCST(C,A,ERROR,X,N,MONH,MONX,PERIOD,F)
DIMENSION LINE(50),NCLASS(50),NHEAD(6),X(36),C(14,14)
DIMENSION B(14),G(14),F(100),ERROR(36),A(196)
DO 100 I=1,N
G(I)=0.0
100 B(I)=0.0
DO 110 I=1,MONH
T=I
G(1)=G(1)+X(I)
G(2)=G(2)+X(I)*Y
YY=6.283185318T/PERIOD
XX=YY
G(3)=G(3)+X(I)*SEN(XX)
G(4)=G(4)+X(I)*COZ(XX)
IF(N.LT.6) GO TO 110
XX=YY*2.0
G(5)=G(5)+X(I)*SEN(XX)
G(6)=G(6)+X(I)*COZ(XX)
IF(N.LT.8) GO TO 110
XX=YY*3.0
G(7)=G(7)+X(I)*SEN(XX)
G(8)=G(8)+X(I)*COZ(XX)
IF(N.LT.10) GO TO 110
XX=YY*4.0
G(9)=G(9)+X(I)*SEN(XX)
G(10)=G(10)+X(I)*COZ(XX)
IF(N.LT.12) GO TO 110
XX=YY*5.0
G(11)=G(11)+X(I)*SEN(XX)
G(12)=G(12)+X(I)*COZ(XX)
IF(N.LT.14) GO TO 110
XX=YY*6.0
G(13)=G(13)+X(I)*SEN(XX)
G(14)=G(14)+X(I)*COZ(XX)
110 CONTINUE
DO 120 I=1,N
DO 120 J=1,N
120 B(I)=B(I)+C(I,J)*G(J)
DO 310 I=1,MONX
T=I
YY=6.283185318T/PERIOD
XX=YY
F(I)=B(1)+B(2)*T
F(I)=F(I)+B(3)*SEN(XX)+B(4)*COZ(XX)

```

```

) IF(N.LT.6) GO TO 310
) XX=YY22.0
) F(I)=F(I)+B(5)*SEN(XX)+B(6)*COZ(XX)
) IF(N.LT.8) GO TO 310
) XX=YY23.0
) F(I)=F(I)+B(7)*SEN(XX)+B(8)*COZ(XX)
) IF(N.LT.10) GO TO 310
) XX=YY24.0
) F(I)=F(I)+B(9)*SEN(XX)+B(10)*COZ(XX)
) IF(N.LT.12) GO TO 310
) XX=YY25.0
) F(I)=F(I)+B(11)*SEN(XX)+B(12)*COZ(XX)
) IF(N.LT.14) GO TO 310
) XX=YY26.0
) F(I)=F(I)+B(13)*SEN(XX)+B(14)*COZ(XX)
) 310 CONTINUE
) JBLANK=" "
) JSTAR="* "
) JPLUS="+ "
) JEQUAL="= "
) UMIN=2.02215-1
) UMAX=-UMIN
) DO 400 I=1,NONK
) IF(F(I).GT.UMAX)UMAX=F(I)
) IF(F(I).LT.UMIN)UMIN=F(I)
) IF(I.GT.NONK) GO TO 400
) IF(X(I).GT.UMAX) UMAX=X(I)
) IF(X(I).LT.UMIN) UMIN=X(I)
) 400 CONTINUE
) IUMIN=UMIN+.5
) IUMAX=UMAX+.5
) CI=ABS((UMAX-UMIN)/49.0)
) JINT=CI+.999
) KINT=JINT
) DO 405 I=1,10
) INULT=I-1
) JTEST=KINT/10
) IF(JTEST.LE.0)GO TO 410
) 405 KINT=JTEST
) 410 IF(KINT-1)411,411,412
) 411 JSCALE=1
) GO TO 420
) 412 IF(KINT-2)413,413,413
) 413 JSCALE=2
) GO TO 420
) 415 IF(KINT-5)416,416,417
) 416 JSCALE=5
) GO TO 420
) 417 JSCALE=10
) 420 HCI=JSCALE*(10**INULT)
) HINIT=0

```

```

DO 425 I=1.50
NIMIT=NIMIT+NCI
IF(NIMIT.GE.IUMIN)GO TO 430
425 CONTINUE
430 HSTART=NIMIT-NCI
HEND=HSTART+500NCI
IF(IUMAX.LE.HEND)GO TO 440
IF(JSCALE.EQ.20)JSCALE=50
IF(JSCALE.EQ.10)JSCALE=20
IF(JSCALE.EQ.5) JSCALE=10
IF(JSCALE.EQ.2) JSCALE=5
IF(JSCALE.EQ.1) JSCALE=2
GO TO 420
440 CONTINUE
WRITE(12,950)
WRITE(12,951)
HUAL=HSTART
DO 450 I=1.6
HHEAD(I)=HUAL
450 HUAL=HUAL+100NCI
WRITE(12,952)(HHEAD(I),I=1.6)
WRITE(12,953)
HUAL=HSTART
DO 455 I=1.50
HUAL=HUAL+NCI
455 HCLASS(I)=HUAL
DO 500 I=1.MONX
IF1=F(I)+.5
RIF=IF1
IF(I.GT.MONH)GO TO 601
IX=X(I)+.5
RIX=IX
IE=IX-IF1
RIE=IE
ERROR(I)=X(I)-F(I)
601 DO 501 J=1.50
501 LINE(J)=JBLANK
IF(MOD(I,5))516,514,516
514 DO 515 J=5.50,5
515 LINE(J)=JPLUS
516 CONTINUE
IF(I.GT.MONH)GO TO 505
DO 502 J=1.50
JSAVE=J
IF(IX.LE.HCLASS(J))GO TO 503
502 CONTINUE
GO TO 505
503 LINE(JSAVE)=JSTAR
505 DO 506 J=1.50
JSAVE=J
IF(IFI.LE.HCLASS(J))GO TO 507

```

```

: 506 CONTINUE
:   GO TO 510
: 507 LINE(JSAVE)=JEQUAL
: 510 CONTINUE
:   IF(I.LE.NOMN)WRITE(12,954)I,IX,IF1,IE,I,LINE
:   IF(I.GT.NOMN)WRITE(12,955)I,IF1,I,LINE
: 500 CONTINUE
:   DO 600 I=1,NOMN
: 600 A(I)=ERROR(I)
: 950 FORMAT(1H1,///," CURVA DE INDICES CICLICOS ",/,2X,25(1H-))
: 951 FORMAT(/," INDICE      REAL      VALOR      ERROR",
: 125X,"#####",10X,"====AJUSTE")
: 952 FORMAT(" NO.          AJUSTADO",15X,6(3X,F7.0))
: 953 FORMAT(53X,"+",10("----+"))
: 954 FORMAT(14,112,112,112,10X,13,1H+,50A1)
: 955 FORMAT(14,12X,112,22X,13,1H+,50A1)
:   RETURN
:   END

```

```

: C
: C   TANTO ESTA SUBROUTINA COMO LA SUBROUTINA SEN FUERON IMPLEMENTADAS PARA EVITA
: C   LOS PROBLEMAS DERIVADOS DE L HECHO DE QUE LOS ARGUMENTOS PARA LAS FUNCIONES
