



7  
209  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES

“CUAUTITLAN”

DISEÑO DE UN GENERADOR TERMoeLECTRICO PARA  
EL APROVECHAMIENTO DE LA ENERGIA TERMICA  
DE BAJAS TEMPERATURAS

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA  
P R E S E N T A

**HUMBERTO RUBEN BECERRA LOPEZ**

DIRECTOR DE TESIS:  
I. M. E. JOSE LUIS DAVILA CAMARGO

CUAUTITLAN IZCALLI, EDO. DE MEXICO 1984



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DISEÑO DE UN GENERADOR TERMOELECTRICO PARA  
EL APROVECHAMIENTO DE LA ENERGIA TERMICA  
DE BAJAS TEMPERATURAS.

INDICE	PAGINA
CAPITULO 1. INTRODUCCION	1
CAPITULO 2. OBJETIVOS	10
CAPITULO 3. GENERALIDADES	12
3.1 Antecedentes históricos	12
3.2 Aplicaciones de la termoelectricidad	15
CAPITULO 4. TEORIA TERMOELECTRICA	17
4.1 El fenómeno termoeléctrico	17
4.2 Principios termodinámicos de la con- versión termoeléctrica	22
4.3 Factor de mérito	25
CAPITULO 5. FISICA DEL ESTADO SOLIDO	28
5.1 Teoría de bandas de energía	28
5.2 Comportamiento de metales y semicon- ductores	32
5.3 Cristales semiconductores	34
5.4 Electrones y huecos	36
5.5 Materiales intrínsecos y extrínsecos	36
5.6 Energía de portadores de carga	38
5.7 Nivel Fermi y función de distribución Fermi-Dirac	40
5.8 Conductividad eléctrica	45
5.9 Coeficiente Seebeck	48
5.10 Conductividad térmica	50
5.11 Influencia del grado de adulteración de semiconductores	51

## INDICE

## PAGINA

5.12 Maximización de Z	53
5.13 El origen electrónico de los efectos termoeléctricos	54
CAPITULO 6. MATERIALES TERMOELECTRICOS	57
6.1 Materiales de banda ancha	58
6.2 Materiales de banda estrecha	61
6.3 Otros materiales	64
6.4 Conclusión	64
CAPITULO 7. EL GENERADOR TERMOELECTRICO	65
7.1 Descripción general	65
7.2 Configuraciones termoeléctricas	66
7.3 Contactos	70
7.4 El generador termoeléctrico como un intercambiador de calor	70
CAPITULO 8. ANALISIS PRELIMINAR Y PRINCIPIOS DE DISEÑO DE UN INTERCAMBIADOR TERMOELECTRICO DE CALOR	72
8.1 Proposición de intercambiadores de calor	72
8.1.1 Intercambiador de calor de placas empaquetadas	73
8.1.2 Intercambiador de calor de placas de superficie extendida	75
8.1.3 Intercambiador de calor de caloductos	77
8.2 Sistema eléctrico	81
8.2.1 Proposición de materiales	81
8.2.2 Proposición de arreglos eléctricos	88
8.3 Sistema térmico	90
8.3.1 Efecto de gradientes térmicos sobre el diseño del generador	90

## INDICE

## PAGINA

8.4	Influencia de la temperatura sobre los parámetros $\alpha$ , $K$ y $\rho$	93
8.5	Criterios de análisis	94
8.6	Expresiones del generador termoeléctrico	96
8.6.1	Parámetros generales	96
8.6.2	El factor de mérito compuesto	104
8.6.3	Optimación de la relación de dimensiones que maximiza el factor de mérito compuesto	105
8.6.4	Optimación de la relación de dimensiones que maximiza la <u>e</u> ficiencia	107
8.6.5	Optimación de la relación de resistencias eléctricas que maximiza la eficiencia	110
8.6.6	Optimación de la relación de resistencias eléctricas que maximiza la potencia	114
8.6.7	Potencia por unidad de área	118
8.6.8	Potencia por unidad de volumen	120
8.6.9	Optimación de la relación de dimensiones que maximiza la potencia por unidad de área	121
8.6.10	Optimación de la relación de dimensiones que maximiza la potencia por unidad de volumen	122
8.6.11	Calor suministrado y rechazado en la operación del generador	123
8.6.12	Potencia por unidad de área en términos de la relación óptima de parámetros que maximiza la eficiencia	125

## INDICE

## PAGINA

8.6.13	Potencia por unidad de volumen en términos de la relación óptima de parámetros que maximiza la eficiencia	127
8.6.14	El espesor del material termoelectrico	128
8.6.15	Selección de la relación de dimensiones y de la relación de parámetros	129
8.6.16	Selección de la relación de resistencias eléctricas, m	132
8.6.17	Resumen de las expresiones recomendadas para el diseño de un generador termoelectrico	132
8.7	La generación termoelectrica de potencia y el intercambio de calor	135
8.8	Influencia de la temperatura sobre la eficiencia del material para generación	137
8.10	Expresiones del intercambiador termoelectrico de calor	141
8.10.1	Potencia generada por unidad de área de intercambio de calor	141
8.10.2	Eficiencia de la generación termoelectrica de potencia	151
8.10.3	Configuraciones de flujo	152
8.10.4	Flujo en paralelo	157
8.10.5	Flujo en contracorriente	161
8.10.6	Flujo cruzado	164
8.10.7	Espesor del material termoelectrico	165
8.10.8	Potencia total de salida	168
8.11	Conclusiones	168

INDICE	PAGINA
CAPITULO 9. INGENIERIA PRELIMINAR DEL PROTOTIPO	170
9.1 Definición de las condiciones de tra bajo	171
9.2 Selección del intercambiador de calor	174
9.3 Selección del arreglo eléctrico	177
9.4 Metodología de diseño del prototipo	185
9.5 Datos de diseño	201
9.6 Procedimiento de cálculo	202
9.7 Resultados	207
9.8 Análisis de costos	217
CAPITULO 10. CONCLUSIONES	224
APENDICES	
APENDICE I	226
APENDICE II	231
APENDICE III	233
APENDICE IV	236
APENDICE V	237
APENDICE VI	239
APENDICE VII	242
REFERENCIAS	247
INDICE DE FIGURAS	252
INDICE DE TABLAS	258
NOMENCLATURA	259

## CAPITULO 1

### INTRODUCCION

El desarrollo industrial, el progreso y el nivel de vida alcanzados hasta ahora por nuestra sociedad han traído consigo innumerales beneficios. Entre estos destaca la reducción lograda de los índices de mortalidad. Sin embargo, este beneficio ha tenido una consecuencia, que en la mayor parte de las naciones del mundo, así como en México, haya un incesante aumento de la densidad poblacional. Dicha situación se encuentra manifestada en la existencia de una creciente demanda de satisfactores como es el caso de los energéticos y particularmente, ha originado la necesidad de incrementar el suministro de electricidad en una relación directa.

La importancia estratégica del sector eléctrico en nuestro País puede establecerse a partir del hecho de que la electricidad - constituye el energético más accesible y de mayor aplicación, - lo que permite en gran medida el funcionamiento de la totalidad del aparato productivo del País.



Desde 1971 la generación de electricidad está dominada por la participación mayoritaria de las centrales termoeléctricas, que en 1980 llegó a ser el 73% del total, siendo el combustible la principal materia prima utilizada. La generación bruta en centrales hidroeléctricas sólo manifestó un crecimiento marginal entre 1970 y 1980, y se vislumbra una disminución porcentual para los próximos años de su intervención dentro del programa de producción de energía eléctrica en el País. Esto modifica notablemente la estructura en el aprovechamiento de los recursos energéticos de México; estructura que entre 1968 y 1972 mostraba un cierto equilibrio entre las centrales de tipo hidroeléctrico y las centrales de tipo termoeléctrico; empero esto, al final de los setentas se rompe, y se torna predominantemente termoeléctrico, con tendencia a usar cada vez más energéticos no renovables. Este cambio en la estructura de la generación será progresivo debido a que en los próximos años se dependerá más de los combustibles, en vista de que los grandes volúmenes de agua ya han sido prácticamente utilizados.

Estamos viviendo en una época de transición energética, durante la cual se deberán gestar los cambios necesarios para que las formas tradicionales de satisfacer las demandas de energía que impliquen la explotación de recursos no renovables, sean gradualmente sustituidas por nuevas opciones. El carácter fundamental del sector eléctrico ha planteado la necesidad de desarrollar fuentes alternas de energía primaria que sustituyan al petróleo y que a la vez su explotación sea costeable económicamente para el País; al respecto, la Comisión Federal de Electricidad (CFE) y el Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE) tienen algunos años experimentando en otras fuentes de energía. Los resultados que se obtengan servirán para sentar las bases que contribuyan al desarrollo de sistemas eléctricos tanto regionales como descentralizados; y si los esfuerzos tecnológicos tienen éxito, podrá integrarse a largo plazo una infraestructura que permita contar con recursos permanentes para el suministro de la energía eléctrica.

Para concretar los objetivos propuestos en la evolución de las alternativas, se hace necesario resolver los problemas específicos que se plantean en cada circunstancia; la mejor solución, será tomada después de establecer y analizar las opciones pertinentes. Uno de los obstáculos principales para que se desarrollen plenamente las fuentes alternas de energía es el costo de conversión, y es por esto, que tanto en México como en otros países las investigaciones actuales están encaminadas a la búsqueda de las mejores y más económicas formas de conversión. Esto ha sido motivo suficiente y causa determinante para la elaboración de la presente Tesis, cuyo fin particular, se encuentra determinado por el conjunto de eventos que se describen a continuación.

El País está ubicado en un área del mundo privilegiada por su potencial geotérmico cuyo efectiva explotación se ve impedida por algunas circunstancias. La mayoría de los yacimientos geotérmicos del País están caracterizados por ser del tipo líquido, dominante hidrotérmico, de los cuales se obtienen fluidos de baja entalpia ( $T < 150^{\circ}\text{C}$ ) por lo que no se les considera apropiados para generación de potencia eléctrica. Esto es porque para aplicar en dicho rango de temperatura los ciclos convencionales de conversión, se requiere de un equipo de proceso demasiado grande con un consecuente costo de inversión muy alto. Aunado a esto, en los sistemas hidrotérmicos de alta entalpia ( $T > 150^{\circ}\text{C}$ ) no se aprovecha al máximo la energía térmica disponible, y sólo se emplea directamente el vapor producido. Con esto, una parte importante del calor se está desperdiciando o bien, es eliminado junto con las aguas residuales en una proporción semejante a la aprovechada. Tal es el caso de la Planta Geotérmica de Cerro Prieto en Baja California Norte, en donde actualmente se desechan alrededor de 3500 ton/hr de agua a  $96^{\circ}\text{C}$ ,\* y probablemente, el mismo hecho ocurrirá en la planta proyectada para Los Azufres, Michoacán.

\* Dato obtenido del Laboratorio de Geotermia de la Planta Geotérmica de Cerro Prieto.

Una de las fuentes no convencionales de energía que han sido objeto de mayor interés en los últimos años es la solar. En México, ya se han desarrollado captadores mediante los cuales es posible disponer de fluidos con temperaturas superiores a los  $80^{\circ}\text{C}$  y cabe mencionar que en el IIE ya fue diseñado y construido un estanque solar experimental. Actualmente los estanques pueden proporcionar uno de los medios más efectivos desde el punto de vista económico para captar energía solar, <sup>1</sup> y posteriormente, calentar un fluido de proceso. También existen medios naturales de captación de la energía solar como es el caso de los océanos, lo cual se traduce en la presencia de una energía térmica. En la conversión de la energía térmica oceánica (CETO), se utiliza la diferencia de temperaturas entre el agua caliente de la superficie y el agua fría de la profundidad del océano para producir energía eléctrica; donde el gran volumen de agua disponible compensa la baja eficiencia de Carnot que se tiene por la pequeña diferencia de temperaturas.

Por otra parte, existen numerosos procesos industriales que implican la eliminación de fluidos térmicos a bajas temperaturas ( $T < 150^{\circ}\text{C}$ ), los cuales pueden ser considerados como fuentes energéticas susceptibles de convertirse en electricidad. Lo que si se logra convenientemente generaría un aumento en la eficiencia y una optimización de los procesos industriales involucrados. Como se indica en la Figura 1.1 tomada de la Referencia 2, una cantidad de calor potencialmente útil equivalente a 5 millones de barriles de petróleo es desechada diariamente por la industria en los Estados Unidos, lo cual representa alrededor de un 10% de los requerimientos energéticos diarios en ese País. Aproximadamente la mitad de este calor se rechaza a temperaturas menores de  $150^{\circ}\text{C}$  ( $302^{\circ}\text{F}$ ), y hasta la fecha, sus posibilidades de aprovechamiento se encuentran limitadas. El caso es semejante a lo que ocurre en nuestro País donde la cantidad de calor de desperdicio, aunque menor, es significativamente importante.

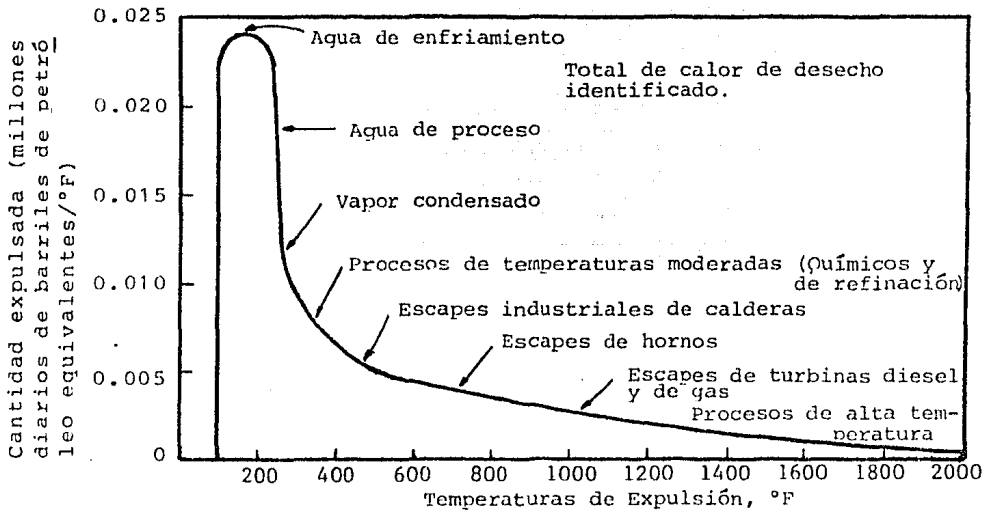


Fig. 1.1 Distribución del calor expulsado de desecho industrial.

De la situación antes expuesta se desprende un problema bien de finido, cómo convertir económicamente la energía térmica contenida en fluidos calientes con temperaturas menores de  $150^{\circ}\text{C}$  a energía eléctrica. Para ello se han propuesto dos soluciones: 1) utilizar un ciclo termodinámico de baja presión; y, 2) aplicar un proceso de conversión directo mediante elementos de material termoeléctrico.

El ciclo de baja presión utilizado comunmente es el Ciclo Rankine Orgánico (CRO), el cual, consiste en transmitir el calor de un fluido primario mediante un intercambiador térmico a un fluido secundario dotado de propiedades físicas tales que permitan recuperar energía mecánica. El efecto de esta transmisión es que el fluido secundario pasa de la fase líquida a la gaseosa. Posteriormente, el fluido secundario en estado gaseoso se transporta a una turbina conectada con un generador. Se hace que el vapor pase a un condensador en el que se enfría y condensa, para luego regresar al intercambiador térmico con lo que se cierra el ciclo.

La segunda solución, (a la cual también se le nombra generación termoeléctrica de potencia), es un proceso de conversión de energía del estado sólido en el que se aprovecha el fenómeno que presentan ciertos materiales de que al aplicárseles una diferencia de temperaturas producen un voltaje. No es sino hasta hace pocos años cuando se lograron importantes avances en la evolución de dichos materiales. Es por esto que su uso se ha limitado a la obtención de energía en misiones espaciales y recientemente, se ha vislumbrado la posibilidad de aplicarlos en la conversión de la energía térmica oceánica.

Existen estudios recientes (ver Referencia 3) en los que se demuestra que la energía térmica de bajas temperaturas ( $< 150^{\circ}\text{C}$ ) puede ser convertida económicamente por medio de la termoelectricidad. Las principales ventajas de este proceso son la simplicidad del sistema, la facilidad de fabricación, poco manteni

miento, y bajo ciertas circunstancias, el capital que se requiere para la inversión inicial es mucho menor que el destinado para un equipo CRO trabajando en el mismo rango de temperaturas. También, demuestran que el costo de un equipo de generación termoeléctrica de potencia para una planta geotérmica podría ser tan bajo como 500 dólares/KW, en contraposición al de un equipo CRO cuyos costos fluctúan entre 2,000 y 3,000 dólares/KW.

El Instituto de Investigaciones sobre Energía Solar (SERI) de los Estados Unidos de Norteamérica, presentó en 1979 un reporte en el cual se indica la viabilidad de utilizar la termoelectricidad en estanques solares y en la conversión de la energía térmica oceánica. En este reporte se describe cómo el uso de sistemas termoeléctricos puede ofrecer más ventajas, tanto técnicas como económicas, que los sistemas convencionales de conversión de la energía cuando se dispone de fluidos de baja temperatura.

El material termoeléctrico que más promete cuando se manejan bajas temperaturas es el telururo de bismuto ( $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ).<sup>4</sup> Su disponibilidad comercial en México es nula porque no existe demanda, sin embargo, puede ser preparada efectivamente por simples procesos de pulvimetalurgia\*. El bismuto es un subproducto obtenido de la refinación del plomo y del oro; el telurio es un subproducto proveniente de la refinación del cobre. Ambos son abundantes, pero el mercado actual es reducido. Consecuentemente, en los países donde se produce comercialmente el  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , se utilizan equipos de producción de pequeña escala con la respectiva ineficiencia y alto costo implicados. Ya que la mayoría de los costos de proceso son soportados por los productos primarios (cobre, oro y plomo), el resto del subproducto estará determinado por el costo del equipo de fabricación, de la operación y del mantenimiento. En cuanto el mercado se incrementa se podría mejorar el equipo de producción y la eficiencia del proceso, con

\* Proceso de manufactura en el cual se obtienen productos por compresión y sinterización de polvos.

lo que los costos serían divididos entre un volumen mucho mayor de subproductos. El resultado de esta situación es una curva - invertida de oferta-demanda, a mayor demanda menores costos.

Las consideraciones hechas sobre el problema planteado justifican la realización de investigaciones y estudios en torno a la conversión directa de la energía térmica de bajas temperaturas a energía eléctrica. Por tal motivo en el IIE se ha concebido un proyecto que implicará el desarrollo del prototipo experimental de un generador termoeléctrico trabajando bajo el principio de un intercambiador termoeléctrico de calor, el cual tratará de aprovechar el calor proveniente de un fluido determinado con temperaturas menores a 150°C y circulando a través del generador. Dicho proyecto habrá de realizarse en tres fases: diseño, construcción y evaluación. Por medio de esto y como primera -- instancia se pretende verificar la eficacia, el costo y las características reales de operación, con lo cual podrá valorarse si la generación termoeléctrica de potencia es prácticamente -- aplicable y competitiva, o no lo es.

Con la elaboración de esta Tesis se pretende conocer el estado del arte de la generación termoeléctrica de potencia, sentar -- las bases teóricas que permitan integrar una metodología de diseño y diseñar (entendiéndose por diseño el dimensionamiento general) un generador termoeléctrico vinculado a un proceso de - intercambio de calor. El diseño tiene que basarse en una interpretación lógica de los resultados numéricos obtenidos al predecir matemáticamente el comportamiento del sistema, mediante una simulación de los mecanismos excitación-respuesta; en una selección adecuada de materiales y componentes; y finalmente, en un análisis de costos.

La construcción deberá estar regida por los requerimientos y -- normas respectivos bajo una secuencia ordenada de adquisiciones, fabricación, ensamble y prueba.

A la evaluación le corresponderá certificar o invalidar los resultados obtenidos en el diseño y en todo caso, corroborar o corregir la metodología de diseño para conformar un panorama general de respuesta real.



## CAPITULO 2

### OBJETIVOS

La realización de esta Tesis pretende cumplir con los siguientes objetivos:

#### Objetivo principal.

Constatar si la termoelectricidad es técnicamente aplicable en la conversión de energía térmica de bajas temperaturas y determinar sus posibilidades económicas de desarrollo, mediante el diseño de un generador termoeléctrico que utilice el flujo de un fluido térmico de baja entalpia como fuente energética.

#### Objetivos particulares.

- 1) Establecer la metodología de diseño de un generador termoeléctrico trabajando bajo el principio de un intercambiador de calor.
- 2) Identificar los materiales termoeléctricos más adecuados para diversos rangos de temperatura.

- 3) Determinar el tipo de intercambiador de calor más apropiado para trabajar como generador termoeléctrico y el más conveniente para ser desarrollado como prototipo.
- 4) Conocer el costo de generación eléctrica utilizando como medio de conversión la termoelectricidad.

## CAPITULO 3

### GENERALIDADES

#### 3.1 Antecedentes históricos. <sup>5, 6, 7</sup>

La termoelectricidad tuvo su origen en el año de 1821 cuando -- Thomas Johann Seebeck, un físico alemán, observó que una aguja de compás magnético situada cerca de un circuito hecho de dos conductores diferentes era deflectada (lo cual indicaba la existencia de un flujo de corriente), si las dos uniones del circuito se mantenían a diferentes temperaturas. Posteriormente en 1834, el francés Jean Charles Athanase Peltier descubrió que si se hacía circular una corriente eléctrica a través de una unión de dos conductores distintos, se emitía o se absorbía calor de acuerdo a la dirección del flujo de corriente. Las relaciones termodinámicas entre estos dos efectos termoelectricos fueron establecidos por el físico inglés William Thomson (Lord Kelvin) en 1857. El también descubrió un tercer efecto, relacionado a los otros dos pero más difícil de detectar. Este efecto consiste en la absorción o emisión de calor cuando una corriente eléctrica fluye a lo largo de un conductor uniforme en el cual existe

te un gradiente de temperaturas.

Los efectos presentados recibieron el nombre de sus descubridores, respectivamente: efecto Seebeck, efecto Peltier y efecto Thomson. Cabe mencionar que el efecto Seebeck es la base de los termopares, los cuales son dispositivos utilizados ampliamente para la medición de temperaturas; siendo ésta la única aplicación práctica que se le dió a la termoelectricidad en el siglo pasado, después de los descubrimientos de Seebeck, Peltier y Thomson.

En 1909, el científico alemán E. Alternkich desarrolló la teoría de la generación termoeléctrica de potencia y un año después evaluó el comportamiento termoeléctrico que podría esperarse en refrigeración y calefacción. En 1913, Coblenz patentó el primer generador termoeléctrico solar (GTS) utilizando termopares de cobre y constantán. Sin embargo, la baja eficiencia mostrada trajo consigo el abandono de estos trabajos, hasta que en 1926 un ingeniero norteamericano llamado Lars O. Grondahl, demostró que una placa oxidada podría conducir fácilmente una corriente eléctrica en un sentido, pero en sentido contrario oponía gran resistencia. También, demostró que cuando se ilumina una placa de este tipo se produce una corriente eléctrica. Tal fue el inicio de las investigaciones sobre semiconductores, las que al incrementarse dieron lugar a la invención del transistor en 1947. A partir de este momento comenzaron a desarrollarse nuevos materiales semiconductores, los cuales, habrían de presentar mejores propiedades termoeléctricas.

En la Unión Soviética, Abraham F. Ioffe junto con un grupo de estudiosos de Leningrado, hicieron importantes contribuciones al campo, ya que en los primeros años de la década de los cientas produjeron los primeros generadores y refrigeradores útiles, usando semiconductores tales como  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ . En tanto que en los Estados Unidos, María Telkes trató de reevaluar el uso de los GTS concluyendo en 1953 que las máximas eficiencias de conversión que

podían ser obtenidas con colectores de placas solares eran del orden del 3%. Al comparar estos valores de la eficiencia de -- conversión con el costo de los colectores no se justificó la ex plotación de esta forma de conversión de la energía y por lo -- tanto, se detuvo la evolución de los GTS.

Más tarde en Inglaterra, H.J. Goldsmid y sus colaboradores descubrieron en forma independiente que el  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  podría producir enfriamiento útil. Ellos lograron una caída de temperatura de --  $40^\circ\text{C}$  por debajo de la temperatura ambiente en 1955 y de  $65^\circ\text{C}$  en 1958. A la vez en otro esfuerzo independiente un grupo de cien tíficos de los Estados Unidos descubrió que el telururo de plomo ( $\text{PbTe}$ ) y algunos semiconductores relacionados podrían ser usados efectivamente para generadores termoeléctricos.

A partir de 1960 se desarrollaron nuevos materiales para aplica ciones termoeléctricas tales como las aleaciones de silicio y - germanio en 1962; y las aleaciones de antimonio y bismuto, in vestigadas entre 1962 y 1963. Hacia el final de los sesentas - y principios de los setentas, se desarrollaron en los Estados - Unidos técnicas especializadas para la fabricación a gran esca la de dispositivos termoeléctricos. La mayoría de estos dispo sitivos fueron destinados para usarse con fuentes de calor de - combustibles fósiles o nucleares, y los estudios se enfocaron al uso de GTS únicamente en misiones espaciales. De igual forma, la Armada de los Estados Unidos desarrolló una familia de gene radores termoeléctricos alimentados por radioisótopos para apli caciones en lugares remotos.

El panorama que presenta hoy en día el campo termoeléctrico es satisfactorio, primordialmente, por el grado de evolución que - han alcanzado los materiales termoeléctricos. En cuanto a las aplicaciones para bajas temperaturas se prescribe un mayo éxito ya que las aleaciones que se utilizan para ello exhiben un me-- jor comportamiento termoeléctrico que las destinadas a altas -- temperaturas.

### 3.2 Aplicaciones de la termoelectricidad.

Algunos ejemplos de aplicaciones prácticas y potenciales del fenómeno termoeléctrico son las siguientes:

- Conversión de la energía térmica oceánica. Utilizando la diferencia de temperaturas que existe entre el agua de niveles superiores e inferiores del océano, se puede generar electricidad mediante un acoplamiento de elementos termoeléctricos.
- Aprovechamiento de la energía solar. Mediante estanques solares estratificados se puede captar el calor suficiente para producir una diferencia adecuada de temperaturas y así, poder acoplar un sistema termoeléctrico de generación.
- Uso de lámparas de petróleo que empleen el efecto Seebeck para generar corriente eléctrica.
- Generadores termoeléctricos solares que utilicen espejos concentradores de la luz solar.
- Refrigeradores termoeléctricos que utilicen el efecto Peltier, es decir, al suministrarse energía eléctrica a un circuito termoeléctrico y fluir una corriente a través de este, en un extremo de los termopares se genera un enfriamiento, lo que ocasiona que se absorba calor del medio y por el otro lado se expulse.
- Aparatos de refrigeración y calefacción que utilicen el efecto Peltier para dar un control preciso de la temperatura ambiente donde sea necesario, como es el caso de algunos laboratorios y en salas de operación.
- Sistemas de aire acondicionado en los que se utilicen dispositivos termoeléctricos acoplados a captadores solares.

- Suministro de electricidad a equipos de comunicación VHF que se encuentren en lugares montañosos o de poca población.
- Suministro de energía eléctrica a equipos de comunicación -- UHF y principalmente a sistemas de repetición donde sean necesarios.
- Alimentación de energía eléctrica a repetidoras para líneas telefónicas que se encuentren en áreas remotas.
- Sistemas de telemedición y control remoto como en el caso de estudios sísmicos, control de inundaciones, estudio de suelos, obtención de datos climatológicos y otros estudios que requieran sensores remotos donde la electricidad sea más económica de obtener por generación termoeléctrica.
- Dispositivos auxiliares para la navegación tanto aérea como marina, como es el caso de luces intermitentes, en radios de faros y sirenas marinas.
- Repetidoras de televisión situadas en montañas.
- Señalamientos de cruceros de ferrocarril.
- Generación de corriente eléctrica para protección catódica de oleoductos, gasoductos y tuberías de revestimiento de pozos de gas natural.
- Suministro de electricidad para boyas.
- Garitas meteorológicas situadas en localidades remotas.

## CAPITULO 4

### TEORIA TERMOELECTRICA

#### 4.1 El fenómeno termoeléctrico.

El proceso de conversión termoeléctrica puede ser descrito partiendo desde un punto de vista macroscópico de acuerdo a los fenómenos producidos, para después, mediante la teoría interpretativa llegar a un entendimiento microscópico de los mismos.

Entendemos por termoelectricidad a la conversión directa de calor en energía eléctrica, o viceversa, en conductores líquidos o sólidos por medio de tres fenómenos interrelacionados: el efecto Seebeck, el efecto Peltier y el efecto Thomson, incluyen de la influencia de campos magnéticos sobre cada uno.

Para la descripción de los tres fenómenos mencionados se puede utilizar el circuito termopar simple que se muestra en la Figura 4.1. <sup>8</sup>



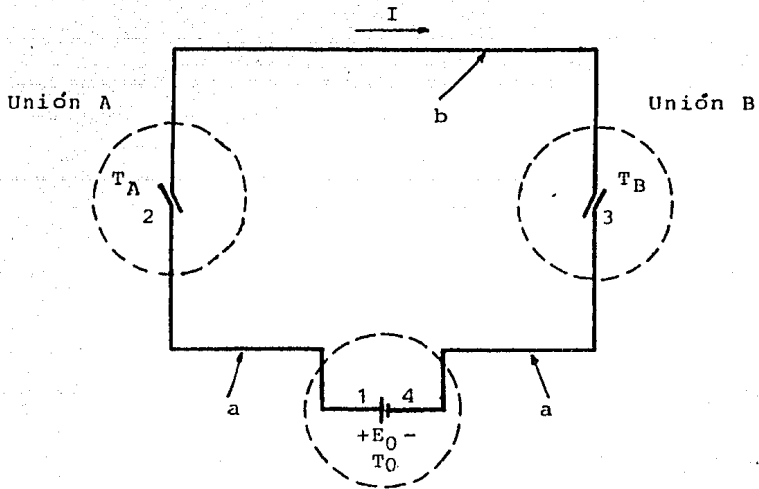


Fig. 4.1 Circuito termopar simple.

Este circuito está constituido por dos alambres, uno de material a y otro de material b unidos como se muestra. De acuerdo a lo observado fue posible deducir lo siguiente:

Efecto Seebeck. Al aplicarse un gradiente de temperatura entre las uniones A y B manteniendo la temperatura de la unión B ( $T_B$ ) mayor que la correspondiente a la unión A ( $T_A$ ), se encuentra que una diferencia de potencial  $V_{ab}$  es producido entre las terminales 4 y 1. A la razón de cambio de este voltaje con respecto al cambio de la temperatura de la Unión B para una temperatura constante de la unión A se le conoce como el coeficiente Seebeck -  $\alpha_{ab}$ , y  $V_{ab}$  como el voltaje Seebeck.

$$\left( \frac{\partial V_{ab}}{\partial T_B} \right)_{T_A} = \alpha_{ab}$$

Si la dirección del flujo de corriente es de a hacia b en la unión de temperatura baja, entonces  $V_{ab}$  es tomado como positivo.

Efecto Peltier. Al hacer que una corriente ( $I$ ) circule por el circuito se puede observar que existe un intercambio de energía calorífica con los alrededores en las uniones A y B. Este intercambio de calor difiere del calentamiento Joule  $I^2 R_j$  generado en las uniones, donde  $R_j$  representa la resistencia eléctrica de las mismas. Se encuentra experimentalmente que este efecto de calentamiento adicional es proporcional a la corriente, de tal manera que:

$$q = -I^2 R_j - \mathcal{P}_{ab} I$$

donde  $q$  es la energía calorífica intercambiada en la unión. Si la corriente fluye de a hacia b en la unión A,  $I$  se toma positiva. La constante  $\mathcal{P}_{ab}$  es conocida como el coeficiente Peltier, la cual es tomada positiva si el calor es rechazado cuando la corriente fluye desde a hasta b.

Efecto Thomson. En la presencia de un gradiente de temperatura, se encuentra que cuando una corriente pasa a través del circuito cambia la distribución de temperaturas. Mediciones efectuadas - demuestran que el calor Joule no contabiliza para esto, y que es te efecto de calor adicional es proporcional a la densidad de la corriente y al gradiente de temperatura, de tal manera que:

$$q_{\tau} = \tau J \cdot \nabla T$$

donde  $q_{\tau}$  es el calor absorbido por unidad de volumen, necesario para restablecer la distribución original de temperaturas después de que el calor Joule ha sido tomado en cuenta para ella.  $\tau$  es una constante conocida como el coeficiente Thomson y  $J$  es la densidad de la corriente.

Un examen de los fenómenos señalados demuestra que son prácticamente reversibles y que no son necesariamente independientes co mo puede verse si se aplica un examen de termodinámica irreversible, ver Referencia 9.

Debido a que los efectos Peltier y Thomson son reversibles, cual quier unión de conductores distintos o cualquier porción de un - conductor en la cual hay un gradiente de temperatura constituyen una fuente de fuerza electromotriz, a la cual podemos designar - como fem. En un circuito completo, la suma de todas las fem's - constituirá la fuerza electromotriz Seebeck del circuito. Esta suma la podemos representar como la fuerza termoeléctrica  $\theta$ .

Si tenemos un circuito integrado por la unión de conductores diferentes en serie, como se muestra en la Figura 4.2, podemos esta blecer que la fem total está dada por:

$$\theta = \text{fem}_{\text{TOTAL}} = \sum_{i=1}^n \text{fem}_i = \sum_{i=1}^n \Delta V_i$$

en donde la carga es una fuente reversible de fem ajustada, que siempre se encuentra en equilibrio con las fem's del resto del

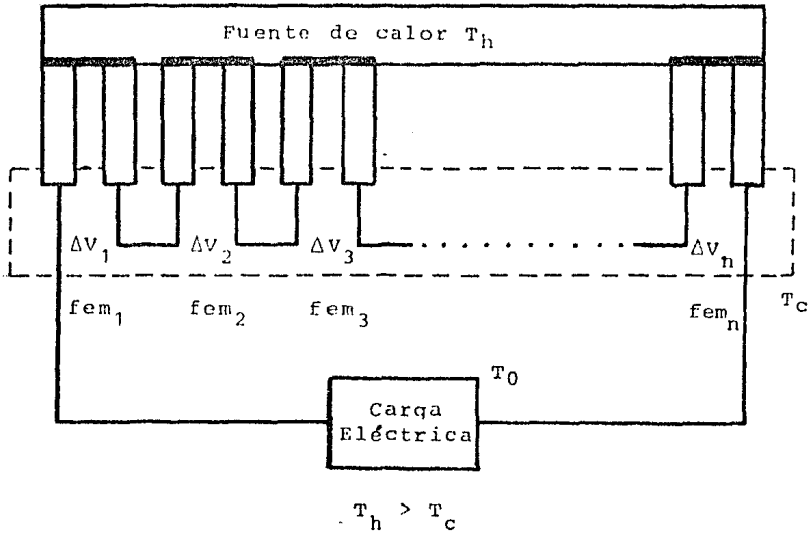


Fig. 4.2 Generación termoeléctrica de voltaje.

circuito a una temperatura constante  $T_2$ .

#### 4.2 Principios termodinámicos de la conversión termoeléctrica.

10

Considerando el circuito mostrado en la Figura 4.1 hacemos que un elemento de carga  $\delta q$  pase a lo largo del circuito en la dirección señalada (1234) y que regrese a su condición original. Podemos entonces aplicar la primera ley de la termodinámica considerando al sistema como cerrado y sin generación interna de energía:

$$\delta U = 0 = \delta Q - \delta W \quad (4.1)$$

en donde  $\delta Q$  es el calor absorbido por la carga y  $\delta W$  es el trabajo hecho por el elemento de carga sobre la carga disipativa, -- con lo que podemos decir que:

$$\delta W = \delta Q = \theta \delta q$$

en donde  $\theta$  es la fem total desarrollada en el circuito.

Para obtener  $\delta Q$  es necesario seguir la carga a lo largo del circuito.

En el material a desde 1 hasta 2 existe un incremento de temperatura de  $T_0$  a  $T_B$ . Como el portador de carga tiene un calor específico distinto de cero se tiene que existe una absorción de calor igual a:

$$\delta q \int_{T_0}^{T_B} \tau_a dt$$

en donde  $\tau_a$  es el calor específico del portador de carga en el material a, ó coeficiente Thomson en el material a.

Si los portadores de carga en estos materiales poseen diferentes entropías, aparece un calor latente el cual está dado por:

$$(\mathcal{Q}_{ab})_A \delta q$$

en donde  $(\mathcal{Q}_{ab})_A$  es el calor latente por unidad de carga entre los materiales a y b a temperatura  $T_A$  o también llamado coeficiente Peltier.

De igual manera podemos tener para la unión B entre los materiales siguiendo el circuito a una temperatura  $T_B$ :

$$(\mathcal{Q}_{ba})_B \delta q = - (\mathcal{Q}_{ab})_B \delta q$$

por lo que:

$$\delta W = \Theta \delta q = \left[ (\mathcal{Q}_{ab})_A - (\mathcal{Q}_{ba})_B + \int_{T_A}^{T_B} (\tau_b - \tau_a) dT \right] \delta q$$

o bien:

$$\Theta = (\mathcal{Q}_{ab})_A - (\mathcal{Q}_{ba})_B + \int_{T_A}^{T_B} (\tau_b - \tau_a) dT. \quad (4.2)$$

Si suponemos que la producción irreversible de entropía resultante del flujo de calor en los dos conductores puede ser despreciado y que la segunda ley de la termodinámica puede ser aplicada a la parte reversible del proceso, podemos decir que:

$$\delta S = 0 = \frac{(\mathcal{Q}_{ab})_A}{T_A} + \frac{(\mathcal{Q}_{ba})_B}{T_B} + \int_{T_A}^{T_B} \frac{(\tau_b - \tau_a)}{T} dT. \quad (4.3)$$

Derivando la ecuación 4.2 con respecto a  $T_A$  y estableciendo que  $T_A = T$  podemos obtener,

$$\frac{d\Theta_{ab}}{dT} = \frac{d}{dT} \left[ (\mathcal{Q}_{ab})_A - (\mathcal{Q}_{ba})_B + \int_{T_A}^T (\tau_b - \tau) dT \right]$$

$$\frac{d\theta_{ab}}{dT} = \frac{d\eta_{ab}}{dT} + \tau_b - \tau_a ; \quad (4.4)$$

y similarmente hacemos con la ecuación 4.3,

$$0 = \frac{d}{dT} \left[ \frac{(\eta_{ab})_B}{T_B} + \frac{\eta_{ab}}{T} + \int_{T_B}^T \frac{(\tau_b - \tau_a)}{T} dT \right]$$

$$0 = \frac{d}{dT} \left( \frac{\eta_{ab}}{T} \right) + \frac{\tau_b - \tau_a}{T}, \quad (4.5)$$

por lo que:

$$\tau_b - \tau_a = -T \frac{d}{dT} \left( \frac{\eta_{ab}}{T} \right). \quad (4.6)$$

Substituyendo 4.6 en 4.4,

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_{ab}}{dT} &= \frac{d\eta_{ab}}{dT} - \frac{d}{dT} \left( \frac{\eta_{ab}}{T} \right) \\ &= \frac{d\eta_{ab}}{dT} - T \left[ \frac{T \frac{d\eta_{ab}}{dT} - \eta_{ab}}{T^2} \right] \\ &= \frac{d\eta_{ab}}{dT} - \frac{d\eta_{ab}}{dT} + \frac{\eta_{ab}}{T} \end{aligned}$$

por lo cual, podemos obtener lo que se conoce como la primera relación de Kelvin:

$$T \frac{d\theta_{ab}}{dT} = \eta_{ba} ; \quad (4.7)$$

a su vez, si sustituimos la primera relación de Kelvin en la ecuación 4.5 obtenemos la expresión:

$$T \frac{d^2\theta_{ab}}{dT^2} = \tau_a - \tau_b, \quad (4.8)$$

conocida como la segunda relación de Kelvin.

La diferencia de entropías por unidad de carga entre los materiales a y b representada por  $S_{ab}$  puede ser reconocida como:

$$S_{ab} = \frac{\partial \theta_{ab}}{\partial T} , \quad (4.9)$$

por lo que la primera relación de Kelvin queda:

$$\mathcal{V}_{ab} = T \frac{d\theta_{ab}}{dT} = T S_{ab} = T (S_a - S_b) , \quad (4.10)$$

donde la  $S_a$  y  $S_b$  son llamadas también energías termoeléctricas absolutas de los materiales a y b.

La manera más común de expresar las relaciones de Kelvin es en términos de los coeficientes Seebeck ( $\alpha$ ), Peltier ( $\mathcal{V}$ ) y Thomson ( $\tau$ ). Si tomamos un material de referencia con valores de  $\alpha$ ,  $\mathcal{V}$  y  $\tau$  iguales a cero, puede decirse que para un material determinado las relaciones de Kelvin quedarán como sigue:

#### 1a. RELACION DE KELVIN

$$\mathcal{V} = \alpha T \quad (4.11)$$

#### 2a. RELACION DE KELVIN

$$\tau = T \frac{d\alpha}{dT} . \quad (4.12)$$

### 4.3 Factor de mérito.

La aplicación de los efectos termoeléctricos depende directamente del tipo de material utilizado, por lo cual, resulta necesario poder caracterizar el potencial termoeléctrico de un sólido



mediante una relación que conjunte los parámetros principales. Esto implica la existencia de un producto adimensional de constantes materiales que cumpla con la función propuesta, en el cual, se encuentre manifestado un factor de mérito que identifique al material correspondiente.

Es posible obtener un factor de mérito para cada una de las -- aplicaciones de los efectos termoeléctricos como son la calefacción, el enfriamiento o la generación de electricidad. En un -- generador termoeléctrico se requiere un valor grande del coeficiente Seebeck ( $\alpha$ ) para maximizar el voltaje producido por el -- gradiente de temperaturas; un valor alto de la conductividad -- eléctrica ( $\sigma$ ) evita que la pérdida de calor por el efecto de -- Joule sea grande; y una conductividad térmica ( $K$ ) de poca magnitud impide al calor fluir en exceso a través de los termoelementos.

En cualquier dispositivo termoeléctrico, cuando se evalúa la -- eficiencia o el comportamiento, los parámetros del material siempre mantienen una cierta relación: <sup>11</sup>

$$Z = \frac{\alpha^2 \sigma}{K} \left( \frac{1}{\sigma C} , \frac{1}{K} \right) \quad (4.13)$$

donde  $Z$  es conocido como el factor de mérito debido a que la eficiencia del dispositivo se mejora al incrementar  $Z$ . Esta ecuación establece que el factor de mérito de un material semiconductor está dado por el cuadrado de su coeficiente Seebeck multiplicado por su conductividad eléctrica y dividido entre su conductividad térmica.

Si en un par termoeléctrico ambos materiales presentan las mismas propiedades aunque el signo de  $\alpha$  sea contrario, el factor de mérito ( $Z$ ) se aplica a cada material por separado y también al par como un todo. Si las propiedades son diferentes, se puede calcular  $Z$  para el par.

El producto adimensional que indica el grado de eficiencia en la conversión de calor a electricidad y que es proporcional al factor de mérito está dado por:

$$Z \frac{1}{2} (T_h + T_c) = Z T_{\text{PROM}}$$

donde  $Z$  es el factor de mérito y  $T_{\text{PROM}}$  es el promedio de las temperaturas entre el lado frío ( $T_c$ ) y el caliente ( $T_h$ ).

## CAPITULO 5

FISICA DEL ESTADO SOLIDO <sup>12, 13</sup>

## 5.1 Teoría de bandas de energía.

Cuando los electrones se encuentran confinados en átomos aislados, son registrados a niveles de energía discretos. De forma similar, los electrones en sólidos son registrados a ciertos niveles de energía y no se les permite en otros. La diferencia básica de la permanencia de un electrón en un sólido a su permanencia en un átomo aislado, es que en el sólido el electrón tiene un rango o banda de energías disponibles. El principio de exclusión de Pauli señala que dos electrones en un sistema interactuante dado no pueden tener el mismo estado cuántico; por lo que debe existir una partición de los niveles de energía discretos de los átomos aislados en nuevos niveles de energía comunes, en lugar de átomos individuales. Los niveles de energía -

discretos de un átomo aislado se dispersan dentro de bandas de energía en el sólido. Ya que las funciones de onda de los electrones de átomos circundantes se unen, ocurre que un electrón no se localiza en un átomo particular. Por lo que un electrón en la órbita externa de un átomo siente la influencia de átomos vecinos y su función de onda total es alterada. Por lo regular, la influencia de átomos vecinos sobre los niveles de energía de un átomo determinado puede ser tratada como pequeñas perturbaciones, dando lugar a un aumento en las alteraciones y rompimientos de los estados de energía dentro de las bandas de energía.

La interacción de los elementos en los átomos vecinos de un sólido cumple la función de mantener unido el cristal, siendo posibles tres tipos de unión: enlace iónico, enlace metálico y enlace covalente. En el enlace iónico cada átomo de un elemento determinado se combina con seis de otro elemento y viceversa. En el enlace metálico la capa electrónica externa está parcialmente llena, usualmente por no más de tres electrones; las fuerzas que mantienen unida a la red aumentan debido a la interacción existente entre los núcleos de iones positivos y los electrones de la vecindad. En el enlace covalente los átomos de los elementos correspondientes poseen cuatro electrones en su última órbita, para formar el cristal, cada átomo comparte sus electrones de valencia con sus cuatro vecinos.

En un sólido, muchos átomos se mantienen unidos de tal forma que la ruptura de los niveles de energía provoca la formación de bandas de energía continuas. Podemos identificar dos clases de bandas de energía, una banda de conducción y una banda de valencia. La banda de conducción es una banda energética vacía ó parcialmente ocupada en la que los electrones pueden remontarse a niveles superiores por la acción de un campo eléctrico, con lo cual, la velocidad media de los electrones pasa de cero a un valor finito y da como resultado una conducción. La banda de valencia es una gama de estados energéticos en el espectro de -

un cristal sólido, en lo que quedan comprendidas las energías - de los electrones de valencia que determinan la cohesión del cristal. La diferencia de energía entre el nivel más bajo de la banda superior (de conducción) y el más alto de la inferior (de valencia) constituye una brecha energética.

Todos los sólidos tienen una estructura propia de bandas de energía. Esta variación en la estructura de las bandas es la responsable de la amplia gama de características eléctricas observadas en varios materiales. Cuando se aplica un campo eléctrico, los electrones experimentan una aceleración capaz de hacerlos moverse hacia nuevos estados de energía, lo cual, implica la existencia de estados vacíos.

Es posible representar los niveles de energía en una escala vertical en forma de banda dependiente del tipo de material. Con base en esto se pueden clasificar los materiales en aislantes, semiconductores y conductores.

Los materiales aislantes poseen una banda de valencia completamente ocupada a 0 K y la banda de conducción está completamente vacía, manteniendo un intervalo grande de energía entre ellas - denominada brecha ( $E_g$ ), ver Figura 5.1.

Los materiales semiconductores a 0 K tienen básicamente la misma estructura que los aislantes, con la diferencia que la brecha de energía es mucho más pequeña, Figura 5.2. Esta brecha de energía relativamente pequeña en los semiconductores permite que los electrones de la banda inferior (de valencia) puedan pasar a la banda superior (de conducción) mediante cantidades razonables de energía luminosa.

En los materiales conductores ó metales o se traslapan ó están sólo parcialmente llenas. Esto es, los electrones y los estados de energía vacíos son intermezclados dentro de las bandas, de tal forma que los electrones pueden moverse libremente bajo la influencia de un campo eléctrico. Puede verse que las es-

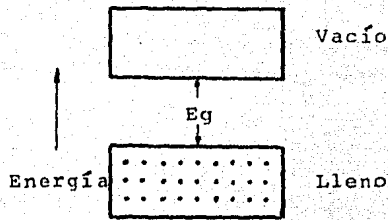


Fig. 5.1 Bandas de energía en los aislantes.

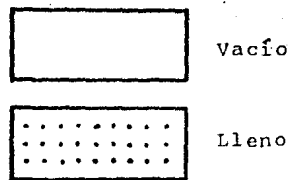


Fig. 5.2 Bandas de energía en los semiconductores.

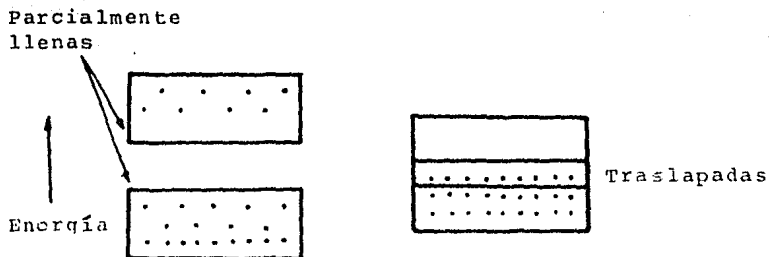


Fig. 5.3 Bandas de energía en los metales.

estructuras de las bandas metálicas sugieren que los metales tienen una alta conductividad eléctrica, ver Figura 5.3.

Los efectos termoeléctricos se producen con más intensidad en los semiconductores que en los metales, por lo cual, es necesario establecer la conformación física de ellos para determinar el grado de conversión de energía ofrecido de acuerdo a sus propiedades.

## 5.2 Comportamiento de metales y semiconductores.

Todas las propiedades primarias de los materiales termoeléctricos de alguna manera son medida de la concentración y movilidad de los portadores de carga. La Figura 5.4 muestra la influencia de la concentración de electrones portadores sobre estas propiedades.

Si observamos esta figura pueden establecerse puntos de comparación en forma cualitativa entre aislantes, semiconductores y metales, para determinar su comportamiento termoeléctrico. Como se determinó en su definición, el factor de mérito es la cantidad que nos dice cuándo un material tiene mayor capacidad de conversión termoeléctrica que otro; y ya que se encuentra manifestado en función de la conductividad eléctrica  $\sigma$ , la conductividad térmica  $K$  y el coeficiente Seebeck  $\alpha$ , cualquier variación de la concentración de los portadores de carga se reflejará en su magnitud. Puede verse que los aislantes poseen valores altos del coeficiente Seebeck, pero describen una conductividad eléctrica demasiado pequeña como para ser considerados entre los materiales de aplicaciones termoeléctricas para generación de potencia. Por el contrario, los metales tienen una excelente conductividad eléctrica aunque su coeficiente Seebeck es pequeño. Como una transición entre estos dos tipos de materiales se encuentran los semiconductores, los cuales presentan valores del coeficiente Seebeck que pueden llegar a ser mucho más grandes -

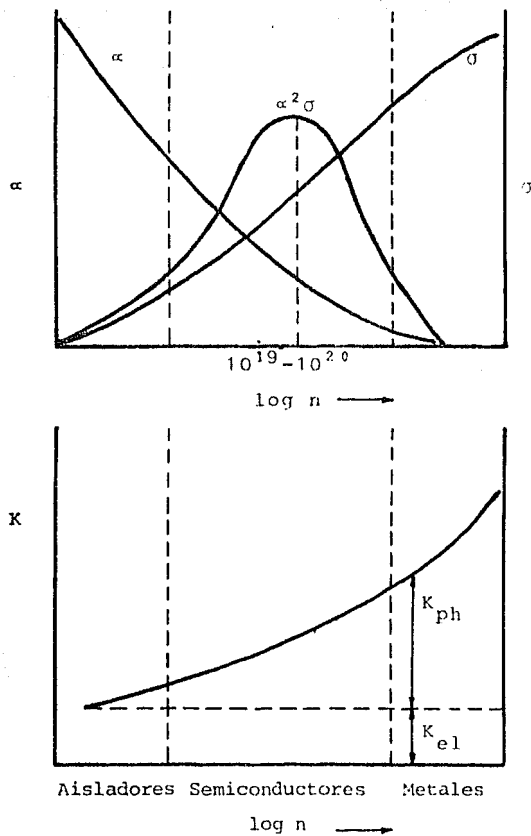


Fig. 5.4 Representación esquemática de la influencia de la concentración de electrones sobre las propiedades de los materiales termoeléctricos  $\alpha$ ,  $\sigma$  y  $K$ .



que los valores típicos de los metales, una conductividad térmica para algunos tipos de semiconductores mucho menor que la de éstos y con conductividades eléctricas lo suficientemente grandes como para ser convenientemente utilizados en aplicaciones - para generación de potencia eléctrica.

