



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán**

**SIMULACION DEL PROCESO DE CONGELACION  
DE ALIMENTOS.**

**T E S I S**

Que para obtener el título de:

**INGENIERO EN ALIMENTOS**

**P r e s e n t a ;**

**Graciela del Carmen Rodríguez Luna**

**México, D. F.**

**1982**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE DE TEMAS.

	pag
1 INTRODUCCION Y OBJETIVO.....	5
2 REVISION BIBLIOGRAFICA.....	8
2.1 GENERALIDADES SOBRE CONGELACION.....	8
2.2 FUNDAMENTOS DE LA CONGELACION.....	9
2.3 ASPECTOS FISICOQUIMICOS.....	11
2.4 ACEPTACION.....	14
2.5 ANALISIS CRONOLOGICO.....	14
2.6 METODOS DE CONGELACION COMERCIAL. Aire. En líquidos. Por Contacto.....	17
2.7 METODOS DE CONGELACION A NIVEL LABORATORIO.....	24
3 ANALISIS TEORICO.....	28
3.1 GENERALIDADES DE CONDUCCION DE CALOR.....	28
3.2 MODELO MATEMATICO.....	29
3.3 METODOS DE SOLUCION. Método explícito. Método implícito.....	37
4 PRESENTACION Y DISCUSION DE RESULTADOS.....	55
4.1 DESCRIPCION DE LA SIMULACION.....	55
4.2 CÁLCULO DE PROPIEDADES FISICAS Y DE TRANSPORTE.....	55
4.3 PRESENTACION DE RESULTADOS.....	63
5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	73
NOMENCLATURA.....	75
BIBLIOGRAFIA.....	76
APENDICE.....	78

## INDICE DE FIGURAS.

Figura No.

	pag
2.1 Cantidad de agua congelada contra temperatura....	13
2.2 Congelador de placas (diagrama de flujo).....	25
2.3 Congelador de placas (diagrama de flujo).....	27
3.3.1 Diagrama de flujo del método explícito.....	43
3.3.2 Diagrama de flujo del método implícito.....	52
4.0 Carta entalpia concentración para jugos.....	60
4.1 Efecto del número de Biot ( $Bi_h = \infty$ ).....	65
4.2 Efecto del número de Biot ( $Bi_h = 1000$ ).....	65
4.3 Efecto del número de Biot ( $Bi_h = 100$ ).....	66
4.4 Efecto del número de Biot ( $Bi_h = 10$ ).....	66
4.5 Efecto del número de Biot ( $Bi_h = 1$ ).....	67
4.11 Efecto de la temperatura del medio de enfriamiento $T_h = -32^\circ F$ .....	67
4.6 Perfiles de agua congelada ( $Bi_h = \infty$ ).....	68
4.7 Perfiles de agua congelada ( $Bi_h = 1000$ ).....	68
4.8 Perfiles de agua congelada ( $Bi_h = 100$ ).....	69
4.9 Perfiles de agua congelada ( $Bi_h = 10$ ).....	69
4.10 Perfiles de agua congelada ( $Bi_h = 1$ ).....	70
4.12 Perfiles de agua congelada ( $T_h = -32^\circ F$ ).....	70
4.13 Efecto de la temperatura del medio de enfriamiento $T_h = -25^\circ F$ .....	71
4.15 Jugo de naranja (perfiles de temperatura).....	71
4.14 Perfiles de agua congelada ( $T_h = -25^\circ F$ ).....	72
4.16 Perfiles de agua congelada del jugo de naranja....	72

## INDICE DE TABLAS

<i>TABLA No</i>	<i>pag</i>
<i>4.1 Valores para las constantes.....</i>	<i>62</i>
<i>4.2 Valores de las variables.....</i>	<i>63</i>

## CAPITULO 1

### INTRODUCCION Y OBJETIVO.

La Ingeniería en Alimentos, al tratar con problemas de congelación de alimentos, muchas veces se ve en la necesidad de predecir perfiles de temperaturas y tiempos de congelación y descongelación. Tal conocimiento puede ayudar en el diseño y optimización de equipo, evaluación de manejo y almacenamiento y predicción de disminución de calidad durante el almacenamiento.

Para realizar estas predicciones, la mayoría de las veces, es necesario confiar en experiencias empíricas. Esto se debe a:

1.- La limitada disponibilidad de modelos teóricos ó empíricos que puedan ser aplicados adecuadamente en estos sistemas.

2.- El hecho de que todos los modelos disponibles son tomados como aproximaciones y factores de corrección.

3.- La variación en las propiedades térmicas individuales de los alimentos, resultado de las diferentes variedades, zona de crecimiento, técnica agrícola, variación estacional, etc.

Es por ello, que es de gran importancia el disponer de datos seguros aplicables a materiales alimenticios. En los últimos años se han iniciado diversos proyectos-

con el fin de recopilar y encontrar información en un número de propiedades termofísicas. Sin embargo por falta de coordinación, se ha presentado una duplicación de esfuerzos y dificultades experimentales, lo cual efectuado con organización, parece tener significativos progresos en el campo de la investigación.

Por otra parte el proceso de construcción de curvas de entalpia-cantidad de agua, curvas de fracción de agua congelada-temperatura y curvas de conductividad térmica-temperatura, es limitado por tomar mucho tiempo además de que se debe contar con una gran práctica experimental. Afortunadamente, para la computación de los campos de temperaturas, muy pocos datos son realmente necesarios y los que si se requieren pueden ser evaluados por simples correlaciones empíricas (7, 8, 11, 13, 21) ya que se ha demostrado que es muy poca la influencia de las estimaciones inexactas de las propiedades térmicas en las distribuciones de temperaturas, bajo condiciones que pueden ser fácilmente satisfechas en la práctica. Sin embargo el error inducido es aceptable si se aproxima la capacidad calorífica cuando se tienen diferencias grandes en pequeños rangos de temperaturas y la variación de la entalpia real será pequeña si es que se abarca el intervalo real de temperaturas del proceso considerando la diferencia entre la conductividad térmica aproximada y actual.

Como una consecuencia, los valores principales de las propiedades térmicas en la zona antes y después del cambio de fase y el efecto del calor latente total, son los únicos datos que realmente se necesitan para los cálculos de ingeniería. Se tiene evidencia experimental (7, 8, 11) para demostrar que lo anterior puede ser satisfactoriamente estimado, si se conocen el contenido de agua y la porosidad del material alimenticio.

Muchos de los estudios previos de simulación de fenómenos de congelación involucran líquidos puros los cuales se congelan a una temperatura constante. Están disponibles diversos métodos tales como; numéricos analógicos y analíticos. Ya que algunos sistemas procesados son mezclas, su temperatura de congelación va disminuyendo con la concentración de sólidos, además la dis-

tribución de temperaturas especial y temporal muchas veces afecta propiedades del producto procesado. Es posible proponer y analizar métodos numéricos para congelación de productos con diferente forma geométrica, haciendo consideraciones que simplifiquen el problema. (4, 19, 23, 25)

Por todo lo anterior se planteo el siguiente objetivo para el presente trabajo:

Desarrollo de un algoritmo de simulación del proceso de congelamiento en muestras simétricas de productos alimenticios, macroscopicamente homogéneos, con el objeto de predecir -- perfiles de temperatura y frente de congela--- ción con respecto al tiempo.

## CAPITULO 2

### REVISION BIBLIOGRAFICA.

#### 2.1 GENERALIDADES SOBRE CONGELACION:

En la industria de los alimentos, la utilización del frío tiene por objeto estabilizar y conservar el mayor -- tiempo posible aquellos productos que son fácilmente alte-- rables a temperaturas por encima de 0°C. Por medio de -- la congelación, es posible preservar productos en estado-- fresco original por periodos relativamente largos. Por-- medio de este proceso se hace solidificar una gran parte-- del agua contenida en los alimentos, los cuales congela-- dos, deben almacenarse hasta su consumo, a temperaturas -- por debajo de la de congelación, cuyo valor depende del -- tipo y del tiempo de conservación del producto. (9)

Debe comprenderse claramente, que el proceso de con-- gelación representa una fuerte agresión a la estructura -- de los alimentos frescos. El agua contenida en el pro-- ducto se separa del resto de la sustancia en forma de hie-- lo, del mismo modo que en la desecación, se separara en -- forma de vapor; la única diferencia consiste en que los -- cristales de hielo permanecen en los alimentos y necesi-- tan espacio, mientras que el vapor de agua se disipa en -- la atmósfera. Por lo tanto, al descongelar, el agua pue-- de reabsorberse por el resto de la sustancia, pero la con-- gelación no es un proceso reversible y la unión del agua-- es mucho más débil después de la descongelación que en es-- tado fresco de los alimentos, lo que motiva a que el jugo-- pueda extraerse por presión, en el caso de alimentos sólidos, con mucha más facilidad después de la descongelación. Por consiguiente, si la descongelación no se controla ade-- cuadamente, puede quebrantar la textura de los alimentos, manifestado como "quemaduras por congelación", romper e-- mulsiones, desnaturalizar proteínas y causar otros daños-- tanto físicos como químicos. Muchos de estos cambios es-- tan relacionados con la composición de los alimentos que, a su vez es influenciada por las prácticas agrícolas que-- tuvieron lugar antes del proceso de congelación.

Los cambios físicos, químicos y biológicos que ocurren durante la congelación y la subsecuente descongelación de los alimentos son complejos y no completamente entendidos, sin embargo es útil estudiar la naturaleza de estos cambios que han sido admitidos con objeto de diseñar un buen proceso de congelación para un alimento.

## 2.2 FUNDAMENTOS DE LA CONGELACION:

La preservación por congelación esta basada en el hecho de que los microorganismos no crecen abajo del punto de congelación y que la mayoría de los cambios bioquímicos, a estos bajos niveles de temperatura toman lugar a una velocidad reducida tal que solamente cambios mínimos son detectados. Sin embargo algunos de los microorganismos son más resistentes a las temperaturas bajas que al calor. La inactivación de microorganismos a temperaturas de congelación generalmente es atribuida a la formación de cristales de hielo, ya que debido a la congelación del agua, cambian las condiciones de presión osmótica dentro de la célula y de este modo las posibilidades para que los microorganismos crezcan y se metabolicen se reducen. Es más fácil suprimir a las bacterias, que a las levaduras u hongos los cuales son menos susceptibles a las influencias osmóticas. (13) En la mayoría de los casos los microorganismos que se encuentran en los productos congelados, ya estaban presentes en la materia prima, por lo que es recomendable el empleo de tratamientos previos para ayudar a disminuir esta carga microbiana, tales como esterilización, enfriamiento rápido, lavado eficiente o en los vegetales la operación de blanqueo. (4) Por lo tanto los alimentos congelados deben consumirse inmediatamente después de la descongelación, por que las enzimas o los microorganismos no son destruidos por las bajas temperaturas, sino solamente detenidos en su acción. Si el tratamiento es correcto, los alimentos congelados presentan muy pocas diferencias con los frescos, cuando aquellos estén recién descongelados.

El punto de congelación de un líquido puro es aquella temperatura a la cual el líquido está en equilibrio con el sólido. Una solución con una presión de vapor menor que la del solvente puro, no estará en equilibrio con

el solvente sólido en su punto de congelación normal, -- por lo que el sistema debe enfriarse hasta una temperatura en la cual la solución y el solvente sólido, tengan -- la misma presión de vapor. Es por esta razón que el -- punto de congelación de un alimento es más bajo que el -- del agua pura.

Cuando un líquido se evapora, las moléculas que se escapan ejercen una cierta presión de vapor, donde la -- presión total de un sistema será igual a la suma de las presiones parciales de cada uno de sus componentes. Una propiedad básica de las soluciones acuosas, es que -- cuando aumenta su concentración de sólidos disueltos, bajan sus puntos de congelación. Así cuanto mayor sea la cantidad de sal, azúcar, minerales ó proteínas en una solución, más bajo será su punto de congelación.

Una unidad determinada de alimento, ya sea una botella de leche, una pieza de carne de res, o una lata de -- rebanadas de manzana en almibar, no se congelará uniformemente: es decir no se cambiará repentinamente del estado líquido al estado sólido. En el caso de la botella de leche colocada en un congelador por ejemplo, el líquido que se halla más cerca a la pared de la botella se -- congelará primero, y los primeros cristales de hielo serán de agua pura. A medida que el agua se congela y se separa, la leche adquirirá una mayor concentración de minerales, proteínas lactosa y grasa.

Este concentrado que se congela paulatinamente también se va concentrando más a medida que progresa la congelación. Finalmente queda un núcleo central de líquido no congelado altamente concentrado, y si la temperatura es suficientemente baja, este núcleo central acabará -- por congelarse. La experiencia ha demostrado que los alimentos congelan en un rango más ó menos amplio de temperaturas, aunque sus puntos de congelación son identificables y que la temperatura inicial de congelación no es muy diferente para los diferentes alimentos y queda determinada por el contenido de sales, azúcares y ácidos -- de los líquidos celulares.

### 2.3 ASPECTOS FISICOQUIMICOS:

Es un hecho que el agua existe en los alimentos en dos ó más estados. Algunos autores aceptan la definición de agua de enlace como aquella que no congela a  $-5^{\circ}\text{F}$ . Por otra parte, el agua libre exhibe las propiedades físicas y químicas del agua líquida y congelada de acuerdo con su condición de solución.

Decimos que el punto de congelación del agua pura es  $0^{\circ}\text{C}$ , aunque en realidad el agua no empieza a congelar a esa temperatura desciende generalmente varios grados por debajo de  $0^{\circ}\text{C}$  antes de que algún estímulo como la nucleación de cristales o la agitación, inicie el proceso de congelación. Cuando ocurre este estímulo, la temperatura sube en forma repentina a  $0^{\circ}\text{C}$ , debido a la evolución del calor latente de cristalización. Aún si el agua se encuentra en una atmósfera cuya temperatura esta muy por debajo de  $0^{\circ}\text{C}$ , mientras el agua libre se está congelando y despidiendo el calor latente de cristalización ó la fusión, la temperatura de una mezcla de agua pura y hielo no bajará más allá de  $0^{\circ}\text{C}$ . Sólo después de que toda el agua haya sido convertida en hielo, la temperatura del alimento será más baja que la de equilibrio, ó sea  $0^{\circ}\text{C}$ , y luego se aproximará rápidamente a la temperatura del medio de enfriamiento.

El proceso de congelación en alimentos, puede ser analizado mediante la curva de congelación de un producto, en este caso mencionaremos la de la carne de res, donde podemos observar que a medida que esta se enfría, su temperatura inicial baja primero un poco más allá de su punto de congelación; la nucleación ó agitación inicia la formación del primer cristal de hielo, y el calor latente de fusión hace que la temperatura suba al punto de congelación, un poco más bajo de  $0^{\circ}\text{C}$  a causa de los sólidos disueltos en la fase acuosa. (8)

Si se tratará de congelación de agua pura, la curva no bajaría más allá del punto de congelación mientras que dara algo de agua en su forma líquida, sin embargo, en el caso de la carne de res y otros alimentos, la temperatura sigue bajando a medida que se congela y se separa más a--

gua. Esto se debe en gran parte a que, a medida que la congelación separa más agua del alimento, la concentración de los solutos en el agua restante aumenta progresivamente y disminuye cada vez más el punto de congelación de la solución restante.

En este caso se ha encontrado que el proceso de congelación comienza alrededor de  $-1^{\circ}\text{C}$ , condicionado por el calor latente de solidificación del agua, sin embargo -- una disolución salina solidifica en el punto de congelación solo una parte de su contenido en agua, pues debido al aumento de concentración del resto del líquido, su punto de congelación se hace más bajo y las ulteriores cantidades de agua solidifican a temperaturas más bajas. La cantidad de agua congelada a temperatura decreciente sigue un curso que depende del punto de congelación inicial y del contenido en agua de los diferentes alimentos. Este tipo de curvas han sido determinadas en diferentes ocasiones por diferentes investigadores, Plank, Moran y Heiss para carne y por Riedel para pescados (20). Los valores más exactos son los de Riedel los cuales se presentan en la figura 2.1, donde encontramos que por debajo de  $-36^{\circ}\text{C}$  ya no se congela más agua. El 10% final está sólidamente ligado a las moléculas de proteínas, por lo que aquí no es posible hablar de un punto criohídrico, como en el caso de disoluciones salinas. La mayor parte del agua solidifica en las proximidades del punto de congelación y a  $-4^{\circ}\text{C}$  se ha congelado ya el 73% del agua total y el 81% del agua libre. (10)

En algunos estudios hechos durante la descongelación, se ha encontrado que debido a una buena conductividad térmica de la masa congelada, el calor se distribuye rápidamente a través de todo el volumen del material y por inmersión en el baño descongelante por un periodo corto de tiempo se equilibra en su punto de descongelación. Todo ello es consecuencia de la relación de conductividades térmicas del agua y del hielo; la conductividad térmica del agua es alrededor de 0.25 veces la del hielo y la difusividad térmica es más baja en un octavo (5). Sin embargo la diferencia de temperaturas entre el medio ambiente y el producto en el punto de congelación es mucho más limitado en descongelación debido a que en general los alimentos son sustancias térmicamente lábiles.

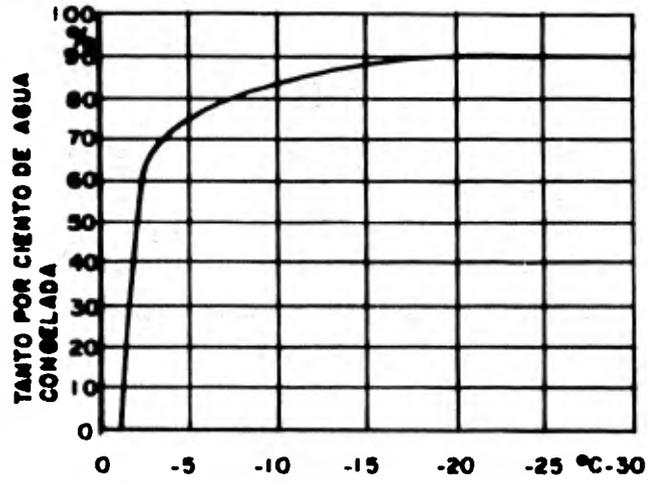


Fig. 2.1 Cantidad de agua congelada, en % del contenido total en agua, en función de la temperatura, en la carne de bacalao. (Según Riedel)

#### 2.4 ACEPTACION:

Actualmente encontramos competencia entre todos los métodos de conservación de alimentos, la cual esta siendo resuelta por el consumidor. Aquellos alimentos mejor preservador por congelación, son congelados ampliamente y aquellos alimentos grandemente aceptados como productos enlatados continuan como mercancía de gran éxito entre los consumidores.

La importancia de la congelación como medio de conservación de alimentos sigue aumentando constantemente, como lo demuestra el volumen y el valor de los alimentos procesados de esta manera, y se espera que la importancia de los productos congelados siga creciendo hasta acercarse, o casi igualar a la de los productos enlatados.

La lista de los productos que se congelan, incluye comunmente, no solo aquellos que se conservan en estado fresco, por ejemplo; vegetales, frutas, jugo de frutas, bayas, carne, aves, mariscos y huevos sin cascarón, sino tambien muchos alimentos preparados como panes, pasteles helados, y una gran variedad de productos alimenticios preparados y precocinados, incluyendo comidas completas.

