131
2 Ejm.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

APLICACION Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES EN EL MANEJO DE RESIDUOS SOLIDOS.

Carrera: Ingeniero Civil

LEOPOLDO FAVIO ORTEGA AZNAR

7799538-0

"... lo único que pueden hacer los animales es "utilizar" la naturaleza exterior y modificarla por el mero hecho de su presencia en ella. El hombre, en cambio, modifica la naturaleza y la obliga así a servirle, la "domina". Y ésta es, en última instancia, la diferencia esencial que existe entre el hombre y los demás animales, diferencia que, una vez más, viene a ser efecto del trabajo.

Sin embargo, no nos dejemos llevar del entusiasmo ante nuestras victorias sobre la naturaleza. Después de cada una de éstas victorias, la naturaleza toma su venganza. Bien es verdad que las primeras consecuencias de éstas victorias son las previstas por nosotros, pero en segundo y en tercer lugar aparecen unas consecuencias muy distintas, totalmente imprevistas y que a menudo anulan las primeras."

"... los hechos nos recuerdan que nuestro dominio sobre la naturaleza no se parece en nada al dominio de un conquistador sobre el pueblo conquistado, que no es el dominio de alguien situado fuera de la naturaleza, sino que nosotros, por nuestra carne, nuestra sangre y nuestro cerebro, pertenecemos a la naturaleza, nos encontramos en su seno, y todo nuestro dominio sobre ella consiste en que, a diferencia de los demás seres, somos capaces de conocer sus leyes y de aplicarlas adecuadamente."

FEDERICO ENGELS
1876

AGRADECIMIENTOS:

Ing. Enrique E. Acosta Pérez.

Ing. Pedro A. López Garrido.

Ing. Horacio Ramírez Bermejo.

Ing. Jorge Sánchez Gómez.

Ing. Francisco Zepeda Porras.

A :

María Luisa, Polo y Daniel.

Leopoldo Ortega Beltrán.

José "Che" Aznar Castellanos.

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-7

Señor LEOPOLDO FAVIO ORTEGA AZNAR,
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. Francisco Zepeda Porras, para que lo desarrolle como TESIS para su Examen Profesional de la carrera de INGENIERO CIVIL.

"APLICACION Y DESARROLLO DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES EN EL MANEJO DE RESIDUOS SOLIDOS"

1. Introducción.
2. Datos previos a la elaboración de un proyecto.
3. Generación de residuos sólidos municipales.
4. Recolección y transporte de residuos sólidos municipales.
5. Conclusiones.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente,
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, a 7 de enero de 1984
EL DIRECTOR,

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ.

OARCH/RCCH/.lm.

I N D I C E

I.- INTRODUCCION.

Al evolucionar el hombre de la vida nómada a la vida sedentaria, los residuos, desperdicios o desechos de comidas se convirtieron en un problema para la comunidad. Estos desechos se acumulaban accidental o intencionalmente. El descubrimiento y estudio de depósitos de conchas, situados en diversos lugares de la tierra, adyacentes a restos de enseres, armas y útiles, nos han permitido conocer las costumbres, formas de vida, grado cultural, alimentación, etc., de las civilizaciones pasadas.

Con el arribo a una sociedad industrializada y, portanto, de consumo, el aumento de volumen de los residuos sólidos es constante, así que, en la actualidad, el manejo, tratamiento y disposición final de dichos residuos se ha convertido en una actividad muy importante para las comunidades, ya que tiene un significado social, de salud pública y económico, y requiere de la participación de la ingeniería sanitaria para solucionar el problema.

El presente trabajo tiene como objetivo el mostrar, difundir las técnicas de la ingeniería de sistemas aplicadas a optimar los recursos para resolver el problema planteado por la recolección y el transporte de los residuos sólidos municipales.

Habrá que hacer un breve resumen histórico de la investigación de operaciones o ingenieria de sistemas para comprender el desarrollo que se ha logrado en este campo.

Los inicios se remontan a los años 1759 cuando el economista Quesnay empieza a utilizar modelos primitivos de programación matemática, mas tarde, en 1874 otro economista Walras utiliza técnicas similares. Los modelos lineales de la ingeniería de sistemas tienen como precursores a Jordan en 1873, Minkovsky en 1896 y a Farkas en 1903; los modelos probabilísticos dinamicos tienen su origen con Markov, a fines del siglo pasado. El desarrollo de los modelos de inventarios, así como el de tiempos y movimientos se lleva a cabo en los años veinte de este siglo, mientras que los módulos de lineas de espera se originan con los estudios de Erlang, a principios de siglo. Los problemas de asignación se estudian con modelos matemáticos por los Húngaros König y Egervary en la segunda y tercera décadas de este siglo. Los problemas de distribución los estudia el Ruso Kantorovich en 1939. Von Neuman cimenta en 1937 lo que años mas tarde culminará como la teoría de juegos y la teoría de preferencias (desarrollada en conjunto con Morgenstern). Hay que hacer notar que los modelos matemáticos que utilizaron estos precursores estan basados en el cálculo diferencial e integral (Newton, Lagrange, Laplace, Lebesgue, Leibnitz, Reimann, Stieltjes, por mencionar algunos), la probabilidad y la estadística (Bernoulli, Poisson, Gauss, Bayes, Gosset, Snedecor, etc).

No fue sino hasta la segunda guerra mundial, cuando la investigación de opereciones empezó a tomar auge, -- primero se le utilizó en la logística estratégica para- vencer al enemigo (teoría de juegos) y mas tarde, al finalizar la guerra, en la logística de distribución de - todos los recursos militares de los aliados por todo el mundo, debido a este problema, la fuerza aérea norteamericana comisionó a un grupo de matemáticos para que resolviera el problema que consumía tantos recursos materiales, financieros y humanos. Fue el doctor George Dantzig, el que en 1947, resumiendo el trabajo de muchos de sus precursores, inventara el método simplex, con lo- cual dió inicio a la programación lineal; con el avance de las computadoras digitales se empezó a extender la - investigación de operaciones durante los años cincuenta en las áreas de programación dinámica (Bellman) programación no lineal (Kuhn y Tücker), programación entera (Gomory), redes de optimización (Ford y Fulkerson), simulación (Markowitz), inventarios (Arrow, Karlin, - -

Scarf, Whitin), análisis de decisiones (Raiffa) y procesos markovianos de decisión (Howard). La generalización de la investigación de operaciones han tratado de darla Churchman, Ackoff y Arnoff.

Actualmente, la investigación de operaciones se aplica tanto en el sector privado como en el público, tanto en paises desarrollados como en los paises del tercer mundo.

Hoy en día, la investigación de operaciones se encuentra en una edad incipiente y hay mucho que hacer en el desarrollo de este campo tan fértil, tanto en su teoría como en su aplicación.

1.1 GENERALIDADES.

Los índices de producción y características de los residuos sólidos son muy variables, ciudad por ciudad, país por país, e incluso de un estrato social a otro, en función de las costumbres de la población, del clima, de las actividades predominantes y otras condiciones locales que se modifican con el transcurso de los años.

Estas variaciones influyen en la búsqueda de la solución más apropiada a los problemas involucrados en las operaciones del servicio de aseo.

Las operaciones básicas a las que es necesario dar solución son el almacenamiento, la recolección, el transporte, tratamiento y la disposición final.

En el caso del almacenamiento, es necesario determinar las características que tendrán los recipientes para almacenar los residuos sólidos en lo que se refiere a forma, tamaño y material, con el fin de lograr un manejo fácil y condiciones higiénicas. El tamaño se debe determinar en función de la frecuencia de recolección y el volumen de generación de basura per cápita por día, así como de la densidad de dicha basura. En la mayor parte del país, la basura es generalmente húmeda por lo que el uso de cajas de cartón se debe reducir al máximo ya que se rompen facilmente por la humedad causando problemas al derramar la basura en las calles.

A continuación, se debe determinar la frecuencia de recolección y seleccionar el tipo, capacidad, etc., de los vehículos recolectores a emplear. Para determinar la frecuencia de recolección es necesario considerar los siguientes factores:

- Composición física de los residuos (contenido y humedad).
- Condiciones climáticas.
- Consideraciones sanitarias (ciclo de la mosca, etc.)
- Recursos disponibles para la recolección.

En el caso de los residuos sólidos en México, la frecuencia de recolección recomendada es de por lo menos 2 veces a la semana, por su alto contenido de materia orgánica y humedad aunque en el caso de las poblaciones del norte el contenido de humedad es mínimo.

Respecto a los tipos de vehículos, es común el uso de camiones compactadores ensamblados con especificaciones para países industrializados o fabricados en esos países. Debido a esto, la sobrecarga es muy probable dada la alta densidad de la basura en países como el nuestro, lo que provoca el desgaste prematuro de los vehículos. Es muy importante seleccionar correctamente la combinación de cajas y chasís tomando en consideración las condiciones topográficas y las características de la basura.

La recolección de los residuos se hará con rutas diseñadas que optimicen los tiempos de recorrido de cada-vehículo asignado a cada area de la ciudad y con una eficiencia óptima.

Finalmente, es necesario seleccionar el método de disposición final más conveniente, desde el punto de vista sanitario y económico. De los diversos sistemas existentes, el más adecuado para la realidad latinoamericana es el relleno sanitario. Cuando se trata de seleccionar algún otro sistema como el composteo, incineración o pirolisis, es necesario analizar las características de los residuos a disponer, para identificar la factibilidad económica y técnica de estos sistemas en el medio específico.

1.2 LOS RESIDUOS SOLIDOS MUNICIPALES Y EL MEDIO AMBIENTE.

Los residuos sólidos generados por las sociedades modernas contienen sustancias químicas de la más variada naturaleza, los que al entrar en contacto con el medio ambiente pueden contaminar agua, aire y suelo. Según la forma en que son tratados los residuos sólidos, sus componentes químicos pueden contaminar de diversas maneras:

- Al ser depositados en el suelo y subsuelo y por medio del agua filtrada contaminar los mantos freáti cos.

- Al entrar en contacto con la composición del suelo como abonos orgánicos los componentes químicos de los residuos pueden llegar a los tejidos de plantas y animales contaminando los alimentos.

- Según el destino de los residuos, pueden ser ingeridos por animales provocando en ellos enfermedades y, por lo tanto, de manera indirecta, causar estragos en la salud humana.

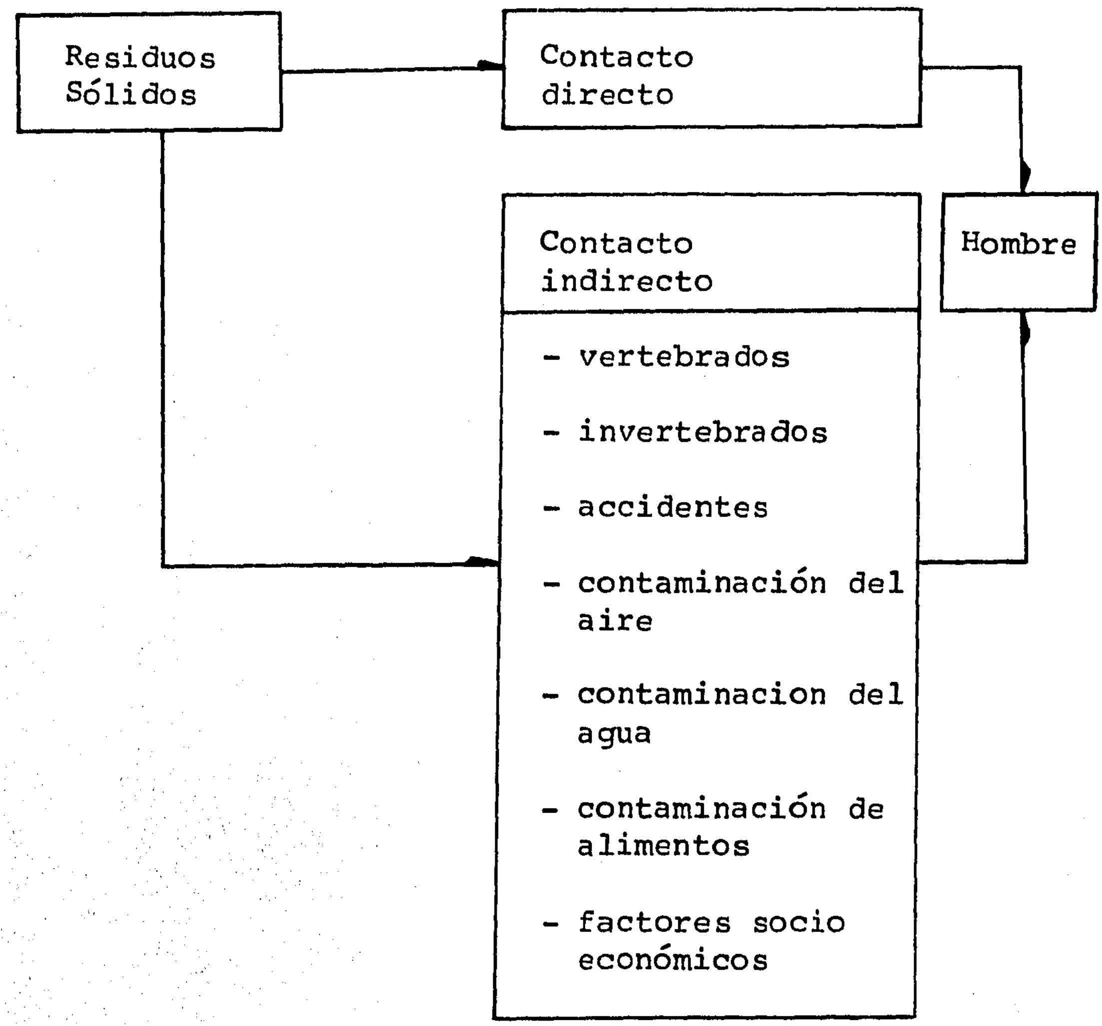
- Al ser incinerados, los componentes químicos de los residuos quedan suspendidos en el aire en forma de partículas con el consecuente deterioro de la calidad del aire.

1.3 EFECTOS SOBRE LA SALUD.

Al utilizarse prácticas inadecuadas de manejo y disposición de residuos sólidos, se expone a la población el riesgo de contraer diversas enfermedades, las cuales pueden contraerse:

- Por contacto directo.
- Por contacto indirecto.

Vías de contacto entre los residuos sólidos y la población:



Estos contactos ocurren en situaciones que van desde aquellas en las que los residuos no han recibido tratamiento alguno hasta aquellos en los que sufren varios procesos.

En el caso de alteraciones a la salud por contacto directo, son frecuentes entre los recolectores y pepenadores las enfermedades pulmonares y los mialgias y astralgias.

Los residuos propician el desarrollo de factores ecológicos que constituyen la estructura epidemiológica de algunas enfermedades y son debidos fundamentalmente a la acción de la fauna nociva.

2.- DATOS PREVIOS A LA ELABORACION DE UN PROYECTO.

2.1 Datos Generales de la Población.

i) Datos geográficos:

- Ubicación
- Latitud
- Altitud
- Longitud
- Topografía
- Climatología
- Régimen de lluvias
- Precipitación
- Evaporación
- Escurrimiento
- Hidrografía
- Orografía

ii) Servicios:

1) Agua potable y alcantarillado

- Captación.
- Sistema de distribución.
- Potabilización.
- Alcantarillado y drenaje.
- Tratamiento de aguas negras.
- Disposición final de las aguas negras.

2) Urbanización.

- Pavimentación.
- Vías rápidas.
- Puentes.
- Libramientos.
- Area de uso habitacional.
- Area de uso industrial.
- Area de uso turístico.

3) Equipamiento urbano.

- Centros cívico culturales.
- Plazas cívicas.
- Forestación urbana.
- Parques recreativos.
- Unidad deportiva.
- Mercados.

- Rastros.
- Central de abastos.
- Estacionamientos.
- Edificios públicos.

4) Servicios de enseñanza.

- Básica.
- Media.
- Superior.
- Otros.

5) Atención médica.

- Clínicas y centros de Salud. S.S.A.
- Clínicas y Hospitales. IMSS.
- Clínicas y Hospitales. ISSSTE.
- Clínicas y Hospitales particulares.

6) Infraestructura interurbana.

- Carreteras pavimentadas.
- Terracerías.
- Caminos de mano de obra.
- Ferrocarriles.
- Puertos.

- Aeropuertos.

7) Medios de comunicación.

- Teléfono.
- Televisión y radio.
- Telégrafos y correos.

8) Medios de transporte.

- Urbano.
- Suburbano.
- Foráneo.

9) Vivienda.

- Vivienda progresiva.
- Mejoramiento de la vivienda.

10) Aspectos demográficos.

- Población total.
- Migración e inmigración.
- Tasa de crecimiento.
- Población económicamente activa, total y por sector económico.
- Tasa de crecimiento de la PEA.

- Distribución del ingreso.

- Salario mínimo.

2.2 Información básica.

1) Plano de la localidad incluyendo fraccionamientos de nueva creación indicando:

   - Zonas habitacionales por estrato social (bajo, medio y alto).
   - Densidad de población por manzanas o por zonas.

2) Plano de vialidad indicando:

   - Calles pavimentadas y no pavimentadas .
   - Calles transitables y no transitables en cualquier época del año.
   - Calles o avenidas con pendientes mayores a 5%.
   - Sitio de encierro de vehículos, sitio de - disposición final y mercados, tanto fijos como móviles.

3) Sistema de recolección actual.

   - Nómina y personal indicando puestos.
   - Estructura administrativa de limpia pública.

- Número de vehículos al servicio de limpia pública, indicando condición, tipo, capacidad y modelo.

- Costos de consumo de combustibles/vehículo/mes.
- Costos de mantenimiento mayor y menor de los vehículos/mes.
- Costos de material y equipo empleado/mes.
- Rutas de recolección de residuos sólidos, domiciliarios, de barrido, de mercados y especiales (en caso de existir), especificando frecuencia, horario y equipo asignado a cada ruta en particular.

4) Sitio de Disposición Final Actual.

- Descripción completa del lugar utilizado para la disposición final de los residuos sólidos municipales:
- Tipo de suelo.
- Nivel de aguas freáticas.
- Corrientes superficiales cercanas.
- Vientos dominantes.

3.- GENERACION DE RESIDUOS SOLIDOS MUNICIPALES.

3.1 Generación de Residuos Sólidos.

La cantidad de residuos sólidos generada por habitante y por día está condicionada por factores regionales, climáticos, raciales, culturales, estacionales, etc.

Por medio de los estudios de generación de los residuos domiciliarios se pueden llegar a conocer sus características fundamentales:

- Cantidad generada.
- Densidad de los residuos.
- Composición física.
- Cantidad de humedad.
- Poder calorífico.

3.1.1 Estudios de Generación Domiciliaria de Residuos Sólidos.

Los estudios de generación doméstica de los residuos sólidos tienen como base fundamental a la teoría de muestreo.

Recomendaciones:

Será necesario establecer una zonificación de las distintas áreas habitacionales de la población:

Zona residencial I (Estrato social alto).
Zona residencial II (Estrato social medio).
Zona residencial III (Estrato social bajo).

En las cuales se efectuarán los muestreos, no se estratifica mas específicamente, debido a cuestiones de economía.

Para conocer el número de elementos muestrales correspondientes a cada estrato social se utiliza la siguiente expresión:

$$n = \left(\frac{\sigma z}{d}\right)^2$$

donde:

n = tamaño de la muestra.

Z = nivel de confianza en el intervalo.

σ = desviación estándar de la población.

d = error muestral máximo.

Z Se obtiene de la tabla I de la distribución normal acumulativa (valor de Z= 1 - α/2, donde α es el riesgo de que nuestra estimación sea diferente a la verdadera).

La fórmula para determinar el tamaño de muestra requiere que se conozca σ^2 pero, es una regla que se desconozca la varianza de la población, por lo tanto, tiene que estimarse σ^2. Las fuentes de estimación para σ^2 que más frecuentemente son utilizadas son:

A) Puede extraerse una muestra piloto o premuestra de la población y puede usarse la variancia calculada a partir de esta muestra como una estimacion de σ^2. Las observaciones de dicha premuestra pueden considerarse parte de la muestra final, de modo que:

$$n_2 = n - n_1$$

donde:

n_2 = Número de observaciones faltantes.

n = Tamaño calculado de la muestra.

n_1 = Tamaño de la premuestra.

Entonces, el procedimiento de cálculo del tamaño de la muestra es:

1) Cálculo del tamaño de la premuestra, con:

$$n_1 = \left(\frac{\sigma Z}{d}\right)^2$$

Cuyas variables tienen el mismo significado indicado anteriormente, σ se estima a partir de otros estudios semejantes.

2) Una vez obtenidos los elementos que integran la premuestra y con la S real para la población en estudio, se aplica:

$$n = \left(\frac{ts}{d}\right)^2$$

donde: t = distribución "t" de student (W.S.GOSSET), la cual se obtiene de la tabla (2) de distribución t para $n_1 - 1$ grados de libertad.

B) Aceptando que la población a muestrear está distribuída aproximadamente en forma normal, puede usarse el hecho de que el recorrido es aproximadamente igual a 6 desviaciones estandar y calcular.

$$\sigma = \frac{R}{6}$$

Este método requiere de cierto conocimiento del valor mínimo y máximo de la variable en la población, que en el caso de este tipo de muestreo se ha observado que es correcto considerar 0.100 kg. como valor mínimo y 1.900 kg. - como valor máximo.

Obtenida la muestra, se conocerá la generación por habitante por día:

$$Gn = \frac{\text{peso de la muestra}}{\text{Núm. de generadores}} = Kg/hab/día$$

Para cada una de las n componentes de dicha muestra en el determinado estrato social.

Una vez ordenados los elementos de la muestra del menor al mayor se puede efectuar la prueba de rechazo, bajo el criterio de Dixon.

con $t_{1} - \alpha/2$ y

Con el porcentaje de confiabilidad se obtiene α y por lo tanto Fc de la tabla 3

Si $\gamma \leq Fc$ se acepta el elemento

Si $\gamma > Fc$ se rechaza el elemento

Cuando se duda del elemento mayor de la muestra

$$\gamma = \frac{Xn - Xi}{Xn - Xj}$$

Cuando se duda de elementos menor

$$\gamma = \frac{Xj - X1}{Xi - X_1}$$

Donde j es el límite superior del intervalo de sospecha en la cola inferior, e i = n = (j-1)

3.1.1.1. Procedimiento de Muestreo.

1) Conocido el tamaño de la premuestra, se seleccionan aleatoriamente los domicilios a muestrear, marcando la casa habitación con pintura de color llamativo.

2) Se ejecuta un primer muestreo de limpieza para asegurar que los residuos sólidos entregados sean de un solo día, por lo que las bolsas del primer día no son evaluadas.

