



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ARTES PLASTICAS

“Enseñanza del Dibujo Geométrico  
por Computadora  
en la Escuela Elemental y Media”  
Volumen I

Tesis  
Que para obtener el título de:

Licenciado en Artes Visuales

Presenta

Gartzen Ibarreche Harfuch

Director de Tesis: Lic. Francisco Romero Bolio  
México, D. F., septiembre de 1998.



DEPTO. DE ASESORIA  
PARA LA TITULACION  
ESCUELA NACIONAL  
DE ARTES PLASTICAS  
XOCHIMILCO D.F.

341053

14  
2e1



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Universidad Nacional Autónoma de México

Escuela Nacional de Artes Plásticas

Tesis que para obtener el título de Licenciado en Artes Visuales

Presenta: Gartzén Ibarreche Harfuch

Director de Tesis: Prof. Francisco Romero Bolio

México, D. F., 1998

Volumen I

Tema:

Enseñanza del Dibujo Geométrico por Computadora en la Escuela Elemental y Media

**Universidad Nacional Autónoma De México**

**Escuela Nacional De Artes Plásticas**

**Tesis Que Para Obtener El Título De: Licenciado En Artes Visuales**

**Presenta Gartzzen Ibarreche Harfuch**

**Director De Tesis: Prof. Francisco Romero Bolio**

**Tema: Enseñanza Del Dibujo Geométrico Por Computadora  
En La Escuela Elemental Y Media**

**México, D. F. 1998.**

# Volumen I

Esta tesis está dedicada a los estudiantes del Colegio Logos Panamá...  
presentes y futuros.

Agradecimientos:

A Dios, quien nos colma de sus dones

A mi esposa Vicky por su aliento y apoyo

A mi hija Nere, por su optimismo contagioso

A mi madre, por su ejemplo de dedicación y trabajo

A mis profesores, por sus enseñanzas invaluables

Y a los innumerables amigos que me apoyaron,

para quienes me falta espacio en el papel

para nombrarlos uno por uno, pero para quienes

no falta espacio en mi memoria.

**Índice General (Volumen I)**

I.	Introducción.....	1	VII.	Fundamentos De La Composición .....	103
A.	Introducción General .....	1	A.	Presentación.....	103
B.	Objetivos Generales .....	2	B.	Fundamentos De La Composición .....	104
C.	Justificación .....	2			
II.	Antecedentes Históricos.....	5			
A.	Antecedentes Históricos De La Geometría.....	5			
B.	Antecedentes Históricos Del Arte Geométrico.....	13			
C.	Antecedentes De La Computadora Y El Diseño Por Computadora .....	19			
III.	Aprendizaje Y Desarrollo Físico .....	23			
A.	Modelo De Jean Piaget .....	23			
B.	Niveles Y Fases Del Razonamiento Geométrico De Dina Y Pierre Van Hiele.....	24			
C.	Seymour Papert Y El Programa Logo.....	24			
IV.	Introducción A Las Computadoras .....	25			
A.	La Computadora .....	25			
B.	Equipos Periféricos .....	25			
C.	Accesorios De La Computadora .....	26			
V.	Programa Logo.....	29			
A.	Presentación.....	29			
B.	Exploración .....	36			
VI.	Programa Autocad .....	41			
A.	Autocad Básico.....	41			
B.	Tres Dimensiones.....	71			



**Índice De Ilustraciones (Volumen I)**

Antecedentes: Geometría (Ilustración: A-1). ..... 11

Antecedentes: Arte (Ilustración: A-2)..... 17

Antecedentes: Computadora (Ilustración: A-3)..... 21

Computadoras: Computadora Personal (Ilustración: B-1). ..... 27

Logo: Comandos (Ilustración: C-1a)..... 31

Logo: Didáctica (Ilustración: C-1). ..... 39

Autocad: Start. Inicio. (Ilustración: D-1)..... 43

Grid (Ilustración: S-1) ..... 44

Autocad: Botones Del Menú Lateral. (Ilustración: D-3)..... 45

Entidades (Ilustración: S-2) ..... 45

Coordenadas (Ilustración: S-3)..... 46

Capas (Ilustración: S-4)..... 47

Autocad: Layers. Capas (Ilustración: D-4)..... 48

Autocad: Units. Unidades (Ilustración: D-5)..... 50

Autocad: Ddosnap. Modos De Referencia ..... 50

(Ilustración: D-6)..... 50

Autocad: Ddptype. Tipos De Puntos (Ilustración: D-7)..... 51

Ilustración S-5: Polígonos Y Círculos ..... 52

Autocad: Text. Texto (Ilustración: D-8)..... 55

Autocad: Justificación Del Texto. (Ilustración: D-9). ..... 57

Autocad: Bhatch. Sombreado (Ilustración: D-10). ..... 59

Bhatch (Ilustración: S-6)..... 59

Erase, Move, Etc. (Ilustración: S-7)..... 60

Array (Ilustración: S-8) ..... 61

Trim, Extend, Etc. (Ilustración S-9)..... 62

Change, Ddedit (Ilustración: S-10)..... 63

Pedit (Ilustración: S-11)..... 64

Dim (Ilustración: S-12)..... 65

Autocad: Dim (Ilustración: D-11) . ..... 67

Autocad: Dim (Ilustración: D-12) . ..... 69

Ucs (Ilustración: S-13)..... 71

Ucsicon (Ilustración: S-14) ..... 72

Autocad: Ucs Icon (Ilustración: D-1a).....	73	Array 3d, Mirror 3d (Ilustración: S-25).....	101
View (Ilustración: S-15).....	75	Autocad: 3darray (Ilustración: D-8a).....	A
Autocad: View Y 3d (Ilustración: D-2a).....	77	Lampara Sin Opacidad, 1 (Ilustración: P-1).....	C
Vports, 3dface (Ilustración: S-16).....	79	Lampara Sin Opacidad, 2 (Ilustración: P-2).....	E
Autocad: 3dface (Ilustración: D-3a).....	81	Lampara Con Opacidad (Ilustración: P-3).....	G
Trace, Fill (Ilustración: S-17).....	83	Silla Con Opacidad (Ilustración: P-4).....	I
Solid (Ilustración: S-18).....	84	Dodecaedro Con Opacidad (Ilustración: P-5).....	K
Autocad: Trace Y Solid (Ilustración: D-4a).....	85	Composición: Relación Figura - Borde (Ilustración: E-2).....	105
3dmesh (Ilustración: S-19).....	87	Composición: Figuras Básicas (Ilustración: E-2a).....	109
Rulesurf, SurfTab (Ilustración S-20).....	88	Composición: Profundidad (Ilustración: E-3).....	113
Autocad: Rulesurf Y Tabsurf (Ilustración: D-5a).....	89	Composición: Relación Figura - Fondo, 1. (Ilustración: E-4).....	117
Revsurf (Ilustración: S-21).....	91	Composición: Relación Figura - Fondo, 2. (Ilustración: E-4a).....	119
Autocad: Pedit Y Revsurf (Ilustración: D-6a).....	93	Composición: Dinámica De La Línea (Ilustración: E-5).....	125
Pspace (Ilustración: S-22).....	95	Composición: Dinámica Topológica (Ilustración: E-5a).....	127
Solrect, Solcone, Etc. (Ilustración: S-23).....	96	Composición: Dinámica Del Tamaño (Ilustración: E-5b).....	129
Solvev, Solidify (Ilustración: S-24).....	97	Composición: Valor Tonal (Ilustración: E-6).....	137
Autocad: Booleanas En Amed (Ilustración: D-7a).....	99	Composición: Expresión. Formato (Ilustración: E-7).....	141

Composición: Expresión. Verano (Ilustración: E-7a).....	143
Composición: Expresión. Invierno (Ilustración: E-7b).....	145
Composición: Geometría Y Volumen (Ilustración: E-8).....	149

# I introducción

## I. Introducción

### A. Introducción General

El presente trabajo contempla tanto los aspectos técnicos del dibujo geométrico por computadora, así como una guía para la creatividad, sobreentendiendo que esta es singular en cada persona. Es el equivalente de un tratado de gramática y sintaxis en la literatura, con algunas sugerencias sobre creación literaria.

Está dirigido al artista en potencia y al profesional en potencia: Al niño y joven de la escuela elemental y media; tomando en cuenta que, aunque no cada alumno será un artista, todos, sin embargo, tendrán que ver con el diseño y el arte visual de una forma u otra.

Es un trabajo puramente investigativo, que reúne una serie de documentación dispersa, combinando algunas de mis experiencias docentes como profesor de la materia en el Colegio Logos de la ciudad de Panamá. Una escuela piloto de nivel elemental y medio, con un sistema de enseñanza individualizada similar al sistema "Montessori", llamado "Escuela del Futuro". Esta escuela, por ser experimental, tiene en la actualidad 18 alumnos. De sus experiencias ha surgido otras dos escuelas con 75 alumnos más, pero en el mundo existen 7,000 escuelas de este tipo, alrededor de 110 países.

El tema propuesto aquí serviría como material complementario opcional.

No existe en la actualidad un manual que combine toda la información que aquí se presenta en un sólo texto; y aún más, en la información dispersa que existe, muy poco se ha escrito en español. Mi modesta aportación es la de poner en las manos de los educadores, del nivel elemental y medio, un manual básico para el desarrollo del dibujo geométrico por computadora.

Debido a que es un gran volumen se intenta, no que se enseñe exhaustivamente a los estudiantes, sino que sirva de manual de consulta para el profesor, dándole una variedad de ejercicios, que pueden emplearse como tales, o sugerir otros.

Esta dividido en varias secciones:

Los antecedentes, que dan el trasfondo histórico.

La introducción a los programas, que da los fundamentos del manejo de los mismos.

Un apartado pedagógico, que muestra las teorías más relevantes sobre educación y enseñanza de la geometría.

Los apartados sobre la composición y el color, que explican y sugieren actividades en relación a los dos más importantes elementos del arte visual.

Y, finalmente, un apartado sobre la geometría y el diseño, que da los elementos necesarios para trabajar con la geometría en cuanto a ciencia exacta,

Estos apartados están marcadamente divididos, y se han añadido un índice temático y de contenido, así como una amplia bibliografía para facilitar la tarea de búsqueda.

Se han escogido los programas de LOGO y Auto CAD por ser estos programas en los que se hace necesario construir los dibujos, punto por punto y línea por línea, así como por que ambos son en esencia programas matemáticos que ayudan a construir y a razonar lógicamente.

El programa LOGO fue creado para ayudar a pensar al niño, de acuerdo a las teoría constructivista. En la que, uno de los

propósitos principales es el de no darle todas las respuestas al niño o joven, sino dejar que él mismo analice y deduzca sus conclusiones. Por esta razón hemos acompañado en las tres últimas partes, una serie de actividades para los estudiantes, las que, subrayamos, pueden llevarse a cabo como tales, o pueden usarse como sugerencias para tal fin.

## B. Objetivos Generales

1. Enseñar el uso de las computadoras y de los programas educativos relativos a la geometría y el diseño asistido por computadora, procurando a su vez:
2. Desarrollar una relación afectiva con el currículo de geometría.
3. Entender los conceptos geométricos a través del dibujo y sus actividades complementarias.
4. Desarrollar la iniciativa constructiva, reflexiva y de razonamiento.
5. Desarrollar la destreza artística y la habilidad de comprensión del espacio geométrico.
6. Desarrollar la creatividad.
7. Enriquecer la sensibilidad a través de los conceptos geométricos.

## C. Justificación

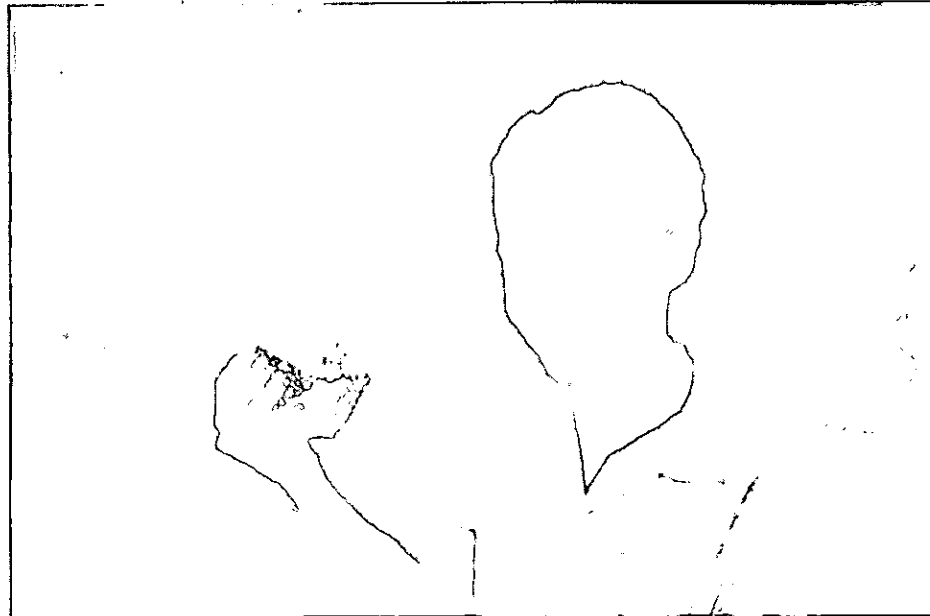
### 1. Justificación Temática

La comprensión del diseño y sus elementos, así como su expresión gráfica, es de suma utilidad para los alumnos de estos niveles, no sólo para aquellos que sigan una vocación artística, sino para todos. Es difícil encontrar hoy en día un campo vocacional en el que esté ausente el manejo de estas habilidades.

### 2. Justificación Profesional

El artista visual no se limita a un campo en especial del arte visual, ha sido instruido para incursionar en todos los campos, y es por tanto idóneo para investigar en el campo geométrico y su representación gráfica. Y aún más, tiene la ventaja de poseer una relación afectiva con estos elementos, ya que él es el único profesional que ha elevado estos elementos a la categoría de arte.

*Fotografía adjunta:  
Estudiante del Colegio Logos (13 años) analizando poliedros.*





# antecedentes

## II. Antecedentes Históricos

### A. Antecedentes Históricos De La Geometría

#### 1. Los Sumerios, 4,000 a.C.

De acuerdo a los historiadores, las dos más antiguas civilizaciones son la Sumeria y la Egipticia. De la primera de estas viene la Babilónica.<sup>1</sup> Las evidencias arqueológicas nos muestran que ambos pueblos tenían, desde la antigüedad, un conocimiento avanzado de la geometría. Al respecto de los Sumerios, El "Estandarte de Ur", un mosaico hecho de lapis-lazuli, conchas y piedras coloreadas que muestra un desfile de la armada Sumeria, nos muestra un avanzado conocimiento de la geometría en los carros de guerra.

#### 2. Los Egipcios, 3,000 a.C.

En cuanto a los Egipcios, un relieve en madera de la III dinastía

<sup>1</sup> Alexander David & Pat, David. Editors. Eerdmans' Handbook To The Bible. Grand Rapids: W.B. Eerdmans Publishing Co., 1984, pp. 22, 23, donde se presenta una tabla gráfica en la que estas culturas se ubican más atrás de la línea que marca el año 3,000 a.C.

Cf. Morris, William. Editor. The American Heritage Dictionary Of The English Language. Boston: Houghton Mifflin Co., 1976, p. 1289, art. Sumerian., que ubica a los sumerios en el cuarto milenio a.C.

(2649-2675 a.C.), que representa a un escriba real nos muestra el uso de la geometría en el canon de la figura humana, en que se dividía la figura humana en 18 hileras de cuadrados.<sup>2</sup>

#### 3. Babilonia, 1,800 a.C.

En Sippar, en la Antigua Babilonia, hoy Irak, se encontró una tablilla de arcilla de cerca del año 1800 a.C. que contiene una recopilación de problemas referidos al cálculo de superficies de cuadrados, triángulos y círculos.<sup>3</sup>

#### 4. Nippur, 1,500 a.C.

Otro de los hallazgos arqueológicos antiguos es un grabado en piedra del plano de la ciudad de Nippur, por el año 1500 a.C.

#### 5. Los Hebreos, 1,000 a.C.

Cerca del 1000 a.C., se nos dice en la Biblia Hebrea, que la construcción del Templo de Salomón fue hecha por este, conforme a los planos que le entregó David su padre, lo que implica un uso muy antiguo de la geometría descriptiva.<sup>4</sup>

#### 6. Los Griegos, 600-120a.C.

<sup>2</sup> Azcarraga de, Paula C. Editor. "Geometría y Naturaleza", Saber Ver Lo Contemporáneo Del Arte. 11: 7-32. Julio-Agosto, 1993, p. 8.

<sup>3</sup> Op. cit., p. 9.

<sup>4</sup> 1Cr. 28:11,12: "Entonces David entregó a su hijo Salomón el diseño del pórtico, de sus edificios, de sus almacenes, de sus salas superiores, de sus cámaras interiores y del lugar del propiciatorio. También entregó el diseño de todo lo que tenía en mente para los atrios de la casa de Jehovah, para todas las cámaras de alrededor, para los tesoros de la casa de Dios, para los almacenes de las cosas sagradas".

**a) Tales de Mileto, 634-546 a.C.**

Hizo descubrimientos en Geometría, prediciendo así el eclipse de sol de 586 a.C.<sup>5</sup>

Formuló un teorema que afirma, que si un triángulo tiene dos de sus lados iguales, los ángulos de su base son iguales, lo que comprobó dibujando dos triángulos rectángulos idénticos y colocándolos uno sobre otro. Lo que hoy parece un juego de niños constituyó la primera comprobación matemática.<sup>6</sup>

**b) Anaximandro, 610-547 a.C.**

Creador del primer mapa sistemático de la tierra conocida entonces.<sup>7</sup>

**c) Pitágoras, 580?-500?**

Se le atribuye el teorema que lleva su nombre.<sup>8</sup>

**d) Platón, 428 a.C.**

Por el año 428 a.C., Platón, creó la "Academia de Atenas", y escribió "Diálogos", y "La Teoría De Las Ideas". En esta última obra afirmó que en la naturaleza no existen formas geométricas puras, y que por tanto, debería haber un universo de esencias perfectas. Un universo de ideas y formas. Sobre esta base descubrió los llamados cinco cuerpos platónicos, que son cuerpos sólidos que poseen todas sus caras iguales.<sup>9</sup>

<sup>5</sup> Azcarraga, de P., op. cit., p.31.

<sup>6</sup> Azcarraga, de P., op. cit., p. 19.

<sup>7</sup> Loc. cit.

<sup>8</sup> Billstein, Rick et al. A Problem Solving Approach To Mathematics For Elementary School Teachers. 4th. ed. Redwood City, CA.: The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.1990, p. 724.

<sup>9</sup> Sebastián. Durero y Sebastián. Jalisco, México: Taller Sebastián / Petra

**e) Eratóstenes, 276-194 a.C.**

Siendo bibliotecario en Alejandría, encontró un texto que afirmaba que en Siena (hoy Asuán, Egipto), en el solsticio de Verano, un palo vertical no proyectaba sombra alguna. Comparando luego la sombra del mismo objeto en Alejandría, calculó con bastante exactitud la circunferencia de la tierra, utilizando la geometría.<sup>10</sup>

**f) Euclides, 300 a.C.**

Por el año 300 a.C. Euclides de Alejandría, un maestro en la escuela llamada "El Museo", fundada por Ptolomeo I, escribió su famosa obra "Los Elementos", una obra tan sistemática y completa, que hizo que otros trabajos se perdieran para siempre. La obra Los Elementos, incluye Geometría, Matemáticas y Álgebra.

La importancia de esta obra de Euclides es tal, que ha sido usada por más de dos mil años como la base de la enseñanza de la geometría en la escuela secundaria.<sup>11</sup>

**g) Hiparco, 190-120 a.C.**

La trigonometría fue inventada por Hiparco (cerca del 190 a.C.), pero como veremos adelante, fue sistematizada en el Siglo 16 d.C.<sup>12</sup>

**7. Luca Pacioli, 1445**

Más adelante, el matemático italiano Luca Pacioli, quien nació

Ediciones, S.A. de C.V., 1996, pp. 12, 13.

<sup>10</sup> Favero, Giancarlo. Estrellas, Galaxias Y Planetas. Trad. Marquez, Ana María. Madrid: Ediciones Generales Anaya, 1985, p. 10.

<sup>11</sup> Billstein, R., op. cit., p. 500.

<sup>12</sup> García-Pelayo, Ramón. "Geometría". Enciclopedia Metódica: Matemáticas. México: Ediciones Larrouse, S.A., 1982, Vol. 5, p.180.



cerca de 1445, escribió su obra "La Divina Proporción", en la que recopiló prácticamente todos los estudios matemáticos y geométricos de su época.<sup>13</sup>

#### 8. Regiomontano, 1533

La trigonometría fue inventada por Hiparco (cerca del 190 a.C.), pero la primera obra de esta ciencia fue escrita en 1464 por Regiomontano, e impresa en 1533. Esta obra incluye las trigonometrías plana y esférica, empleando sólo el "seno" y el "coseno" como funciones trigonométricas.

La trigonometría se encarga de estudiar el cálculo de todos los elementos del triángulo. Su uso hoy se hace imprescindible para conocer las matemáticas más simples.<sup>14</sup>

#### 9. René Descartes, 1637

René Descartes, el gran filósofo y matemático francés, inventa la geometría analítica, hecho que publica en 1637 en su obra "La Geometría".

Joseph Louis Lagrange expresa muy bien el logro de Descartes en las siguientes palabras: "En tanto que la Álgebra y la Geometría habían procedido por caminos distintos, su avance fue lento y sus aplicaciones limitadas. Pero cuando estas ciencias se unieron en compañía, tomaron una de la otra su vitalidad y marcharon a paso rápido hacia la perfección".<sup>15</sup>

De acuerdo a una leyenda, de valor razonable, Descartes descubrió la Geometría Analítica, tendido sobre su cama mientras miraba volar una mosca. Al parecer, al igual que Newton, quien

descubrió la gravedad viendo caer una manzana, su mente estaba tan llena de reflexiones, que un simple acontecimiento prendió su imaginación.<sup>16</sup>

#### 10. Monge, 1799

Hasta antes de Monge (1746-1818), los fontaneros, carpinteros y arquitectos, poseían su propio sistema de dibujo geométrico, que guardaban celosamente, pero no había un sistema uniforme de representación. Monge inventó la Geometría Descriptiva tal como la conocemos hoy. su precursor fue Desargues, quién se ganó el odio de los artesanos celosos.

La primera obra de Monge de Geometría Descriptiva apareció en 1799.<sup>17</sup>

#### 11. Culmann y otros, 1821-1910

Más tarde Culmann (1821-1881), inventa, en base a Monge, la Geometría Perspectiva y la Estática Gráfica, perfeccionada luego por M. Levy (1838-1910).<sup>18</sup>

#### 12. Lalanne y otros, 1811-1938

Lalanne (1811-1892) introduce los Cálculos Gráficos, que fueron luego desarrollados por M d'Ocagne (1862-1938).<sup>19</sup>

**Vea la Ilustración: A-1.**

<sup>16</sup> Papert, Seymour. Mindstorms. Children, Computers, And Powerful Ideas. New York: Basic Books, Inc., Publishers, 1980, pp. 98ff.

<sup>17</sup> García-Pelayo, Geometría, p. 152.

<sup>18</sup> Loc. cit.

<sup>19</sup> Loc. cit.

<sup>13</sup> Sebastián, op. cit., pp. 12-14.

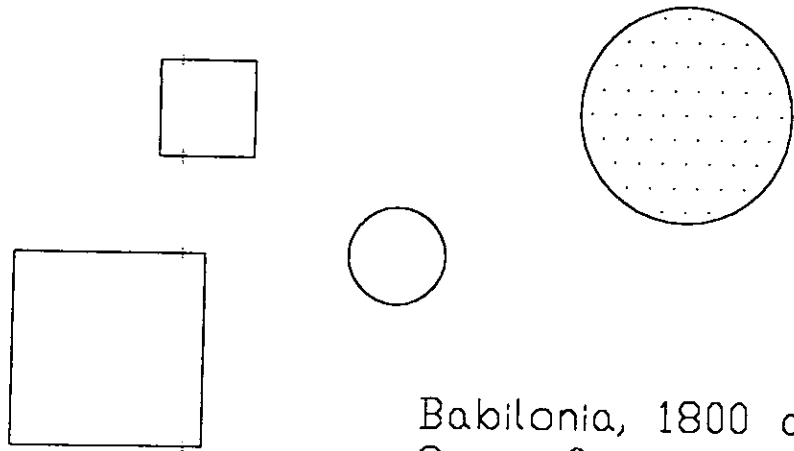
<sup>14</sup> García-Pelayo, Geometría, loc. cit.

<sup>15</sup> Kline. Mathematics In Western Culture. Citado por Billstein, op. cit., p.773.

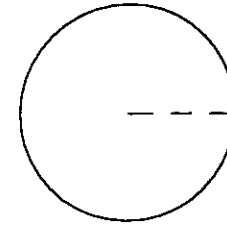
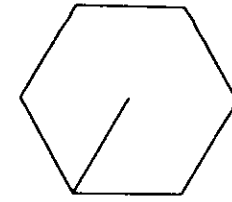
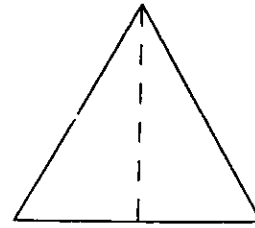
**René Descartes 1596 - 1650**



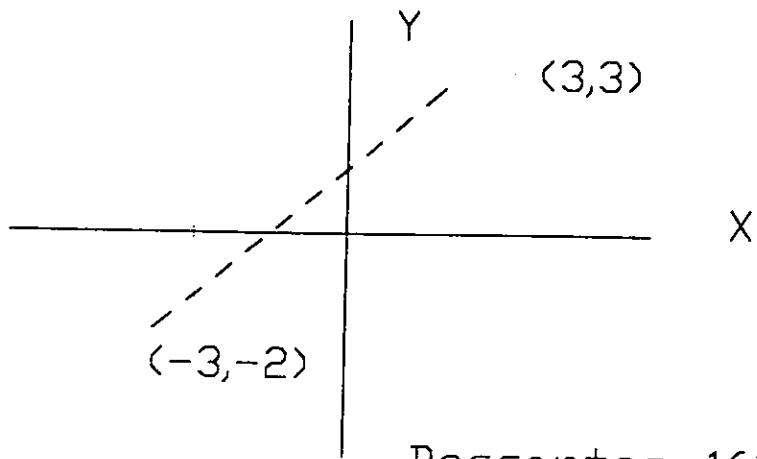
**Creador del método de coordenadas**



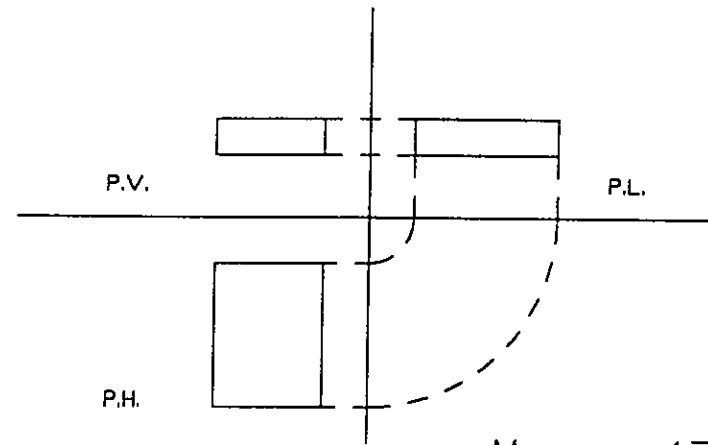
Babilonia, 1800 a.C.  
Superficies del  
cuadrado y círculo



Euclides 300 a.C.  
Geometría  
Euclidiana



Descartes, 1637  
Geometría  
Analítica



Monge, 1799  
Geometría  
Descriptiva

## B. Antecedentes Históricos Del Arte Geométrico

### 1. Definiciones Relativas Al Arte Geométrico

#### a) Artes Visuales

El diccionario define al arte como "una obra humana que expresa simbólicamente, mediante diferentes materiales, un aspecto de la realidad entendida estéticamente". Se sobreentiende que esta realidad, puede ser abstracta, pero esta definición no es ninguna manera completa.<sup>20</sup>

El arte es una expresión estética de la realidad o del pensamiento. Las artes visuales pueden definirse con las artes que se enmarcan dentro del ámbito visual, en contraste con el arte musical que se enmarca dentro del ámbito auditivo.

#### b) Geometría, Geométrico

Etimológicamente:

Geometría: "Geo": (Gr.) Tierra; "metria": medida.

La geometría se entiende también como: La ciencia que tiene por objeto el estudio de la extensión considerada bajo sus tres dimensiones: Línea, superficie y volumen.<sup>21</sup>

#### c) Dibujo Geométrico

Un autor definió al Dibujo Geométrico como la expresión matemática de la realidad que contiene una determinada forma.<sup>22</sup>

Aquí, sin embargo, no limitamos al arte geométrico a una definición

<sup>20</sup> García-Pelayo, Ramón, Editor. Pequeño Larrouse (Diccionario Enciclopédico). México: Ediciones Larrouse, 1972, art. Arte, p.94.

<sup>21</sup> García-Pelayo, Pequeño Larrouse, art. geometría, p. 434.

<sup>22</sup> Villegas, Carlos. Taller De Expresión Gráfica. México: Mc Graw-Hill, 1994, p. 1.

de esta clase, ni siquiera aunada al hecho de que tal expresión sea ejecutada con materiales plásticos.

Más bien, consideramos al arte geométrico como el conjunto de obras de arte que incluye en forma enfática los elementos geométricos.

Dentro de esta definición, el énfasis dado a estos elementos geométricos, indicará el grado de énfasis en que dicha obra se enmarca dentro del arte geométrico.

Así, por ejemplo, aún el cubismo, en sus tres etapas (Cezzaniano, Analítico y Sintético), es considerado aquí una expresión del arte geométrico, aunque esté en la orilla de sus límites y pertenezca también al arte figurativo.

### 2. Antecedentes Históricos Previos Al Siglo 20

Previamente al Siglo 20 existieron muestras de arte geométrico, no figurativo, aunque generalmente relacionadas con la arquitectura y el diseño.

Ejemplos de ello se encuentran en las grecas de la América pre-hispánica, y en las culturas antiguas de los otros continentes.

De todos estos ejemplos, el más elaborado, en cuanto a diseño geométrico puro se refiere, es el arte islámico, especialmente por su relación con la geometría euclidiana y las matemáticas.

### 3. Antecedentes Históricos Del Siglo 20

#### a) Arte Abstracto

"El arte denominado "abstracto", o no figurativo, cristalización de otros movimientos anteriores, aparece primeramente en Europa y más tarde en el resto del mundo a partir de 1910. Los pintores y escultores utilizaron siempre las posibilidades que entrañan las líneas, las superficies, los volúmenes y los colores para trasladar al lienzo, según cierto orden, formas que han de obrar en la

sensibilidad e inteligencia humanas. Creían que sus composiciones tenían que asociarse necesariamente a la representación, más o menos fiel, de un aspecto del mundo exterior. El arte abstracto contrariamente, tiende a la eliminación del sustrato de la realidad normal y se basa en la supremacía de los elementos lineales, del color y de la textura".<sup>23</sup>

Por, supuesto, a esta definición le falta considerar también la forma. Algunos críticos atribuyen La creación del Arte Abstracto se atribuye simultáneamente a Piet Mondrian, Paul Klee, y Wassily Kandinsky, los más expertos en el tema, nos dicen, sin embargo, que fue Kandinsky el creador del arte abstracto y que merece el crédito.

La famosa "Primera Acuarela Abstracta de Kandinsky está fechada en 1910, y marca el comienzo de su época genial."<sup>24</sup>

#### **b) Constructivismo**

El uso de materiales tales como el hierro, la madera y el vidrio, aunados al arte abstracto, dio como resultado el arte constructivista.

Los constructivistas plantearon, entre otras cosas, una nueva forma de hacer escultura, construyéndola.

#### **c) Neo-Constructivismo Y Movimiento Virtual**

El Arte Neo-Constructivista introdujo el movimiento virtual abstracto a gran escala.

<sup>23</sup> García-Pelayo, Pequeño Larrouse, art. abstracto, p.7. Esta definición falla en considerar además el elemento de la forma, al parecer por haber dejado de lado la rama de la escultura.

<sup>24</sup> Voulboudt, Pierre. Kandinsky, Dibujos. Serie Comunicación visual. Serie Gráfica. Trad. Angel, Margarida. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, S.A. 1981, p. 221.

Una Muestra de obras de esta clase son algunas de las esculturas de la Ciudad de México en la Ruta de la Amistad, realizadas para la Olimpiada de 1968, en la que algunos países realizaron una escultura con el tema "movimiento". De ellas, tres tienen movimiento virtual.<sup>25</sup>

Matías Goeritz fue el pionero en el campo geométrico, cambiando el curso de la escultura en México, a través del "Eco, o Espacio Escultórico".

Uno de los más destacados escultores mexicanos del arte geométrico a gran escala es Sebastian, cuya obra más conocida es el "Nuevo Caballito" de la Avenida Reforma en México.

#### **d) Arte Móvil**

Marcel Duchamp fue el primero en introducir el arte móvil, a través de su movimiento de crítica radical, "Dadá". Más tarde el escultor Alexander Calder incursionaría esta forma en una forma más dedicada. Hasta antes de Duchamp el arte plástico tenía sólo movimiento virtual.

#### **e) Arte Por Computadora**

Uno de los pioneros en el arte por computadora fue Victor Vassarely, quien diseñó sus dibujos geométricos por computadora para controlar las combinaciones de color, degradaciones y formas.

#### **f) Arte Por Computadora Con Ecuaciones**

Melvin L. Prueitt, miembro del laboratorio científico de Los Alamos, de la Universidad de California, ha creado un programa de computadora llamado "Picture" para generar formas estéticas a partir de números.

<sup>25</sup> Es virtual por que solo existe en la mente del que observa. No es real.

Tales formas incluyen funciones de distribución normal de dos variables; funciones específicas, tales como:

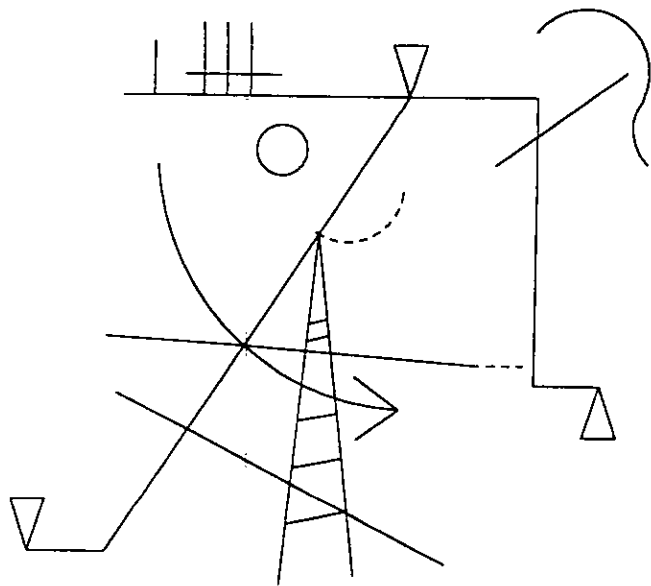
$$F = (|X|-|Y|)^2 + 2(|XY|)/[(X^2+Y^2)^{1/2}];$$

espectro nuclear; funciones de error concéntrico, y aún errores de computadora.<sup>26</sup>

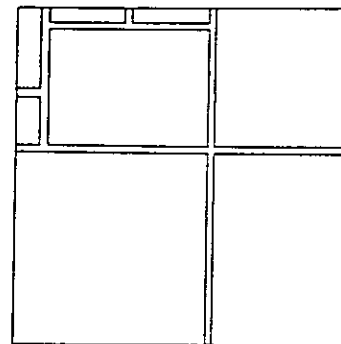
**Vea la Ilustración: A-2.**

---

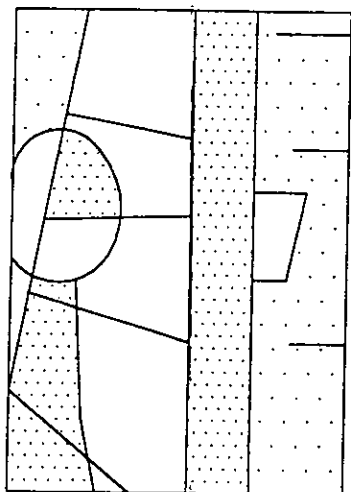
<sup>26</sup> Prueitt, Melvin L. Computer Graphics (Gráficas Por Computadora). New York: Dover Publications, Inc., 1975, contraportada.



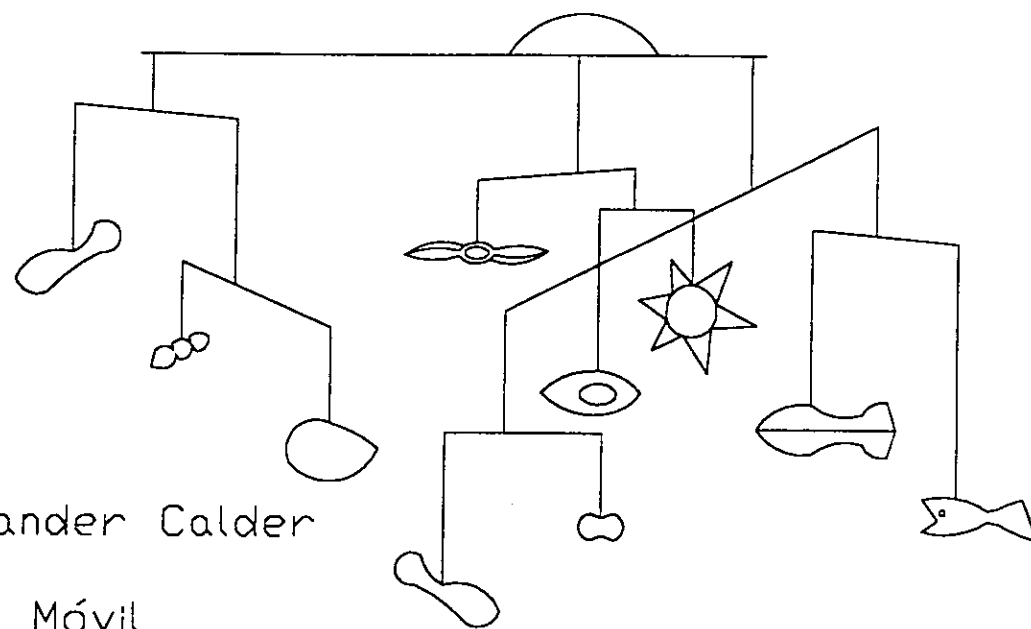
Wassily Kandinsky  
Arte Abstracto



Piete Mondrian  
Arte Abstracto



R. Crawford  
Arte Abstracto



Alexander Calder  
Arte Móvil

G. Ibarreche

Antecedentes. Arte. Ilust. A-2

## C. Antecedentes De La Computadora Y El Diseño Por Computadora

### 1. Antecedentes Históricos De La Computadora

#### a) El Ábaco, Siglo 3 a.C.

El ábaco fue el primer aparato para contar que se conoce.<sup>27</sup>

#### b) La Calculadora De Pascal, Siglo 17

A principios del Siglo 17, el inventor Blas Pascal fabricó un aparato para contar que usaba una maquinaria parecida a la de un reloj.<sup>28</sup>

#### c) La Computadoras de Babbage y Hollerit, Siglo 19

##### (1) La Computadora de Charles Babbage.

Durante el siglo 19, el inglés Charles Babbage, diseñó dos máquinas computadoras. Pero estas no podían resolver los problemas tan rápido como los matemáticos deseaban.<sup>29</sup>

##### (2) La Máquina de Hollerit.

En 1890, Herman Hollerit de los Estados Unidos, diseñó la Máquina Hollerit, en la que "switchs" eléctricos contaban tarjetas con huecos. Esta máquina agilizó el censo de ese país.<sup>30</sup>

#### d) Las Computadoras Modernas, Siglo 20.

##### (1) Los Años 40's, La Computadora ENIAC

La ENIAC fue la primera computadora comercial, y aunque solamente hacía unos miles de cálculos por minuto, pesaba 30 toneladas, ocupaba 1,500 pies cuadrados de espacio de piso, y tenía que ser desarmada cada siete minutos, cuando uno de sus 18,000 bulbos electrónicos se quemaba.<sup>31</sup>

##### (2) Los años 50's, Las Computadoras De Transistores

En la década de los 50's, el pequeño transistor reemplazó al tubo de vacío.

##### (3) Los años 60's, Las Computadoras de "Microchip"

Con el microchip, estadísticamente se necesitarían 33 millones de horas para que uno fallara. Este invento reemplazó al transistor.<sup>32</sup>

##### (4) Los años 80's A La Fecha, Las Computadoras Personales, Y el Microprocesador

###### (a) La Computadora Personal

La computadora personal, uno de los más grandes inventos de la época, apareció en 1981.<sup>33</sup> Hoy en día existen computadoras portátiles.

###### (b) El Microprocesador

En 1987, la IBM introdujo chips de memoria de un millón de bits.<sup>34</sup>

<sup>27</sup> ECA, Ed. Computer Literacy (Alfabetización En El Uso De Las Computadoras). Lewisville, Tx.: ECA Publications., n.d., Leca 98, p. 3.

<sup>28</sup> Loc. Cit.

<sup>29</sup> Loc. Cit.

<sup>30</sup> Loc. Cit.

<sup>31</sup> ECA, Ed. Computer Literacy (Alfabetización En El Uso De Las Computadoras). Lewisville, Tx.: ECA Publications., n.d., Leca 97, p. 4.

<sup>32</sup> IBM. Editor. Revista THINK. Nueva York: IBM Publications, Vol. 55, #5, Septiembre, 1989, p. 51.

<sup>33</sup> Op. cit., p.60.

<sup>34</sup> Op. cit., p.72.



En la actualidad, la versión de computadora personal más rápida es la computadora con procesador "Pentium", que puede hacer millones de cálculos por minuto.

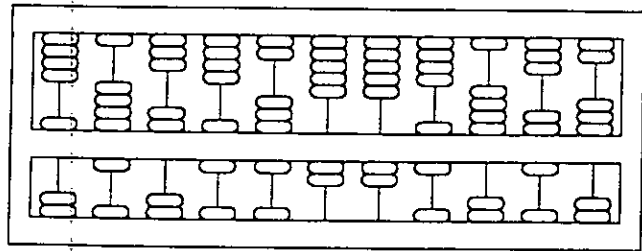
## 2. Antecedentes Históricos Del Dibujo Por Computadora.

Un cambio muy importante en los procedimientos del dibujo constructivo surgió en los años 60's, cuando se introdujeron los programas para facilitar la composición de imágenes gráficas sobre la pantalla de un monitor de computadora, retener almacenados los datos almacenados en unidades magnéticas, y transferir la información a máquinas de dibujo, que producen no solamente las líneas y curvas del dibujo geométrico, sino también, símbolos, cotas de dimensión, textos y referencias. A partir de allí, es posible adquirir "software" (o programas grabados) que llevan a cabo las tareas del dibujo geométrico: boceto de ideas que guíen el diseño; cálculo de medidas de partes para satisfacer patrones establecidos, propiedades mecánicas de los materiales, y requerimientos de fabricación; preparación de dibujos de trabajo; y producción de representaciones pictóricas. El diseño asistido por computadora (CAD) puede compararse al procesamiento de palabras. Bajo una guía, el procesador de palabras puede corregir la ortografía, insertar o borrar palabras u oraciones, reordenar secciones de un artículo, o preparar copias impresas, pero no puede escribir un artículo. Similarmente, el conocimiento, la experiencia, y todo menos la destreza manual, son necesarias para producir dibujos con CAD, que ha venido a ser cada día más importante en la producción moderna de dibujos.<sup>35</sup>

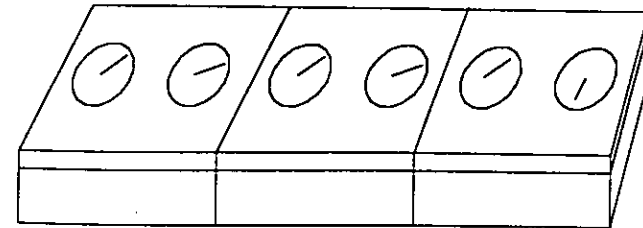
---

<sup>35</sup> Britanic Enciclopedia. (Enciclopedia Británica). Drafting (Dibujo Técnico). Londres: Britanic Enciclopedia, 1990, p. 423.

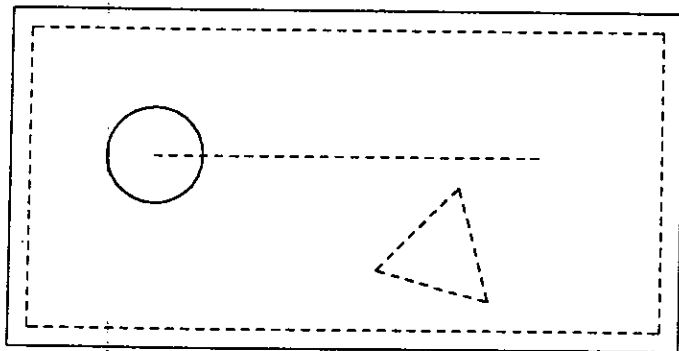
**Vea la Ilustración: A-3.**



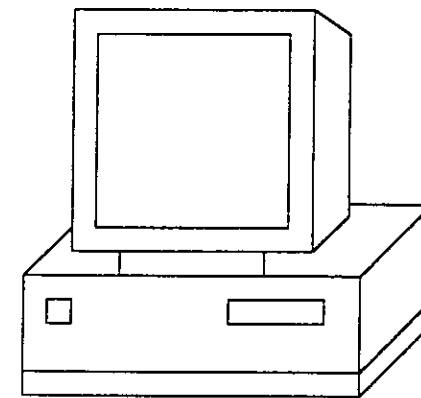
Abaco, China. Siglo 3 a.C.



Calculadora de Pascal, Siglo 17



Programas CAD, 1960



Computadora personal, 1980

# III aprendizaje

## III. Aprendizaje Y Desarrollo Físico

No se pretende en este apartado abarcar toda la teoría de Piaget, sino solamente resaltar los elementos más predominantes de esta teoría.

Las razones para ello son dos, por un lado esta es una de las teorías más reconocidas en cuanto al desarrollo del niño, y siendo que este manual busca orientar a los docentes en cuanto a la enseñanza del niño y el adolescente, se hace necesario, al menos, una guía bosquejada del desarrollo intelectual de ellos, y en este caso Piaget viene a ser una buena elección. Por otro lado, el programa LOGO está basado en parte en esta teoría.

### A. Modeló De Jean Piaget

#### 1. Periodo De La Inteligencia Sensorio-Motriz

Este período cubre aproximadamente los dos primeros años del niño, y concluye normalmente con la aparición del lenguaje. En este periodo el niño pasa de centrarse en su propio cuerpo, darse cuenta que el es un individuo en el medio.

Notamos este período aquí, aunque no tiene relación con nuestro trabajo, para no perder la secuencia de desarrollo.

#### 2. Periodo De Las Operaciones Concretas

Se le llama operaciones concretas a las que se efectúan con

objetos manipulables. Es el periodo concreto de la vida. En el que el niño no puede comprender los principios abstractos. Este periodo se extiende hasta los once o doce años, según sea el caso, y su fin parece estar relacionado con la adolescencia.

Este es uno de los periodos que el docente debe de considerar con más atención, ya que sería impropio, en cuanto al tema que nos ocupa, el dibujo por computadora, exigirle al niño que perciba conceptos abstractos cuando no es capaz de hacerlo.

En este sentido el programa LOGO resulta una herramienta muy útil, ya que está diseñado en consideración de estos aspectos, y puede ser enseñado en su nivel inicial desde el primero o segundo año de la escuela elemental.

#### 3. Periodo De Las Operaciones Formales

Este periodo, aunque comienza a los once o doce años, alcanza su nivel de equilibrio hasta los doce o trece años. en este periodo aparece el entendimiento de las operaciones combinatorias, las proporciones, la capacidad de razonar, etc.

En el periodo anterior el niño es concreto en este es abstracto, y podemos llevarle a razonar y teorizar.

Así vemos, que los conceptos geométricos de esta clase deben ser reservados para este último periodo.

No se necesita ser un experto psicólogo para enseñar a los niños, solo leyendo un poco de lo que los especialistas descubren, y añadiendo un poco buen juicio y sentido común, el docente puede sacar provecho de cada etapa del niño, y lograr en él un nivel de desarrollo satisfactorio. Presentamos aquí brevemente las teorías de Piaget, con el objetivo de que resaltar los aspectos más significantes de ellas, y de estimular la lectura de estos temas. Toca a cada cual, dentro de sus capacidades, proseguir en este aprendizaje.

## B. Niveles Y Fases Del Razonamiento Geométrico De Dina Y Pierre Van Hiele

Junto a esta breve presentación de los aspectos más notables de la teoría de Piaget, resulta útil presentar también, un estudio del aprendizaje más particular, que tiene que ver con la comprensión de la geometría. Este es, el razonamiento geométrico del niño y del adolescente surgido de los estudios de Dina y Pierre Van Hiele.

### 1. Niveles De Aprendizaje Geométrico

**Nivel 0.-** Los alumnos reconocen la figuras por su apariencia global. Ellos dicen nombres como triángulo ó cuadrado, pero no reconocen las propiedades de estas figuras.

**Nivel 1.-** Los alumnos analizan las partes que componen las figuras pero no interrelacionan las figuras con sus propiedades.

**Nivel 2.-** Puede ser que los alumnos relacionen las figuras con sus propiedades, pero no organizan la secuencia de sus aseveraciones para justificar sus observaciones. Puede ser que sepan que todos los cuadrados son rombos, pero no son capaces de aseverar por qué de una manera organizada.

**Nivel 3.-** En este nivel los alumnos pueden razonar por deducción dentro de un sistema matemático para justificar sus observaciones.

**Nivel 4.-** En este nivel los alumnos pueden comparar diferentes sistemas axioma con un alto grado de rigor, aun sin modelos concretos.

### 2. Fases Para Pasar De Un Nivel A Otro

Es igualmente importante reconocer la secuencia de las fases que el maestro Van Hieles especifica para ayudar a los alumnos a pasar de un nivel de aprendizaje a otro. Estas fases son las siguientes:

**Fase 1. Preguntas y respuestas.-** El maestro y los alumnos se enfrascan en un diálogo acerca del tema que se va a estudiar. El uso del vocabulario apropiado es sumamente importante en este momento.

**Fase 2. Orientación dirigida.-** El maestro debe ordenar la secuencia de las actividades que los alumnos van a explorar, de tal manera que los alumnos se familiaricen con las estructuras involucradas.

**Fase 3. Explicación.-** Con un poco de ayuda, los alumnos construirán experiencias y refinarán su vocabulario para discutir las relaciones de las estructuras.

**Fase 4. Orientación sobre tema libre.-** Los alumnos se encuentran por primera vez con tareas multifacéticas para hacerlas de diferentes maneras. Obtienen la experiencia para resolver por sí mismos estas tareas y les quedan claras muchas de las relaciones entre los objetos de las estructuras que se están estudiando.

**Fase 5. Integración.-** Los alumnos pueden incorporar y unificar las relaciones dentro de una nueva unidad de pensamiento. El maestro les ayuda dándoles investigaciones globales de lo que los alumnos ya saben.

## C. Seymour Papert Y El Programa LOGO

La pedagogía de S. Papert, aplicada extensamente en el programa LOGO, siendo que él es su creador, se basa primordialmente en el hecho de que considera la enseñanza, no como que el profesor es una jarra que llena el vaso vacío del conocimiento del niño; sino como considerando al niño como alguien que posee dentro de sí un caudal de aptitudes, las que el maestro ha de motivar a desarrollarse.

## IV

## computadoras

**IV. Introducción a las Computadoras**

Así como un pintor debe conocer sus pinceles, pinturas y superficies, todo aquel que pretende incursionar en el dibujo geométrico por computadora, debe conocer las computadoras, así como sus equipos y programas.

**A. La Computadora**

La computadora puede compararse a una pequeña oficina, con un empleado incondicional que sólo espera ordenes de nosotros, pero que no hará nada que no se le diga.

A continuación, mencionamos los elementos más comunes de una computadora.

**1. Procesador (CPU)**

Un elemento importante de esta oficina llamada computadora es el procesador, comúnmente llamado "CPU", por sus siglas en inglés de "Unidad Procesadora Central". Este es el empleado incondicional antes mencionado.

**2. Disco Duro (Hard Disk)**

Dentro de la misma caja que contiene el procesador se encuentra el disco duro, que es una especie de archivero magnético que guarda información. Esta información está allí ordenada en una

especie de cajones, llamados directorios, los que a su vez contienen una especie de cartapacios, que contienen ordenada dicha información, y que se llaman archivos o documentos.

**3. Memoria RAM (Memoria de Trabajo)**

Los expertos coinciden en que el nombre de "memoria" no es el más apropiado para este aditamento, ya que cuando se apaga la computadora, esta olvida todo lo que está en la "memoria", y sólo mantiene la información cuando está prendida.

Los expertos le comparan a una mesa de trabajo donde labora nuestro empleado incondicional. Cuando decimos que una computadora necesita más memoria, queremos decir que nuestro empleado necesita una mesa más grande para trabajar.

Si la mesa aludida está llena de archivos y se quiere traer uno o varios más, puede ser que no quepan si no hay suficiente memoria.

**B. Equipos Periféricos****1. El Monitor**

Es una especie de televisor a través del cual podemos ver la información, que este empleado incondicional, llamado CPU, recibe de nuestra parte, así como también la información que él nos da.

**2. El Teclado ("Keyboard")**

Similar al teclado de una máquina de escribir, la computadora tiene un teclado que contiene las letras del alfabeto, los números básicos y otras teclas más que sirven para transmitirle instrucciones.

**3. El Ratón ("Mouse")**

Es un instrumento por medio del cual seleccionamos la información que el monitor contiene.

Sus movimientos (que adelante veremos con más detalle, se

registran con un sistema simple de coordenadas "x", "y"). Se registran en el monitor y nos permiten escoger algunos de los elementos que este nos presenta, y a través de ellos, manejar la información.

#### **4. El Lápiz Electrónico ("Light pencil")**

Como su nombre lo indica, es un lápiz, que a través de dispositivos electrónicos, nos permite escribir o dibujar, a mano suelta, transmitiendo nuestras gráficas al CPU. Este lápiz funciona de la misma forma que el ratón, pero necesita normalmente de un tablero electrónico.

#### **5. La Impresora ("Printer")**

Es como una pequeña imprenta que imprime información seleccionada, ya sea esta de números, letras o gráficas.

#### **6. El "Módem"**

Es un dispositivo electrónico, que puede estar fuera o dentro de la computadora, y que hace las veces de un teléfono, estableciendo una comunicación con otras computadoras por vía telefónica.

### **C. Accesorios De La Computadora**

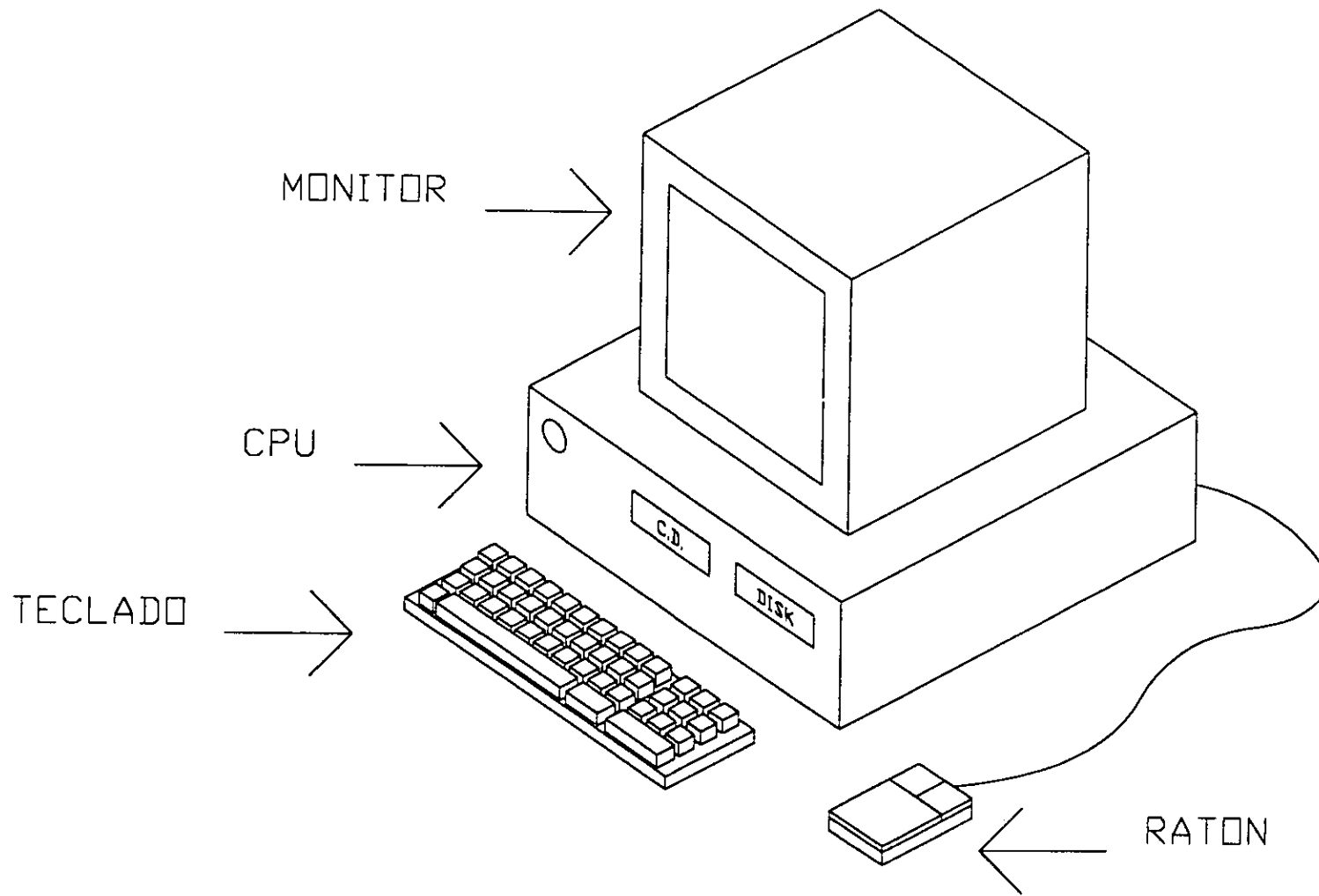
#### **1. "Disquetes"**

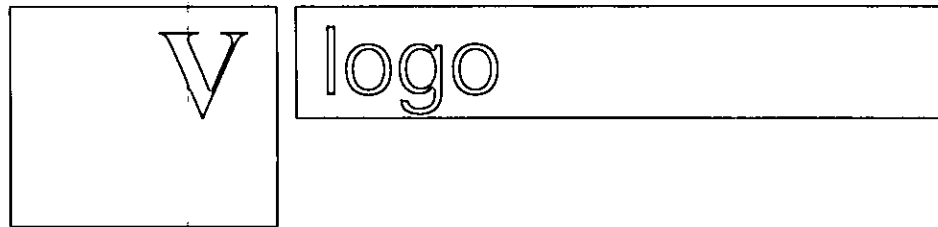
Al igual que el disco duro, los llamados "disquetes" son discos que guardan información, pero que en contraste con éste, que está confinado a la computadora, pueden llevarse de una computadora a otra, o ser almacenados fuera de ella.

#### **2. Disco Compacto ("Compact Disk" o CD)**

El disco compacto cumple la misma función que el disquete, con la salvedad de que puede almacenar mucha más información.

**Vea la Ilustración: B-1.**





## V. Programa LOGO

### A. Presentación

El programa LOGO es un programa desarrollado en el Instituto Tecnológico de Massachusetts, por el psicólogo Seymour Papert. El nombre de este programa proviene de la palabra griega "logos", que significa "palabra" o "razón". Este programa está hecho en base a las teorías del famoso Psicólogo Jean Piaget, que adelante consideraremos, y que tienen que ver con el desarrollo cognoscitivo del niño.

La dirección del distribuidor de este programa es:  
 Harvard Associates, Inc.  
 10 Holworthy Street  
 Cambridge, MA 02138  
 U.S.A.

#### 1. Dibujando Con LOGO

A través de este programa los estudiantes le dan instrucciones a una "tortuga", que hace las veces de un "robot", la cual deja un trazo por donde pasa, pero que también puede moverse sin dejar trazo.

Este programa, además de dibujar, tiene también la capacidad de usarse para escribir y hacer música, pero en nuestro caso, es el dibujo lo que nos interesa, por lo que debemos comenzar a usarlo

escribiendo la palabra **DRAW** (dibujar) en nuestro teclado, e inmediatamente se mostrará la tortuga en todo el centro de la pantalla del monitor, o coordenada 0,0.

Como anteriormente mencionamos, tanto el ratón ("Mouse") como el monitor, funcionan en base a un sistema simple de coordenadas, "x, y". Esto se debe a que cada punto del monitor representa una coordenada.

#### a) Moviendo La Tortuga

##### (1) Adelante

Para hacer avanzar la tortuga hacia adelante, escribiremos **FORWARD**, o su abreviación **FD**, seguida por un número que representará aproximadamente 1 mm. Esta instrucción ha de presentarse a los alumnos como pasos de tortuga. Así, por ejemplo: **FD 50** representará 50 pasos de tortuga.

##### (2) Atrás

Igualmente que arriba, pero con la instrucción **BACK** (atrás)

##### (3) Giros

Para girar a la derecha **RT**; a la izquierda **LT** (Abreviaciones de "right" y "left", respectivamente), ambas seguidas por un número en grados. Así, **RT 90**, hará girar la tortuga en un ángulo recto.

##### (4) Avanzar Sin Dibujar

**PU** (Pen Up) levantará la pluma de la tortuga para que avance sin dejar trazo. **PD** (Pen Down), revierte la orden.

#### 2. Comandos Básicos

LOGO tiene algunos comandos básicos, presentados a continuación:



Traducción	Comando	Abreviación	Función	Ejemplo
Dibujar	DRAW			
No dibujar	NODRAW	ND		
Adelante	FORWARD	FD		FD 50
Atrás	BACK	BK		BK 60
Derecha	RIGHT	RT		RT 90
Izquierda	LEFT	LT		LT 45
Alzar Pluma	PENUP	PU		
Bajar Pluma	PENDOWN	PD		
No tortuga	HIDETURTLE	HT		
Si tortuga	SHOWTURTLE	ST		
Dirección	HEADING		Indica Dirección	PR HEADING
Imprimir	PRINT	PR	Imprime en área de dibujo	PR "LOGO"
Origen	HOME		Regresa al origen	

**Vea Ilustración: C-1.**

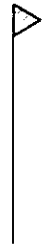
①

FD 100  
ADELANTE 100



②

RT 90  
DERECHA 90



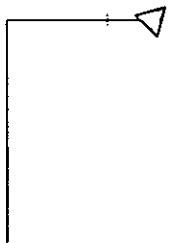
③

FD 100  
ADELANTE 100



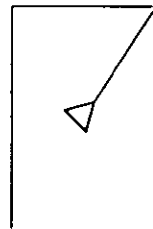
④

LT 45  
IZQUIERDA 45



⑤

BK 75  
ATRAS 75



⑥



### 3. Ejemplo

El siguiente es un ejemplo de instrucciones para un cuadrado (la figura más simple)

```
FD 50
RT 90
FD 50
RT 90
FD 50
RT 90
FD 50
```

### 4. Otros Comandos

#### a) De La Pantalla

Otros comandos útiles son:

**CLEARSCREEN (CS):** Limpia la pantalla

**TEXTSCREEN (TS):** Muestra la pantalla de solo texto.

#### b) De Ordenes

##### (1) Repetir

El cuadrado antes mencionado puede dibujarse con la instrucción

**REPEAT** (repetir), de la siguiente manera:

```
REPEAT 4 [FD 50 RT 90]
```

Todos los comandos de ordenes son similares.

### 5. Programar

Ya que LOGO es precisamente un programa, su función principal es programar. Esta es la parte más importante, y la razón del mismo.

Sin embargo es el más fácil de todos los programas que existen, razón por la cual puede usarse desde primer o segundo año de la

escuela primaria.

Así pues, el siguiente paso es programar en base a los comandos arriba mencionados.

#### a) TO

La palabra TO, introduce al programa, la cual se sigue de una palabra cualquiera que escojamos para "bautizar" el programa que deseemos crear, con el objeto de que tenga un nombre mediante el cual luego le podamos reconocer.

#### b) END

La palabra END le indica a la computadora que hemos llegado al fin de nuestro programa.

#### c) Ejemplo

Así, un ejemplo sencillo de programa para un cuadrado es:

```
TO CUAD
REPEAT 4 [FD 50 RT 90]
END
```

Para un triángulo equilátero:

```
TO TRIEQ
REPEAT 3 [FD 50 RT 120]
END
```

(Note que el ángulo interior define la forma, el cual se consigue dividiendo los lados del polígono sobre 360. Así, para un cuadrado  $360/4=90$ ; para un triángulo  $360/3=120$ ).

### 6. Comandos De Edición

#### a) Salvar

Como todos los programas de computadora, LOGO requiere que los programas hechos en él se salven.

Salvar significa grabar los programas en uno de los discos de almacenamiento, sean los "disquetes" o el disco duro de la computadora.

Para salvar, después de hacer un programa, escribimos la instrucción **EDIT**, seguida del nombre que hayamos dado al procedimiento. Esto nos llevará al editor de programas de LOGO.<sup>36</sup> Una vez allí, escogeremos del menú principal (que está en la parte superior) el comando **SAVE**, luego entonces, le daremos un nombre, cualquiera que queramos darle al programa, pero que no exceda de ocho caracteres alfanuméricos permitidos (si alguno que escojamos no es permitido, la computadora nos lo dirá, y simplemente escogeremos otro).

LOGO automáticamente le dará al nombre que le pongamos, la extensión "LGO", es decir, que si el nombre escogido es "CUADRO", LOGO le nombrará "CUADRO.LGO".

#### b) Cargar

Luego que hemos salvado los programas, y deseemos usarlos, debemos cargarlos en la memoria de la computadora para usarlos, con la instrucción **LOAD** (cargar), seguida del nombre del archivo que deseamos cargar, desde este editor, o desde las líneas de instrucción en el modo de dibujo de LOGO. Este modo de dibujo es el que aparece cuando comenzamos el programa. Cuando vamos al editor, podemos regresar a este modo por el comando **EXIT** (salir)

<sup>36</sup> El Editor de programas de LOGO es el lugar destinado del programa, desde el cual podemos corregir o crear un programa.



Luego que hemos salvado los programas, y deseemos usarlos, debemos cargarlos en la memoria.

## 7. Modos De LOGO

LOGO tiene varios modos:	MODO	INSTRUCCIÓN
SPLIT SCREEN	(pantalla dividida, dibujo e instrucciones)	SS
FULLL SCREEN	(solo aparece el dibujo)	FS
TEXT SCREEN	(solo texto)	TS
EDIT	(modo de edición)	EDIT

<b>B. Exploración</b>
-----------------------

**1. Explorando Con LOGO****a) Predicción**

Sugerimos que se trate de predecir el resultado de los siguientes comandos (Note que se usa el procedimiento **CUAD** (cuadrado) arriba mencionado).

**TO VENTANA****CUAD****RT 90****CUAD****END****TO ESCALERA****CUAD****RT 180****CUAD****END****TO CUADMOVIL****CUAD****LT 45****CUAD****END****b) Actividades**

Los siguientes ejercicios pueden ayudar a comprender más como funciona el programa.

**(1) Dibujar un triángulo equilátero**

En este caso, un procedimiento adecuado es:

**TO TRIEQ****REPEAT 3 [FD 50 RT 120]****END**

Note que el ángulo que se da como medida de giro para la tortuga es el ángulo exterior (En un triángulo equilátero los ángulos interiores son de 60 grados y los exteriores de 120 grados). Este ejercicio es muy útil para enseñar en la práctica, la diferencia entre los ángulos interiores y exteriores.

**(2) Dibujar un triángulo rectángulo**

En este caso, un procedimiento adecuado es:

**TO TRIREC****RT 90****FD 75****LT 90 (NOTE EL USO DEL GIRO IZQUIERDO)****FD 50****HOME**

Puede observarse que hemos resuelto el problema usando el comando **HOME**, adelante veremos como resolver este problema usando el teorema de Pitágoras.

**2. Didáctica**

Uno de los propósitos del programa LOGO es dejar que el estudiante resuelva sus problemas de construcción de figuras, haciendo uso de su capacidad constructiva. Por ello, no se le dan todas las pistas para construir sus dibujos geométricos, sino que se le dejan fuera algunas pistas.

**a) Ejemplo Didáctico**

En el siguiente ejemplo, una vez que el alumno ha descubierto

como hacer un cuadrado y un triángulo equilátero, se le muestra una figura de una casa, para que haga un procedimiento que la dibuje, usando los procedimientos arriba mencionados **CUADRADO** y **TRIEQ** (Triángulo Equilátero). Tal procedimiento podrá llamársele con el nombre "CASA", o un nombre similar.

Por lo general el estudiante hará varios intentos antes de solucionar el problema, hasta descubrir que debe colocar la tortuga en una posición tal que le de la figura deseada. Los intentos, por lo general son de este tipo:

```
TO CASA
CUAD
TRIEQ
END
```

```
TO CASA
CUAD
FD 50
TRIEQ
END
```

El resultado deseado, finalmente es:

```
TO CASA
CUAD
FD 50
RT 30
TRIEQ
END
```

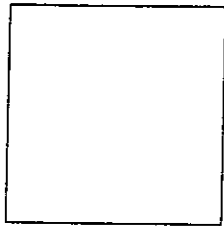
Por supuesto, hay varias formas de resolver el problema, de las cuales la anterior es una. Lo importante es dejar que el alumno resuelva por sí solo el problema, observarlo, y sólo ayudarlo en

caso extremadamente necesario, sin robarle la oportunidad de ser creativo y de pensar.

**Vea Ilustración: C-1.**

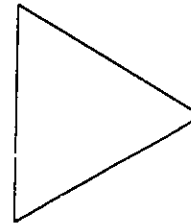
①

```
TO CUAD
REPEAT 4 [FD 50 RT 90]
END
```



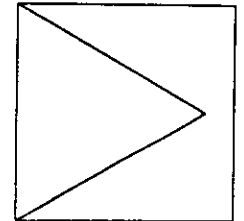
②

```
TO TRIEQ
REPEAT 3 [FD 50 RT 120]
END
```



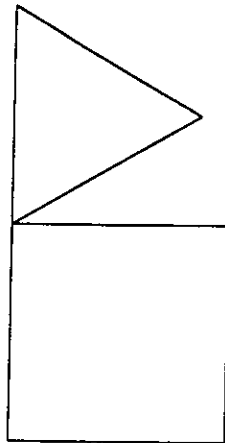
③

```
TO CASA
CUAD
TRIEQ
END
```



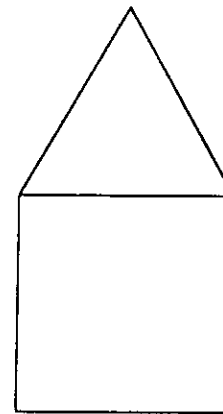
④

```
TO CASA
CUAD
FD 50
TRIEQ
END
```



⑤

```
TO CASA
CUAD
FD 50
RT 30
TRIEQ
END
```



FIGURAS 1 Y 2  
CUADRADO Y  
TRIANGULO EQUILATERO

FIGURAS 3, 4 Y 5  
DOS INTENTOS Y LOGRO  
FINAL DEL DIBUJO CASA  
CON LOS ELEMENTOS  
CUADRADO Y TRIANGULO  
EQUILATERO





## I. Programa AutoCAD

### A. AutoCAD Básico

#### 1. Presentación

El programa AutoCAD es propiedad de la compañía Autodesk, Inc., que tiene derechos de autor registrados en 1982-93. Este programa tiene más de 7,000 usuarios en el mundo. CAD son las iniciales de "Computer Aided Design" (Diseño Asistido por Computadora). La versión usada aquí es la versión 12 (en Inglés) para el ambiente Windows 95, tal como se manejaría en una computadora IBM, o compatible. Aunque existen otras versiones, cada una de las cuales puede tener diferentes entornos (Apple Macintosh II, etc.), los principios generales son los mismos. Se ha escogido esta versión por ser una de las últimas; así como el entorno Windows 95 (en Inglés) y la computadora IBM, por ser los productos más comunes del mercado latinoamericano. Así mismo hemos escogido el idioma Inglés debido a que se estima que el 80% del lenguaje de las computadoras, tanto de libros acerca de ellas, como del lenguaje dentro de ellas, está escrito en este idioma. Así evitamos conflicto con la información relativa a AutoCAD, que está en Inglés, en su mayoría. En el transcurso de este trabajo, sin embargo, haremos las traducciones correspondientes.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Apple Macintosh II, IBM, y Windows 95, son marcas registradas de sus propietarios.

#### 2. Instalación

Se enciende la computadora: Al encender la computadora en Windows 95, aparecen en el monitor varios botones que se marcan por medio del ratón (En adelante nos referiremos a estos botones, simplemente como opciones. Lo mismo haremos con los botones de AutoCAD).

Se coloca(n) el (los) disco(s) en la unidad correspondiente, y se oprime la opción **START**, y luego la opción **RUN**. De allí en adelante sólo seguimos las instrucciones que nos da el programa, con la única salvedad, de que al momento de configurar<sup>2</sup> el programa, le indiquemos cual equipo de computadora hemos de usar con el programa.<sup>3</sup>

#### 3. Inicio

Al encender la computadora, habiendo ya instalado el programa: **START, PROGRAMS, AUTOCAD, AUTOCAD.** Ver nota al pie.<sup>4</sup>  
**Vea la Ilustración: D-1**

<sup>2</sup> En el lenguaje de las computadoras, se llama configurar al hecho de establecer que equipo va a usarse con determinado programa. Dicha configuración, en AutoCAD, como en cualquier otro programa, puede cambiarse luego de ser necesario. Es decir, puede cambiarse si se cambia luego el(los) equipo(s) afín(es) a la computadora.

<sup>3</sup> El término "configurar" se usa en el lenguaje de las computadoras para las indicaciones para el programa del equipo que estamos usando. Debido al propósito de este trabajo, no podemos aquí extendernos en una explicación más amplia, por lo que en caso de tener alguna duda, se recomienda recurrir a alguien que conozca de informática, o a libros del tema.

<sup>4</sup> A fin de ser concisos, de aquí en adelante, indicaremos las opciones, seguidas de dos puntos (:), y concluyendo con un punto final (.).

#### 4. Menús Y Comandos Básicos

##### a) Editor De Dibujo

Habiendo iniciado, aparecerá en el monitor el EDITOR DE DIBUJO.

##### b) Menú Superior

Traducimos a continuación los comandos de él:

File: Archivo. Edit: Editar. View: Ver. Assist: Asistir. Draw: Dibujar.  
Construct: Construir. Modify: Modificar  
Settings: Establecer. Render: Render (sin traducción). Model:  
Modelar. Help: Ayuda.

Cada uno de estos comandos despliega una cascada de comandos secundarios, que contienen instrucciones derivadas de ellos.

##### c) Área De Órdenes

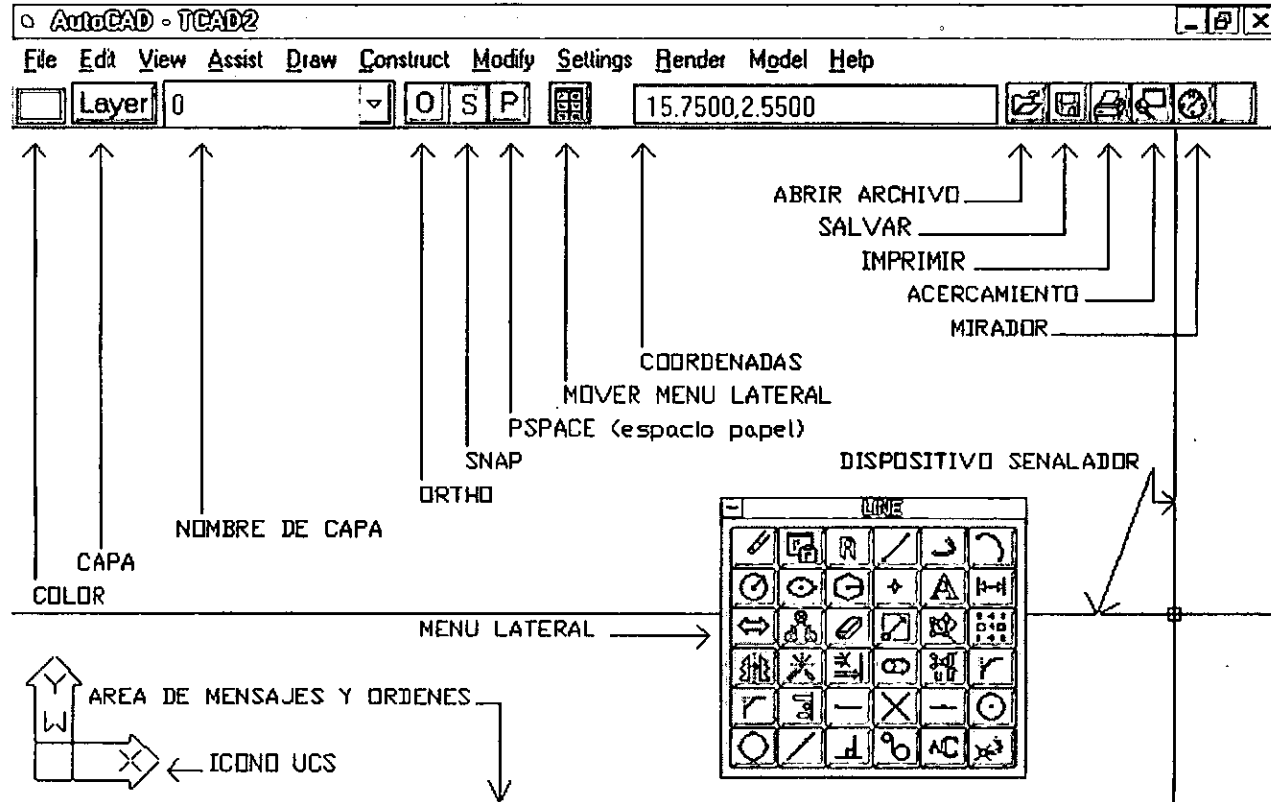
El Área de Órdenes se encuentra en la parte inferior del Área de Dibujo. A través de ella le damos órdenes a AutoCAD. Todo lo que escribamos en el teclado se introducirá en ella. Ella nos indica también, que órdenes deben seguir a los comandos que le damos. De esta manera nosotros continuamos dándole órdenes hasta terminar un conjunto de órdenes para un determinado proceso de un dibujo.

En esta Área de Órdenes, cuando aparece una opción de orden entre paréntesis triangulares (<, >), se está indicando que es la **opción por defecto**. Es decir, que si se oprime la tecla ENTER, sin escribir ninguna indicación, AutoCAD tomará entonces esta opción por defecto.

