



# Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

MECANICA DEL OLEAJE Y LA MAREA

## TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el título de  
INGENIERO CIVIL

presenta

**RICARDO ALBERTO JABER MONGES**

México, D. F.

1982



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-169 T.E.

SEROR RICARDO ALBERTO JABER MONGES,  
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que aprobado por esta Dirección, propuso el Profr. Ing. Antonio Moreno Gómez, para que lo desarrolle como tesis para su Examen Profesional de la carrera de Ingeniero CIVIL.

"MECANICA DEL OLEAJE Y LA MAREA"

1. Introducción.
2. Teorías del oleaje.
3. Refracción, difracción y reflexión.
4. Características del oleaje real.
5. Generación y predicción del oleaje.
6. Oleaje ciclónico.
7. Mareas.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cdr. Universitaria, 31 de mayo de 1982  
EL DIRECTOR

ING. JAVIER JIMENEZ ESPINO

JJE/OBLHT/ser

## I N D I C E

	Página
<b>CAPITULO UNO</b>	
Introducción	1
1.1 Terminología y Clasificación de las Ondas.	2
1.1.1 Terminología	2
1.1.2 Clasificación de los diversos tipos de ondas.	5
<b>CAPITULO DOS</b>	
Teorías del Oleaje	13
2.1 Generalidades	13
2.2 Hipótesis Necesarias para el Desarrollo de las Teorías del Oleaje.	16
2.3 Teoría de las Olas de Pequeña Amplitud o Teoría Lineal.	18
2.3.1 Ecuaciones de la teoría lineal	18
2.3.2 Determinaciones de los límites de aguas profundas.	34
2.3.3 Otras relaciones útiles.	43
2.3.4 Condiciones límite de la teoría lineal.	45
2.4 Teoría del Oleaje Progresivo de Segundo y Tercer Orden.	45

	Página
2.4.1 Ecuaciones de segundo orden.	47
2.4.2 Ecuaciones de tercer orden.	53
2.4.3 Máxima relación de esbeltez en oleaje progresivo.	57
2.5 Teoría de la Ola CNoidal.	58
2.6 Teoría de la Ola Solitaria.	62
2.7 Teoría de la Función Corriente.	66
2.8 Válidez de las Distintas Teorías.	66
2.9 Límite de Estabilidad de Las Olas.	68
2.9.1 Estabilidad de la ola en aguas profundas.	68
2.9.2 Estabilidad de la ola en aguas bajas.	69
2.9.3 Clasificación de las rompien--tes.	73
 CAPITULO TRES	
Refracción, Difracción, Reflexión.	75
3.1 Refracción.	75
3.1.1 Análisis de Refracción.	78
3.1.2 Interpretación de resultados y limitaciones de los diagramas.	89
3.2 Difracción.	92

	Página
3.2.1 Cálculo del efecto de difrac- ción.	93
3.2.2 Refracción y difracción combi- nadas.	119
3.3 Reflexión	120
3.3.1 Reflexión por paredes vertica- les, impermeables (teoría li- neal).	122
3.3.2 Resonancia en zonas cerradas.	123
3.3.3 Reflexión del oleaje en las -- playas.	126
 CAPITULO CUATRO	
Características del Oleaje Real	129
4.1 Ola Significante.	130
4.1.1 Altura de ola significativa.	130
4.1.2 Período de ola significativa.	132
4.2 Variabilidad de la altura de ola.	133
4.3 Espectro de Energía del Oleaje.	138
 CAPITULO CINCO	
Generación y Predicción del Oleaje.	142
5.1 El Viento.	142
5.1.1 Registros meteorológicos.	143

IV

	Página
5.1.2 Características del viento.	148
5.2 Predicción del Oleaje.	163
5.2.1 Método SMB para predicción del oleaje en aguas profundas.	163
5.2.2 Predicción del oleaje en aguas bajas.	173
CAPITULO SEIS	
Oleaje Ciclónico	180
6.1 Técnica de Predicción del Oleaje Ciclónico.	182
CAPITULO SIETE	
Mareas	186
7.1 Teoría Estática de Newton.	186
7.2 Diferentes Planos de Referencia.	193
7.3 Predicción de Mareas.	194
APENDICE "A"	
Elementos de Hidrodinámica	197
APENDICE "B"	
Funciones Hiperbólicas	218

	Página
APENDICE "C"	
Funciones de <i>d/Lo.</i>	219
BIBLIOGRAFIA	241

## CAPITULO UNO

### INTRODUCCION

En la actualidad la Ingenierfa Marítima, está teniendo un gran impulso, no sólo en México sino en el mundo. Esto se debe a que el hombre se está dando cuenta de que del mar podrá obtener tanto alimentos como energía y materias primas, lo que pone en el mar una buena parte del futuro de la humanidad.

En la Ingenierfa Marítima, una de las primeras preocupaciones en el diseño de cualquier obra, es el determinar las condiciones de oleaje y marea a que se someterá dicha obra durante su construcción y operación para poder determinar las características físicas que tendrá la obra.

En este trabajo se pretende dar las bases para lograr lo anterior.

En el capítulo dos se exponen diferentes teorfas para el análisis matemático del oleaje, en el tercero se presenta la forma que se analizan ciertos fenómenos que ocurren con el oleaje al tropezar con algún obstáculo, en el cuarto se estudian las características reales que pre-

senta el oleaje; en el quinto se expone la manera en que se genera el oleaje y también la forma de predecirlo; en el sexto se presentan algunas características de los ciclones y el oleaje que generan, y por último en el séptimo se estudian las características de las mareas.

### 1.1 TERMINOLOGIA Y CLASIFICACION DE LAS ONPAS

Al iniciar el estudio de un fenómeno natural, el primer paso debe encaminarse a establecer una terminología adecuada, que homogenice las notaciones relacionadas con el fenómeno.

Otro paso importante es la clasificación de las variantes del fenómeno de acuerdo a uno o mas parámetros, con lo que el estudio puede enfocarse a una o mas de éstas clasificaciones.

#### 1.1.1 TERMINOLOGIA

La siguiente terminología, será utilizada a lo largo de éste trabajo, por lo que su conocimiento es de gran utilidad en la comprensión de éste:

...

- a) La superficie del agua presenta elevaciones y deprecaciones con respecto al nivel de reposo del agua, a la parte más alta de la elevación se le llama -- "cresta" y a la más baja de la depresión "valle".- Al punto donde se cruza la superficie (del agua) - con el nivel de reposo se le llama "nodo".
- b) Longitud de onda ( $\lambda$ ), es la distancia horizontal en tre 2 puntos correspondientes entre 2 ondas consecutivas (Generalmente medido entre 2 crestas o 2 valles consecutivos).
- c) Altura de ola u onda ( $H$ ), se denomina a la diferencia de altura entre cresta y valle consecutivos. Am plitud ( $a$ ), se define como un medio de la altura de ola ( $H/2$ ).
- d) Período ( $T$ ), es el tiempo transcurrido entre el pa so de 2 crestas o 2 valles consecutivos, por un pun to.
- e) Profundidad ( $d$ ), es la distancia vertical entre el lecho del mar y la superficie del agua en reposo.
- f) Celeridad ( $C$ ), es la relación que existe entre la-

longitud de onda y el período, es decir la velocidad de propagación.  $(L/T)$

g) Esbeltez es la relación entre la altura y la longitud de onda.  $(H/L)$

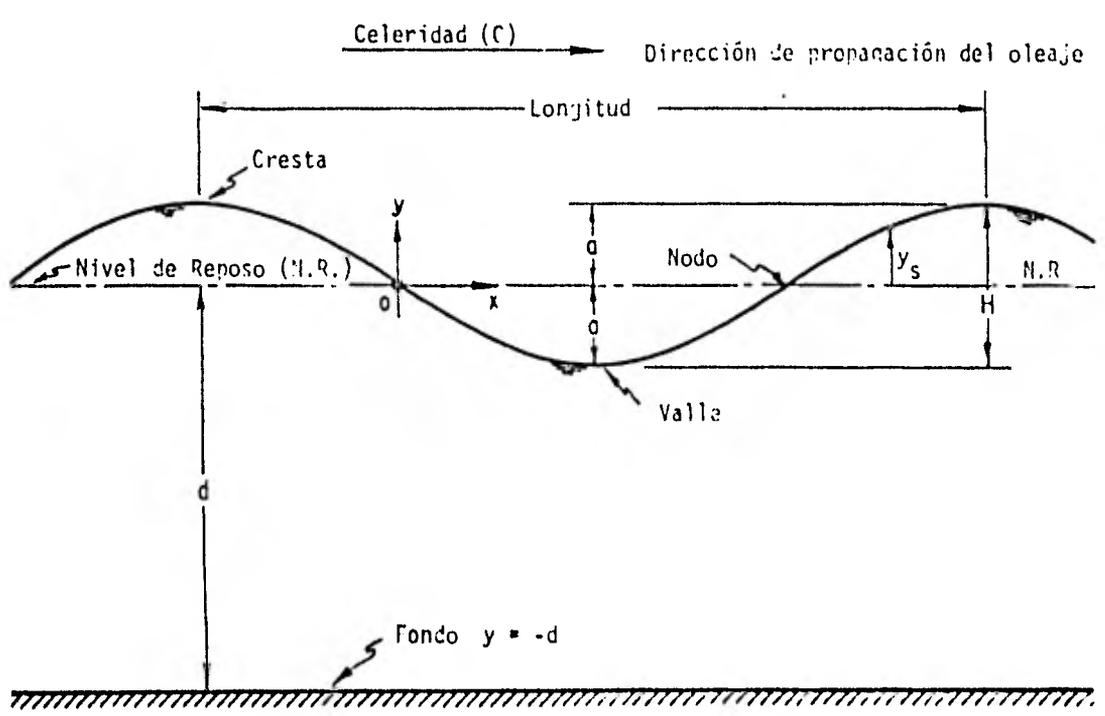


FIG. 1.1 Terminología de una ola.

### 1.1.2 CLASIFICACION DE LOS DIVERSOS TIPOS DE ONDAS

La clasificación de los diversos tipos de ondas se puede hacer atendiendo a los distintos parámetros que las caracterizan:

a) Según el movimiento de las partículas, se distinguen tres tipos:

a.1) Oscilatorias: Si el movimiento de la partícula líquida describe órbitas cerradas; por ejemplo, trocoidal.

a.2) Cuasi-oscilatorias: Si las órbitas descritas no son cerradas produciéndose un ligero movimiento en algún sentido.

a.3) De traslación: Si el movimiento neto de la partícula consiste en una traslación. Una ola que rompe es un claro ejemplo de este tipo. (teoría de la onda solitaria).

b) Según el período de las ondas.

Walter H. Munk efectúa una clasificación convenient-

te de las ondas, tomando como base su período.

- b.1) Olas Capilares (Menor de 0.1 seg).- La porción del espectro se ve afectada más por la tensión superficial que por la gravedad. Su velocidad se incrementa con la disminución del período y de la longitud de la ola; siempre excede de 23 cm/seg.
- ub.2) Olas de ultra-gravedad (De 0.1 a 1 seg)., Olas de gravedad ordinaria (De 1 a 30 seg).- Su origen está en el viento que es el que las genera y las hace crecer por 2 razones:
- Existe un exceso de presión en el lado donde el viento actúa sobre la ola y una disminución del lado contrario.
  - Existe un empuje tangencial sobre la superficie del agua, suponiendo que las olas tienen transporte de masa, de acuerdo con la teoría irrotacional.
- Dentro de las olas de gravedad, tema principal de éste trabajo, se puede establecer otra clasificación distinguiendo si se encuentra ó

no dentro de la zona de generación.

b.2.1) Oleaje Local (SEA). Cuando el oleaje está dentro de la zona de generación del mismo, bajo la influencia del viento con un aspecto general del oleaje caótico, con forma irregular, direcciones múltiples y períodos cortos.

b.2.2) Oleaje Distante (SWELL). Las olas de éste tipo son las que han salido de la zona de generación y presentan, por lo general, períodos mayores, crestas largas, características mejor definidas y dirección de avance identificable.

b.3) Olas de Infragravedad (De 30 seg a 5 min). Son olas de pequeña amplitud y período de algunos minutos. Su formación puede ser debida a una especie de oscilación del rompimiento de una ola.

Cuando viajan hacia el mar éstas olas de períodos grandes son afectadas por la topografía

fía del fondo de la plataforma continental. Williams y Eckart (1951) demostraron que estas olas pueden invertir la marcha y dirigirse de nuevo a la playa, debido a que al llegar a aguas abismales se refleja la ola. Es posible que los "Seiches" (fenómenos de resonancia dentro de vasos) sean producto de éste tipo de oscilaciones.

- b.4) Olas de largo período. (De 5 min a 12 horas).- Estas olas tienen generalmente un origen sísmico; su período es de 15 a 20 minutos y en comparación con las olas de infragravedad éstas tienen una amplitud considerable y su efecto se hace sentir a millares de kilómetros del sismo mismo.

La mayoría de los grandes terremotos ocurren bajo el Pacífico, y ese océano ha sido escenario de muchas olas gigantes llamadas por los japoneses "Tsunami", que significa ola generada por un sismo. La velocidad de propagación de éstas olas en el Pacífico es de unos 720 km/hora.

- b.5) Mareas Ordinarias (De 12 a 24 horas).- Son causadas por la atracción del sol y la luna, siendo la acción de la luna 2,18 veces la acción -

del sol, ya que los factores que intervienen son las masas de los cuerpos celestes y sus distancias a la tierra.

b.6) Transmarea (De 24 horas o mas).- Existen variaciones en los niveles del agua, que parecen obedecer a ciclos climáticos u otras componentes de las mareas solares y lunares y a factores meteorológicos.

c) Según la amplitud de las ondas.

c.1) De Amplitud Finita.- Son aquellas en las que la relación entre la altura y longitud de la ola es mayor que la resultante en el límite siguiente.

c.2) De Amplitud Pequeña.- Son aquellas en las que su altura es pequeña con respecto a su longitud.

d) Según la acción del agente generador.

d.1) Ondas Libres.- Son producidas por un impulso instantáneo que desplaza a uno y otro lado la posición de equilibrio de las partículas, oscilando libremente. Al no existir nin

guna fuerza exterior que mantenga éste movimiento, la pérdida de energía por fricción dará lugar a que la amplitud de la oscilación decrezca con el tiempo según una ley exponencial.

d.2) Ondas forzadas. Son producidas por una fuerza exterior que experimenta variaciones periódicas. Como ejemplo se pueden citar las mareas.

e) Según las órbitas de las partículas de agua.

e.1) Ondas progresivas. Se caracterizan porque las partículas de agua situadas a la misma profundidad, en un lapso de tiempo definido, describen la misma órbita cerrada, y su fase está retrazada en la dirección de propagación. Como ejemplo de éstas ondas es el fenómeno que tiene lugar cuando se arroja una piedra sobre la superficie tranquila del agua contenida en un estanque. En éste caso, las partículas transmiten el movimiento, unas a otras, por viscosidad.

e.2) Ondas estacionarias. En éstas ondas las par-

tículas no se mueven en órbitas cerradas. En los puntos nodales tienen lugar los mayores desplazamientos horizontales, mientras que los verticales no existen. Este tipo de ondas dan la impresión de poseer un movimiento de balanceo alrededor de los nodos. A diferencia de las ondas progresivas, la fase es la misma para todas las partículas, por lo que éstas ondas estacionarias se muestran como el resultado de la superposición de dos ondas progresivas de la misma frecuencia y amplitud, que se propagan en la misma dirección pero con sentidos opuestos.

- f) Según los desplazamientos que siguen las partículas.
- f.1) De Oscilación Pura. Se caracterizan cuando las componentes horizontales de los movimientos y velocidades de las partículas disminuyen conforme se profundiza. En la superficie son máximos y en el fondo son nulos. Esta condición se cumple para el caso en donde se presenta una profundidad finita.
  - f.2) De Translación Pura. Su característica esencial es que la componente horizontal del movi

miento, es constante a lo largo de una vertical, desde la superficie hasta el fondo. Se presenta éste tipo de ondas, cuando la profundidad es muy pequeña en relación con la semilongitud de onda. En éste caso la componente vertical del movimiento en cada punto es muy pequeña o despreciable, en relación con la horizontal.

## CAPITULO DOS

### TEORIAS DEL OLEAJE

#### 2.1 GENERALIDADES

En el mar, es frecuente que la superficie aparezca como un confuso y constante cambio entre crestas y valles, producto de las irregularidades en las formas de las olas, y la variabilidad en la dirección de propagación. Esto es especialmente cierto cuando la ola está bajo la influencia del viento. Olas rápidas alcanzan y pasan a otras más lentas desde varias direcciones reforzando o anulando el efecto de éstas, y en ocasiones chocando unas con otras transformándose en turbulencia y espuma.

Luego cuando las olas salen del área de influencia del viento, se van ordenando, apareciendo crestas largas y bien definidas, con un cierto ritmo de propagación. Estas olas pueden viajar cientos o miles de kilómetros, hasta disipar internamente la energía, por la interacción con el aire, por turbulencias, o bien al llegar a aguas bajas por la interacción con el fondo.

En general el fenómeno del oleaje es complejo y difícil de describir matemáticamente, debido principalmente

a sus características tridimensionales y a su aleatoriedad.

No obstante lo anterior, existen varias teorías que tratan de analizar matemáticamente el fenómeno. Una de las más clásicas fué desarrollada por Airy en 1845, y es la llamada Teoría de ondas de pequeña amplitud o lineal, cuya gran importancia se debe a su aceptable ajuste para el caso de ondas en profundidades indefinidas y a su fácil aplicación ya que es la única teoría que admite el principio de superposición lineal. Esta teoría puede ser considerada como una primera aproximación de la descripción teórica del desarrollo de una ola.

Una mucho mejor descripción teórica de las olas, podría obtenerse con un número infinito de aproximaciones sucesivas, donde cada nuevo término es una corrección al anterior.

La primera teoría basada en estas correcciones pero referida a una amplitud finita, es la teoría trocoidal, desarrollada por Gerstner en 1802. Esta teoría no se utiliza en la actualidad, pues aunque su predicción del perfil de la ola es aceptable, el movimiento de las partículas que supone no corresponde con el real.

...

En 1880, Stokes desarrollo una teoria para ondas de amplitud finita, con posteriores aproximaciones de orden superior. Su comportamiento, especialmente en las de 3o. y 4o. orden, es muy ajustado para la reproducci3n del oleaje en mar profundo.

Sin embargo, para profundidades reducidas, estas teorias no presentan validez. La influencia del fondo del oceano sobre el perfil de la ola y el movimiento de las partculas no ha sido contemplado en ellas.

Una de las teorias que reflejan con validez adecuada el fen3meno ondulatorio en pequeas profundidades, es la teoria CNoidal, desarrollada por Korteweg y De Vries en 1895. Sin embargo su uso presenta problemas, por la necesidad de recurrir a tablas y abacos.

En el lfmite de la teoria CNoidal, cuando la ola se acerca a la zona rompiente, la teoria de la onda solitaria, ofrece una aproximaci3n aceptable, siendo ademias de empleo sencillo.

Por todo lo anterior, se hace 3nfasis en la importancia de seleccionar adecuadamente cual de las teorias es la mas adecuada, de acuerdo a las limitaciones de cada teo

ria, y a las aplicaciones que se le darán a los resultados que se obtengan.

## 2.2 HIPOTESIS NECESARIAS PARA EL DESARROLLO DE LAS TEORIAS DEL OLEAJE.

Para desarrollar las diversas teorías de olas debemos aceptar las siguientes hipótesis:

- a) El fluido es homogéneo e incompresible y las fuerzas de tensión superficial son despreciables. Esto implica que no afectan al flujo las ondas gravitacionales o acústicas internas y además las olas superficiales se consideran de tamaño mayor con respecto a aquellas en donde los efectos de capilaridad son importantes. (longitud de onda mayor de 3 cm).
- b) El flujo es irrotacional. Esto es, que no existe esfuerzo cortante ni en la superficie libre del agua ni en el fondo. El oleaje que se encuentre bajo los efectos del viento (como generador o amortiguados) no es considerado y el fluido resbala libremente sobre el fondo y otras superficies sólidas. También se desprecian los -

efectos de la rotación de la tierra (aceleración de Coriolis), limitando los períodos de oleaje a un máximo de alrededor de 2 horas.

- c) El fondo no se mueve es impermeable y horizontal. Por lo tanto el fondo no añade o toma energía del oleaje (teoría lineal). Si la pendiente del fondo es pequeña, es posible aplicar las teorías del oleaje que se desarrollarán posteriormente.
- d) La presión en la superficie libre es constante, es decir, no se considera la presión provocada por el viento y es despreciable la diferencia de presiones hidrostática debida a diferentes elevaciones del agua.
- e) Para la teoría lineal, la amplitud del oleaje debiera ser pequeña comparada con la longitud y el tirante. Como las velocidades de una partícula están relacionadas con la amplitud, y la velocidad de traslación del oleaje (celeridad) se relaciona con el tirante y la longitud de ola, esto implica que las velocidades de la partícula son pequeñas comparadas con la celeridad,

consideración que nos permite linearizar las --  
ecuaciones de orden superior y obtener solucio-  
nes mas fáciles. Las teorías de orden superior  
permiten una mayor flexibilidad en esta consi-  
deración.

### 2.3 TEORIA DE OLAS DE PEQUEÑA AMPLITUD O TEORIA LINEAL

#### 2.3.1 ECUACIONES DE LA TEORIA LINEAL

La posición de una partícula, en cualquier instante durante su movimiento orbital, se representara por la coor-  
denadas  $\xi$  y  $\zeta$  cuya referencia es el centro de la órbita. -  
Las componentes de velocidad en cualquier instante estarán representadas por  $u$  y  $v$  y la elevación de la superficie de agua, arriba del nivel de reposo (eje  $x$ ) en cualquier punto se representará por  $y_\delta$ .

Supongamos que el perfil de la superficie libre del agua esta dado por la siguiente ecuación.

$$y_\delta = \frac{H}{2} \cos 2\pi \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \quad \dots (2.1)$$

Dicha ecuación representa una onda senoidal, perfo-

dica y progresiva en el sentido positivo del eje  $x$ .

La ecuación 2.1 se suele representar de la forma:

$$y_{\Delta} = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots(2.2)$$

Donde

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad \text{y es llamado número de oleaje.}$$

y

$$\sigma = \frac{2\pi}{T} \quad \text{llamado frecuencia angular del oleaje.}$$

### 2.3.1.a Desarrollo de la función potencial de velocidad

Busquemos definir las condiciones de frontera y una solución a la ecuación de Laplace\*

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots(2.3)$$

que satisfaga dichas condiciones.

\*Ver Apéndice A, Inciso A.3.

En el fondo, ( $y=d$ ) la componente de velocidad vertical  $v$  es igual a cero, ya que no existe flujo perpendicular al fondo horizontal. Es decir

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$$

Por otra parte si incorporamos  $F(t)$  en la definición de  $\phi$ , la ecuación de Bernoulli para flujo bidimensional\* se convierte en:

$$\frac{1}{2} (u^2 + v^2) + gy + \frac{P}{\rho} + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad \dots (2.4)$$

Ahora si linearizamos esta ecuación (2.4) suponiendo que las componentes de velocidad  $u$  y  $v$  son suficientemente pequeñas para despreciar el término  $\frac{1}{2}(u^2+v^2)$  tenemos:

$$\frac{P}{\rho} + gy + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad \dots (2.5)$$

\*Ver Apéndice A, inciso A.6

Y si consideramos que en la superficie ( $y = y_\delta$ ) la presión es cero, obtendremos.

$$gy + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

Y despejando

$$y_\delta = y = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad \dots (2.6)$$

Lo anterior define las condiciones de frontera en  $y = y_\delta$  lo cual es aproximadamente igual a definir la condición de  $y = 0$  si las amplitudes del oleaje son pequeñas. Es decir que las condiciones de frontera quedan:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{en} \quad y = -d \quad \dots (2.7)$$

$$y_\delta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad \text{en} \quad y = 0 \quad \dots (2.8)$$

Como la función potencial de velocidad debe depender de la posición y el tiempo en este fenómeno de flujo uniforme ( $\phi = f(x, y, t)$ ) consideremos que:

$$\phi = v \operatorname{sen}(kx - \omega t) \quad \dots (2.9)$$

Donde  $y = f(y)$  exclusivamente. Es decir que la función potencial de velocidad (ec.2.9) debe ser cíclica con respecto a  $x$  y  $t$  y de alguna otra manera variar con respecto a  $y$ .

Sustituyendo  $\phi$  (ec.2.9) en la ecuación de Laplace - (ec. 2.3)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( y \operatorname{sen}(kx - \omega t) \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( y \operatorname{sen}(kx - \omega t) \right) = 0$$

Que derivando

$$-k^2 y \operatorname{sen}(kx - \omega t) + \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} \operatorname{sen}(kx - \omega t) = 0$$

Y simplificando

$$\frac{\partial^2 y}{\partial y^2} - k^2 y = 0$$

La solución de esta ecuación diferencial parcial es

$$y = A e^{ky} + B e^{-ky} \quad \dots (2.10)$$

Donde A y B son constantes arbitrarias (para mayor detalle consultar la referencia 10).

Por lo anterior la ec. 2.2 queda

$$\phi = (Ae^{ky} + B\bar{e}^{ky}) \operatorname{sen}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.11)$$

Que satisface la ecuación de Laplace.

Para encontrar los valores de A y B se deberán satisfacer las condiciones de frontera.

De la ec. 2.7

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \left( k(Ae^{-kd} - B\bar{e}^{kd}) \operatorname{sen}(kx - \sigma t) \right) = 0 \quad \dots(2.12)$$

Pero ya que  $k \neq 0$  se tiene que  $\operatorname{sen}(kx - \sigma t) \neq 0$  por lo que para que la ecuación 2.12 se cumpla

$$Ae^{-kd} - B\bar{e}^{kd} = 0$$

O sea

$$A = \frac{Be^{kd}}{e^{-kd}}$$

Y sustituyendo en 2.11

$$\phi = \left( \frac{Be^{kd}}{e^{-kd}} (e^{ky}) + Be^{-ky} \right) \text{sen}(kx - \sigma t)$$

Cue simplificando queda:

$$\phi = Be^{kd} \left( e^{k(d+y)} + e^{-k(d+y)} \right) \text{sen}(kx - \sigma t)$$

Y como el término  $(e^{k(d+y)} + e^{-k(d+y)})$  es igual a  $2 \cosh k(d+y)$  \* tenemos que

$$\phi = 2Be^{kd} \cosh k(d+y) \text{sen}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.13)$$

Y de la segunda condición de frontera (ec. 2.8)

$$y_b = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{H}{2}, \quad \text{para} \quad t=0, \quad x=0, \quad y=0$$

\* Ver Apéndice B

Que sustituida en la ec. 2.13 tenemos

$$\frac{gH}{2} = - \frac{\partial \phi}{\partial t} = 2\sigma B e^{kd} \cosh kd \cos(kx - \sigma t)$$

Donde  $\cos(kx - \sigma t) = 1$ , por lo tanto, despejando

$$2Be^{kd} = \frac{Hg}{2\sigma \cosh kd}$$

Y nuevamente sustituyendo en la ec. 2.13

$$\phi = \frac{Hg}{2} \frac{\cosh k(d+y)}{\cosh kd} \cdot \sin(kx - \sigma t) \quad \dots(2.14)$$

Que es finalmente la función potencial de velocidad.

### 2.3.1.b Celeridad del Oleaje.

La componente vertical de la velocidad de una partícula en la superficie del agua esta dada por  $v = \frac{\partial y_s}{\partial t}$  donde  $y_s$  esta dada en ec. 2.8, por lo tanto

$$v = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{-1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = \frac{-1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

Y ademas

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Por lo que

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

Que simplificando queda:

$$g \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0$$

Ahora sustituyendo  $\phi$  por la ec. 2.14, y resolviendo se llega a que:

$$\sigma^2 = gk \tanh kd \quad \dots(2.15)$$

Y dado que:

$$c = \frac{L}{T} = \frac{\sigma}{k}$$

Se obtiene:

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh kd} = \frac{L}{T} \quad \dots(2.16)$$

Que transformando

$$\frac{L^2}{T^2} = \frac{gL}{2\pi} \tanh kd \quad \rightarrow \quad \frac{L}{T} = \frac{g}{2\pi} \frac{T}{L} \tanh kd$$

Se llega finalmente a:

$$C = \frac{g}{\sigma} \tanh kd = \frac{L}{T} \quad \dots(2.17)$$

### 2.3.1.c Velocidad de la partícula, Aceleración Local y Geometría de las Orbitas.

Para calcular las velocidades de una partícula (horizontal  $u$ , vertical  $v$ ), se parte de la función potencial, como se muestra a continuación:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{g}{\sigma} \left( \frac{H_0}{2} \frac{\cosh k(d+y)}{\cosh kd} \sin(kx - \sigma t) \right)$$

Y resolviendo

$$u = \frac{kHg}{2\sigma} \frac{\cosh k(d+y)}{\cosh kd} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots(2.18)$$

Despejando  $g/\sigma$  de la ec. 2.17, y sustituyendo en 2.18

$$u = \left(\frac{2\pi}{L}\right) \frac{H}{2} \left(\frac{L}{T \tanh kd}\right) \frac{\cosh k(d+y)}{\cosh kd} \cos(kx - \sigma t)$$

Simplificando

$$u = \frac{H\pi}{T} \frac{\cosh k(d+y)}{\sinh kd} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots(2.19)$$

Y de manera similar

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{H\pi}{T} \frac{\sinh k(d+y)}{\sinh kd} \sin(kx - \sigma t) \quad \dots(2.20)$$

La aceleración local excede considerablemente a la -- aceleración convectiva en el caso de una partícula que se mueve por el oleaje\*, ésta se calcula a partir de las. ec.- 2.19 y 2.20.

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\cosh k(d+y)}{\sinh kd} \sin(kx - \sigma t) \quad \dots(2.21)$$

$$\dot{v} = \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\sinh k(d+y)}{\sinh kd} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots(2.22)$$

\* Ver apéndice A, ec. A.11

Por otra parte, las coordenadas de un punto en la órbita de una partícula, referidas al punto medio de la órbita puede calcularse a partir de las ec. 2.19 y 2.32.

$$\xi = \int u dt = -\frac{H}{2} \frac{\cosh k(d+y)}{\sinh kd} \sin(kx - \omega t) \dots (2.23)$$

$$\zeta = \int v dt = \frac{H}{2} \frac{\sinh k(d+y)}{\sinh kd} \cos(kx - \omega t) \dots (2.24)$$

Ecuaciones que combinadas adecuadamente nos dan la ecuación de una elipse:

$$\frac{\xi^2}{A^2} + \frac{\zeta^2}{B^2} = 1$$

Donde

$$A = \frac{H}{2} \frac{\cosh k(d+y)}{\sinh kd}$$

y

$$B = \frac{H}{2} \frac{\sinh k(d+y)}{\sinh kd}$$

(ver figura 2.3, página 42)

### 2.3.1.d Presión

La presión bajo la superficie libre del agua se puede deducir a partir de la ecuación de Bernoulli linealizada (ec. 2.5)

$$\frac{P}{\rho} + gy = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Por lo que sustituyendo la función potencial (ec. 2.14), y resolviendo

$$\frac{P}{\rho} + gy = \frac{H}{2} \frac{g \cosh k(d+y)}{\cosh kd} \cos(kx - \sigma t)$$

Despejando y ordenando

$$P = \left( \rho g \left( \frac{H}{2} \right) \frac{\cosh k(d+y)}{\cosh kd} \cos(kx - \sigma t) \right) - \rho g y \quad \dots (2.25)$$

Donde  $P =$  presión total

$$\rho g \left( \frac{H}{2} \right) \frac{\cosh k(d+y)}{\cosh kd} \cos(kx - \sigma t) = \text{Presión Dinámica}$$

$$\rho g y = \text{Presión Hidrostática}$$

### 2.3.1.e Energía y Potencia del Oleaje

La energía mecánica total,  $E$ , es igual a la suma de la energía potencial mas la energía cinética. Para calcular la energía de una ola, tomemos un ancho de cresta unitario y una longitud de onda (Ola unitaria).

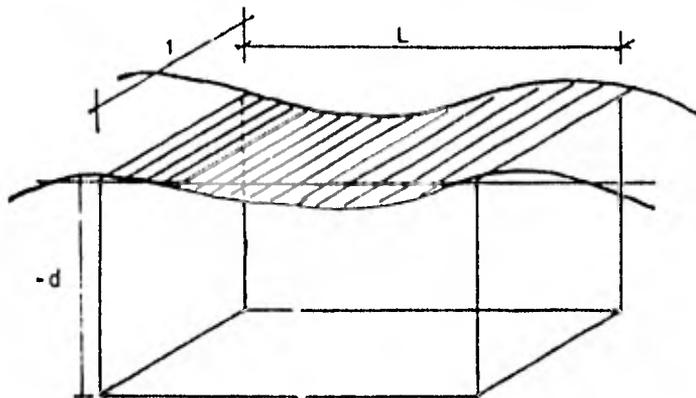


Fig. 2.1 Ola Unitaria.

La energía cinética  $KE$ , es igual a un medio de la masa por el cuadrado de la velocidad, es decir

$$KE = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{-d} \rho (u^2 + v^2) dx dy$$

Sustituyendo las componentes de velocidad (ec. 2.19 y 2.20) y resolviendo las integrales

$$KE = \frac{\rho H^2 L}{16} \quad \dots (2.26)$$

Donde  $\gamma$  es el peso específico del fluido.

La energía potencial  $PE$  es la energía potencial que la masa de agua posee en la superficie de la ola menos la energía potencial que tendría en reposo, es decir

$$PE = \int_0^L \int_0^{y_s} (d + y_s)^2 \frac{\gamma}{2} dx dy - \frac{\gamma d^2 L}{2}$$

Sustituyendo la ecuación del perfil de la superficie (ec. 2.2) y resolviendo las integrales

$$PE = \frac{\gamma H^2 L}{16} \quad \dots (2.27)$$

De lo anterior se observa que  $KE = PE$ , y por tanto

$$E = \frac{\gamma H^2 L}{8} \quad \dots (2.28)$$

Cuando un número finito de olas se propagan hacia una zona en donde el agua está en reposo, se observa como si se originaran olas al final del grupo, las que posteriormente se trasladarían a través del grupo con una velocidad  $C$  y se amortiguarían cerca de la parte delantera

del grupo. Esto implica que la energía del grupo de olas se trasladara hacia adelante con una velocidad menor que la velocidad individual de una ola. La velocidad con que se propaga la energía, denominada Velocidad o Celeridad de Grupo\* esta dada por:

$$C_g = \frac{C}{2} \left( 1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd} \right)$$

Y pasando C al primer miembro de la ecuación

$$\frac{C_g}{C} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kd}{\sinh 2kd} \right) \quad \dots (2.29)$$

Relación que se denomina  $n$ .

Potencia es la relación de transferencia de energía; la energía del oleaje se transmite en la celeridad de grupo por lo que la potencia del oleaje  $\bar{P}$ , es la siguiente:

$$\bar{P} = \frac{E}{L} C_g = \frac{E}{L} n C$$

$$\bar{P} = \bar{E} n C = \frac{n \gamma H^2}{8} C \quad \dots (3.30)$$

donde  $\bar{E} = \frac{E}{L}$  = Energía específica.

\* Ver referencia 5 y 6.

La ecuación anterior es útil para calcular los cambios en la altura de la ola, que ocurren cuando una ola se traslada a un sitio donde la profundidad es menor.

### 2.3.2 DETERMINACION DE LOS LIMITES DE AGUAS PROFUNDAS Y AGUAS BAJAS.

Debido al comportamiento de las funciones hiperbólicas\*, implicadas en las ecuaciones que definen las características de las olas, se acostumbra hacer simplificaciones para aguas profundas y para aguas bajas.

Dichos límites se obtienen de la siguiente forma:

Cuando el término  $\frac{2\pi d}{L}$  es lo suficientemente grande, las funciones hiperbólicas adoptan ciertas características:

$$\sinh \frac{2\pi d}{L} = \cosh \frac{2\pi d}{L} = \frac{e^{\frac{2\pi d}{L}}}{2}$$

$$\tanh \frac{2\pi d}{L} = 1$$

Dado que  $L$  es constante, y para una ola determinada  $L$  es constante,  $\frac{2\pi d}{L}$  solo depende de  $d$  (profundidad):

\* Ver Apéndice B.

Si  $d > \frac{L}{2}$  se tiene que:

$$\tanh \frac{2\pi d}{L} \rightarrow 1$$

Por lo que se acepta como límite de aguas profundas - (LAP) una profundidad igual a  $\frac{L}{2}$ , es decir que para profundidades mayores se considerará aguas profundas.

Por otro lado si  $\frac{2\pi d}{L}$  es lo suficientemente pequeño se tiene que

$$\sinh \frac{2\pi d}{L} \rightarrow \frac{2\pi d}{L}$$

$$\cosh \frac{2\pi d}{L} \rightarrow 1$$

$$\tanh \frac{2\pi d}{L} \rightarrow \frac{2\pi d}{L}$$

Como en el caso anterior  $\frac{2\pi d}{L}$ , sólo depende de la profundidad  $d$ . Por lo tanto:

Si  $d < \frac{L}{25}$  se tiene que

$$\tanh \frac{2\pi d}{L} \rightarrow \frac{2\pi d}{L}$$

Por lo que se acepta como límite de aguas bajas (LAB) una profundidad de  $\frac{L}{25}$ , es decir que profundidades menores se consideran agua bajas.

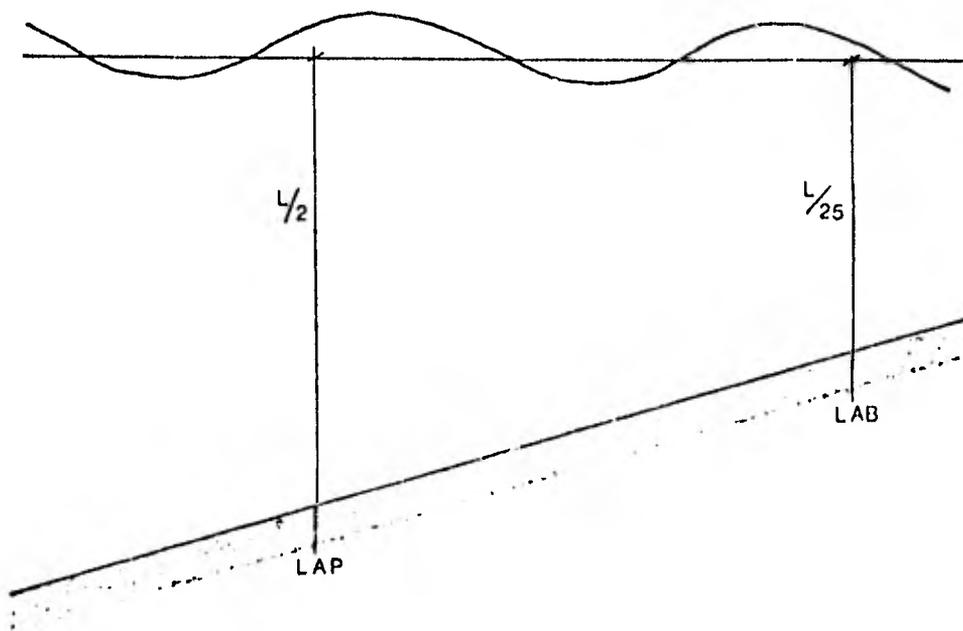


Fig. 2.2 Esquematización del LAP y del LAB.

### 2.3.2.a Aproximaciones en Aguas Profundas ( $d > \frac{L}{2}$ )

De lo visto en el inciso anterior y con algo de álgebra se pueden obtener las ecuaciones, mucho más simples y que representen una muy buena aproximación a la ecuación original.

Por lo tanto para  $d = \frac{L}{2}$  :

De la ec. 2.16

$$C_0 = \frac{L_0}{T} = \frac{\sigma}{K_0} = \frac{gT}{2\pi}$$

6

$$C_0 = 1.561 T \quad (\text{en el sistema M.K.S.}) \quad \dots(2.31)$$

De la ec. 2.19

$$u_0 = \frac{\sigma H_0}{2} e^{ky} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots(2.32)$$

De la ec. 2.20

$$v_0 = \frac{\sigma H_0}{2} e^{ky} \text{sen}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.33)$$

De la ec. 2.21

$$a = \frac{H_0}{2} \sigma^2 e^{ky} \text{sen}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.34)$$

De la ec. 2.22

$$\hat{v} = -\frac{H_0}{2} \sigma^2 e^{ky} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots (2.35)$$

De la ec. 2.23

$$\xi = -\frac{H_0}{2} e^{ky} \operatorname{sen}(kx - \sigma t) \quad \dots (2.36)$$

De la ec. 2.24

$$\zeta = \frac{H_0}{2} e^{ky} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots (2.37)$$

De la ec. 2.25

$$P = \rho g y_\delta e^{ky} \cdot \rho g y \quad \dots (2.38)$$

De la ec. 2.29

$$c_{g_0} = \frac{c}{2} \quad y \quad n_0 = \frac{1}{2} \quad \dots (2.39)$$

El subíndice "o" significa condiciones en aguas profundas.

De las ecuaciones 2.36 y 2.37, se observa que la elipse se transforma en una circunferencia de radio  $\lambda = B = \frac{H}{2} e^{-kd}$ , el que decrece exponencialmente con la profundidad. A una profundidad  $y = \frac{L}{2}$ , las amplitudes del movimiento decrecen 1/500 de su magnitud en la superficie. El movimiento en este sitio es prácticamente nulo y el oleaje no se siente afectado por el fondo. (Ver fig. 2.3)

#### 2.3.2.b Aproximaciones en Aguas Bajas. ( $d < \frac{L}{25}$ )

De manera similar al inciso anterior, para aguas bajas también es posible simplificar las ecuaciones.

Por lo tanto para  $d < \frac{L}{25}$ :

De la ec. 2.16

$$c = \frac{L}{T} = \sqrt{gd} \quad \dots (2.40)$$

De la ec. 2.19

$$u = \frac{\sigma H}{2kd} \cos(kx - \sigma t) \quad \dots (2.41)$$

De la ec. 2.20

$$v = \frac{\sigma H}{2} \left(1 + \frac{y}{d}\right) \text{sen}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.42)$$

De la ec. 2.21

$$\dot{u} = \frac{\sigma H}{2} \left(\frac{q}{d}\right)^{1/2} \text{sen}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.43)$$

De la ec. 2.22

$$\dot{v} = -\frac{\sigma^2 H}{2} \left(1 + \frac{y}{d}\right) \text{cos}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.44)$$

De la ec. 2.23

$$\zeta = -\frac{H}{2\sigma d} \left(\frac{q}{d}\right)^{1/2} \text{sen}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.45)$$

De la ec. 2.24

$$\zeta = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{y}{d}\right) \text{cos}(kx - \sigma t) \quad \dots(2.46)$$

De la ec. 2.25

$$P = \rho g (y_{\delta} - y) \quad \dots (2.47)$$

De la ec. 2.29

$$C_g = C \quad y \quad n = 1 \quad \dots (2.48)$$

A una profundidad de  $y = -d$ ,  $v = 0$  de acuerdo a la ec. 2.42 y  $u$  es independiente de la profundidad ( $y$ ) según la ec. 2.41.

Lo cual parece lógico por la influencia del fondo. -  
(Ver fig. 2.3).

### 2.3.2.c Aguas Intermedias

Para aguas intermedias es necesario aplicar las ecuaciones tal como se obtuvieron.

Las partículas de agua se mueven en órbitas, que en la superficie tienden a ser círculos perfectos, y en el fondo líneas horizontales.

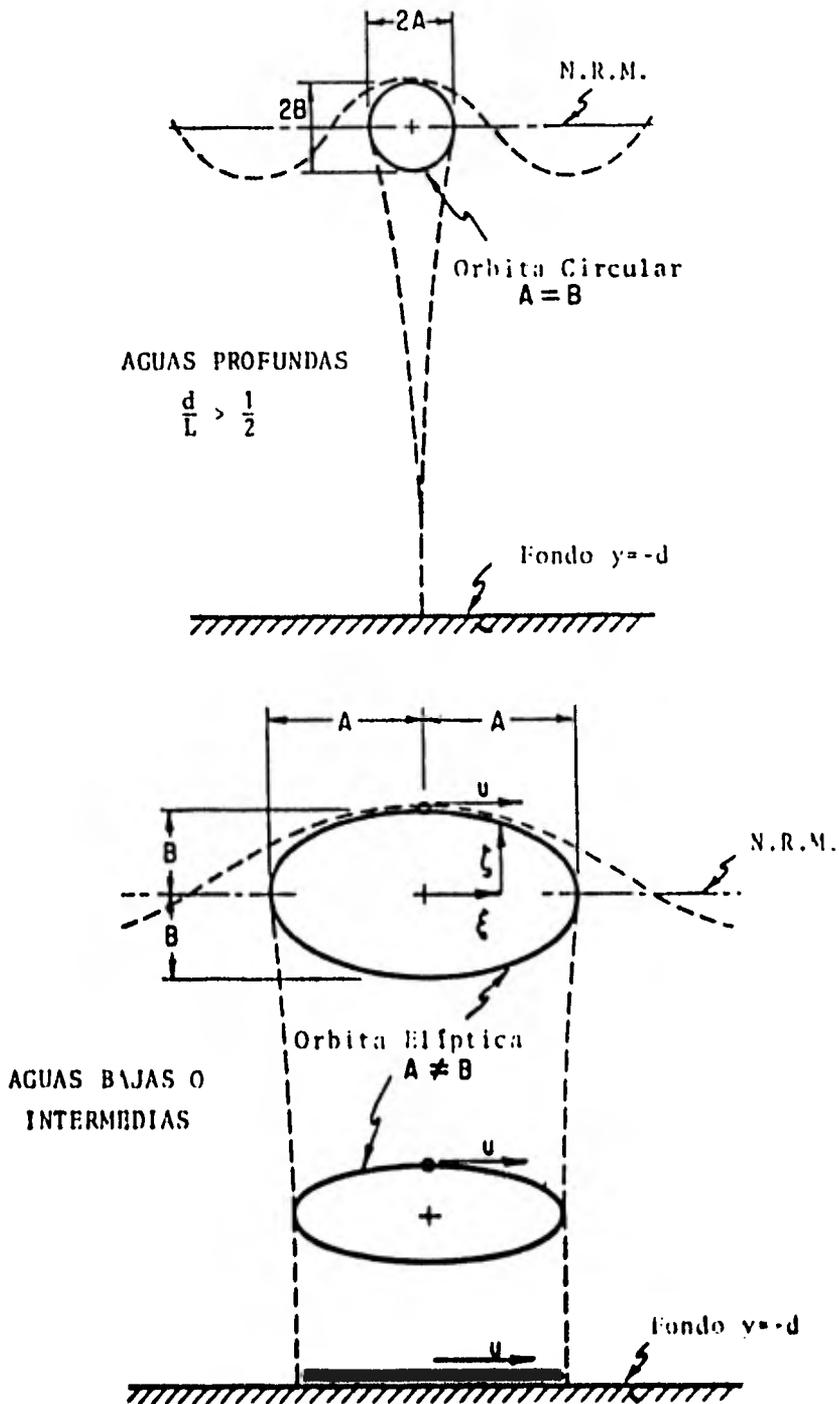


Fig. 2.3 Geometría de las Órbitas

### 2.3.3 OTRAS RELACIONES UTILES

Existen tablas y gráficas\* donde se muestran las variaciones de  $H$ ,  $C$ ,  $L$ ,  $R$  y  $n$  con respecto a  $d/L_0$  que se apoyan en las siguientes relaciones:

- Dado que la potencia en aguas profundas ( $P_0$ ) y la potencia en cualquier profundidad ( $P$ ) son iguales (despreciando la disipación de energía y la refracción, y que  $n_0 = \frac{1}{2}$ , de la ec. 2.30 se puede obtener que:

$$\frac{1}{2} \frac{\gamma H_0^2 L_0}{8} = \frac{n \gamma H^2 L}{8}$$

Que acomodando adecuadamente se convierte en

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{1}{2n} \frac{L_0}{L}} = \sqrt{\frac{1}{2n} \frac{C_0}{C}}$$

Donde  $\frac{H}{H_0}$  es llamado coeficiente de fondo.

- De la ecuación 2.25, el término  $\frac{\cosh k(d + y)}{\cosh kd}$  suele llamarse factor de respuesta de

\* Ver Apéndice C.

la presión, y se representa con la letra  $R$ . Se acostumbra tabularlo para  $y = -d$ , es decir

$$R = \frac{1}{\cosh kd}$$

- Otra relación es el coeficiente de energía:

$$M = \frac{\pi^2}{2 \tanh^2 kd}$$

- Por otro lado dividiendo la ec. 2.17 entre la ec. 2.31

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\frac{qT}{2\pi} \tanh kd}{\frac{qT}{2\pi}} = \tanh kd = \frac{L}{l_0} \quad \dots (2.49)$$

Por lo que

$$\frac{Cq}{C_0} = \frac{Cq}{C} \times \frac{C}{C_0} = n \tanh kd \quad \dots (2.50)$$

Relación que también esta tabulada.

- Si la ec. 2.49, se multiplica en ambos lados por  $d/l_0$ , tenemos:

$$\frac{d}{L_0} = \frac{d}{L} \tanh kd \quad \dots(2.51)$$

Que es la relación que se suele ir incrementando, en las tablas, para observar las variaciones que tienen los demás parámetros con respecto a éste.

#### 2.3.4 CONDICIONES LIMITE DE LA TEORIA LINEAL

Conforme una ola se translada hacia aguas bajas, la altura de la ola se incrementa, la cresta se hace cada vez más esbelta mientras que se aplanan los valles y la amplitud se vuelve mayor que la distancia vertical desde el valle hasta el nivel de reposo del agua. Las velocidades de las partículas que están bajo la cresta exceden a las que están bajo el valle.

Por todo lo anterior la teoría lineal tiene un límite de validez, Stokes señaló que la teoría lineal es válida cuando la esbeltez y el llamado parámetro de Ursell  $\left(\frac{L^2 H}{2d^3}\right)$  sean pequeños. Ver figura 2.5, página 67.

#### 2.4 TEORIA DEL OLEAJE PROGRESIVO DE SEGUNDO Y TERCER ORDEN

Las fórmulas presentadas en el inciso 2.3, relativas

a la teoría lineal, se basan en la consideración de que -- los movimientos son tan pequeños que el perfil de la superficie libre puede ser representado adecuadamente con una -- aproximación de primer orden con la ec. 2.2

$$y_{\delta} = \frac{H}{2} \cos (kx - \sigma t)$$

ó también  $y_{\delta} = a \cos \theta$

donde  $a = H/2$        $\theta = kx - \sigma t$

Es decir, se supone que la amplitud (a) es pequeña y -- que la mejor aproximación que proporcionan los términos -- de orden superior es despreciable. Una expresión más general sería la siguiente:

$$y_{\delta} = a \cos \theta + a^2 f_2(L, d) \cos(2\theta) + a^3 f_3(L, d) \cos(3\theta) + \dots + a^n f_n(L, d) \cos(n\theta) \quad \dots(2.52)$$

Donde  $a = \frac{H}{2}$       Para ecuaciones de primer y segundo -- orden.

$a < \frac{H}{2}$       En ecuaciones de orden mayor al segun- do.

$\delta_i(L, d)$  Funciones específicas de la longitud -  
de onda y del tirante.

El considerar más de un término implica representar el perfil de la superficie libre del agua con aproximaciones de orden superior. El orden de la aproximación se determina por la mayor potencia de los términos de la ecuación considerada, así la ordenada del perfil de la superficie libre del agua, con aproximación de tercer orden, queda definida por los tres primeros términos de la ec. 2.52.

No obstante que Stokes (1880) fué el primero en desarrollar las ecuaciones para olas de amplitud finita, las ecuaciones que se presentan a continuación fueron desarrolladas por Miche (1945) y Biesel (1952).

#### 2.4.1 ECUACIONES DE SEGUNDO ORDEN

La función potencial de velocidad es:

$$\phi = aC \frac{\cosh k(d+y)}{\sinh kd} \sin \sigma + \frac{3}{4} \frac{\pi a^2 C}{L} \frac{\cosh 2k(d+y)}{\sinh^4 kd} \sin \sigma \dots (2.53)$$

Para esta teoría de segundo orden, las expresiones de celeridad y longitud de onda son idénticas a las obteni

das en la teoría lineal (ec. 2.17)

$$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L} = \frac{L}{T}$$

El perfil libre queda expresado con la ecuación:

$$y_{\delta} = \frac{H}{2} \cos \theta + \frac{kH^2}{16} \frac{\cosh kd(2 + \cosh 2kd)}{\sinh^3 kd} \cos 2\theta \quad \dots (2.54)$$

Para aguas profundas ( $d > \frac{L}{2}$ ), la ecuación anterior se simplifica, quedando

$$y_{\delta_0} = \frac{H_0}{2} \cos \theta + \frac{k_0 H_0^2}{8} \cos 2\theta \quad \dots (2.55)$$

Para algunas combinaciones de  $H/L$  y  $d/L$ , la segunda armónica será tal que una cresta secundaria aparece en el valle. La condición para que no aparezca esta cresta fue dada por Miche (1944) como:

$$\frac{H}{L} < \frac{\sinh^2 kd}{3\pi} \tanh kd \quad \dots (2.56)$$

El nivel medio del perfil del oleaje se encuentra - por encima del nivel de reposo.

Esta sobreelevación esta dada por:

$$\Delta h_1 = \frac{kH^2}{8} \left( 1 + \frac{3}{2 \operatorname{senh}^2 kd} \right) \operatorname{coth} kd \quad \dots (2.57)$$

Aunque Miche señala esta sobreelevación como

$$\Delta h_2 = \frac{kH^2}{8} \operatorname{coth} kd \quad \dots (2.58)$$

#### 2.4.1.a Velocidad de la Partícula, Aceleración Local y Geometría de las Orbitas.

Las componentes de velocidad de la partícula son:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\sigma H}{2} \frac{\cosh k(d+y)}{\operatorname{senh} kd} \cos \sigma t + \frac{3}{16} \sigma H^2 k \frac{\cosh 2k(d+y)}{\operatorname{senh}^3 kd} \cos 2\sigma t \quad \dots (2.59)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\sigma H}{2} \frac{\operatorname{senh} k(d+y)}{\operatorname{senh} kd} \operatorname{sen} \sigma t + \frac{3}{16} \sigma H^2 k \frac{\operatorname{senh} 2k(d+y)}{\operatorname{senh}^3 kd} \operatorname{sen} 2\sigma t \quad \dots (2.60)$$

Las componentes de la velocidad de una partícula individual con respecto a su posición de nivel de reposo  $x_0, y_0$  son:

$$u = \frac{\sigma H}{2} \frac{\cosh k(d + y_0)}{\sinh kd} \cos \theta_0 + \frac{3k\sigma H^2}{16 \sinh^3 kd} \left( -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \frac{\cosh 2k(d + y_0)}{\sinh^2 kd} \right) \cdot \cos 2\theta_0 + \frac{k\sigma H^2}{8} \frac{\cosh 2k(d + y_0)}{\sinh^2 kd} \quad \dots (2.61)$$

$$v = \frac{\sigma H}{2} \frac{\sinh k(d + y_0)}{\sinh kd} \sin \theta_0 + \frac{3k\sigma H^2}{16} \frac{\sinh 2k(d + y_0)}{\sinh^3 kd} \sin 2\theta_0 \quad \dots (2.62)$$

Donde:  $\theta_0 = (kx_0 + \sigma t)$

Las componentes de la aceleración local de una partícula de agua en cualquier punto  $x, y$  en el fluido son:

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\sigma^2 H}{2} \frac{\cosh k(d + y)}{\sinh kd} \sin \theta + \frac{3k\sigma^2 H^2}{8} \frac{\cosh 2k(d + y)}{\sinh^3 kd} \sin 2\theta \quad \dots (2.63)$$

$$\dot{v} = \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\sigma^2 H}{2} \frac{\sinh k(d + y)}{\sinh kd} \cos \theta - \frac{3k\sigma^2 H^2}{8} \frac{\sinh 2k(d + y)}{\sinh^3 kd} \cos 2\theta \quad \dots (2.64)$$

Las componentes de la aceleración local de una partícula de agua con respecto a su posición de nivel de reposo  $x_0, y_0$  son:

$$\dot{u} = \frac{\sigma^2 H}{2} \frac{\cosh k(d + y_0)}{\sinh kd} \sin \theta_0 + \frac{k\sigma^2 H^2}{4 \sinh^3 kd} \left( -1 + \frac{3}{2} \frac{\cosh 2k(d + y_0)}{\sinh^2 kd} \right) \sin 2\theta_0 \quad \dots (2.65)$$

$$\dot{v} = -\frac{\sigma^2 H}{2} \frac{\sinh k(d + u_0)}{\sinh kd} \cos \theta_0 - \frac{3k\sigma^2 H^2}{8} \frac{\sinh 2k(d + u_0)}{\sinh^4 kd} \cdot \cos 2\theta_0 \quad \dots (2.66)$$

Los desplazamientos de las partículas de agua desde su posición de reposo son:

$$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh k(d + u_0)}{\sinh kd} \sin \theta_0 + \frac{kH^2}{16 \sinh^2 kd} \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\cosh 2k(d + u_0)}{\sinh^2 kd}\right) \sin 2\theta_0 + \frac{k\sigma H^2}{8} \frac{\cosh 2k(d + u_0)}{\sinh^2 kd} \quad \dots (2.67)$$

$$\zeta = \frac{H}{2} \frac{\sinh k(d + u_0)}{\sinh kd} \cos \theta_0 + \frac{3kH^2}{32} \frac{\sinh 2k(d + u_0)}{\sinh^4 kd} \cdot \cos 2\theta_0 + \frac{kH^2}{16} \frac{\sinh 2k(d + u_0)}{\sinh^2 kd} \quad \dots (2.68)$$

Se puede observar en las ec. 2.61 y 2.67 que hay un elemento no periódico en la dirección del avance de la ola, al cual se le denomina "transporte de masa". La velocidad del transporte de masa es (Stokes, 1880):

$$\bar{U} = \frac{k\sigma H^2}{8} \frac{\cosh 2k(d + u_0)}{\sinh^2 kd} \quad \dots (2.69)$$

Si el transporte de masa induce una acumulación de masa en alguna región, la superficie libre del agua debe -

sobreelevarse y generar un gradiente de presión con lo que apareciera una corriente como respuesta a ese gradiente de presión, que reestablecerá la distribución de la masa.

La ecuación anterior para aguas profundas se simplifica a:

$$\bar{u}_o = \frac{k\omega H^2}{4} e^{2ky} \quad \dots(2.70)$$

Ursell (1953) dedujo que la ecuación de la velocidad del transporte de masa para un transporte de agua nulo es la misma que obtuvo Miche en 1944 siendo esta:

$$\bar{u}_n = \frac{k\omega H^2}{8} \frac{\cosh 2k(d + y_o) - (1/2kd)\sinh kd}{\sinh^2 kd} \quad \dots(2.71)$$

En aguas profundas la expresión anterior se simplifica a:

$$\bar{u}_{no} = \frac{k\omega H^2}{4} (e^{2ky} - \frac{1}{2kd}) \quad \dots(2.72)$$

## 2.4.1.b Presión

La presión en cualquier distancia abajo de la superficie libre del fluido está dada por:

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho g} + y &= \frac{H}{2} \frac{\cosh k(d+y)}{\cosh kd} \cos 0 + \frac{3kH^2}{16} \frac{\tanh kd}{\sinh^2 kd} \\ &\cdot \left( \frac{\cosh 2k(d+y)}{\sinh^2 kd} - \frac{1}{3} \right) \cos 20 - \frac{kH^2}{16} \frac{\tanh kd}{\sinh^2 kd} \\ &\cdot \cosh 2k(d+y) \end{aligned} \quad \dots (2.73)$$

## 2.4.2 ECUACIONES DE TERCER ORDEN

Como se mencionó anteriormente, para estas ecuaciones de tercer orden  $H > 2a$ , y viene dado por:

$$H = 2a + \frac{2\pi^2}{L^2} a \cdot \delta_3 \left( \frac{d}{L} \right) \quad \dots (2.74)$$

La función potencial de velocidad se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{CL}{2\pi} \left( F_1 \cosh k(d+y) \sin 0 + \frac{1}{2} F_2 \cosh 2k(d+y) \sin 20 \right. \\ &\left. + \frac{1}{3} F_3 \cosh 3k(d+y) \sin 30 \right) \end{aligned} \quad \dots (2.75)$$

Donde:

$$F_1 = ka \frac{1}{\sinh kd} - \frac{(ka)^2 (1 + 5 \cosh^2 kd) \cosh^2 kd}{8 \sinh^5 kd}$$

$$F_2 = \frac{3}{4} (ka)^2 \frac{1}{\sinh^4 kd}$$

$$F_3 = \frac{3}{64} (ka)^2 \frac{11 - 2 \cosh 2kd}{\sinh^7 kd}$$

La celeridad esta dada por :

$$C = \left( \frac{g}{\sigma} \tanh kd \left( 1 + \left( \frac{\pi a}{L} \right)^2 \frac{8 + \cosh 4kd}{8 \sinh^4 kd} \right) \right)^{1/2} \quad \dots (2.76)$$

Ecuación que para aguas profundas se simplifica a :

$$C_0 = \left( \frac{g}{\sigma} \left( 1 + \left( \frac{\pi a}{L_0} \right)^2 \right) \right)^{1/2} \quad \dots (2.77)$$

El valor de  $L$  esta dado por :

$$L = \frac{2t}{\sigma} \tanh kd \left( 1 + (ka)^2 \frac{8 + \cosh 4kd}{8 \sinh^4 kd} \right) \quad \dots (2.78)$$

La ecuación del perfil libre de la superficie es:

$$y_{\delta} = a \cos \theta + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \delta_2(L, d) \cos 2\theta + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 a^3 \delta_3(L, d) \cos 3\theta \dots (2.79)$$

Donde:

$$\delta_2(L, d) = \frac{(2 + \cosh 2kd) \cosh kd}{2 \sinh^3 kd}$$

$$\delta_3(L, d) = \frac{3}{16} \frac{1 + 8 \cosh^4 kd}{\sinh^6 kd}$$

Para aguas profundas

$$\delta_2(L, d) \rightarrow 1$$

$$\delta_3(L, d) \rightarrow 3/2$$

y por lo tanto:

$$y_{\delta_0} = a \cos \theta + \frac{\pi}{L} a^2 \cos 2\theta + \frac{3}{2} \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 a^3 \cos 3\theta \dots (2.80)$$

2.4.2.a Velocidad de la Partícula, Aceleración Local  
y Geometría de las Orbitas.