#### 2.5 ANALISIS CRONOLÓGICO:

A continuación presentamos un análisis cronológico de la evolución del proceso de congelación:

- 1842 (GB), H. Benjamin, con hielo y con sal.
- 1855 (Aus.), J. Harrison, con hielo y con sal.
- 1858-1857 (USA y GB), hielo natural, para conservar y poder curar en verano.
- 1861 (USA), Camden, Maine, E. Piper congela en un recinto aislado, bajo bandejas que tienen hielo y sal.  
(Can.), aplicación comercial del procedimiento de Piper.
- 1865 (USA), Fulton Marbet, congelación de aves con hielo y sal.
- 1867 (USA), Providence, Rhode Island, C. Pike, congela-

- a bordo por procedimiento análogo.
- 1868 (USA), W. Davis, congela en cajas metálicas en -- contacto con hielo y sal.
- 1873 (USA) D. Holden, matadero frigorífico en fulton, - Texas.
- 1874 (Al), Solingen, Liegnita, Breman y Osenbruck, mataderos frigoríficos municipales.
- 1879-1880 (Can) Congelación frío natural de salmón y exportación a GB.
- 1889 (GB), E. Hesketh y A. Marcel, conciben un dispositivo congelación inmersión en salmuera.
- 1889 (USA), primera congelación comercial de la masa - de huevo.
- 1888-1908 (USA) Gran expansión de Swift y Armour en -- Chicago y Kansas City.
- 1890 (N) Wallen, congela con mezcla de hielo y sal entoneles giratorios.
- 1890 (USA) Grandes Lagos, congelación comercial con -- hielo y sal.
- 1892 (USA) Sandusky, Ohio, Primera congelación por --- frío mecánico, "Sharp freezing" (estantes formados por tubos recorridos por salmuera o expansión directa.
- 1892 (USA, Can) Expansión "Sharp freezing".
- 1894-1915 (Aus) Congelación conejos.
- 1898 (F) H. Rouart, congelación inmersión solución, alcoholica, glicerina.
- 1900 (USA, Can, URSS) Congelación aves para exportar.
- 1907 (URSS) Congelación salmón a bordo del "Refrigerador" en el Río Amour.
- 1908-1913 (URSS) Congelación máquinas frigoríficas, Astrakan y ciudades ribereñas del mar Caspio.
- 1910-1913 (USA) Expansión de la técnica.
- 1911-1912 (Din) A. Ottesen, congelación inmersión salmuera no saturada.
- 1912 (N) N. Dahl, congelación en cajas y aspersion de muera.
- 1915 (URSS) Congelación a bordo del "Khiva", con máquinas frigoríficas, NH<sub>3</sub>, en el mar de Aral.
- 1915 (N) Instalaciones Ottesen en el "Karmoy".
- 1915-1924 (Chin) Shangai, instalaciones congelación.
- 1917-1838 (Can, GB, USA, URSS, J, Escand, F) Desarrollo congelación en aire en tierra.
- 1918-1939 Desarrollo procedimiento Ottesen a bordo y - en tierra; Escandinavia (1915-1920), Francia (--- 1914-1928), URSS (1926-1930), Canada (1928), Ale-

- mania (1929).
- 1921 (J) Buque congelador "Eudura Maru", expansión --- 1921-1934.
- 1921 (USA) M.T. Zarotschenezeff, congela pulverizando - salmuera. (sistema Z)
- 1921 (USA) Boston, preparación comercial filetes de -- pescado congelado.
- 1922 (USA) P.W. Peterson, congelación en moldes de inmersión en salmuera.
- 1925 (USA) Atuneros congeladores cubas de salmuera.
- 1929-1936 (F, I) Sistemas Z a bordo y sistema J. Piqué congelación en sistemas rotativo y salmuera.
- 1931 (USA, Arg, Al, F, Suiza) congelación rápida túneles con gran velocidad de aire.
- 1936 (F) Houeman, envoltura en latex, vacío y congelación en salmuera, comercialización por cry-o-vac (USA) en 1939, en Francia, Canada, Argentina.
- 1938 (F) P. Clement, túnel congelación rápida modelo o otros países.
- 1939-1945 Congelación pescado para suministro tropas - segunda guerra mundial.
- 1943-1944 (USA) Carne deshuesada congelada, suministro al ejército.
- 1945-1956 (GB, N) Desarrollo congelación tierra aire - frío.
- 1945-1960 (USA y otros países) Gran desarrollo de congelación de huevo.
- 1946-1955 (USA) Desarrollo congelación aves.
- 1947-1960 (GB) Pesqueros congeladores.
- 1948-1970 (GB, NZ, RFA, D, Din) Refrigeración y congelación rápidas para carne.
- 1956-1970 Especular expansión congelación pescado en - tierra y a bordo, E(1961-1970), USA, Can, Ecad, - GB, RFA, Pol, URSS, J, Port.
- 1960 (GB) Congelación a bordo, placas verticales.
- 1963 (GB, USA) Pasterización previa del huevo a su congelación.
- 1969 (J) Congelación continua a bordo a -60°C.
- 1970 (URSS) Congelador rotatorio placas radiales.
- 1970-1980 (Tail) Ghana, Ec. y otros muchos países se - incorporan a la congelación a bordo: desarrollo - (URSS), J) de los buques factoría.
- 1974 (URSS), J y E) Los tres primeros países en congelación a bordo.

## 2.6 METODOS DE CONGELACION:

Actualmente se cuentan con tres métodos de congelación empleados en la congelación comercial de alimentos estos son; los que emplean aire, el que se efectúa en líquidos y por contacto. En el primero la circulación del aire puede ser de manera natural ó forzada, en el segundo los líquidos utilizados pueden ser frigoríferos ó criogénicos y el tercer método es llevado a cabo por medio del empleo de placas.

### 2.6.1 AIRE.

#### 2.6.1.1 Circulación Natural de Aire.

Son las primeras cámaras de congelación y almacenaje. Se construyeron a principios de siglo para congelar pescado, animales de caza, bovinos, porcinos y corderos.

En estas cámaras los techos y paredes eran cubiertos por serpentines, tubo liso, para la evaporación directa de un fluido frigorígeno (generalmente amoníaco) empleando compresión en una etapa.

Dentro de las cámaras se tenían temperaturas de  $-12^{\circ}\text{C}$  a  $-18^{\circ}\text{C}$ , tiempos prolongados de congelación (de 3 a 4 días para medio bovino y 30 horas para corderos) debido básicamente al movimiento del aire por convección natural (0.1 a 0.2 m/s).

#### 2.6.1.2 Circulación Forzada de Aire.

##### a) En Cámara:

Se aumenta la velocidad del aire y se disminuye la temperatura de evaporación con lo cual se obtiene una disminución bastante considerable en el tiempo de congelación. Estas condiciones de operación fueron obtenidas mediante el empleo de máquinas frigoríficas de doble efecto.

##### b) En Tunel:

Se disminuyen las dimensiones de la cámara y se aumenta la velocidad del aire (5 m/s). En cuanto a estos túneles existen diversas versiones de acuerdo a

la disposición de los evaporadores ó de los productos.

En la selección de la velocidad del aire es muy importante considerar la influencia de ésta en el tunel, sobre la pérdida de presión y las potencias del ventilador y de la máquina frigorífica en Kw.

El producto dentro del tunel puede encontrarse inmóvil (ya sea en anaquel, riel ó estiba) ó en movimiento (por medio de carros elevadores ó bandas).

a.1) En tunel con el producto en movimiento:

- Carros: Es la forma más sencilla y de empleo más general en el concepto del "Tunel de Congelación", donde el producto puede ir colgado, sin empacar, empacado ó sobre rejillas. Los carros pueden ser conducidos por vías, movidos a mano ó mecánicamente. Se tiene una velocidad del aire de 5 m/s entre carros y de 3.5-4 m/s entre baterías con un tiempo de congelación de 14 a 16 horas para una capacidad de 5 ton/día.

- Con Elevadores: Son muy adecuados para producción en gran escala, se consideran con sistema de transporte mixto, horizontal y vertical, con mucho éxito en chocolates y confitería.

Este método, comparado con el de banda, permite un mejor aprovechamiento de la superficie y del espacio. El aire más frío atraviesa primero las parrillas descendentes y luego las ascendentes. Se puede trabajar con productos empacados o sin empacar. Los evaporadores son alimentados con amoníaco. Estos congeladores tienen una capacidad de 3 ton/hora.

- Con Bandas: Preferentemente son utilizados para productos sueltos ó empacados, de dimensiones relativamente pequeños, que se colocan sobre la banda sobre tamices.

Se conocen varios estilos dentro de este tipo de - congeladores como son: El Borsig que es para capacidades pequeñas con temperatura de evaporación de  $-40^{\circ}\text{C}$ , temperatura del aire de  $-34^{\circ}\text{C}$  y una temperatura final - del producto de  $-18^{\circ}\text{C}$ . El Multi-Tray empleado en grandes plantas de productos precocinados (pays, "comidas -- instantaneas", etc) donde se pueden congelar simultaneamente dos diversos productos. El Espiral que es compacto y requiere menor espacio por tonelada de producto congelado por hora que el de banda horizontal. Principalmente es empleado para aves, productos precocinados, productos con cualquier empaque.

c) Lecho Fluidizado de Aire:

En este tunel se utiliza el principio de fluidización, que consiste en mantener suspendido el producto - mediantw una gran fuerza del aire.

Es necesario conservar una velocidad óptima del aire, que permita tener al producto en suspensión a una - distancia de la banda de más ó menos 10 - 15 cm. Si - la velocidad del aire es menor que la óptima, el producto se deposita sobre la banda, en cambio si la velocidad es inferior, el alimento será arrastrado por el aire.

La transferencia de calor esta evidentemente in--- fluenciada por la superficie de contacto entre el sólido y el gas de fluidización. Prácticamente cada partícula esta rodeada por una corriente gaseosa.

La velocidad óptima del aire esta comprendida entre 5 y 7 m/s..

Este método surgio con la necesidad de congelar alimentos de pequeñas dimensiones. ( $1\frac{1}{4}$ " hasta 3-5"). El Lecho fluidizado de aire es empleado para congelar melón en cubos, piña en cubos, fresa, uva, maíz, zanahoria rebanada, papas cortadas, pedazos de pollo, col de bruse-las, brócoli, espárragos y filete de pescado.

## 2.6.2 EN LIQUIDOS.

### 2.6.2.1 Líquidos Frigoríferos.

- Salmueras, alcoholes ó glicoles: El uso de las salmueras se remonta a 1000 años cuando se congelaba el pescado con mezclas de hielo y sal. Posteriormente se empleó la sal común en solución concentrada y a una temperatura de  $-20^{\circ}\text{C}$ .

La aplicación de las salmueras puede ser por inmersión ó por aspersión. En contacto directo con el producto ó indirecto.

Por inmersión se han aplicado diversos tipos de mezclas, como por ejemplo glicoles.

La congelación de pollos y pavos se efectúa en disoluciones de 50% en volumen de metanol en agua y una temperatura de  $-29^{\circ}\text{C}$ , hay otros de cloruro de sodio y cloruro de calcio al 21%, y algunos de 75% de isopropanol y 25% de acetona, también son empleadas mezclas de agua con 25% en peso de cloruro de calcio y 25% de glucosa, la cual tiene un punto eutéctico de  $-31^{\circ}\text{C}$ , poca viscosidad y no tiene efectos sobre el producto.

Se ha encontrado que el cloruro de sodio no es apropiado para temperaturas abajo de  $-18^{\circ}\text{C}$  por tener un punto eutéctico de  $-21^{\circ}\text{C}$ .

La aplicación de los líquidos frigoríferos por aspersión es empleada para pescados, pero esta técnica -- presenta problemas de formación de espuma, atascamiento de la bomba y riego desigual.

### 2.6.2.2 Líquidos Criogénicos.

Este método es empleado cuando se quieren obtener temperaturas inferiores a  $-35^{\circ}\text{C}$ , pudiéndose emplear ni-

trógeno,  $C_2$  y Freón<sub>12</sub>.

-Nitrógeno: El nitrógeno líquido tiene una temperatura de ebullición a la presión atmosférica de  $-196^{\circ}C$ , un calor latente de 38 Kcal/Kg, un litro de nitrógeno equivale a 0.808 kg, a la presión atmosférica se transforma en  $0.173 m^3$  de gas, tiene un punto de fusión de  $-209.86^{\circ}C$ , es inerte y no ejerce influencia sobre el aroma y el sabor de los alimentos.

Puede ser utilizado por:

a) Inmersión: Fué la primera experiencia de aplicación del nitrógeno, reduciéndose considerablemente el tiempo de congelación.

b) Aspersión: Con este procedimiento se mejora la congelación y se evitan los problemas de la inmersión. El tunel empleado se compone de tres zonas; la de preenfriamiento, la de congelación y la de equilibrio.

Con la aspersion se obtienen las siguientes ventajas sobre la inmersión:

-La ebullición violenta puede quedar casi eliminada.

-Antes de someter el producto a la aspersion se preenfria evitando así el fuerte choque térmico y sus consecuencias.

-Se emplean los vapores producidos para el preenfriamiento.

Este método se emplea en la congelación de espárrago, judías verdes, tomates, pepinos, melones, fresas, frambuesas, maíz dulce, ciruela, cereza, uva, champiñón, camarón, langosta, pan pasteles (pobres en grasa), etc.

- Dióxido de Carbono: El dióxido de carbono tiene una temperatura de ebullición a la presión atmosférica de  $-79.5^{\circ}C$ . Al expandirse bajo los efectos del-

brusco cambio, se se consigue una mezcla de gas y de -- partículas sólidas de hielo, dado que el  $\text{CO}_2$  no puede -- existir en estado líquido a presión atmosférica.

A la presión atmosférica se obtiene un verdadero aerosol de nieve carbónica, que bajo los efectos de la turbulencia del aire, llena todos los espacios e intersticios cediendo calor de sólido a sólido.

Se tienen rendimientos del del 92 al 95% con pérdidas de peso del 0.5-1.0%, un kilogramo de bióxido de -- carbono equivale a 85 Kcal.

Pero este método es costoso, de difícil manejo, de colora los productos, aumenta el pH debido a la formación de ácidos e influye en el sabor de los productos.

- Freón Doce: Este procedimiento de congelación se basa en la expansión directa del Freón Doce (dicloro difluorometano) sobre los productos a congelar. El -- freón doce debe tener una pureza del 99.97%, a la presión atmosférica tiene un punto de ebullición de  $-30^\circ\text{C}$ .

Los alimentos a congelar son llevados por una banda transportadora al interior del tunel donde se pulveriza el freón doce. La duración de la congelación varía entre 30 seg y 10 min. dependiendo de la dimensión, la forma y la naturaleza del producto.

Una vez congelado el producto es sacado del tunel a través de una tercera banda transportadora.

El freón utilizado para la congelación del alimento es licuado nuevamente por contacto con un condensador colocado encima de la banda de congelación, el cual es el usado convencionalmente en sistemas de refrigeración por compresión y la temperatura dentro del serpentín es de  $-43^\circ\text{C}$ . El Freón doce licuado se recoge en un recipiente y se envía nuevamente a los aspersores.

### 2.6.3 POR CONTACTO

A diferencia de los procedimientos anteriores de congelación en los cuales se emplea la transmisión de calor por convección, el congelador de placas utiliza la conducción.

En este congelador se realiza la congelación del producto por medio de dos placas que se encuentran arriba y abajo del mismo. Por el interior de las placas circula salmuera fría ó bien se produce la expansión directa de un fluido frigorígeno.

La placa es de aluminio y en su interior lleva canalizadores del fluido, una de las placas es fija mientras que la otra es móvil.

El fluido pasa entre las placas a través de tubos flexibles que permiten el movimiento de las mismas. Teóricamente, al aumentar la presión de la placa sobre el producto, la resistencia térmica disminuye, ya que se debilitan las placas de aire. En la práctica se ha demostrado que la presión de la placa sobre el producto máxima, es de  $0.1 \text{ Kg/cm}^2$ . Una presión superior es de poca utilidad, además hace peligrar el alimento.

Estos congeladores pueden ser verticales ó horizontales. Los horizontales son apropiados para productos homogéneos y empacados, no más de 7 cm de espesor, para bajas capacidades 4000 a 500 Kg/h. Las placas pueden ser pequeñas 45 x 60 cm ó grandes 110 x 130 cm. Para estos equipos se emplea mucha mano de obra y es necesario descongelar la placa antes de extraer el producto, para lo cual se emplea el gas caliente de la descarga.

Los verticales son apropiados para productos sin empaque, pescado entero, filetes, masa pastosa y fluida (crema, huevo).

## 2.7 METODOS DE CONGELACION A NIVEL LABORATORIO:

Para realizar pruebas de congelación de alimentos a nivel laboratorio ó planta piloto se encontrarón los métodos que se indican a continuación (incluyendo material requerido)

### - Congelación por Inmersión: (15)

- a) Un baño de enfriamiento de una mezcla de etilen-glicol y agua.
- b) Agitación vigorosa, controlada por un potenciostato.
- c) Soporte para la muestra alimenticia.
- d) Un termopar colocado en el centro de cada muestra alimenticia unido a un graficador de temperaturas.
- e) Placas de cobre de 0.0625 in de espesor, cubriendo las superficies unidas a termopares para mantener la temperatura superficial a un nivel constante.
- f) Se aplica una capa delgada de silicón entre la muestra alimenticia y el cobre.

### - Congelador de Placas: (el diagrama del sistema se muestra en la figura 2.2) (19)

- a) Congelador de placas verticales (2 placas) con fondo y extremos no refrigerados construidos de acero.
- b) Placas huecas de aluminio extruido, conectados al sistema de refrigeración.
- c) Dentro de las placas se cuenta con serpentines,
- d) El refrigerante entra por arriba con un redistribuidor y abajo por un cabezal.
- e) Una de las placas es ajustable y removible por medio de un sistema neumático.
- f) La placa fija esta sellada con caucho para quedar impermeable.
- g) Las placas se descongelan por medio de vapor de refrigerante caliente.
- h) La temperatura de la muestra alimenticia y del refrigerante se miden por medio de termopares.
- i) Se cuenta con valvulas reguladoras de flujo y valvulas de seguridad.
- j) Los refrigerantes utilizados son, salmuera de cloruro de calcio, Freón<sub>22</sub> y tricloroetileno.

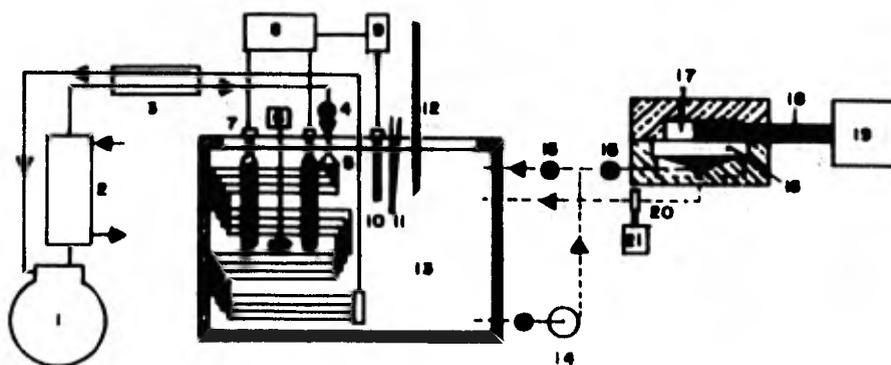


Fig. 2.2 Congelador de placas.

