

86

201



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE
CORRIENTE DIRECTA, UTILIZANDO
P. L. L.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
P R E S E N T A :
RAMON ALBERTO ROJAS AMADOR

DIRECTOR DE TESIS :
Ing. Roberto Macías Pérez



México, D. F.

1986



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N T R O D U C C I O N

La máquina de corriente continua se utiliza desde antes del -
comienzo del presente siglo, y actualmente se fabrica gran número
de motores de corriente continua, debido a que sus características
se adaptan a aplicaciones de transmisión de velocidad variable.

Los motores de corriente continua tienen numerosos inconve---
nientes:

Necesitan alimentaciones de potencia especiales en corriente
continua, para la misma potencia estas máquinas son de dimensio--
nes y costo mayores que los motores de inducción, requieren me---
dios especiales para el arranque, excepto los motores pequeños, a
fin de limitar la sobrecorriente, necesitan más mantenimiento que
los motores de inducción, debido al colector, que presenta tam---
bién otras limitaciones.

La conducción de corriente entre los conductores fijos y los
rotatorios implica la intervención de contactos deslizantes que -
establecen e interrumpen la corriente en las bobinas del devana--
do.

El resultado representa un cambio de frecuencia. Hay desgase
te de las escobillas por rozamiento y por arco y chispeo.

La máxima tensión entre las delgas de un colector debe ser -
aproximadamente de 20 volts. para que la conmutación sea satisfac
toria. En consecuencia las máquinas de corriente continua no ad
miten tensiones mucho mayores que 600 volts.

Los motores de inducción admiten hasta algunos kilovolts ---
aplicados entre sus bornes.

Por otro lado, los motores de corriente continua tienen en su haber grandes ventajas. Sus características inherentes hacen que sean adecuados para altos pares de arranque, tal como requiere la propulsión en la tracción. Su margen de velocidad es grande por encima y por debajo de los valores nominales.

Finalmente, los procedimientos de regulación son más sencillos y económicos en la mayoría de los casos que los correspondientes a los motores de corriente alterna para obtener un resultado semejante.

El objetivo del presente trabajo es desarrollar un control de velocidad de motores de corriente directa dentro de un amplio margen de variaciones de velocidad; este tipo de controles son -- muy utiles en industrias donde el control de velocidad es un requisito primordial para mantener las características de su producción en el nivel de calidad óptimo.

El sistema empleado se basa en el concepto de P.L.L. y su habilidad para sincronizarse a frecuencias establecidas.

El contenido de esta tesis se reparte de la siguiente manera:

En el capítulo 1 se describe el sistema empleado para el control de velocidad y en forma general se muestran los problemas -- que aparecen en el planteamiento del sistema, cuya solución se da en los siguientes capítulos.

El capítulo 2 analiza el transductor de velocidad empleado -- en el sistema de control con sus ventajas y desventajas.

El capítulo 3 trata una parte muy importante del servo, como es el detector de fase y el motivo de su elección en el sistema.

El capítulo 4 aborda el tema del diseño propio del sistema -- con los cálculos de los parámetros, dibujos, fotografías de los puntos de interés, programa de computadora y comportamiento del -- servo.

Las conclusiones finalmente se tratan en el capítulo 5.

CAPITULO 1

CONTROL DE MOTORES POR MEDIO DE P.L.L.

1.1 CONTROL DE VELOCIDAD.

El control de velocidad de motores de corriente directa ha sido una área del control, que ha preocupado desde la invención de la primera máquina de C.D. Gobernadores mecánicos y tacómetros con realimentación han denominado los métodos de control de velocidad. Estos servos de velocidad requieren que exista un error entre la velocidad controlada y la velocidad real.

Aunque este error puede reducirse aumentando la ganancia del servo, no se puede reducir a cero, además a cierto nivel de ganancia el servo se vuelve inestable. Los tacogeneradores son relativamente pobres transductores de velocidad, están sujetos a las variaciones en el entrehierro, temperatura y desgaste de escobillas producen cambios en el gradiente del tacómetro.

Puesto que los tacómetros dependen del conocimiento de la velocidad y ésta se obtiene mediante el uso de un tacómetro analógico, se introducen errores que son difíciles de corregir. Es por esta razón que son considerados los sistemas de control de velocidad de motores usando lazo de encadenamiento de fase (P.L.L.).

La exactitud de velocidad sobre un número de revoluciones dada es virtualmente perfecta. Existe error cero entre la velocidad controlada y la velocidad real. La exactitud de la velocidad depende de la calidad del tacómetro óptico. La figura 1.1 muestra el control básico de un servomotor.

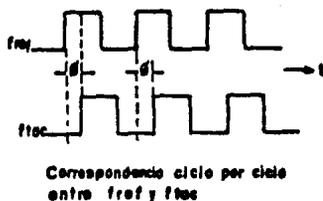
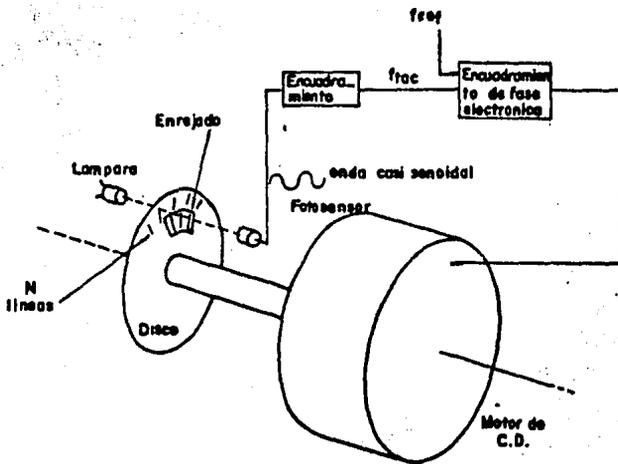


Fig. 1-1.- Un servo básico de encadenamiento de fase

El motor de C.D. tiene un disco óptico montado en su eje, el disco tiene N líneas o ranuras radiales en su superficie, un diodo emisor de luz (LED) o una lámpara incandescente en un lado del disco y un fotosensor en el otro lado del disco. Al rotar el disco, la luz es transmitida de un lado a otro del disco. La señal de salida del fototransistor es una onda casi-senoidal, la cual es amplificada y "cuadrada". La frecuencia de esta forma de onda ($F_{tac.}$) es directamente proporcional a la velocidad del eje.

$$F_{tac.} = (N \times rpm) / 60 \quad (1-1)$$

donde N= densidad del disco.

La razón fundamental de la superioridad de este sistema es - que el tacómetro óptico, usado como sensor de velocidad, se desempeña mejor que el tacómetro de tipo generador, ya que cuando el disco óptico es adecuadamente colocado en la flecha del motor, genera frecuencias directamente proporcionales a la velocidad del motor.

Cambios en el entrehierro, temperatura y fuerza magnética no afectan el tacómetro óptico.

El control de velocidad por encadenamiento de fase tiene -- las siguientes ventajas:

- 1.- El tacómetro óptico es el mejor transductor de velocidad.
- 2.- Se dispone de fuentes de referencia muy exactas y estables.
- 3.- La velocidad es continuamente ajustable por cambios en la frecuencia de referencia.
- 4.- Utiliza electrónica relativamente sencilla.
- 5.- Se obtienen todas las ventajas de un motor de corriente continua: alto par de arranque, control sobre características dinámicas.

El P.L.L. tiene dos desventajas principales:

- 1.- Estos servos son algo sensibles a los cambios en sus parámetros.
Cambios en la carga pueden ocasionar oscilación, requiriendo algún reajuste de sus parámetros. Esta dificultad se minimiza por técnicas presentadas adelante.
- 2.- Los tacómetros ópticos que se tienen en el mercado son relativamente caros.

1.2 LAZO DE ENCADENAMIENTO DE FASE EN COMUNICACIONES COMPARADO -- CON EL EMPLEADO EN CONTROL DE MOTORES.

El P.L.L. ha sido analizado en la literatura, estos análisis frecuentemente atañen a las comunicaciones, sin embargo existen diferencias substanciales entre el P.L.L. usado para comunicaciones y el que se utiliza en control de velocidad de motores. En los motores, la combinación motor/sistema óptico puede ser vista como un oscilador controlado por voltaje (V.C.O) con inercia.

El VCO con inercia no ha sido tratado en la literatura. Mien tras que el VCO en los circuitos convencionales de comunicaciones puede cambiar su frecuencia muy rápido, el sistema motor/disco óptico VCO no puede hacerlo, debido a la inercia del motor. Esto --complica el encadenamiento del servo.

Considerando el VCO usado en circuitos de comunicaciones, presenta la función de transferencia siguiente:

$$F_g = K v \quad (1-2)$$

donde F_g = frecuencia de salida (Hz).

K = constante (Hz/v)

v = voltaje de entrada (v)

Aquí no existe energía almacenada y el VCO puede teóricamente cambiar instantáneamente de frecuencia.

Cuando la combinación motor/disco óptico es usada como oscilador controlado por corriente, su función de transferencia es:

$$F_{\text{tac.}} = \frac{NK_t}{I} \frac{1}{2(\text{PI})JS + K_d} \quad (1-3)$$

donde

- $F_{\text{tac.}}$ = frecuencia de salida del tacómetro (Hz).
- I = corriente del motor (A).
- K_t = constante de par del motor (onz-pulg/A).
- S = operador de Laplace
- J = inercia (onz-pulg-seg²)
- K_d = constante de amortiguamiento del motor - (onz-pulg/rad/seg).
- N = densidad del disco.
- PI = 3.1416

Se introduce un polo extra que se debe a la energía almacenada en la inercia.

Este polo complica los aspectos del circuito resultante. Además la localización del polo depende de la carga inercial particular en uso, la cual varía de una aplicación a otra.

El diagrama de bloques generalizado para el control de velocidad del motor con P.L.L. se muestra en la figura 1.2.

Se generan tres señales de error:

Error de velocidad (en el punto A), error de velocidad integrada (en el punto B), y el error de velocidad doblemente integrada -- (en el punto C).

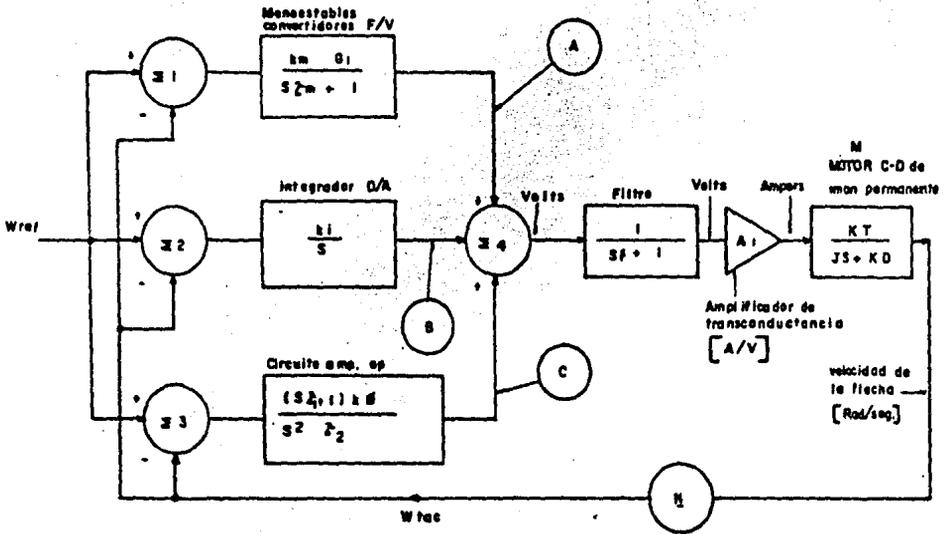


Fig 1-2.- Diagrama de bloques del PLL propio para el análisis.

Las señales de error son sumadas en sigma 4, amplificadas por el amplificador de transconductancia A_1 , convertida a rotación del eje por el motor, y retroalimentada por el tacómetro N. A_1 es un amplificador de transconductancia que convierte el voltaje de entrada a corriente de salida.

M es un motor de C.D. de isán permanente.

En comunicaciones el detector de error es un detector de fase cuya salida es proporcional a la diferencia de fase entre la frecuencia de referencia y la frecuencia del VCO. Los detectores de fase son usados para recuperar la información contenida en la fase de la señal de referencia. Matemáticamente, un detector de fase provee:

$$E = \theta_{ref.} - \theta_{tac.} \quad (1-4)$$

Donde E = error de fase.

En lazos de control de motor no hay información en la fase de la señal de referencia. Consecuentemente, el control de velocidad de motores no requiere encadenamiento de fase, pero requiere integración de error de frecuencia.

Un integrador sencillo proporciona:

$$E = \int (\omega_{ref.} - \omega_{tac.}) dt + K \quad (1-5)$$

$$(\omega = 2 \pi F)$$

Este integrador, cuando es usado en el P.L.L., fuerza el error entre $F_{ref.}$ y $F_{tac.}$ a cero, produciendo así un "atrape de frecuencia". Sin embargo, el integrador no desarrolla una correspondencia

de fase entre $F_{ref.}$ y $F_{tac.}$, porque K no está especificada, y puede producirse lo mismo por medios auxiliares. Existen diferentes tipos de detectores de error, cada cual con sus méritos y desventajas.

1.- El detector producto.

Las señales que han de ser encadenadas en fase son multiplicadas juntas y alimentadas a través de un filtro paso bajas. Esto produce resultados bastante aceptables para circuitos de comunicación, pero es inútil en aplicaciones de control de velocidad de motores. La razón es que no produce C.D. para aceleración o desaceleración cuando está fuera de encadenamiento.

Además, si el motor es acelerado por medios auxiliares, el encadenamiento puede ocurrir a una de las armónicas, produciendo así velocidades incorrectas en el eje.

2.- El detector "Fase-frecuencia".

Este detector provee corriente directa para aceleración y desaceleración, es inmune a las armónicas, pero muestra una marcada no linealidad en el dominio de la frecuencia. Esta no linealidad complica el encadenamiento, y por esto el detector fase-frecuencia no es preferido para aplicaciones de control de velocidad de motores.

3.- El "detector" contador y D/A.

Este no es en realidad un detector de fase, es un integrador. Usa un contador digital ascendente-descendente (a menudo 8 bits de longitud) y un convertidor digital-analógico (también de 8 bits).

Este diseño vence los problemas inherentes en los otros detectores de fase.

CAPITULO 2

EL TACOMETRO OPTICO.

Los tacómetros ópticos son usados como elementos de realimentación para sistemas de encadenamiento de fase.

Su baja inercia, bajo ruido, alta resolución y exactitud facilita el control de las máquinas de C.D. El tacómetro óptico es el componente más crítico del sistema de control tipo P.L.L. Su calidad determina la exactitud de la velocidad instantánea del eje o flecha.

El tacómetro óptico básico se muestra en la figura 2-1.

Un disco con N líneas es montado en la flecha del motor. N es típicamente entre 100 y 5000 líneas (para un disco con 2.5 pulgadas de diámetro).

Una reja que contiene la misma densidad de líneas que el disco es montada sobre el elemento sensor, el cual es frecuentemente un fototransistor o una celda solar. Mientras el disco gira 360 grados, N líneas son barridas.

La frecuencia de la señal de salida es:

$$F_{tac} = \frac{N \text{ rpm}}{60} = \frac{N \omega}{2 \text{ PI}} \quad (2-1)$$

donde F_{tac} = frecuencia de salida del tacómetro (Hz).

N = densidad del disco.

rpm = revoluciones por minuto de la flecha del motor.

ω = velocidad angular de la flecha (rad/seg).

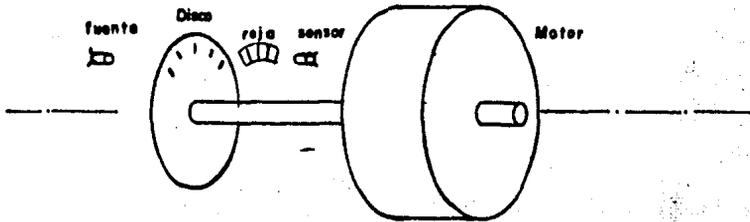


Fig. 2-1.- Tacómetro óptico básico.

La reja es necesaria cuando el diámetro del sensor es largo -- comparado con el espacio entre líneas del disco. Para baja densidad del disco (N menor o igual a 500) se omite el uso de la reja -- frecuentemente porque el diámetro del sensor es pequeño comparado -- con el espacio entre líneas del disco. Existen en el mercado módulos "interruptores" como el mostrado en la figura 2-2, que son sensores ópticos que operan bajo el principio de bloqueo de la luz emitida por un diodo emisor de luz (LED).

El módulo interruptor consiste de una combinación LED/fototransistor prealineado y listo para su uso. El fototransistor está colocado detrás de una abertura de aproximadamente 0.020 pulgadas de ancho.

2.1 INFORMACION RECUPERADA DEL TACOMETRO OPTICO.

Esta parte describe algunas técnicas para obtener información de velocidad y dirección del tacómetro óptico. Se presentan algunos métodos para detectar errores de fase entre la frecuencia de referencia y la frecuencia del tacómetro. Se muestra que ninguno de los detectores de fase comunmente disponibles es propio para el control de velocidad de motores usando P.L.L. En lugar de ello, un integrador digital es usado para reducir a cero el error de frecuencia. La fase es ajustada por medios auxiliares descritos más adelante.

2.2 SENSOR DE VELOCIDAD.

Un circuito sencillo sensor de velocidad puede hacerse con un multivibrador monoestable.

El "disparo" es conectado como un convertidor "frecuencia -a-voltaje" como se muestra en la figura 2-3.

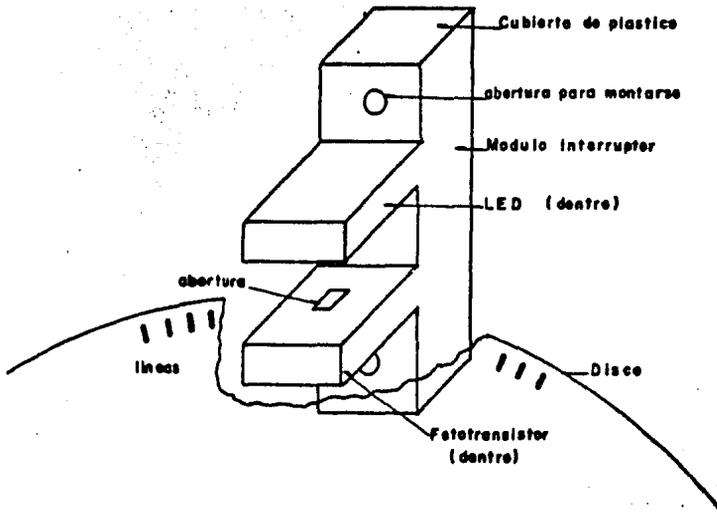


Fig. 2-2... Un módulo interruptor.

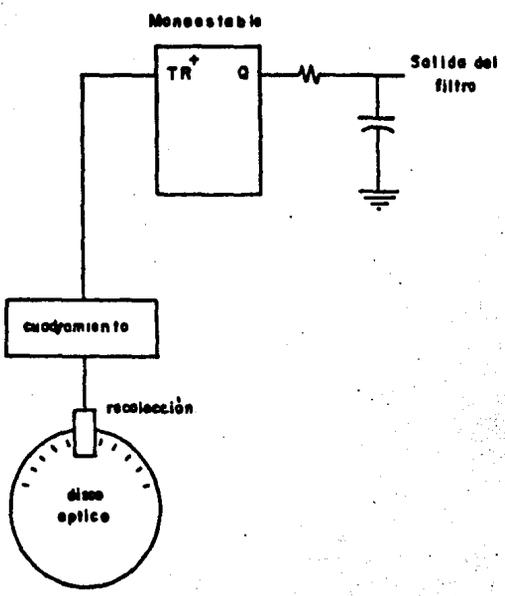


Fig. 2-3.. Un convertidor simple F/V (Frecuencia-a-Voltaje)

Para llevar a cabo la conversión frecuencia -a- voltaje, la señal cuadrada óptica es alimentada a la entrada TR^+ del monoestable. Cada flanco positivo de entrada, en la entrada TR^+ causa un ancho de pulso uniforme (ancho $=\tau$) en la salida Q del monoestable.

