

24.120



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DE LAS ESTRUCTURAS ACOPLADAS SUJETAS A FUERZAS SÍSMICAS

T E S I S

Que para obtener el título de:

I N G E N I E R O C I V I L

P r e s e n t a :

ALFREDO OGAZ PIERCE

México, D. F.

1981



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.1	<i>Introducción y objetivo</i>	1
1.2	<i>Metodología</i>	2
1.3	<i>Formulación del problema</i>	2
2.	ANALISIS SISMICO	4
2.1	<i>Análisis sísmico estático</i>	4
2.2	<i>Análisis sísmico dinámico</i>	6
3.	ANALISIS DE MODELOS ESTRUCTURALES	10
4.	APLICACIONES	14
5.	CONCLUSIONES	27
6.	RECONOCIMIENTO	30
7.	REFERENCIAS	30
	TABLAS	
	FIGURAS	
	APENDICE A	
	APENDICE B	
	APENDICE C	
	APENDICE D	
	APENDICE E	

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 *Introducción y objetivo*

En el diseño sísmico de edificios es usual suponer que las losas son indeformables en su plano. Esto es razonable en algunos casos dado que la rigidez de los diversos elementos estructurales, ante deformaciones laterales, suele ser pequeña comparada con la de las losas. Sin embargo, por requisitos arquitectónicos, resulta frecuente encontrar que parte de la losa se elimina en ciertas zonas de su planta, por ejemplo, debido a la presencia de cubos de luz, o bien, en casos extremos, cuando dos cuerpos principales se intercomunican con pasillos. La experiencia sugiere que la deformación de la losa, en su plano, no será despreciable ante cargas laterales cuando su dimensión en planta sea suficientemente pequeña en alguna zona.

El propósito de este trabajo es determinar la respuesta, ante la presencia

de fuerzas sísmicas, de dos cuerpos principales ligados por elementos cuya deformabilidad, al trabajar como diafragmas, pueden afectar en forma significativa la interacción entre los dos cuerpos, y estudiar la respuesta de cada uno de ellos en comparación con el caso de ausencia de sistemas de liga (respuestas independientes).

1.2 Metodología

El estudio del problema se basa en el cálculo de respuestas sísmicas de diversos modelos estructurales cuyas características se varían para determinar, por un lado, los parámetros estructurales significativos en la respuesta sísmica y, por otro, la cuantificación de la influencia de cada uno de ellos. Para ello se hizo la formulación detallada del problema, se encontró su solución y se elaboró un programa de computadora. Después de estudiar un buen número de modelos estructurales, se analizaron los resultados y se resumieron en gráficas que pueden ser usadas como ayudas de diseño.

1.3 Formulación del problema

El tipo de estructuras que se estudia se puede considerar formado por dos cuerpos principales ligados a la altura de las losas por elementos que trabajan como diafragmas deformables en planta, de modo que pueden afectar la interacción dinámica de los cuerpos principales cuando estén sujetos a cargas laterales (fig 1). Asimismo, se hacen las siguientes consideraciones:

1. La respuesta sísmica puede obtenerse, por un lado, con criterios de

superposición modal y, por otro, con análisis sísmicos estáticos. El espectro y el coeficiente sísmico corresponden a los del Reglamento de las Construcciones para el Distrito Federal en vigor.

2. Las expresiones que definen las rigideces de los elementos de liga incluyen los efectos de flexión y cortante en su plano.
3. Los sistemas de piso de cada cuerpo principal, tomándolos por separado, son suficientemente rígidos en su plano, y sus deformaciones como diafragmas en planta son despreciables.
4. Se consideran seis grados de libertad por cada nivel de la estructura (fig 2): dos de traslación en direcciones ortogonales entre sí y uno de torsión, en cada unión entre cuerpo principal y elemento de liga.
5. Las masas se pueden idealizar como concentradas a la altura de los sistemas de piso de cada cuerpo principal. Aquí se incluyen masas generalizadas de traslación y rotación en cada nivel de cada cuerpo.
6. La matriz de rigideces de todo el sistema se obtiene con base en las rigideces de entrepiso de cada uno de los marcos que la constituyen y en las matrices de rigideces de los elementos de liga. Las rigideces de entrepiso, para cada marco, se definen como la relación entre el cortante de entrepiso y la deformación lateral de entrepiso correspondiente.
7. La influencia de los diversos parámetros queda definida en términos de los desplazamientos de los centros de masa de los diversos niveles adecuadamente normalizados.

2. ANALISIS SISMICO

2.1 *Análisis sísmico estático*

En términos de desplazamientos, la respuesta sísmica estática de una estructura queda definida por la expresión matricial.

$$X = K^{-1} P \quad (1)$$

donde,

X vector de los desplazamientos de los grados de libertad

P vector de cargas sísmicas estáticas

K^{-1} inversa de la matriz de rigideces de la estructura.

Las cargas sísmicas se obtuvieron a partir de análisis sísmicos estáticos por separado para cada cuerpo principal, según el criterio del Reglamento

de las Construcciones para el D. F. Como en este caso los grados de libertad no se localizan en el centro de masa de cada planta, el vector P corresponde a fuerzas aplicadas en los grados de libertad aquí considerados que producen efectos estáticamente equivalentes a cargas aplicadas en los centros de masa correspondientes; los detalles para la obtención de cargas sísmicas se describen en el apéndice A.

La matriz de rigideces se obtiene a partir de las rigideces de entrepiso de cada marco y/o muro que forman las estructuras así como de las rigideces con que contribuyen los elementos de liga. La rigidez de entrepiso se define como la relación entre el cortante desarrollado en el entrepiso del marco considerado y la deformación lateral correspondiente, y puede ser obtenida por diversos métodos de análisis estructural.

La determinación de la matriz de rigideces se detalla en el apéndice B; a grandes rasgos consiste en la obtención de las matrices de rigideces para cada cuerpo por separado así como las de los diversos elementos de liga, referidos a los grados de libertad considerados, y a partir de ellos se procede a su ensamble para obtener la matriz de rigideces global.

Una vez desarrollada la formulación detallada del problema, se procedió a elaborar un programa de computadora, que realiza sistemáticamente cada uno de los pasos señalados en el apéndice B para formar la matriz de rigideces global del sistema, con base en rigideces de entrepiso de cada uno de los marcos. A su vez, el programa obtiene la solución del problema estático expresada en la ec 1 mediante reducción de Gauss. En este tipo de problemas se ha observado que en algunos casos se presenta mal comportamiento numérico al resolver la ec 1; por ello, la reducción de Gauss aquí empleada

incluye afinaciones realizadas iterativamente, según se describe en el Apéndice C.

2.2 Análisis sísmico dinámico

El problema dinámico en condiciones elásticas queda planteado por la expresión matricial

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = -MJ\ddot{u} \quad (2)$$

donde

M matriz de masas del sistema

C matriz de amortiguamiento

K matriz de rigideces

\ddot{X} , \dot{X} y X vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento, respectivamente, de las masas

J vector de desplazamientos inducidos por los movimientos del terreno

\ddot{u} aceleración sísmica del terreno.

Dado que en este caso la posición de los grados de libertad no coincide con los centros de masa en cada nivel, la matriz de masas no resulta diagonal. Para obtenerla se procedió de manera similar al caso de la matriz de rigideces, esto es, se generan submatrices y posteriormente se ensamblan. Los detalles se incluyen en el apéndice D.

Para fines prácticos, la solución de la ecuación diferencial (2) se puede obtener mediante superposición modal y el uso de espectros de respuesta; es to implica la obtención de la solución del problema de valores y vectores característicos correspondientes. Aquí se usó como sollicitación sísmica el espectro de diseño del Reglamento de las Construcciones para el D. F., el cual considera implícitamente el amortiguamiento estructural, por lo que la ec 2 se reduce a

$$\ddot{MX} + KX = -MJ\ddot{u}_g \quad (3)$$

lo que conduce (ref 1) al problema de valores y vectores característicos definido por la expresión

$$(K - \omega^2 M) X = 0 \quad (4)$$

de la cual se pueden obtener los valores característicos o frecuencias circulares naturales de vibración del sistema, ω , así como sus vectores característicos o formas modales correspondientes.

Para resolver este problema se elaboró una subrutina de computadora basada en el método de Jacobi (ref 2), que se basa en una serie de cambios de coordenadas o rotaciones del sistema de referencia, de modo que finalmente se obtiene un sistema de coordenadas para el cual la ec 3 se convierte en un conjunto de ecuaciones que dependen de una sola variable cada una.

Una vez resuelto el problema anterior, los desplazamientos inducidos por un modo específico de vibración del sistema se obtiene con la expresión (ref 1)

$$X_i = \frac{\phi_i^T M J}{\phi_i^T M \phi_i} \frac{S_i}{\omega_i^2} \phi_i \quad (5)$$

donde

ϕ_i, ϕ_i^T vector modal i -ésimo y su traspuesto

S_i ordenada espectral correspondiente al periodo del modo i -ésimo

$(\phi^T M J) / (\phi^T M \phi)$ coeficiente de participación modal.

En este tipo de sistemas resulta frecuente obtener modos con periodos de vibración cercanos entre sí. Por ello resulta conveniente que en la superposición modal se incluyan los productos cruzados (ref 1), lo que conduce a obtener la respuesta a través de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las contribuciones de cada modo con la expresión

$$X = \sqrt{\sum_{i=1}^N X_i^2 + \sum_{i \neq j} \frac{X_i X_j}{1 + \epsilon_{ij}^2}} \quad (6)$$

donde,

X_i contribución a la respuesta correspondiente al i -ésimo modo de vibrar, obtenida con la ec 5

$$\epsilon_{ij} = (\omega_i^1 - \omega_j^1) / (\epsilon_i^1 \omega_i + \epsilon_j^1 \omega_j)$$

$$\omega_i^1 = \omega_i \sqrt{1 - \epsilon_i^2}$$

$$\epsilon_i^1 = \epsilon_i + 2 / (s \omega_i)$$

ϵ_i fracción del amortiguamiento crítico correspondiente al i -ésimo modo

s duración supuesta del temblor

ω_i frecuencia circular natural correspondiente al i -ésimo modo

Para efectuar los pasos anteriores se elaboró el programa de computadora que se incluye en el apéndice E.

3. ANALISIS DE MODELOS ESTRUCTURALES

Como se mencionó en capítulos previos, este estudio está orientado a determinar las variables significativas y a proponer un método de uso práctico para la obtención de la respuesta sísmica de estructuras acopladas. Para ello se efectuaron análisis sísmicos estáticos y dinámicos de modelos estructurales del tipo indicado en la fig 1, en los cuales se variaron sus características con objeto de realizar estudios paramétricos.

Los parámetros tratados están relacionados con las siguientes características estructurales:

- . dimensiones en planta de los cuerpos principales y de los elementos de liga
- . distribución de rigideces, tanto en planta como en elevación
- . distribución de masas en planta

Por lo que se refiere a las dimensiones en planta de los elementos de liga, es de esperarse que su variabilidad en casos prácticos cubra un rango muy amplio. Sin embargo, considerando que para un caso donde estén completamente definidas las características de los cuerpos principales, elementos de liga con diversas dimensiones pero de misma rigidez conducen a matrices de rigideces iguales, resulta natural seleccionar la rigidez de estos elementos como parámetro. Con estas consideraciones, la obtención de cada respuesta da información de un gran número de casos prácticos, por lo que se refiere a las dimensiones de elementos de liga.

Análogamente, se puede considerar que las distribuciones de rigideces en planta están directamente relacionadas con posiciones de centros de torsión. Por otro lado es aceptado que las dimensiones de las plantas definen las estimaciones de las masas y se conoce que valores dados de éstas, combinados con las características estructurales que definen sus rigideces y sus distribuciones, determinan los periodos naturales de vibración; aún más, la respuesta sísmica suele estar condicionada primordialmente por el modo fundamental. Por lo anterior, se seleccionaron como parámetros los indicados a continuación:

- . rigidez lateral de los elementos de liga
- . periodos fundamentales de vibración
- . posición de centros de torsión
- . distribución de rigideces con la altura

La influencia de estos parámetros se estimó en términos de la respuesta en deformación dividida entre la correspondiente al caso de normalización.

Esto facilita la presentación en gráficas que puedan servir como ayudas de diseño.

Con objeto de analizar modelos estructurales cuyos parámetros varíen dentro de rangos prácticos, se partió de una geometría considerada más o menos común en nuestro medio. Para ello se seleccionó un edificio de cinco niveles, con dos cuerpos principales que en un sentido tienen dos crujeas de siete metros y en el otro sentido uno de los cuerpos consta de tres crujeas y el otro de dos, también de siete metros; su esquema se presenta en la fig 3.

El edificio fue diseñado de modo que cada cuerpo por separado cumpla los requisitos mínimos que estipula el Reglamento de las Construcciones para el Distrito Federal, y de ahí se obtuvieron las rigideces de entrepiso así como las masas para un modelo de partida; estas características se reportan en la tabla 1. A partir de este modelo se variaron los parámetros antes mencionados para cubrir un rango suficientemente amplio de casos prácticos. Así, el período fundamental se varió entre 1.20 y 2.48 seg, la posición de los centros de torsión cubre excentricidades entre 0 y 0.1 de la máxima dimensión de la planta, la rigidez lateral de los elementos de liga se obtuvo a partir de consideraciones geométricas tratando de cubrir un rango congruente con la práctica usual y para la distribución de rigideces con la elevación se consideraron dos casos: distribución uniforme, es decir, la misma rigidez en todos los entrepisos de cada marco, y distribución trapecial, o sea, disminución aproximadamente lineal de la base hacia arriba, de modo que la rigidez del entrepiso de la base sea cuatro veces mayor que la del entrepiso superior.

La selección de valores particulares de los parámetros en estudio se realizó secuencialmente, a partir de los resultados obtenidos de análisis previos. El número de respuestas calculadas fue 80 y quedó determinado de modo que permitiera obtener una cantidad de puntos suficientes para trazar las gráficas de ayudas de diseño.

4. APLICACIONES

4.1 *Ayudas de diseño*

Las gráficas de las figs 5 a 16 son ayudas de diseño. En ellas se manejan las variables T_B/T_A , Δ/Δ^* y θ/θ^* , donde:

T_B/T_A es la relación del período fundamental del cuerpo B con el período fundamental del cuerpo A, cuando trabajan independientemente

Δ/Δ^* es la relación de desplazamientos lineales del centro de masa, del cuerpo trabajando en conjunto como estructura acoplada y del mismo cuerpo trabajando independientemente en la dirección Y

θ/θ^* es la relación de giros, del cuerpo trabajando en conjunto como estructura acoplada y del mismo cuerpo trabajando independientemente.

Para el uso de las ayudas de diseño se deben considerar los siguientes puntos:

- a. Las Δ/Δ^* son relaciones de desplazamientos en los centros de masa, y para fines de diseño se requieren también los elementos mecánicos. Si bien, en rigor, los elementos mecánicos de diseño deben estimarse mediante la combinación modal de elementos mecánicos correspondientes a cada modo, aquí se acepta que se puede obtener una estimación razonable de ellos a partir de la respuesta en términos de deformación.
- b. Conocidos los desplazamientos y los giros en los centros de masa es posible conocer los desplazamientos inducidos en todos los marcos, así como estimar los elementos mecánicos correspondientes.

Las relaciones Δ/Δ^* y θ/θ^* aportan un punto en la gráfica respectiva, para cada relación TB/TA, ya que éstas se mantienen aproximadamente constantes en cada nivel.

El procedimiento a seguir para la utilización de las gráficas se indica a continuación:

1. Se obtienen los periodos fundamentales y las respuestas de cada uno de los dos cuerpos que se pretenden ligar
2. Se determinan las propiedades de los elementos de liga
3. Con la relación de periodos fundamentales de cada cuerpo, TB/TA, y con TA se entra a las gráficas correspondientes; cuando TA se encuentre entre 1.20 seg y 2.50 seg habrá que hacer una interpolación de los valores que arrojen las gráficas para 1.20 y 2.50 seg. Para obtener

Δ/Δ^* y θ/θ^* se optará por alguna de las tres curvas que se tienen en cada figura, o por una interpolación entre dos de ellas, de acuerdo con las propiedades de los elementos de liga. El procedimiento para estimar y clasificar la rigidez de los elementos de liga se describe a continuación:

- a) Se obtienen las sumas de las rigideces de entrepiso de los marcos en la dirección Y de cada cuerpo
- b) Se obtiene la rigidez global de cada cuerpo, K, considerando que se tienen n resortes en serie, siendo n el número de entrepisos, y que cada resorte tiene rigidez K_i ; la fórmula para hacer esto es:

$$\frac{1}{K} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i}$$

- c) Se obtiene la relación, K_S , siguiente:

$$K_S = K_L / (K_A + K_B) \quad (7)$$

en donde

K_L es la rigidez lineal del elemento de liga en la dirección Y

K_A es la rigidez global del cuerpo A

K_B es la rigidez global del cuerpo B

- d) Con la relación TB/TA de los cuerpos que se ligarán, se seleccionan los valores correspondientes de las relaciones K_S en la dos columnas existentes de la tabla 2. Los valores de K_S fueron obtenidos

a partir de la ec 7 para los modelos estructurales con los que se inició el estudio

e) Dependiendo del valor que tenga el período del cuerpo A (TA), se escoge una de las dos columnas, o en caso de que TA esté entre 1.20 seg y 2.5 seg el valor de K_s se puede obtener por interpolación

f) Para clasificar la rigidez del elemento de liga (como mínimo, medio o máximo, o entre dos de ellos), se compara la relación obtenida K_s con la dada por la tabla 2.