3) Se pide a la persona que atienda al muestreador que deposite todos sus residuos del día en una bolsa de aproximadamente 90 x 60 cms. la cual se numera y se cierra con una liga. Posteriormente se efectúa una encuesta que permite conocer el número de habitantes que generaron dicha cantidad de residuos, la frecuencia de recolección y otros aspectos, como la opinión del entrevistado acerca del servicio y observaciones que desee hacer.

La desventaja que hay en este tipo de muestreo la constituye el posible cambio de comportamiento del ama de casa en la generación de basura al conocer la realización del análisis, la cual puede ser superada si se explica con claridad el objetivo del estudio.

4) Luego, se lleva el total de las muestras a un sitio, preferentemente techado, en donde se hará el pesaje de cada una de las bolsas numeradas, para su identificación con los datos de la encuesta y la obtención de la generación media con:

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

5) Se vacía el contenido de todas las muestras en un lugar pavimentado, con palas se revuelve hasta homogeneizar la pila de residuos.

6) La pila se divide en cuatro partes aproximadamente iguales y se escogen 2 opuestas.

La operación de cuarteo se repite hasta contar con una muestra de 40 Kg. como mínimo.

7) Se obtiene la tara de un tambo de 200 lts.

8) Se vacían los residuos de la muestra dentro del tambo, hasta el tope de este. A continuación, se golpea el tambo contra el suelo en tres ocasiones. levantándolo 10 cm. sobre el suelo. Se vuelve a enrasar el tambo con residuos sólidos, hasta el tope. Se pesa el tambo con los residuos, para determinar la densidad de ellos.

Alteración de la Densidad.-

Basura suelta en recipientes	200 Kg/m^3
Basura compactada en camiones compactadores.	500 Kg/m^3
Basura suelta descargada en los rellenos sanitarios.	400 Kg/m^3
Basura recién rellenada	600 kg/m^3
Basura estabilizada en los rellenos sanitarios. (2 años despues).	900 kg/m^3

9) Con los residuos sólidos del tambo, se realiza la selección de subproductos con base en la siguiente clasificación:

- Cartón
- Papel
- Vidrio
- Trapo
- Madera
- Plástico rígido
- Plástico película
- Metales ferrosos
- Metales no ferrosos
- Material de jardinería
- Materia orgánica
- Tierra
- Materiales de construcción
- Algodón
- Cuero
- Otros

10) Se procede al pesado de cada uno de los componentes de los residuos y a la obtención del porcentaje respecto al peso total.

11) Es necesario efectuar este análisis con la mayor rapidez posible para evitar pérdidas de la humedad.

12) Debe efectuarse la toma de elementos de la muestra durante una semana para conocer la variación en la generación según los días de la semana.

Así la producción diaria de residuos sólidos municipales de una población se puede obtener con:

$S = (P\ G = B)\ 1/f$

S = Producción de residuos sólidos por día.

P = Población.

G = Generación (Kg/hab/día)

B = Residuos recolectados en comercios, jardines, barrido manual y otros.

f = Frecuencia de recolección.

3.2 Aplicación

Se presenta un ejemplo real de los estudios de generación de los residuos sólidos domiciliarios en la ciudad de Armería, Colima.

3.2.1 Generación de los Residuos Sólidos.

Debido a que la población de Armería está distribuida de manera heterogénea, no fue posible zonificar por estratos socioeconómicos, aunque se observó que la generalidad de la población pertenece al estrato social medio-bajo.
La metodología utilizada para este estudio está fundamentada en la norma técnica SEDUE NTRS2.

3.2.1.1 Tamaño de la Premuestra.

Se obtuvo un tamaño de la premuestra con:

$$N_1 = \left(\frac{\sigma Z}{d}\right)^2$$

donde:

N_1 = Tamaño de la premuestra.

Z = Valor de la distribución normal acumulativa. (Tabla 1 Anexo 1).

σ = Desviación estándard poblacional.

d = Error muestral máximo.

Para el caso de Armería, Colima.

Z = 1.28 para 80% de confiabilidad.

σ = 0.300 Kg/hab/día (supuesta)

$d = 0.06$

$$N_1 = \left(\frac{1.28x\ 0.300}{0.06}\right)^2$$

$N_1 = 40.96 = 41$ elementos de la muestra.

Para extraer los elementos de la muestra, en forma aleatoria se marcaron 70 casas habitación en la zona norte de la ciudad y se procedió a hacer la entrevista de la que se pudo conocer el número de habitantes por casa, la frecuencia de recolección, el tipo de recipiente utilizado para el almacenamiento, la actitud del usuario ante fallas del servicio y la opinión del usuario acerca de dicho servicio.

Junto con la entrevista se entregó la primera bolsa y se explicó el objetivo del estudio solicitando la colaboración durante el período del muestreo.

La primera recolección de bolsas con residuos sólidos se considera de limpieza, por lo que no se efectúa en pesaje y se procede a tirar dichos elementos.

Al recoger la primera bolsa se entregó la bolsa para el día siguiente y así sucesivamente durante 8 días seguidos, de los cuales siete -- fueron cuantificados para obtener el parámetro de generación per cápita de residuos sólidos. De las 70 casas habitación marcadas 51 participaron en el muestreo debido a diversas causas, como el que no se encontrara a nadie o que fueran lotes baldíos.

3.2.1.2 Pruebas de rechazo para observaciones distantes. Con la media de generación por semana se-procede a aplicar las pruebas de rechazo con - el criterio de Dixon para observaciones distantes.

Una vez ordenados los datos del menor al mayor como se muestra en la tabla siguiente se procede a aplicar el criterio de Dixon para un 80% de confiabilidad.

. Aleatorio	Jueves 29/Mar.	Viernes 30/Mar.	Sábado 31/Mar.	Domingo 1º/Abr.	Lunes 2/Abr.	Martes 3/Abr.	Miér. 4/Abr.	Por Semana
4	0.160	0.300	0.090	0.300	0.300	0.440	0.660	0.321
5	0.640	0.088	0.006	0.250	0.060	0.102	0.123	0.181
6	0.140	0.121	0.643	0.179	0.150	0.500	0.264	0.285
7	0.260	1.700	0.600	0.200	1.100	0.440	0.800	0.729
9	0.800	0.688	0.500	0.450	1.125	1.000	0.500	0.723
10	1.075	0.219	0.219	0.313	0.313	0.313	0.188	0.377
11	0.829	9.129	0.100	0.571	0.143	0.079	0.366	0.366
14	1.375	1.958	1.375	1.333	1.300	1.100	0.800	1.320
15	0.100	0.275	0.375	0.188	0.125	0.275	0.263	0.229
17	0.329	0.129	0.371	0.143	0.214	0.250	0.121	0.222
26	0.700	0.329	0.150	0.114	0.257	0.314	0.214	0.297
29	0.821	0.540	0.175	0.175	0.170	0.220	1.010	0.444
30	0.060	0.300	0.300	0.610	0.200	0.600	0.600	0.381
32	0.829	0,250	0.250	0.200	0.450	0.360	0.400	0.391
38	0.317	0.217	0.396	0.396	0.083	0.083	0.208	0.243
41	0.600	0.700	0.170	0,430	0.320	0.240	0.260	0.389
45	0.438	0.950	1.125	1.950	1.000	0.550	0.600	0.945
48	0.967	0.333	0.166	0.533	0.333	0.383	0.866	0.512
50	0.813	0.750	1.125	0.600	0.875	0.875	0.500	0.791
55	0.500	0.717	0.033	1.000	0.500	0.267	0.667	0.526
59	4.167	3.267	0.667	0.667	1.433	2.267	1.533	2.000
65	0.150	0.280	0.170	0.300	0.175	0.175	0.230	0.211
66	0.420	0.920	2.250	1.400	2.140	1.200	1.600	1.419
69	1.400	0.493	0.257	0.571	1.000	0.357	0.357	0.634
77	0.750	0.971	0.157	0.157	1.000	0.771	9,771	9,654

No. Aleatorio	Jueves 29/Mar.	Viernes 30/Mar.	Sábado 31/Mar.	Domingo 1º/Abr.	Lunes 2/Abr.	Martes 3/Abr.	Miér. 4/Abr.	Por Semana
78	0.413	0.288	0.688	0.825	0.350	0.375	0.738	0.525
83	0.583	0.007	0.417	0.167	0.583	0.084	0.208	0.293
89	0.225	0.750	0.875	0.500	0.600	0.438	0.363	0.536
91	0.563	0.300	0.313	0.500	0.175	9,181	0.200	0.319
92	0.367	2.383	1.083	1.333	0.500	0.267	0.267	0.886
99	1.075	1.700	1.375	2.000	1.600	1.759	1.450	1.564
103	2.036	2.000	0.821	0.714	0.607	0.429	1.114	1.103
108	0.938	1.225	0.625	0.625	0.900	1.150	1.000	0.923
109	0.530	0.685	0.250	0.250	0.660	0.270	0.400	0.435
110	1.156	0.500	0.188	1.050	0.875	0.525	0.400	0.671
111	0.543	0.686	0.679	0.214	0.229	0.257	1.029	0.519
116	3.400	1.000	1.900	1.900	0.760	0.800	0.480	1.463
124	1.075	0.900	0.563	1.050	0.650	0.750	0.650	0.805
131	0.550	0.450	0.600	1.120	0.300	0.540	0.210	0.539
132	1.208	0.052	2.875	0.250	0.167	2.583	0.867	1.143
136	0.938	1.063	0.750	0.600	0.813	0.950	0.600	0.816
140	0.900	0.650	0.140	0.400	0.600	0.400	0.500	0.513
142	0.100	0.440	0.400	0.400	0.400	0.600	0.600	0.420
149	1.357	0.571	0.657	0.657	0.714	0.064	0.486	0.644
35	0.185	0.210	0.300	0.150	0.160	0.200	---	0.201
73	---	0.283	0.167	0.167	0.417	0.417	0.333	0.297
95	0.075	0.800	0.250	0.208	0.208	0.282	---	0.292
114	0.303	0.100	0.917	1.333	0.583	---	---	0.647
123	2.000	0.975	0.313	0.500	0.575	---	---	0.873
148	0.300	0.007	0.650	0.750	---	---	2.000	0.741

No.	No. ALEATORIO	HAB /. CASA	$\overline{G}$ KG/HAB/DIA
1	5	25	0.181
2	35	10	0.201
3	65	5	0.211
4	17	7	0.222
5	15	8	0.229
6	38	6	0.243
7	6	7	0.285
8	95	4	0.292
9	83	6	0.293
10	26	7	0.297
11	26	7	0.297
12	73	3	0.297
13	4	5	0.321
14	11	7	0.366
15	10	4	0.377
16	30	10	0.381
17	41	5	0.389
18	32	5	0.391
19	142	5	0.420
20	19	6	0.433
21	109	10	0.435
22	29	5	0.444
23	48	3	0.512
24	140	5	0.513
25	111	7	0.519
26	78	8	0.525

No.	No. ALEATORIO	HAB / CASA	$\overline{G}$ KG/HAB/DIA	
27	55	3	0.526	
28	89	4	0.536	
29	131	10	0.539	
30	69	7	0.634	
31	149	7	0.644	
32	114	3	0.647	
33	77	7	0.654	
34	110	8	0.671	
35	9	4	0.723	
36	7	5	0.729	
37	148	2	0.741	
38	50	8	0.791	
39	124	4	0.805	
40	136	4	0.816	
41	123	4	0.873	
42	92	3	0.886	
43	108	4	0.923	
44	45	4	0.945	
45	103	7	1.103	
46	132	6	1.143	
47	14	6	1.320	*
48	66	5	1.419	*
49	116	5	1.463	*
50	99	2	1.564	*
51	59	3	2.000	*

* ELEMENTO RECHAZADO CON EL CRITERIO DE DIXON.

APLICANDO PRUEBAS DE RECHAZO CON EL CRITERIO DE DIXON.

$$r = \frac{X_n - X_i}{X_n - X_j}$$

$$r = \frac{X_j - X_1}{X_j - X_1}$$

$i = n - (J-1)$, $F_{0.80} = 0.304$

DUDANDO DE LOS 9 ELEMENTOS MAYORES:

$n = 51, \quad J = 9$

$i = 51 - (9-1) = 43$

a) $$r = \frac{X_{51} - X_{43}}{X_{51} - X_9} = \frac{2.000 - 0.923}{2.000 - 0.293} = 0.631 > 0.304$$

$\therefore$ SE RECHAZA EL ELEMENTO No. 51

b) $$r = \frac{X_{50} - X_{43}}{X_{50} - X_9} = \frac{1.564 - 0.923}{1.564 - 0.292} = 0.504 > 0.304$$

$\therefore$ SE RECHAZA EL ELEMENTO No. 50

c) $$r = \frac{X_{49} - X_{43}}{X_{49} - X_9} = \frac{1.463 - 0.923}{1.463 - 0.293} = 0.462 > 0.304$$

$\therefore$ SE RECHAZA EL ELEMENTO No. 49

d) $$r = \frac{X_{48} - X_{43}}{X_{48} - X_9} = \frac{1.419 - 0.923}{1.419 - 0.293} = 0.440 > 0.304$$

$\therefore$ SE RECHAZA EL ELEMENTO No. 48

e) $$r = \frac{X_{47} - X_{43}}{X_{47} - X_9} = \frac{1.320 - 0.923}{1.320 - 0.293} = 0.387 > 0.304$$

$\therefore$ SE RECHAZA EL ELEMENTO No. 47

f) $$r = \frac{X_{46} - X_{43}}{X_{46} - X_9} = \frac{1.143 - 0.923}{1.143 - 0.293} = 0.259 < 0.304$$

$\therefore$ SE ACEPTA EL ELEMENTO No. 46

DUDANDO DE LOS ELEMENTOS MENORES:

a) $$r = \frac{X_9 - X_1}{X_{43} - X_1} = \frac{0.293 - 0.181}{0.923 - 0.181} = 0.151 < 0.304$$

$\therefore$ SE ACEPTA EL ELEMENTO No. 1

3.2.1.3 Análisis Estadístico.

Una vez rechazadas observaciones distantes, se efectuó el análisis estadístico obteniéndose:

a.- Generación Media Per-capita.

$\bar{G} = 0.531$ kg/hab/día

b.- Desviación Estándar Muestral.

S = 0.250 kg/hab/día

c.- Generación Total.

P = 13.275 ton/día.

3.2.1.4 Tamaño de la Muestra Real.

$$n = \left(\frac{St}{d}\right)^2$$

con t = 1.300

n = 30.25 = 31 elementos y N = 41

Por lo tanto no son necesarios más elementos muestrales en la ciudad de Armería, Colima.

3.2.1.5 Generación Media por Día.

Calculando la media de generación para cada uno de los días en que se efectuó el estudio, habiéndose aplicado las pruebas de rechazo para las observaciones distantes diarias, se obtienen los siguientes resultados:

D I A	GENERACION PER CAPITA KG/HAB/DIA	DESVIACION ESTANDAR S	GENERACION TOTAL TON/DIA
Juev. 29	0.619	0.379	15.475
Vie. 30	0.491	0.324	12.275
Sab. 21	0.471	0.350	11.775
Dom. 1º'	0.522	0.365	13.050
Lun. 2	0.501	0.303	12.525
Mar. 3	0.450	0.297	11.250
Mie. 4	0.519	0.310	12.975

3.2.1.5.1 Análisis Estadístico.

$\bar{G} = 0.510$ Kg/hab/día.

y la media de las desviaciones estandard:

S = 0.333 kg/hab/día.

La generación total media:

P = 12.760 ton/día

3.2.1.5.2 El Tamaño de la Muestra Real.

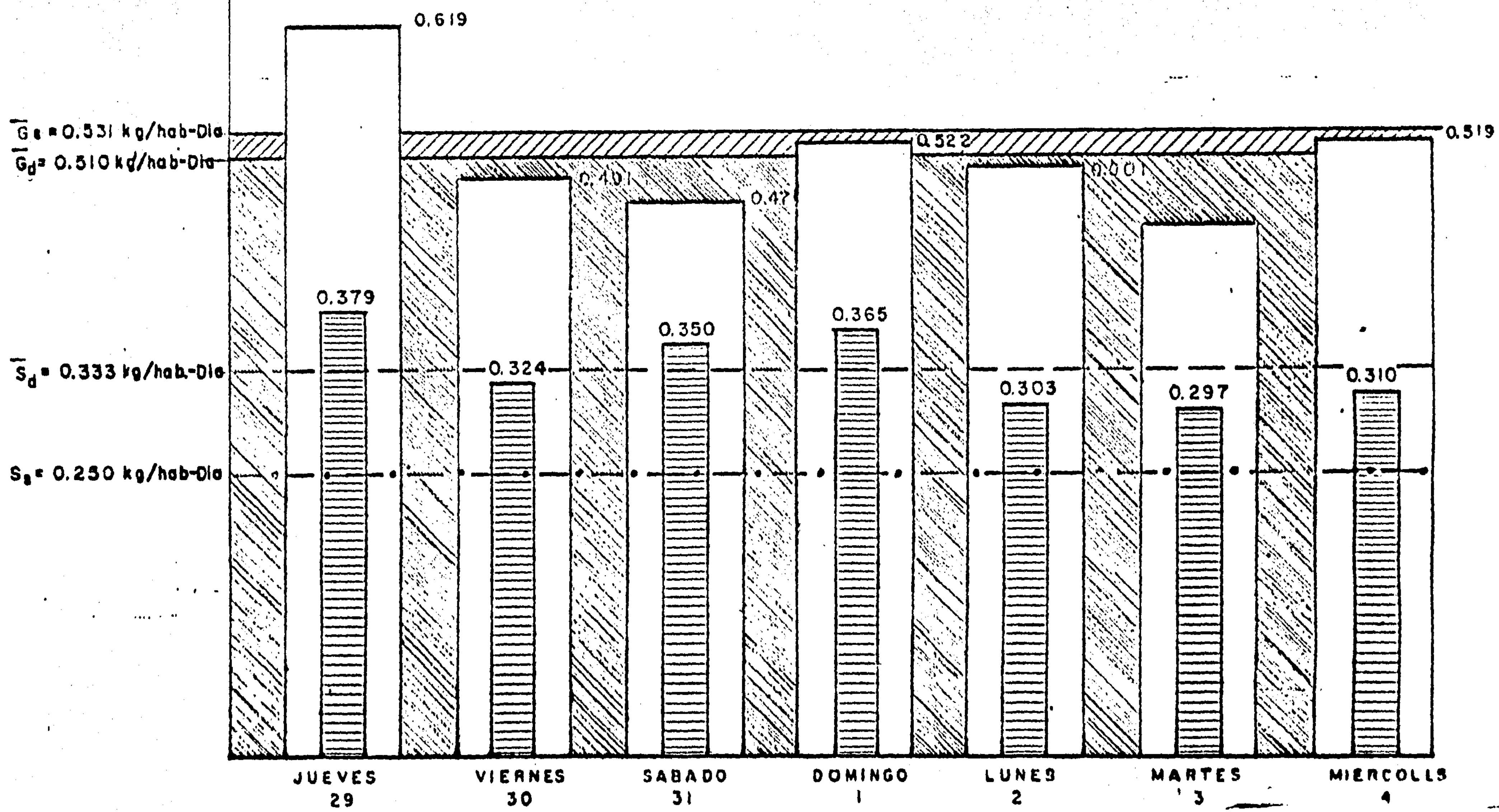
$$n = \left(\frac{1.300 \times 0.333}{0.06}\right)^2 = 51.74 = 52$$ elementos de la muestra.

3.2.1.6 Conclusión.

Haciendo una comparación de los resultados obtenidos en los análisis estadísticos con la media semanal de cada casa habitacion y con la media de cada muestreo por día:

	GENERACION PER CAPITA (KG/HAB/DIA)	DESVIACION ESTANDAR MUESTRAL	PRODUCCION TOTAL DIARIA DE RESIDUOS TON/DIA	TAMAÑO DE LA MUESTRA REAL
MEDIA SEMANAL	0.531	0.250	13.275	31
MEDIA DIARIA	0.510	0.333	12.760	54

Se puede concluír que debido a que desviación estándar muestral obtenida por medio de análisis con la media semanal de cada casa habitación es menor, los valores de generación Per-capita y producción total diaria de residuos sólidos son mas apegados a la realidad que los obtenidos con la media diaria, con lo que queda demostrado que la metodología--establecida por las normas técnicas SEDUE. es la herramienta más eficaz para este tipo de estudio.