Cuando el motor gira a baja velocidad, la frecuencia del tacómetro es relativamente baja y los flancos positivos para TR^+ aparecen en forma aislada. El circuito RC a la salida del monoestable, extrae la componente de directa de la forma de onda de salida. La componente de directa de salida se incrementa con la velocidad por la gran densidad de los pulsos de salida a alta velocidad. Asumiendo que el disparo de salida tiene un nivel alto de salida igual a V_{cc} y un nivel bajo de salida de 0 volts. (típico de dispositivos CMOS), se puede escribir que:

$$V = \frac{\tau}{T} V_{cc} \quad (2-2)$$

donde τ = período del monoestable.

T = período de la señal del tacómetro (seg).

V_{cc} = voltaje suministrado (V)

V = componente de directa de salida de la forma de onda del monoestable.

Además, τ es usualmente escogida de tal manera que a la máxima frecuencia de entrada (máxima velocidad) el ciclo de trabajo del -- circuito monoestable es 100%. Dicho de otro modo, cuando se aplica la máxima frecuencia de entrada, el período de la señal de entrada equivale o es igual al ancho de la salida del monoestable.

Esta elección produce máxima sensibilidad sobre el rango requerido de velocidad.

Matemáticamente:

$$\zeta = \frac{1}{F_{\max}} \quad (2-3)$$

Usando la relación $T = 1/F$, entonces:

$$V = \frac{1/F_{\max}}{1/F} V_{cc} = \frac{F}{F_{\max}} V_{cc} \quad (2-4)$$

Convirtiendo a radianes:

$$\frac{V}{\omega} = \frac{V_{cc}}{\omega_{\max}} = K_m \quad (2-5)$$

donde K_m es la ganancia del convertidor F/V ($V/\text{rad}/\text{seg}$). Un circuito RC simple es usado frecuentemente para filtrar las componentes de alterna de la salida del monoestable. La constante de tiempo del filtro de salida del monoestable, RC, se elige como una parte del diseño del servo.

Esta elección depende de la más baja frecuencia que ocurrirá, la cual depende a su vez de la densidad N del disco y de la mínima velocidad requerida. La función de transferencia para el sistema sensor de velocidad es:

$$\frac{V}{\omega} = \frac{K_m}{S \zeta_m + 1} \quad (2-6)$$

donde $\zeta_m = RC =$ constante de tiempo del filtro.

$$K_m = V_{cc}/\omega_{\max}$$

Este circuito básico puede realizarse teniendo el disparo del monoestable de ambos flancos (positivo y negativo) de la forma de onda óptica.

Esto duplica la frecuencia de salida y así parte en dos la constante de tiempo requerida.

Este 2 -a- 1 permite mejorar el uso de una constante de tiempo más alta en el filtro, introduciendo menor retardo en el sistema.

Una desventaja sería de este sensor de velocidad es que es insensible a la dirección. Esto produce la misma salida, ya sea que el motor gire en el sentido de las manecillas del reloj o al revés, lo cual generalmente no es útil para trabajo de servo. Esta limitación puede vencerse, como se discute enseguida.

2.3 SENSOR DE DIRECCION.

Un sistema sencillo sensor de dirección se puede implementar usando un sensor óptico adicional, un circuito cuadrador, y un flip-flop D.

El sensor óptico adicional es colocado junto al sensor original y su salida se ajusta a 90° defasada del sensor original. El sistema y sus formas de onda se muestran en la figura 2-4.

En esta configuración, una rotación en el sentido de las manecillas del reloj causa un atraso de C con respecto a D de 90° y una rotación en sentido contrario de las manecillas del reloj causa un atraso de D con respecto a C de 90°.

La razón es que el flanco que "sube" para un sentido, "desciende" para el otro sentido de rotación. El flip-flop D transfiere la entrada en la terminal D a la salida Q en cada flanco de subida de la señal de reloj de entrada.

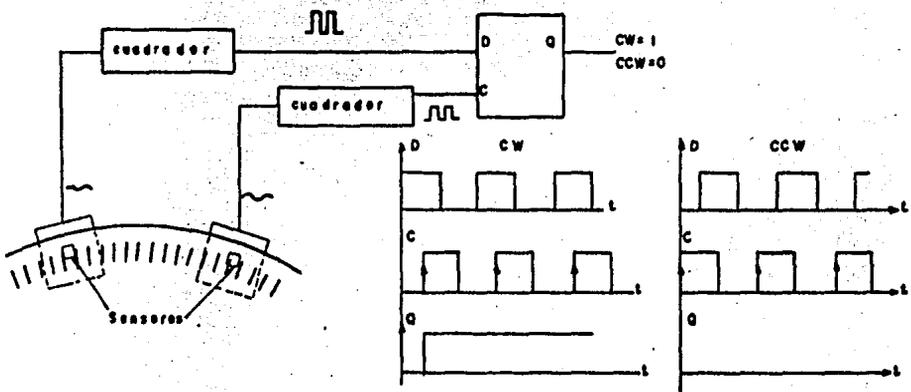


Fig. 2-4.- Diagrama de un sistema sencillo sensor de dirección, con formas de ondas para retención en el sentido de las manecillas del reloj (CW) y rotación contraria (CCW).

Para rotación en el sentido de las manecillas del reloj un "1" lógico es siempre transferido a Q, para la rotación inversa un "0" lógico es transferido a Q. Este esquema sencillo: sensor de dirección es adecuado para aplicaciones del servo con P.L.L.

2.4 SENSOR DE VELOCIDAD DE CUATRO CUADRANTES.

La conexión de elementos en un sistema servo, debe ser capaz de una operación de cuatro cuadrantes. Esto es, si cualquiera de las señales, ya sea la señal de referencia o la de realimentación cambia de magnitud o polaridad, el cambio debe ser transmitido como un voltaje de error de magnitud y polaridad apropiadas.

El circuito monoestable sensor de velocidad descrito anteriormente no produce cambio en la polaridad cuando la dirección se invierte.

Provee el mismo voltaje de C.D. para rotación en el sentido de las manecillas del reloj o para rotación contraria. Esto no es adecuado para el trabajo del servo. Se presenta ahora un circuito que combina el monoestable sensor de velocidad y la señal sensora de dirección desde el flip-flop D. Esto hace posible la operación completa del servo, que usa solamente las salidas del tacómetro óptico y el proceso previamente descrito.

El circuito completo se muestra en la figura 2-5.

2.5 DESCRIPCION DEL CIRCUITO.

Las señales lógicas para la "dirección controlada" y la "dirección real" están invertidas y son las señales que alimentan una de las dos entradas de las compuertas OR exclusiva. Si se desea que el motor gire en el sentido de las manecillas del reloj, la señal de dirección controlada es puesta a 0 lógico. Después --

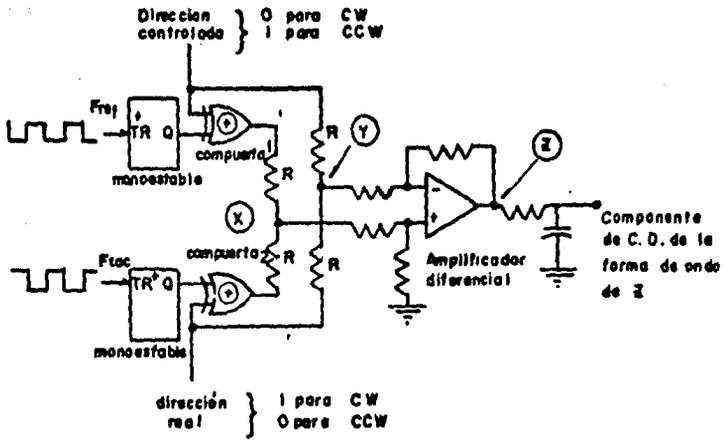


Fig. 2-5. - Un detector de error de velocidad de cuatro cuadrantes.

que el motor obedeció esta señal de control y está girando en el sentido de las manecillas del reloj, la señal de "dirección real" es puesta a "1" lógico. Similarmente, si se desea la rotación antihoraria, la señal de dirección controlada es puesta a "1" lógico. Cuando existe rotación antihoraria, la señal "dirección real" es puesta a "0" lógico.

Las cuatro posibilidades son mostradas en la carta 2-1.

CARTA 2-1 ESTADOS LOGICOS DE DIRECCION DE SEÑAL.

CONTROL DE DIRECCION	DIRECCION REAL
0 (DIRECCION HORARIA)	1 DIRECCION HORARIA ("NORMAL").
0 (DIRECCION HORARIA)	0 DIRECCION ANTIHORARIA ("CAMBIO").
1 (DIRECCION ANTIHORARIA)	1 DIRECCION HORARIA ("CAMBIO").
1 (DIRECCION ANTIHORARIA)	0 DIRECCION ANTIHORARIA ("NORMAL").

Un 1 lógico es representado por el voltaje V_{cc} .

Un 0 lógico se representa por 0 volts. Estos niveles son característicos de la familia lógica CMOS. Cuando los voltajes "dirección real" y "dirección controlada" son combinados por superposición a través de las dos resistencias R (punto Y en la fig. 2-5), existen cuatro posibilidades como se muestra en la carta 2-2. Esta carta se utiliza en el análisis posterior.

CARTA 2-2 PUNTO Y EN LA FIGURA 2-5.

DIRECCION CONTROLADA	DIRECCION REAL	VOLTAJE DE SALIDA
0 (DIRECCION HORARIA)	V_{cc} (DIRECCION HORARIA)	$V_{cc} / 2$
0 (DIRECCION HORARIA)	0 (DIRECCION ANTIHORARIA)	0
V_{cc} (DIRECCION ANTIHORARIA)	V_{cc} (DIRECCION HORARIA)	V_{cc}
V_{cc} (DIRECCION ANTIHORARIA)	0 (DIRECCION ANTIHORARIA)	$V_{cc} / 2$

Una compuerta OR exclusiva puede ser considerada como un --- "inversor electrónico". Si una entrada de la compuerta OR exclusiva es mantenida a 1 lógico, entonces la señal de la segunda entrada aparece invertida a la salida de la compuerta. Cuando un 0 lógico es aplicado a una entrada de la OR exclusiva, la otra señal de entrada en la otra terminal es transmitida directamente a la salida. Dicho de otra forma, un 1 lógico aplicado a una entrada de la compuerta OR exclusiva causa que la compuerta sea una inversora de la otra señal de entrada. Un 0 lógico aplicado a una entrada de la compuerta OR exclusiva causa que la compuerta sea simplemente un seguidor de la otra señal de entrada.

Si la señal "dirección controlada" es cero. La salida de la compuerta 1 es simplemente un tren de pulsos cuya componente de -- C.D. es proporcional a la velocidad, y se tiene la situación mostrada en la figura 2-6.

$$V_{ref} = V_{cc} \frac{\tau}{T_{ref}} = V_{cc} \tau F_{ref} \quad (2-7)$$

Dirección controlada = 0 (sentido horario)

Donde τ = período del monoestable.

$$F_{ref} = \frac{1}{T_{ref}} \quad (2-8)$$

Cuando se cambia la señal "dirección controlada" a 1 lógico, la compuerta OR exclusiva se vuelve un inversor. La forma de onda de salida se muestra en la figura 2-7.

Y la ecuación para el voltaje de salida resultante es dada por:

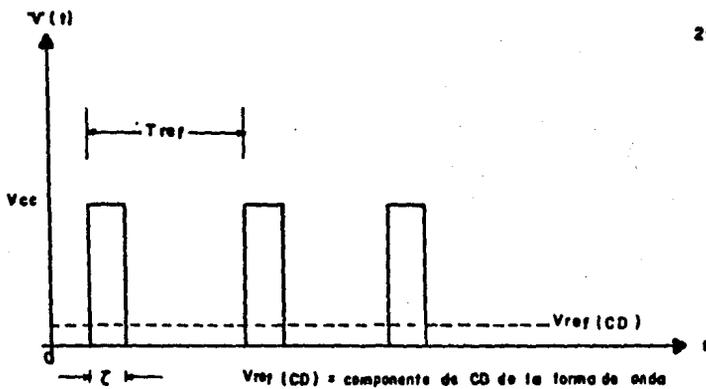


Fig. 2-6... Salida de la compuerta 1 (fig. 2-5) para control CW
 $z = \text{período del mono estable}$

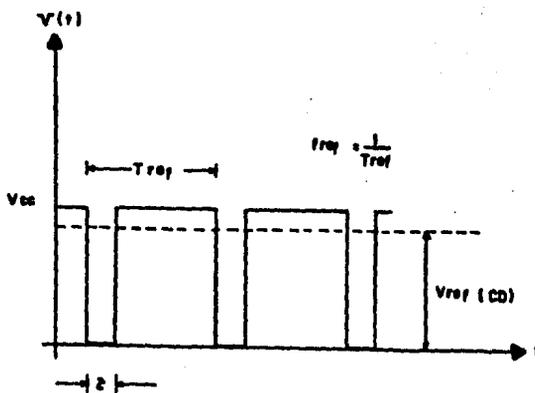


Fig. 2-7... Salida de la compuerta 1 (fig. 2-5) para control CCW

$$V_{ref} (C.D.) = V_{cc} - V_{cc} \frac{f}{T_{ref}} = V_{cc} (1 - f F_{ref}) \quad (2-9)$$

dirección

controlada = 1 (sentido antihorario).

La señal es invertida, y la ecuación tiene un signo negativo en F_{ref} . Similarmente, la salida de la compuerta 2, la cual es llevada por la frecuencia del tacómetro y la señal "dirección ---- real" puede ser escrita como:

$$V_{tac} (C.D.) = V_{cc} f F_{tac} \quad (2-10)$$

dirección

real = 0 (sentido antihorario).

y

$$V_{tac} (C.D.) = V_{cc} (1 - f F_{tac.}) \quad (2-11)$$

dirección

real = 1 (sentido horario).

Los dos voltajes (de las salidas de las compuertas 1 y 2) -- son combinados (a través de las dos resistencia R) por superposición para formar la salida X. El voltaje de salida puede ser cualquiera de cuatro posibilidades (carta 2-3).

El amplificador diferencial desarrolla una señal de salida -- proporcional a X - Y. Esta cantidad puede ser obtenida en la carta 2-4, combinando las cartas 2-2 y 2-3.

CARTA 2-3.- VOLTAJE DE SALIDA EN EL PUNTO X PARA TODOS LOS ESTADOS LOGICOS.

CASO	DIRECCION CONTROLADA	DIRECCION REAL	SALIDA X (CONT. + REAL) / 2
1	$V_{ref} = V_{cc} \sum f_{ref} (CW)$	$V_{foc} = V_{cc} (1 - \sum f_{foc}) (CW)$	$\frac{V_{cc}}{2} \cdot (\sum f_{ref} - \sum f_{foc} + 1)$
2	$V_{ref} = V_{cc} \sum f_{ref} (CW)$	$V_{foc} = V_{cc} \sum f_{foc} (CCW)$	$\frac{V_{cc}}{2} \cdot (\sum f_{ref} + \sum f_{foc})$
3	$V_{ref} = V_{cc} (1 - \sum f_{ref}) (CCW)$	$V_{foc} = V_{cc} (1 - \sum f_{foc}) (CW)$	$-\frac{V_{cc}}{2} \cdot (\sum f_{ref} + \sum f_{foc} - 2)$
4	$V_{ref} = V_{cc} (1 - \sum f_{ref}) (CCW)$	$V_{foc} = V_{cc} \sum f_{foc} (CCW)$	$-\frac{V_{cc}}{2} \cdot (\sum f_{ref} - \sum f_{foc} - 1)$

CARTA 2-4.- VOLTAJES DE SALIDA DEL CIRCUITO SENSOR DE VELOCIDAD DE CUATRO CUADRANTES.

CASO >	DIRECCION CONTROLADA	DIRECCION REAL	X (DE CARTA 2-3)	Y (DE CARTA 2-2)	X - Y
1	CW	CW	$\frac{V_{cc}}{2} \cdot (\sum f_{ref} - \sum f_{foc} + 1)$	$\frac{V_{cc}}{2}$	$\frac{V_{cc}}{2} \cdot \sum (f_{ref} - f_{foc})$
2	CW	CCW	$\frac{V_{cc}}{2} \cdot (\sum f_{ref} + \sum f_{foc})$	0	$\frac{V_{cc}}{2} \cdot \sum (f_{ref} + f_{foc})$
3	CCW	CW	$-\frac{V_{cc}}{2} \cdot (\sum f_{ref} + \sum f_{foc} - 2)$	VCC	$-\frac{V_{cc}}{2} \cdot \sum (f_{ref} + f_{foc})$
4	CCW	CCW	$-\frac{V_{cc}}{2} \cdot (\sum f_{ref} - \sum f_{foc} - 1)$	$\frac{V_{cc}}{2}$	$-\frac{V_{cc}}{2} \cdot \sum (f_{ref} - f_{foc})$

- Se asume que los monoestables tienen idéntico periodo.

Los resultados listados en la carta 2-4 muestran que la señal X-Y representa una señal de error de cuatro cuadrantes completa, entre la "velocidad" de referencia (por F_{ref}) y la velocidad real (por F_{tac}).

En los casos 1 y 4 el circuito actúa como un detector de error de frecuencia. Puesto que la frecuencia y la velocidad son directamente proporcionales, la salida del circuito representa el error de velocidad entre la "velocidad" de referencia y la velocidad de la flecha.

El caso 2 ocurre siempre que el motor está girando en sentido antihorario y el conmutador de velocidad es repentinamente invertido, de ese modo controlando rotación en sentido horario.

Ambas señales (de F_{ref} y F_{tac}) desarrollan un voltaje positivo para acelerar el motor en sentido horario a la máxima velocidad.

En algún punto, las direcciones nuevamente son iguales y se aplica el caso 1. Similarmente, el caso 3 ocurre siempre que el motor está girando en sentido horario y el conmutador de dirección se invierte súbitamente, controlando de ese modo la rotación en sentido antihorario.

Ambas señales (F_{ref} y F_{tac}) se combinan para desarrollar un voltaje negativo para acelerar el motor en sentido antihorario a la máxima velocidad. Cuando las direcciones se igualan se aplica el caso 4.

La salida del amplificador diferencial es llevada a un filtro simple RC, el cual pasa la componente de directa de la forma de onda X-Y y deriva la porción de alterna a tierra.

Formas de onda de salida idealizadas del amplificador diferencial se muestran en las figuras 2-8 y 2-9.

La figura 2-8 muestra la salida Z cuando F_{ref} y F_{tac} son idénticas.

Esto ocurre cuando es alcanzada la condición de encadenamiento de fase (por definición $F_{ref} = F_{tac}$). Para cada pulso positivo existe un pulso negativo y la componente de C.D. de la salida es cero. Cuando el motor está girando por debajo de la velocidad "síncrona", se aplica la forma de onda de la figura 2-9.

En promedio, existen más pulsos de referencia que del táctmetro.

Consecuentemente, está disponible una componente neta de C.D. para acelerar el motor. Se asume tácitamente que los períodos de ambos monoestables (τ) son idénticos. Aunque los períodos pueden ser ajustados a ser iguales, dependen de la estabilidad de componentes pasivos, usualmente una resistencia y un capacitor.