Concluyendo, es posible afirmar que para aplicaciones termoeléctricas se deben utilizar materiales semiconductores y por lo tanto, analizarlos detalladamente.

### 5.3 Cristales semiconductores.

Atendiendo al comportamiento de transición de los electrones se pueden clasificar a los semiconductores en directos e indirectos.

En un semiconductor directo se tiene un máximo en la banda de valencia y un mínimo en la banda de conducción para una misma propagación  $k$  (rad/cm). Un electrón en la banda de conducción puede caer a un estado vacío en la banda de valencia, emitiéndose se la diferencia de energía  $E_g$  como un fotón de luz, como se muestra en la Figura 5.5.

En un semiconductor indirecto, se tiene que el máximo en la banda de valencia se encuentra a una diferente propagación que el mínimo de la banda de conducción. Un electrón en el mínimo de la banda de conducción no puede caer al máximo de la banda de valencia si no es a través de un defecto de estado ( $E_t$ ) dentro de la brecha de energía. Un defecto de estado es la inclusión de un nivel de energía adicional dentro de la brecha causada por la presencia de impurezas en la red atómica. En una transición indirecta la cual implica un cambio en  $K$ , usualmente la energía es cedida como calor en lugar de ser emitida como un fotón de la luz. Ver Figura 5.6.

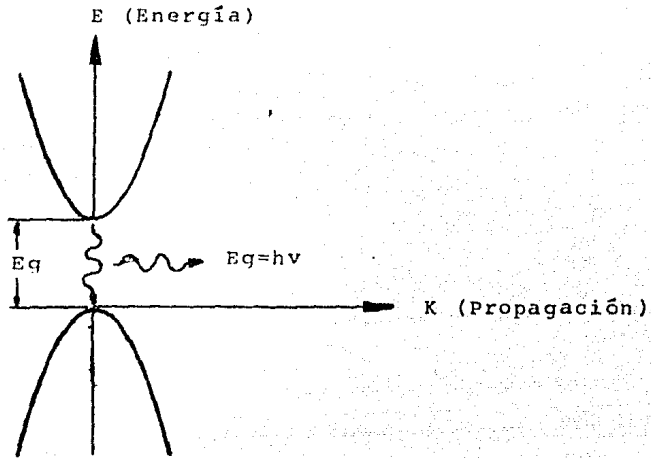


Fig. 5.5 Paso de un electrón de la banda de valencia a la banda de conducción en un semiconductor directo.

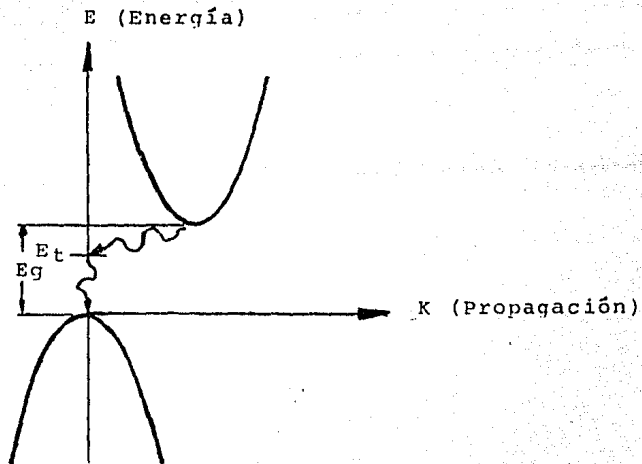


Fig. 5.6 Paso de un electrón de la banda de valencia a la banda de conducción en un semiconductor indirecto.

#### 5.4 Electrones y huecos.

Como la temperatura a la que se manejan los semiconductores es mucho mayor que 0 K, los electrones de la banda de valencia poseen suficiente energía térmica para ser excitados a través de la brecha de energía. El resultado de esto es que el semiconductor tendrá una banda de valencia casi llena y una banda de conducción casi vacía (Figura 5.7).

Por conveniencia, un estado que se ha quedado vacío en la banda de valencia se le llama hueco. Si el electrón de la banda de conducción y el hueco de la banda de valencia son creados durante un evento simple, esto será llamado par hueco-electrón.

Cuando se aplica un campo eléctrico a un semiconductor, es posible ver que el transporte de carga se realiza en la banda de conducción por medio de electrones y en la de valencia por medio de huecos, si se toman los huecos como cargas positivas.

#### 5.5 Materiales intrínsecos y extrínsecos.

**Materiales intrínsecos.** A un cristal semiconductor perfecto sin impurezas o defectos de red se le conoce como un semiconductor intrínseco. En dicho material no existen portadores de carga a 0 K debido a que la banda de valencia está llena de electrones y la banda de conducción está vacía. A altas temperaturas los pares hueco-electrón son generados siempre y cuando los electrones de la banda de valencia sean excitados a través de la brecha de energía.

**Materiales extrínsecos.** A diferencia de los portadores intrínsecos que son generados térmicamente, es posible crear portadores en los semiconductores al introducir arbitrariamente impurezas en el cristal. Este proceso es conocido con el nombre de adulteración y es la técnica más común para variar la con-

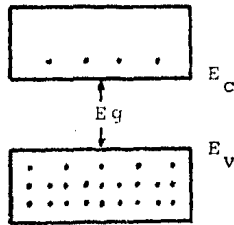


Fig. 5.7 Electrones y huecos en las bandas de energía.

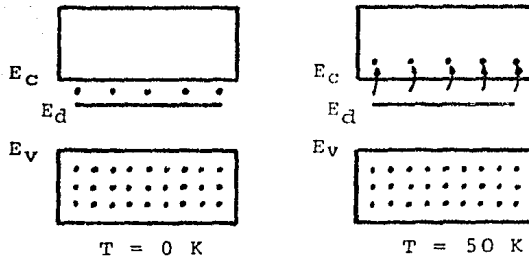


Fig. 5.8 Niveles donantes en los materiales extrínsecos.

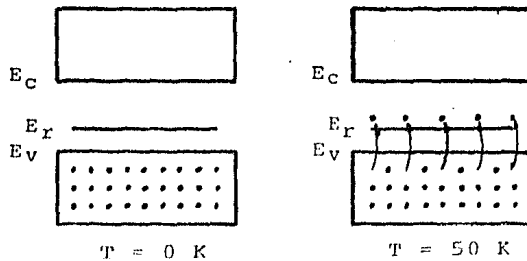


Fig. 5.9 Niveles receptores en un material extrínseco.

ductividad de los semiconductores. Un cristal alterado de esta manera puede llegar a tener un predominio de electrones o de -- huecos. Así es que se tienen dos tipos de semiconductores adulterados: de tipo n donde existe una mayoría de electrones y de tipo p con una mayoría de huecos. Cuando un cristal es adulterado de tal manera que las densidades de equilibrio de los portadores  $n_0$  y  $p_0$  son diferentes de la densidad de los portadores intrínsecos  $n_i$ , el material es llamado intrínseco.

Cuando se introducen impurezas o defectos de red en un cristal perfecto, se crean niveles adicionales en la estructura de la banda de energía y usualmente dentro de la brecha de energía. Estos niveles pueden ser de dos tipos:

- Niveles donantes. Cuando se introduce un nivel de energía -- dentro de la banda de conducción, el cual se llena con electrones a 0 K (Figura 5.8), y se requiere muy poca energía térmica para excitarlos a la banda de conducción. Esto ocurre para materiales tipo n y con elementos de la columna V de la tabla periódica.

- Niveles receptores. Cuando se introduce un nivel de energía muy cerca de la banda de valencia, el cual carece de electrones a 0 K (Figura 5.9), a bajas temperaturas existe la suficiente energía térmica disponible para excitar los electrones de la banda de valencia al nivel generado por la impureza. Dicho nivel recibe el nombre de nivel receptor. Esto se lleva a cabo con materiales de la columna III de la tabla periódica, los -- cuales adulteran el semiconductor y por ello reciben el nombre de materiales tipo p.

## 5.6 Energía de portadores de carga.

Al aplicarse los resultados del modelo de Bohr se ha encontrado que la energía esta dada por:

$$E = \frac{m_n^* \cdot q^4}{2(4\pi\epsilon_0^* \epsilon_r)^2 h^2}$$

en donde:

$m_n^*$  = masa efectiva de conductividad como resultado de un promedio de la masa efectiva en diferentes direcciones cristalográficas.

$q$  = carga del electrón.

$\epsilon_0^*$  = constante de permisividad en el vacío.

$\epsilon_r$  = constante dieléctrica relativa del material - semiconductor.

$h$  = constante de Planck ( $6.63 \times 10^{-34}$  J-s)

El número de niveles de energía en una banda es igual al número de electrones que pueden ocupar el nivel de energía por el número de átomos que están presentes en el material. Y puede decirse, que el número de estados disponibles a diversos niveles de energía es una función compleja.

El ancho de la brecha de energía se expresa en electronvoltios (eV). El electronvoltio es la energía requerida para mover un electrón a través de un campo de 1 voltio. La energía térmica de un electronvoltio a la temperatura ambiente es de solamente unos 0.03 eV como promedio.

Si producimos una diferencia de temperatura en una varilla, los niveles de energía de los electrones serán diferentes. Hay más electrones de alta energía en la región más caliente.

### 5.7 Nivel Fermi y función de distribución Fermi-Dirac.

Los electrones en los sólidos obedecen la estadística de Fermi-Dirac. Este tipo de estadísticas deben ser consideradas con base en tres aspectos: la indistinguibilidad de los electrones, su naturaleza de onda y el principio de exclusión de Pauli. El resultado de los argumentos estadísticos es que la distribución de electrones sobre un rango de niveles de energía permitidos en equilibrio térmico se rige por una función de distribución Fermi-Dirac, la cual es:

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}}$$

donde:

$$k = \text{constante de Boltzmann} = 8.62 \times 10^{-25} \text{ eV/K} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K.}$$

E = estado disponible de energía.

$E_F$  = nivel Fermi de energía.

T = temperatura absoluta.

la cual nos da la probabilidad de que un estado disponible de energía en E sea ocupado por un electrón a una temperatura absoluta T.

La función de distribución de Fermi-Dirac da la gráfica que se muestra en la Figura 5.10.

Estableciendo una correlación entre la gráfica de la función de distribución de Fermi-Dirac y las bandas de energía, se pueden obtener las gráficas de las Figuras 5.11, 5.12 y 5.13.

Ahora podemos definir el nivel Fermi como el nivel de energía para el cual se tiene que la probabilidad de que un estado de -

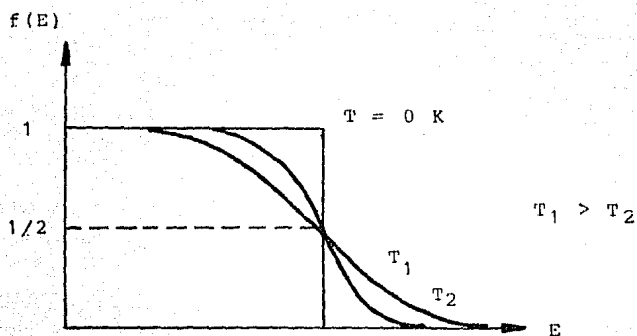


Fig. 5.10 Función de distribución de Fermi-Dirac.

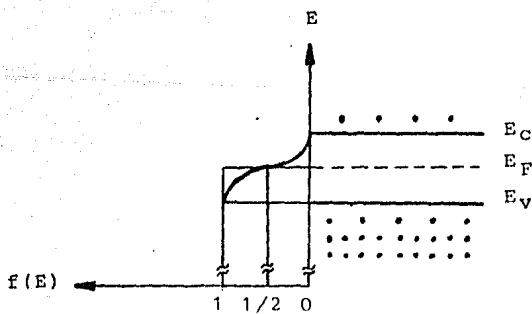


Fig. 5.11 Función de distribución Fermi-Dirac para un material intrínseco.



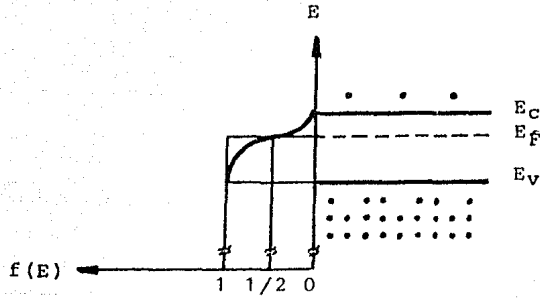


Fig. 5.12 Función de distribución Fermi-Dirac para un material tipo n.

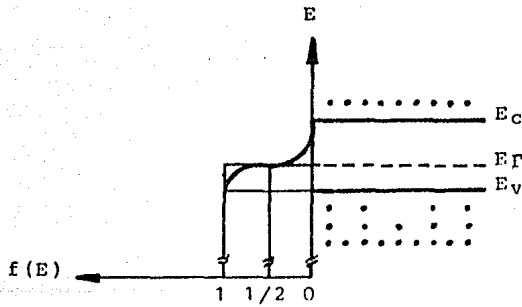


Fig. 5.13 Función de distribución Fermi-Dirac para un material tipo p.

energía superior a dicho nivel esté lleno, es la misma que la probabilidad de un estado inferior esté vacío. El nivel Fermi es un punto de referencia natural en cálculos de densidades de electrones y huecos en semiconductores, y por lo general, se le suele representar en diagramas simplificados de banda de energía como lo muestra la Figura 5.14.

Cuando un semiconductor intrínseco es adulterado tanto por elementos donantes como por receptores, el predominio de cualquiera de los dos determinará la característica final del material y el nivel Fermi estará sobre o por debajo del nivel intrínseco.

- Si dominan los elementos donantes, se tendrá que es un material de tipo n. (Ver Figura 5.15).
- Si dominan los elementos receptores, se tendrá que es un material de tipo p. (Ver Figura 5.16).

La función de distribución de Fermi puede ser usada para calcular las densidades de electrones y huecos en un semiconductor, si las densidades de los estados disponibles en las bandas de valencia y conducción son conocidas. Así, es posible obtener las siguientes expresiones:

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/kT} = \text{densidad de electrones en la banda de conducción}$$

$$p = n_i e^{(E_i - E_F)/kT} = \text{densidad de huecos en la banda de valencia}$$

$$n_i = N_C e^{-(E_C - E_i)/kT} = \text{densidad intrínseca de electrones}$$

$$N_C = 2 \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} = \text{densidad efectiva de los estados,}$$

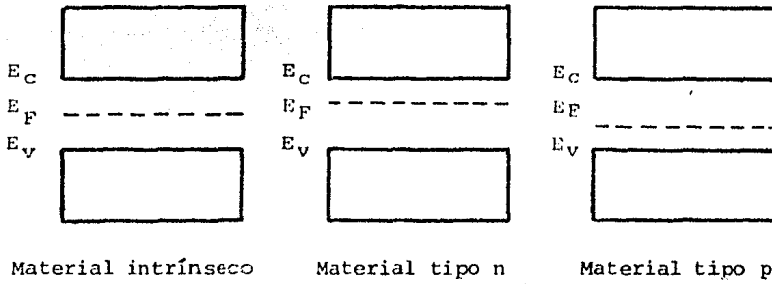


Fig. 5.14 Nivel de Fermi para diversos materiales.

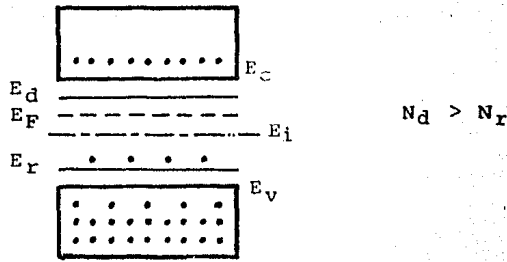


Fig. 5.15 Material tipo n, dominan los elementos donantes.

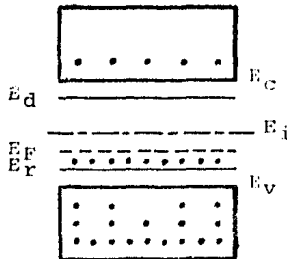


Fig. 5.16 Material tipo p, dominan los elementos receptores.

donde:

$E_C$  = nivel mínimo de la banda de conducción

$E_V$  = nivel máximo de la banda de valencia

$E_i$  = nivel intrínseco.

El valor de  $n_i$  a cualquier temperatura es un número definido para un semiconductor dado y este valor, es conocido para la mayoría de los materiales.

### 5.8 Conductividad eléctrica.

La conductividad eléctrica  $\sigma$  está dada por la expresión  $nq\mu^*$ , - donde  $n$  es la densidad de los portadores de carga (electrones ó huecos) por unidad de volumen,  $q$  es la carga electrónica y  $\mu^*$  la movilidad; la velocidad media de los electrones está dada en - unidades de campo eléctrico. En un metal,  $n$  es casi independiente de la temperatura  $T$ , y  $\mu^*$  disminuye cuando  $T$  aumenta; - debido al incremento de la dispersión por las vibraciones de -- los átomos, de tal forma que  $\sigma$  disminuye cuando  $T$  aumenta.

En un semiconductor ocurre lo contrario sobre algunas partes del rango de temperatura, ya que  $n$  puede aumentar rápidamente en -- forma exponencial cuando la temperatura se incrementa a una razón que compensa cualquier decremento que pueda ocurrir en  $\mu^*$ . Esto es verdadero en el rango de temperaturas donde el semiconductor es intrínseco, para el que su comportamiento es determinado por las propiedades básicas del mismo material, así como de las pequeñas partes de impurezas que estén presentes. El rango extrínseco de temperaturas es más bajo que el intrínseco normalmente, en el extremo más bajo de este rango  $n$  aumenta ligeramente con  $T$ . Hay un rango más alto, el rango de "agotamiento", -- donde los átomos de impureza han liberado sus portadores de carga, con lo que  $n$  se vuelve independiente de la temperatura.

La conductividad eléctrica puede igualmente disminuir en tanto que la temperatura aumenta en dicho rango, ya que  $n$  es constante y  $\mu^*$  disminuye.

La densidad de los portadores intrínsecos y la temperatura a la cual un semiconductor extrínseco con una densidad de impurezas determinado se vuelve intrínseco, dependen de la brecha de energía.

Para un semiconductor intrínseco se tiene que:

$$n_i(T) = 2 \left( \frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} e^{-E_g/2kT}$$

donde  $m_n^*$  es la masa efectiva de electrones y  $m_p^*$  la de huecos;  $E_g$  es la brecha de energía.

En la Figura 5.17 se observa el comportamiento de los portadores intrínsecos para el silicio y el germanio como función del inverso de la temperatura absoluta.

Cuando todos los electrones intrínsecos disponibles han sido -- transferidos a la banda de conducción,  $n$  se vuelve virtualmente constante con la temperatura hasta que la concentración de portadores intrínsecos  $n_i$  llega a ser comparable con la densidad intrínseca  $N_d$ , y los portadores intrínsecos dominan. Conforme la temperatura es elevada los electrones son donados a la banda de conducción hasta que todos los átomos donantes son ionizados (Ver Figura 5.18). Este rango de temperatura es llamado la región de ionización. Usualmente la adulteración del material se escoge de tal manera que el rango extrínseco se extienda por encima de la temperatura más alta a la cual será usado el dispositivo.

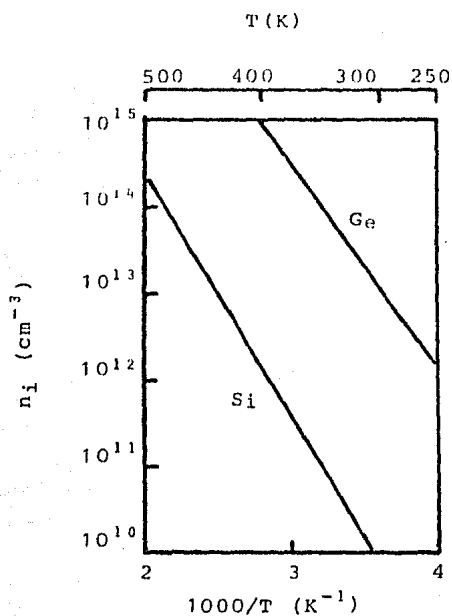


Fig. 5.17 Influencia de la temperatura sobre el comportamiento de los portadores intrínsecos para el silicio y el germanio.

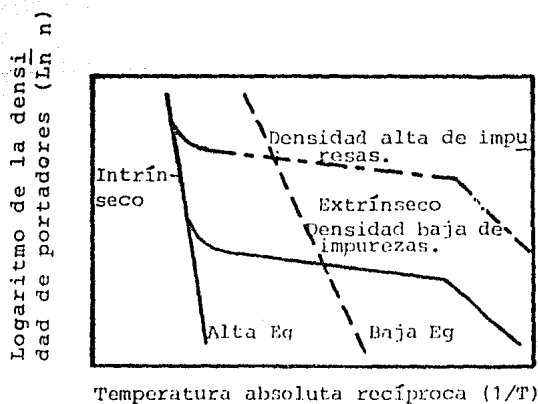


Fig. 5.18 Influencia de la temperatura sobre la densidad de portadores de carga.

## 5.9 Coeficiente Seebeck.

De la mecánica cuántica se tiene que el coeficiente Seebeck está dado por:

$$\alpha = \pm \frac{k}{q} \left[ (r^* + 2) + \text{Ln} \frac{2}{n} \left( \frac{2\pi m^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \right]$$

donde el signo superior es para semiconductores tipo p y el inferior para tipo n;  $m^*$  es una masa efectiva del portador de carga,  $n$  es la concentración de portadores,  $T$  es la temperatura absoluta, y  $r^*$  es una cantidad que depende del tipo de dispersión que experimenta el portador cuando éste se mueve a través del material ( $r^* = 0$  para una red covalente perfecta y  $r^* = 2$  cuando existen impurezas). Las cantidades  $q$ ,  $k$ , y  $h$  representan la carga eléctrica, la constante de Boltzmann y la constante de Planck respectivamente.

Analizando esta ecuación puede verse que el coeficiente Seebeck es mejorado al sustituirse impurezas dentro de la red o al escoger substancias de masa efectiva grande. No obstante, al incrementar el número de portadores se manifiesta una disminución. Por tal razón, los metales ( $n > 10^{26}/\text{m}^3$ ) tienen un coeficiente Seebeck mucho más bajo que los semiconductores ( $10^{24} < n < 10^{25}$ ).

Como se vió en el Capítulo 4, el coeficiente Seebeck es el representativo de la generación eléctrica, ya que está definido por la razón de cambio del voltaje con respecto al cambio de la temperatura determinada del pozo térmico.

La Figura 5.19 muestra la influencia de la temperatura sobre el coeficiente Seebeck para metales y semiconductores.

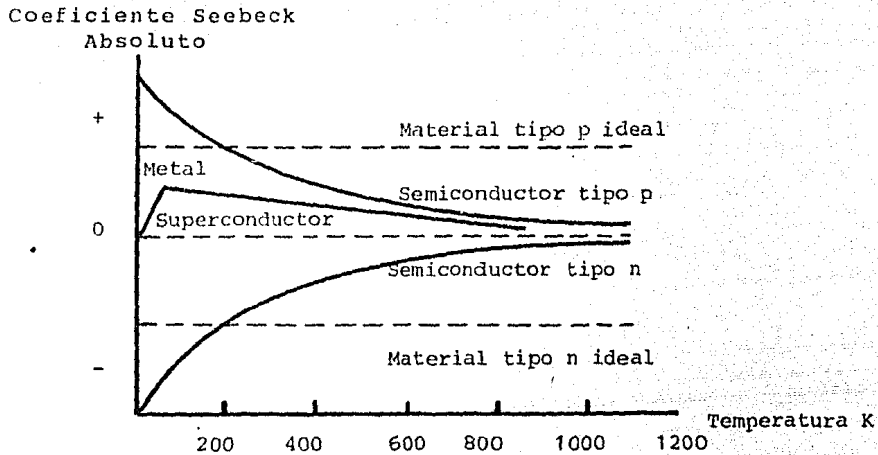


Fig. 5.19 Influencia de la temperatura sobre el coeficiente Seebeck.

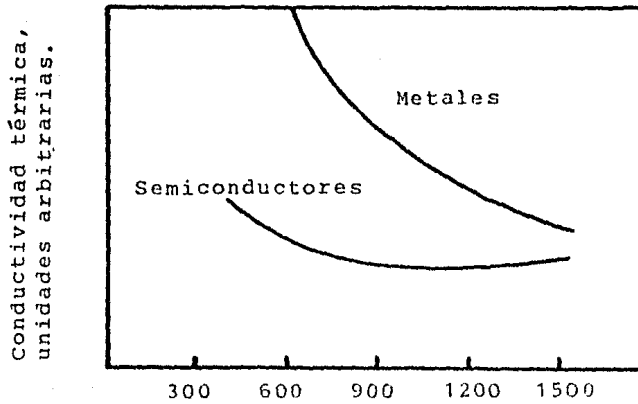


Fig. 5.20 Influencia de la temperatura sobre la conductividad térmica.



## 5.10 Conductividad térmica.

De las tres propiedades termoeléctricas (conductividad eléctrica, coeficiente Seebeck y conductividad térmica), la conductividad térmica es la menos factible de predicción teórica y de verificación experimental. Un material termoeléctrico debe poseer una conductividad térmica muy baja para que el factor de mérito sea grande, es por esto que resulta preferible utilizar semiconductores en lugar de metales, como se ve en la Figura 5.20.

La conductividad térmica  $K$  para un semiconductor puede ser expresada en términos de cuatro componentes.

$$K = K_e + K_L + K_a + K_r$$

$K_e$  es la conductividad térmica debida al movimiento de electrones, la cual es directamente proporcional a la conductividad eléctrica, y ambos están relacionados por la ley de Wiedeman - Franz.

$$\frac{K_e}{\sigma} = \left(\frac{k}{q}\right)^2 T (r + 2) .$$

$K_L$  representa la contribución de la red a la conductividad térmica, que es el resultado de la propagación de la energía en forma de vibraciones atómicas alrededor de la red. Los dos últimos términos son debidos al transporte de energía por los pares hueco-electrón ( $K_a$ ) y a la transferencia radiactiva ( $K_r$ ).

En la mayoría de los semiconductores el calor es transportado principalmente por las vibraciones de los átomos, en el fenómeno llamado conductividad térmica de la red. La conductividad térmica de la red puede variar hasta en un factor de 1,000 entre diferentes semiconductores (los semiconductores de diamante tienen la conductividad más alta que se conozca, a temperatura ambiente; el telururo antimónico de plata,  $AgSbTe_3$ , conduce el calor casi tan pobremente como el vidrio o los plásticos).

Los materiales constituidos por átomos pesados, generalmente poseen bajas conductividades térmicas de la red. Es por esta razón que los compuestos semiconductores destinados para aplicaciones termoeléctricas útiles, se encuentran formados por elementos que dentro de los no radiactivos, son los más pesados (plomo y telurio). Por consiguiente, se puede esperar que el valor de  $K_e$  disminuya en elementos pesados o en aquellos con uniones débiles, en la medida en que la frecuencia de las vibraciones de la red crezca; siendo además, poco importante su variación ante los cambios de adulteración del material.

El transporte de energía efectuado por los pares hueco-electrón sólo es importante en los semiconductores intrínsecos, ya que en estos, la recombinación del exceso de densidad de pares provee energía al extremo frío en una cantidad mucho mayor, que la transportada por los gradientes de velocidad de los electrones y por las vibraciones de los iones.

La contribución térmica de la radiación es particularmente importante únicamente cuando existen altas temperaturas, y muy pequeña cuando se manejan bajas temperaturas.

Concluyendo, es posible afirmar que la variable más importante en la selección de semiconductores extrínsecos destinados para aplicaciones termoeléctricas es la conductividad térmica de la red.

#### 5.11 Influencia del grado de adulteración de semiconductores.

Si variamos el nivel de impurezas adulterantes en un semiconductor empezando con un valor alto de impurezas de tipo n, posteriormente lo reducimos a cero, y después, incrementamos el nivel de impurezas de tipo p hasta un valor alto, podemos obtener la gráfica que se muestra en la Figura 5.21. Al graficar el coeficiente Seebeck contra el logaritmo natural de la conducti-

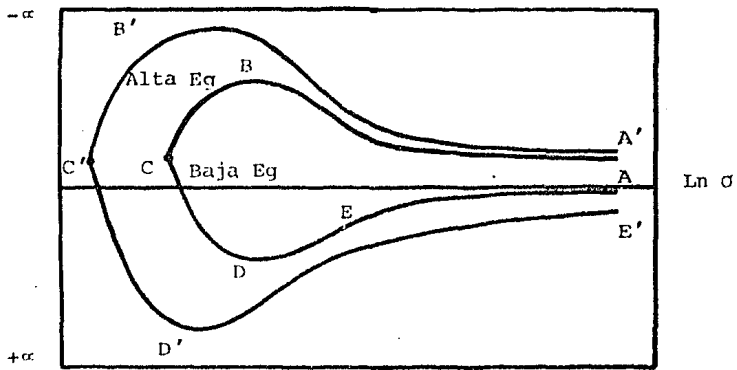


Fig. 5.21 Influencia de la adulteración de semiconductor sobre el coeficiente Sebeck.

vidad eléctrica a diferentes temperaturas, se pueden obtener -- las curvas características mostradas.

Cuando la conductividad eléctrica es baja se obtienen valores -- altos de  $\alpha$ , correspondiéndole el máximo al mayor valor de  $E_g$  pa -- la la menor temperatura posible. En la región BCD, se encuen-- tran presentes portadores de carga tanto positivos como negati-- vos, dando contribuciones opuestas en signo al valor de  $\alpha$ .

Un valor de  $\alpha$  bajo el punto máximo de la curva puede ser obteni -- do con dos valores de  $\sigma$ . Para aplicaciones termoeléctricas es siempre el valor más alto el que nos interesa.

#### 5.12 Maximización de Z.

Para maximizar el factor de mérito, primeramente es necesario -- seleccionar los mejores materiales semiconductores y entonces, controlar sus propiedades mediante adiciones apropiadas de im-- purezas. La primer ventaja obvia de los semiconductores es su gran disponibilidad de capacidades termoeléctricas de conver-- sión, tanto de tipo p como de tipo n. Dado que cuando se tenga la más pequeña densidad de electrones o huecos, se conseguirá el mayor coeficiente Seebeck, la adición de impurezas deberá -- ser controlada para incrementar los factores de mérito hasta su máximo posible. Si de alguna manera la densidad de los portado -- res de carga (electrones o huecos) llega a ser demasiado baja, la conductividad eléctrica disminuirá tanto que el factor de -- mérito se verá reducido. Es por esta razón que el factor de mé -- rito alcanza su máximo con valores intermedios de la densidad de electrones o huecos, la cual es de alrededor de uno por 10,000 -- átomos, ó  $10^{19}$  por centímetro cúbico. Cuando esto ocurre, el -- valor óptimo del coeficiente Seebeck se aproxima a los  $\pm 200$   $\mu V/^{\circ}C$ .

Es importante hacer notar que el valor de  $\alpha$  no es muy alto. Se

pueden obtener valores muy altos si  $E_g$  es grande, lo cual ocurre al disminuir el grado de adulteración, pero como ya se mencionó, esto implica que se disminuyan tanto la conductividad eléctrica  $\sigma$  y el producto  $\alpha^2 \sigma$ . También, puede observarse en la Figura 5.21 que si  $E_g$  es extremadamente bajo o la temperatura es extremadamente alta, el mayor valor de  $\alpha$  que se pueda obtener, será menor de  $200 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$  en valor absoluto, con lo que no se habrá logrado un comportamiento termoeléctrico bueno.

### 5.13 El origen electrónico de los efectos termoeléctricos.

La estructura atómica de un metal o de un semiconductor determina la posición de sus niveles de energía permitidos, relacionados a la energía de los portadores de carga. Por lo tanto, el número de portadores determinará a cualquier temperatura ( $T$ ), la energía del nivel Fermi ( $E_F$ ). El nivel de Fermi es una característica propia de cada material, ya sea un metal o un semiconductor, y varía apreciablemente de metal a metal o de metal a semiconductor. Cuando dos metales, un metal y un semiconductor, ó dos semiconductores son dispuestos en contacto eléctrico, los electrones fluyen fuera del material que posea el valor más alto de  $E_F$ . Sin embargo, esta difusión no puede durar indefinidamente ya que el mismo movimiento de electrones y huecos genera un campo eléctrico opuesto en la unión. El campo eléctrico resultante  $\vec{E}$  es dirigido de las cargas positivas a las negativas. El movimiento de electrones y huecos termina cuando los niveles Fermi coinciden; siendo entonces el potencial electrostático de contacto  $\phi_{12}$  para un electrón libre de carga  $q$  dado por:

$$\phi_{12} = \frac{E_{F1} - E_{F2}}{q} ,$$

donde  $E_{F1}$  y  $E_{F2}$  son los niveles Fermi de energía originales de los materiales que han sido contactados.

**Efecto Seebeck.** Es una cadena de diferentes metales o semiconductores (1, 2, 3, ..., n), la diferencia de potencial entre 1 y n es  $\phi_{12} + \phi_{23} + \dots + \phi_{n-1,n}$  lo cual es igual a  $\phi_{1n}$  ya que  $q\phi_{1n} = (E_{F1} - E_{F2}) + (E_{F2} - E_{F3}) + \dots + (E_{Fn-1} - E_{Fn})$ . Por lo tanto, en un circuito cerrado no habrá fuerza electromotriz ni corriente eléctrica. Si de alguna manera, en un circuito cerrado de dos metales A y B por ejemplo, los contactos son mantenidos a diferentes temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ , entonces, si las posiciones de los niveles Fermi de A y B varían en diferente forma con la temperatura, el potencial electrostático de contacto  $\phi_{AB}^{(I)}$  a  $T_1$  no será el mismo que  $\phi_{AB}^{(II)}$  a  $T_2$ . Ahora existe una fuerza electromotriz actuando alrededor del circuito y una corriente eléctrica fluyendo. Esta corriente puede ser utilizada para efectuar trabajo mecánico, y entonces, de acuerdo a las leyes de la termodinámica se requerirá que el calor sea suministrado en la unión caliente y expulsado en la unión fría.

**Efecto Peltier.** Si por el contrario, hacemos que por el circuito propuesto fluya una corriente eléctrica, en la unión en la que el vector de campo eléctrico se encuentre en dirección opuesta al flujo de corriente se generará un enfriamiento. Esto ocurre porque cuando un electrón es obligado a pasar de un estado inferior de energía a un estado superior, absorbe calor del medio que le rodea para poder permanecer en el nuevo nivel energético.

**Efecto Thomson.** Este efecto se presenta en el interior de una pieza homogénea de un metal o semiconductor simple, y tiene dos aspectos. La presencia de un gradiente de temperatura origina que la distribución de los electrones entre niveles disponibles de energía varíen ligeramente de punto a punto. Como resultado de esto habrá una redistribución de electrones con lo cual se producirá un gradiente de potencial. Si por otro lado, una corriente eléctrica fluye del extremo frío al extremo caliente de tal forma que los electrones viajen del extremo caliente al extremo frío, los electrones arribarán a cualquier punto y podrá

existir energía térmica en exceso. Como consecuencia, habrá -- una generación local de calor proporcional al gradiente de temperatura y al flujo de electrones. Es usual expresar el calor generado por unidad de volumen en términos de la densidad de -- corriente  $-\tau J dT/dx$ . Cuando  $J$  y  $dt/dx$  son positivos, la corriente fluye del extremo frío al extremo caliente y los electrones del caliente al frío. Es por esto que el coeficiente Thomson  $\tau$  es negativo. Es los metales o semiconductores en que la conducción sea por huecos, el coeficiente será positivo.

## CAPITULO 6

MATERIALES TERMOELECTRICOS <sup>14</sup>

Las características que debe reunir un termopar destinado a -- usos termoeléctricos son principalmente: que posea un factor -- de mérito alto sobre un amplio rango de temperaturas; que el coeficiente Seebeck tenga un valor cercano a los  $\pm 200 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$  a la -- temperatura a la cual habrá de operar; que posea estabilidad -- contra cambios físicos y químicos en períodos de tiempo grandes; y que sea de costo moderado. Cuando menos uno de los dos constituyentes del par debe tener un factor de mérito alto, sin embargo, dos constituyentes con alto factor de mérito no necesariamente garantizan que el factor de mérito del termopar sea alto. Por ejemplo, si los coeficientes Seebeck de los dos constituyentes son los mismos, el factor de mérito del par será cero ya que los coeficientes se suman algebraicamente.



## 6.1 Materiales de banda ancha.

Para comparar materiales que manifiestan un coeficiente Seebeck alrededor de los  $\pm 200 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , se debe establecer un control de las impurezas adulterantes, ya sea descubiertas o introducidas. Existe además, el requerimiento adicional que la brecha de energía  $E_g$  debe ser más grande que  $4kT$ , donde  $k$  es la constante de Boltzmann y  $T$  es la temperatura máxima a la cual el generador operará. Sin embargo, esta condición puede ser relegada y pequeñas brechas de energía aceptadas si la movilidad de los electrones es mucho mayor que la de los huecos ( $\mu_n^* \gg \mu_p^*$ ).

Un material de banda ancha es aquel en el cual existe un gran traslape de orbitales de electrones en una determinada vecindad de átomos. Para materiales de banda ancha, puede decirse que el factor de mérito teóricamente se comporta como:

$$Z \propto \frac{\mu_e m_e^{3/2} T^{3/2}}{K_L}$$

en donde  $m_e$  es la masa efectiva de la densidad de estados dependiente del material, no obstante el comportamiento es diferente y empíricamente se ha llegado a determinar que:

$$Z \propto \frac{N f(N)}{m_i K_L},$$

en donde  $N$  es un número mínimo en la estructura de bandas,  $f(N)$  es una función de  $N$  menor que la unidad y  $m_i$  es la masa inercial efectiva.

Experimentalmente se ha notado que en la mayoría de los materiales relacionados,  $K_L$  decrece cuando el peso atómico medio aumenta. Tal es el caso de los elementos del grupo IV diamante, silicio y germanio, o algunos de los compuestos análogos grupo -

III- grupo V. Este hecho, condujo al estudio de los compuestos telururo de plomo y telururo de bismuto, los cuales tienen los pesos atómicos medios más altos disponibles en un semiconductor, además de que las masas efectivas y movilidades no son muy diferentes para electrones y huecos en estos materiales.

Se sabe que  $K_L$  tiende a decrecer si algunos de los átomos de una red cristalina son remplazados por otros de diferente tamaño y masa. Si los átomos extraños son de la misma columna de la tabla periódica los efectos sobre las propiedades eléctricas son mucho menores que con impurezas donantes o receptores de columnas vecinas.  $K_L$  continúa decreciendo en muchos materiales hasta que alrededor de la mitad de una clase de átomos ha sido sustituida por otra; por ejemplo, las aleaciones entre silicio y germanio tienen un mínimo de  $K_L$  de cerca de un 50% de la del germanio. El telururo de bismuto,  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , tiene una  $K_L$  mínima cuando la mitad del bismuto ha sido sustituida por antimonio y el telururo de plomo,  $\text{PbTe}$ , cuando la mitad del telurio (Te) es remplazada por selenio (Se). Con concentraciones más altas -- como 50% de elementos de la misma columna, se tienen considerables efectos sobre las propiedades eléctricas en algunos compuestos; en algunos pero no en todos, estos efectos pueden ser compensados al ajustar la concentración de átomos donantes o receptores. Por ejemplo, el telururo antimónico de bismuto puede ser adulterado para requerir valores óptimos de  $\alpha$ , cerca de los 200  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , a todas las concentraciones cuando sea tipo p, pero únicamente sobre el 25% de antimonio cuando sea tipo n. En algunos compuestos existe un decremento en la movilidad durante este tipo de sustitución, lo cual puede desbalancear la ventaja del decremento de  $K_L$ .

Cuando se sustituye Sb por Bi en  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  no ocurre este efecto y se logra un incremento de  $\mu^*m_n^{3/2}$  a un alto contenido de Sb. Este incremento combinado con el decremento en  $K_L$  conduce a un valor de Z de  $3.3 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$  para material tipo p a temperatura ambiente. El mejor valor para tipo n es cerca de  $2.8 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$ .

Esto representa considerables mejoras comparadas con el mismo telururo de bismuto. Similarmente, el factor de mérito para  $\text{Pb}_2\text{TeSe}$  es  $2 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$  a temperatura ambiente mientras que para  $\text{PbTe}$  es  $1.2 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$ .

Además debe notarse que cuando la conductividad térmica  $K_L$  es determinada por las vibraciones de una red cristalina periódica, ésta disminuye cuando la temperatura aumenta, y sobre un rango considerable se tiene que  $K_L \propto 1/T$ . Cuando  $K_L$  es disminuída por la presencia de un desordenador de red al introducir iones extraños, ésta es mucho menos sensitiva a la temperatura y casi independiente, cuando la red presenta un gran desorden o el material es amorfo. De esto, es posible decir que la ventaja de sustituir iones extraños es menos marcada conforme se aumenta la temperatura. En resumen, no existe ventaja al utilizar  $\text{Pb}_2\text{TeSe}$  sobre  $\text{PbTe}$  para operaciones cercanas a los  $50^\circ\text{C}$ , mientras que el último es más fácil de preparar y estabilizar.

El telururo de plomo tiene un valor de  $Z$  cercano a  $10^{-3}/^\circ\text{C}$  a  $500^\circ\text{C}$  y es estable para períodos considerables de operación a esta temperatura. Si se le protege de la atmósfera puede operar hasta  $600^\circ\text{C}$  con un valor de  $ZT = 0.9$ .

Cuando el telururo de bismuto es adulterado con antimonio o selenio, o ambos, los factores de mérito alcanzan valores tan altos como  $4 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$  con posibilidades de mejoramiento posterior. Las eficiencias correspondientes dependen del rango de temperatura del material, pero cerca del 25% debe ser teóricamente posible, y su rango de operación útil se encuentra entre la temperatura ambiente y los 250 o  $300^\circ\text{C}$ .

Los selenuros son normalmente utilizados entre  $150$  y  $850^\circ\text{C}$ ; una transformación de fase en el material tipo p a  $150^\circ\text{C}$  hace impráctico utilizarlos a temperaturas menores. Las aleaciones de silicio-germanio tienen un rango de temperaturas útiles entre la temperatura ambiente y los  $1,000^\circ\text{C}$  aproximadamente.

En la Figura 6.1 se puede observar el comportamiento de los factores de mérito de varios semiconductores termoeléctricos de banda ancha.

La Figura 6.2 muestra una gráfica del producto adimensional  $ZT$  contra la temperatura baja y media.

## 6.2 Materiales de banda estrecha.

Existen materiales en los cuales hay muy poco traslape de orbitales de electrones entre los iones vecinos más cercanos, de tal forma que no se forman niveles de energía de banda ancha asociados con los electrones originarios de tales iones. Estos materiales reciben el nombre de materiales de banda estrecha y su situación es diferente a la de los semiconductores mencionados en la sección 1 de este capítulo. Cuando hay un pequeño traslape, los electrones son retenidos la mayor parte del tiempo en la vecindad de los iones de los cuales se originaron. De cualquier manera, tienen la posibilidad de saltar de un lado a otro y esto llega a ser mayor con el aumento de temperatura. Es por esto que se genera una pequeña conductividad cuando se aplica un campo, debido a la pequeña movilidad producida por el aumento de temperatura. El mecanismo de transporte es muy diferente al de los semiconductores de banda ancha, por lo que la teoría de estos no puede ser aplicada. A pesar de esto, el valor óptimo de  $\alpha$  para este tipo de materiales sigue siendo  $200 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ . La componente electrónica de la conductividad térmica tiende a cero para los materiales de banda estrecha.

El comportamiento de este tipo de semiconductores varía con la temperatura y muchas veces con la atmósfera ambiente, como es el caso del óxido de níquel, la estructura perovskita, las espinelas, los tungstatos, el dióxido de titanio y varios titanatos, por lo que su uso no es común.

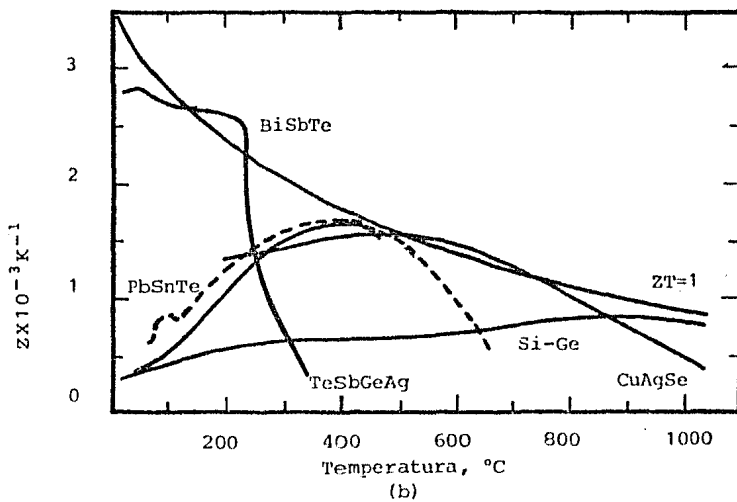
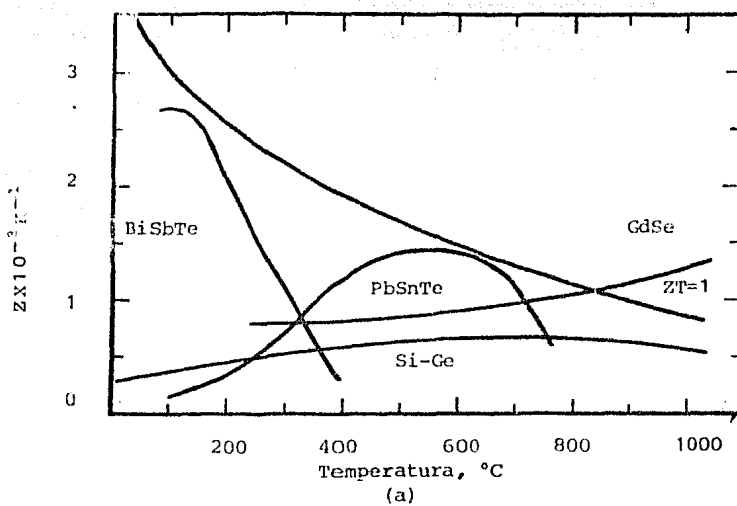
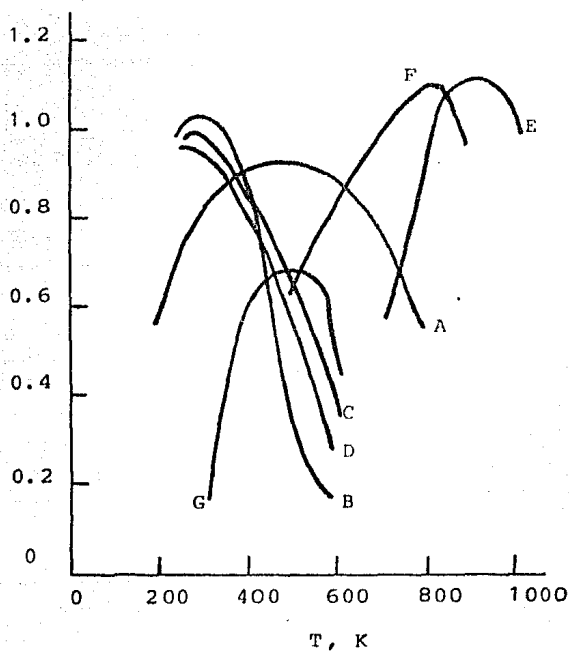


Fig. 6.1 Factores de mérito en función de la temperatura para los mejores materiales termoeléctricos; (a) materiales tipo n; (b) materiales tipo p.



- Curva A: tipo n, 0.75  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , 0.25  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$   
 Curva B: tipo p, 0.30  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , 0.70  $\text{Sb}_2\text{Te}_3(\text{Te})$   
 Curva C: tipo p, 0.25  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , 0.75  $\text{Sb}_2\text{Te}_3(\text{Te})$   
 Curva D: tipo p, 0.25  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , 0.75  $\text{Sb}_2\text{Te}_3(\text{Te})$   
 Curva E: tipo p, 0.95  $\text{GeTe}$ , 0.05  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$   
 Curva F: tipo p, 0.90  $\text{GeTe}$ , 0.10  $\text{AgSbTe}$   
 Curva G:  $\text{ZnSb}$

Fig. 6.2 Factores de mérito de algunos materiales termoeléctricos de temperatura baja y media.

Los materiales de banda estrecha no presentan un futuro muy prometedor, lo cual es aplicable a otros óxidos metálicos de transición con sus respectivos sulfuros, selenuros y telururos; además de que todos ellos poseen un factor de mérito muy bajo.

### 6.3 Otros materiales.

El único óxido metálico de no transición que parece ser de interés para aplicaciones termoeléctricas es el óxido de zinc ( $ZnO$ ) pero para trabajarse a temperaturas mayores de  $1200^{\circ}C$ . Algunos sulfuros que también han sido estudiados son el de cerio y el de samario. Estos son refractarios y presentan bajos valores de  $K_L$ , sin embargo existe el problema de que sus mejores características las manifiestan a temperaturas sobre los  $1200^{\circ}C$  siendo la correspondiente transferencia de calor radiactiva muy alta.

### 6.4 Conclusión.

Puede decirse que las propiedades requeridas para que un semiconductor termoeléctrico sea bueno es que posea una conductividad eléctrica alta, una conductividad térmica baja, un coeficiente Seebeck con valor cercano a los  $200 \mu V/^{\circ}C$ , un valor de  $Z$  a temperatura ambiente de  $3.3 \times 10^{-3}$  (correspondiente a  $ZT = 1$ ), de  $500$  a  $600^{\circ}C$  de  $2 \times 10^{-3}$  ( $ZT = 1.7$ ) y para temperaturas alrededor de  $1000^{\circ}C$  de  $1 \times 10^{-3}/^{\circ}C$ .

