Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE PSICOLOGIA

ANALISIS EXPERIMENTAL DE LA GENERALIZACION DE RESPUESTAS DE MULTIPLICAR EN OPERACIONES Y PROBLEMAS ARITMETICOS.

T E S I S

PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN PSICOLOGIA

Q U E P R E S E N T A N :

GERARDO OCHOA MEZA

EVA MARIA ESPARZA MEZA

MEXICO, D. F. 1980

A NUESTRO AMIGO Y MAESTRO

VICENTE GARCIA H.
(Asesor de esta têsis)

Con cariño para:

Mi mamá y hermanos.

Mi tía y mi primo.

A todos mis amigos.

Y a mis maestros.

Eva.

Este trabajo tal vez sea mi mejor pretexto
para dejar testimonio escrito a quienes yo
quiero . . .

A Estela y Alfonso, mis padres.
A mis hermanos, Irma, Javier,
Alfonso, Enrique y Gabriela.
A Claudia Rocío, mi sobrina.

A la memoria de mi abuelo Joaquín.

A mis amigos:

Claudia, Maru, Willy, Luz del Carmen, Marisela,
Conchita, Héctor, Pírol, Rosa Martha y Vivis.

Gerardo.

INDICE

INTRODUCCION

" Las matemáticas son aquella materia en la que no sabemos de que estamos hablando ni si lo que decimos es verdad "

Bertrand Russell .

Los aportes generados por las investigaciones en conducta aritmética, tanto por el Análisis Experimental de la Conducta (Skinner, 1957), como por el Cognoscitivismo (Piaget, 1953, 1960, 1965), ponen de manifiesto la necesidad de un estudio con rigor experimental acerca de la conducta aritmética o matemática.

Desde el punto de vista teórico del Análisis Experimental de la Conducta, la literatura más relevante en relación al tema del presente trabajo, demuestra que en los últimos años la investigación en conducta aritmética, se ha dirigido a los siguientes tópicos:

A. El conteo (Wang, Resnik y Boozer, 1971; Schoenfel, Cole y Sussman, 1976).

B. Los componentes de la conducta aritmética (Fester y Hammer, 1968; García, 1977).

C. El análisis de la generalización de respuestas (García, 1977; Reyes y García, 1979).

D. La ordenación jerárquica de las actividades matemáticas (Resnik, Wang y Kaplan, 1973).

E. El tiempo de reacción en función de los pasos requeridos para ejecutar una tarea aritmética (Woods y Resnik, 1975).

F. Las latencias de respuesta en la solución de diferentes tipos de problemas aritméticos (Peterson y Aller, 1971).

Históricamente, Gelman y Gallistel (1978) en su revisión teórica acerca del número, mencionan que la descripción formal de la aritmética moderna es producto de la matemática de finales del siglo XIX y principios del XX que lleva a plantearse el conocimiento de lo que es y no es, un número; ésto conduce a conocer los fundamentos sobre los cuales se construye la aritmética.

El número, desde el punto de vista moderno, es una entidad abstracta, lo cual se puede demostrar comportándose de acuerdo a las leyes aritméticas, por ejemplo: el número 2 es una entidad abstracta, que puede ser manipulada en relación a las leyes aritméticas de adición, sustracción, etc.

Las cosas que comúnmente relacionamos como números, son en primer lugar los números naturales, y todos los otros números que generalmente usamos son derivados de los números naturales al ser tratados a través de las operaciones como la sustracción y la división. El cero es generado del resultado de restar, por ejemplo 3 menos 3; y no fué sino hasta el Renacimiento cuando la práctica de relacionar ésta entidad como número se estableció en las matemáticas occidentales.

Los números negativos son generados de sustraer un número positivo de otro número positivo de menor cantidad; este procedimiento y los números resultantes (números negativos) fueron aceptados como entidades numéricas, hasta tiempos muy recientes.

Los números racionales son el resultado de dividir un número natural; estos números fueron integrados como entidades numéricas hasta después del Renacimiento.

Cuando los niños son enfrentados al sistema aritmético formal, es posible ver claramente el razonamiento numérico de los mismos. La aritmética formal está definida por lo que se ha dado en llamar "leyes de la aritmética". Existen diversas versiones de estas leyes, pero las que a continuación se presentan son las que citan Gelman y Gallistel (1978), propuestas por Knopp (1952) :

I. Leyes Fundamentales de Igualdad y Orden.

1. El conjunto de números es un conjunto ordenado, por ejemplo, a y b son cualquier número, ellos satisfacen una y sólo una de las relaciones $a < b$, $a = b$, $a > b$.
2. $a = a$, para cualquier número a (reflexibilidad de la igualdad).
3. Si $a = b$ implica $b = a$ (simetría de igualdad).
4. Si $a = b$ y $b = c$, entonces $a = c$ (transitividad de la igualdad).
5. Si $a \leq b$ y $b < c$, o si $a < b$ y $b \leq c$ entonces $a < c$ (transitividad de orden).

II. Leyes Fundamentales de la Adición.

1. Cualquier par de números a y b pueden ser agregados; el sím-- bolo (a + b) o a + b casi siempre representa un número definido, esto es la suma de a y c. Esta formación de suma obedece a las siguientes leyes.

2. Si $a = a'$ y $b = b'$, entonces $a + b = a' + b'$ ("Si iguales son agregados a iguales, las sumas son iguales").

3. $a + b = b + a$. (ley conmutativa).

4. $(a + b) - c = a - (b + c)$. (ley asociativa).

5. $a < b$ implica $a + c < b + c$. (ley monotónica o de cancelación) .

III. Leyes Fundamentales de la Sustracción.

1. La sustracción casi siempre puede ser ejecutada, por ejemplo si a y b son cualquier número, existe un número x tal que $a + x = b$. El número así determinado se llama diferencia entre a y b, y es denotado por (b - a).

Sin embargo, antes de pasar a una consideración detallada de los estudios realizados en conducta aritmética es conveniente ocuparse brevemente de la trayectoria que han seguido estos estudios en el campo de la psicología, a fin de lograr una visión histórica acorde con los propósitos de nuestro trabajo de investigación.

Willey (1942), en una revisión teórica de la investigación en aritmética fun cional, que abarca el perfodo comprendido desde el año 1893 hasta 1940, señala diversas investigaciones y diversos autores:

1. McLellan y Ames (1898), que publicaron dos textos basados en los principios de Dewey (1896) sobre "La psicologfa del nûmero". Estos principios indican que el nûmero es un instrumento de medida; y, la medida incrementa la actividad humana satisfaciendo diversas necesidades.
2. Stanwood (1903), que describe como el ambiente natural es utilizado para la enseñanza del nûmero.
3. Young (1907), que señala la importancia de la aritmética en la vida social.
4. Kirkpatric (1914), que en un importante estudio de memorización versus aprendizaje incidental, reporta que los resultados indicaron que los niños tienen un mejor desempeño cuando la prâctica es guiada por su propio conocimiento y es dirigida por un libro o un maestro.
5. Merlam (1915) y Collings (1923), que reportan experimentos de naturaleza similar al aprendizaje funcional.
6. Wilson (1926), que resume e interpreta las investigaciones realizadas por él, en el uso de la aritmética en adultos.
7. Spences, Wasburn y Marguerite (1937), que publican importantes artfculos relacionados con la aritmética funcional.

En la década de los cuarentas, también encontramos investigaciones como las de Tilton (1947), acerca de la instrucción de remedio en la adición, la sustracción y la multiplicación, proporcionada durante un perfodo corto. En ese mismo año, Davis (1947) realizó un estudio, cuyo propósito fué determinar el grado de retención de ciertas habilidades básicas, para adquirir un nuevo conocimiento de aspectos aritméticos, durante un período corto con material de complejidad creciente.

A través de esta perspectiva histórica, observamos que los diferentes autores de los estudios mencionados comienzan a perfilar sus investigaciones dentro de variables psicológicas, concretamente en aspectos de aprendizaje. Sin embargo, aún no se orientan hacia procesos tales como: habilidades, reglas, principios o estrategias que involucren capacidades o acciones cognitivas de los sujetos en las diversas tareas matemáticas. Pero representan un avance al considerar la aplicación de la psicología en el terreno de las matemáticas para facilitar el conocimiento y la enseñanza de las mismas.

En los últimos años la conducta aritmética se ha considerado como conducta verbal, la cual está mantenida por reforzadores generalizados proporcionados por otra persona (auditorio) entrenada para reforzar esta clase de conducta (Skinner, 1957). Por lo tanto, la relevancia del análisis de la conducta aritmética en términos de conducta verbal, consiste en poder especificar los componentes sustanciales del repertorio aritmético de forma funcional (García, 1977).

Ribes (1972) hace notar que "la conducta aritmética abarca tres diferentes aspectos funcionales:

1. El control de la numerosidad sobre la respuesta verbal.

2. La respuesta textual ante la palabra que corresponde a una numerosidad determinada.
3. El establecimiento de conexiones intraverbales, como en el ordenamiento numérico".

Con respecto a los diferentes aspectos funcionales de la conducta aritmética García (1977) dice que "la conducta aritmética puede describirse y analizarse en términos de tres clases de operantes:

1. Las respuestas de tipo tactual controladas por la numerosidad de los objetos, lo cual constituye el estímulo no verbal al que se asocia una respuesta determinada, por ejemplo contar.
2. La respuesta de tipo textual controlada por estímulos verbales visuales, tales como símbolos numéricos (números) y/o palabras.
3. La respuesta de tipo intraverbal que no muestran una correspondencia punto a punto con el estímulo verbal que establece la oportunidad para que sea emitida, por ejemplo, la agrupación de números: operaciones como cinco por cinco, cinco más cuatro, etc. Esta respuesta intraverbal se deriva comunmente de respuestas tactuales y textuales. Sobre estos aspectos funcionales subyace un proceso de encadenamiento de interacciones, en donde cada respuesta produce las condiciones necesarias para aumentar la probabilidad de ocurrencia de la siguiente respuesta; y, la respuesta terminal produce el reforzador que mantiene toda la cadena".

Staats (1963), plantea que la adquisición de los primeros conceptos de número, se realiza a través de un proceso análogo al aprendizaje de discriminación instrumental, en el cual los niños aprenden a nombrar objetos; a este proceso -- Skinner (1957), lo denomina proceso de abstracción. Este aprendizaje se establece cuando el niño aprende el concepto de número, al ser reforzado por decir "Dos" en presencia de varios estímulos complejos. También Staats (1963), considera como una cadena de respuestas la conducta de conteo, de sumar, de restar, así como la adquisición de la lectura y la escritura.

El estudio de la conducta aritmética en términos de "clases de respuesta", confirma a ésta como conducta operante y en el caso de la conducta aritmética, la definición de clases de respuesta podría hacerse en base a los componentes de respuesta que se requiere para resolver problemas aritméticos, García (1977). Entonces, el concepto de "clases de respuesta", se entiende como un número de respuestas topográficamente diferentes que guardan una relación común, por medio del estímulo que las controla. Así tal concepto, adquiere una considerable importancia para el estudio, tanto de la conducta verbal como de la no verbal.

Por lo tanto, uno de los aspectos últimamente investigados en conducta aritmética, es el de la especificación de los componentes de respuesta que nos permite analizar la relación funcional entre las respuestas y las contingencias - que actúan sobre ellas en las habilidades matemáticas (conducta numérica, - solución de problemas aritméticos, etc.). Uno de los componentes de más importancia para el análisis de la conducta aritmética es sin duda la conducta de "conteo".

En un estudio Wang, Resnik y Boozer (1971), examinaron la secuencia en la cual los niños adquieren conductas matemáticas elementales, tales como: Primero, el conteo de objetos, el empleo de numerales y la comparación del tamaño del conjunto. Para esto, trataron de determinar si un número de conductas de conteo específico y de enumeración, emergían de una secuencia fija de desarrollo; segundo, en qué punto del desarrollo de la conducta matemática el uso de representaciones numerales aparece normalmente. Y tercero, conocer la relación existente entre el desarrollo de habilidades de conteo y el desarrollo de operaciones de correspondencia uno a uno.

Los autores (anteriormente mencionados) para ese estudio, emplearon 78 niños de Kinder-Garden, de 4 a 5 años de edad. Se preparó una prueba para cada conducta específica en las jerarquías hipotetizadas, conteniendo de uno a cinco items aplicados en forma oral e individualmente. Los resultados mostraron que el conteo de objetos: a) lo aprenden hasta que la habilidad de conteo está perfectamente establecida; b) contar un subconjunto de un tamaño específico se aprende después de contar un conjunto determinado sin tomar en cuenta como se presenta el conjunto, es decir, podían contar objetos de manera adecuada, pero no podían recordar el número pedido mientras contaban (tareas más altas en la jerarquía); y c) en ausencia de instrucción explícita, no se aprende necesariamente como un proceso de retiro sucesivo de objetos del conjunto.

En lo que respecta al empleo de numerales, los resultados demuestran que el dominio de los numerales es adquirido en una secuencia regular empezando con una igualación perceptual de los numerales y concluyendo con la aso--ciación de conjuntos y numerales.

En la comparación de conjuntos, los resultados muestran que se confirmó - la jerarquización hipotetizada.

En las relaciones entre clases de conductas se concluyó que: a) el saber - contar objetos es prerequisito para aprender numerales; b) que los niños a-prenden conteo y numerales para cantidades más pequeñas, más rápido que para cantidades grandes.

Acerca del aspecto anterior Resnick, Wang y Kaplan (1973), opinan que la de-finición conductual del concepto de número, consiste en especificar, prime--ramente, formas de ejecuciones concretas que permitan la inferencia de que el sujeto tiene el concepto de número. Para ellos el conteo es una corres--pondencia uno a uno.

El trabajo experimental de estos autores consistió en un análisis de tareas de un programa de matemáticas; desarrollaron una jerarquía de objetivos, de -- manera que el dominio del objetivo de bajo nivel en la jerarquía (tareas sim-ples) facilitara el aprendizaje de objetivos de un nivel más alto (tareas com-plejas) capacitando la ejecución de tareas de niveles mas altos.

El propósito de este programa fue el desarrollar un concepto estable del núme ro en el niño. El objetivo del currículo fué:

Especificar en términos conductuales un número de componentes específicos del concepto de número.

Para lograr este objetivo se seleccionaron unidades como:

1. Habilidades en conteo simple hasta diez.
2. Uso del número.
3. Series de comparación y seriación.
4. Suma y resta.
5. Ecuaciones (Suma y Resta).

Por otra parte, la conducta de conteo también ha sido investigada bajo categorías distinguibles en orden de complejidad creciente, como el aprendizaje de los nombres de los números, la recitación de los nombres de los números en secuencia, el reconocimiento de números, la enumeración, la adición y la resta (Schoenfeld, Cole y Sussman 1976). Estos autores señalaron la importancia de determinar la dependencia funcional de las respuestas "correctas" e "incorrectas" dentro de la conducta de conteo; ésto es, que las secuencias de respuesta que conforman cualquier patrón de conducta nunca son "correctas o "incorrectas", sino el resultado de controlar variables que inevitablemente llevan a una conducta (respuesta "correcta" o respuesta "incorrecta").

Gelman y Gallistel (1978), en su trabajo de sicusión acerca del conteo, mencionan que la mente de los niños, concretamente en los preescolares, la terminología matemática tiene una significación puramente literal. Los números generados por conteo son los números que los niños reconocen. El razonamiento numérico de un niño preescolar normal, aparece estrechamente ligado al procedimiento que generan las entidades mentales que manipula cuando razona numéricamente y a este procedimiento le llaman conteo. Tales autores, presentan los siguientes principios del conteo:

1. El principio de uno a uno. - Para seguir este principio, un niño debe coordinar dos procesos componentes el de la separación y el de marcación o etiquetación. Por separación se entiende el mantenimiento paso a paso de dos categorías de items (los que se tienen que contar y los que ya han sido contados). La etiquetación consiste en la reunión, a un tiempo dado, de distintas etiquetas (numerosidad). Las distintas etiquetas típicamente usadas por los adultos en esta cultura, son las palabras para el conteo (números, como la palabra "Dos"). Los errores que pueden ser cometidos dentro de este principio son: a) errores en el proceso de separación, tal como la desagrupación de un item más de una vez o la omisión del mismo; b) errores en el proceso de separación de las etiquetas, tales como el uso de una misma etiqueta dos veces en el mismo tiempo o la transferencia de items dentro de la misma categoría.

2. El principio de orden-permanencia. - El conteo involucra más de una habilidad para asignar etiquetas a una formación de items. Si un niño emplea números como etiquetas para contar, no se puede concluir por esto, que necesariamente conoce el procedimiento de conteo. Las etiquetas (numerosidad) que el niño usa, deben demostrar que corresponden a items en el orden que deben ser co

locados permanentemente.