Cuando el circuito descrito es usado en un P.L.L., la dirección no es de consecuencia. Esto es porque el integrador (siempre presente en un control de velocidad de motor con P.L.L.) automáticamente compensa cualquier error de estado estable del circuito detector de velocidad.

Por integración del error entre F_{ref} y F_{tac} se alcanza una condición síncrona independientemente del detector de error de velocidad.

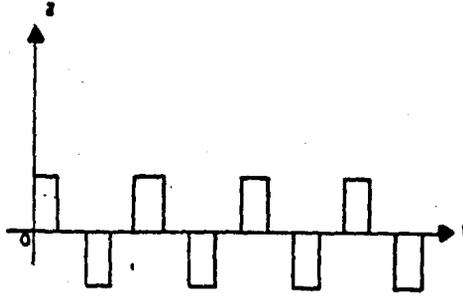


Fig. 2-8.— Salida en el punto Z (Fig 2-5) cuando el motor está encadenado se nota que la componente de C D es cero.

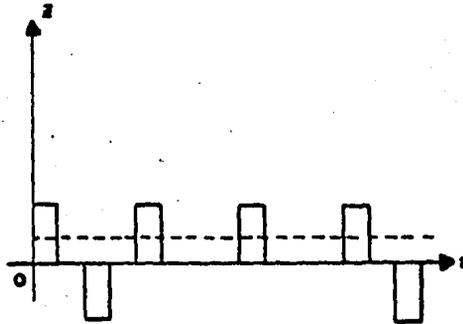


Fig. 2-9.— Salida del punto Z (Fig 2-5) cuando el motor gira muy lento se nota una componente de C D para acelerar el motor.

Esto no dice, sin embargo, que el detector de error de velocidad es la parte menos esencial del P.L.L., es esencial! Es el funcionamiento dinámico del detector de error de velocidad que es necesario para la operación correcta del circuito, y este circuito provee el desempeño dinámico requerido de cuatro cuadrantes.

CAPITULO 3

DETECTOR DE FASE

Este capítulo trata el tema del detector de fase que es una parte muy importante del control de velocidad de motores usando P.L.L.

Como se verá, aquí se usará un integrador y no un detector de fase realmente. Para llevar a cero el error de velocidad en la flecha del motor es necesario implementar uno de los siguientes diseños:

- 1.- Uso de un P.L.L. "tradicional" que detecta diferencias en las fases de ω_{ref} y ω_{tac} . La señal de error resultante tiene la forma $\theta_{ref} - \theta_{tac}$. Esto implica conocer bien la técnica de análisis con P.L.L.
- 2.- Uso de un circuito de atrapado de frecuencia que integre la señal de error $\omega_{ref} - \omega_{tac}$. Se utilizan medios auxiliares para ajustar la fase.

El problema con la alternativa 1 es que ninguno de los detectores de fase comúnmente disponibles, puede trabajar consistentemente en un sistema de control de velocidad de motores. La alternativa 2 produce mejores resultados. Para entender esto, es útil revisar algunos de los métodos de detección de fase.

3.1 MULTIPLICADORES.

La detección de fase se puede conseguir por medio de un multiplicador.

La multiplicación puede ser un proceso puramente analógico, el cual multiplica dos señales analógicas, o bien un proceso de conmutación que genera términos producto. Ambos tipos son analizados aquí.

Se muestra la multiplicación de dos formas de onda senoidales en la figura 3-1.

Usando la identidad trigonométrica:

$$\cos X \cos Y = \frac{\cos (X + Y) + \cos (X - Y)}{2} \quad (3-1)$$

escribimos:

$$F(\theta, t) = \frac{A B}{2} \left(\cos \left((\omega_{ref} + \omega_{tac}) t + \theta_{ref} + \theta_{tac} \right) + \cos \left((\omega_{ref} - \omega_{tac}) t + \theta_{ref} - \theta_{tac} \right) \right) \quad (3-2)$$

Si se supone que el circuito trabaja cerca del encadenamiento ω_{ref} y ω_{tac} son casi iguales.

De acuerdo con esto, se puede aproximar que $(\omega_{ref} + \omega_{tac}) = 2 \omega_{ref}$

Una de las tareas del filtro de la portadora, es remover este término de "frecuencia doble". Esto no presenta gran dificultad, puesto que $2 \omega_{ref}$ está generalmente por encima del ancho de banda del circuito.

Al considerar el término diferencia $(\omega_{ref} - \omega_{tac})$, se puede -- suponer (por el momento) una condición de encadenamiento, $\omega_{ref} = \omega_{tac}$, y la salida del multiplicador es descrita por:

$$F(\theta, t) = F(\theta) = \frac{A B}{2} \cos (\theta_{ref} - \theta_{tac}) \quad (3-3)$$

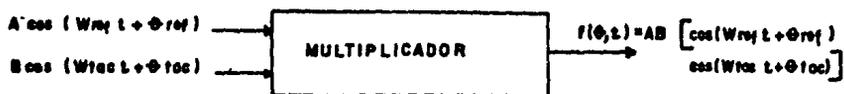


Fig 3-1.— Un multiplicador analógico usado como un detector de fase.

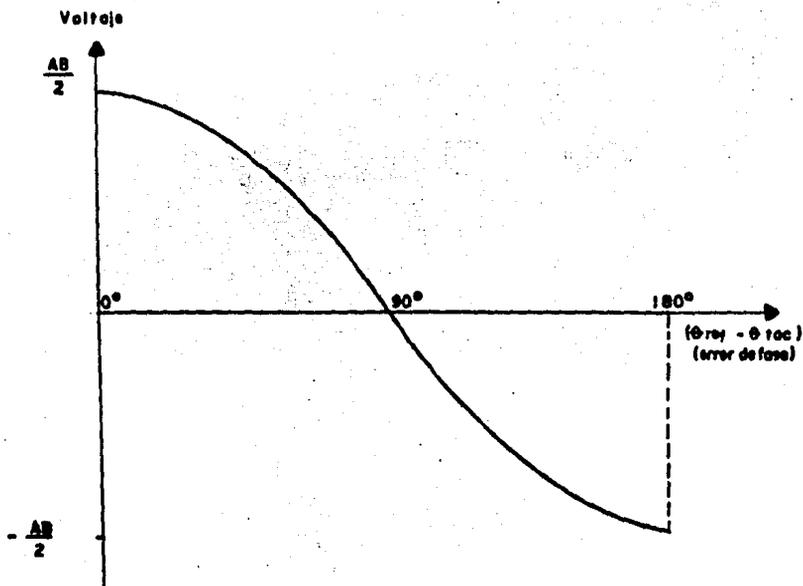


Fig 3-2.— Salida del multiplicador como una función de la diferencia de fase en dos señales senoidales de entrada. El servo se assume encadenado.

Un bosquejo de $F(\theta)$ en la figura 3-2 muestra la relación entre el error de fase y el voltaje de salida.

Este detector de error desarrolla un voltaje de salida proporcional a la diferencia de fase entre la frecuencia de referencia y la frecuencia del tacómetro. Cerca de 90° existe una relación casi lineal.

El análisis anterior asume que el sistema está encadenado. Suponiendo ahora que el sistema no está encadenado, y que $\omega_{ref} \neq \omega_{tac}$.

El término diferencia $\cos((\omega_{ref} - \omega_{tac})t + \theta_{ref} - \theta_{tac})$ representa ahora la frecuencia de batido, entre la frecuencia de tacómetro y la frecuencia de referencia.

Bajo estas circunstancias, el voltaje de error $F(\theta, t)$ entregado al P.L.L. consiste solamente de términos en alterna. Un término es la señal de baja frecuencia $\cos((\omega_{ref} - \omega_{tac})t + \theta)$ y el otro es la señal de alta frecuencia $\cos((\omega_{ref} + \omega_{tac})t)$.

Ninguno suministra corriente directa para conducir el motor, y el motor de corriente directa (que responde solamente a C.D.) no desarrolla par neto!

El sistema no puede obtener un encadenamiento; no existe voltaje disponible para llevar al motor cerca de la condición de encadenamiento.

En circuitos de comunicaciones el VCO no tiene inercia y puede seguir la frecuencia de batido en una forma instantánea. Los VCO sin inercia en comunicaciones "aceleran" infinitamente rápido, y así reducen la diferencia entre su frecuencia de salida (ω_{tac})

y la frecuencia de referencia, haciendo posible un encadenamiento.

En circuitos de control de velocidad de motores, la inercia del motor y la carga, impiden al motor seguir la frecuencia de batido en una forma instantánea.

Puesto que el valor promedio de la salida del detector es cero, no ocurre movimiento, ni encadenamiento.

Solamente si la frecuencia de batido está dentro del ancho de banda del servo (típicamente menor que 100 Hz) existe oportunidad de encadenamiento. Este detector de fase es claramente impropio para control de velocidad de motores.

3.3 INTEGRADOR DIGITAL Y DETECCION DE ENCADENAMIENTO.

Se puede mostrar que la configuración en la figura 3.3, produce una salida proporcional a la integral de tiempo del error de frecuencia.

La salida analógica del convertidor D/A se puede escribir:

$$\text{Salida analógica} = K_1 \int (F_{\text{ref}} - F_{\text{tac}}) dt + C \quad (3-4)$$

Donde K_1 = ganancia del integrador.

C = constante.

Un flanco delantero de F_{ref} cuenta el contador digital ascendente.

Un flanco delantero de F_{tac} cuenta descendente. Si dos flancos ocurren simultáneamente, un circuito especial de reloj inhibe ambos flancos para evitar conteos ambiguos.

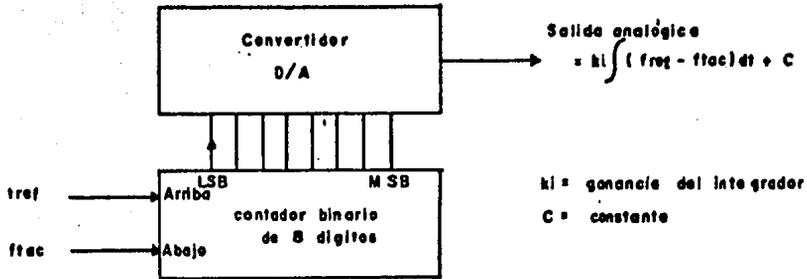


Fig 3-3. Un contador digital y un convertidor D/A (digital a analógico) conectados como un integrador de la diferencia entre f_{ref} y f_{tac} .

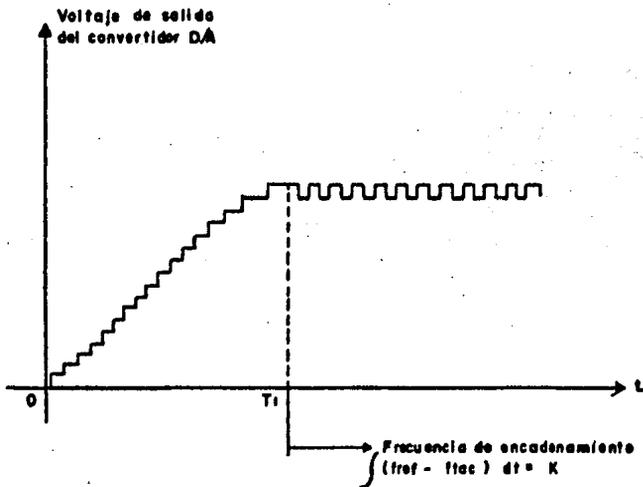


Fig 3-4. Voltaje de salida típica del convertidor digital analógico (D/A) cuando el motor empieza del reposo y acelera hasta la condición de encadenamiento de frecuencia.

La salida del contador está conectada al convertidor D/A, -- que produce una salida analógica directamente proporcional al número binario depositado.

Cuando el contador está vacío (todos los bits= 0), el convertidor D/A tiene a la salida $-\Delta V_{\max}/2$. Cuando el contador está -- lleno (todos los bits= 1), el convertidor tiene a la salida +---+ $+\Delta V_{\max}/2$.

Típicamente $\Delta V_{\max} = 10 \text{ V}$.

Existe una relación lineal entre la cuenta binaria y el voltaje de salida para todos los números entre esos extremos. Se -- puede escribir:

$$\Delta V_o = K_i (\Delta \text{cuent}) \quad (3-5)$$

con Δcuent = cambio en el contenido del contador.

ΔV_o = cambio en el voltaje de salida del D/A correspondiente a Δcuent .

Además
$$K_i = \frac{\Delta V_{\max}}{\Delta \text{cuent.max.}}$$

Donde ΔV_{\max} = máximo voltaje de salida del D/A correspon--- diente a $\Delta \text{cuent.max.}$

$\Delta \text{cuent.max}$ = máxima cuenta en el contador binario.

Por ejemplo, asumiendo un contador de 8 bits y un D/A de 8 bits, la máxima cuenta es $11111111_2 (= 256_{10})$. Asumiendo que ΔV_{\max} es 10 V.

$$K_1 = \frac{10 \text{ V}}{256 \text{ conteos}} = 40 \text{ mV / cuenta} \quad (3-6)$$

La salida del contador sube aproximadamente 40 mV en cada cuenta ascendente, o decrece 40 mV en cada cuenta descendente. K_1 es típicamente ajustable entre 0 y 40 mV/cuenta.

Cuando F_{tac} y F_{ref} son diferentes, habrá un aumento o decremento estable en el contenido del contador. En un período de tiempo Δt el cambio en el contenido del contador será:

$$(\Delta \text{ cuent}) = \Delta t (F_{\text{ref}} - F_{\text{tac}}) \quad (3-7)$$

Usando las ecuaciones 3-5 y 3-7:

$$\Delta V_o = K_1 (\Delta \text{ cuent}) = K_1 [\Delta t (F_{\text{ref}} - F_{\text{tac}})] \quad (3-8)$$

acomodando términos:

$$\frac{\Delta V_o}{\Delta t} = K_1 (F_{\text{ref}} - F_{\text{tac}}) \quad (3-9)$$

En el límite, para períodos cortos de tiempo:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V_o}{\Delta t} = \frac{d V_o}{dt} = K_1 (F_{\text{ref}} - F_{\text{tac}}) \quad (3-10)$$

$$\Delta t \rightarrow 0$$

Integrando ambos lados de la ecuación con respecto al tiempo:

$$V_o = K_1 \int (F_{ref} - F_{tac}) dt + C \quad (3-11)$$

Sujeto al límite de resolución del contador (8 bits en el ejemplo anterior), este circuito desempeña una verdadera integración del error de frecuencia.

La utilidad de esta propiedad de integración consiste en el hecho de que cualquier error entre F_{ref} y F_{tac} produce un voltaje de salida que continuamente crece (o decrece) en tiempo.

Solamente la correspondencia exacta entre F_{ref} y F_{tac} puede mantener un error ajustado.

Si se asume que el motor empieza desde el reposo, una forma de onda de salida típica del convertidor D/A, es mostrada en la figura 3-4.

Inicialmente, la frecuencia de referencia conduce al contador hacia arriba rápidamente, porque son producidos muy pocos conteos por flancos en el conteo hacia abajo, por la rotación lenta del motor.

Cuando el contador se incrementa, se desarrolla un incremento en el error de voltaje en la salida del convertidor D/A.

Este error de voltaje es transmitido al motor, el cual aumenta su velocidad, causando así más flancos en el contador en el conteo hacia abajo.

Cuando F_{tac} se aproxima a F_{ref} , el contador se incrementa lentamente.

Al tiempo T_1 , $F_{tac} = F_{ref}$, el contenido del contador se mantiene estacionario.

La cuenta almacenada desarrolla bastante voltaje, conduciendo al motor a mantener $F_{ref} = F_{tac}$, produciendo así una condición de "encadenamiento de frecuencia". Este no es un verdadero encadenamiento de fase, porque las fases no son detectadas.

Es interesante observar la salida de estado estable del convertidor D/A, durante la condición de encadenamiento de frecuencia, semejante salida es mostrada en la figura 3-5.

Un flanco de F_{ref} causa un conteo hacia arriba. Un flanco de F_{tac} causa un conteo hacia abajo. El LSB (bit menos significativo) del contador está cambiando continuamente, causando que la salida del D/A salte entre V_1 y V_2 . El ciclo de trabajo del LSB causa que la salida de C.D. del convertidor D/A sea:

$$V_{prom} = \text{salida de C.D. del convertidor D/A} = V_1 + D(V_2 - V_1)$$

(D= ciclo de trabajo).

Los saltos discretos producidos por el contador, no pueden, en general, proveer el voltaje exacto necesario para satisfacer los requerimientos de operación del motor.

En la figura 3-5, V_1 es muy bajo y V_2 es muy alto. El ciclo de trabajo de la forma de onda llena eficazmente el hueco entre V_1 y V_2 . Esta interpolación da la salida necesaria para el par y velocidad propias del motor.

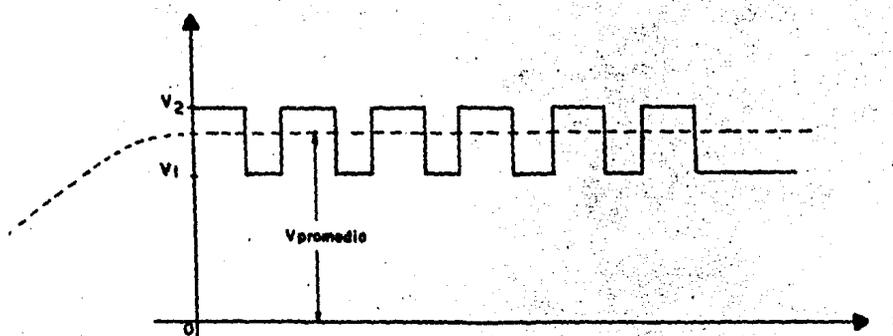


Fig. 3-5. Salida de estado estable del convertidor D/A

Para concluir, se puede decir, que a frecuencia encadenada, solamente cambia el LSB. Todas las otras salidas del contador -- permanecen constantes a "1" lógico o "0" lógico. Esto indica, -- que una señalización de atrape se puede obtener donde el contenido del contador sea estático.

Si el contador está cambiando, por definición habría más --- flancos desde F_{ref} que desde F_{tac} (o viceversa).

Siguiendo el comportamiento de la salida del LSB + 1 (el segundo bit menos significativo) y determinando si está cambiando o no, se -- pueden tener las bases de un indicador efectivo. Tal sistema es mostrado en la figura 3-6.

El monoestable 1 dispara en los flancos positivos, y el monoestable 2 en los flancos negativos. Si el LSB + 1 no cambia, no ocurren disparos en los monoestables, y la salida de la compuerta NOR es un "1" lógico.

Esto indica atrape de frecuencia. Cuando el LSB + 1 cambia, uno de los monoestables será disparado, causando así un "0" lógico a la salida de la compuerta NOR. Esto indica una condición de "fuera de encadenamiento".

El período de los monoestables se escoge de tal manera que - permita que entre dos pulsos sucesivos de los monoestables quepan 100 ciclos de la mínima frecuencia utilizada ($F_{ref.min.}$).

Con este criterio, F_{ref} y F_{tac} presentan una relación del -- 1%.

Se puede obtener mayor exactitud haciendo mayor el período - de los monoestables, pero esto generalmente no es necesario.