: C   SIN Y COS SEAN DEMASIADO GRANDES , REDUCIENDOLOS A VALORES ENTRE 0 Y 360 GR
: C   DOS.
: C

```

```

:   DOUBLE PRECISION FUNCTION COZ(X)
:   DOUBLE PRECISION X,DPI
:   DPI=2*3.1415926
:   IF(X.LE.DPI)GO TO 10
:   X=DNOD(X,DPI)
: 10 COZ=DCOS(X)
:   RETURN
:   END
:   DOUBLE PRECISION FUNCTION SEN(X)
:   DOUBLE PRECISION X,DPI
:   DPI=2*3.1415926
:   IF(X.LE.DPI)GO TO 10
:   X=DNOD(X,DPI)
: 10 SEN=DSIN(X)
:   RETURN
:   END

```

## **APENDICE ... B**

**Solución del problema propuesto como ejemplo en el  
Capítulo VI haciendo uso del paquete Tempo.**

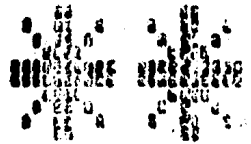




UNAM

UNAM

UNAM



431517

DATE: OCT 28, 1983 11:46:02, SYSTEM SERIAL: 212, B780C PCPS SYSTEM/PCP, 33,320,2327

WORK FLOW STATEMENTS

```

00000100 180011 JOB 600TUSER=ANNU;CLASS=3
00000200 180012 180013 180014 180015 180016 180017 180018 180019 180020
00000300 180021 180022 180023 180024 180025 180026 180027 180028 180029 180030
00000400 180031 180032 180033 180034 180035 180036 180037 180038 180039 180040
00000500 180041 180042 180043 180044 180045 180046 180047 180048 180049 180050
00000600 180051 180052 180053 180054 180055 180056 180057 180058 180059 180060
00000700 180061 180062 180063 180064 180065 180066 180067 180068 180069 180070
00000800 180071 180072 180073 180074 180075 180076 180077 180078 180079 180080
00000900 180081 180082 180083 180084 180085 180086 180087 180088 180089 180090
00001000 180091 180092 180093 180094 180095 180096 180097 180098 180099 180100
00001100 180101 180102 180103 180104 180105 180106 180107 180108 180109 180110
00001200 180111 180112 180113 180114 180115 180116 180117 180118 180119 180120
00001300 180121 180122 180123 180124 180125 180126 180127 180128 180129 180130
00001400 180131 180132 180133 180134 180135 180136 180137 180138 180139 180140
00001500 180141 180142 180143 180144 180145 180146 180147 180148 180149 180150
00001600 180151 180152 180153 180154 180155 180156 180157 180158 180159 180160
00001700 180161 180162 180163 180164 180165 180166 180167 180168 180169 180170
00001800 180171 180172 180173 180174 180175 180176 180177 180178 180179 180180
00001900 180181 180182 180183 180184 180185 180186 180187 180188 180189 180190
00002000 180191 180192 180193 180194 180195 180196 180197 180198 180199 180200
00002100 180201 180202 180203 180204 180205 180206 180207 180208 180209 180210
00002200 180211 180212 180213 180214 180215 180216 180217 180218 180219 180220
00002300 180221 180222 180223 180224 180225 180226 180227 180228 180229 180230
00002400 180231 180232 180233 180234 180235 180236 180237 180238 180239 180240
00002500 180241 180242 180243 180244 180245 180246 180247 180248 180249 180250
00002600 180251 180252 180253 180254 180255 180256 180257 180258 180259 180260
00002700 180261 180262 180263 180264 180265 180266 180267 180268 180269 180270
00002800 180271 180272 180273 180274 180275 180276 180277 180278 180279 180280
00002900 180281 180282 180283 180284 180285 180286 180287 180288 180289 180290
00003000 180291 180292 180293 180294 180295 180296 180297 180298 180299 180300
00003100 180301 180302 180303 180304 180305 180306 180307 180308 180309 180310
00003200 180311 180312 180313 180314 180315 180316 180317 180318 180319 180320
00003300 180321 180322 180323 180324 180325 180326 180327 180328 180329 180330
00003400 180331 180332 180333 180334 180335 180336 180337 180338 180339 180340
00003500 180341 180342 180343 180344 180345 180346 180347 180348 180349 180350
00003600 180351 180352 180353 180354 180355 180356 180357 180358 180359 180360