3. El principio cardinal. - Los dos principios anteriores involucran la selección de las etiquetas y la aplicación de las mismas para los items de un conjunto. El principio cardinal consiste en que una etiqueta final en las series tiene una significación especial, esta etiqueta, diferente de cualquiera de las precedentes, representa una propiedad del conjunto como un todo. El nombre formal de esta propiedad es el número cardinal.

4. El principio de abstracción. - Los tres principios anteriores describen el proceso de conteo, es decir, cómo se cuenta. El principio de abstracción establece que los principios precedentes pueden ser aplicados para cualquier orden o colección de entidades (nótese que no se hace distinción entre entidades físicas y no físicas).

5. El principio de orden-irrelevancia. - Los adultos conocen cada una de las palabras para contar, que pueden ser asignadas para cualquiera de los items en un orden mientras ninguna palabra usada sea utilizada más de una vez en una cuenta dada. Esto es, que los adultos conocen que el orden en el cual los items son separados y marcados, no importa. Al niño que atiende a la irrelevancia del orden de enumeración le pueden suceder los siguientes hechos: a) que el conteo de items es una cosa mejor que uno o dos (principio de abstracción); b) que las etiquetas verbales son arbi-

trariamente y temporalmente asignadas para los objetos, una vez que han sido contados; c) que el número cardinal resulta independientemente de el orden de enumeración. En general, este principio de orden hace constar que el conteo es arbitrario, que es una consecuencia de la aplicación del primero al cuarto principio de conteo. Pero también se establece la dificultad de distinguir entre principios de abstracción del número y principios de razonamiento del número.

El principio de abstracción no tiene que ver con el procedimiento para contar, pero si con la definición de los que es contable; especifica el dominio de objetos o eventos que pueden ser contados. Gasten (1957), sugiere que el niño inicialmente solo puede contar objetos homogéneos y tridimensionales , Kalhr y Wallace (1973), proponen que los niños primero aprenden a aplicar los procedimientos para contar objetos que tienen propiedades perceptuales comunes, tales como el color y el tamaño; y, solo más tarde se dan cuenta que objetos de la misma identidad, pero de diferente color y tamaño pueden ser contados en la misma colección, pasando más tarde al procedimiento de contar conjuntos más heterogéneos.

El principio de irrelevancia en el orden, señala que el orden en que los objetos están marcados no tiene importancia. Un individuo al aplicar este principio sabe que una de las palabras usadas para contar pueden ser asignadas como etiquetas o marcas para cualquiera de los items en un orden. Además el orden en el que los items son repartidos y arreglados no tiene importancia, lo que tiene importancia son las marcas o etiquetas. Las mar cas o etiquetas son maneras arbitrarias de designar un objeto con el propó sito de contar algo. Para entender todo lo que puede ser contado, un individuo debe entender que el orden en que los objetos están marcados no tiene importancia. Pero, ¿qué pasa cuando el niño atiende a los aspectos de irrelevancia en el orden de enumeración? ; al respecto Piaget (1953) dice que cuando el niño comete errores al cambiar la disposición de los objetos, significa que aún no ha adquirido la conservación de la cantidad, también Piaget considera que la habilidad para aplicar el principio de correspondencia uno a uno es prerequisito para la habilidad de conservación de número; señalando también que los niños juzgan la numerosidad de un orden de items por atributos como la longitud y la densidad más que por el número en sí.

Es importante hacer notar que el proceso de conteo no es una parte intrínseca de los principios del razonamiento. Sin embargo, el razonamiento provee las representaciones de la realidad sobre las cuales operan los principios del razonamiento. Gelman y Gallistel (1978), señalan tres clases de principios de razonamiento numérico, que pueden guiar al niño en su habilidad para integrar representaciones numéricas en relación para el potencial o efectos de las transformaciones:

1. Las relaciones. - Como la equivalencia, el orden y la transitividad de la relación.
2. Las operaciones. - Como sustracción, identidad, adición, etc.
3. El principio de resolución. - Como el algoritmo que involucra el procedimiento de conteo, adición y sustracción.

Las investigaciones anteriormente señaladas, así como también los principios, señalan la relevancia que adquiere la respuesta de conteo para el estudio de la conducta aritmética, así como el aspecto más importante en el análisis de la misma, esto es, los componentes básicos en el análisis de la conducta aritmética en secuencias de respuesta (cadenas de respuesta) y clases de respuesta. Por lo tanto, es necesario especificar los componentes de respuesta, en las respuestas de adición, de sustracción, de multiplicación, etc.

García (1977), nos dice, "que las respuestas de adición, se pueden analizar como una derivación de las conductas de conteo y que los problemas de adición pueden verse como unidades sintéticas más complejas que las conductas simples de conteo, puesto que representan un símbolo numérico (numerosidad), una cantidad real (en el caso de objetos) o ficticia (cuando no existe referente físico) ".

En el caso particular de las respuestas de multiplicar, que son las que se consideran en nuestro estudio, las podemos analizar como una derivación de las respuestas de adición. Ya que los problemas de multiplicación se pueden considerar como unidades sintéticas, aún más complejas que las respuestas de adición, por ejemplo 5 x 20, significa que se sumará cinco veces 20, pero a la vez se requiere para la comprensión de este significado el manejo adecuado de las propiedades de la multiplicación (propiedad conmutativa y asociativa). En relación a esto, Piaget (1975) dice que "Las operaciones aditivas y multiplicativas están ya implícitas en el número como tal, puesto que un número es una reunión aditiva de unidades, y la correspondencia término a término entre dos colecciones supone una multiplicación".

Piaget (1975) expresa que: "la correspondencia biunívoca y recíproca entre varias colecciones y no solamente entre dos es una relación de equivalencia o de las clases a la multiplicación aritmética. En efecto: la composición de las relaciones de la equivalencia es paralela a las clases, ya que una clase es una reunión de términos equivalentes desde el punto de vista considerado. Además, como la multiplicación aritmética es una equidistribución, la equivalencia por correspondencia biunívoca y recíproca entre 2 o n colecciones A, es una equivalencia de orden multiplicativo, cuya significación es que una de estas colecciones A se multiplica por 2 o por n de este modo A$\longleftrightarrow$A ... significa dos A o n A así como inversamente, n A implica la correspondencia término a término entre n colecciones A. Desde el punto de vista psicológico esto equivale simplemente a decir que la realización de una correspondencia biunívoca y recíproca es una multiplicación implícita: Es así como una correspondencia que se establezca entre varias colecciones, y no solamente entre dos, llevará al sujeto, tarde o temprano, a tomar conciencia de esta multiplicación y erigirla en operación explícita".

Shantz (1967) en un estudio, dentro de la teoría de Piaget, sobre multiplicación lógica, cuyo propósito fué el de investigar el grado de relación de tres agrupaciones multiplicativas dentro de los individuos, dado un nivel de edad y determinar la extensión para la cual las relaciones y el nivel de ejecución varía entre los grupos de edad. Las agrupaciones particulares bajo este estudio, fueron seleccionadas por la importancia dentro de la teoría de Piaget, como también para proveer un medio para probar la hipótesis general, la conotación numérica de "multiplicación" está definida como la combinación simultánea de dos o más elementos, como dos clases de atributos (rojo y -- cuadrado), dos relaciones asimétricas (encima de y a la izquierda de ...).

Las agrupaciones están compuestas de una operación (adición o multiplica-- ción) aplicada a ciertos elementos (clases, relaciones lógicas o espaciales) y las relaciones entre elementos (simétricas o asimétricas).

La multiplicación de relaciones asimétricas es concebida por Piaget para ser involucrada en los conceptos de conservación (Flavell, 1963).

Por otra parte Piaget (1975) menciona que en el caso de las operaciones multiplicativas como en el de las adiciones, la composición cualitativa de las clases no se constituye en el plano operatorio antes que las de los números, sino al mismo tiempo que ésta. No hay una etapa de la multiplicación lógi-- ca y otra aritmética: en la segunda, ambas se prefiguran en un plano intuitivo, pero no se realizan de modo acabado en forma operatoria, durante la tercera, se constituyen en operaciones propiamente dichas.

Resnick (1980), señala un análisis de tareas del procedimiento que puede - ser observado en la ejecución de la multiplicación:

1. Multiplicar el dígito de la extrema derecha por el dígito arriba -

del mismo.

2. Si la respuesta tiene únicamente un solo dígito se debe escribir abajo.
3. Si la respuesta tiene dos dígitos ignore el dígito de la derecha.
4. Escribir el dígito remanente en la columna.
5. Ahora multiplique el dígito de la extrema izquierda por el de arriba de él.

.

.

.

n. Continúe hasta que no queden columnas.

El estudio del aprendizaje acerca de la solución de problemas, se ha inclinado hacia el empleo de situaciones experimentales basados, por una parte, en la concepción de que la solución es una facultad unitaria que la gente más o menos tiene. Sin embargo, en las situaciones problemas como la formación de conceptos, la percepción y el razonamiento no pueden ser un proceso unitario, ya que involucra diferentes tipos de conducta combinados dentro de diferentes mecanismos estímulo respuesta (Staats, 1963).

Parsons (1976) menciona que el proceso de solución de problemas tradicionales se ha identificado como:

1. Una actividad mental (Inhelder y Piaget, 1958; Piaget, 1970).
2. Metafóricamente como proceso de computación (Groot, 1965; Newell, 1965).

3. Como interacciones estímulo respuesta implícitas e hipotéticas (Gagné, 1966; Staats, 1966).

4. Considera al proceso funcionalmente sin recurrir a las variables hipotéticas (Biton, 1976; Skinner, 1966). Se describe como una interacción compleja en las cuales las variables que afectan la probabilidad de una respuesta de solución son manipuladas por quien resuelve el problema. El episodio de solución de un problema se divide en dos etapas: a) Etapa precurrente, que incluye operantes que funcionan para incrementar la probabilidad de que una respuesta sea emitida y reforzada; b) la segunda etapa incluye operantes bajo control de estímulo del problema (Grimm, Bijou y Parsons, 1978). En estos términos las conductas de solución dan como resultado el reforzamiento. Analizado de esta manera un episodio de solución de un problema toma las características formales de una cadena operante, que consiste en una secuencia de respuestas en la cual cada respuesta produce las condiciones que hacen a la siguiente respuesta probable de ocurrir; y, la respuesta terminal produce un reforzamiento que mantiene la secuencia completa.

Tomando en cuenta el análisis funcional que hacer Parsons (1976) de las conductas de solución que son consideradas como secuencias de respuesta, así como también para Staats (1963) la adquisición de la conducta de conteo, de adición, de resta, de multiplicación, de lectura y de escritura involucran componentes estímulo-respuesta.

La generalización de respuesta se refiere al proceso por medio del cual una clase de respuestas se relacionan con una misma contingencia, es decir, - un número dado de respuestas que no tienen relación entre sí son influídas por un mismo estímulo (Peterson, 1968). En esta forma, cuando a los sujetos se les enseña algo y han aprendido a desarrollar algunas respuestas, es posible que al enfrentarlos a una situación problema en la que no han recibido entrenamiento podrán generalizar la respuesta y resolverlo (Gagné, 1976); Sitúa a este proceso dentro de la más alta jerarquía de habilidades intelectuales que él denomina "Reglas de orden superior"; tales habilida-- des se aprenden principalmente mediante el proceso de generalización.

A través del análisis de las investigaciones como las de García, Lugo y Lo vitt (1976), García (1977), Reyes y García (1979), se puede observar la importancia del estudio de la conducta aritmética, desde el punto de vista de las clases de respuesta, donde se analiza la generalización de respuestas, observando a ésta dentro de la misma clase y no en otras clases de respuesta en problemas aritméticos de suma. Particularmente en el estudio de García (1977), los problemas de suma que se presentaron fueron del siguiente tipo:

1. Una serie de problemas que no requerían llevar decenas, centenas, etc., de una columna de números a otra.
2. Otra serie de problemas que requerían llevar, decenas, centenas y millares a sumar de una columna de números a otra.

La variable independiente aquí manipulada fué la presentación de ejemplos para la solución de problemas aritméticos de suma que requiera o no, llevar decenas a sumar de una columna de números a otra. Las variables dependientes fueron el porcentaje de respuestas correctas, incorrectas y de omisión en los tipos de problemas aritméticos de suma y el número de sesiones empleadas para satisfacer el criterio de adquisición del 100% de respuestas correctas en las secuencias de fases. Se empleó un diseño de reversión a través de dos diferentes tipos de problemas para dos grupos. No se proporcionó reforzamiento en ninguna de las fases de la investigación.

Los resultados muestran que los sujetos del primer grupo, que obtuvieron 100% de respuestas correctas en los problemas que no requerían "llevar", tuvieron 0% de respuestas correctas en los problemas que sí requerían "llevar". Los sujetos del segundo grupo que tuvieron 100% de respuestas correctas en los problemas que requerían "llevar", se mantuvieron en 100% cuando se introdujeron los problemas que no requerían "llevar".

Si la generalización en este estudio se observó en términos de respuestas correctas ante problemas aritméticos de sumar en cuanto a los componentes estímulo y respuesta (de llevar a no llevar), sería pertinente investigar en operaciones y problemas de multiplicación si la generalización se contempla sólo dentro de una misma clase de respuesta o en otras, ya que la multiplicación para su solución exige un proceso diferente al de la suma y resta. Esto es, ¿Qué ocurriría si se presentan dos tipos de operaciones y problemas de multiplicar, a las cuales los sujetos serân enfrentados al mismo tiempo y dando la instrucción para un solo tipo de operación y problema? . Es por esto que, cuando se estudia experimentalmente la conducta aritmética, se diseñan situaciones concretas, donde éstas pueden ser consideradas como una situación problema, para lo cual, los sujetos al enfrentarlos, efectúan ciertos procesos que se han dado en llamar procesos de solución de problemas.

La respuesta de multiplicar se puede adquirir por secuencias que involucran mecanismos de estímulo-respuesta. La multiplicación es una clase especial de problemas de adición, en donde un mismo número es repetido y agregado, más de una vez (Staats, 1963).

Por lo tanto: El propósito de la presente investigación fué analizar experimentalmente la generalización de respuestas en diferentes tipos de operaciones y problemas de multiplicar con base en los componentes de estímulo y respuesta ("llevar y no llevar").

METODO

SUJETOS: En el estudio participaron 16 niños (4 niñas y 12 niños) que cursaban el segundo año de educación primaria y cuyas edades fluctuaban entre los 7 y los 8 años. El requisito para que los niños pudieran participar fué que aprobaran la evaluación de conductas de prerrequisito con un 90% de respuestas correctas. (Ver apéndice 1).

ESCENARIO: La investigación se realizó en un salón de 3 por 4 m. aproximadamente, con un mobiliario compuesto de dos mesas grandes y 8 sillas.

MATERIALES: Para evaluar las conductas prerrequisito se emplearon lápices, fichas de diferentes colores, canicas y semillas (habas), además del cuestionario de conductas precurrentes de la respuesta de multiplicar.

Los materiales que se emplearon durante el desarrollo de las fases experimentales fueron los siguientes:

a) Un conjunto de 20 fichas para explicar el significado de la respuesta de multiplicar.

b) Las tablas de multiplicar del 1 al 9 impresas en una cartulina de 25 x 25 cm. aproximadamente.

c) Hojas tamaño carta que tenían impresas las operaciones y los problemas de multiplicar, en tinta negra; estos materiales se describen a continuación:

La operación de multiplicar fué definida como la presentación numérica de un dígito (s), llamado multiplicando, que se coloca en la parte superior de la operación, y un número (s) llamado multiplicador colocado en la parte inferior y un signo de multiplicar que se indica con una X. (Esta descripción de una operación corresponde al formato vertical, que fué el usado en la investigación).

Ejemplo:
$$\begin{array}{r} 28 \\ \underline{x9} \end{array}$$

Un problema de multiplicar se definió como la presentación de un planteamiento por escrito, el cual se resuelve mediante una operación de multiplicar.

Ejemplo: ¿Cuánto ganará un señor, si cada paleta la vende en $ 2 y vendió un total de 37 paletas?

$$\begin{array}{r} 37 \\ \underline{x2} \end{array}$$

SERIES DE MULTIPLICACIONES:

Las operaciones se formaron a partir de un banco de dígitos; todas las operaciones se controlaron con el propósito de que no se repitieran a lo largo de las sesiones.

SERIE 1. En esta serie se incluyeron las operaciones y los problemas de uno y dos dígitos en el multiplicando, por un dígito en el multiplicador y cuya característica principal es que "no llevaban" decenas de un dígito a -

otro. Ejemplo: $\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 12 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$

c) Un niño compró 3 globos a $4 cada uno, ¿Cuánto gastó en total?

