

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

24-109



DISEÑO DE COLUMNAS DE CONCRETO REFORZADO
POR FLEXOCOMPRESION UNIAXIAL UTILIZANDO
LA CURVA IDEALIZADA ESFUERZO-DEFORMACION
DEBIDA A HOGNESTAD.

T E S I S
Que Para Obtener el Título de:
INGENIERO CIVIL
P r e s e n t a

CESAR P. MORA COVARRUBIAS

México, D. F.,

1981



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

1. Objetivo	1
2. Revisión de los criterios actuales de diseño	2
3. Análisis de la validez del rectángulo equivalente	11
4. Revisión de la precisión de los méto_ dos del RDF	37
5. Conclusiones	46
6. Bibliografía	47

1. OBJETIVO

El contenido de la presente tesis se relaciona con el diseño de columnas de concreto reforzado sometidas a flexocompresión uniaxial. En el desarrollo de este trabajo se estudia el efecto que produce, sobre el diseño, la consideración de diferentes tipos de diagramas esfuerzo-deformación, a fin de comparar los resultados analíticos con las variables mencionadas y con diversos resultados experimentales que se tienen disponibles.

Para la realización de esta disertación escrita se hicieron algunas modificaciones a los programas de computadora que fueron utilizados para la elaboración de los diagramas de interacción los cuales se encuentran en la publicación "Columnas de concreto reforzado, diseño a flexocompresión", Facultad de Ingeniería, U.N.A.M., México 1968.

2. REVISION DE LOS CRITERIOS ACTUALES DE DISEÑO

En el desarrollo de los procedimientos de diseño para los miembros de concreto reforzado, varios de los primeros estudios (1897) se basaron en teorías de resistencia máxima. Tres años después se aceptó (1900) en forma general la teoría de la línea recta (elástica).

Dada la importancia de ambas teorías, a continuación se presenta una descripción de los enfoques de diseño que ellas llevan implícitos.

El procedimiento de dimensionamiento tradicional se basa comúnmente en la TEORIA DE LA LINEA RECTA (Elástica), debido a que esta teoría era el método convencional de diseño para otros materiales y, en parte, a que se pensaba que con la variación lineal del esfuerzo se llegaba a una formulación matemática más sencilla. Por otra parte, el estudio de los miembros de concreto reforzado basado en TEORIAS DE RESISTENCIA MAXIMA se apoya en las propiedades inelásticas reales del concreto y del acero. Este procedimiento, más utilizado en la actualidad, se conoce como METODO DE RESISTENCIA O DE RESISTENCIA ULTIMA. Los elementos o secciones se dimensionan para que tengan una resistencia determinada.

DISEÑO POR ESFUERZO DE TRABAJO (TEORIA ELASTICA)

El diseño de las secciones de los miembros estructurales se efectúa suponiendo una variación lineal para la relación esfuerzo-de-

formación, lo cual asegura que bajo las cargas de servicio los esfuerzos del acero y del concreto no exceden los esfuerzos permisibles de trabajo. Los esfuerzos permisibles se consideran como -- fracciones fijas de la resistencia máxima o de la resistencia de cedencia de los materiales.

Por ejemplo, para la compresión por flexión se puede suponer 0.45 de la resistencia del cilindro de concreto como la resistencia -- del elemento estructural en estudio.

DISEÑO POR RESISTENCIA MAXIMA

En los últimos años, los criterios de diseño por resistencia se han adoptado progresivamente en la práctica del cálculo estructural y en los reglamentos oficiales. La ventaja principal de este método de diseño es que permite predecir la resistencia de un -- miembro, o una sección, a la falla, y usar un factor de seguridad apropiado para la posibilidad de que esta falla ocurra.

Los pasos básicos que deben seguirse en el diseño por resistencia son: cálculo de las cargas de trabajo, obtención de los elementos mecánicos de diseño, dimensionamiento de las secciones y revisión del comportamiento bajo cargas de trabajo.

Razones que apoyan al diseño por resistencia máxima.

- a) Las secciones de concreto reforzado se comportan inelástica-- mente bajo cargas elevadas. La teoría elástica no toma en -- cuenta las deformaciones inelásticas, en tanto que la teoría-

de resistencia máxima sí.

- b) El diseño por resistencia última permite una selección más racional de los factores de carga.
- c) El diseño por resistencia máxima no requiere conocer la relación modular, en tanto que el diseño por teoría elástica sí.
- d) El diseño por resistencia máxima permite al diseñador la utilización de refuerzo de alta resistencia, con lo cual se disminuye el peralte en vigas sin acero de compresión.
- e) En una columna que tiene una elevada cuantía de acero y una carga inicial muy grande se puede llegar a tener tensión en el concreto y compresión en el acero. En consecuencia es sumamente difícil evaluar la seguridad de las columnas de concreto reforzado utilizando la teoría elástica.

DISEÑO POR RESISTENCIA Y SERVICIO

Este método es conocido también como el de estados límites. Según este método, una estructura o un elemento estructural dejan de ser útiles, cuando alcanzan un estado llamado estado límite, en el que dejan de realizar la función para la cual fueron diseñados. Si las secciones se diseñan solamente para los requerimientos correspondientes a la capacidad de carga (estados últimos o de resistencia), hay peligro de que el agrietamiento y las deflexiones (estados límites de servicio), bajo cargas de servicio, puedan ser excesivas.

Se combinan en este método las mejores características de los diseños por resistencia máxima y por esfuerzo de trabajo.

HIPOTESIS PARA LA OBTENCION DE RESISTENCIAS DE DISEÑO

En el desarrollo de la teoría general de la resistencia a flexión-----
de las secciones de concreto reforzado se hacen seis suposiciones -----
básicas:

- 1.- Las secciones planas antes de la flexión permanecen planas después de la flexión.
- 2.- Se conoce la curva esfuerzo-deformación-del acero.
- 3.- Se puede despreciar la resistencia a tensión del concreto.
- 4.- Se conoce la curva esfuerzo-deformación-del concreto, que define la magnitud y,- distribución del esfuerzo a compresión.
- 5.- La adherencia entre el acero y el concreto es perfecta.
- 6.- Una sección falla si el concreto, en alguna fibra, alcanza una deformación de compresión máxima ϵ_{cu} .

COMENTARIO DE LAS HIPOTESIS

Con las hipótesis anteriores se establece un método general de diseño para piezas sujetas a cualquier combinación de carga axial y momento flexionante. Se comentan enseguida dichas suposiciones básicas.

No.	HIPOTESIS
1	Esta hipótesis permite conocer la deformación de las fibras a cualquier altura de la sección; si se fijan dos puntos de deformación conocida.
2	Se supone un comportamiento elasto-plástico del acero para el cual los esfuerzos son directamente proporcionales a las deformaciones hasta una deformación máxima ϵ_y y, después permanecen constantes. En consecuencia se desprecia el endurecimiento por deformación.
3	En realidad, el concreto tiene cierta resistencia a la tensión, pero para fines prácticos no influye en la capacidad de secciones con cantidades normales de refuerzo.
4	Para la relación esfuerzo-deformación del concreto -- en flexocompresión, han sido propuestas curvas muy -- diferentes; además, son muchas las variables que influyen en las características de esta curva, de las -- cuales las principales son el tamaño y la forma de -- la sección, el gradiente de esfuerzos y la duración -- de la carga.
5	Con esta hipótesis se establece la igualdad de deformaciones en el acero y el concreto para las mismas -- distancias al eje neutro.

De las hipótesis reseñadas, la 4a. es de fundamental importancia para la obtención de diagramas de interacción para el diseño de las columnas de concreto reforzado mediante la gráfica esfuerzo-deformación del concreto propuesta por Hognestad, que se muestra en la figura 1.

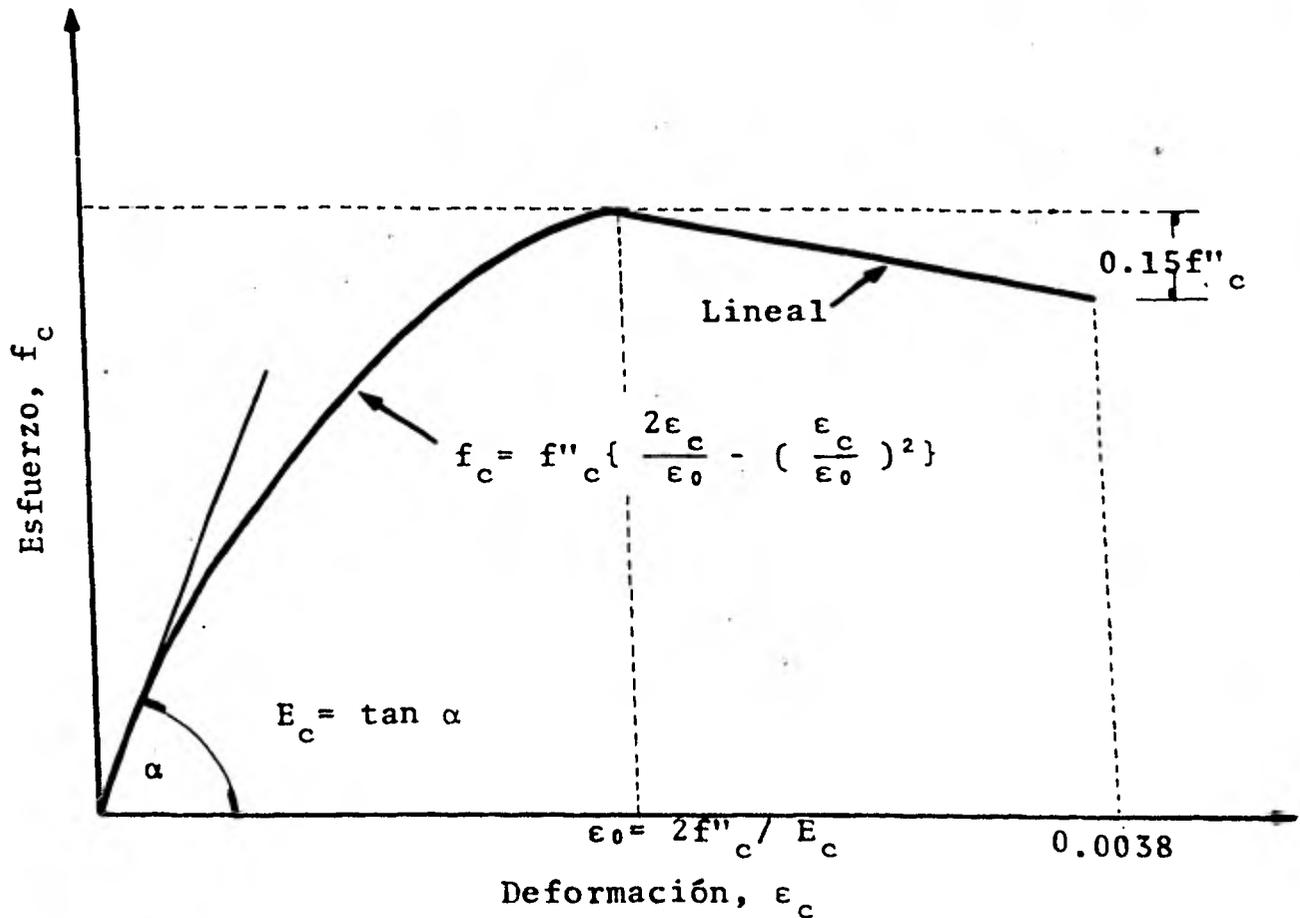


Fig.1. Curva idealizada esfuerzo-deformación para el concreto en compresión uniaxial

DIAGRAMAS DE INTERACCION

Un diagrama de interacción para flexión y carga axial es la representación gráfica de todas las combinaciones de carga axial y momento flexionante, en una dirección principal, que causa la falla de una sección.

Las combinaciones P_u y M_u de falla se obtienen a partir de un análisis plástico de la sección, basado en las hipótesis citadas con anterioridad.

La figura 2 muestra un diagrama de interacción típico para una sección con refuerzo simétrico.