1.- compresor, 2.- condensador, 3.- intercambiador de calor, 4.- valvula de expansión, 5.- distribuidor, 6.- agitador, 7.- medidor de inmersión, 8.- indicador, 9.- control de temperatura, 10.- termómetro, 11.- termopar registrador de temperatura del glicol, 12.- termómetro de precisión, 13.- tanque aislado, 14.- bomba, 15.- valvula reguladora, 16.- placa congeladora, 17.- alimento, 18.- conexiones del termopar, 19.- registrador de temperatura, 20.- orificio de la placa, 21.- manómetro.

- Congelador de Placas: (16)

- a) Refrigerante 23% metil celulosa (gel)
- b) Cada muestra alimenticia se rodea por las puntas con una espuma aislante, de un espesor mínimo de 0'08 m.
- c) Se coloca la muestra alimenticia entre dos placas asegurando una transferencia de calor en una sola dirección.
- d) Las placas se enfrían con salmuera de cloruro de calcio bombeado de un vaso con temperatura controlada - de más o menos 5°C.
- e) Entre las placas y el producto se coloca cartón encerado ancho y delgado proviendo una resistencia térmica.
- f) Espesor del producto 0.025 - 0.1 m.
- g) Temperatura ambiente -20 a -40°C.
- h) Temperatura inicial 3 a 35°C.

- Congelador de Placas: (14) (diagrama fig. 2.3)

- a) Refrigerante secundario; solución de etilén-glicol.
- b) Temperatura del refrigerante secundario en el baño es controlada con una exactitud de más o menos 0,1°C
- c) La placa congeladora es de un diseño especial ya que a través de ella se hace circular refrigerante secundario para asegurar una uniformidad en la temperatura superficial de la placa.
- d) La muestra se equilibra a una temperatura inicial y se transfiere rápidamente a la placa congeladora.
- e) La superficie libre del producto es cubierta con 50 mm de aislante.
- f) Se registran las temperaturas del producto y del refrigerante.

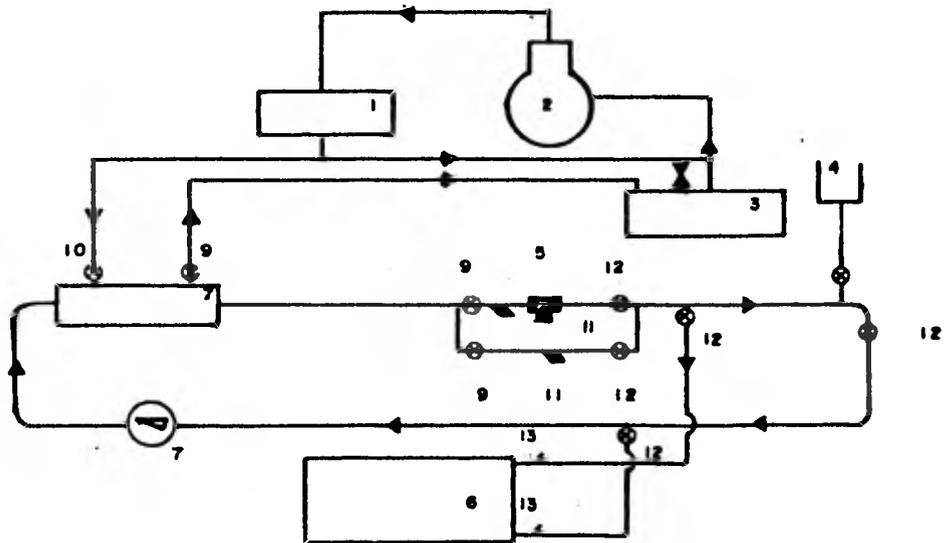


Fig. 2.3 Congelador de placas.

1.- condensador, 2.- compresor, 3.- receptor de refrigerante, 4.- impulsor, 5.- turbina, 6.- placa congeladora, 7.- bomba, 8.- intercambiador de calor, 9.- valvula reguladora de flujo, 10 valvula de expansión, 11.- filtro, -- 12.- valvula interruptora, 13.- termopar.

## CAPITULO 3

### ANALISIS TEORICO.

#### 3.1 GENERALIDADES DE CONDUCCION DE CALOR:

Puede ser posible describir el comportamiento de la congelación de un producto ya sea de forma esférica, cilíndrica ó bien de placa por medio de un balance de energía, con el objeto de predecir la transferencia de energía en forma de calor que tiene lugar entre cuerpos, como resultado de una diferencia de temperatura. La dificultad mayor en la simulación del proceso de congelación de alimentos, los cuales pueden ser considerados como -- mezclas, es que la concentración de sólidos cambia continuamente para temperaturas por debajo del punto de congelación. El problema se facilita si de manera general se hacen las siguientes consideraciones: (2)

- 1.- El producto presenta una composición uniforme y constante a lo largo de todo el proceso, excepto en la fase de transición;
- 2.- Se tienen movimientos de materia a velocidades despreciables, sin presentar cambios volumétricos del sistema lo que permite considerar una densidad constante;
- 3.- Limite interfacial uniforme; y
- 4.- No hay subenfriamiento así que se conocen las propiedades físicas en el equilibrio, tales como entalpía  $H(T)$ , fracción de líquido congelado  $X(T)$  y conductividad térmica  $K(T)$ .

Cuando se tiene un gradiente de temperatura en un cuerpo, se presenta una transferencia de energía de la --

región de alta temperatura a la región de baja temperatura y se dice que la energía se transmite por conducción. Un gran número de problemas de conducción de calor pueden resolverse por un procedimiento que consta de dos etapas: (20) primero se aplica un balance de energía a un elemento de volumen preseleccionado que se encuentra perpendicular a la dirección del flujo de calor, obteniéndose una ecuación diferencial que permite encontrar la distribución de la densidad de flujo de calor; enseguida se introduce en esta expresión la primera ley de Fourier para la transferencia de calor, obteniéndose una ecuación diferencial que nos relaciona la temperatura en función de la posición.

Las constantes de integración que aparecen se determinan utilizando las condiciones frontera ó límite - que determinan la temperatura en las superficies que delimitan el sistema.

### 3.2 MODELO MATEMATICO: (3,6,7,11)

Si tenemos que la energía se transmite por conducción y que la rapidéz de transferencia de calor por unidad de área es proporcional al gradiente normal de temperatura (12)

$$\frac{q}{A} = \frac{\delta T}{\delta r}$$

al introducir la constante de proporcionalidad,

$$q = - KA \frac{\delta T}{\delta r} \quad (3.1)$$

donde  $q$  es el flujo de calor y  $\delta T/\delta r$  es el gradiente de temperatura en la dirección del flujo de calor. La constante positiva  $K$  se llama conductividad térmica del material, y el signo menos se coloca para satisfacer la segunda ley de la termodinámica, es decir, el calor debe

fluir de mayor a menor temperatura. Esta ecuación se conoce como la ley de Fourier de conducción de calor, de la cual partiremos para establecer la ecuación básica que rige la transferencia de energía en procesos de congelación.

Para ilustrar el desarrollo del modelo matemático-consideremos, un elemento de volumen comprendido entre dos esferas de radios  $r$  y  $r+\Delta r$  respectivamente y localizados dentro de las fronteras del sistema (muestra a congelar) como se muestra en la figura 3.1:

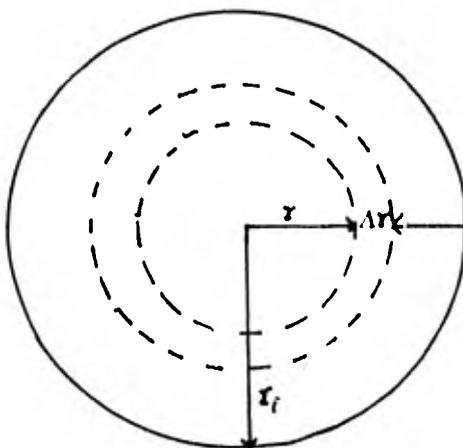


Figura 3.1

El balance de calor alrededor del elemento de volumen seleccionado es:

$$\left( \begin{array}{l} \text{Rapidez de entrada} \\ \text{de energía ca} \\ \text{lorífica.} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{l} \text{Rapidez de salida} \\ \text{de energía ca} \\ \text{lorífica.} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{Rapidez de} \\ \text{acumulación} \\ \text{de energía} \\ \text{calorífica.} \end{array} \right) \quad (3.2)$$

Es preciso hacer notar que esta ecuación es solamente una forma restringida del balance de energía, (20) pues no hacemos mención de la energía cinética, energía potencial, ni del trabajo, sin embargo es evidente que estos términos son despreciables en el caso en cuestión.

Puesto que el único mecanismo de transporte de calor dentro de la muestra es por conducción, sustituyendo la ecuación 3.1 en 3.2 obtenemos:

$$-\left\{K(4\pi r^2) \frac{\delta T}{\delta r}\right\}_r + \left\{K(4\pi r^2) \frac{\delta T}{\delta r}\right\}_{r+\Delta r} = \frac{\delta H}{\delta t} \frac{4}{3} \pi (r+\Delta r)^3 - r^3 \rho \quad (3.3)$$

donde H es la entalpía por unidad de masa de la muestra. Desarrollando el lado derecho de la ecuación 3.3:

$$\frac{\delta H}{\delta t} \frac{4}{3} \pi \left\{ (r+\Delta r)^3 - r^3 \right\} \rho = \frac{\delta H}{\delta t} \frac{4}{3} \pi (r^3 + 3r^2\Delta r + 3r\Delta r^2 + \Delta r^3 - r^3) \rho$$

Dado que  $\Delta r$  tenderá a cero, los términos de segundo grado o mayor son despreciables. Así el lado derecho de la ecuación 3.3 queda:

$$\frac{\delta H}{\delta t} \frac{4}{3} \pi (3r^2\Delta r) \rho = 4\pi \rho r^2 \Delta r \frac{\delta H}{\delta t}$$

dividiendo por  $4\pi\Delta r$  la ecuación 3.3

$$\frac{Kr^2 \frac{\delta T}{\delta r} \Big|_{r+\Delta r} - Kr^2 \frac{\delta T}{\delta r} \Big|_r}{\Delta r} = \frac{\delta H}{\delta t} \rho r^2 \quad (3.4)$$

si hacemos que  $\Delta r \rightarrow 0$ ;

$$\frac{\delta \left[ Kr^2 \frac{\delta T}{\delta r} \right]}{\delta r} = \frac{\delta H}{\delta t} \rho r^2 \quad (3.5)$$

desarrollando la derivada del lado izquierdo

$$K \left[ r^2 \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + 2r \frac{\delta T}{\delta r} \right] + r^2 \frac{\delta T}{\delta r} \frac{\delta K}{\delta r} = r^2 \rho \frac{\delta H}{\delta t} \quad (3.6)$$

si dividimos por  $r^2$  la ecuación 3.6

$$K \left[ \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{2}{r} \frac{\delta T}{\delta r} \right] + \frac{\delta T}{\delta r} \frac{\delta K}{\delta r} = \rho \frac{\delta H}{\delta t} \quad (3.7)$$

Haciendo un análisis semejante para sistemas con -- forma de placa y cilíndrica, llegaremos a las siguientes expresiones;

$$\text{para placa} \quad K \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{\delta T}{\delta r} \frac{\delta K}{\delta r} = \rho \frac{\delta H}{\delta t} \quad (3.8)$$

$$\text{para cilindro} \quad K \left[ \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta T}{\delta r} \right] + \frac{\delta T}{\delta r} \frac{\delta K}{\delta r} = \rho \frac{\delta H}{\delta t} \quad (3.9)$$

Como podemos observar, las ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.9 son muy semejantes entre sí, por lo cual es posible obtener la siguiente ecuación general:

$$K \left[ \frac{\delta^2 T}{\delta r^2} + \frac{a}{r} \frac{\delta T}{\delta r} \right] + \frac{\delta T}{\delta r} \frac{\delta K}{\delta r} = \rho \frac{\delta H}{\delta t} \quad (3.10)$$

donde la forma del sistema determina el valor de  $a$ , siendo este de 0, 1 ó 2 para placa, cilindro ó esfera respectivamente.

Las condiciones inicial y de frontera necesarias - para resolver la ecuación 3.10 son:

condición inicial:  $T = t_i$  para  $0 \leq r \leq r_i$  y  $t=0$  (3.11)

condición frontera en la superficie:

$$K \frac{\delta T}{\delta r} \Big|_{r=r_i} = -U(T - T_c) \text{ para } t \geq 0 \quad (3.12)$$

donde U es el coeficiente de transmisión de calor entre el medio de enfriamiento y la superficie y  $T_c$  es la temperatura del medio de enfriamiento.

condición frontera en el centro:

$$\frac{\delta T}{\delta r} = 0 \quad \text{para } r=0; t \geq 0 \quad (3.13)$$

Es conveniente adimensionalizar el modelo obtenido para una mejor evaluación de las contribuciones de cada término. Para ello se definen las siguientes variables adimensionales:

$$H^* = \frac{H}{H_f} \quad (3.14) \quad K^* = \frac{K}{K_f} \quad (3.15)$$

$$r^* = \frac{r}{r_i} \quad (3.16) \quad T^* = \frac{T - T_c}{T_f - T_c} \quad (3.17)$$

$$t^* = \frac{t K_f (T_f - T_c)}{\rho H_f r_i^2} \quad (3.18)$$

donde el subíndice f se refiere a condiciones en el punto de fusión de la muestra,  $T_c$  es la temperatura del medio de enfriamiento y  $r_i$  es la distancia del centro del producto a la superficie. Transformando cada tér-

mino de la ecuación 3.10 empleando estas propiedades a-dimensionales, tenemos;

$$\frac{\delta H}{\delta t} = \left( \frac{\delta H^*}{\delta t^*} \right) \left( \frac{\delta H}{\delta H^*} \right) \left( \frac{\delta t^*}{\delta t} \right) \quad (3.19)$$

$$\frac{\delta H}{\delta H^*} = \frac{\delta(H^* H_f)}{\delta H^*} = H_f \quad (3.20)$$

$$\frac{\delta t^*}{\delta t} = \frac{\delta \left( \frac{t K_f (T_f - T_c)}{H_f r_i^2} \right)}{\delta t} = \frac{K_f (T_f - T_c)}{\rho H_f r_i^2} \quad (3.21)$$

sustituyendo las ecuaciones 3.19 y 3.20 en la ec. 3.19

$$\frac{\delta H}{\delta t} = \left( \frac{\delta H^*}{\delta t^*} \right) H_f \frac{K_f (T_f - T_c)}{\rho H_f r_i^2} \quad (3.22)$$

$$\frac{\delta H}{\delta t} = \frac{K_f (T_f - T_c)}{\rho r_i^2} \frac{\delta H^*}{\delta t^*} \quad (3.23)$$

$$\frac{\delta T}{\delta r} = \left( \frac{\delta T^*}{\delta r^*} \right) \left( \frac{\delta T}{\delta T^*} \right) \left( \frac{\delta r^*}{\delta r} \right) \quad (3.24)$$

$$\frac{\delta r^*}{\delta r} = \frac{1}{r_i} \quad (3.25)$$

$$\frac{\delta T}{\delta T^*} = T_f - T_c \quad (3.26)$$

sustituyendo las ecuaciones 3.25 y 3.26 en la 3.24 obtenemos;

$$\frac{\delta T}{\delta r} = (T_f - T_c) \left(\frac{1}{r_i}\right) \left(\frac{\delta T^*}{\delta r^*}\right) \quad (3.27)$$

$$\frac{\delta^2 T}{\delta r^2} = \frac{\delta}{\delta r^*} \left( \frac{T_f - T_c}{r_i} \frac{\delta T^*}{\delta r^*} \right) \frac{\delta r^*}{\delta r} \quad (3.28)$$

$$\frac{\delta^2 T}{\delta r^2} = \frac{T_f - T_c}{r_i} \frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} \quad (3.29)$$

$$\frac{\delta^2 T}{\delta r^2} = \frac{T_f - T_c}{r_i^2} \frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} \quad (3.30)$$

$$\frac{\delta K}{\delta r} = \frac{K_f}{r_i} \frac{\delta K^*}{\delta r^*} \quad (3.31)$$

$$\frac{\delta K}{\delta r} = \left(\frac{\delta K^*}{\delta r^*}\right) \left(\frac{\delta K}{\delta K^*}\right) \left(\frac{\delta r^*}{\delta r}\right) \quad (3.32)$$

$$\frac{\delta K}{\delta r} = \frac{K_f}{r_i} \frac{\delta K^*}{\delta r^*} \quad (3.33)$$

sustituyendo 3.20, 3.26, 3.29 y 3.32 en la ecuación 3.10

$$\frac{K_f (T_f - T_c)}{r_i^2} \frac{\delta H^*}{\delta t^*} = K_f K^* \left\{ \frac{(T_f - T_c)}{r_i^2} \frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} + \frac{a}{r_i r} \frac{(T_f - T_c)}{r_i} \frac{\delta T^*}{\delta r^*} \right\} + \frac{K_f}{r_i} \frac{\delta K^*}{\delta r^*} \frac{(T_f - T_c)}{r_i} \frac{\delta T^*}{\delta r^*} \quad (3.34)$$

Simplificando términos llegamos a:

$$\frac{\delta H^*}{\delta t^*} = K^* \frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} + a \frac{K^*}{r^*} \frac{\delta T^*}{\delta r^*} + \frac{\delta K^*}{\delta r^*} \frac{\delta T^*}{\delta r^*} \quad (3.35)$$

Sustituyendo la ecuación 3.17 en la ec. 3.11:

$$T^* = T^*_i; \quad \text{para } t^* = 0 \quad (3.36)$$

Despejando  $\delta T/\delta r$  de la ecuación 3.12:

$$\frac{\delta T}{\delta r} = - \frac{U}{K} (T - T_C) \quad (3.37)$$

sustituyendo la ecuación 3.27 en la ec. 3.37:

$$(T_f - T_C) \left( \frac{1}{r_i} \right) \frac{\delta T^*}{\delta r^*} = - \frac{U}{K} (T - T_C) \quad (3.38)$$

rearrreglando

$$\frac{\delta T^*}{\delta r^*} = - \frac{U r_i}{K} \frac{(T - T_C)}{(T_f - T_C)} \quad (3.39)$$

igualando  $U r_i / K = \beta_i$  y sustituyendo en la ecuación 3.39

$$\frac{\delta T^*}{\delta r^*} = - \beta_i T^* \quad \text{para } r^*=1 \quad (3.40)$$

Sustituyendo la segunda condición frontera en la ecua--

ción 3.35 obtenemos:

$$\frac{\delta H^*}{\delta t^*} = K^*(1 + a) \frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} \quad \text{en } r^*=0 \quad (3.41)$$

### 3.3 METODO DE SOLUCION:

Dado que para el modelo obtenido, consistente en la ecuación diferencial parcial que simula la conducción de calor con cambio de fase y las condiciones inicial y de frontera correspondientes, no existe solución analítica por la naturaleza no lineal del mismo, es necesario recurrir a algún método de solución aproximada.