## CAPITULO 7

### EL GENERADOR TERMOELECTRICO

#### 7.1 Descripción general,

El generador termoelectrico es una máquina térmica que convierte la energía calorífica en energía eléctrica por medio del efecto Seebeck. Su configuración más simple es la de un elemento integrado por dos semiconductores, uno de tipo p y otro tipo n, los cuales se encuentran unidos entre sí en un extremo por un conductor y en el otro, están conectados a las terminales de una resistencia de carga. En un extremo del elemento se encuentra una fuente de calor, por el otro un pozo térmico, tal como se muestra en la Figura 7.1. Al establecerse un flujo de calor  $Q_h$  de la fuente de calor hacia el elemento y un flujo de calor  $Q_c$  del elemento hacia el pozo térmico se produce una diferencia de temperaturas entre los extremos del elemento. La discrepancia entre  $Q_h$  y  $Q_c$  obedece a que gracias al efecto Seebeck, parte de la energía térmica transferida se ha convertido en energía eléctrica. La energía convertida de calor a electricidad



depende de los materiales usados, de las temperaturas de la -- fuente de calor y del pozo térmico, y del diseño tanto eléctrico como térmico del termopar.

En la Figura 7.1 se puede ver que existe un material semiconductor tipo p y uno tipo n. Los parámetros compuestos efectivos de este generador son el coeficiente Seebeck de la unión ( $\alpha$ ), la resistencia interna total (R), y el coeficiente de transferencia de calor (U). Si los coeficientes Seebeck de cada componente son  $\alpha_n$  y  $\alpha_p$  ( $\alpha_n$  siendo siempre negativa), las resistencias eléctricas  $\rho_n$  y  $\rho_p$ , las conductividades térmica  $K_n$  y  $K_p$  se toman como independientes de la temperatura, los parámetros compuestos pueden definirse como: <sup>15</sup>

$$\alpha = \alpha_p - \alpha_n = |\alpha_p| + |\alpha_n| \quad (7.1)$$

$$R = \frac{\rho_n L_n}{A_n} + \frac{\rho_p L_p}{A_p} \quad (7.2)$$

$$U = \frac{K_n A_n}{L_n} + \frac{K_p A_p}{L_p} \quad (7.3)$$

donde  $L_n$ ,  $L_p$  y  $A_n$ ,  $A_p$  corresponden respectivamente a los espesores y áreas de los materiales n y p.

## 7.2 Configuraciones termoeléctricas.

En los procesos de generación termoeléctrica generalmente se consideran dos tipos de configuraciones: de un estado, y de estado múltiple o en cascada. Dichas configuraciones se muestran en la Figura 7.2,

El utilizar un estado implica la disposición de un arreglo en serie de los elementos termoeléctricos con lo cual se logra un

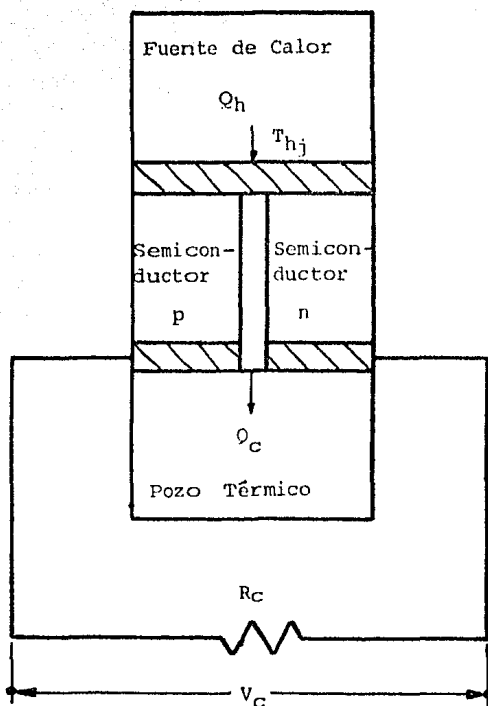


Fig. 7.1 El generador termoeléctrico.

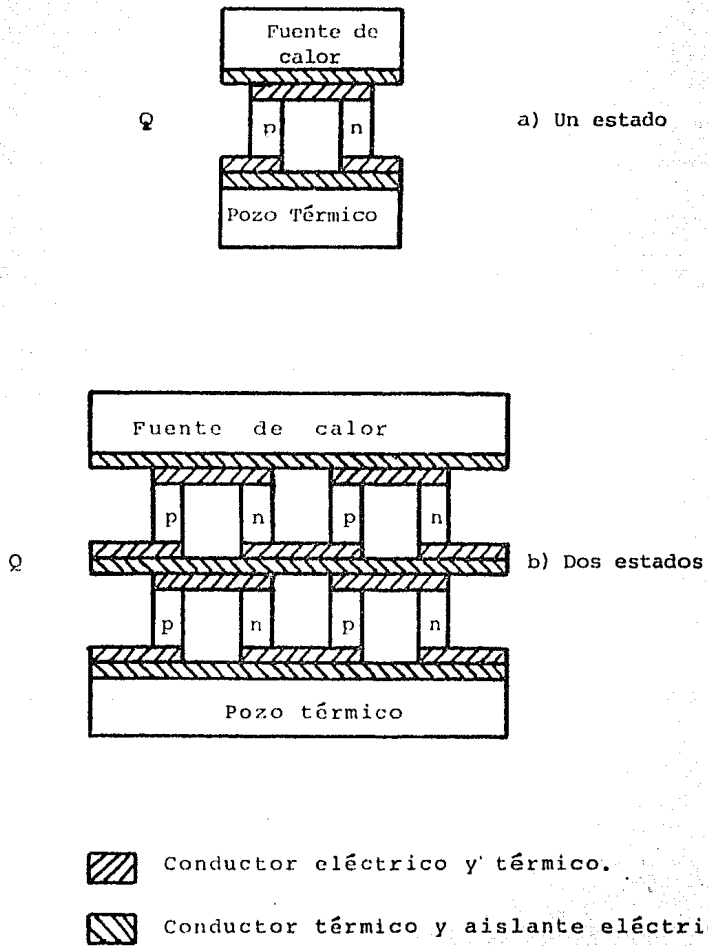


Fig. 7.2 Configuraciones termoeléctricas.

aprovechamiento decreciente del calor transferido. Debido a que el mejor comportamiento termoeléctrico de un material se manifiesta cuando a una temperatura determinada el valor de su coeficiente Seebeck es cercano a los  $\pm 200 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , es claro ver que -- cuando se altere la temperatura cambiará el comportamiento. Sería deseable que para un arreglo en serie el grado de adulteramiento del material variara a lo largo de éste. Sin embargo, el proveer una serie de materiales diferentes incrementan las dificultades de fabricación de los elementos y hace que el comportamiento teórico se desvíe más del práctico que con un material -- simple. Además, con diferentes materiales en serie se lograrían diferentes valores de las conductividades térmica y eléctrica -- cuando los materiales son adulterados para que den del valor requerido de  $\alpha$ . Tales diferencias pueden conducir a dificultades para encontrar los requerimientos geométricos.

Mediante una disposición de estado múltiple o arreglo de estados en cascada, es posible utilizar diferentes materiales con -- diversas geometrías. Por lo que el comportamiento teórico es -- mejorado considerablemente si se le compara con el de un estado simple para un amplio rango de temperaturas. La Figura 7.26 muestra un arreglo de dos estados en cascada, cada uno con dos uniones eléctricas en serie. En la práctica el número de uniones -- en cada estado puede ser bastante grande, las cuales se encuentran conectadas térmicamente en paralelo para aumentar la transferencia de calor. Cada estado se encuentra aislado eléctricamente de los otros, pero son conectados térmicamente tanto como sea posible. El segundo estado puede ser conectado de la misma forma a un tercero si es necesario. Los estados pueden estar -- interconectados eléctricamente en serie proveyendo iguales salidas de corriente con los valores óptimos requeridos. La impedancia de carga será entonces la suma de las impedancias de los estados individuales.

Cuando se manejan rangos de temperaturas bajas o moderadas el uso de un arreglo en cascada de los elementos termoeléctricos -- se vuelve inapropiado, ya que las temperaturas de las uniones

frías del primer estado son relativamente bajas y no es posible obtener una diferencia adecuada de temperaturas para la existencia de un segundo estado. Por lo anterior puede decirse que en nuestro caso, tendrá que utilizarse una configuración de estado simple.

### 7.3 Contactos.

Se conocen como contactos las partes que se encuentran entre los elementos termoeléctricos. Podemos identificar dos tipos de contactos, aquellos que funcionan como conductores eléctricos y térmicos, y los que funcionan como conductores térmicos pero aislantes eléctricos, ver Figura 7.2. La preparación y selección de los contactos depende del rango de temperaturas a las cuales serán usados. Los materiales de contacto deberán ser lo suficientemente fuertes como para tolerar ciclos y choques térmicos, y deberán ser tan dúctiles como sea posible con coeficientes de expansión iguales a los del semiconductor. Es preferible disponer la geometría de tal forma que los contactos estén en compresión, para minimizar los rompimientos o cuarteaduras durante la expansión térmica.

### 7.4 El generador termoeléctrico como un intercambiador de calor.

Como se ha visto, la generación termoeléctrica reduce básicamente en un problema de transferencia de calor y en el manejo más adecuado del concepto, de tal manera que se pueda establecer una correlación entre el calor transferido y la potencia eléctrica generada.

En el caso que estamos manejando se tiene que la fuente de calor está dada por el paso de un fluido térmico a temperaturas menores de 150°C. El calor debe fluir a través de los elementos termoeléctricos y ser eliminado en un pozo térmico o sumidero.

Para eliminar el calor puede pensarse en un sistema simple de convección natural y radiación, expuesto a la atmósfera. Sin embargo, como lo que nos interesa es mantener una diferencia de temperaturas lo más grande posible, para obtener buenas eficiencias de conversión, este sistema resultaría inadecuado por la poca capacidad de eliminación de calor. Todo esto nos hace pensar en un sumidero dado por el paso de un fluido térmico a temperatura baja, lo cual expone implícitamente el concepto de un intercambiador de calor. Sin embargo, se deberá tener cuidado en no afectar demasiado la eficiencia global del sistema por el consumo eléctrico necesario para manejar el fluido de enfriamiento.

## CAPITULO 8

### ANALISIS PRELIMINAR Y PRINCIPIOS DE DISEÑO DE UN INTERCAMBIADOR TERMOELECTRICO DE CALOR

Se desea generar electricidad por medio de la conversión directa del calor que se tiene, gracias al paso de un fluido térmico por un intercambiador de calor. El intercambiador de calor deberá contar con una interfase de material termoeléctrico entre dos placas sencillas de metal, de tal forma que el calor pueda fluir a través de los elementos termoeléctricos, del fluido caliente hacia el fluido frío.

#### 8.1 Proposición de intercambiadores de calor.

Para poder utilizar un determinado tipo de intercambiador de calor existe una limitante básica, la cual, es la geometría que poseen los elementos termoeléctricos. La variedad de formas disponibles comercialmente en la actualidad se reduce a paralelepípedos de material termoeléctrico dispuestos en pares, por lo que es conveniente restringir su aplicabilidad al uso -

de superficies planas de conducción de calor entre las cuales - se puedan colocar. Además, es necesario considerar la naturaleza de los fluidos con sus respectivas características como - son la viscosidad, los calores específicos, la corrosividad y los factores de incrustación. También, se debe tener en cuenta la posibilidad de usar diferentes fluidos de trabajo ya sean de una o dos fases.

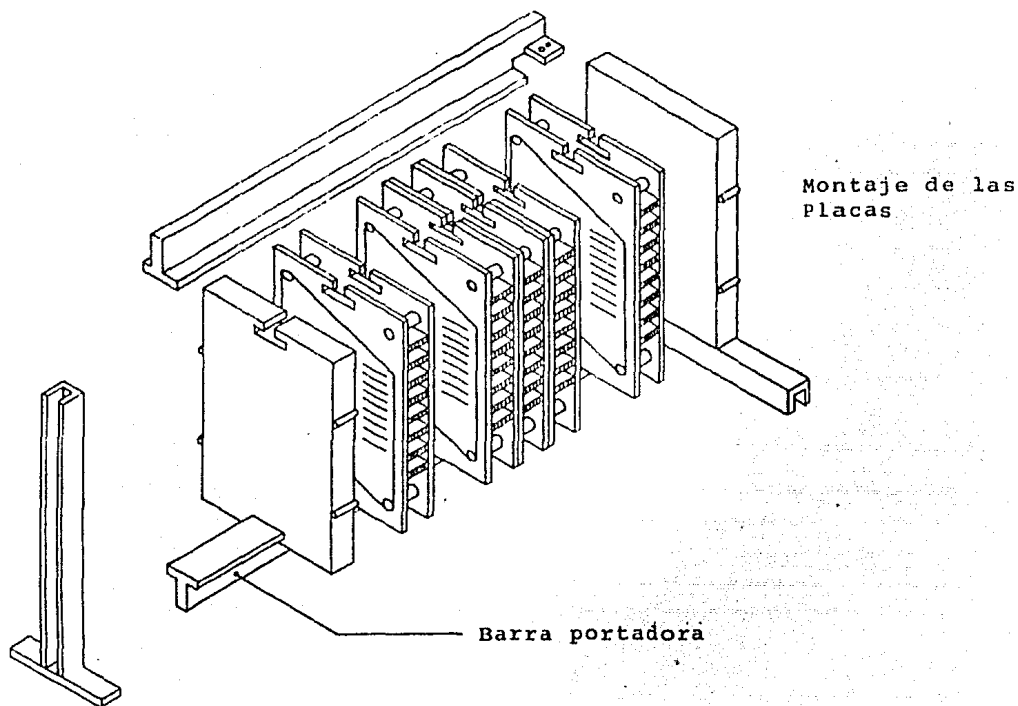
En principio, podemos ver que se requiere utilizar un intercambiador de calor de contacto de superficie de pared simple, la cual contenga una capa de elementos termoeléctricos. Para el caso que tenemos, los tipos más adecuados de intercambiadores de calor susceptibles de ser utilizados son los siguientes:

- a) Intercambiadores de calor de placas empaquetadas.
- b) Intercambiadores de calor de superficie extendida.
- c) Intercambiadores de calor de caloductos.

#### 8.1.1 Intercambiador de calor de placas empaquetadas.

En la Figura 8.1 se muestra un esquema conceptual de un intercambiador termoeléctrico de calor de placas empaquetadas adaptado para generación termoeléctrica de potencia. Este intercambiador consiste básicamente en un conjunto de placas delgadas de metal dispuestas en pares, entre las cuales están colocados los materiales termoeléctricos con conductos para flujo en las esquinas. Las placas están suspendidas verticalmente en una barra o barras, son sujetadas a compresión por pernos laterales en una línea de unión empaquetada entre una cabecera fija y un seguidor o pieza posterior en el marco. Las barras portadoras son más largas que el grupo de placas cuando está - prensado, de tal forma que cuando la cubierta movable sea recorrida, las placas puedan dispersarse a lo largo de las barras de soporte para inspección y limpieza. Generalmente las pla-





Panel de generación.

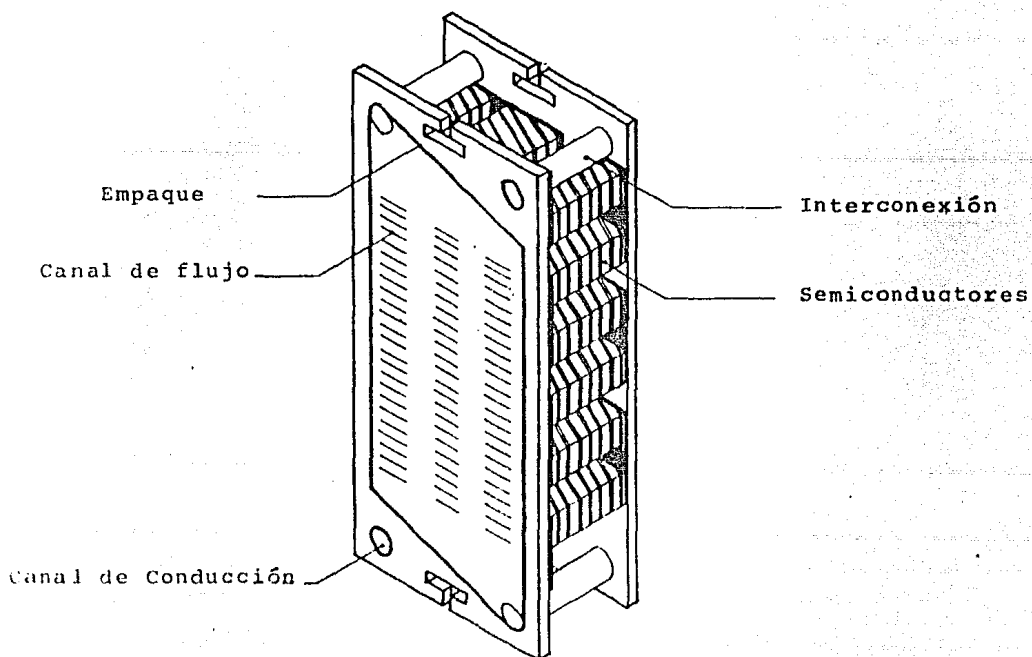


Fig. 8.1 Intercambiador termoeléctrico de calor de placas empaquetadas.

cas son corrugadas. Las características de los intercambiadores de placas los hace ser particularmente preferidos para transferencia de calor en procesos líquido-líquido en flujo turbulento. Algunas de las limitaciones de los intercambiadores de calor de placas son las siguientes: el intercambiador de placas es usado para una presión máxima cercana a 2,100 kPa (300 psig); el material de empaquetadura y la corrosión prescriben una temperatura máxima de uso a 275°C (525°F) pero usualmente abajo de 150°C (300°F) para evitar el uso de materiales costosos; la vida del empaque es corta; las filtraciones por picaduras son difíciles de detectar; el tamaño de las placas varía en un intervalo de área 0.5 a 1.5 m<sup>2</sup>, siendo posible construir unidades tan grandes hasta de 1,500 m<sup>2</sup> (16,000 ft<sup>2</sup>) de su superficie.<sup>16</sup>

### 8.1.2 Intercambiador de calor de placas de superficie extendida.

Quando la eficiencia de intercambio de calor es esencial, se requiere el uso de una superficie compacta y se dispone de un gas o un líquido de baja conductividad térmica en uno o ambos lados, generalmente se prefiere utilizar los intercambiadores de calor de superficie extendida. Esto es porque se requiere un área muy grande de transferencia de calor. Para fluidos de baja densidad (gases), los límites de caída de presión tienden a requerir un área grande de flujo, por lo que se usa un material de poco espesor. Un intercambiador de calor de placas aleteadas adaptado para generación termoeléctrica propuesto en la Referencia 3, se muestra en la Figura 8.2. Este tipo tiene aletas o espaciadores entre las placas paralelas que como se muestra en el detalle de la figura, existe una fase constituida por un arreglo de elementos termoeléctricos dispuesta entre dos fases conductoras de calor. Mientras las placas separan las dos corrientes de flujo, las aletas forman canales individuales. Pases alternos de los fluidos están conectados en paralelo por conductos adaptados para formar uno o más lados del intercambia

Intercambiador termoeléctrico  
de calor de flujo cruzado.

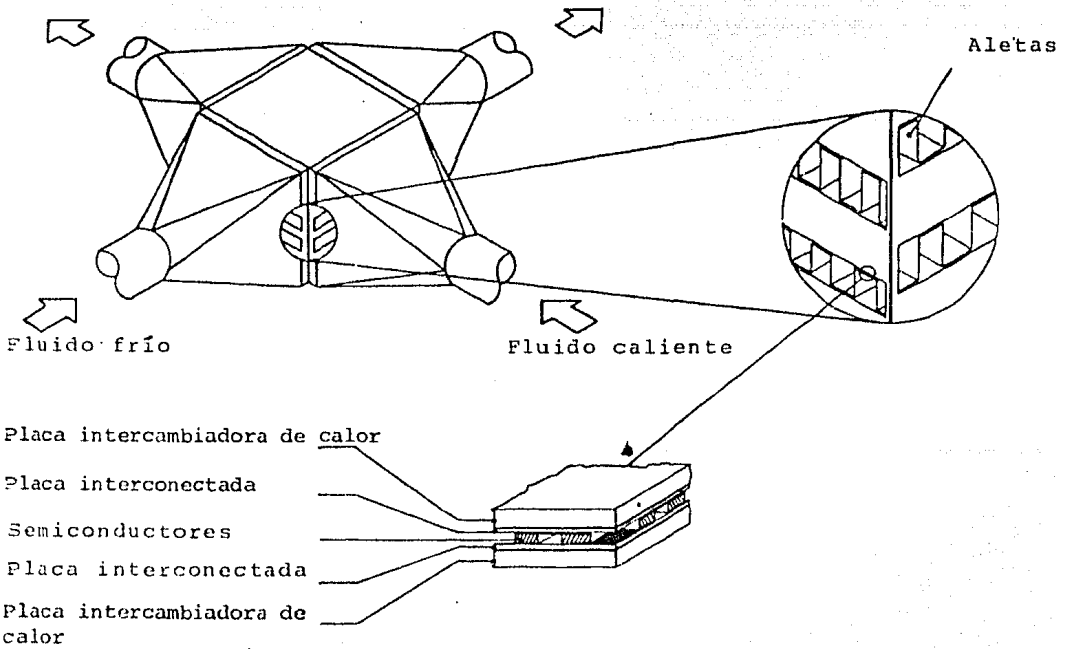


Fig. 8.2 Intercambiador termoeléctrico de calor de  
placas de superficie extendida.

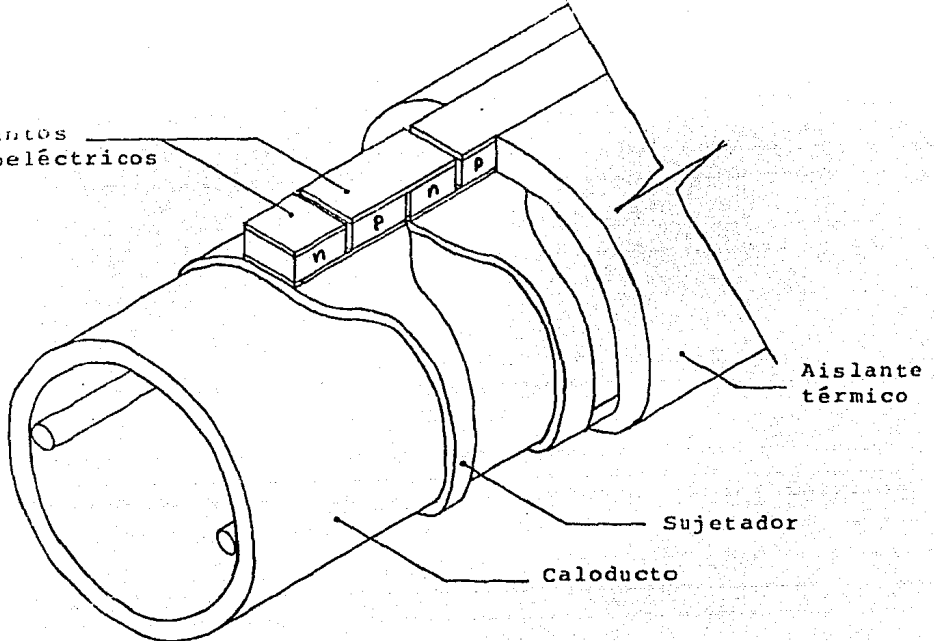
dor. Para evitarse problemas de construcción, generalmente se utiliza una configuración de flujo cruzado. Las aletas son unidas a las placas por ajuste mecánico, con pegamento, por soldadura o por extrusión. Las aletas son utilizadas por ambos lados en una aplicación gas-gas. En un proceso de gas-líquido las aletas son usadas únicamente en el lado del gas; si se emplean sobre el lado del líquido, es principalmente para dar rigidez estructural y para propósitos de mezclado de flujo. También se pueden utilizar las aletas para contener la presión. Los intercambiadores de calor de placas alateadas usualmente se diseñan para presiones moderadas (menos de 700 kPa ó 100 psig), con excepción de algunos que son destinados para aplicaciones criogénicas los cuales se diseñan para presiones cercanas a 8,300 kPa (1,200 psig).<sup>17</sup> Ocasionalmente se puede utilizar este tipo de intercambiadores en aplicaciones líquido-líquido como es el caso del módulo de generación termoeléctrica para aprovechar la energía térmica oceánica, tal como se propone en la Referencia 20. Además, la gran variedad de los materiales de fabricación de placas y aletas permite diversificar ampliamente el uso de este tipo de intercambiadores.

### 8.1.3 Intercambiador de calor de caloductos\*.

Un diseño conceptual de convertidores termoeléctricos para sistemas acoplados conductivamente fue propuesto en la Referencia 18. Si se utiliza un sistema de refrigeración por aire se puede tener la disposición de elementos mostrada en la Figura 8.3. Los elementos termoeléctricos se encuentran montados en caloductos, con la sección denominada de evaporación atravesando el flujo de condensación acoplada conductivamente a un sistema de generación forzada. Los intercambiadores de calor de caloductos se

\* Tubos isotérmicos que sirven para conducir el calor de un punto a otro sin pérdida de temperatura.

Elementos termoeléctricos



Flujo de aire

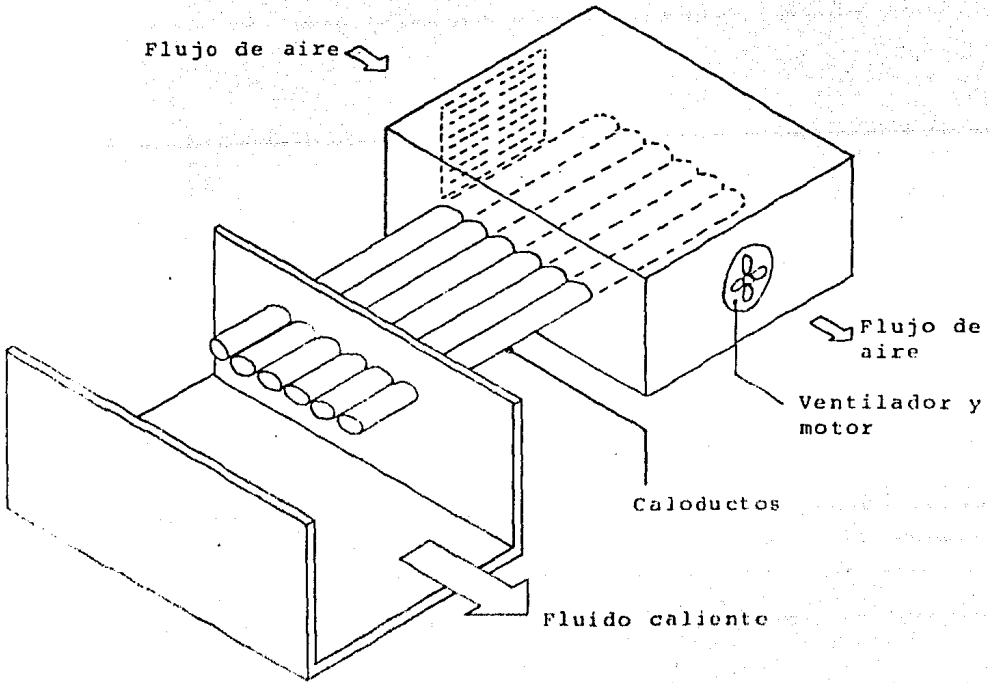


Fig. 8.3 Intercambiador termoelectrico de calor de caloductos

aplican principalmente entre otras cosas, para recuperación de calor de gases de escape, en el aprovechamiento de la energía solar y de la energía geotérmica. Algunas de las ventajas de utilizar caloductos como dispositivos transmisores de calor están la simplicidad de construcción, una flexibilidad excepcional, accesibilidad de control y habilidad para el transporte de calor con alta eficiencia para distancias considerables con caídas de temperatura extremadamente pequeñas. En su forma convencional, el caloducto es un tubo cerrado o cambiador de diferentes formas cuya superficie interna está cubierta con una mecha capilar porosa. La mecha es saturada con una fase líquida de un fluido de trabajo y el volumen remanente del tubo contiene la fase de vapor. El calor aplicado en una región denominada de evaporación por una fuente externa vaporiza al fluido de trabajo en dicha sección. La diferencia de presión resultante conduce al vapor de la región de evaporación a una región denominada de condensación donde éste se condensa liberando el calor latente de vaporización a un pozo térmico en dicha sección del caloducto. La disminución de la concentración de líquido causada por la evaporación ocasiona que la interfase líquido-vapor en el evaporador se establezca en la mecha, por lo que allí se desarrolla una presión capilar. Dicha presión bombea al líquido condensado de regreso al evaporador para una reevaporación. De esta manera se repite el ciclo de transporte de calor latente. También puede pensarse en el generador termoelectrónico propuesto en la Referencia 19 que de manera esquemática se muestra en la Figura 8.4. Las características generales de un intercambiador de calor de caloductos son muy variadas y sus límites de operación son obtenidos para condiciones específicas.

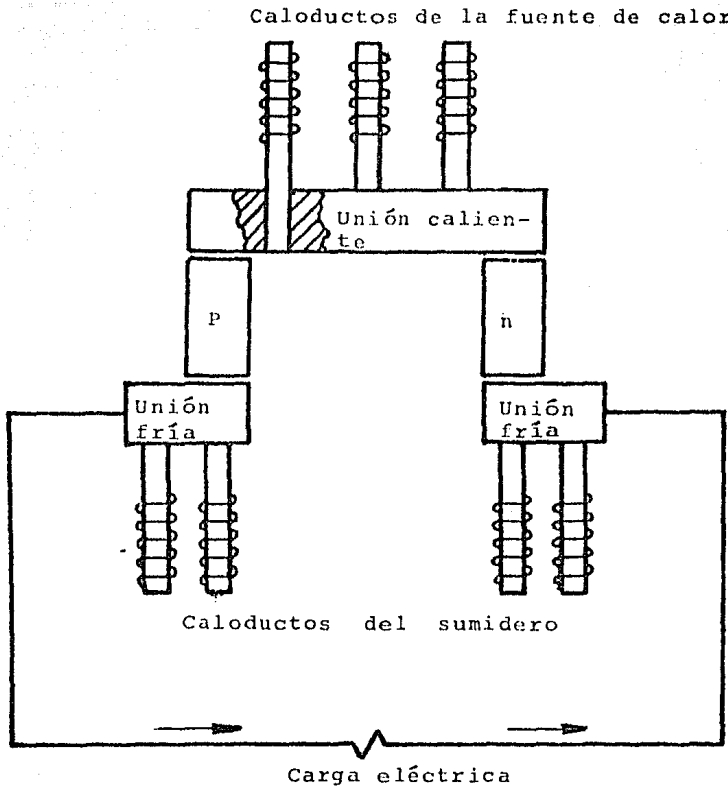


Fig. 8.4 Esquema de un generador termoeléctrico usando caloductos.

## 8.2 Sistema eléctrico.

### 8.2.1 Proposición de materiales.

#### Elementos termoeléctricos.

Basándonos en la descripción previa de la clasificación de los materiales termoeléctricos podemos ver que el rango de temperaturas de operación que se tiene, conviene utilizar un material de banda ancha de energía. Esto es, debido a que la aportación energética de la fuente de calor es pequeña, se requiere que los electrones puedan pasar fácilmente de la banda de valencia a la banda de conductividad. Para ello, debe existir un gran traslape de orbitales de electrones en una determinada vecindad de átomos. Otra razón importante, es que los materiales de banda ancha manifiestan un factor de mérito mucho más alto que los materiales de banda estrecha y su costo es más bajo.

Como se observa en la Figura 6.1, de los materiales de banda ancha el que manifiesta un mejor factor de mérito para temperaturas menores a los 200°C es una aleación que posee Te y Bi, y en segundo término una con Pb y Te. En la Figura 6.2 se puede ver que las aleaciones con base en el telururo de bismuto presentan valores relativamente altos de ZT desde la temperatura ambiente hasta 100°C. También, es necesario considerar la habilidad de los materiales para operar en un medio ambiente aireado. Para el telururo de bismuto y el telururo de plomo, la temperatura máxima de operación al aire está limitada a cerca de 200°C. A mayores temperaturas ambos materiales son susceptibles de oxidarse, dando lugar a una degradación de las propiedades termoeléctricas.

El telururo de bismuto,  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , conserva sus propiedades de operación entre -45.56 y 204.44°C, que es el intervalo más útil tanto para calefacción como para refrigeración. Cuando se im-



purifica como conductor tipo n, la diferencia de temperaturas es inferior de 250°C, pero la eficiencia dentro de este intervalo es más del doble. El telururo de plomo, PbTe, tiene una eficiencia más elevada de 13.5% y una diferencia de temperaturas de 600°C, pero no se pueden usar por debajo de 177°C y sólo se utiliza para conversión del calor de desecho procedente de reactores atómicos a una temperatura aproximadamente de 372°C. Es pues tal razón por la que conviene utilizar el Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> cuando se tengan temperaturas menores a 200°C trabajando en ambientes aireados.

Ahora bien, como lo que se requiere es tener materiales tanto tipo p como tipo n es necesario que el compuesto sea adulterado con elementos donantes o receptores. Tales aleaciones adquieren un factor de mérito distinto al del compuesto original, como puede observarse en las Figuras 8.5 y 8.6, donde se muestran los factores de mérito de algunas aleaciones termoeléctricas disponibles en la actualidad.

Las aleaciones (Bi, Sb)<sub>2</sub>(Se, Te)<sub>3</sub> tienen el más alto factor de mérito de todas las aleaciones desarrolladas hasta ahora, mismas que normalmente son producidas mediante fundición Bridgman. En este proceso, una burbuja de aleación fundida se extrae lentamente del horno y entonces el material es producido con los granos anisotrópicos columnares deseados. Las formas obtenidas no son mecánicamente fuertes y fácilmente se producen separaciones entre los granos de las columnas, así como transgranularmente entre planos paralelos al crecimiento columnar. Para entender porqué ocurre esto, es pertinente hacer un análisis de la Figura 8.7. Los compuestos Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> y Sb<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> forman una estructura romboédrica típica del Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> en la que los átomos de Bi y Te son distribuidos en capas (Figuras 8.7.a), y cada capa consta de átomos de una clase distribuidos en una red hexagonal plana (Figura 8.7.b). Las capas se muestran desplazadas una con respecto a la otra, del tal forma que cada átomo en una cierta capa tiene tres átomos vecinos en la siguiente capa (Figura 8.7.c).

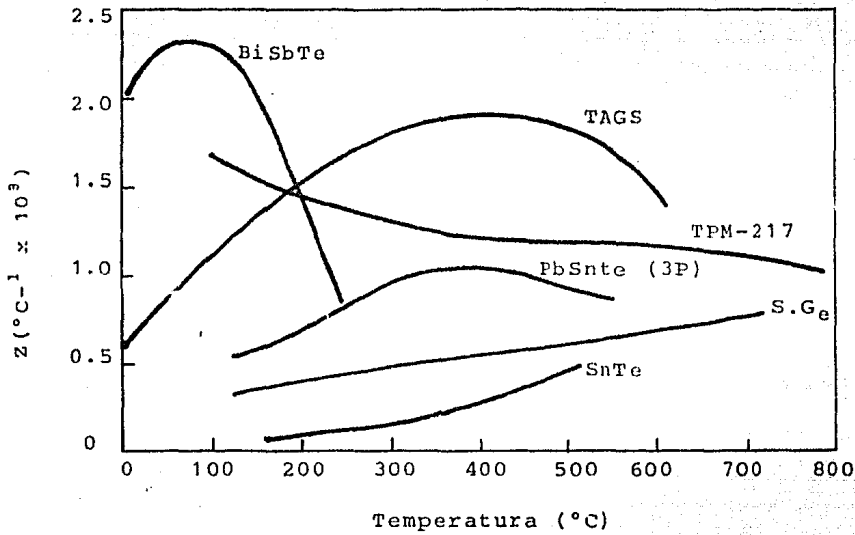


Fig. 8.5 Factor de mérito de aleaciones termoeléctricas tipo p.

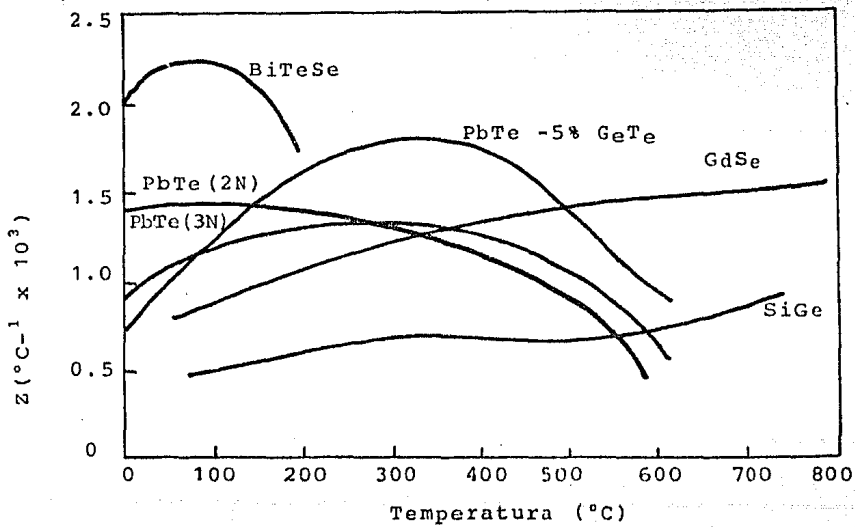


Fig. 8.6 Factor de mérito de aleaciones termoeléctricas tipo N.

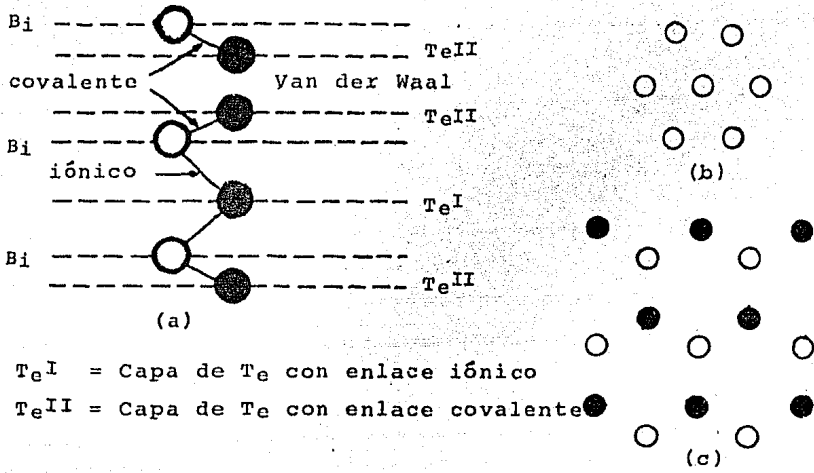


Fig. 8.7 Estructura atómica de aleaciones  $(Bi, Sb)_2 (Se, Te)_3$ .

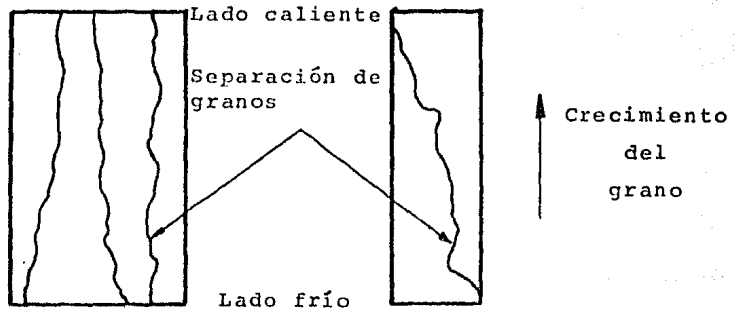


Fig. 8.8 Rajaduras en elementos termoelectrónicos de diferente sección.

Así, podemos identificar cuatro tipos de uniones en un cristal de  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  ó de  $\text{Sb}_2\text{Te}_3$ :

- entre átomos idénticos en una capa
- entre capas vecinas de  $\text{Te}^{\text{II}}$
- entre capas de  $\text{Te}^{\text{II}}$  y Bi
- entre capas de  $\text{Te}^{\text{I}}$  y Bi, así como entre capas de  $\text{Te}^{\text{I}}$  y Sb.

La distancia entre átomos idénticos en una capa es aproximadamente de 4.38 Å (Figura 8.7b), la cual es muy cercana al radio Van der Waals de Te ó Bi; y la distancia entre átomos de capas vecinas de  $\text{Te}^{\text{II}}$  es 3.22 y 3.62 Å para  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  respectivamente, es muy cercano a la distancia entre átomos de cadenas vecinas en el Te puro (3.74 Å).

Por lo tanto, se puede concluir que prácticamente no hay unión entre átomos de una misma capa y que pequeñas capas residuales actúan entre dos capas vecinas de  $\text{Te}^{\text{II}}$ .

Afortunadamente el crecimiento columnar se orienta paralelamente al flujo de la corriente eléctrica de tal manera que si un elemento termoeléctrico de sección grande se agrieta, la separación mecánica no tendrá repercusiones en la conducción eléctrica o térmica ya que se han originado dos elementos en paralelo. En cambio, si un elemento termoeléctrico de sección transversal pequeña sufre una rajadura se producirá entonces una gran resistencia eléctrica equivalente a un circuito abierto como se muestra en la Figura 8.8.

Las composiciones exactas de las aleaciones  $(\text{Bi}, \text{Sb})_2(\text{Se}, \text{Te})_3$  no son fijas y varían de acuerdo al uso. La aleación tipo n es típicamente rica en  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  (de 80 a 95%), y puede contener pequeñas cantidades de  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  y  $\text{Sb}_2\text{Te}_3$  en solución sólida. La aleación tipo p contiene de 75 a 90% de  $\text{Sb}_2\text{Te}_3$  con pequeñas cantidades de  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  y  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  en solución sólida. Existen algunas aleaciones desarrolladas a la fecha que presentan un comporta-

miento termoelectrico muy bueno, estas son soluciones sólidas - de tres compuestos separados:

tipo n ;  $(\text{Bi}_2\text{Te}_3)_{90}(\text{Sb}_2\text{Te}_3)_5(\text{Sb}_2\text{Se}_3)_5$  + yodo adulterante

tipo p ;  $(\text{Sb}_2\text{Te}_3)_{72}(\text{Bi}_2\text{Te}_3)_{25}(\text{Sb}_2\text{Se}_3)_3$  + plomo adulterante

Estas aleaciones de fundición Bridgman proporcionan un factor - de mérito de  $3.2 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  y  $3.4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  respectivamente, a la temperatura ambiente. Tales valores son más altos que los - de las aleaciones de fundición Bridgman disponibles comercialmente.

A pesar de que el material por fundición Bridgman tiene limita ciones de tamaño ( $\geq 0.50 \text{ plg} \times 0.50 \text{ plg}$ ), es el proceso menos costoso para producir aleaciones  $(\text{Bi},\text{Sb})_2(\text{Se},\text{Te})_3$ . Normalmente, éstas no son útiles arriba de  $280^\circ\text{C}$  porque no se obtiene - ninguna ganancia en la eficiencia.

Conforme se desarrolló la necesidad de utilizar elementos termo- eléctricos de pequeña sección transversal y/o alta resistencia mecánica, se hizo aparente que las aleaciones de fundición - - Bridgman no podrían usarse debido a que los elementos pequeños presentaban poca rigidez y producían anomalías de alta resisten cia eléctrica. El desarrollo de aleaciones de  $(\text{Bi},\text{Sb})_2(\text{Se},\text{Te})_3$  de grano fino ha permitido la fabricación de elementos de muy - poca sección transversal (hasta de  $0.006 \text{ plg} \times 0.006 \text{ plg}$ ), que también producen altos voltajes cuando se utilizan para genera- ción eléctrica.

#### Contactos.

Es obvio que los contactos eléctricos entre los termoelementos, presentan un mejor comportamiento cuando son de tipo metálico. Se ha encontrado de cualquier manera, que ésto es posible bajo ciertas condiciones de operación y con algunas restricciones,

ya que la unión puede originar reacciones durante la operación del termopar a determinadas temperaturas, lo cual se traduce en una limitación que interviene directamente en la vida esperada del generador. Consideraciones tales como la expansión térmica lineal relativa y la compatibilidad química, también entran en la selección de los materiales de los electrodos de contacto para los diversos materiales termoeléctricos.

La forma más común de contactar los termopares de telururo de bismuto consiste en el uso de una soldadura que sea capaz de operar a las máximas temperaturas operantes permisibles de este material. <sup>23</sup> La forma del contacto entre la soldadura y los termoelementos de telururo de bismuto es primariamente mecánica ya que la formación del contacto no depende de una reacción entre el telururo de bismuto y el material contactante. En el caso de los termopares de telururo de bismuto, ocasionalmente se usan también interfases sujetas mecánicamente por presión. Algunas veces también se utilizan los contactos niquelados o metalizados por bombardeo iónico.

De acuerdo a la tecnología asociada a la aplicación correspondiente al material termoeléctrico, debe notarse que cada material de los electrodos de contacto tiene una mayor o menor aplicabilidad con ciertos tipos de fuentes de calor que con otros. En nuestro caso podemos afirmar que los materiales operarán en medio ambientes aireados, eliminando la posibilidad de que los materiales tengan que operar en condiciones de sellado hermético, bajo una atmósfera de gases inertes o en el vacío, con lo cual quedan descartadas posibles complicaciones en la fabricación del generador y consecuentemente una elevación de los costos.

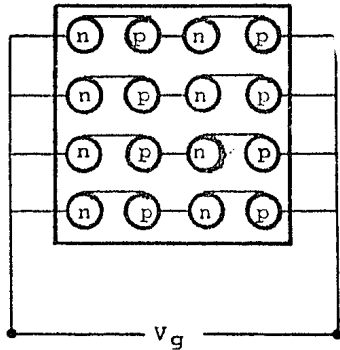
#### Módulos termoeléctricos.

Regularmente y por simplicidad, los diseños de generadores termoeléctricos están basados en la formulación de bloques básicos de

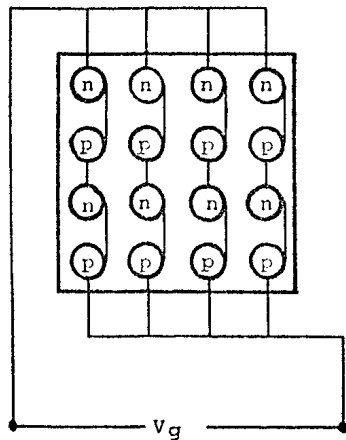
construcción en la forma de módulos termoelectricos paralelepípedos, los cuales han sido desarrollados y optimizados por las compañías fabricantes. <sup>24</sup> Es así que la selección final de los materiales de los elementos termoelectricos y de los electrodos de contacto, dependerá del módulo seleccionado. Cualquier número de tales módulos puede ser usado en el diseño final de un sistema. Los módulos están diseñados para operar a cualquier temperatura dentro del rango de temperaturas a las cuales el material termoelectrico correspondiente puede ser utilizado. Los diseños de los módulos han sido logrados por medio de modelos matematicos previamente desarrollados, y se caracterizan por ser compactos. Cada diseño de módulo hace uso de termoelementos de tamaño dado conforme a las técnicas de manufactura aceptadas, que minimizan la cantidad del material termoelectrico utilizado. Cada uno de los diseños de los módulos es sujeto a un análisis de comportamiento paramétrico detallado, como una función de las temperaturas operantes de los lados caliente y frío; obviamente el comportamiento de cada módulo depende de estas temperaturas. Consecuentemente la cantidad de electricidad obtenida depende del diseño de los módulos, así como la salida de voltaje de cada módulo varía con las temperaturas detalladas de operación.

### 8.2.2 Proposición de arreglos eléctricos.

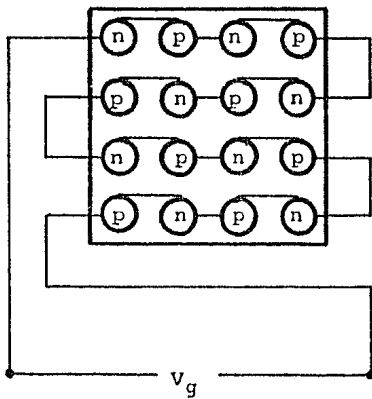
Existen varias formas de disponer los elementos termoelectricos para una determinada superficie de generación termoelectrica. De manera esquemática se pueden observar en la Figura 8.9 cuatro posibilidades de conexión entre ellos. De acuerdo a la potencia que deseamos obtener para una superficie dada de generación, se deberá utilizar el arreglo más apropiado. Para esto será necesario analizar cada arreglo detalladamente tomando en cuenta la influencia del paso del fluido, de tal manera que sea posible definir la forma de conexión entre los elementos termoelectricos. Además, se deberán considerar criterios de -



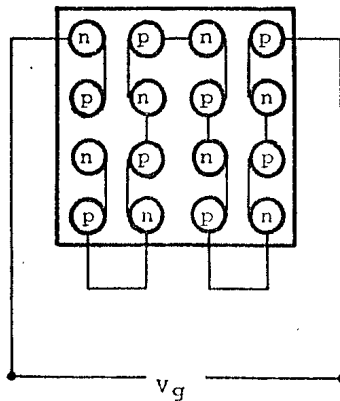
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 8.9 Arreglos eléctricos.



maximización de la potencia de salida para una superficie determinada de transferencia de calor.

### 8.3 Sistema térmico.

#### 8.3.1 Efecto de gradientes térmicos sobre el diseño del generador.

La variación de las temperaturas aplicadas a un dispositivo de generación termoeléctrica incide directamente en la eficiencia del mismo e influye de diferente manera para cada material. Así tenemos que para un material termoeléctrico determinado -- existirán rangos y gradientes térmicos de operación efectiva, además de que la potencia obtenida será dependiente directa de la eficiencia de conversión termoeléctrica (factor de mérito) y del gradiente aplicado.

Si tenemos un circuito serie de termoelementos con materiales alternos p y n, los cuales se encuentran situados entre una -- fuente de calor y un sumidero. El calor fluirá hacia las uniones del lado caliente; parte de éste será convertido en energía eléctrica y parte será rechazado hacia las uniones frías de donde pasará al sumidero.

La Figura 8.10 muestra un diagrama esquemático de la sección -- longitudinal de una placa de generación termoeléctrica. La -- fuente de calor corresponde a un fluido caliente circulando por un lado de ésta y el sumidero a un fluido frío circulando por el otro. La temperatura del fluido caliente decae a medida que éste avanza a través del ducto correspondiente de acuerdo a la tasa de transferencia de calor. Asimismo, la temperatura del fluido frío se va incrementando de acuerdo al calor que se le transfiere.

Entonces, para una geometría dada; condiciones indicadas de --

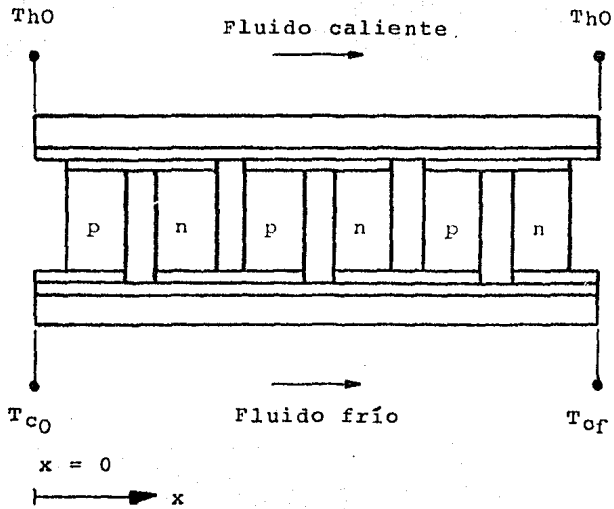


Fig. 8.10 Sección longitudinal de una placa termoeléctrica de generación

las temperaturas de entrada de los fluidos caliente y frío; y las razones de flujo másico, es deseable determinar qué distribución de temperaturas de los fluidos a lo largo del ducto optimizarán la energía termoeléctrica total producida y qué distribución del espesor de los elementos termoeléctricos para obtener dicha distribución de temperaturas.