00003700 180361 180362 180363 180364 180365 180366 180367 180368 180369 180370
00003800 180371 180372 180373 180374 180375 180376 180377 180378 180379 180380
00003900 180381 180382 180383 180384 180385 180386 180387 180388 180389 180390
00004000 180391 180392 180393 180394 180395 180396 180397 180398 180399 180400
00004100 180401 180402 180403 180404 180405 180406 180407 180408 180409 180410
00004200 180411 180412 180413 180414 180415 180416 180417 180418 180419 180420
00004300 180421 180422 180423 180424 180425 180426 180427 180428 180429 180430
00004400 180431 180432 180433 180434 180435 180436 180437 180438 180439 180440
00004500 180441 180442 180443 180444 180445 180446 180447 180448 180449 180450
00004600 180451 180452 180453 180454 180455 180456 180457 180458 180459 180460
00004700 180461 180462 180463 180464 180465 180466 180467 180468 180469 180470
00004800 180471 180472 180473 180474 180475 180476 180477 180478 180479 180480
00004900 180481 180482 180483 180484 180485 180486 180487 180488 180489 180490
00005000 180491 180492 180493 180494 180495 180496 180497 180498 180499 180500
00005100 180501 180502 180503 180504 180505 180506 180507 180508 180509 180510
00005200 180511 180512 180513 180514 180515 180516 180517 180518 180519 180520
00005300 180521 180522 180523 180524 180525 180526 180527 180528 180529 180530
00005400 180531 180532 180533 180534 180535 180536 180537 180538 180539 180540
00005500 180541 180542 180543 180544 180545 180546 180547 180548 180549 180550
00005600 180551 180552 180553 180554 180555 180556 180557 180558 180559 180560
00005700 180561 180562 180563 180564 180565 180566 180567 180568 180569 180570
00005800 180571 180572 180573 180574 180575 180576 180577 180578 180579 180580
00005900 180581 180582 180583 180584 180585 180586 180587 180588 180589 180590
00006000 180591 180592 180593 180594 180595 180596 180597 180598 180599 180600
00006100 180601 180602 180603 180604 180605 180606 180607 180608 180609 180610
00006200 180611 180612 180613 180614 180615 180616 180617 180618 180619 180620
00006300 180621 180622 180623 180624 180625 180626 180627 180628 180629 180630
00006400 180631 180632 180633 180634 180635 180636 180637 180638 180639 180640
00006500 180641 180642 180643 180644 180645 180646 180647 180648 180649 180650
00006600 180651 180652 180653 180654 180655 180656 180657 180658 180659 180660
00006700 180661 180662 180663 180664 180665 180666 180667 180668 180669 180670
00006800 180671 180672 180673 180674 180675 180676 180677 180678 180679 180680
00006900 180681 180682 180683 180684 180685 180686 180687 180688 180689 180690
00007000 180691 180692 180693 180694 180695 180696 180697 180698 180699 180700
00007100 180701 180702 180703 180704 180705 180706 180707 180708 180709 180710
00007200 180711 180712 180713 180714 180715 180716 180717 180718 180719 180720
00007300 180721 180722 180723 180724 180725 180726 180727 180728 180729 180730
00007400 180731 180732 180733 180734 180735 180736 180737 180738 180739 180740
00007500 180741 180742 180743 180744 180745 180746 180747 180748 180749 180750
00007600 180751 180752 180753 180754 180755 180756 180757 180758 180759 180760
00007700 180761 180762 180763 180764 180765 180766 180767 180768 180769 180770
00007800 180771 180772 180773 180774 180775 180776 180777 180778 180779 180780
00007900 180781 180782 180783 180784 180785 180786 180787 180788 180789 180790
00008000 180791 180792 180793 180794 180795 180796 180797 180798 180799 180800
00008100 180801 180802 180803 180804 180805 180806 180807 180808 180809 180810