A partir de la ecuación (2.83) es posible deducir -  
las componentes de la velocidad de una partícula, siendo:

$$\begin{aligned} \frac{u}{c} &= F_1 \cosh k(d+y) \cos \theta + F_2 \cosh 2k(d+y) \cos 2\theta \\ &+ F_3 \cosh 3k(d+y) \cos 3\theta \quad \dots(2.81) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{v}{c} &= F_1 \sinh k(d+y) \sin \theta + F_2 \sinh 2k(d+y) \sin 2\theta \\ &+ F_3 \sinh 3k(d+y) \sin 3\theta \quad \dots(2.82) \end{aligned}$$

Las componentes de la aceleración local se expresan  
por:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{\partial u}{\partial t} = \sigma c F_1 \cosh k(d+y) \sin \theta + 2\sigma c F_2 \cosh 2k(d+y) \cdot \\ &\cdot \sin 2\theta + 3\sigma c F_3 \cosh 3k(d+y) \sin 3\theta \quad \dots(2.83) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \frac{\partial v}{\partial t} = -\sigma c F_1 \sinh k(d+y) \cos \theta - 2\sigma c F_2 \sinh 2k(d+y) \cdot \\ &\cdot \cos 2\theta - 3\sigma c F_3 \sinh 3k(d+y) \cos 3\theta \quad \dots(2.84) \end{aligned}$$

Los desplazamientos de las partículas de agua desde su posición de reposo  $x_0, y_0$  son:

$$\begin{aligned} \xi = & -\frac{1}{k} \left( F_1 \left( 1 - \frac{F_1^2}{8} \right) \cosh k(d + y_0) + \frac{F_1}{8} (3F_1^3 + 10F_2) \cdot \right. \\ & \left. \cdot \cosh 3k(d + y_0) \right) \sin \theta_0 - \frac{1}{2k} \left( -\frac{1}{2}F_1^2 + F_2 \cosh 2k(d + y_0) \right) \cdot \\ & \cdot \sin 2\theta_0 \quad \dots (2.85) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta = & \frac{1}{k} \left( F_1 \left( 1 - \frac{3}{8}F_1^2 \right) \sinh k(d + y_0) + \frac{F_1}{8} (F_1^3 + 6F_2) \sinh 3k(d + y_0) \right) \cdot \\ & \cdot \cos \theta_0 + \frac{1}{2k} F_2 \sinh 2k(d + y_0) \cos 2\theta_0 + \frac{1}{3k} \left( -\frac{3}{4}F_1 F_2 \cdot \right. \\ & \left. \cdot \sinh k(d + y_0) + F_3 \sinh 3k(d + y_0) \right) \cos 3\theta_0 - \frac{Cf}{2} F_1^3 \cdot \\ & \cdot \left( \sinh k(d + y_0) \cosh 2k(d + y_0) \sin \theta_0 \right) \quad \dots (2.86) \end{aligned}$$

#### 2.4.3 MAXIMA RELACION DE ESBELTEZ EN OLAJE PROGRESIVO

La altura de una ola progresiva se encuentra limitada por el tirante y la longitud. En aguas profundas la máxima altura queda limitada por el tirante y en aguas intermedias y reducidas por el tirante y la longitud.

Stokes (1880) concluyó que cuando la velocidad de la partícula en la cresta es mayor que la celeridad, la ola se vuelve inestable, y finalmente rompe.

Michell (1893) encontró que en aguas profundas:

$$\left(\frac{H_o}{L_o}\right)_{max} = 0.142 \approx \frac{1}{7} \quad \dots(2.87)$$

Y Miche (1944) que para aguas no profundas la relación de esbeltez límite es:

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{max} = \left(\frac{H_o}{L_o}\right)_{max} \tanh \frac{2\pi d}{L} \quad \dots(2.88)$$

Por lo que combinando ambas ecuaciones tenemos que:

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{max} = 0.142 \tanh \frac{2\pi d}{L} \quad \dots(2.89)$$

## 2.5 TEORIA DE LA OLA CNOIDAL

En aguas bajas la propagación de una ola del tipo CNoidal satisface en buena forma el perfil de la superficie. El término CNoidal viene de la forma de perfil, dado por la función coseno elíptico llamado normalmente "cn". Esta teoría fué desarrollada por Kortweg y De Vries en 1895, y en años recientes Wiegell (1960) resumio todas las investigaciones y trabajos sobre esta teoría.

El rango de validez de esta teoría, según Laitone - (1963) y otros investigadores es:

$$d < \frac{L}{8} \quad \text{y} \quad \frac{L^2 H}{2d^3} > 13$$

Ver figura 2.5, página 67.

Conforme la longitud ( $L$ ) tiende a infinito al avanzar a aguas más bajas la teoría de la ola CNoidal se transforma en la teoría de la ola solitaria, que será tratada - en el siguiente inciso (2.6).

Por el contrario cuando la relación  $H/d$  se reduce -- (al considerar la ola a mayor profundidad) el perfil se -- aproxima a uno senoidal, el cual fué tratado en la teoría lineal (inciso 2.3).

La descripción de la velocidad de las partículas, - la aceleración local y la energía para olas CNoidales es - bastante difícil, por lo que no se incluyen en este trabajo, sin embargo pueden ser obtenidas con la ayuda de gráfi - cas\*.

\* Ver Referencias 6 y 9.

Otras características del oleaje se describen en términos del módulo  $\kappa$  de las integrales elípticas, el cual no tiene significado físico y es utilizado para relacionar varios parámetros del oleaje.

El perfil libre del agua está dado por:

$$y_b = y_t + H \operatorname{cn}^2 \left( 2K(\kappa) \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right), \kappa \right) \quad \dots (2.90)$$

Donde

$y_t$  = Distancia vertical desde el fondo hasta el valle.

$\operatorname{cn}$  = Función coseno elíptico.

$K(\kappa)$  = Integral elíptica completa de primera clase.

$\kappa$  = Módulo de las integrales elípticas.

El coseno elíptico es una función periódica donde

$$\operatorname{cn}^2 \left( 2K(\kappa) \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right)$$

tiene una amplitud máxima igual a la unidad. El módulo  $\kappa$  es válido en el rango:

$$0 < \kappa < 1$$

Cuando  $\kappa = 0$ , el perfil de la ola es senoidal (teoría lineal) y cuando  $\kappa = 1$  el perfil es el descrito por la teoría de la ola solitaria.

La distancia del fondo al valle ( $y_t$ ), esta dada por:

$$\frac{y_t}{d} = \frac{y_c}{d} - \frac{H}{d} = \frac{16d^2}{3L^2} K(\kappa) \left\{ K(\kappa) - E(\kappa) \right\} + 1 - \frac{H}{d} \quad \dots (2.91)$$

Donde

$y_c$  = Distancia vertical desde el fondo hasta la cresta.

$E(\kappa)$  = Integral elíptica completa de segundo orden.

La longitud de onda esta dada por

$$L = \left( \frac{16d^3}{3H} \right)^{1/2} \kappa K(\kappa) \quad \dots (2.92)$$

Y el periodo

$$T = \left( \frac{g}{d} \right)^{1/2} = \left( \frac{16 y_t}{3H} \right)^{1/2} \frac{d}{y_t} \left( \frac{\kappa K(\kappa)}{1 + \frac{H}{y_t \kappa^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{E(\kappa)}{K(\kappa)} \right)} \right) \quad \dots (2.93)$$

Puesto que las ondas CNoidales son periódicas y de forma permanente

$$c = \frac{L}{T}$$

Por lo que sustituyendo las ecuaciones 2.92 y 2.93 en la ecuación anterior se tiene:

$$c = \left(\frac{g}{d}\right)^{1/2} \frac{y_t}{d} \left(1 + \frac{H}{y_t k^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{E(k)}{K(k)}\right)\right) \quad \dots (2.94)$$

La presión bajo una ola CNoidal y en cualquier elevación  $y$ , por encima del fondo depende de la velocidad local del fluido, sin embargo se puede aproximar a una distribución hidrostática:

$$P = \rho g (y_d - y)$$

## 2.6 TEORIA DE LA OLA SOLITARIA

Las olas consideradas hasta el momento han sido tratadas como ondas oscilatorias o casi oscilatorias, es decir, las partículas de agua se mueven hacia adelante y hacia atrás con el paso de cada ola, y existe una clara distinción entre cresta y valle.

Una ola solitaria no es oscilatoria y no presenta un valle. En un sentido estricto la ola solitaria se conforma totalmente por encima del nivel de reposo de la superficie libre del agua y es además una onda de translación relativa de la masa de agua.

En la naturaleza es difícil que se llegue a formar una onda de este tipo, sin embargo cuando se presentan tsunamis, deslaves en el mar, y terremotos, las olas que se producen, si se aproximan adecuadamente a ondas solitarias, también cuando una ola oscilatoria penetra en aguas bajas se aproxima a una onda solitaria ya que su cresta se va acortando y elevando y su valle tiende a hacerse más largo y plano.

La ola solitaria como se menciona en el inciso 2.6, es un caso extremo de la ola cnoidal. cuando  $\kappa^2 = 1$ ,  $K(1) = \infty$  y el coseno elíptico se reduce a una función secante hiperbólica  $y_{\xi} = d$  y la ecuación 2.90 se reduce:

$$y_{\xi} = d + H \operatorname{sech}^2 \left( \left( \frac{3}{4} \frac{H}{d^3} \right)^{1/2} (x - Ct) \right) \quad \dots (2.95)$$

Donde el origen de  $x$  está en la cresta de la ola.

Mediciones hechas en el laboratorio por Daily y --- Stephan (1953) indican que la celeridad esta dada por:

$$c = \sqrt{g(H + d)} \quad \dots (2.96)$$

Las velocidades de las partículas fueron encontradas por Mc Cowan (1891) y Munk (1949), y están dadas por:

$$u = c \frac{1 + \cos(My/d) \cosh(Mx/d)}{(\cos(My/d) + \cosh(Mx/d))^2} N \quad \dots (2.97)$$

$$v = c \frac{\sin(My/d) \sinh(My/d)}{(\cos(My/d) + \cosh(Mx/d))^2} N \quad \dots (2.98)$$

Donde  $M$  y  $N$  son función de  $H/d$ , y se encuentran graficadas en la fig. 2.4.

La energía total por unidad de ancho es:

$$E = \frac{8}{3\sqrt{3}} \rho g H^{1.5} d^{1.5} \quad \dots (2.99)$$

La presión bajo una ola de este tipo se puede aproximar una distribución hidrostática.

$$P = \rho g (y_s - y)$$

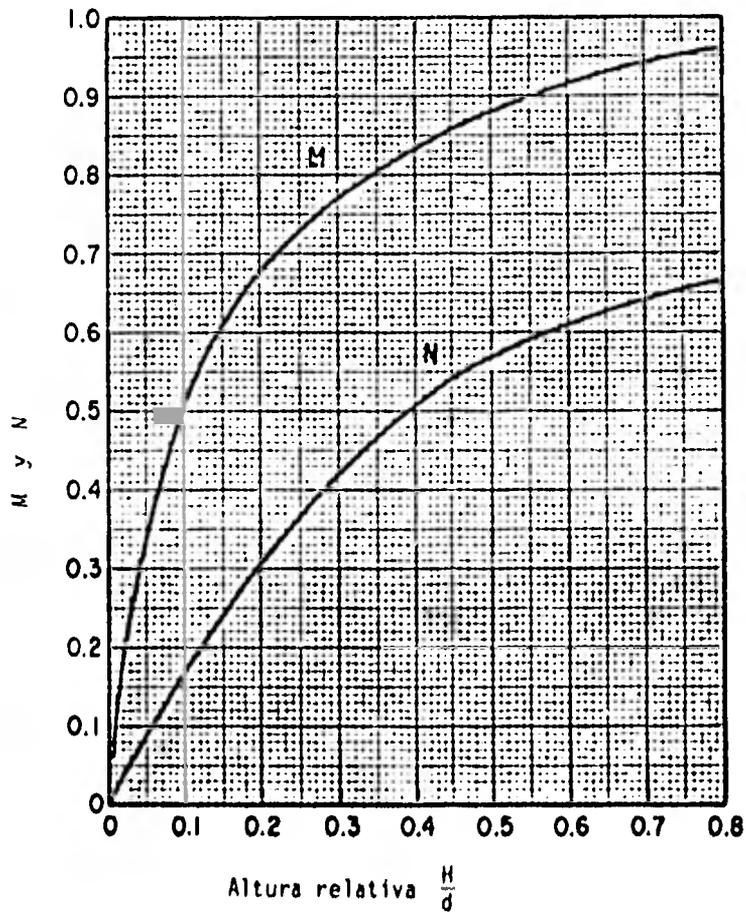


Fig. 2.4 Funciones M y N de la teoría de de la Ola Solitaria.

## 2.7 TEORIA DE LA FUNCION DE CORRIENTE

En años recientes, Dean (1965) y Monk Meyer (1970) propusieron aproximaciones hidrodinámicas que describen el movimiento de las olas.

Basados en esto, éstos investigadores desarrollaron una teoría, llamada Teoría de Función Corriente.

Esta teoría está basada exactamente en los mismos principios que las teorías de orden superior estudiadas anteriormente (inciso 2.4), sin embargo con esta teoría se determina un coeficiente para cada término de orden superior, lo que da una mejor aproximación al fenómeno del oleaje.

En este trabajo no se expone esta teoría, pues su uso es tremendamente complicado por lo difícil y tedioso de la evaluación de términos y coeficientes en series de expansión.

## 2.8 VALIDEZ DE LAS DISTINTAS TEORIAS

Cada una de las teorías estudiadas tienen un rango de validez, por lo que es importante definir las regiones

donde cada una de estas teorías es de utilidad.

Varios investigadores han estudiado esto, y difieren en las condiciones límite de las distintas teorías.

Le Mehaute (1969) presentó la siguiente gráfica para ilustrar los límites aproximados de cada teoría.

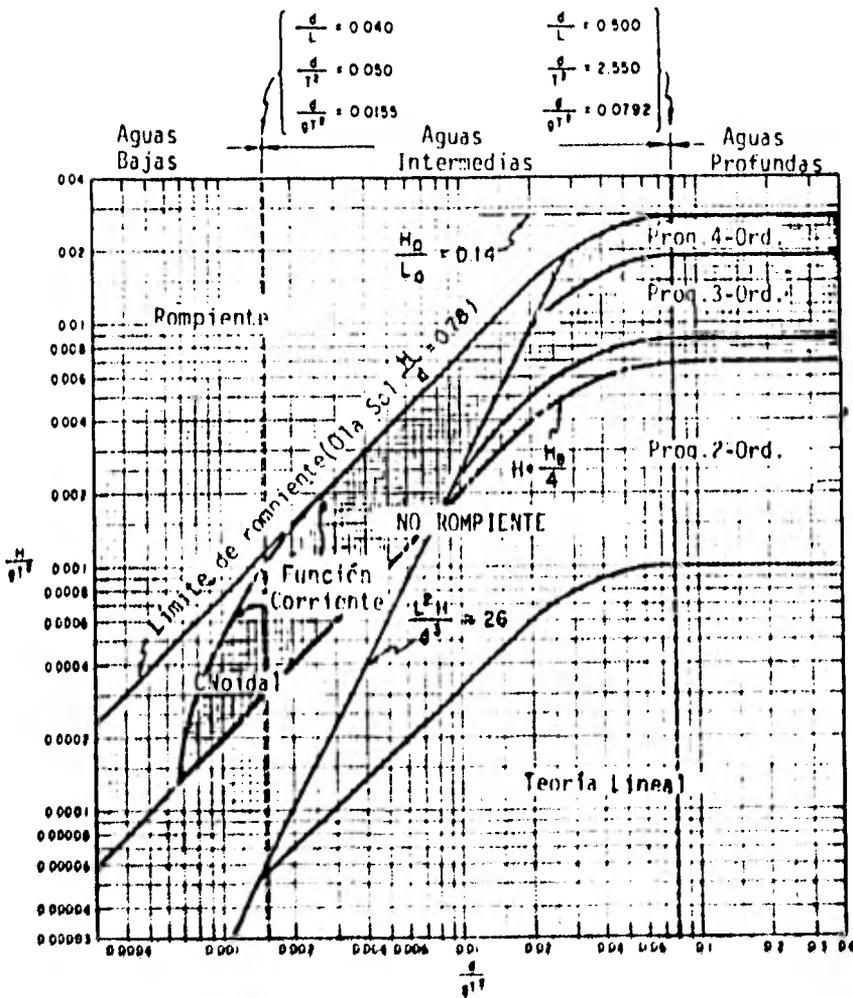


Fig. 2.5 Zonas de validez de distintas teorías

## 2.9 LIMITE DE ESTABILIDAD DE LAS OLAS.

Las olas son estables, mientras la velocidad de la partícula ( $u$ ) en la cresta es menor que la celeridad.

Cuando la velocidad se hace mayor a la celeridad, la ola se vuelve inestable y finalmente rompe.

Esta condición se puede presentar tanto en aguas profundas como en aguas bajas.

### 2.9.1 ESTABILIDAD DE LA OLA EN AGUAS PROFUNDAS

En aguas profundas, al ir aumentando la altura ( $H$ ) de la ola (por causa del agente generador), la relación de esbeltez ( $H/L$ ) aumenta, hasta llegar a un límite, en que la velocidad de la partícula ( $u$ ) es igual que la celeridad, por lo que si la altura sigue aumentando la ola rompe disipando una parte de su energía, tras lo cual, la ola, con una altura menor, continua su recorrido.

La relación de esbeltez máxima, según Mitchell (eq. 2.87) es

$$\frac{H_s}{L_s} = 0.142 \left( \frac{1}{7} \right)$$

Condición que se tiene cuando el ángulo de la cresta es aproximadamente  $120^\circ$ , para  $u=C$

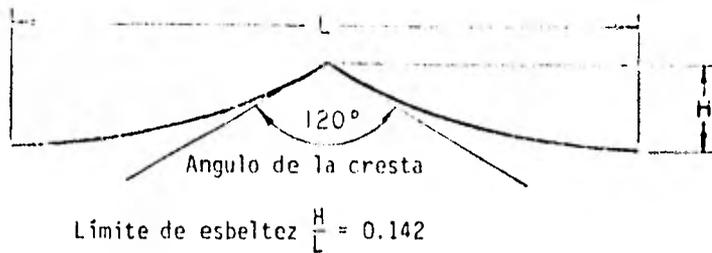


Fig. 2.6 Límite de esbeltez en aguas profundas.

### 2.9.2 ESTABILIDAD DE LA OLA EN AGUAS BAJAS

Cuando la ola entra a aguas bajas el límite de esbeltez se reduce en función de la profundidad relativa ( $d/L$ ) y la pendiente de la playa ( $m$ ), perpendicular a la dirección de avance de la ola.

Cuando la ola llega a una profundidad lo suficientemente pequeña se inicia la rompiente. A esta profundidad se le conoce con el nombre de Profundidad de Rompiente ( $d_b$ ).

Munk en 1949 encontro relaciones entre altura de --  
rompiente ( $H_b$ ),  $d_b$  y altura en aguas profundas, sin re-  
fracción ( $H_0$ ), basadas en la teoría de la ola solitaria.

Estas relaciones son:

$$\frac{H_b}{H_0} = \frac{1}{3.3(H_0/L_0)^{1/3}} \quad \dots(2.100)$$

y

$$\frac{d_b}{H_b} = 1.28 \quad \dots(2.101)$$

El término  $H_b/H_0$  es llamado "índice de altura de --  
rompiente".

Otros investigadores establecieron que  $H_b/H_0$  y --  
 $d_b/H_b$  dependen de la pendiente de la playa, y de la rela-  
ción de esbeltez incidente.

Los resultados están graficados en la fig. 2.7

Relaciones empíricas entre  $d_b/H_b$ , para varias pen-  
dientes estan graficadas en la fig. 2.8 en la que la rela-  
ción  $d_b/H_b$  esta dada por:

$$\frac{d_b}{H_b} = \frac{1}{5 - (\bar{a}H_b/\bar{q}T^2)}$$

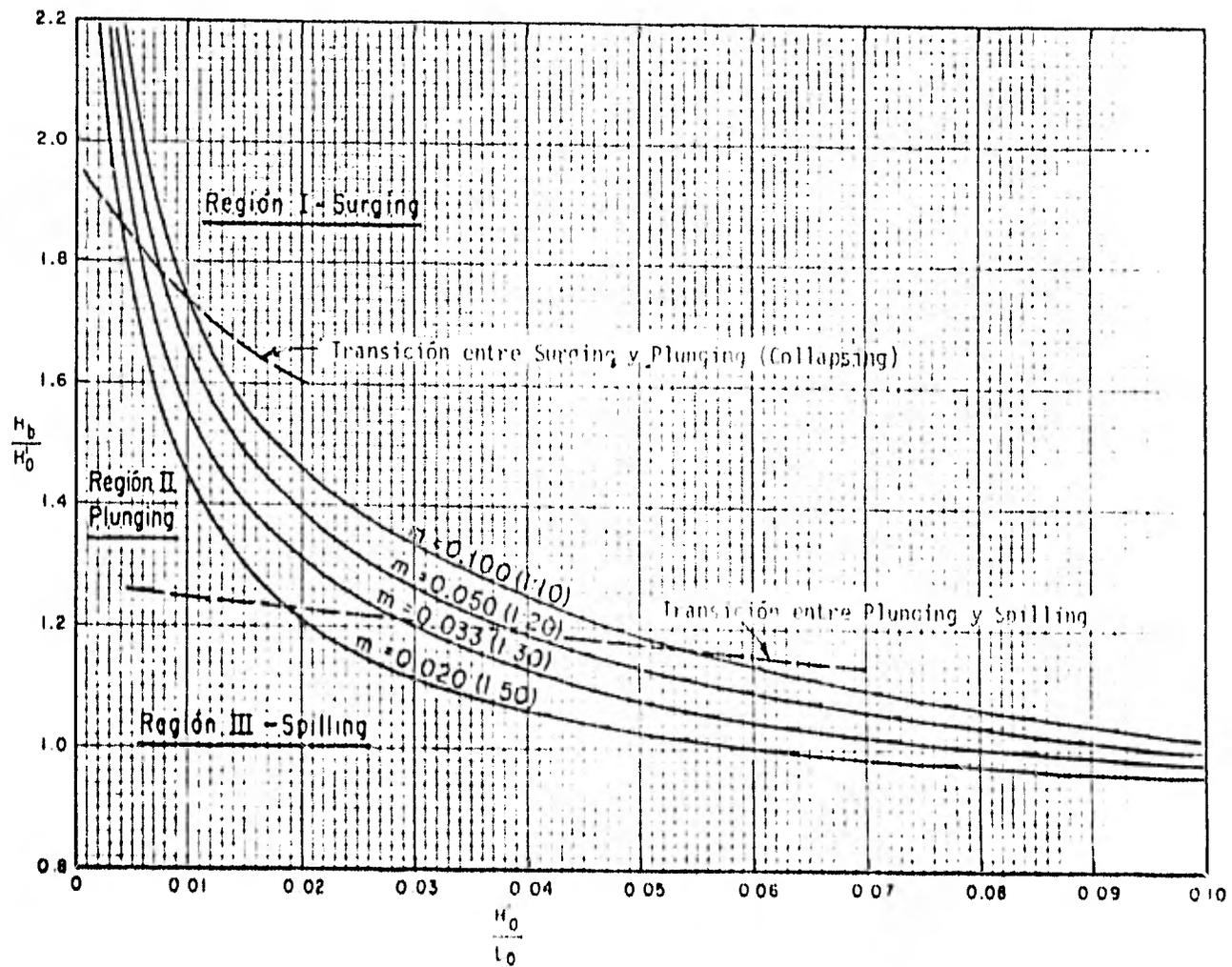


Fig. 2.7 Gráfica índice de altura de rompiente - esbeltez en aguas profundas.

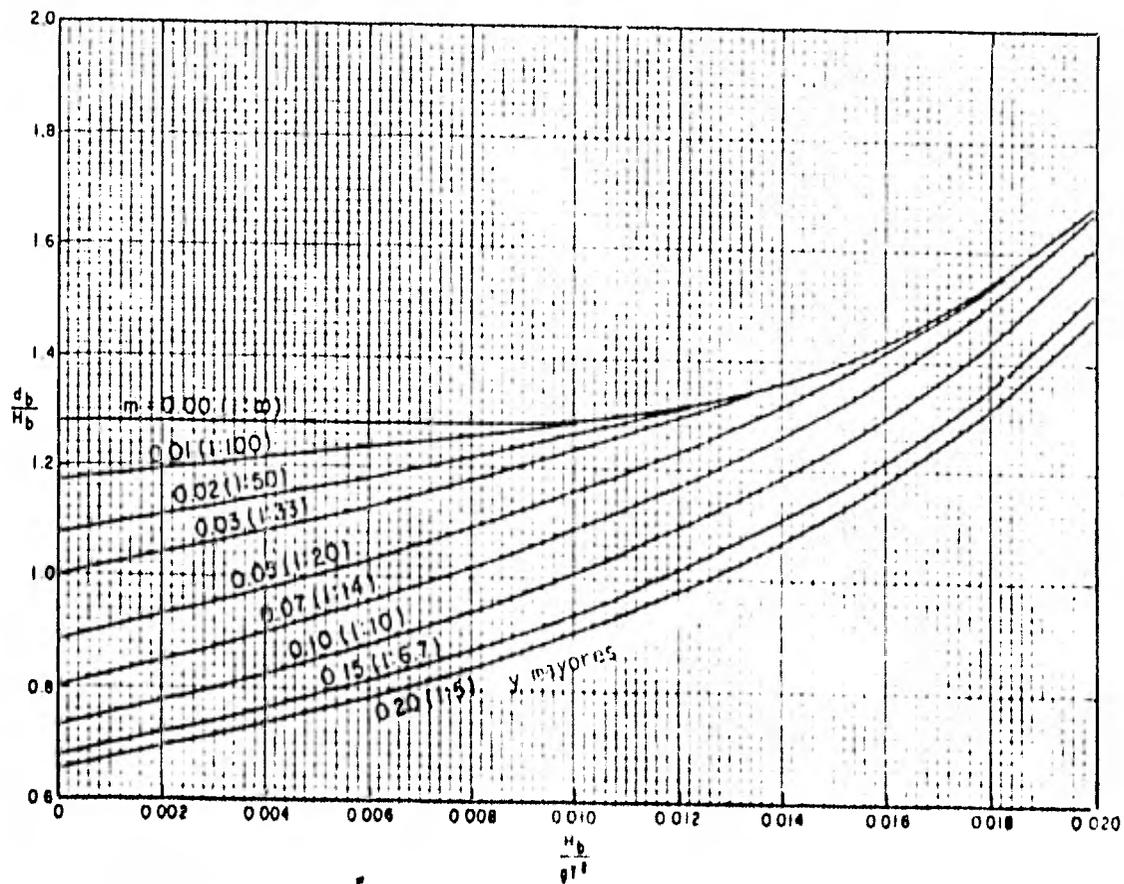


Fig 2.8 Relaciones empíricas entre  $d_b/H_b$  para varias pendientes de playa.

Donde

$$a = 43.75 (1 - e^{-1.9m})$$

$m$  = Pendiente de la playa

$$b = \frac{1.56}{(1 + e^{-19.5m})}$$

Es preferible el uso de las gráficas 2.7 y 2.8 a las ec. 2.100 y 2.101 ya que las gráficas consideran la dependencia de  $d_b/H_b$  y  $H_b/H_b^2$  con respecto a la pendiente de la playa.

### 2.9.3 CLASIFICACION DE LAS ROMPIENTES

Las olas que rompen fueron clasificadas por Patrick y Wiegell (1955) de acuerdo a la forma en que esto sucede.

La clasificación (sin traducción) es :

**Spilling.** - Rompen gradualmente, y se caracterizan por la espuma que se forma en la cresta.

**Plunging.** - Forma un rizo sobre la cresta, sambulléndose este por delante de la ola.

Surging.- Comienza formandose como una plunging, pero antes de formarse el rizo, la base surge sobre la playa.

Algunos autores, usan el término Collapsing como una forma intermedia entre los plunging y los Surging.

La transición entre una forma y otra es gradual, -- sin embargo se han graficado rangos para  $H/L_0$ , para varias pendientes de playa, donde cada tipo de rompiente debe ocurrir (fig. 2.7)

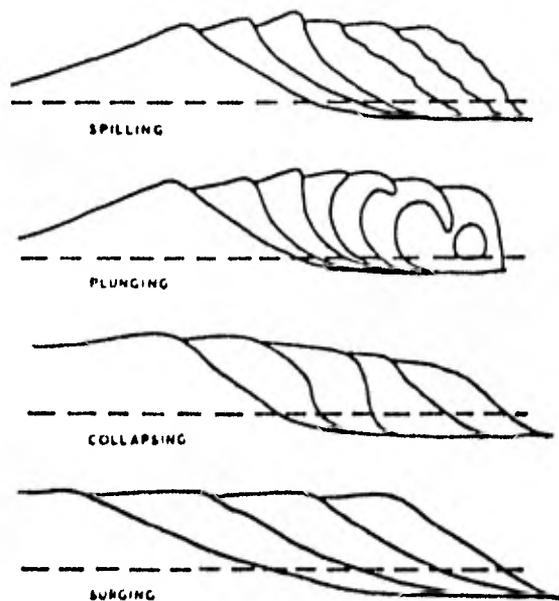


Fig. 2.9 Clasificación de las Rompientes.

## CAPITULO TRES

### REFRACCION, DIFRACCION Y REFLEXION

En la naturaleza, el oleaje se translada através de grandes distancias, hasta que encuentra un obstáculo, el que generalmente es la costa.

Cerca de la costa, y ocasionados por diversos obstáculos, se presentan los fenómenos que en este capítulo se estudian.

#### 3.1 REFRACCION

En la teoría de olas de pequeña amplitud ó teoría lineal (estudiada en el capítulo dos), se observa que la ecuación de celeridad de la ola (ec 2.16), depende de la profundidad del agua en que se encuentra la ola. Si la celeridad decrece al reducirse la profundidad, la longitud de onda también decrece proporcionalmente.

Cuando un frente de ola se mueve con un cierto ángulo con respecto a las curvas batimétricas, se presenta una variación en la celeridad de la ola, a lo largo del frente, debido a que la parte de la ola que esta en aguas más profundas tiene una celeridad mayor que la parte que esta en

aguas más bajas. Esta variación produce una curvatura en el frente de ola, el que tiende a alinearse con las curvas batimétricas. Este fenómeno ha sido llamado Difracción, -- por su analogía con lo que ocurre con otros tipos de ondas, como la luz y el sonido.

En la Fig. 3.1 se esquematiza el fenómeno.

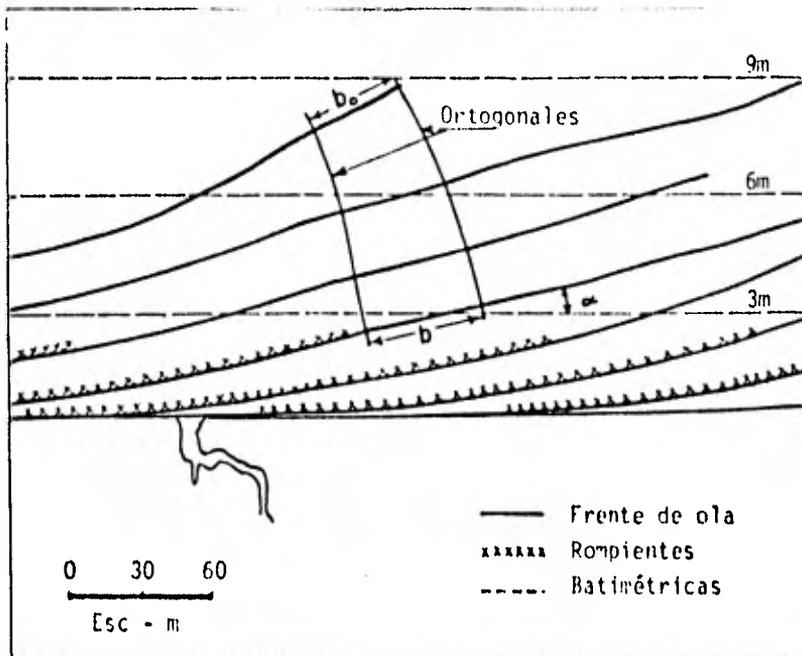


Fig. 3.1 Esquematización del fenómeno de Refracción.

Utilizando la analogía antes mencionada, O'Brien (1942) propuso el uso de la ley de Snell ( desarrollada en el campo de la Física Óptica ) para resolver el problema de la refracción del oleaje. La validez de esta aproximación fue verificado experimentalmente por Chien (1954), Ralls (1956) y Wiegel y Arnold (1957). En general existen dos técnicas para el análisis de refracción, una gráfica y otra numérica, ambas fundamentadas en la ley de Snell.

Para el análisis de refracción, es necesario aceptar las siguientes hipótesis:

- a) La energía contenida entre dos rayos de ola u ortogonales permanece constante. (ortogonales son líneas perpendiculares al frente de ola, y que señalan la dirección de avance. Ver Fig. 3.1 )
- b) La celeridad de la ola, para un período, en una posición en particular, depende únicamente de la profundidad del lugar.
- c) La variación en la topografía es gradual.
- d) Las olas son de pequeña amplitud, período constante, monocromáticas y con frentes de ola largos.

- e) El efecto de las corrientes, el viento y la refracción de la playa, son despreciables.

### 3.1.1 ANALISIS DE REFRACCION

Como se estudió en el capítulo dos, la celeridad de la ola en aguas profundas no depende de la profundidad (ec 2.31) y por tanto para  $d > \frac{L}{2}$  la refracción por batimetría no se presenta.

La celeridad en aguas intermedias (ec 2.16) y en aguas bajas (ec 2.40) si depende de la profundidad, por lo tanto, el fenómeno de refracción se presenta para  $d < \frac{L}{2}$ .

Si consideramos despreciables el efecto disipador de la fricción en el fondo y la percolación (flujo a través del fondo), podemos considerar que la energía de la ola (entre ortogonales) permanece constante desde que se encuentra en aguas profundas, hasta que llega al punto donde rompe.

Si consideramos que la energía permanece constante, la potencia de la ola también es constante:

$$\bar{P}_0 = \bar{P} \quad \dots (3.1)$$

Donde  $P_o = \frac{1}{2} b_o \bar{E}_o C_o$  Potencia de la ola en aguas profundas.

( $b_o =$  distancia entre ortogonales - en aguas profundas)

$P = nb\bar{E}C$  Potencia de la ola en aguas bajas.

( $b =$  distancia entre ortogonales - en aguas bajas.)

De lo anterior, y acomodando adecuadamente

$$\frac{\bar{E}}{E_o} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{b_o}{b}\right) \left(\frac{C_o}{C}\right) \quad \dots (3.2)$$

y con la ec 2.30

$$\frac{H}{H_o} = \sqrt{\frac{\bar{E}}{E_o}} \quad \dots (3.3)$$

o sea

$$\frac{H}{H_o} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{C_o}{C}\right)} \sqrt{\frac{b_o}{b}} \quad \dots (3.4)$$

Donde el término:

$\sqrt{(1/2)(1/n)(C_0/C)}$  es llamado coeficiente de fondo,  $k_\delta$  ó  $H/H_0$  y se encuentra tabulado en el apéndice C.

y  $\sqrt{b_0/b}$  es llamado coeficiente de refracción o  $k_n$ .

Una vez determinado el coeficiente de refracción mediante la construcción de un diagrama de refracción, es posible calcular la altura de ola en aguas intermedias y aguas bajas, a partir de la altura en aguas profundas.

Existen varios métodos para construir los diagramas de refracción. En este trabajo solo se explica uno, aunque mencionan otros.

### 3.1.1.a Método de las Ortogonales.

Los cambios de dirección de las ortogonales a su paso por una batimetría relativamente sencilla, se puede aproximar a :

$$\sin \alpha_1 = \left(\frac{C_2}{C_1}\right) \sin \alpha_2 \quad (\text{Ley de Snell}) \quad \dots (3.5)$$

Donde  $\alpha_1$  = ángulo formado por la cresta de la ola y

la tangente a la curva batimétrica, que se es-  
te pasando.

$\alpha_2$  = ángulo medido en la misma forma, pero conside-  
rándose en la siguiente batimétrica.

$C_1$  = Celeridad para la profundidad  $d_1$ .

$C_2$  = Celeridad para  $d_2$ .

Para aplicar el método se deben seleccionar algunas direcciones y períodos de oleaje de acuerdo a estudios e investigaciones sobre las condiciones meteorológicas de la zona (ver capítulos cuatro, cinco y seis). Para cada una de las direcciones y períodos seleccionados se obtendrá un diagrama de refracción.

El valor  $C_2/C_1$ , para cada intervalo de batimetría se puede obtener elaborando una tabla como la siguiente:

$$T = \text{seg} \quad L = 1,561 T^2$$

$d$ (m)	$d/L$	$\tanh kd$	$C_1/C_2$	$C_2/C_1$

Donde:

- Columna 1 Profundidades correspondiente a las batimétricas. Se debe empezar con  $L_0/2$ .
- Columna 2 División entre la columna 1, ( $d$ ) y  $L_0$  correspondiente al período que se analiza.
- Columna 3 Valor de  $\tanh kd$ , correspondiente a la columna 2 ( $d/L$ ). Esta tabulada en el apéndice C.
- Columna 4 División entre términos sucesivos de la columna 3.
- Columna 5 Recíproco de la columna 4.

Al construir las ortogonales desde aguas profundas, hacia aguas bajas, la dirección del oleaje seleccionado, corresponde a aguas profundas, y las ortogonales coinciden con la dirección.

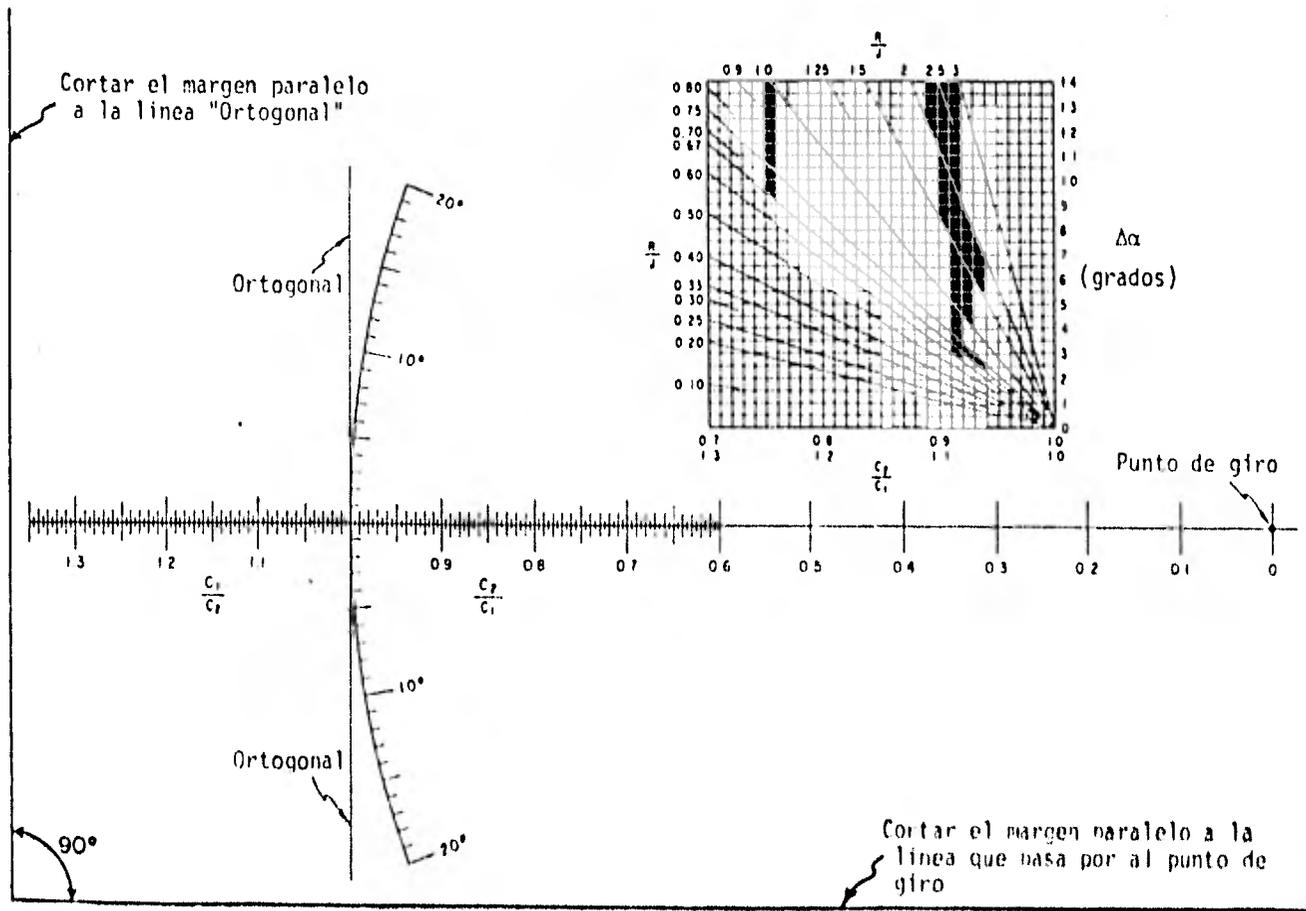


Fig. 3.2. Plantilla de Refracción.

El oleaje se empieza a refractar para  $d=L_0/2$ , donde  $L_0$  es función del período del oleaje.

Con la ayuda de una plantilla como la de la Fig. 3.2, dibujada en algún material transparente, y siguiendo algunos pasos, es posible obtener los diagramas de refracción. (La plantilla no es indispensable para la aplicación del método, ésta se puede suplir con escuadra y regla.)

He aquí los pasos a seguir:

- a) Se dibuja un contorno medio entre las dos primeras batimétricas que se vayan a atravesar. Se prolonga la ortogonal hasta este contorno, y en el punto de cruce, se dibuja una tangente a dicho contorno.
- b) Se hace coincidir la línea marcada con "ortogonal" en la plantilla, con la ortogonal real, poniendo el punto  $L_0$ , de la plantilla, sobre el punto de intersección de la ortogonal con el contorno medio (ver la parte de arriba de la Fig. 3.3).

Hecho lo anterior queda determinado el punto de rotación.

- c) Se hace girar la plantilla (alrededor de su punto de rotación), hasta que el valor  $c_1/c_2$  de la tabla, correspondiente al intervalo que se cruza, intersepte a la tangente del contorno medio. En este punto, la ortogonal de la plantilla indica la dirección de la nueva ortogonal.
- d) Ponga una escuadra en la base de la plantilla, y dibuje una línea paralela a la ortogonal (de la plantilla), que intersepte a la ortogonal original en el punto B, (ver inserto en la parte de abajo de la fig. 3.3) Este punto de intersección no necesariamente está sobre el contorno medio.
- e) Se repiten los pasos anteriores para los contornos sucesivos.

En algunas ocasiones es útil el construir los diagramas a la inversa, es decir aguas bajas hacia aguas profundas, para lo cual se utiliza la misma plantilla y procedimiento, pero utilizando el valor  $c_2/c_1$ , en vez de  $c_1/c_2$ .

Hay situaciones en que el ángulo  $\alpha$  es mayor a  $80^\circ$ , y la metodología propuesta anteriormente no es aplicable. Pa

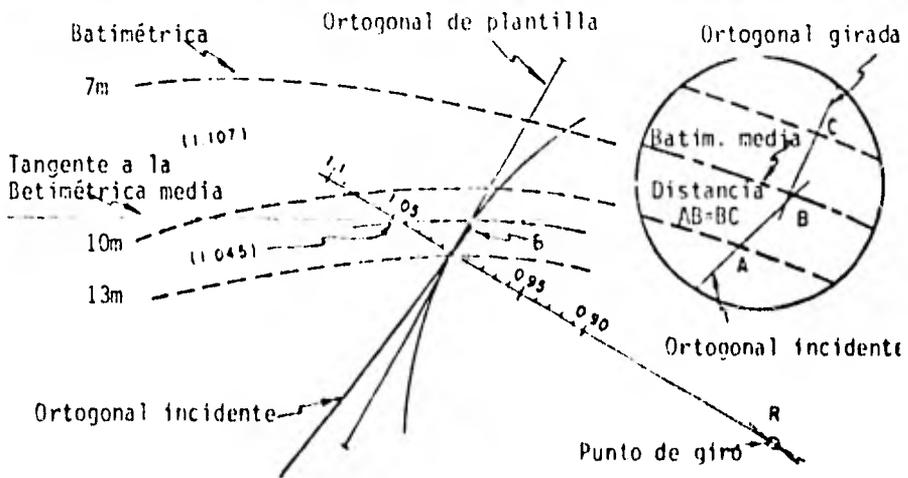
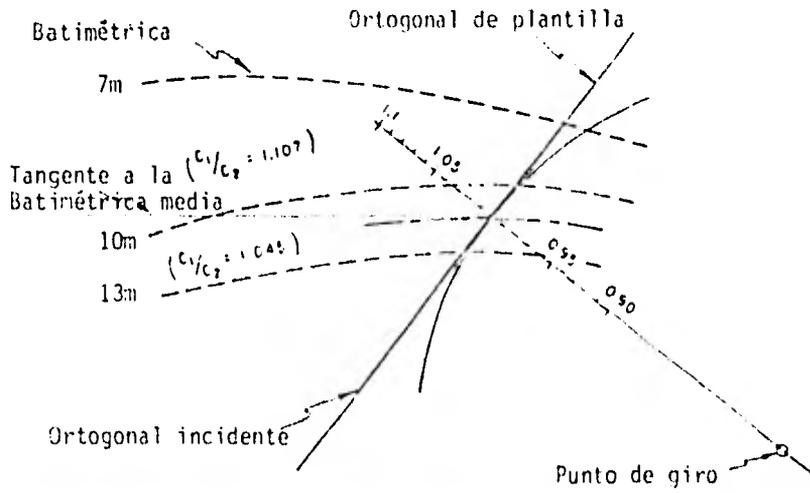


Fig. 3.3 Ejemplo del uso de la plantilla de refracción.

ra estas situaciones se a propuesto el método  $R/J$ . Las ortogonales al cruzar un intervalo tienden a hacerse paralelas a las batimétricas, por lo que el intervalo se debe dividir en otros más pequeños, a la mitad de cada subintervalo se hace el giro de la ortogonal.

Como se muestra en la fig. 3.4, el intervalo es dividido en rectángulos. La distancia  $R$  entre las líneas transversales es función arbitraria de la distancia entre las batimétricas (llamada  $J$ ).

El valor  $C_2/C_1$ , es el que corresponde al intervalo completo. En la plantilla de la fig. 3.2 hay una gráfica donde se obtiene el  $\Delta\alpha$  (ángulo que gira la ortogonal), como función de  $C_2/C_1$ , para varios  $R/J$ .

El cambio de dirección se hace en el centro del rectángulo. El procedimiento se repite para cada triángulo, hasta que  $\alpha$  sea menor a  $80^\circ$ , punto en que se deberá utilizar el procedimiento explicado primeramente.

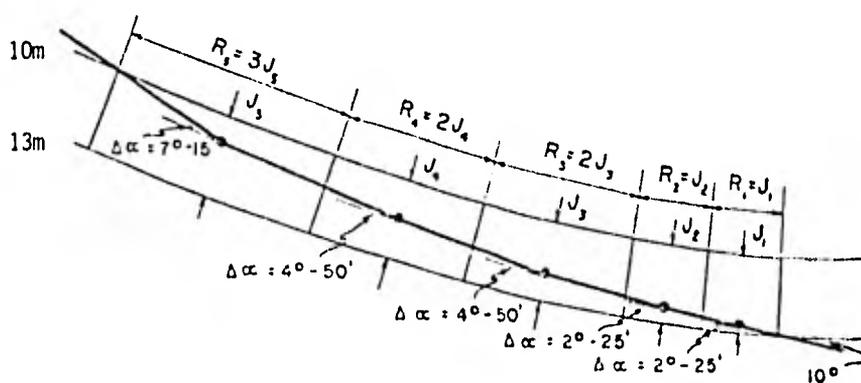


Fig. 3.4 Diagramas de refracción por el método R/J

### 3.1.1.b Otros Métodos Gráficos de Análisis

Otro método gráfico es el llamado método de los frentes de ola, (Johnson 1948). El método es especialmente aplicable en oleaje con longitudes de cresta muy grandes. Este método va dibujando los frentes de ola, pero como en la mayoría de los casos lo que se desea obtener son los coeficientes de refracción, habría que dibujar las ortogonales, por lo que el método de las ortogonales es en la mayoría de los casos más rápido.

### 3.1.1.c Análisis por Computadora.

Harrison y Wilson (1964) desarrollaron un método de cálculo aplicable a las computadoras actuales. Estos métodos son aplicables en estudios intensivos de amplias zonas aunque la interpretación de los resultados debe hacerse con cuidado, teniendo en cuenta ciertas limitaciones.

En el presente existe un buen número de programas para el análisis de refracción, desarrollados por distintos investigadores e instituciones.

### 3.1.2 INTERPRETACION DE RESULTADOS Y LIMITACIONES EN LOS DIAGRAMAS .

En la fig. 3.5 se muestran algunos de los más típicos diagramas de refracción. En ellos se muestra el efecto de refracción que produce un montículo y una depresión submarina.

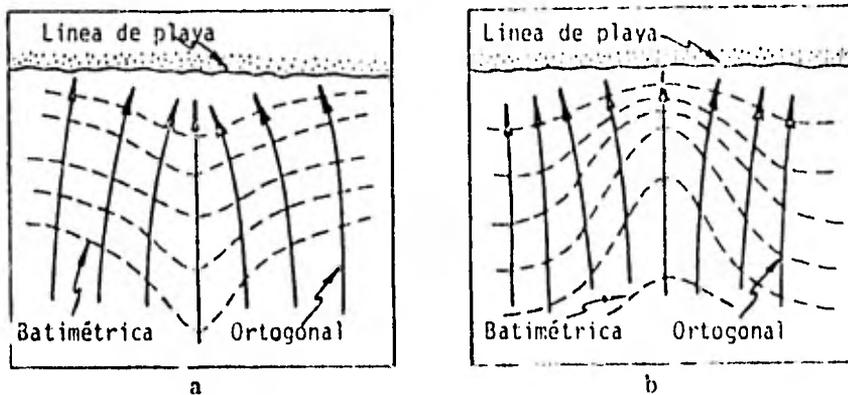


Fig. 3.5 Refracción por un montículo (a) y una depresión (b) submarina.

En el caso del montículo (a) se observa que las ortogonales se van juntando, por lo que  $\sqrt{b_0/b} > 1$  y por tanto las olas son más altas de lo que serían si no hubiese refracción. En el caso de la depresión (b) sucede lo contrario.

Efectos similares se observan en la costa, por efecto de pequeñas penínsulas ó bahías. (ver fig. 3.6).

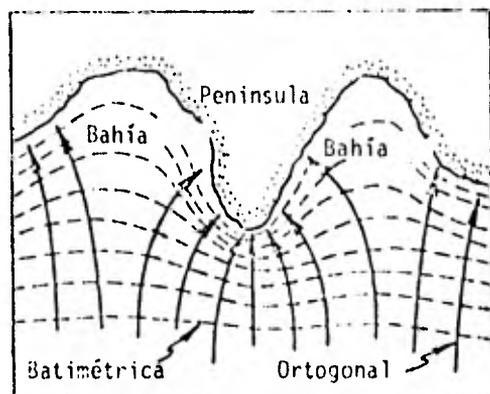


Fig. 3.6 Refracción en una costa irregular.

Por lo anterior, es posible inferir la batimetría de una zona, a partir del estudio de los patrones de refracción observados en fotografías aéreas.

Los diagramas de refracción proporcionan una medida de los cambios que se presentan en el oleaje al incidir en la costa. Sin embargo la exactitud de los diagramas está limitada por la validez de las teorías involucradas en la construcción de los diagramas, y por la precisión de la batimetría.

### 3.2 DIFRACCION

El fenómeno de difracción que se presenta en el oleaje, consiste esencialmente en la transferencia lateral de energía a través del frente de ola.

El fenómeno se presenta principalmente cuando el oleaje encuentra un obstáculo, que puede ser natural o artificial (islotos, rompeolas, etc).

El cálculo de los efectos del fenómeno es de gran importancia por muchas razones. La distribución de alturas de ola en bahías o puertos es determinada en gran parte por los efectos de difracción. Un adecuado diseño y localización de la entrada de un puerto puede reducir los efectos del fenómeno.

Putnam y Arthur (1948) realizaron una serie de experimentos para verificar el método propuesto por Penny y Price (1944) para describir el comportamiento del oleaje después de pasar por un rompeolas. Wiegel (1962) utilizó aproximaciones teóricas para estudiar el fenómeno. Blue y Johnson (1949) estudiaron el problema del oleaje atravesando una abertura entre rompeolas.

En el desarrollo de las teorías se hacen las siguientes consideraciones.

- a) El agua es un fluido ideal, incompresible y no viscoso.
- b) Las olas son de pequeña amplitud y pueden ser descritas por la teoría lineal.
- c) El flujo es irrotacional, y la función potencial -- satisface la ecuación de Laplace.
- d) La profundidad a partir del obstáculo es constante.

### 3.2.1 CALCULO DEL EFECTO DE DIFRACCION

La relación que existen entre la altura de la ola difractada y la altura de la ola incidente se conoce con el nombre de "Coeficiente de Difracción" o  $k'$  :

$$k' = \frac{Hd}{H_i \lambda}$$

Donde:  $Hd$  = Altura de ola difractada.

$H_i$  = Altura de ola incidente.

### 3.2.1.a Difracción por efecto de un rompeolas sencillo

A partir de la solución de Wiegel, se han elaborado unos diagramas de difracción, para estructuras impermeables, y profundidades constantes. Estos diagramas presentan curvas de igual coeficiente de difracción ( $k'$ ). Los diagramas se presentan en las figuras siguientes (de la 3.7 a la 3.18.)

Los diagramas están contruidos en coordenadas polares, con arcos y rayos concéntricos en el extremo del rompeolas. Los arcos están separados por  $L$  (Longitud de Onda) y los rayos por  $15^\circ$ .

Para utilizar los diagramas, primero deberá determinarse la longitud de onda, de acuerdo a la profundidad en el extremo del rompeolas y al período de oleaje esperado. Una vez hecho esto se puede construir un diagrama, con la escala adecuada, para que corresponda con la escala del plano que se vaya a utilizar. Es conveniente hacer el diagrama en un material transparente.

Con el diagrama terminado, se sobrepone al plano y se trazan las líneas de igual difracción. Para cada dirección ó ángulo de incidencia que interese, se sigue el mismo procedimiento (Ver Fig. 3.19).

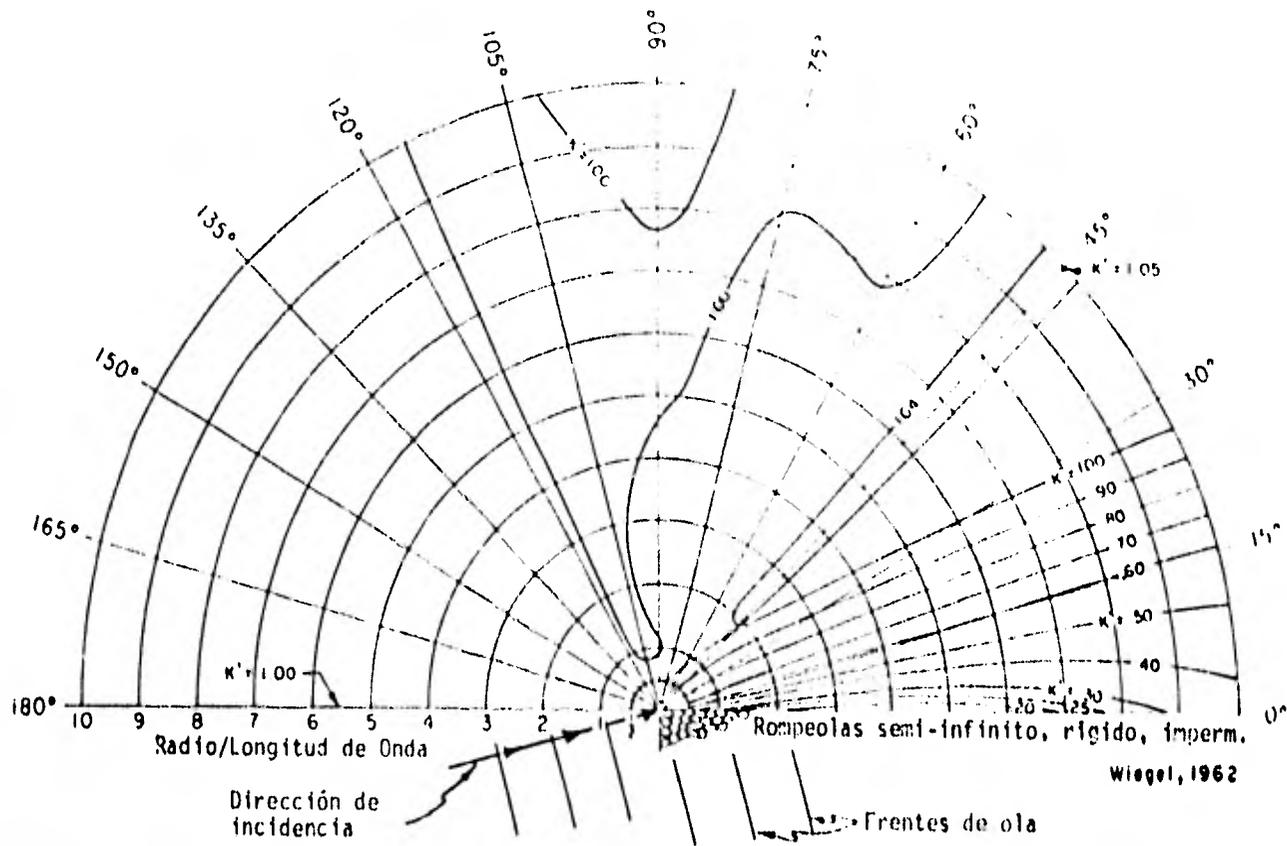


Fig. 3.7 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 15°)

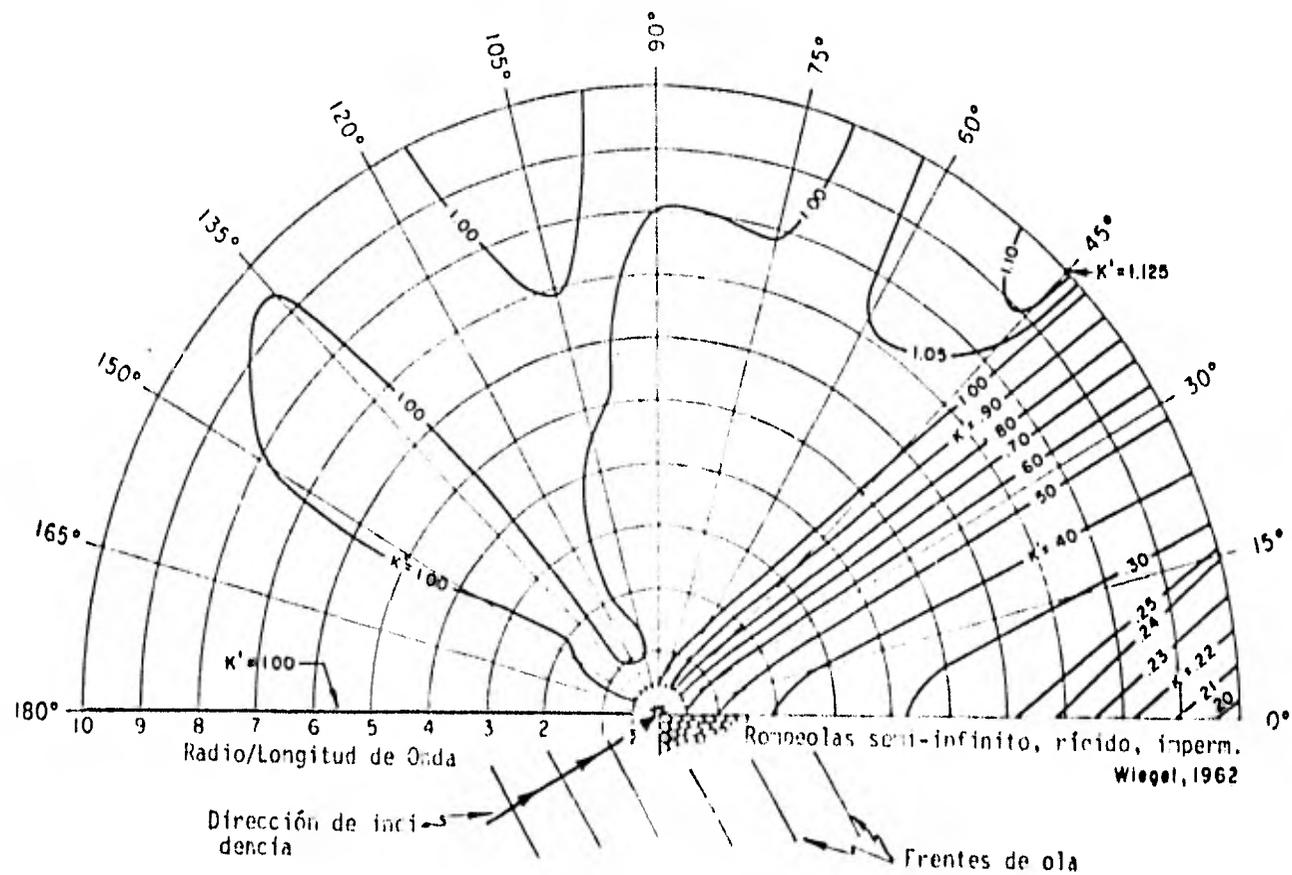


Fig. 3.8 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 30°).