SERIE 2. Contenía las operaciones y los problemas de multiplicar de dos dígitos en el multiplicando y un dígito en el multiplicador y cuya característica es que "llevaba" decenas de un dígito a otro. Ejemplo: $\begin{array}{r} 27 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$

b) Un salón tiene 4 hileras de mesabancos y en cada hilera hay 18 mesabancos. ¿Cuántos mesabancos hay en el salón?

DEFINICION Y REGISTRO DE LA CONDUCTA:

La respuesta de resolver operaciones y problemas de multiplicar fué definida de acuerdo al siguiente criterio: la respuesta de resolver una operación de multiplicar se caracteriza porque el sujeto (S), realiza una clase especial de adición en donde un mismo número, el multiplicando se repite tantas veces como lo indique el multiplicador. Por ejemplo, en la operación 7 x 4, el 7 es el número que se está repitiendo 4 veces, para obtener un producto de 28 y este es el resultado de la operación; aunque naturalmente esto también se puede hacer a la inversa ya que el orden de los factores no altera el producto, por lo tanto 4 x 7 = 28.

Para resolver un problema, el niño tuvo que aplicar una regla que ya había aprendido, que en este caso era el procedimiento para multiplicar, y aplicar dicha regla a una situación problema.

Se registraron las respuestas correctas, incorrectas y las omisiones cometidas en cada sesión.

Una respuesta se consideró como correcta cuando la respuesta del S correspondía a la proporcionada en la clave de respuestas del experimentador (E).

Una respuesta incorrecta se definió como la respuesta que no correspondía a la de la clave de donde se seleccionó la operación o el problema; una respuesta incorrecta también se consideró cuando el S resolvía la operación y/o problema en forma incompleta.

Una omisión se consideró al hecho de que el sujeto dejara sin resolver una operación y/o problema, siguiendo la consigna dada por el instructor, de que si no sabía resolver alguno (s), pusiera una raya horizontal en el lugar del resultado.

CONFIABILIDAD:

Dado que las respuestas de los Ss a las operaciones y problemas de multiplicar fueron en forma escrita, los experimentadores podían recurrir a ellas, tantas veces como fuera necesario para obtener un índice de confiabilidad del 100%. La confiabilidad se calculó en base a la siguiente fórmula:

$$\frac{\text{número de acuerdos}}{\text{número de acuerdos} + \text{número de desacuerdos}} \times 100$$

DEFINICION DE VARIABLES:

Se trabajó con tres variables dependientes:

1.- Porcentaje de respuestas correctas.

2.- Porcentaje de respuestas incorrectas.

3.- Porcentaje de respuestas omitidas.

La generalización de respuestas se definió en términos del porcentaje de respuestas correctas en las operaciones y/o problemas de multiplicar en los que el S no había recibido instrucciones específicas sobre el procedimiento de solución.

Se manipuló una variable independiente (VI), que se definió como la aplicación de la secuencia instruccional para cada una de las fases experimentales.

Dos variables más se mantuvieron constantes durante las fases experimentales; éstas fueron:

a) Retroalimentación (conocimiento inmediato de los resultados): Esta se definió como la consecuencia de la ejecución del sujeto; en este caso se proporcionó inmediatamente, es decir, después de que el sujeto resolvía cada una de las operaciones y/o problemas de multiplicar, para lo cual el E escribía una paloma (✔), si la respuesta era correcta y al mismo tiempo le decía al S: "esta operación está bien" o "estás haciendo bien esta operación". Cuando la respuesta era incorrecta o no la hacía, el E escribía una cruz (x) y le decía: "esta operación no la hiciste bien" o "esta operación está mal", "¿porqué no la resolviste?".

b) Explicación del significado de multiplicar. (Ver apéndice II).

DISEÑO EXPERIMENTAL:

El estudio se realizó en base a un diseño experimental de Línea Base Múl tiple con cuatro grupos y a cada grupo se asignaron cuatro sujetos en forma aleatoria:

Grupo I	A	B	C	D	E
Grupo II	A	C	B	D	E
Grupo III	A	D	E	B	C
Grupo IV	A	E	D	C	B

En donde:

A) LINEA BASE MULTIPLE de operaciones y problemas de multiplicar de uno y dos dígitos en el multiplicando por un dígito en el multiplicador y que no requerían "llevar" decenas de un dígito a otro y operaciones y problemas que sí requerían "llevar" decenas de un dígito a otro.

B) SECUENCIA INSTRUCCIONAL para resolver operaciones de multiplicar de uno y dos dígitos en el multiplicando por un dígito en el multiplicador, - que no requerían "llevar" decenas.

C) SECUENCIA INSTRUCCIONAL para resolver operaciones de multiplicar con dos dígitos en el multiplicando por un dígito en el multiplicador que requerían "llevar" decenas.

D) SECUENCIA INSTRUCCIONAL para resolver problemas de multiplicar que se resuelven con operaciones de uno y dos dígitos en el multiplicando por un dígito en el multiplicador y que no "llevaban" .

E) SECUENCIA INSTRUCCIONAL del procedimiento para solucionar problemas de multiplicar con operaciones de dos dígitos en el multiplicando por un dígito en el multiplicador que "llevaban" decenas de un dígito a otro.

PROCEDIMIENTO:

Con el fin de establecer un raport, el E platicó con los niños durante una sesión, (sesión se refiere al período de tiempo que se interactúa con el S durante un día). Esto se efectuó antes de evaluar los prerrequisitos.

La evaluación de las conductas precurrentes, se aplicó una vez en forma individual; el experimentador (E), dió las siguientes instrucciones: "Deseo saber qué tánto sabes contar, hacer cuentas, sumas y restas. Yo te voy a leer unas preguntas, trata de contestarlas lo mejor que puedas y después harás unas sumas y unas restas. Cuando no entiendas algo, pregúntamelo. ¿Listo? ..." En esta fase no se proporcionaron consecuencias a la conducta de los Ss. Al finalizar la sesión, el E condujo a los niños a su salón y les dió las gracias por su cooperación. (Ver cuestionario de conductas precurrentes en el Apéndice I).

FASES EXPERIMENTALES

Las fases fueron aplicadas en forma individual en sesiones diarias por la -

mañana, con una duración de 20 a 30 minutos.

FASE A, LINEA BASE MULTIPLE:

Durante esta fase el E proporcionó a los Ss. unas hojas en donde se encontraban escritas las operaciones y problemas del multiplicar, distribuídos de la siguiente forma:

a) 5 operaciones de multiplicar correspondientes a la serie 1, caracterizadas porque no requerían "llevar" decenas.

b) 5 operaciones de multiplicar de la serie 2, caracterizadas porque necesitaban "llevar" decenas de un dígito a otro.

c) 3 problemas de multiplicación que se resuelven por medio de la solución de una operación que no requiere "llevar".

d) 3 problemas que se resuelven con operaciones de multiplicar que "llevan" decenas de un dígito a otro.

INSTRUCCIONES:

"En estas hojas hay algunas operaciones y problemas de multiplicar, ¡resuélvelos! . En caso de que no puedas resolver alguna operación y/o problema, escribe una raya aquí, en el lugar del resultado (señalarlo) y continúa con el siguiente, ¡comienza!

El E no tuvo interacción con los Ss en esta fase; cuando éstos hicieron alguna pregunta, el E se limitó a repetir las instrucciones. Al final de la sesión, el E dió las gracias a los Ss y los llevó a su salón. Esta fase tuvo una duración de tres sesiones; el criterio para que el S pudiera continuar con la siguiente fase experimental, fué que obtuvieron un porcentaje de 0% respuestas correctas en las tres sesiones.

FASE B, SECUENCIA INSTRUCCIONAL para resolver operaciones de multiplicar que no requerían "llevar".

INSTRUCCIONES:

"Te voy a dar unas hojas en donde están escritas unas operaciones y problemas de multiplicar, pero antes de que las resuelvas te diré cómo se hacen, (en una hoja aparte); aquí tenemos un ejemplo de una operación de multiplicar, (señalarla),

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{\times 4} \end{array}$$

. ¿Ves este número de arriba? (señalándolo), se llama multiplicando y el número de abajo (señalándolo), se llama multiplicador. Este signo se llama signo de multiplicar o "por". Para comenzar a multiplicar lo hacemos empezando con el número de arriba en la parte de la derecha o sea en el primer número de la derecha; el número de abajo nos dice la tabla de multiplicar que vamos a emplear. En este caso comenzamos con el 2 y lo vamos a multiplicar por 4, entonces buscamos en la tabla del 4 hasta encontrar 4 x 2, (mostrando las tablas), aquí está y vemos que el resultado es 8, y lo escribimos aquí, (señalando el lugar),

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{\times 4} \\ 8 \end{array}$$

. Ya multiplicamos el 2, ahora vamos a multiplicar el 1 x el 4; lo volvemos a buscar en la tabla del 4 (mostrando cómo) y vemos que-

NOTA: Independientemente de la fase experimental con la que se comenzara de acuerdo al diseño experimental, el E explicó a los Ss el significado de la multiplicación. (Ver apéndice II).

4 x 1 es igual a 4; lo escribimos aquí (señalando) : $\begin{array}{r} 12 \\ \times 4 \\ \hline 48 \end{array}$, y ya resolvimos la operación. ¿Entendiste cómo? ...

Una vez que el E dió las instrucciones, les pidió a los Ss que resolvieran un ejemplo para verificar que se entendió el procedimiento; cuando el S hacía correctamente este ejemplo, el E le dió una hoja con 5 operaciones "sin llevar", 5 operaciones "llevando", 3 problemas que resolvían con operaciones "sin llevar" y 3 problemas con operaciones "llevando", seleccionadas al azar de un banco de operaciones y problemas de multiplicación. En esta fase y en las siguientes se les proporcionó retroalimentación a los Ss; ésta se dió en la forma ya especificada.

El criterio para que el S pasara a la siguiente fase experimental fué que obtuviera un 100% de respuesta correcta en dos sesiones consecutivas, dentro de las operaciones o problemas durante los cuales recibió entrenemiento.

FASE C, SECUENCIA INSTRUCCIONAL para resolver operaciones de multiplicar que "llevan" decenas.

INSTRUCCIONES:

"Aquí en esta hoja, vemos una operación de multiplicar (señalándola), $\begin{array}{r} 34 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$; te voy a explicar como se resuelve empleando para ello las tablas de multiplicar (mostrándolas). En primer lugar, vemos el número de la parte superior a la derecha en el multiplicando, así se llama el número de arriba, en esta operación, que en este caso es el 4; enseguida vemos que se va a multiplicar por el número de abajo que se llama multiplicador y que nos indica la tabla que vamos a emplear. En este caso es el 7. El número de arriba o sea el 4 lo multiplicamos por el 7 y buscamos en la tabla del 7 hasta encontrar 7 x 4 y vemos que nos dá un producto de 28, pero como éste número tiene dos dígitos, solamente escribimos el 8 y llevamos 2 decenas :

$$\begin{array}{r} 2 \\ 34 \\ \underline{\times 7} \\ 8 \end{array}$$

Ahora vamos a multiplicar el siguiente número de arriba y que es el 3, en este ejemplo, y lo multiplicamos por el 7 buscando en la tabla del 7; aquí la tenemos, buscamos y nos detenemos en donde encontremos 7 x 3 = 21; este producto también está fomado por dos dígitos, pero como ya no hay otro número en el multiplicando, se escribe completo, además se le suman las dos decenas que llevabamos, lo cual nos dá un total de 23 y lo escribimos aquí (señalando):

$$\begin{array}{r} 2 \\ 34 \\ \underline{\times 7} \\ 238 \end{array}$$

y ya resolvimos la operación. ¿Entendiste como se resuelve? ... Bueno, entonces ahora, ¡vas a resolver un ejemplo.' "
Se le dió una hoja con las operaciones distribuídas en la misma forma de la fase anterior. Cuando el S falló en resolver el ejemplo, se le volvió a demostrar el procedimiento en otro ejemplo de la misma dificultad.

Para que el S pasara a la siguiente fase experimental, fué necesario que obtuviera un 100% de respuestas correctas en dos sesiones consecutivas en las operaciones en las que recibió entrenamiento.

FASE D, SECUENCIA INSTRUCCIONAL para solucionar problemas de multiplicar con operaciones "sin llevar".

El E explicó a los sujetos que les iba a enseñar cómo se resuelven los problemas de multiplicar explicándoles un ejemplo: "Mira este problema de multiplicar que tengo escrito en esta hoja, '¿Cuántos alumnos tiene una maestra que dá clases en 2 grupos, si cada grupo tiene 32 alumnos? '. Para encontrar el resultado de este problema, tenemos que hacer una operación de multiplicar, en este caso primero escribimos la operación $\begin{array}{r} 32 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$, para sacar el resultado tendremos que usar las tablas (enseñándoselas); primero nos fijamos en el número de la parte superior que se llama multiplicando, luego vemos el número de abajo que se llama multiplicador y que nos señala la tabla que vamos a emplear; este signo se llama "por". Para multiplicar comenzamos por el multiplicando con el primer número de la derecha, que en este caso es el 2 y lo multiplicamos por 2; por lo tanto buscamos en la tabla del 2 hasta encontrar 2 x 2, y vemos que el resultado es 4, lo escribimos aquí (señalándole el lugar) $\begin{array}{r} 32 \\ \times 2 \\ \hline 4 \end{array}$. Bueno, ya multiplicamos el 2, ahora continuamos con el 3, que lo vamos a multiplicar por el 2; buscamos el resultado en la tabla del 2 hasta encontrar 2 x 3; aquí está, vemos que el resultado es 6 y lo escribimos aquí (mostrando): $\begin{array}{r} 32 \\ \times 2 \\ \hline 64 \end{array}$.
En seguida escribimos: la maestra tiene 64 alumnos. ¿Entendiste como se resuelve? ... Ahora, ¡ tú vas a resolver un ejemplo para que me enseñes que sí entendiste realmente ! ". Cuando el S no resolvió el ejemplo se le

repitió el procedimiento con otro problema de dificultad semejante. A los Ss que sí resolvieron el ejemplo correctamente se les dió la hoja con las operaciones y los problemas distribuídos como yá se indicó.

Para que el S pudiese continuar en la siguiente fase experimental, debería obtener un porcentaje de 100% en respuestas correctas durante dos sesio-- nes consecutivas en los problemas en los cuales recibió entrenamiento.

FASE E, SECUENCIA INSTRUCCIONAL para problemas de Multiplicar con operaciones que "llevan" decenas.

"Te voy a enseñar cómo se resuelven los problemas con operaciones de mul_ tiplicar y por medio de las tablas de multiplicar. Aquí tenemos un ejemplo: 'Un litro de leche cuesta 7 pesos, ¿Cuánto costarán 15 litros de leche? Pa- ra resolver este problema vamos a multiplicar $\begin{array}{r}15\\ \times 7\\ \hline\end{array}$. Primero nos fija-- mos en la cantidad de arriba que se llama multiplicando y luego nos fijamos en la cantidad de abajo que se llama multiplicador; el primer número que se va a multiplicar es el de la derecha de la parte superior, que en este caso - es el 5; lo vamos a multiplicar por 7, por lo tanto buscaremos en la tabla -- del 7 hasta encontrar 7 x 5; aquí está (señalándolo), y vemos que el resulta- do es 35. Como este número está formado de dos números, sólo escribimos el 5 y llevamos 3 decenas (mostrando cómo) : $\begin{array}{r}3\\ 15\\ \times 7\\ \hline 5\end{array}$. Ahora el número que vamos a multiplicar es el 1; lo buscaremos en la tabla del 7 también, -- hasta encontrar 7 x 1; vemos que el producto o resultado es 7, más 3 dece_ nas que llevamos nos dá un total de 10 y lo escribimos aquí (indicando el lugar): $\begin{array}{r} {}^{3} \\ 15 \\ \underline{\times 7} \\ 105 \end{array}$. El resultado de los problemas se escribe en esta forma: 15 litros de leche costarán 105 pesos. ¿Entendiste cómo se resuelven estos problemas? ... " . Cuando los Ss constestaron que no habían entendido, se les volvió a demostrar el procedimiento con otro ejemplo del mismo grado de dificultad. Cuando los Ss contestaron que sí entendían, se les dió un ejemplo para que lo resolvieran y verificar si en realidad habían entendido las instrucciones; si resolvían el ejemplo correctamente, se les proporcionaba la hoja con las operaciones y los problemas, de lo contrario se les repitieron las instrucciones.

Esta fase se dió por concluída cuando los sujetos obtenían el 100% de respuestas correctas durante dos sesiones consecutivas en los problemas que recibió entrenamiento.