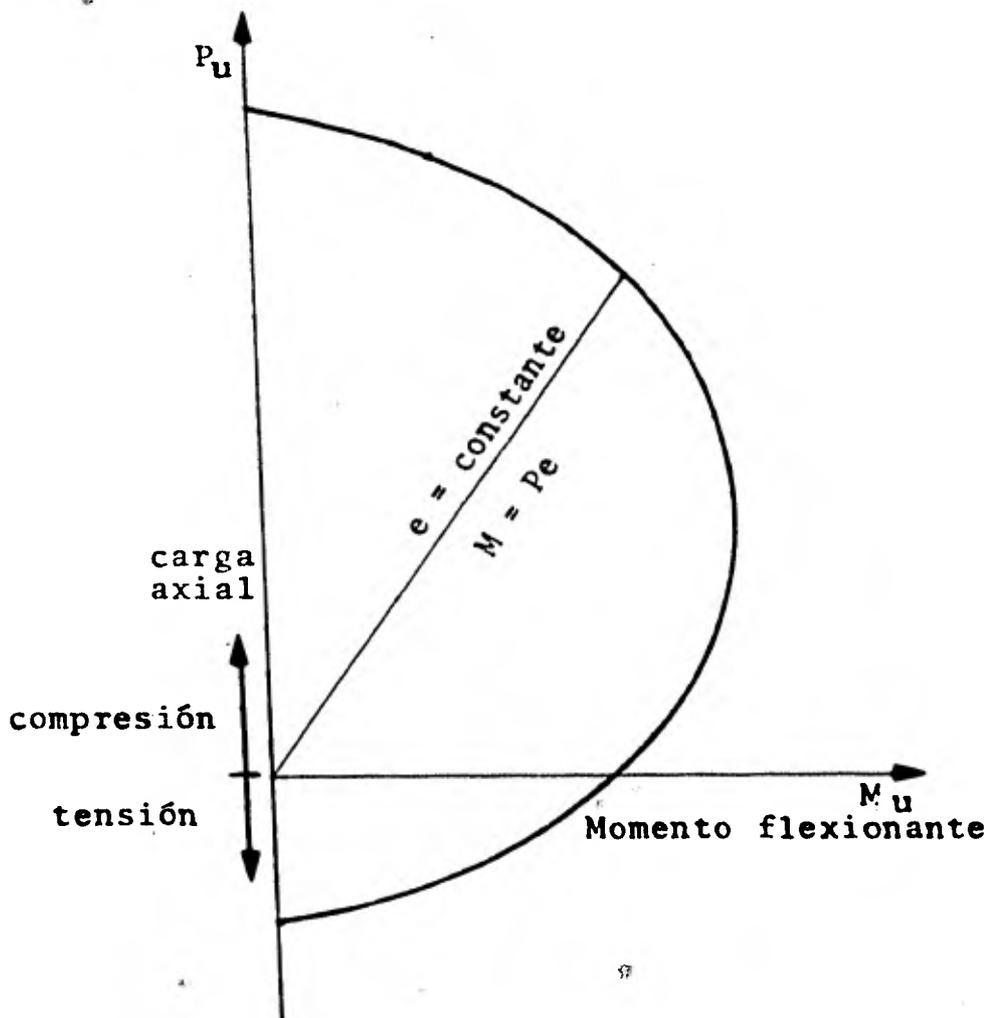
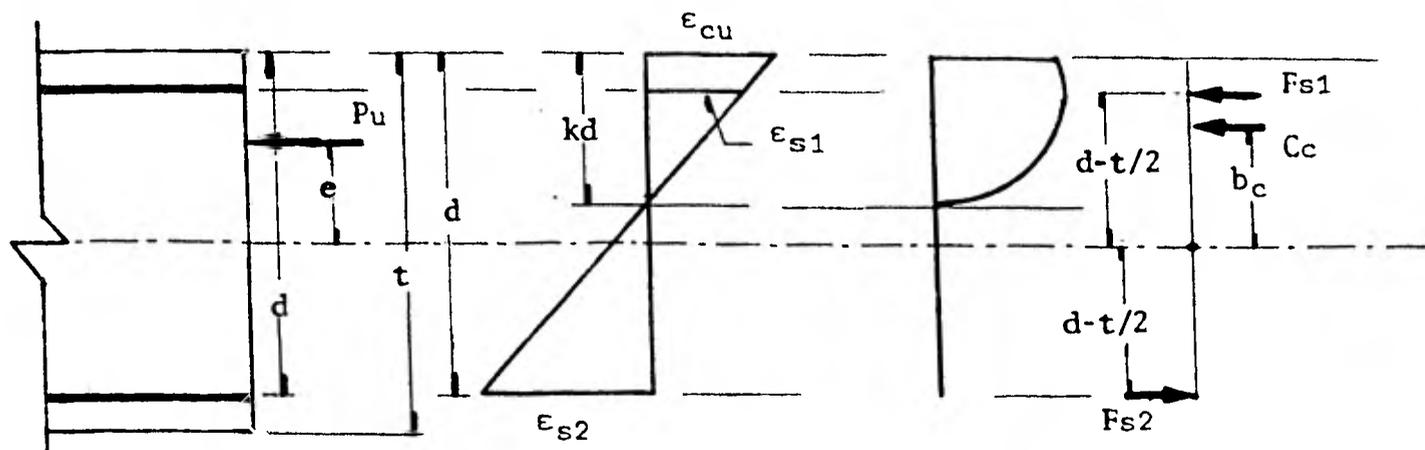


Fig. 2. Diagrama de interacción típico para una sección de concreto, con refuerzo simétrico.

Cualquier punto en la curva de trazo continuo representa una combinación de momento y carga axial con la cual el elemento alcanza su resistencia.

El diagrama de la figura anterior corresponde a un elemento definido perfectamente, tanto en su geometría como en sus materiales, y representa el conjunto de acciones interiores máximas que el elemento es capaz de soportar.

En la figura 3 se observa una sección rectangular con acero distribuido simétricamente. En ella aparece la distribución de deformaciones



$$F_{s1} + C_c - F_{s2} - P_u = 0$$

$$C_c \cdot b_c + (F_{s1} + F_{s2})(d-t/2) - P_u \cdot e = 0$$

Fig. 3. Ecuaciones de equilibrio para una sección de concreto sujeta a flexión y carga axial.

para una carga axial aplicada excéntricamente; las ecuaciones de equilibrio serán:

$$\Sigma F_i - P_u = 0$$

$$\Sigma M_i - P_u \cdot e = 0$$

Estas ecuaciones tienen como incógnitas la profundidad del eje neutro y la excentricidad de la carga axial.

Para los fines de este trabajo se fijaron diferentes profundidades del eje neutro, a partir de las cuales se obtuvieron la fuerza y el momento resultante.

3. ANALISIS DE LA VALIDEZ DEL RECTANGULO EQUIVALENTE

Una de las suposiciones básicas de la teoría de la resistencia a flexión nos menciona que es conocida la curva esfuerzo-deformación, para el concreto, que define la magnitud y distribución del esfuerzo a compresión.

Algunos investigadores han sugerido reemplazar el perfil actual del bloque de esfuerzos a compresión del concreto, por un rectángulo equivalente, como medida de simplificación, tal como se ilustra en la figura 4.

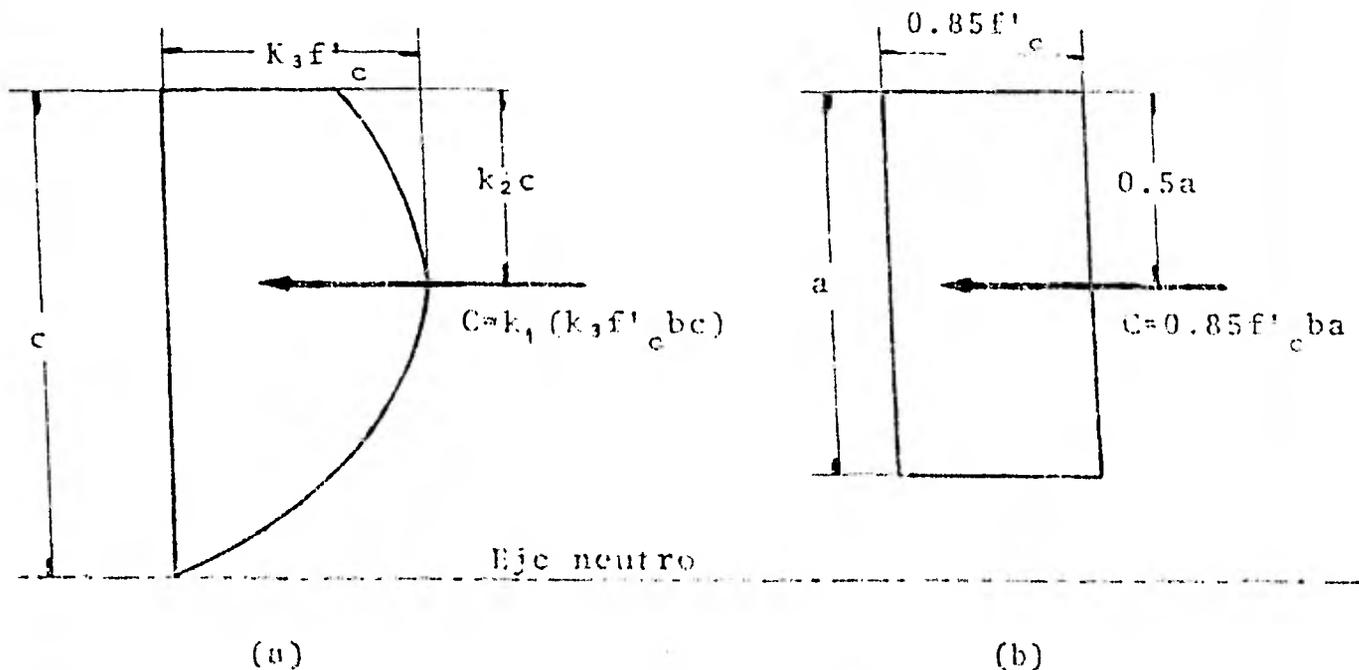
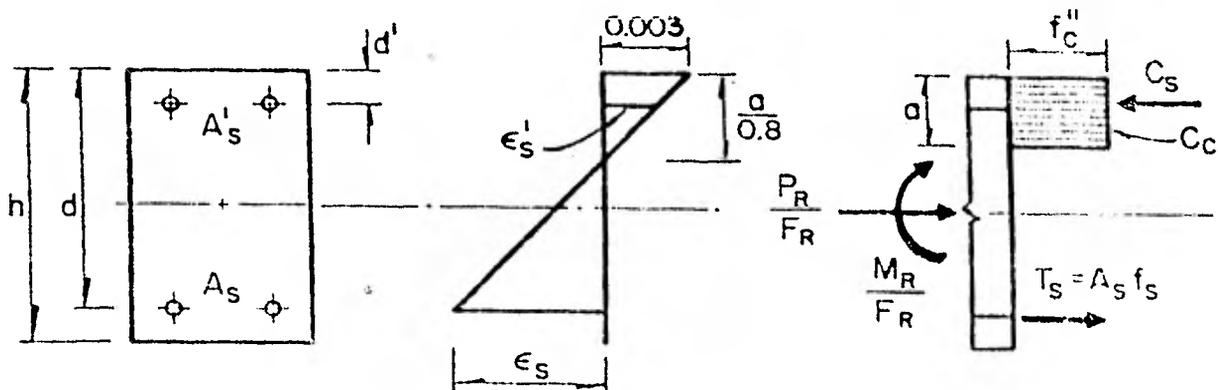


Fig.4. Distribución de esfuerzos en la zona de compresión de una sección rectangular

- (a) Distribución real
- (b) Distribución rectangular equivalente

En el diseño actual de elementos sujetos a flexocompresión (columnas), adoptado por el RDF-76, se sigue el procedimiento general, llamado de estados límite, equivalente al diseño plástico o de resistencia última estipulado por otros reglamentos.

Esquemáticamente se muestra lo anterior en la figura 5.



$$\text{de } \Sigma F = 0; \quad \frac{P_R}{F_R} = C_c + C_s - T_s$$

$$\Sigma M = 0; \quad \frac{M_R}{F_R} = (T_s + C_s) \frac{d - d'}{2} + C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right)$$

Fig. 5 . Aplicación de las hipótesis para calcular resistencias y de las condiciones de equilibrio, a una sección rectangular

CONSTRUCCION DE DIAGRAMAS CON LA CURVA DE HOGNESTAD

En el presente trabajo se estudió el efecto que se produce en el diseño si se considera el diagrama esfuerzo-deformación del concreto propuesto por Hognestad. Para lograr lo anterior fue necesario modificar

los programas de computadora que se encuentran disponibles. Cabe aclarar que estos programas fueron utilizados para la elaboración de los diagramas de interacción editados en el apéndice de la publicación número 176 del instituto de Ingeniería.

PROGRAMAS PARA COMPUTADORAS

Para la obtención de las gráficas deben conocerse la cantidad, distribución y recubrimiento del acero, así como μ (ecu/ey); con estos datos junto con el de la profundidad del eje neutro, supuesta, se encuentran las resultantes parciales del concreto y del acero.

La profundidad del eje neutro se hace variar desde valores muy pequeños hasta un valor máximo que produce la condición de momento nulo; el número de valores que se le asigne al eje neutro, debe ser, tal que permita definir completamente el diagrama.

Los datos que deben proporcionarse a la computadora son: N, que define el número de puntos necesarios para construir el diagrama, μ , q (pfy/f \bar{c}), d/t, R (relación entre el área de acero lateral y extremo), f'_c y ϵ_{cu} .

Una vez que la computadora ha leído los datos, toma un valor inicial de la profundidad del eje neutro, k, igual a 1/N, elige las fórmulas correspondientes a ese valor de k, y calcula las resultantes parciales del concreto y del acero. Acto seguido suma estas resultantes o contribuciones parciales, obteniendo los valores de la fuerza y momento resultantes mismos que representarán un punto de la curva de interacción. Este proceso se repite incrementando el valor del eje neutro (K) cada vez 1/N, de tal manera que se obtienen N puntos de dicha curva.

Para la obtención de los diagramas presentados más adelante se usó - -

$N = 30$, en donde q varía de 0.1 a 0.8, en intervalos de 0.1, y para d/t se usaron los valores de 0.85 y 0.867, definidos para los especímenes de laboratorio llevados a la falla experimentalmente por Hognestad; para R solo se usó el valor de cero, correspondiente al caso de acero en dos caras.

Las figuras 6 y 7 corresponden a los diagramas de flujo en base a los cuales se obtienen los diagramas de interacción utilizables en el diseño de columnas de concreto reforzado sujetas a carga axial y momento flexionante.