En este estudio, se muestra el desarrollo de la solución siguiendo métodos que usan aproximaciones de las derivadas por diferencias finitas. Uno de ellos es un método explícito, es decir, las derivadas especiales -- son evaluadas a un nivel de tiempo ya calculado, y el otro es un método implícito, o sea que las derivadas especiales se evalúan al nivel de tiempo que se está calculando.

Computacionalmente, el método explícito requiere menos esfuerzo, pero los resultados pierden exactitud y se tienen el problema de la estabilidad numérica del método. (1, 4, 5)

A continuación se muestra el desarrollo de ambos algoritmos.

#### 3.3.1 Método Explícito: (1)

Primero es necesario hacer la aproximación de las derivadas por medio de diferencias finitas, trabajando con tres puntos fijados arbitrariamente en el nivel de tiempo  $n$  y en el nivel de tiempo  $n+1$ :

$$\begin{array}{ccccc}
 & r + \Delta r & r & r - \Delta r & \\
 l+n & \cdot & \cdot & \cdot & \\
 n & \cdot & \cdot & \cdot & \\
 & m - 1 & m & m + 1 & 
 \end{array}$$

$$\left. \frac{\delta H^*}{\delta t^*} \right|_{t^*} = \frac{H^* \Big|_{t+\Delta t} - H^* \Big|_{t^*}}{\Delta T^*}$$

$$\frac{\delta H^*}{\delta t^*} = \frac{H_{m,n+1}^* - H_{m,n}^*}{\Delta t^*} \quad (3.42)$$

$$\frac{\delta T^*}{\delta r^*} = \frac{T_{m-1,n}^* - T_{m+1,n}^*}{2\Delta r^*} \quad (3.43)$$

$$\frac{\delta K^*}{\delta r^*} = \frac{K_{m-1,n}^* - K_{m+1,n}^*}{2\Delta r^*} \quad (3.44)$$

$$\left. \frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} \right|_{r^*} = \frac{\left( \frac{\delta T^*}{\delta r^*} \right) \Big|_{\Delta r^* + r^*/2} - \left( \frac{\delta T^*}{\delta r^*} \right) \Big|_{r^* - \Delta r^*/2}}{\Delta r}$$

$$\frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} = \frac{T^* \Big|_{r^* + \Delta r^*} - 2T^* \Big|_{r^*} + T^* \Big|_{r^* - \Delta r^*}}{(\Delta r^*)^2}$$

$$\frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} = \frac{T_{m-1,n}^* - 2T_{m,n}^* + T_{m+1,n}^*}{(\Delta r^*)^2} \quad (3.45)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.42, 3.43, 3.44 y 3.45 en - 3.35 y 3.41 tenemos:

$$\begin{aligned}
 H_{m,n+1}^* &= H_{m,n}^* + \frac{\Delta t^*}{\Delta r^{*2}} \left\{ K_{m,n}^* \left(1 + \frac{a\Delta r^*}{2r_{m,n}^*}\right) T_{m-1,n}^* - \right. \\
 &2K_{m,n}^* T_{m,n}^* + K_{m,n}^* \left(1 - \frac{a\Delta r^*}{2r_{m,n}^*}\right) T_{m+1,n}^* + \frac{1}{2} [ \\
 &\left. [K_{m-1,n}^* - K_{m+1,n}^*] [T_{m-1,n}^* - T_{m+1,n}^*] \right\} \quad (3.46)
 \end{aligned}$$

Si M es el número total de intervalos entonces:

$$\begin{aligned}
 \frac{r_{m,n}}{\Delta r} &= \frac{M(\Delta r) - (m-1)\Delta r}{r} \\
 \frac{r_{m,n}}{\Delta r} &= \frac{M - (m-1)}{1} \\
 \frac{\Delta r}{r_{m,n}} &= \frac{1}{M - m + 1} \quad (3.47)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo la ecuación 3.47 en la 3.46 tenemos:

$$\begin{aligned}
 H_{m,n+1}^* &= H_{m,n}^* + \frac{\Delta t^*}{\Delta r^{*2}} \left\{ K_{m,n}^* \left(1 + \frac{1}{2(M-m+1)}\right) T_{m-1,n}^* - \right. \\
 &2K_{m,n}^* T_{m,n}^* + K_{m,n}^* \left(1 - \frac{a}{2(M-m+1)}\right) (T_{m+1,n}^*) + \quad (3.48) \\
 &\left. + \frac{1}{2} [K_{m-1,n}^* - K_{m+1,n}^*] [T_{m-1,n}^* - T_{m+1,n}^*] \right\}
 \end{aligned}$$

Para la ecuación 3.40 que es la expresión en forma adimensional de la condición frontera en la superficie del producto, tenemos:

$$\frac{\delta T^*}{\delta r^*} \Big|_m = \frac{T_{m,n}^* - T_{m+1,n}^*}{\Delta r^*}$$

$$\frac{1}{T_{m,n}^*} \left( \frac{-T_{m,n}^* + T_{m+1,n}^*}{\Delta r^*} \right) = \beta_i \text{ para } r^*=1$$

$$\frac{1}{T_{1,n}} \frac{T_{2,n} - T_{1,n}}{\Delta r} = \beta_i$$

$$T_{1,n} = \frac{T_{2,n}}{1 + (\beta_i)(\Delta r)}$$

$$T_{1,n+1} = \frac{T_{2,n+1}}{1 + (\beta_i)(\Delta r)} \quad (3.49)$$

Para la ecuación 3.41 que es la expresión en forma adimensional de la condición límite en el centro del -- producto, también denominado M + 1, tenemos:

$$\frac{\delta H^*}{\delta t^*} = \frac{(H_{M+1,n+1}^* - H_{M+1,n}^*)}{2\Delta t^*} \quad (3.50)$$

$$\frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} = \frac{(T_{m,n}^* - T_{M+1,n}^*)}{\Delta r^{*2}} \quad (3.51)$$

Sustituyendo la ecuación 3.50 y 3.51 en la 3.41 tenemos:

$$\frac{H_{M+1,n+1}^* - H_{M+1,n}^*}{2\Delta t^*} = K_{M+1,n}^* (1+a) \frac{(T_{M,n}^* - T_{M+1,n}^*)}{\Delta r^{*2}}$$

dividiendo la ecuación por  $2\Delta t^*$  y reordenando tenemos:

$$H_{M+1,n+1}^* = H_{M+1,n}^* + 2 \left( \frac{\Delta t^*}{\Delta r^{*2}} \right) K_{M+1,n}^* (1+a) (T_{M,n}^* - T_{M+1,n}^*) \quad (3.52)$$

Como se trata de un sistema en estado transiente, además de estas ecuaciones, es necesario establecer las propiedades físicas del producto de la forma siguiente:

$$K^* = K^*(T^*, X)$$

$$H^* = H^*(T^*)$$

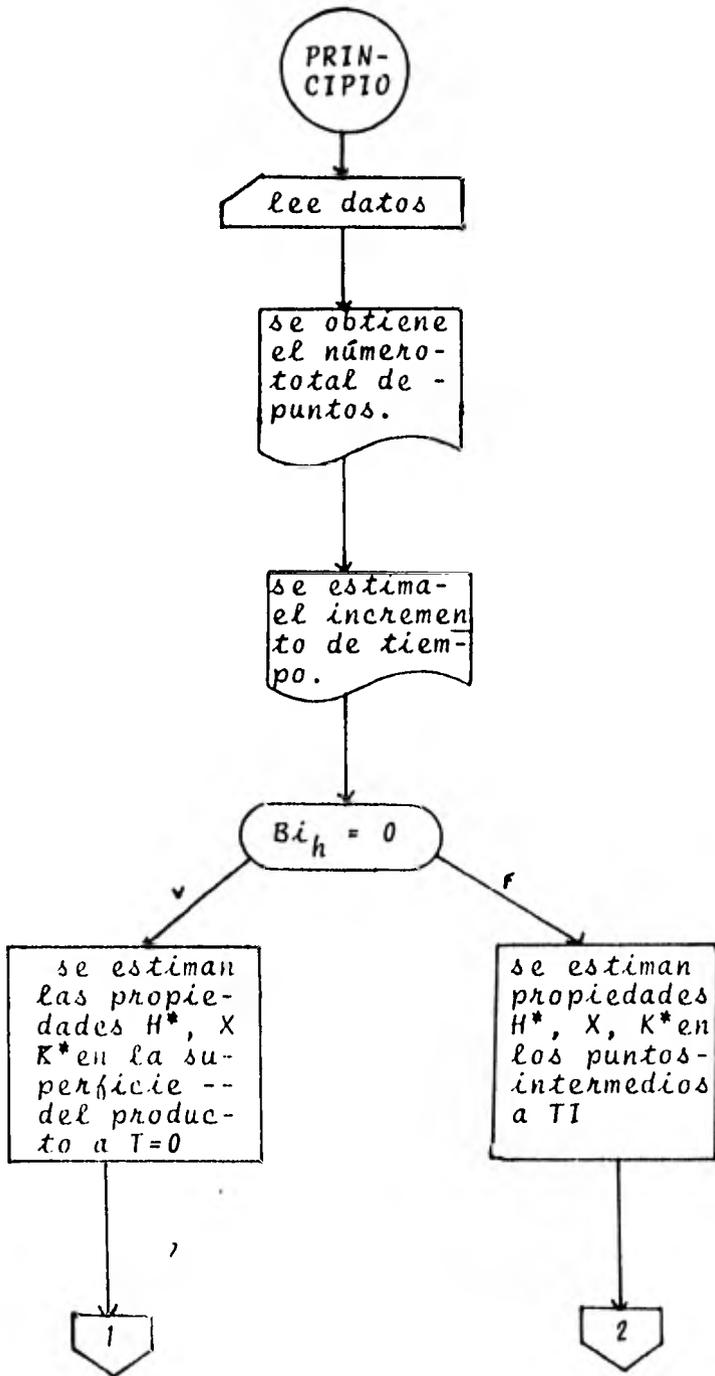
$$X = X(T^*) \text{ para } T^* < 1.0 \text{ ó } H^* < 1.0$$

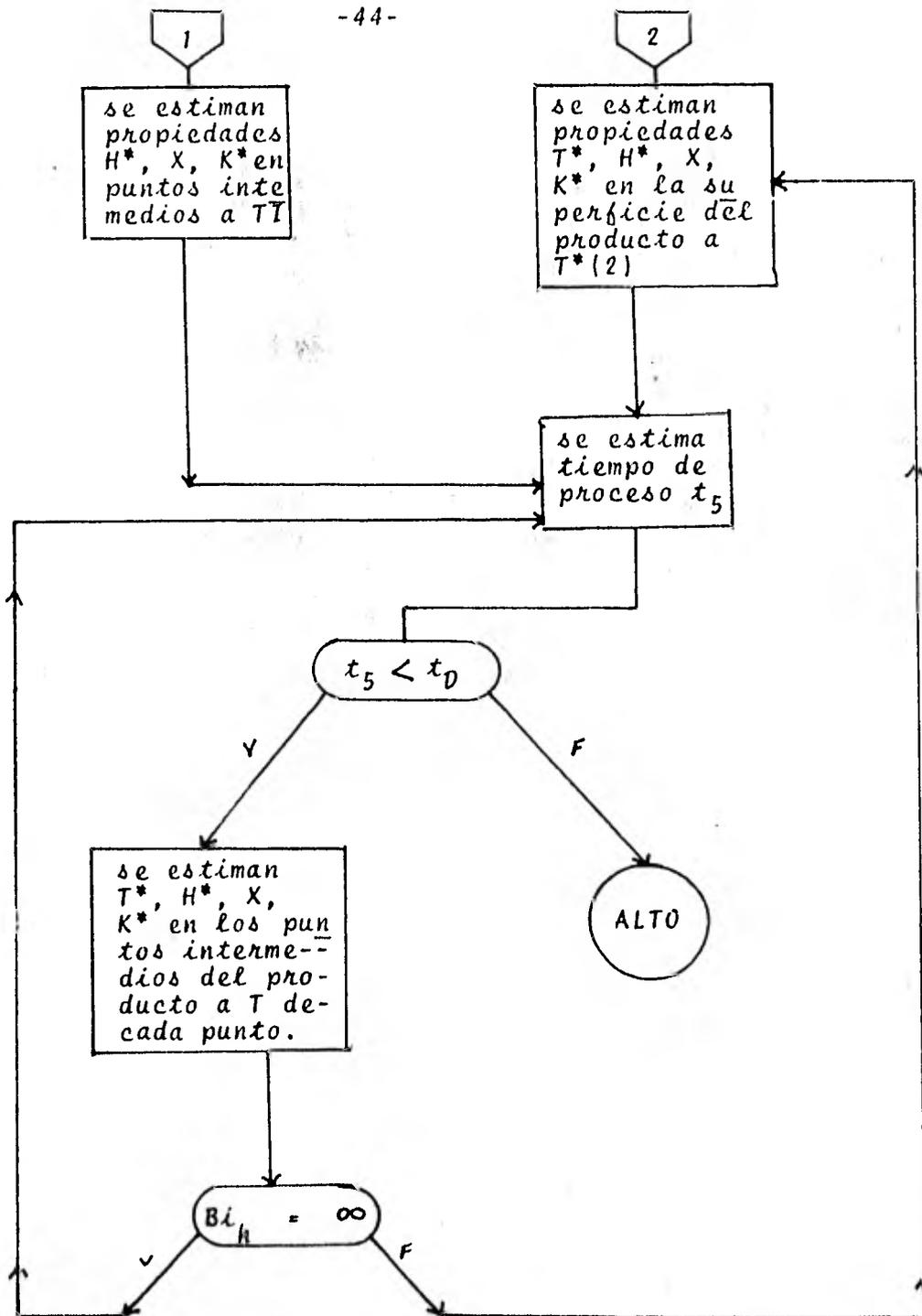
Una vez que tenemos las ecuaciones en forma adimensional y como diferencias finitas se fijan todos los puntos a una temperatura inicial dada, con sus correspondientes entalpías, pero si consideramos que la resistencia superficial es despreciable, correspondiendo a un valor infinito del coeficiente de transferencia de calor superficial, ocasionando un valor también infinito del Número de Biot, entonces la temperatura en la superficie cambia a la temperatura de los alrededores inmediatamente al tiempo cero y a esta temperatura se calculan todas las propiedades necesarias del sistema, con ayuda de las expresiones correspondientes; de esta manera se permite calcular los valores de entalpia para el próximo incremento de tiempo para los puntos desde 2 hasta M por medio de la ecuación 3.48. Las propiedades en el punto del centro pueden ser calculadas mediante la ecuación 3.51, con los valores de entalpia que se

calcularon con anterioridad (con la ecuación 3.48), se pueden estimar las temperaturas con la expresión de entalpia, específica para el producto a tratar, en función de la temperatura. Este ciclo de cálculo es entonces repetido para obtener los perfiles de temperatura del sistema durante el proceso de congelación. Cuando  $T^*$  ó  $H^*$  toman valores por debajo de 1.0 es necesario calcular  $X$ , la fracción de agua congelada, para calcular la  $K^*$ , conductividad de la mezcla parcialmente congelada.

Como se mencionó antes es muy importante seleccionar adecuadamente la distancia entre puntos ó tamaño de los intervalos, con el objeto de que el método converja y se obtengan resultados más reales. La experiencia ha demostrado que el cociente de  $\Delta t^*/(\Delta r^*)^2 = \lambda$  debe fluctuar entre  $0 < \lambda \leq \frac{1}{4}$  (4) por lo que primero se selecciona un valor de  $\lambda$  y se buscan los valores de  $\Delta t^*$  y  $\Delta r^*$  que cumplen con el requisito, se desarrolla una parte del método con cada uno de estos valores, encontrando el óptimo cuando los resultados obtenidos anteriormente no difieren del actual ó tienen un valor aceptable. (Figura 3.31)

Fig. 3.3.1 Diagrama de flujo del método explícito el cual fué implementado en un programa que se corrió en la computadora B 6700 del Centro de Servicios de Cómputo de Ciudad Universitaria de la U. N. A. M.





3.3.2 METODO IMPLICITO:

En este método, a diferencia del explícito se involucran básicamente las propiedades en el nivel de tiempo superior  $t_{n+1}$  en lugar de las del nivel de tiempo  $t_n$ , siendo también necesario hacer aproximaciones de las derivadas parciales por medio de diferencias finitas de la siguiente forma:

$$\frac{\delta H^*}{\delta t^*} = \frac{H_{m,n+1}^* - H_{m,n}^*}{\Delta t^*} \quad (3.53)$$

$$\frac{\delta^2 T^*}{\delta r^{*2}} = \frac{T_{m-1,n+1}^* - 2T_{m,n+1}^* + T_{m+1,n+1}^*}{(\Delta r^*)^2} \quad (3.54)$$

$$\frac{\delta T^*}{\delta r^*} = \frac{T_{m-1,n+1}^* - T_{m+1,n+1}^*}{2\Delta r^*} \quad (3.55)$$

$$\frac{\delta K^*}{\delta r^*} = \frac{K_{m-1,n+1}^* - K_{m+1,n+1}^*}{2\Delta r^*} \quad (3.56)$$

sustituyendo la ecuación 3.53, 3.54, 3.55 y 3.56 en la 3.35 tenemos:

$$\frac{H_{m,n+1}^* - H_{m,n}^*}{\Delta t^*} = K_{m,n+1}^* \frac{T_{m-1,n+1}^* - 2T_{m,n+1}^* + T_{m+1,n+1}^*}{(\Delta r^*)^2} +$$

$$\frac{aK_{m,n+1}^*}{r_{m,n+1}^*} \frac{T_{m-1,n+1}^* - T_{m+1,n+1}^*}{2\Delta r^*} +$$

$$\left( \frac{K_{m-1,n+1}^* - K_{m+1,n+1}^*}{2\Delta r^*} \right) \left( \frac{T_{m-1,n+1}^* - T_{m+1,n+1}^*}{2\Delta r^*} \right)$$

multiplicando la ecuación por  $\Delta t^*$  y reorganizando el segundo miembro de la misma:

$$\begin{aligned}
 H_{m,n+1}^* &= H_{m,n}^* + \frac{\Delta t^*}{\Delta r^*} \left\{ K_{m,n+1}^* \left[ 1 + \frac{a \Delta r^*}{2(r_{m,n+1}^*)} \right] T_{m-1,n+1}^* - \right. \\
 &\quad \left. 2K_{m,n+1}^* T_{m,n+1}^* + K_{m,n+1}^* \left[ 1 - \frac{a \Delta r^*}{2(r_{m,n+1}^*)} \right] T_{m+1,n+1}^* + \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{2} [K_{m-1,n+1}^* - K_{m+1,n+1}^*] [T_{m-1,n+1}^* - T_{m+1,n+1}^*] \right\} \quad (3.57)
 \end{aligned}$$

haciendo las mismas consideraciones que para el método anterior, donde  $M$  es el número total de intervalos:

$$\begin{aligned}
 \frac{r_{m,n}^*}{\Delta r^*} &= \frac{M(r^*) - (m-1)r^*}{r^*} \\
 \frac{\Delta r^*}{r_{m,n}^*} &= \frac{1}{M - m + 1} \quad (3.58)
 \end{aligned}$$

sustituyendo la ecuación 3.58 en la 3.57:

$$\begin{aligned}
 H_{m,n+1}^* &= H_{m,n}^* + \frac{\Delta t^*}{\Delta r^*} \left\{ K_{m,n+1}^* \left( 1 + \frac{a}{2(M-m+1)} \right) T_{m-1,n+1}^* - \right. \\
 &\quad \left. 2K_{m,n+1}^* T_{m,n+1}^* + K_{m,n+1}^* \left[ 1 - \frac{a}{2(M-m+1)} \right] T_{m+1,n+1}^* + \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{2} [K_{m-1,n+1}^* - K_{m+1,n+1}^*] [T_{m-1,n+1}^* - T_{m+1,n+1}^*] \right\} \quad (3.59)
 \end{aligned}$$

Como se mencionó con anterioridad H, entalpia es - función de la temperatura, expresada de la siguiente -- forma:

$$\alpha T + \beta = H \quad (3.60)$$

donde el valor de las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  estan definidas -- por el tipo de producto.