El espesor local de los elementos termoeléctricos a lo largo de la longitud del ducto determina la diferencial de la tasa de transferencia local de calor  $dQ$ , y las temperaturas locales de las uniones caliente y fría ( $T_h$ ,  $T_c$ ), las cuales determinarán el diferencial de potencia termoeléctrica local  $dP$ . La integración de  $dP$  sobre el eje longitudinal del ducto proporciona la energía eléctrica total  $P$ .

Si tenemos a  $P$  como la energía termoeléctrica en forma diferencial, tendremos que para una eficiencia total de conversión  $\eta$ :

$$dP = \eta dQ . \quad (8.1)$$

De la primera ley de la termodinámica, la energía contenida por el fluido caliente fluyendo en el ducto se describe como:

$$dQ - dW = dH + dE_c + dE_p$$

donde  $dW$  es la diferencial del trabajo;  $dH$  es la diferencial de la entalpia;  $dE_c$  es la diferencial de la energía cinética; y  $dE_p$  es la diferencial de la energía potencial.

Pero se tiene que:

$$dW = dE_c = dE_p = 0$$

por lo que:

$$dQ = dH = \omega_h C_{ph} dT_h \quad (8.2)$$

donde  $\omega_h$  es el flujo másico del fluido caliente;  $C_{ph}$  es el calor específico del fluido caliente; y  $dT_h$  es el cambio diferencial de temperatura del fluido caliente.

Para el fluido caliente circulando a lo largo de una distancia  $X$  del ducto se tendrá que:

$$dQ = \omega_h C_{ph} \frac{dT_h}{dX} dX \quad (8.3)$$

La tasa de flujo térmico descrito por la ecuación 8.3 es igual a la tasa de calor transferida axialmente a través de los elementos termoeléctricos, si consideramos que el calor transferido por las separaciones es despreciable. Por lo que si reescribimos la ecuación 8.1 tendremos que:

$$dP = \eta \omega_h C_{ph} \frac{dT_h}{dX} dX \quad (8.4)$$

en donde se ve claramente la influencia de los gradientes de temperaturas sobre la generación de potencia eléctrica.

#### 8.4 Influencia de la temperatura sobre los parámetros $\alpha$ , $K$ y $\rho$ .

Las propiedades que caracterizan el comportamiento de un material termoeléctrico son el coeficiente Seebeck ( $\alpha$ ), la resistividad eléctrica ( $\rho$ ) y la conductividad térmica ( $K$ ). En general estos parámetros no son independientes de la temperatura y el grado de dependencia de los componentes  $n$  y  $p$  sobre esta puede diferir radicalmente. El factor de mérito simple definido en la sección 4.3 no se aplica en los casos en que las propiedades materiales varían fuertemente con la temperatura. La solución -

general de un termopar cuyos parámetros dependen de la temperatura es difícil aún si los parámetros y su función de la temperatura son conocidos, puesto que se requiere del uso de métodos numéricos para su análisis.

Se han propuesto varios métodos aproximados para tratar los parámetros que son dependientes de la temperatura. A.H. Boerdijk demostró que no se mejora el comportamiento si se varía la sección transversal de los elementos a lo largo de su longitud.<sup>25</sup> A.F. Ioffe propuso que al reemplazar  $(\alpha_p - \alpha_n)$ ,  $K_p \rho_p$  y  $K_n \rho_n$  por su promedio sobre el rango de temperatura en la ecuación del factor de mérito para un termopar independiente de la temperatura es una aproximación razonable.<sup>26</sup> C. Zener propuso que el termopar con parámetros dependientes de la temperatura puede ser tratado al considerar series infinitas de termopares diferenciales con cada material acoplado a su carga óptima.<sup>27</sup>

Para comparar las aproximaciones de Ioffe y Zener contra varios cálculos exactos, B. Sherman, R.R. Heikes y R.W. Ure Jr., suponiendo tres pares hipotéticos calcularon la eficiencia por los tres métodos mediante evaluación numérica en una computadora digital.<sup>28</sup> Estos cálculos demostraron que la aproximación utilizada tanto por el método de parámetros promedio de Ioffe como el de estado infinito de Zener conducían a resultados razonablemente correctos, manteniendo una aproximación del orden de  $\pm 10\%$ .

## 8.5 Criterios de análisis.

La configuración típica de un elemento termoeléctrico integrado a un intercambiador de calor se muestra en la Figura 8.11. El desarrollo del análisis para incorporar la teoría termoeléctrica con los coeficientes de transferencia de calor del intercambiador de calor prescribe el establecimiento de algunas conjeturas.

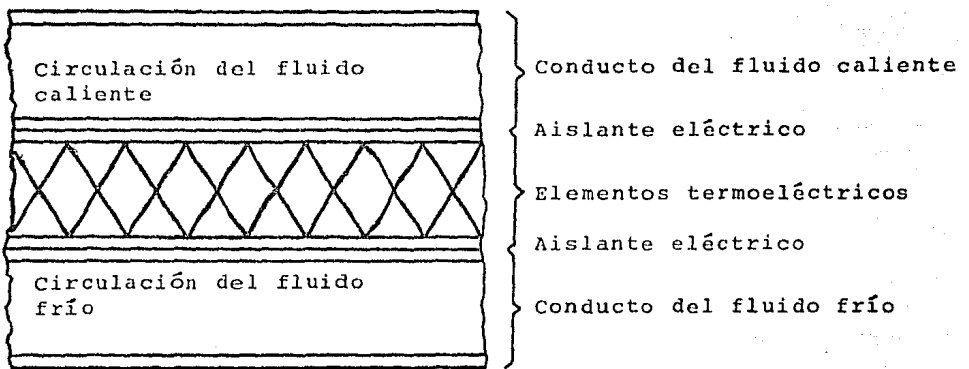


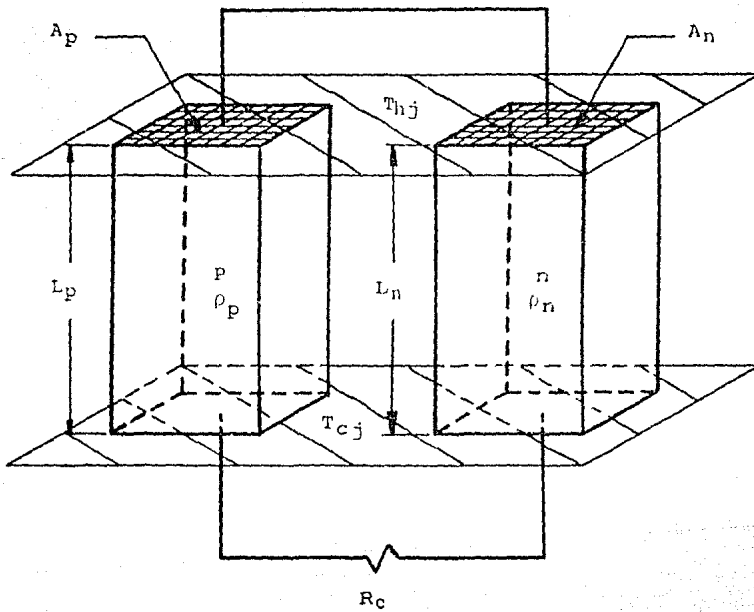
Fig. 8.11 Intercambiador termoeléctrico de calor

- . Los coeficientes de transferencia de calor del intercambiador de calor incluyen la resistencia térmica del aislamiento eléctrico del arreglo de los elementos termoeléctricos, la resistencia térmica asociada con la capa límite y la resistencia térmica propia del material del intercambiador.
- . La resistencia térmica del espacio entre los materiales termoeléctricos introduce pérdidas de conducción despreciables. Esto es, se supone que todo el calor transferido fluye a través de los elementos termoeléctricos.
- . La resistencia de los contactos eléctricos es insignificante comparada con la resistencia eléctrica de los elementos termoeléctricos.
- . El dispositivo operará bajo pequeñas diferencias de temperaturas de tal manera que se considerará que las propiedades del material permanecen constantes. Esto implica que el efecto Thomson es mínimo y que su magnitud puede ser despreciada.
- . No existe diferencia de calor de los elementos termoeléctricos hacia los alrededores.
- . Se considerará una configuración de estado simple para el arreglo de los elementos termoeléctricos. La variable eléctrica tomada para el análisis será la potencia donde el voltaje y la corriente permanecerán como una función del esquema de conexión.

## 8.6 Expresiones del generador termoeléctrico.

### 8.6.1 Parámetros generales.

Supongamos que se tienen dos elementos de material termoeléctrico tipo p y tipo n, tal como se muestra en la Figura 8.12, cuyos



$T_{hj}$  = Temperatura de la unión caliente  
 $T_{cj}$  = Temperatura de la unión fría

Fig. 8.12 Circuito eléctrico de un generador termoeléctrico.



parámetros respectivos son: longitudes,  $L_p$  y  $L_n$ ; áreas transversales,  $A_p$  y  $A_n$ ; conductividades eléctricas,  $\sigma_p$  y  $\sigma_n$ ; y conductividades térmicas,  $K_p$  y  $K_n$ . Entonces la resistencia eléctrica del termopar será:

$$R = R_p + R_n \quad (8.5)$$

donde:

$$R_p = \frac{L_p}{A_p \sigma_p} = \frac{L_p \rho_p}{A_p} \quad (8.6)$$

y similarmente:

$$R_n = \frac{L_n}{A_n \sigma_n} = \frac{L_n \rho_n}{A_n} \quad (8.7)$$

De manera semejante el coeficiente de transferencia de calor -- del termopar puede escribirse como:

$$U = U_p + U_n \quad (8.8)$$

y para cada termoelemento se tendrá que:

$$U_p = \frac{A_p K_p}{L_p} \quad (8.9)$$

$$U_n = \frac{A_n K_n}{L_n} \quad (8.10)$$

Ahora, consideremos a la unión de los elementos con la placa superior (unión caliente) como un sistema aislado en condiciones de estado estable. Si se tiene una diferencia de temperaturas entre las uniones del termopar  $T_{hj} - T_{cj}$ , una cantidad de calor  $Q_h$  fluye a través de la unión caliente y por el efecto Seebeck se genera una diferencia de potencial  $V$  entre las terminales -- del circuito dada por:

$$V = \alpha (T_{hj} - T_{cj}), \quad (8.11)$$

lo que ocasiona que una corriente  $I$  fluya por el circuito cuando la resistencia de carga  $R_c$  es conectada.

Aplicando la primera ley de la termodinámica en la unión caliente mediante un balance de energía, puede afirmarse que la cantidad de calor  $Q_h$  que absorbe la unión es igual a: una cantidad de calor  $Q_c$  transferida a través del material, provocada por la diferencia de temperaturas, más una cantidad de calor  $Q_p$  requerida -- por los electrones al fluir por la unión para poder pasar de un nivel energético bajo en un material a un nivel alto en otro (calor Peltier); menos cantidad de calor  $Q_j$  que se resta al tomar en cuenta el efecto Joule que ocurre cuando la corriente pasa por los elementos.

Entonces, aplicando la primera ley de la termodinámica se tiene que:

$$Q_s = Q_k + Q_p - Q_j$$

donde el calor por conducción  $Q_k$  es:

$$Q_k = U(T_{hj} - T_{cj}),$$

el calor disipado en la unión por el efecto Peltier queda determinado por la primera relación de Kelvin como:

$$Q_p = \alpha I = \alpha I T_{hj},$$

y la cantidad de calor  $Q_j$  producto del efecto Joule que se añade a la unión es:

$$Q_j = \frac{1}{2} I^2 R.$$

El término  $Q_j = 1/2 I^2 R$  necesita una explicación. Cuando las propiedades del material son constantes en toda la longitud del elemento, entonces la ecuación de la transferencia de calor es lineal. Esta linealidad hace posible determinar el perfil de temperaturas por el método de superposición, la distribución final de temperaturas es encontrada al calcular las distribuciones de temperaturas ocasionadas por los flujos individuales de calor y sumarlos entre sí. En consecuencia, la pérdida total de calor  $I^2 R$  aparece como una cantidad de calor uniformemente generada en el elemento. En ausencia de otros efectos, la distribución resultante de temperaturas será simétrica a lo largo del elemento, con la máxima temperatura en la mitad de la longitud del elemento. Por lo tanto, una mitad del calor total  $I^2 R$ , sin la acción de efectos extraños, será conducida a cada extremo del elemento. Es importante remarcar que esto no significa que la energía calorífica fluirá contra un gradiente de temperaturas. Simplemente quiere decir que una cantidad  $Q_j$  de unidades de calor necesita ser agregada a la unión caliente para mantener la distribución de temperaturas y el flujo total de calor. La demostración de esto se encuentra en el Apéndice I.

Usando las expresiones para  $Q_c$ ,  $Q_p$  y  $Q_j$  puede escribirse:

$$Q_s = U(T_{hj} - T_{cj}) + \alpha I T_{hj} - \frac{1}{2} I^2 R. \quad (8.12)$$

Que es la cantidad de calor que finalmente se suministrará a la unión caliente.

El equivalente Thevenin del circuito de la Figura 8.12 puede verse en la Figura 8.13. Si establecemos que la resistencia de carga  $R_C$  es proporcional a la resistencia interna  $R$ , esto es  $R_C = m R$  donde  $m$  es una constante de proporcionalidad por definir; y la resistencia total del circuito es la suma de las dos resistencias  $R_T = R + R_C$  tendremos por la ley de Ohm que la corriente total es igual a:

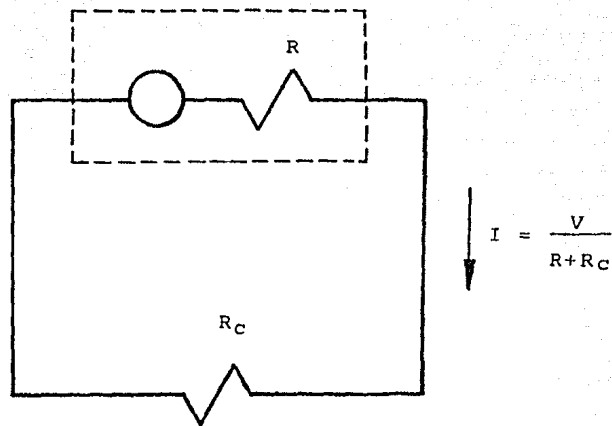


Fig. 8.13 Equivalente Thevenin del circuito eléctrico de un generador termo-eléctrico.

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{\alpha(T_{hj} - T_{cj})}{R(m+1)} \quad (8.13)$$

La potencia total de salida será entonces:

$$\begin{aligned} P &= I^2 R_C \\ &= \left[ \frac{\alpha(T_{hj} - T_{cj})}{R(m+1)} \right]^2 mR \\ &= \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})^2 m}{R(m+1)^2} \end{aligned} \quad (8.14)$$

Substituyendo el valor de I en la ecuación 8.12 tendremos que:

$$\begin{aligned} Q_s &= \alpha \left[ \frac{\alpha(T_{hj} - T_{cj})}{R(m+1)} \right] T_{hj} + U(T_{hj} - T_{cj}) - \frac{1}{2} \left[ \frac{\alpha(T_{hj} - T_{cj})}{R(m+1)} \right]^2 R \\ &= \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})}{R(m+1)} T_{hj} + U(T_{hj} - T_{cj}) - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})^2}{R(m+1)^2} \end{aligned} \quad (8.15)$$

Definiendo la eficiencia de conversión  $\eta$  del generador como la relación entre la potencia de salida y el calor suministrado obtenemos a partir de las ecuaciones 8.15 y 8.13 la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P \text{ SALIDA}}{Q \text{ SUMINISTRADO}} = \frac{\frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})^2 m}{R(m+1)^2}}{\frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})}{R(m+1)} T_{hj} + U(T_{hj} - T_{cj}) - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})^2}{R(m+1)^2}} \\ &= \frac{\frac{m}{(m+1)^2}}{\frac{T_{hj}}{(T_{hj} - T_{cj})(m+1)} + \frac{UR}{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})} - \frac{1}{2} \frac{1}{(m+1)^2}} \\ &= \frac{m}{\left( \frac{T_{hj}}{T_{hj} - T_{cj}} \right) \left[ (m+1) + \frac{UR}{\alpha^2} \frac{(m+1)^2}{(T_{hj} - T_{cj})} - \frac{1}{2} \right]} \end{aligned}$$

y reacomodando términos se obtiene que:

$$\eta = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \frac{m}{\left[ (m+1) + \frac{UR}{\alpha^2} \frac{(m+1)^2}{T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]}$$

(8.16)

Se puede notar en esta ecuación que el primer término corresponde a la eficiencia de Carnot del sistema:

$$\eta_C = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}}$$

y que el segundo término es una expresión siempre menor que uno, la cual da la eficiencia del generador en términos de las propiedades de los materiales, su geometría y sus temperaturas de operación.

## 8.6.2 El factor de mérito compuesto.

Recordando que el factor de mérito  $Z$  para un material simple y homogéneo esta definido como:

$$Z = \frac{\alpha^2 \sigma}{K}$$

tenemos que para el arreglo de dos materiales podemos expresar el factor de mérito compuesto en términos de la resistencia -- eléctrica total  $R$  (igual a  $L\sigma$ ) y el coeficiente de transferencia térmica por conducción  $U$  (igual a  $LK$ ) de la siguiente forma:

$$Z = \frac{\alpha^2}{UR}$$

El producto de la resistencia interna  $R$  y del coeficiente  $U$  de transferencia de calor puede expresarse en los términos de los valores correspondientes a cada uno de los materiales de acuerdo a las ecuaciones 8.5 y 8.8 como:

$$UR = (U_p + U_n)(R_p + R_n);$$

por lo que si consideramos las expresiones 8.6, 8.7, 8.9 y 8.10 obtendremos que:

$$UR = \left( K_p \frac{A_p}{L_p} + K_n \frac{A_n}{L_n} \right) \left( \rho_p \frac{L_p}{A_p} + \rho_n \frac{L_n}{A_n} \right).$$

Entonces el factor de mérito puede ser expresado como:

$$Z = \frac{\alpha^2}{\left( K_p \frac{A_p}{L_p} + K_n \frac{A_n}{L_n} \right) \left( \rho_p \frac{L_p}{A_p} + \rho_n \frac{L_n}{A_n} \right)}, \quad (8.17)$$

haciendo algunos arreglos encontramos que:

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{\frac{A_n}{\rho_p L_p} \alpha^2}{\left( K_p \frac{A_p}{L_p} + K_n \frac{A_n}{L_n} \right) \left( \frac{A_n}{A_p} + \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p} \right)} \\
 &= \frac{\frac{\rho_n L_n}{\rho_p} \frac{L_n}{K_p A_p} \frac{A_n}{L_p} \frac{A_n}{L_p} \alpha^2}{\frac{\rho_n L_n}{\rho_p} \frac{L_n}{K_p A_p} \left( K_p \frac{A_p}{L_p} + K_n \frac{A_n}{L_n} \right) \left( \frac{A_n}{A_p} + \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p} \right)} \\
 &= \frac{\frac{1}{\rho_p K_p} \frac{A_n}{A_p} \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p} \alpha^2}{\left( \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p} + \frac{\rho_n K_n}{\rho_p K_p} \frac{A_n}{A_p} \right) \left( \frac{A_n}{A_p} + \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p} \right)}
 \end{aligned}$$

y si definimos por conveniencia los siguientes parámetros (ver Referencia 13):

$$y = \frac{\rho_n L_n}{\rho_p K_p}, \quad a = \sqrt{\frac{\rho_n K_n}{\rho_p K_p}}, \quad x = \frac{A_n}{A_p}, \quad (8.18)$$

podemos escribir el factor de mérito compuesto como:

$$Z = \frac{\frac{\alpha^2}{\rho_p K_p} yx}{(y + a^2 x)(x + y)} \quad (8.19)$$

### 8.6.3 Optimización de la relación de dimensiones que maximiza el factor de mérito compuesto.

La relación entre los parámetros  $x$ ,  $y$ ,  $a$ , que maximiza el factor de mérito se puede encontrar derivando la expresión para  $Z$  con respecto a  $x$ , que es el único parámetro libre de diseño una vez



que los materiales termoeléctricos han sido seleccionados en función de las temperaturas de operación y otros factores.  $x$  representa físicamente una relación entre las áreas transversales de los materiales  $n$  y  $p$ .

Así que derivando,

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\alpha^2}{\rho_p K_p} \frac{\partial}{\partial x} \frac{yx}{(y+a^2x)(x+y)}$$

e igualando a cero para obtener el máximo tenemos que:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\alpha^2}{\rho_p K_p} \frac{(y+a^2x)(x+y) y - xy [a^2(x+y) + (y+a^2x)]}{[(y+a^2x)(x+y)]^2} = 0$$

$$(y+a^2x)(xy+y^2) - xy(a^2x+a^2y+y+a^2x) = 0$$

$$xy^2+y^3+a^2x^2y+a^2xy - a^2x^2y - a^2xy^2 - xy^2 - a^2x^2y^2 = 0$$

$$y^3 - a^2x^2y = 0$$

$$a^2x^2 = y^2$$

Finalmente encontramos que el valor de  $x$  que optimiza la operación del sistema está dado por:

$$x_{\text{ópt.}} = \frac{y}{a} \quad (8.20)$$

Si sustituimos 8.20 en 8.19 obtenemos que:

$$\begin{aligned} Z_{\text{máx.}} &= \frac{\alpha^2}{\rho_p K_p} \frac{y \frac{y}{a}}{\left(y + a^2 \frac{y}{a}\right) \left(\frac{y}{a} + y\right)} \\ &= \frac{\alpha^2}{\rho_p K_p} \frac{y}{(y + ay)(1 + a)} \\ &= \frac{\alpha^2}{\rho_p K_p} \frac{1}{(1 + a)^2}, \end{aligned} \quad (8.21)$$

y considerando la definición para  $a$  en las relaciones 8.18 resulta:

$$Z_{\text{máx}} = \frac{\alpha^2}{\rho_p K_p} \frac{1}{\left(1 + \sqrt{\frac{\rho_n K_n}{\rho_p K_p}}\right)^2} \quad (8.22)$$

o bien:

$$Z_{\text{máx}} = \left( \frac{\alpha}{\sqrt{\rho_p K_p} + \sqrt{\rho_n K_n}} \right)^2 \quad (8.23)$$

Por simplicidad en la notación en lo sucesivo denotaremos  $Z_{\text{máx}}$  por  $Z$  exclusivamente.

#### 8.6.4 Optimización de la relación de dimensiones que maximiza la eficiencia.

Al sustituir la expresión  $(UR/\alpha^2) = Z$  por su relación equivalente en términos de los parámetros  $x$ ,  $y$ ,  $a$ , determinada por la ecuación 8.19, encontramos que la eficiencia del generador dada por la ecuación 8.16 queda como:

$$\eta = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \frac{m}{(m+1) + \frac{\rho_p K_p}{\alpha^2} \frac{(y + a^2 x)(x + y)}{yx}} \frac{(m+1)^2}{T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) \quad (8.24)$$

y si derivamos  $\eta$  con respecto  $x$  e igualamos a cero para encontrar el valor máximo se tiene que:

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{m}{(m+1) + \frac{\rho_p K_p}{\alpha^2} \frac{(y + a^2 x)(x + y)}{yx}} \frac{(m+1)^2}{T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) = 0$$

entonces:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ (m+1) + \frac{\rho_p K_p (y + a^2 x)(y + x)}{\alpha^2 yx} \frac{(m+1)^2}{T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right] = 0$$

lo que se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{(y + a^2 x)(y + x)}{yx} = 0$$

$$\frac{yx \frac{\partial}{\partial x} \left[ (y + a^2 x)(y + x) \right]}{y^2 x^2} - (y + a^2 x)(y + x) \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{yx} = 0$$

por lo cual:

$$yx \left[ (y + a^2 x) + (y + x) a^2 \right] - (y + a^2 x)(y + x) y = 0$$

$$x \left[ (y + a^2 x) + (y + x) a^2 \right] - (y + a^2 x)(y + x) = 0$$

$$xy + a^2 x^2 + a^2 xy + x^2 a^2 - y^2 - a^2 xy - xy - a^2 x^2 = 0$$

$$x^2 a^2 - y^2 = 0$$

y finalmente:

$$x_{\text{ópt.}} = \frac{y}{a} \quad (8.25)$$

Puede observarse que la relación entre los parámetros  $x$ ,  $y$ ,  $a$ , que maximiza la eficiencia, de acuerdo con la ecuación 8.24, es la misma que maximiza el factor de mérito de un termopar determinado por la ecuación 8.19.

Si sustituimos 8.25 en 8.24 obtenemos que la eficiencia máxima es:

$$\eta = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \frac{m}{(m+1) + \frac{\rho_p K_p (y + a^2 \frac{y}{a}) (\frac{y}{a} + y) (m+1)^2}{\alpha^2 y \frac{y}{a}} T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right)$$

$$= \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \frac{m}{(m+1) + \frac{\rho_p K_p}{\alpha^2} (1+a)^2 \frac{(m+1)^2}{T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right)}$$

(8.26)

En la ecuación 8.26 aparece la expresión:

$$\frac{\rho_p K_p}{\alpha^2} (1 + a^2) ,$$

la cual corresponde de acuerdo con la ecuación 8.22 al inverso del factor de mérito máximo, ya que la relación de parámetros - que se tiene es la misma. Es por lo tanto conveniente sustituir  $1/Z$  por ésta expresión con la que se obtiene que la eficiencia - máxima en términos del factor de mérito máximo y de la relación de dimensiones que maximiza la eficiencia es :

$$\eta = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \frac{m}{(m+1) + \frac{(m+1)^2}{2T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right)} , \quad (8.27)$$

donde el segundo término es comúnmente llamado como la eficiencia material  $\eta_G$  de generación y que puede ser escrito como:

$$\eta_G = m \left[ (m+1) + \frac{(m+1)^2}{2T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]^{-1} . \quad (8.28)$$

Por otra parte, usando la definición de  $y$  y  $a$ , tenemos que:

$$x \delta_{\text{pt.}} = \left( \frac{A_n}{A_p} \right) \delta_{\text{pt.}} = \frac{\frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p}}{\sqrt{\frac{\rho_n K_n}{\rho_p K_p}}} = \sqrt{\frac{\rho_n^2 \rho_p K_p}{\rho_p^2 \rho_n K_n}} \frac{L_n}{L_p}$$

de donde:

$$\left( \frac{A_n}{A_p} \right) \delta_{\text{pt.}} \frac{L_p}{L_n} = \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}}$$

o bien:

$$\left( \frac{A_n L_p}{A_p L_n} \right) \delta_{\text{pt.}} = \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}} \quad (8.29)$$

que es una expresión útil que relaciona las dimensiones de los materiales con las propiedades de los mismos para condiciones óptimas de comportamiento termoeléctrico.

#### 8.6.5 Optimización de la relación de resistencias eléctricas que maximiza la eficiencia.

El valor óptimo de la constante de proporcionalidad  $m$  entre la resistencia a la carga y la resistencia interna del circuito se puede encontrar derivando la ecuación 8.28 de la eficiencia material de generación con respecto a  $m$  e igualado a cero:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_G}{\partial m} &= \frac{\partial}{\partial m} \left\{ m \left[ (m+1) + \frac{(m+1)^2}{Z^T h_j} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]^{-1} \right\} = 0 \\ &= \left[ (m+1) + \frac{(m+1)^2}{Z^T h_j} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]^{-1} - \\ & m \left[ (m+1) + \frac{(m+1)^2}{Z^T h_j} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]^{-2} \left( 1 + \frac{2(m+1)}{Z^T h_j} \right) = 0 \end{aligned}$$

entonces:

$$\left[ (m+1) + \frac{(m+1)^2}{Z^T h_j} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right] - m \left( 1 + \frac{2(m+1)}{Z^T h_j} \right) = 0$$

$$m+1 + \frac{(m+1)^2}{Z^T h_j} - \frac{1}{2} \left( \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \right) - m - \frac{2m(m+1)}{Z^T h_j} = 0$$

$$Z^T h_j (m+1) + (m+1)^2 - \frac{Z}{2} (T_{hj} - T_{cj}) - m Z^T h_j - 2m(m+1) = 0$$

$$m Z^T h_j + Z^T h_j + m^2 + 2m + 1 - \frac{Z}{2} (T_{hj} - T_{cj}) - m Z^T h_j - 2m^2 - 2m =$$

$$Z^T h_j - m^2 + 1 - \frac{Z}{2} (T_{hj} - T_{cj}) = 0$$

por lo que:

$$m^2 = Z^T h_j + 1 - \frac{Z T_{hj}}{2} + \frac{Z T_{cj}}{2}$$

y el valor de  $m$  que optimiza la eficiencia material del generador será:

$$m_{\text{opt.}} = M = \sqrt{1 + \frac{Z}{2} (T_{hj} + T_{cj})} \quad (8.30)$$

Esta ecuación se puede expresar como:

$$M^2 - 1 = \frac{Z}{2} (T_{hj} - T_{cj}) = (M+1)(M-1) \quad (8.31)$$

Rearreglando la ecuación de la eficiencia material del generador tenemos:

$$\eta_G = \frac{mZT_{hj}}{ZT_{hj}(m+1) + (m+1)^2 - \frac{Z}{2} (T_{hj} - T_{cj})} ;$$

y para  $m = M$ ,

$$\eta_G = \frac{mZT_{hj}}{ZT_{hj}(M+1) + (M+1)^2 - \frac{Z}{2} (T_{hj} - T_{cj})}$$

de las igualdades 8.31 se tiene que:

$$(M+1)^2 = \left(\frac{M+1}{M-1}\right) \frac{Z}{2} (T_{hj} - T_{cj}) ,$$

por lo que la eficiencia material de generación se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \eta_G &= \frac{MZT_{hj}}{ZT_{hj}(M+1) + \left(\frac{M+1}{M-1}\right) \frac{Z}{2} (T_{hj} + T_{cj}) - \frac{Z}{2} (T_{hj} - T_{cj})} \\ &= \frac{MZT_{hj}}{\frac{1}{M-1} \left[ (M+1)(M-1) + (M+1) \frac{1}{2} \left(1 + \frac{T_{cj}}{T_{hj}}\right) - (M-1) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}}\right) \right]} \end{aligned}$$

y utilizando las igualdades 8.31 tenemos que:

$$\begin{aligned}
 \eta_G &= \frac{MZT_{hj}}{\frac{ZT_{hj}}{M-1} \left[ \frac{Z}{2} (T_{hj} + T_{cj}) + (M+1) \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \right) - (M-1) \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]} \\
 &= \frac{MZT_{hj}}{\frac{ZT_{hj}}{M-1} \left[ \frac{ZT_{hj}}{2} + \frac{ZT_{cj}}{2} + \frac{M}{2} + \frac{M}{2} \frac{T_{cj}}{T_{hj}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{T_{cj}}{T_{hj}} - \frac{M}{2} + \frac{M}{2} \frac{T_{cj}}{T_{hj}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \right]} \\
 &= \frac{MZT_{hj}}{\frac{ZT_{hj}}{M-1} \left[ \frac{ZT_{hj}}{2} + \frac{ZT_{cj}}{2} + M \frac{T_{cj}}{T_{hj}} + 1 \right]} \\
 &= \frac{MZT_{hj}}{\frac{ZT_{hj}}{M-1} \left[ \frac{Z}{2} (T_{hj} + T_{cj}) + M \frac{T_{cj}}{T_{hj}} + 1 \right]}
 \end{aligned}$$

Utilizando nuevamente las igualdades 8.31:

$$\begin{aligned}
 \eta_G &= \frac{MZT_{hj}}{\frac{ZT_{hj}}{M-1} \left[ M^2 - 1 + M \frac{T_{cj}}{T_{hj}} + 1 \right]} \\
 &= \frac{MZT_{hj}}{\frac{MZT_{hj}}{M-1} \left( M + \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \right)},
 \end{aligned}$$

por lo que finalmente obtenemos:

$$\eta_G = \frac{M-1}{M + \frac{T_{cj}}{T_{hj}}} \quad (8.32)$$



Entonces, la máxima eficiencia total del generador termoeléctrico en términos de la relación óptima de las resistencias será:

$$\eta_{\text{máx.}} = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{T_{hj}} \cdot \frac{M-1}{M + \frac{T_{cj}}{T_{hj}}} \quad (8.33)$$

### 8.6.6 Optimización de la relación de resistencias eléctricas que maximiza la potencia. <sup>29</sup>

La Figura 8.14.a representa un circuito activo N de dos terminales A y B, conectado a un circuito pasivo N' que representa la carga del circuito y es considerado resistivo puro.

La Figura 8.14.6 representa el equivalente de Thevenin de la porción N del circuito. La porción N' se ha representado por su resistencia equivalente que consideramos variable.

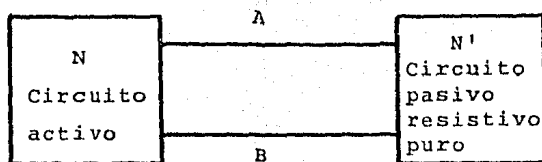
Las condiciones a las cuales se transmite la máxima potencia a la carga pueden ser determinadas de la manera siguiente.

En condiciones de estado permanente la corriente está dada por la ley de Ohm como:

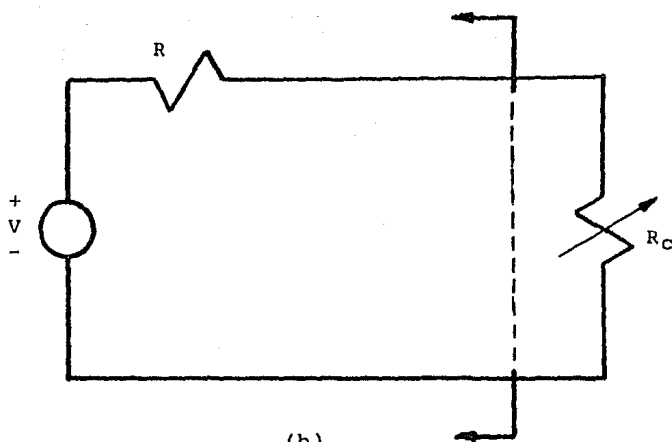
$$I = \frac{V}{R + R_c} \quad (8.34)$$

y la potencia disipada en la resistencia  $R_c$  es, por lo tanto,

$$\begin{aligned} P_c &= I^2 R_c \\ &= \left( \frac{V}{R + R_c} \right)^2 R_c \end{aligned} \quad (8.35)$$



(a)



(b)

Fig. 8.14 Circuito para ilustrar la deducción del teorema de transferencia máxima de potencia y su circuito equivalente.

Para obtener el valor máximo se deriva 8.35 con respecto a  $R_c$  y se iguala a cero:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P}{\partial R_c} &= \frac{\partial}{\partial R_c} V^2 \left[ \frac{R_c}{(R + R_c)^2} \right] \\
 &= V^2 \frac{(R + R_c)^2 - 2R_c (R + R_c)}{(R + R_c)^4} \\
 &= V^2 \frac{R^2 - R_c^2}{(R + R_c)^4} \\
 &= V^2 \frac{(R + R_c)(R - R_c)}{(R + R_c)^4} \\
 &= V^2 \frac{R - R_c}{(R + R_c)^3} = 0
 \end{aligned}$$

de donde se obtiene:

$$R = R_c, \quad (8.36)$$

que es la condición que maximiza la potencia.

Por lo tanto, puede decirse que la máxima potencia se disipa en la carga cuando el valor de ésta coincide con el de la resistencia medida en la entrada al bipolo al cual esta conectada.

Sustituyendo 8.36 en 8.35 se obtiene la máxima potencia ( $P_c$ ) que consume la carga  $R_c$  para un valor constante de la tensión es:

$$P_c = \frac{V^2}{4R} \quad (8.37)$$

La potencia generada ( $P_G$ ), utilizando la ecuación 8.34 para --  
 $R = R_c$  es:

$$\begin{aligned} P_G &= VI \\ &= V \left( \frac{V}{2R} \right) \\ &= \frac{V^2}{2R} \end{aligned} \quad (8.38)$$

La eficiencia de un sistema para la transferencia de potencia en el cual la relación de resistencias es unitaria está dada por la relación entre la potencia que consume la carga ( $P_c$ ) y la potencia que genera el circuito activo N, ( $P_G$ ), esto es:

$$\eta_p = \frac{P_c}{P_G} = 0.5$$

lo cual indica que la máxima eficiencia de este sistema es de solamente 50%. Esto implica que cuando  $R = R_c$ , o sea  $m = 1$ , únicamente la mitad de la potencia generada será usada en la carga; la otra mitad se perderá en el sistema de transmisión. Independientemente de las pérdidas relativamente altas en el circuito interno, la potencia entregada a la carga en un sistema de esta naturaleza corresponde a la potencia nominal de diseño. Por lo que en forma global y considerando las pérdidas, la potencia generada será más alta que para otros valores de  $m$ .

De la igualdad 8.36 se deduce:

$$m_{\text{opt.}} = \frac{R_c}{R} = 1 \quad (8.39)$$

cuando se desea la maximización de la potencia transferida.

Sustituyendo 8.39 en 8.14, obtenemos que la máxima potencia de salida para un generador termoeléctrico queda como:

$$P_{\text{máx.}} = \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})}{4R} \quad (8.40)$$

### 8.6.7 Potencia de salida por unidad de área. <sup>30</sup>

El área total de material termoeléctrico, perpendicular a la corriente y al flujo de calor está dada por la suma de las áreas de los dos materiales:

$$A_t = A_p + A_n \quad (8.41)$$

donde  $A_p$  y  $A_n$  son las áreas correspondientes al material tipo p y tipo n respectivamente.

Usando 8.5, la ecuación 8.13 puede escribirse:

$$P = \frac{m}{(m+1)^2} \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})^2}{R_p + R_n}$$

o bien,

$$P = \frac{m}{(m+1)^2} \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj})^2}{\rho_p \frac{L_p}{A_p} + \rho_n \frac{L_n}{A_n}}$$

y utilizando la ecuación del factor de mérito compuesto máximo dado por la ecuación 8.23:

$$P = \frac{m}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{Z(\sqrt{\rho_p K_p} + \sqrt{\rho_n K_n})^2}{\rho_p \frac{L_p}{A_p} + \rho_n \frac{L_n}{A_n}}$$

e introduciendo los parámetros definidos en las expresiones - -  
8.18:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{m}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{Z(\sqrt{\rho_p K_p} + a \sqrt{\rho_n K_n})^2}{\rho_p \frac{L_p}{A_p} + y \frac{\rho_n L_n}{A_n}} \\
 &= \frac{m}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{Z \rho_p K_p (1+a)^2}{\rho_p L_p \frac{y}{A_n} + \frac{1}{A_p}} \\
 &= \frac{m}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{K_p}{L_p} \frac{(1+a)^2 A_n A_p}{y A_p + A_n} \\
 &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{(1+a)^2 x A_p^2}{y A_p + x A_p}
 \end{aligned}$$

con lo que obtenemos:

$$P = \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{(1+a)^2 x A_p}{x+y} \quad (8.42)$$

La potencia por unidad de área estará dada entonces por:

$$\begin{aligned}
 \frac{P}{A_t} &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{(1+a)^2 x}{x+y} \frac{A_p}{A_p + A_n} \\
 &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{(1+a)^2 x}{x+y} \frac{A_p}{A_p + x A_p}
 \end{aligned}$$

o sea,

$$\frac{P}{A_t} = \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2 x}{(1+x)(x+y)} \right] \quad (8.43)$$

8.6.8 Potencia por unidad de volumen. <sup>30</sup>

El volumen total de material termoeléctrico está dado por la suma de los volúmenes de cada uno de los materiales,

$$V_t = V_p + V_n \quad (8.44)$$

donde  $V_p$  y  $V_n$  corresponden a los volúmenes de los materiales tipo p y tipo n respectivamente.

La ecuación 8.44 también puede escribirse en términos de las áreas transversales y la longitud de los elementos.

$$V_t = A_p L_p + A_n L_n$$

Utilizando las relaciones definidas en las expresiones 8.18 tenemos:

$$\begin{aligned} V_t &= A_p L_p + (xA_p) \left( y \frac{\rho_p}{\rho_n} L_p \right) \\ &= A_p L_p \left( 1 + xy \frac{\rho_p}{\rho_n} \right), \end{aligned} \quad (8.45)$$

por lo tanto, utilizando la ecuación 8.42 tendremos que la potencia por unidad de volumen estará dada por:

$$\frac{P}{V_t} = \frac{k_p}{L_p^2} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2 x}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right) (x+y)} \right]. \quad (8.46)$$

### 8.6.9 Optimización de la relación de dimensiones que maximiza la potencia por unidad de área.<sup>30</sup>

Para obtener la relación que maximiza la potencia de salida por unidad de área derivamos la ecuación 8.43 con respecto a  $x$ , que es la relación de áreas de los elementos, e igualamos a cero:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P}{\Lambda_t} \right) &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 (1+a)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{x}{(1+x)(x+y)} \right] \\ &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 (1+a)^2 \frac{-(1+x)(x+y) - x(1+2x+y)}{[(1+x)(x+y)]^2} = 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$(1+x)(x+y) - x(1+2x+y) = 0$$

$$x + y + x^2 + xy - x - 2x^2 - xy = 0$$

$$y - x^2 = 0$$

$$x_{\text{opt}} = \sqrt{y} \quad (8.47)$$

Sustituimos 8.47 en 8.43,

$$\begin{aligned} \left( \frac{P}{\Lambda_t} \right)_{\text{máx}} &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2 \sqrt{y}}{(1+\sqrt{y})(\sqrt{y}+y)} \right] \\ &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2}{(1+\sqrt{y})(1+\sqrt{y})} \right] \\ &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1+\sqrt{y}} \right]^2, \end{aligned}$$



finalmente, y utilizando las relaciones 8.18 para y tenemos que la potencia óptima por unidad del área está dada por:

$$\left(\frac{P}{A_t}\right)_{\text{máx.}} = \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1 + \sqrt{\frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p}}} \right]^2$$

(8.48)

### 8.6.10 Optimización de la relación de dimensiones que maximiza la potencia por unidad de valumen. <sup>30</sup>

La potencia máxima por unidad de volumen se obtiene derivando la ecuación 8.46 con respecto a x e igualando a cero:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{V_t}\right) = \frac{K_p}{L_p^2} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 (1+a)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{x}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right)(x+y)} \right] = 0$$

entonces:

$$\frac{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right)(x+y) - x \left[ \left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right) + (x+y) \frac{\rho_p}{\rho_n} xy \right]}{\left[ \left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right)(x+y) \right]^2} = 0$$

por lo que:

$$\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right)(x+y) - x \left[ \left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right) + (x+y) \frac{\rho_p}{\rho_n} xy \right] = 0$$

$$x + \frac{\rho_p}{\rho_n} x^2 y + y + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy^2 - x - \frac{\rho_p}{\rho_n} x^2 y - \frac{\rho_p}{\rho_n} x^2 y - \frac{\rho_p}{\rho_n} xy^2 = 0$$

$$y - \frac{\rho_p}{\rho_n} x^2 y = 0$$

o bien:

$$1 - \frac{\rho_p}{\rho_n} x^2 = 0 .$$

En consecuencia, la relación de parámetros que optimiza la potencia por unidad de volumen está dada por:

$$x_{\text{opt.}} = \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}} , \quad (8.49)$$

y la máxima potencia para la relación óptima de las dimensiones será:

$$\left(\frac{P}{V_t}\right)_{\text{máx.}} = \frac{K_p}{L_p^2} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2 \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}}}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}} \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p}\right) \left(\sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}} + \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p}\right)} \right]$$

en donde se han sustituido las relaciones de la expresión 8.18.

Rearreglando:

$$\begin{aligned} \left(\frac{P}{V_t}\right)_{\text{máx.}} &= \frac{K_p}{L_p^2} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2 \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}}}{\left(1 + \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}}\right) \left(\sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}} + \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p}\right)} \right] \\ &= \frac{K_p}{L_p^2} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2}{\left(1 + \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}}\right) \left(1 + \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}}\right)} \right] \end{aligned}$$

de donde finalmente obtenemos que:

$$\left(\frac{P}{V_t}\right)_{\text{máx.}} = \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1 + \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}}} \right]^2 \quad (8.50)$$

### 8.6.11 Calor suministrado y rechazado en la operación del generador.

En general, la eficiencia de una máquina se define como:

$$\eta = \frac{\text{ENERGIA UTIL OBTENIDA DE LA MAQUINA}}{\text{ENERGIA CONSUMIDA POR LA MAQUINA}}$$

y para el caso de un generador termoeléctrico se tendrá que:

$$\eta = \frac{\text{POTENCIA DE SALIDA}}{\text{CALOR SUMINISTRADO}} = \frac{P}{Q_s}$$

Entonces para un área  $A_t$  de flujo de calor equivalente al área transversal de material termoeléctrico se tiene que:

$$\frac{Q_s}{A_t} = \frac{P}{\eta A_t} \quad (8.51)$$

La ecuación 8.51 establece una dependencia directa entre la potencia obtenida y el flujo de calor suministrado, lo cual implica que para lograr la obtención de una determinada potencia de salida por unidad de área con una cierta eficiencia dada del generador, se requiere suministrar una determinada cantidad de calor.

El calor no aprovechado  $Q_c$  y que es cedido al pozo térmico es-

tá determinado por la diferencia entre el calor suministrado y la potencia obtenida,

$$Q_c = Q_s - P ,$$

pero como  $Q_s = P/\eta$  tendremos que:

$$\begin{aligned} Q_c &= \frac{1}{\eta} P - P \\ &= P \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \end{aligned}$$

o bien, para un área determinada de flujo de calor rechazado - durante la generación de una potencia dada será:

$$\frac{Q_c}{A_t} = \frac{1-\eta}{\eta} \frac{P}{A_t} . \quad (8.52)$$

La ecuación 8.52 muestra cómo para una determinada potencia de salida por unidad de área se requiere eliminar una cierta cantidad de calor por unidad de área de acuerdo a la eficiencia - dada por el generador termoeléctrico.

#### 8.6.12 Potencia por unidad de área en términos de la relación óptima de parámetros que maximiza la eficiencia. <sup>30</sup>

La expresión para la potencia por unidad de área (ecuación 8.43) se puede escribir en términos de la relación de parámetros que maximiza la eficiencia (ecuación 8.25):

$$\frac{P}{A_t} = \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2 \frac{Y}{a}}{\left(1 + \frac{Y}{a}\right) \left(\frac{Y}{a} + y\right)} \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2}{\left(1 + \frac{y}{a}\right) (1+a)} \right] \\
 &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1 + \frac{y}{a}} \right] \\
 &= \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left( \frac{1+a}{1+x} \right).
 \end{aligned}$$

Expresando  $x$  en términos de la relación de áreas que maximiza la eficiencia tendremos:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}} \\
 &= \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}} \sqrt{\frac{K_p}{K_n}},
 \end{aligned}$$

y utilizando 8.18 para  $a$ :

$$x = \frac{L_n}{L_p} a \sqrt{\frac{K_p}{K_n}} \sqrt{\frac{K_p}{K_n}} = \frac{L_n K_p}{L_p K_n} a,$$

con lo que finalmente se tiene, después de sustituir la expresión  $x$ :

$$\frac{P}{A_t} = \frac{K_p}{L_p} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1 + \frac{L_n K_p}{L_p K_n} a} \right]. \quad (8.53)$$

La ecuación 8.53 nos da la potencia por unidad de área en términos de los factores que maximizan la eficiencia del generador.

### 8.6.13 Potencia por unidad de volumen en términos de la relación óptima de parámetros que maximiza la eficiencia.<sup>30</sup>

De la misma forma, la ecuación 8.46 para la potencia por unidad de volumen se puede expresar en términos de los parámetros que maximizan la eficiencia del generador:

$$\begin{aligned} \frac{P}{V_t} &= \frac{K_p}{L_p^z} \frac{mZ}{(m+1)^z} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2 \frac{y}{a}}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right) \left(\frac{y}{a} + y\right)} \right] \\ &= \frac{K_p}{L_p^z} \frac{mZ}{(m+1)^z} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{(1+a)^2}{\left(1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy\right) (1+a)} \right] \\ &= \frac{K_p}{L_p^z} \frac{mZ}{(m+1)^z} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} xy} \right] \end{aligned}$$

Utilizando las relaciones óptimas de dimensiones para  $x$  y  $y$  -- tenemos:

$$x = \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}}$$

$$y = \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p}$$

entonces,

$$\frac{P}{V_t} = \frac{K_p}{L_p^z} \frac{mZ}{(m+1)^z} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1 + \frac{\rho_p}{\rho_n} \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}} \frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p}} \right]$$

$$= \frac{K_p}{L_p^2} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1 + \left(\frac{L_n}{L_p}\right)^2 \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}}} \right].$$

De la relación 8.18 para  $a$  escribimos:

$$\sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}} = a \sqrt{\frac{K_p}{K_n}}$$

con lo que obtenemos:

$$\frac{P}{V_t} = \frac{K_p}{L_p^2} \frac{mZ}{(m+1)^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \left[ \frac{1+a}{1 + \left(\frac{L_n}{L_p}\right)^2 \frac{K_p}{K_n} a} \right], \quad (8.54)$$

que nos da la potencia por unidad de volumen en términos de los factores que maximizan la eficiencia del generador.

#### 8.6.14 El espesor del material termoeléctrico.

Hasta ahora se ha considerado que el espesor del material termoeléctrico tipo  $p$  es diferente al tipo  $n$ . Sin embargo, por conveniencia en la fabricación de módulos termoeléctricos queda establecido que los espesores deben ser iguales, por lo que de aquí en adelante se identificará al espesor del material termoeléctrico como  $t_{te}$  y se tendrá que:

$$t_{te} = L_p = L_n. \quad (8.55)$$

### 8.6.15 Selección de la relación de dimensiones y de la relación de parámetros.

Las expresiones 8.25, 8.47 y 8.49 nos dan tres relaciones distintas para representar el parámetro  $x$ , es decir, existen tres posibilidades de tener la relación de áreas en un sistema dado. La primera es la que maximiza la eficiencia del sistema; la segunda es la que maximiza la potencia de salida por unidad de área; y la tercera, es la que maximiza la potencia de salida por unidad de volumen. Usualmente es más conveniente utilizar la primera ya que involucra tanto un factor de mérito máximo como una eficiencia máxima. Sin embargo, al utilizar un material dado como el  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , es conveniente analizar el efecto de esta selección. En nuestro caso hemos efectuado este análisis sustituyendo los valores de las propiedades del  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  dadas en la tabla 8.1 en las ecuaciones 8.48, 8.53, 8.50 y 8.54 como se indica a continuación.