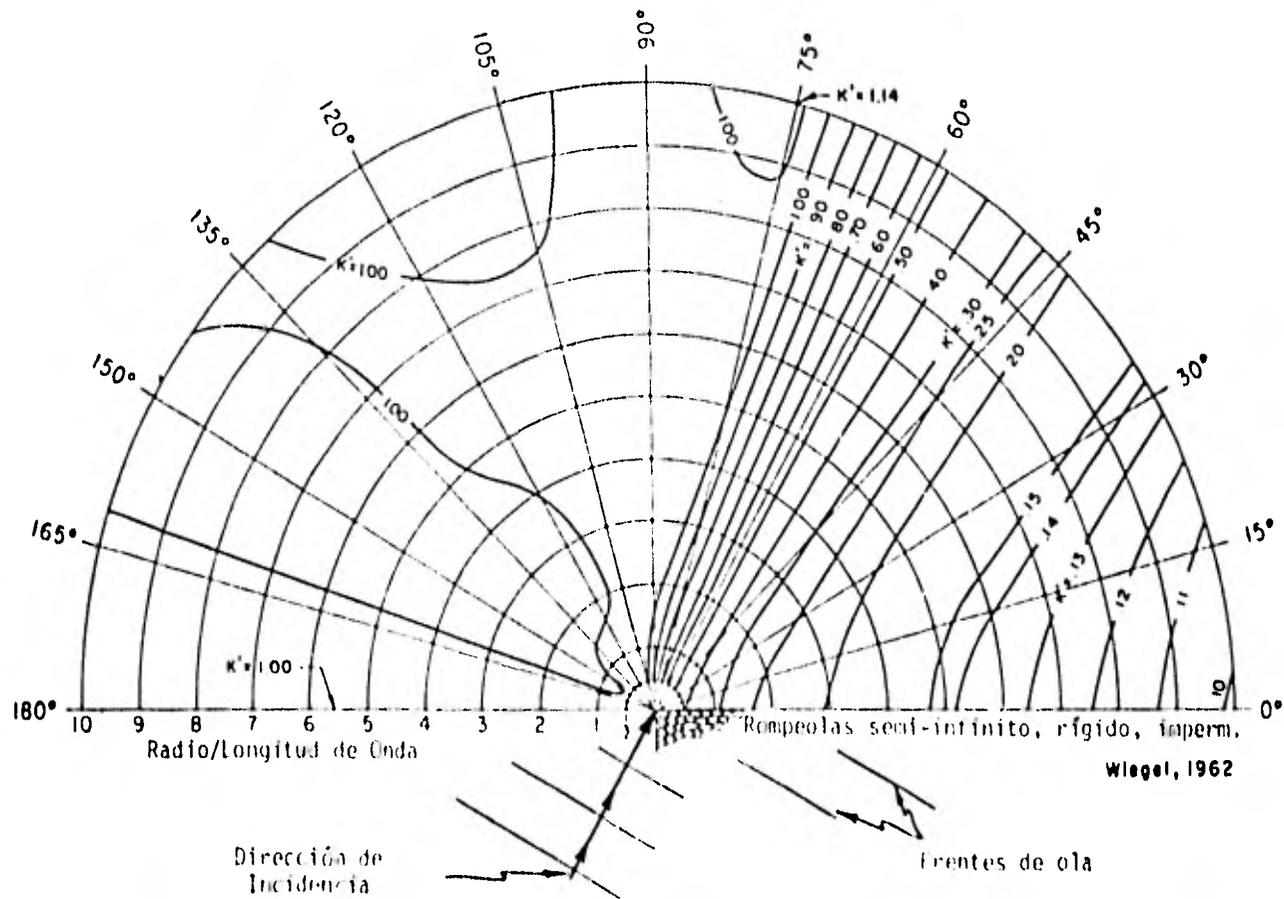


Fig 9.10 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 60°)

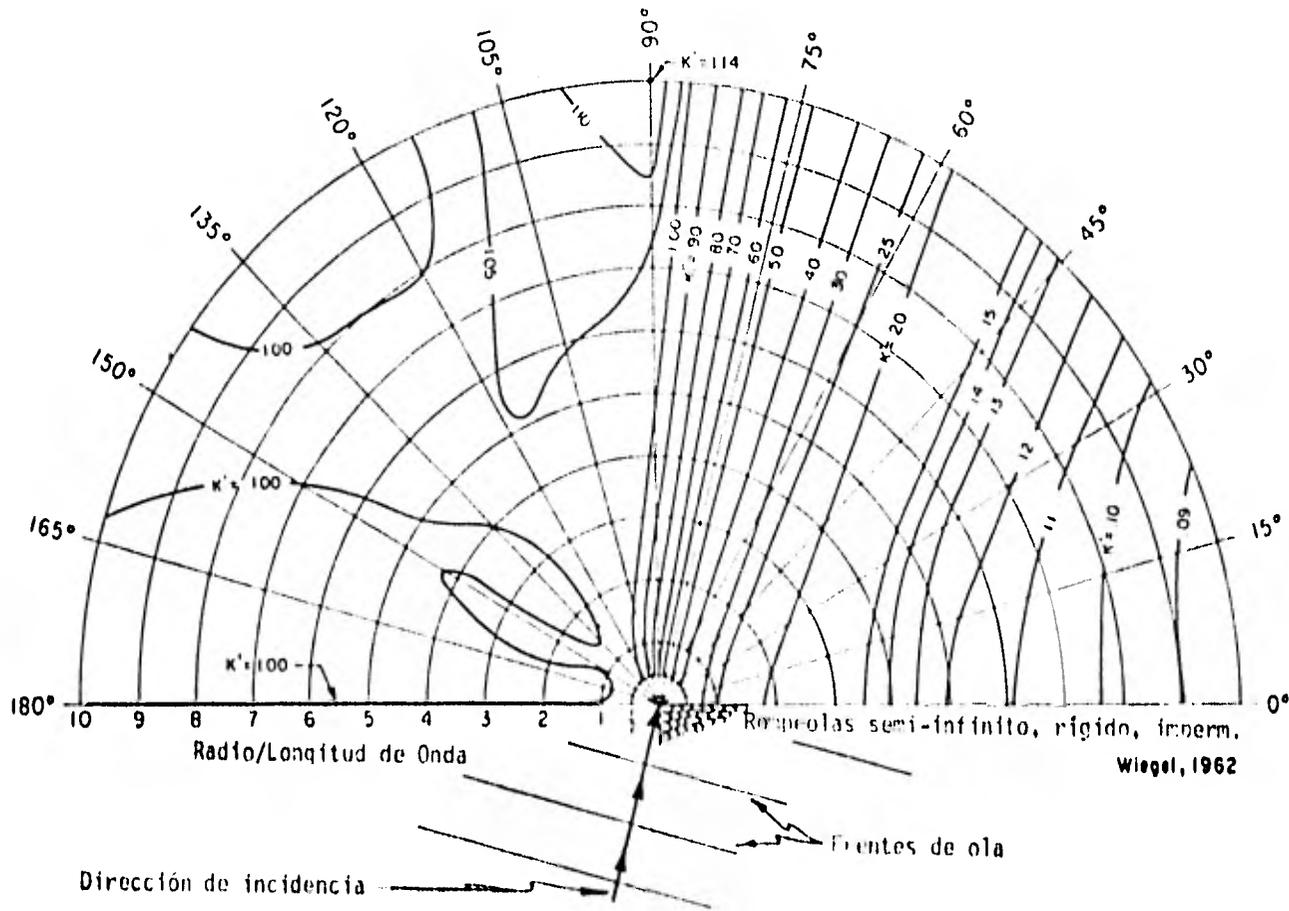


Fig. 3.11 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 75°)



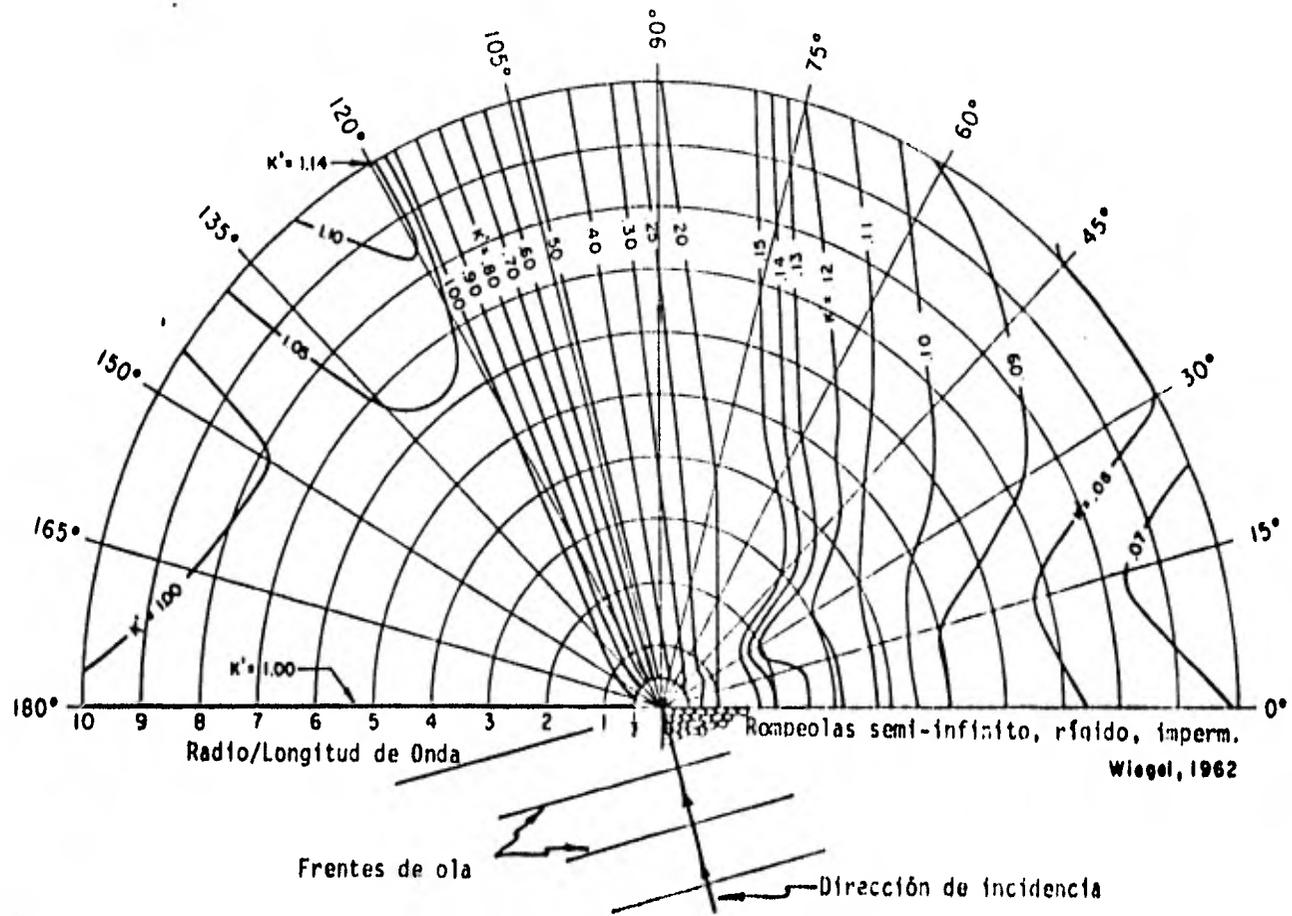


Fig. 3.13 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 105°)

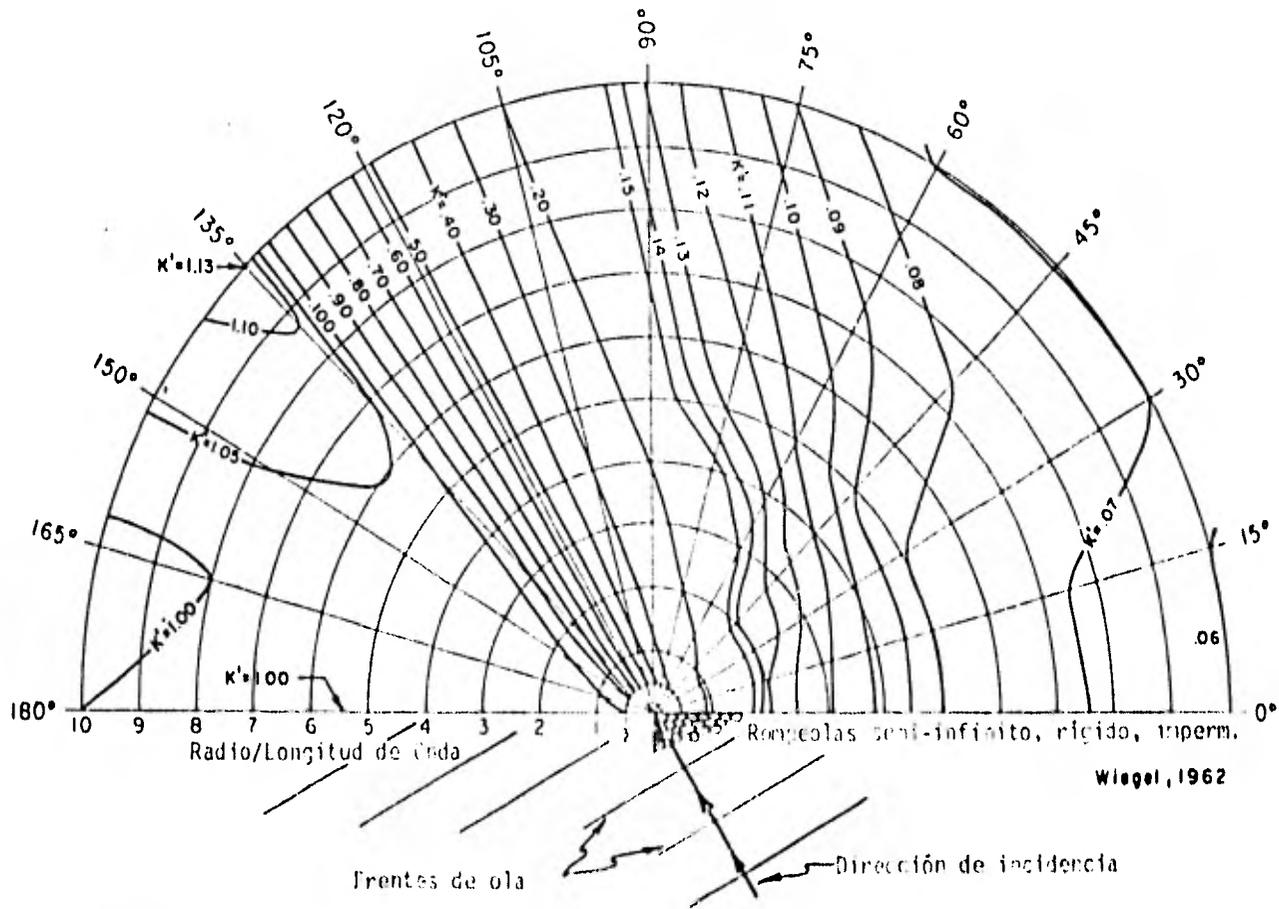


Fig. 3.14 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 120°)

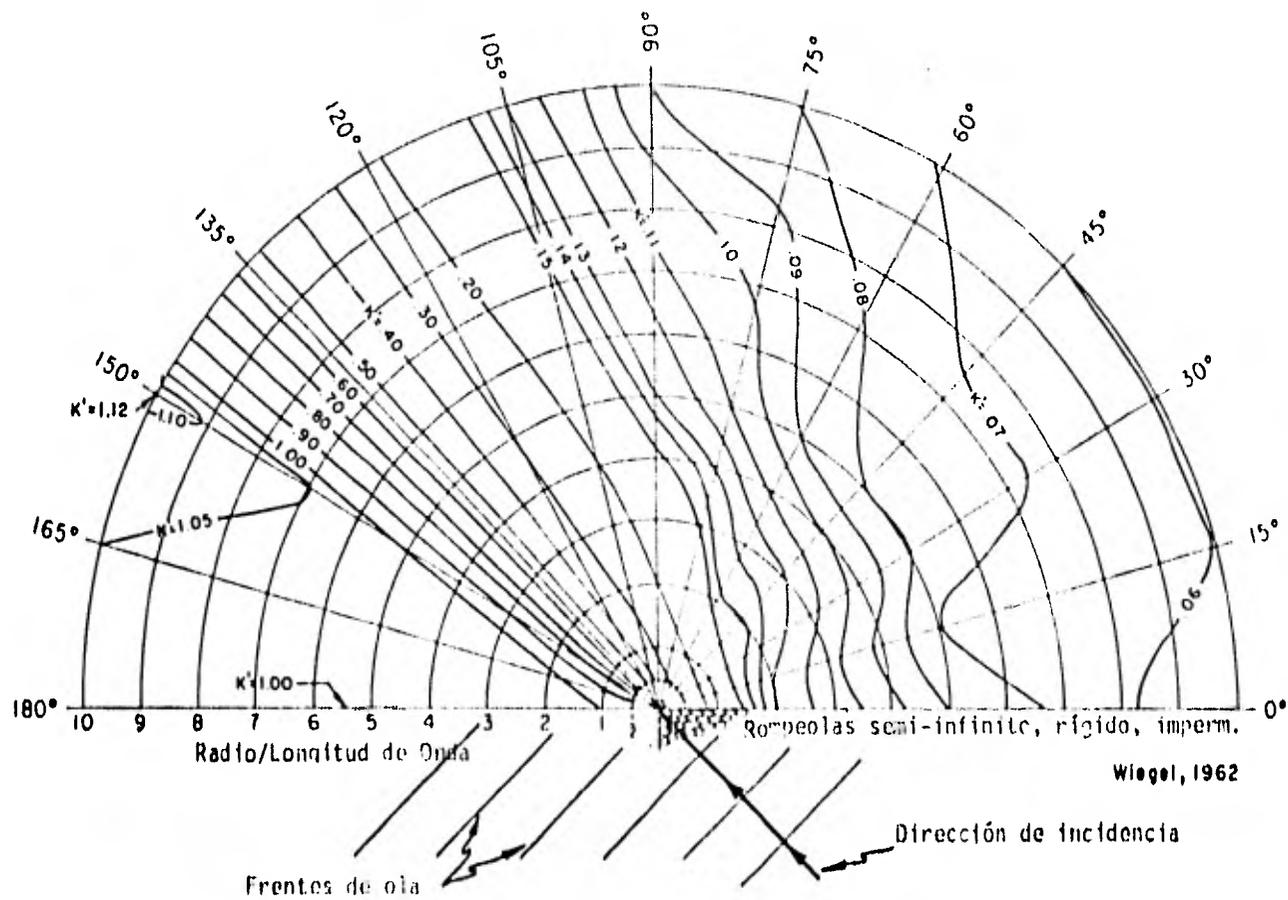


Fig. 3.15 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 135°)

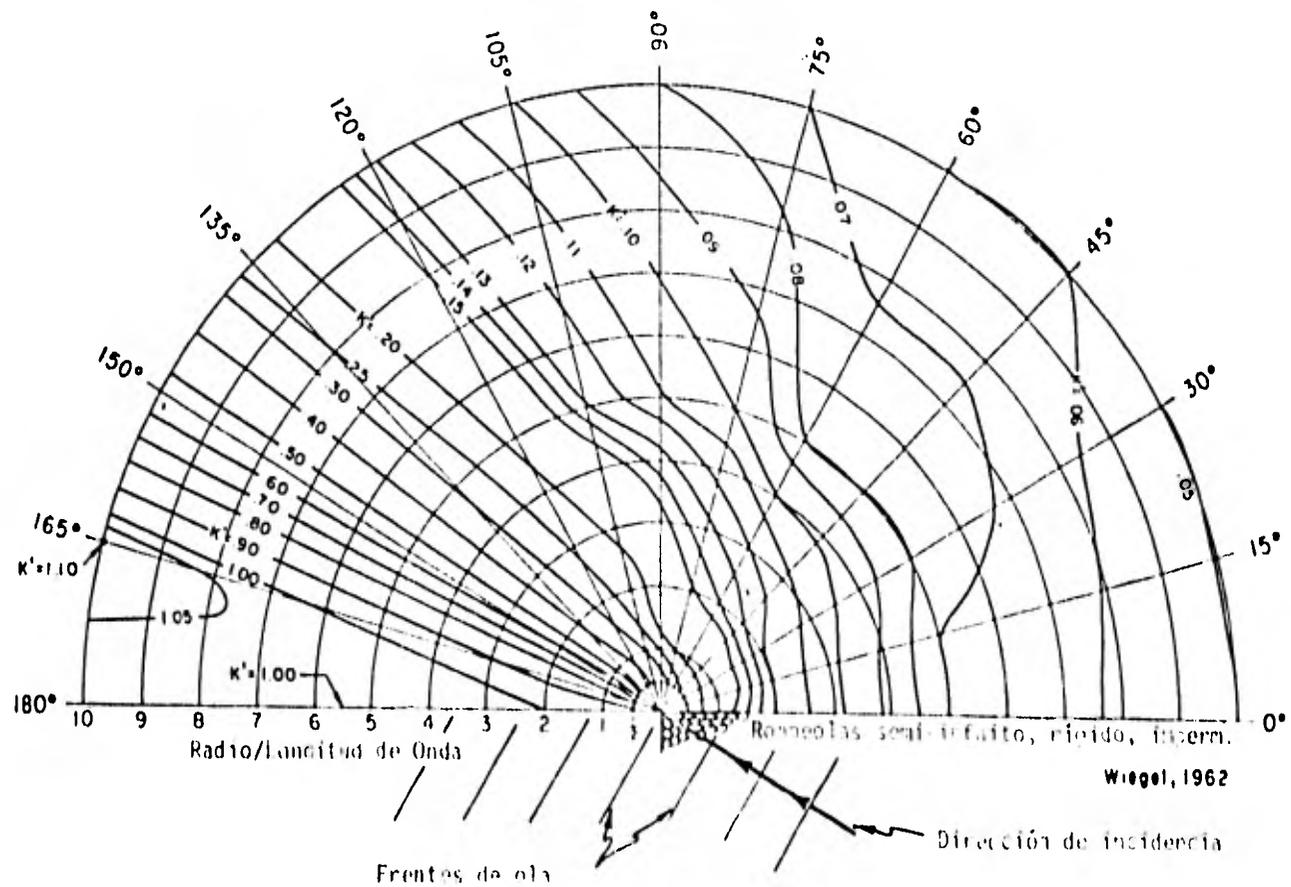


Fig. 3.16 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 150°)

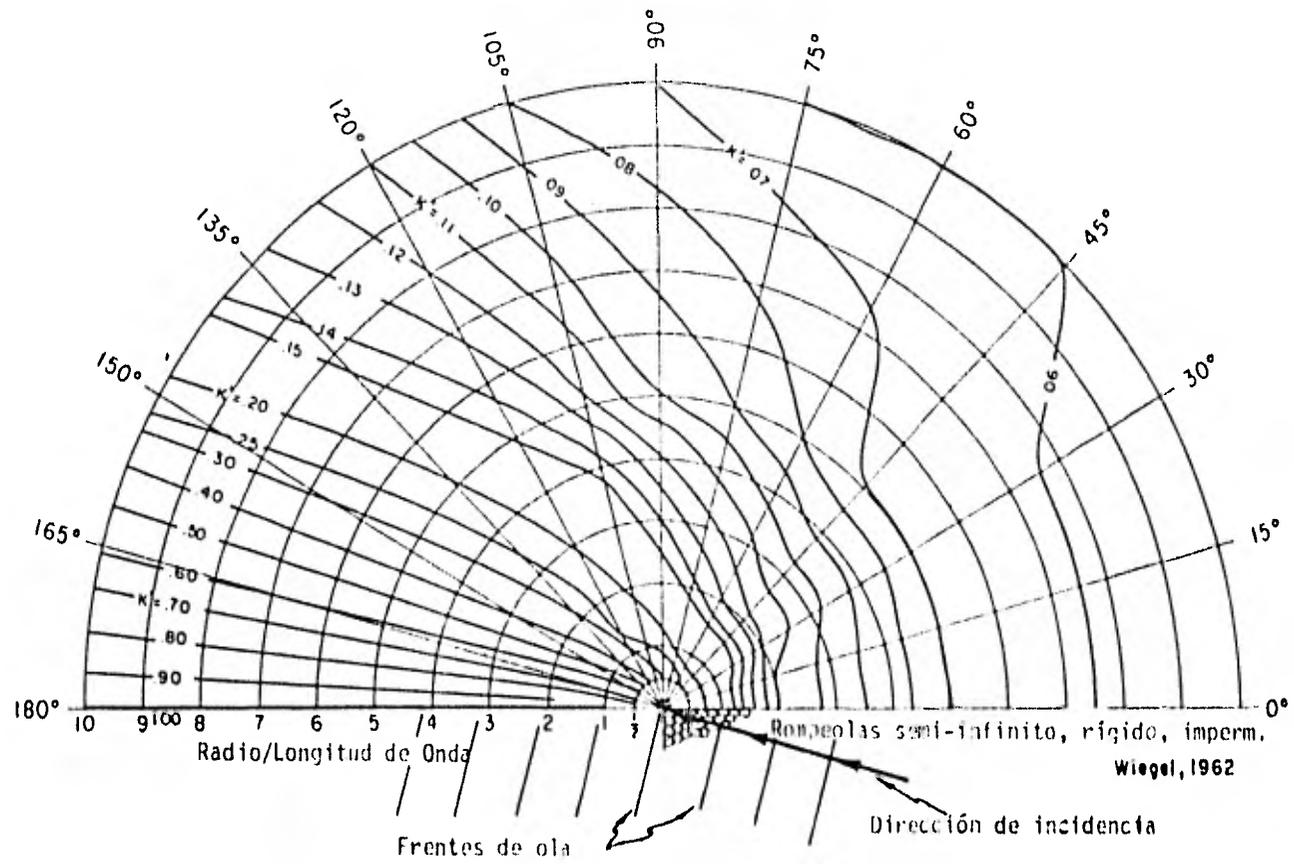


Fig. 3.17 Diagramas de Difracción (ángulo de incidencia = 165°)

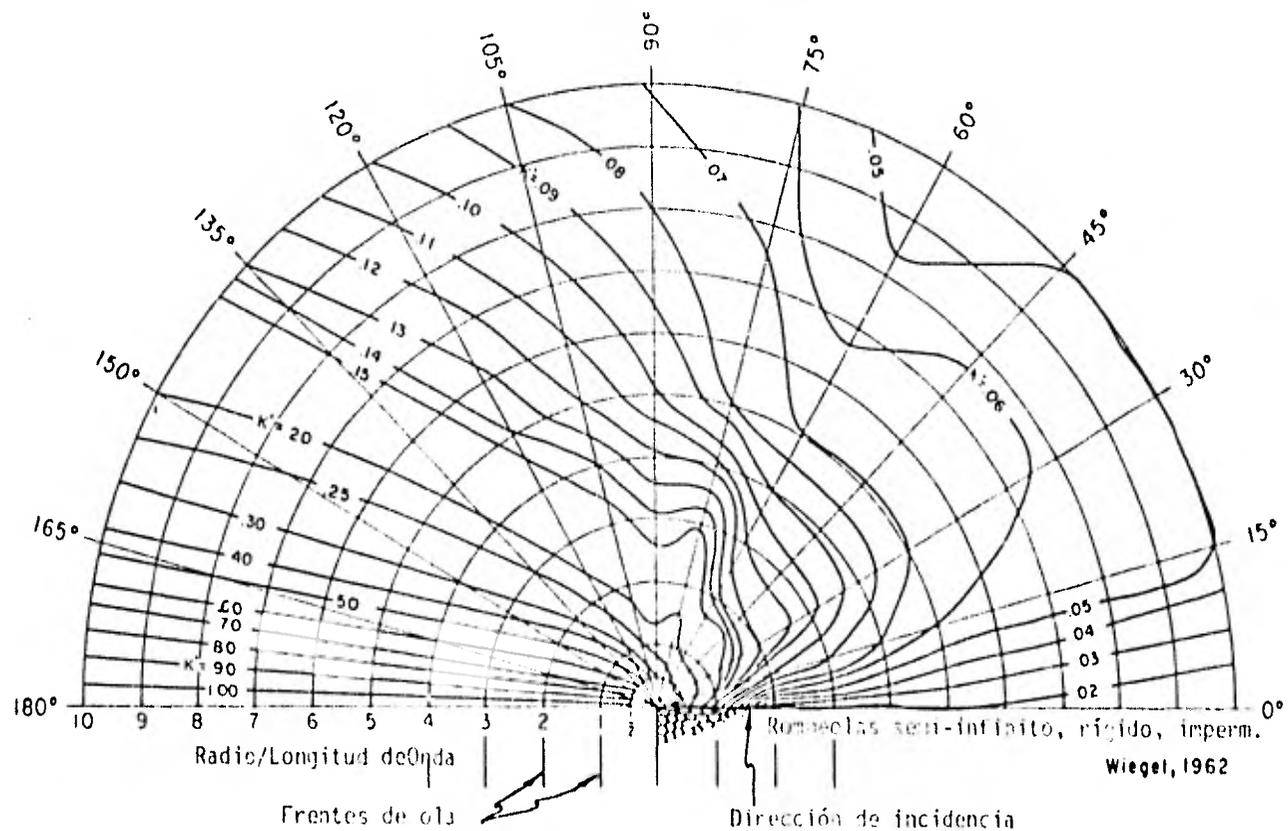


Fig. 3.18 Diagramas de Difracción (Ángulo de incidencia = 180°)

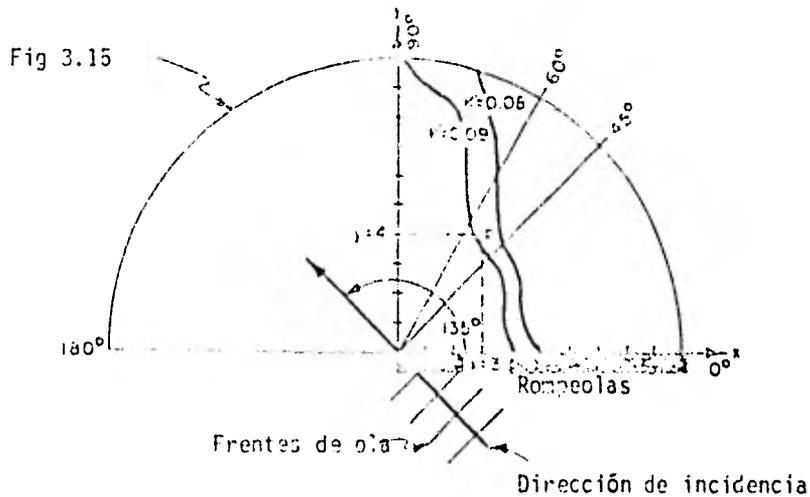
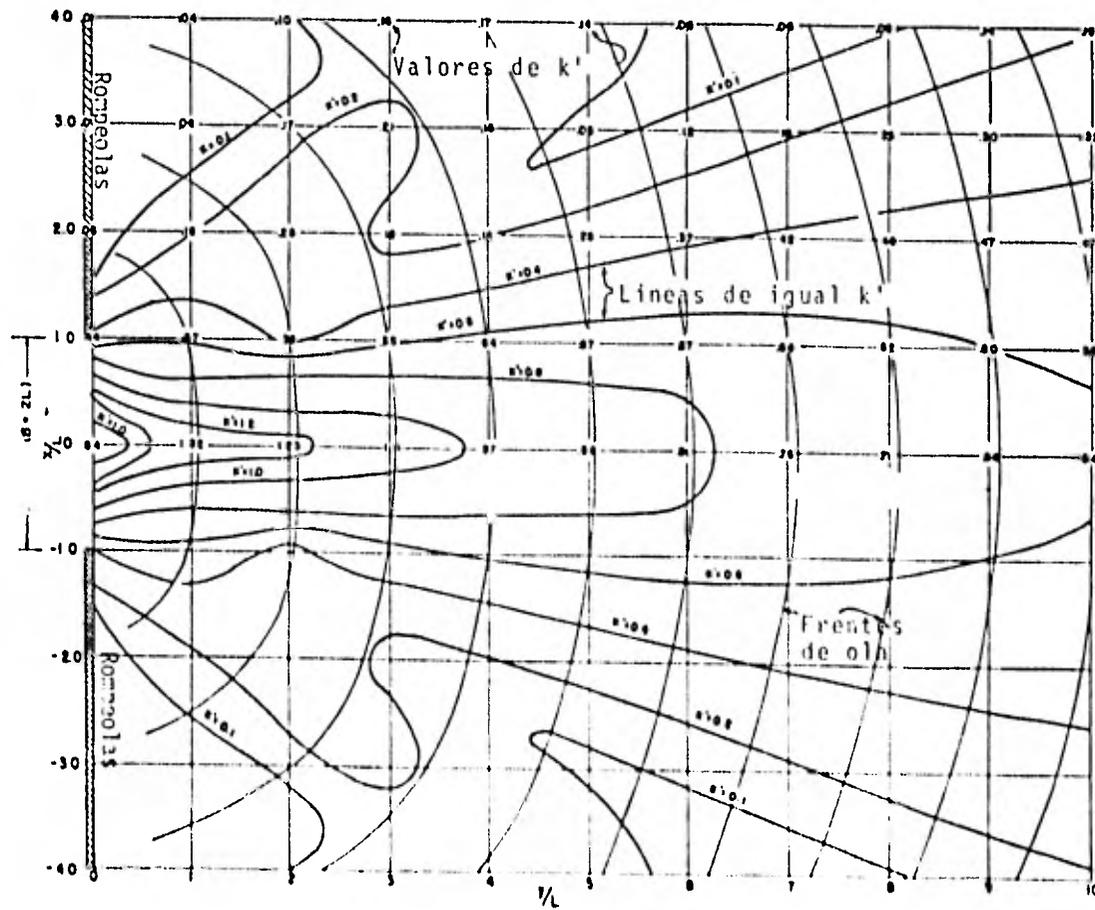


Fig. 3.19 Ejemplo del uso de los diagramas de difracción.

3.2.1.b Difracción por efecto de una abertura menor a  $5L$  incidencia normal ( $90^\circ$ ).

La solución a este problema es más compleja, y no es posible construir diagramas para todas las condiciones. Se debe construir un diagrama para distintas relaciones  $B/L$  ( $B$  = ancho de la abertura,  $L$  = longitud de onda).

En las figuras 3.20 a 3.30 se muestran diagramas para diferentes valores de  $B/L$ .



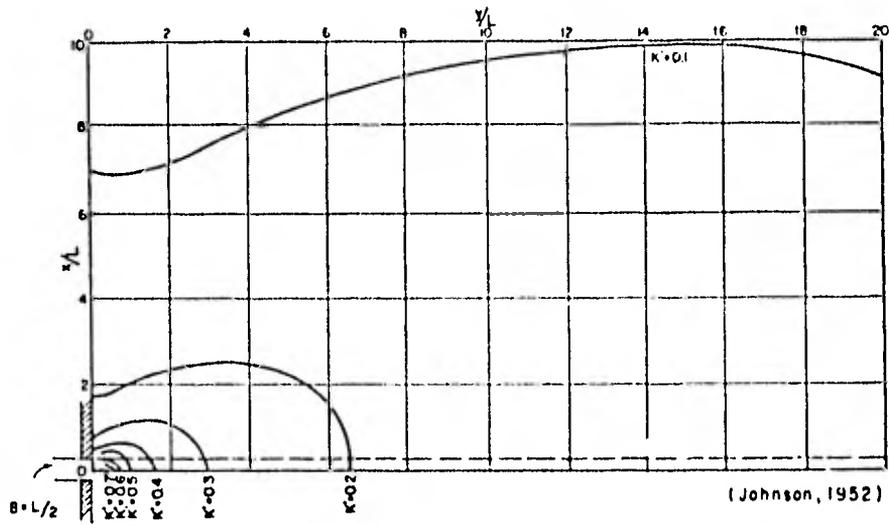


Fig. 3.21 Diagramas de Difracción para una abertura de 0.5 longitudes de onda ( $B/L=0.5$ ).

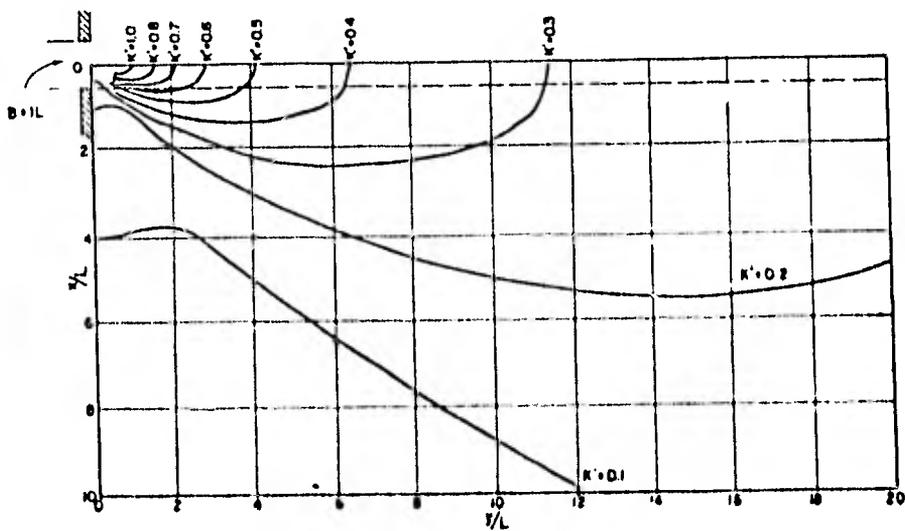


Fig. 3.22 Diagramas de Difracción para una abertura de 1.0 longitudes de onda ( $B/L=1$ ).

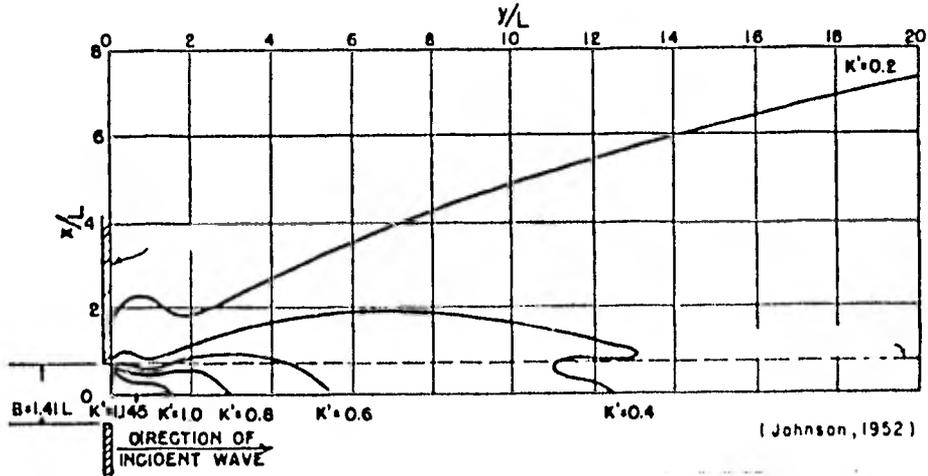


Fig. 3.23 Diagramas de Difracción para una abertura de 1.41 longitudes de onda ( $B/L=1.41$ ).

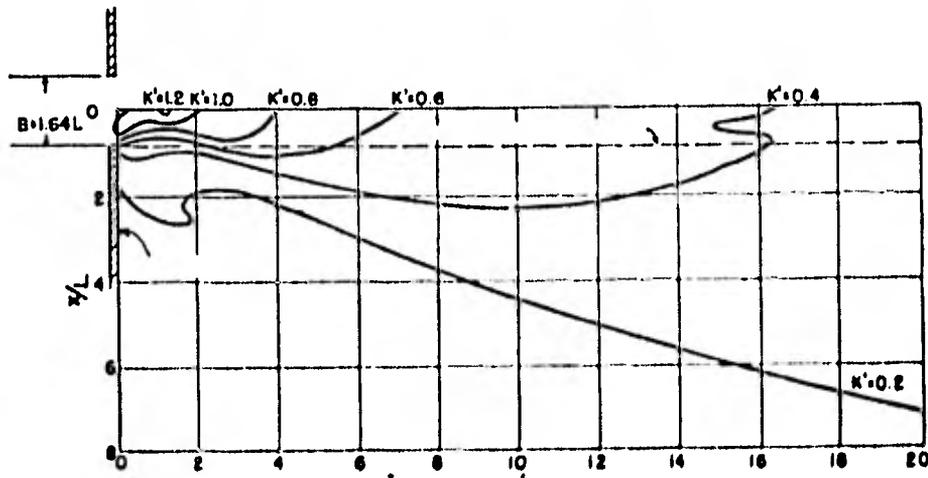


Fig. 3.24 Diagramas de Difracción para una abertura de 1.64 longitudes de onda ( $B/L=1.64$ ).

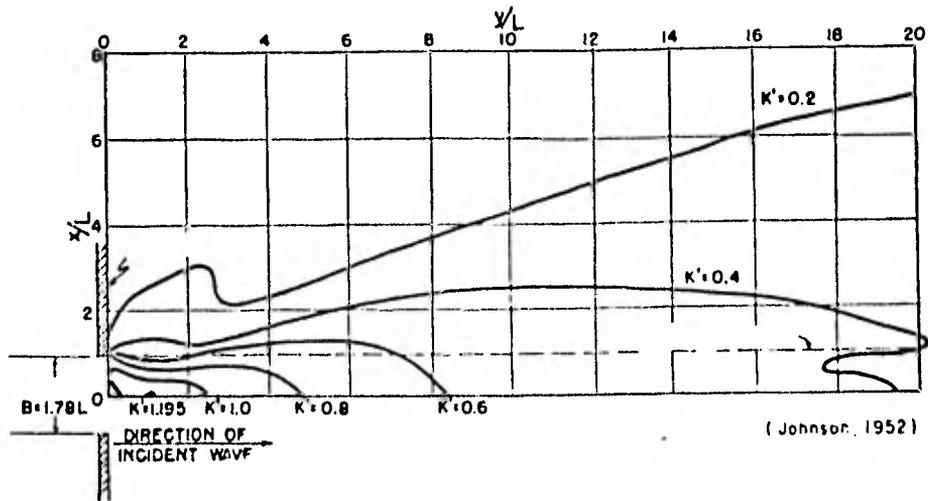


Fig. 3.25 Diagramas de Difracción para una abertura de 1.78 longitudes de onda ( $B/L=1.78$ ).

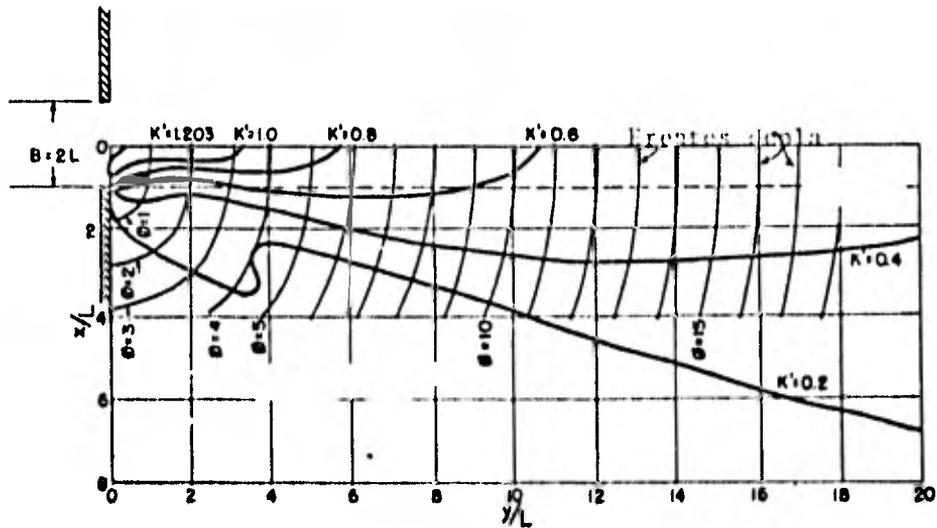


Fig. 3.26 Diagramas de Difracción para una abertura de 2.0 longitudes de onda ( $B/L=2$ ).

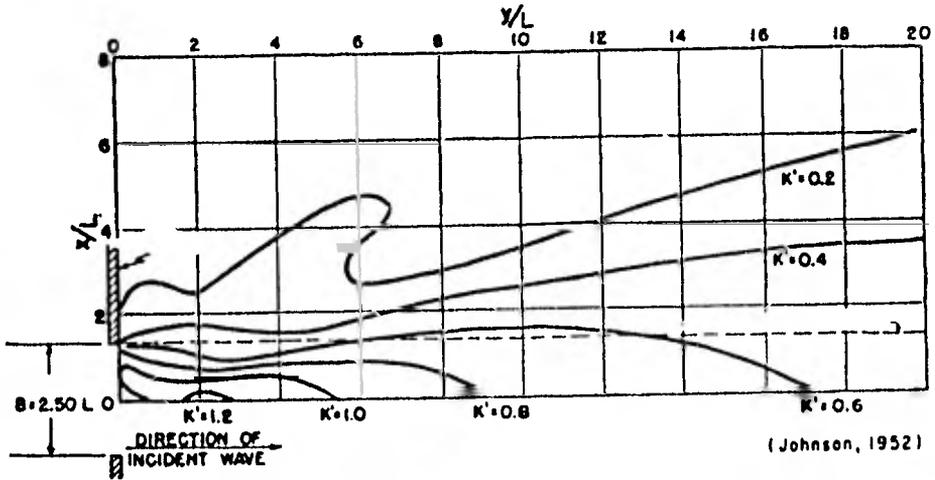


Fig. 3.27 Diagramas de Difracción para una abertura de 2.5 longitudes de onda ( $B/L=2.5$ ).

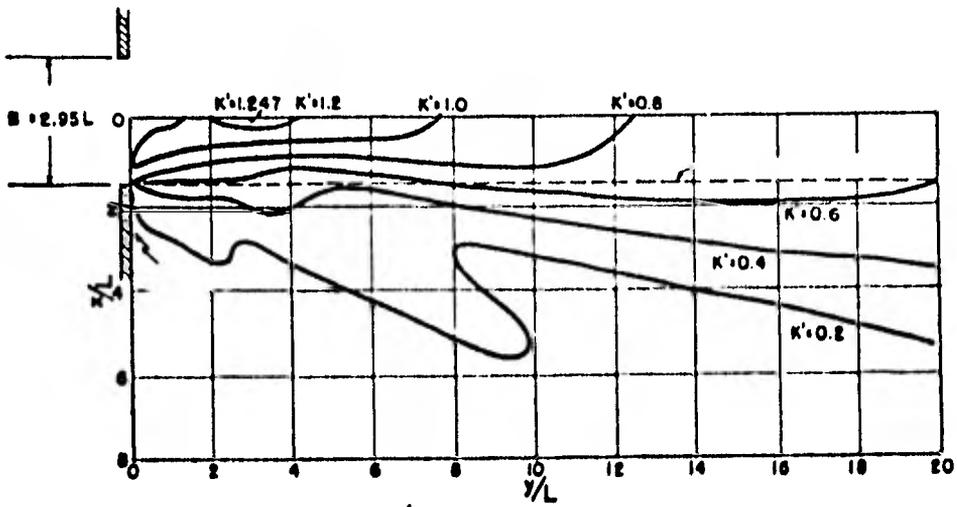


Fig. 3.28 Diagramas de Difracción para una abertura de 2.95 longitudes de onda ( $B/L=2.95$ ).

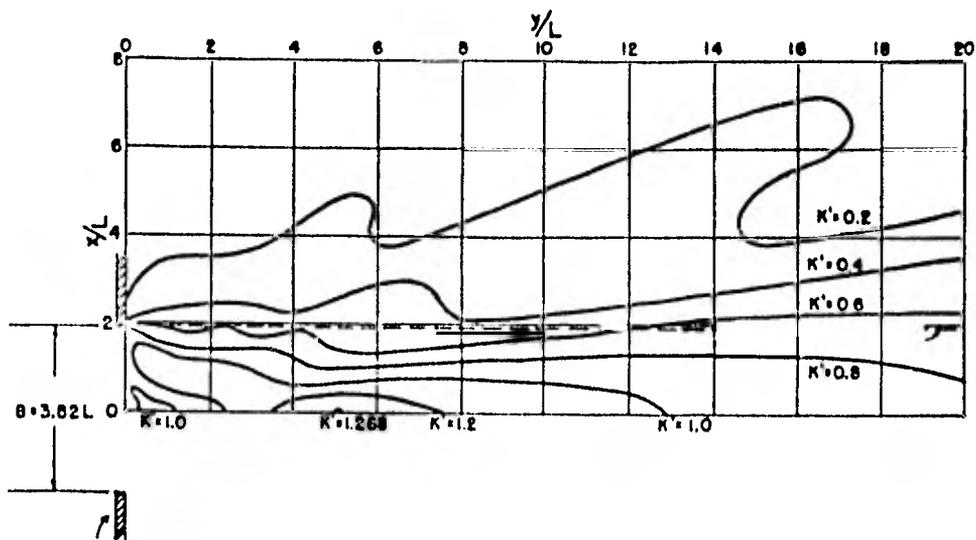


Fig. 3.29 Diagramas de Difracción para una abertura de 3.82 longitudes de onda ( $B/L = 3.82$ ).

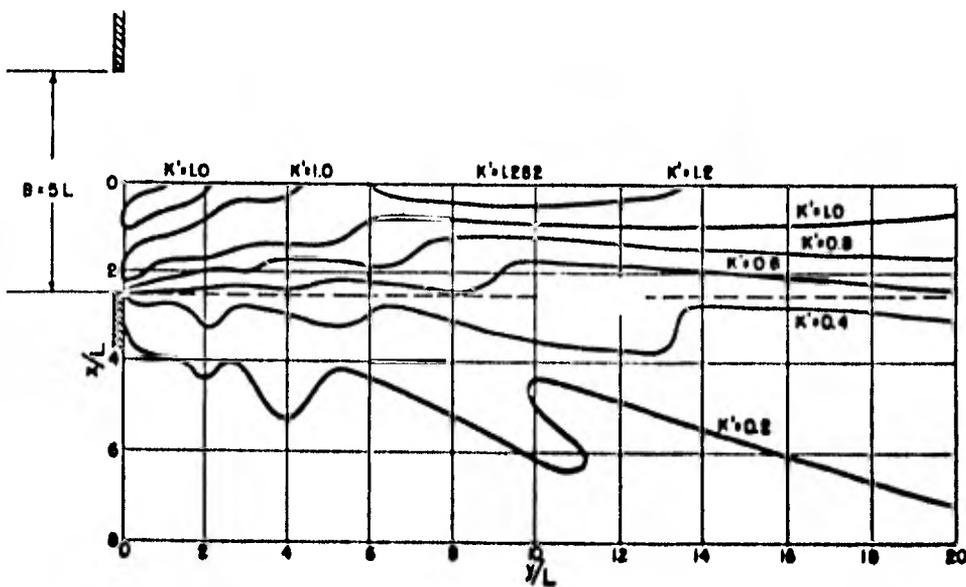


Fig. 3.30 Diagramas de Difracción para una abertura de 5.0 longitudes de onda ( $B/L = 5$ ).

En la fig. 3.26 se muestra la forma de los frentes-de ola.

### 3.2.1.c Difracción por efecto de una abertura mayor a $5L$ e incidencia normal.

Cuando la abertura entre rompeolas es mayor a  $5L$ , los efectos de difracción, pueden ser considerados independientes para cada extremo de los rompeolas, por lo que se puede utilizar el diagrama de la fig. 3.12. (Ver fig.3.31).

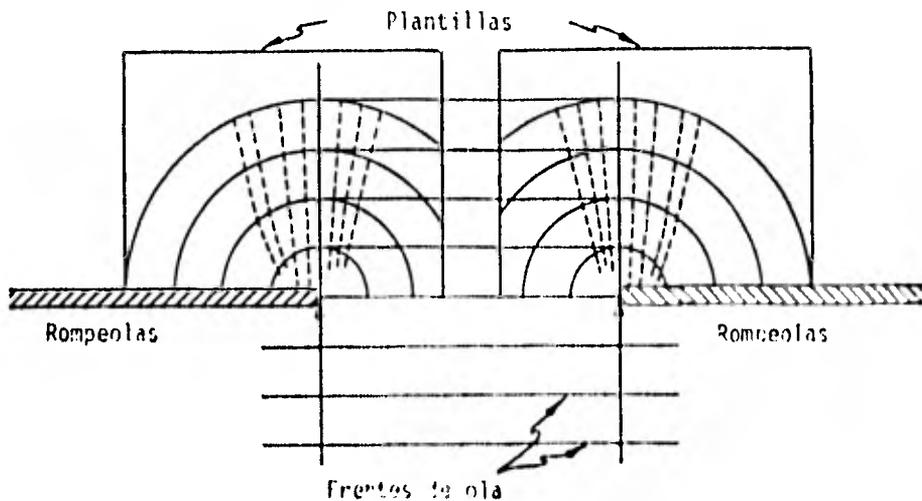


Fig. 3.31 Método de construcción de diagramas de Difracción para aberturas mayores a 5 longitudes de onda ( $B/L > 5$ ).

3.2.1.d Difracción por una abertura, con incidencia diferente a  $90^\circ$ .

Cuando el oleaje incide en la abertura con un cierto ángulo, los diagramas difieren de aquel que considera un ángulo de incidencia de  $90^\circ$ .

Una aproximación de los diagramas puede hacerse, considerando el ancho de la abertura, igual al ancho de su proyección en la dirección del frente de ola (Ver. Fig. 3.32.)

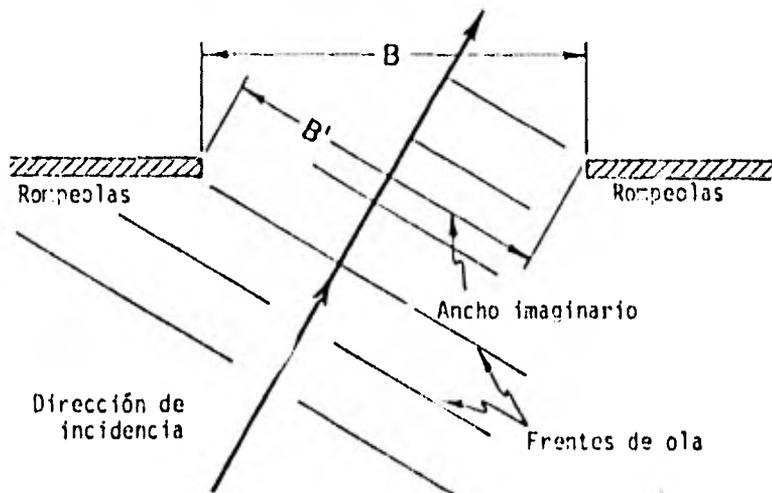


Fig. 3.32 Incidencia oblicua un rompeolas con abertura.

