

2ej
48

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"MODELO BAROTROPICO DE ECUACIONES
PRIMITIVA SOBRE EL PLANO β "

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

FISICO

PRESENTA

GERARDO WRIGHT BARAJAS

1986



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO
CAPITULO I

UN MODELO DE ECUACIONES PRIMITIVAS

- 1.1 LA DINAMICA DE LA ATMOSFERA
- 1.2 ANALISIS DE ESCALA
- 1.3 UNA EXPRESION PARA LA ECUACION DE CONTINUIDAD
- 1.4 LA ECUACION DE ENERGIA
- 1.5 FUERZAS DE FRICCION Y COEFICIENTES DE VISCOSIDAD
- 1.6 SISTEMAS DE ECUACIONES PRIMITIVAS Y CONSTRICCIONES GENERALES

CAPITULO II

METODOS DE SOLUCION NUMERICA EN METEOROLOGIA

- 2.1 SOLUCION DE LAS ECUACIONES PRIMITIVAS
- 2.2 NUEVO METODO LINEAL ADI
- 2.3 PROCEDIMIENTO DE SOLUCION
- 2.4 EXPERIMENTOS NUMERICOS
- 2.5 DISCUSION DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

APENDICE A

METODO GENERAL DE DIRECCION ALTERNANTE IMPLICITO (ADI)

APENDICE B

PROGRAMA

ADIF

BIBLIOGRAFIA

INTRODUCCION

MUCHAS DE LAS ACTIVIDADES DEL HOMBRE COMO LA AGRICULTURA, LA INDUSTRIA, LA PESCA, ETC. ASI COMO LA VIDA, SALUD Y BIENESTAR DE TODOS LOS SERES VIVOS QUE HABITAN EN EL PLANETA, ESTAN DIRECTAMENTE INFLUENCIADAS Y DEPENDEN EN GRAN MEDIDA DE LOS FACTORES QUE OCURRAN EN LA ATMOSFERA, ES DECIR, POR EL TIEMPO Y EL CLIMA.

ES POR ESTA RAZON, QUE SURGE LA NECESIDAD DE ENTENDER EL COMPORTAMIENTO DE LA ATMOSFERA, DESARROLLANDO TEORIAS DE CIRCULACION DE ESTA, QUE PERMITAN A LOS METEOROLOGOS TRATAR DE PRONOSTICAR EL TIEMPO.

HASTA ANTES DE 1950, TODOS LOS PRONOSTICOS DEL TIEMPO ESTABAN BASADOS EN ANALISIS SINOPTICOS DE LOS DATOS REPORTADOS, SIN EMBARGO, NUMEROSOS INTENTOS SE HABIAN YA REALIZADO PARA RESOLVER LAS ECUACIONES HIDRODINAMICAS QUE DESCRIBEN EL COMPORTAMIENTO FISICO DE LA ATMOSFERA Y ASI REALIZAR PRONOSTICOS SOBRE BASES MAS CIENTIFICAS.

DESAFORTUNADAMENTE, LA SOLUCION ANALITICA DE ESTAS ECUACIONES NO HA PODIDO SER DETERMINADA, POR LO QUE CON EL SURGIMIENTO Y DESARROLLO DE LAS COMPUTADORAS, LA APLICACION DE METODOS NUMERICOS SE CONVIRTIO EN UNA HERRAMIENTA MUY VALIOSA, PARA DETERMINAR SOLUCIONES APROXIMADAS.

EL PRESENTE TRABAJO ES UNA INVESTIGACION QUE TIENE POR OBJETO RESOLVER NUMERICAMENTE LAS ECUACIONES HIDRODINAMICAS

PARA LA ATMOSFERA EN SU FORMA PRIMITIVA, UTILIZANDOSE PARA ELLO UN ESQUEMA DE DIFERENCIAS FINITAS, IMPLICITO EN EL TIEMPO. ESTE ESQUEMA SE CONOCE COMO EL METODO DE DIRECCION ALTERNANTE IMPLICITO (ADI).

EL TRABAJO ESTA DIVIDIDO EN DOS CAPITULOS. EN EL PRIMERO SE DESARROLLA EN BASE A ALGUNAS LEYES FUNDAMENTALES DE LA FISICA EL SISTEMA DE ECUACIONES PRIMITIVAS, ASI COMO ALGUNAS PARAMETRIZACIONES DE INVARIANTES FISICOS EN EL TIEMPO ASOCIADOS A LAS ECUACIONES.

EN EL SEGUNDO CAPITULO SE MENCIONAN ALGUNOS DE LOS PROBLEMAS QUE SURGEN AL INTENTAR RESOLVER EN FORMA ADECUADA EL SISTEMA DE ECUACIONES PRIMITIVAS. ASI TAMBIEN, SE TRATA EL TEMA DE LOS METODOS NUMERICOS QUE PUEDEN SER UTILIZADOS PARA RESOLVER ESTAS ECUACIONES. EN PARTICULAR, SE PRESENTA UN METODO DE SOLUCION CONOCIDO COMO ADI. ADEMAS, EN ESTE CAPITULO SE PRESENTAN ALGUNOS EXPERIMENTOS NUMERICOS DE PRONOSTICO Y SE DISCUTEN LOS RESULTADOS OBTENIDOS.

SE INCLUYEN ADEMAS DOS APENDICES, EL PRIMERO DE ELLOS MUESTRA UN EJEMPLO DE LA APLICACION DEL METODO ADI PARA ENTENDER EL ALGORITMO. (APENDICE A). EN EL SEGUNDO APENDICE (B), SE MUESTRAN LOS LISTADOS DEL PROGRAMA ADIF, DESARROLLADO POR I.M. NAVON (1977); Y UTILIZADOS EN EL DESARROLLO DEL PRESENTE TRABAJO.

UN MODELO DE ECUACIONES PRIMITIVAS

1.1 LA DINÁMICA DE LA ATMÓSFERA

EL MOVIMIENTO DE LA ATMÓSFERA PUEDE SER ESTUDIADO A PARTIR DE MODELOS FÍSICO-MATEMÁTICOS QUE DESCRIBAN LOS PROCESOS DINÁMICOS QUE EN ELLA SUCEDEN.

CONSIDERANDO A LA ATMÓSFERA COMO UN MEDIO CONTINUO, SUJETA A LOS PRINCIPIOS DE LA MECÁNICA DE LOS FLUIDOS, LA DINÁMICA DE ÉSTA ES GOBERNADA BASICAMENTE POR CUATRO TIPOS DE FUERZAS QUE SON, LA FUERZA GRAVITACIONAL g , LA FUERZA DEL GRADIENTE DE PRESIÓN $-\frac{1}{\rho}\nabla P$, LA FUERZA DE FRICCIÓN F Y LA FUERZA DE CORIOLIS f , PARA UN SISTEMA EN ROTACIÓN. LA SEGUNDA LEY DE NEWTON DEL MOVIMIENTO EN UN SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL SE PUEDE EXPRESAR COMO:

$$\frac{d_a V_a}{dt} = \sum F \quad (1)$$

DONDE $\sum F$ REPRESENTA LAS FUERZAS QUE ACTÚAN POR UNIDAD DE MASA Y V_a ES LA VELOCIDAD VISTA DESDE UN SISTEMA DE REFERENCIAL INERCIAL.

PARA PODER EXPRESARLA, EN UN SISTEMA EN ROTACIÓN, SE DETERMINAN RELACIONES ENTRE LA VELOCIDAD ABSOLUTA V_a Y LA VELOCIDAD RELA-

TIVA AL SISTEMA ROTANDO, DENOTADO POR V . SI r ES EL VECTOR DE POSICIÓN PARA UNA PARCELA DE AIRE.

$$\frac{d_a r}{dt} = \frac{dr}{dt} + \Omega \times r \quad (2)$$

PARA UN SISTEMA QUE ROTA CON UNA VELOCIDAD ANGULAR Ω .

DADO QUE $\frac{d_a r}{dt} = V_a$ y $\frac{dr}{dt} = V$

SE TIENE, SUSTITUYENDO EN (2),

$$V_a = V + \Omega \times r \quad (3)$$

Y

$$\frac{d_a V_a}{dt} = \frac{dV_a}{dt} + \Omega \times V_a \quad (4)$$

SUSTITUYENDO LA ECUACIÓN (3) EN (4)

$$\frac{d_a V_a}{dt} = \frac{d}{dt}(V + \Omega \times r) + \Omega \times (V + \Omega \times r) \quad (5)$$

EL TÉRMINO $\Omega \times (\Omega \times r) = \Omega(r \cdot \Omega) - r(\Omega \cdot \Omega)$

QUE CORRESPONDE A LA FUERZA CENTRÍFUGA, Y PUEDE SER INCLUIDO EN LA FUERZA GRAVITACIONAL

$$g = g_a + \Omega \times (\Omega \times r) \quad (6)$$

CON g_a LA GRAVEDAD REAL Y g LA GRAVEDAD EFECTIVA. DISTRIBUYENDO LOS PRODUCTOS Y DERIVADOS EN (5)

$$\sum F = \frac{dV}{dt} + 2 \Omega \times V + g \quad (7)$$

SUSTITUYENDO ΣF POR LAS FUERZAS QUE ACTÚAN EN LA ATMÓSFERA, SE TIENE FINALMENTE

$$\frac{dV}{dt} = -2 \Omega \times V - \frac{1}{\rho} \nabla P + g + F \quad (8)$$

QUE ES LA SEGUNDA LEY DE NEWTON PARA UN SISTEMA DE ROTACIÓN Y DESCRIBE EL MOVIMIENTO DE LA ATMÓSFERA.

1.2 ANÁLISIS DE ESCALA

DESARROLLANDO LA ECUACIÓN (8) EN COORDENADAS ESFÉRICAS, SE TIENE [1]

$$\frac{du}{dt} - \frac{uv \tan \phi}{a} + \frac{uw}{a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + 2 \Omega v \sin \phi - 2 \Omega w \cos \phi + F_x \quad (9)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{u^2 \tan \phi}{a} + \frac{vw}{a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - 2 \Omega u \sin \phi + F_y \quad (10)$$

$$\frac{dw}{dt} - \frac{u^2 + v^2}{a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g + 2 \Omega u \cos \phi + F_z \quad (11)$$

CON a = RADIO DE LA TIERRA Y ϕ = LATITUD. EN LA TABLA 1, SE MUESTRAN LOS VALORES REPRESENTATIVOS DE CADA TÉRMINO DE LAS ECUACIONES (9), (10) Y (11), PARA MOVIMIENTOS DE ESCALA SINÓPTICOS EN LOS TRÓPICOS Y LATITUDES MEDIAS, CON LOS CUALES SE REALIZA EL ANÁLISIS DE ESCALA DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO LINEAL HORIZONTAL.

tabla 1 análisis de escala de las ecuaciones de movimiento horizontal.

	A	B	C	D	E	F
componente X	$\frac{du}{dt}$	$-2\Omega v \sin \phi + 2\Omega w \cos \phi$	$\frac{uW}{a}$	$-\frac{uv \tan \phi}{a}$	$= -\frac{1}{e} \frac{\partial P}{\partial x}$	
componente Y	$\frac{dv}{dt}$	$+2\Omega u \sin \phi$		$\frac{vW}{a} + \frac{u^2 \tan \phi}{a}$	$= -\frac{1}{e} \frac{\partial P}{\partial y}$	
Escalas	$\frac{U^2}{L}$	$f_0 U$	$f_0 W$	$\frac{UW}{a}$	$\frac{U^2}{a}$	$\frac{\Delta P}{eL}$
magnitud ($m \ s^{-2}$)	10^{-4}	10^{-3}	10^{-5}	10^{-8}	10^{-5}	10^{-3}

tabla 2 análisis de escala de la ecuación de movimiento vertical.

componente Z	$\frac{dw}{dt}$	$-2\Omega u \cos \phi$	$-\frac{u^2 + v^2}{a}$	$= -\frac{1}{e} \frac{\partial P}{\partial z}$	-g
Escalas	$\frac{UW}{L}$	$f_0 U$	$\frac{U^2}{a}$	$\frac{P_0}{eH}$	g
magnitud ($m \ s^{-2}$)	10^{-7}	10^{-3}	10^{-5}	10	10

LA MAGNITUD DE LAS CONTRIBUCIONES DE LOS TÉRMINOS C,D,E, ES PEQUEÑA COMPARADA CON LA DE LOS TÉRMINOS RESTANTES, POR TANTO, COMO UNA BUENA APROXIMACIÓN SE TIENE DE (9) Y (10)

$$\frac{du}{dt} - 2\Omega v \operatorname{Sen} \phi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = F_x \quad (12)$$

$$\frac{dv}{dt} + 2\Omega u \operatorname{Sen} \phi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = F_y \quad (13)$$

·DONDE LAS DERIVADAS TOTALES SE EXPRESAN COMO:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (14)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \quad (15)$$

SUSTITUYENDO (15) Y (14) EN (13) Y (12), CON $f = 2\Omega \operatorname{Sen} \phi$, EL PARÁMETRO DE CORIOLIS, SE TIENE

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = F_x \quad (16)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = F_y \quad (17)$$

EN LA PRÁCTICA SE TRABAJA CON CAMPOS DE ALTURA DE SUPERFICIES DE PRESIÓN CONSTANTE (ALTURA GEOPOTENCIAL) EN VEZ DE UTILIZAR LA PRESIÓN EN SÍ. MATEMÁTICAMENTE SE PUEDE REALIZAR UNA TRANSFORMACIÓN DE P a h .

LA TRANSFORMACIÓN PARA LA COMPONENTE X DE LA FUERZA DEL GRADIENTE ES PRESIÓN, A GRADIENTE DE ALTURA ES:

$$\frac{(P_0 + \delta P) - P_0}{\delta x} = \frac{(P_0 + \delta P) - P_0}{\delta h} \frac{\delta h}{\delta x}$$

TOMANDO EL LÍMITE CUANDO $\delta x \rightarrow 0$ y $\delta y \rightarrow 0$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_h = - \left(\frac{\partial P}{\partial h}\right)_x \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_P \quad (18)$$

AL REALIZAR EL ANÁLISIS DE ESCALA DE LA ECUACIÓN (11), USANDO LA TABLA (2), SE LLEGA A LA APROXIMACIÓN HIDROSTÁTICA

$$\left(\frac{\partial P}{\partial h}\right)_x = -\rho g \quad (19)$$

SUSTITUYENDO (19) EN (18), SE OBTIENE

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = g \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_P \quad (20)$$

TOMANDO LA ECUACIÓN (20) Y SUSTITUYENDO EN (16), Y EL ANÁLOGO PARA LA COMPONENTE Y EN (17), SE LLEGA

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v + g \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) = F_x \quad (21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u + g \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right) = F_y \quad (22)$$

QUE SON LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO EN LAS DIRECCIONES ZONAL Y MERIDIONAL RESPECTIVAMENTE, CON h COMO VARIABLE EN LA VERTICAL.

1.3 UNA EXPRESIÓN PARA LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO FORMAN UN SISTEMA DE DOS ECUACIONES CON TRES VARIABLES POR LO QUE NO ES POSIBLE RESOLVERLO, Y ES NECESARIO INCORPORAR UNA TERCERA ECUACIÓN QUE CONTENGA ÉSTAS VARIABLES Y ASÍ PODER DETERMINAR UNA ÚNICA SOLUCIÓN DEL NUEVO SISTEMA, ÉSTA ES LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.

PARA ENCONTRAR UNA EXPRESIÓN PARA LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD SE SIGUE: PARA UN FLÚIDO INCOMPRESIBLE

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (23)$$

DESARROLLANDO (23)

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla_2 \cdot \mathbf{V}_2 + \frac{\partial \omega}{\partial h} = 0 \quad (24)$$

DONDE EL SUBÍNDICE DOS SE REFIERE EN DOS DIMENSIONES.

INTEGRANDO RESPECTO A h , (24), SE OBTIENE

$$\int_0^h \nabla_2 \cdot \mathbf{V}_2 \, dh = - \int_0^h \frac{\partial \omega}{\partial h} \, dh$$
$$\omega = - \int_0^h \nabla_2 \cdot \mathbf{V}_2 \, dh \quad (25),$$

si $\omega(0) = 0$

COMO

$$\nabla_2 \cdot V_2$$

NO DEPENDE DE

$$h$$

$$\omega = -\nabla_2 \cdot V_2 \int_0^h dh$$

$$\omega = (-\nabla_2 \cdot V_2)h$$

(26)

LA ECUACIÓN (25) ES UNA FUNCIÓN LINEAL EN h , TAL QUE

$$\omega = \frac{dh}{dt}$$

(27)

IGUALANDO (26) Y (27), Y REORDENANDO

$$\frac{dh}{dt} + h \nabla_2 \cdot V_2 = 0$$

o

$$\frac{dh}{dt} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

Y DESARROLLANDO LA DERIVADA TOTAL

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

(28)

QUE ES LA EXPRESIÓN PARA LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD, QUE GENERA LA TERCERA ECUACIÓN DEL SISTEMA.

1.4 LA ECUACIÓN DE ENERGÍA

EN LA ATMÓSFERA OCURREN DIFERENTES TRANSFORMACIONES DE ENERGÍA. UNA DE LAS PRINCIPALES FORMAS DE ÉSTAS, ES EL CAMBIO DE ENERGÍA POTENCIAL A CINÉTICA Y VICEVERSA, QUE SE DA PARA QUE SE PRODUZCAN MOVIMIENTOS EN LA ATMÓSFERA.

LAS ECUACIONES QUE DESCRIBEN ESTOS MOVIMIENTOS SON, JUNTO CON LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u + g \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

SUMANDO Y RESTANDO EN LA PRIMERA Y SEGUNDA ECUACIÓN

$v \frac{\partial v}{\partial x}$ y $u \frac{\partial u}{\partial y}$, RESPECTIVAMENTE

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} - f v + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} - u \frac{\partial u}{\partial y} + u \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u + g \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

REORDENANDO

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f v - v \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right) + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + f u + u \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right) + g \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

DONDE LA VORTICIDAD RELATIVA $\xi = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$

Y LA ENERGÍA CINÉTICA $K = \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right)$

Y LA ENERGÍA POTENCIAL $\Phi = gh$

SUSTITUYENDO ξ Y K SE TIENE:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v(f + \xi) + \frac{\partial}{\partial x}(K) + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u(f + \xi) + \frac{\partial}{\partial y}(K) + g \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (30)$$

MULTIPLICANDO Y DIVIDIENDO POR h EL SEGUNDO TÉRMINO DEL LADO IZQUIERDO EN LAS ECUACIONES (29) Y (30), SE LLEGA

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v h (f + \xi) h^{-1} + \frac{\partial}{\partial x}(K + \Phi) = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u h (f + \xi) h^{-1} + \frac{\partial}{\partial y}(K + \Phi) = 0$$

TOMANDO $q = (f + \xi) h^{-1}$ Y SUMANDO AMBAS ECUACIONES,

$$\frac{\partial v}{\partial t} + q \hat{k} \times \nabla h + \nabla(K + \Phi) = 0 \quad (31)$$

QUE ES LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO LINEAL HORIZONTAL EN FORMA VECTORIAL, [2]. LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD PUEDE ESCRIBIRSE EN FORMA VECTORIAL

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (\hat{i}uh + \hat{j}vh) = \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot \nabla h = 0 \quad (32)$$

TOMANDO LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO (31) Y (32) Y MULTIPLICANDO LA PRIMERA POR V_h Y COMBINANDO CON LA SEGUNDA, SE LLEGA A QUE:

$$\frac{\partial V}{\partial t} \cdot V_h + (q \hat{k} \times V_h) \cdot V_h + \nabla \cdot (K + \Phi) V_h = 0$$

DESARROLLANDO $\frac{\partial (V_h \cdot V)}{\partial t}$ Y DESPEJANDO $V_h \cdot \frac{\partial V}{\partial t}$

$$V_h \cdot \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial (V_h \cdot V)}{\partial t} - V \cdot \frac{\partial V_h}{\partial t} - V_h \cdot \frac{\partial V}{\partial t} \quad (33)$$

DONDE $V_h \cdot \frac{\partial V}{\partial t}$ ES CERO, POR SER \bar{u} Y \bar{a} PERPENDICULARES.

