

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

Lej. 118



EJERCICIOS RESUELTOS PARA LA ASIGNATURA
"ESTRUCTURAS DE CONCRETO"

Tesis para obtener el título de
INGENIERO CIVIL

Presenta:

LUIS ENRIQUE NEBI JUAREZ

MEXICO, D. F.

1981



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

INTRODUCCION.

Capitulo 1

Fuerza cortante.

- a) Fuerza cortante.
- b) " " segun el Departamento del Distrito Federal.
- c) Ejemplos resueltos.

Capitulo 2

Torsión

- a) Torsión
- b) Torsión simple
- c) Sistemas Estructurales con efectos importantes de torsión.
- d) Comportamiento y modos de falla en vigas de concreto simple.
- e) Ejemplo resuelto.

Capitulo 3

Deflexión

- a) Deflexión
- b) Variables principales
- c) Deflexión segun la recomendación del reglamento del Departamento del Distrito Federal.
- d) Deflexiones inmediatas
- e) Deflexiones Permisibles.
- f) Ejemplos resueltos

Capitulo 4

Agrietamiento.

- a) Agrietamiento
- b) Formación y desarrollo de grietas.

- c) Mecanismos basado en el estado interno de esfuerzos.
- d) Estimación del ancho de grieta.
- e) Agrietamiento según el departamento del Distrito Federal.

Capítulo 5

Losas.

- a) Losas
- b) Análisis de losas.
- c) Comportamiento y modos de falla.
- d) Dimensionamiento por el método del reglamento del Departamento del Distrito Federal
- e) Ejemplo: Losa colada monolíticamente con sus apoyos.

I N T R O D U C C I O N

Las cargas transversales que actúan sobre una viga dan origen a momentos flexionantes y fuerzas cortantes , acciones internas que, a su vez , producen esfuerzos de tensión .

El concreto simple se agrieta a partir de esfuerzos de tensión , relativamente bajos por su escasa resistencia a este tipo de esfuerzos .

Por tanto la capacidad para resistir cargas transversales de una viga hecha con este material es insignificante . Puede suplirse la falta de resistencia a tensión colocando barras de refuerzo de acero en las regiones de la viga donde las acciones externas produzcan tensión .

El refuerzo no impide el agrietamiento , pero sí lo restringe .

Esta combinación de concreto simple y barras de acero constituye el material compuesto comúnmente denominado concreto reforzado .

El dimensionamiento de vigas de concreto reforzado consiste esencialmente en la determinación de las dimensiones de la sección de concreto y de la cuantía y distribución del acero de refuerzo requeridas para contar con suficiente resistencia y un comportamiento adecuado bajo condiciones de servicio. Esto implica el desarrollo de procedimientos para predecir la resistencia de secciones sujetas a flexión o a fuerza cortante o a combinaciones de ambas acciones , donde se calcula las deflexiones y estimar la magnitud del agrietamiento .

en las secciones siguientes :

Fuerza Cortante , Deflexiones , Agrietamiento , Torsión
y Losas . Se presentan procedimientos elementales para el
dimensionamiento de vigas de concreto .

En general , se han seguido las recomendaciones del :
Reglamento de las Construcciones del Departamento del
Distrito Federal .

Se presenta el ejemplo de una losa , donde se calcula por
el método del Reglamento del Distrito Federal .

Para dimensionar losas por este método , se obtienen los
momentos flexionantes utilizando los coeficientes que se pre-
sentan en la tabla de Coeficientes de Momentos.

Se tiene un ejemplo de Dimensionamiento por Fuerza Cortante
y Torsión de una Viga de orilla , donde se toma solo la
torsión causada por la viga secundaria y se despreciará
la producida por la losa).

C A P I T U L O

F U E R Z A C O R T A N T E

En elementos que se encuentran sometidos a flexión , las fibras que quedan por encima del plano neutro están en - compresión , mientras que en las fibras por debajo de dicho plano se presentan esfuerzos de tensión : además de estos esfuerzos evidentes, existen también esfuerzos inclinados de tensión . Si una viga de concreto se refuerza solamente con acero longitudinal , dichos esfuerzos inclinados o diagonales tienden a producir grietas , estas grietas son verticales en el centro del claro y se van inclinando cada vez más conforme se acercan a los apoyos , en donde tienen una pendiente cercana a los 45° .

Los esfuerzos que ocasionan estas grietas se conocen con el nombre de tensión diagonal y para evitar la falla por este concepto se agregan varillas adicionales(de refuerzo).

Desde el punto de vista de resistencia , cuando la falla se produce súbitamente al aparecer la primera grieta inclinada importante se dice que el elemento falla en tensión diagonal. Cuando la falla ocurre después de la aparición de una grieta inclinada importante y la resistencia es mayor que la carga que formó esta grieta , se dice que el elemento tuvo una falla en compresión por cortante .

F U E R Z A C O R T A N T E

Súpongase una viga con refuerzo longitudinal suficiente para resistir la flexión , pero sin refuerzo transversal , sujeto a cargas relativamente bajas y cuyo comportamiento es aproximadamente elástico y los esfuerzos cortantes que se presentan pueden predecirse por las fórmulas convencionales de resistencia de materiales.

Los esfuerzos cortantes que obran sobre una partícula a la altura del eje neutro:(donde los esfuerzos normales son nulos) son máximos .

Donde la resistencia del concreto a este tipo de esfuerzos es baja.

Sin embargo, la combinación de los esfuerzos cortantes horizontales y verticales producen tensiones en planos a 45° respecto al eje neutro , que son los que provocan agrietamientos bajo cargas relativamente bajas.

Una cosa semejante sucede cuando también intervienen esfuerzos normales debidos a flexión.

Como media convencional de la magnitud de las tensiones diagonales suelen tomarse lo que se llama esfuerzo cortante nominal. Este esfuerzo se calcula por medio de la expresión:

$$v_u = \frac{V_u}{bd}$$

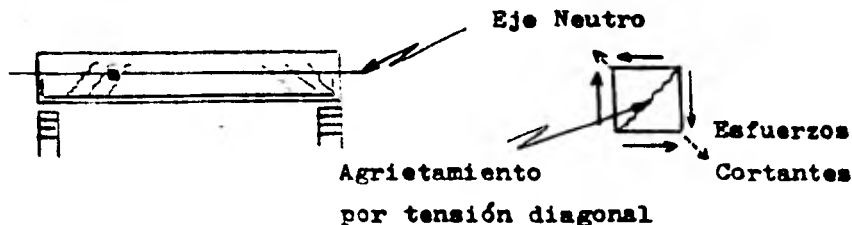
En donde

b = Ancho de la sección

d = Peralte efectivo

V_u = Fuerza cortante última que actúa sobre la sección considerada

Este valor se compara con el valor que puede tomar la sección de concreto sin refuerzo transversal.



Tensión diagonal en una viga de concreto sin refuerzo transversal.

Un criterio simplista consiste en despreciar todas las variables que intervienen en el problema, menos la resistencia del concreto.

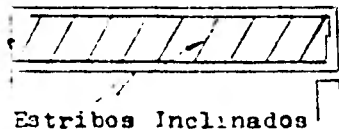
Por ejemplo el reglamento del Departamento del Distrito Federal supone que, la contribución total del concreto a la resistencia a fuerza cortante está dada por : $V_{cr} = 0.5 P.R \sqrt{f_c} bd$

Donde $P.R = 0.8$

Si $V_u > V_{cr}$ el miembro debe reforzarse con refuerzo transversal.

Aún en el caso de que se utilice refuerzo, V_u no debe exceder un valor aproximado de $2.5 P.R \sqrt{f_c} bd$

El refuerzo transversal más común es el estribo, sea vertical o inclinado



También se puede aprovechar el refuerzo longitudinal prolongán-
dolo más allá de donde deja de ser necesario por flexión y do-
blándolo de manera que atraviese la zona de tensiones distintas.
Tanto los estribos inclinados como las barras inclinadas pueden
tener inclinaciones entre 30° y 60° , respecto al eje neutro.
Sin embargo, la inclinación más frecuente es 45° .

La contribución del refuerzo transversal a la resistencia a cor-
tante V'_u está dada por :

$$V'_u = \frac{A_v F_y d (\sin \alpha + \cos \alpha)}{S} F.R.$$

Esta expresión A_v es la sección total del refuerzo transversal.
Si se trata de un estribo de dos ramas, por ejemplo, como el del
detalle de la figura, será la suma del área de las dos ramas.
 d es el peralte efectivo de la sección; α es la inclinación del
refuerzo transversal respecto al eje neutro y S es la separación
del refuerzo.

Si el refuerzo es vertical, la expresión se convierte

$$V'_u = \frac{A_v f_y d}{S} F.R.$$

Si está a 45° , la fórmula correspondiente será

$$V'_u = \frac{1.414 A_v f_y d}{S} F.R.$$

De lo anterior se desprende que la resistencia total a cortante
de una sección de concreto está dada por

$$V_u = V_{cr} + V'_u$$

Las normas y reglamentos suelen imponer ciertas restricciones al refuerzo transversal, las principales de las cuales pueden resumirse en :

A).- Las separaciones del refuerzo transversal no deben exceder los siguientes valores :

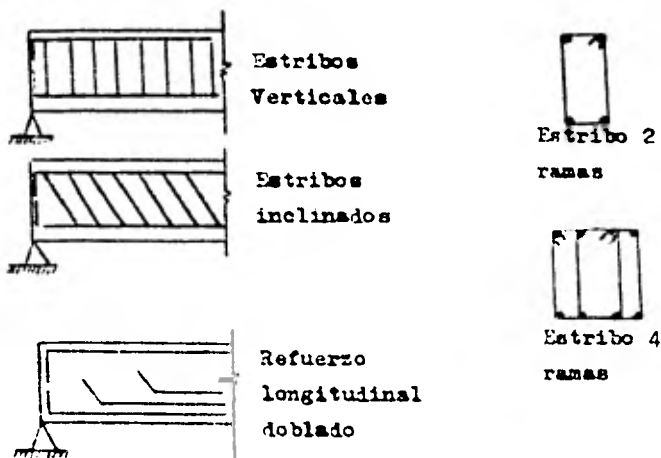
$$\text{Separaciones máximas} \begin{cases} \text{Estribos verticales : } d/2 \\ \text{Estribos a } 45^\circ = d \\ \text{Barras dobladas a } 45^\circ = 3 d/4 \end{cases}$$

B).- El área del refuerzo transversal no debe ser inferior a la dada por la expresión siguiente :

$$A_{v_{\min}} = 3.5 b_s / f_y \text{ (P.R)}$$

En el caso de vigas T, se usará, el ancho de la nervadura b'

Estos límites deben cumplirse por lo menos donde el análisis indica que la resistencia del concreto es inferior a la fuerza cortante externa.



REFUERZO TRANSVERSAL DE VIGAS

FUERZA CORTANTE SEGUN EL D. D. F.

Fuerza cortante que toma el concreto , V_{cr}

Las expresiones para V_{cr} que se presentan enseguida para distintos elementos son aplicables cuando la dimensión transversal , h , del elemento , paralela a la fuerza cortante , no es mayor que un metro además , la relación h/b no excede de 6 .

Por cada una de las condiciones anteriores que no se cumpla se reducirá V_{cr} dado por dichas expresiones en 20 % .

Para valorar h/b en vigas T o I se usará el ancho del alma b' .

VIGAS SIN PRESFUERZO

En vigas con relación claro a peralte total , L/H , no menor que 5 la fuerza cortante que toma el concreto , V_{cr} , se calculará con:

$$\begin{array}{ll} \text{si } p < 0.01 & V_{cr} = F.R. \cdot db(0.2 + 30 p) \sqrt{f_c^A} \\ \text{si } p \geq 0.01 & V_{cr} = F.R. \cdot (0.5)bd \sqrt{f_c^A} \end{array}$$

Si L/h es menor que 4 y las cargas y reacciones comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga , V_{cr} se obtendrá multiplicando por :

$$\left(3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} \right) > 1.0$$

pero sin que se tome V_{cr} mayor que 1.5 F.R. $bd \sqrt{f_c^A}$

En el factor anterior M y V son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúa en la sección.

Si las cargas y reacciones no comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga , no se modificará el valor dado por la ecuación

$$V_{cr} = 0.5 F.R. \cdot bd \sqrt{f_c^A}$$

Para las relaciones L/h comprendidas entre 4 y 5 , V_{or} se hará variar linealmente hasta los valores dados por las ecuaciones

$$V_{or} = F.R \text{ bd} (0.2 + 30 p) \sqrt{r_0^2}$$

$$V_{or} = F.R \text{ bd} 0.5 \sqrt{r_0^2}$$

Cuando una carga concentrada actúa a no más de 0,5 d del paño de un apoyo el tramo de la viga comprendido entre la carga y el paño del paño de apoyo , además de cumplir con los requisitos anteriores se revisará con el criterio de cortante por fricción de ménsulas cortas como ejemplo.

Para secciones T , I o L , en todas las expresiones anteriores se usará el ancho b' , en lugar de b .

Si el patín está a compresión , al producto $b'd$ pueden sumarse las cantidades t^2 en vigas T e I , y $t^2/2$ en vigas L , siendo t el espesor del patín .

OBJETIVO ;

Diseñar por Fuerza Cortante una viga de sección rectangular simplemente armada .

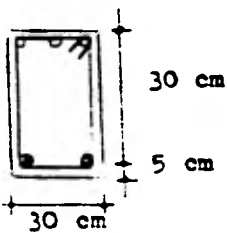
V - 1 Diseñar la viga mostrada a continuación de acuerdo con el reglamento del Departamento del Distrito Federal

$$W_{cm} = 0.908 \text{ t/m}$$

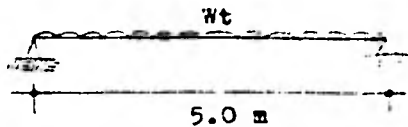
$$W_{cv} = 0.5 \text{ t/m}$$

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$



- Vs # 8
- Vs # 3



$$W_{p.p} = (0.3 \times 0.35 \times 2.4) = -0.252 \text{ t/m}$$

$$W_t = (0.252 + 0.5 + 0.908) = 1.66 \times 1.4 = 2.324 \text{ t/m}$$

Diagrama de Fuerza Cortante

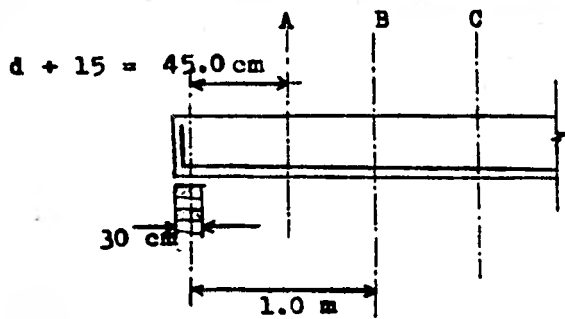
5.81 ton



$$R_a = R_b = \frac{W L}{2}$$

$$R_a = R_b = \frac{(2.324 \times 5.0)}{2} = 5.81$$

5.81 ton



$$V_{ua} = R_a - w_{ua} X$$

Sección A $X = 0.45$ m

$$V_{ua} = 5.81 - (2.324 \times 0.45) = 4.76 \text{ ton}$$

Sección B $X = 1.0$ m

$$V_{ub} = 5.81 - (2.324 \times 1.0) = 3.48 \text{ ton}$$

Sección C $X = 1.5$ m

$$V_{uc} = 5.81 - (2.324 \times 1.5) = 2.32 \text{ ton}$$

Sección D $X = 2.0$ m

$$V_{ud} = 5.81 - (2.324 \times 2.0) = 1.162 \text{ ton}$$

Sección E $X = 2.5$ m

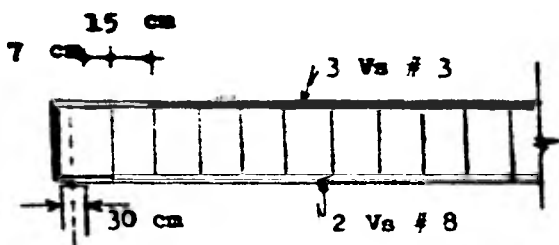
$$V_{ue} = 5.81 - (2.324 \times 2.5) = 0 \text{ ton}$$

		A	B	C	D
1	V_u	3.15	2.48	1.65	0.83
2	$V_{ua} = 1.4 V_u$	4.46	3.48	2.32	1.162
3	A_s	10.14	10.14	10.14	10.14
4	bd	900	900	900	900
5	$p = A_s / bd$	0.011	0.011	0.011	0.011
6	$p < 0.01$
7	$30 p$
8	$(0.2 + 30p)$
9	$V_c = 0.8 bd(0.2 + 30p) \sqrt{f'_c}$
10	$p > 0.01$	sf	sf	sf	sf
11	$V_c = 0.8 bd \sqrt{f'_c} (0.5)$	5.09	5.09	5.09	5.09
12	V_c (9) ó (11)	5.09	5.09	5.09	5.09
13	$h < 1$	sf	sf	sf	sf
14	$h/b < 6$	sf	sf	sf	sf
15	V_c (definitivo)
	V_c sf cumple
	(13) y (14)	5.09	5.09	5.09	5.09
	$V_c(0.8)$ sf no cumple
	(13) ó (14)
	$V_c(0.6)$ sf no cumple
	(13) y (14)
16	$V' = V_{ua} - V_c$	—	—	—	—
17	$S = \frac{0.8 A_v f_y d}{V'}$
18	$S_{max} = \frac{0.8 A_v f_y d}{3.5 b}$
19	$1.5(0.8) bd \sqrt{f'_c}$	15.27	15.27	15.27	15.27
20	$2.5(0.8) bd \sqrt{f'_c}$	25.45	25.45	25.45	25.45
21	$V_c \leq V_{ua} \leq (19)$
	$S_{max} = d/2$
22	$(19) \leq V_{ua} \leq (20)$
	$S_{max} = d/4$

Quando la fuerza cortante de diseño , V_u , es menor que V_{cr} , Este refuerzo estará formado por estribos verticales de diámetro no menor de 6.3 mm (# 2) , espaciados a cada medio peralte efectivo y se colocará a partir de toda unión de viga con columnas .