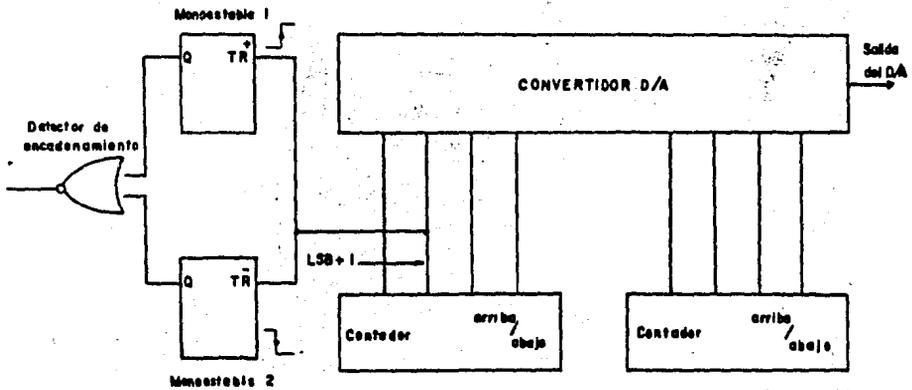


Fig 3-6... EL $LSB + 1$ puede usarse para hacer un indicador de encadenamiento

CAPITULO 4

DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

El análisis de servos de velocidad puede ser dividido en dos partes. La primera parte es el análisis dinámico, el cual describe las características dinámicas del servo de velocidad. La segunda parte es el análisis estático, el cual describe el desempeño estático, específicamente la regulación bajo carga-par. Los parámetros del servo se deben escoger para satisfacer simultáneamente el criterio estático y dinámico. En este capítulo consideramos primero el análisis dinámico, después el análisis estático y al final combinamos ambos análisis, para concluir con el desarrollo de una metodología de diseño que se emplea para el diseño del sistema de la presente tesis.

4.1 ANALISIS DINAMICO.

Un diagrama de bloques del servo de velocidad es mostrado en la figura 4-1.

K_m = ganancia del monoestable (V/rad/seg).

Z_m = constante de tiempo del monoestable (seg).

G_1 = ganancia del amplificador (V/V).

A_1 = trasconductancia (A/V)

K_T = constante de par del motor (onz-pulg/A).

J = inercia (onz-pulg-seg²)

K_D = constante de amortiguamiento (onz-pulg/1000 rpm)

N = densidad lineal del disco.

La frecuencia de referencia ω_{ref} es alimentada a un convertidor F/V (frecuencia -a- voltaje). Similarmente, la salida del taquímetro óptico ω_{tac} es alimentada a un convertidor F/V. Un voltaje

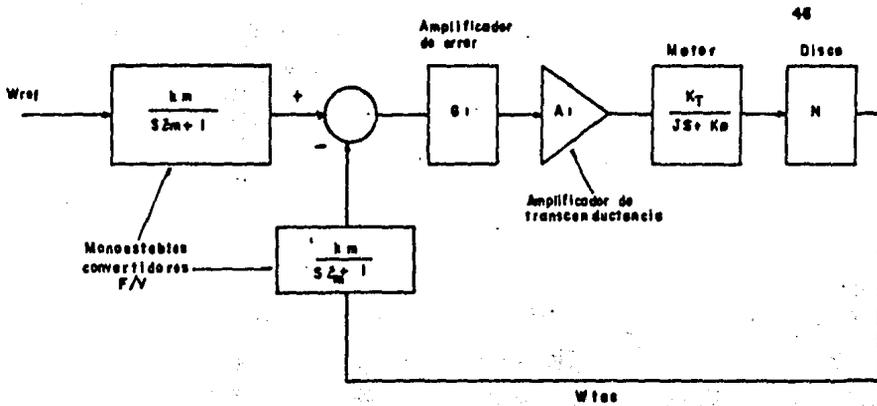


Fig. 4-1. Diagrama de bloques del servo de velocidad.

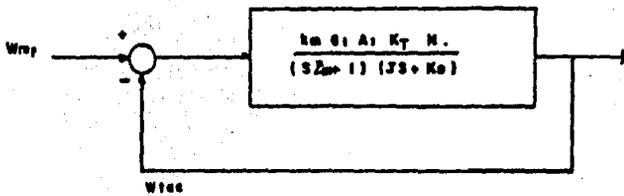


Fig. 4-2. Diagrama de bloques simplificado del servo de velocidad.

je de error proporcional a $\omega_{ref} - \omega_{tac}$ es desarrollado y transmitido a un amplificador de error G_1 , luego al amplificador de transconductancia A_1 , y luego al motor, el cual convierte la corriente resultante a rotación del eje.

El disco óptico provee la señal de realimentación ω_{tac} . El circuito del servo tiene dos polos explícitos: uno de la constante de tiempo ($= \tau_m$) del circuito del filtro asociado con el monogtable y el otro de la inercia (J).

En suma, se tiene un cambio de fase lo cual hace el efecto de un tercer polo causado por la naturaleza discreta de la salida del tacómetro óptico. El tacómetro óptico entrega una frecuencia de salida de F_{tac} , y la información llega cada $1/F_{tac}$ segundos. Un tiempo efectivo de retraso de $1/F_{tac}$ es introducido por la naturaleza discontinua de la señal de velocidad retroalimentada.

Puesto que solamente los flancos delanteros de la forma de onda del tacómetro contienen porcentaje de información útil, el tiempo entre flancos ($= 1/F_{tac}$) es "un tiempo muerto" el cual efectivamente es un retraso.

Para evitar o minimizar este retraso, F_{tac} puede hacerse 10 veces más grande que el ancho de banda del sistema.

El defasamiento causado por el "muestreo de datos" es de ese modo interpretado despreciable. En otras palabras, si $1/F_{tac}$ es 10 veces más pequeña que la constante de tiempo del sistema, el retraso de muestreo es despreciable y el servo es considerado que tiene sólo dos polos.

Estas ideas en retraso de muestreo pueden ser cuantificadas. El requisito para que el defasamiento sea despreciable es:

$$\omega_{\text{tac.min.}} \geq 10 \times \text{ancho de banda.} \quad (4-1)$$

Donde el ancho de banda tiene unidades de radianes/segundo y $\omega_{\text{tac.min.}}$ = mínima frecuencia permisible del tacómetro que evita el defasamiento por "muestreo de datos".

Para un sistema de segundo orden críticamente amortiguado es conocido que la "frecuencia natural" = ancho de banda. Para otras condiciones de amortiguación, la ecuación: "frecuencia natural" = ancho de banda, es sólo una aproximación. Usando la ecuación 4-1, y sustituyendo ω_N por el ancho de banda:

$$\omega_{\text{tac.min.}} \geq 10\omega_N \quad (4-2)$$

Donde ω_N = frecuencia natural de un sistema de segundo orden. $\omega_{\text{tac.min.}}$ está directamente relacionado a las mínimas rpm de la -- ecuación:

$$F_{\text{tac}} = \frac{N \text{ rpm}}{60} = \frac{N \omega}{2 \pi I} \quad \omega_{\text{tac.min.}} = \frac{\pi I}{30} N \text{ rpm min.} \quad (2-1)$$

donde N = densidad del disco.

rpm_{min} = mínima velocidad permisible del motor para retraso por muestreo despreciable.

Haciendo la expresión para $\omega_{\text{tac.min.}}$ igual en las ecuaciones anteriores, y resolviendo para N produce:

$$N \geq \frac{300 \omega_N}{\pi \text{ rpm}_{\text{min.}}} \quad (4-3)$$

Esta ecuación es fundamental para todo lo que sigue y determina los límites de desempeño en ambos servos de velocidad y servo - P.L.L.

La ec. (4-3) provee una relación auxiliar muy importante entre el ancho de banda (ω_N), mínimas rpm, y la densidad del disco. La figura (4-1) muestra que la frecuencia del tacómetro y la frecuencia de referencia son convertidas a voltaje por sus respectivos convertidores F/V, la diferencia entre estos voltajes es amplificada por G_1 , convertida a corriente por A_1 , transformada a rotación del eje del motor, y retroalimentada a la unión sumadora a través del disco óptico (N líneas). Usando técnicas estándar, los bloques convertidores F/V pueden ser removidos más allá de la unión sumadora, y el diagrama de bloques puede ser redibujado como en la figura (4-2).

Del diagrama de bloques, la función de transferencia de malla abierta puede ser escrita como:

$$G(s) = \frac{K_m G_1 A_1 K_T N}{(sZ_m + 1)(sJ_s + K_o)} \quad (4-4)$$

donde $K_m = \frac{V_{cc}}{W_{frec \text{ máx.}}}$ (4-4a)

y $W_{frec \text{ máx.}} = \frac{\pi}{30} N \text{ rpm máx.}$ (4-4b)

Sacando a K_o del factor, y definiendo K y Z_T como sigue, se tiene:

$$G(s) = \frac{K}{(sZ_m + 1)(sZ_T + 1)} \quad (4-5)$$

donde $Z_T = \frac{J}{K_o}$ (4-5a)

$$K = \frac{K_m G_1 A_1 K_T N}{K_o} \quad (4-5b)$$

La función de transferencia de malla cerrada puede ser escrita:

$$\frac{G(s)}{G(s)H(s)} = \frac{K/(sZ_m+1)(J_s+K_0)}{[K/(sZ_m+1)(J_s+K_0)]+1}$$

$$= \frac{K}{s^2 Z_m Z_T + s(Z_m + Z_T) + (K+1)} \quad (4-6)$$

La ecuación característica es:

$$s^2 Z_m Z_T + s(Z_m + Z_T) + K + 1 = 0 \quad (4-7)$$

esto es ordenado como:

$$s^2 + s \frac{(Z_m + Z_T)}{Z_m Z_T} + \frac{K+1}{Z_m Z_T} = 0 \quad (4-8)$$

Por comparación con la forma estándar de la ecuación de segundo orden $s^2 + 2\zeta \omega_N s + \omega_N^2 = 0$ donde ω_N = frecuencia natural = ancho de banda y ζ = relación de amortiguamiento, se puede escribir:

$$\omega_N^2 = \frac{K+1}{Z_m Z_T} \quad (4-9)$$

$$2\zeta \omega_N = \frac{Z_m + Z_T}{Z_m Z_T} = \frac{1}{Z_m} \left(1 + \frac{Z_m}{Z_T}\right) \quad (4-10)$$

En la mayoría de los casos de interés práctico $\zeta_m / \zeta_j \ll 1$.

Con esta aseveración la ecuación (4-10) se vuelve:

$$2 \zeta \omega_N = \frac{1}{\zeta_m} \quad (4-11)$$

Resolviendo simultáneamente para ζ_m y ω_N las ecuaciones (4-9) y (4-10) resulta:

$$\zeta_m = \frac{\zeta_T}{4\zeta^2 (K+1)} \quad (4-12)$$

$$\omega_N = \frac{2\zeta (K+1)}{\zeta_j} \quad (4-13)$$

De la ecuación (4-12), se puede ver que la constante de tiempo del microestable (ζ_m), depende de: ζ_j , ζ y K

La inercia, la constante de amortiguamiento del motor, la relación de amortiguamiento, la ganancia del microestable, la ganancia -- del amplificador, la transconductancia, la constante de par del motor, la densidad lineal del disco, y la constante de amortiguamiento, -- todos estos parámetros son datos conocidos o proporcionados por el fabricante, o bien calculados experimentalmente por el diseñador.

De la ecuación (4-13) se observa que la frecuencia natural (ancho de banda) depende de: ζ , K , ζ_j

La relación de amortiguamiento, la ganancia del monoestable, la ganancia del amplificador, la trasconductancia, la constante de par del motor, la densidad lineal del disco, la constante de amortiguamiento, la inercia, parámetros conocidos también o fáciles de conocer.

4.2 ANALISIS ESTÁTICO.

En este análisis, solamente son consideradas las condiciones estáticas, para después combinar los dos análisis (estático y dinámico) y poder tener todas las ecuaciones necesarias para que el diseño pueda llevarse a cabo de manera correcta.

El análisis estático está basado en el diagrama de bloques mostrado en la figura (4-3).

Esta es una copia directa de la Fig. 4-1, excepto que solamente son consideradas las condiciones estáticas. El motor ha sido dividido en dos bloques. El primer bloque, llamado K_T , convierte la corriente del amplificador A_1 en par. Este par es el par de carga T_L , par de fricción T_f , y par para vencer el amortiguamiento T_D . El segundo bloque, llamado K_D , convierte el par de amortiguamiento T_D a velocidad. Esta "división" de componentes de par puede ser clarificada como sigue..

De acuerdo a la Ley de Newton, pares iguales y de sentido contrario, exactamente igual a T_L y T_f , son desarrollados por la carga y fricción respectivamente. Un valor específico de par es requerido para vencer el amortiguamiento y mantener la velocidad del motor.

T_D es el par que debe ser suministrado para mantener el motor a la velocidad requerida. Dicho de otra forma, T_L y T_f están balanceados por los pares de carga y fricción respectivamente.

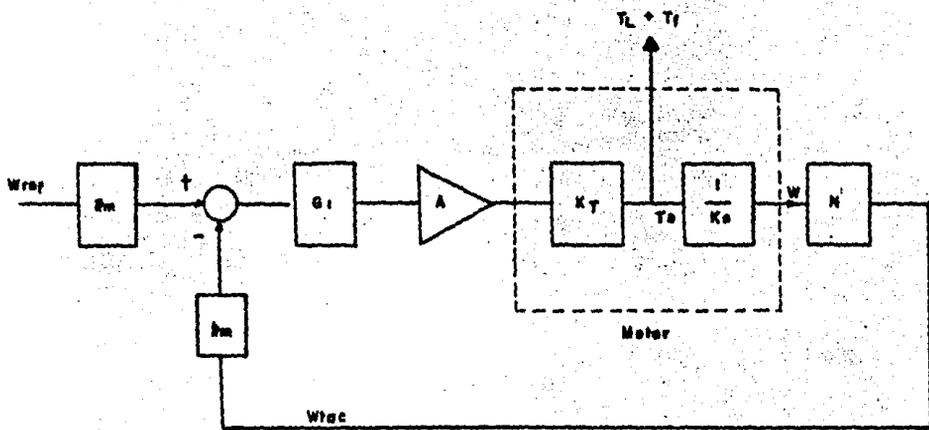


Fig. 4-3. Diagrama de bloques para el análisis estático.

T_D está balanceado por el amortiguamiento del motor cuando el mc tor alcanza la velocidad requerida. La ecuación de balance estático puede ser escrita como:

$$(\omega_{ref} K_m - \omega_{flecha} N K_m) G_1 A_1 K_T = T_L + T_f + T_D \quad (4-14)$$

Donde T_L = par de carga
 T_f = par de fricción
 T_D = par de amortiguamiento
 ω_{flecha} = velocidad de la flecha (rad/seg)

Diferenciando ambos lados con respecto a T_L :

$$-\frac{\partial \omega_{flecha}}{\partial T_L} N K_m G_1 A_1 K_T = 1 \quad (4-15)$$

Resolviendo para el término diferencial:

$$\frac{\partial \omega_{flecha}}{\partial T_L} = -\frac{1}{N K_m G_1 A_1 K_T} \quad (4-16)$$

Convirtiendo a rpm y definiendo R como "regulación", tenemos:

$$\frac{\partial n}{\partial T_L} = R = \frac{-30/PI}{N K_m G_1 A_1 K_T} \quad (4-17)$$

Donde n = rpm
 R = regulación (rpm/onz-pulg)

Esta ecuación será usada para elegir $G_1 A_1$.

4.3 COMBINADO EL ANALISIS ESTADICO Y DINAMICO.

Para desarrollar un procedimiento de diseño, es útil combinar algunas de las ecuaciones en la siguiente forma. Resolviendo la ecuación 4-5b para $G_1 A_1$ la cual da:

$$G_1 A_1 = \frac{K K_C}{K_m K_T N} \quad (4-18)$$

Sustituyendo la ecuación 4-18 en la ecuación 4-17 para obtener:

$$R = \frac{3D/PI}{K_T K_m N \left(\frac{K K_D}{K_m K_T N} \right)} = \frac{3D}{PI K K_C} \quad (4-19)$$

Resolviendo la ecuación 4-13 para K :

$$\frac{w_N z_j}{2\zeta} - 1 = K \quad (4-20)$$

Sustituyendo la ecuación 4-20 en la ecuación 4-19:

$$R = \frac{3D}{PI K_C \left(\left(\frac{w_N z_j}{2\zeta} - 1 \right) \right)} \quad (4-21)$$

Es útil resolver la ecuación 4-21 para w_N . Esta solución es:

$$w_N = \frac{2\zeta}{z_j} \left(- \frac{3D}{PI R K_D} \frac{1}{R K_D} + 1 \right) \quad (4-22)$$

Donde R es un número negativo.

Las ecuaciones 4-21 y 4-22 (las cuales expresan la misma relación en dos maneras) son la clave para un diseño propio de servos de velocidad.

Una vez que el amortiguamiento relativo ζ , el amortiguamiento K_D , y la inercia J son escogidos, solamente una de dos variables (ω_A y R) pueden ser escogidas independientemente. En suma, la ec. 4-3 establece además límites en ω_A , N y $\text{rpm}_{\text{min.}}$.

Otra limitación puede frecuentemente ser impuesta. N debe ser menor que $N_{\text{max.}}$. Típicamente, como la densidad lineal N crece, lo hace el costo. Además para un diámetro dado del disco, existe un límite en N por la longitud de onda de la luz. Los espacios entre líneas ciertamente no pueden estar limitados por la longitud de onda de la luz.

Este es un caso extremo, y para muchos propósitos prácticos N está limitada a 5000 líneas o menos (en un disco de 2.5 pulgadas de diámetro). En general, puede escribirse que:

$$N \leq N_{\text{max.}} \quad (4-23)$$

Todas las ecuaciones de diseño están ahora disponibles y un procedimiento de diseño puede ser desarrollado. La exposición del problema raramente contiene exactamente la información correcta para el diseño propio del servo de velocidad. Se asume aquí que el motor ha sido escogido para proveer suficiente par a los requisitos de velocidad y temperatura.

Escoger un motor conveniente está fuera del alcance de la presente tesis; y la literatura está disponible en tal materia. Una vez que el motor ha sido escogido, deberá ser posible obtener números para ---

K_T , K_D , y la inercia del motor. Además, la carga inercial deberá ser conocida, o al menos estimada, y la carga inercial total J puede ser establecida.

En suma V_{cc} , el voltaje lógico suministrado, debe ser especificado. ζ , la relación de amortiguamiento debe ser seleccionada ---- ($\zeta = 1$ para amortiguamiento crítico). También las rpm deben ser especificadas en la exposición del problema o por el diseñador.

Para esta discusión las variables "conocidas" son consideradas: J , K_T , K_D , $N_{max.}$, V_{cc} y $rpm_{max.}$.

La carta 4-1 muestra todas las formas posibles en las cuales el problema puede ser resuelto por el diseñador. Por cada especificación posible es listada una prueba asociada, la cual deberá llevarse a cabo para asegurar la factibilidad de realización.

CARTA 4-1.- PARÁMETROS ESPECIFICADOS Y PRUEBAS ASOCIADAS PARA ASEGURAR LA FACTIBILIDAD DE REALIZACIÓN.