**Vea la Ilustración: D-2.**

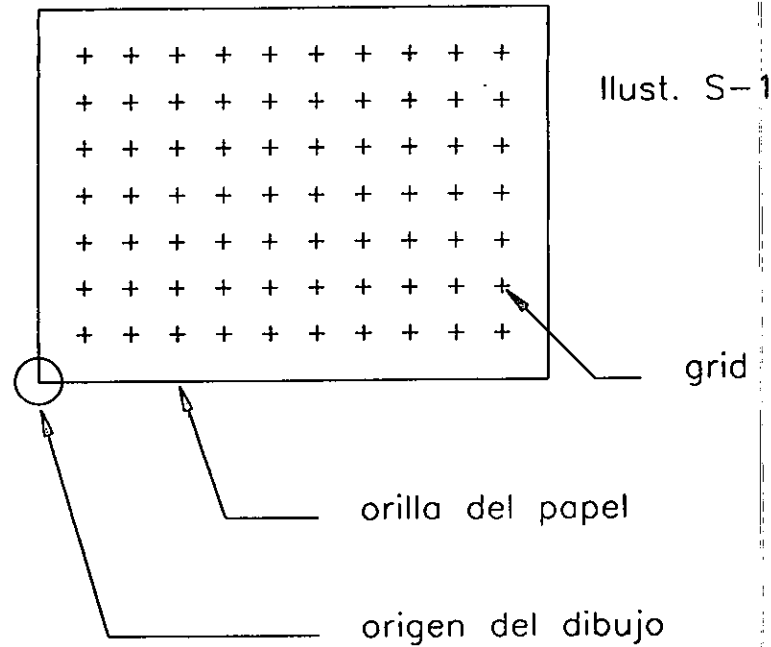


AutoCAD: START. INICIO. (Ilustración: D-1).



Command: GRID  
 Grid spacing(X) or ON/OFF/Snap/Aspect <0.1500>: OFF  
 Command:

AutoCAD: MENU SUPERIOR Y LATERAL. (Ilustración: D-2).



Grid: Esta orden hace aparecer una serie de puntos en forma de malla. Estos puntos tendrán la distancia que les asignemos.

Origen: por omisión tiene la coordenada 0,0, y se ubica en la orilla izquierda inferior de la hoja, pero podemos darle la coordenada que deseemos.

#### d) GRID (REJILLA)

AutoCAD tiene una cuadrícula de puntos que nos permite dibujar con una referencia para las medidas. Esta cuadrícula, por omisión, se presenta en una unidad (que en el caso de omisión de la hoja de dibujo, es de una pulgada, en una hoja de 9 x 12 pulgadas). Podemos cambiarla a múltiplos de ella, por ejemplo, 0.25, etc. Podemos también apagarla o prenderla (opciones: on, off).

#### e) SNAP (FORZCOOR)

Desde el Área de Órdenes: Snap. Como su nombre en español lo dice, este comando fuerza al ratón como un imán a los puntos, o coordenadas, de una cuadrícula, cualquiera que escojamos, que puede ser, y resulta muy práctico, la misma del "grid".

Vea:

Ilustración S-1: GRID



**f) Ventanas de Diálogo**

Algunos de los comandos del menú principal despliegan VENTANAS DE DIALOGO, que son instrucciones dentro de un cuadro, de las que seleccionamos las necesarias con el ratón.

**g) Menú Lateral**

Para conocer a que se refiere cada botón del menú lateral, sólo hay que acercar el puntero del ratón a cualquier botón, y aparecerá, en la línea superior de este, la indicación de lo que dicho botón hace.

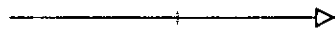
**h) Modos De Referencia A Entidades**

Gracias a estos modos, es posible, en el momento de dibujar, tomar como referencia los puntos más significativos de las partes de un dibujo que ya hayan sido dibujadas, por ejemplo, tirar una línea desde el centro de otra, tirar una línea perpendicular a otra, tirar una línea desde la intersección de otra, trazar un círculo desde el centro de un polígono, etc. Esto modos se encuentran en los botones del MENÚ LATERAL. Así, por ejemplo, los botones de la figura de abajo, significan desde...: el punto extremo, la intersección, el punto medio, el centro, respectivamente. Para saber a que corresponde cada botón, sólo hemos de acercar el ratón a cualquier botón, y en la línea superior del MENÚ LATERAL aparecerá la descripción de su función. **Vea la Ilustración: D-3.**



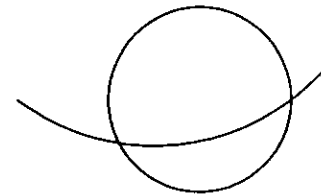
AutoCAD: BOTONES DEL MENÚ LATERAL. (Ilustración: D-3).

Vea:  
Ilustración S-2: ENTIDADES

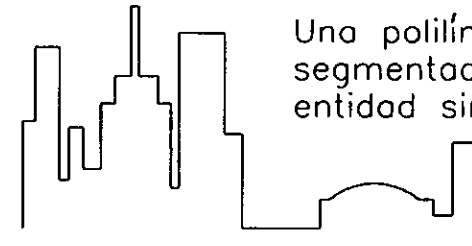


Ilust. S-2

Una línea es una entidad que conecta dos puntos. Se puede usar una línea para representar cualquier objeto recto.

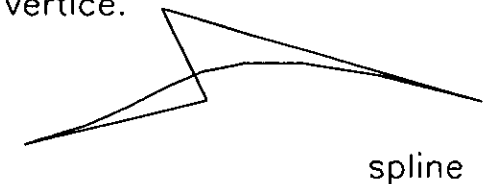
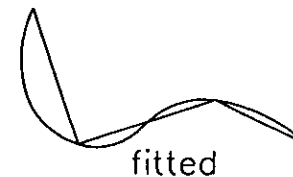


Un arco o círculo puede usarse para representar la dirección de una puerta, una pared curva, un orificio, un objeto redondo, etc.



Una polilínea es una línea multi-segmentada que se trata como una entidad simple. Las polilíneas pueden tener segmentos rectos o curvos.

El comando pedit, edita una polilínea con diferentes opciones. La opción fitted hace que surga una curva de la polilínea, que pasa directamente a través de cada vértice. La opción spline pasa a través del primer y último vértice.



### i) Modos De Designación

Existen tres modos básicos de designación:

#### (1) Por Coordenadas

Podemos designar usando coordenadas desde el Área de Órdenes.

*Si las coordenadas son absolutas, las introducimos en el orden: x, y, z. Aunque al trabajar en un solo plano, sólo será necesario introducir: x, y.*

Si las coordenadas son relativas (es decir, si vamos a dar una coordenada, a partir de un punto dado, en el cual nos encontramos, que no es el punto 0,0), tenemos que anteponer el carácter "@" (arroba) antes de las coordenadas.

Ejemplo: @5, 3.

#### (2) Por el ratón

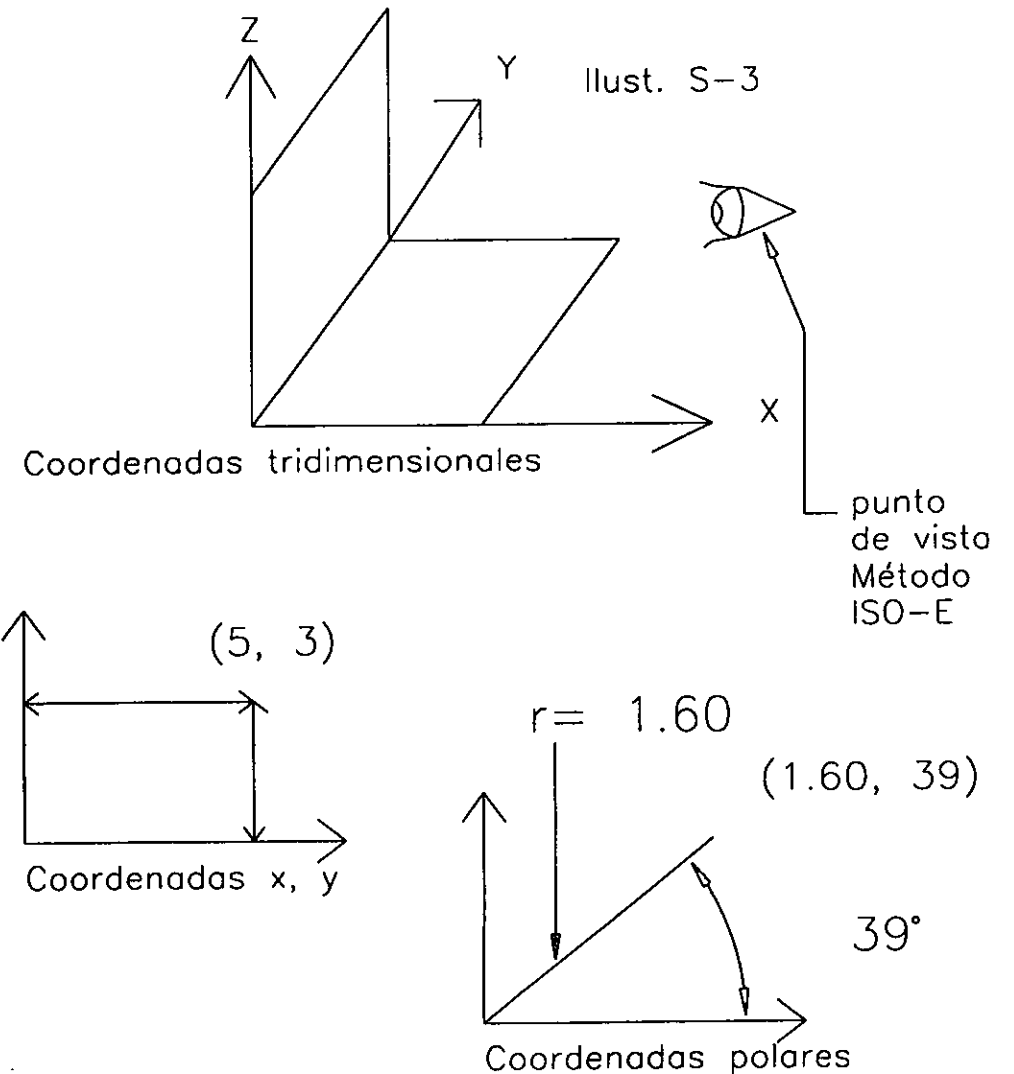
Designando los objetos que deseamos incluir en determinado proceso, a través de "picar" en ellos con el ratón.

#### (3) Por Ventana

Al designar un objeto, escogemos la opción "W" (en algunos casos, sólo arrastrando el cursor se abre una ventana), arrastramos el cursor designando dentro de una ventana el área deseada.

Vea:

Ilustración S-3: COORDENADAS

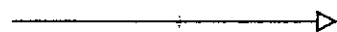


### j) LAYER (CAPAS)

Por medio del cuadro del Menú Superior que dice "Layer", podemos designar las capas de AutoCAD. En AutoCAD, todo lo que dibujamos, lo dibujamos sobre capas. La capa que aparece siempre (por omisión), es la capa 0 (cero). Una capa es como una especie de hoja transparente en la que dibujamos. Un dibujo puede tener hasta 256 capas. A su vez cada capa puede tener uno de los 256 colores. Cada capa, también, puede tener un tipo de línea, además de otros atributos.

Vea:

Ilustración S-4: CAPAS



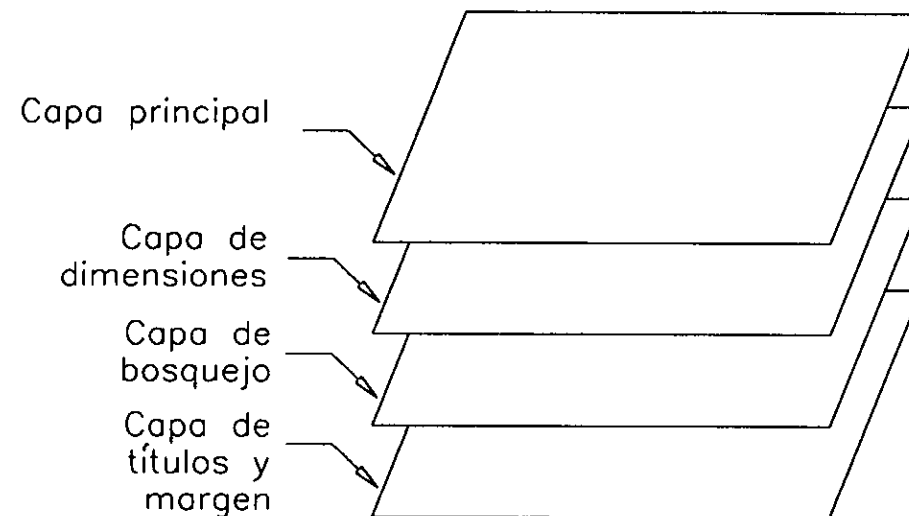
Vea la Ilustración: D-4.

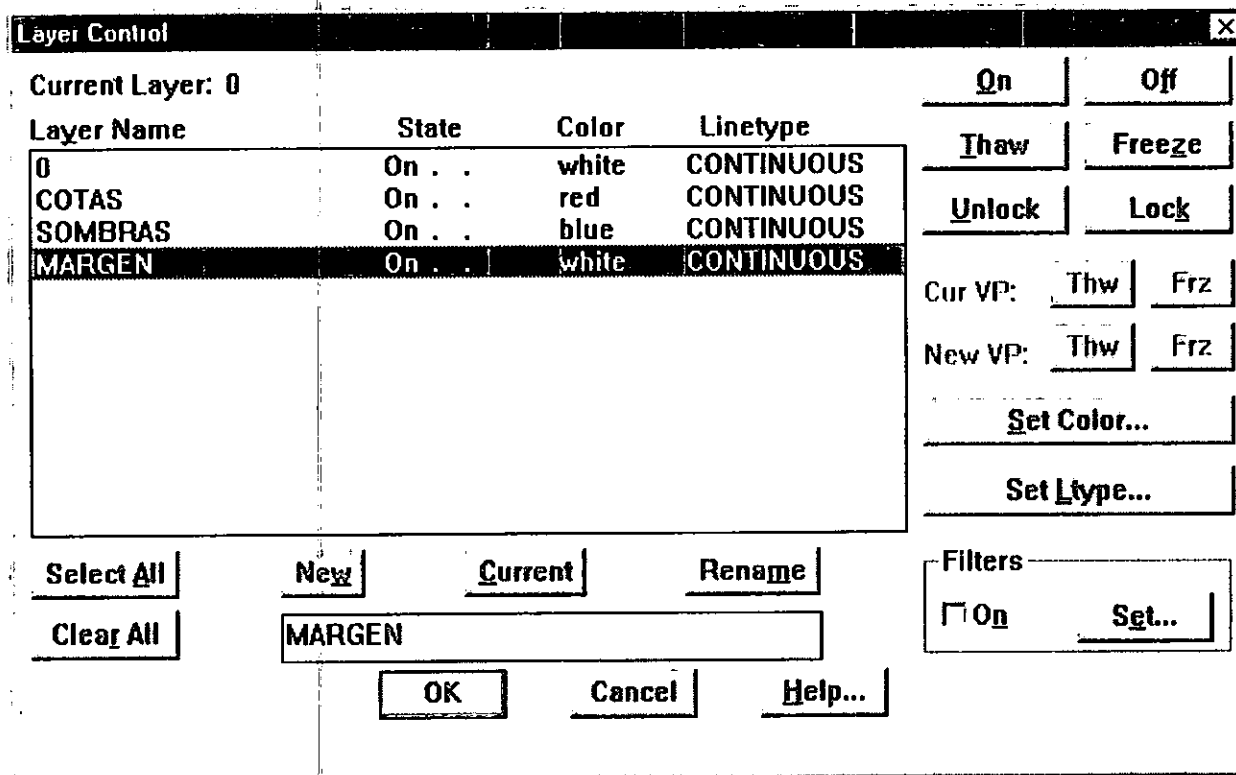
Ilust. S-4

Las capas (layers) en AutoCAD son como hojas de papel transparentes, superpuestas, sobre las que dibujamos.

En cada una de ellas dibujamos en grupos lógicos.

Podemos activarlas y desactivarlas según convenga.





AutoCAD: LAYERS. CAPAS (Ilustración: D-4).



**k) SAVE (SALVAR)**

Como en todos los programas de computadora, en AutoCAD también se guardan los trabajos efectuados en el programa, en archivos magnéticos de los discos de la computadora (ya sean movibles o fijos), mediante la orden SALVAR, ya sea por el botón (del icono del "diskette"), o por el Menú Principal: FILE, SAVE. En este último caso existe también la opción SAVE AS..., que se usa para salvar un archivo que ya tiene nombre, con otro nombre, a fin de tener dos o más copias del mismo. Cada archivo que se guarde necesita un nombre que no puede tener más de ocho letras, y que debe seguir por un punto y tres letras más, dependiendo del archivo de que se trate. Así, los archivos de dibujo tienen la terminación DWG, que significa DRAWING. Los archivos para impresión en plotter, o de salida de trazado, tienen la terminación PLT, de PLOTTER, etc.<sup>5</sup>

**l) En Caso De Error**

En caso de error en AutoCAD, tenemos dos opciones:

1. CTRL+C, que anula cualquier procedimiento que estemos realizando.<sup>6</sup>
2. Desde el AREA DE MENSAJES Y ORDENES: teclear: U. Esto deshace la última orden ejecutada de AutoCAD. Puede teclearse U cuantas veces sea necesario, hasta llegar a donde necesitemos recuperar algún error.

<sup>5</sup> Con el comando HELP, del MENU PRINCIPAL, se puede obtener información acerca de más de 40 terminaciones distintas, que corresponden a diferentes archivos.

<sup>6</sup> De aquí en adelante, a fin de ser concisos, usaremos esta terminología en casos similares, donde CTRL+C, significa teclear la tecla CTRL (CONTROL) y la tecla U, a la vez. Así, CTRL+SHIFT, significaría teclear la tecla CTRL (CONTROL) y la tecla SHIFT, a la vez. Y así etc.

**5. Órdenes De Dibujo****a) LIMITS (LIMITES)**

Los límites de dibujo, es decir, el tamaño de la hoja de dibujo, se definen por el Menú Superior, de la siguiente manera:

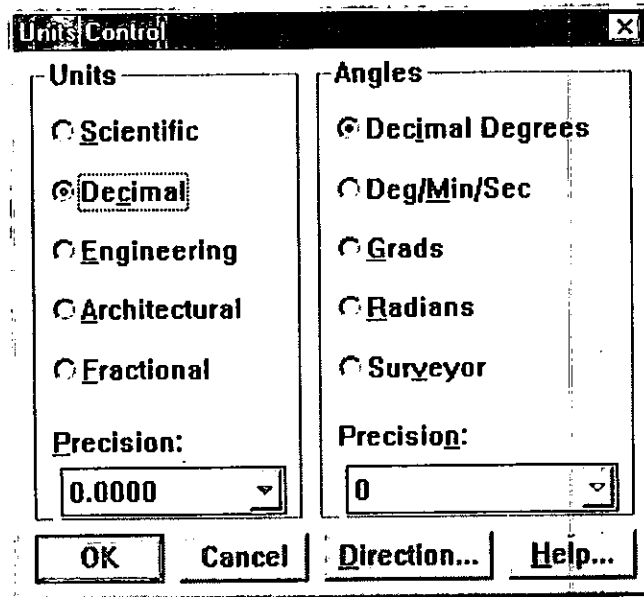
Settings, Drawing Limits, Lower Left Corner (orilla inferior izquierda), Upper Right Corner (orilla superior derecha).

Definiendo la orilla inferior izquierda y superior derecha del papel por medio de coordenadas.

### b) DDUNITS (UNIDADES)

Desde el Área de Órdenes: DDUNITS, para que aparezca la Ventana de Diálogo correspondiente a las unidades, donde seleccionamos las deseadas, numéricas y angulares (decimal, grados, etc.).<sup>7</sup>

Vea la Ilustración: D-5.



AutoCAD: UNITS. UNIDADES (Ilustración: D-5).

<sup>7</sup> Puede notarse que en AutoCAD, las órdenes para iniciar Ventanas de Diálogo, siempre comienzan con DD.

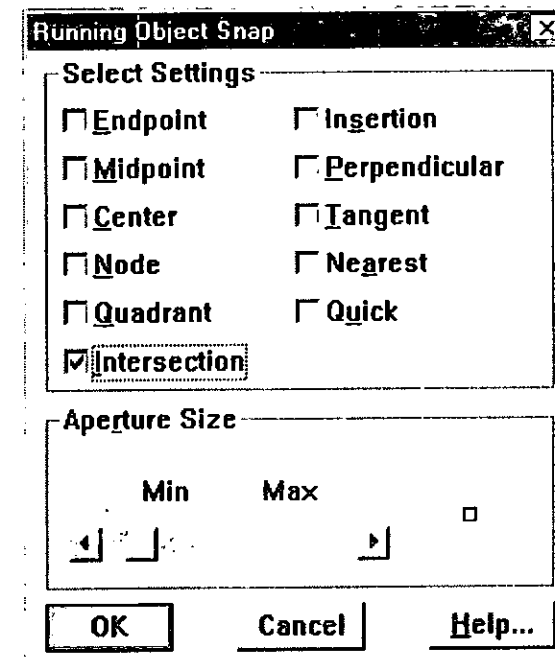
### c) DDOSNAP (Selección Permanente De Los Modos De Referencia)

Desde el Área de Órdenes: DDOSNAP, lo que desplegará la Ventana de Diálogo correspondiente, donde seleccionaremos, punto final, intersección, etc.

Esto permite que las líneas o curvas que tracemos, dependan siempre de una entidad de referencia (intersección, etc.), a menos que indiquemos lo contrario.

Esta ventana nos permite también ajustar el tamaño del visor del Dispositivo Señalador.

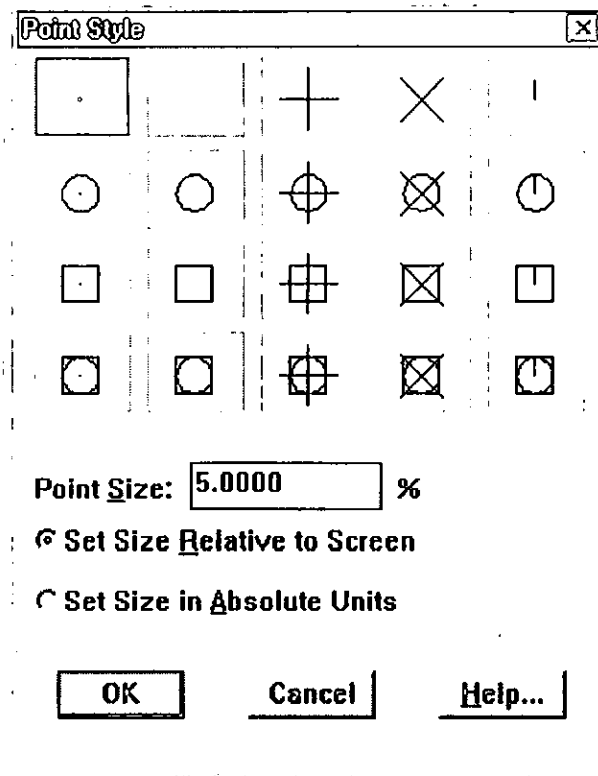
Vea la Ilustración: D-6.



AutoCAD: DDOSNAP. MODOS DE REFERENCIA (Ilustración: D-6).

d) **DDPTYPE (Selección De Tipos De Puntos y Tamaños).**

Podemos designar varios tipos de puntos, de diferentes tamaños con la orden DDPTYPE. **Vea la Ilustración: D-7.**



AutoCAD: DDPTYPE. TIPOS DE PUNTOS (Ilustración: D-7).

### e) CIRCLE (CÍRCULO)

Orden: CIRCLE

Formato: 3P/2P/TTR/<center>:

Esta orden nos permite dibujar círculos con diferentes opciones; así, 3P es designando 3 puntos (2P es 2); TTR es con Tangente, Tangente, Radio; "center" designando el centro (luego de lo cual nos pedirá el primer y segundo puntos del diámetro).

Sólo tenemos que escoger la opción e introducir los datos que nos pida a continuación, en referencia al círculo.

### f) POLIGON (POLÍGONO)

Orden: POLIGON

Formato: Number of sides: (número)

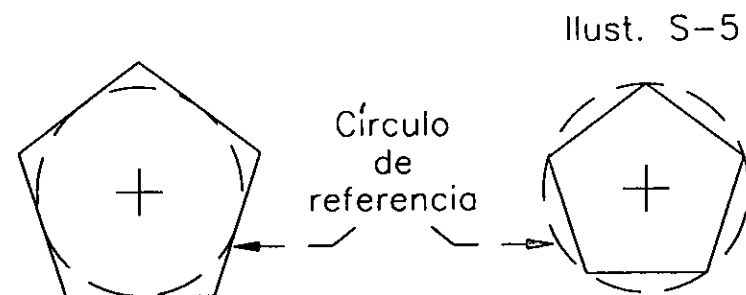
Side/<center of poligon>:

(Side=lado)

Este puede ser dibujado de forma inscrita, circunscrita, o dibujando primero un lado ("edge"), según la orden que escojamos.

Vea:

Ilustración S-5: POLÍGONOS Y CÍRCULOS



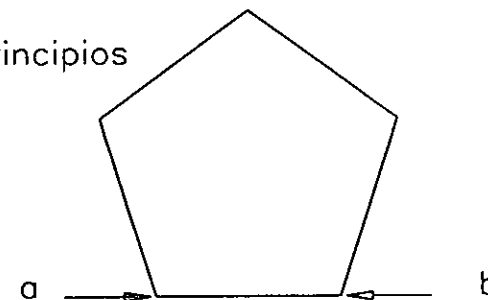
Ilust. S-5

Polígono Circunscrito

Polígono inscrito

Para los polígonos inscritos o circunscritos, sólo damos la longitud del radio, ya sea señalándola con el ratón, o escribiendo su longitud.

Estos mismos principios se aplican a los círculos



Para dibujar un polígono por la medida de sus lados, usamos la opción edge, y marcamos los extremos (a, b),

**g) TEXT (TEXTO)**

Orden: TEXT

Formato: Justify/Style/&lt;Start Point&gt;: (P1)

Height: 3

Rotation Angle: 0

Text: Diseño de envoltura

(Start Point=Punto inicial)

Si escogemos la orden "justify" (justificar), tenemos la siguientes opciones, escogidas por sus abreviaciones:

<b>Justificación</b>	<b>Iniciales</b>	<b>Generación</b>
Alinear (Align)	A	Horiz/Vert
Situar (Fit)	F	Horizontal
Centro (Center)	C	Horiz/Vert
Mitad (Middle)	M	Horiz/Vert
Derecha (Right)	R	Horiz/Vert
Sup/lzq (Top/Left)	TL	Horizontal
Sup/Centro (Top/Center)	TC	Horizontal
Sup/Der (Top/Right)	TR	Horizontal
Mitad/lzq (Middle/Left)	ML	Horizontal
Mitad/Centro (Middle/Center)	MC	Horizontal
Mitad/Der (Middle/Right)	MR	Horizontal
Inf/lzq (Bot/Left)	BL	Horizontal
Inf/Centro (Bot/Center)	BC	Horizontal
Inf/Der (Bot/Right)	BR	Horizontal

**(1) Caracteres Especiales**

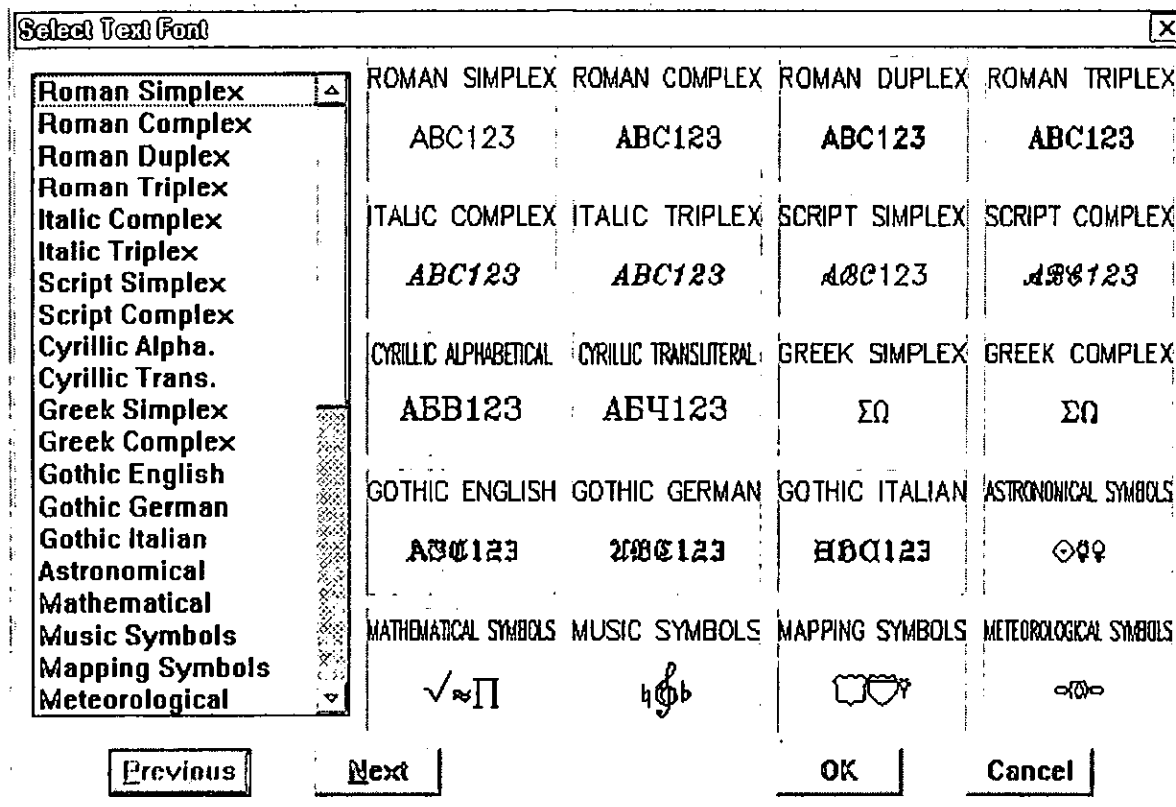
Para añadir al texto caracteres especiales:

%%e	Activa (Des) el rayado por encima (suprayado).
%%d	Activa (Des) el rayado por debajo (subrayado).
%%g	Dibuja el símbolo de grados.
%%m	Dibuja el símbolo de más-menos de tolerancia.
%%c	Dibuja el símbolo de diámetro.
%%nnn	Dibuja el carácter que corresponde al número de la tabla del código ASCII para AutoCAD.

**(2) Estilos De Texto**

Podemos también seleccionar diferentes fuentes de texto, desde el Menú Superior: Draw, Text, Set Style. Esto desplegará una Ventana de Diálogo para escoger la opción preferida.

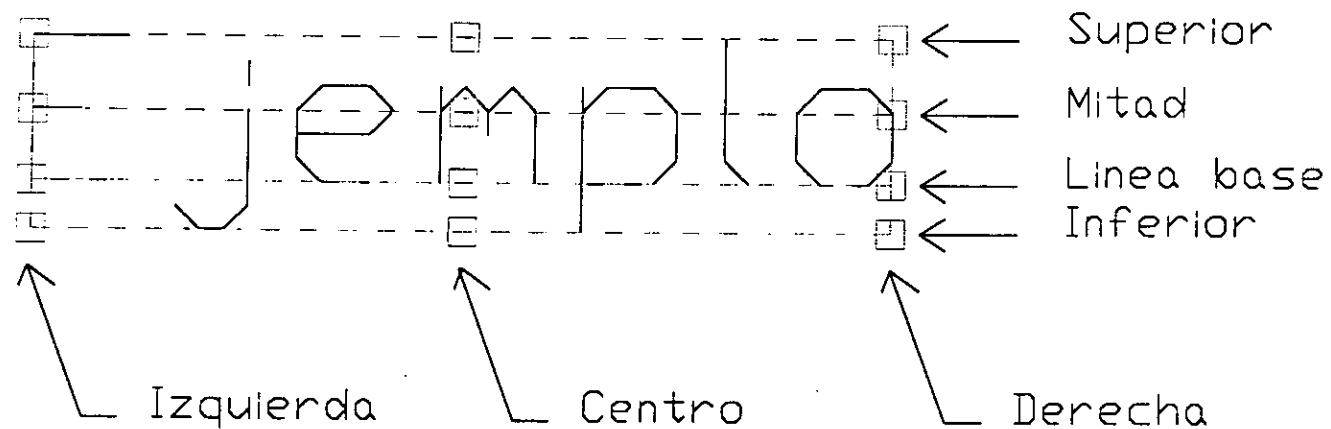
**Vea las Ilustraciones: D-8, y D-9.**



AutoCAD: TEXT. TEXTO (Ilustración: D-8).

a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z  
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

## Posiciones de justificación del texto



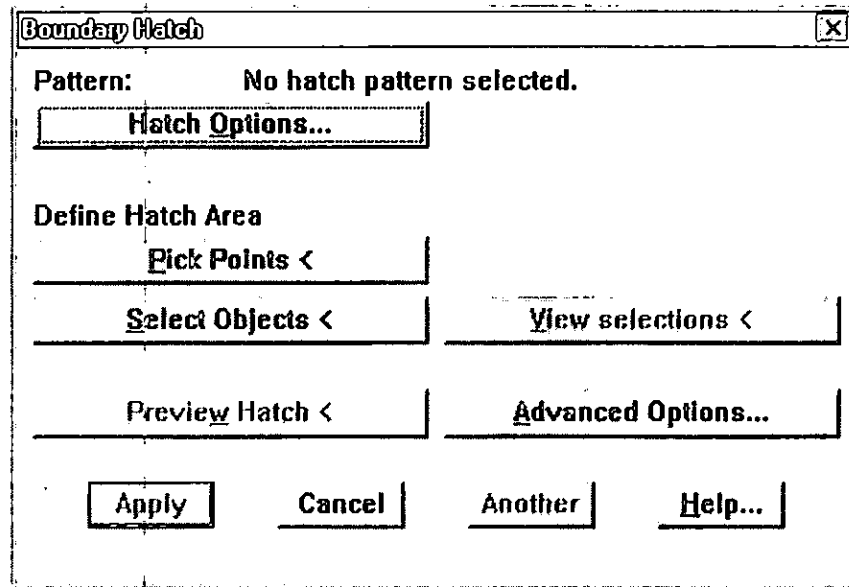


**h) BHATCH (SOMBREADO)**

**(1) Opciones De Sombreado**

Abrir la Ventana de Diálogo de sombreado, desde el Menú Superior: Draw, Hatch... Se escoge el patrón deseado.

Vea la Ilustración: D-10.



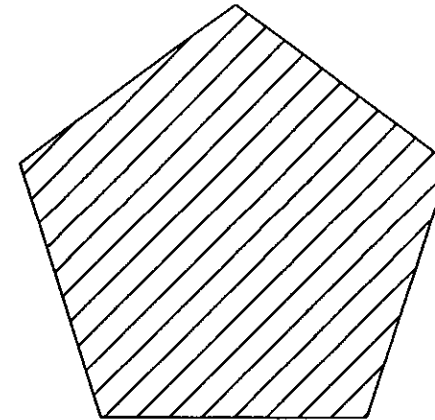
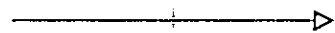
AutoCAD: BHATCH. SOMBREADO (Ilustración: D-10).

**(2) Definición Del Área A Sombrar**

Dentro de la Ventana de Diálogo se escogen las opciones para definir el área.

Vea:

Ilustración S-6: BHATCH

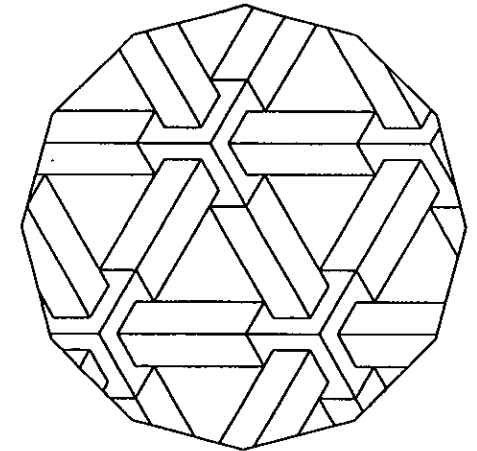


Ilust. S-6

Los polígonos, es decir, polilíneas cerradas, pueden llenarse con colores sólidos o patrones de rayas, puntos o diseños. A estos patrones se les llama HATCH en AutoCAD.

Los polígonos aquí presentados se han llenado de acuerdo a la explicación del texto.

El dodecágono al lado fue llenado con un patrón del artista M. Escher que contiene AutoCAD.



## 6. Órdenes de Edición

### a) ERASE (BORRAR)

Orden: ERASE (abrev. E)

Formato: Select objects: (Modos de designación)  
(Select objects = Designar objetos)

### b) MOVE (DESPLAZA)

Orden: MOVE

Formato: Select objects: (Modos de designación)

### c) COPY (COPIAR)

Orden: COPY

Formato: Select objects: (Modos de designación)

### d) ROTATE (GIRA)

Orden: ROTATE

Formato: Select objects: (Modo Ventana)

Base Point: (P1)

<Rotation angle>/Reference:R

Reference angle <0>: (P1-P2)

New angle: 90

(Base Point = Punto Base)

### e) SCALE (ESCALA)

Orden: SCALE

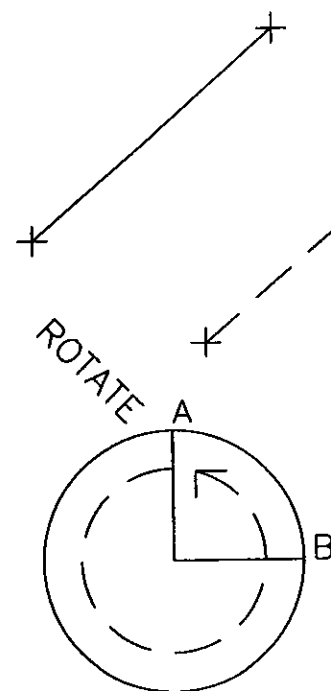
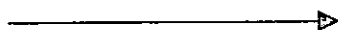
Formato: Select objects: (Modo Ventana)

Base Point: (Introducir Punto)

<Scale Factor>/Reference: 2. (multiplica el tamaño por 2, etc.)

Vea:

Ilustración S-7: ERASE, MOVE, ETC.

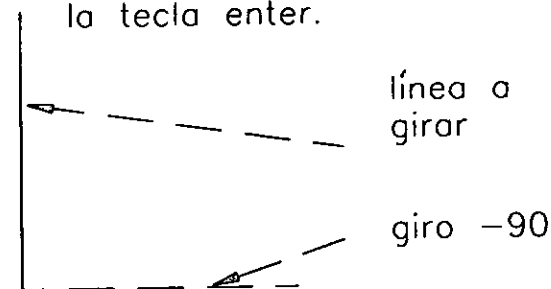


En AutoCAD los ángulos giran al revés de las manecillas del reloj. Para que un punto gire de la posición A a la B, la orden debe ser -90 (neg.).

Ilust. S-7

ERASE, MOVE  
COPY, SCALE

funcionan ambos de la misma forma. Se seleccionan los objetos a modificar por medio de tocarlos con el puntero del ratón, o abriendo una ventana que los enmarque, por medio del arrastre del ratón, luego se especifica igualmente con el ratón a donde se desea copiar o mover. Para borrar, después de seleccionar se oprime la tecla enter.



**f) ARRAY (MATRIZ)**

Existen 2 formas

**(1) Rectangular**

Orden: ARRAY

Formato: Select objects: (Modos de designación)

Array Rectangular/Polar (R/P): R

Number of rows (---)<1>: 3

Number of columns (|||)<1>: 5

**(2) Polar**

Orden: ARRAY

Formato: Select objects: (Modos de designación)

Array Rectangular/Polar (R/P): P

Array center: (Centro)

Angle to fill (+ = ccw; - = cw) <360>:

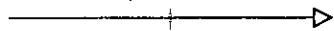
Rotate objects as they are copied? <y>: N

(Rotate objects as they are copied? = ¿Rotar los objetos a medida que se copian?)

(ccw(counter-clockwise)=giro en contra de las manecillas del reloj)

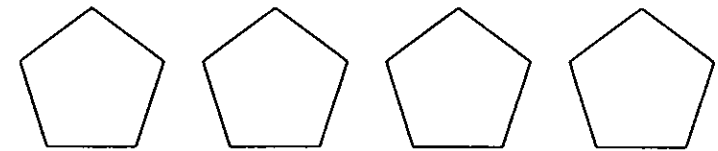
Vea:

Ilustración S-8: ARRAY

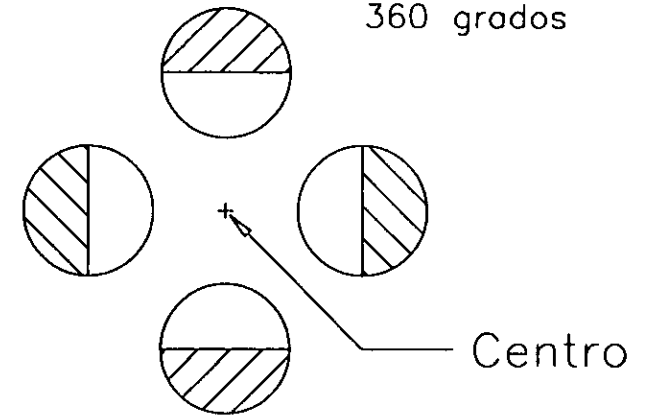


Ilust. S-8

ARRAY: Rectangular. Filas: 1. Columnas: 4



ARRAY: Polar. Centro especificado. 4 Objetos  
360 grados



**g) TRIM (RECORTA)**

Primero se selecciona el (los) límite(s) de corte, luego el (los) objeto(s) a cortar.

Orden: TRIM

Formato: Select cutting edges...

Select object

(Designar aristas de corte: Modos de designación)

Formato (continúa): <Select object to trim>/Undo

(Designar objetos a cortar)

**h) EXTEND (EXTIENDE)**

Funciona exactamente igual que la anterior, solamente que en lugar de cortar líneas que nos sobran, hace lo contrario, extendiendo línea(s) que no alcanzan a otra línea(s).

**i) CHAMFER (CHAFLAN)**

Este comando toma la esquina de dos líneas que tienen un vértice común, convirtiendo dicho vértice en una línea oblicua, del tamaño que escojamos.

Orden: CHAMFER

Formato: Polyline/Distances/<Select first line>: P1

Select second line: P2

Al usar este comando, debemos asignar primero, la distancia

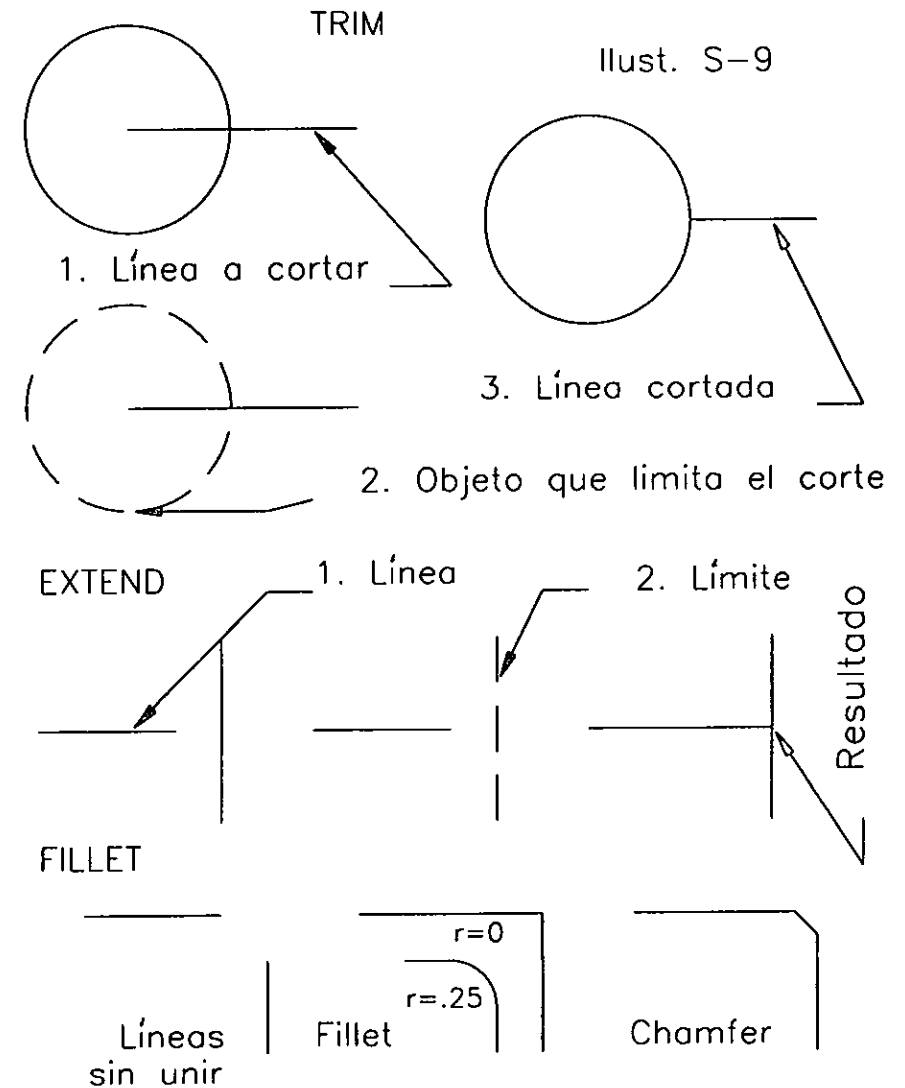
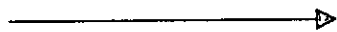
**j) FILLET (EMPALME)**

Funciona exactamente igual que la anterior, solamente que en lugar de modificar líneas, extiende línea(s) par unir sus vértices.

Puede unir también arcos y líneas próximas.

Vea:

Ilustración S-9: TRIM, EXTEND, ETC.



**k) CHANGE (CAMBIA)**

Esta opción permite cambiar las propiedades comunes a cualquier entidad: capa, color, elevación, tipo de línea y altura de objeto.

Orden: CHANGE

Formato: Select objects: (Modos de designación)

Properties/<Change point>: P

Change what property? (Layer/Color/Elev/LType/Thickness)?

(Change what property? = ¿Qué propiedad cambiar?)

DDCHPROP hace la misma función a través de una Ventana de Diálogo.

**l) DDEDIT (EDICION)**

Esta orden despliega una Ventana de Diálogo a través de la cual podemos cambiar los caracteres de un TEXTO o definición de un ATRIBUTO.

Este **ATRIBUTO** consiste de:

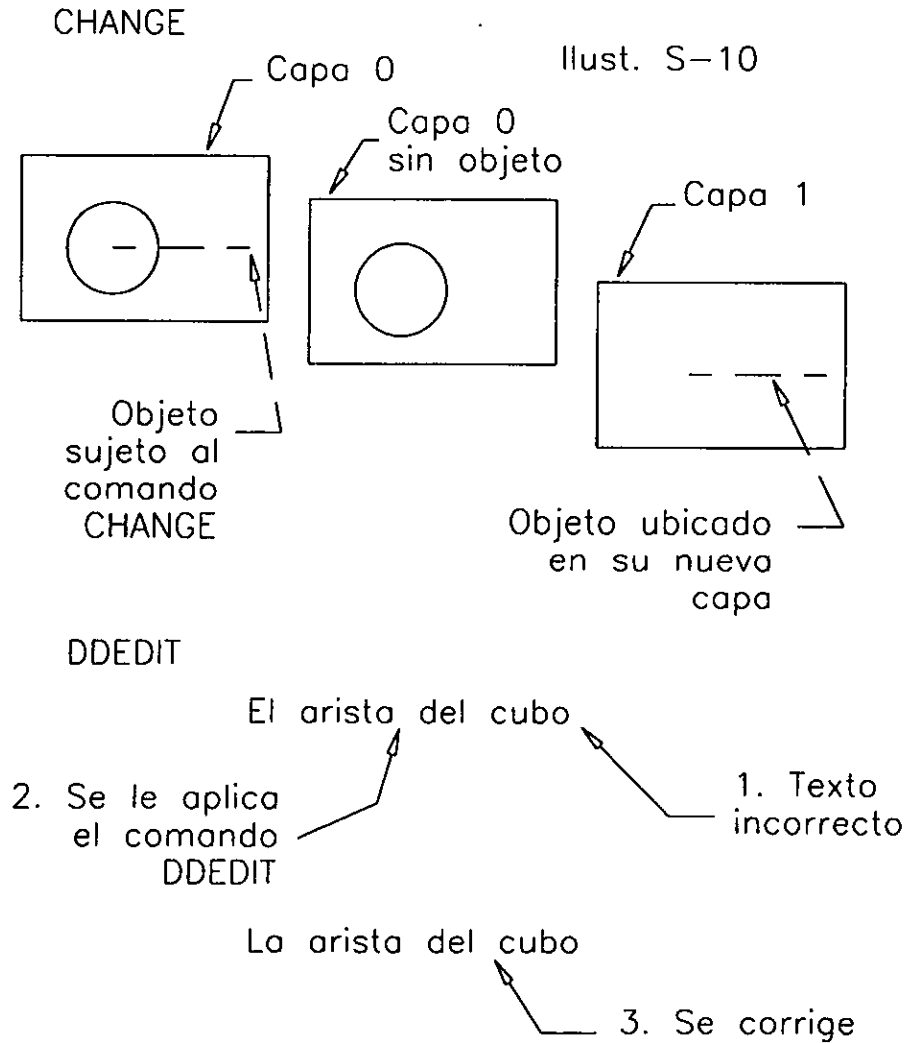
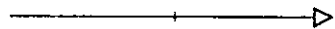
Identificador: resistencia (o cualquier otro nombre).

Mensaje: No. de referencia (o cualquier otro nombre).

Por omisión: Rn (o cualquier otro nombre).

Vea:

Ilustración S-10: CHANGE, DDEDIT



### m) PEDIT (Editar Polilínea)

Esta orden permite modificar muchas de las características de una polilínea. Una polilínea, que se dibuja con el comando pline, es una línea formada por varios segmentos que se unen en una sola entidad lineal.

Orden: PEDIT

Formato: Select Poliline (Modos de designación)

Close/Join/Width/Edit vertex/Fit/Spline/Decurve/Ltype

gen/Undo/eXit<X>:

Poliline = Polilínea

Close = Cerrar. Une el primer punto de la polilínea con el último.

Join = Juntar. Permite añadir otras entidades a la polilínea.

Width = Grosor. Ofrece la posibilidad de darle a la polilínea un grosor uniforme.

Edit vertex = Editar vértice. Permite, mediante varias subopciones, modificar los vértices de la polilínea.

Fit = Adaptar curva. Dibuja una curva que pasa por todos los vértices de la polilínea, sustituyendo a esta.

Spline = Adaptar curva (2). Hace lo mismo que la anterior, solamente que con una curva más llana.

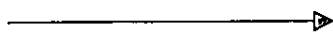
Decurve = Quitar curva. Le devuelve, a una polilínea que ha sido modificada en una curva, su estado original.

Ltype gen = Regenera polilínea. Permite que una polilínea que tenga una línea del tipo raya, punto, espacio (por ejemplo), tome una forma uniforme, a pesar de las curvas o diferentes segmentos.

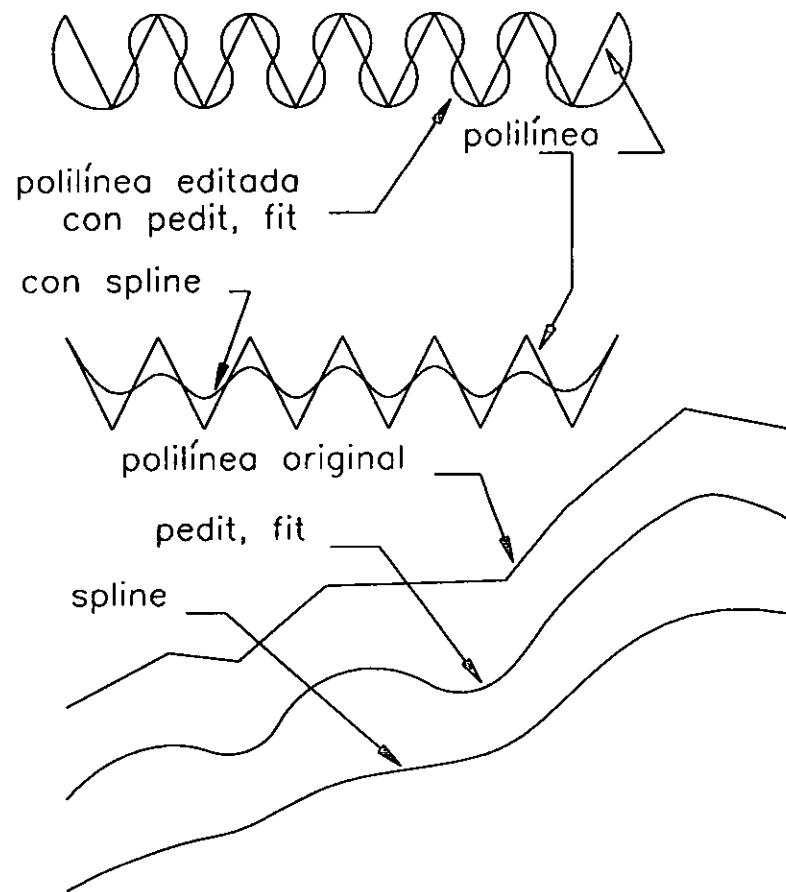
Undo = Revoca. Elimina la última operación realizada dentro de PEDIT.

Vea:

Ilustración S-11: PEDIT



Ilust. S-11



### n) DIM (Acotación)

Inicia el proceso de acotación.

Una acotación está compuesta de 3 partes: líneas de extensión, que se sujetan al objeto; línea de dimensión, que lleva un símbolo de flechas o similar en sus extremos; y el texto de la acotación, que es información acerca de lo que se acota.

Algunos subcomandos de alineación son:<sup>8</sup>

**ALIGNED:** Paralelamente al 1er y 2o punto de inserción.

**ANGULAR:** Un ángulo entre dos rectas.

**BASELINE:** Sigue en línea al final de una acotación.

**CENTER:** El centro de un círculo o arco.

**CONTINUE:** Continua desde el final de una cota.

**DIAMETER:** Diámetro. (**RADIUS:** Radio).

**HORIZONTAL:** Horizontal entre dos puntos.

**LEADER:** Para colocar notas en el dibujo.

**ROTATED:** Fija un ángulo de rotación para una línea de acotación.

**STYLE:** Carga los tipos de texto, de la misma manera que el comando **STYLE** estándar.

**UPDATE:** Actualiza el dibujo según las variables de acotación actuales.

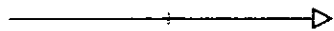
**VERTICAL:** Distancia vertical entre dos puntos.

**EDIT:** Edita texto.

**Vea las Ilustraciones: D-11, y D-12.**

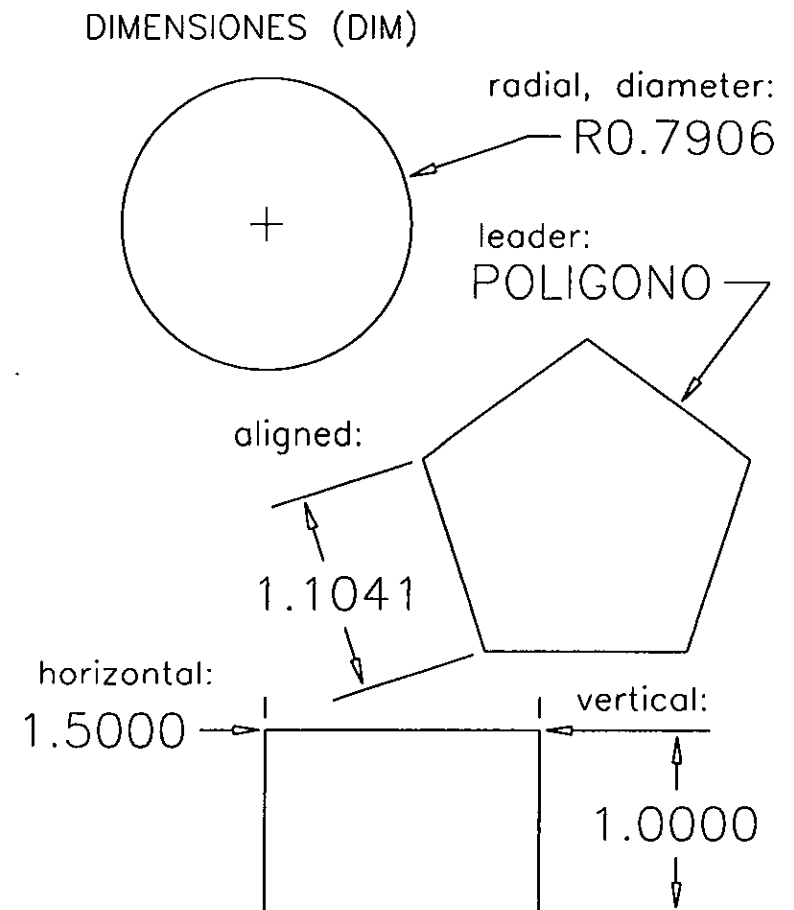
Vea:

Ilustración S-12: DIM

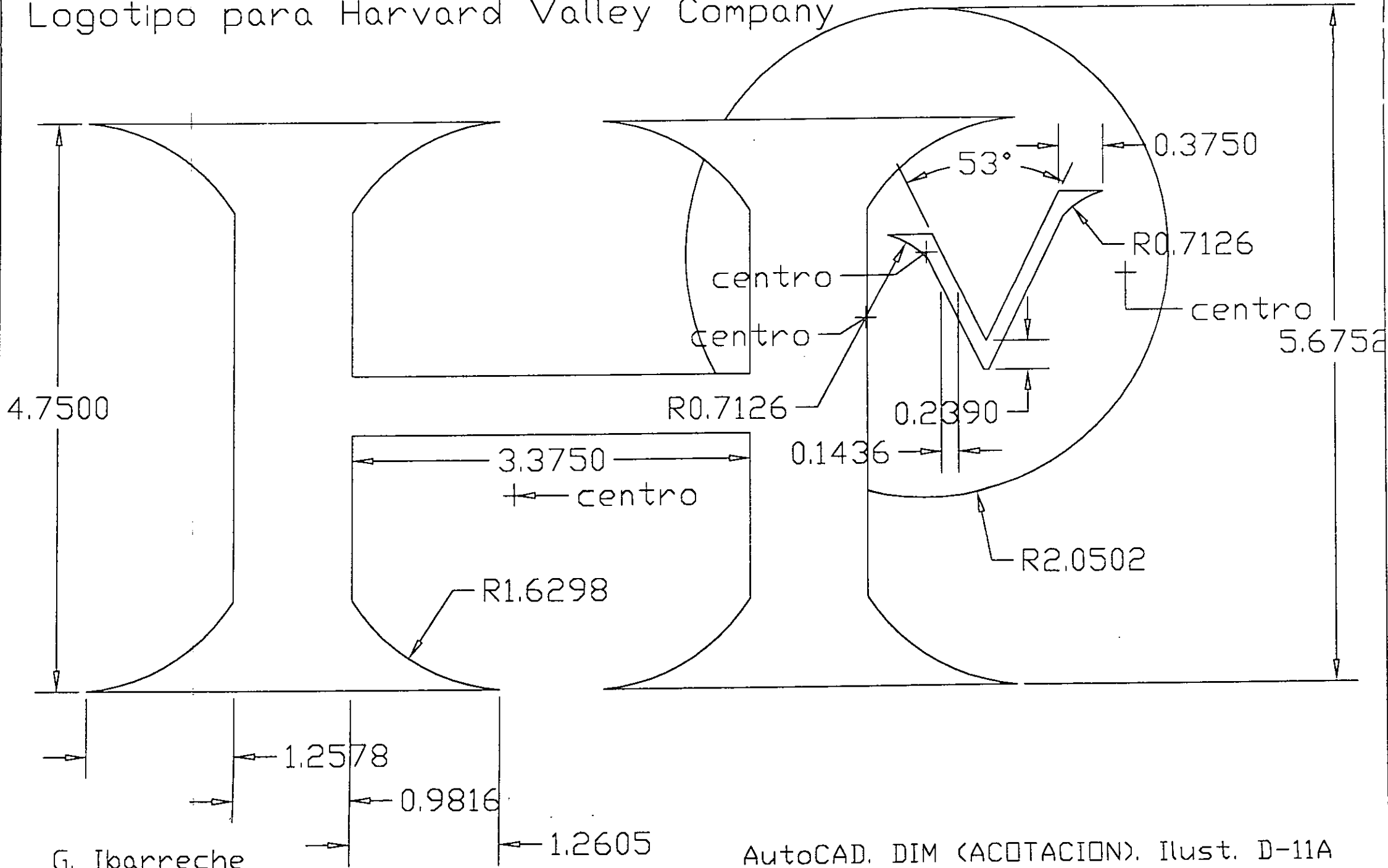


<sup>8</sup> Subcomandos de alineación, es decir, comandos dentro de un comando, en éste caso sirven para definir la alineación de las cotas.

Ilust. S-12

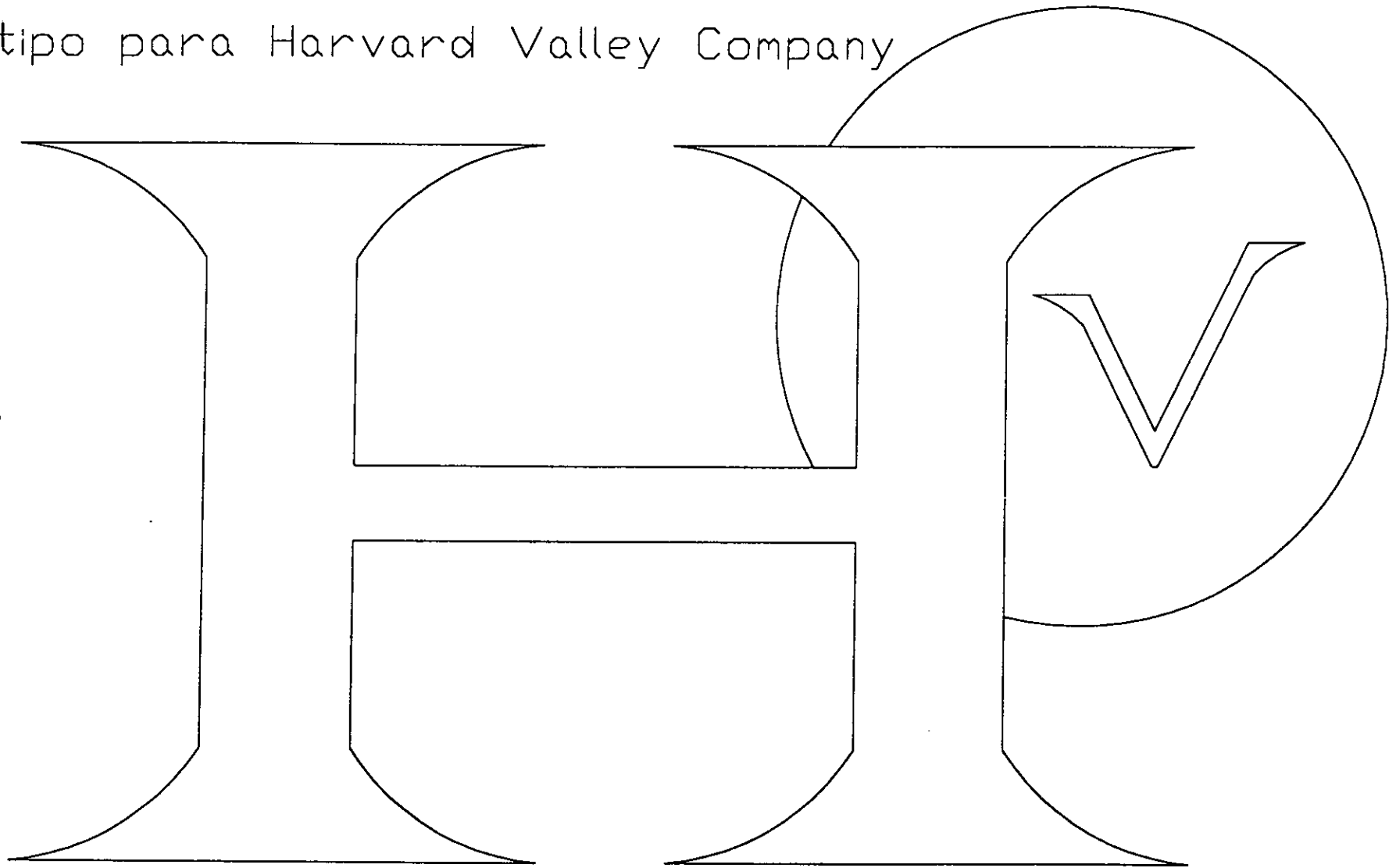


# Logotipo para Harvard Valley Company





Logotipo para Harvard Valley Company



## B. Tres Dimensiones

### 1. Principios Generales<sup>9</sup>

#### a) Coordenadas

Para dibujar en tres dimensiones se necesita una comprensión del entorno tridimensional (coordenadas:  $x, y, z$ ), y de que la tercera dimensión está compuesta por un número infinito de planos bidimensionales (de coordenadas:  $x, y$ ).

Entendiendo esto podemos dibujar en tercera dimensión, o bien con 2 coordenadas ( $x, y$ ), si consideramos un plano; o bien con 3 coordenadas ( $x, y, z$ ).

#### b) UCS Personal Y Mundial

##### (1) UCS Personal

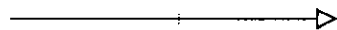
AutoCAD nos permite crear diferentes sistemas de coordenadas para cada plano de la tercera dimensión. A esta función le llama: **UCS**: "Usuary Coordinate System" (Sistema de Coordenadas Personal).

##### (2) UCS Mundial o Universal

AutoCAD inicia, sin embargo, con el sistema de coordenadas universal, o **UCS World** (UCS Mundial), de coordenadas: 0, 0.

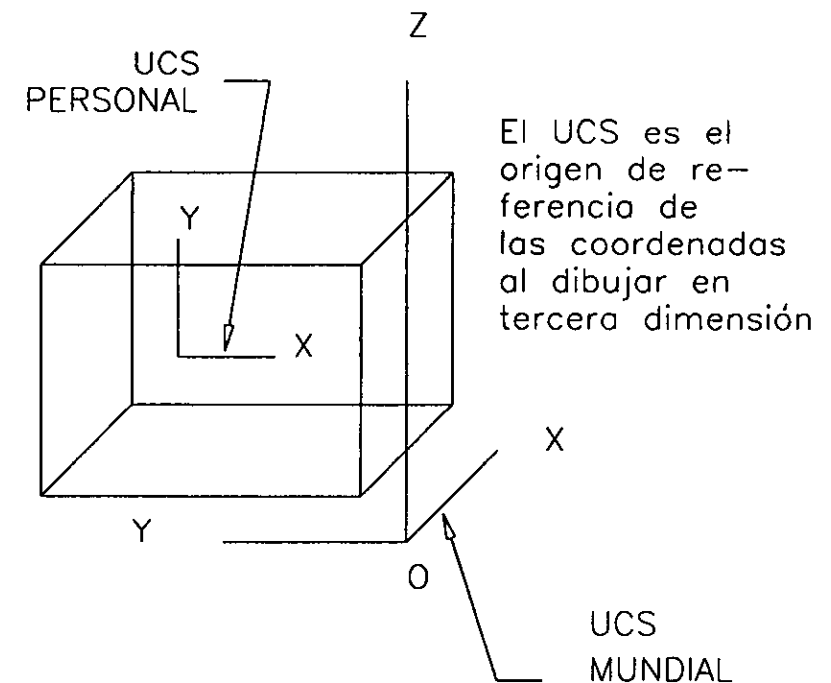
Vea:

Ilustración S-13: UCS



<sup>9</sup> Un libro muy útil acerca de los comandos tridimensionales en AutoCAD es: López; Javier y Tajadura, José Antonio. AutoCAD Avanzado, Versión 12. México: McGraw-Hill, 1995.

Ilust. S-13



En AutoCAD usamos el UCS MUNDIAL o PERSONAL, según más nos convenga.

El PERSONAL es ubicado por nosotros donde creamos más conveniente.

### c) UCSICON (ICONO UCS)

A fin de que el usuario de AutoCAD pueda conocer en que sistema de coordenadas está trabajando en un momento dado. Esto es, si en el universal, o en uno creado por él, que puede tener otro origen, u otra dirección de los ejes de coordenadas, AutoCAD presenta un icono en la pantalla del monitor, en el área de dibujo, que se llama **UCSICON (ICONO UCS)**.

Este Icono UCS está formado por dos flechas gruesas, y puede tener varias formas de presentación:

#### (1) Icono UCS Y La Letra "W"

Al tener la letra "W" cerca del vértice de las flechas, indica que estamos en el sistema de Mundial o Universal: UCS World. Al no tenerla, que no estamos en él.

#### (2) Icono UCS Y El Cuadrado

Al tener un cuadrado en el vértice de las flechas nos indica que el icono está ubicado en el origen. Al no tenerlo, que no está ubicado en él.

#### (3) Icono UCS Y El Signo Más

Al tener un signo de más (+) en el vértice de las flechas nos indica que estamos viendo desde arriba del plano en cuestión. Al no tenerlo, que estamos viendo desde abajo.

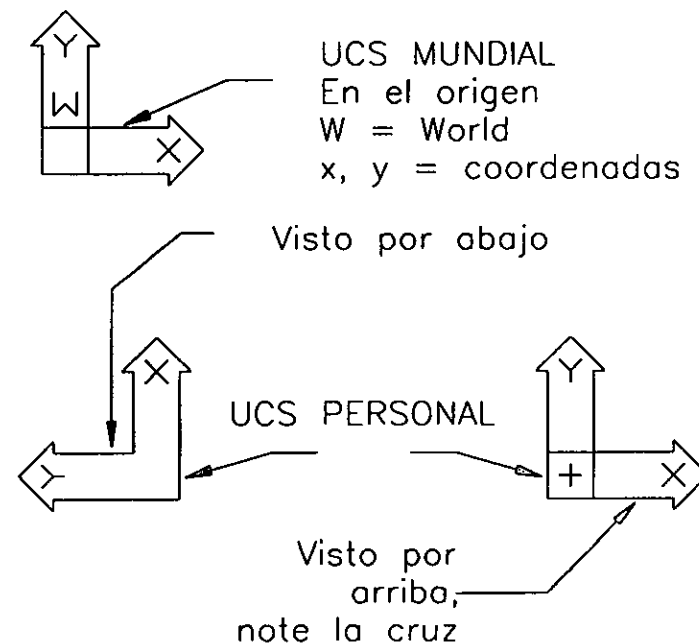
**Vea Ilustración: D-1a.**

Vea:

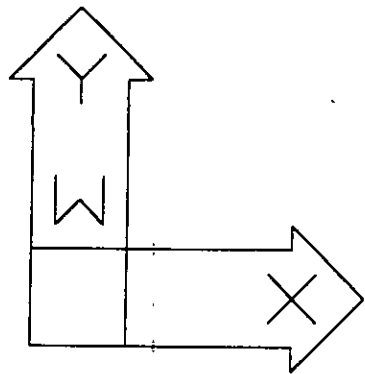
Ilustración S-14: UCSICON



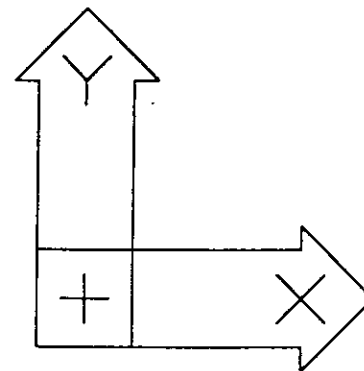
Ilust. S-14



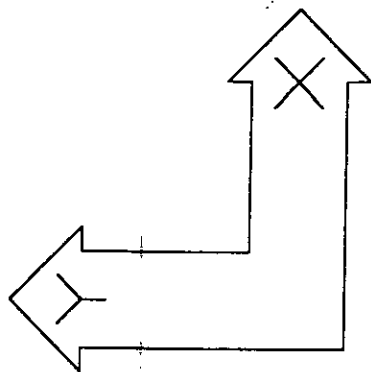
La función del UCS es la de ubicarnos en la posición desde la cual estamos dibujando. Sumamente útil en el dibujo de tercera dimensión.



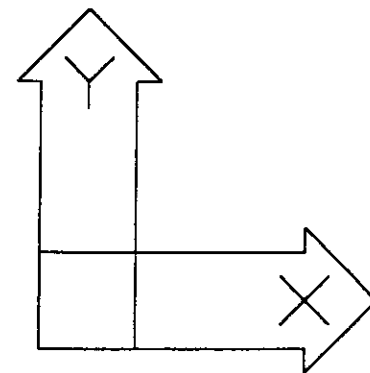
UCS MUNDIAL  
EN EL ORIGEN  
VISTO DE ARRIBA



UCS PERSONAL  
VISTO DE ARRIBA



UCS PERSONAL  
VISTO DE ABAJO



UCS PERSONAL  
NO EN EL ORIGEN

**d) VIEW (VISTA)**

AutoCAD tiene varias opciones de vistas. En la presente introducción, creemos suficiente presentar la opción "ejes" (axes), ya que conociéndola se tiene una base para incursionar las otras. Para entrar en esta opción, desde el Menú Superior: View/Set View/ Viewpoint/Axes.

Esto nos lleva a un icono de ejes, en el que, a través del ratón, "picamos" donde queremos que nuestro objeto se vea.

**e) Ejemplo**

Abramos un nuevo documento en AutoCAD, dibujando allí un cuadrado, de lado 2 pulgadas, tomando como esquina la coordenada 0,0, usando el SNAP y el GRID.

Rotemos luego el eje "x", mediante el comando: UCS/X/90.

De esta forma quedamos en el plano perpendicular y vertical, en relación a nuestro plano original. Dibujemos entonces allí, desde la coordenada 0,0, la otra cara de nuestro cuadrado.

Para ello tecléamos:

Línea

Desde: 0,0. A: 2,0. A: @0,2. A: @-2,0. A: @0,-2. (Ver nota al pie <sup>10</sup>).

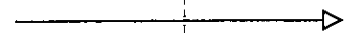
Paso seguido, vamos a la vista tridimensional, por medio de la orden, del Menú Superior: View/Set View/ Viewpoint/Axes.

Una vez allí, copiamos la última cara dibujada sobre el vértice opuesto. Luego trazamos dos líneas que unan las caras por la parte superior, obteniendo un cuadrado tridimensional, no sólido.

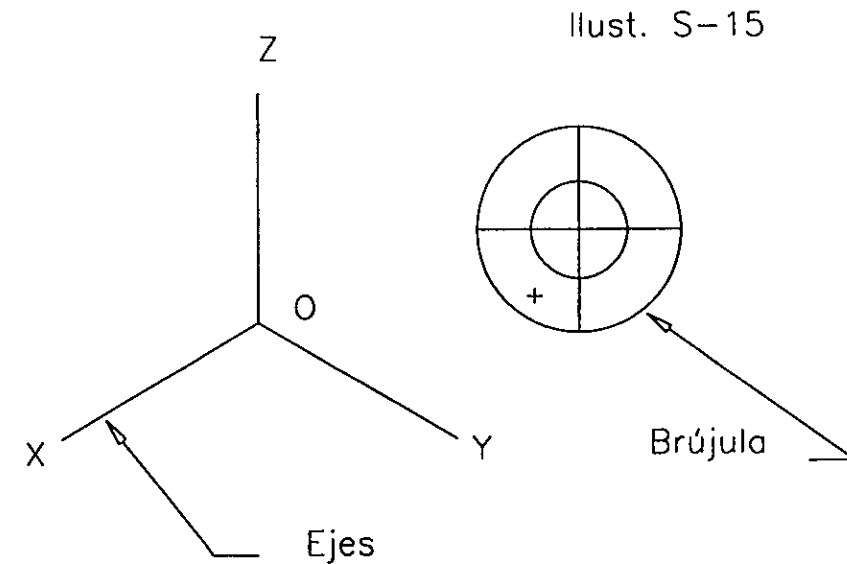
Adelante veremos como crear sólidos. **Vea la Ilustración: D-2a.**

Vea:

Ilustración S-15: VIEW

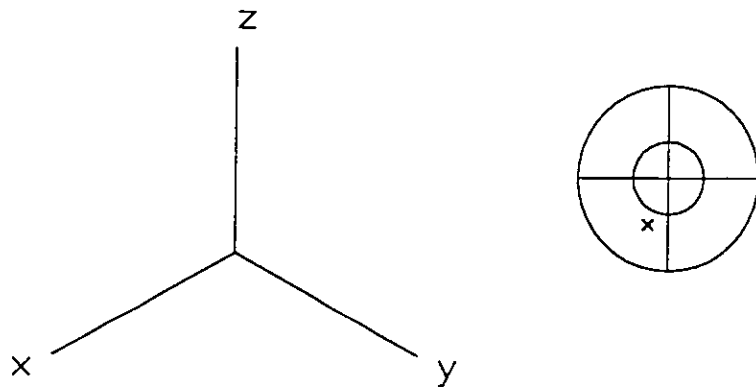


<sup>10</sup> Vea CAD: COORDENADAS, en caso de que no recuerde el uso del caracter: @.

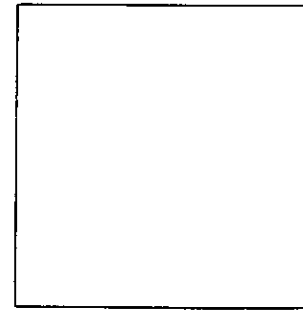
**VIEW, AXES (VISTA, EJES)**

La brújula es una representación simbólica en dos dimensiones de una esfera tridimensional. Si se compara con la tierra, su centro corresponde al polo norte (punto de vista 0,0,1), el círculo interior corresponde al ecuador (punto de vista x,y,0) y el círculo exterior al polo sur (punto de vista 0,0,-1). Para elegir un punto de vista por este método, se marca con el ratón un punto dentro de la brújula.

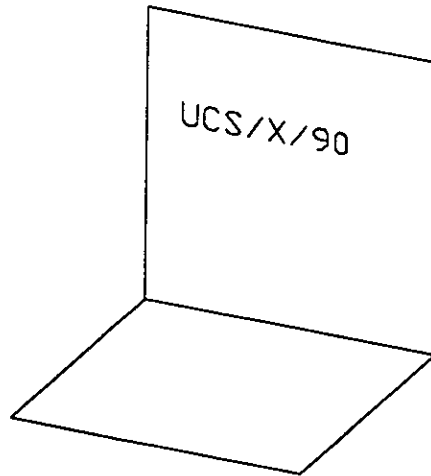
View/Setview/Viewpoint/Axes



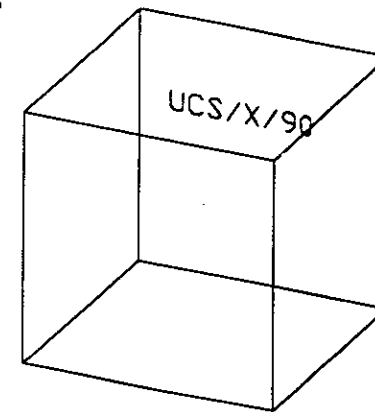
UCS World (Mundial)



UCS/X/90



Al copiar la cara en el arista opuesto, y unir los vértices superiores con 2 líneas, se forma el cubo.



**f) VPORTS (VENTANAS)**

La orden VPORTS (VENTANAS) nos permite crear de 2 a 4 ventanas de un mismo dibujo en una hoja de presentación, cada una de las cuales puede tener una vista diferente. Por ejemplo, una puede tener el plano vertical, otra el horizontal, otra la perspectiva, etc.

Sólo tenemos que teclear, desde el Área de Órdenes: VPORTS, y luego escoger, cuantas ventanas queremos y en que posición.

Para trabajar en cada ventana, sólo "picamos" con el ratón la ventana en la que queremos trabajar.

La ilustración anterior (AutoCAD: Vista y Ejemplo en 3ª Dimensión) fue preparada con este comando, y el comando PSPACE ("Paperspace", o espacio papel, que adelante veremos).

**g) 3DFACE (3DCARA)**

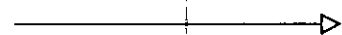
Esta orden sirve para crear una cara tridimensional. Dicha orden nos pide 4 puntos, los que debemos indicar en sentido circular (horario o antihorario), y no cruzado como en la orden SOLIDO, que adelante veremos.