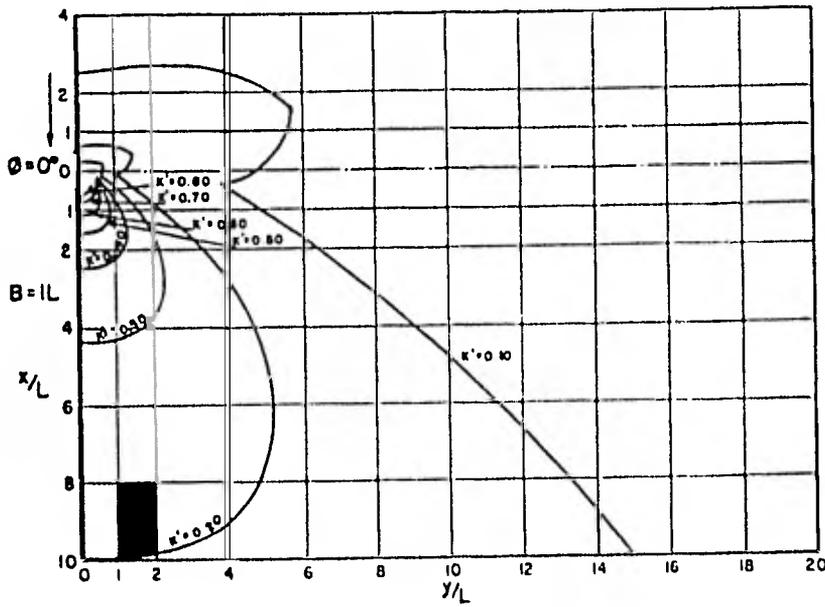


Fig. 3.33 Diagramas de Difracción para ángulo de incidencia =  $0^\circ$

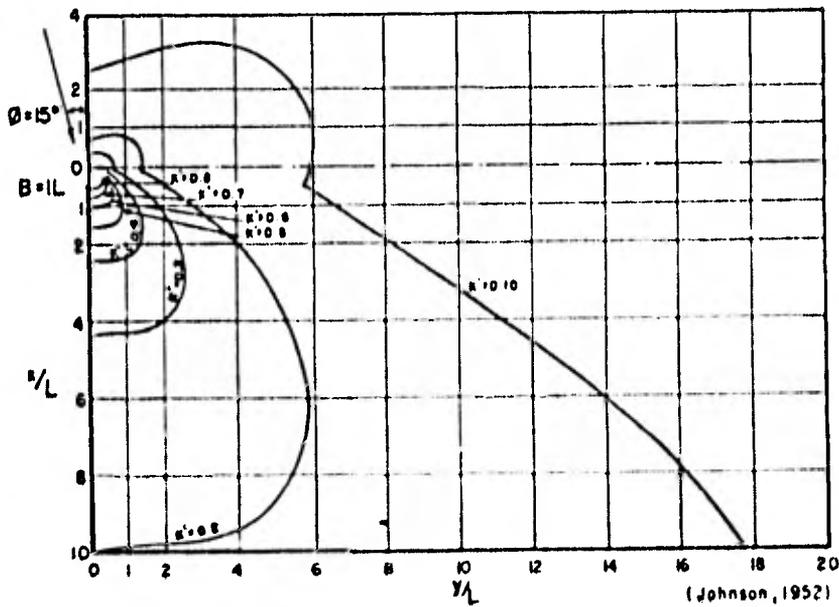


Fig. 3.34 Diagramas de difracción para ángulo de incidencia =  $15^\circ$

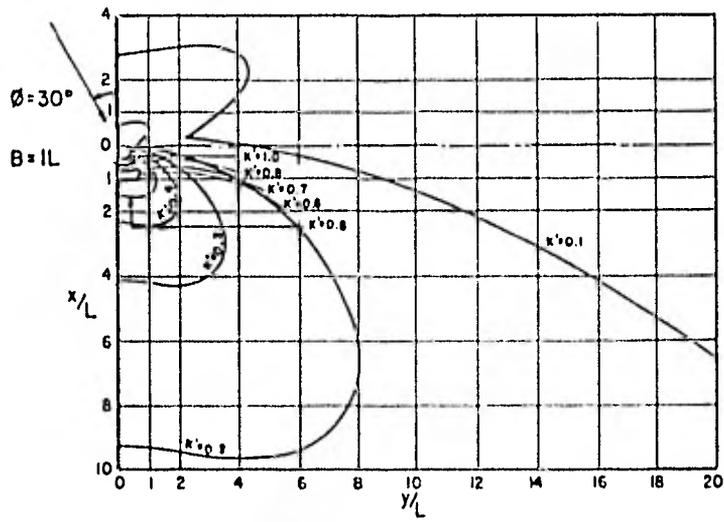


Fig. 3.35 Diagramas de Difracción para ángulo de incidencia =  $30^\circ$

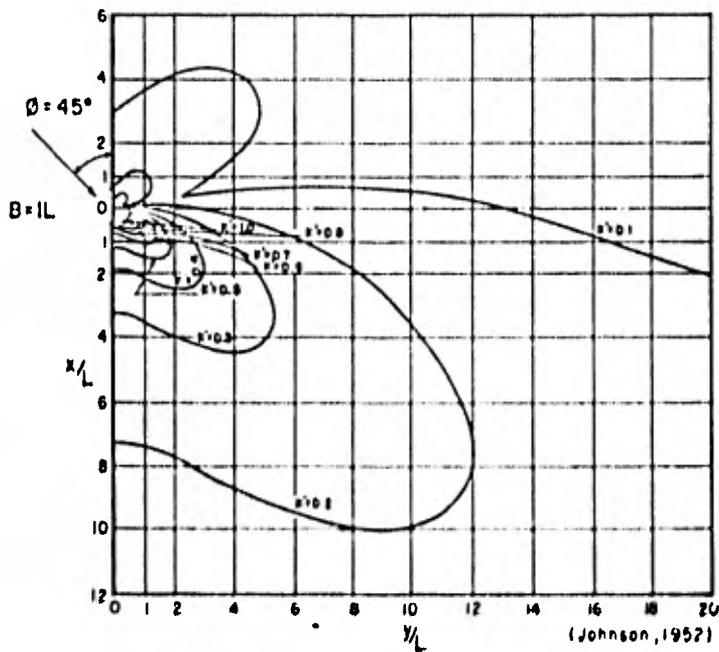


Fig. 3.36 Diagramas de Difracción para ángulo de incidencia =  $45^\circ$

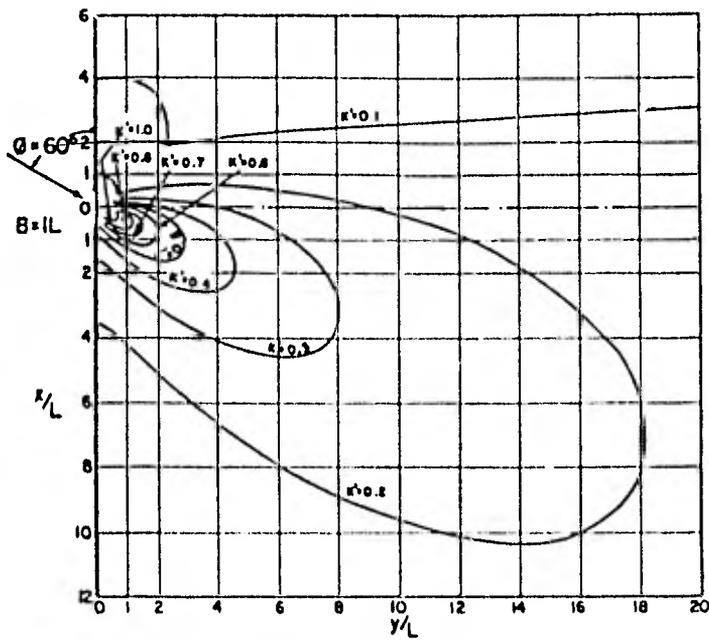


Fig. 3.37 Diagramas de Difracción para ángulo de incidencia =  $60^\circ$

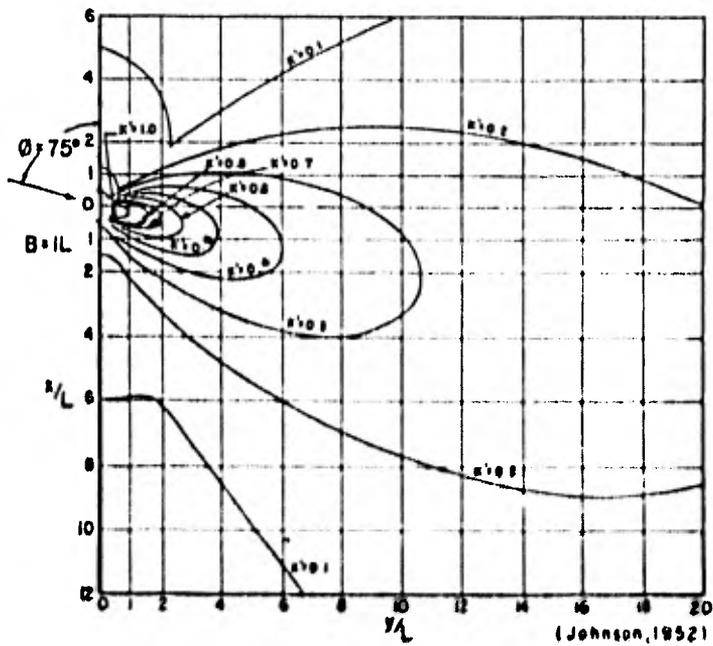


Fig. 3.38 Diagramas de Difracción para ángulo de incidencia =  $75^\circ$

Para una relación de  $B/L=1$ , se han hecho diagramas con distintos ángulos de incidencia. En las fig. 3.33 a - 3.38 se muestran estos.

### 3.2.2 REFRACCION Y DIFRACCION COMBINADAS

Normalmente alrededor de un rompeolas no se presenta una batimetría constante, por lo que además del efecto de difracción, también se presenta el de refracción. Sin embargo no se ha podido desarrollar una teoría que combine ambos efectos.

Una aproximación se puede hacer siguiendo 3 pasos:

- 1) Construyendo el diagrama de refracción, hasta llegar al rompeolas.
- 2) En este punto utilizar los diagramas de difracción, considerando 3 o 4 longitudes de onda (de ser posible).
- 3) Con el frente de ola que se tenga en este punto, obtener diagrama de refracción, hasta llegar a la profundidad de rompiente.

El método se ilustra en la Fig. 3.39.

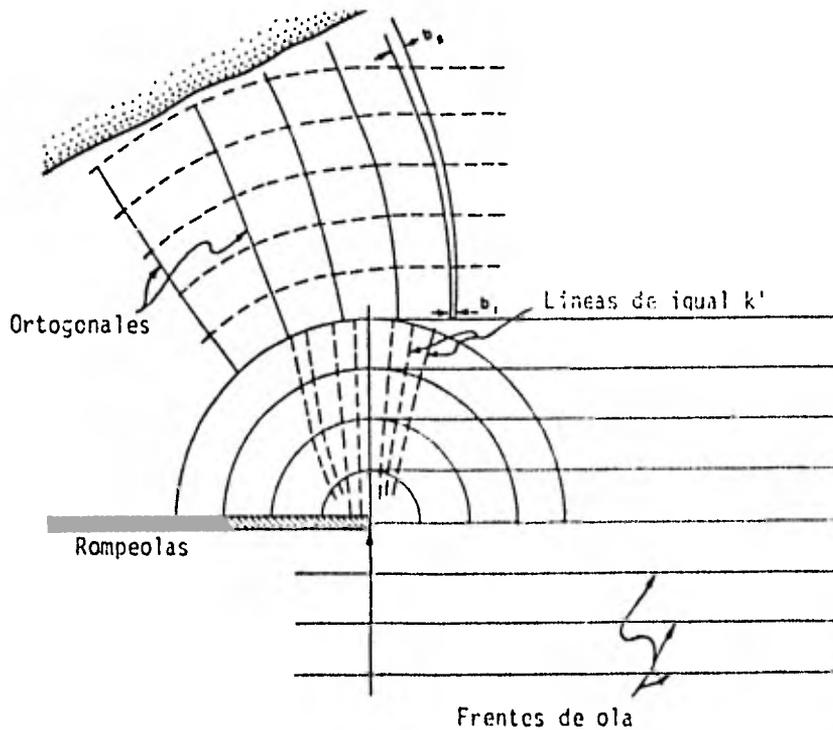


Fig. 3.39 Refracción y Difracción combinadas.

### 3.3 REFLEXION

El oleaje puede ser total o parcialmente reflejado, tanto por obstáculos o barreras naturales como artificiales.

El fenómeno es de importancia especialmente en el diseño de puertos y estructuras costeras, ya que un mal di

seño puede hacer que no se disipe adecuadamente la energía del oleaje, al reflejarse éste en las estructuras.

Una medida de la capacidad de la barrera para reflejar el oleaje lo da el "Coeficiente de Reflexión" o  $R$ , y tiene un valor igual a:

$$R = \frac{H_r}{H_i}$$

Donde:  $H_r$  = Altura de ola reflejada.  
 $H_i$  = Altura de ola incidente.

La magnitud de  $R$  varia desde 1.0 para reflexión total, hasta 0.0, sin embargo pequeños valores de  $R$  no necesariamente implican que la energía de la ola es disipada, puesto que esta puede ser transmitida a través de la estructura, si ésta es permeable. Un "Coeficiente de Transmisibilidad de Energía" se ha definido como la relación entre la altura de ola transmitida, y la altura de ola incidente.

En general ambos coeficientes, el de reflexión y el de transmisibilidad de energía, dependen de la geometría y consistencia de la estructura, y por supuesto de las características de la ola incidente.

### 3.3.1 REFLEXION POR PAREDES VERTICALES, IMPERMEABLES (TEORIA LINEAL).

Las paredes verticales e impermeables pueden reflejar casi toda la energía del oleaje, por lo que el coeficiente de reflexión ( $R$ ), será aproximadamente 1, y por supuesto la altura de ola reflejada será casi igual a la altura de ola incidente.

El movimiento de la ola enfrente de una pared perfectamente reflejante, vertical, puede ser determinado por la superposición de dos olas con número y frecuencia angular idénticos pero en sentido contrario.

La superficie de la ola incidente se puede representar con la ec. 2.2.

$$y_{\delta_i} = \frac{H_i}{2} \cos(kx - \omega t)$$

Y la de la ola reflejada

$$y_{\delta_r} = \frac{H_r}{2} \cos(kx - \omega t)$$

Sumando  $y_{\delta_i}$  y  $y_{\delta_h}$  y ya que  $H_i = H_h$

$$y_h = y_{\delta_i} + y_{\delta_h} = \frac{H_i}{2} (\cos(kx - \sigma t) + \cos(kx + \sigma t))$$

Y reduciendo

$$y_h = H_i \cos(kx) \cos(\sigma t) \quad \dots (3.6)$$

La ec. 3.6, representa la superficie del agua de -- una ola estacionaria o Clapotis, la que es periódica en -- tiempo y en  $x$ , teniendo una máxima altura  $2H_i$  cuando el  $\cos(kx)$   $\cos(\sigma t)$  son iguales a 1. Para algunos puntos (no-- dos), la superficie del agua permanece al nivel de reposo, para cualquier valor de  $t$ , y para otros (antinodos), la -- superficie del agua oscila  $2H_i$ , o sea 2 veces la altura de ola incidente (Ver fig. 3.40).

### 3.3.2 RESONANCIA EN ZONAS CERRADAS

Utilizando el método de la ola estacionaria, ante-- riormente descrito, es posible tener idea del comportamien-- to del fenómeno de resonancia. La posible resonancia en-- tre 2 paredes verticales puede ser descrita, considerando-- que las paredes se encuentran en puntos correspondientes -- a antinodos.

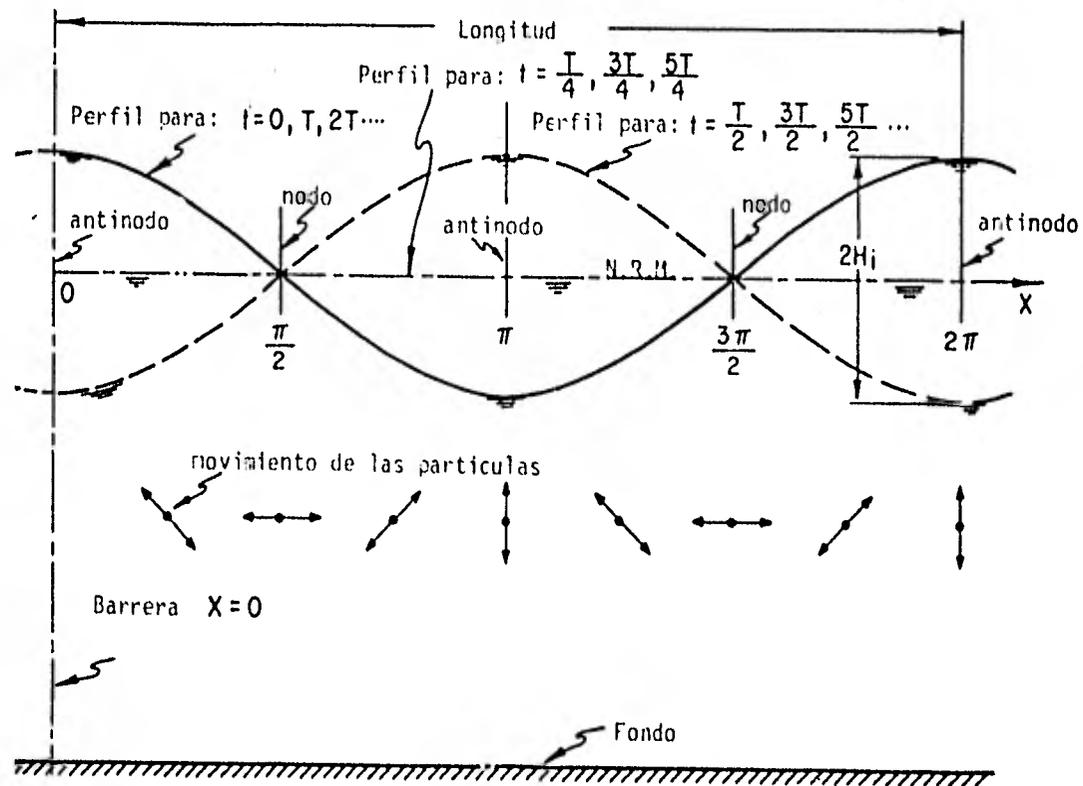


Fig. 3.40 Ola estacionaria, reflejada totalmente por una barrera vertical.

Colocando una pared en  $x=0$  , y la otra en  $x=\pi$  , es to es, que la distancia entre paredes ( $\ell$ ) es igual a  $L/2$  , se tiene que:

A partir de la ec. 2.17

$$t = \left( \frac{4\pi\ell}{g \tanh(\pi d/\ell)} \right)^{1/2} \quad \dots(3.7)$$

Siendo  $T$  el periodo de oscilación.

El siguiente modo de resonancia ocurre cuando:  $x=0$  y  $x=2\pi$  es decir cuando  $\ell=L$  .

En realidad podrá presentarse resonancia en toda zo na cerrada, artificial o naturalmente, en que se cumpla el que la longitud de onda incidente sea:

$$L = \frac{2\ell}{j} \quad \dots(3.8)$$

Siendo:  $j = 1, 2, 3, \dots$

Por lo que la forma general de la ec. 3.7 queda:

$$\tau_j = \left( \frac{4\pi\ell}{jg \tanh(\pi d_j/\ell)} \right)^{1/2} \quad \dots (3.9)$$

La ec. 3.9, fué desarrollada suponiendo que las --- "fronteras" son verticales e impermeables.

### 3.3.3 REFLEXION DEL OLEAJE EN LAS PLAYAS

La cantidad de energía que refleja una playa depende de la granulometría, permeabilidad y pendiente de ésta, así como de la esbeltez y ángulo de aproximación de las -- olas.

Miche (1951) supuso que para el caso de las playas, el coeficiente de reflexión  $R$  debía ser producto de 2 componentes:

$$R = R_1 R_2 \quad \dots (3.10)$$

Donde  $R_1$  depende de la granulometría y permeabilidad de la playa, y  $R_2$  de la pendiente de la misma y la esbeltez de la ola.

Mediciones hechas por Shoemaker y Thijsse (1949) -- sirvieron de apoyo a Miche, para establecer que  $R_1 \approx 0.8$  para playas suaves e impermeables,  $R_1 \approx 0.3$  a  $0.6$  para pendientes accidentadas ó estructuras escalonadas.

El factor  $R_2$  esta dado por:

$$R_2 = \begin{cases} \frac{(H_o/L_o)_{max}}{H_o/L_o} & , \text{para } (H_o/L_o) > (H_o/L_o)_{max} \quad \dots (3.11a) \\ 1 & , \text{para } (H_o/L_o) \leq (H_o/L_o)_{max} \quad \dots (3.11b) \end{cases}$$

Donde  $(H_o/L_o)_{max}$  es una constante, para cada playa, y está dado por:

$$(H_o/L_o)_{max} = \left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\text{sen}^2 \beta}{\pi} \quad \dots (3.12)$$

Donde  $\beta$  es el ángulo que forma la playa con la horizontal. ( $\tan \beta$  = pendiente de la playa).

La fig. 3.41 representa la ec. 3.12 y la fig. 3.42 la ec. 3.11, y son válidas para playas impermeables, y --- oleaje aproximándose en ángulo recto.

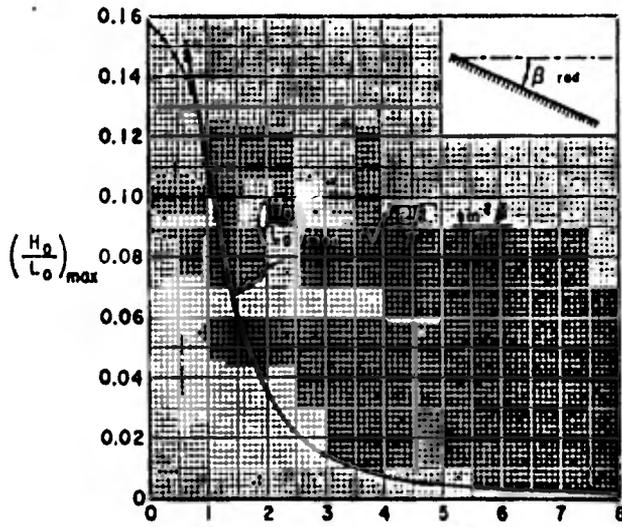


Fig. 3.41  $(H_o/L_o)_{max}$  — Pendiente

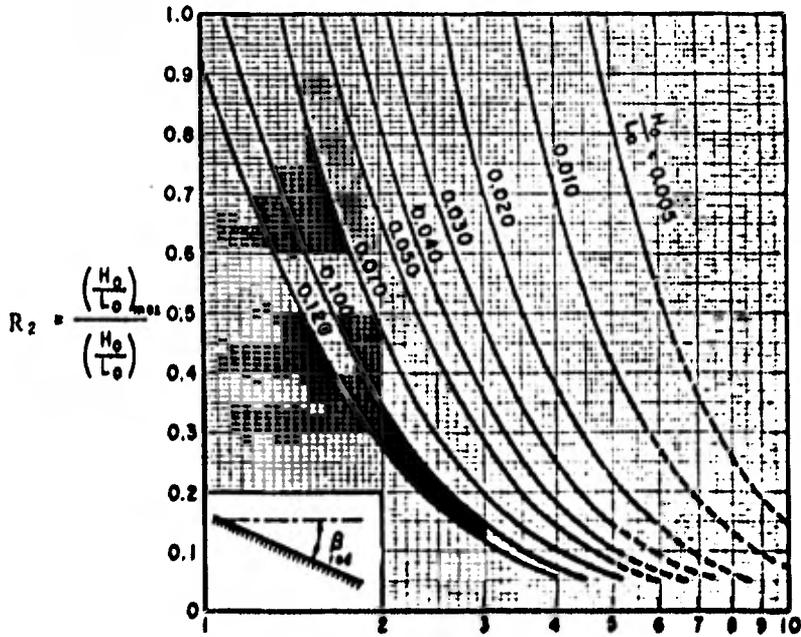


Fig. 3.42  $R_2$  — pendiente, para varios  $H_o/L_o$

## CAPITULO CUATRO

### CARACTERISTICAS DEL OLEAJE REAL.

Hasta el momento las diversas teorías del oleaje y los fenómenos de refracción, difracción y reflexión han sido tratados considerando una ola ideal monocromática.

El mar presenta un oleaje que generalmente tiene diversos periodos, alturas y aún direcciones.

Un registro típico del oleaje, como el mostrado en la figura 4.1, nos muestra la irregularidad del oleaje real.

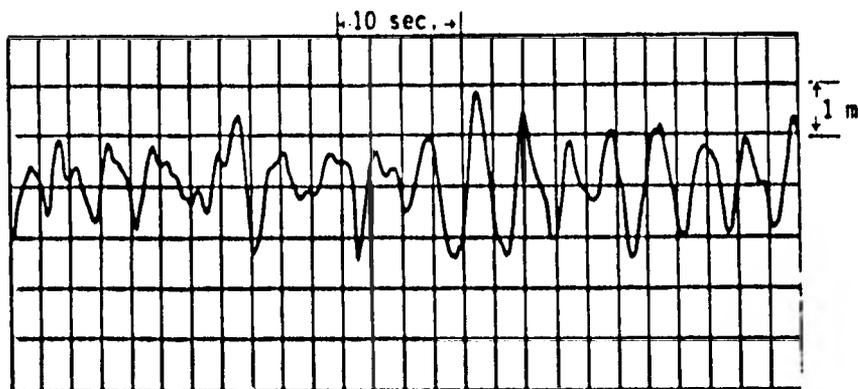


Fig. 4.1 Típico registro de oleaje.

Por lo anterior, se deduce que para poder aplicar las teorías descritas en capítulos anteriores, es necesario idealizar el oleaje. Para esto se utilizan técnicas de estadística y probabilidad.

#### 4.1 OLA SIGNIFICANTE

La Ola Significante es la ola que representa las características de un oleaje real de manera monocromática.

Para definir el concepto de Ola Significante basta con definir su altura y período a partir de las observaciones del oleaje.

##### 4.1.1 ALTURA DE OLA SIGNIFICANTE

Munk en 1944 definió la Altura de Ola Significante como la altura del 33 1/3% de olas más altas dentro de un grupo de olas.

Para calcular la altura significativa, se ordenan las olas de acuerdo a su altura, y se obtiene el promedio del 33 1/3% de olas mayores, de entre las olas registradas.

La altura de ola significativa se representa por  $H_{1/3}$ ,

o simplemente  $H_s$ .

En caso de no existir información proveniente de -- campañas o estaciones de medición, es posible recurrir a fuentes como el Atlas of Sea And Swell, publicado por U.S. Naval Oceanographic Office la cual presenta las estadísticas de observaciones realizadas por buques en diferentes zonas perfectamente bien localizadas.

#### 4.1.1.a Determinación de la Altura de Ola Significante por medio de las Cartas del Sea and Swell.

Como se menciona anteriormente, las cartas de Sea and Swell, son cartas donde se lleva el registro estadístico del oleaje, presentando el resumen de observaciones por mes y por zona.

Las cartas Sea se refieren a oleaje local, y las -- Swell al oleaje distante, es decir al oleaje que esta aun en la zona de generación y el que ha avanzado mas allá de la zona de generación respectivamente.

Para cada zona y cada mes, existe una rosa de oleaje como la de la figura 4.2.

...

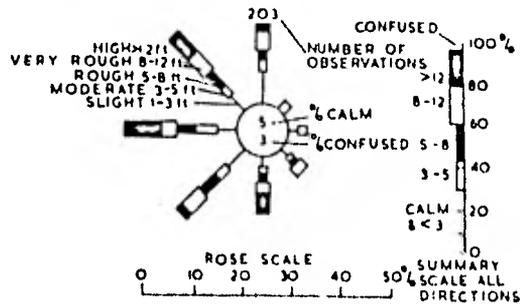


Fig. 4.2 Típica rosa de una carta SEA o SWELL.

Cada rosa consta de ocho direcciones representándose para cada una de ellas la distribución de alturas observadas durante el mes respectivo. La distribución de alturas se tiene en intervalos (1 a 3 pies, 3 a 5 pies, etc.), asociado a cada intervalo se tiene un porcentaje que indica el tiempo para cada mes en el cual se presenta un oleaje cuya altura de ola significativa está incluida en el intervalo y cuya dirección es la representada por el rayo correspondiente.

#### 4.1.2 PERIODO DE OLA SIGNIFICANTE

El período de ola significativa se obtiene por medio

de observaciones directas del oleaje y resulta ser el período promedio de 10 a 15 olas prominentes y sucesivas. Cuando se determina a partir de registro del oleaje, el período de la ola significativa es el período promedio de olas prominentes, siendo esta estimación subjetiva.

También es posible determinarlo al obtener el período promedio de todas las olas con valles que están por abajo del nivel medio y crestas por encima del nivel medio.

#### 4.2 VARIABILIDAD DE LA ALTURA DE OLA.

Cuando las alturas de olas individuales de un registro de varias olas se clasifican de mayor a menor, la frecuencia de ocurrencia de las olas mayores que una cierta altura arbitraria se puede determinar con una buena aproximación por medio de la forma acumulativa de la distribución de Rayleigh.

De acuerdo con la función de distribución de Rayleigh, la probabilidad que esa altura de la ola  $H$  sea mayor que un valor arbitrario  $\hat{H}$  esta dada por:

$$P(H > \hat{H}) = e^{-\left(\frac{\hat{H}}{\lambda m_0}\right)^2} \quad \dots(4.1)$$

Donde  $H_{\lambda m \Delta}$  es un parámetro de la distribución, y  $P(H > \hat{H})$  es el número  $n$  de olas mayores que  $\hat{H}$  dividido entre el número total de olas  $N$  que se tomaron en cuenta del registro. Por lo tanto  $P$  tiene la forma  $n/N$ . Al valor  $H_{\lambda m \Delta}$  se le denomina "la altura de la raíz cuadrada media" y se define por:

$$H_{\lambda m \Delta} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N H_j^2} \quad \dots(4.2)$$

Sustituyendo este valor en la ecuación 2.28 que define la energía total por longitud de onda, resulta al considerar la energía total por unidad de área:

$$(\bar{E})_A = \frac{\rho g}{8} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N H_j^2 \quad \dots(4.3)$$

Donde  $H_j$  es la altura de olas individuales sucesivas, y  $(\bar{E})_A$  es la energía promedio por unidad de superficie de todas las olas consideradas. Por lo tanto,  $H_{\lambda m \Delta}$  es una medida de energía promedio del oleaje. El cálculo de  $H_{\lambda m \Delta}$  por medio de la ecuación 4.2 es menos subjetivo que el cálculo directo de  $H_\Delta$  debido a que se le imprime mayor énfasis en las olas mayores y mejor definidas. El cálculo puede ser mas objetivo si se sustituye  $n/N$  por  $P(H > \hat{H})$

en la ecuación 4.1 y tomando logaritmos naturales en ambos miembros de dicha ecuación se obtiene:

$$\text{Ln}(n) = \text{Ln}(N) - (H_{\lambda m \delta})^2 \hat{H}^2 \quad \dots(4.4)$$

Que sustituyendo por:

$$y(n) = \text{Ln}(n)$$

$$a = \text{Ln}(N)$$

$$b = -H_{\lambda m \delta}^{-2}$$

$$X(n) = \hat{H}^2(n)$$

Se puede escribir:

$$y(n) = a + bX(n) \quad \dots(4.5)$$

Las constantes  $a$  y  $b$  se pueden determinar gráficamente. Los parámetros  $N$  y  $H_{\lambda m \delta}$  se pueden calcular a partir de  $a$  y  $b$ . El valor de  $N$  encontrado de esta manera es el valor que proporciona la mejor adaptación entre la distribución de las olas identificadas y la función de distribución de Rayleigh que es generalmente un poco mayor que el número de olas realmente identificadas en el registro.

Lo anterior parece razonable ya que algunas olas -- muy pequeñas generalmente se desprecian al interpretar el registro.

La ecuación 4.1 puede establecerse rigurosamente -- para condiciones restrictivas y empíricamente para un rango de condiciones mucho más amplio. Si la ecuación 4.1 se acepta como una ley exacta, la función de densidad de probabilidad puede obtenerse en la forma:

$$\delta \left( (\hat{H} - \Delta H) \leq H \leq (\hat{H} + \Delta H) \right) = \left( \frac{2}{\lambda m \delta} \right) H e^{-\left( \frac{H}{\lambda m \delta} \right)^2} \quad \dots (4.6)$$

La altura de la ola con cualquier probabilidad dada  $n/N$  de ser excedida puede determinarse aproximadamente por la curva  $a$  de la figura 4.3 o por medio de la ecuación siguiente.

$$\left( \frac{\hat{H}}{\lambda m \delta} \right) = \left( -\ln \left( \frac{n}{N} \right) \right)^{1/2} \quad \dots (4.7)$$

La altura promedio de todas las olas con alturas mayores que  $\hat{H}(H)$  se puede obtener con la siguiente ecuación:

$$\bar{H}(\hat{H}) = \frac{\int_{\hat{H}}^{\infty} H^2 e^{-\left( \frac{H}{\lambda m \delta} \right)^2} dH}{\int_{\hat{H}}^{\infty} H e^{-\left( \frac{H}{\lambda m \delta} \right)^2} dH} \quad \dots (4.8)$$

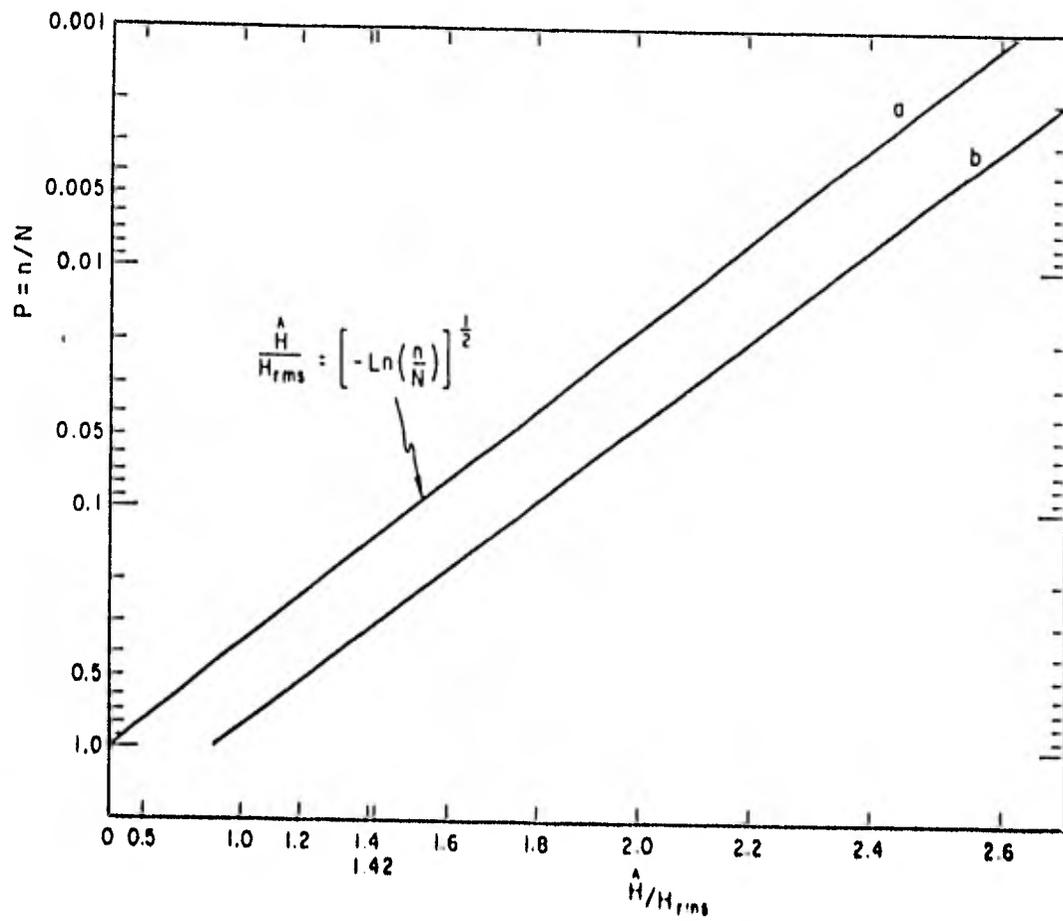


Fig. 4.3 Distribución teórica de altura de ola.

O por medio de la curva  $b$  también de la figura --  
 4.3. Haciendo  $\hat{H}=0$ , todas las olas son consideradas, y se deduce que la altura promedio de las olas es:

$$\bar{H} = 0.886 H_{\lambda m \delta} \quad \dots (4.9)$$

Y la altura de la ola significativa es:

$$H_{\delta} = 1.416 H_{\lambda m \delta} = \sqrt{2} H_{\lambda m \delta} \quad \dots (4.10)$$

#### 4.3 ESPECTRO DE ENERGIA DEL OLAJE

El análisis de la Ola Significativa, aunque simple en concepto, es difícil de realizar objetivamente, además de no ofrecer toda la información necesaria en la Ingeniería de Costas.

De la figura 4.1, se observa que el oleaje podría ser descrito por una suma de términos senoidales, del tipo

$$\eta(t) = \sum_{j=1}^N a_j \cos(\omega_j t - \phi_j) \quad \dots (4.11)$$

Donde:

$\eta(t)$  : Posición de la superficie del agua con respecto a su posición promedio en función del tiempo.

$a_j$  : Amplitud

$\omega_j$  : Frecuencia

$\phi_j$  : Fase de la ola  $j$  al tiempo  $t=0$ .

El valor de  $\omega$  es arbitrario, dentro de límites razonables. Sin embargo en el análisis de registros de oleaje, es conveniente hacer:

$$\omega_j = 2\pi j/D \quad \dots(4.12)$$

Donde  $j$  es un número entero, y  $D$  es la duración de las observaciones.

El término  $a_j$  puede ser grande solamente para aquellos  $\omega_j$  que destaquen en el registro. Analizando de esta manera el período de ola significativa es definido como  $D/j$ , donde  $j$  es el valor de  $j$  correspondiente al mayor  $a_j$ .

En 1965 Kinsman demostró que el promedio de energía de un tren de olas es proporcional al valor promedio de --

$\left( \eta ( t ) \right)^2$  . Esto es idéntico a  $\sigma^2$  donde  $\sigma$  es la desviación estandar del registro del oleaje.

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N a_j^2 \quad \dots(4.13)$$

Estudios experimentales y cálculos basados en la función de distribución de Rayleigh demuestran que la altura de ola significativa es aproximadamente igual a  $4\sigma$  .

Por lo anterior y recordando la ec. 4.10:

$$H_{\Delta} \approx 4\sigma = \sqrt{2} H_{\lambda m \delta}$$

Por lo que:

$$\sigma = 0.25\sqrt{2} H_{\lambda m \delta}$$

O sea:

$$H_{\lambda m \delta} = 2\sqrt{2}\sigma \quad \dots(4.14)$$

El término  $a_j^2$  puede ser considerado como una aproximación a la función espectro de energía  $E(\omega)$  donde:

$$E(\omega) \Delta\omega = \frac{a_j^2}{2} \quad \dots (4.15)$$

Y por lo tanto:

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} E(\omega) d\omega \quad \dots (4.16)$$

El espectro  $E(\omega)$  permite asignar porciones específicas del total de la energía del oleaje a intervalos de frecuencia también específicos. También permite reconocer que dos o más períodos son importantes en la descripción del oleaje, dando además un indicador de su importancia relativa, lo que permite una primera aproximación al cálculo de velocidades y aceleraciones de un registro de oleaje.

## CAPITULO CINCO

### GENERACION Y PREDICCIÓN DEL OLEAJE

Casi toda la energía que reciben los océanos se ---  
transfiere a través de la superficie libre del agua, y la  
mayoría de las pérdidas también se efectúan en esta inter-  
face.

No obstante que las radiaciones solares son la fuer-  
te primaria de la energía de los océanos, gran parte de --  
las transferencias son el resultado de intercambios con la  
atmósfera superadyacente a través de una serie de interac-  
ciones muy complejas.

Para este trabajo, los intercambios de energía ciné-  
tica, asociada con un movimiento reactivo entre el mar y -  
el aire, son los más importantes.

#### 5.1 EL VIENTO

El viento es el principal generador del oleaje, co-  
mo resultado de la fricción entre el aire y la superficie  
libre de agua.

Es por esto que su estudio es de gran importancia -  
en la predicción del oleaje.

#### 5.1.1 REGISTROS METEOROLOGICOS

Mediante observaciones y mediciones sistemáticas, -  
que se efectúan en estaciones meteorológicas terrestres y  
sobre embarcaciones, se logra conocer las características  
del viento en un sitio en particular, pero debido a que --  
existen relativamente pocas estaciones sobre la tierra es  
necesario recurrir a estimaciones de la velocidad y direc-  
ción del viento por medio de las cartas sinópticas del --  
tiempo; estas describen las condiciones del clima en una -  
amplia área y en un cierto momento. Las observaciones sig-  
temáticas se realizan en todo el mundo a las 00, 06, 12 y  
18 GMT, (Tiempo del Meridiano de Greenwich) las cuales se  
transmiten por código a centros regionales quienes lo ---  
transmiten a centros de procesamiento de la información. -  
Los datos se transfieren a un mapa de la zona respectiva,  
de acuerdo con estándares numéricos y simbólicos que repre-  
sentan los diferentes parámetros meteorológicos de la zona.  
Dichos símbolos y cantidades se colocan siempre en la mis-  
ma posición relativa con respecto al círculo de la esta-  
ción, excepto en lo correspondiente a velocidad del viento

(ddd), movimiento real del buque ( $v_d, v_s$ ), y dirección de los vientos distantes (Swell) los cuales se dibujan de acuerdo con la dirección reportada.

Una vez que se dibujan los datos, el meteorólogo diagnóstica la situación atmosférica y une los puntos de igual presión (líneas isobaras). Las curvas isobaras delinean centros de alta y baja presión (H y L respectivamente).

Generalmente las líneas isobaras se representan con intervalos de tres o cuatro milibares (mb). Estos intervalos pueden ser diferentes dependiendo de la escala del mapa utilizado. Las líneas de igual presión muestran, además de la localización de los centros de alta y baja presión, la intensidad del viento que se infiere por el espaciamiento entre isobaras. Un ejemplo de las cartas sinópticas se muestra en la figura 5.1 de la página siguiente.

Generalmente sobre los océanos aproximadamente entre los 30 y 35 grados de latitud norte y sur, se localizan grandes zonas semipermanentes de alta presión.

Esos centros de acción giran lentamente día con día y se trasladan con el paso del sol durante el transcurso de un año, moviéndose hacia el norte durante el verano del

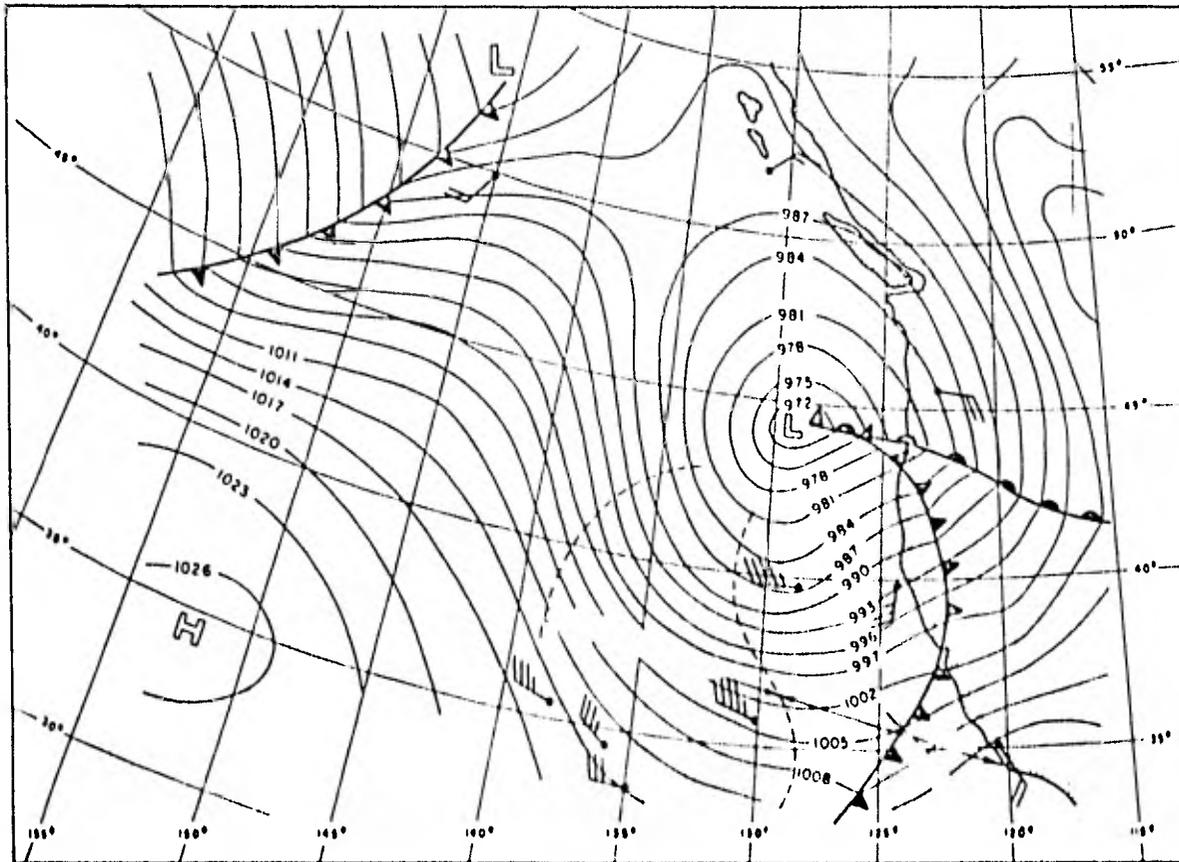


Fig. 5.1 Carta Sinóptica.

del hemisferio norte y hacia el sur durante el invierno -- del hemisferio norte. La posición señalada (latitud) re-- presenta la localización media durante su migración anual. La intensidad de esas altas presiones subtropicales va--- rían muy poco día con día, sin embargo, anualmente presentan su máxima intensidad en el verano y mínima en el in-- vierno.

Fuera de esos casi permanentes centros de alta presión, los patrones de presión se caracterizan por ser migratorios, los cuales se ubican en latitudes medias y altas. Una excepción son los huracanes que son centros de baja presión muy intensos localizados en áreas oceánicas tropicales. Los huracanes presentan curvas isobáricas casi circulares y se trasladan entre el perímetro de las -- áreas de alta presión subtropicales y semipermanentes.

Con respecto al movimiento de los centros de alta presión, se ha observado que en general los de alta presión son mas largos en extensión horizontal que los de baja presión y ambos generalmente se trasladan diariamente hacia el Este. En el hemisferio norte los centros de alta presión tienden a moverse hacia el sureste y los de baja presión hacia el noreste. Lo contrario sucede en el hemisferio sur. Los centros de alta presión generalmente --

se disipan al combinarse con las áreas de alta presión sub tropicales.

Los frentes de presión muestran la localización límite entre grandes masas de aire que tienen diferente densidad, es decir diferente temperatura. Cuando una masa -- de aire caliente se encuentra con una masa de aire frío, - la primera se elevará sobre la segunda debido a que la masa de aire frío es mas densa.

Un frente en movimiento se clasifica como "caliente" o "frío" dependiendo de la dirección relativa de su movimiento sobre la superficie. Si el frente se desplaza de una localización y el aire frío reemplaza el aire caliente en la superficie, se le denomina frente frío, por el otro - lado si el aire caliente reemplaza al aire frío se le llama frente caliente, (fig. 5.2). En ambos casos el aire -- frío se encuentra bajo el aire caliente y el frente señala la frontera en la superficie. Finalmente si un frente no se traslada se le denomina estacionario.

Realmente la frontera entre las masas de aire es -- una superficie inclinada, siendo la pendiente mayor cuando existe un frente frío (1:50 ~ 1:150) y menor en el caso de los frentes caliente o estacionario (1:200 ~ 1:400). Debi-

do a que los frentes fríos tienen una pendiente pronunciada, las nubes y el "mal tiempo" se presentan en una banda angosta (entre 75 y 150 kilómetros) paralela al frente. -- Con un frente cálido, las nubes y precipitación se extienden cuando mucho a 1500 kilómetros hacia adelante de su posición en la superficie. En general los frentes fríos se desplazan mas rápido que los frentes calientes. A menudo, cuando se presenta un frente estacionario se desarrolla -- una perturbación u onda en la zona fronteriza. En la superficie esto aparece como una onda de baja presión. Conforme se desarrolla un centro con dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj para el hemisferio norte, los frentes se desplazan diferente, como se muestra en la figura 5.2 de la página siguiente. Debido a que los frentes fríos se trasladan mas rápido que los frentes calientes, el frente frío alcanza al frente caliente resultando un oclusión del sector cálido de la depresión.

### 5.1.2 CARACTERISTICAS DEL VIENTO

La superficie del agua sobre la cual el viento sopla y genera oleaje se le conoce con el nombre de fetch o área del fetch. En esta área el crecimiento de las olas esta gobernado por tres factores.

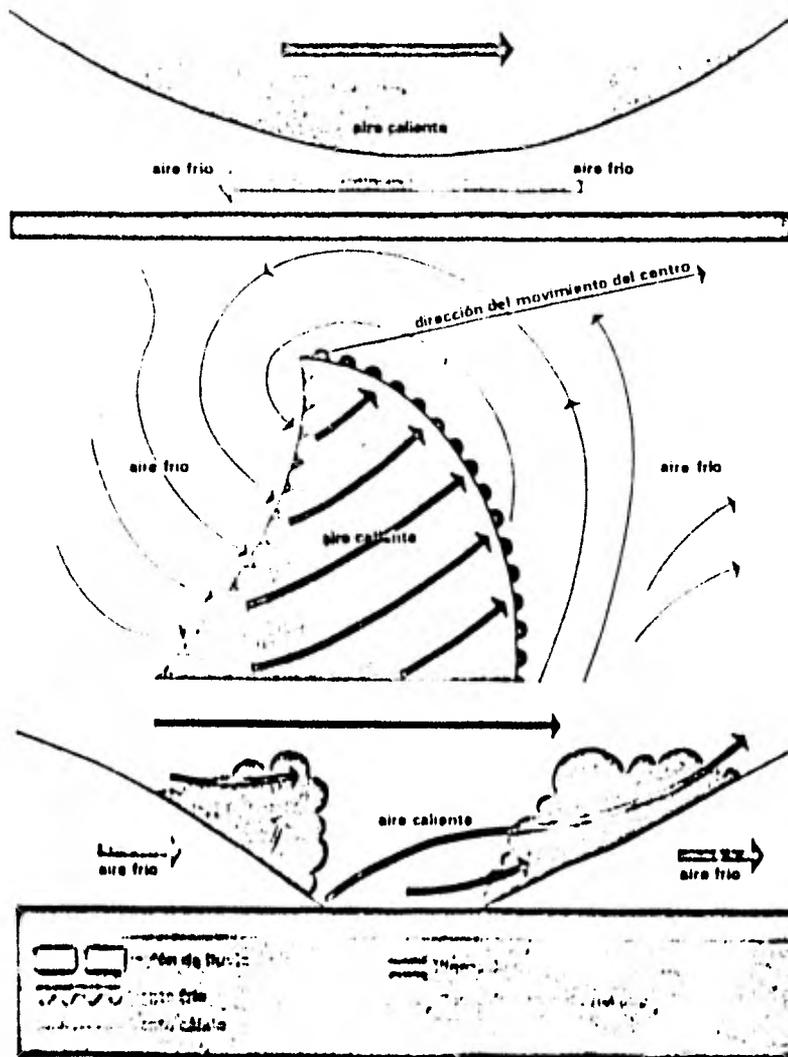


Fig. 5.2 Frentes frios y calientes.

- a) La velocidad del viento.
- b) La longitud del fetch en la dirección en que -- el viento esta soplando.
- c) El lapso de tiempo en que sopla el viento.

#### 5.1.2.a Determinación de la Intensidad del Viento.

Para conocer la intensidad de la acción del viento y con ello las condiciones del oleaje que produce es necesario auxiliarse de los reportes de los barcos en la zona de interés a fin de obtener la información directamente, - sin embargo, debido a que los reportes de los buques se refieren a zonas muy dispersas y distantes entre sí, nos vemos obligados a estimar la velocidad del viento en la zona de interés. Esto es posible debido a que hay una relación entre el viento y las líneas de presión que es posible inferir de las cartas sinópticas del tiempo.

Si se dibuja una línea que cruce perpendicularmente un conjunto de isobaras, la presión en los diferentes puntos de esa línea será diferente ya que cada isobara representa diferente presión. El cambio de presión en una cierta distancia a lo largo de la línea (considerando de mayor a menor presión) se le denomina gradiente de presión y la distancia entre isobaras se le llama espaciamiento entre -

isobaras. Si no existen otras fuerzas, el aire tenderá -- a trasladarse a lo largo de la línea hacia las presiones menores como resultado de la fuerza de presión, es decir, en la dirección del gradiente. Un mayor gradiente o menor espaciamiento entre isobaras provoca una velocidad de --- traslado mayor.

Sin embargo otras fuerzas están actuando y provocan un cambio en el movimiento. Estas fuerzas son la de Coriolis o de Deflexión y las de Fricción.

La fuerza de deflexión es una fuerza ficticia producto de la rotación de la tierra, la que afecta los - -- movimientos observados de todos los objetos móviles. Esta fuerza es directamente proporcional a la velocidad del movimiento y a la latitud. Como una consecuencia los objetos del hemisferio norte que están en movimiento deflejan hacia la derecha, por ello, si se da la espalda al viento que se mueve la menor presión estará a la izquierda y la mayor a la derecha. En el hemisferio sur sucede lo contrario, la fuerza de deflexión es hacia la izquierda y al estar de es paldas al viento la mayor presión estará a la izquierda y la menor a la derecha. Este viento idealizado se le denomina Viento Geostrófico ( $U_g$ )

Para conocer su magnitud nos podemos ayudar de la gráfica de la figura 5.3 de la página siguiente. Note que las coordenadas de la gráfica son: en las ordenadas el espaciamiento entre isobaras se da de 5 mb y 4 mb en grados de latitud (1 grado de latitud es igual a 60 millas náuticas) y en las abscisas se da la latitud del sitio de interés. La velocidad del viento geostrófico se da en nudos a través de las líneas inclinadas. Observe que para un cierto espaciamiento entre isobaras la velocidad del viento decrece con la latitud y para cierta latitud, la velocidad del viento se incrementa con el gradiente de presión. Así, para un sitio con latitud  $30^{\circ}\text{N}$ , que el espaciamiento entre isobaras de 5 mb sea de 2 grados de latitud (120 millas náuticas), el viento geostrófico resulta de 28 nudos con dirección de las isobaras y la presión menor hacia la izquierda.

Las fuerzas de fricción ocurren por el movimiento relativo entre el aire y la superficie de agua o terrestre, provocando una disminución en la velocidad del viento geostrófico. En algunas ocasiones las fuerzas de presión y las fuerzas de deflexión no están en equilibrio apareciendo una fuerza centrífuga que hace que en ambas hemisferios, alrededor de los centros de alta presión sea mayor la fuerza de deflexión y alrededor de los centros de baja presión sea menor.

$$u_g = \frac{1}{\rho_a \delta} \frac{\Delta p}{\Delta n}$$

$T = 10^\circ\text{C}$

$\Delta p = 3 \text{ mb y } 4 \text{ mb}$

$\Delta n =$  Espaciamiento entre isobaras, medido en grados de latitud

$\rho = 1013.3 \text{ mb}$       $\rho_a = 1.247 \cdot 10 \text{ gm/cm}$

$\delta =$  Parámetro de Coriolis =  $2 \text{ sen}\phi$

$\omega =$  Velocidad angular de la tierra =  $.02625 \text{ rad/hr}$

$\phi =$  Latitud en grados

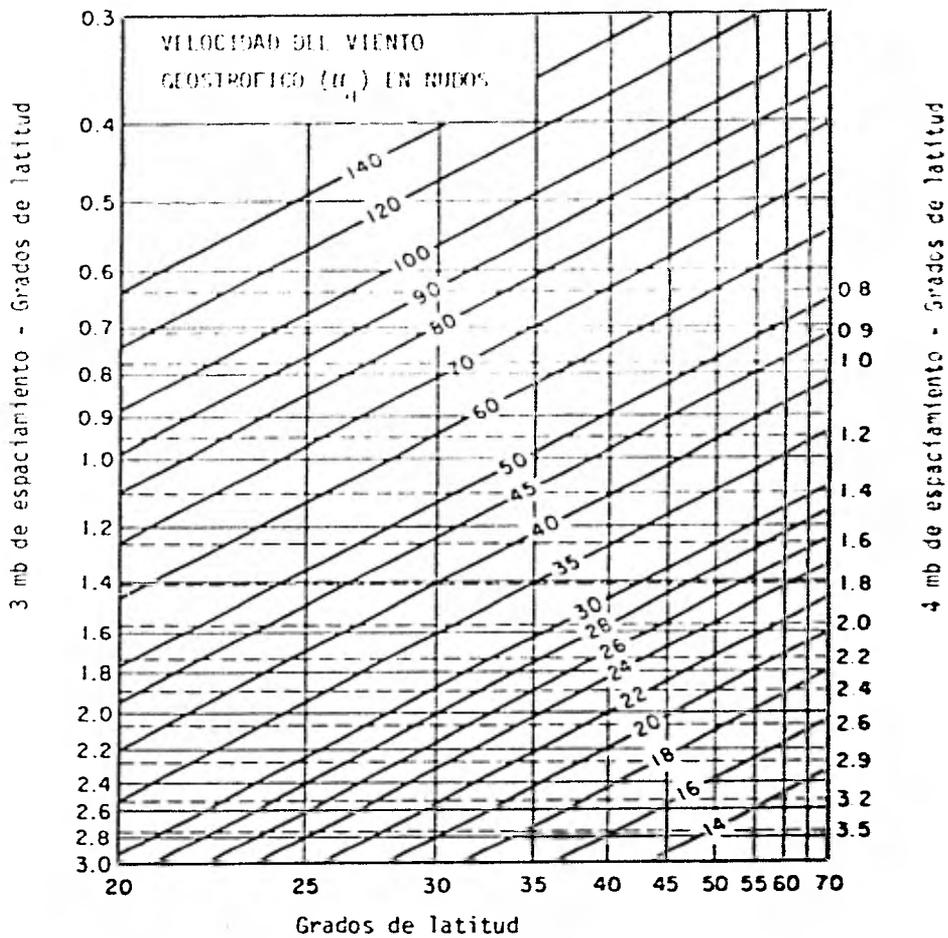


Fig. 5.3 Gráfica para la determinación del viento Geostrófico.

$$u_g = \frac{1}{\rho_a f} \frac{\Delta p}{\Delta n}$$

$T = 10^\circ\text{C}$

$\Delta p = 3 \text{ mb y } 4 \text{ mb}$

$\Delta n =$  Espaciamiento entre isobaras, medido en grados de latitud

$\rho = 1013.3 \text{ mb}$      $\rho_a = 1.247 \cdot 10^{-3} \text{ gm/cm}^3$

$f =$  Parámetro de Coriolis  $= 2 \text{ sen}\phi$

$\omega =$  Velocidad angular de la tierra  $= .02625 \text{ rad/hr}$

$\phi =$  Latitud en grados

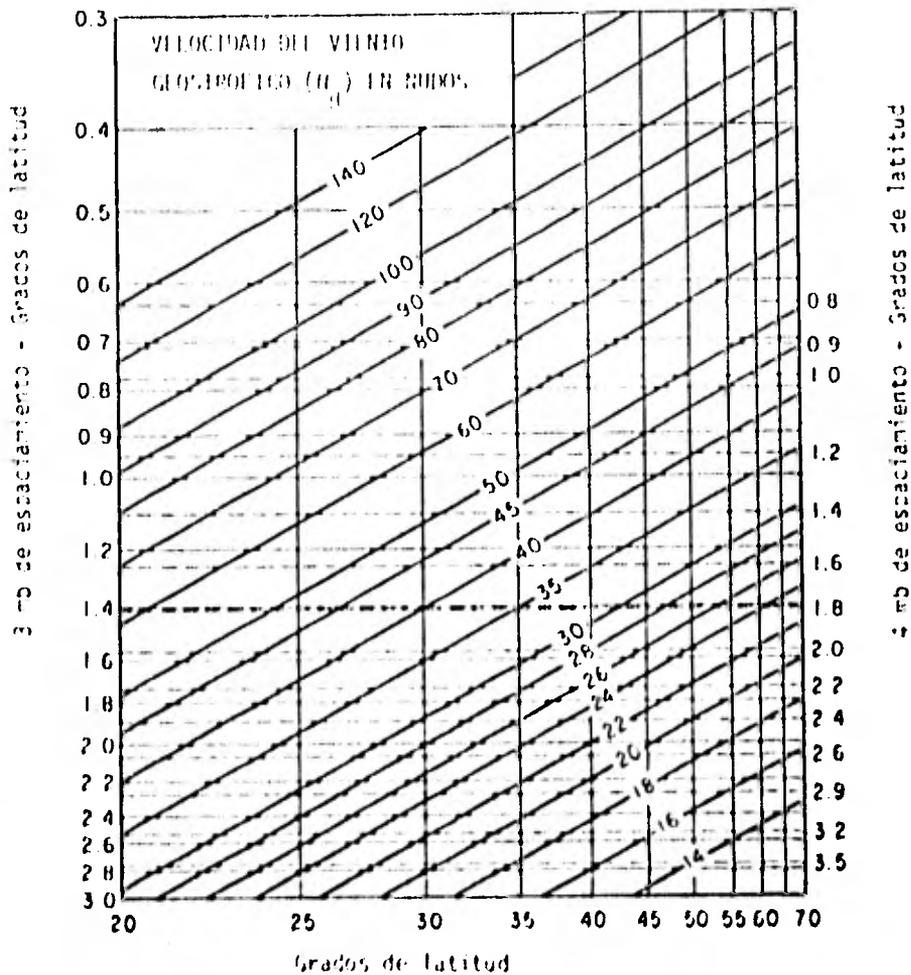


Fig. 5.3 Gráfica para la determinación del viento Geográfico.

presión sea mayor la fuerza de presión. En ausencia de fricción, es decir a grandes alturas, cuando el viento sopla paralelo a las curvas isobáricas, se le denomina viento de gradiente.

El ángulo entre las isobaras y los vectores del viento se le denomina ángulo de cruce y en general, sobre los océanos es de aproximadamente 20 grados, mientras que en las porciones terrestres es de 35 grados debido a que la fricción es mayor. Este ángulo varía con la latitud y la estabilidad del aire. Esta estabilidad atmosférica se puede relacionar con la diferencia de temperatura entre el mar y el aire.

En general la velocidad del viento geostrófico es mayor que la velocidad del viento superficial ( $u$ ).

Esta diferencia de velocidades es función de la estabilidad del aire y de la forma de las isobaras.

En la figura 5.4 de la página siguiente se muestra una serie de curvas que relacionan, la diferencia de temperaturas del mar y el aire, el radio de curvatura de las isobaras, y la relación  $u/u_g$ .

