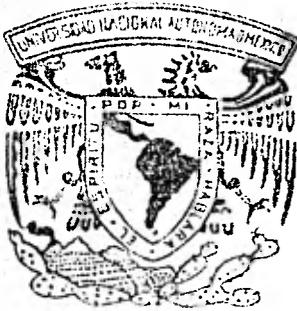


2ej' 134



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

DISEÑO DE UNA TORRE DE OSCILACION

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO CIVIL

p r e s e n t a :

FEDERICO PORTILLO PEREZ



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

	PAG.
1. INTRODUCCION	1
2. EXPRESIONES PARA EL CALCULO DE LAMINAS CILINDRICAS	2
2.1 CILINDRO SOMETIDO A LA ACCION DE LA PRESION INTERIOR DE UN LIQUIDO	6
2.2 CILINDRO SOMETIDO A MOMENTOS FLEXIONANTES Y ESFUERZOS CORTANTES	10
3. ANALISIS POR VIENTO Y SISMO DE UNA ESTRUCTURA CILINDRICA	15
3.1 ANALISIS POR SISMO	16
3.2 ANALISIS POR VIENTO	31
4. CIMENTACION DE UNA ESTRUCTURA CILINDRICA	37
4.1 RELACIONES ENTRE MOMENTOS FLEXIONANTES Y CURVATURA EN LA FLEXION PURA DE PLACAS	38
4.2 EXPRESIONES PARA EL CALCULO DE PLACAS CIRCULARES	42
4.3 PLACA CIRCULAR UNIFORMEMENTE CARGADA	47
5. EJEMPLO DE APLICACION	58
5.1 ANALISIS POR PRESION HIDROSTATICA	59
5.2 ANALISIS POR SISMO	70
5.3 ANALISIS POR VIENTO	80
5.4 DISEÑO DE LAS SECCIONES DE LA TORRE	83
5.5 ANALISIS Y DISEÑO DE LA CIMENTACION	106
6. CONCLUSIONES	118

Introducción

Debido a la explosión demográfica que están sufriendo los centros urbanos, las fuentes de abastecimiento de agua potable son insuficientes, por lo que se tiene la necesidad de localizar nuevas fuentes que permitan satisfacer adecuadamente las demandas actuales y futuras.

Por lo regular estas fuentes de abastecimiento se localizan distantes de los lugares donde se requiere, lo cual determina que se utilicen líneas de conducción y que estas tengan que ser a presión para salvar los accidentes topográficos.

En las tuberías a presión, se presenta el fenómeno transitorio llamado "golpe de ariete", que consiste en una serie de ondas de presión en la tubería, las cuales se traducen en esfuerzos, que en líneas de conducción largas, no es conveniente que los tome la tubería, puesto que incrementaría notablemente los espesores de la misma.

Una de las soluciones para disminuir la presión en líneas sujetas a golpe de ariete y así reducir los esfuerzos producidos en la tubería por el mismo, es utilizando torres de oscilación, ya que tienen la capacidad de disipar los fenómenos producidos por éste.

Las dimensiones de la torre (altura y diámetro interior) son dadas después del análisis de funcionamiento hidráulico de la línea de conducción.

La torre de oscilación puede ser de concreto o de acero. Esto depende de una serie de factores que posteriormente se mencionarán pero el criterio del análisis es el mismo, independientemente de la altura y del material a emplear.

Se presenta en forma general la teoría de lámina y placas sin profundizar demasiado en la deducción de las fórmulas a emplear, puesto que no se pretende deducir dichas fórmulas sino su aplicación. También se presentan las consideraciones que se deben tener en cuenta al analizar una torre sujeta a cargas accidentales, que son el sismo y el viento.

Como aplicación de la teoría descrita en los primeros capítulos se presenta como ejemplo, una torre de concreto armado parcialmente presforzada de 29 metros de altura y 10 metros de diámetro interior, de espesor variable.

C A P I T U L O I I

EXPRESIONES PARA EL CALCULO DE LAMINAS CILINDRICAS

Para la solución de problemas en que una lámina circular se encuentra sometida a la acción de fuerzas distribuidas simétricamente respecto al eje del cilindro, por ejemplo un depósito cilíndrico de eje vertical sometido a la presión interna de un líquido, el análisis se efectuará utilizando la teoría de láminas cilíndricas.

Tomemos un cilindro de concreto de radio "a" y de espesor "h" constante, como el de la figura (2.1), para el cual se tiene la ecuación diferencial de láminas cilíndricas:

$$D(d^4\omega/dx^4) + Eh/a^2(\omega) = Z \quad (1)$$

Donde:

D: Es la rigidez a flexión del cilindro y su valor es

$$D = Eh^3/12 (1-\nu^2)$$

E: Es el módulo de elasticidad del material

ν : Coeficiente de Poisson, del material

a: Radio del cilindro

Z: Carga de intensidad

ω : Es el desplazamiento del cilindro

Utilizando la siguiente notación:

$$\beta^4 = \frac{Eh}{4a^2D} = \frac{3(1-\nu^2)}{a^2h^2}, \quad \text{La ecuación (1) puede escribirse en la}$$

forma simplificada:

$$\frac{d^4 \omega}{dx^4} + 4\beta^4 \omega = \frac{Z}{D} \quad (2)$$

Que resulta ser la ecuación para una placa, cuya rigidez a flexión es "D", apoyada sobre una cimentación elástica continua sometida a la acción de una carga de intensidad "Z" y cuya solución general es:

$$\omega = e^{\beta x} \{C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x\} + e^{-\beta x} \{C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x\} + f(x) \quad (3)$$

En la que, $f(x)$ es una solución particular de la ecuación (1) y C_1, C_2, C_3, C_4 , son las constantes que se determinan para cada caso particular, a partir de las condiciones de apoyo en los extremos del cilindro:

Se considerarán dos casos para la solución de un cilindro sometido a diferentes tipos de carga.

2.1 CILINDRO SOMETIDO A LA ACCION DE LA PRESION INTERIOR DE UN LIQUIDO.

Se tiene un cilindro como el mostrado en la figura (2.2), las tensiones en la pared se pueden calcular sustituyendo a la carga de intensidad "Z" por $-\gamma(d-x)$ en la ecuación (2) donde γ es el peso específico del líquido, dicha ecuación queda:

$$\frac{d^4\omega}{dx^4} + 4\beta^4\omega = \frac{-\gamma(d-x)}{D} \quad (4)$$

La solución particular de esta ecuación es:

$$\omega_1 = -\frac{\gamma(d-x)}{4\beta^4 D} = \frac{-\gamma(d-x)a^2}{Eh} \quad (4a)$$

y esta ecuación representa el aumento de radio de la lámina cilíndrica con bordes libres bajo la acción de la tensión circunferencial, sustituyéndola en lugar de la $f(x)$ en la ecuación (3) se obtiene la solución completa de la ecuación (4), que para este caso particular es:

$$\omega = e^{\beta x} \{C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x\} + e^{-\beta x} \{C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x\} - \frac{\gamma(d-x)a^2}{Eh} \quad (5)$$

Como en la mayoría de los casos prácticos, el espesor de la pared "h" es pequeño en comparación, tanto del radio "a" como con la profundidad "d" del cilindro, se puede considerar a la lámina como infinitamente larga, por lo que las constantes C_1 y C_2 se les puede considerar como nulas y se tiene:

$$\omega = e^{-\beta x} \{C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x\} - \frac{\gamma(d-x)a^2}{Eh} \quad (6)$$

Para la obtención de las constantes C_3 y C_4 se debe partir de las condiciones de frontera, suponiendo que el borde inferior de la pared está empotrado en una cimentación absolutamente rígida; por lo que se tienen las siguientes condiciones:

Para $x=0$; el desplazamiento (ω) y el giro ($d\omega/dx$) valen cero, es decir:

$$(\omega)_{x=0} = C_3 - \gamma a^2 d / Eh = 0 \Rightarrow C_3 = \gamma a^2 d / Eh$$

$$(d\omega/dx)_{x=0} = \{\beta C_3 e^{-\beta x} (\cos \beta x + \operatorname{sen} \beta x) + \beta C_4 e^{-\beta x} (\cos \beta x + \operatorname{sen} \beta x) +$$

$$+ \gamma a^2 / Eh\}_{x=0} = \beta (C_3 - C_4) + \gamma a^2 / Eh = 0$$

$$\therefore C_4 = \frac{\gamma a^2}{Eh} (d - 1/\beta)$$

Sustituyendo el valor de las constantes C_3 y C_4 en la ecuación (6) queda:

$$\omega = - \frac{\gamma a^2}{Eh} \{d - x - e^{-\beta x} (\cos \beta x + (d - 1/\beta) \operatorname{sen} \beta x)\} \quad (7)$$

Utilizando la siguiente notación:

$$\phi(\beta x) = e^{-\beta x} (\operatorname{sen} \beta x + \cos \beta x)$$

$$\psi(\beta x) = e^{-\beta x} (\cos \beta x - \operatorname{sen} \beta x)$$

$$\theta(\beta x) = e^{-\beta x} \cos \beta x$$

$$\zeta(\beta x) = e^{-\beta x} \operatorname{sen} \beta x$$

e introduciéndola en la ecuación (7) queda:

$$\omega = - \frac{\gamma a^2 h}{Eh} \{1 - x/d - \theta(\beta x) - (1 - 1/\beta d) \zeta(\beta x)\} \quad (8)$$

Mediante esta ecuación (8), se puede determinar la flecha en cualquier punto a lo largo del cilindro.

El esfuerzo normal en la dirección de la circunferencia es:

$$N\phi = - \frac{Eh}{a} (\omega) = \gamma ad \{1-x/d - \theta(Bx) - (1-1/\beta d) \zeta(Bx)\} \quad (9)$$

y de la segunda derivada de la ecuación (8) se obtiene el momento flexionante:

$$M_x = - \frac{Dd^2\omega}{dx^2} = \frac{2\beta^2\gamma a^2 Dd}{Eh} \{-\zeta(Bx) + (1-1/\beta d) \theta(Bx)\}$$

$$M_x = \frac{\gamma adh}{\sqrt{12}(1-\nu^2)} \{-\zeta(Bx) + (1-1/\beta d) \theta(Bx)\} \quad (10)$$

además de la derivada del momento se obtiene la fuerza cortante.

$$Q_x = - D(d^3\omega/dx^2)_{x=0} = (dM_x/dx)_{x=0}$$

$$Q_x = \frac{\gamma adh}{\sqrt{12}(1-\nu^2)} \{-2\beta\theta(Bx) + 1/d\phi(Bx)\} \quad (11)$$

Los elementos mecánicos en la base, es decir, para $x=0$ son:

$$M_{x=0} = (1-1/\beta d) \frac{\gamma adh}{\sqrt{12}(1-\nu^2)} \quad (10a)$$

$$Q_{x=0} = - \frac{\gamma adh}{\sqrt{12}(1-\nu^2)} (2\beta-1/d) \quad (11a)$$

$$N_{\phi x=0} = 0 \quad (9a)$$

2.2 CILINDRO SOMETIDO A MOMENTOS FLEXIONANTES Y ESFUERZOS CORTANTES.

Se tiene un cilindro sometido a la acción de momentos flexionantes (M_0) y esfuerzos cortantes (Q_0), ambos uniformemente repartidos en un borde; como se muestra en la figura (2.3).

Debido a que no existe presión "Z" en el cilindro, en la solución general se tiene $f(x) = 0$.

En forma similar al caso 2.1, se obtiene:

$$\omega = e^{-\beta x} \{C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x\} \quad (12)$$

Para determinar el valor de las constantes C_3 y C_4 , partimos de las condiciones de frontera en el extremo cargado y por lo que:

$$(M_x)_{x=0} = -D (d^2\omega/dx^2)_{x=0} = M_0$$

$$(Q_0)_{x=0} = (dM_x/dx) = -D (d^3\omega/dx^3) = Q_0$$

Sustituyendo " ω " por su expresión (12), se obtienen las constantes.

$$C_3 = -\frac{1}{2\beta^3 D} (Q_0 + \beta M_0) \quad ; \quad C_4 = \frac{M_0}{2\beta^2 D}$$

Sustituyendo los valores de las constantes C_3 y C_4 en la ecuación (12) se tiene:

$$\omega = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^3 D} \{ \beta M_0 (\sin \beta x - \cos \beta x) - Q_0 \cos \beta x \} \quad (13)$$

La flecha máxima se produce en el extremo cargado donde:

$$(\omega)_{x=0} = -\frac{1}{2\beta^3 D} (\beta M_0 + Q_0) \quad (14)$$

y el signo negativo, para esta flecha proviene de que se ha tomado el signo positivo para el desplazamiento (ω), hacia el eje del cilindro.

La pendiente o giro en el extremo cargado es:

$$(d\omega/dx) = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^2 D} \{2\beta M_0 \cos \beta x + Q_0(\cos \beta x + \operatorname{sen} \beta x)\}_{x=0}$$

$$(d\omega/dx) = \frac{1}{2\beta^2 D} \{2\beta M_0 + Q_0\} \quad (15)$$

Con ayuda de la notación del caso 2.1 se puede escribir

$$\omega = -\frac{1}{2\beta^3 D} \{\beta M_0 \psi(\beta x) + Q_0 \theta(\beta x)\} \quad (16)$$

$$(d\omega/dx) = \frac{1}{2\beta^2 D} \{2\beta M_0 \theta(\beta x) + Q_0 \phi(\beta x)\} \quad (17)$$

$$(d^2\omega/dx^2) = Mx = -\frac{1}{2\beta D} \{2\beta M_0 \phi(\beta x) + 2Q_0 \zeta(\beta x)\} \quad (18)$$

$$(d^3\omega/dx^3) = Qx = \frac{1}{D} \{2\beta M_0 \zeta(\beta x) - Q_0 \phi(\beta x)\} \quad (19)$$

Tenemos que la fuerza normal es:

$$N_x = -\frac{Eh}{a} (\omega) \text{ y además } D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Por lo que:

$$N\phi = \frac{6(1-\nu^2)}{B^3 h^2 a} \{ \beta M_0 \psi(\beta x) + Q_0 O(\beta x) \} \quad (20)$$

En la construcción de tanques cilíndricos, de alturas muy grandes ya sean de acero o de concreto, se utiliza con mucha frecuencia tramos de espesores diferentes, como se muestra en la figura (2.4).

Aplicando la solución particular (4a) a cada parte de espesor uniforme, encontramos que las diferencias de espesor dan lugar a discontinuidades en el desplazamiento " ω " a lo largo de las juntas EF y CD.

Estas discontinuidades, junto con los desplazamientos en el fondo AB, pueden eliminarse aplicando momentos (M_0) y fuerzas cortantes (Q_0).

Suponiendo que las alturas de las distintas porciones son suficientemente grandes para justificar la aplicación de las fórmulas para lámina infinitamente larga. Se calculan los momentos y esfuerzos cortantes utilizando las ecuaciones (14) y (15) y aplicando en cada junta las dos condiciones de igualdad de flechas y giros común para las dos partes adyacentes.

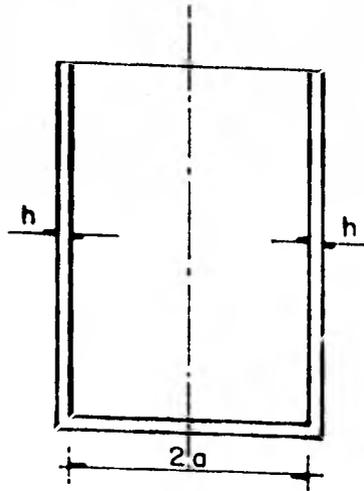


FIGURA 2.1

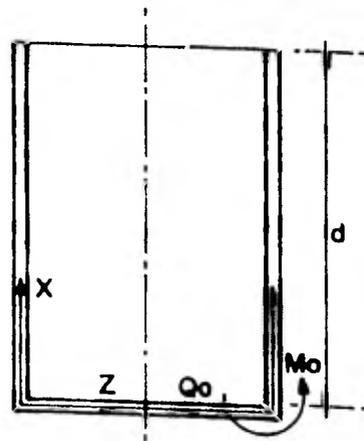


FIGURA 2.2

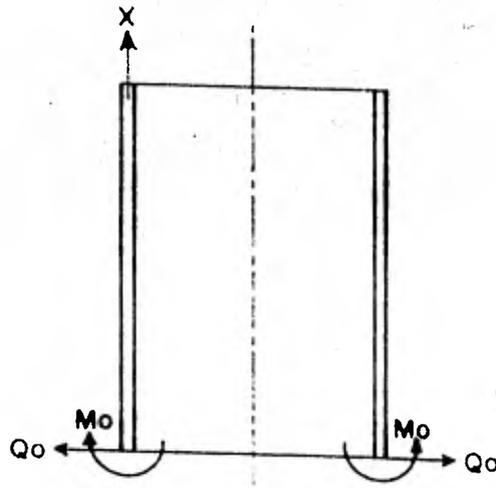


FIGURA 2.3

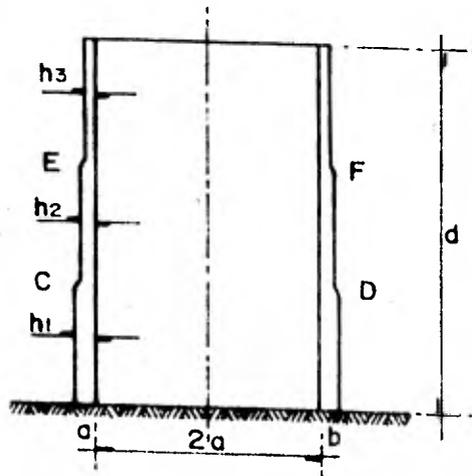


FIGURA 2.4

C A P I T U L O I I I

ANALISIS POR VIENTO Y SISMO DE UNA ESTRUCTURA CILINDRICA

3.1 ANALISIS POR SISMO

3.1.1.- Características generales de los sismos.

Un sismo es una vibración y oscilación de la superficie del terreno ocasionado por una alteración pasajera del equilibrio elástico o gravitacional de las rocas en la superficie, o por debajo de ella. El sismo puede ser artificial si la alteración la ha producido el hombre, como por ejemplo, con la explosión de un barreno con fines de exploración subterránea. En el caso de un terremoto natural, la alteración y los movimientos consiguientes que dan lugar a impulsos elásticos, u ondas, se producen por procesos naturales en la tierra.

Los temblores naturales se clasifican en tectónicos, plutónicos y volcánicos, según si las fuerzas que producen el movimiento en la fuente son, respectivamente, de origen estructural, provenientes de cambios profundos o consecuencia de actividad volcánica. Los temblores de origen tectónico son los más importantes desde el punto de vista de la ingeniería civil.

Los temblores tectónicos se deben a una acumulación de energía de deformación en los grandes bloques del interior de la corteza terrestre, provocada por distintas causas, tales como contracción térmica. Cuando esta acumulación de esfuerzos se hace tan grande que no se puede sostener, se producen deslizamientos súbitos a lo largo de fracturas preexistentes, o la corteza se rompe, y los grandes bloques se acomodan hasta aliviar los esfuerzos y deformaciones que existían.

Un sismo no consiste en la liberación de energía en un punto determinado, sino mas bien a lo largo de una falla geológica en una zona más o menos extensa. Generalmente, se origina a profundidades de 10 a 50 Km de la superficie. El punto o zona donde se origina el sismo recibe el nombre de foco y al punto sobre la superficie terrestre directamente encima del foco se designa epicentro.

El movimiento producido por un temblor origina ondas de cuerpo y ondas de superficie. Las ondas de cuerpo pueden ser a su vez longitudinales y transversales, las longitudinales, también designadas como ondas P (primarias), son las más rápidas, ya que son las que primero se producen por el movimiento de partículas en el sentido de propagación de las ondas, provocando esfuerzos normales en la roca. Las ondas transversales, también llamadas S (secundarias), son más lentas y ocasionan vibraciones en un plano normal a su dirección de propagación.

Estas ondas secundarias se denominan también de cortante para distinguir las de las primarias o de compresión. Aunque las ondas "S" son más lentas que las ondas "P", pueden transmitir más energía por lo que son las que pueden producir mayor daño a las estructuras. Mientras que la magnitud de un sismo se mide por la cantidad de energía liberada durante el disparo sísmico, la intensidad se refiere a la medida de la potencia destructiva de un sismo en un lugar dado, la cual varía con la distancia al foco, características geológicas de la zona, propiedades mecánicas del suelo, etc.

Con el objeto de medir la magnitud e intensidad de los temblores, se han propuesto distintas escalas sísmicas, siendo las más comúnmente usadas, respectivamente, la de Gutenberg-Richter y la de Mercalli modificada (MM).

La escala de Mercalli modificada, no da valores numéricos para poder calcular las fuerzas que hay que considerar en el caso de un diseño sísmico, pero sirve como escala de comparación de las intensidades de distintos sismos en diferentes lugares. Tampoco proporciona ninguna de las características con las cuales es posible definir un movimiento de este tipo, tales como la aceleración, velocidad o desplazamiento.

Para registrar los sismos se emplean los Sismógrafos diseñados para captar movimientos fuertes a grandes distancias, y los acelerógrafos que se emplean para registrar movimientos fuertes de gran violencia

3.1.2.- Regionalización Sísmica.