Los 2 últimos puntos introducidos pueden utilizarse como los 2 primeros. Así, bastará con introducir 3 y 4 puntos en el orden correcto para obtener una cara nueva, unida a la anterior por una arista común. Esto se puede hacer sucesivamente, cuantas veces sea necesario, antes de teclear "return".

**Vea la Ilustración: D-3a.**

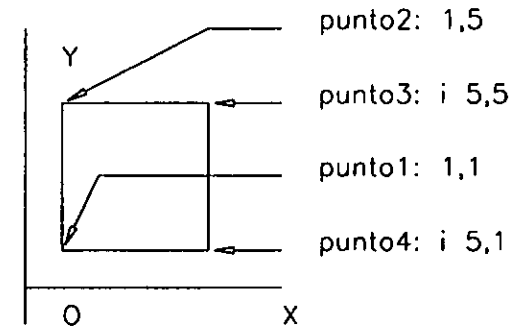
Vea:

Ilustración S-16: VPORTS, 3DFACE

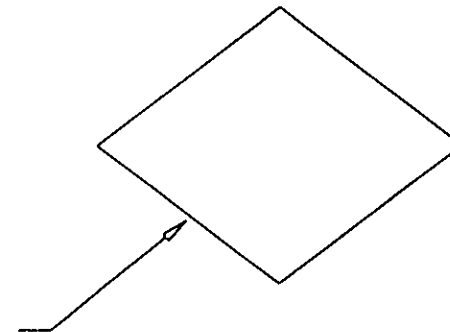


3DFACE

Ilust. S-16



En círculo, después de 2 puntos, se antepone i a los puntos. la letra i indica que se hagan invisibles las aristas de los triángulos que forman la cara tridimensional. Los puntos pueden marcarse por coordenadas o por el ratón.



Objeto sólido visto en perspectiva

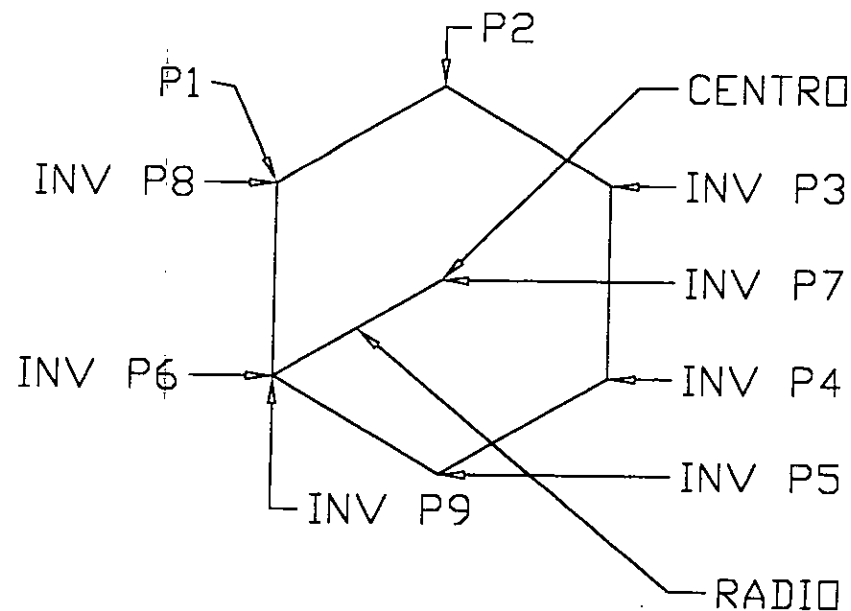
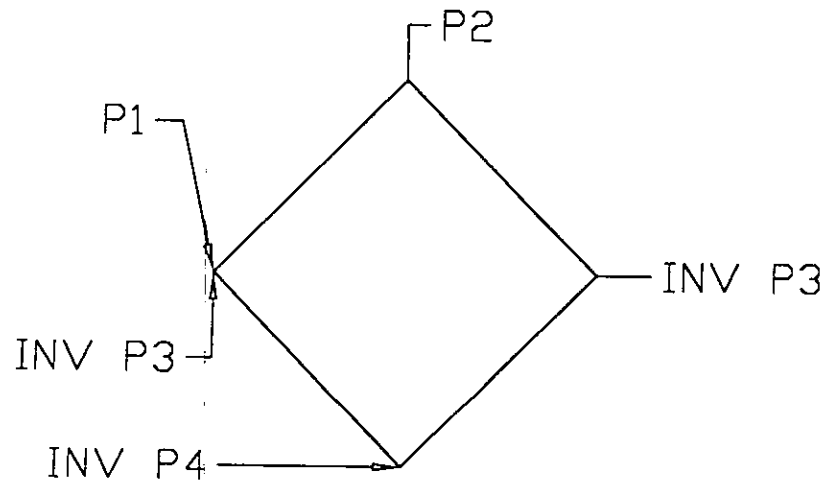
## COMANDO 3DFACE

COMO ESTE COMANDO TRABAJA POR MEDIO DE TRIANGULOS, ES NECESARIO MARCAR COMO INVISIBLES LOS PUNTOS 3 EN ADELANTE. EL ORDEN ESTA DADO CONFORME A LAS MANECILLAS DEL RELOJ, PUEDE SER INVERSO, PERO HAY QUE SEGUIR LA SECUENCIA.

PARA HACER INVISIBLES LOS PUNTOS SE TECLEA LA LETRA I ANTES DEL PUNTO.

PARA UN HEXAGONO HAY QUE DEPENDER DE UN PUNTO EN EL CENTRO Y EL RADIO DE SU CIRCULO CIRCUNSCRITO A FIN DE LOGRAR LA TRIANGULACION

DAMOS LOS PUNTOS EN SECUENCIA, PERO AUTOCAD, DESPUES DEL PUNTO 4, PIDE LOS PUNTOS 3 Y 4 DE NUEVO, SUCESIVAMENTE, POR RAZON DE QUE TRABAJA CON TRIANGULOS.





**h) TRACE (TRAZO)**

Este comando sirve para dar grosor a las líneas.

Orden: TRACE

Formato: Thickness <anterior>: 5

From point: (P1)

To point: (P2)

To point: (P3)

To point: (P4)

To point: (P5)

To point: (RETURN)

(Thickness=grosor)

El aspecto del trazo será relleno si está activada la orden rellena

**i) FILL (RELLENA)**

Esta orden permite controlar la visualización de entidades que contengan áreas o superficies rellenas como son: trazo, polilínea o sólido.

Orden: FILL

Formato: Act / Des <actual>:

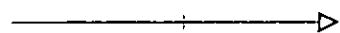
Activada se muestran los sólidos, desactivada no se muestran (tan solo se ven sus líneas exteriores).

Para que se hagan visibles estos cambios en un dibujo ya trazado, hay que teclear: REGEN (REGENERAR).

**Vea la Ilustración: D-4a.**

Vea:

Ilustración S-17: TRACE, FILL

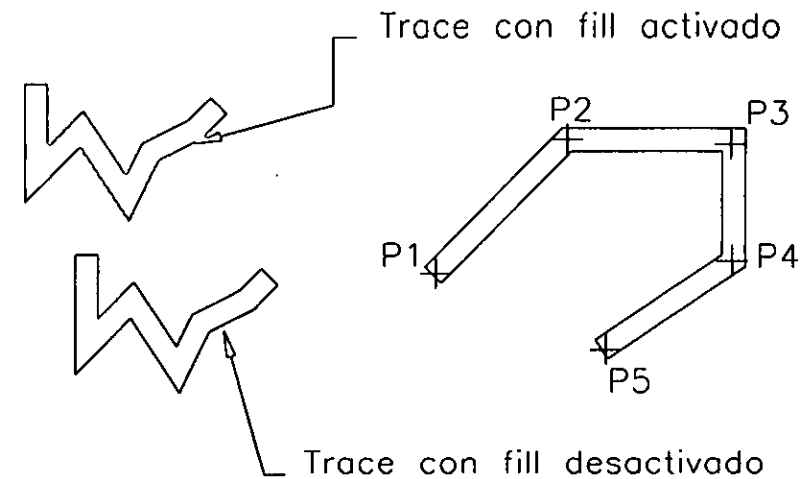


Ilust. S-17

**TRACE**

AutoCAD pensando en la forma tradicional del dibujo en el que se precisan líneas rectas con grosor, crea este comando permitiendo dibujar segmentos con esta característica.

Pregunta primero por el grosor. Este valor puede introducirse por el ratón o números. El dibujo se ve hasta el segundo trazo, pues AutoCAD debe calcular el chaflán en base a él.



**j) SOLID (SOLIDO)**

Rellena áreas poligonales, hay que usarla en forma zigzagueante, es decir, puntos pares aun lado e impares al otro.

Orden: SOLID

Formato: First Point: (P1)

Second point: (p2)

Third point: (P3)

Fourth point: (P4)

Third point: (P5)

Fourth point: (P6)

Third point: (P7)

Fourth point: (RETURN)

Third point: (RETURN)

(First, primero; second, segundo; third, tercero; fourth, cuarto).

**Vea la Ilustración: D-4a.**

Vea:

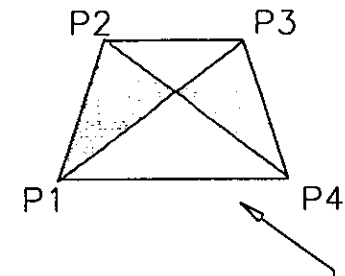
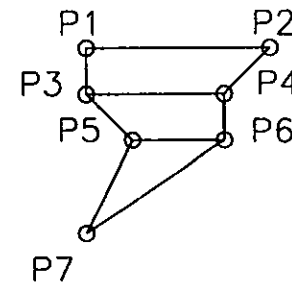
Ilustración S-18: SOLID



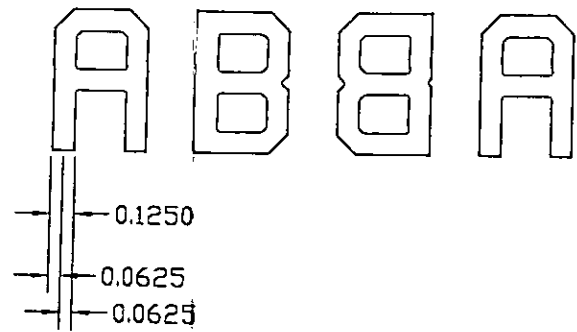
Ilust. S-18

**SOLID**

La orden SOLID es similar a TRACE, permitiendo rellenar áreas poligonales definidas por 4 y 3 puntos. Decimos rellenar, en el sentido de convertir líneas que delimitan en planos tridimensionales. La forma de dibujar un cuadrilátero es señalando sus puntos en sentido zigzageante, es decir, puntos pares a un lado e impares al otro.

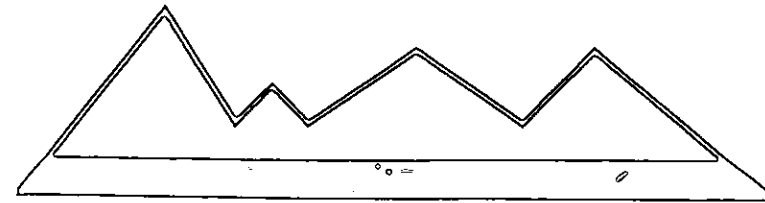


Si no se sigue el sentido anteriormente indicado, AutoCAD producirá un sólido cruzado o modo de lazo



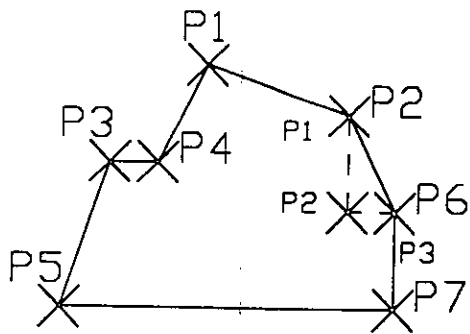
Logotipo dibujado con el comando TRACE. Recuerde, TRACE dibuja un trazo de un grosor dado, ubicándolo a la mitad de la línea entre los puntos escogidos.

TRACE (TRAZAR)



SOLID (SOLIDO)

El dibujo arriba, propuesta para un logotipo, ha sido dibujado con los comandos TRACE y SOLID.



Para rellenar la figura de arriba, se sigue la secuencia de pares a un lado, impares al otro, pero se hace necesario también, debido a su complejidad, seleccionar puntos de un triángulo interno, adicionales a los otros puntos, a fin de poder rellenar bien la figura con el comando SOLID.

**k) MALLAS: En 3ª Dimensión.**

Todas las superficies son en AutoCAD mallas poligonales; es decir, entidades compuestas por 3dcaras. Cada malla se puede considerar como formada por una matriz de M x N vértices. En este caso, M y N serían equivalentes al número de columnas y de filas, respectivamente, de la matriz de vértices.

Todas las mallas son entidades del tipo polilínea, por lo que pueden ser editadas o descompuestas en las 3dcaras que forman.

**(1) 3DMESH (3DMALLA)**

Con esta orden podemos construir mallas tridimensionales, definiendo sus vértices uno por uno.

Orden: 3DMESH

Formato: Tamaño "M" de la malla: 3

Formato: Tamaño "N" de la malla: 4

Vértice (0,0):

Vértice (0,1):

Vértice (0,2):

Vértice (0,3):

Vértice (1,0):

Vértice (1,1):

Vértice (1,2):

Vértice (1,3):

Vértice (2,0):

Vértice (2,1):

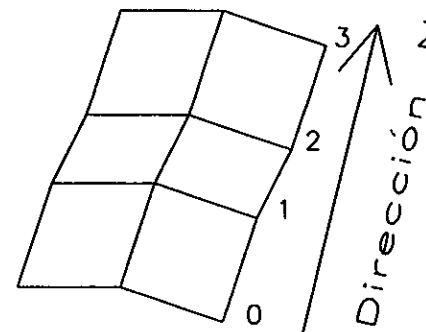
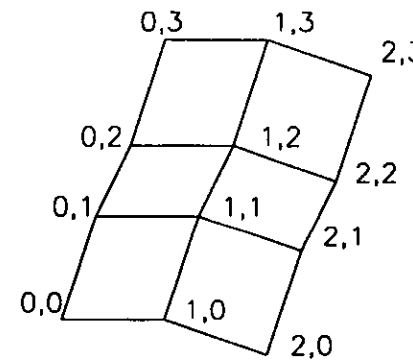
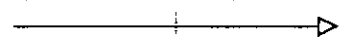
Vértice (2,2):

Vértice (2,3):

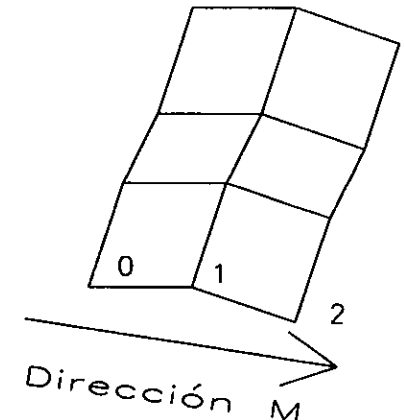
**Vea la Ilustración: D-5a.**

Vea:

Ilustración S-19: 3DMESH



Ilust. S-19



El formato solicita en primer lugar el tamaño M: es decir, el número de vértices que va a tener la malla en la dirección M. Después solicita el tamaño N, que es el número de vértices en la dirección N.

Esta orden permite construir mallas poligonales en el espacio, introduciendo sus vértices uno a uno.

Orden: 3dmalla

Formato: Tamaño M: 3

Tamaño N de la malla: 4

Vértice (0,0):

Vértice (0,1):

Vértice (0,2):

Vértice (0,3):

Vértice (1,0):

Vértice (1,1):

-

-

Vértice (2,2):

Vértice (2,3):

**(2) RULESURF (SUPREGLA)**

RULESURF nos permite crear una superficie reglada entre dos curvas en el espacio.

Orden: RULESURF

Formato: Designar la primera curva:  
Designar la segunda curva:

El comando RULESURF se ajusta, en cuanto a sus caras generadas, con la opción SURFTAB1, como el dibujo adjunto indica. No confunda SURFTAB1 con TABSURF, que se describe abajo.

**(3) TABSURF (SUPTAB)**

Parecida a la anterior. Designada por un camino (línea, arco, o polilínea 2D ó 3D).

Orden: TABSURF

Formato: Designar la curva de camino:  
Designar el vector de dirección:

**Vea la Ilustración: D-5a.**

Vea:

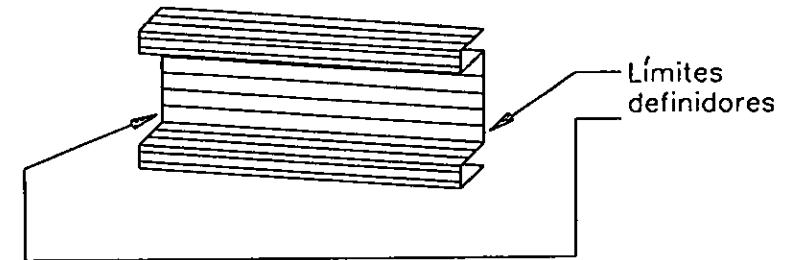
Ilustración S-20: RULESURF, SURFTAB



Ilust. S-20

**RULESURF, SURFTAB**

Esta orden permite generar una superficie reglada entre dos curvas en el espacio. Estas dos curvas o límites definidores de la superficie pueden ser líneas, arcos, círculos, polilíneas en 2D o 3D y también puntos.

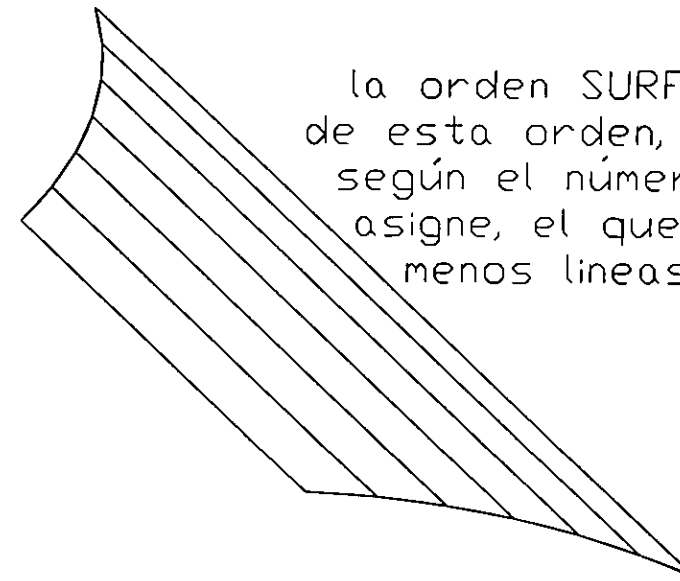
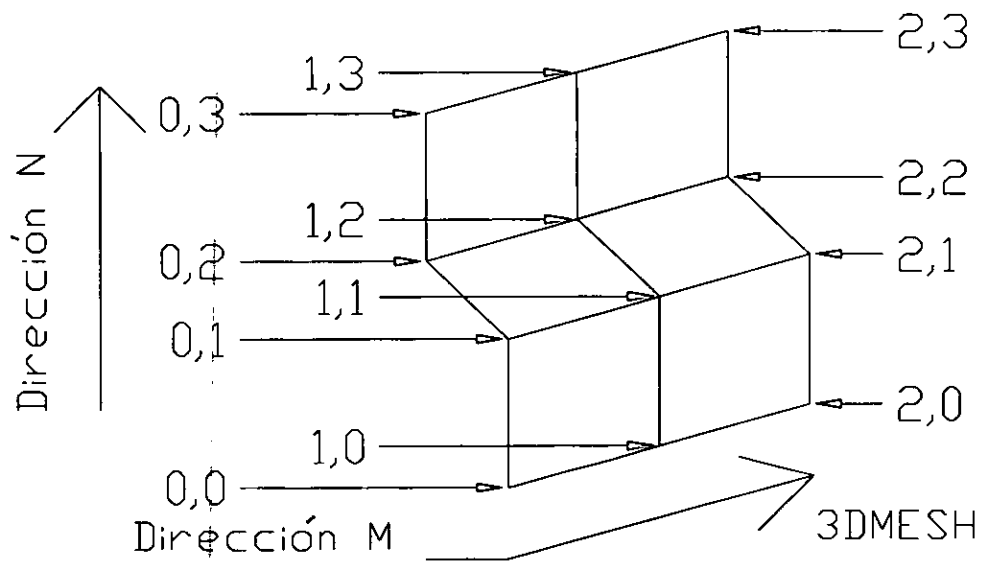


AutoCAD trabaja aquí a través de una malla con direcciones M y N, igual que las explicadas anteriormente en el comando 3DMESH.

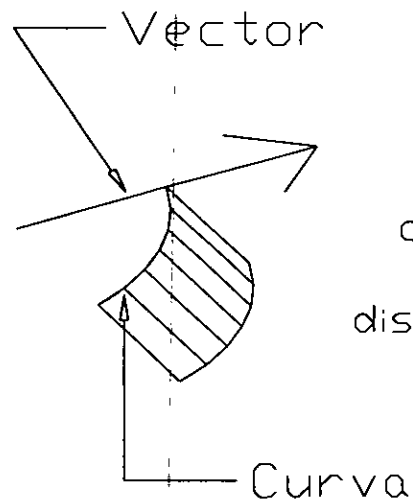
La dirección M de la malla se alinea a lo largo de las curvas de definición.

La dirección N está orientada en el sentido de la línea generatriz.

La dirección N de la superficie generada siempre tiene dos vértices, mientras que el número de vértices de la dirección M está controlado por el valor de la variable de sistema SURFTAB1. Cuando mayor sea este valor, mayor número de caras se generarán y la superficie será más precisa.



RULESURF  
 la orden SURFTAB1, dentro  
 de esta orden, hace variar,  
 según el número que se le  
 asigne, el que haya más o  
 menos líneas en la malla.



TABSURF  
 Sobre una sola curva  
 dibujada, se forma, al  
 usar el comando, otra  
 curva igual. La distancia  
 entre ambas es la  
 distancia del vector dado.

Es importante recordar en todos  
 estos comandos, que al generar  
 mallas, ciertas curvas deben  
 hacerse por porciones para lograr  
 el efecto deseado.  
 Estos comandos son complicados, pero  
 en algunos casos, son la solución  
 única para dibujar determinados  
 dibujos.  
 La práctica hace que se dominen.

**(4) REVSURF (SUPREV)**

Esta orden permite la generación de sólidos por medio de la revolución de un perfil.

Orden: REVSURF

Formato: Designar el perfil:

Designar el eje de rotación:

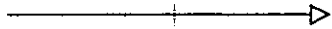
Ángulo inicial <0>:

Ángulo incluido <círculo completo>:

**Vea la Ilustración: D-6a.**

Vea:

Ilustración S-21: REVSURF



Ilust. S-21

**REVSURF**

Esta orden permite construir superficies de revolución generadas a partir del giro de una curva alrededor de un eje.

El formato de la orden es:

Orden: REVSURF

Formato: Designar el perfil:

Designar el eje de rotación

Angulo inicial <0>:

Angulo incluido <círculo completo>:

El camino de la curva (que es la generatriz de la malla) puede ser una línea, arco, círculo o polilínea en 2D o 3D.

El número de caras generadas a lo largo de la curva marca la dirección N de la malla y está controlada por la variable SURFTAB2.

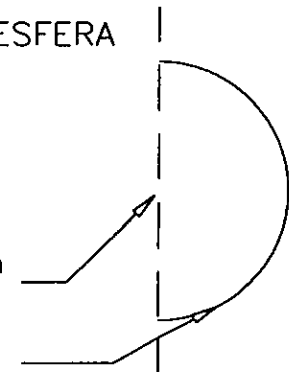
La trayectoria circular de la curva, al girar alrededor del eje marca la dirección M de la malla. La densidad o precisión de la malla está controlada por la variable SURFTAB1.

**GENERACION DE UNA ESFERA**

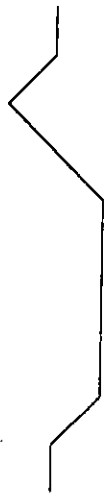
Para generar una esfera, por ejemplo, se dibujaría una línea en forma de semicírculo, y un eje de revolución que sea igual al diámetro.

Eje de revolución

Curva que define la generatriz



polilínea



fit



spline

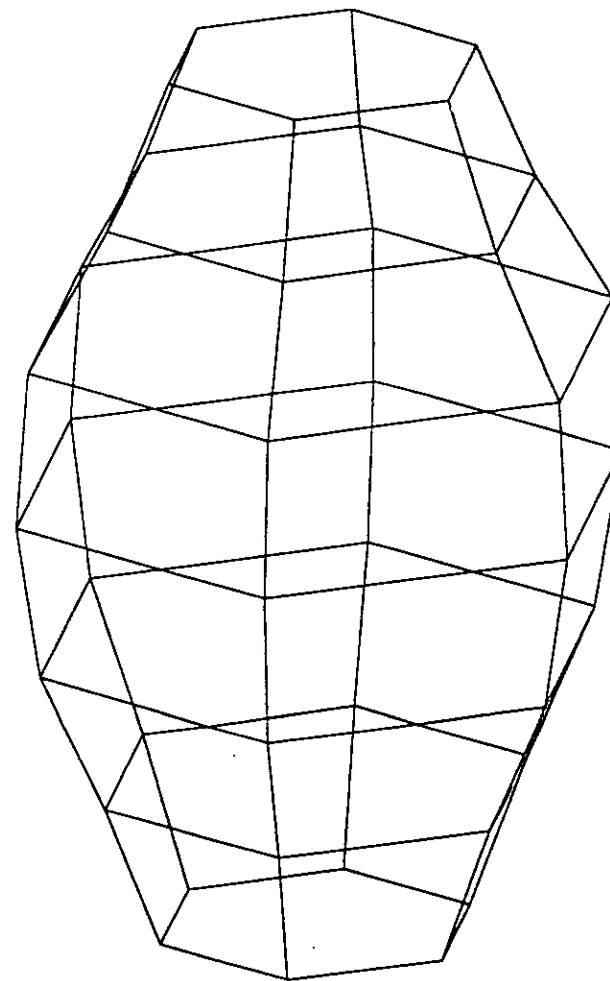


PEDIT, edita una polilínea, dándole curva.

Eje de  
revolución



Perfil



En este caso, la  
malla es hexagonal,  
pero puede tener  
más lados.

Objeto en 3 dimensiones  
con el comando REVSURF.



## 1) Presentación Con Varias Vistas

### PSPACE (Espacio Papel)

PSPACE nos permite crear una hoja de presentación (en cualquier clase de papel), de allí su nombre, en la que podamos incluir varias vistas de el (los) objeto (s) dibujado (s).

Primeramente, desde el Área de Órdenes, tenemos que recurrir a la orden VPORTS (ver arriba), para crear varias ventanas de vista del objeto.

Luego, la orden TILEMODE (Modo de trabajo de mosaico), dándole el valor "0" (cero). Esto nos lleva automáticamente al "espacio papel" (PSPACE).

En seguida, MVIEW, con la opción ACTIVE (activa).

De allí, y con la ayuda del ratón, marcamos las dos esquinas que queremos que sean el borde de la presentación. (Si queremos darle un margen a la presentación, dentro del papel, tenemos que hacerlo antes en PSPACE, aunque podemos volver a PSPACE, siempre que deseemos, dándole dicha orden).

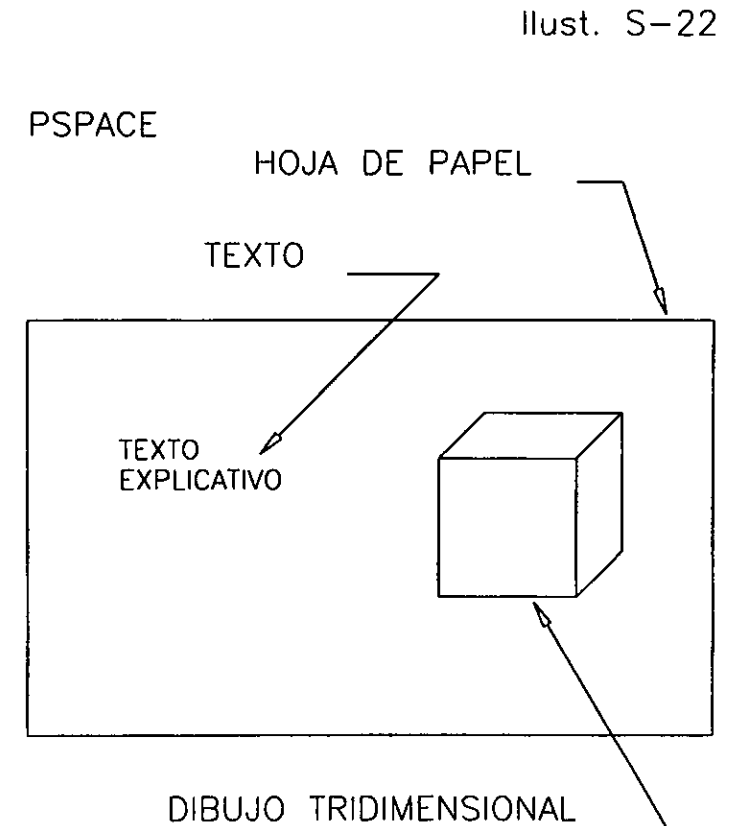
Una vez, pues, marcadas las esquinas, aparecerán las ventanas que hallamos seleccionado en VPORTS, en nuestro espacio papel, para trabajar en ellas, usamos el modo llamado MSPACE (que nos permite trabajar en tercera dimensión en cada una).

Podemos, siempre que deseemos, pasar de este espacio al espacio papel (PSPACE), que nos permitirá dibujar, o poner texto en la presentación de nuestro trabajo, y podemos alternar entre PSPACE y MSPACE, según necesitemos.

Los otros comandos disponibles en MVIEW, pueden experimentarse sobre la marcha, parten de esta misma base.

Vea:

Ilustración S-22: PSPACE



El comando PSPACE (Espacio papel) permite imprimir dibujos de 3a dimensión con textos en el plano de enfrente, o cara del papel.

### m) Objetos en 3ª Dimensión

Pueden dibujarse objetos en 3ª dimensión, ya creados, desde el Menú Superior:

Draw/3DSurfaces/3DObjects

### n) Aplicación AME

#### (1) SOLBOX (SOLRECT)

Orden: SOLBOX

Formato: Plane/Center/<Rect. Corner>

La opción por defecto<sup>11</sup> nos permite indicar la base del prisma señalando primero una de sus esquinas. Luego aparece el mensaje:

Cube/Longitude/<Another corner>

(Plane = Plano; Corner = Esquina; Cube = Cubo; Longitude = Longitud)

#### (2) SOLCONE (SOLCONO)

Forma un cono. Funciona igual que la anterior, usando los elementos del cono.

#### (3) SOLCYL (SOLCIL)

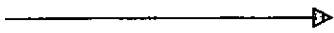
Forma un cilindro. Funciona igual que la anterior, usando los elementos del cilindro.

#### (4) SOLTORUS (SOLTOROIDE)

Forma un toroide. Funciona igual que la anterior

Vea:

Ilustración S-23: SOLRECT, SOLCONE, ETC.

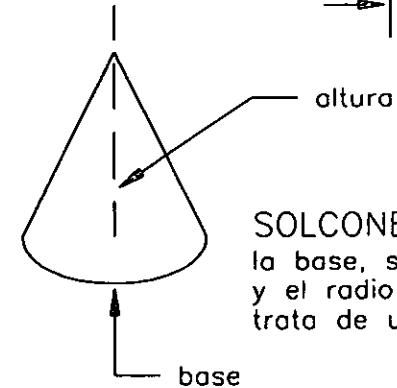
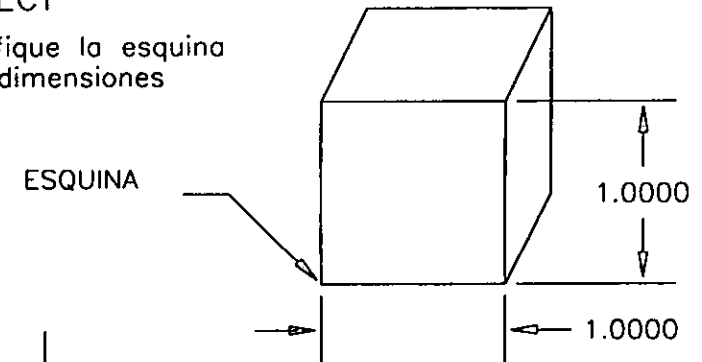


<sup>11</sup> Vea "opción por defecto" si es necesario.

Ilust. S-23

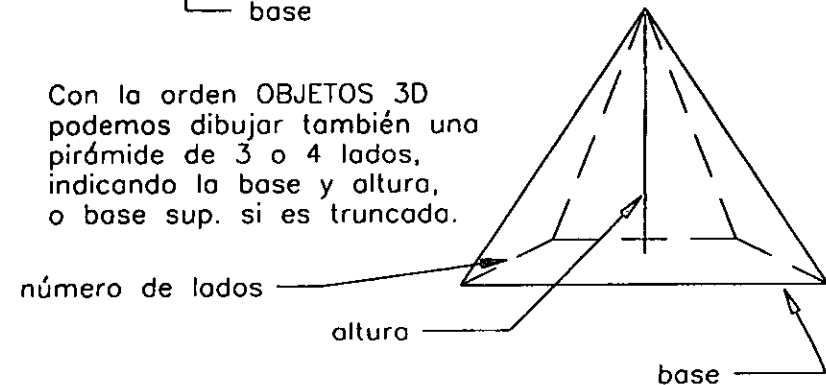
#### SOLRECT

Especifique la esquina y las dimensiones



SOLCONE: Especifique el centro de la base, su radio o diámetro, la altura y el radio diámetro de arriba si se trata de un cono truncado.

Con la orden OBJETOS 3D podemos dibujar también una pirámide de 3 o 4 lados, indicando la base y altura, o base sup. si es truncada.



**(5) SOLEXT (SOLEXTR)**

La extrusión consiste en proyectar la entidad en una dirección perpendicular al plano que la contiene.

AutoCAD nos pide en este comando que definamos la altura y el ángulo de extrusión.

**(6) SOLREV (SOLREV)**

Permite la generación de primitivas por medio de la revolución de un perfil, de la misma manera que REVSURF, solamente que bajo AME.<sup>12</sup>

**(7) SOLIDIFY (SOLIDIF)**

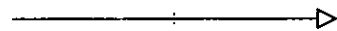
Esta orden convierte entidades de AutoCAD en sólidos y regiones.

**(8) Operaciones Booleanas Con Sólidos Y Regiones.**

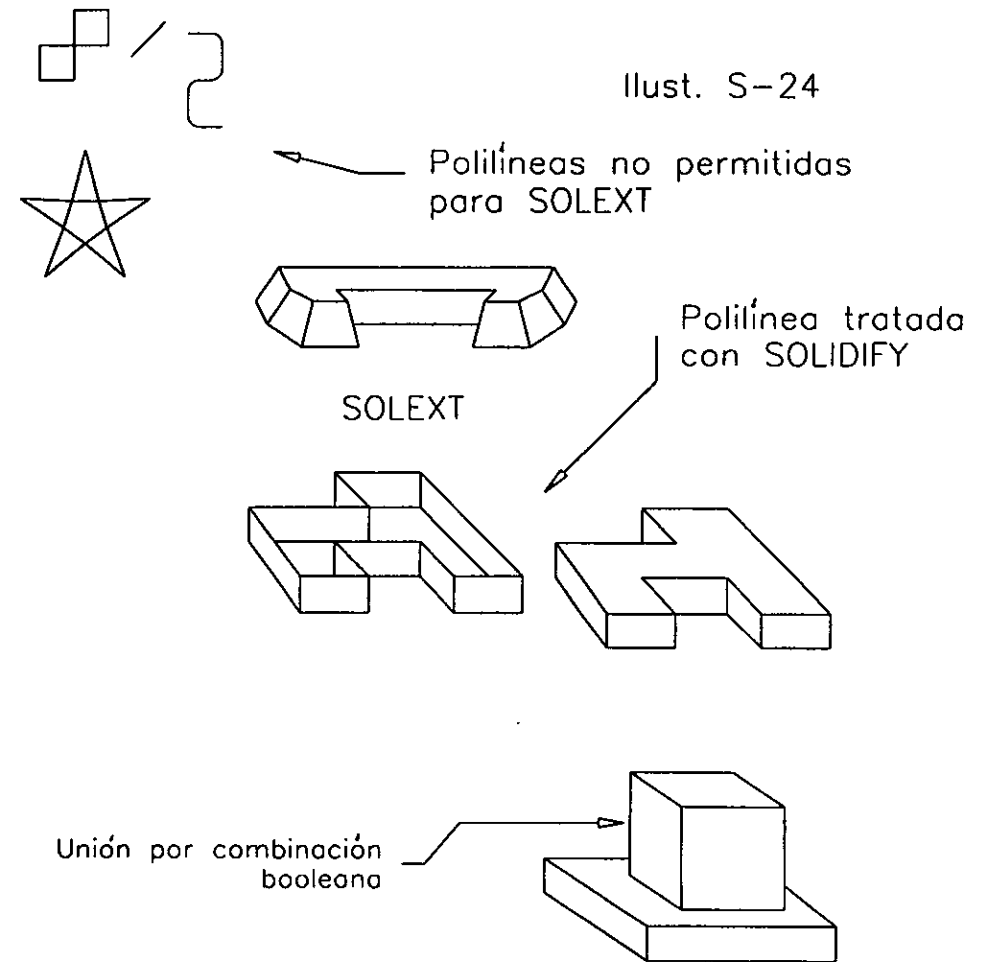
Como Anteriormente anotamos, AME puede utilizar las combinaciones booleanas: unión, diferencia e intersección. Para ello AME se basa en el denominado árbol GCS (Geometría Constructiva de Sólidos).

Vea la Ilustración: D-7a.

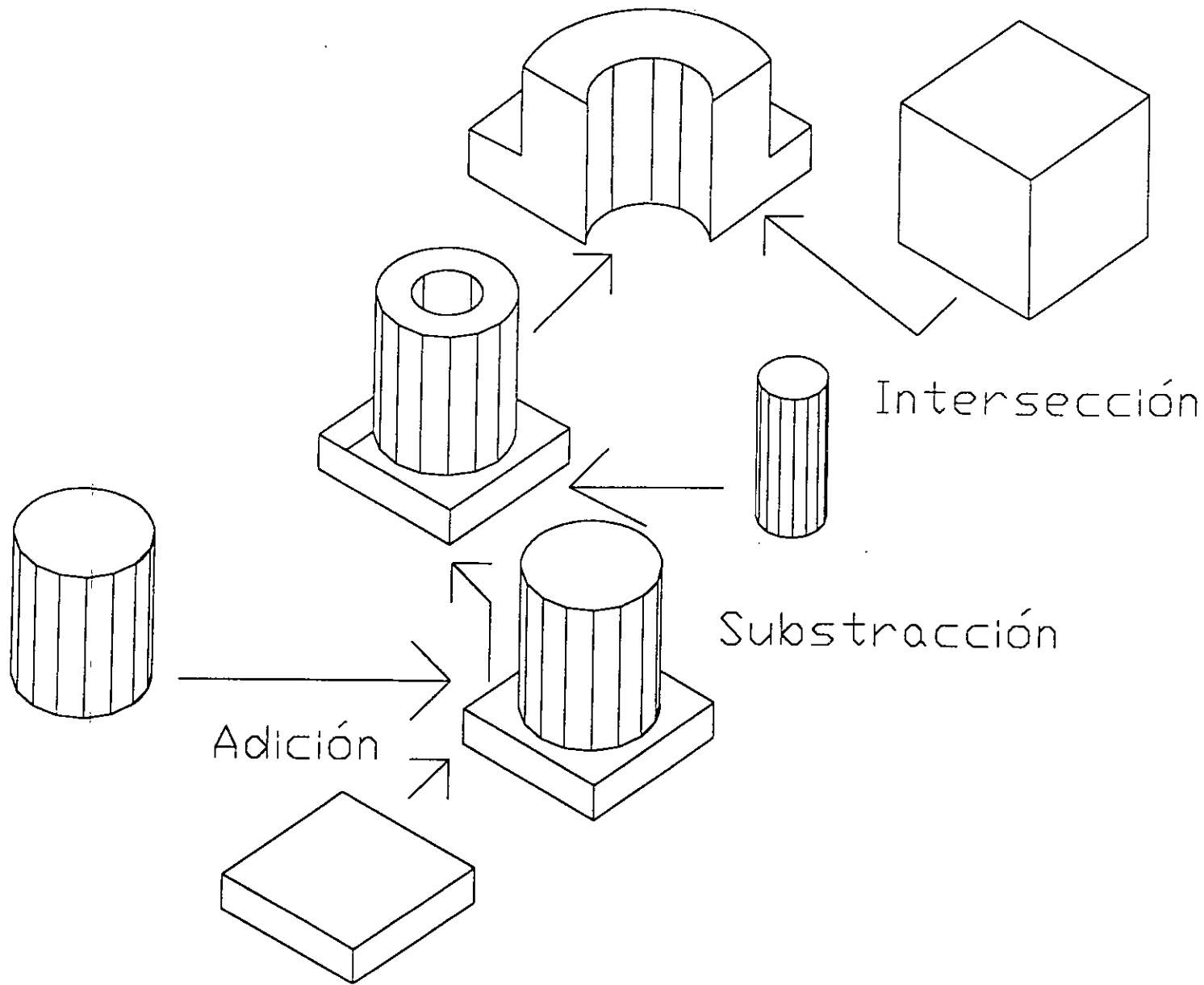
Vea:  
Ilustración S-24: SOLREV, SOLIDIFY



<sup>12</sup> Ver REVSURF.



Las combinaciones booleanas deben su nombre a Boole, y son combinaciones del tipo "a y b", "a y b y no c", etc.



**o) ARRAY 3D (MATRIZ 3D)**

Con AutoCAD es posible también producir una repetición de elementos en tercera dimensión con el comando ARRAY 3D, de la misma forma que el comando ARRAY de dos dimensiones (ver ARRAY).

La ilustración siguiente indica como.

Este comando se llama desde el Menú Superior: Draw / Array 3D.

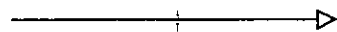
Vea la Ilustración: D-8a.

**p) MIRROR 3D (ESPEJO 3D)**

Como en el ejemplo anterior, puede usarse MIRROR 3D, de la misma forma que el comando MIRROR en dos dimensiones (Vea MIRROR). Los lineamientos son los mismos que en el ejemplo anterior (ARRAY 3D).

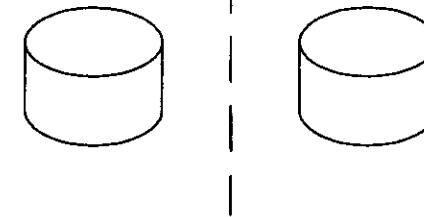
Vea:

Ilustración S-25: ARRAY 3D, MIRROR 3D



**MIRROR 3D**

Duplica los objetos señalados con referencia a una línea.

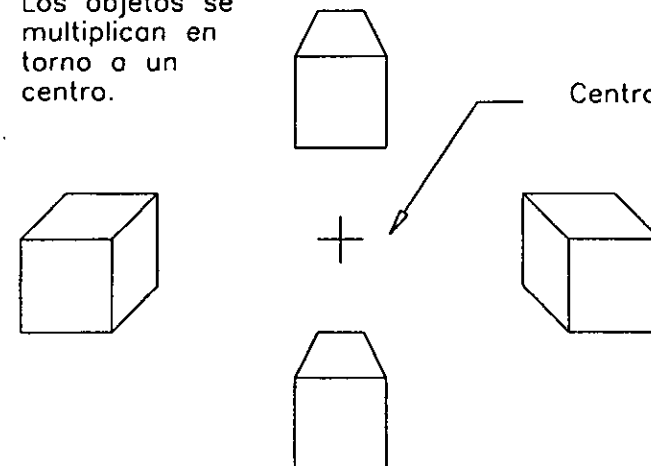


Ilust. S-25

Línea de espejo (MIRROR), definida por 2 puntos

**ARRAY 3D**

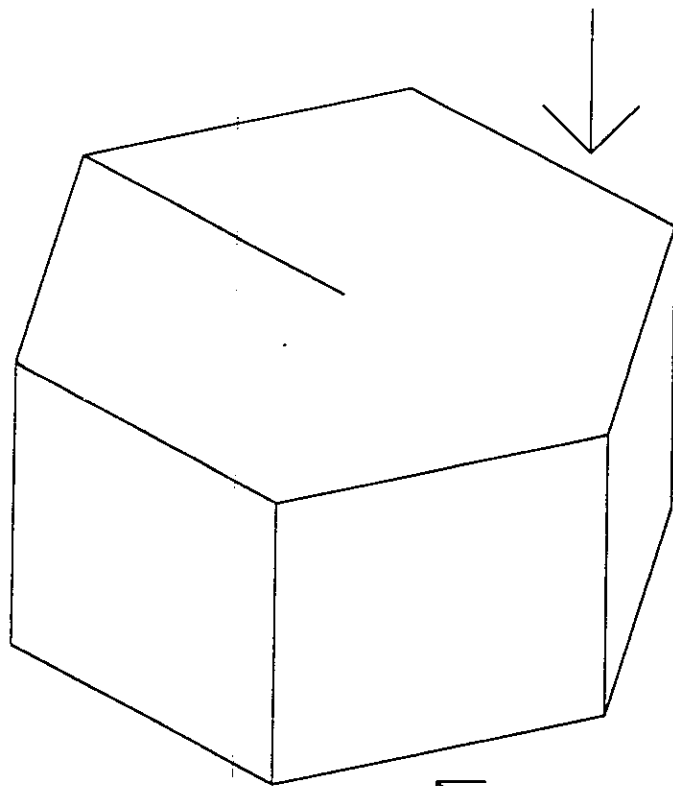
Los objetos se multiplican en torno a un centro.



Centro

Hexágono superior con  
COPY. Coordenadas relativas 0,0,1

A partir del centro.



3DFACE (HEXAGONO)

3DFACE (RECTANGULO)

ARRAY 3D

Polar

Objeto seleccionado = Rectangulo

Punto base de rotación es el  
centro inferior

Punto del eje z es el centro  
superior

Al aplicar el RENDER  
el objeto se ve  
en su realidad  
tridimensional.

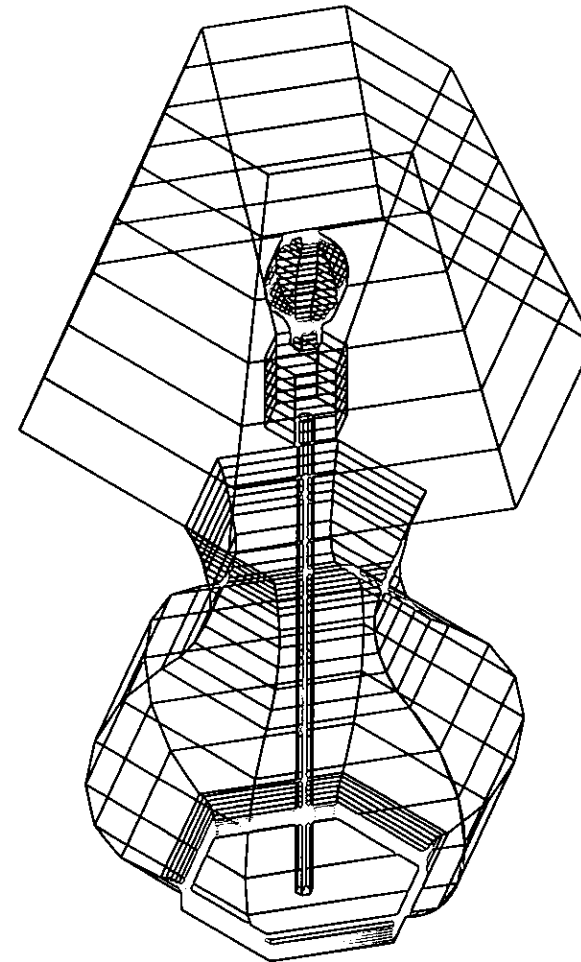
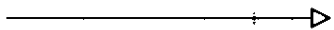
**APLICACIONES A DIBUJOS TRIDIMENSIONALES:**

**1. LAMPARA, FASE 1**

El dibujo adjunto, hecho con todos los comandos antes mencionados, es presentado aquí sin opacidad, y sin esconder las líneas que normalmente no se verían.

Vea:

Ilustración P-1: LAMPARA SIN OPACIDAD, LINEAS NO OCULTAS



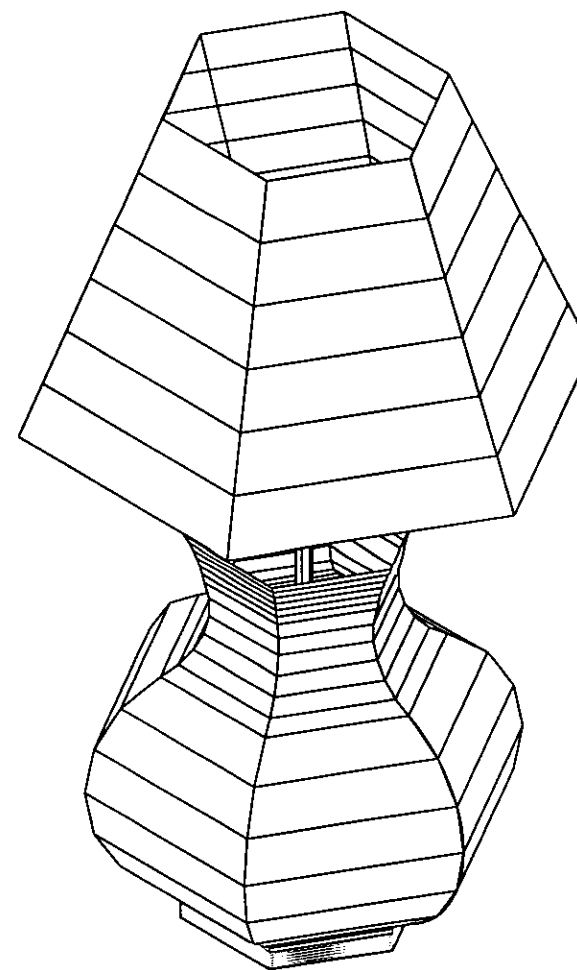
**APLICACIONES A DIBUJOS TRIDIMENSIONALES:**

**2. LAMPARA, FASE 2**

El dibujo es presentado aquí sin opacidad, pero escondiendo las líneas que normalmente no se verían.

Vea:

**Ilustración P-2: LAMPARA SIN OPACIDAD, CON LINEAS OCULTAS**





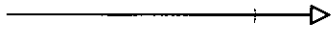
**APLICACIONES A DIBUJOS TRIDIMENSIONALES:**

**3. LAMPARA, FASE 3**

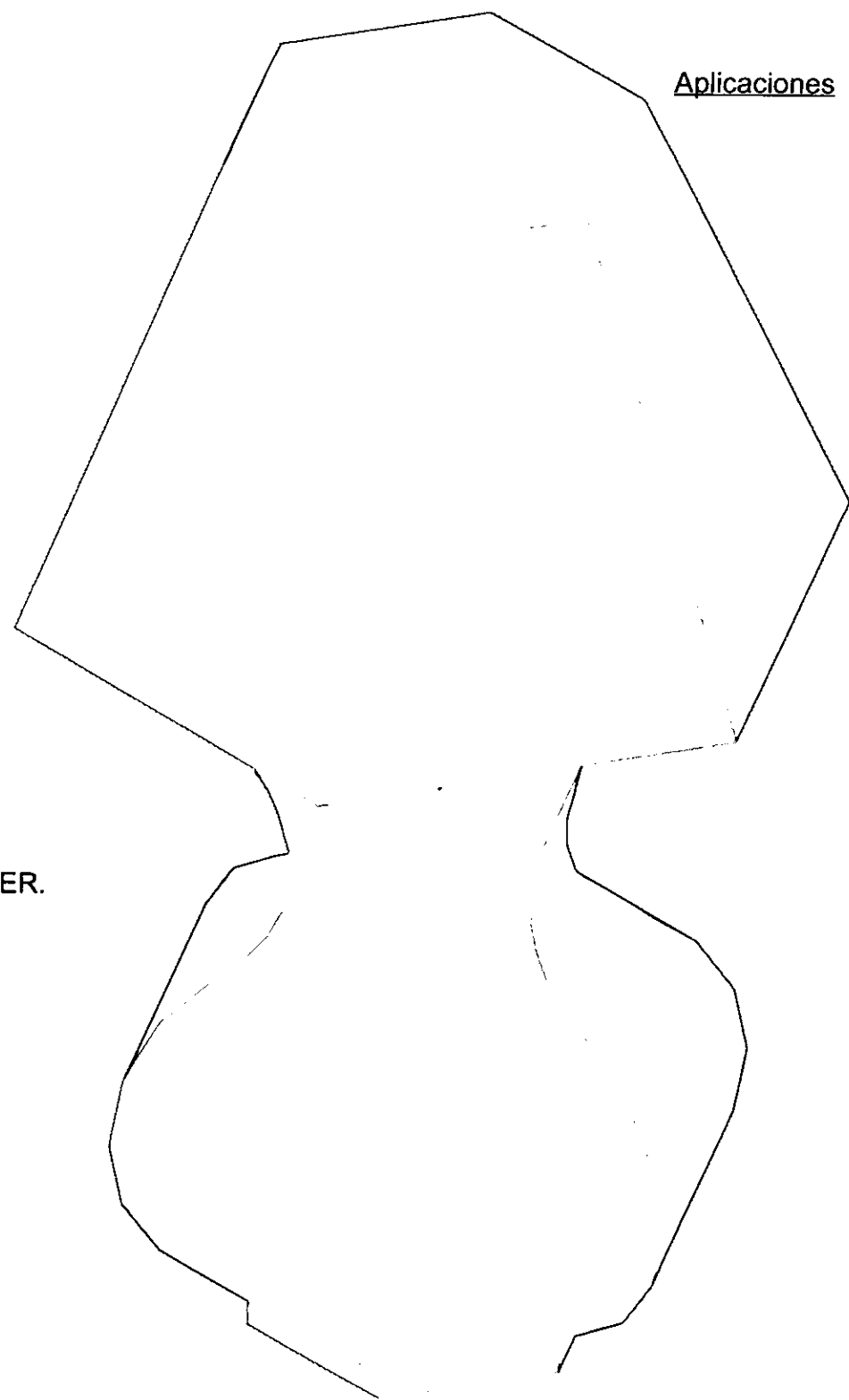
El dibujo es presentado aquí con opacidad, a través del comando RENDER.

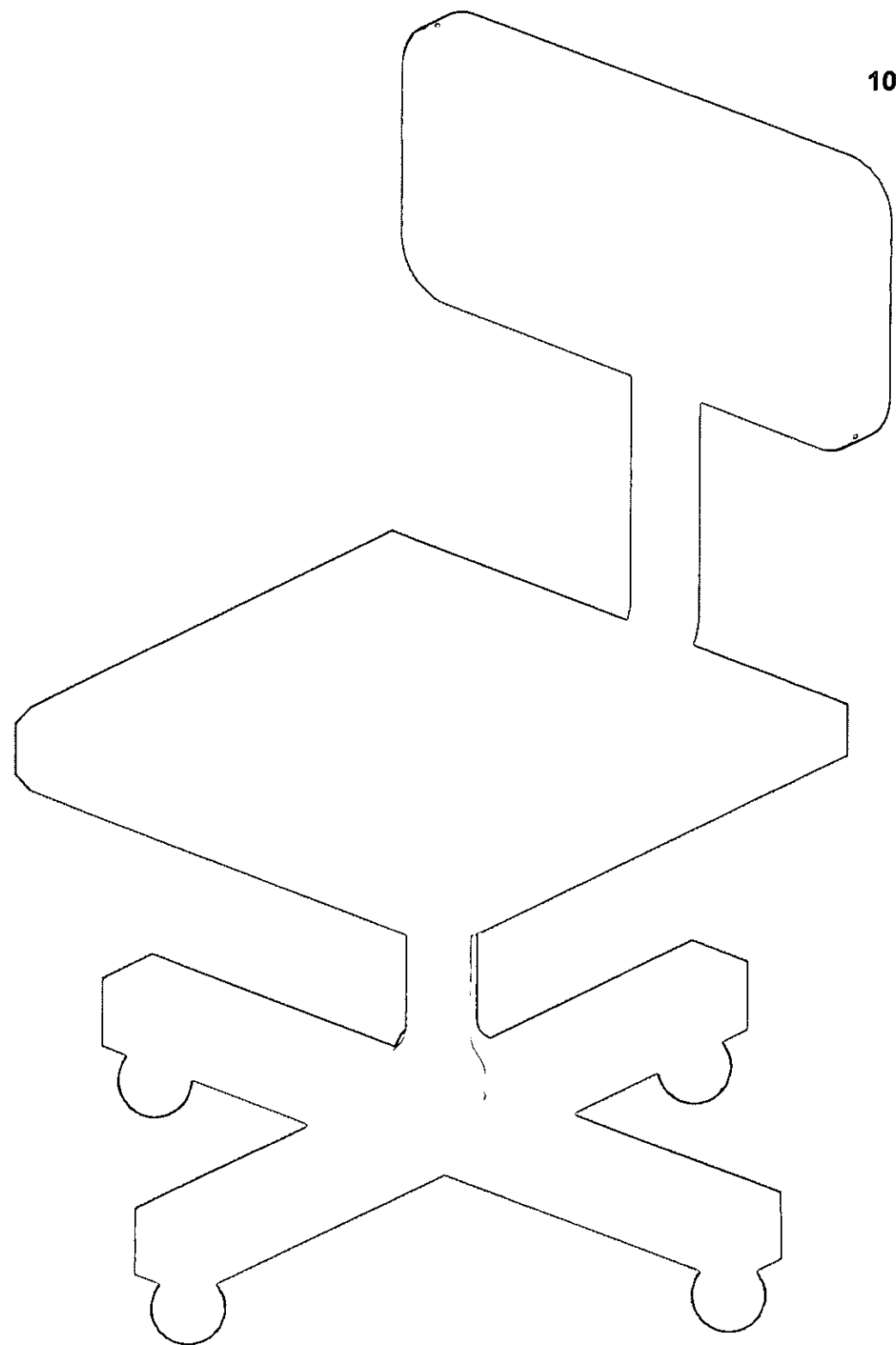
Vea:

Ilustración P-3: LAMPARA CON OPACIDAD



Al aplicar el comando RENDER, AutoCAD realiza una serie de calculos, a fin de darle opacidad a los cuerpos tridimensionales, Los cálculos hechos aquí incluyen 862 triángulos.



**APLICACIONES A DIBUJOS TRIDIMENSIONALES:****4. SILLA, FASE 3**

El dibujo es presentado aquí con opacidad,  
a través del comando RENDER

Vea:

Ilustración P-4: SILLA CON OPACIDAD

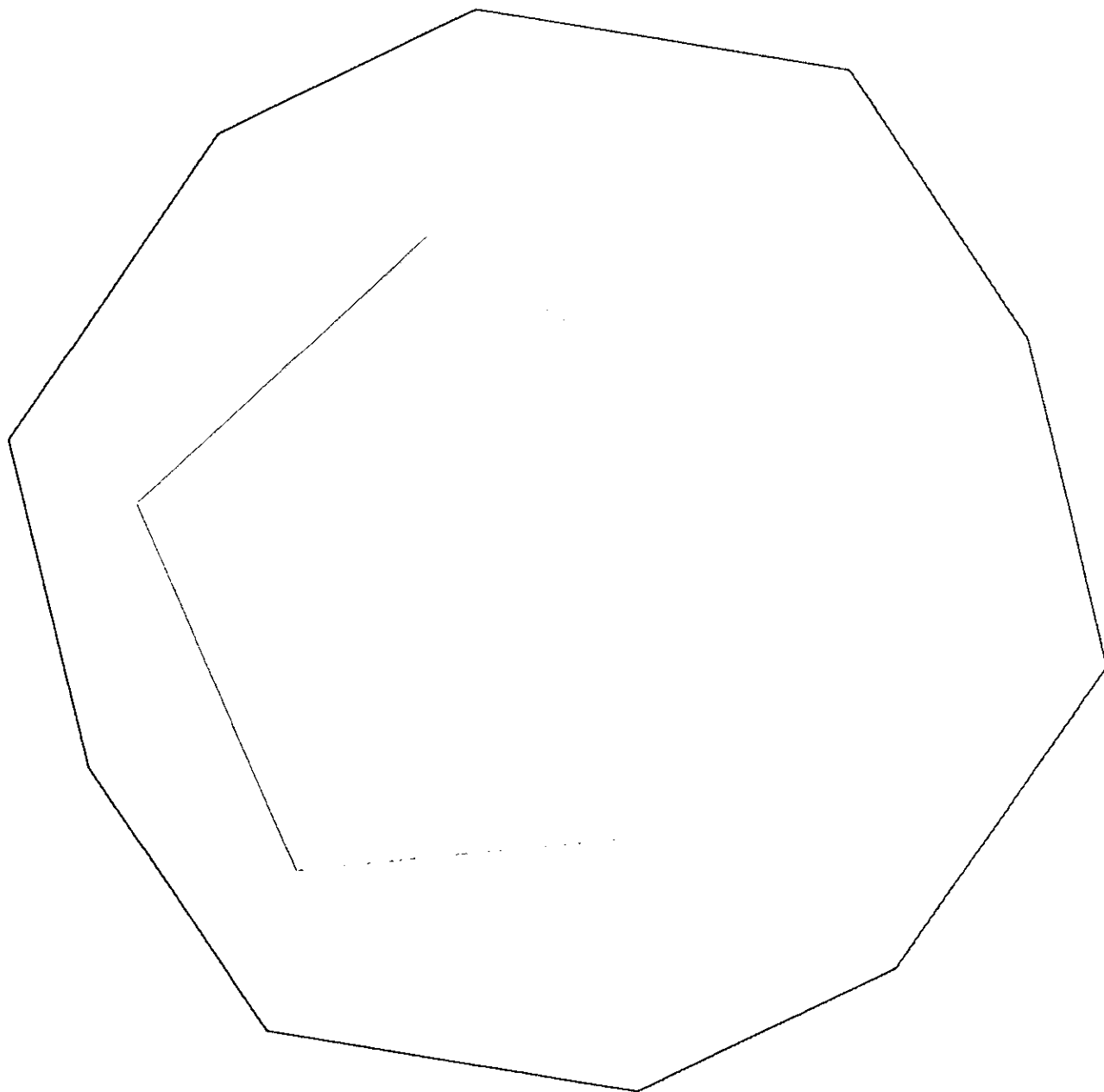
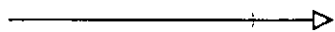


**APLICACIONES A DIBUJOS TRIDIMENSIONALES:****5. DODECAEDRO, FASE 3**

El dibujo es presentado aquí con opacidad,  
a través del comando RENDER.

Vea:

Ilustración P-5: DODECAEDRO CON OPACIDAD



# VIII composición

## VII. Fundamentos De La Composición

### A. Presentación

#### 1. Didáctica

La didáctica de la composición no es fácil, en especial si se considera que los adolescentes están, de acuerdo a Piaget,<sup>51</sup> iniciando la etapa de comprensión de los principios abstractos.

Se deduce que los niños menores difícilmente podrán tener un entendimiento técnico de la composición. Ellos poseen, sin embargo, una gran intuición.

Se dice de Picasso, que siendo ya mayor, visitó una exhibición de dibujos hechos por niños, y dijo, "cuando yo tenía su edad, podía dibujar como Rafael, pero me tomo todo una vida aprender a dibujar como ellos".<sup>52</sup>

Al momento del presente trabajo, una niña de 11 años en los Estados Unidos, tiene ya una cuenta millonaria por la venta de sus cuadros.

Teniendo en cuenta esto, un profesor de educación elemental y media, debe indagar acerca de los métodos más útiles para guiar a

<sup>51</sup> Si no está familiarizado con las etapas del desarrollo del aprendizaje de Jean Piaget, puede consultar el índice temático de esta tesis.

<sup>52</sup> Wiersbe, Warren. Preaching and Teaching with Imagination. Wheaton, Ill.: Victor Books, p.71.

los niños y jóvenes, tanto a desarrollar su intuición como a adquirir los fundamentos técnicos, dependiendo de la circunstancias y necesidades.

Para llevar a cabo el presente trabajo, se ha realizado una investigación bibliográfica muy amplia, como puede verse en el apéndice reservado para la bibliografía.

A través de ella, he visto muy adecuado para un nivel medio de enseñanza de la composición, el texto:

Sternberg Harry. Composition (Composición). New York: Pitman Publishing Corporation, 1958.

El presente trabajo está basado en los principios allí sugeridos, haciendo una adaptación al dibujo por computadora y a la educación elemental y media, haciendo la salvedad previa, de que debe tenerse siempre en cuenta, tanto el punto de vista acerca del conocimiento abstracto de Piaget, como la intuición propia de los menores.

#### 2. Introducción

Nos Referimos aquí a la composición en dos dimensiones.

Existe una gran diferencia entre la composición moderna y la antigua. A partir de la invención de la cámara fotográfica el reto del artista fue superarla. Esto lo hizo por medio de interpretar el mundo a su alrededor en vez de copiarlo.

Esta interpretación se ve reflejada no sólo en el color, sino también en la composición.

Al crear un cuadro, el artista utiliza los elementos básicos: líneas, color, tonos y textura para crear formas. La posición de estos elementos en relación al borde o límites, su tamaño, dirección y énfasis, definen la composición.

La composición cumple varias funciones: guiar los ojos del observador, controlar su velocidad de movimiento, comunicar valores subjetivos, etc.

Cada uno de nosotros ve de una forma diferente. Esto es lo que hace los gustos y el arte. Los artistas son diferentes por que ven diferente. Los gustos artísticos lo son por la misma razón.

Como quiera, en todo cuadro encontramos siempre tres formas básicas en las cuales se resumen todos los elementos: El cuadrado, el triángulo y el círculo.

### 3. Objetivos

Comprender la idea de composición en las artes visuales.  
Identificar las formas básicas de la composición (cuadrado, triángulo, círculo).

### 4. Interacción previa

Guíe a los estudiantes en una discusión sobre la composición y sus elementos básicos (triángulo, cuadrado, círculo), usando ilustraciones de arte visual.

## B. Fundamentos De La Composición

### 1. Figura Y Borde

#### a) Introducción

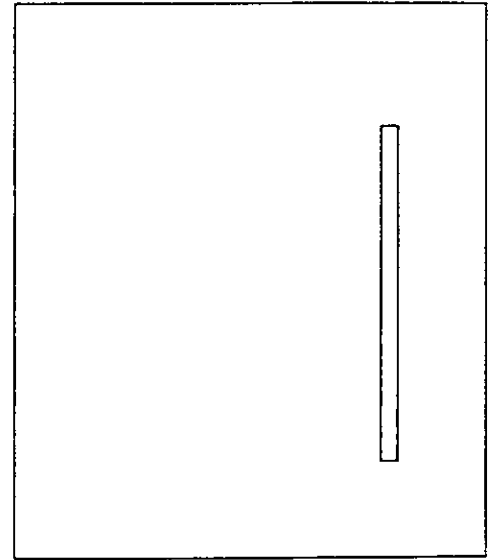
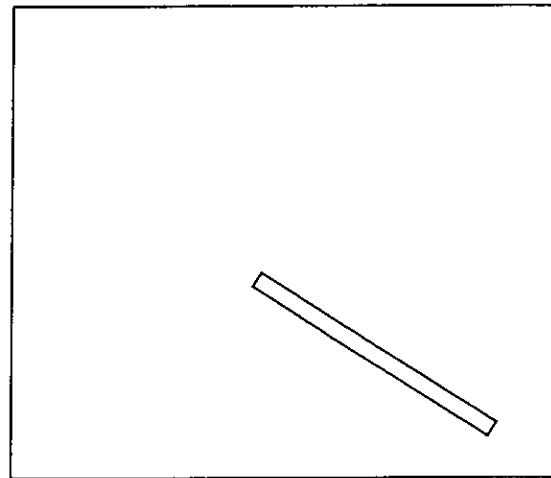
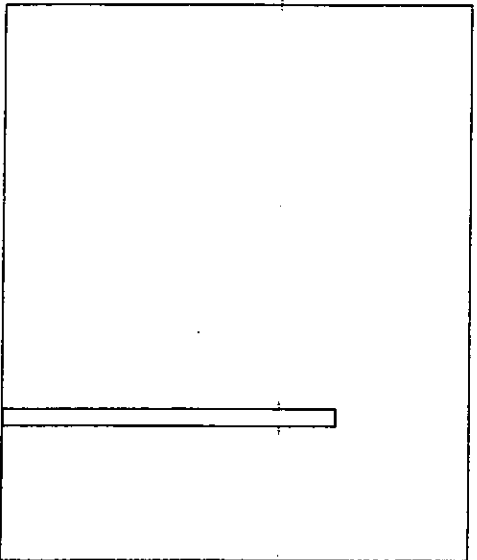
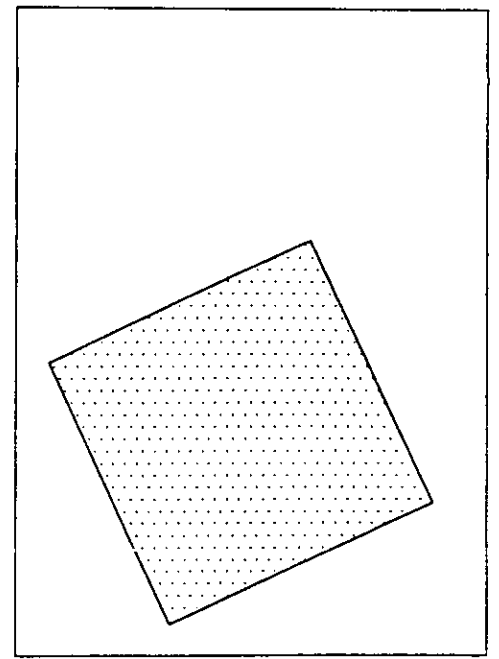
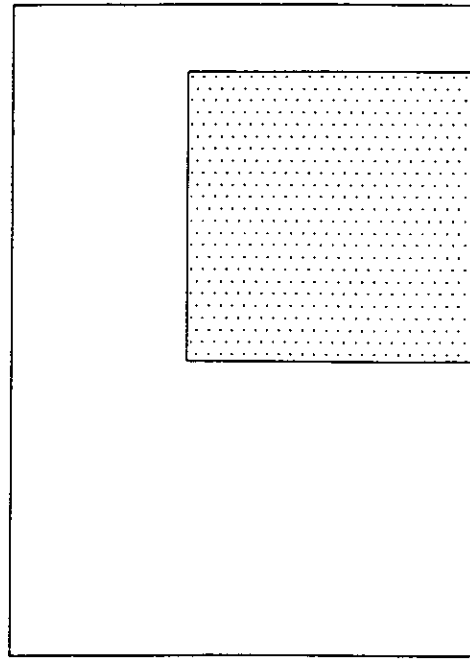
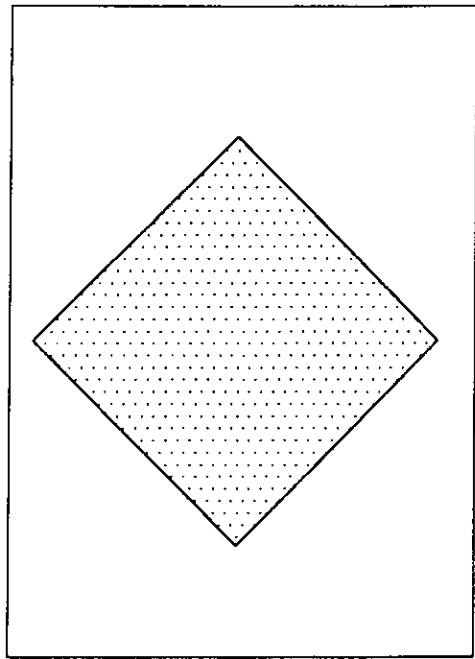
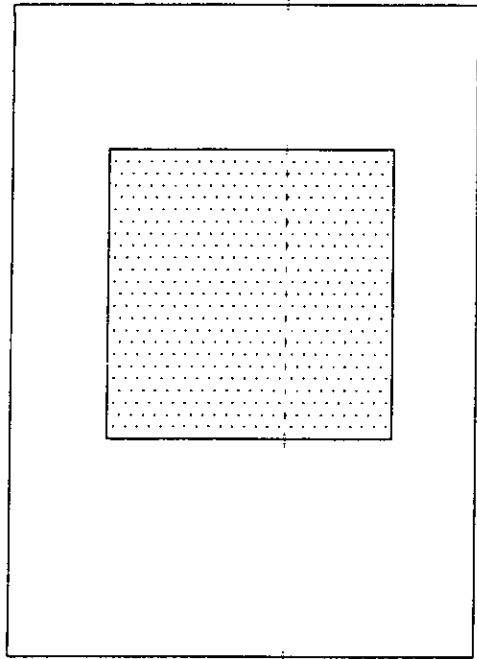
Más que comenzar dibujando para luego tratar de enmarcar los elementos en los límites, la composición persigue un análisis previo del área, estudiando una estructura determinada, sobre la cual se definirán luego con detalle los elementos de la obra.

Esta estructura es para una pintura, lo que el esqueleto es para el cuerpo, o lo que la estructura es para una casa.

Observe en la figura siguiente, como un cuadrado y una línea,

dependiendo de su relación con los bordes, pueden tener diferentes efectos.

**Vea la Ilustración: E-2.**



**b) Actividades**

**(1) Objetivos**

Comprender y experimentar la relación figura - borde en la composición.

**(2) Interacción**

Guíe a los estudiantes en una discusión sobre la relación figura - borde, usando ilustraciones del arte visual.

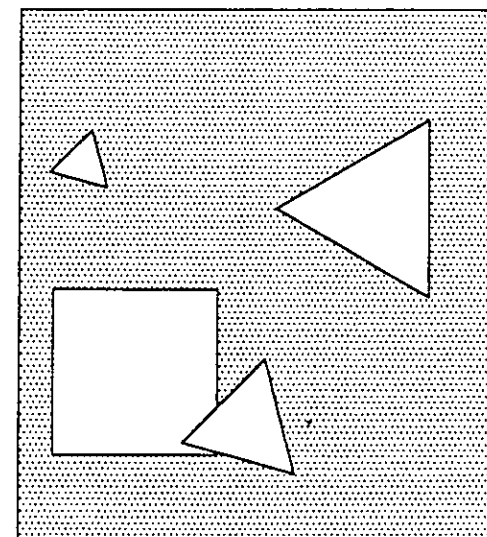
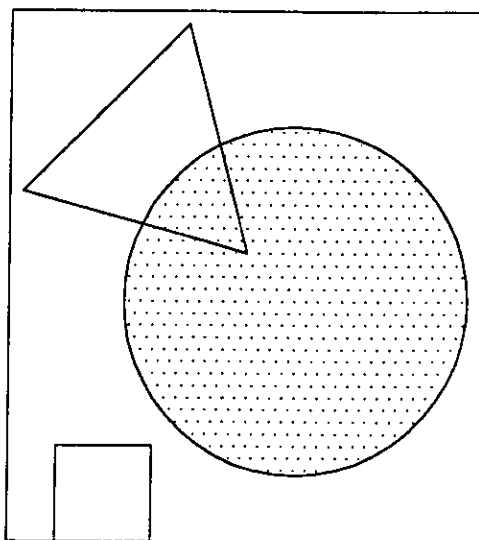
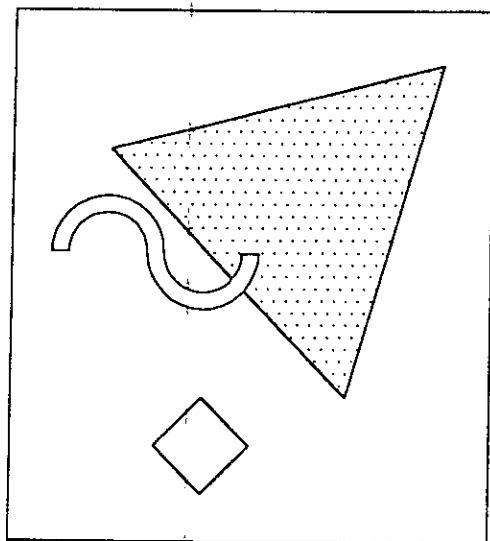
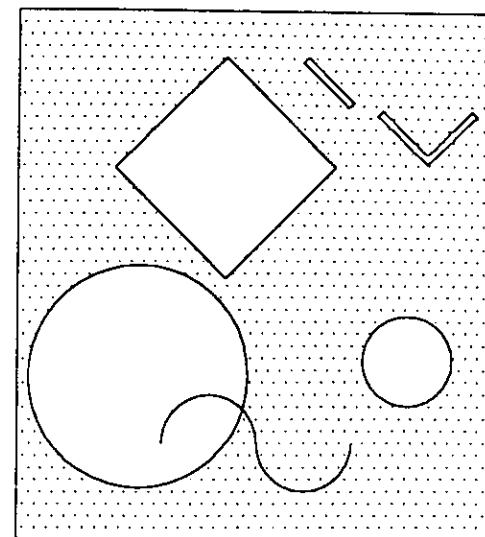
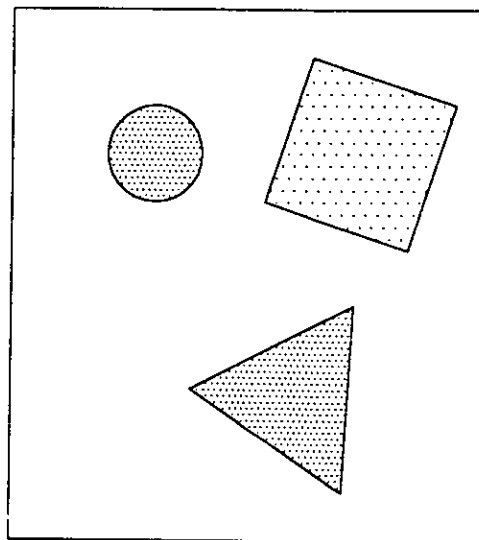
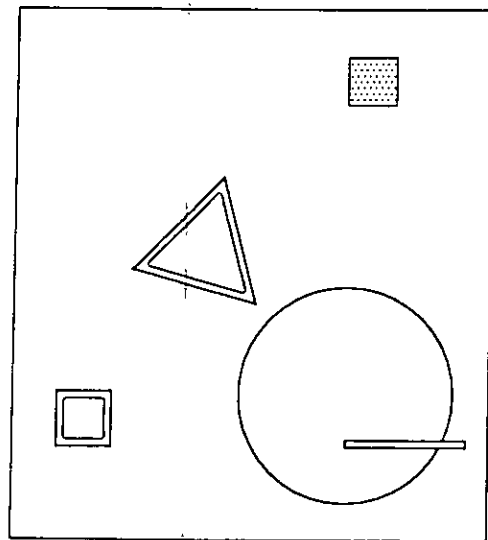
**(3) Taller Manual**

En hojas de papel blancas, trace varios márgenes (o bordes) del mismo tamaño, corte en papel negro varios de los elementos arriba indicados (cuadrado, triángulo y círculo), de diferentes tamaños, permita que los estudiantes los coloquen dentro del marco, estudiando varias posibilidades de composición, pegando las que resulten interesantes.

**(4) Dibujo por Computadora**

Lleve a cabo el ejercicio anterior en AutoCAD, usando los comandos de dibujo y edición.

**Vea la Ilustración: E-2a.**





## 2. Profundidad O Tercera Dimensión

### a) Introducción

Desde los inicios del arte los hombres se han confrontado con el problema de representar la profundidad o tercera dimensión en un plano.

La perspectiva contemporánea tiende a ser más superficial que la del renacimiento, esto es debido al gusto contemporáneo y al contrapeso de la invención de la cámara fotográfica. No obstante ello, el problema sigue siendo el mismo, y aún más complejo.

Es muy importante desarrollar en el estudiante la habilidad para crear profundidad, e incluso que comprenda la profundidad o tercera dimensión dentro del arte contemporáneo.

Un sentido de profundidad puede crearse por medio de trazar planos paralelos a los bordes.

