



29
82

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

"APLICACIONES DEL HIDROGRAMA UNITARIO
INSTANTANEO EN ZONAS URBANAS."

TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el título de

INGENIERO CIVIL

presenta

OSCAR HERNANDEZ LOPEZ

México, D. F.

1982



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENZILA

FACULTAD DE INGENIERIA
EXAMENES PROFESIONALES
60-1-37

Al Pasante señor OSCAR HERNANDEZ LOPEZ,
P r e s e n t e .

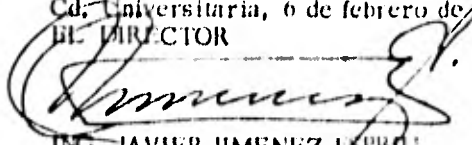
En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. Oscar A. Fuentes Mariles, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"APLICACIONES DEL HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO EN ZONAS URBANAS"

1. Introducción.
2. La infiltración y otras pérdidas en una cuenca urbanizada.
3. El hidrograma unitario instantáneo.
4. Aplicaciones a una cuenca urbana.
5. Conclusiones y recomendaciones

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 6 de febrero de 1979
EL DIRECTOR


ING. JAVIER JIMENEZ LOPEZ

JJE/OBLII/ser

I N D I C E

1. Introducción	1
1.1 Drenaje en zonas urbanas	1
1.2 Relación lluvia-escorrentamiento en zonas urbanas	4
1.3 Objetivo de la Tesis	6
2. Pérdidas en una cuenca urbanizada	9
2.1 Tipos de pérdidas	10
2.2 Estimación de la infiltración	13
2.2.1 Índice de precipitación antecedente (API)	14
2.2.2 Fórmula de Horton	17
2.2.3 Fórmula de Holton	19
2.2.4 Fórmula de Kostiakov	20
2.2.5 Fórmula de Stanford	21
3. El hidrograma unitario	25
3.1 Desarrollo del hidrograma unitario instantáneo	33
3.2 Modelo para calcular hidrogramas unitarios instantáneos mediante computadora	48
3.3 Cálculo de un hidrograma sintético	53
4. Aplicación a una cuenca urbana	66
4.1 Características de la cuenca elegida (Ciudad Universitaria)	67
4.2 Secuencia de cálculo para obtener hidrogramas unitarios instantáneos.	69
4.3 Cálculo del hidrograma unitario instantáneo para la cuenca de Ciudad Universitaria.	74

4.4 Secuela de cálculo para obtener hidrogramas de escurrimiento directo a partir del hidrograma sintético	80
5. Conclusiones y Recomendaciones	83
6. Bibliografía y Referencias.	86

1. INTRODUCCION

1.1 Drenaje en zonas urbanas

El drenaje en las ciudades desempeña un papel de gran importancia, ya que por medio de él se desalojan las aguas negras y las producidas por la precipitación pluvial. El drenaje no es el único medio para resolver el problema de desalojar las aguas no aprovechables de la ciudad y con esto evitar inundaciones en el área urbanizada, sino que existen otras formas como son las lagunas de regulación dentro de esta área o la conservación y formación de zonas de infiltración, estas últimas con la ventaja de recargar acuíferos localizados en las ciudades.

Algunos de los problemas de drenaje se originan por el cambio que produce el hombre en forma acelerada de las condiciones naturales del terreno, lo que se traduce en un incremento del escurrimiento directo (agua que escurre superficialmente), puesto que en condiciones naturales, la mayor parte de la lluvia lograría, infiltrarse. Al realizarse la urbanización gran parte de la lluvia no se infiltra, sino que escurre, y si los gastos son grandes se pueden provocar daños económicos debidos a las avenidas no controladas - por los sistemas de drenaje y las medidas de solución que puedan tomarse están limitadas a las condiciones de urbanización realizada, y que son difíciles de modificar, por lo que la construcción de obras de drenaje debe ser realizada con un gran sentido de planeación para lograr desalojar las aguas de desecho en forma eficiente. En parte son resultados de la progresiva urbanización en las ciudades, por lo que es recomendable realizar estudios que -- muestren los efectos que produce la urbanización en el escurri- -- miento superficial, para con esto poder crear un sistema de dre-- naje adecuado.

El tener que desalojar o almacenar grandes volúmenes de agua en - las ciudades se origina principalmente por el cambio brusco del - tipo de suelo (de material permeable a impermeable); por ello el drenaje urbano juega un papel primordial en la ingeniería, ya que sino es diseñado adecuadamente puede ocasionar inundaciones, las - cuales provoquen daños materiales en las construcciones al entrar

el agua en ellas, así como problema en el tráfico de vehículos y transporte colectivo provocando retrasos en la llegada de la gente a sus trabajos. Si por algún método se logrará evaluar el costo tanto de los daños materiales como de las horas hombre que se pierden al producirse problemas en el tránsito de vehículos particulares y de transporte público por estos menesteres se podría tener un valor aproximado de los beneficios que se obtendrían al -- construir el drenaje urbano en forma adecuada.

En la fig. 1.1 se muestra una comparación del comportamiento de - la precipitación en cuencas que han sido urbanizadas y las no ur- banizadas, donde se observa el aumento considerable en el gasto - de escurrimiento directo, por lo que se concluye que los sistemas de conducción y regulación no tendrán un diseño correcto sino se considera el volumen que escurrirá cuando la cuenca este urbane- zada.

Ahora bien, tomando en cuenta un estudio hecho en los EUA (ref. 1,2 y 3) se comprueba el alto costo que tiene las obras de drenaje, por lo que se puede pensar que en México los costos también - son altos, provocándose grandes inversiones al crearse nuevas zo- nas urbanizadas, ya que el escurrimiento directo se incrementa, - esto es importante para dar o plantear una solución congruente en función de los recursos económicos del país.

En el caso especial de la ciudad de México, la emigración del campo a la ciudad y el alto desarrollo demográfico existente han originado un crecimiento desordenado, es decir, sin ningún tipo de planeación que contemple los servicios necesarios, lo que origina que problemas como el del drenaje se tengan que resolver a posteriori. Para lograr evitar daños económicos en las ciudades es necesario construir obras con suficiente capacidad y en el momento requerido lo que debe hacerse con un sentido práctico de planeación con base en modelos que cuantifiquen los volúmenes de escurrimiento directo dentro de las zonas urbanas, como es el caso de la Ciudad de México.

1.2 Relación lluvia-escurrimiento en zonas urbanas

Parte de la lluvia escurre sobre la superficie; en el caso de zonas urbanas en las cuales se efectúa un cambio brusco en las condiciones naturales del terreno la relación lluvia-escurrimiento es de primordial importancia en la hidrología, por lo que definir este concepto es fundamental para lograr relacionar que cantidad de la lluvia escurre sobre la superficie del terreno en estudio. La información acerca de escurrimiento en una sección de interés sobre una corriente es necesaria para diseñar obras de aprovechamiento o de protección.

En muchas ocasiones, el diseñador se encuentra con poca o ninguna información de mediciones directas que le permitan conocer la --- historia de los escurrimientos en el sitio de interés, por lo que tiene que recurrir a estimarlos a partir de los datos de precipitación. Además, cuando la cuenca ha estado o estará sujeta a -- cambios de importancia (por ejemplo, por la construcción de obras de almacenamiento, urbanización y desforestación en partes de la cuenca, etc), estos cambios modifican el régimen del escurrimiento, por lo que su registro histórico no representa correctamente el comportamiento futuro de la corriente.

En esos casos, y evidentemente en los problemas de predicción de avenidas a corto plazo, es necesario contar con un modelo que permita estimar los escurrimientos a partir de las características - de la lluvia, tomando en cuenta las condiciones de la cuenca.

La relación entre la precipitación y el escurrimiento es compleja; depende por una parte de las características de la cuenca y por - otra parte de la distribución de la lluvia en la cuenca y en el - tiempo. Debido a lo complejo del fenómeno y a que la cantidad y calidad de la información disponible varía de un problema a otro, se ha desarrollado una gran cantidad de métodos para relacionar - la lluvia con el escurrimiento.

En la Ciudad de México, los problemas de inundación debidos prin-

principalmente a la baja capacidad de los conductos para desalojar - las aguas del valle se plantean en forma directa a la hidrología urbana (al drenaje), teniendo como solución básica el estudio de las relaciones lluvia-escorrimento. El sistema de drenaje combinado (las aguas negras y de lluvia se desalojan fuera de la -- ciudad por el mismo conducto) en la Ciudad de México provoca fre- cuentemente la saturación de la capacidad del sistema, producien do encharcamientos en las calles y, por consiguiente, daños, por lo que la magnitud del problema del drenaje en zonas urbanas, ha ce necesario realizar un esfuerzo especial para analizar y com- prender los fenómenos relacionados con el escurrimento.

1.3 Objetivo de la tesis

Aplicar el hidrograma unitario para tiempos cortos o instantaneo (HUI), para relacionar las características del escurrimento con las condiciones de urbanización y poder predecir que escurrimen- tos ingresan a los sistemas artificiales de conducción o regula- ción (canales, colectores, presas, lagunas de regulación etc), con lo anterior se pretende definir algunos valores para fines - de diseño con mayor conocimiento de causa que el que se tendría si se utilizan los métodos (por ejemplo, el hidrograma unitario "tradicional" el método racional, etc) reportados en la literatu

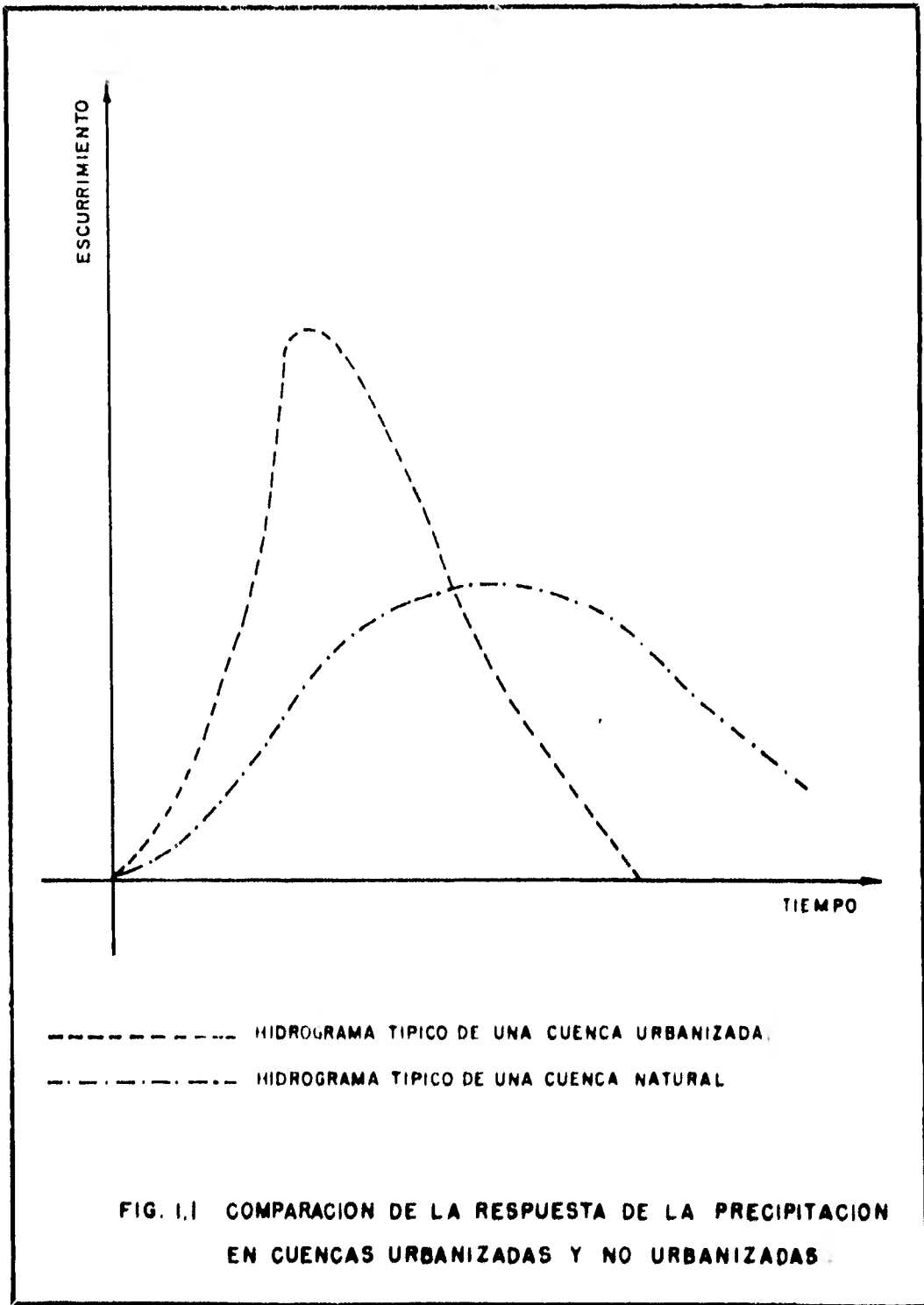
ra común sobre temas de hidrología. Partiendo de los hidrogramas unitarios instantáneos se tratara de calcular un hidrograma sintético, en el cual esten representadas las características fisiográficas de varias cuencas y como punto primordial se considere el -- grado de urbanización de las cuencas cuando se generen hidrogramas de escurrimiento directo a partir de este.

En el capítulo 2, se indican las pérdidas de agua en una cuenca, - es decir se muestran las direcciones en las cuales el volumen de - escurrimiento disminuye o se incrementa dependiendo de los valores de estas pérdidas, se presentan en este mismo capítulo diferentes métodos para evaluar la infiltración.

En el capítulo 3, se muestra el desarrollo y la metodología que se aplica para obtener hidrogramas unitarios para tiempos cortos, así como ejemplos que señalan su aplicación y comparación con los hidrogramas unitarios tradicionales. Así mismo se desarrolla la metodología utilizada para obtener un hidrograma sintético, en el -- cual se tome en cuenta la urbanización para obtener a partir de -- este, hidrogramas de escurrimiento directo.

Dentro del capítulo 4, se aplica el método de hidrograma unitario instantáneo a la cuenca de Ciudad Universitaria de México, D.F., - esto para datos reales proporcionados por el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Además se efectúa un ejemplo numérico para obtener hidrogramas de escurrimiento directo a partir del hidrograma sintético calculado.

Finalmente en el capítulo 5, se presentan las conclusiones y recomendaciones a las que conduce este trabajo.



2. Pérdidas en una cuenca urbanizada

Antes de iniciar el estudio hidrológico de una cuenca es importante tomar en cuenta las condiciones de urbanización en las que se encuentra, esto fundamentalmente tiene como misión el considerar los diferentes tipos de pérdidas de agua que intervienen en el ciclo hidrológico (fig. 2.1). Este ciclo sufre cambios en el valor de sus componentes cuando la cuenca natural está urbanizada, en los incisos siguientes se expondrán métodos para lograr evaluar pérdidas de agua en cuencas naturales y en aquellas que estén urbanizadas, con lo que será posible comparar entre estos dos

tipos de cuencas los volúmenes de agua que escurren sobre la superficie.

2.1 Tipos de pérdidas

Las pérdidas más importantes de agua en una cuenca son evaporación, transpiración e infiltración. Las dos primeras se consideran pérdidas menores, aunque influyen en el estudio de la relación lluvia-escurrimiento su efecto durante la precipitación se pueden considerar despreciable. La evaporación se define como los cambios de humedad en una cuenca debidos a diferencias de temperatura en el medio ambiente. Sin embargo, una definición más precisa es considerarla como un cambio de estado en el agua, del líquido (o sólido) a gaseoso. Los factores fundamentales que intervienen en la evaporación son: a) diferencia de temperatura en aire-agua, b) viento, c) presión barométrica y d) calidad del agua.

La transpiración, por su parte, se refiere a la pérdida de agua en las plantas; en forma más general, el agua que penetra al suelo es absorbida por las plantas, que sólo aprovechan una porción y el resto lo retornan a la atmósfera en forma de vapor. Los factores que intervienen en la transpiración son: a) radiación solar b) temperatura, c) velocidad del viento y d) presión de vapor del aire.

La infiltración se define como la entrada de agua en el suelo, y como el movimiento del agua a través de la superficie del suelo y hacia adentro del mismo bajo la influencia de las fuerzas producidas por la capilaridad y la aceleración de la gravedad.

Casi siempre la diferencia entre el volumen escurrido y el llovido en una cuenca se debe fundamentalmente a la infiltración. También se puede observar que en cuencas con poca urbanización el volumen infiltrado puede ser muchas veces mayor que el volumen escurrido. Al producirse la infiltración suceden dos hechos importantes. -- Primero parte del agua que se infiltra pasa a capas del suelo profundas, donde puede suceder un escurrimiento subsuperficial, el cual casi no altera las condiciones de escurrimiento superficial, ya que el agua es lentamente conducida a depósitos, como lagos o ríos donde queda almacenada o fluye hacia el mar para reintegrarse al ciclo hidrológico; por tanto, estas cantidades de agua no producen efectos en el sentido de que eviten la infiltración, el segundo hecho importante en la infiltración es el agua retenida y almacenada por el suelo la cual depende del tipo de suelo, contenido de humedad, materia orgánica, cubierta vegetal y estación del año.

Entre las características del suelo que afectan a la infiltración la más importante es quizá la porosidad la cual determina la capacidad de almacenamiento y afecta también a la resistencia a la

corriente del flujo. Entonces la infiltración tiende a aumentar con la porosidad, lo que conduce a analizar el concepto de capacidad de campo, que es la cantidad máxima de agua que puede retener el suelo contra la gravedad.

El grado de captación de agua por el suelo dependerá, principalmente, del tipo de suelo (arcilla, arena, roca, etc.) La importancia de este procedimiento de captación radica en que el problema fundamental en el presente estudio son los daños que causa el escurrimiento superficial, ya que al ocurrir cierta precipitación, la infiltración en el suelo cuenta con ciertas condiciones de humedad que son alteradas debido a que se produce una recarga de agua en el suelo, que afectaría al día siguiente en caso de producirse una nueva precipitación, ya que el suelo no tiene la misma capacidad de infiltración por la recarga ocurrida el día anterior, con lo cual se produce un mayor escurrimiento superficial en el segundo día.

La figura 2.2 muestra el efecto del contenido inicial de humedad y las variaciones que se esperan de un suelo a otro. La vegetación produce un efecto sobre la capacidad de infiltración, pero su determinación es difícil. Puede observarse en dicha figura que la cubierta vegetal incrementa la infiltración en comparación con los suelos desnudos, como los pavimentados o urbanizados, debido principalmente a que retardan la corriente superficial y con

esto se le da al agua un tiempo adicional para penetrar el suelo; además el sistema radicular hace el suelo más permeable y el follaje protege la compactación de su superficie.

Como resulta muy difícil medir directamente la cantidad de agua que penetra en la superficie del suelo, la infiltración se calcula suponiéndola igual a la diferencia entre el agua precipitada y el escurrimiento superficial medido.

2.2 Estimación de la infiltración

Cuando de alguna manera se involucre el cálculo de la infiltración un primer paso a seguir es revisar los textos comunes de hidrología. Si el análisis se detuviera en este punto, podría pensarse que, a pesar de la importancia de la infiltración, la escasez de métodos para su cálculo y la simplificación de los mismos es grande.

Sin embargo, una revisión bibliográfica algo más completa muestra que el tema no ha sido abandonado, sino por el contrario el proceso de infiltración ha sido estudiado con cierta profundidad. A continuación se muestran en forma general algunos de los métodos para el cálculo de la infiltración.

2.2.1 Índice de precipitación antecedente (API)

El índice más común se basa en la lluvia antecedente y se denomina índice de precipitación antecedente (antecedent precipitation index), y el cual tiene gran importancia en este trabajo.

Para conocer el índice de precipitación antecedente, es necesario observar primero las condiciones iniciales de humedad las cuales dependen, fundamentalmente, de la cantidad de escurrimiento producido, deficiencia de humedad en la cuenca al iniciarse la lluvia y características de la tormenta (cantidad de lluvia, intensidad y duración). No es posible determinar directamente las condiciones de humedad en toda la cuenca al comienzo de la tormenta, y aún cuando pueden realizarse en un punto observaciones precisas de la humedad del suelo, se requieren mediciones tridimensionales en un medio reconocido.

Si, por ejemplo, se consideran zonas húmedas y subhúmedas donde las corrientes fluyen continuamente, se puede observar que la descarga de agua subterránea al comienzo de la tormenta es un buen índice de las condiciones iniciales de humedad; como las lluvias recientes afectan la deficiencia normal de humedad aunque no tengan un efecto directo sobre el caudal, dicho índice debería complementarse con otro compensado que tome en cuenta las lluvias de varios días precedentes con lo que se lograría mayor exactitud en --

cuanto al valor del índice.

El API puede definirse como la manera más probable de obtener buenos resultados, en cuanto a la forma de relacionar fácilmente a la precipitación medida con la deficiencia de humedad en la cuenca.

Tomando en cuenta la velocidad de agotamiento de humedad en una determinada cuenca, se puede afirmar que es proporcional a la cantidad de almacenamiento, ya que la humedad del suelo suele decrecer en forma logarítmica con respecto al tiempo durante los periodos sin lluvia. Para calcular el API, se utiliza la ecuación:

$$I_t = I_0 K^t \quad (1)$$

donde: I_0 es el valor inicial del índice

I_t es el valor reducido t días después

K es un factor de descenso que varía entre 0.85 y 0.98

Si se hace t igual a uno se tiene:

$$I_1 = K I_0 \quad (2)$$

Se observa que el índice de cualquier día es igual al del día anterior multiplicado por el factor K . Es importante hacer notar que si llueve cualquier día, la cantidad de lluvia se debe añadir al índice (fig. 2.3)

El valor de K estará en función de la evapotranspiración: la variación de esta es principalmente estacional, y se ha comprobado que la ecuación 2 es razonablemente satisfactoria cuando se emplea conjuntamente con la fecha del calendario. El valor del índice - en cualquier día, teóricamente depende de la precipitación sobre un período anterior infinito, pero si se supone un valor inicial razonable el índice calculado se aproximará mucho al valor verdadero en unas cuantas semanas.

A continuación se presenta un ejemplo para calcular el API. La intensidad de precipitación P_i para un período de 14 días se lista en la siguiente tabla.

Para el primero de abril, $API = 0.00$, con $K = 0.90$, se requiere - determinar el API para cada día sucesivo

Solución

La ecuación 2 se reduce a:

$$API_i = K (API_{i-1}) + P_i$$

Dato (1)	Precipitación (P_i)	API_i
abril 1	0.0	0.0
2	0.0	0.0
3	0.5	0.5
4	0.7	0.15

5	0.2	1.24
6	0.1	1.22
7	0.0	1.10
8	0.1	1.09
9	0.3	1.28
10	0.0	1.15
11	0.0	1.04
12	0.6	1.54
13	0.0	1.39
14	0.0	1.25

2.2.2 Fórmula de Horton

Actualmente la fórmula de Horton es probablemente la más conocida y utilizada para el cálculo de la capacidad de infiltración, la fórmula es empírica y fue propuesta en 1933 en los siguientes términos:

$$f_p = f_c + (f_0 - f_c) e^{-kt}$$

donde: f_0 Valor de f_p en el tiempo inicial

f_c Valor al que tiende asintóticamente f_p

K es una constante

El parámetro K depende de la cobertura vegetal, f_c es una función de la textura del suelo, cobertura, pendiente, contenido de humedad inicial y, sobre todo, de la intensidad de la lluvia, además f_c varía con la compactación del suelo, grietas, cavidades y temperaturas.

Realizando un análisis de la fórmula de Horton se observa que los valores asignados para K , f_0 y f_c (tabla 1) son muy escasos y existe una gran variación entre un valor y otro por lo que dichos valores no son de gran utilidad, otro inconveniente de la fórmula es el que no se especifica dentro del método como se efectúa el cálculo de f_p si existe una combinación de diferentes tipos de suelo dentro de la misma cuenca.

Observando un dibujo de la curva f_p-t (fig 2.4) se encuentra que la ecuación de Horton solo es utilizable una vez que la superficie del suelo ha alcanzado la saturación y además es necesario que la intensidad de la lluvia sea, durante todo el evento, mayor que la conductividad del suelo saturado (lluvias intensas). Se tiene también el problema de que con esta fórmula no se consideran las pérdidas de evaporación, captación por depresiones, evapotranspiración etc, es decir sólo evalúa la cantidad de infiltración.

Se ha encontrado que la fórmula de Horton logra un buen ajuste entre valores calculados y los medidos con infiltrómetros, por tanto es necesario ampliar la tabla 1 de tal manera que la variación entre los valores sea menor y se incremente con esto el número de valores existentes. Otro punto importante a tratar es la forma en la que se tiene que evaluar el valor de f_0 (valor inicial de f_p), ya que f_0 representa las condiciones iniciales del suelo y con esto es difícil de calcular con precisión con lo cual se acarrea error en la aplicación de la fórmula.

2.2.3 Fórmula de Holton

La fórmula de Holton es empírica y tiene como una de sus características primordiales el tratar de que sus parámetros tengan algún significado físico.

La fórmula tiene la siguiente forma:

$$\Gamma_p = a S_a^{1.4} + f_c \quad 1$$

donde: a , es la capacidad de infiltración del almacenamiento disponible.

S_a es el almacenamiento constante después de que el suelo está mucho tiempo humedecido.

La ecuación anterior fué modificada para usarse en un modelo hidrológico quedando como:

$$\Gamma_p = \frac{GI}{100} a S_a^{1.4} + f_c \quad 2$$

donde: GI es el índice de crecimiento de la vegetación o cultivo en porcentaje de madurez

a es un parámetro relacionado con la vegetación

En la tabla 2 se presentan los valores de a y en la 3 los valores de f_c para ser usados en la ecuación 2.

A parte de que los parámetros de esta fórmula tienen un significado físico, los valores de a y f_c , tabulados en las tablas 2 y 3, tienen un intervalo de variación relativamente corto, por otra parte, esta fórmula considera la historia previa de la infiltración, por lo que la utilidad de la fórmula es un tanto más amplia.

Si se observan las tablas 2 y 3 se encuentra que los valores de a y f_c están referenciados a suelos de tipo natural, y es por tanto importante aclarar que la aplicación de esta fórmula a cuencas semiurbanizadas ó urbanizadas, tendría que ser hecha en base a valores de a y f_c ensayados para este tipo de cuenca. Por lo que el mejoramiento de este método dependerá fundamentalmente de las investigaciones que se hagan de los valores de a y f_c para más tipos de superficies.

2.2.4 Fórmula de Kostiakov

La fórmula propuesta es:

$$f_p = cnt^{n-1}$$

donde: c y n son coeficientes empíricos

Esta ecuación describe mejor la dinámica de la infiltración unidimensional en un suelo uniforme gracias al comportamiento de f_p , -- proporcional a $t^{-1/2}$ para t pequeños.

Los valores de c y n no están relacionados con las características del suelo y vegetación, por lo que es necesario considerar que este método no tendría aplicación a una cuenca urbanizada, semiurbanizada o natural sin antes haber hecho un ajuste del valor de c y n la ecuación de Kostikov además de realizar ajustes a los coeficientes empíricos es necesario para su aplicación tomar en cuenta las siguientes condiciones:

$$t = t_p \text{ y } i = K_s$$

Gifford (ref 10), con base a datos obtenidos de una 1100 pruebas con infiltrometros en regiones semiáridas de Australia y Estados Unidos, encontro que, en todos los casos, la fórmula de Horton se ajustaba mejor a los datos medidos que la de Kostikov, aunque no se especifica la manera en que determino los diferentes parámetros.

2.2.5 Fórmula de Stanford

Es un método semiempírico el cual trata de cumplir dos objetivos:

- 1.- Calcular la infiltración media en forma continua para cualquier porción de cuenca con características uniformes.
- 2.- Representar la distribución en la cuenca de las capacidades -

de infiltración que existen en cualquier tiempo, con relación al - valor medio. El modelo divide al suelo en dos zonas: la primera, zona alta, está formada por las capas más superficiales del suelo - y en la que la dirección predominante del flujo es paralela a la - superficie y hacia los canales. La segunda es la zona baja, que - es en donde se encuentra el agua subterránea, que recibe agua por infiltración directa y por percolación.

A continuación se describe la parte correspondiente a la infiltra- ción directa, que es la más importante. La siguiente fórmula re- presenta la capacidad de infiltración media de la cuenca como una función del almacenamiento de humedad en el suelo, mismo que a su vez es función del tiempo:

$$F_{pt} = \frac{INF}{(LZS_{t-1} / LZSN)^b} \quad (A)$$

- donde: F_{pt} es la capacidad de infiltración media en la cuenca en el tiempo t .
- INF es un parámetro que representa un nivel índice de infiltración, relacionado con las características de la cuenca.
- LZS_{t-1} es el valor real del almacenamiento de humedad en la zona baja del suelo, equivalente a la capacidad de campo.
- b exponente con un valor aproximado a 2

Se puede considerar a INF y a LZSN como valores constantes, considerando los valores de INF entre 0.01 a 0.05 para fines de calibración; el valor de LZSN está asociado con la altura de lluvia media anual.

La variación de f_{pt} en debido a que el almacenamiento de humedad en el suelo cambia en forma continua y es calculado con la fórmula recursiva:

$$LZS_k = LZS_{k-1} + f_k \quad (B)$$

donde: f_t es la lámina de infiltración en el intervalo t.

Con lo anterior queda satisfecho el primer objetivo, para satisfacer el segundo, Crauford y Linsley proponen usar la distribución de frecuencias acumuladas de la capacidad de infiltración, la cual es lineal. De la geometría de dicha distribución de frecuencias acumuladas se tiene:

$$f_t = \begin{cases} \left(1 - \frac{i}{4f_p}\right) i & i \leq 2f_p \\ \bar{f}_p & i > 2f_p \end{cases} \quad (C)$$

donde: i es la lámina llovida.

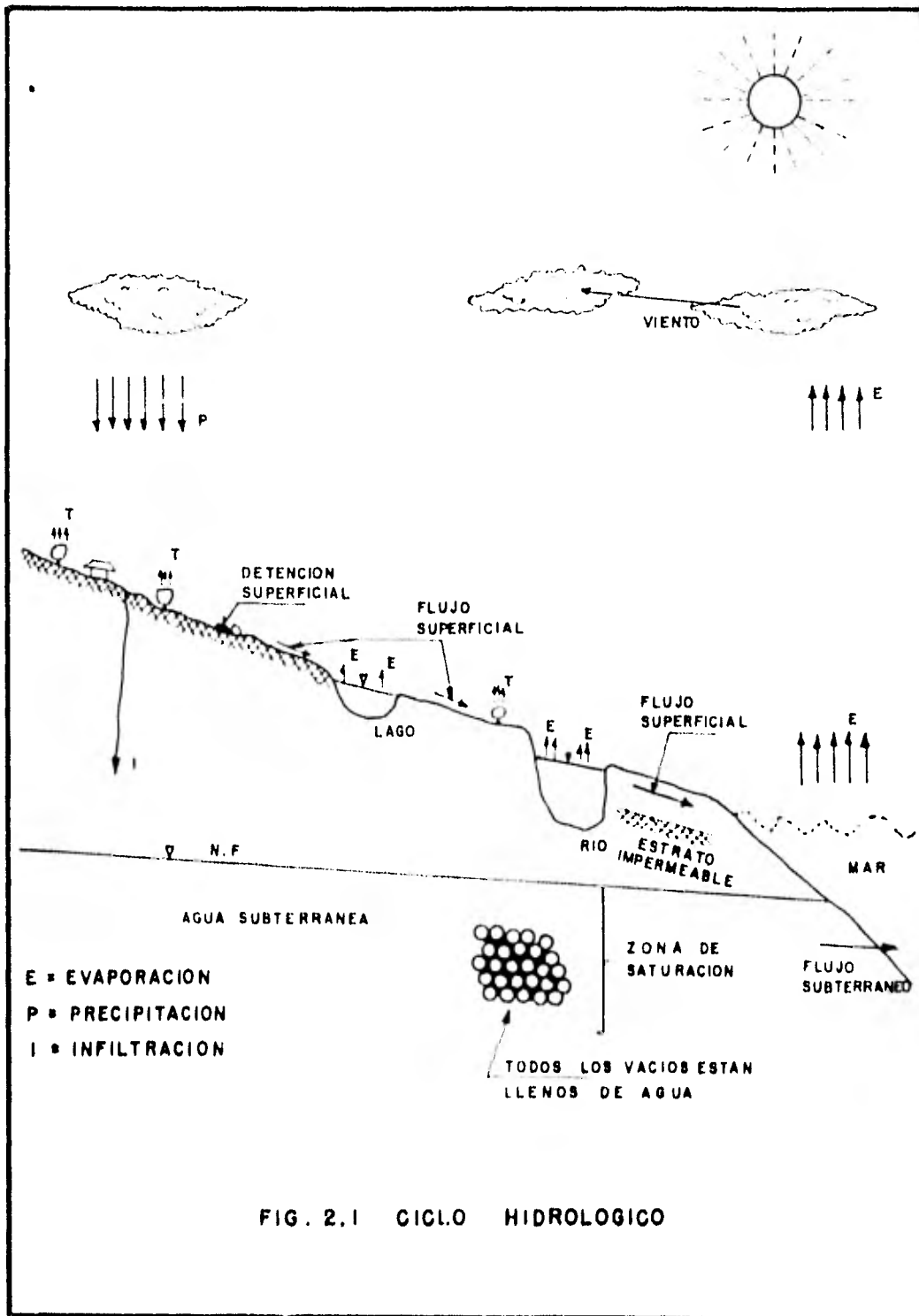
En resumen, los pasos del modelo de Stanford son los siguientes:

1. Estimar $LZSH$, suponer un valor de LZS y suponer un valor de INF (se define un AT para aplicar el método)
2. Calcular F_{pk} con la fórmula (A)
3. Comparar i_k con $2 f_{pk}$ y calcular f_k con (C)
4. Calcular KZS_k con la ecuación (B)
5. Hacer $t = t+1$ y volver al paso 3

Las observaciones a este método son las siguientes:

La ecuación (A) no tiene un significado físico claro, ya que se tienen los coeficientes empíricos INF y b , lo que provoca dificultades en la calibración del modelo de Stanford. Es redundante utilizar una distribución de frecuencias acumuladas ya que no parece tener caso suponer que aún en cada una de las porciones de una cuenca, haya variaciones en la capacidad de infiltración.