De los valores dados en la tabla 8.1 se deduce que:

$$\left( \rho_p = \frac{1}{\sigma_p} \right) \cong \left( \rho_n = \frac{1}{\sigma_n} \right) = 1.0638 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m} ,$$

por lo que el valor de  $a$  es unitario:

$$a = \sqrt{\frac{\rho_n K_n}{\rho_p K_p}} = \sqrt{\frac{(1.0638 \times 10^{-5})(1.4)}{(1.0638 \times 10^{-5})(1.4)}} = 1 .$$

Considerando entonces la expresión 8.47 y tomando en cuenta que  $L_n = L_p$ , la parte característica de la ecuación 8.48 para una potencia por unidad de área, máxima,

$$\left[ \frac{1+a}{1 + \sqrt{\frac{\rho_n L_n}{\rho_p L_p}}} \right]^2 = \left( \frac{2}{2} \right)^2 = 1 .$$



TABLA 8.1 Propiedades nominales de aleaciones comerciales de  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  sinterizado a temperatura ambiente.

Coefficiente Seebeck del par	$\alpha_{pn} = \alpha_p - \alpha_n$	$380 \mu\text{VK}^{-1}$
Conductividad térmica	$K_p \approx K_n$	$1.4 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
Conductividad eléctrica	$\sigma_p \approx \sigma_n$	$9.4 \times 10^4 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$
Factor de mérito	Z	$2.4 \times 10^{-3} \text{K}^{-1}$

De igual forma, considerando 8.25 y  $L_n = L_p$ , la parte característica de la ecuación 8.53 para una potencia por unidad de área cuando hay máxima eficiencia será:

$$\left[ \frac{1+a}{1 + \frac{L_n K_p}{L_p K_n} a} \right] = \frac{2}{2} = 1 .$$

Para el caso  $(P/V_t)_{\text{máx.}}$ , con la relación 8.49 y  $L_n = L_p$ , la parte característica de la ecuación 8.50 nos da:

$$\left[ \frac{1+a}{1 + \frac{L_n}{L_p} \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_p}}} \right]^2 = \frac{2}{2} = 1 .$$

Finalmente para  $P/V_t$  cuando hay máxima eficiencia y considerando que  $L_n = L_p$ , junto con la expresión 8.25, tendremos que la parte característica de 8.54 tiene también valor unitario:

$$\left[ \frac{1+a}{1 + \left(\frac{L_n}{L_p}\right)^2 \frac{K_p}{K_n} a} \right] = \frac{2}{2} = 1 .$$

De este simple análisis se puede concluir que no existe desventaja al utilizar la relación de parámetros que maximiza la eficiencia del sistema, ya que prácticamente la potencia obtenida no sufre ningún decremento y las ecuaciones para la potencia -- por unidad de área y de volumen que a ella corresponden arrojan resultados semejantes.

Los valores dados en la tabla 8.1, que indican que las resistividades de los materiales son aproximadamente iguales, fueron tomadas de la información comercial existente. La información

proporcionada por Corporación Syncal de Sunnyvale, California - (Tabla 8.2) indica que existe una ligera diferencia en estos valores, sin embargo, los resultados obtenidos a través de un análisis semejante al anterior son similares.

#### 8.6.16 Selección de la razón de resistencias eléctricas, $m$ .

En forma análoga, las expresiones 8.30 y 8.39 representan ecuaciones que dan el valor de la razón de resistencias para un sistema dado. Ya que la eficiencia del sistema se encuentra maximizada por la relación de dimensiones y parámetros  $x_{\text{ópt}} = y/a$ , es deseable que se transfiera la máxima potencia posible a la carga por lo que resulta más conveniente en nuestro caso utilizar  $m_{\text{ópt}} = 1$ .

En estas condiciones se tendrá una relación óptima de las dimensiones de los materiales termoeléctricos  $p$  y  $n$ , y sus propiedades físicas, que maximiza la eficiencia. Por otra parte existirá la condición que maximiza la transferencia de potencia a la carga al mantener en el diseño una relación de resistencia dada por  $m_{\text{ópt}} = 1$ .

#### 8.6.17 Resumen de las expresiones recomendadas para el diseño de un generador termoeléctrico.

Por todo lo antes expuesto, considerando que  $t_{\text{te}} = L_n = L_p$ , que  $x_{\text{ópt}} = y/a$  y que  $m_{\text{ópt}} = 1$ , las ecuaciones a utilizar para el diseño de un generador termoeléctrico con una misma temperatura -- para toda el área de la unión caliente y con una misma temperatura para toda el área de la unión fría son:

1) Relación de dimensiones y parámetros:

$$\left( \frac{\Lambda_n}{\Lambda_p} \right)_{\text{ópt}} = \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}} \quad (8.56)$$

TABLA 8.2 Propiedades termoeléctricas del telururo de bismuto.

T		$\rho_p (\times 10^{-3})$	$K_p$	$\alpha_p (\times 10^{-6})$	$\rho_n (\times 10^{-3})$	$K_n$	$\alpha_n (\times 10^{-6})$
$^{\circ}\text{C}$	K	$\Omega\text{-cm}$	W/K-cm	V/K	$\Omega\text{-cm}$	W/K-cm	V/K
17	290	0.62	0.0126	158	0.82	0.0126	-182
40	313	0.74	0.0133	164	0.91	0.0133	-188
60	333	0.84	0.0139	169	0.99	0.0139	-193
80	353	0.94	0.0144	173	1.07	0.0144	-197
100	373	1.03	0.0150	177	1.16	0.0150	-198
120	393	1.13	0.0156	182	1.24	0.0156	-199
140	413	1.23	0.0162	185	1.29	0.0162	-198

2) Factor de mérito:

$$Z = \left( \frac{\alpha}{\sqrt{\rho_p K_p} + \sqrt{\rho_n K_n}} \right)^2 \quad (8.23)$$

3) Eficiencia material de generación:

$$\eta_G = \left[ 2 + \frac{4}{Z T_{hj}} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]^{-1} \quad (8.57)$$

4) Eficiencia total:

$$\eta = \frac{1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}}}{2 \left[ 1 + \frac{2}{Z T_{hj}} - \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]} \quad (8.58)$$

5) Potencia por unidad de área:

$$\frac{P}{A_t} = \frac{1}{4} Z \frac{K_p}{t_{te}} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{\left[ 1 + \sqrt{\frac{\rho_n K_n}{\rho_p K_p}} \right]}{\left[ 1 + \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}} \right]} \quad (8.59)$$

6) Potencia por unidad de volumen:

$$\frac{P}{V_t} = \frac{1}{4} Z \frac{K_p}{t_{te}^2} (T_{hj} - T_{cj})^2 \frac{\left[ 1 + \sqrt{\frac{\rho_n K_n}{\rho_p K_p}} \right]}{\left[ 1 + \sqrt{\frac{\rho_n K_p}{\rho_p K_n}} \right]} \quad (8.60)$$

7) Tasa de transferencia de calor, requerida en el lado caliente:

$$\frac{Q_s}{\Lambda_t} = \frac{1}{\eta} \frac{P}{\Lambda_t} \quad (8.51)$$

8) Tasa de transferencia de calor, requerida en el lado frío:

$$\frac{Q_c}{A_t} = \frac{1-\eta}{\eta} \frac{P}{A_t} \quad (8.52)$$

8.7 La generación termoeléctrica de potencia y el intercambio de calor.

Las expresiones obtenidas en la sección 8.6 presuponen que el generador termoeléctrico opere a una misma temperatura para toda el área de la unión caliente y a una misma temperatura para toda el área de la unión fría. Si existe algún cambio en las temperaturas de la unión caliente y de la unión fría, se deberá gestar para toda el área de unión correspondiente y en dicho caso el pronóstico del comportamiento será instantáneo. El trabajar con procesos de intercambio de calor entre fluidos circulantes implica el manejo de gradientes de temperatura, tal como se vió en la sección 8.3.1. Es entonces pertinente tratar de relacionar cuantitativamente la generación termoeléctrica con los procesos de intercambio de calor y flujo de fluidos, lo cual se realizará a partir de esta sección para tratar de obtener un modelo matemático que pronostique de manera general el comportamiento de un intercambiador termoeléctrico de calor (ITC).

La transferencia de calor que tendrá lugar en un intercambiador termoeléctrico será entre fluido y un sólido ó viceversa, mediante procesos de convección y conducción. El tipo de flujo adquirido por el fluido dependerá de la velocidad, densidad y viscosidad de éste, además de la geometría del ducto. Tales variables se relacionan por el número de Reynolds definido como:

$$R_e = D_e \frac{u \rho_f}{\mu} \quad (8.61)$$

en donde  $D_e$  es el diámetro equivalente,  $u$  la velocidad,  $\rho_f$  la

densidad y  $\mu$  la viscosidad del fluido.

Por definición, la transferencia de calor por convección procede principalmente a resultas de mezcla y mientras que este requerimiento es satisfecho por el flujo turbulento, no lo es por el flujo laminar. La velocidad a la que el calor es transferido de un líquido hacia una superficie sólida, o viceversa, es considerablemente mayor en el flujo turbulento, lo cual supone evitar condiciones tales como la baja velocidad de un fluido -- que origina flujo laminar. El parámetro indicativo del tipo de flujo existente en un proceso de flujo de fluidos es el número de Reynolds, el cual es característico del tipo de intercambiador de calor que se utilice y determinará en forma directa la eficiencia en la transferencia de calor.

Para aprovechar la diferencia de temperaturas entre las corrientes de fluido para generación termoeléctrica de potencia, es claro que un intercambiador de calor debe mantener las corrientes de los fluidos separadas y canalizar el flujo de calor de la corriente caliente a través de los elementos termoeléctricos y hacia la corriente fría. En suma, el intercambiador de calor protege a los elementos termoeléctricos de los fluidos de transferencia de calor y provee una estructura rígida para los elementos termoeléctricos.

El comportamiento térmico del intercambiador de calor puede ser calculado dando el coeficiente total de transferencia de calor (el cual debe tomar en cuenta la presencia de los elementos termoeléctricos), cantidades de flujo de los fluidos, temperaturas de entrada, área de intercambio de calor y la configuración del flujo. Un procedimiento conveniente es aquel en el que la eficiencia del intercambiador de calor es función de una medida adimensional acorde con la configuración del flujo. Este método de presentar la eficiencia del intercambiador es llamado el método NTU (número de unidades de transferencia). La eficiencia del intercambiador de calor está dada por la transferencia

real de calor entre la máxima transferencia de calor termodinámicamente posible.

Desafortunadamente, la eficiencia del intercambiador de calor no puede ser utilizada para predecir la generación de energía eléctrica de un ITC. Se puede demostrar que la generación local de energía depende de una función no lineal de la diferencia de temperaturas, mientras que la eficiencia del intercambiador de calor se calcula a partir de una función lineal de la diferencia de temperaturas.

Sin embargo, el método NTU puede ser extendido de tal manera -- que la generación termoeléctrica de potencia puede ser fácilmente determinada una vez que las propiedades de los fluidos, las relaciones de flujo y la configuración del flujo, son conocidas. La eficiencia de generación termoeléctrica de potencia estará determinada por una relación adimensional de la potencia real generada a la máxima generación de potencia posible.

### 8.8 Influencia de la temperatura sobre la eficiencia material de generación.

Ya que existen caídas de temperatura a lo largo de un ITC, es importante determinar si es posible tomar un valor constante para la eficiencia material de generación,  $\eta_G$ , o no.

Como se afirma en la Referencia 31, los errores debidos al uso de un valor constante  $\eta_G$  para un promedio de las temperaturas operantes no son grandes si el intercambiador es operado con diferencias de temperaturas bajas o moderadas, bajo la condición de que:

$$1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}} < 0.5. \quad (8.62)$$



Esto implica tener errores relativos dentro de un intervalo de  $\pm 10\%$  en el valor de  $\eta_G$ , lo cual no produce grandes desviaciones en el cálculo de los parámetros finales de comportamiento del generador tal como se demuestra en la Referencia 32.

En nuestra situación, podemos pensar en una diferencia extrema de temperaturas que sería para  $T_{hj} = 473 \text{ K}$  ( $200^\circ\text{C}$ ) y  $T_{cj} = 273 \text{ K}$  ( $0^\circ\text{C}$ ), con lo cual obtendríamos:

$$1 - \frac{273}{473} = 0.4228$$

que es menor al límite especificado de 0.5.

Para tener conciencia de la magnitud de los errores relativos - que se están introduciendo al tomar un valor constante de  $\eta_G$  se elaboró la Tabla 8.3. En esta Tabla se encuentran los resultados obtenidos al evaluar un factor de mérito local  $Z_L$  y una eficiencia material de generación local  $\eta_{GL}$  para varias diferencias de temperaturas, en un generador termoeléctrico hipotético con caída de temperatura en la unión caliente y con temperatura constante en la unión fría. Para aprovechar los datos que se tienen en la Tabla 8.2 se consideró que la temperatura varía de 413 a 313 K tomando puntos de cálculo con intervalos de 20 K. En primer lugar se calculó  $Z_L$  utilizando las consideraciones de Ioffe (ver sección 8.4). Posteriormente se calculó una temperatura promedio ( $T_{PROM}$ ) de las temperaturas operantes ( $T_{hj}$  y  $T_{cj}$ ) en cada punto tratado, con la cual se calculó el factor de mérito adimensional ( $Z_L T_{PROM}$ ). Finalmente se evaluó  $\eta_G$  en cada punto y para cada diferencia de temperaturas. Por otra parte, utilizando un factor de mérito promedio de los factores de mérito locales y para un valor medio de las temperaturas de operación, se calculó una eficiencia material de generación media. Por medio de esto fue posible calcular el error relativo actuante en cada punto indicado que como se observa es muy pequeño y queda comprendido dentro del intervalo predicho de  $\pm 10\%$ , por lo

TABLA 8.3 Eficiencia material media y error al utilizarla, considerando que  $T_{Cj} = 290$  K es fija.\*

$T_{hj}$ K	$T_{PROM}$ K	$Z_L$ 1/K	$Z_L T_{PROM}$ -	$\eta_{GL}$ -	error %
313	301	$3.1894 \times 10^{-3}$	0.9600	0.1675	-0.8516
333	311	$3.0024 \times 10^{-3}$	0.9337	0.1684	-0.3088
353	321	$2.8289 \times 10^{-3}$	0.9081	0.1690	0.0473
373	331	$2.6376 \times 10^{-3}$	0.8730	0.1679	-0.6075
393	341	$2.4715 \times 10^{-3}$	0.8428	0.1670	-1.1497
413	351	$2.3152 \times 10^{-3}$	0.8126	0.1657	-1.9433

\*El procedimiento de cálculo se encuentra en el Apéndice II.

$$Z = Z_L = 2.7408 \times 10^{-3}$$

$$\eta_G = 0.16892$$

que se concluye que para análisis posteriores es factible tomar un valor constante de  $\eta_G$  sin incurrir en errores serios.

### 8.9 Consideraciones sobre el flujo de calor.

De la ecuación 8.51 se tiene que para un generador termoeléctrico:

$$\frac{P}{A_t} = \frac{Q_s}{A_t}$$

por lo que la ecuación 8.52 puede quedar como:

$$\frac{Q_c}{A_t} = (1-\eta) \frac{Q_s}{A_t} \quad (8.63)$$

La ecuación 8.63 muestra la relación que existe entre el calor suministrado y el calor que se cede al sumidero. La diferencia entre los dos radica en que parte del calor que se suministró fue convertido en energía eléctrica por el efecto Seebeck y la parte restante siguió fluyendo. Esta diferencia es muy pequeña ya que las eficiencias totales que se obtienen en los ITC's para fluidos de bajas temperaturas son de menos del 10%, lo cual se puede ver si consideramos que una eficiencia material de generación de 20% ( $\eta_G = 0.2$ ) representaría la máxima eficiencia de los materiales termoeléctricos actuales si consideramos un dispositivo operando a una diferencia máxima de temperaturas dada por  $1 - T_{c_j}/T_{n_j} = 0.5$  (probablemente el límite superior para la mayoría de aplicaciones prácticas de los generadores termoeléctricos, ver Referencias 32 y 33). En el caso mencionado se tendría que:

$$\eta = (0.5)(0.2) = 0.1$$

que quedaría como la eficiencia máxima posible para generadores termoeléctricos. Por las razones manifestadas es posible establecer que para condiciones normales de trabajo y con las características descritas, la cantidad de calor que es rechazada al sumidero es aproximadamente igual a la cantidad de calor que se suministra al generador. Es decir,

$$1 - \eta = 1$$

o bien:

$$\frac{Q_c}{A_t} \approx \frac{Q_s}{A_t} \quad (8.64)$$

#### 8.10 Expresiones del intercambiador termoeléctrico de calor.

##### 8.10.1 Potencia eléctrica generada por unidad de área de intercambio de calor.

La potencia eléctrica de salida por unidad de área de intercambio de calor es proporcional al producto del calor que fluye a través del intercambiador y a la eficiencia de Carnot tomada -- entre las uniones caliente y fría del generador termoeléctrico, entonces para  $Q_s = Q$ :

$$\frac{P}{A_t} = \eta_c \eta_G \frac{Q}{A_t} \quad (8.65)$$

donde  $\eta_c$  es la eficiencia de Carnot de las temperaturas de unión dada por:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \quad (8.66)$$

y  $\eta_G$  es la eficiencia material de generación como ya se había -- visto.

En la Figura 8.15 se puede observar en detalle la combinación de generador termoeléctrico - intercambiador de calor.

La Figura 8.16 muestra de manera esquemática cómo se efectúa el flujo de calor a través de tres resistencias térmicas en serie. La resistencia térmica entre el fluido caliente y la unión termoeléctrica caliente es  $R_{fh}$ ; y, entre la unión termoeléctrica fría y el fluido frío es  $R_{fc}$ . La resistencia térmica del material termoeléctrico es  $R_{te}$  ( $= 1/U_{te}$ ). Las resistencias  $R_{fh}$  y  $R_{fc}$  deben, en general, incluir la resistencia por incrustación, la resistencia térmica de la placa del intercambiador de calor y la resistencia térmica de contacto. La resistencia térmica del generador termoeléctrico,  $R_{te}$ , debe incluir los efectos de calentamiento Peltier y Joule. Se supone un valor de cero para la transferencia de calor a través de cualquier aislamiento utilizado entre los elementos termoeléctricos. Todas las resistencias térmicas están referidas al área neta de intercambio de calor, que es igual al área transversal de los elementos termoeléctricos.

Utilizando las consideraciones hechas en la sección 8.9 y de acuerdo con la primera ley de la Termodinámica, al hacer un balance energético puede establecerse que  $Q = Q_s = Q_c$ , o sea:

$$\frac{Q}{A_t} = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{R_{te}} = \frac{T_h - T_c}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}} \quad (8.67)$$

además que:

$$\frac{T_h - T_{hj}}{R_{fh}} = \frac{T_h - T_c}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}} \quad (8.68)$$

De la ecuación 8.67 obtenemos que:

$$T_{cj} = T_{hj} - \frac{R_{te} (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}}$$

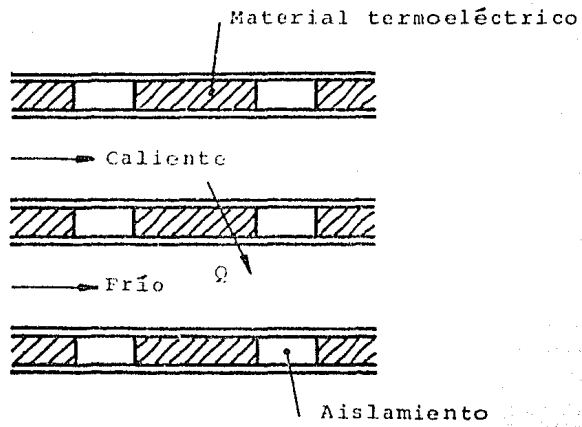


Fig. 8.15 Detalle de un intercambiador termoeléctrico de calor.

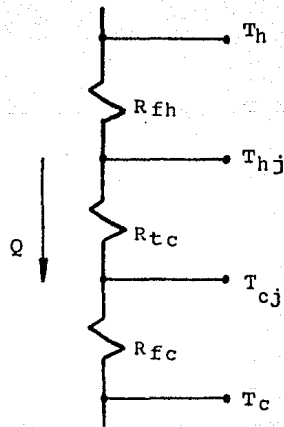


Fig. 8.16 Resistencia térmica del intercambiador termoeléctrico de calor.

y de 8.68:

$$T_{hj} = T_h - \frac{R_{fh} (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}}$$

Combinando estas dos últimas expresiones tendremos:

$$\begin{aligned} T_{cj} &= T_h - \frac{R_{fh} (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}} - \frac{R_{te} (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}} \\ &= T_h - \frac{(R_{fh} + R_{te}) (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}} \end{aligned}$$

Así que la eficiencia de Carnot tomada a las temperaturas de -- las uniones estará dada por:

$$\begin{aligned} \eta_c &= 1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \\ &= 1 - \frac{T_h - \frac{(R_{fh} + R_{te}) (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}}}{T_h - \frac{R_{fh} (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}}} \\ &= 1 - \frac{\frac{T_h (R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - (R_{fh} + R_{te}) (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}}}{\frac{T_h (R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - R_{fh} (T_h - T_c)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}}} \\ &= 1 - \frac{T_h (R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - (R_{fh} + R_{te}) (T_h - T_c)}{T_h (R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - R_{fh} (T_h - T_c)} \\ &= \frac{T_h (R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - R_{fh} (T_h - T_c) - T_h (R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) + (R_{fh} + R_{te}) (T_h - T_c)}{T_h (R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - R_{fh} (T_h - T_c)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{R_{te}(T_h - T_c)}{T_h(R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - R_{fh}(T_h - T_c)} \\
 &= \frac{R_{te} \left( \frac{T_h - T_c}{T_h} \right)}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh} \left( \frac{T_h - T_c}{T_h} \right)}
 \end{aligned}$$

El término  $(T_h - T_c)/T_h$  que aparece en la última expresión es en realidad la eficiencia de Carnot basada en las temperaturas locales de los fluidos en el intercambiador de calor. Identificando esta eficiencia como  $\epsilon$  podemos establecer que:

$$\epsilon = \frac{T_h - T_c}{T_h}, \quad (8.69)$$

por lo cual:

$$\eta_c = \frac{R_{te}\epsilon}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh}\epsilon}. \quad (8.70)$$

La ecuación 8.65 puede quedar como:

$$\frac{P}{A_t} = \frac{\eta_G R_{te}\epsilon}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh}\epsilon} \frac{Q}{A_t},$$

o bien, si utilizamos la ecuación 8.67 tenemos:

$$\frac{P}{A_t} = \frac{\eta_G R_{te}\epsilon}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh}\epsilon} \frac{T_h - T_c}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}}$$



$$= \frac{\eta_G R_{te} \epsilon \cdot T_h \frac{T_h - T_c}{T_h}}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh} \epsilon} \cdot \frac{T_h}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}}$$

lo cual queda finalmente como:

$$\frac{P}{A_t} = \frac{\eta_G T_h R_{te} \epsilon^2}{(R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh} \epsilon) (R_{fh} + R_{fc} + R_{te})} \quad (8.71)$$

La ecuación 8.71 representa a la potencia de salida especificada en términos de la eficiencia material media de generación, las resistencias térmicas y la diferencia disponible de las temperaturas locales de los fluidos.

Como la electricidad generada en un elemento termoeléctrico es directamente proporcional a la diferencia de temperaturas entre sus uniones e inversamente proporcional al espesor del material, y puesto que la diferencia de temperaturas entre los fluidos -- frío y caliente disminuye a lo largo del intercambiador, se ha propuesto como alternativa para optimizar la potencia por unidad de área, variar el espesor del elemento a lo largo del generador (ver Referencia 34). Sin embargo, esto parece ser poco práctico, especialmente si se prevee una producción en gran escala de intercambiadores termoeléctricos de calor. Por consideraciones -- económicas y de manufactura resulta más práctico suponer un espesor constante del elemento termoeléctrico y calcular la potencia de salida a partir de las temperaturas de entrada de los fluidos, de sus propiedades y de las dimensiones del intercambiador de calor, como se señala en la Referencia 31.

Suponiendo un espesor constante del elemento termoeléctrico es posible determinar el espesor que maximice la generación local de potencia. Esto es posible porque, dentro de las restricciones de manufactura,  $R_{te}$  es una cantidad que se puede variar a voluntad.

Para encontrar el valor de los parámetros que maximizan la potencia de salida, derivamos la ecuación 8.71 con respecto a  $R_{te}$  e igualamos a cero:

$$\frac{\partial}{\partial R_{te}} \left( \frac{P}{A_t} \right) = \frac{\partial}{\partial R_{te}} \left[ \frac{\eta_G T_h R_{te} \epsilon^2}{(R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh} \epsilon)(R_{fh} + R_{fc} + R_{te})} \right]$$

$$= \frac{(R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh} \epsilon)(R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) \eta_G T_h \epsilon^2 - \eta_G T_h R_{te} \epsilon^2 [2(R_{fh} + R_{fc} + R_{te})]}{(R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh} \epsilon)^2 (R_{fh} + R_{fc} + R_{te})^2} = 0$$

entonces,

$$(R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh} \epsilon)(R_{fc} + R_{fh} + R_{te}) \eta_G T_h \epsilon^2 - \eta_G T_h R_{te} \epsilon^2 [2(R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - R_{fh} \epsilon] = 0$$

$$(R_{fh} + R_{fc} + R_{te} - R_{fh} \epsilon)(R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - R_{te} [2(R_{fh} + R_{fc} + R_{te}) - R_{fh} \epsilon] = 0$$

$$R_{fh}^2 + R_{fc} R_{fh} + R_{te} R_{fh} - R_{fh}^2 \epsilon + R_{fc} R_{fh} + R_{fc}^2 + R_{fc} R_{te} - R_{fh} R_{fc} \epsilon + R_{fh} R_{te} +$$

$$R_{fc} R_{te} + R_{te}^2 - R_{fh} R_{te} \epsilon - 2R_{fh} R_{te} - 2R_{fc} R_{te} - 2R_{te}^2 + R_{fh} R_{te} \epsilon = 0$$

$$R_{fh}^2 + 2R_{fc} R_{fh} - R_{fh}^2 \epsilon + R_{fc}^2 - R_{fh} R_{fc} \epsilon - R_{te}^2 = 0$$

$$(R_{fh} + R_{fc})^2 - R_{fh} \epsilon (R_{fh} + R_{fc}) - R_{te}^2 = 0$$

por lo que:

$$R_{te}^2 = (R_{fh} + R_{fc})^2 - R_{fh} \epsilon (R_{fh} + R_{fc})$$

$$= (R_{fh} + R_{fc})^2 \left( 1 - \frac{\epsilon R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}} \right)$$

Si denotamos al valor de  $R_{te}$  que maximiza la potencia de salida por  $R_{te}^*$  tendremos que:

$$R_{te}^* = (R_{fh} + R_{fc}) \left( 1 - \frac{\epsilon R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}} \right)^{1/2} \quad (8.72)$$

Ya que  $\epsilon$  varía a lo largo del ITC  $R_{te}$  también varía. Tomando - - valores típicos de  $R_{fh}$  y  $R_{fc}$  (por ejemplo los valores que se dan para el caso de la Referencia 31,  $R_{fh} = 1.13^\circ\text{C} - \text{cm/w}$  y  $R_{fc} = 8.24^\circ\text{C} - \text{cm/w}$ ), podemos calcular la variación de  $R_{te}^*$  para el intervalo - te temperaturas que nos interesa. En la Tabla 8.4 se muestran los resultados de este cálculo; se puede apreciar que para el rango de temperaturas que estamos manejando la mayor eficiencia de Carnot - corresponde a un valor cercano a 0.30 y en este mismo rango la variación que se tiene en los valores de  $R_{te}^*$  es pequeña. Es por -- esto que podemos seleccionar un valor característico de  $\epsilon$  con objeto de calcular un valor para  $R_{te}^*$  sin incurrir en errores serios. El valor característico más razonable es  $\epsilon_0$ , al cual definimos como la  $\epsilon$  calculada en base a las temperaturas de entrada de los - - fluidos,  $T_{ho}$  para el fluido caliente y  $T_{co}$  para el fluido frío. - Entonces la ecuación 8.72 queda como:

$$R_{te}^* = (R_{fc} + R_{fh}) \left( 1 - \frac{\epsilon_0 R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}} \right)^{1/2}, \quad (8.73)$$

donde:

$$\epsilon_0 = 1 - \frac{T_{co}}{T_{ho}} \quad (8.74)$$

Sustituyendo  $R_{te}^*$  por  $R_{te}$  en la ecuación 8.71 tenemos que:

$$\frac{p^*}{A_t} = \frac{\eta_G T_h R_{te}^* \epsilon^2}{(R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^* - R_{fh} \epsilon) (R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^*)} \quad (8.75)$$

TABLA 8.4 Influencia de la variación de  $\epsilon$  sobre  $R_{te}^*$

MAGNITUD	$\epsilon$	$R_{te}^*$
UNIDADES	-	$^{\circ}\text{C-cm}^2/\text{W}$
	0.05	9.2104
	0.10	8.9959
	0.15	8.7762
	0.20	8.5510
	0.25	8.3195
	0.30	8.0814
	0.35	7.8361
	0.40	7.5828
	0.45	7.3208

$$R_{fc} = 1.13 \text{ } ^{\circ}\text{C-cm/W}$$

$$R_{fh} = 8.29 \text{ } ^{\circ}\text{C-cm/W}$$

$$R_{te}^* = (R_{fc} + R_{fh}) \left( 1 - \frac{\epsilon R_{fh}}{R_{fc} + R_{fh}} \right)^{1/2}$$

Usando la expresión 8.73,

$$\frac{P^*}{A_t} = \frac{\eta_G T_h (R_{fh} + R_{fc}) \left(1 - \frac{\epsilon_0 R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}}\right)^{1/2} \epsilon^2}{\left[ R_{fh} + R_{fc} + (R_{fh} + R_{fc}) \left(1 - \frac{\epsilon_0 R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}}\right)^{1/2} - R_{fh} \epsilon \right] \left[ R_{fh} + R_{fc} + (R_{fh} + R_{fc}) \left(1 - \frac{\epsilon_0 R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}}\right)^{1/2} \right]}$$

$$= \frac{\eta_G T_h \epsilon^2 (R_{fh} + R_{fc}) \left(1 - \frac{\epsilon_0 R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}}\right)^{1/2}}{(R_{fh} + R_{fc})^2 \left[ 1 + \left(1 - \frac{\epsilon_0 R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}}\right)^{1/2} - \frac{\epsilon R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}} \right] \left[ 1 + \left(1 - \frac{\epsilon_0 R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}}\right)^{1/2} \right]}$$

con lo que obtenemos una expresión en términos únicamente de las resistencias térmicas de los fluidos y del material del intercambiador de calor. Para simplificar esta expresión definimos la razón de resistencias térmicas como:

$$\gamma = \frac{R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}} \quad (8.76)$$

con lo cual la máxima potencia generada por unidad de área estará dada por:

$$\frac{P^*}{A_t} = \frac{\eta_G T_h \epsilon^2 (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2}}{R_{fh} + R_{fc} \left[ 1 + (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2} \right] \left[ 1 - \gamma \epsilon + (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2} \right]} \quad (8.77)$$

La resistencia térmica del material termoeléctrico será, de acuerdo con 8.73 y 8.76,

$$R_{te}^* = (R_{fh} + R_{fc}) (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2}, \quad (8.78)$$

finalmente, la potencia eléctrica generada para toda el área  $A_t$  del intercambiador termoeléctrico de calor estará dada por:

$$P = \int_{A_t} \frac{P^*}{A_t} dA. \quad (8.79)$$

### 8.10.2 Eficiencia de la generación termoeléctrica de potencia.

Para expresar los resultados obtenidos en una forma conveniente es necesario adimensionalizar la ecuación 8.79. <sup>31</sup> La cantidad que utilizamos para este fin es el producto  $(P_0^*/A_t)A$ ;  $P_0^*/A_t$  es  $P^*/A_t$  evaluada a las temperaturas de entrada de los fluidos. Este producto representa la potencia eléctrica total que sería generada si toda el área del intercambiador operara a la máxima diferencia disponible de temperaturas; esto es, la correspondiente a las temperaturas de entrada de los fluidos. Podemos calcular  $P_0^*/A_t$  de la ecuación 8.77 al sustituir  $T_{h0}$  por  $T_h$  y  $\epsilon_0$  por  $\epsilon$ ,

$$\frac{P_0^*}{A_t} = \frac{\eta_G T_{h0} \epsilon^2}{R_{fh} + R_{fc}} \frac{(1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2}}{[1 + (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2}][1 - \gamma \epsilon_0 + (1 - \epsilon_0)^{1/2}]} \quad (8.80)$$

Ahora podemos calcular la eficiencia de la generación termoeléctrica de potencia haciendo:

$$\xi_p = \int_{A_t} \frac{P^*/A_t}{P_0^*/A_t} \frac{dA}{A} \quad (8.81)$$

Sustituyendo las ecuaciones 8.77 y 8.80 en 8.81 encontramos que:

$$\xi_p = \int_{A_t} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{T_h}{T_{h0}}\right) \left(\frac{1 - \gamma \epsilon_0 + (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2}}{1 - \gamma \epsilon + (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2}}\right) \frac{dA}{A} \quad (8.82)$$

La eficiencia  $\xi_p$  puede ser calculada de la ecuación 8.82 dando la distribución de temperaturas en el intercambiador de calor. La distribución de temperaturas puede ser determinada de una ecuación de balance de calor, la cual dependerá de la configuración de flujo en el intercambiador de calor.

Una manera de resolver la ecuación 8.82 es mediante la integración numérica, para ello utilizamos la regla de integración trapezoidal en la que despreciamos el residuo, y si decimos que:

$$\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2 \left(\frac{T_h}{T_{h0}}\right) \left(\frac{1 - \gamma \varepsilon_0 + (1 - \gamma \varepsilon_0)^{1/2}}{1 - \gamma \varepsilon_0 + (1 - \gamma \varepsilon_0)^{1/2}}\right) = \xi_{pL}$$

de esta manera se tendrá que:

$$\xi_p = \frac{A_n - A_0}{2nA_n} \left[ \xi_{pL_0} + 2\xi_{pL_1} + 2\xi_{pL_2} + \dots + 2\xi_{pL_{(n-1)}} + \xi_{pL_n} \right]$$

donde  $A_n = A_t$  y  $n$  es el número de partes iguales en la cual se divide el intervalo entre  $A_0$  y  $A_t$ .

### 8.10.3 Configuraciones de flujo.

Podemos definir a  $C_c$  como la capacidad de absorción o rechazo de calor del fluido de enfriamiento y  $C_h$  la correspondiente al fluido de calentamiento.

De esta manera tenemos que:

$$C_h = C_{ph} \omega_h, \quad (8.83)$$

y similarmente,

$$C_c = C_{pc} \omega_c. \quad (8.84)$$

$C_{ph}$  y  $C_{pc}$  son los valores específicos del fluido caliente y del fluido frío respectivamente.  $\omega_h$  y  $\omega_c$  son las tasas de flujo másico correspondientes al fluido caliente y al fluido frío respectivamente.

En general, existen tres posibles configuraciones de flujo: flujo en paralelo, flujo en contracorriente y flujo cruzado.

Para el flujo en paralelo sin cambio de fase puede establecerse el siguiente balance de calor, <sup>35</sup> basados en la conclusión dada por 8.63:

$$\frac{Q}{A_t} = U(T_h - T_c) = C_c \frac{dT_c}{dA} = C_h \frac{dT_h}{dA} \quad (8.85)$$

Para el flujo en contracorriente sin cambio de fase con  $dT_c/dA$  y  $dT_h/dA$  medidos en la misma dirección tenemos que:

$$\frac{Q}{A_t} = U(T_h - T_c) = -C_c \frac{dT_c}{dA} = -C_h \frac{dT_h}{dA} \quad (8.86)$$

En la figura 8.17 se muestra la configuración de flujo en paralelo con su distribución axial de temperaturas. La Figura 8.18 corresponde al flujo en contracorriente. La Figura 8.19 muestra una configuración de flujo cruzado y su respectiva distribución de temperaturas:

Como se ve en la Figura 8.19, para flujo cruzado los fluidos pueden entrar a temperaturas uniformes pero si existen canales para prevenir la mezcla, la distribución de las temperaturas de salida será como se observa en la figura.

En todos los casos de supondrá una  $U$  uniforme a través de todo el intercambiador de calor.



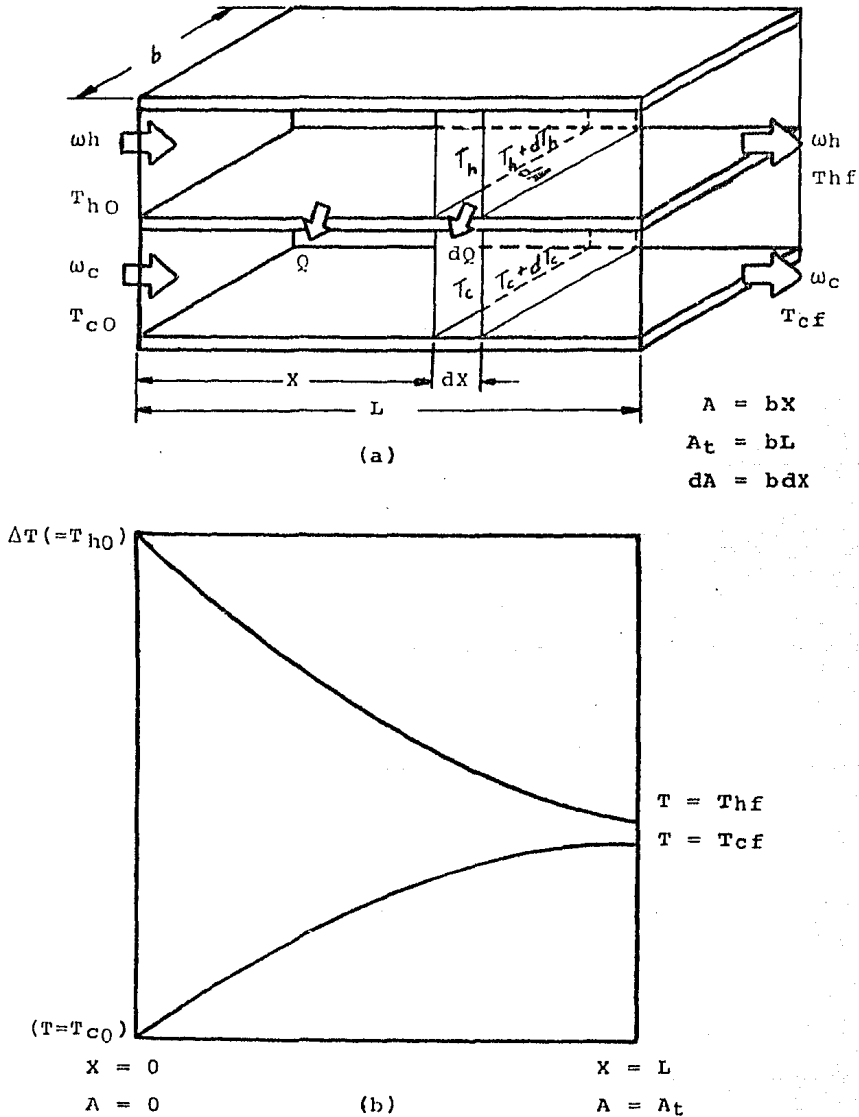
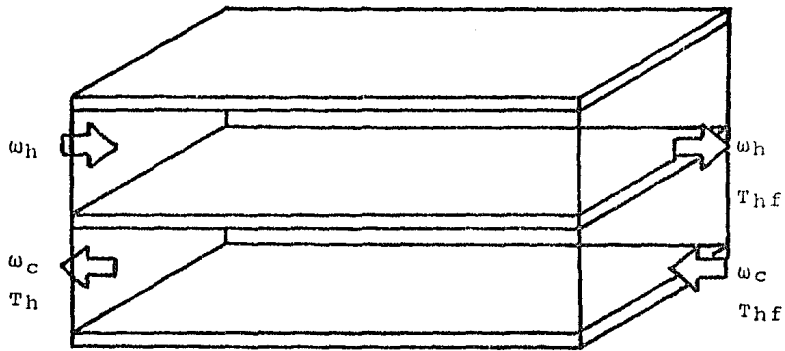
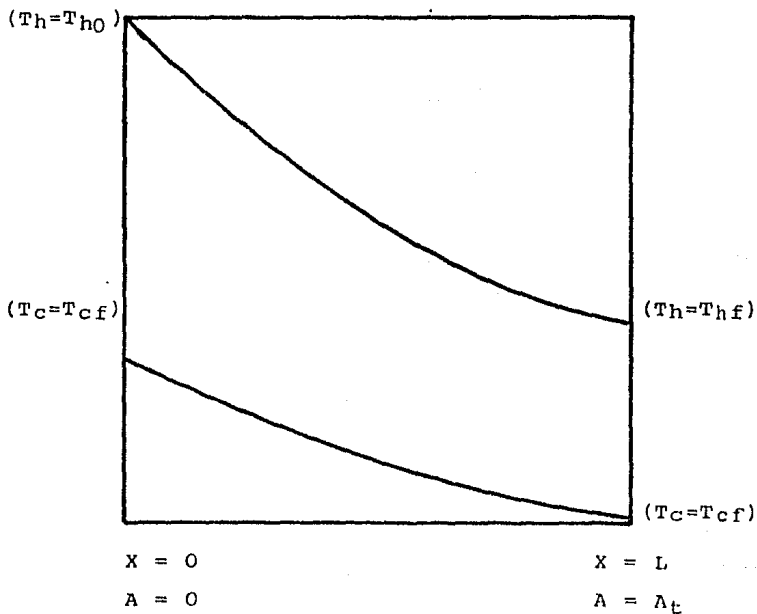


Fig. 8.17 (a) Configuración de flujo en paralelo, (b) distribución axial de temperaturas.



(a)



(b)

Fig. 8.18 (a) Configuración de flujo en contracorriente,  
 (b) distribución axial de temperatura.

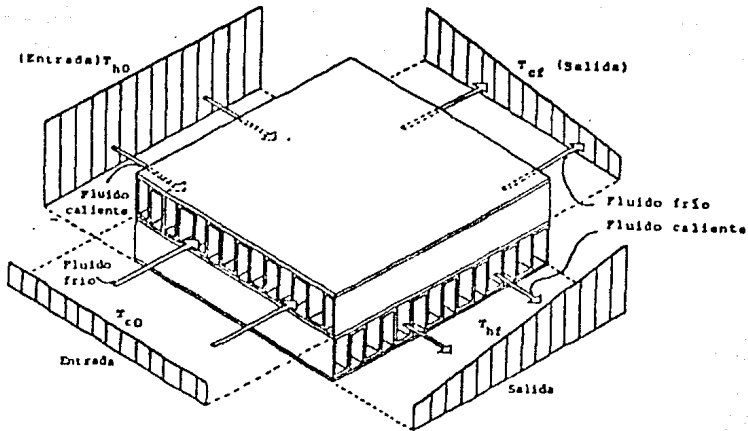


Fig. 8.19 Configuración de flujo cruzado  
y distribución de temperaturas.

Dando condiciones de entrada, las ecuaciones 8.85 y 8.86 pueden resolverse para dar la distribución de temperaturas en el inter cambiador de calor. Con esto, la ecuación 8.82 podrá ser re-- suelta para  $\xi_p$ .

#### 8.10.4 Flujo en paralelo.

Para determinar la distribución de temperaturas cuando se tiene una configuración de flujo en paralelo podemos hacer lo siguien te.

De acuerdo a la ecuación 8.85 tenemos que:

$$C_c \frac{dT_c}{dA} = - C_h \frac{dT_h}{dA}$$

entonces;

$$C_c dT_c = - C_h dT_h$$

$$\int C_c dT_c = - \int C_h dT_h$$

$$C_c T_c = - C_h T_h + C$$

ahora, sabemos que  $T_c(x = 0) = T_{c0}$  por lo que,

$$T_{c0} = - \frac{C_h}{C_c} T_{h0} + C$$

de donde:

$$C = T_{c0} + \frac{C_h}{C_c} T_{h0},$$

por lo tanto:

$$T_c = T_{c0} + \frac{C_h}{C_c} (T_{h0} - T_h) . \quad (8.87)$$

Si llamamos a  $C_h/C_c$  como la relación de capacidades caloríficas  $r$  tendremos:

$$T_c = T_{c0} + r (T_{h0} - T_h) . \quad (8.88)$$

Utilizando nuevamente 8.85, sabemos que:

$$U (T_h - T_c) = - C_h \frac{dT_h}{dA}$$

y sustituyendo en ésta 8.88,

$$U [ T_h - T_{c0} - r(T_{h0} - T_h) ] = - C_h \frac{dT_h}{dA}$$

$$U [ T_h (1+r) - T_{c0} - rT_{h0} ] = - C_h \frac{dT_h}{dA}$$

con lo cual obtenemos la ecuación diferencial que nos da la distribución de temperaturas en un arreglo con flujo en paralelo,

$$U (1+r) T_h + C_h + \frac{dT_h}{dA} = U (T_{c0} + rT_{h0})$$

o bien,

$$\frac{dT_h}{dA} + \frac{U}{C_h} (1+r) T_h = \frac{U}{C_h} (T_{c0} + rT_{h0}) . \quad (8.89)$$

Sabemos que la solución de 8.89 está dada por la suma de las soluciones homogéneas (H) y particular (P):

$$T_h = (T_h)_H + (T_h)_P \quad (8.90)$$

Entonces, resolviendo la ecuación homogénea tendremos:

$$\frac{d(T_h)_H}{dA} + \frac{U}{C_h} (1+r) (T_h)_H = 0$$

$$\frac{d(T_h)_H}{dA} = - \frac{U}{C_h} (1+r) (T_h)_H$$

$$\frac{d(T_h)_H}{(T_h)_H} = - \frac{U}{C_h} (1+r) dA$$

$$\int \frac{d(T_h)_H}{(T_h)_H} = - \int \frac{U}{C_h} (1+r) dA$$

$$\ln (T_h)_H = - \frac{U}{C_h} (1+r) A + C,$$

por lo que la solución homogénea está dada por:

$$(T_h)_H = Ce^{-\frac{UA}{C_h} (1+r)} \quad (8.91)$$

La solución particular está dada por una constante, por lo que decimos que:

$$(T_h)_P = k.$$

Ambas soluciones deben satisfacer 8.89 por lo que para encontrar el valor de  $k$  tenemos:

$$\left[ \frac{d(T_h)_H}{dA} + \frac{U}{C_h} (1+r) (T_h)_H \right] + \left[ \frac{dk}{dA} + \frac{U}{C_h} (1+r) k \right] = \frac{U}{C_h} (T_{c0} + rT_{h0}),$$

el primer término de la expresión anterior es igual a cero, mientras que la derivada del segundo término también es cero, por lo tanto tenemos:

$$(1+r)k = T_{c0} + rT_{h0}$$

de donde:

$$(T_h)_p = k = \frac{T_{c0} + rT_{h0}}{1+r}$$

De esta manera, la distribución de temperaturas del fluido caliente es:

$$T_h = \frac{T_{c0} + rT_{h0}}{1+r} + C e^{-\frac{UA}{C_h}(1+r)}$$

y utilizando los valores de frontera  $T_h(x=0) = T_{h0}$  y  $A(x=0) = 0$  en la ecuación anterior, tenemos que:

$$T_{h0} = \frac{T_{c0} + rT_{h0}}{1+r} + C$$

o bien,

$$C = T_{h0} - \frac{T_{c0} + rT_{h0}}{1+r} = \frac{T_{h0} - T_{c0}}{1+r}$$

La solución general será entonces:

$$T_h = \frac{T_{c0} + rT_{h0}}{1+r} + \frac{T_{h0} - T_{c0}}{1+r} e^{-\frac{UA}{C_h}(1+r)} \quad (8.92)$$

Si denominamos al término  $UA/C_h$  como el número de unidades de generación  $N_{gu}$ , tal como se propone en la Referencia 31, tendremos entonces que:

$$T_h = \frac{T_{c0} + rT_{h0}}{1+r} + \frac{T_{h0} - T_{c0}}{1+r} e^{-Ngu(1+r)}, \quad (8.93)$$

lo cual representa la distribución de temperaturas del fluido caliente en términos de dos variables,  $r$  y  $Ngu$ .

#### 8.10.5 Flujo en contracorriente.

Para una configuración de flujo en contracorriente, de acuerdo a la ecuación 8.86 tenemos que:

$$- C_c \frac{dT_c}{dA} = - C_h \frac{dT_h}{dA}$$

entonces:

$$- C_h dT_h = - C_c dT_c$$

$$- \int C_h dT_h = - \int C_c dT_c$$

$$- C_h T_h = - C_c T_c + C$$

para  $x=0$   $T_c = T_{cf}$  y  $T_h = T_{h0}$ , así que,

$$C = C_c T_{cf} - C_h T_{h0}$$

por lo tanto,

$$- C_h T_h = - C_c T_c + C_c T_{cf} - C_h T_{h0}$$



de donde:

$$T_c = T_{cf} + \frac{C_h}{C_c} (T_h - T_{h0}) \quad (8.94)$$

y haciendo  $r = C_h/C_c$

$$T_c = T_{cf} + r(T_h - T_{h0}) \quad (8.95)$$

De 8.86 tenemos la expresión:

$$U(T_h - T_c) = - C_h \frac{dT_h}{dA}$$

a partir de la cual encontramos la ecuación diferencial que nos da el perfil de temperaturas,

$$U [ T_h - T_{cf} - r(T_h - T_{h0}) ] = - C_h \frac{dT_h}{dA}$$

$$UT_h(1-r) + U(rT_{h0} - T_{cf}) = - C_h \frac{dT_h}{dA}$$

$$\frac{dT_h}{dA} + \frac{UT_h}{C_h} (1-r) = - \frac{U}{C_h} (rT_{h0} - T_{cf})$$

Nuevamente, la solución general es la suma de la solución particular y homogénea,

$$T_h = (T_h)_H + (T_h)_P$$

Resolviendo la ecuación homogénea;

$$\frac{d(T_h)_H}{dA} + \frac{U}{C_h} (1-r) (T_h)_H = 0$$

podemos obtener;

$$(T_h)_H = C_e - \frac{UA}{C_h} (1-r)$$

Considerando que la ecuación particular es  $(T_h)_p = k$  tendrá que satisfacerse la identidad;

$$\left[ \frac{d(T_h)_H}{dA} + \frac{U}{C_h} (1-r) (T_h)_H \right] + \left[ \frac{dk}{dA} + \frac{U}{C_h} (1-r) k \right] = - \frac{U}{C_h} (rT_{h0} - T_{cf})$$

por lo cual se deduce que;

$$(T_h)_p = k = \frac{T_{cf} - rT_{h0}}{1-r},$$

de donde se concluye que la solución general para el flujo a -- contracorriente será:

$$T_h = \frac{T_{cf} - rT_{h0}}{1-r} + C_e - \frac{UA}{C_h} (1-r)$$

Sustituyendo los valores de frontera para  $x=0$ ,  $T_h = T_{h0}$  y  $A=0$  -- tenemos que:

$$C = T_{h0} - \frac{T_{cf} - rT_{h0}}{1-r} = \frac{T_{h0} - T_{cf}}{1-r}$$

Finalmente, el perfil de temperaturas estará dado por:

$$T_h = \frac{T_{cf} - rT_{h0}}{1-r} + \frac{T_{h0} - T_{cf}}{1-r} e^{-\frac{UA}{C_h}(1-r)}, \quad (8.96)$$

y considerando que  $Ngu = UA/C_h$ ,

$$T_h = \frac{T_{cf} - rT_{h0}}{1-r} + \frac{T_{h0} - T_{cf}}{1-r} e^{-Ngu(1-r)}. \quad (8.97)$$

Mediante la ecuación 8.96 es posible obtener la distribución axial de temperaturas en el fluido caliente en función de las variables  $r$  y  $Ngu$ , bajo la condición de que  $r$  sea siempre diferente de 1.