Entre más elevada sea la línea de horizonte de estos planos, mayor será el sentido de la profundidad o tercera dimensión.

La superposición de estos planos incrementa también el sentido de la profundidad o tercera dimensión.

### b) Actividades

#### (1) Objetivos

Comprender y experimentar la relación de profundidad en la composición.

#### (2) Interacción

Observe y reflexione, con la participación de los alumnos, el sentido de la profundidad o tercera dimensión en ilustraciones de arte visual.

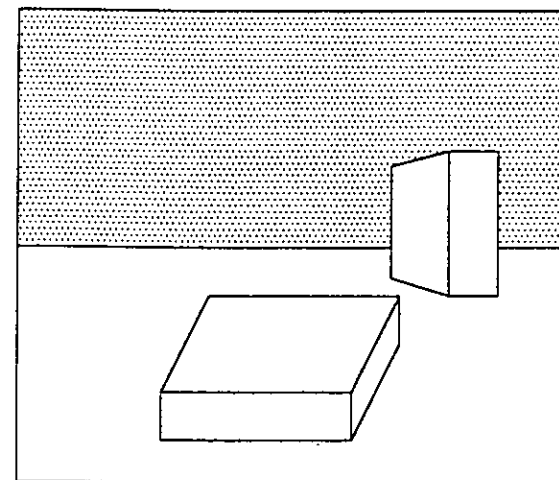
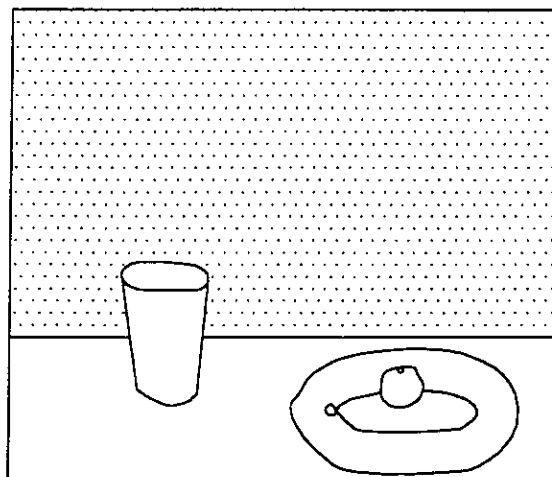
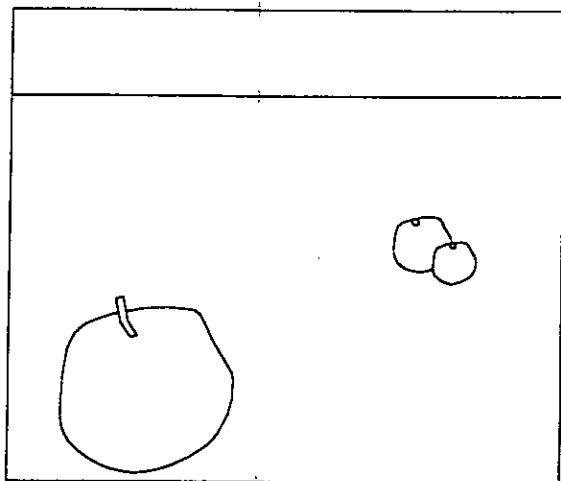
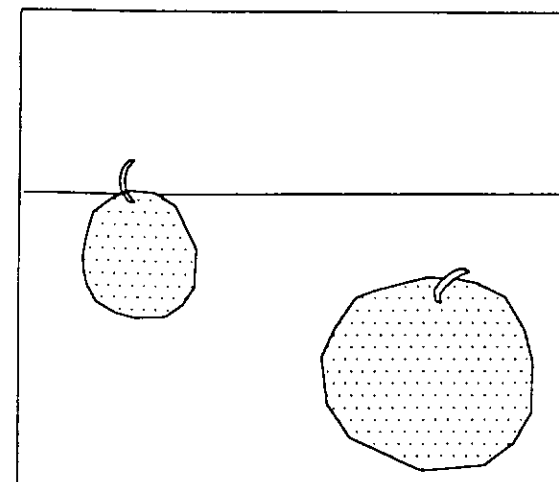
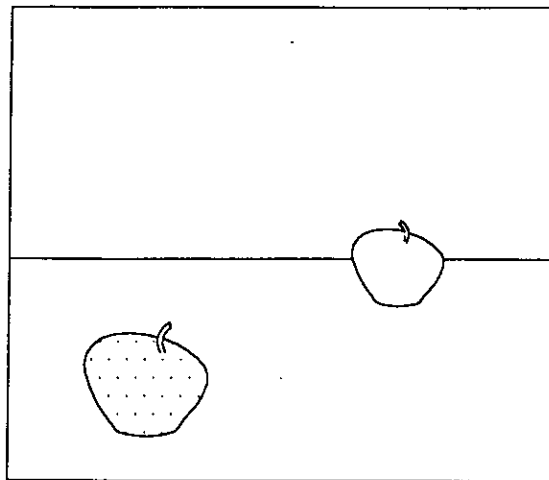
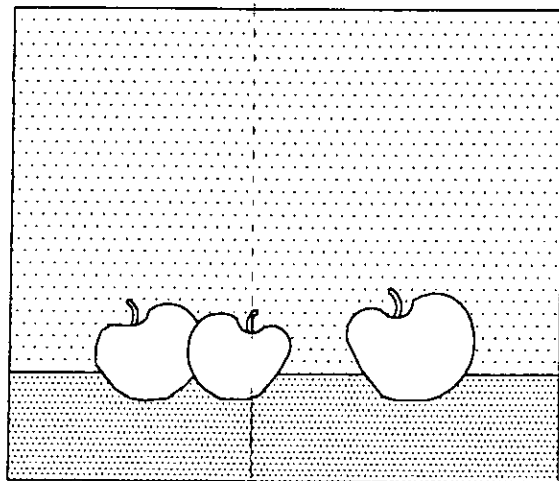
### (3) Taller Manual

Guíe a los alumnos para que en hojas de papel hagan diversos bocetos de naturalezas muertas, u otros temas, experimentando con la profundidad o tercera dimensión.

### (4) Dibujo por Computadora

Lleve a cabo el ejercicio anterior en AutoCAD, usando los comandos de dibujo y edición.

**Vea Ilustración: E-3.**



### 3. Figura Y Fondo.

#### a) Introducción

Debido a nuestro sentido espacial, nosotros relacionamos los objetos en la ecuación figura - fondo; es decir, algunos de los objetos que veamos en los dibujos harán el papel de figuras, mientras que otros harán el papel de fondo; y aunque en algunos casos, estos papeles puedan ser intercambiables; por lo general estarán definidos en una u otra posición.

Para estudiar esta combinación, a los objetos que representan las formas, se les ha llamado espacio positivo; y a los que representan el fondo se les ha llamado espacio negativo.

Es útil que los estudiantes analicen la relación figura - fondo, o los espacios positivo y negativo.

#### b) Actividades

##### (1) Objetivos

Razonar y sacar conclusiones de la relación figura - fondo.

Explorar y experimentar con la relación figura - fondo.

##### (2) Interacción

Usando ilustraciones de pintores, tanto antiguos como contemporáneos, analice junto con los estudiantes la relación figura - fondo. Puede incluirse aquí también el análisis de logotipos e ilustraciones publicitarias.

##### (3) Taller Manual

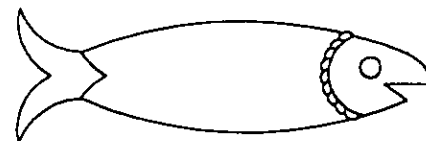
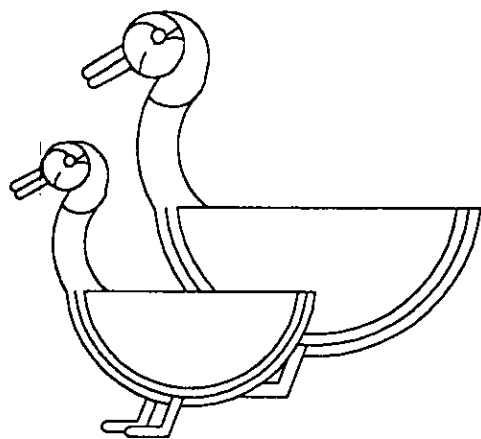
Guíe a los estudiantes a explorar la relación figura - fondo a través de dibujos, ya sean de objetos reales o de la imaginación.

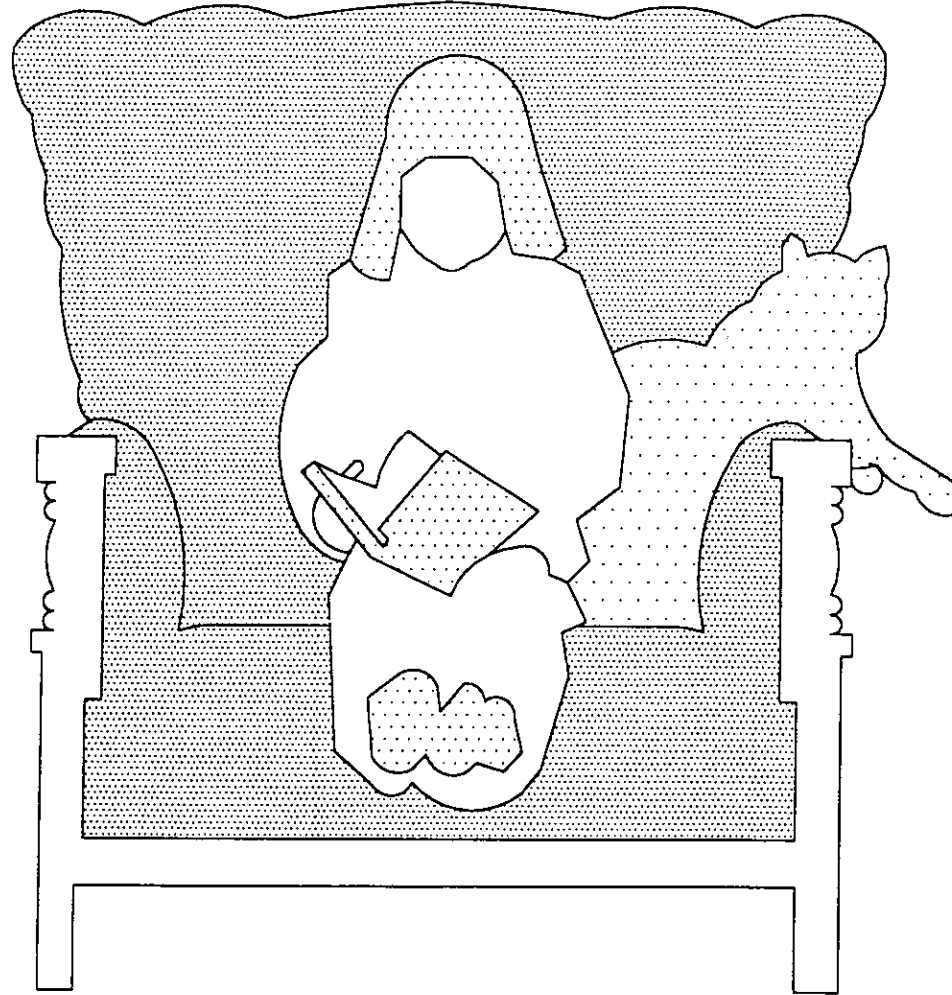
#### (4) Dibujo por Computadora

Guíe a los estudiantes a explorar estas mismas posibilidades con AutoCAD, usando los comandos de dibujo y edición.

**Vea Ilustraciones: E-4 y E-4a.**

50 años





G. Ibarreche

Composición. Relación Figura - Fondo. Ilust. E-4A

## 4. Dinámica

### a) Introducción

En el estudio de la composición, se usa la palabra tensión para describir la atracción y repulsión de fuerzas, o dinámica del arte visual.

Los colores, dependiendo de su intensidad, o valor tonal; las líneas, dependiendo de su arreglo; así como los diferentes elementos del arte visual, dependiendo de su disposición, provocan una dinámica virtual en las obras de arte. Por ello, podemos hablar de dinámica y estática del arte visual.

Al usar blancos y negros, un objeto blanco puede hacerse sobresalir por medio de hacer el fondo negro, y viceversa. El movimiento de los blancos y negros está limitado por los contornos. Dos figuras similares, como por ejemplo dos triángulos, dispuestos en diferentes relaciones, asumen no sólo una nueva actividad, sino también una nueva significación.

### b) Actividades

#### (1) Objetivos

Comprender y experimentar con la dinámica del arte visual.

#### (2) Interacción

Usando ilustraciones de pintores, tanto antiguos como contemporáneos, analice junto con los estudiantes la dinámica del arte visual. Puede incluirse aquí también el análisis de logotipos e ilustraciones publicitarias.

Puede también recurrirse a visitas a museos o parques con este fin.

#### (3) Taller Manual

### (a) Ejercicio 1

Guíe a los estudiantes a dibujar en hojas blancas, con tinta o lápiz, diversas composiciones con líneas, que expresen estática y dinámica visual.

### (b) Ejercicio 2

Use luego las tres formas básicas (cuadrado, triángulo, círculo), incluyendo sus equivalencias topológicas.<sup>53</sup>

Use estas tres formas básicas, de la misma forma, para experimentar con la habilidad para expresar diferencias de tamaño, movimiento y espacio.

### (c) Ejercicio 3

Use blancos y negros, para experimentar como un objeto blanco puede hacerse sobresalir por medio de hacer el fondo negro, y viceversa. Recuerde que el movimiento de los blancos y negros está limitado por los contornos.

### (d) Ejercicio 4

Guíe a los estudiantes para que, usando dos o más figuras similares (como por ejemplo dos triángulos o dos cuadrados, etc.), los dispongan en diferentes relaciones, asumiendo así, no sólo una nueva actividad, sino también una nueva significación.

---

<sup>53</sup> El estudio de la topología se conoce como la geometría de la "hoja de hule". En topología una figura es topológicamente equivalente a otra figura, en tanto que pueda deformarse en otra por simplemente alargarla o encogerla. No permitiéndose cortar ni romperla.

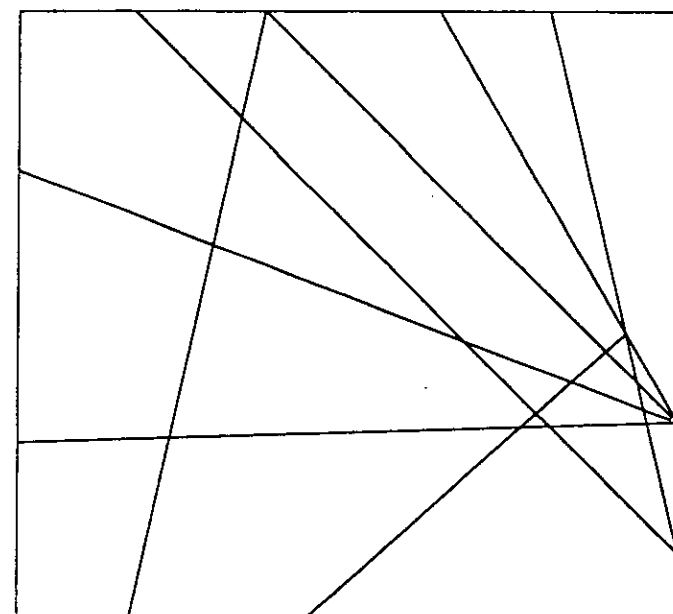
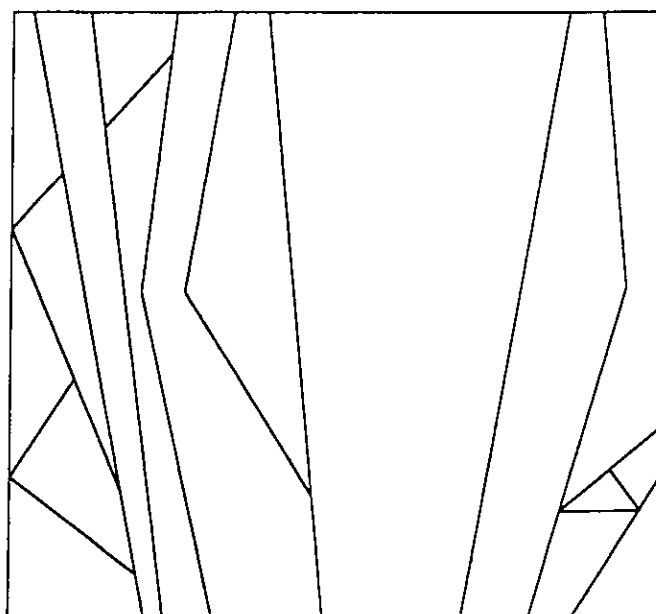
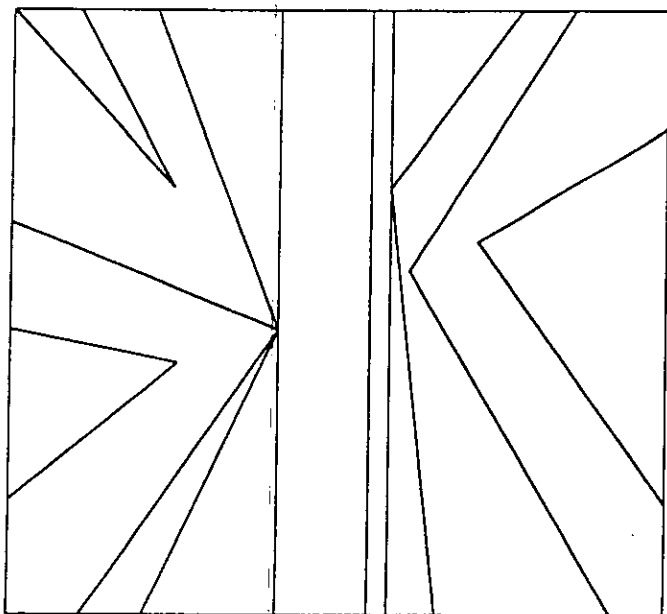
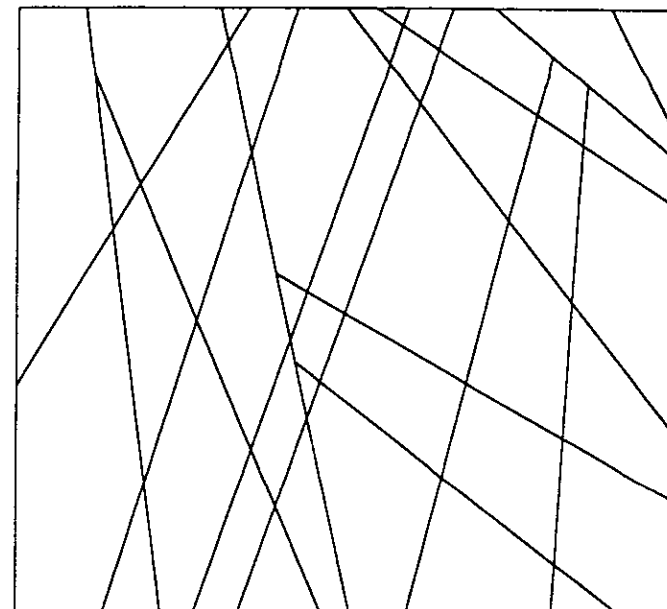
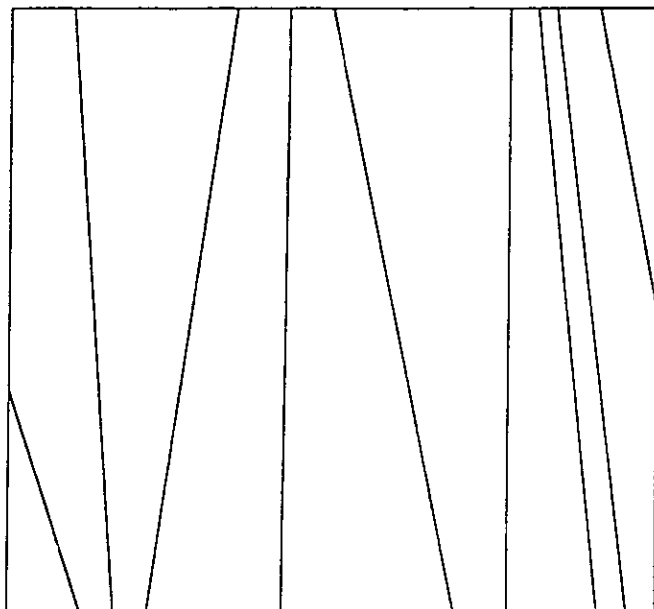
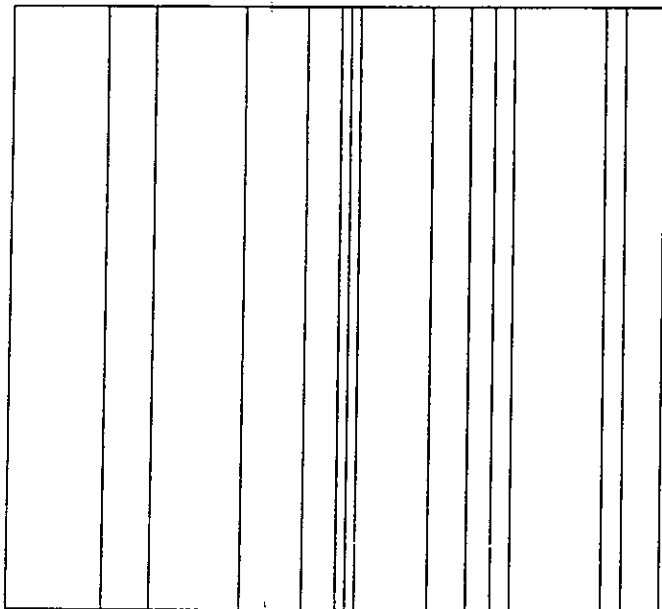
**(4) Dibujo por Computadora**

Lleve a cabo los ejercicios anteriores en AutoCAD, usando los comandos de dibujo y edición.

**Vea ilustraciones: P-5A al , P-5C.**

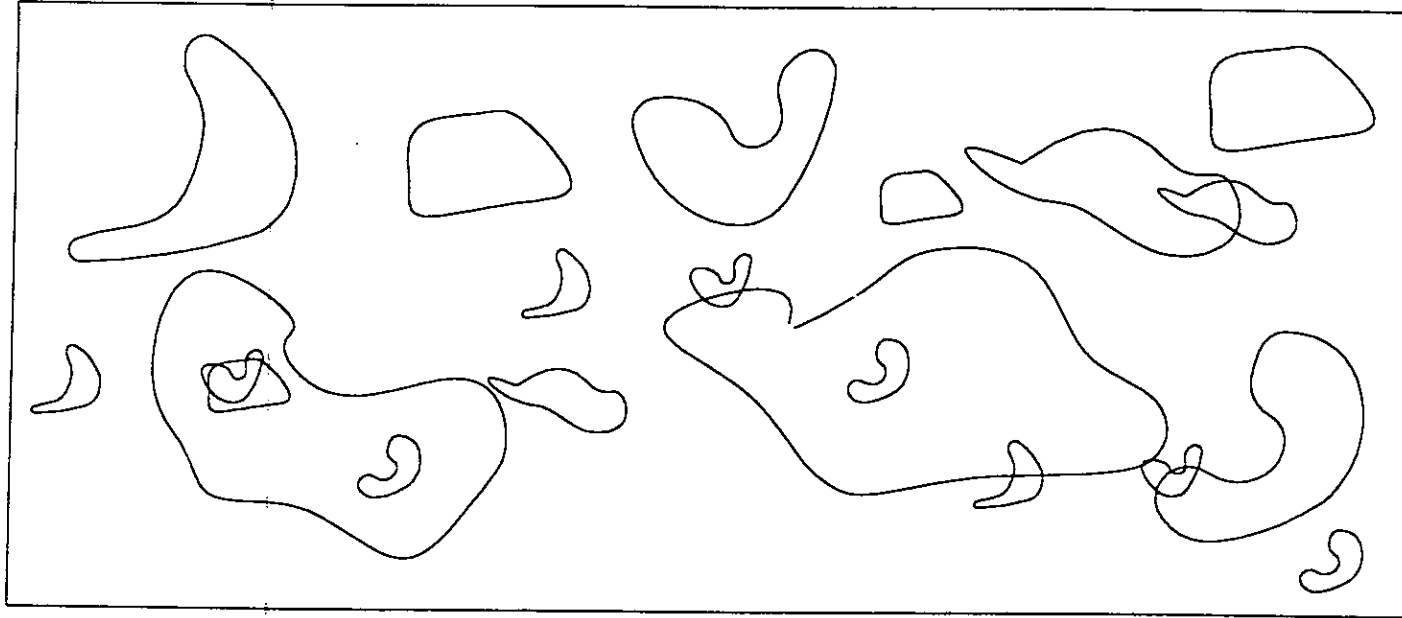




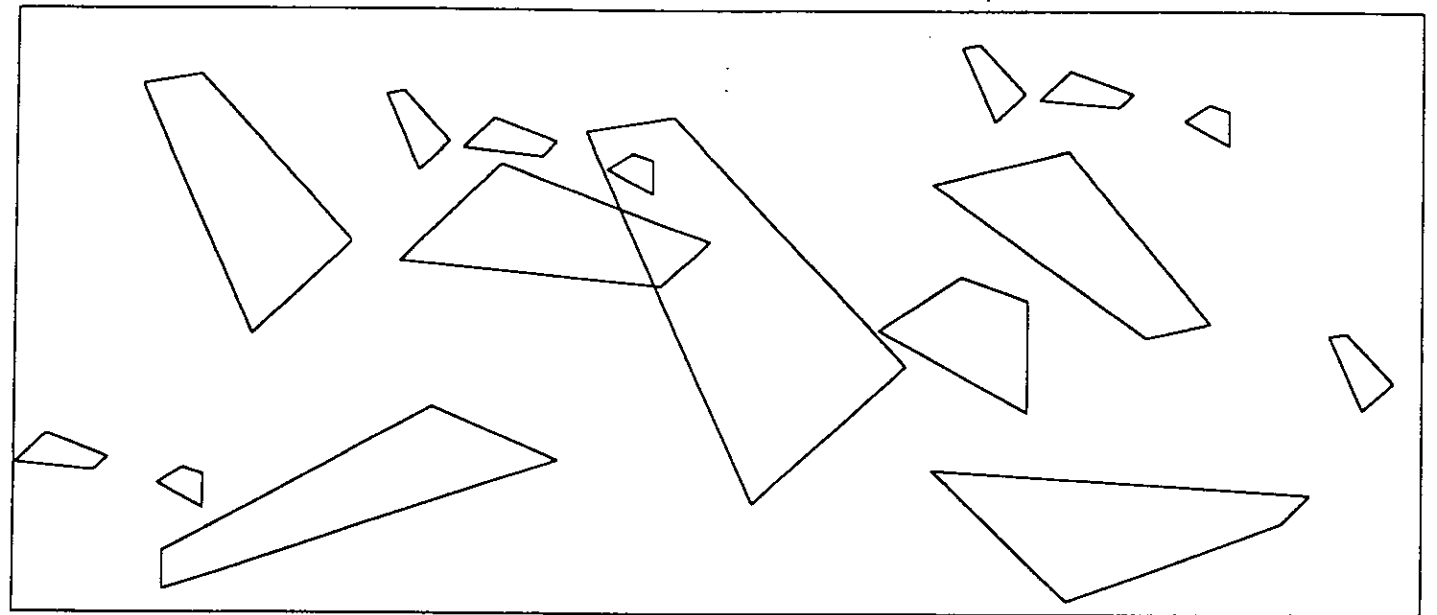


G. Ibarreche

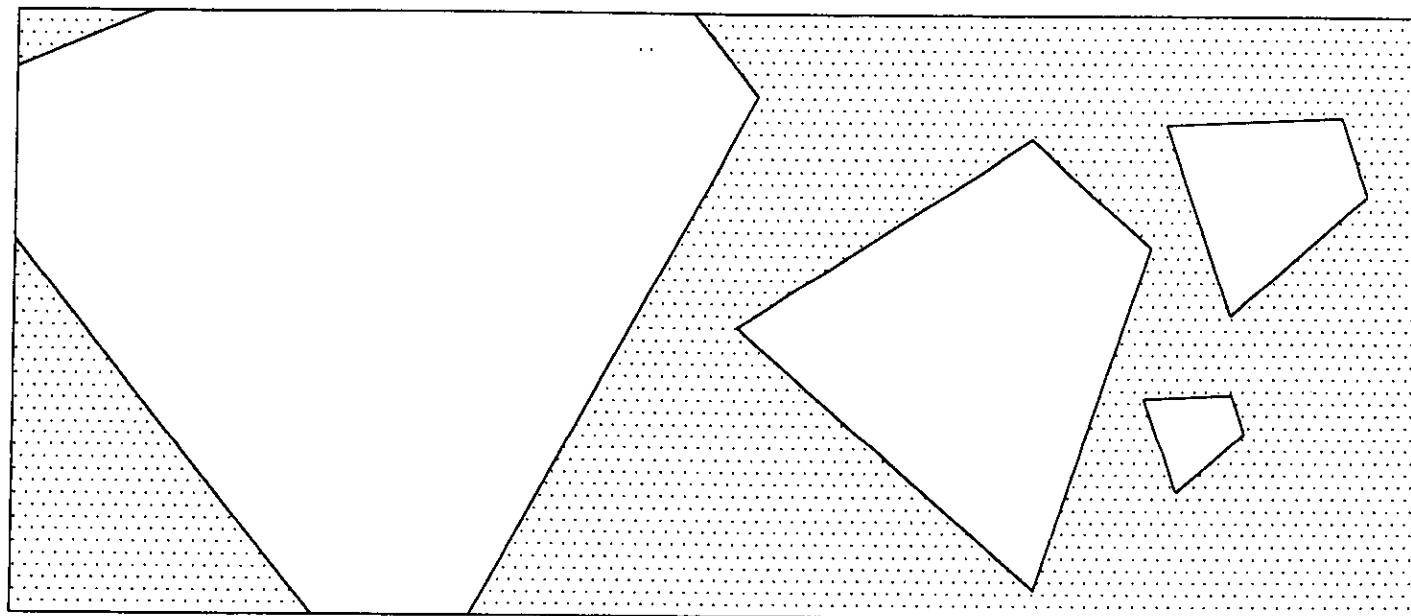
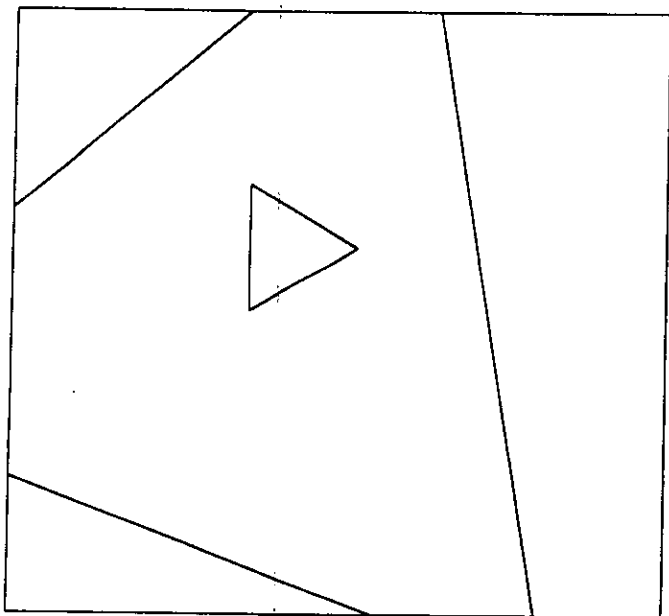
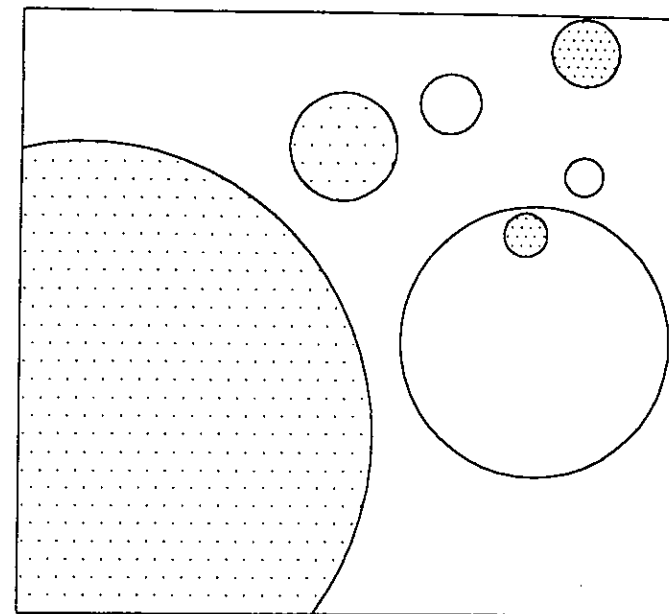
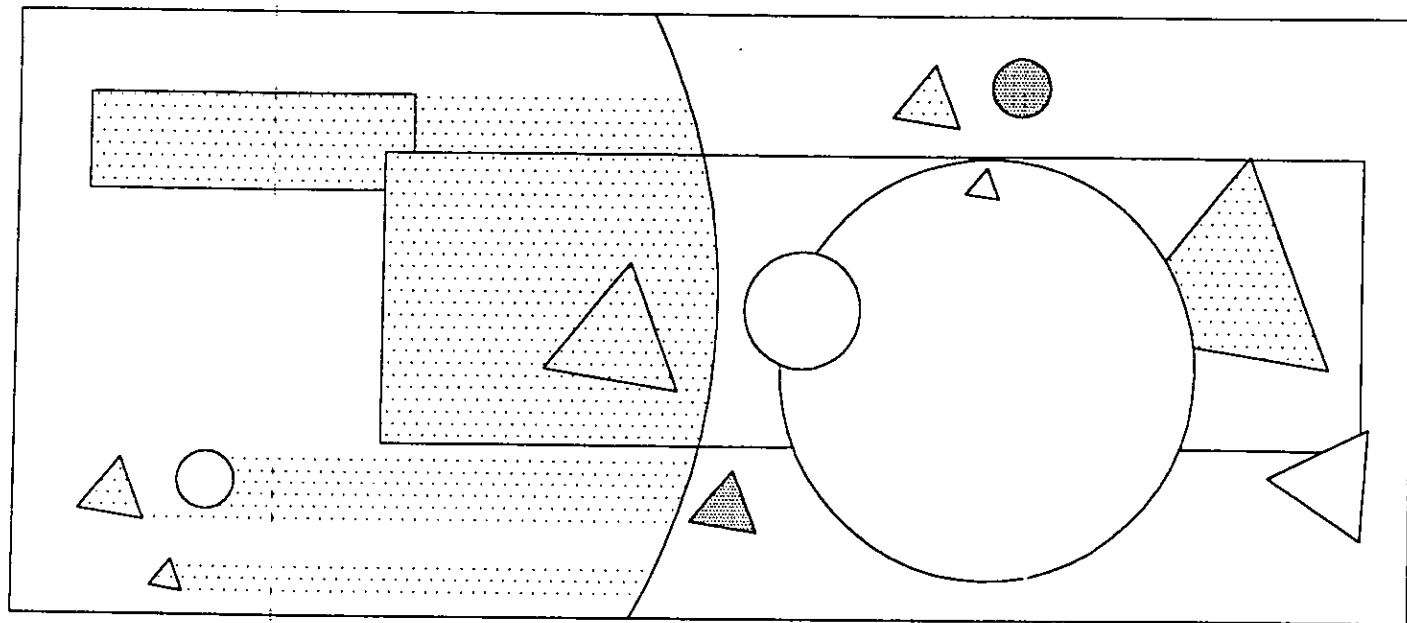
Composición. Dinámica de la Línea. Ilust. E-5



Dinámica de la composición  
a través de figuras de  
topología circular.



Dinámica de la composición  
a través de figuras de  
topología cuadrada



## 5. Valor Tonal

### a) Introducción

Se llama valor tonal al rango de los grises que van desde el blanco hasta el negro. Estos valores son una herramienta útil para la composición.

Es importante notar, sin embargo, que estos valores tonales, como los colores, son relativos; es decir, dependen de los tonos que están junto a ellos.

Así, un mismo tono de gris parecerá más brillante junto a un tono de gris más oscuro, o junto al negro, que junto a un tono de gris más claro.

En la composición, estos valores tonales pueden servir al artista para guiar el ojo del observador. En los cuadros de Picasso de la época cubista sintética, es muy común encontrar áreas de blanco que hacen un contrapeso al color.

### b) Actividades

#### (1) Objetivos

Razonar y sacar conclusiones acerca del valor tonal.

Explorar y experimentar con el valor tonal.

#### (2) Interacción

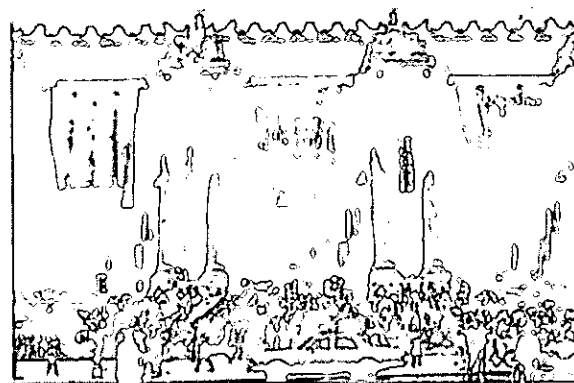
Usando ilustraciones de pintores, tanto antiguos como contemporáneos, analice junto con los estudiantes el valor tonal. Puede incluirse aquí una visita a los museos, a través de la Internet.

#### Ejemplo del uso de INTERNET:

Lo primero es entrar, a través de Internet, a un museo de arte

interactivo. En este caso, el Museo Metropolitano de Arte de Nueva York. La dirección es: <http://www.metmuseum.org/>

La que también puede hallarse bajo el tema general: Artes, entrando luego al Museo de Arte Metropolitano (Nueva York).



El Museo Metropolitano de Arte es uno de los museos más grandes del mundo. Sus colecciones incluyen más de 2 millones de obras de arte - varias miles de las cuales se pueden ver en un tiempo dado - abarcando más de 5,000 años de cultura mundial, desde la prehistoria hasta el presente.

Una vez allí, entramos a la sección: **Educación**.

Luego de ello, seleccionamos: **Mirar el Arte** (Look at Art).

Y luego, seleccionamos el tema: **Composición**.

Allí podemos ver una descripción del papel que juega la luz en la composición, que es la siguiente:

Usando la pintura: , como ejemplo, se presenta siguiente actividad educativa:

De la misma forma como los diseñadores de escenas teatrales usan la luz para resaltar una presentación, los pintores a menudo

usan la luz para resaltar elementos importantes en sus pinturas. Allí aparece la pintura de Emanuel Gottlieb Leutze: Washington Crossing The Delaware (Washington Cruzando El Delaware). Allí, se le dice al estudiante que haga "click" (con el ratón) en el área de la pintura que está más iluminada.



Los estudiantes, pues seleccionan el área más iluminada del cuadro, lo cual los lleva a la explicación siguiente:

El grupo al centro del bote está rodeado de luz. Este efecto mantiene nuestra atención centrada en los aspectos principales del histórico evento: El General George Washington vendría a ser el primer presidente luego que este evento culminara en la separación de Inglaterra, simbolizada por la bandera Americana.

Hay algo poco usual en la forma en que Leutze usa la luz en esta pintura. ¿Puedes Ud. decir de donde viene la luz?

Se presentan dos opciones: Sí, No.

Cuando el estudiante escoge una de ellas, aparece la siguiente exposición:

Es difícil responder esta pregunta porque hay dos fuentes de luz en esta pintura. Si Washington está cruzando el Río Delaware de

Oeste a Este al amanecer, el sol debería estarse levantando al lado izquierdo de la pintura. Esto explica porque el perfil de Washington está iluminado, pero el lado de su cara.

Pero hay también sombras que parecen proceder de otra fuente de luz. Ambos detalles abajo muestran un efecto no creado por la luz del sol que se levanta al Este. Haga "click" sobre ellas para ver más.



Al seguir la instrucción de arriba, la exposición continua:

La luz reflejada en la cara del soldado vestido de color marrón, tiende su sombra sobre el agua del fondo. Esta es la misma luz que viene del fondo del cuadro y rodea al grupo. ¿Puede el sol brillar por dos direcciones al mismo tiempo?

Cuando un artista cambia la naturaleza, está usando una distorsión para un propósito particular. ¿Qué otras cosas en la pintura parecen una exageración de la naturaleza?

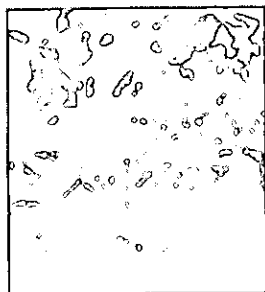
Por medio de hacer brillar el cielo más allá de lo natural, alrededor de la cabeza del General Washington, y resaltarlo con tonos rojo, azul y blanco del arco iris, el artista está levantando nuestras reacciones emocionales frente a la pintura.

Luego de esta explicación, se procede a la siguiente interacción:

¿Cuál de las dos pinturas mostradas abajo contiene más de una fuente de luz?



Pintura 1



Pintura 2

Si el alumno escoge la pintura de la derecha, aparece la siguiente exposición:

Sí, hay fuentes de luz conflictivas en esta pintura. La luz que procede de atrás de las oscurecidas nubes no puede ser la misma que ilumina a la ciudad de Toledo y al paisaje del fondo.

La pintura en mención es:

El Greco, 1541-1614. View of Toledo, CA. 1597. Óleo sobre tela; 47 3/4 x 42 3/4 in. (121.3 x 108.6 cm).

El alumno puede proseguir con los temas adelante propuestos, o salir del museo virtual. Los temas propuestos a continuación son: Perspectiva, luz, color, forma, movimiento y proporción.

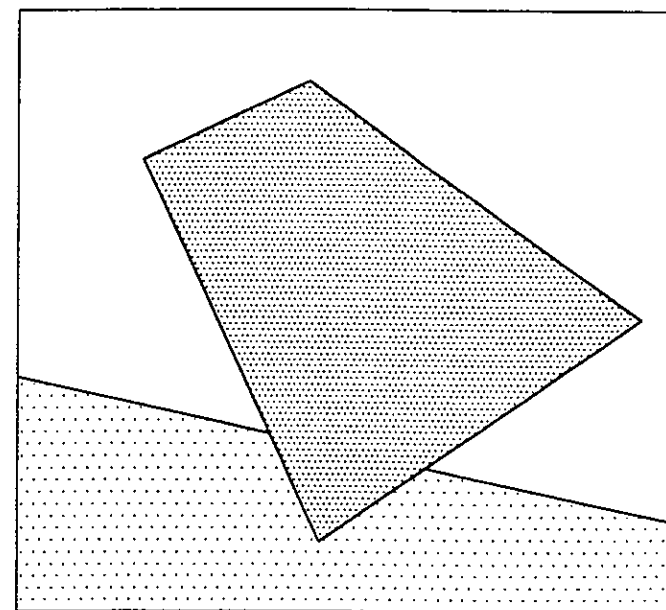
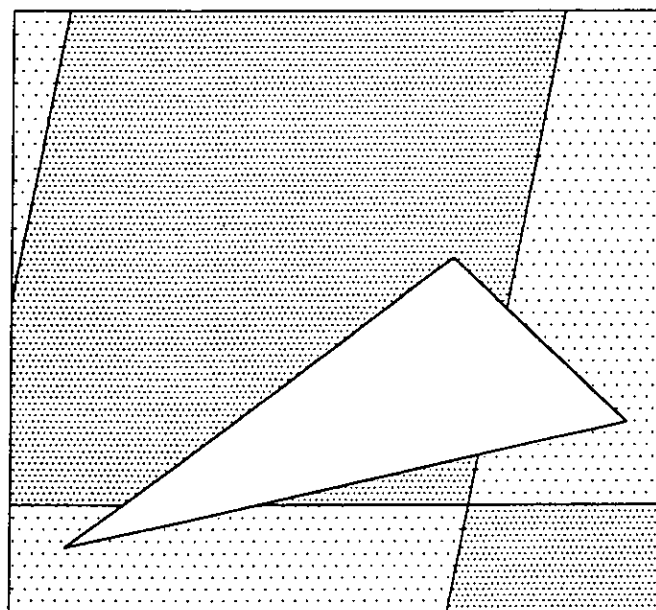
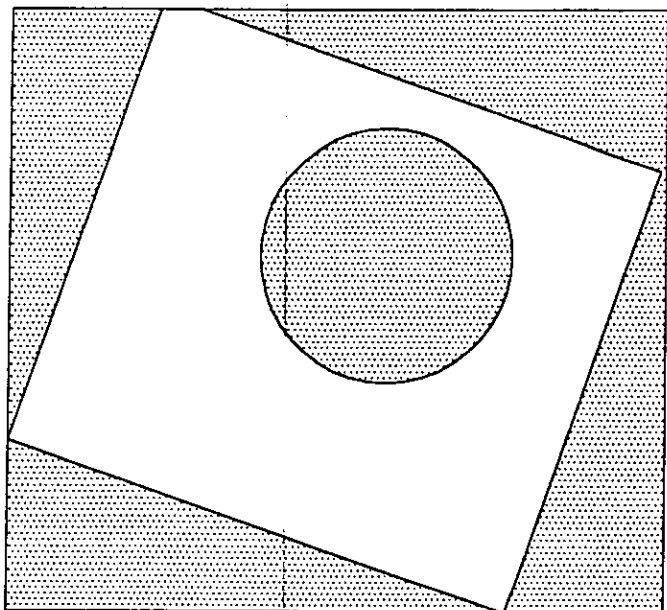
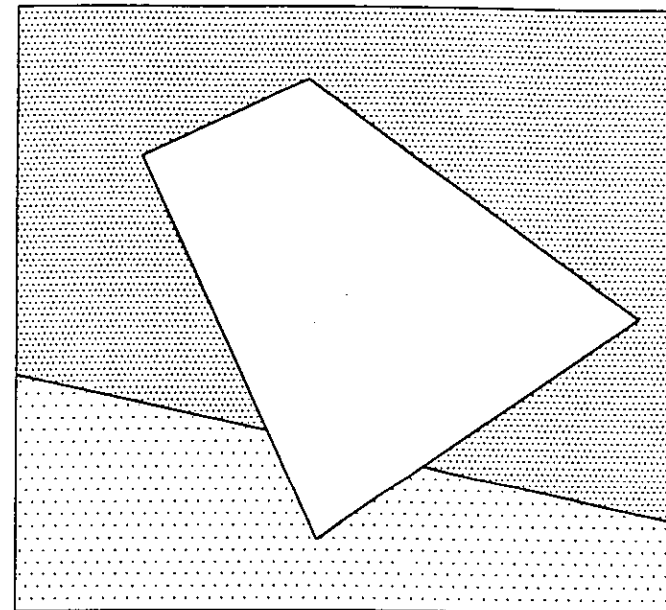
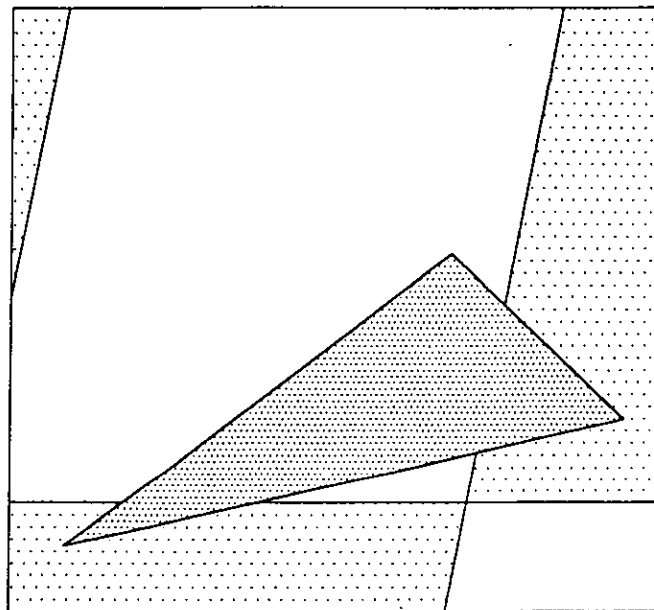
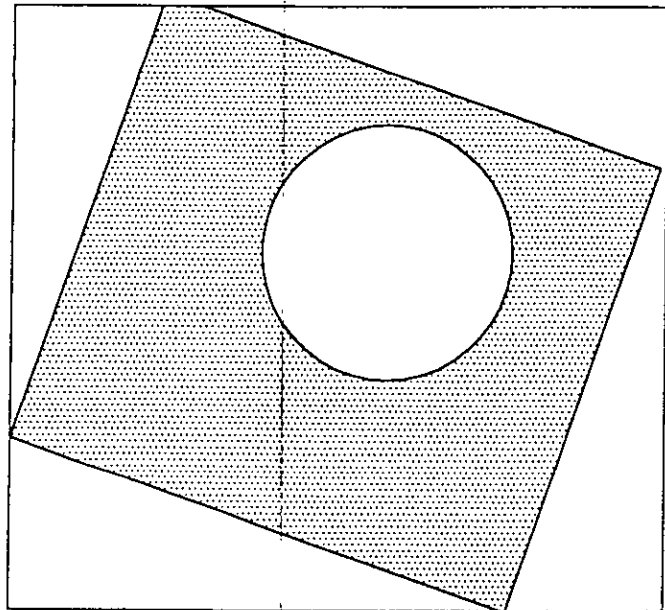
**(3) Taller Manual**

Guíe al estudiante para que con cualquier medio, de preferencia una pintura de secado rápido sobre papel, use diversos tonos de gris, y experimente con el valor tonal, ya sea por medio de una pintura figurativa o abstracta.

**(4) Dibujo por Computadora**

Lleve a cabo los ejercicios anteriores en AutoCAD, usando los comandos de dibujo y edición.

**Vea Ilustración: E-6.**





## 6. Expresión

### a) Introducción

Una de las características más importantes del arte visual, es que no solo cumple un papel estético, sino que también comunica. A través de las artes visuales el artista expresa acontecimientos, ideas, sentimientos, etc.

### b) Actividades

#### (1) Objetivos

Comprender y experimentar el aspecto de la comunicación en el arte visual.

#### (2) Interacción

Discuta con los alumnos el aspecto de la comunicación en el arte visual, a través de ilustraciones del arte visual.

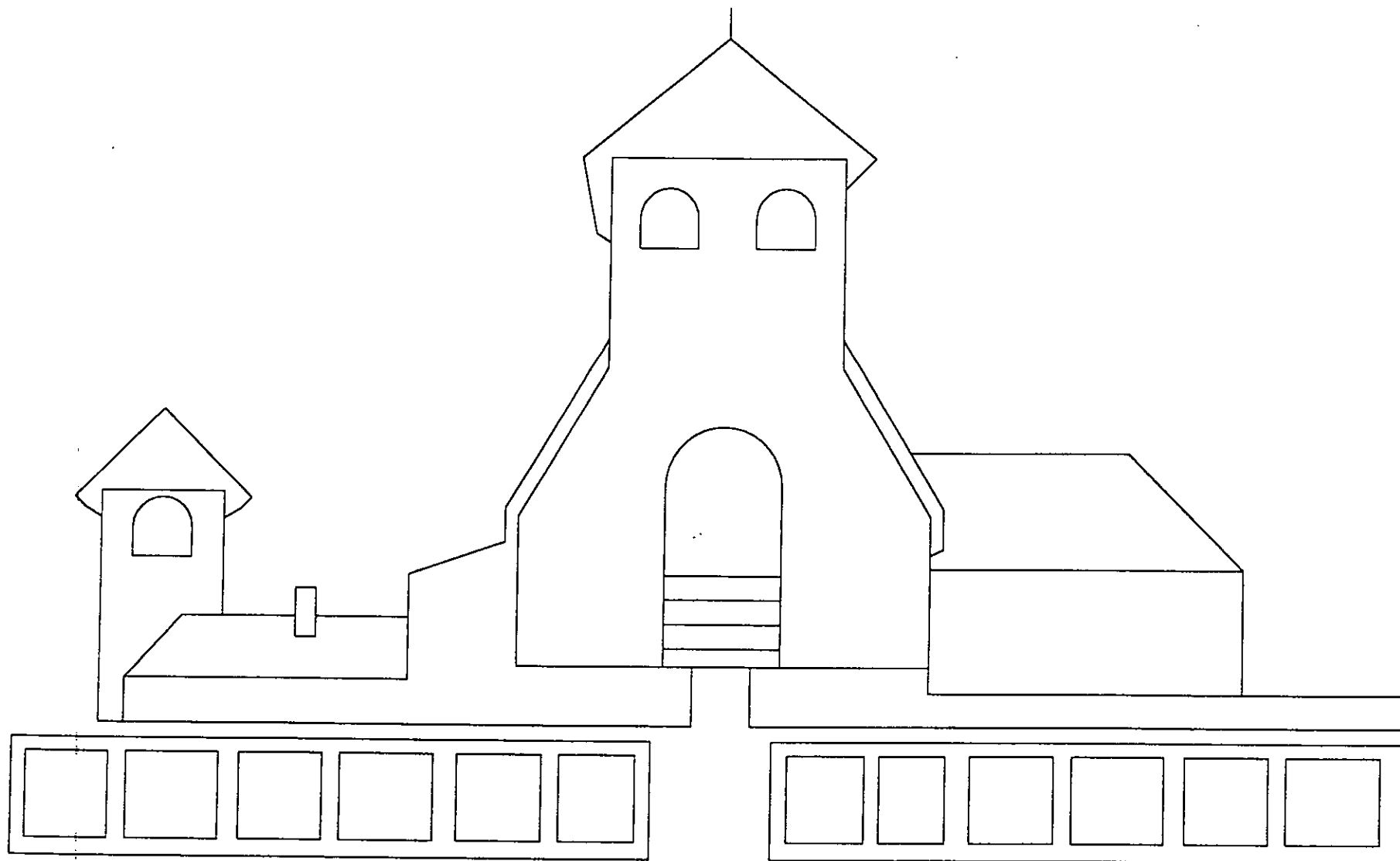
#### (3) Taller Manual

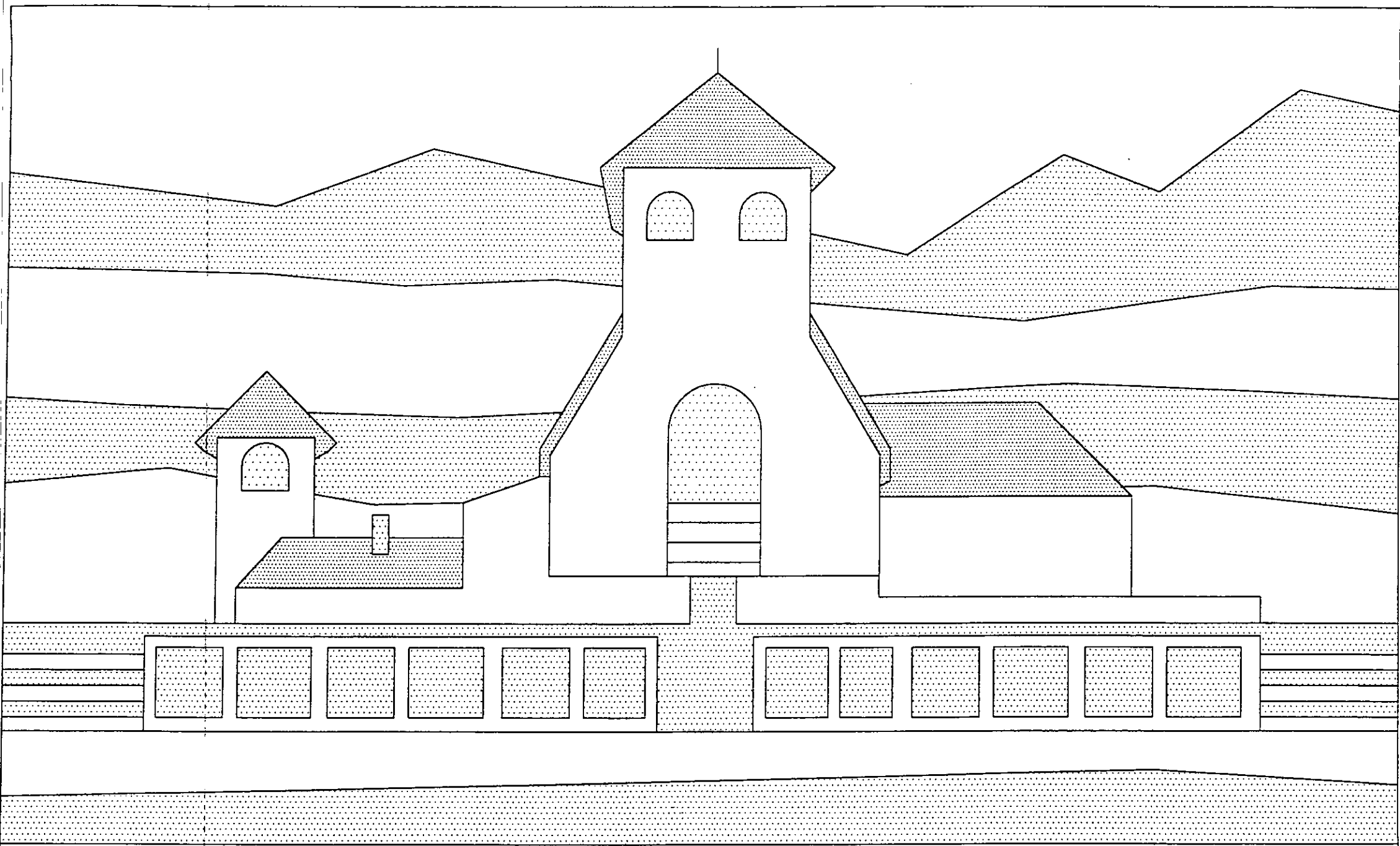
Guíe a los estudiantes a realizar pinturas o dibujos que expresen ideas.

#### (4) Dibujo por Computadora

Usando AutoCAD con sus comandos de dibujo y edición, trace un dibujo de un paisaje, pidiendo a los estudiantes que lo transformen en una escena de invierno y de verano respectivamente.

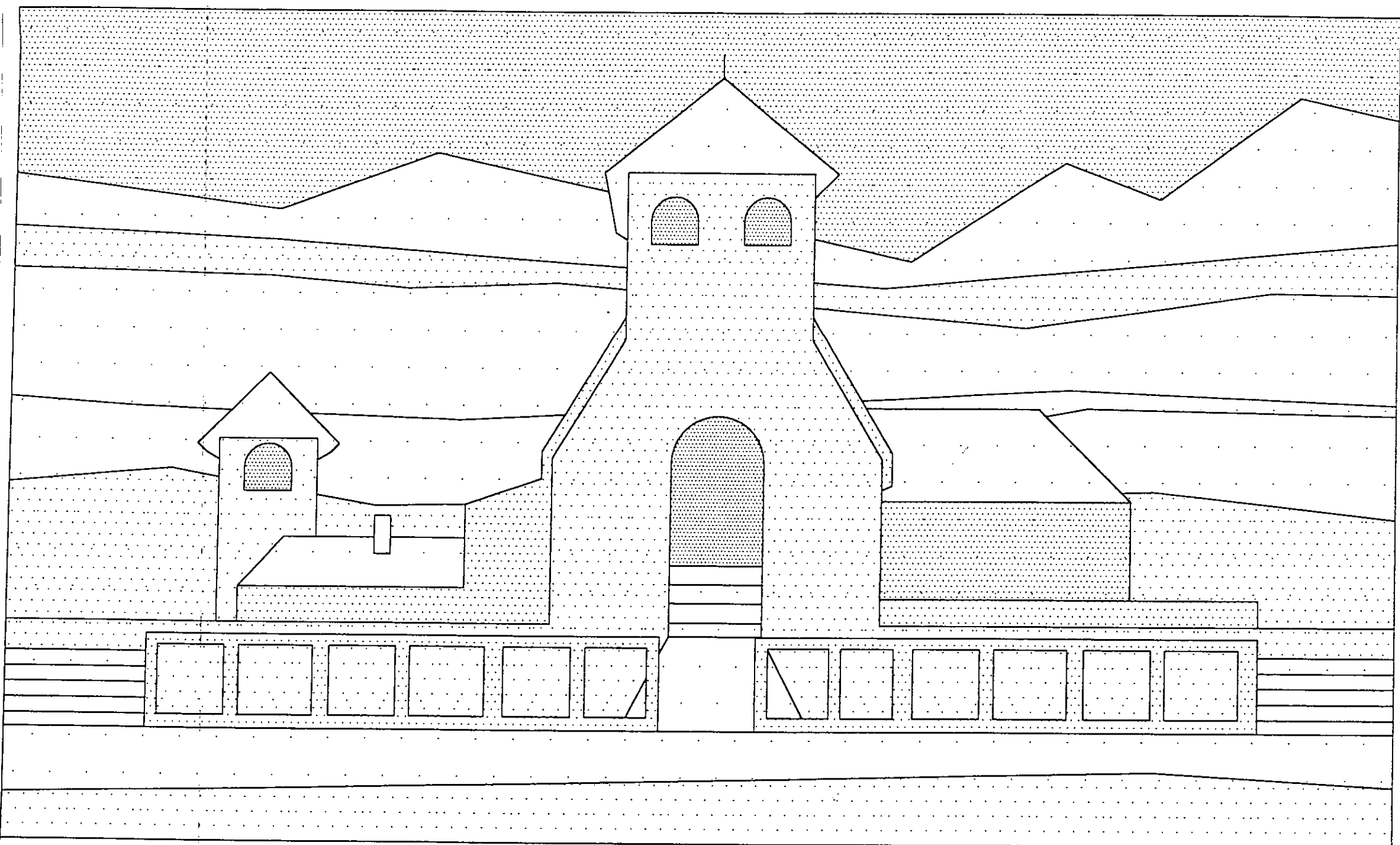
**Vea ilustraciones: E-7, E-7a, y E-7b.**





G. Ibarreche

Composición. Expresión (Verano). Ilust. E-7A



G. Ibarreche

Composición. Expresión (Invierno). Ilust. E-7B

## 7. Geometría Y Volumen

### a) Introducción

No obstante que la composición puede tender tanto a la profundidad como a la superficialidad, hay diferentes grados de este aspecto, y a veces en un cuadro aparecen varios de ellos a la vez.

Como notamos antes, en el Renacimiento los pintores desarrollaron ampliamente los conceptos de volumen y espacio, y la tendencia contemporánea ha tendido a ser mas superficial en su profundidad. Esto, sin embargo, no es tan delineado. Victor Vasarely, un artista contemporáneo, hace uso frecuente de los efectos de profundidad acentuada. Con colores planos logra degradaciones tonales equivalentes al claro – oscuro, además del uso inteligente de la geometría.

### b) Actividades

#### (1) Objetivos

Comprender y experimentar con el volumen geométrico y la profundidad o tercera dimensión en el arte visual.

#### (2) Interacción

Discuta con los alumnos el aspecto de la comunicación en el arte visual, a través de ilustraciones del arte visual.

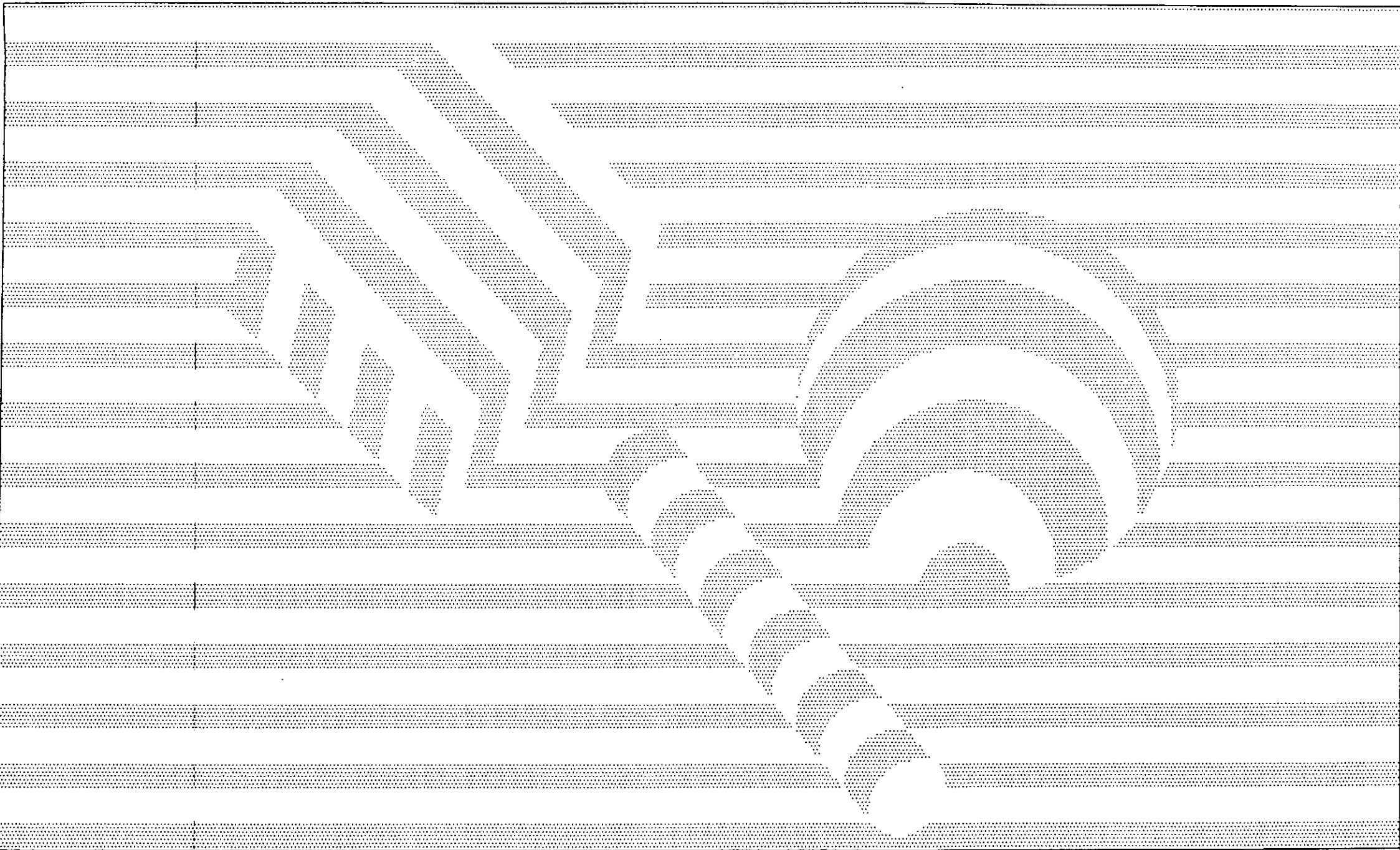
#### (3) Taller Manual

Guíe a los estudiantes a realizar pinturas o dibujos, haciendo uso de la profundidad acentuada y plana.

#### (4) Dibujo por Computadora

Usando AutoCAD con sus comandos de dibujo y edición, pida a los

estudiantes que experimenten con la profundidad acentuada y plana.





UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ARTES PLASTICAS

“Enseñanza del Dibujo Geométrico  
por Computadora  
en la Escuela Elemental y Media”  
Volumen II

Tesis  
Que para obtener el título de:  
Licenciado en Artes Visuales

Presenta  
Gartzen Ibarreche Harfuch

Director de Tesis: Lic. Francisco Romero Bolio  
México, D. F., septiembre de 1998.



DEPTO. DE ASISTENCIA  
PARA LA TITULACION  
ESCUELA NACIONAL  
DE ARTES PLASTICAS  
XOCHIMILCO D.F.

14  
20/20  
V-2



Universidad Nacional Autónoma de México

Escuela Nacional de Artes Plásticas

Tesis que para obtener el título de Licenciado en Artes Visuales

Presenta: Gartzén Ibarreche Harfuch

Director de Tesis: Prof. Francisco Romero Bolio

México, D. F., 1998

Volumen II

Tema:

Enseñanza del Dibujo Geométrico por Computadora en la Escuela Elemental y Media



**Universidad Nacional Autónoma De México**

**Escuela Nacional De Artes Plásticas**

**Tesis Que Para Obtener El Título De: Licenciado En Artes Visuales**

**Presenta Gartzén Ibarreche Harfuch**

**Director De Tesis: Prof. Francisco Romero Bolio**

**Tema: Enseñanza Del Dibujo Geométrico Por Computadora  
En La Escuela Elemental Y Media**

**México, D. F. 1998.**

# Volumen II

**Índice General (Volumen II)**

VIII. Fundamentos Del Color.....	143
A. Introducción .....	143
B. Enseñanza Del Color.....	143
IX. Currículo De Geometría .....	209
A. Introducción Al Currículo De Geometría .....	209
B. Individualización .....	231
X. Dibujo Por Computadora Del Currículo De Geometría.....	233
A. Programa Logo .....	233
B. Programa Autocad.....	261
XI. Taller Manual Del Currículo De Geometría .....	291
A. Uso De Instrumentos Del Dibujo.....	291
B. Construcción De Cuerpos Geométricos Prefabricados De Papel Y Módulos. ....	297
XII. Bibliografía.....	347

**Índice De Ilustraciones (Volumen II)**

Color: Uso Del Color Realista (Ilustración: F-1).....	147	Color. Contraste Cuantitativo (Ilustración: F-4g).....	203
Color: Uso Del Color Imaginativo (Ilustración: F-1a).....	149	Logo. Cuadrados Y Rectángulos (Ilustración: G-1).....	235
Color. Espectro (Ilustración: F-2).....	153	Logo. Figuras Varias 1 (Ilustración: G-2).....	237
Color: Longitud De Onda (Ilustración: F-2a).....	157	Logo. Figuras Varias 2 (Ilustración: G-3).....	239
Color: Amplitud De Onda (Ilustración: F-2b).....	161	Logo. Recursión (Ilustración: G-4).....	241
Color: Didáctica Del Círculo Cromático (Ilustración: F-3).....	165	Logo. Polígonos (Ilustración: G-5).....	243
Color: Círculo Cromático (Ilustración: F-3a).....	167	Logo. Espirales 1 (Ilustración: G-6).....	245
Color: El Cubo De Colores De Hickethier (Ilustración: F-3b).....	171	Logo. Espirales 2 (Ilustración: G-7).....	247
Color: Contraste Del Color En Sí (Ilustración: F-4a).....	175	Logo. Figuras Con Recursión (Ilustración: G-8).....	249
Color. Contraste Claro - Oscuro (Ilustración: F-4b).....	179	Logo. Paralelogramo (Ilustración: G-9).....	251
Color: Gama De 256 Colores De Autocad (Ilustración: F-4).....	183	Logo. Teoremas De Congruencia (Ilustración: G-10).....	253
Color. Contraste Caliente - Frio (Ilustración: F-4c).....	187	Logo. Traslaciones (Ilustración: G-11).....	255
Color. Contraste Complementario. Ilustración: F-4d).....	191	Logo. Mosaicos 1 (Ilustración: G-12).....	257
Color. Contraste Simultáneo (Ilustración: F-4e).....	195	Logo. Mosaicos 2 (Ilustración: G-13).....	259
Color. Contraste Cualitativo (Ilustración: F-4f).....	199	Autocad. Postulados 1 (Ilustración: H-1).....	263
		Autocad. Postulados 2 (Ilustración: H-2).....	265
		Autocad. Ángulos (Ilustración: H-3).....	267

Autocad. Triángulos (Ilustración: H-4). .....	269	Taller. Icosaedro Y Cubo (Ilustración: J-5). .....	307
Autocad. Cuadriláteros (Ilustración: H-5).....	271	Taller. Dodecaedro Y Cubo - Octaedro (Ilustración: J-6). .....	309
Autocad. Mosaicos 1 (Ilustración: H-6).....	273	Taller.. Calidociclo Hexagonal (Ilustración: J-7). .....	311
Autocad. Mosaicos 2 (Ilustración: H-7).....	275	Taller. Calidociclo Cuadrado (Ilustración: J-8).....	313
Autocad. Mosaicos 3 (Ilustración: H-8).....	277	Taller. Calidociclo Oblicuo (Ilustración: J-9). .....	315
Autocad. Mosaicos 4 (Ilustración: H-9).....	279		
Autocad. Mosaicos 5 (Ilustración: H-10).....	281		
Autocad. Mosaicos 6 (Ilustración: H-11).....	283		
Autocad. Área Y Perímetro (Ilustración: H-12). .....	285		
Autocad. Dodecaedro Sólido (Ilustración: H-13). .....	287		
Autocad. Dodecaedro, Perspectiva (Ilustración: H-14).....	289		
Dibujo Técnico. Instrumentos De Dibujo 1 (Ilustración: I-1).....	293		
Dibujo Técnico. Instrumentos De Dibujo 2 (Ilustración: I-2).....	295		
Taller. Durero. Estrella (Ilustración: J-1). .....	299		
Taller. Durero. Cubo Violeta Y Verde (Ilustración: J-2).....	301		
Taller. Durero. Cubo Rojo Y Azul (Ilustración: J-3).....	303		
Taller. Tetraedro Y Octaedro (Ilustración: J-4). .....	305		



## VIII. Fundamentos Del Color

### A. Introducción

Las ventajas y dificultades, que expresamos en "Fundamentos De La Composición", tienen los jóvenes y niños, en cuanto al aprendizaje, son propias también de la enseñanza del color.

Igualmente aquí, se ha realizado una investigación bibliográfica muy amplia. A través de ella, se ha visto muy adecuado para la enseñanza del nivel elemental y medio del color, los textos:

Villegas, Carlos. Expresión Gráfica II. México: McGraw-Hill, 1988.

Itten, Johannes. El Arte del Color. Trad. México: Editorial Limusa, S.A. de C.V., 1994.

### B. Enseñanza Del Color

Basados en los principios sugeridos en estos textos, pero haciendo una adaptación al dibujo por computadora y a la educación elemental y media, podemos considerar los siguientes apartados en la enseñanza del color.

#### 1. Uso Del Color

Existen, en términos generales, tres tipos de aplicación del color:

Realista, Imaginativa e Impresionista.<sup>1</sup>

##### a) Realista

Aplica los colores procurando una representación fiel de la realidad.

##### b) Impresionista

Aplica los colores procurando representar la impresión que causan los objetos en un momento dado. Usa los colores fundamentales del espectro, superponiéndolos a brochazos (espátula, etc.), sobre una determinada superficie, en vez de mezclarlos en la paleta.

El movimiento impresionista fue un gran paso a la creatividad. La invención de la cámara fotográfica hizo que los artistas buscaran aquello que la cámara no podía captar.

##### c) Imaginativo

Aplica los colores de acuerdo a los sentimientos del autor, olvidándose de la realidad. Atiende a la relación subjetiva del color.

##### d) Actividades

###### (1) Objetivos

Objetivos:

Comprender los 3 usos del color.

###### (2) Taller Manual

Con cualquier material, realizar el dibujo de una naturaleza muerta usando los 3 usos del color.

<sup>1</sup> Villegas, op. cit., pp. 3-5.

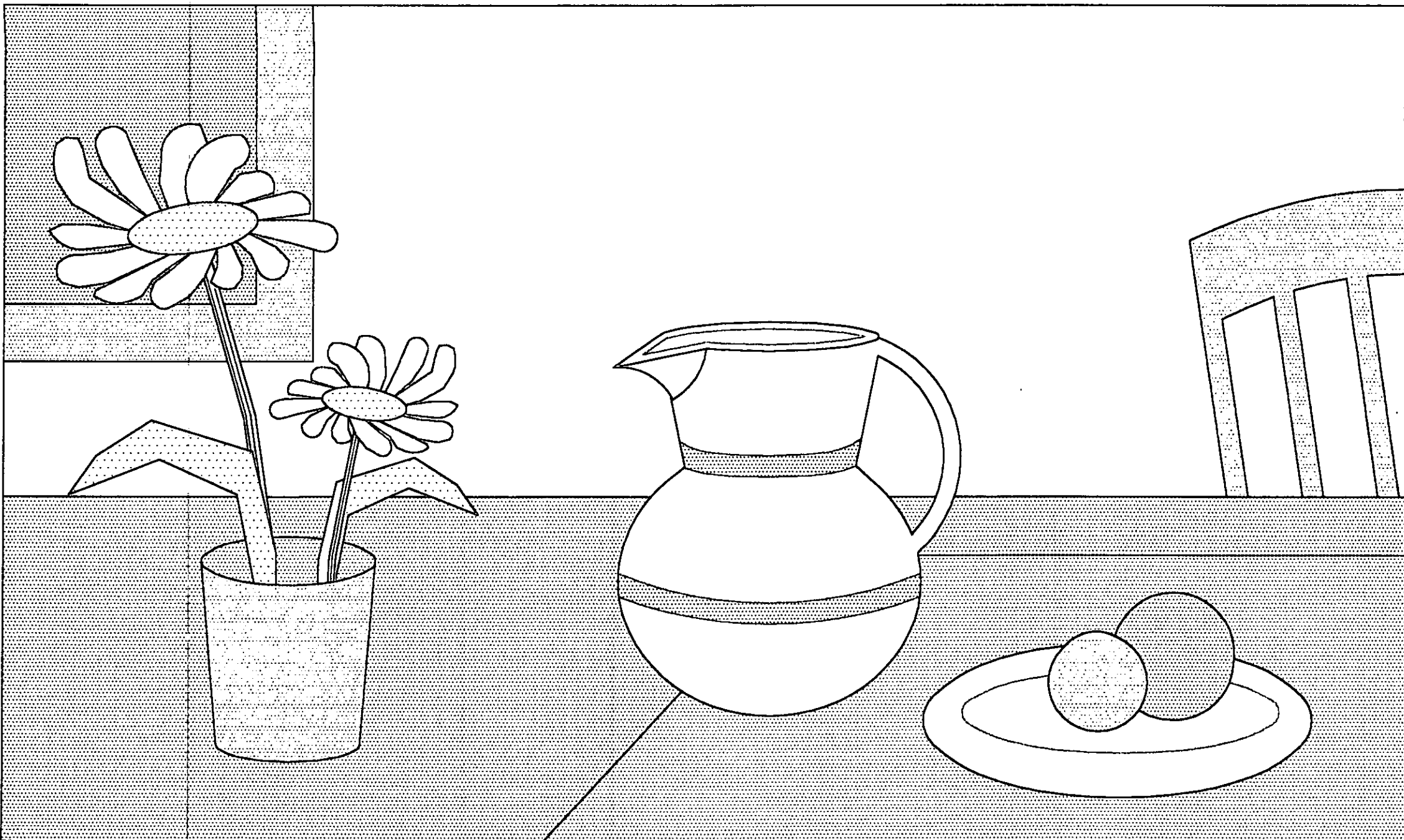
Dibujo por Computadora

Trazar un dibujo en AutoCAD, y pintarlo usando el color tanto de una forma realista como imaginativa.

