

156  
2 Gen



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**Facultad de Ingeniería**

**LA RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE DE  
LOS SUELOS Y SU RELACION CON EL ANALISIS  
Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE RETENCION**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO CIVIL**

**P R E S E N T A N**

**HUMBERTO PUEBLA CADENA**

**JORGE SERVIN CORDOVA**

**México, D. F.**

**1985**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

I. INTRODUCCION.	1
II. RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE.	3
III. EMPUJE DE TIERRAS.	48
IV. EJEMPLOS.	130
V. CONCLUSIONES.	179
APENDICE.-	182
Teoría de Esfuerzos y Convención de Signos en Mecánica de Suelos.	
BIBLIOGRAFIA.	199

## I N T R O D U C C I O N

El objetivo de este trabajo es estudiar la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos y la relación existente entre ésta y el análisis y diseño de estructuras de retención, específicamente muros. Este hecho responde a la necesidad que tiene el ingeniero civil de tratar con este tipo de problemas en el ejercicio de su profesión como lo son presas, canales, terraplanes, cortes, estructuras de almacenamiento, cimentaciones, etc.; sin -- querer decir con esto que no existan otro tipo de estructuras de retención o que sean menos importantes, o más aún, que el fenómeno de la resistencia al corte de los suelos no solamente está relacionado con este tipo de problemas, sino que existen también otros igualmente importantes como por ejemplo el de la estabilidad de los taludes.

Este trabajo está desarrollado en tres partes. La primera se refiere al estudio de la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos, los tipos de suelo que existen debido al comportamiento que presentan bajo esta acción, las teorías que hay para su estudio y las pruebas que se utilizan para determinar sus parámetros de resistencia.

La segunda se refiere al estudio del empuje de tierras, teorías y métodos con los que se cuenta para el cálculo de dicho empuje para los diferentes tipos de suelo en condiciones estáticas y dinámicas y los conceptos por los cuales se debe analizar y diseñar un muro de retención.

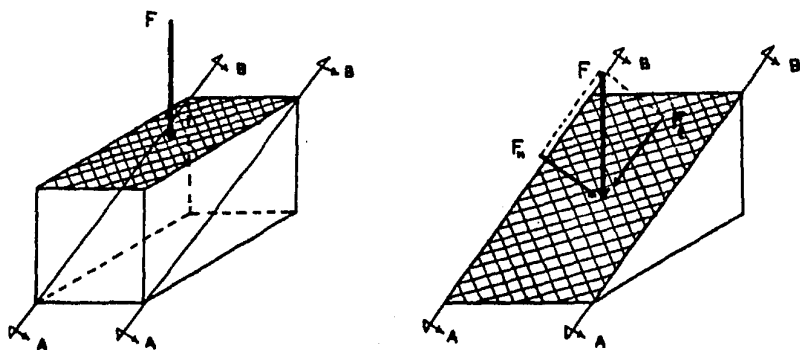
La tercera corresponde a un conjunto de ejercicios resueltos para cada uno de los temas anteriormente mencionados, el análisis y diseño de dos muros de retención, uno de gravedad y otro en cantiliver, incluyendo tanto lo correspondiente a mecánica de suelos, como lo que se refiere a estructuras, y finalmente un apéndice que trata la Teoría de los Esfuerzos con la convención de signos adoptada en mecánica de suelos.

RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE

## RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE

Ante este título lo primero que asalta nuestra mente es la pregunta: ¿Qué es el esfuerzo cortante? Para responder a ella comenzaremos por analizar su nombre.

Entendemos como esfuerzo al cociente de una fuerza entre el área sobre la cual se aplica. Siguiendo con la palabra cortante, entenderemos entonces que se trata de un esfuerzo que buscará cortar a un cuerpo o masa a través de un plano cualquiera: ¿Cualquiera? Sí, cualquiera, porque es claro que aunque tengamos una fuerza  $F$  que actúa normalmente a un cierto plano en un cuerpo, si tomamos cualquier otro plano que tenga una inclinación diferente tendremos dos componentes de la fuerza  $F$ , una normal a él  $F_n$  y otra tangencial  $F_t$ , y es esta fuerza tangencial la que tratará de cortar al cuerpo produciendo así un esfuerzo cortante.



Ahora bien, ¿es de interés para la mecánica de suelos el poder determinar la resistencia al esfuerzo cortante en una masa de suelo? Sí lo es. Para visualizarlo pensemos en las siguientes preguntas:

¿Cuál será el ángulo de inclinación máxima que se le puede dar a un talud para que éste sea estable? O si a través de una estructura aplicamos carga a un terreno, ¿cómo podríamos saber que la estructura no penetrará en él?

Veamos un caso real:

En 1911 en Transcona, Canadá, se inició la construcción de un elevador de granos (silo), con una capacidad de 35,300 m<sup>3</sup>. La construcción fue terminada en 1913 y la estructura consta de 5 grupos de 13 compartimentos soportados por una losa de concreto de 0.61m de espesor, 23.5m de ancho y 59.5m de longitud, desplantada a una profundidad de 3.66m. Un mes después de haberse terminado y habiéndose almacenado 30,887.5m<sup>3</sup> (87.5%) los silos empezaron a ladearse ocurriendo la mayor parte del movimiento en la primera media hora. Al día siguiente el movimiento prácticamente había cesado.

"La estructura de los silos quedó en reposo con un ángulo de 26° 53' con respecto a la vertical; el lado este subió 1.53m y el oeste bajó 7.33m con respecto a sus posiciones originales; el extremo norte bajó 1.22m con respecto al extremo sur. Se formó un colchón de suelo levantado de 1.53m y hasta 1.83m en el lado oeste." 1/

¿Qué sucedió aquí? La respuesta la encontraremos al estudiar capacidad de carga, la cual depende de la resistencia al corte de los suelos. De aquí la importancia e interés de este tema para la mecánica de suelos.

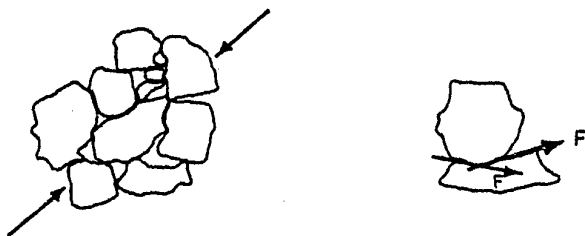
La siguiente pregunta es, una vez que se presenta un esfuerzo cortante, ¿quién proporciona a la masa de suelo la capacidad para resistirlo?

1/ A.L. LITTLE, Cimentaciones, Cap. 2 - 2.07. Falles en cimentaciones, pág. 54, C.E.C.S.A., 1a. edición, 1965.



La primera consideración que se hizo a este respecto fue considerar que esta resistencia la proporciona la fricción entre las partículas del suelo. Posteriormente se estudió que no sólo la fricción contribuía a resistir los esfuerzos cortantes, sino que hay suelos que tienen la propiedad de ser cohesivos y son estas dos propiedades, ya sea que trabajen por separado o en combinación, las que proporcionan al suelo la capacidad de resistir estos esfuerzos.

¿Pero qué es lo que dió origen a estas consideraciones o teorías? Pensemos en una masa de suelo e imaginemos a una partícula dentro de ella. Ahora trataremos de cortar esta masa aplicándole una fuerza cortante. ¿Qué es lo que esta partícula sentiría bajo esta acción? Aclaremos más esta situación mediante un dibujo, como si pudiéramos ver lo que sucede a través de un microscopio.



Lo que la partícula sentiría es que algo trata de cortarla. En un principio la partícula se encuentra en contacto con otras e incluso no sólo en contacto, sino que hay cierta trabazón entre ellas. Ahora bien, existen dos formas posibles de cortar a la masa de suelo. La primera sería a través de cierto plano sin importar por dónde pase y para lo cual sería necesario romper las partículas por donde dicho plano las corte. Sin embargo, sería más fácil pensar en que las partículas sufren desplazamientos entre

sí, provocando el desplazamiento y el corte total de la masa, en lugar de que para ello fuera necesario romperles. Es lógico pensar entonces que las partículas presentan cierta resistencia u oposición a desplazarse. Esto es precisamente lo que llevó a pensar que esta resistencia está dada por la fricción entre las partículas, ya que cuando dos cuerpos están en contacto presentan una oposición al movimiento o al desplazamiento entre sí; fenómeno conocido en física como fricción.

Pero como se comentó antes se ha observado que no sólo la fricción -- es la que proporciona la resistencia al corte, sino que los materiales tienen otra propiedad que contribuye a ello y que en mecánica de suelos ha dado en llamarse cohesión. A ciencia cierta no se sabe con exactitud a qué se deba la cohesión. Hay autores que inclusive dicen que la cohesión no existe, sino que simplemente se trata de una forma diferente de manifestación de la fricción. De cualquier manera, lo que sí se sabe es que esta propiedad o característica de los suelos se presenta en la realidad y contribuye a resistir los esfuerzos cortantes como se verá más adelante.

#### TEORIAS DE FALLA:

Teoría de Coulomb: Según esta teoría un material falla a través de un cierto plano cuando el esfuerzo cortante que actúa en él alcanza su valor límite máximo. Este esfuerzo cortante depende del esfuerzo normal que actúa en dicho plano, llamado de falla, y la ley de variación entre ellos es lineal.

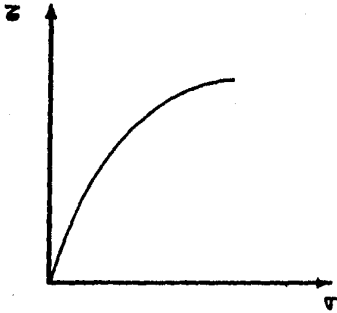
$$S = K\sigma$$
$$K = \text{cte.}$$

Teoría de Mohr: Básicamente esta teoría es igual a la de Coulomb, pero se diferencia de ésta en que Mohr establece que la ley de variación entre el esfuerzo cortante y el normal que actúan en el plano de falla no

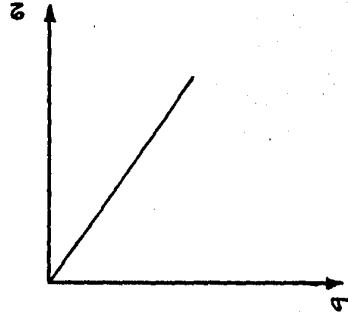
es lineal, sino que se trata de una curva.

$$S = f(\sigma)$$

Como es claro la Teoría de Coulomb resultará un caso particular de la de Mohr-Coulomb en el momento en que la ley de variación entre los esfuerzos normal y cortante sea una recta.



T. MOHR-COULOMB



T. COULOMB

Cuando se trata con suelos arenosos y suelos plásticos saturados normalmente consolidados la Teoría de Coulomb proporciona resultados satisfactorios.

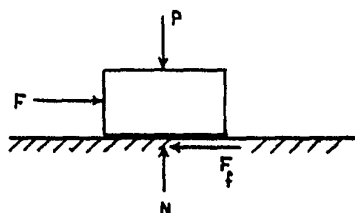
En suelos plásticos no saturados o preconsolidados la Teoría de Mohr-Coulomb resulta más representativa de la realidad.

Según lo anterior la resistencia al corte ( $S$ ) es proporcional al esfuerzo normal o confinamiento.

$$S \sim \sigma$$

$$S = K\sigma$$

En un material puramente friccionante la resistencia al corte la da la fricción entre las partículas granulares que lo forman. Debido a este hecho la Teoría de Coulomb no es otra cosa más que la aplicación de la ley de fricción entre los cuerpos.



$$F_f = \gamma N \quad - \quad (I)$$

Dividiendo entre el área (A),

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{N}{A} \quad - \quad (II) \text{ Esfuerzo Normal.} \\ s = \frac{F_f}{A} \quad - \quad (III) \text{ Resistencia al Corte.} \end{array} \right.$$

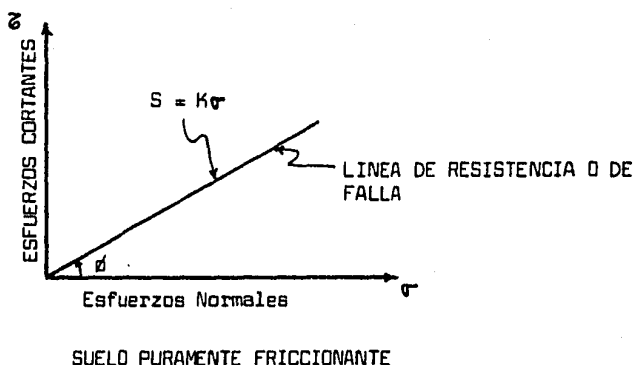
Dividiendo (I) entre A, tenemos:

$$\frac{F_f}{A} = \gamma \frac{N}{A} \quad - \quad (I')$$

Sustituyendo (II) y (III) en (I')

$$s = \gamma \sigma = \tau_{\text{máx}} \quad - \quad (IV)$$

Si graficamos el esfuerzo cortante máximo alcanzado para un determinado esfuerzo normal tendremos una gráfica como la mostrada enseguida, para varias pruebas:



A la línea recta descrita por esta ecuación se le conoce como línea de resistencia o de falla.

Si  $K = \tan \phi$ , entonces "K" representa al coeficiente de fricción interna del suelo y vale:

$$K = \tan \phi$$

donde  $\phi$  : Angulo de fricción interna del suelo.

Si sustituimos esta expresión en (IV) se tiene que la ley de resistencia de un suelo friccionante está dada por la siguiente expresión:

$$S = \sigma \tan \phi \quad (V)$$

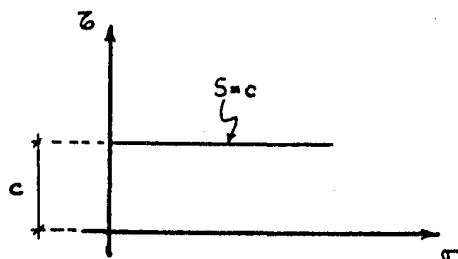
En suelos granulares del tipo GW, GP, SW y SP, se ha observado experimentalmente que la resistencia al corte sobre una cierta superficie de falla depende del confinamiento, entendiéndose por confinamiento al esfuerzo normal sobre la superficie de falla. Esto nos hace pensar que cuando el esfuerzo normal o confinamiento sea cero, la resistencia al corte del suelo será nula. Esto es válido para ciertos casos como el anteriormente tratado, pero existen suelos que no obstante que su confinamiento sea cero sí tienen resistencia al corte.

Cuando un material tiene resistencia al corte para un esfuerzo normal igual a cero ( $\sigma = 0$ ), se dice que ese material tiene cohesión o que es un material cohesivo.

Esto es, si tomamos una muestra de arena totalmente seca y suelta y tratamos de formar un cilindro con ella, en el momento en que quitamos el confinamiento aplicado por nuestras manos la muestra se desmoronará y perderá la forma que le dimos, con lo que claramente podemos ver que se trata de un material puramente friccionante. Sin embargo, en lugar de arena podríamos utilizar arcilla a la cual se le agregara un poco de agua. En este caso el cilindro o cuerpo no perdería su forma al dejar de confinarla - con nuestras manos ( $\sigma = 0$ ). Se trata entonces de un material cohesivo. Si ahora saturamos totalmente el arcilla tendremos un material puramente cohesivo, si aplicamos el esfuerzo en forma instantánea.

¿Y qué es un material puramente cohesivo? Pues es aquel cuya resistencia al corte no aumenta al aumentar el confinamiento, es decir, que su resistencia al corte se debe única y exclusivamente a la cohesión, no al confinamiento.

Una gráfica que nos relacione los esfuerzos cortantes con los normales a que ha sido sometido un suelo cohesivo se parecerá a la siguiente:

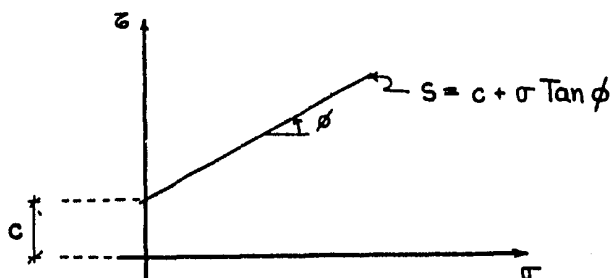


SUELO PURAMENTE COHESIVO

$$\phi = 0^\circ$$

$$s = c - (VI)$$

En la naturaleza también se encuentran materiales cohesivos en los cuales la resistencia al corte aumenta con el confinamiento. A estos materiales se les llama cohesivo-friccionantes.



$$S = c + \sigma \text{ Tan } \phi \quad (\text{VII})$$

La gráfica anterior es representativa de estos suelos.

La ecuación (VII) es conocida en Mecánica de Suelos como Ley de Coulomb. Las expresiones (V) y (VI) son casos particulares de ésta. En ella, tanto "c" como Tan  $\phi$  se consideran constantes.

Ahora bien, si analizamos a fondo tanto al esfuerzo normal  $\sigma$  como a la cohesión "c" que aparecen en la expresión (VII), nos daremos cuenta de dos cosas. La primera de ellas se refiere al esfuerzo normal o de confinamiento  $\sigma$ . Este esfuerzo o presión es total, es decir que toma en cuenta tanto la contribución de los sólidos como la del agua. Sin embargo, sabemos bien que en condiciones estáticas (reposo), el agua no tiene resistencia al corte, lo que se puede visualizar al tratar de formar un talud en el agua; resultaría imposible. Por este hecho, la presión que se debe considerar no es la total, sino la efectiva ( $\sigma' = \sigma - u$ ); donde "u" es la presión en el agua.

Por lo tanto, la Ec. (VII) quedará

$$S = c + (\sigma - u) \text{ Tan } \phi \quad (\text{VIII})$$

Lo anterior fue establecido por Terzaghi basándose en investigaciones experimentales. Esto permitió tomar en cuenta la influencia del agua contenida en el suelo. Además, el valor de la presión en el agua ( $u$ ) varía según la velocidad de aplicación de la carga y por ende, el valor de la resistencia al corte.

La segunda observación es que la cohesión " $c$ " no es una constante, - sino que varía según el contenido de agua del suelo y por lo tanto:

$$S = f(\omega) + (\sigma - u) \tan \phi \quad (\text{IX})$$

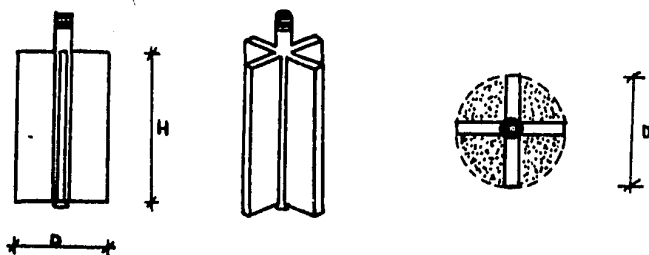
La variación de la cohesión con el contenido de agua fue establecida por Hvorslev.

Ahora bien, hemos comentado que la resistencia al esfuerzo cortante está dada por la fricción y la cohesión, pero ¿cómo podremos valuarlas? ¿Qué métodos existen para su determinación? Hablaremos entonces de dos tipos de pruebas, las realizadas en campo y las realizadas en laboratorio.

#### PRUEBA DE CAMPO:

Prueba de la Veleta: Es ésta una prueba que permite conocer la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos cohesivos en el campo. No obstante que la prueba sea realizada "in situ" el suelo sufre cierta alteración, aunque no tanta como la sufrida por las muestras que se prueban en laboratorio.

El mecanismo utilizado consta de un vástago en el cual se monta la veleta que generalmente tiene cuatro espas.





Este mecanismo es hincado en el suelo hasta el nivel donde se quiera realizar la prueba. Para facilitarla es usual que se haga un pozo hasta una profundidad un poco menor que la del nivel de realización de la prueba. Una vez que la veleta ha sido hincada se le aplica un momento a través del vástago provocado que ésta gire y corte al suelo como si fuese a formar un cilindro. El momento máximo soportado por el suelo será el máximo momento resistente generado tanto en las bases del cilindro como en su área lateral.

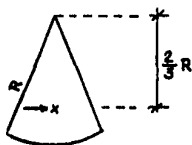
La expresión que nos proporciona el valor del momento resistente del área lateral ( $M_{FAL}$ ) es:

$$M_{FAL} = (\pi D H) S \frac{D}{2} = \frac{1}{2} \pi D^2 H S,$$

donde S es la resistencia al corte del suelo. El momento resistente de la base está dado por:

$$M_{rB} = \frac{\pi D^2}{4} S \frac{2}{3} \frac{D}{2} = \frac{1}{12} \pi D^3 S,$$

donde se ha tomado un brazo de palanca  $\frac{2}{3} \frac{D}{2}$  ( $\frac{2}{3}$  del radio), por tratarse de un sector circular



Entonces, el momento resistente total en el momento de falla es:

$$M = M_{FAL} + 2M_{rB} = \frac{1}{2} \pi D^2 H S + \frac{1}{6} \pi D^3 S$$

Como conocemos M por ser el momento aplicado a través del véstago podemos despejar S.

$$M = \pi D^2 S \left( \frac{H}{2} + \frac{D}{6} \right)$$

$$S = \frac{M}{\pi D^2 \left( \frac{H}{2} + \frac{D}{6} \right)}$$

Como ya se había mencionado, esta prueba es aplicable solamente para suelos cohesivos, ya que en arenas el hincado de la veleta cambia la compacidad de los estratos y el estado de esfuerzo al cual estaba sometido el suelo originalmente, motivo por el cual los resultados así obtenidos no serían representativos.

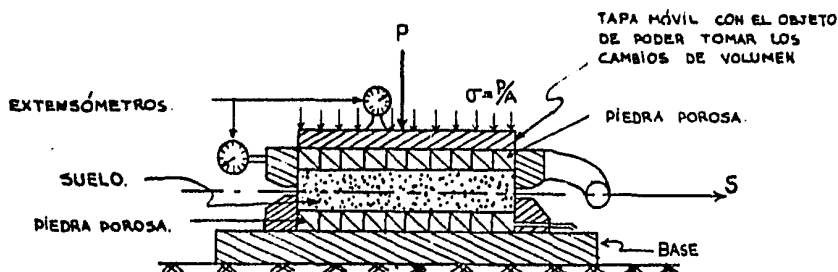
Juárez Badillo 2/ comenta que tratándose de arcillas finamente estratificadas donde se alternen capas delgadas de arcilla con capas de arena fina capaces de proporcionar drenaje, se presenta consolidación en el arcilla a causa de los esfuerzos provocados por la rotación. Esto hace que los resultados obtenidos reporten resistencias más altas que las reales.

#### PRUEBAS DE LABORATORIO:

Prueba de Corte Directo: Esta prueba consiste en introducir una muestra de suelo en el aparato de resistencia al esfuerzo cortante direc-

2/ JUAREZ BADILLO E., RICO RODRIGUEZ A., Mecánica de suelos, Tomo I, Cap. XII - XII .4 Pureba "in situ" por medio de la veleta, pág. 382, Ed. Limusa, 3a. Edición, 1974, Sexta reimpression 1980, México, D.F.

to mostrado en la siguiente figura:



A continuación se le aplica una presión confinante o esfuerzo normal y un esfuerzo cortante horizontal que tratará de dividir (cortar), a la muestra.

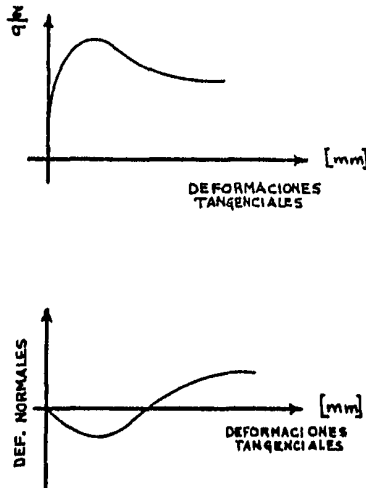
La prueba se puede realizar de dos formas:

**Esfuerzo Controlado.**- Que consiste en aplicar valores constantes o fijos de la fuerza cortante, es decir, que en todo momento conocemos la magnitud de la fuerza que actúa y por lo tanto al esfuerzo cortante.

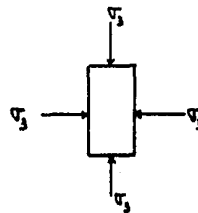
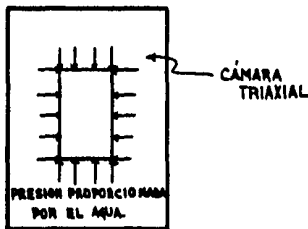
**Deformación Controlada.**- La máquina actúa con una velocidad de deformación constante y la fuerza actuante sobre la muestra se lee en la báscula de la máquina que la aplica. En este caso sólo nos importa que la muestra se deforme con una velocidad constante.

En caso de que la prueba se realice con muestras de suelo secas, las piedras porosas no son necesarias; pero si el suelo se encuentra humedecido o saturado son imprescindibles puesto que es a través de ellas por donde el agua sale.

Enseguida unas gráficas cualitativas de los resultados obtenidos de una prueba directa de resistencia al esfuerzo cortante:



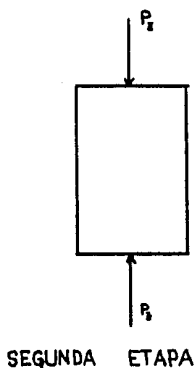
**Prueba Triaxial:** Esta prueba se puede dividir en dos etapas. La Primera consiste en someter una muestra de suelo a una presión de confinamiento. Esto se logra metiendo a la muestra dentro de una cámara de forma cilíndrica, llamada cámara triaxial, y proporcionándole presión por medio de aire o de agua; aunque generalmente se utiliza agua. La presión que el agua proporciona es la hidrostática y por lo tanto tendrá la misma intensidad en todas direcciones. De aquí que la muestra se encuentra bajo un estado de esfuerzos principales iguales, es decir,  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ; siendo  $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$  los esfuerzos principales.



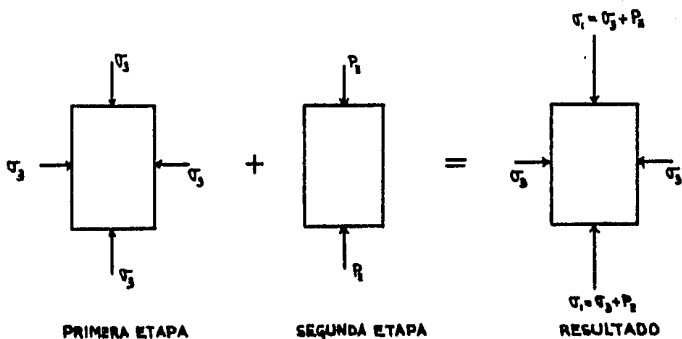
PRIMERA ETAPA

Esta etapa se conoce con el nombre de etapa de confinamiento.

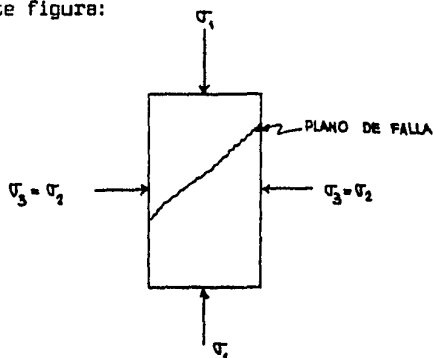
Una vez terminada la etapa anterior comienza la segunda. Esta consiste en aplicar a la muestra un incremento de esfuerzo pero sólo en una dirección, ya sea lateral o vertical, haciendo permanecer constantes a los otros esfuerzos; aunque también se realizan pruebas triaxiales haciendo variar ambos esfuerzos con fines de investigación. A este incremento se le llama esfuerzo desviador  $P_z$  o  $q_u$



Ahora bien:



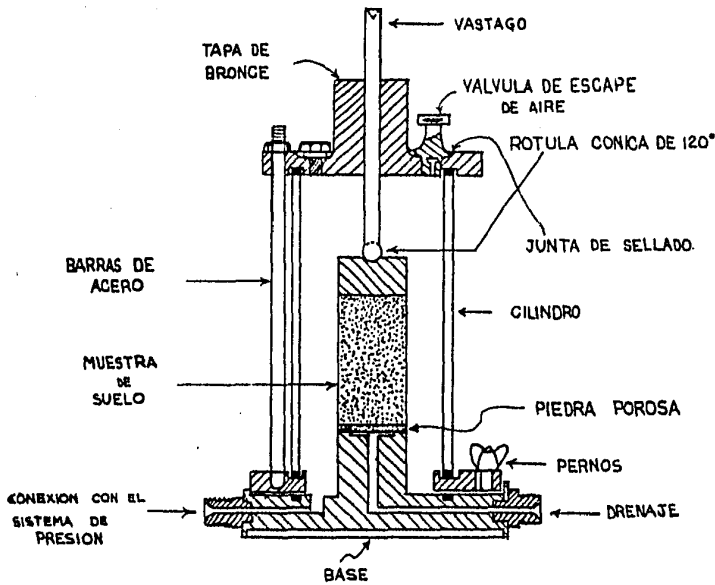
Puesto que la muestra está bajo un estado de esfuerzos principales diferentes entre sí por lo menos dos de ellos, se generan esfuerzos normales y cortantes en planos diferentes a los planos principales. Al ir aumentando el esfuerzo desviador llegará un momento en que en algún plano se presentará un esfuerzo cortante tal que haga fallar a la muestra, como lo ilustra la siguiente figura:



Con esos esfuerzos principales se puede conocer el estado de esfuerzos en cualquier plano a través de la Teoría General de Mohr para los esfuerzos (círculo de Mohr), y por lo tanto se puede conocer el esfuerzo cortante que la hizo fallar, así como el plano y la envolvente de falla.

A continuación se hará un breve comentario de cómo es una Cámara Triaxial. Se trata de una cámara hermética generalmente hecha de lucita en la cual se coloca a la muestra de suelo. Previamente, la muestra se mete dentro de una membrana impermeable con el fin de protegerla del agua que le proporcionará la presión confiante. En los extremos superior e inferior de la muestra se colocan dos piedras porosas, una en cada uno de ellos, con el objeto de permitir el flujo del agua a través de ellas. Estas piedras están conectadas a unos conductos que tienen válvulas que permitirán el flujo según estén abiertas o cerradas. Esto dependerá del tipo de prueba que se quiera, con drenaje o sin él.

El agua dentro de la cámara triaxial puede adquirir cualquier presión deseada por la acción de un compresor comunicado con ella. El esfuerzo vertical se aplica a través de un vástago de carga. Todo esto se puede apreciar en la siguiente figura:



Por otra parte, mediante esta cámara triaxial, se podrán llevar a cabo diferentes tipos de pruebas triaxiales, a saber:

- Lenta, comúnmente llamada Consolidada Drenada.
- Rápida consolidada, llamada también Consolidada No Drenada.
- Rápida o No Consolidada No Drenada.

Esta clasificación está basada en la forma en que se llevan a cabo las dos etapas de la prueba triaxial. En ambas etapas existen dos posibilidades:

1a. Permitir la salida o expulsión del agua de la muestra (Drenaje), lo cual implica la consolidación de la misma.

2a. No permitirle, es decir, sin drenaje y por lo tanto, sin consolidación.

Ahora bien, si en ambas etapas de la prueba se permite el drenaje, se llama Prueba Lenta (L) o Consolidada Drenada (C.D.)

Si en la primera etapa se permite el drenaje y en la segunda no, se llama Prueba Rápida Consolidada (Rc) o Consolidada No Drenada (C.U.)

Si en ninguna de las etapas se permite el drenaje se llama Prueba Rápida (R) o No Consolidada No Drenada (U.U.)

El término "lento" dentro de los nombres de las pruebas es debido a que para que el agua salga de la muestra es necesario un cierto lapso, que en ocasiones, dependiendo del tipo de suelo, puede ser muy grande.

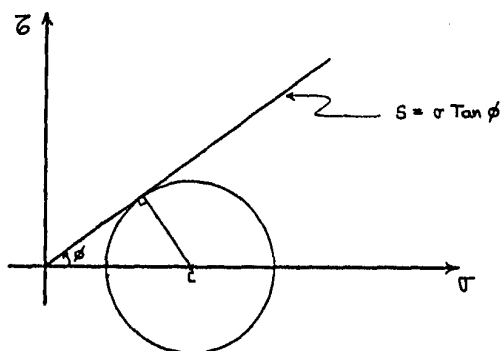
En cambio, "rápido" se refiere a la etapa o etapas, según sea una -- prueba  $R_C$  o una R, en las que no se permite el drenaje y por lo tanto no es necesario esperar a que el agua salga.

Prueba de Compresión Simple: Esta prueba es muy parecida a una -- triaxial rápida, sólo que no existe primera etapa o de confinamiento. Más adelante se hará una explicación detallada de ella.



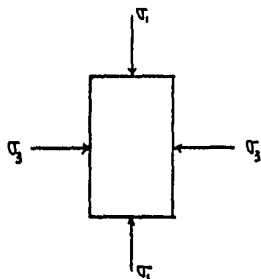
INCLINACION DEL PLANO DE FALLA PARA DIFERENTES TIPOS DE SUELO.

Suelo Puramente Friccionante: Si suponemos que se conoce la ley de resistencia del suelo friccionante tendremos lo siguiente:



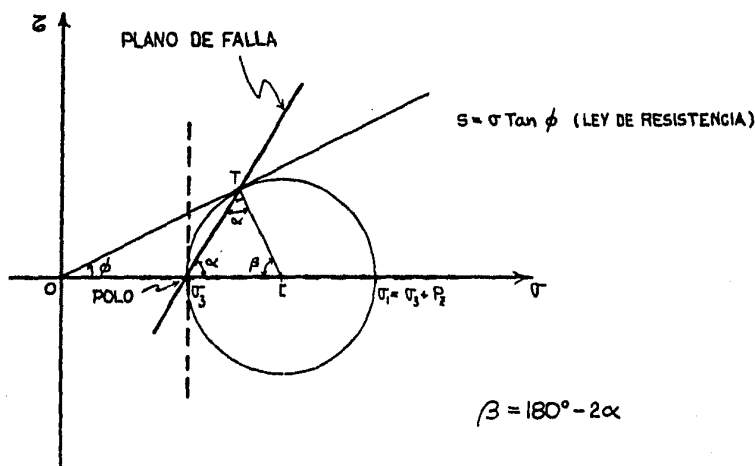
Sabemos que el círculo de Mohr representa el estado de esfuerzos del suelo en cualquier plano. Ahora bien, en el momento de la falla el círculo de Mohr será tangente a la línea de falla descrita por la ley de resistencia del suelo y por lo tanto podremos trazarlo (figura anterior).

En una prueba triaxial de compresión los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  actúan en las caras horizontal y vertical de la muestra respectivamente, como se ilustra enseguida:



Trazando una línea horizontal que pase por el punto que representa a  $\sigma_1$  y una vertical que pase por el que representa a  $\sigma_3$  en el plano de Mohr obtenemos el Polo de los esfuerzos (\*).

Trazando una línea que pase por el Polo y el punto de tangencia entre el círculo y la ley de resistencia del suelo queda definido el plano de falla. Ver la figura siguiente.



Al ángulo de inclinación de este plano lo llamaremos  $\alpha$ . En la figura anterior se puede observar un triángulo (CPT) cuyos vértices son respectivamente el centro de la circunferencia, el Polo y el punto de tangencia. Este triángulo es isósceles puesto que dos de sus lados están definidos por radios de la circunferencia y por lo tanto dos de sus ángulos -- serán iguales. Esto nos lleva a que el tercero de ellos ( $\beta$ ) mida  $180^\circ - 2\alpha$  puesto que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$ .

$$2\alpha + \beta = 180^\circ \implies \beta = 180^\circ - 2\alpha$$

(\*) Ver apéndice.

Por otro lado, el triángulo (TO C) cuyos vértices son, en ese orden, el punto de tangencia, el origen y el centro de la circunferencia, es un triángulo rectángulo y de él se infiere que:

$$\beta = 90^\circ - \theta$$

como

$$\beta = 180^\circ - 2\alpha = 90^\circ - \theta \implies$$

$$2\alpha = 90^\circ + \theta$$

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\theta}{2},$$

que es el ángulo de inclinación del plano de falla.

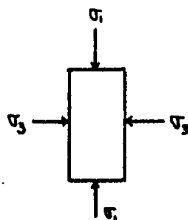
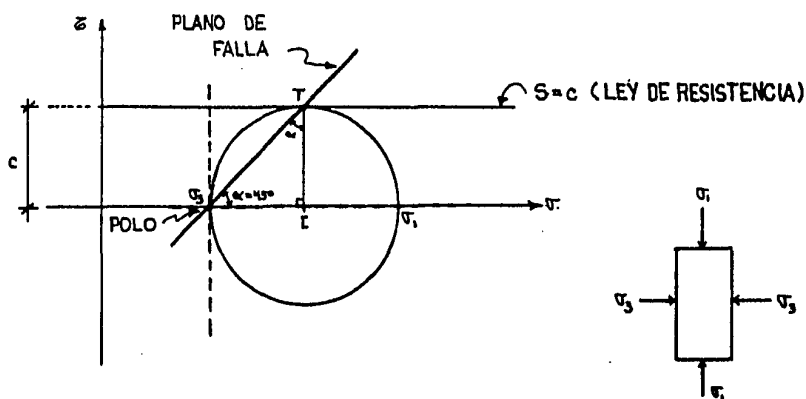
Suelo Puramente Cohesivo: En este caso  $\theta = 0^\circ$  y por lo tanto la ley de resistencia de estos suelos es

$$S = c,$$

donde

"c" es la cohesión.

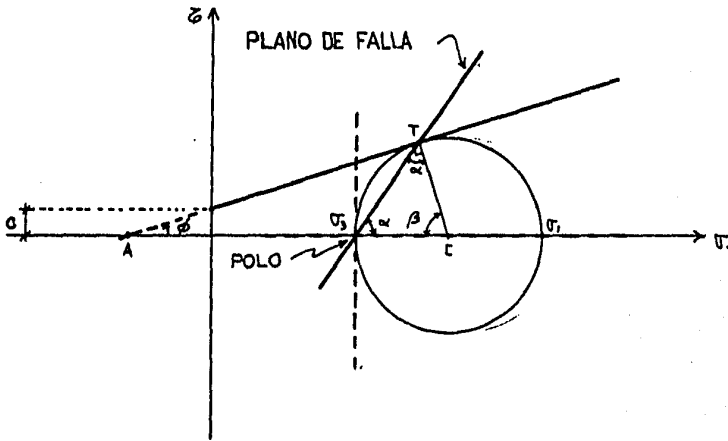
Trazando la circunferencia de Mohr en base a los esfuerzos principales aplicados, el Polo y el plano de falla, tendremos lo siguiente:



donde es fácil observar que si trazamos una recta que pase por el Polo y el punto de tangencia entre el círculo y la ley de resistencia ( $S=c$ ), se obtiene el plano de falla que formará con respecto a la horizontal un ángulo

$$\alpha = 45^\circ$$

Suelo Cohesivo Friccionante: Procediendo de la misma manera que en los casos anteriores, como se puede verificar en la figura siguiente, se formarán dos triángulos, uno isósceles (PCT) en el cual  $\beta = 180^\circ - 2\alpha$ , y el otro rectángulo (ACT) en el cual  $\beta = 90^\circ - \delta$ .