Para realizar el diseño sísmico, es necesario reglamentar los criterios de análisis con base en estudios estadísticos acerca de la Sismicidad en la región de estudio. México es un país de alto grado de Sismicidad. Sin embargo, la frecuencia de los temblores intensos no es la misma en todas las regiones. Desde este punto de vista, se ve la necesidad de tener mapas en los que se indiquen las regiones de riesgo sísmico semejante, con el fin de facilitar el diseño por sismo de las estructuras.

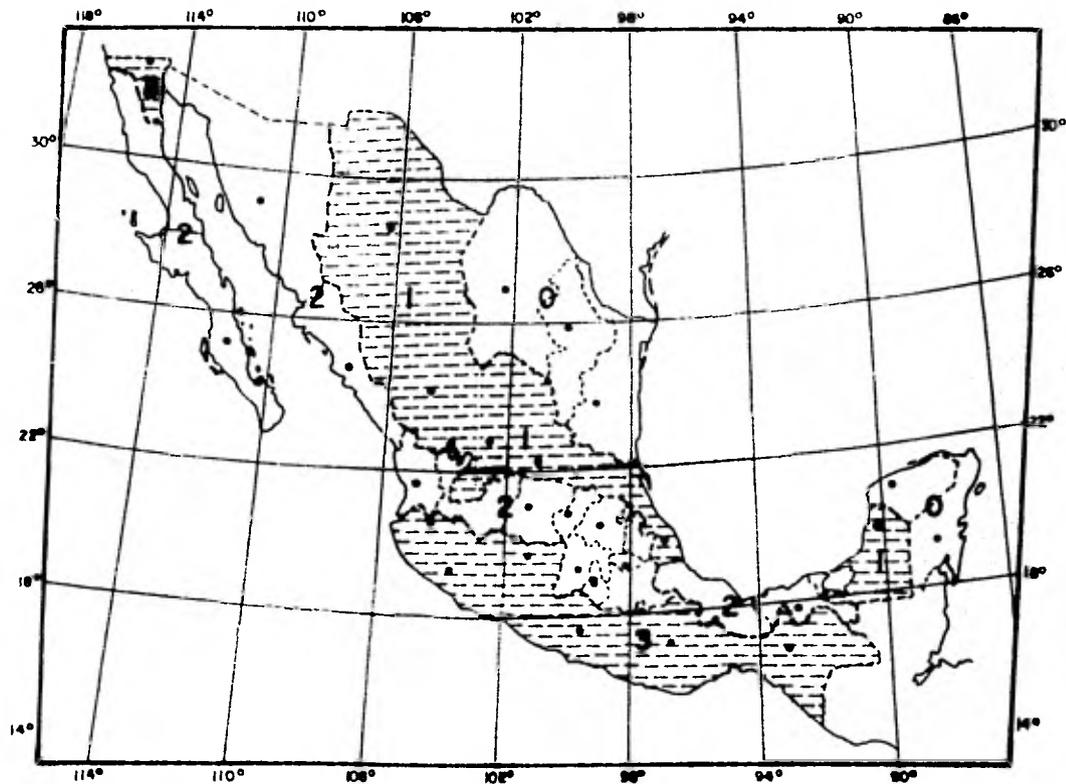
La regionalización Sísmica de una zona, se realiza con base en los siguientes grupos de datos:

- Sísmicidad de la zona y de las zonas vecinas, medida por la frecuencia de temblores de diversas magnitudes que se originan, o por la energía liberada.
- Leyes de transmisión de las ondas Sísmicas, e influencia en la intensidad de diversas variables, tales como la distancia epicentral, profundidad del foco, tipo de terreno, etc.
- Datos directos sobre intensidades registradas en el lugar de interés en caso de que existan.

Con base en la información geológica y tectónica del país, así como en los datos estadísticos sobre magnitudes e intensidades registradas desde principios de siglo, se trataron curvas de iguales intensidades Sísmicas correspondientes a períodos de recurrencia dados. A partir de esas curvas se propuso la regionalización de la República Mexicana, en la que se supone al país dividido en las regiones que se muestran en el mapa de la figura (3.1). En cada una de ellas la Sísmicidad es uniforme.

3.1.3.- Microrregionalización

Dentro de cada región, las características Sísmicas varían según la naturaleza del suelo. Todo sitio donde se proyecte erigir una estructura, se clasificará en alguno de los siguientes tipos, dependiendo de los informes o sondeos de que se disponga.



ZONIFICACION SISMICA DE LA REPUBLICA MEXICANA

FIGURA 31

- a) Terreno firme (F), incluye roca sana o ligeramente intemperizada, arcilla compactada o arena densa.
- b) Terreno comprensible (C). Este a su vez se clasifica en los siguientes tipos:
 - C.1. Terreno de compresibilidad moderada
 - C.2. Terreno de gran compresibilidad
- c) Material no cohesivo en estado suelto

3.1.4.- Clasificación de la estructura

De acuerdo a la clasificación de las estructuras que se hace en el manual de diseño de Obras Civiles (Sec. B) de la Comisión Federal de Electricidad, nuestra estructura queda clasificada de la siguiente manera:

- Por su destino dentro del grupo "A" puesto que es una estructura que en caso de fallar, causaría pérdidas directas o indirectas excepcionalmente altas en comparación con el costo necesario para aumentar la seguridad.
- Por el TIPO DE ESTRUCTURACION dentro del subtipo "1.3", por ser una estructura que es menor de 100 m de altura y se encuentra soportada por una sola columna.

3.1.5.- Coeficiente Sísmico

Se entiende por coeficiente para diseño sísmico, "C", el cociente de la fuerza cortante horizontal "V" en la base del edificio y el peso "W" del mismo sobre dicho nivel.

Pará el análisis estático de las construcciones clasificadas según su destino en el grupo "A", se emplean los valores del coeficiente "C" que se presentan en la siguiente tabla, multiplicados por 1.3

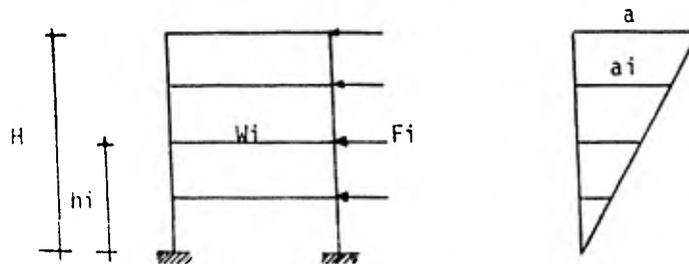
Subtipo	ZONA Y TIPO DE SUELO							
	0		1		2		3	
Estructuras	F	C1,C2	F	C1,C2	F	C1,C2	F	C1,C2
1.1	0.025	0.025	0.025	0.04	0.04	0.06	0.10	0.12
1.2	0.025	0.025	0.04	0.06	0.08	0.08	0.15	0.24
1.3	0.04	0.04	0.04	0.06	0.10	0.15	0.20	0.30

3.1.6.- Análisis estático.

Para calcular las fuerzas cortantes de diseño a diferentes niveles de la torre, se supone una distribución lineal de aceleraciones horizontales con valor nulo en la base de la estructura o nivel a partir del cual las deformaciones de esta puedan ser apreciables.

En el extremo superior, se supondrá un valor máximo de la aceleración de tal modo que la relación V/W en la base sea igual al valor del coeficiente "C" dado por la tabla anterior.

Para deducir la fórmula mediante la cual se obtenga la fuerza horizontal que obra a cada nivel, supondremos la siguiente estructura.



La fuerza de inercia en un piso cualquiera i , es:

$$F_i = m_i a_i = (W_i/g)a_i = W_i/g(h_i/H a_i) \quad (1)$$

donde:

F_i : Es la fuerza de inercia en un piso i

m_i : Es la masa del piso i

a_i : Es la aceleración del piso i

La fuerza cortante en la base es:

$$V_b = \sum_{i=1}^n F_i = a \sum_{i=1}^n W_i/g(h_i/H) \quad (2)$$

$$V_b = C \sum_{i=1}^n W_i \quad (3)$$

Igualando (2) y (3)

$$a \sum_{i=1}^n W_i/g(h_i/H) = C \sum_{i=1}^n W_i \quad (4)$$

despejando la aceleración

$$a = CgH \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n W_i}{\sum_{i=1}^n W_i h_i} \right\} \quad (5)$$

Sustituyendo en (1)

$$F_i = C \sum_{i=1}^n W_i \left\{ \frac{W_i h_i}{\sum_{i=1}^n W_i h_i} \right\} \quad (6)$$

que es la expresión mediante la cual se obtiene la distribución de cortante según el método del análisis estático en donde:

h_i : Elevación del nivel i . medida desde la base de la estructura.

W_i : Peso del nivel i

n : Número de pisos o niveles

C : Coeficiente sísmico

F_i : Fuerza horizontal que actúa en el nivel i

3.1.7.- Análisis dinámico

Al producirse un sismo se provocará vibraciones en la cimentación de la estructura, las cuales la pondrán en movimiento, la amplitud de este movimiento estará en proporción del tipo de apoyo que la cimentación tenga.

La velocidad de propagación del movimiento a lo largo de la estructura no es instantánea, es decir al producirse el sismo se moverá la cimentación y enseguida los niveles superiores de acuerdo con la velocidad de propagación del movimiento, pero al moverse el nivel "n" cualquiera, la cimentación habrá recibido otras excitaciones sísmicas que se propagan de la misma forma que la primera. Esto quiere decir que la fuerza que produce un sismo tiene un tiempo de aplicación demasiado pequeño, el cual no es suficiente para que los esfuerzos suban a toda la estructura, por lo que ésto causará que se formen en ella puntos de inflexión. Aún más, si el sismo tiene bastante tiempo de aplicación, se puede producir el siguiente fenómeno: que las ondas de transmisión a lo largo de la estructura, se sumen con la transmisión de ondas del movimiento sísmico, incrementándose los esfuerzos en los miembros de la estructura al grado de hacerla fallar.

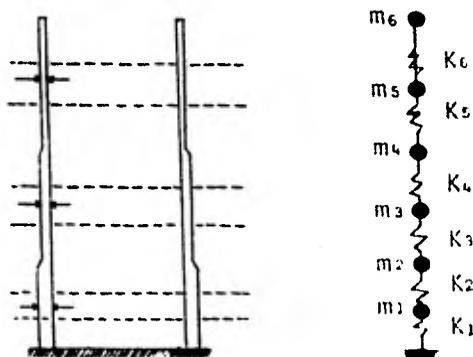
Por lo anterior, se deduce que el tiempo de aplicación del sismo es de mucha importancia y que es necesario hacer intervenir en el diseño de una estructura, el factor tiempo, es decir, el problema sísmico deja de ser estático para ser dinámico como realmente es.

En el análisis dinámico se utiliza el término "Modo natural de vibración", el cual es la configuración que adopta una estructura cuando vibra libremente y dicha configuración además de periódica es proporcional en cualquier instante.

Es necesario obtener los modos naturales de vibrar de una estructura para conocer el comportamiento de la torre al moverse cuando es excitada por un sismo. El conocer dichos modos nos permitirá determinar los empujes horizontales por efecto de un sismo de cierta intensidad.

Para poder hacer el análisis sísmico dinámico de la torre, se supone ésta como un sistema estructural formado por una serie de masas concentradas a determinado nivel, que poseen cierta resistencia a ser desplazadas, medida por su rigidez, la cual es función de las propiedades geométricas de la estructura.

La forma de idealizar este sistema es por medio de una serie de masas unidas entre si por resortes, los cuales también tienen su resistencia a ser deformados por medio de la constante del resorte, o sea la fuerza necesaria para deformarlo.



Para poder hacer la analogía que se ha considerado en la figura anterior, entre el sistema estructural y el sistema de resortes, se

debe establecer las siguientes hipótesis:

- Las masas se consideran concentradas
- Los cuerpos que unen masas son linealmente elásticos, es decir, que se cumple que el material sea homogéneo e isotropo

Para analizar una estructura dinámicamente, se han desarrollado métodos de aproximaciones sucesivas, como el del doctor N.M. Newmark para el modo fundamental de vibración y el método de Holzer para los modos armónicos.

Para facilitar el cálculo de estos métodos, se construye una tabla en las cuales entran las propiedades de la estructura en las columnas y las operaciones en los renglones. A continuación se describen estos métodos.

- Descripción del método de Newmark

Los pasos a seguir por renglones son:

- 1.- Se supone una elástica cualquiera al sistema, estos valores ocuparán el renglón de las X_i .
- 2.- Se calcula el valor de la fuerza de inercia " F_i " para cada masa; o sea $F_i = m \times \omega^2$

donde:

m : Es la masa

ω : Es la frecuencia (Es la incógnita, por lo que la fuerza queda en función de la frecuencia al cuadrado)

- 3.- Con estas fuerzas de inercia, por equilibrio dinámico, se calculan las fuerzas en los resortes, " V ", que se obtienen por la sumatoria de las fuerzas de inercia, desde la última masa hasta la primera
- 4.- A partir de las rigideces " K " y de las fuerzas en los resor

tes "V" se obtienen las deformaciones de las masas, o sea,

$$\Delta x = V/K$$

5.- Se obtiene el desplazamiento X'_i de cada masa, de la sumatoria de cada Δx , desde la primera hasta la última

6.- Obtención de la frecuencia, dado que desde el segundo renglón todos los valores están afectados de la frecuencia al cuadrado, que es la incógnita, y se debe llegar a que la deformación supuesta "Xi", debe ser igual a la que se obtiene "X' i", o sea:

$$X_i = X'_i \omega^2$$

$$\therefore \omega^2 = X_i/X'_i$$

Donde el cociente X_i/X'_i debe ser el mismo para todas las masas, ya que es condición para cualquier modo natural del sistema que todas las masas pasen en el mismo instante por su posición de equilibrio. Como esta condición no se satisface por lo general en la primera iteración, se procede a una segunda, tomando como desplazamientos supuestos precisamente los valores X' que se obtuvieron de la primera iteración, repitiéndose la serie de operaciones tantas veces como sea necesario, hasta lograr el cociente constante X_i/X'_i para cada una de las masas.

Los desplazamientos obtenidos para cada una de las masas son arbitrarios, y se transformarán posteriormente a una escala real.

Una vez obtenida la frecuencia ω , se procede a valorar el período "T", que es el período natural del modo fundamental de vibrar, y que vale: $T = 2\pi/\omega$

- Descripción del método de Holzer. Para encontrar los modos superiores de vibrar, con este método se procede de manera inversa que en el de Newmark, es decir, se supone un valor de la frecuencia (ω^2) y se obtienen las fuerzas de resor-

te y las de inercia para cada nivel; si estas fuerzas correspondientes al último nivel se equilibran, significa que la frecuencia ω^2 supuesta corresponde a un modo natural de vibración, y dependiendo de los signos de la configuración se puede saber a que modo natural de vibración pertenece. En forma similar al método de Newmark, este método se tabula como se describe a continuación.

- 1.- Se supone un valor para ω^2 . Este valor es arbitrario y depende de la experiencia del analista.
- 2.- Se calcula el valor de $m\omega^2$ para cada masa y se anota en el primer renglón.
- 3.- Se supone en el renglón Δx una deformación cualquiera al primer resorte (por facilidad tomamos 1)
- 4.- Se anota en el renglón V la tensión a la que quedaría sometido dicho resorte al sufrir el desplazamiento supuesto que vale $K\Delta x$
- 5.- En el renglón $m \times \omega^2$ se anota la fuerza de inercia que tendría la masa "m", que en la primera masa el valor de "X" será el valor supuesto con el que se inicia el cálculo.
- 6.- Volviendo al renglón "V" se anota la fuerza a que queda sujeto el segundo resorte sumado con su signo la "F" del primer resorte y la fuerza de inercia de la primera masa.
- 7.- En Δx se anota la deformación del segundo resorte sujeto a la fuerza "V".
- 8.- En "X" se anota el movimiento que le resulta a la segunda masa como consecuencia de la deformación de los dos primeros resortes. Este movimiento permite calcular $m \times \omega^2$ de la segunda

masa, con lo que se tiene la fuerza en el tercer resorte y se sigue el proceso anterior con todas las masas y todos los resortes hasta llegar a la fuerza en el último resorte y a la fuerza de inercia de la última masa.

La supuesta frecuencia al cuadrado será la correcta, cuando siguiendo el proceso anterior, la fuerza que se obtenga en el último resorte sea igual a la fuerza de inercia de la última masa, o sea, que $V_n = F_{in}$. De no ser así; deberá de suponerse un nuevo valor de ω^2 y se volverá a repetir el mismo proceso una vez encontrado los desplazamientos de las masas en cada uno de los modos naturales de vibración a una cierta escala arbitraria, es necesario obtener los desplazamientos a una escala real, es decir, encontrar la amplitud que tendrán las oscilaciones de la estructura en cada uno de sus modos de vibrar cuando se hace sufrir a la base un cambio unitario en su velocidad. Para hallar dicha amplitud, necesitamos multiplicar los desplazamientos arbitrarios por un valor constante para cada modo de vibrar y que se llaman COEFICIENTES DE PARTICIPACION O DE INFLUENCIA. Dicho coeficiente tiene el valor de:

$$C_j = 1/\omega^2 \left\{ \sum_{i=1}^n X_{jn} m_n / \sum_{i=1}^n X_i^2 m_n \right\}$$

donde:

C_j : Coeficiente de influencia del modo j

ω^2 : Frecuencia del modo j

X_{jn} : Desplazamiento de la masa del nivel n en el modo j a una escala arbitraria

m_n : masa del nivel n

Al diseñar una estructura interesa conocer la forma en que se comportará ante temblores futuros, cuyos acelerogramas indudablemente diferirán de los registros. Debido a ello se usa el concepto de ESPECTRO.

Si para un sismo de intensidad I se tiene una respuesta R (máxima en valor absoluto) de una estructura cualquiera con período natural T_n , se obtiene lo que se llama ESPECTRO.

Un espectro es una grafica que tiene como ordenada los valores máximos de las respuestas de la estructura al movimiento y como abscisa el valor del período natural de dicha estructura.

Las respuestas pueden referirse a desplazamientos, velocidades y aceleraciones, para distintas estructuras y diferentes períodos naturales, al ser excitados, en el laboratorio por sismos ficticios de la misma intensidad, obteniéndose espectros de desplazamientos, velocidades y aceleraciones, respectivamente.

Con los períodos de cada modo y el espectro de diseño, en este caso el de aceleraciones, se obtiene la aceleración probable a que estará sujeta la estructura. Una vez obtenido ésta se procede al cálculo de las fuerzas cortantes sísmicas.

3.2 ANALISIS POR VIENTO

3.2.1 Características generales del viento

Esencialmente, el viento es aire en movimiento y al igual que cualquier otro fluido, produce distintas presiones sobre los objetos que se le interponen, cuando un sólido está colocado en la corriente del aire, las partículas de este último desvían su camino y pasan rozando la superficie del sólido, si la velocidad es muy pequeña, las trayectorias de las partículas envuelven prácticamente al sólido. Al aumentar la velocidad del aire, sus partículas envuelven al sólido en la cara de barlovento, mientras que en la zona de sotavento las partículas se separan violentamente, creando una serie de alteraciones que se traducen en cambios de velocidad y, por lo tanto, de presión con el viento.

Todas las fuerzas debidas al viento son dinámicas, en el sentido de que son producidas por un fluido en movimiento.

Bajo determinadas circunstancias un cuerpo sumergido en un fluido con velocidad constante experimenta fuerzas que se podrían llamar estáticas. En la realidad, no suele presentarse este fenómeno, ya que como se ha explicado, generalmente existen variaciones en la velocidad del fluido o bien se presentan determinadas características locales o de geometría de la estructura que producen variaciones en el tiempo, de las presiones ejercidas sobre el sólido.

Estas variaciones pueden ser tanto en la magnitud como en la ley de distribución de fuerzas.

La respuesta de una estructura ante el viento depende de:

- La geometría de la estructura. La forma y dimensiones, además, las características dinámicas de las estructuras determinan la naturaleza de las posibles solicitaciones debidas a viento, y se pueden clasificar estas últimas en estáticas y dinámicas. Ante viento sostenido con velocidad constante, las presiones estáticas constituyen la parte más importante de los efectos en estructuras poco flexibles y con períodos naturales de vibración cortos (no mayores de 2 seg).
- Propiedades dinámicas.- las fluctuaciones en la velocidad de viento ocasionan vibraciones de las estructuras. La acción del viento persistente puede idealizarse como la superposición de una gran número de excitaciones armónicas estacionarias de diferente frecuencia y amplitud.
- Las perturbaciones que algunos cuerpos ocasionan en el flujo de aire se manifiestan en forma de vórtices que se generan periódicamente y que viajan a lo largo de la estela turbulenta, causando empujes dinámicos. El caso más típico es el que se presenta cuando el viento incide normalmente al eje de un cuerpo prismático o cilíndrico. Entonces se producen remolinos o vórtices cilíndricos, con eje paralelo al cuerpo, que se desprenden alternadamente a cada lado del mismo. Sus ejes se desplazan a lo largo de la estela, presentando sentidos opuestos de giro, según se trate de vórtices a uno u otro costado del obstáculo, como se indica en la figura 3.2.

El resultado de esta perturbación es la generación de fuerzas periódicas de sentido alternante que actúan transversalmente sobre el cuerpo.