**Vea Ilustraciones: F-1 y F-1a.**

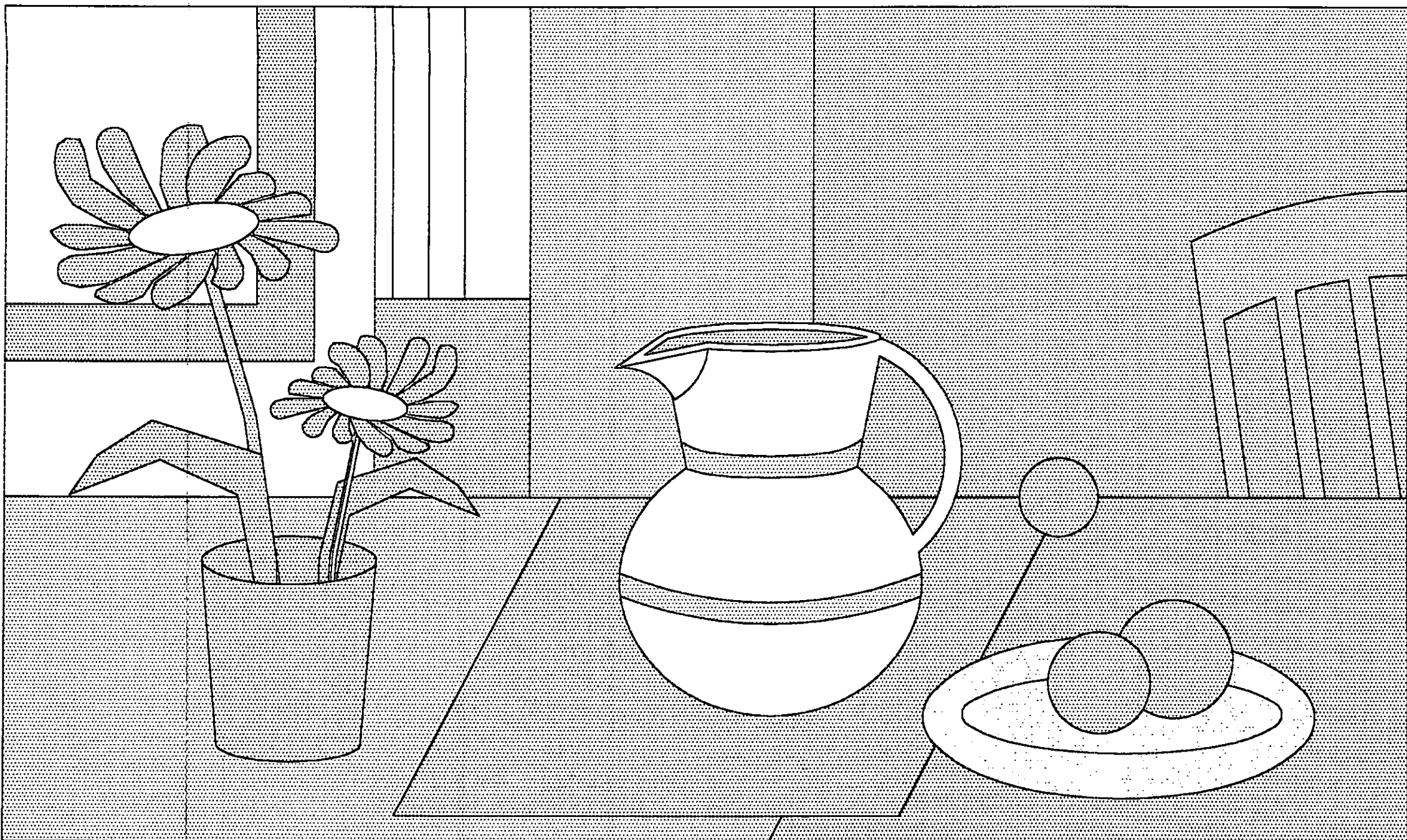






G. Ibarreche

Color. Uso Realista. Ilust. F1



G. Ibarreche

Color. Uso Imaginativo. Ilust. F-1A

## 2. Composición Física

### a) El Espectro De Luz

El hombre no tiene todas las respuestas acerca del color, pero ha podido averiguar algunas.

En el Siglo 17, Newton y Descartes hicieron algunas observaciones. El primero, hizo atravesar un rayo de luz por un prisma, obteniendo 7 colores.

Newton habló de 7 colores, quizás para hacer la analogía con la música, pero consideraciones posteriores a él, vieron al añil como un derivado del azul, quedando 6 colores: Los 3 primarios: rojo, amarillo y azul; y los 3 secundarios: naranja, verde y violeta.

La teoría es un poco compleja, pero en resumen podemos decir, que la luz contiene en sí todos los colores; y que la materia, a su vez, tiene la propiedad de absorber y reflejar la luz. Así, un girasol amarillo es amarillo por que absorbe todos los colores de la luz y refleja el amarillo. Un cuervo es negro por que absorbe todos los colores y no refleja ninguno. La nieve es blanca por que refleja todos los colores y no absorbe ninguno.<sup>2</sup>

### (1) Actividades

#### (a) Objetivos

Razonar y sacar conclusiones en base a la teoría del color.

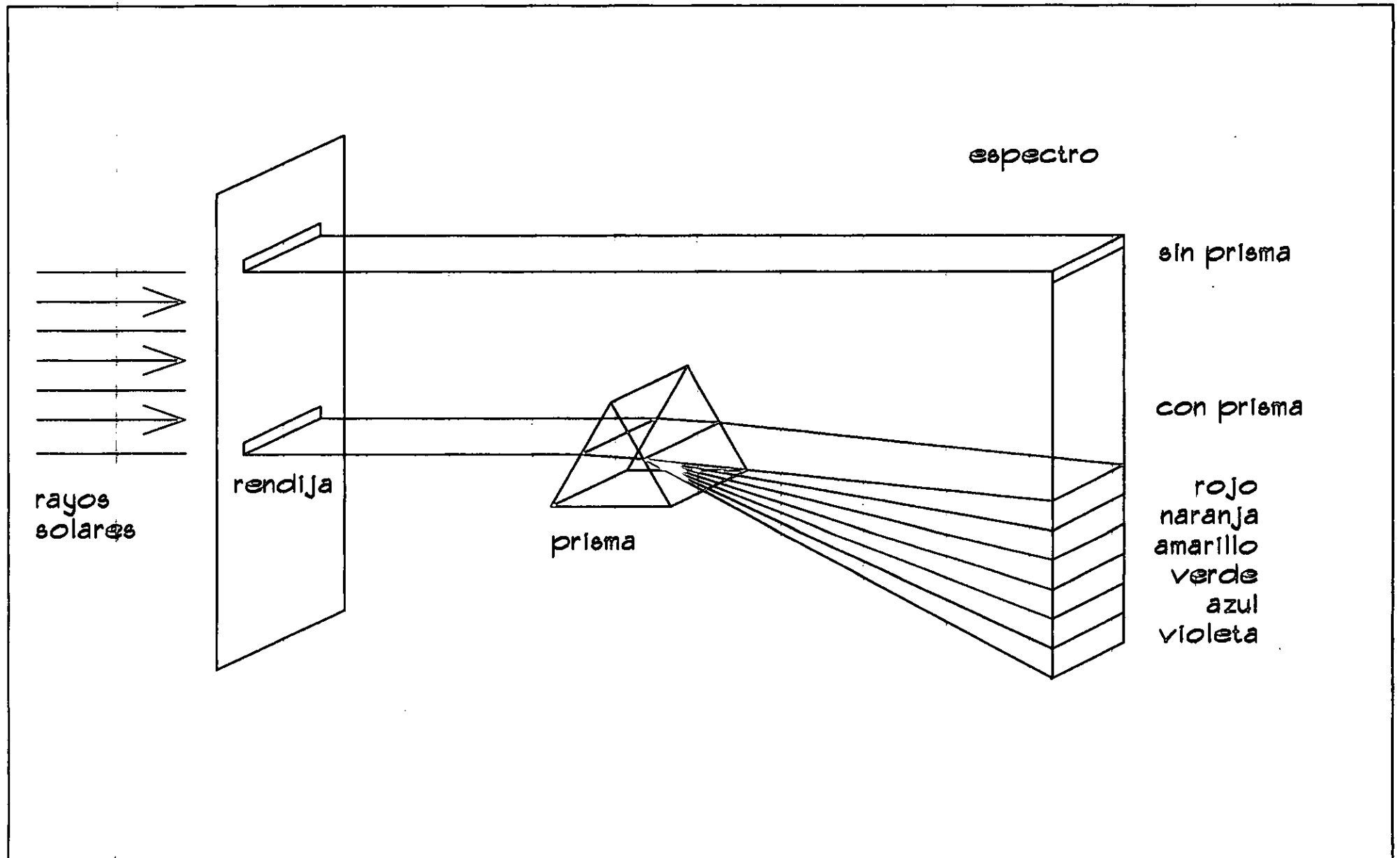
#### (b) Discusión En Clase

Discutir con los alumnos lo que es el color, sacando aplicaciones de los objetos alrededor.

**Vea la Ilustración: F-2.**

---

<sup>2</sup> Villegas, op. cit. pp. 6, 7; Itten, op. cit., pp. 16ss.



## b) Longitud De Onda

### (1) Introducción

Si una bocina tiene un volumen muy alto, llama nuestra atención. Con los colores sucede algo semejante. Aquellos que tienen una longitud de onda más saturada (con más valles de ondas en una determinada longitud), llaman más nuestra atención; mientras que aquellos que la tienen menos saturada, llaman menos nuestra atención. Así, por ejemplo, el rojo "lastima" más los conos de nuestra retina, llamando más nuestra atención: Una razón para que la luz de alto del semáforo sea roja.

El color magenta tiene una longitud de onda de 700 milimicrones. El violeta de 400. Y ambos marcan el límite mayor y menor de aquello que perciben nuestros ojos. En medio de ellos están el azul, el verde, el amarillo y el naranja, en orden creciente de longitud.

En base a este principio se habla del distinto volumen que tienen los colores en los cuadros de Mondrian.

Psicológicamente, los colores tienen relaciones afectivas, así, el violeta está relacionado con la idea de dolor, pena, pesimismo y nostalgia; el verde y el azul, están asociados con la idea de tranquilidad y frescura; el amarillo con alegría, optimismo, seguridad. El naranja y el rojo con dinamismo, euforia, violencia, etc.<sup>3</sup>

### (2) Actividades

#### (a) Objetivos

Razonar y sacar conclusiones en base a la teoría del color, sobre el efecto de la longitud de onda en los colores.

Hacer uso de AutoCAD para expresar gráficas o representaciones. Razonar sobre las relaciones psicológicas del color.

#### (b) Discusión En Clase

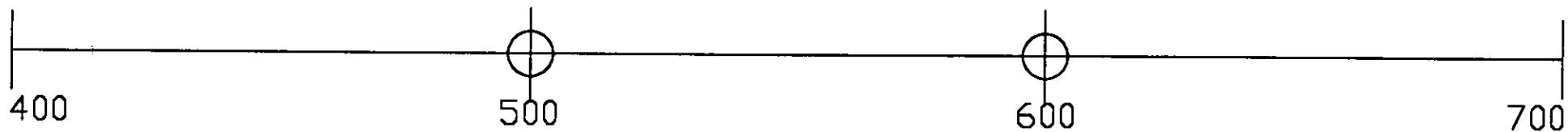
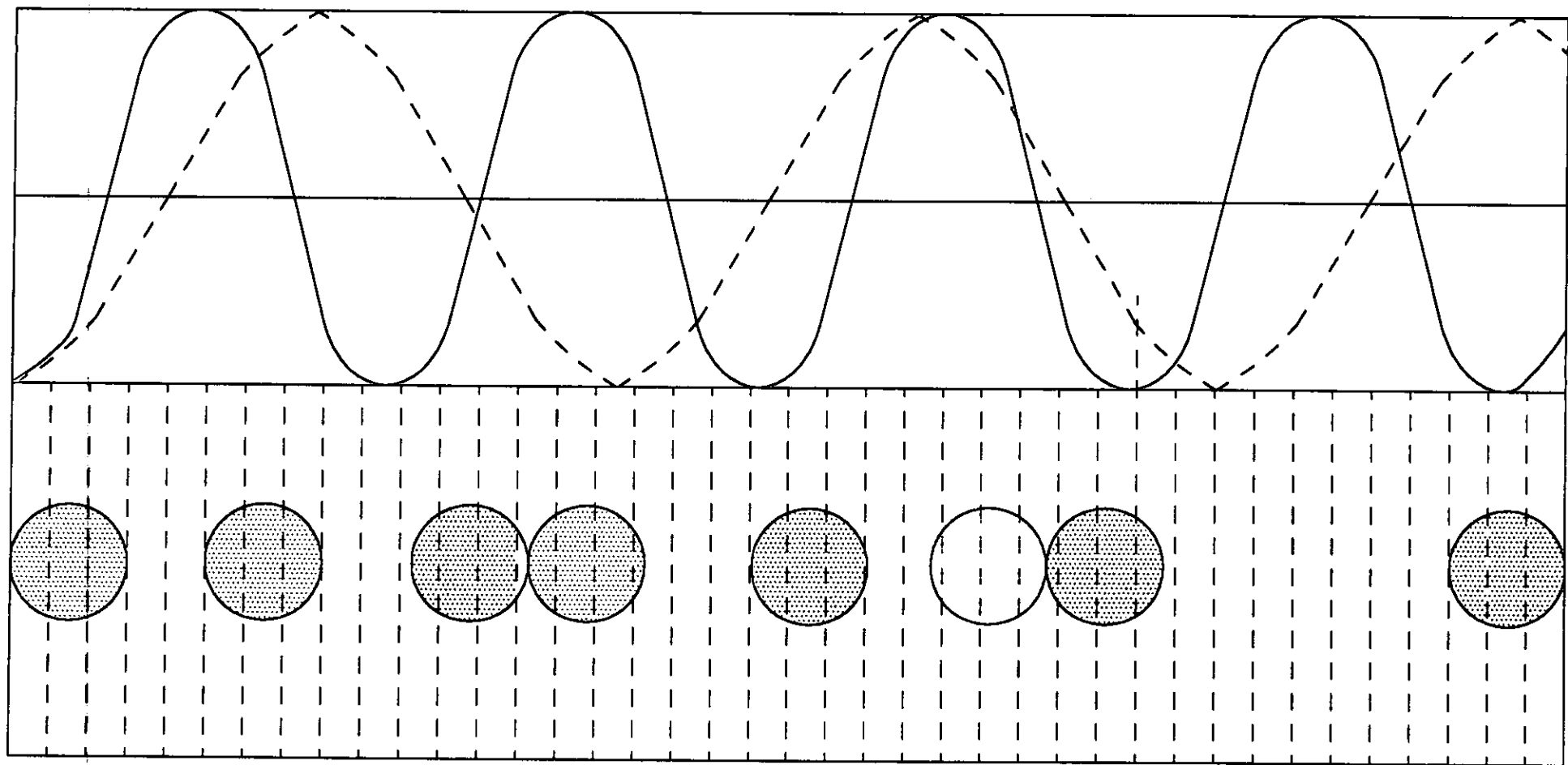
Discutir con los alumnos los colores del medio circundante, considerando la teoría del color y su relación a la longitud de onda. Discutir con los alumnos las implicaciones psicológicas del color, sacando aplicaciones de los objetos alrededor, u objetos conocidos.

#### (c) Dibujo por Computadora

Trazar el diagrama de longitud de onda en AutoCAD, coloreándolo con el comando BHATCH (SOMBREAR).

**Vea la Ilustración: F-2a.**

<sup>3</sup> Villegas, op. cit. pp. 8-11.; Itten, op. cit., pp. 7-18.



## c) Amplitud De Onda

### (1) Introducción

Nosotros percibimos las diferentes amplitudes de onda como diferencias en la cantidad de luz que refleja un color: Verde claro, verde oscuro, etc.<sup>4</sup>

### (2) Actividades

#### (a) Objetivos

Razonar y sacar conclusiones en base a la teoría del color, sobre el efecto de la amplitud de onda en los colores.  
Hacer uso de AutoCAD para expresar gráficas o representaciones.

#### (b) Discusión En Clase

Discutir con los alumnos los colores del medio circundante, considerando la teoría del color y su relación a la amplitud de onda.

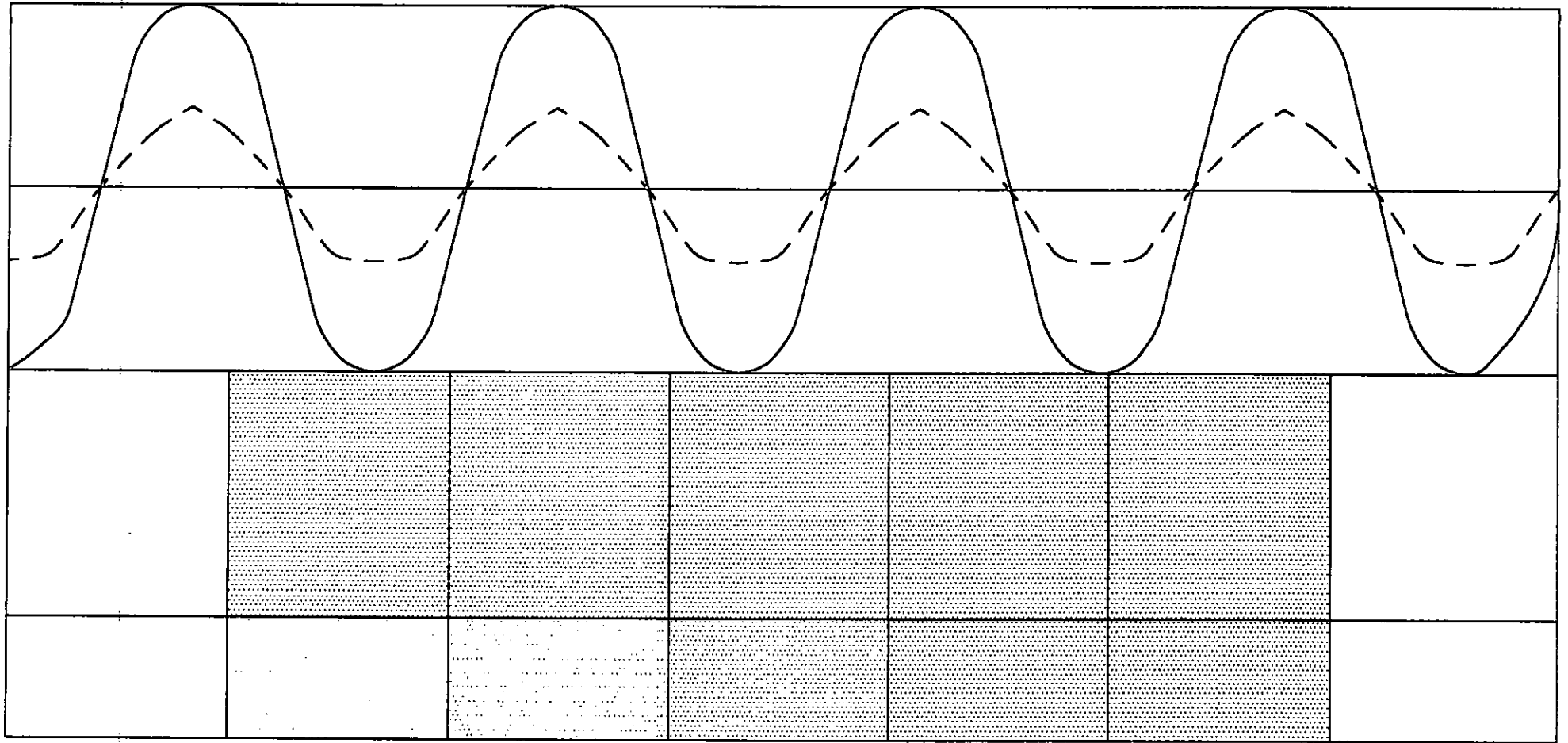
#### (c) Dibujo Por Computadora

Trazar el diagrama de amplitud de onda en AutoCAD, coloreándolo con el comando BHATCH (SOMBREAR).

**Vea la Ilustración: F-2b.**

---

<sup>4</sup> Villegas, loc. cit.; Itten, loc. cit.





### 3. Clasificación Del Color

#### a) El Círculo Cromático

El Círculo Cromático es una forma de representar la amplia variedad de los colores, en una forma ordenada, en relación a su origen y dependencia. En él, los colores se clasifican en primarios, secundarios, terciarios, etc.; a la vez que en sus complementarios. En la ilustración F-3b, al final de este apartado, podemos notar que en los extremos opuestos se encuentran los colores complementarios (Vea Color: Contraste Complementario). Podemos notar también que dentro del círculo, las esquinas de los cuadrados, rectángulos y triángulos isósceles y equiláteros, contienen también los colores complementarios.

#### (1) Colores Primarios

Los colores primarios son aquellos de los que se derivan todos los demás. mediante un filtro fotográfico se pueden eliminar ciertos colores. Así, por ejemplo, un filtro rojo eliminaría el rojo; uno azul, el azul, etc. De esta forma se ha comprobado que de los colores primarios resultan todos los demás. Los colores primarios son el rojo (magenta para ser más precisos), el amarillo (puro) y el azul (cyan).

#### (2) Colores Secundarios

Los colores secundarios son los que se obtienen al mezclar dos primarios: Naranja con amarillo y rojo; violeta con azul y rojo; verde con amarillo y azul.

#### (3) Colores Terciarios

La combinación de un color secundario con un primario da origen a un terciario.

#### (4) Colores Complementarios

Los complementarios son aquellos que contrastan entre sí por que uno de ellos carece del color, o colores, que el otro tiene. Como por ejemplo el naranja y el azul; el rojo y el verde, etc.

No sólo hay secundarios que son complementarios de los primarios, sino que puede haber secundarios complementarios de secundarios. Esto lo veremos cuando hablemos del cubo de los colores de Hicethier.

Newton hizo girar un disco con los 6 colores probando que juntos daban el blanco. El blanco, como vimos antes, refleja todos los colores; pero no solo ello, sino que también, hizo un disco con dos colores complementarios, que al girar, producían el blanco.<sup>5</sup>

#### (5) Actividades

##### (a) Objetivos:

Comprender el Círculo Cromático.

Razonar y sacar conclusiones en base a las teorías del color.

##### (b) Discusión En Clase

Discutir con los alumnos los colores del medio circundante, considerando la teoría del color y su relación con el círculo cromático.

##### (c) Dibujo Por Computadora

Trazar el diagrama del Círculo Cromático en AutoCAD, coloreándolo con el comando BHATCH (SOMBREAR).

##### (d) Observación Importante

Más que darle al estudiante todos los datos para que construya el

<sup>5</sup> Villegas, op. cit. pp. 12, 13.; Itten, op. cit., pp. 21, 22.

círculo cromática, queremos que éste llegue a sus conclusiones partiendo de unos datos básicos.

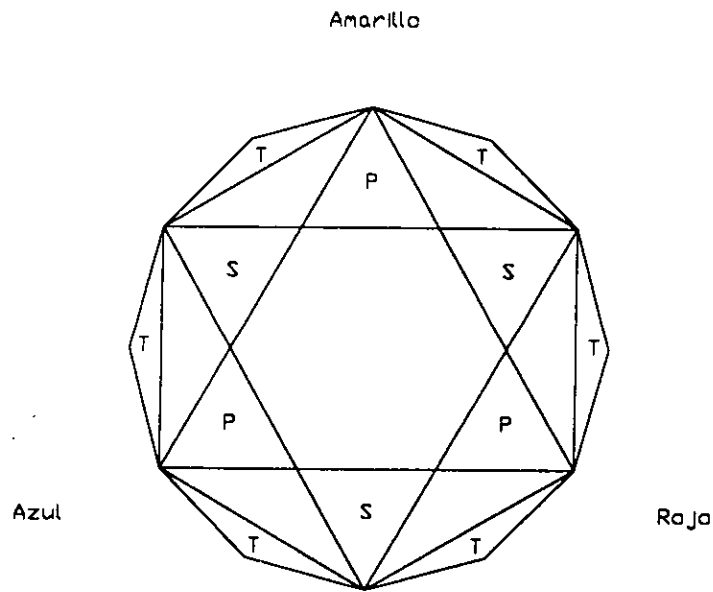
Así, le guiamos a dibujar primero una estrella formada por dos triángulos equiláteros, y le pedimos colocar el nombre de los tres primarios en las tres esquinas de un triángulo, y deducir así los tres secundarios, y luego los seis terciarios.

Después de ello, le pedimos que trace una corona de triángulos isósceles, para apuntar a los terciarios.

Debe luego dibujar dos círculos concéntricos divididos en doce partes.

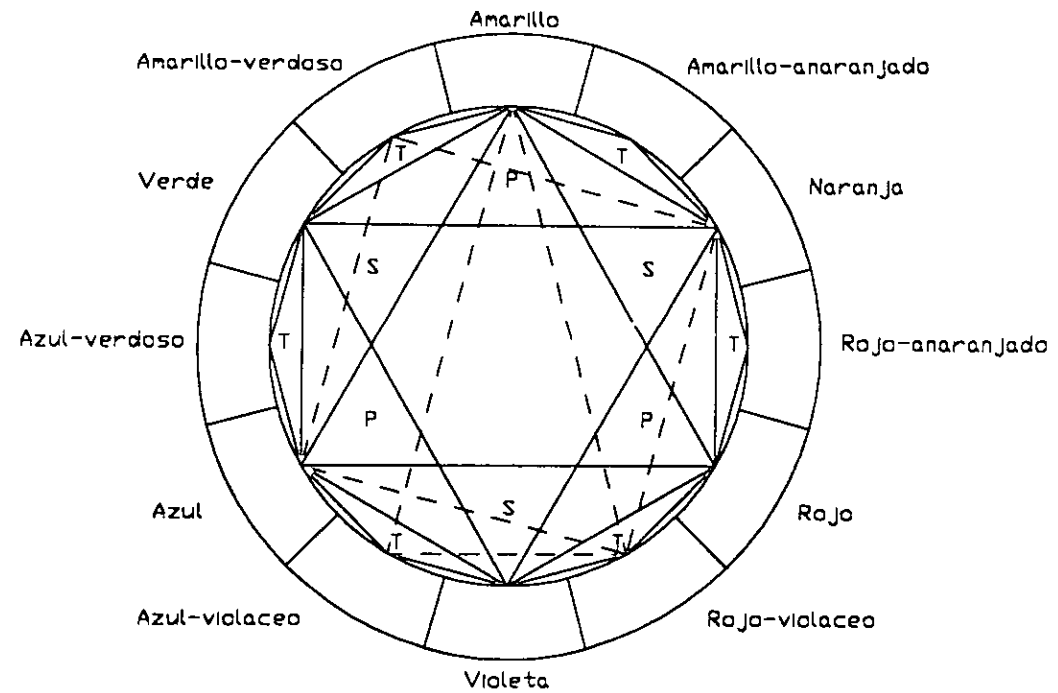
Finalmente, debe aplicar los colores del muestrario de 256 colores, partiendo de los primarios: Cyan, Amarillo, y Magenta, y buscando luego, cerca a ellos, los secundarios y terciarios.

**Vea las Ilustraciones: F-3, y F-3a.**

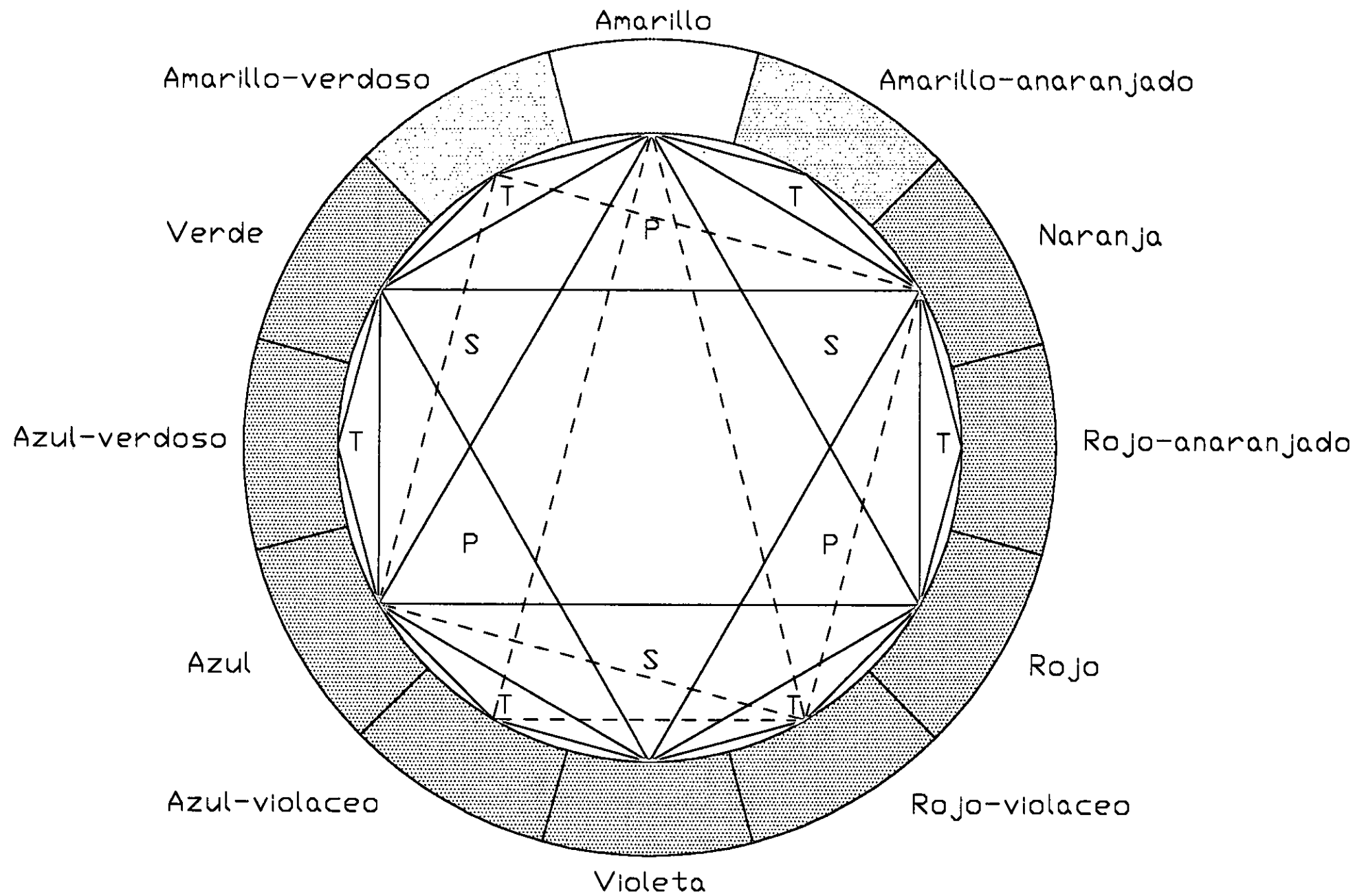


P = Primarios  
 S = Secundarios  
 T = Terciarios

El estudiante debe ir deduciendo los colores correspondientes, partiendo de los tres primarios.



Complementarios, los vértices opuestos, esquinas de triángulos equilátero e isósceles y de cuadrados y rectángulos



**b) El Cubo De Colores De Hicethier**

En 1940, Alfred Hicethier diseñó un cubo de mil colores basado en los diseños de sus predecesores, pero dando un paso más en la clasificación del color.

El cubo se forma de la siguiente manera, en un cubo están colocados mil colores diferentes, numerados del 000 al 999, cada uno de los dígitos de este número de 3 cifras representa uno de los colores primarios. El primer dígito al amarillo, el segundo al rojo y el tercero al azul. El blanco es el 000 y el negro (o color más oscuro) el 999.

Los 8 vértices del cubo contienen el blanco, el negro y los 6 colores del arco iris (los 3 primarios y los 3 secundarios). Conforme van acercándose unos a otros los colores, se van tiñendo en proporción al color al que se acercan.

Así el número 096 es el código que designa a un color que carece de totalmente de amarillo, tiene el rojo en toda su plenitud, y contiene dos terceras partes de azul. El 903 sería su color complementario.

**(1) Actividades****(a) Objetivos:**

Comprender el Cubo de Colores de Hicethier.

Razonar y sacar conclusiones en base a las teorías del color.

**(b) Armar el Cubo de Colores de Hicethier.**

Armar el Cubo de Colores de Hicethier (Vea la nota al pie <sup>6</sup>).

---

<sup>6</sup> Se recomienda el libro:

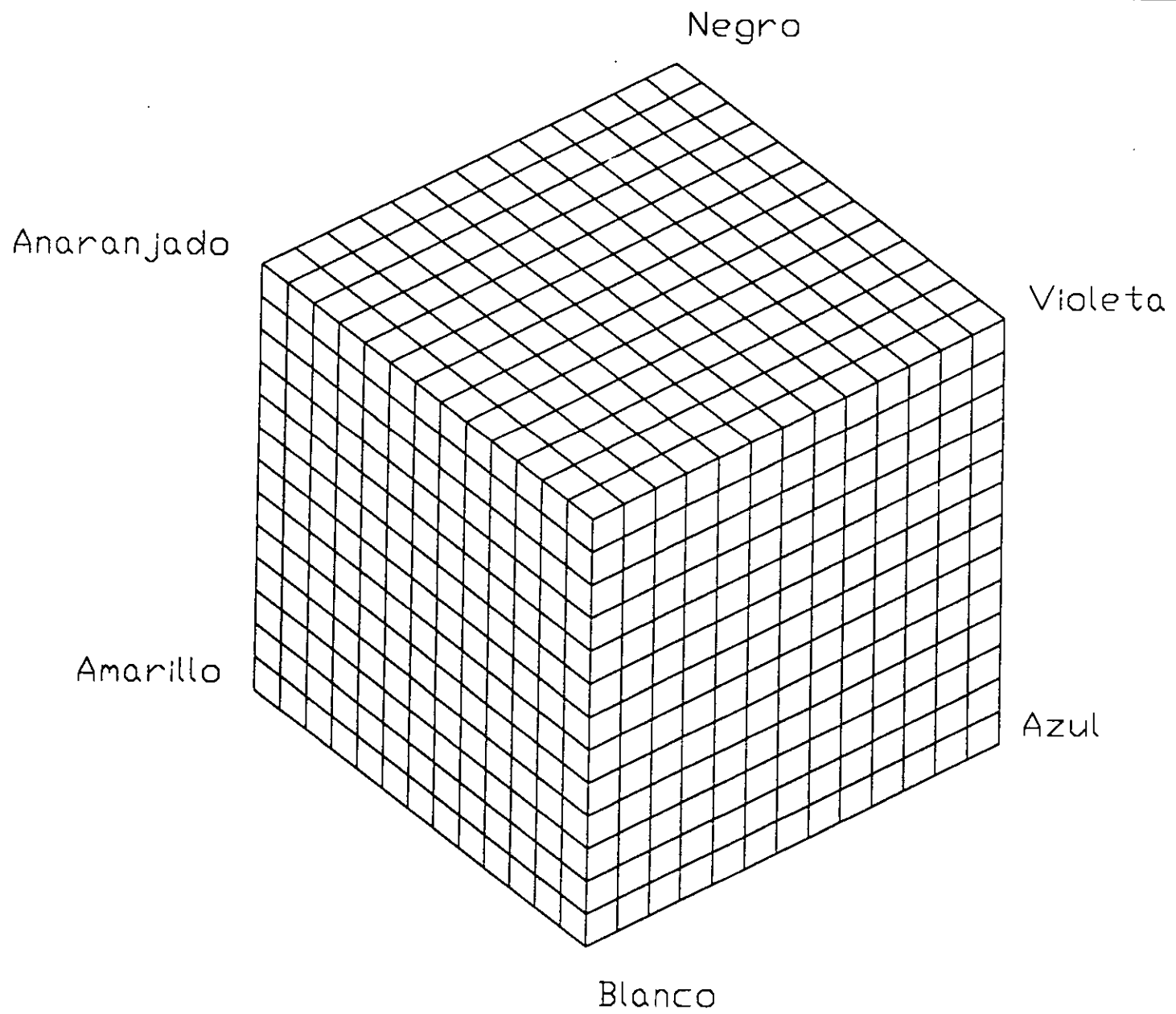
Hicethier Alfred. El Cubo de los Colores. Editorial Bouret.

Este libro contiene un cubo de colores prefabricado para armar.

**(c) Discusión En Clase**

Discutir con los alumnos colores de objetos alrededor, aplicando los razonamientos de Hicethier.

**Vea la Ilustración: F-3b.**



#### 4. Contrastes Del Color

##### a) Contraste Del Color En Sí Mismo.

###### (1) Presentación

De la misma forma que el blanco y el negro constituyen los contrastes extremos de los grises, los colores primarios, amarillo, rojo y azul, constituyen los contrastes extremos del color, y poseen toda la fuerza propia de cada uno de ellos. A medida que nos vamos alejando de cada uno de ellos hacia otros colores, se va perdiendo la fuerza de los mismos.

Así, el carácter del naranja, el verde y el violeta es menos marcado que el del amarillo, el azul y el rojo. Y el efecto de los colores terciarios es menos llamativo.

Al colocarse al lado, el blanco rebaja la luminosidad de los colores, apagándolos, mientras que el negro los ilumina.<sup>7</sup>

Algunos artistas recurren al uso del negro, gris o blanco para neutralizar el efecto de los colores al asociarse. En un fondo negro, por ejemplo, disponen diferentes colores.

Algunos cuadros de Kandinsky tienen esta peculiaridad. Matisse usaba gruesas líneas negras para lograr su armonía.

Por otro lado, el blanco y el negro juntos, por sí solos, resaltan diferencias; lo mismo que, al combinarse con los grises, armonizan.

El "Guernica" de Picasso es un ejemplo de armonización de diferentes tonos de gris, junto al blanco y al negro.

Los escenógrafos también suelen usar los fondos grises para resaltar ciertos elementos, como por ejemplo, la vestimenta de colores de un grupo de bailarinas. En el caso contrario, un grupo de bailarinas vestidas de blanco, requeriría de un color que contrastara

<sup>7</sup> Itten, op. cit., pp. 34ss.

al blanco, que podría ser el negro, etc.<sup>8</sup>

###### (2) Relaciones

Siendo que los colores funcionan de manera relativa, es decir, dependen de los colores que los rodean, podemos notar en ellos las siguientes relaciones: Colores Análogos, Colores Primarios y Policromía.<sup>9</sup>

###### (a) Colores Análogos

Cuando combinamos colores semejantes, por ejemplo el verde y el azul, su intensidad varía muy poco. Esto se debe a la analogía que existe entre las longitudes de estos dos colores.

###### (b) Colores Primarios

Los colores primarios juntos funcionan de manera diferente que cuando están separados. Así, por ejemplo, cuando los tres están juntos, el amarillo se ve más brillante que el rojo (aunque esté tiene una longitud de onda más saturada), y el rojo más brillante que el azul.

###### (c) Policromía

Al combinar los colores primarios, obtenemos nuevos colores, pero si formamos un color con dos colores análogos opuestos, obtenemos una gama más amplia. Y a su vez mezclamos estos colores con el blanco y el negro, obtenemos una gama mucho más amplia.

###### (3) Actividades

<sup>8</sup> Villegas, op. cit., p. 25.

<sup>9</sup> Villegas, op. cit., p. 31.

**(a) Taller Manual**

Usando pigmentos acrílicos, de acuarela, o similares, hacer composiciones abstractas, figurativas, o de letras, que experimenten con el contraste del color en sí.

Experimentar con colores análogos, primarios y policromía, usando tempera o acuarela (o similar material) sobre papel.

Un ejemplo sencillo consiste en un primer ejercicio de pintar una naturaleza muerta con colores análogos, y luego ir avanzando a la policromía en otros ejercicio consecutivos.

**(b) Discusión En Clase**

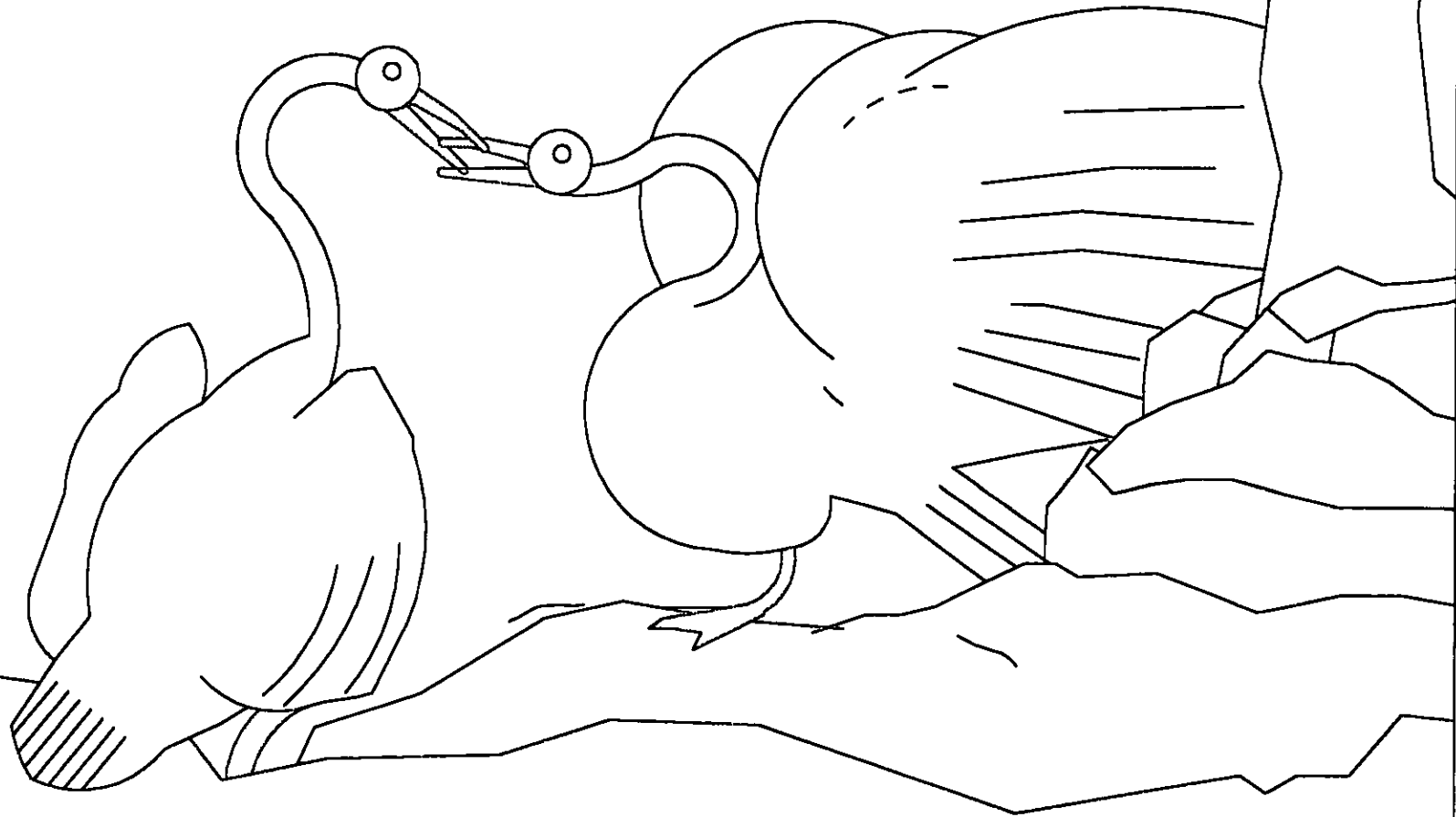
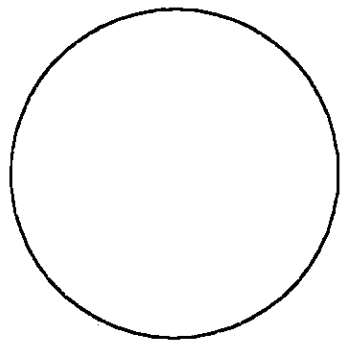
Guíe a los estudiantes en una discusión sobre el contraste del color en sí, y sus relaciones, utilizando ilustraciones gráficas de artistas visuales.

**(c) Dibujo Por Computadora**

Usando AutoCAD, lleve a cabo la misma actividad descrita arriba en el Taller Manual.

**Vea la Ilustración: F-4a.**





G. Ibarreche

Color. Contraste del Color En Si (Monocromía). Ilust. F-4A

## b) Contraste Claro - Oscuro

### (1) Presentación

Debemos estudiar los problemas de claro oscuro que proponen el blanco, el negro y el gris: pero también son importantes los problemas que suscitan los colores puros.

El gris neutro es mudo, pero se transforma fácilmente en tonos espléndidos.

La acción de cualquier color puede conseguir que el gris pase de un color neutro a su efecto complementario correspondiente.

El gris recibe vida de la proximidad que le comunican los demás colores.

De igual manera que se colocan doce colores en el círculo cromático, podemos colocar doce tonos de gris.

Los colores de igual claridad o de igual oscuridad, relacionan los colores entre sí. Esto permite unir los colores con más facilidad entre sí, lo cual constituye una ayuda apreciable para los artistas.

Cuando en una composición coloreada se quiere tratar el gris como componente del color. Es preciso que el tono de gris y el tono coloreado contengan la misma claridad.

Nos debemos percatar que el amarillo saturado es muy claro y que es imposible hallar un amarillo luminoso oscuro.

Cuando la luz se reduce, el rojo, el anaranjado y el amarillo parecen más oscuros, el verde y el azul parecen más claros.<sup>10</sup>

Por otro lado, la escala denominada acromática consiste del blanco y el negro con sus tonos de grises intermedios. Se llama así por que en ella no interviene ningún color.

Un simple color puede, sin embargo, formar una escala cromática

---

<sup>10</sup> La razón de esto es biológica. Los conos del ojo, que actúan en la luz del día, son más sensibles al rojo y similares, mientras que los bastones, que actúan en la oscuridad, son más sensibles al azul y similares.

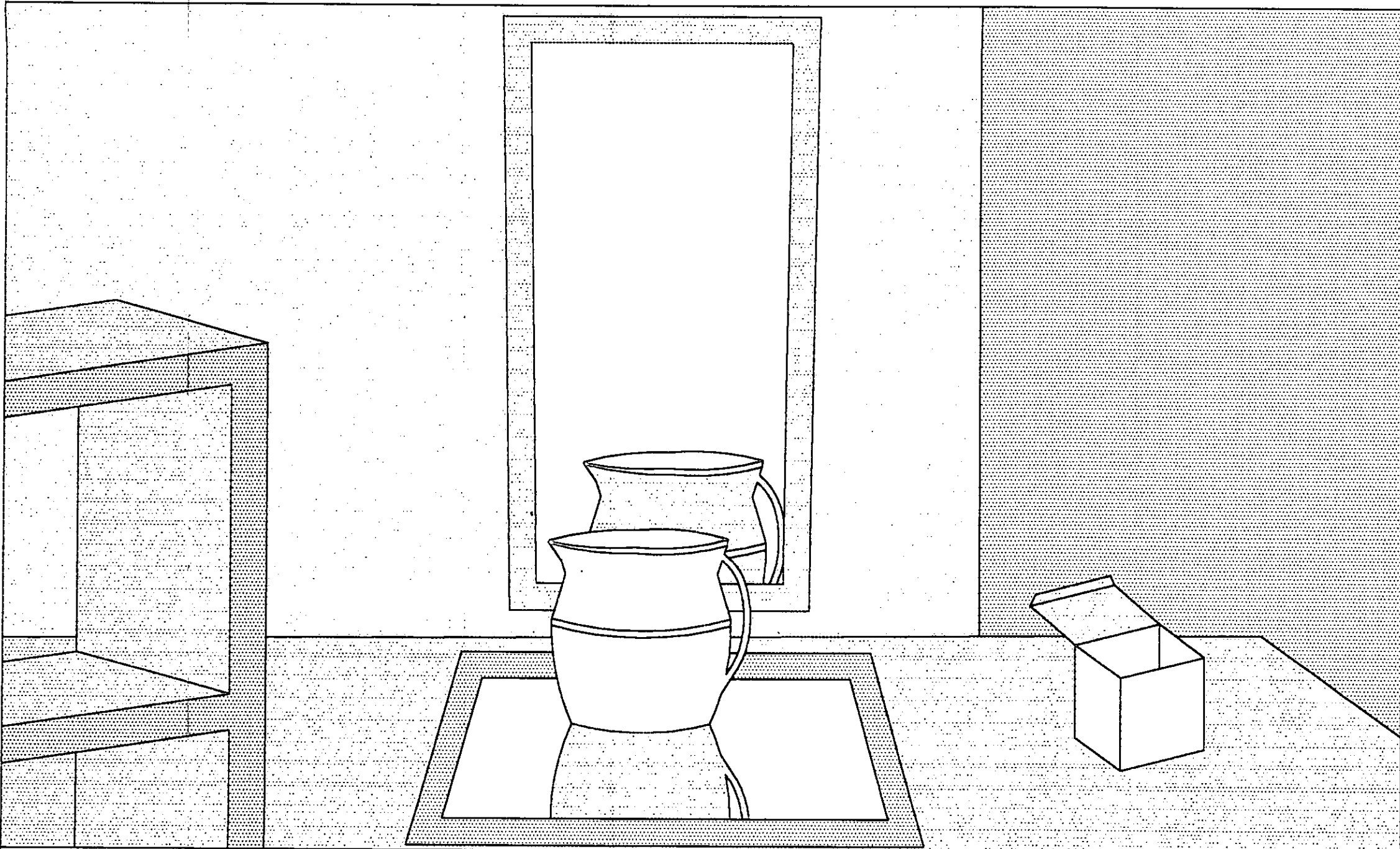
con la ayuda del blanco y el negro. De tal forma que cuando a un color le añadimos blanco, aumentamos su intensidad; cuando le añadimos negro, disminuimos su intensidad; cuando le añadimos un gris medio, le damos un valor intermedio.

Una escala más es formada por medio de añadir los colores complementarios a determinados colores. Esta escala se llama escala de valores grisados por la tendencia anteriormente descrita.<sup>11</sup>

**Vea la Ilustración: F-4b.**

---

<sup>11</sup> Villegas, op. cit., p.28.



G. Ibarreche

Color. Contraste Claro - Oscuro. Ilust. F-4B

## **(2) Actividades**

### **(a) Taller manual**

Experimentar con diferentes escalas cromáticas, y el contraste claro - oscuro, usando tempera o acuarela (o similar material) sobre papel.

Un ejemplo sencillo consiste en usar pintura amarilla y blanca, añadiendo a la pintura blanca cada vez una porción más de color amarillo, observando la pigmentación y formando una escala cromática.

Paso seguido se puede experimentar con el negro y los colores.

### **(b) Discusión En Clase**

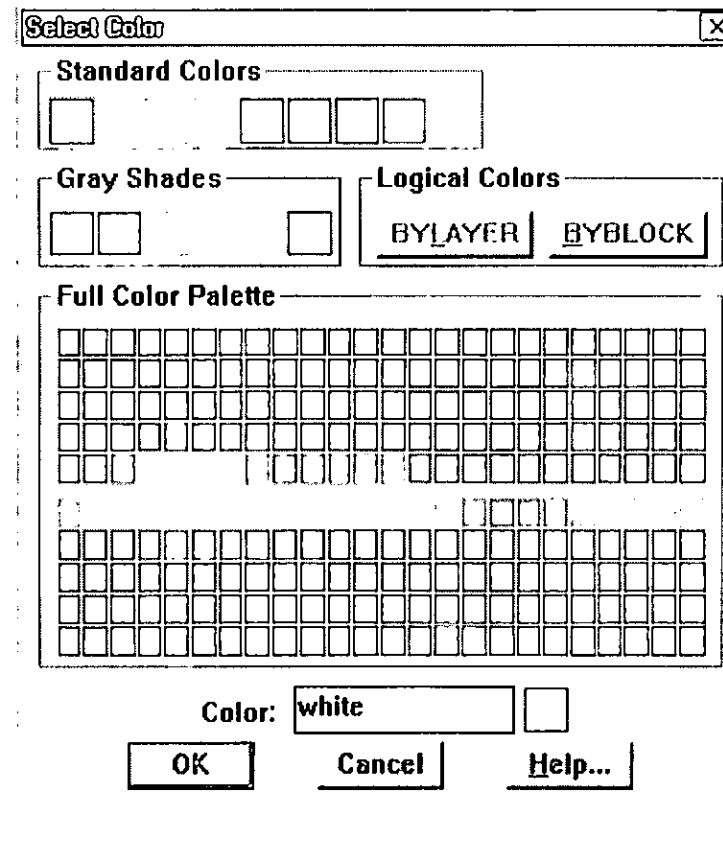
Analizar diferentes cuadros de artistas, por medio de revistas, en los que se estudie el contraste claro - oscuro. Estos pueden ser cuadros de escalas acromáticas como el Guernica de Picasso, o cromáticas como los coloridos cuadros de Matisse.

### **(c) Dibujo Por Computadora**

Examinar la gama de 256 colores de AutoCAD, así como los colores formados por el usuario, observando como al añadir el blanco y el negro cambian, lo mismo que al combinar los colores.

Desde el comando LAYER, seleccione color (Set color...).

**Vea la Ilustración: F-4.**



Color: Gama de 256 Colores de AutoCAD (Ilustración: F-4).

## c) Contraste Caliente - Frío

### (1) Presentación

Estudios científicos han demostrado que existe una relación entre la sensación de calor y frío de los colores así llamados. En el círculo cromático, el amarillo es el color más claro y el violeta el más oscuro. A su lado izquierdo y derecho se reparten de un lado los colores calientes, y de otro lado los fríos. El rojo-anaranjado es el color más caliente, y el azul-verde el color más frío.

En un paisaje los colores situados en la lejanía parecen siempre más fríos a causa de las capas de aire que se intercalan. El contraste caliente - frío contiene así elementos susceptibles de sugerir la lejanía y la proximidad. Es un importante medio para representar los efectos de la perspectiva y el relieve.

Si tratamos una composición según un determinado estilo, y siguiendo un determinado contraste, los demás contrastes deberán emplearse sólo a título secundario o incluso no ser empleados.

De acuerdo a Itten, entre los 7 contrastes que existen, el contraste caliente - frío es el más llamativo.<sup>12</sup>

### (2) Relaciones

En relación a esto, podemos hablar del matiz y el valor.<sup>13</sup>

#### (a) Matiz

Al hablar de matiz nos referimos a la pureza del color. Es decir, las diferentes graduaciones que puede presentar un color sin llegar a confundirse con otro. Un amarillo se verá con más luminosidad junto a un rojo, mientras que el rojo se verá apagado a pesar de ser cálido.

<sup>12</sup> Itten, op. cit., pp. 45-.

<sup>13</sup> Villegas, op. cit., pp. 34-36.

De la misma forma, un anaranjado sobre un amarillo se verá rojizo, mientras que sobre un rojo se verá amarillento. Es decir, resaltarán el otro color que no es del fondo, si contiene el color del fondo en él.

#### (b) Valor

El valor es la relación que existe entre un determinado color con respecto a otros. Así, por ejemplo, el verde es el término medio entre el amarillo y el azul. Siendo, como vimos antes, el amarillo el más brillante, y el azul el menos brillante. Si colocamos al verde sobre un fondo amarillo lo percibiremos como frío; mientras que si lo colocamos en un fondo azul lo percibiremos como cálido.

### (3) Actividades

#### (a) Objetivos

Entender y experimentar con el contraste caliente - frío.

#### (b) Taller manual

Experimentar con el contraste caliente - frío, usando tempera o acuarela (o similar) sobre papel.

Los dibujos abstractos son especialmente útiles en este tipo de relaciones del color.

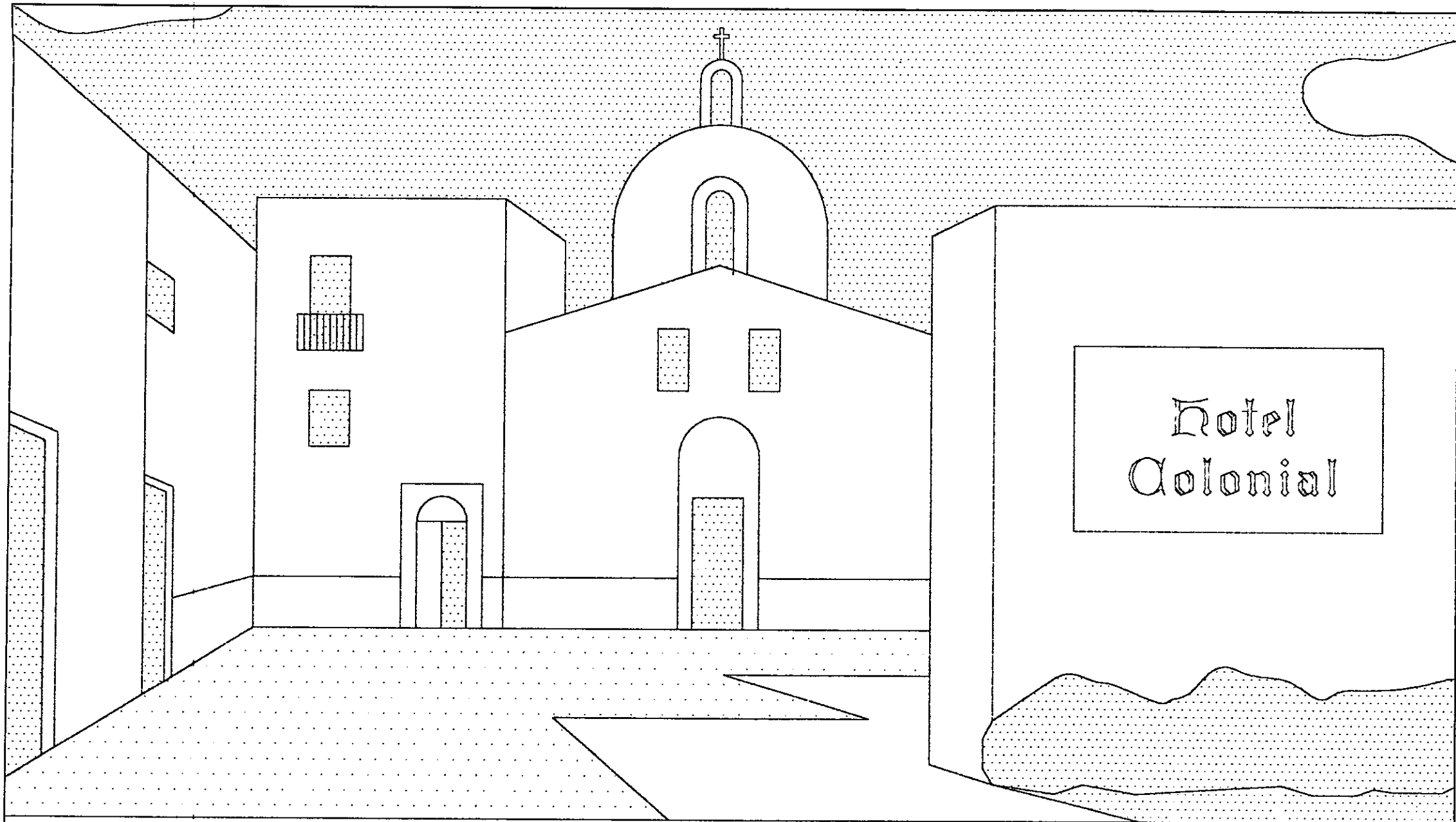
#### (c) Discusión En Clase

Analizar diferentes cuadros de artistas, por medio de revistas, en los que se estudie el contraste caliente - frío.

**(d) Dibujo Por Computadora**

Practicar el uso del con el contraste caliente - frío en AutoCAD en dibujos abstractos o figurativos.

**Vea la Ilustración: F-4c.**



Tienda de Artesanías del Hotel Colonial. San Miguel de Allende



#### d) El Contraste De Los Complementarios

El círculo cromático que anteriormente dibujamos (Vea Color: Círculo Cromático), identifica los colores complementarios.

De igual manera que la mezcla de los tres primarios da gris, la mezcla de los complementarios da gris.

Se ha demostrado que, fisiológicamente, para un color dado, nuestro ojo exige su complementario, y si no se le da, lo produce por sí mismo.

De esta forma, un cuadrado rojo sobre fondo blanco hace que dicho fondo tienda a verse matizado de verde.

Los colores complementarios usados en las proporciones requeridas proporcionan un efecto estático y sólido. Esta fuerza de expresión estética es muy importante para las pinturas murales.

Así, la composición amarillo violeta, no sólo contiene un contraste complementario, sino que además representa un contraste claro ' oscuro. El par rojo anaranjado es complementario, pero además representa el más intenso contraste caliente - frío. La combinación rojo - verde es complementaria, pero además son igualmente claros, y su luminosidad es la misma.

Muchos cuadros fundamentados en el contraste de los complementarios utilizan como transición los tonos que brotan de sus mezclas.

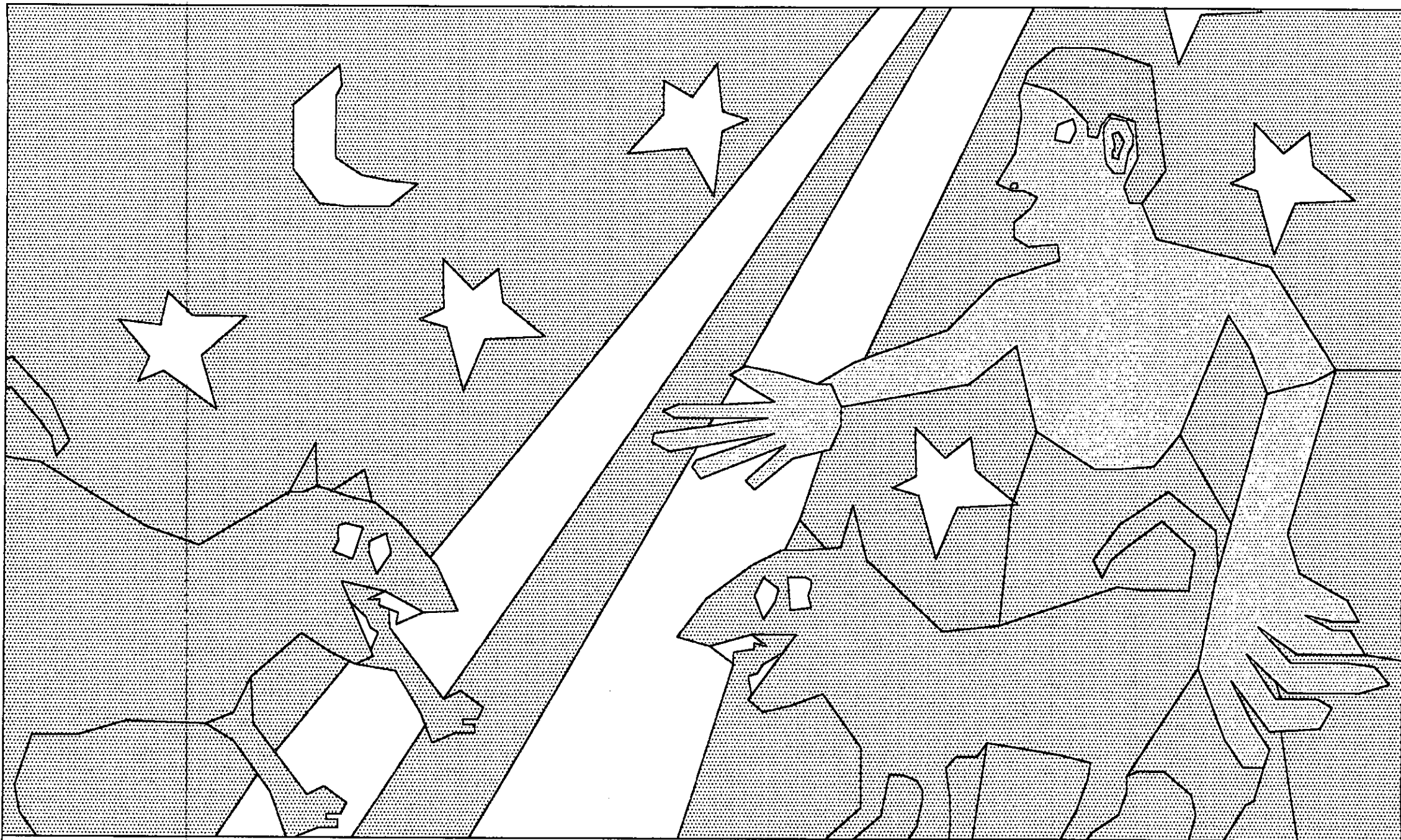
Como ejemplo podemos ver al color rojo de la futura rosa que se mezcla con el verde de los tallos y de las hojas, originando matices rojo - gris y gris - verde.

Con dos complementarios se pueden obtener tonos grises.

Los puntillistas consiguen estos tonos colocando puntos de colores firmes unos junto a otros.<sup>14</sup>

**Vea la Ilustración: F-4d.**

<sup>14</sup> Villegas, op. cit., pp. 25, 26; Itten, op. cit., pp. 49, 50.



G. Ibarreche

Color. Contraste Complementario. Ilust. F-4D

**e) El Contraste Simultáneo**

Entendemos por contraste simultáneo el fenómeno según el cual nuestro ojo, para un color dado, exige simultáneamente el color complementario, y si no le es dado, lo produce él mismo.

Itten sugiere la experiencia siguiente: Sobre una superficie cubierta de un color fuerte pintemos un pequeño cuadrado negro. Coloquemos encima un papel de seda transparente: Si la superficie es roja el espectador tiene la impresión de que el cuadrado es verde, etc.

Los grises al lado de otros colores siguen esta regla, lo mismo que los colores en su relación unos con otros.

De acuerdo también a Itten, siempre es prudente mezclar previamente en un esbozo los colores que se vana a usar en la composición, para ver previamente los efectos.

Y aquí, por cierto, vemos una ventaja en el dibujo por computadora, pudiendo tener una aproximación sin gastar costosos tintes.<sup>15</sup>

**Vea la Ilustración: F-4e.**

---

<sup>15</sup> Itten, op. cit., pp. 52-54.

CONOCERÉIS LA VERDAD  
Y  
OS HARA LIBRES



G. Ibarreche

Color. Contraste Simultáneo. Ilust. F-4E

**f) El Contraste Cualitativo**

La noción cualitativa del color se fundamenta en el grado de pureza o de saturación. Por contraste cualitativo designamos la oposición entre un color saturado y luminoso y otro color apagado y sin resplandor. Los colores del espectro son colores muy saturados y de una luminosidad extrema (Ver Color: Composición Física).

En cuanto un color puro se esclarece o se oscurece, pierde algo de su luminosidad. Los colores pueden ser rotos o apagados de diferentes maneras.

**Se puede romper un color puro:**

**(1) Con la ayuda del blanco**

Picasso usaba frecuentemente áreas de blanco en medio de colores luminosos. El blanco puede estar al lado o mezclado. Con el blanco mezclado, el rojo carmín se vuelve azulado, el amarillo se hace un poco más frío, pero el azul no cambia, y el violeta cambia de amenazador a un lila lleno de alegría.

**(2) Con el uso del negro.**

El amarillo pierde su expresión y se vuelve venenoso, el violado aumenta su oscuridad y cae en la nada, el rojo carmín tira hacia el violeta, etc.

**(3) Con el gris**

Con él, los colores se hacen más o menos neutros o ciegos.

**(4) Con su complementario**

Esto es válido también para los colores secundarios y para cualquier combinación que tenga amarillo, rojo y azul.

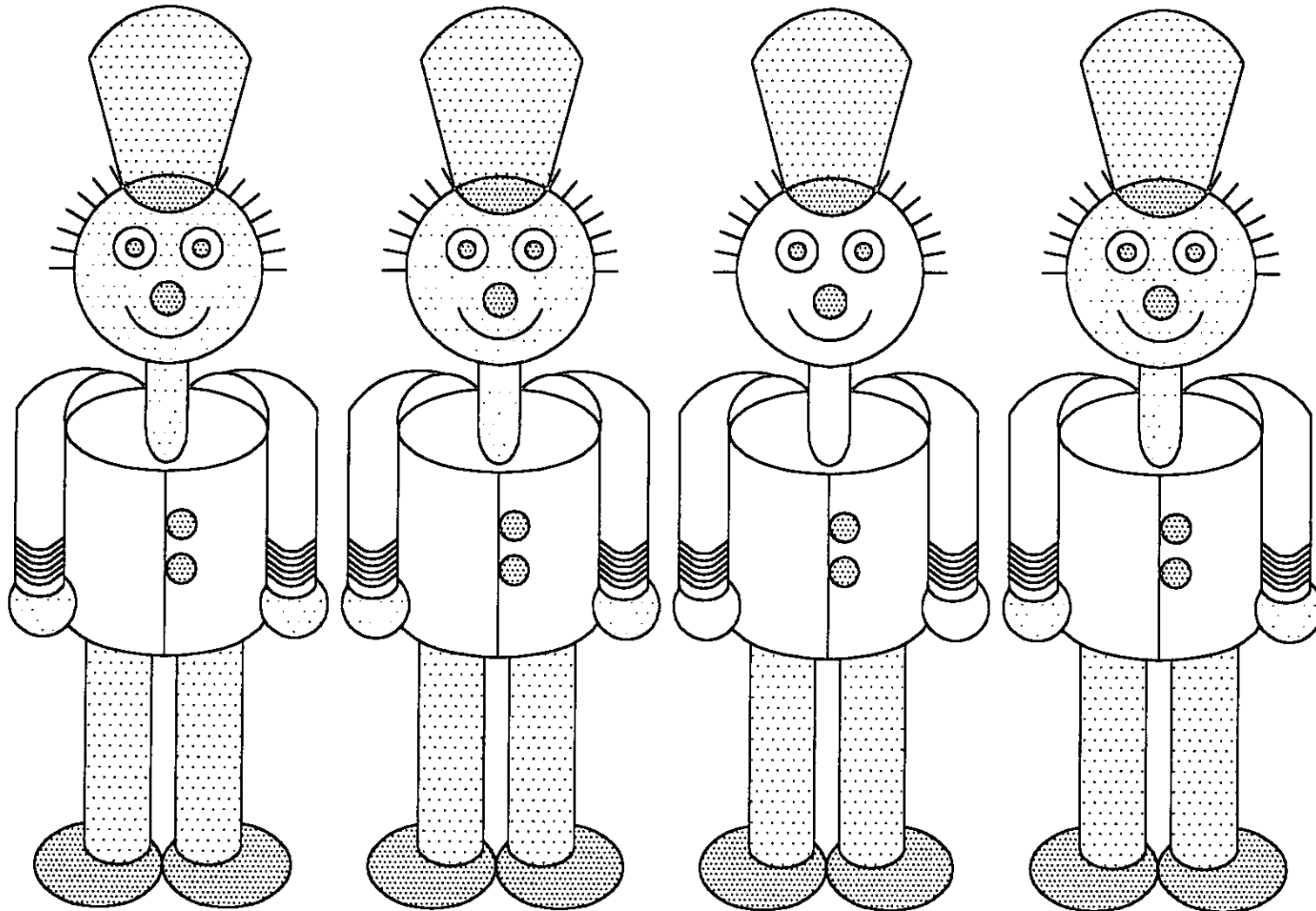
El efecto del contraste luminoso - apagado es relativo. Un color cualquiera puede parecer luminoso junto a un color o apagado, o

tomar un carácter apagado junto a otro luminoso.<sup>16</sup>

**Vea la Ilustración: F-4f.**

---

<sup>16</sup> Itten, op. cit., pp. 55-58.



G. Ibarreche

Color, Contraste Cualitativo. Ilust. F-4F

**g) El Contraste Cuantitativo**

El contraste cuantitativo concierne a las relaciones de dos o tres colores. Se trata, pues, del contraste mucho - poco, o del contraste pequeño - grande.

La relación de los valores de los colores complementarios es:

Amarillo - Violeta: 3 a 1.

Anaranjado - Azul: 2 a 1.

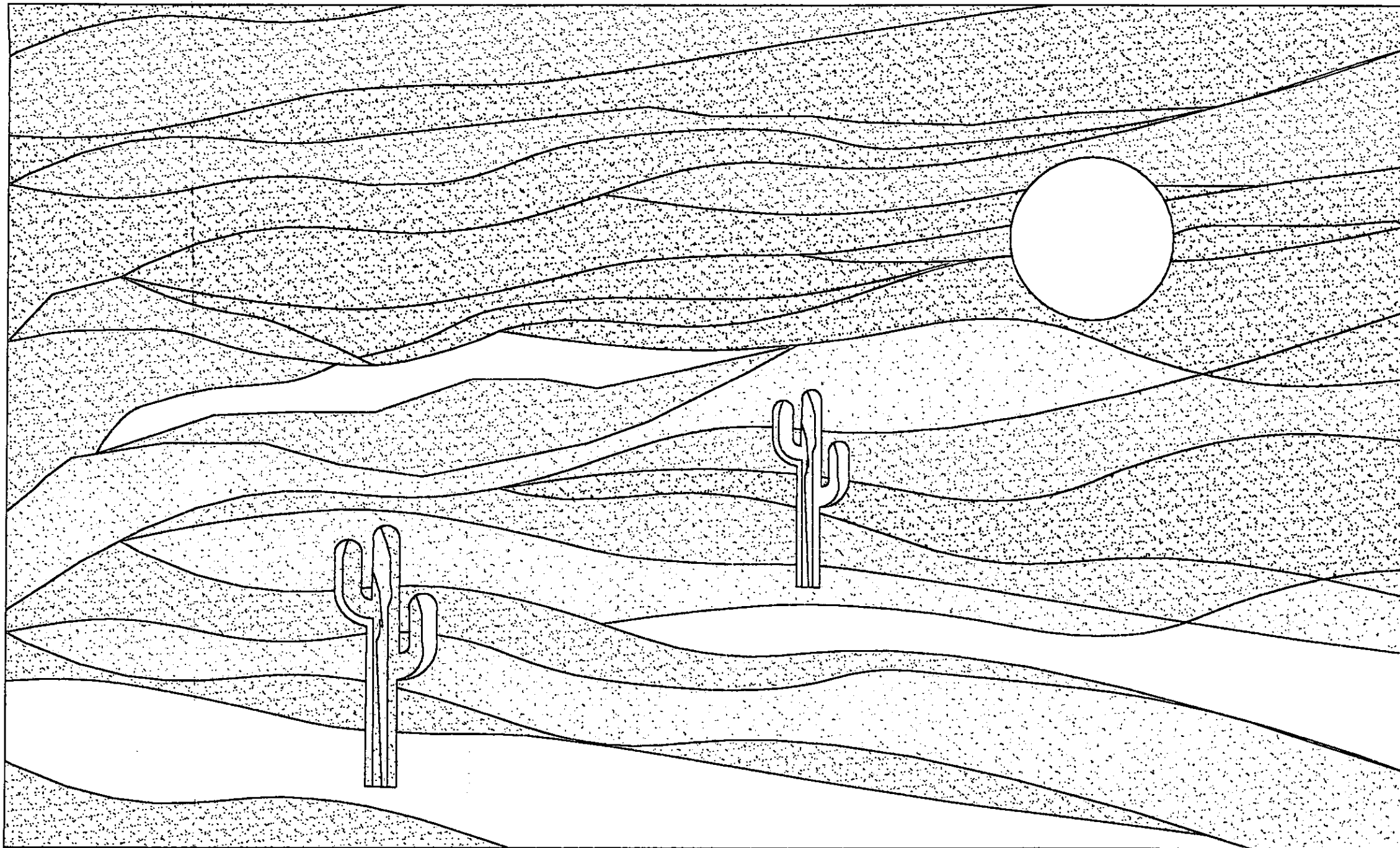
Rojo - Verde: 1 a 1.

Sobre esta base se puede establecer la relación entre los 12 colores del círculo cromático.

Las relaciones aquí mencionadas tienen valor cuando los colores son muy luminosos. Al modificar la luminosidad se modifica la relación en iguales proporciones.

Cuando domina un color se consigue un efecto expresivo.

**Vea la Ilustración: F-4g.**



G. Ibarreche

Color, Contraste Cuantitativo. Ilust F-4G'



## 5. Otras Consideraciones Del Color

Otras consideraciones útiles del color son su efecto espacial, su sombra y reflejo, y su expresión.<sup>17</sup>

### a) Efecto Espacial De Los Colores

Sobre un fondo negro, el amarillo claro parece salir al frente, mientras que el violeta parece alejarse hacia atrás.

En blanco, el violeta parece salir, mientras que el amarillo parece quedarse atrás.

### b) Sombra De Los Colores

Para representar un relieve de un objeto necesitamos al menos tres tonos: luz, tono medio, y sombra.

Cuanto más brillante es la superficie de un objeto, más brillante es la luz reflejada.

Delacroix dijo, "todo es reflejo en la naturaleza".

Recientes descubrimientos científicos han comprobado que las sombras tienen color. Así, los impresionistas, que pintaban la sombra azul, no estaban lejos de la realidad.

A la luz del día, toda luz coloreada produce una sombra cuyo color es complementario de la luz del alumbrado.

### c) Expresión De Los Colores

Seamos conscientes o no, los colores influyen en nuestro estado psíquico.

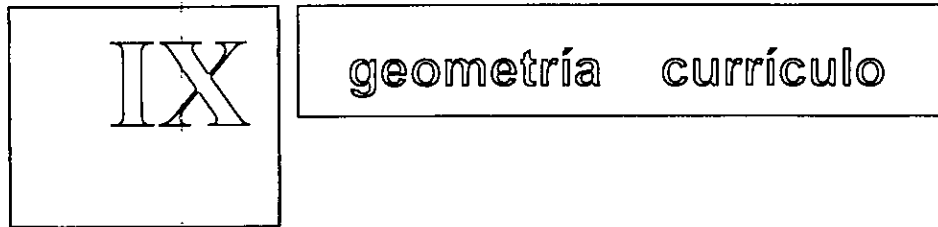
Un cielo azul es vivificante e incita a la acción mientras que un cielo iluminado con la luz de la luna da un sentimiento de pasividad y despierta una nostalgia indefinible.

Cada color tiene un valor en cuanto al efecto que produce en la mente de los demás.

---

<sup>17</sup> Villegas, op. cit., p. 8; Itten, op. cit., pp. 77-95.

Espacio para diseño de "Heading": F. Currículo De Geometría



## IX. Currículo De Geometría

### A. Introducción Al Currículo De Geometría

Los cursos de Geometría de primaria y secundaria son, en general, bastante teóricos y poco prácticos.

Una de las ideas principales del presente trabajo es, que a través de los programas LOGO y AutoCAD, se permita una aplicación práctica del currículo.

#### 1. Aplicaciones

La pregunta más común de los profesores es, ¿Cómo puedo aplicar el currículo de Geometría al dibujo por computadora? La forma más sencilla consiste en presentar ejercicios los de LOGO y AutoCAD que sean equivalentes con el nivel deseado del currículo. Pero por supuesto, el nivel de currículo, de acuerdo a la educación constructivista, lo determina el mismo alumno, de acuerdo a su capacidad y deseo de aprender.

#### 2. Niveles de Comprensión

##### a) Educación Elemental (Grados 1-6)

El currículo para estos grados debe incluir geometría de dos y tres dimensiones, de tal manera que los estudiantes puedan: Describir, modelar, dibujar, y clasificar formas.

Investigar y predecir los resultados de combinar, subdividir y cambiar formas.

Desarrollar el sentido espacial.

Relacionar las ideas geométricas con las ideas de números y medidas.

Reconocer y apreciar la geometría en su mundo circundante.<sup>18</sup>

#### b) Educación Media

##### (1) Introducción

Siendo que, de acuerdo a los estudios de Piaget, los estudiantes de estos grados pueden ya entender los principios abstractos, el currículo para estos grados resulta más amplio, e incluye el razonamiento, la reflexión y la aplicación.

<sup>18</sup> Billstein, R., op. cit., contraportada (Estándares de Geometría del Concilio de Maestros de Matemáticas, 1989, grados Kinder - 4 grado).

**(2) Currículo Grados 7-9**

El currículo para estos grados debe incluir geometría de dos y tres dimensiones en una variedad de situaciones, de tal manera que los estudiantes puedan:

- Identificar, describir, comparar y clasificar las figuras geométricas.
- Visualizar y representar figuras geométricas con especial atención al desarrollo del sentido espacial.
- Explorar transformaciones de figuras geométricas.
- Representar y resolver problemas usando modelos geométricos.
- Entender y aplicar las propiedades de la geometría y sus relaciones.
- Desarrollar una apreciación de la geometría como un medio de describir su mundo físico.<sup>19</sup>

**(3) Grados 10-12****(a) Módulo 1****(i) Objetivos:**

- Identificar los diferentes tipos de ángulos.
- Construir segmentos de línea, ángulos y bisectores congruentes.
- Conocer las propiedades de igualdad.
- Reconocer pares especiales de ángulos.
- Identificar diferentes tipos de triángulos.
- Entender los postulados LLL, LAL, y ALA.<sup>20</sup>
- Construir diferentes tipos de triángulos.

<sup>19</sup> Billstein, R., loc. cit. (Estándares de Geometría del Concilio de Maestros de Matemáticas, 1989, grados 5 al 8).

<sup>20</sup> LLL, siglas de "Lado, Lado, Lado".

LAL, siglas de "Lado, Ángulo, Lado".

ALA, siglas de "Ángulo, Lado, Ángulo".