Sustituyendo 3.60 en la ecuación 3.58:

$$\begin{aligned} \alpha_{n+1} T_{m+1, n+1}^* + \beta_{n+1} &= \alpha_n T_{m, n}^* + \beta_n + \frac{\Delta t^*}{\Delta r^* 2} \left\{ K_{m, n+1}^* \right. \\ & \left. \left[ 1 + \frac{a}{2(M-m+1)} \right] T_{m-1, n+1}^* + 2K_{m, n+1}^* T_{m, n+1}^* + K_{m, n+1}^* \left[ 1 - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{a}{2(M-m+1)} \right] T_{m+1, n+1}^* + \frac{1}{2} [K_{m-1, n+1}^* - K_{m+1, n+1}^*] [T_{m-1, n+1}^* - \right. \right. \\ & \left. \left. T_{m+1, n+1}^*] \right\} \quad (3.61) \end{aligned}$$

reordenado esta ecuación:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\Delta t^*}{\Delta r^* 2} K_{m, n+1}^* \left[ 1 + \frac{a}{2(M-m+1)} \right] + \frac{\Delta t^*}{4\Delta r^* 2} (K_{m-1, n+1}^* + K_{m+1, n+1}^*) \right] T_{m-1, n+1}^* - \\ \left( 2 \frac{\Delta t^*}{\Delta r^* 2} K_{m, n+1}^* + \alpha_{n+1} \right) T_{m, n+1}^* + \left[ \frac{\Delta t^*}{\Delta r^* 2} K_{m, n+1}^* \left( 1 - \right. \right. \\ \left. \left. \frac{a}{2(M-m+1)} \right) - \frac{\Delta t^*}{4\Delta r^* 2} (K_{m-1, n+1}^* - K_{m+1, n+1}^*) \right] [T_{m+1, n+1}^*] = \\ = \beta_{n+1} - \beta_n - \alpha_n T_{m, n}^* \quad (3.62) \end{aligned}$$

que será la ecuación que emplearemos para determinar las temperaturas en los puntos intermedios, entre el centro y la superficie.

Para determinar las propiedades en el centro del producto, tomamos en cuenta la condición frontera siguiente;

$$\frac{\delta T}{\delta r} = 0$$

$$\frac{\delta T}{\delta r} = \frac{\delta T}{\delta r^*} \frac{\delta r^*}{\delta r} \frac{\delta T^*}{\delta r^*} = \frac{T_f - T_c}{r_i} \cdot \frac{\delta T^*}{\delta r^*} = 0$$

$$\frac{\delta T^*}{\delta r^*} = 0$$

$$\frac{\delta T^*}{\delta r^*} = \frac{T_{M,n+1}^* - T_{M+1,n+1}}{\Delta r^*} = 0$$

$$\frac{1}{\Delta r} T_{M,n+1}^* - \frac{1}{\Delta r} T_{M+1,n+1}^* = 0 \quad (3.63)$$

Para cuando nos encontramos en la superficie del producto:

$$h(T_f - T_c)(T_m^* - T_a^*) = -K \frac{T_f - T_c}{r_i} \frac{\delta T^*}{\delta r^*}$$

$$\frac{\delta T^*}{\delta r^*} = -\frac{hr_i}{K}(T_m^* - T_a^*) = -\beta_{ih}(T_m^* - T_a^*)$$

$$\frac{T_{m,n+1}^* - T_{m+1,n+1}^*}{\Delta r^*} = -\beta_{ih}(T_{m,n+1}^* - T_{m+1,n+1}^*)$$

$$\frac{1}{\Delta r} T_{m,n+1}^* - \frac{1}{\Delta r} T_{m+1,n+1}^* + \beta_{ih} T_{m,n+1}^* + \beta_{ih} T_{m,n+1}^* -$$

$$\beta_{ih} T_{m+1,n+1}^* = 0$$

$$-\left(\frac{1}{\Delta r} + \beta_{ih}\right) T_{m,n+1}^* + \left(\frac{1}{\Delta r} + \beta_{ih}\right) T_{m+1,n+1}^* = 0 \quad (3.64)$$

donde h, coeficiente de transferencia de calor puede ser estimado con las siguientes relaciones empíricas; (21)

para cuando  $Gr_h < 0.71 \times 10^6$

$$Nu_h = \frac{hr_i}{k^*} = 0.139 (Gr_h)^{1/3}$$

para cuando  $Gr_h \geq 0.71 \times 10^6$

$$Nu_h = 0.427 (Gr_h)^{1/4}$$

Para cada nivel de tiempo las ecuaciones 3.62, 3.63 y 3.64 pueden ser escritas en la forma adecuada, según el punto en donde nos encontremos, ya sea de  $1 \leq m \leq M$ , - al juntar todas estas ecuaciones nos encontraremos con un sistema de M ecuaciones y M temperaturas desconocidas; las ecuaciones serían:

$$\left(\frac{1}{\Delta r} + \beta_{ih}\right) T_{m,n+1}^* - \left(\frac{1}{\Delta r} + \beta_{ih}\right) T_{m+1,n+1}^* = 0$$

$$\left[\frac{\Delta t^*}{\Delta r^* 2} k_{m,n+1}^* \left(1 + \frac{a}{2(M-m+1)}\right) + \frac{\Delta t^*}{4\Delta r^* 2} (K_{m-1,n+1}^* - K_{m+1,n+1}^*)\right]$$

$$[T_{m-1,n+1}^*] - \left(2\frac{\Delta t^*}{\Delta r^* 2} k_{m,n+1}^* + a_{n+1}\right) T_{m,n+1}^* +$$

$$\left[ \frac{\Delta t^*}{\Lambda r^*} K_{m,n+1}^* \left( 1 - \frac{a}{2(M-m+1)} \right) - \frac{\Delta t^*}{4\Lambda r^*} (K_{m-1,n+1}^* - K_{m+1,n+1}^*) \right]$$

$$[T_{m+1,n+1}^*] = \beta_{n+1} - \beta_n - \alpha_n T_{m,n}^*$$

$$\frac{1}{\Lambda r} T_{M,n+1}^* - \frac{1}{\Lambda r} T_{M+1,n+1}^* = 0$$

las cuales en forma ordenada tendrían una forma muy semejante a la siguiente:

$$\begin{array}{rcl} b_1 T_1 - c_1 T_2 & & = d_1 \\ a_2 T_1 - b_2 T_2 + c_2 T_3 & & = d_2 \\ \quad a_3 T_2 - c_3 T_3 + c_3 T_4 & & = d_3 \\ \quad \quad \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot & & \cdot \\ \quad \quad \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot & & \cdot \\ \quad \quad \quad \quad a_{M-1} T_{M-2} - b_{M-1} T_{M-1} + c_{M-1} T_M & = & d_{M-1} \end{array}$$

de aquí que se puede obtener una matriz de coeficientes a, b, c la cual es llamada matriz tridiagonal, resolviendo el sistema de ecuaciones como tal. Pero para que encontremos estos coeficientes es necesario contar con las expresiones adecuadas que definan las propiedades -- del producto en función de la temperatura T\* al igual -- que sucedió en el método explícito.

$$K^* = K^*(T^*, X)$$

$$H^* = H^*(T^*)$$

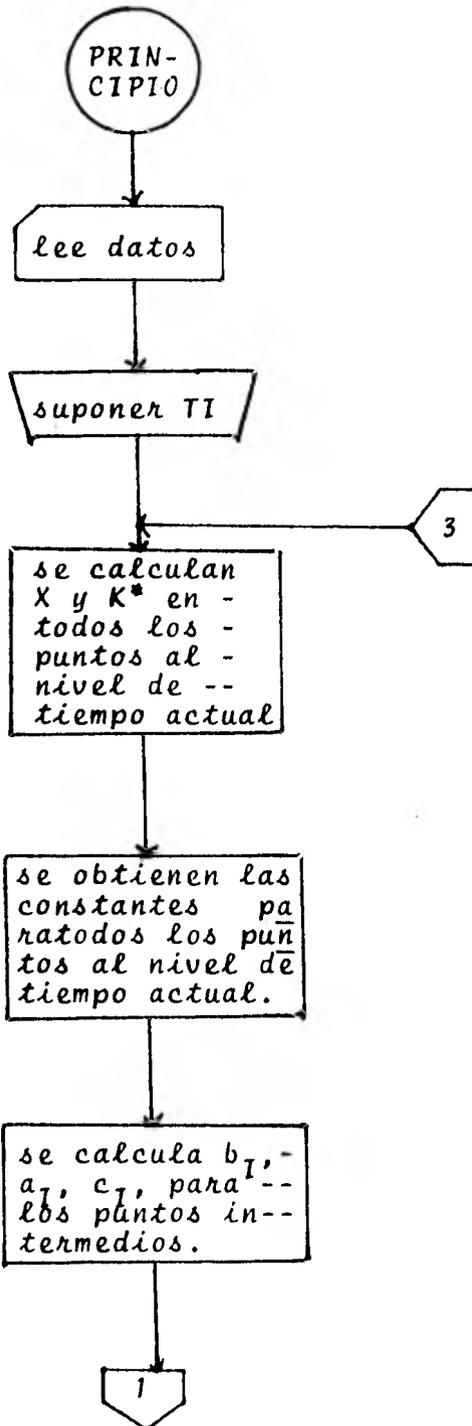
$$X = X(T^*) \text{ para } T^* < 1.0 \text{ ó } H^* < 1.0$$

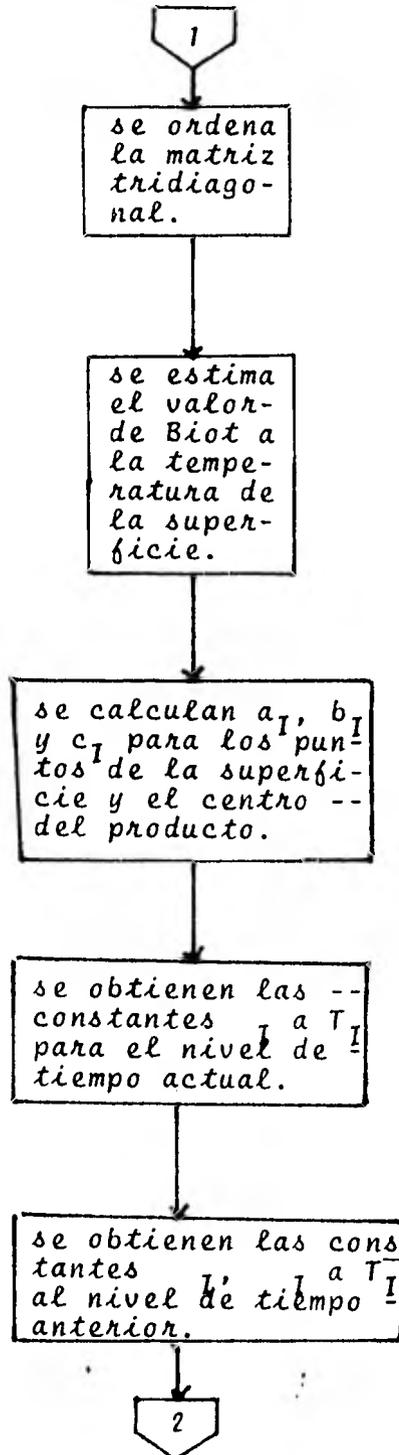
una vez que se tienen estas expresiones y si suponemos que el coeficiente de transferencia de calor superficial h tiene un valor infinito, ya que podemos considerar -- que la resistencia superficial es despreciable, entonces la temperatura en la superficie cambia a la de los-

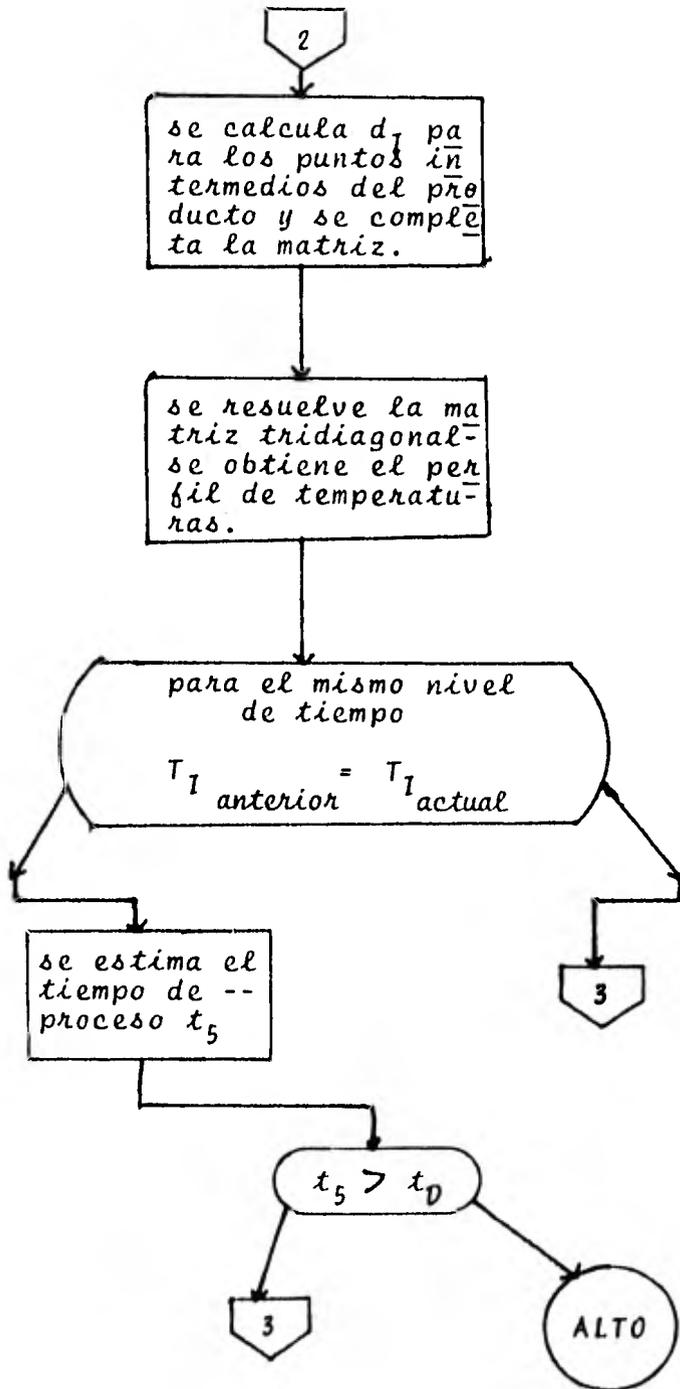
alrededores inmediatamente al tiempo cero, puesto que - en este caso tenemos un valor del Número de Biot infinito también, con este valor de temperatura se calculan - las propiedades del producto, además suponemos que los - valores de estas, al nivel de tiempo  $t_{n+1}$  son los mis- - mos que en el nivel de tiempo  $t_n$ , para que de esta mane- - ra queden estimados los coeficientes de la matriz. - Con las temperaturas que se obtienen de la resolución - de la matriz, se recalculan los coeficientes estable- - ciendo una nueva matriz tridiagonal de la cual al ser - resuelta, se obtienen las temperaturas correctas, o di- - gamos menos incorrectas que las anteriores, para que -- así se pueda continuar trabajando con el siguiente ni- - vel de tiempo, siguiendo la misma secuencia hasta cum- - plir con el tiempo de proceso deseado.

En este método al igual que en el explícito, es ne- - cesario que obtengamos un  $\Delta$  óptimo de proceso, desarro- - llando el sistema hasta un determinado tiempo de proce- - so, de manera que podamos hacer una comparación de valo- - res, hasta el momento en que estos no cambien. (Figu- - ra 3.3.2).

Fig. 3.3.2 Diagrama de flujo del método implícito.







## CAPITULO 4

### PRESENTACION Y DISCUSION DE RESULTADOS.

#### 4.1 DESCRIPCION DE LA SIMULACION:

Los parámetros del proceso que se seleccionaron para ser estudiados fueron; tipo de producto alimenticio, geometría de la muestra, temperatura del medio de enfriamiento  $T_c$  y el Número de Biot  $Bi_h$ .

Se realizaron un total de ocho corridas, empleando en todos los casos un método explícito para la solución del modelo, para simular el efecto de los parámetros --mencionados en la dinámica del proceso de congelación.

Los resultados se obtuvieron como la variación en el tiempo, de los perfiles de temperatura y agua congelada, al mismo se tuvo un registro del cambio de propiedades con respecto al tiempo para cada punto de la muestra.

#### 4.2 CALCULO DE PROPIEDADES FISICAS Y DE TRANSPORTE:

Para lograr obtener resultados confiables en la simulación, es necesario contar con la información relativa a la variación de las propiedades de los productos durante el proceso de congelación. Esta información, la cual es de carácter empírico, es decir, debe obtenerse en forma experimental, se introdujo dentro del programa en forma de ecuaciones para así hacer más expedito el cálculo dentro de cada corrida.

Los dos productos para los cuales se realizó la simulación fueron carne de res y jugo de naranja, ya que--

son típicos en el proceso de congelación industrial. - En el caso de la carne de res se supuso una geometría - en forma de placa, mientras que para el jugo de naranja se supuso contenido en un recipiente cilíndrico.