COMO $(q \hat{k} \times V_h) \cdot V_h = (V_h \times q \hat{k}) \cdot V_h = (V_h \times V_h) \cdot q \hat{k} = 0$

SE TIENE DE (33),

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial (V_h \cdot V)}{\partial t} - V \cdot \frac{\partial V_h}{\partial t} \right) + V_h \cdot \nabla K + V_h \cdot \nabla \Phi = 0$$

o

$$\frac{\partial (K h)}{\partial t} - K \frac{\partial h}{\partial t} + V_h \cdot \nabla K + V_h \cdot \nabla \Phi = 0$$

CÓMO

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\nabla \cdot V_h$$

$$\frac{\partial (K h)}{\partial t} + K \nabla \cdot V_h + V_h \cdot \nabla K + V_h \cdot \nabla \Phi = 0$$

$$\frac{\partial (K h)}{\partial t} + \nabla \cdot (K V_h) + V_h \cdot \nabla \Phi = 0 \quad (34)$$

DONDE LA ECUACIÓN (34) DESCRIBE EL CAMBIO EN EL TIEMPO DE LA ENERGÍA TOTAL CINÉTICA. MULTIPLICANDO (32) POR $\Phi = gh =$ ENERGÍA POTENCIAL, SE TIENE

$$gh \frac{\partial h}{\partial t} + gh \nabla \cdot \mathbf{v}h = 0 \quad (35)$$

SUMANDO Y RESTANDO $\mathbf{v}h \cdot \nabla \Phi$, EN (35), SE TIENE

$$\frac{\partial (\frac{\rho}{2} h^2)}{\partial t} + \Phi \nabla \cdot \mathbf{v}h + \mathbf{v}h \cdot \nabla \Phi - \mathbf{v}h \cdot \nabla \Phi = 0$$

$$\frac{\partial (\frac{\rho}{2} h^2)}{\partial t} + \nabla \cdot \Phi \mathbf{v}h - \mathbf{v}h \cdot \nabla \Phi = 0 \quad (36)$$

SUMANDO LAS ECUACIONES (34) Y (36)

$$\frac{\partial (kh + \frac{\rho}{2} h^2)}{\partial t} + \nabla \cdot (k \mathbf{v}h) + \nabla \cdot \Phi \mathbf{v}h = 0$$

$$\frac{\partial (h(k + \frac{\rho}{2} h))}{\partial t} + \nabla \cdot (k + \Phi) \mathbf{v}h = 0 \quad (37)$$

LA CUAL DESCRIBE EL CAMBIO EN EL TIEMPO DE LA ENERGÍA TOTAL.

INTEGRANDO LA ECUACIÓN (37), EN UNA ÁREA $L \cdot D$,

$$\iint_{0}^{L \cdot D} \frac{\partial}{\partial t} h(k + \frac{\rho}{2} h) dx dy + \iint_{0}^{L \cdot D} \nabla \cdot (k + \Phi) \mathbf{v}h dx dy = 0 \quad (38)$$

RESOLVIENDO LA SEGUNDA INTEGRAL DE (38), SE OBTIENE

$$\iint_{0}^{D} \nabla \cdot (\Phi + k) V h \, dx \, dy = \iint_{0}^{D} \frac{\partial}{\partial x} (\Phi + k) V h \, dx \, dy + \iint_{0}^{D} \frac{\partial}{\partial y} (\Phi + k) V h \, dx \, dy$$

LA CONDICIÓN DE FRONTERA EN LA DIRECCIÓN X ES:

$$\omega(x, y, t) = \omega(x+L, y, t)$$

EN LA DIRECCIÓN Y ES

$$v(x, 0, t) = v(x, D, t)$$

AL APLICAR ÉSTAS CONDICIONES A LAS INTEGRALES

$$\int_{0}^{D} \left[(\Phi + k) V h \Big|_{0}^{L} \right] dy + \int_{0}^{L} \left[(\Phi + k) V h \Big|_{0}^{D} \right] dx = 0$$

YA QUE AMBOS INTEGRANDO SON CERO, SE TIENE

$$\iint_{0}^{L} \nabla \cdot (\Phi + k) V h \, dx \, dy = 0$$

POR LO QUE LA ECUACIÓN (38) SE REDUCE

$$\iint_{0}^{L} \frac{\partial}{\partial t} \left(h \left(k + \frac{\rho}{2} h \right) \right) dx \, dy = 0$$

SUSTITUYENDO

$$k = \left(\frac{u^2 + v^2}{2} \right)$$

$$\iint_{0}^{L} \frac{\partial}{\partial t} \left(h \left(\frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{\rho}{2} h \right) \right) dx \, dy = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{0}^{L} h (u^2 + v^2 + gh) dx \, dy$$

Y TOMANDO $\phi = 2 \sqrt{gh}$, SE TIENE

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} \iint_0^L \frac{\phi^2}{4g} (u^2 + v^2 + \frac{\phi^2}{4}) dx dy = 0$$

CON

$$E_T = \frac{1}{2} \iint_0^L \frac{\phi^2}{4g} (u^2 + v^2 + \frac{\phi^2}{4}) dx dy \quad (39)$$

LA ECUACIÓN (39), ES UNA EXPRESIÓN PARA LA ENERGÍA TOTAL, LA CUAL ES UN INVARIANTE EN EL TIEMPO.

POR OTRO LADO, SE SABE QUE LA VORTICIDAD ABSOLUTA SE CONSERVA

$$\frac{d\eta}{dt} = 0$$

POR TANTO, CUALQUIER POTENCIAL DE η SE CONSERVA, EN PARTICULAR η^2 , YA QUE

$$\frac{d\eta^2}{dt} = 2\eta \frac{d\eta}{dt} = 0$$

COMO $\eta = \xi + f$, DONDE ξ ES LA COMPONENTE VERTICAL DE LA VORTICIDAD RELATIVA DADA POR $\xi = \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)$, Y f EL PÁRAMETRO DE CORIOLIS, LA ENSTROFIA POTENCIAL Z , LA CUAL INVOLUCRA UNA POTENCIAL DE LA ENSTROFIA, SE CONSERVA Y ESTA DEFINIDA POR, [3]

$$Z = \frac{1}{2} \iint_0^L \frac{\eta^2}{h} dx dy \quad (40)$$

PARA UNA ÁREA $L \cdot D$

TAMBIÉN EL VALOR PROMEDIO DE LA ALTURA DE LA SUPERFICIE LIBRE SE CONSERVA, ÉSTO ES

$$h = \frac{\iint_{A} h \, dx \, dy}{\bar{A}} \quad (41)$$

1.5 FUERZAS DE FRICCIÓN Y COEFICIENTES DE VISCOSIDAD

PARA UNA MASA ARBITRARIO DE VOLUMEN EN UN SISTEMA LAGRANGIANO LA RAZÓN DE CAMBIO DEL MOVIMIENTO DE LA MASA EN UN VOLUMEN SERÁ

$$\frac{D}{Dt} \int_V eu \, dv$$

DONDE eu ES LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO. ASÍ LA ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE MOVIMIENTO ES

$$\frac{D}{Dt} \int_V eu \, dv = \int_S B \, dS + \int_V ef \, dv \quad (42)$$

DONDE LA PRIMERA INTEGRAL CORRESPONDE A LAS FUERZAS SUPERFICIALES TALES COMO LA FUERZA DE PRESIÓN O ESFUERZOS VISCOSOS Y LA SEGUNDA INTEGRAL CORRESPONDE A LAS FUERZAS GRAVITACIONALES O ELECTROMAGNÉTICAS. B ES LA RESULTANTE DE LAS FUERZAS SUPERFICIALES Y f ES LA RESULTANTE DE LAS FUERZAS VOLUMÉTRICAS. ENTONCES EL ESFUERZO PUEDE REPRESENTARSE POR LA CANTIDAD

σ_{ij} , QUE ES UN TENSOR DE RANGO DOS, QUE EN GENERAL, TIENE NUEVE COMPONENTES DE ESFUERZO PARA UN PUNTO DADO, ES DECIR UNA COMPONENTE NORMAL Y DOS TANGENCIALES A CADA PLANO.

EL VECTOR B ESTA RELACIONADO CON EL TENSOR DE ESFUERZO COMO SIGUE; COMO \hat{n}_i ES UN VECTOR UNITARIO NORMAL A LA SUPERFICIE i , LA FUERZA RESULTANTE QUE ACTUA EN LA DIRECCIÓN X_i SERÁ;

$$B_j = \sigma_{ij} \hat{n}_i$$

SUSTITUYENDO EN LA ECUACIÓN (42), SE OBTIENE

$$\frac{D}{Dt} \int_V \rho u_i dV = \int_S \sigma_{ij} \hat{n}_i ds + \int_V \rho f_i dV \quad (43)$$

APLICANDO EL TEOREMA DE REYNOLDS PARA LA INTEGRAL DEL LADO IZQUIERDO Y USANDO EL TEOREMA DE LA DIVERGENCIA EN LA PRIMERA INTEGRAL DEL LADO DERECHO SE TIENE

$$\int_V \left[\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_k)}{\partial x_k} \right] dV = \int_V \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} dV + \int_V \rho f_i dV$$

COMO EL VOLUMEN ES ARBITRARIO

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_k)}{\partial x_k} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho f_i$$

DESARROLLANDO Y UTILIZANDO LA ECUACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DE LA MASA

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (44)$$

QUE NO ES MÁS QUE OTRA EXPRESIÓN DE LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO PERO CON UN TÉRMINO QUE INVOLUCRA UN TENSOR DE ESFUERZO σ_{ij} , [4]

EL TENSOR DE ESFUERZO σ_{ij} SATISFACE QUE SI EL FLUÍDO ESTÁ EN REPOSO, EL ESFUERZO ES HIDROSTÁTICO Y LA PRESIÓN EJERCIDA POR EL FLUÍDO ES LA PRESIÓN TERMODINÁMICA LO CUAL SUGIERE QUE σ_{ij} SEA DE LA FORMA, [5]

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (45)$$

DONDE p ES LA PRESIÓN TERMODINÁMICA Y δ_{ij} ES LA DELTA DE KRONECKER. POR SER σ_{ij} Y $-p \delta_{ij}$ TENSORES SIMÉTRICOS, SE SIGUE QUE τ_{ij} TAMBIÉN ES UN TENSOR SIMÉTRICO.

A PARTIR DE LA LEY NEWTONIANA DE FRICCIÓN, SE TIENE QUE

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

POR TANTO

$$\sigma_{ij}' = \mu_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (46)$$

DONDE

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$$

POR SER σ_{ij}' Y ϵ_{ij} TENSORES SIMÉTRICOS ARBITRARIOS, SE SIGUE QUE μ_{ijkl} ES UN TENSOR DE RANGO CUATRO SIMÉTRICO EN LOS ÍNDICES k Y l , [6].

PARA EXPRESAR EL TENSOR μ_{ijkl} ES NECESARIO TOMAR EN CUENTA QUE:

- 1) UN MEDIO CONTINUO ES ISOTRÓPICO SI POSEE EN CADA PUNTO LAS MISMAS PROPIEDADES EN TODAS DIRECCIONES.
- 2) UN TENSOR ES ISOTRÓPICO SI SUS COMPONENTE NO CAMBIAN BAJO CUALQUIER ROTACIÓN DE EJES.
- 3) EL FLUÍDO ES ISOTRÓPICO POR CONSIGUIENTE EL TENSOR DE VISCOCIDAD μ_{ijkl} ES ISOTRÓPICO Y EL TENSOR ISOTRÓPICO DE RANGO CUATRO μ_{ijkl} ES, [7]

$$\mu_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{il} \delta_{jk} + \delta_{ik} \delta_{jl}) + \delta (\delta_{il} \delta_{jk} - \delta_{ik} \delta_{jl}) \quad (47)$$

DONDE λ , μ , γ , SON ESCALARES ARBITRARIOS.

COMO

$$\mu_{ijkl} = \mu_{ijlk}$$

SE SIGUE

$$\gamma = 0$$

SUSTITUYENDO (47) EN (46)

$$\sigma'_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jk} + \delta_{ik} \delta_{jk}) \epsilon_{kk}$$

$$\sigma'_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + \mu (\epsilon_{ii} + \epsilon_{jj})$$

$$\sigma'_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij}$$

POR CONSIGUIENTE

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda \epsilon_{kk}) \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (48)$$

DEFINIENDO EL ESFUERZO NORMAL MEDIO COMO:

$$\bar{p} = -\frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad \text{Y} \quad -p = \sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33}$$

(48) PUEDE ESCRIBIRSE COMO

$$\sigma_{ij} = (-p + \lambda \epsilon_{kk}) \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{ii} = \bar{p}$$

$$\bar{p} = p - \lambda \epsilon_{kk} - \frac{2}{3} \mu \epsilon_{ii}$$

$$\bar{p} = p - \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right) \epsilon_{kk}$$

PARA EL CASO $\bar{p} = p$

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu$$

Y

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (49)$$

DONDE μ SE CONOCE COMO EL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD DINÁMICO.

AHORA BIEN

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \epsilon_{kk} + 2 \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \epsilon_{ij}$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (50)$$

EL SEGUNDO TÉRMINO ES CERO PUES $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$

SUPONIENDO EL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD DINÁMICO CONSTANTE,

(50) PUEDE SER ESCRITA COMO:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} \right]$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \mu \nabla^2 u_i \quad (51)$$

SUSTITUYENDO (51) EN (44)

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial P}{\partial x_i} \right) + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 u_i + f_i$$

6

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 u_i + f_i \quad (52)$$

DONDE ν ES EL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD TURBULENTO EDDY,

EN MODELOS DE CIRCULACIÓN OCEÁNICA [8], [9], SE PUEDE SUPONER QUE EL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD TURBULENTO EDDY NO ES CONSTANTE, EXISTIENDO DIFERENTES PARAMETRIZACIÓN DE ÉSTE.

CROWLEY PROPONE ν , EL COEFICIENTE DE VISCOSIDAD TURBULENTO EDDY DE LA FORMA:

$$\nu = \alpha^{-3/2} |\nabla \xi| (\Delta x)^3 \quad (53)$$

DONDE α ES UN COEFICIENTE DE PROPORCIONALIDAD, ξ ES LA VORTICIDAD RELATIVA Y (Δx) LA DISTANCIA ENTRE PUNTAS DE MALLA,

HANEY Y WRIGHT, PROPONEN OTRA FORMULACIÓN, QUE ES

$$\nu = \nu_0 (1 + \gamma |\nabla \xi| (\Delta x)^3) \quad (54)$$

DONDE V_0 ES EL MÍNIMO VALOR DE LA VISCOSIDAD EDDY Y γ ES UNA CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD.

1.6 SISTEMA DE ECUACIONES PRIMITIVAS Y CONSTRICCIONES GENERALES

COMO RESULTADO DEL ANÁLISIS Y APLICACIÓN DE ALGUNOS PRINCIPIOS FÍSICOS A LA ATMÓSFERA SE OBTIENE FINALMENTE EL SISTEMA DE ECUACIONES CONOCIDA COMO PRIMITIVAS DADO POR [10], [11]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v + g \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) = F_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u + g \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) = F_y$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

DONDE LOS PRIMEROS TÉRMINOS DE CADA ECUACIÓN DESCRIBEN EL CAMBIO LOCAL, LOS DOS SIGUIENTES EL CAMBIO POR ADVECCIÓN Y EL ÚLTIMO EL GRADIENTE DE ALTURA GEOPOTENCIAL, Y F_x Y F_y LAS COMPONENTES DE LAS FUERZAS DE FRICCIÓN.

LOS INVARIANTES DE LAS ECUACIONES PRIMITIVAS SON:

1) ENERGÍA TOTAL DADA POR

$$E_T = \frac{1}{2} \int_0^D \int_0^L \frac{\phi^2}{4g} \left(u^2 + v^2 + \frac{\phi^2}{4} \right) dx dy$$

2) ENSTROFIA POTENCIAL

$$Z = \frac{1}{2} \int_0^p \int_0^L \frac{\eta^2}{h} dx dy$$

3) VALOR PROMEDIO DE LA ALTURA

$$h = \frac{\int_0^L \int_0^L h dx dy}{\bar{A}}$$

ESTE ES UN SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES NO LINEALES, EL CUAL NO TIENE UNA SOLUCIÓN ANALÍTICA Y DEBEN SER RESUELTO POR MÉTODOS NUMÉRICOS.

CAPITULO II

METODOS DE SOLUCION NUMERICA EN METEOROLOGIA

2.1 SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES PRIMITIVAS

EN LA LITERATURA MATEMÁTICA Y EN PARTICULAR LA DE ANÁLISIS NUMÉRICO, SE HAN REPORTADO DIFERENTES MÉTODOS NUMÉRICOS PARA RESOLVER ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES (DIFERENCIAS FINITAS, ELEMENTO FINITO, ETC).

EN EL CASO PARTICULAR DE LAS ECUACIONES PRIMITIVAS, SE HAN REALIZADO VARIOS INTENTOS POR DETERMINAR SOLUCIONES ÓPTIMAS, SIN EMBARGO AÚN SE TIENEN DOS GRANDES PROBLEMAS:

EL PRIMERO ES LA FALTA DE SOLUCIONES ADECUADAS PARA LAS ONDAS RÁPIDAS (DE GRAVEDAD Y DE SONIDO), QUE REQUIEREN DEL USO DE PASOS DE TIEMPO MUY CORTOS EN EL MÉTODO NUMÉRICO (CONDICIÓN C.F.L.), PARA MANTENER LA ESTABILIDAD COMPUTACIONAL Y EVITAR QUE ESTAS ONDAS ADQUIERAN CARACTERÍSTICAS FUERA DE LA REALIDAD FÍSICA (AMPLIFICACIÓN).

LA SEGUNDA Y MÁS IMPORTANTE, ES QUE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES ES EXTREMADAMENTE SENSIBLE A ERRORES O FLUCTUACIONES DE PEQUEÑA ESCALA EN LOS DATOS INICIALES, PARTICULARMENTE EN LOS CAMPOS DE VIENTOS OBSERVADOS, YA

QUE UN ERROR EN LA MEDIDA DE LOS VIENTOS DE 5 M/SEG., PRODUCE UN ERROR 10% EN LA FUERZA DE CORIOLIS, Y COMO CONSECUENCIA DE ÉSTO, SURGEN FALSAS ACELERACIONES, QUE TRAEN COMO RESULTADO CAMPOS DIVERGENTES INTENSOS, QUE PRODUCEN RÁPIDAS FLUCTUACIONES EN LA DENSIDAD, QUE A SU VEZ CREAN RÁPIDAS VARIACIONES DE LA PRESIÓN HIDROSTÁTICA, LO CUAL GENERA GRANDES GRADIENTES DE PRESIÓN QUE OCASIONAN FALSAS ACELERACIONES Y ASÍ SUCESIVAMENTE.

PARA OBTENER SOLUCIONES DEL SISTEMA DE ECUACIONES PRIMITIVAS SE REQUIERE:

- 1) FORMULACIÓN DE CONDICIONES DE FRONTERA
- 2) FORMULACIÓN DE CONDICIONES INICIALES
- 3) ESQUEMA DE SOLUCIÓN NUMÉRICA.

CADA UNO DE LOS PUNTOS ANTERIORES REPRESENTAN EXTENSAS RAMAS DE LA INVESTIGACIÓN EN LAS CIENCIAS ATMOSFÉRICAS.

LA FORMULACIÓN DE CONDICIONES DE FRONTERA, PARA PROBLEMAS QUE TIENEN COMO DOMINIO UNA REGIÓN LIMITADA, DEPENDEN DEL CARÁCTER MATEMÁTICO DE LAS ECUACIONES, PUES ÉSTAS PUEDEN SER, ELÍPTICAS, PARABÓLICAS O HIPERBÓLICAS [12], Y DE LAS CONSIDERACIONES FÍSICAS DEL PROBLEMA.

EL TRATAMIENTO DE LAS CONDICIONES INICIALES ES OTRO PUNTO QUE DEBE SER TRATADO CON GRAN CUIDADO, DEBIDO A QUE EL CAM-

PO DE MASAS DEBE ESTAR BALANCEADO CON EL CAMPO DE VIENTOS PARA EVITAR LAS INESTABILIDADES EN EL EQUILIBRIO DE FUERZAS.

ADEMÁS LA PRESENCIA DE ONDAS RÁPIDAS DE GRAVEDAD O SONIDO, CREAN INESTABILIDAD COMPUTACIONAL PARA LA CONDICIÓN C.F.L. [13]. UNA MANERA DE EVITAR ÉSTE PROBLEMA ES UTILIZAR APROXIMACIONES FILTRADAS (MODELOS BAROTRÓPICO SIMPLE O EQUIVALENTE), ES DECIR MODIFICAR LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO TAL QUE SUS SOLUCIONES NO SEAN SENSIBLES A ERRORES EN LOS CAMPOS DE DATOS INICIALES Y FILTREN LAS ONDAS RÁPIDAS.

SIN EMBARGO SIEMPRE ES DESEABLE MANTENER LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO EN SU FORMA PRIMITIVA, ES DECIR CONTENIENDO TODOS LOS MECANISMOS FÍSICOS QUE DESCRIBEN LA DINÁMICA DE LA ATMÓSFERA.