**(ii) Postulados**

- P1. Por dos puntos sólo puede ser dibujada una línea. Dos puntos determinan a una línea recta.
- P2. Una línea recta es la línea más corta que conecta dos puntos.
- P3. Un segmento de línea puede ser bisectado solamente en un punto.
- P4. Dos líneas en el mismo plano, o se intersectan, o son paralelas. Si dos líneas se intersectan, se forman cuatro ángulos en el punto de intersección.
- P5. Un ángulo tiene solamente un bisector.
- P6. Todos los ángulos llanos son congruentes.
- P7. Todos los ángulos rectos son congruentes.
- P8. En un plano sólo puede trazarse una línea perpendicular a una línea, atravesando un punto dado.
- P9. Si una línea se encuentra otra línea, los ángulos adyacentes son siempre suplementarios.
- P10. Ángulos que son complementos del mismo ángulo o de ángulos congruentes, son congruentes.
- P11. Ángulos que son suplementos del mismo ángulo o de ángulos congruentes, son congruentes.
- P12. Los ángulos verticales son congruentes
- P13. La suma de las medidas de los ángulos alrededor de un vértice común, sobre un lado de una línea, es de 180 grados.
- P14. Si tres lados de un triángulo son congruentes a tres lados de otro triángulo, los triángulos son congruentes. Postulado LLL.
- P15 Si en un triángulo, dos lados y el ángulo incluido, son congruentes a dos lados y el ángulo incluido de otro triángulo, los triángulos son congruentes. Postulado LAL.
- P16 Si en un triángulo, dos ángulos y el lado incluido, son congruentes a dos ángulos y el lado incluido de otro triángulo, los triángulos son congruentes. Postulado ALA.

**(iii) Definiciones**

- \* **Ángulo** : Una figura formada por dos rayos que tienen un punto extremo común.
- \* **Ángulo agudo** : Menor de 90 grados.
- \* **Ángulo exterior** : El área que yace fuera de los lados que limitan a un ángulo.
- \* **Ángulo interior** : El área comprendida entre los lados que limitan a un ángulo.
- \* **Ángulo llano** : Ángulo de 180 grados.
- \* **Ángulo obtuso** : Mayor de 90 grados.
- \* **Ángulo recto** : Ángulo de 90 grados.
- \* **Ángulos adyacentes** : Ángulos que tienen un vértice y un lado comunes, pero que no poseen ningún punto interior en común.
- \* **Ángulos base** : En un triángulo isósceles, los ángulos opuestos a los lados iguales.
- \* **Ángulos complementarios** : Dos ángulos adyacentes que suman 90 grados.
- \* **Ángulos congruentes** : Ángulos del mismo tamaño y forma.
- \* **Ángulos correspondientes** : Cuando dos triángulos son iguales con respecto a su forma, tienen también ángulos que son iguales con respecto a su forma, y a estos ángulos se les llama correspondientes.
- \* **Ángulos suplementarios** : Dos ángulos adyacentes que suman 180 grados.
- \* **Arco** : El formado por dos puntos de un círculo y todos los puntos que hay entre ellos.
- \* **Base** : En un triángulo isósceles, el lado no congruente.
- \* **Bisector de un ángulo** : La línea que parte en dos partes iguales a un ángulo.
- \* **Bisector de un segmento** : La línea que parte en dos partes iguales a un segmento.

- \* **Bisector**: Línea que divide a una entidad en dos partes iguales.
- \* **Centro** : El punto fijo al cual son equidistantes todos los puntos de un círculo.
- \* **Círculo** : Todos los puntos en un plano que son equidistantes a un punto fijo.
- \* **Compás** : Instrumento de dibujo geométrico de dos brazos unidos por una bisagra, y que contiene dos puntas, una afilada que sirve de soporte, y otra con una punta de grafito, y que sirve para trazar círculos.
- \* **Congruentes** : Figuras que tienen el mismo tamaño y forma.
- \* **Construcción** : Dibujo geométrico hecho solamente con regla y compás (Platón desarrolló un sistema geométrico que limitaba las construcciones a estos dos elementos).
- \* **Correspondencia de uno a uno** : Relación que existe, entre cada uno de los elementos de un grupo o figura, con cada uno de los elementos de otro grupo o figura.
- \* **Diámetro** : El segmento de línea que pasa por el centro de un círculo, y cuyos extremos tocan también el círculo.
- \* **Geometría del espacio** : El estudio de las formas en tres dimensiones.
- \* **Geometría plana** : El estudio de las formas en dos dimensiones.
- \* **Grado** : Es  $1/360$  de círculo, y es la unidad que se usa para medir el tamaño de un ángulo.
- \* **Lados** : Los segmentos de un triángulo que no son su base.
- \* **Lados correspondientes** : Cuando dos triángulos son iguales con respecto a su forma, tienen también lados que son iguales con respecto a su forma, y a estos lados se les llama correspondientes.
- \* **Línea** : Consiste de puntos continuos, pero carece de ancho o altura. Es indefinida a ambos lados.
- \* **Líneas paralelas** : Líneas que están en el mismo plano pero que no se intersectan.
- \* **Líneas perpendiculares** : Líneas que se intersectan y forman

ángulos rectos.

\* Postulados : Declaraciones que son evidentes por sí mismas, pero que no pueden ser probadas. Deben memorizarse para dominar la geometría.

\* Punto : Es el bloque de construcción de todas las figuras geométricas. No tiene tamaño o forma. Se representa generalmente por letras mayúsculas.

\* Punto medio : El punto que yace en medio de un segmento de línea.

\* Puntos colineales: Los puntos que están sobre una misma línea.

\* Radio : El segmento de línea que va del centro del círculo a cualquier punto del mismo.

\* Rayo : Consiste de puntos continuos, pero carece de ancho o altura. Es indefinida a un solo lado (Ver Línea y Segmento de línea).

\* Segmento de línea : Consiste de dos puntos extremos, y todos los puntos comprendidos entre ellos (Ver Línea y Rayo).

\* Segmentos congruentes : Segmentos mismo tamaño y forma.

\* Sucesión de puntos: En un segmento formado por dos segmentos resultantes de tres puntos colineales consecutivos, A, B y C, el segmento A, B, puede sumarse al segmento B, C, para dar como resultado el segmento A, C.

\* Sucesión de rayos: Es la adición de rayos, de la misma forma que la adición de segmentos en la sucesión de puntos.

\* Términos definidos : Son términos geométricos que expresan significados específicos (Vea también Términos indefinidos).

\* Términos indefinidos : Términos geométricos que, debido a su complejidad, carecen de una explicación precisa o definición formal. "Punto", "línea" y "plano" son términos indefinidos.

\* Transportador : Instrumento que se usa para medir el tamaño de un ángulo.

\* Triángulo agudo : Triángulo que tiene sus tres ángulos agudos.

\* Triángulo equilátero : Triángulo cuyos lados son iguales.

\* Triángulo escaleno : Triángulo con todos sus lados desiguales.

\* Triángulo isósceles : Triángulo con dos lados iguales.

\* Vértice de un triángulo isósceles: El vértice superior de dicho triángulo.

\* Vértice(s) : Los puntos extremos comunes de dos rayos que parten del mismo punto; así como también, los puntos extremos de los lados de un triángulo.

#### (iv) Propiedades de Igualdades y Congruencia

##### Propiedad Aditiva.

Si cantidades iguales son añadidas a cantidades iguales, las sumas son iguales.

(Si  $a = b$ , entonces  $a + c = b + c$ )

Si  $AB = CD$ , entonces  $AB + BC = CD + BC$ .

Si  $m\angle a = m\angle b$ , entonces  $m\angle a + m\angle c = m\angle b + m\angle c$ .

##### Propiedad Substractiva.

Si cantidades iguales son substraídas a cantidades iguales, las diferencias son iguales.

Si cantidades iguales son añadidas a cantidades iguales, las sumas son iguales.

(Si  $a = b$ , entonces  $a - c = b - c$ )

Si  $AB = CD$ , entonces  $AB - BC = CD - BC$ .

Si  $m\angle a = m\angle b$ , entonces  $m\angle a - m\angle c = m\angle b - m\angle c$ .

##### Propiedad Multiplicativa.

Si cantidades iguales, son multiplicadas por cantidades iguales, los productos son iguales.

(Si  $a = b$ , entonces  $ac = bc$ )

Si  $AB = DE$ , entonces  $2AB = 2DE$  ( $AC = DF$ ).

Si  $m\angle a = m\angle b$ , entonces  $(x)m\angle a = (x)m\angle b$ .

#### Propiedad Divisiva.

Si cantidades iguales son divididas por cantidades iguales, los cocientes son iguales.

(Si  $a = b$ , entonces  $a/c = b/c$ ;  $c \neq 0$ ).

Si  $AC = DF$ , entonces  $AC/2 = DF/2$  ( $AB = DE$ ).

Si  $m\angle a = m\angle b$ , entonces  $m\angle a/x = m\angle b/x$ ;  $x \neq 0$ .

#### Propiedad Partitiva.

El total es igual a la suma de sus partes, y más grande que cualquiera de sus partes.

(Si  $a = b + c$ , entonces  $a$  es más grande que  $b$  o que  $c$ ).

Si  $AC = AB + BC$ , entonces  $AC$  es más grande que  $AB$  o  $BC$ .

Si  $m\angle a = m\angle b + m\angle c$ , entonces  $m\angle a$  es más grande que  $m\angle b$  o  $m\angle c$ .

#### Propiedad Reflexiva

Una cantidad es igual (congruente) a sí misma ( $a = a$ ).

$AB = AB$  o  $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ .

$m\angle a = m\angle a$  o  $\angle a \cong \angle a$ .

#### Propiedad Transitiva.

Si una primera cantidad es igual (congruente) a una segunda cantidad, y la segunda cantidad es igual (congruente) a una tercera cantidad, entonces la primera y tercera cantidades son iguales (congruentes). (Si  $a = b$ , y  $b = c$ , entonces  $a = c$ ).

Si  $AB \cong BC$ , y  $BC \cong CD$ , entonces  $AB \cong CD$ .

Si  $\angle a \cong \angle b$ , y  $\angle b \cong \angle c$ , entonces  $\angle a \cong \angle c$ .

#### Propiedad Substitutiva

Una cantidad puede ser substituida por su igual (congruente). (Si  $a$

$= b$ , entonces  $a$  puede reemplazar a  $b$ ).

Si  $AB = CD$ , entonces  $AB$  puede reemplazar a  $CD$ . O si  $AB \cong CD$ , entonces  $AB$  puede reemplazara  $CD$ .

Si  $m\angle a = m\angle b$ , entonces  $m\angle a$  puede reemplazar a  $m\angle b$ . O si  $\angle a \cong \angle b$ , entonces  $\angle a$  puede reemplazar a  $\angle b$ .

#### (v) Simbología

Ángulo :  $\angle$

Ángulo agudo :

Ángulo obtuso :

Arco :

Círculo :  $\bigcirc$

Congruente :  $\cong$

Línea :  $\leftrightarrow$

Líneas paralelas :  $\parallel$

Líneas perpendiculares :  $\perp$

Mayor o igual que :  $\geq$

Mayor que :  $>$

Medida de:  $m\angle$  ( $m\angle ABC$  se lee "la medida del ángulo ABC". Un ángulo es una figura geométrica, mientras que la medida de un ángulo es un número).

Menor o igual que :  $\leq$

Menor que :  $<$

Plano :

Rayo :  $\rightarrow$

Segmento :

Triángulo :

#### (b) Módulo 2

**(i) Objetivos**

Comprender el razonamiento deductivo.

Aprender a escribir una prueba formal.

Aprender a probar triángulos congruentes usando los postulados LLL, LAL, ALA, y AAL.<sup>21</sup>

Realizar que las partes correspondientes de ángulos congruentes son congruentes.

Usar los teoremas LL<sup>22</sup>, LA<sup>23</sup>, HA<sup>24</sup>, y HL<sup>25</sup> en pruebas

Reconocer las líneas auxiliares.

Reconocer y aprender a probar que los triángulos superpuestos son congruentes.

---

<sup>21</sup> LLL, siglas de "Lado, Lado, Lado".

LAL, siglas de "Lado, Ángulo, Lado".

ALA, siglas de "Ángulo, Lado, Ángulo".

AAL, siglas de "Ángulo, Ángulo, Lado".

<sup>22</sup> LL, llamado así por las siglas de "Lado, Lado" (Catetos).

<sup>23</sup> LA, llamado así por las siglas de "Lado, Ángulo Agudo" (Lado, Ángulo Agudo).

<sup>24</sup> HA, llamado así por las siglas de "Hipotenusa, Ángulo Agudo" (Hipotenusa, Ángulo Agudo).

<sup>25</sup> HL, llamado así por las siglas de "Hipotenusa, Lado".



**(ii) Postulados**

- P17. Si dos ángulos y un lado no incluido de un triángulo son congruentes a dos ángulos y un lado no incluido de otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes. Postulado AAL.
- P18. Partes correspondientes de triángulos congruentes son congruentes. Postulado PCTCC.<sup>26</sup>
- P19. Hay un solo punto a una distancia dada de otro punto.

**(iii) Teoremas**

- T1. Si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces, los ángulos opuestos a aquellos lados son congruentes (Teorema del triángulo isósceles).
- Corolario del Teorema 1. Un triángulo equilátero es también equiangular.*
- T2. Si dos catetos de un triángulo rectángulo son congruentes a otros dos catetos de otro triángulo rectángulo, entonces, los dos triángulos son congruentes. Teorema LL.
- T3. Si un cateto y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, son congruentes a un cateto y un ángulo agudo de otro triángulo rectángulo, entonces, los dos triángulos son congruentes. Teorema LA.
- T4. Si la hipotenusa y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, son congruentes con la hipotenusa y un ángulo agudo de otro triángulo rectángulo, entonces, los dos triángulos son congruentes. Teorema HA.
- T5. Si la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo, son congruentes a la hipotenusa y un cateto de otro triángulo rectángulo, entonces, los dos triángulos son congruentes. Teorema HL.

<sup>26</sup> CPCTC, llamado así por las siglas de "Partes Congruentes de Triángulos Congruentes: Congruentes".

**(iv) Definiciones**

- \* Cadena básica de deducción . Establece que cuando es cierto que  $a \rightarrow b$ , y  $b \rightarrow c$ , y tenemos  $a$ , entonces es verdad que  $a \rightarrow c$ . Esta cadena es la base para el razonamiento usado en los teoremas geométricos.
- \* Catetos . Lados que forman el ángulo recto en un triángulo rectángulo.
- \* Conclusión . La cláusula que contiene la idea "entonces", y que normalmente es expresada por esta frase ("entonces"), y que presenta la declaración que ha de ser probada en los teoremas.
- \* Corolario . Consecuencia evidente de algo demostrado antes.
- \* Hipotenusa . Lado que se opone al ángulo recto en un triángulo rectángulo.
- \* Hipótesis . Los teoremas son usualmente escritos en frases "Si, entonces"; la cláusula "Si" es la hipótesis.
- \* Línea auxiliar . Una línea, o parte de una línea, dibujada para hacer posible la prueba de algunos teoremas, o como una ayuda en un dibujo dado. Es normalmente una línea punteada, pero puede ser también una línea más delgada que las líneas no auxiliares, o de dibujo formal.
- \* Partes correspondientes . Los lados y ángulos correspondientes de triángulos congruentes.
- \* Premisa . Una declaración que se asume es verdadera, y que se usa en un argumento para desarrollar una conclusión.
- \* Premisa mayor . La primera declaración de un silogismo general, es una verdad generalizada.
- \* Premisa menor . La segunda declaración de un silogismo Una declaración que es más específica.
- \* Prueba . El argumento lógico que establece la verdad de una declaración.
- \* Razonamiento deductivo . Es el proceso de determinar una

declaración específica de declaraciones más generales que son aceptadas como verdaderas.

\* Razonamiento inductivo . Es el proceso de desarrollar un principio general de hechos particulares y aceptados.

\* Regla básica de deducción . Establece que cuando es cierto que  $a \rightarrow b$ , y tenemos  $a$ , entonces  $b$ , necesariamente sigue.

\* Silogismo general . Es un argumento deductivo en el cual se llega a una conclusión por medio de dos premisas establecidas.

\* Teorema . Una declaración que ha sido probada verdadera.

### (v) Propiedades De Adición Y Multiplicación

#### Propiedad Conmutativa

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

#### Propiedad Asociativa

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

### (c) Módulo 3

#### (i) Objetivos

Aprender como usar pruebas indirectas para probar teoremas.

Memorizar los teoremas que tratan con líneas paralelas, líneas perpendiculares y triángulos.

Identificar los ángulos que se forman cuando una transversal intersecta a líneas paralelas.

Conocer cuales ángulos deben ser congruentes, dentro de dos líneas paralelas que sean intersectadas por una transversal.

Ser capaz de identificar el inverso de un teorema.

Aprender la suma de los ángulos de un triángulo y los corolarios resultantes.

Revisar la construcción de ángulos y líneas perpendiculares.

Aprender como construir líneas paralelas.

#### (ii) Postulados

P20. En un plano, solamente puede dibujarse una línea paralela, que pase por un punto que no esté en la línea (Postulado de Paralelas).

P21. Todos los radios del mismo círculo, o de círculos congruentes, son congruentes.

P22. Un segmento de línea puede extenderse indefinidamente o puede terminar en cualquier punto.

P23. Un círculo, o un arco, pueden ser formados con cualquier punto como centro, y con cualquier segmento como radio.

#### (iii) Teoremas

T6. Si en un plano, dos líneas son perpendiculares a una tercera, entonces son paralelas una a la otra.

T7. Si una línea es perpendicular a una de dos líneas paralelas, entonces ella es perpendicular también a la otra.

T8. Corolario del Teorema 8. Si dos líneas son perpendiculares a líneas que se intersectan, ellas también se intersectan.

T9. Si una transversal intersecta dos líneas paralelas, entonces, sus ángulos interiores alternos son congruentes.

T10. Si una transversal intersecta a dos líneas paralelas, entonces los ángulos correspondientes son congruentes.

T11. Si una transversal intersecta dos líneas paralelas, entonces, los ángulos exteriores alternos son congruentes.

T12. Si una línea transversal intersecta dos líneas paralelas, entonces, los ángulos interiores del mismo lado de la transversal son suplementarios.

T13. Si una transversal intersecta dos líneas, y sus ángulos alternos interiores son congruentes, entonces las líneas son

paralelas.

T14. Si una transversal intersecta dos líneas, y los ángulos correspondientes son congruentes, entonces las líneas son paralelas.

T15. Si una transversal intersecta dos líneas, y los ángulos exteriores alternos son congruentes, entonces las líneas son paralelas.

T16. Si una transversal intersecta dos líneas, y los ángulos interiores del mismo lado de la transversal son suplementarios, entonces las líneas son paralelas.

T17. Si los lados de un ángulo son paralelos a los lados de otro ángulo; lado derecho a lado derecho, y lado izquierdo a lado izquierdo, entonces los ángulos son congruentes.

T18. Si los lados de un ángulo son paralelos a los lados de otro ángulo; lado derecho al lado izquierdo, y lado izquierdo al lado derecho, entonces los ángulos son suplementarios.

T19. la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es 180.

C1. Corolario 1 del Teorema 19. Si un triángulo es rectángulo, sus ángulos agudos son complementarios.

C2. Corolario 2 del Teorema 19. Si un ángulo de un triángulo es obtuso, entonces sus otros dos ángulos son agudos.

C3. Corolario 3 del Teorema 19. Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de otro triángulo, los ángulos restantes son congruentes.

C4. Corolario 4 del Teorema 19. La medida de cada ángulo de un triángulo equilátero es de 60.

C5. Corolario 5 del Teorema 19. Si un ángulo agudo de un triángulo rectángulo es congruente a un ángulo agudo de otro triángulo, entonces los restantes ángulos agudos son congruentes.

T20. la medida del ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de sus dos ángulos interiores remotos.

T21. Si dos ángulos de un triángulo son congruentes, entonces los

lados opuestos a esos ángulos son congruentes.

C6. Corolario del Teorema 21. Un triángulo equiangular es también equilátero.

T22. Puede construirse un segmento de línea congruente a un segmento de línea dado.

T23. Puede construirse un ángulo congruente a un ángulo dado.

T24. Un ángulo puede ser bisectado.

T25. Sobre un punto de una línea. puede construirse una línea perpendicular a ella.

T26. Sobre un punto fuera de una línea. puede construirse una línea perpendicular a ella.

T27. El segmento perpendicular de un segmento de línea puede construirse.

T28. Puede construirse una línea paralela a otra, a través de un punto dado fuera de la línea.

#### (iv) Definiciones

\* Altitud de un triángulo . Una perpendicular desde cualquier vértice al lado opuesto, o al lado opuesto extendido.

\* Ángulo exterior de un triángulo . El formado por la extensión de un lado de un triángulo, y que es suplementario a su ángulo adyacente.

\* Ángulos correspondientes (abreviados como  $\angle$ s cor.) . Un par de ángulos no adyacentes, que yacen del mismo lado de la transversal.

\* Ángulos exteriores . Ángulos que yacen fuera de dos líneas intersectadas por una transversal.

\* Ángulos exteriores alternos (abreviados como  $\angle$ s ext. alt.) . Un par de ángulos exteriores no adyacentes, que yacen sobre los lados opuestos de la transversal.

\* Ángulos interiores . Ángulos que yacen entre dos líneas intersectadas por una transversal.

- \* Ángulos interiores alternos (abreviados como  $\angle$ s int. alt.) . Un par de ángulos interiores no adyacentes, que yacen sobre los lados opuestos de la transversal.
- \* Ángulos interiores remotos . Los dos ángulos interiores de un triángulo, no adyacentes al ángulo exterior (vea "Ángulo exterior de un triángulo").
- \* Bisector de un ángulo de un triángulo . Un rayo que bisecta un ángulo e intersecta el lado opuesto.
- \* Distancia entre líneas paralelas . El largo de una perpendicular de una línea a otra.
- \* Mediana de un triángulo . Una línea desde cualquier vértice al punto medio del lado opuesto.
- \* Prueba indirecta . Una prueba en la que se asume que la conclusión es falsa, y se usa el razonamiento deductivo para guiar a una contradicción.
- \* Transversal . Una línea que intersecta dos o más líneas en el mismo plano.

#### (d) Módulo 4

##### (i) Objetivos

- Aprender las diferentes clasificaciones de polígonos.
- Reconocer los diferentes tipos de cuadriláteros.
- Conocer las propiedades de los paralelogramos
- Aprender las características de los rectángulos y rombos
- aprender teoremas relativos a líneas paralelas, transversales y puntos medios.
- Aprender como dividir un segmento en un determinado número de segmentos congruentes.
- Descubrir las características de los trapezoides y trapezoides isósceles.

##### (ii) Teoremas

- T29. La suma de las medidas de los ángulos de un cuadrilátero convexo es 360.
- T30. La suma,  $S$ , de las medidas de los ángulos de cualquier polígono convexo con  $n$  lados es:  $a = (n-2)180 / n$ .
- T31. La suma de las medidas de los ángulos exteriores de un polígono convexo, considerando uno a cada vértice es 360.
- C7. Corolario del teorema 31. La medida de cada ángulo exterior,  $e$ , de un polígono regular con  $n$  lados es:  $e = 360 / n$ .
- T32. La diagonal de un paralelogramo forma dos ángulos congruentes.
- C8. Corolario 1 del teorema 32. Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.
- C9. Corolario 2 del teorema 32. Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.
- C10. Corolario 3 del teorema 32. Las líneas paralelas son equidistantes en cualquier parte.
- T33. Las diagonales de un paralelogramo se bisectan una a la otra.
- T34. Si ambos pares de los lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- T35. Si dos lados de un cuadrilátero son congruentes y paralelos, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- T36. Si las diagonales de un cuadrilátero se bisectan una a la otra, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- T37. Las diagonales de un rectángulo son congruentes.
- T38. Las diagonales de un rombo son perpendiculares.
- T39. Si dos o más líneas paralelas intersectan segmentos congruentes de una transversal, entonces intersectan segmentos congruentes de cualquier transversal.
- C11. Corolario del teorema 39. Si una línea bisecta un lado de un triángulo y es paralela a la base, entonces bisecta el otro lado.
- T40. Un segmento de línea puede dividirse en cualquier número de

partes congruentes.

T41. El segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercero, y es la mitad de largo que este mismo tercero.

T42. La mediana de un trapezoide es paralela a las bases, y su largo es de la mitad de la suma de sus bases.

T43. Los ángulos base de un trapezoide isósceles son congruentes.

T44. Las diagonales de un trapezoide isósceles son congruentes.

### (iii) Definiciones

\* Ángulo exterior de un polígono . Es aquel que se forma entre la extensión de un lado del polígono y su lado adyacente.

\* Bases de un trapezoide . Son sus dos lados paralelos.

\* Diagonal de un polígono . Un segmento que conecta dos vértices no consecutivos.

\* Lados de un trapezoide . Son sus dos lados no paralelos.

\* Mediana de un trapezoide . Es el segmento que conecta los puntos medios de sus lados.

\* Polígono . Una figura cerrada que consiste de por lo menos tres lados, que no tienen dos segmentos: 1. que se intersectan, excepto en sus puntos extremos, o vértices; y 2. que tengan tres vértices consecutivos que sean colineales.

\* Polígono cóncavo. Aquel en el que al menos uno de sus ángulos interiores mide más de 180.

\* Polígono convexo . Aquel en el que cada uno de sus interiores mide menos que 180.

\* Polígono equiangular . Aquel que tiene todos sus ángulos congruentes.

\* Polígono equilátero . Aquel que tiene todos sus lados congruentes.

\* Polígono regular . Aquel que es equiangular y equilátero

(triángulo: 3 lados; cuadrado: 4; pentágono, 5; hexágono: 6, etc.).

\* Trapezoide isósceles . Aquel que tiene sus lados congruentes.

### (iv) Propiedades

#### Propiedad Distributiva

Esta propiedad establece que  $a(b + c) = ab + ac$ .

### (e) Módulo 5

#### (i) Objetivos

Ser capaz de dibujar y describir un *locus* de puntos y la intersección de *loci*.

Identificar las partes de los círculos.

Aprender postulados concernientes a los círculos.

Calcular en círculos, la circunferencia, área, largo de un arco, y área de un sector.

Aprender acerca de ángulos centrales y tipos de arcos.

Probar arcos y cuerdas de círculos congruentes.

Aprender acerca de los tipos de tangentes.

Aplicar teoremas de tangencia a las pruebas.

#### (ii) Postulados

P24. Si en un plano existen un punto dado como centro y un radio, entonces puede dibujarse un, y solamente un, círculo.

P25. Una línea no puede intersectar a un círculo dado en más de dos puntos.

P26. Si  $AB$  y  $BC$  se unen en un punto común  $B$  en un círculo, entonces  $m\widehat{AB} + m\widehat{BC} = m\widehat{AC}$  o  $m\widehat{AB} + m\widehat{BC} = m\widehat{ABC}$  (para un arco mayor). (Postulado de Adición de Arcos).

P27. La relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo es la misma para todos los círculos.

P28. El área de un círculo es el producto de  $\pi$  por el cuadrado del radio del círculo ( $A = \pi r^2$ )

### (iii) Teoremas

T45. Si en el mismo círculo, o círculos congruentes, dos ángulos centrales son congruentes, entonces sus arcos son congruentes.

T46. Si en el mismo círculo, o círculos congruentes, dos arcos son congruentes, entonces sus arcos centrales son congruentes.

T47. Si en el mismo círculo, o en círculos congruentes, dos arcos son congruentes, entonces sus cuerdas son congruentes.

T48. Si en el mismo círculo, o en círculos congruentes, dos cuerdas son congruentes, entonces sus arcos son congruentes.

T49. Si un diámetro es perpendicular a una cuerda, entonces el diámetro bisecta a la cuerda y a sus dos arcos.

T50. Un diámetro que bisecta a una cuerda (que no es su diámetro) es perpendicular a esa cuerda.

T51. Si en el mismo círculo, o círculos congruentes, dos cuerdas son equidistantes del centro, entonces son congruentes.

T52. Si en un mismo círculo, o círculos congruentes, dos cuerdas son congruentes, entonces ellas son equidistantes del centro.

T53. Si una línea es tangente a un círculo, entonces es perpendicular al plano dibujado al punto de tangencia.

T54. Si una línea es perpendicular a un radio en su extremo exterior, entonces es tangente al círculo.

T55. Dos segmentos tangentes desde un punto exterior al círculo son congruentes.

T56. Si se trazan dos tangentes a un círculo desde un punto exterior, y luego una línea que vaya de este punto al centro, esta bisectará al ángulo entre las tangentes.

### (iv) Definiciones

\* Ángulo central de un círculo . Un ángulo cuyo vértice está en el

centro y cuyos lados son radios.

\* Arco . Dos puntos de un círculo y todos los puntos entre ellos.

\* Arco menor . Un arco cuya medida es menor que el semicírculo.

\* Área de un círculo . Es el número de unidades cuadradas que se necesitan para cubrir un círculo completamente.

\* Círculos congruentes . Círculos que tienen radios congruentes.

\* Círculos externamente tangentes . Círculos tangentes, sobre lados opuestos de la tangente común.

\* Círculos internamente tangentes . Círculos tangentes, sobre el mismo lado de la tangente común.

\* Círculos tangentes . Dos círculos en el mismo plano, tangentes a la misma línea en el mismo punto.

\* Circunferencia de un círculo . Es la distancia alrededor de un círculo.

\* Cuerda . Un segmento de línea que une dos puntos de un círculo.

\* Distancia entre un punto y una línea . Es el largo de la perpendicular que une al punto y la línea.

\* Loci . Plural de *locus*.

\* Locus . Es el conjunto de puntos que satisface ciertas condiciones específicas (el plural de *locus* es *loci*).

\* Punto de tangencia . El punto de intersección entre una tangente y un círculo.

\* Puntos en el exterior de un círculo . Aquellos puntos cuya distancia del centro es mayor que el radio.

\* Puntos en el interior de un círculo . Aquellos puntos cuya distancia del centro es menor que el radio.

\* Secante . Una línea que intersecta al círculo en dos puntos y se extiende más allá de él.

\* Semicírculo . Un arco igual a la mitad de un círculo.

\* Tangente . Una línea, rayo, o segmento que intersecta un círculo en solamente un punto.

\* Tangente común . Una línea que es tangente a dos círculos.

\* Tangentes comunes externas . Una tangente común que intersecta el segmento que une los centros de dos círculos.

\* Tangentes comunes internas . Una tangente común que no intersecta el segmento que une los centros de dos círculos.

\* Intersección de loci . Es el grupo de todos los puntos en común que satisfacen todas las condiciones.

## (f) Módulo 6

### (i) Objetivos

Aprender acerca de círculos inscritos y suscritos.

Aprender a hallar la medida de un ángulo inscrito.

Aprender a hallar medidas de ángulos formadas por tangentes y secantes.

Aprender acerca de construcciones de círculos.

### (ii) Teoremas y Corolarios

T57. La medida de un ángulo inscrito es igual a la mitad de la medida de su arco interceptado.

C12. Corolario 1 del Teorema 57. Un ángulo inscrito es un ángulo recto si su arco interceptado es un semicírculo.

C13. Corolario 2 del Teorema 57. Si ángulos inscritos interceptan el mismo arco, o arcos congruentes, son congruentes.

C14. Corolario 3 del Teorema 57. Los ángulos opuestos de un cuadrilátero inscrito son suplementarios.

T58. La medida de un ángulo formado por una tangente y una secante (o cuerda), que parte del punto de tangencia es igual a la mitad de la medida de su arco interceptado.

C15. Corolario 1 del Teorema 58. Dos líneas paralelas intersectan arcos congruentes al pasar sobre un círculo.

T59. La medida de un ángulo formado por dos secantes (o cuerdas) que se intersectan en el interior de un círculo, es la mitad

de la suma de las medidas de los arcos interceptados por el ángulo y su ángulo vertical.

T60. La medida de un ángulo formado por dos tangentes que se intersectan el exterior de un círculo, es igual a la mitad de la diferencia de las medidas de sus arcos interceptados.

T61. La medida de un ángulo formado por una tangente y una secante que se intersectan en el exterior de un círculo, es igual a la mitad de la diferencia de las medidas de los ángulos interceptados.

T62. La medida de un ángulo formado por dos secantes que se intersectan en el exterior de un círculo, es igual a la mitad de la diferencia de las medidas de los arcos interceptados.

T63. El punto medio de un arco puede construirse.

T64. El centro de un círculo puede ser hallado por medio de la construcción.

T65. Desde un punto del círculo puede construirse una tangente al mismo.

T66. Desde un punto fuera del círculo puede construirse una tangente al mismo.

T67. Un círculo puede circunscribirse a un triángulo.

T68. Un círculo puede inscribirse a un triángulo.

### (iii) Definiciones

\* Círculo circunscrito a un polígono . Un círculo que pasa a través de todos los vértices de un polígono.

\* Círculo inscrito en un polígono . Un círculo tangente a cada lado del polígono.

\* Círculos concéntricos . Círculos que tienen el mismo centro, pero tienen radios de diferentes largos.

\* Minuto .  $1 / 60$  de grado.

\* Segundo .  $1 / 60$  de minuto.

**(g) Módulo 7****(i) Objetivos**

Aprender las propiedades de las desigualdades.

Ser capaz de aplicar el Teorema de Desigualdad del Ángulo Exterior.

Usar el corolario de desigualdad del triángulo.

Probar desigualdades dentro de un triángulo.

Trabajar en pruebas usando el "Teorema de la Bisagra" y su inverso.

Aprender teoremas concernientes a desigualdades en círculos.

Usar los teoremas para las pruebas en círculos.

**(ii) Teoremas y Corolarios**

T69. La medida de un ángulo exterior de un triángulo es más grande que la medida de cualquiera de sus ángulos remotos interiores (Teorema de Desigualdad del Ángulo Exterior).

T70. Si dos lados de un triángulo no son congruentes, entonces la medida del ángulo opuesto al lado más grande es más grande que la medida del ángulo opuesto al lado más corto.

T71. Si dos ángulos de un triángulo no son congruentes, entonces el lado opuesto al ángulo más largo es más largo que el lado opuesto al ángulo más corto.

C16. Corolario 1 del Teorema 71. La suma de los largos de dos lados de un triángulo es más grande que el largo del tercer lado (Corolario de la Desigualdad del Triángulo).

T72. Si un ángulo de un triángulo es un ángulo recto, entonces los otros dos lados son agudos.

T73. La perpendicular de un punto a una línea es la distancia más corta de ese punto a la línea.

T74. Si dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados de otro triángulo, pero los ángulos incluidos no son congruentes,

entonces el triángulo que tiene el ángulo incluido más largo tiene el tercer lado más largo (Teorema de la Bisagra).

T75. Si dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados de otro triángulo, y sus terceros lados no son congruentes, entonces el triángulo que tiene el tercer lado más largo tiene más largo el ángulo incluido (Inverso del Teorema de la Bisagra).

T76. El diámetro de un círculo es más grande que cualquier otra de sus cuerdas.

T77. Si en el mismo círculo, o en círculos congruentes, dos ángulos centrales no son congruentes, entonces el ángulo central más largo intercepta al arco más largo.

T78. Si en el mismo círculo, o en círculos congruentes, dos arcos no son congruentes, entonces el arco más largo intercepta al ángulo central más largo.

T79. Si en el mismo círculo, o en círculos congruentes, dos cuerdas no son congruentes, entonces la cuerda más larga determina el arco más largo.

T80. Si en el mismo círculo, o círculos congruentes, dos arcos no son congruentes, entonces el arco más largo determina la cuerda más larga.

T81. En el mismo círculo, o círculos congruentes, la cuerda que es más larga está más cerca del centro.

T82. Si en el mismo círculo, o círculos congruentes, dos cuerdas tienen una distancia diferente del centro, entonces la cuerda que está más cerca es la más larga.

T83. La cuerda más corta que puede trazarse por un punto dentro del círculo, es la cuerda que va perpendicular al diámetro por ese punto.

**(iii) Propiedades de Desigualdad**Propiedad comparativa



Una de las siguientes declaraciones es verdad:  $a=b$ ,  $a<b$ , ó  $a>b$ .

Propiedad transitiva

Si  $a<b$ , y  $b<c$ , entonces  $a<c$ ; ó, si  $a>b$ , y  $b>c$ , entonces  $a>c$ .

Propiedad aditiva

Si  $a<b$ , y  $c\leq d$ , entonces  $a+c<b+d$ .

Propiedad sustractiva

Si  $a<b$ , entonces  $a-c<b-c$ .

Propiedad multiplicativa

Si  $a<b$ , y  $c>0$ , entonces  $ac<bc$ .

Si  $a<b$ , y  $c<0$ , entonces  $ac>bc$ .

Propiedad divisiva

Si  $a<b$ , y  $c>0$ , entonces  $a/c<b/c$

Si  $a<b$ , y  $c<0$ , entonces  $a/c>b/c$

**(iv) Simbología**

> Mayor que

< Menor que

$\geq$  Mayor o igual que

$\leq$  Menor o igual que

**(h) Módulo 8**

**(i) Objetivos**

Revisar las razones y proporciones del álgebra.

Aprender acerca de las propiedades de las proporciones.

Usar el Teorema de Similaridad AA.<sup>27</sup>

Usar el Corolario de Similaridad del Triángulo Recto.

Probar triángulos similares.

Aprender acerca de segmentos proporcionales.

Descubrir las relaciones entre triángulos y líneas paralelas.

<sup>27</sup> AA, siglas de "Ángulo, Ángulo".

Entender los Teoremas de Similaridad LAL y LLL.<sup>28</sup>

**(ii) Definiciones**

\* Extremos . En una proporción, el primer y cuarto términos son llamados extremos (Así, en la proporción  $a/b = c/d$ ,  $a$  y  $d$  son los extremos).

\* Medios . En una proporción, el segundo y tercer términos son llamados medios (Así, en la proporción  $a/b = c/d$ ,  $b$  y  $c$  son los medios).

\* Proporción . Una ecuación que establece que dos razones son iguales ( $a/b = c/d$ ).

\* Razón . Cociente entre dos números

**(iii) Teoremas y Corolarios**

T84. En una proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

T85. Si  $a/b=c/d$ , entonces  $a/c=b/d$ ,  $b/a=d/c$ , y  $c/a=d/b$ .

T86. Si  $a/b=c/d$ , entonces  $a+b/b=c+d/d$ , y  $a-b/b=c-d/d$ .

T87. Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son similares (Teorema de similaridad AA). Véase P29, en este mismo módulo.

C17. Corolario 1 del Teorema 87. Si dos triángulos rectángulos tienen cada uno un ángulo agudo congruente con el otro, entonces los triángulos son similares (Corolario de Similaridad del Triángulo Rectángulo).

C18. Corolario 2 del Teorema 87. Si una línea es paralela a un lado de un triángulo, e intersecta a otros dos lados, entonces el triángulo formado es similar al triángulo original.

T88. Si una línea es paralela a un lado de un triángulo, e intersecta

<sup>28</sup> LAL, siglas de "Lado, Ángulo, Lado".

LLL, siglas de "Lado, Lado, Lado".

los otros dos lados, entonces divide a los dos lados proporcionalmente.

C19. Corolario 1 del Teorema 88. Si una línea es paralela a un lado de un triángulo, e intersecta los otros dos lados; entonces, cada lado intersectado por la línea es proporcional, en cada segmento, a su segmento correspondiente al otro lado.

C20. Corolario 2 del Teorema 88. Si tres líneas paralelas intersectan a dos transversales, entonces las líneas dividen las transversales proporcionalmente.

C21. Corolario 3 del Teorema 88. El bisector de un ángulo de un triángulo divide el lado opuesto en dos segmentos, cuyos largos son proporcionales a los lados de los otros dos lados del triángulo.

C22. Corolario 4 del Teorema 88. Si una línea divide dos lados de un triángulo proporcionalmente, entonces la línea es paralela al tercer lado.

T89. Si un ángulo de un triángulo es congruente a un lado de otro triángulo, y los lados que incluyen estos ángulos son proporcionales, entonces los triángulos son similares (Teorema de similitud SAS).

T90. Si los lados correspondientes de dos triángulos son proporcionales, entonces los triángulos son similares (Teorema de Similaridad SSS).

#### (iv) Postulados

P29. Si los ángulos de un triángulo son congruentes a los ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son similares (Postulado de Similaridad AAA). Véase T87, en este mismo módulo.

#### (i) Módulo 9

##### (i) Objetivos

Encontrar la Media Proporcional, o Media Geométrica, de las

proporciones.

Aprender a simplificar radicales.

Descubrir la importancia de las altitudes en los triángulos rectángulos.

Construir una media proporcional, o media geométrica.

Aplicar el Teorema De Pitágoras a los ángulos rectángulos.

Usar el Teorema Del Triángulo Rectángulo 30-60, y el Teorema Del Triángulo Rectángulo Isósceles.

Aplicar las Funciones Trigonómicas<sup>29</sup> para hallar los largos de los lados y las medidas de los triángulos rectángulos.

#### (ii) Teoremas y Corolarios

T91. Si dos triángulos son similares, entonces los largos de las altitudes correspondientes son proporcionales a los largos de los lados correspondientes.

$$\frac{CD}{ST} = \frac{AC}{QS} = \frac{AB}{QR} = \frac{BC}{RS}.$$

T92. Si se traza la altitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, entonces los triángulos formados, son similares al triángulo rectángulo original, y uno al otro.

$$\Delta RTS \sim \Delta TQS; \Delta RTS \sim \Delta RQT; \Delta TQS \sim \Delta RQT.$$

C23. Corolario 1 del Teorema 92. En un triángulo rectángulo, el largo del trazo de la altitud desde el ángulo recto a la hipotenusa, es el término medio entre las longitudes de los segmentos de la hipotenusa.

<sup>29</sup> Se llama función trigonométrica a la función de un ángulo expresada como razón (división) de dos de los lados de un triángulo rectángulo que contiene el ángulo. En general, para un ángulo formado en un plano de coordenadas, por la intersección del eje abscisal con el radio vector del origen a un punto en el plano, la razón de cualquiera de dos de los valores: abscisa, ordenada y radio de ese punto.

$$\frac{BD}{CD} = \frac{CD}{AD}$$

C24. Corolario 2 del Teorema 92. Si se traza la altitud desde el ángulo recto a la hipotenusa, entonces el largo de cada uno de los catetos es la media geométrica entre el largo de la hipotenusa y el largo del segmento de la hipotenusa adyacente al cateto.

$$\frac{c}{a} = \frac{a}{x}; \frac{c}{b} = \frac{b}{y}$$

T93. La media geométrica de dos segmentos puede construirse.

T94. El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los catetos (Teorema De Pitágoras).

$$a^2 + b^2 = c^2$$

T95. Si el cuadrado del lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros lados, entonces el triángulo es un triángulo rectángulo (Inverso del Teorema De Pitágoras).

T96. Si los ángulos agudos de un triángulo rectángulo tienen medidas de 30 y de 60, entonces la hipotenusa es dos veces el largo del cateto más corto, y el cateto más largo es  $\sqrt{3}$  veces más largo que el cateto más corto (Teorema Del Triángulo Rectángulo 30-60).

T97. En un triángulo rectángulo isósceles, la hipotenusa es  $\sqrt{2}$  veces el largo de cualquiera de sus catetos (Teorema Del Triángulo Rectángulo Isósceles).

### (iii) Definiciones

\* Ángulo De Depresión . Ángulo formado entre la línea del horizonte y una línea de visión abajo del horizonte.

\* Ángulo De Elevación . Ángulo formado entre la línea del horizonte y una línea de visión arriba del horizonte.

\* Coseno . Es la razón del largo del cateto adyacente de un ángulo agudo por el largo de la hipotenusa.

\* Función Trigonométrica . Es la razón (o división) del largo de dos

lados de un triángulo rectángulo. Las 3 razones son: seno, coseno y tangente.

\* Media Proporcional (O Media Geométrica) . Cuando un número aparece dos veces como el medio de una proporción, se le llama media proporcional de los otros dos números. Así, en  $\frac{a}{x} = \frac{x}{d}$ , x es la media proporcional de a y d.

\* Radicando . La cantidad debajo de un signo de radical. 3 es el radicando de  $\sqrt{3}$ .

\* Seno . Es la razón del largo del cateto opuesto de un ángulo agudo por el largo de la hipotenusa.

\* Tangente . Es la razón del largo del cateto opuesto del ángulo agudo por el cateto adyacente de dicho ángulo.

### (iv) Simbología

Aproximadamente igual a:  $\approx$

Similar a:  $\sim$

### (v) Leyes y Fórmulas

#### Fórmula de la Media Proporcional (O Media Geométrica)

Ver definición de "Media Proporcional".

La Media Proporcional es igual a la raíz del producto de los extremos:  $x = \sqrt{ad}$

Esta fórmula se deduce así:

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{d} \quad (\text{Definición de Media Proporcional})$$

$$a(d) = x(x) \quad (\text{Se multiplican los extremos y los medios})$$

$$ad = x^2 \quad (\text{T84. El producto de los extremos es igual al producto de los medios})$$

$$x = \sqrt{ad} \quad (\text{Se saca la raíz cuadrada de ambos lados})$$

**Leyes de Radicales**

1. Si  $x > 0$ , y también:  $y > 0$ , entonces:  $\sqrt{xy} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$

2. Si  $x > 0$ , y también:  $y > 0$ , entonces:  $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$

**(j) Módulo 10****(i) Objetivos**

Aprender como hallar el perímetro de un polígono.

Hallar el área del rectángulo, paralelogramo, triángulo, rombo, y trapecioide.

Aprender acerca del poliedro.

Hallar el área lateral y total del prisma, pirámide, cilindro, cono y esfera.

Hallar el volumen del prisma, pirámide, cilindro, cono y esfera.

**(ii) Definiciones**

\* **Altura (De Un Cilindro Circular Recto)** . La altura del segmento perpendicular a ambas bases, que une los centros de ellas.

\* **Altura Oblicua (De Un Cono Circular Recto)** . La distancia del vértice a cualquier punto de la arista de la base.

\* **Ángulo Diedro** . El Ángulo formado por dos planos que se intersectan.

\* **Ángulo Poliédrico** . La configuración formada por tres o más planos cuyas intersecciones forman un vértice común.

\* **Arista** . Intersección de dos caras laterales.

\* **Caras Laterales** . Las caras laterales forman paralelogramos en prismas y triángulos en las pirámides.

\* **Cilindro Circular Recto** . Un cilindro con dos bases circulares y un segmento perpendicular a ambas bases, que une los centros de

ellas.

\* **Cono Circular Recto** . Un cono con una base circular y una altitud, que es perpendicular al segmento que conecta al vértice con el centro de la base.

\* **Esfera (Centro De Una)** . Es el punto fijo que es equidistante de todos los puntos en la esfera.

\* **Esfera** . Es el conjunto de puntos en el espacio tal que todos los puntos están equidistantes del centro.

\* **Perímetro** . Es la distancia alrededor de un polígono, o la suma de los largos de sus lados (el círculo se considera un polígono de lados infinitos).

\* **Pirámide (Altura De Una)** . El segmento que va desde el vértice a la base, y que es perpendicular al plano de esta última.

\* **Pirámide (Altura Oblicua En Una)** . Perpendicular del vértice a la arista de la base.

\* **Pirámide (Área Lateral De Un)** . La suma de las áreas de las caras laterales.

\* **Pirámide (Área Total De Un)** . El Área Lateral más el áreas de la base.

\* **Pirámide (Vértice De Una)** . El punto común de las caras laterales triangulares.

\* **Pirámide** . Un poliedro que tiene una región poligonal como base y caras laterales triangulares que tienen un punto común.

\* **Pirámide Regular** . Una cuya base es un polígono regular y cuyas caras son congruentes.

\* **Poliedro** . Cuerpo limitado por polígonos. Regular, si todas sus caras son iguales.

\* **Prisma (Área Lateral De Un)** . La suma de las áreas de las caras laterales.

\* **Prisma (Área Total De Un)** . El Área Lateral más la suma de las áreas de las bases.

\* **Prisma (Bases De Un)** . Caras congruentes en planos paralelos

de un prisma.

\* Prisma (Caras Laterales De Un) . Las caras laterales forman paralelogramos en prismas y triángulos en las pirámides.

\* Prisma . Un poliedro con al menos dos caras congruentes en planos paralelos.

\* Prisma Oblicuo . Prisma cuyas aristas laterales no son perpendiculares a las bases.

\* Prisma Recto . Prisma cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases.

\* Región Poligonal . Consiste de un polígono y su interior.

\* Región Triangular . Consiste de un triángulo y su interior.

\* Trapezoide (Altura De Un) . Es la perpendicular que va de una base a la base opuesta, o a la base opuesta extendida.

\* Trapezoide (Base De Un) . Cualquier lado puede ser la base de un paralelogramo o un triángulo, pero en el trapezoide, sus lados paralelos son sus bases.

**(iii) Fórmulas**

Simbología de fórmulas:

Lado = s; largo = l; ancho = w; altura = h; altura oblicua = l; base (lineal)=b; base (superficial)=B.

2D = 2 Dimensiones; 3D = 3 Dimensiones.

Figura (2D)	Perímetro	Área
Triángulo	$s+s+s$	$\frac{1}{2}bh$
Cuadrado	$4s$	$s^2$
Rectángulo	$2(b+h)$	$bh$
Paralelogramo	$2(b+h)$	$bh$
Trapezoide	$s+s...$	$\frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$
Rombo	$4s$	$A = \frac{1}{2}d_1d_2$
Polígono	$s+s...$	Área de triángulos internos
Círculo	$\pi r$	$\pi r^2$

Figura (3D)	Área Lateral	Área Total
Cubo	Ph	Ph+2B $s^3$
Prisma Recto	Ph	Ph+2B Bh
Cilindro Recto	Ph	Ph+2B Bh
Esfera		$4\pi r^2$ $\frac{4}{3}\pi r^3$

**(iv) Postulados**

P30. El área de una región poligonal es la suma de los ángulos, que no se sobreponen, en las cuales se divide el polígono (Postulado De Adición De Áreas).

P31. El área de un rectángulo es el producto del largo de la base, b, por el largo de la altitud, h, de esa base.  $A=bh$ .

P32. Triángulos congruentes tienen la misma área.

**(v) Teoremas**

T98. El área del cuadrado es el cuadrado del largo de un lado.  $A=s^2$ .

T99. El área de un paralelogramo es el producto del largo de la

base,  $b$ , por el largo de la altitud correspondiente,  $h$ . De tal manera que:  $A=bh$ .

T100. El área de un triángulo es el producto de la mitad de la base,  $b$ , por el largo de la altura correspondiente,  $h$ , de tal manera que:

$$A = \frac{1}{2}bh.$$

T101. El área de un trapecoide es la mitad del producto de el largo de su altitud,  $h$ , por la suma de los largos de sus bases,  $b_1 + b_2$ , de

$$\text{tal forma que: } A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2).$$

C25. Corolario 1 del Teorema 101. El área de un rombo es la mitad del producto de sus diagonales,  $d_1$  y  $d_2$ , de tal manera que,

$$A = \frac{1}{2}d_1d_2.$$

## (k) Módulo 11

### (i) Objetivos

Aprender acerca del plano coordenado.

Ser capaz de usar las fórmulas de distancia y punto medio.

Usar la pendiente de una línea para graficar ecuaciones.

Ser capaz de determinar, por la pendiente, si dos líneas son paralelas o perpendiculares.

Aprender como graficar círculos.

Aplicar el sistema de coordenadas en pruebas geométricas.

### (ii) Definiciones

\* **Abscisa** . Coordenada horizontal del plano cartesiano (distancia perpendicular del Eje Y).

\* **Coordenadas** . Un par ordenado de números que indican un punto en el plano coordenado, y cuyo orden es siempre: El valor de X (coordenada X, o coordenada horizontal) primero, y el valor de Y

(coordenada Y, o coordenada vertical) después.

\* **Cuadrante** . Las cuatro regiones del plano coordenado, formadas por los dos ejes. El 1er cuadrante está en la región superior derecha. El 2o en la superior izquierda. El 3o en la inferior izquierda. El 4o en la inferior derecha. Dentro de estos cuadrantes, todos los valores positivos de X están a la derecha del Eje Y. Todos los valores positivos de Y están arriba del eje X (Los negativos a la inversa).

\* **Eje X** . Eje horizontal del plano coordenado.

\* **Eje Y** . Eje vertical del plano coordenado.

\* **Ejes Coordenados** . Son las líneas perpendiculares numeradas del plano coordenado, llamados: Eje X, y Eje Y.

\* **Intersección De Y** . Es la coordenada "y" del punto donde la gráfica de una línea cruza el eje "y". Su ecuación es  $y=mx+b$ , donde  $b$  es la *intersección de y*.

\* **Ordenada** . Coordenada vertical del plano cartesiano (distancia perpendicular del Eje X).

\* **Orígen** . Punto de intersección de dos líneas perpendiculares numeradas del plano coordenado.

\* **Pendiente** . La inclinación de una línea es llamada pendiente, y se mide dividiendo su cambio horizontal (o distancia horizontal entre sus dos puntos extremos) entre su cambio vertical (o distancia vertical entre sus dos puntos extremos).

\* **Plano Coordenado** . El formado por dos líneas perpendiculares numeradas.<sup>30</sup>

### (iii) Teoremas

T102. La fórmula de distancia,  $d$ , entre dos puntos  $(x_1, y_1)$  y

<sup>30</sup> O Cartesiano. Llamado así en honor a René Descartes (1596-1650), quien descubrió sus principios.

$(x_2, y_2)$  es  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .

T103. El punto medio de un segmento que une los puntos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  es  $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ .

T104. Todos los segmentos sobre una línea no vertical tienen la misma pendiente.

T105. Una línea horizontal tiene una pendiente 0, y una línea vertical no tiene pendiente.

T106. La gráfica de una ecuación de la forma  $Ax + By = C$  con A y B diferentes de cero, es una línea.

T107. La ecuación de una línea que pasa por el punto  $(x_1, y_1)$ , y tiene una pendiente  $m$  es  $y - y_1 = m(x - x_1)$ .

T108. Si dos líneas no verticales son paralelas, tienen entonces iguales sus pendientes.

T109. Si dos líneas tienen iguales sus pendientes, entonces son paralelas.

T110. Si dos líneas son perpendiculares, entonces el producto de sus pendientes es igual a -1.

T111. Si el producto de las pendientes de dos líneas es -1, entonces son perpendiculares.

T112. La ecuación de un círculo cuyo centro está en el origen con radio  $r$  es  $x^2 + y^2 = r^2$ .

T113. La ecuación de un círculo cuyo centro es  $(h, k)$  y cuyo radio es  $r$  es  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ .

## (I) Módulo 12

### (i) Objetivos

Aprender acerca de las transformaciones.

Aprender a reflejar figuras sobre líneas y a través de puntos.

Memorizar las propiedades de las isometrías.

Usar las transformaciones de las traslación, rotación, y reflexión.

Identificar las simetrías de línea, rotacional y de punto.

Aprender acerca de las transformaciones escalables (Proporcionalidad).

### (ii) Definiciones

\* Ampliación . Vea Proporcionalidad.

\* Composición . Consiste en dos o más transformaciones de un objeto (Vea Traslación).

\* Congruencia (Usando Simetrías) . Al lado del uso de métodos comunes para probar triángulos congruentes (Postulados LLL, LAL, y AAL), las isometrías se usan para probar congruencia. Si un triángulo es transportado por una isometría en otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

\* Imagen . Es la reflexión de una figura específica.

\* Isometría . Vea: Transformación De Distancia Preservada. Vea también Reflexión, Traslación, Rotación y Traslación-Reflexión (Inglés: Glide Reflection).

\* Línea De Reflexión . La línea a partir de la cual se refleja la imagen (similar a la línea sobre la que intersectaría un espejo en el plano).

\* Línea De Simetría . La línea que divide dos figuras congruentes.

\* Orientación . La dirección en la cual los vértices de una figura son nombrados. Esta puede ser, a favor de las manecillas del reloj (inglés: clockwise), o al lado contrario de las manecillas del reloj (counterclockwise).

\* Preimagen . La figura que está siendo reflejada.

\* Proporción . Ver Proporcionalidad.

\* Proporcionalidad . Una proporción no es una isometría. Es una transformación que no preserva la distancia, de tal manera que la imagen no es congruente a su preimagen. Una proporción es una transformación con un punto fijo,  $O$ , y un número real positivo,  $k$ , que transporte cada punto en un plano a una imagen, de tal

manera que: 1) El centro de la imagen es  $O$ . 2)  $A'$  es la imagen de  $A$  y está sobre la línea  $OA$ , de tal manera que  $OA' = k(OA)$  (Cuando  $k$  vale  $1/2$ , se produce una reducción; cuando vale más de  $1$ , se produce una ampliación).

\* Punto De Reflexión . El punto que es el punto medio en una reflexión a través de un punto.

\* Reducción . Vea Proporcionalidad.

\* Reflexión . Una reflexión en geometría es similar a la producida por un espejo. Dichas reflexiones pueden producirse sobre una línea, o a través de un punto.

\* Reflexión A Través De Un Punto . Es una transformación que transporta cada punto  $P$  del plano en un punto  $P'$ , de tal manera que: 1) Si  $P$  está en el punto  $O$ , entonces  $P$  coincide con  $P'$  ( $P=P'$ ). (Coincidir significa que tienen los mismos puntos). 2) Si  $P$  no está en el punto  $O$ , entonces  $O$  es el punto medio de  $PP'$ .

\* Reflexión Sobre Una Línea . Es una transformación que transporta cada punto  $P$  del plano en un punto  $P'$ , de tal manera que: 1) Si  $P$  está en la línea  $l$ , entonces  $P$  coincide con  $P'$  ( $P=P'$ ). (Coincidir significa que tienen los mismos puntos). 2) Si  $P$  no está en la línea  $l$ , entonces la línea  $l$  es el perpendicular bisector de  $PP'$ .

\* Rotación. Se clasifica también como una isometría. La rotación y la traslación son similares por que ambas se componen de dos reflexiones. La diferencia es que la traslación está compuesta sobre líneas paralelas, mientras que la rotación es la composición de dos reflexiones sobre líneas que se intersectan. La dirección de la rotación es importante. Puede ser, a favor de las manecillas del reloj (clockwise), o en contra de las manecillas del reloj (counterclockwise).<sup>31</sup>

<sup>31</sup> Insistimos aquí en el uso del inglés, por que, en la mayoría de los programas de computadora han de encontrarse estos términos en inglés.

\* Simetría De Punto . Es una simetría rotacional de exactamente  $180^\circ$ .

\* Simetría Lineal . Llamada en Biología, Simetría Bilateral. Es la que contiene dos lados iguales. Un animal que posee simetría bilateral tiene la misma forma en ambos lados de su cuerpo. Los mamíferos, pájaros e insectos poseen simetría bilateral, como también varias de las letras del alfabeto. Los diseñadores de manufacturas también la usan para diseñar muchos de sus productos. En la geometría, tal tipo de simetría es llamada Simetría Lineal. Puede ser definida como el resultado de trazar una línea a través de una forma, de tal manera que la figura de un lado coincida con la imagen reflejada del otro lado de la línea (Vea Línea De Simetría).

\* Simetría Rotacional. Una figura tiene simetría rotacional, cuando la figura que rota alrededor de un punto coincide con su imagen reflejada después de una rotación (la rotación debe ser de menos de  $360^\circ$ ).

\* Transformación De Distancia Preservada . Una transformación, en la cual, la distancia entre los puntos de la preimagen es igual a la distancia entre los puntos de la imagen reflejada. Llamada también Isometría.

\* Transformación . Cambio en forma o apariencia. En geometría una transformación se lleva a cabo, por medio de una correspondencia entre ciertos puntos de un plano con otros puntos en el plano (En inglés puede llamarse de dos formas: "transformation" y "mapping"). Las transformaciones son vistas a menudo como movimientos dentro del mismo plano. Algunas transformaciones resultan en objetos congruentes, mientras que otras resultan similares. Y aún hay otras que resultan en figuras que no son ni similares ni congruentes.

\* Traslación . Es la composición de dos reflexiones sobre dos líneas paralelas. Es también una isometría. Vea Isometría.

\* Traslación-Reflexión (Inglés: Glide Reflection) . Es una



transformación, que está compuesta por una traslación y una reflexión sobre una línea que es perpendicular a las líneas de traslación. Dicho de otra manera: Una traslación está compuesta por dos reflexiones, y una traslación-reflexión está compuesta por tres reflexiones, donde dos líneas de reflexión son paralelas y otra es perpendicular a estas líneas.

### (iii) Teoremas

- T114. Una reflexión sobre una línea es una isometría.
- T115. Una isometría preserva la distancia entre los puntos.
- T116. Una isometría preserva líneas, rayos y segmentos.
- T117. Una isometría preserva las medidas de los ángulos.
- T118. Una isometría preserva la congruencia.
- T119. Una traslación es una isometría.
- T120. Una rotación es una isometría.
- T121. Una reflexión transportada es una isometría.

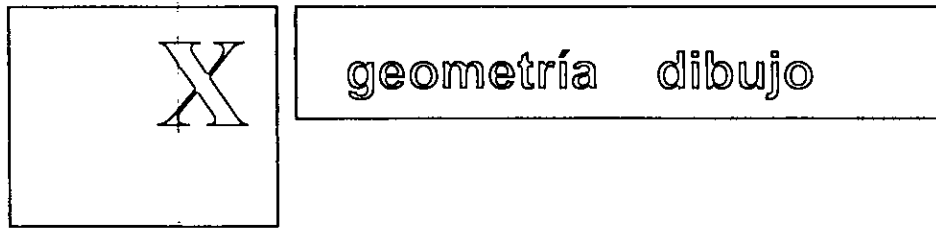
### (iv) Propiedades De La Proporcionalidad

Una proporción preserva:

- 1) Los puntos colineales.
- 2) La correspondencia de puntos.
- 3) Líneas, rayos y segmentos.
- 4) La similitud de las figuras.
- 5) Las medidas de los ángulos.
- 6) La proporción de los largos.

### B. Individualización

El programa individualizado persigue que cada alumno sea considerado individualmente, por lo que no se puede aplicar un módulo, de los anteriormente citados, solo considerando el grado por edad, sino el grado real de progreso en el que el estudiante se encuentra.



## **X. Dibujo Por Computadora Del Currículo De Geometría**

### **A. Programa LOGO**

El programa LOGO centra su atención, más que en los programas y en el profesor, en el alumno, por lo que aquí presentamos las aplicaciones de LOGO a la geometría en un nivel ascendente de dificultad, dejando que el profesor, aplique, según la capacidad de cada alumno, los ejercicios pertinentes, de acuerdo al currículo antes mencionado.

**Vea las ilustraciones precedidas por la letra G (G-1, etc.).**

#### **(i) Postulados**

Procedimientos con variables.

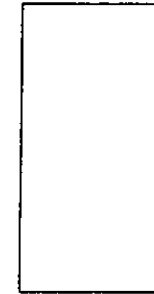
Para crear figuras de tamaño variable, usamos variables, que en las ordenes de LOGO pueden ser cualesquiera palabras precedidas por dos puntos. Así, por ejemplo, el procedimiento para un cuadrado de tamaño variable sería el siguiente:

```
TO CUADRADO :LADO  
REPEAT 4 [FD :LADO RT 90]  
END
```

```
TO RECTANGULO :ALTO :ANCHO  
FD :ALTO RT 90  
FD :ANCHO RT 90  
FD :ALTO RT 90  
FD :ANCHO RT 90  
END
```



RECTANGULO 50 100

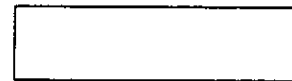
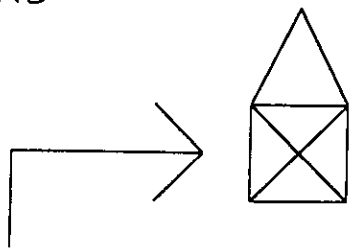


RECTANGULO 100 50



RECTANGULO 50 50

```
TO RECTANGULO :ALTO :ANCHO  
REPEAT 2 [FD :ALTO RT 90 FD :ANCHO RT 90]  
END
```



RECTANGULO 25 100



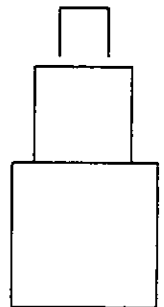
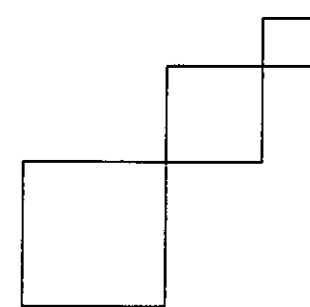
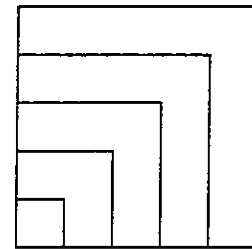
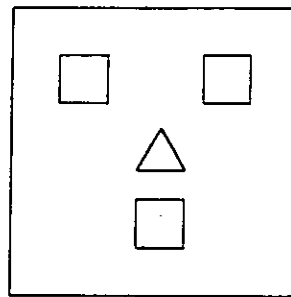
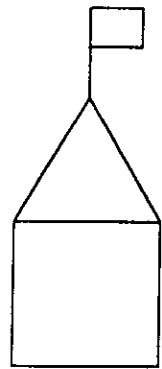
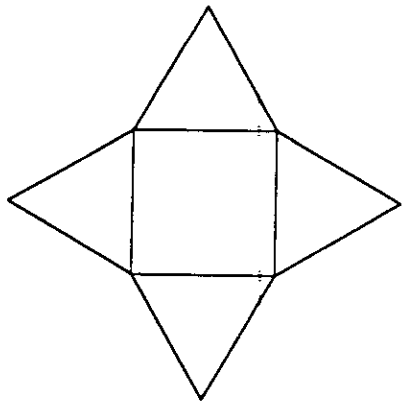
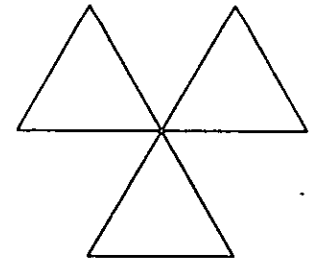
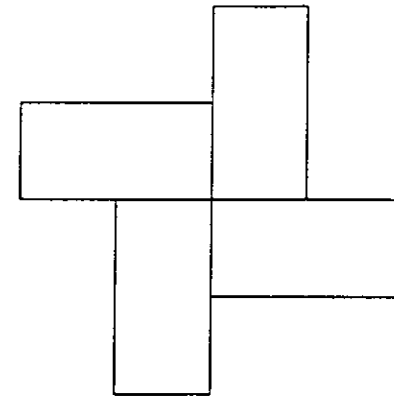
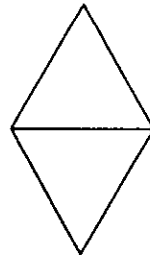
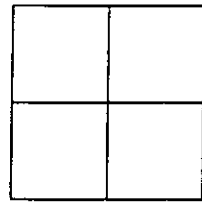
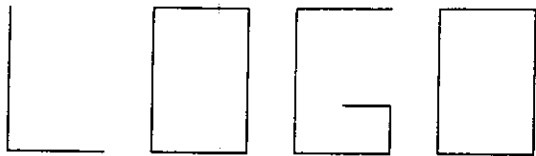
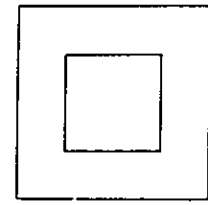
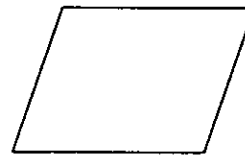
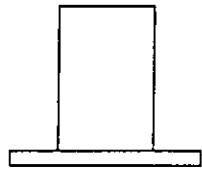
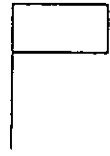
RECTANGULO 100 0



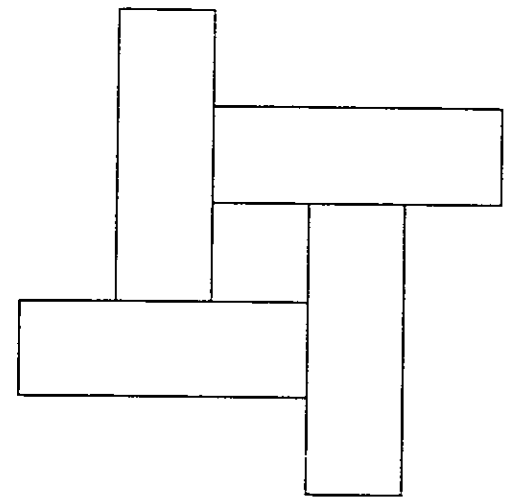
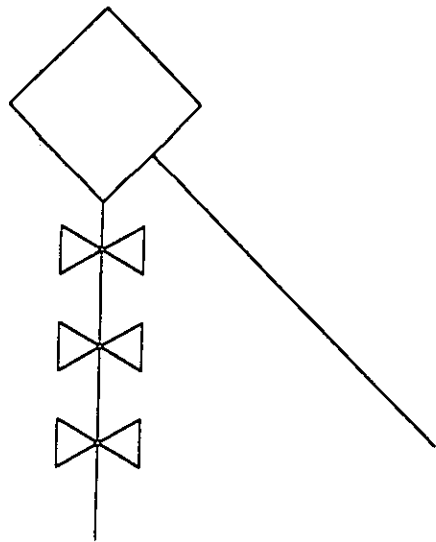
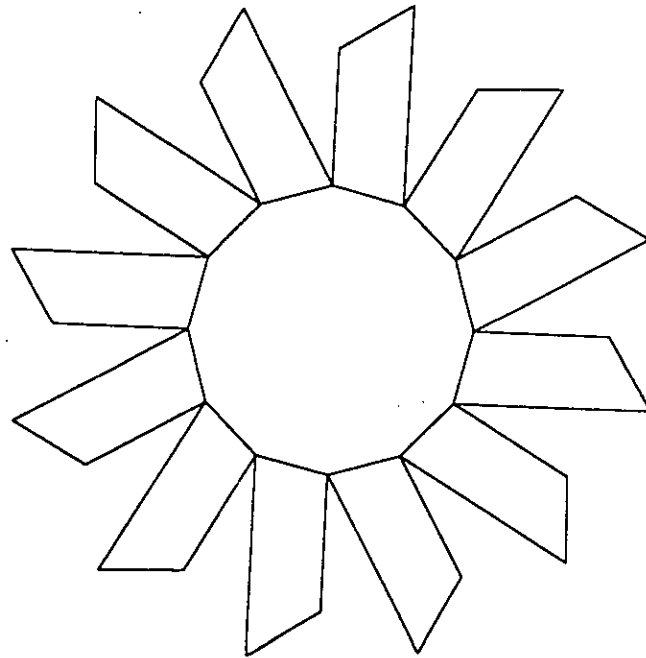
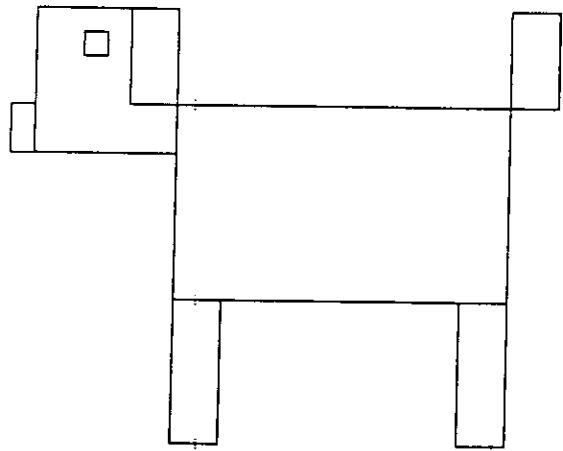
RECTANGULO 0 100

RETO. Escribir un procedimiento para dibujar la figura siguiente, usando un trazo continuo, pero sin trazar nuevamente ningún segmento (Pueden trazarse de nuevo puntos simples).

Escriba unos procedimientos que dibujen figuras similares a las siguientes.



Continuación de los ejercicios de la Ilustración G-3.

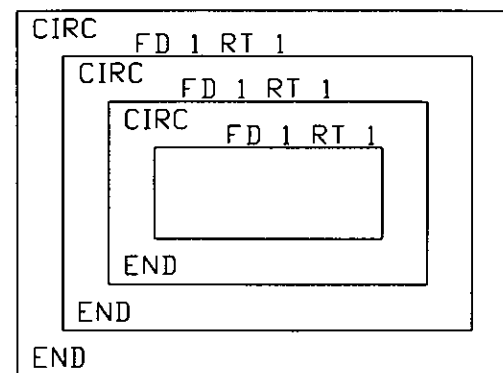


Uso de la recursión como una herramienta para la solución de problemas.

Como un ejemplo de la recursión, escribimos un procedimiento llamado CIRC para dibujar un círculo del tipo de tortuga de LOGO, el cual se logra por hacer avanzar la tortuga un paso, luego dar un paso a la derecha, y así sucesivamente hasta terminar.

```
TO CIRC  
FD 1 RT 1  
CIRC  
END
```

Para entender como funciona el procedimiento CIRC y, en general, que sucede cuando un procedimiento se llama a si mismo, usamos el modelo telescópico de la figura siguiente.



Dicho proceso continua sin parar, el fin nunca llega, por lo que para parar la tortuga de moverse debemos teclear las teclas Control y G simultáneamente.

## Recursión (Continua)

Un procedimiento para dibujar un círculo, llamado CIRC1, puede ser el siguiente

```
TO CIRC1  
REPEAT 360 [FD 1 RT 1 ]  
END
```

Este procedimiento se para por sí solo, en contraste con el de la ilustración anterior.

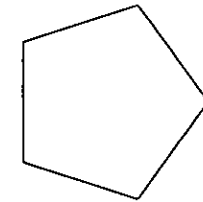
La recursión es particularmente valiosa cuando no sabemos cuantas veces ha de repetirse un set de instrucciones para cumplir alguna meta. Por ejemplo, considere las formas que pueden resultar por repetir la instrucción de ir adelante una distancia fija y girar a la derecha un ángulo fijo. Un procedimiento recursivo llamado POLY que hace esto es el siguiente.

```
TO POLY :LADO :ANGULO  
FD :LADO RT :ANGULO  
POLY :LADO :ANGULO  
END
```

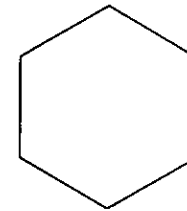
La única forma de entender estos comandos es a través de su ejecución en la computadora.



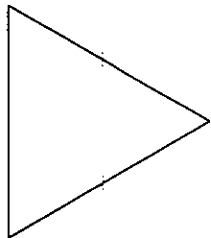
PUEDA AGREGAR +1 AQUI Y OBSERVAR LOS RESULTADOS.



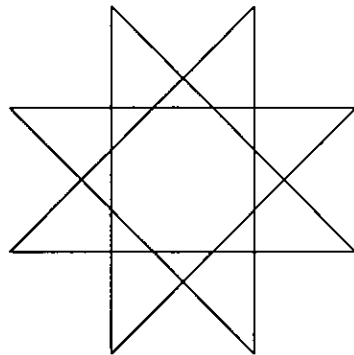
POLY 60 72



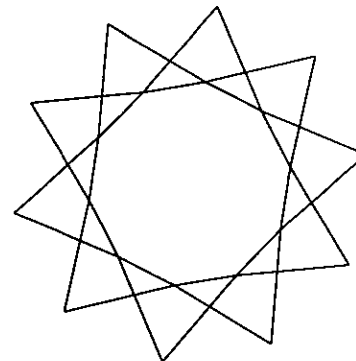
POLY 50 60



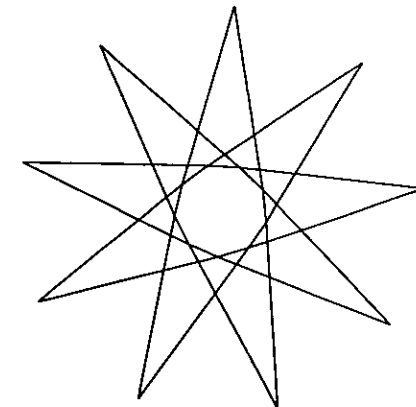
POLY 70 120



POLY 70 135



POLY 70 108



POLY 70 160

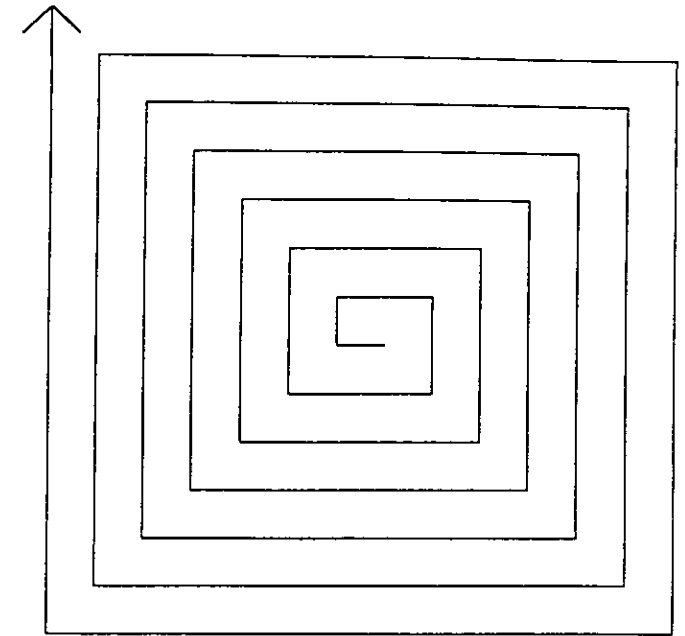
Continuación de la Ilust. G-5

Pruebe otras ejecuciones de POLY, tal como POLY 50 180, POLY 50, 181, POLY 60, 288, POLY 6000, 3000, POLY 7000, 135. Trate de predecir que ordenes producen polígonos regulares y que ordenes producen estrellas. Todas las figuras dibujadas por el procedimiento POLY de la ilustración precedente son cerradas. Esto es, pueden empezar y terminar en el mismo punto. Serán cerradas todas las figuras dibujadas con POLY?

Podemos también plantearnos las siguientes preguntas.

1. Dado el valor de un  $\text{ANGULO}$  en el procedimiento POLY, es posible predecir (antes de que la figura sea dibujada) cuantos vértices tendrá una figura?
2. Si deseamos que el procedimiento POLY dibuje una figura con un número determinado de vértices, podremos determinar cual será el ángulo correcto que debe incluirse en el procedimiento?

Con la ayuda de la recursión podemos cumplir tareas que no podrían ser fácilmente hechas con el comando REPEAT, especialmente si nosotros no conocemos cuantas veces se tendrá que repetir una secuencia de instrucciones. Considere el dibujo de una espiral de tipo cuadrado en el dibujo adjunto.



```
TO ESPICUA :LARGO
FD :LARGO RT 90
ESPICUA :LARGO + 5
END
```

Note que cada vez que ESPICUA se llama a si mismo, el largo es incrementado por 5. Una vez que llegue a ser más grande que el espacio del monitor habrá que detener el procedimiento con CTRL G.