4. Los valores obtenidos de Δ/Δ^* y θ/θ^* se multiplican por las respuestas de cada cuerpo trabajando independientemente para obtener Δ y θ , que son los desplazamientos en la dirección Y y los giros, respectivamente, de las estructuras trabajando como conjunto.

4.2 Ejemplo

El ejemplo siguiente, tiene por objetivo ilustrar la aplicación de las ayudas de diseño.

CUERPOS A y B			CUERPO A		CUERPO B	
Nivel	Entrepiso	Altura (m)	Masa (Ton-seg ² /cm)	Rigidez de entrepiso (Ton/cm)	Masa (Ton-seg ² /cm)	Rigidez de entrepiso (Ton/cm)
2			.038		.076	
	2	3		18		70
1			.051		.102	
	1	3		25		100
0						

y los elementos de liga tienen las siguientes características

Longitud $L = 4 \text{ m}$

Ancho $b = 2 \text{ m}$

Peralte $t = .15 \text{ m}$

Se da por hecho que las estructuras, según el Reglamento de las Construcciones para el D.F., corresponden al grupo B y se encuentran en terreno compresible. Además se supone que no hay reducción por ductilidad.

Obtención de períodos

Cuerpo A:

$$K = \begin{bmatrix} 43 & -18 \\ -18 & 11 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} .051 & 0 \\ 0 & .038 \end{bmatrix}$$

resolviendo el determinante $|K - \omega^2 M|$:

$$\omega_1^2 = 209.74 \quad ; \quad \omega_1 = 14.48 \text{ rad/seg} \quad ; \quad T_1 = 0.43 \text{ seg}$$

$$\omega_2^2 = 1107.08 \quad ; \quad \omega_2 = 33.27 \text{ rad/seg} \quad ; \quad T_2 = 0.19 \text{ seg}$$

El período fundamental es $T_A = 0.43 \text{ seg}$

Cuerpo B:

$$K = \begin{bmatrix} 170 & -70 \\ -70 & 70 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} .076 & 0 \\ 0 & .102 \end{bmatrix}$$

resolviendo el determinante $|K - \omega^2 M|$:

$$\omega_1^2 = 351.08 \quad ; \quad \omega_1 = 18.74 \text{ rad/seg} \quad ; \quad T_1 = 0.34 \text{ seg}$$

$$\omega_2^2 = 2572.04 \quad ; \quad \omega_2 = 50.72 \text{ rad/seg} \quad ; \quad T_2 = 0.12 \text{ seg}$$

El periodo fundamental es $T_B = 0.34 \text{ seg}$

Por lo tanto la relación T_B/T_A vale 0.79

Análisis dinámico

Cuerpo A:

Sustituyendo ambas frecuencias en la ecuación característica $(K - \omega^2 M) = 0$, se obtienen los siguientes modos:

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 1.79 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \phi_2 = \begin{bmatrix} -.75 \\ 1 \end{bmatrix}$$

y a partir de estos, los coeficientes de participación:

$$C_1 = 0.689$$

$$C_2 = 0.310$$

Del espectro del reglamento:

$$S_1 = 154.02 \text{ cm/seg}^2$$

$$S_2 = 101.04 \text{ cm/seg}^2$$

Por lo que los desplazamientos son:

$$\{X_1\} = \frac{154.02}{209.74} (.689) \begin{bmatrix} 1.79 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .906 \\ .506 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

y

$$\{X_2\} = \frac{101.04}{1107.08} (.310) \begin{bmatrix} -.75 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -.021 \\ .028 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Y haciendo la combinación modal con $X = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$:

$$\{X\}_A = \begin{bmatrix} .906 \\ .507 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Cuerpo B:

Modos:

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 2.05 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} -.36 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Coeficientes de participación:

$$C_1 = 0.612$$

$$C_2 = 0.667$$

Ordenadas espectrales multiplicadas por la constante gravitacional:

$$S_1 = 134.40 \text{ cm/seg}^2$$

$$S_2 = 85.35 \text{ cm/seg}^2$$

Desplazamientos:

$$X_1 = \begin{bmatrix} .480 \\ .234 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} -.008 \\ .022 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Y haciendo la combinación modal con $X = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$:

$$\{X\}_B = \begin{bmatrix} .480 \\ .235 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Análisis estático

El coeficiente sísmico es igual a $C = 0.24$

Cuerpo A:

Nivel	Entrepiso	W_i	h_i	$W_i h_i$	F_i	V_i
2		37.5		225	12.60	
	2		6			12.60
1		50		150	8.40	
	1		3			21.00

$$\overline{\Sigma W_i} = 87.5$$

$$\overline{\Sigma W_i h_i} = 375$$

$$F_i = (.24 \times \frac{\Sigma W_i}{\Sigma W_i h_i}) W_i h_i$$

Por tanto, los desplazamientos relativos de entrepiso son:

$$x'_1 = \frac{12.60}{18} = 0.70 \text{ cm}$$

$$x'_2 = \frac{21.00}{25} = 0.84 \text{ cm}$$

y

$$\{X\}_A = \begin{bmatrix} 1.54 \\ .84 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Cuerpo B:

Nivel	Entrepiso	W_i	h_i	$W_i h_i$	F_i	V_i
2		75		450	25.20	
	2		6			25.20
1		100		300	16.80	
	1		3			42.00

$$\Sigma W_i = \overline{175}$$

$$\Sigma W_i h_i = \overline{750}$$

$$F_i = (.24 \times \frac{\Sigma W_i}{\Sigma W_i h_i}) W_i h_i$$

Por tanto, los desplazamientos relativos de entrepiso son:

$$X'_1 = \frac{25.20}{70} = 0.42 \text{ cm}$$

$$X'_2 = \frac{42}{100} = 0.42 \text{ cm}$$

y:

$$\{X\}_B \begin{bmatrix} .78 \\ .42 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Elementos de liga

La rigidez lateral de un elemento de liga está dada por:

$$K_L = \frac{12 EI}{(1 + \alpha)L^3}$$

$$\text{donde } \alpha = \frac{12 EI}{G a_r L^2}$$

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 10\,000 \sqrt{200} = 141.42 \text{ Ton/cm}^2$$

$$G = .3 E$$

$$a_r = \frac{200 \times 15}{1.2} = 2\,500 \text{ cm}^2$$

$$L = 400 \text{ cm}$$

$$I = \frac{.15 \times 2^3}{12} = .10 \text{ m}^4$$

$$K_L = 132.58 \text{ Ton/cm}$$

Hasta aquí, se conocen las respuestas en función de los desplazamientos de los cuerpos A y B trabajando independientemente bajo la acción de fuerzas sísmicas y la rigidez lineal de los elementos de liga. A continuación se detalla el uso de la Tabla 1 para estimar el rango de rigidez en que se encuentran dichos elementos de acuerdo con las gráficas:

- Se obtienen K_A y K_B de acuerdo con:

$$\frac{1}{K_A} = \frac{1}{18} + \frac{1}{25} \Rightarrow K_A = 10.47$$

$$\frac{1}{K_B} = \frac{1}{70} + \frac{1}{100} \Rightarrow K_B = 41.18$$

$$K_A + K_B = 51.64$$

- Se obtiene la relación:

$$\frac{K_L}{K_A + K_B} = \frac{132.58}{51.64} = 2.567$$

- Con la relación $T_B/T_A = 0.79$ obtenida anteriormente se interpola con los valores de K_S correspondientes a $T_A = 1.20$ seg y relaciones $T_B/T_A = 0.75$ y $T_B/T_A = 0.90$ de la Tabla 1:

$$k_{min} = \left(\frac{-309 - .258}{.15} \right) (.79 - .75) + .258 = 0.272$$

$$k_{media} = \left(\frac{7.174 - 5.985}{.15} \right) (.79 - .75) + 5.985 = 6.302$$

$$k_{\text{m}\ddot{a}\text{x}} = \left(\frac{64.014 - 53.405}{.15} \right) (.79 - .75) + 53.405 = 56.234$$

- Se obtiene la relación del periodo fundamental del cuerpo A con respecto a 1.20 seg

$$\frac{0.43}{1.20} = 0.358$$

- Para estimar los valores correspondientes a $k_{\text{m}\ddot{a}\text{x}}$, k_{media} y $k_{\text{m}\ddot{a}\text{x}}$ para un periodo de 0.43 seg, se multiplican los valores correspondientes por 0.358

$$k_{\text{m}\ddot{a}\text{x}} = .272 \times .358 = .097$$

$$k_{\text{media}} = 6.302 \times .358 = 2.258$$

$$k_{\text{m}\ddot{a}\text{x}} = 56.234 \times .358 = 20.151$$

- Se compara la relación $\frac{K_L}{K_A + K_B}$ con las anteriores y se escoge k_{media} por ser el valor más cercano.

Nota Si el periodo fundamental del cuerpo A estuviera entre 1.20 seg y 2.5 seg se deberfa hacer una interpolación lineal entre los valores de K_s correspondientes a $T_A = 1.20$ y $T_A = 2.5$ de la tabla sin necesidad de obtener una relación entre el periodo fundamental del cuerpo A y 1.20 o 2.5 seg.

Empleando las gráficas correspondientes a terreno compresible, para un periodo $T_A = 1.20$ seg y para una rigidez k_{media} , se obtienen

las siguientes relaciones Δ/Δ^*

Para el análisis dinámico (figs 5 y 7)

Cuerpo A:

$$\Delta/\Delta^* = .78$$

Cuerpo B:

$$\Delta/\Delta^* = .28$$

Para el análisis estático (figs 13 y 15)

Cuerpo A:

$$\Delta/\Delta^* = .925$$

Cuerpo B:

$$\Delta/\Delta^* = 1.11$$

Multiplicando estas relaciones por los desplazamientos de las estructuras cuando trabajan independientemente, se obtienen los desplazamientos de las estructuras cuando trabajan ligadas.

Para el análisis dinámico

Cuerpo A:

$$\Delta_A = .78 \begin{bmatrix} .906 \\ .507 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .707 \\ .395 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Cuerpo B:

$$\Delta_B = .28 \begin{bmatrix} .480 \\ .235 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .134 \\ .066 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Para el análisis estático

Cuerpo A:

$$\Delta_A = .925 \begin{bmatrix} 1.54 \\ .84 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.425 \\ .777 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

Cuerpo B:

$$\Delta_B = 1.11 \begin{bmatrix} .78 \\ .42 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .866 \\ .466 \end{bmatrix} \text{ cm}$$

5. CONCLUSIONES

Tomando en cuenta que para todos los casos utilizados para la obtención de las gráficas, el cuerpo A es el ubicado a la izquierda en el plano de papel, y el cuerpo B el de la derecha y el más rígido sin pérdida de generalidad respecto a la condición inversa, se concluyó lo siguiente:

Cuerpo B

1. A medida que el cuerpo B es más rígido con respecto al A, esto es, mientras la relación de períodos T_B/T_A disminuye, la respuesta en el centro de masa es mayor en el cuerpo B trabajando en conjunto con el A que en el caso desacoplado.
2. La influencia de los elementos de liga en la respuesta es mayor a medida que el cuerpo B es más rígido con respecto al A, y aumenta más la respuesta mientras más rígidos sean dichos elementos, comparándola con

el caso desacoplado.

3. La magnitud de los giros inducidos en el cuerpo B debido a la liga, con respecto a los giros que tiene el mismo cuerpo desacoplado, indica la importancia que tienen las rotaciones en este tipo de estructuras y, por tanto, son factores que se deben tomar en cuenta al efectuar el análisis y diseño de estructuras acopladas.

Cuerpo A

1. A medida que el cuerpo B es más rígido con respecto al A, esto es, mientras la relación TB/TA disminuye, la respuesta en el centro de masa del cuerpo A, trabajando en conjunto con el B, disminuye con respecto al caso desacoplado.
2. La influencia de los elementos de liga en la respuesta es mayor a medida que el cuerpo B es más rígido con respecto al A, disminuyendo la respuesta mientras más rígidos son dichos elementos.
3. La magnitud de los giros inducidos en el cuerpo A debido a la liga, comparados con los que tiene el mismo cuerpo desacoplado, por lo general son menores.

Cuerpos A y B

1. A medida que disminuye la rigidez de los cuerpos principales de las estructuras acopladas, es menor la diferencia en la respuesta debido al efecto de los elementos de liga
2. Al aumentar la relación de períodos (TB/TA) aumenta la influencia de

los modos superiores para las estructuras acopladas

3. Comparando un caso aislado con un acoplado, la influencia de los modos superiores es menor en el acoplado.

6. RECONOCIMIENTO

Se agradece a Octavio Rascón Ch. y a Carlos Javier Mendoza la revisión de este trabajo.

7. REFERENCIAS

- Ref 1. N.M. Newmark y E. Rosenblueth, Fundamentos de Ingeniería Sísmica, Oíana, 1976
- Ref 2. Leonard Meirovitch, Elements of Vibration Analysis, McGraw-Hill, 1975
- Ref 3. Ghali y Neville, Structural Analysis, A Unified Classical and Matrix Approach, Intext Educational Publishers, 1972.

TABLA 1 CARACTERISTICAS DEL MODELO

CUERPOS A Y B						CUERPO A			CUERPO B		
Nivel	Entre-piso	Altura (m)	Espesor losa (cm)	Trabes (*) (cm)	Columnas (*) (cm)	Masa (ton-seg ² /cm)	KX _i (+) (Tón/cm)	KY _i (+) (Tón/cm)	Masa (Ton-seg ² /cm)	KX _i (+) (Tón/cm)	KY _i (+) (Tón/cm)
5			15	25 x 40		.261835			.174557		
	5	3			35 x 35		14.58	11.60		11.60	11.60
4			15	25 x 50		.306004			.204003		
	4	3			45 x 45		25.82	16.60		16.60	16.60
3			15	25 x 50		.308960			.205973		
	3	3			45 x 45		28.20	18.30		18.30	18.30
2			15	25 x 55		.313293			.208862		
	2	3			50 x 50		36.02	24.90		24.90	24.90
1			15	25 x 55		.315026			.210017		
	1	3			50 x 50		60.21	42.70		42.70	42.70
0											

(*) Las dimensiones de estos elementos son iguales en todo el piso común

(+) Rigideces correspondientes a cada marco del entrepiso y dirección indicados

TABLA 2 VALORES DE K_s SEGUN LA EXPRESION 7

TB/TA	Rango de rigidez del elemento de liga	TA = 1.20 seg ks	TA = 2.5 seg ks
.20	k mín	.032	.136
	k media	.740	3.161
	k máx	6.606	28.206
.50	k mín	.153	.655
	k media	3.567	15.230
	k máx	31.827	135.902
.75	k mín	.258	1.100
	k media	5.985	25.555
	k máx	53.405	228.040
.99	k mín	.309	1.318
	k media	7.174	30.631
	k máx	64.014	273.342
1.00	k mín	.338	1.442
	k media	7.847	33.505
	k máx	70.020	298.985