UNA ALTERNATIVA PARA EVITAR EL PROBLEMA DE LAS ONDAS RÁPIDAS, ES MODIFICAR LOS CAMPOS DE VIENTOS INICIALES Y LOS CAMPOS DE ALTURA GEOPOTENCIAL, TAL QUE ESTAS ONDAS RÁPIDAS NO EXISTAN. ESTO SE PUEDE HACER, ALISANDO O PROMEDIANDO LOS CAMPOS INICIALES PARA QUE EL ERROR EN LAS OBSERVACIONES O FLUCTUACIONES DE PEQUEÑA ESCALA SEAN REDUCIDOS AL MÍNIMO.

OTRO PROCEDIMIENTO ES EL USO DE LA ECUACIÓN DE BALANCE, ES DECIR, PONER EN BALANCE LOS CAMPOS DE MASAS (ALTURA GEOPOTENCIAL) Y LOS CAMPOS DE VIENTOS, DE TAL MANERA QUE LAS ONDAS RÁPIDAS SEAN ELIMINADAS.

RESPECTO AL ESQUEMA NUMÉRICO DE SOLUCIÓN, EXISTEN DIFERENTES MÉTODOS PARA RESOLVER LAS ECUACIONES PRIMITIVAS (GUSTAFSSON, [3], GRAMMELTVEDT, [11], CULLEN, [14], FAIRWEATHER Y NAVON [15]), POR CITAR ALGUNOS.

LAS ECUACIONES PRIMITIVAS FORMAN UN SISTEMA CASI-LINEAL DE ECUACIONES HIPERBÓLICAS, SUJETAS A CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA. LA UTILIZACIÓN DE UNA APROXIMACIÓN DE DIFERENCIAS FINITAS EXPLÍCITAS EN EL TIEMPO, ESTA SUJETA A LA CONDICIÓN DE ESTABILIDAD DE COURANT-FRIEDRICHS-LEVY, (C.F.L.) [13], DONDE EL PASO DE TIEMPO ESTÁ RESTRINGIDO POR LA ECUACIÓN: $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c}$, DONDE C ES LA VELOCIDAD DE FASE DE LAS ONDAS MÁS RÁPIDAS. LA APROXIMACIÓN EXPLÍCITA PUEDE NO SER VENTAJOSA EN ASPECTOS DE TIEMPO DE CÓMPUTO Y PRECISIÓN, PUES PASOS CORTOS DE TIEMPO IMPLICA MUCHO TIEMPO DE PROCESAMIENTO ADEMÁS DE ACUMULAR UN ERROR QUE SE SUMA A CADA PASO DE TIEMPO DE LA APLICACIÓN DE LA DIFERENCIA FINITA, POR LO QUE LO MEJOR ES TENER LA DISPONIBILIDAD DE ESCOGER UN PASO DE TIEMPO MÁS GRANDE.

SE SABE, TANTO EN OCEANOGRAFÍA COMO EN METEOROLOGÍA, QUE EL ERROR DE DISCRETIZACIÓN EN EL TIEMPO ES PEQUEÑO COMPARADO CON EL ERROR DE DISCRETIZACIÓN EN EL ESPACIO, POR LO QUE EL CORTO PASO DE TIEMPO PUEDE SER SUPERADO USANDO UNA APROXIMACIÓN DE DIFERENCIAS FINITAS IMPLÍCITA EN EL TIEMPO.

EL PRIMERO EN PROPONER UN MÉTODO EFICIENTE DE DIFERENCIAS IMPLÍCITO PARA RESOLVER LAS ECUACIONES PRIMITIVAS, FUE GUSTAFSSON, (1971, [13]), ESTE MÉTODO ESTÁ BASADO EN LA TÉCNICA DE DIRECCIÓN ALTERNANTE (ALTERNATING-DIRECTION-IMPLICIT, ADI). PARA ESTE MÉTODO REQUIERE DE LA SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES A CADA PASO DE TIEMPO, LO CUAL COMPLICLA LA MATEMÁTICA A UTILIZARSE EN EL ESQUEMA DE SOLUCIÓN.

FAIRWEATHER Y NAVON (1977), [15] PROPONEN UN NUEVO MÉTODO LINEAL (ADI), PARA RESOLVER ESTAS ECUACIONES. TAL MÉTODO ESTÁ BASADO EN UNA PERTURBACIÓN DE UNA DISCRETIZACIÓN LINEALIZADA DEL TIPO CRANK-NICOLSON, LA CUAL ES ALGEBRAICAMENTE LINEAL, ÉSTO ES, A CADA PASO DE TIEMPO REQUIERE DE LA SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES ALGEBRAICAMENTE LINEALES. ESTE MÉTODO ES MÁS EFICIENTE COMPUTACIONALMENTE QUE EL PROPUUESTO POR GUSTAFSSON (1971) [3], Y ES ADEMÁS CORRECTO A SEGUNDO ORDEN EN EL TIEMPO.

2.2 NUEVO MÉTODO LINEAL ADI

EN EL PRESENTE TRABAJO EL NUEVO MÉTODO LINEAL ADI, ES APLICADO PARA OBTENER LA SOLUCIÓN APROXIMADA DE LAS ECUACIONES PRIMITIVAS PARA UN FLUÍDO INCOMPRESIBLE CON SUPERFICIE LIBRE, USANDO LA APROXIMACIÓN DEL PLANO β , EN UN DOMINIO RECTANGULAR.

EN LA APLICACIÓN DE ESTE MÉTODO SE USA UNA FUNCIÓN TEÓRICA QUE GENERA LOS CAMPOS DE ALTURA GEOPOTENCIAL INICIAL, CONO-

CIDA COMO LA CONDICIÓN NÚM. 1 DE GRAMMELVEDT (1969), [11].
 ESTA FUNCIÓN QUE GENERA LOS CAMPOS INICIALES DE ALTURA,
 GEOPOTENCIAL, NO PERMITE LA EXISTENCIA DE ONDAS RÁPIDAS
 DE GRAVEDAD Y SONIDO, YA QUE LOS CAMPOS DE ALTURA Y VIENTOS
 ESTÁN EN BALANCE.

A CONTINUACIÓN SE PRESENTA LA IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO
 NUMÉRICO ADI, PARA EL CASO DE ECUACIONES PRIMITIVAS.

LAS ECUACIONES <21>, <22>, <28> PUEDEN SER ESCRITAS [10].

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = A(\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x} + B(\omega) \frac{\partial \omega}{\partial y} + C(y) \omega \quad (56)$$

$$0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq y \leq D, \quad t \geq 0$$

DONDE L Y D SON LAS DIMENSIONES DEL DOMINIO RECTANGULAR
 DE ÁREA $\bar{A} = L \cdot D$ Y

ω ES UNA FUNCIÓN VECTORIAL

$$\omega = (u, v, \Phi)^T$$

DONDE u , v SON LAS COMPONENTES DE LA VELOCIDAD EN LAS
 DIRECCIONES X Y Y RESPECTIVAMENTE Y

$$\Phi = 2\sqrt{gh} \quad (57)$$

CON h LA PROFUNDIDAD EN EL FLUÍDO Y g ES LA ACELERACIÓN
 DE LA GRAVEDAD.

EN LA ECUACIÓN (56), LAS MATRICES A, B Y C ESTÁN DADAS POR

$$A = - \begin{bmatrix} u & 0 & \frac{\phi}{2} \\ 0 & u & 0 \\ \frac{\phi}{2} & 0 & u \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} v & 0 & 0 \\ 0 & v & \frac{\phi}{2} \\ 0 & \frac{\phi}{2} & v \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ -f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

DONDE f ES EL TÉRMINO DE CORIOLIS DADO POR

$$f = \hat{f} + \beta \left(\gamma - \frac{D}{2} \right) \quad (58)$$

LAS CONDICIONES DE FRONTERA SUPUESTAS EN LA DIRECCIÓN X SON PERIÓDICAS:

$$\omega(x, y, t) = \omega(x+L, y, t) \quad (59)$$

EN LA DIRECCIÓN Y LAS CONDICIONES DE FRONTERA SON

$$v(x, 0, t) = v(x, D, t) = 0 \quad (60)$$

ADEMÁS SE DEBE CUMPLIR QUE LA ENERGÍA TOTAL

$$E_T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^D \left(u^2 + v^2 + \frac{\phi^2}{4} \right) \frac{\phi^2}{4g} dx dy \quad (61)$$

EL VALOR PROMEDIO DE LA ALTURA DE LA SUPERFICIE LIBRE

$$\bar{h} = \frac{\int_0^L \int_0^D h dx dy}{\bar{A}} \quad (62)$$

LA ENSTROFIA POTENCIAL

$$Z = \frac{1}{2} \iint_0^L \frac{\eta^2}{h} dx dy \quad (63)$$

SE CONSERVEN.

SEAN N_x Y N_y ENTEROS POSITIVOS TAL QUE

$$\Delta x = \frac{L}{N_x} \quad \Delta y = \frac{D}{N_y}$$

SEA ω_{jk}^n UNA APROXIMACIÓN A $\omega(j\Delta x, k\Delta y, n\Delta t)$, DONDE Δt ES EL PASO DE TIEMPO. LOS OPERADORES DIFERENCIALES BÁSICOS EN DIFERENCIAS FINITAS SON:

$$D_{0x} \omega_{jk}^n = \frac{\omega_{j+1k}^n - \omega_{j-1k}^n}{2\Delta x}$$

$$D_{0y} \omega_{jk}^n = \frac{\omega_{jk+1}^n - \omega_{jk-1}^n}{2\Delta y}$$

$$D_{+x} \omega_{jk}^n = \frac{\omega_{j+1k}^n - \omega_{jk}^n}{\Delta x}$$

$$D_{+y} \omega_{jk}^n = \frac{\omega_{jk+1}^n - \omega_{jk}^n}{\Delta y}$$

$$D_{-x} \omega_{jk}^n = \frac{\omega_{jk}^n - \omega_{j-1k}^n}{\Delta x}$$

$$D_{-y} \omega_{jk}^n = \frac{\omega_{jk}^n - \omega_{jk-1}^n}{\Delta y}$$

ADEMÁS SE DEFINEN LOS OPERADORES P_{jk}^n Y Q_{jk}^n DE LA FORMA

$$P_{jk}^n = \frac{\Delta t}{2} (A(\omega_{jk}^n D_{0x} + C_k^{(1)})) \quad (64)$$

$$Q_{jk}^n = \frac{\Delta t}{2} (B(\omega_{jk}^n) D_k + C_k^{(2)}) \quad (65)$$

DONDE

$$C_k^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -f_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_k^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & f_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

LOS OPERADORES DIFERENCIALES EN LA FRONTERA SON PARA LA DIRECCIÓN Y

$$D_k = \begin{cases} D_{0y} & \text{SI } k = 1, 2, \dots, N_y - 1 \\ D_{+y} & \text{SI } k = 0 \\ D_{-y} & \text{SI } k = N_y \end{cases} \quad (67)$$

EL ALGORITMO LINEAL ADI PARA LAS ECUACIONES PRIMITIVAS ESTA DEFINIDO POR [15],

$$\omega_{jk}^{n+1} - \omega_{jk}^n = (P_{jk}^{n*} + Q_{jk}^{n*}) (\omega_{jk}^{n+1} - \omega_{jk}^n) \quad (68)$$

$$j = 1, 2, \dots, N_x \quad k = 0, 1, \dots, N_y \quad n \geq 0$$

CON

$$\begin{aligned} \omega_{0k}^n &= \omega_{N_x k}^n \\ v_{j0}^n &= v_{jN_y}^n = 0 \\ \omega_{jk}^0 &= \psi(x_j, y_j) \end{aligned} \quad (69)$$

DONDE LA CONDICIÓN DE FRONTERA (60), NO SE APLICA EN (68) A LA COMPONENTE \mathcal{U} CUANDO $k=0=N_y$. ESTE MÉTODO ES CORRECTO A SEGUNDO ORDEN EN EL TIEMPO PARA LA SOLUCIÓN APROXIMADA DE (56), ADEMÁS DE SER ALGEBRAICAMENTE LINEAL. SIN EMBARGO, LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS GENERADOS A CADA PASO DE TIEMPO, FORMAN MATRICES DE COEFICIENTES POCO DENSAS, POR LO QUE LOS SISTEMAS SON DIFÍCILES DE RESOLVER. PERO CUANDO LAS ECUACIONES SON PERTURBADAS POR UN TÉRMINO, EL RESULTADO TIENE LA MISMA PRECISIÓN, PERO EL SISTEMA PUEDE ESCRIBIRSE COMO UN PROBLEMA DE UNA DIMENSIÓN Y FACILITARSE LA SOLUCIÓN. UNA PERTURBACIÓN APROPIADA COMO LA USADA EN LA TÉCNICA PROPUESTA EN [16], ES SIGUIENDO A (27) DE [16],

$$(I - P_{jk}^{n*}) \omega_{jk}^{(n+1)*} = (I + P_{jk}^{n*} + 2Q_{jk}^{n*}) \omega_{jk}^n \quad (70)$$

$$(I - Q_{jk}^{n*}) \omega_{jk}^{n+1} = \omega_{jk}^{(n+1)*} - Q_{jk}^{n*} \omega_{jk}^n \quad (71)$$

DONDE $\omega_{jk}^{(n+1)*}$ ES UNA SOLUCIÓN AUXILIAR. ELIMINANDO ESTA CANTIDAD DE (70) Y (71) SE OBTIENE

$$\omega_{jk}^{n+1} - \omega_{jk}^n =$$

$$(P_{jk}^{n*} + Q_{jk}^{n*}) (\omega_{jk}^{n+1} + \omega_{jk}^n) - P_{jk}^{n*} Q_{jk}^{n*} (\omega_{jk}^{n+1} - \omega_{jk}^n) \quad (72)$$

QUE ES UNA PERTURBACIÓN DE (68)

UN PROCEDIMIENTO MÁS ADECUADO ES EL PROPUESTO POR FAIRWETHER Y NAVON [15], PARA EL CÁLCULO DE ω_{jk}^{n+1} ,

$$(I - P_{jk}^{n*}) \omega_{jk}^{(n+1)*} = (I + Q_{jk}^{n*}) \omega_{jk}^n \quad (73)$$

$$(I - Q_{jk}^{n*}) \omega_{jk}^{n+1} = 2 \omega_{jk}^{(n+1)*} - (I + Q_{jk}^{n*}) \omega_{jk}^n \quad (74)$$

DONDE

$$P_{jk}^{n*} = \frac{\Delta t}{2} [A(\hat{\omega}_{jk}^n) D_{ox} + C_k^{(1)}] \quad (75)$$

$$Q_{jk}^{n*} = \frac{\Delta t}{2} [B(\hat{\omega}_{jk}^n) D_k + C_k^{(2)}] \quad (76)$$

CON

$$\hat{\omega}_{jk}^n = \frac{1}{2} (3\omega_{jk}^n - \omega_{jk}^{n-1}) \quad (77)$$

Y

$$\hat{\omega}_{jk}^0 = \omega_{jk}^0 + (P_{jk}^{(0)} + Q_{jk}^{(0)}) \omega_{jk}^{(0)} \quad (78)$$

LA SOLUCIÓN AL PRIMER PASO DE TIEMPO QUE ES EL NUEVO MÉTODO ADI QUE SE APLICA PARA RESOLVER ECUACIONES PRIMITIVAS, [17],

2.3 PROCEDIMIENTO DE SOLUCION.

LOS CAMPOS DE ALTURA GEOPOTENCIAL QUE SON UTILIZADOS COMO CONDICION INICIAL PARA EL PROBLEMA DE ECUACIONES PRIMITIVAS, SON GENERADOS CON LA FUNCION TEÓRICA (VER FIG. 0)

$$h(x,y) = H_0 + H_1 \tanh\left(\frac{q(D/2-y)}{2D}\right) + H_2 \operatorname{sech}^2\left(\frac{q(D/2-y)}{D}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

A PARTIR DE ESTOS VALORES SE GENERAN LOS CAMPOS DE VIENTO, UTILIZANDO LAS RELACIONES GEOSTRÓFICAS DADAS POR:

$$u = \left(\frac{-g}{f}\right) \frac{\partial h}{\partial y} \quad v = \left(\frac{g}{f}\right) \frac{\partial h}{\partial x}$$

LOS CAMPOS DE ALTURA Y VIENTO ASI GENERADOS, SE ENCUENTRAN EN BALANCE EVITANDOSE LA EXISTENCIA DE ONDAS RAPIDAS.

PARA ENCONTRAR LA SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES PRIMITIVAS, UTILIZANDO EL MÉTODO DE DIRECCIÓN ALTERNANTE IMPLICITO, SE PROCEDE DE LA SIGUIENTE MANERA (VER APENDICE A).

A PARTIR DEL PASO DE TIEMPO T_n , SE CONSTRUYE UNA SOLUCIÓN AUXILIAR AL PASO DE TIEMPO T_{n+1}^* , DISCRETIZANDO LAS DERIVADAS EN LA DIRECCIÓN X EN FORMA IMPLÍCITA EN EL TIEMPO, Y LAS DERIVADAS EN LA DIRECCIÓN Y EN FORMA EXPLÍCITA EN EL TIEMPO. LA SOLUCIÓN ENCONTRADA EN ESTE NIVEL DE TIEMPO (T_{n+1}^*), ES UTILIZADA PARA EVALUAR LAS ECUACIONES EN EL PASO DE TIEMPO T_{n+1} , OBTENIENDOSE COMO RESULTADO UNA SOLUCIÓN REAL PARA ω .

DEBE QUEDAR CLARO QUE LAS SOLUCIONES AUXILIARES CONSTITUYEN SOLO UN PASO INTERMEDIO EN EL DESARROLLO DEL ALGORITMO Y NO

REPRESENTAN UNA SOLUCIÓN NUMERICAMENTE ACEPTABLE. LA SOLUCIÓN MAS ADECUADA SE DETERMINA DESPUES DE REALIZAR UN DOBLE PASO DE TIEMPO.

EL SISTEMA DE ECUACIONES PRIMITIVAS ESTA DESCRITO POR TRES ECUACIONES ACOPLADAS ENTRE SI. LA DISCRETIZACION DE ESTAS, GENERA UN SISTEMA DE ECUACIONES ALGEBRAICAS ACOPLADO. PARA PODER CONSTRUIR LA SOLUCIÓN AUXILIAR SE DETERMINA UNA SOLUCIÓN PARA DOS DE LAS TRES VARIABLES (ALTURA GEOPOTENCIAL ϕ Y LA COMPONENTE DEL VIENTO u), POR MEDIO DEL ALGORITMO DESARROLLADO POR I.M. NAVON [18]. COMO RESULTADO DE ESTE PROCEDIMIENTO EL SISTEMA DE ECUACIONES ALGEBRAICAS QUE DEBE SER RESUELTO PARA LA COMPONENTE DEL VIENTO v , ES ESCALAR Y SU SOLUCIÓN ES MAS SENCILLA DE ENCONTRAR, POR TRATARSE DE UNA MATRIZ TRIDIAGONALMENTE DOMINANTE.

DE MANERA SIMILAR, SE DETERMINAN LOS VALORES DE ω AL COMPLETAR EL ALGORITMO, TOMANDO EN ESTE CASO COMO VARIABLES ACOPLADAS LA ALTURA GEOPOTENCIAL ϕ Y LA COMPONENTE DEL VIENTO v , Y UTILIZANDO ESTOS VALORES SE DETERMINA EN FORMA DESACOPLADA EL VALOR DE u .

2.4 EXPERIMENTOS NUMERICOS Y RESULTADOS.

EN BASE A LAS CONSIDERACIONES ANTERIORES, SE PROBARON LAS CUALIDADES DEL MÉTODO (ESTABILIDAD COMPUTACIONAL, CONSERVACION DE INVARIANTES, ETC.), PLANTEANDO EXPERIMENTOS DE PRONÓSTICO NUMÉRICO. EN CADA UNO DE ESTOS EXPERIMENTOS SE UTILIZO UNA MALLA DE 14 X 21 PUNTOS CON $\Delta X = \Delta Y = 300$ KM.

LAS FIGURAS 1,2,3,4. PRESENTAN PRONOSTICOS A 24 HORAS, 48 HORAS, 72 HORAS Y 20 DIAS RESPECTIVAMENTE, CON UN PASO DE TIEMPO $\Delta T = 1800$ S., UTILIZANDO UN TERMINO DE DISIPACION PARA INESTABILIDADES NO LINEALES EN INTEGRACIONES A LARGO PLAZO DADO POR:

$$\epsilon \Delta t^3 [D_{tx} D_{-x} + D_{ty} D_{-y}] \omega_{ik}^m$$

QUE FUE DETERMINADO POR KREISS Y OLIGER EN 1973 [19], DONDE ϵ ES UNA CONSTANTE CUYO VALOR OPTIMO ES $\epsilon = 0.015$. LA UTILIZACION DE ESTE TERMINO DE DISIPACION ES LLAMADA LA VERSION IND = 0.