#### 8.10.6 Flujo cruzado.

Un intercambiador de calor de flujo cruzado presenta una distribución de temperaturas más complicada que los casos anteriores. En esta circunstancia se acostumbra aproximar el comportamiento del flujo cruzado al de un flujo en contracorriente, para lo cual se han desarrollado cartas de corrección que permiten convertir la media logarítmica de la diferencia de temperaturas (MLDT) de un flujo en contracorriente a una MLDT para condiciones de flujo cruzado. En la Referencia 31 se menciona que para un intercambiador termoeléctrico de calor la diferencia en la eficiencia  $\xi_p$  entre una configuración de flujo en paralelo y una en contracorriente es muy pequeña; y como la eficiencia de una configuración en flujo cruzado se encuentra entre las eficiencias de la configuración en paralelo y en contracorriente, es posible aproximar el comportamiento de una configuración de flujo cruzado al de una configuración en paralelo. Para comprobar esto se hizo un análisis paramétrico de la ecuación 8.82 para los casos de flujo en paralelo y flujo en contracorriente; con este fin se utilizaron las condiciones y el valor de los parámetros dados en las Referencias 31 y 36, (ver Apéndice III).

Teniendo la información sobre las condiciones del fluido caliente (aire en este caso) y los del fluido frío (agua); y tomando los valores promedio de un termopar de  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , se desarrollaron los cálculos mediante los programas de computadora que se muestran en el Apéndice III. Los resultados obtenidos se utilizaron para elaborar la gráfica mostrada en la Figura 8.20, en la cual se puede observar que la diferencia de  $\xi_p$  para una configuración en paralelo con respecto a la de una en contracorriente siempre es menor de 0.04. Es por esta razón que aproximar el comportamiento de una configuración de flujo cruzado al de una configuración en paralelo resulta confiable y razonablemente preciso. Así que las ecuaciones para el cálculo de la distribución de temperaturas en un intercambiador termoeléctrico de calor de flujo cruzado serán las mismas que para el caso de un flujo en paralelo. Los resultados de un análisis semejante para diversas configuraciones de flujo se muestra en la Referencia 36.

#### 8.10.7 Espesor del material termoeléctrico.

Una forma más conveniente de expresar la transferencia de calor es utilizando la ecuación 8.15 para  $m_{\text{opt}} = 1$  y considerando que para el par termoeléctrico el coeficiente de transferencia y la resistencia total están dados por:

$$U = \frac{K_{te} \Lambda_t}{t_{te}} \quad (8.98)$$

$$R = \frac{\rho t_{te}}{\Lambda_t} = \frac{t_{te}}{\sigma \Lambda_t} \quad (8.99)$$

De esta forma la ecuación 8.15 se puede escribir como:

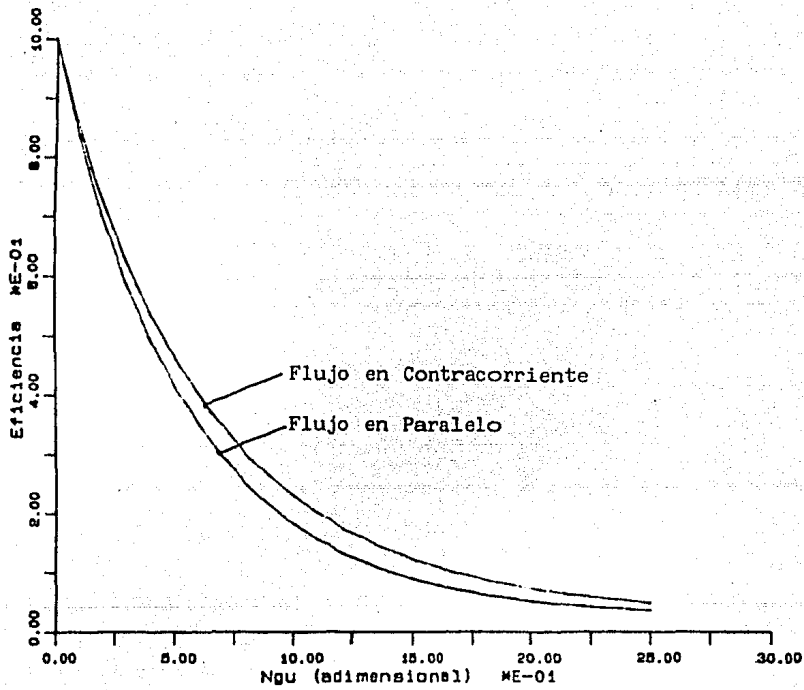


Fig. B.20 Eficiencia del área de transferencia de calor para generación termoeléctrica de potencia.

$$Q = \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj}) \sigma A_t}{2 t_{te}} + \frac{K_{te} \Lambda_t}{t_{te}} (T_{hj} - T_{cj}) - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 (T_{hj} - T_{cj}) \sigma A_t}{4 t_{te}}$$

o bien,

$$\frac{Q}{A_t} = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{t_{te}} \left( K_{te} + \frac{\sigma \alpha^2}{2} T_{hj} - \frac{\sigma \alpha^2}{2} \frac{T_{hj} - T_{cj}}{4} \right). \quad (8.100)$$

Igualando la ecuación 8.67 a 8.100 encontramos que:

$$\frac{T_{hj} - T_{cj}}{R_{te}} = \frac{T_{hj} - T_{cj}}{t_{te}} \left( K_{te} + \frac{\sigma \alpha^2}{2} T_{hj} - \frac{\sigma \alpha^2}{2} \frac{T_{hj} - T_{cj}}{4} \right)$$

de donde se puede obtener la ecuación para el espesor del material termoeléctrico,

$$t_{te} = R_{te} \left( K_{te} + \frac{\sigma \alpha^2}{2} T_{hj} - \frac{\sigma \alpha^2}{2} \frac{T_{hj} - T_{cj}}{4} \right). \quad (8.101)$$

Para  $R_{te} = R_{te}^*$  tendremos;

$$t_{te} = R_{te}^* \left( K_{te} + \frac{\sigma \alpha^2}{2} T_{hj} - \frac{\sigma \alpha^2}{2} \frac{T_{hj} - T_{cj}}{4} \right). \quad (8.102)$$

La ecuación 8.102 nos da el espesor requerido del material termoeléctrico en función de la resistencia térmica que maximiza la potencia de salida, las propiedades del material y los promedios de las temperaturas operantes. Si se desea, la ecuación 8.101 puede ser utilizada para calcular un valor medio de  $R_{te}$  en el intercambiador termoeléctrico de calor y la magnitud de los errores que se han introducido, tal como se propone en la Referencia 31.

## 8.10.8 Potencia total de salida.

Puede establecerse que la potencia total de salida queda determinada por el producto de tres variables: la potencia generada por unidad de área si para toda el área de transferencia de calor se mantuviese una misma diferencia de temperaturas, la eficiencia del área de transferencia de calor para generación termoeléctrica de potencia y el área total. Entonces,

$$P = \frac{P_0^*}{A_t} \xi_p A_t \quad (8.103)$$

## 8.11 Conclusiones.

En la sección 8.6 se determinaron las ecuaciones para el cálculo de parámetros de un generador termoeléctrico. Dicha ecuaciones se pueden utilizar cuando existe una diferencia constante de temperaturas entre toda el área de unión caliente y el área de unión fría en un instante determinado. En el caso de un intercambiador termoeléctrico de calor se tienen gradientes de temperatura que prescriben la aplicación de ecuaciones que relacionen la generación de electricidad con el intercambio de calor y el flujo de fluidos. Tales ecuaciones se determinaron en la sección 8.10, donde además, se evaluó la posibilidad de utilizar algunas de las expresiones para generación termoeléctrica sin gradientes de temperatura a lo largo del generador, en el cálculo de parámetros de un intercambiador termoeléctrico de calos. Por otra parte, se determinó la eficiencia del área de intercambio de calor para generación termoeléctrica de potencia, la cual quedó integrada como una función de cuatro variables:

$$\xi_p = \xi_p \left( \frac{UA}{C_h}, \frac{C_h}{C_c}, \epsilon_0, \gamma \right) .$$

De esta manera, en la sección 8.10 quedan establecidas las expresiones para el cálculo de los principales parámetros que intervienen en el diseño de un intercambiador termoeléctrico de calor. Las expresiones para el cálculo de las resistencias térmicas de los fluidos, de caídas de presión, de factores de obstrucción e incrustación, entre otras, dependerán para cada caso en particular del tipo de intercambiador de calor que se esté manejando. Esto deberá ser determinado en el desarrollo de la ingeniería preliminar correspondiente al diseño del intercambiador termoeléctrico de calor en cuestión.



## CAPITULO 9

### INGENIERIA PRELIMINAR DEL PROTOTIPO

En general el diseño de una máquina involucra el desarrollo de dos etapas fundamentales: la ingeniería preliminar y la ingeniería de detalle. La ingeniería preliminar comienza inmediatamente después de que se ha planteado un problema de diseño con la búsqueda de soluciones, y termina con el dimensionamiento general. A la ingeniería de detalle le corresponde la determinación de los aspectos particulares y el cálculo de dimensiones específicas de las partes y componentes. Uno de los motivos del presente trabajo es generalizar el diseño de intercambiadores termoelectrónicos de calor mediante el desarrollo de la ingeniería preliminar de un prototipo, sin atender a los detalles del mismo. Por tal razón, los cálculos que se hayan de efectuar corresponderán únicamente al dimensionamiento global del sistema de intercambio térmico, al cálculo del volumen requerido de material termoelectrónico y a la evaluación de los principales parámetros que intervengan en el proceso.

### 9.1 Definición de las condiciones de trabajo

La gran variedad de fluidos calientes que pueden ser utilizados para generación termoeléctrica de potencia puede quedar comprendido lógicamente en dos grandes grupos: gases y líquidos. Cuando se manejan fluidos bifásicos puede establecerse una correspondencia de la siguiente forma:

gas dominante	+	gases
líquido dominante	+	líquidos

con lo cual será posible establecer una generalización del diseño.

Debido a que el costo de los semiconductores es relativamente alto y son sensibles a medioambientes corrosivos, es preferible mantener al intercambiador termoeléctrico de calor como unidad independiente. Cuando se manejan fluidos con un alto coeficiente de obstrucción, son corrosivos, presentan problemas de incrustación de sales, o bien, son incompatibles con los materiales comunes, es necesario aislar el intercambiador termoeléctrico de calor y sustraer estos problemas hacia un medio adecuado que los resuelva. Tal medio queda integrado por la incorporación de un intercambiador de calor previo destinado al eficiente manejo del fluido en cuestión.

Por ejemplo, existen salmueras que poseen un gran contenido de carbonato de calcio y sulfato de calcio, las cuales se vuelven solubles y se precipitan sobre la superficie de transferencia de calor al presentarse cambios de temperatura. Algunos fluidos presentan una elevada densidad de partículas corrosivas que originan reacciones químicas al entrar en contacto con los materiales comúnmente utilizados en intercambiadores; tal es el caso

de los hidrocarburos y sus derivados, los cuales se polimerizan y sufren un termofraccionamiento catalítico\*.

El incluir un fluido secundario trae como consecuencia la disminución del aprovechamiento del potencial disponible de calor, la reducción de la eficiencia total del sistema y el incremento del costo inicial de inversión. Sin embargo, las ventajas logradas serán que el tiempo final de operación aumente, se evitarán posibles daños irreparables por la corrosión y degradación de los semiconductores, el costo de mantenimiento disminuirá y el costo final de generación se verá reducida.

Cuando todos los problemas mencionados anteriormente son mínimos, se poseen materiales adecuados y baratos para la construcción del intercambiador, obviamente es mejor una aplicación directa.

Utilizando los datos que se requirieron para la elaboración de la gráfica de la Figura 8.21 y mediante el programa impreso en el Apéndice IV se encontró la influencia que mantiene la relación de capacidades caloríficas ( $r$ ) sobre la eficiencia del área de transferencia de calor para generación termoeléctrica de potencia ( $\xi_p$ ). Los resultados obtenidos se encuentran representados en la gráfica de la Figura 9.1. Analizando las curvas de esta gráfica se puede concluir que mientras más baja sea  $r$  - el valor de  $\xi_r$  será mayor, por lo cual es deseable que el calor específico del fluido de enfriamiento sea más grande que el de calentamiento. Así, se evita que el gasto del fluido de enfriamiento sea excesivo y con ello, que la potencia requerida para el bombeo sea muy grande. Es por estas razones que la selección del fluido de enfriamiento no es independiente y queda delimitada finalmente por la disponibilidad y costo del mismo.

\* Descomposición de un compuesto mediante un agente acelerador de reacciones, a ciertas temperaturas.

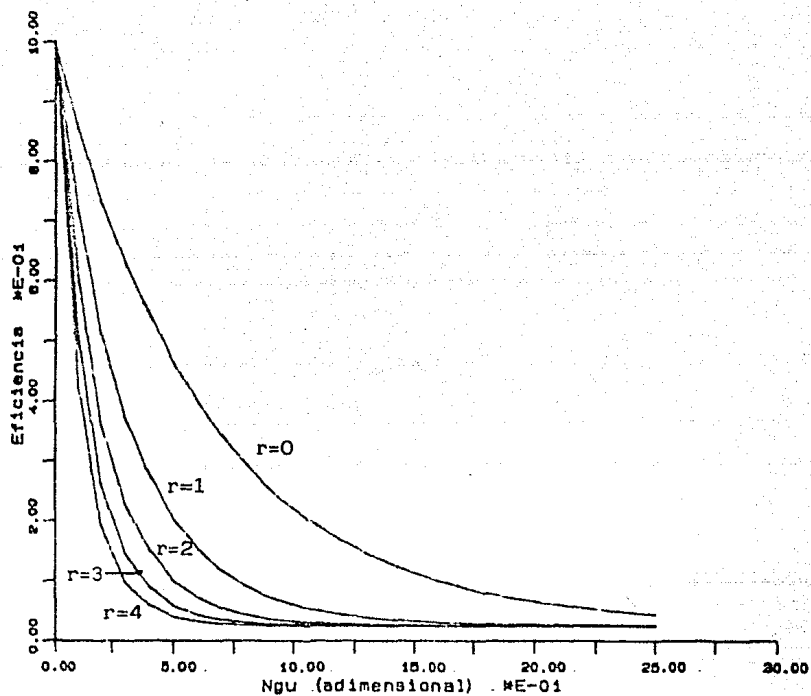


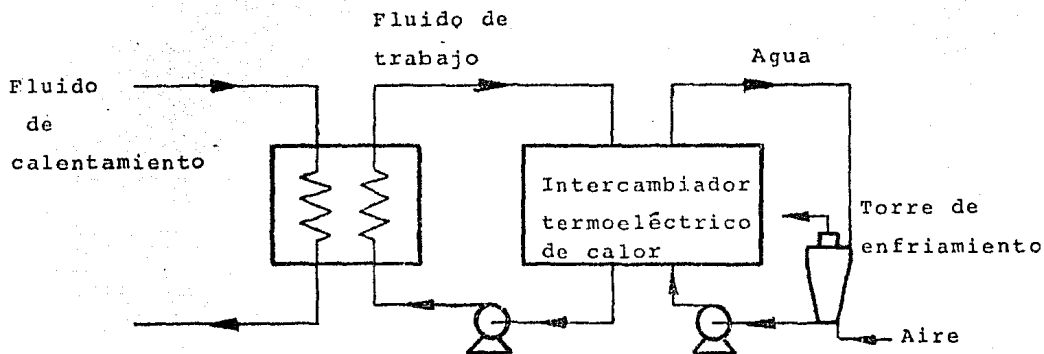
Fig. 9.1 Influencia de la relación de capacidades caloríficas sobre el comportamiento termoeléctrico.

Consecuentemente es posible considerar como la opción más válida para este caso el uso del agua como fluido de enfriamiento y proponer su utilización como la más recomendable. Por lo que corresponde al tipo de fluido de calentamiento puede decirse -- que quedará determinado para cada caso en particular. Para la operación del prototipo se pretende utilizar agua como fluido de calentamiento.

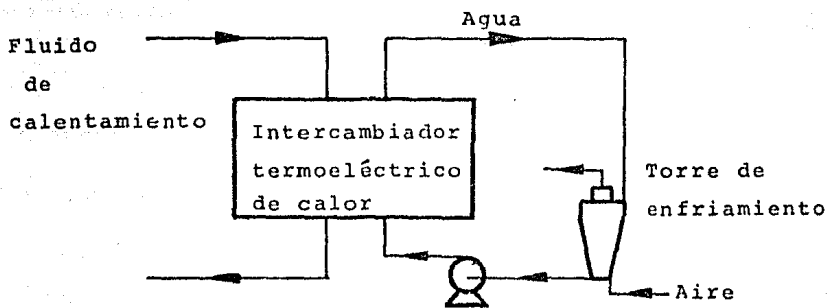
## 9.2 Selección del intercambiador de calor

Con base en las características del tipo de fluido utilizado para el calentamiento se podrá establecer si es necesario el uso de un fluido secundario y de un intercambiador primario, o si es posible una aplicación directa. Estas opciones se muestran de manera esquemática en la Figura 9.2. Del tipo de fluido utilizado para el calentamiento también depende la selección del tipo de intercambiador de calor que será aplicado. Esta se reduce a una disyuntiva, utilizar un intercambiador de calor de placas empaquetadas o uno de placas aleteadas de superficie extendida, considerando eliminada la posibilidad de utilizar un intercambiador de caloductos, ya que para el rango de temperatura que se está manejando se reporta una capacidad máxima de transferencia de calor de  $100 \text{ kW/m}^2$  de área de sección transversal del caloducto,\* lo cual para la potencia requerida redundaría en la necesidad de utilizar un número demasiado alto de dichos caloductos, y debido que su precio es elevado el costo total de la inversión inicial sería excesivo.

\* Dato obtenido del Departamento de Fuentes No - Convencionales, División Fuentes de Energía, del IIE.



(a) Aplicación indirecta



(b) Aplicación indirecta

Fig. 9.2 Opciones para la aplicación del intercambiador termoeléctrico - de calor.

Para un intercambiador de calor de placas empaquetadas puede tenerse una circulación de los fluidos en serie o en paralelo, -- con una configuración de flujos en contracorriente para lograr una mínima diferencia estructural de temperaturas.

En el intercambiador de calor de superficie extendida de placas aleteadas se utiliza normalmente una configuración de flujo cruzada. Esto es porque se simplifica el diseño de los colectores a la entrada y a la salida de cada fluido.

Normalmente, el intercambiador de calor de placas empaquetadas mantiene coeficientes de transferencia de calor más altos que el intercambiador de calor de placas de superficie extendida, y especialmente cuando los fluidos se manejan son líquidos. Sin embargo, un intercambiador de calor de placas empaquetadas se encuentra limitado por un tamaño máximo de placas y por la caída de presión que sufre el fluido al incrementarse el número de estas. Por dichas razones los gastos se ven limitados y consecuentemente para aplicaciones termoeléctricas la generación máxima de potencia neta que pueda ser obtenida por una unidad intercambiadora no es muy grande. Es por esto que en los estudios realizados para aplicaciones termoeléctricas de CETO,<sup>20</sup> en análisis económicos para el uso del calor de desecho de plantas de energía eléctrica,<sup>37</sup> y en propuestas de conversión de energía -- geotérmica,<sup>3</sup> se ha preferido el uso de intercambiadores termoeléctricos de calor de superficie extendida de placas aleteadas no importando que ambos fluidos sean líquidos.

El propósito ya mencionado de construir un prototipo en el IIE impone algunas restricciones. No se cuenta con experiencia en la fabricación de dispositivos termoeléctricos ni con la tecnología asociada a su implementación, por lo cual resultaría magnífico que el diseño y la construcción del intercambiador termoeléctrico de calor fuese lo más sencillo posible de tal manera que la adaptación de los módulos termoeléctricos no sea complicada. Además, puesto que sí se desean utilizar los módulos - -

comerciales disponibles (los que produce MELCOR\*), las limitaciones por esfuerzo mecánico y máximas temperaturas permisibles de operación especificadas para los módulos deberán ser respetadas.

La consabida y ya expuesta simplicidad de construcción de un intercambiador de calor de placas empaquetadas y su fácil adaptación como generador termoeléctrico presuponen varias ventajas - de tipo práctico. Al requerirse un mínimo de uniones soldadas en la construcción, se evitarían choques térmicos y posibles alteraciones en la estructura de los módulos; se piensa utilizar agua como fluido de calentamiento por lo que se tendría un proceso líquido-líquido manteniendo un alto coeficiente de transferencia de calor; hay posibilidad de añadir paneles de generación; los paneles serían completamente desmontables para revisión y limpieza; y la cantidad de material requerido para la construcción es menor que para un intercambiador termoeléctrico de calor de superficie extendida de placas aleteadas. Por tales razones, principalmente, se ha elegido para el diseño y la construcción del intercambiador termoeléctrico de calor como prototipo el de placas empaquetadas.

### 9.3 Selección del arreglo eléctrico

En esta sección se efectúa un análisis tendiente a determinar la eficiencia del esquema de conexión entre los elementos termoeléctricos sobre la relación voltaje/corriente del sistema. De acuerdo con la Referencia 38, el esquema de conexión no es una condición determinante. Sin embargo, no se cuenta con las razones que soporten esta afirmación, por lo que se juzgó conveniente realizar un análisis.

\* Corporation of Electronic Materials, las características de los módulos pueden verse en el Apéndice V.



Existen numerosas posibilidades de conexión de las cuales se han seleccionado cuatro para efectuar este estudio y que están esquematizadas en las Figuras 9.3, 9.4, 9.5 y 9.6. Para efectuar el análisis se ha supuesto lo siguiente:

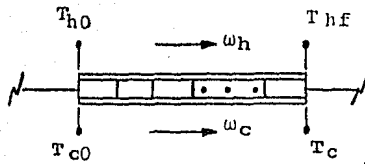
- 1) Que la temperatura se conserva constante en cualquier punto de un plano perpendicular a la dirección de flujo del fluido sobre la unión termoelectrica.
- 2) Que la diferencia de temperaturas  $\Delta T = T_h - T_c$  es constante para toda el área del par termoelectrico, con lo cual se obtiene la distribución de temperaturas ilustrada en cada caso.
- 3) Que la resistencia de carga  $R_c$  es igual a la resistencia interna  $R$  ya que se desea la máxima transferencia de potencia a la carga.
- 4) Que la resistencia eléctrica de cada par es igual.
- 5) Que los incrementos y decrementos de temperatura son lineales.
- 6) Que las resistencias eléctricas de contacto son despreciables.

De acuerdo a la ecuación 8.11, el voltaje para cada circuito estará determinado por

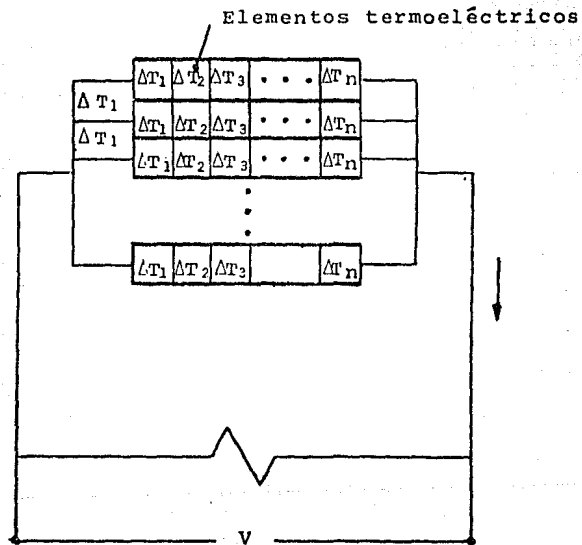
$$V_i = \alpha(T_h - T_c) = \alpha \Delta T_i$$

y de acuerdo a la ecuación 8.13 para  $m = 1$  la corriente será

$$I_i = \frac{\alpha(T_{h_i} - T_{c_i})}{2R} = \frac{\alpha \Delta T_i}{2R}$$



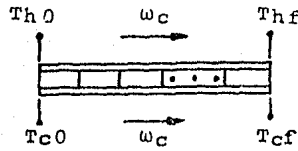
Corte transversal en la dirección del flujo



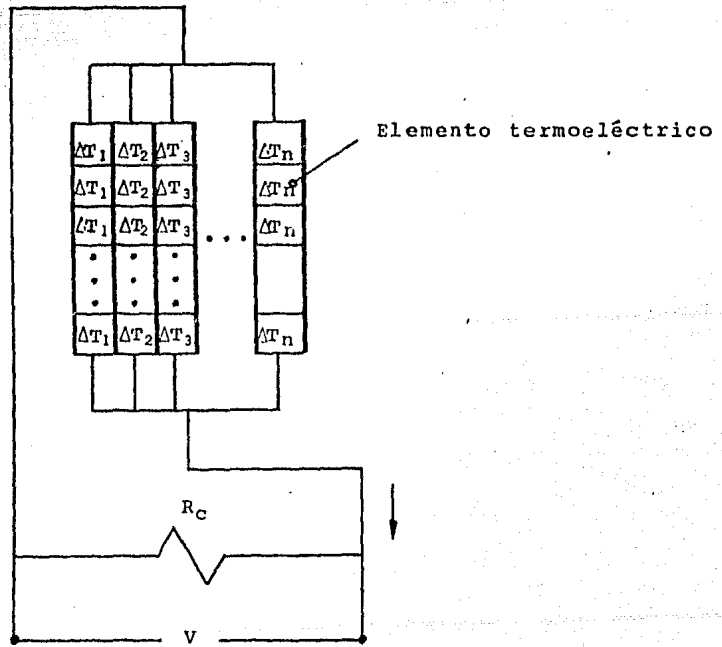
— Conductores eléctricos

— Aislante eléctrico

Fig. 9.3 Plano del arreglo eléctrico en paralelo, axial a la dirección de flujo de los fluidos.

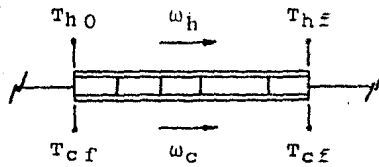


Corte transversal en la dirección de los flujos.

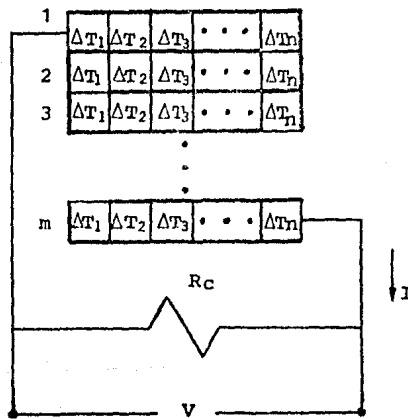


- Conductores eléctricos
- Aislantes eléctricos

Fig. 9.4 Plano del arreglo eléctrico en paralelo, perpendicular a la dirección de flujo de los fluidos.



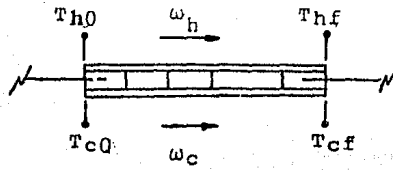
Corte transversal en la dirección de los flujos



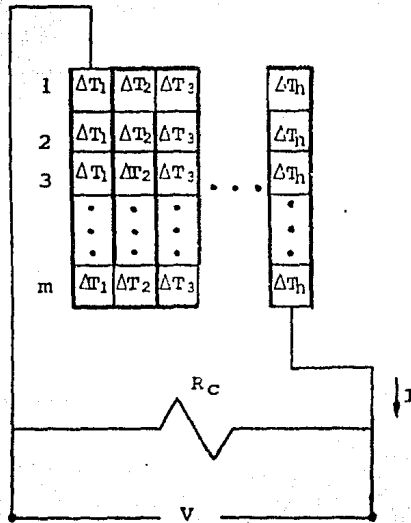
— Conductores eléctricos

— Aislantes eléctricos

Fig. 9.5 Plano del arreglo eléctrico en serie, axial a la dirección de flujo de los fluidos.



Corte transversal en la direcci3n de los flujos



— Conductores el3ctricos

— Aislantes el3ctricos

Fig. 9.6. Plano del arreglo el3ctrico en serie, perpendicular a la direcci3n de flujo de los fluidos.

Entonces, la máxima potencia generada dada por la ecuación - - 8.37 es

$$P_G = \frac{V^2}{2R} = 2I^2R$$

$R_e$  es la resistencia eléctrica de cada par termoeléctrico y  $R$  la resistencia interna total del circuito.

Caso 1, Figura 9.3. -

$$V = \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i$$

$$R = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{ei}}} = R_e$$

$$P_G = \frac{\left( \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i \right)^2}{2R_e}$$

$$I = \frac{\alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i}{2R_e}$$

Caso 2, Figura 9.4

$$R = R_e$$

$$I = \frac{\alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i}{2R_e}$$

$$P_G = 2I^2R = 2 \left( \frac{\alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i}{2R_e} \right)^2 R_e = \frac{\left( \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i \right)^2}{2R_e}$$

$$V = \frac{P_G}{I} = \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i$$

Caso 3, Figura 9.5.

$$V = m \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i$$

$$R = mn R_e$$

$$P_G = \frac{V^2}{2R} = \frac{m^2 \left( \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i \right)^2}{2mnR_e} = \frac{m \left( \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i \right)^2}{2nR_e}$$

$$I = \frac{P_G}{V} = \frac{\alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i}{2nR_e}$$

Caso 4, Figura 9.6.

$$V = m \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i$$

$$R = mn R_e$$

$$P_G = \frac{V^2}{2R} = \frac{\pi^2 \left( \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i \right)^2}{2nh \text{ Re}} = \frac{\pi \left( \alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i \right)^2}{2h \text{ Re}}$$

$$I = \frac{P_G}{V} = \frac{\alpha \sum_{i=1}^n \Delta T_i}{2n \text{ Re}}$$

Como puede observarse, la potencia obtenida para cada esquema de conexión es independiente del tipo de arreglo eléctrico utilizado. La variación resultante se reduce a diferentes valores de voltaje o corriente, de tal manera que es posible considerar al generador termoeléctrico como un generador de voltaje o de corriente pero siempre manteniendo la misma potencia de salida. De los cuatro casos considerados, los dos últimos parecen ser los más convenientes ya que sólo se requiere de dos terminales y el voltaje obtenido es mayor por la conexión en serie de los elementos termoeléctricos. Así que cualesquiera de los casos 3 y 4 podrán utilizarse para la conformación de la fase termoeléctrica dentro de las placas intercambiadoras de calor.

#### 9.4 Metodología de diseño del prototipo

La metodología de diseño de un intercambiador termoeléctrico de calor depende directamente de los fluidos de trabajo que se tienen, ya que en base a ellos se selecciona el tipo de intercambiador más adecuado y sus correspondientes expresiones de cálculo. Además, la variación de las propiedades físicas de los fluidos es particular en cada caso y se deben manejar en forma diferente.

En la elaboración de la presente metodología se ha considerado que tanto el fluido caliente como el fluido frío son agua, por lo que entre otras razones se ha preferido utilizar un intercam



biador de calor de placas empaquetadas adaptado para generación termoeléctrica de potencia como prototipo.

Para los propósitos de este trabajo el diseño se referirá únicamente al sistema térmico y al sistema eléctrico, el cual, consistirá fundamentalmente en el dimensionamiento de los componentes principales del prototipo y en el cálculo de sus parámetros característicos. Se supondrán condiciones de proceso en base a las cuales se propondrán tentativamente las dimensiones de un panel y se calcularán los parámetros de operación para determinado número de paneles, prediciendo así el comportamiento por comparación. Este tipo de búsqueda de la solución posiblemente sea un tanto incómoda, sin embargo, la convergencia del problema puede ser alcanzada con relativa rapidez y facilidad mediante programas de computadora.

Conviene hacer notar que mantendremos como límite una temperatura máxima de entrada del fluido caliente de  $100^{\circ}\text{C}$  ya que en los módulos comerciales producidos por MELCOR la soldadura que se utiliza para el ensamble de estos se funde a  $135^{\circ}\text{C}$  y por seguridad se prescribe un rango de temperatura operante hasta de  $105^{\circ}\text{C}$ .

Ahora es pertinente describir los paneles termoeléctricos y especificar los términos que serán usados como parámetros de diseño.

La constitución de un panel termoeléctrico puede ser observada en la Figura 9.7, en la que se muestran los componentes y sus dimensiones principales.

El tipo de intercambiador considerado puede poseer distintos arreglos, configuraciones y distribuciones de los flujos como se muestra en la Figura 9.8. Para obtener una mejor eficiencia se operará con una configuración de flujos en contracorriente y como factor de seguridad se utilizarán las ecuaciones para una

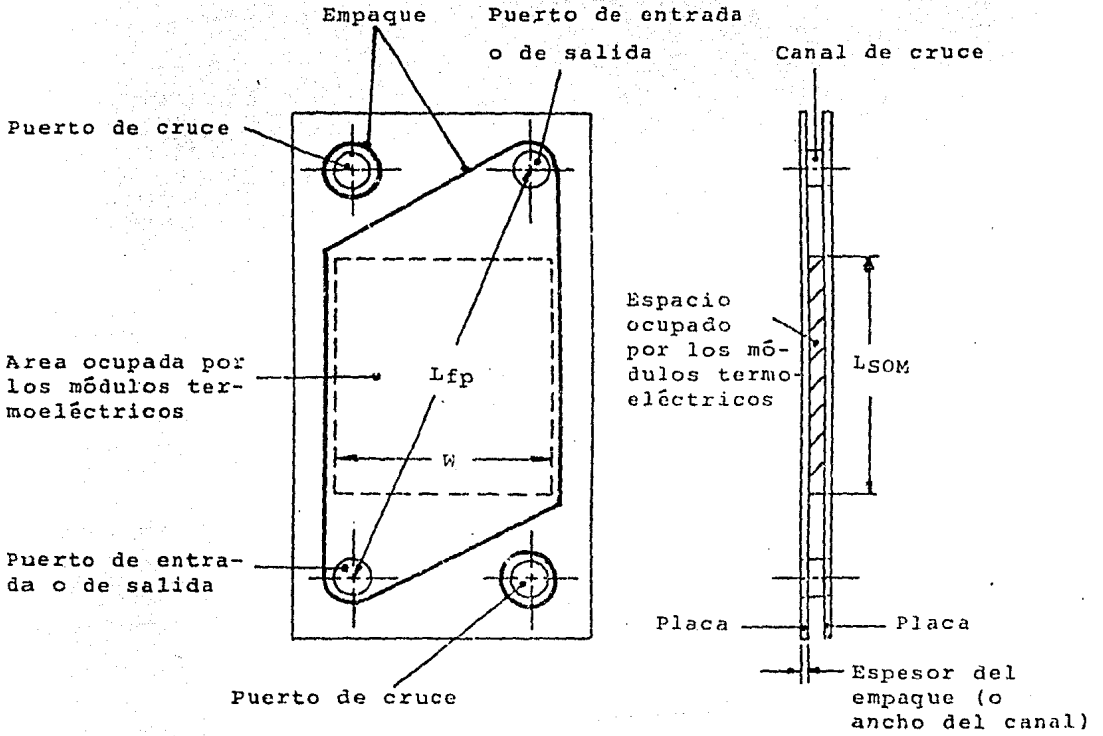
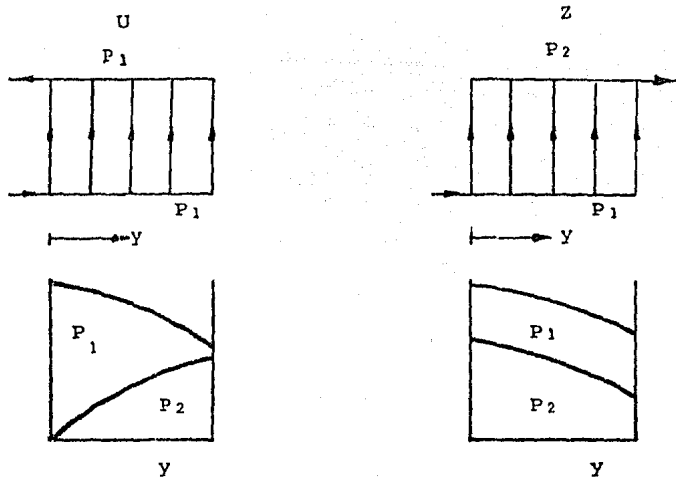
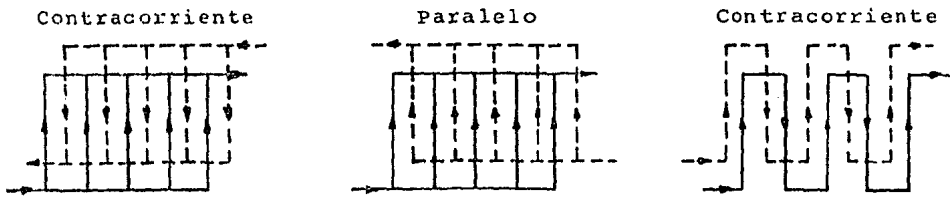


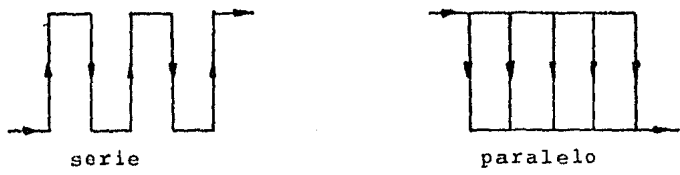
Fig. 9.7 Constitución de un panel termoeléctrico.



(a) Arreglos



(b) Configuraciones de flujo



(c) Distribución

Fig. 9.8 Modelos de flujo

configuración de flujos en paralelo. Entonces, al operar con los flujos en contracorriente la distribución de éstos deberá ser en paralelo. Por lo que respecta al arreglo es importante señalar que el tipo Z da lugar a una menor caída de presión, -- por lo cual es preferible utilizarla.

En cuanto a los fluidos, como ambos son líquidos puede decirse que la única propiedad termofísica que sufre un cambio importante con la variación de la temperatura es la viscosidad por lo que las demás serán consideradas aproximadamente constantes.

La estructura lógica para el proceso de diseño puede observarse en la Figura 9.9.

Así, se tiene que los datos requeridos son:

- a) Temperaturas de entrada de los fluidos,  $T_{ho}$  y  $T_{co}$ .
- b) Propiedades termofísicas de los fluidos.
  - Calores específicos,  $C_{ph}$  y  $C_{pc}$ .
  - Densidades,  $\rho_{fh}$  y  $\rho_{fc}$ .
  - Conductividad térmica,  $K_{fh}$  y  $K_{fc}$ .
  - Pesos específicos de los fluidos,  $\gamma_{fh}$  y  $\gamma_{fc}$ .
- c) Factores de obstrucción de los fluidos,  $d_{fh}$  y  $d_{fc}$ .
- d) Material de las placas.
- e) Conductividad térmica y espesor de las placas,  $K_{te}$  y  $t_{pl}$ .
- f) Distancia entre paneles o espesor del empaque,  $b$ .
- g) Dimensiones de la superficie ocupada por los módulos, (múltiplos de las dimensiones de los módulos).

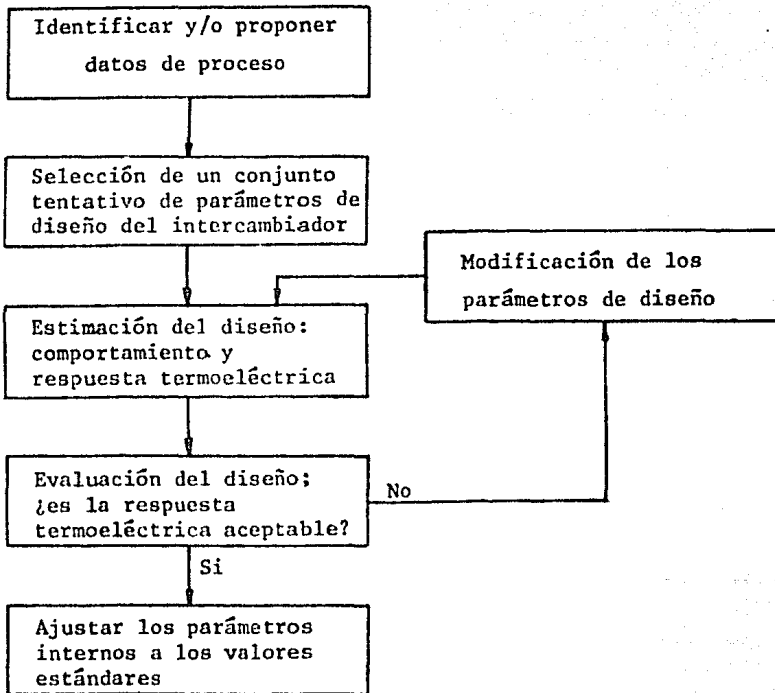


Fig. 9.9 Proceso de diseño de un intercambiador termoeléctrico de calor.

- Ancho,  $W$ .
  - Largo,  $L_{SOM}$ .
- h) Distancia entre los puertos de entrada y salida en un panel,  $L_{fp}$ .
- i) Gastos de los fluidos,  $G_h$  y  $G_c$ .
- j) Propiedades físicas medias del material termoeléctrico, - -  
( $Bi_2 Te_3$ ).
- Conductividad térmica,  $K_{te}$ .
  - Conductividad eléctrica,  $\sigma$ .
  - Coeficiente Seebeck,  $\alpha$ .
- k) Propiedades físicas del aislante eléctrico.
- Conductividad térmica,  $K_{AIS}$ .
  - Conductividad eléctrica,  $\sigma_{AIS}$ .
- l) Espesor del aislante eléctrico,  $t_{AIS}$ .
- m) Eficiencia total de las bombas,  $\eta_{Bh}$  y  $\eta_{Bc}$ .
- n) Porcentaje de área cubierta por material termoeléctrico,  $O_x$ .
- ñ) El número de paneles descados  $N_p$ , el cual, se conservará -- como variable independiente y se podrá incrementar sucesivamente para determinar el comportamiento termoeléctrico en cada caso.

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

- 1) Calcular el área ocupada por los módulos termoeléctricos,

$$A_{OM} = W L_{SOM}$$

- 2) Calcular el área proyectada de transferencia de calor en un panel correspondiente al área ocupada por el material termo eléctrico,  $A_p$  .

$$A_p = A_{OM} O_x$$

- 3) Calcular el área del canal,  $A_c$  .

$$A_c = W b$$

- 4) Calcular el área total de transferencia de calor,  $A_T$  .

$$A_T = N_p A_p$$

- 5) Calcular las capacidades caloríficas de los fluidos,  $C_h$  y  $C_c$  .

$$C_h = \omega_h C_{ph} \rho F_h$$

$$C_c = \omega_c C_{pc} \rho F_c$$

- 6) Calcular la relación de capacidades caloríficas,  $r$  .

$$r = C_h / C_c$$

- 7) Calcular la eficiencia de Carnot a las temperaturas de entrada,  $\epsilon$  .

$$\epsilon_0 = 1 - \frac{T_{c0}}{T_{h0}}$$

- 8) Calcular el diámetro equivalente,  $D_e$  .

$$D_e = \frac{2Wb}{W + b}$$

- 9) Suponer un coeficiente de transferencia de calor,  $U$ .
- 10) Calcular el número de unidades de generación,  $N_{gu}$ .

$$N_{gu} = \frac{UA_T}{C_h}$$

- 11) Calcular la temperatura de salida del fluido caliente,  $T_{hf}$ .

$$T_{hf} = \frac{T_{c0} + rT_{h0}}{1 + r} + \frac{T_{h0} - T_{c0}}{1 + r} e^{-N_{gu}(1+r)}$$

- 12) Calcular la carga de calor transferido,  $Q$ .

$$Q = C_h r (T_{h0} - T_{hf})$$

- 13) Calcular la temperatura de salida del fluido frío,  $T_{cf}$ .

$$T_{cf} = T_{c0} + r(T_{h0} - T_{hf})$$

- 14) Calcular el número requerido de canales para la circulación de los fluidos,  $n_h$  y  $n_c$ .

- Si  $N_p$  es par,

$$n_h = \frac{N_p}{2} \quad \text{y} \quad n_c = \frac{N_p}{2} + 1$$

- Si  $N_p$  es impar,

$$n_h = n_c = \frac{N_p + 1}{2}$$



- 15) Calcular los gastos por canal,  $\omega_{h/c}$  y  $\omega_{c/c}$ .

$$\omega_{h/c} = \omega_h / n_h$$

$$\omega_{c/c} = \omega_c / n_c$$

- 16) Calcular las temperaturas medias de los fluidos,  $T_{hm}$  y  $T_{cm}$ .

$$T_{hm} = \frac{T_{ho} + T_{hf}}{2}$$

$$T_{cm} = \frac{T_{co} + T_{cf}}{2}$$

- 17) Determinar las viscosidades de los fluidos a sus temperaturas medias,  $\mu_h$  y  $\mu_c$ . Como se trata de agua y las temperaturas de operación no sobrepasarán los 100°C (puesto que las temperaturas máximas de operación permisibles en los módulos comerciales son ligeramente superiores a los 100°C), podemos usar las fórmulas siguientes: <sup>39</sup>

- De 273 a 293 K,

$$\text{Log}_{10} \mu = \frac{1301.0}{998.333 + 8.1855(T-293.0) + 0.00585 (T-293.0)^2} - 3.30233$$

- De 293 a 393 K,

$$\text{Log}_{10} \frac{\mu}{\mu_{273}} = \frac{1.3272 (293.0 - T) - 0.001053 (T - 293.0)^2}{T + 378}$$

Las temperaturas deberán ser absolutas (K).

- 18) Calcular los flujos máxicos por unidad de área,  $G_h$  y  $G_c$ .

$$\omega_h/A_c = G_h/c \cdot \rho f h/A_c \quad \omega_c/A_c = G_c/c + \rho f c/A_c$$

- 19) Calcular los números de Reynolds,  $Re_h$  y  $Pr_c$ .

$$Re = \frac{D_e (\omega/A_c)}{\mu}$$

- 20) Calcular los números de Prandtl,  $Pr_h$  y  $Pr_c$ .

$$Pr = \frac{\mu C_p}{K}$$

- 21) Calcular los coeficientes de película,  $h_h$  y  $h_c$ .

- Si  $Re < 400$ ,<sup>40</sup>

$$h = 0.520 Pr^{0.333} Re^{0.61} L (\mu/\mu_w)^{0.14}$$

donde  $\mu_w$  es la viscosidad del agua a la temperatura de la pared. Puede considerarse  $\mu/\mu_w = 1$  para la primera iteración.

- Si  $Re > 400$ ,<sup>41</sup>

$$h = 0.2536 (K/D_e) Re^{0.65} Pr^{0.4}$$

- 22) Calcular las resistencias térmicas,  $R_{fh}$  y  $R_{fc}$ .

$$R_f = \frac{1}{h} + \frac{t_{PL}}{K_{PL}} + \frac{t_{AIS}}{K_{AIS}} + d_f$$

- 23) Calcular la resistencia térmica termoeléctrica,  $R_{te}^*$ .

$$R_{te}^* = (R_{fh} + R_{fc}) \left( 1 - \frac{\epsilon_0 R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}} \right)^{1/2}$$

- 24) Si  $Re > 400$  continuar en el punto 27.
- 25) Si  $Re < 400$  calcular las temperaturas medias de pared,  $T_{wh}$  y  $T_{wc}$ .

$$T_{wh} = T_{hm} - \frac{1}{hh} \cdot \frac{T_{hm} - T_{cm}}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^*}$$

$$T_{wc} = T_{cm} - \frac{1}{hc} \frac{T_{hm} - T_{cm}}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^*}$$

- 26) Determinar las viscosidades de los fluidos a las temperaturas medias de pared,  $\mu_{wh}$  y  $\mu_{wc}$ . Recalcular  $hh$  y  $hc$  hasta lograr una aproximación razonable.
- 27) Calcular el coeficiente de transferencia de calor total,  $U$ .

$$U = \frac{1}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^*}$$

- 28) Comparar  $U$  calculada con  $U$  supuesta. Si sus valores no se aproximan se debe regresar al punto 10 y utilizar el valor calculado como la nueva suposición, hasta que coincida.
- 29) Calcular la relación de resistencias térmicas,  $\gamma$ .

$$\gamma = \frac{R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc}}$$

- 30) Calcular las temperaturas de unión  $Th_{j0}$ ,  $T_{cjf}$ ,  $Th_{jf}$  y  $T_{cj0}$ .

$$Th_{j0} = Th_0 - \frac{(Th_0 - T_{cf})R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^*}$$

$$T_{cjf} = Th_0 - \frac{(Th_0 - T_{cf})R_{te}^*}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^*}$$

$$Th_{jf} = Th_f - \frac{(Th_f - T_{c0})R_{fh}}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^*}$$

$$T_{cj0} = Th_{jf} - \frac{(Th_{jf} - T_{c0})R_{te}^*}{R_{fh} + R_{fc} + R_{te}^*}$$

- 31) Calcular las temperaturas medias de unión a lo largo del intercambiador,  $Th_j$  y  $T_{c_j}$ .

$$Th_j = \frac{Th_{j0} + Th_{jf}}{2}$$

$$T_{cj} = \frac{T_{cj0} + T_{cjf}}{2}$$

- 32) Calcular el espesor requerido de material termoeléctrico,  $t_{te}$ .

$$t_{te} = R_{te} \left( K_{te} + \frac{\sigma \alpha^2}{2} T_{hj} - \frac{\sigma \alpha^2}{2} \frac{T_{hj} - T_{cj}}{4} \right)$$

- 33) Calcular la eficiencia material de generación,  $\eta_G$ .

$$\eta_G = \frac{1}{2 \left[ 1 + \frac{2}{T_{hj} Z} - \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{T_{cj}}{T_{hj}} \right) \right]}$$

- 34) Calcular la potencia por unidad de área a las temperaturas de entrada,  $P_0^*/A_T$ .

$$\frac{P_0^*}{A_T} = \frac{\eta_G T_{h0} \epsilon_0^2}{R_{fh} + R_{fc}} \frac{(1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2}}{\left[ 1 + (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2} \right] \left[ 1 - \gamma \epsilon_0 + (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2} \right]}$$

- 35) Calcular la distribución de temperaturas.

$$T_h = \frac{T_{c0} + r T_{h0}}{1 + r} + \frac{T_{h0} - T_{c0}}{1 + r} e^{-N_{gu} (1+r)}$$

$$T_c = T_{c0} + r (T_{h0} - T_h)$$

- 36) Calcular la eficiencia del área de transferencia de calor para generación de potencia eléctrica por medio de una integración numérica.

$$\xi_P = \int_A \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 \left( \frac{T_h}{T_{h0}} \right) \left( \frac{1 - \gamma \epsilon_0 + (1 - \gamma \epsilon_0)^{1/2}}{1 - \gamma \epsilon + (1 - \gamma \epsilon)^{1/2}} \right) \frac{dA}{A}$$

- 37) Calcular la potencia de salida, P.

$$P = \frac{P_0^*}{A_T} \xi_P A_T$$

- 38) Calcular los factores de fricción,  $f_h$  y  $f_c$ .<sup>67</sup>

$$f = \frac{2.5}{Re^{0.3}}$$

- 39) Calcular las caídas de presión,  $\Delta P_h$  y  $\Delta P_c$ .

$$\Delta P = \frac{2P(\omega/A_c)^2 L_{fp}}{g_c D_e \rho f}$$

- 40) Calcular las alturas monoméricas,  $H_{mh}$  y  $H_{mc}$ .

$$H_m = \frac{\Delta P}{\gamma_f}$$

- 41) Calcular las potencias de accionamiento,  $Na_h$  y  $Nac$ .

$$Na_h = 9.81 \frac{G_h \gamma_{fh} H_{mh}}{\eta_{Bh}}$$

$$N_{ac} = 9.81 \frac{G_c \gamma_{fc} H_{mc}}{\eta_{Bc}}$$

- 42) Calcular la potencia total requerida para el accionamiento de las bombas,  $N_a$ .

$$N_a = N_{ac} + N_{ah}$$

- 43) Calcular la potencia neta de salida,  $P_N$ .

$$P_N = P - N_a$$

Es importante hacer notar que en este cálculo preliminar no se consideran las pérdidas por fricción que corresponden a la tubería de conducción externa al intercambiador ni las pérdidas secundarias que se presentan en los accesorios, - por los numerosos cambios de dirección y en las uniones de los conductos en los puertos de los paneles. Por tal motivo se torna necesario introducir un valor supuesto de tales pérdidas que nos permita disponer de un amplio rango de confiabilidad en los resultados que se obtengan. Así que para propósitos de cálculo de la potencia de bombeo se tomará una pérdida de altura de 2 m para tramos de tubería rectos y de 30 cm para los accesorios, con lo cual lograremos un buen margen de seguridad que subsane los errores acarreados por estimaciones generales. Por otra parte, debe señalarse que en el diseño detallado con la evaluación de todas las pérdidas deberán eliminarse estos valores.