Igualando las expresiones anteriores se obtiene que:

$$\beta = 180^\circ - 2\alpha = 90^\circ - \delta$$

$$2\alpha = 90^\circ + \delta$$



$$\alpha = 45^\circ + \frac{\delta}{2}$$

Ángulo de Inclinación del Plano de Falla.

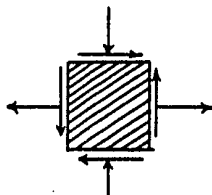
Conviene recordar que la convención de signos utilizada en Mecánica de Suelos para el Círculo de Mohr es la siguiente:

Esfuerzos Normales	}	Compresión ( + )
		Tensión ( - )

Esfuerzos Cortantes	}	Producen momento contrario al sentido de las manecillas del reloj  son positivos.
		Producen momento en el mismo sentido en que giran las manecillas del reloj  son negativos.

Por ejemplo, sea un elemento diferencial como el que se ilustra en la figura siguiente:

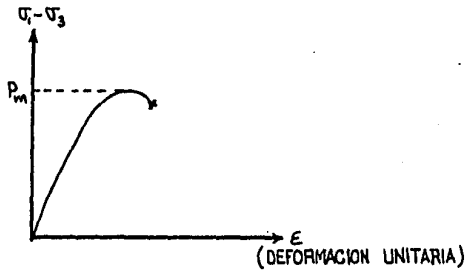


Sobre las caras horizontales los esfuerzos normales son de compresión y por lo tanto son positivos y los esfuerzos cortantes provocan momentos en el sentido en que giran las manecillas del reloj, por lo que son negativos.

Sobre las caras verticales los esfuerzos normales son de tensión y por lo tanto negativos y los cortantes provocan momento en sentido contrario - al que giran las manecillas del reloj, por lo que son positivos.

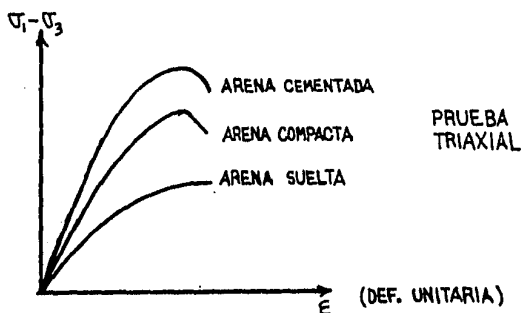
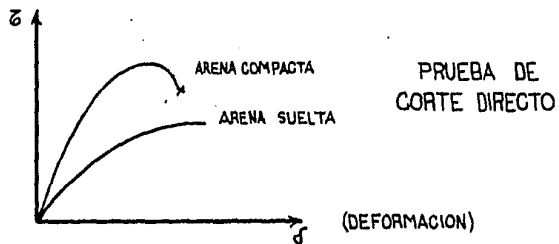
### CURVAS ESFUERZO-DEFORMACION

Estas curvas son la representación gráfica de la variación de los es fuerzos en relación con las deformaciones sufridas por un material.



El valor de  $P_m$  es el máximo alcanzado y corresponde al diámetro del círculo de Mohr.

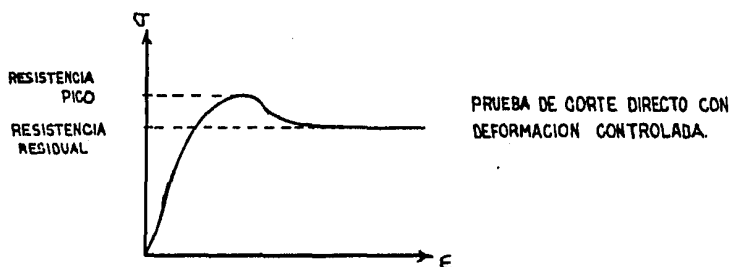
Las formas de las curvas esfuerzo-deformación para arenas son las siguientes:



De estas curvas se puede obtener la siguiente información:

- Resistencia del material.- Tomada usualmente como el máximo valor del esfuerzo.
- Tipo de falla.- Según sea frágil o dúctil.
- Rigidez del material.- Representada por el módulo de elasticidad.

En arcillas preconsolidadas se obtiene una curva esfuerzo-deformación del siguiente tipo:



Es de suma importancia tener en cuenta la diferencia entre la resistencia de pico y la residual puesto que si estamos tratando con un problema en el cual haya habido una falla previa, como podría suceder en el caso de un talud, se debe utilizar la resistencia residual y no la de pico que resultaría mayor y que nos podría llevar al lado de la inseguridad o incluso a un problema serio como sería la falla de la obra.

Además, Skempton recomienda el uso de la resistencia residual para un proyecto cuando en la masa de suelo aparezcan pequeñas fisuras, grietas, etc.

FACTORES QUE INFLUYEN EN LA RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE DE SUELOS GRANULARES:

- Compacidad.
- Forma de los granos.
- Resistencia individual de los granos.
- Granulometría.
- Tamaño de los granos.
- Presión de confinamiento.

T A B L A      P A R A      A R E N A S

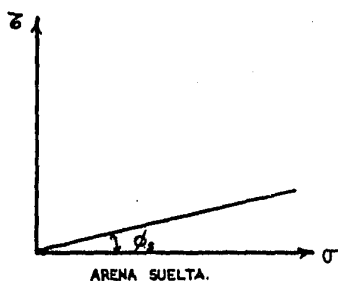
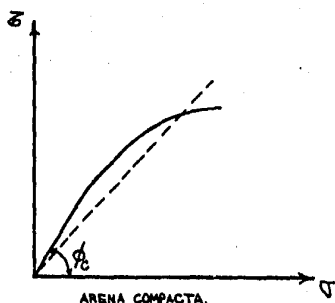
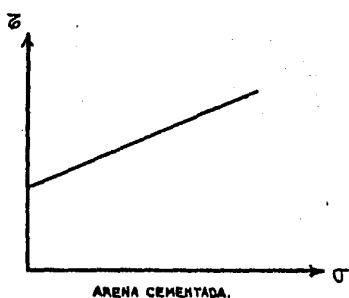
M A T E R I A L	$\phi_s$	$\tan \phi_s$	$\phi_c$	$\tan \phi_c$
ARENA UNIFORME DE GRANOS REDONDEADOS.	27.5°	0.52	34°	0.67
ARENA BIEN GRADUADA DE GRANOS ANGULARES.	33°	0.65	45°	1
GRAVA ARENOSA	35°	0.70	50°	1.19
ARENA LIMOSA	27°-33°	0.51-0.65	30°-34°	0.58-0.67
LIMO ORGANICO	27°-30°	0.51-0.58	30°-35°	0.58-0.70

$\phi_s$  : ángulo de fricción interna en estado suelto.

$\phi_c$  : ángulo de fricción interna en estado compacto.



Tipos de Envolvente de Falla:



LICUACION EN ARENAS:

Este fenómeno se presenta cuando la presión en el agua existente en el suelo aumenta en forma tal que reduce la resistencia al esfuerzo cortante del suelo al grado de volverla nula o casi nula.

Ley general de resistencia al esfuerzo cortante para suelos granulares:

$$S = (\sigma - u) \text{ Tan } \phi$$

Si "u" aumenta  $u \rightarrow \sigma$ , o sea  $\sigma - u \rightarrow 0 \Rightarrow S \rightarrow 0$

$\therefore$  existe licuación

Para que este fenómeno se presente es necesario que se den las siguientes condiciones:

- Que se trate de una arena fina o limo arenoso.
- Que se encuentre en estado suelto.
- Que esté saturado.
- Que se presente una sollicitación dinámica.

Ahora bien, ¿porqué aumenta la presión en el agua? Aumenta porque al presentarse una sollicitación dinámica el suelo tiende a compactarse, lo cual implica un reacomodo de partículas. En el momento en que las partículas tratan de reacomodarse, disminuyen e incluso llegan a perder el contacto entre ellas debido a que se encuentran en estado suelto. Como además el suelo está saturado, en el momento en que disminuye o se pierde el contacto intergranular el esfuerzo efectivo también disminuye. Esta disminución de esfuerzos en la parte sólida es tomada por el agua aumentando así la presión en ella, lo cual contesta nuestra pregunta.

En regiones sísmicas es muy importante tener en cuenta este fenómeno, ya que al presentarse un sismo el suelo puede colapsarse y engullir parte de la estructura desplazada sobre él, ocasionando la falla de ésta en forma espectacular.

FACTORES QUE INTERVIENEN EN LA RESISTENCIA AL CORTE DE SUELOS FINOS PLÁSTICOS:

- Contenido de humedad.- A medida que aumenta, la resistencia disminuye.
- Historia de consolidación.- Preconsolidado o normalmente consolidado.
- Capilaridad.
- Condiciones de drenaje.
- Permeabilidad.
- Velocidad de aplicación de la carga.

- Velocidad de aplicación del esfuerzo cortante.
- Sensibilidad de la estructura del suelo.

#### PRUEBA DE COMPRESION SIMPLE:

Esta prueba es de las más utilizadas en los laboratorios por su gran sencillez de ejecución y porque sus resultados son de fácil aplicación en la práctica de la ingeniería. Solamente se utiliza con arcillas y suelos cohesivos ya que en los suelos arenosos se tiene el problema de no poder labrar las muestras.

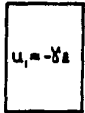
La prueba consiste en la aplicación de una carga axial sobre la muestra hasta llevarla a la falla, pero sin que exista etapa de confinamiento. Esta es precisamente la diferencia entre una prueba de compresión simple y una triaxial rápida.

Debido a que no existe confinamiento el esfuerzo total sobre la muestra en la primera etapa es cero ( $\sigma_3 = 0$ ), y este hecho hace que al tratar de recuperarse el suelo aparezca en el agua que impide dicha recuperación un esfuerzo de tensión igual a la presión efectiva existente en el sitio de donde se extrajo la muestra.

Durante la segunda etapa se aplica a la muestra un esfuerzo desviador  $c_u$  que es la resistencia del suelo a la compresión simple.

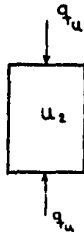
En la simulación de esta prueba como una triaxial rápida, un diagrama de esfuerzos totales sería de la siguiente manera, donde  $\sigma'_z$  representa el valor de la presión efectiva "in situ", o sea la presión de preconsolidación:

1ª ETAPA



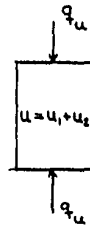
+

2ª ETAPA



=

FINAL



como

$$u = u_1 + u_2 \Rightarrow u = u_2 - \gamma z$$

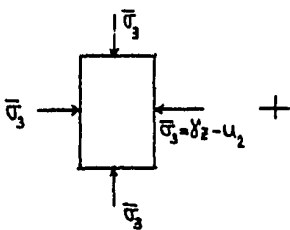
como

$$\sigma_3 = \bar{\sigma}_3 + u \Rightarrow \begin{aligned} \sigma_3 &= \sigma_3 - u = 0 - (u_2 - \gamma z) \\ \bar{\sigma}_3 &= \gamma z - u_2 \end{aligned}$$

como

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_3 + q_u \Rightarrow \bar{\sigma}_1 = \gamma z - u_2 + q_u$$

Por lo tanto, un diagrama de esfuerzos efectivos quedaría así:

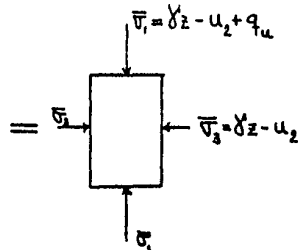


1ª ETAPA

+

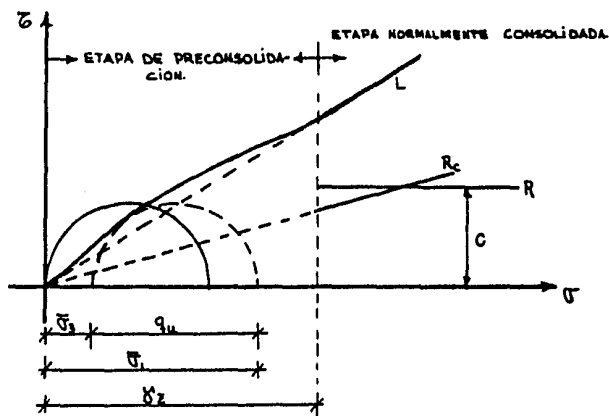


2ª ETAPA



FINAL

En el plano de Mohr en comparación con las envolventes de pruebas triaxiales se obtienen los siguientes resultados, donde el círculo de raya continua es el de esfuerzos totales y el de raya punteada el de esfuerzos efectivos:



Para fines prácticos puede considerarse que el esfuerzo desviador  $q_u$  resulta igual al esfuerzo desviador obtenido a partir de una prueba triaxial rápida. Por ello se puede considerar el valor de la cohesión ( $c$ ) como  $c = \frac{q_u}{2}$  con la certeza de estar del lado de la seguridad, puesto que " $q_u$ " es el diámetro del círculo y " $c$ " el radio, la cual implica que

$$c = \frac{q_u}{2}$$

#### PRUEBAS TIRAXIALES EN SUELOS COHESIVOS SATURADOS NORMALMENTE CONSOLIDADOS :

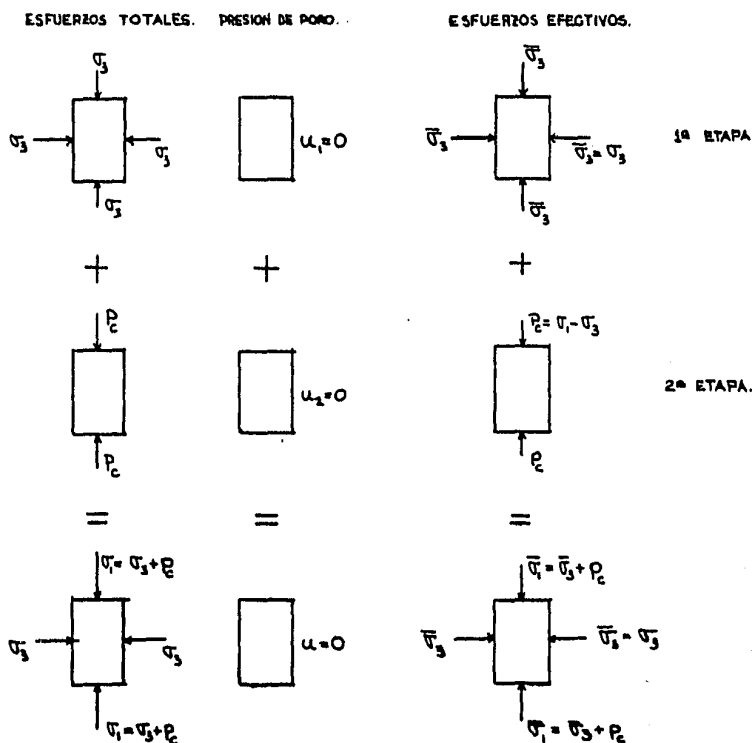
Las pruebas que a continuación se describen se refieren a suelos normalmente consolidados o sea que la presión ejercida por el agua en la cámara triaxial deberá ser por lo menos igual a la presión vertical efectiva actuante sobre la muestra en el lugar de donde se extrajo.

Prueba Lenta:

a) Prueba de compresión (incremento del esfuerzo axial).

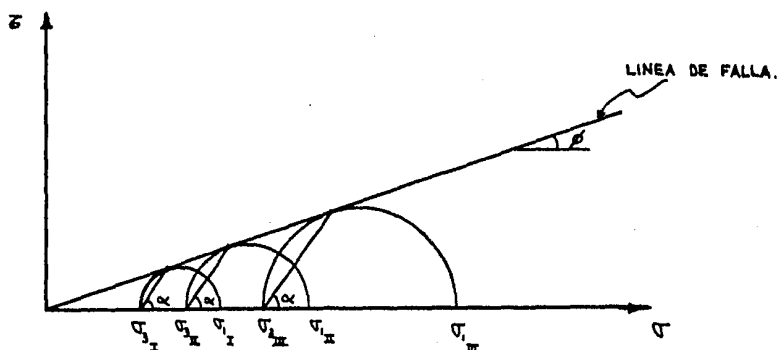
Como ya se había dicho en las dos etapas de esta prueba se permite el drenaje y la completa consolidación de suelo bajo cada incremento de carga que se le aplica a la muestra. En la primera etapa de la prueba la muestra es sometida a un esfuerzo de confinamiento en todas direcciones mediante la presión que ejerce el agua  $\sigma_3$ ; en la segunda etapa la muestra es llevada a la falla incrementando la carga axial  $P$ . El esfuerzo total axial de falla será  $\sigma_1 = \sigma_3 + P_c$  donde  $P_c$  es el máximo esfuerzo desviador  $P$ .

Lo anterior puede apreciarse mejor en el siguiente diagrama:



Durante la primera etapa el esfuerzo total que se aplica a la muestra de suelo es la presión ejercida por el agua de la cámara y como hay una completa consolidación al final de la primera etapa ( $u_1 = 0$ ), los esfuerzos efectivos resultan iguales a los totales. En la segunda etapa se aplican los incrementos del esfuerzo axial permitiendo también la completa consolidación de la muestra, por lo que al final de la segunda etapa  $u_2 = 0$ . La presión de poro o presión en el agua durante toda la prueba es nula por lo que los esfuerzos totales son iguales a los efectivos en toda la prueba.

Con los resultados de esta prueba y con la teoría del círculo de Mohr se grafican en el plano  $\sigma$ - $\tau$  los puntos  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$  que son los esfuerzos principales mayor y menor respectivamente. Haciendo varias pruebas lentas con muestras del mismo suelo y aplicando en forma creciente diferentes esfuerzos de confinamiento  $\sigma_3$ , se pueden obtener varios círculos.



La envolvente de falla de estos círculos es una línea recta que pasa por el origen cuya ecuación es la ley de resistencia al esfuerzo cortante del suelo en cuestión.

$$S = \bar{\sigma} \tan \phi$$

De la gráfica anterior se desprende que en un suelo arcilloso saturado normalmente consolidado en prueba lenta, su resistencia se debe únicamente a la fricción interna entre sus partículas.

El ángulo de falla del suelo se puede obtener de la misma manera como se obtuvo para un suelo puramente friccionante.

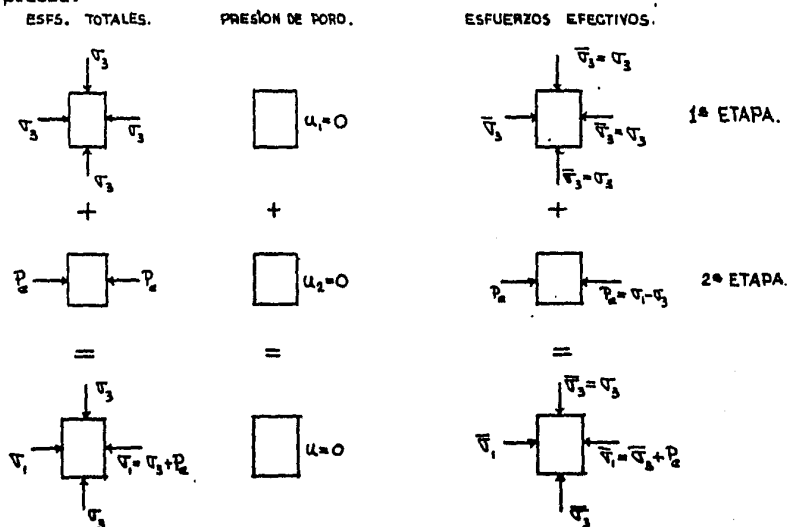
$$\alpha = 45^\circ + \frac{\phi}{2}$$

b) Prueba de extensión (incrementando el esfuerzo lateral).

La primera etapa de esta prueba es igual a la que se lleva a cabo en la prueba de compresión. En la segunda etapa los incrementos de carga se aplican lateralmente.

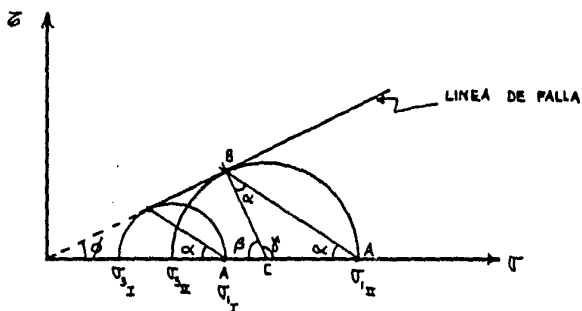
Si se realiza una prueba lenta de compresión y otra de extensión en muestras del mismo suelo, sometiéndolas a la misma presión ejercida por el agua ( $\sigma_3$ ), el esfuerzo desviador que ocasiona la falla en las muestras es igual en ambas pruebas.

En el siguiente diagrama se pueden apreciar mejor las etapas de esta prueba:





Llevando al plano de Mohr los resultados de diferentes pruebas de ex tensión sobre muestras de un mismo suelo y aplicando en forma creciente - diferentes presiones de cámara tenemos lo siguiente:



El polo de los esfuerzos está localizado ahora en el punto A ya que el esfuerzo principal mayor ( $\sigma_1$ ) actúa en el plano vertical y el esfuerzo principal menor ( $\sigma_3$ ) actúa en el plano horizontal. El ángulo de incli nación del plano de falla del suelo es entonces:

Del triángulo COB :

$$\begin{aligned} \delta + 90^\circ + \beta &= 180^\circ \\ \beta &= 90^\circ - \delta \\ \delta + \beta &= 180^\circ \\ \delta &= 180^\circ - (90^\circ - \delta) \\ \delta &= 90^\circ + \delta \end{aligned}$$

Debido a que el triángulo ABC es isósceles por ser dos de sus lados radios del círculo, también tiene dos ángulos iguales.

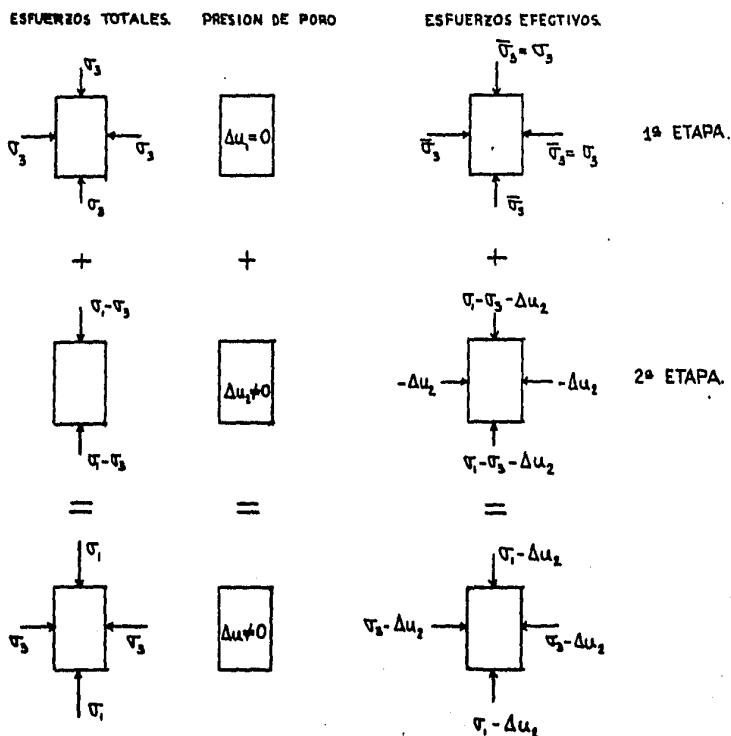
$$\begin{aligned} 2\alpha + \delta &= 180^\circ \\ 2\alpha + 90^\circ + \delta &= 180^\circ \\ \alpha &= 45^\circ - \frac{\delta}{2} \end{aligned}$$

Prueba Rápida Consolidada:

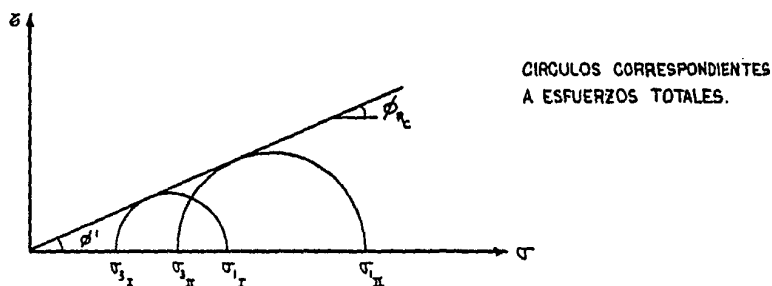
a) Prueba de compresión (incremento del esfuerzo axial).

En esta prueba durante la primera etapa se permite que la muestra de suelo se consolide bajo la acción de  $\sigma_3$ , pero durante la segunda etapa no se permite la consolidación bajo la acción del esfuerzo desviador P. En la primera etapa los esfuerzos totales son iguales a los efectivos y en la segunda etapa se genera presión de poro al no permitirse la consolidación y por lo tanto el esfuerzo total es mayor que el efectivo.

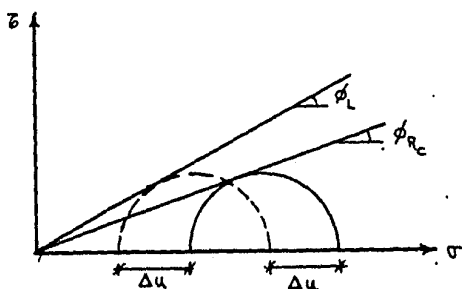
En el siguiente diagrama se presentan las etapas de la prueba rápida consolidada.



Realizando varias pruebas rápidas consolidadas incrementando el esfuerzo de confinamiento en muestras de un mismo suelo podemos llevar los resultados de éstas al plano de Mohr.

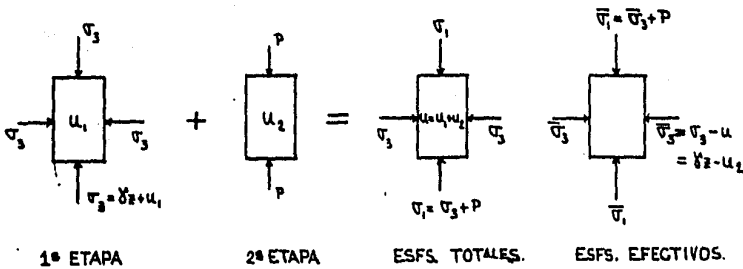


Si medimos la presión de poro  $\Delta u$  en el instante incipiente de falla podemos trazar los círculos de Mohr de esfuerzos efectivos, lo cual equivale a desplazar hacia la izquierda el círculo de esfuerzos totales una distancia  $\Delta u$ , siendo este nuevo círculo (punteado) el correspondiente a una prueba lenta.



Prueba Rápida: Durante las dos etapas de esta prueba no se permite el drenaje y por ende no existe consolidación. En la primera etapa no se desarrolla presión de poro si la presión de confinamiento no excede al valor de la presión confinante in situ, pero si la sobrepasa el exceso de presión será tomado por el agua contenida en la muestra.

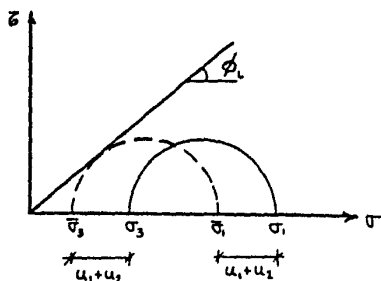
En la segunda etapa al aplicarse el esfuerzo desviador se desarrolla presión en el agua ya que tampoco se permite el drenaje.



$$\bar{\sigma}_3 = \sigma_3 - u = (\delta z + u_1) - (u_1 + u_2) = \delta z - u_2 ; \bar{\sigma}_3 = \delta z - u_2$$

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 - u = (\sigma_3 + P) - u = (\sigma_3 - u) + P = \bar{\sigma}_3 + P ; \bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_3 + P$$

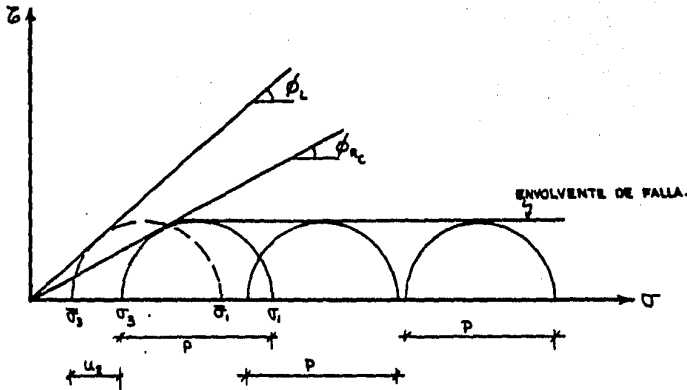
Al igual que en la prueba rápida consolidada podemos desplazar el círculo de esfuerzos totales hacia la izquierda una distancia  $u_1 + u_2$  y encontrar el círculo de esfuerzos efectivos que correspondería a una prueba lenta como se aprecia en la siguiente figura:



Observando las expresiones obtenidas para los esfuerzos efectivos  $\bar{\sigma}_1$  y  $\bar{\sigma}_3$ , podemos notar que éstos no dependen del valor de la presión en el agua  $u_1$  generada en la primera etapa, sino que sólo dependen del valor  $u_2$  generada en la segunda etapa y del valor  $\bar{\sigma}_3$ , presión de la muestra in situ.

Como para todo esfuerzo de confinamiento mayor que  $\bar{\sigma}_3$  el exceso de presión es tomado por el agua ( $u_1$ ), y ésta no influye en los valores de los esfuerzos efectivos, entonces se pueden hacer cuantas pruebas se quieran con diferentes presiones de confinamiento y los círculos que se obtengan en el plano de Mohr tendrán las mismas dimensiones, pero estarán desplazados ya sea hacia la izquierda o hacia la derecha. Este conjunto de círculos tiene las mismas dimensiones que las proporcionadas por una prueba rápida consolidada con una presión de consolidación igual a la de la muestra en estado natural.

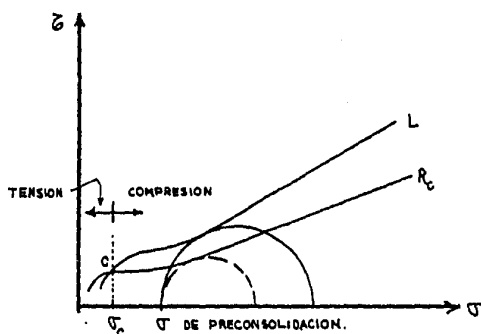
Al ser los círculos iguales, la envolvente de falla será una recta horizontal como se puede apreciar en la siguiente figura:



Los círculos de línea continua representan esfuerzos totales y el círculo de línea punteada representa los esfuerzos efectivos.

#### ARCILLAS PRECONSOLIDADAS SATURADAS:

Si sometemos una muestra de arcilla preconsolidada a una prueba lenta podemos observar que en el tramo de preconsolidación en el plano de Mohr la ley de resistencia es una curva y dicha resistencia es mayor que si se tratara de un suelo normalmente consolidado. Para obtener dicha curva -- habría que realizar infinidad de pruebas para obtener los puntos de tangencia entre los círculos y la curva descrita por la ley de resistencia. Para esfuerzos mayores que el de preconsolidación la tangente a los círculos de Mohr de dichos esfuerzos es una línea recta, o sea, que para esfuerzos mayores al de preconsolidación el suelo se comporta como normalmente consolidado. Lo anterior se puede apreciar en la siguiente gráfica:



Si ahora sometemos una muestra del mismo suelo a una prueba rápida - consolidada también podremos observar que en el tramo de preconsolidación la ley de resistencia es una curva que para esfuerzos menores al de preconsolidación el esfuerzo cortante se conserva aproximadamente constante y para esfuerzos muy bajos la resistencia al corte baja rápidamente como también se aprecia en la gráfica anterior.

En la gráfica se aprecia que hay un punto "c" en que se intersectan las dos envolventes de falla donde la resistencia es la misma, ya sea para una prueba lenta o para una prueba rápida consolidada. Para valores menores a  $\sigma_c$  la resistencia al corte es mayor en prueba rápida consolidada. Lo que sucede es que las deformaciones producidas en la muestra durante la etapa de aplicación del esfuerzo axial cuando el esfuerzo de confinamiento es mucho menor al esfuerzo de preconsolidación, tienden a ocasionar que la muestra se expanda, pero como en la segunda etapa de la prueba rápida consolidada no se permite el drenaje, es decir, no se permite cambio de volumen, el agua contenida en la muestra trabajará a esfuerzos de tensión, lo que ocasiona que los esfuerzos efectivos ( $\bar{\sigma} = \sigma - (-u)$ ) sean mayores al esfuerzo normal total. Para esfuerzos menores a  $\sigma_c$  se producirán esfuerzos de tensión en el agua y para esfuerzos mayores a  $\sigma_c$  presentarán esfuerzos de compresión en la misma.

Si se permitiera el drenaje en la segunda etapa de la prueba rápida consolidada el esfuerzo desviador produciría una consolidación en la muestra para esfuerzos normales mayores a  $\sigma_c$  y expansiones para presiones menores a  $\sigma_c$ .

La envolvente de falla de un suelo preconsolidado en prueba rápida es la misma que si se tratara de un suelo normalmente consolidado, ya que como la prueba se efectúa sin drenaje, es decir, sin cambios de volumen los esfuerzos efectivos se mantienen constantes independientemente de la presión de confinamiento  $\sigma_3$ .

#### ARCILLAS PARCIALMENTE SATURADAS:

Es común trabajar con este tipo de suelos cuando se trata con muros de retención, cortinas de tierra, terraplanes para caminos, etc. Sin embargo, las envolventes de falla que se obtienen en el plano de Mohr para arcillas parcialmente saturadas varían mucho de las obtenidas cuando la arcilla está totalmente saturada. Esto es debido a que para estos suelos hay que tener en cuenta la Teoría de Falla de Mohr-Coulomb que establece una ley de variación no lineal entre los esfuerzos normales y cortantes. Skempton propone la siguiente ecuación:

$$S = c + \left[ P - u_g - X(u_w - u_g) \right] \tan \phi$$

donde  $u_g$  = presión en el aire o en la fase gaseosa.

$u_w$  = presión en la fase líquida.

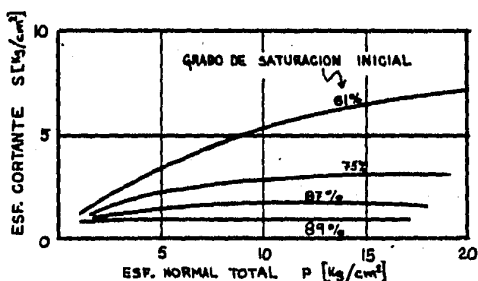
$X$  = factor que depende del tipo de suelo y del grado de saturación.

$X = 1 \rightarrow$  suelos totalmente saturados.

$X = 0 \rightarrow$  suelos totalmente secos.

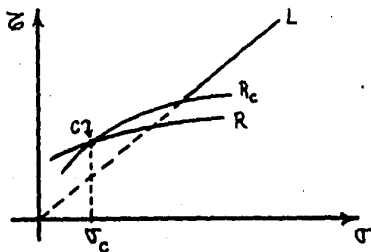


Sin embargo, no obstante las variadas técnicas para evaluar estas predicciones o el factor X, este hecho resulta bastante complicado. Además en los laboratorios las pruebas que se realizan son triaxiales donde sólo se miden esfuerzos totales. Casagrande y Hirschfeld obtuvieron las siguientes curvas para una arcilla inorgánica que se pueden considerar típicas:



Líneas de ruptura en pruebas no drenadas para diferentes grados de saturación inicial.

En el plano de Mohr las envolventes de falla son así:



En prueba lenta el suelo se comporta como si estuviera saturado, ya que tanto gases como agua pueden entrar y salir de la muestra sin restricción por las condiciones de drenaje.

En prueba rápida la resistencia aumenta hasta un cierto valor del esfuerzo  $\sigma$  en que el aire se comprime a tal grado que se disuelve en el agua y la muestra se comporta como totalmente saturada a partir de ese momento. Para presiones mayores que  $\sigma_c$  hay consolidación en la muestra y expansión, si es menor que  $\sigma_c$ .

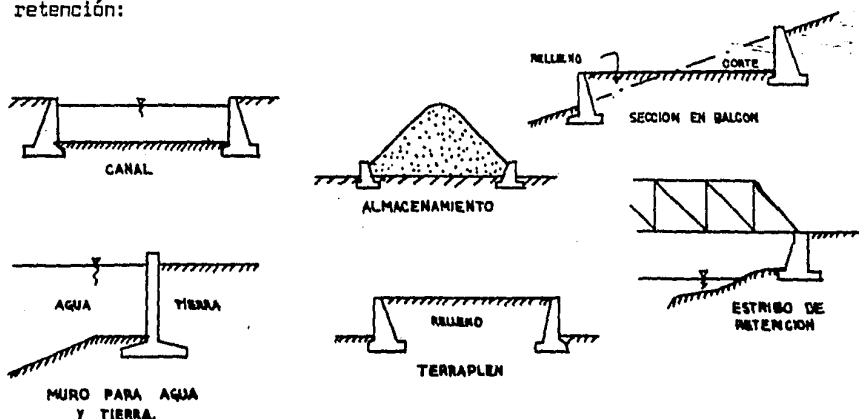
En la prueba rápida-consolidada ocurre más o menos lo mismo con un poco más de consolidación.

Las curvas de las pruebas R y  $R_c$  se intersectan en "c". Para esfuerzos mayores que  $\sigma_c$  la resistencia es mayor en la  $R_c$  y para esfuerzos menores que  $\sigma_c$  es mayor en la R.