RESULTADOS

La confiabilidad obtenida a lo largo de todas las fases de la investigación, fué de 100%, debido a que las respuestas de los Ss eran escritas; los E(s) pudieron retener las hojas y revisarlas cuantas veces fuera necesario.

SUJETOS DEL GRUPO I:

Los datos de los Ss 1, 2, 3 y 4, se muestran en las figuras 1, 2, 3 y 4 -- respectivamente.

Como se puede observar en las gráficas, la ejecución en la fase A (Línea Base Múltiple), de todos los Ss, obtuvieron un 0% de respuestas correc-- tas tánto en las operaciones y problemas "sin llevar" (tipo 1), como en - las operaciones y problemas "llevando" (tipo 2). Las respuestas incorrec tas fueron emitidas en menor proporción que las omisiones, aunque es -- notorio que para las operaciones y problemas del tipo 1 se dieron con ma- yor frecuencia las respuestas incorrectas, que las omisiones, en cambio, hubo mayor proporción de omisiones para las operaciones y problemas del tipo 2, excepto en el S 3, quien emitió respuestas incorrectas en un mayor porcentaje, que las omisiones.

Los resultados en la fase B (secuencia instruccional para operaciones de - multiplicar "sin llevar"), indican que, en general, se observó un incremen to del 100% de respuestas correctas para las operaciones y los problemas del tipo 1, desde la primera sesión; la proporción de respuestas incorrectas se incrementó en todos los sujetos y el porcentaje de omisiones decreció casi al 0%. El sujeto 1 y el 3 obtuvieron el 100% de respuestas correctas para las operaciones y los problemas del tipo 1 en dos sesiones consecutivas. Los sujetos 2 y 4 obtuvieron 100% de respuestas correctas en las operaciones del tipo 1. El S 2, obtuvo un porcentaje de 50% de respuestas correctas en su ejecución con P.T. 1 en las dos sesiones y el S 4 que logró un 65% de respuestas correctas.

Al pasar a la Fase C (secuencia instruccional en operaciones que requieren "llevar"), se aprecia un incremento de respuestas correctas, en un 100% para las operaciones y los problemas del tipo 1 y las operaciones del tipo 2 en los cuatro Ss, empero solo los Ss 2 y 4 lograron un 100% de respuestas correctas tanto en las operaciones, como en los problemas del tipo 1 y 2; mientras que, la ejecución de los Ss 1 y 3 en los problemas del tipo 2 fué como sigue: el S 1 obtuvo un 33% de respuestas correctas en ambas sesiones, el S 3 obtuvo un 70% de respuestas correctas.

Los Ss 2 y 4 que lograron el 100% de respuestas correctas en los dos tipos de operaciones y problemas durante las dos sesiones de criterio, no recibieron ya las instrucciones para las fases D y E, pues, se dió la generalización a los problemas del tipo 1 y 2 (la línea punteada en las gráficas muestra la generalización lograda por los Ss a partir de la fase que se está tratando, por lo tanto, ya no se sometió a los Ss a las fases subsecuentes). - Tales Ss requirieron de 4 sesiones para lograr resolver los problemas en los que no recibieron entrenamiento.

Para los Ss 1 y 3 fué necesaria la aplicación de la secuencia D. Se incrementó la proporción de respuestas correctas al 100% tánto para las operaciones y los problemas del tipo 1, como para las del tipo 2; por lo que, ya no fué necesario continuar con la fase E (instrucciones para problemas "llevando"). Estos Ss lograron generalizar en las sesiones anteriores.

SUJETOS DEL GRUPO II:

Los resultados de los Ss 1, 2, 3 y 4, de este grupo, se presentan en las figuras 5, 6, 7 y 8 respectivamente.

En la fase A (Línea Base), los 4 sujetos obtuvieron un 0% de respuestas correctas, tánto en las operaciones como en los problemas del tipo 1 y 2; se puede apreciar que predominaron las omisiones sobre la emisión de respuestas incorrectas, aunque curiosamente las respuestas de los Ss emitidas a los problemas del tipo 1 muestran una mayor proporción de respuestas incorrectas.

En este grupo, se comenzó con la aplicación de la secuencia C (secuencia instruccional para operaciones de multiplicar del tipo 2). Todos los Ss, excepto el S 2, obtuvieron en las dos primeras sesiones el criterio del 100% de respuestas correctas tánto para las operaciones como para los problemas del tipo 1 y 2, por lo tanto, no fué necesario aplicar las demás fases.

El S 2, obtuvo el 100% de respuestas correctas en la solución de las operaciones del tipo 1 y 2, pero, en los problemas del tipo 1 logró 0 y 100% de respuestas correctas respectivamente y en los del tipo 2, 0 y 66%. La aplicación de la VI en la fase B sí se realizó en este S, donde su ejecución fué de 100% de respuestas correctas en las operaciones del tipo 1 y 2, y en los problemas del tipo 2, no así en los problemas del tipo 1 en donde se logró un 66% y un 100% de respuestas correctas de cada sesión.

En la fase D (secuencia instruccional para problemas del tipo 1), el S mencionado obtuvo el 100% de respuestas correctas para los dos tipos, tánto en operaciones como en problemas, durante dos sesiones consecutivas se cumplió el criterio, por lo que dada la generalización, no fué necesario proporcionar la fase E.

SUJETOS DEL GRUPO III:

En las figuras 9, 10, 11 y 12, se pueden consultar los datos gráficos de las ejecuciones de los Ss 1, 2, 3 y 4 de este grupo.

Se puede observar que en la fase A (Línea Base Múltiple), todos los Ss lograron un 0% de respuestas correctas en los 2 tipos de operaciones y problemas. El porcentaje de omisiones fué mayor para 3 de los Ss que el porcentaje de respuestas incorrectas, excepto en el S 1, quien obtuvo un porcentaje mayor de respuestas incorrectas en los problemas del tipo 1.

Este grupo recibió la aplicación de la VI comenzando con la fase D (secuencia instruccional para problemas del tipo 1). Se puede apreciar en las gráficas que: Ss 1, 3 y 4 obtuvieron un 100% de respuestas correctas en las operaciones y problemas del tipo 1, mientras que, en los del tipo 2 las respuestas incorrectas se incrementaron al 100% y las omisiones decrementaron hasta el 0%. Solamente el S 2 logró el 100% de respuestas correctas en los dos tipos de operaciones y problemas durante dos sesiones consecutivas, por lo cual no fué necesario la aplicación de las fases subsecuentes.

Los Ss 1, 3 y 4 continuaron con la fase E en donde se aplicó la VI demostrando el procedimiento de solución con un ejemplo de problemas "llevando". En esta fase, todos los Ss lograron un 100% de respuestas correctas para los problemas del tipo 1 y 2, en dos sesiones consecutivas, por lo que al lograrse el criterio ya no se aplicaron las fases B y C.

SUJETOS DEL GRUPO IV:

En las gráficas de las figuras 13, 14, 15 y 16, se aprecian los resultados obtenidos por los Ss 1, 2, 3 y 4 del grupo en cuestión.

Los resultados en la fase A (Línea Base Múltiple), demuestran la emisión de un 0% de respuestas correctas para todos los Ss. Los sujetos 2, 3 y 4 obtuvieron un porcentaje mayor de omisiones en las operaciones y problemas del tipo 1 y 2, aunque, como se puede apreciar en la gráfica del S 4, éste, a diferencia de los otros, obtuvo un índice mayor de respuestas incorrectas en los problemas del tipo 1 y 2 y un porcentaje más alto de omisiones en las operaciones.

El S 1, a diferencia de los demás, logró un porcentaje mayor de respuestas incorrectas en los dos tipos de operaciones y problemas e incluso en los pro blemas del tipo 2 el porcentaje de omisiones fué de 0%.

Este grupo principió por la aplicación de la fase E (secuencia instruccional para problemas de tipo 2). Como se observa en las gráficas, los Ss 1, 2 y 4 obtuvieron el 100% de respuestas correctas en las operaciones y los problemas del tipo 1 y 2, durante dos sesiones consecutivas, logrando el criterio de generalización en esta primera fase, y debido a lo cual no fué necesario continuar con la aplicación de las fases D, C y B.

El S 3, en cambio, requirió de tres sesiones para lograr el criterio especificado, pues, fué el único S de este grupo que en la primera sesión no alcanzó el 100% de respuestas correctas; para las operaciones del tipo 1 emitió un 80% de respuestas correctas; en las del tipo 2 el porcentaje de correctas fué de 30%. En los problemas de tipo 1, logró un 60% y en las del tipo 2 el porcentaje fué 0% de respuestas correctas. En esta primera sesión predominaron las respuestas incorrectas. Sin embargo, al igual que los demás Ss, en esta fase logró generalizar el procedimiento de solución a las operaciones y los problemas en los que recibió instrucciones de solución.

Los resultados correspondientes a la ejecución de los Ss durante la evaluación de las conductas precurrentes a la respuesta de multiplicar, se encuentran en el cuadro de concentración de resultados en la tabla 3.

DISCUSION Y CONCLUSIONES

Los resultados del presente trabajo de investigación, muestran que los 16 Ss que participaron en las diferentes condiciones experimentales lograron la generalización de respuestas de multiplicar. Esta generalización puede analizarse conforme al número de sesiones experimentales alcanzadas por los Ss para lograr el criterio establecido y de acuerdo a los componentes de respuesta (estímulo-respuesta) de los diferentes tipos de operaciones y problemas con los que se trabajó.

Respecto al primer punto del análisis, en los datos encontrados, se observa lo siguiente:

En el grupo I, el cual principió el entrenamiento con la condición B (secuencia instruccional en operaciones de multiplicar "sin llevar"), dos de los Ss requirieron de 6 sesiones experimentales para lograr la generalización, -- mientras que los otros dos Ss emplearon 4 sesiones para alcanzar dicho -- criterio de generalización.

Los Ss del grupo II, en los cuales se aplicó la VI comenzando por la fase C (secuencia instruccional para operaciones de multiplicar que requieren "llevar"), tres Ss se llevaron 4 sesiones y uno únicamente tomó dos sesiones - para generalizar.

El grupo IV en el cual los Ss iniciaron su entrenamiento en la fase E (secuencia instruccional para problemas del T 2 "llevando") solo uno de los - Ss requirió de tres sesiones y el resto de los Ss generalizaron en 2 sesiones (Ver Tabla 1 p.p. 67).

Lo mencionado anteriormente para cada uno de los grupos, conduce a la apreciación de que los Ss del grupo IV, que recibieron la aplicación de la VI en la fase 'E', en problemas de multiplicar que requieren "llevar", generalizaron con mayor rapidez y por lo tánto no fué necesaria la aplicación de las siguientes condiciones experimentales. En segundo término, se encuentra el grupo II, caracterizado por la aplicación de la VI en la fase 'C', operaciones que requieren "llevar"; esto permite concluir que las multiplicaciones (operaciones y problemas) que requieren "llevar", contienen los componentes estímulo-respuesta de las multiplicaciones que no requieren "llevar". De esta forma, se explica porqué en los grupos II y IV se dió la generalización más rápidamente, en contraste con los grupos I y III, los cuales lograron generalizar hasta que recibieron entrenamiento en alguna de las fases (C o E) que implicaba el componente de "llevar".

Para motivos de esta investigación, es claro, que la retroalimentación no fué el factor más importante para que ocurriera la generalización de respuesta, ya que ésta se produjo por la administración de la secuencia instruccional. Sin embargo, el procedimiento de retroalimentación tuvo un importante efecto en la rapidez con que se adquirió la respuesta de multiplicar. Por otra parte, resultaría pertinente que en investigaciones posteriores se reafirmara o se rechazara tal aseveración. Los datos recabados en esta investigación confirman lo encontrado por García, Lugo y Lovitt (1976), quienes realizaron dos experimentos con el fin de estudiar la generalización de respuesta en operaciones de suma:

a) En el primer experimento se encontró que el procedimiento de instrucción más retroalimentación en operaciones de dos dígitos que no requerían "llevar", se generalizó a las operaciones de tres y cuatro dígitos "sin llevar", pero no generalizaron las operaciones que sí requerían"llevar".

b) En el segundo experimento, se encontró que el procedimiento de instrucción más retroalimentación en sumas de cuatro dígitos que requerían "llevar", se generalizó a sumas de dos, tres y cinco dígitos, confirmándose así que el elemento de "llevar" es clave en la clase de respuestas de sumas y no así el número de dígitos.

Es necesario resaltar que para el estudio de la generalización, de la respuesta de multiplicar se emplearon problemas y operaciones, definidos operacionalmente como:

a) Operaciones. - La presentación numérica de un dígito (s), llamado multiplicando que se coloca en la parte superior de la operación, y otro dígito (s), llamado multiplicado que se coloca en la parte inferior, además del signo de multiplicar, que se indica con una x, todo esto siguiendo un formato vertical.

b) Problema. - Un problema de multiplicar se definió como la presentación de un planteamiento escrito, el cual para su solución requiere la ejecución de una operación de multiplicar.

Por lo tanto, el deslinde entre operaciones y problemas fué una variante que se introdujo en este estudio en contraste a los realizados anteriormente, en suma y resta, los cuales consideran únicamente el elemento operación aritmética, como los desarrollados por García, Lugo y Lovitt (1976) en operaciones artiméticas de suma; García (1977) en sumas, y Reyes y García (1979) en operaciones de suma y resta.

Si consideramos a la conducta aritmética como conducta verbal (Skinner, 1957), los problemas y operaciones aritméticos quedan enmarcados dentro de respuestas de tipo textual, en las cuales, el control de las respuestas se establece a través de estímulos verbales visuales, tales como símbolos numéricos (números y/o palabras García, 1977)); particularmente para el caso de los problemas aritméticos, Ribes (1972), expresa que el aspecto funcional para las respuestas textuales se establece una correspondencia entre la palabra y una numerosidad determinada que corresponde a esta palabra.

Los resultados de la presente investigación confirman una vez más el efecto de la generalización en respuestas aritméticas, como los de García, Lugo y Lovitt (1976), realizada en respuestas de suma; García (1977) en respuestas de suma y Reyes y García (1979) en respuestas de suma y resta.

García (1977), encontró que las sumas que requieren "llevar" contienen componentes estímulo-respuesta de las sumas que no requieren "llevar", pero esta condición no se observó en forma inversa.

Reyes y García (1979), en un estudio realizado sobre operaciones de suma y resta, confirmaron lo encontrado por García (1977) acerca de la generalización de respuestas.

Lo anteriormente expuesto permite afirmar que el estudio de las clases de respuesta es básico para la investigación en conducta aritmética, ya que es necesario especificar en términos funcionales los componentes de respuesta.

El estudio de la conducta aritmética en términos de clases de respuesta, -- confirma a ésta como conducta operante y en el caso de la conducta aritmética, la definición de clase de respuesta podría hacerse con base en los componentes de respuesta que se requieren para resolver los problemas aritméticos (García, 1977). Debido a ésto, los componentes específicos para el - estudio de la generalización de respuestas de multiplicar fueron los elementos de "llevar" y "no llevar", de tal manera que se pueden discriminar los procesos de encadenamiento que subyacen en el procedimiento de resolución de las operaciones y problemas de multiplicar.

Staats (1963), considera a la conducta de conteo, sumar, restar y de multiplicar, así como también a la adquisición de la lectura y escritura como cadenas de respuesta.

Tomando en cuenta el análisis funcional que hace Parsons (1976), de las conductas de solución, consideradas como cadenas de respuestas, la respuesta de multiplicar puede ser analizada bajo estos términos. De esta forma, las operaciones que no requieren "llevar" dan lugar a una cadena que principia con el primer dígito en el extremo derecho del multiplicador y con el primero a la derecha en el multiplicando y termina con el último dígito a la izquierda tánto en el multiplicando como en el multiplicador. La característica principal en esta cadena de respuestas, es que el resultado de multiplicar cada dígito del multiplicando por el del multiplicador son independientes uno del otro, lo cual nos permite diferenciar de las cadenas de respuestas implicadas en las operaciones de "llevar" y "no llevar", ya que en las que implican "llevar", el resultado de multiplicar de un dígito a otro, guarda una estrecha relación entre sí.

De acuerdo con Resnick (1980), si el estímulo tiene dos o más dígitos en el multiplicando, la cadena seguirá de la siguiente forma:

1.- Multiplicar el dígito de la extrema derecha en el multiplicador por el dígito del multiplicando mismo.

2.- Si el estímulo de la numerosidad es mayor de 10, se escribe la unidad en el lugar del resultado y se llevan las decenas.

3.- Multiplicar el mismo dígito por el siguiente dígito a la izquierda del anterior en el multiplicando.