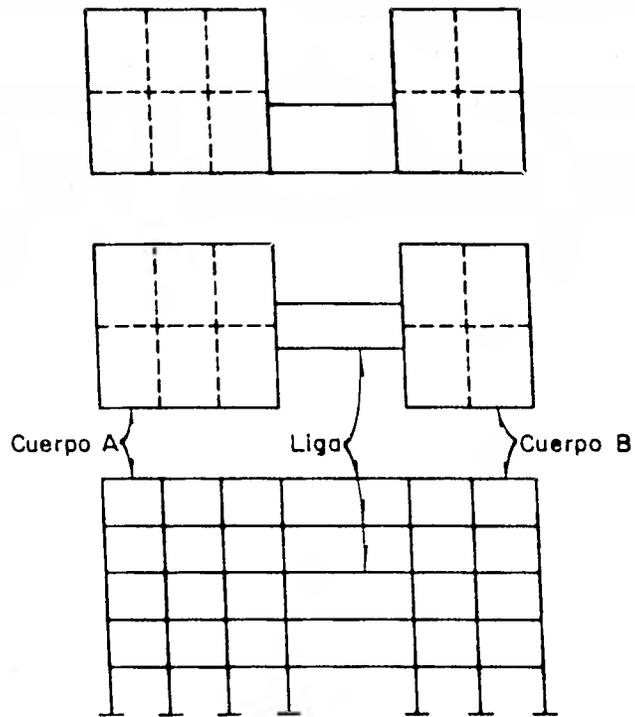


Fig 1. Tipos de modulos estructurales

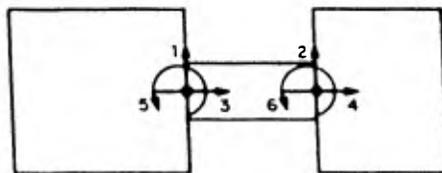


Fig 2. Grados de libertad en cada nivel

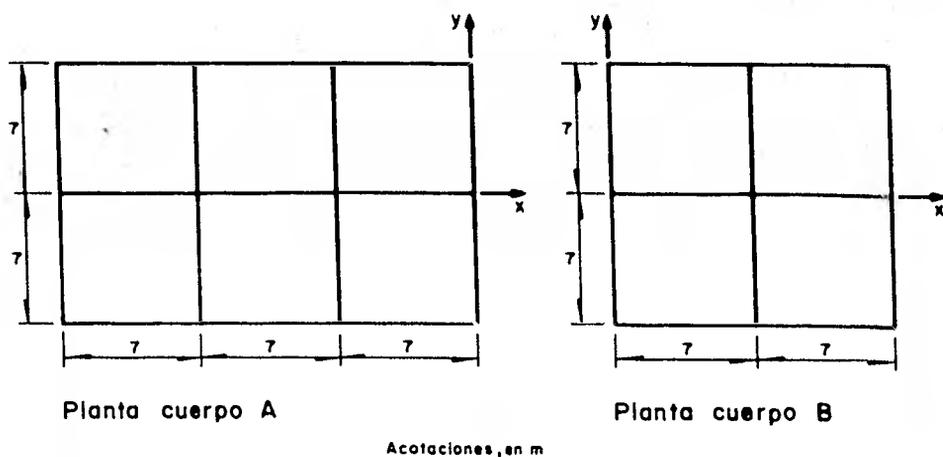


Fig 3. Modelo estructural

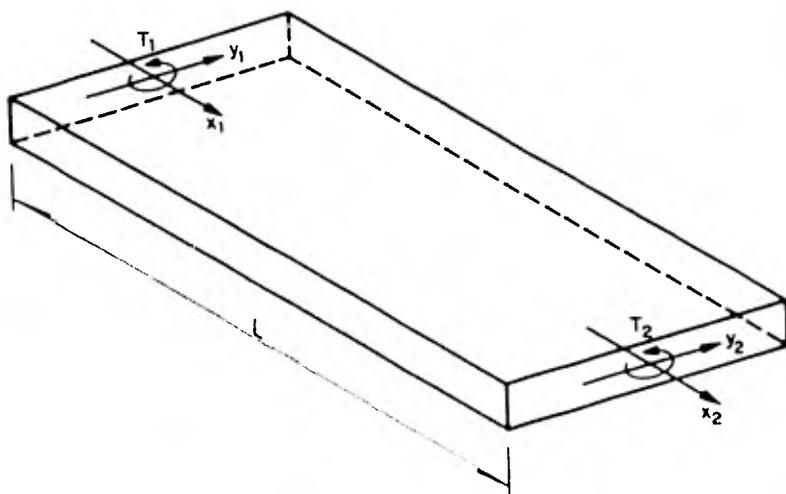


Fig 4. Elemento de liga

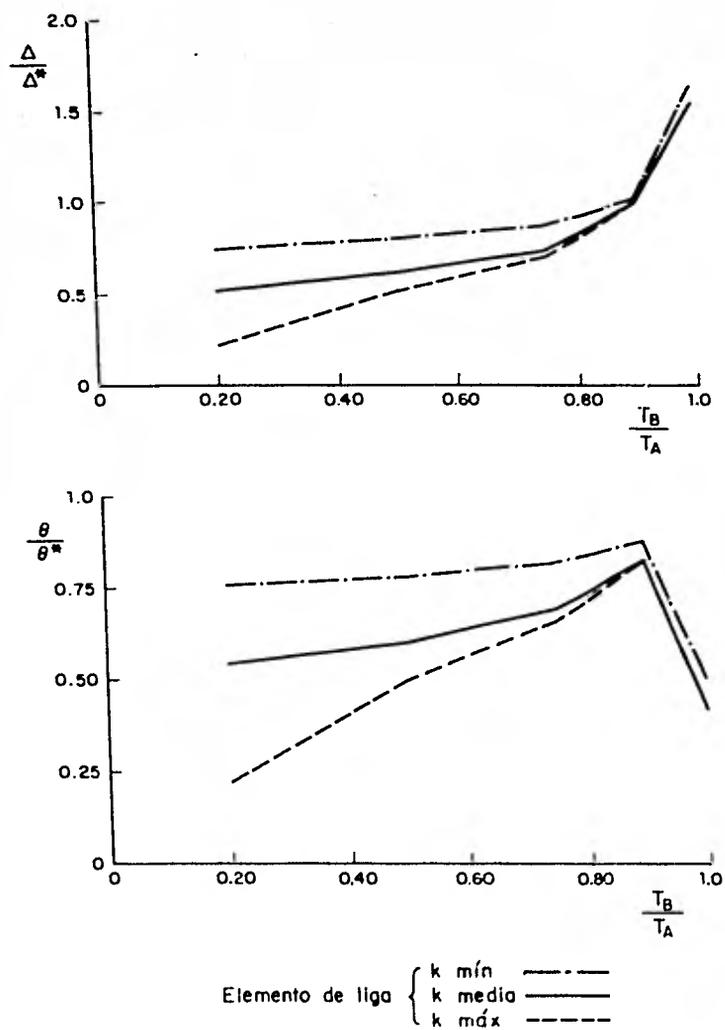


Fig 5. Cuerpo A; análisis dinámico, terreno compresible, $T_A = 1.20$ s

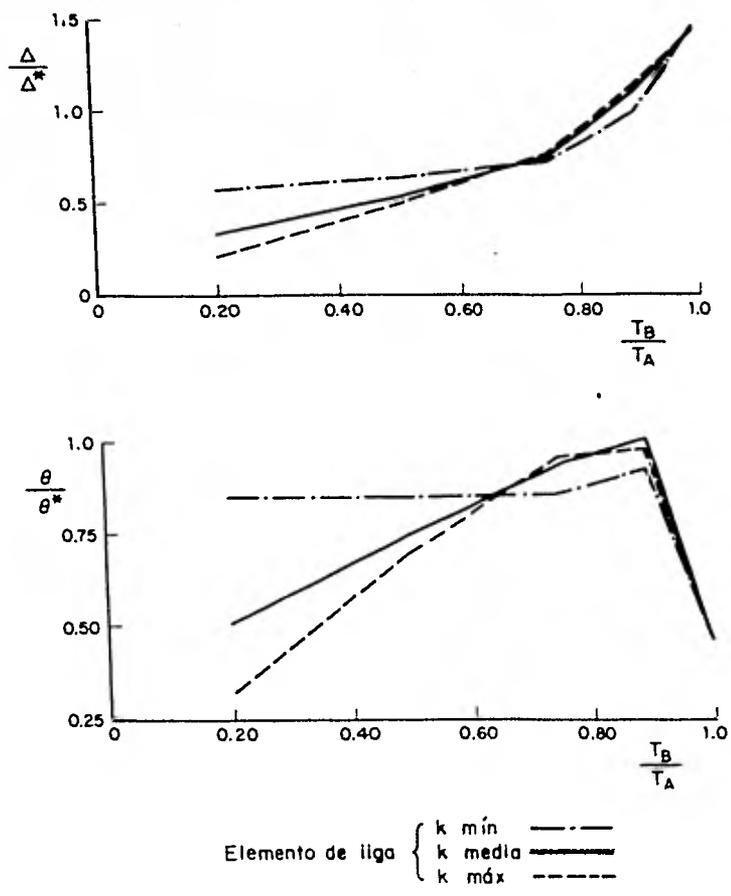


Fig 6. Cuerpo A , análisis dinámico, terreno compresible, $T_A = 2.5$ s

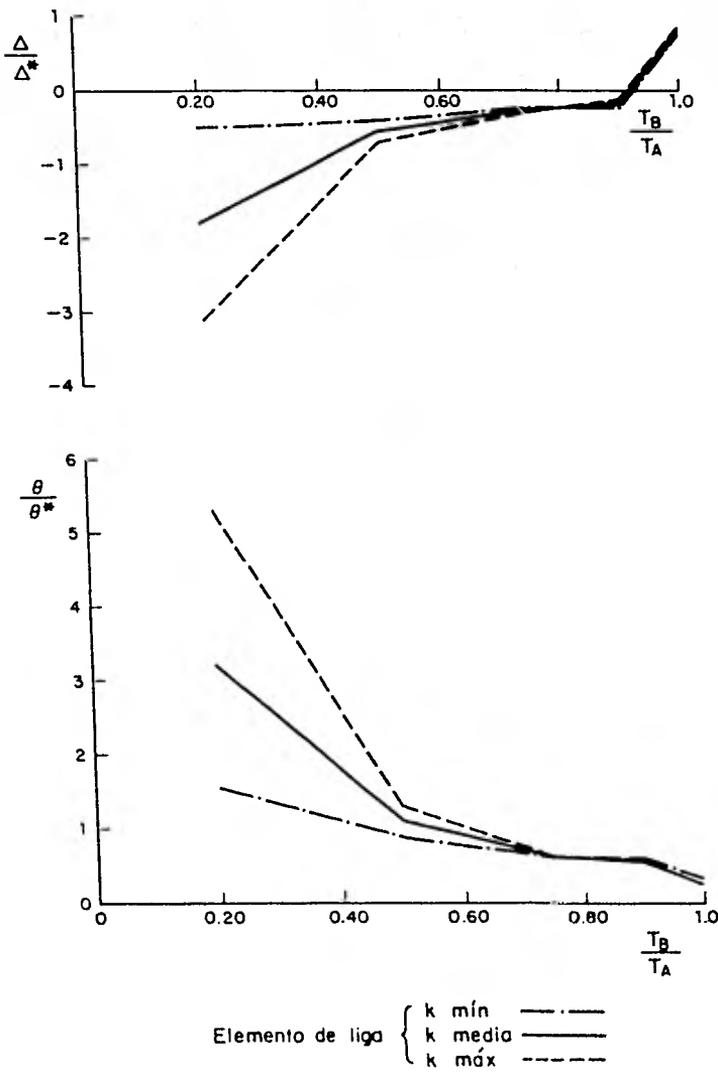


Fig 7 Cuerpo B; análisis dinámico, terreno compresible, $T_A = 1.20$ s

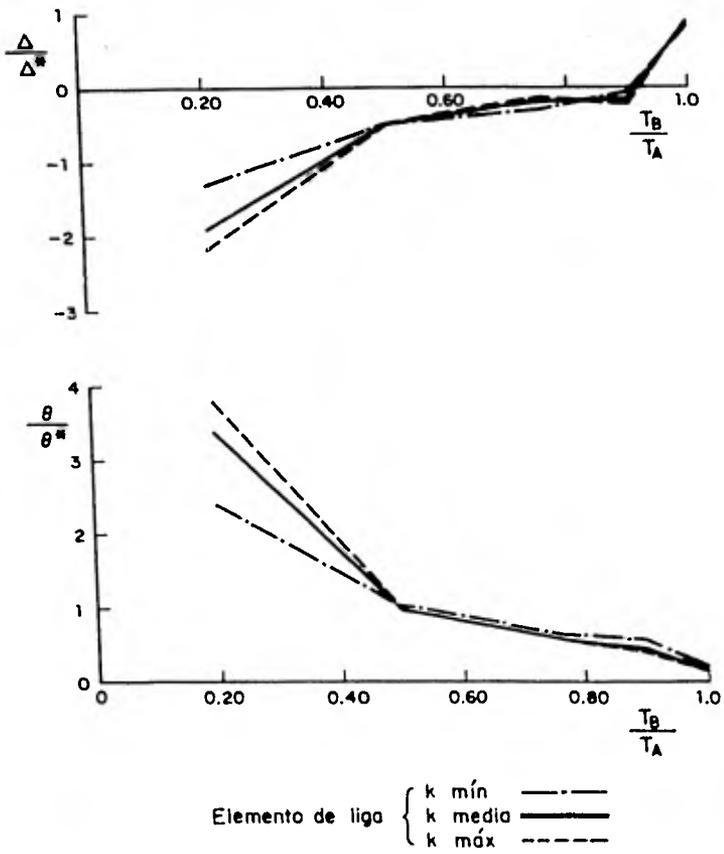


Fig 8. Cuerpo B; análisis dinámico, terreno compresible, $T_A = 2.50$ s

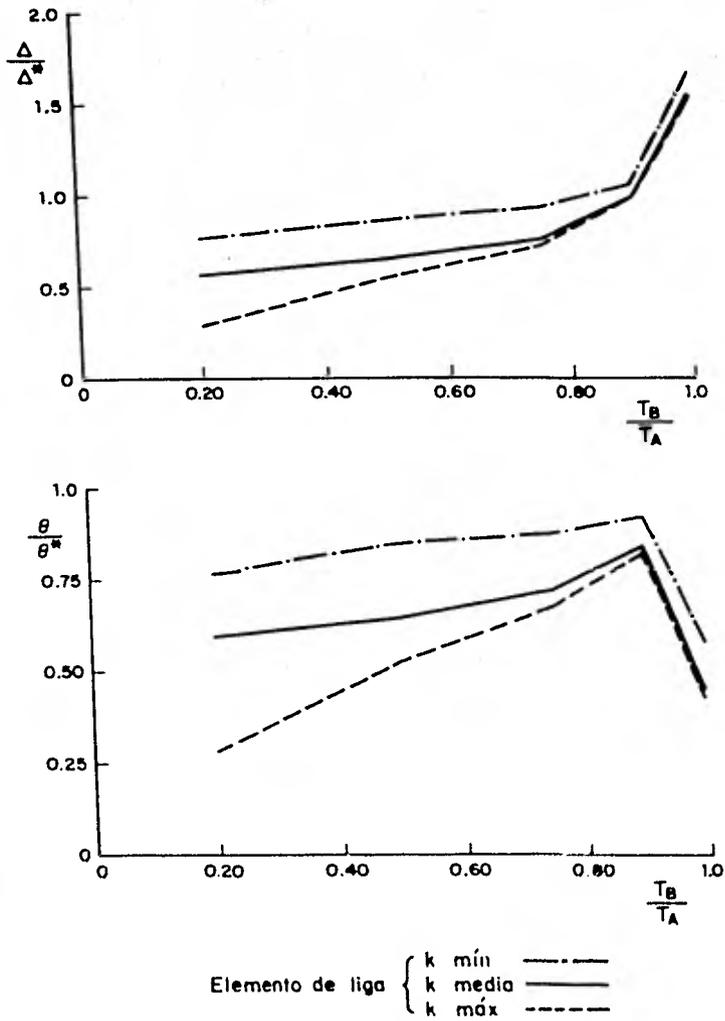


Fig 9. Cuerpo A análisis dinámico, terreno firme, $T_A = 1.20$ s

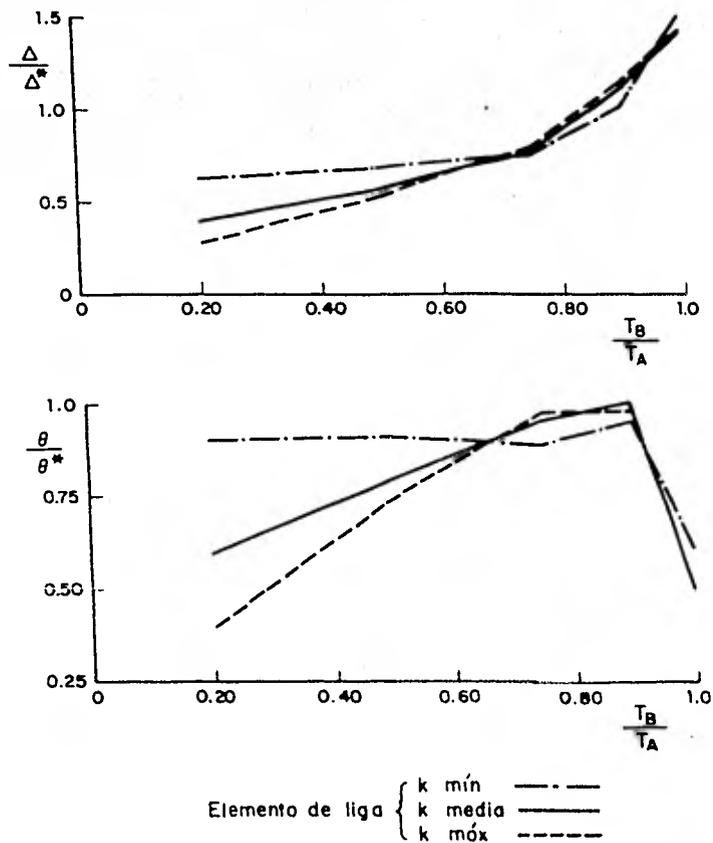


Fig 10. Cuerpa A análisis dinámico, terreno firme, $T_A = 2.5$ s

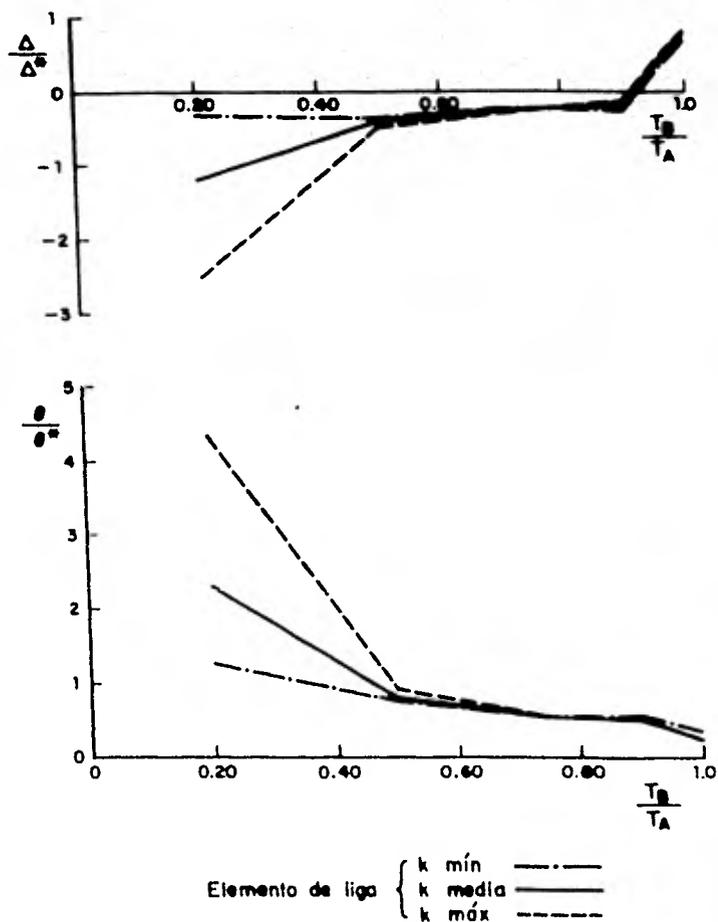


Fig 11 Cuerpo B; análisis dinámico, terreno firme, $T_A = 1.20$ s

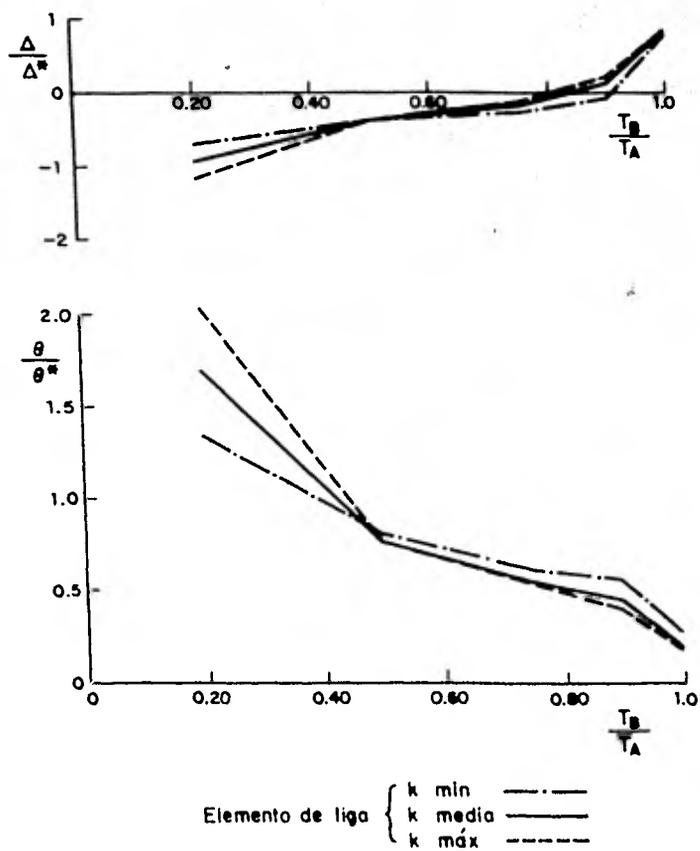


Fig 12. Cuerpo B; análisis dinámico, terreno firme, $T_A = 2.5$ s

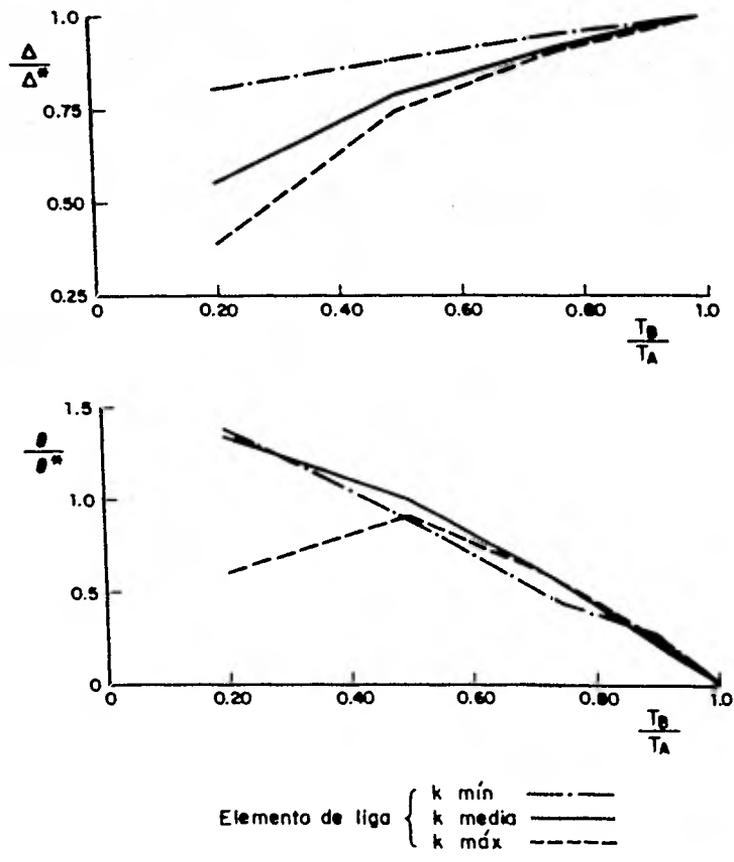


Fig 13. Cuerpo A; análisis estático, terreno compresible o firme, $T_A=1.20$ s

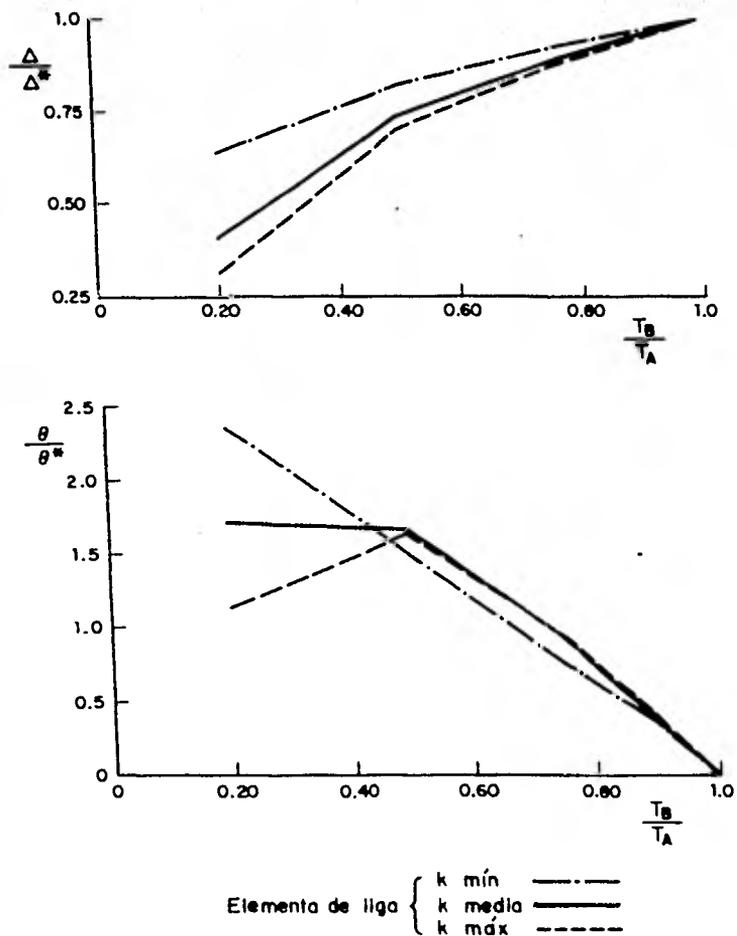


Fig 14. Cuerpo A; análisis estático, terreno compresible o firme, $T_A=2.50s$

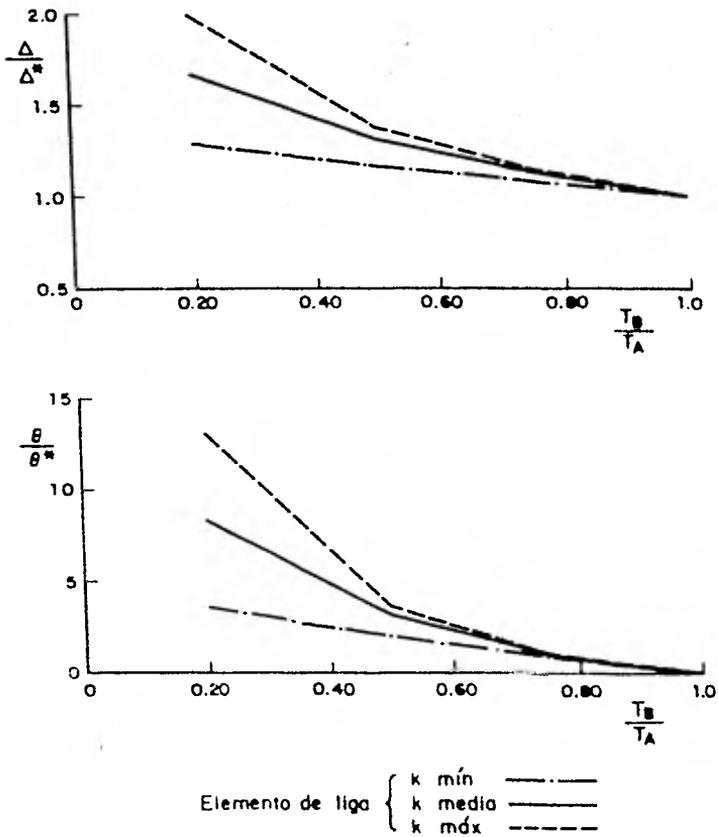


Fig 15. Cuerpo B; análisis estático, terreno compresible o firme, $T_A=1.20$ s

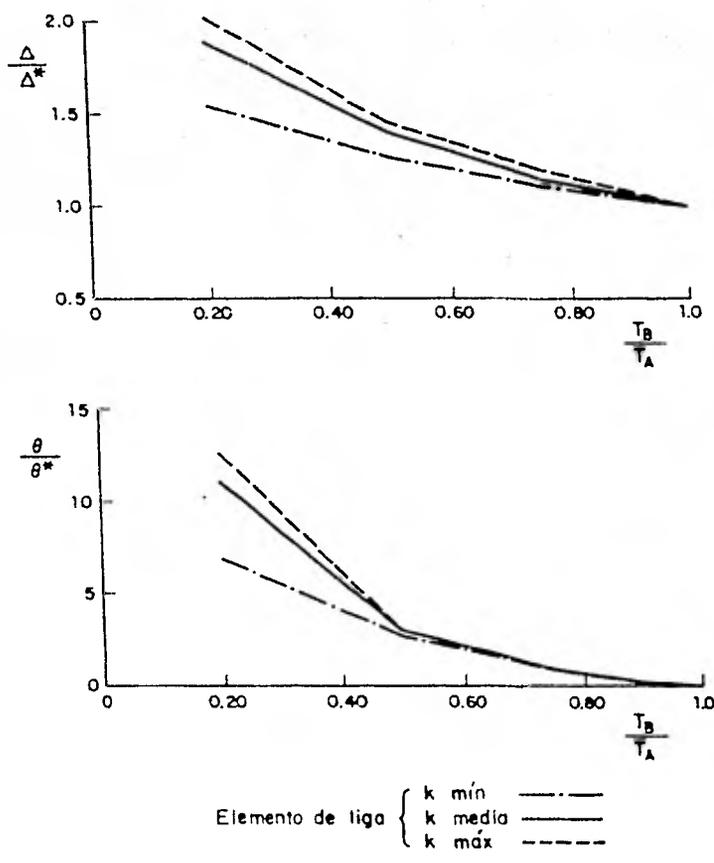


Fig 16. Cuerpo B; análisis estático, terreno compresible o firme, $T_A=2.50$ s

APENDICE A OBTENCION DE LAS CARGAS SISMICAS PARA EL ANALISIS ESTADICO