Se debería experimentar con los coeficientes INF y b para obtener mejores resultados, además de que si el modelo se enfocará solamente a la zona alta sería más simple en su aplicación como más real, ya que el agua que penetra en la zona baja no debe afectar en mucho al escurrimiento.



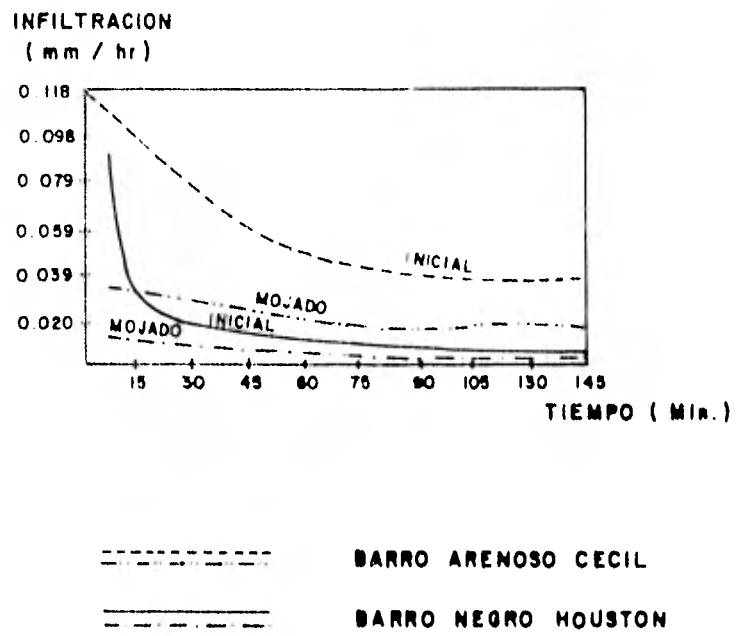


FIG. 2.2 VALORES DE INFILTRACION COMPARADOS ENTRE
ESTADO INICIAL Y MOJADO

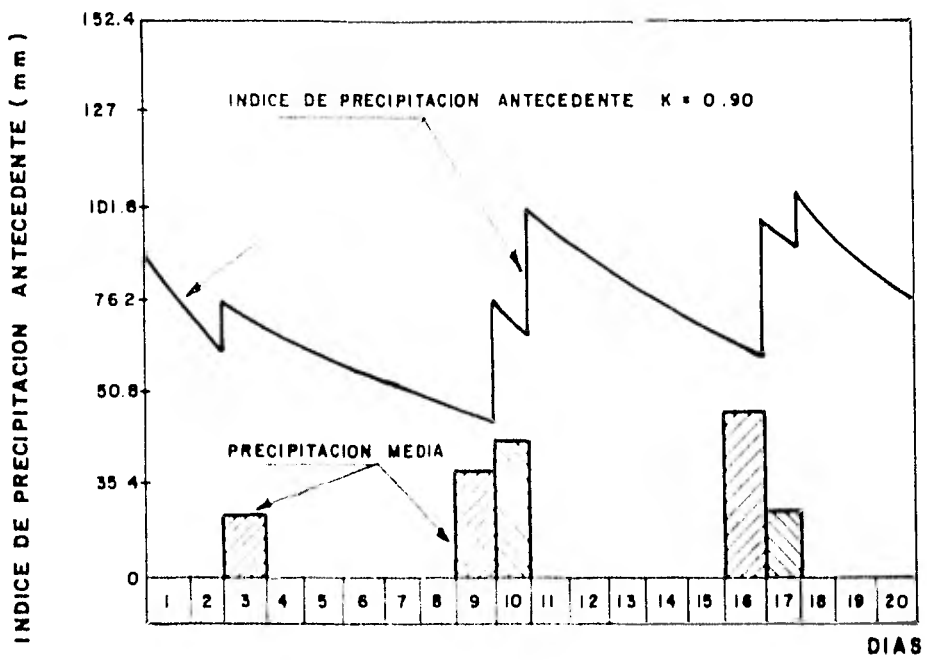


FIG. 2.3 VARIACION DEL INDICE DE PRECIPITACION ANTECEDENTE
CON LA PRECIPITACION MEDIA

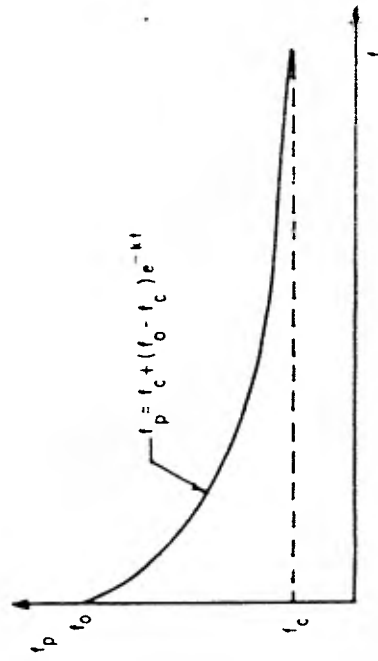


FIG. 2.4 FORMA DE LA FUNCION DESCRITA POR LA
EQUACION DE HORTON

3. *El Hidrograma Unitario*

En el año de 1932 K.L. Sherman desarrolló el principio del hidrograma unitario, que es clasificado dentro de los modelos lineales.

El hidrograma unitario se define como el hidrograma de escurrimiento directo de una lluvia efectiva de un milímetro repartida uniformemente en toda la cuenca durante la duración efectiva (se define como duración efectiva al tiempo en el que ocurre la lluvia efectiva) y considerandola uniforme en el tiempo.

K.L. Sherman se basó en la construcción de estos hidrogramas bajo la consideración de que las características fisiográficas de una determinada cuenca permanecen casi constantes, y por lo que los hidrogramas resultantes de las lluvias que sean semejantes debe--

rían ser similares entre ellos, además es importante anotar que la aplicación del hidrograma unitario será solo para áreas de poca extensión en donde se puede afirmar que la lluvia es uniforme en toda el área.

Un enfoque más moderno del fenómeno consiste en aceptar que la cuenca es un dispositivo físico, el cual ante una excitación dada (lluvias) produce una respuesta (escurrimientos), siendo factible, con técnicas estadísticas e hidrológicas, estudiar la función de transferencia entre excitaciones y resultados (ref. 7). Algunas hipótesis básicas del hidrograma unitario son las siguientes:

- a) Los hidrogramas de una misma cuenca tienen el mismo tiempo base.
- b) Aceptando a), se obtiene que las ordenadas de los hidrogramas de escurrimiento directo de una cuenca son proporcionales entre sí. Lo cual da a la cuenca una respuesta en forma lineal.
- c) Superposición de causas y efectos.
- d) El hidrograma unitario no cambia con el tiempo

El método del hidrograma unitario tiene serias limitaciones, una de las más importantes es la de no tomar en cuenta la distribución de la lluvia en la cuenca con respecto al tiempo.

Este método proporciona la evolución de los escurrimientos en el tiempo, pero debido a la limitación antes citada requiere de medi-

ciones simultáneas, y en cada instante durante la tormenta, de las lluvias y escurrimientos dentro de la cuenca.

La secuela de cálculo para obtener un hidrograma unitario es la siguiente:

- 1) Al hidrograma medido (de registros de aforo) se le separa el escurrimiento base, utilizando para esto cualquiera de los cuatro criterios mencionados en la ref. 9 los cuales se muestran dibujados en la fig. 3.1, con esto se obtiene el hidrograma de escurrimiento directo.
- 2) El volumen de escurrimiento directo (área bajo el hidrograma de escurrimiento directo) se le divide entre el área de la cuenca para con esto obtener una altura de lluvia por unidad de área, o sea se obtiene la lámina de lluvia efectiva h_e (mm).
- 3) Las ordenas del hidrograma de escurrimiento directo (Q_x m³/seg) se dividen entre la lámina de lluvia efectiva:

$$q_x = \frac{Q_x}{h_e}$$

Los gastos unitarios (q_x) proporcionan los gastos en cada intervalo Δ del hidrograma unitario; sus unidades son (m³/seg/mm).

4. Para obtener la duración efectiva o duración en exceso de la

tormenta, se tiene que calcular el índice de infiltración media. Para esto se tiene que seguir la siguiente secuela de calculo:

4.1 Se supone un índice de infiltración media (ϕ mm), para cada intervalo de tiempo, constante durante todo el fenomeno.

4.2 En el hietograma de la tormenta total que produjo el hidro--grama, se calculan las precipitaciones efectivas (h_{e_i}) en cada intervalo de tiempo Δt , de la siguiente manera:

$$h_e = h_{p_i} - \phi$$

Donde h_{p_i} constituye la precipitación en el i -ésimo intervalo Δt . Si en algún intervalo, h_{p_i} es menor que ϕ entonces h_{e_i} es cero durante ese lapso; es decir:

si

$$h_{p_i} \leq \phi$$

$$\text{entonces: } h_{p_i} = 0$$

4.3 Se debe cumplir que la suma de todas las alturas de lluvia efectiva (h_{e_i}) sea igual a la lámina total de lluvia efectiva (h_e). En caso contrario, repetir el cálculo desde el inciso 4.1, suponiendo un nuevo valor de ϕ .

4.4 Con la distribución de lluvia efectiva en el tiempo, el lapso durante el cual hay lluvia efectiva es la duración efectiva o du--

ración en exceso del hidrograma unitario calculado. De esto se concluye y por las hipótesis del hidrograma unitario que para obtener el hidrograma de escurrimiento directo para otra tormenta, a partir del hidrograma unitario calculado con anterioridad es necesario que esta tormenta tenga la misma duración en exceso que el hidrograma unitario calculado. En caso de que la duración en exceso no sea la misma existe el recurso de aplicar el método de la curva S, el cual se expone a continuación:

El método consta de los siguientes pasos (ver fig. 3.2).

1. Se desplaza varias veces el hidrograma unitario conocido, de tal manera que la separación entre cada hidrograma sea igual a la duración d_0 .
2. Se suman las ordenadas de los hidrogramas formados en el paso 1, con lo que se obtiene un hidrograma al que se denomina curva S, que corresponde a una lluvia efectiva con intensidad constante $i = I_{mm}/d_0$, mantenida durante un tiempo muy grande. Para obtener las ordenadas de la curva S pueden utilizarse las relaciones:

$$\begin{aligned}
 S_0 &= 0 \\
 S_1 &= U_1 \\
 S_2 &= U_1 + U_2 \\
 S_3 &= U_1 + U_2 + U_3 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

$$S_i = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_i$$

$$S_{ii} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{ii}$$

...

$$S_{k+ii} = U_1 + U_2 + \dots + U_{ii}$$

donde

- S_i ordenada de la curva S para $t = i \cdot d_0$
 U_i ordenada del hidrograma unitario conocido para $t = i \cdot d_0$
 ii número de ordenadas del hidrograma unitario conocido
 para intervalos $\Delta t = d_0$

3. Se desplaza la curva S una distancia igual a d_1
4. Se restan las ordenadas de la curva S obtenidas en los pasos 2 y 3
5. Las ordenadas del hidrograma unitario deseado (U' asociado a una lluvia de duración d_1) se obtienen multiplicando los resultados obtenidos en el paso 4, por la relación d_0/d_1 .

Aun cuando el método de la curva S permite calcular el hidrograma unitario asociado a cualquier duración de la lluvia efectiva, subsiste el problema de que no se toma en cuenta la variación de la intensidad de la lluvia durante la tormenta.

Con el método antes descrito se puede obtener un hidrograma unitario con la duración en exceso que se requiera, a partir del -

hidrograma unitario que se encontró inicialmente.

A continuación se muestran dos ejemplos de hidrograma unitario - tradicional para con esto y la explicación anterior se puedan - comparar las ventajas que se tienen al aplicar el hidrograma unitario para tiempos cortos, en lugar de la solución que proporciona el hidrograma unitario tradicional.

Ejemplo No. 1

Obtener el hidrograma unitario "tradicional" para una cuenca X en el cual se dispone de la siguiente información:

Tiempo (horas)	Altura de lluvia efectiva (mm)	Hidrograma de escu-- rrimiento directo (m ³ /seg)
0	0	0
2	2	4
4	3	18
6	1	26
8	0	16
10	0	8
12	0	2
14	0	0

Solución:

La altura de lluvia efectiva total (suma de la segunda columna) - es de 6 mm y el hidrograma unitario "tradicional" tendrá una -

duración efectiva de 6 horas (el intervalo de tiempo que contiene a toda la altura de lluvia efectiva es de 6 horas y es por lo tanto la duración efectiva). Así el hidrograma unitario se obtendrá al dividir entre $P_e = 6$ mm cada valor de la tercera columna de la tabla anterior, los resultados son tabulados a continuación y en la fig. 3.3 se muestra el hidrograma unitario, el hidrograma de escurrimiento directo y el hietograma.

Tiempo (horas)	H.U. "TRADICIONAL" (m ³ /seg/mm)
0	0.0
2	0.6667
4	3.0000
6	1.3333
8	2.6667
10	1.3333
12	0.3333
14	0.0

Ejemplo No. 2

Se ha estimado que la próxima precipitación efectiva en la cuenca X esta dada por el hietograma de la fig. 3.4

Calcule el hidrograma de escurrimiento directo.

Solución:

Dado que el hidrograma tiene una duración en exceso de 6 horas si se puede emplear tal cual el hidrograma el hidrograma unitario tradicional del ejemplo No. 1.

El hidrograma pedido se encuentra simplemente al multiplicar por la suma de alturas de lluvia efectiva ($2+6+8=16$) el hidrograma unitario tradicional que se obtuvo del ejemplo 1, con lo que se obtienen los siguientes resultados:

Tiempo (horas)	H. U. Tradicional (de = 6 horas)	Hidrograma de escurrimiento directo (m^3/seg)
0	0.0	0.0
2	0.6667	10.6667
4	3.0000	48.0000
6	4.3333	69.3333
8	2.6667	42.6667
10	1.3333	21.3333
12	0.3333	5.3333
14	0.0	0.0

3.1 Desarrollo del hidrograma unitario instantáneo

El hidrograma unitario para tiempos cortos o instantáneo tiene sus inicios debido principalmente al inconveniente que presentan los hidrogramas unitarios tradicionales de no tomar en cuenta la forma del hietograma es decir no consideran la distribución de la lluvia con respecto al tiempo, por ejemplo si el acomodo de las "barritas"

de lluvia del hietograma del ejemplo 2, fig. 3.4 se colocan como se muestra en fig. 3.3, el hidrograma de escurrimiento directo resultante al aplicar el hidrograma unitario tradicional seria el mismo que el generado para la fig. 3.3, con esto se muestra la necesidad de utilizar los hidrogramas unitarios instantáneos para obtener resultados mas adecuados a la distribución de la lluvia en la cuenca.

La aplicación del método del hidrograma unitario para tiempos cortos o instantaneo en un principio tuvo poca aplicación debido principalmente a la falta de una herramienta de cálculo que evitara el fuerte trabajo manual de este método. Con la introducción de la computadora como un instrumento de cálculo en la ingeniería, fué posible evitar mucho del trabajo manual que se realiza al aplicar el método de los hidrogramas unitarios instantáneos y con esto el tiempo de aplicación es mucho menor, en el inciso 3.2 se muestra un programa de computadora para obtener hidrogramas unitarios para tiempos cortos o instantáneos.

La aplicación de estos hidrogramas unitarios instantáneos en la actualidad, tienen como base el resolver un sistema de ecuaciones lineales, es decir, se trata de un modelo lineal en el cual la aplicación de la computadora es muy factible. El desarrollo del hidrograma unitario instantáneo se muestra a continuación así como un ejemplo numérico.

Si se supone ahora que se conoce el hidrograma unitario asociado a una duración muy pequeña (ΔT) (fig. 3.6), y se aplican las hipótesis de linealidad y superposición de causas y efectos es posible calcular las ordenadas del hidrograma producido por una tormenta - cuyo hidrograma estuviera formado por n barras de altura h_{p_1} , h_{p_2} , h_{p_3} , ..., h_{p_n} (fig. 3.6) asociados a intervalos iguales de amplitud ΔT . Analíticamente las ordenadas del hidrograma resultante - (fig. 3.6) podrían calcularse con el grupo de ecuaciones de la forma:

$$P_1 U_i + P_2 U_{i-1} + P_3 U_{i-2} + \dots + P_n U_{i-n+1} = Q \quad (3)$$

La ecuación (3) puede aplicarse tomando como base un intervalo de tiempo ΔT tan pequeño como se quiera en el que pueda presumirse -- que la intensidad de la lluvia es constante, por otra parte este conjunto de ecuaciones puede utilizarse para calcular el escurrimiento directo cuando se conoce el hidrograma unitario instantáneo como se mostró en el razonamiento anterior, o bien, para determinar el hidrograma unitario instantáneo en una etapa de calibración, en la que la base de la información es el escurrimiento medio en la estación.

A continuación se muestran los problemas de inestabilidad con los que cuenta el modelo de los hidrogramas unitarios instantáneos. Si se desarrolla el sistema de ecuaciones 3, este mostrará el siguiente aspecto:

$$P_{11} U_1 = Q_1 \quad (3.1)$$

$$P_{21} U_1 + P_{12} U_2 = Q_2 \quad (3.2)$$

$$P_{31} U_1 + P_{22} U_2 + P_{13} U_3 = Q_3 \quad (3.3)$$

etc.

Como puede verse el cálculo del hidrograma unitario mediante el sistema de ecuaciones 3 resulta sencillo, ya que de la primera ecuación se puede despejar directamente la primera ordenada U_1 , para después sustituirla en la ecuación 3.2 y despejar U_2 y así sucesivamente, sin embargo este procedimiento puede conducir a resultados erróneos en la solución debido a que cualquier error en los primeros resultados se va acarreado en las siguientes ecuaciones, ya que el hidrograma unitario instantáneo que resulta puede tener un número infinito de ordenadas. Farleson⁶ analiza este fenómeno y propone una solución que permite cumplir aproximadamente el sistema de ecuaciones, reduciendo con esto considerablemente los problemas en la solución.

El ejemplo que se analiza a continuación muestra los problemas a los que conduce la inestabilidad del sistema de ecuaciones así como una solución que resuelve los posibles malos resultados. El ejemplo numérico citado desarrolla en su totalidad el método de los hidrogramas unitarios.

Es necesario mostrar en primer término el cálculo del número de --

ordenadas del hidrograma unitario instantáneo, lo que se obtiene con la siguiente ecuación:

$$NU = NQ - NP + 1$$

En donde:

NU es el número de ordenadas del hidrograma unitario instantáneo (HUI)

NQ es el número de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo

NP es el número de alturas de lluvia efectiva de duración ΔT

Ejemplo No. 3

Obtener las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo U_1, U_2, U_3 y U_4 para los datos del ejemplo 1.

Si: $NP = 3$ y $NQ = 6$

entonces:

$$NU = 6 - 3 + 1 = 4$$

Solución: Aplicando el sistema de ecuaciones 3 y sustituyendo los valores dados para el ejemplo 1, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones ordenado:

$$2U_1 = 4 \quad (a)$$

$$3U_1 + 2U_2 = 18 \quad (b)$$

$$1U_1 + 3U_2 + 2U_3 = 26 \quad (c)$$

$$1U_2 + 3U_3 + 2U_4 = 16 \quad (d)$$

$$1U_3 + 3U_4 = 8 \quad (e)$$

$$1U_4 = 2 \quad (f)$$

Ahora bien, el sistema de ecuaciones se pueda resolver de la siguiente manera:

de la ecuación (a) $U_1 = 2$

sustituyendo U_1 en la ecuación (b) se tiene $U_2 = 6$

sustituyendo U_1 y U_2 en la ecuación (c) se tiene $U_3 = 3$

sustituyendo U_1 , U_2 y U_3 en la ecuación (d) se tiene $U_4 = 5/2$.

Se podría pensar que con lo anterior fue resuelto el hidrograma -- unitario instantaneo y que la forma que tendría sería como la que se muestra en la fig. 3.7 pero en muchas ocasiones los hidrogramas unitarios instantaneos quedan como el mostrado en la fig. 3.7 esto se debe principalmente a que U_3 y U_4 no cumplen con las ecuaciones (e) y (f) ya que:

$$3 + (5/2) \neq 8$$

$$5/2 \neq 2$$

Para demostrar la inestabilidad del sistema de ecuaciones 3 se --
efectua el siguiente desarrollo.

El sistema de ecuaciones 3 se puede escribir de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_3 & P_2 & P_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_3 & P_2 & P_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & P_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix}$$

Es decir $PU = Q$

Este sistema generalmente es incompatible (no tiene solución), salvo que existan ciertas combinaciones lineales que es muy difícil que ocurran porque el rango de la matriz ampliada es seis y el de la matriz de coeficientes es cuando mucho cuatro, en donde hay que observar la existencia de dos columnas de ceros. Ante este problema se ha considerado que conviene obtener el hidrograma unitario - instantaneo utilizando la técnica de mínimos cuadrados, este método consiste en aplicar las ecuaciones de Wiener-Hopf, en donde se hace mínima la suma del cuadrado de las diferencias entre el gasto real o medido y el calculado. Siguiendo el procedimiento que se muestra a continuación es posible aplicar esta técnica.

Si:

$$S = \sum_{i=1}^{NG} (Q_i - Q_{est})^2$$

donde:

Q_i es el gasto medido

Q_{est} es el gasto calculado

y se tiene que:

$$\frac{\partial S}{\partial U_i} = 0 ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, NU$$

es decir, al considerar la ecuación (3)

$$S = \sum_{i=1}^{NG} (Q_i - P_1 U_i - P_2 U_{i-1} - P_3 U_{i-2})^2$$

$$\frac{\partial S}{\partial U_j} = 2 \sum_{i=1}^{NG} (Q_i - P_1 U_i - P_2 U_{i-1} - \dots - P_{i+1} U_1) (P_{i+1-j})$$

$$\sum_{i=1}^{NG} P_1 P_{i+1-j} U_i + \sum_{i=1}^{NG} P_2 P_{i+1-j} U_{i-1} + \dots + \sum_{i=1}^{NG} P_i P_{i+1-j} U_1 = \sum_{i=1}^{NG} Q_i P_{i+1}$$

Para el caso particular del sistema de ecuaciones (3) se obtiene:

para $j = 1$

$$(P_1 P_1 + P_2 P_2 + P_3 P_3) U_1 + (P_1 P_2 P_3) U_2 + (P_1 P_3) U_3 + (0) U_4 = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 + P_3 Q_3$$

Para $j = 2$

$$\begin{aligned} & (P_{12} P_{23} + P_{23} P_{31}) U_1 + (P_{11} P_{22} + P_{22} P_{33} + P_{33} P_{11}) U_2 + (P_{12} P_{23} + P_{23} P_{31}) U_3 + (P_{13} P_{34}) U_4 = \\ & = P_{12} Q_2 + P_{23} Q_3 + P_{23} P_{34} + P_{34} Q_4 \end{aligned}$$

Para $j = 3$

$$\begin{aligned} & (P_{13} P_{31}) U_1 + (P_{12} P_{23} + P_{23} P_{31}) U_2 + (P_{11} P_{22} + P_{22} P_{33} + P_{33} P_{11}) U_3 + (P_{12} P_{23} + P_{23} P_{31}) U_4 = \\ & = P_{13} Q_3 + P_{24} Q_4 + P_{35} Q_5 \end{aligned}$$

Para $j = 4$

$$\begin{aligned} & (0) U_1 + (P_{13} P_{31}) U_2 + (P_{12} P_{23} + P_{23} P_{31}) U_3 + (P_{11} P_{22} + P_{22} P_{33} + P_{33} P_{11}) U_4 = \\ & = P_{14} Q_4 + P_{25} Q_5 + P_{36} Q_6 \end{aligned}$$

Que forma un sistema de ecuaciones lineales con una solución, observese que la matriz de coeficientes es simétrica y que se puede escribir en forma matricial como:

$$(P^t P) U = P^t Q \quad (4)$$

O sea la ecuación $PU = Q$ fué transformada en la ecuación (4) - con lo cual se puede conocer U_1, U_2, U_3 y U_4 sin contar con problemas de inestabilidad: Además la ecuación (4) muestra un sistema de ecuaciones cuya solución minimiza la suma del cuadrado de los errores, es importante hacer notar que este sistema de ecuaciones esta formado por n ecuaciones con n incógnitas, en donde n representa al número de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo medido.

Un comentario necesario es el mostrar los desarrollos realizados en los textos de hidrología sobre hidrogramas unitarios instantáneos. A continuación se muestran las fórmulas aplicadas en estos textos:

$$\phi_{PP}(\tau) = \sum_{i=1}^{NP} P_i P_{i+\tau} \quad ; \tau = 0, 1, 2, 3, \dots, NP-1$$

$$\phi_{PP}(\tau) = 0 \quad \forall \tau > NP$$

Que son autocovariancias de lluvias

$$\phi_{PG}(\tau) = \sum_{i=1}^{NG} P_i G_{i+\tau} \quad ; \tau = 0, 1, 2, 3, \dots, NU-1$$

$$P_i = 0, \quad i > NG$$

Que son covariancias cruzadas de lluvias con gastos. El sistema

de ecuaciones lineales se forma con:

$$\phi_{PG}(\zeta) = \sum_{i=1}^{NU} U_i \phi_{PP}(\zeta + i - 1) \quad \text{para } \zeta = 0, 1, 2, \dots, NU-1$$

Recapitalando los conceptos del hidrograma unitario instantáneo tenemos los siguiente:

- Cuando p^{-1} no existe el hidrograma unitario instantáneo no se puede obtener con la ecuación $PU = Q$.
- El hidrograma unitario instantáneo se puede calcular entonces por medio de la ecuación:

$$P^t PU = P^t Q$$

Que es equivalente a un proceso que hace mínimos los errores de:

$$\sum_{i=1}^N (Q_i \text{ med} - Q_i \text{ est})^2$$

- Cualquier hidrograma de escurrimiento directo para una lluvia a intervalos de tiempo Δt iguales a los del hidrograma con el cual se obtuvo el hidrograma unitario instantáneo, se puede obtener mediante:

$$Q_D = P_1 U_i + P_2 U_{i-1} + P_3 U_{i-2} + \dots + P_i U_1$$

Que equivale a:

$$Q_D = PU$$

Donde P es de orden $(NU + NP - 1) \times NP$

y Q_D es la ordenada de escurrimiento directo.

Con el desarrollo anterior podemos realizar un ejemplo numerico --
que muestre la aplicaci3n de esta teoria.

Ejemplo No. 4

Con los datos del ejemplo No. 1 calcule el hidrograma unitario in-
stantneo para la cuenca X.

Soluci3n:

Primero se forman las matrices P, U y Q en la forma siguiente:

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad Q = \begin{bmatrix} 4 \\ 18 \\ 26 \\ 16 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Calculo de P^t y el producto de $P^t P$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 9 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 14 & 9 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 14 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 9 & 14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Calculo de $P^t Q$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 18 \\ 26 \\ 16 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 88 \\ 130 \\ 108 \\ 58 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El producto Matricial $P^t P U$ queda formado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 14 & 9 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 14 & 9 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 14 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 9 & 14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{l} 14U_1 + 9U_2 + 2U_3 \\ 9U_1 + 14U_2 + 9U_3 + 2U_4 \\ 2U_1 + 9U_2 + 14U_3 + 9U_4 \\ 2U_2 + 9U_3 + 14U_4 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

Así el sistema de ecuaciones lineales es:

$$4U_1 + 9U_2 + 2U_3 = 88$$

$$9U_1 + 14U_2 + 9U_3 + 2U_4 = 130$$

$$2U_1 + 9U_2 + 14U_3 + 9U_4 = 108$$

$$2U_2 + 9U_3 + 14U_4 = 58$$

$$A = 4221$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales por algún método numérico se obtiene:

$$U_1 = 1.7456$$

$$U_2 = 6.6269$$

$$U_3 = 1.9602$$

$$U_4 = 1.9360$$

Que son las ordenadas del hidrograma unitario instantáneo. Revisando las ordenadas que se obtuvieron para el H.U.I., se pueden calcular los gastos por medio de estas ordenadas y comparar con los gastos medidos en la estación. Sustituyendo en el sistema de ecuaciones lineales se tiene:

$$2U_1 = 3.491 \quad (4)$$

$$3U_1 + 2U_2 = 18.491 \quad (18)$$

$$1U_1 + 3U_2 + 2U_3 = 25.546 \quad (26)$$

$$1U_2 + 3U_3 + 2U_4 = 16.380 \quad (16)$$

$$1U_3 + 3U_4 = 7.768 \quad (8)$$

$$U_4 = 1.936 \quad (?)$$

En la fig. 3.8 se muestra la gráfica que compara el hidrograma medio con el estimado.

Para demostrar la diferencia existente entre el hidrograma unitario tradicional y el instantáneo se muestra el siguiente ejemplo, en el cual se aplica el hidrograma unitario instantáneo del ejemplo 3. Para poder obtener dos hidrogramas de escurrimientos directo con la misma altura de lluvia efectiva pero con distribución en el tiempo diferente.

Ejemplo No. 5

Cálcular el hidrograma de escurrimiento directo con el hidrograma unitario del ejemplo 3, para los hietogramas A y B mostrados en las figuras 3.4 y 3.5 y compare sus resultados.

a) Con los datos del hietograma A se obtienen las siguientes ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo.

$$\begin{aligned}
 2 U_1 &= 3.491 \\
 6 U_1 + 2 U_2 &= 23.727 \\
 8 U_1 + 6 U_2 + 2 U_3 &= 57.598 \\
 8 U_2 + 6 U_3 + 2 U_4 &= 68.648 \\
 8 U_3 + 6 U_4 &= 27.238 \\
 8 U_4 &= 15.488
 \end{aligned}$$

b) Con los datos del hietograma B se obtienen las siguientes ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo.

$$\begin{aligned}
 10 U_1 &= 17.456 \\
 4 U_1 + 10 U_2 &= 73.251 \\
 2 U_1 + 4 U_2 + 10 U_3 &= 40.601 \\
 2 U_2 + 4 U_3 + 10 U_4 &= 30.692 \\
 2 U_3 + 4 U_4 &= 11.664 \\
 2 U_4 &= 3.872
 \end{aligned}$$

En la fig. 3.9, se muestran dibujados tres hidrogramas, uno de los cuales se obtiene a partir del hidrograma unitario tradicional. Unicamente se calcula un hidrograma debido a que es indiferente -- utilizar el hietograma A o B, para el método del hidrograma unitario tradicional con lo que se concluye que no se ha tomado en cuenta la distribución de la lluvia en el tiempo en este método. En cambio la aplicación del H.U.I. conduce a dos hidrogramas de escurrimiento directo debido a que este sí toma en cuenta la distribución de la lluvia en la cuenca con respecto al tiempo.