4.- Sumar las decenas llevadas a este resultado.

.
.
.

Este procedimiento se repite n veces hasta que no queden dígitos a la izquierda en el multiplicando.

La característica más importante en la cadena anterior, es que el S debe --

discriminar el momento en el cual deben sumarse las decenas llevadas al resultado de la multiplicación de los dígitos anteriores. Para que esta discriminación tenga efecto, es necesario presentar el componente estímulo - dado por el modelo de instrucción.

En resúmen, se concluye que el modelo de instrucción más retroalimentación en las operaciones y problemas de multiplicar que requieren "llevar", se generalizó a los que no requieren "llevar", pero no a la inversa.

Se sugiere que para continuar con esta línea de investigación, se realicen - trabajos subsecuentes, que impliquen condiciones como las siguientes:

a. - Aumentar la cantidad de dígitos tánto en el multiplicando como en el -- multiplicador.

b. - Incluír el uso del cero.

c. - Sin el empleo de la retroalimentación.

d. - Que los Ss no tengan acceso a las tablas de multiplicar en el momento de resolver las operaciones y los problemas, como fué el caso de este estudio.

e. - Por otra parte, es conveniente investigar la respuesta de dividir.

Por último, es necesario recalcar que las investigaciones en la línea de -- conducta aritmética, poseen implicaciones educativas importantes dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que las evidencias que de estos - estudios resulten podrán contribuir a optimizar la tecnología educativa empleada en nuestro país.

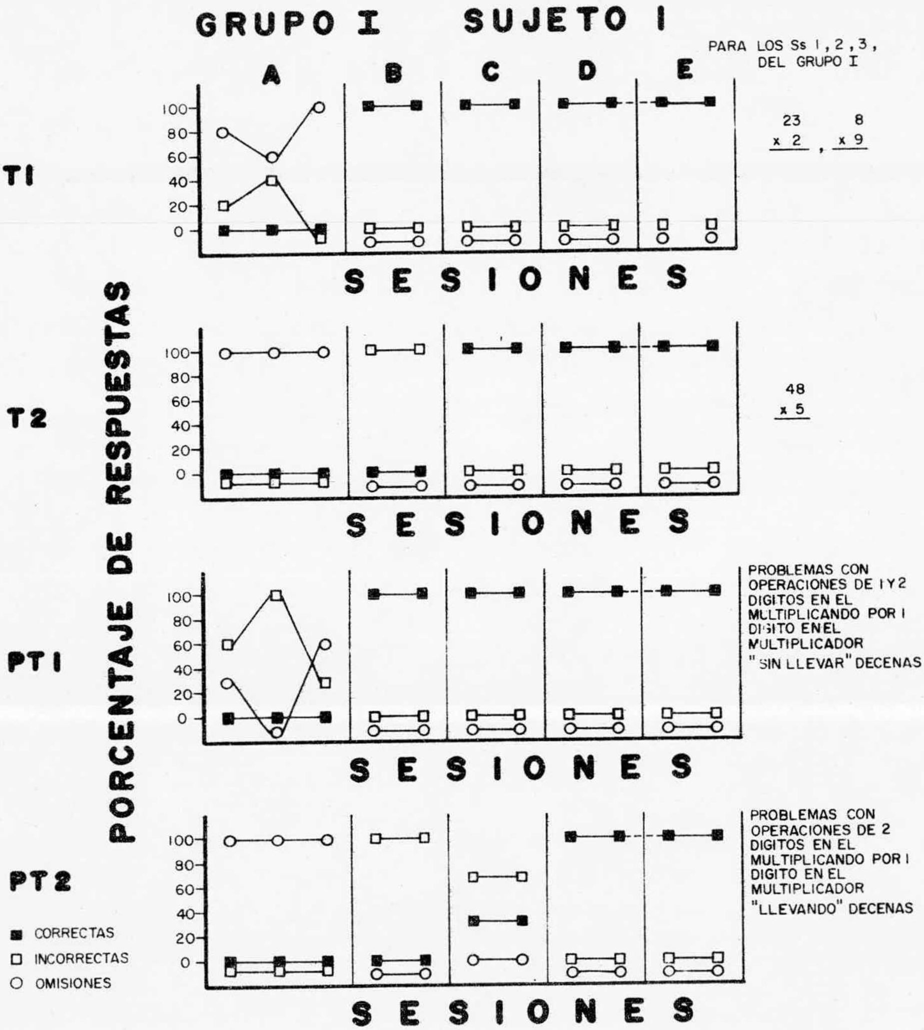

FIGURA 1. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisiones del sujeto 1 del grupo 1 ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo empezó la aplicación de la variable independiente por la fase B, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■—■ - - ■—■), indicaque a partir de esa fase el sujeto logro generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las siguientes fases, ya que el sujeto logró el criterio de ejecución.

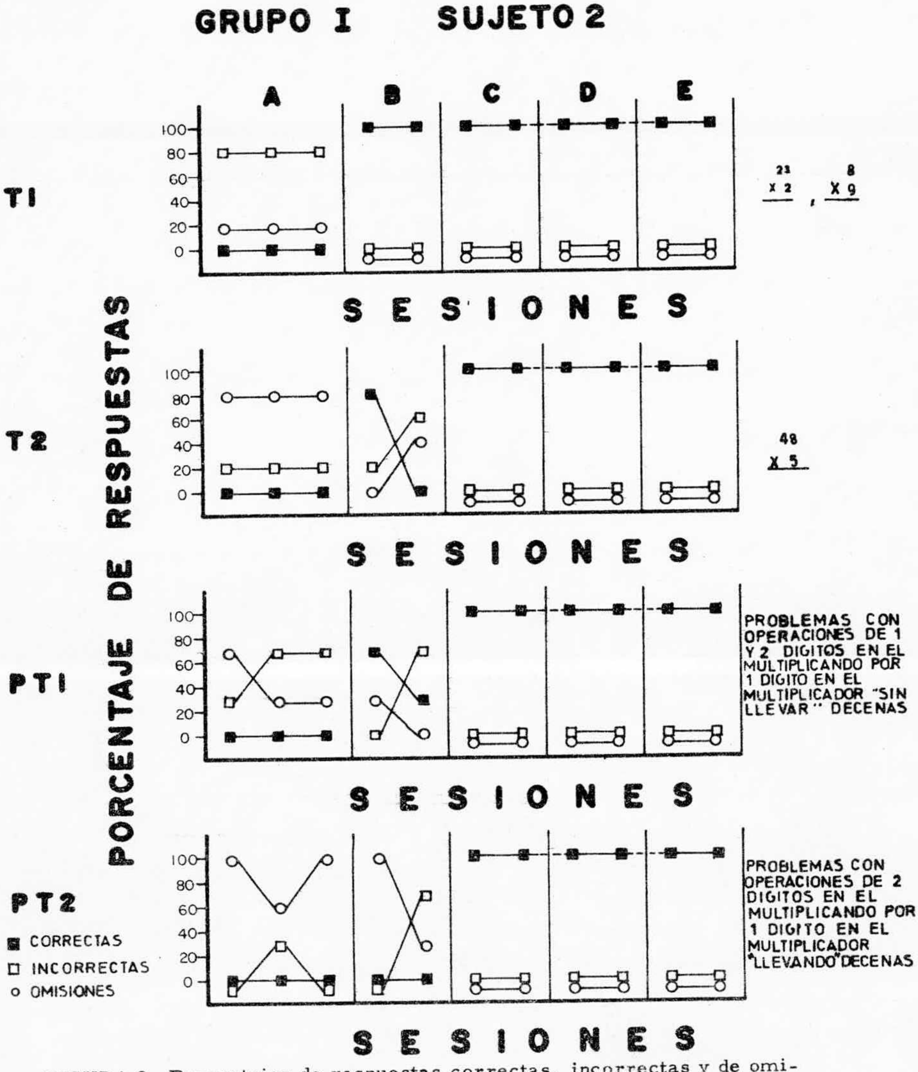

FIGURA 2. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisiones del sujeto 2 del grupo 1 ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_I y PT_2). Este grupo empezó la aplicación de la variable independiente por la fase B, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■--■-■), indica que a partir de esa fase el sujeto logró -- generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las siguientes fases, ya que el sujeto logró el criterio de ejecución.

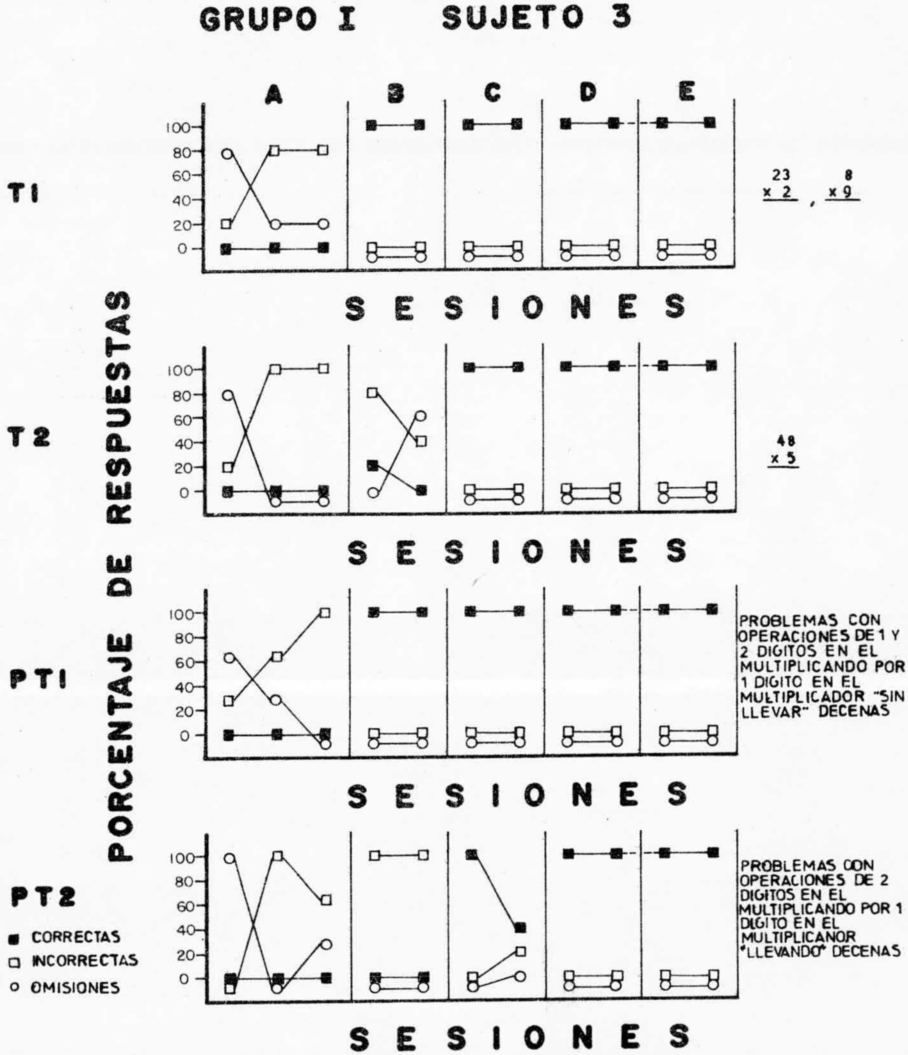

FIGURA 3 Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisiones del sujeto 3 del grupo 1 ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T1, T2, PT1 y PT2). Este grupo empezó la aplicación de la variable independiente por la fase B, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■--■-■), indica que a partir de esa fase el sujeto logro -- generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las siguientes fases, ya que el sujeto logró el criterio de ejecución.

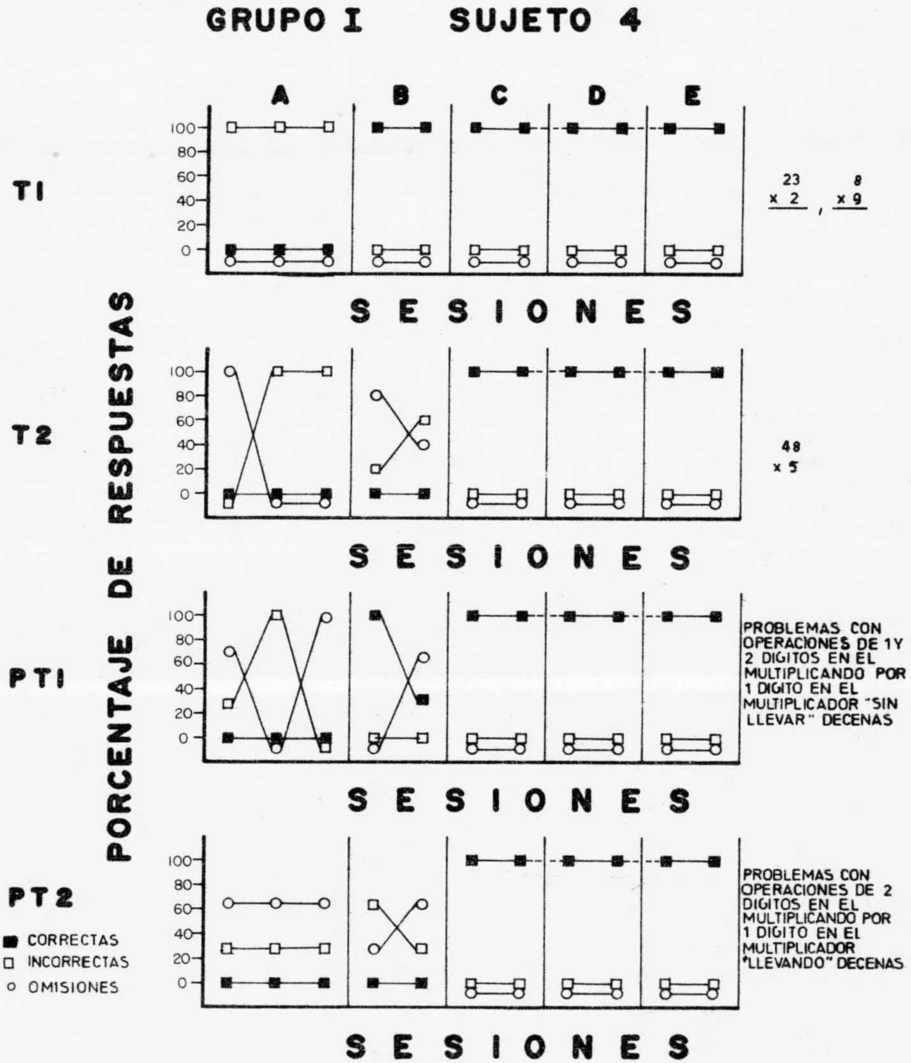

FIGURA 4. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisiones del sujeto 4 del grupo 1 ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo empezó la aplicación de la variable independiente por la fase B, para lo cual, loa datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■--■-■) , indica que a partir de esa fase el sujeto logró -- generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las siguientes fases, ya que el sujeto logró el criterio de ejecución.