CASO	PARAMETROS ESPECIFICADOS	PRUEBAS REQUERIDAS
1	N , ω_N , R , $rpm_{min.}$	<p>1. Sustituya la ω_N especificada en la ec. 4-21 y encuentra un valor para R. Es esta R menor o igual que la R especificada? si no, la especificación N no puede ser encontrada. Si si, la especificación es válida.</p> <p>2. Sustituya ω_N y $rpm_{min.}$ en la ec. 4-3 y encuentre N. Es la N especificada mayor que la -</p>

CASO	PARAMETROS ESPECIFICADOS	PRUEBAS REQUERIDAS
		N calculada en la ec. 4-37. - Si si, la especificación es válida. Si no la especificación no puede ser encontrada.
2	N, ω_N, R	1. Haga el paso 1 del caso 1
3	$\omega_N, R, rpm_{min.}$	1. Haga el paso 1 del caso 1. 2. Sustituya ω_N y $rpm_{min.}$ en la ec. 4-3 y encuentre N . Es $N \leq N_{max.}$? Si si, la especificación es válida. Si no, la especificación no puede ser encontrada.
4	$N, \omega_N, rpm_{min.}$	1. Haga el paso 2 del caso 1.
5	$N, R, rpm_{min.}$	1. Sustituya el valor especificado para la R en la ec. 4-22 y encuentre ω_N ; entonces: 2. Haga el paso 2 del caso 1.
6	N, ω_N	No hay problema de diseño, la especificación puede siempre ser encontrada.
7	N, R	
8	$N, rpm_{min.}$	
9	$\omega_N, rpm_{min.}$	1. Haga el paso 2 del caso 3
10	ω_N, R	1. Haga el paso 1 del caso 1

CASO	PARAMETROS ESPECIFICADOS	PRUEBAS REQUERIDAS
11	R, rpm _{min.}	1.-Haga el paso 1 del caso 5. 2.-Haga el paso 2 del caso 3.
12	N	1. $N \leq N_{max.}$?
13	ω_N	SUBESPECIFICADO.
14	R	
15	rpm _{min.}	

El "parámetro especificado" debe ser siempre un valor para el "peor caso" (N mayor que la aceptable, ω_N menor que la aceptable, R mayor, y mayor rpm_{min.}).

Una vez que esto es establecido y que no existe contradicción (o la contradicción es resuelta), la carta 4-2 puede ser usada para calcular las variables restantes.

4.2 DIAGRAMA DE FLUJO PARA EL DISEÑO DE SERVO DE VELOCIDAD.

LEER J, K_T , K_D , ξ , rpm_{max.}, V_{cc}

ENCUENTRE ξ_j DE LA EC. 4-5a.

ENCUENTRE K_m DE LA EC. 4-4a.

DETERMINE N, ω_N , R y rpm_{min.}

USE LA CARTA 4-1 PARA ASEGURAR REALIZABILIDAD.

CALCULE K DE LA EC. 4-2D

$G_1 A_1$, DE LA EC. 4-1B.

ξ_m DE LA EC. 4-12.

4.4 LAZO DE ENCADENAMIENTO DE FRECUENCIA.

Para reducir a cero el error de velocidad, debe introducirse un integrador en el lazo de velocidad. De esta forma el lazo de velocidad se convierte en un lazo de encadenamiento de frecuencia, en el cual existe una correspondencia ciclo-por ciclo entre $\omega_{ref.}$ y $\omega_{tac.}$

El bloque integrador está compuesto por el integrador digital - ya descrito. El diagrama de bloques para el lazo de encadenamiento de frecuencia, es mostrado en la figura 4-4.

El diagrama de bloques muestra dos trayectorias paralelas procesadoras de error.

La trayectoria "superior" lleva la señal de error de velocidad $\omega_{ref} - \omega_{tac}$. La trayectoria "inferior" lleva la señal de error de velocidad integrada.

Se utiliza la notación de Laplace para expresar la integración ($1/S$). El valor de la señal de error de velocidad y señal de error de velocidad integrada es controlado por G_1 y K_1 respectivamente. - Esta es la integración que fuerza a cero el error de estado estable entre las frecuencias del tacómetro y de referencia.

Si las frecuencias son diferentes, el circuito contador -D/A -- produce un incremento continuo (o decremento) de voltaje de error, - el cual lleva al motor hacia el equilibrio. Solamente cuando las -- dos frecuencias son absolutamente idénticas, la salida del integra-- dor cesa de cambiar. En este punto la salida del integrador compen-- sa la diferencia entre la señal de error de velocidad de G_1 y el vol-- taje necesario para llevar al motor a la velocidad exacta para hacer iguales ω_{ref} y ω_{tac} .

Para clarificar este punto, se considera el sistema analógico - en la figura 4-5, el cual muestra un lazo general de servo con un in-- tegrador.

Del diagrama de bloques (asumiendo un error constante):

$$V_x = \int E dt = E t$$

Donde $E = V_{ref} - V_{realim}$. Si $E \neq 0$, V_x crece (o decrece) indefi-- nidamente.

Solamente si $E=0$ puede ser alcanzado un estado estable. Cuando $E=0$, $V_{ref}=V_{realim}$, exactamente!. La inserción de un integrador redu-- ce el error a cero. Este es un ejemplo de servo tipo 1. El lazo de encadenamiento de frecuencia es otro tipo 1 de servo, puesto que ---

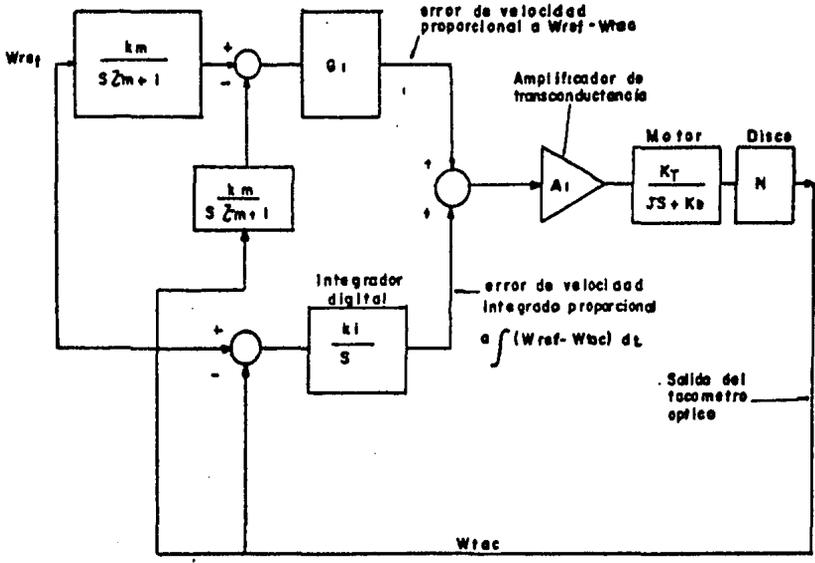


Fig 4 - 4.- Diagrama de bloques para el análisis estático.

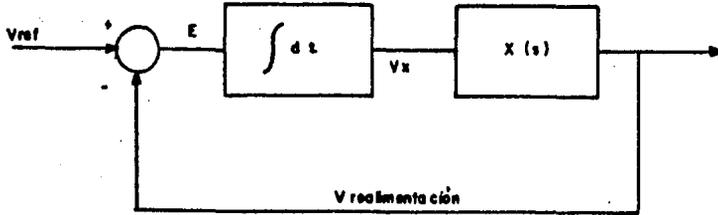


Fig. 4-5.— Diagrama de bloques de un servo que incluye un integrador en la trayectoria delantera.

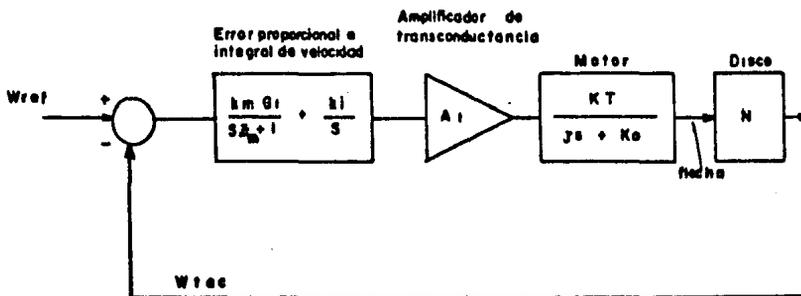


Fig 4-6.— Diagrama de bloques simplificado del lazo de encadenamiento de frecuencia.

contiene un integrador en la trayectoria de la señal.

El tipo 1 de servos produce error cero, pero son algo difíciles de estabilizar. Si las dos señales integral y proporcional -- son usadas en lugar de utilizar solamente la integral, las condiciones de estado estable aún tienen cero error, pero la estabilidad es más fácil de lograr que con solamente un integrador en la trayectoria.

Volviendo a la figura 4-4, simplificandola y moviendo los bloques K_m , G_1 y K_1 más allá de la segunda unión sumadora. Resulta la figura 4-6 de la cual la ecuación 4-24 es la función de transferencia.

La trayectoria de realimentación es arreglada para tener una función de transferencia unitaria ($H(S) = 1$) :

$$e(s) = \left(\frac{G_1 K_m}{s \tau_m + 1} + \frac{K_1}{s} \right) A_1 K_T N \left(\frac{1}{Js + K_D} \right) \quad (4-24)$$

Por Algebra:

$$e(s) = \left(\frac{s(G_1 K_m/K_1 + \tau_m) + 1}{s(s\tau_m + 1)(s\tau_T + 1)} \right) \left(\frac{A_1 K_T N K_1}{K_D} \right) \quad (4-25)$$

$$\left(\tau_T = \frac{J}{K_D} \right)$$

La ecuación 4-25 representa la función de transferencia de malla abierta del lazo de encadenamiento de frecuencia. El lazo de encadenamiento de frecuencia tiene dos problemas asociados.

Primero, la ganancia de malla abierta ($A_1 K_T N K_1/K_D$) es --- principalmente controlada por la ganancia del integrador K_1 .

Es bien conocido que aumentando la ganancia de malla abierta de un servo, tiende a haber más oscilación y acercarse a la inestabilidad. Consecuentemente, solamente pueden ser usadas cantidades limitadas de integración.

Cuando un par es aplicado, la flecha se retarda por un instante, ω_{tac} se vuelve ligeramente menor que ω_{ref} por un período de tiempo muy pequeño. El integrador D/A reacciona a esta diferencia de frecuencia contando hacia arriba algún número de ciclos, así incrementando el giro del motor y trayendo a ω_{tac} a sincronismo --- exacto con ω_{ref} .

El contador ha contado algún número de ciclos, pero ¿cuántos ciclos?. El número de ciclos que el contador se ha movido depende de la ganancia K_1 . Si K_1 es grande, solamente uno o dos ciclos -- (una o dos cuentas) pueden ser necesarios para restaurar la velocidad de sincronismo. Si K_1 es muy grande, quizá solamente un ciclo de trabajo del LSB del contador necesita incrementarse.

De otra manera, si K_1 es pequeña, puede tomar 10, 20, o aun - 100 ciclos para que el contador cuente hacia arriba (o abajo) para restaurar la velocidad de sincronismo. Si K_1 es muy baja, el contador puede salirse del rango (mayor que 256 conteos para un contador de 8 bits), y la velocidad de sincronismo no puede ser restaurada.

Aumentando la ganancia K_1 el contador tiene que contar menos ciclos para mantener la velocidad. Sin embargo, el sistema se vuelve cada vez más difícil de estabilizar. El límite en K_1 no permite alta ganancia. Este es un problema con el lazo de encadenamiento de frecuencia.

Otro problema probablemente más severo, del lazo de encadenamiento de frecuencia, es que el integrador D/A no opera bien en la región de transición de un nivel digital a otro. Esto resulta de la disposición del circuito, que rechaza flancos coincidentes de las señales del tacómetro y de referencia, para evitar conteos ambiguos.

El integrador D / A, debe ser operado para evitar la región de transición entre niveles digitales.

4.5 ENCADENAMIENTO DE FASE.

Para vencer las dificultades descritas antes, es añadido un integrador adicional circuito amplificador operacional, para operar en el LSB del contador. El diagrama de bloques del circuito es mostrado en la figura 4-7.

Cualquier diferencia es integrada por el circuito y causa un cambio en la velocidad. Solamente cuando la componente de directa de la salida del LSB es exactamente $V_{CC}/2$ (50% del ciclo de trabajo) cesará el amplificador operacional de cambiar.

La función de transferencia del amplificador operacional es:

$$V_o/V_{in} = (S \tau_1 + 1) / S \tau_2$$

donde $\tau_1 = C_f R_f$, $\tau_2 = C_f R_{in}$, V_{in} = entrada en R_{in} y

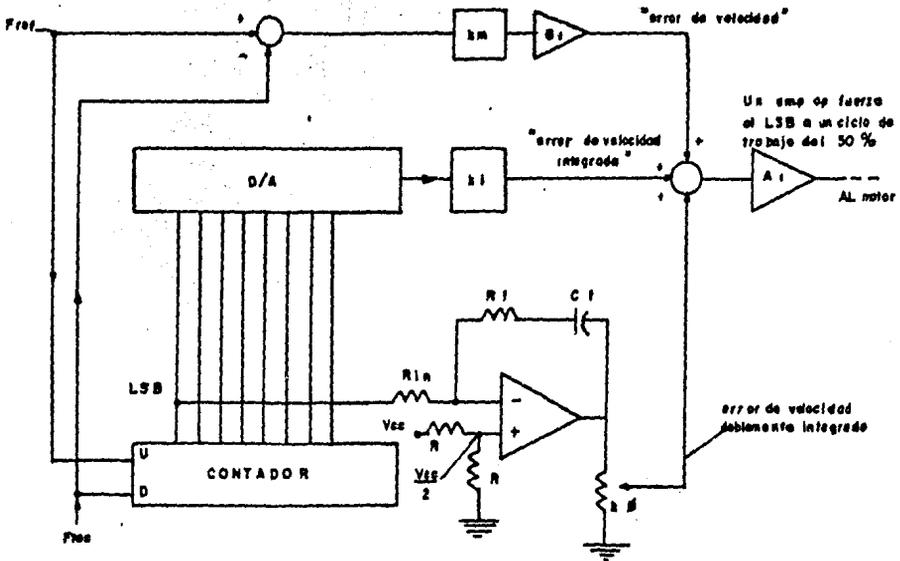


Fig. 4-7.— EL amplificador speedloop es diseñado para comparar la componente de corriente directa de la salida del LSB del contador con $V_{cc}/2$

V_o = voltaje de salida del amplificador operacional.

Dos trayectorias de señales han sido ya descritas. El circuito amplificador operacional forma una tercera trayectoria, la cual empieza en el LSB del contador y termina en la unión sumador 4; -- ésta será ahora analizada.

Al encadenar, la salida del LSB tiene una componente de co---rriente directa proporcional a la diferencia de fase entre la frecuencia del tacómetro y la frecuencia de referencia. Esto es -mostrado en la figura 4-8, donde F_{ref} cuenta el LSB hacia arriba y F_{tac} cuenta el LSB hacia abajo.

La diferencia de tiempo entre flancos de subida de F_{ref} y --- F_{tac} está definida como la diferencia de fase entre F_{ref} y F_{tac} .

Esto es debido a la acción normal del contador. Puesto que -el circuito amplificador operacional está acoplado capacitivamente a la salida a través de C_p , la componente de directa de la salida del amplificador operacional no puede influir directamente en la -entrada del circuito.

La salida del operacional alcanza un estado estable solamente cuando la componente de directa del LSB es exactamente $V_{cc}/2$.

Esto ocurre cuando el ciclo de trabajo del LSB es 50%.

Claramente esto evita la operación cerca de la región de transición del contador y resuelve al menos uno de los problemas des--critos anteriormente.

El hecho de que el circuito amplificador adicional, fuerza un ciclo de trabajo del 50% en el LSB del contador, causa una rela---ción de 180 grados entre las frecuencias del tacómetro y de refe--

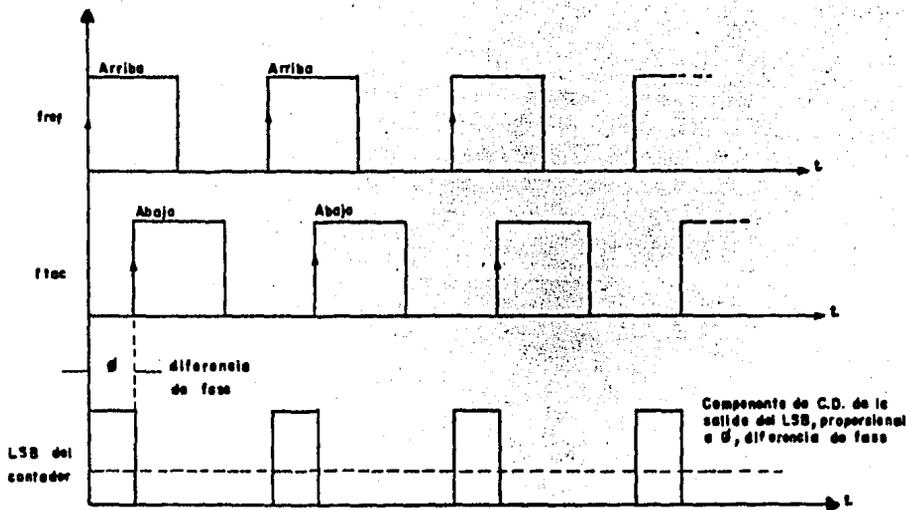


Fig. 4-8... EL LSB del contador es "1" por tiempo proporcional a la diferencia de fase entre f_{ref} y f_{fas} , cuando f_{ref} y f_{fas} difieren por 180° , el LSB tiene un ciclo de trabajo del 50 %.

rencia.

Esto es fácil de ver de la figura 4-8, la cual muestra una aproximación de 25% de ciclo de trabajo del LSB. Cuando el ciclo de trabajo aumenta al 50%, las fases de las frecuencias del tacómetro y de referencia están separadas 180 grados.

La inclusión del circuito amplificador operacional cambia el diagrama de bloques del servo al de la figura 4-9, el cual incluye la tercera trayectoria.

Este diagrama de bloques representa la configuración final del control de velocidad de motor con P.L.L. El análisis del sistema completo P.L.L. resultará en una serie de ecuaciones que se pueden usar para determinar todos los parámetros del circuito.

Estas ecuaciones pueden resolverse usando una computadora (o una calculadora programable), para reducir el diseño del P.L.L. en un proceso de rutina organizado.

El análisis empieza con el diagrama de bloques de la figura 4-9.

Todos los componentes del circuito están mostrados, y se deriva una serie de ecuaciones generales. Para empezar, la función de transferencia de malla abierta es descrita directamente por observación del diagrama de bloques:

$$G(s) = \left[\frac{K_m G_v}{s^{m+1}} + \frac{K_I}{s} + \frac{(s\zeta_1 + 1)K_B}{s^2 \zeta_2^2} \right] \frac{A_1}{s\zeta_1 + 1} \frac{N K_T}{Js + K_D} \quad (4-26).$$

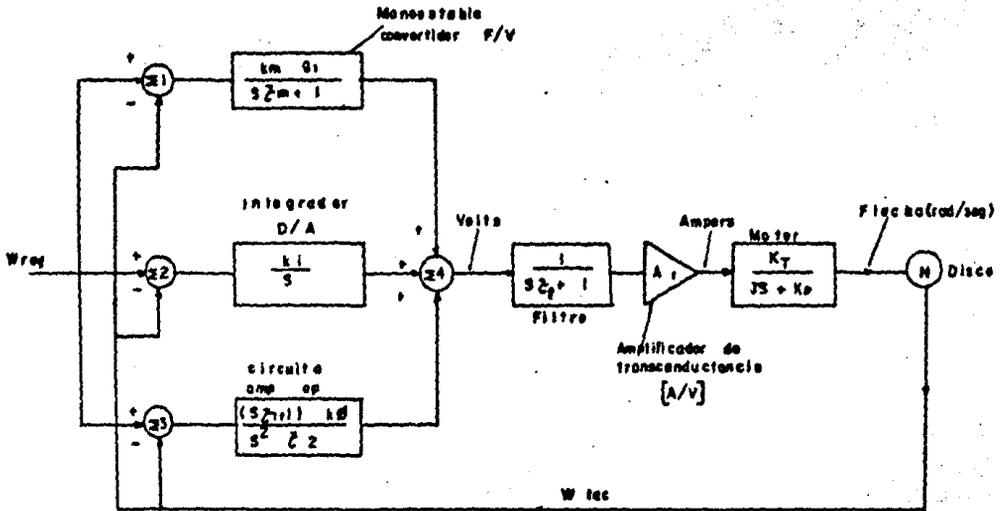


Fig. 4-9. Diagrama de bloques del PLL propio para el análisis.

donde

K_m = "ganancia" del monoestable.