3.2 *Modelo para calcular hidrogramas unitarios instantáneos mediante computadora.*

En esta sección se muestra el empleo de un programa de computadora con el cual se pueden obtener hidrogramas unitarios instantáneos,

este modelo desarrolla las ecuaciones de Wiener-Hopf, es decir - para el sistema de ecuaciones que se forma a partir de la fórmula:

$$\begin{pmatrix} t \\ P & P \end{pmatrix} U = \begin{pmatrix} t \\ P & Q \end{pmatrix}$$

El programa que se incluye esta escrito en fortran IV para su uso en diferentes ordenadores IBM 360, CDC, BOURROGHS, etc. Por lo tanto puede ser utilizado en todos los ordenadores introduciendo las modificaciones necesarias. Por otra parte, el programa es - escrito para un conjunto de magnitudes coherentes dimensionalmente.

Descripción del programa

En los siguientes párrafos se explica paso a paso el funcionamiento del programa siguiendo el listado de la figura 3.10 y el diagrama de bloques de la figura 3.11.

El programa tiene siete partes principales. En la primera las -- instrucciones con números de identificación del 001 al 018 (fig. 3.10) preparan al ordenador para el problema, y se encargan de la entrada de datos. En la segunda parte se obtiene la matriz transpuesta de las precipitaciones (P) y se efectua el producto por -- ella misma y comprende los números de identificación 020 a 042. - Las instrucciones de la tercera parte, con números de 043 a 050, tienen por misión formar la matriz de gastos (Q) y multiplicarla por la transpuesta de la matriz P. Efectuadas las operaciones -

anteriores la cuarta parte del programa se encarga de resolver el sistema de ecuaciones planteado, esto dentro de las instrucciones 051 a la 058 con la ayuda de la subroutine Minver. En la quinta parte dentro de la instrucción 063 se incluye la subroutine - - - Estim, la cual se encarga de calcular un gasto estimado y compararlo con el medido y con esto calcular un error medio en porcentaje. En la sexta parte se encuentra las instrucciones que tienen como misión la impresión de resultados, los números que comprenden estas instrucciones son de la 059 a la 066 las instrucciones de la última parte, con números 067 a 078, definen los formatos de escritura y lectura.

Preparación de cálculo y entrada de datos.

Al comenzar la primera parte, la palabra dimensión (número de -- identificación 001) reserva la memoria necesaria para modelos cuyas matrices tienen un máximo de 99 columnas por 99 renglones. - Estos límites pueden ser diferentes, y se pueden alterar de acuerdo con la memoria disponible o con el problema particular a tratar. Son utilizados en este programa diferentes vectores, que se muestran en las instrucciones 001, 002, 003 y 004 es decir en el dimensión y los tres Common, las cuales son dimensiones de acuerdo con el problema que se quiera resolver.

A continuación se desarrolla en detalle el programa de computadora, como se menciono en párrafos anteriores la primera parte del

programa consiste en la lectura de datos la primera tarjeta de --
lectura tiene la misión de leer el siguiente dato:

Nupro, que define el número de problemas que resolvera el programa, es decir el número de hidrogramas unitarios instantáneos que se van a obtener.

La segunda tarjeta de lectura lee los datos:

TIT, Sirve para imprimir un renglón de comentarios

UNID, Para imprimir otro renglón de comentarios

La tercera tarjeta de lectura tiene como misión leer los datos:

NP, número de barritas de precipitación de lluvia efectiva ocurridas dentro de la cuenca.

MG, número de ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo que se utiliza para generar el hidrograma unitario instantáneo.

IWINER, IPLPOS, IGR, son variables que no se utilizan actualmente, pero que pueden servir para el ajuste más detallado de este programa.

En la cuarta tarjeta de lectura se lee la variable P, es decir se leen los valores de las barritas de lluvia efectiva en milímetros.

En la última tarjeta de lectura se leen los datos de las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo del cual se quiere partir en m^3/seg si la variable NUPRO fuera mayor a 1 el programa

desarrollara la lectura de n juegos de datos para resolver n problemas requeridos por el usuarios del programa.

La instrucción con número 020 se encarga de mandar a imprimir los vectores antes leídos P y G

Las dos siguientes instrucciones 021 y 022, se encargan de llenar de ceros el vector PP el cual más adelante será utilizado. La tercera parte del programa se pueden dividir en dos para su análisis, de las instrucciones 023 a 029 se realiza la formación de la matriz transpuesta de P . Para en una segunda etapa ejecutar el producto $P^t P$. En la cuarta parte del programa solo se efectua la formación de la matriz Q ya que se conoce la matriz P^t con esto se realiza la multiplicación $P^t Q$ en las instrucciones 044 y 045 se efectua primero un llenado de ceros de la matriz PG la cual en la cuarta parte será el resultado del producto de $P^t Q$. Tanto la Subroutine $Minver$ y la $Estimg$ sirven para realizar operaciones matemáticas con las cuales se encuentran primero, con la $Minver$ la solución del sistema de ecuaciones con lo cual se llega a obtener los hidrogramas unitarios instantáneos, esto con la ayuda de las instrucciones que se mencionaron para la quinta parte de la Subroutine $Estimg$ su aplicación consiste en calcular un error al comparar el hidrograma medido con uno calculado por la computadora y con esto tener una idea acerca de la eficiencia del hidrograma unitario instantáneo calculado con el programa de computadora en la parte 3.1 de este trabajo. Se realizó un ejemplo numé-

rico para obtener el hidrograma unitario instantáneo para una cuenca X en base a las ecuaciones Wiener-Hoff, ahora en las figuras 3.12, 3.13, 3.14 se encuentran los resultados para esta cuenca X usando el programa de computadora. En la fig. 3.12 están tabulados los datos de la cuenca X, en la fig. 3.13 el hidrograma unitario instantáneo que se encontró con el programa y en la fig. 3.14 están tabulados el hidrograma estimado y el medido así como el error que se obtuvo.

Para dar un panorama general del programa en la figura 3.15 se observan una serie de tarjetas de computadora con los datos de la cuenca X esto para dar una idea del ordenamiento de éstas.

3.3 *Cálculo de un hidrograma sintético*

A continuación se desarrolla una metodología con la que se trata de mostrar la forma de calcular un hidrograma sintético, en el cual las variables principales son las características fisiográficas con distintas características fisiográficas y diferentes grado de urbanización en un solo hidrograma, y que a partir de este se puedan obtener hidrogramas de escurrimiento directo para cualquier cuenca en estudio.

Se realizaron varias pruebas para tratar de hacer sintéticos cuatro H.U.I. calculados, de las cuencas de Ciudad Universitaria, Río Mixcoac, Río Magdalena y Becerra (fíg. 3.16 a 3.19); con objeto de encontrar un solo hidrograma para las cuatro cuencas.

En las figuras 3.20, 3.21 y 3.22 se muestran los intentos realizados por obtener un hidrograma sintético representativo de varias cuencas, como se observa no fue posible obtener un buen ajuste.

Después de varios intentos se encontró que la mejor forma de obtener el hidrograma sintético fue por medio del siguiente método (más adelante se verá que los resultados que proporciona este hidrograma son aceptables para generar hidrogramas de escurrimiento directo).

Paso 1.- Dividir las ordenadas q (tabla 3.1) de los H.U.I. entre el gasto máximo correspondiente a cada H.U.I.

$$\frac{q_{HUI}}{q_p HUI}$$

Donde:

q_{HUI} Son las ordenadas del H.U.I ($m^3/s/mm$)

q_{pHUI} Gasto máximo del H.U.I ($m^3/s/mm$)

Paso 2.- Multiplicar las abscisas del H.U.I. (t) por el tiempo de concentración urbano (t_{cu}) y dividir entre el tiempo de concentración (t_c) al cuadrado, es decir

$$\frac{t t_{cu}}{t_c^2}$$

Siendo (ref 13)

t_{cu} es el tiempo de concentración urbano (hr.), el cual se calcula utilizando la siguiente expresión, ref. 13.

$$t_{cu} = \frac{t_c}{(4.09 \left(\frac{L}{S}\right)^{0.08})^k}$$

Donde:

$$k = \text{URBAN}^{0.45}$$

L es la longitud del cauce principal (m)

S es la pendiente del cauce principal (en por ciento)

URBAN es el porcentaje de urbanización de cada cuenca y

se calcula como el área urbanizada entre el área total.

t_c es el tiempo de concentración (hr.) el cual se calcula con la fórmula:

$$t_c = 0.0003245 \left(\frac{L}{S} \right)^{0.77}$$

Paso 3.- Se dibujan los cuatro hidrogramas resultantes y se observa que su comportamiento es muy parecido, en las figuras 3.23 y 3.24 se muestran dibujados (son dos figuras debido a que, se modificó la escala para hacer más fácil el siguiente paso).

Paso 4.- De la figura 3.23 se observa que es posible obtener un hidrograma sintético de los cuatro dibujados, lo cual fue realizado considerando que el nuevo hidrograma tuviera la forma de los otros cuatro y su área bajo la curva fuera muy parecida a las áreas de los restantes hidrogramas. Los valores del hidrograma sintético son tabulados a continuación. En la figura 3.24 está dibujado el hidrograma sintético y los cuatro hidrogramas adimensionales de las cuatro cuencas estudiadas, y a continuación se muestra tabulado el hidrograma sintético.

Hidrograma sintético (adimensional)

$\frac{t - t_c}{t_c}$	$\frac{Q}{Q_u}$
0,00	0,00

2.50	0.21
5.00	0.51
7.50	0.81
10.00	1.00
12.50	0.95
15.00	0.84
17.50	0.70
20.00	0.56
22.50	0.43
25.00	0.33
27.50	0.24
30.00	0.17
32.50	0.12
35.00	0.08
37.50	0.04
40.00	0.00

Paso 5.- Del hidrograma sintético obtenido se generaron hidrogramas de escurrimiento directo, su cálculo fué realizado obteniendo de cuatro hidrogramas de escurrimiento directo su gasto máximo (para las cuencas de Ciudad Universitaria, Magdalena, Mixcoac y Becerra) así mismo se obtuvieron las alturas de lluvia efectiva y se efectuó el cociente de los gastos máximos entre la altura de lluvia efectiva. Con los resultados anteriores se efectuaron las multiplicaciones de cada uno de los cuatro valores anteriores por las ordenadas del hidrograma promedio lo que generó las ordenadas de cuatro hidrogramas de escurrimiento directo, los cuales están dibujados en las figuras 3.25 a 3.28 en estas mismas figuras se encuentran los hidrogramas de escurrimiento directo obtenidos

de los H.U.I. y los medidos en campo. Como se observa en las figuras 3.25 a 3.28 los resultados calculados con el hidrograma sintético son buenos, al comparar estos con los valores medidos.

Paso 6.- Uno de los objetivos de generar el hidrograma sintético fué el tener una herramienta de cálculo que tuviera como característica principal que para su aplicación solo fuera necesario conocer las características fisiográficas de la cuenca, por tal motivo se observó que era necesario poner en función de éstas el valor q_u . A continuación se indica como evaluar q_u en función de las características fisiográficas de la cuenca:

Se sabe que el área bajo el hidrograma sintético (A) está en función de q_u , t_{cu} y t_c^2 , y está dada por:

$$A = \sum_{i=1}^n \left(\frac{q}{q_u} \right) \Delta t \quad A = \left(\frac{t_{cu}}{t_c^2} \right)$$

o bien

$$A = \frac{1}{q_u} \frac{t_{cu}}{t_c^2} \sum_{i=1}^n q_i \Delta t \quad \dots 1$$

Luego, para obtener un volumen de escurrimiento directo por cada milímetro de lluvia efectiva a partir de la ecuación 1 se hace

$$Vol_1 = \frac{1}{q_u} \frac{t_{cu}}{t_c^2} \sum_{i=1}^n q_i \Delta t = \frac{t_{cu}}{t_c^2} q_u$$

Es decir

$$Vol_1 = A \frac{t_{cu}}{t_c^2} q_u$$

Por otra parte, se puede evaluar el volumen de escurrimiento directo en una cuenca conociendo el volumen de escurrimiento directo y la altura de lluvia efectiva, aplicando la siguiente relación:

$$Vol_2 = A_c h_e$$

Donde:

A_c es el área de la cuenca

h_e es la altura de lluvia efectiva

Determinados los volúmenes de escurrimiento directo con las ecuaciones anteriores se puede formar la siguiente igualdad

$$Vol_2 = Vol_1$$

O sea

$$A_c h_e = A q_u \frac{t_c^2}{t_{cu}}$$

A es el área bajo el hidrograma sintético calculado

Por lo tanto, q_u se puede evaluar con la ecuación:

$$q_u = \frac{A_c h_e}{A} \frac{t_{cu}}{t_c^2}$$

Es posible entonces calcular un hidrograma de escurrimiento directo a partir del hidrograma sintético con solo conocer la altura de lluvia efectiva y las características fisiográficas de la cuenca, es decir si se multiplican las ordenadas del hidrograma sintético por el siguiente parámetro:

$$\frac{A_c h_e}{A} \frac{t_{cu}}{t_c^2}$$

se obtienen los valores de las ordenadas del hidrograma de escurrimiento buscadas, igualmente si se multiplican las abscisas del hidrograma sintético por:

$$\frac{t_c^2}{t_{cu}}$$

se obtienen las abscisas del hidrograma de escurrimiento.

3.3.3. Ajuste del hidrograma sintético calculado

En el paso 5 de la sección 3.3.2 se calcularon cuatro hidrogramas de escurrimiento directo con base en el hidrograma sintético, los cuales fueron dibujados en las figuras 4.25 a 4.26. De estos hidrogramas se obtuvieron los volúmenes de escurrimiento directo y -

lo mismo se hizo con los hidrogramas medidos en campo. A continuación se muestran los resultados obtenidos para las cuatro cuencas en estudio

Nombre de la cuenca	Volumen del hidrograma sintético	Volumen del hidrograma medido
Ciudad Universitaria	1577.94	1513.00
Magdalena	14275.54	13518.00
Mixcoac	66958.44	63494.00
Becerra	12840.24	12216.00

Como se observa en la tabla anterior, los valores de los volúmenes no son muy parecidos por lo que fue necesario realizar el siguiente ajuste.

Se tienen las siguientes ecuaciones:

$$q_{uM1} = \frac{q_p}{h_c} \quad ; \quad q_{uM2} = \frac{A_c}{A} \frac{t_{cu}}{t_c^2}$$

Donde:

- q_{uM1} = Gasto Unitario máximo (de la definición de H.U.)
- q_{uM2} = Gasto Unitario máximo para el hidrograma sintético
- q_p = Gasto de pico del hidrograma de escurrimiento directo

h_i = Altura de lluvia efectiva de lmm

A = Area bajo el hidrograma sintético

Para minimizar los errores se procedió de la siguiente manera:

Se define a X_i como:

$$X_i = \frac{A \cdot t_{cu}}{t_c^2}$$

Entonces para que sean mínimos los errores se hace:

$$\sum (q_{UM1} - \frac{X_i}{A})^2 = 0$$

Se define el parámetro:

$$a = \frac{1}{A}$$

Con lo que se obtiene:

$$S = \sum (q_{UM1} - a X_i)^2 = 0$$

Derivando con respecto a a , se tiene

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum (q_{UM1} - a X_i) (-X_i) = 0$$

Despejando el valor de α ; resulta

$$\alpha = \frac{\sum (a_{ur11} X_i)}{\sum X_i^2}$$

De donde podemos encontrar un nuevo valor de A al cual llamaremos A_1 , es decir:

$$A_1 = \frac{1}{\alpha}$$

Con el valor de A_1 se obtiene un factor de ajuste (F) el que estará definido como:

$$f = \frac{A_1}{A}$$

Al multiplicar los valores de $\frac{t t_{cu}}{t_c^2}$ por el valor de F se obtiene un nuevo hidrograma sintético

En la tabla 3.2 se muestran los cálculos para obtener el valor de F considerando las cuatro cuencas en estudio.

A continuación se muestra el nuevo hidrograma sintético que se obtuvo al multiplicar el anterior por F . En la Fig. 3.29 está dibujado el hidrograma sintético.

$\frac{t t_{cu}}{t_c^2}$	$\frac{a}{A_1}$
2.37	0.21
4.74	0.51

7.11	0.81
9.49	1.00
11.85	0.95
14.23	0.84
16.60	0.70
18.97	0.56
21.34	0.43
23.71	0.33
26.09	0.24
28.46	0.17
30.83	0.12
33.20	0.08
35.57	0.04

Del hidrograma sintético anterior se generaron cuatro nuevos hidrogramas de escurrimiento directo, los cuales se muestran en las figuras 3.25 a 3.28. También se obtuvieron de los hidrogramas de escurrimiento directo generados sus respectivos volúmenes de escurrimiento directo, con esto se realizó la siguiente tabla en la que se comparan valores estimados con medidos.

Nombre de la cuenca	Volumen del hidrograma medido (m ³)	Volumen de hidrograma promedio ajustado (m ³)
Ciudad Universitaria	1513.00	1497.48
Rfo Magdalena	13518.00	13566.21
Rfo Mixcoac	63494.00	63543.45
Rfo Becerra	12216.00	12185.39

Se observa que los resultados son satisfactorios ya que los volúmenes medidos y estimados son muy parecidos, por lo que el nuevo hidrograma sintético es mejor.

Río Becerra		Río Magdalena		Río Mixcoac		Río Universitaria	
t (min)	q (m ³ /s/mm)	t (min)	q (m ³ /s/mm)	t (min)	q (m ³ /s/mm)	t (min)	q (m ³ /s/mm)
0	0.00	0	0.0	0	0.00	0	0.000
10	0.12	10	3.0	10	0.65	5	0.050
20	0.40	20	7.65	20	1.50	10	0.127
30	0.58	30	6.65	30	2.55	15	0.110
40	0.72	40	5.85	40	4.50	20	0.065
50	0.86	50	5.00	50	5.25	25	0.045
60	0.905	60	4.00	60	6.60	30	0.026
70	0.91	70	3.25	70	7.05	35	0.018
80	0.905	80	2.55	80	6.00	40	0.012
90	0.84	90	2.10	90	4.75	45	0.007
100	0.77	100	1.60	100	3.60	50	0.004
110	0.68	110	1.15	110	2.75	55	0.000
120	0.56	120	0.65	120	2.15		
130	0.42	130	0.35	130	1.65		
140	0.31	140	0.05	140	1.30		
150	0.23	150	0.00	150	1.00		
160	0.17			160	0.80		
170	0.11			170	0.60		
180	0.055			180	0.45		
190	0.00			190	0.30		
				200	0.15		
				210	0.00		

Tabla 3.1

Nombre de la cuenca	$q_{UM1} = \frac{q_p}{h_c}$	$X_i = \frac{A_c t_{cu}}{t_c^2}$	X_i^2	$q_{UM1} X_i$
Ciudad Universitaria	0.254	4.79	22.944	1.217
Río Magdalena	6.880	108.78	11833.088	748.406
Río Mixcoac	6.924	119.42	14261.136	826.864
Río Becerra	1.341	22.89	523.952	30.695
SUMA			26641.120	1607.183

$$\alpha = \frac{1607.183}{26641.120} = 0.06033 \quad ; \quad \therefore A_1 = \frac{1}{\alpha} = 16.576$$

$$\text{Como } A = 17.475 \quad \text{entonces } \therefore F = \frac{A_1}{A} = \frac{16.576}{17.475} = 0.949$$

$$\therefore F = 0.949$$

Tabla 3.2

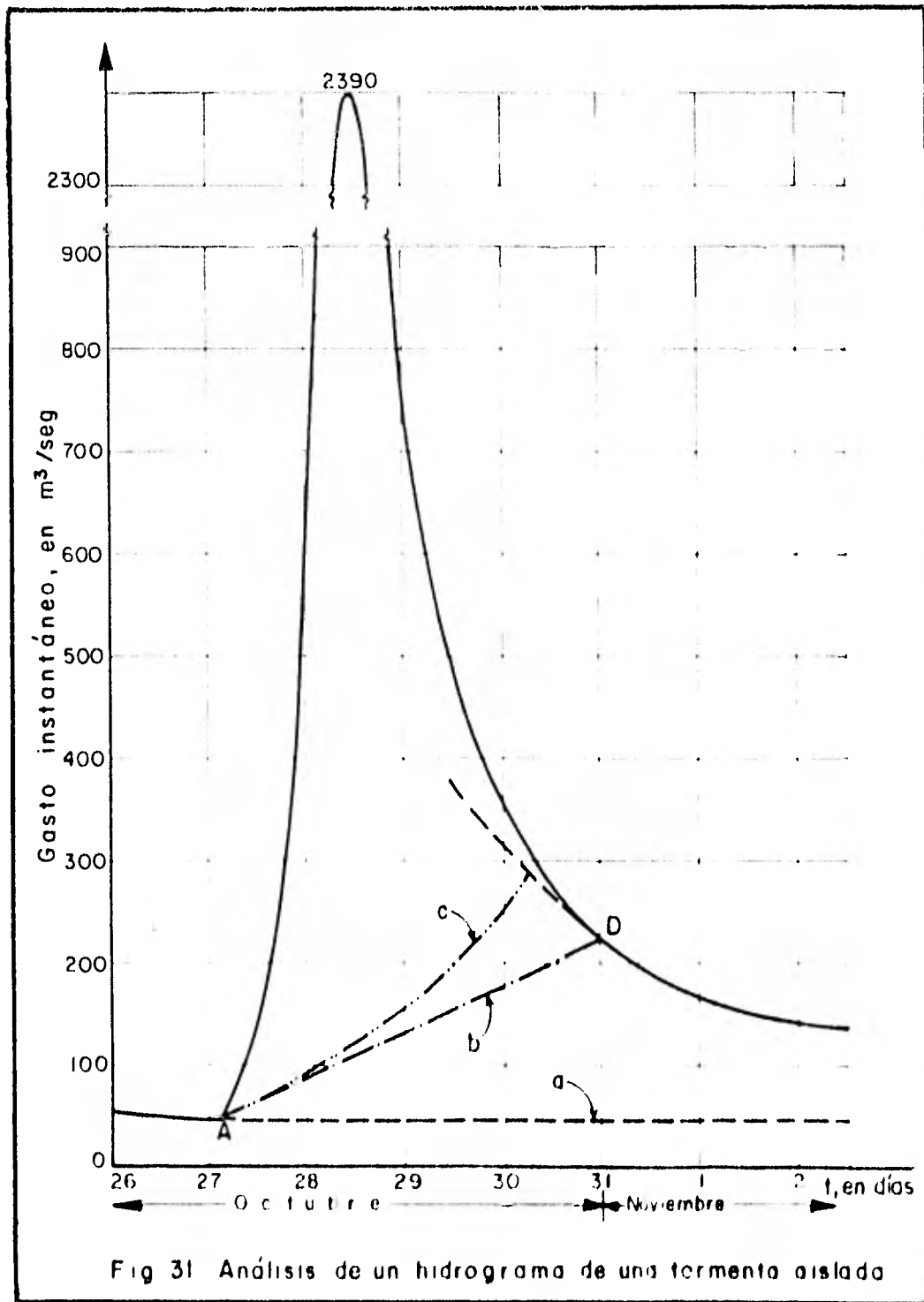


Fig 31 Análisis de un hidrograma de una tormenta aislada

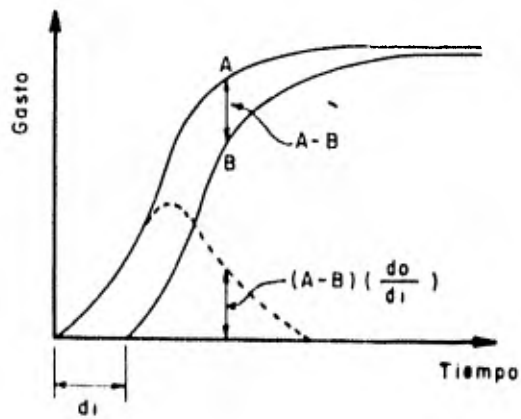
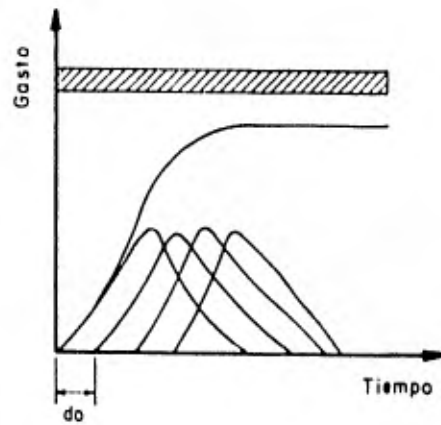


Fig. 3.2 METODO DE LA CURVA S

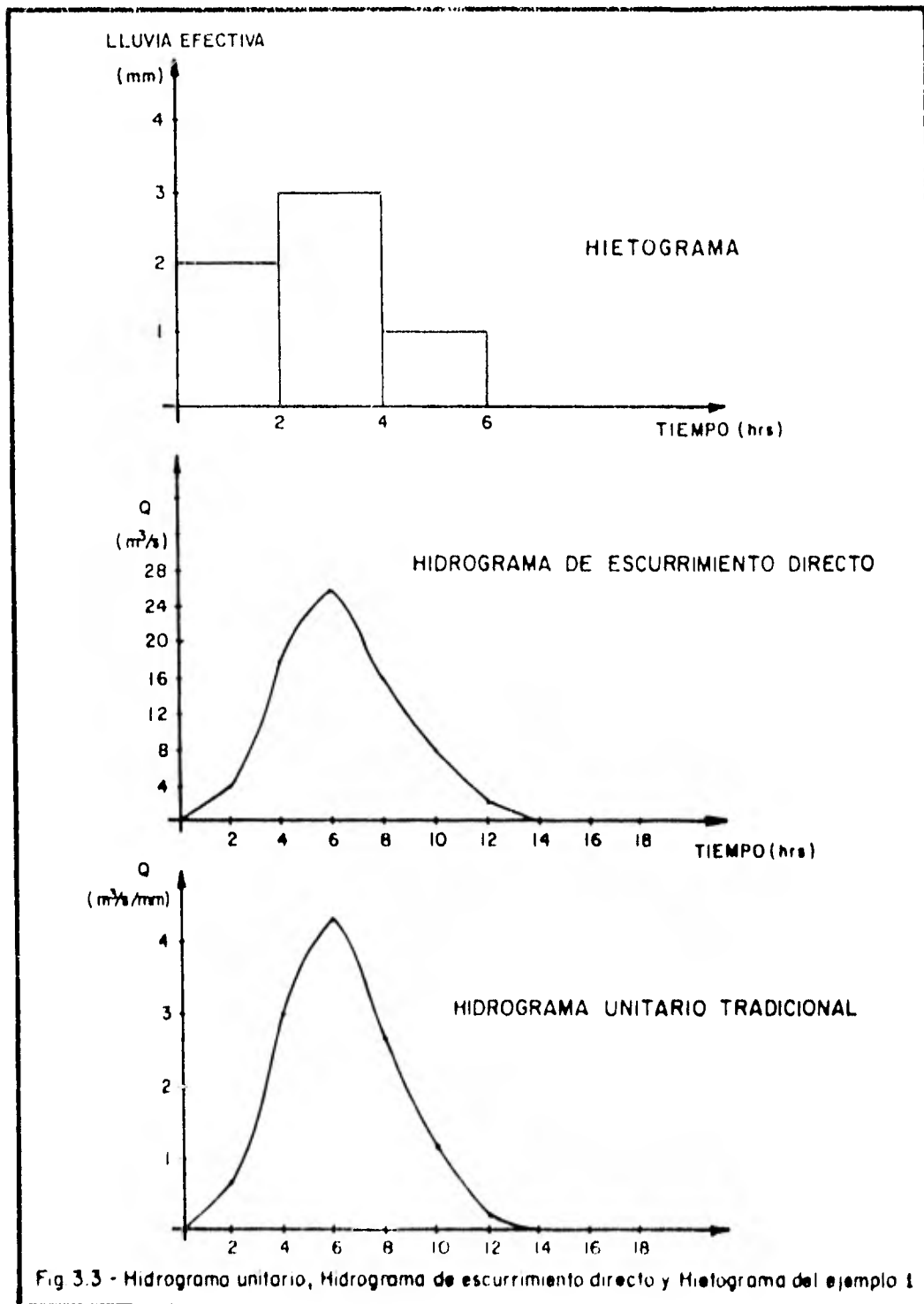


Fig 3.3 - Hidrograma unitario, Hidrograma de escurrimiento directo y Hidrograma del ejemplo 1