00008200 180811 180812 180813 180814 180815 180816 180817 180818 180819 180820
00008300 180821 180822 180823 180824 180825 180826 180827 180828 180829 180830
00008400 180831 180832 180833 180834 180835 180836 180837 180838 180839 180840
00008500 180841 180842 180843 180844 180845 180846 180847 180848 180849 180850
00008600 180851 180852 180853 180854 180855 180856 180857 180858 180859 180860
00008700 180861 180862 180863 180864 180865 180866 180867 180868 180869 180870
00008800 180871 180872 180873 180874 180875 180876 180877 180878 180879 180880
00008900 180881 180882 180883 180884 180885 180886 180887 180888 180889 180890
00009000 180891 180892 180893 180894 180895 180896 180897 180898 180899 180900
00009100 180901 180902 180903 180904 180905 180906 180907 180908 180909 180910
00009200 180911 180912 180913 180914 180915 180916 180917 180918 180919 180920
00009300 180921 180922 180923 180924 180925 180926 180927 180928 180929 180930
00009400 180931 180932 180933 180934 180935 180936 180937 180938 180939 180940
00009500 180941 180942 180943 180944 180945 180946 180947 180948 180949 180950
00009600 180951 180952 180953 180954 180955 180956 180957 180958 180959 180960
00009700 180961 180962 180963 180964 180965 180966 180967 180968 180969 180970
00009800 180971 180972 180973 180974 180975 180976 180977 180978 180979 180980
00009900 180981 180982 180983 180984 180985 180986 180987 180988 180989 180990
00010000 180991 180992 180993 180994 180995 180996 180997 180998 180999 181000

```

JCF SUMMARY

OCT 28 1983 11:22:07  
 80J 3444 RJST  
 AND ENTERED SYSTEM: OCT 28, 1983 11:22:07 FROM WFL 33,320  
 ORIGINATING UNIT: 10  
 PRIORITY: 50  
 USE PCDS: 1980





020550Z MAR 72 000

ROOT

PAGE 1

1072 / 8



INPUT TIME--PROCESSOR = 0.01 SLAPS = 0.01

INPUT = ROOT

1--ROW SECTION

2--COLUMN SECTION

3--ROW SECTION

ALL INPUT ROOT ENTERED ON INPUT (OR ISOLP)































67882 720.000

ROOT

PAGE 15

10/2



Vertical text on the left side of the page, possibly a page number or document identifier.

7	UNC	CEJ	100	00000	R19	1.00000
8	C	CEJ	120	00000	R19	1.00000
9	C	CEJ	140	00000	R19	1.00000
10	C	CEJ	160	00000	R20	1.00000
11	C	CEJ	180	00000	R20	1.00000
12	C	CEJ	200	00000	R20	1.00000
13	C	CEJ	220	00000	R20	1.00000
14	C	CEJ	240	00000	R20	1.00000
15	C	CEJ	260	00000	R20	1.00000
16	C	CEJ	280	00000	R20	1.00000
17	C	CEJ	300	00000	R20	1.00000
18	C	CEJ	320	00000	R20	1.00000
19	C	CEJ	340	00000	R20	1.00000
20	C	CEJ	360	00000	R20	1.00000
21	C	CEJ	380	00000	R20	1.00000
22	C	CEJ	400	00000	R20	1.00000
23	C	CEJ	420	00000	R20	1.00000
24	C	CEJ	440	00000	R20	1.00000
25	C	CEJ	460	00000	R20	1.00000
26	C	CEJ	480	00000	R20	1.00000
27	C	CEJ	500	00000	R20	1.00000
28	C	CEJ	520	00000	R20	1.00000
29	C	CEJ	540	00000	R20	1.00000
30	C	CEJ	560	00000	R20	1.00000
31	C	CEJ	580	00000	R20	1.00000
32	C	CEJ	600	00000	R20	1.00000
33	C	CEJ	620	00000	R20	1.00000
34	C	CEJ	640	00000	R20	1.00000
35	C	CEJ	660	00000	R20	1.00000
36	C	CEJ	680	00000	R20	1.00000
37	C	CEJ	700	00000	R20	1.00000
38	C	CEJ	720	00000	R20	1.00000
39	C	CEJ	740	00000	R20	1.00000
40	C	CEJ	760	00000	R20	1.00000
41	C	CEJ	780	00000	R20	1.00000
42	C	CEJ	800	00000	R20	1.00000
43	C	CEJ	820	00000	R20	1.00000
44	C	CEJ	840	00000	R20	1.00000
45	C	CEJ	860	00000	R20	1.00000
46	C	CEJ	880	00000	R20	1.00000
47	C	CEJ	900	00000	R20	1.00000
48	C	CEJ	920	00000	R20	1.00000
49	C	CEJ	940	00000	R20	1.00000
50	C	CEJ	960	00000	R20	1.00000
51	C	CEJ	980	00000	R20	1.00000
52	C	CEJ	1000	00000	R20	1.00000
53	C	CEJ	1020	00000	R20	1.00000
54	C	CEJ	1040	00000	R20	1.00000