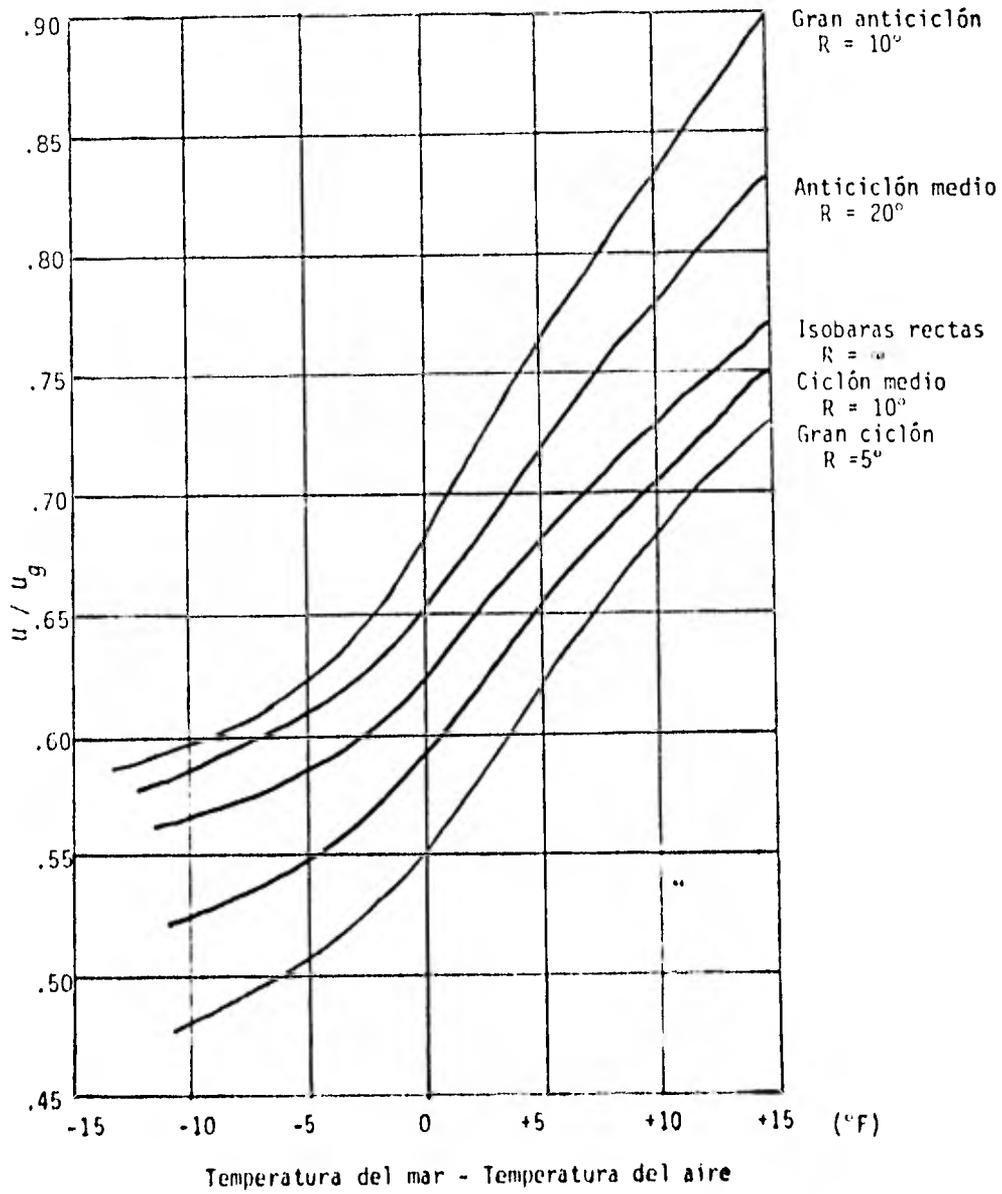


Fig. 5.4 Relación  $u/u_g$  - diferencias de temperatura - radios de curvatura.

Los términos ciclónico y anticiclónico mencionados en la figura se refieren a que los centros de las perturbaciones sean de baja o alta presión respectivamente.

Los radios de curvatura ( $R$ ) de las isobaras deben medirse directamente en las cartas sinópticas y expresarse en grados de latitud.

Pese a lo subjetivo de algunas de sus partes, el procedimiento descrito proporciona buenos resultados y en algunas ocasiones es más útil que los reportes meteorológicos.

#### 5.1.2 b Determinación de la longitud del Fetch.

El área del océano donde actúa el viento presenta en su superficie características caóticas, de hecho se presentan las llamadas olas de cresta corta en las cuales las partículas presentan condiciones tridimensionales de movimiento, a diferencia del oleaje común en que dicho movimiento se analiza en dos dimensiones.

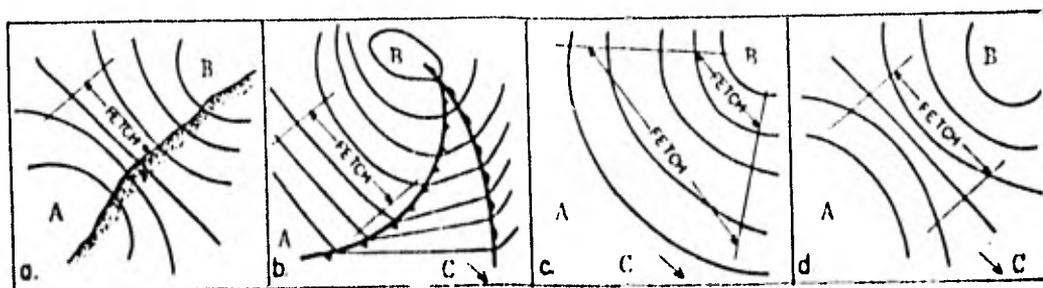
En la región donde se define al fetch, la velocidad y dirección del viento deben ser razonablemente constantes por lo que la velocidad debe variar a lo sumo en

$\pm 5$  nudos (2.5 m/seg) de la media.

Los límites del Fetch pueden quedar delineados por:

- a) La costa en la dirección del viento (barlovento)
- b) Los frentes meteorológicos
- c) La curvatura de las isobaras
- d) La separación entre isobaras.

En la figura 5.5 se muestran dichos límites



A = Alta presión    B = Baja presión    C = Costa

Fig. 5.5 Diferentes tipos de límites del Fetch.

El ángulo que forma la dirección del viento con la línea que une el área de generación y el punto de presión debe ser menor de  $30^\circ$ , en zonas donde las isobaras sean casi rectas y de  $45^\circ$  en zonas de isobaras curvas. Por encima de estos valores los resultados se deterioran extraordinariamente. Por tanto si estamos en el segundo caso, la línea del contorno de la superficie del Fetch se define prácticamente eligiendo aquellos puntos en que la línea que forma  $45^\circ$  con la tangente a la isobara pase por el punto de interés.

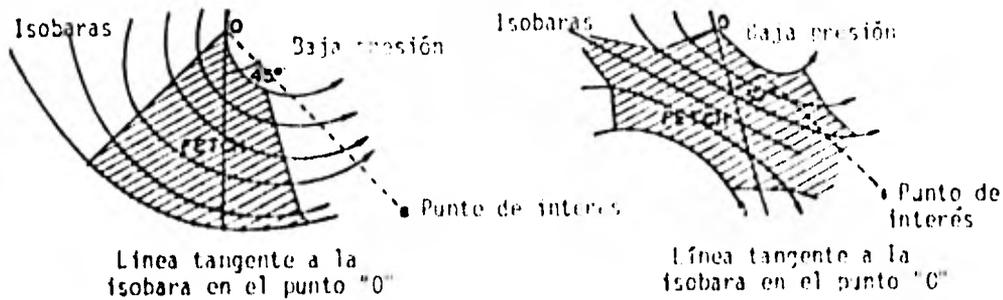


Fig. 5.6 Ángulo que forma la dirección del viento con la línea que une el área de generación.

El efecto del ancho del Fetch en la zona de generación generalmente se desprecia en las áreas sobre los océanos, dado que generalmente son tan anchos como su longitud. En los cuerpos de agua interiores (bahías, ríos, lagos, etc.), los Fetchs están limitados por las formas de las fronteras terrestres que rodean los cuerpos de agua. En estos casos, generalmente, los Fetchs son largos comparados con su ancho, provocando que las olas generadas sean significativamente menores que las que se producirían bajo las mismas condiciones en áreas oceánicas.

Saville (1954) propuso un método para determinar el efecto del ancho del Fetch en la generación del oleaje. En la figura 5.7 de la página siguiente, basada en este método, se indica el Fetch efectivo respecto a un ancho relativamente uniforme del Fetch.

Si la línea de la costa es irregular el método de la figura anterior no es aplicable, siendo necesario aplicar un método más general. Este método se apoya en el concepto de que los cuerpos de agua interiores restringen, por su geometría, la longitud del Fetch y al disminuir la relación ancho/longitud del Fetch, se obtiene un Fetch efectivo más corto. Un procedimiento para determinar la

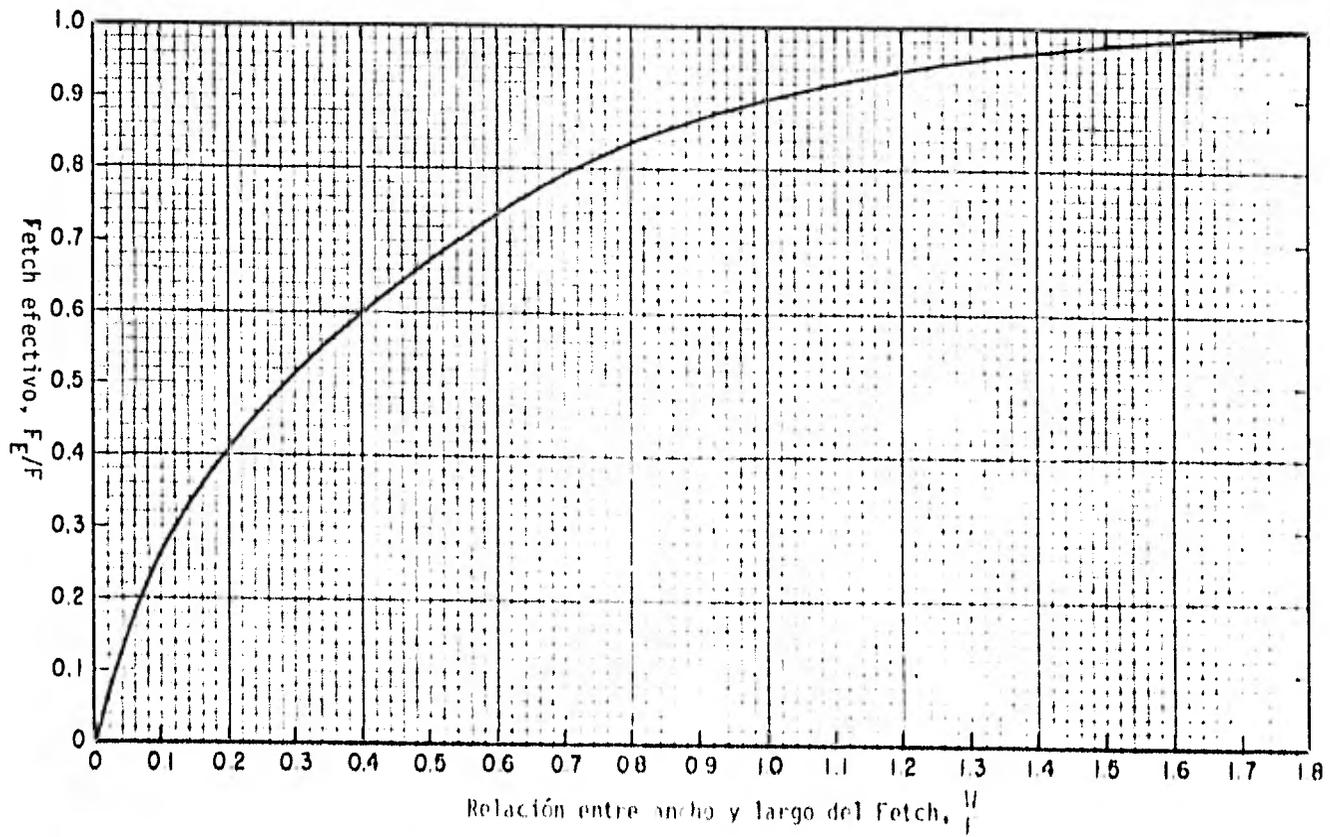


Fig. 5.7 Relación entre Fetch efectivo y ancho-largo del Fetch.

longitud del Fetch efectivo se muestra en el ejemplo de la figura 5.8 de la página siguiente, el cual consiste en la construcción de 15 radios con centro en el punto de interés, separados en intervalos de  $6^\circ$  (limitados por un ángulo de  $45^\circ$  a cada lado de la dirección del viento) y extendiéndolos hasta que intercepten las orillas del cuerpo de agua. La componente de la longitud de cada radio, en la dirección paralela a la dirección del viento se multiplica por el coseno del ángulo que se forma entre el radio y la dirección del viento. La longitud del Fetch efectivo será el resultado de la suma de todos los productos anteriores aplicados a cada radio y dividiendo entre la suma de los cosenos de los ángulos. Cabe señalar que no es requisito que el intervalo entre los radios sea de  $6^\circ$ , pudiendo adoptarse el que se crea mas conveniente.

#### 5.1.2 c Determinación de la duración del viento.

Las cartas sinópticas del tiempo, son elaboradas cada 6 horas, por lo que es necesario interpolar entre diferentes cartas, para determinar la duración del viento sobre la zona del Fetch establecido.

La interpolación lineal es adecuada para la mayoría de las aplicaciones.

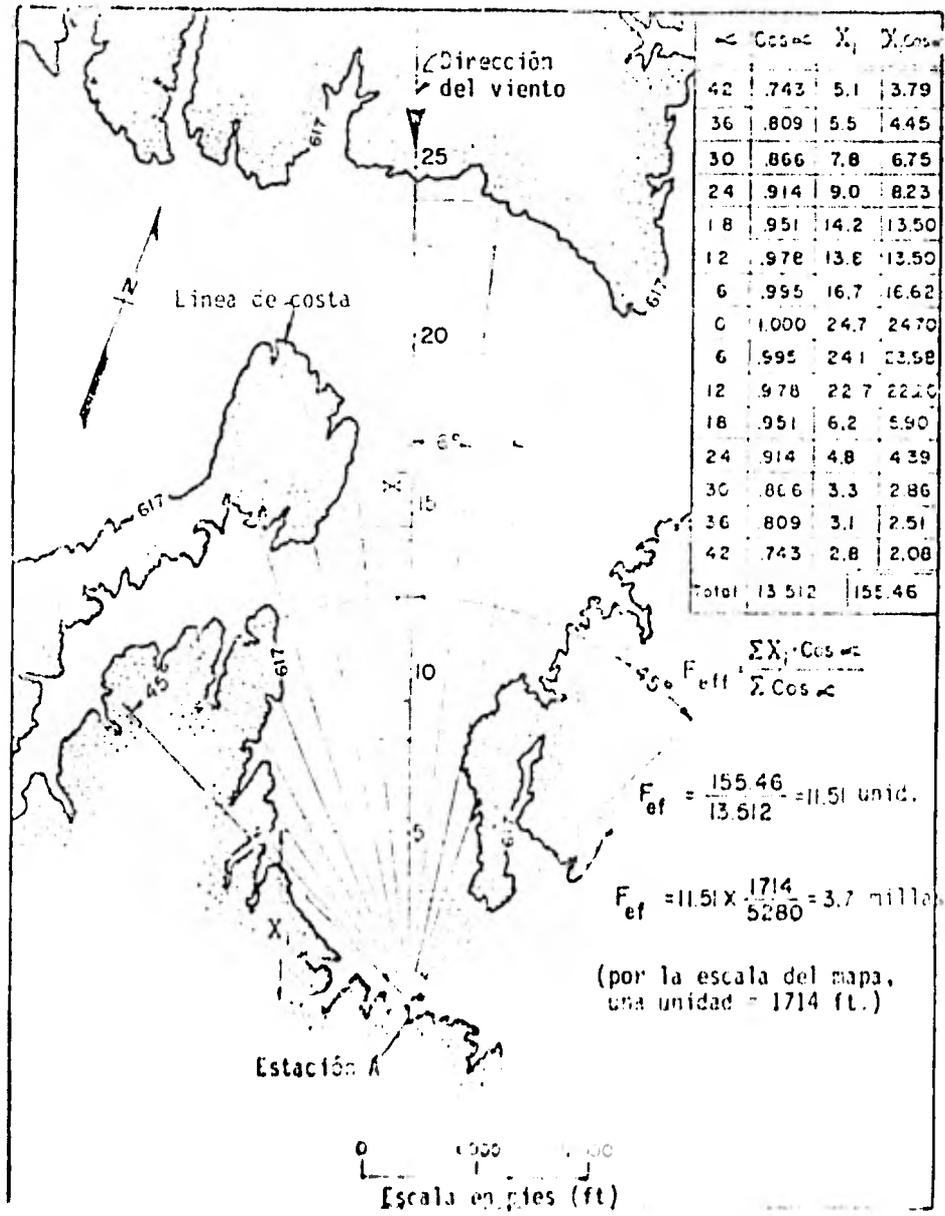


Fig. 5.8 Cálculo del Fetch efectivo, para costas irregulares.

## 5.2 PREDICCIÓN DEL OLEAJE

Las primeras fórmulas para la predicción del oleaje fueron desarrolladas por Stevenson en 1886, sin embargo los mayores avances en esta disciplina fueron logrados durante la Segunda Guerra Mundial.

Aunque existen varios métodos de predicción, en este trabajo sólo se menciona un método para aguas profundas y otro para aguas bajas.

### 5.2.1 METODO SMB PARA PREDICCIÓN DE OLEAJE EN AGUAS PROFUNDAS

Sverdrup y Munk diseñaron una serie de curvas de utilidad para la predicción del oleaje. Estas curvas fueron posteriormente revisadas por Bretschneider quien les adicionó datos empíricos, por lo que a éste se le denomina el método de Sverdrup-Munk-Bretschneider (SMB). La aplicación de este método es recomendable cuando se dispone de pocos datos y tiempo.

Las curvas que se muestran en las figuras 5.9 y 5.10 de las páginas siguientes representan las ecuaciones empíricas siguientes:

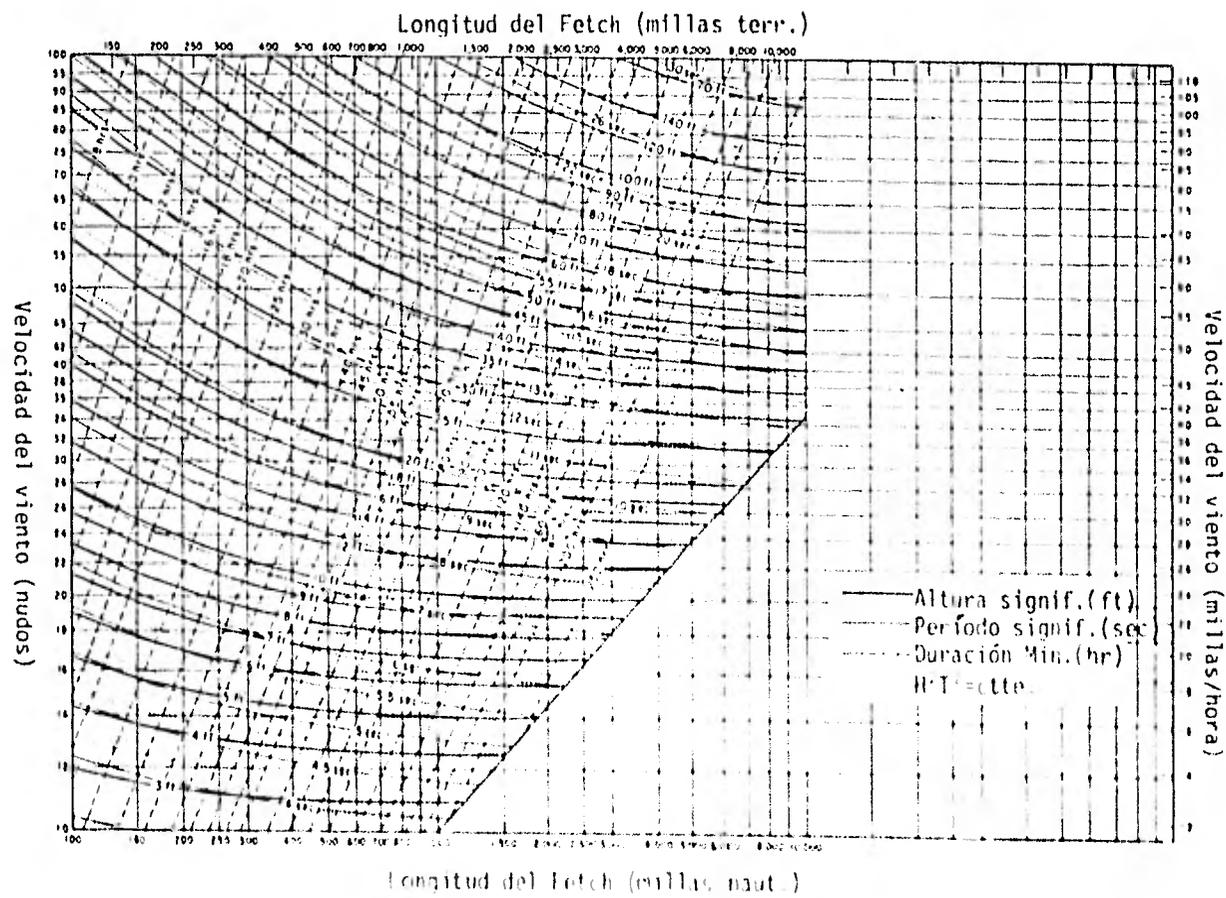


Fig. 5.9 Curvas de predicción de oleaje en aguas profundas.  
 (para Fetch desde 100 hasta 10.000 millas)

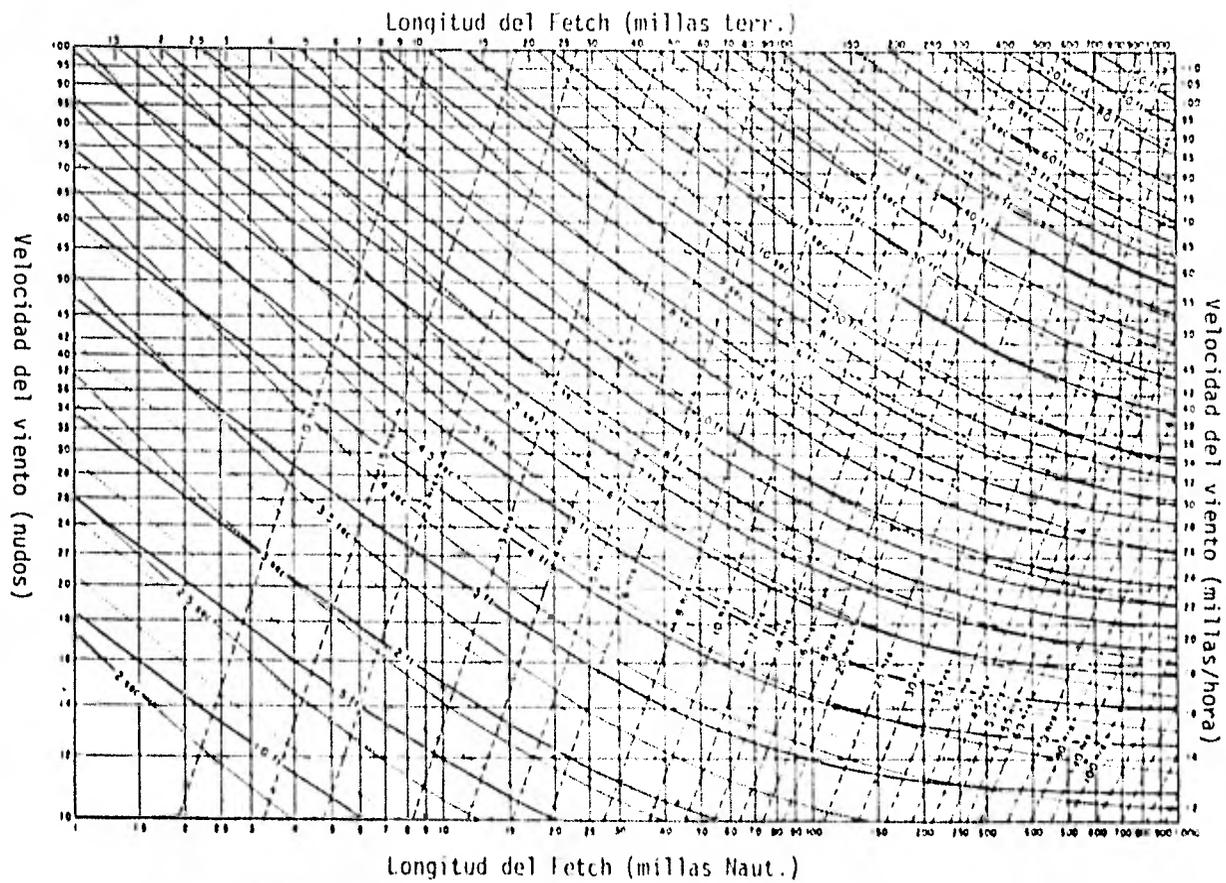


Fig. 5.10 Curvas de predicción de oleaje en aguas profundas.  
(para Fetch hasta de 1000 millas)

tiempo, los valores de  $u$ ,  $F$  y  $T$  se pueden tabular, para la primera carta, con el subíndice 1. Para la segunda con el subíndice 2, sin embargo, si resulta que  $u_2 = u_1$ , entonces  $t_2 = t_{m_1} + z$ , siendo  $z$  el tiempo transcurrido entre la primera y segunda carta. Si  $u_2 \neq u_1$  se considera que el cambio de velocidad de  $u_1$  a  $u_2$  ocurrió instantáneamente en el tiempo  $z/2$  y entonces la primera carta tiene una duración de  $t_1 = t_{m_1} + z/2$  y el Fetch una longitud de  $F_1 = F_{m_1} + \Delta F/2$  donde  $\Delta F$  representa el cambio en la longitud del Fetch entre las dos cartas.

Puesto que se asume que existe un cambio brusco en la velocidad del viento, la energía transmitida al oleaje por  $u_1$  con una duración mínima  $t_{m_1} + z/2$  y Fetch mínimo  $F_{m_1} + \Delta F/2$  no cambia, entonces se asume que  $u_2$  transmite energía al oleaje que ya contiene la energía debida a  $u_1$ .

En las figuras anteriores se representa con líneas punteadas el valor constante  $H^2 T^2$  lo que representa líneas de energía constante. Recuérdese que la ecuación de la energía del oleaje en aguas profundas está dada por:

$$E_o = \frac{\rho g H^2 L_c}{8}$$

Si la energía ha sido impartida a las olas bajo la acción de únicamente  $u_2$ , esas olas serán de la altura y

longitud que resultan en las figuras anteriores por la intersección de la ordenada  $u_2$  con la línea de energía constante correspondiente a la energía impartida por  $u_1$  con una duración mínima de  $t_{m_1} + z/2$  o un Fetch mínimo de  $F_{m_1} + F/2$ . Mediante un incremento de  $z/2$  en la duración mínima en este punto o cambiando el Fetch mínimo por  $\Delta F/2$ , es posible determinar de una manera aproximada las condiciones del oleaje bajo la acción de  $u_2$  en el momento de la segunda carta sinóptica.

Si la velocidad del viento  $u_2$  es menor que  $u_1$ , el procedimiento que se sigue es similar.

#### 5.2.1 a Cálculo del decaimiento de la ola en Aguas Profundas.

Las figuras 5.11 y 5.12 de las páginas siguientes se utilizan para estimar las características del oleaje después de que las olas han dejado el área del fetch, pero aún viajan en aguas profundas.

Con la figura 5.11 y conocidos  $H_F$ ,  $T_F$ ,  $F_m$ ,  $D$  (distancia de decaimiento), es posible determinar las relaciones:

$$\frac{\text{decaimiento de la altura de ola}}{\text{altura de la ola correspondiente al Fetch}} = \frac{H_D}{H_F}$$

$$\frac{\text{decaimiento del periodo del oleaje}}{\text{periodo del oleaje correspondiente al Fetch}} = \frac{T_D}{T_F}$$

Con la figura 5.12 es posible calcular el tiempo que tarda en viajar la ola desde el Fetch hasta la costa, conociendo el decaimiento del periodo del oleaje ( $T_D$ ) y la distancia de decaimiento ( $D$ ).

El tiempo de translación  $t_D$  se determina como el cociente de la distancia de decaimiento entre la velocidad de grupo en aguas profundas, teniendo un periodo igual  $t_D$ .

Después de que las olas han dejado la zona de generación aunque generalmente siguen una trayectoria circular hacia la costa, dicha trayectoria tiene un radio muy grande por lo que se obtiene una buena aproximación si se considera trayectoria rectilínea. La distancia de decaimiento ( $D$ ) se determina midiendo la distancia, recta, entre el frente del Fetch y el punto de interés. Si el punto de interés se localiza en la costa, será necesario considerar los efectos del fondo, refracción, fricción y percolación que se presentan en la translación de la ola desde el límite de aguas profun

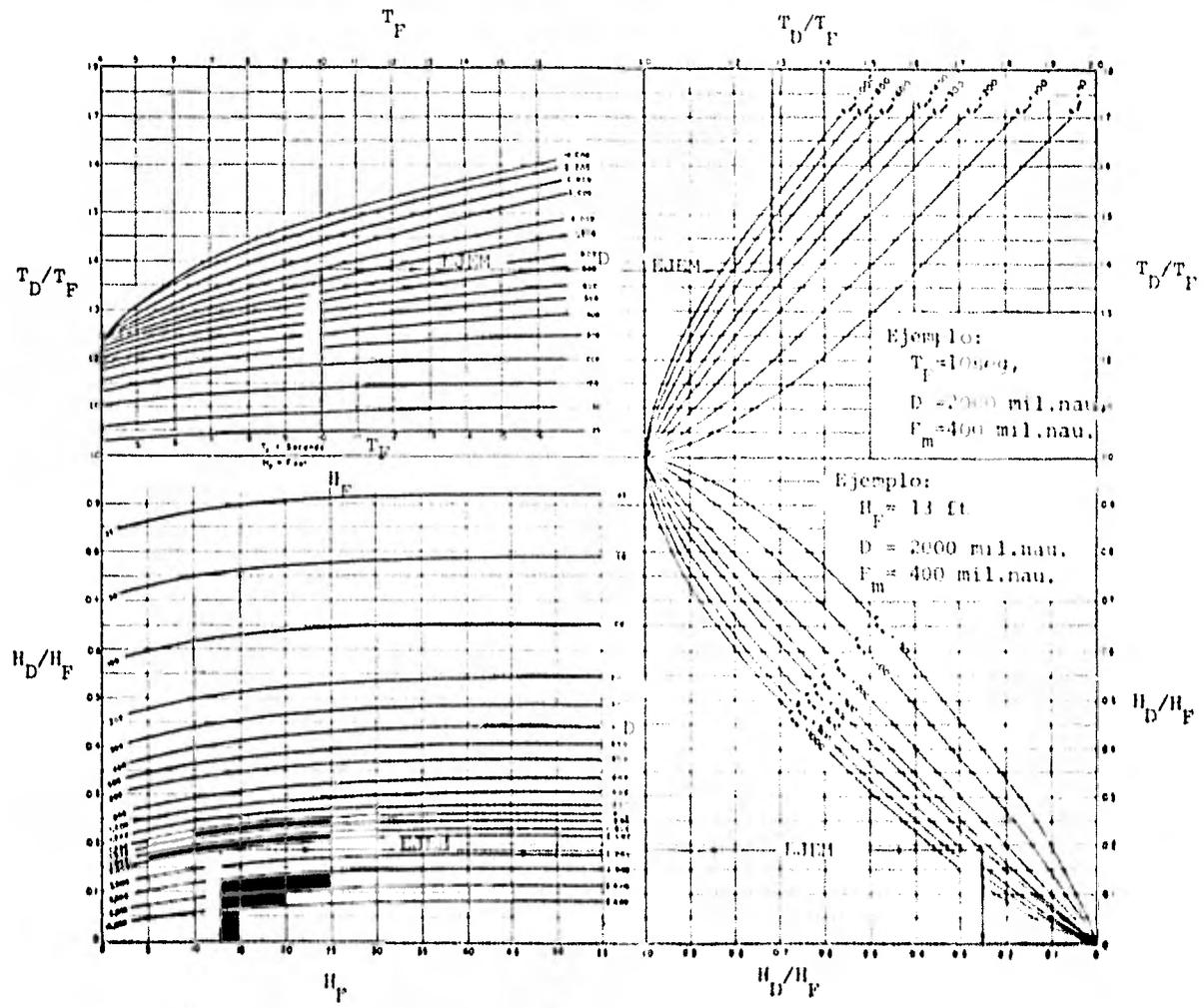


Fig. 5.11 Curvas de Decaimiento.

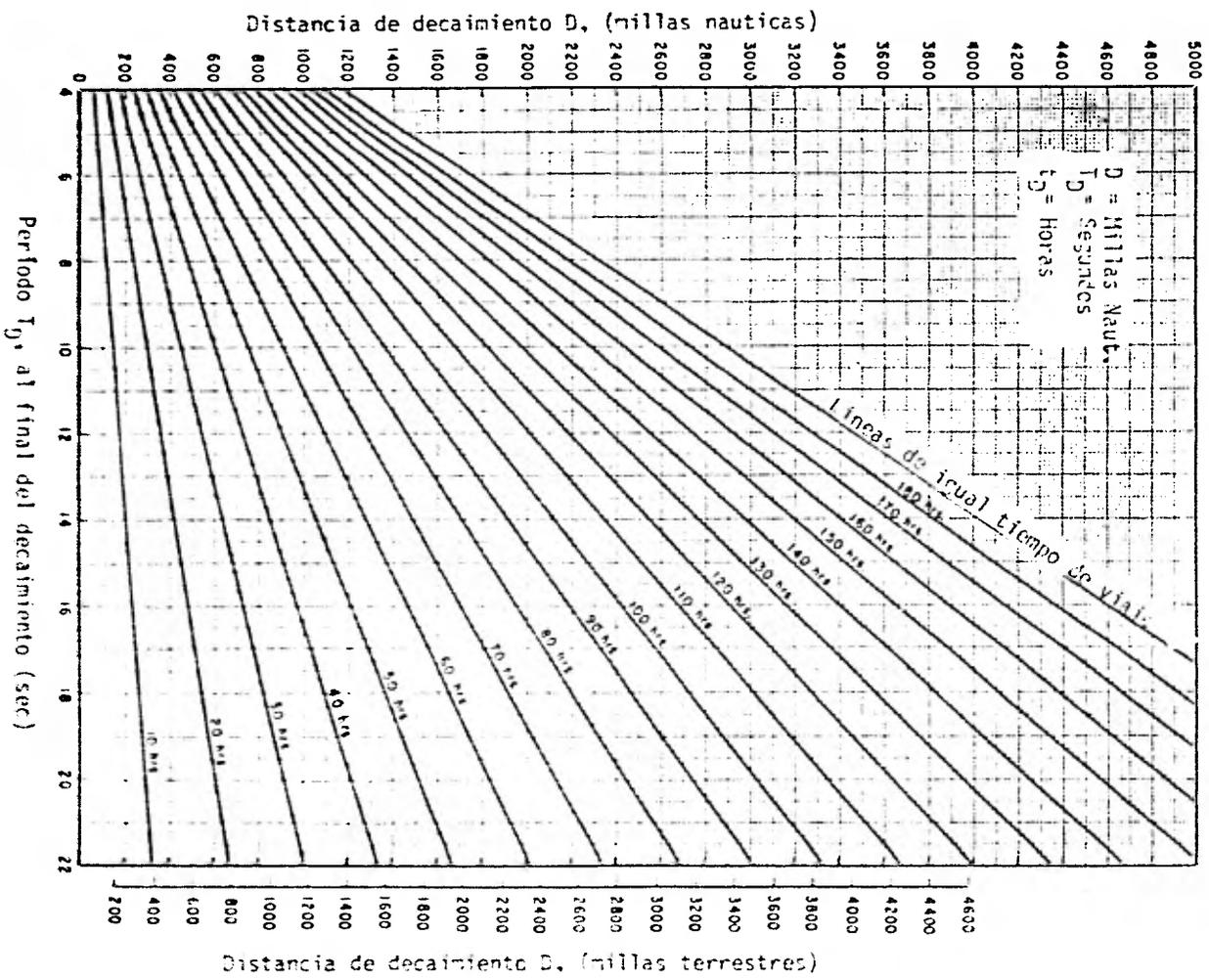


Fig. 5.12 Tiempos de viaje ( $t_g = D/CN$ )

das hasta la costa.

## 5.2.2 PREDICCIÓN DEL OLEAJE EN AGUAS BAJAS

### Curvas de Predicción

El tirante del agua afecta la generación del oleaje de tal suerte que en aguas bajas o intermedias la altura y período del oleaje resulta menor que el que obtendría en condiciones similares en aguas profundas.

Actualmente no se ha publicado algún método teórico que permita el cálculo de las olas generadas por viento -- que actúa en aguas relativamente bajas.

El método que se describe a continuación se apoya -- en los mismos procedimientos para la predicción del oleaje en aguas profundas y las pérdidas de energía que se presentan debido a la fricción en el fondo y la percolación se -- determinan con las relaciones desarrolladas por Bretschneider y Reid (1953).

La selección de un factor de fricción por el fondo,  $f_b$ , -- que se utiliza en las técnicas de predicción esta en función del criterio personal. Un valor de  $f_b = 0.01$  se ha ---

utilizado para obtener las figuras 5.13 a 5.22 que se utilizan para predecir el oleaje en aguas bajas o intermedias con tirante constante. Estas curvas están determinadas -- por las ecuaciones:

$$\frac{qH}{u^2} = 0.283 \tanh\left(0.530\left(\frac{qd}{u^2}\right)^{0.75}\right) \tanh\left[\frac{0.0125\left(\frac{qF}{u^2}\right)^{0.42}}{\tanh\left(0.53\left(\frac{qd}{u^2}\right)^{0.75}\right)}\right]$$

... (5.5)

$$\frac{qT}{2u} = 1.2 \tanh\left(0.833\left(\frac{qd}{u^2}\right)^{0.375}\right) \tanh\left[\frac{0.077\left(\frac{qF}{u^2}\right)^{0.25}}{\tanh\left(0.833\left(\frac{qd}{u^2}\right)^{0.375}\right)}\right]$$

... (5.6)

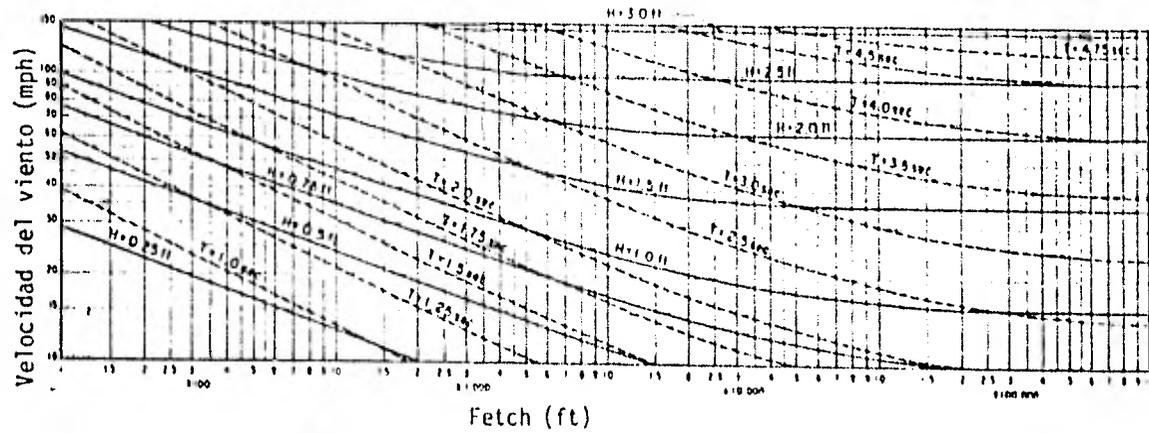


Fig. 5.13 Curvas de predicción para aguas bajas ( $d = 5$  ft)

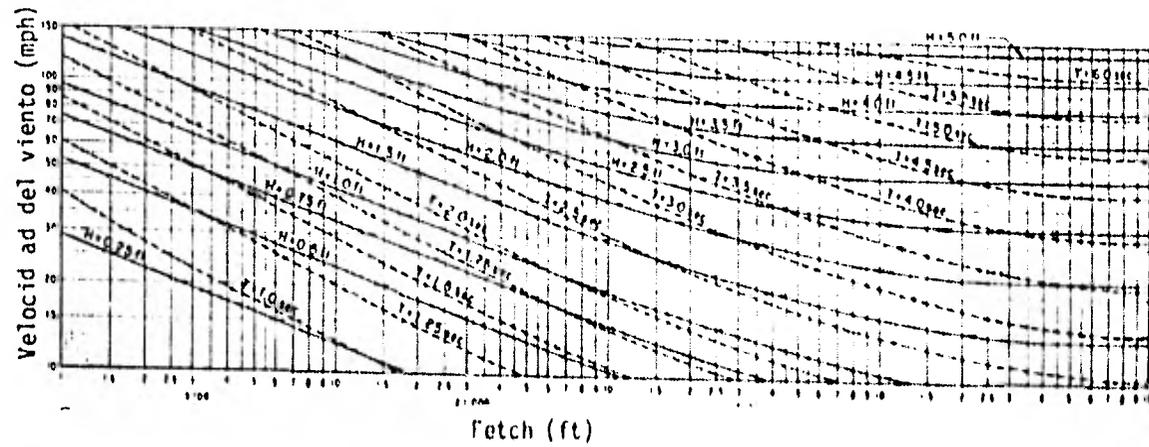


Fig. 5.14 Curvas de predicción para aguas bajas ( $d = 10$  ft)

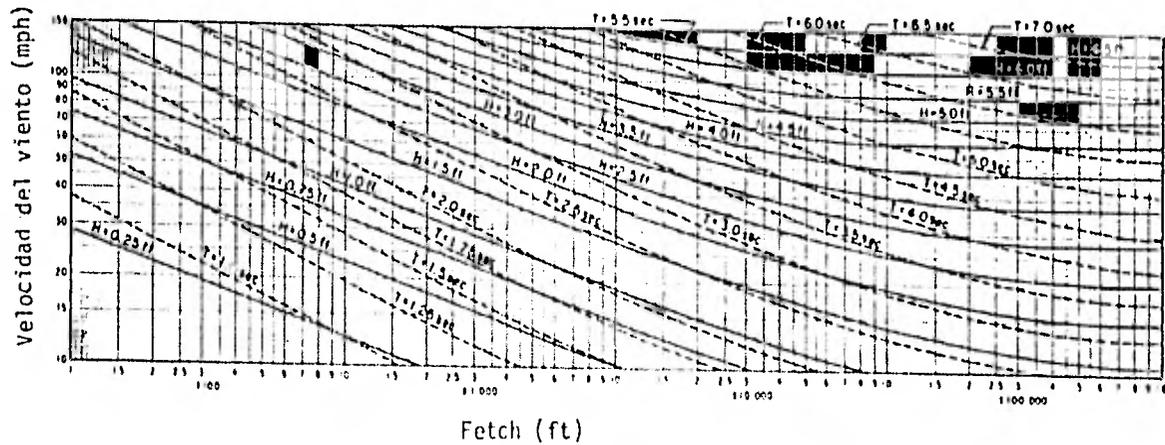


Fig. 5.15 Curvas de predicción para aguas bajas (d = 15 ft)

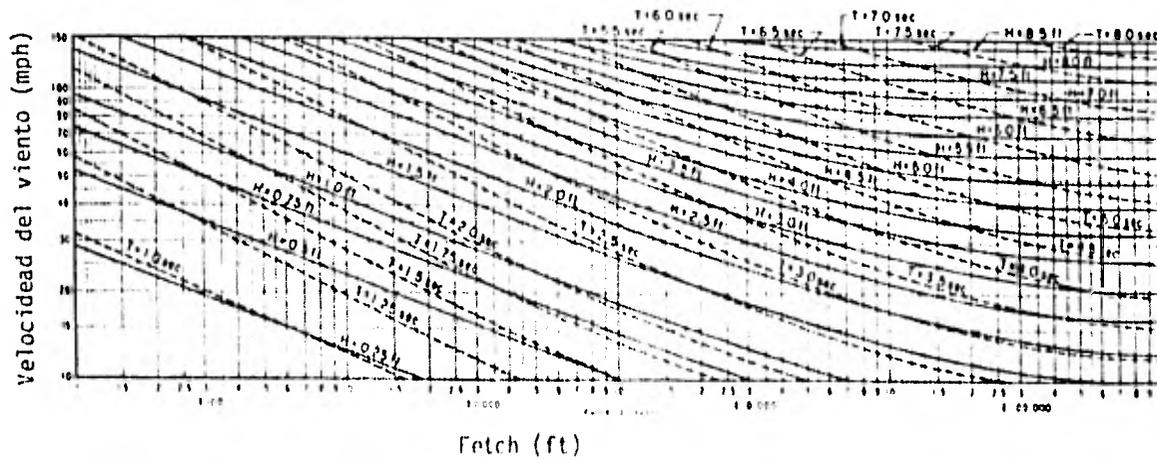


Fig. 5.16 Curvas de predicción para aguas bajas (d = 20 ft)

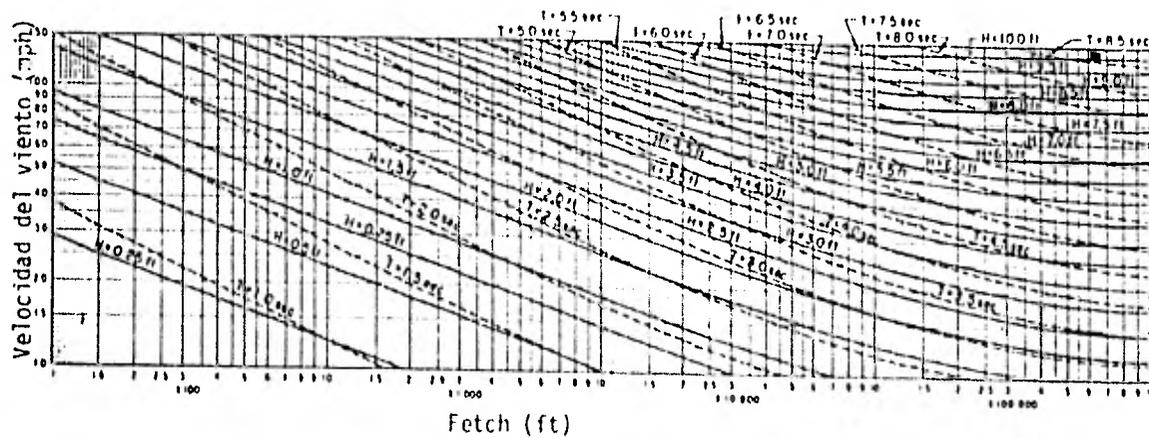


Fig. 5.17 Curvas de predicción para aguas bajas (d = 25 ft)

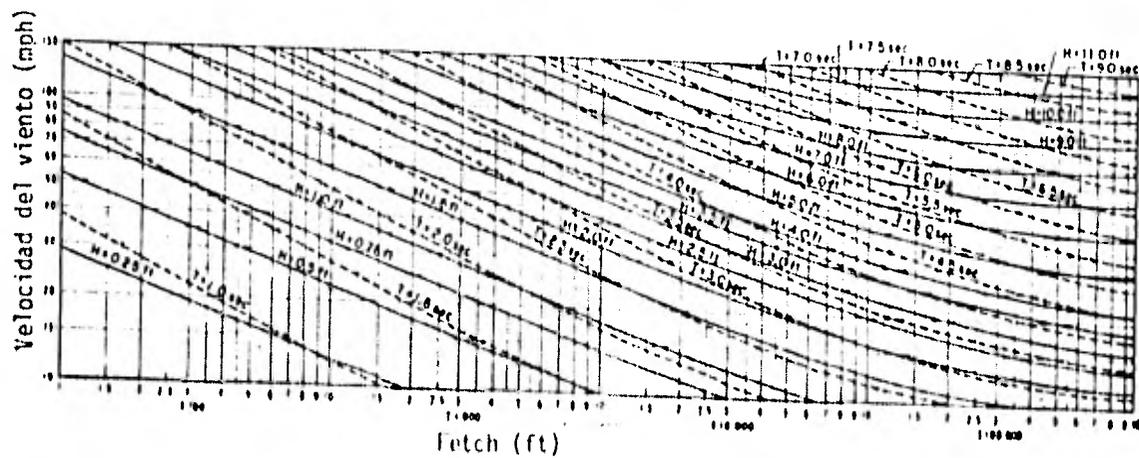


Fig. 5.18 Curvas de predicción para aguas bajas (d = 30 ft)

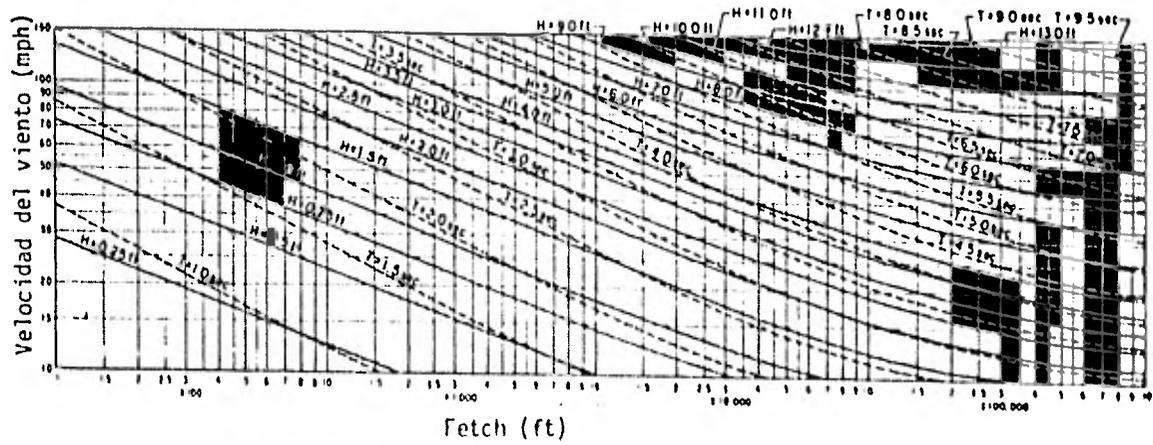


Fig. 5.19 Curvas de predicción para aguas bajas (d = 35 ft)

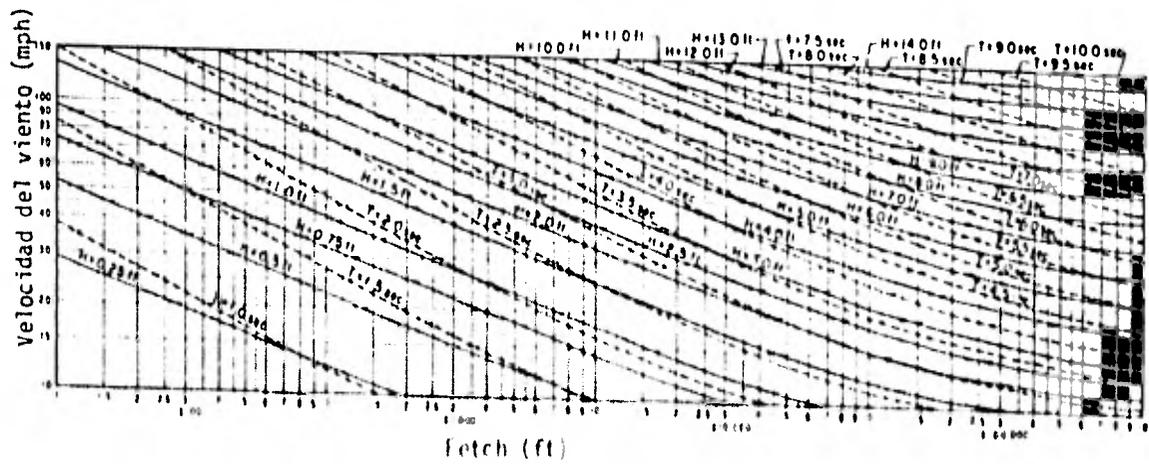


Fig. 5.20 Curvas de predicción para aguas bajas (d = 40 ft)

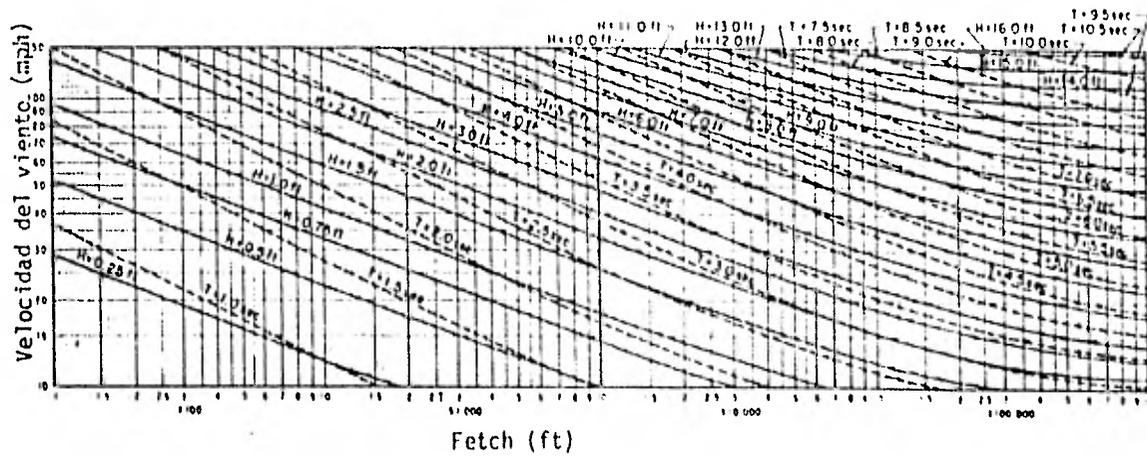


Fig. 5.21 Curvas de predicción para aguas bajas (d = 45 ft)

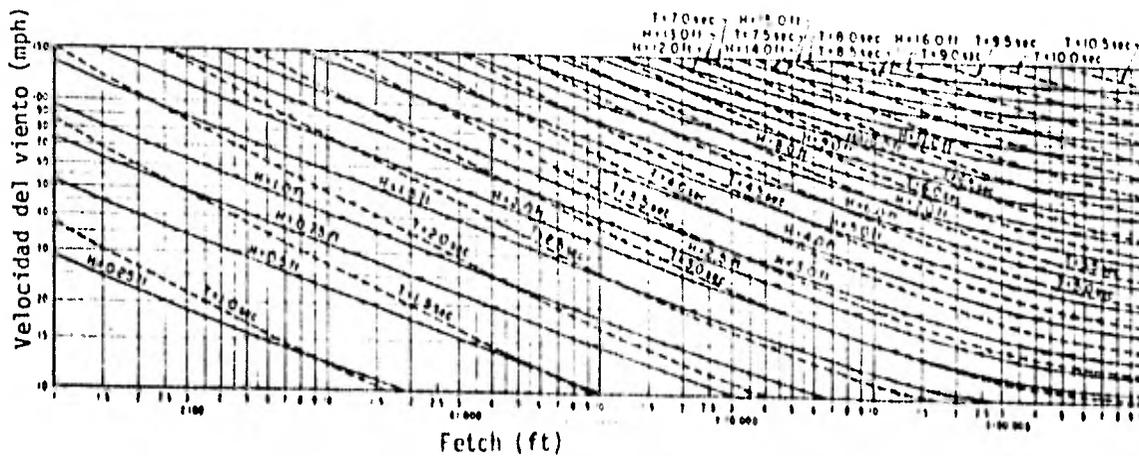


Fig. 5.22 Curvas de predicción para aguas bajas (d = 50 ft)

## CAPITULO SEIS

### OLEAJE CICLONICO

Los ciclones se forman debido a que en algun lugar sobre el mar, una gran masa de aire aumenta su temperatura debido al calor del agua y a la acción de los rayos solares. Esta enorme masa de aire, disminuye su densidad y sube rapidamente, el "hueco" es ocupado por aire de menor temperatura que se precipita. Las fuerzas de Coriolis hacen que el sistema empiece a girar. Este movimiento se acelera y el aire que asciende, al enfriarse, produce lluvias torrenciales. Finalmente, la fuerza centrífuga tiende a arrojar el aire hacia afuera, que se equilibra con la presión del aire que tiende a precipitarse hacia adentro. Esto resulta en una formación de tipo cilíndrico, cuyas paredes se endurecen e impiden la entrada del aire al centro. Este es el ojo del huracán, que usualmente tiene entre tres y treinta kilómetros de diámetro en el que se presenta calma absoluta.

Los ciclones se originan con frecuencia entre los 10 y 20 grados de latitud.

Las isobaras presentan el aspecto de una elipse cuyos ejes tienen relación de 2 a 3 partes y con el eje ma-

yor en la dirección en que se trasladan.

En el Hemisferio Norte, la dirección del viento es del orden de  $30^\circ$  tangentes a las isobaras y con movimiento contrario a las manecillas del reloj. En sus inicios generalmente se trasladan hacia el oeste y luego hacia el noroeste. Su velocidad de desplazamiento puede alcanzar velocidades hasta de 300 km/día.

Los huracanes son ciclones tropicales en los cuales los vientos alcanzan velocidades de 120 km/hora o más y seoplan en una gran espiral alrededor de un centro relativamente calmado. Están asociados con un centro de muy baja presión atmosférica y un fuerte gradiente de presión que ocasionan dichos vientos de gran velocidad. El término huracán propiamente dicho, sólo es aplicable a aquellas tormentas tropicales que se originan en el Océano Atlántico - Norte Subtropical, entre Africa y las Antillas y a los que se generan cerca de la costa occidental de México. Los huracanes del mismo tipo son llamados Tifones en el Pacífico Norte y Occidental, así como en el Mar de China; Baguios - en la Filipinas y Ciclones Tropicales en el Océano Indico, Bahía de Bengala y Mar Arábigo.

Los efectos más sensibles que provoca el paso de un

ciclón cerca de la costa son los siguientes:

- a) Una sobreelevación del nivel del mar denominada Marea de Tormenta.
- b) Formación de oleaje con características extraordinarias, denominado Oleaje Ciclónico.

#### 6.1 TECNICA DE PREDICCIÓN DEL OLEAJE CICLÓNICO.

La determinación del Fetch y la duración es mas difícil que para condiciones normales del clima. Los cambios sustanciales en la velocidad y dirección del viento, tanto en posición como en tiempo provocan dicha dificultad.

En los huracanes, las áreas del fetch en las cuales la velocidad y dirección del viento son razonablemente constantes, son muy pequeñas y nunca se alcanza un "mar completamente desarrollado".

Se han propuesto muchos modelos matemáticos para el estudio de los huracanes, sin embargo cada uno se ha diseñado para simular algún aspecto de éste fenómeno y no existen suficientes datos para determinar el mejor modelo para todos los posibles propósitos de aplicación.

Para un huracán que se mueve lentamente, se sugiere aplicar las siguientes fórmulas a fin de obtener una estimación de la altura de la ola significativa en aguas profundas y el período en el punto de máxima velocidad del viento.

$$H_o = 16.5 e^{\frac{R\Delta p}{200}} \left( 1 + \frac{0.208 \alpha V_t}{\sqrt{R}} \right) \quad \dots (6.1)$$

$$T_\delta = 8.6 e^{\frac{R\Delta p}{200}} \left( 1 + \frac{0.104 \alpha V_t}{\sqrt{R}} \right) \quad \dots (6.2)$$

Donde :

- $H_o$  = Altura de la ola significativa en aguas profundas, en pies.
- $T_\delta$  = El correspondiente período significativo, en segundos.
- $R$  = Radio de los vientos máximos, en millas náuticas.
- $\Delta p$  =  $P_n - P_c$ , donde  $P_n$  es la presión normal de 29.92 pulgadas de mercurio y  $P_c$  es la presión en el centro del huracán, en pulgadas de mercurio.
- $V_t$  = Velocidad de translación del huracán, en nudos.

$u_R$  = Velocidad máxima sostenida del viento, en nudos, calculada para 30 pies sobre el nivel medio del mar en el radio  $R$ , donde:

$$u_R = 0.865 u_{max} \quad (\text{para huracanes estacionarios}) \quad \dots (6.3)$$

$$u_R = 0.865 u_{max} + 0.5V\zeta \quad (\text{para huracanes en movimiento}) \quad \dots (6.4)$$

$u_{max}$  = Velocidad máxima del viento de gradiente, en nudos, a 30 pies sobre el nivel del mar.

$$u_{max} = 0.868(73(P_H - P_o)^{1/2} - R(0.575\zeta)) \quad \dots (6.5)$$

$\zeta$  = Parámetro de Coriolis =  $2\omega \sin\phi$ , donde  $\omega$  = velocidad angular de la tierra =  $2\pi/24$  radianes por hora.

Latitud ( $\phi$ )	25°	30°	35°	40°
$\zeta$ (rad/hr)	0.221	0.262	0.300	0.337

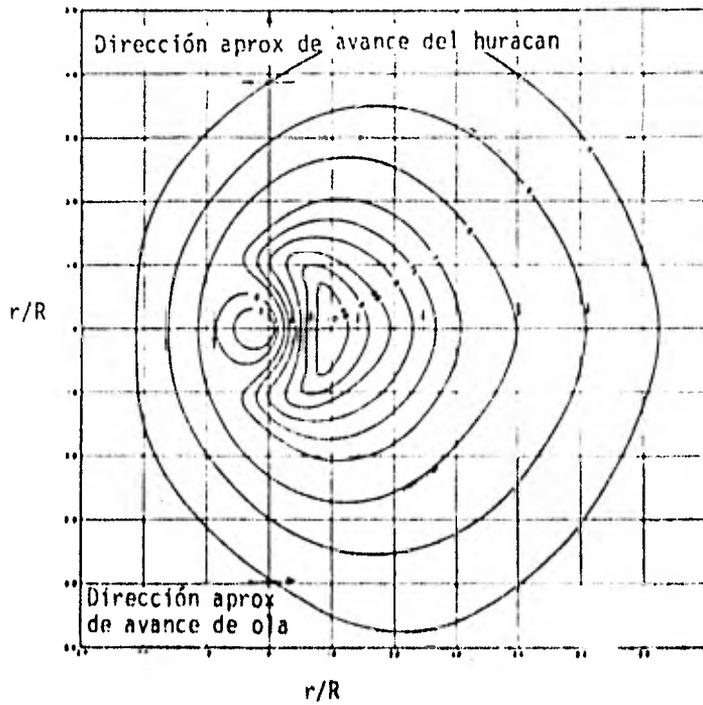
$\alpha$  = Coeficiente que depende de la velocidad de avance del huracán y del incremento de la longitud del fetch efectivo debido a que el huracán se encuentra en movimiento. Para huracanes moviéndose lentamente, se sugiere adoptar  $\alpha = 1.0$ .