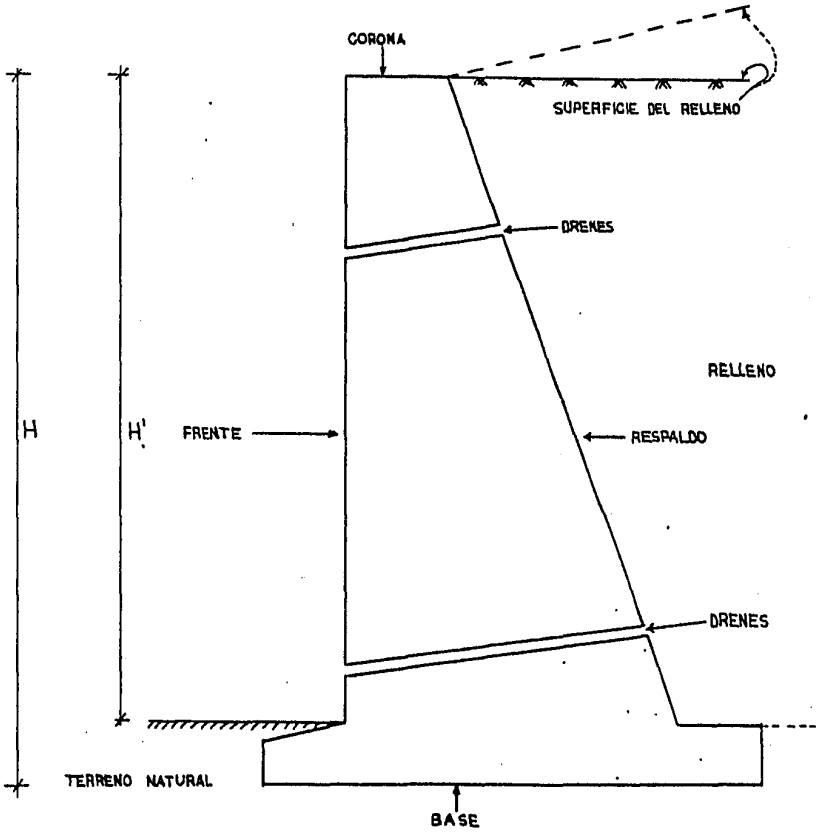
EMPLIJE DE TIERRAS

## EMPUJE DE TIERRAS

Dado que el suelo tiene una determinada resistencia al corte, no es posible pensar en formar en él un talud con cualquier inclinación sin que éste presente problemas de estabilidad. Sin embargo, en múltiples obras de ingeniería es necesario formar taludes con inclinaciones mayores a las que se podrían formar en un suelo debido a su resistencia al corte. En estos casos se recurre a la utilización de elementos estructurales que nos ayuden a sostener el suelo como serían: muros de retención, tablas, estacas, ademes, o cualquier estructura con fines de retención. Por supuesto que estas estructuras solamente deben utilizarse por razones de espacio o características de la obra en cuestión que las justifiquen, no siendo necesarias cuando la solución al problema permita la formación de un talud estable. He aquí algunos casos en los cuales se utilizan muros de retención:

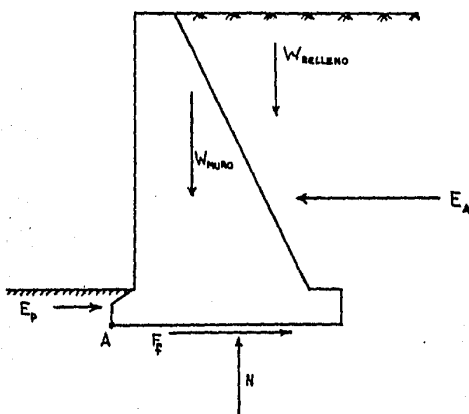


### MURO DE RETENCION

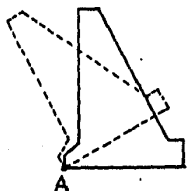


De los dibujos anteriores resulta evidente la importancia de conocer el empuje que el terreno o relleno causará sobre el muro.

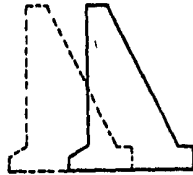
Pensemos en cuáles son los conceptos por los que tendríamos que analizar un muro de retención. Para ello, hagamos un diagrama de cuerpo libre. (DCL)



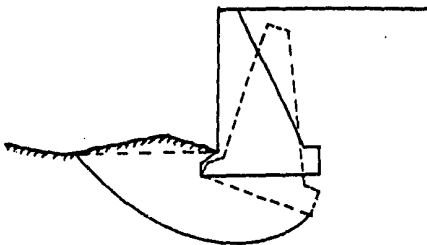
- POR VOLTEO: Como se puede apreciar en el DCL, el empuje producido por el relleno ( $E_A$ ), tratará de voltear al muro de la siguiente forma:



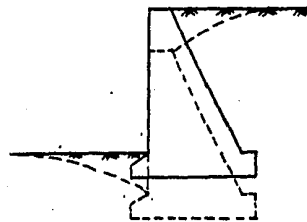
- POR DESLIZAMIENTO: También se puede observar que otra forma posible de falla será el deslizamiento que  $E_A$  tratará de producirle al muro.



- POR ESFUERZOS INTERNOS: En este caso habrá que revisar el estado de esfuerzos internos que se presente en el muro a causa de las fuerzas externas que actúan sobre él, evitando esfuerzos de tensión capaces de producir la falla en el material del cual esté hecho.
- POR CAPACIDAD DE CARGA: Aquí tendremos que cuidar que el muro no penetre dentro del suelo (resistencia al corte), y que no sufra hundimientos excesivos (asentamientos).

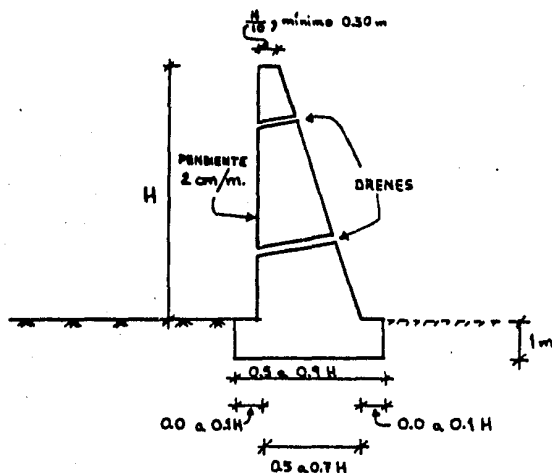


RESISTENCIA AL CORTE



ASENTAMIENTOS

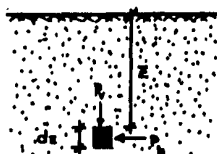
Dimensiones Tentativas para un Muro de Retención:



Lo que ahora nos interesa es conocer y evaluar el empuje de la tierra sobre el muro para poder realizar un diseño que nos garantice el buen funcionamiento de éste bajo condiciones de trabajo.

ESTADOS PLASTICOS DE EQUILIBRIO:

Teoría de Rankine: Se dice que una masa de suelo se encuentra en estado plástico de equilibrio cuando está a punto de fallar, es decir, en estado incipiente de falla. Analicemos una muestra diferencial de suelo a una profundidad "z" y veamos qué es lo que sucede en ella.

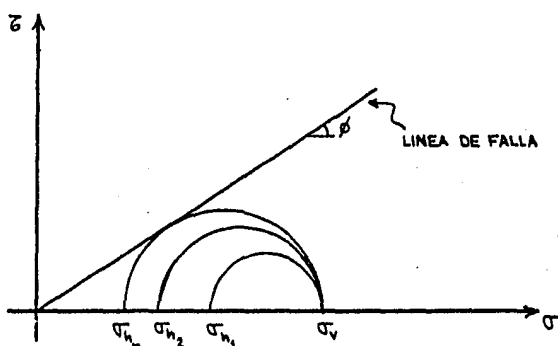


$$P_v = \gamma z$$

$\gamma$  = PESO ESPECIFICO DEL SUELO



Supongamos que este depósito de suelo se expande en dirección horizontal. Esto sería equivalente a someter la muestra a una prueba triaxial en la cual el esfuerzo vertical permanece constante mientras que el esfuerzo horizontal va disminuyendo. Evidentemente el suelo tiene una cierta resistencia al corte y llegará un momento en que para un determinado valor del esfuerzo horizontal la muestra fallará bajo la acción del esfuerzo vertical fijado. Gráficamente esto se puede apreciar de la siguiente forma:



El esfuerzo vertical ( $\sigma_v$ ) permanece constante, por lo que ese punto siempre será el mismo. El esfuerzo horizontal ( $\sigma_{h1}$ ) va disminuyendo hasta el momento en que el círculo de Mohr sea tangente a la línea de falla. A partir de aquí, los esfuerzos horizontales no podrán disminuir más puesto que se produciría la falla del suelo. A este valor de la presión horizontal se le conoce como presión activa ( $P_a$ ) y a la relación entre la presión horizontal y la vertical se le llama coeficiente de presión activa.

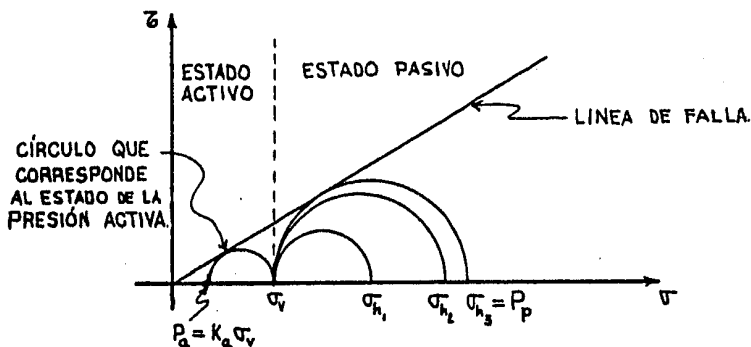
$$\sigma_3 = \sigma_{h1} = P_a = \text{presión activa.}$$

$$\sigma_1 = \sigma_v = P_v = \text{presión vertical}$$

$$\frac{P_a}{P_v} = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = K_A \quad (I)$$

$K_A$  = Coeficiente de presión activa.

De igual manera, supongamos que el depósito de suelo se comprime en dirección horizontal. Esto equivale a considerar a la muestra en una prueba triaxial en la cual el esfuerzo horizontal se aumenta y el vertical se mantiene constante. También aquí llegará un momento en que el círculo de Mohr será tangente a la línea de falla y la presión horizontal no podrá aumentar más. A este valor de la presión horizontal se le conoce como presión pasiva ( $P_p$ ) y a la relación de ésta con la presión vertical se le llama coeficiente de presión pasiva ( $K_p$ ).



$$\sigma_{h_n} = \sigma_1 = P_p = \text{presión pasiva.}$$

$$\sigma_v = \sigma_3 = P_v = \text{presión vertical.}$$

$$\frac{P_p}{P_v} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = K_p \quad (2)$$

$K_p$  = Coeficiente de presión pasiva.

A los valores de la presión activa ( $P_a$ ) y pasiva ( $P_p$ ) se les conoce como estados plásticos de equilibrio de Rankine. Al intervalo comprendido entre estos dos valores se le conoce como estado elástico de equilibrio.

De las ecuaciones (1) y (2) se pueden despejar los valores de  $P_a$  y  $P_p$ , quedando

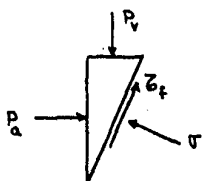
$$P_a = K_A P_V \quad (3) \quad \text{y} \quad P_p = K_p P_V \quad (4)$$

En las ecuaciones (3) y (4) se puede observar que las magnitudes de las presiones horizontal y vertical son diferentes entre sí, puesto que los valores de  $K_A$  y  $K_p$  son diferentes de la unidad para cualquier suelo.

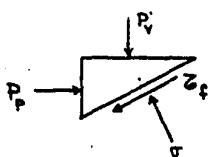
Ahora bien, en el plano de Mohr podemos ver que la presión vertical es mayor que la horizontal en el estado activo; y que en el estado pasivo la presión horizontal resulta mayor que la vertical.

¿A qué podríamos atribuir estas diferencias? La razón, o mejor dicho, la causa, es la resistencia al corte del suelo. En el estado activo el esfuerzo tangencial se opone al efecto de la gravedad provocando así que la presión horizontal sea menor. En el estado pasivo los esfuerzos tangenciales se superponen a la gravedad para contrarrestar las grandes presiones horizontales, causando así que la presión horizontal sea mayor que la vertical.

ESTADO ACTIVO.



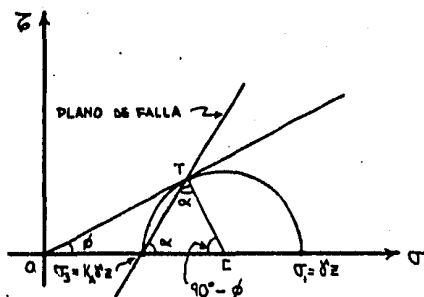
ESTADO PASIVO



En contraste con los suelos tenemos el agua, cuya resistencia al corte en condiciones estáticas es cero. Debido a esta característica ( $S=0$ ) del agua, la presión en ella se transmite con la misma magnitud en todas direcciones.

SUELOS FRICCIONANTES:

Presión Activa:



El ángulo de inclinación del plano de falla se puede obtener fácilmente de la siguiente expresión:

$$2\alpha + (90 - \phi) = 180^\circ$$

$$\alpha = 45 + \frac{\phi}{2} \text{ ANGULO DE FALLA}$$

La presión activa estará dada por:

$$P_A = K_A \gamma z$$

$\gamma$  y  $z$  son conocidas, por lo que lo único que falta por determinar es  $K_A$ . Para ello, tomemos el triángulo OCT de la figura anterior:

$$\text{sen } \phi = \frac{\overline{CT}}{OC} \quad \text{--- (5)}$$

$$\overline{CT} = \frac{\gamma z - K_A \gamma z}{2}, \text{ por ser el radio del círculo.}$$

$$\overline{\sigma} = K_A \gamma z + \frac{\gamma z - K_A \gamma z}{2}$$

Sustituyendo estas expresiones en (5):

$$\operatorname{sen} \phi = \frac{\frac{\gamma z - K_A \gamma z}{2}}{K_A \gamma z + \frac{\gamma z - K_A \gamma z}{2}} = \frac{\frac{\gamma z - K_A \gamma z}{2}}{\frac{\gamma z + K_A \gamma z}{2}} = \frac{\gamma z (1 - K_A)}{\gamma z (1 + K_A)}$$

$$\operatorname{sen} \phi = \frac{1 - K_A}{1 + K_A} \implies (1 + K_A) \operatorname{sen} \phi = 1 - K_A$$

$$\operatorname{sen} \phi + K_A \operatorname{sen} \phi = 1 - K_A$$

$$K_A \operatorname{sen} \phi + K_A = 1 - \operatorname{sen} \phi$$

$$K_A (1 + \operatorname{sen} \phi) = 1 - \operatorname{sen} \phi$$

$$\therefore K_A = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}$$

COEFICIENTE ACTIVO

y por lo tanto:

$$P_A = \left[ \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} \right] \gamma z$$

PRESION PASIVA

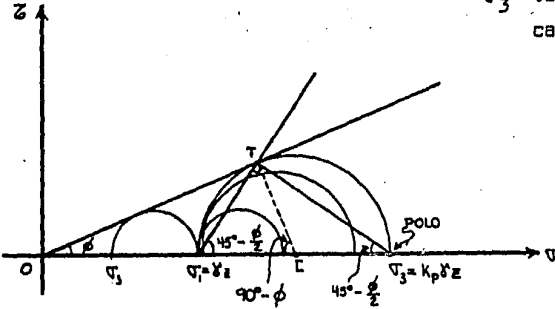
En la Ec. anterior podemos apreciar que si se trata de un mismo material de relleno, el ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) y el peso específico ( $\gamma$ ) serán constantes. Esto nos indica que la presión variará en forma lineal con la profundidad ( $z$ ); obteniéndose el empuje del volumen del prisma de presiones. Este empuje estará aplicado en el centroide de dicho prisma.

De cualquier manera, aunque se tengan distintos materiales de relleno, es decir que  $\phi$  y  $\gamma$  varíen, el empuje se obtendrá del volumen del prisma de presiones.

Presión Pasiva:

$\sigma_1 = \text{cte.}$

$\sigma_3$  va aumentando hasta provocar la falla.



Nuevamente en el triángulo OTC:

$$\text{sen } \phi = \frac{CT}{OC}$$

$$CT = \frac{K_p \gamma z}{2} - \gamma z$$

$$OC = \gamma z - \frac{K_p \gamma z}{2}$$

$$\operatorname{sen} \phi = \frac{\frac{K_p \delta z - \delta z}{2}}{\delta z + \frac{K_p \delta z - \delta z}{2}} = \frac{\frac{K_p \delta z - \delta z}{2}}{\frac{\delta z + K_p \delta z}{2}}$$

$$\operatorname{sen} \phi = \frac{\delta z (K_p - 1)}{\delta z (K_p + 1)} = \frac{K_p - 1}{K_p + 1}$$

$$(K_p + 1) \operatorname{sen} \phi = K_p - 1$$

$$K_p \operatorname{sen} \phi + \operatorname{sen} \phi = K_p - 1$$

$$K_p - K_p \operatorname{sen} \phi = 1 + \operatorname{sen} \phi$$

$$K_p (1 - \operatorname{sen} \phi) = 1 + \operatorname{sen} \phi$$

$$K_p = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

COEFICIENTE PASIVO

$$P_p = \left[ \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right] \delta z$$

El ángulo de inclinación del plano de falla se obtiene fácilmente del triángulo cuyos vértices son  $\sigma_1$ , T y P, de la siguiente manera:

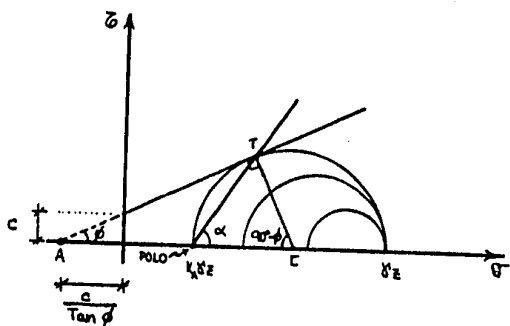
$$(45^\circ + \frac{\phi}{2}) + 90^\circ = 180^\circ - \alpha$$

$$\alpha = 90^\circ - (45^\circ + \frac{\phi}{2})$$

$$\alpha = 45^\circ - \frac{\phi}{2}$$

SUELOS COHESIVOS FRICCIONANTES:

Presión activa:



Del triángulo PTC:

$$2\alpha + (90 - \phi) = 180^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\phi}{2} \text{ ANGULO DE FALLA}$$

$$AC = K_A \gamma z + \frac{\gamma z - K_A \gamma z}{2} + \frac{c}{\tan \phi}$$

$$= \frac{\gamma z + K_A \gamma z}{2} + \frac{c}{\tan \phi} = \gamma z + K_A \gamma z + \frac{2c}{\tan \phi}$$

En el triángulo ACT:

$$\sin \phi = \frac{\frac{\gamma z - K_A \gamma z}{2}}{\frac{\gamma z + K_A \gamma z + \frac{2c}{\tan \phi}}{2}} = \frac{\gamma z (1 - K_A)}{\gamma z (1 + K_A) + \frac{2c}{\tan \phi}}$$

$$\left[ \gamma z (1 + K_A) + \frac{2c}{\tan \phi} \right] \sin \phi = \gamma z (1 - K_A)$$

$$\frac{2c}{\tan \phi} \sin \phi = \gamma z (1 - K_A) - \gamma z \sin \phi (1 + K_A) = \gamma z [(1 - K_A) - \sin \phi (1 + K_A)]$$

$$= \gamma z [1 - \sin \phi - K_A - K_A \sin \phi]$$



$$\frac{2c}{\frac{\sin \phi}{\cos \phi}} \sin \phi = 2c \cos \phi = \gamma z [1 - \sin \phi - K_A (1 + \sin \phi)]$$

$$2c \cos \phi - \gamma z (1 - \sin \phi) = -\gamma z K_A (1 + \sin \phi)$$

$$\therefore K_A = \frac{\gamma z (1 - \sin \phi) - 2c \cos \phi}{\gamma z (1 + \sin \phi)}$$

COEFICIENTE ACTIVO

Es muy común en la literatura de la Mecánica de Suelos encontrar a los coeficientes  $K_A$  y  $K_P$  en términos de  $N_\phi$ , factor que depende del ángulo de fricción interna ( $\phi$ ).

$$N_\phi = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

Sabemos que  $\tan^2 A = \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A}$ ; y aplicando esta identidad trigonométrica tenemos:

$$\tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 - \cos 2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)}{1 + \cos 2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)} = \frac{1 - \cos (90^\circ + \phi)}{1 + \cos (90^\circ + \phi)} \quad \text{--- (A)}$$

Por otro lado sabemos que el coseno de un ángulo es igual al seno de su suplemento, es decir:

$$\cos (90^\circ + \phi) = \sin (-\phi) = -\sin \phi$$

Sustituyendo este resultado en (A), tenemos que:

$$\tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 - (-\sin \phi)}{1 + (-\sin \phi)} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

y por lo tanto sabemos que

$$N_\phi = \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad \text{--- (6)}$$

Por otro lado:

$$\tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} = N_\phi$$

$$\tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}} = \sqrt{N_\phi}$$

Sacando el recíproco:

$$\frac{1}{\tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)} = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}} = \frac{1}{\sqrt{N_\phi}}$$

Multiplicando y Dividiendo por  $(1 + \operatorname{sen} \phi)$  dentro de la raíz:

$$\frac{1}{\tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)} = \frac{\sqrt{(1 + \operatorname{sen} \phi)(1 - \operatorname{sen} \phi)}}{(1 + \operatorname{sen} \phi)(1 + \operatorname{sen} \phi)} = \frac{\sqrt{(1 + \operatorname{sen} \phi)(1 - \operatorname{sen} \phi)}}{1 + \operatorname{sen} \phi}$$

Pero

$$(1 + \operatorname{sen} \phi)(1 - \operatorname{sen} \phi) = 1 - \operatorname{sen}^2 \phi = \cos^2 \phi,$$

Regresando a la expresión anterior:

$$\frac{1}{\tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)} = \frac{\sqrt{(1 + \operatorname{sen} \phi)(1 - \operatorname{sen} \phi)}}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \frac{\sqrt{\cos^2 \phi}}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \frac{\cos \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi}$$

$$\therefore \frac{\cos \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \frac{1}{\sqrt{N_\phi}} \quad - (7)$$

Sustituyendo los resultados de las ecuaciones (6) y (7) en la expresión del  $K_A$  para suelos cohesivos-friccionantes:

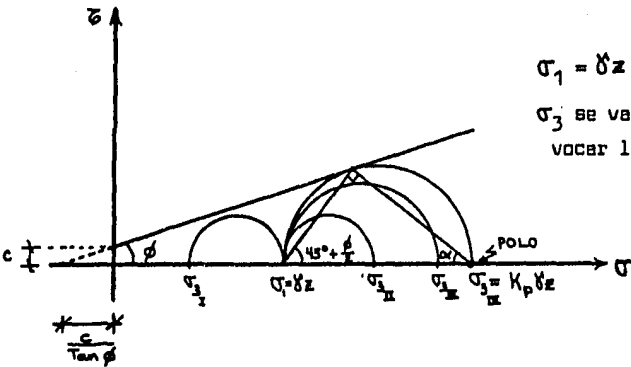
$$K_A = \frac{\gamma z (1 - \sin \phi) - 2c \cos \phi}{\gamma z (1 + \sin \phi)} = \frac{1}{N_\phi} - \frac{2c}{\gamma z \sqrt{N_\phi}}$$

∴

$$K_A = \frac{1}{N_\phi} - \frac{2c}{\gamma z \sqrt{N_\phi}}$$

$$P_A = \frac{\gamma z}{N_\phi} - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}}$$

PRESION PASIVA:



$$\sigma_1 = \gamma z = \text{cte.}$$

$\sigma_3$  se va aumentando hasta provocar la falla.

$$\sin \phi = \frac{\frac{K_p \gamma z - \gamma z}{2}}{\frac{K_p \gamma z + \gamma z + \frac{2c}{\tan \phi}}{2}} = \frac{\gamma z (K_p - 1)}{\gamma z (K_p + 1) + \frac{2c}{\tan \phi}}$$

$$\left[ \gamma z (K_p + 1) + \frac{2c}{\tan \phi} \right] \sin \phi = \gamma z (K_p - 1)$$

$$\frac{2c}{\tan \phi} \operatorname{sen} \phi = \gamma z (K_p - 1) - \gamma z (K_p + 1) \operatorname{sen} \phi = \gamma z [(K_p - 1) - (K_p + 1) \operatorname{sen} \phi] = \gamma z [(-1 - \operatorname{sen} \phi) + K_p(1 - \operatorname{sen} \phi)]$$

$$2c \cos \phi = \gamma z [(-1 - \operatorname{sen} \phi) + K_p(1 - \operatorname{sen} \phi)] = -\gamma z [(1 + \operatorname{sen} \phi) - K_p(1 - \operatorname{sen} \phi)]$$

$$2c \cos \phi + \gamma z (1 + \operatorname{sen} \phi) = \gamma z K_p (1 - \operatorname{sen} \phi)$$

$$K_p = \frac{\gamma z (1 + \operatorname{sen} \phi) + 2c \cos \phi}{\gamma z (1 - \operatorname{sen} \phi)}$$

COEFICIENTE PASIVO

Para poder expresar la ecuación anterior en términos de  $N_d$ , habrá que encontrar la relación entre  $\frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$  y  $N_d$ .

Hagamos  $1 + \operatorname{sen} \phi = 1 + \operatorname{sen} \phi \left[ \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right]$

$$1 + \operatorname{sen} \phi = \frac{(1 + \operatorname{sen} \phi)(1 - \operatorname{sen} \phi)}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \frac{1 - \operatorname{sen}^2 \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \frac{\cos^2 \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

$$1 + \operatorname{sen} \phi = \frac{\cos \phi \cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

$$\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{\cos \phi} = \frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

De la Ec. (7) sabemos:

$$\frac{\cos \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \frac{1}{\sqrt{N_{\phi}}} \Rightarrow \sqrt{N_{\phi}} = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{\cos \phi}$$

Sustituyendo en lo anterior:

$$\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{\cos \phi} = \sqrt{N_{\phi}} = \frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

$$\therefore \sqrt{N_{\phi}} = \frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \quad \text{--- (8)}$$

Sustituyendo (8) en la expresión del  $K_p$  tenemos:

$$K_p = N_{\phi} + \frac{2c\sqrt{N_{\phi}}}{\gamma z}$$

$$P_p = K_p \gamma z = \gamma z N_{\phi} + 2c\sqrt{N_{\phi}}$$

$$\alpha = 45^{\circ} - \frac{\phi}{2}$$

ANGULO DE FALLA

SUELOS COHESIVOS:

Sustituyendo el valor de  $\phi = 0^\circ$  en las expresiones del  $K_A$  y  $K_P$  para suelos cohesivos-friccionantes obtenemos:

$$N_\phi = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \frac{1 + \operatorname{sen} 0^\circ}{1 - \operatorname{sen} 0^\circ} = 1$$

$\therefore$

$$K_A = 1 - \frac{2c}{\gamma z}$$

COEFICIENTE ACTIVO.

$$K_P = 1 + \frac{2c}{\gamma z}$$

COEFICIENTE PASIVO.

y por lo tanto:

$$P_A = \gamma z - 2c$$

$$P_P = \gamma z + 2c$$

y  $\alpha = 45^\circ$

ANGULO DE FALLA

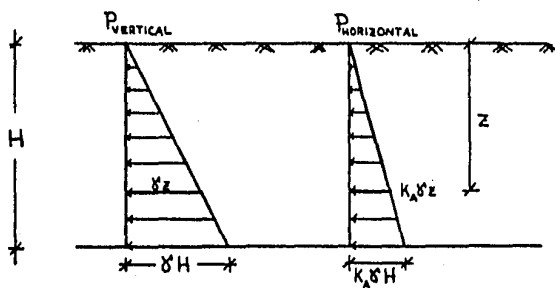
En resumen tenemos lo siguiente:

	$K_A$	$K_p$
SUELO FRICCIONANTE	$\frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \operatorname{Tan}^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) = \frac{1}{N_\phi}$	$\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \operatorname{Tan}^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}) = N_\phi$
COHESIVOS - FRICCIONANTES	$\frac{\gamma z(1 - \operatorname{sen} \phi) - 2c \cos \phi}{\gamma z(1 + \operatorname{sen} \phi)} = \frac{1}{N_\phi} - \frac{2c}{\gamma z \sqrt{N_\phi}}$	$\frac{\gamma z(1 + \operatorname{sen} \phi) + 2c \cos \phi}{\gamma z(1 - \operatorname{sen} \phi)} = N_\phi + \frac{2c \sqrt{N_\phi}}{\gamma z}$
COHESIVOS	$1 - \frac{2c}{\gamma z}$	$1 + \frac{2c}{\gamma z}$
	$P_A$	$P_p$
SUELO FRICCIONANTE	$\frac{\gamma z}{N_\phi}$	$N_\phi \gamma z$
COHESIVOS - FRICCIONANTES	$\frac{\gamma z}{N_\phi} - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}}$	$N_\phi \gamma z + 2c \sqrt{N_\phi}$
COHESIVOS	$\gamma z - 2c$	$\gamma z + 2c$
	$\alpha$	$\alpha$
SUELO FRICCIONANTE	$45^\circ + \frac{\phi}{2}$	$45^\circ - \frac{\phi}{2}$
COHESIVOS - FRICCIONANTES	$45^\circ + \frac{\phi}{2}$	$45^\circ - \frac{\phi}{2}$
COHESIVOS	$45^\circ$	$45^\circ$

## EMPUJE ACTIVO:

El empuje activo estará determinado por el volumen del prisma de presiones.

Haciendo un diagrama de presiones vertical y horizontal tenemos:



$$E_A = \frac{(K_A \delta H) H}{2}$$

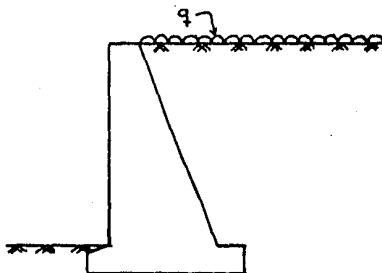
$$E_A = \frac{K_A \delta \cdot H^2}{2}$$

Esta expresión nos permite calcular el valor del empuje activo y dependiendo del suelo con el que se trabaje, friccionante, cohesivo-friccionante o puramente cohesivo, el coeficiente activo de presiones  $K_A$  tendrá que valorarse con las expresiones vistas anteriormente que correspondan al suelo en cuestión.



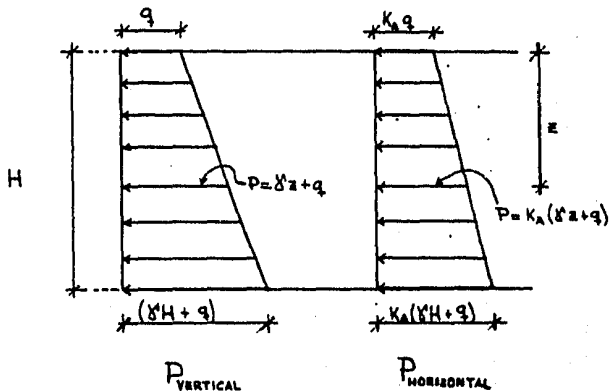
EFFECTO DE UNA SOBRECARGA:

El efecto de una sobrecarga, en cuanto a presión se refiere, puede obtenerse fácilmente mediante la aplicación del principio de superposición.



$q$  : sobrecarga uniformemente repartida.

Los diagramas de presiones vertical y horizontal quedarán de la siguiente manera:



Por lo tanto, la presión activa es:

$$P_A = K_A (\gamma z + q)$$

Sustituyendo  $K_A$  para cada uno de los suelos, llegamos a las siguientes expresiones:

$$K_{A_{FRIC.}} = \frac{1}{N_\phi} ; \quad K_{A_{CON-FRIC.}} = \frac{1}{N_\phi} - \frac{2c}{(\gamma z + q)\sqrt{N_\phi}} ; \quad K_{A_{CON}} = 1 - \frac{2c}{\gamma z + q}$$

SUELO FRICCIONANTE

$$P_A = \frac{\gamma z + q}{N_\phi}$$

SUELO COHESIVO-FRICCIONANTE

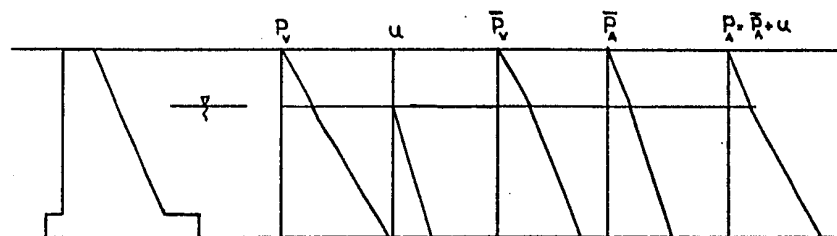
$$P_A = \frac{\gamma z + q}{N_\phi} - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}}$$

SUELO PURAMENTE COHESIVO

$$P_A = (\gamma z + q) - 2c$$

EFFECTO DE LA PRESION EJERCIDA POR EL AGUA EN EL EMPUJE DE TIERRAS:

Supongamos un muro de retención en cuyo relleno podemos encontrar el nivel de aguas freáticas (NAF) a una cierta profundidad de la superficie.



La presión ejercida se puede dividir en dos partes, una provocada por los sólidos del relleno y la otra por el agua.

Dado que la presión en el agua se transmite con la misma intensidad en todas direcciones, ésta no se ve afectada por el coeficiente de presiones  $K_A$  para obtener su magnitud en el sentido horizontal.

En cambio, en los sólidos sí se requiere afectar la presión vertical por el coeficiente de presiones. Por este hecho, tendremos que valorar la presión vertical efectiva ( $\bar{P}_V = P_V - u$ ), para poder prescindir del efecto del agua.

De esta manera obtenemos la presión horizontal efectiva  $\bar{P}_A = K_A \bar{P}_V$ , que es la presión que ocasionará empuje en sentido horizontal a causa de los sólidos.

Mediante la aplicación del principio de superposición obtenemos la presión total sumando ambos efectos, los del agua y los de los sólidos, es decir:

$$P_A = u + \bar{P}_A,$$

como se puede apreciar en la figura anterior.

## EJEMPLO:

En un muro de retención tipo gravedad de 5m de altura, obtener la presión horizontal activa total. El relleno está formado por un arena medianamente compacta con un  $S_g = 2.65$ ,  $e = 0.6$  y  $\phi = 33^\circ$ .

Analizar los siguientes casos:

- Relleno Seco.
- Relleno totalmente saturado debido a una fuerte lluvia, pero el drenaje del muro está funcionando.
- Nivel de agua libre en la superficie del relleno debido a que se olvidó colocar el drenaje.
- Nivel de agua libre a la profundidad  $d_1 = 4m$  bajo la corona del muro. Arena seca hasta la profundidad  $d_2 = 2m$  bajo la corona del muro. La zona entre  $d_1$  y  $d_2$  está totalmente saturada por capilaridad.
- Obtener el empuje activo ( $E_A$ ) para los casos de los incisos anteriores.

S o l u c i ó n.

- Obtenemos el peso seco del material:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_o S_g}{1 + e} = \frac{1(2.65)}{1 + 0.6} = 1.656 \text{ Ton/m}^3$$

La presión vertical  $P_v$  estará dada por:

$$P_v = \gamma_d z = 1.656(5) = 8.280 \text{ Ton/m}^2$$

El coeficiente de presiones  $K_A$  para este suelo es:

$$K_A = \frac{1 - \tan \phi}{1 + \tan \phi} = \frac{1 - \tan 33^\circ}{1 + \tan 33^\circ} = 0.2948$$

Y la presión pasiva:

$$P_A = K_A \gamma_d z = 0.2948(8.28)$$

$$P_A = 2.4413 \text{ Ton/m}^2$$

b) En este caso el suelo se encuentra totalmente saturado pero como el drenaje está funcionando no existe concentración de agua y por ello tampoco hay presión en el agua.

Obtención del peso específico saturado:

$$\gamma_{sat} = \frac{S_s \gamma_s + e \gamma_w}{1 + e} = \frac{(2.65 + 0.6) 1}{1 + 0.6} = 2.0313 \text{ Ton/m}^3$$

Presión Vertical:

$$P_v = \gamma_{sat} z = 2.0313 (5) = 10.156 \text{ Ton/m}^2$$

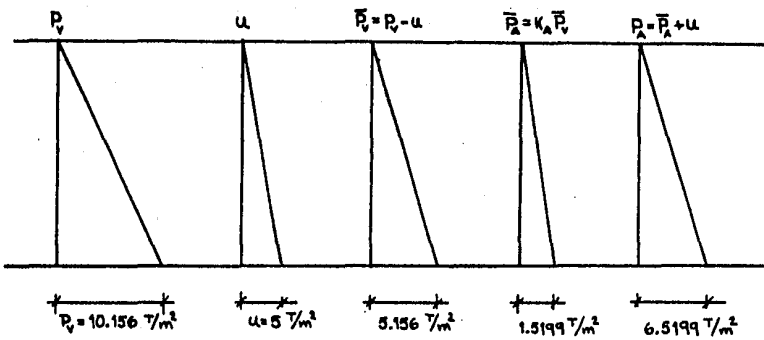
Presión Activa:  $K_A = 0.2948$

$$P_A = K_A P_v = 0.2948 (10.156)$$

$$P_A = 2.994 \text{ Ton/m}^2$$

- c) Como no hay drenaje se deberá tomar en cuenta el efecto del agua, cuyo nivel está en la superficie del relleno.

