

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

APLICACION DE LA FOTOELASTICIDAD Al Estudio de conductos enterrados

T E S I S QUE PARA OBTENER EL TITULO DE INGENIERO CIVIL P R E S E N T A José Adrian Adalberto Luna Altamirano

MEXICO D. F.

1985

102 2 gen.



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

CAPITULO		<u>Pág</u>
1. INTRODUCCION Y OBJETIVO		1
2. TEORIA DE LA FOTOELASTICIDAD		4
2.l Principios y aparatos ópticos		4
2.2 Principios fotoelásticos		5
2.3 Extrapolación del modelo al pr	ototipo	12
3. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL ANALISI	S DIMENSIONAL	14
3.1 Preliminares		14
3.2 Hipótesis fundamentales. El te	orema de	14
Buckingham y sus aplicaciones	prácticas	
3.3 Análisis dimensional del model	o de pruebas	19
4. FABRICACION DEL MODELO FOTOELASTICO		20
4.1 Antecedentes. Características	generales de	20
los tubos de concreto a presió	n. Selección	
del prototipo		
4.2 Especificaciones generales del	modelo de	22
pruebas	•	
4.3 Especificaciones para un mater	ial fotoelástico	22
ideal		
4.4 Material seleccionado para la	fabricación	24
del modelo		
4.4.1 Material seleccionado pa	ra la elabora-	24
ción del anillo fotoelás	tico	
4.4.2 Selección del alambre pa	ra el zunchado	2 5
del modelo		
4.4.3 Elección del recubrimien	to para el	27
modelo fotoelástico		

CAPITULO	Pág.
4.5 Proceso de fabricació	n del modelo fotoe 27
lástico y de su disco	de calibración
5. DISEÑO, CARACTERIZACION Y M	ONTAJE DE LAS PRUEBAS 29
5.1 Preliminares. Caracte	rísticas generales 29
de una zanja real	
5.2 Prototipo de zanja se	leccionado 32
5.3 Dispositivos e implem	entos de carga 33
5.3.1 Descripción de	la zanja modelo 33
5.3.2 Diseño del prim	er sistema de carga 33
5.3.3 Diseño del segu	ndo sistema de carga 34
5.3.4 Implementos de	carga 34
5.4 Materiales confinante	s 35
5.4.1 Selección del m	aterial de la cama 35
y del acostilla	miento
5.4.2 Selección del m	aterial de relleno 35
5.5 Condiciones de carga	y de confinamiento 43
impuestas al modelo	
5.6 Montaje y ejecución d	e pruebas 44
5.6.1 Colocación de 1	os materiales confi- 44
nantes	•
5.6.2 Técnica para el	desarrollo de las 44
pruebas de carg	a
6. ANALISIS FOTOELASTICO	46
6.1 Calibración del mater	ial fotoelástico 46
6.2 Metodología para el a	nálisis 46
6.3 Análisis e interpreta	ción de resultados 48

đ

1

CAPITULO	Pág.	
6.3.1 Influencia de la carga	49	·
6.3.2 Influencia de la altura de relleno	49	
6.3.3 Influencia del ángulo de acostilla	50	
miento		
6.4 Comparación de resultados	51	
6.5 Transición del modelo al prototipo	53	
7. CONCLUSIONES	54	
REFERENCIAS	56	
FIGURAS	57	
TABLAS	106	
APENDICES	113	

1. INTRODUCCION Y OBJETIVO

La importancia de los estudios experimentales en los conductos enterrados radica en que, a través de los resultados obtenidos, se pueden optimizar eficientemente las condiciones de trabajo de las tuberías, lográndose de esta forma el mejor aprovechamiento de los recursos, objetivo primordial de la ingeniería. Sin embargo, son escasos los estudios experimentales que se han efectuado al respecto, debido a que la manipulación de los tubos, su instrumen tación y control de las pruebas, resulta complicado y costoso. Asimismo, debido a las diversas condiciones de instalación en las que puede encontrarse una tubería, y a la dificultad que se tiene en representar con exactitud las características mecánicas de los materiales térreos que las confinan, los estudios teóricos, por ejemplo con el método del elemento finito, son también problemáticos y en ocasiones poco concluyentes.