55	C	CEJ	1060	00000	R20	1.00000
56	C	CEJ	1080	00000	R20	1.00000
57	C	CEJ	1100	00000	R20	1.00000
58	C	CEJ	1120	00000	R20	1.00000
59	C	CEJ	1140	00000	R20	1.00000
60	C	CEJ	1160	00000	R20	1.00000
61	C	CEJ	1180	00000	R20	1.00000
62	C	CEJ	1200	00000	R20	1.00000
63	C	CEJ	1220	00000	R20	1.00000
64	C	CEJ	1240	00000	R20	1.00000
65	C	CEJ	1260	00000	R20	1.00000
66	C	CEJ	1280	00000	R20	1.00000
67	C	CEJ	1300	00000	R20	1.00000
68	C	CEJ	1320	00000	R20	1.00000
69	C	CEJ	1340	00000	R20	1.00000
70	C	CEJ	1360	00000	R20	1.00000
71	C	CEJ	1380	00000	R20	1.00000
72	C	CEJ	1400	00000	R20	1.00000
73	C	CEJ	1420	00000	R20	1.00000
74	C	CEJ	1440	00000	R20	1.00000
75	C	CEJ	1460	00000	R20	1.00000
76	C	CEJ	1480	00000	R20	1.00000
77	C	CEJ	1500	00000	R20	1.00000
78	C	CEJ	1520	00000	R20	1.00000
79	C	CEJ	1540	00000	R20	1.00000
80	C	CEJ	1560	00000	R20	1.00000
81	C	CEJ	1580	00000	R20	1.00000
82	C	CEJ	1600	00000	R20	1.00000
83	C	CEJ	1620	00000	R20	1.00000
84	C	CEJ	1640	00000	R20	1.00000
85	C	CEJ	1660	00000	R20	1.00000
86	C	CEJ	1680	00000	R20	1.00000
87	C	CEJ	1700	00000	R20	1.00000
88	C	CEJ	1720	00000	R20	1.00000
89	C	CEJ	1740	00000	R20	1.00000
90	C	CEJ	1760	00000	R20	1.00000
91	C	CEJ	1780	00000	R20	1.00000
92	C	CEJ	1800	00000	R20	1.00000
93	C	CEJ	1820	00000	R20	1.00000
94	C	CEJ	1840	00000	R20	1.00000
95	C	CEJ	1860	00000	R20	1.00000
96	C	CEJ	1880	00000	R20	1.00000
97	C	CEJ	1900	00000	R20	1.00000
98	C	CEJ	1920	00000	R20	1.00000
99	C	CEJ	1940	00000	R20	1.00000
100	C	CEJ	1960	00000	R20	1.00000
101	C	CEJ	1980	00000	R20	1.00000
102	C	CEJ	2000	00000	R20	1.00000
103	C	CEJ	2020	00000	R20	1.00000
104	C	CEJ	2040	00000	R20	1.00000
105	C	CEJ	2060	00000	R20	1.00000
106	C	CEJ	2080	00000	R20	1.00000
107	C	CEJ	2100	00000	R20	1.00000
108	C	CEJ	2120	00000	R20	1.00000
109	C	CEJ	2140	00000	R20	1.00000
110	C	CEJ	2160	00000	R20	1.00000
111	C	CEJ	2180	00000	R20	1.00000
112	C	CEJ	2200	00000	R20	1.00000
113	C	CEJ	2220	00000	R20	1.00000
114	C	CEJ	2240	00000	R20	1.00000
115	C	CEJ	2260	00000	R20	1.00000
116	C	CEJ	2280	00000	R20	1.00000
117	C	CEJ	2300	00000	R20	1.00000
118	C	CEJ	2320	00000	R20	1.00000
119	C	CEJ	2340	00000	R20	1.00000
120	C	CEJ	2360	00000	R20	1.00000
121	C	CEJ	2380	00000	R20	1.00000
122	C	CEJ	2400	00000	R20	1.00000
123	C	CEJ	2420	00000	R20	1.00000
124	C	CEJ	2440	00000	R20	1.00000
125	C	CEJ	2460	00000	R20	1.00000
126	C	CEJ	2480	00000	R20	1.00000
127	C	CEJ	2500	00000	R20	1.00000
128	C	CEJ	2520	00000	R20	1.00000
129	C	CEJ	2540	00000	R20	1.00000
130	C	CEJ	2560	00000	R20	1.00000
131	C	CEJ	2580	00000	R20	1.00000
132	C	CEJ	2600	00000	R20	1.00000
133	C	CEJ	2620	00000	R20	1.00000
134	C	CEJ	2640	00000	R20	1.00000
135	C	CEJ	2660	00000	R20	1.00000
136	C	CEJ	2680	00000	R20	1.00000
137	C	CEJ	2700	00000	R20	1.00000
138	C	CEJ	2720	00000	R20	1.00000
139	C	CEJ	2740	00000	R20	1.00000
140	C	CEJ	2760	00000	R20	1.00000
141	C	CEJ	2780	00000	R20	1.00000
142	C	CEJ	2800	00000	R20	1.00000
143	C	CEJ	2820	00000	R20	1.00000
144	C	CEJ	2840	00000	R20	1.00000
145	C	CEJ	2860	00000	R20	1.00000
146	C	CEJ	2880	00000	R20	1.00000
147	C	CEJ	2900	00000	R20	1.00000
148	C	CEJ	2920	00000	R20	1.00000
149	C	CEJ	2940	00000	R20	1.00000
150	C	CEJ	2960	00000	R20	1.00000
151	C	CEJ	2980	00000	R20	1.00000
152	C	CEJ	3000	00000	R20	1.00000
153	C	CEJ	3020	00000	R20	1.00000
154	C	CEJ	3040	00000	R20	1.00000
155	C	CEJ	3060	00000	R20	1.00000
156	C	CEJ	3080	00000	R20	1.00000
157	C	CEJ	3100	00000	R20	1.00000
158	C	CEJ	3120	00000	R20	1.00000
159	C	CEJ	3140	00000	R20	1.00000
160	C	CEJ	3160	00000	R20	1.00000
161	C	CEJ	3180	00000	R20	1.00000
162	C	CEJ	3200	00000	R20	1.00000
163	C	CEJ	3220	00000	R20	1.00000