3.2.2 Clasificación de la estructura

Teniendo en cuenta la clasificación hecha en el Manual de Diseño de Obras de la C.F.E. (Secc B). La estructura se ha clasificado por su destino y según las características de su respuesta ante viento.

Por su destino, se le clasificó teniendo en cuenta la importancia y las consecuencias de una falla, adoptandose la misma clasificación propuesta para diseño sísmico.

De acuerdo a las características de su respuesta ante viento la estructura se clasifica del grupo de:

ESTRUCTURA TIPO 3.- Debido a la forma de su sección transversal que propicia la generación periodica de vórtices o remolinos, y tener el tipo de chimenea.

3.2.3.- Velocidad de diseño

La teoría y la experiencia concuerdan al afirmar que cuando actúa una corriente de aire paralelamente a la superficie rugosa del terreno, la fricción entre ambos medios hace que la velocidad del viento se reduzca en la vecindad de la superficie de contacto, hasta ser nula a una distancia infinitamente pequeña de ella. Si se miden velocidades medias de viento a diversas alturas, a lo largo de una misma vertical, se observa a medida que la altura aumenta, la velocidad media varía más lentamente, hasta que pueda considerarse constante. La velocidad del viento por encima de esa altura se denomina "velocidad gradiente".

La altura de la zona de perturbación varía con la configuración del terreno, siendo valores representativos 600 metros para zonas muy accidentadas, como el centro de alguna ciudad importante y 300 metros para terreno muy plano, como a la orilla del mar.

- Variación de la velocidad con la altura.- Entre el nivel del terreno y la altura a la que se presenta la velocidad gradiente, la velocidad medida varía durante un tempra de acuerdo con una ley que se puede representar por la ecuación.

$$V_z = V (Z/Z_0)^\alpha \quad (7)$$

En la que:

V: Es la velocidad básica, en Km/h,

V_z: Es la velocidad de diseño a una altura z sobre el terreno en Km/h.

Z: Altura sobre el terreno, en m.

Z₀: 10 metros

α: Coeficiente que depende de la topografía

- Velocidad básica.- Se define como velocidad básica para diseño por viento la que se supone actuando horizontalmente a una altura de 10 m sobre el nivel del terreno. Su valor depende de:

- . Localización geográfica.
- . Características topográficas en la cercanía de la estructura
- . Tiempo de recurrencia de la intensidad de viento para la cual se diseña. Esta es función de la importancia de la estructura.

La velocidad básica se calcula mediante la ecuación:

$$V = K_1 K_2 V_0 \quad (8)$$

donde:

K₁: factor de topografía

K₂: factor de tiempo de recurrencia

V : velocidad básica, en Km/h

V₀: Velocidad regional, en Km/h

3.2.4.- Cálculo de los empujes estáticos.

En el método estático los efectos del viento se traducen en fuerzas. El cálculo de estas fuerzas se basa en tomar las velocidades de diseño que se derivan de considerar la velocidad básica (ecuación 8) y la ley de variación con altura dada por la ecuación (7).

Los efectos del viento se forman equivalentes a los de una fuerza distribuida sobre el área expuesta. Esta fuerza se supondrá perpendicular a la superficie sobre la que actúa y su valor por unidad de área se calcula por medio de la ecuación.

$$P = 0.0048 G C V_z^2 \quad (9)$$

En la cual:

C : Coeficiente de empuje (sin dimensiones)

P : Presión ó Succión debida al viento, en Kg/m²

V_z: Velocidad de diseño, en Km/h

G = (8+h)/8+2h factor de reducción de densidad de la atmósfera, a la altura h, en Km, sobre el nivel del mar.

Cuando "C" es positivo, se trata de un empuje sobre el área expuesta; cuando es negativo, se trata de succión.

3.3.5 Efectos de Vórtices

Vibraciones generales. Se valuarán como la respuesta de la estructura a una fuerza que varíe armónicamente con el tiempo, la fuerza obtenida se incrementará a la obtenida estáticamente y se comparará el período con los obtenidos por sismo.

a) Amplitud de la fuerza alternante;

$$W_k = 0.0048 G C_k D V^2$$

b) Período de la fuerza alternante

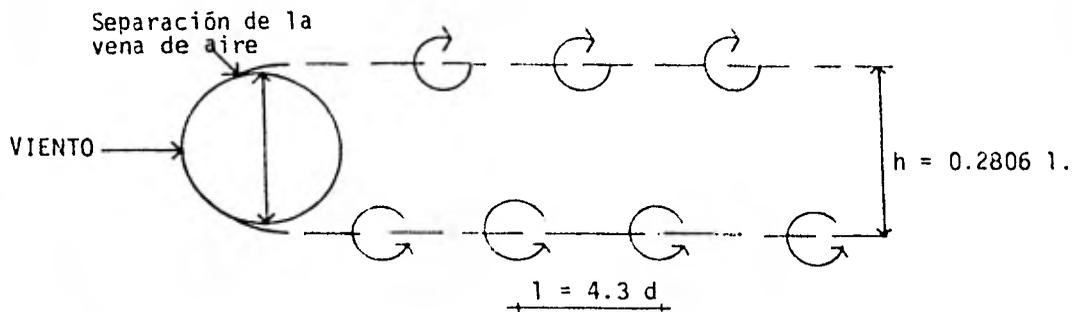
$$T = d/V_S$$

donde:

C_k : coeficiente de empuje por vorticidad que adquiere el valor de 0.2 por tener $d > 1$ metro y ser sección circular.

d : Ancho de la sección, perpendicular al flujo, en metros

S : Coeficiente adimensional; para sección circular $S = 0.056$



VORTICES DE VON KARMAN

Figura 3.2

C A P I T U L O I V

CIMENTACION DE UNA ESTRUCTURA CILINDRICA

El tipo de cimentación para una estructura cilíndrica de eje vertical, como el de la figura (2.4), depende de las características del terreno donde se desplantará y del tipo de cargas que la estructura le transmitirá.

El analista, al tomar en cuenta cualquier tipo de cimentación, debe tener en cuenta que la dificultad de construcción no sea tan grande como para justificar otro tipo de cimentación y tratar de que su diseño sea el más económico.

Teniendo en cuenta estas consideraciones se eligirá una placa circular para la cimentación.

A continuación se enuncian algunos principios de la teoría general para placas circulares sometidas a una carga de intensidad simétricamente distribuida respecto al eje perpendicular al centro de la placa.

4.1 RELACIONES ENTRE MOMENTOS FLEXIONANTES Y CURVATURA EN LA FLEXION PURA DE PLACAS.

Consideremos una placa rectangular flexionada por momentos distribuidos uniformemente a lo largo de sus bordes como se indica en la figura(4.1); " M_x " representa el momento flexionante por unidad de longitud en los bordes paralelos al eje "y", y " M_y " es el momento flexionante por unidad de longitud en los bordes paralelos al eje "x".

El plano equidistante de las caras de la placa, denominado ³⁹ plano medio, lo tomaremos como plano xy, y al eje Z, perpendicular a este, lo orientamos hacia abajo. Consideremos un elemento de la placa, (figura 4.2) aislado mediante dos pares de planos paralelos a los "xz" e "yz".

La flexión pura de la placa se basa en la hipótesis de que durante la flexión las caras laterales del elemento permanecen planas y giran alrededor de la líneas neutras n-n.

Si el sentido de los momentos es el de la figura (4.1) la parte superior del elemento queda comprimida y la inferior extendida, el plano medio n-n no experimenta deformación alguna durante la flexión y es, por lo tanto, la superficie neutra.

Sean $1/r_x$ y $1/r_y$ las curvaturas de dicha superficie neutra en secciones paralelas a los planos XZ y YZ, respectivamente; los alargamientos unitarios en las direcciones X e Y de una hoja elemental a b c d, situada a una distancia Z de la superficie neutra, son:

$$E_x = Z/r_x \quad ; \quad E_y = Z/r_y \quad (1)$$

Si se tiene una barra sometida a fuerzas de tensión (σ_t) que actúan en dos direcciones perpendiculares (si los sentidos son $\rightarrow y$, $\rightarrow x$), el alargamiento en una de las direcciones depende no solamente de la fatiga en esa dirección, sino también de la fatiga existente en la dirección perpendicular. El alargamiento unitario en la dirección del eje "X" debido a la fatiga σ_x , será σ_x/E . La fatiga σ_y pro-

duce una contracción lateral unitaria en la dirección X, cuyo valor es $\nu\sigma_y/E$; por lo tanto, al actuar ambas fatigas σ_x y σ_y simultáneamente, el alargamiento unitario en la dirección "X" será:

$$\epsilon_x = \sigma_x/E - \nu\sigma_y/E \quad (2)$$

análogamente, para la dirección "y" se tiene:

$$\epsilon_y = \sigma_y/E - \nu\sigma_x/E \quad (3)$$

En el caso particular de que las dos fatigas de extensión sean iguales $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_1$ se obtiene:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \sigma/E(1-\nu)$$

De las ecuaciones (2) y (3) se pueden despejar las fatigas obteniéndose:

$$\sigma_x = \frac{(\epsilon_x + \nu\epsilon_y)E}{1-\nu^2} \quad (4)$$

$$\sigma_y = \frac{(\epsilon_y + \nu\epsilon_x)E}{1-\nu^2}$$

mediante las ecuaciones (1) y (4) las fatigas correspondientes valen:

$$\sigma_x = \frac{Ez}{1-\nu^2} (1/r_x + \nu/r_y) \quad (5)$$

$$\sigma_y = \frac{Ez}{1-\nu^2} (1/r_y + \nu/r_x)$$

Estas tensiones son proporcionales a la distancia z de la lámina a b c d, a la superficie neutra y dependen de los valores de las curvaturas de la placa flexada.

Las tensiones normales distribuidas sobre las caras laterales del elemento de la figura (4.2) pueden reducirse a pares de fuerzas, cuyo valor total por unidad de longitud debe ser igual a los momentos externos M_x y M_y , de este modo se obtiene las ecuaciones:

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dy dz = M_x dy \quad (6)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dx dz = M_y dx$$

Sustituyendo, en vez de σ_x y σ_y , las expresiones (5) y teniendo en cuenta la rigidez a flexión de la placa "D", tenemos:

$$D(1/r_x + \nu 1/r_y) = M_x \quad (7)$$

$$D(1/r_y + \nu 1/r_x) = M_y \quad (8)$$

llamando " ω " a la flecha de la placa tenemos:

$$1/r_x = -\partial^2 \omega / \partial x^2 \quad \text{y} \quad 1/r_y = -\partial^2 \omega / \partial y^2$$

Sustituyendo en (7) y (8)

$$-D (\partial^2 \omega / \partial x^2 + \nu \partial^2 \omega / \partial y^2) = M_x \quad (9)$$

$$-D (\partial^2 \omega / \partial y^2 + \nu \partial^2 \omega / \partial x^2) = M_y \quad (10)$$

A partir de estas ecuaciones (9) y (10) se puede conocer la ecuación diferencial de placas circulares cargadas simétricamente con respecto al centro de la placa.

4.2 EXPRESIONES PARA EL CALCULO DE PLACAS CIRCULARES

Si tenemos una placa circular cargada simétricamente con respecto a la perpendicular de su centro, la deformada del plano medio de la placa flexionada es también simétrica.

Las flechas serán idénticas en todos los puntos equidistantes del centro de la placa y es suficiente considerar las flechas en la sección principal que pase por el eje de simetría (figura 4.3).

Sea "0" el origen de las coordenadas en el centro de la placa no flexionada y sean "r" las distancias radiales de los puntos del plano medio y "w" sus flechas dirigidas hacia abajo. La pendiente máxima de la deformada en cualquier punto "A" es igual a $-dw/dr$ y la curvatura de la superficie media de la placa en la sección diametral rz es, para pequeñas flechas:

$$1/rn = -d^2w/dr^2 = d^4/dz^4 \quad (11)$$

Donde ϕ es el ángulo pequeño que forma la normal a la deformada en A y el eje de simetría OB. Por razón de simetría $1/r_n$ es una de las curvaturas principales de la deformada en A. La segunda curvatura principal está situada en la sección que pasa por la normal AB y es perpendicular al plano rz.

Viendo que las normales tales como AB, para todos los puntos de la superficie media situados a una distancia r, forman una superficie cónica de vértice B, se puede decir entonces, que AB, es el radio de la segunda curvatura principal r_t , de donde según la figura (4.3) tenemos:

$$1/r_t = - (1/r) d\omega/dr = \phi/r \quad (12)$$

conocidas las expresiones (11) y (12) de las curvaturas principales, se pueden obtener los valores correspondientes de los momentos flexionantes, suponiendo que las expresiones (9) y (10) son también válidas para estos momentos y curvaturas; utilizando estas relaciones se obtiene:

$$M_r = - D \left(\frac{d^2\omega}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{d\omega}{dr} \right) = D (d\phi/dr + \nu/r \phi) \quad (13)$$

$$M_t = - D \left(\frac{1}{r} \frac{d\omega}{dr} + \frac{\nu}{dr^2} \omega \right) = D (\phi/r + \nu d\phi/dr) \quad (14)$$

donde, M_r y M_t son los momentos flexionantes radial y tangencial respectivamente por unidad de longitud.

El momento M_r actúa a lo largo de las secciones circulares de la placa, tales como la sección obtenida por el cono de vértice B, y M_t a lo largo de la sección diametral rz de la placa.

Las ecuaciones (13) y (14) no contienen más que una variable, la flecha w ó la pendiente ϕ , que puede determinarse considerando un elemento en equilibrio de la placa, sea e f g i, (figura 4.4) separado de la placa por dos secciones ef y gi y por las dos secciones diametales ei y fg. El momento que actúa sobre gi es:

$$M_r r d\theta \quad (a)$$

El momento correspondiente a ef es:

$$\left(M_r + \frac{dM_r}{dr} dr\right)(r+dr) d\theta \quad (b)$$

Los momentos de los lados ei y fg son los dos iguales a $M_t dr$ y dan un momento resultante en el plano rOz, igual a:

$$M_t dr d\theta \quad (c)$$

Por razón de simetría se puede llegar a la conclusión de que los esfuerzos cortantes que actúan sobre el elemento, se anulan en las secciones diametrales de la placa, pero persisten en las secciones cilíndricas tales como gi u ef. Sea Q el esfuerzo cortante por la unidad de longitud de la sección cilíndrica de radio r, la fuerza total debida al esfuerzo cortante sobre el lado del elemento

es $Q_r d\theta$ y la fuerza correspondiente sobre ef es:

$$\{Q + (dQ/dr) dr\} (r + dr) d\theta$$

Despreciando la pequeña diferencia entre los esfuerzos cortantes sobre los lados opuestos del elemento, se puede afirmar que estas fuerzas dan un momento en el plano rz, igual a:

$$Q_r d\theta dr \quad (d)$$

Sumando los momentos (a), (b), (c) y (d) y despreciando el momento producido por la carga exterior, por ser un infinitésimo de orden superior, se obtiene la ecuación de equilibrio del elemento e f g i, por lo que:

$$(Mr + dMr/dr dr) (r + dr) d\theta - M_r r d\theta - M_t dt d\theta + Q_r d\theta dr = 0$$

De donde se deduce, despreciando los infinitésimos de orden superior:

$$M_r + \frac{dMr}{dr} (r) - M_t + Q_r = 0 \quad (15)$$

Sustituyendo los valores de M_r y M_t por sus valores en las ecuaciones (13) y (14), la ecuación (15) deberá ser:

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} - \frac{\phi}{dr^2} = - \frac{Q}{D} \quad (16)$$

o también:

$$\frac{d^3\omega}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2\omega}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{d\omega}{dr} = \frac{Q}{D} \quad (17)$$

El esfuerzo cortante Q se calcula fácilmente, en cada caso particular de placa circular simétricamente cargada, dividiendo la carga distribuida en el círculo de radio r por $2\pi r$; se determina la pendiente ϕ y la flecha ω mediante las ecuaciones (16) y (17). La integración de estas ecuaciones se simplifica escribiéndolas en la forma:

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{dr} \frac{d}{dr} (r\phi) \right\} = - Q/D \quad (18)$$

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \, d\omega/dr) \right\} = Q/D \quad (19)$$

Si Q se expresa en función de r , la integración de estas ecuaciones pueden hacerse sin dificultad en cada caso particular.

A veces es preferible representar el segundo miembro de la ecuación (19) en función de la intensidad "q" de la carga repartida sobre la placa, para lo cual, se multiplican ambos miembros de la ecuación por $2\pi r$, teniendo en cuenta que:

$$Q2\pi r = \int_0^r q2\pi r \, dr$$

Se obtiene:

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \, d\omega/dr) \right\} = 1/D \int_0^r q r \, dr$$

derivando los dos miembros de la ecuación con relación a r y dividiendo por r , se obtiene:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \frac{d\omega}{dr}) \right) \right\} = q/D \quad (20)$$

donde "q" es una función de "r".

4.3 PLACA CIRCULAR UNIFORMEMENTE CARGADA

Si una placa circular de radio "a" soporta una carga de intensidad "q" uniformemente repartida sobre toda su superficie, el valor del esfuerzo cortante Q, a una distancia r del centro de la placa es determinado por:

$$2\pi r Q = \pi r^2 q \quad (21)$$

de donde $Q = qr/2$

Sustituyendo en la ecuación (19) se obtiene:

$$\frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\omega}{dr} \right) \right\} = \frac{qr}{2D} \quad (22)$$

una primera integración da:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\omega}{dr} \right) = \frac{qr^2}{4D} + C_1 \quad (23)$$

donde C_1 es una constante de integración que se determina a partir de las condiciones de frontera de la placa.

Multiplicando los dos miembros de la ecuación (23) por "r" e integrando por segunda vez se obtiene:

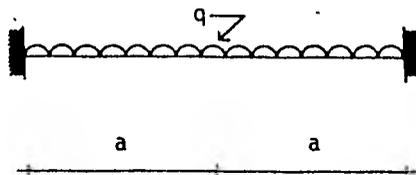
$$d\omega/dr = qr^3/16D + C_1r/2 + C_2/r \quad (24)$$

y una nueva integración da:

$$\omega = qr^4/64D + C_1r^2/4 + C_2 \ln r/a + C_3 \quad (25)$$

para lo cual las constantes C_1 , C_2 , y C_3 se determinan a partir de las condiciones de frontera para cada caso en particular.

Como ejemplo, consideremos una placa circular de radio "a" que soporta una carga de intensidad "q" uniformemente repartida sobre toda la superficie, con los bordes empotrados, como se muestra en la figura:



Considerando al origen al centro de la placa, se tienen las siguientes condiciones de frontera:

Para $r = 0$ y $r = a$, la pendiente vale cero es decir $d\omega/dr = 0$ a partir de estas condiciones y con la ecuación (24) se obtiene:

$$(qr^3/16D + C_1r/2 + C_2/r)_{r=0} = 0$$

$$(qr^3/16D + C_1r/2 + C_2/r)_{r=a} = 0$$

De la primera de estas expresiones, cuando $r = 0$, $C_2 = 0$ sustituyendo este valor en la segunda expresión:

$$C_1 = -qa^2/BD$$

Sustituyendo el valor de las constantes en la ecuación (24)

$$\phi = d\omega/dr = qr/16D (a^2 - r^2)$$

Por lo que la ecuación (25) da:

$$\omega = qr^4/64D - qa^2r^2/32D + C_3$$

Por estar empotrado el contorno, su flecha vale cero y el valor de C_3 es:

$$C_3 = qa^2/64D$$

Con los valores de las constantes tenemos la ecuación de la flecha:

$$\omega = q/64D (a^2 - r^2) \quad (i)$$

La flecha máxima se produce en el centro de la placa y según la ecuación (i) vale:

$$\omega_{\max} = qa^4/64D$$

Una vez obtenida la flecha, el valor de los momentos radial y tangencial se calculan con las ecuaciones generales (13) y (14) se

obtiene:

$$M_r = q/16 \{a^2(1+\nu) - r^2(3 + \nu)\}$$

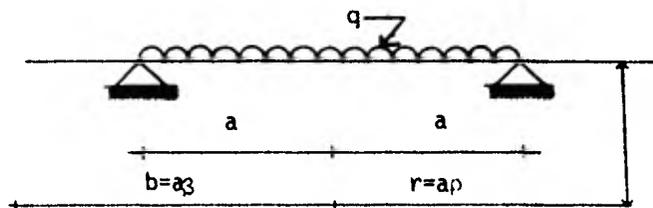
$$M_t = q/16 \{a^2(1+\nu) - r^2(1+3\nu)\}$$

Con un procedimiento análogo al descrito en IV. 3, se puede calcular los momentos, para una placa circular simétricamente cargada, teniendo en cuenta los límites de apoyo.

Para analizar una placa circular bajo la acción de una carga, si en forma directa resulta muy complicado, se puede analizar por partes y posteriormente se utiliza el método de superposición de efectos.

A continuación se muestran algunos casos particulares de placas cargadas simétricamente.

CASO 1: Placa circular con voladizo bajo una carga uniformemente repartida sobre el círculo central.