G_1 = ganancia del amplificador de error (sin dimensiones).

τ_m = constante de tiempo del filtro del monoestable (seg).

K_i = "ganancia" del integrador (V/cuenta)

τ_1 y τ_2 = constantes de tiempo del operacional (seg)

K_d = ganancia de fase (adimensional).

A_1 = trasconductancia (A/V)

τ_f = constante de tiempo del filtro (seg).

N = número de líneas del disco (sin dimensiones).

K_T = constante de par del motor (onz-pulg/A)

J = inercia total (onz-pulg- seg^2)

K_D = constante de amortiguamiento (onz-pulg/1000 rpm)

Cuando el término entre parentésis es puesto con un común denominador, y τ_j es definida como en la ecuación 4-5a, se puede escribir entonces:

$$G(s) = \left[\frac{K_m G_1 s^2 + s K_i (s \tau_m + 1) + (s \tau_1 + 1)(s \tau_m + 1) K_D / \tau_2}{s^2 (s \tau_m + 1)} \right] \frac{A_1 K_T N / K_D}{(s \tau_1 + 1)(s \tau_f + 1)} \quad (4-27)$$

donde $\tau_j = \frac{J}{K_D}$ (4-28)

y $\omega_j = 1 / \tau_j = \frac{K_D}{J}$ (4-28a)

agrupando las potencias de S en el numerador

$$G(s) = \left[\frac{s^2 (K_m \theta_1 + K_l \zeta_m + \zeta_m \zeta_l K \theta / \zeta_2) + s (K_l + (\zeta_l + \zeta_m) \frac{K \theta}{\zeta_2}) + \frac{K \theta}{\zeta_2}}{s^2 (s \zeta_m + 1)(s \zeta_l + 1)(s \zeta_l + 1)} \right] \frac{A_l K_l N}{K \theta} \quad (4-29)$$

ordenando en la "forma estándar" de la ecuación de segundo -- orden:

$$G(s) = \left[\frac{s^2 + 2 \zeta \omega_y s + \omega_y^2}{s^2 (s \zeta_m + 1)(s \zeta_l + 1)(s \zeta_l + 1)} \right] K \quad (4-30)$$

$$K \triangleq \frac{A_l K_l N D}{K \theta} \quad (4-31)$$

$$\omega_y^2 \triangleq \frac{(K \theta / \zeta_2)}{D} \quad (4-32)$$

$$2 \zeta \omega_y \triangleq \frac{K_l + (\zeta_l + \zeta_m) \frac{K \theta}{\zeta_2}}{D} \quad (4-33)$$

$$D \triangleq \left[K_m \theta_1 + K_l \zeta_m + \zeta_m \zeta_l \left(\frac{K \theta}{\zeta_2} \right) \right] \quad (4-34)$$

Es importante aquí, hacer algunas observaciones del numerador de la ecuación 4-30. Este término del numerador cuando es observado en el dominio de la frecuencia ($S = j\omega$), se tiene las gráficas de la magnitud y ángulo en la figura 4-10.

La frecuencia de quiebre ocurre a $\omega = \omega_y$ y el pico ocurre para $\zeta < 0.3$ (ζ caracteriza el "pico" del término del numerador, y no es la relación de amortiguamiento del sistema ζ).

Considerando enseguida la forma del término denominador de la ecuación 4-30, una gráfica representativa de magnitud y ángulo (con $S = j\omega$) es mostrada en la figura 4-11.

Es deseable colocar ω_y (frecuencia de quiebre del numerador) con niveles aceptables para PM (el margen de fase). En la práctica del diseño de Bode, PM debe estar entre 40° y 75° , dependiendo de la cantidad de sobrepasso que sea aceptable.

Cuando las dos curvas de las figuras 4-10 y 4-11 son superpuestas, la ec. 4-30 está representada en la forma general del diagrama de Bode para un diseño propio del sistema, como se muestra en la figura 4-12.

Cinco frecuencias significativas pueden ser identificadas:

ω_j = primera frecuencia de quiebre, causada por la inercia y amortiguamiento.

ω_y = frecuencia de corte del término del numerador.

ω_c = frecuencia de cruce del Diagrama de Bode.

ω_f = frecuencia del filtro. ($1/\tau_f$).

ω_m = frecuencia del filtro del monoestable. ($1/\tau_m$).

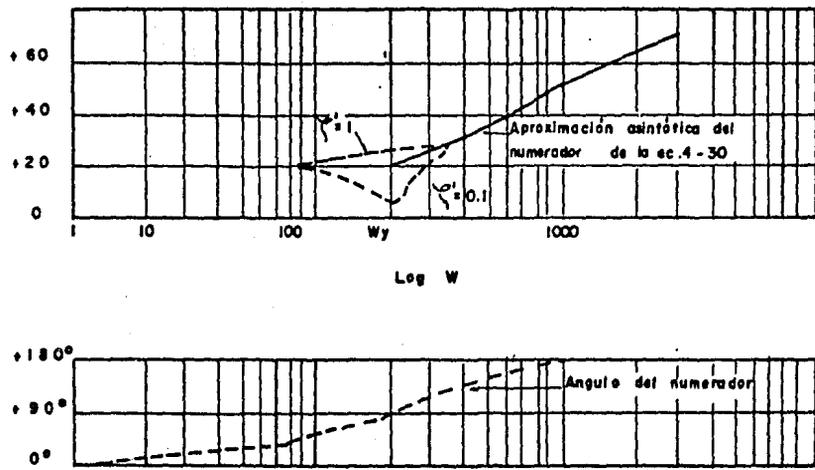


Fig. 4-10. Diagrama de Bode del numerador de la ec. 4-30.

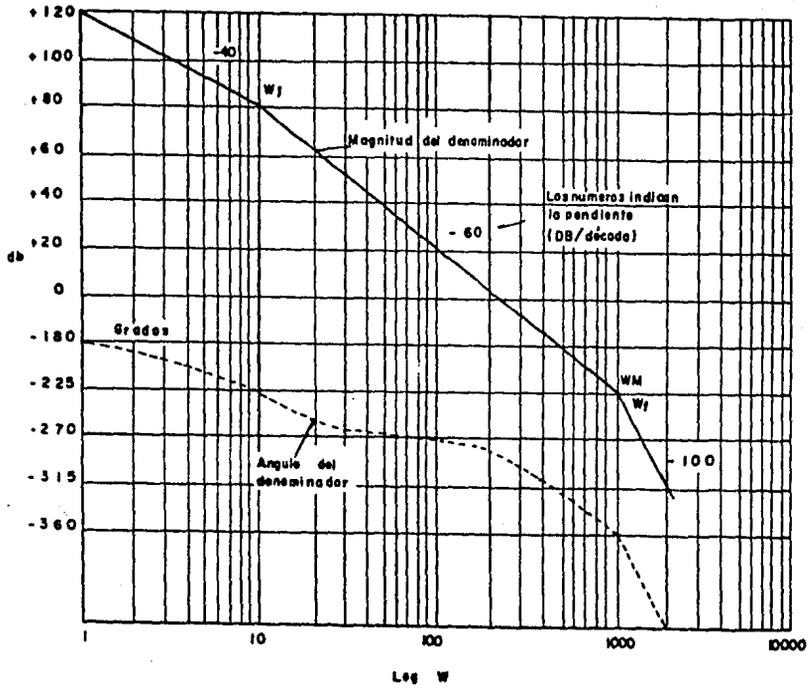


Fig 4-11. — Diagrama de Bode del denominador de la ecuación 4-30

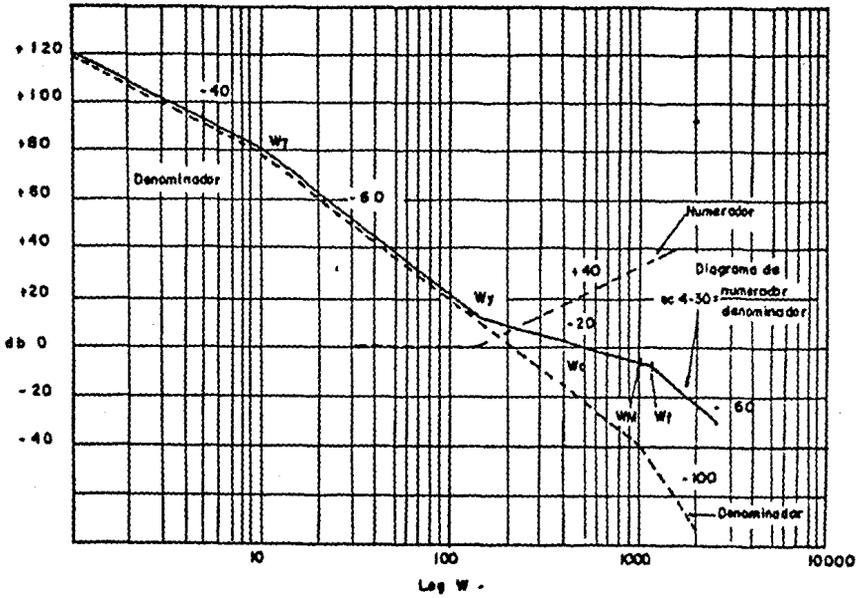


Fig. 4-12... Diagrama de Bode de la ec. 4-30 con localizaciones apropiadas para todas las frecuencias de quiebre significativas.

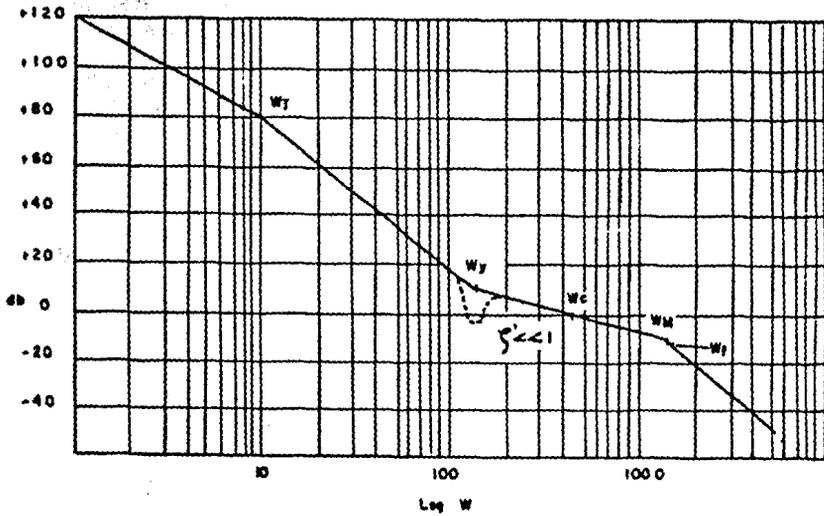


Fig 4-13... Si ζ es muy pequeña, un pico escarpado del término del numerador puede causar un cruce por cero indeseado causando inestabilidad.

Frecuentemente ω_c puede ser identificada con el ancho de banda de malla cerrada del sistema.

Para un amortiguamiento crítico del sistema $\zeta = 1$.

Para un caso de subamortiguamiento, el ancho de banda es algo más grande que ω_c . Consecuentemente, el uso de ω_c como el ancho de banda de malla cerrada, es una estimación conservadora, y producirá de hecho una respuesta más rápida que la que se obtiene cuando se iguala ω_c y el ancho de banda.

Esto implica que siempre que el ancho de banda es especificado, ω_c puede automáticamente ser igual al ancho de banda. Sin embargo, algunos problemas de diseño pueden no dar directamente especificaciones del ancho de banda (o tiempo de respuesta), es necesario conocer la frecuencia de cruce de la función de transferencia de malla abierta, en este punto del diseño.

Para establecer ω_c se puede hacer por la desigualdad:

$$\omega_c \leq \frac{P I}{300} N \text{ rpm}_{\min} \quad (4-35)$$

Esta desigualdad es idéntica a la relación de 4-3, excepto -- que es usada la frecuencia de cruce ω_c .

Cualquier par de las tres variables ω_c , N , y rpm_{\min} debe ahora ser especificado.

La tercera variable es entonces determinada de la ec. 4-35. N es seleccionada para tener valores estándar (típicamente entre - 100 y 5000 líneas).

Además, el diagrama de Bode debe retener la forma general mostrada en la fig. 4-12. Esto implica que $\omega_j \ll \omega_y \ll \omega_c \ll \omega_f$ y ω_m .

Dicho de otra forma, el ancho de banda (ω_c), densidad lineal del disco (N), y mínima velocidad de la flecha (rpm_{min}) no pueden ser especificadas independientemente, y deben satisfacer la ecuación 4-35.

El análisis procede de la suposición de que estas variables han sido escogidas apropiadamente por el diseñador.

Considerando enseguida el término amortiguamiento ζ' en el numerador de la ec. 4-30, éste debe ser escogido para evitar pico excesivo en ω_y .

Si esto ocurre, puede tener lugar un inesperado cruce en las abscisas de 0 db. Esto es mostrado en la fig. 4-13.

Este problema se evita especificando $\zeta' = 1$. Frecuentemente es conveniente escoger $\omega_m = \omega_f$, esto permite máximo filtrado de las señales del monoestable y la señal total de salida (la cual contiene componentes de la frecuencia portadora del integrador D/A y el circuito de control de fase del amplificador operacional).

No existe razón para favorecer un filtro sobre otro, y ω_f es seleccionada igual a ω_m .

Es una buena práctica colocar ω_y muy debajo de ω_c , tanto como ω_c está debajo de ω_m . Si η está definida como la relación de ω_m a ω_c , entonces:

$$w_y = \frac{w_c}{\eta} \quad (4-36)$$

$$w_m = w_c \eta \quad (4-37)$$

La razón para la colocación simétrica de las dos frecuencias, es que el ángulo de fase es una función no lineal de la "distancia" de w_c .

Cerca de w_c , el ángulo de fase cambia rápidamente; a alguna "distancia" de w_c el ángulo de fase cambia lentamente. Si w_y y w_m fueran colocadas asimétricamente cerca de w_c , una de las frecuencias de quiebre contribuiría más al atraso, y la otra frecuencia sería relativamente inefectiva en producir el "mando" necesario para contrarrestar el atraso y lograr el margen de fase requerido.

Dicho de otra forma, si w_m es colocada muy cerca de w_c ($w_m = 3 w_c$, - por ejemplo), w_y se debe colocar muy lejos atrás de w_c ($w_y = w_c/14$ - para un margen de fase de 45°).

En algunos casos, puede ser necesario seleccionar w_m tan baja como sea posible, para obtener máximo filtrado de la frecuencia portadora (w_{tac}) a la velocidad más baja.

La ecuación para el margen de fase, puede ser obtenida de la ec. 4-30, la cual es escrita para una referencia conveniente:

$$G(s) = K \left[\frac{s^2 + 2\zeta' w_y s + w_y^2}{s^2 (s\zeta_m + 1)(s\zeta_1 + 1)(s\zeta_2 + 1)} \right] \quad (4-30)$$

En el dominio de la frecuencia ($S = j\omega$), si $\zeta = 1$ como se discutió anteriormente, la ecuación (4-30) puede ser reescrita como:

$$G(j\omega) = K \left[\frac{(j\omega)^2 + 2W_y(j\omega) + W_y^2}{(j\omega)^2 \left(j\frac{\omega}{W_m} + 1 \right) \left(j\frac{\omega}{W_f} + 1 \right) \left(j\frac{\omega}{W_l} + 1 \right)} \right] \quad (4-38)$$

donde

$$S = j\omega$$

$$W_m = 1/\zeta_m$$

$$W_f = 1/\zeta_f$$

$$W_l = 1/\zeta_l$$

Cuando los términos reales e imaginarios son reunidos en el numerador, la ec. 4-38 se vuelve:

$$G(j\omega) = K \left[\frac{j2W_y\omega + (W_y^2 - \omega^2)}{(-\omega^2 \left(j\frac{\omega}{W_m} + 1 \right) \left(j\frac{\omega}{W_f} + 1 \right) \left(j\frac{\omega}{W_l} + 1 \right))} \right] \quad (4-39)$$

Escribiendo la ec. 4-39 en términos de magnitud y ángulo, la forma polar de la función de transferencia de malla abierta es:

$$X = |G(j\omega)| = \frac{K \sqrt{(2W_y\omega)^2 + (W_y^2 - \omega^2)^2}}{\omega^2 \sqrt{(\omega/W_m)^2 + 1} \sqrt{(\omega/W_f)^2 + 1} \sqrt{(\omega/W_l)^2 + 1}} \quad (4-40)$$

$$\phi = \Delta G(j\omega) = + \tan^{-1} \frac{2\omega\omega_x}{\omega_y^2 - \omega^2} - 180^\circ - \tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_m} - \tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_1} - \tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_f} \quad (4-41)$$

donde X = magnitud de la función de transferencia de malla abierta.

ϕ = ángulo de la función de transferencia de malla abierta.

La ecuación general para el margen de fase es:

$$\text{Margen de fase} = P.M. = \Delta G(j\omega_c) + 180^\circ \quad (4-42)$$

Usando la ec. 4-41 en la ec. 4-42, tenemos el margen de fase:

$$P.M. = + \tan^{-1} \frac{2\omega_c\omega_y}{\omega_y^2 - \omega_c^2} - \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega_m} - \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega_f} - \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega_f} \quad (4-43)$$

Cuando ω_f se iguala a ω_m (como en la discusión previa) y ω_m y ω_y se coloca simétricamente (son usadas las ecs. 4-36 y 4-37), el margen de fase puede ser escrito como:

$$P.M. = \tan^{-1} \frac{2\omega_c(\omega_c/\eta)}{(\omega_c/\eta)^2 - \omega_c^2} - 2 \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\eta\omega_c} - \tan^{-1} \frac{\omega_c}{\omega_f} \quad (4-44)$$

Por simplificación, la ecuación 4-44 se vuelve:

$$\tan^{-1} \frac{2\eta}{L\eta^2} - 2 \tan^{-1} \frac{1}{\eta} - \tan^{-1} \frac{W_c}{W_j} - PM = 0 \quad (4-45)$$

La ecuación 4-45 se puede resolver para η , usando un programa de computadora para encontrar los "ceros de una función".

Especificando la frecuencia de cruce ω_c , ω_j (lo cual implica especificar J y K_D) el margen de fase PM (el cual es una medida de estabilidad), η es determinada, y con ella ω_y , ω_m y ω_f .

Otro parámetro importante K puede ser calculado de la ec. 4-40.

Dado que la magnitud de $G(j\omega)$ es unitaria para ω_c (por definición de ω_c), se puede escribir que:

$$|G(j\omega_c)| = 1 = \frac{K \sqrt{(2W_y W_c)^2 + (W_y^2 W_c^2)^2}}{W_c^2 \sqrt{(W_c/W_j)^2 + 1} \sqrt{(W_c/W_m)^2 + 1} \sqrt{(W_c/W_f)^2 + 1}} \quad (4-46)$$

Usando la ec. 4-36 y 4-37 en la ec. 4-46 resulta:

$$1 = \frac{K \sqrt{(2(W_c/\eta) W_c)^2 + ((W_c/\eta)^2 - W_c^2)^2}}{W_c^2 \sqrt{(W_c/W_j)^2 + 1} \sqrt{(W_c/W_c\eta)^2 + 1} \sqrt{(W_c/W_c\eta)^2 + 1}} \quad (4-47)$$

Resolviendo para K :

$$K = \sqrt{\left(\frac{W_c}{W_j}\right)^2 + 1} \quad (4-48)$$

Puesto que W_c y W_j son conocidas, K es ahora conocida de la ec. 4-48.