### 9.5 Datos de diseño

Ya fueron seleccionadas algunas condiciones de diseño del intercambiador en las secciones anteriores, sin embargo, existen otras que es necesario indicar. Tal es el caso del material de las placas, del material del aislamiento eléctrico, del material de contacto eléctrico, del material del empaque y de las propiedades físicas de estos. Así también, se requiere conocer las propiedades termofísicas de los fluidos y su factor de incrustación.

Tanto el fluido caliente como el fluido frío serán agua y el material termoeléctrico será  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ .

Tentativamente se ha seleccionado como material de fabricación del intercambiador al acero inoxidable 304, principalmente por tres razones: presenta una gran resistencia a la corrosión, se puede trabajar en frío y tiene una buena conductividad térmica.

Como se vió en la sección 7.3 el aislamiento eléctrico debe poseer una buena conductividad térmica. Los materiales que reúnen estas características son los cerámicos. Uno de los materiales cerámicos que exhiben mejores propiedades de resistencia eléctrica y conductividad térmica es el óxido de berilio ( $\text{BeO}$ ) prensado en caliente. Ya que se desconoce el tipo de aislamiento eléctrico que se utiliza comercialmente, se utilizaron los valores de las propiedades del  $\text{BeO}$  en los cálculos.

El material que se utilizará para el contacto eléctrico será el cobre ( $\text{Cu}$ ).

Se propone utilizar para el material del empaque hule sintético (acrilonitil butadieno) cuyo uso se recomienda para intercambiadores de calor de placas empaquetadas en la Referencia 39, ya que posee una excelente resistencia a sistemas acuosos,



grasas e hidrocarburos alifáticos siendo su máxima temperatura de operación de 140°C. O bien, terpolímero de etileno-propileno cuya temperatura de operación se extiende hasta 150°C manteniendo una gran resistencia a la corrosión para un amplio rango de agentes químicos.

Las dimensiones de las placas serán fijadas a priori considerando los límites de construcción dados en la Referencia 39 y especificando un área de transferencia de calor como múltiplo del área de un módulo seleccionado de la información comercial que se tiene.

Se supondrán las eficiencias de bombeo y el espesor del empaque. Es así como se han conjuntado los datos requeridos que se muestran en la Tabla 9.1 .

## 9.6 Procedimiento de cálculo

Para realizar los cálculos se utilizó un programa de cómputo al cual se le hicieron algunas modificaciones con el fin de efectuar análisis paramétricos, de tal manera que se consiguieran los siguientes:

- 1° Obtención de los parámetros de respuesta en función del número de unidades de generación (N<sub>gu</sub>) o del número de paneles, considerando un espesor óptimo del material termoeléctrico.
- 2° De acuerdo a un número de paneles seleccionados y al espesor elegido del material termoeléctrico evaluar los parámetros de respuesta en función de los gastos de los fluidos de las temperaturas de entrada de los fluidos; y, de los gastos y las temperaturas de entrada de los fluidos.

TABLA 9.1 Datos requeridos para el diseño del intercambiador termoeléctrico de calor de placas empacquetadas.

ELEMENTO	PARAMETRO	SIMBOLO	VALOR	UNIDADES
Fluido caliente	Calor específico	$C_{ph}$	4186.0	W-s/Kgm-K
	Conductividad térmica	$K_{fh}$	0.6585	W/m-K
	Densidad	$\rho_{fh}$	1000.0	Kgm/m <sup>3</sup>
	Factor de obstrucción	$d_{fh}$	$9 \times 10^{-5}$	m <sup>2</sup> -K/W
	Pozo específico	$\gamma_{fh}$	1000.0	Kgf/m <sup>3</sup>
	Temperatura de entrada	$T_{h0}$	372	K
	Gasto	$G_h$	0.0015	m <sup>3</sup> /s
Fluido frío	Calor específico	$C_{pc}$	4186.0	W-s/Kgm-K
	Conductividad térmica	$K_{fc}$	0.6585	W/m-K
	Densidad	$\rho_{fc}$	1000.0	Kgm/m <sup>3</sup>
	Factor de obstrucción	$d_{fc}$	$9 \times 10^{-5}$	m <sup>2</sup> -K/W
	Peso específico	$\gamma_{fc}$	1000.0	Kgf/m <sup>3</sup>
	Temperatura de entrada	$T_{c0}$	290	K
	Gasto	$G_c$	0.00215	m <sup>3</sup> /s
Material termoeléctrico (Bi <sub>2</sub> Te <sub>3</sub> )	Coefficiente Seebeck	$\alpha$	$3.546 \times 10^{-4}$	V/K
	Conductividad eléctrica	$\sigma$	$11.44 \times 10^4$	$\Omega^{-1}m^{-1}$
	Conductividad térmica	$K_{te}$	1.4	W/m-K
	Factor de mérito	$Z$	$2.7408 \times 10^{-3}$	K <sup>-1</sup>
Placas	Conductividad térmica	$K_{pL}$	16.2946	W/m-K
	Espesor	$t_{pL}$	$7.9378 \times 10^{-4}$	m
	Area ocupada por los módulos	$A_{OM}$	0.54	m <sup>2</sup>
	Ancho del área ocupada - por los módulos.	$w_{pL}$	0.45	m
	Longitud del área ocupada por los módulos	$L_p$	0.6	m
	Longitud entre los puertos de entrada y de salida en un panel.	$L_{fp}$	0.9	m

TABLA 9.1 (Continúa)

ELEMENTO	PARAMETRO	SIMBOLO	VALOR	UNIDADES
Aislamiento eléctrico	Conductividad térmica	$K_{AIS}$	179.8576	W/m-K
	Espesor	$t_{AIS}$	$1 \times 10^{-3}$	m
Contacto eléctrico	Conductividad eléctrica	$\sigma_{cu}$	$\frac{1}{1.7 \times 10^{-8}}$	$\Omega^{-1} m^{-1}$
Empaque	Espesor	b	$5 \times 10^{-3}$	m
Otros	Eficiencia de la bomba del fluido caliente	$\eta_{Bh}$	0.85	-
	Eficiencia de la bomba del fluido frío	$\eta_{Bc}$	0.85	-
	Fracción de área cubierta por material termoeléctrico	$\theta$	0.30	-

Los nombres de las variables y parámetros de cálculo que se utilizaron en el programa se encuentran especificadas para su identificación en el Apéndice VI.

El primer punto puede entenderse como el diseño propiamente dicho del ITC, con el cual, es posible seleccionar el número de paneles más adecuado, el espesor óptimo de material termoelectrico que se requiere y la potencia eléctrica que se obtiene. El segundo punto parte de las características físicas del ITC y sirve para efectuar una tasación predictiva de los principales parámetros de estímulo y respuesta que intervienen en el proceso de conversión.

Conseguido esto, es factible tomar al intercambiador dimensionado como una unidad base representativa de la generación termoelectrica de potencia, con la cual sea posible elaborar un análisis económico de la termoelectricidad como medio de conversión de la energía térmica de bajas temperaturas en la generación de electricidad a gran escala.

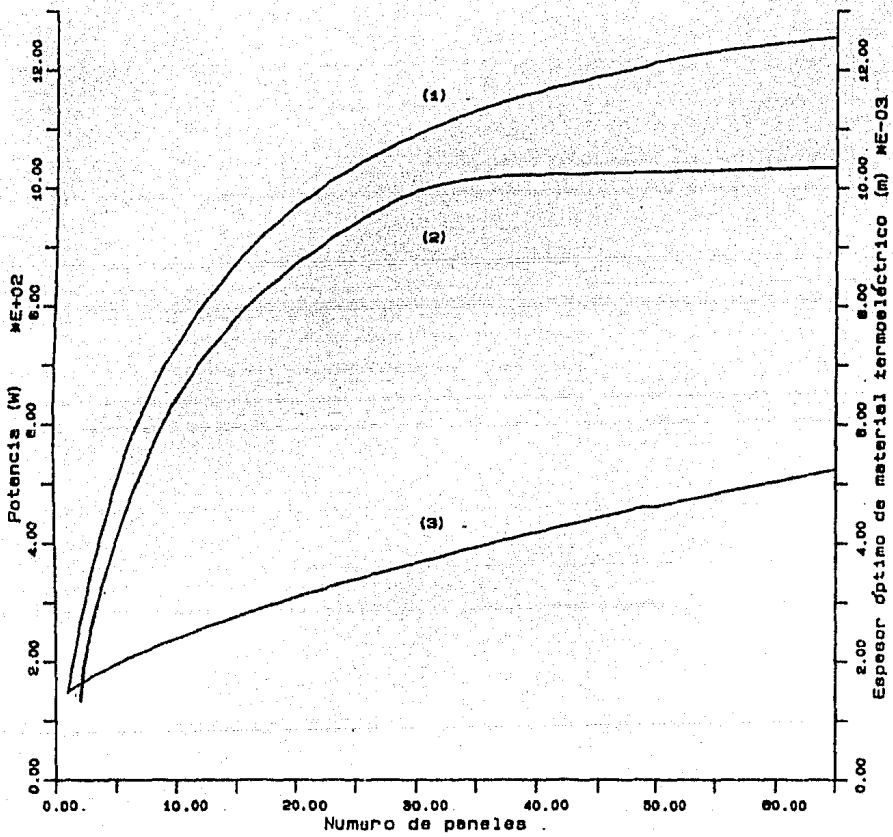
El programa de cómputo se integró tomando como base el diagrama de flujo que se muestra en la figura 9.10. La codificación del programa se incluye en el Apéndice VII omitiendo por razones de espacio las modificaciones hechas para efectuar el análisis paramétrico del comportamiento del sistema.



## 9.7 Resultados

Manteniendo constantes las temperaturas de entrada de los fluidos así como sus gastos y para las demás condiciones que se especificaron en la tabla de datos, fue posible obtener los resultados que de manera gráfica se muestran en las Figuras 9.11, - 9.12 y 9.13.

En la Figura 9.11 se puede observar el comportamiento que sigue la potencia de salida y la potencia neta en función del número de paneles del intercambiador termoeléctrico de calor, como también el espesor óptimo del material termoeléctrico que se requiere para maximizar la generación de potencia en cada caso. Puesto que la distribución de canales que se está considerando es en paralelo, puede notarse que al aumentar el número de estos la caída de presión disminuye en una proporción inversa debido a la reducción de la velocidad en los canales y con ello la potencia requerida para el accionamiento de las bombas es menor cada vez. La mejor forma de seleccionar el número óptimo de paneles es encontrando un diámetro económico equivalente de todos los canales, pero como esto se sale de los objetivos propuestos tomaremos como mejor índice a la potencia neta por unidad de volumen de material termoeléctrico utilizado (lo cual puede ser entendido como una densidad de potencia), aspecto que limita la selección a un valor no muy alto del número de paneles debido a que de manera global el costo del material termoeléctrico no es compensable con una baja densidad de generación de potencia. En la Figura 9.12 se presenta la densidad de potencia y en la Figura 9.13 la eficiencia, en función del número de paneles. En la Referencia 37 se presenta un intento de optimizar el diseño de un ITC de placas de superficie extendida donde se obtuvo que las máximas densidades de potencia variaban entre  $360 \text{ kW/m}^3$  y  $590 \text{ kW/m}^3$ . Si consideramos a la densidad de potencia como un parámetro de referencia podemos establecer una analogía de comportamiento entre los dos tipos de intercambiadores.



- (1) Potencia de salida .
- (2) Potencia neta .
- (3) Espesor óptimo del material termoeléctrico

Fig. 9.11 Potencia de salida, potencia neta y espesor óptimo del material termoeléctrico en función del número de paneles.

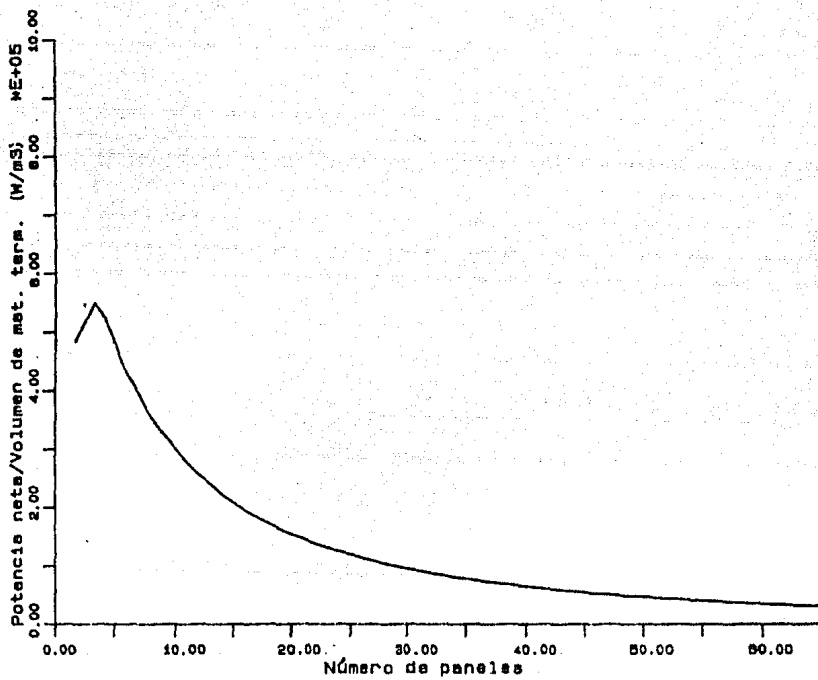


Fig. 8.12 Potencia neta por unidad de volumen de material termoeléctrico en función del número de paneles.



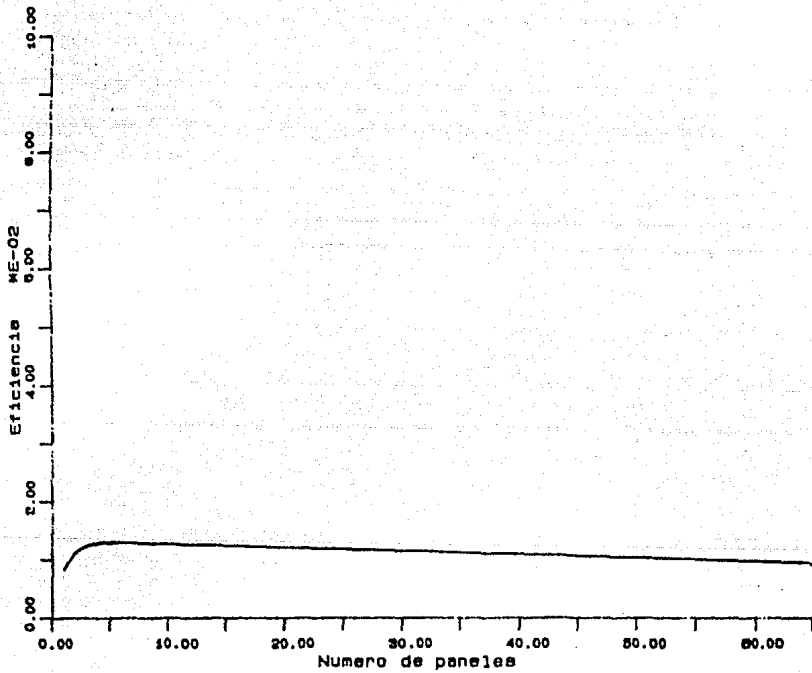


Fig. 8.13 Eficiencia de un intercambiador termoelectrico de calor de placas empaquetadas en función del número de paneles.

El número de paneles que parece ser el más apropiado para mantener dicha analogía es 5, por dos razones: con cinco paneles se alcanza la máxima eficiencia total ( $P_N/Q$ ) y se mantiene una densidad de potencia de  $488.943 \text{ kW/m}^3$  lo que implica situarnos en un punto medio del intervalo antes mencionado. De esta manera es posible establecer una unidad representativa de la generación termoeléctrica que puede servir para posteriores evaluaciones. Al mantener las condiciones de trabajo especificadas en la Tabla 9.1, para cinco paneles se obtienen las características de comportamiento que se detallan en la Tabla 9.2.

Habiendo seleccionado el número de paneles, se efectuó un análisis paramétrico del intercambiador termoeléctrico de calor cuyos resultados se presentan gráficamente en las Figuras 9.14, 9.15 y 9.16. Para elaborar la gráfica de la Figura 9.14 se mantuvieron constantes las temperaturas de entrada de los fluidos (372 y 290 K para el caliente y el frío respectivamente), y se utilizaron como variables de análisis al gasto del fluido caliente y la relación de capacidades caloríficas. En esto se puede observar la influencia que tiene el lograr una relación de capacidades caloríficas adecuada para obtener un buen nivel de generación de potencia, que para nuestro caso ha resultado excelente ya que para  $r=0.7$  y  $\omega_h = 0.0015 \text{ m}^3/\text{s}$  casi se alcanza el máximo. La Figura 9.15 por su parte permite visualizar el grado de influencia que tiene la variación de las temperaturas de entrada de los fluidos, que para condiciones de gastos constantes es -- tremendamente marcada. Baste decir que un incremento de 3 K en la temperatura de entrada del fluido caliente aumenta la potencia de salida en casi un 10%. Otro caso que conviene tener presente es cuando existe variación tanto en los gastos como en -- las temperaturas. Con el fin de compaginar esto en una nueva simulación, se fijó tanto la temperatura de entrada del fluido frío (290 K) como la relación de capacidades caloríficas (0.7) y se mantuvieron como variables de análisis el gasto del fluido caliente y la temperatura de entrada del fluido caliente. Las curvas muestran que para una determinada temperatura de entrada

TABLA 9.2 Resultados de cálculo para un intercambiador termoeléctrico de calor de placas empacquetadas con 5 paneles de generación.

## (a) Geometría

UNIDAD	MAGNITUD	DIMENSION
Área de transferencia de calor	0.648	m
Diámetro hidráulico	$9.89 \times 10^{-3}$	m
Espesor de un panel	0.1054	m
Espesor óptimo del material termoeléctrico	0.001955	m
Volumen del intercambiador	0.02635	m <sup>3</sup>

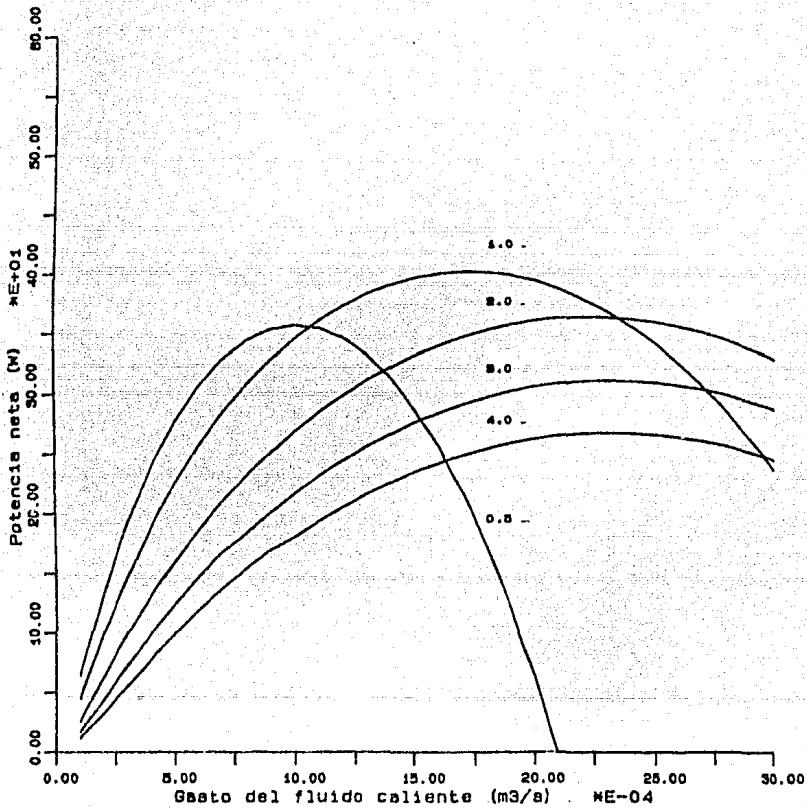
## (b) Flujo de fluidos y transferencia de calor

UNIDAD	MAGNITUD	DIMENSION
Calor total transferido	30,105.2089	W
Eficiencia del área de intercambio de calor para generación termoeléctrica de potencia	0.8445	-
Eficiencia como intercambiador de calor	0.06097	-
h del fluido caliente	8319.8222	W/m-K
h del fluido frío	7672.6416	W/m-K
$N_{gu} (=UA/C_p)$	0.0616	-
Re del fluido caliente por canal	7517.3481	-
Re del fluido frío por canal	3047.4795	-
Resistencia térmica total	$1.047 \times 10^{-3}$	m-K/W
Temperatura de salida del fluido caliente	367.2054	K
Temperatura de salida del fluido frío	293.3388	K
Velocidad del fluido caliente por canal	0.667	m/s
Velocidad del fluido frío por canal	0.9573	m/s

TABLA 9.2 (Continuación)

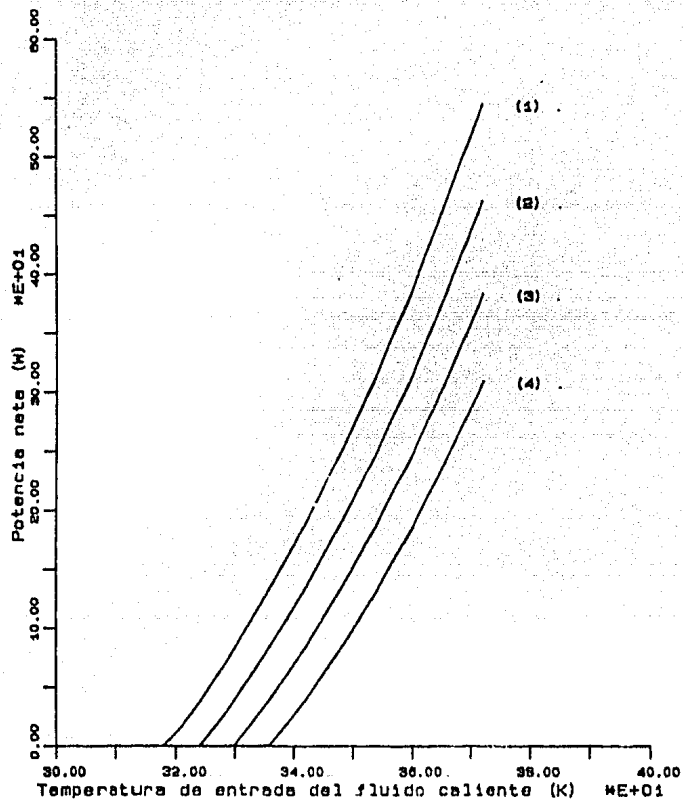
## (c) Generación de potencia

UNIDAD	MAGNITUD	DIMENSION
Densidad de potencia neta	488.943	kW/m <sup>3</sup>
Eficiencia de conversión (P/Q)	0.0165	-
Eficiencia del ciclo de Carnot a las temperaturas de entrada de los fluidos	0.2204	-
Eficiencia del ciclo de Carnot a las temperaturas de unión a la entrada	0.1189	-
Eficiencia total ( $P_N/Q$ )	0.0129	-
Potencia de bombeo	108.82	W
Potencia de salida	495.91	W
Temperatura de la unión caliente a la entrada	352.13	K
Temperatura de la unión fría a la entrada	310.25	K
Volumen de material termoeléctrico	$1.44 \times 10^{-3}$	m <sup>3</sup>



\* Los números sobre las curvas indican el valor de la relación de capacidades caloríficas.

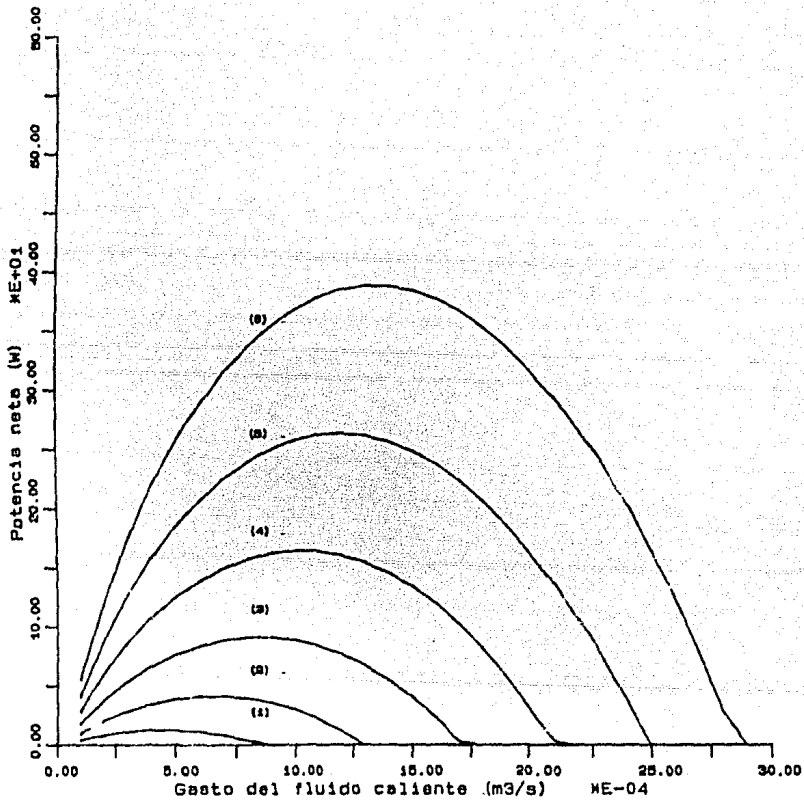
Fig. 9.14 Potencia neta en función del gasto del fluido caliente para distintos valores de la relación de capacidades caloríficas.



Temperaturas de entrada del fluido frío .

- (1) 270 K
- (2) 283 K
- (3) 290 K
- (4) 297 K

Fig. 9.15 Potencia neta en función de las temperaturas de entrada de los fluidos.



Temperatura de entrada del fluido caliente .

- (1) 312 K .
- (2) 324 K .
- (3) 336 K .
- (4) 348 K .
- (5) 360 K .
- (6) 372 K .

Fig. 9.16 Potencia neta en función del gasto y de la temperatura de entrada del fluido caliente.

del fluido caliente existe un cierto gasto del mismo con el cual se consigue la máxima generación de potencia, lo que en un momento dado puede servir para optimizar el funcionamiento del intercambiador. Es conveniente aclarar que en los cálculos efectuados para elaborar las gráficas de las tres figuras explicadas se utilizó el espesor óptimo de material termoeléctrico obtenido para las condiciones especificadas en la Tabla 9.1.

### 9.8 Análisis de costos\*

En esta sección se pretende hacer una estimación aproximada del costo de un sistema termoeléctrico de intercambio de calor para la generación de 100 kW netos de potencia. Puesto que en la actualidad no existe demanda de grandes cantidades de material termoeléctrico, el costo de manufactura deberá ser extrapolado del nivel presente de disponibilidad de la materia prima y de la tecnología de proceso. También el costo de las unidades intercambiadoras a gran escala deberá ser estimado en forma similar. La estimación que se presenta aquí es en último caso determinada por la selección particular del tipo de intercambiador de calor.

En la referencia 20 p.I-9 se proporciona información obtenida por un subcontratista (General Atomic Company) de una empresa mayor productora de telurio y bismuto (ASARCO) en los Estados Unidos, donde se observa una reducción sustancial en el costo del material conforme se incrementa la demanda. La siguiente tendencia es pronosticada por General Atomic para el precio del telururo de bismuto\*\*.

\* Por condiciones de estabilidad monetaria todos los costos serán referidos en dólares de 1982.

\*\* Los costos reportados son de 1979, no obstante, serán considerados válidos hasta 1982 dado que la tasa inflacionaria en E.U.A. es mínima y por otro lado se ha incrementado la demanda de  $P_{12} T_{03}$  en ese país.



Orden de	500	kg	5.73	dólares / kg
	5,000	kg	4.58	dólares / kg
	50,000	kg	3.44	dólares / kg
	500,000	kg	2.29	dólares / kg

En el proceso de corte de secciones pequeñas puede perderse algo del material, pero ya que se supone una producción de gran escala tales pérdidas podrían quedar sujetas a reciclaje. Existen algunos gravámenes que se deben aplicar por el corte de secciones tan pequeñas, sin embargo, esto es difícil de valorar y no serán incluidos en la estimación de costos. De acuerdo a la información proporcionada por MELCOR es relativamente fácil lograr espesores de 1.27 mm, y el costo de producción de placas más delgadas podría tener recargos hasta del mismo valor del material por cada 0.25 mm de reducción.

Para integrar un sistema supuesto de generación de 100 kW utilizaremos el ITC determinado en la sección 9.7 como elemento base de evaluación. Esto es, un ITC de placas empaquetadas de 5 paneles cuyas dimensiones fueron fijadas en la sección 9.5 que para las condiciones de trabajo establecidas genera 387 W de potencia neta requiriendo para ello de un volumen de material termoeléctrico de  $1.4422 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . Ya que el número de paneles es muy pequeño, así como la potencia generada, pueden conjuntarse en un sólo bastidor varios ITC con lo cual queda conformada una unidad termoeléctrica intercambiadora de calor (UTIC), en la cual aumentan proporcionalmente al número de ITC's los gastos manejados y para una conexión eléctrica en serie el voltaje y la potencia generada. De esta manera podemos tener que para una UTIC de 5 kW de generación se requerirán 113 intercambiadores conectados eléctricamente en serie. Similarmente, para generar 110 kW se requerirán 20 UTIC's.

Por lo tanto, la cantidad de material termoeléctrico (MTE) que se requiere es entonces,

$$\begin{aligned} \text{MTE} &= (20 \text{ UTIC}) \left( 13 \frac{\text{ITC}}{\text{UTIC}} \right) \left( 1.4422 \times 10^3 \frac{\text{m}^3}{\text{ITC}} \right) \left( 6926.2 \frac{\text{kgm}}{\text{m}^3} \right) \\ &= 2597.13 \text{ kgm} \end{aligned}$$

el cual tendrá un costo de

$$\begin{aligned} \text{Costo de MTE} &= 2597.13 \text{ kgm} \times 5.73 \text{ dólares / kgm} \\ &= 14,881.56 \text{ dólares.} \end{aligned}$$

Si aplicamos arbitrariamente un factor de costo uniforme igual al costo del material termoeléctrico para fabricar los módulos (lo que incluiría el material de los contactos), y un factor -- adicional para construir el ITC (tomando en cuenta el material de las placas, el empaque y el material del bastidor), tendremos que

$$\begin{aligned} \text{Costo del convertidor} &= 3 \times 14,881.56 \text{ dólares} \\ &= 44,644.68 \text{ dólares} \end{aligned}$$

$$\text{Costo instalado de generación} = 446.4468 \text{ dólares / kW}$$

En la Referencia 42 se recomienda una estimación del costo del equipo CRO ya instalado que se requiere para la generación de - 100 kW, la cual es de 2550 dólares / kW (1982), trabajando en - el mismo rango de temperaturas que el sistema termoeléctrico.

La inversión inicial (II) está determinada por

$$II = \frac{C_{col}}{\eta_{S-E}} + C_{con} + C_{otros}$$

donde

$C_{col}$  = Costo del colector (dólares /  $m^2$ )

$\eta_{S-E}$  = Eficiencia de conversión =  $\frac{\text{Potencia de salida (kW)}}{\text{Energía solar captada (kW)}}$

$C_{otros}$  = Costo de bombas, de instrumentación, de preparación del sitio, etc.

$I$  = Insolación promedio en un año ( $kW/m^2$ )

$C_{con}$  = Costo del convertidor (dólares /  $m^2$ )

Algunos valores característicos (tomados de la Referencia 20 - p.I-A-2), son

$$I = 0.25 \text{ kW/m}^2$$

$$C_{col} = 10 \text{ dólares/m}^2$$

$$C_{otros} = 200 \text{ dólares / kW}$$

La eficiencia de conversión de un sistema CRO para una eficiencia de Carnot de 20% es de 7%, en tanto que los estanques solares alcanzan eficiencias del 25%.<sup>43</sup>

Así que para un estanque solar con convertidor termoeléctrico (ES-CTE).

$$\eta_{S-E} = 0.25 \times 0.0165 = 0.004125$$

y utilizando un sistema CRO (ES-CRO)

$$\eta_{S-E} = 0.25 \times 0.07 = 0.0175$$

por lo que la inversión inicial será en cada caso

1) ES-CTE

$$II = \frac{10}{0.25 \times 0.004125} + 446 + 200 = 9697 \text{ dólares/kW}$$

2) ES-CRO

$$II = \frac{10}{0.25 \times 0.0175} + 2250 + 200 = 5035 \text{ dólares /kW}$$

La vida esperada de un estanque solar es de 20 años, para un sistema termoeléctrico se prescribe una duración de 20 años -- (ver Apéndice V), y para un sistema CRO se reporta una vida operativa de 5 años (Referencia 20 p.1-9). Puesto que son alternativas de tiempos diferentes es necesario encontrar un costo anual equivalente (R) de la inversión inicial, en tanto que -- los costos de operación y mantenimiento anual (D) correspondientes son (Referencia 20 p.1-11)

para un sistema termoeléctrico  $D = 0.1 R$  y

para un sistema CRO  $D = 0.2 R$  .

Para encontrar los costos anuales (CA) necesitamos conocer la tasa de cargos fijos (TCF) que está dada por la suma del factor de recuperación de capital

$$FRC = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

donde  $i$  es la tasa de interés y  $n$  es el número de años; más un porcentaje extra por concepto de impuestos u otros cargos.

Consideramos una tasa de interés anual del 10% y un 5% por impuestos y cargos.

Para 20 años

$$TCF = 11.7\% + 5\% = 16.7\%$$

y para 5 años

$$TCF = 26.4\% + 5\% = 31.4\%$$

Ahora podemos calcular los costos anuales,  $CA = R+D$

1) ES-CTE

$$CA = 9697 \times 0.167 \times 1.1 = 1781 \text{ dólares/kW}$$

2) ES-CRO

$$CA = 5035 \times 0.314 \times 1.2 = 1897 \text{ dólares/kW}$$

Ya que un sistema termoeléctrico requiere de poco mantenimiento, el sistema podría proveer energía a un factor de planta de 0.9.

En comparación, un sistema CRO tiene un alto índice de mantenimiento por lo que generalmente opera con un factor de planta de 0.85 e inclusive menos.

El criterio final está dado por el costo de la energía, o sea

$$\text{Costo de la energía} = \frac{\text{Costo anual}}{\text{Número de horas} \times \text{factor de planta}}$$

que para los casos que tenemos son

1) ES-CTE

$$\text{Costo de la energía} = \frac{1781 \text{ dólares/kW}}{8760 \text{ h} \times 0.9} = 0.22 \text{ dólares/kW h} =$$

22 dólares/kW h

2) ES-CRO

$$\text{Costo de la energía} = \frac{1897 \text{ dólares/kW}}{8760 \text{ h} \times 0.85} = 0.25 \text{ dólares/kW h} =$$

25 dólares/kW h

## CAPITULO 10

### CONCLUSIONES

Puede afirmarse que los objetivos que se trazaron para la realización de esta Tesis se cumplieron, habiendo llegado a las siguientes conclusiones:

- 1) La termoelectricidad es técnicamente posible y es susceptible de aplicarse en la conversión de la energía térmica de bajas temperaturas.
- 2) No existe alguna razón que impida pensar en el desarrollo de un ITC mejorado ya que los parámetros utilizados en el diseño no fueron optimados.
- 3) Puede decirse presumiblemente que si se llega a establecer la infraestructura necesaria para la fabricación de materiales termoelectricos en forma regular, el menor costo de la energía obtenida mediante convertidores termoelectricos favorecería en gran manera la explotación de varias fuentes

de energía no convencionales.

- 4) La baja eficiencia de conversión que presentan los sistemas termoeléctricos no justifica su exclusión del panorama tecnológico de apoyo en el desarrollo de algunas fuentes no -- convencionales de energía.

Manteniendo una visión optimista en cuanto al futuro de los sistemas termoeléctricos de conversión se hace recomendable delinear próximas rutas de trabajo en torno al estudio y desarrollo de los sistemas termoeléctricos en nuestro país, como son:

- 1) Realizar el diseño de un ITC de placas de superficie extendida y optimar la geometría de las aletas. Posteriormente, efectuar análisis paramétricos para pronosticar el comportamiento termoeléctrico en aplicaciones gas-gas, gas-líquido, líquido-líquido y como condensador.
- 2) Elaborar un estudio de factibilidad técnica y un análisis económico de la producción a gran escala de elementos termoeléctricos; considerando el marco de soporte que brindaría un mayor aprovechamiento de los subproductos telurio y bismuto, a la extracción y refinación de los productos primarios oro, plomo y cobre.
- 3) Establecer las composiciones más adecuadas en la obtención de aleaciones con fines termoeléctricos a partir del telurio. Especificando en cada caso las microestructuras resultantes, su relación con las propiedades y los procedimientos de control indicados.



### APENDICE I

Supongamos que tenemos un cuerpo de material termoeléctrico de sección constante tal como se observa en la Figura 1 por el que fluye una corriente eléctrica en la dirección indicada y a través del cual, se transfiere calor del extremo de alta temperatura  $T_{hj}$  al extremo de baja temperatura  $T_{cj}$ .

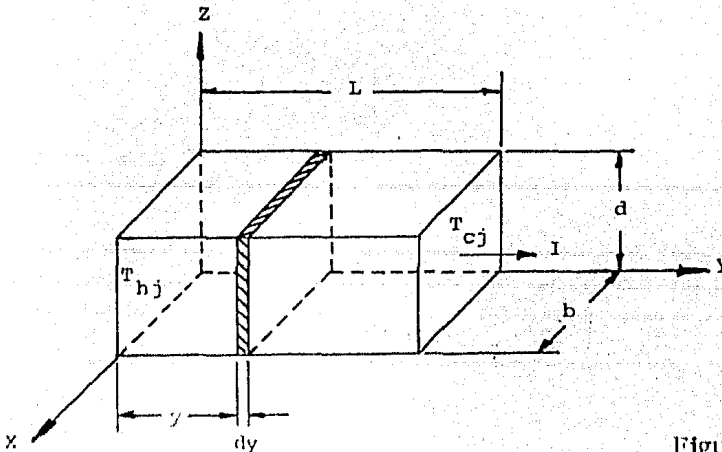


Figura 1

Para un elemento volumétrico diferencial de espesor  $dy$  a una distancia  $y$  de una cara como se muestra en la Figura, el calor producido  $Q_j$  por el efecto Joule en ese elemento al fluir la corriente eléctrica es

$$dQ_j = I^2 \frac{\rho}{bd} dy.$$

y la razón de cambio en la producción de calor por este efecto es igual a

$$\frac{dQ_j}{dy} = I^2 \frac{\delta}{bd} \quad (1)$$

La transferencia de calor causada por la diferencia de temperaturas entre las caras superior e inferior del cuerpo se encuentra determinada por la ley de Fourier, la cual indica que el flujo de calor  $Q$  que se transfiere por esta causa en la dirección  $y$  es

$$Q = -Kbd \frac{dT}{dy} \quad (2)$$

Sin embargo, este flujo de calor no es constante ya que existe una generación interna de calor por lo que el flujo cambia en cada punto a lo largo del cuerpo de tal manera que se presenta un gradiente del calor transferido igual a

$$\frac{dQ}{dy} = -Kbd \frac{d^2T}{dy^2} \quad (3)$$

Si hacemos un balance energético en condiciones de estado estable de acuerdo a la primera ley de la termodinámica puede verse que la razón de cambio del flujo de calor conducido es igual a la razón de cambio en la producción de calor por el efecto Joule de tal manera que

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{dQ_j}{dy}$$

o bien,

$$-Kbd \frac{d^2T}{dy^2} = I^2 \frac{\rho}{bd}$$

y reacomodando términos encontramos que

$$\frac{d^2T}{dy^2} = -\frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2}$$

Si integramos tendremos

$$\frac{dT}{dy} = C - \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} y,$$

e integrando nuevamente y sustituyendo  $T = T_{hj}$  en  $y=0$  y  $T=T_{cj}$  en  $y=L$  encontramos el valor de la constante  $C$ ,

$$T = Cy - \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \frac{y^2}{2} + C_1$$

$$T_{hj} = C_1$$

$$T = Cy - \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \frac{y^2}{2} + T_{hj}$$

$$T_{cj} = C_L - \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \frac{L^2}{2} + T_{hj}$$

$$C = \frac{T_{cj} - T_{hj}}{L} + \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \frac{L}{2}$$

De esta manera el gradiente de temperaturas será

$$\frac{dT}{dy} = \frac{T_{cj} - T_{hj}}{L} + \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \frac{L}{2} - \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} y$$

Y agrupando

$$\frac{dT}{dy} = \frac{T_{cj} - T_{hj}}{L} + \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \left( \frac{L}{2} - y \right). \quad (4)$$

Para  $y=0$  tenemos que el gradiente de temperaturas es

$$\frac{dT}{dy} = \frac{T_{cj} - T_{hj}}{L} + \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \frac{L}{2}$$

y el flujo de calor a esa distancia es, de la ecuación (6)

$$Q = -Kbd \left( \frac{T_{cj} - T_{hj}}{L} \right) - Kbd \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \frac{L}{2}$$

$$= U (T_{hj} - T_{cj}) - \frac{I^2 R}{2} \quad (5)$$

Para  $y=L$  el gradiente de temperaturas está dado por

$$\frac{dT}{dy} = \frac{T_{cj} - T_{hj}}{L} - \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \cdot \frac{L}{2}$$

y la transferencia de calor en ese punto es

$$\begin{aligned} Q &= -Kbd \left( \frac{T_{cj} - T_{hj}}{L} \right) + Kbd \frac{\rho I^2}{Kb^2 d^2} \frac{L}{2} \\ &= U (T_{hj} - T_{cj}) + \frac{I^2 R}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

## APENDICE II

El factor de mérito local  $Z_L$  se calculó utilizando la ecuación:

$$Z_L = \left[ \frac{(\alpha_p - \alpha_n)_m}{\sqrt{(\rho_p K_p)_m} + \sqrt{\rho_n K_n}_m} \right]^2$$

donde;

$$(\alpha_p - \alpha_n)_m = \frac{(\alpha_p - \alpha_n)_{T_{cj}} + (\alpha_p - \alpha_n)_{T_{hj}}}{2}$$

$$(\alpha_p K_p)_m = \frac{\rho_p K_p]_{T_{cj}} + \rho_p K_p]_{T_{hj}}}{2}$$

$$(\alpha_n K_n)_m = \frac{\rho_n K_n]_{T_{cj}} + \rho_n K_n]_{T_{hj}}}{2}$$

La temperatura promedio operante en un punto a lo largo del intercambiador es:

$$T_{\text{PROM}} = \frac{T_{\text{cj}} + T_{\text{hj}}}{2} .$$

La eficiencia material de generación local se calculó a partir de:

$$\eta_{\text{GL}} = \left[ 2 + \frac{4}{Z_L T_{\text{hj}}} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{T_{\text{cj}}}{T_{\text{hj}}} \right) \right]^{-1} .$$

El factor de mérito medio  $Z$  de calculó mediante;

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n Z_{L,i}}{n} .$$

La temperatura media  $\bar{T}_{\text{hj}}$  se calculó como:

$$\bar{T}_{\text{hj}} = \frac{T_{\text{hj0}} + T_{\text{hjf}}}{2} .$$

La eficiencia material de generación media se calculó con:

$$\eta_{\text{G}} = \left[ 2 + \frac{4}{Z \bar{T}_{\text{hj}}} - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{T_{\text{cj}}}{\bar{T}_{\text{hj}}} \right) \right]^{-1} .$$

El porcentaje de error para  $\eta_{\text{G}}$  relativo a  $\eta_{\text{GL}}$  en cada punto fue calculado como:

$$\% \text{ de error} = \frac{\eta_{\text{GL}} - \eta_{\text{G}}}{\eta_{\text{GL}}} \times 100 .$$

### APENDICE III

Fluido caliente: aire

Temperatura de entrada	$T_{h0}$ (THO)	= 400 K
Calor específico	$C_{ph}$ (CPH)	= 1004.64 W-s/Kg <sub>m</sub> -K
Resistencia térmica	$R_{fh}$ (RFH)	= $8 \times 10^{-4}$ K-m <sup>2</sup> /W
Densidad	$\rho_{fh}$ (DEFH)	= 1.225 Kg <sub>m</sub> /m <sup>3</sup>
Gasto	$G_h$ (GH)	= 20.61 m <sup>3</sup> /s

Fluido frío: agua

Temperatura de entrada	$T_{c0}$ (TCO)	= 289 K
Calor específico	$C_{pc}$ (CPC)	= 4186.0 W-s/Kg <sub>m</sub> -K
Resistencia térmica	$R_{fc}$ (RFC)	= $1 \times 10^{-4}$ K-m <sup>2</sup> /W
Densidad	$\rho_{fc}$ (DEFC)	= 1000.0 Kg <sub>m</sub> /m <sup>3</sup>
Gasto	$G_c$ (GC)	= 0.0505 m <sup>3</sup> /s

Material termoeléctrico: Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>

Coefficiente Seebeck	$\alpha$ (S)	= $380 \times 10^{-6}$ VK <sup>-1</sup>
Conductividad térmica	$K_{te}$ (XKTE)	= 1.4 WK <sup>-1</sup> m <sup>-1</sup>
Factor de mérito	Z (Z)	= $2.4 \times 10^{-3}$ K <sup>-1</sup>





```

0001 C *****
0002 C
0003 C          P R O G R A M A   C O N T R A
0004 C
0005 C *****
0006 C
0007 READ(5,*)CFH,CFC,TH0,TC0,GH,GC,RFH,RFC,S,XNETE,Z,DEFH,DEFC
0008 EFC0=1-(TC0/TH0)
0009 RTET=(RFC+RFH)*((1.0-((EFC0*RFC)/(RFC+RFH)))*#0.5)
0010 RRT=RFH/(RFC+RFH)
0011 CC=GC#CFC#DEFC
0012 CH=GH#CFH#DEFH
0013 R=CH/CC
0014 U=1.0/(RFC+RFH+RTET)
0015 AQ=0.0
0016 TH=400.0
0017 WRITE(6,50)
0018 50  FORMAT(1,Z,1,XNGU,7X,1'A',8X,1'TH',8X,1'TC',7X,1'ROP',1/)
0019 100 CONTINUE
0020 XNGU=(1.0/(R-1.0))*((ALOG((TH-TC0)/((TH0*(1.0-R))+(R*TH)-TC0)))
0021 A=(CH*XNGU)/U
0022 TC=TC0+(R*(TH0-TH))
0023 EFC=1-(TC/TH)
0024 POA=(1.0-(RRT#EFC0))/#0.5
0025 XN=19.0
0026 XI=1.0
0027 SUM=0.0
0028 200 XNGU=XNGU-(XNGU/(XI+1.0))
0029 THIA=(TC-(R*TH0))/(1.0-R)
0030 THI=THIA+(((TH0-TC)/(1.0-R)))*(EXP(XNGU*(R-1.0))))
0031 TCI=TC+(R*(THI-TH0))
0032 EFCI=1-(TCI/THI)
0033 ROPLA=((EFCI/EFC0)*#2.0)*((THI/TH0)
0034 ROPL=(1.0-(RRT#EFC0)+POA)/(1.0-(RRT#EFCI)+POA)
0035 ROPL=2*(ROPLA#ROPLE)
0036 SUM=SUM+ROPL
0037 XI=XI+1.0
0038 IF(XI.LE.XN)GO TO 200
0039 XNGU=XNGU-(XNGU/20.0)
0040 THIA=(TC-(R*TH0))/(1.0-R)
0041 THN=THIA+(((TH0-TC)/(1.0-R))*(EXP(XNGU*(R-1.0))))
0042 TCN=TC+(R*(THI-TH0))
0043 EFCN=1.0-(TCN/THN)
0044 XROPLA=((EFCN/EFC0)*#2.0)*((THN/TH0)
0045 XROPLE=(1.0-(RRT#EFC0)+POA)/(1.0-(RRT#EFCN)+POA)
0046 XROPL=XROPLA#XROPLE
0047 ROP=(1.0/10.0)*((1.0+SUM*XROPL)
0048 WRITE(6,400)XNGU,A,TH,TC,ROP
0049 400  FORMAT(1X,F5.3,1X,F9.1,1X,F9.1,1X,F9.1,1X,F9.6)
0050 TH=TH-4.0
0051 IF(TH.GE.300.0)GO TO 100
0052 CONTINUE
0053 END

```

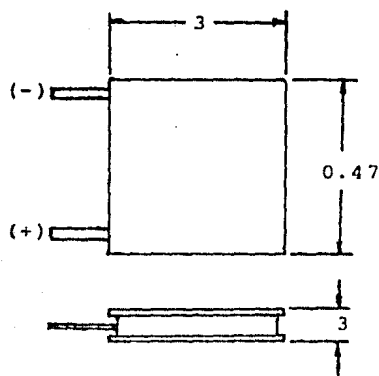
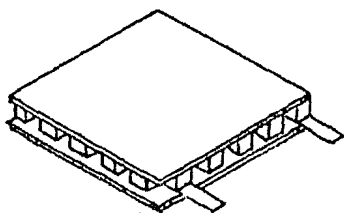
```

0001 C #####
0002 C
0003 C           P R O G R A M   R E L
0004 C
0005 C #####
0006 C
0007 READ(5,4)CPH,CPC,TH0,TC0,GC,RFH,RFC,S,XKETE,Z,DEFC
0008 EFC0=1-(TC0/TH0)
0009 RTET=(RFC+RFH)*(1.0-(EFC0*RFC)/(RFC+RFH))*0.5)
0010 RRT=RFH/(RFC+RFH)
0011 CC=GC+CPC+EFC0
0012 R=0.0
0013 U=1.0/(RFC+RFH+RTET)
0014 AD=0.0
0015 20 CONTINUE
0016 XNGU=0.0
0017 WRITE(6,25)R
0018 25 FORMAT(7,5X,'R = ',F3.1)
0019 WRITE(6,50)
0020 50 FORMAT(7,2X,'XNGU',4X,'R0P',6X,'A',7X,'TH',6X,'TC',7)
0021 100 CONTINUE
0022 CH=R+CC
0023 A=(CH*XNGU)/U
0024 TH=((TC0+(R*TH0))+((TH0-TC0)*(EXP(XNGU*(-1.0-R)))))/(1.0+R)
0025 TC=TC0+(R*(TH0-TH))
0026 EFC=1-(TC/TH)
0027 P0A=(1.0-(RRT+EFC0))/0.5
0028 XN=19.0
0029 XI=1.0
0030 SUM=0.0
0031 200 XNGU1=XNGU-(XNGU/XI+1.0)
0032 TH1=((TC0+(R*TH0))+((TH0-TC0)*(EXP(XNGU1*(-1.0-R)))))/(1.0+R)
0033 TC1=TC0+(R*(TH0-TH1))
0034 EFC1=1-(TC1/TH1)
0035 R0PLA=((EFC1/EFC0)*0.2.0)*(TH1/TH0)
0036 R0PLE=(1.0-(RRT+EFC0)+P0A)/(1.0-(RRT+EFC1)+P0A)
0037 R0PL=2*(R0PLA+R0PLE)
0038 SUM=SUM+R0PL
0039 XI=XI+1.0
0040 IF(XI.LE.XN)GO TO 200
0041 XNGU=XNGU-XNGU/20.0)
0042 THN=((TC0+(R*TH0))+((TH0-TC0)*(EXP(XNGU*(-1.0-R)))))/(1.0+R)
0043 TCN=TC0+(R*(TH0-THN))
0044 EFCN=1.0-(TCN/THN)
0045 XROPLA=((EFCN/EFC0)*0.2.0)*(THN/TH0)
0046 XROPLE=(1.0-(RRT+EFC0)+P0A)/(1.0-(RRT+EFCN)+P0A)
0047 XROPL=XROPLA+XROPLE
0048 RCF=(1.0/40.0)*1.0*(SUM+R0PL)
0049 WRITE(6,400)XNGU,R0P,RCF,TH,TC
0050 400 FORMAT(1X,F4.1,1X,F9.6,1X,F7.2,1X,F7.1,1X,F7.1)
0051 XNGU=XNGU+0.1
0052 IF(XNGU.LE.2.5)GO TO 100
0053 R=R+1.0
0054 IF(R.LT.5.0)GO TO 20
0055 CONTINUE
0056 END

```

## APENDICE V

Características del módulo termoeléctrico de baja corriente con aislamiento termoeléctrico CP2-31-066 producido por MELCOR (Materials Electronics Products Corporation).