Las cargas sísmicas se obtienen a partir de análisis sísmicos estáticos por separado para cada cuerpo principal, según el criterio del reglamento de las Construcciones para el D.F., 1976. Como en este caso los grados de libertad no se localizan en el centro de masa de cada planta, el vector P corresponde a fuerzas aplicadas en los grados de libertad aquí considerados que producen efectos estáticamente equivalentes a cargas aplicadas en los centros de masa correspondientes.

Se emplea la siguiente nomenclatura:

N : Número de grados de libertad

ωA_i : Peso de la masa i en el nivel i del cuerpo A

ωB_i : Peso de la masa i en el nivel i del cuerpo B

$h A_i$: Altura de la masa i en el cuerpo A

$h B_i$: Altura de la masa i en el cuerpo B

ωTA : Peso total de A

ωTB : Peso total de B

C : Coeficiente sísmico

Q : Factor de ductilidad

FA_i : Fuerza lateral en el nivel i para A

FB_i : Fuerza lateral en el nivel i para B

NIA : Número de niveles de A

NIB : Número de niveles de B

V_A y V_B son los cortantes en la base de cada cuerpo

Donde:

$$V_A = \frac{C}{Q} WTA \quad y \quad V_B = \frac{C}{Q} WTB$$

Por lo tanto las fuerzas sísmicas para cada nivel son:

$$FA_i = VA \frac{WA_i hA_i}{\sum_{i=1}^n WA_i hA_i} \quad y \quad FB_i = VB \frac{WB_i hB_i}{\sum_{i=1}^n WB_i hB_i}$$

Y los momentos inducidos por estas fuerzas, al trasladarlas a los puntos donde se encuentran definidos los grados de libertad son:

$$FMA_i = FA_i DCMA_i \quad y \quad FMB_i = FB_i DCMB_i$$

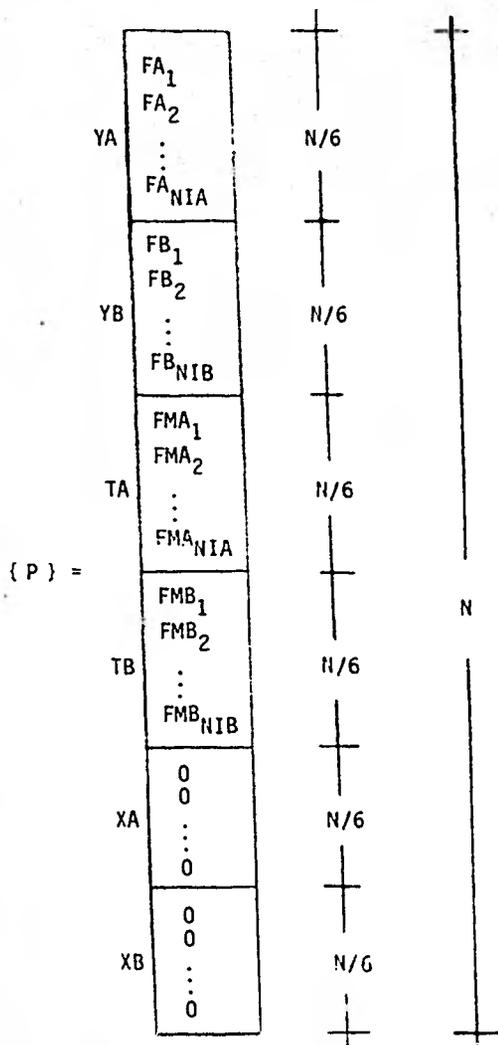
Donde para el caso en que el sismo actúa paralelo al eje Y:

$DCMA_i$ es la distancia paralela al eje X del centro de masa al punto donde se definen los grados de libertad en el nivel i para A:

$DCMB_i$ es la distancia paralela al eje X del centro de masa al punto donde se definen los grados de libertad en el nivel i para B.