LAS FIGURAS 5,6,7,8 PRESENTAN PRONOSTICOS A 24 HORAS, 48 HORAS, 72 HORAS Y 20 DIAS CON LA VERSION IND = 0, PERO CON $\Delta T = 3600$ SEG.

LAS FIGURAS 9,10 Y 11 MUESTRAN PRONOSTICOS A 24 HORAS, 48 HORAS, 72 HORAS, RESPECTIVAMENTE CON UN PASO DE TIEMPO DE 1800 SEGUNDOS, UTILIZANDO EL TERMINO DE VISCOSIDAD TURBULENTO EDDY PROPUESTO POR HANEY Y WRIGHT, (ECUACION 54) DONDE EL VALOR DE $\gamma_0 = 2 \times 10^5$ Y $\gamma = 5.0 \times 10^{-10}$. LA UTILIZACION DE ESTE TERMINO DE VISCOSIDAD ES DENOMINADA LA VERSION IND = 1.

LAS FIGURAS 12, 13 Y 14, PRESENTAN PRONOSTICOS A 24, 48 Y 72 HORAS CON LA VERSION IND = 1 PERO CON $\Delta T = 3600$ SEGUNDOS.

LAS FIGURAS 15,16 Y 17 PRESENTAN PRONOSTICOS A 24, 48 Y 72 HORAS RESPECTIVAMENTE CON UN PASO DE TIEMPO DE 1800 SEGUNDOS,

UTILIZANDO EL TERMINO DE VISCOSIDAD TURBULENTA EDDY PROPUESTO POR CROWLEY (ECUACION 53), DONDE EL VALOR DE $\alpha = 0.075 \sigma'$
 $\alpha = 0.15$. LA UTILIZACION DE ESTE TERMINO DE VISCOSIDAD SE DENOTA COMO LA VERSION IND = 2 .

LAS FIGURAS 18,19 Y 20 , MUESTRAN PRONOSTICOS A 24,48 Y 72 HORAS CON LA VERSION IND = 2 , PERO CON $\Delta T = 3600$ SEGUNDOS.

LAS FIGURAS 21,23 Y 25 , PRESENTAN LA EVOLUCION EN EL TIEMPO NORMALIZADA DE LA ENSTROFIA POTENCIAL Y DE LA ENERGIA TOTAL PARA LAS VERSIONES IND = 0, IND = 1 E IND = 2 RESPECTIVAMENTE, CON UN PASO DE TIEMPO DE 1800 SEGUNDOS.

LAS FIGURAS 22,24 Y 26, MUESTRAN LO MISMO QUE LAS ANTERIORES PERO CON UN PASO DE TIEMPO DE 3600 SEGUNDOS.

EL LAS FIGURAS 21 A LA 26 SE MUESTRA EL TIEMPO DE PROCESAMIENTO UTILIZADO EN CADA EXPERIMENTO Y DENOTADO POR T.P. (MIN : SEG) .

TODOS LOS EXPERIMENTOS FUERON CORRIDOS EN LA COMPUTADORA BURROUGHS 7800 DEL DEPARTAMENTO DE COMPUTO ACADEMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO.

2.5 DISCUSION DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

COMO SE PUEDE APRECIAR EN LAS FIGURAS 21 A LA 20 , LA EVOLUCION DE LOS CAMPOS DE ISOHIPSAS ES FISICAMENTE ACEPTABLE, OBSERVANDOSE QUE EL MOVIMIENTO DE LOS SISTEMAS DIFIERE POCO

ENTRE LAS DIFERENTES VERSIONES DEL MODELO.

EN LAS FIGURAS DE LA 21 A LA 26, SE NOTA QUE LA VERSIÓN QUE CONSERVA EN MEJOR FORMA LA ENERGÍA TOTAL Y LA ENSTROFIA POTENCIAL EN INTEGRACIONES A LARGO PLAZO, ES AQUELLA QUE UTILIZA UN TERMINO DE DISIPACIÓN ($IND = 0$).

LA UTILIZACIÓN DE TERMINOS DE VISCOSIDAD CONSERVA LOS INVARIANTES SOLO HASTA PERIODOS DE INTEGRACION MENORES A 9 DIAS, CUANDO EL PASO DE TIEMPOES DE 1800 SEGUNDOS Y EN PERIODOS MENORES A 7 DIAS SI EL PASO DE TIEMPO ES DE 3600 SEGUNDOS.

SIN EMBARGO, LA UTILIZACION DEL SISTEMA DE ECUACIONES PRIMITIVAS Y DEL MÉTODO DE DIRECCIÓN ALTERNANTE IMPLÍCITO EN PRONÓSTICO NUMÉRICO A CORTO PLAZO, PUEDE PROPORCIONAR MEJORES RESULTADOS SI SE EMPLEAN TERMINOSQUE INCLUYAN FUERZAS DE VISCOSIDAD. NO OBSTANTE, SE DEBE UTILIZAR UNA ECUACION DE BALANCE PRA GENERAR EL CAMPO INICIAL, SI SE DESEA APLICAR ESTE MODELO CON CAMPOS REALES.

TABLA 3 COTAS DE LOS SIMBOLOS PARA LOS MAPAS DE
CAMPOS DE ISOHIPSAS. (MGPT)

SIMBOLO	COTA INFERIOR	COTA SUPERIOR
A	1870	1900
B	1930	1960
C	1990	2020
D	2050	2080
E	2110	2140
F	2170	2200
G	2230	2260
H	2290	2320

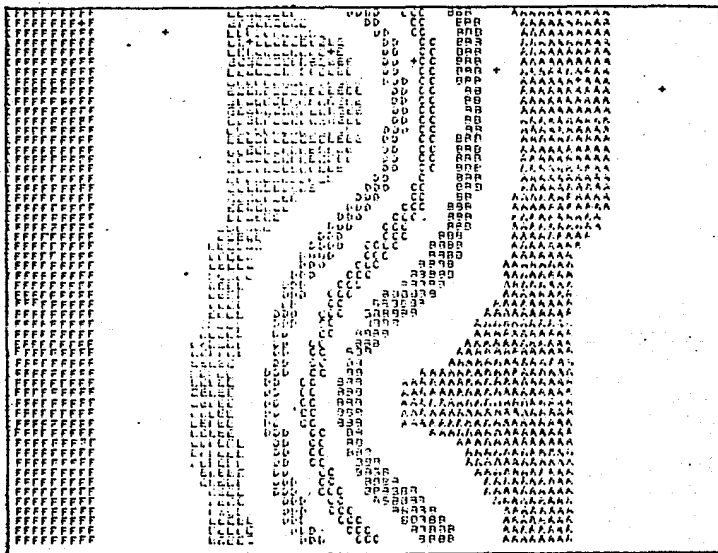


Fig. 0. Campo de altura geopotencial inicial generado por la función teórica:

con $\Delta X = \Delta Y = 300$ km.

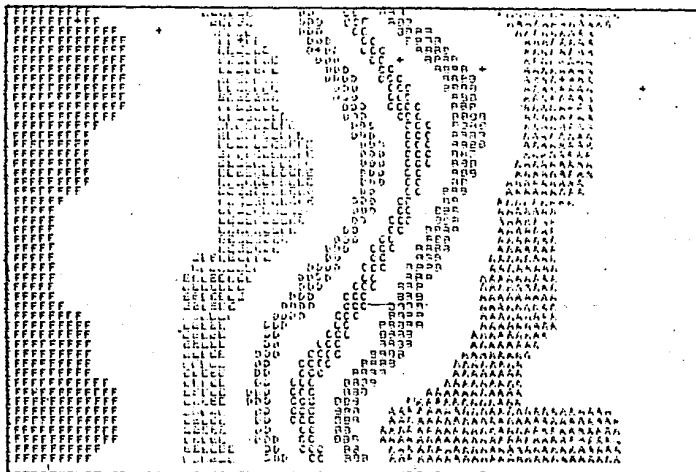


Fig. 1 . Pronóstico del campo de isohipsas a 24h
IND=0 y DT=1800 s..

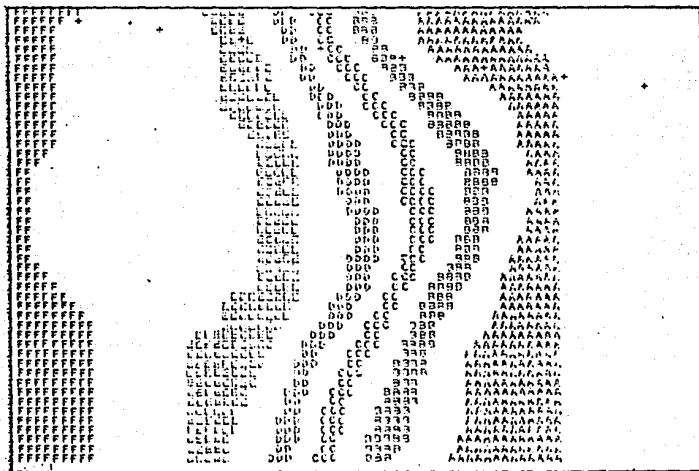


Fig. 2 . Pronóstico del campo de isohipsas a 48h
IND=0 y DT=1800 s..

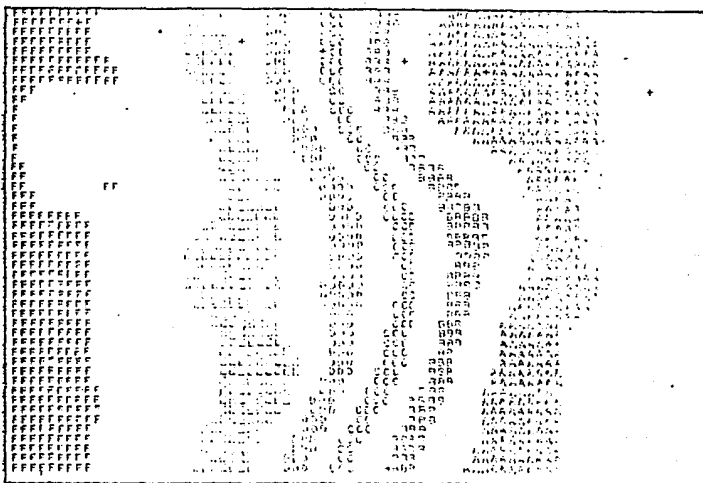


Fig. 3. Pronóstico del campo de isohipsas a 72 h.
 IND = 0 y DT = 1800 s .

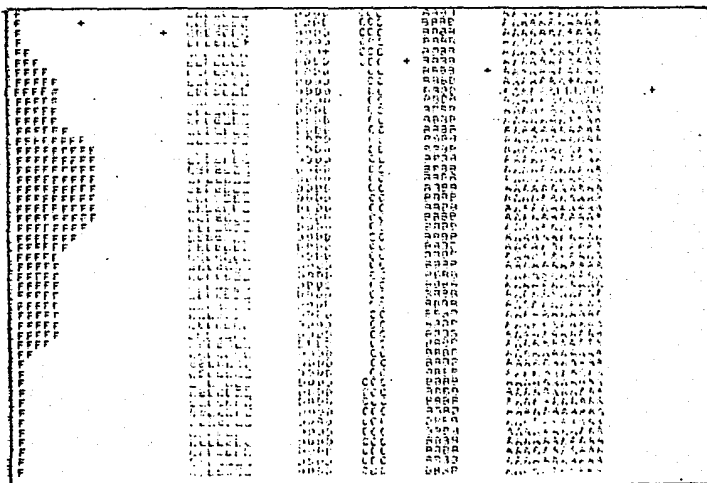


Fig. 4. Pronóstico del campo de isohipsas a 20 días
 IND = 0 y DT = 1800 s .

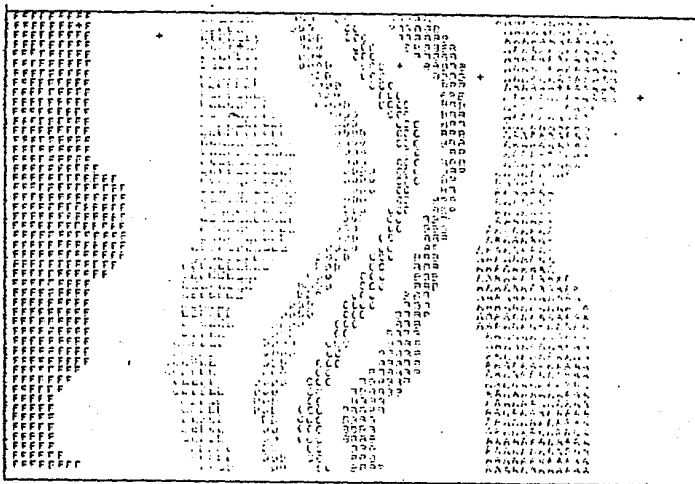


Fig 5 . Pronóstico del campo de isohipsas a 24h
IND=0 y DT=3600 s.

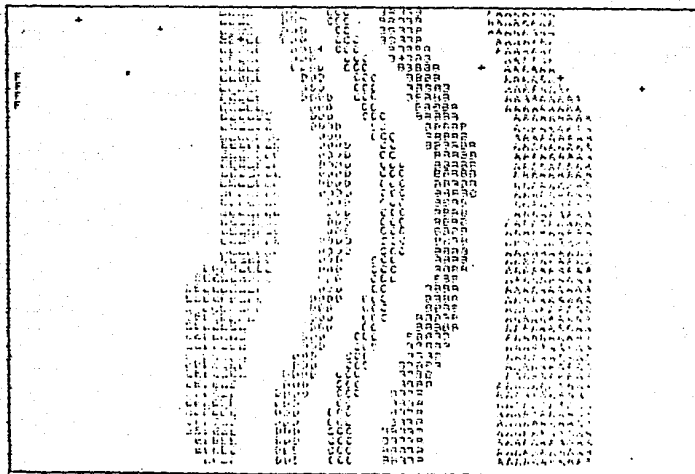


Fig. 6 . Pronóstico del campo de isohipsas a 48h,
IND=0 y DT=3600 s.

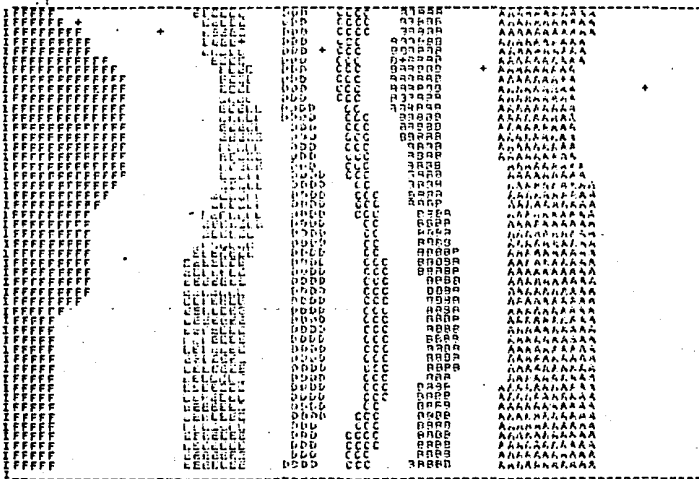


Fig 7 . Pronóstico del campo de isohipsas a 72h,
IND=0 y DT=3600 s.

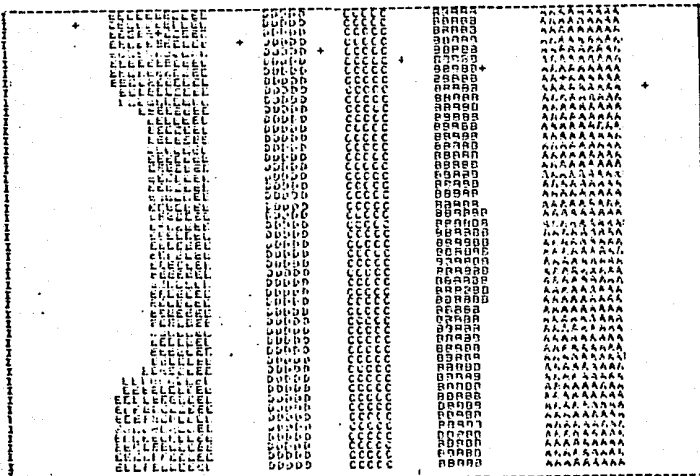


Fig 8 . Pronóstico del campo de isohipsas a 20 días,
IND=0 DT=3600 s.

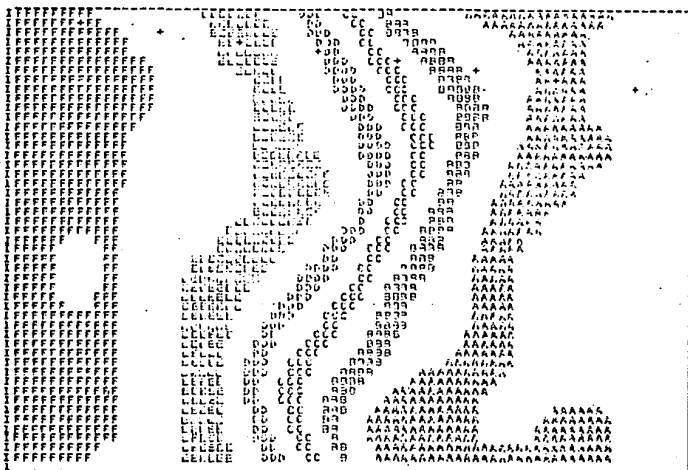


Fig 9 . Pronóstico del campo de isohipsas a 24h,
IND=1 y DT=1800 s.

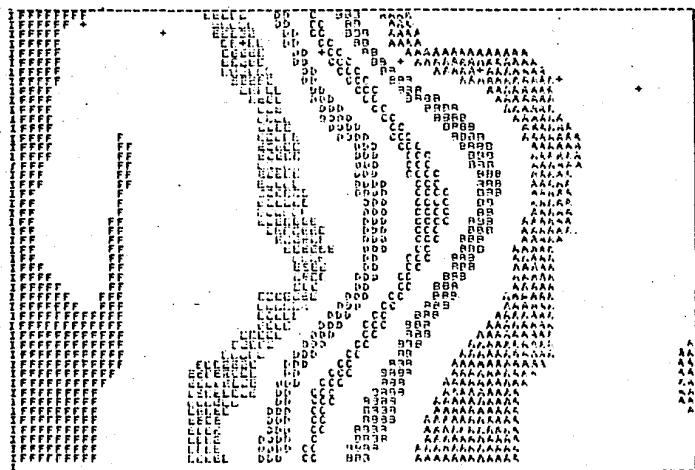


Fig 10 . Pronóstico del campo de isohipsas a 48h,
IND=1 y DT=1800 s.

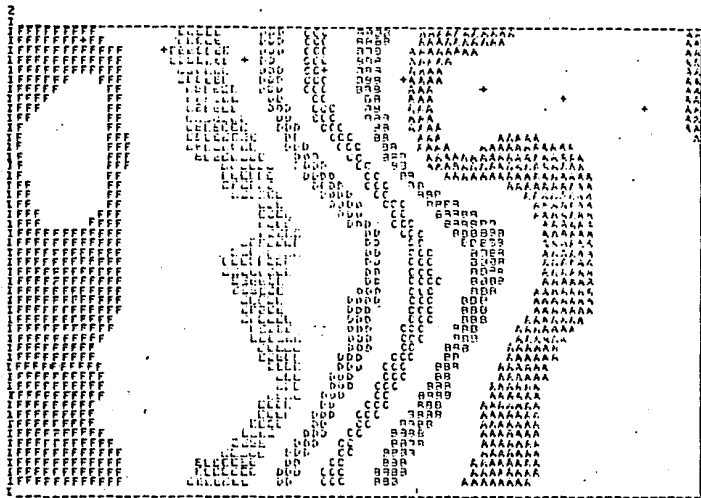


Fig 11 . Pronóstico del campo de isohipsas a 72h,
IND=1 y DT=1800 s.