- 23 Si $V_{un} > (20)$ (se aumenta la sección)
 $d/2 = 15.0$ cm
- 24 S (definitiva)
 $S = 15$ cm
- 25 $V' = \frac{0.8 A_v f_y d}{S_{def}}$ 9.54 ton
- 26 $V_{ur} = V_c + V'$ 14.63 ton

Se colocan Estribos # 2 @ 15 cm



OBJETIVO :

Diseñar por Fuerza Cortante la viga que se muestra a continuación.

V - 2 Diseñar por fuerza cortante la viga empotrada con una carga puntual , con las recomendaciones del reglamento del Departamento del Distrito Federal.

Datos

$f'_c = 250 \text{ t/m}$

$f_y = 4200 \text{ t/m}$

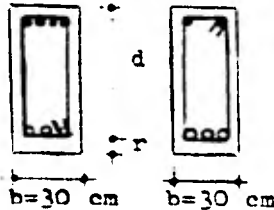
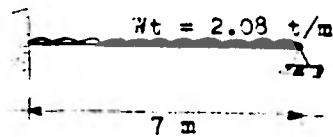
$r = 5 \text{ cm} , \quad b = 30 \text{ cm}$

$d = 35 \text{ cm}$

$h = 40 \text{ cm}$

● Vs # 6

○ Vs # 5



W_t (carga de servicio incluye peso propio)

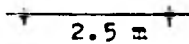
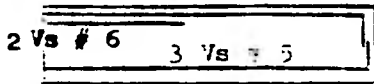
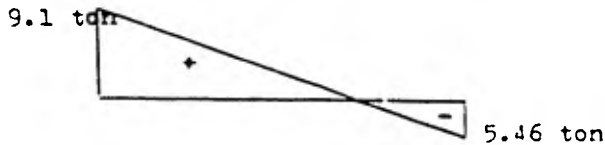


Diagrama de Fuerza Cortante

$R_a = \frac{5}{8} (W L) = \frac{5}{8} (2.08)(7) = 9.1 \text{ ton}$

$R_b = \frac{3}{8} (W L) = \frac{3}{8} (2.08)(7) = 5.46 \text{ ton}$



S E C C I O N E S

$$V_{ua} = \frac{3}{8} W L - W X$$

$$V_{ua} = \frac{3}{8} (2.08)(7) - (2.08) X$$

$$V_{ua} = 9.1 - 2.08 X$$

Sección	A	X = 0.35 m
---------	---	------------

$$V_{ua} = 9.1 - 2.08(0.35) = 8.372 \text{ ton}$$

Sección	B	X = 2.0 m
---------	---	-----------

$$V_{ua} = 9.1 - 2.08(2.0) = 4.94 \text{ ton}$$

Sección	C	X = 4.0 m
---------	---	-----------

$$V_{ua} = 9.1 - 2.08(4.0) = 0.78 \text{ ton}$$

Sección	D	X = 4.375
---------	---	-----------

$$V_{ua} = 9.1 - 2.08(4.375) = 0$$

		A	B	C
1	V_u	5.53	3.52	0.55
2	$V_{ua} = 1.4 V_u$	8.37	4.94	0.78
3	A_s	11.40	11.40	5.94
4	bd	1050.0	1050.0	1050.0
5	$p = A_s/bd$	0.0108	0.0108	0.0056
6	$p < 0.01$	no	no	sí
7	$30 p$			0.168
8	$(0.2 + 30p)$			0.368
9	$V_c = 0.8bd(0.2 + 30p) \sqrt{f'_c}$			4.37 ton
10	$p > 0.01$	sí	sí	
11	$V_c = 0.8 bd \sqrt{f'_c} (0.5)$	5.93 ton	5.93 ton	
12	$V_c (9) \text{ ó } (11)$	5.93	5.93	4.37 ton
13	$h < 1$	sí	sí	sí
14	$h/b < 6$	sí	sí	sí
15	V_c (definitivo)			
	V_c sí cumple			
	(13) y (14)	5.93	5.93	4.37 ton
	$V_c(0.8)$ sí no cumple			
	(13) ó (14)			
	$V_c(0.6)$ sí no cumple			
	(13) y (14)			
16	$V' = V_{ua} - V_c$	2.37	—	—
17	$S = \frac{0.8 A_v f_y d}{V'}$	70.46		
18	$S_{max} = \frac{0.8 A_v f_y d}{3.5 b}$	1590.4		
19	$1.5(0.8) bd \sqrt{f'_c}$	17.92		
20	$2.5(0.8) bd \sqrt{f'_c}$	29.69		
21	$V_c \leq V_{ua} \leq (19)$ $S_{max} = d/2$	17.5		
22	$(19) \leq V_{ua} \leq (20)$ $S_{max} = d/4$			

23 si $V_{um} > (20)$ (se aumenta la sección)

24 $S < \begin{matrix} (17) \\ (18) \\ (21) \text{ ó } (22) \end{matrix}$ $d/2 = 35/2 = 17.5 \approx 17 \text{ cm}$

25 $V' = \frac{0.8 A_v f_y d}{S_{def}}$ 9.82 ton.

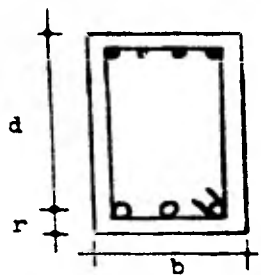
26 $V_{um} = V_c + V'$ 15.58 ton

$$A_v = 2 \times (0.71) = 1.42 \text{ cm}^2$$

Dos Ramas

Est # 3 @ 17

En dos ramas



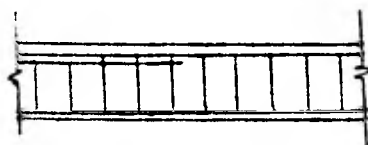
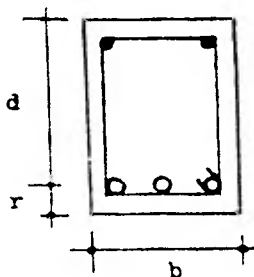
● $V_s \# 6$

○ $V_s \# 5$

$b = 30 \text{ cm}$

$d = 35 \text{ cm}$

$r = 5 \text{ cm}$



OBJETIVO :

Determinar la resistencia a fuerza Cortante de una viga rectangular.

V - 3 Calcular la resistencia de la viga que se muestra a continuación de acuerdo con el reglamento del Departamento del Distrito Federal.

Datos

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

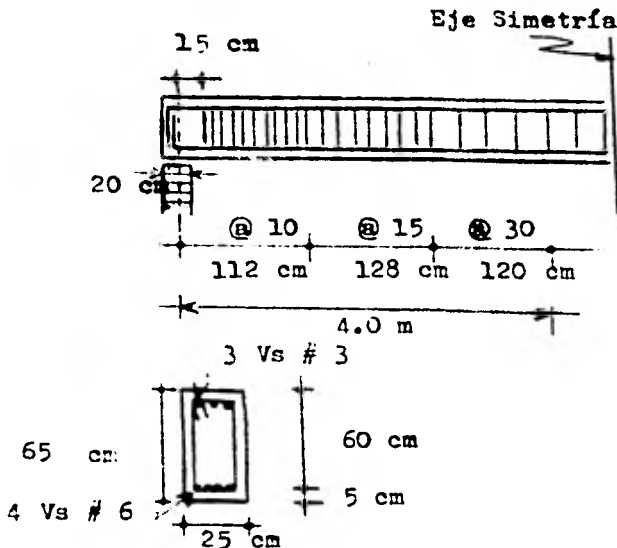
$$f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$$

(primer estribo se encuentra a 5 cm del paño de apoyo)

Estribos del # 3 de dos ramas

$$A_s = 11.4 \text{ cm}^2$$

4 Vs # 6



$$f'_c = 0.8 f'_c$$

$$f'_c = 0.8(200) = 160 \text{ kg/cm}^2$$

Contribución del Concreto

$$p = A_s / bd \quad p = 11.4 / 60(25) = 0.0076 \quad p < 0.01$$

$$V_c = F.R \text{ } bd (0.2 + 30p) \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.8(25)(60)(0.2 + 30(0.0076)) \sqrt{160} = 6496.58 \text{ kg}$$

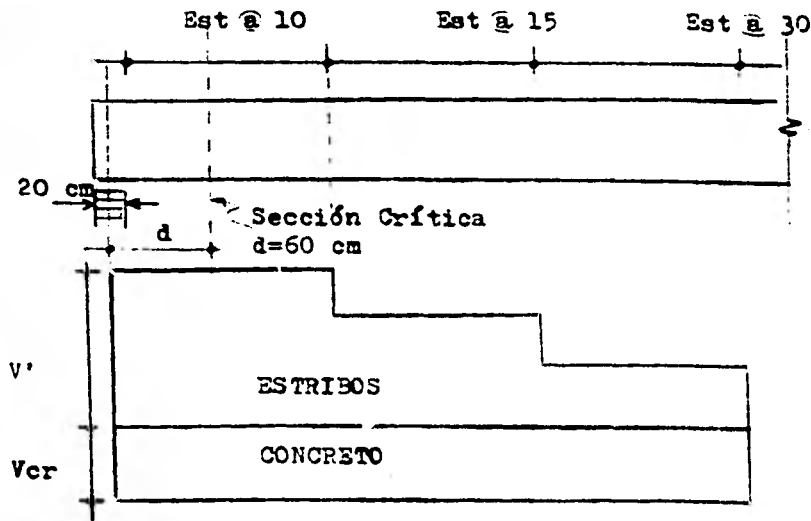
Contribución de los estribos

$$V' = \frac{F.R A_v f_y d}{S} \quad A_v = 2 \times 0.71 = 1.42 \text{ cm}^2$$

$$V' = \frac{0.8(1.42)(2800)(60)}{S} = \frac{190848}{S}$$

S (cm)	10	15	30
V'(kg.)	19084.8	12723.2	6361.6
V _{ur} (kg.)	25581.4	19219.8	12858.18

Diagrama de Resistencia a Fuerza Cortante



Resistencia final

$$V_{ur} = V_{cr} + V'$$

$$19084.8 + 6496.58 = 25581.4 \text{ kg}$$

$$12723.2 + 6496.58 = 19219.8 \text{ kg}$$

$$6361.6 + 6496.58 = 12858.18 \text{ kg}$$

OBJETIVO :

Diseñar por cortante una viga de sección rectangular .

V - 4 Diseñar por fuerza cortante la viga que se muestra a continuación , de acuerdo con las recomendaciones del Reglamento del Distrito Federal.

Datos :

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$W_{cv} + W_{cm} + W_{p.p} = 3.57 \text{ t/m}$$

$$W_{t_u} = 3.47 (1.4) = 4.85 \text{ t/m}$$

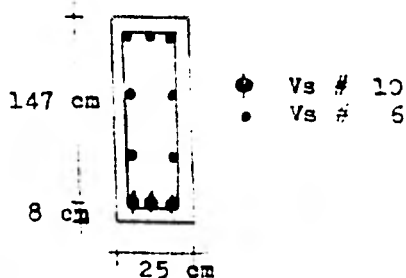
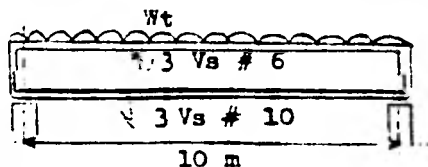
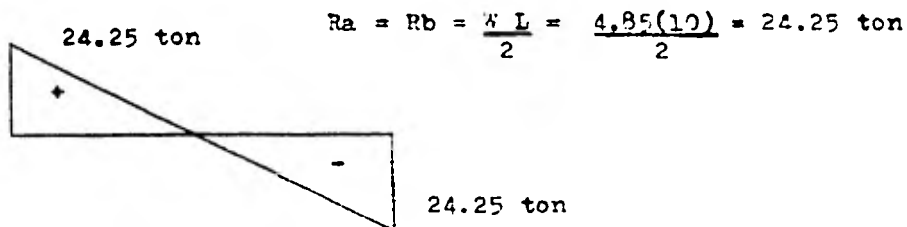
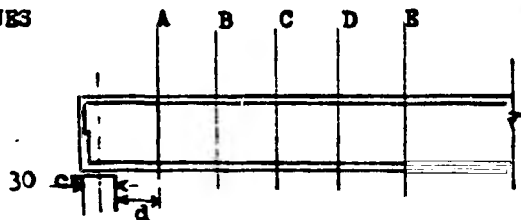


Diagrama de Fuerza Cortante



SECCIONES



$$V_{ua} = R_a - W_{ua} X$$

Sección A $X = 1.62 \text{ m}$

$$V_{ua} = 24.25 - (4.85)(1.62) = 16.39 \text{ ton}$$

Sección B $X = 2.0 \text{ m}$

$$V_{ub} = 24.25 - (4.85)(2.0) = 14.55 \text{ ton}$$

Sección C $X = 3.0 \text{ m}$

$$V_{uc} = 24.25 - (4.85)(3.0) = 9.7 \text{ ton}$$

Sección D $X = 4.0 \text{ m}$

$$V_{ud} = 24.25 - (4.85)(4.0) = 4.85 \text{ ton}$$

Sección E $X = 5.0 \text{ m}$

$$V_{ue} = 24.25 - (4.85)(5.0) = 0$$

		A	B	C	D
1	Va .	11.41	9.70	6.46	3.23
2	Vu = Va x 1.4 .	16.39	14.55	9.70	4.85
3	As .	23.76	23.76	23.76	23.76
4	bd .	3675.0	3675.0	3675.0	3675.0
5	p = As/bd .	0.0064	0.0064	0.0064	0.0064
6	p < 0.01 .	sí	sí	sí	sí
7	30 p .	0.19	0.19	0.19	0.19
8	(0.2 + 30p) .	0.38	0.38	0.38	0.38
9	Vc = 0.8 bd $\sqrt{f_c}$ (0.2 + 30p) .	14.13 ton	14.13 ton	14.13 ton	14.13 ton
10	p > 0.01 .				
11	Vc = P.R bd $\sqrt{f_c}$ (0.5) .				
12	Vc (9) ó (11) .	14.13	14.13	14.13	14.13
13	H ≤ 1 .	no	no	no	no
14	$\frac{H}{b} \leq 6$.	no	no	no	no
15	Vc definitivo .				
	Vc sí cumple (13) y (14) .				
	(0.8)Vc sí no cumple (13) ó (14) .				
	(0.6)Vc sí no cumple (13) y (14) .	8.47	8.47	3.47	8.47
16	V' = Vu _a - Vc .	7.92	6.07	1.22	--
17	S = $\frac{0.8 A_v f_y d}{V'}$.	88.55	115.54	574.9	
18	S _{max} = $\frac{0.8 A_v f_y}{3.5 b}$.	54.52	54.52	54.52	
19	1.5(0.8) bd $\sqrt{f_c}$.	55.78	55.78	55.78	
20	2.5(0.8) bd $\sqrt{f_c}$.	92.97	92.97	92.97	
21	Vc ≤ Vu _n ≤ (19) . S _{max} = d/2 .	73.5	73.5	73.5	

22 $(19) \leq V_{ua} \leq (20)$.

$$S_{\max} = d/4$$

23 Si $V_{ua} > (20)$ se aumenta la sección

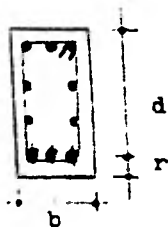
24 $S_{\text{def}} \leq \begin{cases} (17) \\ (18) \\ (20) \text{ o } (22) \end{cases} \quad 54.52 = 50 \text{ cm}$

25 $V^* = \frac{F.R A_v f_y d}{S_{\text{def}}} \quad 14.02 \text{ ton}$

26 $V_{ua} = V_c + V^* \quad 18.49 \text{ ton}$

Estribos del número 3 de dos ramas @ 50

Est # 3 @ 50



C A P I T U L O

2

T O R S I O N

C A P I T U L O

T O R S I O N

Debido al carácter monolítico de las estructuras de concreto es común la existencia de acciones torsionantes que se presentan casi siempre en combinación con sollicitaciones de flexión fuerza cortante y fuerza normal.