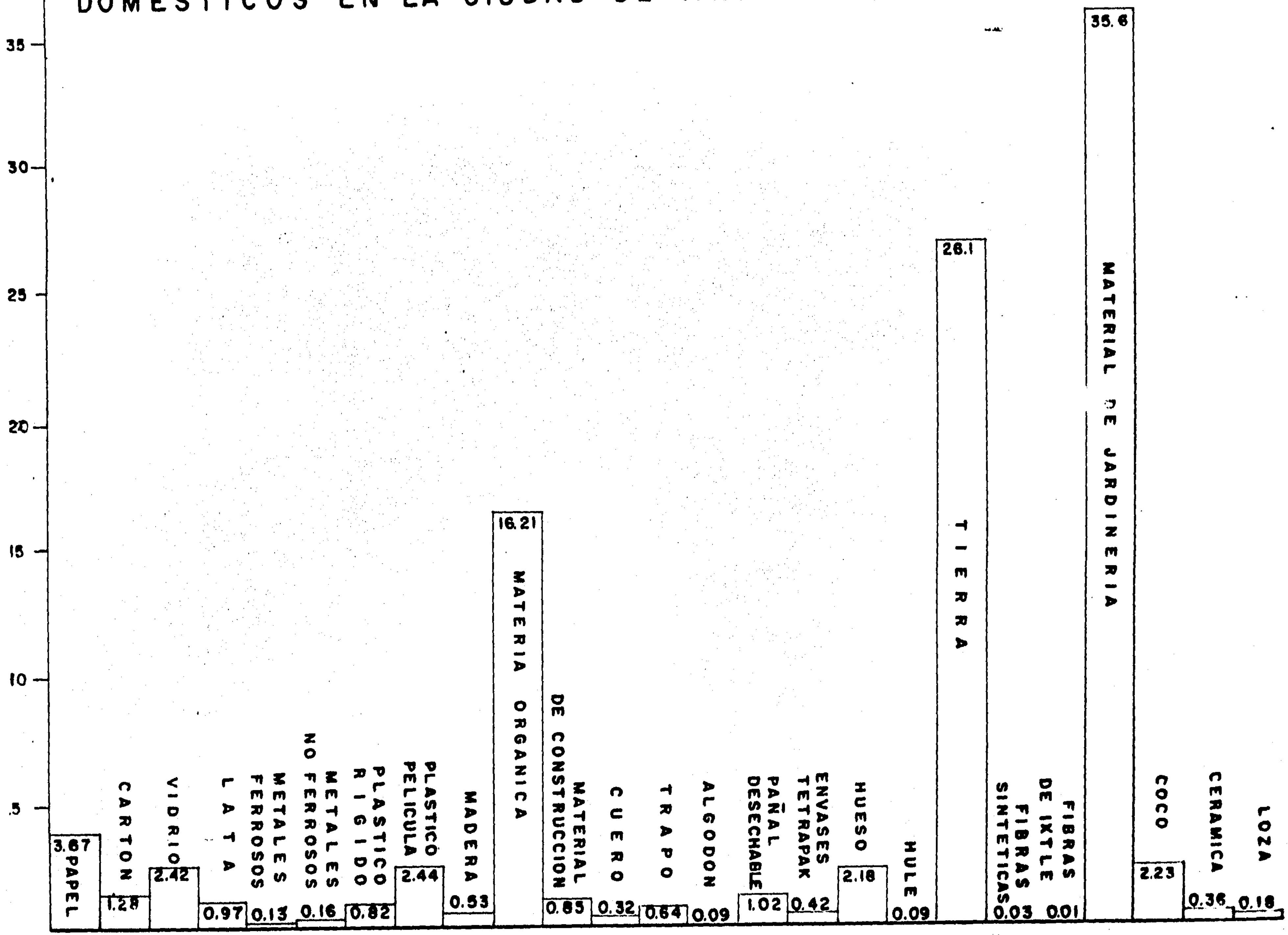
0.619
$\overline{G}_e$ = 0.531 kg/hab-Dia
$\overline{G}_d$ = 0.510 kg/hab-Dia
0.522
0.519
0.47
0.379
0.350
0.365
$\overline{S}_d$ = 0.333 kg/hab-Dia
0.324
0.303
0.297
0.310
S_a = 0.250 kg/hab-Dia
JUEVES 29
VIERNES 30
SABADO 31
DOMINGO 1
LUNES 2
MARTES 3
MIERCOLES 4

3.2.2 Composición física de los Residuos Sólidos.-

Para conocer la composición física de los residuos sólidos domiciliarios generados en la ciudad de Armería, Colima se realizó el análisis de subproductos de acuerdo con lo establecido en las normas técnicas de SEDUE. NTRS 3 y NTRS 5 los resultados obtenidos durante los siete días de duración del estudio se presentan en la siguiente tabla:

[redacted] ANA[redacted]SIS [redacted] SUB[redacted]	JUE/29	VIE/30	SAB/31	DOM/1º	LUN/2	MAR/3	MIE/4	CO[redacted]CI[redacted] MEDIA	DE[redacted] ESTANDARD.
PAPEL	1.739	2.180	4.906	4.557	4.996	3.537	3.770	3.669	1.198
CARTON	0.791	1.353	0.906	3.506	0.483	0.884	1.028	1.279	0.941
VIDRIO	2.372	1.654	1.887	2.103	2.820	3.183	2.913	2.419	0.529
LATA	0.791	0.218	1.792	0.596	2.242	1.238	1.885	0.966	0.638
METALES FERROSOS	0.632	---	---	---	0.129	0.088	0.043	0.127	0.211
METALES NO FERROSOS	---	0.113	---	0.351	0.403	0.177	0.043	0.155	0.152
PLASTICO RIGIDO	0.632	0.602	0.509	0.701	0.806	0.442	2.057	0.821	0.516
PLASTICO PELICULA	3.162	3.383	1.887	2.191	1.612	2.299	2.571	2.444	0.598
MADERA	1.344	0.263	---	0.175	0.097	0.973	0.857	0.530	0.483
MATERIA ORGANICA	7.905	23.308	18.868	12.621	19.339	17.683	13.710	16.205	4.744
MATERIAL DE CONST.	1.186	0.451	---	0.526	0.161	3.095	0.557	0.854	0.978
CUERO	0.237	---	0.377	---	0.040	0.884	0.686	0.318	0.326
TRAPO	0.711	0.421	0.943	0.263	0.258	0.884	1.028	0.644	0.303
ALGODON	---	0.120	---	0.351	---	---	0.206	0.097	0.128
PAÑALES DESECHABLES	0.237	---	1.509	1.139	1.612	1.768	0.857	1.017	0.637
ENVASES TETRAPACK	0.474	0.671	0.509	0.438	0.242	0.354	0.257	0.422	0.141
HUESOS	0.316	0.256	0.717	0.526	12.893	0.531	---	2.177	4.380
HULE	0.316	---	---	---	---	0.141	0.171	0.090	0.115
TIERRA	31.225	15.789	25.000	31.551	19.339	27.940	31.534	26.054	5.881
FIBRAS SINTETICAS	---	---	---	---	0.064	0.141	---	0.029	0.051
FIBRAS DE IXTLE	---	---	---	---	0.048	---	0.051	0.014	0.022
MATERIAL DE JARDIN	36.442	47.744	32.547	35.495	23.089	32.980	34.704	35.572	5.445
COCO	7.905	---	2.264	---	4.996	0.407	---	2.225	2.881
CERAMICA	---	---	2.453	---	---	---	---	0.350	0.858
LOZA	---	---	---	1.227	---	---	---	0.175	0.429
T O T A L	98.419	98.534	97.074	98.422	99.669	99.488	98.929	98.653 %	
P E R D I D A S	1.581	1.466	2.926	1.578	0.331	0.512	1.071	1.347 %	

COMPOSICION [redacted] F I S I C A [redacted] L O S [redacted] D [redacted] O S [redacted] S O [redacted] D S [redacted]
DOMESTICOS EN LA CIUDAD DE ARMERIA, COLIMA



3.2.3 Peso Volumétrico "In Situ" de los Residuos Sólidos.

Para obtener el peso volumétrico de los residuos sólidos generados en la Ciudad de Armería, Colima se obtuvo durante los 7 días de duración del estudio de acuerdo con la norma técnica SEDUE. NTRS 4 y los resultados son los siguientes:

D I A	PESO VOLUMETRICO Kg/m^3
Jueves 27	316.250
Viernes 30	332.500
Sábado 31	265.000
Domingo 4	285.250
Lunes 2	310.250
Martes 3	282.750
Miércoles 4	291.750

Obteniendo un peso volumétrico medio.

$\gamma m = 297.679 \ kg/m^3$

TABLA 1. DISTRIBUCION NORMAL ACUMULATIVA- VALORES DE Z_p $p = 1-\alpha/2$

VALORES DE Z_p CORRESPONDIENTES A_p PARA LA CURVA NORMAL

Z ES LA VARIABLE NORMAL STANDARD

p	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.00	—	−2.33	−2.05	−1.88	−1.75	−1.64	−1.55	−1.48	−1.41	−1.34
.10	−1.28	−1.23	−1.18	−1.13	−1.08	−1.04	−0.99	−0.95	−0.92	−0.88
.20	−0.84	−0.81	−0.77	−0.74	−0.71	−0.67	−0.64	−0.61	−0.58	−0.55
.30	−0.52	−0.50	−0.47	−0.44	−0.41	−0.39	−0.36	−0.33	−0.31	−0.28
.40	−0.25	−0.23	−0.20	−0.18	−0.15	−0.13	−0.10	−0.08	−0.05	−0.03
.50	0.00	0.03	0.05	0.08	0.10	0.13	0.15	0.18	0.20	0.23
.60	0.25	0.28	0.31	0.33	0.36	0.39	0.41	0.44	0.47	0.50
.70	0.52	0.55	0.58	0.61	0.64	0.67	0.71	0.74	0.77	0.81
.80	0.84	0.88	0.92	0.95	0.99	1.04	1.08	1.13	1.18	1.23
.90	1.28	1.34	1.41	1.48	1.55	1.64	1.75	1.88	2.05	2.33

VALORES ESPECIALES.

p	.001	.005	.010	.025	.050	.100
z_p	−3.090	−2.576	−2.326	−1.960	−1.645	−1.282

p	.999	.995	.990	.975	.950	.900
z_p	3.090	2.576	2.326	1.960	1.645	1.282

TABLA 2 CRITERIO PARA RECHAZO DE OBSERVACIONES DISTANTES.

ESTADISTICO.	Nº DE OBSERVACIONES.	PERCENTILES MAXIMOS.						
		.70	.80	.90	.95	.98	.99	.995
r_{10}	3	.684	.781	.886	.941	.976	.988	.994
	4	.471	.560	.679	.765	.846	.889	.926
	5	.373	.451	.557	.642	.729	.780	.821
	6	.318	.386	.482	.560	.644	.698	.740
	7	.281	.344	.434	.507	.586	.637	.680
r_{11}	8	.318	.385	.479	.554	.631	.683	.725
	9	.288	.352	.441	.512	.587	.635	.677
	10	.265	.325	.409	.477	.551	.597	.639
r_{21}	11	.391	.442	.517	.576	.638	.679	.713
	12	.370	.419	.490	.546	.605	.642	.675
	13	.351	.399	.467	.521	.576	.615	.649
r_{22}	14	.370	.421	.492	.546	.602	.641	.674
	15	.353	.402	.472	.525	.579	.616	.647
	16	.338	.386	.454	.507	.559	.595	.624
	17	.325	.373	.438	.490	.542	.577	.605
	18	.314	.361	.424	.475	.527	.561	.589
	19	.304	.350	.412	.462	.514	.547	.575
	20	.295	.340	.401	.450	.502	.535	.562
	21	.287	.331	.391	.440	.491	.524	.551
	22	.280	.323	.382	.430	.481	.514	.541
	23	.274	.316	.374	.421	.472	.505	.532
	24	.268	.310	.367	.413	.464	.497	.524
	25	.262	.304	.360	.406	.457	.489	.516

TABLA 3 PERCENTILES DE LA DISTRIBUCION "t"

Grados de libertad	t	t	t	t	t	t	t	t
1	.325	.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	.289	.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	.277	.584	.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	.271	.569	.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	.267	.559	.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	.265	.553	.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	.263	.549	.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	.262	.546	.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	.261	.543	.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	.260	.542	.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	.260	.540	.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	.259	.539	.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	.259	.538	.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	.258	.537	.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	.258	.536	.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	.258	.535	.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	.257	.534	.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	.257	.534	.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	.257	.533	.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	.257	.533	.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	.257	.532	.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	.256	.532	.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	.256	.532	.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	.256	.531	.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	.256	.531	.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	.256	.531	.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	.256	.531	.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	.256	.530	.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	.256	.530	.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	.256	.530	.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	.255	.529	.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	.254	.527	.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	.254	.526	.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	.253	.524	.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

4. RECOLECCION Y TRANSPORTE DE RESIDUOS SOLIDOS MUNICIPALES

4.1 ESTUDIO DE TIEMPOS Y MOVIMIENTOS :

Es el procedimiento utilizado para encontrar el tiempo en que un operario con habilidad normal, trabajando con un esfuerzo normal y en condiciones normales de trabajo, puede realizar una tarea de acuerdo con un método determinado. El tiempo resultante de aplicar el procedimiento descrito, una vez que se han sumado suplementos y concesiones se llama tiempo estándar.

El estudio y aplicación de estos tiempos nos permite:

a) Determinar la eficiencia de trabajo de un vehículo de recolección y su tripulación.

b) Establecer salarios o incentivos justos para los trabajadores.

c) Optimizar el tiempo de la ruta de recolección (diseño de microrutas).

d) Asignar correctamente los vehículos a cada zona generadora (diseño de macrorutas).

El estudio debe incluir:

1) Tiempo estándar

2) Tiempo del vehículo en ruta

3) Tiempo del vehículo fuera de ruta

4) Tiempo muerto del vehículo incluyendo tiempo de espera de las paradas de la ruta, tiempo para desayunar y tiempos perdidos por ele--mentos extraños.

5) Tiempo total.

6) Tiempo de carga de gasolina

7) Tiempo de descarga en sitio de disposición final.

8) Distancias recorridas en ruta y fuera de ruta

9) Velocidad promedio

10) Eficiencia del vehículo y la tripulación

11) Número de habitantes servidos

12) Cantidad de residuos recolectados

13) Tipo y cantidad de recipientes utilizados por la población servida.

Asi que:

Tstd = NETO + CONCESIONES Y

T NETO = OBSERVADO XF.N.

donde: F.N. = Factor de nivelación = $\frac{\text{VEL REAL}}{\text{VEL STD}}$

el factor de nivelación está compuesto de 4 elementos:

a.- HABILIDAD: PERICIA EN SEGUIR UN METODO

b.- ESFUERZO: VOLUNTAD DE TRABAJAR

c.- CONDICIONES DE TRABAJO: SON LAS QUE AFECTAN AL OPERARIO SOLAMENTE Y NO A LA OPERACION, COMO POR EJEMPLO DOTACION DE GUANTES, BOTAS, ESTABILIDAD EMOCIONAL DEL TRABAJADOR, SUELDO, ETC.

d.- ESTABILIDAD: GRADO DE VARIACION DE LOS TIEMPOS TRANSCURRIDOS MINIMOS Y MAXIMOS CON RESPECTO A LA MEDIA EN LOS ELEMENTOS DE LA RUTA, POR EJEMPLO, EL TIEMPO DE CARGA POR RECIPIENTES.

Estos factores se obtienen de la observación del desempeño de la tripulación y calificándolos de acuerdo a la tabla que se presenta a continuación:

VALORACION DE LA ACTUACION:

HABILIDAD				ESFUERZO			
+	0.15	A_1	Super habilidad	+	0.13	A_1	Excesivo
+	0.13	A_2		+	0.12	A_2	
+	0.11	B_1	Excelente	+	0.10	B_1	Excelente
+	0.08	B_2		+	0.08	B_2	
+	0.06	C_1	Buena	+	0.05	C_1	Buena
+	0.03	C_2		+	0.02	C_2	
+	0.00	D	Media	+	0.00	D	Media
-	0.05	R_1	Regular	-	0.04	R_1	Regular
-	0.10	R_2		-	0.08	R_2	
-	0.15	P_1	Pobre	-	0.12	P_1	Pobre
-	0.22	P_2		-	0.17	P_2	

CONDICIONES				ESTABILIDAD			
+	0.06	A	Ideales	+	0.04	A	Ideal
+	0.04	B	Excelentes	+	0.03	B	Excelente
+	0.02	C	Buenas	+	0.01	C	Buenas
	0.00	D	Medias		0.00	D	Medias
-	0.03	R	Regulares	-	0.02	R	Regulares
-	0.07	P	Pobres	-	0.04	P	Pobres

Para la cuadrilla de recolección de Armería:

Habilidad	Excelente	B	(+ 0.08)
Esfuerzo	Excelente	B	(+ 0.08)
Condiciones	Pobre .	P	(- 0.07)
Estabilidad	Buena	C	(+ 0.01)

por lo tanto

F.N.= 1 (OPERACION NORMAL)

+ 0.08 (HABILIDAD)

+ 0.08 (ESFUERZO)

- 0.07 (CONDICIONES)

+ 0.01 (CONSISTENCIA)

1.10

La tripulación es 1.10 veces más eficiente que la promedio.

Se concluye que la tripulación es 10% más eficiente que la normal.

A todos los tiempos observados en ruta habrá que afectarlos por el factor de nivelación (1.10) para encontrar los tiempos estándar . Esto es debido a que:

Tstd = T NETO + CONCESIONES.

Las concesiones son función de problemas de tránsito, ciertas condiciones temporales, etc, para Armería se considera que:

Concesiones = 0

Por lo que: T std = T NETO = T OBSERVADO X F.N.

En la población de Armería se efectuó el estudio de tiempos y movimientos.

La evaluación del estudio arrojó los resultados que se muestran a continuación:

ELEMENTO	
- No. de paradas en la ruta	69
- Distancia total recorrida entre el fin de ruta.	7.100 kms.
- Distancia promedio entre paradas.	0.103 Kms.
- Tiempo total que empleó el vehículo para cargar basura.	1 hr.32' 27"
- Tiempo total de tránsito entre paradas.	28' 40"

- Velocidad de trabajo en ruta.	15.0 Kms/hr
- Tiempo total para transitar de fin de ruta al tiradero.	15' 24"
- Distancia recorrida de fin de ruta al tiradero.	6.100 Kms.
- Velocidad de trabajo fuera de ruta (cargado).	24.0 kms/hr.
- Tiempo total utilizado para descargar basura en tiradero.	5' 24"
- Velocidad de trabajo del vehículo fuera de ruta. (vacio).	28.6 km/hr.
- Tiempo de duración del estudio.	3 hr. 24'36"
- Distancia total recorrida durante el estudio dentro y fuera de ruta	20.700 kms.
- Velocidad promedio del vehículo durante el estudio, incluyendo los tiempos en que el vehículo permaneció parado, los tiempos muertos por elementos extraños y otros tales como el descanso para el desayuno.	6.078 km/hr.
- Tiempo promedio de carga por parada.	1' 34"
- Tiempo promedio de tránsito entre paradas.	25.30"

Tiempos estándar :

Estancia en paradas 1'47"

Tránsito entre paradas 27.83"

Es con estos tiempos estándar con lo que se diseñará la ruta del vehículo recolector.

4.2 METODOS DE RECOLECCION.

Por lo general, los métodos más utilizados para efectual la recolección domiciliaria de los residuos sólidos son:

- parada fija
- acera
- intradomiciliaria
- contenedores

4.2.1 Método de Paradas Fijas.

Consiste en diseñar rutas de recorrido para cada unidad recolectadora, donde se señala en que lugar efectuarán las paradas, para que a esos puntos acuda la gente a depositar sus residuos en el vehículo.

4.2.2 Método de Recolección Intradomiciliario.

Este método funciona de manera que el vehículo recolector hace una parada por cada casa y los recolectores entran al patio o garage de la casa habitación y recogen, acarrean, descargan y regresan el recipiente a su lugar de origen.

4.2.3 Método de Recolección de Acera.

En este método, el usuario debe sacar su recipiente al borde de la banqueta avisado por -- una campana o claxon, después el vehículo recolector pasará parando en cada lugar donde haya recipientes.

4.2.4 Método de Recolección por Contenedores.

Es utilizado en los centros de mayor generación de residuos como los multifamiliares, mercados y zonas de alta densidad de población. Consiste en diseñar cajas metálicas con cierta capacidad volumétrica e instalarlas en dichos centros de generación para que la población deposite sus residuos en los contenedores.

La recolección de los residuos sólidos en los-- contenedores, será semejante a la que se realiza cuando el método es de parada fija.

4.3 RUTAS DE RECOLECCION

4.3.1 Análisis de la Situación Actual.

En nuestro país, la situación es de desorganización al no existir métodos apropiados para la recolección de los residuos, lo que hace que se presenten una serie de anomalías como las siguientes:

- No existe un método para realizar el servicio.
- Por la ausencia de método el usuario recibe un "baño" de polvo, líquidos y partículas de basura mientras el recolector vacía y sacude el recipiente dentro del vehículo.

- Los vehículos recorren la misma calle en ambos sentidos por varias cuadras y para hacerlo efectúa una vuelta en "u" al final.

- Se transita en sentido contrario.
- El vehículo transita cargado en calles con pendiente contraria.
- Se recogen residuos de hospitales particulares.
- Existen zonas privilegiadas donde se hace el servicio hasta 2 veces al día.
- El vehículo no efectúa su ruta completa y el operador la cambia a voluntad.

- El equipo no se utiliza en forma correcta, ya que la compactación lograda no es la recomendada y por lo tanto, el peso de la basura transportada es menor al especificado y así se desperdicia equipo muy costoso.
- El sitio de disposición final es un tiradero a cielo abierto, sin control sanitario.
- El personal no usa equipo adecuado.

4.3.2 Tamaño de la Flotilla de Recolección.

En nuestro país, la flotilla de recolección en cualquier asentamiento humano, está generalmente en malas condiciones, sin embargo, los municipios no pueden realizar grandes inversiones para reponer el total de la flota debido a los altos costos de adquisición de cada unidad.
Esto permite la posibilidad de usar la programación lineal y entera para determinar el tamaño de las flotillas donde no se pueda adquirir la flota completa y nueva, sino que se debe usar una combinación óptima de los vehículos con que se cuenta y los de nueva adquisición para alcanzar un buen nivel de servicio.

4.3.2.1 Modelo Matemático.

Se trata de minimizar una función objetivo, que es el costo horario de los vehículos de recolección:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{n} C_i X_i$$

donde:

Z = función objetivo a minimizar

C_i = costo horario de cada tipo de vehículo recolector

X_i = número de vehículos recolectores, de cada tipo empleado.

n = número total de tipos de vehículos empleados.

Con la condición de que:

$X_i \geq 0$ para toda i

Sujeta a las siguientes restricciones:

<u>1a. Restricción</u>

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{W_i X_i N_i}{F_i} \geq \frac{S}{2}$$

donde:

W_i = Peso de la basura que puede recolectar cada tipo de camión empleado, en Kg.

N_i = Número de viajes por día de cada tipo de vehículo empleado. Los viajes se prefieren completos aunque pueden hacerse fraccionarios.

F_i = Factor de eficiencia de llenado para cada tipo de vehículo.

S = Generación de basura diaria de la población en proyecto, en kg.

$$S = (PG + B)\ \frac{7}{d}$$

En la que:

P = Población, en habitantes.

G = Generación en Kg/hab/día.

B = Otro tipo de basura recogida en la ciudad, en kg.

d = días de recolección a la semana.

Esta restricción es exclusiva para una frecuencia de recolección de tres días por semana, como se muestra en la siguiente Tabla.

ANALISIS DE LA OPERACION DEL SISTEMA EN FUNCION DE LA FRECUENCIA DE RECOLECCION.-

Frecuencia de Recolección	Inventario de Basura en el Sistema		Basura que queda en la ciudad el Domingo	Basura máxima que debe recogerse	Días extraordinarios de Recolección	Restricción
	Basura que queda	Basura que se recoge				
Diaria	0	S	S	SS	Lunes	$0 \leq \sum_{i=1}^{n} \frac{WiXiNi}{Fi} \leq S$
Cada tercer día	S/2	S	3/2 S	3/2 S	Lunes y Martes	$S/2 \leq \sum_{i=1}^{n} \frac{WiXiNi}{Fi} \leq S$
Dos veces a la Semana	S	S	SS	4/3 S	Lunes Martes y Miércoles	$\sum_{i=1}^{n} \frac{WiXiNi}{Fi} = S$
Una vez a la Semana	CRECE CONTINUAMENTE Y NUNCA SE ESTABILIZA, POR LO QUE NO SE RECOMIENDA.					

2a Restricción:

$$\sum_{i=1}^{n} Ki \cdot Xi \leq W$$

Donde

Ki = costo diario por mano de obra y operación de cada tipo de camión empleado.

W = Costo diario de operación de presupuesto de los vehículos que el municipio está erogando actualmente.