Una vez que se calcula  $H_o$  en el punto de viento máximo (aplicando la ecuación 6.1), es posible obtener aproximadamente la altura de la ola significativa en aguas profundas en otras zonas del huracán utilizando la figura 6.1.

El correspondiente período de la ola se puede obtener de manera aproximada aplicando la siguiente ecuación:

$$T = 2.13 \sqrt{H_0} \quad (\text{en segundos}) \quad \dots (6.6)$$

Donde  $H_0$  está dado en pies.



$R$  = Distancia radial a la máxima ola significativa.

$r$  = Distancia radial al punto de interés.

Fig. 6.1 Líneas de igual altura significativa, para huracanes lentos.

## CAPITULO SIETE

### MAREAS

El fenómeno de las mareas se debe principalmente - al efecto que tienen los demas cuerpos celestes sobre las partículas de agua.

Las principales fuerzas generadoras de las mareas son:

- a) Las fuerzas gravitacionales del Sol y la Luna (La Luna ejerce 2.18 veces más fuerza que el Sol debido a su cercanía).
- b) La fuerza centrífuga debido al movimiento de la tierra alrededor de su órbita.
- c) La fuerza de Coriolis debida a la rotación de la tierra alrededor de su eje.
- d) La fuerza de fricción debida al movimiento del agua con respecto a las fronteras que lo contienen.

#### 7.1 TEORIA ESTATICA DE NEWTON

Para poder explicar el fenómeno de mareas existe --

una teoría desarrollada por Newton, llamada "Teoría Estática de las Mareas", la cual se base en las siguientes hipótesis:

- a) La parte líquida de la Tierra está uniformemente -- distribuida, cubriendo todo el globo.
- b) El agua es un líquido ideal, que inmediatamente forma su posición de equilibrio, bajo la acción de las fuerzas a las que está sujeta.

La superficie líquida de la Tierra está representada por la línea punteada de la fig. 7.1 en donde no existe ninguna atracción; pero al presentarse la atracción de un cuerpo celeste, por ejemplo el sol, el agua sufrirá una -- elevación de su nivel en el punto A, que está frente al Astro. Sin embargo, en el punto B, también se presenta una sobreelevación del nivel originada por las fuerzas de inercia del conjunto. Dado que el volumen de agua permanece -- constante, necesariamente en los puntos C y D habrá una -- disminución del nivel del mar.

Como la tierra hace un giro completo sobre su eje -- en 24 horas, en ese lapso se presentarán dos mareas altas y dos bajas, en cualquier punto de ella.

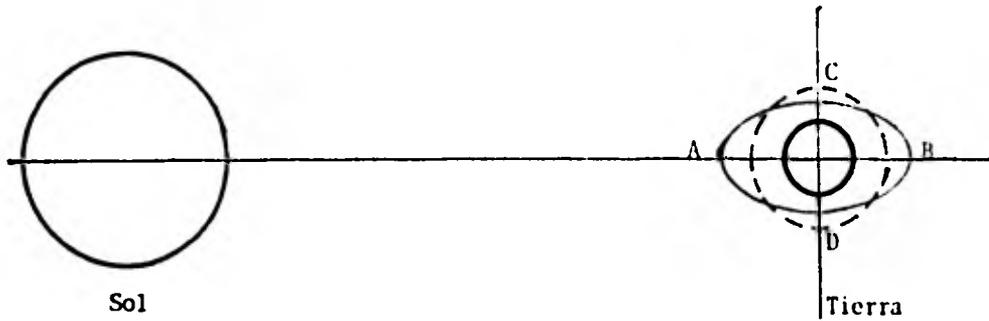


Fig. 7.1 Atracción Solar.

El ciclo se completa en 24 horas 48 min. Este retraso se origina porque mientras la Tierra dió un giro completo, la Luna cambió su posición relativa con respecto a ella.

La acción de la luna y el sol se combinan según las posiciones relativas de los dos astros, como se indica a continuación:

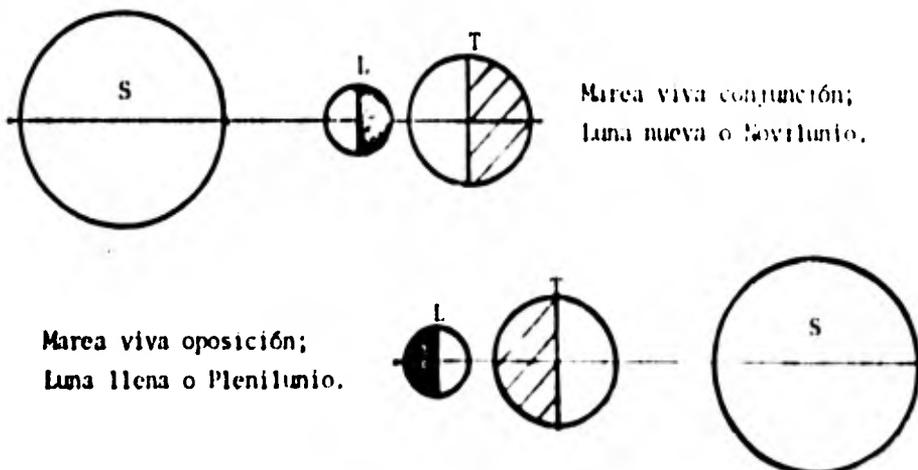
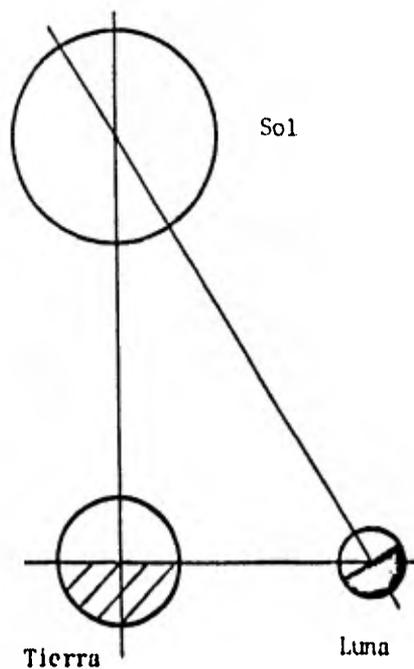


Fig. 7.2 Mareas Vivas.

Durante los períodos de la luna llena y luna nueva, los efectos del sol y de la luna se suman de tal manera -- que las mareas que provocan son mayores, es lo que se denomina Mareas Vivas o Mareas de Sicigias.



Cuando la luna está en cuarto creciente o cuarto menguante, su acción se contrarresta con la del sol, dando lugar a las llamadas Mareas Muertas, a ésta posición se le llama Cuadratura.

Fig. 7.3 Cuadraturas.

Las mareas de sicigias (amplitud de marea máxima) - se presentan dos veces al mes, como se muestra en la fig. 7.4.

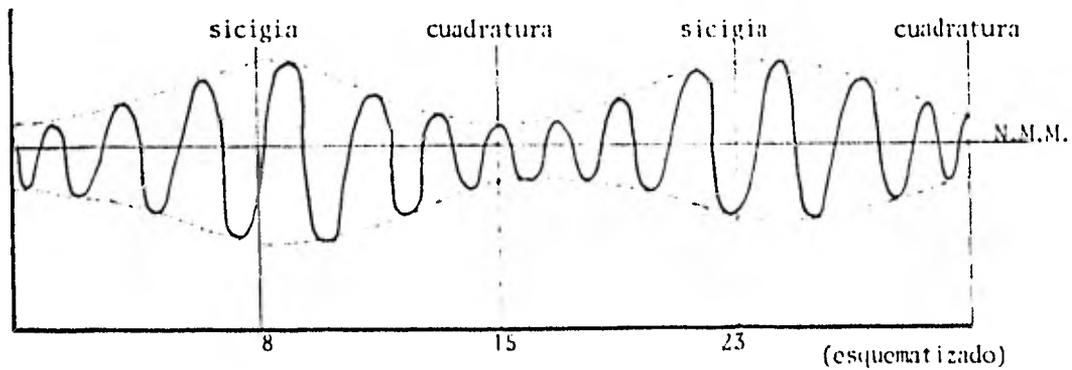


Fig. 7.4 Aspecto general de una curva de Marea. A la vez y durante dos ocasiones al año la acción del sol sobre las mareas, es más notable en las épocas de los equinoccios que en la de solsticios, por lo que las máximas mareas anuales se presentarán cuando se tengan las sicigias equinoccionales (equinoccios de primavera y otoño).

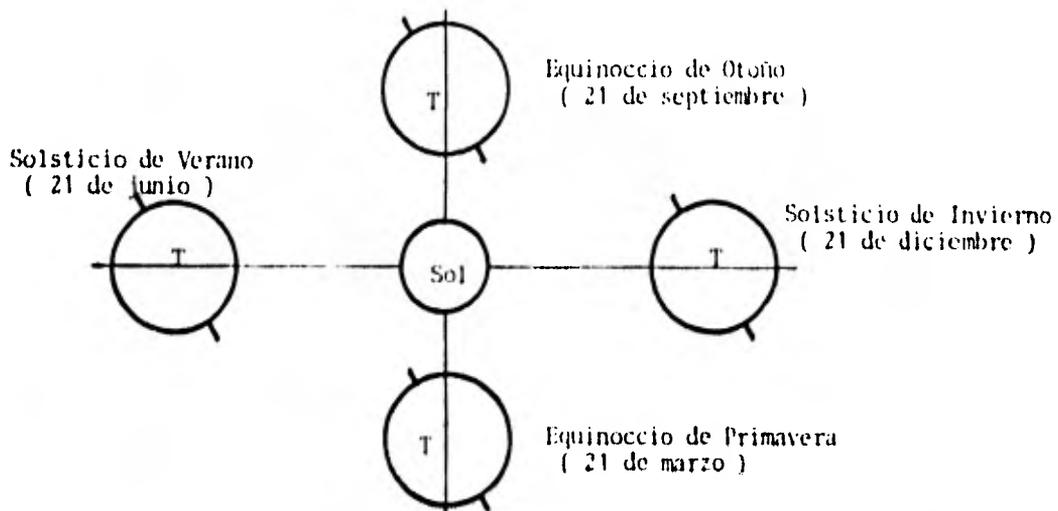


Fig. 7.5 Movimientos de la tierra alrededor del Sol.

En la fig. 7.10 se trazó las envolventes de las altas y bajas mareas de las sicigias del año.

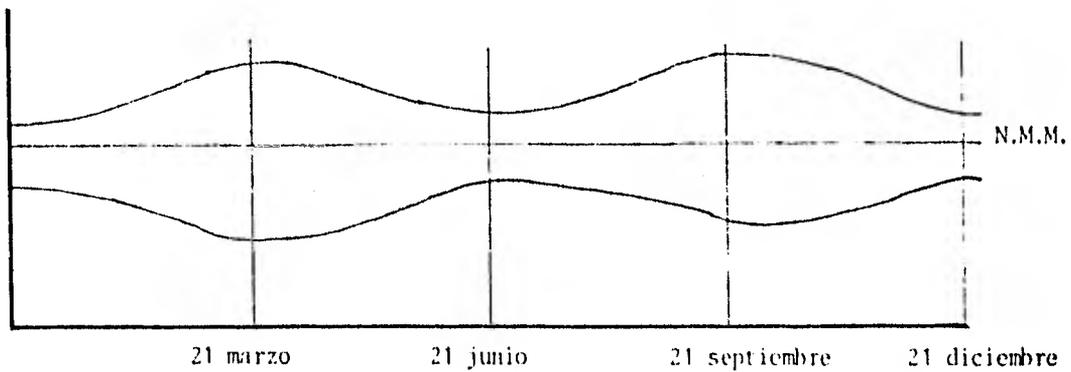


Fig. 7.6 Mareograma Anual.

El movimiento vertical de la marea en un punto determinado puede considerarse como la superposición lineal de series de términos armónicos, dependiendo los períodos de éstas componentes de los respectivos del sol y la luna.

Los tipos de curvas de marea que se presentan durante la mayor parte de un mes se clasifican en: (ver fig.7.7)

- a) Marea Diurna. Presenta una pleamar y una bajamar por día.
- b) Marea Semidiurna. Presenta dos pleamares y dos bajamares.

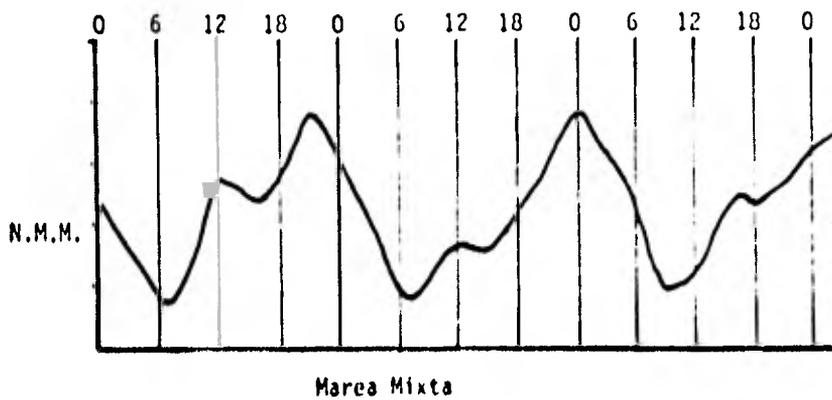
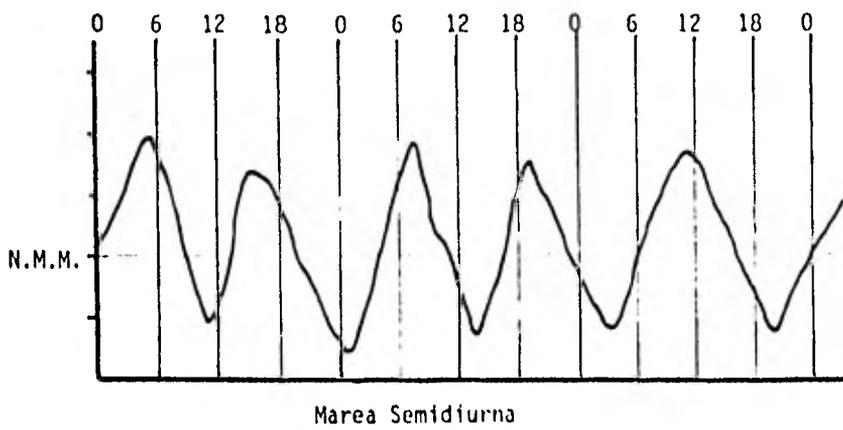
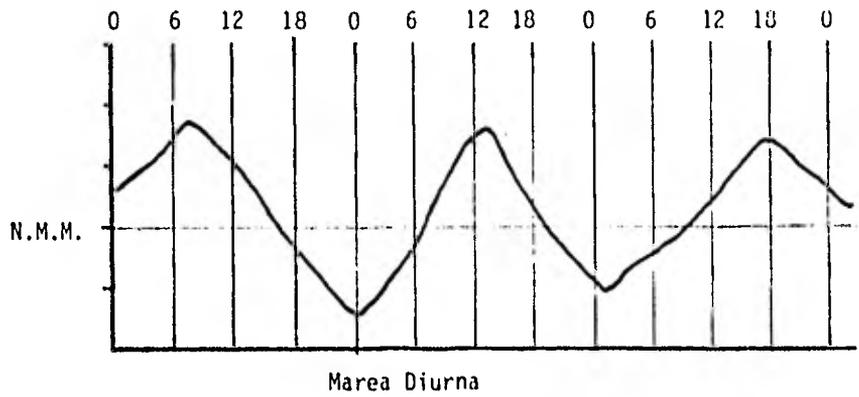


Fig. 7.7 Tipos de Mareas.

- c) Marea Mixta. Se caracteriza por tener dos pleamares y bajamares notablemente diferentes.

La fase ascendente del nivel del mar se denomina --flujo y el descenso reflujo, correspondiendo a los niveles máximos de dichos movimientos los nombres de pleamar y a los niveles mínimos bajamar.

En algunas partes del globo terrestre la diferencia de altura en las mareas el mismo día es muy notable. Esta desigualdad diurna es debido a que la luna se mueve arriba y abajo del plano del Ecuador, y al empezar y terminar un período de 12 horas un punto sobre la superficie terrestre ocupa diferentes posiciones respecto al plano de la órbita de la luna y está sujeta a influencia de grado variable. La desigualdad diurna es muy marcada en los océanos-Indico y Pacífico.

## 7.2 DIFERENTES PLANOS DE REFERENCIA

La variación de niveles del agua motivada por las mareas, ha dado lugar al establecimiento de diferentes planos, que se definen en seguida:

- Pleamar Máxima Registrada: Es el nivel más alto de un registro dado.

- Nivel de Pleamar Media: Es el promedio de todas -- las pleamares durante un lapso considerado.
- Nivel Medio del Mar: Es el promedio de las alturas horarias durante un período considerado.
- Nivel de Media Marea: Es el plano equidistante entre la Pleamar Media y la Bajamar Media, obtenido -- promediando éstos dos valores.
- Nivel de Bajamar Media: Es el promedio de todas -- las Bajamares durante un período considerado.
- Bajamar Mínima Registrada: Es el nivel más bajo -- registrado debido a las fuerzas de marea periódica o también que tengan influencia sobre las mareas -- los efectos de condiciones meteorológicas.

El establecimiento de éstos planos se realiza en ba-- se a las observaciones de las variaciones de las mareas du-- rante un período mínimo de un año.

### 7.3 PREDICCIÓN DE MAREAS

Las fuerzas generadoras de mareas varían periódica-

mente con los cambios en las posiciones relativas del sol y la luna con respecto a puntos particulares de la superficie de la tierra, lo que produce mareas de cierta regularidad.

Debido a lo anterior, se acostumbra estudiar el fenómeno mediante análisis armónico. En el análisis se considera que alrededor de la tierra giran, un cierto número de planetas ficticios, con período particular y a una distancia constante. El resultado del análisis, indica que las mareas son generadas por varias fuerzas componentes.

El análisis armónico de las mareas se calibra para cada punto, con la ayuda de observaciones y mediciones de las mareas en ese punto, a través de largos períodos de tiempo. Con ésto se logra determinar ciertas constantes para dicho punto, como son: La amplitud, la frecuencia angular y las fases de cada componente.

Con todo lo anterior, y superponiendo adecuadamente los componentes, es posible predecir mareas futuras.

Estas predicciones son tabuladas y publicadas por El Instituto de Geofísica de la U.N.A.M.

APPENDICES

## APENDICE "A"

### ELEMENTOS DE HIDRODINAMICA

En este anexo se realiza un breve repaso sobre los elementos de un fluido ideal o teoría del flujo potencial, de utilidad en el desarrollo de las teorías del oleaje.

#### A.1 ECUACION DE CONTINUIDAD

Todo flujo debe satisfacer la ecuación de continuidad, trátase de un fluido viscoso ó ideal. Los fluidos son continuos en espacio y tiempo, lo que significa que no contienen vacíos y la masa no se crea o se destruye.

Consideremos un volumen de control  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  que se muestra en la figura A.1 el cual se encuentra fijo en el espacio y en el tiempo.

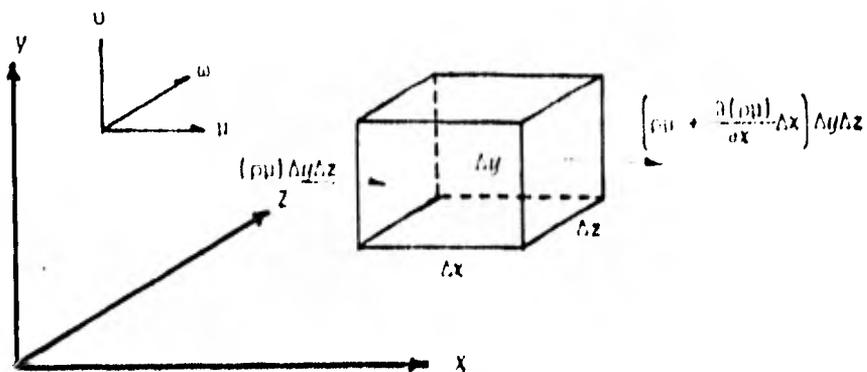


Fig. A.1 Volumen de Control.

Un fluido con componentes de velocidad  $u, v$  y  $w$  con densidad,  $\rho$ , se mueve a través de la región definida por las coordenadas  $x, y$  y  $z$  (incluyendo el volumen de control). Inicialmente la velocidad del flujo y la densidad del fluido se suponen que son dependientes en tiempo y espacio. La masa del fluido que pasa a través de una cierta área en la unidad de tiempo es igual al producto de la densidad del fluido (masa/unidad de volumen), la velocidad normal al área por la que pasa y esta superficie. Por lo tanto, la masa de flujo en la dirección de  $x$  es:

$$(\rho u) \Delta y \Delta z - \left( \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z + \left( \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z$$

De manera similar, para las direcciones coordenadas  $y$  y  $z$ :

$$(\rho v) \Delta x \Delta z - \left( \rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z + \left( \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z$$

$$(\rho w) \Delta x \Delta y - \left( \rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \Delta z \right) \Delta x \Delta y + \left( \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \Delta z \right) \Delta x \Delta y$$

La suma de esos flujos netos dentro del volumen de control debe ser igual a la cantidad de masa que se acumula en el volumen de control, o sea:

$$\frac{\partial(\rho \Delta x \Delta y \Delta z)}{\partial t}$$

Por lo tanto, debido a que el volumen de control es ta fijo:

$$- \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Delta y \Delta x \Delta z - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \Delta z \Delta x \Delta y = \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \dots (A.1)$$

Esta ecuación es la denominada ecuación general de continuidad.

Para flujo incomprensible y permanente la ecuación será:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots (A.2)$$

## A.2 MOVIMIENTO ROTACIONAL E IRROTACIONAL

Una partícula de fluido se puede trasladar, distorcionar y/o girar mientras esta en movimiento, según se muestra en la figura A.2.

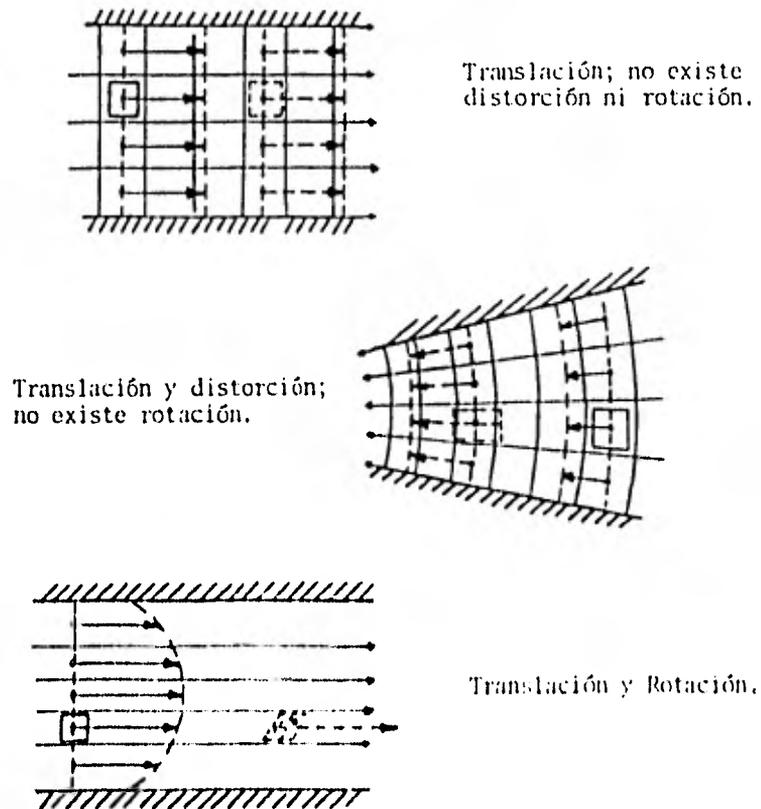


Fig. A.2 Tipos de Movimiento de una Partícula

Las fuerzas de presión y gravitacional únicamente - pueden provocar que un fluido se translade y distorciona, - es necesario una fuerza tangencial para que se produzca ro tación. Por ello, los movimientos generados por las fuer- zas de presión y gravitacional con un pequeño efecto de es fuerzos cortantes son esencialmente irrotacionales. En un canal en el que se pueda generar oleaje por medio de un -- pistón o un batidor se generan olas gravitacionales super- ficiales con un movimiento irrotacional con excepción de - la zona cercana a las paredes donde existe un esfuerzo cor tante y el flujo es rotacional. Como una ola es generada en el mar por el viento que trasmite una fuerza tangencial, el flujo es rotacional, sin embargo, al alejarse el oleaje de la zona de generación, se transforma en irrotacional. - La teoría del flujo potencial o irrotacional se utilizará para deducir las ecuaciones que describen la cinemática de las ondas y se relaciona con los campos de presión. El he cho de que un fluido es real y tiene viscosidad no invali- da las ecuaciones para movimiento irrotacional. Una anal oía para explicar el movimiento de una partícula en un --- oleaje irrotacional son los asientos de la "Rueda de la -- Fortuna", mientras que la rueda completa una vuelta, los - asientos se trasladan pero no giran.

Para cuantificar la rotación de una partícula de un fluido consideremos la figura A.3 en la cual un elemento -

de fluido se translada de la posición A a la posición B.

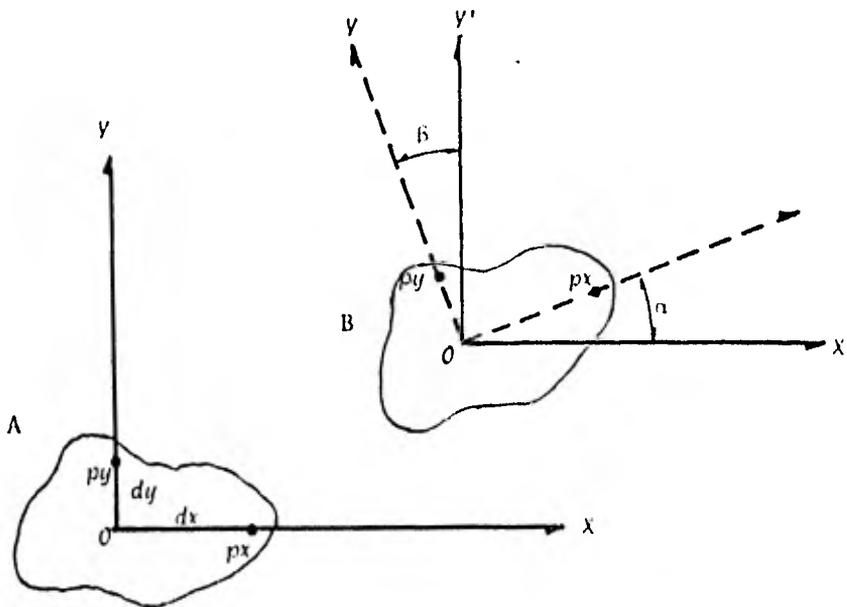


Fig. A.3 Partícula en Rotación

Definamos la rotación alrededor de el eje z como  $\omega_z$  y representa el promedio de la velocidad angular de dos líneas mutuamente perpendiculares en el plano xy.

Por lo tanto:

$$\omega_z = \frac{1}{2}(\omega_\alpha + \omega_\beta)$$

$$\omega_\alpha = \frac{v_{px}}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \omega_\beta = \frac{u_{py}}{dy} = \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dy} = \frac{\partial u}{\partial y}$$

y :

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad \dots (\text{A.3a})$$

De igual forma :

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \dots (\text{A.3b})$$

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) \quad \dots (\text{A.3c})$$

En un movimiento irrotacional  $\omega_z = \omega_x = \omega_y = 0$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \quad \dots (\text{A.4})$$

### A.3 FUNCION DE CORRIENTE

El concepto de función de corriente es conveniente en la definición de flujos rotacionales o irrotacionales en dos dimensiones. Definiendo una función escalar,  $\psi$ , en el espacio y tiempo que tiene diferente valor constante a lo largo de cada línea de corriente, encontramos que la diferencia en el valor de  $\psi$  entre varias líneas de corriente es igual al gasto que pasa entre esas líneas. Por lo tanto para flujo uniforme bidimensional:

$$\psi = \psi(x, y)$$

$$Q = d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy \quad \dots (\text{A.5})$$

También, de la figura A.4 aplicando la ecuación de continuidad:

$$Q = \mu dy + (-v dx) \quad \dots (A.6)$$

Comparando las ecuaciones A.5 y A.6 tenemos:

$$\mu = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \dots (A.7a)$$

Y

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots (A.7b)$$

Las ecuaciones A.7 pueden verificarse sustituyéndose en la ecuación de continuidad bidimensional:

$$\frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Lo que resulta:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} = 0$$

Que cumple con los requisitos de continuidad.

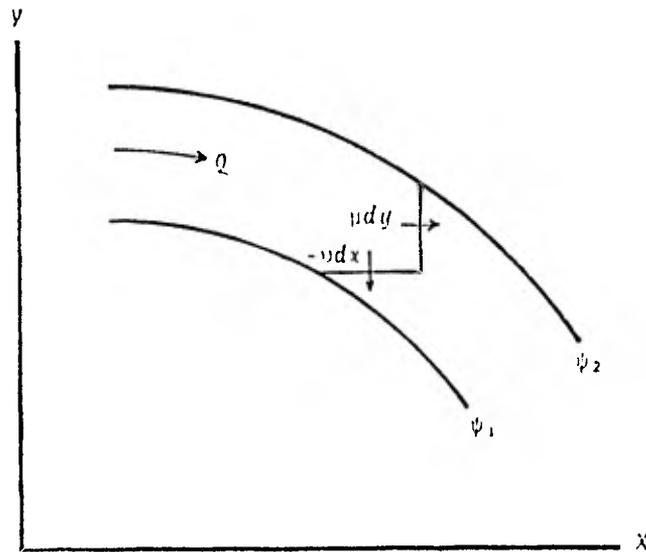


Fig. A 4 Gasto entre líneas de corriente.

Si se requiere que adicionalmente el flujo sea irrotacional, sustituyendo las ecuaciones A.7 en la ecuación A.4 tendremos:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots (A.8)$$

La cual se denomina Ecuación de Laplace, y todo flujo que la satisfaga será irrotacional.

Para ciertas condiciones de frontera habrá muchas líneas de flujo posibles (líneas  $\psi$ ) pero únicamente una de ellas cumplirá con la ecuación A.8 y será irrotacional.

#### A.4 FUNCION POTENCIAL DE VELOCIDAD

La función potencial de velocidad,  $\phi$ , es también una función escalar en el tiempo y espacio, pero a diferencia de la función corriente, únicamente existe cuando se presenta flujo irrotacional.

Cuando igualamos a unas series de constantes las ecuaciones de unas series de velocidad potencial, se obtienen dichas líneas. Las líneas  $\phi$  son perpendiculares a las líneas  $\psi$  y un único conjunto de líneas  $\phi$  es posible obtener para unas ciertas condiciones de frontera.

Por lo tanto, definiendo:

$\phi = f(x, y, z, t) = \text{Constante}$  a lo largo de las líneas equipotenciales y :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \dots (A.9a)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \dots (A.9b)$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \dots (A.9c)$$

Si sustituimos las ecuaciones A.9a y A.9b en la ecuación A.4 para cumplir con los requerimientos de flujo irrotacional, tendremos:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} = 0$$

Lo que indica, como se mencionó anteriormente, que la existencia de  $\phi$  significa flujo irrotacional.

Al sustituir las ecuaciones A.9a y A.9b en la ecuación de continuidad (bidimensional) tendremos:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots (A.10)$$

Que es la ecuación de Laplace. Por lo tanto las líneas  $\phi$  y las líneas  $\psi$  que satisfacen la ecuación de Laplace, para ciertas condiciones de frontera, también cumplirán la continuidad y los requerimientos de la irrotacionalidad.

#### A.5 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

Consideremos un fluido que pasa a través de un volumen de control de dimensiones  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$ , como se mues-

tra en la figura A.1, el cual se encuentra bajo los efectos de las fuerzas de cuerpo y superficie.

Si el flujo es irrotacional o el fluido es ideal, - las fuerzas viscosas se pueden despreciar. Si la tensión superficial también se desprecia, entonces las únicas fuerzas que actúan será la fuerza superficial debida a la presión,  $P$ . Las fuerzas de cuerpo por unidad de masa del fluido, particularmente las debidas al campo gravitacional y aceleración de Coriolis, actuarán en el centroide de la masa y se denominarán por  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

Como la velocidad es una función de la posición y - el tiempo, entonces:

$$v = f(x, y, z, t)$$

Por lo tanto:

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz + \frac{\partial v}{\partial t} dt$$

La aceleración en la dirección de  $x$  será:

$$A_x = \frac{d\mu}{dt}$$

Entonces:

$$A_x = \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \mu}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial \mu}{\partial t} \frac{dt}{dt}$$

Lo que es igual a:

$$A_x = \frac{\partial \mu}{\partial x} \mu + \frac{\partial \mu}{\partial y} \nu + \frac{\partial \mu}{\partial z} \omega + \frac{\partial \mu}{\partial t} \quad \dots (A.11)$$

$$\underbrace{\left( \frac{\partial \mu}{\partial x} \mu + \frac{\partial \mu}{\partial y} \nu + \frac{\partial \mu}{\partial z} \omega \right)}_{\text{Aceleración convectiva}} + \underbrace{\left( \frac{\partial \mu}{\partial t} \right)}_{\text{Aceleración local}}$$

Al aplicar la Segunda Ley de Newton ( $\Sigma F_x = MA_x$ ), al volumen de control mostrado en la figura A.1 tenemos:

$$P dydz - (P + \frac{\partial P}{\partial x} dx) dydz + \rho dx dy dz = \rho dx dy dz A_x$$

Donde  $\rho$  es la densidad del fluido (masa/volumen).

Dividiendo entre la masa del volumen de control --

( $\rho dx dy dz$ ) e insertando el término completo de la aceleración, se obtiene la ecuación de Euler de movimiento en la dirección de  $x$ .

$$x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad \dots (A.12a)$$

De manera similar en las direcciones

$$y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = \mu \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad \dots (A.12b)$$

$$z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + \omega \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad \dots (A.12c)$$

#### A.6 ECUACION DE BERNOULLI

Consideremos la ecuación de Euler en la dirección  $x$  (ec. 2.12a) y supongamos que la única fuerza de cuerpo que actúa es la debida al campo gravitacional. Si la dirección  $h$  sigue la vertical y es positiva hacia arriba, entonces la fuerza gravitacional por unidad de masa en la dirección  $h$  será igual a menos la aceleración de la gravedad ( $-g$ ).

La componente en la dirección de  $x$  será:

$$x = -g_x = -g \frac{dh}{dx}$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + u \frac{\partial \mu}{\partial x} + v \frac{\partial \mu}{\partial y} + \omega \frac{\partial \mu}{\partial z} = - \left( \frac{\partial P}{\rho \partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial (P + \gamma h)}{\partial x} \quad \dots (\text{A.13})$$

Donde  $\gamma$  es el peso específico del fluido ( $\text{kg/m}^3$ ). -  
Si el flujo es irrotacional:

$$\frac{\partial \mu}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{y} \quad \frac{\partial \mu}{\partial z} = \frac{\partial \omega}{\partial x}$$

Entonces:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial (P + \gamma h)}{\partial x} = \frac{\partial \mu}{\partial t} + u \frac{\partial \mu}{\partial x} + v \frac{\partial \mu}{\partial x} + \omega \frac{\partial \mu}{\partial x} = \frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu^2 + v^2 + \omega^2}{2} \right)$$

Finalmente

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial (P + \gamma h)}{\partial x} = \frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q^2}{2} \right) \quad \dots (\text{A.14})$$

Donde  $q$  es la velocidad cuyas componentes son  $u, v, \omega$ .

Puesto que  $\mu = \frac{\partial \phi}{\partial x}$ , entonces

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)$$

La ecuación A.14 también se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gh + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0 \quad \dots (A.15a)$$

Y para las direcciones restantes, de manera similar:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gh + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0 \quad \dots (A.15b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gh + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0 \quad \dots (A.15c)$$

Integrando las ecuaciones A.15 y considerando  $\rho$  constante, tenemos:

$$\frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gh + \frac{\partial \phi}{\partial x} = F_1(y, z, t)$$

$$\frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gh + \frac{\partial \phi}{\partial x} = F_2(x, z, t)$$

$$\frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gh + \frac{\partial \phi}{\partial x} = F_3(x, y, t)$$

Puesto que los elementos de los miembros izquierdos de las ecuaciones anteriores son iguales, entonces los miembros derechos deben ser también iguales. Asimismo todos los términos de los miembros derechos no contienen  $x$ ,  $y$  y  $z$ , además de ser independientes de  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Podemos escribir la siguiente ecuación:

$$\frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gh + \frac{\partial \phi}{\partial t} = F(t) \quad \dots (\text{A.16})$$

Donde  $F(t)$  puede ser una constante. La ecuación A.16 es la ecuación general de Bernoulli para flujo no uniforme, incompresible e irrotacional.

#### A.7 MASA VIRTUAL

La fuerza necesaria para acelerar un cuerpo sólido en el vacío es igual a la masa del cuerpo,  $M_c$ , por la aceleración. Si el cuerpo está sumergido en un fluido, la fuerza debe vencer el arrastre del fluido en el cuerpo y la fuerza debe acelerar la masa del fluido puesta en movimiento por el cuerpo. La masa de fluido puesta en movimiento es conocida con el nombre de masa virtual o masa agregada. La masa virtual depende del tamaño, la forma y la orientación del cuerpo.

Consideremos el flujo bidimensional que se presenta cuando un cilindro de diámetro  $2a$ , se mueve a través de un fluido en reposo y de dimensiones infinitas. Para la velocidad del cilindro,  $U$ , la velocidad del fluido en cualquier punto,  $q$ , esta dada por:

$$q = \frac{a^2}{\kappa^2} U$$

Donde,  $\kappa$ , es la distancia radial desde el centro del cilindro al punto en cuestión.

La energía cinética,  $KE$ , del fluido puesto en movimiento será la siguiente:

$$KE = \frac{1}{2} \int_a^{\infty} q^2 dM$$

$$KE = \frac{1}{2} \int_a^{\infty} q^2 \rho \pi \kappa d\kappa = \frac{1}{2} \rho \pi a^2 U^2 \dots (A.17)$$

La ecuación A.17 indica que la masa de fluido puesta en movimiento o masa agregada es igual a la masa de fluido desplazada por el cuerpo,  $M'$ . Por lo tanto, la masa total acelerada se puede escribir como  $M_c + kM'$  donde  $k$  es el coeficiente de masa agregada y es igual a la unidad. Para una esfera,  $k = 0.5$  y para un cubo,  $k = 0.67$ .

Por lo tanto, la energía cinética total  $KE_T$  de el -  
cuerpo y fluido es:

$$KE_T = \frac{1}{2}(Mc + kM')U^2$$

De la ley de conservación de la energía, el trabajo  
realizado por el sistema debe ser igual al incremento en -  
energía cinética del sistema, o sea:

$$(F - F_D)U = \frac{d(KE_T)}{dt} = \frac{1}{2}(Mc + kM')\frac{d(U^2)}{dt}$$

Donde:

$F$  = Fuerza aplicada

$F_D$  = Fuerza instantánea de arrastre del fluido --  
(  $\frac{1}{2}C_D\rho AU^2$  ).

La ecuación anterior se puede escribir:

$$F = \frac{1}{2}C_D\rho AU^2 + (\rho_c + k\rho) v_c \frac{dU}{dt} \quad \dots (A.18)$$

Donde:

$\rho_c$  = Densidad del cuerpo

$v_c$  = Volumen del cuerpo

$C_D$  = Coeficiente de arrastre

$A$  = Area de la sección transversal del cuerpo, normal a el flujo.

Consideremos que el cuerpo este fijo y que el flujo acelerado pase el cuerpo debido a un gradiente de presión en el fluido, tal como se muestra en la figura A.5 :

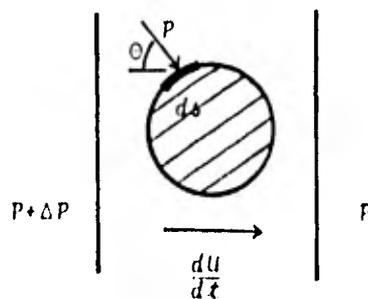


Fig. A.5 Flujo atravesando un cuerpo fijo.

La fuerza total en el cuerpo es:

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho A U^2 + k \rho V_c \frac{du}{dx} + \int P \cos \theta ds \quad \dots (A.19)$$

Donde el término de masa virtual es como se encontró anteriormente. El gradiente de presión que acelera el fluido también aplica una fuerza de presión neta en el cilindro y este tiene por valor el que se muestra como tercer término del miembro derecho de la ecuación A.19

Esto debe acelerar una masa de fluido igual a la que es desplazada por el cilindro. Entonces:

$$\oint p \cos \theta ds = \rho \nabla_c \frac{dU}{dt}$$

y la ecuación A.19 se puede escribir de la siguiente forma:

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho A U^2 + (1 + k) \rho \nabla_c \frac{dU}{dt} \quad \dots (A.20)$$

El término  $(1 + k)$  se denomina "Coeficiente de masa",  $C_m$ , y la ecuación A.20, cuando se aplica a fuerzas de oleaje sobre estructuras se le conoce con el nombre de "Ecuación de Morison".

## APENDICE "B"

### FUNCIONES HIPERBOLICAS

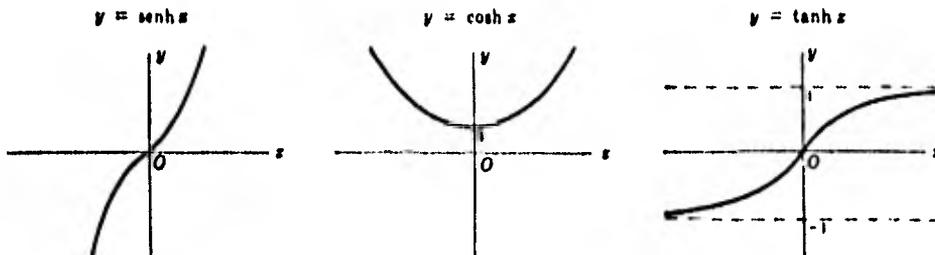
Las funciones hiperbólicas están relacionadas a la hipérbola equilátera de manera similar en que las funciones trigonométricas están relacionadas con un círculo.

A continuación se presentan las expresiones de dichas funciones:

$$\text{seno hiperbólico de } x = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\text{coseno hiperbólico de } x = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\text{tangente hiperbólica de } x = \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$



APENDICE "C"

FUNCIONES DE d/Lo

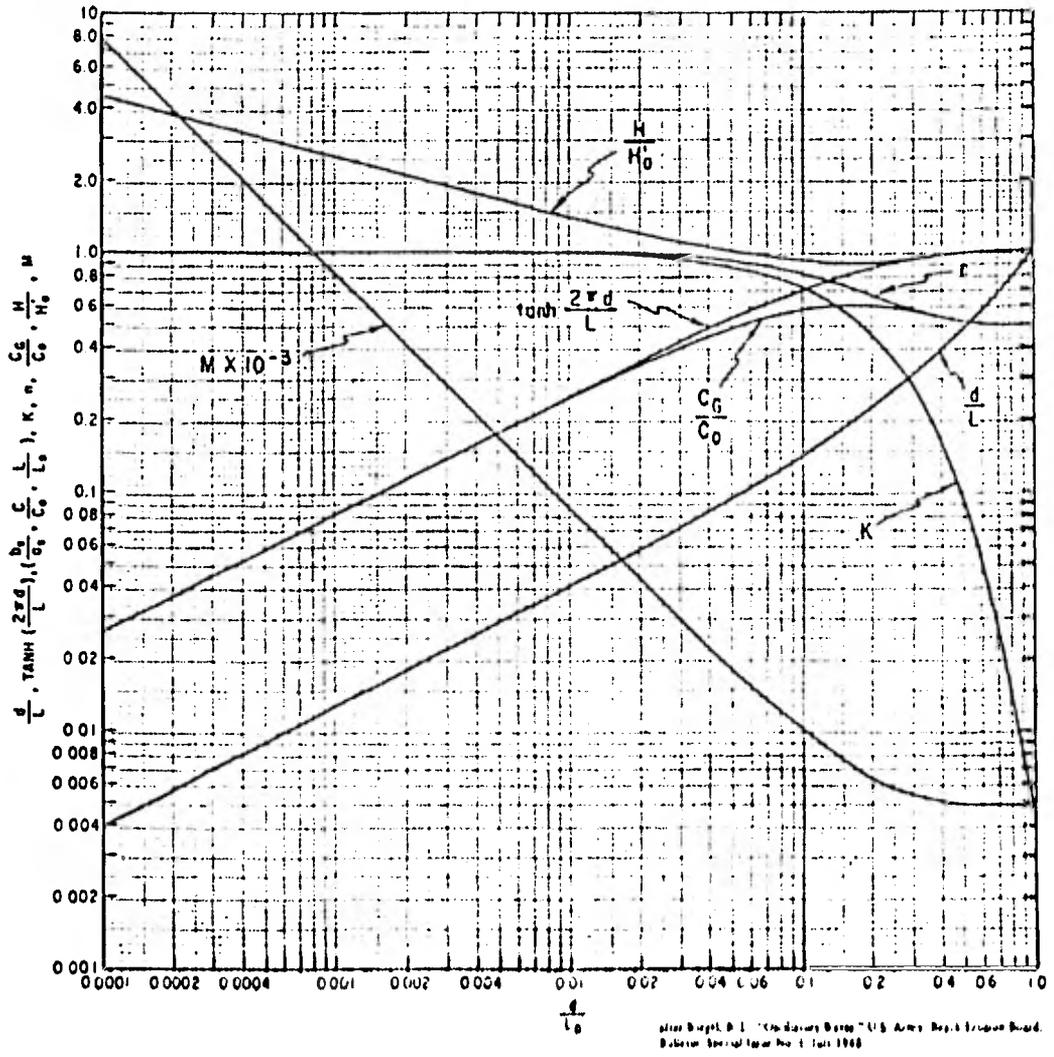


Fig. C.1 Gráficas para varias funciones de  $d/L$ .

DATE DE 1911 A 0.050										1920
DATE	SL	K1	TAKING	SEIGN	CASH	WHD	R	n	Cap	M
0.001	0.0126	0.0772	0.0750	0.0770	1.0951	2.5150	0.9969	0.9979	0.0780	795.04
0.002	0.0179	0.1125	0.1120	0.1127	1.0960	2.1174	0.9907	0.9950	0.1115	353.42
0.003	0.0219	0.1376	0.1357	0.1360	1.1095	1.9162	0.9766	0.9937	0.1357	263.91
0.004	0.0253	0.1570	0.1576	0.1590	1.0127	1.7809	0.9676	0.9917	0.1502	198.53
0.005	0.0284	0.1704	0.1765	0.1794	1.0160	1.6917	0.9543	0.9895	0.1747	150.29
0.006	0.0311	0.1954	0.1930	0.1967	1.0192	1.6199	0.9312	0.9875	0.1915	132.54
0.007	0.0356	0.2111	0.2060	0.2127	1.0224	1.5517	0.9191	0.9854	0.2050	114.02
0.008	0.0366	0.2262	0.2224	0.2281	1.0257	1.5070	0.9070	0.9833	0.2187	99.762
0.009	0.0382	0.2411	0.2355	0.2423	1.0289	1.4729	0.8949	0.9813	0.2311	89.969
0.010	0.0406	0.2511	0.2479	0.2577	1.0322	1.4450	0.8868	0.9792	0.2426	80.273
0.011	0.0423	0.2650	0.2597	0.2687	1.0355	1.4036	0.8657	0.9772	0.2530	73.167
0.012	0.0443	0.2732	0.2714	0.2819	1.0390	1.3746	0.8625	0.9751	0.2646	67.016
0.013	0.0461	0.2877	0.2819	0.2937	1.0422	1.3503	0.8595	0.9731	0.2742	62.131
0.014	0.0479	0.3010	0.2922	0.3055	1.0456	1.3275	0.8564	0.9710	0.2837	57.799
0.015	0.0496	0.3116	0.3017	0.3167	1.0490	1.3073	0.8533	0.9691	0.2926	54.131
0.016	0.0513	0.3223	0.3116	0.3279	1.0524	1.2862	0.8502	0.9670	0.3013	50.020
0.017	0.0530	0.3330	0.3212	0.3392	1.0556	1.2702	0.8470	0.9649	0.3099	47.039
0.018	0.0546	0.3431	0.3302	0.3496	1.0594	1.2541	0.8439	0.9628	0.3179	45.250
0.019	0.0561	0.3525	0.3383	0.3598	1.0623	1.2397	0.8417	0.9609	0.3253	43.046
0.020	0.0576	0.3619	0.3469	0.3697	1.0652	1.2260	0.8399	0.9589	0.3326	41.050
0.021	0.0591	0.3713	0.3552	0.3799	1.0687	1.2130	0.8346	0.9569	0.3396	39.121
0.022	0.0606	0.3807	0.3634	0.3903	1.0724	1.2000	0.8297	0.9546	0.3464	37.378
0.023	0.0621	0.3896	0.3715	0.3995	1.0761	1.1874	0.8266	0.9526	0.3531	35.807
0.024	0.0634	0.3984	0.3780	0.4090	1.0804	1.1767	0.8235	0.9508	0.3597	34.403
0.025	0.0648	0.4071	0.3836	0.4185	1.0846	1.1664	0.8205	0.9487	0.3662	33.141
0.026	0.0661	0.4153	0.3890	0.4279	1.0887	1.1571	0.8175	0.9466	0.3725	32.002
0.027	0.0675	0.4241	0.4004	0.4369	1.0925	1.1497	0.8146	0.9447	0.3788	30.975
0.028	0.0686	0.4323	0.4072	0.4459	1.0969	1.1431	0.8118	0.9428	0.3850	29.783
0.029	0.0701	0.4404	0.4140	0.4546	1.1016	1.1371	0.8092	0.9410	0.3910	28.797
0.030	0.0713	0.4480	0.4200	0.4631	1.1060	1.1317	0.8067	0.9393	0.3968	27.951
0.031	0.0726	0.4562	0.4261	0.4721	1.1107	1.1261	0.8044	0.9376	0.4024	27.212
0.032	0.0739	0.4639	0.4321	0.4808	1.1155	1.1210	0.8022	0.9357	0.4078	26.530
0.033	0.0751	0.4719	0.4387	0.4894	1.1204	1.1164	0.8001	0.9338	0.4130	25.895
0.034	0.0762	0.4794	0.4457	0.4980	1.1254	1.1121	0.7982	0.9319	0.4181	25.306
0.035	0.0773	0.4869	0.4519	0.5064	1.1304	1.1081	0.7963	0.9300	0.4231	24.777
0.036	0.0784	0.4944	0.4577	0.5148	1.1354	1.1042	0.7945	0.9281	0.4280	24.290
0.037	0.0794	0.5015	0.4633	0.5226	1.1404	1.1004	0.7927	0.9261	0.4328	23.844
0.038	0.0804	0.5085	0.4689	0.5301	1.1454	1.0966	0.7910	0.9241	0.4375	23.424
0.039	0.0814	0.5156	0.4740	0.5374	1.1504	1.0928	0.7893	0.9221	0.4421	23.014
0.040	0.0823	0.5224	0.4787	0.5446	1.1554	1.0891	0.7877	0.9201	0.4466	22.621
0.041	0.0834	0.5300	0.4856	0.5525	1.1604	1.0856	0.7862	0.9182	0.4511	22.245
0.042	0.0845	0.5372	0.4909	0.5603	1.1654	1.0824	0.7847	0.9163	0.4555	21.879
0.043	0.0856	0.5441	0.4961	0.5674	1.1704	1.0794	0.7832	0.9144	0.4598	21.520
0.044	0.0867	0.5511	0.5013	0.5744	1.1754	1.0764	0.7818	0.9125	0.4641	21.166
0.045	0.0878	0.5580	0.5065	0.5814	1.1804	1.0734	0.7803	0.9106	0.4683	20.817
0.046	0.0889	0.5649	0.5116	0.5884	1.1854	1.0704	0.7788	0.9087	0.4725	20.472
0.047	0.0899	0.5718	0.5167	0.5954	1.1904	1.0674	0.7773	0.9068	0.4767	20.131
0.048	0.0909	0.5781	0.5212	0.6022	1.1954	1.0644	0.7758	0.9049	0.4808	19.794
0.049	0.0919	0.5850	0.5263	0.6089	1.2004	1.0614	0.7743	0.9030	0.4849	19.461
0.050	0.0929	0.5919	0.5312	0.6157	1.2054	1.0584	0.7728	0.9011	0.4890	19.131