Se encontraron las siguientes expresiones que definen las propiedades de la carne, informadas en la literatura. (8, 11)

$$K = (1 + X) / (1 - 0.5X) K_f \quad (4.1)$$

$$H = H_f + 0.84(T - T_f) \text{ para } T \geq T_f \quad (4.2)$$

$$\frac{T + 50}{T_f + 50} = \frac{1 - \exp(-5.75 \frac{H}{H_f})}{1 - \exp(-5.75)} \text{ para } T < T_f \quad (4.3)$$

$$x = 0 \quad \text{para} \quad T > T_f \quad (4.4)$$

$$x = 0.923 \left[ 1 - \frac{0.025}{1 - 0.975 \left( \frac{T+50}{T_f+50} \right)} \right] \text{ para } T < T_f \quad (4.5)$$

las cuales se escriben en forma adimensional con ayuda de las expresiones mencionadas en el capítulo anterior, para cada una de las propiedades:

Dividiendo la ecuación 4.1 por  $K_f$

$$\frac{K}{K_f} = \frac{(1 + X)}{(1 - 0.5X)}$$

igualando con la ecuación 3.15:

$$K^* = \frac{(1 + X)}{(1 - 0.5X)} \quad (4.6)$$

Dividiendo la ecuación 4.2 entre  $H_f$  :

$$\frac{H}{H_f} = [H_f + 0.84(T - T_f)]/H_f$$

igualando con la ecuación 3.14:

$$H^* = 1 + 0.84(T - T_f)/H_f \quad \text{para } T^* \geq 1 \quad (4.7)$$

Despejando T a partir de la ecuación 3.17:

$$T = T^*(T_f - T_c) + T_c \quad (4.8)$$

sustituyendo 4.8 en 4.7

$$H^* = 1 + 0.84[T^*(T_f - T_c) + T_c - T_f]/H_f \quad \text{para } T^* \leq 1$$

factorizando:

$$H^* = 1 + 0.84(T^* - 1)(T_f - T_c)/H_f \quad \text{para } T^* \leq 1 \quad (4.9)$$

sustituyendo la ecuación 3.14 y 4.8 en la 4.3:

$$\frac{T^*(T_f - T_c) + T_c + 50}{T_f + 50} = \frac{1 - \exp(-5.75H^*)}{1 - \exp(-5.75)}$$

$$\frac{T_c + 50}{T_f + 50} + \frac{T_f - T_c}{T_f + 50} T^* = \frac{1 - \exp(-5.75H^*)}{1 - \exp(-5.75)} \quad (4.10)$$

La ecuación 4.4 quedará:

$$x = 0 \quad \text{para} \quad T^* > 1 \quad (4.11)$$

Sustituyendo la ecuación 4.8 en la 4.5:

$$x = 0.923 \left[ 1 - \frac{0.025}{1 - 0.975 \left( \frac{T^*(T_f - T_c) + T_c + 50}{T_f - 50} \right)} \right]$$

$$x = 0.923 \left[ 1 - \frac{0.025}{1 - 0.975 \left( \frac{T_c + 50}{T_f + 50} + \frac{T_f - T_c}{T_f - 50} T^* \right)} \right] \quad \text{para} \quad T^* < 1 \quad (4.12)$$

Se encontraron las siguientes expresiones que definen las propiedades del jugo de naranja, informadas en la literatura. (13, 21)

$$K = [307 + 0.645T - 0.00104T^2] [0.46 + 0.054(x)] 10^{-3} \quad (4.13)$$

$$H = 0.5818H_f + 0.4226 \left( \frac{T - T_c}{T_f - T_c} \right) H_f \quad \text{para} \quad T \geq T_f \quad (4.14)$$

$$H = 0.03 \exp \left[ 2.91 \left( \frac{T - T_c}{T_f - T_c} \right) \right] H_f \quad \text{para} \quad T < T_f \quad (4.15)$$

$$x = 0 \quad \text{para} \quad T \geq T_f \quad (4.16)$$

$$x = 1 - \frac{\left[ \lambda' \exp \left\{ \frac{\lambda'}{Rg} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_f} \right) \right\} \right] \left[ \exp \frac{\lambda'}{Rg} \left( \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T} \right) \right]}{1 - \exp \left\{ \frac{\lambda'}{Rg} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right\}} \quad \text{para} \quad T < T_f \quad (4.17)$$

Las ecuaciones de entalpia en función de la temperatura, fueron obtenidas de la Carta de Entalpia-Concentración para jugos de frutas y vegetales (21). Para obtener la información a partir de dicha carta, figura 4.0, fué necesario trazar una recta vertical, a contenido de humedad constante de 89% (para jugo de naranja), a lo largo de la cual se hicieron las lecturas de entalpia con sus correspondientes temperaturas, con estos datos y con ayuda del método de mínimos cuadrados, se ajustaron las ecuaciones 4.14 y 4.15 con un coeficiente de correlación muy aproximado al 100%.

Las temperaturas de la ecuación 4.17 están dadas en valores absolutos.

Al igual que en el caso de la carne, todas estas expresiones pueden ser escritas en forma adimensional:

Dividiendo la ecuación 4.13 entre  $K_f$ :

$$\frac{K}{K_f} = [307 + 0.645T - 0.00104T^2] [0.46 + 0.054X] 10^{-3} / K_f$$

igualando con la ecuación 3.15:

$$K^* = [307 + 0.645T - 0.00104T^2] [0.46 + 0.054X] / K_f (10^3) \quad (4.18)$$

sustituyendo 4.8 en 4.18:

$$K^* = [307 + 0.645(T^*(T_f - T_c) + T_c) - 0.00104[T^*(T_f - T_c) + T_c]^2] [0.46 + 0.0542X] / K_f (10^3) \quad (4.19)$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación 4.14 entre  $H_f$ :

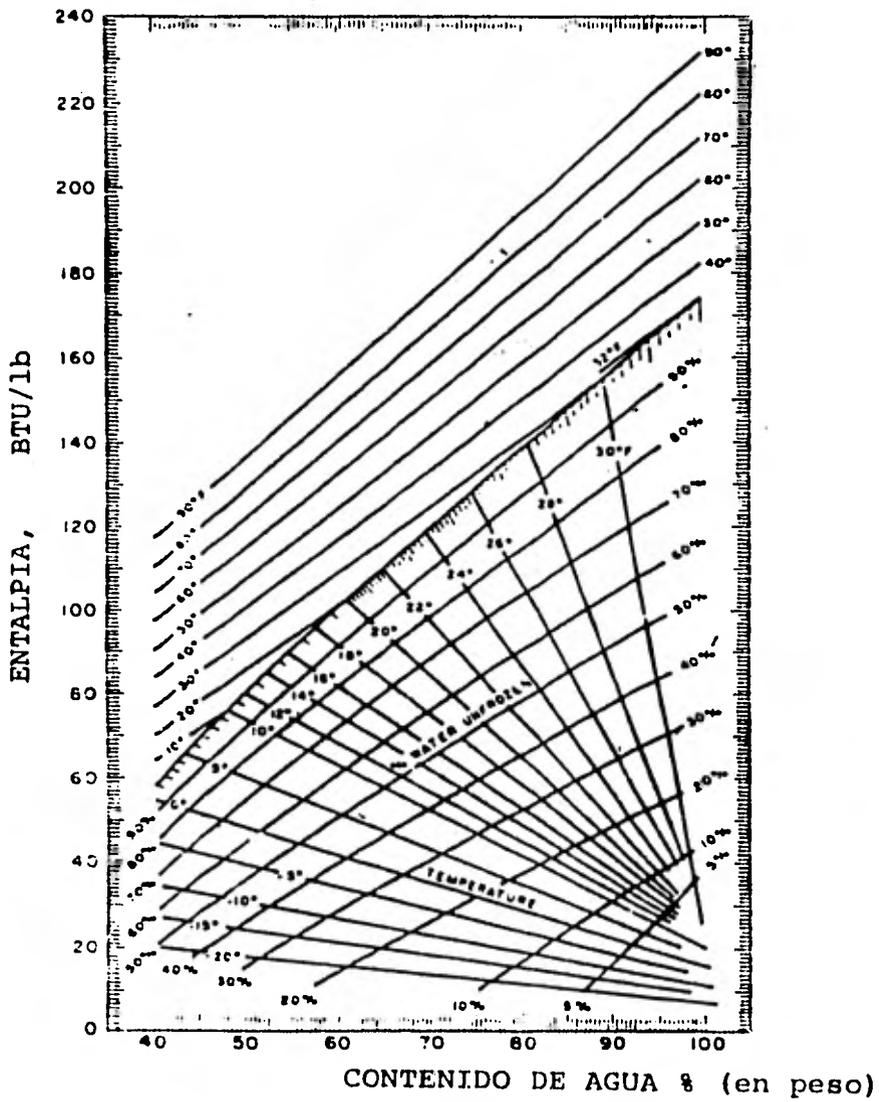


Fig. 4.0 Entalpia de jugos de fruta y vegetales. (21)

$$\frac{H}{H_f} = 0.5818 \frac{H_f}{H_f} + 0.4226 \left( \frac{T - T_c}{T_f - T_c} \right) \frac{H_f}{H_f}$$

igualando con la ecuación 3.14 y sustituyendo la 3.17:

$$H^* = 0.5818 + 0.4226T^* \quad \text{para } T^* \geq 1 \quad (4.20)$$

Dividiendo ambos miembros de la ecuación 4.15 entre  $H_f$  :

$$\frac{H}{H_f} = 0.03 \exp\left[2.91 \left( \frac{T - T_c}{T_f - T_c} \right)\right] \frac{H_f}{H_f}$$

igualando con la ecuación 3.14 y sustituyendo la 3.17:

$$H^* = 0.03 \exp(2.91T^*) \quad \text{para } T^* < 1 \quad (4.21)$$

y la ecuación 4.16 quedaría:

$$X = 0 \quad \text{para } T^* \geq 1 \quad (4.22)$$

Sustituyendo 4.8 en la ecuación 4.17:

$$X=1 = \frac{[1 - \exp\left\{\frac{\lambda'}{Rg} \left(\frac{1}{T_o} - \frac{1}{T_f}\right)\right\}] \left[\exp \frac{\lambda'}{Rg} \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T^*(T_f - T_c) + T_c}\right)\right]}{1 - \exp\left\{\frac{\lambda'}{Rg} \left(\frac{1}{T_o} - \frac{1}{T^*(T_f - T_c) + T_c}\right)\right\}} \quad \text{para } T^* < 1 \quad (4.23)$$

Como datos se introdujeron al programa los valores de entrada que se encuentran en la tabla 4.1.

TABLA 4.1

		CARNE	JUGO DE NARANJA
Número total de intervalos	M	40	40
Calor latente de fusión BTU/Lbmol	$\lambda'$		2592
Relación $t/r^2$	$\lambda$	0.027	0.027
Densidad	$\rho$	72.4	65.1
Constante de los gases ideales BTU/Lbmol $^{\circ}$ R	Rg		1.987
Conductividad térmica a $T_f$ BTU/h ft $^{\circ}$ F	$K_f$	0.26	0.32
Temperatura de referencia $^{\circ}$ F	$T_o$	32	32
Temperatura inicial de congelación $^{\circ}$ F	$T_f$	30.4	29.9
Entalpia a $T_f$ BTU/Lb	$H_f$	133.9	154.0
Distancia del centro de la superficie de la muestra ft	$r_i$	0.0625	0.2
Temperatura inicial del producto $^{\circ}$ F	$T_i$	77.5	77.5
Tiempo de proceso de congelación h	t	0.5	2.5

Todos los datos de esta tabla reproducen valores reales del proceso de congelación para carne y jugo de naranja. (7, 13)

4.3 Presentacion de resultados:

La tabla 4.2 muestra los valores que se asignaron a los aprámetros de la simulación en cada una de las corridas efectuadas.

TABLA 4.2

CORRIDA	a (*)	TEMPERATURA DE ENFRIA-- MIENTO. $T_c, ^\circ F$	NUMERO DE BIOT $Bi_h$
1	0	-39	$\infty$
2	0	-39	1000
3	0	-39	100
4	0	-39	10
5	0	-39	1
6	0	-32	1000
7	0	-25	1000
8	0	-39	1000

\*a = 0, 1, 2 para placa, cilindro y esfera respectivamente

Las figuras 4.1 a 4.5 muestran el efecto de variaciones en el número de Biot de transferencia de calor - sobre los perfiles de temperatura.

En el rango de  $Bi_h = \infty$  a  $Bi_h = 1000$  no hay un efecto notable de este sobre el perfil de temperatura y el del agua congelada, a un valor de Biot de 100 el efecto apenas empieza a ser apreciable y a valores de  $Bi_h$  por debajo de 10, el efecto es muy marcado.

Mientras que las figuras 4.6 a 4.10 nos muestran - los perfiles de la fracción de agua congelada correspondientes. En todos estos casos, los resultados obtenidos corresponden a una muestra de carne de res con geometría de placa.

Podemos observar que la resistencia externa a la transferencia de calor ( $Bi_p = U_r \cdot r_o / K$ ) se vuelve importante para valores de 100 hacia abajo. Es decir, para  $Bi_p > 100$  la transferencia de calor durante la congelación es controlada exclusivamente por la resistencia interna a la conducción de calor. Cuando  $Bi_p = 1$ , nos encontramos en un régimen de control exclusivamente por la resistencia externa entre el seno del medio de enfriamiento y la superficie externa de la muestra. Por otro lado, los perfiles de temperatura y fracción de agua congelada mostrados en las figuras 4.11 a 4.14 junto con las figuras 4.2 y 4.7, ilustran el efecto de la temperatura del medio de enfriamiento, manteniendo el número de Biot constante, sobre la velocidad del proceso de congelación de la carne de res, la cual como es de esperarse, disminuye al aumentar dicha temperatura. Aunque en estas gráficas, se observa que los perfiles están contruidos en términos de temperatura adimensional. Al hacer la conversión a temperatura con unidades dichos perfiles mostrarán una diferencia mayor.

Finalmente las figuras 4.15 y 3.16 muestran los resultados obtenidos para la congelación de jugo de naranja contenido en recipientes cilíndricos, Debido a las dimensiones de la muestra, el cálculo se detuvo antes de que el frente de congelación alcanzara el centro de la misma, por considerase que los resultados hasta el momento obtenidos eran representativos de lo esperado.

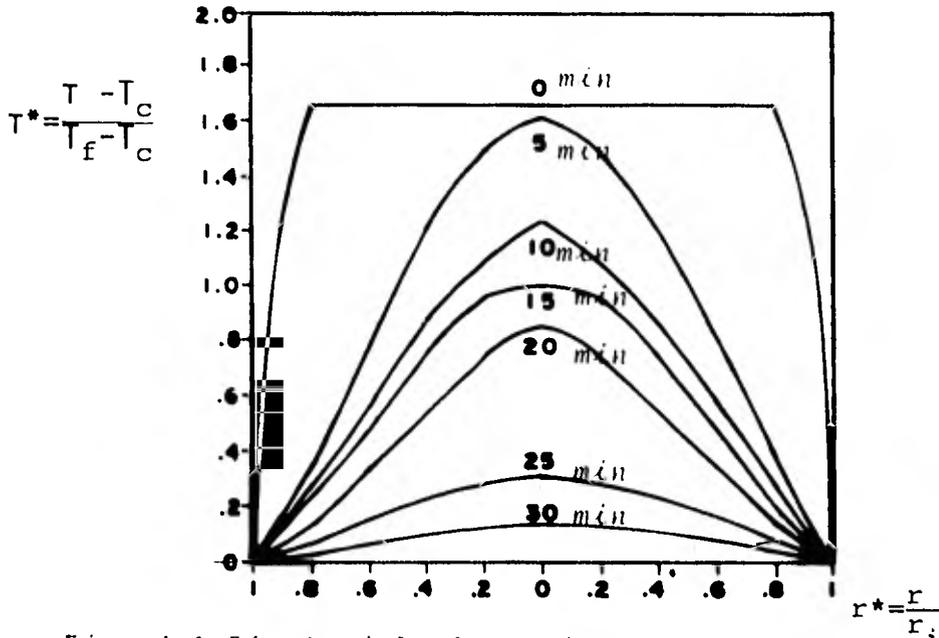


Fig. 4.1 Efecto del número de Biot sobre los perfiles de temperatura en una muestra de carne. ( $Bi_h = \infty$ ,  $T_c = -39$ ,  $a=0$ )

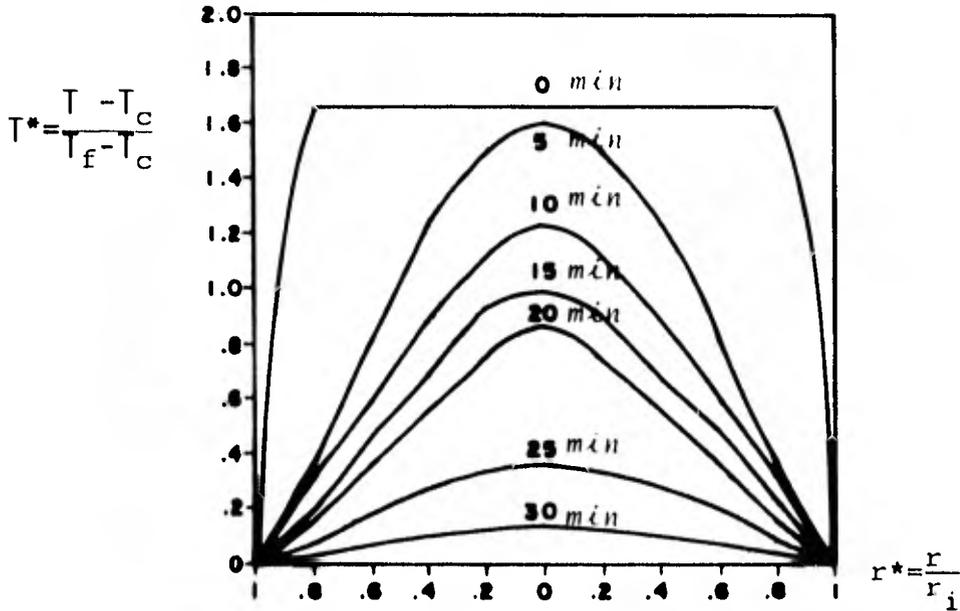


Fig. 4.2 Efecto del número de Biot sobre los perfiles de temperatura en una muestra de carne. ( $Bi_h = 1000$ ,  $T_c = -39^\circ F$ ,  $a=0$ )

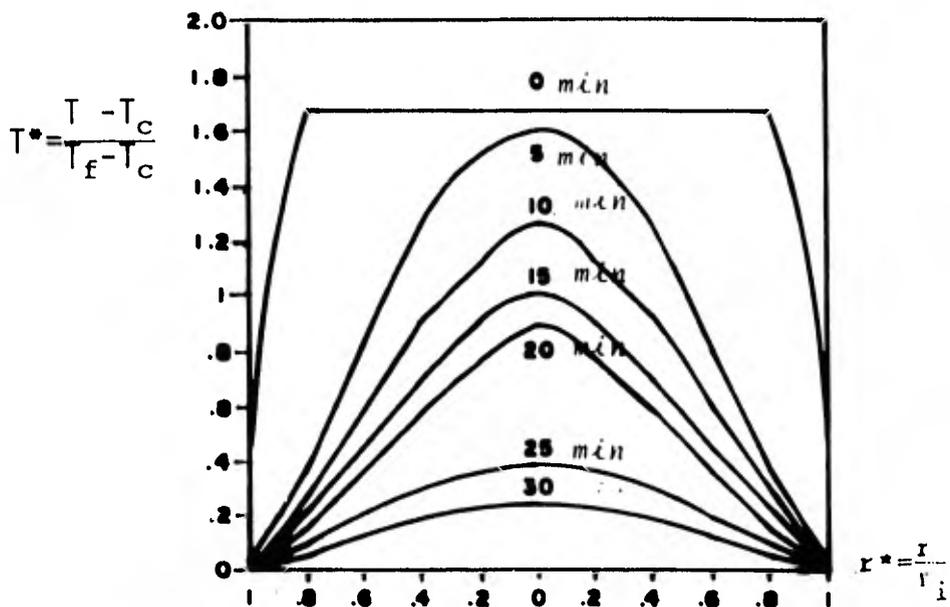


Fig. 4.3 Efecto del número de Biot sobre los perfiles de temperatura en una muestra de carne. ( $Bi_h=100$ ,  $T_c=-39^\circ F$ ,  $a=0$ )