Diagramas de Presiones:



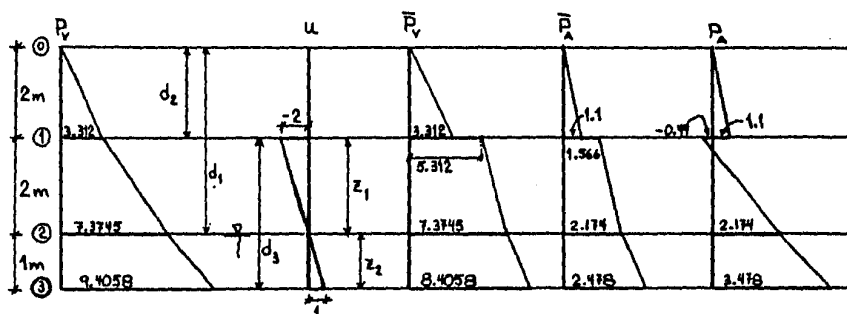
$$\bar{P}_v = P_v - u = 10.156 - 5 = 5.156 \text{ Ton/m}^2$$

$$\bar{P}_A = K_A \bar{P}_v = 0.2948 (5.156) = 1.5199 \text{ Ton/m}^2$$

$$P_A = \bar{P}_A + u = 1.5199 + 5$$

$$P_A = 6.5199 \text{ Ton/m}^2$$

d) En este caso el NAF está a 4m y el suelo se encuentra saturado por capilaridad hasta 2m de profundidad, por lo que los diagramas de presiones serían::



Presión Vertical:

$$P_{V_1} = \gamma'_s d_2 = 1.656(2) = 3.312 \text{ Ton/m}^2$$

$$P_{V_2} = P_{V_1} + \gamma'_{sat}(d_1 - d_2) = 3.312 + 2.0313(4 - 2) = 7.3745 \text{ Ton/m}^2$$

$$P_{V_3} = P_{V_1} + \gamma'_{sat} d_3 = 3.312 + 2.0313(3) = 9.4058 \text{ Ton/m}^2$$

Presión en el Agua:

$$u_1 = -\gamma'_w z_1 = -(1)(2) = -2 \text{ Ton/m}^2$$

El agua está trabajando a tensión en (1)

$$u_2 = 0 \text{ Ton/m}^2$$

$$u_3 = \gamma'_w z_2 = (1)(1) = 1 \text{ Ton/m}^2$$

Presión Vertical Efectiva:

$$\bar{P}_V = P_V - u$$

Antes del nivel (1):

$$\bar{P}_{V_1} = 3.312 - 0 = 3.312 \text{ Ton/m}^2.$$

Después del nivel (1):

$$\bar{P}_{V_1} = 3.312 - (-2) = 5.312 \text{ Ton/m}^2.$$

$$\bar{P}_{V_2} = 7.3745 - 0 = 7.3745 \text{ Ton/m}^2.$$

$$\bar{P}_{V_3} = 9.4058 - 1 = 8.4058 \text{ Ton/m}^2.$$

Presión Activa Efectiva:  $\bar{P}_A = K_A \bar{P}_V$

Antes del nivel (1):

$$\bar{P}_{A_1} = 0.2948 (3.312) = 1.1 \text{ Ton/m}^2.$$

Después del nivel (1):

$$\bar{P}_{A_1} = 0.294 (5.312) = 1.566 \text{ Ton/m}^2.$$

$$\bar{P}_{A_2} = 0.294 (7.3745) = 2.174 \text{ Ton/m}^2.$$

$$\bar{P}_{A_3} = 0.294 (8.4058) = 2.478 \text{ Ton/m}^2.$$



Presión Activa:

$$P_A = \bar{P}_A + u$$

Antes del nivel (1):

$$P_{A_1} = 1.1 + 0 = 1.1 \text{ Ton/m}^2.$$

Después del nivel (1):

$$P_{A_1} = 1.566 + (-2) = -0.44 \text{ Ton/m}^2.$$

$$P_{A_2} = 2.174 + 0 = 2.174 \text{ Ton/m}^2.$$

$$P_{A_3} = 2.478 + 1 = 3.478 \text{ Ton/m}^2.$$

e) Caso a)

$$E_A = \frac{k_a \gamma H^2}{2} = \frac{P_a H}{2}$$

$$E_A = \frac{2.4413(\sigma)}{2} = 6.1033 \text{ Ton/m}.$$

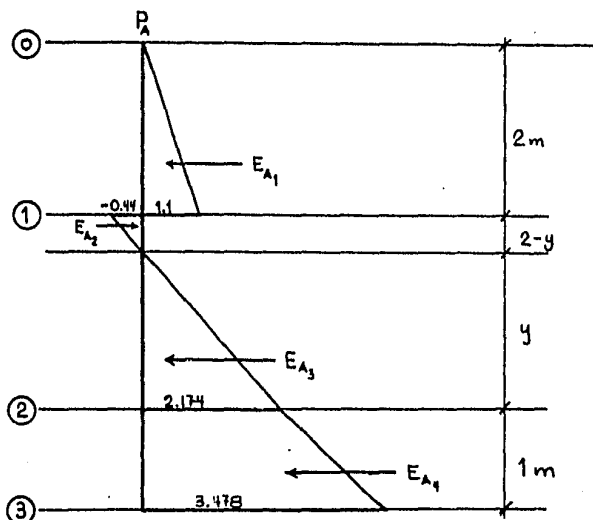
Caso b)

$$E_A = \frac{2.994(\sigma)}{2} = 7.485 \text{ Ton/m}.$$

Caso c)

$$E_A = \frac{6.5799(\sigma)}{2} = 16.300 \text{ Ton/m}^2.$$

Caso d)



$$E_{A1} = \frac{1.1(4)}{2} = 1.1 \text{ Ton/m.}$$

Obtengamos la ecuación de la recta del diagrama de presiones entre el nivel (1) y el (2):

Esta recta pasa por los puntos

$$(2.174, 0) \text{ y } (-0.44, 2)$$

$$m = \frac{2 - 0}{-0.44 - 2.174} = -0.76511$$

La ecuación de la recta será:

$$y = -0.76511 x + b$$

Como pasa por el punto (2.174, 0)

$$0 = -0.76511(2.174) + b \rightarrow b = 1.6633$$

$$\therefore y = -0.76511x + 1.6633$$

Cuando  $X = 0$   $y = 1.6633$

$$E_{A_2} = \frac{-0.44(2-1.6633)}{2} = -0.074 \text{ Ton/m.}$$

$$E_{A_3} = \frac{2.174(1.6633)}{2} = 1.808 \text{ T/m.}$$

$$E_{A_4} = \frac{(P_{A_2} + P_{A_3})}{2} \quad (1)$$

$$E_{A_4} = \frac{(2.174 + 3.438)}{2} \quad (1) = 2.826 \text{ T/m.}$$

El empuje total será la suma de  $E_{A_1}$ ,  $E_{A_2}$ ,  $E_{A_3}$  y  $E_{A_4}$  aplicado en el centroide de todo el diagrama.

#### METODO SEMIEMPIRICO DE TERZAGHI:

Existen varios métodos empíricos y semiempíricos para calcular la presión ejercida por el empuje de tierras; sin embargo, los resultados con ellos obtenidos difieren entre sí. Además, se ha observado que el utilizar métodos teóricos para calcular la presión en suelos cohesivos arroja resultados que no representan propiamente a la realidad.

El Dr. Terzaghi basado en su experiencia y en información obtenida a partir de la recopilación de datos reales medidos en campo, desarrolló un método que permite obtener resultados satisfactorios.

Utilizando esta información Terzaghi obtuvo unas gráficas mediante las cuales se obtienen los valores de los parámetros necesarios para evaluar las presiones horizontal y vertical en función del ángulo de inclinación de la superficie del relleno con respecto a la horizontal ( $\beta$ ), del tipo de material de relleno y de las condiciones de sobrecarga en la superficie del mismo.

Estas gráficas requieren la clasificación previa del material de relleno según las siguientes cinco categorías:

#### Tipos de Relleno para Muros de Retención:

1. Suelo granular grueso sin finos, muy permeable (arena limpia o --grava).
2. Suelo granular con baja permeabilidad debida a la presencia de finos limosos.
3. Suelos residuales con cantos, arenas limosas y material granular con contenido apreciable de arcilla.
4. Arcillas blandas o muy blandas, limos orgánicos o arcillas limosas.
5. Arcilla dura o medianamente dura depositada en fragmentos y protegida de tal manera que el agua proveniente de una fuerte lluvia o

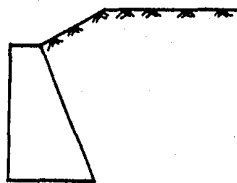
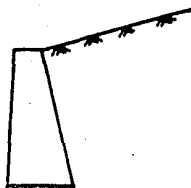
cualquier otra fuente no penetre entre los fragmentos. Si estas condiciones no pueden satisfacerse, el arcilla no deberá usarse como material de relleno. Al incrementar la dureza del arcilla, el peligro que la infiltración de agua representa para el muro aumenta con rapidez.

Los muros de retención presentan diferentes formas y condiciones de sobrecarga en la superficie de relleno. El método semiempírico de Terzaghi considera los siguientes cuatro casos:

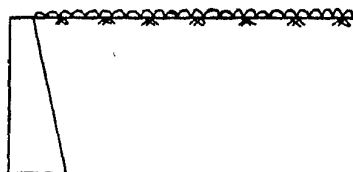
- 1.) Superficie del relleno plana y sin sobrecarga:



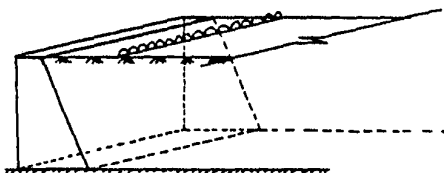
- 2.) Superficie del relleno inclinada:



- 3.) Superficie horizontal y sobrecarga uniformemente distribuida por unidad de área:



4. Superficie horizontal y sobrecarga uniformemente distribuida paralela a la cresta del muro en forma lineal:



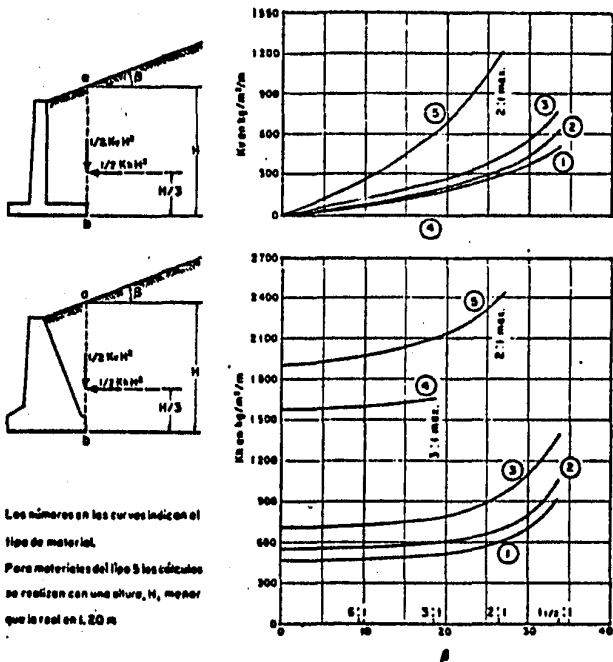
Para valuar los empujes horizontal y vertical se utilizan las siguientes expresiones:

$$E_H = \frac{1}{2} K_h H^2.$$

$$E_V = \frac{1}{2} K_v H^2.$$

donde H es la altura de la sección vertical que pasa por el pie del muro, extendiéndose desde la parte de abajo de la base hasta la superficie del relleno.

$K_h$  y  $K_v$  se obtienen de las gráficas anteriormente mencionadas y que son las siguientes:

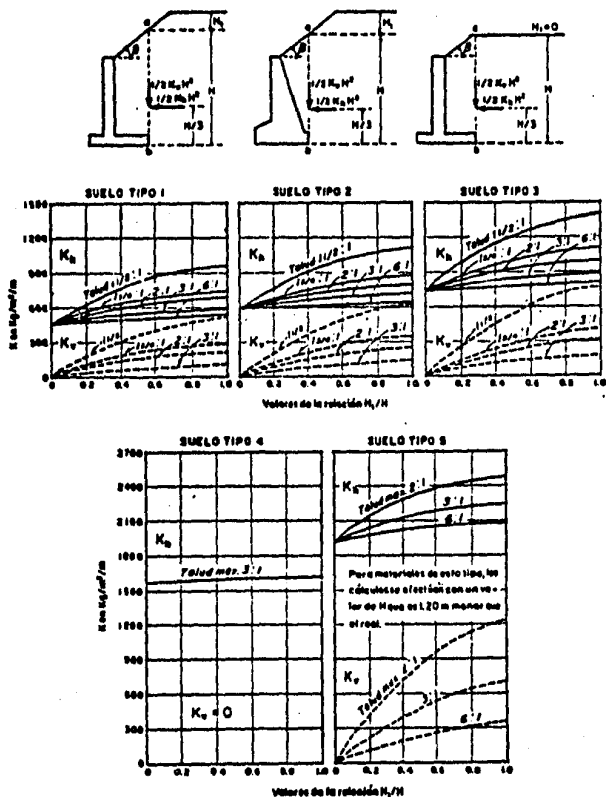


**N o t a :** Los números en las curvas indican el tipo de suelo al que corresponden según se clasificaron anteriormente.

En materiales que corresponden al tipo (5), los cálculos se efectúan disminuyendo H real en 1.2 m.

El punto de aplicación del empuje está en el tercio inferior de  $H$ , es decir, a una altura  $\frac{H}{3}$  medida a partir de la base del muro. Para materiales de relleno constituidos por trozos de arcilla, tipo (5), el empuje se calcula con una altura reducida en 1.2m, pero la presión resultante deberá considerarse actuando a  $\frac{1}{3} H$ , medida a partir de la base del muro.

Para muros cuyos rellenos están inclinados con respecto a la horizontal hasta una cierta distancia, pero que después son horizontales, los valores numéricos de los coeficientes  $K_v$  y  $K_h$  se obtienen mediante las siguientes gráficas:



Gráficas para calcular el empuje en muros con rellenos inclinados hasta cierto punto y después son horizontales.



Al igual que en el caso anterior, los empujes se aplican a una distancia de  $\frac{H}{3}$  a partir de la base del muro y para materiales tipo (5) el cálculo del empuje se realiza con un valor de H real menos 1.2 m.

En caso de que la superficie del relleno sea horizontal y exista sobre ella una sobrecarga uniformemente distribuida por unidad de área (q), deberá considerarse un incremento en la presión horizontal por unidad de área a cualquier profundidad debida a la sobrecarga y cuya magnitud será:

$$P_q = C_q,$$

donde C es un coeficiente que depende del tipo de suelo y sus valores están dados en la tabla siguiente:

TIPO DE SUELO	C
1	0.27
2	0.30
3	0.39
4	1.00
5	1.00

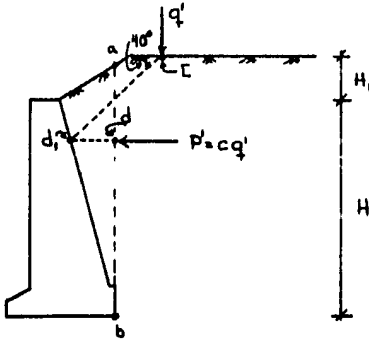
En caso de que la superficie del relleno sea horizontal y actúe sobre ella una carga linealmente uniforme (q'), paralela a la cresta del muro, esta carga producirá una fuerza horizontal por unidad de longitud del muro igual a:

$$P' = Cq',$$

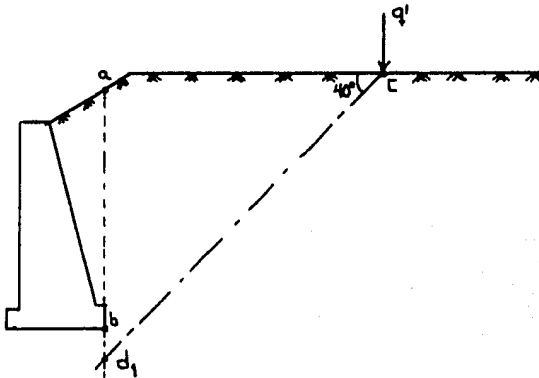
donde los valores de c se obtienen de la tabla anterior. Para hallar el punto, o mejor dicho, la línea de aplicación de esta fuerza se procede de la siguiente manera:

A partir del punto de aplicación de la carga q', llamado C, se traza una línea recta inclinada  $40^\circ$  respecto a la horizontal hasta que interseccione al respaldo del muro en un punto al que se le llama  $d_1$ . Desde este pun

to  $d_1$ , se traza una horizontal hasta que intersecte a la vertical que va desde el pie del muro hasta la superficie en otro punto al que se le llama  $d$ . Es aquí donde se considera que la fuerza horizontal  $P' = cq'$  actúa.



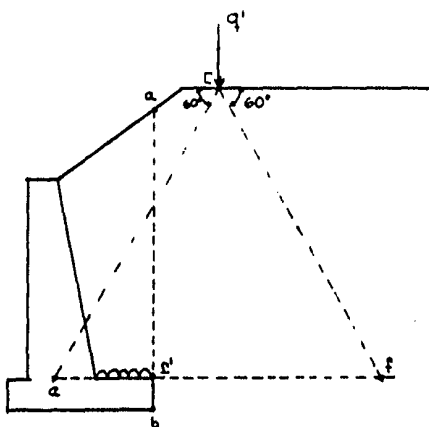
Si el punto  $d_1$  está situado bajo la base del muro el efecto de la sobrecarga se desprecia.



Si el punto  $C$  de aplicación de la carga  $q'$  queda a la izquierda del plano vertical  $a-b$ , la regla permanece sin cambios.

Para el cálculo de la influencia de la carga  $q'$  en cuanto a presión vertical se refiere, el procedimiento propuesto por Terzaghi es el siguiente:

A partir del punto  $C$ , se trazan 2 líneas rectas orientadas, cada una de ellas, con ángulo de  $60^\circ$  respecto a la horizontal hasta formar un triángulo equilátero. Se supone entonces una presión  $P'' = q'/\overline{ef}$  uniformemente distribuida actuando sobre la base de dicho triángulo. Solamente aquella parte de  $P''$  que actúe sobre la losa de cimentación será considerada.



Estos procedimientos se refieren a casos en los que el suelo de apoyo es relativamente firme, pero en casos en los que el terreno de apoyo sea muy compresible, la fricción y adhesión entre el relleno y el muro, que antes tendían a empujar a este último hacia abajo reduciendo así el empuje, pueden cambiar de dirección a causa de algún asentamiento. Esto incrementaría el empuje en forma muy considerable, por lo que Terzaghi <sup>1/</sup> recomienda aumentar los valores calculados para suelos tipo 1, 2, 3, y 5 en un 50%.

Además, este método no considera la presencia de presiones hidrostáticas contra el muro, por lo que los muros deberán proveerse de un sistema de drenaje efectivo.

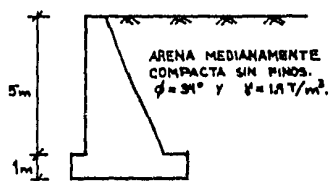
<sup>1/</sup> TERZAGHI K., Peck R., Soil mechanics in engineering practice, Ed. John Wiley & Sons, 2a. edición, 1967, pag. 368.

COMPARACION DE RESULTADOS OBTENIDOS UTILIZANDO EL METODO DE RANKINE Y EL SEMIEMPIRICO DE TERZAGHI, MEDIANTE UN EJEMPLO:

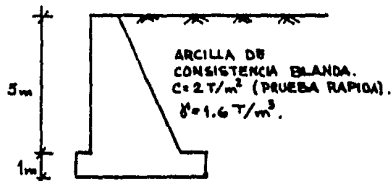
EJEMPLO:

Calcular el empuje horizontal sobre los siguientes muros de retención utilizando tanto el método de Rankine como el de Terzaghi.

a)



b)



S o l u c i ó n a)

Método de Rankine:

La presión vertical  $P_v$  será:

$$P_v = \gamma z = (1.9)(6) = 11.4 \text{ T/m}^2 = \bar{P}_v$$

Por ser un arena sin finos, se trata de un suelo puramente friccionante, por lo que:

$$K_A = \frac{1 - \sin 34^\circ}{1 + \sin 34^\circ} = 0.2827$$

$$P_A = K_A P_v = 0.2827(11.4) = 3.223 \text{ T/m}^2$$

$$E_A = \frac{K_A \gamma H^2}{2} = \frac{P_A H}{2} = \frac{(3.223)(6)}{2} = 9.67 \text{ T/m}$$

$$E_A = 9.67 \text{ T/m}$$

Método Semiempírico de Terzaghi:

Por ser un arena sin finos este relleno corresponde a material tipo (1), según se clasificó anteriormente.

Entrando a la gráfica correspondiente con  $\beta = 0^\circ$  y material tipo (1), tenemos que:

$$K_H = 500 \text{ kg/m}^2/\text{m}.$$

$$E_A = \frac{1}{2} K_H H^2 = \frac{1}{2} (500)(6)^2 = 9000 \text{ kg/m}$$

$$\therefore E_A = 9 \text{ T/m}$$

Como se puede observar, no existe gran diferencia entre los resultados obtenidos con ambos métodos, por lo que podemos decir que la Teoría de Rankine aplicada a suelos friccionantes arroja resultados satisfactorios, como lo corrobora el método semiempírico de Terzaghi basado en resultados reales obtenidos en la práctica.

**S o l u c i ó n (b):**

Método de Rankine:

La presión vertical  $P_v$  será:

$$P_v = \gamma z = (1.6)(6) = 9.6 \text{ T/m}^2$$

Para un suelo cohesivo:

$$K_A = 1 - \frac{2c}{\gamma z} = \frac{\gamma z - 2c}{\gamma z} = \frac{9.6 - 2(2)}{9.6}$$

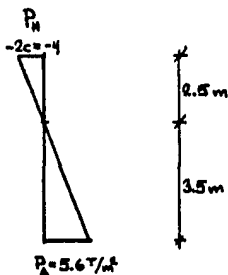
$$K_A = 0.5833 ; P_A = \gamma z - 2c = 5.6 \text{ T/m}^2$$

Como  $P_A = \gamma z - 2c$ , si  $P_A = 0 \Rightarrow$

$$\gamma z = 2c \Rightarrow z = \frac{2c}{\gamma}$$

$$z = \frac{2(2)}{1.6} = 2.5 \text{ m}$$

Haciendo un diagrama de presiones horizontales:



El empuje será entonces:

$$E_H = \frac{P_A H}{2} = \frac{5.6(3.5)}{2} = 9.8 \text{ T/m}$$

$$\therefore E_H = 9.8 \text{ T/m}$$

Método semiempírico de Terzaghi:

Por ser un arcilla de consistencia blanda este relleno corresponde a un material Tipo (4).

Entrando a la gráfica correspondiente con  $\beta = 0^\circ$  y material Tipo (4), tenemos que:

$$K_H = 1600 \text{ kg/m}^2/\text{m}$$

$$E_A = \frac{1}{2} K_H H^2 = \frac{1}{2} (1600)(6)^2 =$$

$$E_A = 28800 \text{ kg/m}$$

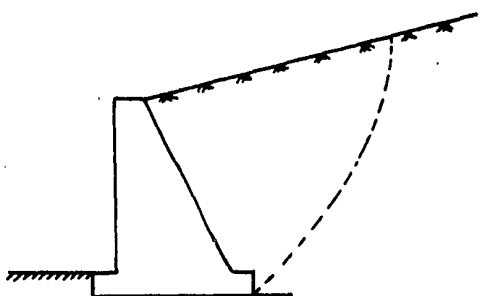
$$E_H = 28.8 \text{ T/m}$$

Como se puede observar existe una gran discrepancia entre los resultados obtenidos con ambos métodos. Sin embargo, como se comentó antes, los resultados obtenidos con el Método de Terzaghi son los reales, puesto que están basados en la experiencia. Esto nos conduce a pensar que los resultados obtenidos a partir de la Teoría de Rankine, cuando se aplica a suelos cohesivos, no son satisfactorios y su uso en la práctica profesional implicaría serios peligros. Por lo tanto, para este tipo de suelos el método de Rankine no es aplicable.

Además, la Teoría de Rankine supone que la superficie del respaldo del muro es lisa, es decir, que no se desarrolla fricción entre el muro y el suelo. Este hecho rara vez es encontrado en la práctica de la ingeniería civil, por lo que es recomendable el uso de otras teorías o métodos, como lo son la Teoría de Coulomb y los métodos de Culmann y el de Terzaghi, cuando no se cumplan las hipótesis consideradas por Rankine.

TEORIA DE COULOMB: (SUELOS FRICCIONANTES)

Pensemos en un muro que detiene un cierto relleno:



La pregunta es: ¿Cuál es el empuje sobre el muro debido al relleno que soporta?

Para responder a esta pregunta comenzaremos por establecer con claridad cuál es el relleno que realmente empuja sobre el muro.

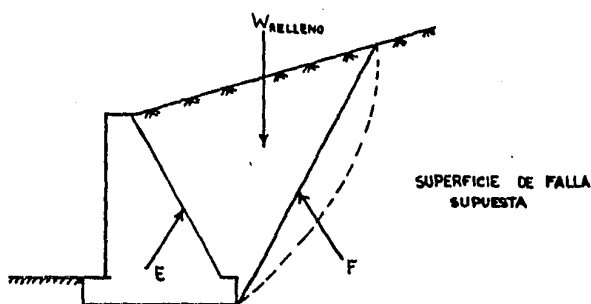
En realidad existen dos posibilidades:

- Que todo el material tras el muro ejerza empuje sobre él.
- Que solamente parte del relleno lo haga.

Si pensamos en el primer caso tendríamos que dar por hecho que el suelo no tiene ninguna resistencia al corte, puesto que si se la concedemos, resulta claro que existiría un cierto talud capaz de sostenerse por sí mismo. Esto nos llevaría a pensar que sólo parte del relleno detrás del muro es el que lo empuja, lo cual se opone a la primera suposición. Pero como además el suelo siempre tiene resistencia al corte, por pequeña que ésta pueda ser, tendremos que concluir que es la segunda opción la que nos re--presenta lo que sucede.

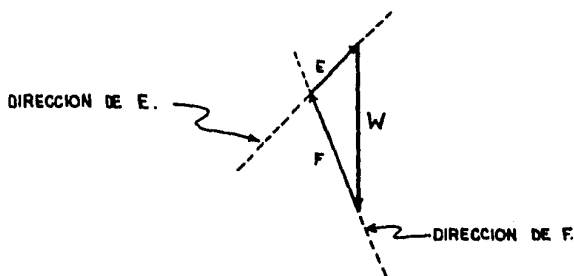
Desde luego, esto nos conduce a pensar que existe una cierta superficie de falla en el suelo que marca el límite hasta el cual un talud es estable por sí mismo y que a partir de allí ya no lo es. Es entonces el suelo comprendido entre dicha superficie de falla y el respaldo del muro el - que nos interesa, porque es él quien ejerce empuje sobre el muro.

Basado en el razonamiento anterior, Coulomb supuso una superficie de falla y al suelo comprendido entre ésta y el respaldo del muro lo llamó - cuña de deslizamiento. Para simplificar los cálculos supuso la superficie de falla recta en vez de curva, pero este hecho no produce cambios o errores importantes en los resultados obtenidos.



El empuje sobre el muro será ocasionado por el peso de la cuña de deslizamiento ( $w$ ). Haciendo un diagrama de cuerpo libre de la cuña podemos observar que las fuerzas que actúan sobre ella son el peso del relleno y las fuerzas  $E$  y  $F$ , que son las reacciones del muro y del suelo respectivamente.

Este hecho nos lleva a pensar que si logramos conocer de alguna manera la dirección de las reacciones  $E$  y  $F$ , podremos trazar un polígono de fuerzas mediante el cual se puede conocer la magnitud tanto de  $E$ , como de  $F$ ; aunque para nuestros fines sólo sea  $E$  la que nos interese.

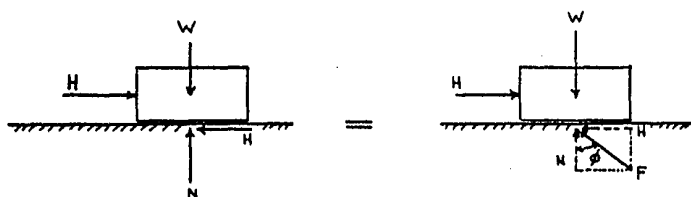


Es evidente que este polígono nos representa el estado de equilibrio, porque de no ser así, el polígono no sería cerrado.



Ahora sólo nos resta determinar la dirección de dichas fuerzas y el problema quedará solucionado. Para ello pensamos de la siguiente manera:

Sea un cuerpo en contacto con una superficie como se indica en la figura:



Sabemos que  $F_f = \mu N$  y que  $\mu = \tan \phi$

si  $H = F_f$  (Equilibrio)

$$H = \mu N \Rightarrow \mu = \frac{H}{N}$$

Por otro lado:

$$H = F \sin \phi \quad \text{y} \quad N = F \cos \phi$$

$$\frac{H}{N} = \frac{F \sin \phi}{F \cos \phi} = \tan \phi = \mu$$

$$\frac{H}{N} = \mu = \tan \phi$$

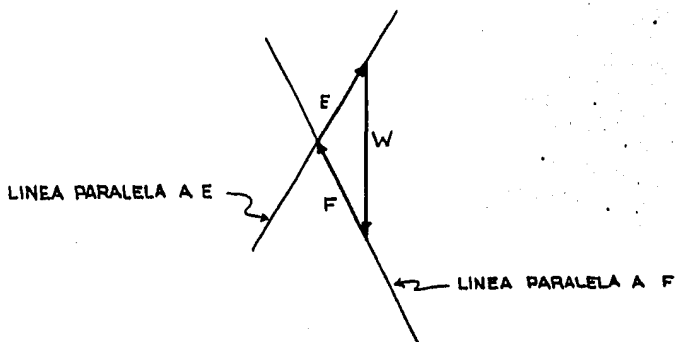
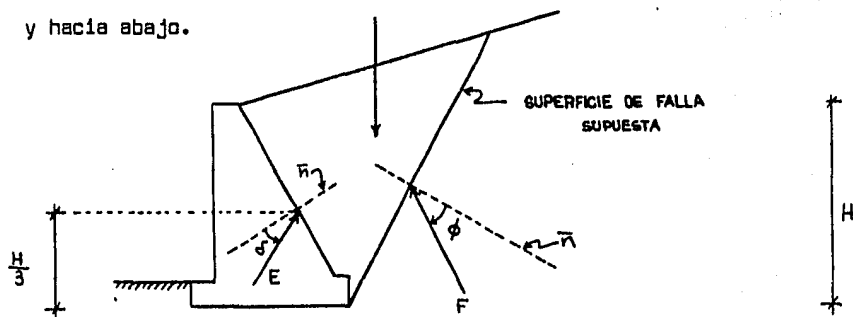
donde  $\phi$  es el ángulo de fricción interna.

Por lo tanto, la fuerza  $F$  estará inclinada un ángulo  $\phi$  con respecto a la normal al plano de deslizamiento y  $\phi$  representa el ángulo de fricción interna, el cual conocemos o podemos conocer mediante pruebas de laboratorio o de campo.

Esto nos da automáticamente la dirección de la fuerza  $F$  y si hacemos un razonamiento análogo al anterior, pero ahora llamando  $\delta$  al ángulo formado entre el empuje  $E$  y la normal al plano de deslizamiento que resultaría ser el respaldo del muro, tendremos también la dirección de  $E$  y por lo tanto podremos construir el polígono de fuerzas que necesitamos para solucionar nuestro problema, que es determinar la magnitud del empuje.

Sabemos entonces que:

$\delta$  y  $\phi$  se miden a partir de los vectores normales y hacia abajo.



Trazo del Polígono de Fuerzas: Para trazar el polígono de fuerzas todo lo que necesitamos es trazar el vector que represente al peso de la cuña de deslizamiento  $W$  a una cierta escala que nos convenga. A continuación hacemos pasar por su extremo inferior una recta paralela a la dirección en que actúa  $F$  y otra recta paralela a la dirección en que actúa  $E$  por su punto superior. De esta manera el polígono queda determinado y sólo nos resta medir a la misma escala con que se trazó  $W$ , el vector  $E$ . Esta medición nos dará la magnitud del empuje (ver la figura anterior). Los ángulos  $\delta$  y  $\phi$  deberán medirse de los vectores normales hacia abajo.

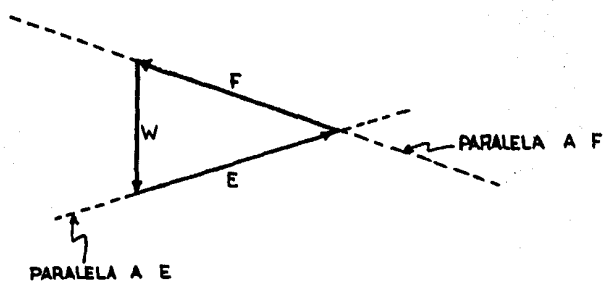
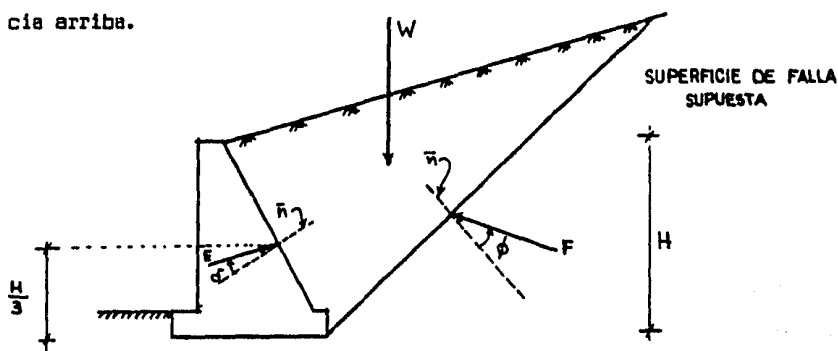
Sin embargo, el empuje calculado como se indicó anteriormente no necesariamente es el mayor de todos los posibles, puesto que la magnitud del empuje depende de la cuña que se haya escogido. En estas condiciones habrá que encontrar la cuña crítica, es decir, la que nos produzca el mayor de todos los empujes que sea posible calcular, y esto, como es natural, nos llevará a un proceso iterativo que nos permitirá acercarnos al valor deseado por medio de tanteos.

Afortunadamente este tedioso procedimiento por medio de tanteos puede ser evitado mediante la aplicación del método de Culmann, que nos permite conocer la cuña crítica y el valor del empuje que le corresponde a través de un procedimiento sencillo y rápido que se explicará más adelante.

Es conveniente hacer notar que el empuje obtenido con el método anteriormente descrito es el empuje activo ( $E_A$ ).

Para encontrar el valor del empuje pasivo ( $E_p$ ), el procedimiento es el mismo pero los ángulos  $\delta$  y  $\phi$  deberán medirse de los vectores normales hacia arriba como se muestra enseguida:

$\delta$  y  $\phi$  se miden a partir de los vectores normales y hacia arriba.



La línea paralela a F se traza de manera que pase por el punto superior del vector W y la paralela a E de manera que pase por el punto inferior a él.

Teóricamente  $\phi$  puede variar entre  $0^\circ$  y  $\delta$ , o sea:

$$0^\circ < \phi < \delta,$$

pero Terzaghi indica que en la práctica se ha observado que  $\phi$  varía entre los siguientes límites:

$$\frac{\delta}{2} < \phi < \frac{2}{3} \delta$$

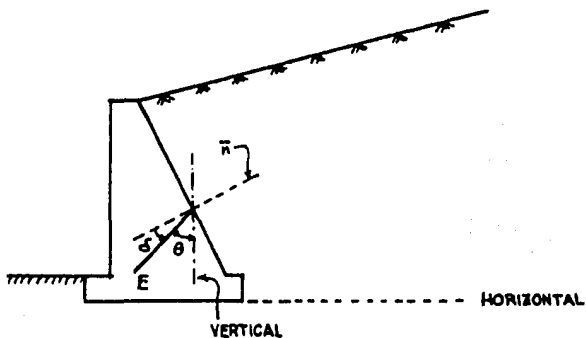
Por último sólo resta indicar que el punto de aplicación del empuje se encuentra a una distancia de  $\frac{H}{3}$  medida a partir de la base del muro, donde H es la altura total de éste.

PROCEDIMIENTO GRAFICO DE CULMANN:

Este procedimiento nos permite conocer el empuje activo generado por la cuña crítica de deslizamiento en SUELOS FRICCIONANTES con relativa sencillez.

El método es el siguiente:

Sea un muro como se muestra a continuación:



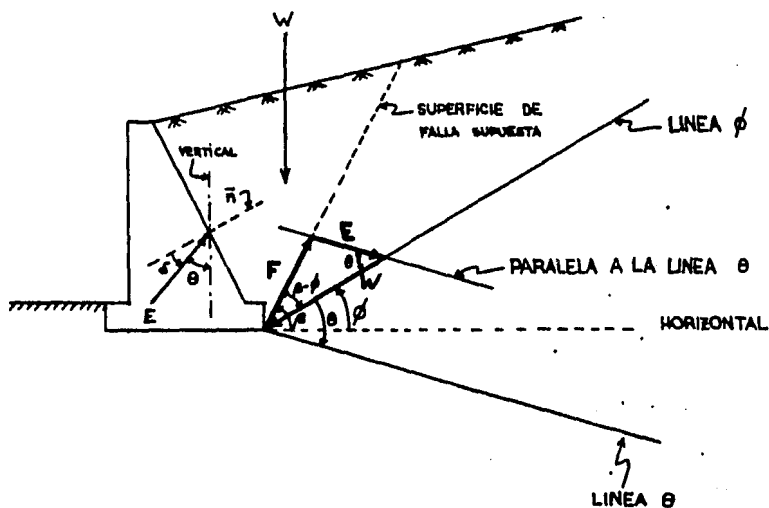
Como en el método de Coulomb, la dirección del empuje forma un ángulo  $\epsilon$  con el vector normal al respaldo del muro. Como se puede observar en la figura, la dirección del empuje forma con la vertical un ángulo al que se le llama  $\theta$ .

El primer paso a seguir es trazar una recta que forme un ángulo  $\delta$  con la horizontal, donde  $\delta$  será medido en sentido antihorario, a la que se le llama línea  $\delta$ . A partir de esta línea, se mide, en sentido horario, el ángulo  $\theta$  y se traza otra recta a la que se le llama línea  $\theta$ .

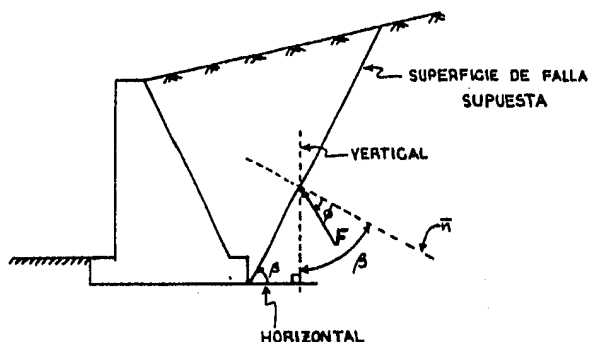
El siguiente paso es suponer una superficie de falla y calcular el peso  $W$  de la cuña de deslizamiento por ella definida. Esta operación es muy sencilla ya que basta con calcular el área  $A$  de dicha cuña y multiplicarla por el peso específico del material de relleno  $\gamma$ .

Una vez hecho el cálculo anterior, se dibuja sobre la línea  $\phi$  un vector  $W$  que represente la magnitud del peso de dicha cuña a la escala escogida. Este vector  $W$  deberá terminar en la base del muro.