3a Restricción

$$X_1 \leq a$$

$$X_2 \leq b$$

$$\vdots$$

$$X\ (n-1) \leq P$$

Donde a,b,... = número de camiones actuales de cada tipo empleado.

4a Restricción

$$Pa \quad Xj \leq L$$

Donde:

Pa = precio de adquisición de un chasís con carrocería de recolección, nuevo.

X_j = número de vehículos de recolección nuevos.

L = presupuesto del municipio para adquirir equipo nuevo.

5a. Restricción

$X_i \geq 0$ para toda i

X_i, X_j enteros

Entonces, para obtener el tamaño óptimo de la flotilla de recolección, se sigue el siguiente procedimiento, basado en los métodos de bifurcación y acotación y desarrollado por Land-Doig :

Paso 1: Se resuelve el problema entero como un problema lineal, mediante el método simplex, olvidándose por el momento de las condiciones de integralidad, si la solución es entera, se ha conseguido la solución óptima, si no, se continúa en el paso 2.

Paso 2 : Escójase arbitrariamente una variable entera X_j cuyo resultado en el paso 1 sea fraccional e igual a X_{Bj}.

Paso 3: Resuélvanse un par de nuevos problemas similares al anterior, pero con la restricción adicional $X_j \leq [X_{Bj}]$ y el otro con la restricción adicional $X_j \geq [X_{Bj}] + 1$

Paso 4: De los programas lineales resueltos en el paso 3 inclúyanse en el análisis a seguir sólo aquellos programas cuya solución (entera o fraccional) sea mejor a cualquiera de las soluciones enteras conocidas.

Paso 5: Seleccionar aquel programa lineal que tenga el mínimo valor de la función objetivo. Si las variables enteras tienen valor entero, la solución es óptima, si no regresar al paso 2 con la estructura del problema lineal resuelto en éste paso.

4.3.3 Diseño de Macrorutas:

Ahora, hay que resolver la asignación de cada uno de estos vehículos a cada zona de recolección en que se haya dividido la ciudad. La división de la ciudad en áreas se debe realizar considerando los siguientes factores:

- Las fronteras naturales como son ferrocarriles, carreteras o calles muy transitadas y ríos o canales que crucen la ciudad.
- Las diferentes densidades de población y el tipo de residuos.
- El tiempo y las distancias empleadas para un viaje redondo hasta el sitio de disposición final.

4.3.3.1 Modelo Matemático.

Este problema puede representarse mediante una matríz de tiempos

$T = t\ (i,j)$

Que resulta de asignar un vehículo de recolección "i" al trabajo de recolectar los residuos en el área "j".

LA MATRIZ SERA

VEHICULOS DE RECOLECCION	AREAS DE LA CIUDAD				CANTIDAD DE BASURA QUE PUEDE SER TRANSPORTADA POR CADA CAMION, EN KG.
	A1	A2	Aj	An	
V1	$t_{1,1}$	$t_{1,2}$	$t_{1,j}$	$t_{1,n}$	b_1
V2	$t_{1,1}$	$t_{2,2}$	$t_{2,j}$	$t_{2,n}$	b2
V_i	$t_{i,1}$	ti,2	ti,j	ti,n	bi
Vm	$t_{m,1}$	$t_{m,2}$	$t_{m,j}$	$t_{m,n}$	bm
Cantidad de basura producida en cada área, en Kg.	a_1	a_2	a_j	a_n	

Cuando la cantidad de basura que puede ser transportada por los vehículos recolectores sea igual a la cantidad de basura generada en todas las áreas:

$$\sum_{i=1}^{n} bi = \sum_{j=1}^{m} a_j$$

Se tendrá un problema balanceado de asignación pero sí:

$$\sum_{i=1}^{m} bi < \sum_{j=1}^{n} a_j$$

Se deberá determinar que partes de ciertas áreas no se recogerán con este equipo, y sí:

$$\sum_{i=1}^{m} bi > \sum_{j=1}^{n} a_j$$

Se deberá determinar que vehículos no se utilizarán.

La solución óptima requiere de una distribución inicial que proporcione una solución básica factible, se sabe que existe una solución básica factible cuando cumple con $n+m-1$ casillas ocupadas.

Así que, el problema puede ser resuelto mediante el algoritmo de transporte.

El problema que se quiere resolver es:

$$\text{MIN } Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} Cij\ Xij$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{n} Xij = a_i \qquad i = 1,2,\ldots\ldots m$$

$$\sum_{i=1}^{m} Xij = bj \qquad j = 1,2,\ldots\ldots n$$

$$Xij \geq 0 \qquad i = 1,2\ldots\ldots m$$

$$j = 1,2\ldots\ldots n$$

La explicación se facilita si se establecen dos matrices, una de tiempos y otra de flujos, como se muestra a continuación:

MATRIZ DE TIEMPOS:

	AREAS GENERADORAS				CANTIDAD DE BASURA QUE PUEDE RECOLECTAR A CADA VEHICULO
	A_1	A_2	$A_3 \ldots\ldots$	An	
X_1	t_{11}	t_{12}	$t_{13} \ldots\ldots$	t_{1n}	b_1
X_2	t_{21}	t_{22}	$t_{23} \ldots\ldots$	t_{2n}	b_2
X_3	t_{31}	t_{32}	$t_{33} \ldots\ldots$	t_{3n}	b_3
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
X_m	tm1	tm2	tm3 $\ldots\ldots$	tmn	bm
Cantidad de basura generada	a_1	a_2	a_3	a_n	

MATRIZ DE FLUJOS

	A_1	A_2	A_3		A_n	
X_1	X_{11}	X_{12}	. . . .		X_{1n}	b_1
X_2	X_{21}	X_{22}	. . . .		X_{2n} . . .	b_2
X_3	X_{31}	X_{32}	. . . .		X_{3n}	b_3
	.	.			.	
X_m	X_{m1}	X_{m2}	. . . .		X_{mn}	bm
	a_1	a_2			a_n	

En caso de que la capacidad total de recolección sea mayor que la generación total de basura, se añade un centro de generación artificial n+1 cuya generación $a_n + 1$ es

$\sum_{i=1}^{m} b_i - \sum_{j=i}^{n} a_j$ y cuyos tiempos son muy altos para evitar que sean tomados por el algoritmo.

Por otro lado, si la generación total es mayor que la capacidad total de recolección, se añade un vehículo recolector artificial cuya capacidad $bm + 1$ es $\sum_{j=1}^{n} a_j - \sum_{i=1}^{m} bi$ y cuyos tiempos son muy altos.

Una vez que el problema esta balanceado, se requiere una solución inicial que sea básica y factible. Hay varios -

mecanismos para lograr esta solución, pero para generar una solución básica factible del problema, el método de Vogel proporciona una solución muy cercana del óptimo. Este método consiste de los siguientes pasos:

1.- Se construye una matriz de tiempos y flujos asociados al problema balanceado.

2.- Se entiende por "diferencia de fila" o "diferencia de columna" la diferencia que hay entre los dos números más pequeños que existen en la fila o columna, se calculan todas las diferencias de fila y columna en la matríz de tiempos.

3.- Se selecciona la columna o fila con mayor diferencia, los empates se deciden arbitrariamente.

4.- Se localiza el tiempo más pequeño en la matriz de -- tiempos en la fila o columna seleccionada. Sea esta la posición t_{ij}.

5.- En la matríz se hace X_{ij} = min (a_i, b_j), donde la posición (i,j) se identificó en el paso anterior. Se hace la capacidad b_i igual a b_i - Xij y la demanda a_j igual a a_j - Xij.

6.- Si bi - Xij = 0 se elimina esa fila de toda consideración futura.

7.- El método es iterativo y se estará en la solución básica factible cuando: la suma de las filas para cada vehículo sea igual a la cantidad de basura que puede recolectar dicho vehículo y la suma de las columnas de cada area sea igual a la cantidad de basura generada en dicha área.

Una vez balanceado el problema y obtenida la solución básica factible por el método de Vogel, se construye una matriz de tiempos $\overline{t_{ij}}$ asociado a la solución básica factible que se tiene y donde:

$\overline{t_{ij}}$ = t_{ij} si X_{ij} está en la base

$\overline{t_{ij}}$ = o si X_{ij} no está en la base

Con esta matriz de tiempos se calcula el valor de todas las variables duales.

U_i, $i=1,2,\ldots,m$ y v_j, $j=1,2,\ldots,n$

utilizando la fórmula:

$U_1 + U_j - \overline{C_{1j}} = 0$ $\quad i = 1,2,\ldots m$

$\quad j = 1,2,\ldots n$

Como hay m+n variables (m variables U_1 y n variables v_j) y solo m + n - 1 ecuaciones $U_1 + v_j - \overline{C_{ij}}=0$, - existe un solo grado de libertad. Esto equivale a darle un valor arbitrario a cualquiera de las variables duales (se recomienda el valor cero) y así queda por resolver un sistema de m+n-1 ecuaciones con m + n-1 variables.

Los parámetros $Zij - tij$ se calculan por medio de la ecuación:

$$Zij - tij = tij - (u_1 + v_j)$$

Como se estan usando reglas de maximización si $Zij - tij \geq 0$ para toda i y j, la solución actual es óptima en caso contrario, la Xij correspondiente a la $Zij - tij$ más negativa entra a la base.

Si la variable Xij entra a la base con un cierto valor positivo θ, la capacidad de recolección bj y la generación ai se desequilibrarán en un valor $\pm\theta$ por lo que es necesario aplicar un mecanismo de compensación, el que a partir de un pequeño análisis nos permite construir un circuito como se muestra a continuación:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
	t11	t12	t13	t14	t15	
X_1	θ	$X_{12}-\theta$			X_{15}	b1
	t21	t22	t23	t24	t25	
X_2			X_{23}			b2
	t31	t32	t33	t34	t35	
X_3		$X_{32}+\theta$		$X_{34}-\theta$	X_{35}	b3
	t41	t42	t43	t44	t45	
X_4	$X_{41}-\theta$			$X_{44}+\theta$		b4

En donde en ciertas partes se ha sumado el valor de θ y en otras se ha restado, lo importante es que se ha modificado la factibilidad, más no lo básico.

A partir de la nueva situación de la matriz, y como el método es iterativo, se repite el procedimiento hasta encontrar la solución óptima.

4.3.4 DISEÑO DE MICRORUTAS.

Un vehículo de recolección, ubicado en el sitio de encierro "a_o" al iniciar un día de trabajo, se propone visitar "n" paradas fijas de recolección -- "$a_1, a_2,..a_i,..a_j,..a_n$" pasando por ellas solamente - una vez, recolectando basura y al agotar su capacidad de carga, transitar al sitio de disposición final "a_f", las lineas de tráfico que puede emplear- forman una red "G" y se supone que viajarán siguiendo siempre los arcos de esa red.

4.3.4.1 MODELO MATEMATICO

El vehículo de recolección debe partir vacio desde su sitio de encierro, al centro de la red y principiar a recolectar basura en las paradas fijas de recolección.

Se ha supuesto que el vehículo inicia la recolección a un tiempo arbitrariamente nulo y la recolección en las paradas debe realizarse en todas ellas sin excusa.

El tiempo para efectuar la recolección en una parada "a_k" es "t_k".

El tiempo para ir de "a_i" a "a_j" es $t\ (a_i,\ a_j)$ que puede o no ser igual al tiempo $t\ (a_j,\ a_i)$ dependiendo si la calle es de doble sentido o de un sólo sentido de circulación.

Se supone que todos los tiempos de tránsito en la ruta son conocidos con certeza. Por lo tanto, se debe localizar un camino denominado óptimo o Hamiltoniano, en el cual cada parada sea visitada una sola vez y el tiempo empleado en recorrerlo sea mínimo.

Este camino deberá minimizar la siguiente función objetivo.

$$\text{MIN } Z = t_o + \sum_{k=1}^{f} \left\{ (a_{k-1},\ a_k) + t_k \right\}$$

donde:

t_o= tiempo requerido para revisar el vehículo en el sitio de encierro.

f = sitio de disposición final

Todo camino $a_o,\ a_1, \ldots \ldots\ a_i,\ \ a_j \ldots a_n \ldots a_f$

es un conjunto de pares ordenados que se nota:

$$H = \left\{ (a_o a_1,) \ldots (a_i, a_j) \ldots (a_n, a_f) \right\}$$

Al par ordenado (a_i, a_j) le corresponde la siguiente actividad; inmediatamente después de terminar la recolección en a_i viajar de a_i a a_j y hacer la recolección en a_j. Por lo tanto, se obtiene un arreglo de elementos t (a_i, a_j) en una matriz de (n+1) x (n+1) si se incluyen el sitio de encierro y el de disposición final, cuando los puntos del inicio y fin de la ruta están obligados por la vialidad, o tan solo de (n x n) elementos si no existe esta restricción y se deja en libertad de elegirlos al algoritmo.

Si la zona estudiada presenta problemas debidos a la topografía, tránsito intenso, desniveles importantes o de cualquier otra índole, la matríz de tiempos estará en condiciones de tomar en cuenta dichos problemas afectando los tiempos de tránsito con coeficientes representativos de tales problemas.

Entonces la matriz queda:

Al destino "j"

$$\begin{array}{ll} & \begin{array}{cccccc} a_i & a_j & & a_{n-1} & a_n \end{array} \\ \begin{array}{r} a_i \\ \text{del origen "i" } a_j \\ \vdots \\ a_{n-1} \\ a_n \end{array} & \left[\begin{array}{cccccc} \infty & t(a_i,a_j) & \ldots & t(a_i,a_{n-1}) & t(a_i,a_n) \\ t(a_j,a_i) & \infty & \ldots & t(a_j,a_n-1) & t(a_j,a_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ t(a_{n-1},a_i) & t(a_{n-1},a_j) & \ldots & \infty & t(a_{n-1},a_n) \\ t(a_n,a_i) & t(a_n,a_j) & \ldots & t(a_n,a_{n-1}) & \infty \end{array} \right] \end{array}$$

Por lo anterior, se hace ver que a cada camino potencial H corresponde una combinación única de elementos de la matríz en cada uno de los cuales aparece exactamente un -- elemento de cada fila y de cada columna, con lo que se - consigue enumerar todos los caminos potenciales al hacer todas las combinaciones posibles.

Se supone que en todo $t(a_1,a_j)$ donde $a_i=a_j$, $t=\infty$, lo que significa que el tiempo empleado para ir de cualquier parada fija y regresar a la misma parada es muy alto, pero es aconsejable, que en los casos en que sea posible, valuarlo.

Si en la matríz aparece una columna completa de "infinitos" quiere decir que es un inicio obligado de ruta, y - un rengón completo de "infinitos" indica el final obligado de ruta.

Se llaman "arcos obligados" los arcos $U_k(a_i,a_j)$ que por efecto de la vialidad existentes son las únicas calles - que permiten el paso del vehículo recolector. Es evidente que al eliminar dichos arcos obligados desde un principio en la matríz y tomarlos en cuenta en la formación del camino, se conseguirá un ahorro significativo de trabajo.

El tiempo empleado en un camino H, es la suma de los elementos de la matríz señalado por H y representados por Z (H):

$$Z(H) = \sum_{i,j \text{ en } H} t(a_i, a_j)$$

Para obtener este valor, el algoritmo empleado consiste en dividir el conjunto de todos los caminos en dos subconjuntos más pequeños y mutuamente excluyentes y calcular para cada uno de ellos una cota inferior del tiempo del mejor camino.

Las cotas así elegidas señalan la elección del subconjunto a ramificar e identificar por esta razón, el camino óptimo que es aquel subconjunto que contiene a un camino cuyo tiempo es menor o igual a la cota inferior de todos los otros subconjuntos. Si representamos por x, y $\bar{y}$ todos los nodos del arbol, por w (x) representamos una cota inferior de los tiempos de los viajes de X, se puede escribir:

$$Z(H) \geq w(x)$$

para H, un camino de X.

Debido a que cualquier camino debe contener solamente un elemento de cada fila, si se resta una constante "r" de cada elemento de una fila de la matríz de tiempos, el --

tiempo de cualquier camino bajo la nueva matríz es "r" veces menor que la original. Este procedimiento se llama reducción, una matríz con todos los elementos positivos y al menos un cero en cada renglón y en cada columna se denomina "matríz reducida". Un renglón con un sólo cero --- identifica al arco por donde es posible que pase la ruta.

Se dice, entonces que si Z (H) es el tiempo empleado en un camino H bajo una matríz antes de la reducción y Z_1 (H) al tiempo bajo la matríz después de la reducción y Σr la suma de las reducciones, puede escribirse:

$$Z(H) = \Sigma r + Z_1 (H)$$

Debido a que una matríz reducida mantiene solamente ele-- mentos positivos, Σr constituye una cota inferior sobre el tiempo de H bajo la matríz anterior.

La separación del conjunto de todos los caminos en dos subconjuntos mutuamente excluyentes se representan por la ramificación de un arbol. El primer nodo contiene a todos - los caminos, el nodo que contiene a a_i, a_j representa todos los caminos que incluyen al par de paradas fijas (a_i, a_j). El nodo que contiene a $\overline{a_i, a_j}$ representa todos los - caminos que no incluyen al par de paradas fijas (a_i,a_j).

Durante el tratamiento del algoritmo conviene evitar la formación de circuitos por lo que al final de cada elección de un arco (a_i, a_j) del arbol H deberá sustituírse de la matríz original el valor de t (a_j, a_i) por un valor muy elevado, generalmente infinito.

4.3.5 Confiabilidad del Sistema.

Un sistema de manejo de residuos sólidos es-interrumpido ya que trabaja regularmente durante - ocho o más horas al día, seis días a la semana y - cincuenta y dos semanas al año. Al conocer la confiabilidad del sistema sabremos cuanto dependemos- del mismo. La confiabilidad del sistema puede ser definida como la probabilidad de no fallar en el tiempo "t".

sea:

$$R\ (t) = \mathcal{P} \{0,t\}$$

o bien

$$R\ (t) = 1 \geqslant \mathcal{P} \{x \geqslant 1,t\}$$

donde:

R (t)	=	confiabilidad
x	=	número de fallas en el tiempo "t"
1,t	=	probabilidad de una o más fallas en el tiempo "t"

Aceptando que una falla ocurre como discreta, simple e -

independiente, la probabilidad de exactamente X fallas en el tiempo "t" está dada por la fórmula de la distribución de POISSON:

$$\varphi\{x, t\} = \frac{\mu^{x} e^{-\mu}}{x!}$$

donde: μ = número esperado de fallas λt y λ es la tasa promedio de fallas por unidad de tiempo.

Si X = 0, o sea cero fallas, la confiabilidad queda:

$$R(t) = \varphi\{0, t\} = e^{-\lambda t}$$

4.3.5.1 DEFINICIONES

a.-Horas totales de operación del equipo (h): es la cantidad de equipo operando por el número de horas estimadas de operación diaria y por el número de días laborados por año, sus unidades son horas /año.

b.-Tiempo medio entre fallas ($\overline{T}$)

Son las horas totales de operación entre el número de fallas por año:

$$\overline{T} = \frac{h}{\text{número de fallas al año}}$$

c.- Tiempo medio entre funcionamiento defectuoso ($\bar{\bar{T}}$):

las horas totales de operación entre el número de funcionamientos defectuosos al año..

$$\bar{\bar{T}} = \frac{h}{\text{número de funcionamientos defectuosos}}$$

d.- Ciclo de trabajo (C.T.)

Es el número de horas que opera el equipo al día entre el número de horas que opera el sistema al día.

e.- Tasa de falla (λ):

Es la tasa a la cual las fallas ocurrern durante un intervalo del tiempo de operación y es el recíproco del tiempo medio entre fallas.

$$\lambda = \frac{1}{\bar{T}}$$

4.3.5.2 Vehículos de reserva :

Los vehículos de reserva con que deberá contar la flotilla de recolección para asegurar un funcionamiento adecuado del sistema, por lo menos durante el año del análisis, se determinará mediante un árbol de decisiones que permita conocer la confiabilidad del sistema por día, semana y mes.

El árbol contiene la probabilidad de que la descompostura ocurra en cada uno de los vehículos de recolección, contemplando además, la probabilidad de descompostura y no descompostura de cada vehículo con base en datos históricos.

4.4 APLICACION.

4.4.1 Número Optimo de Vehículos :

Población de Proyecto	200,000 hab
Generación de Residuos Sólidos	0.400 Kg/hab-día
Tonelaje Medio Diario (Domiciliario)	80 Ton/día
Tonelaje Medio Diario Total	85 Ton/día
Frecuencia de Recolección	3 Días por semana
Vehículos de Recolección Actuales	6 Volteos con capacidad de 8 m^3

Obviamente el número de vehículos es insuficiente para efectuar la recolección de los residuos sólidos por lo que deberá elegirse una flotilla compuesta -- por los vehículos actuales y varios vehículos nuevos que serían de motor diesel, con compactador y de carga lateral, con una capacidad de 12 m^3.

Costo horario de operación de los vehículos:

Volteo de 8 m^3	\$1500/hora
Compactador de 12 m^3	\$1800/hora

De un estudio de tiempos y movimientos se obtuvo el tiempo de cada vehículo para realizar viajes-completos, a camión lleno.