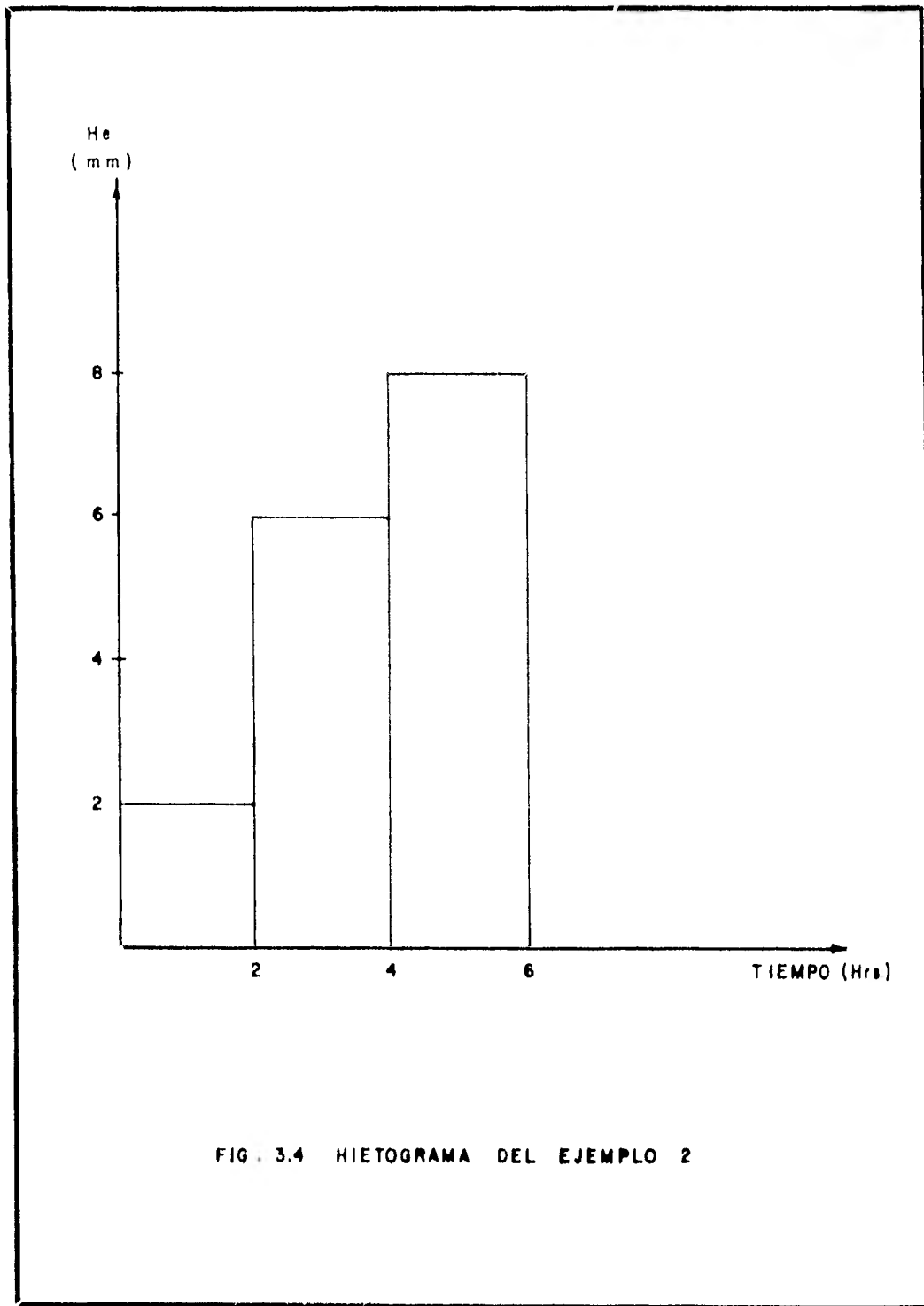


FIG. 3.4 HIETOGRAMA DEL EJEMPLO 2

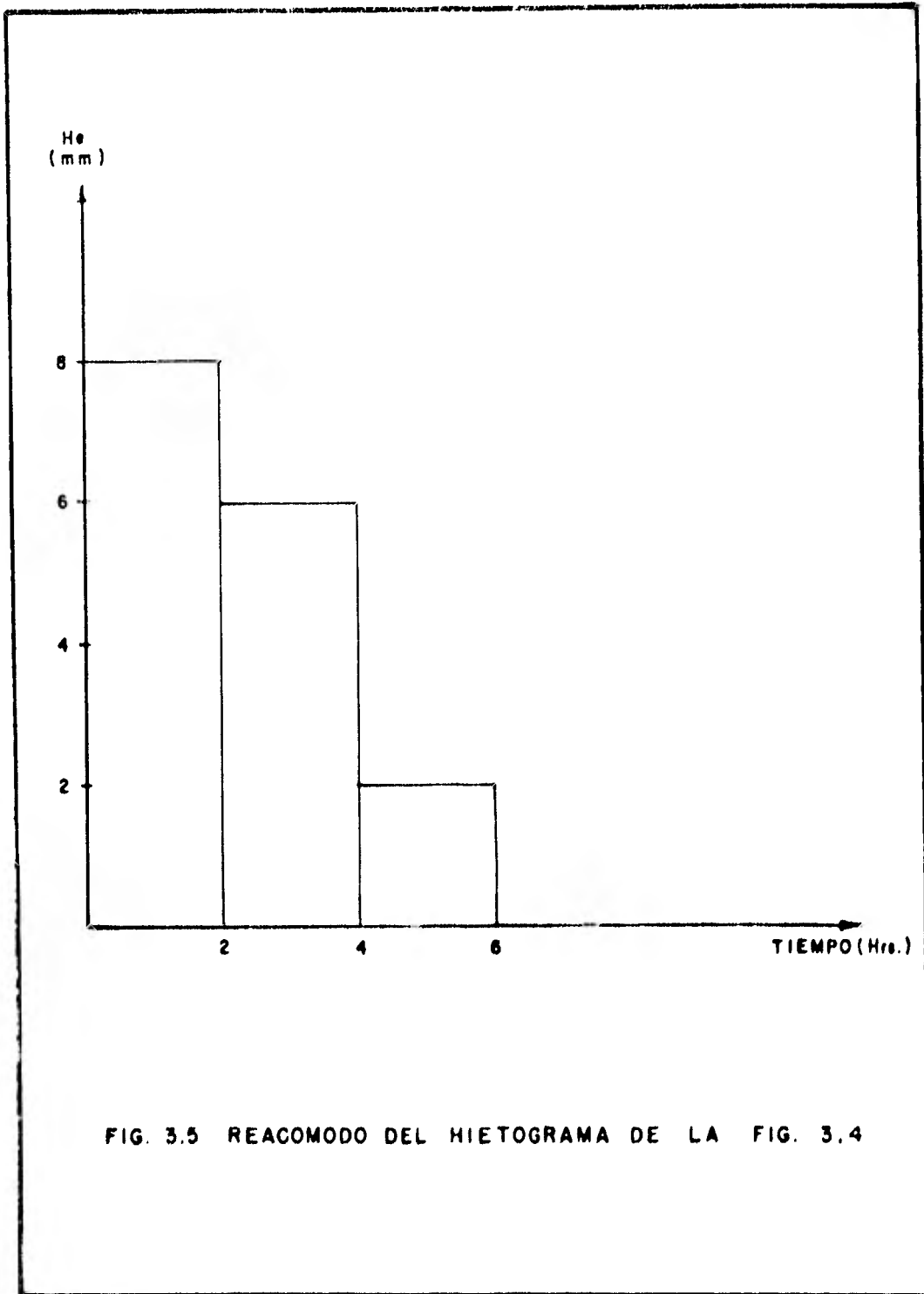


FIG. 3.5 REACOMODO DEL HIETOGRAMA DE LA FIG. 3.4

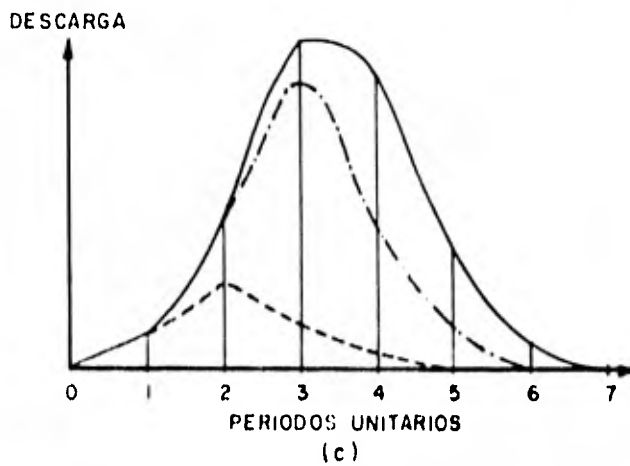
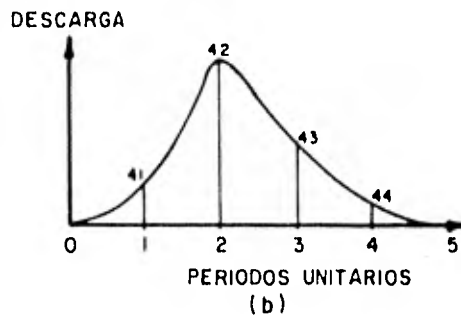
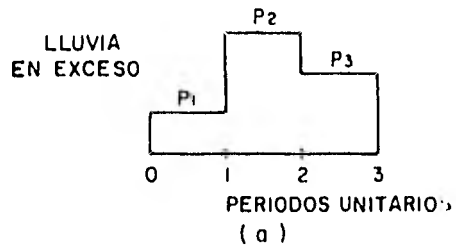
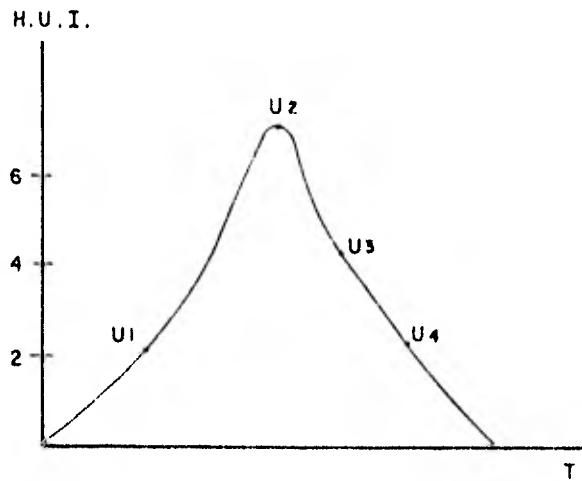


Fig 3.6 DESARROLLO DEL HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO



PERO
NO

A VECES ESTO DA ASI :

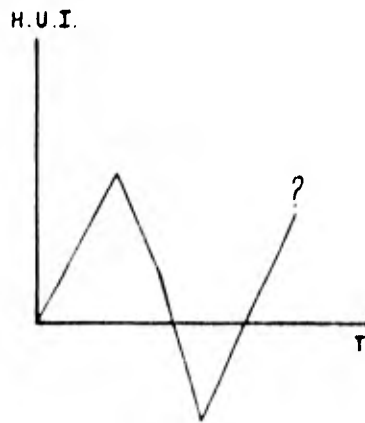


FIG. 3.7

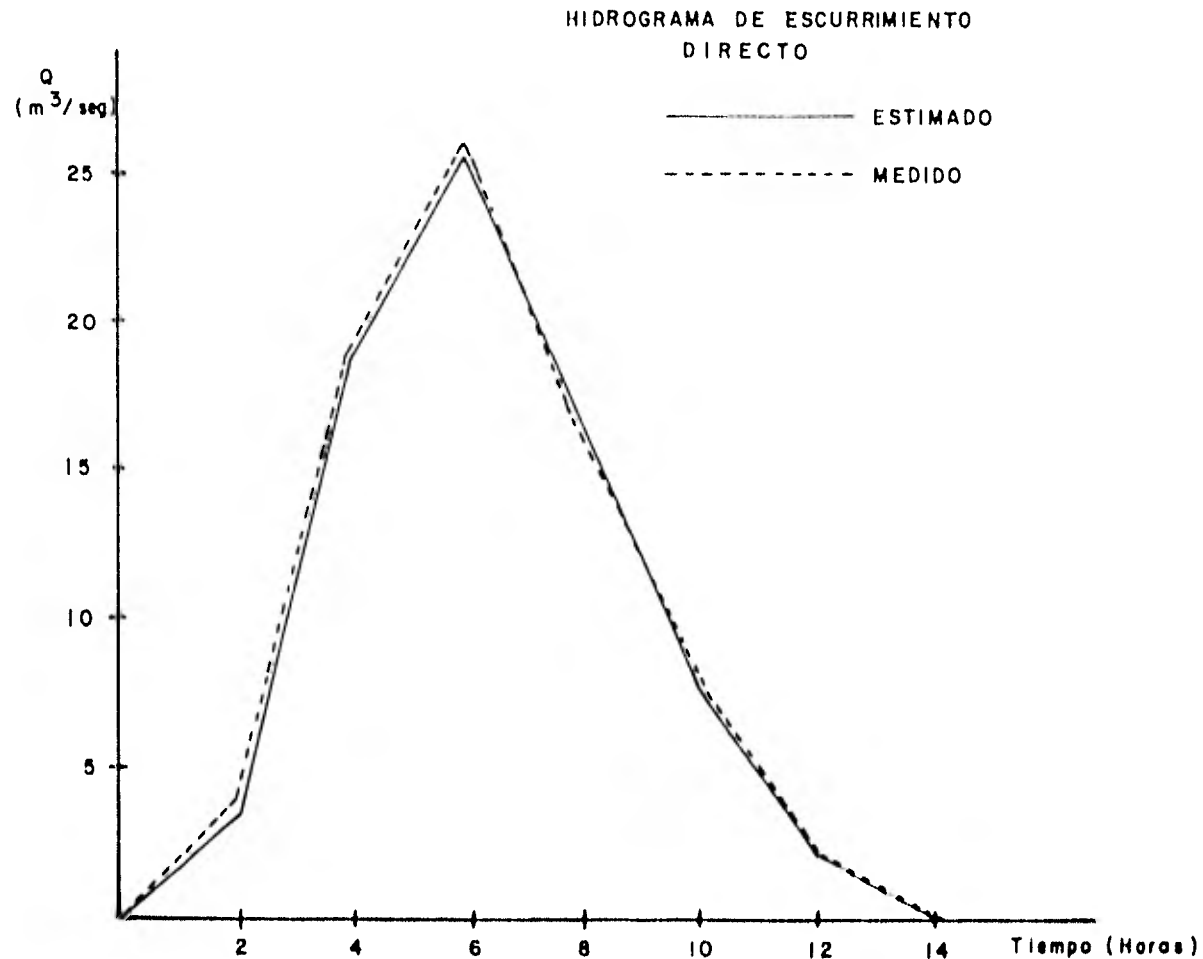
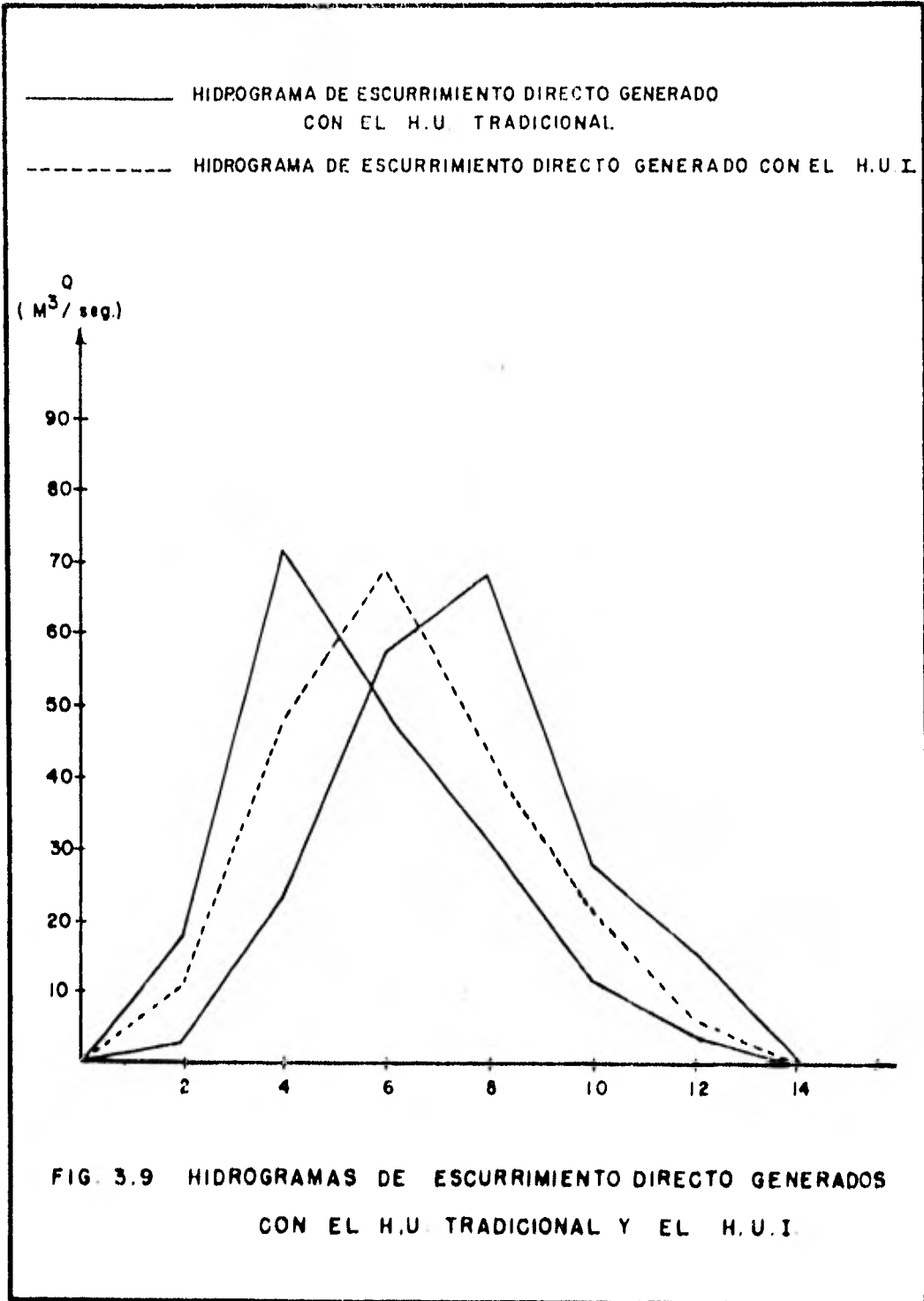


FIG. 3.8 COMPARACION DEL HIDROGRAMA MEDIDO CON EL ESTIMADO
PARA EL EJEMPLO 4



```

C      PROGRAM MOMENT (INPUT, OUTPUT, TAPE5=INPUT, TAPE6=OUTPUT)
C      DIMENSION PP(60), PG(99), TIT(20), S(99,99), UNIT(20)
C      COMMON/GEAR/ I, J, SS, X(50), Y(50,50), IGR, C(9), MOMEN1(20), MOMEN2(20)
C      COMMON/INPUT/A(99,99), NU
C      COMMON/RESULT/MH, ME, MP, GEST(200), MU(200), P(200), ECH, G(200)
C      INTEGER UNIT, C, SS
C      READ(5,400) NU, MP
C      DO 399 IP=1, MP
C      READ(5,450) (TIT(K), K=1,20), (UNIT(K), K=1,20)
C      READ(5,400) PG, IG, IGR, IPLPOS, IGR
C      ME=MG
C      MH=MG+MP-1
C      MU=MS+MP-1
C      DO 5 I=1, MH
C      S(I)=0.
C      P(I)=0.
C      GEST(I)=0.
5     CONTINUE
C      READ(5,399) (P(IP), IP=1,MP)
C      READ(5,399) (G(IG), IG=1,MG)
C      WRITE(6,505) (I, P(I), G(I), I=1, MH)
C      DO 10 JP=1, MP
10     PP(JP)=0.
C      MN=JP+1
C      M=0
C      DO 30 JP=1, MP
C      MN=MN+1
C      DO 20 IP=1, MP
20     PP(JP)=PP(JP)+P(IP)+P(IP+M)
30     M=M+1
C      M=0
C      DO 120 J=1, MG
C      DO 110 I=1, MH
C      IF (J=1) 90, 90, 100
80     S(I, J)=PP(I)
C      GO TO 110
90     IF (I=M+MP) 92, 92, 95
92     S(I, J)=PP(I-M)
C      GO TO 110
95     S(I, J)=0.
C      GO TO 110
100    S(I, J)=S(I, I)
110    CONTINUE
120    M=M+1
C      DO 40 JG=1, MG
40     PG(JG)=0.
C      M=0
C      DO 50 JG=1, MG
C      DO 50 IG=1, P
C      IF (IG+M) 50, 50, 60
50     PG(JG)=PG(JG)+P(IG)+P(IG+M)
60     M=M+1
70     DO 85 I=1, MH
C      DO 85 J=1, J
85     A(I, J)=S(I, J)
C      CALL UNIT
C      DO 125 I=1, MH
C      DO 125 J=1, J
125    G(I)=G(I)+A(I, J)*PG(JG)
C      WRITE(6,500) (TIT(K), K=1,20), (UNIT(K), K=1,20)
C      WRITE(6,501)
C      WRITE(6,503) I, MU(I), I=1, MH)

```

Fig. 3.10

```

SUBROUTINE ESTIMP
  C=0.0001/EST(1)/NH, SF, NP, GFST(200), HJ(200), P(200), FCM, G(200)
  SUMG=0.
  ERROR2=0.
  DO 150 I=1, CN
    DO 134 K=1, KE
      J=I-K+1
      IF(J)140,140,130
130 IF(J-NP) 132,132,130
132 GFST(I)=GFST(I)+HJ(K)*P(I)
134 CONTINUE
140 ERROR2=ERROR2+(G(I)-GFST(I)**2)
150 SUMG=SUMG + G(I)
  EMC=100.*ERROR2**0.5/SUMG
  RETURN
END

```

Fig. 3.10 (continuación)


```

350 CALL STATE
      WRITE(*,*) 'CONTINUA (1, 20), CONTINUA (1, 20)'
      WRITE(*,*)
      WRITE(*,*) 'CONTINUA (1, 20), CONTINUA (1, 20)'
      WRITE(*,*)
390 FORMAT(10F10.2)
400 FORMAT(10F10)
410 FORMAT(10F10)
420 FORMAT(20F10)
500 FORMAT(10F10, //, 20F10, //)
510 FORMAT(54, 91) 'EJEMPLOS DEL PROGRAMA DE TIPO INSTANTANEO OBTENI
      DO LAS ECUACIONES DE ATENCIÓN DE'
520 FORMAT(10F10, //, 10F10, //)
530 FORMAT(20F10, 50F10, //, 10F10, //, 10F10, //)
540 FORMAT(10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10)
545 FORMAT(10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10)
550 FORMAT(//, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10, 10F10)
590 CONTINUE
      END

```

Fig. 3.10 (continuación)

```

SUBROUTINE AINVER
COMMON/TAVER/TA(99,99), IP1
DO 490 M=1, MP1
IF (A(M,M)) 415, 400, 415
400 WRITE(6,1)
1 FORMAT(*ESTE SISTEMA NO TIENE SOLUCION, LA DIAGONAL*,I4,* ES CERO
1*)
GO TO 500
415 A(M,M)=1./A(M,M)
DO 430 N=1, MP1
IF (M=N) 420, 430, 420
420 A(M,N)=-A(M,N)*A(M,M)
430 CONTINUE
DO 470 N=1, MP1
IF (M=N) 440, 470, 440
440 DO 460 L=1, MP1
IF (L=L) 450, 460, 450
450 A(M,L)=A(M,L)+A(M,N)*A(N,L)
460 CONTINUE
470 CONTINUE
DO 490 L=1, MP1
IF (M=L) 480, 490, 480
480 A(M,L)=A(M,N)*A(N,L)
490 CONTINUE
500 RETURN
END

```

Fig. 3.10 (continuación)

1. Lee datos
2. Calcula las sumas de los diferentes productos de precipitaciones
3. Forma de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones lineales
4. Calcula las sumas de los diferentes productos de precipitación por gasto, términos independientes del sistema de ecuaciones lineales
5. Invierte la matriz de coeficientes
6. Obtiene las ordenadas del hidrograma unitario
7. Imprime resultados

Fig. 3.11 Diagrama de Bloques

D A T A

I (seg)	D (mm)	Q (m ³ /seg)
5	8	0.2
10	3	0.4
15	10	0.9
20	12	1.3
25	6	1.8
30	0	2.1
35	0	2.3
40	0	2.6
45	0	2.7
50	0	2.6
55	0	2.2
60	0	2.0
65	0	1.7
70	0	1.4
75	0	1.1
80	0	0.8
85	0	0.5
90	0	0.3
95	0	0.2
100	0	0
105	0	0
110	0	0
115	0	0

Fig. 3.12

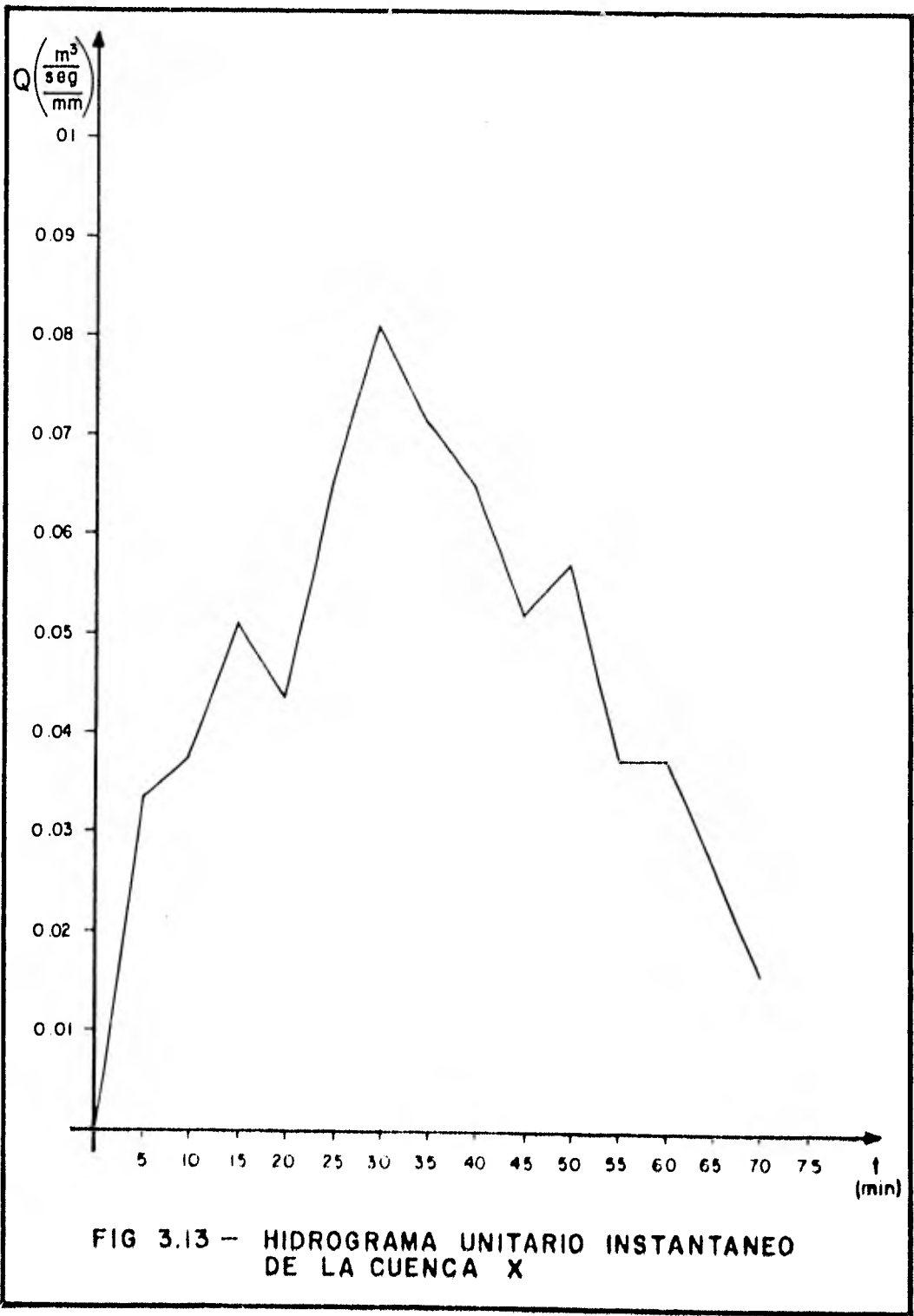


FIG 3.13 -- HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO DE LA CUENCA X

E S T I M A C I O N

I (seg)	Q (m ³ /seg)	Q ESTIMADO (m ³ /seg)
5	0.2	0.2688
10	0.4	0.4008
15	0.9	0.8585
20	1.3	1.2799
25	1.8	1.817
30	2.1	2.1189
35	2.3	2.299
40	2.6	2.5885
45	2.7	2.6923
50	2.6	2.6096
55	2.2	2.2005
60	2.0	2.002
65	1.7	1.7005
70	1.4	1.3823
75	1.1	1.1326
80	0.8	0.7611
85	0.5	0.5313
90	0.3	0.3091
95	0.2	0.1053