164	C	CEJ	3240	00000	R20	1.00000
165	C	CEJ	3260	00000	R20	1.00000
166	C	CEJ	3280	00000	R20	1.00000
167	C	CEJ	3300	00000	R20	1.00000
168	C	CEJ	3320	00000	R20	1.00000
169	C	CEJ	3340	00000	R20	1.00000
170	C	CEJ	3360	00000	R20	1.00000
171	C	CEJ	3380	00000	R20	1.00000
172	C	CEJ	3400	00000	R20	1.00000
173	C	CEJ	3420	00000	R20	1.00000
174	C	CEJ	3440	00000	R20	1.00000
175	C	CEJ	3460	00000	R20	1.00000
176	C	CEJ	3480	00000	R20	1.00000
177	C	CEJ	3500	00000	R20	1.00000
178	C	CEJ	3520	00000	R20	1.00000
179	C	CEJ	3540	00000	R20	1.00000
180	C	CEJ	3560	00000	R20	1.00000
181	C	CEJ	3580	00000	R20	1.00000
182	C	CEJ	3600	00000	R20	1.00000
183	C	CEJ	3620	00000	R20	1.00000
184	C	CEJ	3640	00000	R20	1.00000
185	C	CEJ	3660	00000	R20	1.00000
186	C	CEJ	3680	00000	R20	1.00000
187	C	CEJ	3700	00000	R20	1.00000
188	C	CEJ	3720	00000	R20	1.00000
189	C	CEJ	3740	00000	R20	1.00000
190	C	CEJ	3760	00000	R20	1.00000
191	C	CEJ	3780	00000	R20	1.00000
192	C	CEJ	3800	00000	R20	1.00000
193	C	CEJ	3820	00000	R20	1.00000
194	C	CEJ	3840	00000	R20	1.00000
195	C	CEJ	3860	00000	R20	1.00000
196	C	CEJ	3880	00000	R20	1.00000
197	C	CEJ	3900	00000	R20	1.00000
198	C	CEJ	3920	00000	R20	1.00000
199	C	CEJ	3940	00000	R20	1.00000
200	C	CEJ	39			







67800 TIME 59.720.000

ROOT

PAGE 19

10/2 / 8



PREPBL TIME--PROCESSOR = 0.06 ELAPSED = 0.59  
 PROBLEM MODIFIED TO :  
 UNCLAMPED NUMBER OF ELEMENTS = 1012  
 FIXED DENSITY EXCLUDING ROBS = 32.45 PERCENT  
 BOUNDED NORMAL

BALANC TYPE--PROCESSOR = 0.07 ELAPSED = 0.62  
 \*\*\*MATRIX SCALED\*\*\*

CRASH TYPE--PROCESSOR = 0.07 ELAPSED = 0.63

INVERT TYPE--PROCESSOR = 0.07 ELAPSED = 0.64

CURRENT INVERSE : ETA RECORDS = 37  
 CURRENT BASIS : PRIORITY = 10  
 STRUCTURALS = 6  
 ELEMENTS = 39  
 SLACKS = 0.00000

AT START  
 NUMBER OF INFLAS = 13  
 SUP OF INFLAS = -7900.00000

PASS1 TYPE--PROCESSOR = 0.07 ELAPSED = 0.65

AFTER PASS1  
 NUMBER OF INFLAS = -3600.00000

COMPLETED

PREPBL TIME--PROCESSOR = 0.08 ELAPSED = 0.67

ITERATION	VECTOR	FUNCTION	REDUCED	VECTOR	VECTOR	FUNCTION
TYPE	NUMBER	VALUE	ERROR	IN	OUT	VALUE
1	1	-3374.0000	100	33	33	334000.00000
2	2	-3374.0000	23	33	33	334000.00000
3	3	-3374.0000	23	33	33	334000.00000

080908M9.720.000

ROOT

PAGE 20 10/2



ITERATION TYPE NUMBER	NUMBER INVERT	SUM OF INFLAS	NUMBER NEG	REDUCED COST	PIVOT INDEX	VECTOR OUT	VECTOR IN	FUNCTION VALUE
P	1	0.000000	1	0.000000	1	0.000000	0.000000	0.000000
P	2	0.000000	2	0.000000	2	0.000000	0.000000	0.000000
P	3	0.000000	3	0.000000	3	0.000000	0.000000	0.000000
P	4	0.000000	4	0.000000	4	0.000000	0.000000	0.000000
P	5	0.000000	5	0.000000	5	0.000000	0.000000	0.000000
P	6	0.000000	6	0.000000	6	0.000000	0.000000	0.000000
P	7	0.000000	7	0.000000	7	0.000000	0.000000	0.000000
P	8	0.000000	8	0.000000	8	0.000000	0.000000	0.000000
P	9	0.000000	9	0.000000	9	0.000000	0.000000	0.000000
P	10	0.000000	10	0.000000	10	0.000000	0.000000	0.000000
P	11	0.000000	11	0.000000	11	0.000000	0.000000	0.000000
P	12	0.000000	12	0.000000	12	0.000000	0.000000	0.000000
P	13	0.000000	13	0.000000	13	0.000000	0.000000	0.000000
P	14	0.000000	14	0.000000	14	0.000000	0.000000	0.000000
P	15	0.000000	15	0.000000	15	0.000000	0.000000	0.000000
P	16	0.000000	16	0.000000	16	0.000000	0.000000	0.000000
P	17	0.000000	17	0.000000	17	0.000000	0.000000	0.000000
P	18	0.000000	18	0.000000	18	0.000000	0.000000	0.000000
P	19	0.000000	19	0.000000	19	0.000000	0.000000	0.000000
P	20	0.000000	20	0.000000	20	0.000000	0.000000	0.000000

INVERT TIME--PROCESSOR = 0.08 CLAPSD = 0.69  
 CURRENT APPROX : QUALITY = 20.00 ETA RECOVER = 1.00 MAX VECTORS = 20. ELEMENTS = 00.  