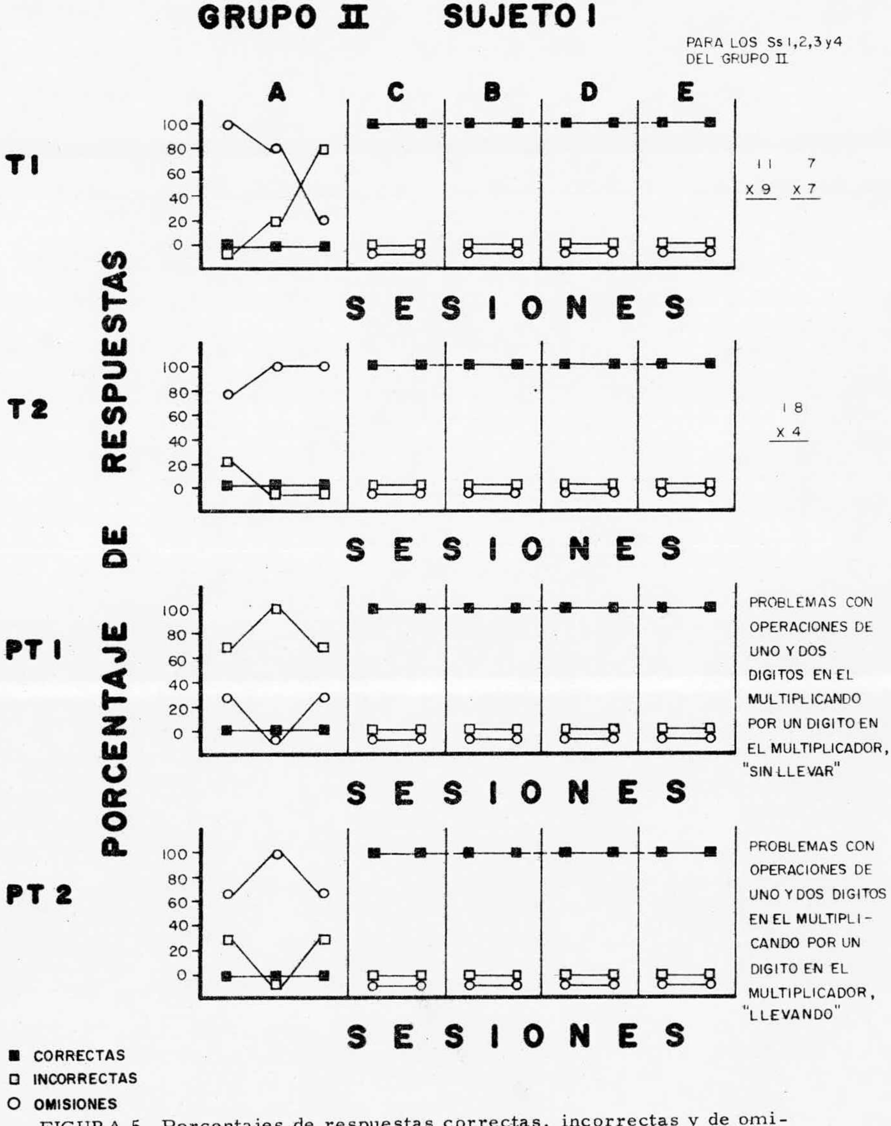

FIGURA 5 Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 1 del grupo ll ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2 , PT_1 y PT_2) . Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase C, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■···■-■), indica que a partir de esa fase el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

GRUPO II SUJETO 2

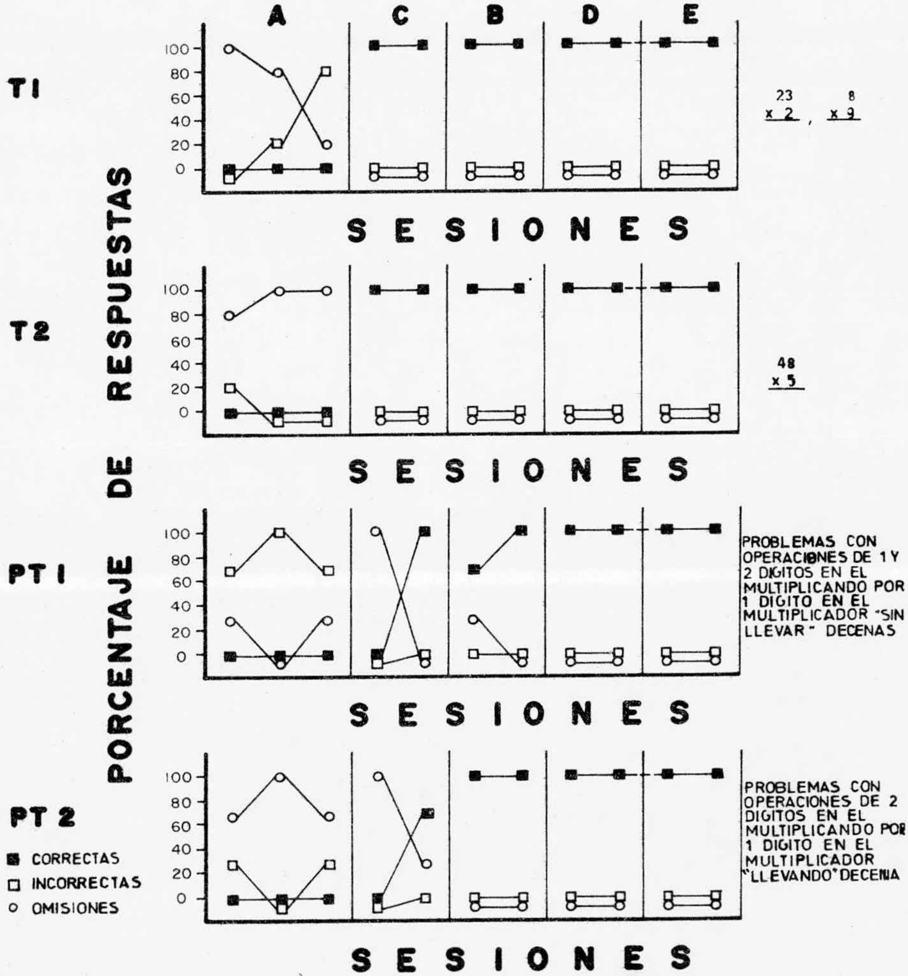

FIGURA 6. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 2 del grupo ll ante los tipos de operaciones y problemas - de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase C, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■ - - ■-■), indica que a partir de esa fecha el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

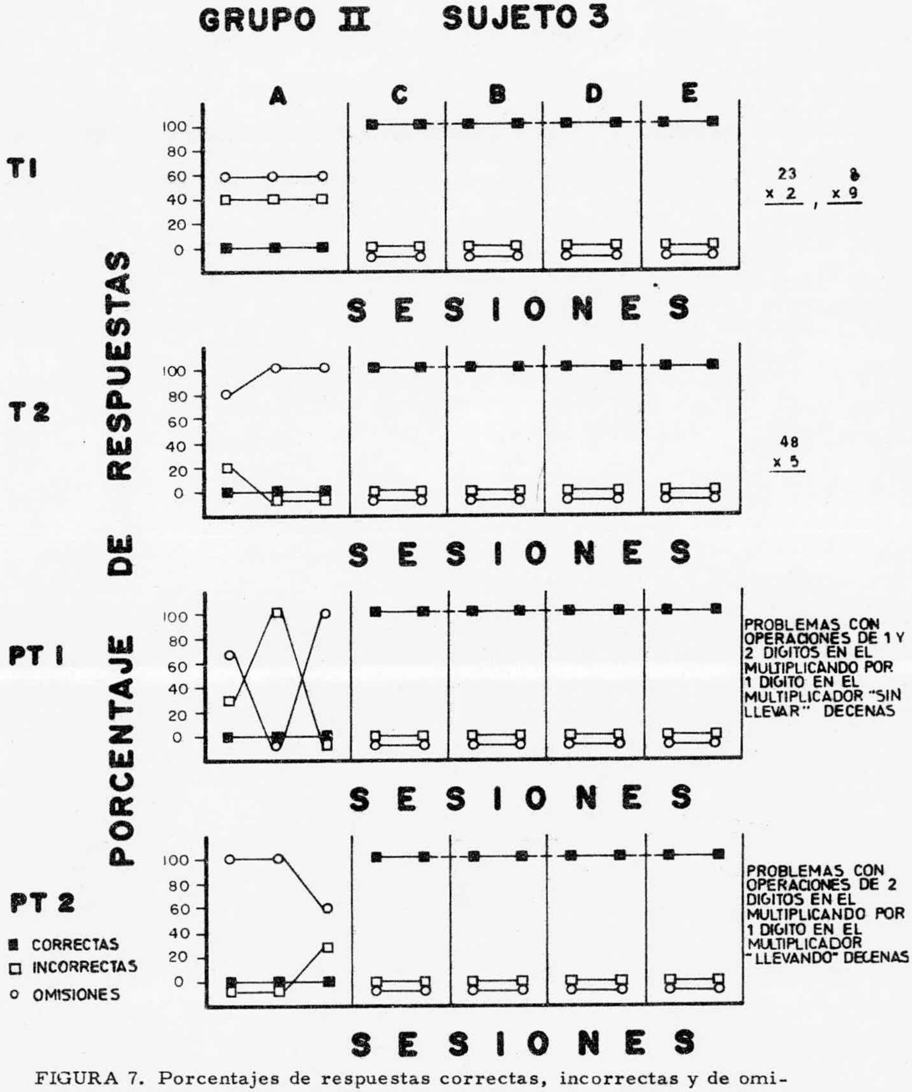

FIGURA 7. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisiones del sujeto 3 del grupo II ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase C, para lo cual, los datos obteni dos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■ ■-■), indica que a partir de esa fecha el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

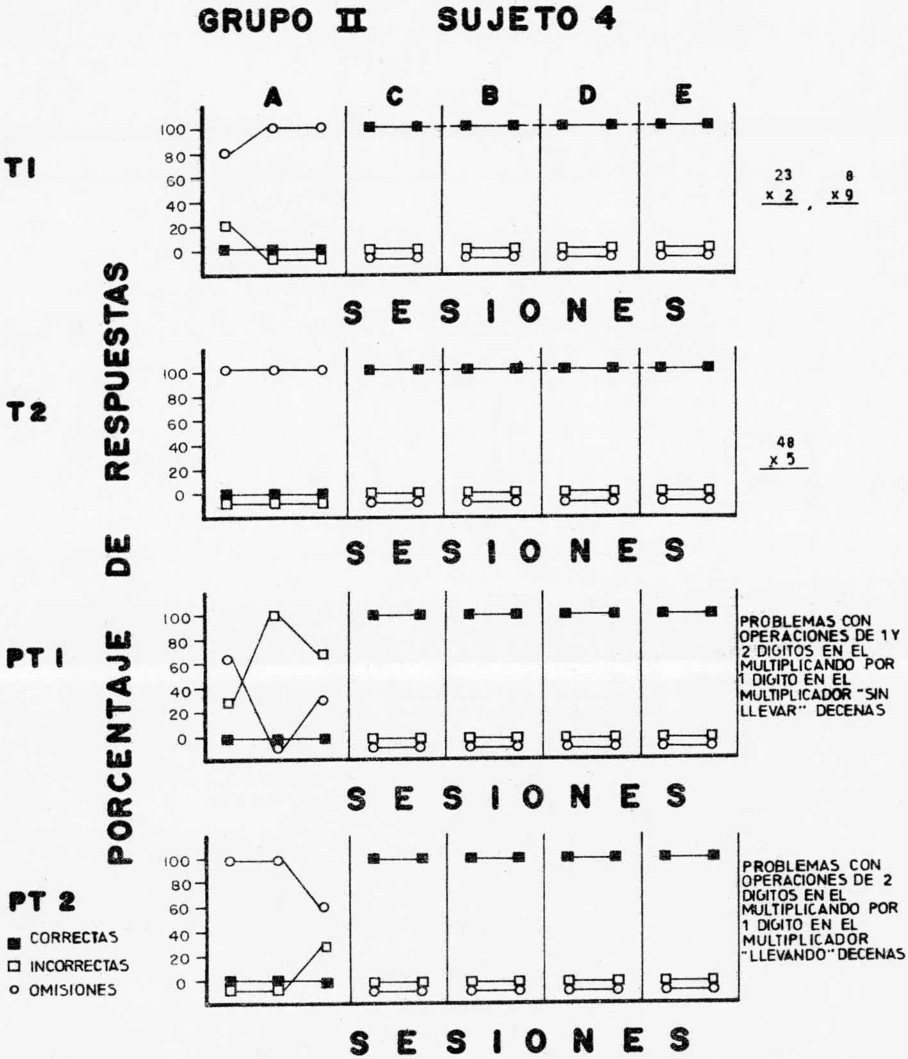

FIGURA 8. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 4 del grupo II ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase C, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■- -■-■), indica que a partir de esa fecha el sujeto logro generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

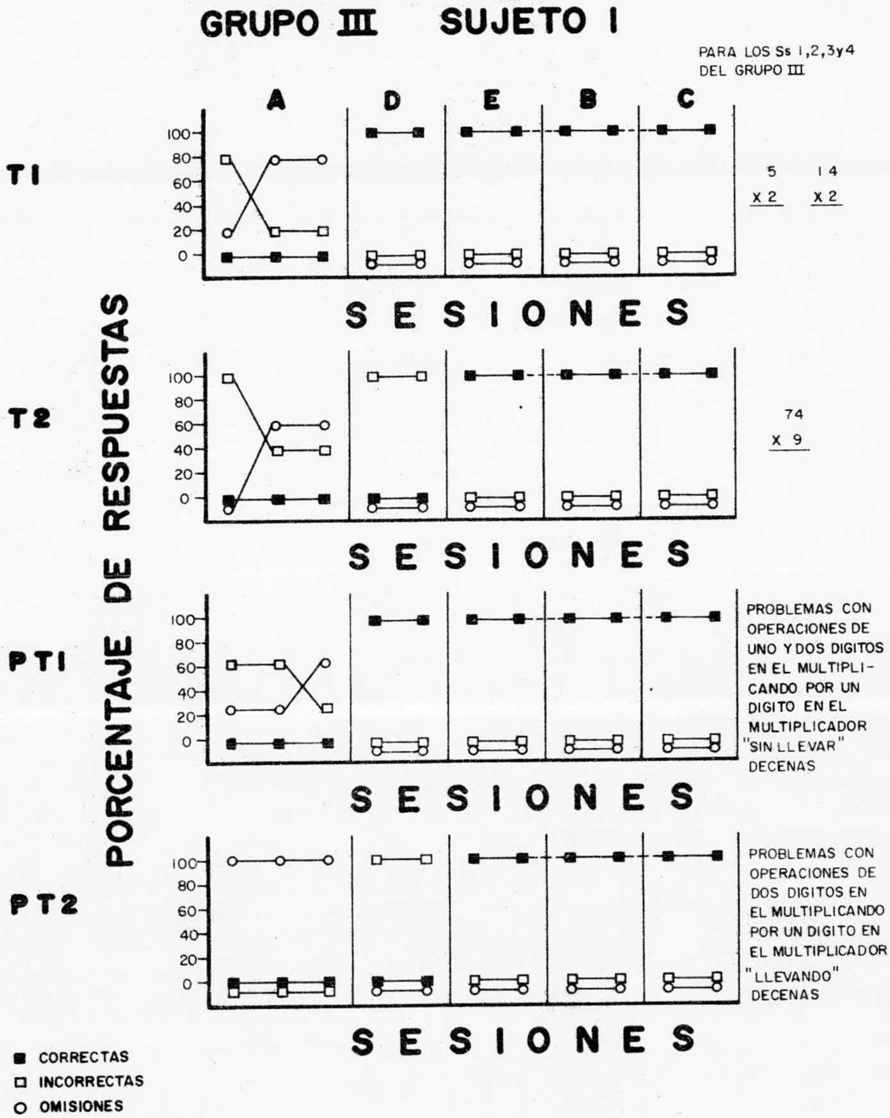

FIGURA 9. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 1 del grupo III ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase D, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■—■- - ■—■), indica que a partir de esa fase el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

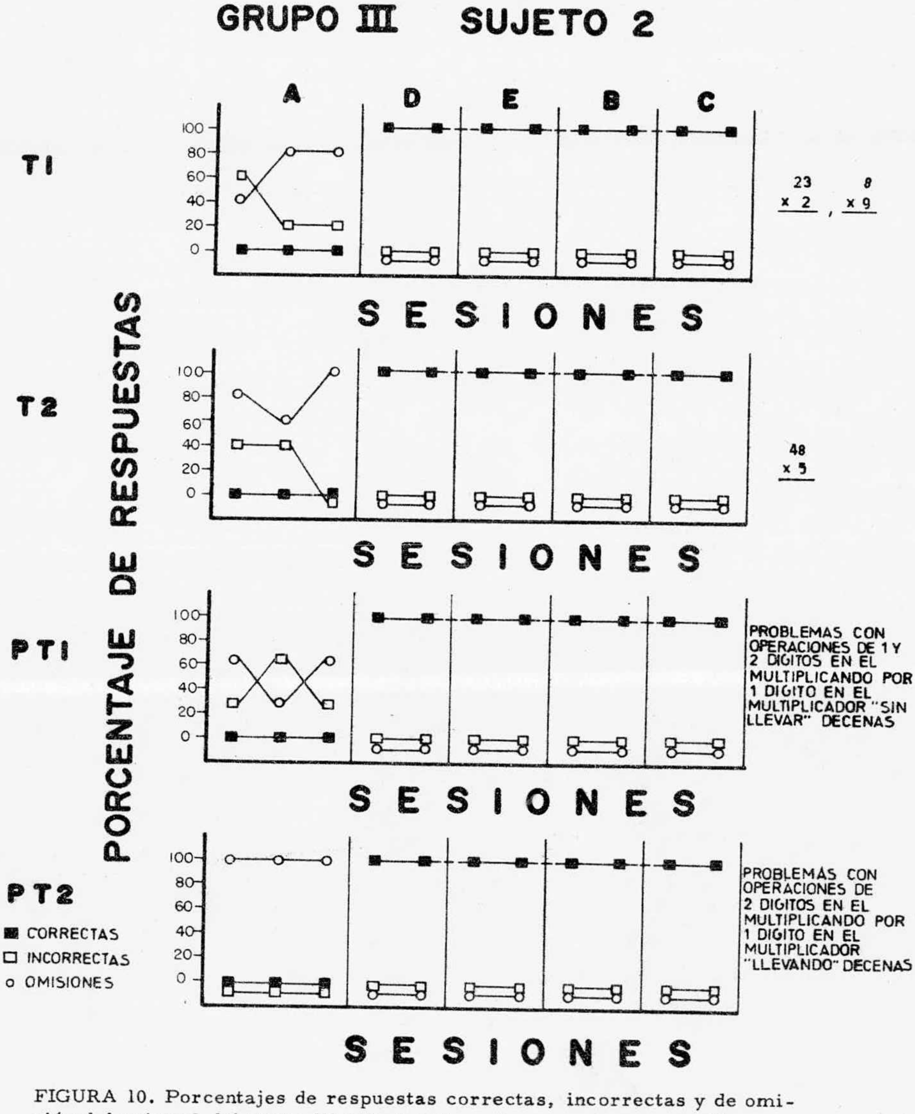

FIGURA 10. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 2 del grupo III ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase D, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■—■- - ■—■), indica que a partir de esa fase el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