En muchos casos , los efectos de la torsión son secundarios en comparación con los de las otras sollicitaciones, y por eso suelen despreciarse en el diseño.

Sin embargo , a veces la torsión puede ser la acción preponderante, o al menos tener un efecto lo suficiente importante para no poder ignorarla sin que la estructura sufra daños.

El problema de torsión en estructuras de concreto tiene dos aspectos.

El primero consiste en la determinación de los momentos torsionantes que actúan sobre los elementos de una estructura , y el segundo , en la determinación de la resistencia de los elementos.

La determinación de momentos torsionantes es un problema de análisis estructural que no ha recibido la misma atención que el cálculo de momentos flexionantes y fuerzas cortantes.

Esto se debe , en parte , a la importancia relativamente menor que se ha concedido a los efectos de torsión y , en parte , que no se disponía, hasta hace poco tiempo, de medios para evaluar en forma razonablemente precisa la rigidez torsionante de elementos de concreto reforzado , dado que es un dato necesario para el análisis de estructuras continuas. Se tienen los siguientes ejemplos de acuerdo con El Reglamento Del D.D.F.

La determinación de la resistencia a torsión de elementos de concreto ha sido objeto de numerosas investigaciones recientes. Como resultado, es posible calcular con suficiente precisión, para fines prácticos, la resistencia a torsión y a combinaciones de torsión, fuerza cortante y momento flexionantes, así como la rigidez en torsión, de los elementos. Al igual que en tensión diagonal, el conocimiento actual sobre el problema es en gran parte empírico.

TORSION SIMPLE

El caso de torsión simple es poco frecuente en la práctica, por que la torsión se presenta casi siempre acompañada de flexión y fuerza cortante.

Sin embargo, para calcular la resistencia de un elemento sujeto a torsión combinada con flexión y cortante es conveniente conocer previamente el comportamiento y la resistencia del elemento sujeto a torsión simple.

SISTEMAS ESTRUCTURALES CON EFECTOS IMPORTANTES DE TORSION

Es importante conocer la forma en que se presentan momentos torsionantes en ciertos elementos estructurales.

A-) Vigas que soportan marquesinas

El momento de empotramiento de la marquesina se transmite como momento torsionante a la viga, la cual debe estar restringida contra el giro en sus extremos por medio de columnas u otros elemen

tos rígidos .

B- Vigas con muros colocados excéntricamente

La carga que transmite el muro a la viga no coincide con el eje longitudinal de ésta.

Dicha carga que transmite el muro a la viga no coincide con el eje longitudinal de ésta.

Dicha carga equivale a una que actúa en el eje longitudinal más un momento torsionante , como se indica en la figura.

C - Vigas de borde de sistemas de piso

En un sistema de piso con traveses secundarios perpendiculares a una trabe principal de borde .

La trabe de borde restringe parcialmente a las traveses secundarios contra rotación por flexión , o sea que proporciona un semi - empotramiento a las traveses secundarios. y recibe , a su vez , por condiciones de equilibrio un momento torsionante , como en el caso de sistemas de piso de traveses y losas, sin traveses secundarios, y el de losas planas con trabe de borde, en las cuales las losas transmiten directamente momentos torsionantes a las traveses de borde.

D - Vigas Curvas

En este caso , la resultante de cargas externas no se encuentra en el mismo plano que las reacciones en los apoyos , por lo cual se desarrollan momentos torsionantes.

Casos semejantes son los de vigas en balcón , vigas en esquina y vigas helicoidales.

Estructuras reticulares con cargas normales a su plano

Estas estructuras se presentan en puentes y en cimentaciones de edificios.

Al aplicar una carga en uno de los elementos de una estructura de este tipo aparecen torsiones importantes en los elementos perpendiculares .

Marcos con traveses fuera del plano de las columnas

En algunas ocasiones , por razones arquitectónicas, las traveses de un marco no están unidas directamente a las columnas , sino que la unión se efectúa por intermedio de traveses perpendiculares al marco en cuestión .

En este caso el momento flexionante se transmite de la travesa del marco a la columna por medio de torsión en el tramo de travesa perpendicular al marco.

COMPORTAMIENTO Y MODOS DE FALLA EN VIGAS DE CONCRETO SIMPLE

En una viga de concreto simple , la falla ocurre súbitamente para valores pequeños del ángulo de giro : es una falla de tipo frágil, similar a la de una viga ensayada a flexión.

En tal proceso , la falla se inicia al formarse una grieta inclinada de tensión en una de las caras mayores de la viga.

Esta grieta se abre rápidamente y se extiende a las caras menores de la viga.

La falla ocurre finalmente por aplastamiento del concreto en la cara mayor opuesta.

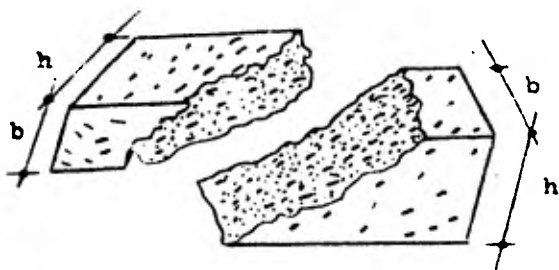
El proceso de falla descrito es similar al de una viga de concreto simple ensayada a flexión , en la que la grieta de

tensión se inicia en la cara inferior , se extiende después a las caras laterales , y se aplasta el concreto de la cara superior.

Por consiguiente puede afirmarse que la falla por tensión ocurre por la flexión en un plano inclinado a 45° , con respecto al eje longitudinal de la viga.

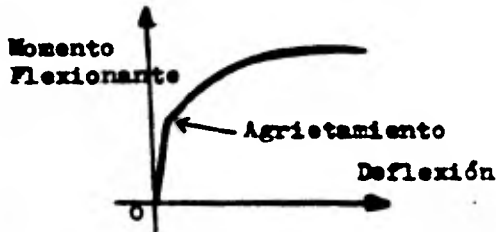
A continuación se muestra la superficie de falla . Donde puede verse que la inclinación de las grietas en las dos caras mayores es aproximadamente la misma.

Superficie de Falla de una viga de concreto simple



La influencia del agrietamiento es diferente en vigas sujetas a flexión y en vigas sujetas a torsión.

En las primeras, los esfuerzos en el refuerzo aumentan gradualmente antes y después del agrietamiento y la gráfica carga - deflexión se modifica ligeramente, como se ve en la figura.



Por el contrario en vigas sujetas a torsión, el estado interno de equilibrio cambia totalmente al formarse la primera grieta. La pendiente de la gráfica momento torsionante - giro cambia bruscamente y el momento externo que era resistido sólo por el concreto, es resistido ahora por el concreto y el acero conjuntamente.

Durante este cambio en el estado interno de equilibrio ocurre una transferencia de carga del concreto al acero.

Como el momento externo permanece constante mientras ocurre esta transferencia, la fracción del momento total, que es resistida por el concreto después del agrietamiento, T_c , es menor que el momento de agrietamiento y por lo tanto, menor que el momento resistente de un elemento de concreto simple de igual sección, T_{rs} .

Al finalizar la etapa de transferencia de carga del concreto al acero, el momento torsionante vuelve a aumentar, pero la rigidez

del elemento es menor que antes del agrietamiento , como se ve en la grafica (B) .

Tanto la rigidez como el momento resistente , T_r , dependen de los porcentajes de refuerzo longitudinal y transversal.

Después de alcanzar el momento máximo , T_r , la gráfica momento - giro tiene una rama descendente que en los ensayos se desarrolla en segundos .

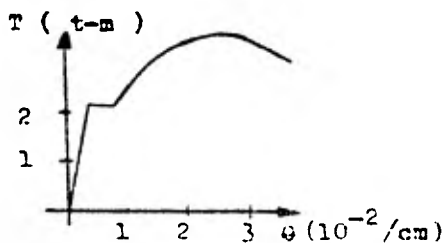
Cuando se alcanza la resistencia , T_r , el concreto de la cara mayor del elemento, opuesta a la cara con grietas de tensión, se aplasta, y el acero de refuerzo puede estar fluyendo o no, según su porcentaje.

De acuerdo con esto se distinguen tres tipos :

A).- Subreforzados en los que fluye el acero longitudinal y el transversal.

B).- Sobrerreforzados, en los que el concreto se aplasta antes de que fluya el refuerzo.

C).- parcialmente (subreforzados) , en los que sólo fluye el refuerzo longitudinal o el transversal



Gráfica (B) .

OBJETIVO :

Dimensionamiento de una viga de orilla por

Torsión.

T - 1 Diseñar por torsión la viga que se muestra a continuación de acuerdo con el reglamento del departamento del Distrito Federal.

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

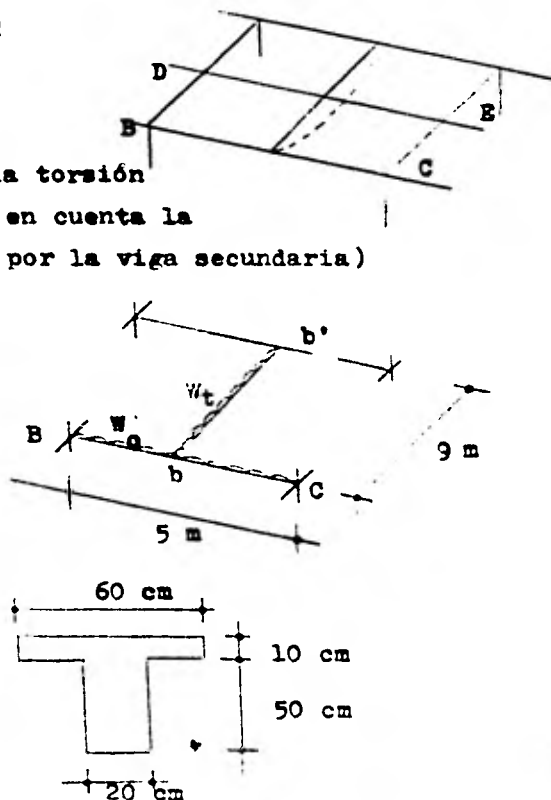
Nota :

De la losa

Se despreciará la torsión

(Sólo se tendrá en cuenta la torsión causada por la viga secundaria)

$$W_o = 1.0 \text{ t/m}$$



Se hará una distribución de momentos en el nudo b de acuerdo con la rigidez a torsión de la viga BC y con la rigidez a Flexión de la viga bb' .

$$W_{p.p} = ((0.6)(0.1) + 0.2(0.5)) 2.4 = 0.384 \text{ t/m}$$

$$W_{cm} = 0.9 \text{ t/m}$$

$$W_{cv} = 0.9 \text{ t/m}$$

$$W_t = 0.384 + 0.9 + 0.9 = 2.184 \text{ t/m}$$

Momento de Empotramiento viga. bb'

$$M = \frac{W L^2}{12} = \frac{(2.184)(9.0)^2}{12} = 14.74 \text{ t-m}$$

Rigideces

Viga bb'

$$r_{bb'} = \frac{2 EI}{L}$$

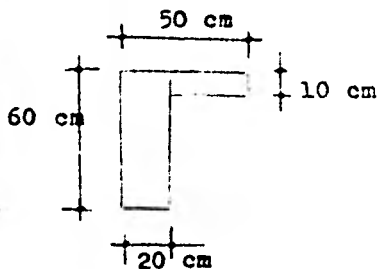
$$Y = \frac{60(10)(55) + (20)(50)(25)}{60(10) + 20(50)} = 36.25 \text{ cm}$$

$$I_1 = \frac{60(10)^3}{12} + 600(18.75)^2 = 215\,937.5 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = \frac{20(50)^3}{12} + 1000(11.25)^2 = 334\,895.8 \text{ cm}^4$$

$$I = 215\,937.5 + 334\,895.8 = 550\,833.33 \text{ cm}^4$$

$$r_{bb'} = \frac{2(141\,421.35)(550\,833.33)}{900} = 173,110,207.10$$



Rigidez de media viga

$$r_{tors} = \frac{G \sum (y x^3 B)}{2 L}$$

$$B_1 = (1 - 0.63 \frac{20}{60}) \frac{1}{3} = 0.263$$

$$B_2 = (1 - 0.63 \frac{10}{30}) \frac{1}{3} = 0.263$$

$$r_{tors} = G \frac{(60 \times 20^3 \times 0.263 + 30 \times 10^3 \times 0.263)}{2 \times 250}$$

$$r_{tors} = G (268.26)$$

$$G = 0.4 E = 0.4(10000(200)$$

$$G = 56568.54$$

$$\bar{E}_{tors} = 15175077.21$$

Factores de distribución

$$f_{bb'} = \frac{r_{bb'}}{\sum r} = \frac{173110207.1}{173110207.1 + 15175077.21} = 0.91$$

$$f_{BC} = \frac{17120789.71}{173110207 + 17120789.71} = 0.09$$

Distribución del Momento de Empotramiento

	<u>Viga BC</u>	<u>Viga bb'</u>
Fact de distr.	0.09	0.91
Mom. empotr.		14.74
Mom. finales	- 1.33	- 13.41
	- 1.33	+ 1.33 t-m

En cuanto a la torsión la viga BC está sujeta a los momentos siguientes(de servicio):

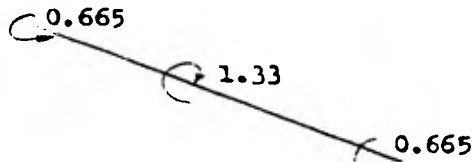


Diagrama de momento torsionante T_u

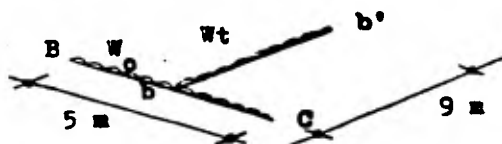
$$0.665 \times 1.4 = 0.931 \text{ t-m}$$



$$0.931 \text{ t-m}$$

Fuerza Cortante

Diagrama de fuerzas cortantes de Diseño , V_u



$$W_t = 2.184 \text{ t/m}$$

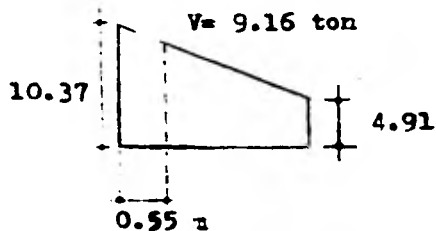
$$W_0 = 1.0 \text{ t/m}$$

$$R_a = \frac{9.82}{2} + 2.5 = 7.41 \text{ ton}$$

$$P = \frac{W L}{2} = \frac{2.184(9.0)}{2} = 9.82 \text{ ton}$$

$$P_0 = \frac{W L}{2} = \frac{1.0(5.0)}{2} = 2.5 \text{ ton}$$

$$V_u = 1.4(7.41) = 10.37 \text{ ton}$$



$$V_{\max} = 2.5 P.R. b d \sqrt{f'_c}$$

$$V_{\max} = 2.5(0.8)(20)(55)(12.65)$$

$$V_{\max} = 27.83 \text{ ton}$$

$$V = 9.16 \text{ ton} < V_{\max} = 27.83 \text{ ton}$$

Revisión de la necesidad de tomar en cuenta la torsión

(en este ejemplo se supondrá que las dimensiones resistentes menores de 20 cm son iguales que las nominales)

$$T_{OR} = 0.6 P.R. \leq x^2 y \sqrt{f'_c} = 0.6(0.8)(12.65)(20^2 \times 60 + 10^2 \times 30)$$

$$T_{OR} = 163\,932.47 \text{ kg}$$

Por flexión se necesita $A_s = 6.0 \text{ cm}^2$

$$p = \frac{6.0}{20 \times 55} = 0.0054$$

$$p < 0.01$$

$$V_{cr} = F.R \text{ bd } (0.2 + 30 p) \sqrt{f'_c}$$

$$V_{cr} = 0.8(20)(55)(0.2 + 30(0.0054)) 12.65 = 4.03 \text{ ton}$$

$$\frac{T_u^2}{T_{OR}^2} + \frac{V_u^2}{V_{cr}^2} = \frac{(0.931)^2}{(1.639)^2} + \frac{(9.16)^2}{(4.03)^2} = 5.48 > 1$$

$$T_{cr} = 0.25 T_{OR} = 0.25(1.639) = 0.409 \text{ t-m} < t_u = 0.931 \text{ t-m}$$