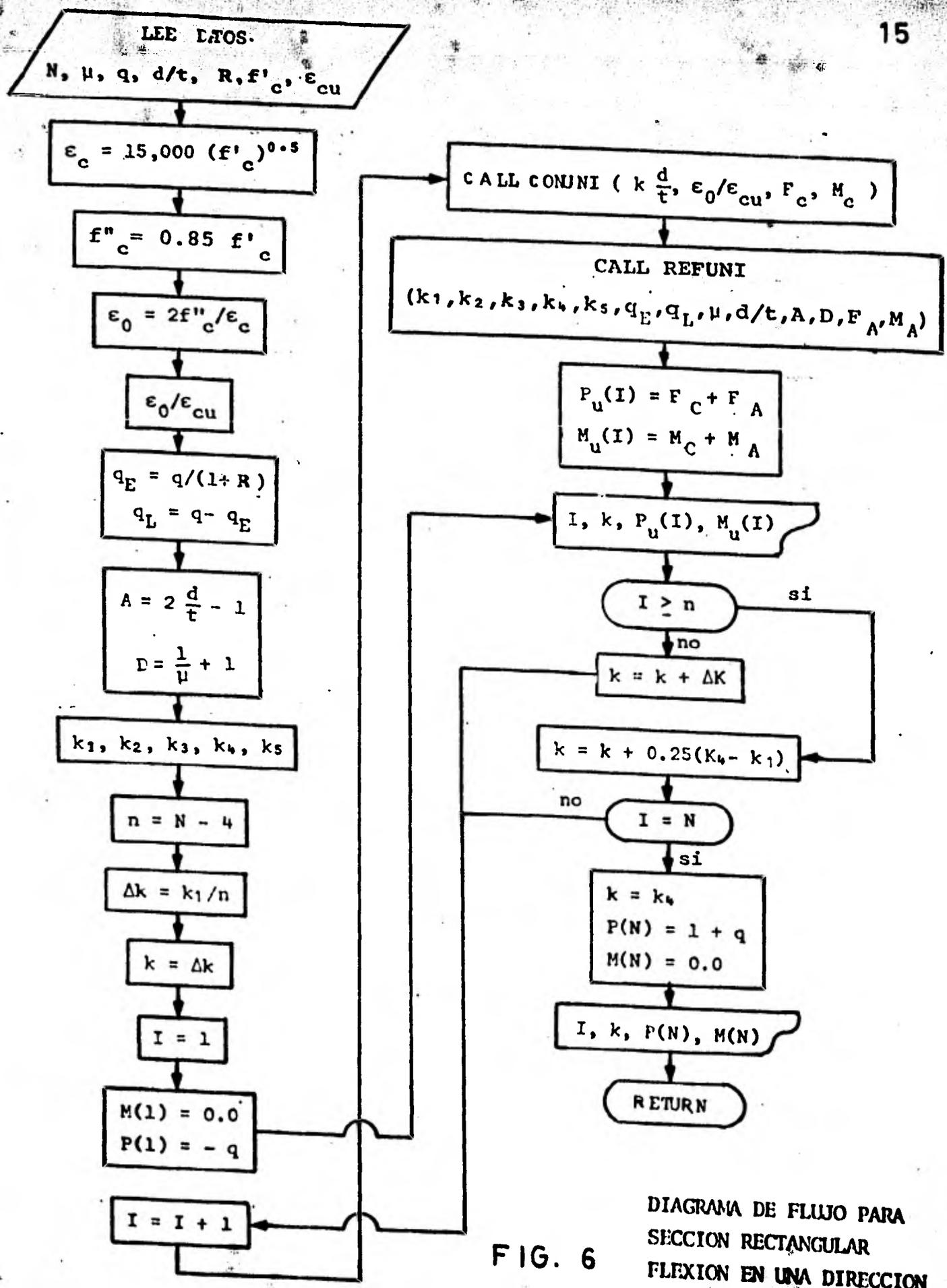


FIG. 6

DIAGRAMA DE FLUJO PARA SECCION RECTANGULAR FLEXION EN UNA DIRECCION SUBROUTINA UNIAX

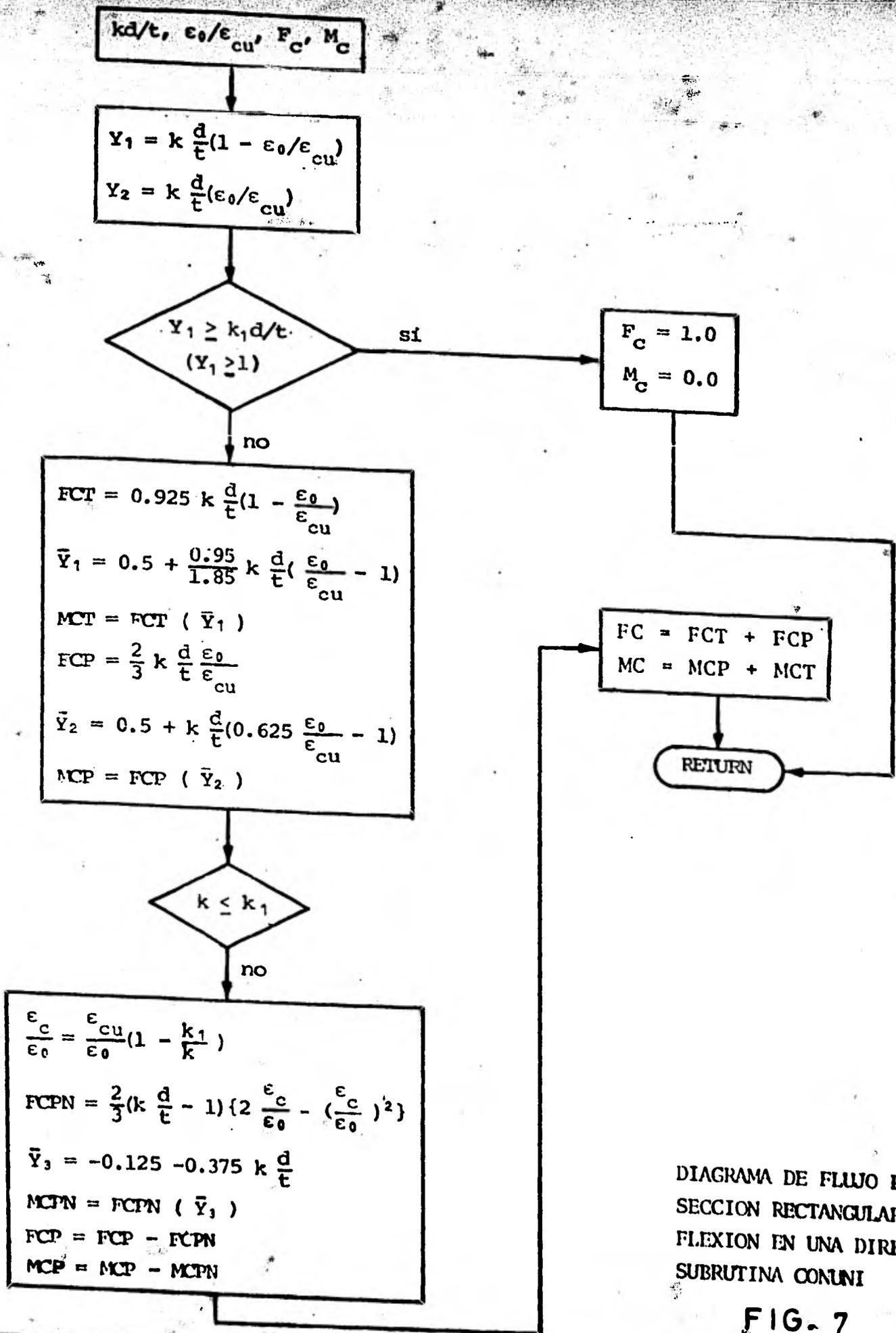


DIAGRAMA DE FLUJO PARA SECCION RECTANGULAR FLEXION EN UNA DIRECCION SUBROUTINA CONUNI

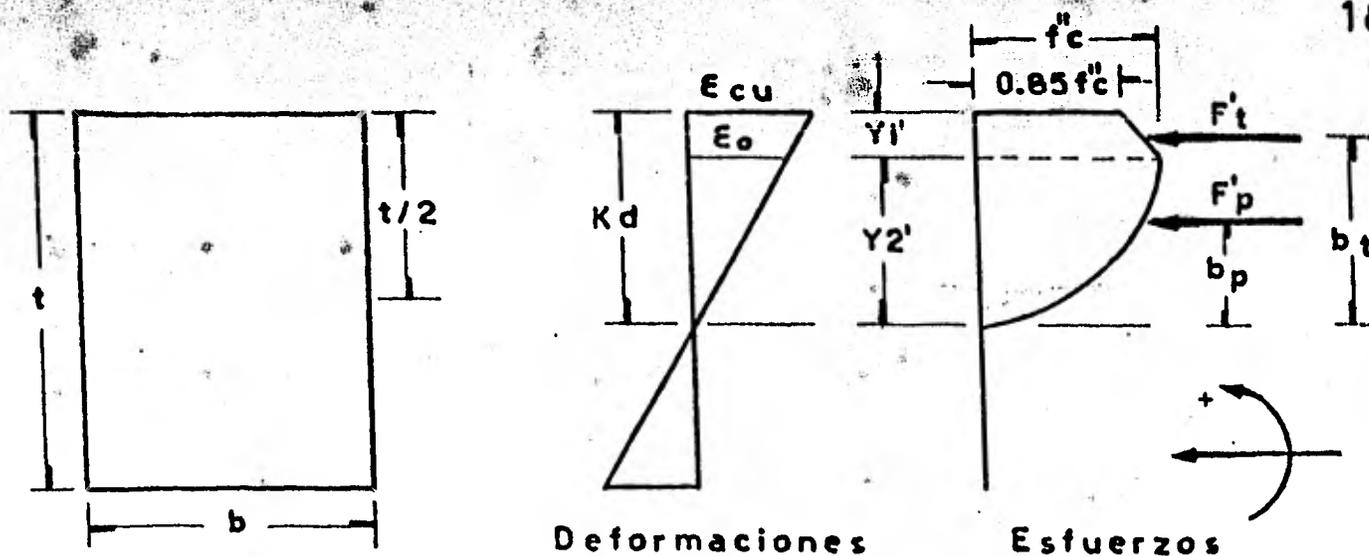
FIG. 7

Al observar la variación existente en el diseño de los elementos cuando se considera diferentes f'_c del concreto se concluyó que para f'_c de 100, 200, 300 y 400 kg/cm^2 , las gráficas resultantes son muy similares entre sí.

Enseguida se presenta la deducción de las fórmulas para las resultantes del concreto. (figs. 8 y 9).

Adicionalmente se incluyen los diagramas de interacción de secciones cuadradas con refuerzo concentrado en los extremos ($R = 0$) de un $f_y = 3066 \text{ kg}/\text{cm}^2$, sometidas a carga axial y flexión en una dirección (figs. 10 y 11), elaborados en base a la curva de Hognestad.

Se presenta también un programa tipo de corrida.



Deformaciones

Esfuerzos

Si $kd \leq t$

$$F'_t = 0.925 k d b f''_c (1 - \epsilon_0 / \epsilon_{cu})$$

$$F'_p = \frac{2}{3} k d f''_c (\epsilon_0 / \epsilon_{cu})$$

$$F_t = \frac{F'_t}{b t f''_c} = 0.925 k \frac{d}{t} (1 - \epsilon_0 / \epsilon_{cu})$$

$$F_p = \frac{F'_p}{b t f''_c} = \frac{2}{3} k \frac{d}{t} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}}$$

$$M'_t = F'_t b_t = 0.925 k d b f''_c (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}}) \left\{ \frac{t}{2} + \frac{0.95}{1.85} k d \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}} - 1 \right) \right\}$$

$$M'_p = F'_p b_p = \frac{2}{3} k d f''_c \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}} \left(\frac{t}{2} + 0.625 k d \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}} - k d \right)$$

$$M_t = \frac{M'_t}{b t^2 f''_c} = 0.925 k \frac{d}{t} (1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}}) \left\{ 0.5 + \frac{0.95}{1.85} k \frac{d}{t} \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}} - 1 \right) \right\}$$

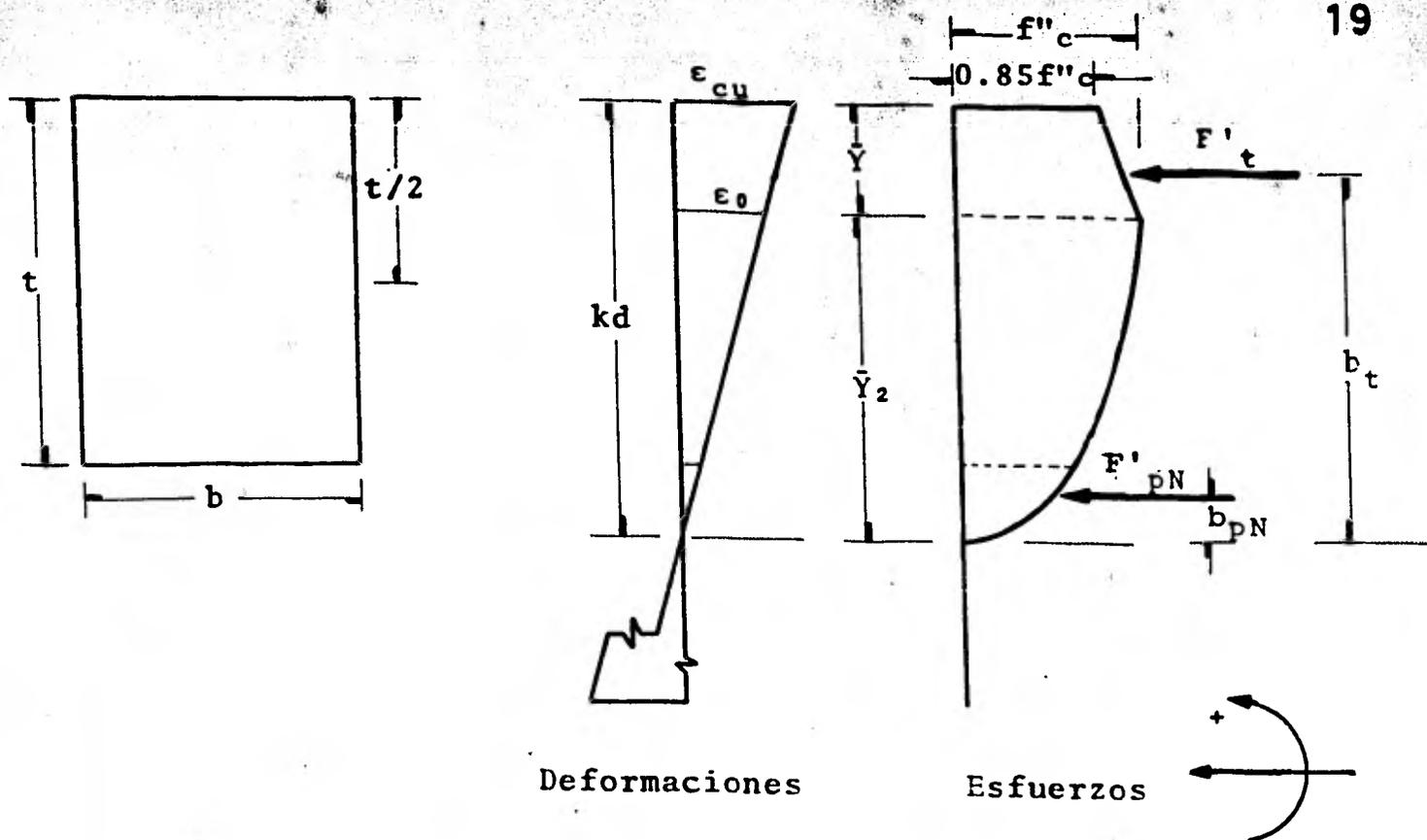
$$M_p = \frac{M'_p}{b t^2 f''_c} = \frac{2}{3} k \frac{d}{t} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}} \left(0.5 + 0.625 k \frac{d}{t} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cu}} - k \frac{d}{t} \right)$$