Costo Diario de Vehículos

	Núm. de viajes completos	Costo Diario
Volteo 8 m^3	2	\$12,000.00
Compactador 12 m^3	2	\$14,400.00

La administración municipal tiene asignados \$300,000 diarios para operación y mano de obra y \$50'000,000 para la adquisición de vehículos nuevos, el costo de un vehículo como el propuesto es de \$10'000,000

$$n = \frac{50'000,000}{10'000,000} = 5 \text{ vehículos nuevos}$$

Entonces la función objetivo a minimizar es:

$$Z = 1500\ X1 + 1800\ X2$$

Reduciendo

$$Z = X_1 + 1.2\ X_2$$

Sujeta a las siguientes restricciones

1a Restricción

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{Wi\ Xi\ Ni}{Fi} \geq S/2$$

$$S = (PG+B)7/d = (2000,000(0.40)+5,000)\frac{7}{3}$$

$$S = 198,050 \quad Kg/día$$

Los pesos volumétricos observados en los residuos sólidos en los vehículos en cuestión son:

$P.V.\ 1 = 400\ Kg/m^3 \qquad W_1 = 3{,}200\ Kg$

$P.V.\ 2 = 600\ Kg/m^3 \qquad W_2 = 7{,}200\ kg$

El número de viajes de cada vehículo

$N_1 = 2$

$N_2 = 2$

El factor de llenado

$F_1 = F_2 = 0.90$

Se construye la primera restricción

$$\frac{3{,}200 \times 2}{0.9} X_1 + \frac{7{,}200 \times 2}{0.9} X_2 \geq \frac{198{,}050}{2}$$

$$7{,}111\ X_1 + 15{,}777\ X_2 \geq 99{,}025$$

Reduciendo:

$$X_1 + 2.2\ X_2 \geq 13.9$$

2a Restricción:

$$\sum_{i=1}^{n} k\,i\,X_i \leq W$$

$$1200\ X_1 + 14{,}400\ X_2 \leq 300{,}000$$

Reduciendo:

$$X_1 + 1.2\ X_2 \leq 25$$

3a Restricción:

$$X_1 \leq a$$

$$X_1 \leq 6$$

4a Restricción:

$$X_2 \leq P$$

$$X_2 \leq 5$$

5a Restricción:

$X_i \geq 0$ para toda i

X_1, X_2 Enteros

Entonces la función objetivo es

$$\text{Min } Z = X_1 + 1.2\ X_2$$

Sujeto a:

$$X1 + 2.2\ X2 \geq 13.9$$
$$X1 + 1.2\ X2 \leq 25.0$$
$$X1 \leq 6$$
$$X2 \leq 5$$
$$Xi \geq 0 \text{ para toda } i$$
$$Xi,\ X2 \text{ enteros}$$

Utilizando variables de holgura para evitar las desigualdades:

$$\text{Min } Z = X1 + 1.2\ X2 + 0\ X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6$$

Sujeta a

$$X1 + 2.2.\ X2 - X3 = 13.9$$
$$X1 + 1.2\ X2 + X4 = 25.0$$
$$X1 + X5 = 6.0$$
$$X2 + X6 = 5.0$$
$$Xi \geq 0 \quad \text{para toda } i$$
$$X_1,\ X2 \quad \text{enteros}$$

Aplicando el método simplex para minimizar:

θ	V.b	$\bar{b}$	$\overline{X1}$	X2	X3	X4	X5	X6
6.3	.	13.9	1	2.2	-1	0	0	0
20.8	X4	25.0	1	1.2	0	1	0	0
	X5	6.0	1	0	0	0	1	0
5.0	X6 →	5.0	0	1*	0	0	0	1
	Z_j**-C_j**	-13.9	-1	-2.2 ↑	1	0	0	0
	-(Z_j-C_j)	0	1	1.2	0	0	0	0
2.9	→ .	2.9	1*	0	-1	0	0	-2.2
19.0	X4	19.0	1	0	0	1	0	-1.2
	X5	6.0	1	0	0	0	1	0
5.0	X2	5.0	0	1	0	0	0	1
	Z_j**-C_j**	-2.9	-1 ↑	0	1	0	0	2.2
	-(Z_j-C_j)	-6.0	1	0	0	0	0	-1.2
	X1	2.9	1	0	-1	0	0	-2.2
	X4	16.1	0	0	1	1	0	1.0
	X5	3.1	0	0	1	0	1	2.2
	X2	5.0	0	1	0	0	0	1
	Z_j**-C_j**	0	0	0	0	0	0	0
	-(Z_j-C_j)	-8.9	0	0	1	0	0	1

Por lo tanto, la solución óptima al problema lineal es:

X1 = 2.9

X2 = 5.0

Z = 8.9

Pero X1 = 2.9 no es entero, por lo que habrá que hacer uso del algoritmo para el problema entero mixto de Land-Doig.

Paso 1: La solución óptima del problema lineal correspondiente es, en la forma del Dual Simplex:

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X_B
	1	0	0	1	0	0	1	-8.9
X1	0	1	0	-1	0	0	-2.2	2.9
X4	0	0	0	1	1	0	1.0	16.1
X5	0	0	0	1	1	1	2.2	3.1
X2	0	0	1	0	0	0	1	5.0

Paso 2: Se escoge arbitrariamente $X1 = 2.9$ y se resuelven 2 problemas lineales distintos, uno con la restricción adicional

$X1 \leq [2.9] = 2$ y el otro con la restricción adicional $X1 \geq [2.9] + 1 = 3$

es decir:

Problema 1:

$$\text{Min } Z = X1 + 1.2\ X2$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
X1 + 2.2\ X2 - X3 &= 13.9 \\
X1 + 1.2\ X2 + X4 &= 25.0 \\
X1 \qquad\qquad + X5 &= 6.0 \\
X2 + X6 &= 5.0 \\
X1 \qquad\qquad + X7 &= 2.0
\end{aligned}$$

$Xi \geq 0$ para toda i

$X1$, $X2$ enteros

Problema 2:

$$\text{Min } Z = X1 + 1.2\ X_2$$

Sujeto a:

$$X1 + 2.2\ X2 - X3 = 13.9$$

$$X1 + 1.2\ X2 + X4 = 25.0$$

$$X1 + X5 = 6.0$$

$$X2 + X6 = 5.0$$

$$X1 - X7 = 3.0$$

$$Xi \geq 0 \text{ para toda } i$$

X1, X2 enteros.

Resolviendo el problema 1 por el método dual Simplex:

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X_B
	1	0	0	1	0	0	1	0	-8.9
X1	0	1	0	-1	0	0	-2.2	0	2.9
X4	0	0	0	1	1	0	1	0	16.1
X5	0	0	0	1	0	1	2.2	0	3.1
X2	0	0	1	0	0	0	1	0	5.0
X7	0	1	0	0	0	0	0	1	2.0

Reestructurando el vector unitario e_1 con:

$$X1 - X3 - 2.2.\ X6 = 2.9 \qquad (1)$$

Y: $X1 + X7 = 2$

$$X1 = 2 - X7 \qquad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$2-X7-X3-2.2.\ X6 = 2.9$$

$$-X3-2.2.\ X6 - X7 = 2.9 - 2$$

$$X3+2.2\ X6 + X7 = -0.9$$

Entonces la Tabla queda:

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X_B
	1	0	0	0	0	0	1	0	-8.9
X1	0	1	0	-1	0	0	-2.2	0	2.9
X4	0	0	0	1	1	0	1	0	16.1
X5	0	0	0	1	0	1	2.2	0	3.1
X2	0	0	1	0	0	0	1	0	5.0
X7	0	0	0	1	0	0	2.2	1	-0.9

Que no tiene solución factible ya que no cumple con que alguno de los valores de la restricción última y negativa, que entraría a la base, sea 0,

Comprobando que no existe solución factible para este problema:

Sustituyendo X1 = 2 y X2 =5

En la primera restricción:

$X1 + 2.2.\ X1 \geq 13.9$

$2 + (2.2.)(5) = 13.0 < 13.9$

Entonces se analiza sólo el problema 2, cuya tabla es:

	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X_B
	1	0	0	1	0	0	1	0	-8.9
X1	0	1	0	-1	0	0	-2.2	0	2.9
X4	0	0	0	1	1	0	1	0	16.1
X5	0	0	0	1	0	1	2.2	0	3.1
X2	0	0	1	0	0	0	1	0	5.0
X7	0	1	0	0	0	0	0	-1	3.0

Se reestructura el vector unitario e_1 con:

$$X_1 - X_3 - 2.2\,X_6 = 2.9 \qquad (1)$$

$$\text{y } X_1 - X_7 = 3$$

$$X_1 = 3 + X_7$$

Sustituyendo (2) en (1) :

$$3 + X_7 - X_3 - 2.2X_6 = 2.9$$

$$-X_3 - 2.2\,X_6 + X_7 = 2.9 - 3$$

$$-X_3 - 2.2X_6 + X_7 = -0.1$$

La tabla a resolver por el Dual Simplex es:

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_B
	1	0	0	1	0	0	1	0	- 8.9
X_1	0	1	0	- 1	0	0	-2.2	0	2.9
X_4	0	0	0	1	1	0	1	0	16.1
X_5	0	0	0	1	0	1	2.2	0	3.1
X_2	0	0	1	0	0	0	1	0	5.0
X_7	0	0	0	- 1	0	0	- 2.2	1	- 0.1
	1	0	0	0	0	0	1.2	1	-9.0
X_1	0	1	0	0	0	0	0	- 1	3.0
X_4	0	0	0	0	1	0	- 1.2	1	16.0
X_5	0	0	0	0	0	1	0	1	3.0
X_2	0	0	1	0	0	0	1	0	5.0
X_3	0	0	0	1	0	0	2.2	-1	0.1

$\therefore X_1 = 3.0$ y $X_2 = 5.0$; $X_3 = 0.1$, $X_4 = 16.0$, $X_5 = 3.0$

$Z = -9.0$

Que es la solución óptima para el problema entero mixto, se revisan las restricciones:

1a. Restricción:

$X_1 + 2.2\ X_2 \geq 13.9$

$3.0 + 2.2(5.0) = 14.0 > 13.9$

$\therefore$ CUMPLE.

2a. Restricción:

$X_1 + 1.2\ X_2 \leq 25.0$

$3.0 + 1.2(5.0) = 9.0 < 25.0$

$\therefore$ CUMPLE.

3a. Restricción:

$X_1 \leq 6$

$X_1 = 3 < 6$

$\therefore$ CUMPLE.

4a. Restricción:

$X_2 \leq 5$

$X_2 = 5 = 5$

$\therefore$ CUMPLE.

5a. Restricción:

$X_1,\ X_2 > 0$

y $X_1,\ X_2$ Enteros

$\therefore$ CUMPLE.

Y la Función objetivo:

$Z = X_1 + 1.2\ X_2$

$Z = 3.0 + 1.2(5) = 9 = 9$

$\therefore$ CUMPLE.

Así, la flotilla óptima de recolección está compuesta por:

3 vehículos de volteo de 8 m^3 de capacidad

y 5 vehículos compactadores de 12 m^3 de capacidad.

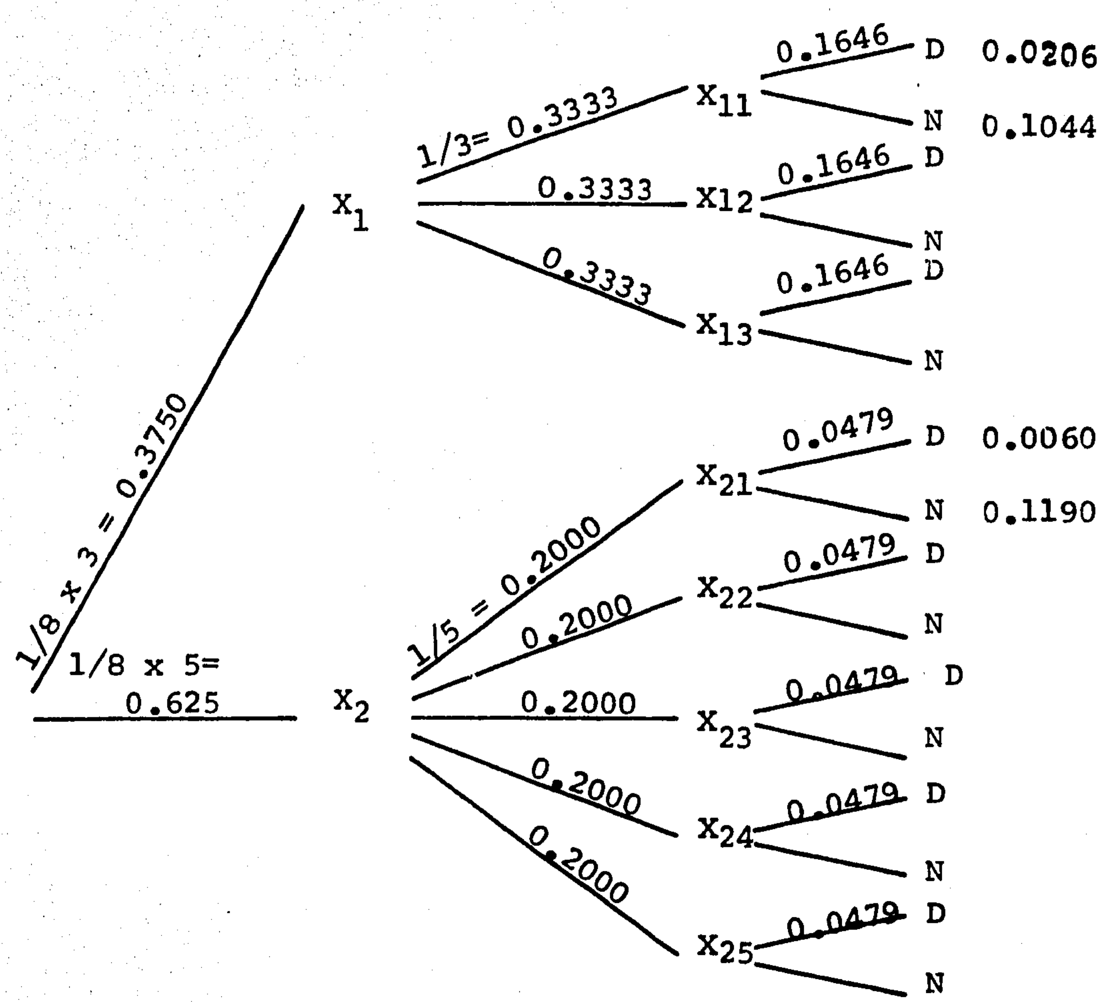
4.4.1.1 Confiabilidad del sistema:

TABLA DE CONFIABILIDADES:

Vehículos de recolección	Fallas totales al año	Horas de operación al día	Horas totales de operación al año	$\bar{T}$ Horas / fallas	$\bar{\bar{T}}$ Horas/func.defectuosos	Ciclo de trabajo	Fallas/horas de operac. $\lambda = 1/t$	R (t) por día	R(t) por semana	R (t) por mes
X_1	162	10.58	9522	58.78	36.27	1	0.0170	0.8354	0.3399	0.0111
X_2	74	8.47	12705	171.69	117.64	0.80	0.0058	0.9521	0.7447	0.2928

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

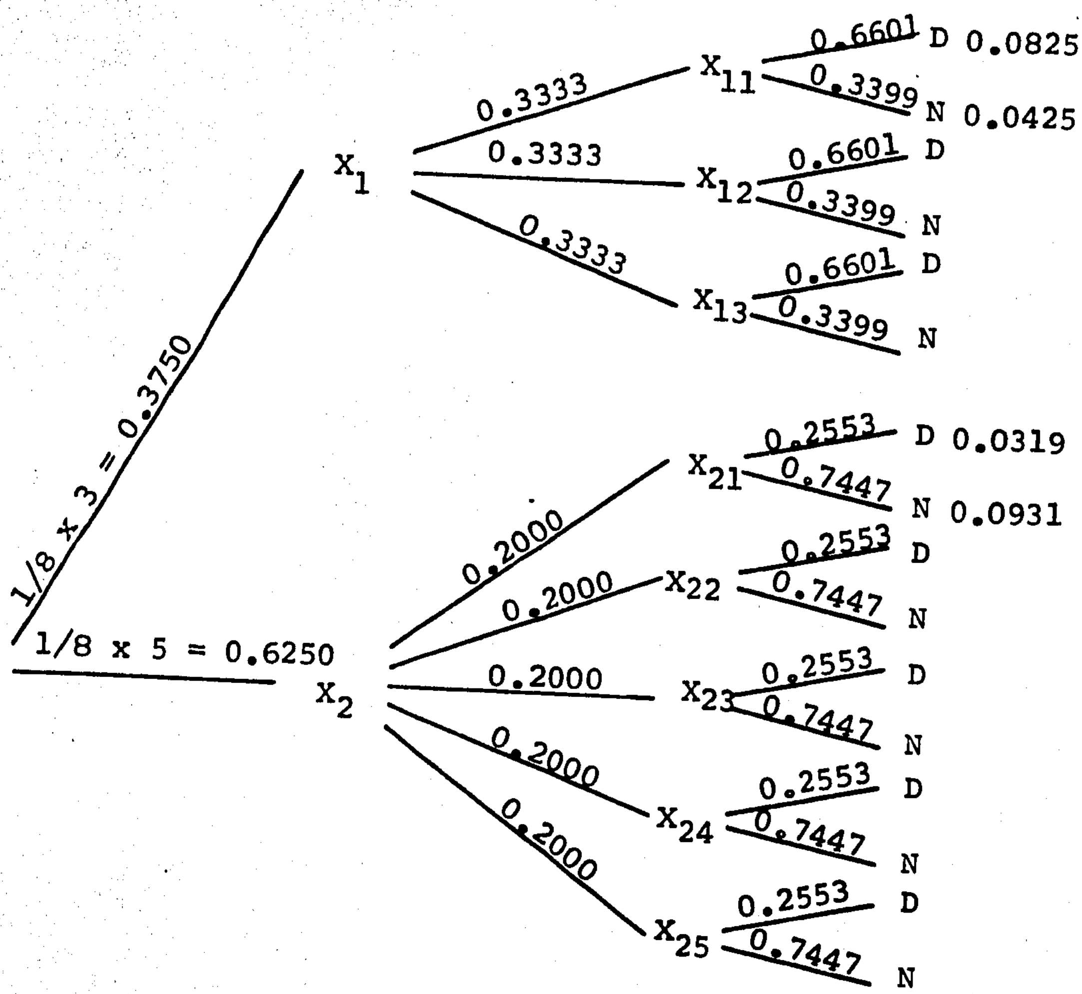
4.4.1.1.1 Confiabilidad por día:



∴ La confiabilidad del sistema por día:

$$R_{s/día} = 3\ (0.1044) + 5\ (0.1190) = 0.8422$$

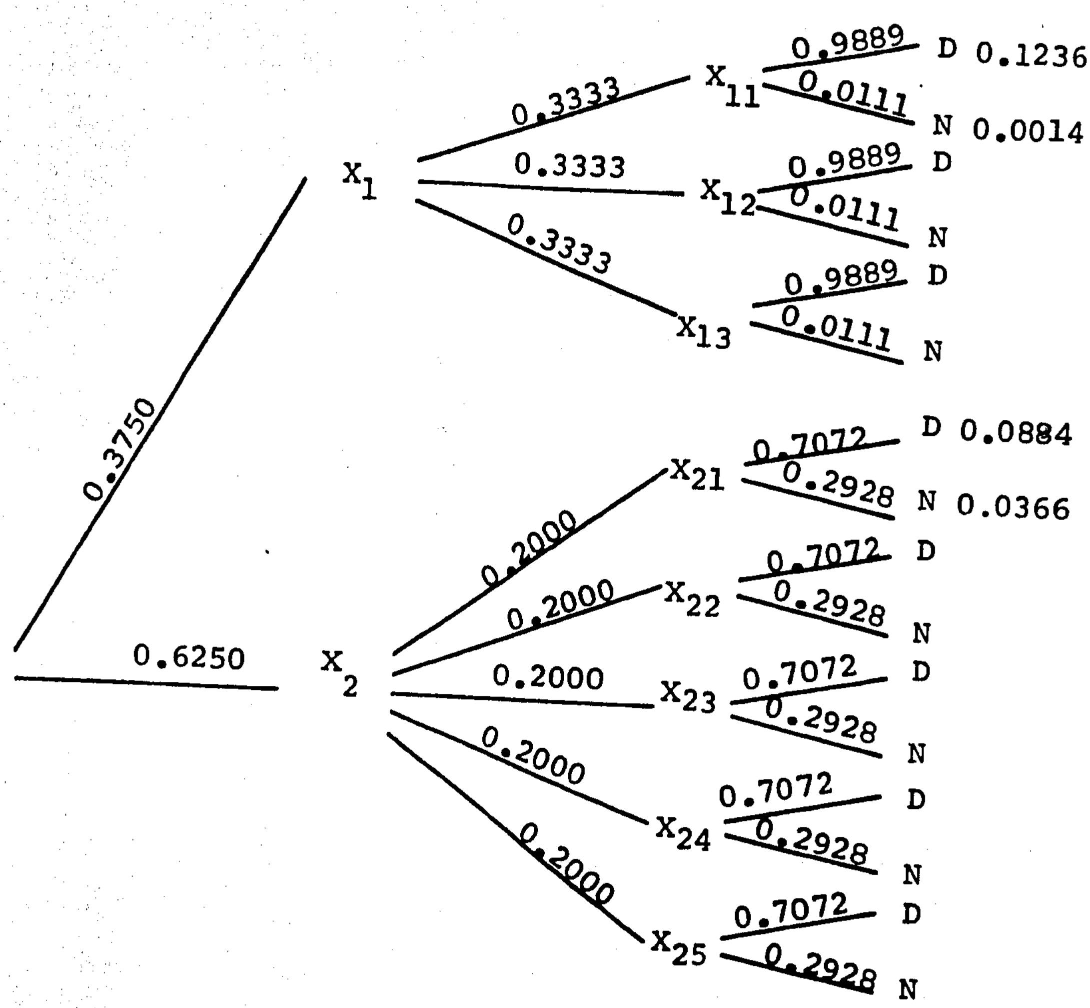
4.4.1.1.2 Confiabilidad por semana:



∴ La confiabilidad del sistema por semana :

$$R_{s/sem} = 3\ (0.0425) + 5\ (0.0931) = 0.5410$$

4.4.1.1.3 Confiabilidad por mes :



∴ La confiabilidad del sistema por mes:

$$R_{s/mes} = 3\ (0.0014) + 5\ (0.0366) = 0.1872$$

4.4.1.2 Vehículos de reserva :

Por día :

$$Vr = 8\left[3(0.0206) + 5(0.0060)\right]$$

$Vr = 0.73 \doteq 1$ vehículo de reserva.

con un uso probable por semana:

$$Vr = 8\left[3(0.0825) + 5(0.0319)\right]$$

$Vr = 3.24 \doteq 4$ veces máximo por semana .

y su uso probable por mes:

$$Vr = 8\left[3(0.1236) + 5(0.0884)\right]$$

$Vr = 6.50 \doteq 7$ veces máximo.

4.4.2 Diseño de Macrorutas.

Asignación de los vehículos elegidos a cada zona de la ciudad:

El procedimiento es el siguiente:

- Se divide la ciudad en varias zonas limitadas por las fronteras naturales; en este caso son 6 zonas o áreas. A_1, A_2.... A_6
- Se cuentan las paradas fijas (esquinas) que tiene cada zona.
- Basado en un estudio de tiempos y movimientos se obtienen los tiempos necesarios para que cada camión se llene y transite al sitio de disposición final para descargar su basura y regrese a seguir recolectando.
- Se obtiene la cantidad de basura producida por cada área en función de su densidad de población.
- Se obtiene la cantidad de basura que cada camión es capáz de transportar.
- Se forma la matríz inicial.

  Ejemplo: Sea una cierta ciudad, con 4 vehículos recolectores Xi capaces de recolectar ciertas cantidades bj y 7 áreas A_i; con una generación ai cada una. Asignar los vehículos a las áreas.

Matríz inicial para resolver el problema de asignación de vehículos recolectores a las 6 áreas de la ciudad.