Revisión de la sección de 20 x 60

Se debe cumplir

$$T_u < 7 T_{cr}(1 - V_u/V_{max})$$

$$7(0.931)(1 - 9.16/27.83) = 4.37 \text{ t-m} > T_u = 0.931$$

Se acepta la sección de 20 x 60 cm

Cálculo del refuerzo

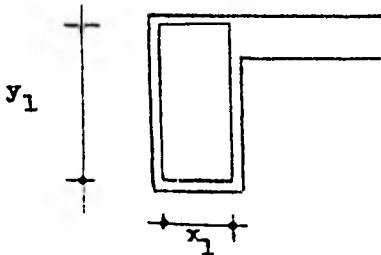
a) Por Fuerza Cortante

$$\frac{A_s}{s} = \frac{V_u - V_{cr}}{F.R \text{ d } f_y} = \frac{9.16 - 4.03}{0.8(55)(4200)} = 0.0277 \text{ (rige)}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{1.5 b}{F.R \text{ fy}} = \frac{1.5(20)}{0.8(4200)} = 0.0208$$

b) Por Torsión

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{T_u - T_{cr}}{F.R \ x_1 y_1 f_y} = \frac{(0.931 - 0.409) \times 10^5}{0.9(1.5)(55)(4200)} = 0.0127$$



$$= 0.67 + 0.33 \frac{y_1}{x_1}$$

$$= 0.67 + 0.33 \frac{(55)}{15} = 1.89 > 1.5$$

$$y_1 = 55 \text{ cm}$$

$$x_1 = 15 \text{ cm} \quad r = 5 \text{ cm}$$

C) total

$$\frac{A_{st}}{s} = 0.5 \frac{A_v}{s} + \frac{A_{sv}}{s} = 0.5(0.02770) + 0.0127$$

$$\frac{A_{st}}{s} = 0.02655$$

$$\frac{A_{s \text{ min}}}{s} = \frac{4 T_{cr} - T_{cr}}{F.R. x_1 y_1 f_y}$$

$$\frac{A_{s \text{ min}}}{s} = \frac{3(40000)}{0.8(1.5)(15)(55)(4200)} = 0.0288 \text{ (rige)}$$

Separación de estribos

$$\# 3 \quad S = \frac{0.71}{0.0288} = 24.65 \text{ cm}$$

$$\# 2.5 \quad S = \frac{0.49}{0.0288} = 17.01 \text{ cm}$$

$$S_{\text{max}} \begin{cases} x_1 = 15 \text{ cm} \\ y_1(0.5) = 27.5 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

Usar estribos # 2.5 @ 15 cm

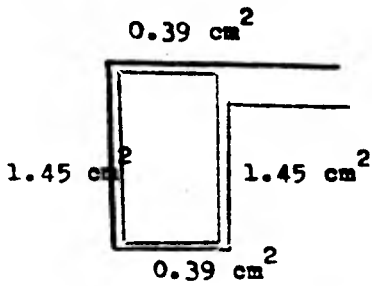
Refuerzo longitudinal por Torsión

$$A_{st} = 2 \frac{A_{sv}}{s} (x_1 + y_1) \frac{f_{yv}}{f_y} = 2(0.02655)(15 + 55) 1.0 = 3.71 \text{ cm}^2$$

Se distribuye el acero de torsión longitudinal en el perímetro del estribo como sigue:

$$A_{sx} = \frac{3.71}{2(15+55)} (15) = 0.39 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy} = \frac{3.71}{2(15+55)} (55) = 1.45 \text{ cm}^2$$



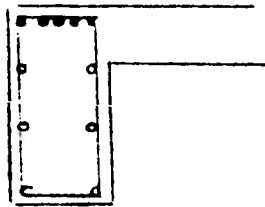
El area requerida por flexión en esta viga es :

$$A_s = 6.0 \text{ cm}^2 \quad (\text{momento Negativo})$$

$$A_{s1} = (6.0 + 0.39) \text{ cm}^2 = 6.39 \text{ cm}^2$$

Vs # 4 ●

Vs # 3 ○



C A P I T U L O

3

D E F L E X I O N

D E F L E X I O N

La estimación de las deflexiones de vigas de concreto reforzado presentan algunas dificultades.

Generalmente las deflexiones se calculan suponiendo un comportamiento "Elastico", hipótesis de validez relativa aún bajo cargas no muy altas y de corta duración.

Una primera dificultad estriba en el valor del módulo de elasticidad que debe usarse.

El Reglamento del Departamento del Distrito Federal, por ejem. se propone.

$$E_c = 10\ 000 \sqrt{f'_c}$$

$$f'_c = \text{en kg/cm}^2$$

Otras incertidumbres se presentan en el valor del "Momento de Inercia" que debe utilizarse.

Afectan a éste la distribución del acero a lo largo del miembro así como la distribución del acero a lo largo del miembro así como la distribución del agrietamiento.

Una forma usual de tratar el problema de deflexiones consiste en calcular la flecha bajo efectos de corta duración, usando el valor del módulo de elasticidad recomendado por el Reglamento Distrito Federal.

La expresión general de la flecha sería

$$f = \frac{C W L^3}{E_c I}$$

C = Coeficiente que depende del tipo de carga y apoyo.

I = Momento de Inercia

L = Longitud del claro

E_c = Módulo de Elasticidad

W = Es la carga total

Para porcentajes bajos de acero se toma el valor del momento de inercia correspondiente a la sección total del concreto, no agrietada, y sin considerar el refuerzo.

Para porcentajes altos se utiliza el momento de inercia de la sección transformada agrietada.

En vigas continuas se toma un valor promedio de los momentos de inercia en las regiones de momentos positivo y negativo.

Para estimar la deflexión adicional debida a la permanencia de la carga se multiplica la flecha calculada por corta duración por el factor

$$\left(2 - 1.2 \frac{A_s'}{A_s} \right) \geq 0.6$$

A_s' = Es el área de refuerzo en la zona de compresión y

A_s = Es el área de acero en la zona de tensión.

Las deflexiones calculadas se comparan con valores que se consideran admisibles.

El Reglamento del Distrito Federal recomienda que no se excedan los siguientes límites:

Una flecha vertical, incluyendo los efectos a largo plazo, igual a 5 cm , más el claro entre 240 .

Además , para miembros cuyas deformaciones afectan elementos no estructurales , como muros de mampostería , que no sean capaces de soportar deformaciones apreciables , se considerará como estado límite.

una deflexión medida después de la colocación de los elementos no estructurales, igual a 0.3 cm., más el claro entre 480.

Se tiene entonces :

$$f_{\max} = 0.5 + \frac{L}{240}$$

L = Longitud en " cm "

$$f_{\max} = 0.3 + \frac{L}{480}$$

El cálculo de deflexiones tiene dos aspectos.

Por un lado, es necesario calcular las deflexiones de miembros estructurales bajo cargas y condiciones ambientales conocidas; por otro, deben establecerse criterios sobre límites aceptables de deflexiones, algunas de las cuales se presentan más adelante.

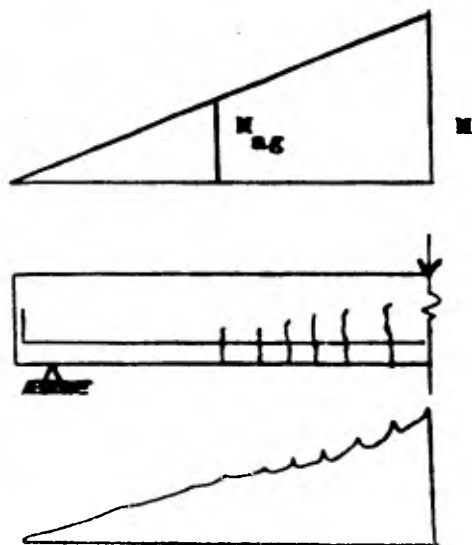
La distribución aleatoria de las grietas a lo largo del miembro — produce variaciones en los momentos de inercia que deben considerarse en el cálculo de las deflexiones.

VARIABLES PRINCIPALES

- A) Resistencia a la tensión del concreto. A mayor resistencia, menores deflexiones, por que es mayor la zona que no tiene grietas y es mayor la contribución al momento resistente del concreto a tensión.
- B) Módulo de elasticidad del concreto. A mayor módulo, menores deflexiones, por que las deformaciones unitarias y, por consiguiente las curvaturas, son menores.
- C) Porcentaje de refuerzo de tensión. A menor porcentaje, mayores deflexiones, por que los esfuerzos y deformaciones unitarias en el concreto y en el acero son mayores.

D) Agrietamiento del elemento . A mayor agrietamiento ,
tenemos mayores deflexiones , por que los picos de la curva son
mayores.

Como se muestra a continuación.



Distribución de curvas a lo largo de una
viga , correspondiente a los estados de deforma-
ciones .

DEFLEXION SEGUN LAS RECOMENDACION
DEL REGLAMENTO DEL D. D. F.

Deflexiones

Las dimensiones de elementos de concreto reforzado deben de ser tales que las deflexiones que puedan sufrir bajo condiciones de servicio o trabajo se mantengan dentro de los límites prescritos en el Título IV del Reglamento .

Deflexiones en elementos no preforsados que trabajan en una dirección .

DEFLEXIONES INMEDIATAS

Las deflexiones que ocurran inmediatamente al aplicar la carga se calcularán con los métodos o fórmulas usuales para determinar las deflexiones elásticas .

A menos que se utilice un análisis más racional o que se disponga de datos experimentales , las deflexiones de elementos de concreto de peso normal se calcularán con un modulo de elasticidad ,
con

$$E_c = 10\,000 \sqrt{f'_c} \quad f'_c \text{ en kg/cm}^2.$$

con el momento de inercia de la sección transformada, agrietada.

En claros continuos , el momento de inercia que se utilice será un valor promedio calculado en la forma siguiente :

Momento de Inercia

$$I = \frac{I_1 + I_2 + 2 I_3}{4}$$

Donde I_1 e I_2 son los momentos de inercia de las secciones extremas del claro e I_3 el de la sección central .

Si el claro solo es continuo en un extremo , el momento de inercia correspondientes al extremo discontinuo se supondrá igual a cero , y en la expresión anterior el denominador será 3.

DEFLEXIONES PERMISIBLES

Las deformaciones que sufren por las deflexiones de los elementos estructurales deben limitarse por dos razones : Por la posibilidad de que provoquen daños en otros elementos de la estructura, y por motivos de orden estético.

El valor de las deflexiones permisibles para evitar daños en otros elementos depende principalmente del tipo de elementos y de construcción empleados.

Es importante considerar que las deflexiones son importantes por el hecho de que si se presentan deflexiones grandes nos causa problemas a los elementos que se encuentren debajo de estos.

Influyen los procedimientos de construcción

Desde el punto de vista estático, el valor de las deflexiones permisibles dependen principalmente del tipo de estructura y de la existencia de líneas de referencia que permitan apreciar las deflexiones.

La posibilidad de dar contra flechas es otro factor que debe de tomarse en cuenta al establecer las deflexiones permisibles.

OBJETIVO :

Cálculo de las deflexiones de una viga de concreto libremente apoyada .

D-1 Revisar la viga mostrada en la figura de acuerdo con el reglamento D-D.F .

Datos :

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

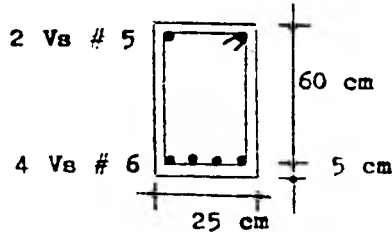
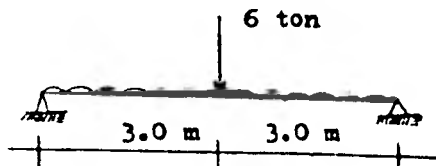
$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$W_{cm} = 1.91 \text{ t/m}$$

$$W_{cv} = 0.3 \text{ t/m}$$

$$A_s' = 3.96 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 11.4 \text{ cm}^2$$

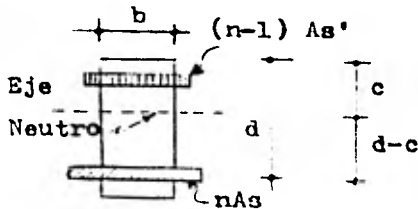


$$E_c = 10\ 000 \quad f'_c = 10\ 000 (200) = 141\ 421.35 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{141\ 421.35} \approx 14 \quad W_{pp} = 0.25(0.65)(2.4) = 0.39 \text{ t/m}$$

$$W_t = 1.91 + 0.3 + 0.39 = 2.6 \text{ t/m}$$

Momento de Inercia de la Sección Transformada



$$nA_s(d-c) = bc \frac{c}{2} + (n-1)A_s'(c-5)$$

$$14(11.4)(60-c) = 12.5 c^2 + 51.48(c-5)$$

$$12.5 c^2 + 211.08 c - 9833.4 = 0$$

$$c^2 + 16.88 c - 786.67 = 0$$

$$c = 20.85 \text{ cm}$$

Momento de Inercia

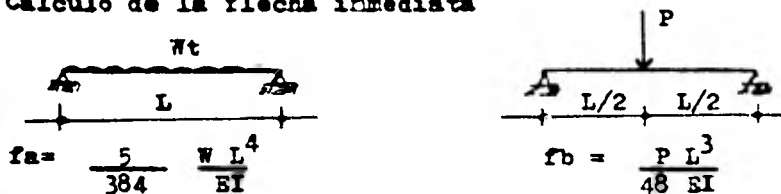
$$nAs(d-c)^2 = 14(11.4)(60-20.85) = 6248.34 \text{ cm}^4$$

$$\frac{b \cdot c^3}{3} = \frac{25(20.85)^3}{3} = 75533.03 \text{ cm}^4$$

$$(n-1) As'(c - 5) = 13(3.96)(20.85-5) = 815.95 \text{ cm}^4$$

$$I = 6248.34 + 75533.03 + 815.95 = 82597.32 \text{ cm}^4$$

Cálculo de la flecha inmediata



$$f_a = \frac{5}{384} \frac{w L^4}{EI}$$

$$f_b = \frac{P L^3}{48 EI}$$

$$f = \frac{L^3}{EI} \left(\frac{P}{48} + \frac{5 w L}{384} \right) = \frac{600^3}{141421.35(82597.32)} \left(\frac{6000}{48} + \frac{5(26)(600)}{384} \right)$$

$$f = 6.06 \text{ cm}$$

Cálculo de la flecha adicional a largo Plazo

$$P_2 = \bar{P} P_1$$

$$\bar{P} = 2 - \frac{1.2(3.96)}{11.4} = 1.58$$

$$P_2 = 1.58(6.06) = 9.57 \text{ cm}$$

$$F_t = F_1 + P_2 = 6.06 + 9.57 = 15.63 \text{ cm}$$

Flecha admisible

$$F_{\max} = 0.5 + \frac{L}{240} = 0.5 + \frac{600}{240} = 3.0 \text{ cm}$$

$$3 < 15.63 \text{ cm}$$

La sección no cumple con el reglamento del Departamento del Distrito Federal por Flecha .

OBJETIVO :

Cálculo de las deflexiones de una viga de sección rectangular.