$$F_c = F_p + F_t$$

$$M_c = M_p + M_t$$

FIG. 8

SECCION RECTANGULAR
FLEXION EN UNA DIRECCION
RESULTANTES DEL CONCRETO
CASO I



Si $kd > t$

$$F'_{pN} = \frac{2}{3} (kd - t) f'_c \left\{ 2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right\} b$$

$$F_{pN} = \frac{F'_{pN}}{b t f'_c} = \frac{2}{3} \left(k \frac{d}{t} - 1 \right) \left\{ 2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right\}$$

$$M'_{pN} = F'_{pN} b_{pN} = \frac{2}{3} (kd - t) b f'_c \left\{ 2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right\} \left(-\frac{t}{8} - \frac{3}{8} kd \right)$$

$$M_{pN} = \frac{M'_{pN}}{b t^2 f'_c} = \frac{2}{3} \left(k \frac{d}{t} - 1 \right) \left\{ 2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right\} \left(-\frac{1}{8} - \frac{3}{8} k \frac{d}{t} \right)$$

$$F_c = F_p + F_t - F_{pN}$$

$$M_c = M_p + M_t - M_{pN}$$

FIG. 9

SECCION RECTANGULAR
FLEXION EN UNA DIRECCION
RESULTANTES DEL CONCRETO
CASO II

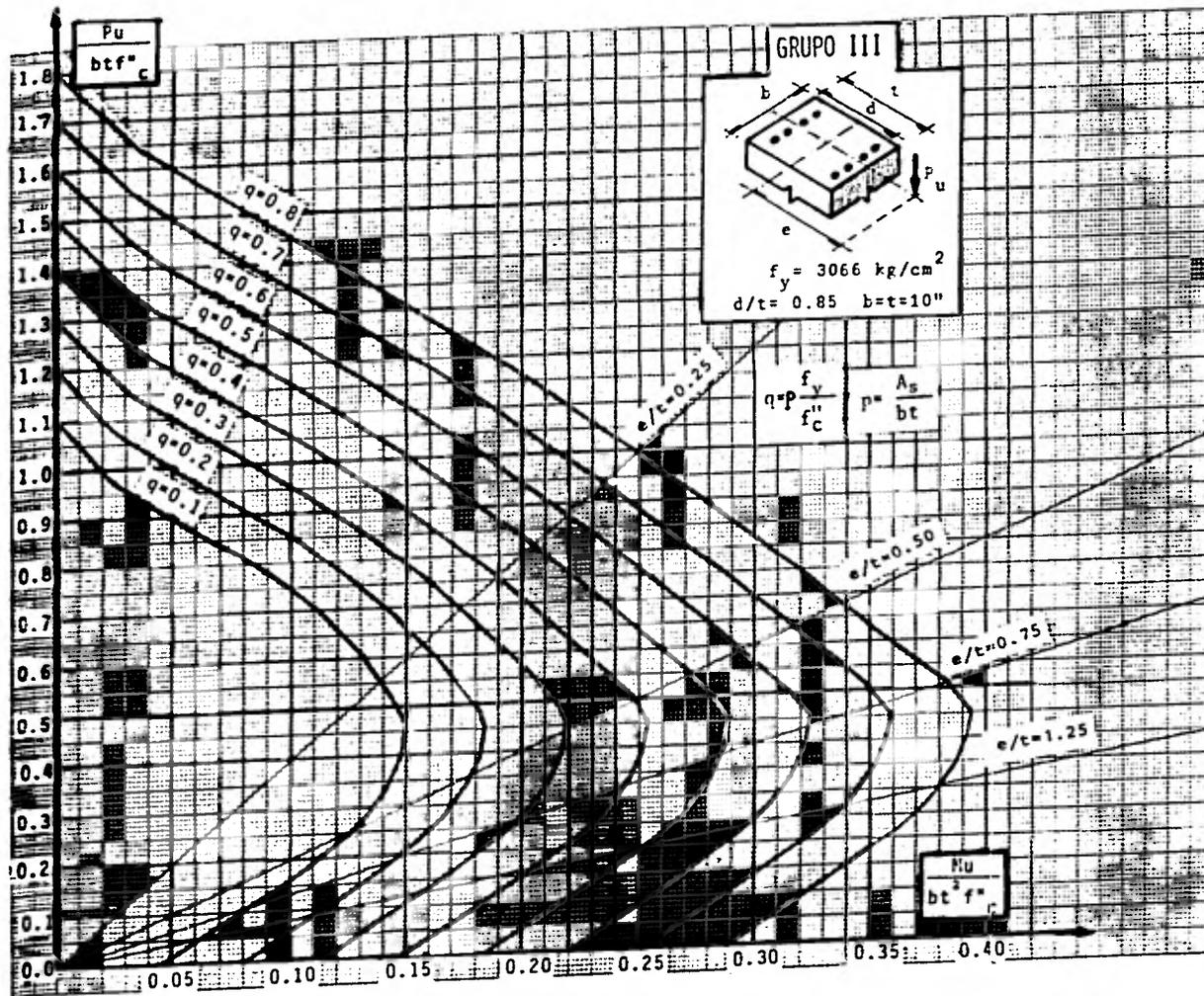


FIG. 10

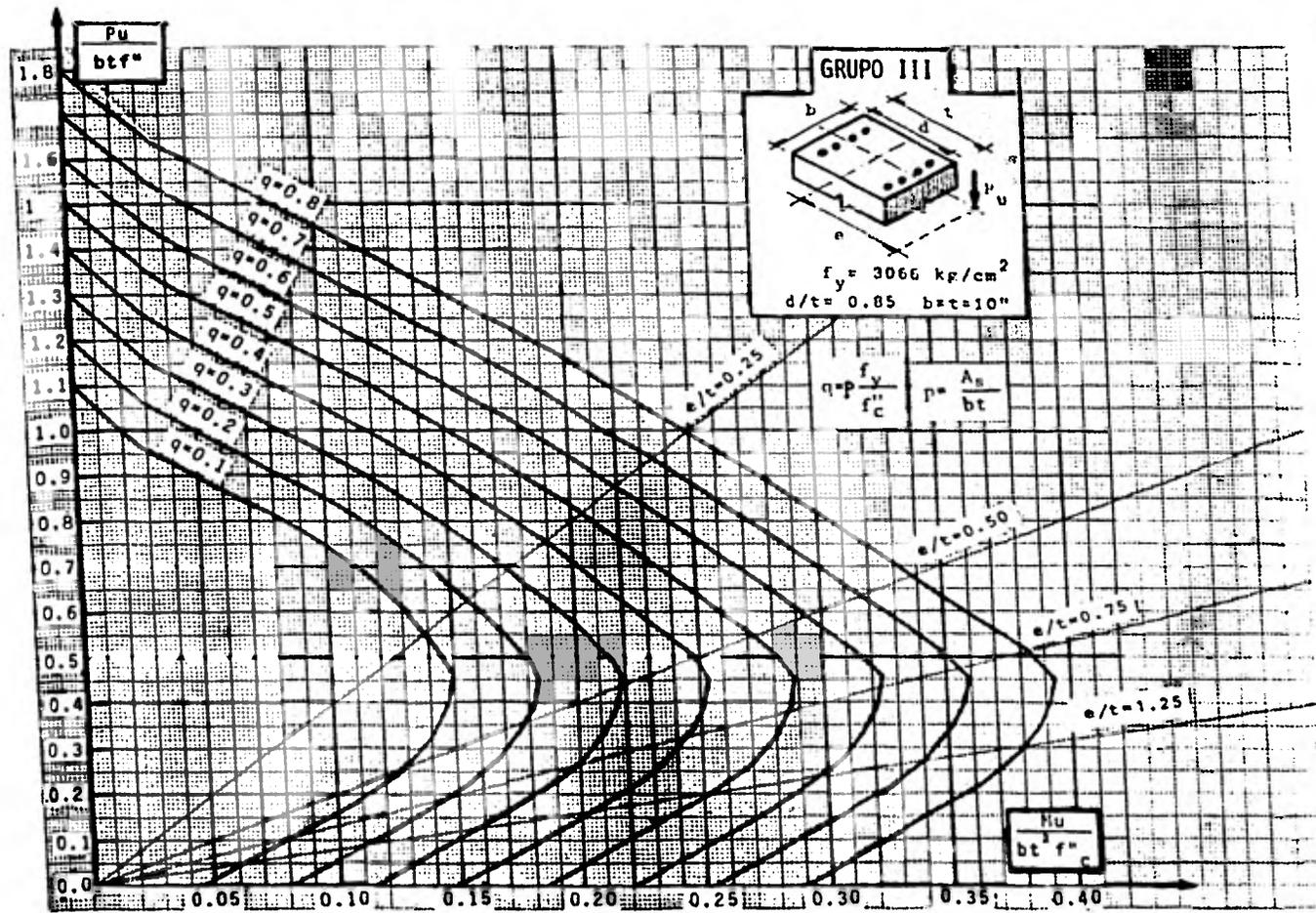


FIG. 10

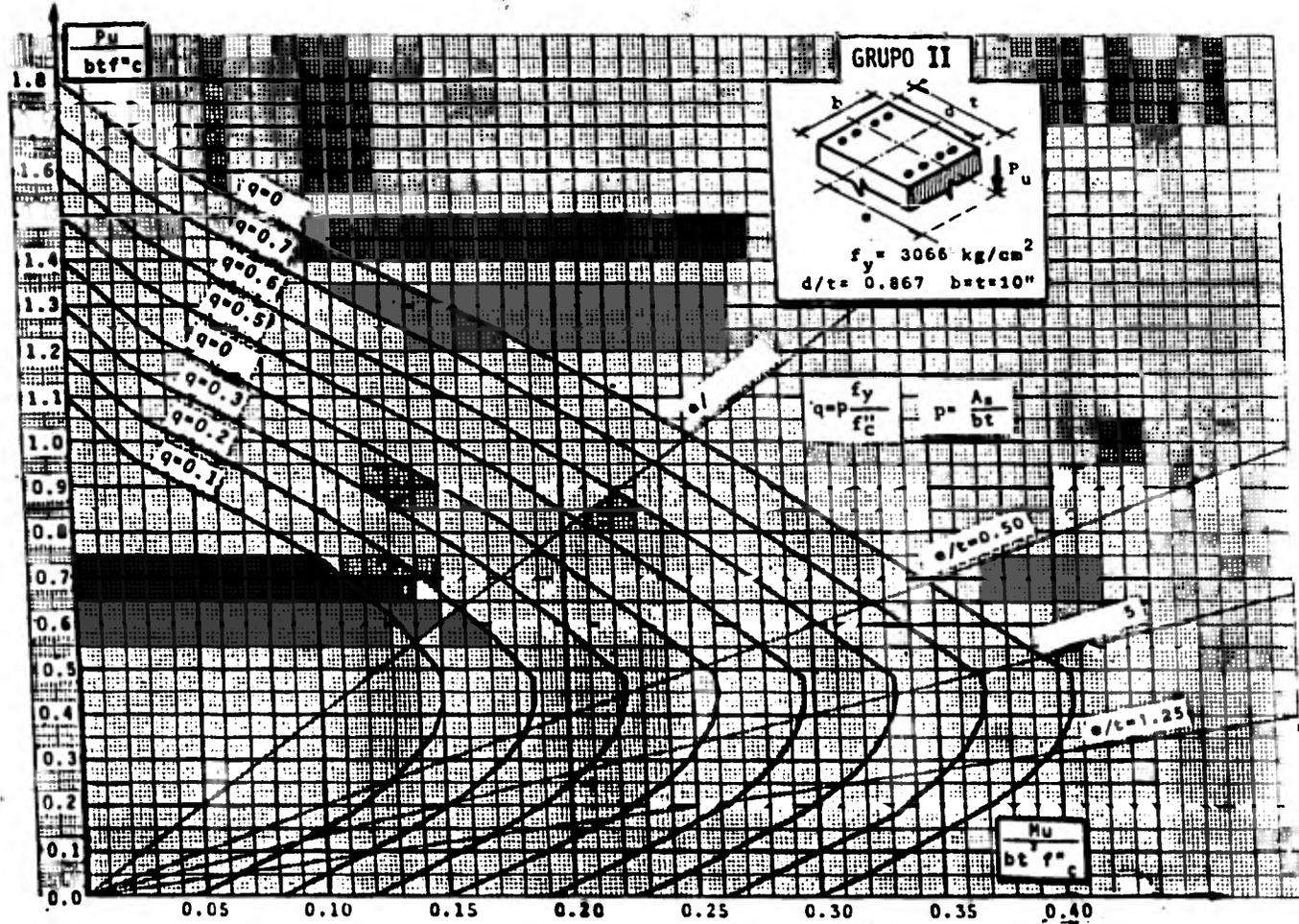


FIG. 11



Large block of ASCII art consisting of multiple rows of characters forming abstract patterns and shapes.