Considerando el origen en el centro de la placa se tienen las

siguientes condiciones de frontera:

Para $x=0$; la pendiente vale cero, es decir $d\omega/dr = 0$;

Para $x=a$; la flecha vale cero, es decir $\omega = 0$;

a partir de estas condiciones, la flecha en este caso vale:

Para $\rho \leq 1$:

$$\omega = \frac{qa^4}{64D} \left\{ 2 \frac{K}{1+\nu} (1-\rho^2) - (1-\rho^4) \right\} \quad (26)$$

Para $\rho > 1$:

$$\omega = \frac{qa^4}{32D} \left\{ \frac{1-\nu}{1+\nu} - \frac{1}{\beta^2} (1-\rho^2) - 2\ln\rho \right\} \quad (27)$$

donde: ρ : Es el radio relativo = r/a

r : Distancia entre el centro de la placa y la sección examinada

a : Distancia del centro de la placa al apoyo

ν : Módulo de Poisson

q : Intensidad de la carga

D : Rigidez de flexión de la placa = $Eh^3/12 (1-\nu^2)$

K : Constante, que es igual a $K = 1-\nu/\beta^2 + 2 (1+\nu)$; $\beta = b/a$

Sustituyendo la ecuación (26) o la (27) según el caso, en las ecuaciones generales (13) y (14), obtenemos:

Para $\rho \leq 1$:

$$M_r = qa^2/16 \{ K - (3+\nu) + (3+\nu) (1-\rho^2) \} \quad (28)$$

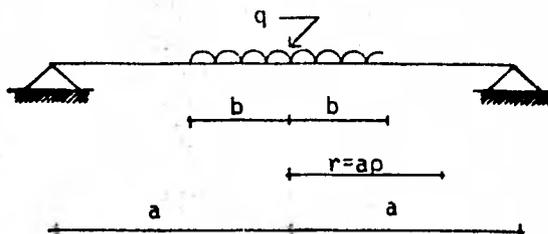
$$M_t = qa^2/16 \{ K - (1+3\nu) + (1+3\nu) (1-\rho^2) \} \quad (29)$$

Para $\rho > 1$:

$$M_r = - qa^2/16 (1-\nu) \{ (\beta^2-1)/\beta^2 + (1/\rho^2 - 1) \} \quad (30)$$

$$M_t = - qa^2/16 (1-\nu) \{ (-\beta^2+1)/\beta^2 - (1/\rho^2 - 1) \} \quad (31)$$

CASO 2: Placa circular bajo una carga uniformemente repartida, sobre la superficie de un cilindro de radio "b"



Considerando el origen en el centro de la placa se tienen las siguientes condiciones de frontera:

Para $r = 0$; la pendiente vale cero, es decir $d\omega/dr = 0$

Para $r = a$; la flecha vale cero, es decir $\omega = 0$, y como en el caso anterior a partir de estas condiciones la flecha para este caso vale:

Para $0 < \rho < \beta$:

$$\omega = \frac{\rho a^2}{64D\eta} \frac{1}{1+\nu} \{ 4(3+\nu) - (7+3\nu)\beta^2 + 4(1+\nu)\beta \ln \beta - 2(4 - (1-\nu)\beta^2 -$$

$$-4(1+\nu)\text{Ln}\beta\rho^2 + 1+\nu/\beta^2 \rho^4 \} \quad (32)$$

Para $\beta < \rho < 1$:

$$\omega = \frac{\rho a^2}{32\pi D} \cdot \frac{1}{1+\nu} \{ (2(3+\nu) - (1-\nu)\beta^2) (1-\rho^2) + \\ + 2(1+\nu)\beta^2\text{Ln}\rho + 4/1+\nu)\rho^2\text{Ln}\rho \} \quad (33)$$

Las constantes son las mismas que para el caso 1, sustituyendo las ecuaciones (32) y (33) en las ecuaciones generales (13) y (14) se obtiene respectivamente:

Para $0 \leq \rho \leq \beta$

$$M_r = \frac{\rho}{16\pi} \{ 4-(1-\nu)\beta^2 - 4(1+\nu)\text{Ln}\beta - (3+\nu)\beta^2 \rho^2 \} \quad (34)$$

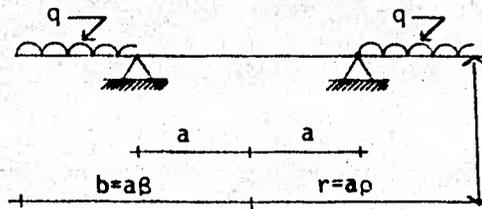
$$M_t = \frac{\rho}{16\pi} \{ 4-(1-\nu)\beta^2 - 4(1+\nu)\text{Ln}\beta - (1+3\nu)\beta^2 \rho^2 \} \quad (35)$$

Para $\beta \leq \rho \leq 1$:

$$M_r = \frac{\rho}{16\pi} \{ (1-\nu)\beta^2(1/\rho^2 - 1) - 4(1+\nu)\text{Ln}1 \} \quad (36)$$

$$M_t = \frac{\rho}{16\pi} \{ (1-\nu) (4-\beta^2(1/\rho^2 + 1)) - 4(1+\nu)\text{Ln}\rho \} \quad (37)$$

CASO 3: Placa circular con voladizo bajo una carga uniformemente repartida sobre el voladizo



Como en los casos anteriores partiendo de las condiciones de frontera:

Para $x = 0$; la pendiente vale cero es decir $d\omega/dr = 0$

Para $x = a$; la flecha vale cero es decir $\omega = 0$;

ahora la flecha para las siguientes condiciones es:

Para $\rho \leq 1$:

$$\omega = -\frac{qa^2}{32D} (1+\nu) (1-\rho^2) K_1 \quad (38)$$

Para $\rho > 1$:

$$\omega = -\frac{qa^2}{64D} (1+\nu) \{ 2K_2(1-\rho^2) + (1+\nu) (1-\rho^4) + 4(1+\nu) (2\beta^2-1) \text{Ln}\rho + 8(1+\nu)\beta^2\rho^2 \text{Ln}\rho \} \quad (39)$$

donde:

$$K_1 = 1/\beta^2 \{ (1-\nu) + 4\nu\beta^2 - (1+3\nu)\beta^4 + 4(1+\nu)\beta^4 \text{Ln}\beta \}$$

$$K_2 = 1/\beta^2 \{ (1-\nu) (1-2\beta^2) + (3+\nu)\beta^4 + 4(1+\nu)\beta^4 \text{Ln}\beta \}$$

Sustituyendo las ecuaciones (38) y (39) en las ecuaciones generales (13) y (14), tendremos respectivamente:

Para $\rho \leq 1$:

$$M_r = -\frac{qa^2}{16} K_1 \quad (40)$$

$$M_t = -\frac{qa^2}{16} K_1 \quad (41)$$

$$\therefore M_r = M_t$$

Para $\rho > 1$:

$$M_r = -\frac{qa^2}{16} \{ K_1 - (3+\nu)(1-\rho^2) + (1-\nu)(2\beta^2-1)(1/\rho^2-1) - 4(1+\nu)\beta^2 \text{Lnp} \} \quad (42)$$

$$M_t = -\frac{qa^2}{16} \{ K - (1+3\nu)(1-\rho^2) + (1-\nu)(2\beta^2-1)(1/\rho^2-1) - 4(1+\nu)\beta^2 \text{Lnp} \} \quad (43)$$

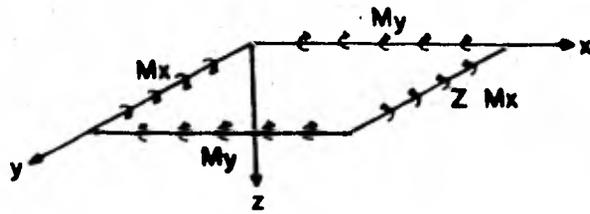


FIGURA 4.1

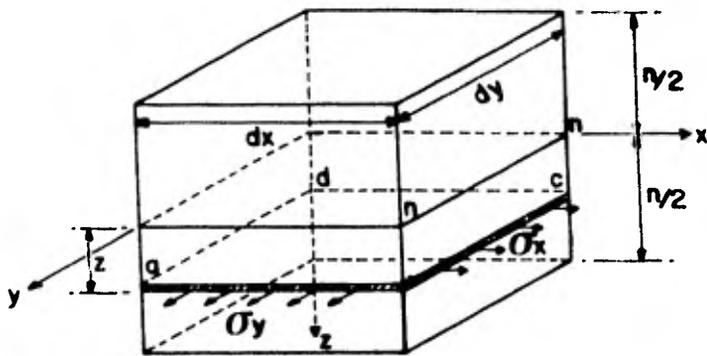


FIGURA 4.2

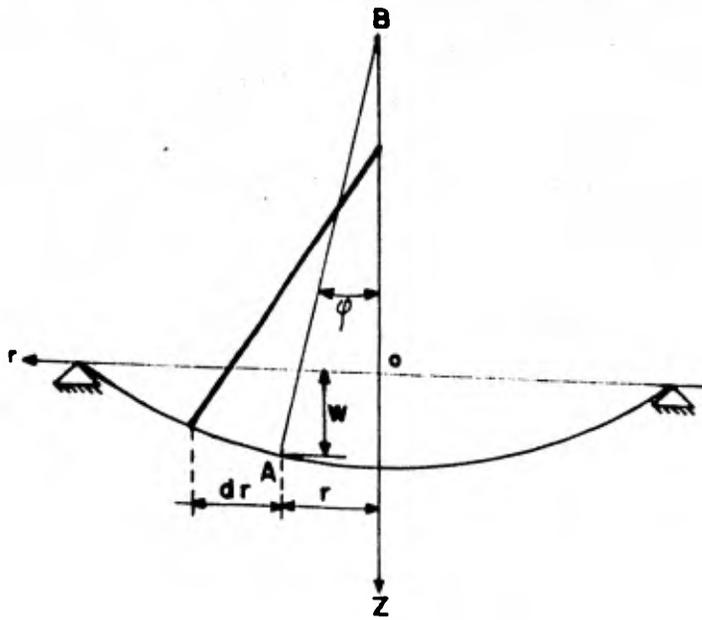


FIGURA 4.3

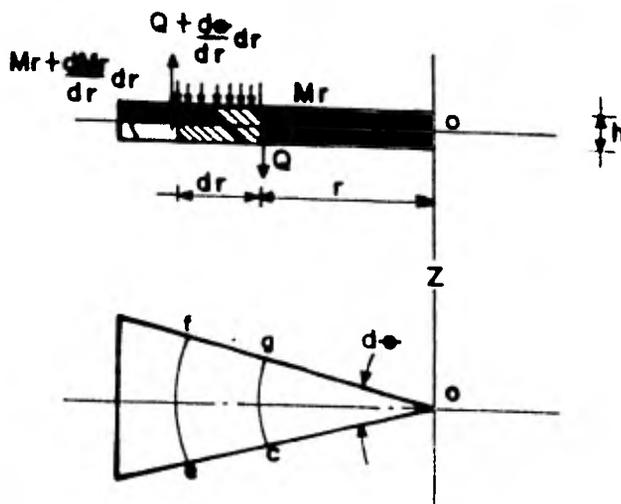


FIGURA 4.4

C A P I T U L O V

EJEMPLO DE APLICACION

Se tiene una torre de 29 metros de altura y 10 metros de diámetro interior, de espesor variable como se muestra en la figura (5.1)

Dicha torre será de concreto armado, parcialmente presforzada según se requiera.

El análisis se hará para las siguientes condiciones:

- . Por presión hidrostática
- . Por Sismo
- . Por viento

Con los resultados de estos análisis se hará el diseño de la torre, para la condición de carga vertical más la combinación más desfavorable de alguna de las cargas accidentales.

5.1 ANALISIS POR PRESION HIDROSTATICA

El análisis se hará considerando a la torre a su máxima capacidad, por tramos de espesor constante y se emplearán las fórmulas del capítulo II.

El esfuerzo normal:

$$N\phi = \gamma ad \{1 - x/d - O(\beta x) - (1 - 1/\beta d)\zeta(\beta x)\}$$

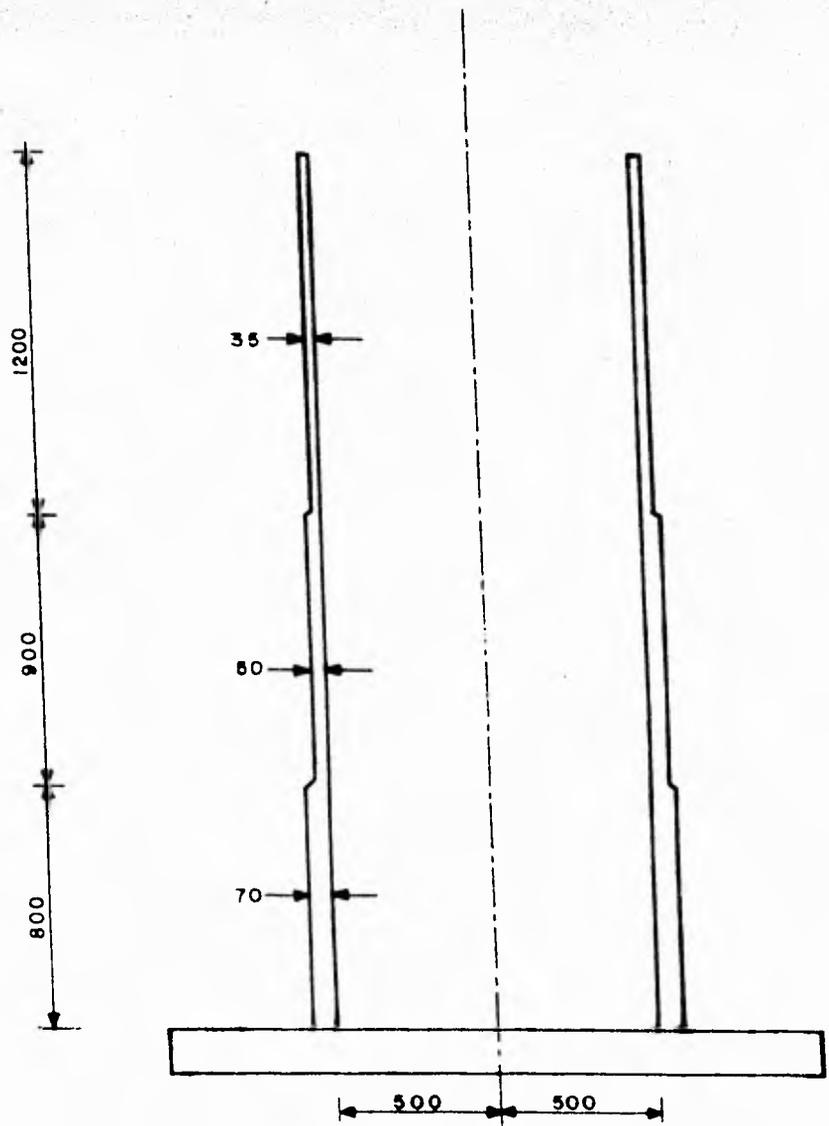
El momento flexionante:

$$M_x = \frac{\gamma adh}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \{-\zeta(\beta x) + (1 - 1/\beta d)O(\beta x)\}$$

La fuerza cortante:

$$Q_x = \frac{\gamma adh}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \{-2\beta O(\beta x) + 1/d\phi(\beta x)\}$$

para el momento flexionante y el esfuerzo cortante en la base, es decir cuando $x=0$, se tienen las siguientes expresiones:



DIMENSIONES DE LA TORRE

FIGURA 5.1

$$M_{x=0} = (1-1/\beta d) \frac{\gamma a d h}{\sqrt{12(1-\nu^2)}}$$

$$Q_{x=0} = - \frac{\gamma a d h}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} (2\beta - 1/d)$$

i) Para el primer tramo, donde $h=0.70\text{m}$; y considerando que la torre se encuentra empotrada en la base

Las condiciones que se tienen para este primer tramo son:

$$a = 5.00\text{m}$$

$$d = 29\text{m}$$

$$\nu = 0.15 \text{ (coeficiente de Poisson para el concreto)}$$

$$h = 0.70\text{m}$$

$$\text{teniendo como constante } \beta^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{a^2 h^2} \Rightarrow \beta = 0.699$$

y recordando que:

$$\Theta(\beta x) = e^{-\beta x} \cos \beta x$$

$$\zeta(\beta x) = e^{-\beta x} \text{sen } \beta x$$

$$\Phi(\beta x) = e^{-\beta x} \{\cos \beta x + \text{sen } \beta x\}$$

$$\Psi(\beta x) = e^{-\beta x} \{\cos \beta x - \text{sen } \beta x\}$$

dando valores a "x" de 0 a 8 y sustituyendo valores en las ecuaciones correspondientes se construye la siguiente tabla T-1.

Las ecuaciones del giro ($d\omega_1/dx$) y el desplazamiento (ω_1) para este tramo son:

$$\omega_1 = - \frac{\gamma a^2 d}{Eh} \{1-x/d - \Theta(\beta x) - (1-1/\beta d)\zeta(\beta x)\}$$

$$\frac{d\omega_1}{dx} = - \frac{\gamma a}{Eh} \{-1 + \phi(\beta x) + 2\beta \zeta(\beta x)\}$$

X(m)	βx	x/d	$\phi(\beta x)$	$\zeta(\beta x)$	$\phi(\beta x)$	N ϕ (ton)	Mx (ton.m)	Qx (ton)
0	0	0	1	0	1	0	30.11	-41.8
0.5	0.338	0.017	0.673	0.236	0.909	13.34	12.87	-27.89
1	0.676	0.034	0.397	0.318	0.715	41.42	1.86	-16.26
2	1.352	0.069	0.056	0.253	0.309	98.41	- 6.34	- 2.07
3	2.028	0.103	-0.058	0.118	0.060	130.67	- 5.49	2.55
4	2.704	0.138	-0.061	0.028	-0.033	138.95	- 2.73	2.58
5	3.380	0.172	-0.033	-0.008	-0.041	134.63	- 0.74	1.37
6	4.056	0.207	-0.011	-0.014	-0.025	126.68	0.11	0.44
7	4.732	0.241	0.000	-0.009	-0.009	118.97	- 0.29	0
8	5.408	0.276	0.003	-0.003	0	112.20	0.19	-0.128

TABLA T-1

Como el desplazamiento y el giro deben de ser iguales, en el cambio de espesor del siguiente tramo, se calculará el desplazamiento y el giro para cuando $x = 8$ m del primer tramo

$$\omega_1 = - \frac{858.49}{E} \quad \text{y} \quad \frac{d\omega_1}{dx} = \frac{41.06}{E}$$

ii) Para el segundo tramo donde $h = 0.50$ m, se tienen las siguientes condiciones:

$$a = 5.00$$

$$d = 21.0 \text{ m}$$

$$\gamma = 0.15 \Rightarrow \beta = 0.828$$

Las ecuaciones del giro ($d\omega_2/dx$) y el desplazamiento (ω_2) en este tramo, cuando $x=0$ son:

$$\omega_2 = -\frac{1}{2\beta^3 D} (\beta M_0 + Q_0) = -\frac{12(1-\nu^2)}{2\beta^3 E h^3} (\beta M_0 + Q_0)$$

$$\frac{d\omega_2}{dx} = \frac{1}{2\beta^2 D} (2\beta M_0 + Q_0) = \frac{12(1-\nu^2)}{2\beta^2 E h^3} (2\beta M_0 + Q_0)$$

donde:

M_0 : Es el momento de empotramiento en el extremo inferior del segundo tramo.

Q_0 : Es el cortante debido a la continuidad con el tramo inferior.