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	Cantidad de residuos que pueden recolectar los vehículos.
X_1	640	550	1050	720	750	600	5000
X_2	620	530	960	710	730	580	6000
X_3	580	470	900	680	690	540	14000
X_4	570	450	890	660	670	510	14000
Cantidad de basura generada Kgs.	5000	4000	8700	7000	7400	5200	39000

Como la capacidad de recolección es 1700 kgs mayor que la cantidad de basura generada en todas las áreas, se trata de un problema desbalanceado y por tanto hay que crear un área artificial A_7 con una generación de 1700 Kgs con tiempos de recorrido muy altos.

De esta manera, la matríz balanceada queda:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	R
X_1	640	550	1050	720	750	600	5000	5,000
X_2	620	530	960	710	730	580	5000	6,000
X_3	580	470	900	680	690	540	5000	14,000
X_4	570	450	890	660	670	510	5000	14,000
	5000	4000	8700	7000	7400	5200	1700	39,000

Aplicando el Método de Vogel, se llega a la siguiente solución básica factible:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	R
X_1	640	550	1050	720	750	600	5000	5000
				5000				
X_2	620	530	960	710	730	580	5000	6000
			2300	2000			1700	
X_3	580	470	900	680	690	540	5000	14000
	5000	4000	5000					
X_4	570	450	890	660	670	510	5000	14000
			1400		7400	5200		
	5000	4000	8700	7000	7400	5200	1700	39000

Donde Z = 33,864.000

Haciendo $U_2 = 0$ se calculan:

$$-t_{23} + U_2 + V_3 = 0 ; \quad V_3 = t_{23} - U_2 = 960 - 0 = 960$$

$$-t_{24} + U_2 + V_4 = 0 ; \quad V_4 = t_{24} - U_2 = 710 - 0 = 710$$

$$-t_{27} + U_2 + V_7 = 0 ; \quad V_7 = t^{27} - U_2 = 5000-0 = 5000$$

$$-t_{14} + U_1 + V_4 = 0 ; \quad U_1 = t_{14} - V_4 = 720-710 = 10$$

$$-t_{33} + U_3 + V_3 = 0 ; \quad U_3 = t_{33} - V_3 = 900-960 = 60$$

$$-t_{32} + U_3 + V_2 = 0 ; \quad V_2 = t_{32} - U_3 = 470-(-60) = 530$$

$$-t_{31} + U_3 + V_1 = 0 ; \quad V_1 = t_{31} - U_3 = 580-(-60) = 540$$

$$-t_{43} + U_4 + V_3 = 0 ; \quad U_4 = t_{43} - V_3 = 890-960 = 70$$

$$-t_{45} + U_4 + V_5 = 0 ; \quad V_5 = t_{45} - U_4 = 670-(-70) = 740$$

$$-t_{46} + U_4 + V_6 = 0 ; \quad V_6 = t_{46} - U_4 = 510-(-70) = 580$$

En Resumen

$V_1 = 640$	$U_1 = 10$
$V_2 = 530$	$U_2 = 0$
$V_3 = 960$	$U_3 = -60$
$V_4 = 710$	$U_4 = -70$
$V_5 = 740$	
$V_6 = 580$	
$V_7 = 5000$	

Calculando:

$Z11 - t11 = t11 - (U_1 + V_1) = 640 - (10 + 640) = -10$

$Z12 - t12 = t12 - (U_1 + V_2) = 550 - (10 + 530) = 10$

$Z13 - t13 = t13 - (U_1 + V_3) = 1050 - (10 + 960) = 80$

$Z15 - t15 = t15 - (U_1 + V_5) = 750 - (10 + 740) = 0$

$Z16 - t16 = t16 - (U_1 + V_6) = 600 - (10 + 580) = 10$

$Z17 - t17 = t17 - (U_1 + V_7) = 5000 - (10 + 5000) = -10$

$Z21 - t21 = t21 - (U_2 + V_1) = 620 - (0 + 640) = -20$ *

$Z22 - t22 = t22 - (U_2 + V_2) = 530 - (0 + 530) = 0$

$Z25 - t25 = t25 - (U_2 + V_5) = 730 - (0 + 740) = -10$

$Z26 - t26 = t25 - (U_2 + V_6) = 580 - (0 + 580) = 0$

$Z34 - t34 = t34 - (U_3 + V_4) = 680 - (-60+710) = 30$

$Z35 - t35 = t35 - (U_3 + V_5) = 690 - (-60+740) = 10$

$Z36 - t36 = t36 - (U_3 + V_6) = 540 - (-60 + 580) = 20$

$Z37 - t37 = t37 - (U_3 + V_7) = 5000 - (-60 + 5000) = 60$

$Z41 - t41 = t41 - (U_4 + V_1) = 570 - (-70 + 640) = 0$

$Z42 - t42 = t42 - (U_4 + V_2) = 450 - (-70 + 530) = -10$

$Z44 - t44 = t44 - (U_4 + V_4) = 660 - (-70 + 710) = 20$

$Z47 - t47 = t47 - (U_4 + V_7) = 5000 - (-70 + 5000) = 70$

* Variable que entra a la base.

Como X21 entra a la base, la matríz queda:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	R
	640	550	1050	720	750	600	5000	
X_1				5000				5000
	620	530	960	710	730	580	5000	6000
X_2	θ		$2300 - \theta$	2,000			1700	
	580	470	900	680	690	540	5000	14,000
X_3	$5000 - \theta$	4000	$5000 + \theta$					
	570	450	890	660	670	510	5000	14,000
X_4			1,400		7,400	5,200		
g	5000	4000	8,700	7000	7,400	5,200	1700	

Como se ve, el circuito queda formado por X21 que entra a la base

X23, X33, y X31 $\theta = \text{MIN}\ (2300,\ 5{,}000,\ 5000)$

$\therefore\ \theta = 2300$

Por lo que la siguiente solución será:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	R
X_1	640	550	1050	720	750	600	5000	5000
				5000				
X_2	620	530	960	710	730	580	5000	6000
	2300			2000			1700	
X_3	580	470	900	680	690	540	5000	14000
	2,700	4000	7,300					
X_4	570	450	890	660	670	510	5000	14000
			1,400		7,400	5,200		
g	5000	4000	8,700	7000	7,400	5,200	1700	39000

$Z = 33,818,000$

Que es menor a la obtenida en la solución básica factible.

Haciendo $U_1 = 0$

$- t14 + U1 + V_4 = 0 \; ; \quad V_4 = t_{14} - U_1 = 720 - 0 = 720$

$- t24 + U_2 + V_4 = 0 \; ; \quad U_2 = t_{24} - V_4 = 710 - 720 = -10$

$- t21 + U_2 + V_1 = 0 \; ; \quad V_1 = t_{21} - U = 620 -(-10) = 630$

$- t27 + U_2 + V_7 = 0 \; ; \quad V_7 = t27 - U_2 = 5000-(-10) = 5010$

$- t31 + U_3 + V_1 = 0 \; ; \quad U_3 = t31 - V1 = 580-(630) = -50$

$- t32 + U_3 + V_2 = 0 \; ; \quad V_2 = t32 - U_3 = 470-(-50) = 520$

$- t33 + U_3 + V_3 = 0 \; ; \quad V_3 = t33 - U_3 = 900-(-50) = 950$

$- t43 + U_4 + V_3 = 0 \; ; \quad U_4 = t43 - V_3 = 890-950 = -60$

$- t45 + U_4 + V_5 = 0 \; ; \quad V_5 = t45 - U_4 = 670-(-60) = 730$

$- t46 + U_4 + V_6 = 0 \; ; \quad V_6 = t46 - U_4 = 510-(-60) = 570$

Resumiendo:

$V_1 = 630$ $U_1 = 0$

$V_2 = 520$ $U_2 = -10$

$V_3 = 950$ $U_3 = -50$

$V_4 = 720$ $U_4 = -60$

$V_5 = 730$

$V_6 = 570$

$V_7 = 5010$

Calculando:

$Z11 - t11 = t11 - (U_1 + V_1) = 640 - (0 + 630) = 10$

$Z12 - t12 = t12 - (U_1 + V_2) = 550 - (0 + 520) = 30$

$Z13 - t13 = t13 - (U_1 + V_3) = 1050 - (0 + 950) = 100$

$Z15 - t15 = t15 - (U_1 + V_5) = 750 - (0 + 730) = 20$

$Z16 - t16 = t16 - (U_1 + V_6) = 600 - (0 + 570) = 30$

$Z17 - t17 = t17 - (U_1 + V_7) = 5000 - (0 + 5010) = -10$

$Z22 - t22 = t22 - (U_2 + V_2) = 530 - (-10 + 570) = 20$

$Z23 - t23 = t23 - (U_2 + V_3) = 960 - (-10 + 950) = 20$

$Z25 - t25 = t25 - (U_2 + V_5) = 730 - (-10 + 730) = 10$

$Z26 - t26 = t26 - (U_2 + V_6) = 580 - (-10 + 570) = 20$

$Z34 - t34 = t34 - (U_3 + V_4) = 680 - (-50 + 720) = 10$

$Z35 - t35 = t35 - (U_3 + V_5) = 690 - (-50 + 730) = 10$

$Z36 - t36 = t36 - (U_3 + V_6) = 540 - (-50 + 570) = 20$

$Z37 - t37 = t37 - (U_3 + V_7) = 5000 - (-50 + 5010) = 40$

$Z41 - t41 = t41 - (U_4 + V_1) = 570 - (-60 + 630) = 0$

$Z42 - t42 = t42 - (U_4 + V_2) = 450 - (-60 + 520) = -10^*$

$Z44 - t44 = t44 - (U_4 + V_4) = 660 - (-60 + 720) = 0$

$Z47 - t47 = t47 - (U_4 + V_7) = 5000 - (-60 + 5010) = 50$

*Variable que entra a la base.

Como X 42 entra a la base, la matríz queda:

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	R
	640	550	1050	720	750	600	5000	
X_1				5000				5000
	620	530	960	710	730	580	5000	6000
X_2	2300			2000			1700	
	580	470	900	680	690	540	5000	
X_3	2700	$4000-\theta$	$7300+\theta$					14000
	570	450	890	660	670	560	5000	
X_4		θ	$1400-\theta$		7,400	5,200		14000
g	5000	4000	8,700	7000	7,400	5,200	1700	39,000

El circuito está formado por X42 que entra a la base, X32, X33, y X43 y θ = MIN (4000, 7300, 1400)

$\theta = 1400$

Por lo que la siguiente solución será:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	R
	640	550	1050	720	750	600	5000	
X_1				5000				5000
	620	530	960	710	730	580	5000	
X_2	2300			2000			1700	6000
	580	470	900	680	690	540	5000	
X_3	2700	2600	8700					14,000
	570	450	890	660	670	560	5000	
X_4		1400			7400	5200		14,000
G	5000	4000	8700	7000	7400	5200	1700	39,000

Z = 33,804.000

Que es menor a la solución anterior.

Haciendo $U_3 = 0$

$- t31 + U_3 + V_1 = 0$; $V_1 = t31 - U_3 = 580 - 0 = 580$

$- t21 + U_2 + V_1 = 0$; $U_2 = t21 - V_1 = 620 - 580 = 40$

$- t24 + U_2 + V_4 = 0$; $U_4 = t24 - U_2 = 710 - 40 = 670$

$- t14 + U_1 + V_4 = 0$; $U_1 = t14 - V_4 = 720 - 670 = 50$

$- t32 + U_3 + V_2 = 0$; $V_2 = t32 - U_3 = 470 - 0 = 470$

$- t42 + U_4 + V_2 = 0$; $U_4 = t42 - V_2 = 450 - 470 = -20$

$- t33 + U_3 + V_3 = 0$; $V_3 = t33 - U_3 = 900 - 0 = 900$

$- t45 + U_4 + V_5 = 0$; $V_5 = t45 - U_4 = 670 - (-20) = 690$

$- t46 + U_4 + V_6 = 0$; $V_6 = t46 - U_4 = 510 - (-20) = 530$

$- t27 + U_2 + V_7 = 0$; $V_7 = t47 - U_2 = 5000-40 = 4960$

En resumen

$V_1 = 580$ $\quad U_1 = 50$

$V_2 = 470$ $\quad U_2 = 40$

$V_3 = 900$ $\quad U_3 = 0$

$V_4 = 670$ $\quad U_4 = -20$

$V_5 = 690$

$V_6 = 530$

$V_7 = 4960$

Calculando:

$$Z11 - t11 = t11 - (U_1 + V_1) = 640 - (50 + 580) = 10$$

$$Z12 - t12 = t12 - (U_1 + V_2) = 550 - (50 + 470) = 30$$

$$Z13 - t13 = t13 - (U_1 + V_3) = 1050 - (50 + 900) = 100$$

$$Z15 - t15 = t15 - (U_1 + V_5) = 750 - (50 + 690) = 10$$

$$Z16 - t16 = t16 - (U_1 + V_6) = 600 - (50 + 530) = 20$$

$$Z17 - t17 = t17 - (U_1 + V_7) = 5000 - (50 + 4960) = -10 \; *$$

$$Z22 - t22 = t22 - (U_2 + V_2) = 530 - (40 + 470) = 20$$

$$Z23 - t23 = t23 - (U_2 + V_3) = 960 - (40 + 900) = 20$$

$$Z25 - t25 = t25 - (U_2 + V_5) = 730 - (40 + 690) = 0$$

$$Z26 - t26 = t26 - (U_2 + V_6) = 580 - (40 + 530) = 10$$

$$Z34 - t34 = t34 - (U_3 + V_4) = 680 - (0 + 670) = 10$$

$$Z35 - t35 = t35 - (U_3 + V_5) = 690 - (0 + 690) = 0$$

$$Z36 - t36 = t36 - (U_3 + V_6) = 540 - (0 + 530) = 10$$

$$Z37 - t37 = t37 - (U_3 + V_7) = 5000 - (0 + 4960) = 40$$

$$Z41 - t41 = t41 - (U_4 + V_1) = 570 - (20 + 580) = 10$$

$$Z43 - t43 = t43 - (U_4 + V_3) = 890 - (-20 + 900) = 10$$

$$Z44 - t44 = t44 - (U_4 + V_4) = 660 - (-20 + 670) = 10$$

$$Z47 - t47 = t47 - (U_4 + V_7) = 5000 - (-20 + 4960) = 60$$

* Variable que entra a la base.

Como X17 entra a la base, la matriz queda:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	R
	640	550	1050	720	750	600	5000	
X_1				$5000-\theta$			θ	5000
	620	530	960	710	730	580	5000	
X_2	2300			$2000+\theta$			$1700-\theta$	6000
	580	470	900	680	690	540	5000	
X_3	2700	2600	8700					14,000
	570	450	890	660	670	510	5000	
X_4		1400			7400	5200		14,000
G	5000	4000	8700	7000	7400	5200	1700	39,000

El circuito está formado por:

X17 que entra a la base, X27, X24 y X14

$\theta = \min(1700, 2000, 5000)$

$\theta = 1700$

Por lo que la siguiente solución será:

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	R
	640	550	1050	720	750	600	5000	
X_1				3300			1700	5000
	620	530	960	710	730	580	5000	
X_2	2300			3700				6000
	580	470	900	680	690	540	5000	
X_3	2700	2600	8700					14,000
	570	450	890	660	670	510	5000	
X_4		1400			7400	5200		14,000
	5000	4000	8700	7000	7400	5200	1700	39,000

$Z = 33{,}787\ 000$

Que es menor a la anterior solución.

Con $U_4 = 0$

$- t42 + U_4 + V_2 = 0$; $V_2 = t42 - U_4 = 450 - 0 = 450$
$- t45 + U4 + V_5 = 0$; $V_5 = t45 - U_4 = 670 - 0 = 670$
$- t46 + U4 + V6 = 0$; $V6 = t46 - U4 = 510 - 0 = 510$
$- t32 + U3 + V2 = 0$; $U3 = t32 - V2 = 470 -450 = 20$
$- t31 + U3 + V1 = 0$; $V1 = t31 - U_3 = 580 - 20 = 560$
$- t33 + U3 + V3 = 0$; $V3 = t33 - U3 = 900 - 20 = 880$
$- t21 + U2 + V1 = 0$; $U2 = t21 - V1 = 620 -560 = 60$
$- t24 + U2 + V_4 = 0$; $V4 = t24 - U2 = 710 -60 = 650$
$- t14 + U1 + V4 = 0$; $U1 = t14 - V4 = 720 -650 = 70$
$- t17 + U1 + V7 = -$; $V7 = t17 - U1 = 5000-70 = 4930$

En resumen

$V1 = 560$ $U1 = 70$

$V2 = 450$ $U2 = 60$

$V3 = 880$ $U3 = 20$

$V4 = 650$ $U_4 = 0$

$V5 = 670$

$V6 = 510$

$V7 = 4930$

Calculando:

$$Z11 - t11 = t11 - (U1 + V1) = 640 - (70 + 560) = 10$$
$$Z12 - t12 = t12 - (U1 + V2) = 550 - (70 + 450) = 30$$
$$Z13 - t13 = t13 - (U1 + V3) = 1050 - (70 + 880) = 100$$
$$Z15 - t15 = t15 - (U1 + V5) = 750 - (70 + 670) = 10$$
$$Z16 - t16 = t16 - (U1 + V6) = 600 - (70 + 510) = 20$$
$$Z22 - t22 = t22 - (U2 + V2) = 530 - (60 + 450) = 20$$
$$Z23 - t23 = t23 - (U2 + V3) = 960 - (60 + 880) = 20$$
$$Z25 - t25 = t25 - (U2 + V5) = 730 - (60 + 670) = 0$$
$$Z26 - t26 = t26 - (U2 + V6) = 580 - (60 + 510) = 20$$
$$Z27 - t27 = t27 - (U2 + V7) = 5000 - (60 + 4930) = 10$$
$$Z34 - t34 = t34 - (U3 + V4) = 680 - (20 + 650) = 10$$
$$Z35 - t35 = t35 - (U3 + V5) = 690 - (20 + 670) = 0$$
$$Z36 - t36 = t36 - (U3 + V6) = 540 - (20 + 510) = 10$$
$$Z37 - t37 = t37 - (U3 + V7) = 5000 - (20 + 4930) = 50$$
$$Z41 - Z41 = t41 - (U4 + V1) = 570 - (0 + 560) = 10$$
$$Z43 - t43 = t43 - (U4 + V3) = 890 - (0 + 880) = 10$$
$$Z44 - t44 = t44 - (U4 + V4) = 660 - (0 + 650) = 10$$
$$Z47 - t47 = t47 - (U4 + V7) = 5000 - (0 + 4930) = 70$$

Todos son positivos, por lo tanto la solución es óptima.

Concluyendo que:

1) El vehículo X_1 recolectará 3,300 kgs. en el área A_4.

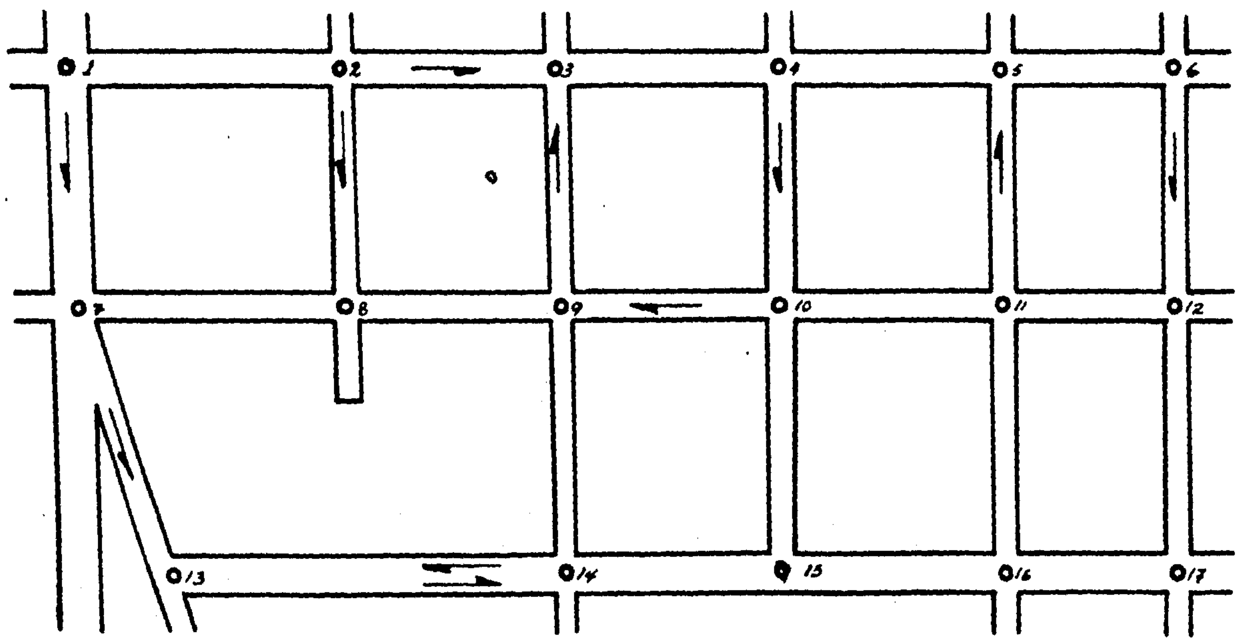
2) El vehículo X_2 hará una recolección de 2300 kgs. en el área A_1 y 3700 Kgs. en el área A_4.

3) El vehículo X_3 recolectará 2700 Kgs. en el área A_1 y 2600 kgs. en el área A_2 y 8700 kgs en el área A_3.