Acot. cm

Descripción

El módulo contiene 31 pares, cada elemento tiene 1.524 mm de longitud y 2.00 mm<sup>2</sup> de área en la sección transversal. El material termoeléctrico es una aleación cuaternaria de bismuto, telurio, selenio y antimonio con pequeñas cantidades de material adulterante; además, posee una estructura policristalina orientada con el eje vertical del elemento, manteniendo un buen nivel de propiedades termoeléctricas anisotrópicas. Las placas de cerámica metalizada permiten un máximo de aislamiento eléctrico y de conductividad térmica.

Rango de temperaturas de operación

De -120°C hasta 105°C.

Características mecánicas

Esfuerzos máximos permisibles: 180 Kg<sub>f</sub> para tensión, 227 Kg<sub>f</sub> de compresión y 113 Kg<sub>f</sub> de cizallamiento.

APENDICE VI

CODIFICACION	VARIABLE	CODIFICACION	VARIABLE
AC	$A_c$		
AOM	$A_{OM}$	DIV1	$\mu_c / \mu_{wc}$
AP	$A_p$	DIV2	$\mu_h / \mu_{wc}$
API	$A_{pi}$	DPC	$\Delta P_c$
AT	$A_T$	DPH	$\Delta P_h$
B	$b$	EFBC	$\eta_{Bt}$
CC	$C_c$	EFBH	$\eta_{Bh}$
CH	$C_h$	EFC	$\eta_c$
CPC	$C_{pc}$	EFTOT	$\eta$
CPH	$C_{ph}$	FC	$f_c$
DE	$D_e$	FH	$f_h$
DEFC	$\rho_{fc}$	GC	$G_c$
DEFH	$\rho_{fh}$	GCC	$G_c / c$
DFC	$d_{fc}$	GH	$G_h$
DFH	$d_{fh}$		

CODIFICACION	VARIABLE	CODIFICACION	VARIABLE
GHC	$G_{h/c}$	TCF	$T_{cf}$
HC	$h_c$	TCI	$T_c$
HH	$h_h$	TCJ	$T_{cj}$
OX	$O_x$	TCJF	$T_{cjf}$
P	P	TCJO	$T_{cj0}$
PEFC	$\gamma_{fc}$	TCM	$T_{cm}$
PEFH	$\gamma_{fh}$	TCO	$T_{c0}$
PN	$P_N$	THF	$T_{hf}$
PNAT	$P_N/A_T$	THI	$T_h$
PNVTE	$P_N/V_{te}$	THJ	$T_{hj}$
POF	$P_0^*/A_T$	THJF	$T_{hjf}$
PRC	$P_{rc}$	THJO	$T_{hj0}$
PRH	$P_{rh}$	THM	$T_{hm}$
Q	Q	THO	$T_{h0}$
R	r	TPL	$t_{PL}$
RECC	$Re_{c/c}$	TTE	$t_{te}$
REHC	$Re_{h/c}$	TWC	$T_{wc}$
RFC	$R_{fc}$	TWH	$T_{wh}$
RFH	$R_{fh}$	UC	$\mu_c$
ROP	$\epsilon_p$	UCALC	$U$ (calculado)
RRT	$\gamma$	UH	$\mu_h$
RTET	$R_{te}^*$	USUP	$U$ (supuesto)
RUC	$\mu_c/\mu_{wc}$	UWC	$\mu_{wc}$
RUH	$\mu_h/\mu_{wh}$	UWH	$\mu_{wh}$
S	$\alpha$		
TAIS	$t_{AIS}$		

CODIFICACION	VARIABLE
--------------	----------

VTE	$V_{te}$
W	W
WC	$\omega_c$
WCC	$\omega_{c/c}$
WH	$\omega_h$
WHC	$\omega_{h/c}$
XKAIS	$K_{AIS}$
XKETE	$\sigma_{te}$
XKFC	$K_{fc}$
XKFH	$K_{fh}$
XKPL	$K_{PL}$
XKTE	$K_{te}$
XL	L
XLFP	$L_{fp}$
XLSOM	$L_{SOM}$
XNA	Na
XNAC	$Na_c$
XNAH	$Na_h$
XNC	$n_c$
XNCC	$n_{cc}$
XNCH	$n_{ch}$
XNEP	N
XNG	$n_G$
XNGU	Ngu
Z	Z



## APENDICE VII

```

0001 C *****
0002 C
0003 C           P R O G R A M A       F A N E L E S
0004 C
0005 C           ESTE PROGRAMA SIRVE PARA CALCULAR LAS CARACTERISTICAS Y EL
0006 C           COMPORTAMIENTO DE UN INTERCAMBIADOR TERMOELECTRICO DE CALOR
0007 C           DE PLACAS EMPAQUETADAS, FUNCIONANDO PARA UN ARREGLO EN Z
0008 C           CON UNA CONFIGURACION DE FLUJO EN PARALELO Y DISTRIBUCION
0009 C           TAMBIEN EN PARALELO, CONSIDERANDO PARA ESTO: UN ESPESOR
0010 C           OPTIMO DEL MATERIAL TERMOELECTRICO Y MANTENIENDO COMO
0011 C           VARIABLE DE ANALISIS AL NUMERO DE FANELES.
0012 C
0013 C *****
0014 C
0015 C           READ(5,4)THD,TCO,CPH,CPC,DEFH,DEFC,XNFH,XNFC,DFH,DFC,XNFI,TPL,B,
0016 C           IXNTE,XNTE,S,Z,EFBH,EFBC,PEFH,PEFC,GSUBC,W,XLSOH,XLFP,OX
0017 C           READ(5,4)TAIS,XNAIS,GH,GC
0018 C           WRITE(6,100)
0019 C           100 FORMAT(/,25X,'CONDICIONES DE TRABAJO')
0020 C           WRITE(6,150)
0021 C           150 FORMAT(/,10X,'FLUIDO CALIENTE: AGUA',5X,'FLUIDO FRIO: AGUA')
0022 C           WRITE(6,200)
0023 C           200 FORMAT(/,4X,'THD',12X,'TCO',12X,'CPH',12X,'CPC',12X,'DEFH')
0024 C           WRITE(6,4)THD,TCO,CPH,CPC,DEFH
0025 C           WRITE(6,300)
0026 C           300 FORMAT(/,4X,'DEFH',11X,'XNFH',11X,'XNFC',11X,'DFH',12X,'DFC')
0027 C           WRITE(6,4)DEFH,XNFH,XNFC,DFH,DFC
0028 C           WRITE(6,400)
0029 C           400 FORMAT(/,4X,'XNFI',11X,'TPL',13X,'B',15X,'IXNTE',11X,'XNTE')
0030 C           WRITE(6,4)XNFI,TPL,B,IXNTE,XNTE
0031 C           WRITE(6,500)
0032 C           500 FORMAT(/,5X,'S',14X,'Z',13X,'EFBH',11X,'EFBC',11X,'PEFH')
0033 C           WRITE(6,4)S,Z,EFBH,EFBC,PEFH
0034 C           WRITE(6,600)
0035 C           600 FORMAT(/,4X,'PEFC',11X,'GSUBC',11X,'W',12X,'XLSOH',11X,'XLFP')
0036 C           WRITE(6,4)PEFC,GSUBC,W,XLSOH,XLFP
0037 C           WRITE(6,700)
0038 C           700 FORMAT(/,5X,'OX',12X,'TAIS',11X,'XNAIS',12X,'GH',12X,'GC')
0039 C           WRITE(6,4)OX,TAIS,XNAIS,GH,GC
0040 C           WRITE(6,800)
0041 C           800 FORMAT(/,32X,'RESULTADOS')
0042 C           AOH=W*XLSOH
0043 C           AP=AOH*OX
0044 C           AC=W*B
0045 C           XNEP=1.0
0046 C           WRITE(6,825)
0047 C           825 FORMAT(/,2X,'XNEP',2X,'XNOU',4X,'AT',4X,'TH',3X,'TCF',4X,
0048 C           1 'TTE',3X,'P',3X,'PH',4X,'PHUTE',4X,'EFTOT',/)
0049 C           1100 CONTINUE
0050 C           AT=XNEP/AP
0051 C           CH=GH*CPH*DEFH
0052 C           CC=GC*PC*DEFC
0053 C           R=CH/CC
0054 C           EFCO=1-(TCO/40)
0055 C           DE=(2.04*W*B)/(W*B)
0056 C           GSUBC=50.0
0057 C           ITERA=0

```

```

0058      ITERAL=7
0059      1300  CONTINUE
0060          XNGU=(USUP*NT)/CH
0061          THF=(TCD+(R*THU))+((THU-TCD)*(EXP(XNGU*(1.0-R))))/(1.0+R)
0062          Q=CH*(THU-THF)
0063          TCF=TCD+(R*(THU-THF))
0064          DELTA1=THU-TCF
0065          DELTA2=THF-TCD
0066          XNEFH=XNEF/2.0
0067          K=XNEFH
0068          Y=XNEFH-FL0AT(K)
0069          APR0X=0.1
0070          IF(Y.GT.APR0X)GO TO 1400
0071          CONTINUE
0072          XNCH=XNEF/2.0
0073          XNCC=(XNEF/2.0)+1.0
0074          GO TO 1500
0075      1400  CONTINUE
0076          XNCH=(XNEF+1.0)/2.0
0077          XNCC=(XNEF+1.0)/2.0
0078      1500  CONTINUE
0079          GHC=GH/XNCH
0080          GCC=GC/XNCC
0081          THH=(THU+THF)/2.0
0082          TCH=(TCU+TCF)/2.0
0083      C      *****
0084      C      EN LA SIGUIENTE PARTE DEL PROGRAMA SE CALCULAN LAS VISCOSIDADES
0085      C      DE LOS FLUIDOS, LOS COEFICIENTES DE PELICULA Y LAS RESISTENCIAS
0086      C      TERMICAS DE AMBOS LADOS, LAS ECUACIONES CONSIDERADAS PARA EL
0087      C      CALCULO DE LAS VISCOSIDADES SON VALIDAS UNICAMENTE CUANDO LOS
0088      C      FLUIDOS SON AGUA A TEMPERATURAS DE 273 A 373 GRADOS KELVIN.
0089      C      *****
0090          DIF1=THH-273.0
0091          IF(DIF1)1600,1600,1700
0092      1600  UHCPA=1301.0/(998.333+(8.1855*DIF1)+(0.00585*(DIF1**2.0)))
0093          UHCPB=UHCPA-3.30233
0094          UHCF=100.0*(10.0**UHCPB)
0095          GO TO 1750
0096      1700  UHCPA=(1.3272*(293.0-THH))-(0.001053*(DIF1**2.0))
0097          UHCPB=10.0**((UHCPA)/(THH+105.0-273.0))
0098          UHCF=1.002*UHCPB
0099      1750  CONTINUE
0100          UH=0.001*UHCF
0101          DIF2=TCH-273.0
0102          IF(DIF2)1800,1900,1900
0103      1800  UCCPA=1301.0/(998.333+(8.1855*DIF2)+(0.00585*(DIF2**2.0)))
0104          UCCPB=UCCPA-3.30233
0105          UCCF=100.0*(10.0**UCCPB)
0106          GO TO 1950
0107      1900  UCCPA=(1.3272*(293.0-TCH))-(0.001053*(DIF2**2.0))
0108          UCCPB=10.0**((UCCPA)/(TCH+105.0-273.0))
0109          UCCF=1.002*UCCPB
0110      1950  CONTINUE
0111          UC=0.001*UCCF
0112          APORT=AC
0113          WHC=(GH*DEFH)/AORT
0114          WCC=(GC*DEF C)/AORT

```

244

```
0115      REH=(DE#WHD)/UH
0116      REC=(DE#WCC)/UC
0117      WHCAC=(GHC#DEFH)/AC
0118      WCCAC=(GCC#DEFD)/AC
0119      REHC=(DE#WHCAC)/UH
0120      RECC=(DE#WCCAC)/UC
0121      FRH=(UH#CFH)/XAFH
0122      FRC=(UC#CFD)/XAFD
0123      IF(REHC.GT.400.0)GO TO 2100
0124      I=0
0125      DIV1=1.0
0126  2000  CONTINUE
0127      HHH=0.520*(XAFH/DE)*(FRH#0.333)*(REHC#0.61)
0128      HH=HH#XLF#(DIV1#0.14)
0129      RFH=(1.0/HH)*(TPL/XRPL)+RFH+(TAIS/XNAIS)
0130      IF(RECC.GT.400.0)GO TO 2020
0131  2010  CONTINUE
0132      J=0
0133      DIV2=1.0
0134  2015  CONTINUE
0135      HCA=0.520*(XAFD/DE)*(FRC#0.333)*(RECC#0.61)
0136      HC=HCA#XLF#(DIV2#0.14)
0137      RFC=(1.0/HC)*(TPL/XRPL)+RFC+(TAIS/XNAIS)
0138      GO TO 2030
0139  2020  CONTINUE
0140      HC=0.2536#1.16277#(XAFD/DE)*(RECC#0.65)*(FRC#0.4)
0141      RFC=(1.0/HC)*(TPL/XRPL)+RFC+(TAIS/XNAIS)
0142      J=6
0143  2030  CONTINUE
0144      RTET=(RFH+RFC)*((1.0-(EFCD#RFC)/(RFH+RFC))#0.5)
0145      THH=THH-((1.0/HH)*(THH-TCR)/:RFH+RFC+RTET))
0146      TWC=TCR+((1.0/HC)*((THH-TCR)/(RFH+RFC+RTET))
0147      DIF3=THH-293.0
0148      DIF4=TWC-293.0
0149      IF(DIF3)2032,2032,2034
0150  2032  UWHCPA=1301.0/(998.333+(8.1855#DIF3)+(0.00585*(DIF3#2.0)))
0151      UWHCPB=UWHCPA-3.30233
0152      UWHCF=100.0*(10.0#UWHCPB)
0153      GO TO 2036
0154  2034  UWHCPA=(1.3272*(293.0-TWH))-(0.001053*(TWH-293.0)#2.0)
0155      UWHCPB=10.0*(UWHCPA/(TWH+105.0-293.0))
0156      UWHCF=1.002#UWHCPB
0157  2036  CONTINUE
0158      IF(DIF1)2038,2038,2040
0159  2038  UWCCPA=1301.0/(998.333+(8.1855#DIF4)+(0.00585*(DIF4#2.0)))
0160      UWCCPB=UWCCPA-3.30233
0161      UWCCF=100.0*(10.0#UWCCPB)
0162      GO TO 2042
0163  2040  UWCCPA=(1.3272*(293.0-TWC))-(0.001053*(TWC-293.0)#2.0)
0164      UWCCPB=10.0*(UWCCPA/(TWC+105.0-293.0))
0165      UWCCF=1.002#UWCCPB
0166  2042  CONTINUE
0167      UWH=0.001#UWHCF
0168      UWC=0.001#UWCCF
0169      RUC=(UWH+UWC)
0170      RUC=UWH+UWC
0171      DIV1=1.0
```

```

0172      DIV3=RUC
0173      I=I+1
0174      IF(I.GT.5)GO TO 2050
0175      CONTINUE
0176      IF(REHC=400.0)2000,2060,2060
0177  2050  CONTINUE
0178      J=J+1
0179      IF(J.GT.5)GO TO 2500
0180  2060  CONTINUE
0181      IF(RECC=400.0)2015,2015,2500
0182  2100  CONTINUE
0183      HH=0.2536*(1.16279*(XKFC/DE)*(RECC**0.65)*(PRH**0.4)
0184      RFH=(1.0/HH)*(TFL/XKPL)+DFH*(TAIS/XKATS)
0185      IF(RECC.GE.400.0)GO TO 2110
0186      I=6
0187      GO TO 2010
0188  2110  CONTINUE
0189      HC=0.2536*(1.16279*(XKFC/DE)*(RECC**0.65)*(PRC**0.4)
0190      RFC=(1.0/HC)*(TFL/XKPL)+DFC*(TAIS/XKATS)
0191      RTET=(RFC+RFH)**(1.0-((EFCO*RFC)/(RFH+RFC)))**0.5)
0192  C     #####
0193  2500  CONTINUE
0194      UCALC=1.0/(RFC+RFH+RTET)
0195      XLIH1=-1.0
0196      XLIH2=1.0
0197      URES=UCALC-USUP
0198      IF(URES.LT.XLIH1)GO TO 2600
0199      IF(URES.GT.XLIH2)GO TO 2600
0200      GO TO 2700
0201  2600  CONTINUE
0202      ITERA=ITERA+1
0203      IF(ITERA.GT.ITERAL)GO TO 2620
0204      USUP=UCALC
0205      GO TO 1300
0206  2620  WRITE(6,2650)
0207  2650  FORMAT(20X,'EL METODO NO CONVERGE')
0208      GO TO 3100
0209  2700  CONTINUE
0210      RRT=RFH/(RFC+RFH)
0211      THJO=TH0-(((TH0-TCF)*RFH)/(RFC+RFH+RTET))
0212      TCJF=THJO-(((TH0-TCF)*RTET)/(RFC+RFH+RTET))
0213      THJF=THF-(((THF-TCO)*RFH)/(RFH+RFC+RTET))
0214      TCJO=THJF-(((THF-TCO)*RTET)/(RFC+RFH+RTET))
0215      THJ=(THJO+THJF)/2.0
0216      TCJ=(TCJO+TCJF)/2.0
0217      TTE=RTETA*(XKTE+((XKETE*(S**2.0))/2.0)*(THJ-((THJ-TCJ)/4.0)))
0218      XNG=1.0/(2.0+(4.0/(THJ*Z)))-((1.0-(TCJ/THJ))/2.0)
0219      PO=(XNG*TH0)*(EFCO**2.0)**(PFC+RFH)
0220      POT=(1.0-(RRT*EFCO))**0.5
0221      POT=(PO+POT)/((1.0+POT)**(1.0-(RRT*EFCO+POT)))
0222      XN=19.0
0223      XI=1.0
0224      SUM=0.0
0225  2800  XNGUI=XNGU-(XNGU/(XI+1.0))
0226      AFI=0.5*(XNGUI*CHC)/UCALC
0227      THI=(TCO+(RRT*TH0)**(TH0-TCO)*(EXP(XNGUI*(1.0-AFI)))/(1.0+R)
0228      TCJ=TCO+(R*(TH0-THI))

```

```

0229      EFCI=1.0-(TCI/THI)
0230      ROPLA=((EFCI/EFCO)*2.0)*(THI/THO)
0231      ROPLF=(1.0-(RRT*EFCO)+POA)/(1.0-(RRT*EFCI)+POA)
0232      ROPL=2*(ROPLA*ROPLF)
0233      SUM=SUM+ROPL
0234      XI=XI+1.0
0235      IF(XI.LE.XN)GO TO 2800
0236      CONTINUE
0237      XNGUH=XNGU-(XNGU/20.0)
0238      XAR=0.5*(XNGURECH)/UCALC)
0239      XTHN=((TCO+(R*THO))*((THO-TCO)*(EXP(XNGUH*(-1.0-R)))))/(1.0+R)
0240      XTCN=TCO+(R*(THO-XTHN))
0241      EFCN=1.0-(XTCN/XTHN)
0242      XROPLA=((EFCN/EFCO)*2.0)*(XTHN/THO)
0243      XROPLF=(1.0-(RRT*EFCO)+POA)/(1.0-(RRT*EFCN)+POA)
0244      XROPL=XROPLA*XROPLF
0245      ROP=(1.0/40.0)*(1.0+SUM+XROPL)
0246      ATTE=XNEP*AP
0247      P=ROP*POT*ATTE
0248      FH=2.5/(REHC*0.3)
0249      FC=2.5/(RECC*0.3)
0250      TP=TTE+(2.0*TPL)
0251      XNC=XNCC+XNCH
0252      XLF1=(XNEP*TP)+(XNC*E)
0253      XL=XLFP+XLF1
0254      DFH=(2.0*FH*(WHCAC*2.0)*XL)/(GSUBCADE#DEFH)
0255      DFC=(2.0*FC*(WCCAC*2.0)*XL)/(GSUBCADE#DFC)
0256      HHH=DFH/FEFH)+2.3
0257      HHC=DFC/FEFC)+2.3
0258      XNAH=(9.81*GH+PEFH+HHH)/EFBH
0259      XNAC=(9.81*GC+FEFC+HHC)/EFBC
0260      XNA=XNAH+XNAC
0261      FN=P-XNA
0262      FNAT=FN/ATTE
0263      VTE=ATTE*ATTE
0264      FNVTE=FN/VTE
0265      EFTOT=FN/0
0266      WRITE(6,3000)XNEP,XNGU,AT,THF,TCF,TTE,P,PN,FNVTE,EFTOT
0267 3000  FORMAT(1X,F5.1,1X,F5.3,1X,F7.3,1X,F5.1,1X,F5.1,1X,F7.5,
0268 1 1X,F7.1,1X,F9.1,1X,F10.1,1X,F7.4)
0269 3100  CONTINUE
0270      XNEP=XNEP+1.0
0271      IF(XNEP.LT.101.0)GO TO 1100
0272      CONTINUE
0273      END

```

## REFERENCIAS

1. Huacuz V., Jorge M., Castañeda, Jesús y Vargas, Minerva G., Informe Anual sobre Estanques Solares, Instituto de Investigaciones Eléctricas, p. 67. 1982.
2. Kalhammer, Fritz R., New Energy Technologies, Energy Conversion Management, Vol. 22, No. 4, pp. 329-345, 1982.
3. Jayadev, T.S. y Chou, D.J., Applications of Thermoelectrics to Geothermal Energy Conversion, Proceedings of the 16th -- Intersociety Energy Conversion Engineering Conference (IECEC), Atlanta, Georgia, Agosto 9-14, Vol. 2, pp. 2008-2012, 1981.
4. Brady, George S. y Clauser, Henry R., Materials Handbook, - Undécima Edición, p. 686.
5. Joffe, Abram F., The Revival of Thermoelectricity, Scientific American, pp. 31-37, 1958; Selected Papers on New Techniques for Energy Conversion, Editado por Sumner N. Levine, -- pp. 9-15, 1961.
6. Herryng, Conyers, Theory of Thermoelectric Power of Semiconductors, The Physical Review, Second Series, Vol. 96, No. 5, p. 1165, Diciembre 1, 1954; Selected Papers on New Techniques for Energy Conversion, Editado por Sumner N. Levine, p. 133, 1961.
7. Daniels, Farrington, Direct Use of the Sun's Energy, p. 273, - 1964.
8. Altman, Manfred, Elements of Solid State Energy Conversion, p. 87-88, 1969.

9. Domenicali, Charles. A., Irreversible Thermodynamics of - - Thermoelectricity, Reviews of Modern Physics, Vol. 26, No.2, pp. 273-275, Abril, 1954, Selected Papers on New Techniques for Energy Conversion, Editado por Sumner N. Levine, pp. 92-130, 1961.
10. Jaumot, Frank E., Jr., Thermoelectric Effects, Proceedings of the IRE, Vol. 46, No. 3, pp. 538-554, Marzo, 1958; Selected Papers on New Techniques for Energy Conversion, Editado por Sumner N. Levine, pp. 45-61, 1961.
11. Encyclopedia Britannica, Vol. 18, p. 317, 1979.
12. Streetman, Ben G., Solid-State Electronic Devices, 1972.
13. Soo, S.L., Direct Energy Conversion, 1968.
14. Wright, D.A., Thermoelectric Generation, Direct Generation of Electricity, por K.H. Springy Coautores, p. 285-287, 1965.
15. Ibid. p. 288-289.
16. Shah, R.K., Clasification of Heat Exchangers, Heat Exchangers-Thermohydraulic Fundamentals and Design, Editado por S. Kakac, A. E. Bergles y F. Mayinger, p. 21-22, 1981.
17. Ibid. p. 27.
18. Coening, D.R. y Ranken, W.A., Design Options for the SP-100 Thermoelectric Nuclear Space Power Plant. Proceedings of -- the 17th IECEC, Vol. 5, pp. 2163-2168, Westin Bonaventure, Los Angeles, California, Agosto 8-22, 1982.

19. Chi, S.W., Heat Pipe Theory and Practice: A Sourcebook, p. 15-16, 1976.
20. Jayadev, T.S., Henderson, J., Finegold, J. y Benson, D., Solar Thermoelectrics, Vol. 1, Conversion System Overview Assesment, SERI, U.S. Department of Energy, Agosto, 1979.
21. Ibid. p. I-B-6.
22. Ibid. p. 9-11.
23. Ibid. p. I-C-13.
24. Ibid. p. I-C-29-30.
25. Boerdijk, A.H., Contribution to a General Theory of Thermocouples, Journal of Applied Physics, Vol. 30, No. 7, pp. 1080-1083, 1959; Encyclopedia of Science and Technology, Editorial McGraw Hill, Vol. 13, p. 599, 1977.
26. Ioffe, A.F., Semiconductor Thermoelements and Thermoelectric Cooling, pp. 36-44, 1957; Encyclopedia of Science and Technology, Vol. 13, p. 599, 1977.
27. Zener, C., Thermoelectricity, 1960; Encyclopedia of Science and Technology, Editorial McGraw Hill, Vol. 13, p. 599, 1977.
28. Sherman, B., Heikes, R. y Ure, R., Calculation of Efficiency of Thermoelectric Devices, Journal of Applied Physics, Vol. 31, No. 1, pp. 1-16, 1960; Encyclopedia of Science and Technology, Editorial McGraw Hill, Vol. 13, p. 599, 1977.
29. Gerez Greiser, Victor y Murray-Lasso, M.A., Teoría de Sistemas y Circuitos, 1974.



30. Kerr, Douglas L., Design Calculation for Thermoelectric Generators, General Electric Co., Schenectady, N.Y., pp. 227-249.
31. Bohn, M.S., Heat-Exchanger Effectiveness in Thermoelectric Power Generation, Journal of Heat Transfer, Vol. 103, pp. 693-698.
32. Sherman, B., Heikes, R. y Ure, R., Calculation of Efficiency of Thermoelectric Devices, Journal of Applied Physics, Vol. 31, 1960.
33. Benson, D. y Jayadev, T., Thermoelectric Energy Conversion, Proceedings of the Seventh Energy Technology Conference, -- Washington D.C., Mar. 24-26, 1980.
34. Swanson, B.W. y Somers, E., Optimization of a Conventional Fuel Fired Thermoelectric Generator, Journal of Heat Transfer, Vol. 81, pp. 245-248, Agosto, 1959.
35. Rohsenow, Warren M., Heat Exchangers-Basic Methods, Heat Exchangers Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design, Editado por Kakac, S., Bergles, A.E. y Mayinger, F., p. 434, 1981.
36. Bohn, M.S., A Procedure for Calculating Thermoelectric Heat Exchanger Performance, Proceedings of the 16th IECEC, Atlanta, Georgia, Agosto 9-14, Vol. 2, p. 2008-2012, 1981.
37. Shirazi, Mostafa A., Thermoelectric Generators Powered by Thermal Waste from Electric Power Plants, Water Pollution, Control Research Series, No. 130, pp. 27, Octubre, 1970.
38. Jayadev, T.S. y Benson, D., Patent Disclosure Filed, Octubre 1978; Solar Thermoelectrics, Conversion System Overview Assessment, Vol. 1, SERI, U.S. Department of Energy, p.I-15, Agosto, 1979.

39. Handbook of Chemistry and Physics, Editado por Robert C. -- Weast, Edición 55, 1974-1975, p. F-49.
40. Raju, K.S.N. y Chand, Jagdish, Consider the Plate Heat Exchanger, Chemical Engineering, Vol. 87, No. 16, pp. 133-144, - - Agosto 11 de 1980.
41. Bell, Kenneth J., Plate Heat Exchangers, Thermal-Hydraulic -- Fundamentals and Design, Editado por S. Kakac, A.E. Bergles y F. Mayinger, pp. 165-175, 1980.
42. Moynihan, Philip I., Application Guide for Waste Heat Recovery with Organic Rankine Cycle Equipment, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Final Report, p. 4-3, 15 de Enero de 1983.
43. Ibid. p. 3-10.

## INDICE DE FIGURAS

FIGURA	TITULO	PAGINA
1.1	Distribución del calor expulsado de desecho industrial	5
4.1	Circuito termopar simple	18
4.2	Generación termoeléctrica de voltaje	21
5.1	Bandas de energía en los aislantes	31
5.2	Bandas de energía en los semiconductores	31
5.3	Bandas de energía en los metales	31
5.4	Representación esquemática de la influencia de la concentración de electrones sobre las propiedades de los materiales termoeléctricos $\alpha$ , $\sigma$ y $\kappa$	33
5.5	Paso de un electrón de la banda de valencia a la banda de conducción en un semiconductor directo	35
5.6	Paso de un electrón de la banda de valencia a la banda de conducción en un semiconductor indirecto	35
5.7	Electrones y huecos en las bandas de energía	37
5.8	Niveles donantes en los materiales extrínsecos	37
5.9	Niveles receptores en un material extrínsecos	37

FIGURA	TITULO	PAGINA
5.10	Función de distribución de Fermi-Dirac	41
5.11	Función de distribución Fermi-Dirac para un material intrínseco	41
5.12	Función de distribución Fermi-Dirac para un material tipo n	42
5.13	Función de distribución Fermi-Dirac para un material tipo p	42
5.14	Nivel de Fermi para diversos materiales	44
5.15	Material tipo n, dominan los elementos donantes	44
5.16	Material tipo p, dominan los elementos receptores	44
5.17	Influencia de la temperatura sobre el comportamiento de los portadores intrínsecos para el silicio y el germanio	47
5.18	Influencia de la temperatura sobre la densidad de portadores de carga	47
5.19	Influencia de la temperatura sobre el coeficiente Seebeck	49
5.20	Influencia de la temperatura sobre la <u>con</u> ductividad térmica	49
5.21	Influencia de la adulteración de semiconductores sobre el coeficiente Seebeck	52

FIGURA	TITULO	PAGINA
6.1	Factores de mérito en función de la temperatura para los mejores materiales termoeléctricos; (a) materiales tipo n; (b) materiales tipo p	62
6.2	Factores de mérito de algunos materiales termoeléctricos de temperatura baja y media	63
7.1	El generador termoeléctrico	67
7.2	Configuraciones termoeléctricas	68
8.1	Intercambiador termoeléctrico de calor de placas empaquetadas	74
8.2	Intercambiador termoeléctrico de calor de placas de superficie extendida	76
8.3	Intercambiador termoeléctrico de calor de caloductos	78
8.4	Esquema de un generador termoeléctrico usando caloductos	80
8.5	Factor de mérito de aleaciones termoeléctricas tipo p	83
8.6	Factor de mérito de aleaciones termoeléctricas tipo n	83
8.7	Estructuras atómica de aleaciones (Bi, Sb) <sub>2</sub> (Se, Te) <sub>3</sub>	84
8.8	Rajaduras en elementos termoeléctricos de diferente sección	84

FIGURA	TITULO	PAGINA
8.9	Arreglos eléctricos	89
8.10	Sección longitudinal de una placa termoeléctrica de generación	91
8.11	Intercambiador termoeléctrico de calor	95
8.12	Circuito eléctrico de un generador termoeléctrico	97
8.13	Equivalente Thevenin del circuito eléctrico de un generador termoeléctrico	101
8.14	Circuito para ilustrar la deducción del teorema de transferencia máxima de potencia y su circuito equivalente	115
8.15	Detalle de un intercambiador termoeléctrico de calor	143
8.16	Resistencias térmicas del intercambiador termoeléctrico de calor	143
8.17	(a) Configuración de flujo en paralelo, (b) Distribución axial de temperaturas	154
8.18	(a) Configuración de flujo cruzado y distribución axial de temperaturas	155
8.19	Configuración de flujo cruzado y distribución de temperaturas	156
8.20	Eficiencia del área de transferencia de calor para generación termoeléctrica de potencia	166
9.1	Influencia de la relación de capacidades caloríficas sobre el comportamiento termoeléctrico	173

FIGURAS	TITULO	PAGINA
9.2	Opciones para la aplicación del intercambiador termoeléctrico de calor	175
9.3	Plano del arreglo eléctrico en paralelo, axial a la dirección de flujo de los fluidos	179
9.4	Plano del arreglo eléctrico en paralelo, perpendicular a la dirección de flujo de los fluidos	180
9.5	Plano del arreglo eléctrico en serie, axial a la dirección de flujo de los fluidos	181
9.6	Plano del arreglo eléctrico en serie, perpendicular a la dirección de flujo de los fluidos	182
9.7	Constitución de un panel termoeléctrico	187
9.8	Modelos de flujo	188
9.9	Proceso de diseño de un intercambiador termoeléctrico de calor	190
9.10	Diagrama de flujo para el diseño de un intercambiador de calor de placas empaquetadas	206
9.11	Potencia de salida, potencia neta y espesor óptima del material termoeléctrico en función del número de paneles	208
9.12	Potencia neta por unidad de volumen de material termoeléctrico en función del número de paneles	209

FIGURAS	TITULO	PAGINA
9.13	Eficiencia de un intercambiador termoelectrico de calor de placas empaquetadas en función del número de paneles	210
9.14	Potencia neta en función del gasto del fluido caliente para distintos valores de la relación de capacidades caloríficas	214
9.15	Potencia neta en función de las temperaturas de entrada de los fluidos	215
9.16	Potencia neta en función del gasto y de la temperatura de entrada del fluido caliente	216



## INDICE DE TABLAS

TABLA	TITULO	PAGINA
8.1	Propiedades nominales de aleaciones comerciales de $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ sinterizado a temperatura ambiente	130
8.2	Propiedades termoeléctricas del telururo de bismuto	133
8.3	Eficiencia material media y error al utilizarla, considerando que $T_{cj} = 290 \text{ K}$ es fija	139
8.4	Influencia de la variación de $\epsilon$ sobre $R_{te}^*$	149
9.1	Datos requeridos para el diseño del intercambiador termoeléctrico de calor de placas empaquetadas	203
9.2	Resultados de cálculo para un intercambiador termoeléctrico de calor de placas empaquetadas con 5 paneles de generación	212

## NOMENCLATURA

## Símbolos

- $A$  = Area,  $m^2$   
 $a$  =  $\sqrt{\frac{\rho_n K_n}{\rho_p K_p}}$  = Relación de parámetros, adimensional  
 $A_c$  = Area del canal de flujo,  $m^2$   
 $A_n$  = Area transversal al flujo de corriente eléctrica del material semiconductor tipo n,  $m^2$   
 $A_{OM}$  = Area ocupada por los módulos termoeléctricos,  $m^2$   
 $A_p$  = Area transversal al flujo de corriente eléctrica del material semiconductor tipo p,  $m^2$   
 $A_T$  = Area total de transferencia de calor,  $m^2$   
 $A_t$  =  $A_p + A_n$  = Area del par termoeléctrico,  $m^2$   
 $b$  = Separación entre paneles o espesor del empaque, m  
 $C$  = Capacidad calorífica, W/K  
 $C_{col}$  = Costo del colector solar, \$ (dólares)  
 $C_{con}$  = Costo del convertidor, \$ (dólares)  
 $C_{otros}$  = Otros costos como son el costo de bombeo, de instrumentación de preparación del sitio, etc., \$ (dólares)  
 $C_p$  = Calor específico a presión constante, W - S/ kgm-K  
 $CA$  = R+D = Costo anual, \$ (dólares)  
 $D$  = Desembolsos, \$ (dólares)  
 $D_e$  = Diámetro equivalente del canal de flujo, m  
 $d_f$  = Coeficiente de incrustación,  $m^2 - K/W$

## Símbolos

- $E$  = Energía, J  
 $E$  = Vector de campo eléctrico  
 $E_c$  = Nivel energético inferior de la banda de conducción, eV; Energía Cinética, J  
 $E_d$  = Nivel energético de los electrones de los elementos donantes, eV  
 $E_f$  = Nivel Fermi de energía, eV  
 $E_g$  = Brecha de energía entre la banda de conducción y la banda de valencia, eV  
 $E_p$  = Energía potencial, J  
 $E_r$  = Nivel energético de los electrones de los elementos receptores, eV  
 $E_t$  = Defecto de estado o nivel energético adicional originado por la presencia de impurezas en la red atómica, eV  
 $E_v$  = Nivel energético superior de la banda de conducción, eV  
 $f$  = Factor de fricción, adimensional  
 $fem$  = Fuerza electromotriz, V  
 $FRC$  = Factor de recuperación de capital  
 $G$  = Gasto,  $m^3/s$   
 $g_c$  = Aceleración de la gravedad  
 $H$  = Entalpia, J  
 $H_m$  = Altura manométrica, m  
 $h$  = Constante de Planck ( $6.63 \times 10^{-34}$  J - S)  
 $h$  = Coeficiente de película, W/m-K  
 $i$  = Corriente eléctrica, A

## Símbolos

- $i$  = Tasa de interés anual  
 $II$  = Inversión inicial, \$ (dólares)  
 $J$  = Densidad de corriente eléctrica,  $A/m^2$   
 $K$  = Conductividad térmica,  $W/m-K$   
 $K_a$  = Transporte de energía térmica por los pares hueco-electrón,  $W/m-K$   
 $K_e$  = Conductividad térmica debida al movimiento de electrones,  $W/m-K$   
 $K_f$  = Conductividad térmica del fluido,  $W/m-K$   
 $K_L$  = Conductividad térmica por vibraciones atómicas alrededor de la red,  $W/m-K$   
 $K_r$  = Transferencia radiactiva de calor,  $W/m-K$   
 $K$  = Propagación,  $rad/m$   
 $k$  = Constante de Boltzmann ( $8.62 \times 10^{-25}$  eV/K ó  $1.38 \times 10^{-23}$  J/K)  
 $L$  = Longitud, m  
 $L_{fp}$  = Longitud que recorre el fluido en un panel, medida del centro del puerto de entrada al centro del puerto de salida, m  
 $L_n$  = Longitud de un elemento de material semiconductor tipo n, m  
 $L_p$  = Longitud de un elemento de material semiconductor tipo p, m  
 $L_{SOM}$  = Longitud de la superficie ocupada por los elementos termoeléctricos, m  
 $M$  =  $m_{opt.}$   
 $m$  =  $R_c/R =$  Relación de resistencias eléctricas

## Símbolos

- $m_e$  = Masa efectiva en la densidad de estados dependientes del tipo de material,  $kg_m$   
 $m_i$  = Masa inercial efectiva,  $kg_m$   
 $m_n$  = Masa efectiva de los electrones de conducción como resultado de un promedio de la masa efectiva en diferentes direcciones cristalográficas,  $kg_m$   
 $m_p$  = Masa efectiva de los huecos como resultado de un promedio de la masa efectiva en diferentes direcciones cristalográficas,  $kg_m$   
MTE = Cantidad de material termoeléctrico,  $kg_m$   
N = Número mínimo de portadores de carga en la estructura de bandas de energía  
n = Densidad de electrones en la banda de conducción,  $electrones/m^3$   
= Densidad de portadores de carga en  $\sigma = nqu$ ,  $portadores/m^3$   
= Material semiconductor en el que los portadores de carga son electrones  
= Número de años en la fórmula de FRC  
= Número de canales de flujo  
 $n_0$  = Densidad de equilibrio de los electrones de conducción,  $electrones/m^3$   
Na = Potencia de accionamiento para bombeo, W  
 $N_e$  = Densidad efectiva de los estados de energía,  $estados/m^3$   
 $N_a$  = Número de átomos donantes  
 $N_i$  = Densidad intrínseca de electrones,  $electrones/m^3$   
 $N_p$  = Número de pancles  
 $N_r$  = Número de átomos receptores

## Símbolos

- $N_{gu} = UA/C_h =$  Número de unidades de generación, adimensional  
 $NTU = UA/C_{mín.} =$  Número de unidades de transferencia, adimensional  
 $O_x =$  Fracción de área cubierta por material termoeléctrico  
 $P =$  Potencia eléctrica, W  
 $p =$  Densidad de huecos en la banda de valencia, huecos/m<sup>3</sup>  
 $=$  Material semiconductor en el que los portadores de carga son huecos  
 $P =$  Potencia máxima de salida cuando  $R_{te}^* = R_{te}$ , W  
 $P_0^* =$  Valor de  $P^*$  cuando  $T_h = T_{h0}$  y  $\epsilon = \epsilon_0$ , W  
 $P_G =$  Potencia generada, W  
 $P_N =$  Potencia neta, W  
 $p_0 =$  Densidad de equilibrio de huecos, huecos/m<sup>3</sup>  
 $Q =$  Flujo de calor, W  
 $q =$  Carga eléctrica, C  
 $Q_j =$  Calor generado por el efecto Joule, W  
 $Q_k =$  Cantidad de calor transferido por conducción, W;  
 $Q_p =$  Cantidad de calor disipado por el efecto Peltier, W  
 $Q_s =$  Cantidad de calor suministrado, W  
 $R =$  Costo anual equivalente de la inversión inicial (en el análisis de costos), \$ (dólares)  
 $R =$  Resistencia eléctrica,  $\Omega$   
 $r = C_h/C_c =$  Relación de capacidades caloríficas  
 $r =$  Cantidad que depende del tipo de dispersión que experimenta un portador cuando éste se mueve a través del material ( $r = 0$  para una red covalente perfecta y  $r^* = 2$  cuando existen impurezas)

## Símbolos

- $R_c$  = Resistencia eléctrica de carga,  $\Omega$   
 $R_f$  = Resistencia térmica del fluido,  $K\text{-m}^2/W$   
 $R_T$  = Resistencia eléctrica total,  
 $R_{te}$  = Resistencia térmica termoeléctrica,  $K\text{-m}^2/W$   
 $R_{te}^*$  = Valor de  $R_{te}$  que maximiza la potencia de salida,  
 $K\text{-m}^2/W$   
 $Re$  = Número de Reynolds, adimensional  
 $S$  = Entropía,  $J/K$   
 $T$  = Temperatura absoluta,  $K$   
 $t_{AIS}$  = Espesor del aislante,  $m$   
 $T_c$  = Temperatura absoluta del fluido frío,  $K$   
 $T_{cj}$  = Temperatura absoluta de unión correspondiente al lado  
del fluido frío,  $K$   
 $T_{cj0}$  = Valor de  $T_{cj}$  en la entrada,  $K$   
 $T_{cjf}$  = Valor de  $T_{cj}$  a la salida,  $K$   
 $T_{cm}$  = Temperatura absoluta media del fluido frío,  $K$   
 $T_h$  = Temperatura absoluta del fluido caliente,  $K$   
 $T_{hj}$  = Temperatura absoluta de unión correspondiente al lado  
del fluido caliente,  $K$   
 $T_{hj0}$  = Valor de  $T_{hj}$  en la entrada,  $K$   
 $T_{hjf}$  = Valor de  $T_{hj}$  a la salida,  $K$   
 $T_{hm}$  = Temperatura absoluta media del fluido caliente,  $K$   
 $T_{PL}$  = Espesor de placa,  $m$   
 $T_{PRON}$  =  $(T_{cj} + T_{hj})/2$  = Promedio de las temperaturas de unión,  $K$   
 $t_{te}$  = Espesor de los elementos termoeléctricos,  $m$   
 $T_{wc}$  = Temperatura absoluta de la pared del conducto del  
fluido frío,  $K$

## Símbolos

- $T_{wh}$  = Temperatura absoluta de la pared del conducto del fluido caliente, K  
 TCF = Tasa de cargos fijos  
 $U$  = Coeficiente de transferencia de calor,  $W/m^2 \cdot K$   
       = Velocidad, m/S  
 $V$  = Volumen,  $m^3$   
 $V_n$  = Volumen del elemento termoeléctrico tipo n,  $m^3$   
 $V_p$  = Volumen del elemento termoeléctrico tipo p,  $m^3$   
 $V_t$  =  $V_n + V_p$  = Volumen del par termoeléctrico,  $m^3$   
 $V_{te}$  = Volumen total de los elementos termoeléctricos, m  
 $W$  = Ancho de la superficie ocupada por los módulos termoeléctricos, m  
       = Trabajo, J  
 $X$  =  $A_n/A_p$  = Relación de áreas  
 $y$  =  $\rho_n L_n / \rho_p L_p$  = Relación de parámetros y dimensiones  
 $Z$  = Factor de mérito,  $K^{-1}$   
 $Z_L$  = Factor de mérito local,  $K^{-1}$   
 $\alpha$  = Coeficiente Seebeck, V/K  
 $\alpha_{pn}$  =  $\alpha$  = Coeficiente Seebeck del par termoeléctrico, V/K  
 $\gamma$  =  $R_{fh} / (R_{fh} + R_{fc})$  = Relación de resistencias térmicas de los fluidos  
 $\gamma_f$  = Peso específico del fluido,  $Kg_f/m^3$   
 $\Delta P$  = Caída de presión, Pa  
 $\Delta T$  = Incremento de temperaturas, K  
 $\epsilon$  = Eficiencia de Carnot basada en las temperaturas locales de los fluidos



## Símbolos

- $\epsilon_0$  = Eficiencia de Carnot basada en las temperaturas de entrada de los fluidos  
 = Constante de permitividad en el vacío ( $8.85418 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$ )  
 $\epsilon_r$  = Constante dieléctrica relativa del material semiconductor, adimensional  
 $\eta$  = Eficiencia total, adimensional  
 $\eta_B$  = Eficiencia total de bombeo, adimensional  
 $\eta_C$  = Eficiencia de Carnot, adimensional  
 $\eta_G$  = Eficiencia del material para generación termoeléctrica, adimensional  
 $\eta_{GL}$  = Eficiencia del material para generación termoeléctrica local, adimensional  
 $\eta_p$  = Eficiencia de un sistema para la transferencia de potencia, adimensional  
 $\eta_{S-E}$  = Eficiencia de conversión de la energía solar a energía eléctrica, adimensional  
 $\theta$  = Fuerza electromotriz total de un circuito de generación, V  
 $\mu$  = Viscosidad dinámica, P  
 $\mu^*$  = Movilidad,  $\text{m}^2/\Omega\cdot\text{C}$   
 $\mu_w$  = Viscosidad dinámica a la temperatura de la pared del conducto, P  
 = Frecuencia, ciclos/s  
 = Viscosidad cinemática, St  
 $\xi_p$  = Eficiencia de generación termoeléctrica de potencia, adimensional

## Símbolos

- $\xi_{PL}$  = Valor local de  $\xi_p$ , adimensional  
 = Coeficiente Peltier, V  
 $\rho$  = Resistividad eléctrica,  $\Omega\text{-m}$   
 $\rho_f$  = Densidad del fluido,  $\text{kgm/m}$   
 = Conductividad eléctrica,  $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$   
 = Coeficiente de Thomson,  $\text{V}\cdot\text{m}^2/\text{K}$   
 $\omega$  = Flujo másico,  $\text{kg}_m/\text{s}$

## Subíndices

- AIS = Aislante eléctrico  
 c = Correspondiente al fluido frío  
 /c = Por canal  
 f = A la salida del fluido  
 h = Correspondiente al fluido caliente  
 i = Cualquier punto  
 j = De unión  
 m = Media  
 máx. = Valor máximo  
 mín. = Valor mínimo  
 n = Correspondiente al elemento de material semiconductor tipo n  
 ópt. = Valor óptimo  
 p = Correspondiente al elemento de material semiconductor tipo p

## Subíndices

PROM = Valor promedio

## Abreviaturas

CETO = Conversión de la Energía Térmica Oceánica (en inglés OTEC)

CFE = Comisión Federal de Electricidad

CRO = Ciclo Rankine Orgánico (en inglés ORC)

CTE = Convertidor Termoeléctrico

ES = Estanque Solar

GTS = Generador Termoeléctrico Solar

IIE = Instituto de Investigaciones Eléctricas

ITC = Intercambiador Termoeléctrico de Calor

MELCOR = Materials Electronics Products Corporation

MLDT = Media Logarítmica de la Diferencia de Temperaturas

SERI = Solar Energy Research Institute

UTIC = Unidad Termoeléctrica Intercambiadora de Calor