Fig. 3.14

1

CIENCIA DE COMERCIO UNIVERSITARIA

5 19

2.0 3.0 10.0 12.0 6.0

0.2 0.4 0.9 1.3 1.8 2.1 2.3 2.6 2.7 2.9

2.2 2.0 1.7 1.4 1.1 0.8 0.5 0.3 0.2

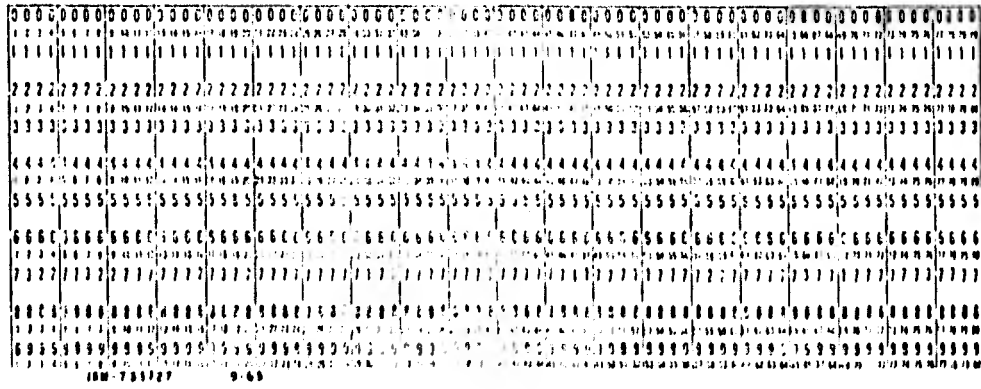
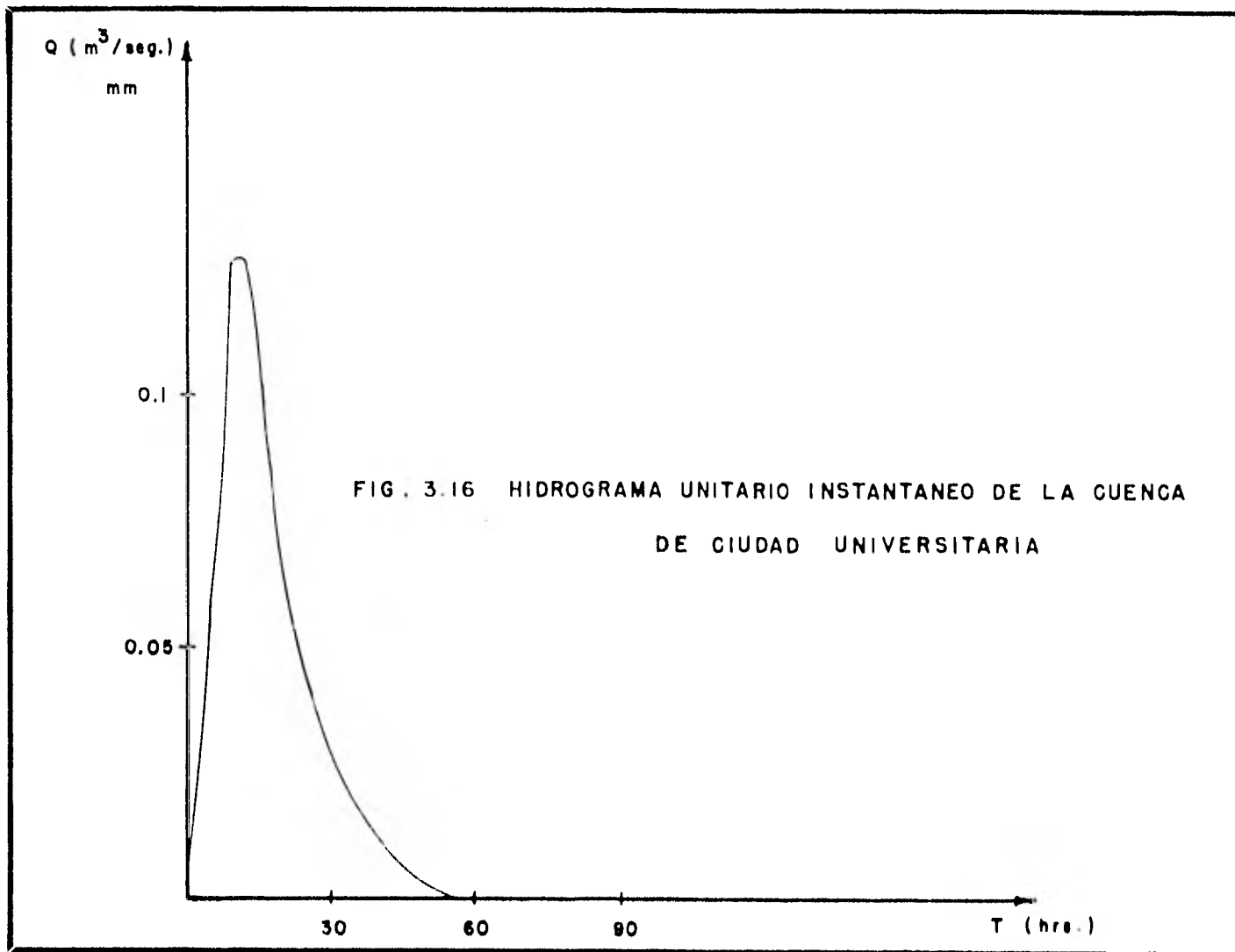
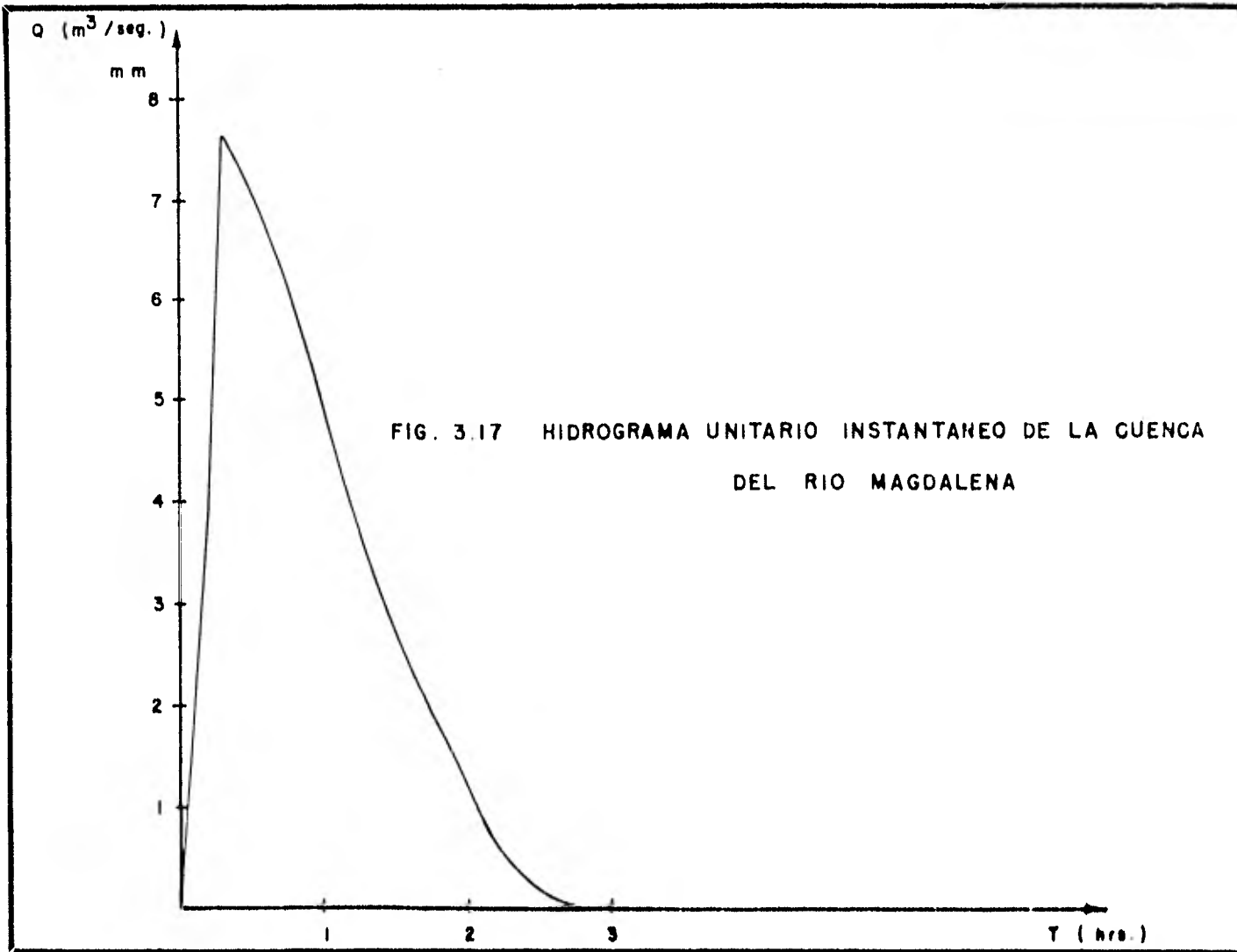
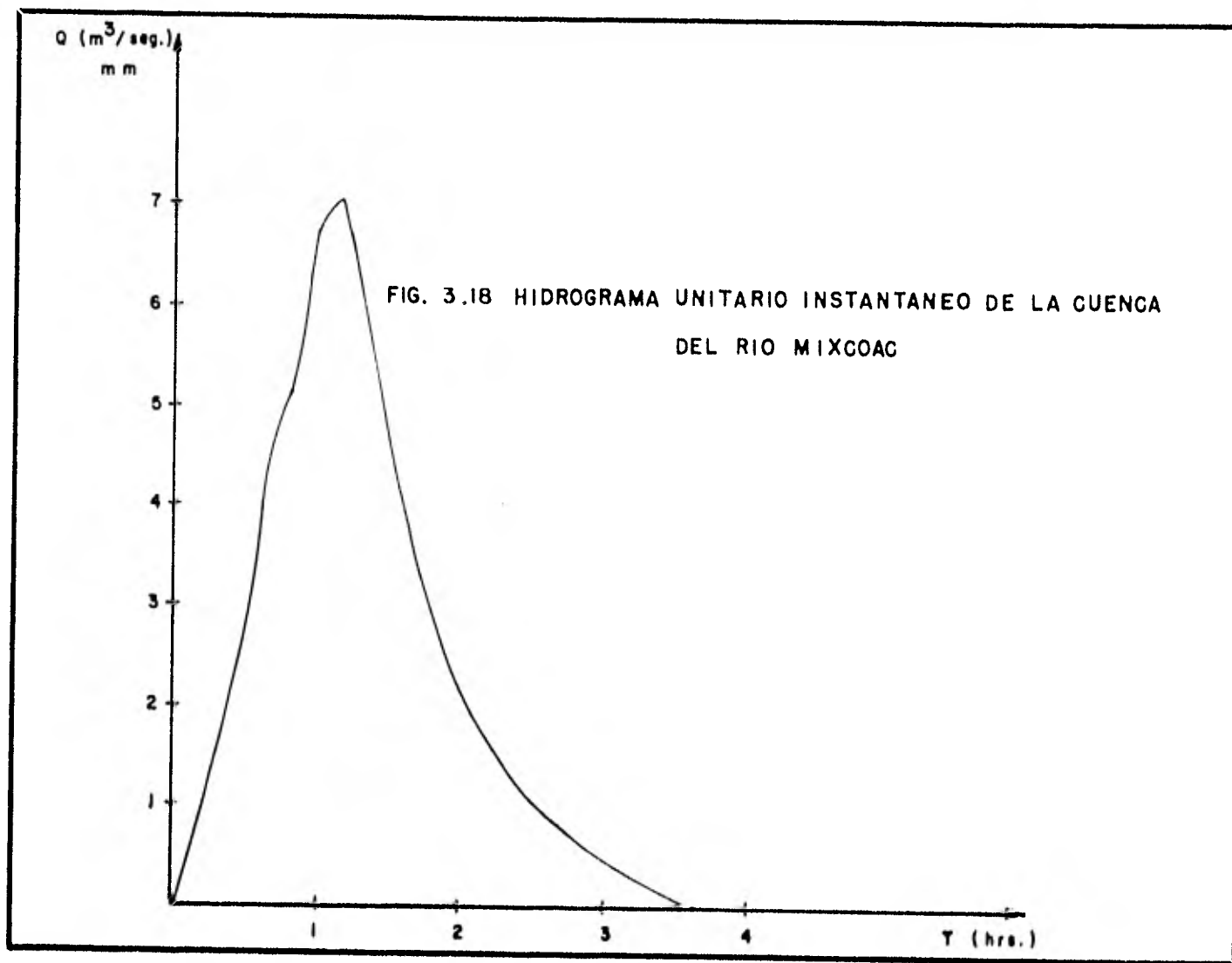
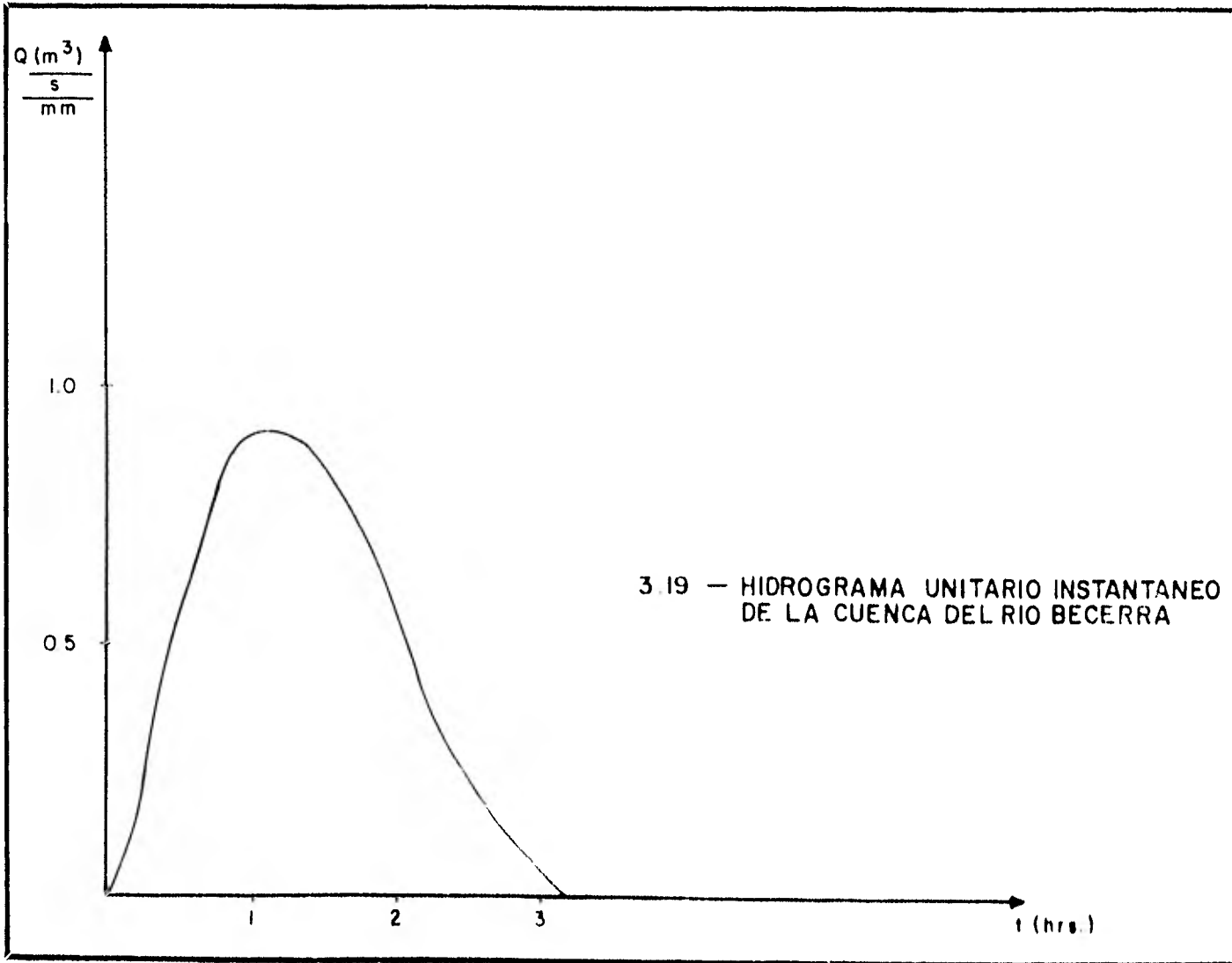


Fig. 3.15









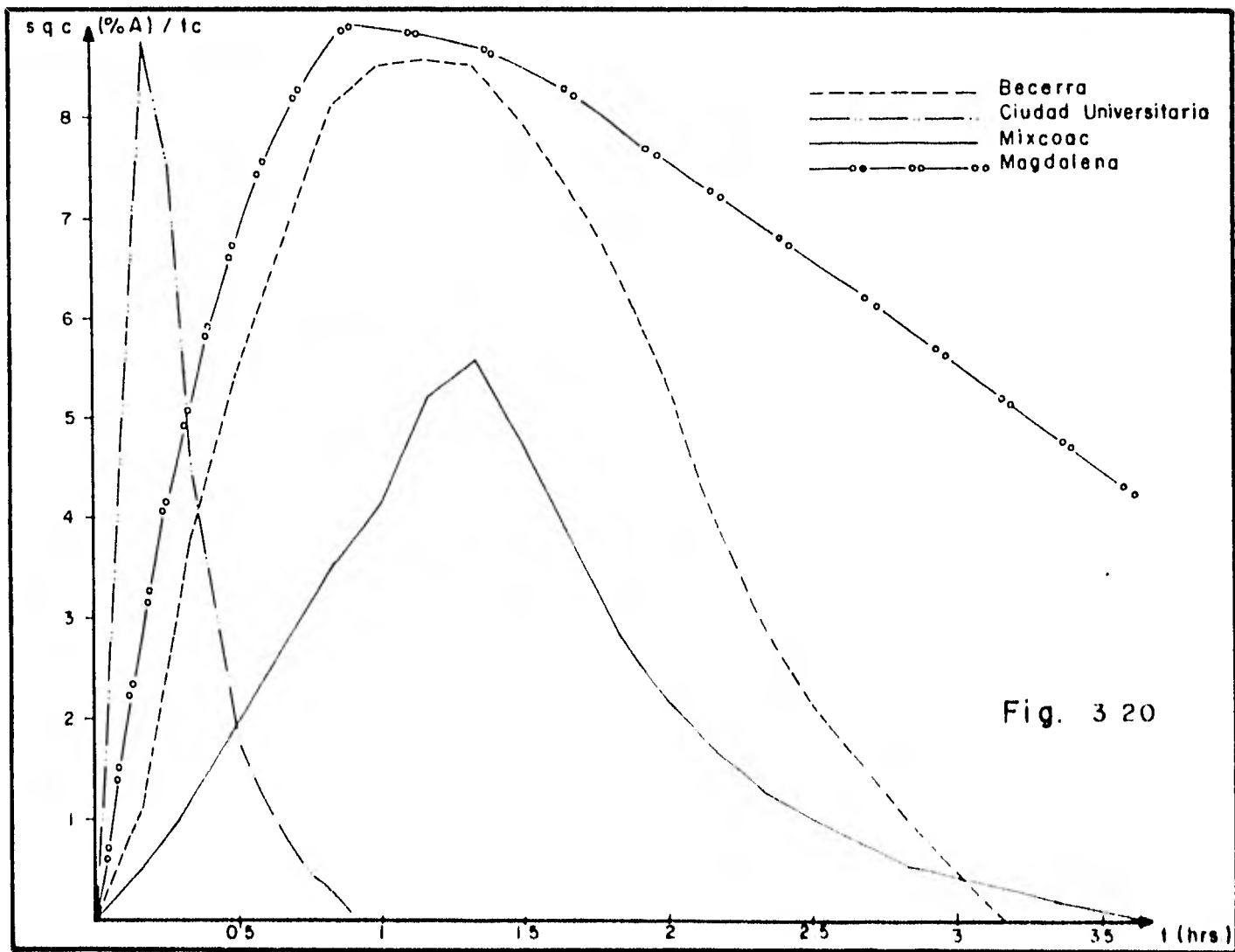


Fig. 3 20

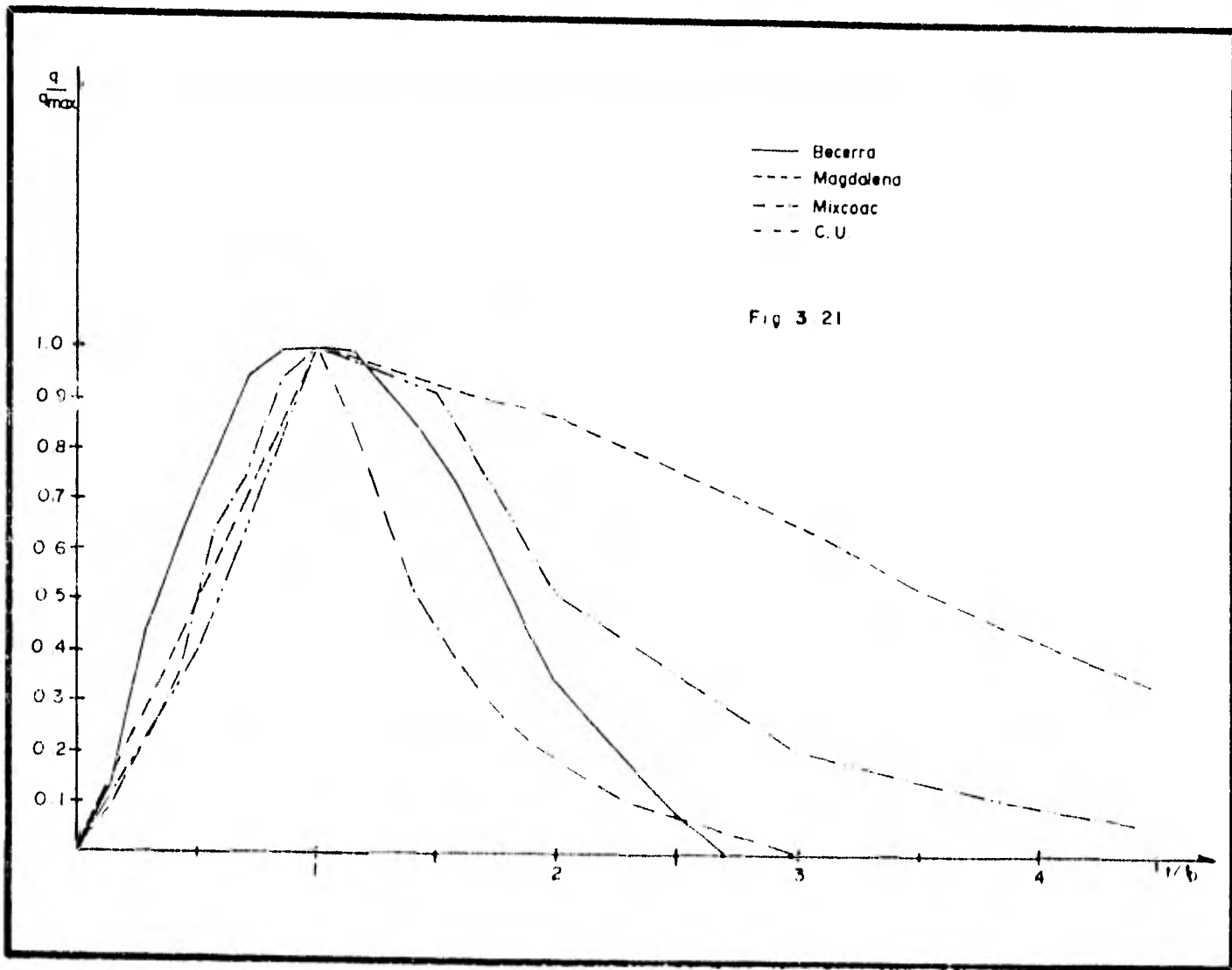
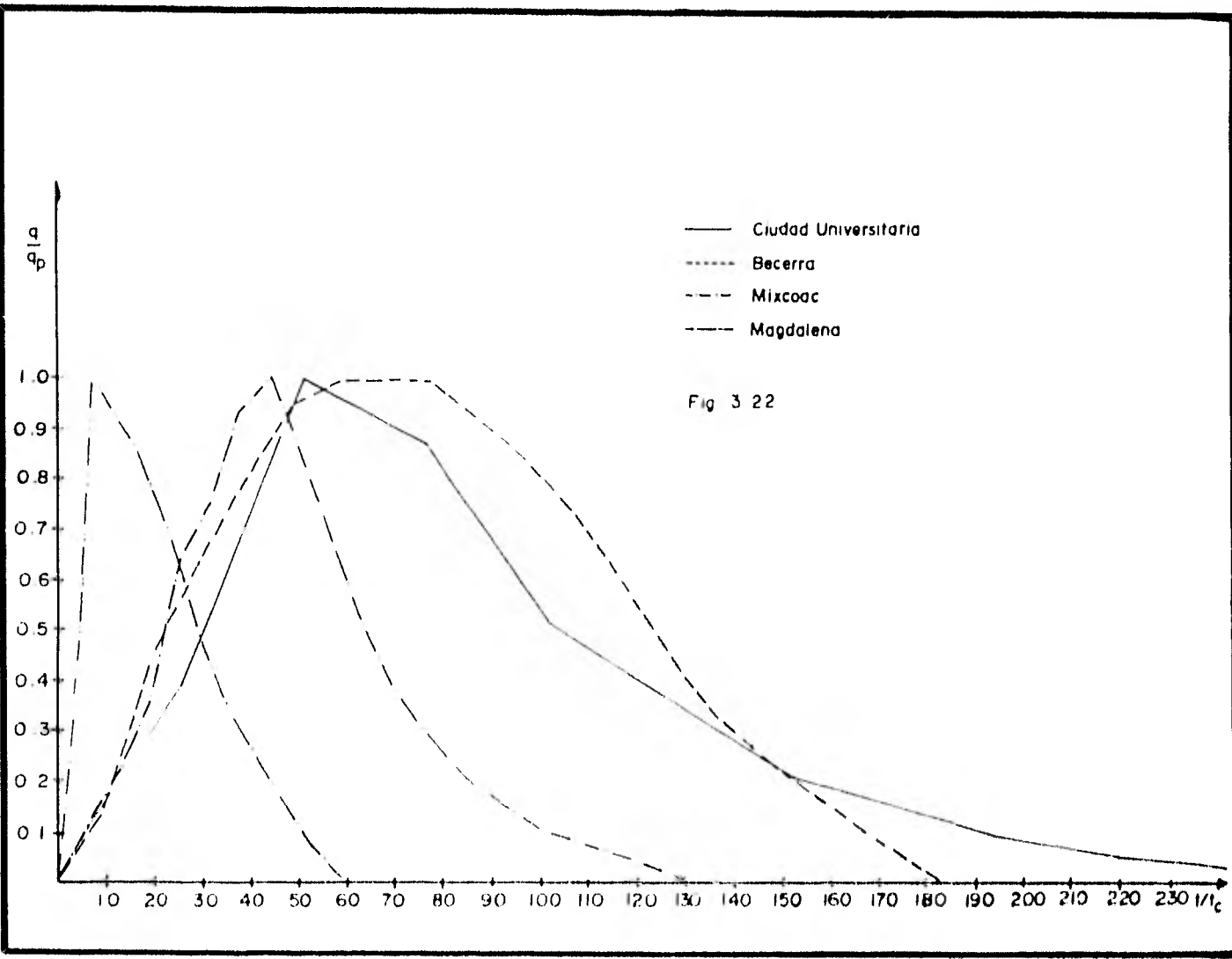


Fig 3 21



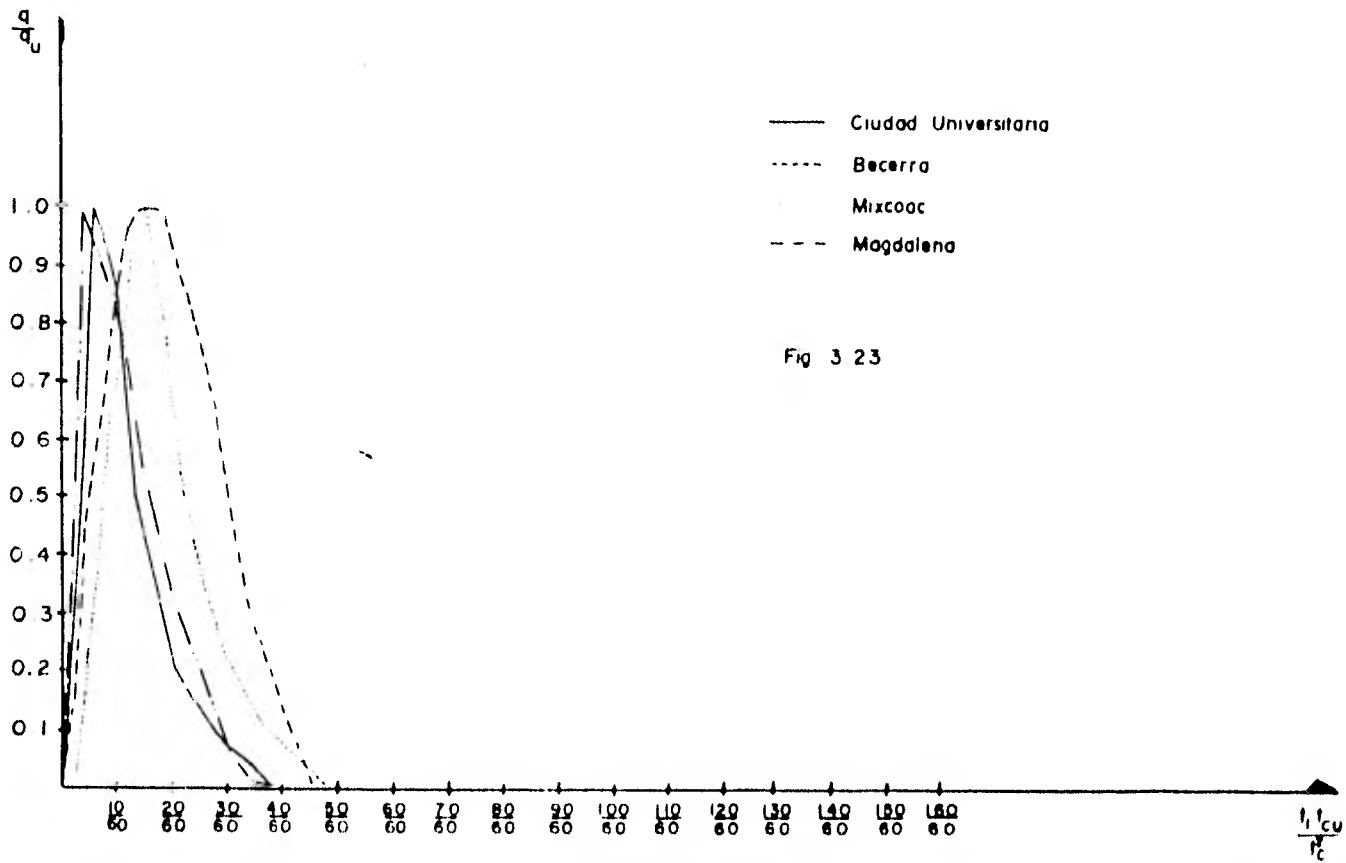
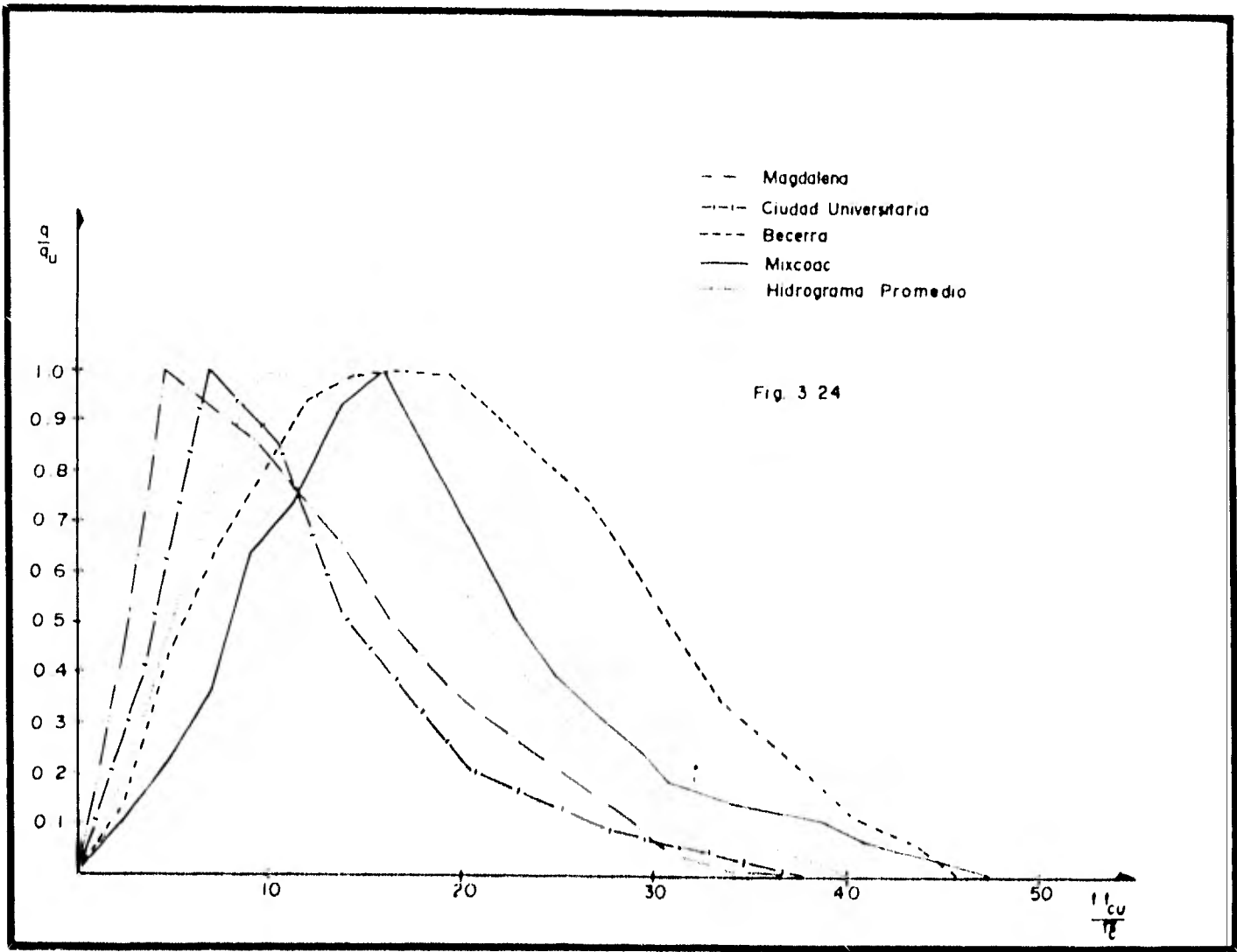


Fig 3 23



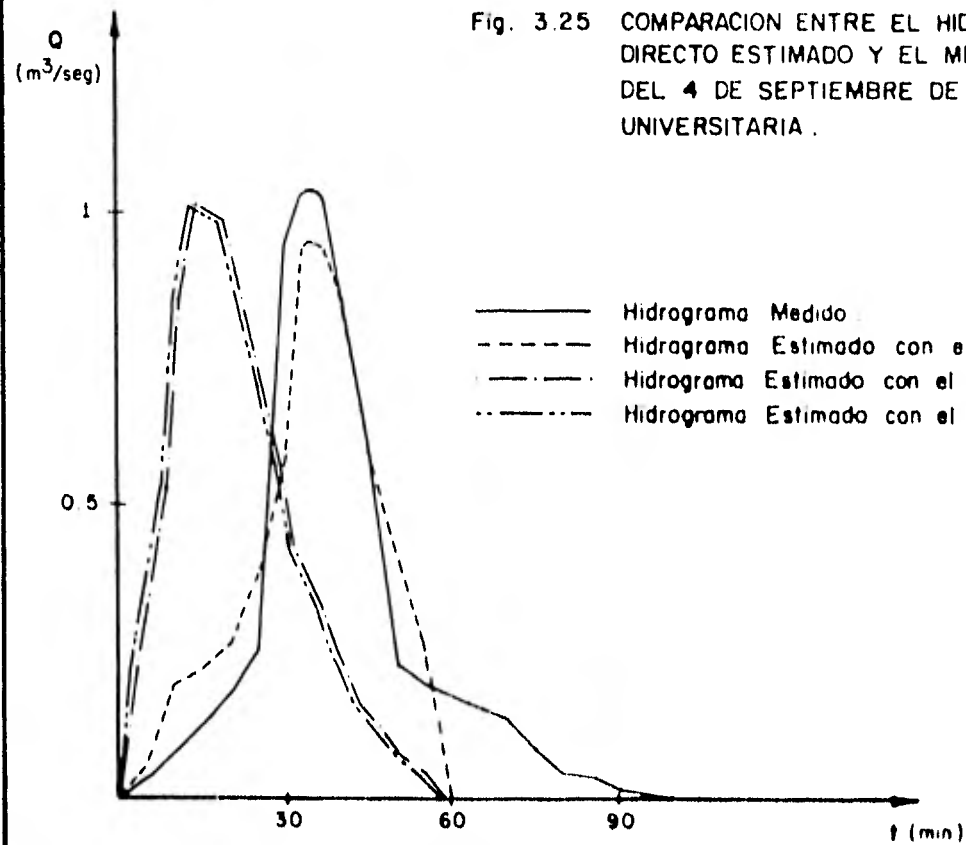


Fig. 3.25 COMPARACION ENTRE EL HIDROGRAMA DE ESCURRIMIENTO DIRECTO ESTIMADO Y EL MEDIDO PARA LA TORMENTA - DEL 4 DE SEPTIEMBRE DE 1977. CUENCA DE CIUDAD - UNIVERSITARIA .

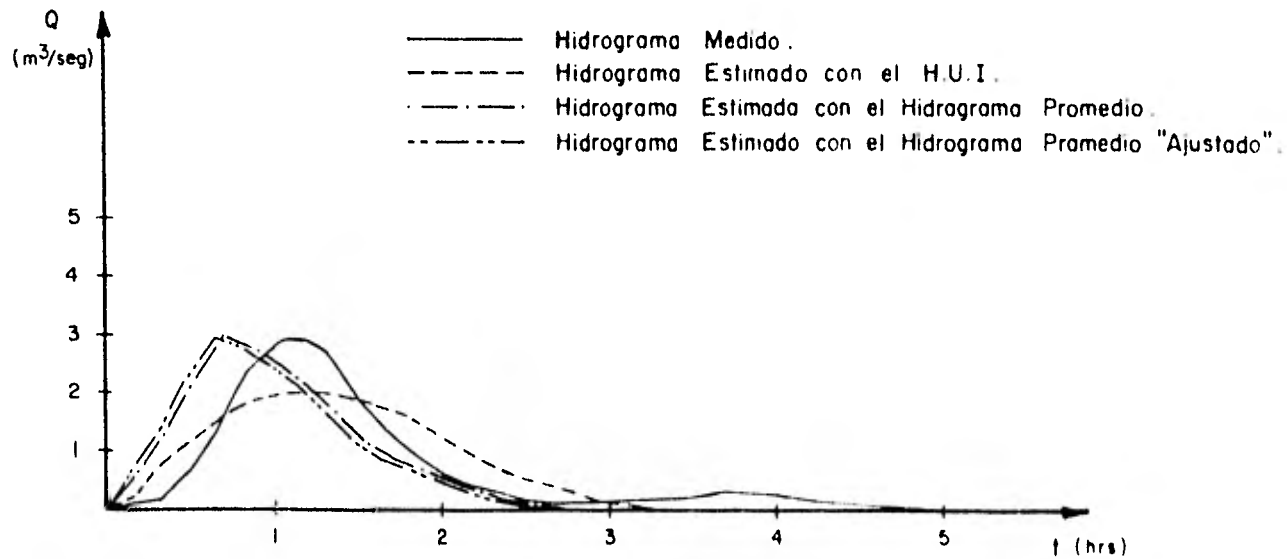


Fig 3 26 COMPARACION ENTRE EL HIDROGRAMA DE ESCURRIMIENTO DIRECTO ESTIMADO Y EL MEDIDO PARA LA TORMENTA - DEL 23 DE JULIO DE 1977. CUENCA DE CIUDAD - UNIVERSITARIA .