G/Lo DE 0.051 A 0.100											2/20
G/Lo	G/L	F1	TASH K6	SEMI K6	COSH K6	H/Ho	K	n	Cs/Do	n	
0.051	0.0952	0.5952	0.5957	0.6345	1.1593	1.0174	0.0444	0.4980	0.4011	17.194	
0.052	0.0962	0.6045	0.6062	0.6419	1.1693	1.0140	0.0415	0.4912	0.4041	16.910	
0.053	0.0973	0.6113	0.6141	0.6501	1.1793	1.0127	0.0394	0.4842	0.4074	16.616	
0.054	0.0983	0.6176	0.6215	0.6576	1.1897	1.0099	0.0375	0.4772	0.4103	16.345	
0.055	0.0993	0.6239	0.6277	0.6652	1.2011	1.0069	0.0356	0.4705	0.4132	16.087	
0.056	0.1003	0.6302	0.6332	0.6729	1.2053	1.0041	0.0337	0.4636	0.4160	15.837	
0.057	0.1013	0.6365	0.6395	0.6804	1.2075	1.0012	0.0318	0.4567	0.4189	15.595	
0.058	0.1023	0.6428	0.6468	0.6880	1.2128	0.9985	0.0299	0.4499	0.4215	15.369	
0.059	0.1033	0.6491	0.6519	0.6956	1.2161	0.9958	0.0280	0.4430	0.4242	15.134	
0.060	0.1043	0.6555	0.6583	0.7033	1.2215	0.9932	0.0260	0.4361	0.4269	14.913	
0.061	0.1053	0.6618	0.6644	0.7109	1.2276	0.9907	0.0240	0.4292	0.4294	14.699	
0.062	0.1063	0.6679	0.6706	0.7186	1.2314	0.9882	0.0221	0.4223	0.4320	14.491	
0.063	0.1072	0.6736	0.6773	0.7257	1.2375	0.9858	0.0201	0.4156	0.4343	14.305	
0.064	0.1082	0.6799	0.6814	0.7335	1.2401	0.9837	0.0184	0.4087	0.4367	14.108	
0.065	0.1092	0.6861	0.6895	0.7412	1.2457	0.9814	0.0164	0.4020	0.4391	13.918	
0.066	0.1101	0.6927	0.6942	0.7494	1.2496	0.9793	0.0146	0.3951	0.4413	13.745	
0.067	0.1111	0.6984	0.6981	0.7561	1.2537	0.9772	0.0129	0.3882	0.4436	13.566	
0.068	0.1120	0.7036	0.6999	0.7634	1.2591	0.9752	0.0114	0.3814	0.4457	13.403	
0.069	0.1130	0.7100	0.7017	0.7712	1.2628	0.9732	0.0099	0.3745	0.4479	13.233	
0.070	0.1139	0.7157	0.7043	0.7784	1.2675	0.9713	0.0081	0.3676	0.4500	13.078	
0.071	0.1149	0.7219	0.7061	0.7862	1.2721	0.9694	0.0061	0.3609	0.4521	12.917	
0.072	0.1158	0.7276	0.7076	0.7936	1.2765	0.9676	0.0043	0.3542	0.4542	12.771	
0.073	0.1167	0.7334	0.7091	0.8009	1.2812	0.9659	0.0025	0.3474	0.4564	12.628	
0.074	0.1177	0.7395	0.7108	0.8088	1.2861	0.9641	0.0007	0.3405	0.4586	12.479	
0.075	0.1186	0.7452	0.7123	0.8161	1.2909	0.9624	0.0000	0.3337	0.4608	12.344	
0.076	0.1195	0.7513	0.7137	0.8235	1.2954	0.9608	0.0000	0.3271	0.4631	12.211	
0.077	0.1205	0.7571	0.7153	0.8311	1.3005	0.9592	0.0000	0.3205	0.4654	12.073	
0.078	0.1214	0.7627	0.7167	0.8388	1.3052	0.9577	0.0000	0.3140	0.4676	11.948	
0.079	0.1223	0.7684	0.7180	0.8463	1.3101	0.9562	0.0000	0.3074	0.4699	11.825	
0.080	0.1232	0.7741	0.7195	0.8533	1.3149	0.9547	0.0000	0.3009	0.4721	11.705	
0.081	0.1241	0.7797	0.7216	0.8612	1.3197	0.9532	0.0000	0.3040	0.4741	11.589	
0.082	0.1250	0.7855	0.7236	0.8686	1.3247	0.9520	0.0000	0.3071	0.4761	11.473	
0.083	0.1259	0.7911	0.7256	0.8762	1.3296	0.9506	0.0000	0.3102	0.4781	11.362	
0.084	0.1268	0.7966	0.7272	0.8838	1.3346	0.9493	0.0000	0.3133	0.4801	11.253	
0.085	0.1277	0.8024	0.7284	0.8914	1.3396	0.9481	0.0000	0.3164	0.4821	11.146	
0.086	0.1286	0.8081	0.7295	0.8990	1.3447	0.9468	0.0000	0.3195	0.4841	11.041	
0.087	0.1295	0.8137	0.7306	0.9065	1.3496	0.9456	0.0000	0.3226	0.4861	10.939	
0.088	0.1304	0.8193	0.7317	0.9141	1.3545	0.9444	0.0000	0.3257	0.4881	10.840	
0.089	0.1313	0.8250	0.7327	0.9219	1.3591	0.9433	0.0000	0.3288	0.4901	10.742	
0.090	0.1322	0.8305	0.7338	0.9295	1.3633	0.9422	0.0000	0.3319	0.4921	10.647	
0.091	0.1331	0.8363	0.7348	0.9372	1.3675	0.9411	0.0000	0.3350	0.4941	10.553	
0.092	0.1340	0.8419	0.7358	0.9446	1.3715	0.9401	0.0000	0.3381	0.4961	10.461	
0.093	0.1349	0.8475	0.7367	0.9521	1.3751	0.9390	0.0000	0.3412	0.4981	10.373	
0.094	0.1357	0.8532	0.7375	0.9594	1.3781	0.9381	0.0000	0.3443	0.5001	10.291	
0.095	0.1366	0.8590	0.7384	0.9667	1.3815	0.9371	0.0000	0.3474	0.5021	10.205	
0.096	0.1375	0.8647	0.7393	0.9739	1.3845	0.9362	0.0000	0.3505	0.5041	10.121	
0.097	0.1384	0.8705	0.7401	0.9811	1.3875	0.9353	0.0000	0.3536	0.5061	10.039	
0.098	0.1392	0.8764	0.7409	0.9882	1.3905	0.9344	0.0000	0.3567	0.5081	9.962	
0.099	0.1401	0.8823	0.7417	0.9953	1.3932	0.9336	0.0000	0.3598	0.5101	9.885	
0.100	0.1410	0.8882	0.7424	1.0024	1.3958	0.9327	0.0000	0.3629	0.5121	9.809	

d/20 LE 0.101 A 0.150										3/20
d/cc	d.t	%	TWH Rd	SOH Rd	COH Rd	H/Ho	R	n	Cs/10	n
0.101	0.1512	0.8111	0.7120	1.0123	1.4249	0.9119	0.6717	0.8086	0.5757	9.7357
0.102	0.1527	0.8067	0.7119	1.0218	1.4379	0.9111	0.6725	0.8107	0.5769	9.7517
0.103	0.1536	0.8042	0.7119	1.0297	1.4504	0.9107	0.6737	0.8127	0.5782	9.7646
0.104	0.1546	0.8022	0.7119	1.0375	1.4624	0.9103	0.6750	0.8150	0.5798	9.7777
0.105	0.1557	0.8004	0.7119	1.0452	1.4740	0.9099	0.6764	0.8175	0.5817	9.7914
0.106	0.1567	0.7988	0.7119	1.0529	1.4853	0.9095	0.6779	0.8202	0.5837	9.8059
0.107	0.1578	0.7973	0.7119	1.0605	1.4963	0.9091	0.6794	0.8230	0.5859	9.8215
0.108	0.1589	0.7959	0.7119	1.0681	1.5070	0.9087	0.6810	0.8259	0.5883	9.8379
0.109	0.1600	0.7946	0.7119	1.0756	1.5174	0.9083	0.6826	0.8289	0.5909	9.8559
0.110	0.1611	0.7934	0.7119	1.0831	1.5276	0.9079	0.6843	0.8320	0.5937	9.8750
0.111	0.1622	0.7923	0.7119	1.0905	1.5376	0.9075	0.6860	0.8352	0.5967	9.8956
0.112	0.1633	0.7913	0.7119	1.0979	1.5473	0.9071	0.6878	0.8385	0.5999	9.9180
0.113	0.1644	0.7904	0.7119	1.1052	1.5568	0.9067	0.6896	0.8419	0.6033	9.9426
0.114	0.1655	0.7896	0.7119	1.1124	1.5660	0.9063	0.6915	0.8454	0.6069	9.9696
0.115	0.1666	0.7888	0.7119	1.1195	1.5750	0.9059	0.6934	0.8490	0.6107	9.9996
0.116	0.1677	0.7881	0.7119	1.1265	1.5838	0.9055	0.6954	0.8527	0.6147	10.0330
0.117	0.1688	0.7874	0.7119	1.1334	1.5924	0.9051	0.6974	0.8565	0.6189	10.0690
0.118	0.1699	0.7868	0.7119	1.1402	1.6008	0.9047	0.6994	0.8604	0.6233	10.1080
0.119	0.1710	0.7862	0.7119	1.1469	1.6090	0.9043	0.7015	0.8644	0.6279	10.1500
0.120	0.1721	0.7857	0.7119	1.1535	1.6170	0.9039	0.7036	0.8685	0.6327	10.1960
0.121	0.1732	0.7852	0.7119	1.1600	1.6248	0.9035	0.7057	0.8727	0.6377	10.2470
0.122	0.1743	0.7847	0.7119	1.1664	1.6324	0.9031	0.7078	0.8770	0.6429	10.3030
0.123	0.1754	0.7843	0.7119	1.1727	1.6400	0.9027	0.7099	0.8814	0.6483	10.3650
0.124	0.1765	0.7839	0.7119	1.1789	1.6473	0.9023	0.7120	0.8859	0.6539	10.4330
0.125	0.1776	0.7835	0.7119	1.1850	1.6545	0.9019	0.7141	0.8905	0.6597	10.5070
0.126	0.1787	0.7831	0.7119	1.1910	1.6615	0.9015	0.7162	0.8952	0.6657	10.5880
0.127	0.1798	0.7827	0.7119	1.1969	1.6684	0.9011	0.7183	0.9000	0.6719	10.6760
0.128	0.1809	0.7823	0.7119	1.2027	1.6751	0.9007	0.7204	0.9049	0.6783	10.7710
0.129	0.1820	0.7819	0.7119	1.2084	1.6817	0.9003	0.7225	0.9099	0.6849	10.8730
0.130	0.1831	0.7815	0.7119	1.2140	1.6882	0.9000	0.7246	0.9150	0.6917	10.9830
0.131	0.1842	0.7811	0.7119	1.2195	1.6946	0.8996	0.7267	0.9202	0.6987	11.1010
0.132	0.1853	0.7807	0.7119	1.2249	1.7009	0.8992	0.7288	0.9255	0.7059	11.2270
0.133	0.1864	0.7803	0.7119	1.2302	1.7070	0.8988	0.7309	0.9309	0.7133	11.3610
0.134	0.1875	0.7800	0.7119	1.2354	1.7130	0.8984	0.7330	0.9364	0.7209	11.5030
0.135	0.1886	0.7796	0.7119	1.2405	1.7189	0.8980	0.7351	0.9420	0.7287	11.6540
0.136	0.1897	0.7792	0.7119	1.2455	1.7246	0.8976	0.7372	0.9477	0.7367	11.8150
0.137	0.1908	0.7788	0.7119	1.2504	1.7302	0.8972	0.7393	0.9535	0.7449	11.9870
0.138	0.1919	0.7784	0.7119	1.2552	1.7357	0.8968	0.7414	0.9594	0.7533	12.1710
0.139	0.1930	0.7780	0.7119	1.2600	1.7410	0.8964	0.7435	0.9654	0.7619	12.3670
0.140	0.1941	0.7776	0.7119	1.2647	1.7462	0.8960	0.7456	0.9715	0.7707	12.5760
0.141	0.1952	0.7772	0.7119	1.2693	1.7513	0.8956	0.7477	0.9777	0.7797	12.7980
0.142	0.1963	0.7768	0.7119	1.2738	1.7563	0.8952	0.7498	0.9840	0.7889	13.0330
0.143	0.1974	0.7764	0.7119	1.2782	1.7612	0.8948	0.7519	0.9904	0.7983	13.2810
0.144	0.1985	0.7760	0.7119	1.2825	1.7660	0.8944	0.7540	0.9969	0.8079	13.5430
0.145	0.1996	0.7756	0.7119	1.2867	1.7707	0.8940	0.7561	1.0035	0.8177	13.8190
0.146	0.2007	0.7752	0.7119	1.2908	1.7753	0.8936	0.7582	1.0102	0.8277	14.1090
0.147	0.2018	0.7748	0.7119	1.2948	1.7798	0.8932	0.7603	1.0170	0.8379	14.4130
0.148	0.2029	0.7744	0.7119	1.2987	1.7842	0.8928	0.7624	1.0239	0.8483	14.7310
0.149	0.2040	0.7740	0.7119	1.3025	1.7885	0.8924	0.7645	1.0309	0.8589	15.0630
0.150	0.2051	0.7736	0.7119	1.3062	1.7927	0.8920	0.7666	1.0380	0.8697	15.4100
0.151	0.2062	0.7732	0.7119	1.3098	1.7968	0.8916	0.7687	1.0452	0.8807	15.7730
0.152	0.2073	0.7728	0.7119	1.3133	1.8008	0.8912	0.7708	1.0525	0.8919	16.1530
0.153	0.2084	0.7724	0.7119	1.3167	1.8047	0.8908	0.7729	1.0599	0.9033	16.5510
0.154	0.2095	0.7720	0.7119	1.3200	1.8085	0.8904	0.7750	1.0674	0.9149	16.9670
0.155	0.2106	0.7716	0.7119	1.3232	1.8122	0.8900	0.7771	1.0750	0.9267	17.4010
0.156	0.2117	0.7712	0.7119	1.3263	1.8158	0.8896	0.7792	1.0827	0.9387	17.8540
0.157	0.2128	0.7708	0.7119	1.3293	1.8193	0.8892	0.7813	1.0905	0.9509	18.3270
0.158	0.2139	0.7704	0.7119	1.3322	1.8227	0.8888	0.7834	1.0984	0.9633	18.8210
0.159	0.2150	0.7700	0.7119	1.3350	1.8260	0.8884	0.7855	1.1064	0.9759	19.3370
0.160	0.2161	0.7696	0.7119	1.3377	1.8292	0.8880	0.7876	1.1145	0.9887	19.8760
0.161	0.2172	0.7692	0.7119	1.3404	1.8323	0.8876	0.7897	1.1227	1.0017	20.4390
0.162	0.2183	0.7688	0.7119	1.3430	1.8353	0.8872	0.7918	1.1309	1.0149	21.0270
0.163	0.2194	0.7684	0.7119	1.3455	1.8382	0.8868	0.7939	1.1392	1.0283	21.6410
0.164	0.2205	0.7680	0.7119	1.3480	1.8410	0.8864	0.7960	1.1475	1.0419	22.2820
0.165	0.2216	0.7676	0.7119	1.3504	1.8437	0.8860	0.7981	1.1559	1.0557	22.9510
0.166	0.2227	0.7672	0.7119	1.3528	1.8464	0.8856	0.8002	1.1643	1.0697	23.6490
0.167	0.2238	0.7668	0.7119	1.3551	1.8490	0.8852	0.8023	1.1728	1.0839	24.3770
0.168	0.2249	0.7664	0.7119	1.3573	1.8515	0.8848	0.8044	1.1813	1.0983	25.1360
0.169	0.2260	0.7660	0.7119	1.3595	1.8540	0.8844	0.8065	1.1898	1.1129	25.9270
0.170	0.2271	0.7656	0.7119	1.3617	1.8564	0.8840	0.8086	1.1984	1.1277	26.7510
0.171	0.2282	0.7652	0.7119	1.3638	1.8587	0.8836	0.8107	1.2070	1.1427	27.6090
0.172	0.2293	0.7648	0.7119	1.3659	1.8610	0.8832	0.8128	1.2157	1.1579	28.5020
0.173	0.2304	0.7644	0.7119	1.3679	1.8632	0.8828	0.8149	1.2244	1.1733	29.4310
0.174	0.2315	0.7640	0.7119	1.3699	1.8653	0.8824	0.8170	1.2331	1.1889	30.3970
0.175	0.2326	0.7636	0.7119	1.3718	1.8674	0.8820	0.8191	1.2418	1.2047	31.4010
0.176	0.2337	0.7632	0.7119	1.3737	1.8694	0.8816	0.8212	1.2505	1.2207	32.4430
0.177	0.2348	0.7628	0.7119	1.3756	1.8714	0.8812	0.8233	1.2592	1.2369	33.5240
0.178	0.2359	0.7624	0.7119	1.3774	1.8733	0.8808	0.8254	1.2679	1.2533	34.6450
0.179	0.2370	0.7620	0.7119	1.3792	1.8752	0.8804	0.8275	1.2766	1.2700	35.8070
0.180	0.2381	0.7616	0.7119	1.3810	1.8770	0.8800	0.8296	1.2853	1.2869	37.0110
0.181	0.2392	0.7612	0.7119	1.3828	1.8788	0.8796	0.8317	1.2940	1.3041	38.2570
0.182	0.2403	0.7608	0.7119	1.3845	1.8805	0.8792	0.8338	1.3027	1.3215	39.5450
0.183	0.2414	0.7604	0.7119	1.3862	1.8822	0.8788	0.8359	1.3114	1.3391	40.8760
0.184	0.2425	0.7600	0.7119	1.3879	1.8838	0.8784	0.8380	1.3201	1.3569	42.2500
0.185	0.2436	0.7596	0.7119	1.3895	1.8854	0.8780	0.8401	1.3288	1.3749	43.6680
0.186	0.2447	0.7592	0.7119	1.3911	1.8869	0.8776	0.8422	1.3375	1.3931	45.1210
0.187	0.2458	0.7588	0.7119	1.3927	1.8884	0.8772	0.8443	1.3462	1.4115	46.6100
0.188	0.2469	0.7584	0.7119	1.3942	1.8898	0.8768	0.8464	1.3549	1.4301	48.1350
0.189	0.2480	0.7580	0.7119	1.3957	1.8912	0.8764	0.8485	1.3636	1.4489	49.7070
0.190	0.2491	0.7576	0.7119	1.3971	1.8925	0.8760	0.8506	1.3723	1.4679	51.3270
0.191	0.2502	0.7572	0.7119	1.3985	1.8938	0.8756	0.8527	1.3810	1.4871	53.0050
0.192	0.2513	0.7568	0.7119	1.3998	1.8950	0.8752	0.8548	1.3897	1.5065	54.7410
0.193	0.2524	0.7564	0.7119	1.4011	1.8962	0.8748	0.8569	1.3984	1.5261	56.5360
0.194	0.2535	0.7560	0.7119	1.4024	1.8973	0.8744	0.8590	1.4071	1.5459	58.3910
0.195	0.2546	0.7556	0.7119	1.4036	1.8984	0.8740	0.8611	1.4158	1.5659	60.3070
0.196	0.2557	0.7552	0.7119	1.4048	1.8994	0.8736	0.8632	1.4245	1.5861	62.2850
0.197	0.2568	0.7548	0.7119	1.4059	1.9004	0.8732	0.8653</			

DATA OF 0.151 A 0.266

4/20

d/d <sub>0</sub>	d/L	h	2θ (1°)	2θ (2°)	2θ (3°)	h/k/l	F	n	Cg/Co	M
0.151	0.1841	1.1547	0.8200	1.4327	1.7472	0.9123	0.5723	0.7311	0.5995	7.3389
0.152	0.1856	1.1602	0.8218	1.4422	1.7549	0.9132	0.5699	0.7276	0.5996	7.3075
0.153	0.1870	1.1674	0.8234	1.4513	1.7624	0.9131	0.5674	0.7202	0.5996	7.2770
0.154	0.1885	1.1726	0.8251	1.4604	1.7701	0.9131	0.5650	0.7268	0.5997	7.2486
0.155	0.1875	1.1750	0.8249	1.4699	1.7778	0.9131	0.5625	0.7254	0.5998	7.2180
0.155	0.1893	1.1831	0.8269	1.4791	1.7855	0.9134	0.5601	0.7241	0.5998	7.1943
0.157	0.1891	1.1883	0.8261	1.4884	1.7921	0.9129	0.5577	0.7226	0.5998	7.1623
0.158	0.1900	1.1933	0.8277	1.4979	1.8003	0.9130	0.5552	0.7212	0.5998	7.1332
0.159	0.1905	1.1979	0.8283	1.5071	1.8089	0.9130	0.5528	0.7198	0.5998	7.1066
0.160	0.1916	1.2046	0.8297	1.5158	1.8174	0.9130	0.5504	0.7185	0.5999	7.0797
0.161	0.1929	1.2105	0.8315	1.5247	1.8256	0.9130	0.5479	0.7170	0.5998	7.0521
0.167	0.1979	1.2146	0.8320	1.5369	1.8370	0.9130	0.5456	0.7157	0.5998	7.0264
0.168	0.1991	1.2190	0.8324	1.5479	1.8479	0.9130	0.5432	0.7144	0.5999	7.0007
0.169	0.1996	1.2232	0.8329	1.5585	1.8582	0.9131	0.5409	0.7130	0.5997	6.9743
0.169	0.1998	1.2233	0.8329	1.5587	1.8584	0.9131	0.5405	0.7128	0.5997	6.9499
0.166	0.1987	1.2256	0.8332	1.5691	1.8694	0.9132	0.5380	0.7113	0.5996	6.9243
0.167	0.1995	1.2277	0.8335	1.5797	1.8799	0.9132	0.5357	0.7098	0.5995	6.8998
0.168	0.1993	1.2302	0.8337	1.5904	1.8909	0.9133	0.5334	0.7086	0.5995	6.8762
0.169	0.1992	1.2312	0.8338	1.6012	1.9016	0.9133	0.5311	0.7073	0.5994	6.8518
0.174	0.2036	1.2365	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.8263
0.171	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.8018
0.172	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.7773
0.173	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.7528
0.174	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.7283
0.175	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.7038
0.176	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.6793
0.177	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.6548
0.178	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.6303
0.179	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.6058
0.180	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.5813
0.181	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.5568
0.182	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.5323
0.183	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.5078
0.184	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.4833
0.185	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.4588
0.186	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.4343
0.187	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.4098
0.188	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.3853
0.189	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.3608
0.190	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.3363
0.191	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.3118
0.192	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.2873
0.193	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.2628
0.194	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.2383
0.195	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.2138
0.196	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.1893
0.197	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.1648
0.198	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.1403
0.199	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.1158
0.200	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.0913
0.201	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.0668
0.202	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.0423
0.203	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	6.0178
0.204	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.9933
0.205	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.9688
0.206	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.9443
0.207	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.9198
0.208	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.8953
0.209	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.8708
0.210	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.8463
0.211	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.8218
0.212	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.7973
0.213	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.7728
0.214	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.7483
0.215	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.7238
0.216	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.6993
0.217	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.6748
0.218	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.6503
0.219	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.6258
0.220	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.6013
0.221	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.5768
0.222	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.5523
0.223	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.5278
0.224	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.5033
0.225	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.4788
0.226	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.4543
0.227	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.4298
0.228	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.4053
0.229	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.3808
0.230	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.3563
0.231	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.3318
0.232	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.3073
0.233	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.2828
0.234	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.2583
0.235	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.2338
0.236	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.2093
0.237	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.1848
0.238	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.1603
0.239	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.1358
0.240	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.1113
0.241	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.0868
0.242	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.0623
0.243	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.0378
0.244	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	5.0133
0.245	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	4.9888
0.246	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060	0.5993	4.9643
0.247	0.2034	1.2367	0.8341	1.6124	1.9124	0.9134	0.5288	0.7060		

0100	0101	0102	0103	0104	0105	0106	0107	0108	0109	0110
0.000	0.000	1.4142	0.7071	2.8284	1.4142	0.7071	0.000	0.000	0.000	0.000
0.001	0.001	1.4143	0.7072	2.8286	1.4143	0.7072	0.000	0.000	0.000	0.000
0.002	0.002	1.4144	0.7073	2.8288	1.4144	0.7073	0.000	0.000	0.000	0.000
0.003	0.003	1.4145	0.7074	2.8290	1.4145	0.7074	0.000	0.000	0.000	0.000
0.004	0.004	1.4146	0.7075	2.8292	1.4146	0.7075	0.000	0.000	0.000	0.000
0.005	0.005	1.4147	0.7076	2.8294	1.4147	0.7076	0.000	0.000	0.000	0.000
0.006	0.006	1.4148	0.7077	2.8296	1.4148	0.7077	0.000	0.000	0.000	0.000
0.007	0.007	1.4149	0.7078	2.8298	1.4149	0.7078	0.000	0.000	0.000	0.000
0.008	0.008	1.4150	0.7079	2.8300	1.4150	0.7079	0.000	0.000	0.000	0.000
0.009	0.009	1.4151	0.7080	2.8302	1.4151	0.7080	0.000	0.000	0.000	0.000
0.010	0.010	1.4152	0.7081	2.8304	1.4152	0.7081	0.000	0.000	0.000	0.000
0.011	0.011	1.4153	0.7082	2.8306	1.4153	0.7082	0.000	0.000	0.000	0.000
0.012	0.012	1.4154	0.7083	2.8308	1.4154	0.7083	0.000	0.000	0.000	0.000
0.013	0.013	1.4155	0.7084	2.8310	1.4155	0.7084	0.000	0.000	0.000	0.000
0.014	0.014	1.4156	0.7085	2.8312	1.4156	0.7085	0.000	0.000	0.000	0.000
0.015	0.015	1.4157	0.7086	2.8314	1.4157	0.7086	0.000	0.000	0.000	0.000
0.016	0.016	1.4158	0.7087	2.8316	1.4158	0.7087	0.000	0.000	0.000	0.000
0.017	0.017	1.4159	0.7088	2.8318	1.4159	0.7088	0.000	0.000	0.000	0.000
0.018	0.018	1.4160	0.7089	2.8320	1.4160	0.7089	0.000	0.000	0.000	0.000
0.019	0.019	1.4161	0.7090	2.8322	1.4161	0.7090	0.000	0.000	0.000	0.000
0.020	0.020	1.4162	0.7091	2.8324	1.4162	0.7091	0.000	0.000	0.000	0.000
0.021	0.021	1.4163	0.7092	2.8326	1.4163	0.7092	0.000	0.000	0.000	0.000
0.022	0.022	1.4164	0.7093	2.8328	1.4164	0.7093	0.000	0.000	0.000	0.000
0.023	0.023	1.4165	0.7094	2.8330	1.4165	0.7094	0.000	0.000	0.000	0.000
0.024	0.024	1.4166	0.7095	2.8332	1.4166	0.7095	0.000	0.000	0.000	0.000
0.025	0.025	1.4167	0.7096	2.8334	1.4167	0.7096	0.000	0.000	0.000	0.000
0.026	0.026	1.4168	0.7097	2.8336	1.4168	0.7097	0.000	0.000	0.000	0.000
0.027	0.027	1.4169	0.7098	2.8338	1.4169	0.7098	0.000	0.000	0.000	0.000
0.028	0.028	1.4170	0.7099	2.8340	1.4170	0.7099	0.000	0.000	0.000	0.000
0.029	0.029	1.4171	0.7100	2.8342	1.4171	0.7100	0.000	0.000	0.000	0.000
0.030	0.030	1.4172	0.7101	2.8344	1.4172	0.7101	0.000	0.000	0.000	0.000
0.031	0.031	1.4173	0.7102	2.8346	1.4173	0.7102	0.000	0.000	0.000	0.000
0.032	0.032	1.4174	0.7103	2.8348	1.4174	0.7103	0.000	0.000	0.000	0.000
0.033	0.033	1.4175	0.7104	2.8350	1.4175	0.7104	0.000	0.000	0.000	0.000
0.034	0.034	1.4176	0.7105	2.8352	1.4176	0.7105	0.000	0.000	0.000	0.000
0.035	0.035	1.4177	0.7106	2.8354	1.4177	0.7106	0.000	0.000	0.000	0.000
0.036	0.036	1.4178	0.7107	2.8356	1.4178	0.7107	0.000	0.000	0.000	0.000
0.037	0.037	1.4179	0.7108	2.8358	1.4179	0.7108	0.000	0.000	0.000	0.000
0.038	0.038	1.4180	0.7109	2.8360	1.4180	0.7109	0.000	0.000	0.000	0.000
0.039	0.039	1.4181	0.7110	2.8362	1.4181	0.7110	0.000	0.000	0.000	0.000
0.040	0.040	1.4182	0.7111	2.8364	1.4182	0.7111	0.000	0.000	0.000	0.000
0.041	0.041	1.4183	0.7112	2.8366	1.4183	0.7112	0.000	0.000	0.000	0.000
0.042	0.042	1.4184	0.7113	2.8368	1.4184	0.7113	0.000	0.000	0.000	0.000
0.043	0.043	1.4185	0.7114	2.8370	1.4185	0.7114	0.000	0.000	0.000	0.000
0.044	0.044	1.4186	0.7115	2.8372	1.4186	0.7115	0.000	0.000	0.000	0.000
0.045	0.045	1.4187	0.7116	2.8374	1.4187	0.7116	0.000	0.000	0.000	0.000
0.046	0.046	1.4188	0.7117	2.8376	1.4188	0.7117	0.000	0.000	0.000	0.000
0.047	0.047	1.4189	0.7118	2.8378	1.4189	0.7118	0.000	0.000	0.000	0.000
0.048	0.048	1.4190	0.7119	2.8380	1.4190	0.7119	0.000	0.000	0.000	0.000
0.049	0.049	1.4191	0.7120	2.8382	1.4191	0.7120	0.000	0.000	0.000	0.000
0.050	0.050	1.4192	0.7121	2.8384	1.4192	0.7121	0.000	0.000	0.000	0.000

Table 10. 1951 - A - 1,200

6/10	6/11	YR	TOTAL	REVENUE	EXPENSES	NET	B	A	6/10	A
0.151	0.2657	1.0566	0.2340	2.7100	2.7100	0.0000	0.2574	1.6154	1.5140	5.2570
0.152	0.2698	1.0749	0.2347	2.6188	2.6188	0.0000	0.2581	1.6145	1.5741	5.2469
0.153	0.2705	1.0794	0.2350	2.6445	2.6445	0.0000	0.2587	1.6137	1.5741	5.2464
0.154	0.2714	1.0851	0.2350	2.6445	2.6445	0.0000	0.2587	1.6137	1.5735	5.2452
0.155	0.2721	1.1000	0.2357	2.6700	2.6700	0.0000	0.2594	1.6131	1.5730	5.2443
0.156	0.2731	1.1159	0.2374	2.6911	2.6911	0.0000	0.2602	1.6121	1.5728	5.2432
0.157	0.2740	1.1315	0.2370	2.7171	2.7171	0.0000	0.2609	1.6112	1.5724	5.2421
0.158	0.2749	1.1471	0.2377	2.7430	2.7430	0.0000	0.2617	1.6103	1.5720	5.2414
0.159	0.2757	1.1624	0.2383	2.7687	2.7687	0.0000	0.2625	1.6095	1.5715	5.2407
0.160	0.2767	1.1779	0.2390	2.7944	2.7944	0.0000	0.2633	1.6087	1.5710	5.2400
0.161	0.2776	1.1935	0.2397	2.8201	2.8201	0.0000	0.2641	1.6079	1.5705	5.2393
0.162	0.2785	1.2090	0.2404	2.8458	2.8458	0.0000	0.2649	1.6071	1.5700	5.2386
0.163	0.2794	1.2246	0.2411	2.8715	2.8715	0.0000	0.2657	1.6063	1.5695	5.2379
0.164	0.2803	1.2401	0.2418	2.8972	2.8972	0.0000	0.2665	1.6055	1.5690	5.2372
0.165	0.2812	1.2557	0.2425	2.9229	2.9229	0.0000	0.2673	1.6047	1.5685	5.2365
0.166	0.2821	1.2712	0.2432	2.9486	2.9486	0.0000	0.2681	1.6039	1.5680	5.2358
0.167	0.2830	1.2868	0.2439	2.9743	2.9743	0.0000	0.2689	1.6031	1.5675	5.2351
0.168	0.2839	1.3023	0.2446	3.0000	3.0000	0.0000	0.2697	1.6023	1.5670	5.2344
0.169	0.2848	1.3179	0.2453	3.0257	3.0257	0.0000	0.2705	1.6015	1.5665	5.2337
0.170	0.2857	1.3334	0.2460	3.0514	3.0514	0.0000	0.2713	1.6007	1.5660	5.2330
0.171	0.2866	1.3490	0.2467	3.0771	3.0771	0.0000	0.2721	1.5999	1.5655	5.2323
0.172	0.2875	1.3645	0.2474	3.1028	3.1028	0.0000	0.2729	1.5991	1.5650	5.2316
0.173	0.2884	1.3801	0.2481	3.1285	3.1285	0.0000	0.2737	1.5983	1.5645	5.2309
0.174	0.2893	1.3956	0.2488	3.1542	3.1542	0.0000	0.2745	1.5975	1.5640	5.2302
0.175	0.2902	1.4112	0.2495	3.1799	3.1799	0.0000	0.2753	1.5967	1.5635	5.2295
0.176	0.2911	1.4267	0.2502	3.2056	3.2056	0.0000	0.2761	1.5959	1.5630	5.2288
0.177	0.2920	1.4423	0.2509	3.2313	3.2313	0.0000	0.2769	1.5951	1.5625	5.2281
0.178	0.2929	1.4578	0.2516	3.2570	3.2570	0.0000	0.2777	1.5943	1.5620	5.2274
0.179	0.2938	1.4734	0.2523	3.2827	3.2827	0.0000	0.2785	1.5935	1.5615	5.2267
0.180	0.2947	1.4889	0.2530	3.3084	3.3084	0.0000	0.2793	1.5927	1.5610	5.2260
0.181	0.2956	1.5045	0.2537	3.3341	3.3341	0.0000	0.2801	1.5919	1.5605	5.2253
0.182	0.2965	1.5200	0.2544	3.3598	3.3598	0.0000	0.2809	1.5911	1.5600	5.2246
0.183	0.2974	1.5356	0.2551	3.3855	3.3855	0.0000	0.2817	1.5903	1.5595	5.2239
0.184	0.2983	1.5511	0.2558	3.4112	3.4112	0.0000	0.2825	1.5895	1.5590	5.2232
0.185	0.2992	1.5667	0.2565	3.4369	3.4369	0.0000	0.2833	1.5887	1.5585	5.2225
0.186	0.3001	1.5822	0.2572	3.4626	3.4626	0.0000	0.2841	1.5879	1.5580	5.2218
0.187	0.3010	1.5978	0.2579	3.4883	3.4883	0.0000	0.2849	1.5871	1.5575	5.2211
0.188	0.3019	1.6133	0.2586	3.5140	3.5140	0.0000	0.2857	1.5863	1.5570	5.2204
0.189	0.3028	1.6289	0.2593	3.5397	3.5397	0.0000	0.2865	1.5855	1.5565	5.2197
0.190	0.3037	1.6444	0.2600	3.5654	3.5654	0.0000	0.2873	1.5847	1.5560	5.2190
0.191	0.3046	1.6600	0.2607	3.5911	3.5911	0.0000	0.2881	1.5839	1.5555	5.2183
0.192	0.3055	1.6755	0.2614	3.6168	3.6168	0.0000	0.2889	1.5831	1.5550	5.2176
0.193	0.3064	1.6911	0.2621	3.6425	3.6425	0.0000	0.2897	1.5823	1.5545	5.2169
0.194	0.3073	1.7066	0.2628	3.6682	3.6682	0.0000	0.2905	1.5815	1.5540	5.2162
0.195	0.3082	1.7222	0.2635	3.6939	3.6939	0.0000	0.2913	1.5807	1.5535	5.2155
0.196	0.3091	1.7377	0.2642	3.7196	3.7196	0.0000	0.2921	1.5799	1.5530	5.2148
0.197	0.3100	1.7533	0.2649	3.7453	3.7453	0.0000	0.2929	1.5791	1.5525	5.2141
0.198	0.3109	1.7688	0.2656	3.7710	3.7710	0.0000	0.2937	1.5783	1.5520	5.2134
0.199	0.3118	1.7844	0.2663	3.7967	3.7967	0.0000	0.2945	1.5775	1.5515	5.2127
0.200	0.3127	1.8000	0.2670	3.8224	3.8224	0.0000	0.2953	1.5767	1.5510	5.2120

d/Lo (N= 1,301) A 0,350										7/20
d/Lo	d/L	MS	TAMI MS	SEMI MS	COSH MS	U/70	K	n	Cg/Co	n
0.301	0.3100	1.9667	0.9616	3.5026	3.6935	0.9493	0.2745	0.5776	0.5547	5.0360
0.302	0.3109	1.9724	0.9626	3.5247	3.6774	0.9490	0.2770	0.5764	0.5545	5.0321
0.303	0.3148	1.9780	0.9624	3.5451	3.6645	0.9489	0.2715	0.5757	0.5541	5.0275
0.304	0.3157	1.9837	0.9629	3.5661	3.7036	0.9502	0.2700	0.5751	0.5537	5.0226
0.305	0.3165	1.9894	0.9630	3.5872	3.7240	0.9506	0.2685	0.5745	0.5534	5.0180
0.306	0.3175	1.9951	0.9637	3.6089	3.7464	0.9509	0.2671	0.5739	0.5530	5.0133
0.307	0.3184	2.0009	0.9641	3.6297	3.7701	0.9512	0.2656	0.5732	0.5526	5.0084
0.308	0.3193	2.0065	0.9645	3.6512	3.7857	0.9515	0.2643	0.5725	0.5522	5.0035
0.309	0.3201	2.0121	0.9649	3.6729	3.8065	0.9518	0.2627	0.5718	0.5519	5.0006
0.310	0.3211	2.0177	0.9653	3.6944	3.8275	0.9522	0.2613	0.5710	0.5515	5.0003
0.311	0.3221	2.0235	0.9657	3.7163	3.8486	0.9525	0.2597	0.5707	0.5511	5.0021
0.312	0.3230	2.0293	0.9660	3.7385	3.8700	0.9528	0.2581	0.5701	0.5508	5.0079
0.313	0.3239	2.0350	0.9664	3.7607	3.8914	0.9531	0.2570	0.5695	0.5504	5.0037
0.314	0.3248	2.0407	0.9668	3.7830	3.9129	0.9534	0.2558	0.5689	0.5500	5.0076
0.315	0.3257	2.0464	0.9672	3.8054	3.9344	0.9537	0.2542	0.5683	0.5497	5.0075
0.316	0.3266	2.0521	0.9675	3.8279	3.9556	0.9541	0.2528	0.5678	0.5493	5.0078
0.317	0.3275	2.0576	0.9679	3.8506	3.9770	0.9544	0.2515	0.5672	0.5490	5.0074
0.318	0.3284	2.0633	0.9683	3.8734	3.9989	0.9547	0.2501	0.5666	0.5486	5.0073
0.319	0.3293	2.0690	0.9686	3.8964	4.0207	0.9550	0.2486	0.5661	0.5482	5.0076
0.320	0.3302	2.0747	0.9690	3.9195	4.0425	0.9553	0.2472	0.5654	0.5479	5.0073
0.321	0.3312	2.0807	0.9693	3.9427	4.0641	0.9556	0.2458	0.5649	0.5475	5.0077
0.322	0.3321	2.0865	0.9697	3.9660	4.0857	0.9559	0.2443	0.5643	0.5472	5.0075
0.323	0.3330	2.0922	0.9700	3.9898	4.1073	0.9562	0.2431	0.5637	0.5468	5.0073
0.324	0.3339	2.0980	0.9704	4.0131	4.1281	0.9565	0.2418	0.5632	0.5465	5.0071
0.325	0.3348	2.1037	0.9707	4.0375	4.1493	0.9569	0.2404	0.5626	0.5461	5.0076
0.326	0.3357	2.1095	0.9710	4.0613	4.1706	0.9571	0.2391	0.5621	0.5457	5.0074
0.327	0.3366	2.1152	0.9714	4.0855	4.1921	0.9574	0.2377	0.5615	0.5453	5.0073
0.328	0.3376	2.1210	0.9717	4.1095	4.2137	0.9577	0.2364	0.5610	0.5449	5.0071
0.329	0.3385	2.1268	0.9720	4.1334	4.2355	0.9580	0.2351	0.5605	0.5445	5.0073
0.330	0.3394	2.1325	0.9723	4.1575	4.2575	0.9583	0.2337	0.5600	0.5441	5.0071
0.331	0.3403	2.1383	0.9726	4.1814	4.2791	0.9586	0.2324	0.5594	0.5437	5.0073
0.332	0.3412	2.1441	0.9729	4.2055	4.3007	0.9589	0.2312	0.5587	0.5433	5.0074
0.333	0.3422	2.1499	0.9732	4.2296	4.3221	0.9592	0.2299	0.5581	0.5429	5.0071
0.334	0.3431	2.1556	0.9735	4.2537	4.3437	0.9595	0.2287	0.5575	0.5425	5.0073
0.335	0.3440	2.1614	0.9738	4.2777	4.3654	0.9598	0.2273	0.5570	0.5421	5.0073
0.336	0.3449	2.1672	0.9741	4.3016	4.3871	0.9601	0.2261	0.5564	0.5417	5.0073
0.337	0.3458	2.1730	0.9744	4.3255	4.4087	0.9604	0.2248	0.5557	0.5413	5.0073
0.338	0.3468	2.1788	0.9747	4.3494	4.4304	0.9607	0.2236	0.5551	0.5409	5.0071
0.339	0.3477	2.1846	0.9750	4.3734	4.4521	0.9610	0.2223	0.5545	0.5404	5.0073
0.340	0.3486	2.1904	0.9753	4.3973	4.4739	0.9613	0.2211	0.5540	0.5401	5.0071
0.341	0.3495	2.1962	0.9756	4.4212	4.4955	0.9616	0.2197	0.5534	0.5397	5.0071
0.342	0.3505	2.2020	0.9759	4.4451	4.5171	0.9619	0.2185	0.5527	0.5393	5.0073
0.343	0.3514	2.2077	0.9761	4.4690	4.5387	0.9621	0.2172	0.5521	0.5389	5.0071
0.344	0.3523	2.2135	0.9764	4.4928	4.5603	0.9624	0.2160	0.5514	0.5385	5.0073
0.345	0.3532	2.2192	0.9767	4.5167	4.5819	0.9627	0.2148	0.5508	0.5381	5.0071
0.346	0.3542	2.2250	0.9770	4.5405	4.6035	0.9630	0.2136	0.5502	0.5377	5.0071
0.347	0.3551	2.2307	0.9772	4.5644	4.6251	0.9633	0.2124	0.5495	0.5373	5.0073
0.348	0.3560	2.2365	0.9775	4.5882	4.6467	0.9635	0.2112	0.5489	0.5369	5.0071
0.349	0.3570	2.2422	0.9777	4.6121	4.6683	0.9638	0.2100	0.5483	0.5365	5.0073
0.350	0.3579	2.2480	0.9780	4.6359	4.6899	0.9641	0.2087	0.5477	0.5360	5.0073

d/Lo DE 0.351 A 0.400										0/20
d/Lo	d/L	Id	TAM Id	SEMI Id	COSH Id	H/Wb	F	n	Cg/Co	H
0.351	0.3588	2.2545	0.9762	4.7120	4.8177	0.9443	0.2076	0.5496	0.5377	5.1570
0.352	0.3597	2.2603	0.9765	4.7410	4.8453	0.9446	0.2064	0.5492	0.5374	5.1543
0.353	0.3607	2.2662	0.9767	4.7694	4.8731	0.9449	0.2052	0.5488	0.5371	5.1517
0.354	0.3616	2.2720	0.9770	4.7950	4.9011	0.9451	0.2045	0.5482	0.5368	5.1492
0.355	0.3625	2.2777	0.9772	4.8230	4.9293	0.9454	0.2029	0.5479	0.5365	5.1466
0.356	0.3635	2.2830	0.9774	4.8560	4.9579	0.9457	0.2017	0.5474	0.5362	5.1441
0.357	0.3644	2.2886	0.9777	4.8849	4.9862	0.9459	0.2006	0.5470	0.5359	5.1416
0.358	0.3653	2.2955	0.9779	4.9142	5.0149	0.9462	0.1994	0.5466	0.5356	5.1391
0.359	0.3663	2.3014	0.9782	4.9439	5.0441	0.9465	0.1992	0.5461	0.5353	5.1367
0.360	0.3672	2.3072	0.9784	4.9734	5.0730	0.9467	0.1971	0.5457	0.5350	5.1343
0.361	0.3681	2.3131	0.9786	5.0024	5.1023	0.9470	0.1960	0.5453	0.5347	5.1319
0.362	0.3691	2.3190	0.9789	5.0319	5.1319	0.9472	0.1949	0.5449	0.5344	5.1296
0.363	0.3700	2.3249	0.9791	5.0634	5.1614	0.9475	0.1937	0.5445	0.5342	5.1273
0.364	0.3709	2.3308	0.9793	5.0941	5.1913	0.9478	0.1925	0.5441	0.5339	5.1250
0.365	0.3719	2.3367	0.9795	5.1249	5.2216	0.9480	0.1915	0.5437	0.5336	5.1227
0.366	0.3728	2.3425	0.9797	5.1556	5.2517	0.9483	0.1904	0.5433	0.5333	5.1205
0.367	0.3739	2.3484	0.9799	5.1858	5.2823	0.9485	0.1893	0.5429	0.5330	5.1182
0.368	0.3747	2.3543	0.9801	5.2179	5.3129	0.9488	0.1882	0.5425	0.5328	5.1159
0.369	0.3756	2.3602	0.9803	5.2493	5.3437	0.9490	0.1871	0.5421	0.5325	5.1137
0.370	0.3765	2.3661	0.9805	5.2810	5.3749	0.9493	0.1861	0.5417	0.5322	5.1117
0.371	0.3774	2.3720	0.9807	5.3127	5.4067	0.9495	0.1850	0.5413	0.5320	5.1097
0.372	0.3783	2.3779	0.9809	5.3442	5.4379	0.9497	0.1839	0.5410	0.5317	5.1075
0.373	0.3794	2.3837	0.9811	5.3751	5.4695	0.9499	0.1828	0.5405	0.5314	5.1055
0.374	0.3804	2.3897	0.9813	5.4054	5.5011	0.9502	0.1817	0.5402	0.5312	5.1034
0.375	0.3813	2.3957	0.9815	5.4357	5.5330	0.9505	0.1807	0.5399	0.5309	5.1014
0.376	0.3823	2.4016	0.9817	5.4654	5.5645	0.9507	0.1797	0.5394	0.5306	5.0994
0.377	0.3833	2.4076	0.9819	5.4944	5.5967	0.9509	0.1787	0.5390	0.5304	5.0975
0.378	0.3843	2.4136	0.9821	5.5232	5.6287	0.9512	0.1777	0.5387	0.5301	5.0955
0.379	0.3853	2.4196	0.9823	5.5514	5.6614	0.9514	0.1767	0.5383	0.5299	5.0936
0.380	0.3863	2.4256	0.9825	5.5801	5.6949	0.9517	0.1757	0.5380	0.5296	5.0917
0.381	0.3873	2.4316	0.9827	5.6084	5.7283	0.9519	0.1747	0.5376	0.5293	5.0896
0.382	0.3883	2.4376	0.9829	5.6367	5.7615	0.9521	0.1737	0.5372	0.5291	5.0879
0.383	0.3893	2.4436	0.9831	5.6647	5.7945	0.9523	0.1727	0.5369	0.5288	5.0861
0.384	0.3903	2.4496	0.9833	5.6924	5.8278	0.9525	0.1717	0.5365	0.5285	5.0843
0.385	0.3913	2.4556	0.9835	5.7201	5.8609	0.9528	0.1707	0.5362	0.5284	5.0825
0.386	0.3923	2.4616	0.9837	5.7471	5.8938	0.9530	0.1697	0.5359	0.5281	5.0807
0.387	0.3933	2.4676	0.9839	5.7738	5.9265	0.9532	0.1687	0.5355	0.5279	5.0790
0.388	0.3943	2.4736	0.9841	5.8000	5.9591	0.9535	0.1677	0.5352	0.5276	5.0773
0.389	0.3953	2.4796	0.9843	5.8254	5.9915	0.9537	0.1667	0.5349	0.5274	5.0755
0.390	0.3963	2.4856	0.9845	5.8511	6.0237	0.9539	0.1657	0.5345	0.5271	5.0737
0.391	0.3973	2.4916	0.9847	5.8764	6.0562	0.9541	0.1646	0.5342	0.5269	5.0722
0.392	0.3983	2.4976	0.9849	5.9019	6.0881	0.9543	0.1636	0.5339	0.5267	5.0705
0.393	0.3993	2.5036	0.9851	5.9267	6.1193	0.9546	0.1627	0.5336	0.5264	5.0689
0.394	0.4003	2.5096	0.9853	5.9513	6.1505	0.9548	0.1617	0.5332	0.5262	5.0673
0.395	0.4013	2.5156	0.9855	5.9751	6.1810	0.9550	0.1607	0.5329	0.5260	5.0657
0.396	0.4023	2.5216	0.9857	5.9987	6.2117	0.9552	0.1597	0.5326	0.5259	5.0641
0.397	0.4033	2.5276	0.9859	6.0221	6.2423	0.9554	0.1587	0.5323	0.5255	5.0626
0.398	0.4043	2.5336	0.9861	6.0457	6.2732	0.9556	0.1577	0.5320	0.5253	5.0610
0.399	0.4053	2.5396	0.9863	6.0686	6.3036	0.9558	0.1567	0.5317	0.5251	5.0595
0.400	0.4063	2.5456	0.9865	6.0917	6.3344	0.9560	0.1558	0.5314	0.5249	5.0580

d/Lo DE 0.450 A 0.450										9/20
d/Lo	d/L	Kd	TARI Kd	SEMI Kd	COSH Kd	H/Ho	F	n	Cg/Co	M
0.401	0.4059	2.5504	0.9877	6.3673	6.4454	0.9762	0.1551	0.5311	0.5245	5.1565
0.402	0.4069	2.5564	0.9880	6.4061	6.4837	0.9764	0.1542	0.5308	0.5244	5.0551
0.403	0.4070	2.5624	0.9882	6.4451	6.5227	0.9766	0.1533	0.5305	0.5242	5.0536
0.404	0.4089	2.5684	0.9883	6.4943	6.5609	0.9769	0.1524	0.5302	0.5240	5.0522
0.405	0.4097	2.5744	0.9885	6.5237	6.5997	0.9770	0.1515	0.5299	0.5238	5.0508
0.406	0.4107	2.5804	0.9886	6.5625	6.6392	0.9772	0.1506	0.5296	0.5236	5.0494
0.407	0.4116	2.5864	0.9887	6.6039	6.6787	0.9774	0.1497	0.5293	0.5234	5.0480
0.408	0.4126	2.5924	0.9889	6.6425	6.7185	0.9776	0.1488	0.5290	0.5231	5.0466
0.409	0.4136	2.5984	0.9891	6.6840	6.7586	0.9778	0.1479	0.5287	0.5229	5.0453
0.410	0.4145	2.6044	0.9891	6.7240	6.7987	0.9780	0.1471	0.5285	0.5227	5.0439
0.411	0.4155	2.6104	0.9892	6.7650	6.8393	0.9782	0.1462	0.5282	0.5225	5.0426
0.412	0.4164	2.6165	0.9894	6.8071	6.8801	0.9784	0.1453	0.5279	0.5223	5.0413
0.413	0.4174	2.6225	0.9895	6.8496	6.9212	0.9786	0.1445	0.5277	0.5221	5.0400
0.414	0.4183	2.6285	0.9896	6.8934	6.9625	0.9788	0.1436	0.5274	0.5219	5.0387
0.415	0.4193	2.6345	0.9898	6.9374	7.0041	0.9790	0.1428	0.5271	0.5217	5.0375
0.416	0.4203	2.6405	0.9899	6.9827	7.0460	0.9791	0.1419	0.5269	0.5215	5.0362
0.417	0.4212	2.6466	0.9900	7.0293	7.0882	0.9793	0.1411	0.5266	0.5213	5.0350
0.418	0.4222	2.6526	0.9901	7.0731	7.1306	0.9795	0.1402	0.5263	0.5211	5.0338
0.419	0.4231	2.6586	0.9902	7.1173	0.9797	0.9797	0.1394	0.5261	0.5210	5.0326
0.420	0.4241	2.6647	0.9904	7.1617	7.1733	0.9799	0.1385	0.5258	0.5208	5.0314
0.421	0.4251	2.6707	0.9905	7.1983	7.2165	0.9800	0.1377	0.5256	0.5206	5.0303
0.422	0.4260	2.6767	0.9906	7.2343	7.2601	0.9802	0.1369	0.5253	0.5204	5.0291
0.423	0.4270	2.6828	0.9907	7.2735	7.3049	0.9804	0.1361	0.5251	0.5202	5.0280
0.424	0.4279	2.6888	0.9908	7.3230	7.3498	0.9806	0.1353	0.5248	0.5200	5.0268
0.425	0.4289	2.6948	0.9909	7.3678	7.3951	0.9807	0.1345	0.5246	0.5198	5.0257
0.426	0.4299	2.7009	0.9910	7.4129	7.4406	0.9809	0.1337	0.5244	0.5196	5.0246
0.427	0.4309	2.7069	0.9911	7.4582	7.4863	0.9811	0.1329	0.5241	0.5194	5.0235
0.428	0.4318	2.7130	0.9912	7.5033	7.5322	0.9813	0.1321	0.5239	0.5193	5.0224
0.429	0.4327	2.7190	0.9913	7.5496	7.5785	0.9814	0.1313	0.5236	0.5191	5.0214
0.430	0.4337	2.7251	0.9914	7.5961	7.6251	0.9816	0.1305	0.5234	0.5189	5.0203
0.431	0.4347	2.7311	0.9915	7.6426	7.6718	0.9818	0.1297	0.5232	0.5188	5.0193
0.432	0.4356	2.7372	0.9916	7.6894	7.7188	0.9819	0.1289	0.5230	0.5186	5.0183
0.433	0.4366	2.7433	0.9917	7.7365	7.7660	0.9821	0.1281	0.5227	0.5184	5.0172
0.434	0.4376	2.7493	0.9918	7.7840	7.8134	0.9822	0.1274	0.5225	0.5182	5.0162
0.435	0.4385	2.7554	0.9919	7.8317	7.8610	0.9824	0.1267	0.5223	0.5181	5.0153
0.436	0.4395	2.7614	0.9920	7.8797	7.9089	0.9826	0.1259	0.5221	0.5179	5.0143
0.437	0.4405	2.7675	0.9921	7.9281	7.9570	0.9827	0.1251	0.5219	0.5177	5.0133
0.438	0.4414	2.7736	0.9922	7.9767	8.0053	0.9829	0.1244	0.5218	0.5176	5.0124
0.439	0.4424	2.7796	0.9923	8.0257	8.0537	0.9830	0.1236	0.5216	0.5174	5.0114
0.440	0.4434	2.7857	0.9924	8.0749	8.1024	0.9832	0.1229	0.5214	0.5172	5.0105
0.441	0.4444	2.7918	0.9925	8.1245	8.1512	0.9833	0.1221	0.5213	0.5171	5.0096
0.442	0.4453	2.7979	0.9926	8.1744	8.2003	0.9835	0.1214	0.5211	0.5169	5.0087
0.443	0.4463	2.8040	0.9927	8.2246	8.2495	0.9836	0.1207	0.5209	0.5168	5.0078
0.444	0.4472	2.8100	0.9928	8.2751	8.3000	0.9838	0.1200	0.5208	0.5166	5.0069
0.445	0.4482	2.8161	0.9929	8.3258	8.3506	0.9839	0.1192	0.5207	0.5165	5.0060
0.446	0.4492	2.8222	0.9930	8.3767	8.4014	0.9841	0.1185	0.5205	0.5163	5.0051
0.447	0.4501	2.8283	0.9930	8.4278	8.4523	0.9842	0.1178	0.5204	0.5161	5.0043
0.448	0.4511	2.8344	0.9931	8.4790	8.5032	0.9844	0.1171	0.5203	0.5160	5.0034
0.449	0.4521	2.8405	0.9932	8.5304	8.5543	0.9845	0.1164	0.5202	0.5158	5.0026
0.450	0.4530	2.8466	0.9933	8.5819	8.6054	0.9847	0.1157	0.5201	0.5157	5.0017

d/20 2E 0.491 0.490										
d/20	2E	0.491	0.490	0.491	0.490	0.491	0.490	0.491	0.490	0.491
0.451	0.4520	2.6526	0.9931	9.6277	9.6956	0.9946	0.1150	0.5190	0.5150	4.9939
0.452	0.4530	2.6537	0.9934	9.6291	9.7491	0.9949	0.1149	0.5190	0.5150	4.9941
0.453	0.4540	2.6548	0.9937	9.6304	9.7991	0.9951	0.1148	0.5186	0.5153	4.9943
0.454	0.4550	2.6559	0.9936	9.6318	9.8491	0.9952	0.1147	0.5184	0.5151	4.9945
0.455	0.4579	2.6770	0.9937	9.6526	9.9089	0.9953	0.1142	0.5182	0.5150	4.9978
0.456	0.4589	2.6801	0.9938	9.6731	9.9691	0.9955	0.1141	0.5181	0.5148	4.9970
0.457	0.4598	2.6832	0.9938	9.6938	9.9725	0.9956	0.1140	0.5179	0.5147	4.9962
0.458	0.4608	2.6863	0.9939	9.7142	9.9725	0.9958	0.1139	0.5177	0.5145	4.9955
0.459	0.4618	2.6894	0.9940	9.7349	9.9727	0.9959	0.1138	0.5176	0.5144	4.9948
0.460	0.4628	2.6925	0.9941	9.7557	9.9730	0.9960	0.1137	0.5173	0.5143	4.9940
0.461	0.4637	2.6957	0.9941	9.7766	9.9732	0.9962	0.1136	0.5172	0.5141	4.9933
0.462	0.4647	2.6989	0.9942	9.7976	9.9735	0.9963	0.1135	0.5170	0.5140	4.9926
0.463	0.4657	2.7021	0.9943	9.8186	9.9737	0.9964	0.1134	0.5169	0.5139	4.9919
0.464	0.4666	2.7053	0.9943	9.8397	9.9739	0.9965	0.1133	0.5167	0.5137	4.9912
0.465	0.4676	2.7085	0.9944	9.8609	9.9741	0.9966	0.1132	0.5165	0.5136	4.9905
0.466	0.4686	2.7117	0.9945	9.8822	9.9743	0.9967	0.1131	0.5163	0.5135	4.9898
0.467	0.4696	2.7149	0.9945	9.9036	9.9745	0.9968	0.1130	0.5162	0.5133	4.9891
0.468	0.4705	2.7181	0.9946	9.9251	9.9747	0.9969	0.1129	0.5160	0.5132	4.9884
0.469	0.4715	2.7213	0.9947	9.9467	9.9749	0.9970	0.1128	0.5158	0.5131	4.9877
0.470	0.4725	2.7245	0.9947	9.9684	9.9751	0.9971	0.1127	0.5157	0.5130	4.9870
0.471	0.4735	2.7277	0.9948	9.9902	9.9753	0.9972	0.1126	0.5155	0.5128	4.9863
0.472	0.4745	2.7309	0.9949	9.9921	9.9755	0.9973	0.1125	0.5154	0.5127	4.9856
0.473	0.4755	2.7341	0.9949	9.9940	9.9757	0.9974	0.1124	0.5152	0.5126	4.9849
0.474	0.4765	2.7373	0.9950	9.9960	10.0000	0.9975	0.1123	0.5150	0.5125	4.9842
0.475	0.4774	2.7405	0.9950	10.0171	10.0001	0.9976	0.1122	0.5149	0.5123	4.9835
0.476	0.4783	2.7437	0.9951	10.0343	10.0003	0.9977	0.1121	0.5147	0.5122	4.9828
0.477	0.4793	2.7469	0.9952	10.0516	10.0005	0.9978	0.1120	0.5146	0.5121	4.9821
0.478	0.4803	2.7501	0.9952	10.0690	10.0007	0.9979	0.1119	0.5144	0.5120	4.9814
0.479	0.4813	2.7533	0.9953	10.0864	10.0009	0.9980	0.1118	0.5143	0.5119	4.9807
0.480	0.4822	2.7565	0.9953	10.1039	10.0011	0.9981	0.1117	0.5141	0.5118	4.9800
0.481	0.4832	2.7597	0.9954	10.1214	10.0013	0.9982	0.1116	0.5140	0.5116	4.9793
0.482	0.4842	2.7629	0.9955	10.1390	10.0015	0.9983	0.1115	0.5139	0.5115	4.9786
0.483	0.4852	2.7661	0.9955	10.1566	10.0017	0.9984	0.1114	0.5137	0.5114	4.9779
0.484	0.4862	2.7693	0.9956	10.1743	10.0019	0.9985	0.1113	0.5136	0.5113	4.9772
0.485	0.4871	2.7725	0.9956	10.1920	10.0021	0.9986	0.1112	0.5134	0.5112	4.9765
0.486	0.4881	2.7757	0.9957	10.2098	10.0023	0.9987	0.1111	0.5133	0.5111	4.9758
0.487	0.4891	2.7789	0.9957	10.2276	10.0025	0.9988	0.1110	0.5132	0.5110	4.9751
0.488	0.4901	2.7821	0.9958	10.2454	10.0027	0.9989	0.1109	0.5130	0.5109	4.9744
0.489	0.4910	2.7853	0.9959	10.2633	10.0029	0.9990	0.1108	0.5129	0.5108	4.9737
0.490	0.4920	2.7885	0.9959	10.2811	10.0031	0.9991	0.1107	0.5127	0.5107	4.9730
0.491	0.4930	2.7917	0.9960	10.2990	10.0033	0.9992	0.1106	0.5126	0.5106	4.9723
0.492	0.4940	2.7949	0.9960	10.3169	10.0035	0.9993	0.1105	0.5125	0.5104	4.9716
0.493	0.4950	2.7981	0.9961	10.3348	10.0037	0.9994	0.1104	0.5124	0.5103	4.9709
0.494	0.4959	2.8013	0.9961	10.3527	10.0039	0.9995	0.1103	0.5123	0.5102	4.9702
0.495	0.4969	2.8045	0.9962	10.3706	10.0041	0.9996	0.1102	0.5121	0.5101	4.9695
0.496	0.4979	2.8077	0.9962	10.3885	10.0043	0.9997	0.1101	0.5120	0.5100	4.9688
0.497	0.4989	2.8109	0.9963	10.4064	10.0045	0.9998	0.1100	0.5119	0.5099	4.9681
0.498	0.4999	2.8141	0.9963	10.4243	10.0047	0.9999	0.1099	0.5118	0.5098	4.9674
0.499	0.5009	2.8173	0.9964	10.4422	10.0049	0.9999	0.1098	0.5117	0.5097	4.9667
0.500	0.5019	2.8205	0.9964	10.4601	10.0051	0.9999	0.1097	0.5115	0.5096	4.9660

d/Lo OF 0.501 A 0.500										11/20
d/Lo	d/L	H	TWAH Kd	SEMI Kd	COSH Kd	H/Hg	R	n	Cg/Co	M
0.501	0.5029	3.1592	0.9964	11.755	11.798	0.9916	0.0849	0.5114	0.5095	4.9745
0.502	0.5038	3.1654	0.9964	11.828	11.870	0.9907	0.0842	0.5113	0.5095	4.9741
0.503	0.5049	3.1716	0.9965	11.902	11.944	0.9908	0.0837	0.5112	0.5094	4.9696
0.504	0.5058	3.1777	0.9965	11.975	12.017	0.9909	0.0832	0.5111	0.5093	4.9692
0.505	0.5067	3.1839	0.9966	12.050	12.091	0.9909	0.0827	0.5109	0.5092	4.9688
0.506	0.5077	3.1901	0.9966	12.123	12.164	0.9910	0.0822	0.5108	0.5091	4.9684
0.507	0.5087	3.1963	0.9967	12.200	12.241	0.9911	0.0817	0.5107	0.5090	4.9680
0.508	0.5097	3.2024	0.9967	12.273	12.314	0.9912	0.0812	0.5106	0.5089	4.9675
0.509	0.5107	3.2086	0.9967	12.357	12.392	0.9913	0.0807	0.5105	0.5089	4.9671
0.510	0.5116	3.2148	0.9968	12.429	12.469	0.9914	0.0802	0.5104	0.5087	4.9667
0.511	0.5126	3.2210	0.9968	12.506	12.546	0.9915	0.0797	0.5103	0.5086	4.9664
0.512	0.5136	3.2271	0.9969	12.584	12.623	0.9916	0.0792	0.5102	0.5086	4.9660
0.513	0.5146	3.2333	0.9969	12.667	12.701	0.9916	0.0787	0.5101	0.5085	4.9656
0.514	0.5156	3.2395	0.9969	12.741	12.780	0.9917	0.0782	0.5099	0.5084	4.9652
0.515	0.5166	3.2457	0.9970	12.820	12.859	0.9918	0.0778	0.5098	0.5083	4.9648
0.516	0.5175	3.2518	0.9970	12.900	12.938	0.9919	0.0773	0.5097	0.5082	4.9645
0.517	0.5185	3.2580	0.9970	12.980	13.018	0.9920	0.0768	0.5096	0.5081	4.9641
0.518	0.5195	3.2642	0.9971	13.061	13.099	0.9920	0.0763	0.5095	0.5081	4.9637
0.519	0.5205	3.2704	0.9971	13.142	13.180	0.9921	0.0759	0.5094	0.5080	4.9634
0.520	0.5215	3.2766	0.9972	13.224	13.261	0.9922	0.0754	0.5093	0.5079	4.9630
0.521	0.5225	3.2828	0.9972	13.306	13.343	0.9923	0.0749	0.5092	0.5078	4.9627
0.522	0.5235	3.2890	0.9972	13.389	13.426	0.9924	0.0745	0.5091	0.5077	4.9623
0.523	0.5244	3.2951	0.9973	13.472	13.509	0.9924	0.0740	0.5091	0.5077	4.9620
0.524	0.5254	3.3012	0.9973	13.556	13.593	0.9925	0.0736	0.5090	0.5076	4.9617
0.525	0.5264	3.3073	0.9973	13.640	13.677	0.9926	0.0731	0.5089	0.5075	4.9613
0.526	0.5274	3.3135	0.9974	13.725	13.761	0.9927	0.0727	0.5088	0.5074	4.9610
0.527	0.5284	3.3196	0.9974	13.811	13.847	0.9927	0.0722	0.5087	0.5074	4.9607
0.528	0.5294	3.3258	0.9974	13.897	13.933	0.9928	0.0718	0.5086	0.5073	4.9604
0.529	0.5304	3.3320	0.9975	13.983	14.019	0.9929	0.0713	0.5085	0.5072	4.9601
0.530	0.5315	3.3382	0.9975	14.070	14.106	0.9929	0.0709	0.5084	0.5071	4.9597
0.531	0.5325	3.3444	0.9975	14.158	14.193	0.9930	0.0705	0.5083	0.5071	4.9594
0.532	0.5335	3.3506	0.9975	14.246	14.281	0.9931	0.0700	0.5082	0.5070	4.9591
0.533	0.5345	3.3568	0.9976	14.335	14.370	0.9932	0.0696	0.5081	0.5069	4.9588
0.534	0.5355	3.3630	0.9976	14.424	14.459	0.9932	0.0692	0.5081	0.5068	4.9585
0.535	0.5365	3.3692	0.9976	14.514	14.549	0.9933	0.0687	0.5080	0.5068	4.9582
0.536	0.5375	3.3754	0.9977	14.605	14.639	0.9934	0.0683	0.5079	0.5067	4.9579
0.537	0.5385	3.3816	0.9977	14.696	14.730	0.9934	0.0679	0.5078	0.5067	4.9577
0.538	0.5395	3.3878	0.9977	14.788	14.821	0.9935	0.0675	0.5077	0.5066	4.9574
0.539	0.5405	3.3940	0.9977	14.880	14.913	0.9936	0.0671	0.5076	0.5065	4.9571
0.540	0.5415	3.4002	0.9978	14.973	15.006	0.9936	0.0666	0.5076	0.5064	4.9568
0.541	0.5425	3.4064	0.9978	15.066	15.099	0.9937	0.0662	0.5075	0.5064	4.9565
0.542	0.5435	3.4126	0.9978	15.160	15.193	0.9938	0.0658	0.5074	0.5063	4.9563
0.543	0.5445	3.4188	0.9977	15.254	15.287	0.9938	0.0654	0.5073	0.5062	4.9560
0.544	0.5455	3.4250	0.9979	15.350	15.382	0.9937	0.0650	0.5073	0.5062	4.9557
0.545	0.5465	3.4312	0.9979	15.445	15.478	0.9939	0.0646	0.5072	0.5061	4.9555
0.546	0.5475	3.4374	0.9979	15.542	15.574	0.9940	0.0642	0.5071	0.5061	4.9552
0.547	0.5485	3.4437	0.9980	15.639	15.671	0.9941	0.0638	0.5070	0.5060	4.9550
0.548	0.5495	3.4501	0.9980	15.736	15.768	0.9941	0.0634	0.5070	0.5059	4.9547
0.549	0.5505	3.4563	0.9980	15.835	15.865	0.9942	0.0630	0.5069	0.5059	4.9545
0.550	0.5515	3.4625	0.9980	15.933	15.965	0.9942	0.0626	0.5068	0.5058	4.9542