TS: JUL 14, 1980 21:43:57, SYSTEM SERIAL: 116, RUNCG MCP: SYSTEM/OSC/MCP1. III.00.176

W O R K F L O W S T A T E M E N T S

00000100 2JOB CESARNOVA
00000200 2USER FILE
00000300 2CLASS 5
00000400 2PLOT
00000500 2COMPILE UNIAK FORTRAN
00000600 2ICRDT
00000700 2DATA FILES
00000800 2END JOB

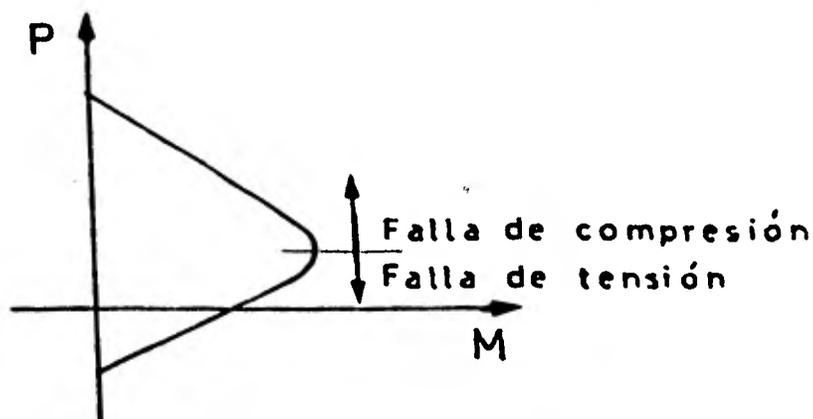
J O B S U M M A R Y

18, 1256
21:41:00 003 0073 CESARNOVA
JOB FILED SYSTEM: JUL 14, 1980 21:41:00
CHUR: 5

COMPARACION ENTRE EL RDF-76 Y HOGNESTAD

Se presentan 6 gráficas para flexocompresión uniaxial ---- (figuras 12 a 17) en las cuales se comparan los diagramas de interacción elaborados con la hipótesis del rectángulo equivalente de esfuerzos para el concreto con los diagramas obtenidos suponiendo la curva idealizada esfuerzo-deformación --- para el concreto propuesta por Hognestad (fig. 1).

En las gráficas correspondientes a un esfuerzo de fluencia para el acero de $f_y=4000 \text{ kg/cm}^2$ (figs. 12, 13 y 14) se observa que hay una mayor resistencia con el rectángulo equivalente - entre el 4.8% y el 6.6% - que la dada con la curva de Hognestad. Dicha diferencia es en la zona de falla a compresión.



Para la zona de la falla de tensión no hay discrepancia -- entre los dos métodos.

Para las gráficas correspondientes a un acero con un esfuerzo de fluencia para el acero de $f_y=6000 \text{ kg/cm}^2$ (figs. 15, 16 y 17) se obtiene una resistencia mayor con el criterio de Hognestad - entre el 10% y el 13% - que con el del RDF.

Tambien se presenta ésta diferencia en la zona de falla a compresión.

De lo anterior se concluye que la aplicación del rectángulo equivalente para la construcción de diagramas de interacción es aceptable por ser pequeña la discrepancia que se tiene con la utilización de la curva de Hognestad para el diseño de columnas de concreto.

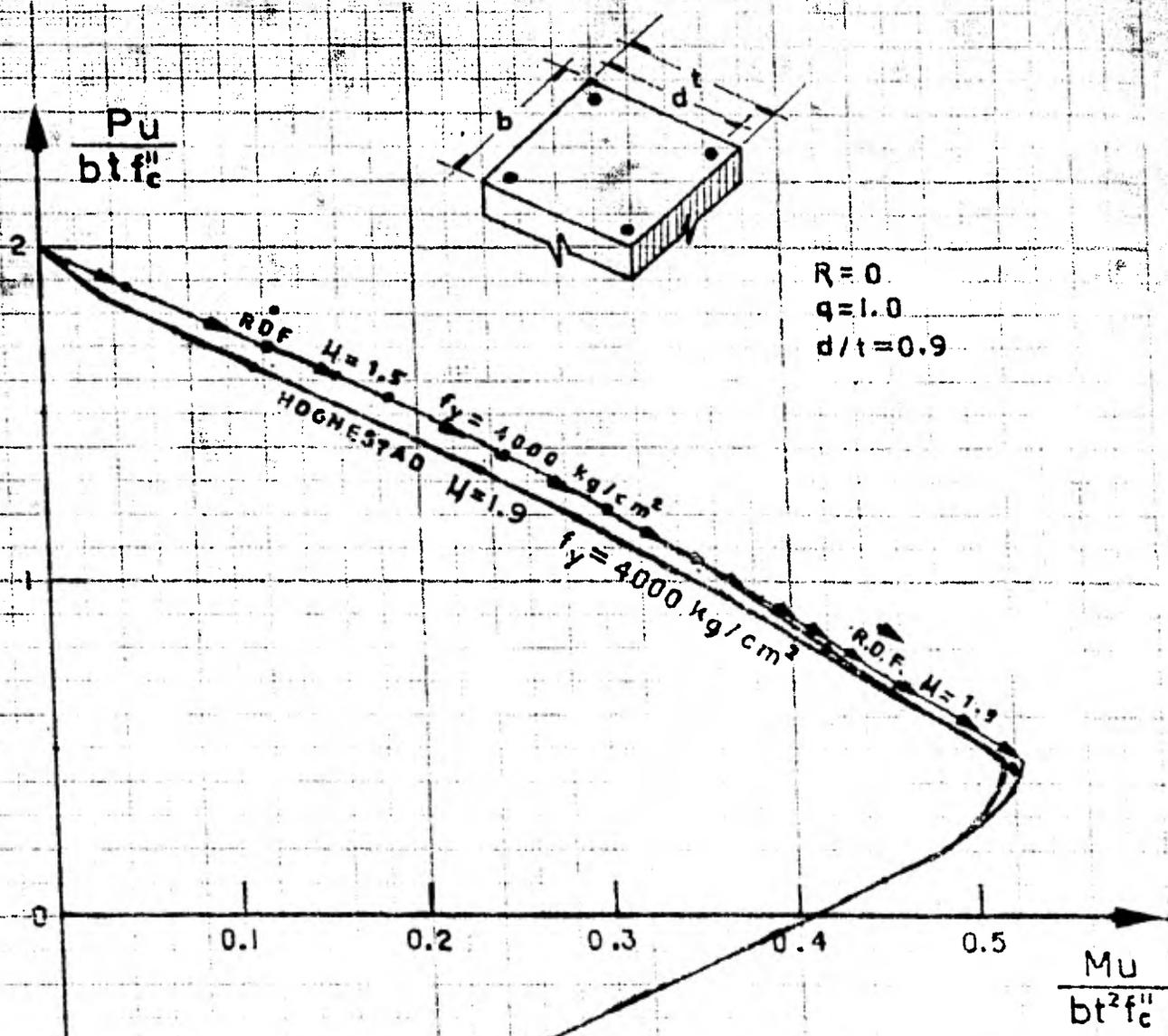


FIG. 12

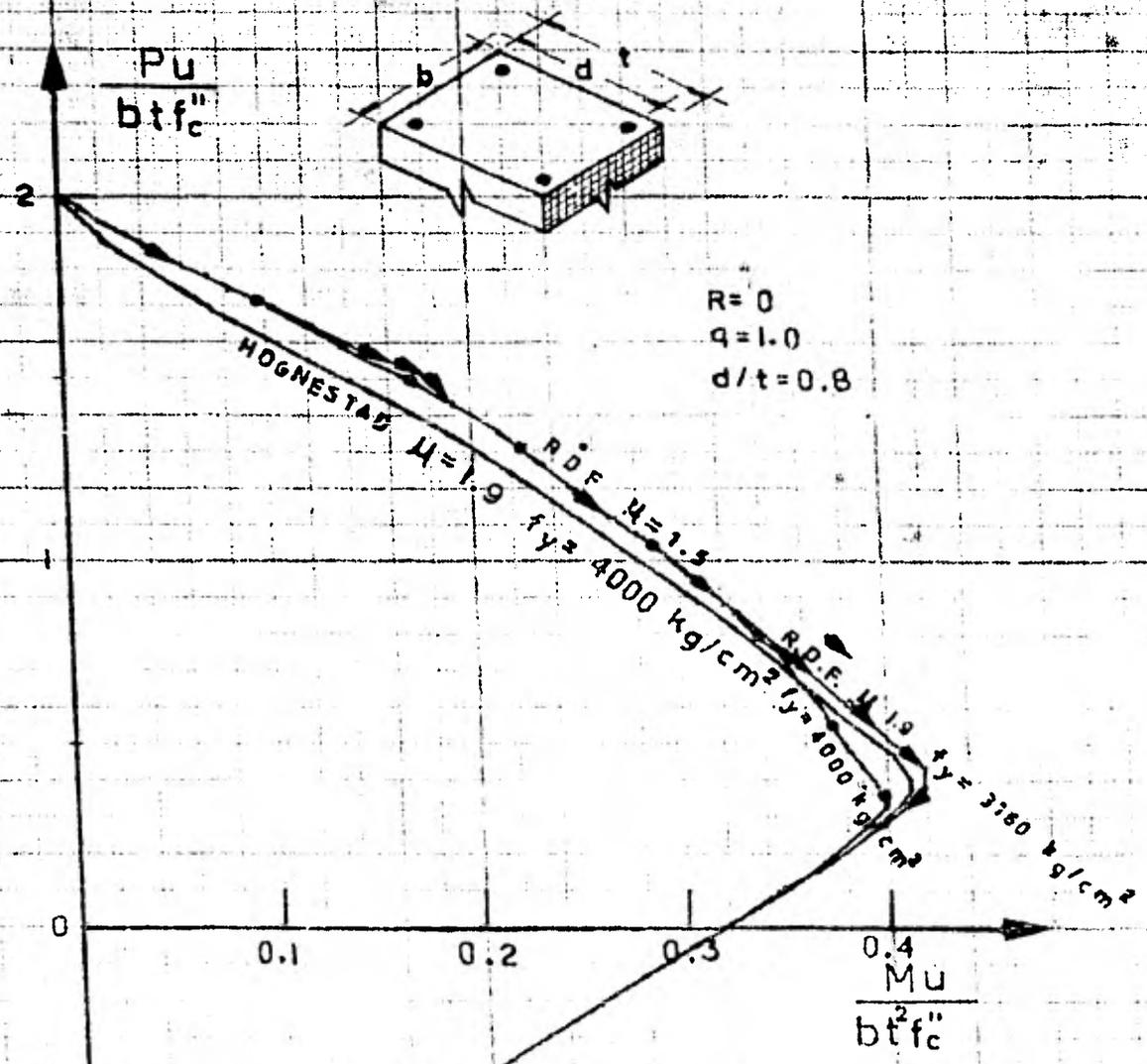
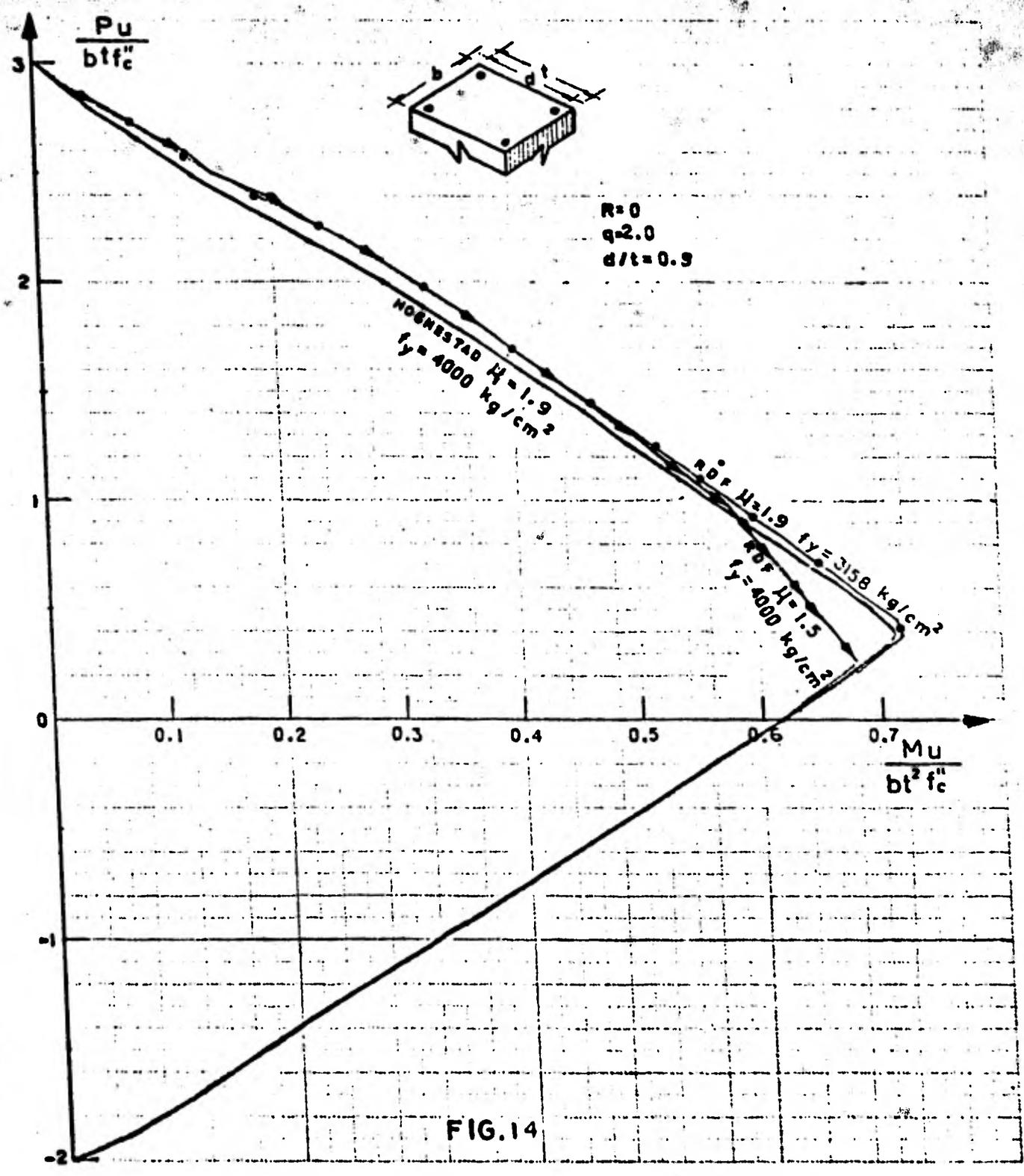
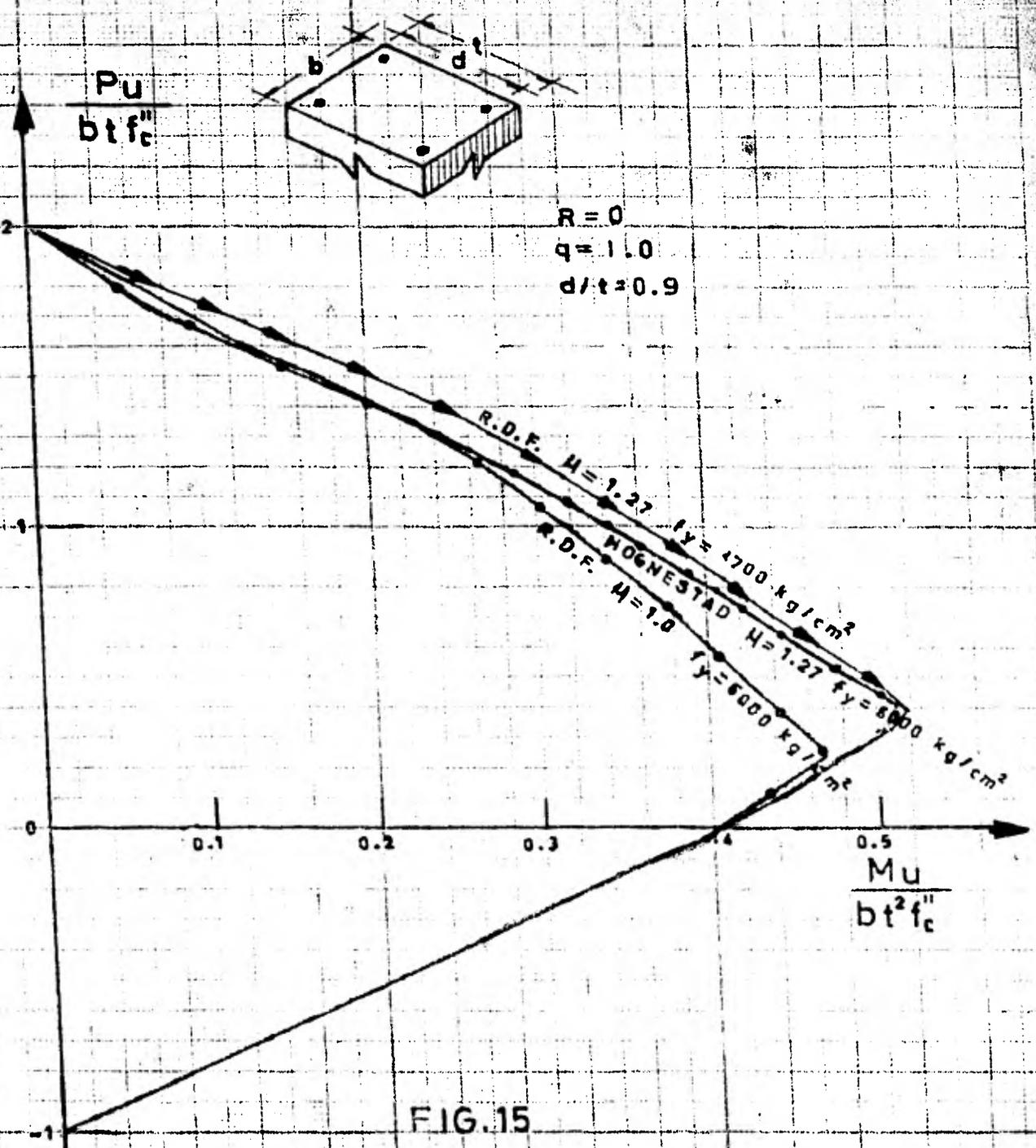