Q
(m³/seg)

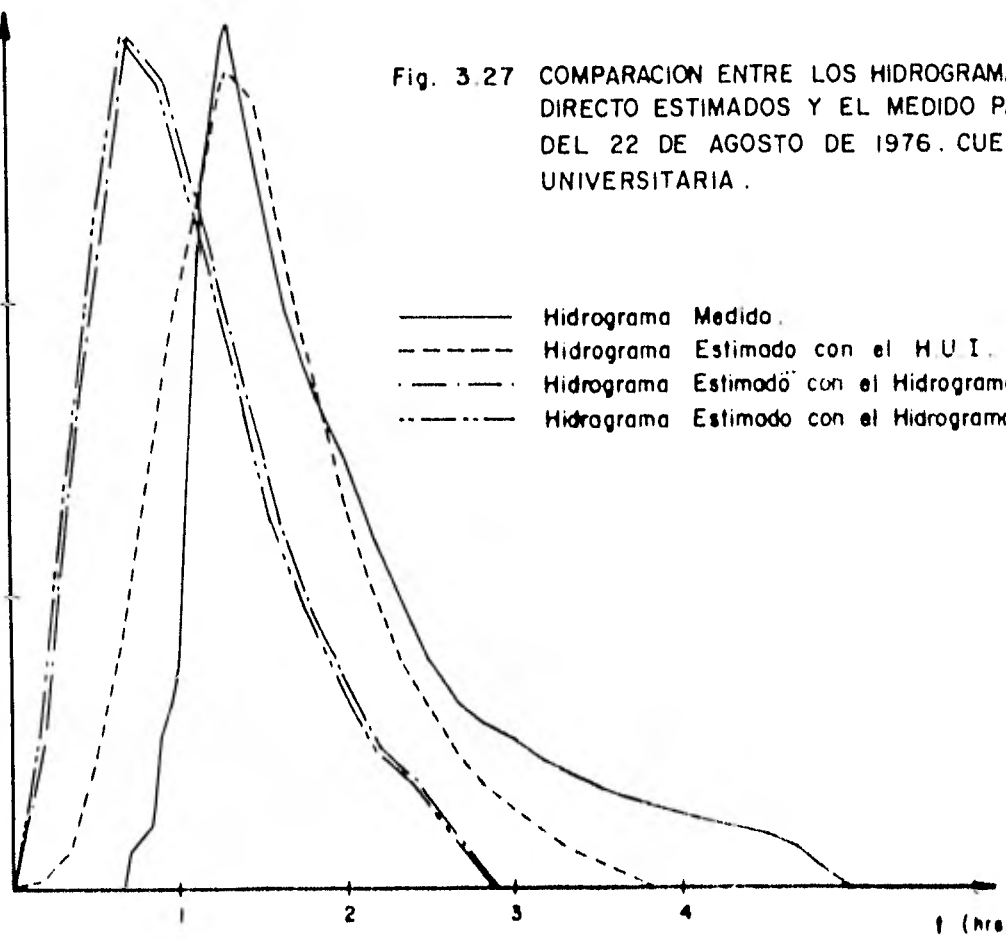
Fig. 3.27 COMPARACION ENTRE LOS HIDROGRAMAS DE ESCURRIMIENTO DIRECTO ESTIMADOS Y EL MEDIDO PARA LA TORMENTA - DEL 22 DE AGOSTO DE 1976. CUENCA DE CIUDAD -- UNIVERSITARIA .

10

5

- Hidrograma Medido.
- - - Hidrograma Estimado con el H U I .
- · - · Hidrograma Estimado con el Hidrograma Promedio .
- · - · Hidrograma Estimado con el Hidrograma Promedio "Ajustado"

t (hrs)



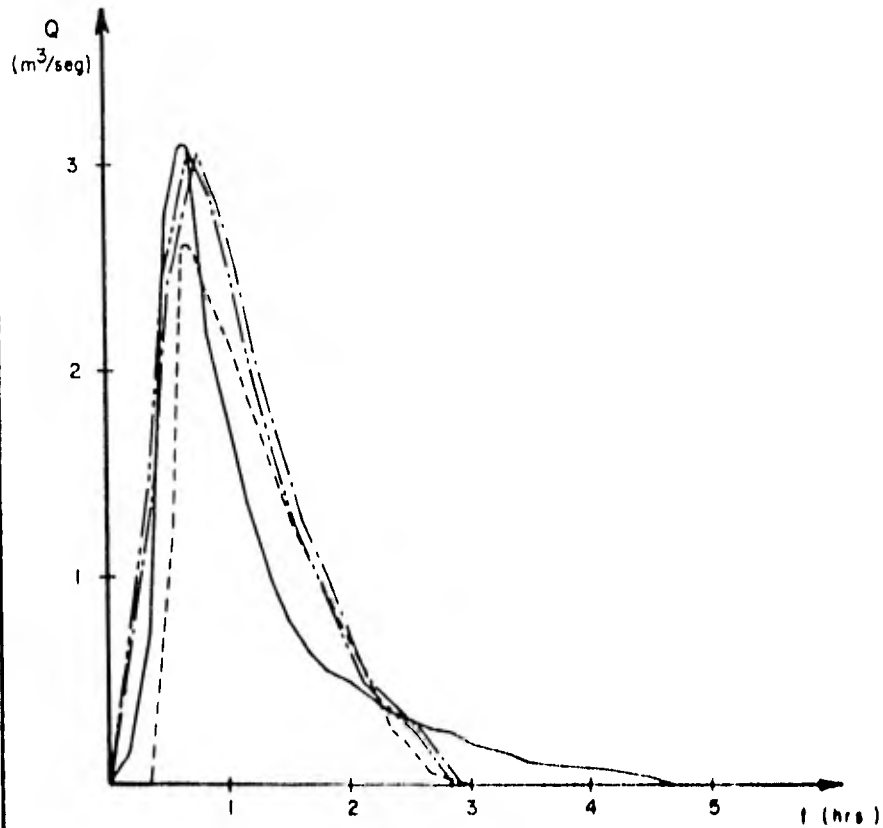


Fig. 3.28 COMPARACION ENTRE LOS HIDROGRAMAS DE ESCURRIMIENTO DIRECTO ESTIMADOS Y EL MEDIDO PARA LA TORMENTA - DEL 28 DE AGOSTO DE 1976. CUENCA DEL RIO MAGDALENA

$\frac{q}{q_u}$

1.0

0.5

10

20

30

$\frac{t}{t_c}$

$t t_c$

$t^2 c$

2.37

4.74

7.11

9.49

11.85

14.23

16.50

18.97

21.34

23.71

26.09

28.46

30.83

33.20

35.57

q

q_u

0.21

0.51

0.81

1.00

0.95

0.84

0.70

0.56

0.43

0.33

0.24

0.17

0.12

0.08

0.04

FIG. 3.29 HIDROGRAMA
SINTETICO "AJUSTADO"

4. Aplicación a una cuenca urbana

En este capítulo se presenta el cálculo del hidrograma unitario instantáneo de la cuenca de Ciudad Universitaria, la cual fue seleccionada por sus características de semiurbanización, esta cuenca queda comprendida dentro de la cuenca del valle de México en la zona de la UllAM como se muestra en la fig. A.1

El mostrar la secuela de cálculo llevada a cabo tiene como objetivo el desarrollar completamente el trabajo para la obtención del hidrograma unitario instantáneo, así como disponer de la metodología necesaria para efectuar dicho cálculo.

En el presente trabajo se realiza el análisis únicamente de la cuenca de Ciudad Universitaria, por lo que es bueno aclarar que -

Los alcances que se puedan obtener al analizar varias cuencas con características similares puede ser grande, ya que el poder obtener un hidrograma instantaneo representativo de varias cuencas puede conducir a conclusiones que den una idea de la influencia de la urbanización, así como de la cubierta vegetal, del tipo de suelo, características fisiográficas; de la respuesta que de una cuenca al ocurrir una precipitación, es decir el volumen de escurrimiento directo, etc. Si se obtienen los efectos producidos por cada uno de los conceptos antes descritos, se lograría conocer con anticipación los volúmenes que escurrirán para determinadas condiciones o porcentajes de urbanización.

En la referencia 8 se muestra el desarrollo del cálculo para cinco cuencas urbanas, entre las cuales se encuentra la de Ciudad Universitaria, en este estudio se obtiene una serie de hidrogramas unitarios instantaneos para cada una de las cuencas y después se elige como representativo por cuenca, para finalmente encontrar un hidrograma unitario instantaneo unico, que represente el comportamiento de cualquiera de las cinco cuencas, en el cual se representan las relaciones de los efectos de la urbanización en cada una de ellas.

4.1 Características de la cuenca elegida (Ciudad Universitaria)

Esta cuenca ocupa una parte del sur y del oeste de la zona de --

Ciudad Universitaria de México D.F., esta constituida en un 77% por áreas pavimentadas y el resto por áreas verdes (artificiales y naturales); es una cuenca de pequeña extensión y con pocos edificios, por lo que se puede considerar que los mayores cambios en el uso del suelo se deben a las zonas pavimentadas.

Tiene un sistema de colectores para drenaje pluvial que en la actualidad es insuficiente ya que debido a la construcción de nuevos edificios se ha incrementado el escurrimiento.

Existen varias áreas pequeñas distribuidas en la cuenca sin drenaje subterráneo y cuya urbanización es a base de planchas de concreto (como por ejemplo las zonas de tenis y frontón), con lo que los problemas de drenaje son incrementados.

La cuenca de Ciudad Universitaria cuenta con la instalación de un pluviografo y un limnografo en la cuenca. El pluviografo se encuentra ubicado en la estación "Instituto de Ingenierfa" y se empezó a operar en el año de 1977, los datos que se utilizan en la sección 4.2 se basan en los registros proporcionados por el Instituto de Ingenierfa mediante el pluviografo que tiene instalado, además se cuenta con un pluviografo manejado por el Instituto de Geografía, pero se consideró que los registros que se tienen con el aparato del Instituto de Ingenierfa son suficientes para el desarrollo de este ejemplo, ya que el aparato del Instituto de Geografía se encuentra ubicado en el parteaguas de la cuenca.

En las figs. 4.1 y 4.2 se encuentra un mapa de la cuenca (con la localización de la estación de medición) y, las secciones transversales que se tienen en la estación de aforo. El área de la cuenca es de 0.173 km² de los cuales 0.13 son urbanizados, por lo que la cuenca de Ciudad Universitaria debe ser definida como altamente urbanizada.

4.2 *Secuela de cálculo para obtener hidrogramas unitarios Instantaneos*

Para iniciar el cálculo del hidrograma unitario instantaneo se parte de dos grupos de datos, el primero se forma a partir de los registros de los pluviografos ó pluviómetros con los que cuente la cuenca en estudio para la misma fecha. El segundo grupo de datos es el hidrograma producido por la tormenta elegida.

Con la información antes mencionada se procede de la siguiente manera:

4.2.1 Apoyandose en las estaciones pluviograficas y pluviométricas se dibujan poligonos de thiesen sobre el mapa de la cuenca en estudio. En base a los poligonos se encuentra el área de influencia de cada estación de medición, con está área y el valor de altura de lluvia registrada en la estación se calcula la altura de precipitación media en la cuenca. En la fig. 4.3 se muestra el dibujo de poligonos de thiesen para una cuenca teórica, -

así como una distribución de pluviografos para ejemplificar el método de los poligonos de thiesen. La expresión para evaluar la altura de precipitación media en la cuenca en base al método antes descrito es la siguiente:

$$h_p = \frac{\sum_{i=1}^n A_i P_i}{A_t} = \sum_{i=1}^n h_{p_i} \frac{A_i}{A_t}$$

Donde:

A_i es el área de influencia en cada estación, dada por el dibujo de los poligonos de thiesen

P_i es la altura de precipitación medida en la estación pluviográfica

A_t es el área total de la cuenca

h_p es la altura de precipitación media en la cuenca

n es número de estaciones localizadas dentro de la zona

Es importante mencionar que se pueden utilizar tanto los registros pluviograficos como los pluviometricos en este método, así como también la utilización de estos dos tipos de aparatos es factible en el método de las isoyetas el cual se describe a continuación.

4.2.2 Se aplica el método de isoyetas. Para utilizar este criterio se necesita un plano de isoyetas de la precipitación registrada en las diversas estaciones de la zona en estudio. Los isoyetas son curvas que unen puntos de igual precipitación fig. 4.4, este método es el mas exacto pero requiere de un cierto criterio para trazar el plano de isoyetas. Por supuesto, entre mayor sea el número de estaciones dentro de la cuenca que se estudia mayor será la aproximación con la cual se trace el plano de isoyetas.

Para calcular la altura de precipitación media en una determinada zona, se usa la siguiente ecuación:

$$h_{p_m} = \frac{\sum_{i=1}^n h_{p_i} \cdot \frac{A_i}{A_c}}$$

Para este método:

A_i es el área entre isoyetas

h_{p_i} es la altura de precipitación media entre dos isoyetas

n es el número entre isoyetas

4.2.3 Con los registros pluviográficos se obtienen curvas masa de lluvia, las cuales representan la variación de la altura de lluvia respecto al tiempo.

En base a las curvas masa con las que se cuente se calcula la curva masa media, sacando un promedio de los valores de las ordenadas de dichas curva masa (en la fig. 4.5 se muestra la curva masa media para una cuenca teorica).

Con ayuda de los valores de precipitación media calculados con el método de los poligonos de thiessen y el método de las isoyetas se ajusta el valor de la curva masa media, es decir, con la curva masa media y los dos valores de precipitación media (isoyetas y thiessen) se calcula un promedio aritmetico el cual da como resultado la curva masa media ajustada (en la fig. 4.6 se muestra el dibujo de la curva masa media ajustada para una cuenca teorica, en este dibujo se observa la curva masa media calculada por isoyetas y la que se obtuvo por medio de poligono de thissen, hay que observar que la curva masa media ajustada sigue la misma forma que la curva masa media).

4.2.4 En base a la curva masa media ajustada y considerando un intervalo de tiempo constante (se elige el Δt de tal forma que las lecturas en la curva masa media ajustada sean accesibles y proporcionen suficientes lecturas que muestren la distribución de la lluvia en el tiempo) se obtiene el histograma de la tormenta. La forma de calcular el histograma es ir leyendo las ordenadas de la curva masa media a cada Δt , con esta información se hace una tabla --

que relaciona al tiempo con la altura de lluvia (ordenadas de la curva masa media ajustada), se efectúan las diferencias de las alturas de lluvia entre Δt_i y Δt_{i-1} de donde se obtiene el hietograma de la tormenta.

Para el hietograma calculado es necesario obtener la altura de lluvia efectiva, la cual se obtiene determinando un coeficiente de infiltración.

4.2.5 Para determinar la altura de lluvia efectiva es necesario obtener el hidrograma de escurrimiento directo y con base a este el volumen de escurrimiento directo, para encontrar lo primero se parte del hidrograma de una tormenta dada en la cuenca en estudio, se efectúa la separación de escurrimientos (base y directo) en base al método de trazar una línea recta, desde el punto en donde inicia su ascenso el hidrograma hasta donde se considera que ha terminado la precipitación. Efectuada la separación se dibuja el hidrograma de escurrimiento directo y se realiza la lectura de las ordenadas de este para un Δt definido, la suma de las ordenadas del hidrograma de escurrimiento por el Δt que se propuso da como resultado el volumen de escurrimiento directo.

Con el cociente del volumen de escurrimiento entre el área de la cuenca se obtiene la altura de lluvia efectiva.

4.2.6 Con el valor de la altura efectiva (h_e) se logra calcular el índice de infiltración (ϕ), este cálculo se efectúa por tanteos suponiendo diferentes de valores ϕ hasta encontrar que la altura de lluvia efectiva sea igual a la suma de las alturas de lluvia que quedan arriba del valor de ϕ supuesto para el hidrograma.

4.2.7 Con los valores de las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo y las alturas de lluvia efectiva se procede a utilizar la metodología mostrada en el capítulo 3 ó el programa de computadora para obtener finalmente el hidrograma unitario instantáneo.

4.3 *Cálculo del hidrograma unitario instantáneo para la cuenca de Ciudad Universitaria*

Como se menciona en el inciso 4.2 se parte de dos datos, el primero son los registros pluviográficos para la misma fecha (para este caso se cuenta con solo un pluviógrafo, la fecha elegida fue 19 de agosto de 1978), en la fig. 4.7 se muestra el registro pluviográfico utilizado. El segundo dato necesario es el hidrograma producido por la tormenta elegida que se obtiene de pruebas de aforo (el aforo fué efectuado el 19 de agosto de 1977), el cual se muestra dibujado en la figura 4.8.

El primer paso a seguir es la construcción de la curva masa media para lo cual con apoyo en los registros pluviográficos se trazan -

poligonos de thiessen sobre el mapa de la cuenca en estudio, con lo que se obtiene la curva masa media, con la ayuda del dibujo de un mapa de isoyetas y la curva masa media se obtiene la curva masa media ajustada. En el presente ejemplo solo se cuenta con un registro pluviografico por lo que se obtiene una curva masa única -- que sera usada como curva masa media ajustada (fig. 4.9).

En base a la curva masa media ajustada y considerando un intervalo de tiempo constante se obtiene el hietograma de la tormenta. A continuación se tabulan los valores del tiempo, la curva masa y el hietograma (intervalo de tiempo $\Delta t = 5$ minutos).

Tiempo (horas)	Curva masa media (mm)	Hietograma (mm)
14:05	0,0	0,0
14:10	0,0	0,0
14:15	0,0	0,0
14:20	2,0	2,0
14:25	2,5	0,5
14:30	2,7	0,2
14:35	2,7	0,0
14:40	2,7	0,0
14:40	2,7	0,0
14:45	5,7	3,0
14:50	9,0	3,3
14:55	18,5	9,5
15:00	20,5	2,0
15:05	22,5	2,0
15:10	24,5	2,0
15:15	25,7	1,2
15:20	27,0	1,3
15:25	27,0	0,0

En la figura 4.10 se encuentra dibujado el hietograma de la tormenta.

Como una segunda etapa se analiza el hidrograma de la tormenta -- (fig. 4.8) el cual queda dividido en escurrimiento base y directo en base al método de trazar una línea recta desde el punto en donde de inicia su ascenso el hidrograma hasta donde se considera que ha terminado la precipitación (ver fig. 4.8).

Tomando en cuenta el hidrograma de escurrimiento directo se obtienen las siguientes ordenadas (se considera el mismo $\Delta t = 5$ min.).

Tiempo (horas)	Ordenadas del Hidrograma de Escurrimiento Directo (m ³ /seg)
17:00	0.0
17:05	0.21
17:10	0.41
17:15	0.985
17:20	1.24
17:25	1.19
17:30	1.135
17:35	1.03
17:40	0.92
17:45	0.83
17:50	0.75
17:55	0.685
18:00	0.55
18:05	0.40
18:10	0.265
18:15	0.21

18:20	0.20
18:25	0.185
18:30	0.18
18:35	0.20
18:40	0.065
18:45	0.03
18:50	0.0

En base a las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo se puede obtener el volumen de escurrimiento directo, esto se efectua realizando la suma de las ordenadas del hidrograma de escurrimiento directo y multiplicarla la suma por el intervalo de tiempo, de donde se obtiene:

$$\Sigma \text{ GASTOS DE ESCURRIMIENTO DIRECTO} = 11.67 \text{ m}^3/\text{seg}$$

$$\therefore \text{ VOLUMEN DE ESCURRIMIENTO DIRECTO} = 11.67 \frac{\text{m}^3}{\text{seg}} \times 300 = 3\,501 \text{ m}^3$$

Ahora se calcula la altura de lluvia efectiva (h_e) al efectuar el cociente del volumen de escurrimiento directo entre el área de la cuenca.

$$h_e = \frac{V_c}{A} = \frac{3\,501 \text{ m}^3}{0.173 \times 10^6 \text{ m}^2} = 0.0202 \text{ mts} =$$

$$= 20.236 \text{ mm}$$

Con el valor de la altura de lluvia efectiva h_e se logra calcular un índice de infiltración (:).

Este calculo se efectua por tanteos suponiendo diferentes valores de ϕ

si $\phi = 1$		si $\phi = 0.67$
Hora	$h - \phi$	
14:05	-	-
14:10	-	-
14:15	-	-
14:20	1.0	1.326
14:25	-	-
14:30	-	-
14:35	-	-
14:40	-	-
14:40	-	-
14:45	2.0	2.326
14:50	2.3	2.626
14:55	8.5	8.826
15:00	1.0	1.326
15:05	1.0	1.326
15:10	1.0	1.326
15:15	0.2	0.526
15:20	0.3	0.626
15:25	-	-

$$\Sigma h = 17.3$$

$$\Sigma h = 20.234$$

como $\Sigma h = h_e$ se acepta un indice de infiltración $\phi = 0.67$

Con el cálculo anterior se obtuvo las barritas de lluvia efectiva del hietograma (fig. 4.11)

Con los datos antes obtenidos se utiliza el programa de computadora para obtener el hidrograma unitario instantaneo buscado.

Los datos que intervienen en el programa son los siguientes:

NUPRO = 1

1^a Tarjeta de comentarios = cuenca de ciudad universitaria

2^a Tarjeta de comentarios = 19 de agosto de 1978

NP = 9

MG = 21

$P(I) = 1.326, 2.326, 2.626, 8.826, 1.326, 1.326, 1.326, 0.526,$
 0.626

$G(i) = 0.21, 0.41, 0.985, 1.24, 1.19, 1.135, 1.03, 0.92, 0.83,$
 $0.75, 0.685, 0.55, 0.40, 0.265, 0.21, 0.20, 0.185, 0.18,$
 $0.20, 0.065, 0.03$

Con los datos anteriores la computadora obtuvo los siguientes resultados, los cuales se encuentran dibujados, en la figura 4.12 A en la cual se tiene el hidrograma unitario instantaneo con $\Delta t = 10$ minutos. En la figura 4.123 la gráfica del hidrograma de escurrimiento medido y la del estimado por el hidrograma unitario instantaneo, que sirve como punto de comparación para observar la precisión del H.U.I. que se obtuvo.

Para poder mostrar los alcances del hidrograma unitario instantaneo a continuación se a utilizado el H.U.I. que se obtuvo para el

19 de agosto de 1978 para obtener el hidrograma de escurrimiento directo del 30 de agosto de 1977. En la fig. 4.13 se muestran el hietograma de lluvia efectiva y el hidrograma de escurrimiento directo para la tormenta del día 30 de agosto de 1977.

A continuación se muestra el desarrollo para encontrar el hidrograma de escurrimiento directo del 30 de agosto de 1977 a partir del hidrograma unitario instantáneo del 19 de agosto de 1978.

En la figura 4.14 se dibujaron los hidrogramas de escurrimiento directo medido y estimado.

4.4 Secuela de cálculo para obtener hidrogramas de escurrimiento directo a partir del hidrograma sintético.

Para demostrar que el uso del hidrograma sintético (fig. 3.29) da buenos resultados y la forma de aplicarlo se eligieron cuatro tormentas con características diferentes a las que se utilizaron para obtener el hidrograma sintético, en las figuras 4.15 a 4.18 se muestran los hietogramas e hidrogramas medidos de las cuatro tormentas elegidas, de los hietogramas se obtuvo la altura de lluvia efectiva (h_p) y de datos medidos en campo, las características fisiográficas de las cuencas, con lo que el procedimiento para generar hidrogramas de escurrimientos directo a partir del hidrograma promedio es el siguiente:

- 1.- De los hietogramas de las tormentas se obtiene la altura de lluvia efectiva, lo cual se realiza encontrando la altura de lluvia total (del hietograma) y multiplicando esta por un coeficiente de escurrimiento que estará en función del grado de urbanización de la cuenca. En la siguiente tabla se indican los valores de lluvia efectiva para las cuatro tormentas;

Nombre de la Cuenca	Altura de lluvia efectiva h_e (mm)
Ciudad Universitaria	2.5
Río Magdalena	0.5
Río Mixcoac	1.3
Río Becerra	1.3

2.- De los planos topográficos de las cuencas se obtienen los valores de las áreas de las cuencas (A_c), esto se puede realizar con un planímetro, la longitud del cauce principal (L) y la pendiente de la cuenca (en la tabla 4.1 se muestran estos valores y el valor de c)

3.- Con los valores de la longitud, pendiente y porcentaje de urbanización (URBAN) se calculan los valores del tiempo de concentración (t_c) y tiempo de concentración urbano (t_{cu}) aplicando las siguientes expresiones:

$$t_c = 0.0003245 \frac{L^{0.77}}{S}$$

$$t_{cu} = \frac{t_c}{(4.09 \left(\frac{L}{S}\right)^{0.04})^k}$$

Donde $k = \text{URBAN}^{0.5}$

4.- Teniendo los valores de la altura de lluvia efectiva, tiempo de concentración (t_c), tiempo de concentración urbano (t_{cu}) y el área de la cuenca se puede calcular el valor del gasto unitario -- con la siguiente fórmula:

Donde:

A es el área bajo el hidrograma sintético y tiene un valor de 16.576

5.- Se calcula la relación $\frac{t_c^2}{t_{cu}}$

6.- Con los valores encontrados de q_u y $\frac{t_c^2}{t_{cu}}$ se puede efectuar el producto de q_u por las ordenadas del hidrograma promedio y la multiplicación de la relación $\frac{t_c^2}{t_{cu}}$ por las abscisas de este, con lo que se obtienen los hidrogramas t_{cu} de escurrimiento directo.

En las figuras 4.19 a 4.22 están dibujados los hidrogramas de escurrimiento directo, para cada una de las tormentas analizadas, - calculados con el hidrograma promedio, el hidrograma unitario instantáneo y el medido en campo. Notese que los resultados obtenidos por medio del hidrograma sintético son mejores.

Nombre de la Cuenca	Area Total (km ²)	Area Urbana (km ²)	Area no Urbana (km ²)	% de Area Urbanizada	Pendiente	t _c (hrs)	t _{cu} (hrs)	C
Ciudad Universitaria	0.369	0.177	0.192	0.48	0.125	0.39	0.0527	0.449
Río Magdalena	30.04	0.300	29.740	0.01	0.0725	2.51	1.434	0.016
Río Mixcoac	30.24	0.907	29.672	0.03	0.0707	1.58	0.568	0.059
Río Beccerra	5.55	1.443	4.107	0.26	0.0543	1.03	0.256	0.069

Tabla 4.1 Características fisiográficas de las cuencas

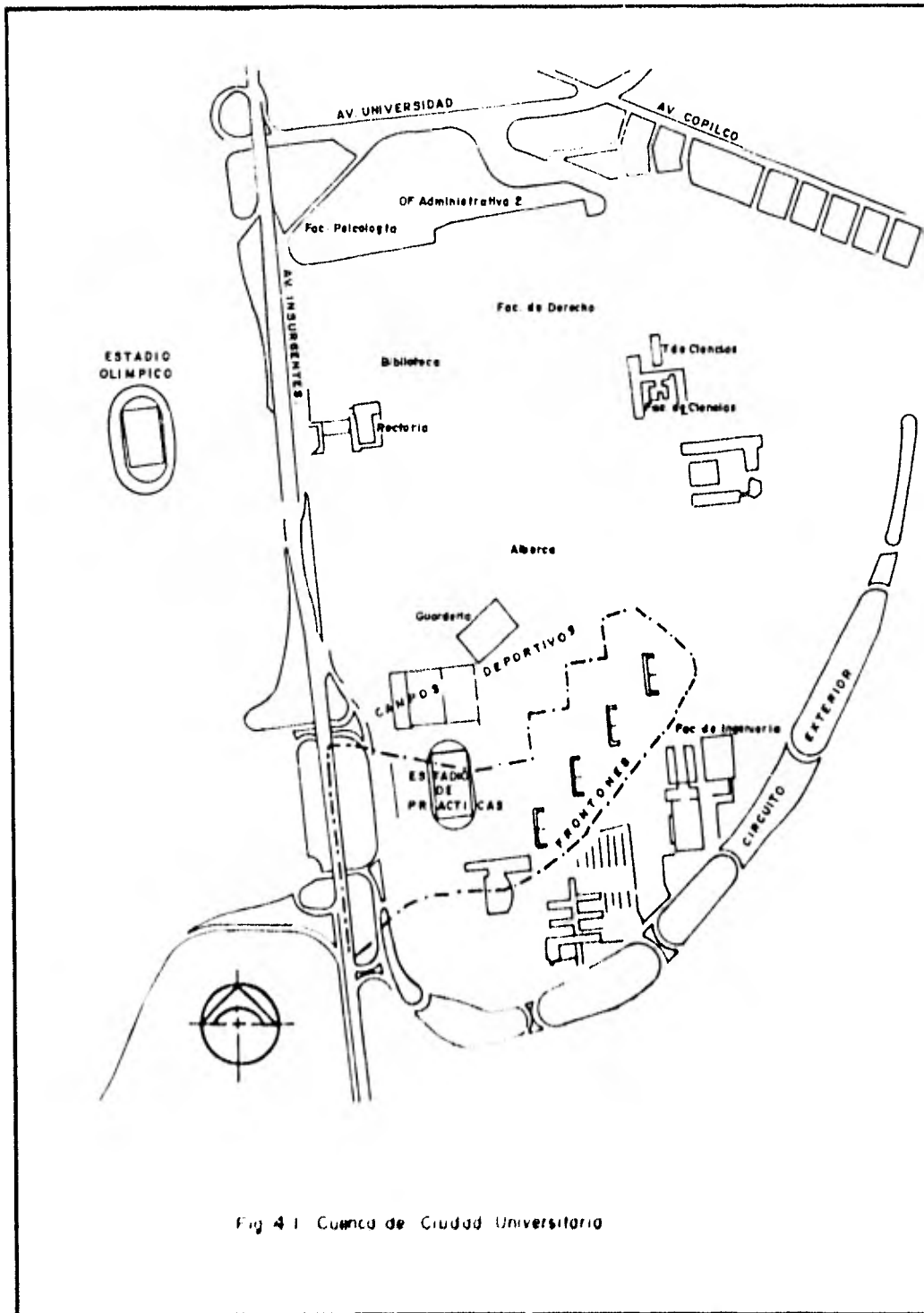
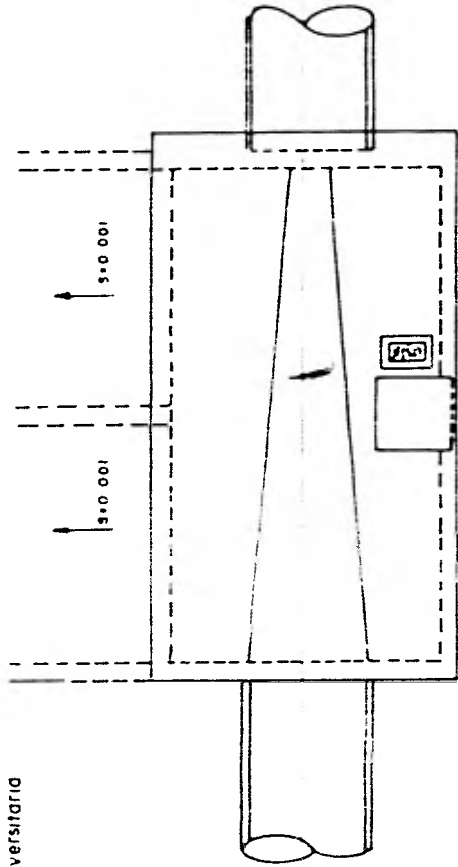


Fig 4 2 Secciones transversales de la estación de aforo de Ciudad Universitaria



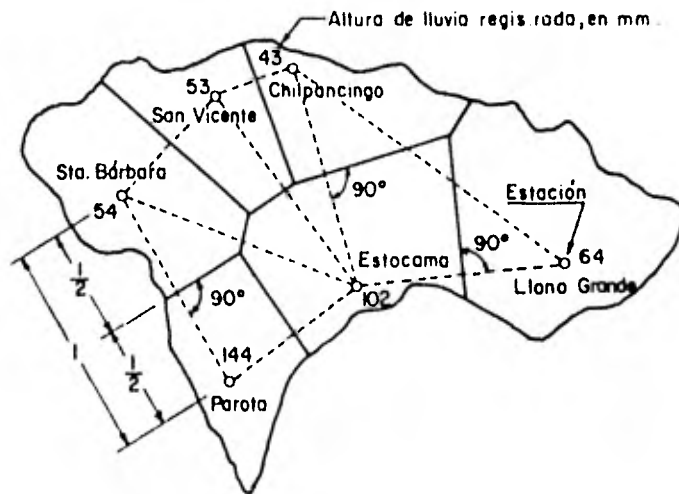


Fig. 4.3 CUENCAS DE LOS RIOS PAPAGAYO Y OMITLAN,
GRO. POLIGONOS DE THIESSEN.