Pero existe otra ecuación para K, la ec. 4-31, la cual se muestra para referencia:

$$K = \frac{A_1 K_T M D}{K_0} \quad (4-31)$$

Resolviendo la ec. 4-31 para D:

$$D = \frac{K K_0}{A_1 K_T M} \quad (4-49)$$

Esto permite el cálculo de D como una función de la ganancia de la transconductancia A_1 y K.

La solución completa de los parámetros restantes depende del conocimiento de dos hechos acerca de las ecuaciones 4-32, 4-33 y 4-34.

Primero K_0 y Z_2 aparecen juntas (como K_0/Z_2). Esto implica que pueden ser representadas por una sola variable K_p tal como:

$$K_p = \frac{K_0}{Z_2} \quad (4-50)$$

Segundo, ζ_1 debe ser tal que:

$$\frac{1}{\zeta_1} = \omega_y = \frac{\omega_c}{\eta} \quad (4-51)$$

Esta elección permite la constante de tiempo más rápida para el circuito restaurador de fase (el amplificador operacional) sin cambiar la naturaleza básica del Diagrama de Bode. Si $1/\zeta_1$ es ajustada más allá de ω_y , resulta un polo más allá de ω_y , y el Diagrama de Bode cambia de forma.

Con estas consideraciones en mente, las ecs. 4-36, 4-37, --- 4-50 y 4-51 son usadas en las ecs. 4-32, 4-33 y 4-34 para obtener:

$$\left(\frac{\omega_c}{\eta}\right)^2 = \frac{K_p}{D} \quad (4-52)$$

$$2\left(\frac{\omega_c}{\eta}\right) = \frac{K_i + (\eta + 1/\eta)(K_p/\omega_c)}{D} \quad (4-53)$$

$$D = K_m \omega_c + \frac{K_i}{\eta \omega_c} + \left(\frac{1}{\eta \omega_c}\right) \left(\frac{1}{\omega_y \eta}\right) K_p \quad (4-54)$$

Resolviendo las ecs. 4-52, 4-53 y 4-54 para K_p , K_i , y G_1 , -- respectivamente, se encuentra que:

$$K_p = \left(\frac{\omega_c}{\eta}\right)^2 D \quad (4-55)$$

$$K_I = \frac{2 W_c D}{\eta} - \frac{K_p}{W_c} \left(\eta + \frac{1}{\eta} \right) \quad (4-56)$$

$$G_1 = \frac{D - (K_I / \eta W_c) - (K_p / W_c^2)}{K_m} \quad (4-57)$$

Estas ecuaciones junto con las relaciones que las deducen, complementan específicamente el control de velocidad con P.L.L.

Se nota que en este análisis ha sido usada solamente la función de transferencia de malla abierta, para determinar la operación de malla cerrada.

Esto es lo bueno del método de Bode; evita excesiva matemática difícil a expensas de un criterio inexacto de estabilidad (el margen de fase).

Es importante darse cuenta, sin embargo, que existen casos donde un diseño perfecto de Bode produce un sistema de servo inestable!

Esto es porque el diagrama de Bode, examina la función de -- transferencia de malla abierta en un solo punto, llamado punto de cruce (0 dB).

El diagrama de Nyquist examina $G(j\omega)$ a todas las frecuencias. Es útil hacer un diagrama de Nyquist para checar el diseño de Bode.

El diagrama de Nyquist es fácilmente derivado de las ecuaciones 4-40 (magnitud) y 4-41 (ángulo).

4.6 RESPUESTA DE MALLA CERRADA.

La respuesta a la frecuencia de malla cerrada es fácilmente obtenida de las ecs. 4-40 y 4-41. Recordando que:

$$X = |G(j\omega)| = \text{magnitud de la función de transferencia de malla abierta.}$$

$$\phi = \angle G(j\omega) = \text{ángulo de la función de transferencia de malla abierta.}$$

La función de transferencia de malla cerrada está dada por:

$$\text{Función de transferencia de malla cerrada} = F(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)}$$

(4-58)

y

$$F(j\omega) = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)|} = \frac{X}{|1 + X \angle \phi|}$$

(4-59)

El denominador de la ec. 4-59 puede ser representado en el plano complejo, como se muestra en la figura 4-14.

La suma $X \angle \phi + 1$ puede escribirse como:

$$X \angle \phi + 1 = (X \cos \phi + 1) + j X \sin \phi$$

(4-60)

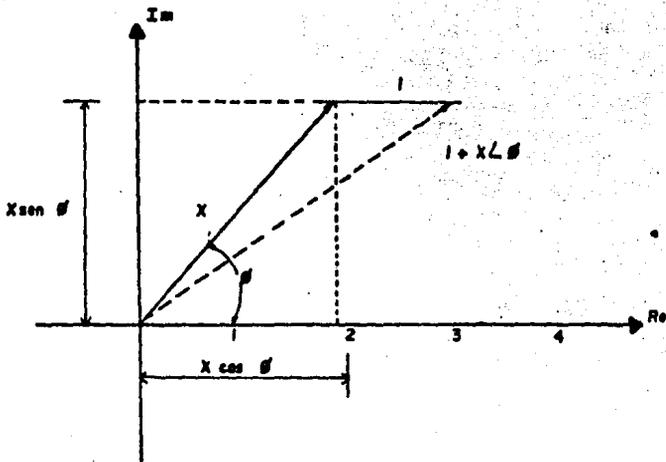


Fig. 4-14.- Diagrama fasorial del denominador de la ecuación 4-59.

La magnitud de este número complejo es:

$$|X \angle \delta + 1| = \sqrt{(X \cos \delta + 1)^2 + (X \operatorname{sen} \delta)^2} \quad (4-61)$$

Expandiendo tenemos:

$$|X \angle \delta + 1| = \sqrt{(X^2 \cos^2 \delta + 2 X \cos \delta + 1) + X^2 \operatorname{sen}^2 \delta} \quad (4-62)$$

Usando la identidad trigonométrica $\operatorname{sen}^2 \delta + \cos^2 \delta = 1$ en la ec. 4-62:

$$|X \angle \delta + 1| = \sqrt{X^2 + 2X \cos \delta + 1} \quad (4-63)$$

La función de transferencia de malla cerrada es:

$$|F(j\omega)| = \frac{X}{\sqrt{X^2 + 2X \cos \delta + 1}} \quad (4-64)$$

Donde X y δ están definidos por las ecs. 4-40 y 4-41 respectivamente.

Es posible obtener respuestas numéricas de este análisis por medio de una computadora digital. La labor implicada sin el uso de la computadora es intimidante.

4.7 DISEÑO CON AYUDA DE COMPUTADORA.

Las ecuaciones y diagramas de flujo desarrollados en este capítulo están listas para su uso con valores específicos seleccionados para G_1 , K_1 , K_p , ζ_m y ζ_f .

Sin embargo, la complejidad numérica de la selección del problema requiere ayuda de computadora.

El programa presentado aquí, está escrito en lenguaje BASIC y listo para correrse en una computadora Commodore 64 y calcula los valores de todos los parámetros necesarios para el control de velocidad de motor de corriente directa usando P.L.L.

El programa cuyo diagrama de flujo y listado del mismo se --- muestran a continuación, también grafica los Diagramas de Bode (Magnitud y Fase) y la curva de respuesta de malla cerrada, y lista los valores de magnitud y ángulo de la función de transferencia de malla abierta, a fin de poder construir la traza de Nyquist.

El programa pide al usuario los siguientes datos con sus unidades:

- J (onz-pulg-seg²)-Inercia del Motor.
- K_d (onz-pulg/1000 RPM)-Constante de amortiguamiento del motor.
- K_t (onz-pulg/A)-Constante de par del Motor.
- PM (Grados) - Margen de Fase.
- N (Líneas) - Densidad de líneas del disco.
- Vcc (Volts) - Voltaje de alimentación.
- HRPM (max-rpm) - Máximas r.p.m. del motor.
- ω_c (RAD/SEG) - Frecuencia de cruce.
- A1 (A/V) - Transconductancia.

NOTAS.

- 1.- Un listado completo del programa se anexa.
- 2.- K_d es especificado frecuentemente en unidades de onz-pulg /1000 rpm, ésta es convertida a onz-pulg/RAD/SEG., en el programa multiplicando por $3/100\pi$ Recuerde que:

$$1000 \text{ RPM} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg.}} \times \frac{2\pi \text{ RAD}}{\text{REV}} = \frac{100\pi \text{ RAD/SEG}}{3}$$

3.- Antes de introducir, estos datos, la relación entre ω_c , N y RPM_{\min} deben satisfacer la inecuación. 4-35.

$$\omega_c \leq \frac{\pi}{300} N \text{ RPM}_{\min}$$

4.- Se debe hacer una prueba especial en la expresión

$$\text{ATN} \left(\frac{2\omega \omega_y}{\omega^2 - \omega_y^2} \right)$$

Primero, si $\omega = \omega_y$, la función tiene una singularidad que causa una indicación de error.

Consecuentemente, si $\omega = \omega_y$, la función debe considerarse igual a 90° y sumárselo al ángulo total.

Segundo, si $(\omega_y^2 - \omega^2) < 0$, se le debe sumar 180° al ángulo total.

5.- Se puede simplificar la expresión:

$$\text{ATN} \left(\frac{2\eta}{1 - \eta^2} \right) - 2 \text{ATN} \left(\frac{1}{\eta} \right) - \text{ATN} \left(\frac{\omega_c}{\omega_j} \right) - \text{PM} + 180^\circ = 0$$

Se le suma 180° debido a que el primer término, tiene el denominador negativo, para valores de $\eta > 1$.

El segundo término:

$-2 \text{ATN} \left(\frac{1}{\eta} \right)$ se puede convertir, usando la propiedad trigonométrica:

$$\text{ATN} (x) + \text{ATN} (y) = \text{ATN} \left(\frac{x + y}{1 - xy} \right)$$

Por lo tanto:

$-2 \operatorname{ATN} (1/\eta) = \operatorname{ATN} (2\eta / 1 - \eta^2)$
 que es precisamente igual al primer término de la expresión -
 de arriba.

Por lo tanto:

$$\operatorname{ATN} (2\eta / 1 - \eta^2) - 2 \operatorname{ATN} (1/\eta) = - 4 \operatorname{ATN} (1/\eta).$$

Sustituyendo:

$$- 4 \operatorname{ATN} (1/\eta) - \operatorname{ATN} (\omega_c / \omega_j) - PM + 180^\circ = 0$$

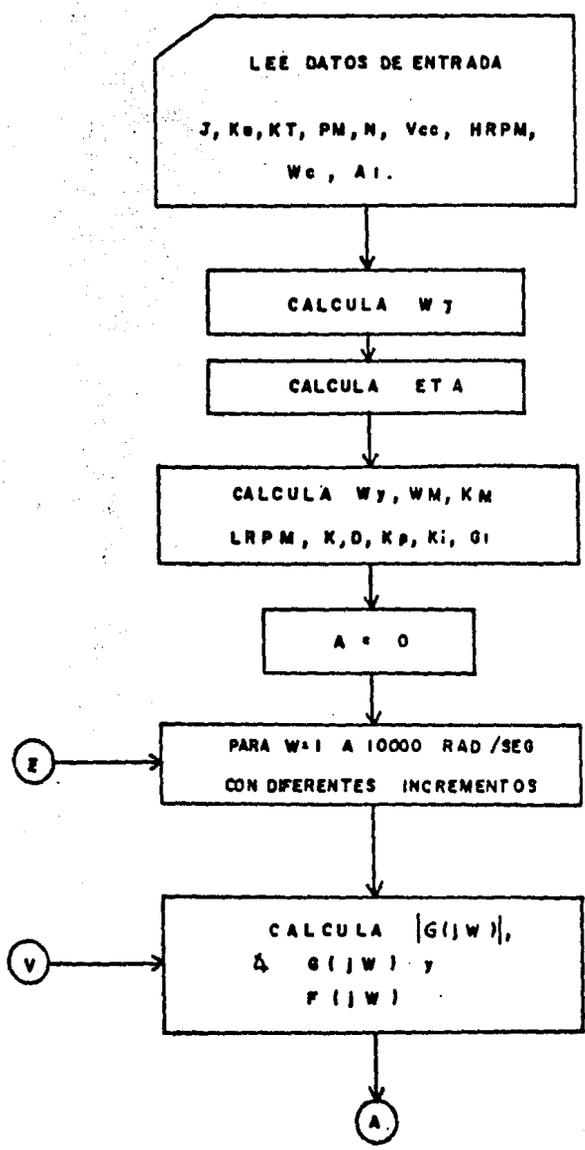
$$- 4 \operatorname{ATN} (1/\eta) = \operatorname{ATN} (\omega_c / \omega_j) + PM - 180^\circ$$

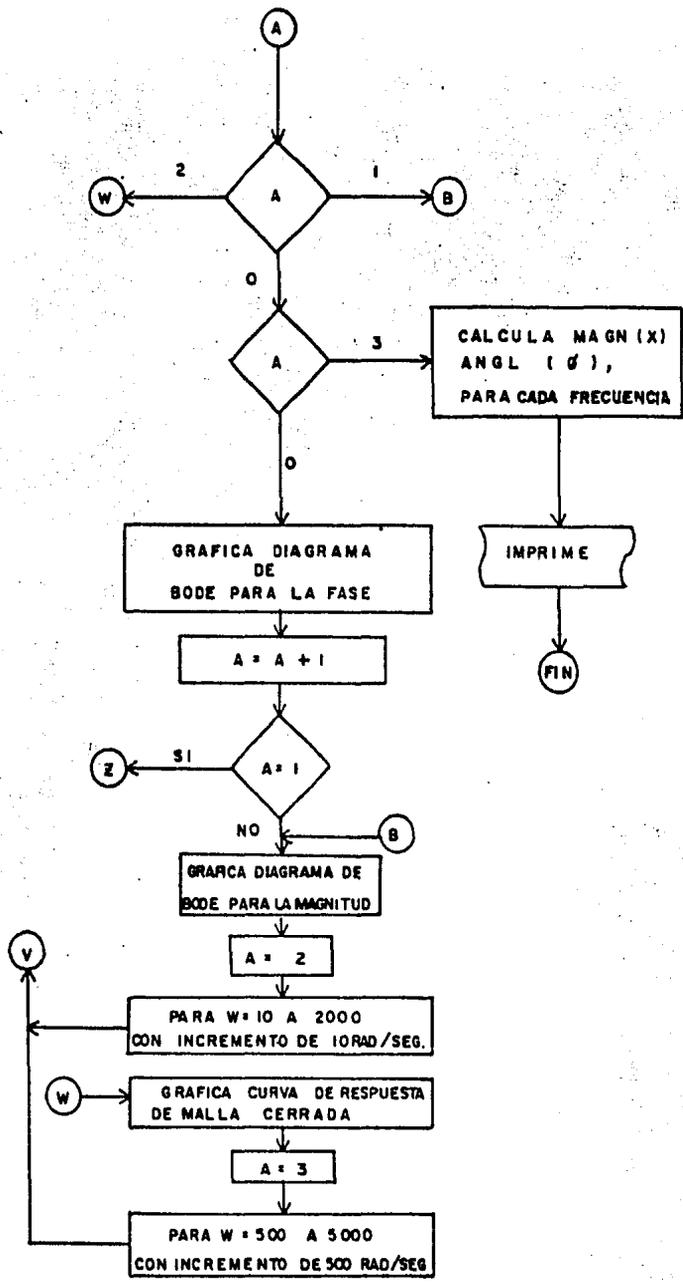
$$\operatorname{ATN} (1/\eta) = \frac{\operatorname{ATN} (\omega_c / \omega_j) + PM - 180^\circ}{- 4}$$

$$1/\eta = \operatorname{TAN} \left[\frac{\operatorname{ATN} (\omega_c / \omega_j) + PM - 180^\circ}{- 4} \right]$$

$$\eta = \frac{1}{\operatorname{TAN} \left[\frac{\operatorname{ATN} (\omega_c / \omega_j) + PM - 180^\circ}{- 4} \right]}$$

DIAGRAMA DE FLUJO





LISTADO DEL PROGRAMA

```

10  REM DISEÑO DEL P.L.L.
20  REM (S C) SIGNIFICA BORRAR LA PANTALLA
30  PRINT "(SC)"
40  PRINT "DA VALORES A LAS SIGUIENTES VARIABLES": PRINT
50  INPUT "J (ONZ-PULG-SEG²) = "; J: PRINT
60  INPUT "KD (ONZ-PULG/1000 RPM) = "; KD : PRINT
70  INPUT "KT (ONZ-PULG/A) = "; KT: PRINT
80  INPUT "PM (GRADOS) = "; PM : PRINT
90  INPUT "N (LINEAS) = "; N: PRINT
100 INPUT "Vcc (VOLTS)= "; Vcc: PRINT
110 INPUT "HRPM (MAX.RPM) = "; HRPM: PRINT
120 INPUT "WC (RAD/SEG)= "; WC: PRINT
130 INPUT "A1="; A1: PRINT
140 PRINT "(SC)"
150 PI= 3.141592654
160 Z1= KD*(3/(100*PI))
170 WJ = Z1/J
180 C1= PI/180
190 C2=PM*C1
200 B=WC/WJ
210 A3=ATN(B)
220 E1=1/(TAN( (A3+C2-PI) / (-4)))
230 A=3/ (100*PI)
240 WJ = (KD*A)/J
250 Wy=WC/E1
260 WM = E1*WC
270 KM= (30*Vcc)/(PI*N*HRPM)
280 LRPM = (300 *WC) / (N*PI)
290 K = SQR ((WC/WJ)² + 1)
300 D = (K*KD*3)/(A1*KT*N*100*PI)
310 KP= ((WC/E1)² ) *D

```

```

320 KI=2* ((WC/E1)*D) - ((KP/WC)* (E1-(1/E1)))
330 G1 = (D-((KI)/(E1*WC))- (KP/(WC2 )))/KM
340 COLOR 0, 1
350 COLOR 1, 8, 7
360 COLOR 4, 1
370 GRAPHIC 1,1
380 A = 0
390 Q1=0
400 LOCATE 0, 144
410 FOR W = 1 TO 10
420 Z1= (2*W*WY)2
430 Z2= ((WY2)-(W2))2
440 Z3= (W/WM)2 + 1
450 Z4= (W/WJ)2 + 1
460 Z5= W2
470 X = (K* (SQR(Z1+Z2)))/(Z5*SQR((Z3)2* Z4))
480 Z7= 180/PI
490 IF WY = W THEN 580
500 U1 = (2*W*WY) / ((WY2) - Z5)
510 U2 = PI
520 U3 = W/WM
530 U4 = W/WJ
540 U5 = (WY2) - Z5
550 IF U5 < 0 THEN 620
560 Z6 = ATN (U1) - U2 - (2*(ATN(U3)))-ATN (U4)
570 Z8= Z6*Z7: GO TO 650
580 U2 = PI: U3 = W/WM: U4=W/WJ
590 Z6= (PI/2) -U2-(2*(ATN(U3)))-ATN (U4)
600 Z8 = Z6* Z7
610 GO TO 650
620 Z6 = ATN (U1)-U2-(2*(ATN (U3)))-ATN (U4)
630 Z6= Z6 + U2
640 Z8 = Z6*Z7