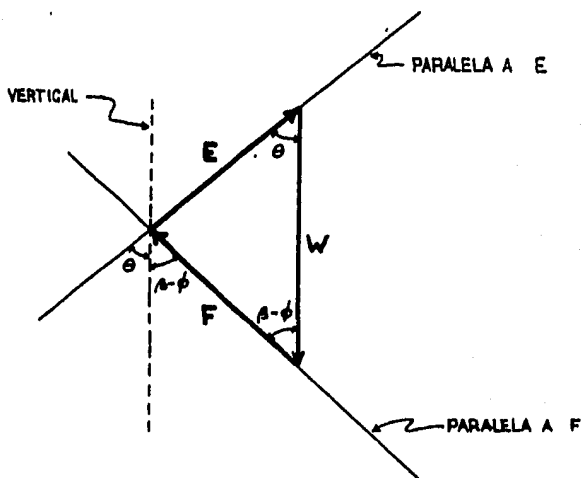
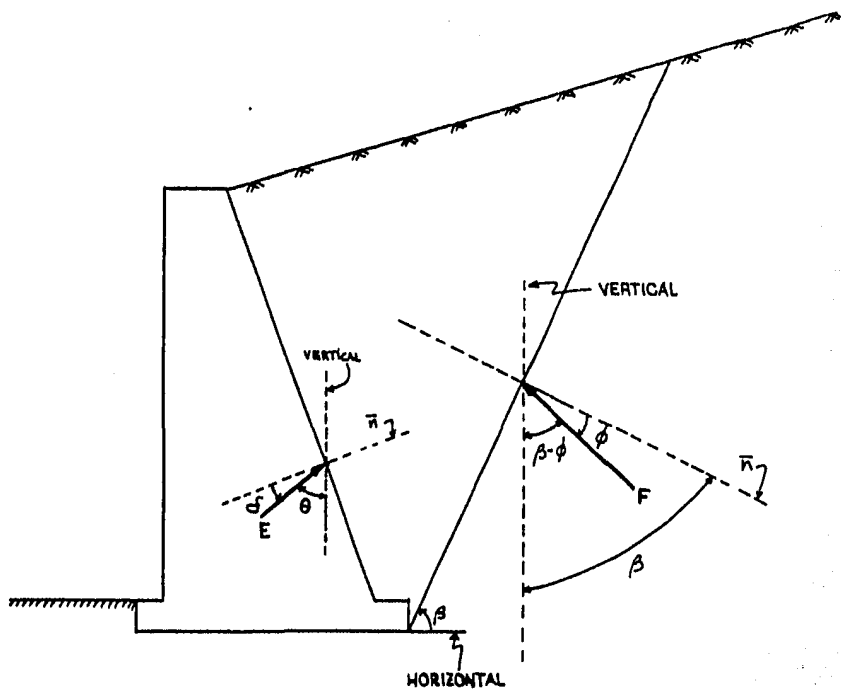
A continuación se traza una línea paralela a la línea  $\theta$  que pase por el otro extremo del vector  $W$ . Esta línea intersectará a la superficie de falla y a la línea  $\phi$ , definiendo así un polígono de fuerzas formado por  $W$ ,  $F$  y  $E$  como se puede apreciar en la figura siguiente:



Sin embargo, queda por demostrar que este polígono de fuerzas es el mismo que se obtiene con el método de Coulomb. Para ello partiremos de — la siguiente figura:



Como la horizontal es perpendicular a la vertical y la superficie de falla también lo es con su vector normal  $\vec{n}$  por definición, el ángulo comprendido entre  $\vec{n}$  y la vertical ( $\beta$ ), y la superficie de falla y la horizontal ( $\beta$ ), será el mismo por ser sus lados respectivamente perpendiculares. Por lo tanto, el ángulo formado por el vector  $\vec{F}$  y la vertical será  $\beta - \alpha$ .



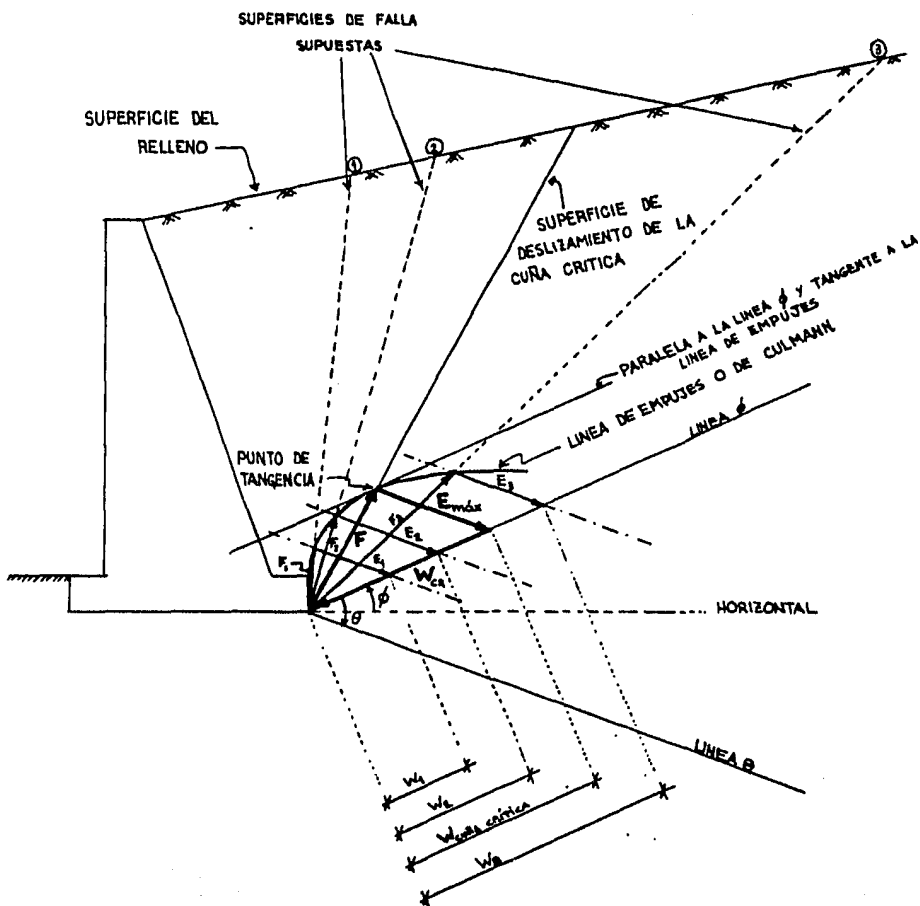


En el polígono de fuerzas se puede apreciar que el ángulo formado por los vectores  $W$  y  $F$  es también  $\beta$  -  $\delta$  por ser ángulos alternos internos entre paralelas cortadas por una diagonal. Además, por definición del ángulo  $\Theta$ , éste es el ángulo formado entre la vertical y el vector  $E$ , que es el mismo que forman  $E$  y  $W$  en el polígono de fuerzas, ya que  $W$  es también una vertical.

Ahora bien, por el conocido teorema de la geometría que dice que cuando dos triángulos tienen dos de sus ángulos respectivamente iguales y los lados comprendidos entre ellos también lo son, estos triángulos son congruentes, es decir, iguales.

Por esta razón, el polígono de fuerzas (triángulo), obtenido por el método de Coulomb es el mismo que el obtenido mediante el procedimiento de Culmann, que es lo que se quería demostrar.

Sin embargo, la verdadera utilidad del procedimiento de Culmann consiste en que sobre la misma figura se pueden trazar varias superficies de falla supuestas y obtener los empujes correspondientes a ellas. Las intersecciones entre los vectores  $F$  y  $E$  de cada una de estas cuñas proporcionan una serie de puntos que definen una curva llamada línea de Culmann o línea de empujes. Bastará entonces con trazar una línea paralela a la línea  $\delta$  que sea tangente a dicha línea de empujes cuyo punto de tangencia define el empuje máximo y a la cuña crítica de deslizamiento, como se puede apreciar en la siguiente figura:



METODO DE CULMANN CON UNA SOBRECARGA q :

En el caso de que exista una sobrecarga linealmente repartida paralela al muro, la línea de empujes sufre una discontinuidad generada precisamente por la sobrecarga q, es decir, que el empuje activo se incrementa por efecto de dicha sobrecarga.

El trazo de la línea de empujes es totalmente similar al del procedimiento cuando no existe sobrecarga, pero para toda cuña supuesta cuya superficie de falla se localice en la región que define la línea que va desde el punto de aplicación de q hasta la base del muro y hacia el lado opuesto en que éste se encuentre, el peso  $w_1$  que se colocará sobre la línea  $\delta$  deberá ser el de la cuña considerada ( $w_1$ ), más la sobrecarga q, o sea:

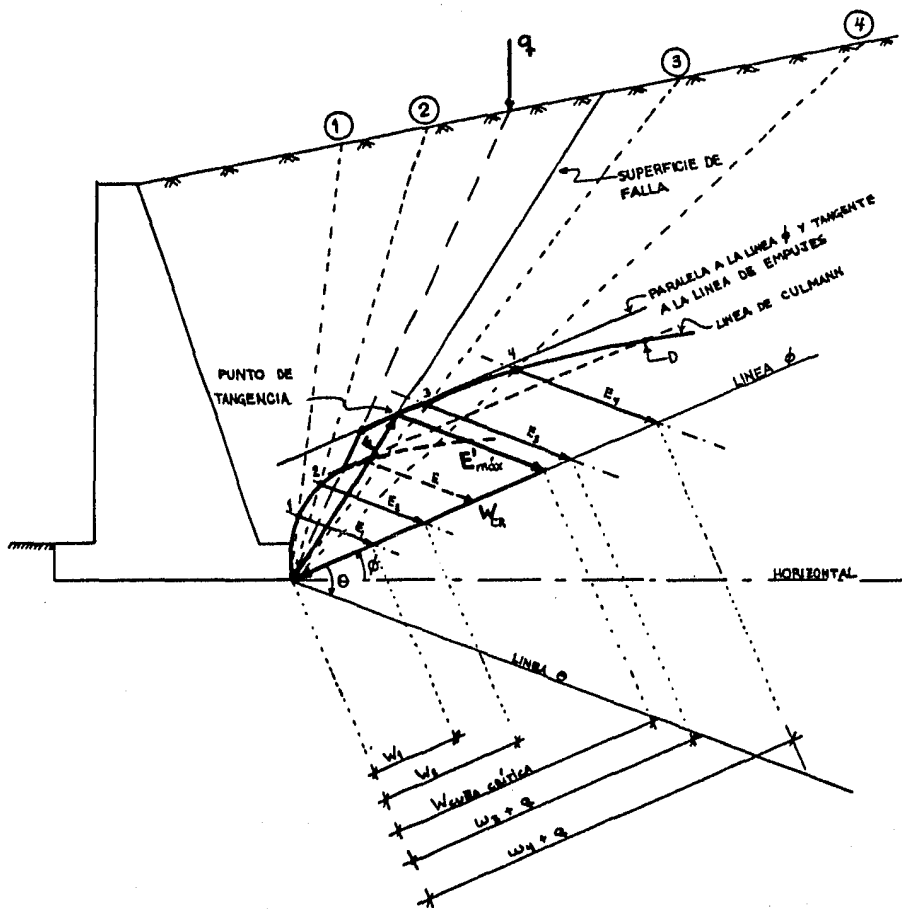
$$w_1 = w_1 + q ,$$

donde

$$w_1 = \text{peso de la cuña supuesta } i.$$

$$q = \text{sobrecarga.}$$

Esto nos define una línea de Culmann como la de la siguiente figura:



Como se puede apreciar, en la línea que va desde la base del muro hasta el punto de aplicación de  $q$ , es exactamente donde se presenta la discontinuidad en la línea de empujes. Esto quiere decir que es allí donde la sobrecarga  $q$  comienza a ejercer sus efectos, pero no antes. Además, el punto  $D$  definido por la intersección de la línea de Culmann y la tangente a la que sería la línea de empujes si no existiera sobrecarga, nos marca, también, un límite a partir del cual la sobrecarga ya no produce efecto alguno. El empuje en el punto  $D$  es el mismo que el empuje máximo que se obtendría sin sobrecarga y a medida que nos alejamos de él hacia afuera de la zona de influencia de  $q$ , el empuje disminuye.

En lo siguiente, al empuje obtenido con sobrecarga se le denominará  $E'$  y al obtenido sin ella,  $E$ .

Para la obtención del punto de aplicación del empuje,  $E'$  se divide en dos partes:  $E$  y  $\Delta E$

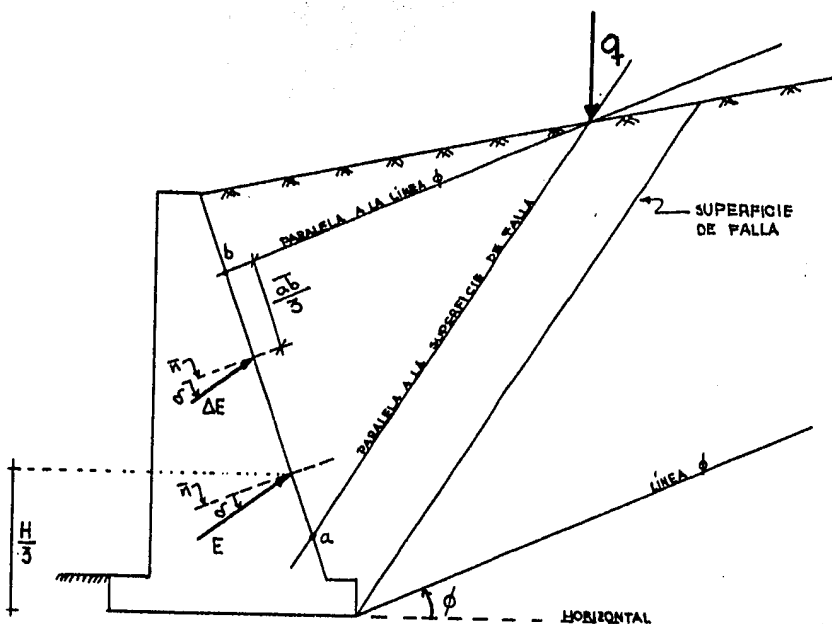
$$E + \Delta E = E'$$

$$\Delta E = E' - E$$

Como siempre el punto de aplicación de  $E$  se localiza en el tercio inferior de  $H$ , es decir, a una distancia  $\frac{H}{3}$  medida a partir de la base del muro.

Para obtener el punto de aplicación del incremento de presión  $\Delta E$ , se procederá como sigue:

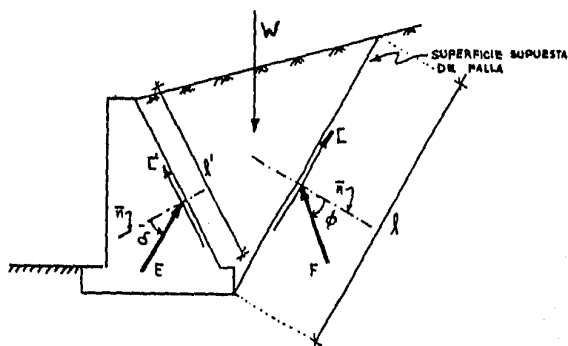
Desde el punto donde  $q$  se encuentra aplicada se trazan dos rectas, una paralela a la línea  $\delta$  y otra paralela a la superficie de falla tal y como aparece en la siguiente figura:



La intersección de estas rectas con el respaldo del muro nos definen el segmento  $\overline{ab}$ . El incremento de empuje  $\Delta E$  estará aplicado en el tercio superior de dicho segmento, o sea a  $\frac{\overline{ab}}{3}$ , medido desde  $b$ .

TEORIA DE COULOMB PARA SUELOS COHESIVOS-FRICCIONANTES:

Sea la figura siguiente:



Las fuerzas que aquí actúan son:

- El peso de la cuña  $W$ .
- La reacción  $F$  formando un ángulo  $\phi$  con respecto a la normal al plano de deslizamiento.
- $C$ , que es la manifestación de la cohesión del suelo y actúa paralela al plano de deslizamiento.
- El empuje activo  $E$ .
- La adherencia entre el muro y el suelo  $C'$  y actúa paralela al respaldo del muro.

La ley de resistencia en el suelo es:

$$S = c + \sigma \tan \phi$$

La ley de resistencia en el contacto muro-suelo es:

$$S_{m-s} = c' + \sigma \tan \phi$$

Por lo tanto, las magnitudes de  $C$  y  $C'$  se pueden calcular como:

$$C = c l \quad \text{y} \quad C' = c' l',$$

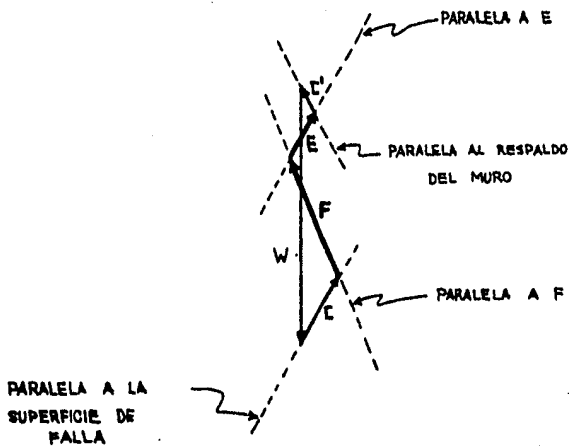
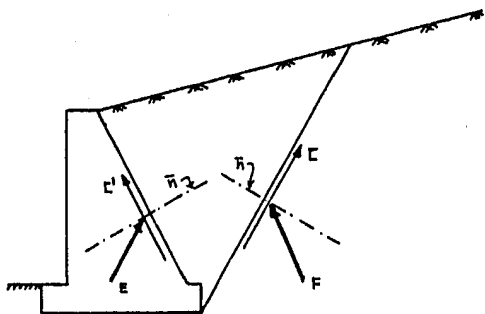
donde  $c$  = cohesión del suelo.  
 $c'$  = cohesión o adherencia en el contacto muro-sue-  
lo.  
 $l$  = longitud en la que actúa  $C$ .  
 $l'$  = longitud en la que actúa  $C'$ .

Estas fuerzas forman un polígono cerrado que nos representa el estado de equilibrio y cuya construcción es similar a la de los polígonos de los casos anteriores:

- 1.) Se traza el vector  $W$  que representa el peso de la cuña supuesta.
- 2.) Se traza una paralela a la superficie de falla que pase por el extremo inferior del vector  $W$  y se coloca sobre ella el vector que representa la fuerza  $C$ .
- 3.) Por el extremo superior del vector  $C$  se hace pasar una paralela a  $F$ .
- 4.) Se traza una paralela al respaldo del muro que pase por el extremo superior del vector  $W$  y se coloca sobre ella al vector que representa la fuerza  $C'$ .
- 5.) Por último, se hace pasar una paralela a  $E$  por el extremo inferior de  $C'$ . La intersección de esta recta con la paralela a  $F$  nos define dos vectores,  $F$ , que va desde  $C$  hasta dicho punto, y  $E$ , que va desde dicha intersección hasta  $C'$ .

Como es natural la magnitud de los vectores  $E$  y  $F$  dependerá de la escala previamente escogida.





Se recomienda suponer diferentes superficies de deslizamiento para obtener el valor máximo del empuje. Por otra parte, deberá recordarse que la cohesión, en general, tiende a disminuir con el tiempo, lo cual puede dar lugar a que el empuje real resulte mayor que el calculado mediante este procedimiento.

#### METODO DE COULOMB PARA DETERMINAR EL EMPUJE EN PRESENCIA DE FUERZAS SISMICAS :

El hecho de que se presente una fuerza sísmica causa la aparición de una fuerza horizontal ( $cW$ ), cuya magnitud se considera un cierto porcentaje del peso de la cuña. Como es lógico, al ser horizontal, esta fuerza tratará de empujar al muro, produciendo así un cambio en la magnitud del empuje.

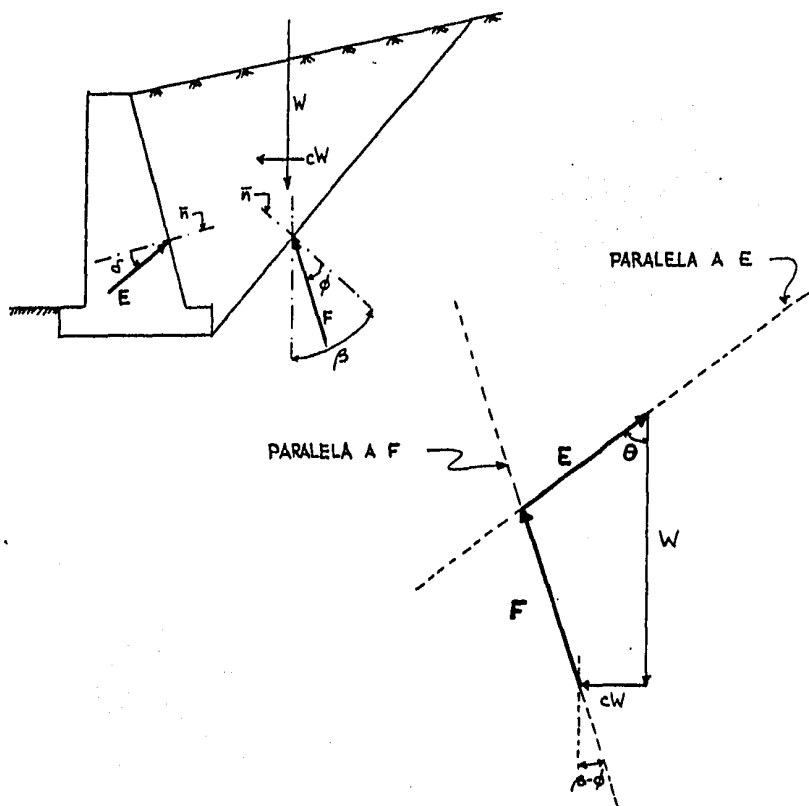
Para calcular la magnitud de este nuevo empuje se procede de la siguiente manera:

- 1.) Se traza el vector  $W$  a la escala conveniente.
- 2.) A partir del extremo inferior de  $W$  y en dirección perpendicular a él se traza el vector  $cW$ , que es el producto del coeficiente sísmico ( $c$ ), y el peso de la cuña ( $W$ ).

Los diferentes valores de  $c$  (coeficiente sísmico), se obtienen del reglamento de construcciones según la zona en que se encuentre la obra.

- 3.) Se traza una recta paralela a  $F$  que pase por el extremo final de  $cW$ .
- 4.) Se traza una recta paralela a  $E$  que pase por el extremo superior de  $W$ .

De esta manera queda definido el polígono de fuerzas como se muestra enseguida:

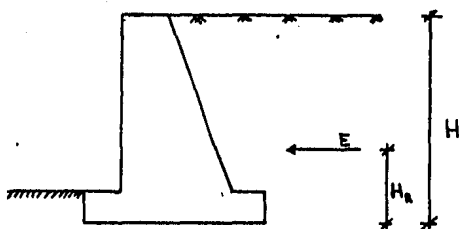


Una fórmula aproximada para determinar el punto de aplicación de la resultante del empuje del suelo sobre el muro en presencia de sismo cuando la superficie del relleno es horizontal, es la siguiente:

$$H_R = \frac{1 + 2c}{1 + c} \frac{H}{3}$$

donde  $c$  = coeficiente sísmico.

$H$  = altura total del muro.



Desde luego, este método requiere de varios tanteos hasta encontrar - el empuje máximo correspondiente a la cuña crítica. Por este hecho se pre -  
senta a continuación el procedimiento gráfico de Culmann para obtener el -  
empuje en presencia de sismo con el que se evitarán dichos tanteos.

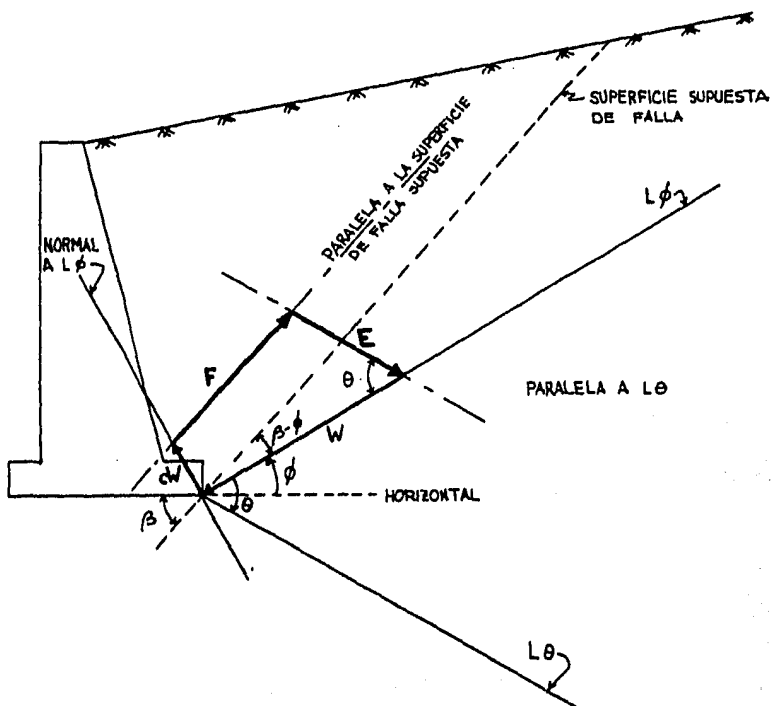
#### PROCEDIMIENTO GRAFICO DE CULMANN BAJO SOLICITACIONES SISMICAS:

El procedimiento es básicamente el mismo que para cuando no existen  
solicitaciones sísmicas excepto con una pequeña modificación:

- 1.) Se trazan las líneas  $\delta$  y  $\theta$  como se indicó anteriormente.
- 2.) Se traza una línea normal a la línea  $\delta$  a partir de donde ésta comienza.
- 3.) Se dibuja sobre la línea  $\delta$  ( $L\delta$ ) el vector  $W$  que represente el peso de la cuña de falla supuesta a la escala escogida.
- 4.) Sobre la línea normal de  $L\delta$  se coloca el vector  $cW$  obtenido de multiplicar el coeficiente sísmico "c" por  $W$ .
- 5.) A partir de donde termina  $cW$  se traza una línea auxiliar parale -  
lamente a la superficie de falla supuesta.

6.) Por último, se dibuja una línea paralela a la línea  $\theta$  ( $L\theta$ ), que pase por el punto en donde comienza  $W$ , es decir, su extremo superior o inicial.

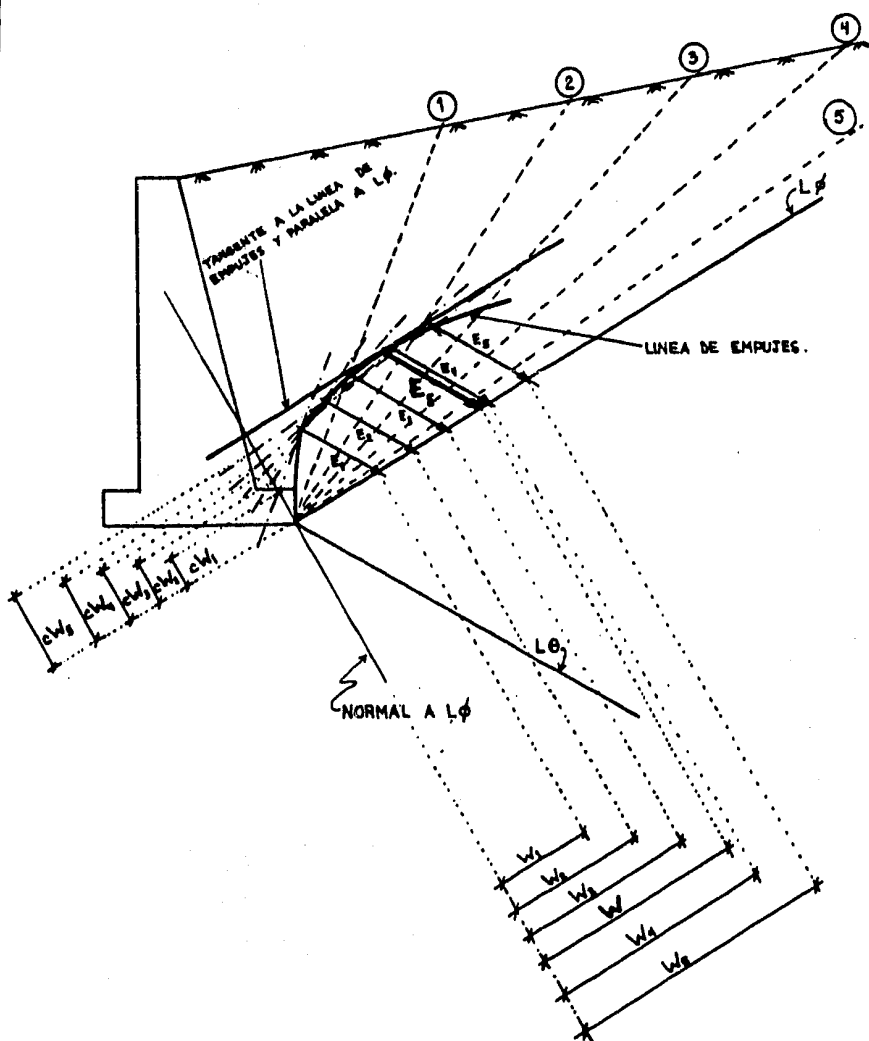
El segmento comprendido entre los puntos de intersección de esta última línea con la paralela a la superficie de falla supuesta y  $L\theta$  nos define al empuje  $E$ . Ver la figura siguiente:



El polígono de fuerzas obtenido mediante este procedimiento es el mismo que el que se obtiene con el método de Coulomb, como se puede apreciar de comparar ambos polígonos. 2/

Bajo la misma filosofía utilizada en el procedimiento de Culmann sin tomar en cuenta el efecto de la fuerza sísmica, se puede obtener para el caso que ahora nos ocupa la línea de empujes y el empuje máximo debido a la cña crítica de deslizamiento como se muestra enseguida:

2/ CORRAL VALENZUELA, León Vizcaíno, Método de Culmann Modificado para Análisis por Sismo en Muros de Retención, Revista Ingeniería # 3, 1983.



①, ②, ③, ④ y ⑤ SON LAS SUPERFICIES SUPUESTAS DE FALLA.

FORMULA APROXIMADA PARA DETERMINAR EL PUNTO DE APLICACION DEL EMPUJE SISMICO:

Para lograr este objetivo tendremos que encontrar en primera instancia el empuje sísmico  $E_g$  y la cuña crítica correspondiente como se indicó antes. A continuación se calcula el empuje estático  $E$  correspondiente a la misma cuña pero sin tomar en cuenta el efecto de la fuerza sísmica. Haciendo la diferencia entre estos empujes se obtiene el incremento en el empuje  $\Delta E$  debido a la sollicitación sísmica. Dicho incremento se supondrá aplicado en el centroide de la cuña crítica y el empuje  $E$  actuando a  $\frac{H}{3}$ , medido a partir de la base del muro.

Para calcular el punto de aplicación de  $E_g$  tendremos que trabajar con las proyecciones horizontales tanto de  $E$  como de  $\Delta E$ .

Resumiendo:

$$\Delta E = E_g - E$$

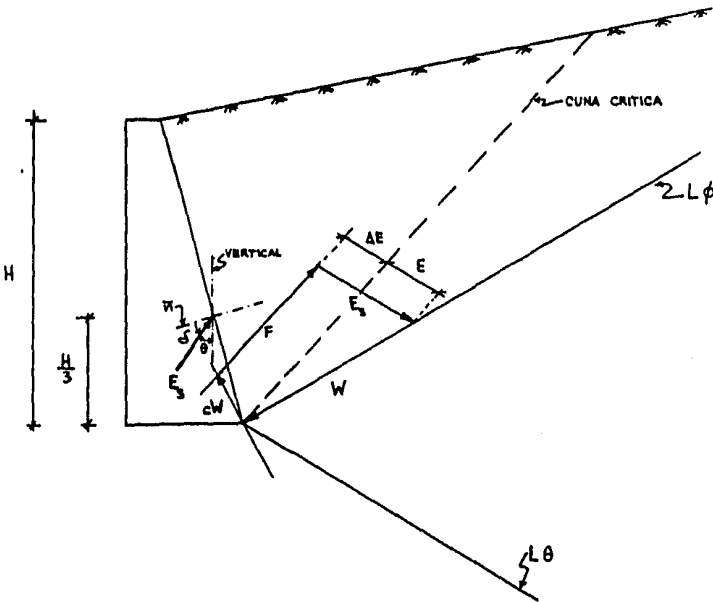
$$E_x = E \operatorname{sen} \theta$$

$$\Delta E_x = \Delta E \operatorname{sen} \theta$$

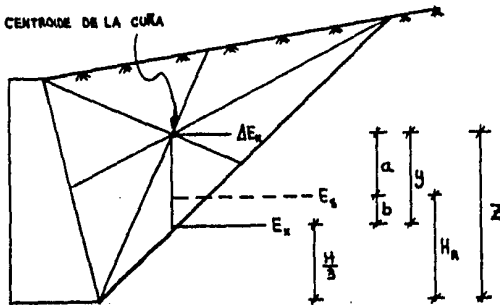
$$\theta = \text{ángulo entre la vertical y } E.$$

Esto es porque el empuje sísmico  $E_g$  y el estático  $E$ , actúan en la misma dirección por tratarse de la misma cuña, ver la siguiente figura:





Ahora bien,  $E_x$  y  $\Delta E_x$  estarán aplicados como sigue:



Localizando el punto para el cual la suma de momentos producidos por  $E_x$  y  $\Delta E_x$  sea cero encontraremos el punto de aplicación de la resultante de ambas, es decir,  $E_R$ .

$$\Delta E_x(a) = E_x b \quad ; \quad y = a+b \quad ; \quad z = \frac{H}{3} + y \quad \rightarrow \quad y = z - \frac{H}{3}$$

$$a = y - b \quad \rightarrow$$

$$\Delta E_x(y-b) = E_x b$$

$$\Delta E_x y - \Delta E_x b = E_x b$$

$$b(\Delta E_x + E_x) = \Delta E_x y$$

$$b = \frac{\Delta E_x y}{\Delta E_x + E_x}$$

$$H_R = \frac{H}{3} + b$$

$$H_R = \frac{H}{3} + \frac{\Delta E_x y}{\Delta E_x + E_x}$$

$$\therefore H_R = \frac{H}{3} + \frac{\Delta E_x \left(z - \frac{H}{3}\right)}{\Delta E_x + E_x}$$

$z$  = distancia medida en forma vertical desde el centroide de la cuña hasta la base del muro.

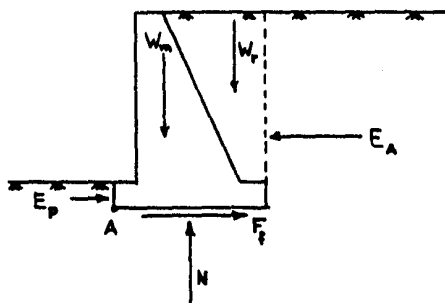
## ANÁLISIS Y DISEÑO DE UN MURO DE RETENCIÓN:

Como al principio de este capítulo se comentó, los conceptos por los cuales se debe analizar un muro de retención son:

- Análisis por volteo.
- Análisis por deslizamiento.
- Análisis de los esfuerzos internos.
- Análisis por Capacidad de Carga.
- Análisis Sísmico.

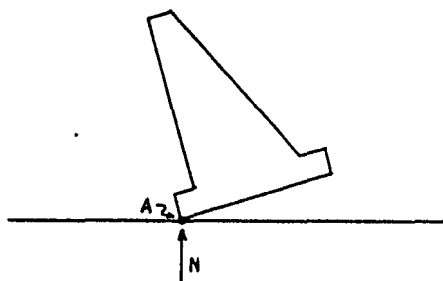
### a) Análisis por Volteo:

Consiste en dar al muro el peso suficiente para que garantice su estabilidad en el sentido de evitar que gire alrededor de un cierto punto, al que llamaremos A.



- donde
- $W_m$  = Peso del muro.
  - $W_r$  = Peso del relleno.
  - $E_A$  = Empuje activo.
  - $F_f$  = Fuerza de fricción que se opone al deslizamiento.
  - $N$  = Reacción del suelo.
  - $E_P$  = Empuje Pasivo.

Cuando el muro gira alrededor del punto A, la fuerza normal o reacción del suelo N se recorre hacia ese punto, lo que hace que N no produzca momento alrededor de él.



En ese instante el momento resistente será:

$$M_R = w_m d_m + w_r d_r$$

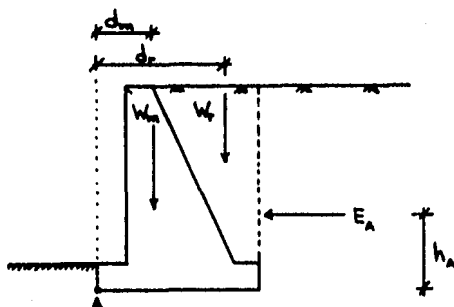
El efecto del empuje pasivo  $E_p$  se desprecia.

El momento actuante será:

$$M_A = E_A h_A$$

El factor de seguridad F.S. será entonces:

$$F.S. = \frac{M_R}{M_A}$$



En la práctica se recomienda utilizar un factor de seguridad contra volteo de

$$F.S. \geq 2.5$$

b) Análisis por Deslizamiento:

Como el empuje activo tratará de hacer deslizar al muro, deberá tenerse una fuerza de fricción  $F_f$  que lo evite.

La fuerza de fricción está dada por la siguiente expresión:

$$F_f = \mu (w_m + w_r)$$

$\mu$  = coeficiente de fricción entre el material que constituye al muro y el suelo de apoyo.

El factor de seguridad queda definido entonces como:

$$F.S. = \frac{F_f}{E_A}$$

En la práctica se recomienda usar

$$F.S. \geq 1.5$$

Valores aproximados de  $\mu$  para diferentes tipos de material de cimentación contra mampostería, son:

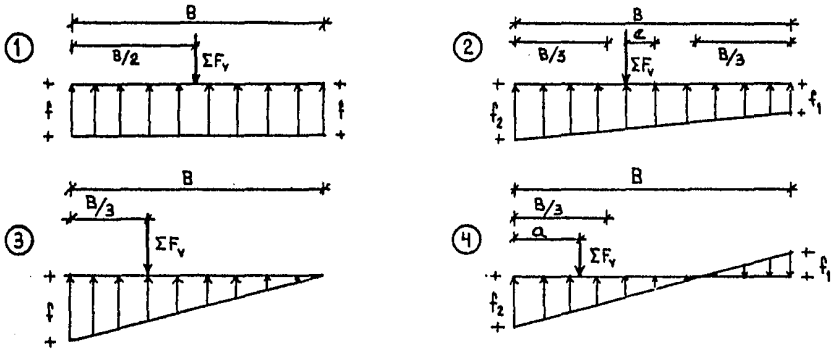
TIPO DE MATERIAL	$\mu$
- Suelo grueso sin finos.	0.55
- Suelo grueso con limo no plástico.	0.45

Para terreno de cimentación arcilloso, el coeficiente de fricción entre la mampostería y el arcilla es en general bajo. Por esta razón se recomienda colocar entre ellas una capa de 15cm. de gravas y/o arenas angulosas. Con esto el coeficiente de fricción entre la grava y/o arena y el arcilla se puede tomar como  $\mu = 0.35$ .

c) Análisis por Esfuerzos Internos:

Debido a la baja resistencia a la tensión presentada por las rocas es conveniente evitar que este tipo de esfuerzos se presenten en el muro, lo cual implica la revisión de los esfuerzos internos. Para ello haremos uso de la fórmula de la flexión elástica, comúnmente conocida como fórmula de la escuadría ( $\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M}{I} y$ ).