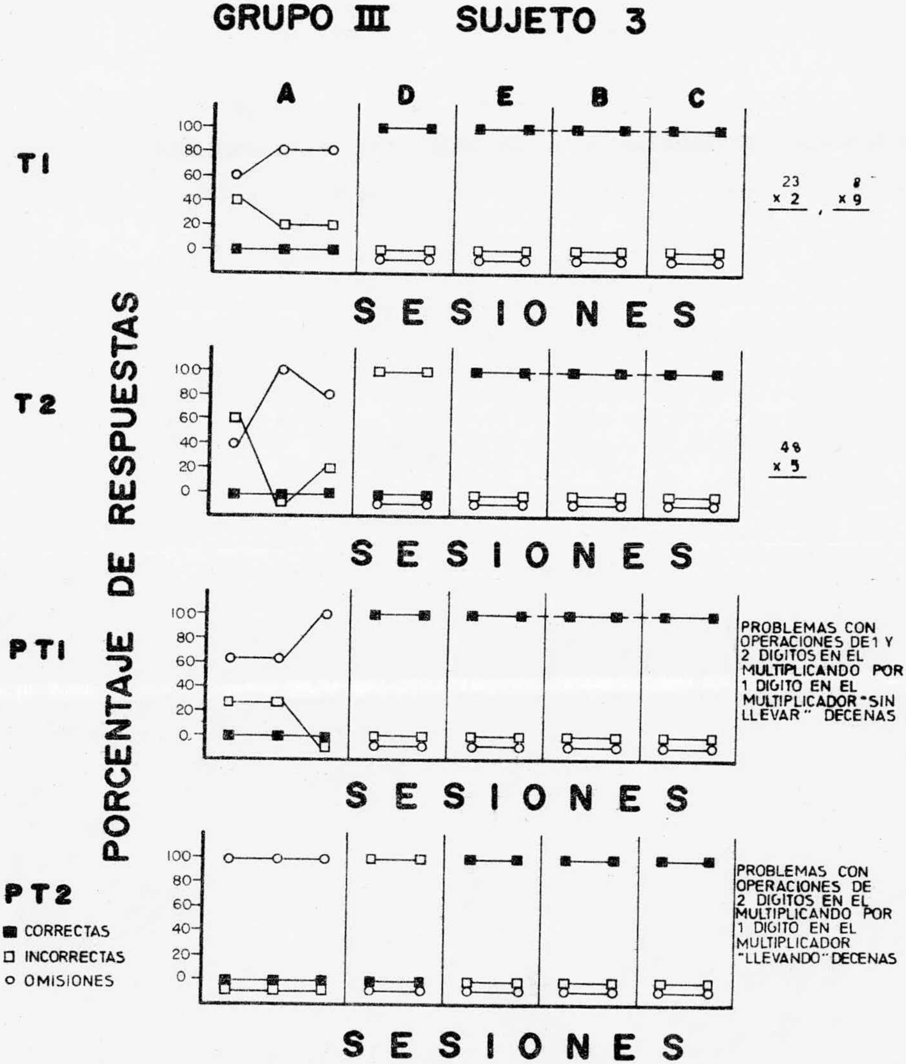

FIGURA 11. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 3 del grupo III ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y Pt_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase D, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■--■-■), indica que a partir de esa fecha el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

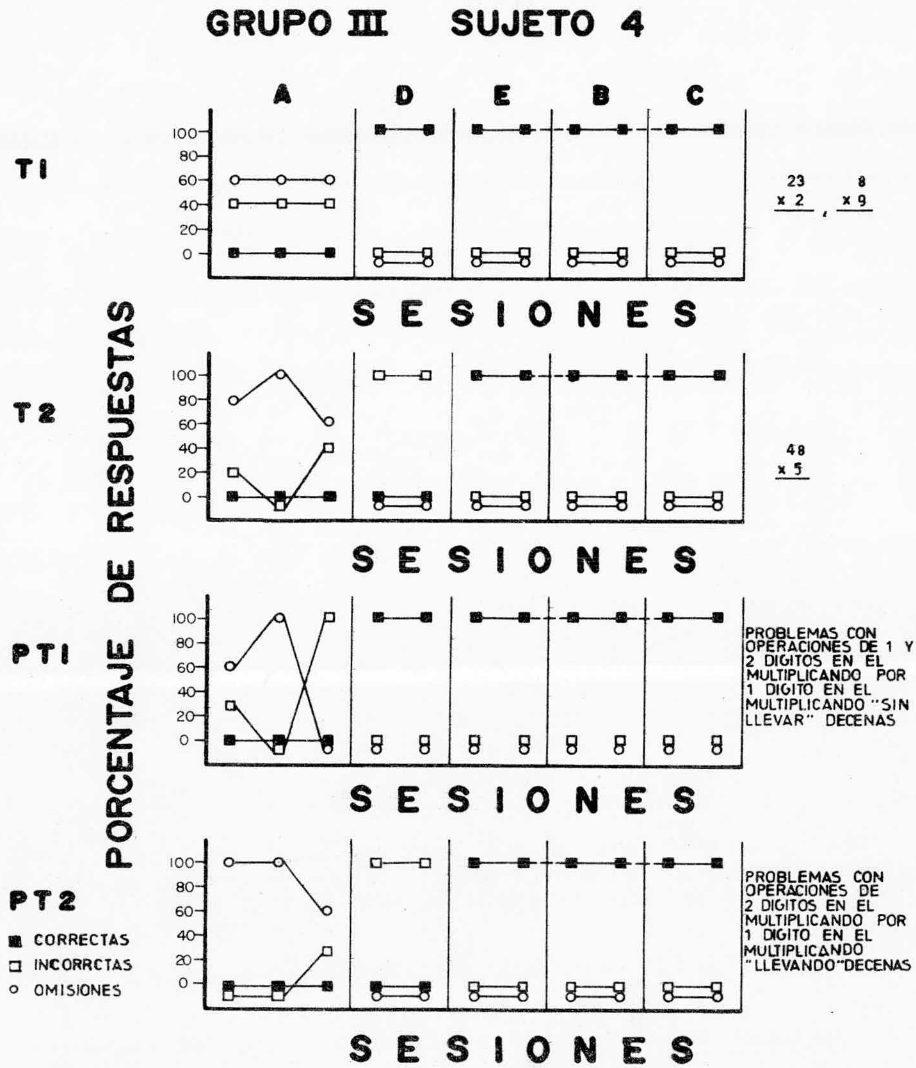

FIGURA 12. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 4 del grupo III ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase D, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■—■--■—■), indica que a partir de esa fecha el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

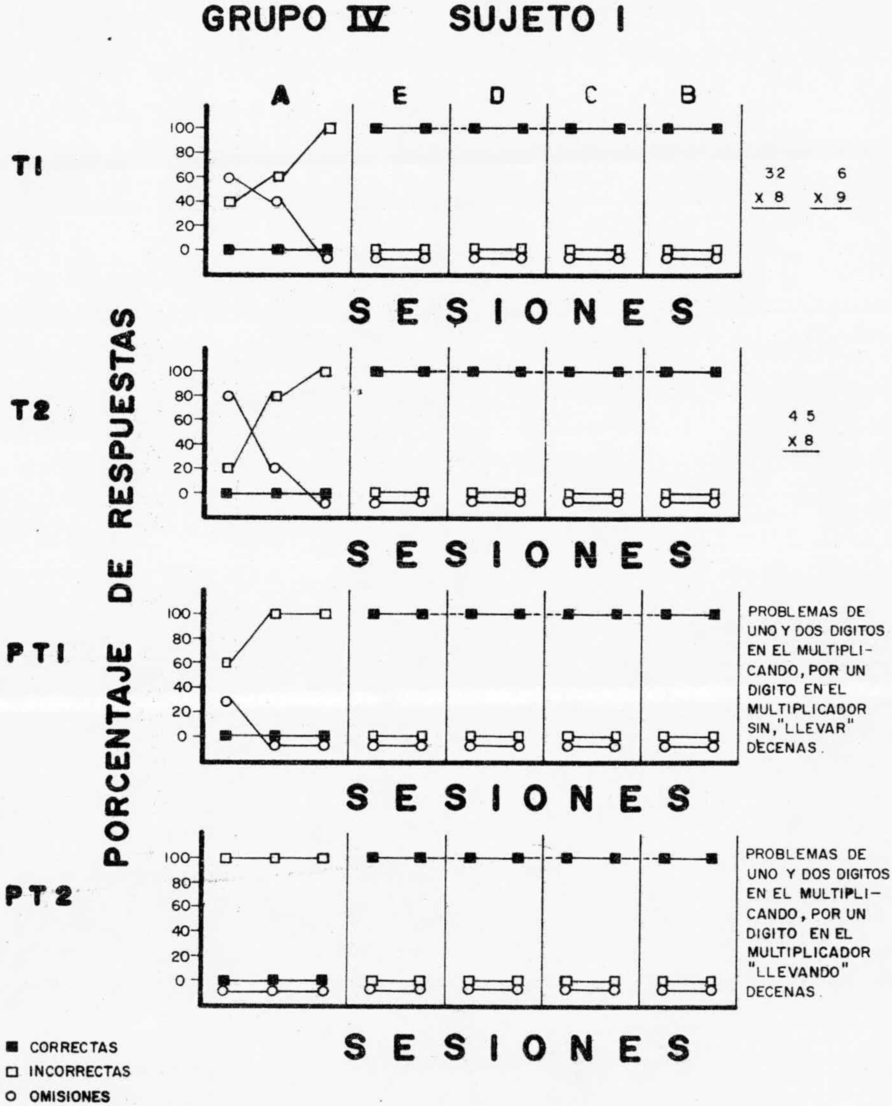

FIGURA 13. Porcentajes de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 1 del grupo IV ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase E, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■--■-■), indica que a partir de esa fase el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

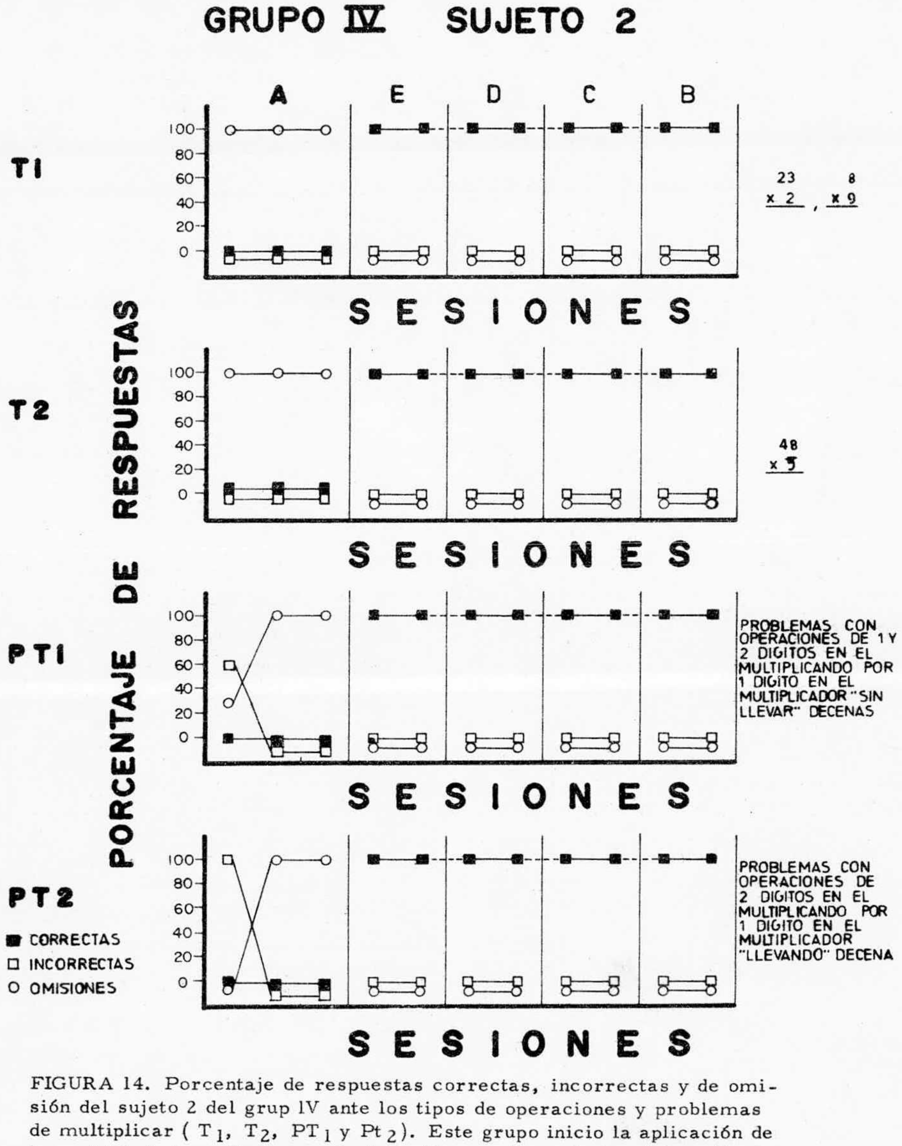

FIGURA 14. Porcentaje de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 2 del grup IV ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y Pt_2). Este grupo inicio la aplicación de la variable independiente por la fase E, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■--■-■), indica que a partir de esa fase el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de,ejecución.