FIG. 13





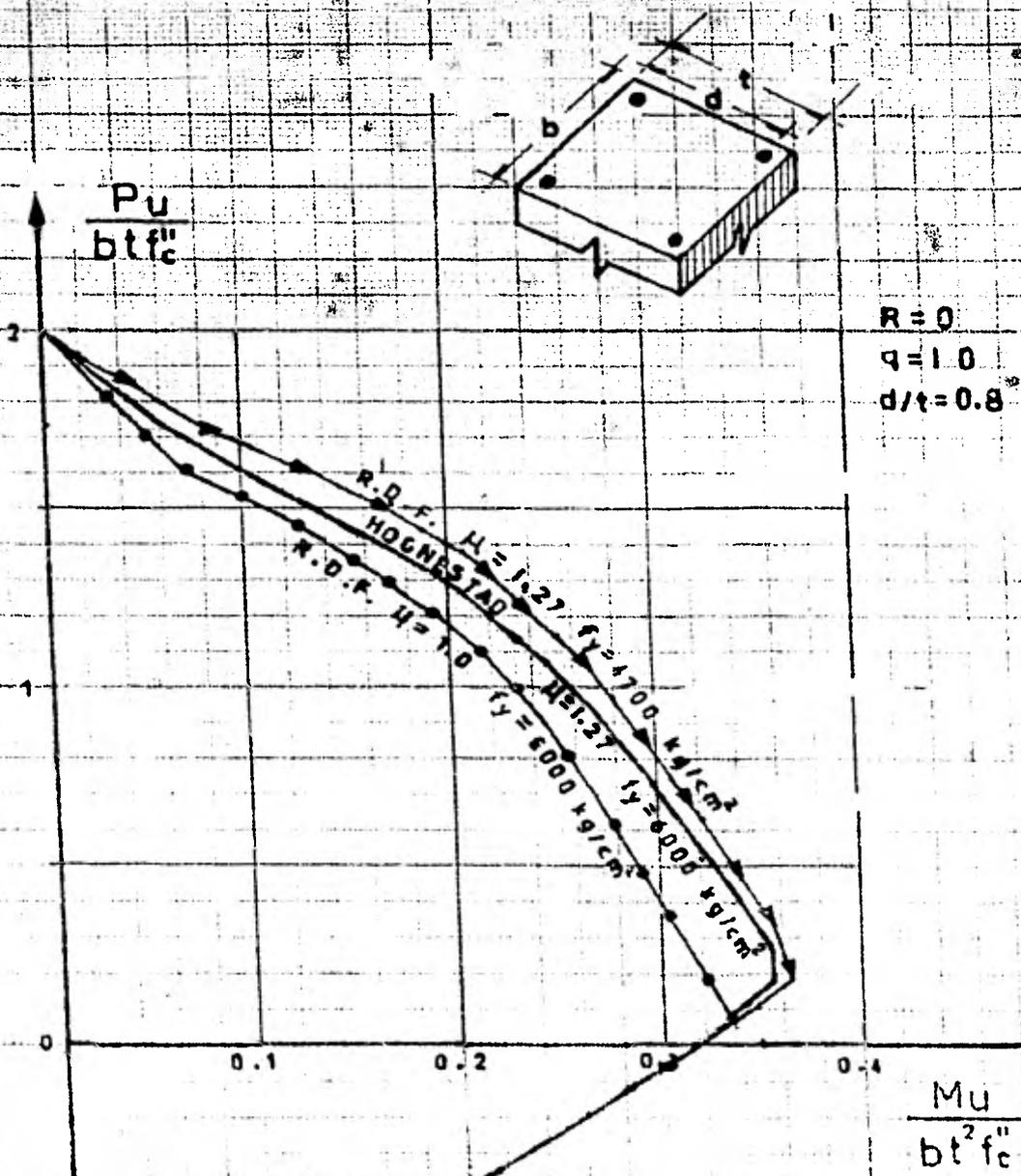
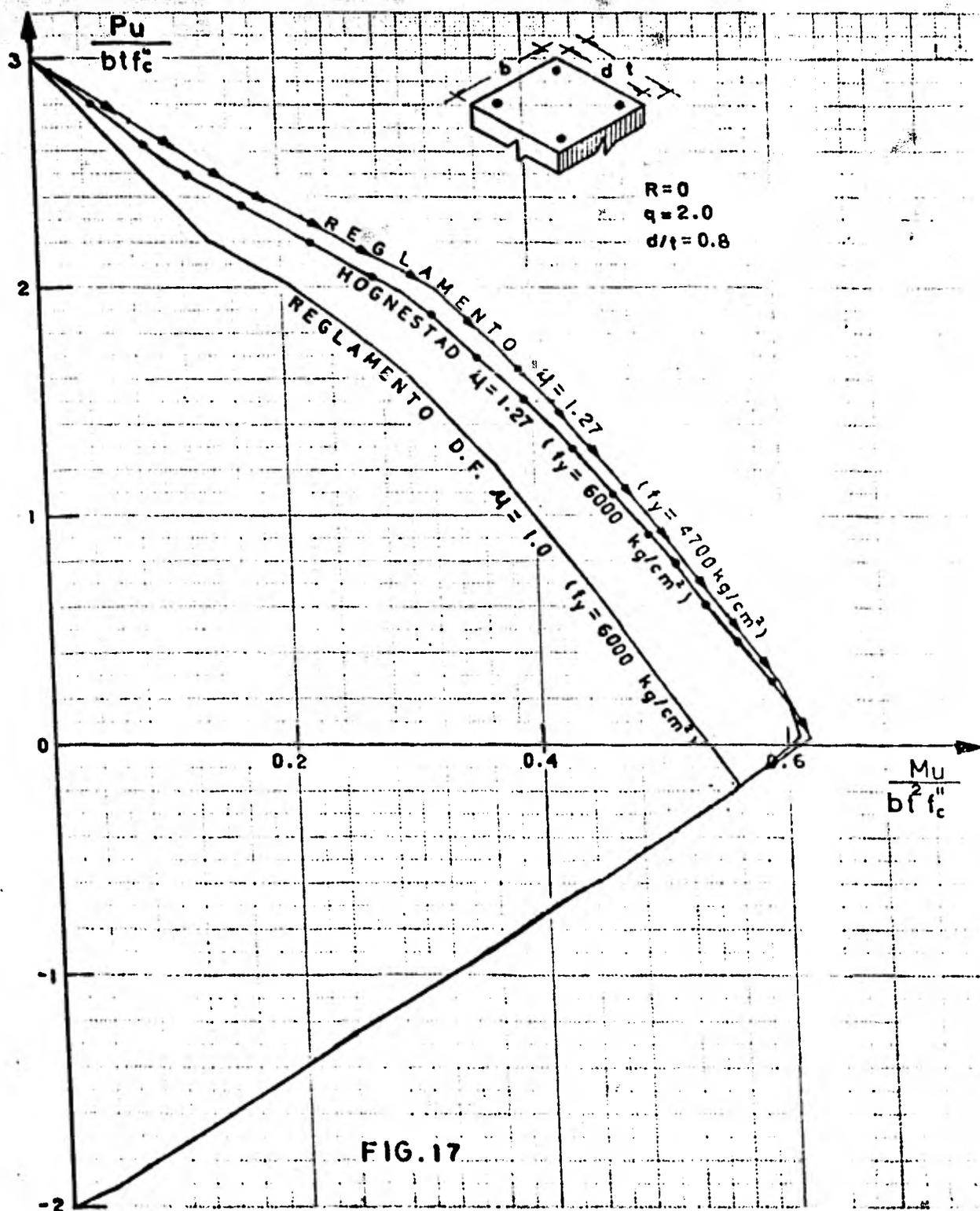


FIG. 16



4. REVISION DE LA PRECISION DE LOS METODOS DEL RDF

Los diagramas de interacción obtenidos con la curva de Hognestad, en el capítulo anterior, se aplicarán en el cálculo de la carga y del momento últimos de las columnas de concreto, que fueron estudiadas experimentalmente por Hognestad en 1951. Los tipos de especímenes utilizados en las pruebas experimentales de columnas son como se muestran en la figura 18.

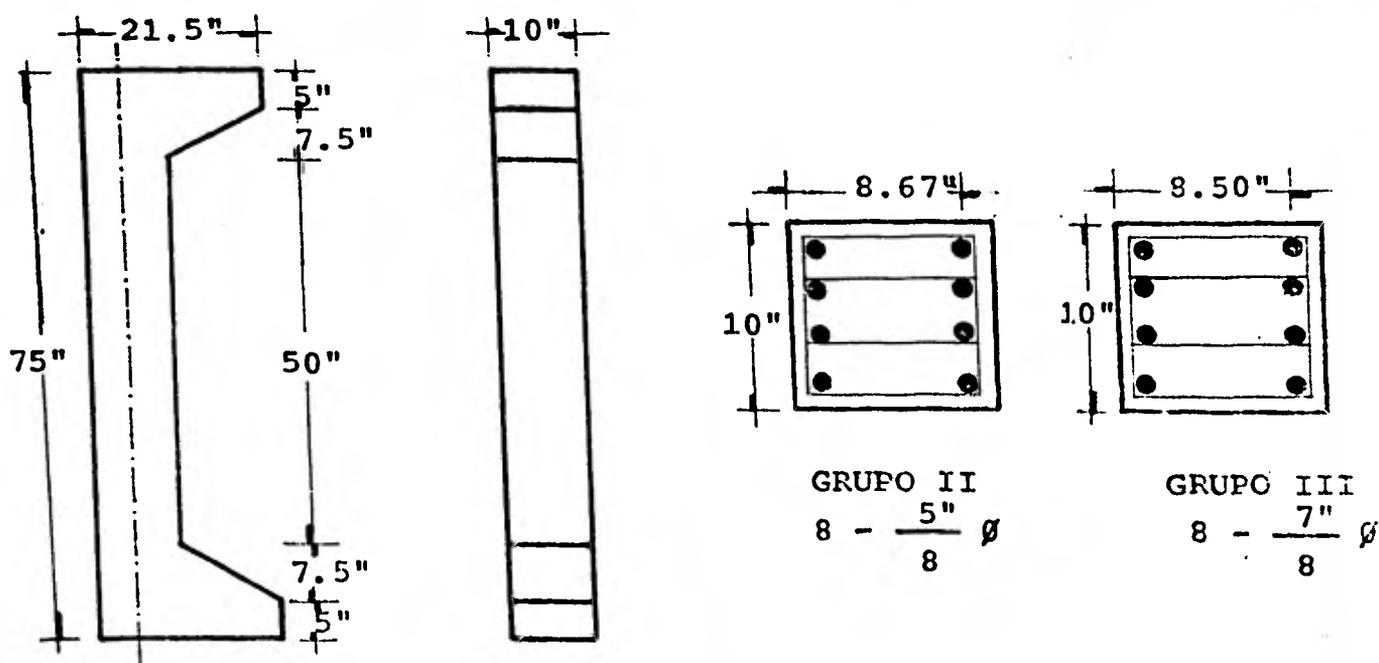


FIGURA 18. TIPOS DE ESPECIMENES

En el presente trabajo se obtienen las acciones internas que las columnas de concreto son capaces de soportar mediante el empleo de dos criterios diferentes:

- a) En base a la aplicación de la curva de Hognestad para el concreto.
- b) Con la utilización de los diagramas de interacción propuestos por el RDF-76.