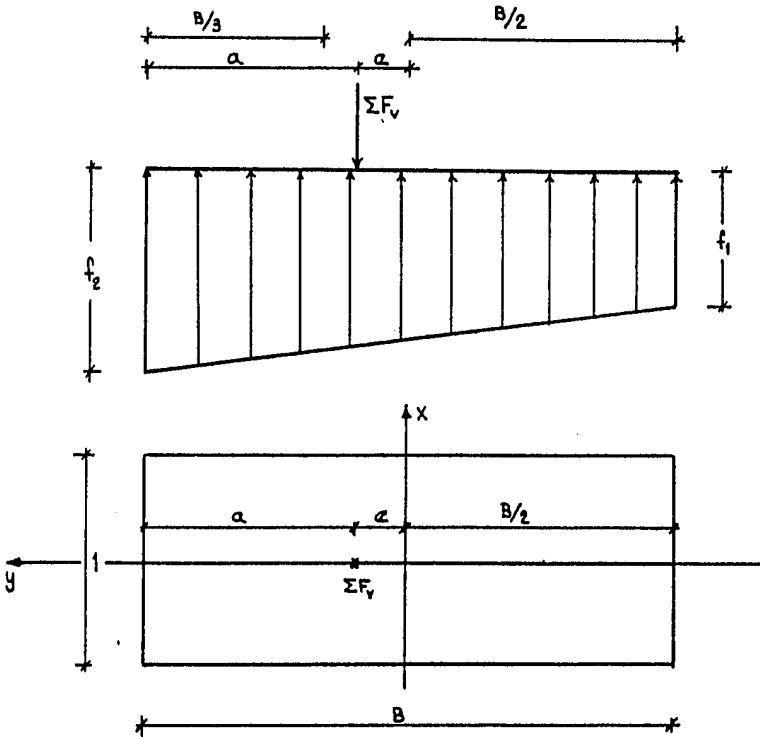
Haciendo un corte horizontal la distribución de esfuerzos sobre el muro puede ser cualquiera de las siguientes:



Donde "e" se calcula haciendo la suma de momentos en el centroide de la sección de todas las fuerzas actuantes igual a  $\Sigma F_v e$ , es decir,  $M = \Sigma F_v e$  y  $M = \pm W_r d_r \pm W_m d_m \pm E_A \frac{H}{3}$

Como lo que nos conviene es evitar la presencia de esfuerzos de tensión tendremos que hacer que la resultante de las fuerzas verticales  $\Sigma F_v$  pase por el tercio medio, como se puede apreciar en las figuras (1), (2) y (3).

Debido a que las distribuciones de esfuerzos de las figuras (1) y (3) son casos particulares de la distribución de la figura (2), tomaremos a ésta para hacer un estudio general:



La fórmula de la flexión elástica quedará entonces:

$$\sigma = \frac{\Sigma F_v}{A} \pm \frac{M}{I} y \quad \dots\dots(A)$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(1)(B)^3}{12} = \frac{B^3}{12}$$

$$A = bh = (1)(B) = B ; M = \Sigma F_v e$$

Para los valores extremos del esfuerzo  $f_2$  y  $f_1$ ,  $y = \frac{B}{2}$  :

Sustituyendo en (A):

$$f_2 = \frac{\Sigma F_v}{B} + \frac{\Sigma F_v e}{\frac{B^3}{12}} \left(\frac{B}{2}\right) = \frac{\Sigma F_v}{B} + \frac{6 \Sigma F_v e}{B^2}$$

Como  $e = \frac{B}{2} - a$

$$f_2 = \frac{\Sigma F_v}{B} + \frac{6 \Sigma F_v \left(\frac{B}{2} - a\right)}{B^2} = \frac{B \Sigma F_v + 6 \Sigma F_v \left(\frac{B}{2} - a\right)}{B^2}$$

$$= \frac{B \Sigma F_v + 3 B \Sigma F_v - 6 \Sigma F_v a}{B^2}$$

$$f_2 = \frac{4 B \Sigma F_v - 6 \Sigma F_v a}{B^2}$$

$$f_2 = \frac{\Sigma F_v}{B^2} (4B - 6a)$$

Haciendo un procedimiento análogo al anterior:

$$f_1 = \frac{\Sigma F_v}{B^2} (6a - 2B)$$

Para que no se presenten esfuerzos de tensión las expresiones obtenidas anteriormente para  $f_2$  y  $f_1$  deberán ser positivas, ya que en mecánica de suelos los esfuerzos de compresión son de este signo.

#### d) Análisis por Capacidad de Carga:

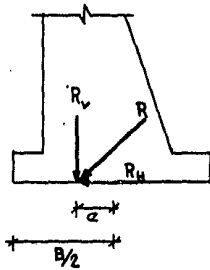
En este análisis se requiere revisar la capacidad de carga por resistencia al corte del suelo. Para ello Meyerhoff da una recomendación -- práctica adoptada por el reglamento de construcciones del D.F., que consiste en utilizar un ancho reducido dado por la siguiente expresión:



$$B' = B - 2e$$

donde  $B$  = ancho real de la base del muro.  
 $e$  = excentricidad.

Para calcular la excentricidad partiremos de lo siguiente:



$R_V$  = Resultante de las fuerzas verticales.

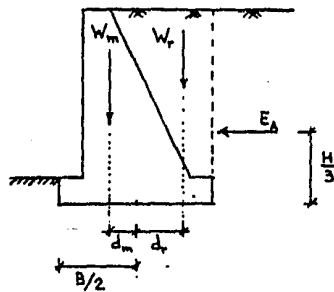
$R_H$  = Resultante de las fuerzas horizontales.

$R$  = Resultante total del sistema de fuerzas.

$$M = R_V e \Rightarrow e = \frac{M}{R_V}$$

$$R_V = W_m + W_r$$

$$\sum M = W_r d_r - W_m d_m - E_A \frac{H}{3}$$



La presión transmitida por el muro al terreno será entonces:

$$q = \frac{R_V}{B' \times 1} = \frac{W_m + W_r}{B' \times 1}$$

$$q \leq q_B$$

$q_B$  = capacidad de carga admisible del suelo.

En la práctica se recomienda usar F.S.  $> 3$ .

## e) Análisis Sísmico:

Como antes se comentó, un sismo provoca un cambio en la magnitud del empuje sobre el muro, por lo que será necesario revisar nuevamente la estabilidad del muro por los cuatro conceptos anteriormente descritos con el nuevo valor del empuje. Este valor del empuje puede obtenerse con los métodos de Coulomb o el de Culmann ya estudiados para el caso en el que se presenta sismo. Es evidente que este tipo de análisis solamente se hará en zonas sísmicas y que los factores de seguridad a usar son los correspondientes a solicitaciones accidentales.

## ' FACTORES DE SEGURIDAD '

CONCEPTO	S O L I C I T A C I O N E S .	
	PERMANENTES	ACCIDENTALES
VOLTEO	2.5	1.8
ESFUERZOS INTERNOS	---	---
CAPACIDAD DE CARGA	3.0	2.0
DESLIZAMIENTO	1.5	1.2

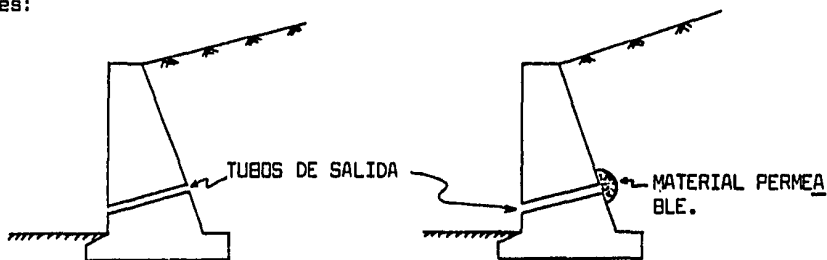
Drenaje en Muros de Retención: Uno de los puntos que requiere mucha atención en el diseño de un muro de retención es el drenaje. La importancia de éste se deriva de la necesidad de mantener constante el empuje bajo el cual se diseñó el muro, ya que dicho empuje podría verse afectado por el aumento de la presión de poro generado, a su vez, por la infiltración de agua proveniente de alguna tormenta o fenómeno similar.

Por esta razón se requiere diseñar un sistema de drenaje dentro del muro de retención que permita el flujo del agua hacia afuera de él, evitando así que la presión en el agua aumente y que esto traiga consigo el aumento del empuje sobre el muro y la posibilidad de falla.

Para lograr el drenaje deseado existen varios métodos en los que se utiliza un dren formado por material permeable dentro del relleno para captar el agua y permitirle fluir.

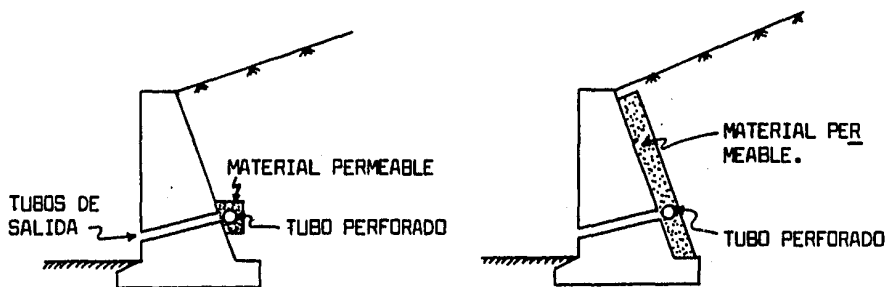
Cuando un relleno está construido de forma adecuada el agua que logra infiltrarse es muy poca, por lo que no es necesario preocuparse por el hecho de que el flujo de agua traiga consigo el arrastre de partículas finas capaces de obstruir el dren. Por este motivo no es necesario que el material permeable que constituya al dren cumpla con las especificaciones para los materiales de filtro.

Los métodos de drenaje más utilizados en la práctica son los siguientes:



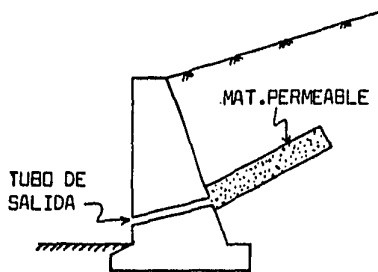
a) UNICAMENTE TUBOS DE SALIDA

b) TUBOS CON BOLSONES DE MATERIAL PERMEABLE

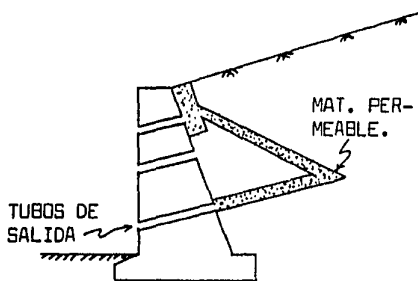


c) DREN CONTINUO.

d) CAPA CONTINUA.

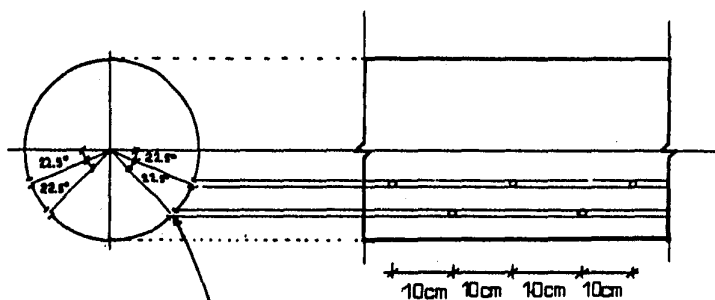


e) DREN INCLINADO.



f) RELLENO EXPANSIVO COHESIVO.

Tubos Perforados: Los tubos perforados son de la siguiente forma:



PERFORACIONES @  $22.5^{\circ}$

En sentido vertical  
 En sentido horizontal  
 Tubos Longitudinales  
 Tubos transversales

Drenes @ 1.5m.  
 Drenes @ 3.0m.  
 Pendientes s de 1.5% a 2%.  
 Pendientes s de 2%.

EJEMPLOS

EJEMPLOS

DE

RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE

1. Dos pruebas triaxiales consolidadas no drenadas con medición de presión de poro fueron llevadas a cabo en muestras saturadas de arcilla. Los especímenes fueron llevados hasta la falla después de la consolidación bajo esfuerzos de confinamiento de 200 a 400 KPa. Los resultados se indican a continuación:

No.	$\sigma_3$ (KPa)	$\Delta \sigma$ (KPa)	$\Delta u$ (KPa)
1	200	150	140
2	400	300	280

a) Dibujar la envolvente de falla de esfuerzos totales y escribir la Ecuación de Coulomb para la envolvente de falla.

b) Envolvente de falla de esfuerzos efectivos sobre el mismo diagrama y escribir la Ecuación de Coulomb para la envolvente de falla.

2. Una serie de pruebas consolidadas drenadas realizadas sobre una arcilla normalmente consolidada dieron un  $\phi_L = 31^\circ$ . Una prueba triaxial de corte consolidada no drenada en la misma muestra dió el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} \sigma_3 &= 200 \text{ PKa} \\ \sigma_1 - \sigma_3 &= 180 \text{ PKa} \end{aligned}$$

Estimar la presión de poro al tiempo de la falla en la prueba consolidada no drenada.

3. Dos pruebas consolidadas no drenadas con medición de presión de poro ejecutadas sobre muestras de arcilla inalterada dieron los siguientes resultados:

MUESTRA	$\sigma_3$ (KPa)	$\sigma_1$ (KPa)	$\Delta u_f$ (KPa)
No.1	220	480	78
No.2	420	760	216

a) Usando un diagrama de Mohr, determinar los parámetros de esfuerzos efectivos  $c_L$  y  $\phi_L$ .

4. Se realizaron pruebas triaxiales en un arena con los siguientes resultados:

Muestra	$\sigma_3$	$\sigma_1$
1	2	9.2
2	4	16.0
3	6	24.4

Trazar los círculos de Mohr y la envolvente de falla. Determinar el ángulo de fricción interna y los esfuerzos normal y cortante - en los planos de falla, así como la inclinación de éstos en los - tres especímenes.

5. En un suelo fino no saturado se tuvieron los siguientes resultados en un conjunto de tres pruebas triaxiales rápidas.

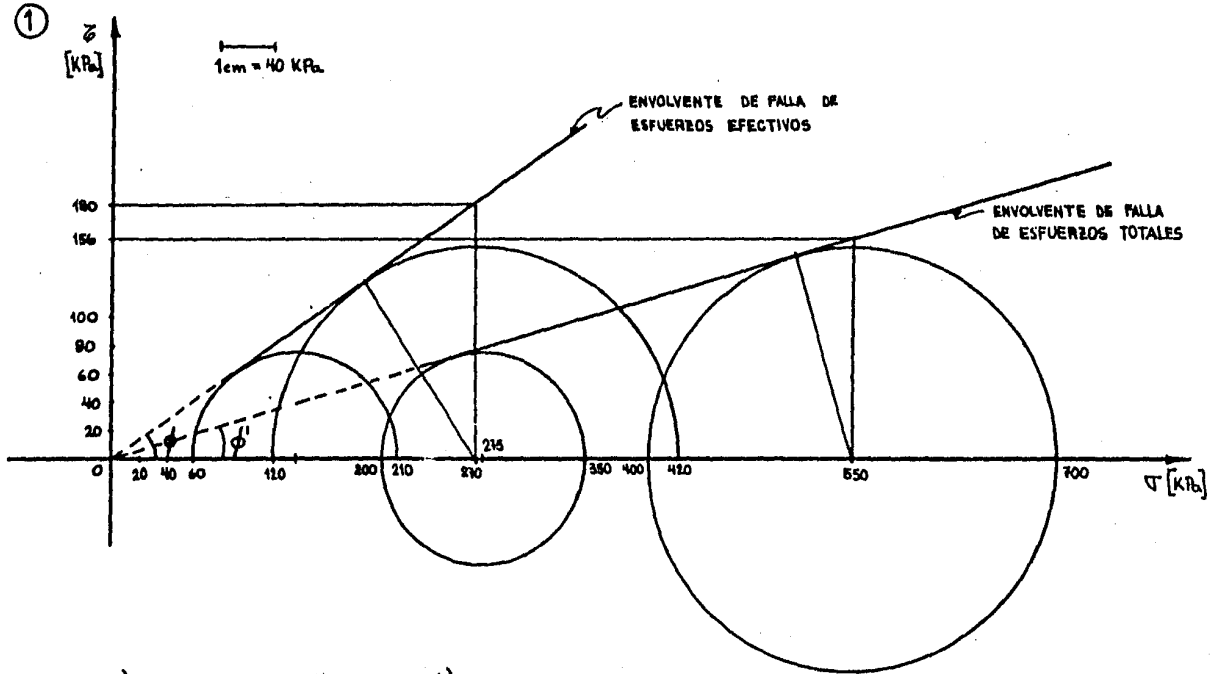
$\sigma_3$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_1$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0.25	1.05
0.75	2.05
1.50	3.10

Calcule el valor de los parámetros de cálculo  $c$  y  $\phi$  que podrían considerarse para la elaboración de un proyecto en el que el nivel de esfuerzos normales vaya a estar comprendido entre 1.5 y 2.0 kg/cm<sup>2</sup>.

6. En una prueba directa de esfuerzo cortante se empleó una presión normal de 8.75 kg/cm<sup>2</sup> produciéndose la falla con un esfuerzo cortante de 4 kg/cm<sup>2</sup>. Determinar con la teoría del círculo de Mohr los esfuerzos principales máximo y mínimo en el instante de falla.



7. Una muestra de arcilla extraída de 8m de profundidad se sometió a una prueba triaxial rápida y falló con un esfuerzo desviador de  $1 \text{ kg/cm}^2$ . En prueba lenta se determinó para esa arcilla un valor  $\phi = 26.5^\circ$ . También se sabe que  $\gamma_m = 1.55 \text{ ton/m}^3$ . Calcular la presión en la muestra en el instante de la falla en la -- prueba rápida.



a)

$$\phi' = \text{angTan} \left( \frac{156}{550} \right)$$

$$\phi' = 15.84^\circ$$

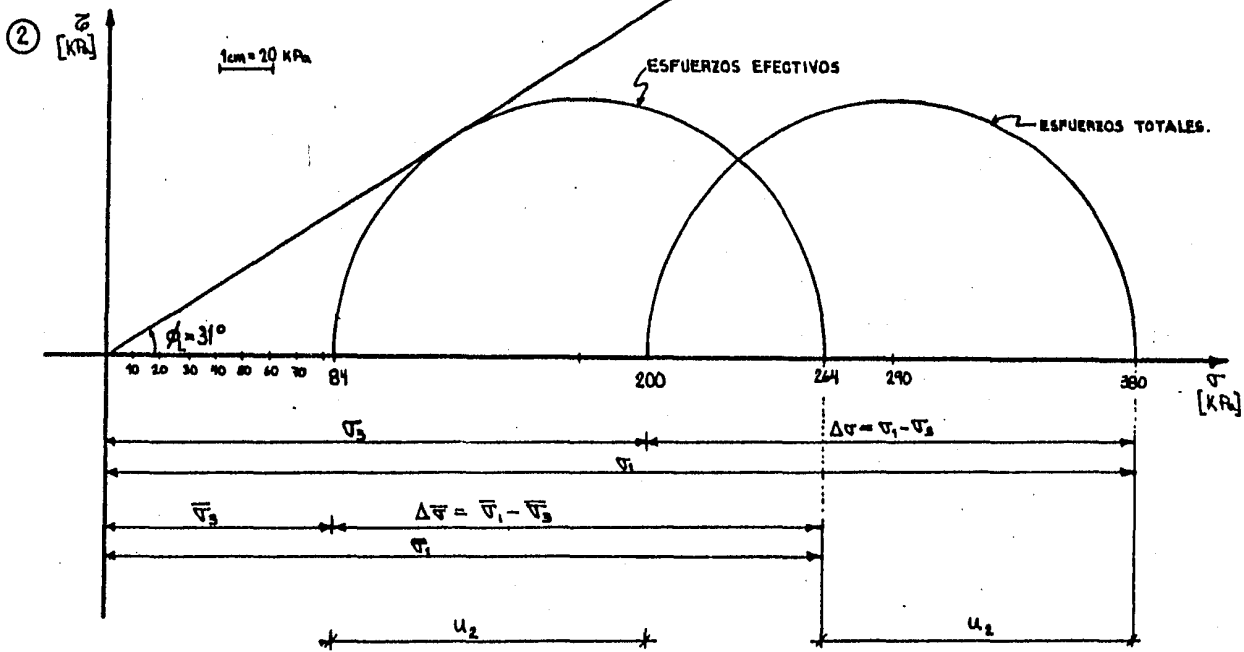
$$S = \tau \text{Tan } 15.84^\circ$$

b)

$$\phi = \text{angTan} \left( \frac{180}{270} \right)$$

$$\phi = 33.69^\circ$$

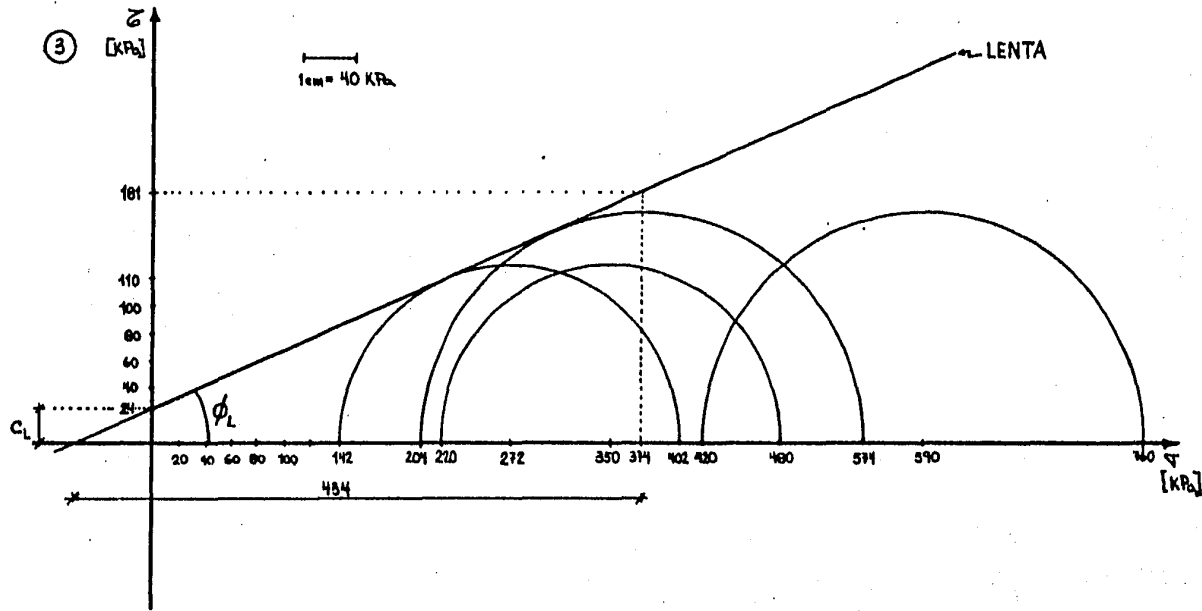
$$S = (\tau - u) \text{Tan } 33.69^\circ$$



$$\Delta u = \sigma_3 - \sigma_2 = 200 - 84 = 116 \text{ kPa}$$

$$\Delta u = \sigma_4 - \sigma_1 = 380 - 264 = 116 \text{ kPa}$$

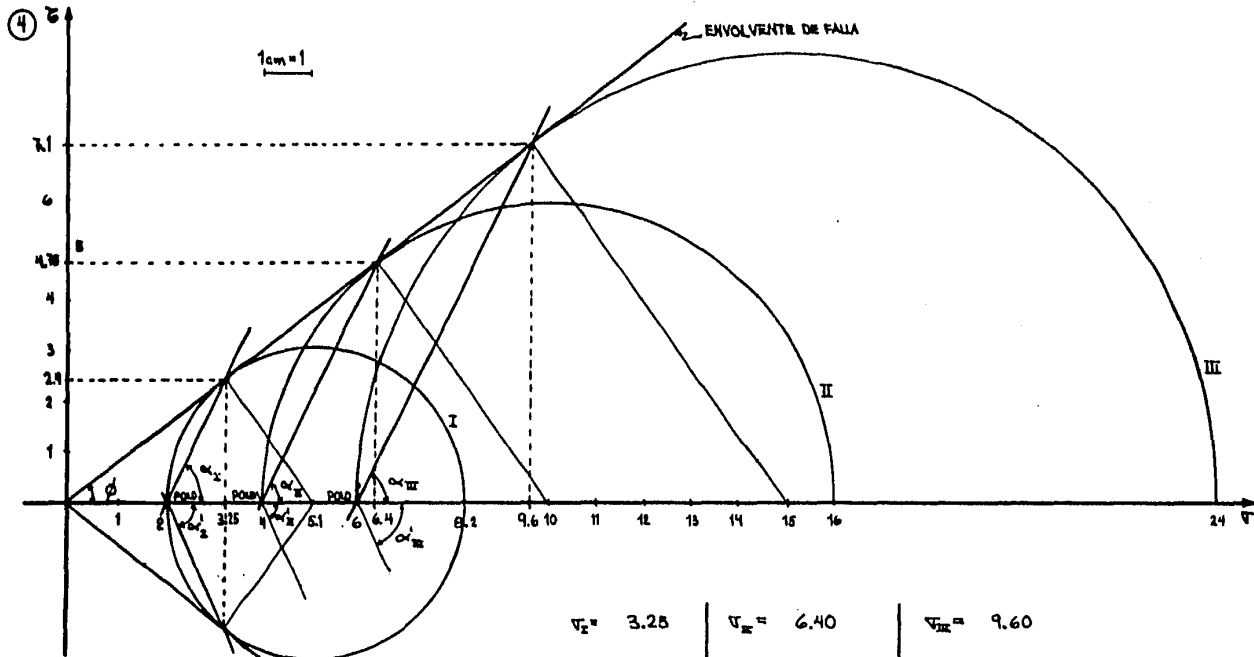
$\therefore$  PRESION DE PORO =  $\Delta u = 116 \text{ kPa}$



$$\phi_L = \text{angTan} \frac{181}{454}$$

$$\phi_L = 22.63^\circ$$

$$c_L = 24 \text{ kPa}$$



$$\phi = \text{ang} \operatorname{sen} \left( \frac{6}{10} \right)$$

$$\phi = 36.87^\circ ; \alpha = 45 + \frac{\phi}{2}$$

$$r_I = 3.25$$

$$r_{II} = 2.40$$

$$\alpha_I = 63.45^\circ$$

$$\alpha_I' = 296.55^\circ$$

$$r_{II} = 6.40$$

$$r_{III} = 4.75$$

$$\alpha_{II} = 63.45^\circ$$

$$\alpha_{II}' = 296.55^\circ$$

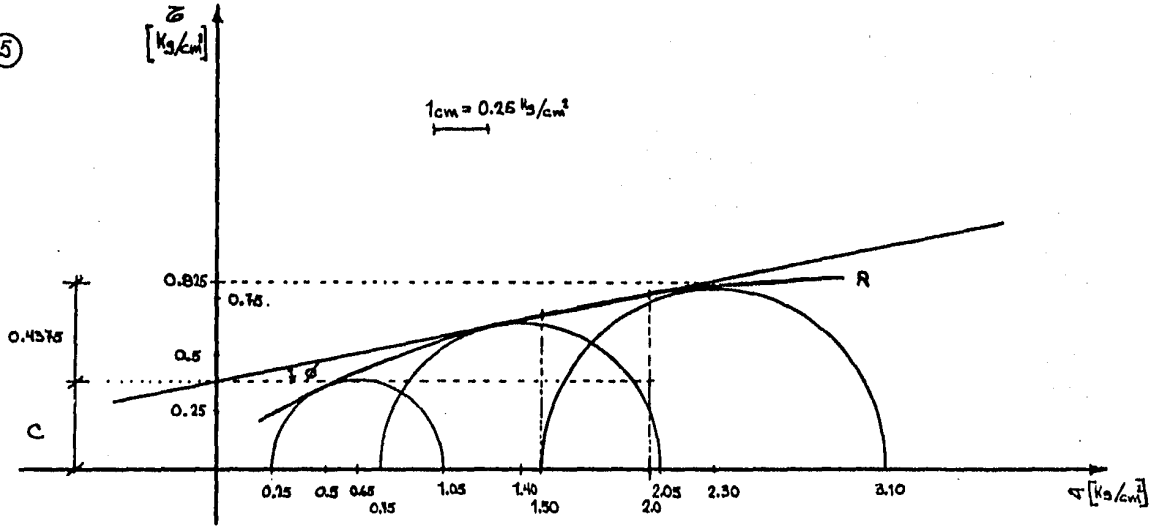
$$r_{III} = 9.60$$

$$r_{III} = 7.10$$

$$\alpha_{III} = 63.45^\circ$$

$$\alpha_{III}' = 296.55^\circ$$

5

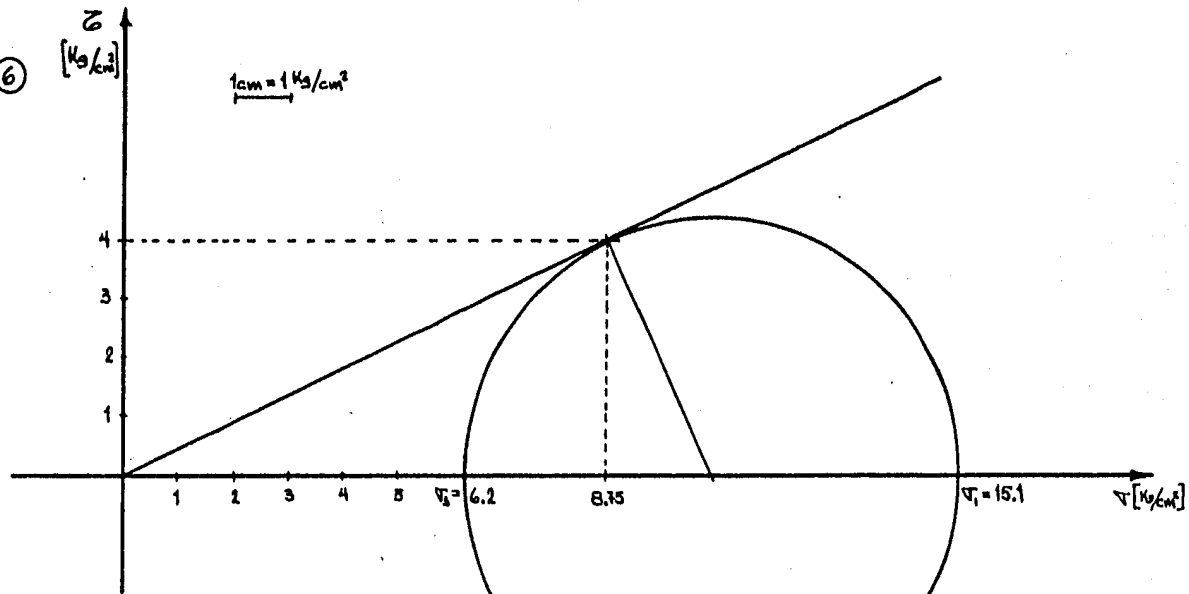


$$\therefore c = 0.3875 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi = \text{angTan} \left( \frac{0.4375}{2.50} \right)$$

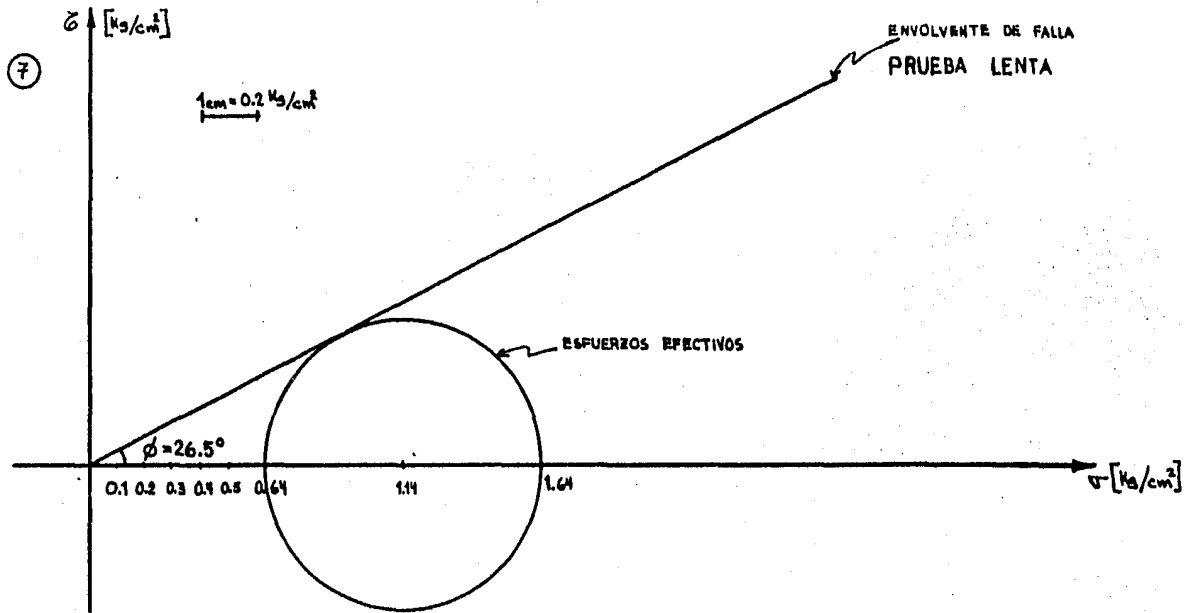
$$\phi = 10.769^\circ$$

⑥



$$\tau_2 = 6.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_1 = 15.1 \text{ kg/cm}^2$$



$$\Delta \sigma = \sigma_1 - \sigma_3 = 1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi = 26.5^\circ$$

TRAZANDO EL CIRCULO DE MOHR,  
SE OBTIENEN

$$\bar{\sigma}_3 = 0.64 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{y} \quad \bar{\sigma}_1 = 1.64 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_3 = \bar{\sigma}_{mz} = (1.55)(8) = 12.4 \text{ T/m}^2 = 1.24 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \bar{\sigma}_3 = 1.24 \text{ kg/cm}^2$$

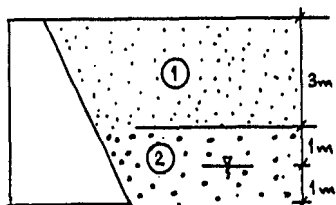
$$\text{COMO } \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_3 + \Delta u \rightarrow u = \bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3 = 1.24 - 0.64$$

$$\therefore u = 0.60 \text{ kg/cm}^2$$



EJEMPLOS  
DE  
EMPUJE DE TIERRAS

8. Calcular el empuje total horizontal sobre el muro, usando Rankine.  
 Considere arena seca arriba del nivel freático.



① Arcilla

$$q_u = 4 \text{ T/m}^2$$

$$\gamma' = 1.4 \text{ T/m}^3$$

② Arena Media

$$\phi = 34^\circ$$

$$\gamma'_{sat} = 1.8 \text{ T/m}^3$$

$$S_s = 2.65$$

$$c_{ARENA} = \frac{S_s \gamma'_o - \gamma'_{sat}}{\gamma'_{sat} - \gamma'_o} = \frac{2.65(1) - 1.8}{1.8 - 1} = 1.0625$$

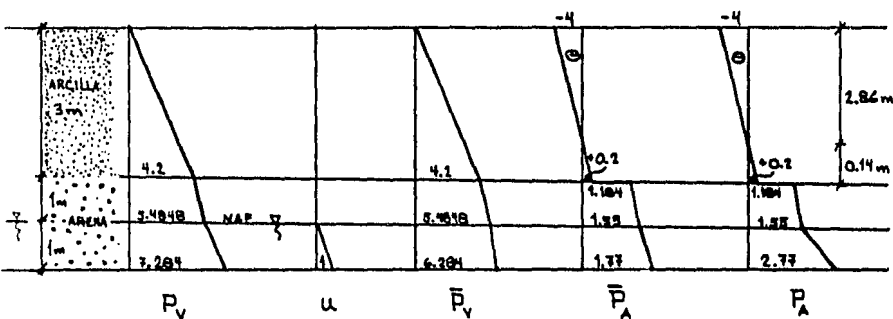
$$\gamma'_d_{ARENA} = \frac{\gamma'_o S_s}{1 + c} = \frac{1(2.65)}{1 + 1.0625} = 1.2848 \text{ T/m}^3$$

$$K_A_{ARENA} = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - \sin 34^\circ}{1 + \sin 34^\circ} = 0.282$$

$$P_v = 1.4(3) + 1.2848(1) + 1.8(1) = 7.284 \text{ T/m}^2$$

$$c = \frac{q_u}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ T/m}^2$$

$$K_A_{ARC} = \frac{\gamma'_z - 2c}{\gamma'_z} = \frac{1.4(3) - 2(2)}{1.4(3)} = 0.04761$$



$$\bar{P}_v = P_v - u = 6.284 \text{ T/m}^2$$

ARCILLA

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{P}_A = \bar{P}_v - 2c \\ \bar{P}_{A_2} = 0 - 2c = -2(2) = -4 \text{ T/m}^2 \\ \bar{P}_{A_3} = 4.2 - 4 = 0.2 \text{ T/m}^2 \\ \bar{P}_A = 0 \rightarrow \bar{P}_v = 4 \text{ T/m}^2 \\ \text{como } \bar{P}_v = \gamma z \end{array} \right\} \rightarrow z = 2.86 \text{ m}$$

ARENA

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{P}_A = K_A \bar{P}_v \\ \bar{P}_{A_3} = 0.282(4.2) = 1.184 \text{ T/m}^2 \\ \bar{P}_{A_1} = 0.282(5.4848) = 1.55 \text{ T/m}^2 \\ \bar{P}_{A_5} = 0.282(6.284) = 1.77 \text{ T/m}^2 \end{array} \right.$$

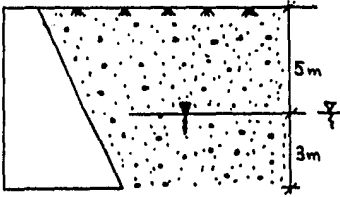
$$P_A = \bar{P}_A + u$$

$$P_{A_5} = 1.77 + 1 = 2.77 \text{ T/m}^2$$

$$E_A = \frac{0.2(0.14)}{2} + \left[ \frac{1.184 + 1.55}{2} \right] (1) + \left[ \frac{1.55 + 1.77}{2} \right] (1)$$

$$E_A = 3.041 \text{ T/m}$$

9. Calcular el empuje total horizontal sobre el muro, usando Rankine.  
 Considere la arena seca arriba del N.F.



ARENA GRUESA (SP)

$$\gamma_d = 1.25 \text{ T/m}^3$$

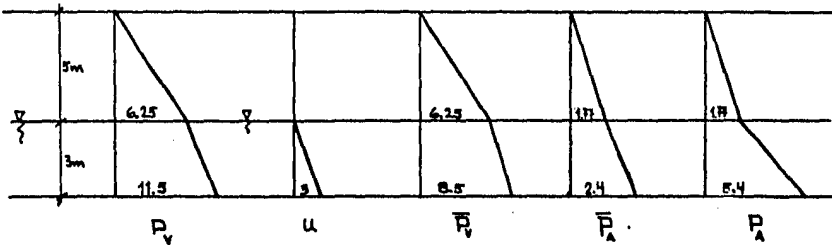
$$S_u = 2.5$$

$$\phi = 34^\circ$$

$$\gamma_{\text{sat}} = \frac{S_u \gamma_d + \alpha \gamma_w}{1 + \alpha} \quad ; \quad \alpha = \frac{S_u \gamma_w - \gamma_d}{\gamma_d} = \frac{2.5(1) - 1.25}{1.25} = 1$$

$$\gamma_{\text{sat}} = \frac{2.5(1) + 1(1)}{1 + 1} = 1.75 \text{ T/m}^3$$

$$K_A = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = 0.282$$



$$P_v = 5(1.25) + 3(1.75) = 11.5 \text{ T/m}^2$$

$$\bar{P}_v = P_v - u = 8.5 \text{ T/m}^2$$

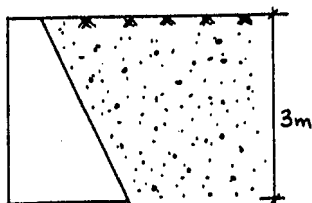
$$\bar{P}_A = K_A \bar{P}_v = 2.4 \text{ T/m}^2$$

$$P_A = \bar{P}_A + u = 5.4 \text{ T/m}^2$$

$$E_A = 1.77 \left(\frac{5}{2}\right) + \left[\frac{1.8 + 5.4}{2}\right](3) = 15.18 \text{ T/m}$$

$$E_A = 15.18 \text{ T/m}$$

10. Calcular el empuje horizontal bajo las siguientes condiciones y métodos indicados:



- $E_H$  por Rankine.
- Coulomb (Culmann).
- Terzaghi.
- Sobrecarga  $2 \text{ ton/m}^2$ .
- $\beta = 25^\circ$  superf. del relleno.