D - 2 Revisar si la viga mostrada a continuación cumple con el reglamento del Departamento del Distrito Federal

Datos :

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

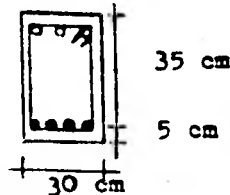
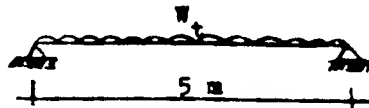
$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$W_t = 1.5 \text{ t/m (incluye p.p)}$$

$$E_c = 158114 \text{ kg/cm}^2$$

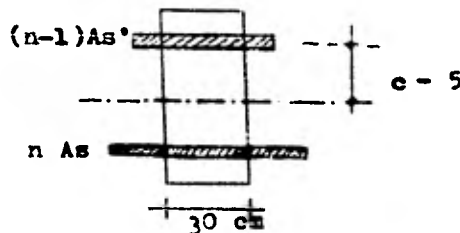
$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{158114} = 12.65$$



Vs # 3

Vs # 4



$$(n-1) As' = (12.65 - 1) 2.13 = 24.81 \text{ cm}^2$$

$$n As = 12.65(5.08) = 64.262 \text{ cm}^2$$

$$nAs (d-c) = bc \frac{c}{2} + (n-1) As' (c - 5)$$

$$64.262(35 - c) = 15 c^2 + 24.81 (c - 5)$$

$$2249.17 - 64.262 c = 15 c^2 + 24.81 c - 124.05$$

$$15 c^2 + 89.07 c - 2373.22 = 0$$

$$c^2 + 5.938 c - 158.21 = 0$$

$$c = 9.95 \text{ cm}$$

$$n A_s (d - c)^2 = 64,262 (35 - 9.95)^2 = 40324.56 \text{ cm}^4$$

$$\frac{b c^3}{3} = \frac{30 (9.95)^3}{3} = 9850.74 \text{ cm}^4$$

$$(n-1) A_s' (c-s)^2 = 11.65 (2.13)(9.95-5)^2 = 608.01 \text{ cm}^4$$

Momento de Inercia

$$I = 40324.56 + 9850.74 + 608.01 = 50783.31 \text{ cm}^4$$

Cálculo de la flecha inmediata

$$f = \frac{5}{384} \frac{W L^4}{EI} = \frac{5(15)(500)^4}{384(158114)(50783.31)} = 1.52 \text{ cm}$$

Cálculo flecha adicional a largo plazo

$$\bar{P} = 2 - 1.2 \frac{A_s'}{A_s} = 2 - 1.2 \frac{(2.13)}{5.08} = 1.49$$

$$P_t = 1.49(1.52) + 1.52 = 3.79 \text{ cm}$$

Flecha Admisible

$$P_{\max} = 0.5 + \frac{L}{240} = 0.5 + \frac{500}{240} = 2.58 \text{ cm}$$

$$2.58 < 3.79 \text{ cm}$$

La sección no cumple con el reglamento del Distrito Federal respecto a flecha .

Como solución al problema se propone aumentar el peralte

OBJETIVO :

Cálculo de las deflexiones de una viga de concreto empotrada.

D-3 Revisar la viga de sección rectangular la deflexión de acuerdo con el reglamento del Departamento del Distrito federal.

Datos

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = 1000 \text{ kg}$$

$$W_{cv} = 0.5 \text{ t/m}$$

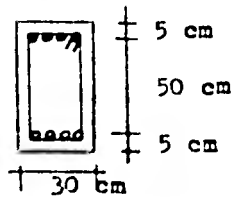
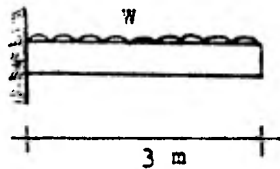
$$W_{cm} = 0.5 \text{ t/m}$$

$$W_{p.p} = (0.3)(0.6) 2.4 = 0.432 \text{ t/m}$$

$$W_t = (0.5 + 0.5 + 0.432) = 1.432 \text{ t/m}$$

$$A_s \quad \bullet \quad V_s \# 6$$

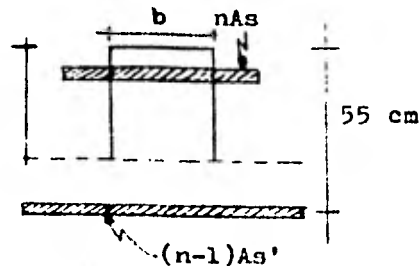
$$A_s' \quad \circ \quad V_s \# 4$$



$$E_c = 10\,000 \quad f'_c = 200 \quad E_c f'_c = 10\,000 \times 200 = 1\,430\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{1\,430\,000} = 14$$

$$nA_s(d-c) = bc \frac{c}{2} + (n-1) A_s'(c-5)$$



$$14(11.4)(55-c) = 15 c^2 + 13(5.08)(c-5)$$

$$159.6 (55-c) = 15 c^2 + 66.04(c-5)$$

$$8778 - 159.6 c = 15 c^2 + 66.04 c - 330.2$$

$$15 c^2 + 225.64 c - 9108.2 = 0$$

$$c^2 + 15.04 c - 607.21 = 0$$

$$c = 18.24 \text{ cm}$$

$$nAs (d-c)^2 = 14(11.4)(55-18.24)^2 = 215667.1$$

$$\frac{b c^3}{3} = \frac{30 (18.24)^3}{3} = 60684.04$$

$$(n-1) As'(c-5)^2 = 13(5.08)(18.24 - 5)^2 = 11576.65$$

Momento de Inercia

$$I = 215667.1 + 60684.04 + 11576.65 = 287927.79 \text{ cm}^4$$

Cálculo de flecha adicional y Flecha inmediata

$$F = \frac{w L^4}{8 EI} = \frac{(1.432)(300)^4 (10)}{8(143000)(287927.79)} = 0.352 \text{ cm}$$

$$F_t = \bar{F} F \quad \bar{F} = 2 - 1.2 \frac{As'}{As}$$

$$\bar{F} = 2 - \frac{1.2(5.08)}{11.4} = 1.465 \text{ cm}$$

$$F_t = 1.465(.352) + 0.352 = 0.867 \text{ cm}$$

Flecha Admisible

$$F_{\max} = 0.5 + \frac{L}{240} = 0.5 + \frac{300}{240} = 1.75 \text{ cm}$$

$$0.87 \text{ cm} < 1.75 \text{ cm}$$

La sección cumple con las recomendaciones del reglamento del Departamento del Distrito Federal con lo que respecta a la flecha

OBJETIVO :

Cálculo de las deflexiones de una viga de concreto de sección rectangular.

D - 4 Revisar la viga mostrada a continuación de acuerdo con las recomendaciones del Reglamento del Departamento del Distrito Federal.

Datos :

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$W_{cv} = 0.6 \text{ t/m}$$

$$W_{cm} = 0.6 \text{ t/m}$$

$$d \quad V_s \# 5$$

$$c \quad V_s \# 6$$

$$r \quad V_s \# 3$$

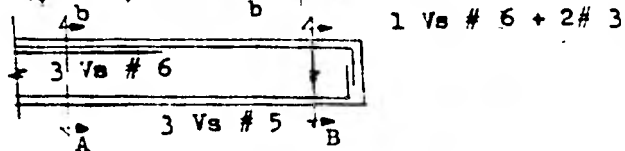
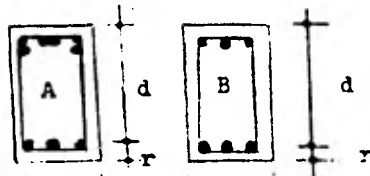
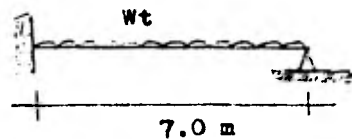
$$b = 25 \text{ cm}$$

$$d = 27 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

(se desprecia la

acción de las $V_s \# 3$)



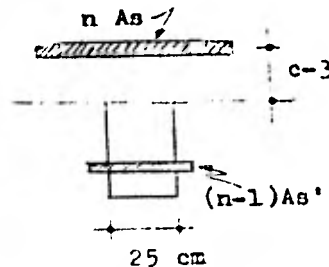
$$W_{b.p} = 0.3(0.25)(2.4) = 0.18 \text{ t/m}$$

$$W_t = 0.6 + 0.6 + 0.18 = 1.38 \text{ t/m}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{10000 \cdot 250} = 12.65$$

$$A_s = 11.4 + 1.42 = 12.82 \text{ cm}^2$$

$$A_s' = 5.94 \text{ cm}^2$$



$$nAs(d-c) = bc \frac{c}{2} + (n-1)As' (c-3)$$

$$12.65(12.82)(27-c) = \frac{25}{2} c + (11.65)(5.94)(c-3)$$

$$162.17(27-c) = 12.5 c^2 + 69.2(c-3)$$

$$4378.6 - 162.17 c = 12.5 c^2 + 69.2 c - 207.6$$

$$12.5 c^2 + 231.37 c - 4586.2 = 0$$

$$c^2 + 18.5 c - 366.9 = 0$$

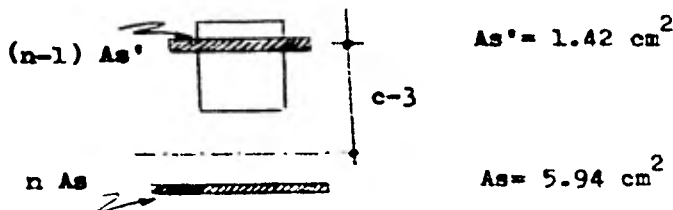
$$c = 12.02 \text{ cm}$$

$$n As (d-c)^2 = 12.65(12.82)(27 - 12.02)^2 = 36391.68$$

$$\frac{bc^3}{3} = \frac{25(12.02)^3}{3} = 14472.12$$

$$(n-1) As' (c-4) = 11.65(5.94)(12.02 - 4)^2 = 4451.04$$

$$I_A = 36391.68 + 14472.12 + 4451.04 = 55314.83 \text{ cm}^4$$



$$nAs(d-c) = bc \frac{c}{2} + (n-1) As' (c-3)$$

$$12.65 (5.94)(27 - c) = 12.5 c^2 + 11.65(1.42)(c-3)$$

$$75.14 (27-c) = 12.5 c^2 + 16.54 (c - 3)$$

$$2028.78 - 75.14 c = 12.5 c^2 + 16.54 c - 49.62$$

$$12.5 c^2 + 91.68 c - 2078.4 = 0$$

$$c^2 + 7.33 c - 166.27 = 0$$

$$c = 9.74 \text{ cm}$$

$$n A_s (d-c)^2 = 12.65(5.94)(27 - 9.74)^2 = 22385.07$$

$$\frac{b c^3}{3} = \frac{25 (9.74)^3}{3} = 7700.08$$

$$(n-1) A_s (c - 3)^2 = 11.65(1.42)(9.74-3)^2 = 751.5$$

$$I_b = 22385.07 + 7700.08 + 751.5 = 30836.67 \text{ cm}^4$$

$$I = \frac{I_a + 2I_b}{3} = \frac{55314.83 + 2(30836.67)}{3}$$

$$I = 38996.05 \text{ cm}^4$$

Cálculo de la flecha inmediata

$$f = \frac{W L^4}{185 EI} = \frac{13.8(700)^4}{185(10000)(250)(38996.05)} = 2.9 \text{ cm}$$

Flecha a largo plazo

$$F = \bar{F} f_1 \quad \bar{F} = 2 - 1.2 \frac{(A_s')}{A_s}$$

$$\bar{F} = 2 - 1.2 \frac{(1.42)}{(5.94)} = 1.71$$

$$F = 1.71(2.9) = 4.96 \text{ cm}$$

$$F = 4.96 + 2.9 = 7.86 \text{ cm}$$

$$\text{Flecha admisible} = 0.5 + \frac{L}{240} = 0.5 + \frac{700}{240} = 3.41 \text{ cm}$$

3.41 cm < 7.86 cm la sección no cumple con el reglamento del Departamento del Distrito Federal

C A P I T U L O

4

A G R I E T A M I E N T O

C A P I T U L O

A G R I E T A M I E N T O

El agrietamiento es importante en las estructuras , ya que de tener grietas considerables en los elementos estructurales , estos afectan al refuerzo ya que pueden tener el peligro de corrosión del acero de refuerzo , y otra razón por la que no se pueden tener grietas de dimensiones grandes es por la apariencia del elemento estructural.

El estudio del agrietamiento consiste en establecer métodos para calcular el ancho y la separación de grietas.

Es importante establecer anchos permisibles de grietas en donde no se tienen grandes estudios.

Se presentan a continuación ejemplos , de vigas sometidas a diferentes condiciones de carga y de apoyo , donde se siguen las recomendaciones del Reglamento del Departamento del Distrito Federal .

Los ejemplos realizados donde el criterio fue de que no están expuestos a un ambiente muy agresivo , y que no deban ser impermeables, en donde si no fuera de esa forma deban tomarse precauciones especiales.

A G R I E T A M I E N T O

Los elementos de concreto reforzado sujetos a carga de trabajo generalmente se encuentran agrietados en zonas en que actúan esfuerzos de tensión, debidos a la baja resistencia del concreto a estos esfuerzos.

Las grietas son de un ancho muy pequeño, del orden de 0.1 mm, y no tienen efecto adverso sobre la resistencia de los elementos. Sin embargo, conviene limitar el agrietamiento por dos razones principales; apariencia del elemento y el peligro de corrosión del acero de refuerzo.

Las grietas se pueden clasificar, según su origen, en las siguientes categorías:

A) Grietas por cambios volumétricos debidos a contracción, flujo plástico o cambios de temperatura.

Este tipo de agrietamiento es especialmente importante en elementos de concreto simple o concreto masivo.

B) Grietas por esfuerzos de tensión debidos a combinaciones de carga axial y flexión en los elementos.

C) Grietas por tensión diagonal. Estas grietas no deben permitirse en elementos de que no tengan refuerzo en el alma, ya que indican la inminencia de una falla frágil.

En elementos con refuerzo en el alma pueden existir grietas inclinadas de tensión diagonal bajo cargas de trabajo, pero si el di-

señe se hace de acuerdo con los principios establecidos anteriormente, las grietas no son de importancia.

Aparte de esta recomendación empírica, se han hecho pocos estudios, que permitan calcular el ancho y separación de grietas inclinadas.

El problema del agrietamiento tiene dos aspectos.

El primero consiste en establecer métodos para calcular el ancho y la separación de grietas.

La mayor parte de los estudios sobre agrietamiento se refieren a este aspecto del problema, El segundo aspecto consiste en establecer anchos permisibles de grietas, lo cual ha sido poco estudiado.

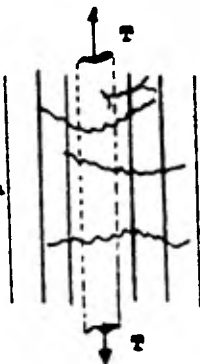
FORMACION Y DESARROLLO DE GRIETAS

Se han desarrollado técnicas de laboratorio para investigar la formación y desarrollo de agrietas en el interior de una masa de concreto.

MECANISMO DE AGRIETAMIENTO

Se han propuesto algunos mecanismos de agrietamiento que sirven de base para calcular la separación y el ancho de grietas.

Agrietamiento de un espécimen de concreto sujeto a tensión



Los mecanismos se refieren entre sí por las hipótesis hechas sobre la distribución de esfuerzos en el concreto, la que depende a su vez de la forma en que se supone que se transfieren los esfuerzos de adherencia del acero al concreto.

Esta transferencia de esfuerzos no se ha podido determinar con precisión.

MECANISMO BASADO EN EL ESTADO INTERNO DE ESFUERZOS

Se ha mencionado que es sumamente difícil determinar la distribución de esfuerzos de adherencia a lo largo del refuerzo.

Ya que esta distribución influye en el estado interno de esfuerzos en el concreto, tampoco es fácil determinar dicho estado de esfuerzos.

Sin embargo, se han hecho análisis basados en la teoría de la Elasticidad, en los que supone que la fuerza de tensión actúa distribuida linealmente en la superficie de la grieta y al nivel del acero de refuerzo.

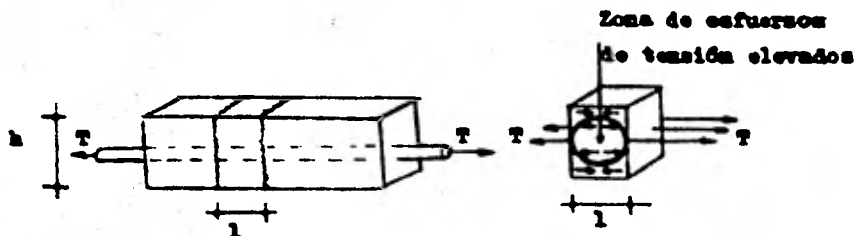
Estos análisis elásticos indican que al formarse las primeras grietas, ocurre una redistribución de esfuerzos en el concreto por lo que los esfuerzos ya no son uniformes en la sección transversal, como se supone en el mecanismo clásico de agrietamiento. Los resultados de los análisis señalan que, dentro de un círculo inscrito entre las superficies de las grietas, existen esfuerzos de tensión elevados, mientras que fuera del círculo, los esfuer

son de compresión o son de tensión, pero son muy pequeños y ,
Basándose en este estado de esfuerzos , se ha propuesto un más
mecanismo de agrietamiento según el cual la grieta se desarrolla
únicamente en la zona de esfuerzos de tensión elevados.

Esta zona depende de la relación l/h .

Si esta relación es menor que uno, el círculo inscrito no alcan
sa a cortar la cara superior del espécimen y , por consiguiente
la grieta no es visible en el exterior.