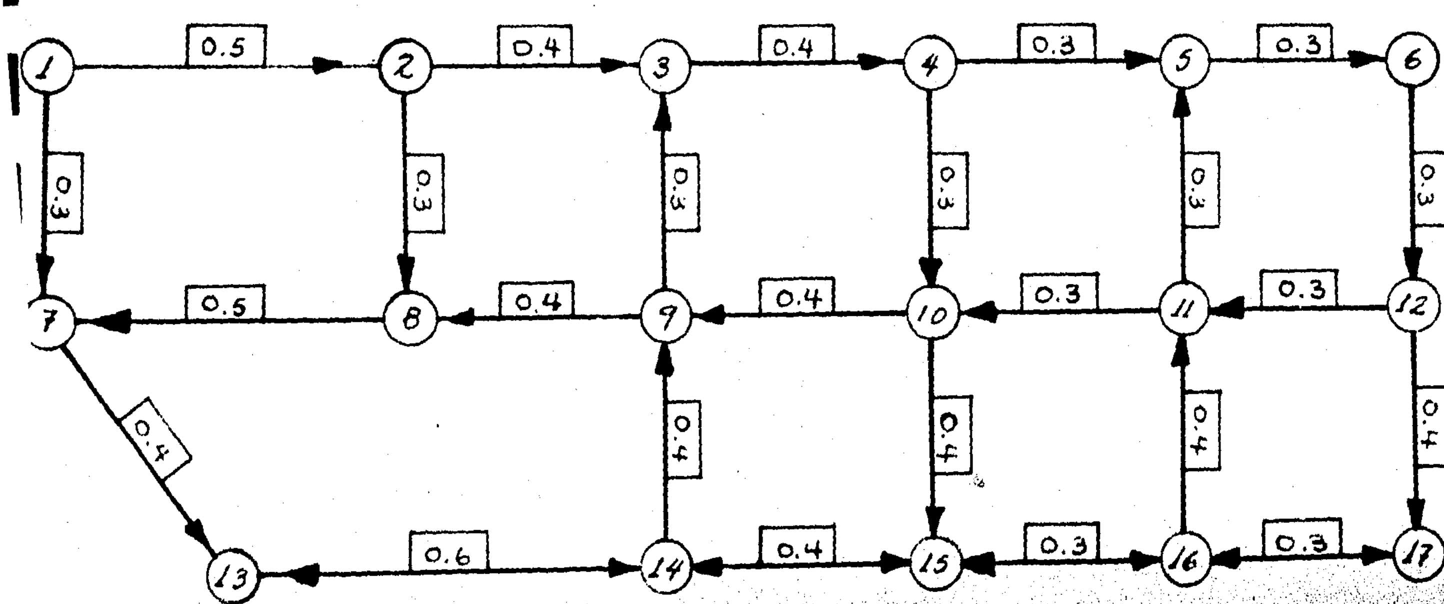
4) El vehículo X_4 hará una recolección de 1400 kgs. en el área A_2, 7400 kgs. en el área A_5 y 5200 Kgs. en el área A_6.

4.4.3 Diseño de Microrutas:

Sea un sector de cierta ciudad, con una urbanización y vialidad mostradas a continuación :



Con una velocidad promedio en tránsito de 15 Km/hr se obtiene el diagrama para formar la matriz de tiempos: (los tiempos se indican en los rectángulos)



Del diagrama se puede deducir los arcos obligados, es decir los caminos únicos para ir de un punto a otro.

$$H = (1, 2), (3,4), (5,6), (6,12)$$

Que es el árbol inicial para la ruta y la matríz de tiempos de la ruta:

al destino j

	1	3	5	7	8	9	10	11	13	14	15	16	17
2	∞	0.4	1.1	0.8	0.3	1.5	1.1	2.0	1.2	1.8	1.5	1.8	2.1
4	∞	1.0	0.3	1.6	1.1	0.7	0.3	1.2	1.7	1.1	0.7	1.0	1.3
7	∞	1.7	2.4	∞	1.8	1.4	2.4	2.1	0.4	1.0	1.4	1.7	2.0
8	∞	2.2	2.9	0.5	∞	1.9	2.9	2.6	0.9	1.5	1.9	2.2	2.5
9	∞	0.3	1.0	0.9	0.4	∞	1.0	1.9	1.3	1.8	1.4	1.7	2.0
10	∞	0.7	1.4	1.3	0.9	0.4	∞	1.1	1.4	0.8	0.4	0.7	1.0
11	∞	1.0	0.3	1.6	1.1	0.7	0.3	∞	1.7	1.1	0.7	1.0	1.3
12	∞	1.3	0.6	1.9	1.4	1.0	0.6	0.3	2.0	1.4	1.0	0.7	0.4
13	∞	1.3	2.0	1.9	1.4	1.0	2.0	1.7	∞	0.6	1.0	1.3	1.6
14	∞	0.7	1.4	1.3	0.8	0.4	1.4	1.1	0.6	∞	0.4	0.7	1.0
15	∞	1.1	1.0	1.7	1.2	0.8	1.0	0.7	1.0	0.4	∞	0.3	0.6
16	∞	1.4	0.7	2.0	1.5	1.1	0.7	0.4	1.3	0.7	0.3	∞	0.3
17	∞	1.7	1.0	2.3	1.8	1.4	1.0	0.7	1.6	1.0	0.6	0.3	∞

*Inicio Obligado de Ruta

Aplicando el algoritmo:

Reduciendo la matríz para tener por lo menos un cero en cada columna y renglón:

	1	3	5	7	8	9	10	11	13	14	15	16	17	
2	∞	0.1	0.8	0.5	$\overset{0.2}{0}$	1.2	0.8	1.7	0.9	1.5	1.2	1.5	1.8	r=0.3
4	∞	0.7	$\overset{\circ}{0}$	1.3	0.8	0.4	$\overset{\circ}{0}$	0.9	1.4	0.8	0.4	0.7	1.0	r=0.3
7	∞	1.3	2.0	∞	1.4	1.0	2.0	1.7	$\overset{0.8}{0}$	0.6	1.0	1.3	1.7	r=0.4
8	∞	1.7	2.4	$\overset{0.9}{0}$	∞	1.4	2.4	2.1	0.4	1.0	1.4	1.7	2.0	r=0.5
9	∞	$\overset{0.2}{0}$	0.7	0.6	0.1	∞	0.7	1.6	1.0	1.5	1.1	1.4	1.7	r=0.3
10	∞	0.3	1.0	0.9	0.5	$\overset{\circ}{0}$	∞	0.7	1.0	0.4	$\overset{\circ}{0}$	0.3	0.6	r=0.4
11	∞	0.7	$\overset{\circ}{0}$	1.3	0.8	0.4	$\overset{\circ}{0}$	∞	1.4	0.8	0.4	0.7	1.0	r=0.3
12	∞	1.0	0.3	1.6	1.1	0.7	0.3	$\overset{0.2}{0}$	1.7	1.1	0.7	0.4	0.1	r=0.3
13	∞	0.7	1.4	1.3	0.8	0.4	1.4	1.1	∞	$\overset{0.5}{0}$	0.4	0.7	1.0	r=0.6
14	∞	0.3	1.0	0.9	0.4	$\overset{\circ}{0}$	1.0	0.7	0.2	∞	$\overset{\circ}{0}$	0.3	0.6	r=0.4
15	∞	0.8	0.7	1.4	0.9	0.5	0.7	0.4	0.7	0.1	∞	$\overset{0.1}{0}$	0.3	r=0.3
16	∞	1.1	0.4	1.7	1.2	0.8	0.4	0.1	1.0	0.4	$\overset{\circ}{0}$	∞	$\overset{0.1}{0}$	r=0.3
17	∞	1.4	0.7	2.0	1.5	1.1	0.7	0.4	1.3	0.7	0.3	$\overset{0.3}{0}$	∞	r=0.3

$\Sigma r=4.7$

Hay ceros en todos los renglones y en todas las columnas y se procede a aplicar una "MULTA" a cada uno de los ceros igual igual a la suma de los menores tiempos del renglón y la columna que se intersectan en el cero considerado como eje, tomándose al cero con mayor multa como el arco elegido, para este primer caso:

Arco elegido (8,7) y se hace el arco (7,8) infinito para evitar la formación de un ciclo.

Se eliminan de la matríz tanto el renglón 8 como la columna 7.

En la primera iteración r no se toma en cuenta y, θ (multa) = 0.9

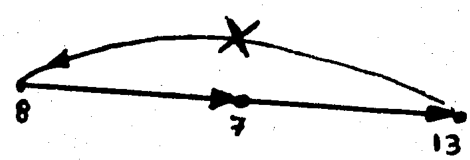
La matríz queda:

	1	3	5	8	9	10	11	13	14	15	16	17
2	∞	0.1	0.8	$\overset{0.2}{0}$	1.2	0.8	1.7	0.9	1.5	1.2	1.5	1.8
4	∞	0.7	$\overset{0}{0}$	0.8	0.4	$\overset{0}{0}$	0.9	1.4	0.8	0.4	0.7	1.0
7	∞	1.3	2.0	∞	1.0	2.0	1.7	$\overset{0.8}{0}$	0.6	1.0	1.3	1.7
9	∞	$\overset{0.2}{0}$	0.7	0.1	∞	0.7	1.6	1.0	1.5	1.1	1.4	1.7
10	∞	0.3	1.0	0.5	$\overset{0}{0}$	∞	0.7	1.0	0.4	$\overset{0}{0}$	0.3	0.6
11	∞	0.7	$\overset{0}{0}$	0.8	0.4	$\overset{0}{0}$	∞	1.4	0.8	0.4	0.7	1.0
12	∞	1.0	0.3	1.1	0.7	0.3	$\overset{0.2}{0}$	1.7	1.1	0.7	0.4	0.1
13	∞	0.7	1.4	0.8	0.4	1.4	1.1	∞	$\overset{0.5}{0}$	0.4	0.7	1.0
14	∞	0.3	1.0	0.4	$\overset{0}{0}$	1.0	0.7	0.2	∞	$\overset{0}{0}$	0.3	0.6
15	∞	0.8	0.7	0.9	0.5	0.7	0.4	0.7	0.1	∞	$\overset{0.1}{0}$	0.3
16	∞	1.1	0.4	1.2	0.8	0.4	0.1	1.0	0.4	$\overset{0}{0}$	∞	$\overset{0.1}{0}$
17	∞	1.4	0.7	1.5	1.1	0.7	0.4	1.3	0.7	0.3	$\overset{0.3}{0}$	∞

$r = 0$ para $(8,7)$

Arco elegido $(7,13)$ $\theta = 0.8$

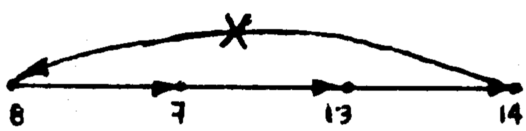
$(13,8) \Rightarrow \infty$



	1	3	5	8	9	10	11	14	15	16	17
2	∞	0.1	0.8	$\overset{0.2}{0}$	1.2	0.8	1.7	1.5	1.2	1.5	1.8
4	∞	0.7	$\overset{0}{0}$	0.8	0.4	$\overset{0}{0}$	0.9	0.8	0.4	0.7	1.0
9	∞	$\overset{0.1}{0}$	0.7	0.1	∞	0.7	1.6	1.5	1.1	1.4	1.7
10	∞	0.3	1.0	0.5	$\overset{0}{0}$	∞	0.7	0.4	$\overset{0}{0}$	0.3	0.6
11	∞	0.7	$\overset{0}{0}$	0.8	0.4	$\overset{0}{0}$	∞	0.8	0.4	0.7	1.0
12	∞	1.0	0.3	1.1	0.7	0.3	$\overset{0.2}{0}$	1.1	0.7	0.4	0.1
13	∞	0.7	1.4	∞	0.4	1.4	1.1	$\overset{0.5}{0}$	0.4	0.7	1.0
14	∞	0.3	1.0	0.4	$\overset{0}{0}$	1.0	0.7	∞	$\overset{0}{0}$	0.3	0.6
15	∞	0.8	0.7	0.9	0.5	0.7	0.4	0.1	∞	$\overset{0.1}{0}$	0.3
16	∞	1.1	0.4	1.2	0.8	0.4	0.1	0.4	$\overset{0}{0}$	∞	$\overset{0.1}{0}$
17	∞	1.4	0.7	1.5	1.1	0.7	0.4	0.7	0.3	$\overset{0.3}{0}$	∞

Arco elegido (13,14) $\theta = 0.5$

$(14,8) \Rightarrow \infty$ $\qquad$ $r = 0$ para $(7,13)$



$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccccccc} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 & 16 & 17 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \end{array} &
\begin{bmatrix}
\infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 & 1.5 & 1.8 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 & 1.4 & 1.7 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.4 & 0.1 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.5 & 0.7 & 0.4 & \infty & \overset{0.3}{0} & 0.3 \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0}{0} & \infty & \overset{0.1}{0} \\
\infty & 1.4 & 0.7 & 1.5 & 1.1 & 0.7 & 0.4 & 0.3 & \overset{0.3}{0} & \infty
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

r = 0 para (13,14)

Arco elegido (17,16) $\theta = 0.3$
(16,17) $\Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{ccc}
 & \begin{array}{ccccccccc} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 & 17 \end{array} & \\
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{array} &
\begin{bmatrix}
\infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 & 1.7 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 & 0.9 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 & 1.6 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.5 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 & 0.9 \\
\infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.1}{0} & 0.7 & \overset{0}{0} \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.5 \\
\infty & 0.6 & 0.5 & 0.7 & 0.3 & 0.5 & 0.2 & \infty & \overset{0.2}{0} \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0.1}{0} & \infty
\end{bmatrix}
& \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ r = 0.2 \\ \\ \end{array}
\end{array}
$$

r = 0.1

Arco elegido (15,17) $\theta = 0.2$ r=0.3 para (17,16)

(16,15) $\Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{c|cccccccc|}
 & 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 \\
\hline
2 & \infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 \\
4 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 \\
9 & \infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 \\
10 & \infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} \\
11 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 \\
12 & \infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.3}{0} & 0.7 \\
14 & \infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} \\
16 & \infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.3}{0} & \infty \\
\hline
\end{array}
$$

r= 0.1 para (15,17)

Como la Y para el nodo (15,17) es igual a 0.4 y es mayor que 0.3 del nodo $(\overline{17,16})$ negado, se salta a este nodo expandiéndolo y haciendo (17,16) infinito en la matríz correspondiente.

Recuperando la matríz:

$$
\begin{array}{c|cccccccccc|}
 & 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 & 16 & 17 \\
\hline
2 & \infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 & 1.5 & 1.8 \\
4 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
9 & \infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 & 1.4 & 1.7 \\
10 & \infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.3 & 0.6 \\
11 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
12 & \infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.4 & 0.1 \\
14 & \infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.3 & 0.6 \\
15 & \infty & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.5 & 0.7 & 0.4 & \infty & \overset{0.6}{0} & 0.3 \\
16 & \infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0}{0} & \infty & \overset{0.1}{0} \\
17 & \infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0.1}{0} & \infty & \infty \\
\hline
\end{array}
$$

r = 0.3 reducción que no se toma en cuenta en la aplicación del algoritmo.

Arco elegido (15,16) θ = 0.6

(16,15) $\Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{c|ccccccccc}
 & 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 & 17 \\
\hline
2 & \infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 & 1.8 \\
4 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 & 1.0 \\
9 & \infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 & 1.7 \\
10 & \infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.6 \\
11 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 & 1.0 \\
12 & \infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 \\
14 & \infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.6 \\
16 & \infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \infty & \overset{0.2}{0} \\
17 & \infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0.1}{0} & \infty
\end{array}
$$

r=0 para (15,16)

Arco elegido (16,17)

$\theta = 0.2$

$(17,15) \Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{c|cccccccc}
 & 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 \\
\hline
2 & \infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 \\
4 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 \\
9 & \infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 \\
10 & \infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} \\
11 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 \\
12 & \infty & 1.0 & 1.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.3}{0} & 0.7 \\
14 & \infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} \\
17 & \infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.3}{0} & \infty
\end{array}
$$

r= 0.1 para (16,17)

Arco elegido (17,11) $\theta = 0.3$

$(11,15) \Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{c|ccccccc|}
 & 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 15 \\
\hline
2 & \infty & 0.1 & 0.8 & 0 & 1.2 & 0.8 & 1.2 \\
4 & \infty & 0.7 & 0 & 0.8 & 0.4 & 0 & 0.4 \\
9 & \infty & 0 & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.1 \\
10 & \infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & 0 & \infty & 0 \\
11 & \infty & 0.7 & 0 & 0.8 & 0.4 & 0 & \infty \\
12 & \infty & 0.7 & 1.0 & 0.8 & 0.4 & 0 & 0.4 \\
14 & \infty & 0.3 & 1.0 & \infty & 0 & 1.0. & 0
\end{array}
$$

r = 0.3 para (17,11)

Como la Y para (17,11) es igual a 0.7 y es mayor que 0.5 del nodo $(\overline{15,17})$ negado, se salta a este nodo expandiéndolo y haciendo (15,17)infinito.

Recuperando la matríz:

$$
\begin{array}{c|ccccccccc|}
 & 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 & 17 \\
\hline
2 & \infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 & 1.7 \\
4 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 & 0.9 \\
9 & \infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 & 1.6 \\
10 & \infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.5 \\
11 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 & 0.9 \\
12 & \infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0}{0} & 0.7 & \overset{0.5}{0} \\
14 & \infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{\bullet}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{\bullet}{0} & 0.5 \\
15 & \infty & 0.4 & 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.3 & \overset{0.1}{0} & \infty & \infty \\
16 & \infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0.1}{0} & \infty
\end{array}
\quad r=0.2
$$

Arco elegido (12,17) ~~0~~= 0.5

(16,5) $\Rightarrow \infty$

reducción que no se toma en cuenta en la aplicación del algoritmo.

$$
\begin{array}{c|cccccccc}
 & 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 \\
\hline
2 & \infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 \\
4 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 \\
9 & \infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 \\
10 & \infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{\bullet}{0} & \infty & 0.7 & \overset{\bullet}{0} \\
11 & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 \\
14 & \infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} \\
15 & \infty & 0.4 & 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.3 & \overset{0.2}{0} & \infty \\
16 & \infty & 1.1 & \infty & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0.1}{0}
\end{array}
$$

r = 0 para (12,17)

Arco elegido (9,3) $\theta = 0.2$

$(4,9) \Rightarrow \infty$

Como y para el nodo (12,17) = 0.5 igual al nodo $(\overline{13,14})$ se salta a este nodo y se hace infinito (13,14)

Recuperando la matríz :

$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{ccccccccccc} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 14 & 15 & 16 & 17 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \end{array} &
\left[\begin{array}{ccccccccccc}
\infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.4 & 1.2 & 1.5 & 1.8 \\
\infty & 0.7 & 0 & 0.8 & 0.4 & 0 & 0.9 & 0.7 & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.4 & 1.1 & 1.4 & 1.7 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & 0 & \infty & 0.7 & 0.3 & 0 & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.7 & 0 & 0.8 & 0.4 & 0 & \infty & 0.7 & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & 1.1 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.2}{0} & 1.0 & 0.7 & 0.4 & 0.1 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & 0 & 1.0 & 0.7 & \infty & 0 & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.4 & 0 & 1.0 & 0.7 & \infty & 0 & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.5 & 0.7 & 0.4 & \overset{0.3}{0} & \infty & 0 & 0.3 \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & 0.3 & 0 & \infty & \overset{0.1}{0} \\
\infty & 1.4 & 0.7 & 1.5 & 1.1 & 0.7 & 0.4 & \underset{**}{0.6} & 0.3 & \overset{0.3}{0} & \infty
\end{array}\right]
\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ * \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}
\end{array}
$$

* r = 0.4
** r = 0.1
reducción que no se considera en el algoritmo.

Arco elegido (17,16) $\theta = 0.3$

(16,17) $\Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{cccccccccc} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 14 & 15 & 17 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{array} &
\left[\begin{array}{cccccccccc}
\infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.4 & 1.2 & 1.7 \\
\infty & 0.7 & 0 & 0.8 & 0.4 & 0 & 0.9 & 0.7 & 0.4 & 0.9 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.4 & 1.1 & 1.6 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & 0 & \infty & 0.7 & 0.3 & 0 & 0.5 \\
\infty & 0.7 & 0 & 0.8 & 0.4 & 0 & \infty & 0.7 & 0.4 & 0.9 \\
\infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.1}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0.2}{0} \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & 0 & 1.0 & 0.7 & \infty & 0 & 0.5 \\
\infty & 0.4 & 1.0 & 0.4 & 0 & 1.0 & 0.7 & \infty & 0 & 0.5 \\
\infty & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.5 & 0.7 & 0.4 & \overset{0.5}{0} & \infty & 0.2 \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & 0.3 & \overset{0.1}{0} & \infty
\end{array}\right]
\end{array}
$$

r=0.1 para (17,16)

Como y = 0.6 para <u>el nodo</u> (17,16), se salta al nodo (16,17) y se hace infinito (16,17)

Recuperando la matríz:

$$
\begin{array}{c}
 \\ 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 14 \\ 16 \\ 17
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccc}
1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15 & 17
\end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccccccc}
\infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 & 1.7 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 & 0.9 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 & 1.6 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.5 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 & 0.9 \\
\infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0}{0} & 0.7 & \overset{0.5}{0} \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.5 \\
\infty & 1.1 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0}{0} & \overset{0}{0} & \infty \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0.1}{0} & \infty
\end{array}\right]
\end{array}
\qquad r = 0.1
$$

r=0.1

Arco elegido (12,17)
θ = 0.5
(17,5) ⇒ ∞

reducciones que no se toman en cuenta.

$$
\begin{array}{c}
 \\ 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 16 \\ 17
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc}
1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 15
\end{array} \\
\left[\begin{array}{cccccccc}
\infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 1.2 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 0.4 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 1.1 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & \overset{0}{0} \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 0.4 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0}{0} \\
\infty & 1.1 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.4}{0} & \infty \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & \overset{0.1}{0}
\end{array}\right]
\end{array}
$$

Arco elegido (16,11)
θ = 0.4
(11,15) ⇒ ∞

r = 0 para (12,17)

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccc} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 15 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 17 \end{array} &
\begin{bmatrix}
\infty & 0.1 & 0.8 & 0^{0.2} & 1.2 & 0.8 & 1.2 \\
\infty & 0.7 & 0^{0} & 0.8 & 0.4 & 0^{0} & 0.4 \\
\infty & 0^{0.2} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.1 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & 0^{0} & \infty & 0^{0} \\
\infty & 0.7 & 0^{0} & 0.8 & 0.4 & 0^{0} & \infty \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & 0^{0} & 1.0 & 0^{0} \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0^{0.4}
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Arco elegido (17,15) $\theta = 0.4$ r = 0 para (16,11)
(11,5) $\Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccc} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \end{array} &
\begin{bmatrix}
\infty & 0.1 & 0.8 & 0^{0.2} & 1.2 & 0.8 \\
\infty & 0.7 & 0^{0.7} & 0.8 & 0.4 & 0^{0} \\
\infty & 0^{0.2} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & 0^{0.3} & \infty \\
\infty & 0.7 & \infty & 0.8 & 0.4 & 0^{0.4} \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & 0^{0.3} & 1.0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Arco elegido (4,5) $\theta = 0.7$ r = 0 para (17,15)
(11,3) $\Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 8 & 9 & 10 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \end{array} &
\begin{bmatrix}
\infty & 0.1 & 0^{0.2} & 1.2 & 0.8 \\
\infty & 0^{0.1} & 0.1 & \infty & 0.7 \\
\infty & 0.3 & 0.5 & 0^{0.3} & \infty \\
\infty & \infty & 0.8 & 0.4 & 0^{1.1} \\
\infty & 0.3 & \infty & 0^{0.3} & 1.0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Arco elegido (11,10) $\theta = 1.1$ r = 0 para (4,5)
(10,3) $\Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 8 & 9 \end{array} \\
\begin{array}{c} \\ - \\ 10 \\ 14 \end{array}
\left[\begin{array}{cccc}
\infty & 0.1 & \overset{0.2}{0} & 1.2 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.1 & \infty \\
\infty & \infty & 0.5 & \overset{0.5}{0} \\
\infty & 0.3 & \infty & \overset{0.3}{0}
\end{array}\right]
\end{array}
$$