Las FMA_i resultan negativos de acuerdo a la convención de giros preestablecidos y los FMB_i positivos.

El vector ensamblado, cuando se considera que el sismo actúa paralelo a la dirección Y tiene la siguiente configuración:



El orden del vector es N y el de los subvectores debe ser de $N/6$; cuando el número de niveles en uno de los cuerpos es menor al del otro habrá que completar los subvectores correspondientes con ceros para que exista congruencia en el ensamble.

APENDICE B MATRIZ DE RIGIDECES

La matriz de rigideces se obtiene a partir de las rigideces de entrepiso de todos los marcos y/o muros que forman las estructuras acopladas y de las rigideces con que contribuyen los elementos de liga.

La rigidez de entrepiso, se define como la relación entre la fuerza cortante resistida por un marco, muro o contraviento en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre dos niveles consecutivos y puede ser obtenida por diversos métodos, tal como pueden ser el de CROSS ó KANI, ó empleando fórmulas aproximadas cómo lo son las fórmulas de WILBUR, siempre y cuando se tenga como condición, el que los marcos analizados sean regulares y con elementos cuyo momento de inercia sea constante.

La matriz de rigideces se obtiene en tres etapas:

- I Obtención de la contribución de las rigideces de entrepiso de los dos cuerpos a la matriz de rigideces global.
- II Obtención de las rigideces de los elementos de liga que se integrarán a la matriz de rigideces de la etapa I.
- III Ensamble de la matriz de rigideces.

La primera etapa se subdivide a su vez en dos más:

- Ia Obtención de submatrices que contienen las rigideces de los elementos estructurales de cada cuerpo y para cada nivel referidas a cada uno de los grados de libertad asociados.

Ib Ensamble de las submatrices en una matriz, cuyo orden es $N \times N$. Donde N es igual al producto del número de niveles del edificio de mayor altura por 6, ya que son seis los grados de libertad definidos en cada nivel.

Se emplea la siguiente notación:

Submatriz	Significado
YAYA	Rigideces lineales asociadas al grado de libertad Y para el cuerpo A para cada nivel, cuando las masas del cuerpo A se desplazan una unidad en el sentido convencional positivo del grado de libertad Y
YATA	Rigideces torsionales asociadas al grado de libertad T para el cuerpo A para cada nivel, cuando las masas del cuerpo A se desplazan una unidad en el sentido convencional, positivo del grado de libertad Y

y en general

$(G_1)C_1(G_2)C_2$ Rigideces correspondientes asociadas al grado de libertad G_2 para el cuerpo C_2 para cada nivel, cuando las masas del cuerpo C_1 se desplazan una unidad en el sentido convencional positivo del grado de libertad G_1

donde:

A es el cuerpo que se encuentra ubicado a la izquierda según el plano de papel.

B es el cuerpo que se encuentra ubicado a la derecha según el plano de papel

G_1 es el grado de libertad considerado, y puede ser Y, X o T

G_2 es el grado de libertad considerado, y puede ser Y, X o T

C_1 es el cuerpo considerado, y puede ser A o B

C_2 es el cuerpo considerado, y puede ser A o B

y también la siguiente nomenclatura:

LXA_i : Distancia i en dirección X al marco i en dirección Y para A (-)

LXB_i : Distancia i en dirección X al marco i en dirección Y para B (+)

LYA_i : Distancia i en dirección Y al marco i en dirección X para A (+)

LYB_i : Distancia i en dirección Y al marco i en dirección X para B (+)

$KAX_{i,j}$: Rigidez del marco i en dirección X para el cuerpo A en el nivel j

$KBX_{i,j}$: Rigidez del marco i en dirección X para el cuerpo B en el nivel j

$KAY_{i,j}$: Rigidez del marco i en dirección Y para el cuerpo A en el nivel j

$KBY_{i,j}$: Rigidez del marco i en dirección Y para el cuerpo B en el nivel j

MXA : No. de marcos en dirección X en el cuerpo A

MXB : No. de marcos en dirección X en el cuerpo B

MYA : No. de marcos en dirección Y en el cuerpo A

MYB : No. de marcos en dirección Y en el cuerpo B

NIA : No. de niveles del cuerpo A

NIB : No. de niveles del cuerpo B

SUBMATRICES:

YA YA de orden NIA x NIA

MYA $\sum_{i=1} (\text{KAY}_{i,1} + \text{KAY}_{i,2})$	MYA $- \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,2}$			Nivel 1
MYA $- \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,2}$	MYA $\sum_{i=1} (\text{KAY}_{i,2} + \text{KAY}_{i,3})$			Nivel 2
		MYA $\sum_{i=1} (\text{KAY}_{i,\text{NIA}-1} + \text{KAY}_{i,\text{NIA}})$	MYA $- \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,\text{NIA}}$	Nivel NIA-1
		MYA $- \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,\text{NIA}}$	MYA $\sum_{i=1} \text{KAY}_{i,\text{NIA}}$	Nivel NIA

YBYB de orden NIB x NIB

$\text{MYB} \\ \sum (KBY_{i,1} + KBY_{i,2}) \\ i=1$	$\text{MYB} \\ - \sum KBY_{i,2} \\ i=1$			Nivel 1
$\text{MYB} \\ - \sum KBY_{i,2} \\ i=1$	$\text{MYB} \\ \sum (KBY_{i,2} + KBY_{i,3}) \\ i=1$			Nivel 2
		$\text{MYB} \\ \sum (KBY_{i,NIB-1} + KBY_{i,NIB}) \\ i=1$	$\text{MYB} \\ - \sum KBY_{i,NIB} \\ i=1$	Nivel NIB-1
		$\text{MYB} \\ - \sum KBY_{i,NIB} \\ i=1$	$\text{MYB} \\ \sum KBY_{i,NIB} \\ i=1$	Nivel NIB

XAXA de orden NIA x NIA

MXA $\sum_{i=1} (\text{KAX}_{i,1} + \text{KAX}_{i,2})$	MXA $- \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,2}$			Nivel 1
MXA $- \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,2}$	MXA $\sum_{i=1} (\text{KAX}_{i,2} + \text{KAX}_{i,3})$			Nivel 2
		MXA $\sum_{i=1} (\text{KAX}_{i,\text{NIA}-1} + \text{KAX}_{i,\text{NIA}})$	MXA $- \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,\text{NIA}}$	Nivel NIA-1
		MXA $- \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,\text{NIA}}$	MXA $\sum_{i=1} \text{KAX}_{i,\text{NIA}}$	Nivel NIA

XBXB de orden NIB x NIB

MXB $\sum_{i=1} (KBX_{i,1} + KBX_{i,2})$	MXB $-\sum_{i=1} KBX_{i,2}$		Nivel 1	
MXB $-\sum_{i=1} KBX_{i,2}$	MXB $\sum_{i=1} (KBX_{i,2} + KBX_{i,3})$		Nivel 2	
		\rightarrow		
		MXB $\sum_{i=1} (KBX_{i,NIB-1} + KBX_{i,NIB})$	MXB $-\sum_{i=1} KBX_{i,NIB}$	Nivel NIB-1
		MXB $-\sum_{i=1} KBX_{i,NIB}$	MXB $\sum_{i=1} KBX_{i,NIB}$	Nivel NIB

$\begin{aligned} & \text{MYA} \\ & \sum_{i=1} (\text{KAY}_{i,1} + \text{KAY}_{i,2}) \text{LXA}_i^2 \\ & + \\ & \text{MXA} \\ & \sum_{i=1} (\text{KAX}_{i,1} + \text{KAX}_{i,2}) \text{LYA}_i^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{MYA} \\ & - \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,2} \text{LXA}_i^2 \\ & + \\ & \text{MXA} \\ & - \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,2} \text{LYA}_i^2 \end{aligned}$			Nivel 1
$\begin{aligned} & \text{MYA} \\ & - \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,2} \text{LXA}_i^2 \\ & + \\ & \text{MXA} \\ & - \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,2} \text{LYA}_i^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{MYA} \\ & \sum_{i=1} (\text{KAY}_{i,2} + \text{KAY}_{i,3}) \text{LXA}_i^2 \\ & + \\ & \text{MXA} \\ & \sum_{i=1} (\text{KAX}_{i,2} + \text{KAX}_{i,3}) \text{LYA}_i^2 \end{aligned}$			Nivel 2
		$\begin{aligned} & \text{MYA} \\ & \sum_{i=1} (\text{KAY}_{i,\text{NIA}-1} + \text{KAY}_{i,\text{NIA}}) \text{LXA}_i^2 \\ & + \\ & \text{MXA} \\ & \sum_{i=1} (\text{KAX}_{i,\text{NIA}-1} + \text{KAX}_{i,\text{NIA}}) \text{LYA}_i^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{MYA} \\ & - \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,\text{NIA}} \text{LXA}_i^2 \\ & + \\ & \text{MXA} \\ & - \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,\text{NIA}} \text{LYA}_i^2 \end{aligned}$	Nivel NIA-1
		$\begin{aligned} & \text{MYA} \\ & - \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,\text{NIA}} \text{LXA}_i^2 \\ & + \\ & \text{MXA} \\ & - \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,\text{NIA}} \text{LYA}_i^2 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{MYA} \\ & \sum_{i=1} \text{KAY}_{i,\text{NIA}} \text{LXA}_i^2 \\ & + \\ & \text{MXA} \\ & \sum_{i=1} \text{KAX}_{i,\text{NIA}} \text{LYA}_i^2 \end{aligned}$	Nivel NIA

$\begin{aligned} & \text{MYB} \\ & \sum (KBY_{i,1} + KBY_{i,2}) LXB_i^2 \\ & i=1 \\ & + \\ & \text{MXB} \\ & \sum (KBX_{i,1} + KBX_{i,2}) LYB_i^2 \\ & i=1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{MYB} \\ & -\sum KBY_{i,2} LXB_i^2 \\ & i=1 \\ & \\ & \text{MXB} \\ & -\sum KBX_{i,2} LYB_i^2 \\ & i=1 \end{aligned}$			Nivel 1
$\begin{aligned} & \text{MYB} \\ & -\sum KBY_{i,2} LXB_i^2 \\ & i=1 \\ & \\ & \text{MXB} \\ & -\sum KBX_{i,2} LYB_i^2 \\ & i=1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{MYB} \\ & \sum (KBY_{i,2} + KBY_{i,3}) LXB_i^2 \\ & i=1 \\ & + \\ & \text{MXB} \\ & \sum (KBX_{i,2} + KBX_{i,3}) LYB_i^2 \\ & i=1 \end{aligned}$			Nivel 2
		$\begin{aligned} & \text{MYB} \\ & \sum (KBY_{i,NIB-1} + KBY_{i,NIB}) LXB_i^2 \\ & i=1 \\ & + \\ & \text{MXB} \\ & \sum (KBX_{i,NIB-1} + KBX_{i,NIB}) LYB_i^2 \\ & i=1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{MYB} \\ & -\sum KBY_{i,NIB} LXB_i^2 \\ & i=1 \\ & \\ & \text{MXB} \\ & -\sum KBX_{i,NIB} LYB_i^2 \\ & i=1 \end{aligned}$	Nivel NIB-1
		$\begin{aligned} & \text{MYB} \\ & -\sum KBY_{i,NIB} LXB_i^2 \\ & i=1 \\ & \\ & \text{MXB} \\ & -\sum KBX_{i,NIB} LYB_i^2 \\ & i=1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{MYB} \\ & \sum KBY_{i,NIB} LXB_i^2 \\ & i=1 \\ & + \\ & \text{MXB} \\ & \sum KBX_{i,NIB} LYB_i^2 \\ & i=1 \end{aligned}$	Nivel NIB

YATA o TAYA de orden NIA x NIA

<p>MYA $\sum_{i=1} (KAY_{i,1} + KAY_{i,2}) LXA_i$</p>	<p>MYA $-\sum_{i=1} KAY_{i,2} LXA_i$</p>			Nivel 1
<p>MYA $-\sum_{i=1} KAY_{i,2} LXA_i$</p>	<p>MYA $\sum_{i=1} (KAY_{i,2} + KAY_{i,3}) LXA_i$</p>			Nivel 2
		<p>MYA $\sum_{i=1} (KAY_{i,NIA-1} + KAY_{i,NIA}) LXA_i$</p>	<p>MYA $-\sum_{i=1} KAY_{i,NIA} LXA_i$</p>	Nivel NIA-1
		<p>MYA $-\sum_{i=1} KAY_{i,NIA} LXA_i$</p>	<p>MYA $\sum_{i=1} KAY_{i,NIA} LXA_i$</p>	Nivel NIA

YBTB o TBVB de orden NIB x NIB

<p>MYB $\sum_{i=1} (KBY_{i,1} + KBY_{i,2}) LXB_i$</p>	<p>MYB $-\sum_{i=1} KBY_{i,2} LXB_i$</p>			Nivel 1
<p>MYB $-\sum_{i=1} KBY_{i,2} LXB_i$</p>	<p>MYB $\sum_{i=1} (KBY_{i,2} + KBY_{i,3}) LXB_i$</p>			Nivel 2
		<p>MYB $\sum_{i=1} (KBY_{i,NIB-1} + KBY_{i,NIB}) LXB_i$</p>	<p>MYB $-\sum_{i=1} KBY_{i,NIB} LXB_i$</p>	Nivel NIB - 1
		<p>MYB $-\sum_{i=1} KBY_{i,NIB} LXB_i$</p>	<p>MYB $\sum_{i=1} KBY_{i,NIB} LXB_i$</p>	Nivel NIB

XATA o TAXA de orden NIA x NIA

<p>MXA $\sum_{i=1} (KAX_{i,1} + KAX_{i,2}) LYA_i$</p>	<p>MXA $-\sum_{i=1} KAX_{i,2} LYA_i$</p>			Nivel 1
<p>MXA $-\sum_{i=1} KAX_{i,2} LYA_i$</p>	<p>MXA $\sum_{i=1} (KAX_{i,2} + KAX_{i,3}) LYA_i$</p>			Nivel 2
		<p>MXA $\sum_{i=1} (KAX_{i,NIA-1} + KAX_{i,NIA}) LYA_i$</p>	<p>MXA $-\sum_{i=1} KAX_{i,NIA} LYA_i$</p>	Nivel NIA-1
		<p>MXA $-\sum_{i=1} KAX_{i,NIA} LYA_i$</p>	<p>MXA $\sum_{i=1} KAX_{i,NIA} LYA_i$</p>	Nivel NIA

XBTB o TBXB de orden NIB x NIB

<p>MXB</p> $\sum_{i=1} (\text{KBX}_{i,1} + \text{KBX}_{i,2}) \text{LYB}_i$	<p>MXB</p> $-\sum_{i=1} \text{KBX}_{i,2} \text{LYB}_i$			Nivel 1
<p>MXB</p> $-\sum_{i=1} \text{KBX}_{i,2} \text{LYB}_i$	<p>MXB</p> $\sum_{i=1} (\text{KBX}_{i,2} + \text{KBX}_{i,3}) \text{LYB}_i$			Nivel 2
		<p>MXB</p> $\sum_{i=1} (\text{KBX}_{i,\text{NIB}-1} + \text{KBX}_{i,\text{NIB}}) \text{LYB}_i$	<p>MXB</p> $-\sum_{i=1} \text{KBX}_{i,\text{NIB}} \text{LYB}_i$	Nivel NIB-1
		<p>MXB</p> $-\sum_{i=1} \text{KBX}_{i,\text{NIB}} \text{LYB}_i$	<p>MXB</p> $\sum_{i=1} \text{KBX}_{i,\text{NIB}} \text{LYB}_i$	Nivel NIB

Las submatrices restantes $YAYB$, $YBTA$, $TATB$, $TBXA$, $XAXB$, $YATB$, $YBXA$, $TAXB$, $YAXA$, $YBXB$, $YAXB$ y sus correspondientes simétricas son matrices de elementos todos nulos.

El ensamble se logra estableciendo una ordenación de los grados de libertad. Aquí se usó la siguiente:

	YA	YB	TA	TB	XA	XB
YA						N/6
YB						N/6
TA						N/6
TB						N/6
XA						N/6
XB						N/6
	N/6	N/6	N/6	N/6	N/6	N/6

Debe observarse que el orden de la matriz es de $N \times N$ y que las submatrices obtenidas anteriormente debe ser congruentes con el orden establecido, por lo que para casos en que alguno de los cuerpos tenga menos niveles que el otro, las submatrices correspondientes al primero, se completarán con ceros con el objeto de tener todas las submatrices de orden $N/6 \times N/6$ para ser congruentes en el ensamble.