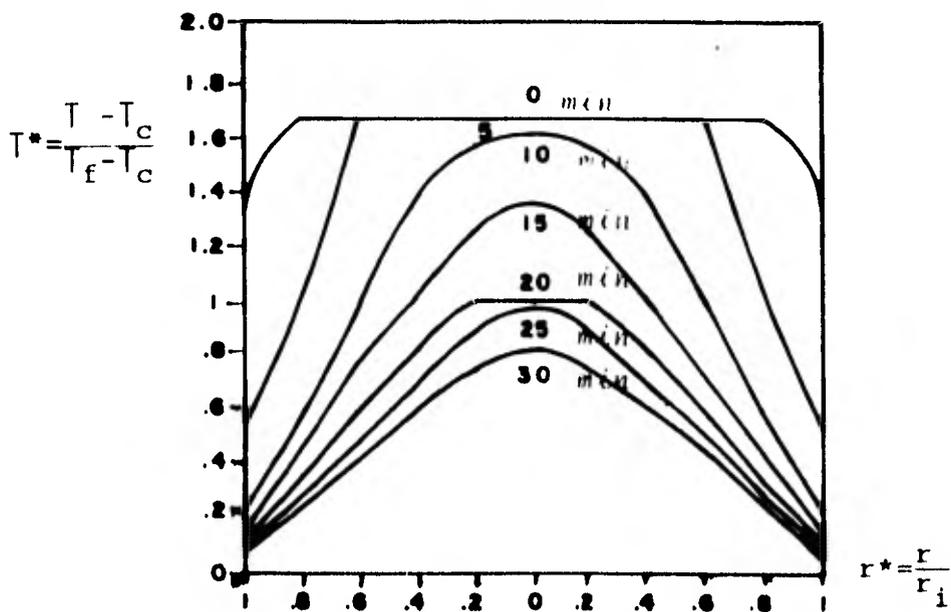


Fig. 4.4 Efecto del número de Biot sobre los perfiles de temperatura en una muestra de carne. ( $Bi_h=10$ ,  $T_c=-39^\circ F$ ,  $a=0$ )

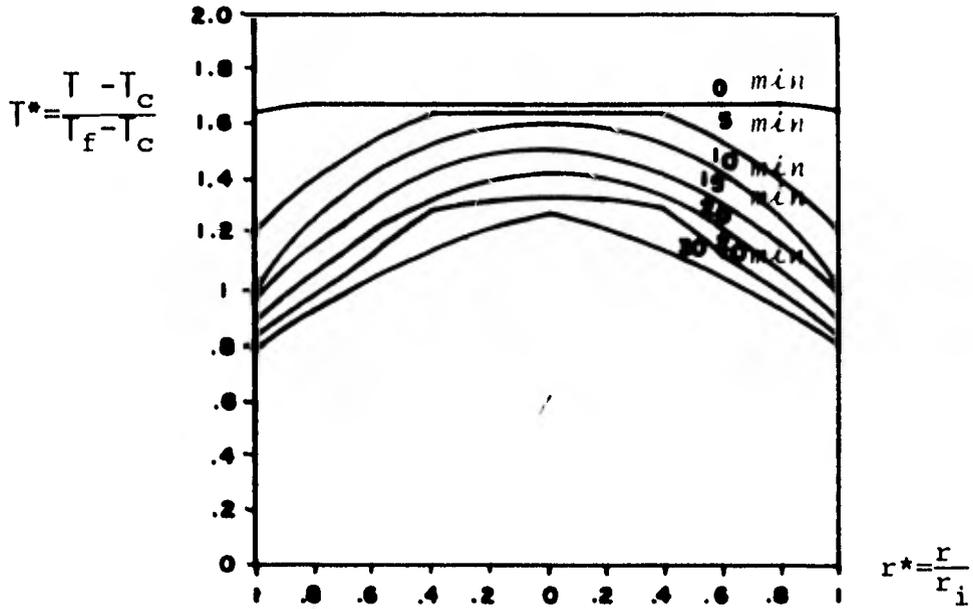


Fig. 4.5 Efecto del número de Biot sobre los perfiles de temperaturas en una muestra de carne. ( $Bi_h=1$ ,  $T_c = -39^\circ F$ ,  $a=0$ )

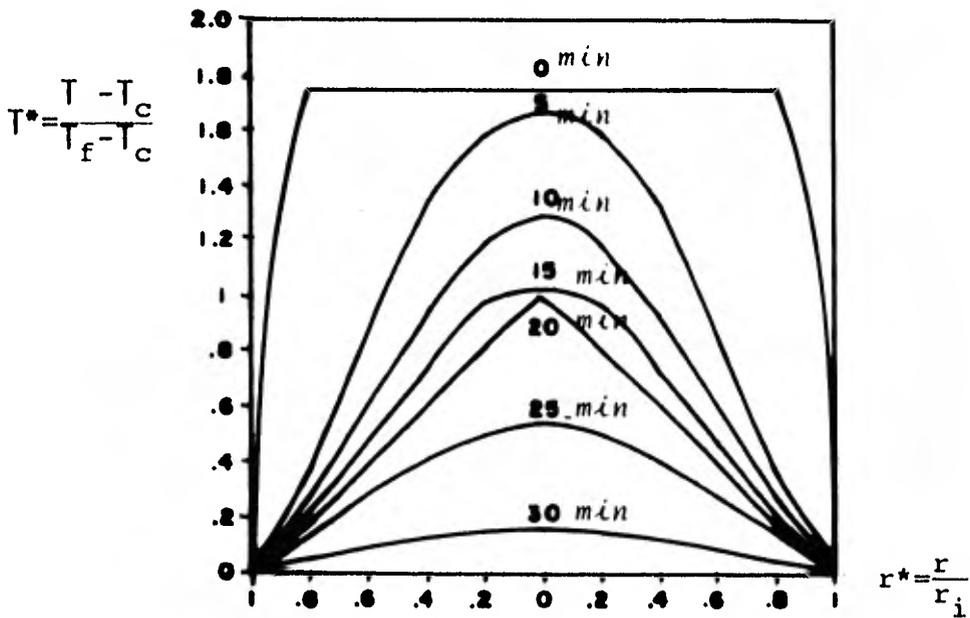


Fig. 4.11 Efecto de la temperatura del medio de enfriamiento en una muestra de carne. ( $Bi_h=1000$ ,  $T_c = -32^\circ F$ ,  $a=0$ )

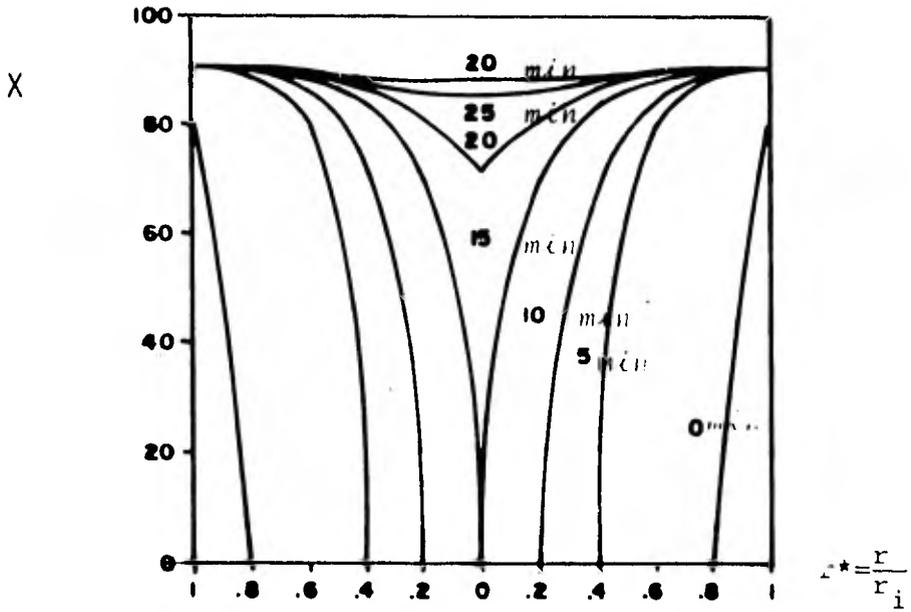


Fig. 4.6 Perfiles de agua congelada en una muestra de carne. ( $Bi_h = \infty$ ,  $T_c = -39^\circ F$ ,  $a=0$ )

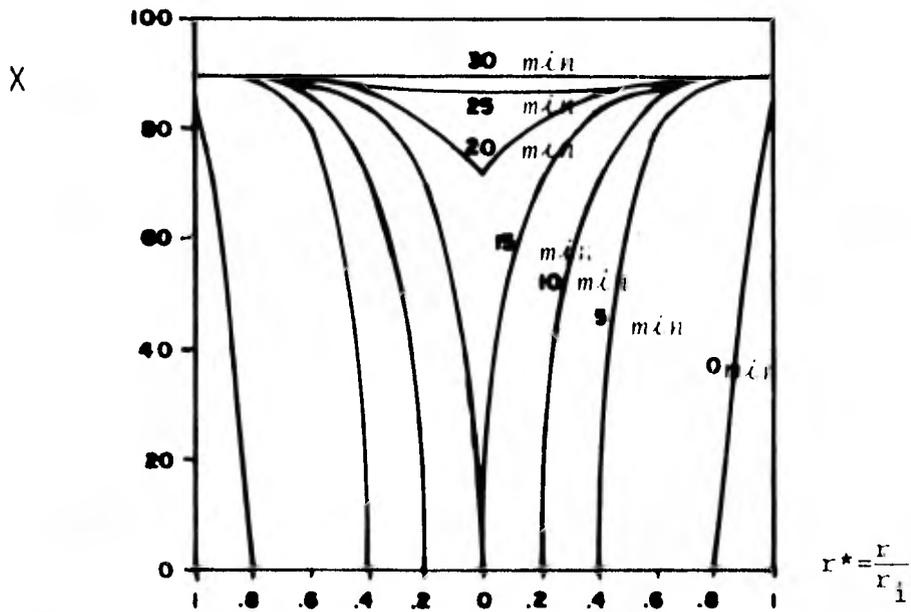


Fig. 4.7 Perfiles de agua congelada en una muestra de carne. ( $Bi_h = 1000$ ,  $T_c = -39^\circ F$ ,  $a=0$ )

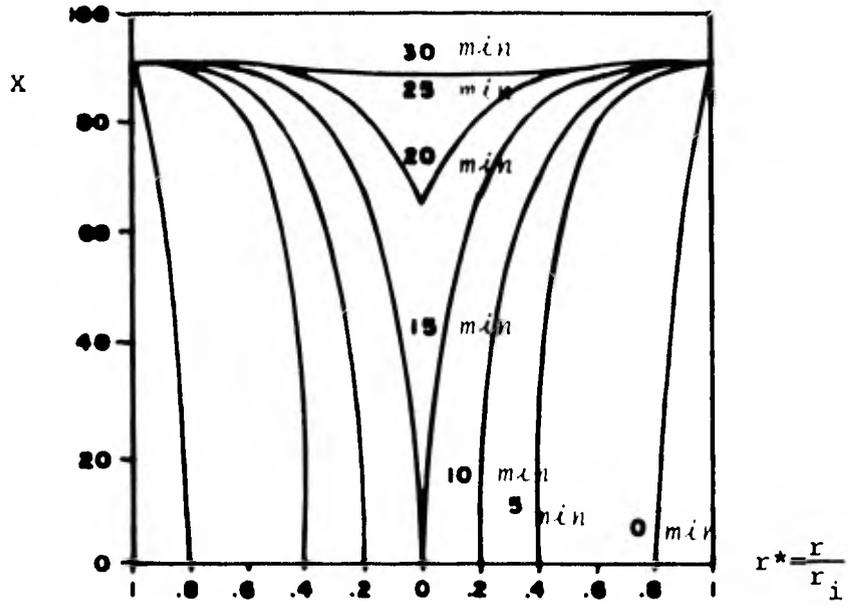


Fig. 4.8 Perfiles de agua congelada en una muestra de carne. ( $Bi_h=100$ ,  $T_c=-39^\circ F$ ,  $a=0$ )

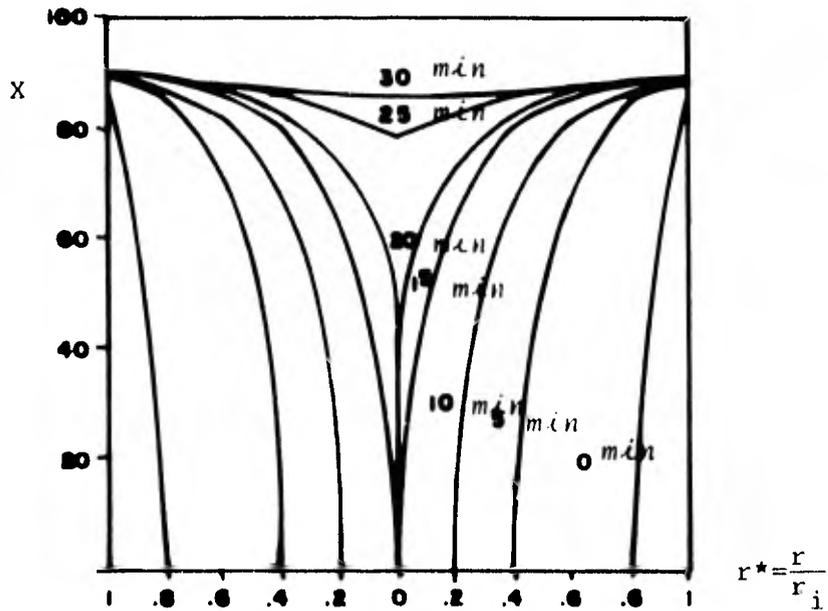


Fig. 4.9 Perfiles de agua congelada en una muestra de carne. ( $Bi_h=10$ ,  $T_c=-39^\circ F$ ,  $a=0$ )

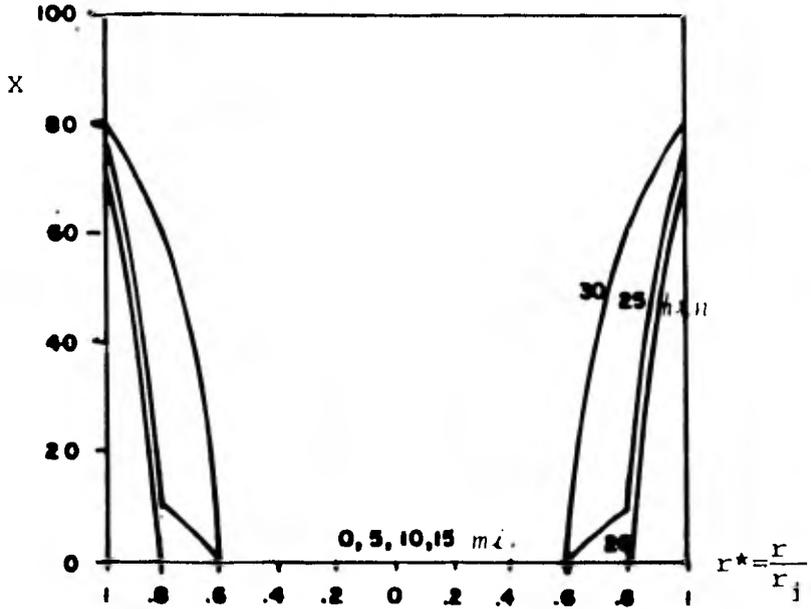


Fig. 4.10 Perfiles de agua congelada en una muestra de carne. ( $Bi_h=1$ ,  $T_c=-39^\circ F$ ,  $a=0$ )

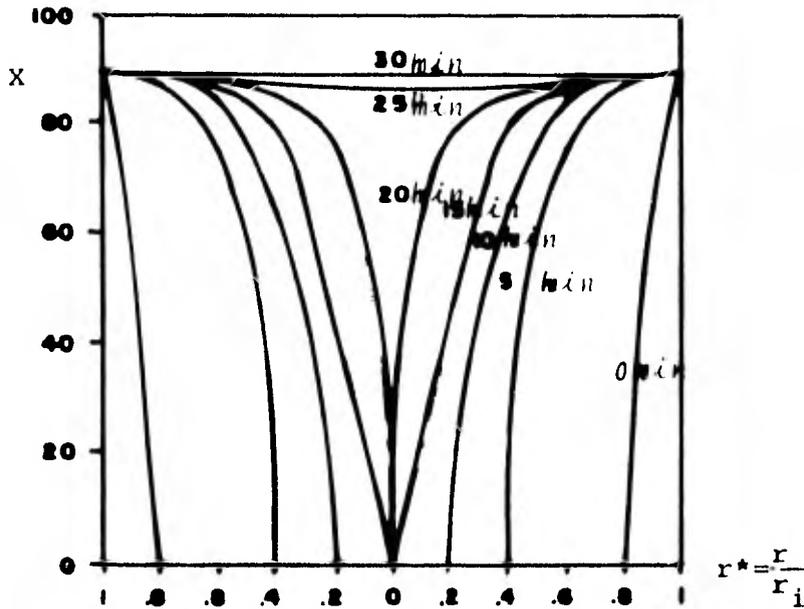


Fig. 4.12 Perfiles de agua congelada en una muestra de carne. ( $Bi_h=1000$ ,  $T_c=-32^\circ F$ ,  $a=0$ )

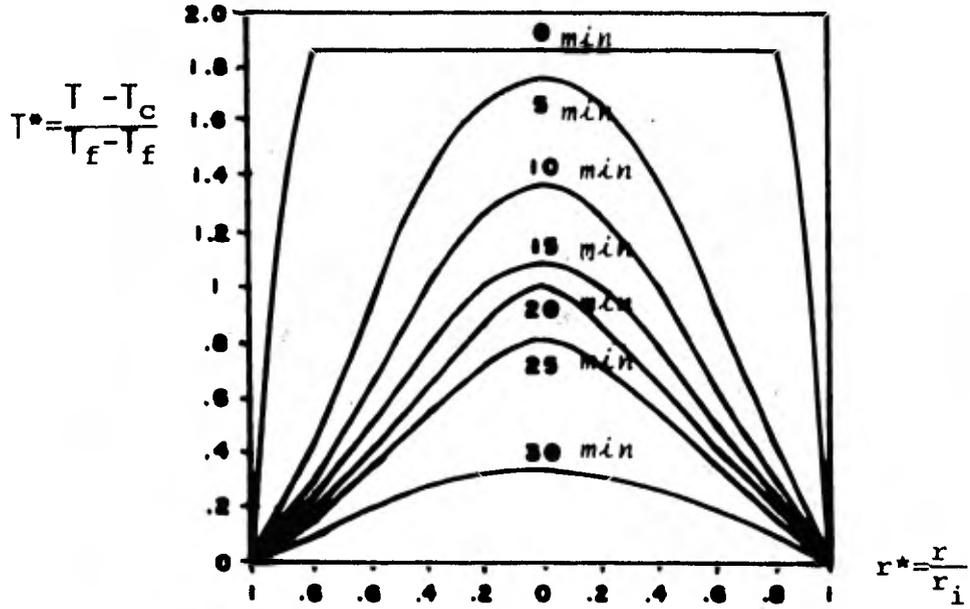


Fig. 4.13 Efecto de la temperatura del medio de enfriamiento. ( $Bi_h = 1000$ ,  $T_c = -25^\circ F$ ,  $a = 0$ )