ARENA LIMPIA MAL GRADUADA (SP)

$$\phi = 36^\circ ; \gamma' = 1.8 \text{ T/m}^3$$

$$a) K_A = \frac{1 - \tan \phi}{1 + \tan \phi} = 0.2596$$

$$E_H = \frac{1}{2} K_A \gamma' (H^2) = \frac{1}{2} (0.2596)(1.8)(3)^2 = 2.103 \text{ T/m}$$

$$E_H = 2.103 \text{ T/m}$$

- b) SOLUCIÓN AL FINAL.

$$c) E_H = \frac{1}{2} K_H H^2 \quad K_H \rightarrow f(\text{SUELO}, \beta)$$

SUELO TIPO ① y  $\beta = 0^\circ$

$$\therefore K_H = 460 \text{ Kg/m}^2/\text{m}.$$

$$E_H = \frac{1}{2} (460)(3)^2 = 2.07 \text{ T/m}$$

$$E_H = 2.07 \text{ T/m}.$$

$$d) q = 2 \text{ T/m}^2$$

TERZAGHI DICE:  $P = Cq$

$$C \rightarrow f(\text{SUELO}) \rightarrow C = 0.27$$

$$E_{H_{\text{TOT}}} = E_H + PH$$

$$= 2.07 + 0.27(2)(3)$$

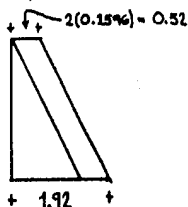
$$E_{H_{\text{TOTAL}}} = 3.69 \text{ T/m}.$$

RANKINE DICE: 
$$P_a = \frac{\gamma z + q}{1/N_\phi}$$

$$\frac{1}{N_\phi} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{1}{0.2596}$$

$$P_a = \frac{(1.0)(3) + 2}{\frac{1}{0.2596}} = 1.92 \text{ T/m}^2.$$

$$E_H = 1.92 \left[ \frac{1.92 + 0.52}{2} \right] = 3.66 \text{ T/m}$$



$$E_H = 3.66 \text{ T/m}.$$

$$c) K_H \rightarrow f(\beta, \text{SUELO}) \rightarrow K_H = 560 \text{ kg/m}^2/\text{m} = 0.56 \text{ T/m}^2/\text{m}.$$

$$E_H = \frac{1}{2} \cdot (0.56)(3)^2 = 2.52 \text{ T/m}$$

$$E_H = 2.52 \text{ T/m}.$$

b) CULMANN:

$$\text{TOMANDO } \gamma = 0.55$$

$$\delta = \text{angTan}(0.55)$$

$$\delta = 28.81^\circ$$

$$\theta = (90^\circ - \delta) = 61.19^\circ$$

$$\theta = 61.19^\circ$$

$$\text{PESO DE LAS CUÑAS} \quad \text{ÁREA} \cdot \gamma_{\text{ARENA}} \rightarrow \text{m}^2 \cdot \text{T/m}^3 = [\text{T/m}]$$

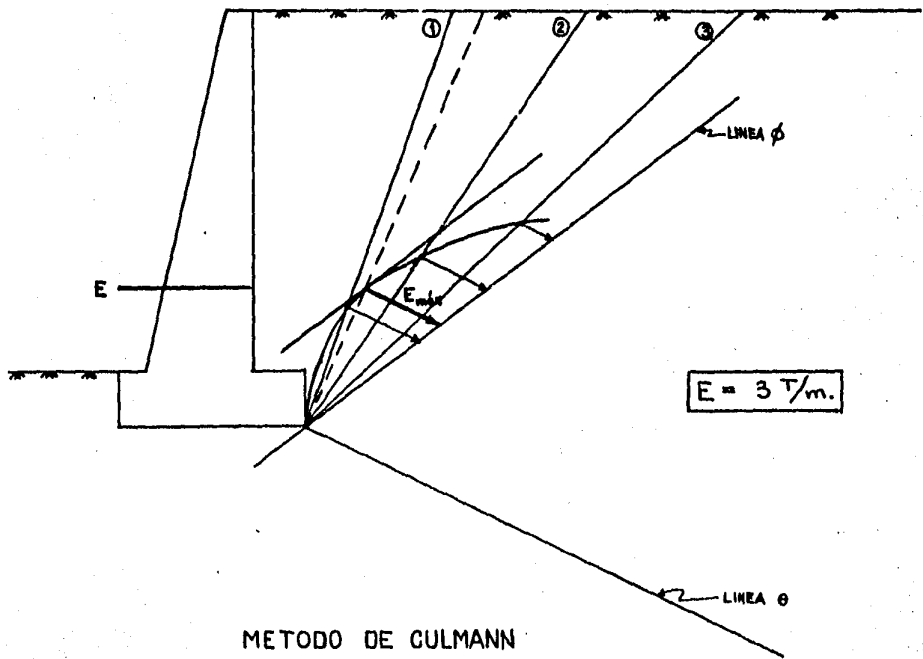
$$\textcircled{1} \quad 0.4(3)(1.8) + 1.1(3)(1.8)/2 = 5.13 \text{ T/m}.$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1(3)(1.8)}{2} + 5.13 = 7.83 \text{ T/m}.$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{4.3(3)(1.8)}{2} + 7.83 = 11.34 \text{ T/m}.$$

$$\text{ESCALA} \rightarrow 0.5 \text{ cm} = 1 \text{ Ton/m}.$$

GRÁFICA EN LA SIGUIENTE HOJA.



$$E = 3 T/m.$$

METODO DE CULMANN

$$2T/m$$



ANALISIS Y DISEÑO DE UN MURO DE GRAVEDAD

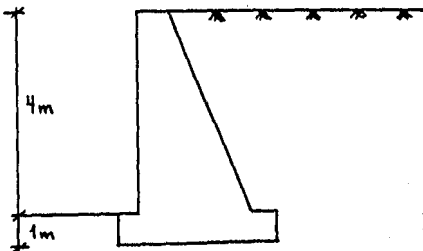
Determinar las dimensiones del siguiente muro de retención:

Datos:

- a) Muro de mampostería de piedra.
- b)  $\gamma$  mampostería =  $2.2 \text{ T/m}^3$ .
- c)  $\gamma$  relleno =  $2.03 \text{ T/m}^3$ .
- d)  $q$  admisible =  $17 \text{ T/m}^2$ . (F.S. = 3) (estático).
- e)  $\phi$  relleno =  $32^\circ$ .
- f) Coeficiente Sísmico = 10%.
- g) Terreno natural: arena gruesa limpia (SP).

Se pide diseñar el muro para las siguientes condiciones :

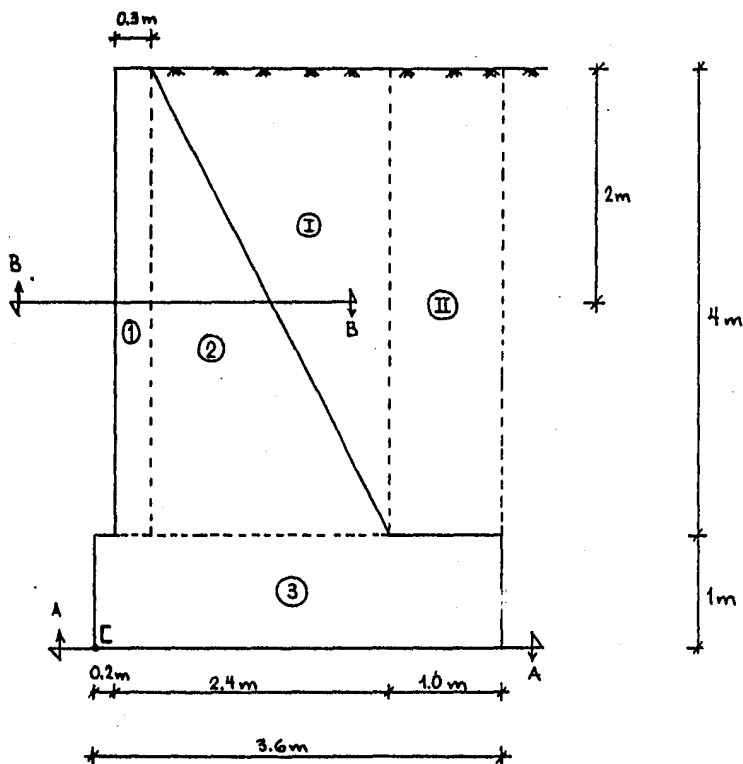
- 1. Volteo.
- 2. Deslizamiento.
- 3. Esfuerzos Internos.
- 4. Capacidad de Carga.
- 5. Sismo.



FACTORES DE SEGURIDAD

	PERMANENTES	ACCIDENTALES
VOLTEO.	2.5	1.8
ESFUERZOS INTERNOS.	---	---
CAPACIDAD DE CARGA.	3.0	2.0
DESLIZAMIENTO	1.5	1.2

DIMENSIONES:



DETERMINACION DEL EMPUJE ACTIVO (TERZAGHI):

$$E_A = \frac{1}{2} K_H H^2$$

con  $\phi = 32^\circ$   $K_H = 500 \text{ kg/m}^2/\text{m}$ .

$$E_A = \frac{1}{2} (500)(5)^2 = 6.25 \text{ T/m}$$

$$E_A = 6.25 \text{ T/m.}$$

## ANÁLISIS ESTÁTICO:

Por volteo:

$$A_{m_1} = 0.3(4) = 1.2$$

$$W_{m_1} = 2.2(1.2) = 2.64 \text{ T/m.}$$

$$A_{m_2} = 2.1(4/2) = 4.2$$

$$W_{m_2} = 4.2(2.2) = 9.24 \text{ T/m.}$$

$$A_{m_3} = 3.6(1) = 3.6$$

$$W_{m_3} = 3.6(2.2) = 7.92 \text{ T/m.}$$

$$A_{r_z} = 2.1\left(\frac{4}{2}\right) = 4.2$$

$$W_{r_z} = 4.2(2.03) = 8.526 \text{ T/m.}$$

$$A_{r_x} = 1(4) = 4.0$$

$$W_{r_x} = 4.0(2.03) = 8.12 \text{ T/m.}$$

$$\therefore W_m = 19.8 \text{ T/m}$$

$$W_r = 16.646 \text{ T/m}$$

$$M_{m_1c} = 2.64(0.35) = 0.924 \text{ T/m} \cdot \text{m.}$$

$$M_{m_2c} = 9.24(1.2) = 11.088 \text{ T/m} \cdot \text{m.}$$

$$M_{m_3c} = 7.92(1.8) = \frac{14.256 \text{ T/m} \cdot \text{m.}}{\Sigma = 26.268 \text{ T/m} \cdot \text{m.}} = M_{m_c}$$

$$M_{r_zc} = 8.526(1.9) = 16.199$$

$$M_{r_xc} = 8.12(3.1) = \frac{25.172}{\Sigma = 41.371} = M_{r_c}$$

$$M_A = 6.25\left(\frac{5}{3}\right) = 10.4166 \text{ T/m} \cdot \text{m}$$

$$M_R = M_{m_c} + M_{r_c} = 26.268 + 41.371 = 67.639 \text{ T/m} \cdot \text{m}$$

$$F.S. = \frac{M_R}{M_A} = \frac{67.639}{10.4166} = 6.49 > 2.5$$

\(\therefore\) PASA POR VOLTEO.

Por deslizamiento:

$$N = W_r + W_m = 19.8 + 16.646 = 36.446 \text{ T/m}$$

$$\mu = 0.55$$

$$F = \mu N = 0.55(36.446) = 20.0453$$

$$F = 20.0453 \text{ T/m.}$$

$$F.S. = \frac{F}{E_A} = \frac{20.0453}{6.25} = 3.207 > 1.5$$

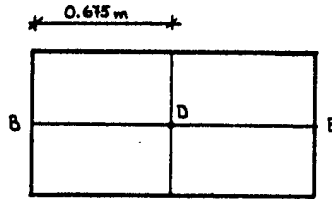
∴ PASA POR DESLIZAMIENTO.

Por esfuerzos internos:

CORTE B-B

$$f_2 = \frac{\sum F_v}{B^2} [4B - 6a]$$

$$f_1 = \frac{\sum F_v}{B^2} [6a - 2B]$$



$$\sum M_D \curvearrowright = -[0.3(2)(2.2)](0.525) - [2\left(\frac{1.95}{2}\right)(2.2)](0.025) + [2\left(\frac{1.95}{2}\right)(2.05)](0.525) - 1\left(\frac{2}{2}\right)$$

$$\sum M_D = -0.725 = \sum F_v z$$

$$\sum F_v = 5.7615 \text{ T/m} \rightarrow$$

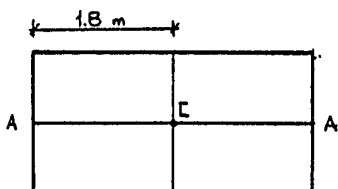
$$z = 0.126 \text{ m} \rightarrow a = 0.549 \text{ m}$$

$$f_2 = \frac{5.7615}{(1.35)^2} [4(1.35) - 6(0.549)] = 6.66 \text{ T/m}^2$$

$$f_1 = \frac{5.7615}{(1.35)^2} [6(0.549) - 2(1.35)] = 1.88 \text{ T/m}^2$$

∴ NO SE PRESENTAN ESFUERZOS DE TENSION EN LA SECCION "B-B".

CORTE A-A



$$\Sigma M_c (\curvearrowright) = - [0.3(4)(2.2)] 1.45 - [2.1(\frac{4}{2})(2.2)] 0.6 - 6.25(\frac{4}{2}) + [2.1(\frac{4}{2})(2.03)] 0.1 + [1(4)(2.03)] 1.3 = - 8.38$$

$$\Sigma M_c = - 8.38 = \Sigma F_v e$$

$$\Sigma F_v = 36.446 \text{ T/m} \rightarrow$$

$$e = 0.23 \text{ m} \rightarrow a = 1.57 \text{ m.}$$

$$f_2 = \frac{36.446}{(3.6)^2} [4(3.6) - 6(1.57)] = 14.005 \text{ T/m}^2.$$

$$f_1 = \frac{36.446}{(3.6)^2} [6(1.57) - 2(3.6)] = 6.243 \text{ T/m}^2.$$

∴ NO SE PRESENTAN ESFUERZOS DE TENSIÓN EN EL CORTE "A-A".

∴ DE LO ANTERIOR SE CONCLUYE QUE NO SE PRESENTAN PROBLEMAS POR ESFUERZOS INTERNOS.

Por capacidad de carga:

$$B' = B - 2e = 3.6 - 2(0.23) = 3.14 \text{ m}$$

$$B' = 3.14 \text{ m.}$$

$$q = \frac{W_m + W_r}{B'} = \frac{36.446}{3.14} = 11.607 \text{ T/m}^2$$

$$q = 11.607 < q_a = 17 \text{ T/m}^2.$$

∴ PASA POR CAPACIDAD DE CARGA.

ANALISIS SISMICO:

Por Volteo:

Con el procedimiento gráfico de Culmann bajo sollicitaciones sísmicas se obtiene el valor del empuje  $E_B$ . Procedimiento en hoja adjunta.

PARA  $\phi = 32^\circ \rightarrow E_B = 19.5 \text{ T/m}$  y  $\Delta E = 4 \text{ T/m}$ .

$c = 10\% \rightarrow cW_{m_1} = 0.264 \text{ T/m}$ .

$cW_{m_2} = 0.924 \text{ T/m}$ .

$cW_{m_3} = 0.792 \text{ T/m}$ .

$\Sigma = 1.98 \text{ T/m} = cW_m$

Momento por efecto del sismo en el muro:

$$M_{m_s} = cW_{m_1} X_1 + cW_{m_2} X_2 + cW_{m_3} X_3$$

$$= 0.264(2) + 0.924(2.333) + 0.792(0.5) = 3.34 \text{ T/m} \cdot \text{m}$$

Punto de aplicación de  $E_B$ :

$$H_R = \frac{H}{3} + \frac{\Delta E_x (z - \frac{H}{3})}{\Delta E_x + E_x}$$

$\theta = 33.5^\circ$  ;  $z = 3.35 \text{ m}$

$E_x = E \text{ sen } \theta = 15.5 \text{ sen } 33.5^\circ = 8.55 \text{ T/m}$

$E_{s_x} = E_B \text{ sen } \theta$

$= 19.5 \text{ sen } 33.5^\circ$

$E_{s_x} = 10.763 \text{ T/m}$ .

$\Delta E_x = \Delta E \text{ sen } \theta$

$= 4 \text{ sen } 33.5^\circ$

$\Delta E_x = 2.208 \text{ T/m}$ .

$$H_R = \frac{5}{3} + \frac{2.208(3.35 - \frac{5}{3})}{2.208 + 8.55}$$

$H_R = 2.012 \text{ m}$ .



Momento del relleno por efecto del sismo:

$$M_{r_s} = H_r E_{s_x} = 2.012(10.763) = 21.66 \text{ T/m} \cdot \text{m}.$$

Momento actuante:

$$M_A = M_{r_s} + M_{m_s} = 21.66 + 3.34 = 25.0 \text{ T/m} \cdot \text{m}$$

Momento resistente: (Obtenido en el análisis estático)

$$M_R = 67.639 \text{ T/m} \cdot \text{m}$$

$$F.S. = \frac{M_R}{M_A} = \frac{67.639}{25}$$

$$F.S. = 2.707 > 1.8$$

∴ PASA POR VOLTEO.

Por deslizamiento:

$$E_{s_y} = E_s \cos \theta = 19.5 \cos 33.5^\circ$$

$$E_{s_y} = 16.261 \text{ T/m} \cdot \text{m}$$

$$E_{A_{s_x}} = E_{s_x} + cW_m = 10.763 + 1.98 = 12.743 \text{ T/m}$$

$$N = W_m + E_{s_y} = 19.8 + 16.261 = 36.06 \text{ T/m}.$$

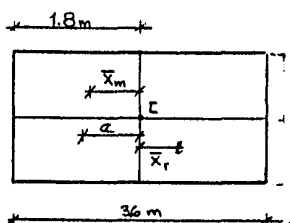
$$F = \frac{1}{3} N = 0.55(36.06) = 19.833 \text{ T/m}.$$

$$F.S. = \frac{F}{E_{A_{s_x}}} = \frac{19.833}{12.743} = 1.57$$

F.S. = 1.57 > 1.2 ∴ PASA POR DESLIZAMIENTO.

Por capacidad de carga:

$$\begin{aligned}\Sigma M_c (\curvearrowright) &= W_m \bar{x}_m + W_r \bar{x}_r + E_x (H_R) \\ &= -19.8(0.413) + 16.646(0.681) - 10.763(2.012) \\ \Sigma M_c &= -19.724 \text{ T} \cdot \text{m}\end{aligned}$$



$$e = \frac{\Sigma M_c}{F_v} = \frac{-19.724}{36.446} = -0.541 \text{ m}$$

$$B' = B - 2e = 3.6 - 2(0.541)$$

$$B' = 2.518 \text{ m}$$

$$q = \frac{N}{B'} = \frac{W_m + W_r}{B'} = \frac{36.446}{2.518} = 14.48 < 25.5 \text{ T/m}^2$$

∴ PASA POR CAPACIDAD DE CARGA.

Obtención del peso de las cuñas supuestas:

Se llamó  $A_0$  al área del relleno comprendido entre el muro y la vertical.

$A_I$  es el área comprendida por el relleno entre la vertical y la superficie marcada en la figura con I.  $A_{II}$  es el área entre la vertical y II y así sucesivamente.

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \left(\frac{1+3}{2}\right) 4 = 8 \text{ m}^2 \\ \delta_{\text{relleno}} &= 2.03 \text{ T/m}^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_0 = 16.24 \text{ T/m}$$

$$A_2 = \frac{5(1.4)}{2} = 3.5 \text{ m}^2 \Rightarrow W_2' = 7.105 \text{ T/m}$$

$$W_2 = W_0 + W_2' = 23.345 \text{ T/m}$$

$$A_3 = \frac{5(2.4)}{2} = 6 \text{ m}^2 \Rightarrow W_3' = 12.18 \text{ T/m}$$

$$W_3 = W_2 + W_3' =$$

$$A_{II} = \frac{5(2.4)}{2} = 6 \text{ m}^2 \rightarrow W_{II}^i = 12.18 \text{ T/m}$$

$$W_{II} = W_0 + W_{II}^i = 28.42 \text{ T/m}$$

$$A_{III} = \frac{5(3.4)}{2} = 8.5 \text{ m}^2 \rightarrow W_{III}^i = 17.255 \text{ T/m}$$

$$W_{III} = W_0 + W_{III}^i = 33.495 \text{ T/m}$$

$$A_{IV} = \frac{5(4.4)}{2} = 11 \text{ m}^2 \Rightarrow W_{IV}^i = 22.33 \text{ T/m}$$

$$W_{IV} = W_0 + W_{IV}^i = 38.57 \text{ T/m}$$

$$cW_I = 2.334 \text{ T/m}$$

$$cW_{II} = 2.842 \text{ T/m}$$

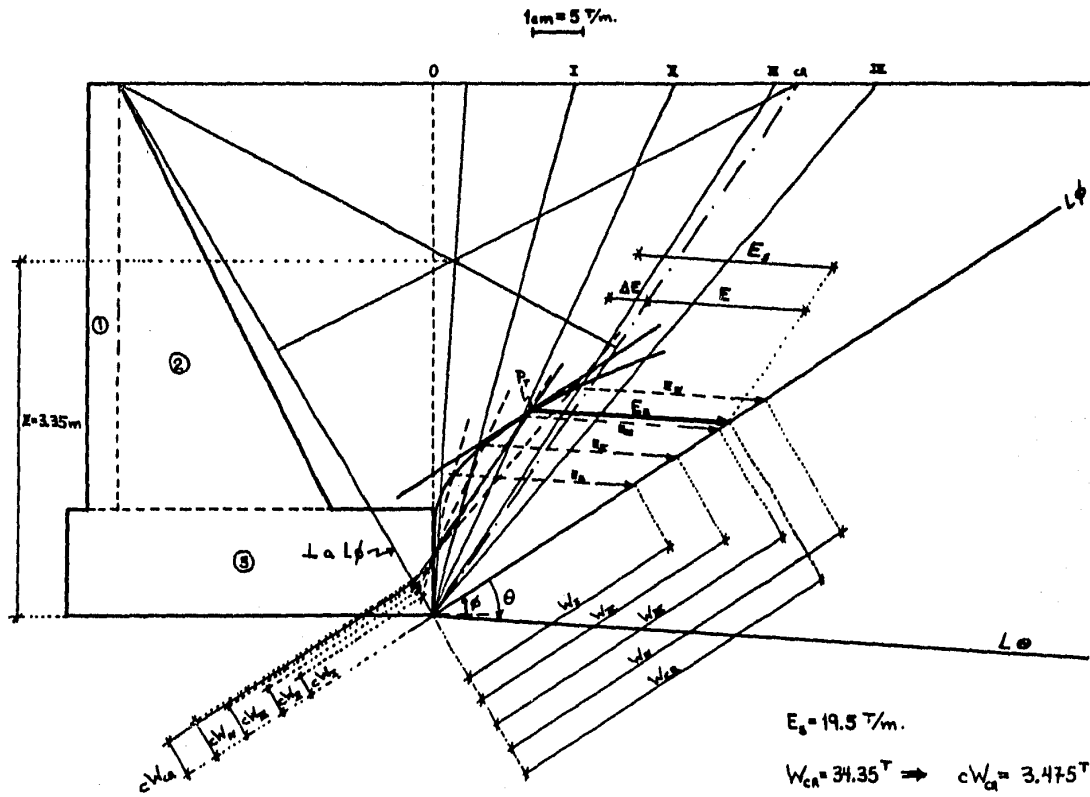
$$cW_{III} = 3.349 \text{ T/m}$$

$$cW_{IV} = 3.857 \text{ T/m}$$

El empuje sísmico  $E_s$  se obtiene con el método descrito anteriormente para ello y sólo resta aclarar que la posición de la cuña crítica se obtiene de medir, en el polígono de fuerzas correspondiente a  $E_s$ ,  $W_{CR}$  y así poder calcular el valor de  $cW_{CR}$ . Este último valor se traza en la perpendicular a  $L_0$  donde se han dibujado los vectores  $cW$  de las cuñas supuestas, y una vez hecho esto se une dicho vector  $cW_{CR}$  con  $E_s$ , quedando así definida la dirección del vector  $F$  y por lo tanto basta con trazar una paralela a dicha dirección que pase por la base del muro para tener definida la cuña crítica CR.

En la obtención del centroide de la cuña crítica se consideró a ésta como si tuviera forma triangular ya que el error que se comete es despreciable para fines prácticos.

Una observación conveniente es la que se refiere a que la perpendicular a  $L$   $\delta$  coincidió en este caso en particular con la línea que se supuso para definir la cuña crítica con forma triangular, pero esto no tiene porqué ocurrir necesariamente.



$\gamma = 0.55 \rightarrow (\text{SP}) ; \phi = 32^\circ ; \sigma = \text{angTan}(0.55)$

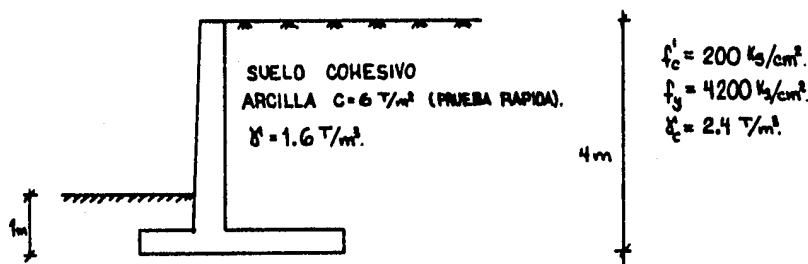
$E_s = 19.5 \text{ T/m}$

$W_{cR} = 34.35 \text{ T} \Rightarrow cW_{cR} = 3.475 \text{ T}$

$\Delta E = 4 \text{ T/m} ; E = 15.5 \text{ T/m}$

ANALISIS Y DISEÑO DE UN MURO DE CONCRETO

Diseñar un muro de retención en cantiliver para las siguientes condiciones:



El suelo de relleno es el mismo que el de apoyo y como es una arcilla de consistencia blanda se trata entonces de un relleno Tipo (4) en clasificación de Terzaghi.

Como el relleno es horizontal  $\beta = 0^\circ$ .

De la gráfica correspondiente a material tipo (4) y  $\beta = 0^\circ$  se obtiene que:

$$K_H = 1600 \text{ kg/m}^2/\text{m}.$$

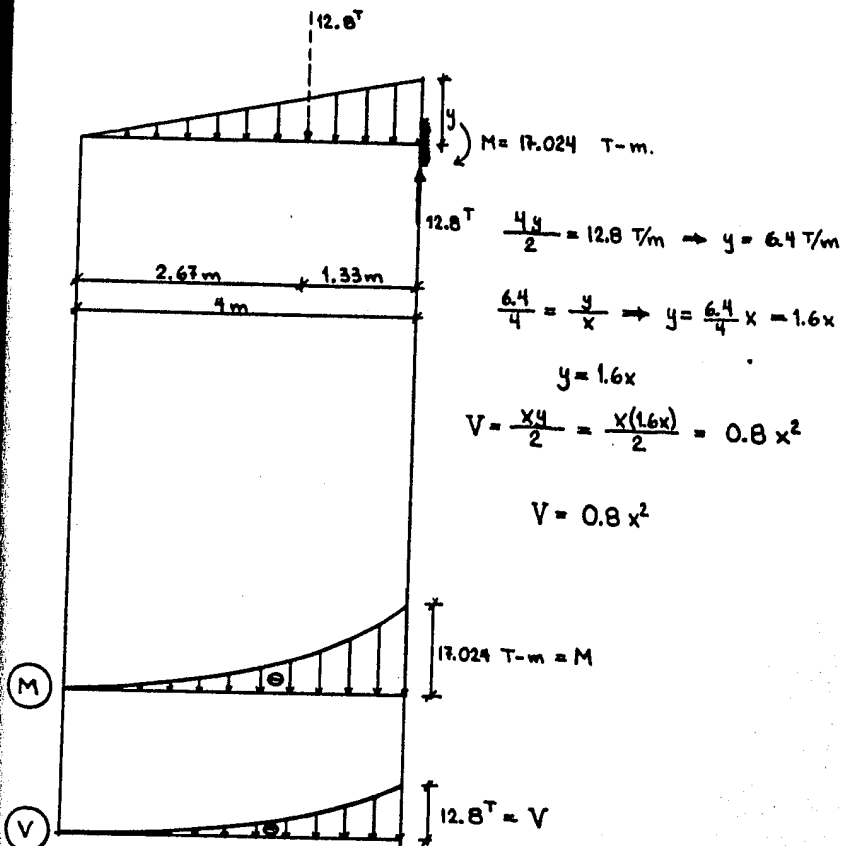
$$K_V = 0$$

Por lo tanto:

$$E_{A_H} = \frac{1}{2} K_H H^2 = \frac{1}{2} (1600)(4)^2 = 12800 \text{ kg/m} = 12.8 \text{ T/m}.$$

$$E_{A_V} = \frac{1}{2} K_V H^2 = \frac{1}{2} (0)(4)^2 = 0$$

Considerando el muro como una viga empotrada tenemos lo siguiente:



Análisis y Diseño del Muro:

Cálculo del Armado del Muro:

$F_c = 1.4$  ;  $F_R = 0.9$  (FLEXIÓN) ;  $F_R = 0.8$  (CORTANTE).



FLEXION:

$$M_R = F_c M = 1.4(17.024) = 23.834 \text{ T-m} = 23.834 \times 10^5 \text{ Kg-cm.}$$

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' q (1 - 0.5q)$$

Tomando  $d = 50 \text{ cm}$  y  $b = 1 \text{ m}$  (ANÁLISIS POR METRO DE ANCHO).

$$f_c'' = 0.85(0.8 f_c') = 136 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c''' = 0.8 f_c' = 160 \text{ Kg/cm}^2.$$

$$23.834 \times 10^5 = 0.9(100)(50)^2 (136) q(1 - 0.5q) = 306 \times 10^5 q(1 - 0.5q)$$

$$153 \times 10^5 q^2 - 306 \times 10^5 q + 23.834 \times 10^5 = 0$$

$$153 q^2 - 306 q + 23.834 = 0$$

$$q = 0.08118$$

$$q = p \frac{f_y}{f_c''} \rightarrow p = q \frac{f_c''}{f_y} = 0.08118 \frac{136}{4200}$$

$$p = 0.0026287$$

Cálculo de los aceros mínimo y máximo:

$$p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4200} = 0.002357$$

$$p_b = \left[ \frac{4800}{6000 + f_y} \right] \frac{f_c''}{f_y} = \left[ \frac{4800}{10200} \right] \frac{136}{4200} = 0.015238$$

Por ser zona sísmica

$$p_{\max} = 0.75 p_b = 0.75 (0.015238)$$

$$p_{\max} = 0.011429$$

$$p_{\min} = 0.002357 < p = 0.0026287 < p_{\max} = 0.011429$$

$$\therefore p = 0.0026287$$

CORTANTE: Como  $p < 0.01 \rightarrow$

$$V_c = F_R d b (0.2 + 30p) \sqrt{f'_c}$$

$$V_c = 0.8(100)(50) [0.2 + 30(0.0026287)] \sqrt{160}$$

$$V_c = 14\,109 \text{ Kg} = 14.11^T$$

$$V_u = F_c V = 1.4(0.8x^2) = 1.4 [0.8(3.5)^2]$$

$$V_u = 13.72^T$$

$$V_c = 14.11^T > 13.72^T = V_u \quad \therefore \text{PASA POR CORTANTE}$$

En cuanto a flexión se refiere, el porcentaje de acero obtenido es muy cercano al mínimo, pero no conviene reducir la sección y aumentar la cantidad de acero por flexión ya que entonces dicha sección no pasaría por cortante sin la necesidad del uso de estribos, como se puede ver en el cálculo anterior.

El hecho de no utilizar estribos es por facilidad constructiva.

Acero Longitudinal:

$$p = \frac{A_s}{bd} \Rightarrow A_s = pbd = 0.0026287(100)(50)$$

$$A_s = 13.15 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow 5 \phi \# 6 \text{ con } A_s = 14.25 \text{ cm}^2 > 13.15 \text{ cm}^2$$

$\therefore$  var # 6 @ 20 cm.

Acero Horizontal: (acero mínimo por temperatura)

$$a_{s \text{ min}_T} = \frac{450h}{f_y(h+100)} = \frac{450(55)}{4200(55+100)} = 0.03802 \text{ cm}^2$$

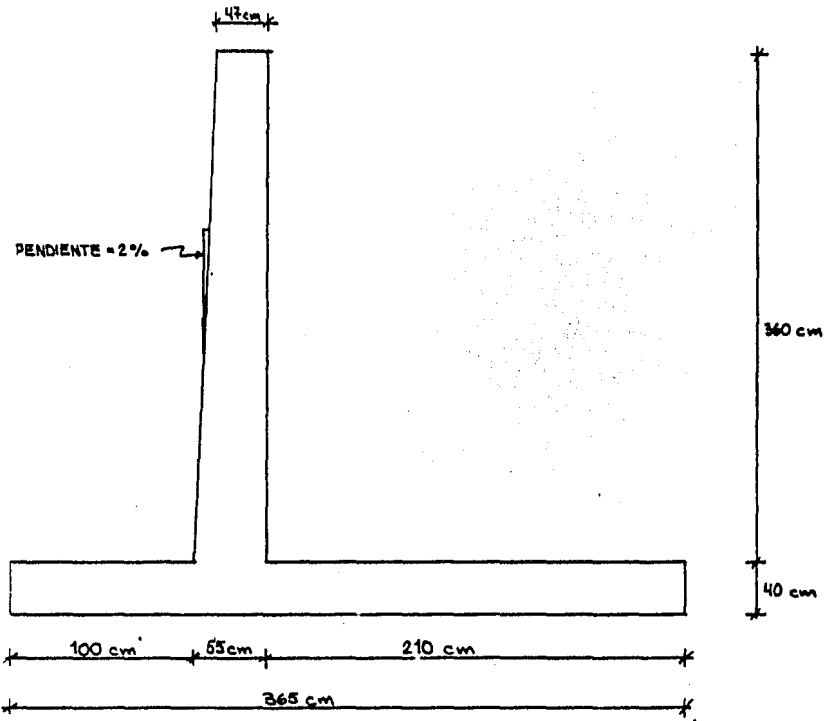
Por estar expuesto a la intemperie:

$$A_s = 2 a_{s \text{ min}_T} \times 100 \text{ cm}$$

$$A_s = 7.603 \text{ cm}^2$$

$\therefore$  var # 4 @ 15 cm.

DIMENSIONAMIENTO DE LA ZAPATA Y ANALISIS DEL CONJUNTO ZAPATA-MURO:



Análisis por Volteo:

		<u>PESO</u>	<u>BRAZO</u>	<u>MOMENTO</u>
MURO	$\left[ \frac{0.53+0.47}{2} \right] (3.6)(1)(2.4) =$	4.406 <sup>T</sup>	1.27 m	5.596 T-m
ZAPATA	$(3.65)(0.4)(2.4)(1) =$	3.504 <sup>T</sup>	1.82 m	6.377 T-m
SUELO	$(2.1)(3.6)(1.6)(1) =$	12.096 <sup>T</sup>	2.60 m	31.450 T-m
		$\Sigma = 20.006^T$		$\Sigma = 43.423 T-m$

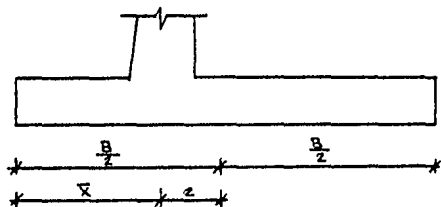
$$\therefore R_v = 20.006 \text{ T}$$

$$M_R = 43.423 \text{ T-m}$$

$$M_A = \frac{4}{3} (12.8) = 17.067 \text{ T-m}$$

$$F.S. = \frac{43.423}{17.067} = 2.54 > 2.5 \quad \therefore \text{PASA POR VOLTEO.}$$

$$\Sigma M = M_R - M_A = 43.423 - 17.067 = 26.356 \text{ T-m}$$



$$\bar{x} = \frac{\Sigma M}{R_v} = \frac{26.356}{20.006} = 1.32 \text{ m}$$

$$\frac{B}{2} - \bar{x} = z = \frac{3.65}{2} - 1.32$$

$$z = 0.51 \text{ m} < \frac{B}{6} = \frac{3.65}{6} = 0.61 \text{ m}$$

$\therefore$  LA RESULTANTE VERTICAL CAE EN EL TERCIO MEDIO Y NO SE PRESENTAN TENSIONES.

Análisis por Deslizamiento:

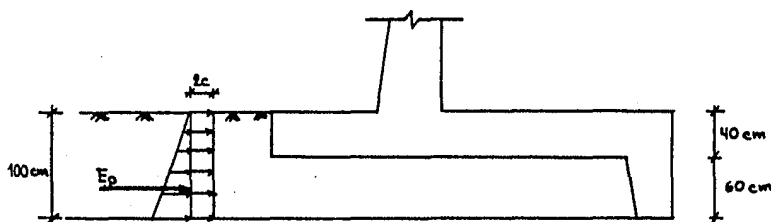
Debido al tipo de suelo de apoyo es conveniente utilizar la recomendación de Terzaghi de poner una cama de grava-arena angulosa entre la zapata y el suelo de apoyo y considerar al coeficiente de fricción entre ellos como  $\mu = 0.35$ .

$$F_{\dagger} = \gamma R_v = 0.35(20.006) = 7.002^T$$

$$F.S. = \frac{7.002}{12.8} = 0.547 < 1.5 \quad \therefore \text{NO PASA.}$$

Este hecho implica el uso de un dentellón para así aprovechar el empuje pasivo que se presentará cuando el muro trate de deslizarse, contraponiéndose a este movimiento y evitándolo. En el cálculo de dicho empuje no se tomará en cuenta la presencia del relleno que está encima de la punta de la zapata ya que no se cuenta con la seguridad de que este material permanezca intacto, es decir, sin agujeros, sin ser removido, etc., y para valuarlo se utilizará la teoría de Rankie.