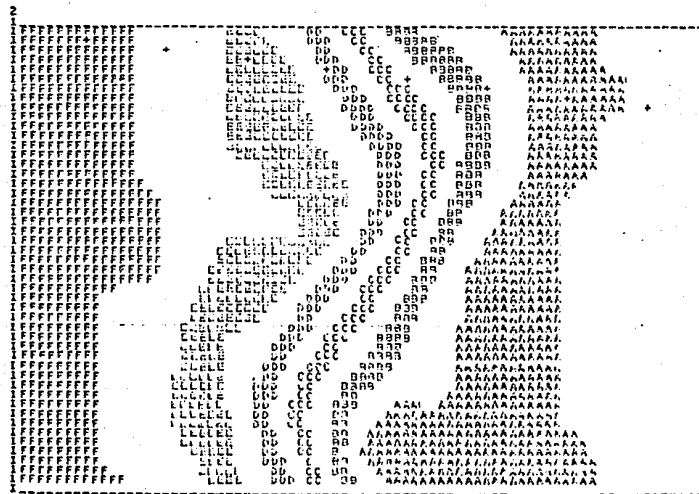


Fig 12 . Pronóstico del campo de isohipsas a 24h,
IND=1 y DT=3600 s.

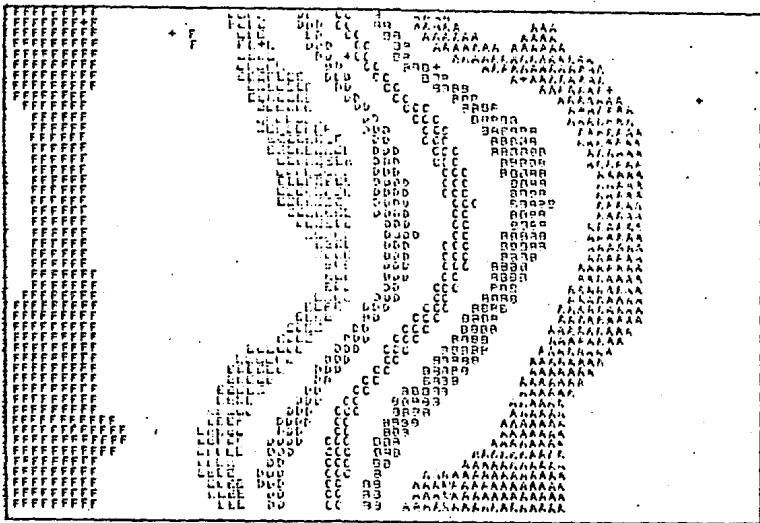


Fig 13 . Pronóstico del campo de isohipsas a 48h,
IND=1 y DT=3600 s.

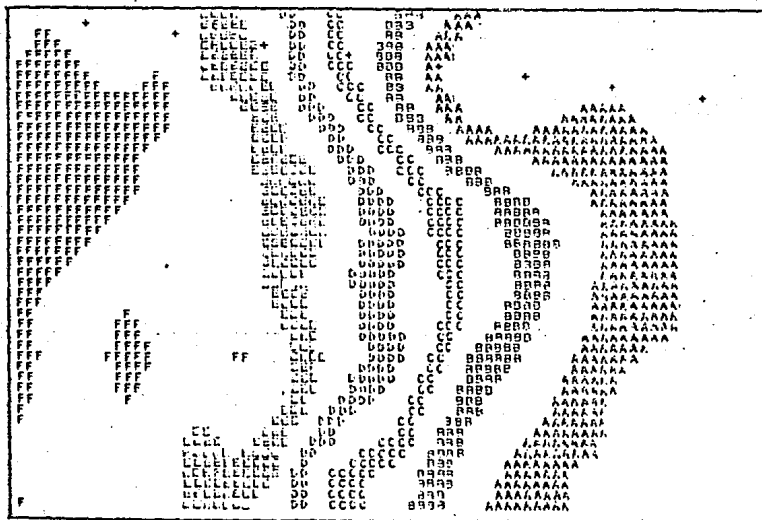


Fig14 . Pronóstico del campo de isohipsas a 72h,
IND=1 y DT=3600 s.

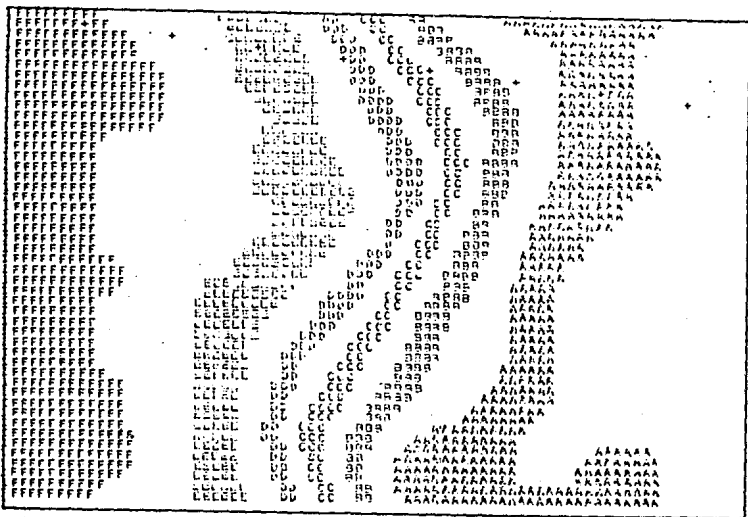


Fig 15 . Pronóstico del campo de isohipsas a 24h,
IND=2 y DT=1800 s.

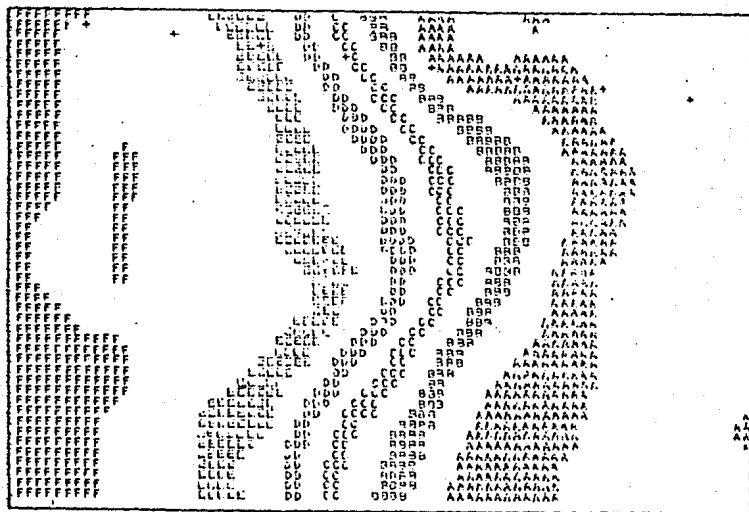


Fig 16 : Pronóstico del campo de isohipsas a 48h,
IND=2 y DT=1800 s

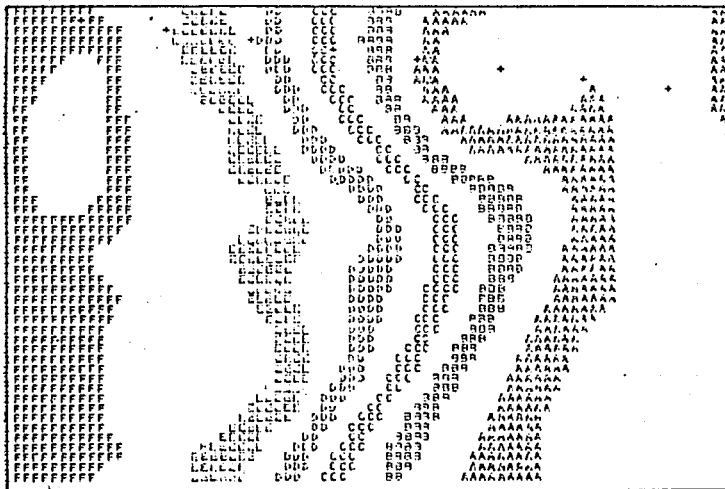


Fig 17 . Pronóstico del campo de isohipsas a 72h,
IND=2 y DT=1800 s.

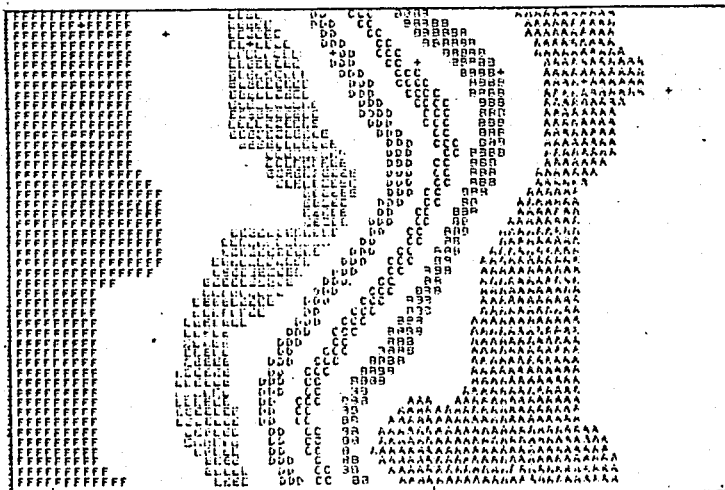


Fig. 18 . Pronóstico del campo de isohipsas a 24h,
IND=2 y DT=3600 s.

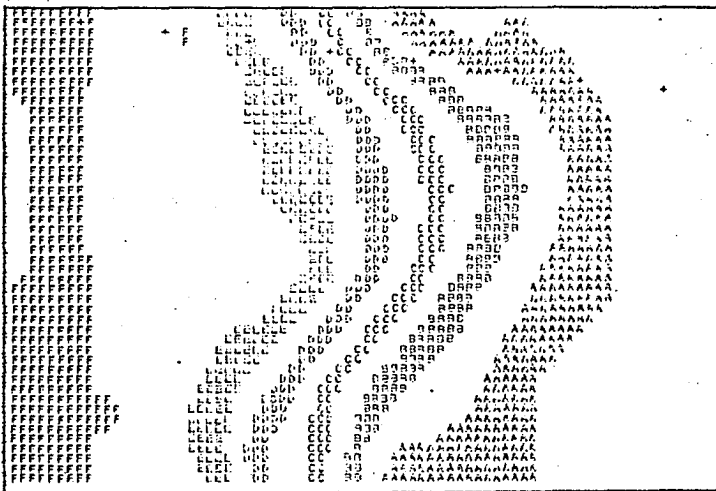


Fig 19 . Pronóstico del campo de isohipsas a 48h,
IND=2 y DT=3600 s.

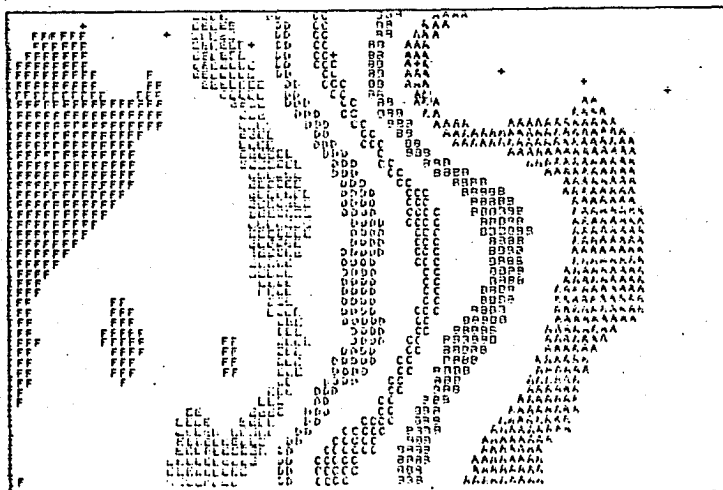


Fig 20 . Pronóstico del campo de isohipsas a 72h,
IND=2 y DT=3600 s.

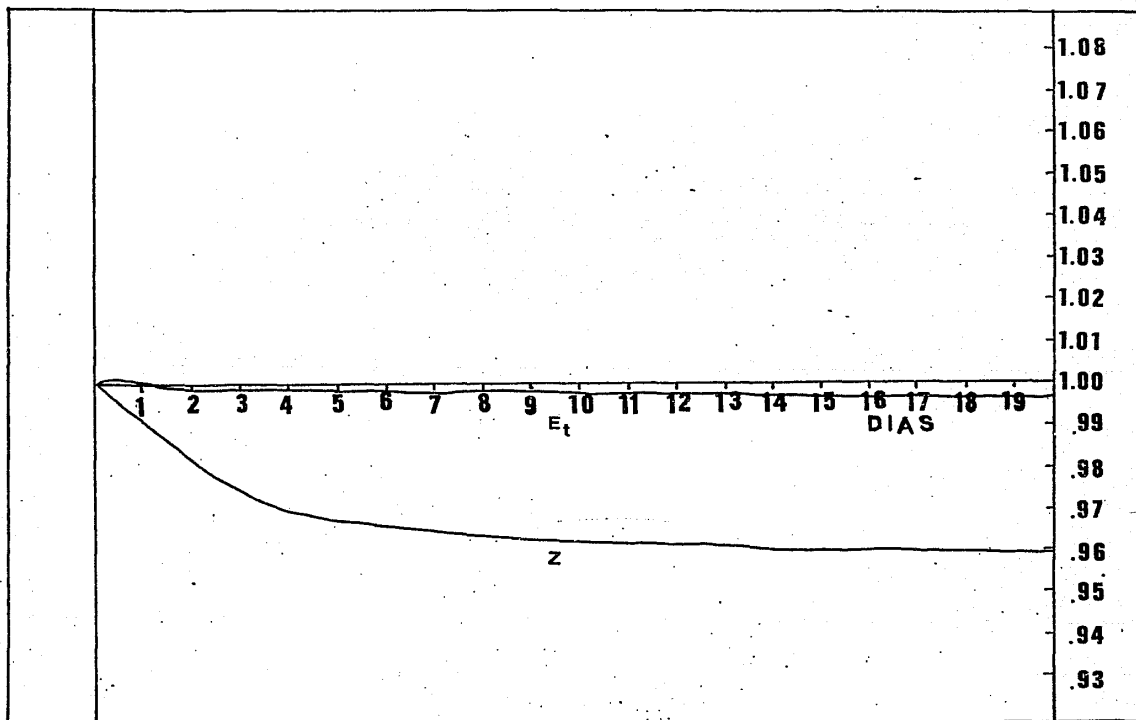


Fig (21). Evolución en el tiempo de la Enstrofia(Z), y la Energía Total(E), usando la variable IND=0,ADJ=.015, DT=1800 s, T.P.=10:17 y $\Delta X= \Delta Y=300$ Km.

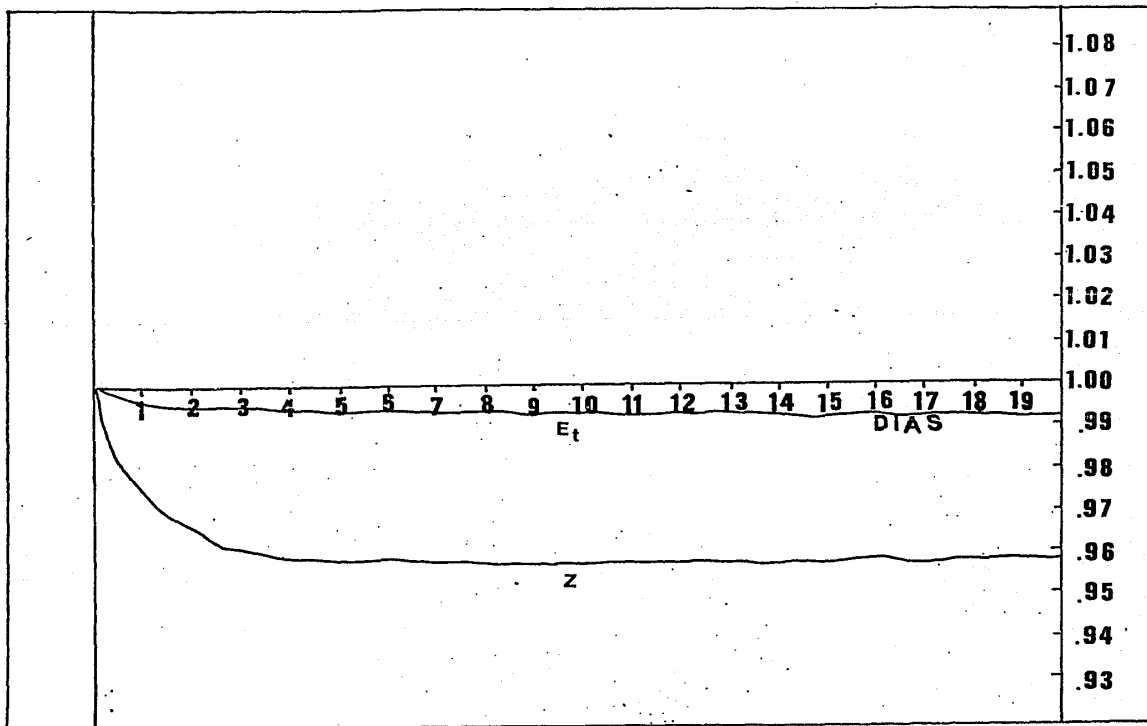


Fig (22). Evolución en el tiempo de la Enstrosfia(Z), y la Energía Total(E), usando la variable IND=0, ADJ=.015, $\Delta T=3600$ s, T.P.=2:18 y $\Delta X=\Delta Y=300$ Km.

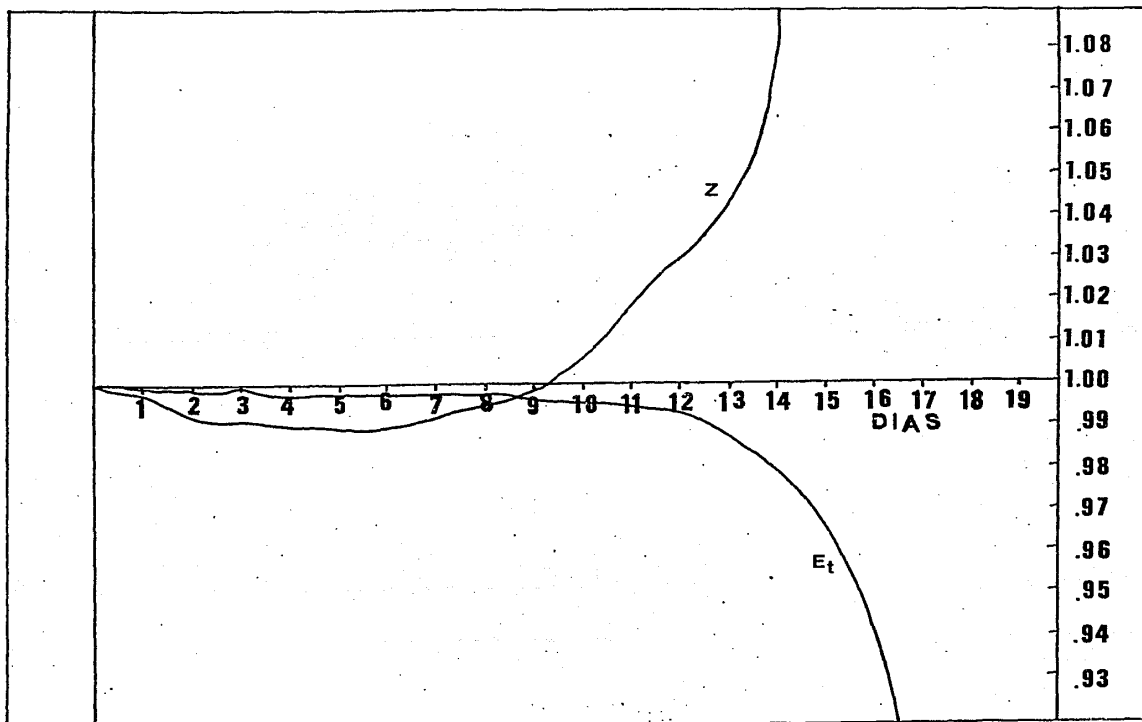


Fig (23).Evolución en el tiempo de la Enstrosfia(Z), y la Energía Total(E), usando la variable IND=1, GNU=2.0E+5, GAM=5.0E-10, DT=1800, T.P.=13:15 y $\Delta X=\Delta Y=300$ Km.