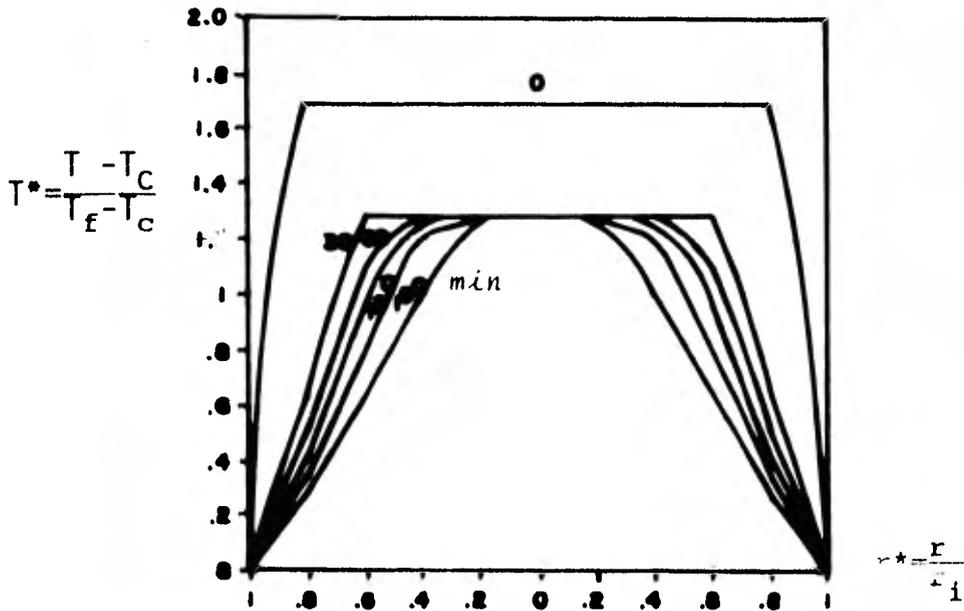


Fig. 4.15 Perfiles de temperatura en jugo de naranja. ( $Bi_h = 1000$ ,  $T_c = -39^\circ F$ ,  $a = 1$ )

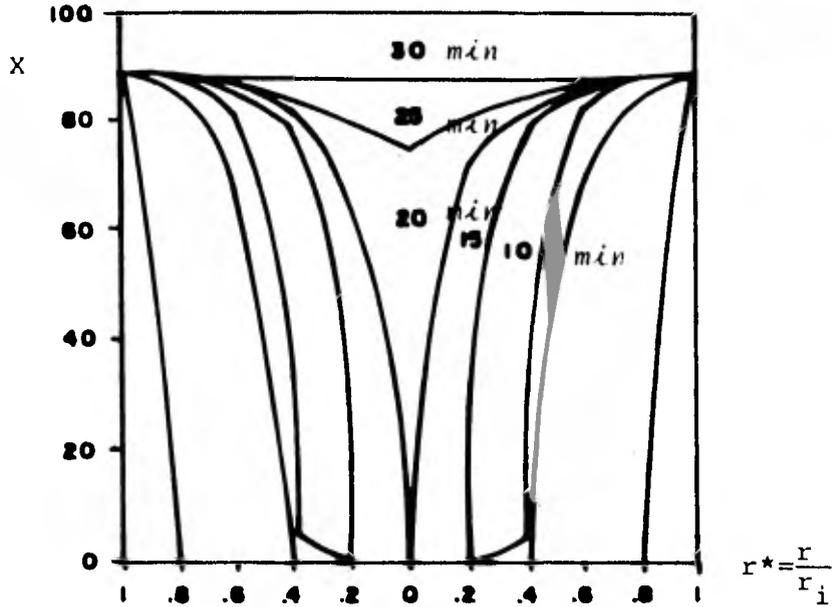


Fig. 4.14 Perfiles de agua congelada en una muestra de carne. ( $Bi_h=1000$ ,  $T_c=-25^\circ F$ ,  $a=0$ )

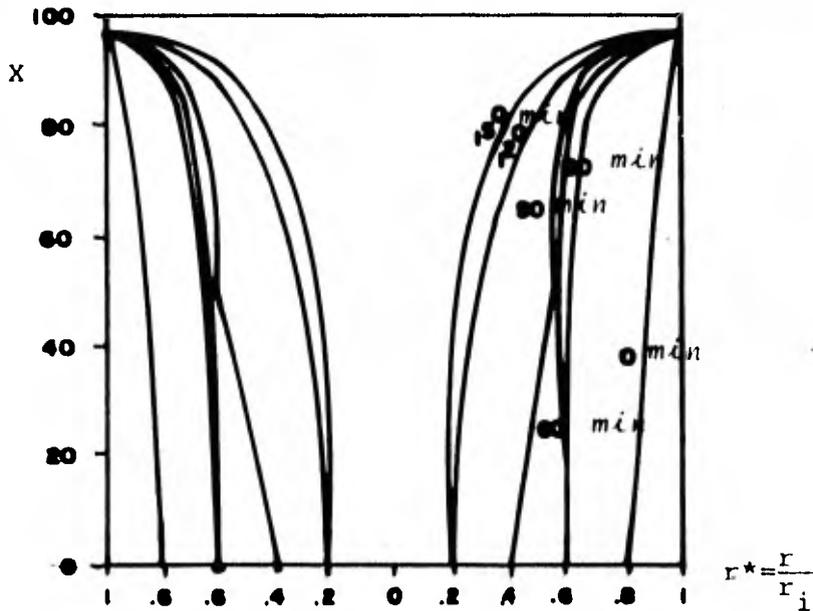


Fig. 4.16 Perfiles de agua congelada en una muestra de jugo de naranja. ( $Bi_h=1000$ ,  $T_c=-39^\circ F$ ,  $a=1$ )

## CAPITULO 5

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

El trabajo aqui desarrollado, demuestra que es posible simular realfisticamente procesos de congelación de alimentos a través de modelos matemáticos relativamente simples, que sin embargo se tienen los rasgos esenciales de dichos procesos.

Los resultados obtenidos, concueradn aceptablemente(en un 90%) con la experimentación realizada por Joshi Charudatt et al (7).

Por el lado de trabajos posteriores en simulación matemática de procesos de congelación, son varias las recomendaciones que pueden hacerse en cuanto a la FES--Cuautitlán.

En primer lugar, se requiere investigar otros algoritmos de solución del modelo aquí presentado, con el objeto de disminuir el tiempo de computación requerido. En este sentido, podria trabajarse con métodos implícitos, los cuales se han aplicado con éxito en la resolución de ecuaciones diferenciales parciales.

Por otro lado, es conveniente el desarrollo de programas para el diseño de cámaras y equipos de congelación industriales. La obtención de dichos programas, permitiría a la Sección de Alimentos el ofrecer asesoría en cuanto al diseño y operación de equipos de congelación, en la industria. Naturalmente, esto implica el contar con personal que domine la tecnología de refrigeración actualmente en uso.

Finalmente, dada la importancia actual de la congelación como un método de preservación de alimentos perecederos, es recomendable el encauzar recursos en la FES-Cuautitlán al al establecimiento de un laboratorio con el equipo y la instrumentación adecuados para el estudio experimental de procesos de congelación, especialmente en cuanto al cambio de propiedades de diferentes productos alimenticios durante la congelación.

## NOMENCLATURA

a	factor de forma; 0, 1, 2 para placa, cilindro y esfera.
C	capacidad calorífica BTU/Lb °F
$h^D$	coeficiente de transferencia de calor del medio de enfriamiento BTU/ft <sup>2</sup> °F
H	entalpia del material BTU/Lb
$H_F$	entalpia a la temperatura de congelación del producto BTU/Lb
$H^*$	entalpia adimensional
$K'$	conductividad térmica del medio de enfriamiento -- BTU/h ft °F
K	conductividad térmica del material BTU/h ft°F
$K_F$	conductividad térmica a la temperatura de congelación del producto BTU/h ft°F
$K^*$	conductividad térmica adimensional
m	número de punto
M	número total de intervalos
n	número del incremento de tiempo
r	dimensión característica a partir del centro ft
$r_i$	distancia del centro a la superficie ft
$r_i^*$	distancia adimensional
R	constante de los gases ideales BTU/Lbmol°R
$t^g$	tiempo h
$t^*$	tiempo adimensional
T	temperatura °F
$T^o$	temperatura de referencia °F
$T^o_c$	temperatura del medio de enfriamiento °F
$T^c_f$	temperatura de congelación °F
$T^i_f$	temperatura inicial del material °F
$T_i^*$	temperatura adimensional
U	coeficiente global de transferencia de calor BTU/ft <sup>2</sup> °F
X	fracción en peso de agua congelada
$Bi_h$	Número de Biot ( $Ur_i/K$ )
$Nu_h$	Número de Nusselt ( $hr_i/K'$ )
$\rho$	densidad Lb/ft <sup>3</sup>
$\Delta$	$\Delta t/\Delta x^2$
$\Delta'$	calor latente de fusión BTU/Lbmol
$Gr_h$	Número de Grashof ( $Ur_i/K'$ )

## BIBLIOGRAFIA.

- 1.- Albin, F. V.; 1974, Thermal Diffusivities of Some-Unfrozen and Frozen Food Models; J. Food Technol.,- 14, 361-367.
- 2.- Brennan, J.G. Food Engineering Operations. Great - Britain (1976).
- 3.- Bird, R.B., Stewart, W.E., Lightfoot, E.D., Fenóme- nos de transporte., Editorial Reverté, S.A. España, (1975).
- 4.- Carnahan, B., Luther, H.A. and Wilkes, J.O., Applied Numerical Methods, Wiley, New York. (1969).
- 5.- Carslaw, S.C. and Jaeger, J.C., Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press, London, England. (1959).
- 6.- Charm, S.E. Fundamentals of Food Engineering. 2nd ed. The AVI Publishing Co. Westport, Conn. (1971)
- 7.- Charudatt Joshi and Luh C. Tao; A Numerical Method of Simulating the Axisymmetrical Freezing of Food- Systems., J. of Food Science 39: 623, (1974).
- 8.- Cleland, A.C. and Earl, R.L. A Comparison of Ana- lytical and Numerical Methods of Predicting the -- Freezing Times of Foods., J. of Food Science, 42,- 5, 1390-1395, (1977).
- 9.- Cowell, N.D. and Namor, M.S.S., Heat transfer Coe- ficients in Plate Freezing: The effect of Packaging Materials., IIF. 45-50 (1974).
- 10.- Desrosier, Norman W. Conservación de Alimentos, -- New York (1979).
- 11.- Dickerson, R.W. Jr., Thermal Properties of Foods.- In "The Freezing Preservation of Foods", Vol 2, -- p 29. AVI Publishing Co., Westport, Conn., (1968).
- 12.- Eckert, E.R.G. Heat and Mass Transfer. 2nd ed. Mc Graw Hill Book Company., New York Toronto London, (1959)
- 13.- Heldman, D.R., Food Process Engineering., AVI Tex- book Series, p 151-199 (1975).
- 14.- Heldman, D.R., Prediction of Food Product Freezing

- Rates., p 58-64, (1979).
- 15.- Hewitt, F.J., Freezing Times for Blocks of Fish in Vertical Plate Freezers the Effect of Contact Area and Block Density., IIF., p 39-43, (1974).
  - 16.- Holman, J.P., Transferencia de Calor., 3a. ed., -- Cia. Editorial Continental., S.A., México., (1979).
  - 17.- Leniger, H.A. Food Process Engineering., First ed. D. Reidel Publishing Co. Dordrecht, Holanda., (1973).
  - 18.- Long, R.A., Some Thermodynamic Properties of Fish and Their Effects on the Rate of Freezing., J. Sci. Food Agr. 6:621., (1955).
  - 19.- Potter, N. La Ciencia de los Alimentos., The AVI-Publishing Company, Inc. (1978).
  - 20.- Tressler, D.K. and Evers, C.F., The Freezing Preservation of Foods., (1957).
  - 21.- Tressler, V.A., The Freezing Preservation of Foods., The AVI-Publishing Company., Inc. Westport Connecticut., (1968).
  - 22.- William, H. Mc Adams., Heat Transmission., Third - ed., International Student Edition., Mc Graw-Hill Kogakusha LTD., Printed in Japan.
  - 23.- Mc Cracken, D.D. and Dorn, W.S., Numerical Methods, Wiley, New York, (1969).
  - 24.- Walding, W.H., Daly, J.J. and Plank, H.M., Use of a Fast Practical Heat Absorption Methods to Freeze - Foods, Engineering of Food Preservation and Biochemical Processes., AIChE Symposium Series No 132, Vol 69, (1973).
  - 25.- Winter, F., Estudios Conducted on the Freezing of Fruits and Vegetables by Direct Immersion Dichlorodifluoromethane Chemical Engineering Progress Symposium Series No 108 Vol 67, (1971).

### APENDICE.

En el siguiente apéndice se muestra el listado del programa en lenguaje basic, el cual fué empleado para la simulación del proceso de congelación de la carne.

2.05 PM WEDNESDAY, MAY 19, 1967

WORKFILE: CARNE (05/11/67)

```
10.  RESET LIST
11.  RESET SINGLE
12.  RLM>>>GRAD<<<
13.  K=40
14.  N1=N+1
15.  A=0
16.  L2 =0.027
17.  L =144A1B
18.  K0 =72.4
19.  n=1.987
20.  K0 =0.26
21.  T0=492
22.  T0 =30.4
23.  0=13.0
24.  H0=133.9
25.  F=05
26.  F4=0.0625
27.  F3=10
28.  F3=-25.
29.  F=05
30.  F9=77.5
31.  F4=0.5
32.  L9=1000
```

```
330 C1=(T3+50)/(16+50)
340 C2=(T6-T3)/(16+50)
350 C5=1.2*R0*He7/(1.0*(T0-T3)*1.1**2**1)*P9**2
360 DATA T=ZER(I1)
370 DATA X=ZER(P1)
380 DATA K=ZER(M1)
390 DATA H=ZER(I1)
400 DATA H2=ZER(M1)
410 DEP *** INITIALIZE I,T,X,K ***
420 IF I9=2 THEN GOTO 440
430 GOTO 520
440 H2(1)=LOG(1.-C1*(1.-EXP(-5.75*I)))/(-5.75)
450 H(1)=H2(1)
480 X(1)=0.923*(1.-0.025/(1.-0.975*C1))
510 K(1)=(1.+X(1))/(1.-0.5*X(1))
520 I7=(T9-T3)/(16-T3)
530 H7=1.+0.84*(I7-1.)*(16-T3)/H0
540 FOR I=2 TO I1
550 T(I)=T7
560 H(I)=H7
570 X(I)=0
600 K(I)=1.
610 NEXT I
620 IF I9=2 THEN GOTO 990
630 T(I)=T(2)/(I+P9/M)
```

```
04. IF T(1) <= 1 THEN GOTO 690
05. h(1) = 1 + 0.84 * (T(1) - 1) * (16 - T3) / h
06. x(1) = 0
07. h(1) = 1
08. GOTO 990
09. h(1) = LOG(1 - (C1 + C2 * (T(1))) * (1 - EXP(-5.75))) / (-5.75)
12. x(1) = 0.923 * (1 - 0.025 / (1 - 0.975 * (C1 + C2 * T(1))))
13. h(1) = (1 + x(1)) / (1 - 0.5 * x(1))
14. GOTO 990
15. FOR J = 1 TO 100
16. GOSUB 1080
17. PEF GRAB H
18. GOSUB 1200
19. PEF >> GRAB I <<
20. GOSUB 1280
21. PEF >> GRAB X <<
22. GOSUB 1360
23. PEF >> GRAB F <<
24. IF I9 = 2 THEN GOTO 970
25. T(1) = T(2) / (1 + I9 / h)
26. IF T(1) <= 1 THEN GOTO 910
27. h(1) = 1 + 0.84 * (T(1) - 1) * (16 - T3) / h
28. x(1) = 0
29. h(1) = 1
30. GOTO 970
```

```

41.  H(1)=LOG(1-(C1+C2*(T(1)))*(1-F*P(-5.75)))/(-5.75)
44.  X(1)=0.923*(1-0.025/(1-0.975*(C1+C2*T(1))))
45.  K(1)=(1+X(1))/(1-0.5*X(1))
47.  T5=T5+C5
48.  NEXT J
49.  PRINT "<12>"
100. PRINT " TIME OF = "T5;" DEGRAS<10>"
101. PRINT " P/R" ," T (RANGUS F." ," N(RTU/LP)" ," /" ," TAI (60)" ," K(RTU/HR)"
102. PRINT ".FI.+"
103. FOR J=1 TO M1
104. PRINT J,T(J),I(J),X(J),K(J)
105. NEXT J
106. IF T5<T4 THEN GO TO 750
107. STOP
108. REP *** SUBROUTINE TL H*** **
109. FOR I=2 TO M
110. A2=A/2/(M-I+1)
111. G1=(1+A2)*I(I-1)-2*AT(I)+(I-A2)*T(I+1)
112. G2=(K(I-1)-K(I+1))*(T(I-1)-T(I+1))
113. H2(I)=H(I)+I 2*(P(I)*G1+C274)
114. NEXT I
115. H(M1)=H(M1)+2*A2*K(M1)*(1+K)^(T(M)-T(M1))
116. FOR I=2 TO M
117. H(I)=H2(I)
118. NEXT I

```

```

1190 RETURN
1200 DEF :SUBGRAL I A
1210 FOR I=2 TO I1
1220 IF I(I) <= 1 THEN GO TO 1250
1230 T(I) = (I(I) - 1) * 1.6 / (.84 * (T0 - 131) + 1)
1240 GO TO 1260
1250 T(I) = ((1 - EXP(-5.75 * T(I))) / (1 - EXP(-5.75)) - C1) / C2
1260 NEXT I
1270 RETURN
1280 DEF SUBGRADIENTE X
1290 FOR I=2 TO I1
1300 IF I(I) >= 1 THEN GO TO 1340
1330 X(I) = 0.923 * (1 - 0.025 / (1 - 0.075 * (I1 + C2 * T(I))))
1340 NEXT I
1350 RETURN
1360 DEF *** SUBGRAD K ***
1370 FOR I=2 TO I1
1380 IF X(I) = 0 THEN GO TO 1400
1390 K(I) = (1 + X(I)) / (1 - 0.5 * X(I))
1400 NEXT I
1410 RETURN
1420 END
6090 N(I) = LOG(1 - (C1 + C2 * T(I)) * (1 - EXP(-5.75))) / (-5.75)

```