El procedimiento podría pararse también con la instrucción IF, que limitaría el largo máximo.

```
IF : LARGO > 100 STOP
```

```
TO ESPICUA : LARGO
IF : LARGO > 100 STOP
FD : LARGO RT 90
ESPICUA : LARGO + 5
END
```

El mismo procedimiento con variable sería:

```
TO ESPICUA : LARGO : ANGULO
IF : LARGO > 100 STOP
FD : LARGO RT : ANGULO
ESPICUA : LARGO + 5 : ANGULO
END
```



En los casos anteriores, la recursión involucraba solamente un llamado recursivo antes de la orden final END.  
 Considere por ejemplo la recursión en el procedimiento llamado T.CUADRADO, al lado de la recursión insertada del procedimiento E.CUADRADO. Trate de predecir los resultados de ejecutar cada uno de los procedimientos con un 'input' de 30. Ejecútelos luego para ver luego si ud. estaba en lo correcto.

```
TO T.CUADRADO :LADO
IF :LADO < 5 STOP
REPEAT 4 [FD :LADO RT 90]
T.CUADRADO :LADO - 10
END
```

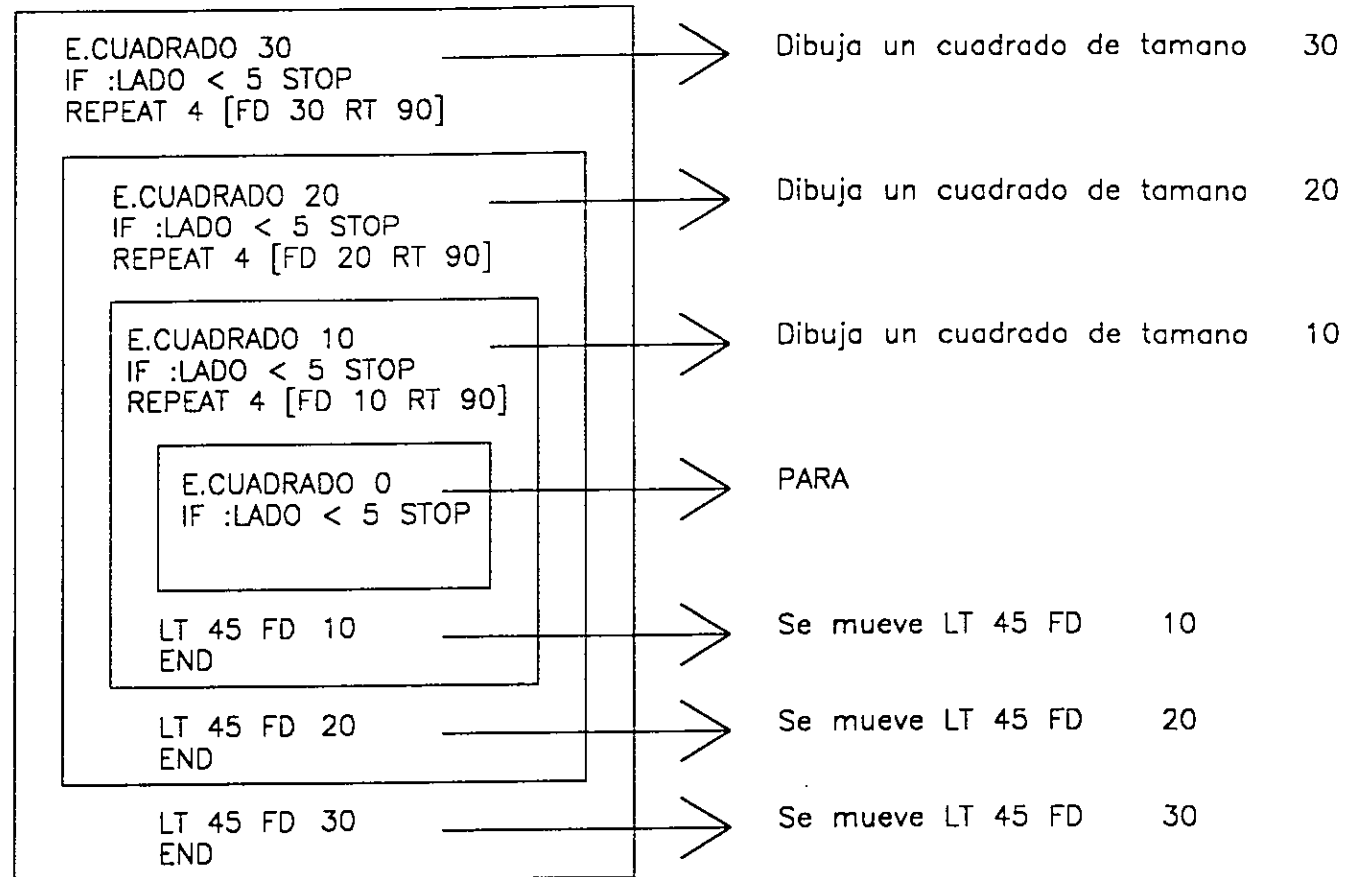
```
TO E.CUADRADO :LADO
IF :LADO < 5 STOP
REPEAT 4 [FD :LADO RT 90]
E.CUADRADO :LADO - 10
LT 45 FD :LADO
END
```

El procedimiento T.CUADRADO probablemente hizo lo que ud. esperaba. Sin embargo, el procedimiento E.CUADRADO puede haberlo sorprendido. Para ver por que E.CUADRADO se comporta como lo hace, usamos el modelo telescópico a la derecha.

Note que cuando `:LADO < 5` en E.CUADRADO 0, la orden STOP para solo la parte del procedimiento que le corresponde y no todo el procedimiento. El control entonces se vuelve al procedimiento previo, y así sucesivamente.

Así, podemos deducir las siguientes reglas.

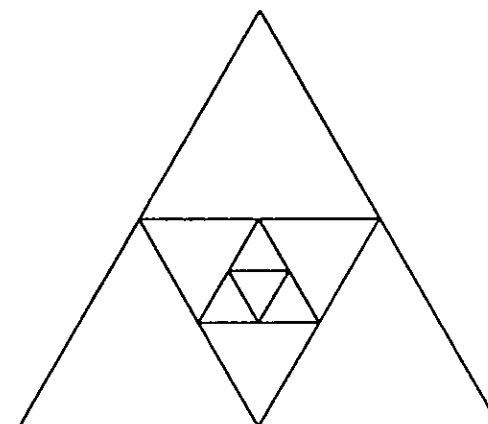
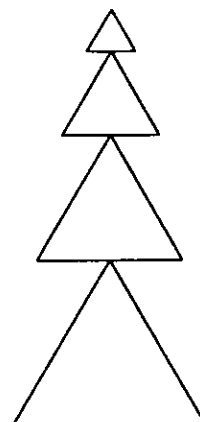
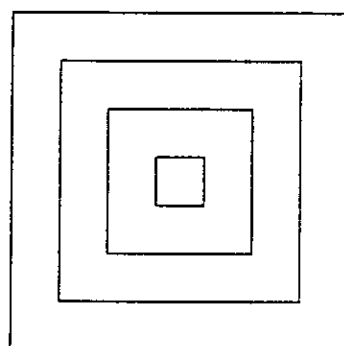
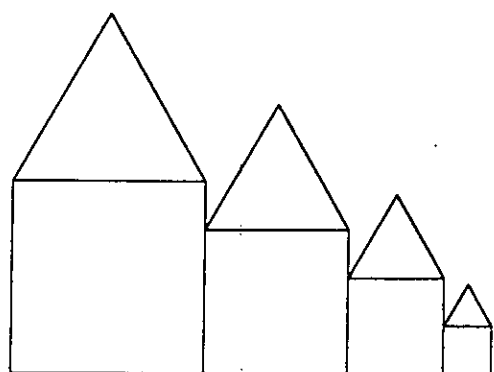
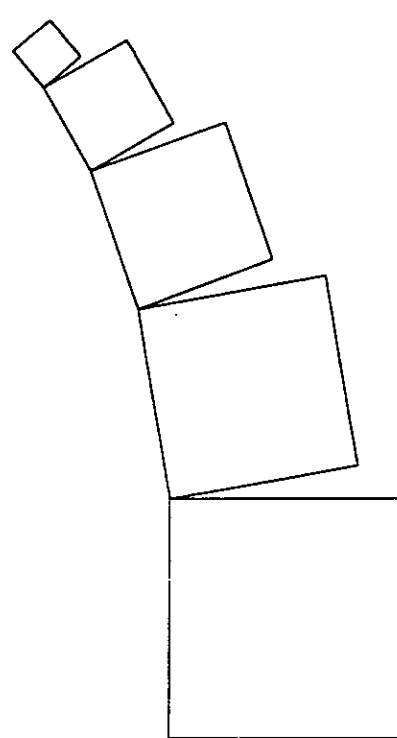
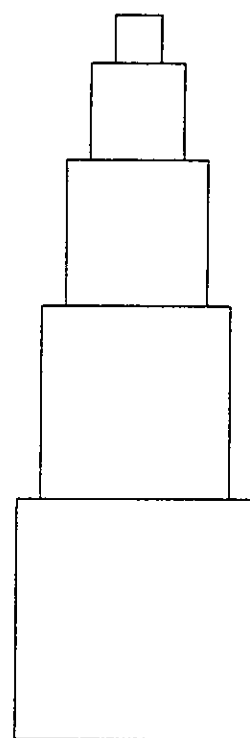
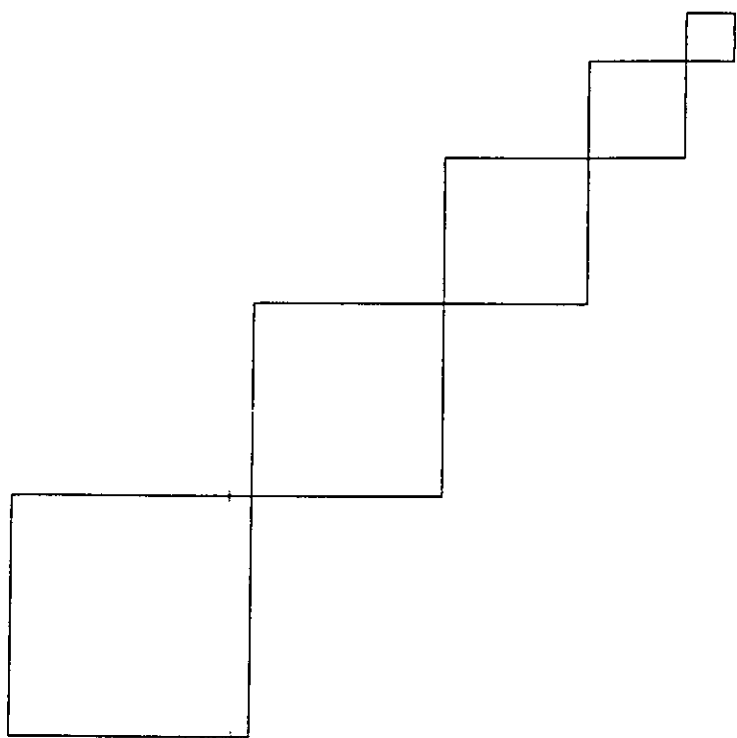
1. Las ejecuciones en los programas de LOGO se suceden línea a línea. Cuando un procedimiento se llama a sí mismo, mantiene en espera cualquier procedimiento que está después de él, e inserta una copia de él mismo donde su llamado ocurre. Si el procedimiento llamado se para, el control regresa al procedimiento al punto donde el llamado ocurrió. El resto de las líneas son entonces ejecutadas.



2. El proceso en (1) se aplica a cualquier llamado sucesivo.

RECURSION INSERTADA

Cree procedimientos recursivos para figuras similares (Usando el comando STOP).



## CUADRADOS Y RECTANGULOS

Los siguientes son procedimientos para dibujar cuadrados y rectángulos de tamaño variable.

```
TO CUAD :LADO
REPEAT 4 [FD :LADO RT 90]
END
```

```
TO RECTANGULO :ANCHO :LARGO
REPEAT 2 [FD :ANCHO RT 90 FD :LARGO RT 90]
END
```

Ya que el cuadrado es un caso especial del rectángulo cuyo largo y ancho son iguales, podemos crear el procedimiento para dibujar un cuadrado de la siguiente manera.

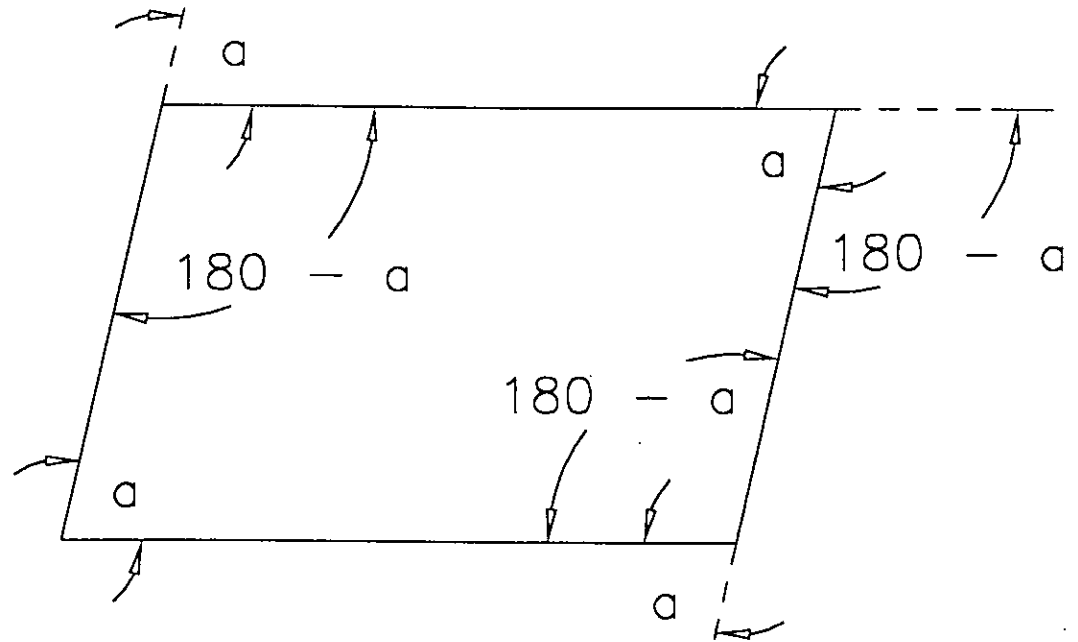
```
TO CUADRADO :LADO
RECTANGULO :LADO :LADO
END
```

## PARALELOGRAMO

En base a las propiedades del paralelogramo es posible crear el siguiente procedimiento para dibujar uno.

```
TO PARAL :LADO1 :LADO2 :ANGULO
REPEAT 2 [FD :LADO1 RT :ANGULO FD :LADO2 RT 180-:ANGULO]
END
```

Se deja lugar aquí para un ejercicio que, en base al procedimiento de paralelogramo, cree procedimientos para un rectángulo y un rombo. El uso del procedimiento desarrollado del rombo puede usarse para crear un procedimiento para un cuadrado.



## CONGRUENCIA A TRAVES DE CONSTRUCCIONES.

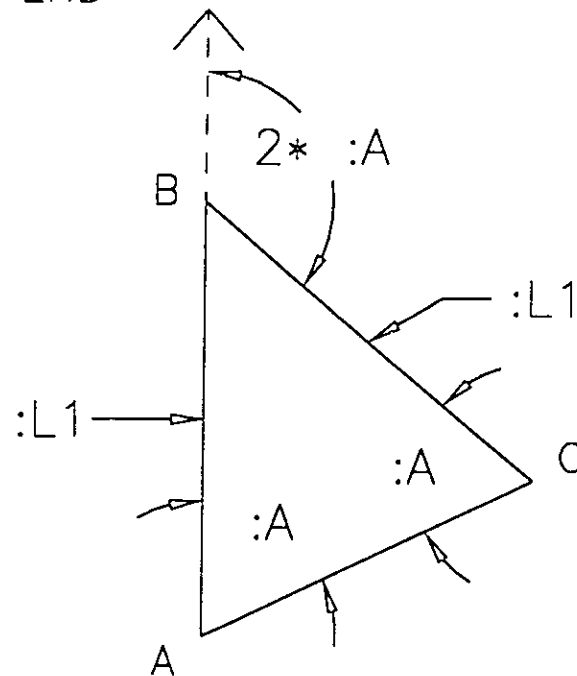
Los siguientes procedimientos sirven para experimentar en LOGO, los elementos dos lados y el ángulo incluido de un triángulo.

```
TO LAL :LADO1 :ANGULO :LADO2
FD :LADO1
RT 180 - :ANGULO
FD :LADO2
HOME
END
```

```
TO LAL1 :LADO1 :ANGULO :LADO2
BK :LADO1
RT :ANGULO
FD :LADO2
HOME
END
```

Para dibujar un triángulo isosceles.

```
TO ISOSCELES :L1 :A
FD :L1
RT 2* :A
FD :L1
HOME
END
```

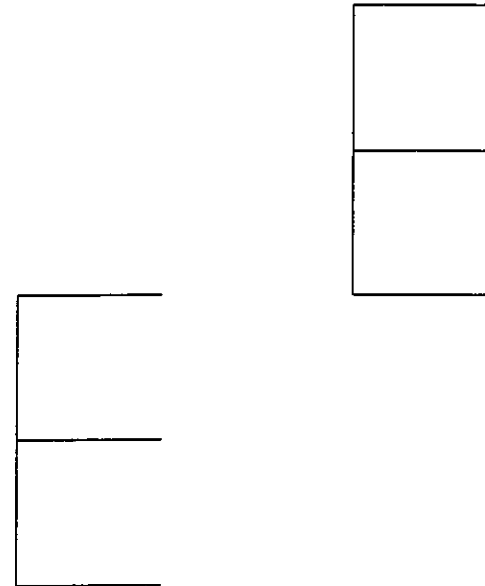


## TRANSLACIONES

Podemos trabajar translaciones en LOGO a partir de los siguientes ejemplos.

```
TO TRANS :DIRECCION :DISTANCIA
EE
PU
SETHEADING :DIRECCION
FD :DISTANCIA
PD
SETHEADING 0
EE
END
```

```
TO EE
FD 50 RT 90
FD 25 BK 25
LT 90 BK 25
RT 90 FD 10
BK 10 LT 90
BK 25 RT 90
FD 25 BK 25
LT 90
END
```



## MOSAICOS

El programa LOGO, a través de la recursión y las gráficas dibujadas por la tortuga, provee un ambiente natural en el cual se pueden crear mosaicos del tipo Escher. La pantalla del monitor puede ser dividida en mosaicos con triángulos equiláteros, cuadrados o hexágonos regulares.

El procedimiento presentado a continuación crea mosaicos de cuadrados para el monitor de la pantalla, usando como límites,  $-120$  y  $120$  en las coordenadas 'x', y  $-100$  y  $100$  en las coordenadas 'y'.

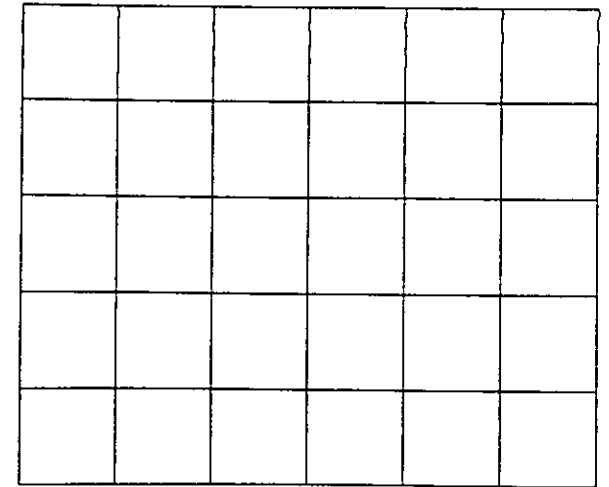
El procedimiento principal para ello es PARED, que requiere 'inputs' para las coordenadas del punto al cual el primer cuadrado ha de tener vértice izquierdo inferior, así como un 'input' para el largo de un lado del cuadrado.

Previamente, el procedimiento PARED llama al procedimiento SETUP, que mueve la tortuga a la posición adecuada en la orilla inferior izquierda de la pantalla, a fin de empezar a dibujar.

Luego de lo cual, llama al procedimiento PAREDPAPEL, que hace el dibujo del mosaico.

El plan consiste en dibujar una tira de cuadrados verticales, moverse al lado derecho del primer cuadrado dibujado, y repetir el proceso. Este proceso continúa hasta que la pantalla queda llena de cuadrados.

La figura adjunta 'a' muestra el principio del procedimiento. La figura adjunta 'b' muestra como queda el dibujo cuando la orden PARED  $-60$  ( $-60$ )  $30$  es ejecutada.



b



a

```
TO PARED :XPT :YPT :LADO
  SETUP :XPT :YPT
  PAREDPAPEL :YPT :LADO
END
```

```
TO CUADRADO :LADO
  REPEAT 4 [FD :LADO RT 90]
END
```

```
TO TIRACUADRADO :LADO
  IF XCOR + :LADO > 120 TOP LEVEL
  IF (ANYOF (XCOR - :LADO < -120) (XCOR + :LADO >
  120) (YCOR - :LADO < -100) (YCOR + :LADO > 100)) STOP
  CUADRADO :LADO
  FD :LADO
  TIRACUADRADO :LADO
END
```

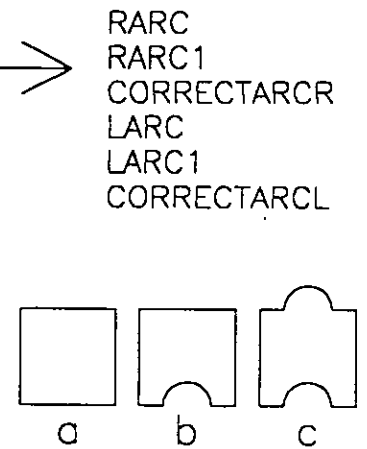
```
TO SETUP :XPT :YPT
  PU
  SETXY :XPT :YPT
  PD
END
```

```
TO PAREDPAPEL :YPT :LADO
  TIRACUADRADO :LADO
  PU
  SETUP (XCOR + :LADO) :YPT
  PD
  PAREDPAPEL :YPT :LADO
END
```

# MOSAICOS

Para crear mosaicos tipo Escher usando LOGO, una posibilidad es crear un mosaico usando deformaciones de los lados de un poligono regular y la traslación para completar el dibujo. Nosotros simplemente determinamos como deformar los lados de los cuadrados en una manera que ellos encajen al ser trasladados. Considere la figura 'a' adjunta, donde esta dibujado un cuadrado. Luego, un lado del cuadrado es deformado, como puede verse en la figura 'b'. Finalmente, tal deformación es trasladada al lado del cuadrado que es paralelo a aquel que se deforme, como puede verse en la figura 'c'.

A fin de poder escribir un procedimiento basado en la figura 'c', usamos el procedimiento SETUP, editamos otros procedimientos ya presentados, y usamos los procedimientos de arco que se encuentran en el 'file' ARCS del disco de utilidades del 'MIT Terrapin Logo'.



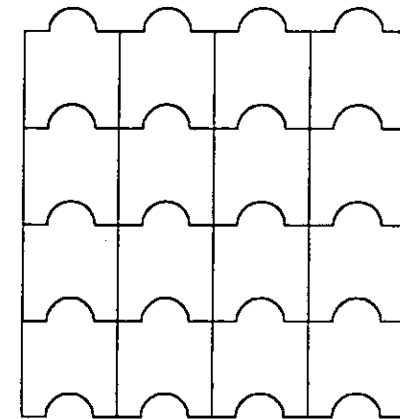
```
TO PARED1 :XPT :YPT :LADO
  SETUP :XPT :YPT
  PAREDPAPEL1 :YPT :LADO
  END
```

```
TO PAREDPAPEL1 :YPT :LADO
  CUADARCTIRA :LADO
  PU
  SETUP (XCOR + :LADO) :YPT
  PD
  PAREDPAPEL1 :YPT :LADO
  END
```

```
TO CUADARCTIRA :LADO
  IF XCOR + :LADO > 120 TOPLEVEL
  IF (ANYOF (XCOR + -:LADO < -120) (XCOR + :LADO >
  120) (YCOR - :LADO < -100) (YCOR + :LADO > 100))
  STOP
  CUADARC :LADO
  FD :LADO
  CUADARCTIRA :LADO
  END
```

```
TO CUADARC :LADO
  FD :LADO RT 90
  FD :LADO/4 LT 90
  RARC :LADO/4 180
  LT 90 FD :LADO/4
  RT 90 FD :LADO
  LT 90 FD :LADO/4 RT 90 LARC :LADO/4 180
  RT 90 FD :LADO/4
  RT 90
  END
```

```
PARED1 -60 (-60) 30
```

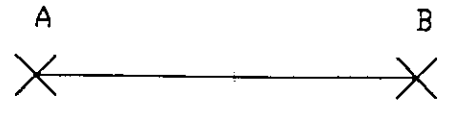
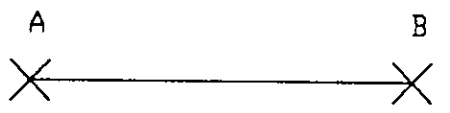
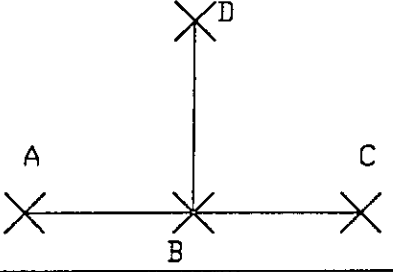
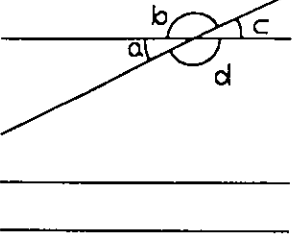
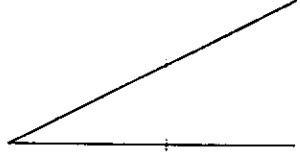

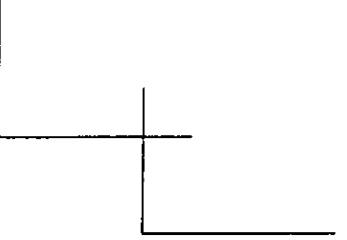
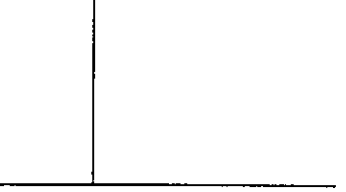
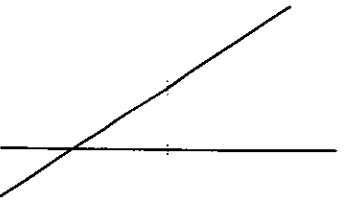
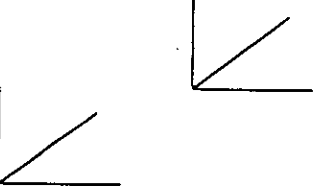
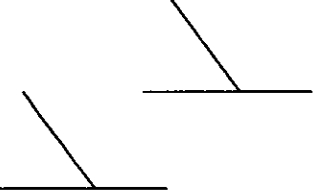
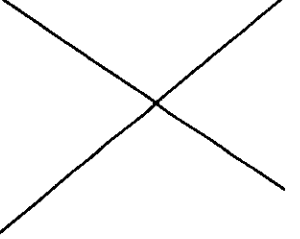
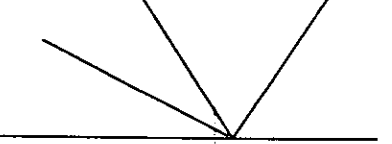
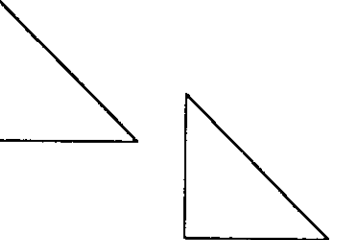
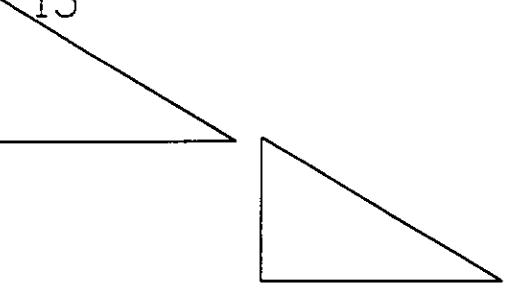
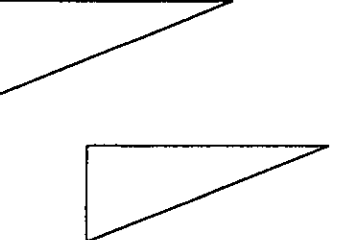


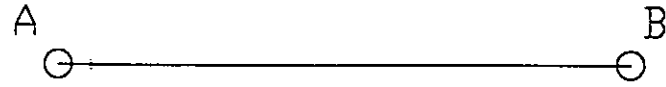
**B. Programa AutoCAD**

Además de las aplicaciones anteriores, tanto de la introducción a AutoCAD, como las de composición y color, y del programa LOGO, se presentan aquí otras, con la misma intención descrita en las generalidades del Programa LOGO, dada inmediatamente arriba, aplicaciones de AutoCAD a la geometría en un nivel ascendente de dificultad, para que el profesor, aplique, según la capacidad de cada alumno, los ejercicios pertinentes.

**Vea las ilustraciones precedidas por la letra H (H-1, etc.).**



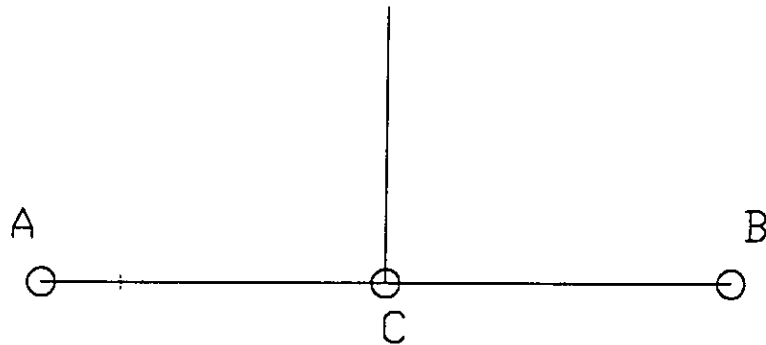
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>5</p> 	<p>6</p> 	<p>7</p> 	<p>8</p> 
<p>9</p> 	<p>10</p> 	<p>11</p> 	<p>12</p> 
<p>13</p> 	<p>14</p> 	<p>15</p> 	<p>16</p> 



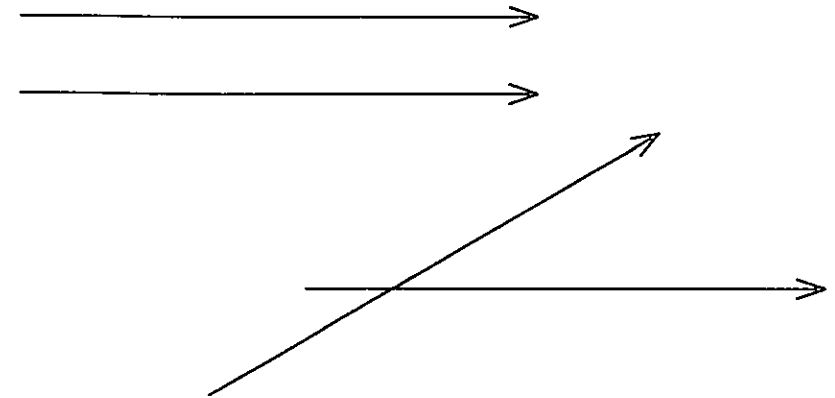
Postulado 1  
 Solamente una línea puede ser trazada por dos puntos.  
 Dos puntos determinan una línea.



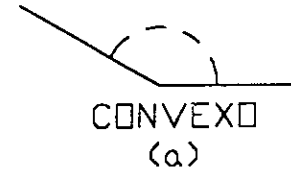
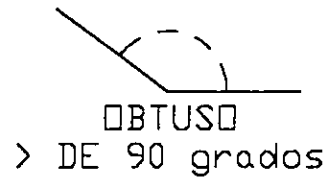
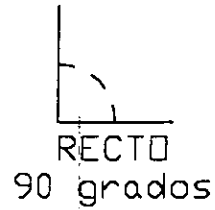
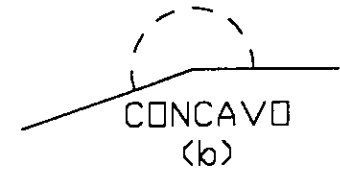
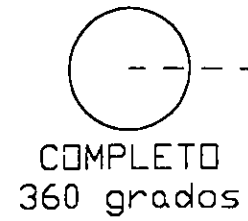
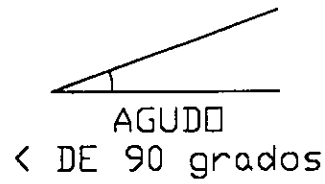
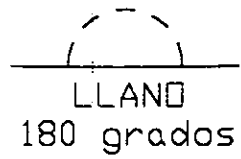
Postulado 2  
 La distancia mas corta entre dos puntos en un plano  
 es la línea recta



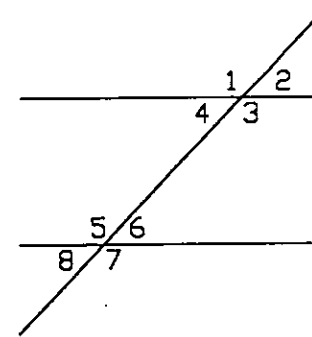
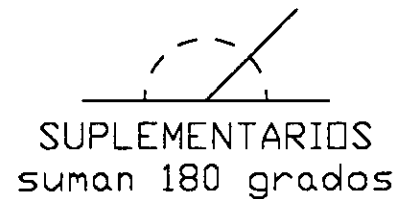
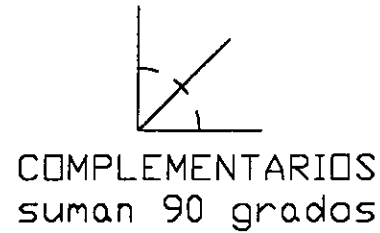
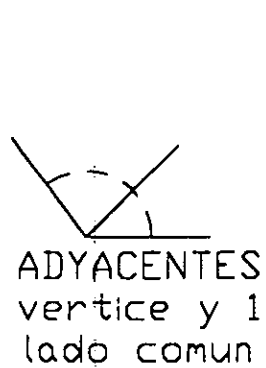
Postulado 3  
 Un segmento de línea puede ser bisectado solamente  
 en un punto.



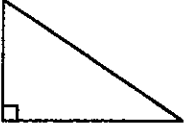
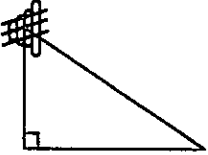

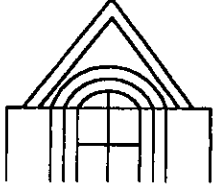
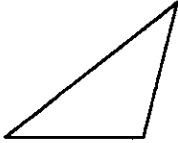
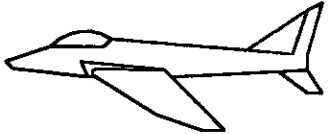
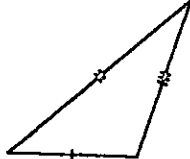
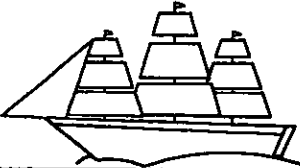
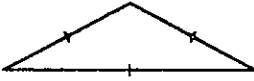
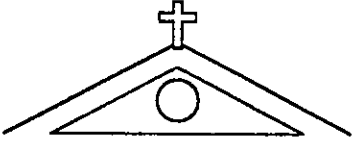
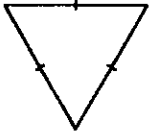

Postulado 4  
 Dos líneas en un mismo plano, o se intersectan, o son  
 paralelas. Si se intersectan forman 4 ángulos en su inter-  
 sección.




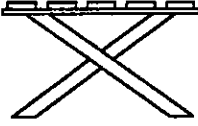



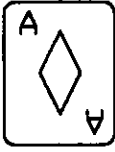





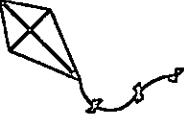


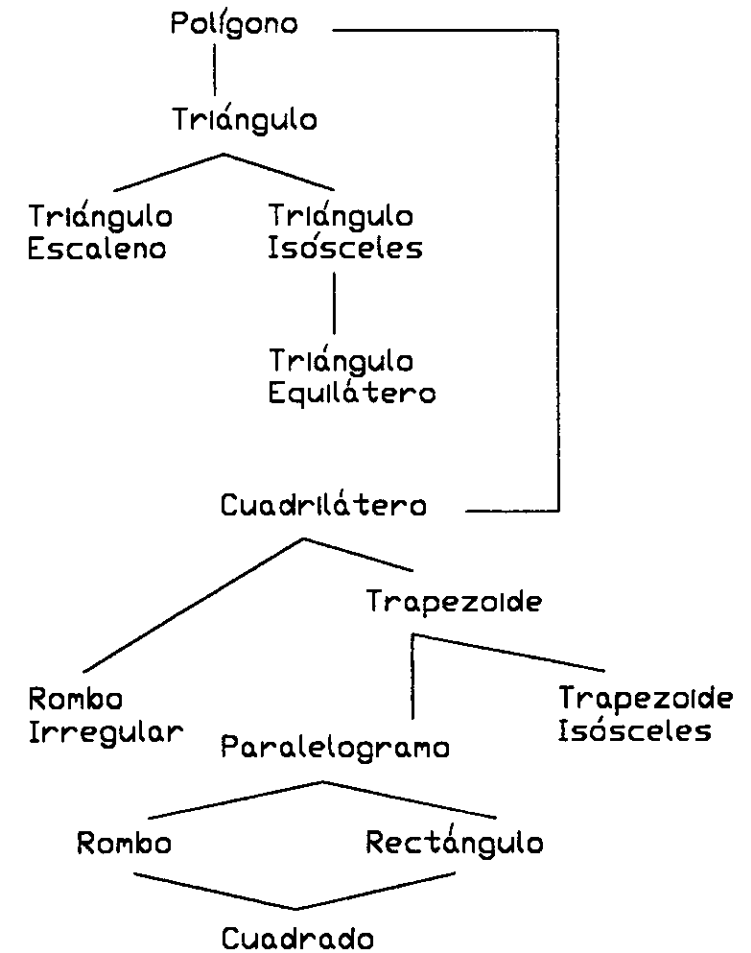
(a) Incluye segmento de 2 puntos de su interior. (b) No Incluye...



CORRESPONDIENTES  
(1y5, 4y8, 2y6, 3y7)  
ALTERNOS Internos  
(3y5, 4y6)  
ALTERNOS Externos  
(1y7, 2y8)

DEFINICION	ILUSTRACION	EJEMPLO
Un triángulo que contiene un ángulo recto es un triángulo rectángulo		
Un triángulo cuyos ángulos son todos agudos es un triángulo agudo		
Un triángulo que contiene un ángulo obtuso es un triángulo obtuso		
Un triángulo que no tiene ningún lado congruente es un triángulo escaleno		
Un triángulo con al menos dos lados iguales es un triángulo isósceles		
Un triángulo con tres lados congruentes es un triángulo equilátero		

DEFINICION	ILUSTRACION	EJEMPLO
Un trapezoide isósceles es un trapezoide con un par de ángulos base congruentes		
Un paralelogramo es un cuadrilátero cual cada par de lados opuestos es paralelo		
Un rectángulo es un paralelogramo con un ángulo recto		
Un rombo regular es un paralelogramo con todos sus lados congruentes		
Un cuadrado es un rectángulo con todos sus lados congruentes		
Un trapezoide es un cuadrilátero con al menos un par de lados paralelos		
Un rombo irregular (kite) es un cuadrilátero con dos pares distintos de lados consecutivos congruentes		

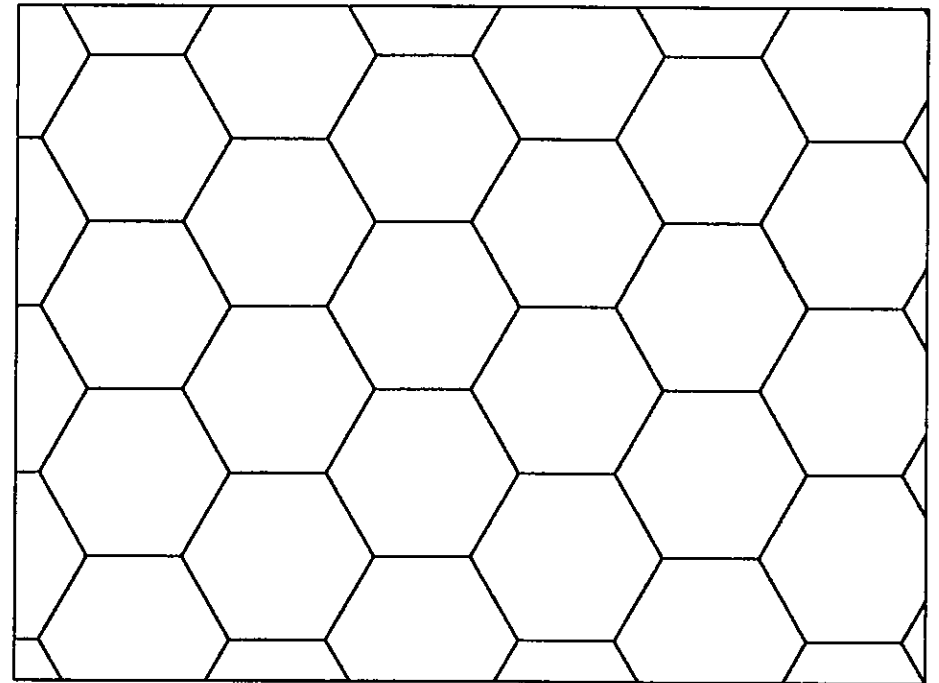
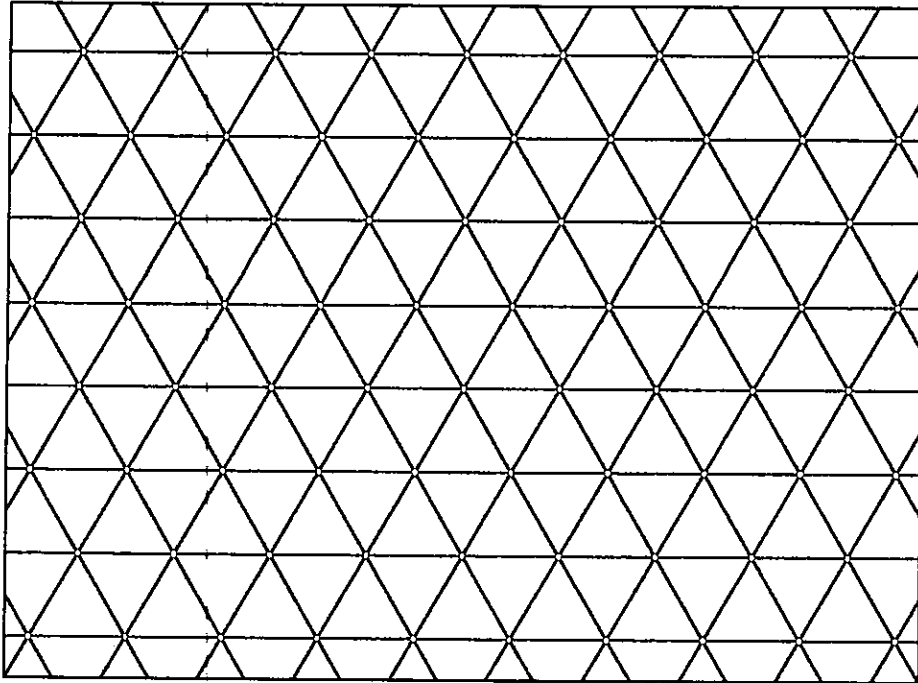


## MOSAICOS

Un mosaico de un plano, consiste de una serie de repeticiones de una figura, de una forma tal que las figuras no se sobrepongan ni queden espacios. Mauritus C. Escher, nacido en Holanda en 1902 fue un maestro de los mosaicos. Muchos de sus dibujos han fascinado a los matemáticos por décadas.

### MOSAICOS REGULARES

Los mosaicos regulares son aquellos que están formados por polígonos regulares. Los dibujos abajo muestran mosaicos con triángulos y hexágonos.



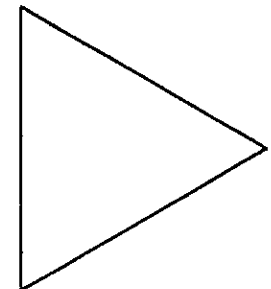
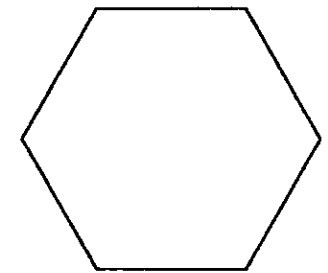
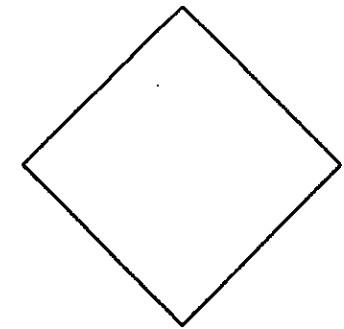
# MOSAICOS

¿Qué otros polígonos regulares pueden formar mosaicos?

Para responder esta pregunta debemos investigar el tamaño posible del ángulo interior de un polígono de un mosaico. Si 'n' es el número de lados de un polígono regular, entonces, ya que la suma de los ángulos exteriores es 360 grados (de acuerdo al teorema establecido), la medida de un ángulo exterior es  $360/n$ . Y, por tanto, la medida de un ángulo interior es  $180 - 360/n$ . La tabla adjunta da algunos valores de 'n', el tipo de polígono regular relacionado con cada uno, y la medida de un ángulo interior encontrado por medio de usar la expresión  $180 - 360/n$ . Si un polígono regular forma un mosaico, la suma de los ángulos congruentes de los polígonos alrededor de cada vértice debe ser 360. Así 360 dividido por la medida del ángulo da el número de ángulos alrededor del vértice, y debe ser un número entero. Si dividimos 360 por cada una de las medidas en la tabla, hallaremos que sólo las medidas de 60, 90 y 120 dividen 360. De aquí que sólo un triángulo equilátero, un cuadrado y un hexágono regular pueden formar mosaicos.

¿Pueden otros polígonos regulares formar mosaicos? Note que  $360/120=3$ , y ya que 360 dividido por un número más grande que 120 es menor que 3, y el número de lados de un polígono no puede ser menor que 3, y ya que un polígono con más de seis lados tiene un ángulo interior mayor que 120, no es necesario considerar polígonos que tengan más de seis lados.

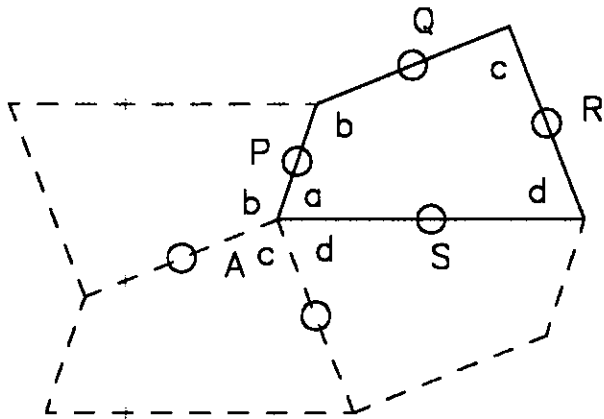
Número de lados	Polígono regular	Medida del ángulo interior
3	Triángulo	60 grados
4	Cuadrado	90 grados
5	Pentágono	108 grados
6	Hexágono	120 grados
7	Heptágono	$900/7$ grados
8	Octágono	135 grados
9	Nonenágono	140 grados
10	Decágono	144 grados



## MOSAICOS

Para determinar si algunos polígonos regulares pueden crear mosaicos, cortamos un triángulo escaleno de cartón, producimos varios triángulos congruentes, y tratamos de formar mosaicos en una parte del plano con estos triángulos.

Paso seguido consideraremos el formar mosaicos con cuadriláteros convexos arbitrarios. Se puede investigar igualmente con cuadriláteros de cartón.

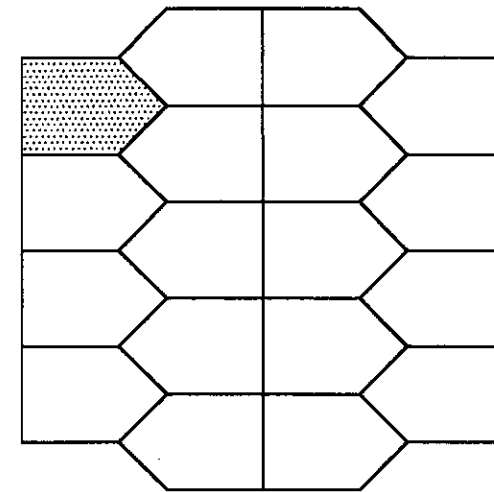


La figura adjunta muestra un cuadrilátero convexo arbitrario y una forma de hacer mosaicos con él.

Giros sucesivos del cuadrilátero de 180 grados, desde los puntos medios P, Q, R y S de sus lados, producirá cuatro cuadriláteros congruentes alrededor de un vértice común.

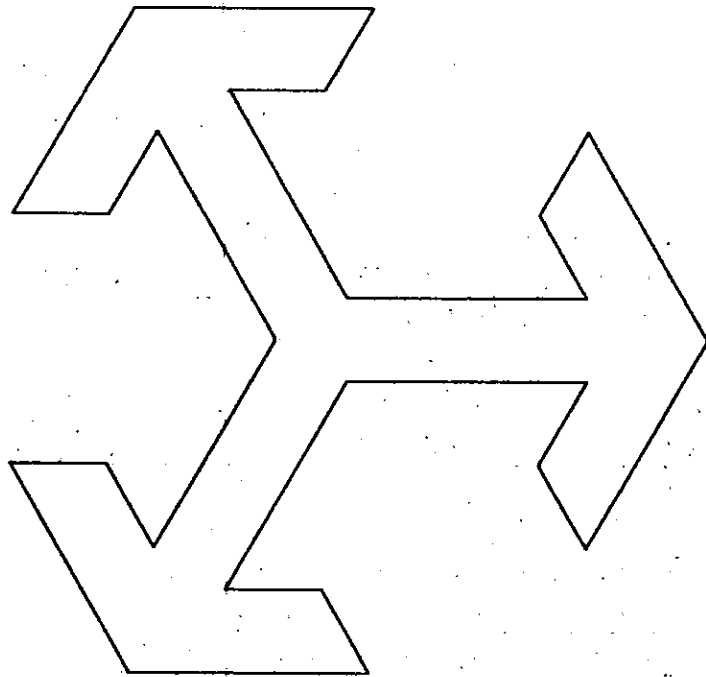
Note que la suma de las medidas de los ángulos alrededor del vértice A es  $a+b+c+d$ , que es la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero, o 360 grados.

Como antes vimos, un pentágono regular no puede formar un mosaico. Sin embargo, algunos tipos de pentágonos irregulares forman mosaicos. Tal como se muestra en la figura adjunta.









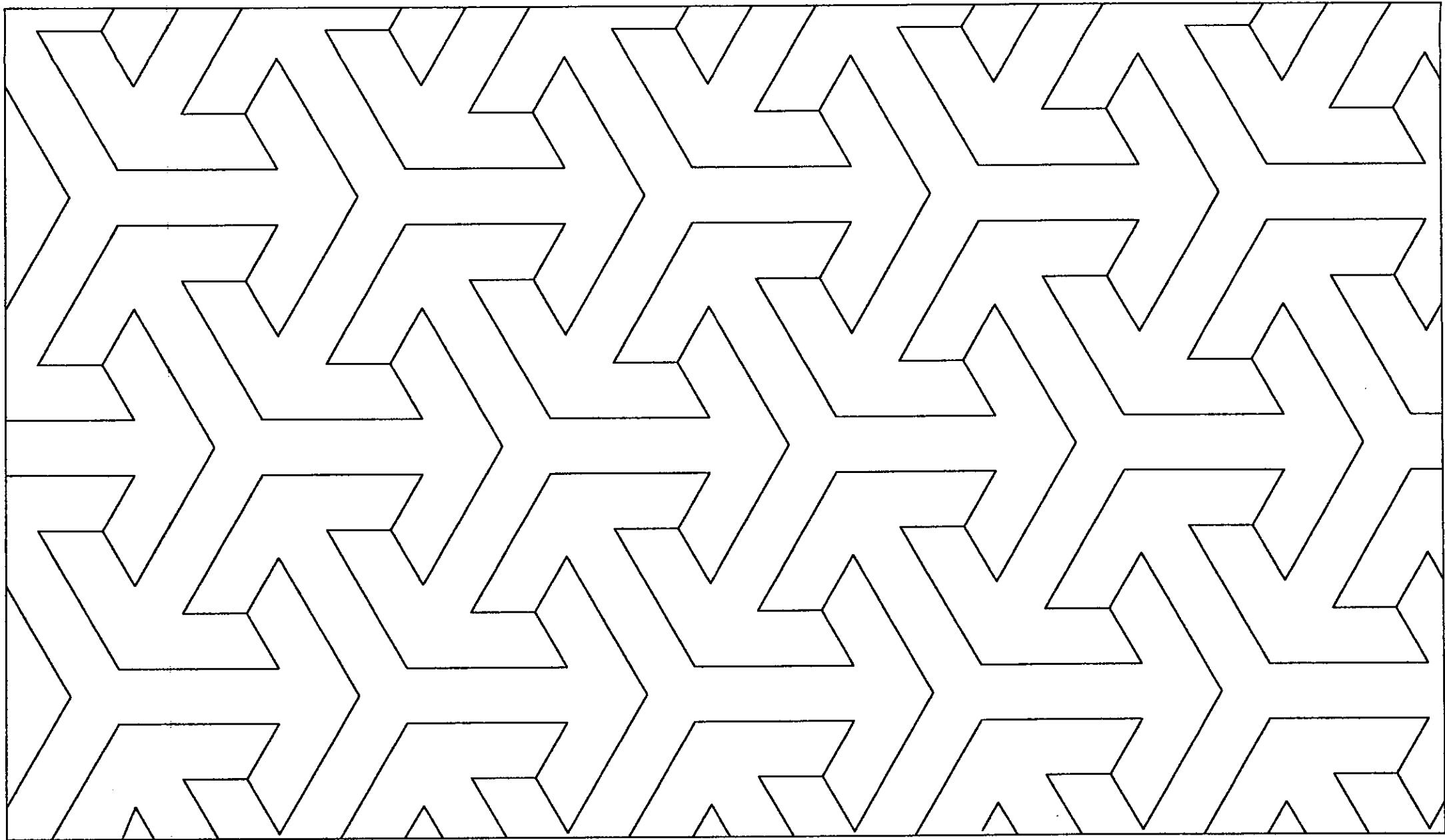
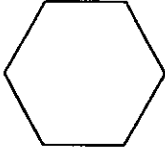
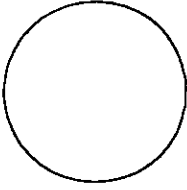
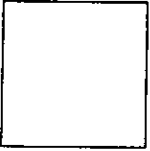

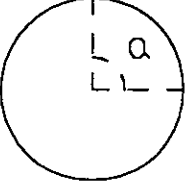
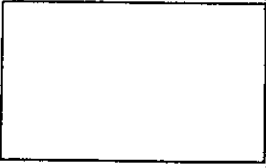

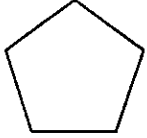

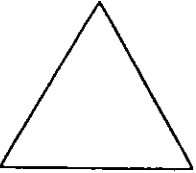

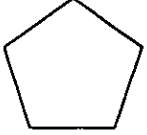
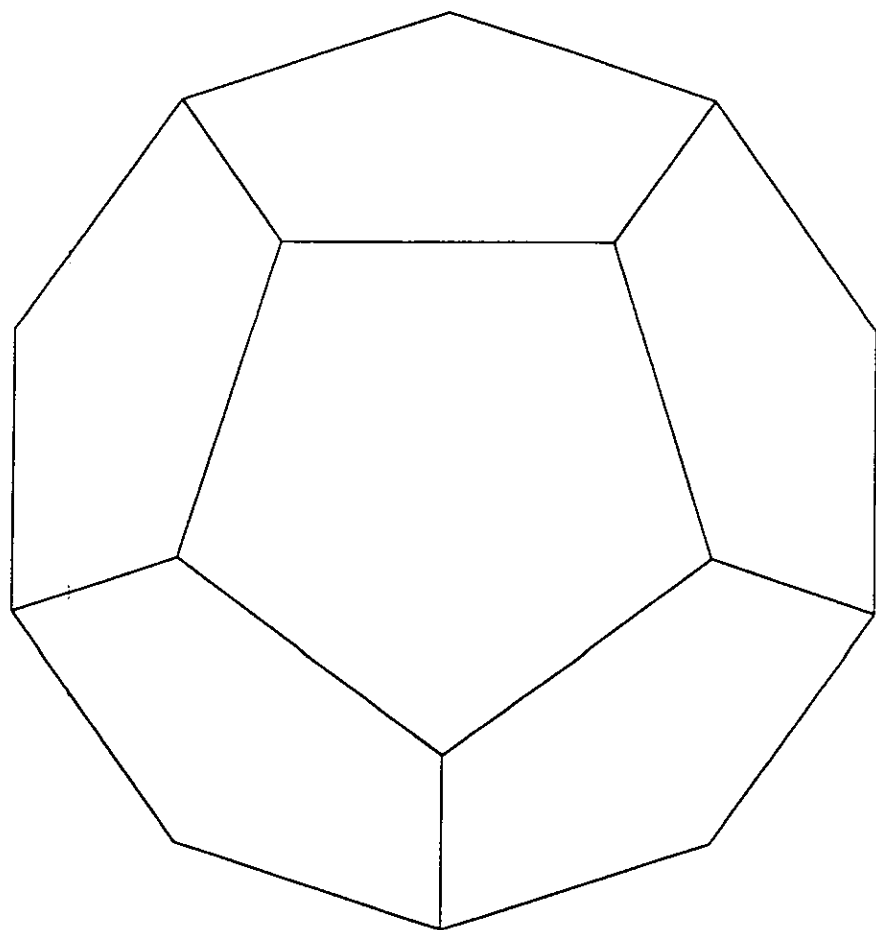


FIGURA	PERIMETRO		$ns$		$2(3.14)r$
	AREA	Polígono Reg.	$n(rs/2)$		$(3.14)r^2$
 Cuadrado	$4s$	 Trapezoide	$s_1 + s_2 + s_3 + s_4$		$a/360(2(3.14)r)$
	$s^2$		$2h(b_1 + b_2)$		$a/360((3.14)r^2)$
 Rectángulo	$2b + 2h$	 Trapezoide Isósceles	$2(s_1 + s_2)$	 	S.A. = $ph + 2B$
	$bh$		$2h(b_1 + b_2)$		
 Triángulo	$3s$	 Paralelogramo	$2(s_1 + s_2)$		S.A. = Superficie de Area B = Area de base p = perimetro
	$bh/2$		$bh$		

$s$ =lado,  $b$ =base,  $h$ =altura,  $n$ =número de lados,  $r$ =radio (círculo inscrito),  $a$ =ángulo

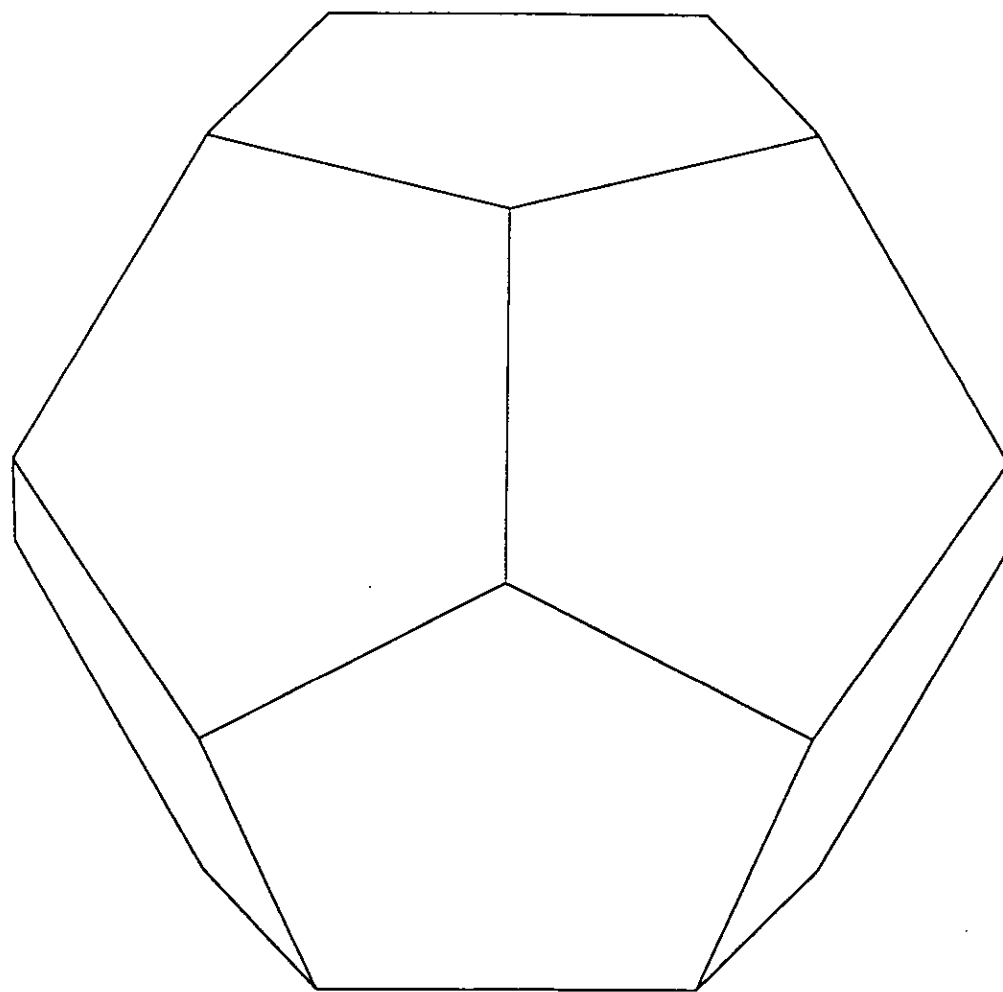
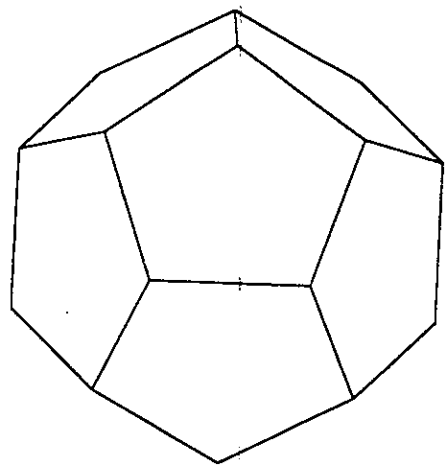
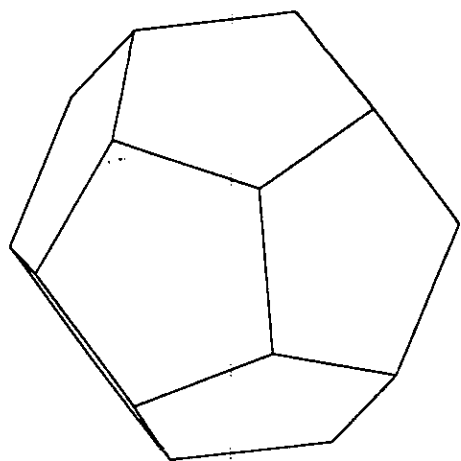


Dodecaedro Solido

Dibujado en 3a Dimension

Usando 3DFACE, 3DARRAY y MIRROR

la precisión necesaria es tal,  
que de acuerdo a calculos  
matematicos previos, la inclinacion  
de las caras debe tener un angulo  
de 116.56505118 grados, pues de  
otra forma no cierra.



XII

geometría taller

**XI. Taller Manual Del Currículo De Geometría****A. Uso De Instrumentos Del Dibujo****1. Objetivos Específicos**

Conocer y usar los instrumentos y accesorios del dibujo manual de precisión.

Desarrollar destreza en el manejo de los mismos.

**2. Taller**

En este Taller de Ejercicios Complementarios, debe introducirse al alumno a conocer los diferentes tipos de papel: A base de fibras, con algodón y los sintéticos.

**Manejo De Un Papel**

Manejo del papel en cuanto su almacenaje, corte, fijación en la mesa de trabajo y posterior archivo.

**Lápices**

Conocimiento de los lápices suaves (B, 2B, etc.), medianos (HB) y duros (H, 2H, etc.).

Conocimiento de los lápices mecánicos y sus diversos grosores (0.5 mm., etc.).

**Estilógrafos**

Uso, cuidados y limpieza. Conocimiento de los diferentes tipos de grosor de puntas (0.5 mm. etc.).

**Pinceles**

Uso, cuidados y limpieza. Conocimiento de los diferentes tipos (De cerda, pelo de marta y sintéticos) y su clasificación (del 000 al 14, según grosor). Su forma (cuadrados, redondos, largos, lengua de gato, etc.).

**Tinta**

Uso, cuidados y limpieza. Conocimiento de los diferentes tipos: Tinta china, tintas de colores, tintas a pruebas de agua, tintas vegetales, etc.

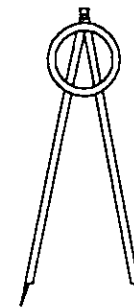
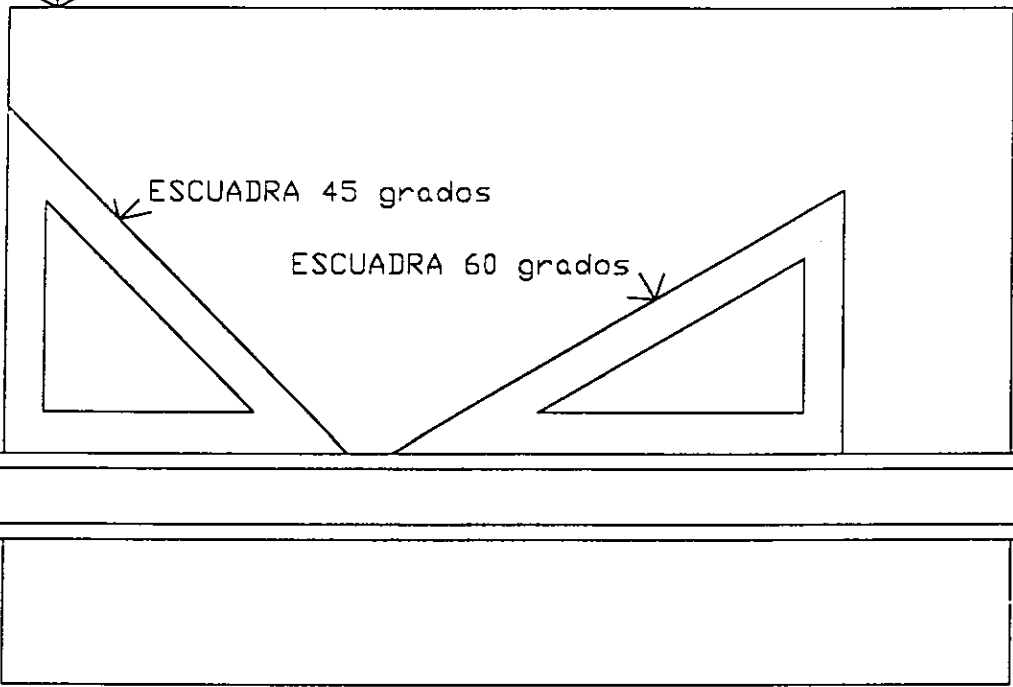
**Instrumentos Del Dibujo**

Reglas comunes, reglas "T", escalímetros, escuadras, transportadores, borrador, compases, curvigrafos, calaveras (para borrar), plantillas autoadheribles, etc.

**Vea las ilustraciones precedidas por la letra I (I-1, etc.).**

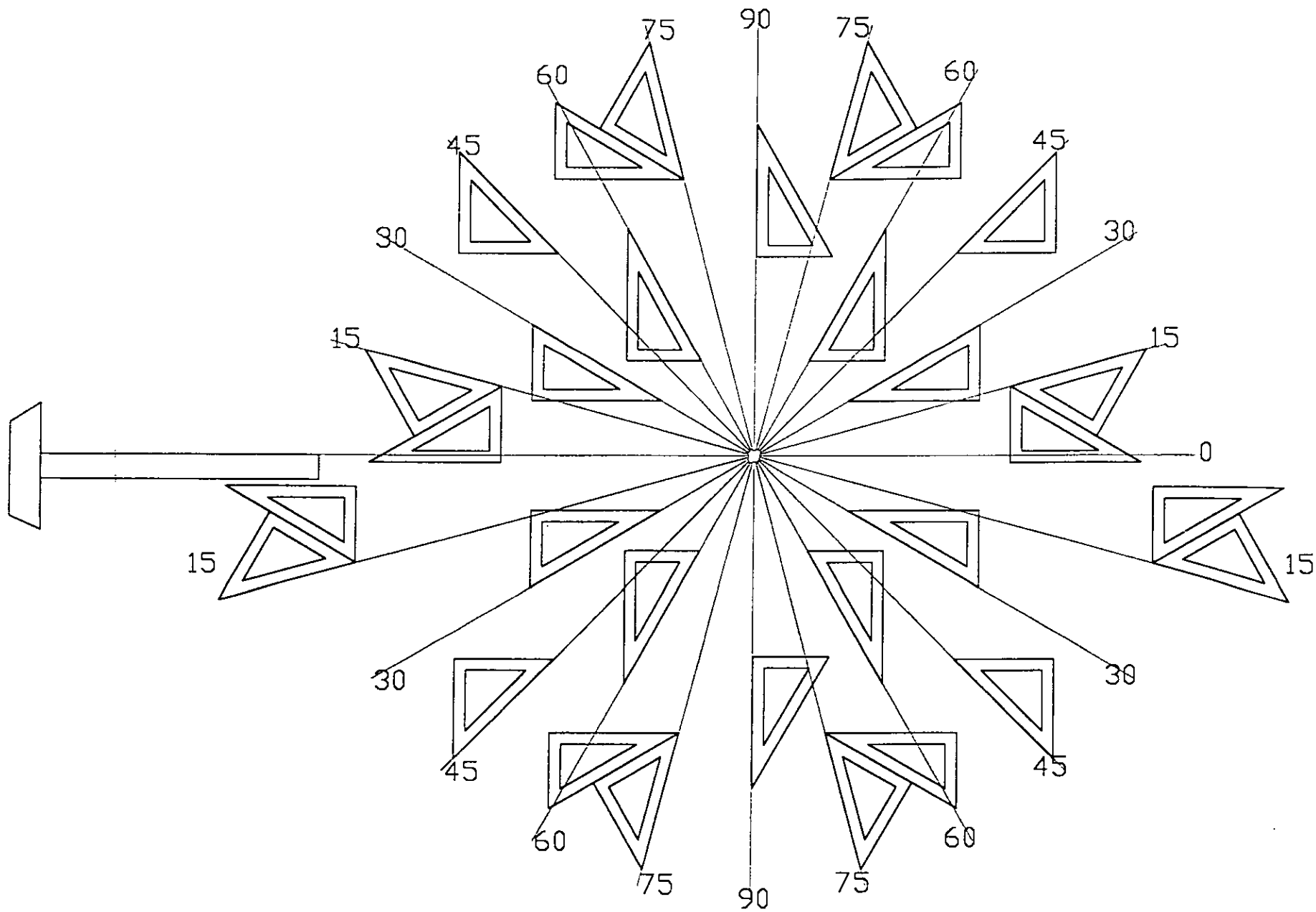
← ESQUINA LATERAL DE LA MESA DE DIBUJO  
PAPEL →

REGLA T.



COMPAS





## B. Construcción de Cuerpos Geométricos Prefabricados de Papel Y Módulos.

### 1. Objetivos Generales

Desarrollar la destreza manual (cortar y pegar).  
Desarrollar el discernimiento constructivo.  
Desarrollar el razonamiento analítico.  
Enriquecer la sensibilidad artística.

### 2. Nivel De Destreza

Al abordar el ejercicio manual, es necesario que consideremos la destreza manual de los estudiantes, a fin de darles los ejercicios más adecuados.<sup>32</sup>

#### a) Taller

#### (1) Construcción Del Diseño Geométrico: “Durero” De Sebastián.

Vea nota al pie: <sup>33</sup>

De acuerdo a su autor esta es una de las múltiples esculturas transformables que él ha realizado en los últimos veinte años. Es una obra escultórica en pequeño formato, y en ella se expresa de una manera única la relación entre la ciencia y el arte.<sup>34</sup>

<sup>32</sup> En estos ejercicios se recurre a hacer diseños prefabricados. Es importante recordar, sin embargo, que lo adecuado es, después de ello, llevar al alumno a crear sus propios diseños.

<sup>33</sup> Sebastián, op. cit.

<sup>34</sup> Sebastián, op. cit., p. 7.

#### (2) Construcción Del Diseño Geométrico: “M.C. Escher Calidociclos” por Doris Schattschneider y Wallace Walker.

Vea nota al pie: <sup>35</sup>

Además de los objetivos arriba mencionados, aquí, el estudiante logrará:

Comprender las redes de mosaicos en sus formas bidimensional y tridimensional.

Entender un ciclo estético en una forma tridimensional.

Entender la coloración de los diseños.

#### Primera Parte: Los Cuerpos Platónicos

Se construyen los cinco cuerpos platónicos estampados con figuras de Escher, en forma tal que se conservan, en forma tri-dimensional, las redes de mosaicos de Escher.

#### Segunda Parte: Los Calidociclos

Se construyen los mismos diseños de los cuerpos platónicos en “calidociclos”.

Un calidociclo, de kalos (bello) + eidos (figura) + kyklos (anillo), es un anillo tridimensional compuesto de tetraedros. Para construirlo hay que partir de varios tetraedros idénticos. Uniendo de forma flexible cada dos por una arista, se obtiene una cadena de tetraedros. Cuando la cadena es suficientemente larga, puede ser ensamblada en forma de anillo cerrado. Gracias a la flexibilidad de las aristas-bisagra, resulta posible girar el anillo en torno a su centro.

En este principio se basan las IsoAxis.

<sup>35</sup> Schattschneider, Doris y Walker, Wallace. M.C. Escher Calidociclos. Trad. Lebrero, José. Alemania: Benedikt Taschen, 1992.

El diseñador gráfico Wallace Walker concibió primero las IsoAxis (patente USA número 3302321) cuando en 1958 trabajaba en un proyecto cuyo objetivo constituía lograr configuraciones estructurales para el papel. Por aquel entonces era estudiante en la Crancbrook Academy of Art de Michigan.

Las IsoAxis consisten en un estado bidimensional en una cuadrícula de 60 triángulos equiláteros. En el modelo plano no es posible apreciar ninguna de las sorprendentes formas tridimensionales en las que se puede convertir. Al doblarla a lo largo de sus lados convirtiéndola en un anillo tridimensional, la IsoAxis se transforma en una vistosa forma. Lo sorprendente es que resulta posible girar en torno a su centro esta forma anular. Cada giro modifica su apariencia. Tras realizar 5 vueltas, vuelve a recobrar su forma originaria de partida, de modo que el ciclo de transformación puede empezar de nuevo.<sup>36</sup>

### **(3) Construcción Con Elementos Modulares.**

Llamamos elementos modulares a los elementos tales como palitos de paleta y similares.

#### **(a) Objetivos Específicos**

Desarrollar la destreza manual.

Desarrollar el discernimiento constructivo.

Desarrollar el razonamiento analítico.

Enriquecer la sensibilidad artística.

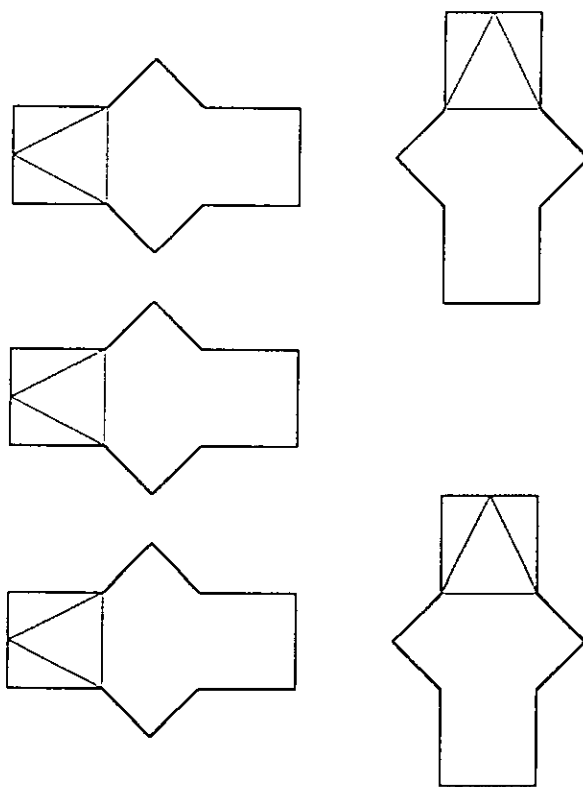
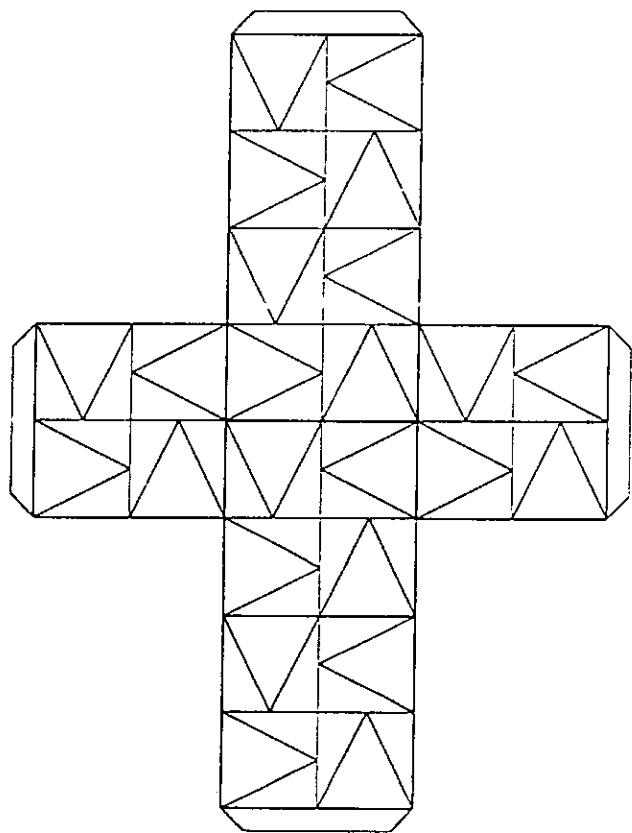
#### **(b) Lineamientos**

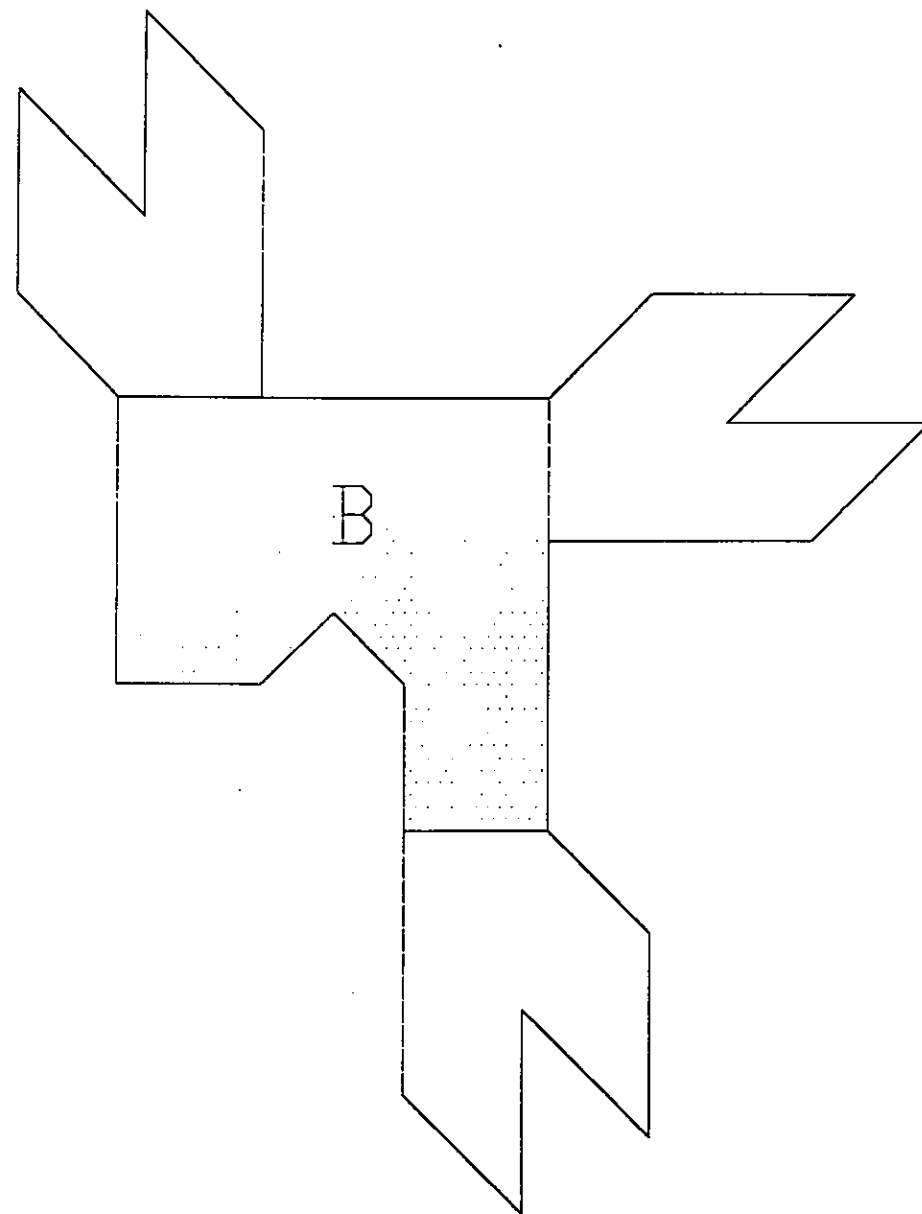
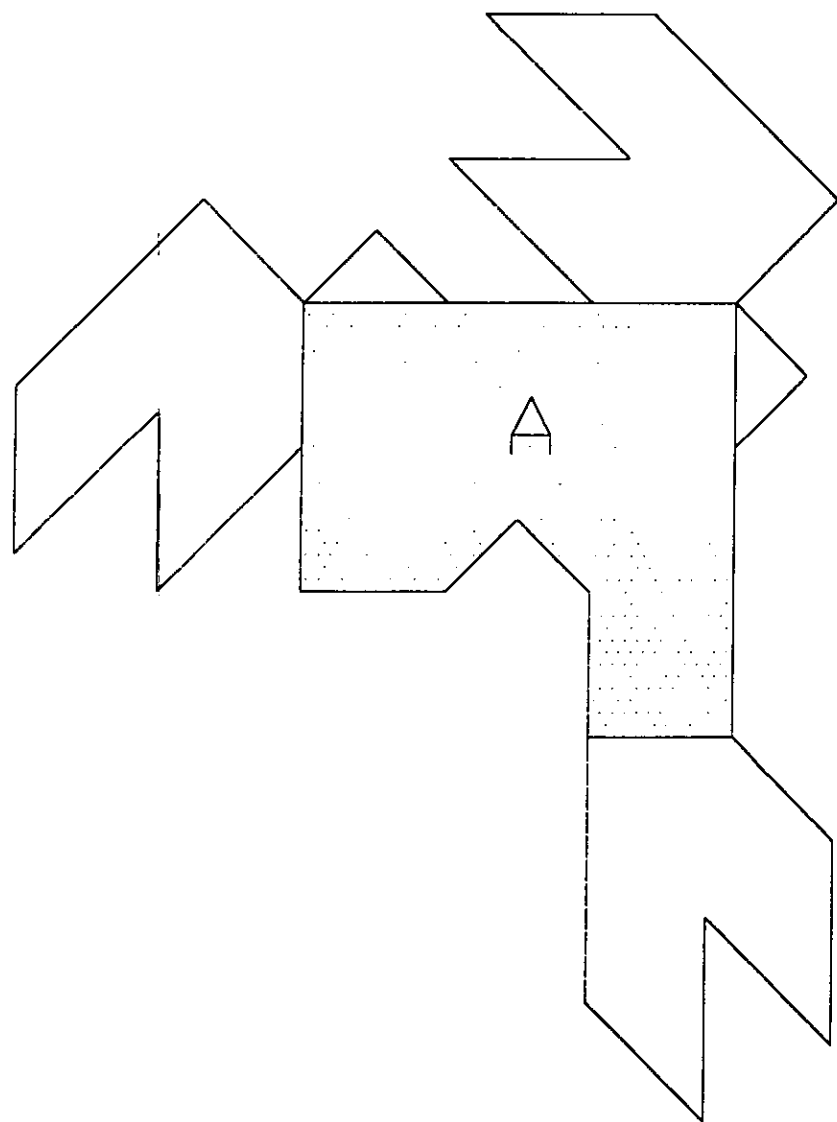
Tratando de estimular la creatividad propia de los estudiantes, el profesor debe guiar a los mismos en la construcción de formas con los elementos arriba citados.