Las rigideces para un elemento de liga, como el mostrado en la figura 4 de acuerdo a los grados de libertad planteados están dadas por las siguientes expresiones (ref 3):

	Y_1	X_1	T_1	Y_2	X_2	T_2
Y_1	$\frac{12 EI}{(1+\alpha)L^3}$	0	$\frac{6 EI}{(1+\alpha)L^2}$	$-\frac{12 EI}{(1+\alpha)L^3}$	0	$\frac{6 EI}{(1+\alpha)L^2}$
X_1	0	$\frac{Ea}{L}$	0	0	$-\frac{Ea}{L}$	0
T_1	$\frac{6 EI}{(1+\alpha)L^2}$	0	$\frac{(4+\alpha)EI}{(1+\alpha)L}$	$-\frac{6 EI}{(1+\alpha)L^2}$	0	$\frac{(2-\alpha)EI}{(1+\alpha)L}$
Y_2	$-\frac{12 EI}{(1+\alpha)L^3}$	0	$-\frac{6 EI}{(1+\alpha)L^2}$	$-\frac{12 EI}{(1+\alpha)L^3}$	0	$-\frac{6 EI}{(1+\alpha)L^2}$
X_2	0	$-\frac{Ea}{L}$	0	0	$\frac{Ea}{L}$	0
T_2	$\frac{6 EI}{(1+\alpha)L^2}$	0	$\frac{(2-\alpha)EI}{(1+\alpha)L}$	$-\frac{6 EI}{(1+\alpha)L^2}$	0	$\frac{(4+\alpha)EI}{(1+\alpha)L}$

Donde:

E es el módulo de elasticidad del elemento de liga

I es el momento de inercia cuando el elemento se flexiona alrededor de un eje imaginario normal al plano del elemento de liga

L es la longitud del elemento de liga

a es la área transversal del elemento de liga

$$\alpha = \frac{12 EI}{G a_r L^2}$$

G es el módulo de elasticidad de cortante del elemento

a_r es la área efectiva de cortante y para una sección rectangular ésta vale $a_r = a/1.2$

Definidas las rigideces de cada elemento de liga, es posible ordenarlas en un arreglo matricial ensamblando submatrices, que como en el caso visto anteriormente, estarán de acuerdo a los grados de libertad involucrados.

Así por ejemplo la submatriz YAYA será:

$\frac{12E_1 I_1}{(1+\alpha_1)L^3}$	0	0	0	0	Nivel 1
0	$\frac{12E_2 I_2}{(1+\alpha_2)L^3}$	0	0	0	Nivel 2
0	0	$\frac{12E_3 I_3}{(1+\alpha_3)L^3}$	0	0	Nivel 3
0	0	0	$\frac{12E_{NLIG-1} I_{NLIG-1}}{(1+\alpha_{NLIG-1})L^3}$	0	Nivel NLIG-1
0	0	0	0	$\frac{12E_{NLIG} I_{NLIG}}{(1+\alpha_{NLIG})L^3}$	Nivel NLIG

Los subíndices denotan el nivel correspondiente al elemento de liga y NLIG es el número total de elementos de liga.

El ensamble consiste básicamente en la suma de las dos matrices anteriormente formadas.

La ordenación escogida, así como la configuración final de la matriz de rigideces se muestra en la siguiente figura y de ella se observa lo siguiente:

	y_A	y_B	T_A	T_B	x_A	x_B
y_A	/	/	/	/	○	○
y_B	/	/	/	/	○	○
T_A	/	/	/	/	/	○
T_B	/	/	/	/	○	/
x_A	○	○	/	○	/	/
x_B	○	○	○	/	/	/

Configuración de la matriz de rigideces

- las áreas sombreadas representan la contribución de las rigideces de los dos cuerpos a la matriz completa
- las líneas discontinuas representan la contribución de las rigideces de los elementos de liga a la matriz completa. Se debe notar que esta contribución sólo tiene lugar en las diagonales de las submatrices integrantes de la matriz completa
- los círculos representan submatrices de elementos todos nulos por no haber contribución, ya sea de las rigideces de los cuerpos, o de las rigideces de los elementos de liga.

La selección del ordenamiento de grados de libertad aquí usada tiene por objeto producir matrices con elementos concentrados hacia la diagonal principal para que su comportamiento numérico sea lo mejor posible.

APENDICE C REDUCCION DE GAUSS

El procedimiento básico de la solución por eliminación de Gauss consiste en transformar la matriz de las ecuaciones en triangular superior, de la cual los desplazamientos X pueden ser calculados por sustitución.

El método empleado en el presente trabajo consta de los siguientes puntos:

1. De la ecuación $KX = P$ se obtiene X_i por reducción de Gauss utilizando intercambios virtuales de renglones y columnas a fin de efectuar un p_i votoo óptimo.
2. Se obtiene P_i al efectuar la multiplicación $KX_i = P_i$
3. Se obtiene la diferencia $\Delta_i = P - P_i$; si Δ_i se encuentra dentro del rango de una tolerancia prescrita, quiere decir que se ha obtenido la solución, si Δ_i no es congruente con lo anterior se obtiene una nueva solución X_{i+1} resolviendo el sistema de ecuaciones $P + \Delta_i = KX_{i+1}$ por reducción de Gauss y se regresa al punto (2), y así sucesivamente, hasta obtener la solución de acuerdo con la tolerancia. Este procedimiento es muy útil en los casos en que existe mal comportamiento numérico al resolver la ecuación $KX = P$

APENDICE D MATRIZ DE MASAS

La matriz de masas se obtiene a partir de las masas en cada nivel de los dos cuerpos principales y no se toma en cuenta la contribución de las masas de los elementos de liga considerándolas despreciables comparadas con las masas de los cuerpos principales.

La matriz de masas tiene como características, las de ser simétrica y no diagonal, y debe ser del mismo orden y tener la misma ordenación de grados de libertad que la matriz de rigideces para que exista congruencia en el análisis dinámico. Su obtención se lleva a cabo de manera similar al caso de la matriz de rigideces, esto es, se obtienen submatrices, que posteriormente se ensamblan en una matriz. Algunas de estas submatrices tienen como particularidad, el que los únicos elementos no nulos dentro de éstas son los situados en las diagonales; las demás submatrices son de elementos nulos.

Se usará la misma notación para las submatrices que para el apéndice B, entendiéndose que el significado es diferente, pues se trata de la matriz de masas.

Submatriz

Significado

YAYA

Masas asociadas al grado de libertad Y para el cuerpo A para cada nivel, cuando las masas del cuerpo A sufren una aceleración unitaria en el sentido convencional positivo del grado de libertad Y

YATA Masas asociadas al grado de libertad T para el cuerpo A para cada nivel, cuando las masas del cuerpo A sufren una aceleración unitaria en el sentido convencional positivo del grado de libertad Y

y en general:

$(G_1)C_1(G_2)C_2$ Masas asociadas al grado de libertad G_2 para el cuerpo C_2 para cada nivel, cuando las masas del cuerpo C_1 sufren una aceleración unitaria en el sentido convencional positivo del grado de libertad G_1

y la siguiente nomenclatura:

MA_i : Masa en el nivel i del cuerpo A

MB_i : Masa en el nivel i del cuerpo B

ADX_i : Dimensión en el sentido X de la losa en el nivel i de A

BDX_i : Dimensión en el sentido X de la losa en el nivel i de B

ADY_i : Dimensión en el sentido Y de la losa en el nivel i de A

BDY_i : Dimensión en el sentido Y de la losa en el nivel i de B

$DCMA_i$: Distancia paralela al eje X del centro de masa al punto donde se definen los grados de libertad en el nivel i para A

$ACMB_i$: Distancia paralela al eje X del centro de masa al punto donde se definen los grados de libertad en el nivel i para B

El objetivo fundamental de definir las dimensiones que describen las áreas de las losas para cada nivel y para cada cuerpo, es el de la estimación de las inercias rotacionales de las masas para su aplicación en la obtención

de las expresiones que definen los elementos de las submatrices TATA y TBTB cuando se trata de losas rectangulares o cuadradas. Por esta razón, cuando el o los tipos de losas involucradas tengan otra geometría habrá que obtener para cada caso particular las inercias rotacionales de las masas.

Submatrices

XAXA o YAYA de orden NIA x NIA

MA_1				Nivel 1
	MA_2			Nivel 2
		MA_{NIA-1}		Nivel NIA-1
			MA_{NIA}	Nivel NIA

XBXB o YBYB de orden NIB x NIB

MB_1				Nivel 1
	MB_2			Nivel 2
		MB_{NIB-1}		Nivel NIB-1
			MB_{NIB}	Nivel NIB

TAYA o YATA de orden NIA x NIA

$-MA_1 DCMA_1$				Nivel 1
	$-MA_2 DCMA_2$			Nivel 2
		$-MA_{NIA-1} DCMA_{NIA-1}$		Nivel NIA-1
			$-MA_{NIA} DCMA_{NIA}$	Nivel NIA

TBYB o YBTB de orden NIB x NIB

$MB_1 DCMB_1$				Nivel 1
	$MB_2 DCMB_2$			Nivel 2
		$MB_{NIB-1} DCMB_{NIB-1}$		Nivel NIB-1
			$MB_{NIB} DCMB_{NIB}$	Nivel NIB

TATA de orden NIA x NIA

$\frac{MA_1}{12}(4ADX_1^2 + ADY_1^2)$				Nivel 1
	$\frac{MA_2}{12}(4ADX_2^2 + ADY_2^2)$			Nivel 2
		$\frac{MA_{NIA-1}}{12} 4ADX_{NIA-1}^2 +$ ADY_{NIA-1}^2		Nivel NIA-1
			$\frac{MA_{NIA}}{12} 4ADX_{NIA}^2 +$ ADY_{NIA}^2	Nivel NIA

TBTB de orden NIB x NIB

$\frac{MB_1}{12}(4BDX_1^2 + BDY_1^2)$				Nivel 1
	$\frac{MB_2}{12}(4BDX_2^2 + BDY_2^2)$			Nivel 2
		$\frac{MB_{NIB-1}}{12} 4BDX_{NIB-1}^2 +$ BDY_{NIB-1}^2		Nivel NIB-1
			$\frac{MB_{NIB}}{12} 4BDX_{NIB}^2 +$ BDY_{NIB}^2	Nivel NIB

Todas las demás submatrices son de elementos nulos. El ensamble se hace congruente con la ordenación de los grados de libertad preestablecidos; como en el caso de la matriz de rigideces, la matriz de masas es de orden $N \times N$, por lo que para casos en que alguno de los cuerpos tenga menos niveles que el otro, las submatrices correspondientes al primero deberán completarse con ceros con el objeto de tener todas las submatrices de orden $N/6 \times N/6$ para ser congruentes en el ensamble.

La figura que se presenta a continuación muestra la configuración de la matriz de masas y de ella se observa lo siguiente:

	y_A	y_B	T_A	T_B	x_A	x_B
y_A		○		○	○	○
y_B	○		○		○	○
T_A		○		○	○	○
T_B	○		○		○	○
x_A	○	○	○	○		○
x_B	○	○	○	○	○	

Configuración de la matriz de masas

- las líneas discontinuas representan las masas asociadas a los grados de libertad
- los círculos representan submatrices de elementos todos nulos.

APENDICE E PROGRAMA DE COMPUTADORA

Es imperante la necesidad que tiene un analista de usar eficientemente las computadoras en la solución de problemas estructurales tal como el que ahora nos ocupa debido al tamaño de las matrices y al número de operaciones que se requiere efectuar. Así pues, es importante optimizar los programas de computadora con el fin de obtener resultados en el menor tiempo posible.

El presente programa tiene las siguientes restricciones:

Puede utilizarse para estructuras con un número de niveles mayor a uno para cada cuerpo.

Sólo es aplicable para cuerpos que contengan losas de forma cuadrada o rectangular.

También es aplicable para efectuar análisis estáticos y dinámicos que impliquen la aplicación de las fuerzas sísmicas en dirección Y.

El signo que deben llevar cada una de las distancias definidas en el instructivo será de acuerdo a la posición que tengan respecto a los puntos de referencia de los grados de libertad.

Los signos convencionales de los grados de libertad son como se indica en la fig 2.

La respuesta obtenida está en función de los desplazamientos y giros en los grados de libertad.

El significado de los DATOS es el siguiente:

NIA : Número de niveles del cuerpo A

MXA : Número de marcos en dirección X para el cuerpo A

MYA : Número de marcos en dirección Y para el cuerpo A

NIB : Número de niveles del cuerpo B

MXB : Número de marcos en dirección X para el cuerpo B

MYB : Número de marcos en dirección Y para el cuerpo B

G : Constante gravitacional

C : Coeficiente sísmico

Q : Factor de ductilidad

TS(i), ACS(i): Períodos y aceleraciones espectrales correspondientes

T1 : Período a partir del cual se inicia la zona de ordenadas espectrales máximas

ADA(i): Máxima dimensión en el sentido X de la losa del nivel i para el cuerpo A (i = 1, NIA)

ADB(i): Máxima dimensión en el sentido Y de la losa del nivel i para el cuerpo A (i = 1, NIA)

BDA(i): Máxima dimensión en el sentido X de la losa del nivel i para el cuerpo B (i = 1, NIB)

BDB(i): Máxima dimensión en el sentido Y de la losa del nivel i para el cuerpo B (i = 1, NIB)

DLXA(i): Distancia i en dirección X al marco i en dirección Y para el cuerpo A (distancias negativas)(i = 1, MYA)

DLYA(i): Distancia i en dirección Y al marco i en dirección X para el cuerpo A (distancias negativas o positivas) (i = 1, MYA)

DLXB(i) : Distancia i en dirección X al marco i en dirección Y para el cuerpo B (distancias positivas) (i=1, MYB)

DLYB(i) : Distancia i en dirección Y al marco i en dirección X para el cuerpo B (distancias negativas o positivas) (i=1, MXB)

HIA(i) : Alturas a cada nivel en el cuerpo A (i=1, NIA)

HIB(i) : Alturas a cada nivel en el cuerpo B (i=1, NIB)

PMA(i) : Masas en cada nivel para el cuerpo A (i=1, NIA)

PMB(i) : Masas en cada nivel para el cuerpo B (i=1, NIB)

RKAX(i,j): Rigidez en el marco i en dirección X para el cuerpo A y para el en trepiso j (i=1, MXA, j=1, NIA)

RKAY(i,j): Rigidez en el marco i en dirección Y para el cuerpo A y para el en trepiso j (i=1, MYA; j=1, NIA)

RKBX(i,j): Rigidez en el marco i en dirección X para el cuerpo B y para el en trepiso j (i=1, MXB; j=1, NIB)

RKBY(i,j): Rigidez en el marco i en dirección Y para el cuerpo B y para el en trepiso j (i=1, MYB; j=1, NIB)

NLIG : Número de elementos de liga

DLIG : Distancia máxima en dirección X de los elementos de liga

EMOD : Módulo de elasticidad de los elementos de liga

GMOD : Módulo de cortante de los elementos de liga

A(i) : Arca transversal del elemento de liga i (i=1, NLIG)