Si la relación es mayor que uno, el círculo corta la cara superior
y la grieta se desarrolla hasta el exterior.



Redistribución de esfuerzos por efecto del agrietamiento

Se muestra a continuación en forma idealizada el desarrollo y orden
de aparición de grietas en un espécimen sujeto a tensión.

La grieta 1 se forma en una sección localizada al azar donde los
esfuerzos de tensión exceden la resistencia del concreto.

Después de la aparición de esta grieta, se redistribuyen los esfuer
zos en el concreto y las zonas de esfuerzos elevados de tensión

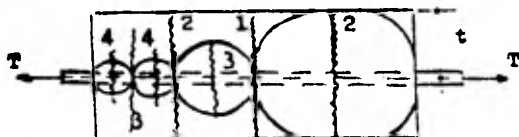
las que quedan en los círculos inscritos entre la grieta y los extremos del espécimen.

Las grietas 2 se forman aproximadamente al centro de los círculos inscritos.

Como estos círculos alcanzan a cortar las caras laterales del espécimen, las grietas se prolongan hasta dichas caras, por lo que por lo que son visibles en el exterior.

Al formarse las grietas 2, ocurre en una nueva redistribución de esfuerzos y las zonas de esfuerzos elevados de tensión se localizan dentro de los círculos inscritos entre la grieta 1 y las grietas 2, y entre éstas y los extremos del espécimen de concreto.

Las grietas 3 se forman aproximadamente al centro de los nuevos círculos inscritos, y, ya que éstos no alcanzan las caras laterales del espécimen, las grietas no son visibles en el exterior. El proceso de agrietamiento continúa en la forma descrita, hasta que la separación de las grietas es tal que que la resistencia del concreto no pueden desarrollarse por adherencia entre grietas consecutivas.



Agrietamiento de un elemento sujeto a tensión

ESTIMACION DEL ANCHO DE GRIETA

Uno de los procedimientos más sencillos para predecir el ancho de grieta es la ecuación propuesta por la C.A.C.A (Cement and Concrete Association)

$$w_{\max} = K r \frac{f_s}{E_s}$$

Esta fórmula da el ancho máximo de agrietamiento a la altura del acero de tensión, en centímetros. K es una constante que vale 3.3, para el caso de varillas corrugadas.

r es el recubrimiento libre lateral.

f_s , el esfuerzo en el acero producido por las cargas de servicio, puede calcularse, aplicando el método de la sección transformada expuesto en la sección de las deflexiones. cap.

Dado lo aproximado de los cálculos de agrietamiento, el esfuerzo en el acero puede también estimarse, en forma más sencilla, con la expresión

$$f_s = \frac{M}{A_s d} 0.9$$

M = momento producido por las cargas de servicio

A_s = área de acero de tensión

d = peralte efectivo

Los anchos de grieta calculados se comparan con los anchos permisibles que según las condiciones de exposición, varían de 0.1 mm a 0.5 mm.

AGRIETAMIENTO SEGUN EL D.D.F

Cuando en el diseño se use un esfuerzo de fluencia mayor de 3000 kg/cm² para el refuerzo de tensión, las secciones de máximo momento, ya sea Positivo y Negativo se dimensionarán de modo que la cantidad

$$f_s \sqrt[3]{d_o A}$$

no exceda de 40 000 kg/cm² . cm . En la expresión anterior:

Donde

f_s = Esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, en kg/cm²

d_o = Recubrimiento de concreto medido desde la fibra externa de tensión al centro de la barra más próxima a ella en cm

A = Área de concreto a tensión, en cm², que rodea al refuerzo principal de tensión y cuyo centroide coincide con el de dicho refuerzo, dividida entre el número de barras (cuando el refuerzo principal conste de barras de varios diámetros, el número de barras equivalente se calculará dividiendo el área total de acero entre el área de la barra de mayor diámetro.

El esfuerzo f_s puede estimarse con la expresión $M/0.9 d A_s$, o si no se recurrió a la redistribución de los momentos elásticos, suponerse igual a $0.6 f_y$.

En la expresión anterior M es el momento flexionante en condiciones de servicio.

OBJETIVO : Estimación del ancho de grieta de una viga simplemente apoyada , de sección rectangular.

A-1 Determinar el ancho grieta de la viga que se muestra a continuación según el reglamento del C.A.C.A (Cement and Concrete Association)

Datos :

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$K = 3.3$$

$$A_s = 3 \text{ Vs } \# 6 = 8.55 \text{ cm}^2 \quad \circ \text{ Vs } \# 4$$

$$\bullet \text{ Vs } \# 6$$

Ancho admisible de Grieta ; 0.2 mm

Momento máximo

$$f_s = \frac{M}{0.9 A_s d}$$

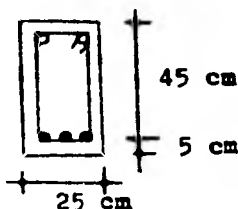
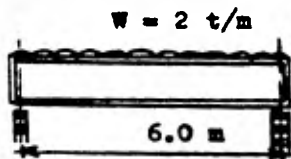
$$M_{\max} = \frac{W L^2}{8} = \frac{(2)(6)^2}{8} = 9 \text{ t-m} \quad f_s = \frac{9 \times 10^5}{0.9(8.5)(45)} = 2600$$

Ancho de grieta al nivel del acero de tensión

$$w_{\max} = K r \frac{f_s}{E_s} = \frac{3.3(4)(2600)}{2 \times 10^6} = 0.0172 \text{ cm}$$

$$w_{\max} = 0.172 \text{ mm} < 0.200 \text{ mm}$$

La sección cumple con el criterio del C.A.C.A



OBJETIVO -

Revisión del agrietamiento de acuerdo con las recomendaciones del Reglamento del Departamento del Distrito Federal.

A - 2 Determinar si la siguiente viga mostrada a continuación cumple con las recomendaciones del Reglamento del Distrito Federal. Por lo que se refiere al Agrietamiento.

Datos :

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 25 \text{ cm} \quad d = h - r$$

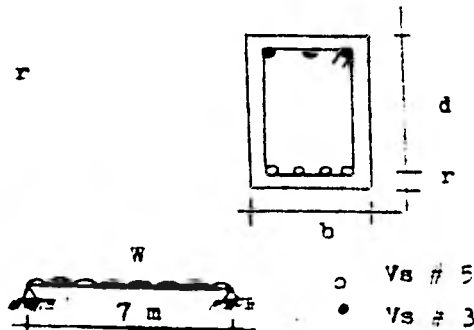
$$r = 5 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 30 - 5 = 25 \text{ cm}$$

$$W_{cv} = 0.4 \text{ t/m}$$

$$W_{cm} = 0.42 \text{ t/m}$$



$$W_{p.p} = 0.25(0.3)(2.4) = 0.18 \text{ t/m}$$

$$W_t = (0.4 + 0.42 + 0.18) = 1.0 \text{ t/m}$$

Momento Máximo

$$M_{\max} = \frac{W L^2}{8} = \frac{(1.0)(7.0)^2}{8} = 6.126 \text{ t-m}$$

En Tensión

$$f_s = \frac{M}{0.9 A_s d} = \frac{6.126 \times 10^5}{0.9 (7.92)(25)} = 3437.71 \text{ kg/cm}^2$$

$$I_{ag} = f_s \sqrt[3]{dc A}$$

$$A = \frac{25 \times 5 \times 2}{4} = 62.5 \text{ cm}^2$$

$$dc = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} i_{ag} &= 3437.71 \text{ kg/cm}^2 \quad \sqrt[3]{5(62.5)} \\ i_{ag} &= 23328.45 \text{ kg/cm} \\ i_{ag} &= 23328.45 \text{ kg/cm} < 40\,000 \text{ kg/cm} \end{aligned}$$

La viga cumple con las recomendaciones del reglamento del Departamento del Distrito Federal , por lo que se refiere al agrietamiento

OBJETIVO :

Determinar si la siguiente sección doblemente armada cumple con los requisitos de agrietamiento.

A - 3 Determinar si la siguiente sección cumple con los requisitos del reglamento del Departamento del Distrito Federal. El agrietamiento.

Datos :

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

Vs # 4 •

Vs # 8 ○

$$M_{\max} = 22.0 \text{ t-m}$$

La viga no se considera expuesta a un ambiente agresivo

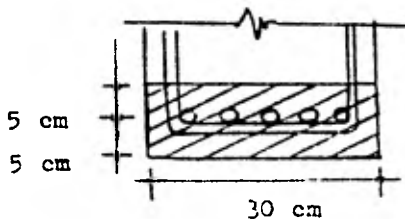
Revisión de la parte de tensión

Se debe cumplir

$$i_{ag} = f_s \sqrt[3]{d c A} < 40\,000 \text{ kg/cm}$$

$$f_s = \frac{M}{0.9 d A_s} = \frac{22 \times 10^5}{0.9(55)(25.35)} = 1753.23 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = \frac{5 \times 30 \times 2}{5} = 60 \text{ cm}^2$$



$$i_{ag} = f_s \sqrt[3]{d c A}$$

$$i_{ag} = (1753.23) \sqrt[3]{5(60)}$$

$$i_{ag} = 11736.6 \text{ kg/cm}$$

$$i_{ag} < 40\,000 \text{ kg/cm}$$

La sección cumple con el reglamento

OBJETIVO :

Estimación del agrietamiento de acuerdo con las recomendaciones del Reglamento del Departamento del Distrito Federal.

A - 4 Determinar si la siguiente viga mostrada a continuación cumple con las recomendaciones por agrietamiento, del Reglamento del Departamento del Distrito Federal.

Datos :

$$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$w_{cv} = 0.91 \text{ t/m}$$

$$w_{cm} = 0.91 \text{ t/m}$$

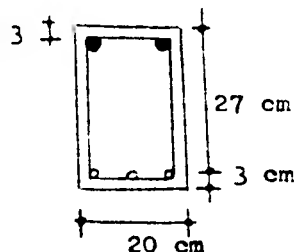
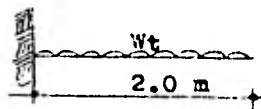
$$\bullet \text{ Vs \# 4}$$

$$\circ \text{ Vs \# 3}$$

Sección en tensión

$$w_{p.p} = 0.25(0.3)(2.4) = 0.18 \text{ t/m}$$

$$w_t = 0.18 + 0.91 + 0.91 = 2.0 \text{ t/m}$$



$$M_{\max} = \frac{w L^2}{2} = \frac{(2.0)(2.0)^2}{2} = 4.0 \text{ t-m}$$

$$f_s = \frac{M}{0.9(A_s) d} = \frac{2.0 \times 10^5}{0.9(2.54)(27)} = 3240.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$i_{ag} = f_s \sqrt[3]{dc A} = 3240.3 \sqrt[3]{3(60)} = 18295.43 \text{ kg/cm}$$

$$i_{ag} = 18295.43 < 40000 \text{ kg/cm}$$

$$A = \frac{20 \times 3 \times 2}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

La sección se acepta por agrietamiento

C A P I T U L O

5

L O S A S

L O S A S

Las losas son elementos estructurales cuyas dimensiones en planta son relativamente grandes en comparación con su peralte .

Las acciones principales sobre las losas son cargas normales a su plano , aunque en ocasiones actúan también fuerzas contenidas en el plano de la losa .

Las losas de concreto pueden ser macizas o aligeradas.

El aligeramiento se logra incorporando bloques huecos o tubos de cartón , o bien , formando huecos con moldes recuperables de plástico u otros materiales.

Las losas aligeradas reciben a veces el nombre de losas maca tonadas o reticulares.

En algunos sistemas estructurales las losas se apoyan sobre , muros o sobre vigas que a su vez se apoyan sobre columnas. mientras que en otros , las losas se apoyan directamente sobre columnas.

Las primeras reciben el nombre de losas perimetralmente apoyadas , y las segundas , el de losas planas.

En las losas planas se utilizan a veces ampliaciones en la zona de unión de la columna con la losa , Como el tamaño de las vigas de apoyo de losas perimetralmente apoyadas puede ser cualquiera, las losas planas pueden considerarse como un caso particular de las losas perimetralmente apoyadas en el que las vigas se han ido reduciendo de sección hasta desaparecer.

Análogamente , las losas perimetralmente apoyadas pueden visualizarse como losas planas en las que se han rigidizado los ejes que unen las columnas.

Las losas apoyadas sobre muros también pueden considerarse como un caso particular de losas perimetralmente apoyadas , sobre vigas infinitamente rígidas.

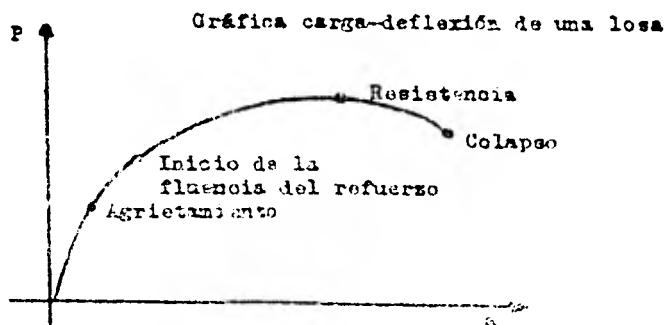
ANÁLISIS DE LOSAS

Se entiende por análisis de losa la determinación de las acciones internas en una losa dada cuando se conoce la carga aplicada.

Esta determinación es más difícil que en el caso de vigas debido a que las losas son elementos altamente hiperestáticos.

El análisis de losas puede efectuarse aplicando los métodos de la teoría de la elasticidad que se describen brevemente más adelante .

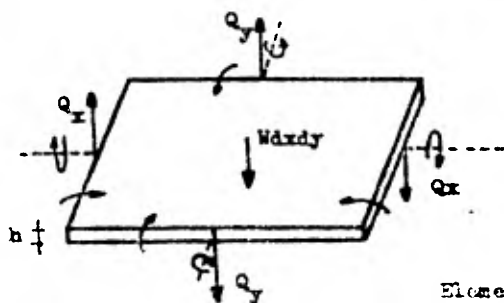
Los resultados así obtenidos sólo son válidos en la etapa de comportamiento lineal , o sea , para cargas cuya magnitud es del orden de la correspondiente al punto A de la figura .



Además, los resultados son sólo aproximados aún para estas cargas cuya magnitud es del orden de la correspondiente al agrietamiento, los resultados son sólo aproximados, para estas cargas, debido a que el concreto reforzado no cumple, con las características ideales de los materiales lineales, homogéneos y elásticos.

Si se plantean las condiciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones del elemento diferencial de losa, como se muestra a continuación.

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = \frac{W}{H}$$



Elemento diferencial de losa

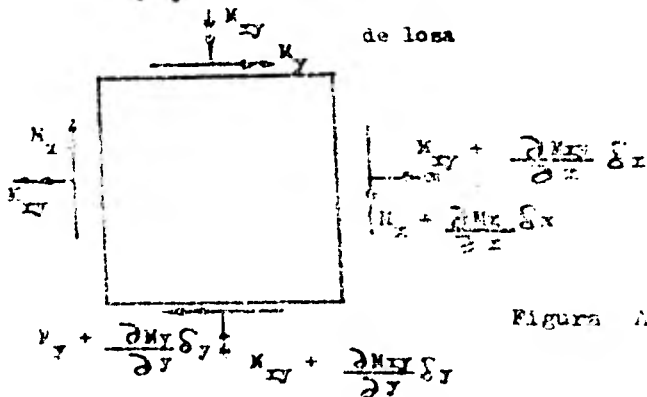


Figura 1

Además de las condiciones de equilibrio y continuidad expresadas por la ecuación anterior, deben cumplirse las condiciones de frontera o condiciones de borde de la losa.

Si tenemos un borde empotrado, la deflexión y rotación deben ser nulas en dicho borde.

Estas condiciones de frontera se satisfacen ajustando las constantes de integración que aparecen al resolver la ec. (11).

La determinación de las acciones internas por el procedimiento descrito es demasiado laboriosa para fines prácticos, además de que tiene las limitaciones indicadas anteriormente.

Sin embargo, en casos comunes, se han obtenido soluciones, las cuales, con algunas modificaciones, se han utilizado para obtener coeficientes de diseño.

La distribución de momentos flexionantes en una losa cuadrada libremente apoyada sujeta a carga uniformemente distribuida.