 NEW INFLAS : FUNCTION VALUE = 1224000.000000 IP INKS = 0.00 C. ELEMENTS = 00.

FRSPAL TIME--PROCESSOR = 0.09 CLAPSD = 0.70

ITERATION TYPE NUMBER	NUMBER INVERT	SUM OF INFLAS	NUMBER NEG	REDUCED COST	PIVOT INDEX	VECTOR OUT	VECTOR IN	FUNCTION VALUE
P	1	0.000000	1	0.000000	1	0.000000	0.000000	0.000000
P	2	0.000000	2	0.000000	2	0.000000	0.000000	0.000000
P	3	0.000000	3	0.000000	3	0.000000	0.000000	0.000000
P	4	0.000000	4	0.000000	4	0.000000	0.000000	0.000000
P	5	0.000000	5	0.000000	5	0.000000	0.000000	0.000000
P	6	0.000000	6	0.000000	6	0.000000	0.000000	0.000000
P	7	0.000000	7	0.000000	7	0.000000	0.000000	0.000000
P	8	0.000000	8	0.000000	8	0.000000	0.000000	0.000000
P	9	0.000000	9	0.000000	9	0.000000	0.000000	0.000000
P	10	0.000000	10	0.000000	10	0.000000	0.000000	0.000000
P	11	0.000000	11	0.000000	11	0.000000	0.000000	0.000000
P	12	0.000000	12	0.000000	12	0.000000	0.000000	0.000000
P	13	0.000000	13	0.000000	13	0.000000	0.000000	0.000000
P	14	0.000000	14	0.000000	14	0.000000	0.000000	0.000000
P	15	0.000000	15	0.000000	15	0.000000	0.000000	0.000000
P	16	0.000000	16	0.000000	16	0.000000	0.000000	0.000000
P	17	0.000000	17	0.000000	17	0.000000	0.000000	0.000000
P	18	0.000000	18	0.000000	18	0.000000	0.000000	0.000000
P	19	0.000000	19	0.000000	19	0.000000	0.000000	0.000000
P	20	0.000000	20	0.000000	20	0.000000	0.000000	0.000000

SOLUTION FEASIBLE

INVERT TIME--PROCESSOR = 0.09 CLAPSD = 0.70  
 CURRENT APPROX : QUALITY = 20.00 ETA RECOVER = 1.00 MAX VECTORS = 20. ELEMENTS = 00.  
 NEW INFLAS : FUNCTION VALUE = 2903700.000000 IP INKS = 0.00 C. ELEMENTS = 00.