**Vea ilustraciones precedidas por la letra J (J-1, etc.).**

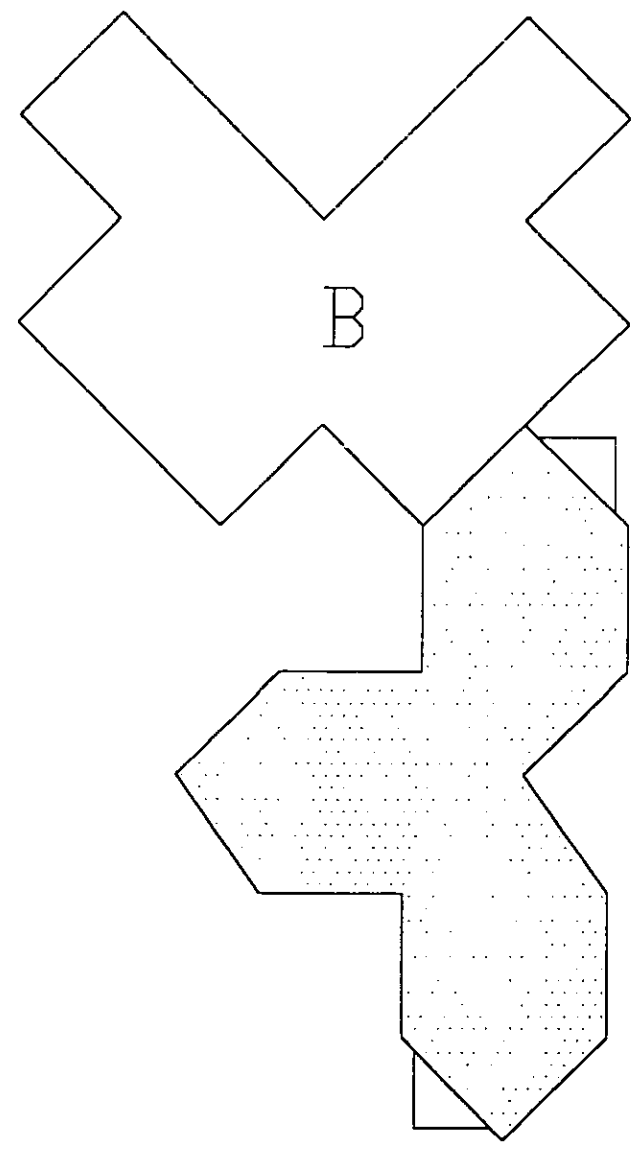
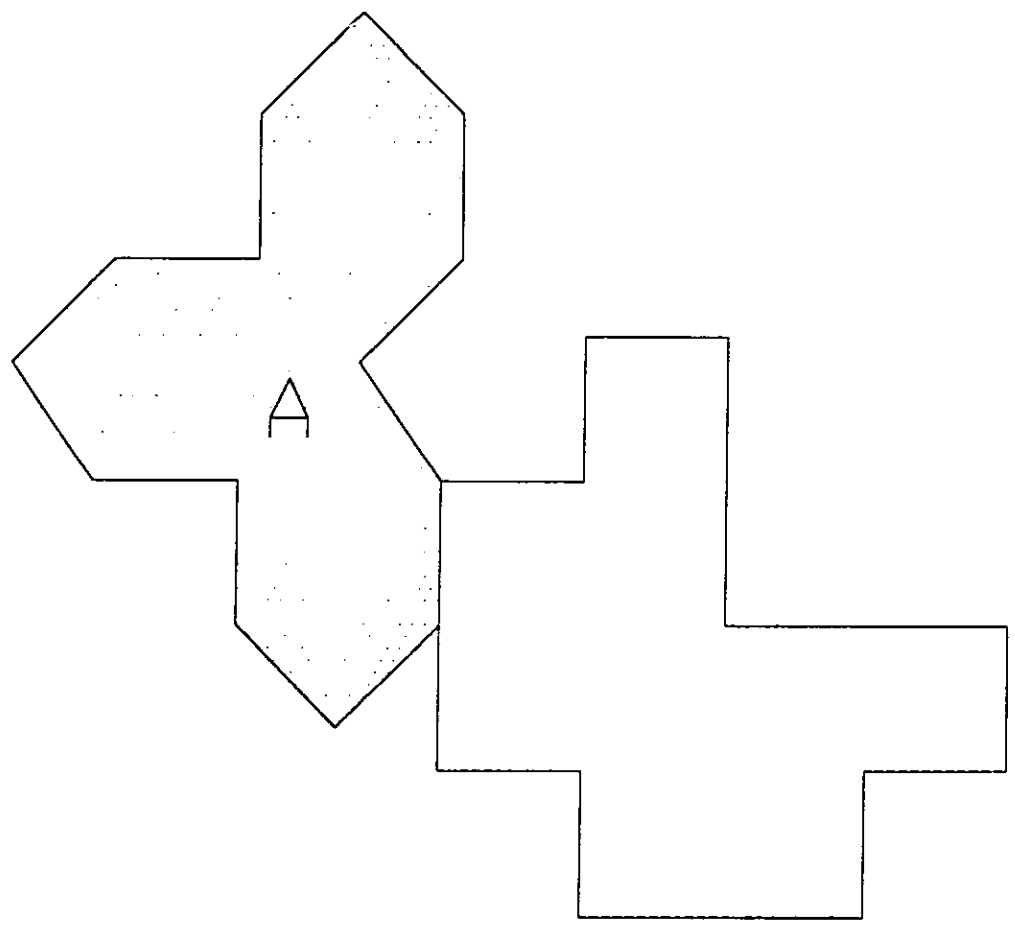
**Vea las fotografías posteriores a las ilustraciones.**

<sup>36</sup> Schattschneider, op. cit., p. 9.

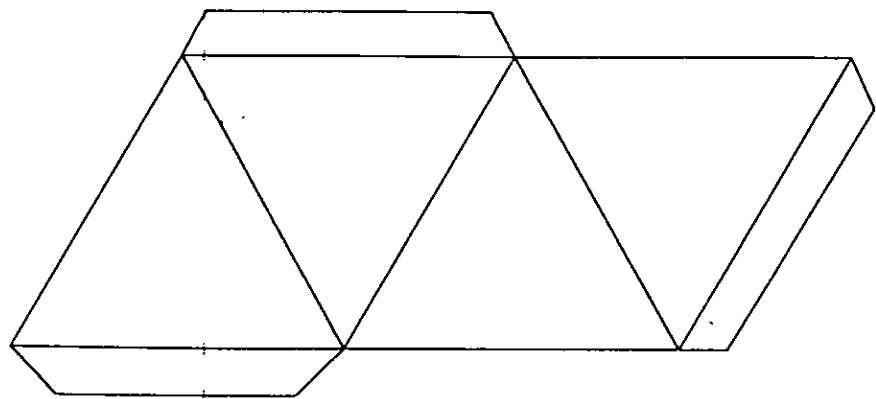




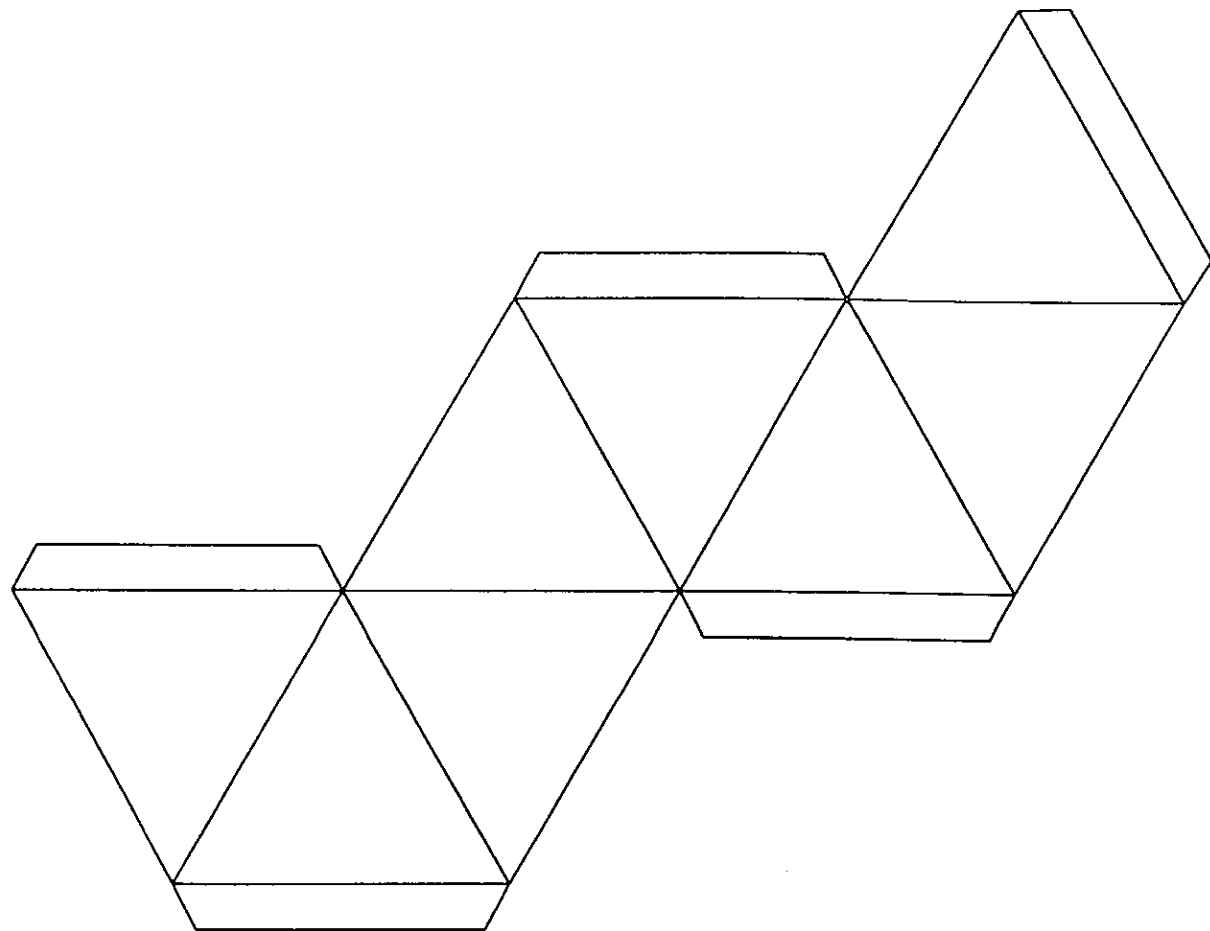
4 Piezas de cada módulo



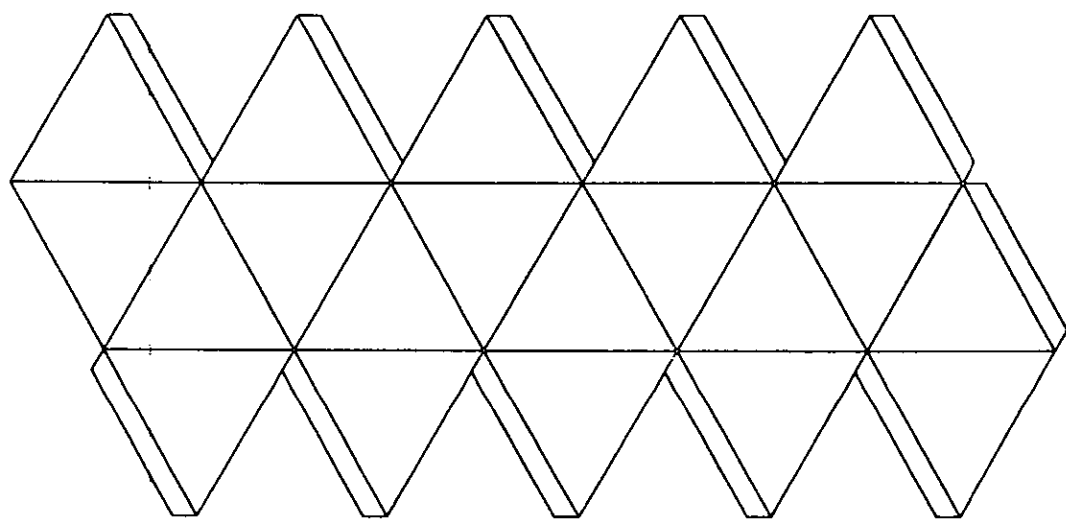
4 Piezas de cada módulo



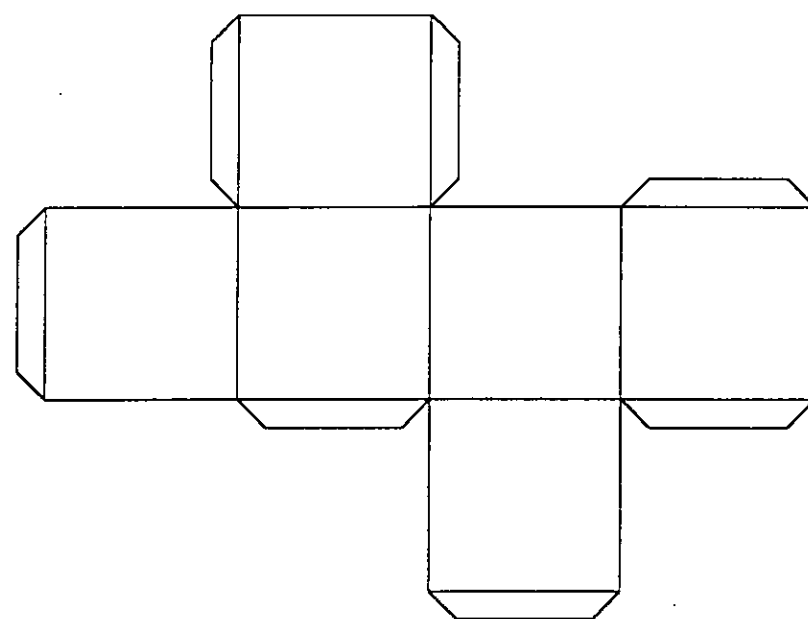
TETRAEDRO



OCTAEDRO



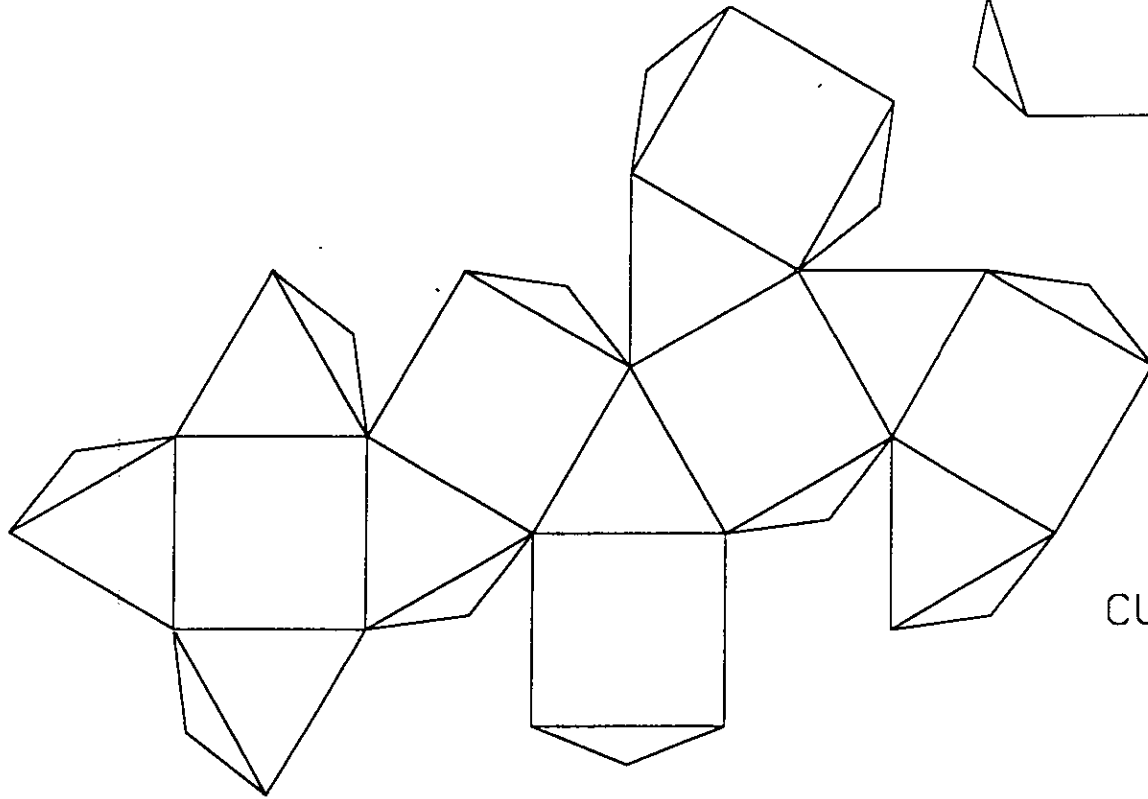
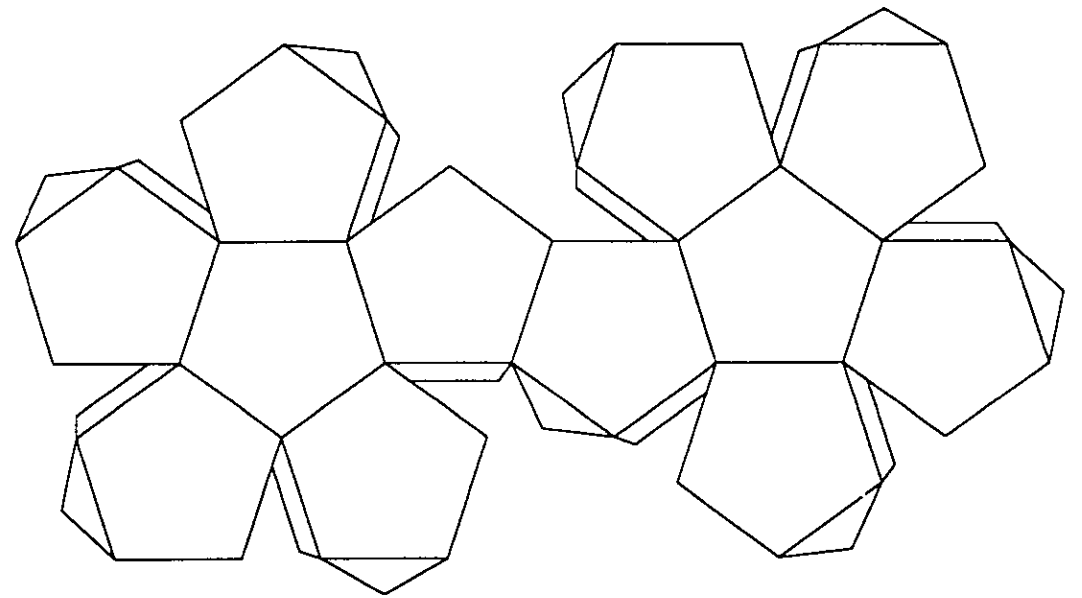
ICOSAEDRO



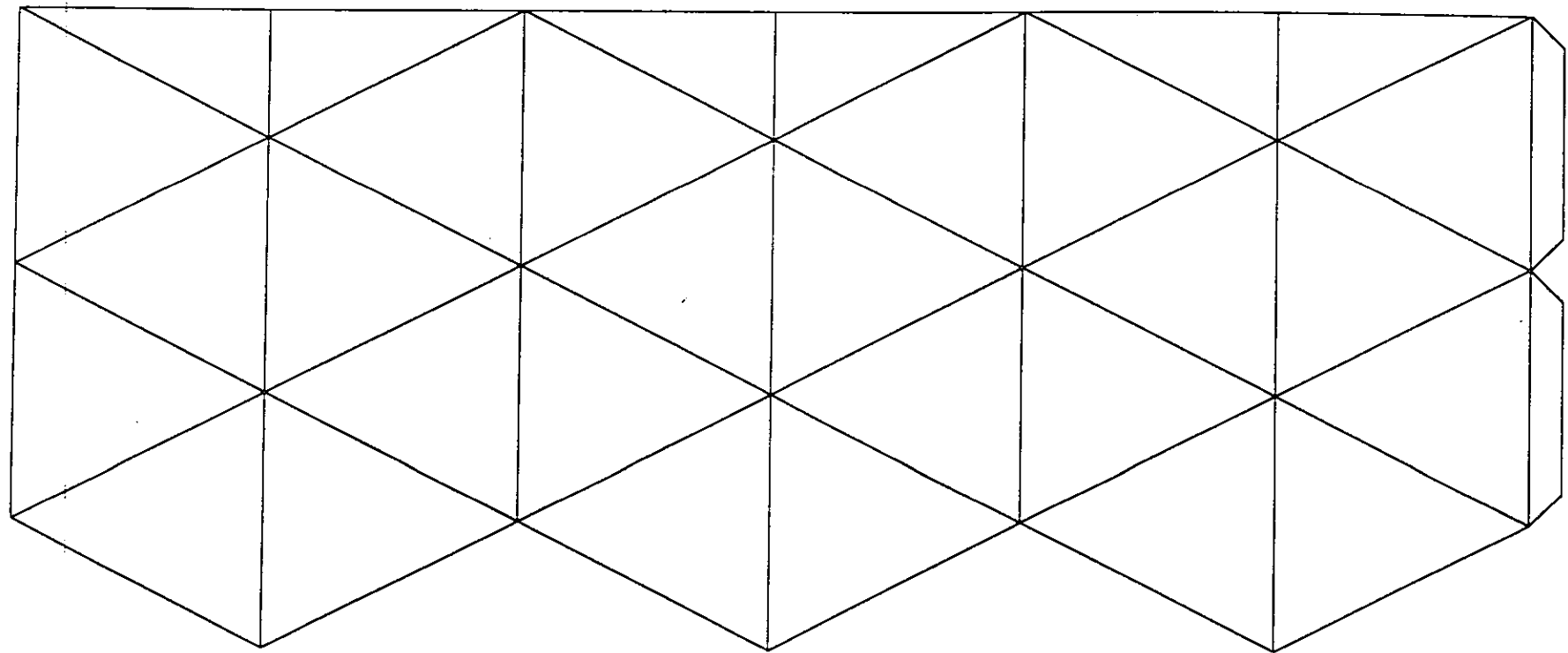
CUBO

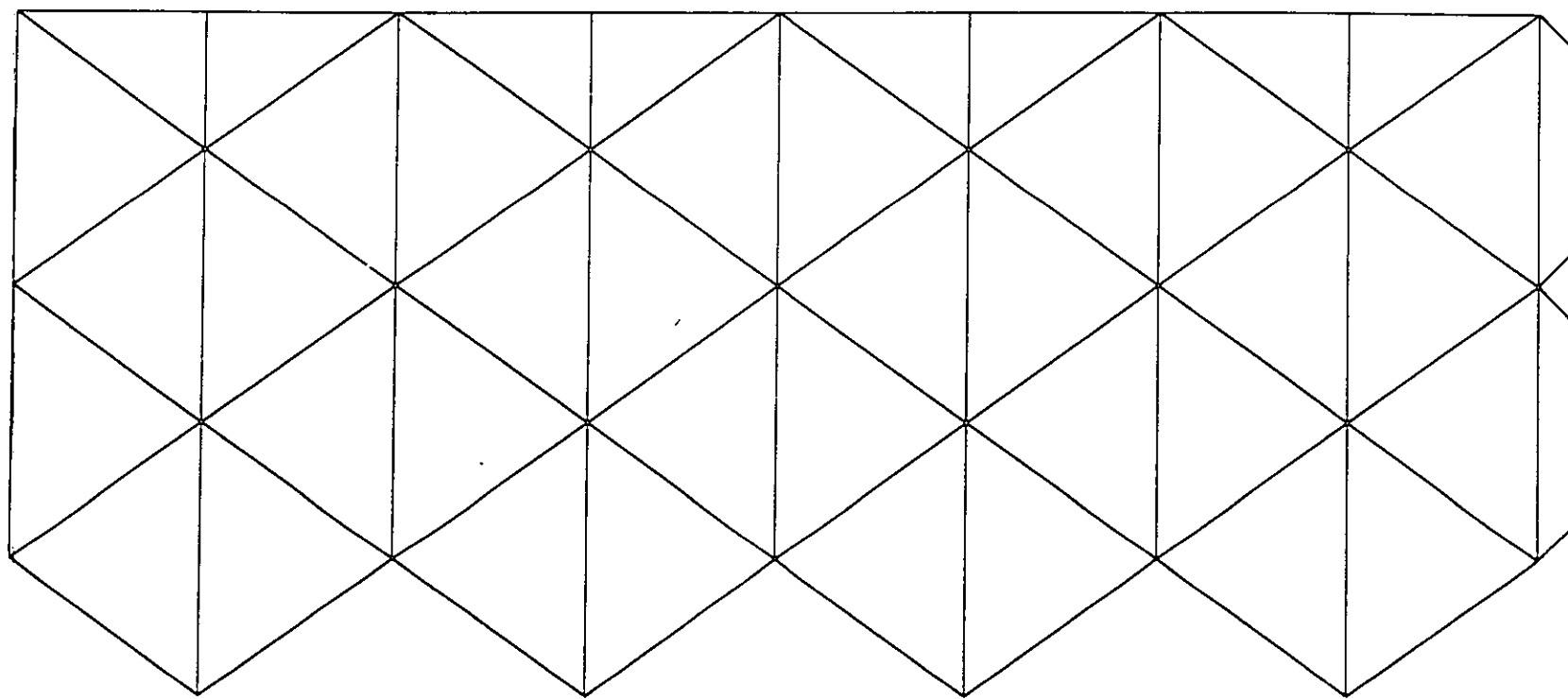


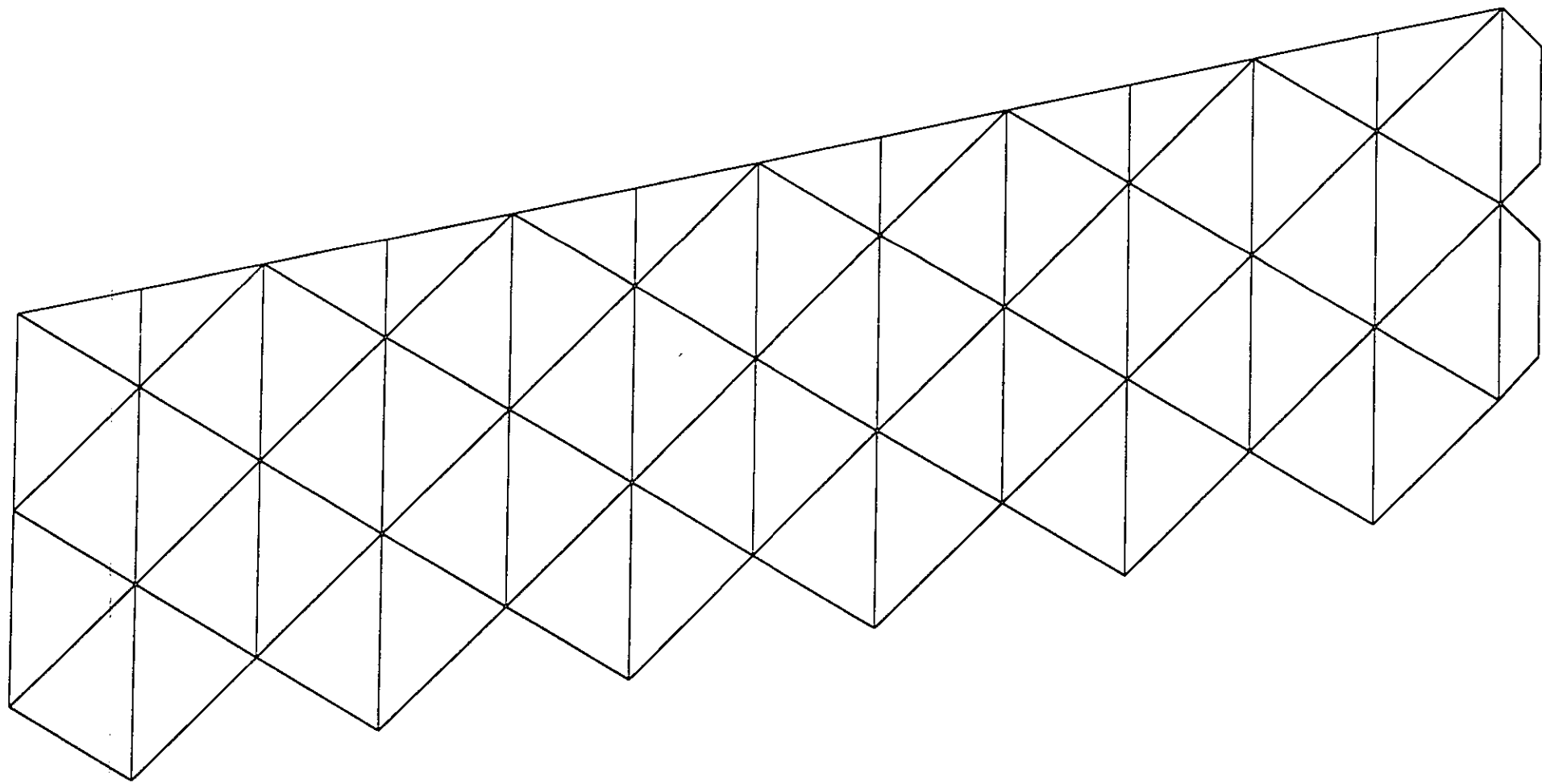
DODECAEDRO



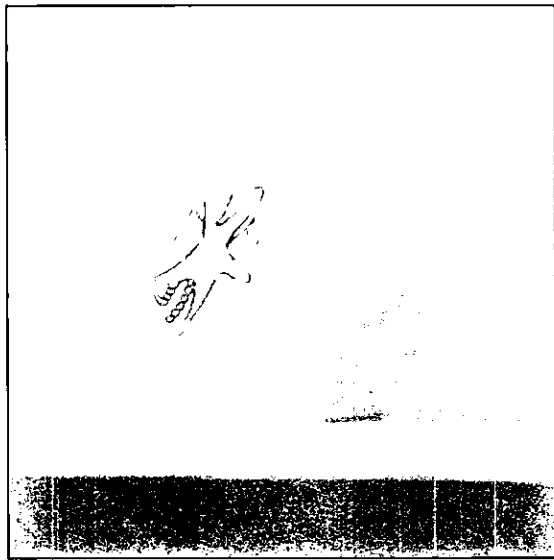
CUBO-OCTAEDRO



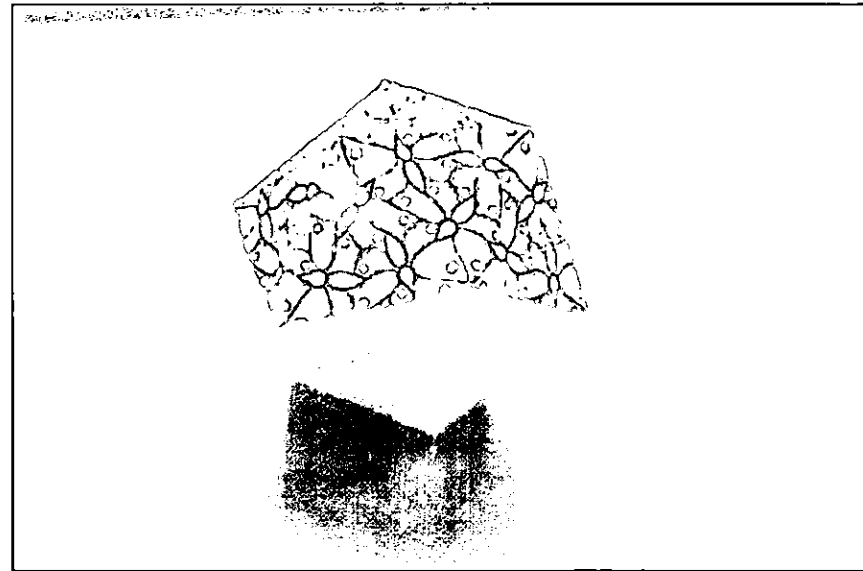




## Taller Manual: Fotografías



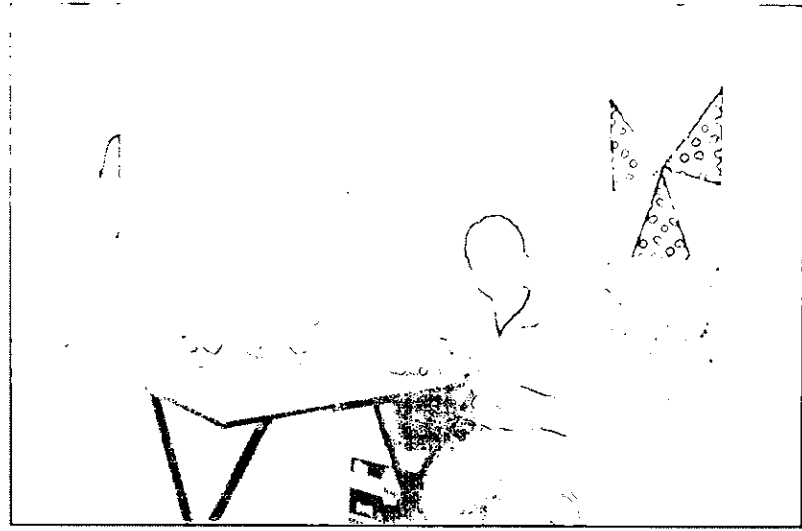
F 1. Dodecaedro con dibujos de Escher



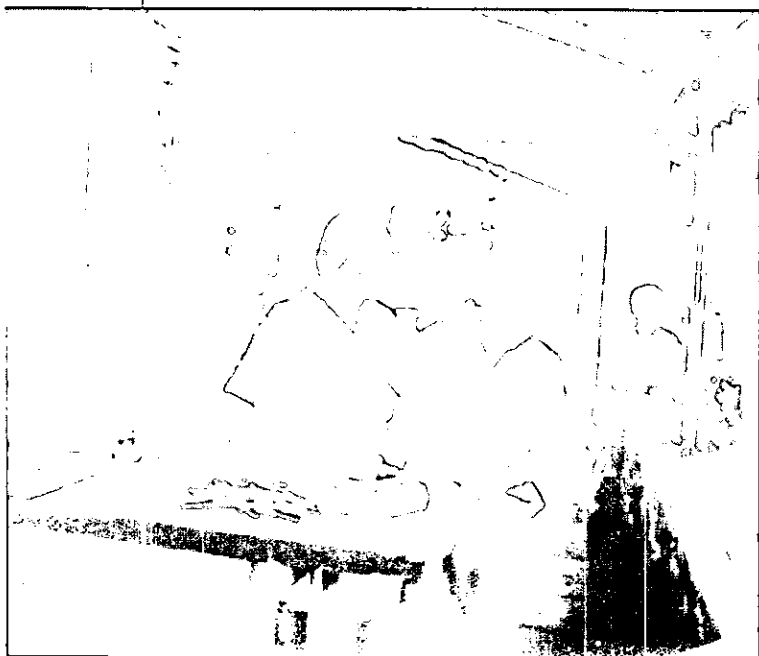
F 2. Icosaedro con figuras de Escher



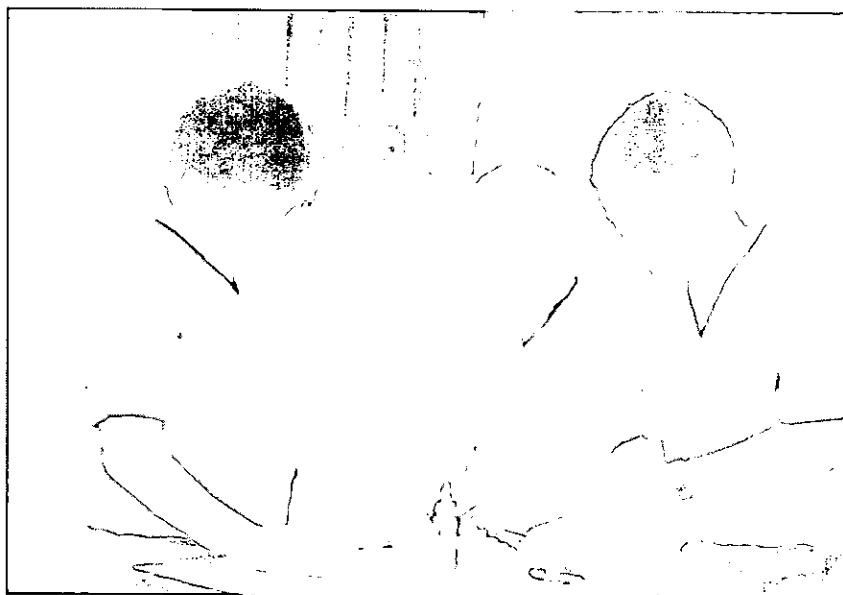
F 3. Estudiante construyendo poliedros



F 4. Estudiante construyendo poliedros



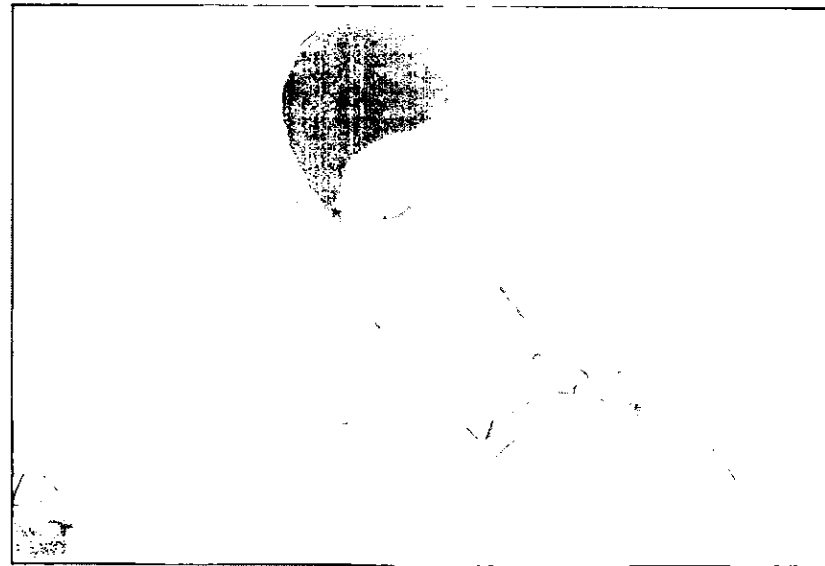
F 5. Estudiantes pegando módulos



F 6. Estudiantes trabajando con módulos

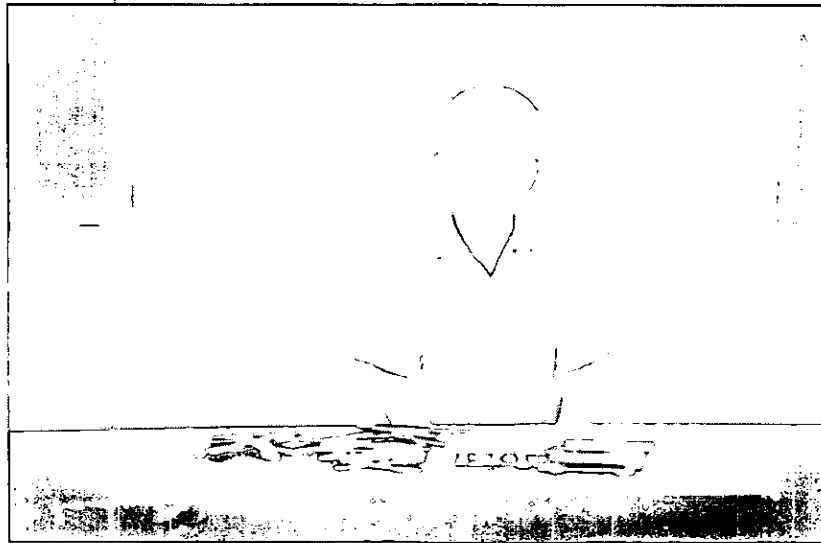


F 7. Estudiante con proyecto acabado

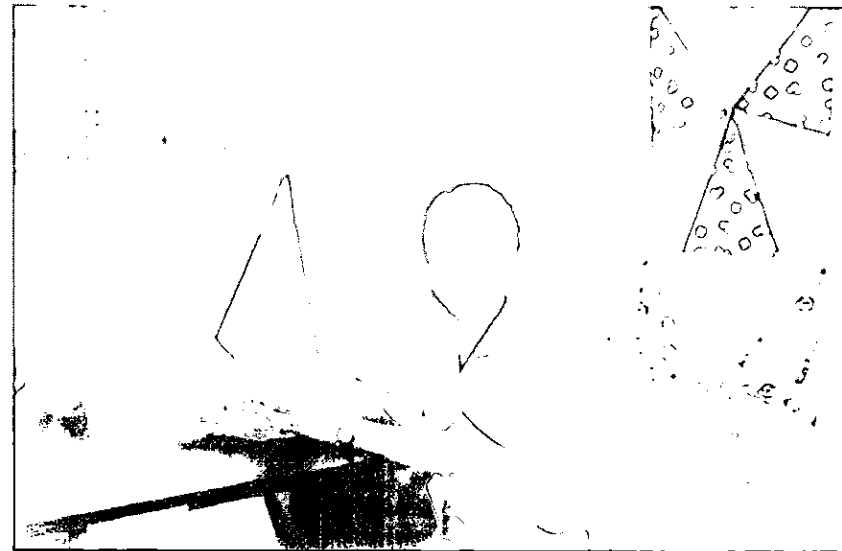


F 8. Estudiante con proyecto Durero

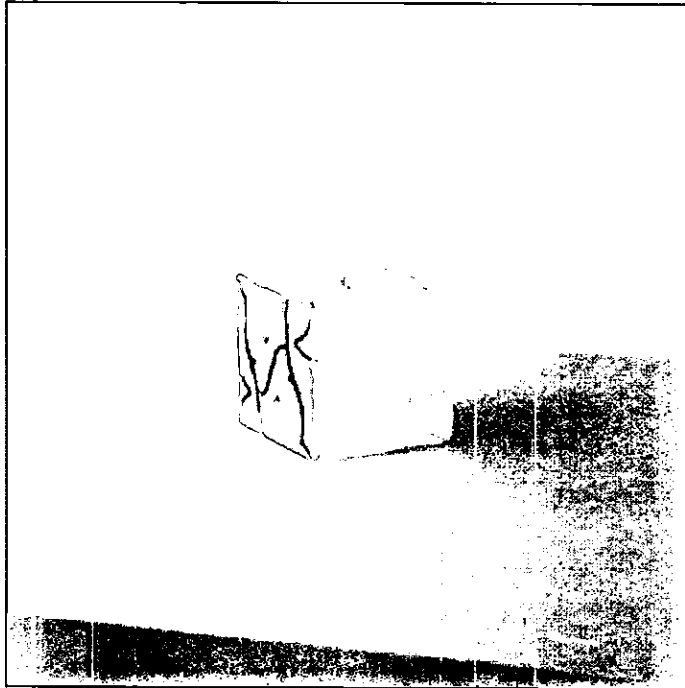




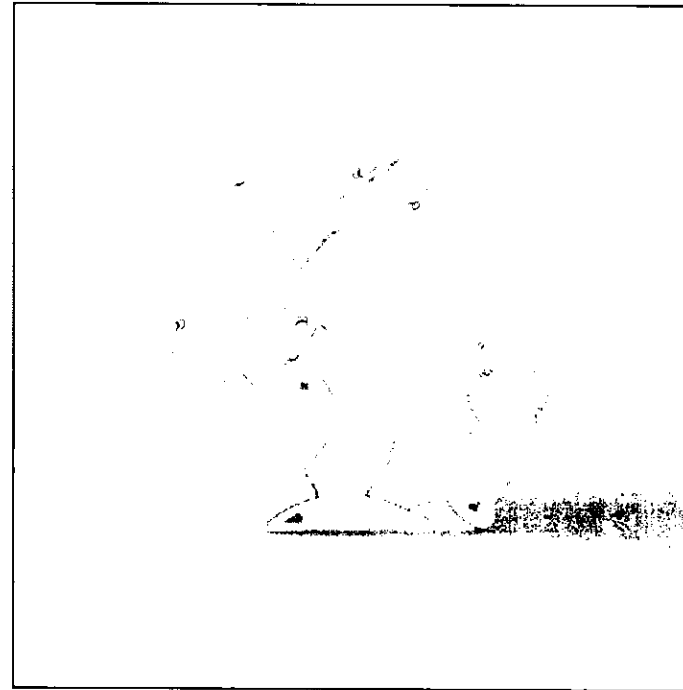
F 9. Módulos de madera



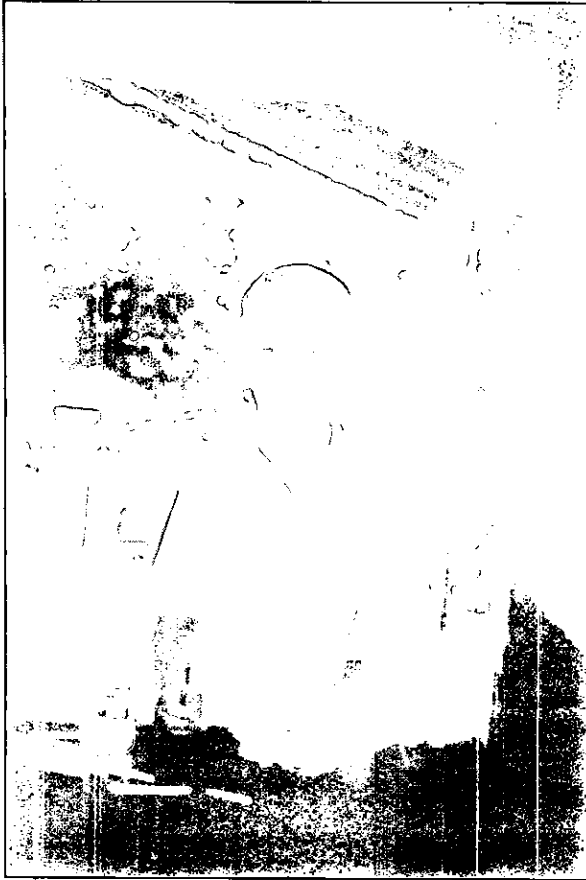
F 10. Estudiante con barco de madera construido con módulos



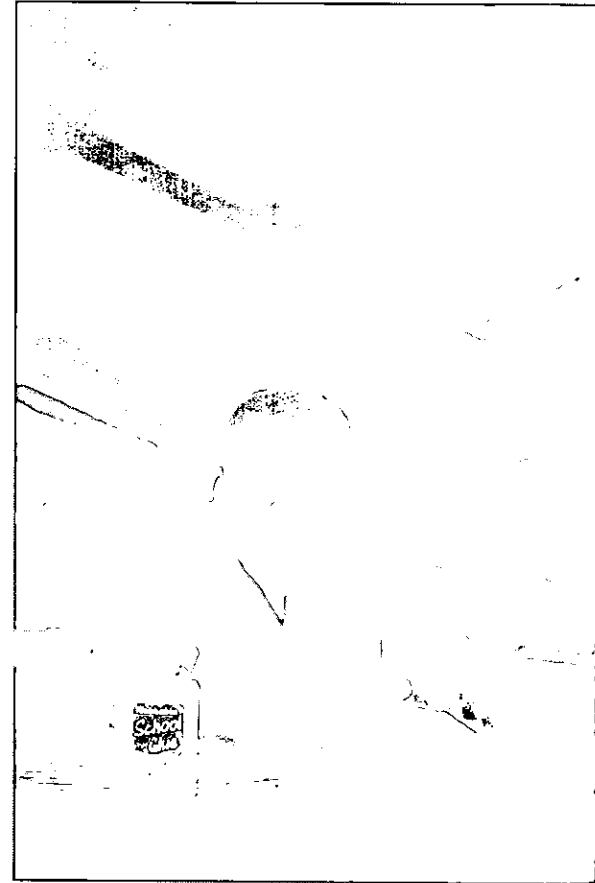
F 11. Cubo con dibujos de Escher



F 12. Cubo-Octaedro con dibujos de Escher



F 13. Estudiante construyendo su propio proyecto

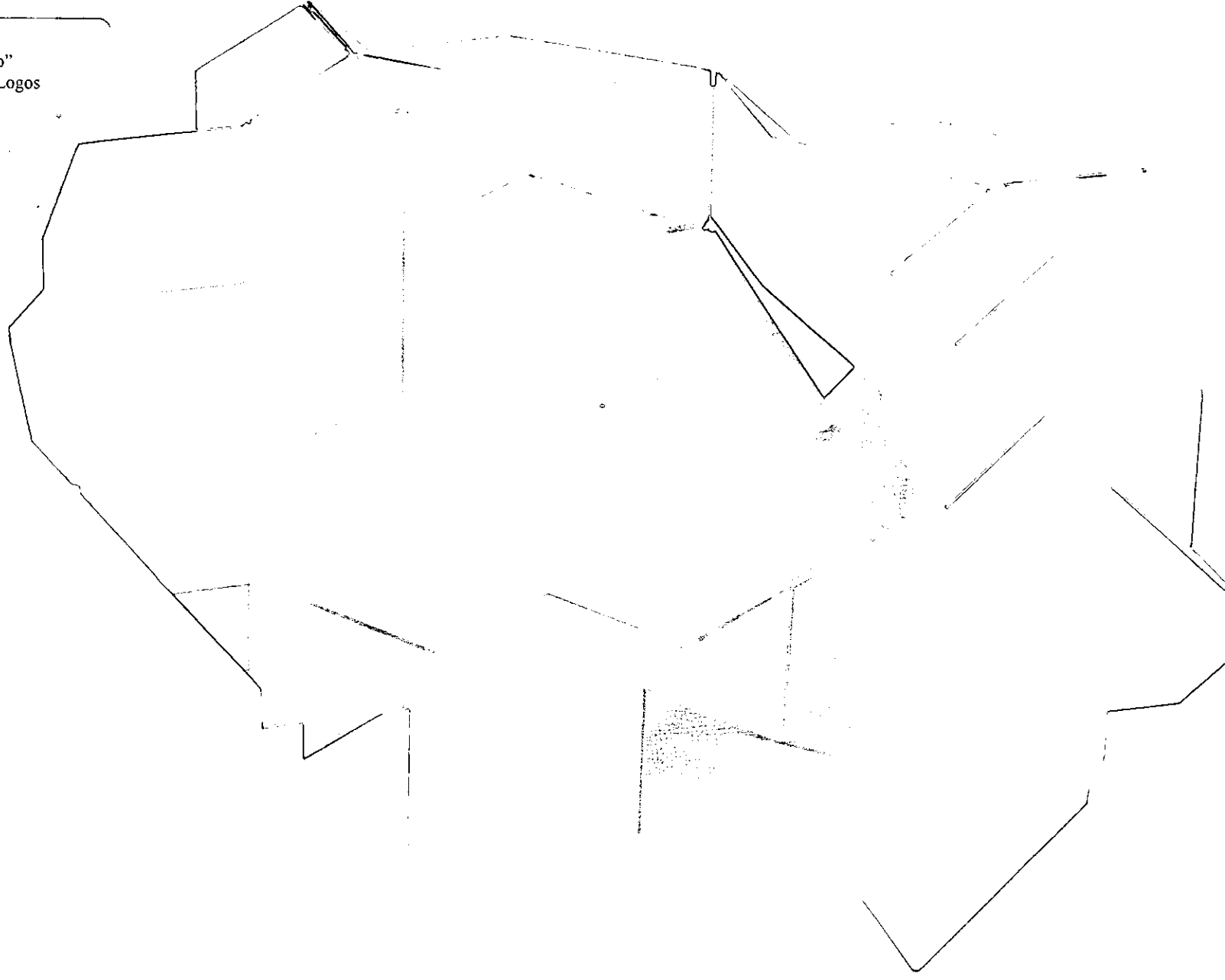


F 14. Estudiante construyendo su propio proyecto

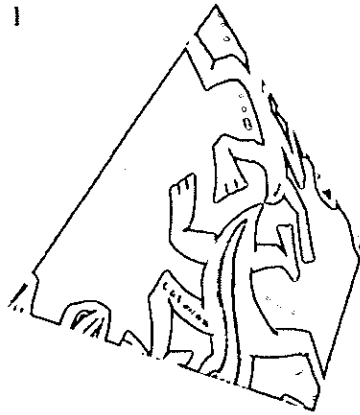
# *Taller: Ilustraciones*

*Ilustraciones de las páginas siguientes:  
Proyectos de los estudiantes del Colegio Logos.*

Proyecto prefabricado de papel: "Durero"  
Construido por los estudiantes del Colegio Logos



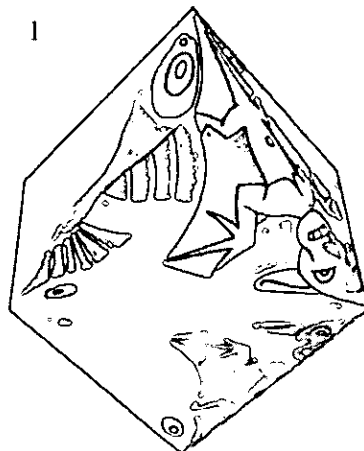
Catálogo de los modelos



**Reptiles**

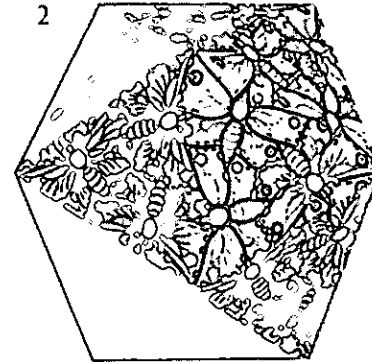
Tetraedro  
Dibujo periódico 56; XI 1942.

Ningún reptil aparece completo en las caras del tetraedro en este singular dibujo; cada uno se completa arrastrándose por otra cara.



**Tres Mundos**

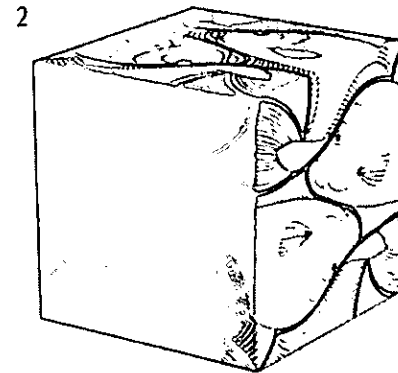
Octaedro  
Escher ofreció al artesano japonés Masathosi un dibujo detallado para que éste lo realizara en una esfera de marfil. Cada cara del octaedro muestra la mitad de cada uno de los tres motivos: un murciélago, un saurio y un pez, que simbolizan tres mundos diferentes pero relacionados entre sí.



**Mariposas**

Icosaedro  
Dibujo periódico 70; III 1948.

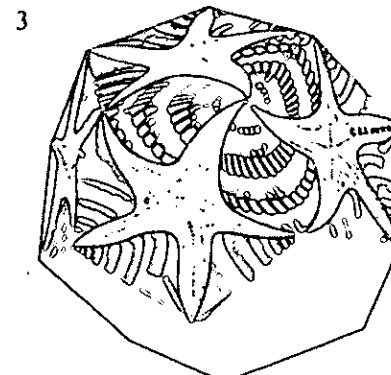
En la superficie de este icosaedro se observan sesenta mariposas. Las caras se distinguen entre sí únicamente por su color. En una superficie plana son suficientes tres colores para el dibujo. El modelo tridimensional requiere cuatro colores.



**Pez**

Cubo  
Dibujo periódico 20; III 1938.

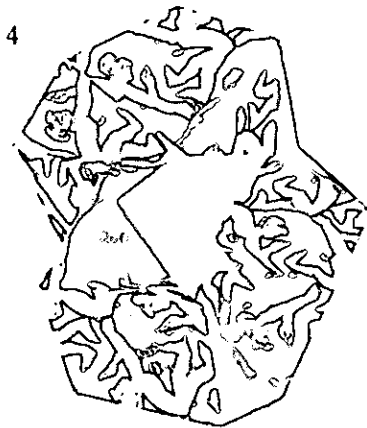
Este dibujo está estrechamente relacionado con *Esfera con pez* de Escher. Doce peces nadan simétricamente en las caras del cubo, dejando abierta la cuestión de cómo colorearlos.



**Conchas y estrellas de mar**

Dodecaedro  
Dibujo periódico 42; VIII 1941.

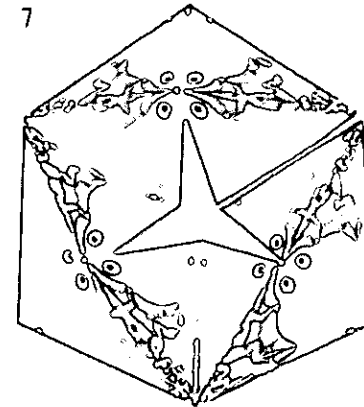
Uno de los diseños geométricos preferidos por Escher era el entarimado con pentágonos irregulares; ¿existe un motivo mejor que una estrella de mar para una figura pentagonal? En cada cara de este dodecaedro aparece una fascinante estrella de mar (regular, pentagonal) rodeada de tres clases de conchas.



### Encuentro

Calidociclo oblicuo  
Dibujo periódico 63; II 1944.  
Estudio para *Encuentro*.

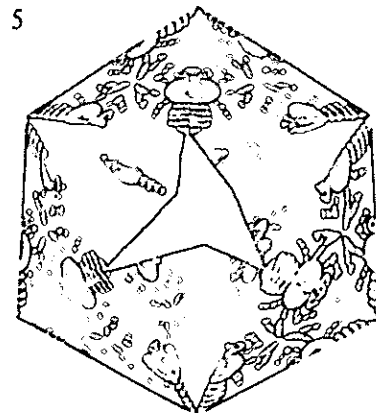
Las figuras cruzadas blancas del optimista y negras del pesimista se tambalean sin fin alrededor del centro, cuando se gira este anillo oblicuo.



### Tres elementos

Calidociclo hexagonal  
Dibujo periódico 85; IV 1952.

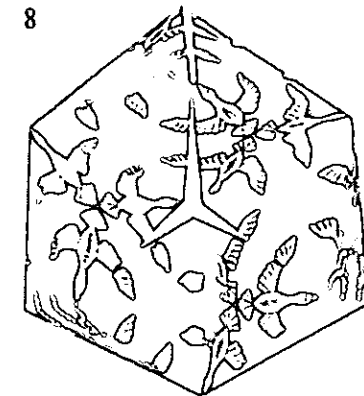
Murciélagos, saurios y peces simbolizan los tres elementos aire, tierra y agua. Cada vez que se gira el calidociclo, las tres figuras se encuentran en el centro



### Escarabajo

Calidociclo hexagonal  
Dibujo periódico 54; X 1942.

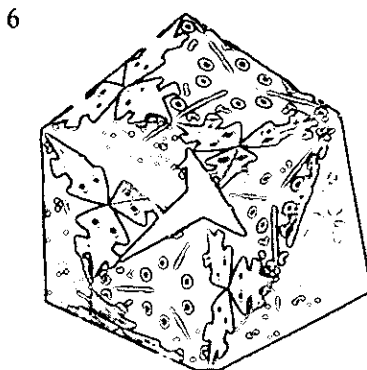
Es un hecho notable que sólo sean necesarios dos colores para este complicado y cruzado diseño. También para el modelo tridimensional son suficientes dos colores. Al girar el calidociclo, los escarabajos se desplazan en una interminable procesión.



### Pez, Pato, Saurio

Calidociclo hexagonal  
Dibujo periódico 69; III 1946.  
(primera versión de *Tres elementos*)

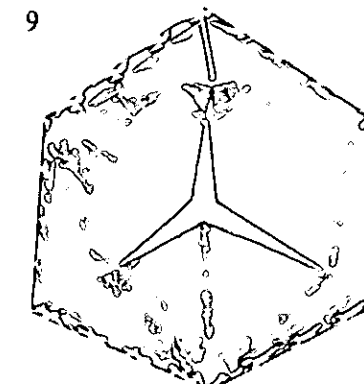
En una fascinante combinación confluyen en cada cabeza y cola, grupos ternarios que constan cada uno de dos especies animales distintas.



### Pez

Calidociclo hexagonal  
Dibujo periódico 103; IV 1959.

Grupos de tres peces rojos, negros y grises confluyen con sus cabezas y aletas caudales. Resulta enigmático que los peces grises nunca encuentren el camino hacia el centro del calidociclo. El pez rojo, apoyado por el negro, domina la situación.

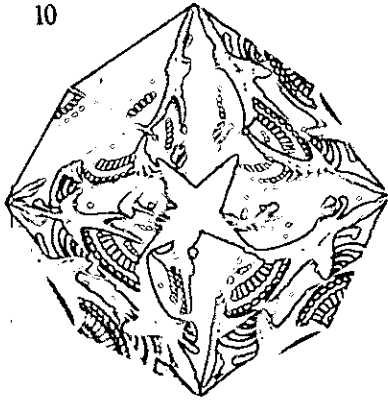


### Verbo

Calidociclo hexagonal  
Dibujo periódico 50; VII 1942.  
Estudio para *Verbo*

Dos clases de metamorfosis tienen lugar en este diseño. Del centro hacia los extremos, formas vagas e informes se transforman progresivamente en criaturas reconocibles, mientras que en los bordes se transforman entre sí: pájaros en peces, luego ranas luego en pájaros, y así sucesivamente. De este modo vuelven a ilustrar el ciclo de aire, agua y tierra.

10

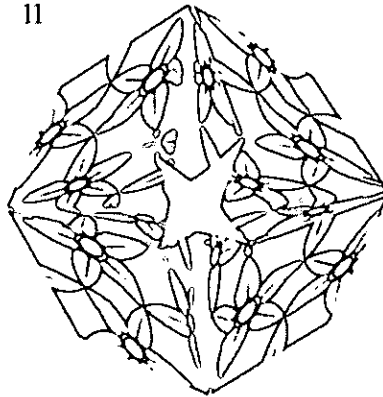


### Conchas y Estrellas de Mar

Calidociclo cuadrado  
Dibujo periódico 42; VIII 1941.

En el centro del calidociclo confluyen alternativamente cuatro conchas de dos clases distintas, mientras que las estrellas de mar y las demás conchas bailan en cortejo.

11

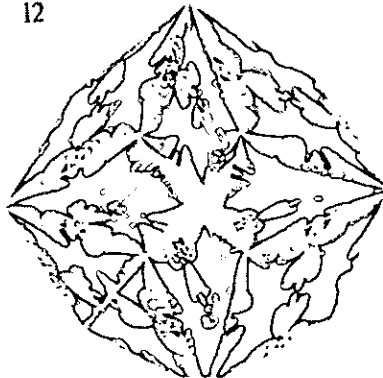


### Flores

Calidociclo cuadrado

Los pentágonos irregulares, que circundan a las flores de bordes rojos y azules, se transforman maravillosamente al girar el calidociclo en una serie alternativa de bordes rojos o azules.

12

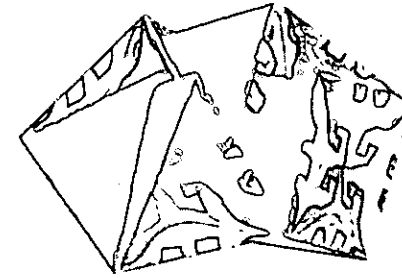


### Cielo e Infierno

Calidociclo cuadrado  
Dibujo periódico 45; 1941

Los motivos del ángel y el demonio, cruzados gráficamente de una forma impresionante, ilustran la idea de la oposición y nuestra incapacidad de reconocer lo uno sin saber de lo otro.

13

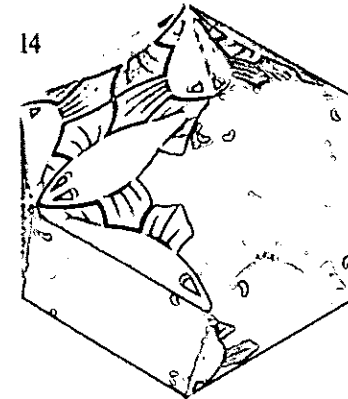


### Saurios

Modelo número 16, Calidociclo cuadrado  
Dibujo periódico 118; IV 1963.

En el dibujo plano, cuatro saurios confluyen con la cabeza, y otros cuatro lo hacen con la cola. Cada color aparece dos veces. Cuando se pliega el mismo diseño formando un calidociclo, son cuatro cabezas del mismo color y cuatro colas del otro. ¡Al girar el calidociclo, se van alternando!

14



### Peces pasando

Modelo número 17, Cubo-octaedro  
Dibujo periódico 122 (a) y 123 (b); IV 1964.

Estudio para *Círculo límite III*

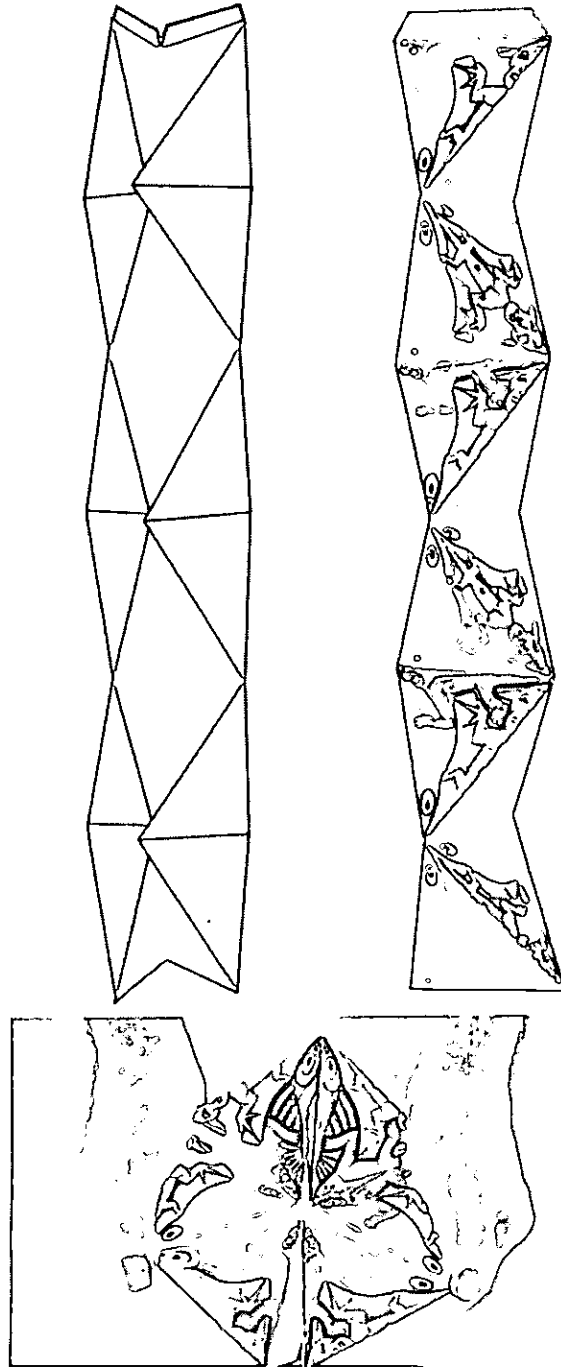
Cada cuadrado está circundado por cuatro triángulos, y cada triángulo por cuatro cuadrados. En todas las aristas nadan peces; en los cuadrados se mueven en el sentido de las agujas del reloj y en los triángulos en sentido contrario.

### Nota sobre las leyendas

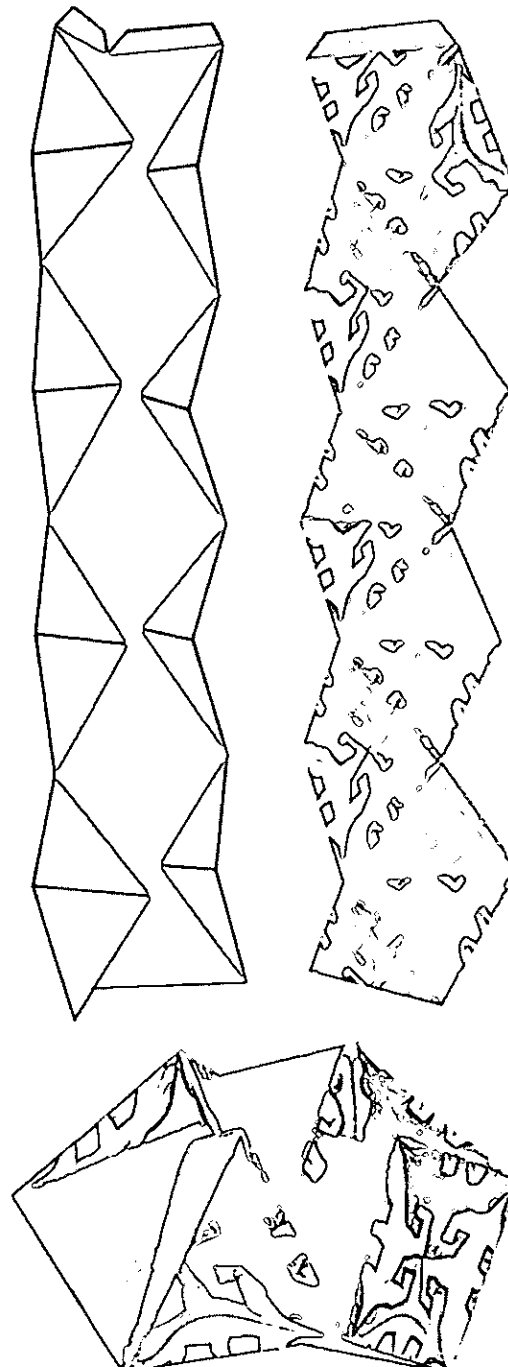
M. C. Escher no dio títulos a sus dibujos coloreados de diseños periódicos, sino que sólo los fechó y numeró periódicamente. En algunos casos (*Tres elementos, Conchas y estrellas de mar y Cielo e infierno*) se han tomado los nombres para los dibujos. En el texto se describe cada diseño periódico con el número y fecha (mes, año) original de Escher y se emplea un título descriptivo.



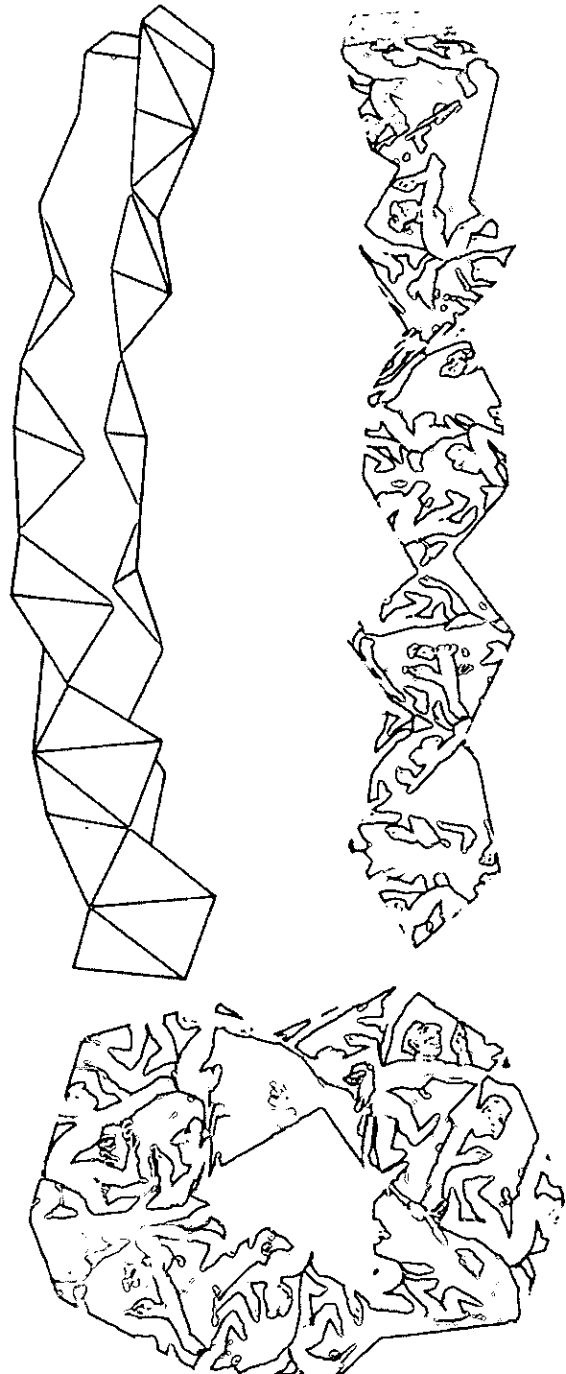
(a) Ensamble del calidociclo hexagonal.



(b) Ensamble del calidociclo cuadrado.



(c) Ensamble del calidociclo oblicuo.



XIII bibliografía

## XII. Bibliografía

Los siguientes apéndices se presentan como una guía clasificada de información del presente trabajo.

1. Alexander David & Pat, David. Editors. Eerdmans' Handbook To The Bible. Grand Rapids: W.B. Eerdmans Publishing Co., 1984.
  2. Azcarraga de, Paula C. Editor. "Geometría y Naturaleza", Saber Ver Lo Contemporáneo Del Arte. 11: 7-32. Julio-Agosto, 1993.
  3. Billstein, Rick et al. A Problem Solving Approach To Mathematics For Elementary School Teachers. 4th. ed. Redwood City, CA.: The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.1990.
  4. Britanic Enciclopedia. (Enciclopedia Británica). Drafting (Dibujo Técnico). Londres: Britanic Enciclopedia, 1990, p. 423.
  5. ECA, Ed. Computer Literacy (Alfabetización En El Uso De Las Computadoras). Lewisville, Tx.: ECA Publications., Leca 98, n.d.
  6. ECA, Ed. Computer Literacy (Alfabetización En El Uso De Las Computadoras). Lewisville, Tx.: ECA Publications., Leca 97, n.d..
  7. Favero, Giancarlo. Estrellas, Galaxias Y Planetas. Trad. Marquez, Ana María. Madrid: Ediciones Generales Anaya, 1985.
  8. García-Pelayo, Ramón, Editor. Pequeño Larrouse (Diccionario Enciclopédico). México: Ediciones Larrouse, 1972.
  9. García-Pelayo, Ramón. "Geometría". Enciclopedia Metódica: Matemáticas. México: Ediciones Larrouse, S.A., 1982.
  10. Hicethier Alfred. El Cubo de los Colores. Editorial Bouret.
  11. IBM. Editor. Revista THINK. Nueva York: IBM Publications, Vol. 55, #5, Septiembre, 1989.
  12. López; Javier y Tajadura, José Antonio. AutoCAD Avanzado, Versión 12. México: McGraw-Hill, 1995.
  13. Morris, William. Editor. The American Heritage Dictionary Of The English Language. Boston: Houghton Mifflin Co., 1976.
  14. Papert, Seymour. Mindstorms. Children, Computers, And Powerful Ideas. New York: Basic Books, Inc., Publishers, 1980.
  15. Prueitt, Melvin L. Computer Graphics (Gráficas Por Computadora). New York: Dover Publications, Inc., 1975.
  16. Sebastián. Durero y Sebastián. Jalisco, México: Taller Sebastián / Petra Ediciones, S.A. de C.V, 1996.
  17. Sternberg Harry. Composition (Composición). New York: Pitman Publishing Corporation, 1958.
  18. Villegas, Carlos. Expresión Gráfica II. México: McGraw-Hill, 1988.
  19. Voulboudt, Pierre. Kandinsky, Dibujos. Serie Comunicación visual. Serie Gráfica. Trad. Angel, Margarida. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, S.A. 1981.
- Wiersbe, Warren. Preaching and Teaching with Imagination. Wheaton, Ill.: Victor Books, 1994.