```

```

650 Z9=20/2.30258509
660 U6 = (X2) + (2*X) * (COS(Z6))+1
670 U7=SQR (U6)
680 U8 = Z9*LOG(X/U7)
690 IF A=1 THEN 1320
700 IF A=2 THEN 1830
710 IF A=3 THEN 2340
720 REM LOG ES LOGARITMO BASE E
730 T = 1/LOG(10)
740 J = (WY2 - W2)2 + (2*WY*W)2
750 V = 20* LOG (SQR (J)) * T
760 L = 20* LOG (1/(W2))*T
770 M = 1/SQR (((1/WM)* W)2 + 1)
780 O = 20* LOG (M) * T*2
790 P = 1/SQR (((1/WJ)* W)2 + 1)
800 R = 20*LOG (P) * T
810 S = 20* LOG (K) * T
820 V1 = V+L+O+R+S
830 X = LOG (W) * T*79
840 Y = ((-V1)*176)/220+144
850 DRAW 1 TO X,Y
860 NEXT W
870 Q1 = Q1+1
880 IF Q1=1 THEN 900
890 GO TO 920
900 FOR W = 10 TO 100 STEP 10
910 GO TO 420
920 IF Q1= 2 THEN 940
930 GO TO 960
940 FOR W=100 TO 1000 STEP 100
950 GO TO 420
960 IF Q1=3 THEN 980
970 GO TO 1000

```

```
980 FOR W = 1000 TO 10000 STEP 1000
990 GO TO 420
1000 IF A=1 THEN 1510
1010 FOR F1=0 TO 316 STEP 79
1020 FOR N1=1 TO 10
1030 X1= (LOG(N1)*T)*79+F1
1040 LOCATE X1,0
1050 FOR Y1=0 TO 176
1060 DRAW 1 TO X1, Y1
1070 NEXT Y1
1080 NEXT N1
1090 NEXT F1
1100 FOR Y2=0 TO 176 STEP 16
1110 LOCATE 0, Y2
1120 FOR X2=0 TO 316
1130 DRAW 1 TO X2, Y2
1140 NEXT X2
1150 NEX Y2
1160 CHAR 1,0,0, "180"
1170 CHAR 1,0,17, "0"
1180 CHAR 1,15,24, "W (RAD/SEG)"
1190 CHAR 1,0,23, "1"
1200 CHAR 1, 9, 23, "10"
1210 CHAR 1, 18, 23, "100"
1220 CHAR 1, 28, 23, "1000"
1230 CHAR 1, 35,23, "10000"
1240 CHAR 1, 0, 20, "DB"
1250 CHAR 1, 18, 6, "DIAGRAMA DE BODE"
1260 CHAR 1, 18, 7, "PARA LA MAGNITUD"
1270 FOR H=1 TO 5000: NEXT H
1280 GRAPHIC 0
1290 GRAPHIC 1, 1
1300 A=A+1
1310 IF A=1 THEN 390
1320 Z = 180/PI
```

```

1330 A1=ωV2 - ω2
1340 C5=0
1350 IF A1=0 THEN C1=90
1360 IF A1=0 THEN 1400
1370 IF A1 < 0 THEN C5=180
1380 B1= 2*ωY*ω
1390 C1=ATN (B1/A1)*Z
1400 C2 =-180
1410 B3= (1/ωM)*ω
1420 C3=(ATN(B3)*Z)*2
1430 B4= (1/ωJ)*ω
1440 C4=ATN (B4)*Z
1450 E= C1+C2-C3-C4+C5
1460 X= LOG (ω) *T * 79
1470 Y = ((-E)*162) /360
1480 DRAW 1 TO X, Y
1490 NEXT ω
1500 GO TO 870
1510 FOR F3=0 TO 316 STEP 79
1520 FOR N3=1 TO 10
1530 X3= (LOG(N3)*T)*79+F3
1540 LOCATE X3, 0
1550 FOR Y3=0 TO 162
1560 DRAW 1 TO X3, Y3
1570 NEXT Y3
1580 NEXT N3
1590 NEXT F3
1600 FOR Y4=0 TO 162 STEP 9
1610 LOCATE 0, Y4
1620 FOR X4=0 TO 316
1630 DRAW 1 TO X4, Y4
1640 NEXT X 4
1650 NEXT Y 4
1660 CHAR 1, 15, 24, "ω (RAD/SEG)"
1670 CHAR 1, 0, 22, "1"

```

```
1680 CHAR 1, 9, 22, "10"
1690 CHAR 1, 18, 22, "100"
1700 CHAR 1, 28, 22, "1000"
1710 CHAR 1, 35, 22, "10000"
1720 CHAR 1, 9, 4, "DIAGRAMA DE BODE"
1730 CHAR 1, 9, 5, "PARA LA FASE"
1740 CHAR 1, 0, 0, " 0 GRADOS"
1750 CHAR 1, 0, 20, "-360"
1760 CHAR 1, 0, 10, "-180"
1770 FOR H=1 TO 5000: NEXT H
1780 GRAPHIC 0
1790 GRAPHIC 1,1
1800 A=2
1810 FOR W=10 TO 2000 STEP 10
1820 GO TO 420
1830 Y=UB*(-35)+140
1840 D=LOG(W)*T*126-126
1850 DRAW 1 TO D, Y
1860 NEXT W
1870 FOR F5=0 TO 316 STEP 126
1880 FOR N5=1 TO 10
1890 D5=(LOG(N5)*T)*126+F5
1900 LOCATE D5, 0
1910 FOR Y5=0 TO 176
1920 DRAW 1 TO D5, Y5
1930 NEXT Y5
1940 NEXT N5
1950 NEXT F5
1960 FOR Y6=0 TO 176 STEP 35
1970 LOCATE 0, Y6
1980 FOR D6=0 TO 316
1990 DRAW 1 TO D6, Y6
2000 NEXT D6
2010 NEXT Y 6
```

```
2020 CHAR 1,0,4, "3"
2030 CHAR 1, 0,8, "2"
2040 CHAR 1, 0, 12, "1"
2050 CHAR 1, 0, 15, "08"
2060 CHAR 1, 0, 17, "0"
2070 CHAR 1, 0, 21, "-1"
2080 CHAR 1, 0, 22, "10"
2090 CHAR 1, 14, 22, "100"
2100 CHAR 1, 30, 22, "1000"
2110 CHAR 1, 15, 24, "W (RAD/SEG)"
2120 CHAR 1, 3, 2, "CURVA DE RESPUESTA"
2130 CHAR 1, 3, 4, "DE MALLA CERRADA"
2140 FOR H=1 TO 5000: NEXT H
2150 GRAPHIC 0
2160 FOR I=1 TO 40: PRINT "-"; : NEXT I
2170 PRINT TAB(6); "DISEÑO USANDO P.L.L.": PRINT
2180 PRINT
2190 PRINT "K="; K
2200 PRINT "G1="; G1
2210 PRINT "KI="; KI
2220 PRINT "KP="; KP
2230 PRINT "WM="; WM
2240 PRINT "WY="; WY
2250 PRINT "WJ="; WJ
2260 PRINT "LRPM="; LRPM
2270 PRINT "ETA="; E1
2280 PRINT "KM="; KM: PRINT
2290 FOR H=1 TO 5000: NEXT H
2300 PRINT "(SC)"
2310 A=3
2320 FOR W = 500 TO 5000 STEP 500
2330 GO TO 420
2340 PRINT "PARA W="; W: PRINT
```

```
2350 PRINT TAB (17); "MAGN="; X : PRINT
2360 PRINT TAB (17); "ANGL= "; ZB: PRINT
2370 FOR H=1 TO 5000 : NEXT H
2380 NEXT W
2390 END
```

4.8 PARAMETROS DEL MOTOR.

El disco tiene 5000 ranuras; se encadenará a velocidades de -- 30 a 3000 RPM.

La fuente es de + 5V.

La carga inercial consiste solo del motor y del disco; de datos de placa:

$$K_T = 27 \text{ onz-pulg/A}$$

$$K_D = 4.7 \text{ onz-pulg/1000 RPM}$$

$$J_{\text{motor}} = 0.02 \text{ onz-pulg-seg}^2$$

$$J_{\text{disco}} = 0.002 \text{ onz-pulg-seg}^2.$$

La inercia total es la suma de la inercia del motor y la inercia del disco.

$$J = J_{\text{motor}} + J_{\text{disco}} = 0.022 \text{ onz-pulg-seg}^2$$

Se pueden obtener experimentalmente las constantes del motor, como sigue:

Cuando el motor es visto en su salida mecánica:

$$P_{\text{salida}} = T\omega$$

donde

T = par en (N-M)

W = velocidad de la flecha (RAD/SEG).

P = Potencia (W)

Convirtiendo las unidades del par onz-pulg, y la velocidad de la flecha a 1000 RPM.

$$7.0612 \times 10^7 \text{ onz-pulg} = 1 \text{ N-m}$$

$$0.1047 \text{ RPM} = 1 \text{ RAD/SEG.}$$

$$P_{salida} = 0.74 \text{ Tn.}$$

donde

T = par en onz-pulg.

N = RPM (1000)

Por el principio de la conservación de la energía.

$$P_{salida} = P_{entrada}$$

y sabiendo que:

$$P_{entrada} = EI$$

donde E = Fuerza contra electromotriz (V)

I = Corriente de armadura (A)

$$y \quad E = n k_e$$

donde n = velocidad de la flecha (1000 RPM).

k_e = constante de fuerza contra electromotriz (Volts/1000 RPM).

$$y \quad T = K_T I$$

donde T = $T_L + T_f + T_D$ = Par total de salida del motor

T_f = par de fricción

T_L = par de carga

T_D = par de amortiguamiento

K_T = constante de par

I = corriente de armadura

igualando las potencias de entrada y salida

$$0.74 T_n = n k_e \times \frac{T}{K_T}$$

resulta

$$K_e = 0.74 K_T$$

$$\frac{E}{n} = 0.74 K_T$$

n

de donde:

$$K_T = 1.35 \left(\frac{E}{n} \right)$$

y

K_D se define como la relación del par a rotor bloqueado entre la velocidad de vacío.

por lo tanto

$$K_D = \frac{T \text{ rotor bloqueado}}{1000 \text{ RPM vacío}}$$

Es necesario elegir una frecuencia de cruce apropiada ω_c ; se hace de la inecuación (4-35).

$$\omega_c \leq \frac{\pi}{300} N \text{ LRPM} \leq \frac{\pi}{300} \times 5000 \times 30 \leq 1570 \text{ RAD/SEG.}$$

ω_c se elige como 1000 RAD/SEG que satisface dicha desigualdad.

Se escogió $A_1 = 25$ (trasconductancia).

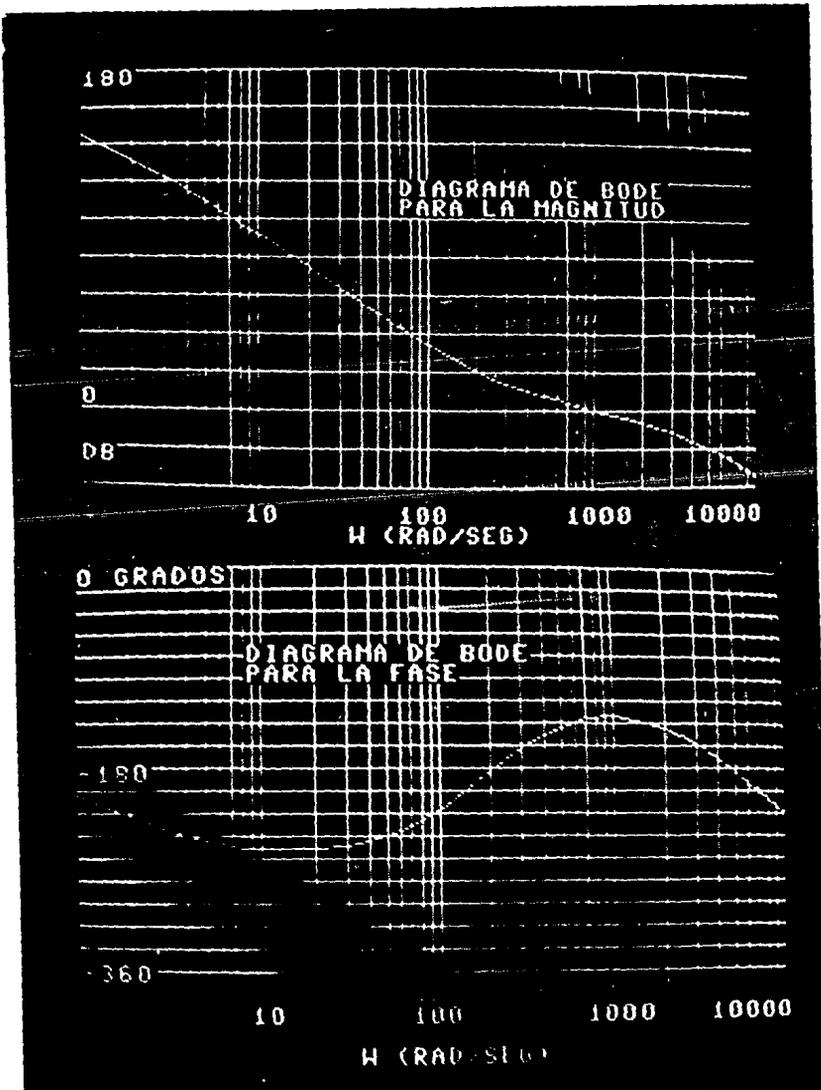
y $PM = 45^\circ$ (Margen de Fase).

Corriendo el programa se obtuvo los diagramas de Bode que se muestran en las fotografías y la curva de respuesta de malla cerrada también mostrada.

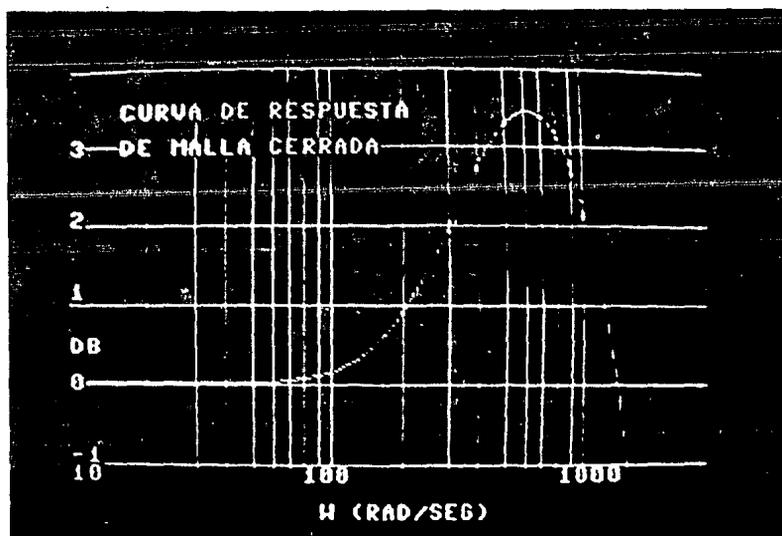
También se obtuvieron valores de constantes de tiempo y las ganancias de circuitos para el sistema descrito antes.

La traza de Nyquist se muestra, con datos obtenidos del programa ya corrido.

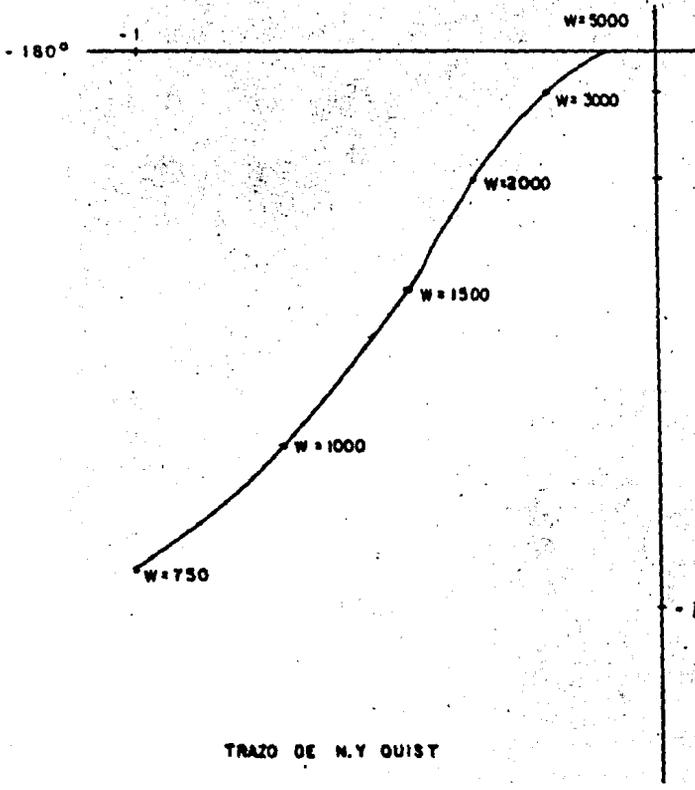
4-9



DIAGRAMAS DE BODE



CURVA DE RESPUESTA DE MALLA CERRADA.



TRAZO DE N.Y QUIST

VALORES DE SALIDA

K = 490.178598

G1 = 1.88170035

KI = 1.35178659 X 10⁻³

KP = 0.259289987

WM = 5013.97347

WY = 199.442619

WJ = 2.040077

LRPM = 19.0985932

ETA = 5.01397347

KM = 3.18309886 X 10⁻⁶

CAPITULO 5

CONCLUSIONES

De los Diagramas de Bode mostrados en las fotografías, se puede ver que el margen de fase, es efectivamente igual a 45° y el margen de ganancia es igual a -20 dB.

Lo que significa que el sistema es estable.

De la última fotografía, de la curva de respuesta de malla cerrada, se observa que el sistema tiene un buen amortiguamiento, solamente 3.5 dB de pico.

Del trazo del diagrama polar, se deduce que es un sistema con buen comportamiento, sin tendencias ocultas.

Con los datos obtenidos después de correr el programa, se pueden elegir los valores de los parámetros del circuito, con las constantes de tiempo y ganancias resultantes.

Los parámetros que cambian al variar la transconductancia A_1 , son 3:

$$1) \quad K_p = \frac{K_d}{\tau^2}$$

$$2) \quad K_i = \text{ganancia del integrador (V/rad)}.$$

Para encontrar la ganancia en (V/cuenta), es necesario multiplicar por 2π .

Es importante elegir bien la transconductancia A_1 , porque un valor alto de A_1 , resulta en un dato pequeño en K_1 , una señal tan pequeña está sujeta a contaminación por ruido.

3) G_1 = ganancia del amplificador de error.

Esta es la ganancia del amplificador operacional incluido en el detector de error de velocidad de cuatro cuadrantes.

Los demás parámetros no cambian al variar la transconductancia A_1 ,

Y finalmente, se puede concluir, que el control de velocidad de motores de C.D. utilizando P.L.L. es una manera muy útil y eficaz de control, por las ventajas ya dichas anteriormente y los resultados obtenidos.

BIBLIOGRAFIA

Ogata, Katsuhiko, Ingeniería de control moderna, Prentice Hall -- Int., 1980.

Dorf, R., Time domain analysis and design of control systems, --- Addison Wesley Publishing Comany, Reading, Mass.; 1965.

Kuo B., C., Sistemas automáticos de control, C.E.C.S.A., México, 1982.

The TTL data book for design engineers, Texas Instruments.

CMOS data book, National semiconductor.

The opto electronics data book, Texas Instruments.

Gardner Floyd, M., Phaselock techniques, Wiley and Sons, Nueva --- York, 1979.

Best, Michell, Phase locked loop, M^C Graw Hill, 1985.

Geiger Dana, F., "Velocity control of D.C. motors by use of ----- phaselock servotechniques", Koll morgen Corporation, Nueva York, 1973.

Macías Pérez, R., "El amplificador operacional", División de Educa ción Continua, Facultad de Ingeniería, U.N.A.M., 1984.

Commodore Plus/4 User's Manual, Commodore Business Machines.