FRSPAL TIME--PROCESSOR = 0.09 CLAPSD = 0.71

ITERATION TYPE NUMBER	NUMBER INVERT	SUM OF INFLAS	NUMBER NEG	REDUCED COST	PIVOT INDEX	VECTOR OUT	VECTOR IN	FUNCTION VALUE
P	1	0.000000	1	0.000000	1	0.000000	0.000000	0.000000
P	2	0.000000	2	0.000000	2	0.000000	0.000000	0.000000
P	3	0.000000	3	0.000000	3	0.000000	0.000000	0.000000
P	4	0.000000	4	0.000000	4	0.000000	0.000000	0.000000
P	5	0.000000	5	0.000000	5	0.000000	0.000000	0.000000
P	6	0.000000	6	0.000000	6	0.000000	0.000000	0.000000
P	7	0.000000	7	0.000000	7	0.000000	0.000000	0.000000
P	8	0.000000	8	0.000000	8	0.000000	0.000000	0.000000
P	9	0.000000	9	0.000000	9	0.000000	0.000000	0.000000
P	10	0.000000	10	0.000000	10	0.000000	0.000000	0.000000
P	11	0.000000	11	0.000000	11	0.000000	0.000000	0.000000
P	12	0.000000	12	0.000000	12	0.000000	0.000000	0.000000
P	13	0.000000	13	0.000000	13	0.000000	0.000000	0.000000
P	14	0.000000	14	0.000000	14	0.000000	0.000000	0.000000
P	15	0.000000	15	0.000000	15	0.000000	0.000000	0.000000
P	16	0.000000	16	0.000000	16	0.000000	0.000000	0.000000
P	17	0.000000	17	0.000000	17	0.000000	0.000000	0.000000
P	18	0.000000	18	0.000000	18	0.000000	0.000000	0.000000
P	19	0.000000	19	0.000000	19	0.000000	0.000000	0.000000
P	20	0.000000	20	0.000000	20	0.000000	0.000000	0.000000

4315





02000159.720,000

ROOT

PAGE 22 10/2



ITERATION	NUMBER	SUM OF	NUMBER	REDUCED	PIVOT	VECTOR	VECTOR	FUNCTION
TYPE	INFEAS	INFLAS	NEG	COEFF	INDEX	OUT	IN	VALUE
				00000000		330	330	00000000
				00000000		330	330	00000000

INVERSION DUE TO CHECK CONTROL

INVERT TIME--PROCESSOR = 0.11 ELAPSED = 0.74

CURRENT INVERSE | QUALITY = 0.27A RECOND = 1.0 STAUCY61000 = 32.0 ELEMENTS = 28.0

NEG INVERSE | FUNCTION VALUE = 28.0 370040.00000 | INDEX = 0.0 ELEMENTS = 31.0

FEIPAL TIME--PROCESSOR = 0.11 ELAPSED = 0.74

ITERATION	NUMBER	SUM OF	NUMBER	REDUCED	PIVOT	VECTOR	VECTOR	FUNCTION
TYPE	INFEAS	INFLAS	NEG	COEFF	INDEX	OUT	IN	VALUE
				00000000		330	330	00000000
				00000000		330	330	00000000

CREATE TIME--PROCESSOR = 0.11 ELAPSED = 0.75

PROBLEM RESTORED.

INVERT TIME--PROCESSOR = 0.12 ELAPSED = 0.78

CURRENT INVERSE | QUALITY = 0.27A RECOND = 1.0 STAUCY61000 = 32.0 ELEMENTS = 28.0

NEG INVERSE | FUNCTION VALUE = 28.0 332440.00000 | INDEX = 0.0 ELEMENTS = 31.0

FEIPAL TIME--PROCESSOR = 0.12 ELAPSED = 0.79

IC00 = FUNC OBJ ZANS = TERM IND

BEST CONDITIONS OF FEIPAL SOLUTION.

FUNCTION VALUE = 332440.00000

431515



02859.720.000

ROOT

PAGE 24

10/2/79



C U T P L Y

PROBLEM IDENTIFICATION  
PROBLEM NAME =

ROOT

FUNCTIONAL NAME =

SUNG ORJ  
TEMA IAS

SOLUTION STATUS =

OPTIMAL

FUNCTIONAL VALUE =

332460.00000

431515





COLLAGE SECTION

NUMBER	NAME	STATUS	ACTIVITY	INPUT COST	LOWER LIMIT	UPPER LIMIT	REDUCED COST
			386-88888				
			.....				
			332-00000				
			.....				
			386-88888	10			
			.....				

431515



WZ16901159.720.DGC

ROOT

PAGE 28 10/2



COLUMNS SECTION

NUMBER	NAME	STATUS	ACTIVITY	INPUT COST	LOWER LIMIT	UPPER LIMIT	REDUCED COST
120	...	...	...	...	...	...	...
121	...	...	...	...	...	...	...
122	...	...	...	...	...	...	...
123	...	...	...	...	...	...	...
124	...	...	...	...	...	...	...
125	...	...	...	...	...	...	...
126	...	...	...	...	...	...	...
127	...	...	...	...	...	...	...
128	...	...	...	...	...	...	...
129	...	...	...	...	...	...	...
130	...	...	...	...	...	...	...
131	...	...	...	...	...	...	...
132	...	...	...	...	...	...	...
133	...	...	...	...	...	...	...
134	...	...	...	...	...	...	...
135	...	...	...	...	...	...	...
136	...	...	...	...	...	...	...
137	...	...	...	...	...	...	...
138	...	...	...	...	...	...	...
139	...	...	...	...	...	...	...
140	...	...	...	...	...	...	...
141	...	...	...	...	...	...	...
142	...	...	...	...	...	...	...
143	...	...	...	...	...	...	...
144	...	...	...	...	...	...	...
145	...	...	...	...	...	...	...
146	...	...	...	...	...	...	...
147	...	...	...	...	...	...	...
148	...	...	...	...	...	...	...
149	...	...	...	...	...	...	...
150	...	...	...	...	...	...	...

431514







COLUMNS SECTION

ALPHA	NAME	STATUS	ACTIVITY	INPUT COST	LOWER LIMIT	UPPER LIMIT	REDUCED COST
				600.00000			

431514









ENNO

30  
40

3044 UNAM



ENNO

30  
40

3044