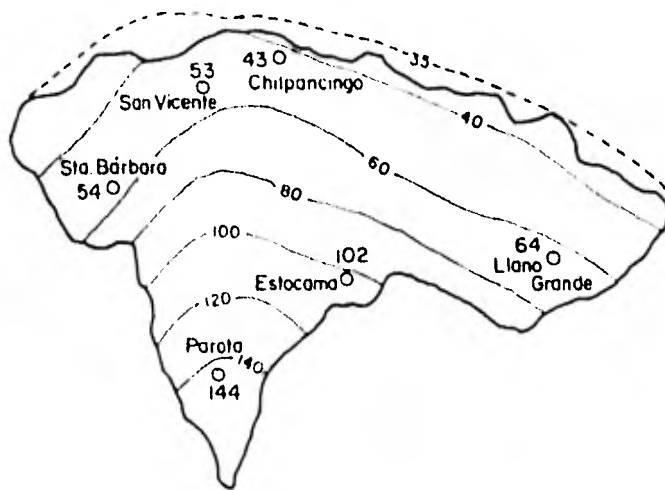


Fig. 4.4 CUENCAS DE LOS RIOS PAPAGAYO Y OMITLAN,
GRO. PLANO DE ISOYETAS.

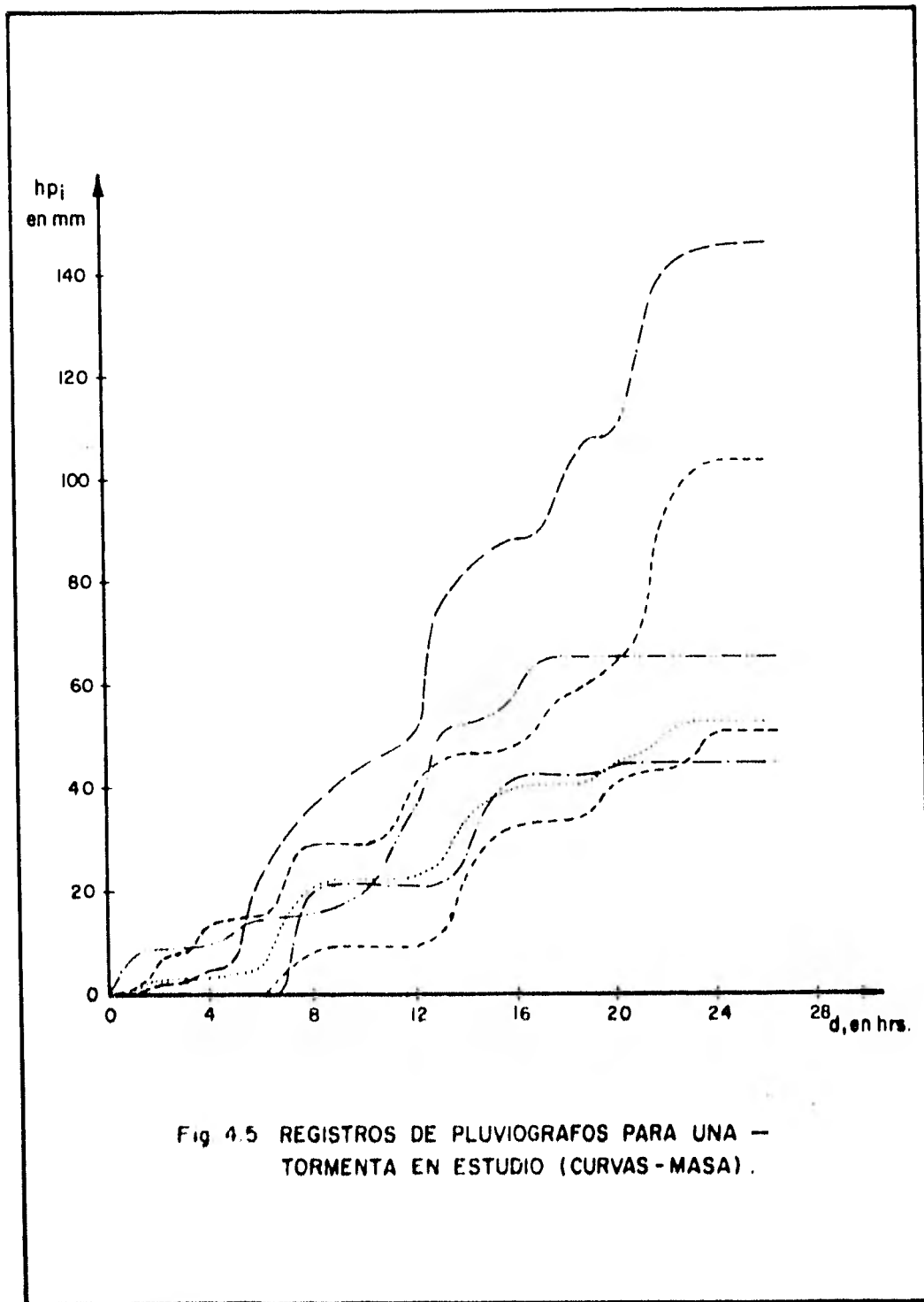


Fig 4.5 REGISTROS DE PLUVIOGRAFOS PARA UNA —
TORMENTA EN ESTUDIO (CURVAS -MASA) .

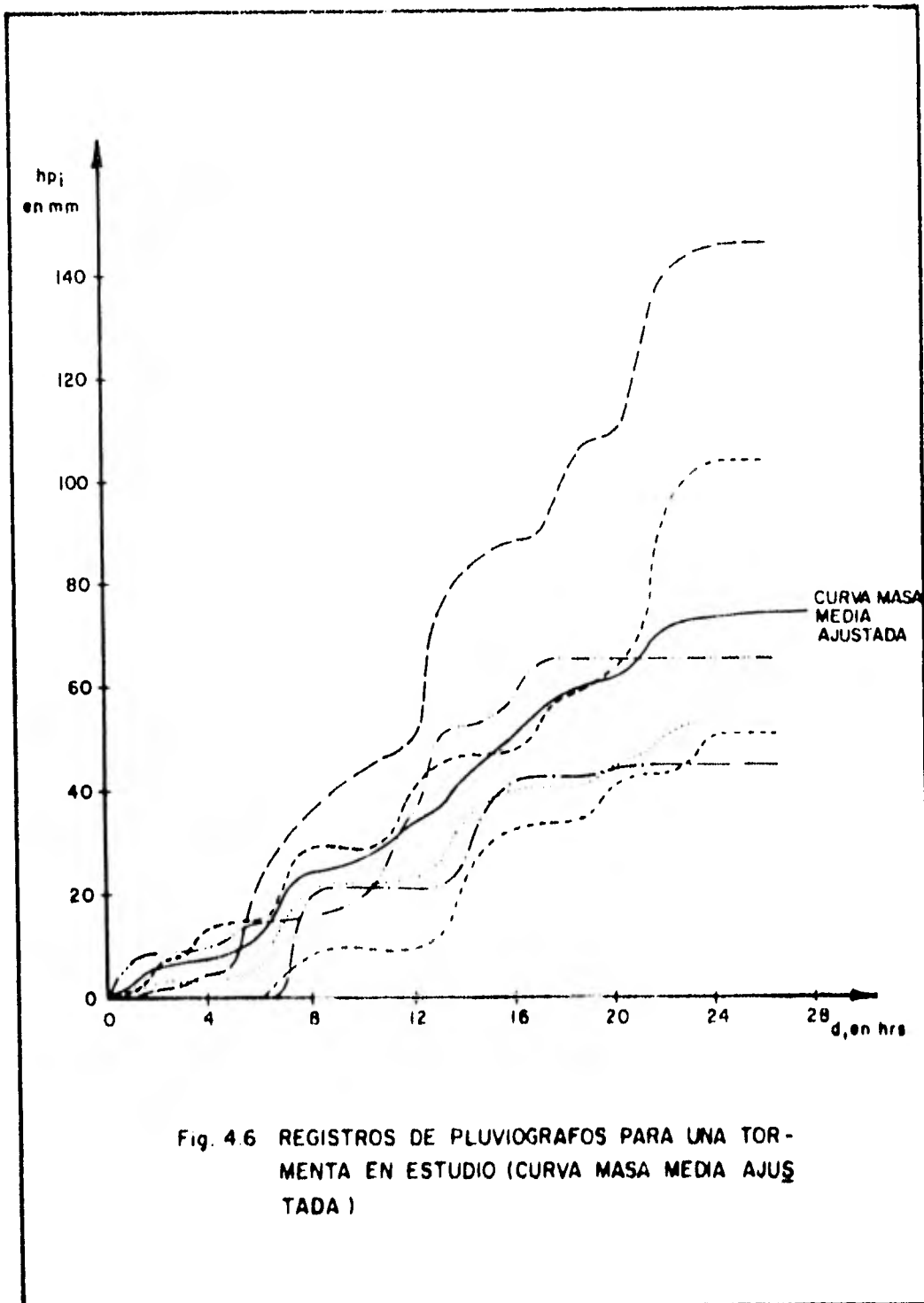


Fig. 4.6 REGISTROS DE PLUVIOGRAFOS PARA UNA TOR-
 MENTA EN ESTUDIO (CURVA MASA MEDIA AJUS-
 TADA)

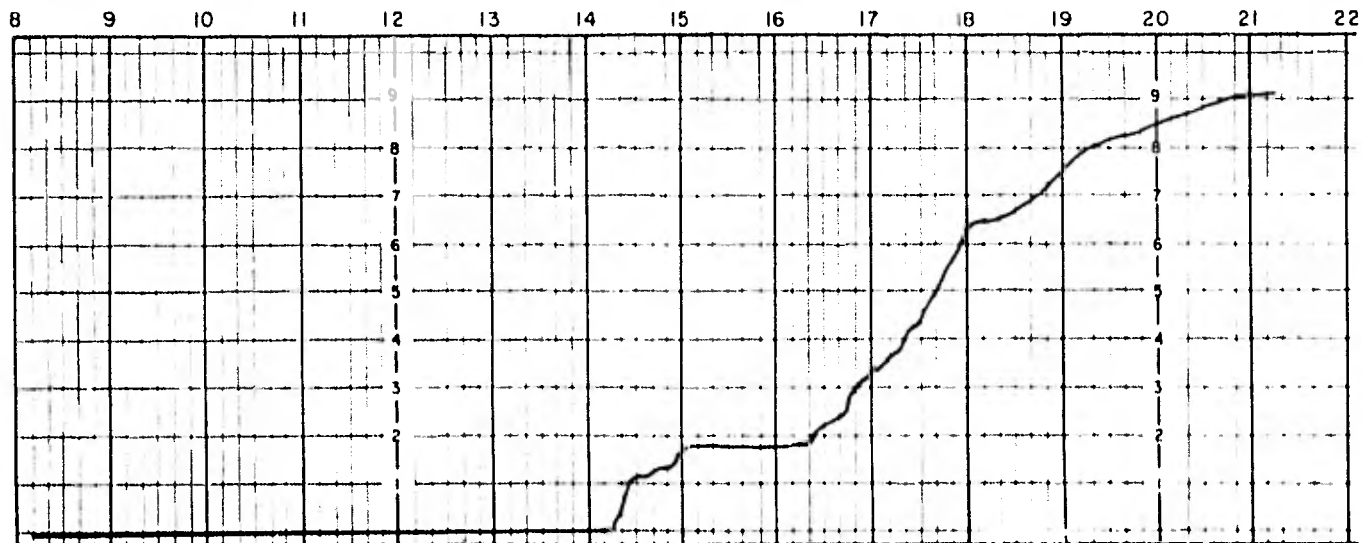


Fig. 4.7 REGISTRO PLUVIOGRAFICO DEL 19 DE AGOSTO DE -
1978 EN LA CUENCA DE CIUDAD UNIVERSITARIA

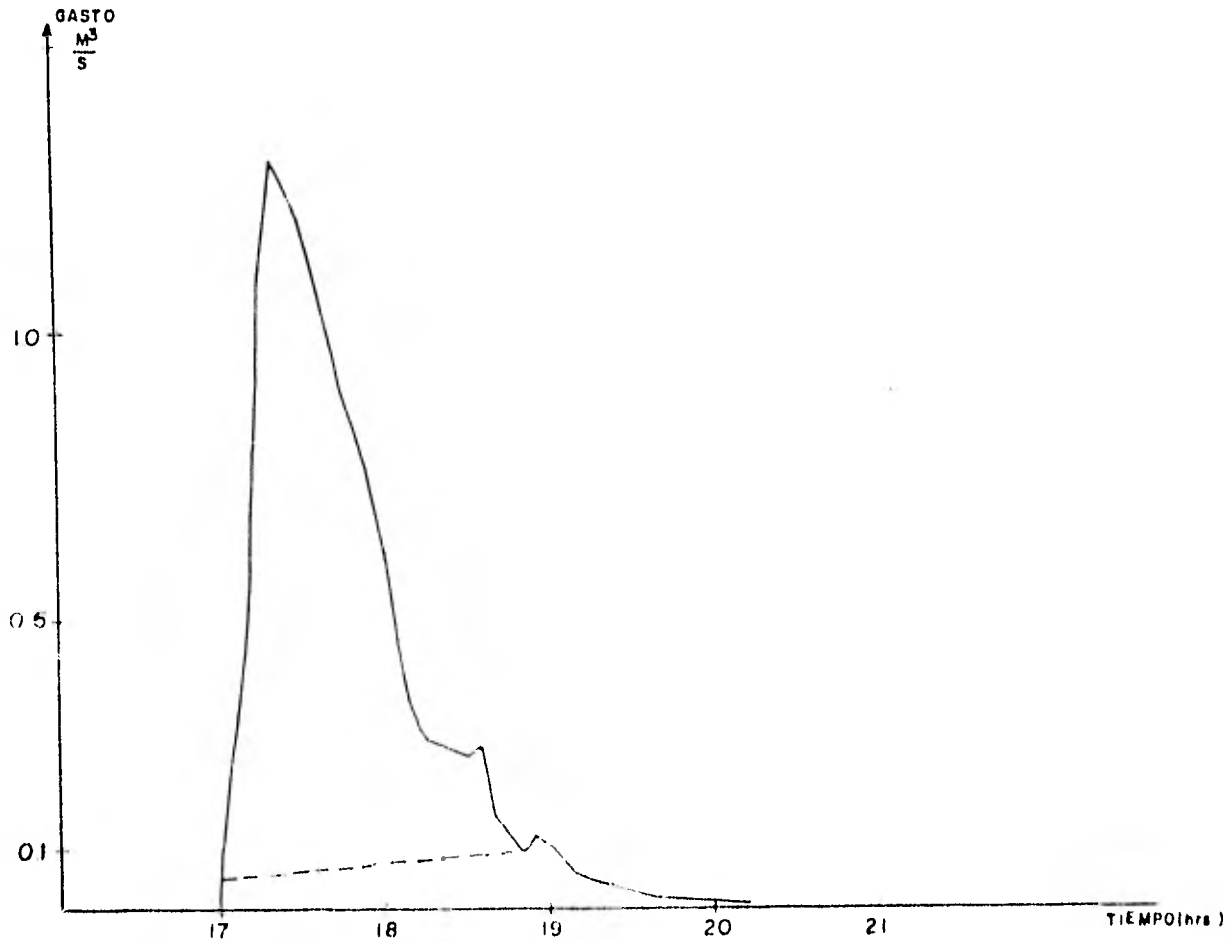


Fig 4 B Hidrograma de escurrimiento directo del 19 de agosto de 1978 en la Cuenca de Ciudad Universitaria

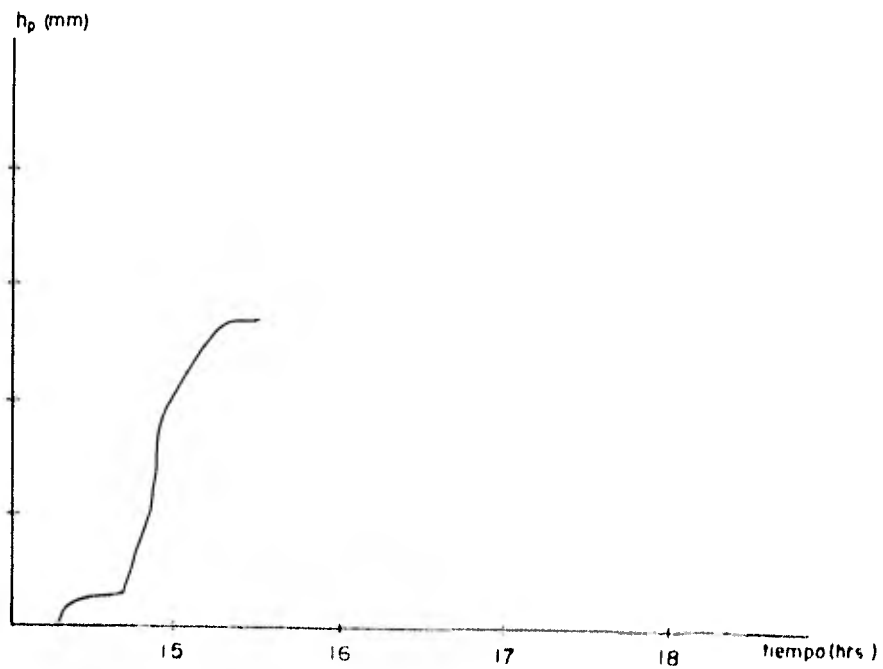


Fig 4 9 Curva masa media ajustada de la tormenta del 19 de agosto de 1978

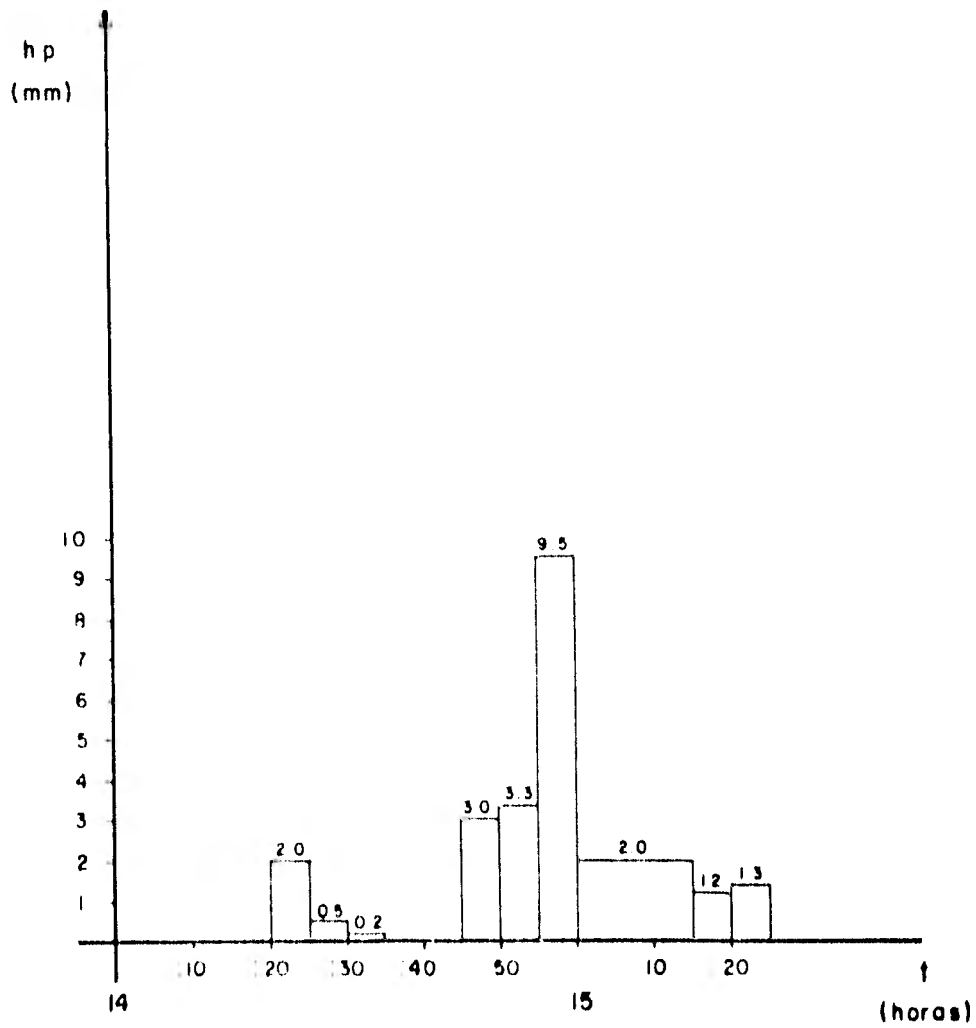


FIG. 4.10 - HIETOGRAMA DE LA TORMENTA

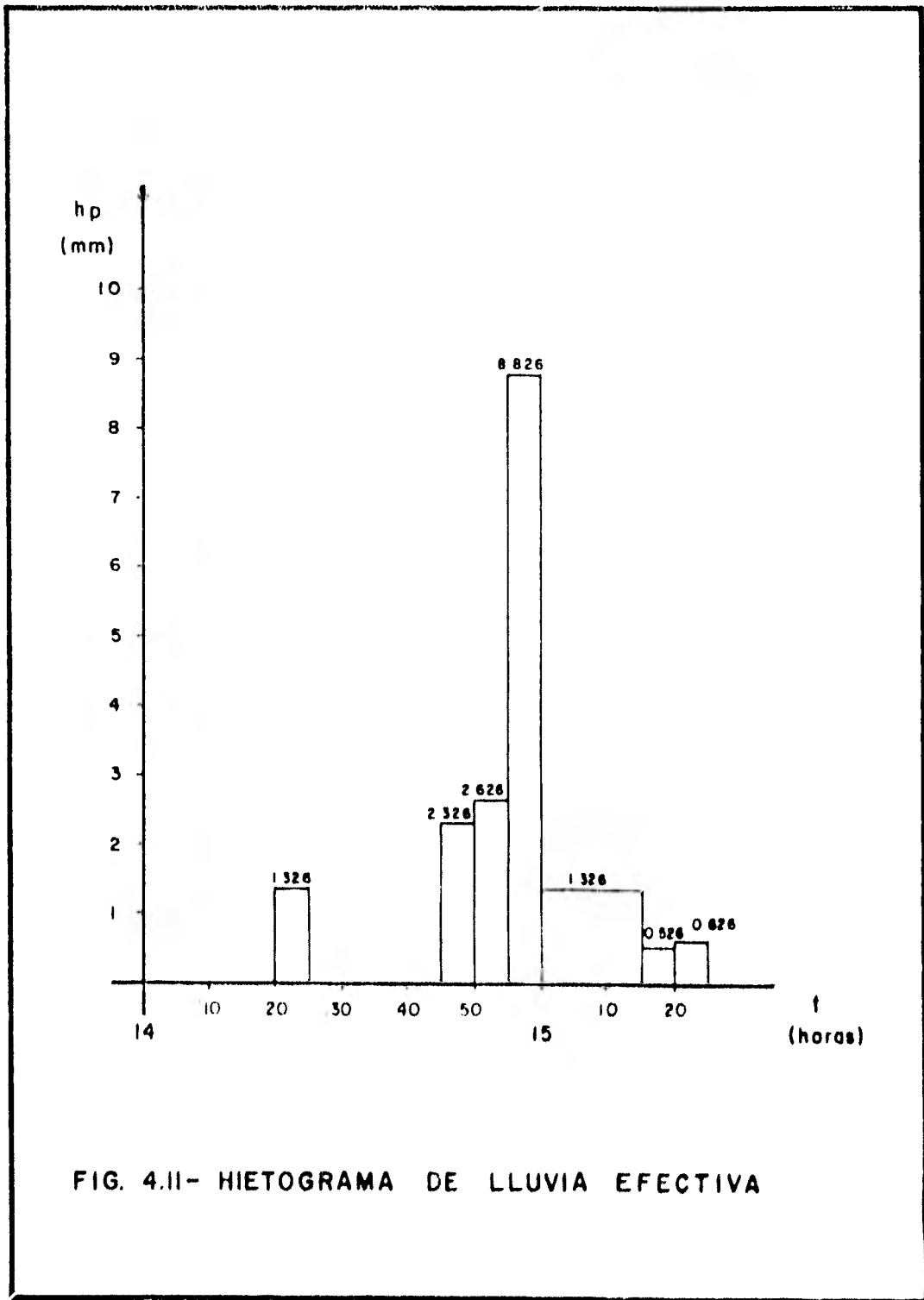
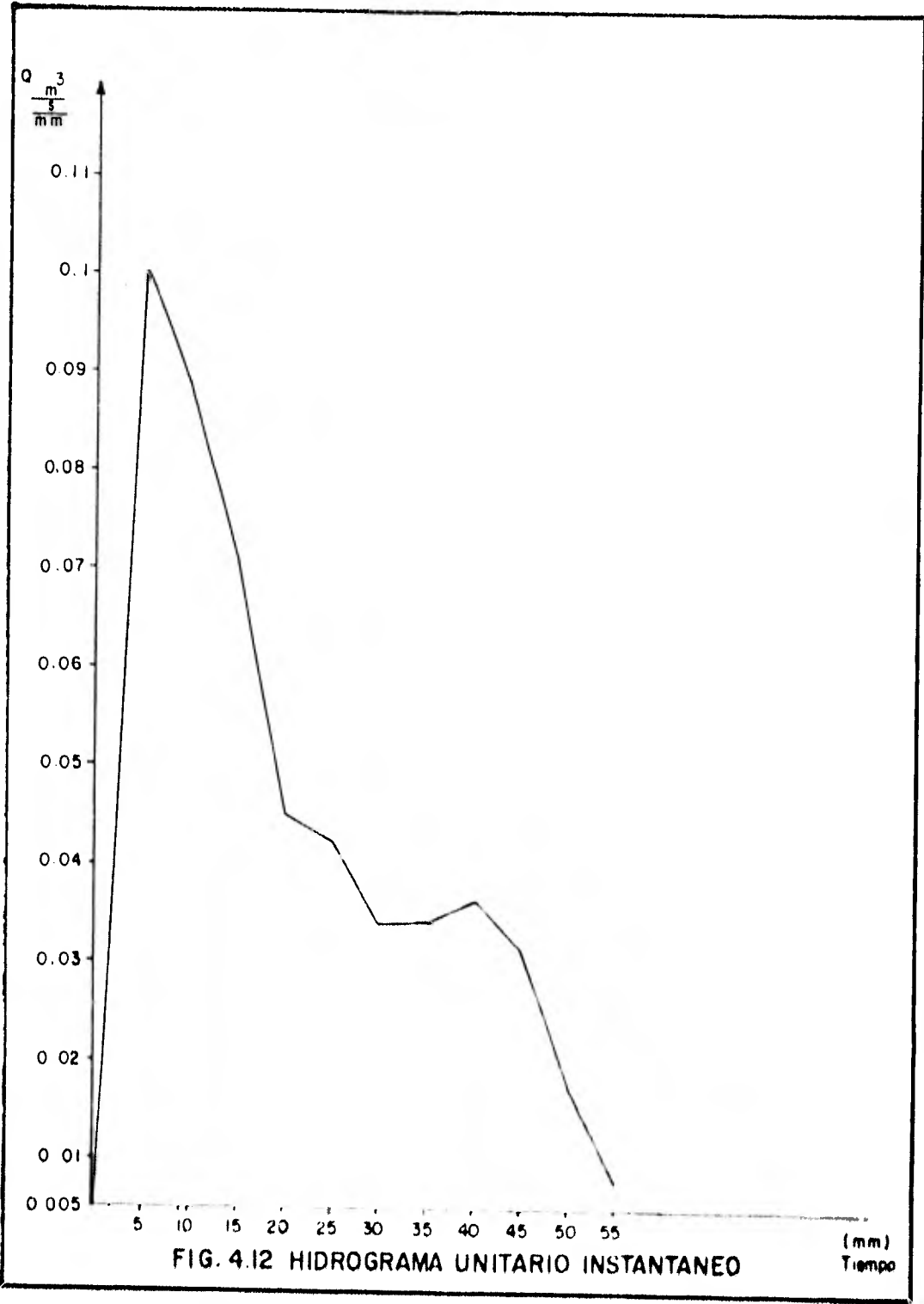