Los resultados se muestran en las tablas I y II, donde aparecen registrados 5 grupos de columnas. Cada grupo fué llevado a la falla, por Hognestad, con una misma excentricidad axial de la carga. Dentro de cada grupo se hizo variar la resistencia a la compresión del concreto (f'_c) utilizado en las columnas.

Como puede observarse, las tablas I y II se dividen en 4 partés: la primera corresponde a los resultados obtenidos en el laboratorio; la segunda corresponde a la carga y al momento últimos calculados con los diagramas de interacción elaborados en este trabajo, con la curva de Hognestad; la tercera a las acciones internas P_u y M_u calculadas con los diagramas de interacción del RDF-76 y; en la cuarta parte, se hace una comparación de criterios.

Para dar una idea de la comparación de criterios, en la tabla I, por ejemplo, en la hilera correspondiente a la columna A6 se obtiene un 33.6% más sobre la resistencia real obtenida en las pruebas de laboratorio.

Es de notarse en las tablas I y II que en la gran mayoría de las columnas en estudio la resistencia proporcionada por el RDF-76 y por las gráficas de interacción construidas con la curva de Hognestad para el concreto es superior a la que se obtuvo en los estudios efectuados en el laboratorio.

A continuación se presentan las tablas comparativas I y II.

T A B L A I

GRUPO II		d/t=0.867		f'c=0.85 f'c		fy=3066 kg/cm ²		b=t=25.4 cm				
Columna	- 1 -						- 2 -		- 3 -		- 4 -	
	E X P E R I M E N T A L						HOGNESTAD		R.D.F.		%	
	f'c (kg/cm ²)	As (cm ²)	q = Asfy/bt f'c	e/h —	Pu (Ton)	Pu bt f'c	Pu bt f'c	Pu (Ton)	Pu bt f'c	Pu (Ton)	2 / 1 —	3 / 1 —
A 6 a	369	15.834	0.24	0.00	187.79	0.928	1.24	250.9	1.24	250.9	1.336	1.336
b	388	"	0.23	"	217.73	1.023	1.23	261.7	1.23	261.7	1.202	1.202
B 6 a	281	"	0.31	"	206.84	1.314	1.31	206.2	1.31	206.2	0.997	0.997
b	284	"	0.31	"	190.51	1.223	1.31	204.0	1.31	204.0	1.071	1.071
C 6 a	142	"	0.62	"	102.06	1.311	1.62	126.2	1.62	126.2	1.237	1.237
b	107	"	0.83	"	91.63	1.562	1.83	107.4	1.83	107.4	1.172	1.172
A 7 a	369	"	0.24	0.325								
b	409	"	0.22	0.25	128.82	0.574	0.648	145.4	0.680	152.6	1.129	1.129
B 7 a	287	"	0.31	"	116.12	0.738	0.708	111.4	0.747	117.6	0.959	1.012
b	284	"	0.31	"	112.49	0.722	0.708	110.2	0.747	116.3	0.980	1.034
C 7 a	139	"	0.64	"	63.96	0.839	0.916	69.8	0.950	72.4	1.091	1.132
b	107	"	0.83	"	57.52	0.980	1.209	70.9	1.074	63.0	1.233	1.095
A 8 a	388	"	0.23	0.50	73.48	0.345	0.39	83.0	0.404	85.9	1.130	1.169
b	409	"	0.22	"	68.95	0.307	0.38	85.2	0.394	88.3	1.236	1.281
B 8 a	331	"	0.27	"	70.76	0.390	0.42	76.2	0.450	81.7	1.077	1.155
b	300	"	0.30	"	66.23	0.403	0.45	74.0	0.463	76.2	1.117	1.151
C 8 a	128	"	0.69	"	44.91	0.640	0.64	44.9	0.540	37.9	1.000	0.844
b	128	"	0.69	"	44.91	0.640	0.64	44.9	0.540	37.9	1.000	0.844
A 9 a	359	"	0.25	0.75	40.37	0.205	0.24	47.2	0.244	48.0	1.169	1.189
b	364	"	0.24	"	41.37	0.207	0.24	47.9	0.240	47.2	1.158	1.141
B 9 a	331	"	0.27	"	42.64	0.235	0.26	47.2	0.260	47.2	1.107	1.107
b	307	"	0.29	"	40.60	0.241	0.27	45.5	0.274	46.1	1.121	1.135
C 9 a	132	"	0.67	"	33.11	0.457	0.48	34.7	0.490	35.5	1.048	1.072
b	122	"	0.73	"	29.71	0.444	0.50	33.5	0.507	33.9	1.128	1.141
A 10 a	359	"	0.251	1.25	20.91	0.106	0.11	21.7	0.116	22.7	1.038	1.086
b	364	"	0.24	"	19.96	0.100	0.11	22.0	0.110	22.0	1.102	1.102
B 10 a	300	"	0.30	"	19.73	0.120	0.13	21.4	0.134	22.0	1.085	1.115
b	307	"	0.29	"	19.96	0.119	0.13	21.9	0.127	21.3	1.097	1.067
C 10 a	162	"	0.55	"	20.19	0.227	0.23	20.4	0.230	20.5	1.010	1.015
b	125	"	0.71	"	20.41	0.298	0.28	19.2	0.294	20.1	0.941	0.985

T A B L A I I

GRUPO III		$d/t=0.85$		$f''c=0.85 f'c$		$f_y=3066 \text{ kg/cm}^2$		$b=t=25.4 \text{ cm}$				
Columna	-1- E X P E R I M E N T A L						-2- HOGNESTAD		-3- R. D. F.		-4- %	
	$f'c$ (kg/cm^2)	A_s (cm^2)	$q =$ $A_s f_y / b t f''c$	e/h —	P_u (Ton)	P_u $b t f''c$	P_u $b t f''c$	P_u (Ton)	P_u $b t f''c$	P_u (Ton)	2/1	3/1
A11a	292	31.036	0.59	0.00	208.66	1.303	1.59	254.6	1.59	254.6	1.220	1.220
b	355	"	0.49	"	199.58	1.025	1.49	290.1	1.49	290.1	1.454	1.454
B11a	272	"	0.64	"	226.80	1.521	1.64	244.6	1.64	244.6	1.078	1.078
b	282	"	0.62	"	220.00	1.423	1.62	250.5	1.62	250.5	1.139	1.139
C11a	155	"	1.12	"	124.74	1.468	2.12	180.2	2.12	180.2	1.445	1.445
b	146	"	1.19	"	160.12	2.000	2.19	175.3	2.19	175.3	1.095	1.095
A12a	292	"	0.59	0.25	142.88	0.892	0.872	139.6	0.915	146.5	0.997	1.025
b	355	"	0.49	"	147.42	0.757	0.812	158.1	0.848	165.1	1.072	1.120
B12a	302	"	0.57	"	137.44	0.830	0.860	142.4	0.900	149.1	1.036	1.085
b	282	"	0.62	"	128.82	0.833	0.887	137.2	0.920	142.3	1.065	1.105
C12a	162	"	1.07	"	114.31	1.287	1.160	103.1	1.160	103.1	0.902	0.902
b	155	"	1.12	"	104.33	1.227	1.190	101.1	1.166	99.1	0.969	0.950
A13a	376	"	0.46	0.50	99.79	0.484	0.525	108.3	0.530	109.3	1.085	1.095
b	341	"	0.51	"	95.26	0.509	0.550	102.8	0.560	104.7	1.079	1.099
B13a	252	"	0.69	"	81.65	0.591	0.633	87.5	0.645	89.1	1.072	1.091
b	302	"	0.57	"	93.44	0.564	0.580	96.1	0.580	96.1	1.028	1.028
C13a	162	"	1.07	"	68.49	0.771	0.802	71.2	0.775	68.8	1.040	1.005
b	146	"	1.19	"	62.14	0.776	0.856	68.5	0.782	62.6	1.102	1.007
A14a	376	"	0.46	0.75	64.41	0.312	0.360	74.2	0.375	77.3	1.152	1.200
b	359	"	0.48	"	69.40	0.353	0.370	72.8	0.380	74.8	1.049	1.078
B14a	252	"	0.69	"	62.96	0.456	0.471	65.1	0.480	66.3	1.054	1.053
b	323	"	0.54	"	49.90	0.282	0.403	71.4	0.420	74.4	1.431	1.491
C14a	137	"	1.27	"	52.39	0.697	0.692	52.0	0.595	44.7	0.993	0.853
b	146	"	1.19	"	47.17	0.589	0.661	52.9	0.592	47.4	1.121	1.005
A15a	359	"	0.48	1.25	39.92	0.203	0.195	38.4	0.198	39.0	0.962	0.977
b	341	"	0.51	"	35.83	0.192	0.202	37.8	0.210	39.3	1.055	1.097
B15a	267	"	0.65	"	33.57	0.229	0.250	36.6	0.260	38.1	1.090	1.135
b	326	"	0.53	"	38.33	0.214	0.210	37.5	0.220	39.3	0.978	1.025
C15a	137	"	1.27	"	32.89	0.438	0.441	33.1	0.380	28.5	1.006	0.867
b	146	"	1.19	"	33.79	0.422	0.417	33.4	0.377	30.2	0.988	0.894

La resistencia obtenida con las gráficas de interacción - elaboradas en base a la curva idealizada esfuerzo-deformación del concreto debida a Hognestad (fig.1) es en promedio:

Para el grupo II (tabla I) un 10.2% mayor que la resistencia obtenida en el laboratorio, - con un coeficiente de variación $C_v=0.12392$

Para el grupo III (tabla II) un 9.1% mayor que la resistencia obtenida en el laboratorio, con un coeficiente de variación $C_v=0.12392$

La resistencia que se obtiene en base a las gráficas del RDF-76 es en promedio:

Para el grupo II (tabla I) un 10.6% mayor que la resistencia obtenida en el laboratorio, - con un coeficiente de variación $C_v=0.09822$

Para el grupo III (tabla II) un 8.7% mayor que la resistencia de laboratorio, con un coeficiente de variación $C_v=0.1430$

Haciendo un análisis estadístico de la información proporcionada en las tablas I y II se presenta enseguida los datos empleados para la construcción de los histogramas correspondientes a la comparación de criterios.

INTERVALO	TABLA I		TABLA II	
	Frecuencia		frecuencia	
	2/1	3/1	2/1	3/1
0.80-0.85	-	2	-	-
0.85-0.90	-	-	-	3
0.90-0.95	2	-	1	2
0.95-1.00	4	2	6	1
1.00-1.05	3	3	6	6
1.05-1.10	5	5	9	10
1.10-1.15	7	8	3	3
1.15-1.20	3	5	1	1
1.20-1.25	4	2	1	1
1.25-1.30	-	1	-	-
1.30-1.35	1	1	-	-
1.35-1.40	-	-	-	-
1.40-1.45	-	-	2	1
1.45-1.50	-	-	1	2

Se muestra en las figuras 19 y 20 los histogramas construidos.