Con un dentellón de 60cm tendríamos lo siguiente:



$$E_p = \frac{1}{2} \gamma z^2 + 2cz$$

$$= \frac{1}{2} (1.6)(1)^2 + 2(6)(1) = 12.8^T$$

$$F_R = F_{\dagger} + E_p = 7.002 + 12.8 = 19.802^T$$

$$F.S. = \frac{19.802}{12.8} = 1.54 > 1.5 \quad \therefore \text{PASA POR DESLIZAMIENTO.}$$

Análisis por Capacidad de Carga:

$$B' = B - 2a = 3.65 - 2(0.51)$$

$$B' = 2.63 \text{ m}$$

Tomando en cuenta el relleno sobre la punta de la zapata debido a que en este caso es lo más desfavorable:

$$q = \frac{W_m + W_r}{B'}$$

$$q = \frac{20.646}{2.63} = 7.85 \text{ T/m}^2$$

Para este caso, de la figura VII-8 del libro Mecánica de Suelos, Tomo II, de Juárez Badillo y Rico Rodríguez, 2a. Edición 2a. reimpresión, página 367:

$$N_c = 5.7 ; \quad N_q = 1 ; \quad N_\gamma = 0$$

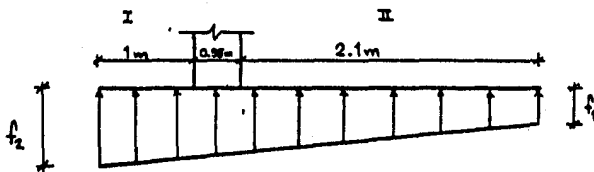
$$q_d = c N_c + p_d N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma$$

$$= 6(5.7) + 1.6(1) + 0$$

$$q_d = 35.8 \text{ T/m}^2$$

$$F.S. = \frac{q_d}{q} = \frac{35.8}{7.85} = 4.56 > 3 \quad \therefore \text{PASA POR CAPACIDAD DE CARGA.}$$

Zapata:



$$f_2 = \frac{\sum F_y}{B^2} (4B - 6a)$$

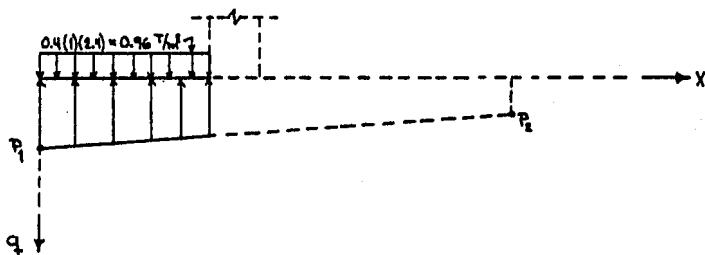
$$f_1 = \frac{\sum F_y}{B^2} (6a - 2B)$$

$$\Sigma F_v = F_c(W_m + W_r) = 1.4(20.646) = 30.30 \text{ T}$$

$$f_2 = \frac{30.30}{(3.65)^2} [4(3.65) - 6(1.32)] = 15.192 \text{ T/m}^2$$

$$f_1 = \frac{30.30}{(3.65)^2} [6(1.32) - 2(3.65)] = 1.410 \text{ T/m}^2$$

Tramo I:



$$P_1(0, 15.192) \quad ; \quad P_2(3.65, 1.410)$$

$$m = \frac{15.192 - 1.41}{0 - 3.65} = -3.776$$

$$q = (15.192 - 3.776x) - 0.96$$

$$q = 14.232 - 3.776x$$

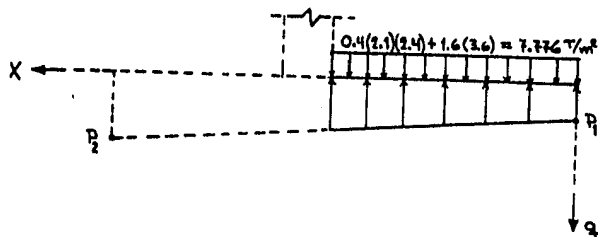
$$V = \int_0^1 (14.232 - 3.776x) dx = [14.232x - 1.888x^2]_0^1 = 12.344 \text{ T} \quad \therefore \uparrow$$

$$M = \int_0^1 (14.232x - 1.888x^2) dx = [7.116x^2 - 0.6293x^3]_0^1 = 6.487 \text{ T-m} \quad \therefore \curvearrowright$$

$\therefore$  EL ACERO DE FLEXIÓN VA ABAJO.



Tramo II:



$$P_1(0, 1.410); \quad P_2(3.65, 15.192)$$

$$m = \frac{15.192 - 1.41}{3.65 - 0} = 3.776$$

$$q = (1.410 + 3.776x) - 7.776$$

$$q = -6.366 + 3.776x$$

$$V = \int_0^{2.1} (-6.366 + 3.776x) dx = \left[ -6.366x + 1.888x^2 \right]_0^{2.1} = -5.043 \text{ T} \quad \therefore \downarrow$$

$$M = \int_0^{2.1} (-6.366x + 1.888x^2) dx = \left[ -3.183x^2 + 0.6293x^3 \right]_0^{2.1} = -8.21 \text{ T-m} \quad \therefore \downarrow$$

∴ EL ACERO DE FLEXIÓN VA ARRIBA.

DISEÑO POR FLEXION:

$$M_R = F_R b d^2 f_c \rho q (1 - 0.5q)$$

En tramo I:

$$M_R = 6.49 \times 10^8 \text{ Kg-cm} = 6.49 \text{ T-m}$$

$$6.49 \times 10^8 = 0.9(100)(80)^2(136) \rho q (1 - 0.5q) = 149.94 \times 10^8 \rho q (1 - 0.5q)$$

$$74.97 q^2 - 149.94 q + 6.49 = 0 \rightarrow$$

$$q = 0.0443$$

$$p = q \frac{f_c'}{f_y} = 0.0443 \frac{136}{4200}$$

$$p = 0.0014 < 0.002357 = p_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y}$$

$$\therefore \text{RIG} \quad p_{\min} = 0.002357 \rightarrow A_s = p b d$$

$$A_s = 0.002357(100)(30) = 8.25 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{var} \# 4 @ 15 \text{ cm.}$$

En tramo II:

$$M_R = 8.21 \times 10^6 \text{ Kg-cm} = 8.21 \text{ T-m}$$

$$8.21 \times 10^6 = 0.9(100)(30)^2(136) q (1 - 0.5 q) = 149.94 q (1 - 0.5 q)$$

$$74.97 q^2 - 149.94 q + 8.21 = 0 \rightarrow$$

$$q = 0.0563 \rightarrow p = 0.00182 < p_{\min}$$

$$\therefore \text{RIG} \quad p_{\min} = 0.002357$$

$$\text{var} \# 4 @ 15 \text{ cm.}$$

DISEÑO POR PENETRACION:

$$V_{CR} = F_R \sqrt{f_c'} = 0.8(160)$$

$$V_{CR} = 10.12 \text{ Kg/cm}^2$$

$$V = 14.232x - 1.888x^2$$

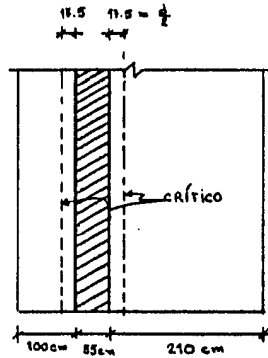
Si  $x = 82.5 \text{ cm} = 0.825 \text{ m}$

$$V = 10.456 \text{ T}$$

$$V_u = \frac{10.456}{35(100)} = 0.00299 \text{ T/cm}^2$$

$$V_u = 2.99 \text{ kg/cm}^2.$$

$$V_{cr} = 10.12 \text{ kg/cm}^2 > 2.99 \text{ kg/cm}^2 = V_u$$



∴ PASA POR PENETRACIÓN

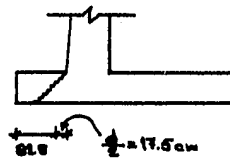
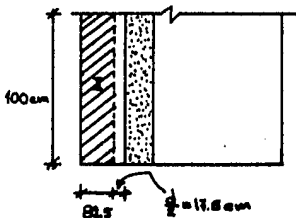
REVISION POR TENSION DIAGONAL:

$$p = p_{\min} < 0.01 \rightarrow V_{cr} = F_R b d (0.2 + 30p) \sqrt{f'_{ci}}$$

$$V_{cr} = 0.8(100)(35) [0.2 + 30(0.00299)] \sqrt{160}$$

$$V_{cr} = 9,587.874 \text{ kg} = 9.6 \text{ T}$$

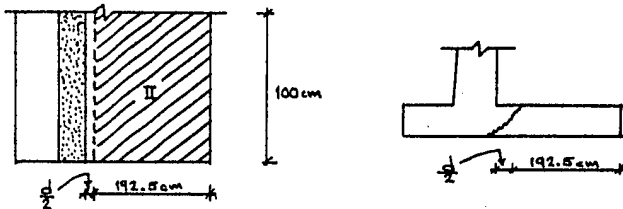
$$A_z = 82.5(100) = 8250 \text{ cm}^2$$



$$V_{u_I} = \frac{10456}{365(100)} (8250) = 2363.34 \text{ Kg} = 2.4^T \therefore \downarrow$$

$$V_{CR} = 9.6^T > 2.4^T = V_u$$

$$A_{II} = 192.5(100) = 19250 \text{ cm}^2$$



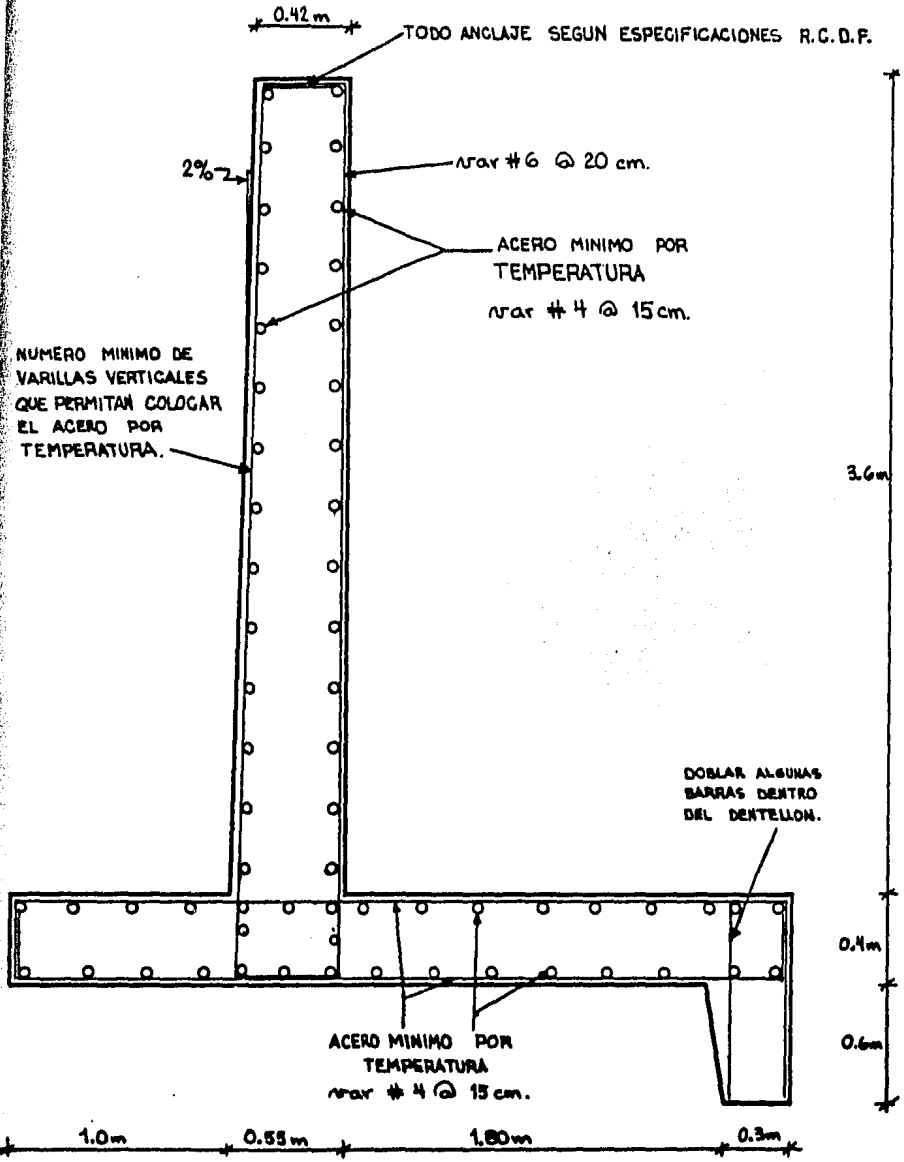
$$V_{II} = -6.366x + 1.888x^2$$

$$\text{Si } x = 1.925 \text{ m} \rightarrow V_{II} = -5.258^T \therefore \uparrow$$

$$V_u = \frac{5258}{365(100)} (19250) = 2773.23 \text{ Kg} = 2.8^T$$

$$V_{CR} = 9.6^T > 2.8^T = V_u$$

$\therefore$  PASA POR TENSION DIAGONAL.



**C O N C L U S I O N E S**

## CONCLUSIONES

A través del estudio realizado nos podemos dar cuenta de que existen varias teorías, métodos y procedimientos que nos permiten conocer el comportamiento de los suelos, sus parámetros de resistencia y los efectos que provocan sobre los muros de retención.

Por otra parte, en las materias de estructuras se ha aprendido a analizar y diseñar elementos estructurales. Sin embargo, no es posible pensar ni en análisis ni en diseños racionales si no se conoce bien el fenómeno que ocasionará los elementos mecánicos a los que están sujetos dichos elementos estructurales.

Esto tiene como consecuencia que los diseños comúnmente realizados -- puedan mejorarse, por lo que de ahora en adelante tendremos que manejar en forma conjunta los conceptos de estructuras y de mecánica de suelos y no -- mantener el divorcio que ha existido entre estas disciplinas.

Al mismo tiempo, consideramos que es de suma importancia tanto para el estudiante de ingeniería civil, como para los profesionales de esta -- carrera que se encuentran en la práctica, el poder recurrir a algún texto en donde se puedan estudiar estos problemas tratados en forma conjunta, ya que en los libros de mecánica de suelos solamente podemos encontrar teorías, métodos, procedimientos, etc., para calcular el empuje de tierras, pero no la conclusión del problema que sería el aplicarlo a la solución de un caso real. Y en los textos de estructuras tampoco encontramos el problema tratado con el enfoque de mecánica de suelos en cuanto a la obtención de los elementos mecánicos o sollicitaciones a las que se ven sujetas dichas estructuras.

De aquí nuestra inquietud de presentar en este trabajo la solución de por lo menos dos casos, un muro de retención de gravedad y otro de concreto, en los que se trataran ambos aspectos en forma conjunta relacionándolos directamente con el análisis y diseño de estas estructuras.



A P E N D I C E

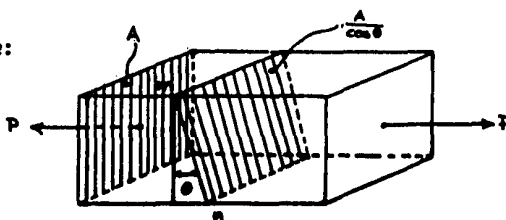
## A P E N D I C E

### TEORIA DE ESFUERZOS CON LA CONVENCION DE SIGNOS ADOPTADA PARA ELLOS EN MECANICA DE SUELOS

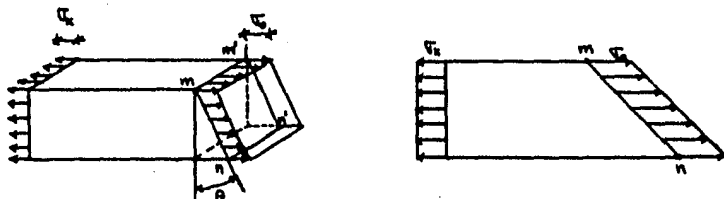
Debido a que en la mecánica de suelos los esfuerzos de compresión son considerados de signo positivo y los de tensión de signo negativo, es de su ma importancia establecer claramente los cambios que estas consideraciones arrojan en los resultados obtenidos a partir de la teoría general de esfuerz os que nos permiten conocer el estado general de esfuerzos de un cuerpo, ya sea mediante el Tensor Esfuerzo, las Ecuaciones a partir de él obtenidas, o el Círculo de Mohr.

Por ello se presenta a continuación la convención de signos utilizada en mecánica de suelos para dichos esfuerzos y los resultados a que ésta nos conduce. Es importante recalcar que estos resultados no son los mismos que se manejan en mecánica de materiales con la convención de signos adoptada - para el estudio de dicha materia.

Sea la figura siguiente:



De la longitud de este miembro, hagamos un corte m-n con una inclinación  $\theta$  respecto a la sección rectangular A, y analicemos el diagrama de cuerpo libre para investigar su equilibrio, es decir:



$$\sigma_0 = \frac{P}{A/\cos \theta} = \frac{P}{A} \cos \theta \quad (1) \quad ; \quad \sigma_x = \frac{P}{A}$$

$$\sigma_0 = \sigma_x \cos \theta \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \theta = 0^\circ \Rightarrow \sigma_0 = \sigma_x. \\ \text{Si } \theta = 90^\circ \Rightarrow \sigma_0 = 0. \end{array} \right.$$

Despejando P de (1):

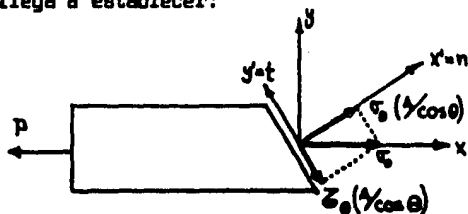
$$P = \sigma_0 \frac{A}{\cos \theta}$$

Las componentes normal y tangencial son:

$$\sigma_0 \left[ \frac{A}{\cos \theta} \right] \quad (\text{Normal})$$

$$\tau_0 \left[ \frac{A}{\cos \theta} \right] \quad (\text{Tangencial})$$

Con lo que se llega a establecer:



Donde los esfuerzos correspondientes al plano de corte son:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_n = \sigma_0 \cos \theta = (\sigma_x \cos \theta) \cos \theta = \sigma_x \cos^2 \theta$$

$$\tau_{\theta} = \tau_t = \sigma_0 \sin \theta = (\sigma_x \cos \theta) \sin \theta = \sigma_x \sin \theta \cos \theta$$

Empleando las funciones trigonométricas:

$$\cos^2 \theta = \frac{\cos 2\theta + 1}{2} \quad \text{y} \quad \cos \theta \sin \theta = \frac{\sin 2\theta}{2}$$

en las ecuaciones anteriores llegamos a:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_x \left[ \frac{\cos 2\theta + 1}{2} \right] ; \quad \tau_{\theta} = \sigma_x \left[ \frac{\sin 2\theta}{2} \right]$$

Graficando estas dos expresiones: (VER GRÁFICA EN LA SIGUIENTE HOJA).

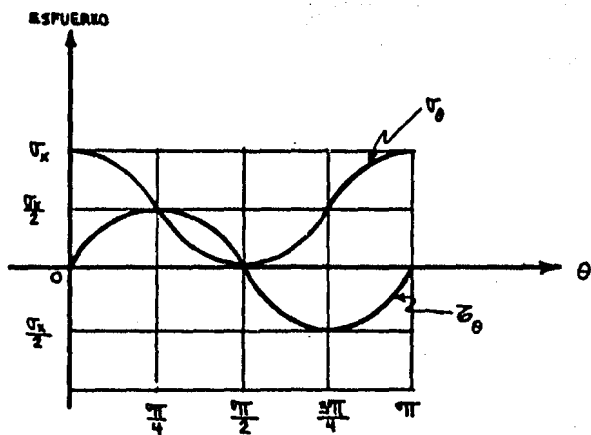
Conclusiones:

- Los planos de esfuerzo normal máximo y mínimo son observados para  $\theta = 0, \pi$  y para  $\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ , respectivamente.
- En los planos donde los esfuerzos normales son máximos o mínimos los esfuerzos cortantes son nulos.
- El esfuerzo cortante tiene la misma magnitud tanto en  $\frac{\pi}{2} + \theta$ , como  $\pi + \theta$ .
- El  $\tau$  máximo o mínimo ocurre en un plano para  $\theta = \pm \frac{\pi}{4}$  [ó  $\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ , etc.], y cuando ocurre se le asocia un esfuerzo normal igual a  $\frac{\sigma_x}{2}$ .

Ahora bien, las ecuaciones que representan a los esfuerzos normal y cortante en cualquier plano, respectivamente son:

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2 \tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \quad \text{---(2)}$$

$$\tau_n = \sin \alpha \cos \alpha (\sigma_x - \sigma_y) + \tau_{xy} (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \quad \text{---(3)}$$



donde  $\alpha$  representa el ángulo de inclinación entre el vector normal al plano y la horizontal medio éste en sentido antihorario a partir de la dirección positiva del eje horizontal. Estas ecuaciones son obtenidas del desarrollo de la ecuación matricial formada por el tensor esfuerzo ( $S$ ) y las componentes del vector normal ( $n$ ), asociadas al plano en cuestión, esto es:

$$\overline{S_n} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \text{sen } \alpha \end{bmatrix}$$

Además, del desarrollo y solución del determinante

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_n & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_n \end{vmatrix} = 0$$

se obtienen las expresiones que nos permiten evaluar los esfuerzos principales mayor ( $\sigma_1$ ) y menor ( $\sigma_2$ ). Estas son:

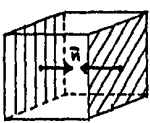
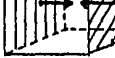
$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

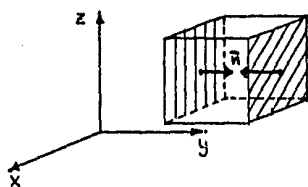
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Es necesario mencionar que los valores de  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , y  $\tau_{xy}$  que se utilizan en las ecuaciones (2) y (3) siguen la convención de signos del tensor esfuerzo, la cual nos dice lo siguiente:

Para determinar el signo del esfuerzo cortante se procederá de la siguiente forma:

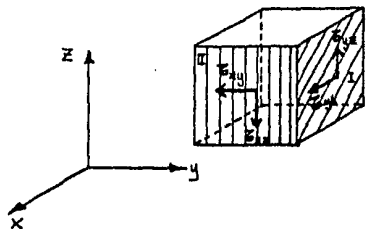
Definición: Si la normal que entra en la cara de un elemento tiene el mismo sentido que el eje correspondiente, se llama cara positiva.

Por ejemplo, en la cara achurada en forma inclinada  , la normal que entra en el elemento no coincide con la dirección positiva del eje "y", por lo tanto es una cara negativa. Sin embargo, en la cara achurada en forma vertical  , la normal que entra en el elemento es del mismo sentido que la dirección positiva del eje "y", siendo por ello una cara positiva.



**Definición:** Se conoce como signo parcial del esfuerzo cortante al que resulta de comparar el sentido del eje correspondiente con el del esfuerzo cortante que se esté analizando. Si coincide con el sentido positivo del eje tendrá signo parcial positivo; si no coinciden tendrá signo parcial negativo.

En este caso podemos observar que los esfuerzos  $\tau_{yz}$  y  $\tau_{yx}$  de la cara I coinciden en sentido con las direcciones positivas de los ejes "z" y "x" respectivamente, por lo que su signo parcial será positivo. En cambio, en la cara II los esfuerzos  $\tau_{xy}$  y  $\tau_{xz}$  son de sentido contrario a los ejes "y" y "z" respectivamente, por lo que tendrán signos parciales negativos.

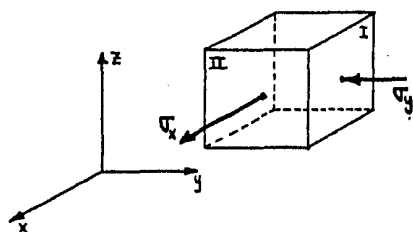


**Signo Definitivo del Esfuerzo Cortante:** A partir de las dos definiciones anteriores se obtiene el signo definitivo del esfuerzo cortante. Para establecer dicho signo se utiliza la regla de los signos de la multiplicación algebraica, es decir:

cara positiva	y	signo parcial positivo	}	SIGNO POSITIVO (+)
(+)	o	(+)		
cara negativa	y	signo parcial negativo	}	
(-)		(-)		
cara positiva	y	signo parcial negativo	}	SIGNO NEGATIVO (-)
(+)	o	(-)		
cara negativa	y	signo parcial positivo	}	
(-)		(+)		

Signo del Esfuerzo Normal :

Esfuerzo de Compresión → POSITIVO  
 Esfuerzo de Tensión → NEGATIVO



Cara I esfuerzo positivo  
 (compresión) ( $\sigma_y$ )

Cara II esfuerzo negativo  
 (tensión) ( $\sigma_x$ )

Sin embargo, los resultados obtenidos en las ecuaciones (2) y (3) también tendrán signos asociados, los que deberán ser interpretados según la siguiente convención:

$$\sigma_n > 0 \Rightarrow \text{Compresión}$$

$$\sigma_n < 0 \Rightarrow \text{Tensión}$$



CORTANTES QUE ACUTAN EN CARAS VERTICALES.

$\left\{ \begin{array}{l} \tau_n > 0 \Rightarrow \text{MOMENTO antihorario positivo } (+) \\ \tau_n < 0 \Rightarrow \text{MOMENTO en sentido horario negativo } (-) \end{array} \right.$

Las ecuaciones (2) y (3) también se pueden expresar:

$$\tau_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad \dots\dots(4)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad \dots\dots(5)$$

CIRCULO DE MOHR:

De las ecuaciones (5) y (4) se obtiene, mediante un poco de álgebra, la siguiente:

$$\left[ \tau_n - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right]^2 + \tau_n^2 = \tau_{xy}^2 + \left[ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right]^2$$

que es la ecuación de una circunferencia en su segunda forma ordinaria  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , cuyo centro y radio son los siguientes:


$$c \left[ \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0 \right]$$

$$r = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2}$$

En lo que se refiere al Círculo de Mohr la convención utilizada será la misma que se usa para interpretar las ecuaciones (3) y (2), o bien (5) y (4), es decir:

$\sigma_n > 0 \Rightarrow$  Compresión.

$\sigma_n < 0 \Rightarrow$  Tensión.

$\sigma_n > 0 \Rightarrow$  Momento antihorario positivo 

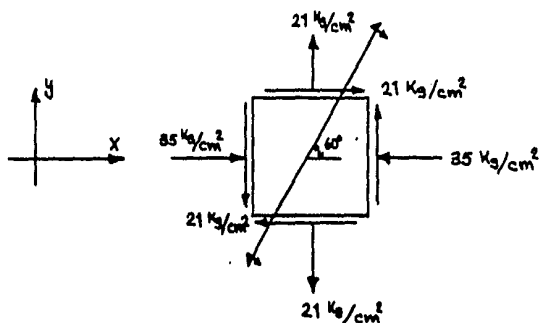


$\sigma_n < 0 \Rightarrow$  Momento horario negativo 



Lo anterior se ilustrará con el siguiente ejemplo:

Sea un elemento diferencial sometido al siguiente estado de esfuerzos:



Encontrar los esfuerzos normal y cortante que actúan en un plano inclinado  $60^\circ$  con respecto a la horizontal como se muestra en la figura.

a) Procederemos primero con las Ecuaciones:

En la cara vertical derecha tenemos un esfuerzo de compresión de  $35 \text{ kg/cm}^2$ , por lo que  $\sigma_x = + 35 \text{ kg/cm}^2$

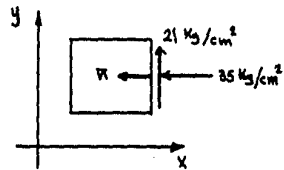
Para saber el signo del esfuerzo cortante  $\tau_{xy}$  actuante en la misma cara tendremos que ver si se trata de una cara positiva o negativa y recurrir a la regla algebraica de los signos.

Como el vector normal que entra en dicha cara tiene sentido contrario al eje x, esto nos indica que se trata de una cara negativa(-).

El signo parcial de  $\tau_{xy}$  será positivo (+) por tener el mismo sentido que el eje Y. El resultado final será entonces:

$$(-) (+) = (-)$$

$$\therefore \tau_{xy} = - 21 \text{ kg/cm}^2$$

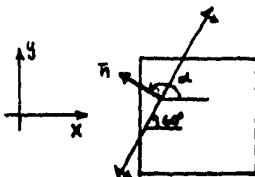


El signo de  $\tau_y$  será negativo por tratarse de un esfuerzo de tensión:

$$\therefore \tau_y = - 21 \text{ kg/cm}^2$$

Puede comprobarse con facilidad que no importa cuál de las caras se tome para analizar el signo del esfuerzo cortante, ya que el resultado será el mismo.

Ahora, como  $\alpha$  es el ángulo formado por la dirección positiva del eje X y el vector normal al plano en el que se quieren encontrar los esfuerzos, midiendo  $\alpha$  en sentido antihorario, tenemos:



$$\therefore \alpha = 150^\circ$$

Sustituyendo estos valores en (5) y (4):

$$\sigma_x = 35 ; \quad \sigma_y = -21 ; \quad \tau_{xy} = -21 ; \quad \alpha = 150^\circ$$

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \operatorname{sen} 2\alpha \\ &= \frac{35 - 21}{2} + \frac{35 - (-21)}{2} \cos 2(150^\circ) - 21 \operatorname{sen} 2(150^\circ) \end{aligned}$$

$$\sigma_n = +39.187 \text{ Kg/cm}^2$$

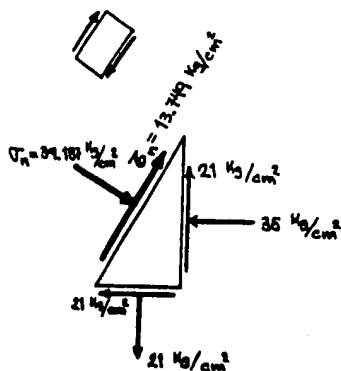
$$\begin{aligned} \tau_n &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen} 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha \\ &= \frac{35 - (-21)}{2} \operatorname{sen} 300^\circ + 21 \cos 300^\circ \end{aligned}$$

$$\tau_n = -13.749 \text{ Kg/cm}^2$$

Según la convención establecida para interpretar las ecuaciones (5) y (4), tenemos que:

$$\sigma_n = +39.187 > 0 \Rightarrow \text{Compresión}$$

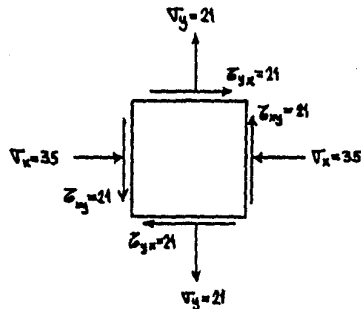
$$\tau_n = -13.749 < 0 \Rightarrow \text{Momento en sentido horario } \curvearrowright$$



b) Círculo de Mohr:

Según nuestra convención para Círculo de Mohr,  $\sigma_x$  es positivo por ser de compresión;  $\sigma_y$  es negativo por ser de tensión y  $\tau_{xy}$  es positivo en las caras verticales por provocar momento en sentido contrario a las manecillas del reloj  $[\curvearrowright, \uparrow\Box]$ , y  $\tau_{yx}$  negativo  $[\curvearrowleft, \downarrow\Box]$ , en las caras horizontales.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= + 35 \text{ Kg/cm}^2 \\ \sigma_y &= - 21 \text{ Kg/cm}^2 \\ \tau_{xy} &= + 21 \text{ Kg/cm}^2 \\ \tau_{yx} &= - 21 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

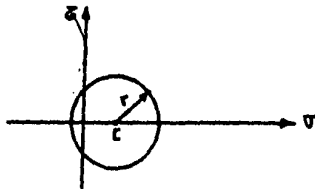


Encontremos las coordenadas del centro y el valor del radio a partir de las expresiones anteriormente dadas:

$$C \left[ \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0 \right] = \left[ \frac{35 - 21}{2}, 0 \right] \Rightarrow C (7, 0)$$

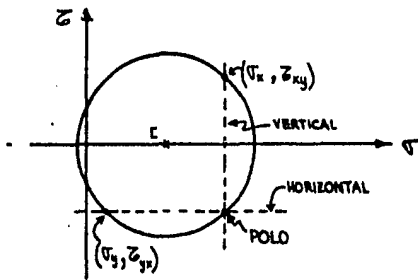
$$r = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2} = \sqrt{(21)^2 + \left( \frac{35 - (-21)}{2} \right)^2} \Rightarrow r = 35$$

Una vez hecho lo anterior, en un sistema de ejes cartesianos donde el eje de las abscisas representa los esfuerzos normales ( $\sigma$ ) y el eje de las ordenadas representa los esfuerzos cortantes ( $\tau$ ), se -  
traza una circunferencia con el centro y radio obtenidos:

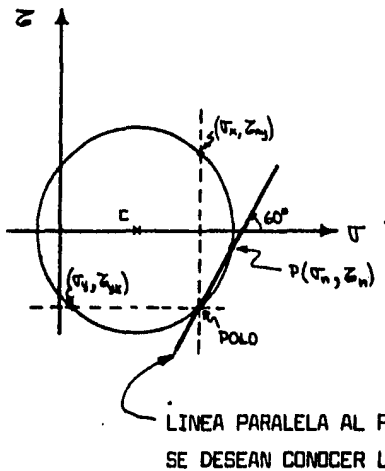


A continuación se localizan los puntos  $(\sigma_x, z_{xy})$  y  $(\sigma_y, z_{yx})$  sobre la circunferencia. (ver figura 1 al final del ejemplo).

Una vez localizados estos puntos, se traza una recta horizontal a través del punto que representa a  $\sigma_y$ , es decir  $(\sigma_y, z_{yx})$ , y una vertical a través de  $(\sigma_x, z_{xy})$ . La intersección de estas dos rectas nos define el punto llamado Polo.



Hecho lo anterior, se traza una línea paralela al plano en donde se quieren conocer los esfuerzos que pase por el Polo.




El punto en el que la línea paralela al plano en cuestión interseca a la circunferencia, tiene por coordenadas a  $\sigma_n$  y  $\zeta_n$ , que representan el estado de esfuerzos en dicho plano.

El signo de los resultados obtenidos se interpreta con la misma - convención, es decir:

$\sigma_n > 0$ ,      Compresión.

$\sigma_n < 0$ ,      Tensión.

$\zeta_n > 0$ ,      Momento antihorario  .

$\zeta_n < 0$ ,      Momento horario  .

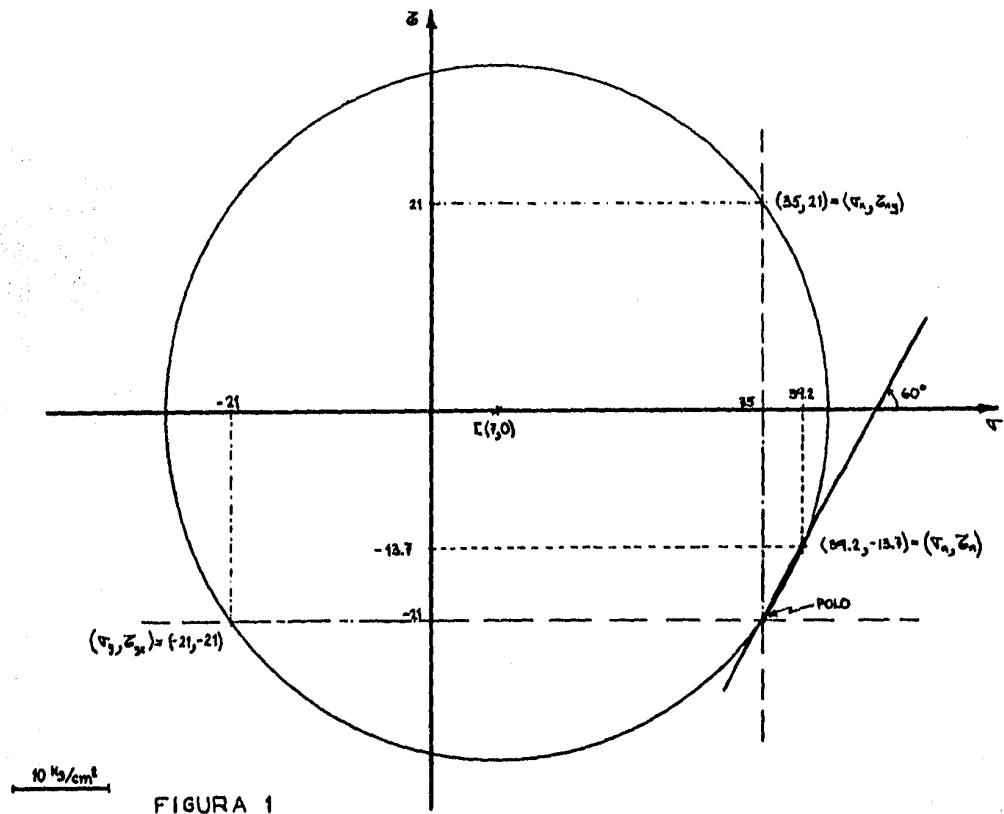


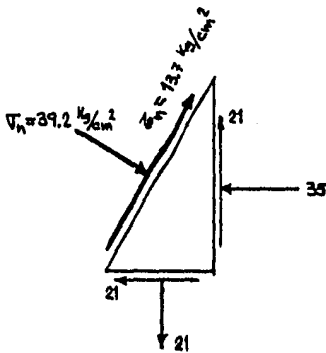
FIGURA 1



Por lo tanto, los resultados son:

$$\tau_n = 39.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_n = -13.7 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow \curvearrowright$$



Como se puede apreciar, los resultados obtenidos mediante las Ecuaciones y mediante el Círculo de Mohr son los mismos.

B I B L I O G R A F I A

B I B L I O G R A F I A

1. BOWLES J., Foundation analysis and design, Ed. Mc Graw-Hill, 1968.
2. JUAREZ BADILLO, Rico R., Mecánica de suelos, Tomo I, Fundamentos de la mecánica de suelos, Ed. Limusa, 3a. edición, 7a. reimpresión, México, D.F., 1981.
3. JUAREZ BADILLO, Rico R., Mecánica de suelos, Tomo II, Teoría y aplicaciones de la mecánica de suelos, Ed. Limusa, 2a. edición, 2a. reimpresión, México, D.F., 1981.
4. LAMBE W., Whitman R., Mecánica de suelos, Ed. Limusa, 1a. edición, 3a. reimpresión, México, D.F., 1981.
5. LITTLE A. L., Cimentaciones, Ed. C.E.C.S.A., 1a. edición, 1965.
6. TERZAGHI K., Peck R., Soil mechanics in engineering practice, Ed. John Wiley & Sons, 2a. edición, U.S.A., 1967.
7. Apuntes de clase de la materia Geotecnia III, impartida por el Ing. Agustín Deméneghi Colina durante el semestre 83-I, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.