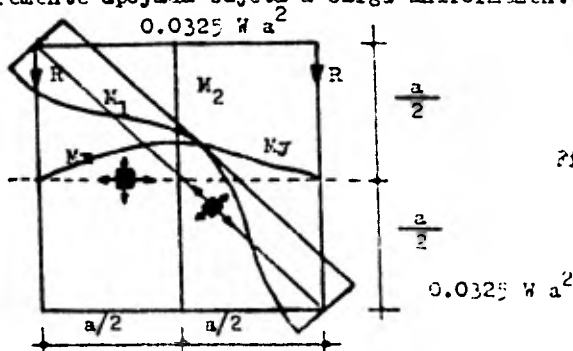


Figura 3

En esta losa los momentos máximos se presentan a lo largo de las diagonales, lo cual explica la forma de su mecanismo de colapso, ya que el acero de refuerzo fluye siguiendo los ejes de momentos máximos.

Los métodos usados comúnmente para el análisis de losas consisten en utilizar los coeficientes de diseño mencionados anteriormente.

Estos coeficientes se obtienen a partir de los momentos obtenidos del análisis elástico de losas ideales, modificados para, tomar en cuenta los siguientes aspectos.

Las distribuciones de momentos en losas de concreto reforzado son diferentes a las distribuciones elásticas, debido a la influencia del agrietamiento.

Las condiciones de apoyo de losas de estructuras reales no corresponden a las condiciones ideales de las losas analizadas elásticamente.

Por ejemplo, las losas reales suelen apoyarse sobre vigas que tienen una rigidez a flexión finita, o sea, que tienen cierta flexibilidad, mientras que las losas ideales están soportadas sobre apoyos infinitamente rígidos.

También las vigas de estructuras reales trabajan como vigas "T" con un ancho de patín difícil de definir, lo que implica incertidumbre en su rigidez.

Esto no se toma en cuenta en los análisis elásticos comunes.

De acuerdo con las distribuciones teóricas de momentos, éstos varían a lo largo de los ejes de la losa, como puede verse en la figura anterior.

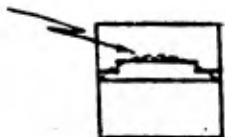
Debido a que no resulta práctico distribuir el acero de refuerzo, siguiendo las distribuciones teóricas, es usual conside-

derar dos o tres zonas de momentos constantes.

Por ejemplo , la distribución teórica a lo largo del eje central de la figura anterior , que puede simplificarse como se muestra en la siguiente figura.

Donde se puede ver claramente en la figura siguiente :

Distribución de momentos en una losa cuadrada



Distribución real de Momentos y distribución idealizada para fines de diseño

De esta forma , se logran separaciones uniformes del acero de refuerzo en zonas amplias de la losa.

Las losas planas se diseñan por métodos que consideran el trabajo en conjunto de la estructura formada por las losas y las columnas.

Estos métodos , así como algunos métodos recientes que analizan la estructura en conjunto.

COMPORTAMIENTO Y MODOS DE FALLA

La gráfica carga-deflexión en el centro del claro de una losa ensayada hasta la falla tiene la forma mostrada en la gráfica 1.A en la que se distinguen las siguientes etapas.

A) Una etapa lineal O-A , en la que el agrietamiento del concreto por tensión, representado por el punto A , ocurre bajo cargas relativamente altas.

Las cargas de servicio de losas se encuentran generalmente cerca .

B) La etapa A-B , en la que existe agrietamiento del concreto en la zona de tensión y los esfuerzos en el acero de refuerzo son menores que el límite de fluencia.

La transición de la etapa O-A a la etapa A-B es gradual, puesto que el agrietamiento del concreto se desarrolla paulatina mente desde las zonas de momentos flexionantes máximos hacia las zonas de momentos flexionantes menores.

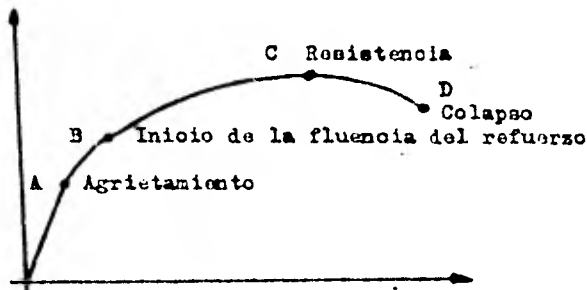
Por la misma razón, la pendiente de la figura carga-deflexión en el tramo A-B disminuye poco a poco.

C) La etapa B-C , en la que los esfuerzos en el acero de refuerzo sobrepasan el límite de fluencia.

Al igual que el agrietamiento del concreto, la fluencia del refuerzo empieza en las zonas de momentos flexionantes máximos y se propaga paulatinamente hacia las zonas de momentos menores

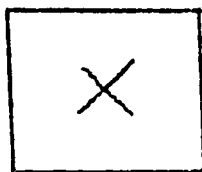
D) Por último , la rama descendente C-D , cuya amplitud depende como en el caso de las vigas , de la rigidez del sistema de aplicación de cargas.

Gráfica CARGA-DEFLEXION de una losa

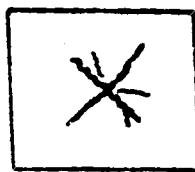


Gráfica 1.A

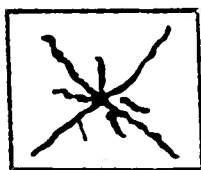
Para ilustrar el avance del agrietamiento y de la fluencia del refuerzo en distintas etapas de carga, se presentan en la figura



Carga pequeña



Carga regular



Carga alta



Carga de falla

configuraciones de agrietamiento en la cara inferior de una losa cuadrada, simplemente apoyada, sujeta a carga uniforme repartida en su cara superior, para distintos valores de la carga aplicada.

puede verse en esta figura que el agrietamiento empieza en el centro de la losa, que es la zona de momentos flexionantes máximos y avanza hacia las esquinas a lo largo de las diagonales.

En etapas cercanas a la falla, se forman grietas muy anchas a lo largo de las diagonales, que indican que el acero de refuerzo ha fluído y ha alcanzado grandes deformaciones.

Las deformaciones por flexión de la losa se concentran en estas líneas que reciben el nombre de líneas de fluencia, mientras que las deformaciones en las zonas comprendidas entre las líneas de fluencia son, en comparación, muy pequeñas.

La amplitud de las zonas de comportamiento inelástico depende del porcentaje de refuerzo de flexión.

Generalmente, este porcentaje es pequeño en losas, por lo que tales elementos resultan subreforzadas y las zonas inelásticas son amplias.

En la descripción anterior del comportamiento, se ha supuesto que la falla ocurre por flexión y que no hay efecto de cortante.

En el caso de losas apoyadas directamente sobre columnas y de losas sujetas a cargas concentradas altas es frecuente que la falla ocurra en cortante por penetración antes de que se alcance la resistencia en flexión.

En el presente trabajo solo se considera el diseño de una losa perimetralmente apoyada.

DIMENSIONAMIENTO POR EL
MÉTODO DEL REGLAMENTO DEL
DEPARTAMENTO DEL DISTRITO
FEDERAL

En el dimensionamiento de losas perimetralmente apoyadas el análisis elástico es complicado.

Por otra parte los resultados obtenidos de un análisis de este tipo no son rigurosamente correctos ya que el comportamiento del concreto no es estrictamente elástico.

Losas perimetralmente apoyadas

A) Momentos flexionantes debidos a cargas uniformemente distribuidas

Los momentos flexionantes en losas perimetralmente apoyadas se calcularán con los coeficientes de la tabla A.1 si se satisfacen las siguientes limitaciones:

1. Los tableros son aproximadamente rectangulares
2. La distribución de las cargas es aproximadamente uniforme en cada tablero
3. Los momentos negativos en el apoyo común de dos tableros adyacentes difieren entre sí en una cantidad no mayor que 50 % del menor de ellos.
4. La relación entre carga viva y muerta no es mayor de 2.5 para losas monolíticas con sus apoyos, ni mayor de 1.5 en otros casos.

Para valores intermedios de la relación, m , entre el claro corto, a_1 , y el claro largo, a_2 , se interpolará linealmente.

B) Secciones críticas y franjas de refuerzo

Para momento negativo, las secciones críticas se tomarán en los bordes del tablero, y para positivo, en las líneas medias.

Para colocación del refuerzo la losa se considerará dividida en cada dirección, en dos franjas extremas y una central.

Para relaciones de claro corto a largo mayores de 0.5, las franjas centrales tendrán un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema, igual a la cuarta parte del mismo.

Para relaciones a_1/a_2 menores de 0.5, la franja central perpendicular al lado largo tendrá un ancho igual a $a_2 - a_1$

Y cada franja extrema , igual a $a_1/2$.

Para doblar barillas y aplicar los requisitos de anclaje del acero se supondrán líneas de inflexión a un sexto del claro corto desde los bordes del tablero para momento positivo , y a un quinto del claro corto desde los bordes del tablero para momento negativo.

C) Distribución de momentos entre tableros adyacentes

Cuando los momentos obtenidos en el borde común de dos tableros adyacentes sean distintos , se distribuirán dos tercios del momento desequilibrado entre los dos tableros si estos son monolíticos con sus apoyos, o la totalidad de dicho momento si no lo son.

Para la distribución se supondrá que la rigidez del tablero es proporcional a d^3/a_1 .

D) Disposiciones sobre el refuerzo

Se aplicarán las disposiciones sobre separación máxima y porcentaje mínimo de acero de :

$$a_s = \frac{450 x_1}{f_y (x_1 + 100)}$$

x_1 = dimensión mínima del miembro medida perpendicularmente al refuerzo (cm).

x_1 es menor que 20 cm , el refuerzo en cuestión puede colocarse en una sola capa

x_1 es mayor que 20 cm , el refuerzo se colocará en 2 capas próximas a las caras del elemento.

En la proximidad de cargas concentradas superiores a una tonelada , la separación del refuerzo no debe exceder de $2.5 d$ donde d es el peralte efectivo de la losa.

E) Peralte mínimo

Cuando sea aplicable la tabla A.1 podrá omitirse el cálculo de deflexiones si el peralte efectivo no es menor que el perímetro del tablero entre 300 .

Para este cálculo , la longitud de lados discontinuos se incrementará en 50 % si los apoyos de la losa no son monolíticos con ella , y 25 % cuando lo sean .

En losas alargadas no es necesario tomar un peralte mayor que corresponde a un tablero con $a_2 = 2 a_1$

La limitación que dispone el párrafo anterior es aplicable a losas en que $f_s \leq 2000 \text{ kg/cm}^2$ y $w \leq 380 \text{ kg/m}^2$:

para otras combinaciones de f_s y w , el peralte efectivo mínimo se obtendrá multiplicando por $0.034 \sqrt[4]{f_s w}$ el valor obtenido según el párrafo anterior .

En esta expresión f_s es el esfuerzo en el acero en condiciones de servicio , en kg/cm^2 (puede suponerse igual a $0.6 f_y$) y w es la carga en condiciones de servicio, en kg/m .

F) Resistencia a fuerza cortante

Se supondrá que la sección crítica se encuentra a un peralte efectivo del paño .

La fuerza cortante que actúa en un ancho unitario se calculará con la expresión

$$V = (a_1/2 - d)W \left(1 + \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^6 \right)$$

a menos que se haga un análisis más preciso . Cuando haya bordes

continuos y bordes discontinuos , V se incrementa en
15 % .

La resistencia de la losa a fuerza cortante se supondra
igual a 0.5 P.R bd $\sqrt{f_c}$

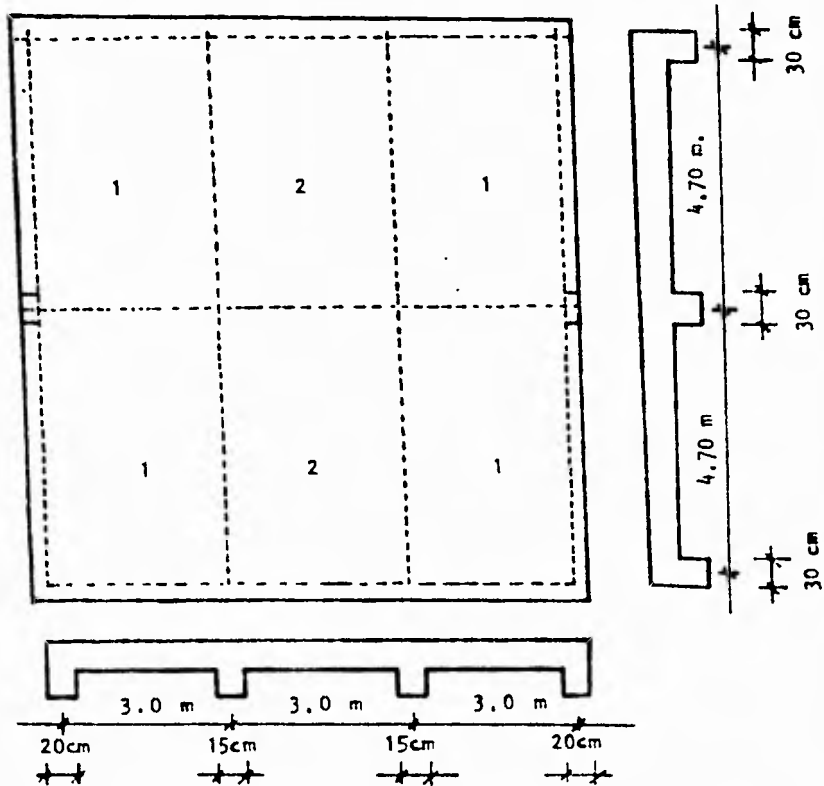
El método descrito puede aplicarse únicamente si satisfacen las siguientes limitaciones:

- A) Los tableros son aproximadamente rectangulares.
- B) La distribución de las cargas que actúan sobre la losa es aproximadamente uniforme en cada tablero.
- C) Los momentos negativos en el apoyo común de dos tableros adyacentes no difieren entre sí en más que 50 % del menor de ellos.
- D) La relación de carga viva a carga muerta no es mayor que 2.5 para losas monolíticas con sus apoyos, ni mayor que 1.5 en otros casos.

Cuando las losas no cumplen estas limitaciones, es necesario aplicar otros procedimientos como, por ejemplo, la utilización de soluciones no incluidas, por soluciones elásticas.

LOSA COLADA MONOLITICAMENTE CON SUS

APOYOS



OBJETIVO :

Dimensionamiento de una losa colada monolíticamente con sus apoyos.

L - 1 Diseñar la losa perimetralmente apoyada según el reglamento del D.D.F - 1977

Datos

A) Acciones permanentes

Impermeabilizante	10 kg/m ²
Enladrillado	40 kg/m ²
Relleno de tesquite	40 kg/m ²
Plafón	30 kg/m ²

B) Acciones accidentales

Carga Viva 100 kg/m²

C) Materiales

Concreto	$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
Acero	$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$

D) Varios

Losa colada monolíticamente

trabes

trabes rectangulares 30 X 60 cm

E) Limitaciones :

a) Rectangulares (Los tableros)

b) Cargas constantes

c) $M(-)_{\max} - M(-)_{\min} \leq 0.5 M(-)_{\min}$ (por comprobar)

d) (Pendiente) $\longrightarrow CV/CM < 2.5$ (por comprobar)

Cargas

Cargas muertas

Impermeabilizante		10 kg/m ²	
Enladrillado		40 kg/m ²	
Relleno		40 kg/m ²	
Plafón		30 kg/m ²	
Peso propio	0.1(2 400) =	240 kg/m ²	(h=10 cm , supuesto)
Carga adicional (reglamento)		40 kg/m ²	
Cargas eventuales (Cv)		100 kg/m ²	
		<hr/>	
		500 kg/m ²	

$$\frac{W_{cv}}{W_{ca}} = 0.25 < 2.5 \quad \text{correcto}$$

$$W_{ua} = 1.4 \times 500 = 700 \text{ kg/m}^2$$

E = Esquina

Obtención de a_1 y a_2

BLCD = De borde lado corto
discontinuo

Tablero 1 :

$$a_1 = 3 - \frac{0.2}{2} - \frac{0.15}{2} = 2.825 \text{ m}$$

$$a_2 = 5 - \frac{0.3}{2} - \frac{0.3}{2} = 4.700 \text{ m}$$

$$T_1 = E \quad 2.825 \times 4.7$$

(tablero de esquina)

Tablero 2 :

$$a_1 = 3 - \frac{0.15}{2} - \frac{0.15}{2} = 2.85 \text{ m}$$

$$a_2 = 5 - \frac{0.3}{2} - \frac{0.3}{2} = 4.7 \text{ m}$$

$$T_2 = \text{HLCD} \quad 2.85 \times 4.7$$

Obtención de m:

Tablero 1

Tablero 2

$$m_1 = a_1/a_2 = 2.825/4.7 = 0.6$$

$$m_2 = a_1/a_2 = 2.85/4.7 = 0.6$$

Obtención del peralte para evitar revisar deflexiones

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$d = \frac{\text{Perímetro}}{300}$$

$$W_a = 500 > 380$$

Se modifica el valor d_2 , por $d'_2 = k d_2$

Perímetro 1 :