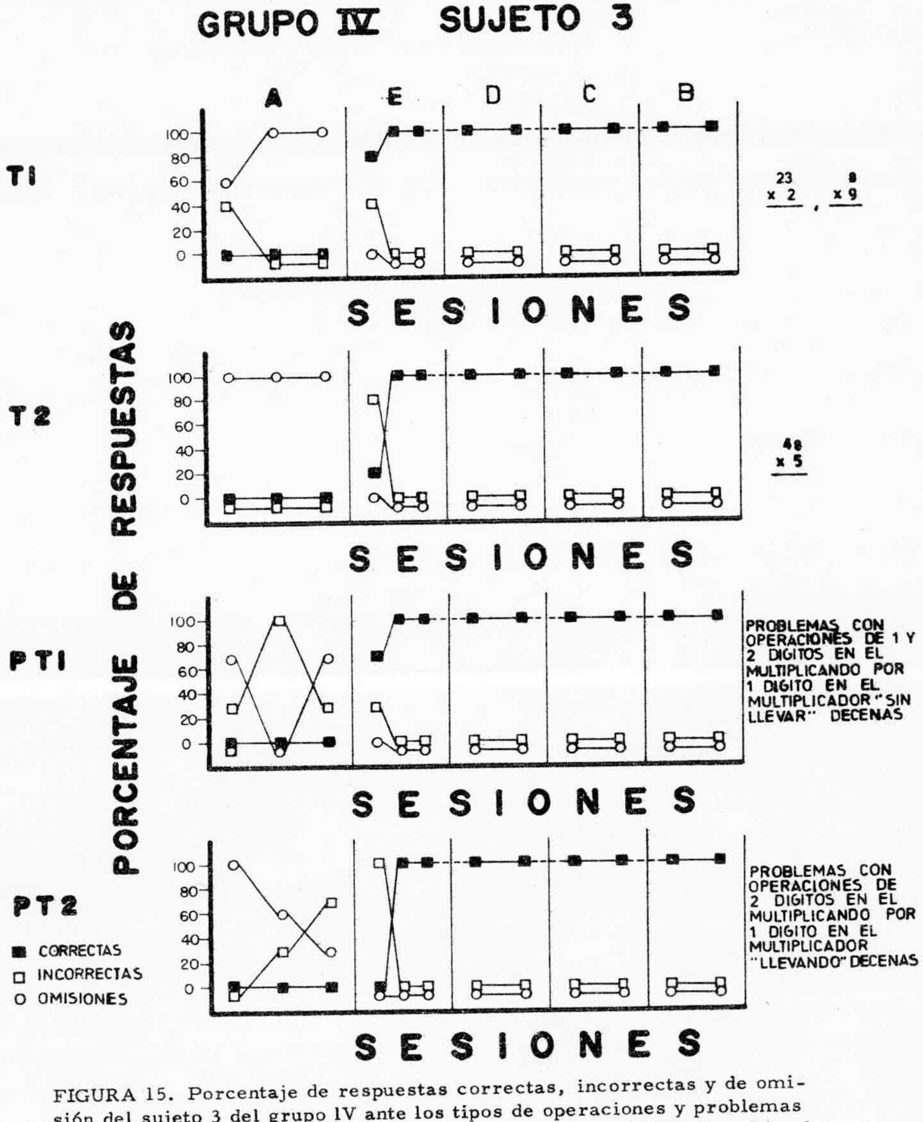

FIGURA 15. Porcentaje de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 3 del grupo IV ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase E, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas, (■-■--■-■), indica que a partir de esa fase el sujeto logró generalizar, es decir, ya no fué necesaria la aplicación de las fases subsecuentes, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

GRUPO IV SUJETO 4

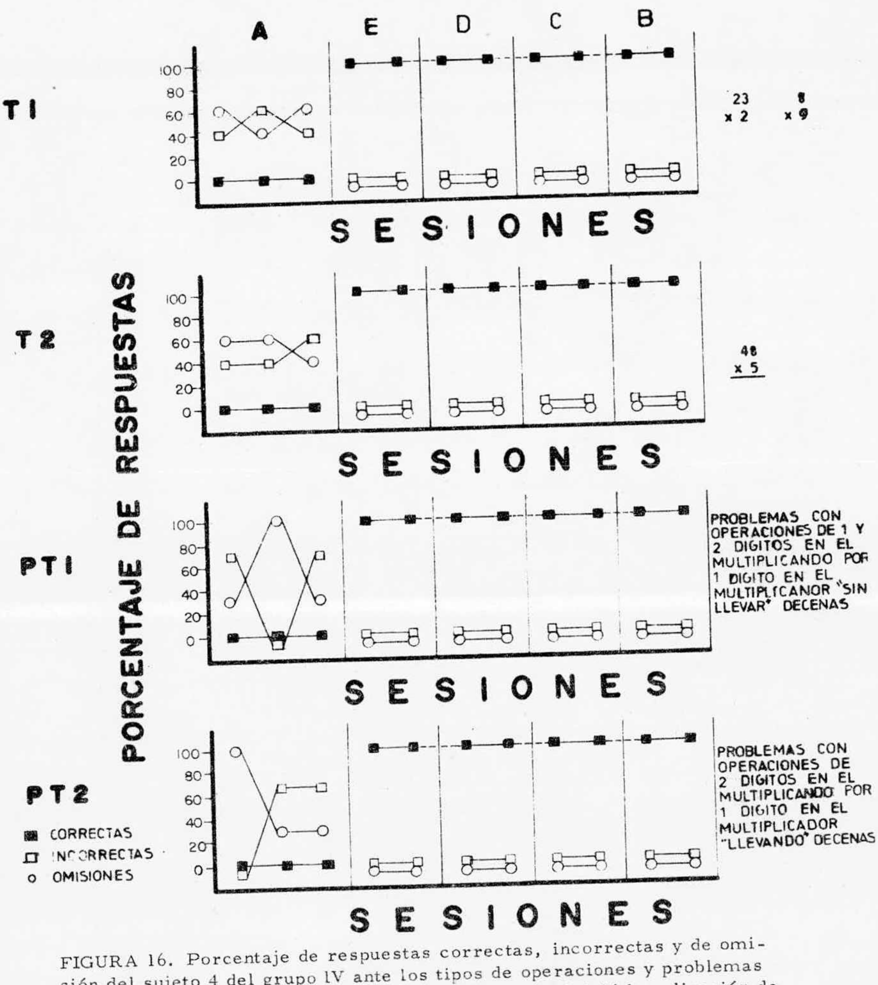

FIGURA 16. Porcentaje de respuestas correctas, incorrectas y de omisión del sujeto 4 del grupo IV ante los tipos de operaciones y problemas de multiplicar (T_1, T_2, PT_1 y PT_2). Este grupo inició la aplicación de la variable independiente por la fase E, para lo cual, los datos obtenidos para esta fase se deben observar para cada uno de los tipos de operaciones y problemas. La línea punteada entre los porcentajes de respuestas correctas (■-■- - -■-■), indica que a partir de esa fase el sujeto logró generalizar, ya que el sujeto alcanzó el criterio de ejecución.

FASES EXPERIMENTALES

GRUPO I	A	B	C	D	E	Totales
Sujeto 1	3	2	2	2		9
Sujeto 2	3	2	2			7
Sujeto 3	3	2	2	2		9
Sujeto 4	3	2	2			7

GRUPO II	A	C	B	D	E	
Sujeto 1	3	2				5
Sujeto 2	3	2	2	2		9
Sujeto 3	3	2				5
Sujeto 4	3	2				5

GRUPO III	A	D	E	B	C	
Sujeto 1	3	2	2			7
Sujeto 2	3	2				5
Sujeto 3	3	2	2			7
Sujeto 4	3	2	2			7

GRUPO IV	A	E	D	C	B	
Sujeto 1	3	2				5
Sujeto 2	3	2				5
Sujeto 3	3	3				6
Sujeto 4	3	2				5

NUMERO DE SESIONES POR FASE

TABLA 1. Número de sesiones empleadas por los sujetos de los distintos grupos en cada una de las fases experimentales.

NUMERO DE SESIONES SIN INCLUIR LA LINEA BASE.

Grupo		Sujeto 1	Sujeto 2	Sujeto 3	Sujeto 4
GRUPO I	T_1	2	2	2	2
	T_2	4	4	4	4
	PT_1	2	4	2	4
	PT_2	6	4	6	4
GRUPO II	T_1	2	2	2	2
	T_2	2	2	2	2
	PT_1	2	6	2	2
	PT_2	2	4	2	2
GRUPO III	T_1	2	2	2	2
	T_2	4	2	4	4
	PT_1	2	2	2	2
	PT_2	4	2	4	4
GRUPO IV	T_1	2	2	3	2
	T_2	2	2	3	2
	PT_1	2	2	3	2
	PT_2	2	2	3	2

TABLA 2. Número de sesiones empleadas por cada sujeto de los diferentes grupos ante las operaciones y problemas arítméticos de multiplicación, (T_1, T_2; PT_1, PT_2) sin incluir las sesiones establecidas para la línea base.

CONDUCTAS \ GRUPOS SUJETOS	GRUPO I				GRUPO II				GRUPO III				GRUPO IV			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 Contar oralmente de 1 en 1 hasta el 50	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
2 Contar de 2 en 2 hasta el 30	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
3 Contar oralmente de 5 en 5 hasta el 100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
4 Contar un conjunto de objetos móviles	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
5 Contar un conjunto ordenado ...	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6 Seleccionar de entre varios conjuntos...	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
7 Igualar dos conjuntos	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
8 Igualar don conjuntos seleccionando el ...	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
9 Igualar dos conjuntos seleccionando el ...	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
10 Ordenar números escritos en desorden	98	98	57	73	57	92	62	91	57	65	85	98	86	50	62	57
11 Escribir el número que va antes de ...	100	100	94	94	100	100	94	100	94	100	100	100	94	87	100	100
12 Escribir el número que va después de ...	100	100	100	100	100	100	100	100	87	100	100	100	100	94	100	94
13 Leer en voz alta números	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
14 Seleccionar un número de un conjunto	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
15 Unir números iguales en dos columnas	75	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	83	100	100
16 Resolver sumas	90	100	90	80	80	90	45	70	100	100	60	100	90	60	100	90
17 Subrayar la palabra equivalente a ...	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
18 Resolver restas	50	30	30	20	0	20	30	30	30	40	20	40	20	20	30	20
MEDIAS	95.1	96	92.8	92.6	90.9	94.5	90.6	93.9	92.6	94.7	92.5	96.5	93.8	90	94	92.2

TABLA 3. Por porcentajes obtenidos por los 16 sujetos en la evaluación de los repertorios precurrentes a la respuesta de multiplicar.

APENDICE I

Cuestionario de Prerrequisitos (Conductas Precurrentes).

1.- Que el sujeto (S) cuente oralmente del 1 al 50.

2.- Que el S cuente oralmente del 2 al 80 de dos en dos.

3.- Que el S cuente oralmente hasta el 100 de cinco en cinco.

4.- Que el sujeto cuente un conjunto de 70 objetos movibles (fichas), poniéndolos fuera del conjunto al mismo tiempo que los cuenta.

5.- Que el S cuente los objetos de un conjunto ordenado (35 fichas), sin moverlas de su lugar.

6.- Que el S selecciones de entre los siguientes conjuntos de objetos: aquel que tenga 24 objetos. 15 canicas, 24, 9, 31.

7.- Que el S aparee dos conjuntos de fichas que contengan 34 elementos y diga si son iguales o diferentes.

8.- Que el S aparee dos conjuntos de frijoles, uno de 48 elementos y otro de 39 elementos y diga cuál de ellos tiene más objetos.

9.- Que el S aparee dos conjuntos de canicas, de 26 y 40 elementos respectivamente y diga cuál tiene menos cantidad de objetos.

10.- Que el S ordene por escrito los siguientes números:

29, 151, 35, 6, 72, 67, 38, 18, 24, 43, 57, 94, 9, 136, 12, 30, 84, 48, 1, 59, 122, 60, 91, 107, 78, 85.

11.- Que el S escriba el número que va antes de cada uno de los siguientes:

( ) 3	( ) 17	( ) 67	( ) 42
( ) 34	( ) 48	( ) 82	( ) 76

( ) 92	( ) 50	( ) 52	( ) 11
( ) 100	( ) 20	( ) 25	( ) 77

12.- Que el S escriba el número que sigue progresivamente a los siguientes:

8 ( )	71 ( )	66 ( )	62 ( )
35 ( )	100 ( )	13 ( )	16 ( )
84 ( )	59 ( )	25 ( )	57 ( )
31 ( )	40 ( )	98 ( )	72 ( )

13.- Que el S lea en voz alta los siguientes números:

8, 5, 1 11, 13, 15, 20, 28, 26, 33, 39, 41, 42, 47, 57, 56, 53, 68, 60, 70, 72, 75, 77, 88, 89, 91, 92, 95, 99, 100, 101, 117, 122, 126.

14.- Que el S seleccione de entre el siguiente conjunto de números aquel que se le muestre (69) :

90, 31, 78, 42, 17, 184, 25, 86, 53, 69, 11, 6, 9.

15.- Que el S una con una línea, los números que sean iguales a los de la - primera fila:

87	60
4	17
147	39
39	29
91	87
16	103
75	4
52	17
48	91
29	147
60	75
103	48

16.- Que el S resuelva las siguientes sumas:

+ 110	+ 24	+ 2	+ 984	+ 60	+ 395
615	90	8	811	42	437

+ 42	+ 56	+ 8	+ 21
11	10	2	16
	73	9	30

17.- Que el S subraye la palabra que quiere decir lo mismo que la primera fila:

restar	dar	quitar
sumar	agregar	señalar
igual	equivalente	diferente

18.- Que el S resuelva las siguientes restas:

- 5	- 107	- 93	- 885	- 769
4	69	74	397	430

- 430	- 72	- 572	- 84	- 83
203	38	106	71	48

APENDICE II

Instrucciones sobre el significado de la multiplicación.

Antes de que el experimentador (E) comience con la aplicación de las fases experimentales, todos los Ss deberán recibir una explicación sobre lo que significa multiplicar.

Instrucciones: "Antes de enseñarte cómo se resuelven las operaciones de multiplicar es necesario que entiendas lo que significa multiplicar. ¿Ves estos 5 conjuntos de fichas? Cada uno tiene 4 fichas; si queremos saber cuántas fichas tenemos en total lo podemos saber de dos formas. Una es sumando:

OO OO		OO OO		OO OO		OO OO		OO OO		
4	+	4	+	4	+	4	+	4	=	20

Esta suma nos dá un total de veinte; vemos que el número 4 se repitió 5 veces y cuando nosotros tenemos un número que se repite varias veces el resultado también se puede encontrar por medio de una multiplicación, es decir, esta suma es igual a 4 x 5 y para saber el resultado de esta operación, lo buscamos en estas tablas de multiplicar (mostrarlas) y encontraremos que 4 x 5 siempre será igual a 20. Recuerda que para saber cuando debemos de multiplicar un número deberá repetirse varias veces.".

BIBLIOGRAFIA

Campbell, D.T. y Stanley, J.C. Experimental and Quasi-experimental Desing for Research. Rand McNally, 1966.

Castro, L. Diseño Experimental sin Estadística. México, Ed. Trillas, 1975.

Davis, A.R. y Rood, J.E. Remembering and Forgettin Arithmetical -- Abilities Journal of Educational Psychology 1947, - 38 (4) p. 216-222.

Gagné, M.R. y Briggs, J.L. La Planificación de la Enseñanza. México, Editorial Trillas, 1976.

García, V. Análisis Experimental de la Conducta Aritmética: Componentes de dos Clases de Respuesta en Problemas de Suma. Tesis de Maestría. Facultad de Psicología, U.N.A.M., 1977.

García, V. ; Lugo, G. y Lovitt, T.C. Análisis experimental de la generalización de Respuestas en Problemas Aritméticos de Suma; Revista Mexicana de Análisis de la Con-- ducta. 1976, 2 (1) p. 54-67.

Gelman, R. y Gallistel, C.R. The Child Understandin of number, --- Cambbridge, Harvard University Press, 1978.

Fester, C.B. y Hammer, C.E. Jr. Síntesis de los Componentes de la Conducta Aritmética. En la obra de Honig, W.K. Conducta operante: Investigaciones y Aplicaciones. México. Editorial Trillas, 1975.

Parsons, J.A. Conditioning precurrent (problem solving) Behavior of -- Children. Revista Mexicana de Análisis de la Conducta. 1976, 2 p. 190-206.

Parsons, J.A. Modificación Recíproca de la Conducta Aritmética y Desarrollo del Programa. En la obra de: Bijou, W.S. y Rayeck, E. Análisis Conductual Aplicado a la Institución. México. Editorial Trillas, 1978.

Peterson, M.J. y Aller, S. Arithmetic Problem Solving. Journal of - Educational Psychology, 1971, 91 (1) p. 93-97.

Piaget, J. (1953). How Children form Mathematical Concepts. En la -- obra de: Anderson, R.C. y Ausubel, D.P. (eds.) Reading in the Psychology of Cognition. New York. Holt, Rinehart and Winston, Inc. 1965, p. 406-414.

Piaget, J. Génesis del Número en el Niño. Buenos Aires, Ed. Guadalu pe, 1975.

Resnick, B.B. The Role of Invention in the Development of Mathematical Competence. En la obra de Spada, H. y Klüwe, R. Developmental Models of Thinking. N.Y. Academic Press, 1980.

Reyes, J.L. y García, V. Análisis de la Generalización de Respuestas en Problemas de Suma y Resta. Trabajo presenta-- do en el II Congreso Mexicano de Psicología, Méxi-- co, 1979.

Ribes, I.E. Técnicas de Modificación de Conducta. México. Editorial Trillas, 1972.

Schoenfeld, W.N. ; Cole, B.K. y Sussman, D.M. Observations on Early Mathematical Behavior Among Children "Counting". Revista Mexicana de Análisis de la Conducta. 1976, 2 p. 176-189.

Shantz, C.U. Developmental study of Piaget's Theory of Logical multipli cation. Merrill Palmer quarterly 1967, 13, p. 121- 137.

Sidman, M. Tácticas de Investigación Científica. Barcelona, Ed. Fontane la, 1973.

Skinner, B.F. Verbal Behavior. New York Appleton Century Crafts, 1957.

Staats, A.W. Complex Human Behavior. Holt, Rinehart and Winston, 1963.

Tilton, J.W. Individualizad and Meanigful Instruction in Arithmetic. Journal of Educational Psychology. 1947, 38 (2), p. - 83-88.

Wang, M.C. ; Resnick, L.B. y Boozer. The Secuence of Development of Some Early Mathematics Behaviors. Child Development, 1971, 42 (6) p. 1767-1778.

Impresiones "ARIES"
COLOMBIA NUM. 2 ALTOS 2
(ESQ. CON BRASIL)
MEXICO 1, D. F.
5-26-04-72 5-29-11-19