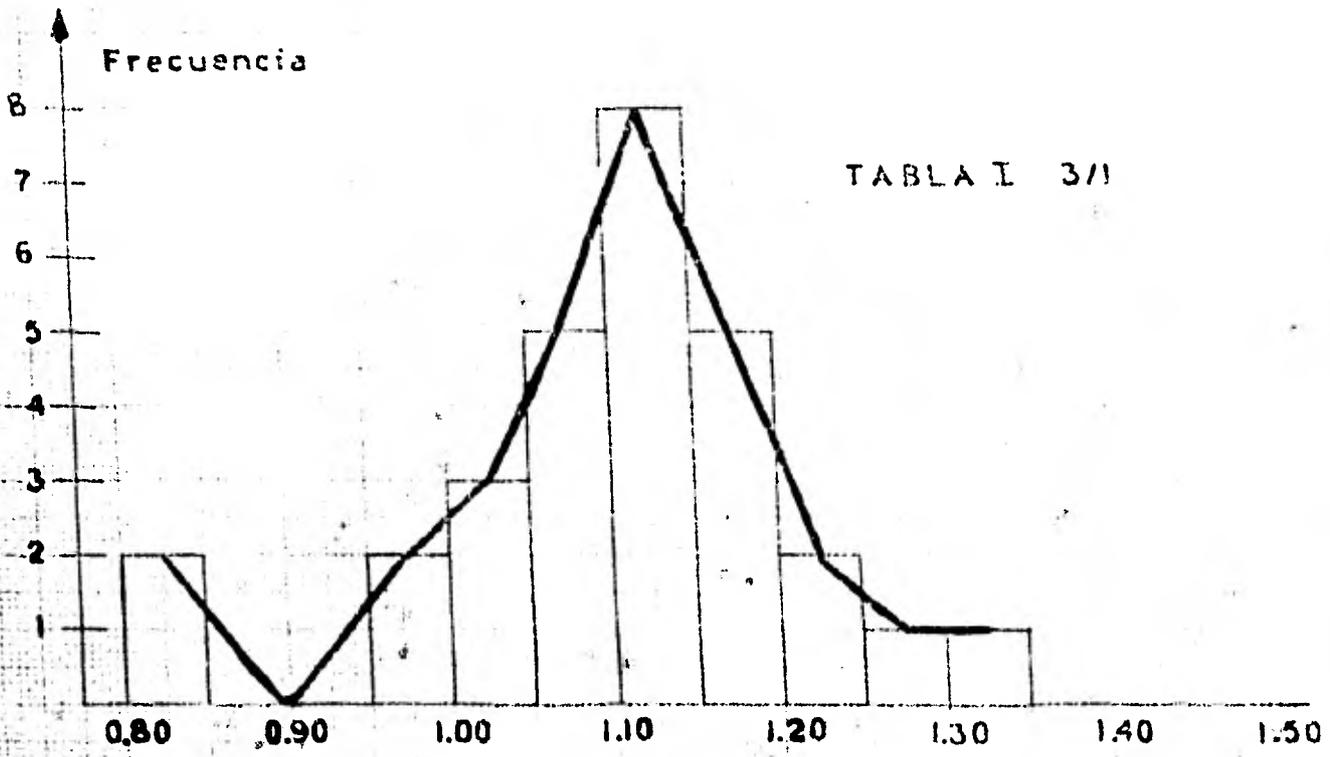
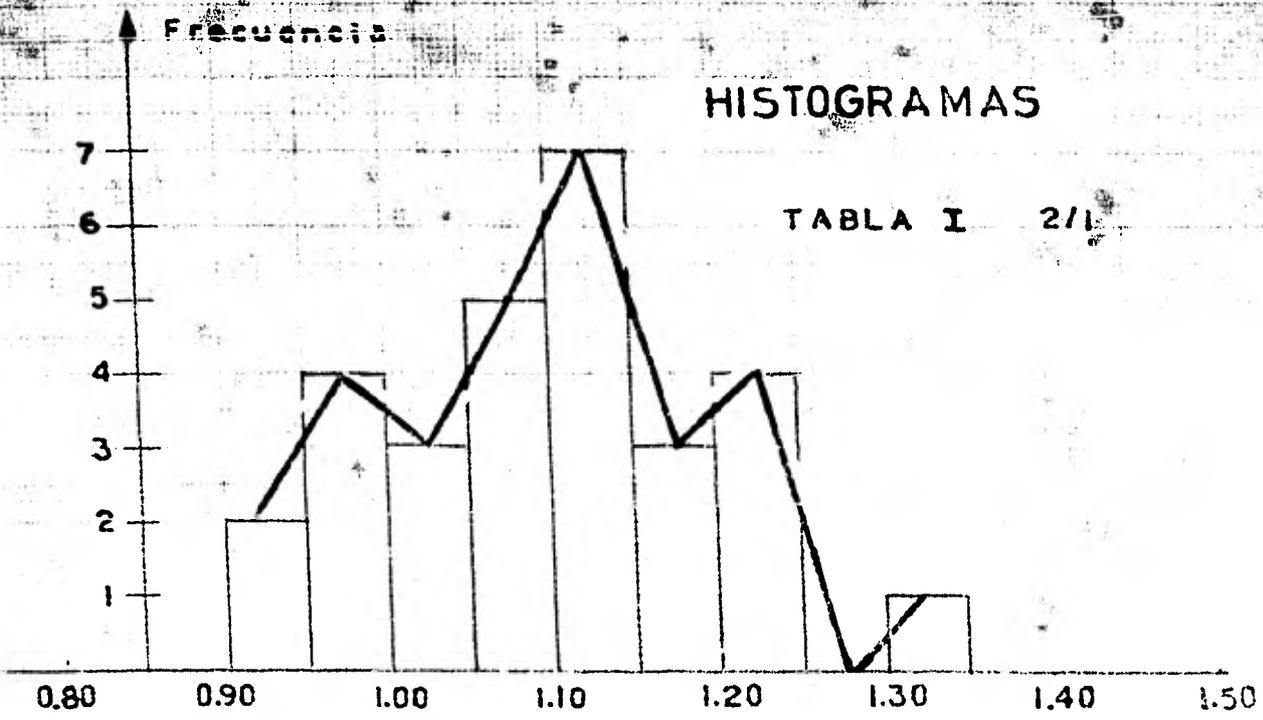
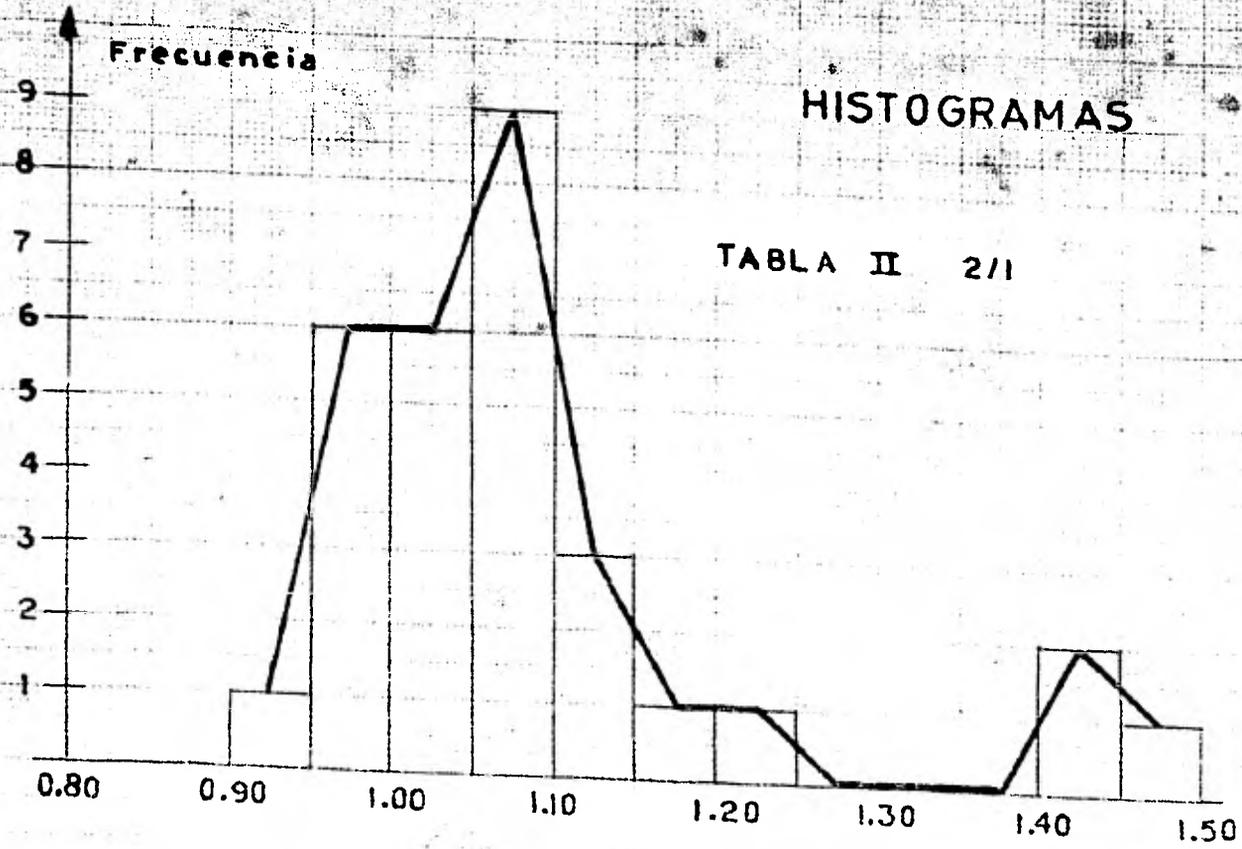


FIG. 19

HISTOGRAMAS

Frecuencia

TABLA II 2/1



Frecuencia

TABLA II 3/1

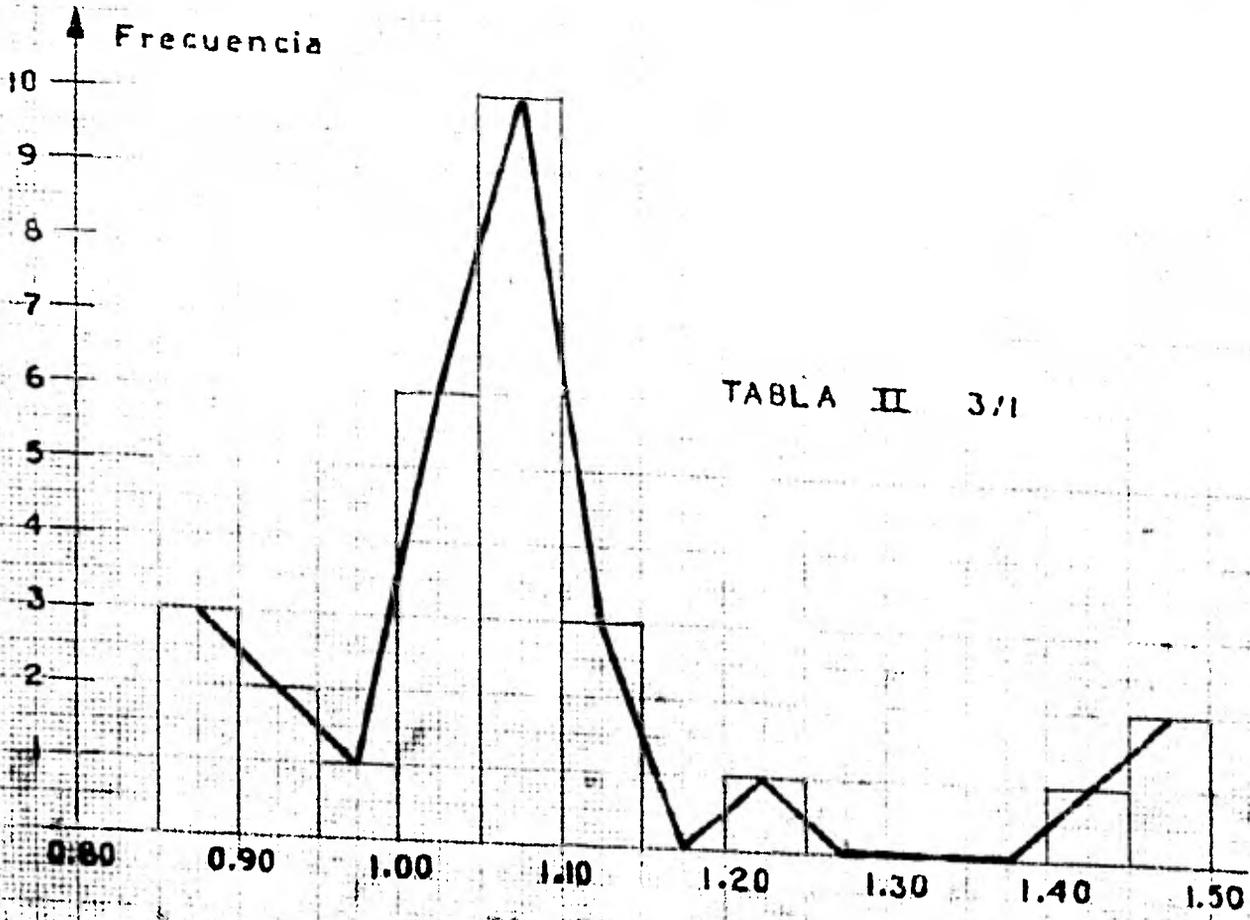


FIG. 20

De los histogramas se observa que en gran porcentaje de datos tabulados corresponden a valores mayores que 1, teniéndose que la relación promedio entre la carga máxima, calculada con el RDF, y experimental es de 1.095, y el coeficiente de variación del 12 por ciento.

Conviene señalar que en la prueba experimental la carga de servicio es menor que la carga última con que se llevo a la falla las columnas en el laboratorio. Para el diseño por el RDF las fuerzas internas obtenidas del análisis bajo cargas de servicio deben multiplicarse por los factores de carga especificados a fin de lograr sus valores de diseño o últimos. La resistencia tambien se ve afectada por factores de reducción.

Con lo anterior se llegan a tener valores semejantes entre las pruebas de laboratorio y el diseño teórico (RDF).

En el estudio realizado, para determinar la precisión del remplazo del perfil real del bloque de esfuerzos del concreto a compresión por el rectángulo equivalente, se observó (figs. 12 a 17) que es aceptable dicho remplazo con el que se facilita el cálculo - teniéndose con uno y otro criterio variaciones entre ± 10 por ciento.

La hipótesis del rectángulo equivalente puede considerarse aceptable para el diseño ya que, como se muestra, en las figuras 12 a 17 la discrepancia entre lo exacto y lo aproximado es pequeña.

Además es conveniente señalar que el rectángulo es una medida de simplificación con la cual se llega a una formulación matemática mas sencilla para el diseño de una sección de concreto.

En la comparación de resultados obtenidos en el laboratorio con los dados por el RDF se observó (tablas I y II) que entre los dos hay resultados muy semejantes.

6. BIBLIOGRAFIA

1. R.Park y T.Pauley, "Estructuras de concreto reforzado," Ed. Limusa. México, 1979.
2. Meli,R,"Columnas de concreto reforzado. Dise_ño a flexocompresión", Instituto de Ingenie_ría, UNAM,176 (jul 1968).
3. E. Hognestad,"A study of combined bending and axial load in reinforced concrete memb_{er}s", University of Illinois Engineering Experimental station, Bulletin No.399, junio 1951.
4. "Normas técnicas complementaris del Reglame_nto de construcciones para el Distrito Fede_ral", Instituto de Ingeniería, UNAM, 401 (jul 1977)
5. González,O,Robles,F, Casillas,J, y Días,R, "Aspectos fundamentales del concreto reforza_do", Ed. Limusa, México, 1979.