Sustituyendo valores:

$$\omega_2 = \frac{-88.95}{E} (0.828 M_0 + Q_0)$$

$$\frac{d\omega_2}{dx} = \frac{71.87}{E} (1.62 M_0 + Q_0)$$

Teniendo los desplazamientos y giros, tanto del primer tramo (en la parte adyacente al segundo tramo) como del segundo tramo (en la parte inferior a este) y se debe cumplir que giros y desplazamientos en 2 tramos adyacentes sean iguales, se hará la igualación de desplazamientos y giros.

para obtener el valor de Q_0 y M_0 , por lo tanto:

$$\omega_2 = -\omega_1 \quad \text{y} \quad \frac{d\omega_2}{dx} = -\frac{d\omega_1}{dx}$$

Sustituyendo se tiene:

$$\frac{-88.95}{E} (0.828M_0 + Q_0) = \frac{858.49}{E} \quad (I)$$

$$\frac{71.87}{E} (1.62M_0 + Q_0) = \frac{-41.06}{E} \quad (II)$$

Resolviendo se obtiene:

$$M_0 = 12.62 \text{ Ton.m}$$

$$Q_0 = -19.93 \text{ Ton}$$

Para el cálculo de la fuerza normal ($N\phi$) en este tramo se tiene:

$$N\phi_T = N\phi_1 + N\phi_2$$

donde:

$$N\phi_1 = \frac{6(1-\nu^2)}{a\beta^3 h^2} \{-\beta M_0 \psi(\beta x) - Q_0 \phi(\beta x)\}$$

$$N\phi_2 = \gamma a d \{1 - x/d - \phi(\beta x) - (1 - 1/\beta d) \zeta(\beta x)\}$$

Como en el tramo anterior, dando valores a "x" de 0 a 9 para el cual el valor de "0" será a partir de donde $h=0.50\text{m}$, se puede construir la siguiente tabla T-2.

x (m)	βx	$N\phi_1$ (ton)	$N\phi_2$ (ton)	$N\phi_T$ (ton)
0	0	82.23	0	82.23
1	0.808	56.15	37.65	93.80
2	1.616	16.00	80.05	96.05
3	2.424	- 0.32	95.74	95.40
4	3.232	- 3.54	98.95	95.40
5	4.040	- 2.08	86.62	84.54
6	4.848	- 0.59	79.45	78.86
7	5.656	0.05	73.40	73.45
8	6.464	0	68.06	68.06
9	7.272	0	62.96	62.96

TABLA T-2

Las ecuaciones de giro ($d\omega_1/dx$) y del desplazamiento (ω_1) para este tramo, cuando $x=9m$ son:

$$\omega_1 = -\frac{661.15}{E} ; \quad \frac{d\omega_1}{dx} = \frac{55.1}{E}$$

iii) Para el tercer tramo donde $h = 0.35$ m, se tienen las siguientes condiciones:

$$a = 5.0 \text{ m}$$

$$d = 12 \text{ m}$$

$$\nu = 0.15 \Rightarrow \beta = 0.989$$

Las ecuaciones del giro ($d\omega_2/dx$) y el desplazamiento (ω_2) para este tramo, cuando $x = 0$ son:

$$\omega_2 = -\frac{148.05}{E} (0.989 M_0 + Q_0)$$

$$\frac{d\omega_2}{dx} = \frac{144.8}{E} (1.944 M_0 + Q_0)$$

análogamente al tramo anterior se tiene:

$$\omega_2 = - \omega_1$$

$$\frac{d\omega_2}{dx} = - \frac{d\omega_1}{dx}$$

Sustituyendo:

$$- \frac{148.45}{E} (0.989M_0 + Q_0) = \frac{661.5}{E} \quad (\text{III})$$

$$\frac{144.8}{E} (1.944 M_0 + Q_0) = - \frac{55.1}{E} \quad (\text{IV})$$

Resolviendo III y IV se obtiene:

$$M_0 = 4.19 \text{ Ton.m}$$

$$Q_0 = -8.53 \text{ Ton}$$

Para valuar la fuerza normal "N ϕ " para este tramo, con un procedimiento similar al del tramo anterior, dando valores a "x" de 0 a 12, donde 0 es a partir del tramo donde h = 0.35 m se puede contruir la siguiente Tabla T-3.

x (m)	βx	$N\phi_1$ (ton)	$N\phi_2$ (ton)	$N\phi_T$ (ton)
0	0	44.90	.0	44.90
1	0.972	22.35	25.94	48.32
2	1.944	3.09	47.40	50.50
4	3.888	- 1.21	43.12	41.91
6	5.832	0.10	30.96	31.06
8	7.776	0.01	20.70	20.71
10	9.720	0	10.40	10.40
12	11.664	0	0	0

TABLA T-3

Para el cálculo del momento en el segundo y tercer tramo el procedimiento es similar al del cálculo de la fuerza normal.

Como el valor del momento tiende a cero desde el primer tramo, no se calculará en los dos siguientes tramos.

A continuación se muestra en las figuras 5.2 y 5.3 la variación de la fuerza normal ($N\phi$) y del momento flexionante a lo largo de la TORRE.

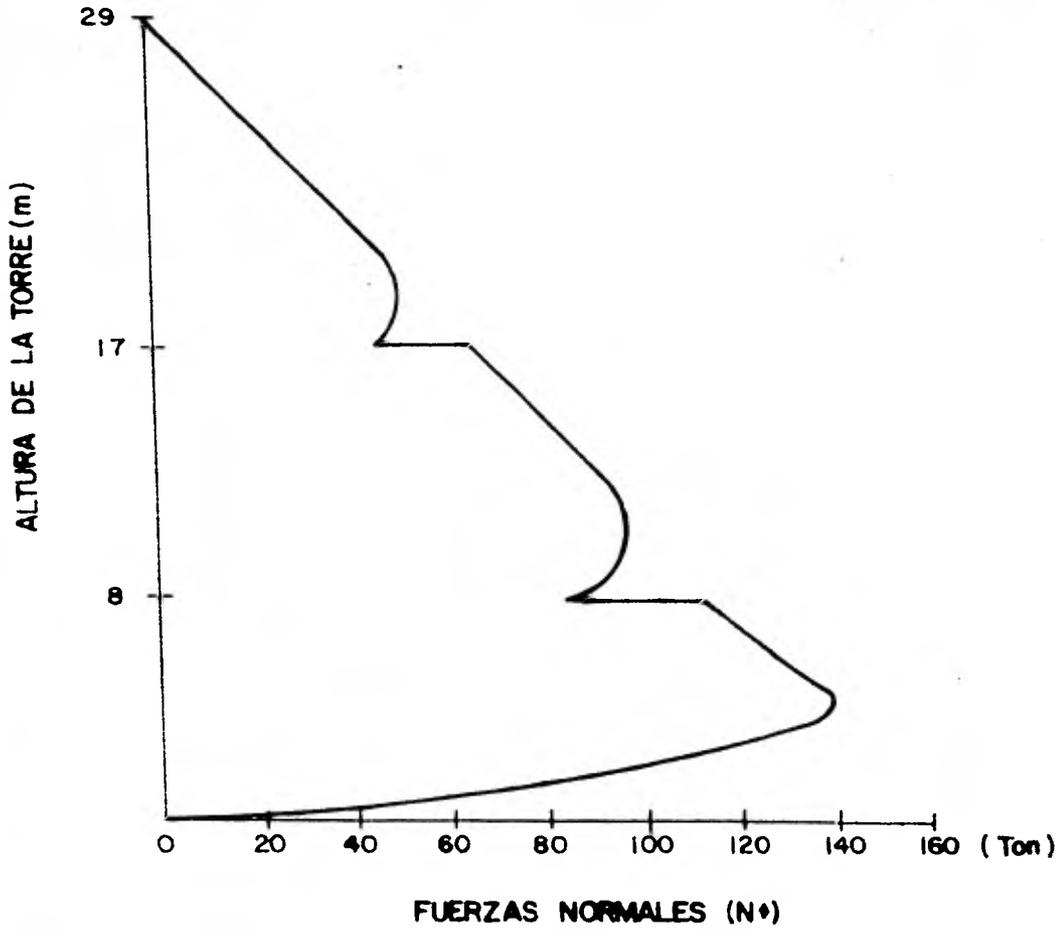


FIGURA 5.2

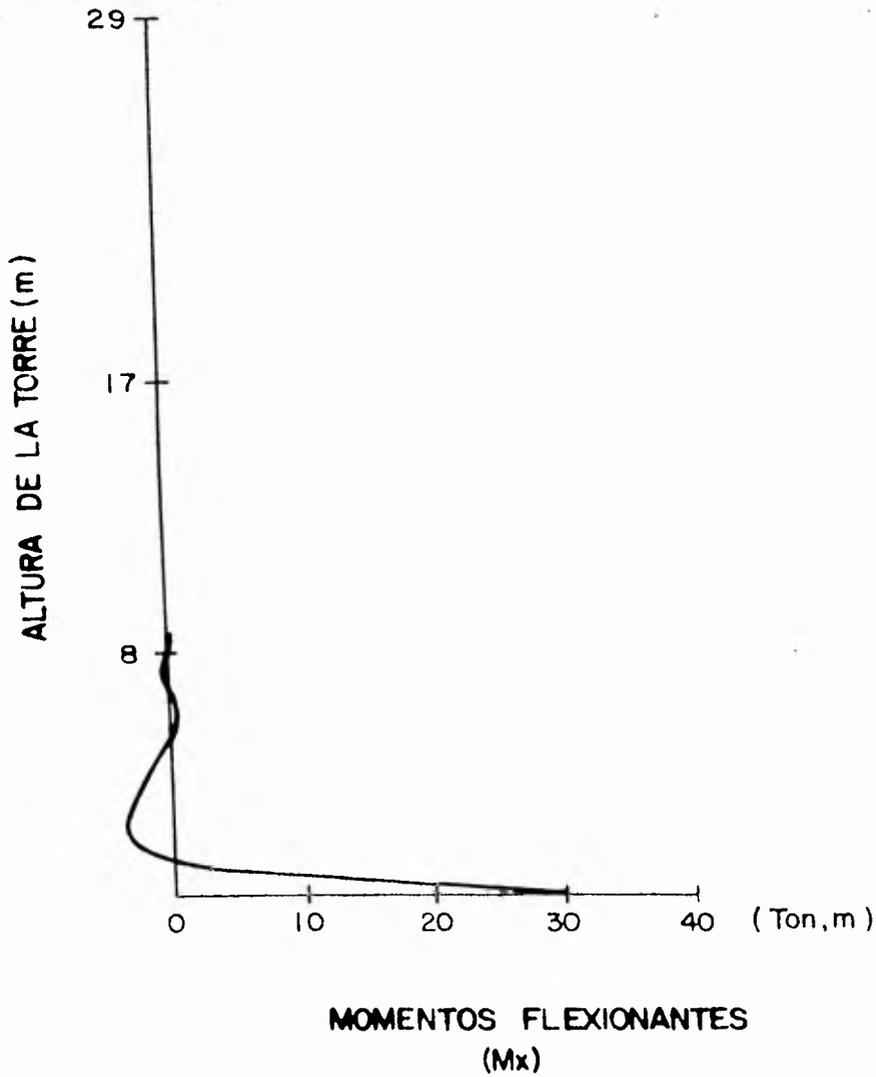


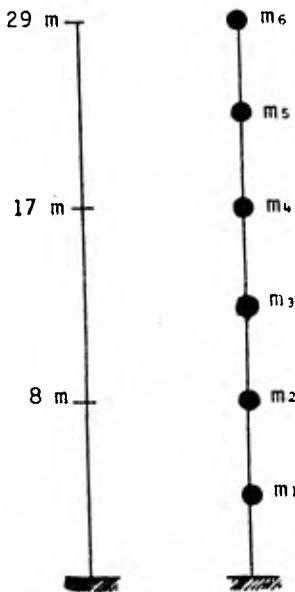
FIGURA 5 3

5.2 ANALISIS POR SISMO

El análisis sísmico se realizará para los siguientes tipos:

- i) Análisis estático
- ii) Análisis dinámico

Para el análisis se tomara el siguiente modelo



hi(m)	hi(m)	Wi(Ton)	mi(Ton seg ² /m)
	29.0	317.6	32.38
6.0	23.0	635.1	64.74
6.0	17.0	612.9	62.48
5.0	12.0	531.9	54.22
4.0	8.0	506.3	51.61
4.0	4.0	540.0	55.04
4.0			

$$\Sigma = 3\,143.3 \text{ Ton}$$

i) ANALISIS ESTÁTICO

Haciendo referencia al capítulo 3, de este trabajo, se tiene que la fuerza debida a sismo es:

$$F.s = C.s. \frac{\Sigma W_i h_i}{\Sigma W_i h_i}$$

Donde el valor del coeficiente Sísmico, según el manual de diseño de Obras Civiles de la C.F.E. Para estructuras del grupo "A", subtipo 1.3, desplantadas en terreno firme es 0.10×1.3 .

sustituyendo valores se tiene:

$$F.s = 0.13 \times 3212.3 \frac{\sum W_i h_i}{\sum W_i h_i} = 417.6 \frac{\sum W_i h_i}{\sum W_i h_i}$$

Se puede construir la siguiente tabla:

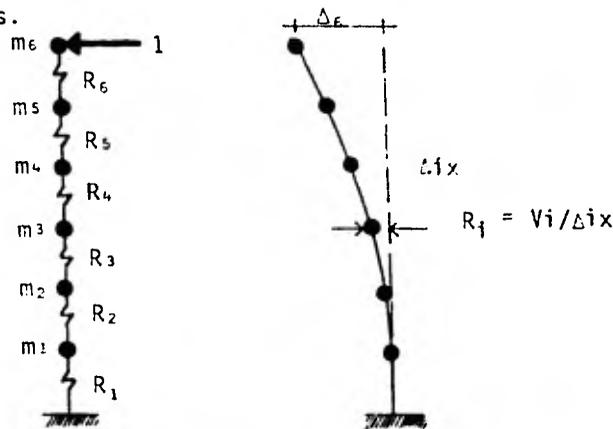
NIVEL	hi(m)	Hi(m)	Wi(Ton)	WiHi	ai	Fi (Ton)	Vi (Ton)	Mi (Ton.m)
6		29.0	317.6	9210.4	0.197	82.2		
	6.0						82.2	
5		23.0	635.1	14607.3	0.312	130.4		493.2
	6.0						212.6	
4		17.0	612.9	10419.3	0.222	93.0		1768.8
	5.0						305.6	
3		12.0	531.5	6378.0	0.136	57.0		3296.8
	4.0						362.6	
2		8.0	506.3	4050.4	0.087	36.2		4747.2
	4.0						398.6	
1		4.0	540.0	2160.0	0.046	19.3		6342.4
	4.0						417.6	
0		0			1.0			8013.2

En la tabla anterior se muestran los elementos mecánicos a diferentes niveles, debidos al Sismo (análisis estático).

ii) ANALISIS DINAMICO

Para este análisis se formara el mismo modelo, que se utilizó en el análisis estático.

Es necesario conocer la rigidez "K" de la estructura para poder obtener la configuración modal con sus respectivos períodos, para lo cual se aplicaran cargas unitarias en cada masa y obtener el desplazamiento en cada punto de aplicación; una vez obtenido este, se puede formar la matriz de flexibilidades y por definición, la inversa de la matriz de flexibilidad será la matriz de rigideces.



Las rigideces son:

$$R_1 = 41\,700 \text{ Ton. cm}$$

$$R_2 = 15\,300 \text{ Ton. cm}$$

$$R_3 = 9\,060 \text{ Ton. cm}$$

$$R_4 = 4\,800 \text{ Ton. cm}$$

$$R_5 = 2\,470 \text{ Ton. cm}$$

$$R_6 = 952 \text{ Ton. cm}$$

En el análisis dinámico, es suficiente con obtener la configuración modal de los 3 primeros modos de vibrar, con sus respectivas frecuencias y así obtener en base a estos datos las fuerzas dinámicas debidas al sismo.

Como ilustración de los métodos (para encontrar los modos de vibrar) descritos en este trabajo, se mostrará el cálculo del modo fundamental de vibrar, utilizando el método del Dr. Newmark, el cual se muestra en la siguiente tabla.



1a. Iteración	m	0.551	0.516	0.543	0.626	0.648	0.324	
	X_i	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	
	F_i	0.551	1.032	1.629	2.504	3.24	1.944	
	V_i	10.9	10.349	9.317	7.688	5.184	1.944	
	Δx	2.00026	0.00067	0.00010	0.00016	0.00021	0.00020	
	$X' i$	0.00002	0.00009	0.00019	0.00035	0.00056	0.00077	
	ω^2	3831.4	2134.5		1525.17	1121.39	882.30	778.51
2a. Iteración	X_i	1.0	3.69	8.02	15.39	26.17	37.87	
	F_i	0.551	1.904	4.355	9.634	16.958	12.27	
	V_i	45.672	45.121	43.217	38.86	29.228	12.27	
	Δx	0.00109	0.0029	0.00477	0.0081	0.01183	0.00128	
	$X' i$	0.00109	0.00404	0.0089	0.0169	0.0287	0.64163	
	ω^2	917.4	913.6	910.6	910.3	910.6	909.7	
3a. Iteración	X_i	1.0	3.706	8.08	5.51	26.37	38.19	
	F_i	0.551	1.912	4.387	9.709	17.09	12.37	
	V_i	46.021	45.47	46.558	39.171	29.462	12.374	
	Δx	0.004	0.003	0.0048	0.0082	0.0119	0.0130	
	$X' i$	0.0011	0.00407	0.0089	0.0170	0.0289	0.042	
	ω^2	909	910.0	910.0	910.0	910.0	910.0	

MODO FUNDAMENTAL DE VIBRACION

Se tiene de la tabla anterior que la frecuencia (ω^2) es:

$$\omega^2_1 = 910$$

El periodo: $T_1 = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{910} = 0.208$ seg.

y su configuración modal es:

$$\begin{aligned} X_1 &= 1.0 & ; & & X_2 &= 3.706 & ; & & X_3 &= 8.08 \\ X_4 &= 15.51 & ; & & X_5 &= 26.37 & ; & & X_6 &= 38.19 \end{aligned}$$

Tabulando en forma similar, pero aplicando el método de Holzer, se encuentra la configuración modal, con sus respectivas frecuencias y periodos del segundo y tercer modo los cuales son:

Para el segundo modo:

$$\omega^2_2 = 23\ 083 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 0.04 \text{ seg.}$$

$$\begin{aligned} X_1 &= 1.0 & ; & & X_2 &= 3.11 & ; & & X_3 &= 5.0 \\ X_4 &= 5.31 & ; & & X_5 &= 0.80 & ; & & X_6 &= -7.56 \end{aligned}$$

Para el tercer modo:

$$\omega^2_3 = 153\ 076 \quad \Rightarrow \quad T_3 = 0.016 \text{ seg.}$$

$$\begin{aligned} X_1 &= 1.0 & ; & & X_2 &= 2.387 & ; & & X_3 &= 2.121 \\ X_4 &= -0.761 & ; & & X_5 &= -2.311 & ; & & X_6 &= 2.619 \end{aligned}$$

Para encontrar las fuerzas cortantes Sísmicas dinámicas a partir de los desplazamientos, es necesario que estos estén a una escala real, ya que los obtenidos por los métodos anteriores, cada modo de vibrar está a una escala arbitraria y diferente.

Para obtener los desplazamientos a una escala real, es necesario multiplicar los desplazamientos arbitrarios por un valor constante, para cada modo de vibrar o sea por el coeficiente de participación o de influencia, el cual se calcula en la siguiente tabla.

Para conocer la aceleración probable (A_j) a que va a estar sujeta una estructura al estar vibrando bajo un modo determinado, del manual de diseño de Obras Civiles de la C.F.E., utilizando la grafica del espectro de aceleraciones para terreno firme, se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{Para } T < 0.3 \quad => \quad a &= 981 \times C.s. \\ &= 981 \times 0.133 = 130.5 \text{ cm/s}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Para } T > 0.3 \quad = \quad a = 0.3/T \times 981 \times C.s.$$

En nuestro caso:

Como en los 3 modos de vibrar se tiene un período: $T < 0.3$: por lo que la aceleración será:

$$a = 130.5 \text{ cm/s}^2$$

Una vez obtenidos los coeficientes de participación y la aceleración probable de nuestra estructura, se procede al cálculo de los elementos mecánicos dinámicos, como se muestra en las siguientes tablas.

CALCULO DEL COEFICIENTE DE PARTICIPACION

NIV.	X ₁	X ₂	X ₃	X ² ₁	X ² ₂	X ² ₃	mi
6	38.19	-7.56	2.619	1458.43	57.154	6.859	0.324
5	26.37	0.80	-2.311	695.37	0.64	5.341	0.648
4	15.51	5.31	-0.761	240.56	28.19	0.579	0.626
3	8.08	5.0	2.121	65.28	25.00	4.499	0.543
2	3.70	3.11	2.387	13.73	9.67	5.698	0.516
1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.551

NIV.	X _{1 m}	X _{2 m}	X _{3 m}	X ² _{1m}	X ² _{2m}	X ² _{3m}
6	12.374	-2.449	5.820	472.50	18.518	2.222
5	17.090	0.518	-1.498	450.60	0.415	3.460
4	9.709	3.324	-0.476	150.59	17.650	0.363
3	4.387	2.715	1.152	35.45	13.575	2.442
2	1.912	1.605	1.230	7.08	4.990	2.940
1	0.551	0.551	0.551	0.551	0.551	0.551
Σ	46.023	6.264	6.780	1116.83	55.699	11.978

Los coeficientes de participación son:

$$C_1 = \frac{46.023}{910 \times 1116.83} = 4.53 \times 10^{-5}$$

$$C_2 = \frac{6.264}{23083 \times 55.699} = 4.87 \times 10^{-6}$$

$$C_3 = \frac{6.78}{153076 \times 11.978} = 3.69 \times 10^{-6}$$

CALCULO DE LOS CORTANTES DINAMICOS (Para cada modo)

PRIMER MODO

NIVEL	ELASTICA	αJ	C_1	Δ (cm)	Δ REAL	Ki	V (Ton)
6	38.190	130.5	4.53×10^{-5}	0.226	0.070	952	66.64
5	26.370	130.5	4.53×10^{-5}	0.156	0.064	2 470	58.08
4	15.510	130.5	4.53×10^{-5}	0.092	0.044	4 800	211.20
3	8.080	130.5	4.53×10^{-5}	0.048	0.026	9 060	235.56
2	3.706	130.5	4.53×10^{-5}	0.022	0.016	15 300	244.80
1	1.000	130.5	4.53×10^{-5}	0.006	0.006	41 700	250.20

SEGUNDO MODO

NIVEL	ELASTICA	αJ	C_2	Δ (cm)	Δ REAL	Ki	V (Ton)
6	-7.560	130.5	4.87×10^{-6}	0.0048	0.0053	952	5.04
5	0.800	130.5	4.87×10^{-6}	0.0005	0.0002	2 470	0.49
4	5.310	130.5	4.87×10^{-6}	0.0034	0.00020	4 800	0.96
3	5.000	130.5	4.87×10^{-6}	0.0032	0.0013	9 060	11.77
2	3.110	130.5	4.87×10^{-6}	0.0019	0.0013	15 300	17.89
1	1.000	130.5	4.87×10^{-6}	0.0006	0.0006	41 700	25.02

TERCER MODO

NIVEL	ELASTICA	a_j	C_j	Δ (cm)	AREAL	K_i	V(Ton)
6	2.619	130.5	3.69×10^{-6}	1.26×10^{-3}			
5	-2.311	130.5	3.69×10^{-6}	-1.11×10^{-3}	2.37×10^{-3}	952	2.26
4	-0.761	130.5	3.69×10^{-6}	-3.66×10^{-4}	1.47×10^{-3}	2470	3.63
3	2.121	130.5	3.69×10^{-6}	1.02×10^{-3}	1.38×10^{-3}	4800	6.62
2	2.387	130.5	3.69×10^{-6}	1.15×10^{-3}	1.30×10^{-4}	9060	1.17
1	1.0	130.5	3.69×10^{-6}	4.81×10^{-4}	6.69×10^{-4}	15300	10.23
					4.81×10^{-4}	41700	27.89

ELEMENTOS MECANICOS DEBIDOS AL SISMO (Análisis dinámico)

NIVEL	V_1^2	V_2^2	V_3^2	$\sum V_i^2$	V_i dinam.(Ton)	F_i dinam.(Ton)	M_i dinam.(Ton)
6						66.37	
5	4440.89	25.40	5.10	4471.39	66.87	91.25	401,22
4	24989.29	0.24	13.17	25002.70	158.12	53.18	1349.94
3	44605.44	0.92	43.82	44650.18	211.30	24.54	2406.44
2	55488.51	138.53	1.37	55628.41	235.86	9.44	3349.84
1	59927.04	141.37	104.65	60173.02	245.30	7.67	4331.08
0	62600.04	626.00	777.85	64003.89	252.99		5343.04

5.3 ANALISIS POR VIENTO

Para el análisis por viento, se tomará el mismo modelo que para sismo. Para cálculo de los empujes estáticos se calcularán las velocidades de diseño con las fórmulas descritas en el capítulo III, de éste trabajo.

i) Velocidad básica (V):

$$V = K_1 K_2 V_0$$

Las constantes se valuarán en función de la clasificación hecha según el Manual de la C.F.E.