Perímetro 2 :

$$P_1 = 1.25(2.825 + 4.7) + 2.852 + 4.7 = 16.93 \text{ m}$$

$$P_2 = 2.25(2.85) + 2(4.7) = 15.81 \text{ m}$$

Tomamos el perímetro mayor

$$d_2 = \frac{\text{Perímetro}}{300} = \frac{16.93}{300.0}$$

$$d_2 = 5.64 \text{ cm}$$

$$f_s = 0.6 f_y = 0.6(4000) = 2400 > 2000$$

$$K = 0.034 \sqrt[4]{f_s W} = 0.034 \sqrt[4]{2400(500)} = 1.125$$

$$d'_2 = K d_2 = 1.125(5.64) \doteq 7 \text{ cm}$$

$$r_l \geq \begin{cases} 1 \text{ cm} \\ dv = 0.79 \text{ cm} (\# 2.5) \end{cases}$$

$$r_t = r_l + \frac{dv}{2}$$

$$r_t = 1 + \frac{0.79}{2} = 1.4 \doteq 2 \text{ cm}$$

$$h = d'_2 + r_t = 7 + 2 = 9 \text{ cm}$$

se cuenta el peralte de 9 cm

Obtención de los anchos de las franjas (ambos tableros tienen
 $M = 0.6 > 0.5$ iguales anchos de franjas)

Lado Corto

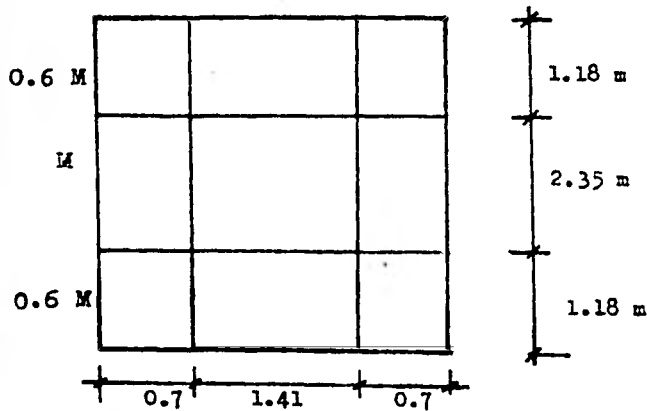
Franja central = $a_1/2 = 2.825/2 = 1.41$

Franja extrema = $a_1/4 = 2.825/4 = 0.70$

Lado largo

Franja central = $a_2/2 = 4.7/2 = 2.35$

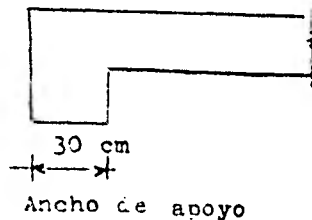
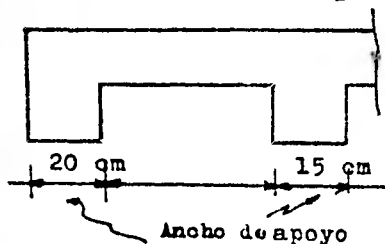
Franja extrema = $a_2/4 = 4.7/4 = 1.18$



Definición de corte de varillas

Momento Positivo = $b/2 + a_1/6 - d = 20/2 + 282.5/6 - 7 = 50 \text{ cm}$

Apoyo intermedio = $b/2 + a_1/6 - d = 15/2 + 282.5/6 - 7 = 48 \text{ cm}$



Momento Negativo

$$\text{Apoyo extremo} = b/2 + a_1/5 + d = 30/2 + 282.5/5 + 7 = 79 \text{ cm}$$

$$\text{Conclusión} \begin{cases} L I (+) = 50 \text{ cm} \\ L I (-) = 80 \text{ cm} \end{cases}$$

Revisión por flexión :

$$p_{\max} = p_b = \frac{f'_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{136}{4000} \frac{4800}{10000} = 0.016$$

$$p_{\max} = 0.016 \quad p_{\min} = 0.002$$

$$w_{ua} = 1.4(500) = 700 \text{ kg/m}^2 \quad a_1 = 2.85$$

$$\text{Obtención de } M_{\max} = C_{\max} w_{ua} a_1^2 \times 10^4 = 530(700)(2.85)^2 \times 10^{-4}$$

$$M_{\max} = 301.3 \frac{\text{kg-m}}{\text{m}}$$

$$\frac{M_{\max}}{F.R \text{ bd}^2 f'_c} = \frac{301.3 \times 100}{0.9(100)(9-2-2)^2(136)} = 0.09$$

$$\text{De la grafica } q = 0.01 \quad p = q \frac{f'_c}{f_y}$$

$$p = \frac{0.01(136)}{4000} = 0.0034$$

$$p_{\max} = 0.0034 < p_b = 0.016$$

$$A_s = 0.002bd = 0.002(100)(7) = 1.4 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{100 A_s}{a_s} = \frac{100(.49)}{1.4} = 35 \text{ cm}$$

$$S_{\max} \leq \begin{matrix} 3.5h = 31.5 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{matrix}$$

$$s_{\max} = 30 \text{ cm}$$

Revisión de la resistencia a fuerza cortante

$$v_{ua} = \frac{(2.85/2 - 0.05)(700)}{1 + \left(\frac{2.85}{4.70}\right)^6} = 916.91 \text{ kg}$$

Pero , por tener lados discontinuos este valor se incrementa en un 15 %

C	Mua	Muar	Q	q	S	Sf
506	287.7	292.55	0.0955	0.01	20.58	20
391	222.3		0.0845	0.09	22.87	20
248	141.0		0.0461	0.05	41.17	30
292	166.0		0.0277	0.01	158.37	30
135	76.76		0.0128	0.01	205.88	30

$$M_{ua} = C \times 10^{-4} a_1^2 \quad M_{uar} = (C \times 10^{-4} (2.85)^2 (700)) = C (0.5686)$$

Corresponden a franjas centrales ; en franjas extremas

$$M = 0.6 M$$

$$\text{Caso I) } M_{deseq} = (301.34 - 287.7) = 13.64$$

$$M_{equilibrio} = 2/3 (13.64) = 9.093$$

Losa monolitica colada con sus apoyos

Revisión de la 3^{er} Limitación

$$M_{max}(-) - M_{min}(-) \leq 0.5 M_{min}(-)$$

$$13.64 \leq (0.5(287.7)) = 143.85$$

Rigidez de cada tablero

$$\text{Tablero 1} \quad d^3/a_1 = 5^3/282.5 = 0.4424$$

$$\text{Tablero 2} \quad d^3/a_1 = 5^3/285 = \frac{0.4386}{0.8810}$$

Factor de Distribución

$$\frac{0.4424}{0.8810} = 0.5021$$

$$\frac{0.4386}{0.8810} = \frac{0.4978}{1.0000}$$

Momentos

Tableros

$$\text{Esq} \quad M = 301.34 - (9.093)(0.5021) = 296.77 \text{ kg-m}$$

$$\text{BCLD} \quad M = 287.7 + (9.093)(0.4978) = 292.55 \text{ kg-m}$$

$$Q'(+)= F.R(d_+)^2 f'_c = 0.9(100)(7)^2(136) = 599\ 760$$

$$Q'(-)= F.R(d_-)^2 f'_c = 0.9(100)(5)^2(136) = 306\ 000$$

Con la expresión

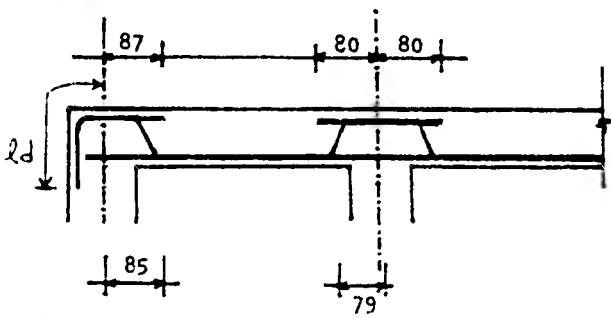
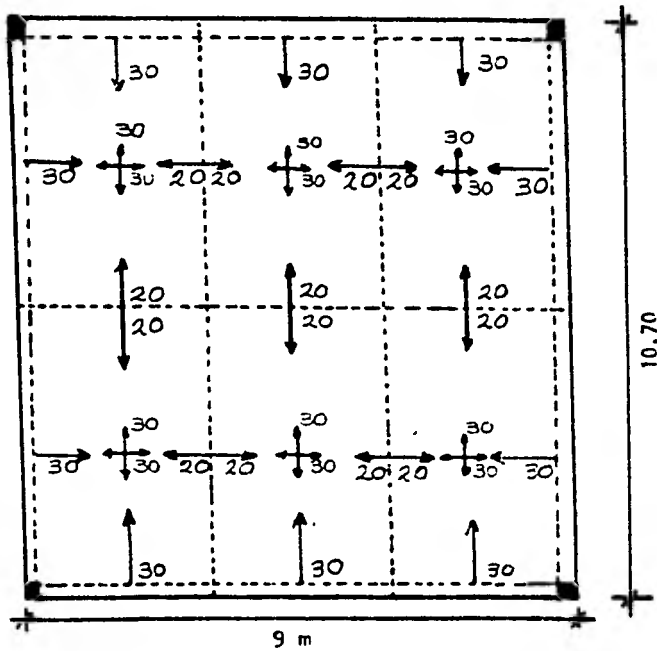
$$\frac{M_{ya}}{F.R \text{ bd}^2 f'_c}$$

y de la grafica obtenemos
el valor de q correspondiente

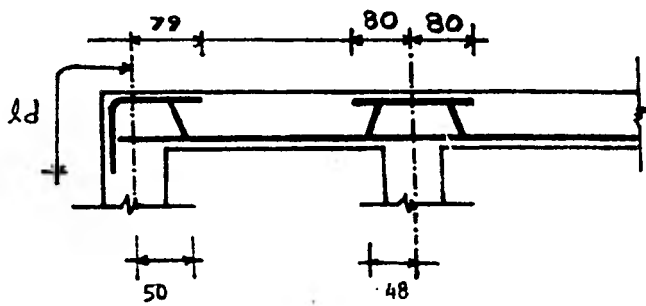
$$p = q \frac{f'_c}{f_y}$$

$$p = \frac{136}{4000} q = 0.034 q$$

$$A_s = 0.034 q \text{ bd}$$



SENTIDO LARGO



SENTIDO CORTO

ARMADO

SENTIDO CORTO

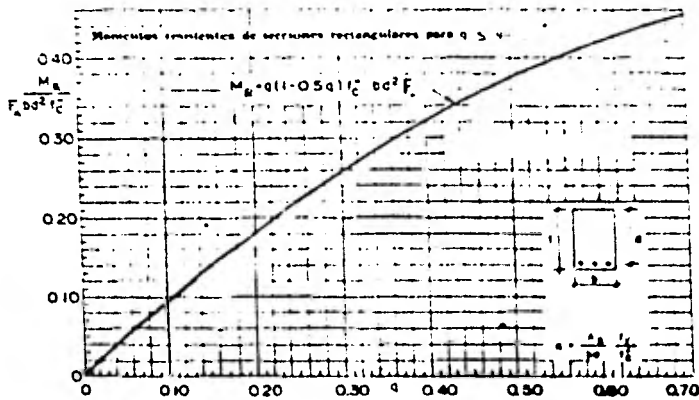
SENTIDO LARGO

Tabla A-1

COEFICIENTES DE MOMENTOS PARA TABLEROS RECTANGULARES
FRANJAS CENTRALES

Para las franjas extremas multiplíquese los coeficientes por 0.6

Tablero	Momento	Clase	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.3		0.6		0.7		0.8		1.0			
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II		
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes	corto	998	1018	553	565	489	498	437	438	381	387	331	338	288	292
	largo	corto	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	326	338	288	292
	positivo	corto	630	648	312	322	268	276	228	236	192	199	156	164	126	130
De borde Un lado discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	568	584	506	533	451	478	433	451	387	388	318	346
	largo	corto	516	544	489	431	391	412	372	372	338	349	326	341	297	311
	positivo	corto	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	198	0
De borde Un lado discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	630	648	329	356	292	306	230	261	222	219	167	181	123	144
	largo	corto	179	187	142	149	137	143	133	148	131	137	129	136	129	133
	positivo	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	426	346	364	297	311
De borde Un lado discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	587	687	465	545	442	513	411	478	426	426	347	384	318	346
	largo	corto	631	0	362	0	321	0	283	0	238	0	219	0	198	0
	positivo	corto	731	912	334	366	285	312	241	263	208	218	164	173	129	133
De borde Un lado discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	185	200	147	158	142	153	138	149	135	146	134	145	133	144
	largo	corto	1060	1143	598	633	530	562	471	508	419	464	371	412	324	364
	positivo	corto	681	0	362	0	321	0	277	0	238	0	219	0	198	0
De borde Un lado discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	480	713	475	564	455	541	489	586	394	457	368	418	324	364
	largo	corto	681	0	362	0	321	0	277	0	238	0	219	0	198	0
	positivo	corto	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	198	0
Alrededor de todo discontinuo	Neg. en bordes	corto	731	912	358	416	386	354	299	298	216	247	178	199	137	133
	largo	corto	191	212	132	146	146	143	138	148	148	136	138	134	137	133
	positivo	corto	578	0	338	0	330	0	478	0	438	0	388	0	338	0
Alrededor de todo discontinuo	Neg. en bordes	corto	338	0	338	0	338	0	338	0	338	0	338	0	338	0
	largo	corto	1188	1678	838	1388	838	1328	728	1198	648	1078	578	928	388	838
	positivo	corto	200	230	383	688	508	638	388	638	388	638	338	638	338	638



COMENTARIOS GENERALES

El dimensionamiento que se utilizó en el presente trabajo siguen los criterios relativos a los estados límite de -- falla y de servicio establecidos en las " Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal".

Según el criterio de estado límite de falla las estructuras deben dimensionarse de modo que la resistencia de diseño de toda sección con respecto a cada fuerza o momento interno que en ella actúe sea igual o mayor que el valor de diseño de dicha fuerza o momentos internos.

Las resistencias de diseño deben incluir el correspondiente factor de resistencia , F.R .

Las fuerzas y momentos internos de diseño , se obtienen multiplicando por el correspondiente factor de carga, los valores de dichas fuerzas y momentos internos calculados bajo acciones nominales.

Sea que se aplique el criterio de estado límite de falla o algún criterio alternativo deben revisarse los estados límite de servicio, es decir , se comprobará que las respuestas de la estructura , como pueden ser el agrietamiento de la estructura , la deformación , etc., queden limitadas a valores tales que el funcionamiento en condiciones de servicio sea satisfactorio.

En las estructuras de concreto también puede aplicarse métodos de análisis límite siempre que se compruebe que la estructura tiene suficiente ductilidad y que se eviten fallas prematuras por inestabilidad .

La importancia de la fuerza cortante en las estructuras de concreto es grande ya que la resistencia del concreto a este tipo de esfuerzos es bastante baja, ya que cuando tenemos un elemento estructural la combinación de los esfuerzos cortantes horizontales y verticales produce tensiones en planos a 45° respecto al eje neutro, que producen agrietamientos bajo cargas relativamente bajas. dado este problema se proponen ejemplos donde se puede ver cuando es necesario colocar refuerzo y cuando el concreto puede resistir estos esfuerzos .

En el capítulo de Torsión debido al carácter monolítico de las estructuras de concreto , es común la existencia de acciones torsionantes que se presentan casi siempre en combinación con solicitaciones de flexión fuerza cortante y fuerza normal.

En muchos casos , los efectos de la torsión son secundarios en comparación con otras solicitaciones y por esto suelen despreciarse en el diseño.

En este capítulo se presentó una viga de orilla que se encuentra sometida a fuerza cortante y torsión.

Se presentan ejemplo de vigas sometidas a cargas altas que presentan problemas de flecha , donde se calculan suponiendo un comportamiento elástico , hipótesis de validez relativa aun bajo cargas no muy altas y de corta duración.

En la estimación del ancho de grieta se presenta el criterio del C.A.C.A (Cement and Concrete Association) y el criterio para estimar el agrietamiento de acuerdo con el Reglamento del Departamento del Distrito Federal.

Se propone una losa perimetralmente apoyada en este capítulo, donde los momentos por resistir en las diversas regiones de cada tablero se calculan con los coeficientes de la tabla anexa , donde los cálculos correspondientes, así como los de las áreas y separaciones de acero que se requieren , se efectuaron en forma tabular .

La determinación de las áreas de acero se basan en las ayudas de diseño del Reglamento del Departamento del Distrito Federal.