FIG. 4.II- HIETOGRAMA DE LLUVIA EFECTIVA



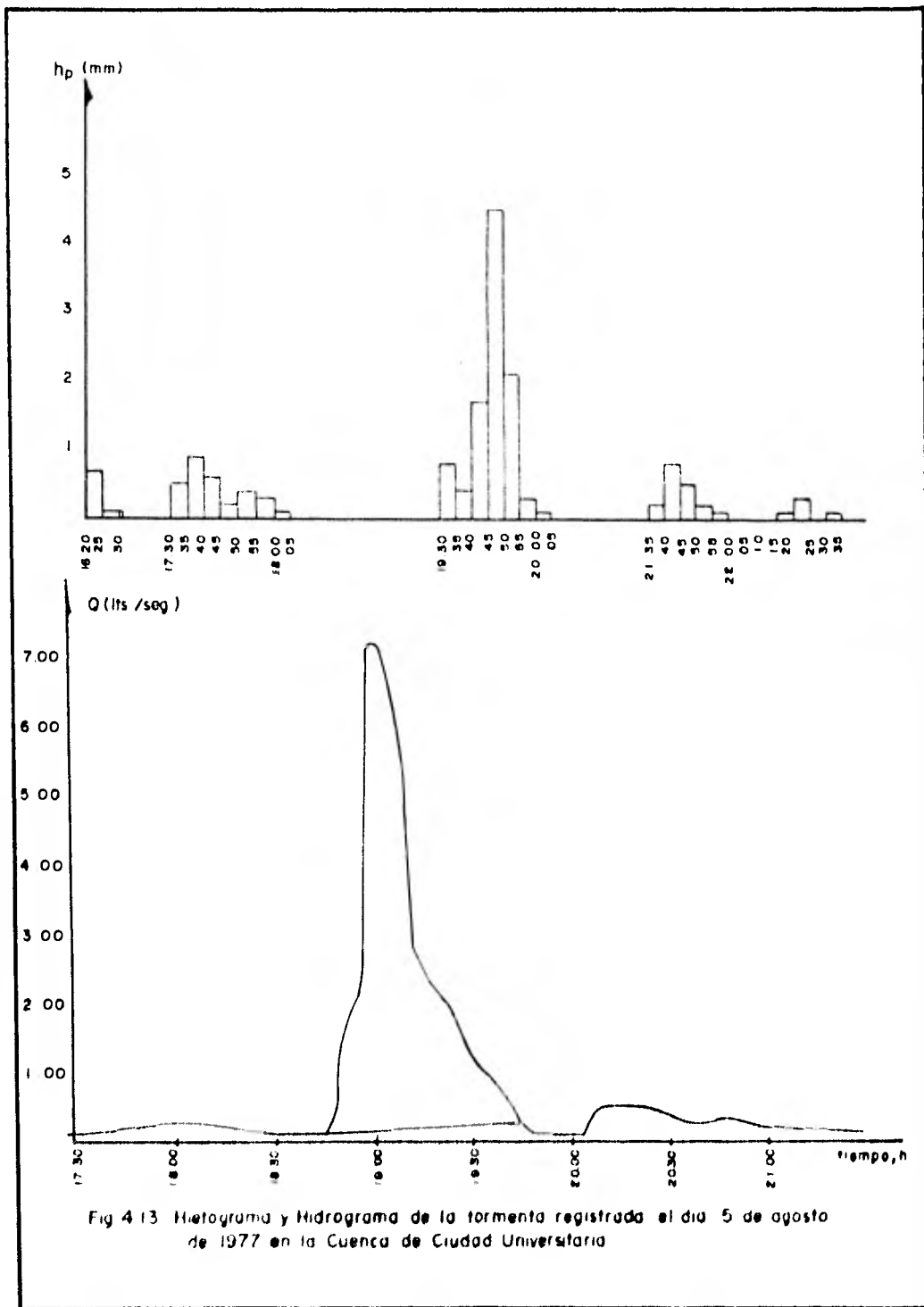
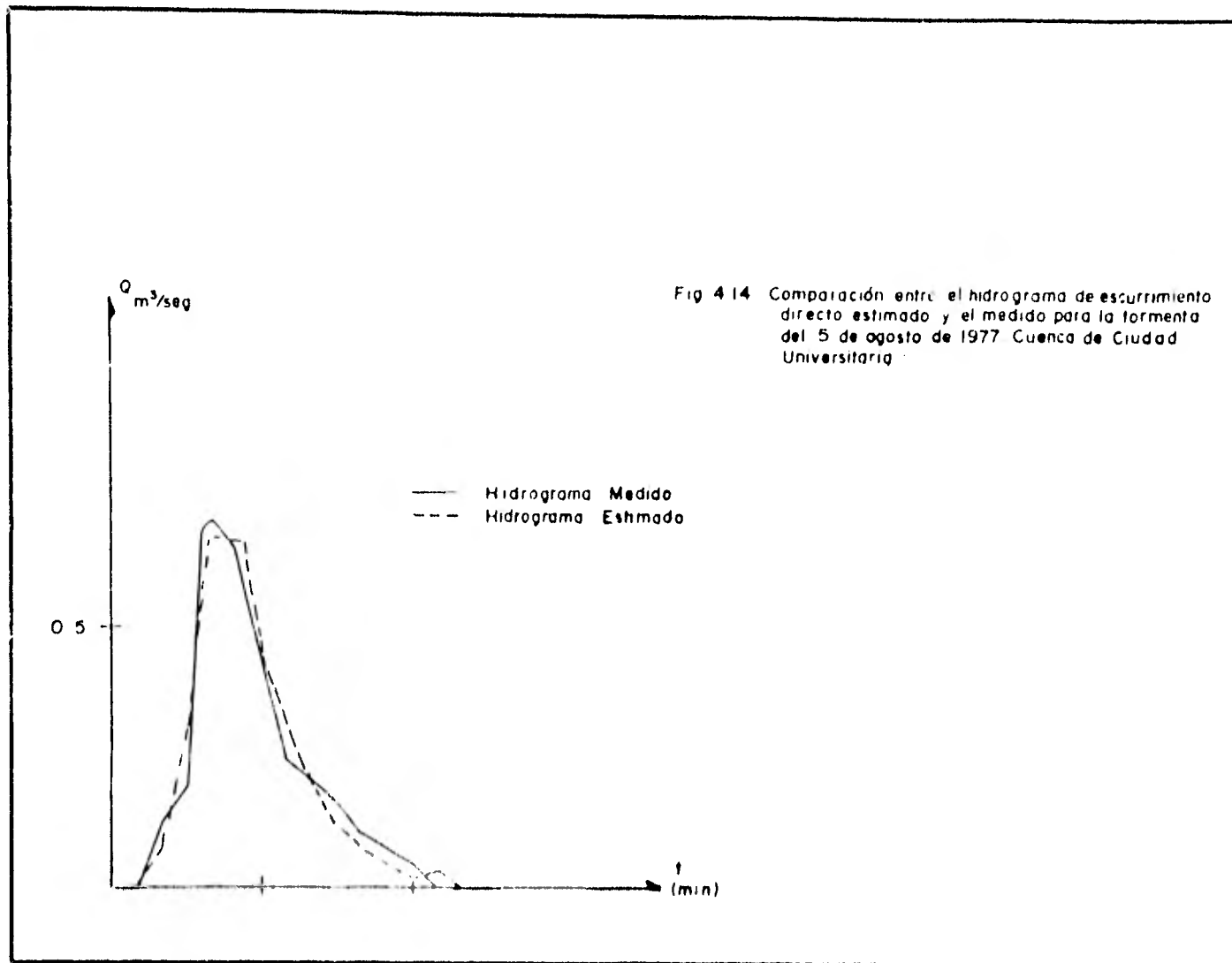


Fig 4.13 Hidrograma y Hidrograma de la tormenta registrada el día 5 de agosto de 1977 en la Cuenca de Ciudad Universitaria



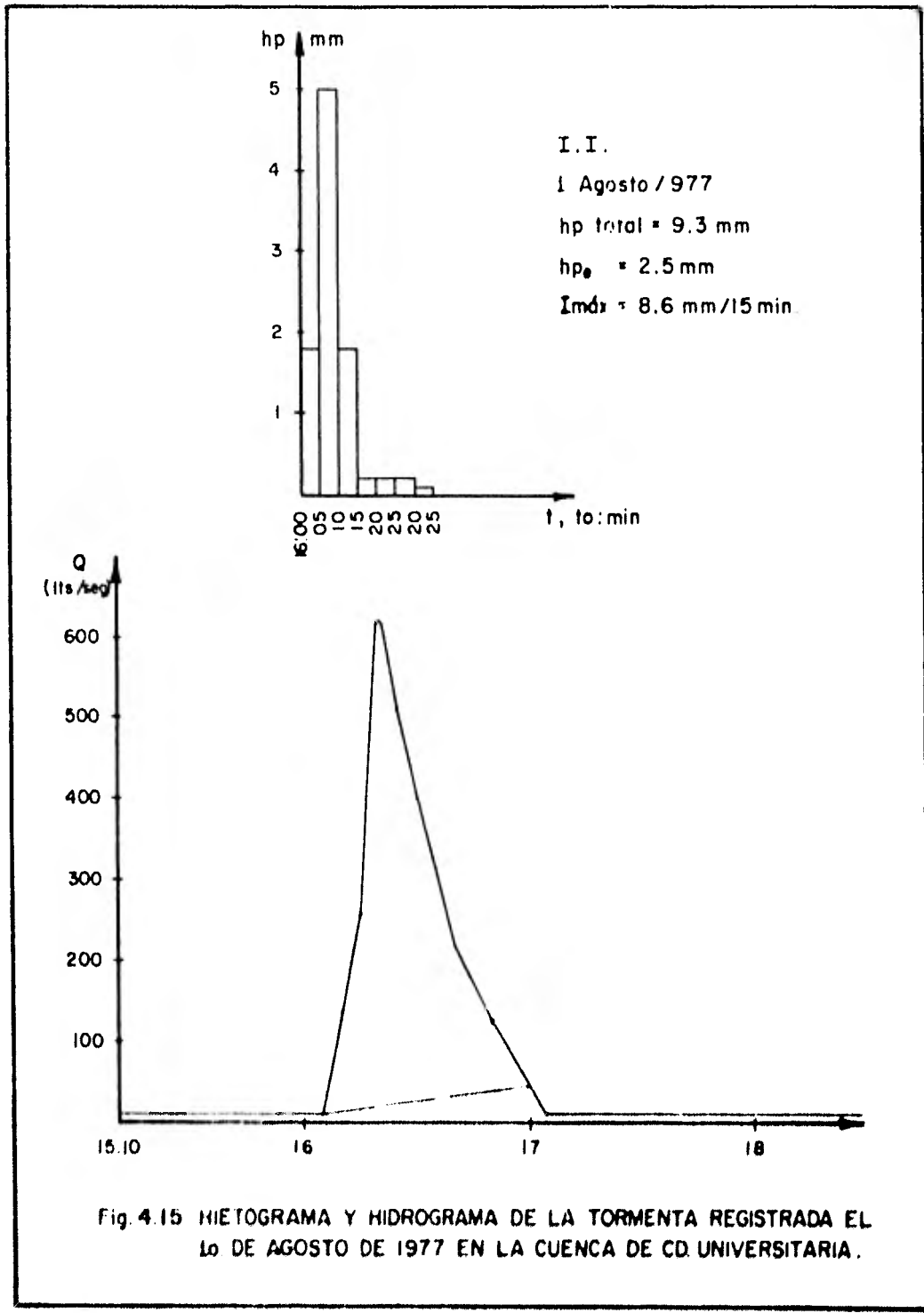


Fig. 4.15 NIETOGRAMA Y HIDROGRAMA DE LA TORMENTA REGISTRADA EL 10 DE AGOSTO DE 1977 EN LA CUENCA DE CD. UNIVERSITARIA.

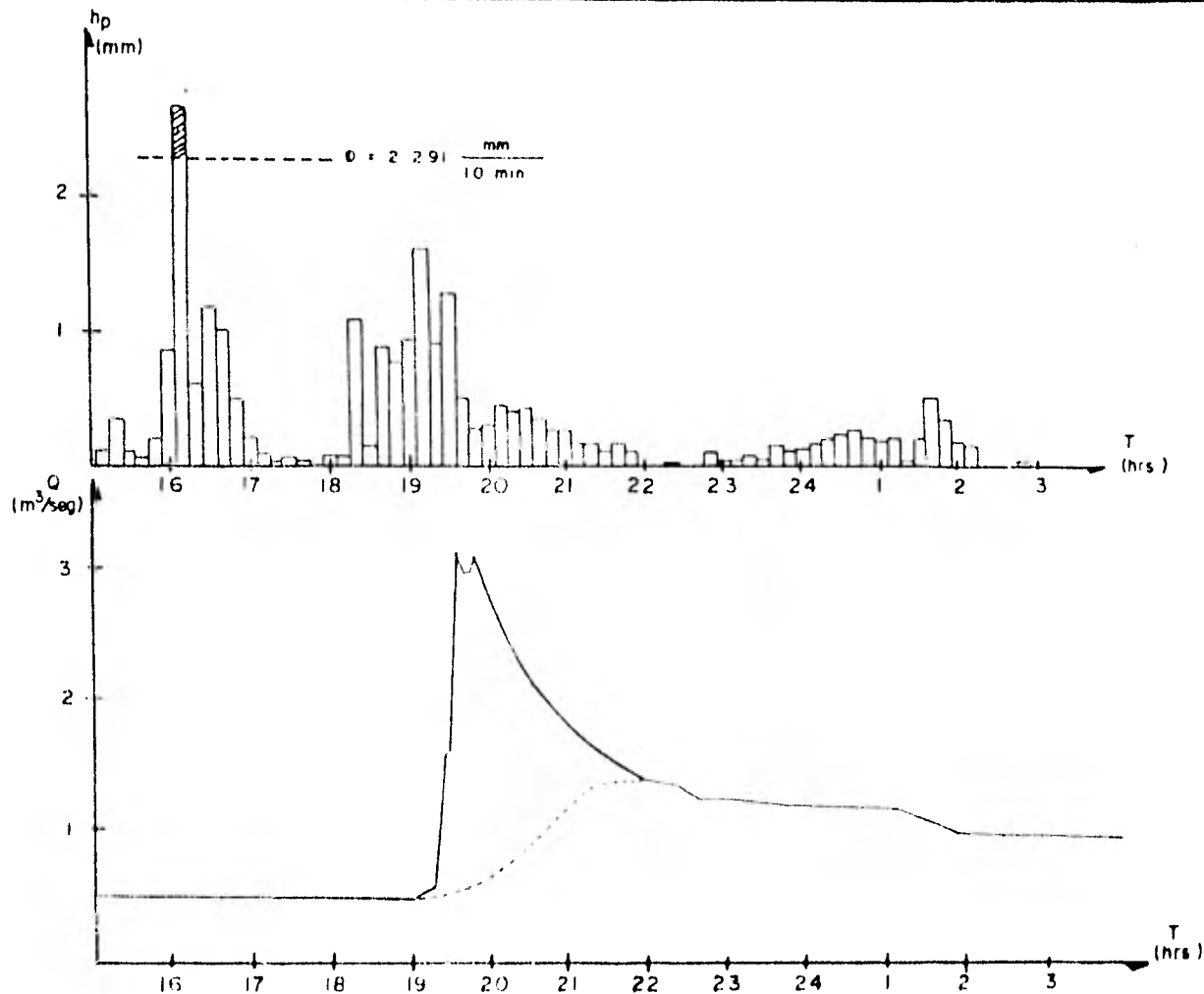


Fig 4.16 Hidrograma y Hidrograma de la tormenta registrada el 10 de agosto de 1977
Cuenca del Rio Magdalena

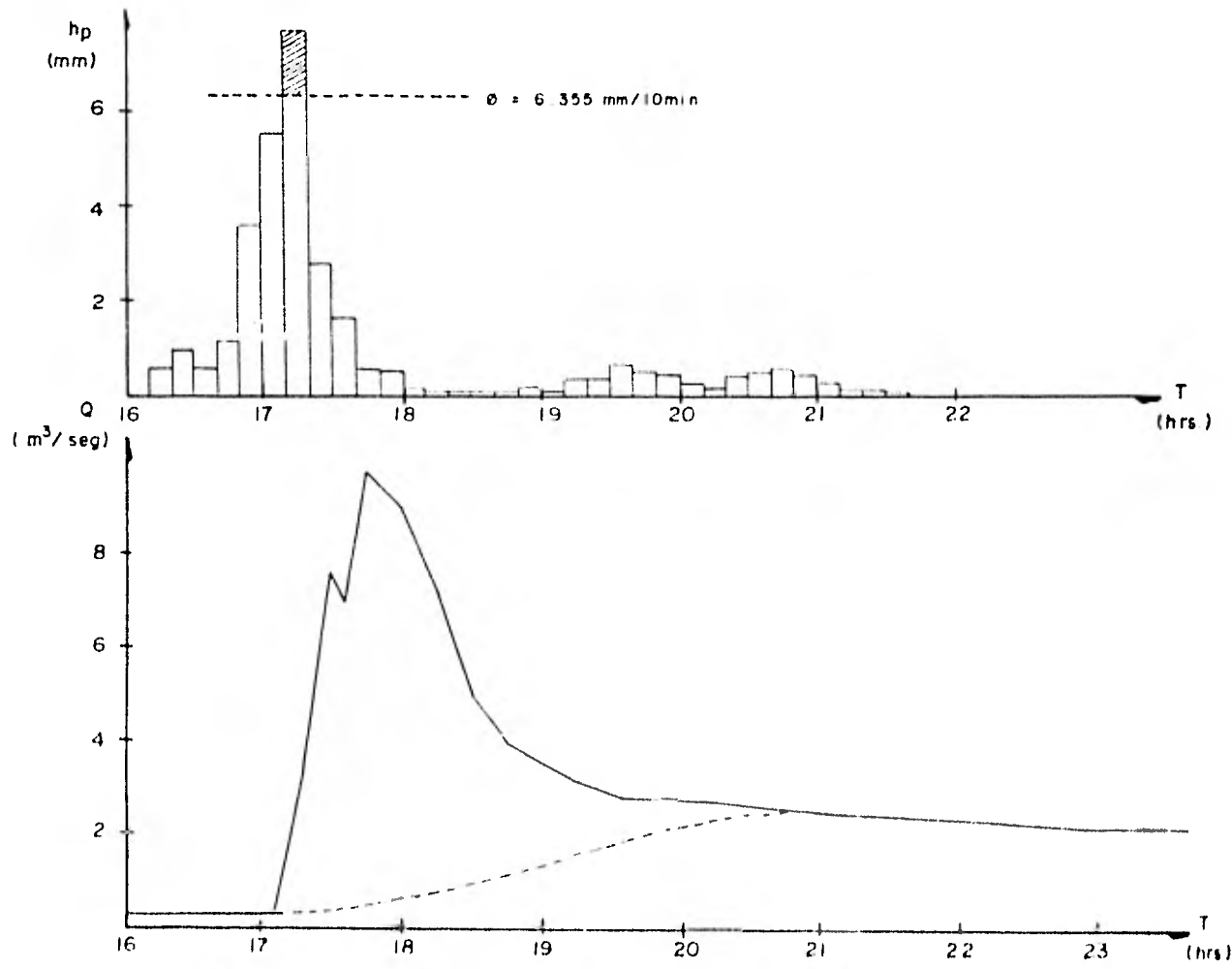


Fig 4.17 Histograma y hidrograma de la tormenta registrada el 23 de julio de 1977
Cuenca del Rio Mixcoac

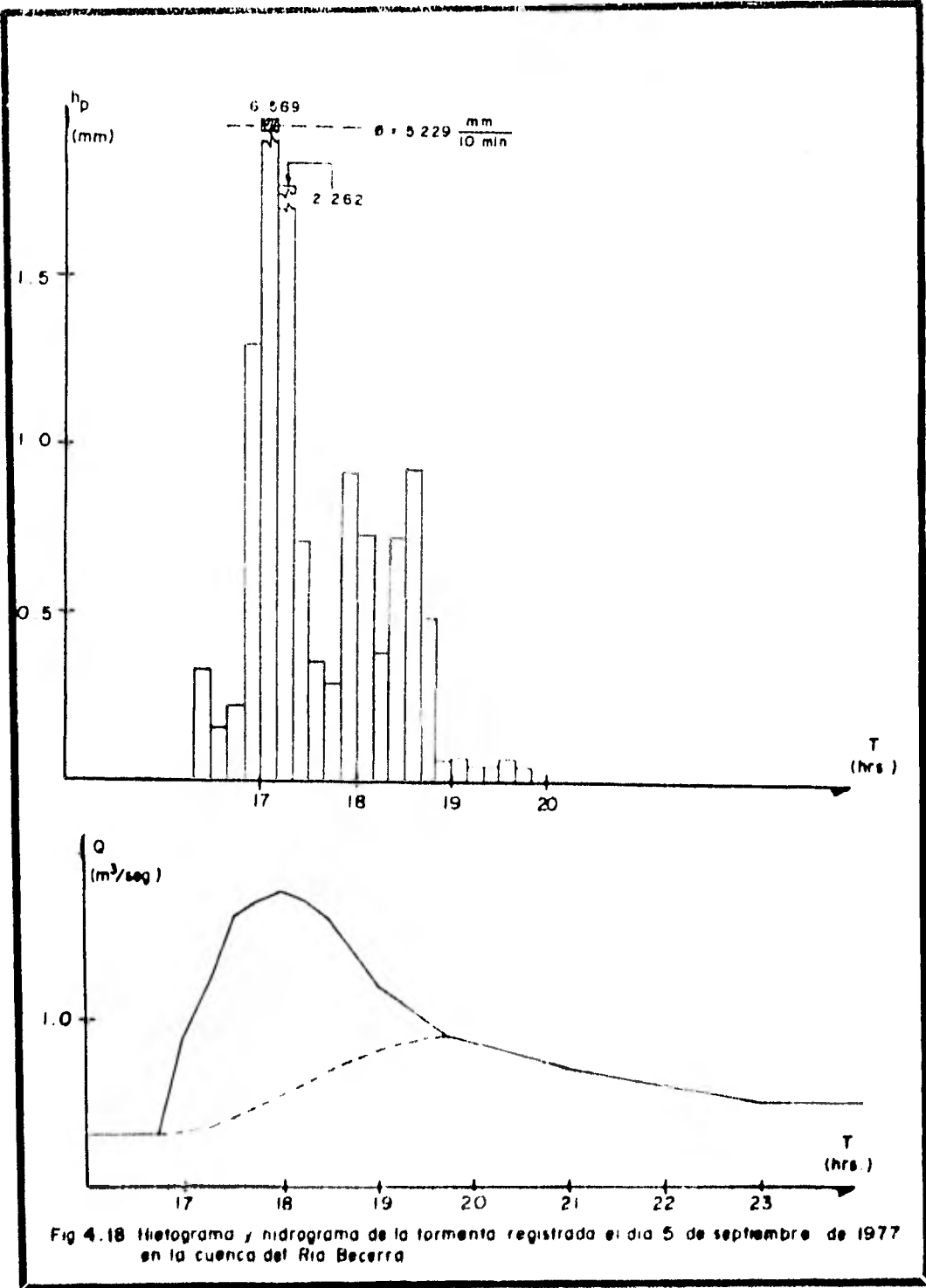
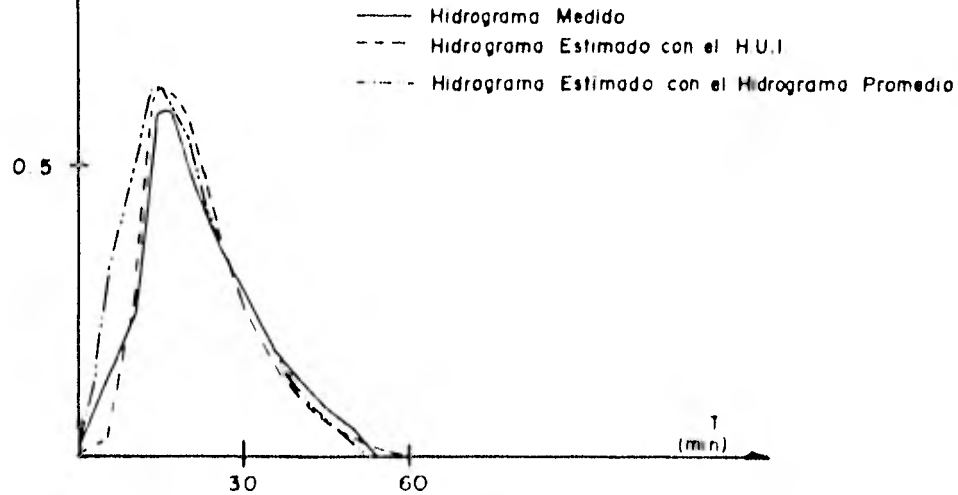


Fig 4.18 Histograma y hidrograma de la tormenta registrada el día 5 de septiembre de 1977 en la cuenca del Rio Becerra

Q
(m³/seg)

Fig 4.19 Comparación entre el hidrograma de escurrimiento directo estimado y el medido para la tormenta del 1 de agosto de 1977. Cuenca de Ciudad Universitaria.



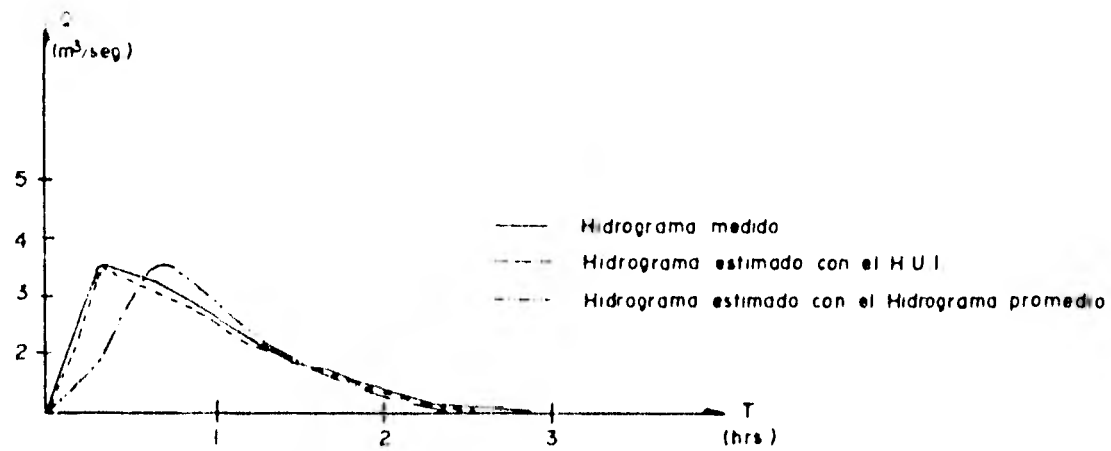


Fig. 4.20 Comparación entre el hidrograma de escurrimiento directo estimado y el medido para la tormenta del 10 de agosto de 1977 Cuenca del Rio Magdalena

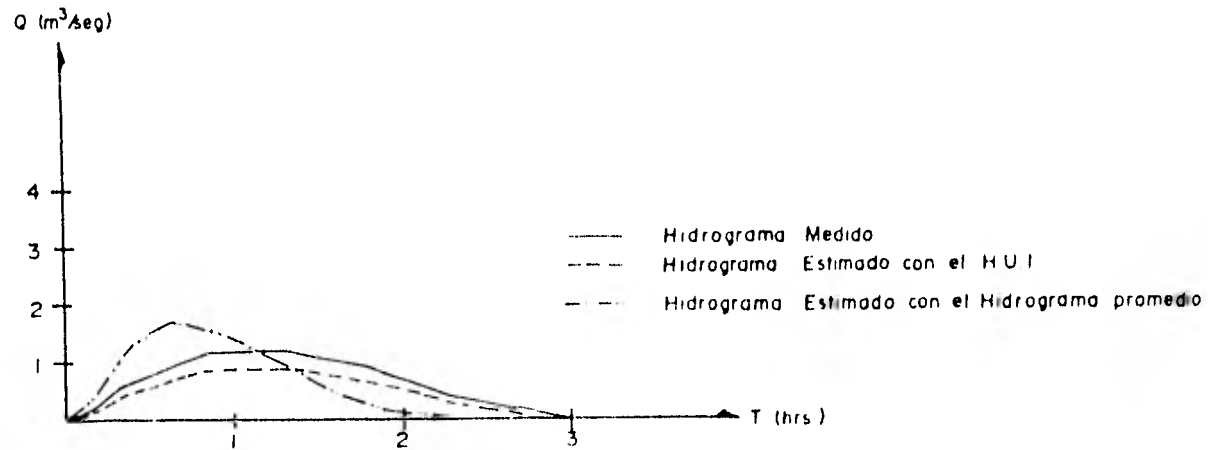


Fig 4.21

Comparación entre el hidrograma de escurrimiento directo estimado y el medido para la tormenta del 5 de septiembre de 1977 Cuenca del Rio Becerra

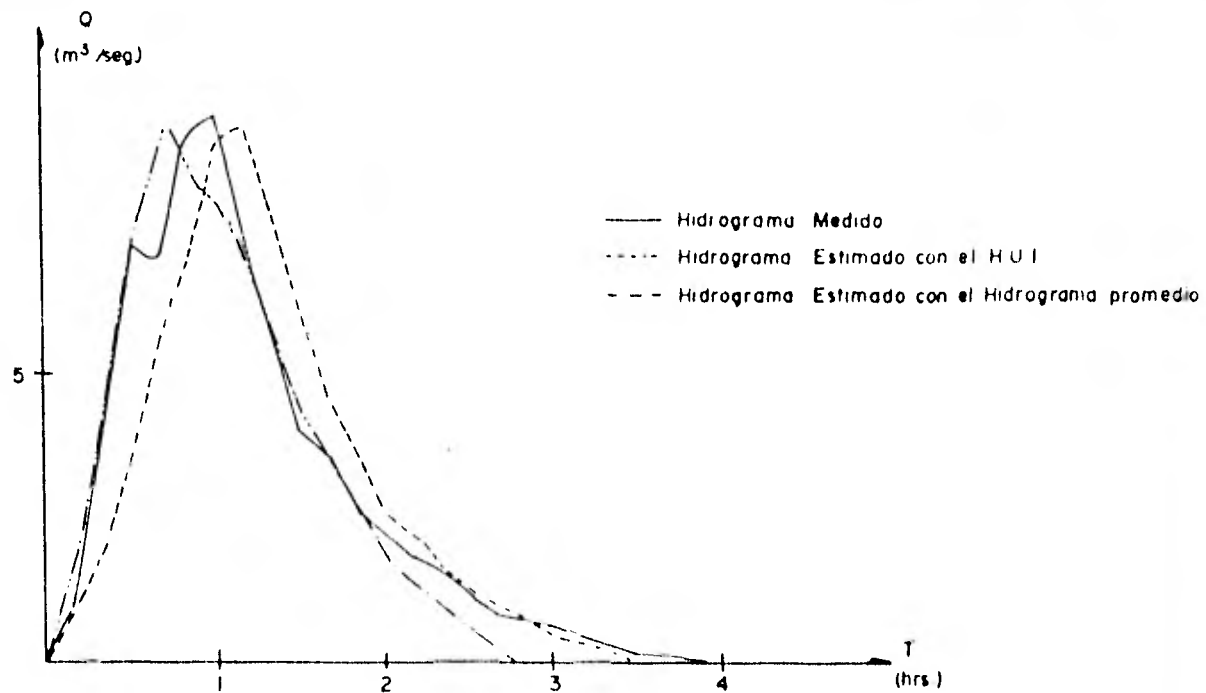


Fig 4 22 Comparación entre el hidrograma de escurrimiento directo estimado y el medido para la tormenta del 23 de julio de 1977 Cuenca Río Mixcoac

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Después de probar distintas maneras de hacer adimensional al hidrograma unitario sintético de cada una de las cuencas estudiadas, se consiguió obtener un hidrograma sintético adimensional único en función de los parámetros q_u , t_{cu} y t_e , que para su cálculo requiere conocer algunas características fisiográficas de las cuencas y del grado de urbanización. Se encontró que el hidrograma sintético es aplicable a cualquier cuenca de las estudiadas.

Del análisis hecho para ocho tormentas con base en el hidrograma sintético se observó que los resultados son buenos (se utilizaron cuatro cuencas con características diferentes), ya que la comparación entre hidrogramas medidos en campo y los estimados con el hidrograma sintético y con el H.U.I. demostró que son muy parecidos.

Es recomendable probar el hidrograma sintético en otras cuencas, con el objetivo de probar los alcances que puede tener este hidrograma.

Por otra parte se mostró la teoría con la que cuenta el H.U.I. y el desarrollo de ejemplos numéricos que nos llevaron a las siguientes conclusiones:

El análisis de una tormenta, efectuado en este trabajo, considera que el principal problema para evaluar un hidrograma de escurrimiento directo a partir del H.U.I. consiste en determinar las variables que condicionan el valor de las pérdidas de agua en una cuenca, ya que los coeficientes de pérdidas varían sensiblemente de una tormenta a otra, aunque en este estudio las pérdidas de agua no fueron consideradas formalmente, se hace notar que estas son de gran importancia para llegar a resultados más precisos.

Aunque la determinación de la forma del hidrograma de escurrimiento directo puede ser predicha de manera confiable utilizando la teoría del hidrograma unitario instantáneo, es importante desarrollar una metodología que logre evaluar las pérdidas de agua de una manera más precisa.

El análisis de la cuenca de la Ciudad Universitaria se efectuó debido a que se trata de una cuenca altamente urbanizada y que

por lo tanto su coeficiente de escurrimiento es grande, por lo que su estudio tiene la finalidad de observar la aplicación del H.U.I. a este tipo de cuencas y el efecto que produce la urbanización en el cálculo de un hidrograma de escurrimiento directo partiendo de un H.U.I. En cuanto al análisis realizado en esta cuenca se puede decir que es una mínima parte de un análisis en forma, que debe realizarse para poder llegar a tener un hidrograma unitario instantáneo que involucre la mayor parte de efectos que alteran las condiciones lluvia-escurrimiento en una cuenca urbanizada, en la ref. 9 se ha realizado un trabajo de gran importancia para la aplicación de este método y muestra la magnitud del trabajo a realizar.

Una recomendación que surge de este trabajo es la de considerar las pérdidas de agua en las cuencas de una manera formal, para ello es necesario profundizar en el análisis de éstas, así como en el estudio de índices que permitan cuantificar el efecto de las condiciones de humedad al inicio de una tormenta.

6. BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS

1. American Society of Civil Engineers. "Basis Information Needs in Urban Hydrology". A.S.C.E. Abril 1969.
2. Colby V. Ardis. "Storm Drainage Practices of Thirty-Two-Cities". Journal of the Hydraulics Division. A.S.C.E. Enero de 1969.
3. Gunnar Lindh. "Socio-Economic Aspects of Urban Hydrology" University of Lund Sweden. Junio de 1976.
4. Departamento del Distrito Federal. "Sistema de Drenaje Profundo". Dirección General de Obras Hidráulicas del DDF. Junio de 1975.
5. Melitón A. Villagómez Ramírez. "Estudio Hidrológico del funcionamiento Hidráulico del alcantarillado Pluvial de Acapulco, Gro." Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM 1976.
6. "Esgurrimiento Superficial en Cuencas Urbanas"; un nuevo método. Ernesto Zurutuza Vera. Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM 1978.
7. Amein, M.: "An Implicit Method for Numerical Flood Routing, Water Resources Research, vol. 4 (Aug. 1968).
8. Hidrología, Rolando Springall, Instituto de Ingeniería UNAM.
9. "Estudio Relaciones Lluvia-Esgurrimiento en Zonas Urbanas". Instituto de Ingeniería UNAM Noviembre de 1978.