Por ser estructura tipo "3" y estar localizada en campo abierto; $K_1 = 1.20$

Por ser estructura del grupo "A"; $K_2 = 1.20$, por su localización se tiene

$V_0 = 100$ Km/m.

Sustituyendo: $V = 1.2 \times 1.2 \times 100 = 144$ Km/h

ii) Velocidad de diseño (V_z):

$$V_z = V(z/z_0)^\alpha$$

Por ser estructura tipo "3" y por su localización $\alpha = 0.085$ y el valor de Z_0 , sera para $h > 10$ m ; $Z_0 = 10$ m.

$$V_z = 144 (Z/10)^{0.085}$$

iii) Empujes estáticos (F):

Primero se calculará la presión sobre el cilindro y dicha presión, multiplicada por su área tributaria, será la fuerza que actúa sobre el cilindro:

La presión es:

$$P = 0.0048 GC V_z^2$$

Donde:

P: Presión debida al viento

C = 0.75 (coeficiente de mepuje en placas circulares)

$$V_z = 144 (Z/10)^{0.085}$$

$$G = \frac{8+h}{8+2h} ; \text{ La estructura se encuentra a 2.3 Km sobre el nivel del mar;}$$

por lo que $h=2.8$

$$G = \frac{8+2.8}{8+2(2.8)} = 0.79$$

Sustituyendo valores:

$$P=0.0048 \times 0.79 \{ 144(Z/10)^{0.085} \}^2 = 55.04(Z/10)^{0.17}$$

y como $F=PA$; se tiene:

$$F=0.055 (Z/10)^{0.17} A \text{ (Ton)}$$

con esta ecuación se puede construir la siguiente tabla:

Zi(m)	Ai(m)	Fi(Ton)	M(Ton.m)
29	32.1	2.11	-
23	64.2	4.1	12.7
17	59.6	3.6	28.8
12	49.5	2.8	99.0
8	44.8	2.5	149.4
4	45.6	2.5	210
0	-	-	280

donde Z_i , son las diferentes alturas a las que se encuentra aplicada la resultante del área tributaria y " A_i " es el área tributaria para la que se consideró dividida la estructura.

Análisis por efectos de vórtice:

Se tiene la siguiente ecuación:

$$W_k = 0.0048 G C_k d V_z^2$$

para la cual:

$G = 0.79$, $C_k = 0.2$ y d , V son variables. Sustituyendo estos valores en la ecuación anterior queda:

$$W_k = 0.000758 L d V_z \text{ (Kg.)}$$

en base a esta ecuación, se contruye la siguiente tabla:

Zi(m)	L(m)	d(m)	Vz(km/h)	(Vz) ²	Wk(Ton)	Fi(Ton)	Wk+Fi	M(Ton.m)
29	3	10.7	157.6	24850.4	0.60	2.1	2.7	-
23	6	10.7	154.6	23901.2	1.16	4.1	5.26	16.2
17	5.5	11.0	150.6	22680.4	1.04	3.6	4.64	64.0
12	4.5	11.0	146.2	21374.4	0.80	2.8	3.6	127.0
8	4	11.4	144	20736	0.72	2.5	3.22	191.8
4	4	11.4	144	20736	0.72	2.5	3.22	269.4
0	-	-	-	-	-	-	-	360.0

Se puede observar que los valores obtenidos son muy pequeños comparados con los obtenidos por sismo, por lo que éste último rige para el diseño por carga accidental.

5.4 DISEÑO DE LAS SECCIONES DE LA TORRE

El análisis y diseño se realizará para cada tramo de la torre

i) Primer tramo

a) Revisión del espesor del cilindro para flexión:

El momento flexionante máximo debido a la presión hidrostática es $M_{max} = 30.11 \text{ Ton.m}$, pero como el acero de presfuerzo actúa en sentido contrario, el valor para el cual se revisará será la mitad del máximo, es decir:

$$M = 15.06 \text{ Ton.m}$$

El espesor requerido está dado por la fórmula:

$$d = \sqrt{\frac{M \times 10^5}{K \times b}}$$

donde:

M: Es el momento actuante en Ton.m

b: Ancho de la sección en cm

d: Espesor efectivo requerido en cm

K: Constante de cálculo, en función de los materiales

Para determinar el valor de "K", se especificarán los materiales a utilizar:

El concreto sera de $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ con un módulo de elasticidad, $E_c = 10\,000 \sqrt{f'c}$

- El acero de refuerzo será de $f_y = 4\ 000\ \text{kg/cm}^2$ y con un módulo de elasticidad, $E_s = 2.1 \times 10^6\ \text{kg/cm}^2$.

Los esfuerzos de trabajo para estos materiales son:

- Para el concreto $\Rightarrow f_c = 0.45 f'_c = 113\ \text{kg/cm}^2$
- Para el acero $\Rightarrow f_s = 0.5 f_y = 2\ 000\ \text{kg/cm}^2$

y cuando la estructura es hidráulica, $f_s = 0.35 f_y = 1\ 400\ \text{kg/cm}^2$. El valor de la constante "K" es:

$$K = 1/2 f_c k J$$

$$\text{donde } k = n/(n+r) ; n = E_s/E_c \approx 12$$

$$r = f_s/f_c = 17.7$$

$$\therefore k = 0.40$$

$$J = 1 - k/3 = 0.87$$

$$y ; K = 162 (113)(0.40)(0.87) = 19.7$$

Sustituyendo valores:

$$d = \sqrt{\frac{15.06 \times 10^5}{19.7 \times 100}} = 27.6 < 65\ \text{cm} ; \text{BIEN}$$

a) Revisión del espesor propuesto por PRESFUERZO

El espesor mínimo necesario, cuando se utiliza acero de presfuerzo es:

$$H_{\text{min}} = \frac{A_c}{b}$$

donde:

b: Es el ancho de la sección

Ac: Area de concreto requerida y su valor es:

$$A_c = \frac{F_o}{f_c} = \frac{A_s^p f_o}{f_c}$$

$f_o = 10\,546 \text{ kg/cm}^2$ (acero de presfuerzo)

$f_{sp} = 8437 \text{ kg/cm}^2$ (esfuerzo de trabajo del presfuerzo)

$f_c = 0.25 f'c = 62.5 \text{ kg/cm}^2$ (esfuerzo de compresión del concreto)

$A_s^p = N\phi / f_{sp}$ (acero de presfuerzo, requerido por metro)

$N\phi = \text{Esfuerzo normal}$

La fuerza normal máxima para este tramo es:

$$N\phi = 138950 \text{ kg}$$

Por lo que el acero de presfuerzo requerido por metro es:

$$A_s^p = 138950 / 8437 = 16.47 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{y}$$

el area de concreto requerida es:

$$A_c = (16.47 \times 10546) / 62.5 = 2779 \text{ cm}^2$$

∴ el espesor será:

$$h_{min} = A_c / 100 = 2779 / 100 = 27.79 \text{ cm} < 70 \text{ cm}; \text{ BIEN}$$

Para valuar el esfuerzo de compresión actuante en el concreto:

$$f_c = -\frac{F}{A_c} + \frac{N\phi}{A_t} < 0 ; \text{ si se cumple quiere decir que el concreto trabaja a compresión.}$$

donde:

$F = AsfsP$ (fuerza actuante)

$A_t = A_c + nA_s^P$ (area de sección transformada)

por lo que:

$$f_c = -\frac{16.47 \times 8437}{70 \times 100} + \frac{138950}{70 \times 100 + 12 \times 16.47} = -0.55 \text{ kg/cm}^2 < 0; \text{ BIEN}$$

c) Revisión para saber si requiere PRESFUERZO

La sección requerirá presfuerzo cuando $f_{ct} > f_t$, donde el esfuerzo a la tensión es : $f_t = 0.8 \sqrt{250} = 12.7 \text{ kg/cm}^2$ y el esfuerzo a la compresión es:

$$f_{ct} = \frac{N\phi}{A_t} = \frac{N\phi}{nA_s + A_c}$$

pero el acero de refuerzo a la tensión es:

$$A_s = \frac{N\phi}{f_s} = \frac{138950}{1400} = 99.25 \text{ cm}^2$$

por lo que:

$$f_{ct} = \frac{138950}{12 \times 99.25 + 70 \times 100} = 16.96 \text{ kg/cm}^2$$

como: $16.96 > 12.7$ ∴ Si requiere presfuerzo

d) Diseño de la sección:

Para el diseño, se tomará la combinación de carga vertical más la carga debida al sismo

En la evaluación de los esfuerzos en el cilindro se utilizará la fórmula de la escuadría:

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{S}$$

donde:

σ : Son los esfuerzos de TENSION ó COMPRESION

P: Es la carga vertical en la sección considerada

A: Area de la sección del cilindro

M: Momento flexionante actuante en la sección considerada

S: Módulo de sección del cilindro

A partir de los esfuerzos obtenidos en la sección, la fuerza de compresión se valuará dividiendo el arco que está sujeto a esfuerzos (como se muestra en la figura 5.4) de compresión en "n" tramos, obteniendo el volumen promedio de cada uno y haciendo la sumatoria para obtener la fuerza total.

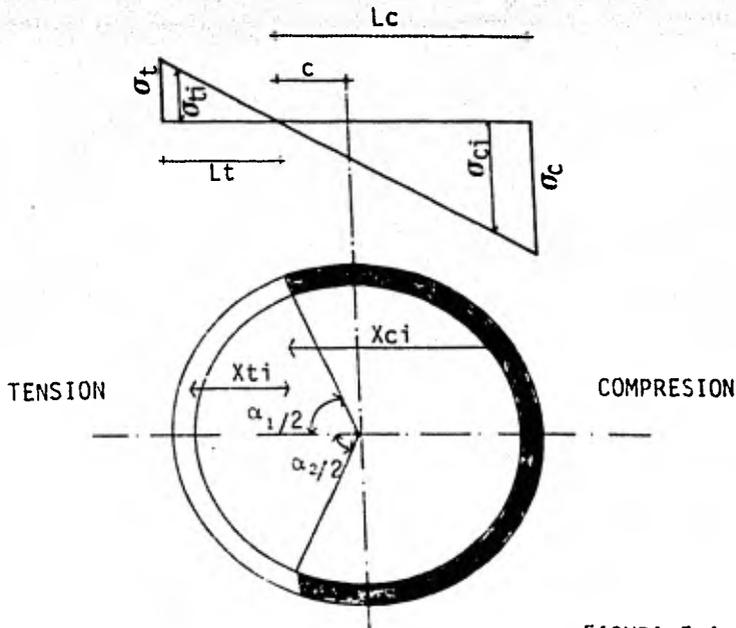


FIGURA 5.4

De la figura se tiene que:

σ_t : Es el esfuerzo de TENSION máximo

σ_{ti} : Esfuerzo promedio de TENSION en el tramo considerado

L_t : Longitud de TENSION

X_{ti} : Longitud a la que se encuentra el tramo "i", la cual define el esfuerzo de TENSION, promedio

σ_c : Es el esfuerzo máximo de COMPRESION

σ_{ci} : Esfuerzo promedio de COMPRESION en el tramo considerado

L_c : Longitud de COMPRESION

X_{ci} : Longitud a la que se encuentra el tramo "i", la cual define el esfuerzo de COMPRESION, promedio

α_i : Angulo promedio que define la posición del tramo "i"

Ahora la fuerza de compresión se valorará mediante la siguiente expresión:

$$C = \sum_{i=1}^n \sigma_{ci} A_{ci} X_{ci}$$

donde:

A_{ci} : área del tramo de arco

n : Número de tramos en que se divide el arco en compresión

Por equilibrio de fuerzas, se debe cumplir que la fuerza de compresión es igual a la de tensión o sea que: $C=T$, y la fuerza de Tensión es:

$$T = \sum_{i=1}^n \sigma_{ti} A_{si} X_{ti}$$

donde:

A_{si} : Área total del acero en cada tramo

n : Número de tramos en que se divide el arco de tensión

Para calcular el área de acero requerida en la sección sometida a esfuerzos de tensión, conocida la fuerza de compresión "C" y teniendo en cuenta que el $\sigma_{tmax} = f_s \Rightarrow \sigma_i = \frac{X_{ti}}{L_t} f_s$, el acero necesario es:

$$A_{st} = \frac{C}{f_s \sum_{i=1}^n \frac{X_{ti}}{L_t}}$$

Para nuestro caso, en el primer tramo, las propiedades geométricas son:

$$I = \pi/64(D_e^4 - d_i^4) = \pi/64(11.4^4 - 10^4) = 338.2 \text{ m}^4$$

$$A = \pi/4 (D_e^2 - d_i^2) = \pi/4 (11.4^2 - 10^2) = 23.5 \text{ m}^2$$

$$S = \pi/32\{(D_e^3 - d_i^3)/D_e\} = \pi/32\{(11.4^3 - 10^3)/11.4\} = 59.3 \text{ m}^3$$

El peso de la estructura considerada es:

$$P = (11.4 \times 12 + 16.5 \times 9 + 23.5 \times 8) 2.4 = 1136 \text{ Ton}$$

El momento en la base debido al Sismo es:

$$M = 8013.2 \text{ Ton.m}$$

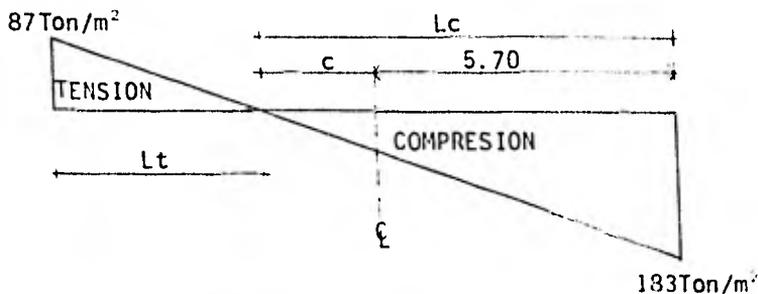
Por lo que los esfuerzos valen:

$$\sigma = \frac{1136}{23.5} \pm \frac{8013.2}{59.3} = 48 \pm 13.5$$

$$\therefore \sigma_c = 183 \text{ Ton/m}^2$$

$$\sigma_t = -87 \text{ Ton/m}^2$$

Por lo que su diagrama de esfuerzos es:



Para valuar la fuerza de COMPRESION, se valuarán las constantes L_t , L_c , c y el ángulo promedio con el cual se trabajará para la división de el arco del cilindro sometido a esduerzos de compresión.

$$L_t = \frac{11.4 \times 87}{270} = 3.67 \text{ m} \Rightarrow c = 2.03 \text{ m}$$

$$L_c = c + 5.7 = 7.73 \text{ m}$$

Para calcular el ángulo promedio " α_i ", en función de los ángulos α_1 y α_2 se tiene:

$$\alpha_1 = 2 \operatorname{ang} \cos 2.03/5.7 = 138.34^\circ$$

$$\alpha_2 = 2 \operatorname{ang} \cos 2.03/5.0 = 132.17^\circ$$

$$\alpha_i = (\alpha_1 + \alpha_2)/2 = 135.26^\circ$$

En función del ángulo promedio se puede valuar el área del arco sujeta a esfuerzos de TENSION y vale:

$$A_{ct} = \frac{\alpha_i \pi r r h}{180^\circ} = \frac{135.26 \pi \times 5.35 \times 0.70}{180} = 8.84 \text{ m}^2$$

Una vez obtenida el área de TENSION, por diferencia con respecto al área total se obtiene el área de tramo de arco sujeta a esfuerzos de COMPRESION.

$$A_c = A_r - A_{ct} = 23.5 - 8.84 = 14.7 \text{ m}^2$$

Para calcular la cuña de compresión, el área (14.7) sujeta a esfuerzos de compresión se dividirá en 7 tramos de arco, al ser 7 dovelas, algunas son simétricas por lo que al final se multiplicarán por el número total y el ángulo promedio se dividirá en el número de tramos consi-

derados, por lo que:

$$\alpha_i = (360 - 135.26) / 7 = 224.7 / 7 = 32.1^\circ$$

y los ángulos correspondientes a cada tramo son:

$$\alpha_1 = 90 - (224.7 - 32.10) / 2 = -6.30^\circ$$

$$\alpha_2 = 6.30 + 32.10 = 25.8^\circ$$

$$\alpha_3 = 25.8 + 32.10 = 57.9^\circ$$

$$\alpha_4 = 57.9 + 32.10 = 90^\circ; \text{ BIEN}$$

El valor de la distancia que le corresponde a cada tramo es:

$$X_{ci} = c + r \operatorname{sen}(\alpha_i)$$

$$X_1 = 2.03 + 5.35 \operatorname{sen}(-6.30^\circ) = 1.44 \text{ m}$$

$$X_2 = 2.03 + 5.35 \operatorname{sen}(25.8^\circ) = 4.36 \text{ m}$$

$$X_3 = 2.03 + 5.35 \operatorname{sen}(57.9^\circ) = 6.56 \text{ m}$$

$$X_4 = 2.03 + 5.35 \operatorname{sen}(90^\circ) = 7.38 \text{ m}; \text{ BIEN}$$

la fuerza de compresión es:

$$C = 2fc_1 A_1 + 2fc_2 A_2 + 2fc_3 A_3 + fc_4 A_4$$

$$\text{pero } A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 14.7 / 7 = 2.1 \text{ m}^2 ;$$

$$fc_i = \frac{X_i}{L_C} (fc) = X_i (183 / 7.73) = 23.67 X_i$$

sustituyendo:

$$C = \{2(1.44 + 4.36 + 6.56) + 7.38\} (23.67 \times 2.1)$$

$$C = 1597 \text{ Ton}$$

El valor del esfuerzo máximo en compresión es:

$$\sigma_{\max} = \frac{X_4}{Lc} f_c = \frac{7.38}{7.73} \times 183 = 175 \text{Ton/m}^2 = 17.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \sigma_{\max} < f_c = 62.5 \text{ kg/cm}^2; \text{ BIEN}$$

Para la cuña de TENSION, en forma similar a la de compresión, pero ahora se divide en 9 tramos, para valuar la fuerza de TENSION.