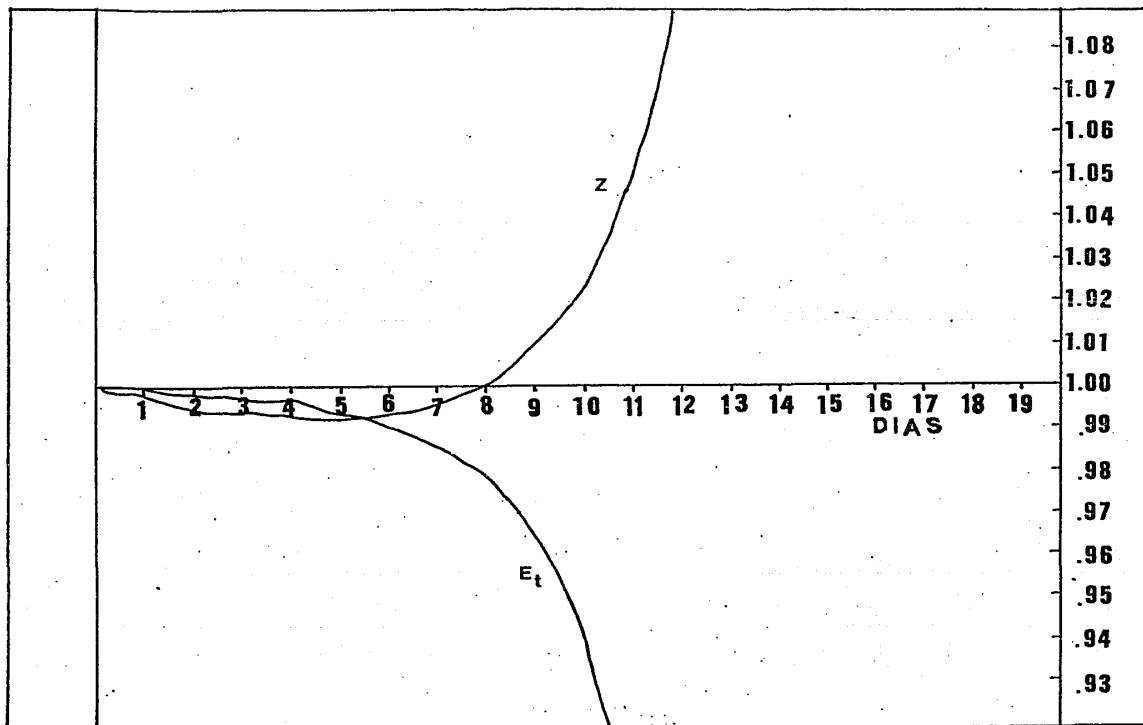


Fig (24). Evolución en el tiempo de la Enstrosfia(Z), y la Energía Total(E), usando la variable IND=1, GNU=2.0E+5, GAM=5.0E-10,DT=3600 s, T.P.=3:41,ΔX=ΔY=300 Km.

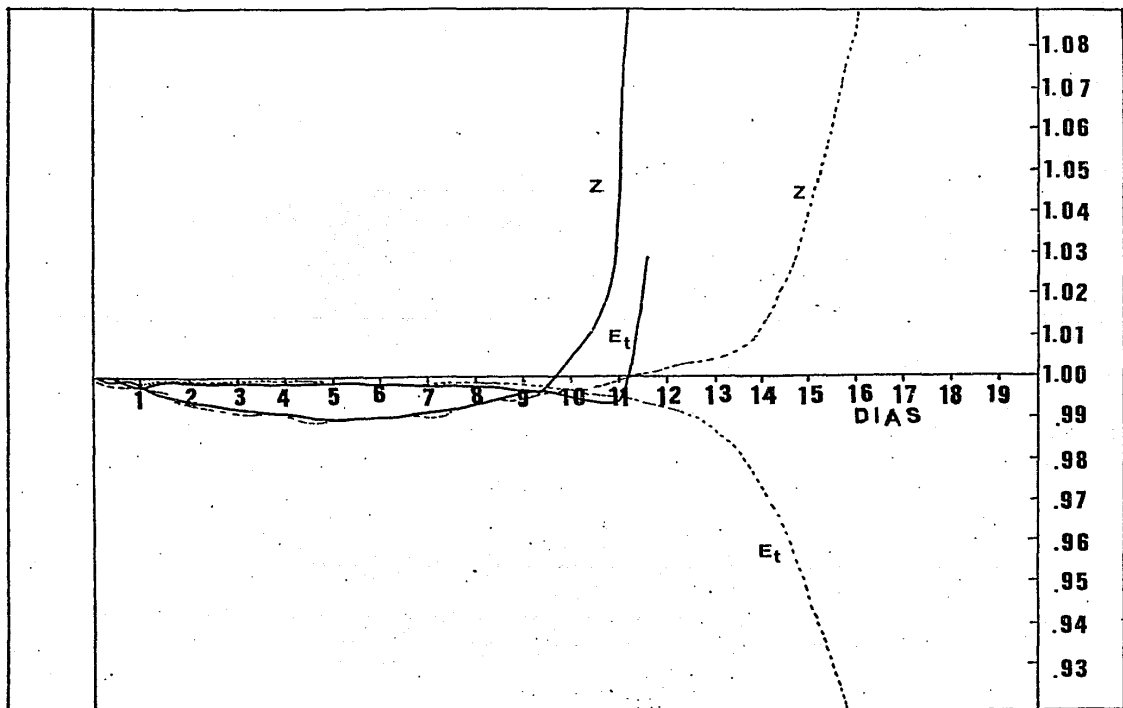


Fig (25). Evolución en el tiempo de la Enstrofia(Z), y la Energía Total (E), usando la variable IND=2, ALPHA=.075 (—), ALPHA=.15 (---), DT=1800 s, T.P=9:48 T.P=11:01, y $\Delta X = \Delta Y = 300$ Km ...

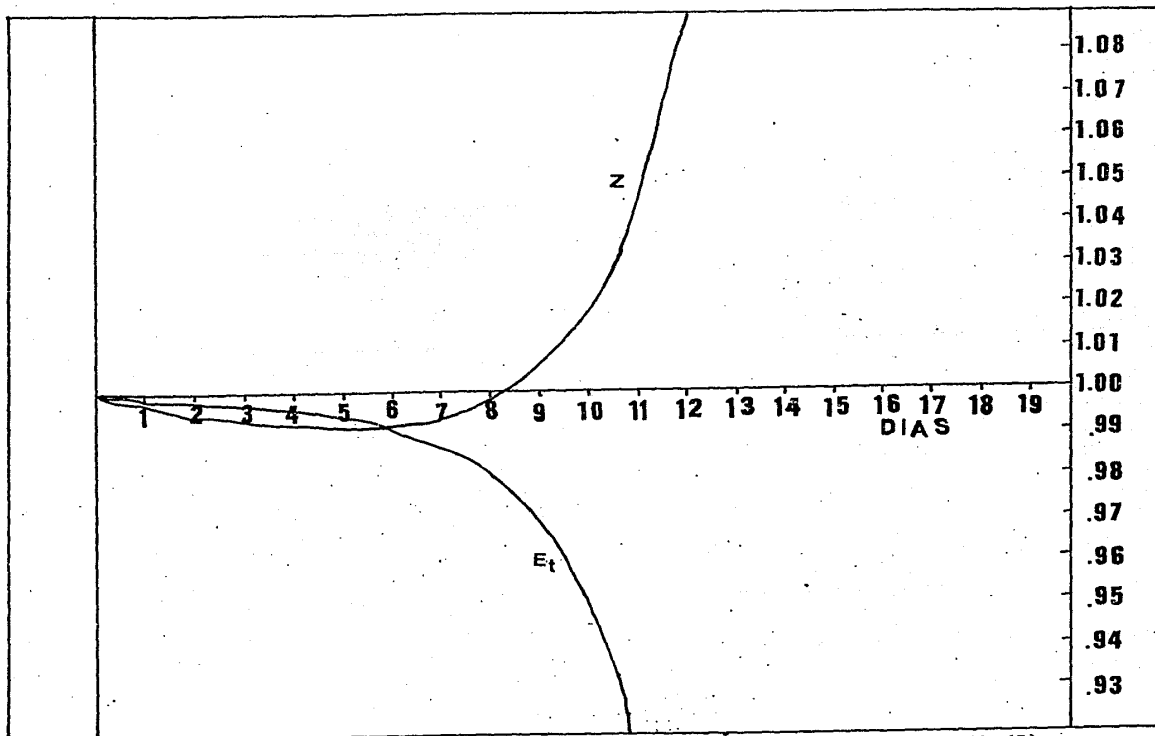


Fig (26). Evolución en el tiempo de la Energía Total (E), y la Enstrofia(Z), usando la variable IND=2, ALPHA=.15, DT=3600 s, T.P.=2:56 y $\Delta X= \Delta Y=300$ Km.

APENDICE A

METODOS DE DIRECCION ALTERNANTE IMPLICITO (ADI)

LOS METODOS DE DIRECCION ALTERNANTE IMPLICITOS UTILIZADOS EN LA SOLUCION NUMERICA DE PROBLEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES, UTILIZAN DE MANERA ALTERNADA DOS DIFERENTES ESQUEMAS DE DIFERENCIAS FINITAS.

SUPONGASE QUE SE DESEA RESOLVER LA ECUACION:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

CON CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA DADAS.

PARA LA PRIMERA PARCIAL $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)$, EL ESQUEMA DE DIFERENCIA FINITA ES ESCRITO EN EL NIVEL DE TIEMPO t_{n+1} Y LA DISCRETIZACION PARA LA DERIVADA EN Y $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$, ES ESCRITA EN EL NIVEL DE TIEMPO ANTERIOR, t_n . LA ECUACION EN DIFERENCIAS FINITAS RESULTANTE ES:

$$\frac{u_{i+1,j,n+1} - 2u_{i,j,n+1} + u_{i-1,j,n+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{i,j,m} - 2u_{i,j,n} + u_{i,j-1,n}}{(\Delta y)^2} = \frac{u_{i,j,n+1} - u_{i,j,n}}{(\Delta t)}$$

ESTA ECUACION CONTIENE TRES VALORES DE LA VARIABLE DEPENDIENTE EN EL NIVEL DE TIEMPO DESCONOCIDO (EN LA DIRECCION X) Y TRES VALORES DE ESTA EN UN NIVEL DE TIEMPO CONOCIDAS (DIRECCION Y). ESTAS ECUACIONES SON ESCRITAS CON UN ESQUEMA DE DIFERENCIAS HACIA ATRAS EN LA DIRECCION X, ES DECIR, SON IMPLICITAS EN ÉSTA DIRECCION, Y CON UN ESQUEMA DE DIFERENCIAS HACIA ADELANTE SOBRE Y O SEA, EN FORMA EXPLICITA EN LA DIRECCION Y.

LAS ECUACIONES DE DIFERENCIAS EN LA DIRECCION X FORMAN UN SISTEMA DE ECUACIONES ALGEBRAICAS, QUE ESCRITAS EN FORMA MATRICIAL SON TRIDIAGONALMENTE DOMINANTE Y CUYA SOLUCION ES FACIL DE ENCONTRAR, ESTO ES LOS VALORES $U_{i,j,n+1}$ PUEDEN SER DETERMINADOS APLICANDO UN ALGORITMO DADO.

SI SE CONTINUARA CON ESTE PROCEDIMIENTO PARA TODOS LOS PASOS DE TIEMPO, EL METODO SERIA INESTABLE, POR TRATARSE DE UNA ECUACION EXPLICITA EN LA DIRECCION Y. SIN EMBARGO, ESTE PROBLEMA SE PUEDE EVITAR SI PARA EL SIGUIENTE PASO DE TIEMPO, ES DECIR, DE t_{n+1} A t_{n+2} SE UTILIZA UNA ECUACION QUE SEA EXPLICITA EN LA DIRECCION X E IMPLICITA EN LA DIRECCION Y, CON EL MISMO PASO DE TIEMPO Δt , O SEA $\Delta t = t_{n+2} - t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$. LA ECUACION ES

$$\frac{U_{i+1,j,n+1} - 2U_{i,j,n+1} + U_{i-1,j,n+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{U_{i,j,n+2} - 2U_{i,j,n+1} + U_{i,j-1,n+1}}{(\Delta y)^2} = \frac{U_{i,j,n+2} - U_{i,j,n+1}}{\Delta t}$$

LA SOLUCION AL SISTEMA DE ECUACIONES RESULTANTE PUEDE SER ENCONTRADA EN FORMA SIMILAR A COMO SE PROCEDIO EN EL PASO ANTERIOR.

SE HA DEMOSTRADO QUE EL METODO IMPLICITO DE DIRECCION ALTERNANTE ES ESTABLE PARA CUALQUIER RAZON ENTRE EL INCREMENTO ESPACIAL Y EL INCREMENTO TEMPORAL, SIEMPRE Y CUANDO ESTA RAZON SEA CONSTANTE DURANTE TODO EL PROCESO.

TAMBIEN SE HA DEMOSTRADO (DOUGLAS [16]), QUE EL METODO ES CORRECTO A SEGUNDO ORDEN EN X, Y, t.

LOS VALORES ENCONTRADOS $u_{i,j,n+1}$, OBTENIDOS EN LA PRIMERA APLICACION DEL METODO, NO SON REPRESENTATIVAS DE LOS VALORES REALES EN EL NIVEL t_{n+1} Y NO DEBEN SER TOMADOS COMO TALES. SIN EMBARGO, SI ESTOS SON UTILIZADOS EN LA SEGUNDA PARTE DEL METODO ADI, SE OBTIENEN LOS VALORES $u_{i,j,n+2}$ QUE DAN VALORES APROXIMADOS MUY CERCANOS A LA SOLUCION DE LA VARIABLE DEPENDIENTE AL TIEMPO t_{n+2} . POR ESTA RAZON LOS VALORES $u_{i,j,n+1}$ SON CONSIDERADOS VALORES AUXILIARES INTERMEDIOS; ALGUNAS VECES DENOTADOS POR $u_{i,j,n+1}^*$, ASI COMO UN DOBLE PASO DE TIEMPO EN ADI ES EN REALIDAD UN PASO SENCILLO, QUE CONSISTE DE DOS PARTES: CALCULO DEL VALOR INTERMEDIO $u_{i,j,n+1}^*$ Y CALCULO DEL VALOR APROXIMADO $u_{i,j,n+2}$ EN EL NUEVO NIVEL DEL TIEMPO.

EN SI, LAS ECUACIONES ENCONTRADAS CON EL METODO ADI PUEDEN SER OBTENIDAS COMO FACTORES DE LA ECUACION DE CRANK-NICOLSON, QUE PARA UN PROBLEMA GENERAL DEPENDIENTE DEL TIEMPO:

$$[A]\{u\} + [B]\left\{\frac{du}{dt}\right\} = \{F\} \quad \text{ESTA DADA POR}$$

$$\frac{1}{2}[A]\left(\{u\}_{t_{n+1}} + \{u\}_{t_n}\right) + \left(\frac{1}{\Delta t}\right)[B]\left(\{u\}_{t_{n+1}} - \{u\}_{t_n}\right) = \frac{1}{2}\left(\{F\}_{t_{n+1}} + \{F\}_{t_n}\right)$$

GENERALMENTE SE PREFIEREN ESTOS METODOS ADI A LA ECUACION DE CRANK-NICOLSON, POR GENERAR ESTAS ECUACIONES DE DIFERENCIAS FINITAS MAS FACILES DE RESOLVER.

```

$ERRLIST
$LINEINFO
FILE 3=ESC, UNIT=REMOTE, RECORD=22
FILE 4=INICIAL, UNIT=DISK, RECORD=14, BLOCKING=30, AREA=15, SAVE=30
FILE 6=IND1PRO243600, UNIT=DISK, RECORD=14, BLOCKING=30, AREA=15, SAVE=30
FILE 7=IND1PRO483600, UNIT=DISK, RECORD=14, BLOCKING=30, AREA=15, SAVE=30
FILE 8=IND1PRO723600, UNIT=DISK, RECORD=14, BLOCKING=30, AREA=15, SAVE=30
C** *****
C** PROGRAM A D I F PARA RESOLVER **
C** LAS ECUACIONES PRIMITIVAS **
C** *****
C** *****PROGRAMA PRINCIPAL*****
COMMON/CONST/FL, D, T, DX, DY, DT, FX, FY, FT, G, TIME, IPR, ADJ, EDJ
COMMON/EDVORT/GNU, GAM, GDY, GDX, PY, PXS, PYS, PXS2, PYS2, ALPHA, FAC, IND
DIMENSION U(35, 25), V(35, 25), PHI(35, 25), US(35, 25), VS(35, 25)
1, PHIS(35, 25), UBS(35, 25), VBS(35, 25), PHIBS(35, 25), UN(35, 25),
3 VN(35, 25), PHIN(35, 25), H(35, 25), F(35), A(4, 35), B(4, 35), C(4, 35),
3 E(2, 35), P(35), Q(35), R(35), S(35), W(2, 35, 3), CUA(35, 25)
DIMENSION UV(35, 25), VV(35, 25), FV(35)
EQUIVALENCE (UBS(1), UN(1), H(1)), (VBS(1), VN(1)), (PHIBS(1), PHIN(1))
C** *****
C** DECLARE LOS SIGUIENTES SIETE PARAMETROS DE ENTRADA **
C** FL=LONGITUD DEL RECTANGULO DOMINANTE(L) EN METROS **
C** D=ANCHO DEL RECTANGULO DOMINANTE(D) EN METROS **
C** DX=INCREMENTO ESPACIAL EN LA DIRECCION X EN METROS **
C** DY=INCREMENTO ESPACIAL EN LA DIRECCION Y EN METROS **
C** DT=PASO DE TIEMPO EN SEGUNDOS **
C** ADJ=VALOR DEL COEFICIENTE DEL TERMINO DIFUSIVO(e) **
C** *****
FL=4400000
D=6000000
T=86400
DX=300000
DATA NAME/"A11"/
DY=300000
DT=1800
DATA G10.0/
C** *****
C** VALOR DEL TERMINO DE DIFUSION ADJ **
C** *****
ADJ=.015
C** *****
1 FORMAT(6E10.4, 2I5, F10.0)
2 FORMAT('0 CORRIDA CON LA VERSION ', A3, I2)
3 FORMAT('0 ADJ=', F11.8)
4 FORMAT(' GNU = ', E10.3, 5X, 'GAMMA = ', E10.3)
5 FORMAT('0 ALPHA = ', E12.4)
6 FORMAT('0 IND = ', I1)
7 FORMAT('0 CAMBIE LAS DIMENSIONES DE LOS ARREGLOS U, V, . . . W QUE
1 ACOMODAN ESTE CONJUNTO DE DATOS. /5X. *Y LOS VALORES ASIGNADOS
2 A LX Y LY, QUE INDICAN CIERTOS ARREGLOS DIMENSIONALES.')
8 FORMAT('I CAMPOS INICIALES U')
9 FORMAT('I CAMPOS INICIALES V')

```

```

10  FORMAT("0 DT=", I4)
C  VALORES DE GNU=2. 0E+5, GAM=5. 0E-10, ALPHA=. 175
C ***** DETERMINE EL VALOR DE IND CON EL QUE HARA SU PRONOSTICO *****
C ***** IND=1 *****
C ***** VALORES DE LOS COEFICIENTES GNU, GAM, Y ALPHA *****
C *****
GNU=2. 0E+5
GAM=0. 0
ALPHA=. 175
C *****
LX=35

LY=25
NX=FL/DX
NY=1+IFIX(D/OY)
IF(NX .GT. LX) GO TO 45
IF(NY .LT. LY) GO TO 50
45  WRITE(3, 17)
GO TO 250
50  NT=T/DT
IF(IPR .EQ. 0) IPR=1
FX=DT/(4. *DX)
FY=DT/(4. *DY)
FT=0. 5*DT
C *****
CALL SETUP(U, V, PHI, H, F, NX, NY, A, B, LX)
C *****
MN=6. 0
WRITE(3, 3) ADJ
WRITE(4, 1360) ((PHI(J, K), J=1, NX), K=1, NY)
LOCK(4)
WRITE(3, 4) GNU, GAM
WRITE(3, 5) ALPHA
WRITE(3, 6) IND
WRITE(3, 10) DT

C  CALL HOUT(H, NX, NY, LX)
TIME=0.
DO 49 I=1, NX
DO 49 J=1, NY
GUA(I, J)=PHI(I, J)
UV(I, J)=U(I, J)
VV(I, J)=V(I, J)
F(I, J)=F(J)
49  CONTINUE
CALL LOOK(U, V, PHI, H, F, NX, NY, LX)
DO 59 I=1, NX
DO 59 J=1, NY
PHI(I, J)=GUA(I, J)
U(I, J)=UV(I, J)
V(I, J)=VV(I, J)
F(J)=FV(J)
59  CONTINUE
C *****
CALL WSTAR(U, V, PHI, US, VS, PHIS, F, NX, NY, LX)
C *****
WRITE(3, 8)