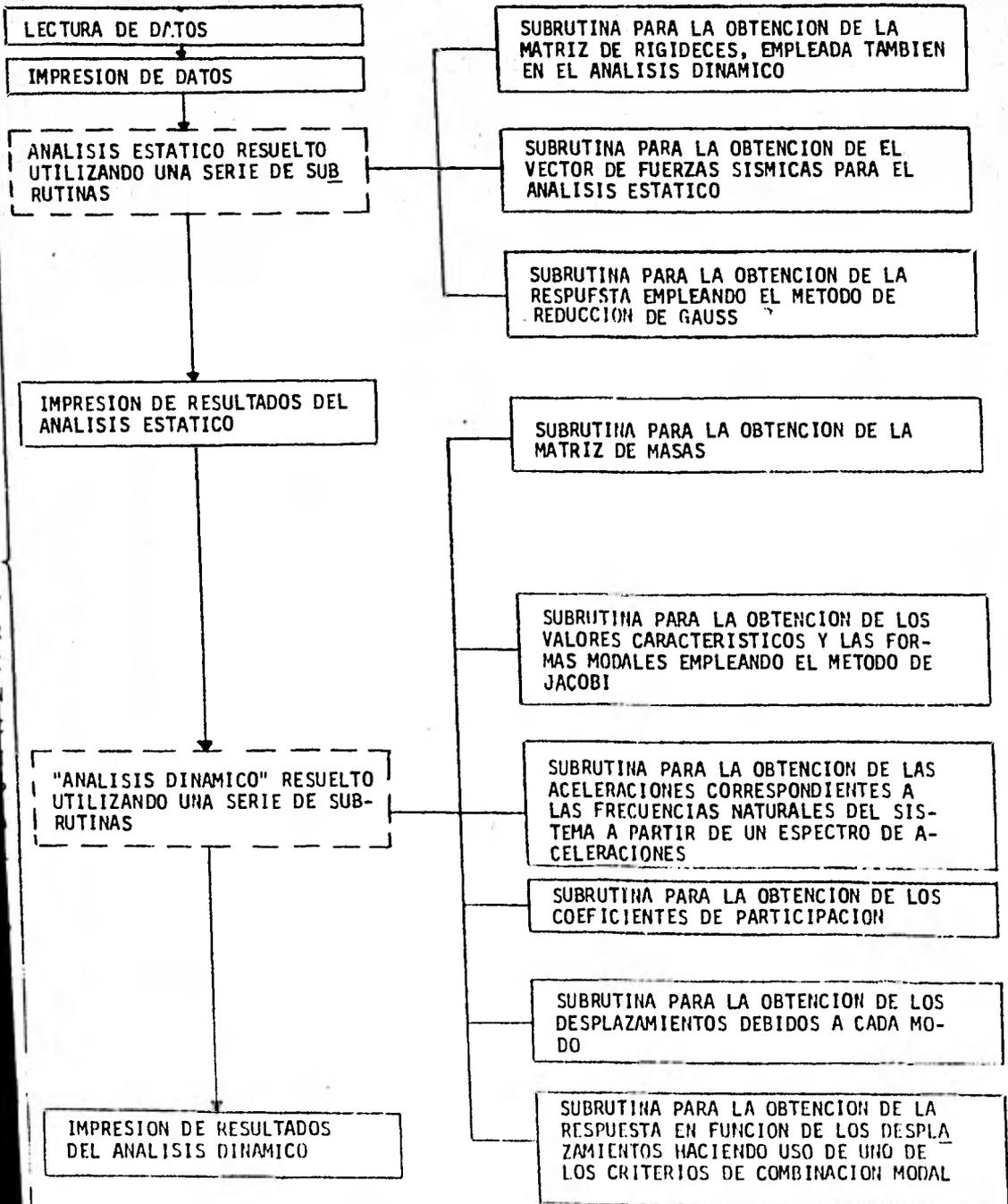
RIN(i) : Momento de inercia del elemento de liga i cuando se flexiona alrededor de un eje imaginario normal al plano del elemento de liga (i=1, NLIG)

Variable, Constante o Variables	Formato de Lectura	DIMENSION
NIA MXA MYA	3I5	
NIB MXB MYB	3I5	
G C Q	3F10.4	
DLIG EMOD GMOD	8F10.0	
T1	8F10.0	
NLIG	I5	
TS () ACS ()	8F10.0 8F10.0	Número de puntos que describen el espectro
ADA () ADB () HIA () PMA () PA ()	8F10.0 8F10.0 8F10.0 8F10.0 - - -	Número de niveles de A (NIA)
BDA () BDB () HIB () PMB () PB ()	8F10.0 8F10.0 8F10.0 8F10.0 - - -	Número de niveles de B (NIB)
DLXA ()	8F10.0	Número de marcos en dirección Y en A (MYA)
DLYA ()	8F10.0	Número de marcos en dirección X en A (MXA)

Variable, Constante o Variables	Formato de Lectura	DIMENSION
DLXB ()	8F10.0	Número de marcos en dirección Y en B (MYB)
DLYB ()	8F10.0	Número de marcos en dirección X en B (MXB)
RKAX (,)	8F10.0	(MXA, NIA)
RKAY (,)	8F10.0	(MYA, NIA)
RKBX (,)	8F10.0	(MXB, NIB)
RKBY (,)	8F10.0	(MYB, NIB)
A (), RIN (), C1 (), C2 (), C3 (), C4 (), C5 (),	8F10.0 8F10.0 - - - - - -	Número de elementos de liga (NLIG)
FIA (), FIB (), FMA (), FMB (), Y2Y2M(,), X2X2M(,), O1Y1M(,), O2Y2M(,), O1O1M(,), O2O2M(,),	- - - - - - - - - - - - - - -	Número de niveles del edificio de mayor altura
FY (), X (), IPS (), SCALES (), R (), DX (), OMCUA (), VEPAR (), FACPAR (), DESP (), T (), AC (), FREC (), PME (,), RKET (,),	- - - - - - - - - - - - - - - - - -	Número de niveles del edificio de mayor altura X 6

Variable, Constante o Variables	Formato de Lectura	DIMENSION
UL (,), ELE (,), ELEI (,), ELET (,), G1 (,), RMKM (,), FI (,), FITM (,), DESPAM (,), E (,), RK1 (,), RKEL (,),	- - - - - - - - - - - - - - - - - -	Número de niveles del edificio de mayor altura x 6
RKNIV (3,3, , 2)	- - -	Número de niveles del edificio de mayor altura

Diagrama de flujo del programa



P
R
O
G
R
A
M
A


```
WRITE(6,88)(A(I),I=1,NLIG)
READ(5,85)(RIN(I),I=1,NLIG)
WRITE(6,7010)
WRITE(6,88)(PIN(I),I=1,NLIG)
```

```
NA=0
N=0
IF (NA=ND) 1,2,3
1 N=ND
  CU TO 4
2 N=NA
  CU TO 4
3 N=NA
  CU TO 4
4 L=N/6
  WRITE(6,7020)
  WRITE(6,7010)
```

ANALISIS ESTADICO

```
CU TO J=1,L
10 CALL SUBRXY(PKAX,PKAY,PKBY,PKBX,DLXA,DLXA,DLXC,LLXB,MYA,MXA,MYP,
  *XP,MYA,HIP,PKHIV,L,J)
CALL ENSAB1(A,ENOU,CPUP,RIN,PLC,NLIG,C1,C2,C3,C4,C5)
CALL SUBLIG(A,ENOU,CPUP,RIN,PLC,NLIG,C1,C2,C3,C4,C5)
CALL ENSAB2(C1,C2,C3,C4,C5,PKEL,NLIG,L,R)
CALL SUBSUM(FN1,PKEL,KPLT,N)
CALL FEAP(PNA,PA,HTA,FTA,IP,HTA,CU,ADA,PHU,IP,HIP,FIP,FHR,BUA,
  *IP,G)
CALL VECTUR(FIA,FNA,FIP,FHR,FY,HTA,N)L,N)
CALL SOLU(FY,PKEL,N,X,HL,IPS,SCALE,S,P,DX)
```

ANALISIS DINAMICO

```
OBTENCION DE LA MATRIZ DE MASAS
CALL PMASA(PML,INA,PPD,HTA,HTL,ADA,ADU,UDU,UDU,Y2Y2H,X2X2H,U1Y1H,
  *C2Y2H,D101N,D202M,L,I)
```

OBTENCION DE LIL

```
CALL LTRINF(ELF,PHF,I)
```

OBTENCION DE LIL INVERSA

```
CALL LTRIV(LIL,ELT,F)
```

OBTENCION DE LA TRANSPUESTA DE LIL INVERSA

```
CALL TRASP(LF1,LILT,N)
```

OBTENCION DE LIL LIL

```
CALL PPROD(ELF,HTI,C1,N)
```

```
CALL PPROD(C1,LLLT,PKK,N)
```

OBTENCION DE VALORES CARACTERISTICOS Y FORMAS MODALES

```
CALL JALOU(PKX,I,T,F)
```

```
WRITE(6,7040)
```



```

SUBROUTINE SUBPNT (PKAY,PKAX,PKDY,PKBX,DLYA,DLXA,DLXB,DLXB,MYA,
*PKYA,PKYB,MXD,MIA,MIB,FKHIV,L,J)
DIMENSION PKAY (MIA,MIB),PKAX (MXA,MIA),PKDY (MID,MIB),PKBX (MXB,MIB)
* ,DLYA (MIA),DLXA (MIA),DLXB (MXB),DLXB (MIB)
* ,PKHIV (3,3,L,2)

```

CCC

OBTENCION DE LA SUPERFIZ DEL CUERPO A NIVEL J

```

IF (J .GT. MIA) GO TO 155
SUMY=0.0
SUMX=0.0
SUMPRY=0.0
SUMPPX=0.0
SUMKY2=0.0
SUMKX2=0.0
DO 100 I=1,MIA
SUMY=SUMY+PKAY (I,J)
PKHIV (1,1,J,1)=SUMY
DO 110 I=1,MIA
SUMX=SUMX+PKAX (I,J)
PKHIV (2,2,J,1)=SUMX
120 SUMPRY=SUMPRY+PKAY (I,J)*DLXA (I)
PKHIV (1,3,J,1)=SUMPRY
DO 130 I=1,MIA
SUMPPX=SUMPPX+PKAX (I,J)*DLYA (I)
PKHIV (2,3,J,1)=-SUMPPX
140 SUMKY2=SUMKY2+DLXA (I)*DLXA (I)*PKAY (I,J)
DO 150 I=1,MIA
SUMKX2=SUMKX2+DLYA (I)*DLYA (I)*PKAX (I,J)
PKHIV (3,3,J,1)=SUMKY2+SUMKX2
155 CONTINUE

```

CCC

OBTENCION DE LA SUPERFIZ DEL CUERPO B NIVEL J

```

IF (J .GT. MIB) GO TO 500
SUMY=0.0
SUMX=0.0
SUMPRY=0.0
SUMPPX=0.0
SUMKY2=0.0
SUMKX2=0.0
DO 160 I=1,MIB
SUMY=SUMY+PKDY (I,J)
PKHIV (1,1,J,2)=SUMY
DO 170 I=1,MIB
SUMX=SUMX+PKDX (I,J)
PKHIV (2,2,J,2)=SUMX
180 SUMPRY=SUMPRY+PKDY (I,J)*DLXB (I)
PKHIV (1,3,J,2)=SUMPRY
DO 190 I=1,MIB
SUMPPX=SUMPPX+PKDX (I,J)*DLYB (I)
PKHIV (2,3,J,2)=-SUMPPX
200 SUMKY2=SUMKY2+DLXB (I)*DLXB (I)*PKDY (I,J)
DO 210 I=1,MIB
SUMKX2=SUMKX2+DLYB (I)*DLYB (I)*PKDX (I,J)
PKHIV (3,3,J,2)=SUMKY2+SUMKX2
500 CONTINUE
RETURN
END

```

SUBROUTINE ENSAM1 (RKNIV, L, RK1, N,
 DIMENSION RKNIV(3,3,L,2), RK1(N,N))

ENSAMBLE DE LAS SUPMTRICES DE LA DIAGONAL

```

100 ICUER=1,2
100 JR=1,L
100 JP=1,3
100 IO=(10,20,30), IP
10 IMULT=0
10 GU TO 0V
20 IMULT=2V
10 GU TO 0V
30 IMULT=1V
40 CONTINUE
IN=(2*IMULT+ICUER-1)*L+J
IF (J.LO.L) GU TO 0V
RNI(IN,IN)=RKNIV(IP,IR,J,1,ICUER)+RKNIV(IP,IP,J,1,ICUER)
RNI(IN,IN)=RKNIV(IP,IR,J,1,ICUER)
RNI(IN,IN)=RKNIV(IP,IP,J,1,ICUER)
50 CONTINUE
60 RNI(IN,IN)=RKNIV(IP,IR,J,ICUER)
100 CONTINUE

```

ENSAMBLE DE LAS SUPMTRICES YA-TA, YB-TB, TA-XA, TB-XB

```

100 ICUER=1,2
100 JR=1,L
100 IR=1,2
100 IACT=2*(IR-1)+ICUER-1
100 IICOL=(IACT+L)*J
100 IICOL=(IACT+2)*L+J
100 IICOL=ICOL+RKNIV(IP,3,J,ICULP)+RKNIV(IP,3,J+1,ICUER)
RNI(IICOL,IICOL)=RKNIV(IP,3,ICOL)
RNI(IICOL,IICOL+1)=RKNIV(IP,3,J+1,ICUER)
RNI(IICOL+1,IICOL)=RKNIV(IP,3,ICOL+1)
RNI(IICOL+1,IICOL+1)=RKNIV(IP,3,ICOL+1)
130 CONTINUE
150 RNI(IICOL,IICOL)=RKNIV(IP,3,J,ICULP)
RNI(IICOL,IICOL)=RNI(IICOL,IICOL)
200 CONTINUE
7050 FORMAT(2X,8(15,8))
7050 FORMAT(777,/,X, 'MATRIZ DE DIG. STA LLENTON DE LIGA',/)
END

```

```

SUBROUTINE SUBLIC(A,EMOD,CMOD,PIU,DLIG,HLIG,C1,C2,C3,C4,C5)
DIMENSION A(NLIG),C1(NLIG),C2(NLIG),C3(NLIG),C4(NLIG),C5(NLIG),
RIN(NLIG)

```

```

CALCULO DE ELEMENTOS DE LAS SUPAIRCES EN ELLOSITOS DE LIGA
C1=(1,1),C2=(2,2),C3=(3,3),C4=(1,3),C5=(3,6)

```

```

DO 100 J=1,NLIG
RIN(J)=1
DL2=DLIG*DLIG
ALFA=(2.0-EPOR1)/(1.0+ALFA)*DL2*DLIG
C1(J)=(2.0-EPOR1)/(1.0+ALFA)*DL2*DLIG
C2(J)=EMOD*A(J)/DLIG
C3(J)=(2.0+ALFA)*EPOR1/(1.0+ALFA)*DLIG
C4(J)=(1.0+ALFA)*EPOR1/(1.0+ALFA)*DLIG
C5(J)=(2.0-ALFA)*EPOR1/(1.0+ALFA)*DLIG
100 CONTINUE
WRITE(6,7040)
DO 10 J=1,NLIG
WRITE(6,80)J,L1(J),L2(J),L3(J),C4(J),C5(J)
80 FORMAT(15,15,15,15,15,15)
7040 FORMAT(15,15,15,15,15,15)
* LIGA, //)
RETURN
END

```



```
SUBROUTINE SUBSUM(RK1,RKEL,RKET,N)
DIMENSION RK1(N,N),RKEL(N,N),RKLT(N,N)
```

```
ENSAMBLE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZES TOTAL A PARTIR DE LAS PARCIALES
A TRAVES DE UNA SUMA DE MATRICES
```

```
DO 10 J=1,N
DO 10 I=1,N
RKET(I,J)=RK1(I,J)+RKEL(I,J)
CONTINUE
RETURN
END
```

CCCC

```

SUBROUTINE FGA(PHA,FA,HIA,I,NA,NTA,C,AL,PA,PB,FB,HIB,FIB,GB,
*PLA,HIB,C)
DIMENSION PHA(NTA),FA(NTA),HIA(C,NTA),FIA(NTA),NA(NTA),ADA(NTA)
*,PFB(HIB),PB(NTL),HIP(HIB),FIB(NTB),FIB(HIB),CPA(NTB)

```

OBTENCION DE LAS FUERZAS Y MOMENTOS ESTATICOS QUE ACTUAN SOBRE LOS
 DOS CUERPOS

```

ZUM=0.0
FUM=0.0
DO 201 I=1,NTA
PA(I)=GA*PHA(I)
ZUM=PA(I)+ZUM
PUM=(PA(I)*HIA(I))+PUM
201 CONTINUE
VA=(ZUM*C)/U
DO 202 I=1,NTA
FIA(I)=(PA(I)+HIA(I)*VA)/HIA(I)
FHA(I)=(FA(I)+(-ALA(I)/2.0)
202 CONTINUE
ZUM=0.0
FUM=0.0
DO 204 I=1,HIB
PB(I)=GA*PFB(I)
ZUM=PB(I)+ZUM
PUM=(PB(I)*HIB(I))+PUM
204 CONTINUE
VB=(ZUM*C)/U
DO 205 I=1,HIB
FIB(I)=(PB(I)+HIB(I)*VB)/HIB(I)
FIB(I)=(FIB(I)+CPA(I))/2.0
205 CONTINUE
PLTUFH
FIP

```

```
SUBROUTINE VECTOR(FIA,FHA,FIR,FHR,FY,HIA,HIC,LS,N)  
DIMENSION FIA(NIA),FPA(NIA),FIR(NIP),FMR(NIC),FY(N)
```

```
ENSAMBLE DE FUERZAS Y MOMENTOS ESTATICOS
```

E
C

```
CO 206 I=1,L  
LS=1+(2*L)  
FY(I)=FIA(I)  
FY(LS)=FHA(I)  
206 CONTINUE  
CO 207 I=1,L  
LS=1+L  
LU=1+(3*L)  
FY(LU)=FIR(I)  
FY(LU+1)=FMR(I)  
207 CONTINUE  
RETURN  
END
```