Por lo que el ángulo promedio $\alpha = 135.26/9 = 15^\circ$ y con un procedimiento análogo al de la fuerza de compresión, se tiene:

$$\alpha_1 = 90 - (135.26 - 15)/2 = 29.87^\circ$$

$$\alpha_2 = 29.87 + 15 = 44.87^\circ$$

$$\alpha_3 = 44.87 + 15 = 59.87^\circ$$

$$\alpha_4 = 59.87 + 15 = 74.87^\circ$$

$$\alpha_5 = 74.87 + 15 = 90^\circ; \text{ BIEN}$$

El valor de las X_{ti} es:

$$X_{ti} = r(\text{sen}\alpha_i) - c$$

$$X_1 = 5.35 \text{ sen}29.87^\circ - 2.03 = 0.64 \text{ m}$$

$$X_2 = 5.35 \text{ sen}44.87^\circ - 2.03 = 1.75 \text{ m}$$

$$X_3 = 5.35 \text{ sen}59.87^\circ - 2.03 = 2.60 \text{ m}$$

$$X_4 = 5.35 \text{ sen}74.87^\circ - 2.03 = 3.14 \text{ m}$$

$$X_5 = 5.35 \text{ sen}90^\circ - 2.03 = 3.33 \text{ m}; \text{ BIEN}$$

La fuerza de TENSION es:

$$T = (2ft_1 + 2ft_2 + 2ft_3 + 2ft_4 + ft_5) n A_s; \text{ además}$$

$$f_{ti} = x_i/Lt(f_s) = X_i/3.67 (f_s)$$

y como $T=C \Rightarrow T=1597\text{Ton}$

$$\therefore 1597 = \{2(0.64+1.75+2.6+3.14)+3.33\} \frac{1.4 \times A_s \times 12}{3.67}$$

Despejando el área de acero se tiene:

$$A_s = \frac{1597 \times 3.67}{19.59 \times 12 \times 1.4} = 17.8 \text{ cm}^2$$

$$\text{El tramo de arco para cada dovela es} = \frac{15 \times 5.35}{180^\circ} = 1.40 \text{ m}$$

y el acero necesario por metro es:

$$A_s = 17.8/1.40 = 13 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{El acero mínimo es } A_{s\text{min}} = 0.002 \times 70 \times 100 = 14 \text{ cm}^2/\text{m}$$

El acero mínimo es el que rige y se colocarán varillas del #5015 en dos lechos.

ii) Para el segundo tramo, donde $h = 0.50 \text{ m}$

a) Para la revisión del espesor por flexión, el momento actuante es casi nulo se concluye que el espesor por flexión sí pasa.

b) Revisión del espesor por PRESFUERZO:

La fuerza normal máxima es $N_{\phi\text{max}} = 96000 \text{ kg}$

por lo que: $A_s = 9600/8437 = 11.4 \text{ cm}^2$

$$A_c = \frac{11.4 \times 10546}{62.5} = 1936.6 \text{ cm}^2$$

$$h = \frac{1936.6}{100} = 19.2 \text{ cm} < 50 \text{ cm}; \text{ BIEN}$$

El esfuerzo de compresión que actúa en el concreto es:

$$f_c = -\frac{11.4 \times 8437}{50 \times 100} + \frac{96000}{50 \times 100 + 12 \times 11.4} = -0.55 \text{ kg/cm}^2 < 0; \text{ BIEN}$$

c) Revisión para saber si requiere PRESFUERZO

Si $f_{ct} > f_t$ donde $f_t = 12.7 \text{ kg/cm}^2$

$$A_s = \frac{96000}{1400} = 68.6 \text{ cm}^2$$

$$f_{ct} = \frac{96000}{12 \times 68.6 + 50 \times 100} = 16.5 > f_c (12.7 \text{ kg/cm}^2)$$

∴ Si requiere PRESFUERZO

d) DISEÑO DE LA SECCION:

En forma análoga al primer tramo se tiene que, las propiedades geométricas son:

$$I = \pi/4 (\bar{I}^4 - \bar{I}^4) = 227.8 \text{ m}^4$$

$$A = \pi/4 (\bar{I}^2 - \bar{I}^2) = 16.5 \text{ m}^2$$

$$S = \pi/32 \{ (\bar{I}^3 - \bar{I}^3) / 11 \} = 41.4 \text{ m}^3$$

el peso de la estructura es:

$$P = (16.5 \times 9 + 11.4 \times 12) \times 2.4 = 684.7 \text{ Ton}$$

el valor del momento para este caso es:

$$M = 4747.2 \text{ Ton.m}$$

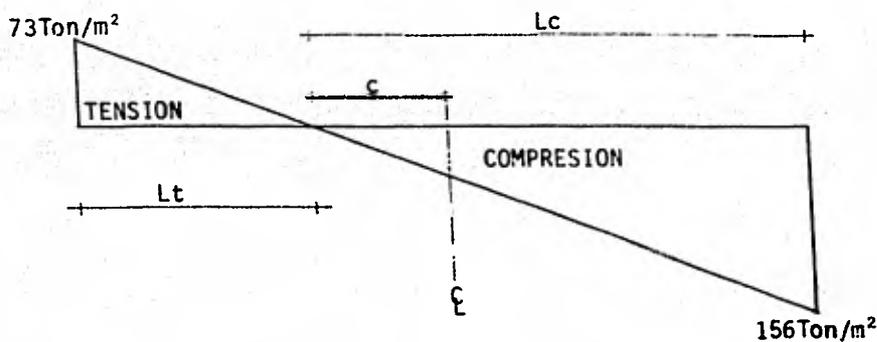
Los esfuerzos de TENSION y COMPRESION valen:

$$\sigma = \frac{684.7}{16.5} \pm \frac{4747.2}{41.4} = 41.5 \pm 114.6$$

$$\sigma_c = 156 \text{ Ton/m}^2$$

$$\sigma_t = -73 \text{ Ton/m}^2$$

y su diagrama de esfuerzos es:



De la figura: $L_t = \frac{11 \times 73}{229} = 3.50 \text{ m}$

$\therefore c = 5.5 - 3.50 = 2.0 \text{ m}$

el ángulo promedio $\alpha_f = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 135^\circ$

por lo que el área de TENSION: $A_{st} = \frac{135 \times \pi \times 5.25 \times 0.5}{180^\circ} = 6.19 \text{ m}^2$

el área de COMPRESION: $A_{sc} = A_t - 6.19 = 10.32 \text{ m}^2$

. Para valuar la fuerza de COMPRESION, se divide la cuña en 7 tramos => $\alpha_i = (360-135)/7=225/7=32.14^\circ$, para los demás ángulos:

$$\alpha_1 = 90 - (225 - 32.14)/2 = -6.43^\circ$$

$$\alpha_2 = -6.43 + 32.14 = 25.71^\circ$$

$$\alpha_3 = 25.71 + 32.14 = 57.85^\circ$$

$$\alpha_4 = 57.85 + 32.14 = 90^\circ; \quad \text{BIEN}$$

El valor de los Xci es:

$$X_1 = 2.0 + 5.25 \operatorname{sen} (-6.43^\circ) = 1.41\text{m}$$

$$X_2 = 2.0 + 5.25 \operatorname{sen} 25.71^\circ = 4.28\text{m}$$

$$X_3 = 2.0 + 5.25 \operatorname{sen} 57.85^\circ = 6.44\text{m}$$

$$X_4 = 2.0 + 5.25 \operatorname{sen} 90^\circ = 7.25\text{m} ; \quad \text{BIEN}$$

La fuerza de compresión es:

$$C = 2fc_1 A_1 + 2fc_2 A_2 + 2fc_3 A_3 + fc_4 A_4$$

$$\text{pero } A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 10.32/7 = 1.47\text{m}^2$$

$$\text{además: } fci = x_i/Lc(fc) = X_i(156/7.5) = 20.8X_i$$

$$\text{sustituyendo: } C = \{2(1.4 + 4.28 + 6.44) + 7.25\} 20.8 \times 1.47$$

$$C = 963 \text{ Ton}$$

El esfuerzo máximo en compresión:

$$\sigma_{\max} = 7.25/7.5(156) = 150.8 \text{ Ton/m}^2 = 15 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \sigma_{\max} < fc = 62.5 \text{ kg/cm}^2 ; \quad \text{BIEN}$$

. Para la cuña de TENSION, dividiendo en 9 tramos se tiene: el ángulo promedio $\alpha_i = 135/9 = 15^\circ$, análogamente se tiene:

$$\alpha_1 = 90 - (135 - 15) / 2 = 30^\circ$$

$$\alpha_2 = 30 + 15 = 45^\circ$$

$$\alpha_3 = 45 + 15 = 60^\circ$$

$$\alpha_4 = 60 + 15 = 75^\circ$$

$$\alpha_5 = 75 + 15 = 90^\circ ; \text{ BIEN}$$

El valor de los X_{ti} es:

$$X_1 = 5.25 (\text{sen}30^\circ) - 2.0 = 0.63\text{m}$$

$$X_2 = 5.25 (\text{sen}45^\circ) - 2.0 = 1.71 \text{ m}$$

$$X_3 = 5.25 (\text{sen}60^\circ) - 2.0 = 2.55 \text{ m}$$

$$X_4 = 5.25 (\text{sen}75^\circ) - 2.0 = 3.07 \text{ m}$$

$$X_5 = 5.25 (\text{sen}90^\circ) - 2.0 = 3.25\text{m} ; \text{ BIEN}$$

la fuerza de TENSION es:

$$T = (2ft_1 + 2ft_2 + 2ft_3 + 2ft_4 + ft_5) n \text{ As}$$

$$\text{si } ft_1 = X_i / L_c(fs) = X_i / 3.5(ft)$$

$$\text{y como } T = C \Rightarrow T = 963 \text{ Ton}$$

$$\therefore 963 = \{ 2(0.63 + 1.71 + 2.55 + 3.07) + 3.25 \} \frac{12 \times fs \times As}{3.5}$$

el área de acero es: $As = 10.5\text{cm}^2$ y el tramo de arco para cada dovela es:

$$= \frac{15 \times \pi \times 5.25}{180} = 1.37\text{m}, \text{ por lo tanto el área de acero necesaria por metro es;}$$

$$As = 10.5 / 1.37 = 7.6\text{cm}^2 / \text{m}$$

Para el acero mínimo; $A_s = 0.002 \times 50 \times 100 = 10 \text{ cm}^2/\text{m}$ por lo que rige el acero mínimo requerido.

Se colocarán varilla del # 5020 en dos lechos.

111) Para el tercer tramo, donde $h = 0.35 \text{ m}$:

a) Dado el valor casi nulo del momento por flexión, se concluye que el espesor propuesto, por flexión si pasa

b) Revisión del espesor, por PRESFUERZO:

La fuerza normal máxima es; $N_{\text{max}} = 50050 \text{ kg}$

por lo que: $A_s = 50050/8437 = 5.9 \text{ cm}^2$

$$A_c = \frac{5.9 \times 10546}{62.5} = 995.9 \text{ cm}^2$$

$$h = 995.5/100 = 9.95 \text{ cm} < 35 \text{ cm}; \text{ BIEN}$$

El esfuerzo de compresión que actúa en el concreto es:

$$f_c = - \frac{59 \times 8437}{35 \times 100} + \frac{50050}{35 \times 100 + 12 \times 5.9} = -0.21 \text{ kg/cm}^2 < 0; \text{ BIEN}$$

c) Revisión para saber si requiere PRESFUERZO;

$$A_s = \frac{50050}{1400} = 35.75 \text{ cm}^2$$

$$f_{ct} = \frac{50050}{12 \times 35.75 + 35 \times 100} = 12.73 > f_c(12.7)$$

∴ Si necesita PRESFUERZO

d) Diseño de la Sección:

Las propiedades geométricas son:

$$I = \pi/64(10.7^4 - 10^4) = 152.6 \text{ m}^4$$

$$A = \pi/4(10.7^2 - 10^2) = 11.4 \text{ m}^2$$

$$S = \pi/32\{(10.7^3 - 10^3)/10.7\} = 28.5 \text{ m}^3$$

El peso de la estructura es:

$$P = (11.4 \times 12) \times 2.4 = 328.3 \text{ Ton}$$

El valor del momento para este caso es:

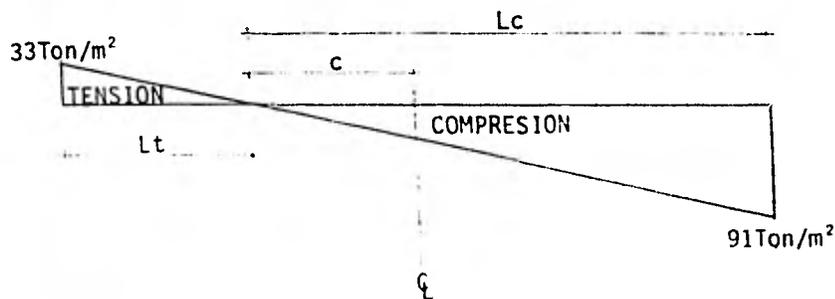
$$M = 1768.8 \text{ Ton.m}$$

Los esfuerzos de TENSION y COMPRESION valen:

$$\sigma = \frac{328.3}{11.4} \pm \frac{1768.8}{28.8} = 28.8 \pm 62$$

$$\sigma_c = 91 \text{ Ton/m}^2$$

$$\sigma_t = -33 \text{ Ton/m}^2$$



De la figura: $L_T = \frac{10.7 \times 33}{124} = 2.85 \text{ m} \Rightarrow c = 5.35 - 2.85 = 2.5 \text{ m}$

el ángulo promedio $\alpha_i = 122.14^\circ$; por lo que el área de TENSION;

$$A_{st} = \frac{122.14 \times \pi \times 5.175 \times 0.35}{180} = 3.86 \text{ m}^2$$

y el área de COMPRESION; $A_{sc} = A_T - A_{st} = 7.5 \text{ m}^2$

Para valuar la fuerza de COMPRESION; se dividirá la cuña de compresión en 7 tramos: $\alpha_i = (360 - 122.4) / 7 = 237.88 / 7 = 33.98^\circ$ para los demás

ángulos: $\alpha_1 = 90 - (237.88 - 33.98) / 7 = -11.95^\circ$

$$\alpha_2 = -11.95 + 33.98 = 22.03^\circ$$

$$\alpha_3 = 22.03 + 33.98 = 56.01^\circ$$

$$\alpha_4 = 56.01 + 33.98 = 90^\circ; \text{ BIEN}$$

El valor de los X_{ci} es:

$$X_1 = 2.5 + 5.175(\text{sen} - 11.95) = 1.43 \text{ m}$$

$$X_2 = 2.5 + 5.175(\text{sen} 22.03) = 4.44 \text{ m}$$

$$X_3 = 2.5 + 5.175(\text{sen} 56.01^\circ) = 6.79 \text{ m}$$

$$X_4 = 2.5 + 5.175(\text{sen} 90^\circ) = 7.68 \text{ m}; \text{ BIEN}$$

La fuerza de compresión es:

$$C = 2fc_1A_1 + 2fc_2A_2 + 2fc_3A_3 + fc_4A_4$$

pero $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 7.5 / 7 = 1.07 \text{ m}^2$ además

$$f_{ci} = X_i / L_c(f_c) = X_i(91 / 7.85) = 11.59X_i \quad \text{sustituyendo:}$$

$$C = \{2(1.43 + 4.44 + 6.79) + 7.68\} 11.59 \times 1.07$$

$$C = 409 \text{ Ton}$$

El esfuerzo máximo en compresión es:

$$\sigma_{\max} = 7.68/7.85 (91) = 39 \text{ Ton/m}^2 = 3.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \sigma_{\max} < f_c = 62.5 \text{ kg/cm}^2; \text{ BIEN}$$

Para la cuña de TENSION; dividiendo en 7 tramos para valuar la fuerza de tensión, por lo que el ángulo promedio $\alpha_1 = 122.14/7 = 17.45^\circ$; y los demás ángulos:

$$\alpha_1 = 90 - (122.14 - 17.45)/2 = 37.65^\circ$$

$$\alpha_2 = 37.65 + 17.45 = 55.10^\circ$$

$$\alpha_3 = 55.10 + 17.45 = 72.55^\circ$$

$$\alpha_4 = 72.55 + 17.45 = 90^\circ; \text{ BIEN}$$

El valor de los X_{ti} es:

$$X_1 = 5.175 \text{ sen } 37.65^\circ - 2.5 = 0.66\text{m}$$

$$X_2 = 5.175 \text{ sen } 55.10^\circ - 2.5 = 1.74\text{m}$$

$$X_3 = 5.175 \text{ sen } 72.55^\circ - 2.5 = 2.44\text{m}$$

$$X_4 = 5.175 \text{ sen } 90^\circ - 2.5 = 2.68\text{m}; \text{ BIEN}$$

la fuerza de TENSION es:

$$T = \{2ft_1 + 2ft_2 + 2ft_3 + ft_4\} n A_s$$

$$\text{Si } ft_i = x_i/Lt(f_s) = 1/2.85(X_i f_s)$$

$$\text{y como } \dots \Rightarrow T = 409 \text{ Ton}$$

$$\therefore 409 = \{2(0.66 + 1.74 + 2.44 + 2.68) \frac{12 + f_s + A_s}{2.85}\} \Rightarrow A_s = 5.6 \text{ cm}^2$$

el tramo de arco para cada dovela es = $\frac{17.45 \times 1 \times 5.175}{180}$ 1.58 m

por lo tanto, el acero necesario por metro es:

$$A_s = 5.6/1.58 = 3.6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

El área de acero mínima es: $A_{smin} = 0.002 \times 35 \times 100 = 7 \text{ cm}^2/\text{m}$

Se colocarán varillas del #4@15 en dos lechos

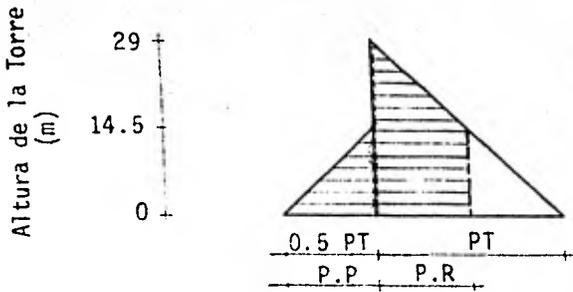
Armado adicional (vertical), debido al momento flexionante producido por la presión hidrostática:

$M = 30.11 \text{ Ton.m}/2$; el acero requerido es:

$$A_s = \frac{15.06 \times 10^5}{1400 \times 0.89 \times 65} = 18.6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Se colocarán varillas del #6@15.

Para la combinación de los efectos del presfuerzo cuando se encuentra vacía la torre, y como la estructura es parcialmente presforzada, se considera que el 50% de la presión lo toma el presfuerzo circunferencial y el otro 50% el acero de refuerzo circunferencial.



donde:

P_T : Es la presión total

P.P: Presión que será tomada por el acero de presfuerzo

P.R: Presión que será tomada por el acero de refuerzo

. La cantidad de acero de presfuerzo se calculará por la ecuación

$$A_s = \frac{0.5Pr}{8.437} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Se tiene la siguiente tabla, en la cual el acero de presfuerzo a utilizar será de 6 mm de diámetro.

h(m)	0.5P	0.5Pr	As(cm ²)	Separación
2	12.5	71.3	8.4	3.4(cm)
4	10.5	59.9	7.1	4.0
6	8.5	48.5	5.7	5.0
8	6.5	36.4	4.3	6.5
10	4.5	24.8	2.9	9.8
12	2.5	13.4	1.6	17.7
14.5	0	0	0	0

El presfuerzo se colocará de la siguiente manera:

105

De 0 a 4 metros, \varnothing 3.0 cm.
 de 4 a 6 metros, \varnothing 4.0 cm.
 de 6 a 8 metros, \varnothing 5.0 cm.
 de 8 a 10 metros, \varnothing 7.0 cm.
 de 10 a 14.5 metros, \varnothing 12.0 cm.

. Acero de refuerzo circunferencial:

El cálculo es semejante al del presfuerzo, solo que se tiene un esfuerzo de trabajo de: $f_s = 1.40 \text{ Ton/cm}^2$ y, por lo tanto: $A_s = Pr/1.4$.