```

```

C CALL UVOUT(U, NX, NY, LX)
  WRITE(3, 9)

C CALL UVOUT(V, NX, NY, LX)
  IOPT=0
  IF(IND. EQ. 0) GO TO 95
  IF(IND. EQ. 1) GO TO 100
  IF(IND. EQ. 2) GO TO 100
95 CONTINUE
  EPSDT=ADJ*DT*DT*DT
  ADJ=EPSDT/(DY*DY)
  EDJ=EPSDT/(DX*DX)
100 CONTINUE
C***LOOP PARA CADA PASO DE TIEMPO*****
  DO 200 IN=1, N
  IOPT=IOPT+1
251 CALL ADI(U, V, PHI, US, VS, PHIS, VBS, PHIBS, F, A, B, C, E, W, NX, NY, LX,
1 UN, VN, PHIN, P, Q, R, S)
  IF(((TIME/3600)-MN). NE. 0) GO TO 97
  DO 69 I=1, NX
  DO 69 J=1, NY
  GUA(I, J)=PHI(I, J)
  UV(I, J)=U(I, J)
  VV(I, J)=V(I, J)
  FV(J)=F(J)
69 CONTINUE

  CALL LOOK(U, V, PHI, H, F, NX, NY, LX)
  DO 79 I=1, NX
  DO 79 J=1, NY
  PHI(I, J)=GUA(I, J)
  U(I, J)=UV(I, J)
  V(I, J)=VV(I, J)
  F(J)=FV(J)
79 CONTINUE
  MN=MN+6
  WRITE(3, 1340) (TIME/3600)
1340 FORMAT(3X, "LLEVO ", FB. 1, " HORAS DE PRONOSTICO")
97 CONTINUE
252 TIME=TIME+DT
  IF((TIME/3600). EQ. 24) WRITE(6, 1360) ((PHI(J, I), J=1, NX), I=1, NY)
  LOCK(6)
1332 IF((TIME/3600). EQ. 48) WRITE(7, 1360) ((PHI(J, I), J=1, NX), I=1, NY)
  LOCK(7)
1333 IF((TIME/3600). EQ. 72) WRITE(8, 1360) ((PHI(J, I), J=1, NX), I=1, NY)
  LOCK(8)
1360 FORMAT(10(FA. 1, LX))
1331 CONTINUE
C1330 CONTINUE
  IF(IOPT .GE. IPR) GO TO 195

IF(IN, LT, NT) GO TO 200
IMPRIME LOS VALORES DE LA ENERGIA TOTAL CADA 6 HORAS DE PRONOSTICO
IMPRIME LOS VALORES DE LA ALTURA PROMEDIO CADA 6 HORAS DE PRONOSTICO
IMPRIME LOS VALORES DE LA VORTICIDAD CUADRATICA MEDIA CADA
6 HORAS DE PRONOSTICO
  IOPT=0
C 200 CONTINUE
  FINAL DEL PASO DE TIEMPO
  DIAS=T/86400.
  NINT=1

```

```
WRITE(3,2) NAME,MM
WRITE(3,/) NAME,NINT,MM,DIAS,DT,DX,DY,NX,NY
WRITE(4,1360) ((PHI(J,K),J=L,NX),K=L,NY)
LOCK(4)
```

```
250 STOP
END
```

```
C*****SUBROUTINE WSTAR*****
C ESTA SUBROUTINE CALCULA LOS VALORES INICIALES PARA LA APLICACION DEL ALGORITMO ADI, SIGUIENDO LA ECUACION
C 
$$\frac{\partial^2 W_{JK}}{\partial X^2} + \left( PK + QK \right) W_{JK} = ADEMAS IMPONE LAS CONDICIONES A LA FRONTERA, DONDE U, V, PHI, SON LOS CAMPOS INICIALES Y US, VS, PHIS SON LOS CAMPOS CALCULADOS SIGUIENDO LA ECUACION ANTERIOR$$

```

```
C*****
```

```
SUBROUTINE WSTAR (U, V, PHI, US, VS, PHIS, F, NX, NY, LX)
COMMON/CONST/FL, D, T, DX, DY, DT, FX, FY, FT, G, TIME, IPR, ADJ, BDJ
DIMENSION U(LX, NY), V(LX, NY), PHI(LX, NY), US(LX, NY), VS(LX, NY),
1 PHIS(LX, NY), F(NY)
```

```
NYM=NY-1
DO 20 K=1, NY
FK=F(K)
QY=FY
KP1=K+1
KM1=K-1
IF(KP1.LE.NY) GO TO 10
KP1=NY
GO TO 11
10 IF(KM1.GE.1) GO TO 12
11 QY=FY+FY
12 DO 15 J=1, NX
JP1=J+1
IF(JP1.GT.NX) JP1=1
JM1=J-1
IF(JM1.LT.1) JM1=NX
UKD=U(JP1, K)-U(JM1, K)
```

```
PKD=PHI(JP1, K)-PHI(JM1, K)
VJD=V(J, KP1)-V(J, KM1)
PJJD=PHI(J, KP1)-PHI(J, KM1)
PHI2=PHI(J, K)/2
US(J, K)=U(J, K)-FX*(U(J, K)*UKD+PHI2*PKD)-V(J, K)*(QY*(U(J, KP1)
1 -U(J, KM1))-FK)
VS(J, K)=V(J, K)-U(J, K)*(FX*(V(JP1, K)-V(JM1, K))+FK)
1 QY*(V(J, K)+VJD+PHI2*PJJD)
PHIS(J, K)=0, F*(PHI(J, K)-FX*(PHI2*UKD+U(J, K)*PKD)-QY*(PHI2*VJD
1 +V(J, K)*PJJD))
```

```
15 CONTINUE
20 CONTINUE
DO 25 J=1, NX
VS(J, 1)=0
VS(J, NY)=0.
RETURN
END
```

```
C*****SUBROUTINE ADI*****
```

```
SUBROUTINE ADI(U, V, PHI, US, VS, PHIS, UES, VES, PHIES, F, A, B, C, E, W, NX, NY,
1 LX, UN, VN, PHIN, P, Q, R, S)
COMMON/CONST/FL, D, T, DX, DY, DT, FX, FY, FT, G, TIME, IPR, ADJ, BDJ
COMMON/EDVOR/GRU, GAN, GDX3, PX, PY, PXSQ, PYSQ, PXS2, PYS2, ALPHA, FAC, IND
DIMENSION U(LX, NY), V(LX, NY), PHI(LX, NY), US(LX, NY), VS(LX, NY),
```

```

1 PHIS(LX, NY), UBS(LX, NY), VBS(LX, NY), PHIBS(LX, NY), F(NY), A(4, NY),
2 B(4, NY), C(4, NY), E(2, NX), S(NX), W(2, NX, 3), UN(LX, NY), VN(LX, NY),
3 PHIN(LX, NY), P(NY), Q(NY), R(NY)
DIMENSION EVX(35, 25), EVY(35, 25)
IF(IND.EQ.0) GO TO 25
IF(IND.EQ.1) GDX3=CAM*DX*DX*DX
IF(IND.EQ.2) FAC=DX*DX*DX/(ALPHA*SQRT(ALPHA))
IF(TIME.GT.0.) GO TO 20
FX=0. S/DX
FY=0. S/DY
PXSQ=FX*FX
PYSQ=FY*FY
PXS2=FXSQ+PXSQ
PYS2=PYSQ+PYSQ
20 CALL EDDY(U, V, EVX, EVY, LX, NX, NY)
C LOOP PARA CADA LINEA HORIZONTAL Y(K), K=L... , NY
25 DO 140 K=L, NY
FK=F(K)
FU=FY
KP1=K+1
KM1=K-1
IF(KP1.LE.NY) GO TO 105
KP1=NY
GO TO 110
105 IF(KM1.GE.1) GO TO 115
KM1=1
110 FU=FU+FU
C LOOP PARA CADA PUNTO X(J), J=1... , NX EN LA LINEA Y(K).
115 DO 120 J=1, NX
C CONSTRUYE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ TRIDIAGONAL DE BLOQUE
C CICLICO Y TERMINOS CONSTANTES PARA DETERMINAR UBS Y PHIBS
JPI=J+1
JMI=J-1
IF(JMI.LT.1) JMI=NX
IF(JPI.GT.NX) JPI=1
B(1, J)=1
B(2, J)=0
B(3, J)=0
B(4, J)=1
C(1, J)=FX*US(J, K)
C(2, J)=FX*PHIS(J, K)
C(3, J)=C(2, J)
C(4, J)=C(1, J)
DO 118 L=1, 4
118 A(L, J)=-C(L, J)
E(1, J)=U(J, K)-FU*VS(J, K)*(U(J, KP1)-U(J, KM1))+FK*V(J, K)
E(2, J)=PHI(J, K)-FU*PHIS(J, K)*(V(J, KP1)-V(J, KM1))-VS(J, K)*FU*
1 (PHI(J, KP1)-PHI(J, KM1))
IF(IND.EQ.0) GO TO 121
E(1, J)=E(1, J)+EVX(J, K)
GO TO 120
121 E(1, J)=E(1, J)+EDJ*(U(JPI, K)-2.*U(J, K)+U(JMI, K))
E(2, J)=E(2, J)+EDJ*(PHI(JPI, K)-2.*PHI(J, K)+PHI(JMI, K))
IF(K.EQ.1.OR.K.EQ.NY) GO TO 120
E(1, J)=E(1, J)+ADJ*(U(J, KP1)-2.*U(J, K)+U(J, KM1))
E(2, J)=E(2, J)+ADJ*(PHI(J, KP1)-2.*PHI(J, K)+PHI(J, KM1))
120 CONTINUE
CALL CYCBLK(NX, A, B, C, E, W)

```

```

DO 125 J=1, NX
UBS(J, K)=E(1, J)
C 125 PHIS(J, K)=E(2, J)
    LOOP PARA CADA PUNTO X(J), J=1, ..., NX EN LA LINEA Y(K).
    IF(K.EQ.1) GO TO 136
    IF(K.EQ.NY) GO TO 136
    DO 130 J=1, NX
    C CONSTRUYE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ CICLICA TRIDIAGONAL, Y
    C Y TERMINOS CONSTANTES, PARA DETERMINAR VES
    Q(J)=1.0
    R(J)=FX*US(J, K)
    P(J)=-R(J)
    S(J)=V(J, K)-FU*VS(J, K)*(V(J, KP1)-V(J, KM1))-FU*PHIS(J, K)*
    1 (PHI(J, KP1)-PHI(J, KM1))-FK*UBS(J, K)
    IF(IND.EQ.0) GO TO 131
    S(J)=S(J)+EVY(J, K)
    GO TO 130
131 S(J)=S(J)+ADJ*(V(J, KP1)-2.*V(J, K)+V(J, KM1))
130 S(J)=S(J)+BDJ*(V(JP1, R)-2.*V(J, K)+V(JM1, K))
C CONTINUE
C LLAMA A CYTRID PARA RESOLVER LOS VALORES DE VBS PARA TODOS LOS
C PUNTOS X(J) J=1, ..., NX EN LA LINEA Y(K)
CALL CYTRID(NX, P, Q, R, S, W)
DO 135 J=1, NX
135 VBS(J, K)=S(J)
    GO TO 140
136 DO 138 J=1, NX
138 VBS(J, K)=0.
140 CONTINUE
    IF(IND.EQ.0) GO TO 142
    CALL EDDY(UBS, VBS, EVX, EVY, LX, NX, NY)
    LOOP PARA CADA LINEA VERTICAL X(J), J=1, ..., NX
C 142 DO 140 J=1, NX
    JP1=J+1
    JM1=J-1
    IF(JM1.LT.1) JM1=NX
    IF(JP1.GT.NX) JP1=1
    C LOOP PARA CADA PUNTO Y(K), K=1, ..., NY EN LA LINEA X(J).
    DO 140 K=1, NY
    FU=FY
    KP1=K+1
    KM1=K-1
    IF(KP1.LE.NY) GO TO 145
    KP1=NY
    GO TO 150
145 IF(KM1.GE.1) GO TO 155
150 FU=FU+FU
    C CONSTRUYE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ TRIDIAGONAL DE BLOQUE (2*2),
    C Y TERMINOS CONSTANTES PARA DETERMINAR VN Y PHIN.
155 B(1, K)=1.
    B(2, K)=1.
    B(3, K)=0.
    B(4, K)=0.
    C(1, K)=FU*VS(J, K)
    C(2, K)=FU*PHIS(J, K)
    C(3, K)=C(2, K)
    C(4, K)=C(1, K)

```

```

DO 160 L=1, 4
160 A(L, K)=-C(L, K)
E(L, K)=2 *VBS(J, K)-V(J, K)+FU*VS(J, K)*(V(J, KP1)-V(J, KM1))+FU*
1 PHIS(J, K)*(PHI(J, KP1)-PHI(J, KM1))
E(2, K)=2 *PHBS(J, K)-PHI(J, K)+FU*PHIS(J, K)*(V(J, KP1)-V(J, KM1))+FU
1 *VS(J, K)*(PHI(J, KP1)-PHI(J, KM1))
IF(IND. EQ. 0) GO TO 170
E(1, K)=E(1, K)+EVY(J, K)
170 CONTINUE
DO 172 L=1, 4
B(L, 1)=B(L, 1)+A(L, 1)
172 B(L, NY)=B(L, NY)+C(L, NY)
C LLAMA A BLKTRI Y RESUELVE PARA LOS VALORES DE VN, PHIN, PARA TODOS
C LOS PUNTOS Y(K), K=1, ..., NY EN LA LINEA X(J)
CALL BLKTRI(NY, 1, A, B, C, E, NY)
DO 175 K=1, NY
175 VN(J, K)=E(1, K)
PHIN(J, K)=E(2, K)
VN(J, 1)=0
VN(J, NY)=0
C LOOP PARA CADA PUNTO Y(K), K=1, ..., NY EN LA LINEA X(J).
DO 180 K=1, NY
C
C CONSTRUYE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ TRIDIAGONAL, Y TERMINOS
C CONSTANTES, PARA LA DETERMINACION DE UN
FU=FY
KP1=K+1
KM1=K-1
IF(KP1 LE. NY) GO TO 176
KP1=NY
GO TO 177
176 IF(KM1 GE. 1) GO TO 178
KM1=1
177 FU=FU+FU
178 FK=F(K)
Q(K)=1
R(K)=FU*VS(J, K)
P(K)=-R(K)
S(K)=2 *UBS(J, K)-U(J, K)+FU* VS(J, K)*(U(J, KP1)-U(J, KM1))
1 -FK*(V(J, K)-VN(J, K))
IF(IND. EQ. 0) GO TO 180
S(K)=S(K)+EVX(J, K)
180 CONTINUE
Q(1)=Q(1)+P(1)
Q(NY)=Q(NY)+R(NY)
P(1)=0
R(NY)=0
C LLAMA A TRIDIA PARA RESOLVER PARA LOS VALORES DE UN, PARA TODOS LOS
C PUNTOS Y(K), K=1, ..., NY EN LA LINEA X(J).
CALL TRIDIA(NY, 1, P, Q, R, S, NY)
DO 185 K=1, NY
185 UN(J, K)=S(K)
CONTINUE
C ESTABLECE LOS NUEVOS VALORES DE US, VS, PHIS, U, V, PHI.
DO 192 K=1, NY
DO 192 J=1, NX
US(J, K)=0. S*(3. *UN(J, K)-U(J, K))
VS(J, K)=0. S*(3. *VN(J, K)-V(J, K))
PHIS(J, K)=0. 25*(3. *PHIN(J, K)-PHI(J, K))
U(J, K)=UN(J, K)

```



```
V(J, K)=VN(J, K)
192 PHI(J, K)=PHIN(J, K)
RETURN
END
```

```
C*****SUBROUTINE UVOUT*****
SUBROUTINE UVOUT(W, NX, NY, LX)
COMMON/EDVORT/IND
DIMENSION W(LX, NY)
DIMENSION JA(32)
```

```
1 FORMAT(3H0 , 21I6/)
2 FORMAT(1X, I2, 21F6.2)
CC IF(IND.GT.0) GO TO 4
IND=1
K=0
NX2=NX+2
DO 3 J=1, NX2
JA(J)=K
3 K=K+1
4 JE=0
5 JB=JE+1
JE=MIN0(NX2, JE+22)
WRITE(3, 1) (JA(J), J=JB, JE)
KK=NY
IF(JB.GT.1) GO TO 9
JE=JE-1
DO 7 K=1, NY
KM=KK-1
WRITE(3, 2) KM, W(NX, KK), (W(J, KK), J=JB, JE)
7 KK=KM
JE=JE+1
GO TO 5
9 JE=JE-2
```

```
JB=JB-1
DO 10 K=1, NY
KM=KK-1
WRITE(3, 2) KM, (W(J, KK), J=JB, JE), W(1, KK)
10 KK=KM
RETURN
END
```

```
C*****SUBROUTINE HOUT*****
SUBROUTINE HOUT(H, NX, NY, LX)
DIMENSION H(LX, NY)
DIMENSION JA(32)
```

```
C DATA 3/3/
DATA IND/0/
6 FORMAT("0 VALORES DE ALTURA"/)
7 FORMAT(3X, 21I6/)
8 FORMAT(1X, I2, 21F6.0)
IF(IND.GT.0) GO TO 4
IND=2
K=0
NX2=NX+2
DO 3 J=1, NX2
JA(J)=K
3 K=K+1
4 JE=0
5 JB=JB+1
JE=MIN0(NX2, JE+22)
```

```

WRITE(3, 6)
WRITE(3, 7) (JA(J), J=JB, JE)
KK=NY
IF(JE.GT.1) GO TO 9
JE=JE-1
DO 17 K=1, NY
KM=KK-1
WRITE(3, 8) KM, H(NX, KK), (H(J, KK), J=JB, JE)
17 KK=KM
JE=JE+1
GO TO 10
9 JE=JE-2
DO 10 K=1, NY
KM=KK-1
WRITE(3, 8) KM, (H(J, KK), J=JB, JE), H(1, KK)
10 KK=KM
RETURN
END

```

C*****

```

SUBROUTINE SETUP(U, V, PHI, H, F, NX, NY, S, C, LX)
C H(X, Y)=H0+H1*TANH(P)+H2*SIN(Q)*(SECH(R))**2.
C WHERE P = 9. *(D/2-Y)/(2.*D),
C AND Q=TUPI*X/FL, AND R = 2*P.
C PHI(J, K)=2.*SQRT(G*H(J, K))
C U(J, K)=-(G/F(K))*(PARTIAL DERIVATIVE DH/DY AT J, K)
C V(J, K) = (G/F(K))*(PARTIAL DERIVATIVE DH/DX AT J, K)
COMMON/CONST/FL, D, T, DX, DY, DT, FX, FY, FT, G, TIME, IPR, ADJ, BDJ
DIMENSION U(LX, NY), V(LX, NY), PHI(LX, NY), F(NY), S(LX), C(LX), H(LX, NY)
DATA TUPI/6.2831853071796/
DATA NIN/1/
DATA 3/3/
1 FORMAT(6E10.4)
3 FORMAT ("1 ECUACIONES DE SHALLOW WATER"/)
4 FORMAT("0 CONSTANTS: H0=", F5.0, " M", 10X, "FHAT=", E9.2, "/SEC ",
1 10X, "L=", F9.0, " M", 12X, "DX=", F8.0, " M", 10X, "H1=", F5.0, " M", 10X,
2 "BETA=", E9.2, "/SEC/M", 10X, "D=", F9.0, " M", 12X, "DY=", F8.0, " M"/
3 14X, "H2=", F5.0, " M", 40X, "T=", F9.0, " SEC", 10X, "DT=", F8.0, " SEC"/)
C H0, H1, H2 SON CONSTANTES DE LA FUNCION DE ALTURA
C FHAT, BETA SON CONSTANTES EN F = FHAT + BETA*(Y-D/2)
H0=2000
H1=220
H2=133

FHAT=0.0001
BETA=0.000002000015
WRITE(3, 3)
WRITE(3, /) H0, FHAT, FL, DX, H1, BETA, D, DY, H2, T, DT
YE=9. D
YE=0.5*YE
D2=D/2
XF=TUPI/FL
FNXI=TUPI/FL*AT(NX)
8 FJ=0
DO 10 J=1, NX
FJ=FJ+1
TEMP=FJ*FNXI
S(J)=SIN(TEMP)
10 C(J)=COS(TEMP)
S(NX)=0.
C(NX)=1.