SL

CCC

SUBROUTINE SOLU(N,A,P,X,UL,IPS,SCALE,S,P,FX)
DIMENSION A(N,N),S(N),X(N)

OBJETIVO DE LOS PERFORAMIENTOS PERIÓDICO AL ANALISIS ESTADÍSTICO

DIMENSION UL(N,N),IPS(N),SCALE(S),S(N),FX(N)

WRITE(6,2000)
WRITE(6,2010) (P(I),I=1,N)
WRITE(6,2020)
WRITE(6,2030)

CALL DFLIMP(N,A,UL,SCALE,S,IPS)
CALL SOLVL(N,UL,P,X,IPS)

WRITE(6,2040)
WRITE(6,2050)
DO 30 I=1,N

30 WRITE(6,600) I,X(I)
CALL IMPRUV(,A,UL,P,X,DIGITS,,LX,IPS)

WRITE(6,600)
DO 20 I=1,N

20 WRITE(6,600) I,X(I)
WRITE(6,400) DIGITS

100 FORMAT(17)

500 FORMAT(10,F10.0)

400 FORMAT(///,2X,'SOLUCION DE ECUACIONES SIMULTANEAS',///)

600 FORMAT(///,2X,'PRECISION: ',F10.3)

700 FORMAT(///,2X,'FICHA')

800 FORMAT(///,2X,'SOLUCION: X(1)=',F10.3,' X(2)=',F10.3,' X(3)=',F10.3,///)

870 FORMAT(2X,'(R',I,2X))

2000 FORMAT(17,'VALORES DE FUERZAS ESTADISTICAS',//)

2010 FORMAT(2X,'A(1',I,2X,')')

2020 FORMAT(2X,'I=',I,2X,')')

2030 FORMAT(///,2X,'VALOR DE LOS PERFORAMIENTOS',//)

6000 FORMAT(17)

CALL EXIT

END

```

SUBROUTINE DFCOMP(NH,UL,SCALE,IPS)
DIMENSION A(MH,NH),UL(NH,NH)
DIMENSION SCALES(NH),IPS(NH)
M=NH

```

```

C
DO 5 I=1,NH
  IPS(I)=1
  ROWNRM=0.0
  DO 2 J=1,NH
    UL(I,J)=A(I,J)
    IF (ROWNRM-ABS(UL(I,J)))1,2,2
  2  RUNNRM=ABS(UL(I,J))
  3  CONTINUE
  IF (POWRM)3,4,3
  4  SCALES(I)=1.0/ROWNRM
  GO TO 5
  CALL STNG(I)
  SCALES(I)=0.0
5 CONTINUE

E
ELIMINAZIONE GAUSSIANA CON PIVOTO VIRTUALE
DO 17 K=1,NH
  BIG=0.0
  M=1
  DO 11 I=1,NH
    IP=IPS(I)
    SIZE=ABS(UL(IP,K))+SCALES(IP)
    IF (SIZE-BIG)11,11,10
  10  BIG=SIZE
    IXP=I
  11  CONTINUE
  IF (BIG)12,12,13
  12  CALL STNG(I)
  GO TO 17
  13  IF (IXP-I)14,15,14
  14  Y=IPS(I)
  15  IPS(K)=IPS(IXP)
  16  IXP=I
  PIVOT=UL(K,K)
  KA=K+1
  DO 10 IC=1,NH
    IF (IC=K)10,KP,1,1
    FI=IPS(IC)
    FI=-FI*(IP,K)/PIVOT
    UL(IP,K)=FI
  16  J=K+1,NH
    UL(IP,J)=UL(IP,J)+EM*FI*(K,J)
    LAZU=INTFRSU
  17  CONTINUE
  KP=IPS(K)
  IF (UL(KP,K))19,19,19
  CALL STNG(K)
  RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SOLVL (M,N,UL,B,X,IFS)
DIMENSION UL(M,N),B(M),X(N)
C
M1=N+1

```

C

```

IP=IFS(1)
X(1)=U(IP)
DO 1 I=2,N
IP=IFS(I)
IM=I-1
SUM=0.0

```

```

1 DO 1 J=1,IM
SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
2 X(1)=B(IP)-SUM

```

C

```

IP=IFS(N)
Y(IP)=X(IP)/UL(IP,N)
DO 4 I=N-1,2,-1
I=N1-ICAK
IP=IFS(I)
IF I=I+1
SUM=0.0

```

```

3 DO 3 J=1,N
SUM=SUM+UL(IP,J)*X(J)
4 X(I)=(X(I)-SUM)/UL(IP,I)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE IMPRV(NH,A,UL,B,X,DIGITS,R,DX,I,S,
DIMENSION A(NH,MN),UL(NH,MN),B(I,N),X(MN)
DIMENSION R(MN),DX(I,N),IPS(MN)
DOUBLE PRECISION SIN
K=NN

```

```

C
EPS=1.0E-11
ITMAX=100
YNORM=0.0
C U 1 I=1,N
1 XNORM=MAX1(XI,DIH,ABS(Y(I)))
I1=(XNORM)3 2,2,2
2 DIGITS=ALOG10(LD0)
C U 10
C
3 C U 9 ITLP=1,ITMAX
C U 5 I=1,N
SUM=0.0
C U 4 J=1,N
4 SUM=SUM+A(I,J)*A(J)
C U 3 E(I)=SUM
5 E(I)=SUM
CALL SOLVE (N,UL,R,DX,I,S)
CXNOFM=0.0
C U 6 I=1,N
Y(I)=X(I)+DX(I)
CXNOFM=MAX1(CXNOFM,ABS(Y(I)-I))
C CONTINUE
I1=(ITLP-1) 8,7,6
7 I1=ITLP-ALOG10(I1*Y1(LXNOFM/CXNOFM,EPS))
8 IF(CXNOFM<EPS*CXNOFM) 10,10,9
C CONTINUE
CALL SING(3)
10 RETURN
END

```

```

11 SUBROUTINE SING(TINY)
12   FORMAT('MATRIX CON. FTLA NOLA. EN. DCOMP')
13   FORMAT('MATRIX SINGULAR. SINGULAR. DIVIDE. L.ILL. U. LU SOLVING')
14   FORMAT('SY. NO. MAY CONVERGENCE. LU. TRIP. LU. MATRIX. CASE SINGULAR')
15   NOUT=0
16   CU TO (1,2,3), TINY
17   1 WRITE (NOUT,11)
18   CU TO 10
19   2 WRITE (NOUT,12)
20   CU TO 10
21   3 WRITE (NOUT,13)
22   10 RETURN
23   END

```

SL

```

SUBROUTINE PHASA(PHA, PMA, PMA, PMA, NIU, ADA, ADU, UDA, UDU, Y2Y2H, X2X2H,
* NIU, O2Y2H, O1O1H, O2C2H, N)
DIMENSION PHF(N, N), PPA(NIA), PMP(NIB), ADA(NIA), ALP(NIA), UDA(I, IU),
* UDU(NIB), Y2Y2H(L, L), X2X2H(L, L), O1Y1H(L, L), O2Y2H(I, L), O1O1H(L, L),
* O2O2H(L, L)
90 FUPHAT(10(X, F12.0))
7030 FUPHAT(7777, 10X, 'MATR17 DE HASAS', 77)
PU 5 I=1, NIA
PHE(I, I)=PHA(I)
5 CONTINUE
CU 6 I=1, NIB
CY 6 J=1, I
Y2Y2H(I, J)=PMB(I)
Y2Y2H(J, I)=PMB(I)
6 CONTINUE
CU 7 I=1, NIA
CY 7 J=1, I
PVIH(I, J)=-PHA(I)*(ALA(I)/2.0)
7 CONTINUE
CU 8 I=1, NIU
CY 8 J=1, I
PVM(I, J)=PML(I)*(UDA(I)/2.0)
8 CONTINUE
CU 9 I=1, NIA
CY 9 J=1, I
POIM(I, J)=(PHA(I)/12.0)*(4.0*ADA(I)*ADA(I)+ALP(I)*ADU(I))
9 CONTINUE
CU 10 I=1, NIB
CY 10 J=1, I
POIM(I, J)=(PMB(I)/12.0)*(4.0*UDA(I)*UDA(I)+P.N(I)*UDU(I))
10 CONTINUE
C PHOCLF A ENCABLAD LA MATR17 DE HASAS
CU 11 I=1, L
LS=1
PHF(LS, LS)=Y2Y2H(1, 1)
11 CONTINUE
CU 12 I=1, 1
LS=1+(2*I)
PHF(LS, LS)=O1O1H(1, 1)
12 CONTINUE
CU 13 I=1, 1
LS=1+(3*I)
PHF(LS, LS)=O2O2H(1, 1)
13 CONTINUE
CU 14 I=1, L
LS=1+(4*I)
PHF(LS, LS)=PML(1, 1)
14 CONTINUE
CU 15 I=1, L
LS=1+(5*I)
PHF(LS, LS)=X2X2H(1, 1)
15 CONTINUE
CU 16 I=1, L
LS=1+(2*I)
PHF(LS, LS)=O1Y1H(I, I)
PHF(LS, LS)=O1Y1H(I, I)
16 CONTINUE
CU 17 I=1, L
LS=1+(3*I)
PHF(LS, LS)=O2Y2H(1, 1)
PHF(LS, LS)=O2Y2H(1, 1)
17 CONTINUE
WRITE(6, 7030)
CU 18 J=1, N
18 WRITE(6, 90)(PHF(I, J), I=1, L)
RETURN
END

```



```

SUBROUTINE LINVL(LLL,ELET,N)
DIMENSION ELE(N,N),LEET(N,N)
DO 10 J=1,N
  DO 10 I=1,N
    IF (I.EQ.J) GO TO 40
    ELE(I,J)=0.0
    LEET(I,J)=(1.0)/ELE(I,J)
  GO TO 50
40  IF (I.EQ.J) GO TO 60
50  SUM=LEET(I,K)*LEET(K,I)*SUM
60  LEET(I,I)=(1.0)/SUM
10  CONTINUE
RETURN
END

```

```
SUBROUTINE TRANS(ELF1,ELLY,M)
DIMENSION ELF1(M,M),FLET(M,M)
DO 10 I=1,M
DO 10 J=1,M
FLET(J,I)=ELF1(I,J)
RETURN
END
```

SL

```

SUBROUTINE PRODUC(A,P,C,N)
DIMENSION A(N,N),B(N,N),C(N,N)
SUM=0
DO 10 I=1,N
DO 10 J=1,N
C(I,J)=SUM
SUM=SUM+A(I,K)*B(K,J)
10 CONTINUE
RETURN
END

```


SUBROUTINE ESPECT(T,AL,TS,ACS,D,TI,C,I,N)
DIMENSION T(N),AC(N),TS(11),ACS(11)

CCCC OBTENCION DE LAS APLICACIONES ESPECTRALES

```
J=1  
IF(T(I)-TS(J))70,50,60  
40 WRITE(6,NO10)I(I)  
CU TO 120  
50 AC(I)=(ACS(J)/D)*C  
CU TO 120  
60 J=J+1  
IF(T(I)-TI)70,70,80  
70 C=1+(U-1)*((I(I)/TI)  
80 IF(T(I)-TS(J))60,100,110  
100 CU TO 50  
110 J=J+1  
CU TO 8  
40 A=ACS(J)-ACS(J-1)  
F=TS(J)-TS(J-1)  
C=(A/F)*((T(I)-TS(J-1))  
AL(I)=(ACS(J-1)+C)/C)*C  
CONTINUE  
80180 FORMAT(///,2X,C1,C2,C3,C4,C5,C6,C7,C8,C9,C10,C11,///)  
RETURN  
END
```

SUBROUTINE VFCOL(I,IA,NIB,L,N,VEPAR)
DIMENSION VEPAR(N)

UBTENCION Y ENSAMBLE DEL VECTOR DE PARTICIPACION

```
CC  
C  
10 DO 10 J=1,NIA  
   VEPAR(J)=1.0  
20 DO 20 J=1,NIB  
   J=J+L  
   VEPAR(J)=1.0  
   WRITE(6,7000)  
30 DO 30 I=1,N  
   WRITE(6,86)VEPAR(I)  
88 FORMAT(2X,8(15.8))  
7000 FORMAT(7,5X,'VECTOR DE PARTICIPACION',//)  
RETURN  
END
```

SL

```

SUBROUTINE DEFFONCT(Y,PHE,FITH,VE,AL,FALPAR,AC,UNCI,A,LESPAN,N)
DIMENSION FI(N,N),PMF(N,N),FITM(N,N),VEPAR(O),FAPPAR(O),AC(O),
*ACCUA(N),LESPAN(N,N)

```

CCCC

OBJETIVO DE LOS DLSI LAZMPLICIOS EN FUNCION DE CADA UNO DE LOS MODOS Y
 UPDACION EN VECTORES COLUMNA EN LA MATRIZ DE FOND

```

SUM=0.0
DO 15 K=1,N
DO 15 J=1,N
DO 10 I=1,N
SUM=FI(I,I)*PMF(I,I)+SUM
FITH(I,J,K)=SUM
10 CONTINUE
15 CONTINUE
SUM=0.0
DO 20 J=1,N
DO 25 I=1,N
SUM=FI(I,J)*VLDAC(I)+SUM
ZUM=FITM(I,J)*FI(I,J)+ZUM
25 CONTINUE
FAPPAR(J)=((SUM/ZUM)*AC(J))/CI(CJAJ)
SUM=0.0
ZUM=0.0
20 CONTINUE
WRITE(6,50) I,ALPAR(I)
DO 30 J=1,N
DO 30 I=1,N
LESPAN(I,J)=FI(I,J)*FACPAI(J)
30 CONTINUE
50 FUPHAT(//5X,'EACIOE LE PARTICI, ALTON',//)
68 FUPHAT(2X,3(F15.2))
RETURN
END

```

SUBROUTINE DEFCON(I, FPC, FITH, VEPAL, FACPAR, ALPHACI, DESPAR, N)
 DIMENSION F(I,H,K), PNE(P,N), ITM(I,H), VEPAR(N), FACPAR(N), AC(I),
 *RUCJA(N), DESPAR(N,H)

OBJETIVO DE LOS DISEÑADORES EN FUNCION DE CADA UNO DE LOS MODOS Y
 OPTIMIZACION EN VELOCIDAD COLUMNA EN LA MATRIZ DE PNE

CCCC

```

SUM=0.0
DO 10 K=1,H
  DO 15 J=1,H
    DO 20 I=1,H
      F(I,J,K)=PNE(I,J)*AC(I)
    10 FITH(I,J,K)=SUM
  15 CONTINUE
  SUM=0.0
  DO 25 J=1,H
    DO 30 I=1,H
      ZUM=I*(I,J)*VEPAR(I)+SUM
    25 FUPITH(I,J)=ZUM
    FPAR(J)=((SUM/ZUM)*RUCJA(J))/RUCJA(J)
  30 CONTINUE
  SUM=0.0
  DO 40 I=1,H
    WRITE(6,50) I
  40 KRITE(6,RE)I ALPHAC(I)
  DO 50 J=1,H
    DESPAR(I,J)=F(I,J)*FACPAR(J)
  50 CONTINUE
  FUPHAT(2,2,5X,'FACIOL LE PARTIL, ALPH',//)
  FUPHAT(2X,3('F15.P'))
  FUPHAT
  END
  
```

SUBROUTINE LTJ(L,FREC,H)
DIMENSION F(N,N),PLC(N)

OBTENCION DE LOS FACTORES E(I,J) PARA LA COMBINACION DE LOS DESPLAZAMIENTOS
DEBIDOS A TODOS LOS MODOS

DO 10 I=1,N
DO 10 J=1,N
10 E(I,J)=(FREC(I)-FREC(J))/(.05*(PLC(I)+PLC(J)))
RETURN
END

SL

```
SUBROUTINE COMBI(DESPL,DESPAM,L,N)
DIMENSION DESP(K),DESPAM(N,N),F(N,N)
```

```
OBTENCION DE LOS DESPLAZAMIENTOS DEBIDO AL ANALISIS DINAMICO HACIENDO LA
COMBINACION DE LOS DESPLAZAMIENTOS DEBIDOS A TODOS LOS MODOS
```

C
C
C

```
SUM=C.0
DO 10 K=1,N
DO 20 I=1,N
DO 20 J=1,N
20 SUM=((DESPAM(K,I)+DESPAM(K,J))/(1.0+E(I,J)*L(,J)))+SUM
DESP(K)=SQRT(SUM)
SUM=C.0
10 CONTINUE
WRITE(6,1000)
DO 30 I=1,N
30 WRITE(6,90)I,DESP(I)
1000 FUPMAT(777,20X,VA(6),LE LOS DESPLAZAMIENTOS,/)
90 FUPMAT(10X,12,5A,15.0)
RETURN
END
```

SL