Se calculará el acero para varillas del #5, #6 y #8 construyendo la siguiente tabla:

h(m)	P(T/m)	Pr(Ton)	AsT(cm ²)	As(cm ²)	Separación en cm.		
					#5	#6	#8
2	14.5	72.5	52.0	26.0	7.7	11.0	19.0
3	14.5	72.5	52.0	26.0	7.7	11.0	19.5
6	14.5	72.5	52.0	26.0	7.7	11.0	19.5
8	14.5	72.5	52.0	26.0	7.7	11.0	19.5
10	14.5	72.5	52.0	26.0	7.7	11.0	19.5
12	14.5	72.5	52.0	26.0	7.7	11.0	19.5
14	14.5	72.5	52.0	26.0	7.7	11.0	19.5
16	13.0	65.0	46.0	23.0	8.7	12.4	22.0
18	11.0	55.0	39.0	19.6	10.2	14.0	26.0
20	9.0	45.0	32.0	16.0	12.4	18.0	31.7
22	7.0	35.0	25.0	12.5	15.9	23.0	40.6
24	5.0	25.0	12.5	6.3	31.6	45.5	78.0
26	3.0	15.0	7.5	3.8	53.1	75.5	133.0
28	2.0	10.0	5.0	2.5	80.0	114.0	202.0
29	-	-	-	-	-	-	-

5.5 ANALISIS Y DISEÑO DE LA CIMENTACION

La cimentación será una placa circular de 18 metros de diámetro y 1.25m de espesor. Se trabajará con una capacidad de terreno de $\sigma_p = 50 \text{ ton/m}^2$, para el análisis se tomarán las siguientes condiciones:

- Peso propio más peso del agua (considerando la torre llena)
- Por sismo

Para el diseño se tomará la condición más desfavorable entre carga vertical y carga vertical más sismo entre 1.33.

a) Revisión de esfuerzos

pesos:

concreto superestructura = 1136 Ton

agua = 2278 Ton

concreto subestructura $(18^2 \times \pi / 4) \times 1.25 \times 2.4 = 763 \text{ Ton}$

$W_T = 4177 \text{ Ton}$

Momento debido a sismo (análisis estático)

$M = 8013 \text{ Ton.m}$

para la losa se tiene: $A = \pi \times 18^2 / 4 = 254.5 \text{ m}^2$

$S = \pi \times 9^3 / 4 = 572.6 \text{ m}^3$

aplicando la fórmula de la escuadría:

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{S}$$

$$\text{tenemos: } \sigma = \frac{4177}{254.5} + \frac{8013}{572.6} = 16.4 + 14.0$$

$$\sigma_1 = 30.4 \text{ Ton/m}^2 < \sigma_p; \text{ BIEN}$$

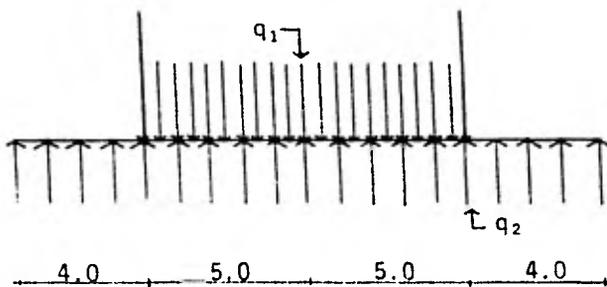
$$\sigma_2 = 2.4 \text{ Ton/m}^2$$

Para el análisis de la losa de cimentación, se considera que es una placa invertida que se encuentra apoyada en el muro del cilindro, sometida a una carga de intensidad "q"

El análisis se hará para:

b) Carga vertical:

Para lo cual se tiene que, q_1 es el peso del agua y q_2 es el peso total de la estructura (sin la placa de cimentación) por lo que:

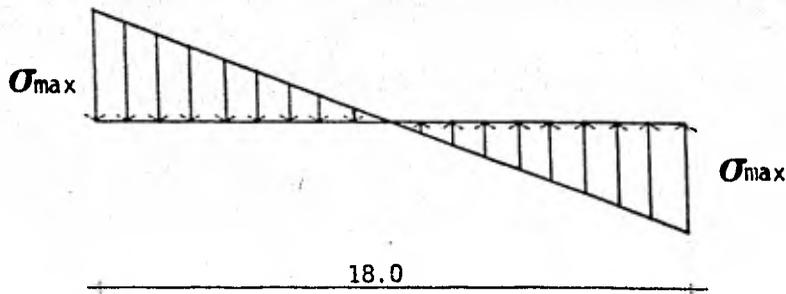


$$q_1 = \frac{2278}{78.54} = 29.0 \text{ Ton/m}^2$$

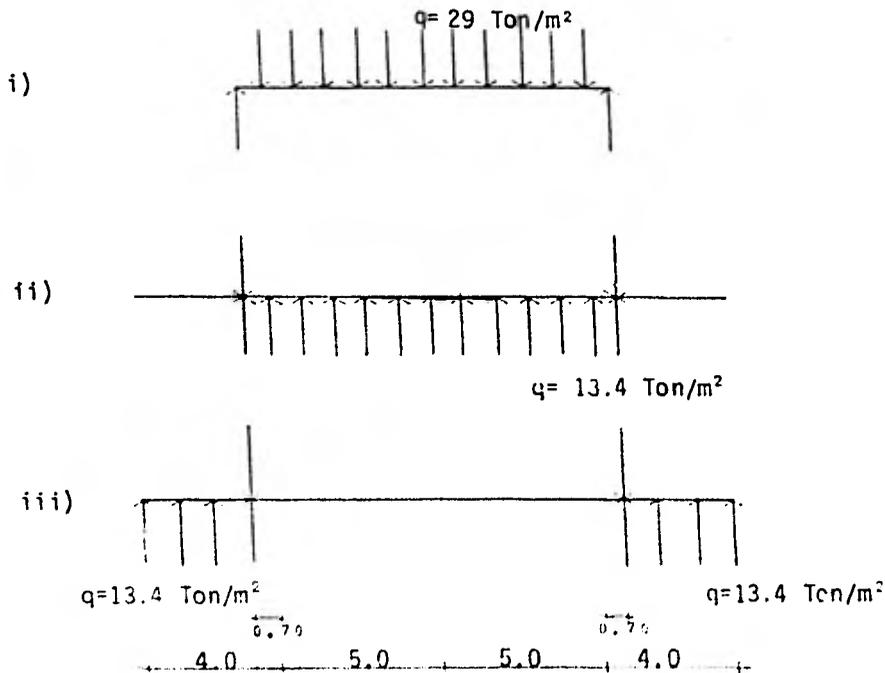
$$q_2 = \frac{3414}{254.5} = 13.4 \text{ Ton/m}^2$$

c) Por sismo:

El esfuerzo producido por el Sismo es $\sigma = m/S = 14 \text{ Ton/m}^2$ y su diagrama de esfuerzos es:



Para el análisis del caso (b) por carga vertical se realizará por partes y posteriormente se hará una superposición de efectos, las partes que se consideran para esta alternativa son:



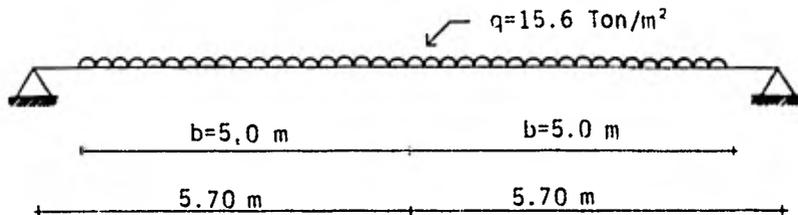
Para el cálculo de momentos, se hará mención de las fórmulas descritas en el capítulo IV de este trabajo.

Para la solución de los casos i y ii se puede simplificar realizando la diferencia de cargas, o sea:

$$q_T = 29 - 13.4 = 15.6 \text{ Ton/m}^2$$

por lo que se tiene el siguiente sistema:

b.1) Placa circular bajo una carga uniformemente repartida sobre la superficie de un círculo concéntrico de radio b , utilizando las fórmulas del caso 2. Del capítulo IV.



Las constantes de cálculo son:

$$P = qb^2\eta = 15.6 \times 5^2 \times \eta = 1225 \text{ Ton}$$

$$\beta = 5/5.7 = 0.877 ; P = r/5.7$$

Se tienen las siguientes ecuaciones:

para $0 < \rho < 0.877$

$$M_r = 24.37(3.95 - 4.1\rho^2)$$

$$M_t = 24.37(3.95 - 1.88\rho^2)$$

para $0.877 \leq \rho \leq 1$

$$M_r = 24.37\{0.654(1/\rho^2 - 1) - 4.6 \ln \rho\}$$

$$M_t = 24.37\{0.85(4 - 0.769(1/\rho^2 + 1)) - 4.6 \ln \rho\}$$

donde:

M_r : Es el momento radial por unidad de longitud

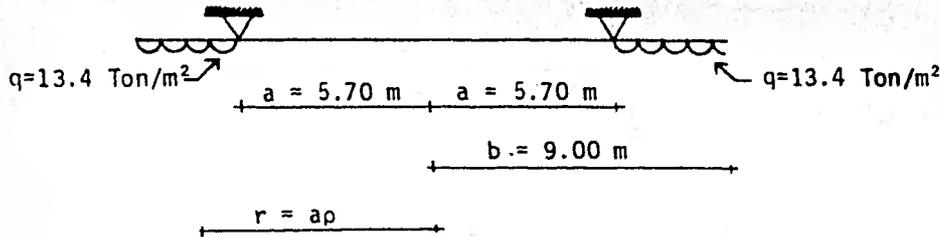
M_t : Es el momento tangencial por unidad de longitud

ρ : Es la distancia entre el centro de la placa y la sección examinada.

Con las ecuaciones anteriores se puede contruir la siguiente tabla, partiendo de que el origen es en el centro de la placa.

r(m)	ρ	M_r (T.m)	M_t (T.m)
0	0.0	96.3	96.3
1	0.175	93.2	94.9
2	0.350	84.0	90.6
3	0.526	68.6	83.6
4	0.702	47.0	73.7
5	0.877	19.4	61.0
5.7	1	0	51.0

b.2) Para el caso iii, se tiene, Placa circular con voladizo bajo una carga uniformemente repartida sobre el voladizo, utilizando las ecuaciones del caso 3 del capítulo IV se tiene:



Para este caso la carga "q" tiene signo negativo y las constantes de cálculo son:

$$\beta = b/a = 9/5.7 = 1.5789$$

$$\rho = r/5.70$$

para: $\rho \leq 1$

$$M_r = M_t = -\frac{(-q)a^2}{16} K_{12}$$

$$\text{si } K_{12} = \frac{1}{\beta^2} \{ (1-\nu) + 4\nu\beta^2 - (1-3\nu)\beta^4 + 4(1+\nu)\beta^4 \ln\beta \} = 2.564$$

Sustituyendo valores:

$$M_r = M_t = -\frac{(-13.4) \times 5.7^2}{16} (2.564) = 27.21(2.568) = 69.7 \text{ Ton.m}$$

para $\rho > 1$

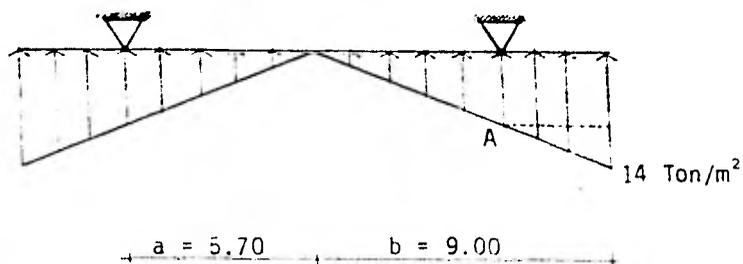
$$M_r = 27.21 \{ 2.564 - (3.15)(1-\rho^2) + 3.388(1/\rho^2 - 1) - 11.47 \ln\rho \}$$

$$M_t = 27.21 \{ 2.564 - 1.45(1-\rho^2) + 3.388(1/\rho^2 - 1) - 11.47 \ln\rho \}$$

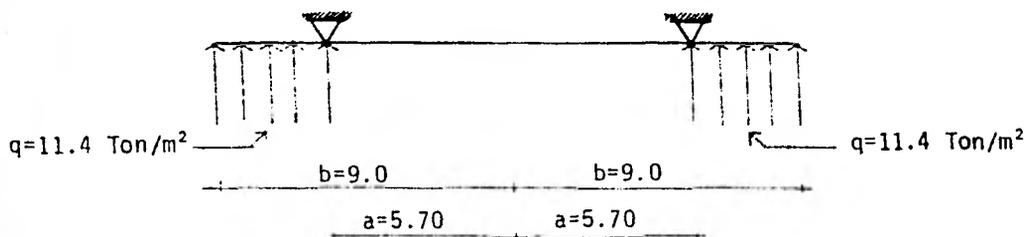
análogamente al otro caso, considerando al origen al centro de la placa se tiene la siguiente tabla:

r	ρ	Mr	Mt
0	0	69.7	69.7
1	0.175	69.7	69.7
2	0.350	69.7	69.7
3	0.526	69.7	69.7
4	0.702	69.7	69.7
5	0.877	69.7	69.7
5.7	1.000	69.7	69.7
6	1.050	54.8	50.0
7	1.230	17.9	-5.9
8	1.403	1.7	-43.1
9	1.579	0.0	-69.1

c.1) Para el análisis por sismo, al actuar en cualquier dirección solo se tomará el esfuerzo por tensión y se tiene el siguiente modelo:



Al actuar el sismo, se involucra el peso total de la estructura, por lo que el esfuerzo en la parte central se puede despreciar; a partir del punto A se tiene un esfuerzo uniforme, por lo que el restante, se transforma en un esfuerzo rectangular equivalente y se tiene el siguiente modelo:



Al igual que en el caso anterior la carga "q" es negativa y tiene las mismas constantes de calculo o sea:

$$\beta = 1.5788$$

$$K_{12} = 2.564$$

$$\rho = r/5.70$$

para $\rho \leq 1$

$$M_r = M_t = - \frac{(-11.5 \times 5.7^2)}{16} (K) = 23.4(2.568) = 60 \text{ Ton.m}$$

para $\rho > 1$

$$M_r = 23.4\{2.564 - 3.15(1 - \rho^2) + 3.388(1/\rho^2 - 1) - 11.47 \ln \rho\}$$

$$M_t = 23.4\{2.564 - 1.45(1 - \rho^2) + 3.388(1/\rho^2 - 1) - 11.47 \ln \rho\}$$

análogamente a los otros casos, se tiene la siguiente tabla:

r	ρ	M_r	M_t
0	0	60	60
1	0.175	60	60
2	0.350	60	60
3	0.526	60	60
4	0.702	60	60
5	0.877	60	60
5.7	1.0	60	60
6	1.05	47.10	43
7	1.23	15.4	- 5.0
8	1.403	1.5	-37.0
9	1.579	0	-59.4

Una vez obtenido por partes, se realiza la superposición y se determina la condición más crítica; Que resultó ser la combinación de carga vertical más sismo entre 1.33 y a continuación se anotan los valores finales para el diseño de la placa en la tabla final.

r	ρ	CARGA VERTICAL (Ton.m)		(C.V.+SISMO)/1.33 (Ton.m)	
		Mr	Mt	Mr	Mt
0	0	166	166	170	170
1	0.175	163	165	168	169
2	0.350	154	160	161	165
3	0.526	138	153	149	160
4	0.702	117	143	133	153
5	0.877	89	131	112	144
5.7	1.0	69.7	121	98	136
6	1.5	55	50	77	70
7	1.23	18	-6	25	-8.3
8	1.403	2	-43	2.6	-60
9	1.579	0	-69	0	-97

TABLA FINAL

Se tomaña el valor máximo para la REVISION del peralte propuesto el cual es $M_{max}=170\text{Ton.m}$ y se tiene:

$$d = \sqrt{\frac{170 \times 10^5}{19.7 \times 100}} = 93\text{cm} < 120 ; \text{BIEN}$$

El acero de refuerzo se colocará en tres direcciones formando ángulos de 60° entre sí, con lo cual se cubre cualquier dirección en la que se presente el sismo

$$A_s = \frac{M}{2.0 \times 0.87 \times 1.10} = 0.52M$$

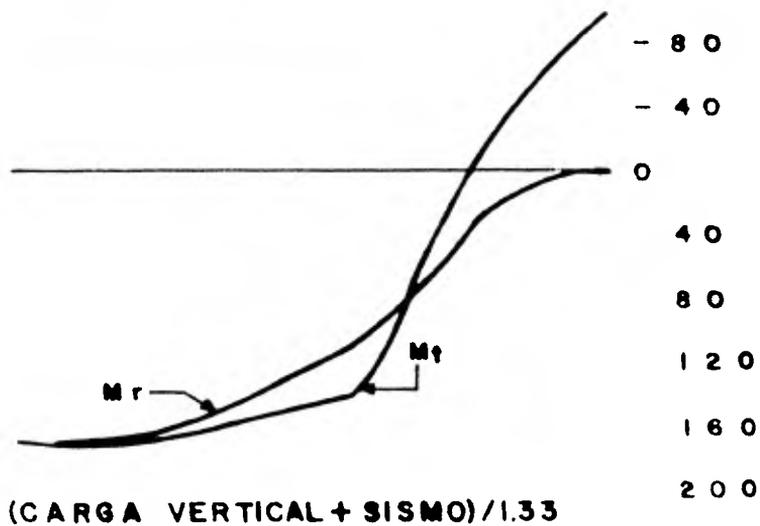
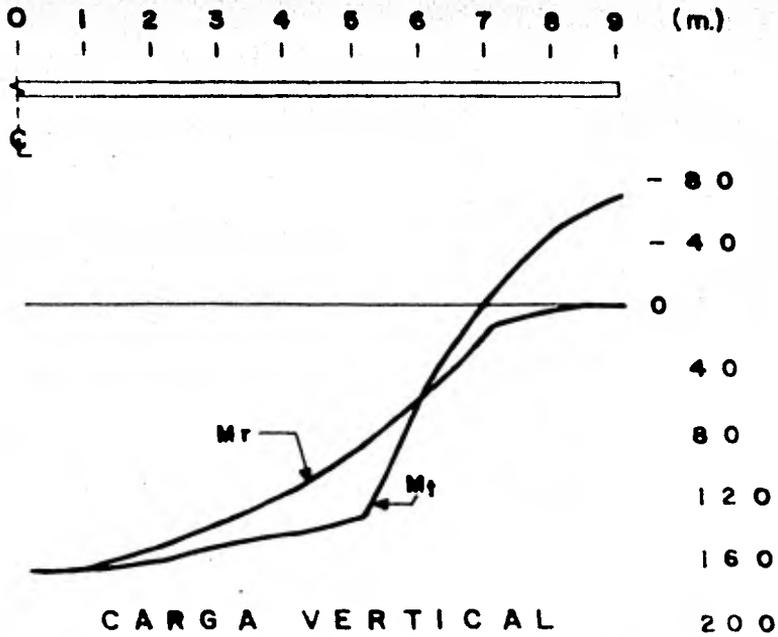
Como las varillas se colocarán con ángulos de 60° , el acero requerido se dividirá entre 1.2, por lo que:

$$A_s = \frac{0.52M}{1.2} = 0.43M$$

Para el cálculo del acero en función del valor máximo de cada uno de los momentos, utilizando varillas del número 10, para la cual se anota la separación

r (m)	0	1	2	3	4	5	5.7	6	7	8	9
M(Ton.m)	170	169	165	160	153	144	136	70	8.3	60	97
As (cm ²)	73.1	72.7	71.0	68.8	65.8	61.9	58.5	30.1	3.6	25.8	41.7
S (cm)	10.9	10.9	11.2	11.5	12.0	12.8	13.6	26.4	221.0	30.8	19.0

De la tabla, Se utilizará varillas del #10 20cm, en el lecho inferior con varillas adicionales del #10 20 cm en la parte central hasta 6 metros a partir del centro, para el lecho superior se utilizará varillas del #10 20 las cuales absorben los momentos negativos y cubren el acero mínimo por temperatura.



DIAGRAMAS DE MOMENTOS EN LA CIMENTACION (Ton.m)

CAPITULO VI

CONCLUSIONES

Se ha presentado en este trabajo el análisis y diseño de una torre de oscilación parcialmente presforzada, la cual es una estructura que presenta considerables ventajas para tuberías sujetas a presión, como líneas de conducción, al disipar la energía provocada por el golpe de ariete, fundamentalmente. El uso de este tipo de estructuras no es muy usual en nuestro país, pero por las ventajas que presenta su utilización es cada vez más frecuente.

Es interesante hacer notar que el análisis de torres de oscilación es similar al de otro tipo de torres como torres de destilación, tanques de almacenamiento, etc.

Para el diseño de nuestra estructura, en términos generales, se hace por presión hidrostática, por carga vertical y por cargas accidentales, incluyendo en estas últimas fundamentalmente el viento y el sismo, el cual rigió para diseño en el ejemplo que se presenta en el capítulo V.

Un aspecto que conviene señalar es que en análisis por cargas accidentales, no siempre puede regir el sismo; esto dependerá de las condiciones locales donde se proyecte construir la estructura, como por ejemplo, el grado de sismicidad del lugar o la velocidad de diseño por viento. Además, dependerá de la relación altura-diámetro, puesto que para torres demasiado altas, cuando se encuentran vacías, podría ser más crítico el efecto del viento que el sismo, por lo que es necesario realizar los dos análisis y compararlos para determinar cual será el de diseño.

Como pudo verse en el desarrollo del ejemplo de aplicación, el diseño de este tipo de estructuras no resulta ser demasiado complejo, pero

se requiere de tener conocimientos en la materia por parte del proyectista. Este trabajo de ninguna manera resulta ser una gafa exacta para el diseño de este tipo de estructuras, pero sí una ayuda para quienes les sea desconocido el tema. Para el diseño, el proyectista habrá de remitirse a la bibliografía y reglamentos adecuados.

Por otro lado, este tipo de problemas resulta ser muy sencillo cuando se tiene el recurso de las máquinas computadoras.

Referente al material a emplear para la construcción de estas torres, concreto o acero, esto se podría determinar en base a parámetros como:

- . Facilidad constructiva
- . Peso de la estructura
- . Costo
- . Facilidad de acceso al lugar
- . Disponibilidad de equipo y obreros calificados
- . Mantenimiento, etc.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y conociendo las características del suelo donde se desplantará dicha estructura y después de su análisis riguroso, se podrá llegar a una solución definitiva.

BIBLIOGRAFIA

- . TEORIA DE PLACAS Y LAMINAS S. TIMOSHENKO
- . RESISTENCIA DE MATERIALES TOMOS I Y II S. TIMOSHENKO
- . INTRODUCTION TO STRUCTURAL DYNAMICS JOHN M. BIGGS
- . CONCRETO DISEÑO PLASTICO, TEORIA ELASTICA M.A. TORRES H.
- . FORMULARIO DEL INGENIERO A. GREKOW
- . MANUAL DE DISEÑO DE OBRAS CIVILES SECCION B C.F.E.
- . NORMAS TECNICAS COMPLEMENTARIAS DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL D.F. No. 406 y 407 I. DE INGENIERIA
- . REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES DE CONCRETO REFORZADO Y COMENTARIOS. A.C.I. 318-77
- . FOLLETO COMPLEMENTARIO, DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS E. ROSENBLUETH Y L. ESTEVA.
- . ANALISIS ESTRUCTURAL R. LUTHE
- . DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PREESFORZADO T. Y. LIN