```

```
NYM=NY-1
FNMYI=9./FLOAT(NYM)
FKM=0.
Y=0.
DO 20 K=1, NY
TEMP=D2-Y
```

```
F(K)=FHAT-BETA*TEMP
GH= G/F(K)
YA=4.5-FKM*FNMYI
YB=0.5*YA
TNH=TANH(YB)
SH2=1.-TNH*TNH
C1=H0+H1*TNH
C4=-YF*SH2*H1
TNH=TANH(YA)
SH2=1.-TNH*TNH
C2=H2*SH2
IF(K.EQ.1) C2=0.
IF(K.EQ.NY) C2=0.
C3=C2*XF
C5=2.*C2*YE*TNH
DO 15 J=1, NX
TEMP=S(J)
H(J,K)=C1+C2*TEMP
PHI(J,K)=Z.*SQRT(G*H(J,K))
14 V(J,K)=GH*C3*C(J)
15 U(J,K)=-GH*(C4+C5*TEMP)
CONTINUE
F(K)=F(K)*FT
```

```
Y=Y+DY
20 FKM=FKM+1
24 DO 25 J=1, NX
25 V(J,1)=0.
V(J,NY)=0.
RETURN
END
```

```
C*****SUBROUTINE CYBLK*****
SUBROUTINE CYBLK(N,P,Q,R,D,W)
DIMENSION P(4,N),Q(4,N),R(4,N),D(2,N),W(2,N,3)
CYBLK RESUELVE T*X=D DONDE T ES UNA MATRIZ TRIDIAGONAL DE BLOQUE
CICLICO DE DOMINIO DIAGONAL, CADA BLOQUE ES DE 2*2, Y EL ORDEN DE T
ES DE 2*N. P, Q, R, SON ARREGLOS DE DIMENSION 4*N, QUE CONTIENEN LOS
ELEMENTOS DE LOS BLOQUES A LO LARGO DE LA SUB-DIAGONAL, DIAGONAL
Y SUPER-DIAGONAL RESPECTIVAMENTE.
D ES UN ARREGLO DE DIMENSIONES 2*N, CONTIENENDO LAS CONSTANTES.
EL BLOQUE EN LA POSICION T(1,N) ES ALMACENADO EN P(,1) Y
LA POSICION T(N,1) ES ALMACENADO EN R(,N).
EL ARREGLO W PROVEE UNA AREA DE TRABAJO Y PODRA SER DE LONGITUD
2*N*3 O MENOR.
DURANTE EL COMPUTO TODOS LOS ARREGLOS SON SOBRE-ESCRITOS.
LOS VECTORES SOLUCION SON ALMACENADOS EN EL ARREGLO D.
NM=N-1
```

```
DO 10 I=1, NM
DO 5 J=1, 2
W(J,I,1)=D(J,I)
W(J,I,2)=0.
```

```

105 W(J, I, 3)=0.
CONTINUE
W(1, 1, 1)=P(1, 1)
W(2, 1, 1)=P(2, 1)
W(1, 1, 2)=P(3, 1)
W(2, 1, 2)=P(4, 1)
W(1, NM, 1)=R(1, NM)
W(2, NM, 1)=R(2, NM)
W(1, NM, 2)=R(3, NM)
W(2, NM, 2)=R(4, NM)
CALL BLKTRI(NM, J, P, Q, R, W, N)
V1=Q(4, N)-R(2, N)*W(1, 1, 3)-R(4, N)*W(2, 1, 3)-P(2, N)*W(1, NM, 3)
1 V2=-Q(4, N)*W(2, NM, 3)
1 V3=-P(2, N)+R(2, N)*W(1, 1, 2)+R(4, N)*W(2, 1, 2)+P(2, N)*W(1, NM, 2)
1 V4=Q(4, N)*W(2, NM, 2)
1 V3=-Q(3, N)+R(1, N)*W(1, 1, 3)+R(3, N)*W(2, 1, 3)+P(1, N)*W(1, NM, 3)
1 V4=Q(1, N)-R(1, N)*W(1, 1, 2)-R(3, N)*W(2, 1, 2)-P(1, N)*W(1, NM, 2)
1 -P(3, N)*W(2, NM, 2)

D1N =D(1, N)-R(1, N)*W(1, 1, 1)-R(3, N)*W(2, 1, 1)-P(1, N)*W(1, NM, 1)
1 D2N =D(2, N)-R(2, N)*W(1, 1, 1)-R(4, N)*W(2, 1, 1)-P(2, N)*W(1, NM, 1)
1 D3N =D(3, N)-R(3, N)*W(1, 1, 1)-R(4, N)*W(2, 1, 1)-P(2, N)*W(1, NM, 1)
WRITE(3, /) V1, V4, V2, V3
DET=V1*V4-V2*V3
TEM=(V1*D1N+V3*D2N)/DET
D2N=(V2*D1N+V1*D2N)/DET
D1N=TEM
DO 20 I=1, NM
D(1, I)=W(1, I, 1)-D1N*W(1, I, 2)-D2N*W(1, I, 3)
D(2, I)=W(2, I, 1)-D1N*W(2, I, 2)-D2N*W(2, I, 3)
20 CONTINUE
D(1, N)=D1N
D(2, N)=D2N
RETURN
END
C*****SUBROUTINE CYTRID*****
SUBROUTINE CYTRID (N, P, Q, R, D, W)
DIMENSION P(N), Q(N), R(N), D(N), W(N, 2)
RESUELVE EL CONJUNTO A*X=D DE N (N, GE, 2) ECUACIONES LINEALES
DONDE LOS COEFICIENTES ES UNA MATRIZ TRIDIAGONAL CÍCLICA.
LOS VECTORES P, Q, R, D DE N ELEMENTOS, CONTIENEN RESPECTIVAMENTE
LA SUB-DIAGONAL, DIAGONAL, SUPER-DIAGONAL, Y ELEMENTOS CONSTANTES.
EL ELEMENTO A(L, N) ES ALMACENADO EN P(1)
A(N, 1) ES ALMACENADO EN R(N)
EL ARREGLO W FORNEA UNA ÁREA DE TRABAJO Y PODRÁ SER DE LONGITUD
DURANTE EL COMPUTO TODOS LOS ARREGLOS SON SOBRE-ESCRITOS.
LOS VECTORES SOLUCION ES UN VECTOR D.
NM=N-1
DO 10 I=1, NM
W(I, 1)=D(I)
W(I, 2)=0
W(I, 2)=P(1)
W(NM, 2)=R(NM)
CALL TRIDIA(NM, 2, P, Q, R, W, N)
XN=(D(N)-R(N)*W(1, 1)-P(N)*W(NM, 1))/(Q(N)-R(N)*W(1, 2)-P(N)*W(NM, 2))

```

```

DO 20 I=1, NM
20 D(I)=W(I, 1)-XN*W(I, 2)
D(N)=XN
RETURN
END

```

CC
 CC
 SUBROUTINE BLKTRI(N, M, A, B, C, D, L)
 BLKTRI RESUELVE T*X=D DONDE T ES UNA MATRIZ TRIDIAGONAL DE BLOQUE CON DOMINIO DIAGONAL, CADA BLOQUE ES DE 2*2, Y EL ORDEN DE T SERA 2*N. CUARANTE EL COMPUTO TODOS LOS ARREGLOS SON SOBRE-ESC.

C
 LOS VECTORES SOLUCION REMPLAZAN LAS CONSTANTES DEL ARREGLO D.
 DIMENSION A(4, L), B(4, L), C(4, L), D(2, L, M)
 IF(M, EQ, 3) GO TO 5

```

A(1, 2)=0.
A(2, 2)=0.
B(2, N)=0.
B(2, 1)=0.
C(1, N-1)=0.
C(2, N-1)=0.
5 TEMP=1./ (B(1, 1)*B(4, 1)-B(2, 1)*B(3, 1))
V1=B(4, 1)*TEMP
V2=-B(2, 1)*TEMP
V3=-B(3, 1)*TEMP
V4=B(1, 1) *TEMP
DO 10 J=1, M
TEMP= V1*D(1, 1, J)+V3*D(2, 1, J)
10 D(2, 1, J)= V2*D(1, 1, J)+V4*D(2, 1, J)
D(1, 1, J)=TEMP
TEMP=-(V1*C(1, 1)+V3*C(2, 1))
C(2, 1)=-(V2*C(1, 1)+V4*C(2, 1))
C(1, 1)=TEMP
TEMP=-(V1*C(3, 1)+V3*C(4, 1))
C(4, 1)=-(V2*C(3, 1)+V4*C(4, 1))

```

```

C(3, 1)=TEMP
DO 20 I=2, N
IM=I-1
B(1, I)=B(1, I)+A(1, I)*C(1, IM)+A(3, I)*C(2, IM)
B(2, I)=B(2, I)+A(2, I)*C(1, IM)+A(4, I)*C(2, IM)
B(3, I)=B(3, I)+A(1, I)*C(3, IM)+A(3, I)*C(4, IM)
B(4, I)=B(4, I)+A(2, I)*C(3, IM)+A(4, I)*C(4, IM)
TEMP=1./ (B(1, I)*B(4, I)-B(2, I)*B(3, I))
V1=B(4, I) *TEMP
V2=-B(2, I)*TEMP
V3=-B(3, I)*TEMP
V4=B(1, I) *TEMP
TEMP=-(V1*C(1, I)+V3*C(2, I))
C(2, I)=-(V2*C(1, I)+V4*C(2, I))
C(1, I)=TEMP
TEMP=-(V1*C(3, I)+V3*C(4, I))
C(4, I)=-(V2*C(3, I)+V4*C(4, I))
C(3, I)=TEMP
DO 15 J=1, M
D(1, I, J)=D(1, I, J)-A(1, I)*D(1, IM, J)-A(3, I)*D(2, IM, J)
D(2, I, J)=D(2, I, J)-A(2, I)*D(1, IM, J)-A(4, I)*D(2, IM, J)
TEMP= V1*D(1, I, J)+V3*D(2, I, J)
D(2, I, J)= V2*D(1, I, J)+V4*D(2, I, J)

```

```

15 IF(M, EQ, 1, AND, I, EQ, N) TEMP=0.
20 D(1, I, J)=TEMP
CONTINUE

```

```

K=N
DO 30 I=2, N
KP=K
K=K-1
DO 25 J=1, M
TEMP=D(1, K, J)+C(1, K)*D(1, KP, J)+C(3, K)*D(2, KP, J)
D(2, K, J)=D(2, K, J)+C(2, K)*D(1, KP, J)+C(4, K)*D(2, KP, J)
IF(M.EQ.1.AND.K.EQ.1) TEMP=0.
25 D(1, K, J)=TEMP
30 CONTINUE
RETURN
END

```

C*****SUBROUTINE TRIDIA*****

```

SUBROUTINE TRIDIA(N, M, A, B, C, D, L)
DIMENSION A(N), S(N), C(N), D(L, M)
DO 10 J=1, M
10 D(L, J)=D(L, J)/B(1)
C(1)=-C(1)/B(1)
DO 20 I=2, N
IM=I-1

```

```

B(I)=A(I)*C(IM)+B(I)
C(I)=-C(I)/B(I)
DO 15 J=1, M
15 D(I, J)=(D(I, J)-A(I)*D(IM, J))/B(I)
20 CONTINUE

```

```

K=N
DO 30 I=2, N
KP=K
K=K-1
DO 25 J=1, M
25 D(K, J)=D(K, J)+C(K)*D(KP, J)
30 CONTINUE
RETURN
END

```

C*****SUBROUTINE EDDY*****

```

SUBROUTINE EDDY(U, V, EVX, EVY, LX, NX, NY)
COMMON/EDVORT/GNU, GAM, GDX3, PX, PY, PXSQ, PYSQ, PXS2, PYS2, ALPHA, FAC, IND
DIMENSION U(LX, NY), V(LX, NY), EVX(LX, NY), EVY(LX, NY), XSI(35, 25)
1 VIISC(35, 25)
20 DO 25 K=1, NY
KP1=K+1
IF(KP1.GT.NY) KP1=NY
DO 25 J=1, NX

```

```

JP1=J+1
IF(JP1.GT.NX) JP1=1
XSI(J, K)=PX*(V(JP1, KP1)-V(J, K)+V(JP1, K)-V(J, KP1))
1 -PY*(U(JP1, KP1)-U(J, K)+U(J, KP1)-U(JP1, K))
25 CONTINUE

```

```

DO 30 K=1, NY
KP1=K+1
IF(KP1.GT.NY) KP1=NY
DO 30 J=1, NX
JP1=J+1
IF(JP1.GT.NX) JP1=1
TA=XSI(JP1, KP1)-XSI(J, K)+XSI(JP1, K)-XSI(J, KP1)
TB=XSI(JP1, KP1)-XSI(J, K)+XSI(J, KP1)-XSI(JP1, K)
SQ=SQRT(PXSQ*TA+PYSQ*TB*TB)
IF(IND.EQ.2) GO TO 28
VIISC(J, K)=GNU*(1.+GDX3*SQ)

```

```

300 GO TO 30
300 VISC(J, K)=FAC*SQ
CONTINUE
DO 55 K=1, NY
  KP1=K+1
  KP2=K+2
  IF(KP1-NY) 40, 37, 35

```

```

335 KP1=NY
337 KP2=NY
40 DO 55 J=1, NX
  JP1=J+1
  JP2=J+2
  IF(JP1-NX) 50, 47, 45

```

```

45 JP1=1
  JP2=2
  GO TO 50

```

```

47 JP2=1
50

```

```

50 EVX(J, K)=PXS*(VISC(JP2, K)+VISC(JP1, K))*(U(JP2, K)-U(JP1, K))-
  (VISC(JP1, K)+VISC(J, K))*(U(JP1, K)-U(J, K))
  -PYS*(VISC(J, KP2)+VISC(J, KP1))*(U(J, KP2)-U(J, KP1))-
  (VISC(J, KP1)+VISC(J, K))*(U(J, KP1)-U(J, K))
  -PVS*(VISC(J, KP2)+VISC(J, KP1))*(V(J, KP2)-V(J, KP1))-
  (VISC(JP1, K)+VISC(J, K))*(V(JP1, K)-V(J, K))
  -PVZ*(VISC(J, KP2)+VISC(J, KP1))*(V(J, KP2)-V(J, KP1))-
  (VISC(J, KP1)+VISC(J, K))*(V(J, KP1)-V(J, K))

```

```

55 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE LOOK(U, V, PHI, H, F, NX, NY, LX)
REAL MSVRT

```

```

COMMON/CONST/FL, D, T, DX, DY, DT, FX, FY, FT, G, TIME, IPR, ADJ, BDJ
DIMENSION U(LX, NY), V(LX, NY), PHI(LX, NY), H(LX, NY), F(NY), GUA(14, 21)
2 FORMAT("1")
4 FORMAT(" ALTURA MEDIA=", F8.2, " M", 10X, "ENERGIA=", 1PE13.6, 10X)
50 FORMAT(2X, "VORTICIDAD CUADRATICA MEDIA=", 1PE13.6)
55 FORMAT(5X, "LOOK")
G4INV=1. / (40)
AREA=NX*(NY-1)
ECNST=DX*DY/(G+G)
SUMNC=0.
HMEAN=0.
ZMEAN=0.
ECNST2=DX*DY
NY1=NY-1
DO 40 K=1, NY
  MSVRT=0.
  HEL=0.
  ENEREL=0.
  DO 10 J=1, NX
    PHSQ=PHI(J, K)*PHI(J, K)/4.
    ENEREL=PHSQ*(PHSQ+U(J, K)*U(J, K)+V(J, K)*V(J, K))+ENEREL
  10 CONTINUE
  DO 25 J=1, NX

```

```

25 H(J, K)=PHI(J, K)*PHI(J, K)*G4INV
   HEL=HEL+H(J, K)
   HMEAN=HMEAN+HEL
   SUMENG=SUMENG+ENEREL
40 CONTINUE
   DO 60 K=2, NY1
   F(K)=F(K)/FT
   DO 56 J=1, NX
   JP1=J+1
   JMI=J-1
   IF(JMI.LT.1) JMI=NX
   IF(JP1.GT.NX) JP1=1
   MSVRT=((V(JP1, K)-V(JMI, K))/(2.*DX)-(U(J, K+1)-U(J, K-1))/(2.*DY)+
1 F(K)**2)/H(J, K)+MSVRT
56 CONTINUE
   ZMEAN=ZMEAN+MSVRT.
60 CONTINUE
   HMEAN=HMEAN/AREA
   ENERGY=SUMENG*ECNST
   ZMEAN=ZMEAN*ECNST
   WRITE(3,3) HMEAN, ENERGY
   WRITE(3,4) ZMEAN
   NSTEP=IPR

```

```

IF(IND.NE.0) GO TO 45
EN2=ENERGY+ENERGY
IND=1
GO TO 50
45 IF(ENERGY.GT.EN2) STOP
50 RETURN
END

```


BIBLIOGRAFIA

- 1.- HOLTON, J.R. 1979. "AN INTRODUCTION TO DYNAMIC METEOROLOGY" V. 23 2A. EDICION PP. 31-35. ACDEMIC PRESS. NEW YORK.
- 2.- ARAKAWA, A Y V.LAMB . 1981. "A POTENTIAL ENSTROPY AND ENERGY CONSERVING SCHEME FOR THE SHALLOW WATER EQUATIONS". MON. WEA. REV. V. 109 PP. 18-30.
- 3.- GUSTAFSSON, V. 1971. "AN ALTERNATING DIRECTION IMPLICIT METHOD FOR SOLVING THE SHALLOW WATER EQUATIONS" . J. COMP.PHYS. V. 7 PP. 239-254.
- 4.- CURRIE, J.G. 1974. "FUNDAMENTAL MECHANICS OF FLUIDS" MCGRAW HILL. PP. 6-31.
- 5.- ADEM, J. 1975 . "SEMINARIO DE FISICA DE LA ATMOSFERA (NOTAS)" UNAM. MEXICO.
- 6.- CONNELL, M. "APPLICATIONS OF THE ABSOLUTE DIFFERENTIAL CALCULUS" . PP 27.
- 7.- JEFFREYS, H. "CARTESIAN TENSORS"
- 8.- CROWLEY, W.P. 1970 "A NUMERICAL MODEL FOR VISCOUS FREE SURFACE BAROTROPIC WIND DRIVEN OCEAN CIRCULATIONS" J. COMP. PHYS. V. 5 PP. 139-168.

- 9.- HANEY, R.L. Y J.M. WRIGHT. 1975. "THE RELATIONSHIP BETWEEN THE GRID SIZE AND COEFFICIENT OF NONLINEAR LATERAL EDDY VISCOSITY IN NUMERICAL OCEAN CIRCULATION MODELS" J. COMP. PHYS. V. 19 PP. 257-266.
- 10.- HOUGHTON, ET.AL. 1966. "LONG TERM INTEGRATION OF THE BAROTROPIC EQUATIONS BY THE LAX-WENDROFF METHOD" MON.WEA.REV. V.94 PP.141-150.
- 11.- GRAMMELDVILT, A. 1968. "A SURVEY OF FINITE DIFFERENCES SCHEMES FOR THE PRIMITIVE EQUATIONS FOR A BAROTROPIC FLUID". MON. WEA. REV. V. 97 PP. 384-404.
- 12.- SHUMAN, F.G. Y L.W. VANDERMAN. 1976 . "DIFFERENCE SYSTEM AND CONDITIONS FOR THE PRIMITIVE EQUATIONS BAROTROPIC FORECAST" MON. WEA. REV. V. 94 NO. 5 PP. 329-335
- 13.- HALTINER, G.J. Y R.T. WILLIAMS 1980. "NUMERICAL PREDICTION AND DYNAMIC METEOROLOGY". 2A. EDICION PP119.
- 14.- CULLEN, M.J.P. 1974 "FINITE ELEMENT METHOD FOR A NON-LINEAR INITIAL VALUES PROBLEM" J. INST. MATH. APPL. V.13 PP.233-247
- 15.- FAIRWETHER, G Y I.M. NAVON. 1977 "A LINEAR ALTERNATING DIRECTION IMPLICIT (ADI) METHOD FOR SOLVING THE SHALLOW WATER EQUATIONS" COUNCIL FOR SCIENTIFIC AND INDUSTRIAL RESEARCH (CSIR) ; SP. REPORT . WISK 269 , PRETORIA SOUTH AFRICA 20 P.

16.- DOUGLAS, J. Y J.E. GUNN. 1964 "A GENERAL FORMULATION OF ALTERNATING DIRECTION METHODS" NUMER. MATH. PP.428-453

17.- NAVON, I.M. 1979. "ADIF , A FORTRAN IV PROGRAMM FOR SOLVING THE SHALLOW WATER EQUATIONS" COMP. & GEOPHYS. V 5 PP. 19-39.

18.- NAVON, I.M. 1977 "ALGORITHMS FOR THE SOLUTIONS OF SCALAR AND BLOCK / CYCLIC TRIDIAGONAL SYSTEMS" COUNCIL FOR SCIENTIFIC AND INDUSTRIAL RESEARCH (CSIR) SP. REPORT. WISK. 265, PRETORIA SOUTH AFRICA. 29P.

19.- KREISS, H.O. Y J. OLIGER 1973. "METHODS FOR THE APPROXIMATE SOLUTION OF TIME-DEPENDENT PROBLEMS" GLOBAL ATMOSPHERIC RESEARCH PROGRAMM. (GARP). PUB. SER. NO. 10 , W.M.O. 107 P.