Arco elegido (10,9) $\theta = 0.5$

(9,3) $\Rightarrow \infty$

$r = 0$ para (11,10)

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} 1 & 3 & 8 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 9 \\ 14 \end{array}
\left[\begin{array}{ccc}
\infty & 0.1 & \overset{0.1}{0} \\
\infty & \infty & \overset{\infty}{0} \\
\infty & \bar{0} & \infty
\end{array}\right]
\end{array}
$$

$r = 0.1$

$r = 0.3$ $\quad \therefore \Sigma r = 0.4$ para (10,9)

Como $y = 0.9$ para (10,9), se salta al nodo $\overline{(7,13)}$, haciendo infinito (7,13).

$$
\begin{array}{c}
 \\ 2 \\ 9 \\ 10 \\ 14
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} \;1\; & \;3\; & \;8\; & \;9\; \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccc}
\infty & 0.1 & \overset{0.2}{0} & 1.2 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.1 & \infty \\
\infty & \infty & 0.5 & \overset{0.5}{0} \\
\infty & 0.3 & \infty & \overset{0.3}{0}
\end{array}\right]
\end{array}
$$

Arco elegido (10,9) $\theta = 0.5$ $\qquad$ r = 0 para (11,10)

(9,3) $\Rightarrow \infty$

$$
\begin{array}{c}
 \\ 2 \\ 9 \\ 14
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} \;1\; & \;3\; & \;8\; \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc}
\infty & 0.1 & \overset{0.1}{0} \\
\infty & \infty & \overset{\infty}{0} \\
\infty & \overset{\infty}{0} & \infty
\end{array}\right]
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
r = 0.1 \\
r = 0.3 \quad \therefore \Sigma r = 0.4 \text{ para } (10,9)
\end{array}
$$

Como y = 0.9 para (10,9), se salta al nodo $\overline{(7,13)}$, haciendo infinito (7,13).

$$
\begin{array}{c}
\\ 2 \\ 4 \\ 7 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccccc}
1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17
\end{array} \\
\left[\begin{array}{cccccccccccc}
\infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 0.7 & 1.5 & 1.2 & 1.5 & 1.8 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.9 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & 0.7 & 1.4 & \infty & 0.4 & 1.4 & 1.1 & \infty & \overset{0.4}{0} & 0.4 & 0.7 & 1.1 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 0.8 & 1.5 & 1.1 & 1.4 & 1.7 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & 0.7 & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.7 & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & \overset{0.2}{0} & 1.5 & 1.1 & 0.7 & 0.4 & 0.1 \\
\infty & 0.7 & 1.4 & 0.8 & 0.4 & 1.4 & 1.1 & \infty & \overset{0.5}{0} & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.4 & \overset{0}{0} & 1.0 & 0.7 & \overset{0.5}{0} & \infty & \overset{0}{0} & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.5 & 0.7 & 0.4 & 0.5 & 0.1 & \infty & \overset{0.1}{0} & 0.3 \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty & \overset{0.1}{0} \\
\infty & 1.4 & 0.7 & 1.5 & 1.1 & 0.7 & 0.4 & \underset{**}{1.1} & 0.7 & 0.3 & \overset{0.3}{0} & \infty
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{c}
\\ \\ \\ * \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\
\end{array}
$$

Arco elegido (13,14) $\theta = 0.5$
(14,13) $\Rightarrow \infty$

* r = 0.6
** r = 0.2 $\therefore \Sigma r = 0.8$
que no se toma en cuenta.

$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{ccccccccccc} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 13 & 15 & 16 & 17 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 7 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \end{array} &
\left[\begin{array}{ccccccccccc}
\infty & 0.1 & 0.3 & 0 & 1.2 & 0.8 & 1.7 & 0.7 & 1.2 & 1.5 & 1.8 \\
\infty & 0.7 & 0 & 0.8 & 0.4 & 0 & 0.9 & 1.2 & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & 0 & 1.0 & 0.7 & \infty & 0 & 0.3 & 0.7 \\
\infty & 0 & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.6 & 0.8 & 1.1 & 1.4 & 1.7 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & 0 & \infty & 0.7 & 0.8 & 0 & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.7 & 0 & 0.8 & 0.4 & 0 & \infty & 1.2 & 0.4 & 0.7 & 1.0 \\
\infty & 1.0 & 0.3 & 1.1 & 0.7 & 0.3 & 0 & 1.5 & 0.7 & 0.4 & 0.1 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.4 & 0 & 1.0 & 0.7 & 0 & 0 & 0.3 & 0.6 \\
\infty & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.5 & 0.7 & 0.4 & 0.5 & \infty & 0 & 0.3 \\
\infty & 1.1 & 0.4 & 1.2 & 0.8 & 0.4 & 0.1 & 0.8 & 0 & \infty & 0 \\
\infty & 1.4 & 0.7 & 1.5 & 1.1 & 0.7 & 0.4 & 1.1 & 0.3 & 0 & \infty
\end{array}\right]
\end{array}
$$

r=0.4 (fila 7)

r=0.5 (columna 5)

$\Sigma r = 0.9$ para (13,14)

y = 1.7 $\therefore$ salta al nodo $(\overline{17,15})$

y se hace infinito (17,15)

Recuperando la matríz:

$$
\begin{array}{c|c}
 & \begin{array}{ccccccc} 1 & 3 & 5 & 8 & 9 & 10 & 15 \end{array} \\
\begin{array}{c} 2 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 17 \end{array} &
\left[\begin{array}{ccccccc}
\infty & 0.1 & 0.8 & \overset{0.2}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.2 \\
\infty & 0.7 & \overset{\circ}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{\circ}{0} & 0.4 \\
\infty & \overset{0.2}{0} & 0.7 & 0.1 & \infty & 0.7 & 1.1 \\
\infty & 0.3 & 1.0 & 0.5 & \overset{\circ}{0} & \infty & \overset{\circ}{0} \\
\infty & 0.7 & \overset{\circ}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{\circ}{0} & \infty \\
\infty & 0.3 & 1.0 & \infty & \overset{\circ}{0} & 1.0 & \overset{\circ}{0} \\
\infty & 0.7 & \overset{\circ}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{\circ}{0} & \infty
\end{array}\right]
\end{array}
$$

r = 0.4 que no se toma en cuenta para el algoritmo.

Arco elegido (9,3) $\theta = 0.2$

$(4,9) \Rightarrow \infty$

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} 1 & 5 & 8 & 9 & 10 & 15 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 17 \end{matrix} & \left[\begin{matrix} \infty & 0.8 & \overset{1.3}{0} & 1.2 & 0.8 & 1.2 \\ \infty & \overset{0}{0} & 0.8 & \infty & \overset{0}{0} & 0.4 \\ \infty & 1.0 & 0.5 & \overset{0}{0} & \infty & \overset{0}{0} \\ \infty & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty \\ \infty & 1.0 & \infty & \overset{0}{0} & 1.0 & \overset{0}{0} \\ \infty & \overset{0}{0} & 0.8 & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty \end{matrix}\right] \end{array}$$

r = 0 para (9,3)

Arco elegido (2,8) $\theta = 1.3$
(14,1) $\Rightarrow \infty$

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} 1 & 5 & 9 & 10 & 15 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 \\ 10 \\ 11 \\ 14 \\ 17 \end{matrix} & \left[\begin{matrix} \infty & \overset{0}{0} & \infty & \overset{0}{0} & 0.4 \\ \infty & 1.0 & \overset{0}{0} & \infty & \overset{0}{0} \\ \infty & \overset{0}{0} & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty \\ \infty & 1.0 & \overset{0}{0} & 1.0 & \overset{0}{0} \\ \infty & \overset{0}{0} & 0.4 & \overset{0}{0} & \infty \end{matrix}\right] \end{array}$$

r = 0 para (2,8)

Arco elegido (4,10) $\theta = 0$
(10,9) $\Rightarrow \infty$

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} 1 & 5 & 9 & 15 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 10 \\ 11 \\ 14 \\ 17 \end{matrix} & \left[\begin{matrix} \infty & 1.0 & \infty & \overset{1.0}{0} \\ \infty & \overset{0.4}{0} & 0.4 & \infty \\ \infty & 1.0 & \overset{0.4}{0} & \overset{0}{0} \\ \infty & \overset{0.4}{0} & 0.4 & \infty \end{matrix}\right] \end{array}$$

r = 0 para (4,10)

Arco elegido (10,15) $\theta = 1.0$
(11,9) $\Rightarrow \infty$

$$\begin{array}{c} \\ 11 \\ 14 \\ 17 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 5 & 9 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & \overset{\infty}{0} & \infty \\ \infty & 1.0 & \overset{1.4}{0} \\ \infty & \overset{0.4}{0} & 0.4 \end{bmatrix} \end{array} \qquad r = 0 \text{ para } (10,15)$$

Arco elegido (11,5) $\cancel{\theta} = \infty$
(17,9) $\Rightarrow \infty$

$$\begin{array}{c} \\ 14 \\ 17 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} 1 & 9 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \infty & 0 \\ \infty & 0.4 \end{bmatrix} \end{array}$$

Arco elegido (14,9)

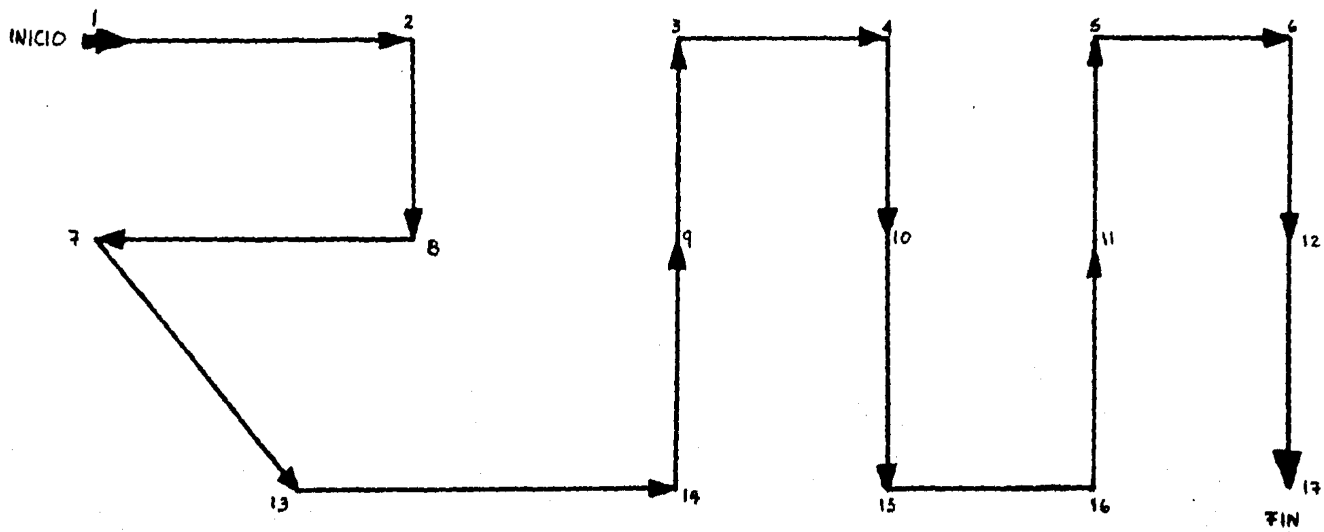
Así, la ruta óptima está dada por:

H = [(1,2) (2,8) (8,7) (7,13) (13,14) (14,9)
(9,3) (3,4) (4,10) (10,15) (15,16) (16,11)
(11,5) (5,6) (6,12) (12,17)]

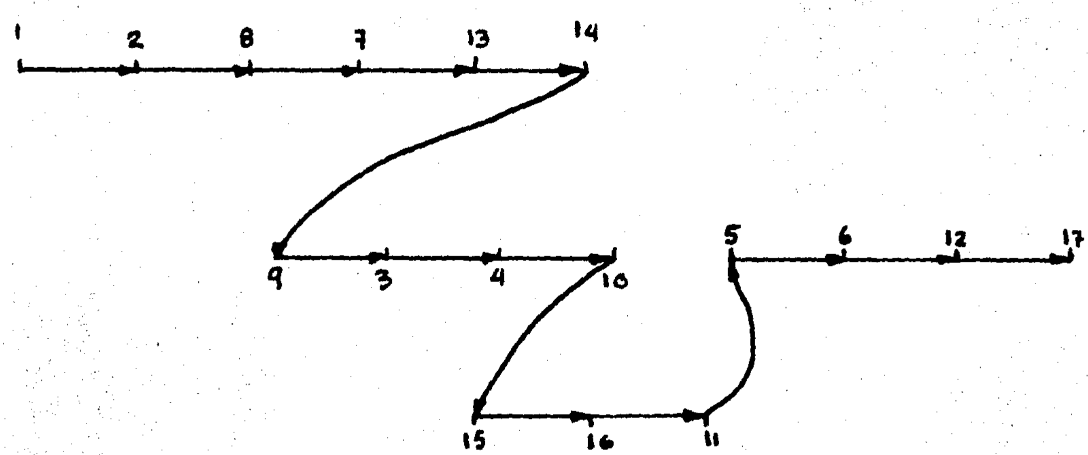
Y, su tiempo de recorrido en ruta:

$$Tr = 0.5 + 0.3 + 0.5 + 0.4 + 0.6 + 0.4 + 0.3 + 0.4 + 0.3 + 0.4 + 0.3 + 0.4 + 0.3 + 0.3 + 0.3 + 0.4 = 6.1 \text{ min.}$$

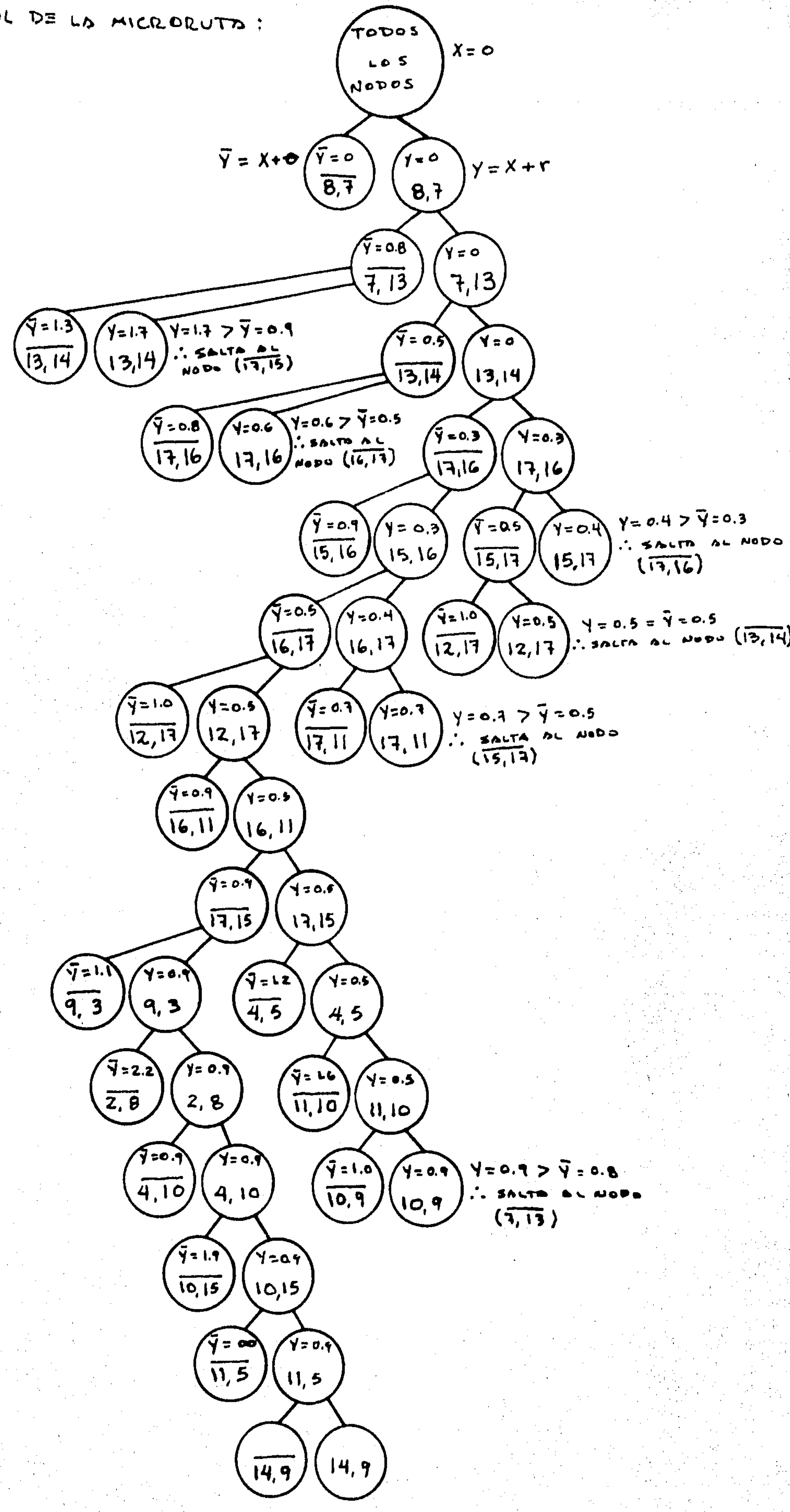
El diagrama del recorrido es :



La gráfica que representa la ruta durante el desarrollo del algoritmo :



ARBOL DE LA MICRORUTA:



5. Conclusiones :

Los residuos sólidos han mostrado cambios importantes en nuestro país en las últimas 3 décadas, tanto en calidad como en cantidad. Las basuras municipales han aumentado desde unos 300 gramos/habitante-día, al principio de los años cincuenta, hasta 750 aproximadamente en nuestros días. Esto significa que la cantidad de residuos municipales ha tenido un incremento de 9000 a 60,000 toneladas/día. La calidad ha variado desde un contenido orgánico de fácil degradación de cerca de un 80%, hasta uno de 40% actualmente. Esto quiere decir que la parte restante está formada por hojalata, papel, plásticos, vidrio y otros elementos desechables, no biodegradables o de difícil biodegradación.

La recolección de residuos sólidos municipales cubre, según estimaciones oficiales, sólo un 70% de las necesidades, es decir, el 30 % de los residuos generados queda tirado en patios, baldios y vías públicas. En éste servicio no se utilizan los métodos existentes para el trazo de rutas eficientes y, generalmente es la cuadrilla de recolección la que fija arbitrariamente la ruta a seguir.

En cuánto a la disposición final, se puede afirmar que más del 90 % de los residuos se disponen en tiraderos a cielo abierto, con los resultados indeseables sobre la salud y el medio ambiente.En el país existen en operación 3 plantas procesadoras de residuos sólidos, cuyas condiciones,tanto sanitarias como económicas, dejan mucho que desear. Por otra parte, hoy en día se ha iniciado la operación de cerca de 10 rellenos sanitarios y la Secretaría de Desarrollo Urbano y Ecología, a través de la Subsecretaría de Ecología, tiene en proyecto que para 1988 estén operando rellenos sanitarios en todas las ciudades del país con más de 100,000 habitantes.

Además, México es uno de los pocos paises en donde no existe el cobro de un derecho por la prestación del servicio, lo que hace que los servicios tengan deficiencias de financiamiento y que no existan programas efectivos de mantenimiento y adquisición de unidades recolectoras y de otro tipo de maquinaria y equipo.

En nuestro país, la situación del control de los residuos sólidos municipales también ha cambiado. Si bién anteriormente la Subsecretaría de Mejoramiento del Ambiente de la S.S.A. hizo algunos intentos por mejorar la situación en éste terreno, por falta de continuidad en los programas y de interés por desarrollar la tecnología del control de los residuos sólidos, todo quedó en buenas intenciones y poco o nada se avanzó en éste sentido.

Con la creación de la SEDUE en diciembre de 1982, se abre la posibilidad de impulsar de manera seria el control de los residuos sólidos en nuestro país; con nuevas técnicas y métodos hoy se hace el intento por cambiar la situación, aunque con algunas limitaciones en la formación del personal técnico especializado, tanto a nivel institucional como en las empresas del campo de la Ingeniería Ambiental.

Hoy en día es imperante la necesidad de formar a los ingenieros civiles en ésta área, ya que en muy pocas escuelas se trata de manera profunda éste tema, como sería el caso del IPN y la UAM. Desafortunadamente, la Facultad de Ingeniería no contempla en los planes de estudios de licenciatura la materia de residuos sólidos y tan sólo se toca el tema superficialmente en las materias de Ingeniería Sanitaria, lo que provoca un desconocimiento de la importancia del problema por parte del egresado de la Facultad y es sólo a nivel de maestría donde se profundiza en éste campo.

B I B L I O G R A F I A :

PRAWDA Witenber, J. — Métodos y modelos de investigación de operaciones, Vols. I y II, ed.LIMUSA, 1982.

VIDALES Albarrán, H.
SANCHEZ Gómez, J.
LOPEZ Sánchez, F. — Diseño de macro y microrutas de recolección de basura doméstica, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1977.

VIDALES Albarrán, H.
LARA Tejeda, J. — Aplicación de dos algoritmos a la recolección de basura doméstica, Div. de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1980.

ZEPEDA Porras F. — Diseño del servicio de recolección de basura.

UNDA Opazo, F.
SALINAS Cordero, S. — Ingeniería Sanitaria aplicada a saneamiento ambiental, UTEHA, 1969.

BOSCO Romero, R. — Estudio para la predicción de generación de desechos sólidos, tesis, ESIA-IPN, 1980.

WAYNE W.D. — Bioestadística, base para el análisis de las ciencias de la salud, ed.LIMUSA , 1982.

ACKOFF-SASIENI — Fundamentos de investigación de operaciones, LIMUSA, 1982

JAUFFRED, MORENO, ACOSTA — Métodos de optimización, programación lineal - gráficas, R.S.I., 1976.

SECRETARIA DE DESARROLLO URBANO Y ECOLOGIA. Normas Técnicas de Residuos Sólidos, México, 1984.

SECCION DE GRADUADOS, ESIA-I.P.N. I seminario sobre administración, recolección y disposición final de residuos sólidos municipales, memorias, México,1983.

FACULTAD DE INGENIERIA, UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES, ARGENTINA. IX Curso Latinoamericano de limpieza urbana, memorias, 1984.