d/Lo DE 0.551 A 0.500										12/20
d/Ls	d/L	Ys	TAPL (K)	SEPH (K)	COCH (K)	H/Hs	E	n	Cg/Cs	M
0.551	0.5521	3.4683	0.9981	16.033	16.064	0.9943	0.0523	0.5067	0.5058	4.9549
0.552	0.5531	3.4759	0.9981	16.133	16.164	0.9944	0.0519	0.5067	0.5057	4.9558
0.553	0.5540	3.4812	0.9981	16.234	16.265	0.9944	0.0515	0.5066	0.5056	4.9565
0.554	0.5550	3.4874	0.9981	16.335	16.366	0.9945	0.0511	0.5065	0.5056	4.9573
0.555	0.5560	3.4936	0.9982	16.437	16.468	0.9945	0.0507	0.5065	0.5055	4.9581
0.556	0.5570	3.4999	0.9982	16.540	16.570	0.9946	0.0504	0.5064	0.5055	4.9589
0.557	0.5580	3.5060	0.9982	16.643	16.673	0.9946	0.0500	0.5063	0.5054	4.9596
0.558	0.5590	3.5123	0.9982	16.747	16.777	0.9947	0.0496	0.5063	0.5054	4.9604
0.559	0.5600	3.5185	0.9982	16.852	16.881	0.9947	0.0492	0.5062	0.5053	4.9612
0.560	0.5610	3.5247	0.9983	16.957	16.986	0.9948	0.0489	0.5061	0.5052	4.9620
0.561	0.5620	3.5309	0.9983	17.063	17.092	0.9949	0.0485	0.5061	0.5052	4.9628
0.562	0.5630	3.5371	0.9983	17.170	17.199	0.9949	0.0481	0.5060	0.5051	4.9635
0.563	0.5639	3.5434	0.9983	17.277	17.306	0.9950	0.0478	0.5059	0.5051	4.9643
0.564	0.5649	3.5496	0.9983	17.385	17.414	0.9950	0.0474	0.5059	0.5050	4.9651
0.565	0.5659	3.5559	0.9984	17.494	17.522	0.9951	0.0471	0.5058	0.5050	4.9659
0.566	0.5669	3.5620	0.9984	17.603	17.631	0.9951	0.0467	0.5057	0.5049	4.9667
0.567	0.5679	3.5682	0.9984	17.713	17.741	0.9952	0.0464	0.5057	0.5049	4.9675
0.568	0.5689	3.5745	0.9984	17.824	17.852	0.9952	0.0460	0.5056	0.5049	4.9683
0.569	0.5699	3.5807	0.9984	17.935	17.963	0.9953	0.0457	0.5056	0.5048	4.9691
0.570	0.5709	3.5869	0.9985	18.046	18.075	0.9953	0.0453	0.5055	0.5047	4.9699
0.571	0.5719	3.5931	0.9985	18.158	18.188	0.9954	0.0450	0.5054	0.5047	4.9707
0.572	0.5729	3.5994	0.9985	18.274	18.301	0.9954	0.0446	0.5054	0.5046	4.9715
0.573	0.5739	3.6056	0.9985	18.389	18.415	0.9955	0.0443	0.5053	0.5046	4.9723
0.574	0.5749	3.6118	0.9985	18.505	18.530	0.9955	0.0440	0.5053	0.5045	4.9731
0.575	0.5759	3.6180	0.9985	18.621	18.646	0.9955	0.0436	0.5052	0.5045	4.9739
0.576	0.5769	3.6243	0.9986	18.738	18.772	0.9956	0.0433	0.5052	0.5044	4.9747
0.577	0.5779	3.6305	0.9986	18.855	18.879	0.9956	0.0430	0.5051	0.5044	4.9755
0.578	0.5789	3.6367	0.9986	18.973	18.997	0.9957	0.0426	0.5050	0.5043	4.9763
0.579	0.5799	3.6429	0.9986	19.091	19.115	0.9957	0.0423	0.5050	0.5043	4.9771
0.580	0.5809	3.6491	0.9986	19.209	19.233	0.9958	0.0420	0.5049	0.5043	4.9779
0.581	0.5819	3.6554	0.9987	19.328	19.355	0.9958	0.0417	0.5049	0.5042	4.9787
0.582	0.5829	3.6616	0.9987	19.448	19.475	0.9959	0.0413	0.5048	0.5042	4.9795
0.583	0.5839	3.6679	0.9987	19.567	19.597	0.9959	0.0410	0.5048	0.5041	4.9803
0.584	0.5849	3.6741	0.9987	19.687	19.719	0.9959	0.0407	0.5047	0.5041	4.9811
0.585	0.5859	3.6804	0.9987	19.807	19.843	0.9960	0.0404	0.5047	0.5040	4.9819
0.586	0.5869	3.6866	0.9987	19.927	19.959	0.9960	0.0401	0.5046	0.5040	4.9827
0.587	0.5879	3.6929	0.9988	20.048	20.081	0.9961	0.0398	0.5046	0.5040	4.9835
0.588	0.5889	3.6991	0.9988	20.168	20.207	0.9961	0.0395	0.5045	0.5039	4.9843
0.589	0.5899	3.7054	0.9988	20.289	20.243	0.9962	0.0392	0.5045	0.5039	4.9851
0.590	0.5909	3.7116	0.9989	20.410	20.370	0.9962	0.0389	0.5044	0.5038	4.9859
0.591	0.5919	3.7179	0.9989	20.531	20.498	0.9962	0.0385	0.5044	0.5038	4.9867
0.592	0.5929	3.7241	0.9989	20.652	20.627	0.9963	0.0382	0.5043	0.5038	4.9875
0.593	0.5939	3.7304	0.9989	20.773	20.756	0.9963	0.0379	0.5043	0.5037	4.9883
0.594	0.5949	3.7366	0.9989	20.894	20.886	0.9963	0.0376	0.5042	0.5037	4.9891
0.595	0.5959	3.7429	0.9989	21.015	21.018	0.9964	0.0374	0.5042	0.5036	4.9899
0.596	0.5969	3.7491	0.9989	21.136	21.150	0.9964	0.0371	0.5042	0.5036	4.9907
0.597	0.5979	3.7554	0.9989	21.257	21.282	0.9965	0.0368	0.5041	0.5036	4.9915
0.598	0.5989	3.7616	0.9989	21.378	21.416	0.9965	0.0365	0.5041	0.5035	4.9923
0.599	0.5999	3.7679	0.9989	21.499	21.551	0.9965	0.0362	0.5040	0.5035	4.9931
0.600	0.6009	3.7741	0.9989	21.620	21.686	0.9966	0.0359	0.5040	0.5034	4.9939

d/Lo DE 9.691 A 0.250										13/20
d/Lo	d/L	Kd	TAM Kd	SEPH Kd	COFH Kd	H/Ho	ρ	n	Cg/Co	M
0.601	0.6016	3.7601	0.9990	21.899	21.922	0.9966	0.0456	0.5039	0.5034	4.9451
0.602	0.6026	3.7624	0.9990	22.037	22.059	0.9968	0.0450	0.5039	0.5034	4.9450
0.603	0.6036	3.7726	0.9990	22.175	22.197	0.9967	0.0451	0.5039	0.5033	4.9448
0.604	0.6046	3.7909	0.9990	22.314	22.336	0.9967	0.0449	0.5039	0.5033	4.9447
0.605	0.6056	3.8051	0.9990	22.454	22.476	0.9967	0.0445	0.5038	0.5033	4.9446
0.606	0.6066	3.8113	0.9990	22.594	22.616	0.9968	0.0442	0.5037	0.5032	4.9445
0.607	0.6076	3.8174	0.9990	22.736	22.758	0.9968	0.0437	0.5037	0.5032	4.9443
0.608	0.6086	3.8239	0.9990	22.879	22.900	0.9969	0.0437	0.5036	0.5032	4.9442
0.609	0.6096	3.8301	0.9991	23.022	23.044	0.9969	0.0434	0.5036	0.5031	4.9441
0.610	0.6106	3.8362	0.9991	23.166	23.188	0.9969	0.0431	0.5036	0.5031	4.9440
0.611	0.6116	3.8426	0.9991	23.310	23.332	0.9969	0.0429	0.5035	0.5031	4.9439
0.612	0.6126	3.8490	0.9991	23.456	23.478	0.9970	0.0426	0.5035	0.5030	4.9438
0.613	0.6135	3.8556	0.9991	23.602	23.624	0.9970	0.0423	0.5035	0.5030	4.9437
0.614	0.6145	3.8617	0.9991	23.750	23.774	0.9970	0.0421	0.5034	0.5030	4.9435
0.615	0.6155	3.8675	0.9991	23.902	23.923	0.9971	0.0418	0.5034	0.5029	4.9434
0.616	0.6165	3.8738	0.9991	24.052	24.072	0.9971	0.0415	0.5033	0.5029	4.9433
0.617	0.6175	3.8804	0.9991	24.203	24.223	0.9971	0.0413	0.5033	0.5027	4.9432
0.618	0.6185	3.8863	0.9992	24.354	24.375	0.9972	0.0410	0.5033	0.5028	4.9431
0.619	0.6195	3.8925	0.9992	24.507	24.528	0.9972	0.0408	0.5032	0.5028	4.9429
0.620	0.6205	3.8985	0.9992	24.661	24.681	0.9972	0.0405	0.5032	0.5028	4.9429
0.621	0.6215	3.9050	0.9992	24.816	24.836	0.9972	0.0403	0.5032	0.5028	4.9428
0.622	0.6225	3.9113	0.9992	24.972	24.992	0.9973	0.0401	0.5031	0.5027	4.9427
0.623	0.6235	3.9177	0.9992	25.129	25.149	0.9973	0.0399	0.5031	0.5027	4.9426
0.624	0.6244	3.9242	0.9992	25.287	25.307	0.9973	0.0397	0.5031	0.5027	4.9425
0.625	0.6254	3.9308	0.9992	25.446	25.466	0.9973	0.0395	0.5031	0.5027	4.9424
0.626	0.6264	3.9375	0.9992	25.606	25.626	0.9973	0.0393	0.5031	0.5027	4.9423
0.627	0.6274	3.9443	0.9992	25.767	25.787	0.9973	0.0391	0.5031	0.5027	4.9422
0.628	0.6284	3.9512	0.9992	25.929	25.949	0.9973	0.0389	0.5031	0.5027	4.9421
0.629	0.6294	3.9582	0.9992	26.092	26.112	0.9973	0.0387	0.5031	0.5027	4.9421
0.630	0.6304	3.9653	0.9992	26.256	26.276	0.9973	0.0385	0.5031	0.5027	4.9420
0.631	0.6314	3.9725	0.9992	26.421	26.441	0.9973	0.0383	0.5031	0.5027	4.9419
0.632	0.6324	3.9798	0.9992	26.587	26.607	0.9973	0.0381	0.5031	0.5027	4.9418
0.633	0.6334	3.9872	0.9992	26.754	26.774	0.9973	0.0379	0.5031	0.5027	4.9417
0.634	0.6344	3.9947	0.9992	26.922	26.942	0.9973	0.0377	0.5031	0.5027	4.9416
0.635	0.6354	4.0023	0.9992	27.091	27.111	0.9973	0.0375	0.5031	0.5027	4.9415
0.636	0.6364	4.0100	0.9992	27.261	27.281	0.9973	0.0373	0.5031	0.5027	4.9414
0.637	0.6374	4.0178	0.9992	27.432	27.452	0.9973	0.0371	0.5031	0.5027	4.9413
0.638	0.6384	4.0257	0.9992	27.604	27.624	0.9973	0.0369	0.5031	0.5027	4.9412
0.639	0.6394	4.0337	0.9992	27.777	27.797	0.9973	0.0367	0.5031	0.5027	4.9411
0.640	0.6404	4.0418	0.9992	27.951	27.971	0.9973	0.0365	0.5031	0.5027	4.9411
0.641	0.6414	4.0499	0.9992	28.126	28.146	0.9973	0.0363	0.5031	0.5027	4.9410
0.642	0.6424	4.0581	0.9992	28.302	28.322	0.9973	0.0361	0.5031	0.5027	4.9409
0.643	0.6434	4.0664	0.9992	28.479	28.499	0.9973	0.0359	0.5031	0.5027	4.9408
0.644	0.6444	4.0748	0.9992	28.657	28.677	0.9973	0.0357	0.5031	0.5027	4.9407
0.645	0.6454	4.0833	0.9992	28.836	28.856	0.9973	0.0355	0.5031	0.5027	4.9406
0.646	0.6464	4.0919	0.9992	29.016	29.036	0.9973	0.0353	0.5031	0.5027	4.9405
0.647	0.6474	4.1006	0.9992	29.197	29.217	0.9973	0.0351	0.5031	0.5027	4.9404
0.648	0.6484	4.1094	0.9992	29.379	29.399	0.9973	0.0349	0.5031	0.5027	4.9403
0.649	0.6494	4.1183	0.9992	29.562	29.582	0.9973	0.0347	0.5031	0.5027	4.9402
0.650	0.6504	4.1273	0.9992	29.746	29.766	0.9973	0.0345	0.5031	0.5027	4.9401

14/29

d/Lo DE 0.651 A 0.700

d/Lo	d/L	Kd	TAM Kd	SENH Kd	COSH Kd	H/Ho	q	n	Cg/Co	h
0.651	0.6514	4.0926	0.9994	29.940	29.957	0.9981	0.0334	0.5023	0.5029	4.9403
0.652	0.6524	4.0789	0.9994	30.128	30.145	0.9980	0.0332	0.5023	0.5020	4.9402
0.653	0.6534	4.1052	0.9995	30.318	30.334	0.9980	0.0330	0.5022	0.5020	4.9402
0.654	0.6544	4.1114	0.9995	30.508	30.525	0.9981	0.0328	0.5022	0.5019	4.9401
0.655	0.6553	4.1177	0.9995	30.700	30.716	0.9981	0.0326	0.5022	0.5019	4.9401
0.656	0.6563	4.1239	0.9995	30.893	30.909	0.9981	0.0324	0.5022	0.5019	4.9399
0.657	0.6573	4.1302	0.9995	31.087	31.103	0.9981	0.0322	0.5021	0.5019	4.9398
0.658	0.6583	4.1364	0.9995	31.282	31.298	0.9981	0.0320	0.5021	0.5018	4.9398
0.659	0.6593	4.1427	0.9995	31.477	31.494	0.9982	0.0318	0.5021	0.5018	4.9397
0.660	0.6603	4.1490	0.9995	31.674	31.692	0.9982	0.0316	0.5021	0.5018	4.9397
0.661	0.6613	4.1552	0.9995	31.875	31.891	0.9982	0.0314	0.5020	0.5018	4.9397
0.662	0.6623	4.1615	0.9995	32.076	32.091	0.9982	0.0312	0.5020	0.5018	4.9396
0.663	0.6633	4.1678	0.9995	32.277	32.293	0.9982	0.0310	0.5020	0.5018	4.9395
0.664	0.6643	4.1740	0.9995	32.480	32.496	0.9983	0.0308	0.5020	0.5017	4.9395
0.665	0.6653	4.1803	0.9995	32.684	32.700	0.9983	0.0306	0.5020	0.5017	4.9394
0.666	0.6663	4.1865	0.9995	32.890	32.905	0.9983	0.0304	0.5019	0.5017	4.9394
0.667	0.6673	4.1928	0.9995	33.097	33.111	0.9983	0.0302	0.5019	0.5017	4.9393
0.668	0.6683	4.1991	0.9995	33.304	33.319	0.9983	0.0300	0.5019	0.5016	4.9392
0.669	0.6693	4.2053	0.9996	33.514	33.529	0.9984	0.0298	0.5019	0.5016	4.9392
0.670	0.6703	4.2115	0.9996	33.724	33.739	0.9984	0.0296	0.5019	0.5016	4.9391
0.671	0.6713	4.2178	0.9996	33.934	33.951	0.9984	0.0295	0.5019	0.5016	4.9391
0.672	0.6723	4.2241	0.9996	34.150	34.164	0.9984	0.0293	0.5019	0.5016	4.9390
0.673	0.6732	4.2304	0.9996	34.364	34.379	0.9984	0.0291	0.5019	0.5016	4.9390
0.674	0.6743	4.2366	0.9996	34.580	34.595	0.9984	0.0289	0.5018	0.5016	4.9389
0.675	0.6753	4.2429	0.9996	34.795	34.810	0.9985	0.0287	0.5018	0.5015	4.9389
0.676	0.6763	4.2491	0.9996	35.010	35.021	0.9985	0.0285	0.5017	0.5015	4.9388
0.677	0.6772	4.2554	0.9996	35.225	35.231	0.9985	0.0284	0.5017	0.5015	4.9388
0.678	0.6782	4.2617	0.9996	35.440	35.447	0.9985	0.0282	0.5017	0.5015	4.9387
0.679	0.6792	4.2680	0.9996	35.655	35.661	0.9985	0.0280	0.5017	0.5015	4.9387
0.680	0.6802	4.2742	0.9996	35.870	35.876	0.9985	0.0278	0.5017	0.5015	4.9386
0.681	0.6812	4.2805	0.9996	36.085	36.095	0.9985	0.0277	0.5016	0.5014	4.9386
0.682	0.6822	4.2868	0.9996	36.300	36.310	0.9985	0.0275	0.5016	0.5014	4.9385
0.683	0.6832	4.2931	0.9996	36.515	36.524	0.9985	0.0273	0.5016	0.5014	4.9385
0.684	0.6842	4.2994	0.9996	36.730	36.734	0.9985	0.0272	0.5016	0.5014	4.9384
0.685	0.6852	4.3057	0.9996	36.945	36.952	0.9985	0.0270	0.5016	0.5014	4.9384
0.686	0.6862	4.3120	0.9996	37.160	37.166	0.9985	0.0269	0.5015	0.5014	4.9383
0.687	0.6872	4.3183	0.9996	37.375	37.381	0.9985	0.0268	0.5015	0.5014	4.9383
0.688	0.6882	4.3246	0.9996	37.590	37.596	0.9985	0.0266	0.5015	0.5013	4.9382
0.689	0.6892	4.3309	0.9996	37.805	37.811	0.9985	0.0265	0.5015	0.5013	4.9382
0.690	0.6902	4.3372	0.9996	38.020	38.027	0.9985	0.0263	0.5015	0.5013	4.9381
0.691	0.6912	4.3435	0.9996	38.235	38.241	0.9985	0.0262	0.5015	0.5013	4.9381
0.692	0.6922	4.3498	0.9996	38.450	38.457	0.9985	0.0260	0.5015	0.5013	4.9380
0.693	0.6932	4.3561	0.9996	38.665	38.671	0.9985	0.0259	0.5014	0.5013	4.9380
0.694	0.6942	4.3624	0.9996	38.880	38.886	0.9985	0.0257	0.5014	0.5013	4.9379
0.695	0.6952	4.3687	0.9996	39.095	39.101	0.9985	0.0256	0.5014	0.5012	4.9379
0.696	0.6962	4.3750	0.9996	39.310	39.316	0.9985	0.0254	0.5014	0.5012	4.9379
0.697	0.6972	4.3813	0.9996	39.525	39.531	0.9985	0.0253	0.5014	0.5012	4.9379
0.698	0.6982	4.3876	0.9996	39.740	39.746	0.9985	0.0251	0.5014	0.5012	4.9378
0.699	0.6992	4.3939	0.9996	39.955	39.961	0.9985	0.0250	0.5013	0.5012	4.9378
0.700	0.7002	4.4002	0.9996	40.170	40.176	0.9985	0.0248	0.5013	0.5012	4.9378

d/L0 PE 0.701 A 0.750											15/20
d/L0	d/L	Kd	TAN Rd	SEMI Rd	COSI Rd	h/H0	R	n	Cg/Co	H	
0.701	0.7012	4.4056	0.9997	40.957	40.969	0.9986	0.0244	0.5013	0.5012	4.9377	
0.702	0.7027	4.4121	0.9997	41.215	41.227	0.9989	0.0243	0.5013	0.5012	4.9377	
0.703	0.7032	4.4164	0.9997	41.474	41.486	0.9989	0.0241	0.5013	0.5011	4.9377	
0.704	0.7042	4.4246	0.9997	41.735	41.747	0.9989	0.0240	0.5013	0.5011	4.9376	
0.705	0.7052	4.4309	0.9997	41.996	42.009	0.9989	0.0238	0.5013	0.5011	4.9376	
0.706	0.7062	4.4372	0.9997	42.262	42.274	0.9989	0.0237	0.5012	0.5011	4.9376	
0.707	0.7072	4.4454	0.9997	42.528	42.539	0.9989	0.0235	0.5012	0.5011	4.9375	
0.708	0.7082	4.4497	0.9997	42.795	42.807	0.9989	0.0234	0.5012	0.5011	4.9375	
0.709	0.7092	4.4560	0.9997	43.064	43.076	0.9989	0.0232	0.5012	0.5011	4.9375	
0.710	0.7102	4.4622	0.9997	43.335	43.347	0.9989	0.0231	0.5012	0.5011	4.9374	
0.711	0.7112	4.4665	0.9997	43.608	43.619	0.9990	0.0229	0.5012	0.5010	4.9374	
0.712	0.7122	4.4746	0.9997	43.882	43.894	0.9990	0.0228	0.5012	0.5010	4.9374	
0.713	0.7132	4.4811	0.9997	44.158	44.170	0.9990	0.0226	0.5011	0.5010	4.9373	
0.714	0.7142	4.4873	0.9997	44.436	44.449	0.9990	0.0225	0.5011	0.5010	4.9373	
0.715	0.7152	4.4936	0.9998	44.716	44.727	0.9990	0.0224	0.5011	0.5010	4.9373	
0.716	0.7162	4.4999	0.9998	44.997	45.008	0.9990	0.0222	0.5011	0.5010	4.9372	
0.717	0.7172	4.5061	0.9998	45.280	45.291	0.9990	0.0221	0.5011	0.5010	4.9372	
0.718	0.7182	4.5124	0.9998	45.565	45.576	0.9990	0.0219	0.5011	0.5010	4.9372	
0.719	0.7192	4.5187	0.9998	45.852	45.863	0.9990	0.0218	0.5011	0.5010	4.9371	
0.720	0.7202	4.5250	0.9998	46.141	46.151	0.9991	0.0217	0.5011	0.5009	4.9371	
0.721	0.7212	4.5312	0.9998	46.431	46.442	0.9991	0.0216	0.5011	0.5009	4.9371	
0.722	0.7222	4.5375	0.9998	46.722	46.734	0.9991	0.0214	0.5010	0.5009	4.9370	
0.723	0.7232	4.5438	0.9998	47.014	47.026	0.9991	0.0213	0.5010	0.5009	4.9370	
0.724	0.7242	4.5500	0.9998	47.307	47.320	0.9991	0.0211	0.5010	0.5009	4.9370	
0.725	0.7252	4.5563	0.9998	47.601	47.614	0.9991	0.0210	0.5010	0.5009	4.9370	
0.726	0.7262	4.5625	0.9998	47.896	47.910	0.9991	0.0209	0.5010	0.5009	4.9370	
0.727	0.7272	4.5688	0.9998	48.192	48.207	0.9991	0.0207	0.5010	0.5009	4.9369	
0.728	0.7282	4.5751	0.9998	48.489	48.505	0.9991	0.0206	0.5010	0.5009	4.9369	
0.729	0.7292	4.5814	0.9998	48.787	48.804	0.9991	0.0205	0.5010	0.5009	4.9369	
0.730	0.7302	4.5877	0.9998	49.086	49.104	0.9992	0.0204	0.5010	0.5009	4.9368	
0.731	0.7311	4.5939	0.9998	49.387	49.406	0.9992	0.0202	0.5009	0.5008	4.9368	
0.732	0.7321	4.6002	0.9998	49.689	49.709	0.9992	0.0201	0.5009	0.5008	4.9368	
0.733	0.7331	4.6065	0.9998	49.992	50.013	0.9992	0.0200	0.5009	0.5008	4.9368	
0.734	0.7341	4.6128	0.9999	50.296	50.318	0.9992	0.0199	0.5009	0.5008	4.9367	
0.735	0.7351	4.6190	0.9998	50.602	50.625	0.9992	0.0197	0.5009	0.5008	4.9367	
0.736	0.7361	4.6253	0.9998	50.909	50.933	0.9992	0.0196	0.5009	0.5008	4.9367	
0.737	0.7371	4.6316	0.9998	51.217	51.243	0.9992	0.0195	0.5009	0.5008	4.9367	
0.738	0.7381	4.6379	0.9998	51.527	51.554	0.9992	0.0194	0.5009	0.5008	4.9367	
0.739	0.7391	4.6441	0.9998	51.838	51.867	0.9992	0.0192	0.5009	0.5008	4.9366	
0.740	0.7401	4.6504	0.9998	52.150	52.181	0.9992	0.0191	0.5009	0.5008	4.9366	
0.741	0.7411	4.6567	0.9998	52.464	52.497	0.9992	0.0190	0.5009	0.5007	4.9366	
0.742	0.7421	4.6630	0.9998	52.779	52.814	0.9992	0.0189	0.5009	0.5007	4.9366	
0.743	0.7431	4.6692	0.9998	53.095	53.132	0.9992	0.0188	0.5009	0.5007	4.9365	
0.744	0.7441	4.6755	0.9998	53.413	53.452	0.9992	0.0186	0.5009	0.5007	4.9365	
0.745	0.7451	4.6818	0.9998	53.732	53.773	0.9992	0.0185	0.5009	0.5007	4.9365	
0.746	0.7461	4.6881	0.9998	54.053	54.105	0.9992	0.0184	0.5009	0.5007	4.9365	
0.747	0.7471	4.6943	0.9998	54.376	54.430	0.9992	0.0183	0.5009	0.5007	4.9365	
0.748	0.7481	4.7006	0.9998	54.701	54.757	0.9992	0.0182	0.5009	0.5007	4.9364	
0.749	0.7491	4.7069	0.9998	55.028	55.087	0.9992	0.0181	0.5009	0.5007	4.9364	
0.750	0.7501	4.7131	0.9998	55.357	55.418	0.9992	0.0180	0.5009	0.5007	4.9364	

d/Lo DE 0.751 A 0.000											16/20
d/Lo	d/L	Rd	TAM Rd	SEMI Rd	COSH Rd	H/Ho	R	n	Cg/Co	H	
0.751	0.7511	4.7194	0.9999	56.047	56.056	0.9993	0.0178	0.5008	0.5007	4.9364	
0.752	0.7521	4.7257	0.9998	56.400	56.409	0.9993	0.0177	0.5007	0.5007	4.9364	
0.753	0.7531	4.7320	0.9998	56.755	56.764	0.9993	0.0176	0.5007	0.5007	4.9363	
0.754	0.7541	4.7382	0.9998	57.110	57.121	0.9994	0.0175	0.5007	0.5006	4.9363	
0.755	0.7551	4.7445	0.9998	57.472	57.481	0.9994	0.0174	0.5007	0.5006	4.9363	
0.756	0.7561	4.7508	0.9997	57.834	57.843	0.9994	0.0173	0.5007	0.5006	4.9363	
0.757	0.7571	4.7571	0.9997	58.198	58.207	0.9994	0.0172	0.5007	0.5006	4.9363	
0.758	0.7581	4.7633	0.9997	58.564	58.573	0.9994	0.0171	0.5007	0.5006	4.9362	
0.759	0.7591	4.7696	0.9997	58.933	58.942	0.9994	0.0170	0.5007	0.5006	4.9362	
0.760	0.7601	4.7759	0.9997	59.304	59.313	0.9994	0.0169	0.5007	0.5006	4.9362	
0.761	0.7611	4.7822	0.9997	59.678	59.686	0.9994	0.0168	0.5007	0.5006	4.9362	
0.762	0.7621	4.7885	0.9997	60.053	60.062	0.9994	0.0166	0.5007	0.5006	4.9362	
0.763	0.7631	4.7947	0.9997	60.432	60.440	0.9994	0.0165	0.5007	0.5006	4.9362	
0.764	0.7641	4.8010	0.9997	60.812	60.820	0.9994	0.0164	0.5006	0.5006	4.9361	
0.765	0.7651	4.8073	0.9997	61.195	61.203	0.9994	0.0163	0.5006	0.5006	4.9361	
0.766	0.7661	4.8136	0.9997	61.580	61.588	0.9994	0.0162	0.5006	0.5006	4.9361	
0.767	0.7671	4.8199	0.9997	61.968	61.976	0.9994	0.0161	0.5006	0.5006	4.9361	
0.768	0.7681	4.8261	0.9997	62.358	62.366	0.9994	0.0160	0.5006	0.5006	4.9361	
0.769	0.7691	4.8324	0.9997	62.751	62.759	0.9995	0.0159	0.5006	0.5005	4.9361	
0.770	0.7701	4.8387	0.9997	63.144	63.154	0.9995	0.0158	0.5006	0.5005	4.9360	
0.771	0.7711	4.8449	0.9997	63.544	63.551	0.9995	0.0157	0.5006	0.5005	4.9360	
0.772	0.7721	4.8512	0.9997	63.944	63.953	0.9995	0.0156	0.5006	0.5005	4.9360	
0.773	0.7731	4.8575	0.9997	64.344	64.354	0.9995	0.0155	0.5006	0.5005	4.9360	
0.774	0.7741	4.8638	0.9997	64.752	64.762	0.9995	0.0154	0.5006	0.5005	4.9360	
0.775	0.7751	4.8700	0.9997	65.159	65.167	0.9995	0.0153	0.5006	0.5005	4.9360	
0.776	0.7761	4.8763	0.9997	65.573	65.577	0.9995	0.0152	0.5006	0.5005	4.9359	
0.777	0.7771	4.8826	0.9997	65.989	65.993	0.9995	0.0152	0.5006	0.5005	4.9359	
0.778	0.7781	4.8889	0.9997	66.406	66.410	0.9995	0.0151	0.5006	0.5005	4.9359	
0.779	0.7791	4.8952	0.9997	66.822	66.824	0.9995	0.0150	0.5005	0.5005	4.9359	
0.780	0.7801	4.9015	0.9997	67.240	67.245	0.9995	0.0149	0.5005	0.5005	4.9359	
0.781	0.7811	4.9077	0.9997	67.663	67.668	0.9995	0.0148	0.5005	0.5005	4.9359	
0.782	0.7821	4.9140	0.9997	68.087	68.094	0.9995	0.0147	0.5005	0.5005	4.9359	
0.783	0.7831	4.9202	0.9997	68.515	68.522	0.9995	0.0146	0.5005	0.5005	4.9359	
0.784	0.7841	4.9265	0.9997	68.947	68.954	0.9995	0.0145	0.5005	0.5005	4.9358	
0.785	0.7851	4.9328	0.9997	69.381	69.388	0.9995	0.0144	0.5005	0.5005	4.9358	
0.786	0.7861	4.9391	0.9997	69.818	69.825	0.9995	0.0143	0.5005	0.5005	4.9358	
0.787	0.7871	4.9454	0.9997	70.258	70.265	0.9996	0.0142	0.5005	0.5005	4.9358	
0.788	0.7881	4.9516	0.9997	70.700	70.707	0.9996	0.0141	0.5005	0.5004	4.9358	
0.789	0.7891	4.9579	0.9997	71.145	71.153	0.9996	0.0141	0.5005	0.5004	4.9358	
0.790	0.7901	4.9641	0.9997	71.594	71.601	0.9996	0.0140	0.5005	0.5004	4.9358	
0.791	0.7911	4.9704	0.9997	72.044	72.051	0.9996	0.0139	0.5005	0.5004	4.9358	
0.792	0.7921	4.9767	0.9997	72.499	72.505	0.9996	0.0139	0.5005	0.5004	4.9357	
0.793	0.7931	4.9830	0.9997	72.955	72.962	0.9996	0.0137	0.5005	0.5004	4.9357	
0.794	0.7941	4.9893	0.9997	73.414	73.421	0.9996	0.0136	0.5005	0.5004	4.9357	
0.795	0.7951	4.9956	0.9997	73.877	73.883	0.9997	0.0135	0.5005	0.5004	4.9357	
0.796	0.7961	5.0019	0.9997	74.342	74.349	0.9997	0.0135	0.5005	0.5004	4.9357	
0.797	0.7971	5.0082	0.9997	74.811	74.817	0.9997	0.0134	0.5005	0.5004	4.9357	
0.798	0.7981	5.0145	0.9997	75.281	75.288	0.9997	0.0134	0.5005	0.5004	4.9357	
0.799	0.7991	5.0208	0.9997	75.754	75.761	0.9997	0.0133	0.5005	0.5004	4.9357	
0.800	0.8001	5.0271	0.9997	76.229	76.236	0.9997	0.0133	0.5005	0.5004	4.9357	

TABLE 25.001 A (Cont.)										17.20
0.800	0.801	Yo	0.9999	0.800	0.801	0.9999	0.800	0.801	0.9999	0.800
0.801	0.8011	5.0223	0.9999	76.710	76.715	0.9996	0.0130	0.5004	0.5004	4.9356
0.802	0.8021	5.0395	0.9999	77.194	77.202	0.9995	0.0130	0.5004	0.5004	4.9356
0.803	0.8031	5.0498	0.9999	77.682	77.689	0.9996	0.0129	0.5004	0.5004	4.9356
0.804	0.8041	5.0521	0.9999	78.172	78.179	0.9996	0.0129	0.5004	0.5004	4.9356
0.805	0.8051	5.0584	0.9999	78.664	78.670	0.9996	0.0127	0.5004	0.5004	4.9356
0.806	0.8061	5.0647	0.9999	79.157	79.166	0.9996	0.0126	0.5004	0.5004	4.9356
0.807	0.8071	5.0709	0.9999	79.658	79.664	0.9996	0.0126	0.5004	0.5004	4.9356
0.808	0.8081	5.0772	0.9999	80.160	80.166	0.9996	0.0125	0.5004	0.5004	4.9356
0.809	0.8091	5.0835	0.9999	80.663	80.671	0.9996	0.0124	0.5004	0.5004	4.9356
0.810	0.8101	5.0898	0.9999	81.173	81.179	0.9997	0.0123	0.5004	0.5003	4.9356
0.811	0.8111	5.0960	0.9999	81.684	81.690	0.9997	0.0122	0.5004	0.5003	4.9356
0.812	0.8121	5.1023	0.9999	82.199	82.205	0.9997	0.0122	0.5004	0.5003	4.9356
0.813	0.8131	5.1086	0.9999	82.717	82.723	0.9997	0.0121	0.5004	0.5003	4.9356
0.814	0.8141	5.1149	0.9999	83.238	83.244	0.9997	0.0120	0.5004	0.5003	4.9356
0.815	0.8151	5.1212	0.9999	83.762	83.768	0.9997	0.0119	0.5004	0.5003	4.9356
0.816	0.8161	5.1274	0.9999	84.290	84.295	0.9997	0.0119	0.5004	0.5003	4.9356
0.817	0.8171	5.1337	0.9999	84.821	84.826	0.9997	0.0118	0.5004	0.5003	4.9356
0.818	0.8181	5.1400	0.9999	85.355	85.361	0.9997	0.0117	0.5004	0.5003	4.9356
0.819	0.8191	5.1463	0.9999	85.892	85.898	0.9997	0.0116	0.5003	0.5003	4.9356
0.820	0.8201	5.1526	0.9999	86.434	86.439	0.9997	0.0116	0.5003	0.5003	4.9356
0.821	0.8211	5.1588	0.9999	86.978	86.984	0.9997	0.0115	0.5003	0.5003	4.9356
0.822	0.8221	5.1651	0.9999	87.526	87.532	0.9997	0.0114	0.5003	0.5003	4.9356
0.823	0.8231	5.1714	0.9999	88.077	88.083	0.9997	0.0114	0.5003	0.5003	4.9356
0.824	0.8241	5.1777	0.9999	88.632	88.638	0.9997	0.0113	0.5003	0.5003	4.9356
0.825	0.8251	5.1840	0.9999	89.191	89.196	0.9997	0.0112	0.5003	0.5003	4.9356
0.826	0.8261	5.1902	0.9999	89.752	89.758	0.9997	0.0111	0.5003	0.5003	4.9356
0.827	0.8271	5.1965	0.9999	90.318	90.323	0.9997	0.0111	0.5003	0.5003	4.9356
0.828	0.8281	5.2028	0.9999	90.887	90.892	0.9997	0.0110	0.5003	0.5003	4.9356
0.829	0.8291	5.2091	0.9999	91.459	91.465	0.9997	0.0109	0.5003	0.5003	4.9356
0.830	0.8300	5.2154	0.9999	92.036	92.041	0.9997	0.0109	0.5003	0.5003	4.9356
0.831	0.8311	5.2216	0.9999	92.615	92.621	0.9997	0.0108	0.5003	0.5003	4.9356
0.832	0.8321	5.2279	0.9999	93.199	93.204	0.9997	0.0107	0.5003	0.5003	4.9356
0.833	0.8331	5.2342	0.9999	93.786	93.791	0.9997	0.0107	0.5003	0.5003	4.9356
0.834	0.8341	5.2405	0.9999	94.377	94.382	0.9997	0.0106	0.5003	0.5003	4.9356
0.835	0.8351	5.2468	0.9999	94.971	94.977	0.9997	0.0105	0.5003	0.5003	4.9356
0.836	0.8361	5.2530	0.9999	95.570	95.575	0.9997	0.0105	0.5003	0.5003	4.9356
0.837	0.8371	5.2593	0.9999	96.172	96.177	0.9997	0.0104	0.5003	0.5003	4.9356
0.838	0.8381	5.2656	0.9999	96.778	96.783	0.9997	0.0103	0.5003	0.5003	4.9356
0.839	0.8391	5.2719	0.9999	97.387	97.392	0.9997	0.0103	0.5003	0.5003	4.9356
0.840	0.8400	5.2782	0.9999	98.001	98.006	0.9998	0.0102	0.5003	0.5002	4.9356
0.841	0.8411	5.2844	0.9999	98.619	98.623	0.9998	0.0101	0.5003	0.5002	4.9356
0.842	0.8421	5.2907	0.9999	99.240	99.245	0.9998	0.0101	0.5003	0.5002	4.9356
0.843	0.8431	5.2970	0.9999	99.865	99.870	0.9999	0.0100	0.5003	0.5002	4.9356
0.844	0.8441	5.3033	1.0000	100.49	100.50	0.9999	0.0099	0.5003	0.5002	4.9356
0.845	0.8451	5.3096	1.0000	101.13	101.13	0.9999	0.0099	0.5003	0.5002	4.9356
0.846	0.8461	5.3159	1.0000	101.78	101.77	0.9999	0.0098	0.5003	0.5002	4.9356
0.847	0.8471	5.3221	1.0000	102.44	102.44	0.9999	0.0097	0.5003	0.5002	4.9356
0.848	0.8481	5.3284	1.0000	103.09	103.09	0.9999	0.0097	0.5003	0.5002	4.9356
0.849	0.8491	5.3347	1.0000	103.75	103.75	0.9999	0.0096	0.5002	0.5002	4.9356
0.850	0.8500	5.3410	1.0000	104.42	104.42	0.9999	0.0095	0.5002	0.5002	4.9356

d/Lo DE 0.651 A 0.900										18/20
d/Lo	d/L	Yd	TAPI Kd	SEPA Kd	COSH Kd	H/4b	r	n	Cg/Co	K
0.851	0.8510	5.3472	1.0000	105.01	105.02	0.9998	0.0095	0.5002	0.5002	4.9352
0.852	0.8520	5.3535	1.0000	105.67	105.68	0.9998	0.0094	0.5002	0.5002	4.9352
0.853	0.8530	5.3598	1.0000	106.34	106.34	0.9998	0.0094	0.5002	0.5002	4.9352
0.854	0.8540	5.3661	1.0000	107.01	107.01	0.9998	0.0093	0.5002	0.5002	4.9352
0.855	0.8550	5.3724	1.0000	107.69	107.69	0.9998	0.0092	0.5002	0.5002	4.9352
0.856	0.8560	5.3786	1.0000	108.36	108.37	0.9998	0.0092	0.5002	0.5002	4.9352
0.857	0.8570	5.3849	1.0000	109.04	109.05	0.9998	0.0091	0.5002	0.5002	4.9352
0.858	0.8580	5.3912	1.0000	109.73	109.74	0.9998	0.0091	0.5002	0.5002	4.9352
0.859	0.8590	5.3975	1.0000	110.42	110.43	0.9998	0.0090	0.5002	0.5002	4.9352
0.860	0.8600	5.4038	1.0000	111.12	111.12	0.9999	0.0089	0.5002	0.5002	4.9352
0.861	0.8610	5.4100	1.0000	111.82	111.82	0.9999	0.0089	0.5002	0.5002	4.9352
0.862	0.8620	5.4163	1.0000	112.52	112.53	0.9999	0.0088	0.5002	0.5002	4.9352
0.863	0.8630	5.4226	1.0000	113.23	113.24	0.9999	0.0088	0.5002	0.5002	4.9352
0.864	0.8640	5.4289	1.0000	113.94	113.95	0.9999	0.0087	0.5002	0.5002	4.9352
0.865	0.8650	5.4352	1.0000	114.66	114.67	0.9999	0.0087	0.5002	0.5002	4.9352
0.866	0.8660	5.4414	1.0000	115.39	115.39	0.9999	0.0086	0.5002	0.5002	4.9352
0.867	0.8670	5.4477	1.0000	116.11	116.12	0.9999	0.0085	0.5002	0.5002	4.9352
0.868	0.8680	5.4540	1.0000	116.84	116.85	0.9999	0.0085	0.5002	0.5002	4.9352
0.869	0.8690	5.4603	1.0000	117.59	117.59	0.9999	0.0084	0.5002	0.5002	4.9352
0.870	0.8700	5.4666	1.0000	118.32	118.32	0.9999	0.0084	0.5002	0.5002	4.9352
0.871	0.8710	5.4729	1.0000	119.07	119.07	0.9999	0.0083	0.5002	0.5002	4.9352
0.872	0.8720	5.4791	1.0000	119.82	119.82	0.9999	0.0083	0.5002	0.5002	4.9351
0.873	0.8730	5.4854	1.0000	120.57	120.58	0.9999	0.0082	0.5002	0.5002	4.9351
0.874	0.8740	5.4917	1.0000	121.33	121.34	0.9999	0.0082	0.5002	0.5002	4.9351
0.875	0.8750	5.4980	1.0000	122.09	122.10	0.9999	0.0081	0.5002	0.5002	4.9351
0.876	0.8760	5.5043	1.0000	122.87	122.87	0.9999	0.0081	0.5002	0.5002	4.9351
0.877	0.8770	5.5106	1.0000	123.64	123.64	0.9999	0.0080	0.5002	0.5002	4.9351
0.878	0.8780	5.5169	1.0000	124.42	124.42	0.9999	0.0080	0.5002	0.5002	4.9351
0.879	0.8790	5.5232	1.0000	125.20	125.21	0.9999	0.0079	0.5002	0.5002	4.9351
0.880	0.8800	5.5295	1.0000	125.99	125.99	0.9999	0.0079	0.5002	0.5002	4.9351
0.881	0.8810	5.5357	1.0000	126.79	126.79	0.9999	0.0078	0.5002	0.5002	4.9351
0.882	0.8820	5.5419	1.0000	127.59	127.59	0.9999	0.0078	0.5002	0.5002	4.9351
0.883	0.8830	5.5481	1.0000	128.39	128.39	0.9999	0.0077	0.5002	0.5002	4.9351
0.884	0.8840	5.5543	1.0000	129.20	129.20	0.9999	0.0077	0.5002	0.5002	4.9351
0.885	0.8850	5.5605	1.0000	130.01	130.01	0.9999	0.0076	0.5002	0.5002	4.9351
0.886	0.8860	5.5667	1.0000	130.82	130.82	0.9999	0.0076	0.5002	0.5002	4.9351
0.887	0.8870	5.5729	1.0000	131.63	131.63	0.9999	0.0075	0.5002	0.5002	4.9351
0.888	0.8880	5.5791	1.0000	132.44	132.44	0.9999	0.0075	0.5002	0.5002	4.9351
0.889	0.8890	5.5853	1.0000	133.25	133.25	0.9999	0.0074	0.5002	0.5002	4.9351
0.890	0.8900	5.5915	1.0000	134.06	134.06	0.9999	0.0074	0.5002	0.5002	4.9351
0.891	0.8910	5.5977	1.0000	134.87	134.87	0.9999	0.0073	0.5002	0.5002	4.9351
0.892	0.8920	5.6039	1.0000	135.68	135.68	0.9999	0.0073	0.5002	0.5002	4.9351
0.893	0.8930	5.6101	1.0000	136.49	136.49	0.9999	0.0072	0.5002	0.5002	4.9351
0.894	0.8940	5.6163	1.0000	137.30	137.30	0.9999	0.0072	0.5002	0.5002	4.9351
0.895	0.8950	5.6225	1.0000	138.11	138.11	0.9999	0.0071	0.5002	0.5002	4.9351
0.896	0.8960	5.6287	1.0000	138.92	138.92	0.9999	0.0071	0.5002	0.5002	4.9351
0.897	0.8970	5.6349	1.0000	139.73	139.73	0.9999	0.0070	0.5002	0.5002	4.9351
0.898	0.8980	5.6411	1.0000	140.54	140.54	0.9999	0.0070	0.5002	0.5002	4.9351
0.899	0.8990	5.6473	1.0000	141.35	141.35	0.9999	0.0069	0.5002	0.5002	4.9351
0.900	0.9000	5.6535	1.0000	142.16	142.16	0.9999	0.0069	0.5002	0.5002	4.9351

DATE OF 0.901 A 0.950										19.76
DATE	DATE	AM	TASK NO	SERIAL NO	COSH NO	H.NO	K	W	LG/CO	B
0.901	0.9010	5.6613	1.0000	14.76	149.76	0.9999	0.0069	0.5001	0.5001	4.9350
0.902	0.9020	5.6672	1.0000	144.66	144.66	0.9999	0.0069	0.5001	0.5001	4.9350
0.903	0.9030	5.6739	1.0000	145.57	145.58	0.9999	0.0067	0.5001	0.5001	4.9350
0.904	0.9040	5.6801	1.0000	146.49	146.50	0.9999	0.0069	0.5001	0.5001	4.9350
0.905	0.9050	5.6869	1.0000	147.42	147.42	0.9999	0.0067	0.5001	0.5001	4.9350
0.906	0.9060	5.6927	1.0000	148.34	148.35	0.9999	0.0067	0.5001	0.5001	4.9350
0.907	0.9070	5.6990	1.0000	149.28	149.29	0.9999	0.0066	0.5001	0.5001	4.9350
0.908	0.9080	5.7053	1.0000	150.22	150.22	0.9999	0.0066	0.5001	0.5001	4.9350
0.909	0.9090	5.7115	1.0000	151.17	151.17	0.9999	0.0066	0.5001	0.5001	4.9350
0.910	0.9100	5.7178	1.0000	152.12	152.12	0.9999	0.0065	0.5001	0.5001	4.9350
0.911	0.9110	5.7241	1.0000	153.06	153.06	0.9999	0.0065	0.5001	0.5001	4.9350
0.912	0.9120	5.7304	1.0000	154.04	154.05	0.9999	0.0064	0.5001	0.5001	4.9350
0.913	0.9130	5.7367	1.0000	155.01	155.02	0.9999	0.0064	0.5001	0.5001	4.9350
0.914	0.9140	5.7429	1.0000	155.99	155.99	0.9999	0.0064	0.5001	0.5001	4.9350
0.915	0.9150	5.7492	1.0000	156.97	156.98	0.9999	0.0063	0.5001	0.5001	4.9350
0.916	0.9160	5.7555	1.0000	157.96	157.97	0.9999	0.0063	0.5001	0.5001	4.9350
0.917	0.9170	5.7618	1.0000	158.96	158.96	0.9999	0.0062	0.5001	0.5001	4.9350
0.918	0.9180	5.7681	1.0000	159.96	159.96	0.9999	0.0062	0.5001	0.5001	4.9350
0.919	0.9190	5.7744	1.0000	160.97	160.97	0.9999	0.0062	0.5001	0.5001	4.9350
0.920	0.9200	5.7806	1.0000	161.98	161.98	0.9999	0.0061	0.5001	0.5001	4.9350
0.921	0.9210	5.7869	1.0000	163.00	163.01	0.9999	0.0061	0.5001	0.5001	4.9350
0.922	0.9220	5.7932	1.0000	164.03	164.03	0.9999	0.0060	0.5001	0.5001	4.9350
0.923	0.9230	5.7995	1.0000	165.06	165.07	0.9999	0.0060	0.5001	0.5001	4.9350
0.924	0.9240	5.8058	1.0000	166.10	166.11	0.9999	0.0059	0.5001	0.5001	4.9350
0.925	0.9250	5.8121	1.0000	167.15	167.15	0.9999	0.0059	0.5001	0.5001	4.9350
0.926	0.9260	5.8183	1.0000	168.20	168.21	0.9999	0.0059	0.5001	0.5001	4.9350
0.927	0.9270	5.8246	1.0000	169.25	169.25	0.9999	0.0058	0.5001	0.5001	4.9350
0.928	0.9280	5.8309	1.0000	170.33	170.33	0.9999	0.0058	0.5001	0.5001	4.9350
0.929	0.9290	5.8372	1.0000	171.40	171.41	0.9999	0.0058	0.5001	0.5001	4.9350
0.930	0.9300	5.8435	1.0000	172.46	172.49	0.9999	0.0057	0.5001	0.5001	4.9350
0.931	0.9310	5.8497	1.0000	173.57	173.57	0.9999	0.0057	0.5001	0.5001	4.9350
0.932	0.9320	5.8560	1.0000	174.66	174.67	0.9999	0.0057	0.5001	0.5001	4.9350
0.933	0.9330	5.8623	1.0000	175.77	175.77	0.9999	0.0056	0.5001	0.5001	4.9350
0.934	0.9340	5.8686	1.0000	176.87	176.88	0.9999	0.0056	0.5001	0.5001	4.9350
0.935	0.9350	5.8749	1.0000	177.99	177.99	0.9999	0.0056	0.5001	0.5001	4.9350
0.936	0.9360	5.8812	1.0000	179.11	179.11	0.9999	0.0055	0.5001	0.5001	4.9350
0.937	0.9370	5.8874	1.0000	180.24	180.24	0.9999	0.0055	0.5001	0.5001	4.9350
0.938	0.9380	5.8937	1.0000	181.37	181.37	0.9999	0.0055	0.5001	0.5001	4.9350
0.939	0.9390	5.9000	1.0000	182.52	182.52	0.9999	0.0054	0.5001	0.5001	4.9350
0.940	0.9400	5.9063	1.0000	183.67	183.67	0.9999	0.0054	0.5001	0.5001	4.9349
0.941	0.9410	5.9126	1.0000	184.82	184.83	0.9999	0.0054	0.5001	0.5001	4.9349
0.942	0.9420	5.9189	1.0000	185.97	185.99	0.9999	0.0053	0.5001	0.5001	4.9349
0.943	0.9430	5.9251	1.0000	187.16	187.16	0.9999	0.0053	0.5001	0.5001	4.9349
0.944	0.9440	5.9314	1.0000	188.34	188.34	0.9999	0.0053	0.5001	0.5001	4.9349
0.945	0.9450	5.9377	1.0000	189.53	189.53	0.9999	0.0053	0.5001	0.5001	4.9349
0.946	0.9460	5.9440	1.0000	190.72	190.72	0.9999	0.0052	0.5001	0.5001	4.9349
0.947	0.9470	5.9503	1.0000	191.92	191.93	0.9999	0.0052	0.5001	0.5001	4.9349
0.948	0.9480	5.9565	1.0000	193.12	193.14	0.9999	0.0051	0.5001	0.5001	4.9349
0.949	0.9490	5.9628	1.0000	194.35	194.35	0.9999	0.0051	0.5001	0.5001	4.9349
0.950	0.9500	5.9691	1.0000	195.58	195.58	0.9999	0.0051	0.5001	0.5001	4.9349

d/Lo DE 0.951 A 1.000										20/20
d/Lo	d/L	kg	TAM Kd	SEPM Kd	OSM Kd	HAb	P	n	Cg/Co	H
0.951	0.9516	5.9754	1.0000	196.81	196.81	0.9999	0.0050	0.5001	0.5001	4.9349
0.952	0.9520	5.9817	1.0000	198.05	198.05	0.9999	0.0050	0.5001	0.5001	4.9349
0.953	0.9530	5.9880	1.0000	199.30	199.30	0.9999	0.0050	0.5001	0.5001	4.9349
0.954	0.9540	5.9942	1.0000	200.55	200.55	0.9999	0.0049	0.5001	0.5001	4.9349
0.955	0.9550	6.0005	1.0000	201.80	201.82	0.9999	0.0049	0.5001	0.5001	4.9349
0.956	0.9560	6.0068	1.0000	203.09	203.09	0.9999	0.0049	0.5001	0.5001	4.9349
0.957	0.9570	6.0131	1.0000	204.37	204.37	0.9999	0.0049	0.5001	0.5001	4.9349
0.958	0.9580	6.0194	1.0000	205.56	205.66	0.9999	0.0049	0.5001	0.5001	4.9349
0.959	0.9590	6.0256	1.0000	206.95	206.96	0.9999	0.0049	0.5001	0.5001	4.9349
0.960	0.9600	6.0319	1.0000	208.24	208.26	0.9999	0.0048	0.5001	0.5001	4.9349
0.961	0.9610	6.0382	1.0000	209.57	209.57	0.9999	0.0047	0.5001	0.5001	4.9349
0.962	0.9620	6.0445	1.0000	210.89	210.89	0.9999	0.0047	0.5001	0.5001	4.9349
0.963	0.9630	6.0508	1.0000	212.22	212.22	0.9999	0.0047	0.5001	0.5001	4.9349
0.964	0.9640	6.0571	1.0000	213.56	213.56	0.9999	0.0046	0.5001	0.5001	4.9349
0.965	0.9650	6.0633	1.0000	214.90	214.91	0.9999	0.0046	0.5001	0.5001	4.9349
0.966	0.9660	6.0696	1.0000	216.24	216.26	0.9999	0.0046	0.5001	0.5001	4.9349
0.967	0.9670	6.0759	1.0000	217.62	217.62	0.9999	0.0045	0.5001	0.5001	4.9349
0.968	0.9680	6.0822	1.0000	218.99	218.99	0.9999	0.0045	0.5001	0.5001	4.9349
0.969	0.9690	6.0885	1.0000	220.37	220.37	0.9999	0.0045	0.5001	0.5001	4.9349
0.970	0.9700	6.0948	1.0000	221.76	221.76	0.9999	0.0045	0.5001	0.5001	4.9349
0.971	0.9710	6.1011	1.0000	223.16	223.16	0.9999	0.0044	0.5001	0.5001	4.9349
0.972	0.9720	6.1073	1.0000	224.56	224.57	0.9999	0.0044	0.5001	0.5001	4.9349
0.973	0.9730	6.1136	1.0000	225.99	225.99	0.9999	0.0044	0.5001	0.5001	4.9349
0.974	0.9740	6.1199	1.0000	227.40	227.41	0.9999	0.0043	0.5001	0.5001	4.9349
0.975	0.9750	6.1262	1.0000	228.84	228.84	0.9999	0.0043	0.5001	0.5001	4.9349
0.976	0.9760	6.1325	1.0000	230.26	230.28	0.9999	0.0043	0.5001	0.5001	4.9349
0.977	0.9770	6.1387	1.0000	231.72	231.73	0.9999	0.0043	0.5001	0.5001	4.9349
0.978	0.9780	6.1450	1.0000	233.17	233.19	0.9999	0.0042	0.5001	0.5001	4.9349
0.979	0.9790	6.1513	1.0000	234.66	234.66	0.9999	0.0042	0.5001	0.5001	4.9349
0.980	0.9800	6.1576	1.0000	236.14	236.14	0.9999	0.0042	0.5001	0.5001	4.9349
0.981	0.9810	6.1639	1.0000	237.64	237.65	0.9999	0.0042	0.5001	0.5001	4.9349
0.982	0.9820	6.1702	1.0000	239.13	239.13	1.0000	0.0041	0.5001	0.5000	4.9349
0.983	0.9830	6.1765	1.0000	240.63	240.64	1.0000	0.0041	0.5001	0.5000	4.9349
0.984	0.9840	6.1828	1.0000	242.15	242.15	1.0000	0.0041	0.5001	0.5000	4.9349
0.985	0.9850	6.1891	1.0000	243.68	243.68	1.0000	0.0041	0.5001	0.5000	4.9349
0.986	0.9860	6.1954	1.0000	245.21	245.21	1.0000	0.0040	0.5001	0.5000	4.9349
0.987	0.9870	6.2017	1.0000	246.76	246.76	1.0000	0.0040	0.5001	0.5000	4.9349
0.988	0.9880	6.2079	1.0000	248.31	248.31	1.0000	0.0040	0.5001	0.5000	4.9349
0.989	0.9890	6.2142	1.0000	249.86	249.86	1.0000	0.0040	0.5000	0.5000	4.9349
0.990	0.9900	6.2205	1.0000	251.41	251.41	1.0000	0.0039	0.5000	0.5000	4.9349
0.991	0.9910	6.2268	1.0000	252.94	252.94	1.0000	0.0039	0.5000	0.5000	4.9349
0.992	0.9920	6.2331	1.0000	254.48	254.48	1.0000	0.0039	0.5000	0.5000	4.9349
0.993	0.9930	6.2394	1.0000	256.04	256.04	1.0000	0.0039	0.5000	0.5000	4.9349
0.994	0.9940	6.2457	1.0000	257.60	257.60	1.0000	0.0039	0.5000	0.5000	4.9349
0.995	0.9950	6.2520	1.0000	259.19	259.19	1.0000	0.0038	0.5000	0.5000	4.9349
0.996	0.9960	6.2583	1.0000	260.79	260.79	1.0000	0.0038	0.5000	0.5000	4.9349
0.997	0.9970	6.2646	1.0000	262.41	262.41	1.0000	0.0038	0.5000	0.5000	4.9349
0.998	0.9980	6.2709	1.0000	264.04	264.04	1.0000	0.0037	0.5000	0.5000	4.9349
0.999	0.9990	6.2772	1.0000	265.69	265.69	1.0000	0.0037	0.5000	0.5000	4.9349
1.000	1.0000	6.2835	1.0000	267.36	267.36	1.0000	0.0037	0.5000	0.5000	4.9349

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Applied Hydrodynamics, H. R. Vallentine. Butterworth and Co., London (second Ed.) 1967.
- 2.- Fluid Dynamics, V. L. Streeter, McGraw-Hill Book Co., New York, 1948.
- 3.- Hydrodynamics in Theory and Application, J. M. Robertson, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs New Jersey, 1965.
- 4.- Theoretical Hydrodynamics. L.M. Milne-Thomson, - - - Macmillan Co., New York, 1960.
- 5.- Estuary and Coastline Hydrodynamics. A.T. Ippen (Ed.) McGraw-Hill Book Co., New York, 1966.
- 6.- Oceanographical Engineering. R.L. Wiegel, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffe, N. J., 1964.
- 7.- Water Waves, J.J. Stoker, Interscience Publishers, -- Inc., New York, 1957.
- 8.- Wind Waves, B. Kinsman, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1965.
- 9.- Shore Protection Planning and Desing. Tech., Report - N<sup>o</sup> 4, Army Corps of Engineers, Coastal Engineering -- Research Center, 1966.
10. Advanced Engineering Mathematics, E. Kreyszig, J. -- Wiley and Sons, Inc., New York, 1962.

- 11.- Coastal Engineering.- Silvester R., Vol. 1, Ed. --  
Elsevier, Holanda 1974.
- 12.- Coastal Engineering.- Horikawa R., Ed. Halsted Press,  
Japon 1978.

Agradecimientos:

Al Ing. José Luis Murillo Bagundo

Al Ing. Antonio Moreno Gómez

Al Ing. Eduardo Saucedo Dueñas

Por su ayuda y consejos.

A mis compañeros de Consultoría Técnica

Por su amistad.