Una forma de atacar el problema es mediante las técnicas fotoelásticas, cuya aplicación resulta ventajosa por las siguientes razones: 1) el control y la ejecución de las pruebas resulta más cómoda y fácil, porque se trabaja con modelos a escala reducida; 2) puede observarse en los modelos fotoelásticos la distribución de los esfuerzos correspondiente a la carga aplicada, debido a que sus características ópticas lo permiten. Por lo anteriormente men cionado, la fotoelasticidad, adecuadamente manejada, puede emplearse provech<u>o</u> samente en el estudio de las tuberías.

Por consiguiente, este trabajo tiene por objetivo mostrar la aplicabilidad de la fotoelasticidad al estudio de los conductos enterrados. Para ello se realiza el análisis de esfuerzos, bidimensional, de un tubo de concreto presforzado en condición de zanja (conducto instalado en una zanja relativ<u>a</u> mente angosta, excavada en suelo inalterado, y cubierto con un relleno térreo). El estudio se realiza sobre un modelo representativo de la sección transversal del sistema zanja-conducto, propio para un análisis plano de esfuerzos, y sobre el cual se varían los siguientes factores:

- la carga uniformemente repartida sobre el relleno

- la altura del relleno

- la altura del material de acostillamiento

Para llevar a cabo el objetivo originalmente planteado, el trabajo está estructurado como a continuación se menciona.

En el capítulo 2 se explican algunos conceptos de óptica elementales y el funcionamiento de dos aparatos básicos con los cuales trabaja la fotoelasticidad, continuándose con la exposición del método fotoelástico y sus características principales.

En el capítulo 3 se establecen las bases teóricas que deben cumplir los modelos, para que a partir de los resultados experimentales obtenidos, pueda predecirse el comportamiento del prototipo al cual representa.

En el capítulo 4 son expuestos los antecedentes que llevaron a determinar las características del modelo fotoelástico, describiéndose también su proceso de fabricación.

El capítulo 5 describe los aspectos considerados para caracterizar las condiciones de carga y confinamiento del modelo fotoelástico; concluyendo con la descripción de la técnica empleada para el acondicionamiento y ejecución de las pruebas de carga.

En el capítulo 6 se efectúa el análisis fotoelástico correspondiente al modelo seleccionado y se comparan los resultados con los de una investigación realizada en Israel, pero efectuada en tubos de concreto presforzado colocados in situ.

En el capítulo 7 se mencionan las conclusiones generales provenientes de este trabajo, y también algunas sugerencias pertinentes para futuros trabajos de esta naturaleza. Al final del texto general aparecen las referencias, las gráficas, las tablas y los apéndices que en él se citan. Las figuras y las tablas, tienen dos o tres números distintivos por lo general; el primer número identifica al capítulo en el cual fueron referenciados, y el o los números restantes, siguen la secuencia lógica de numeración que por capítulo se realiza.

. 18 e

2. TEORIA DE LA FOTOELASTICIDAD

2.1 Principios y aparatos ópticos

De acuerdo con la teoría ondulatoria, un rayo de luz procedente de una fuente luminosa cualquiera (una lámpara incandescente, por ejemplo), viaja en un medio dado en forma rectilínea y a velocidad constante, además se supone que está formado por una serie de ondas que vibran en diferentes pla nos y en forma caótica, esto es, tanto sus frecuencias como sus amplitudes son variables (fig 2.1), sin embargo pueden ser forzadas a vibrar ordenada y definidamente si se les restringe su plano de vibración, por lo que en tonces se dirá que la luz ha sido POLARIZADA. En la fig 2.2 puede observarse un símil macroscópico de este fenómeno.

Cuando un rayo de luz ha sido polarizado, sus ondas transversales vibran en un solo plano (plano de polarización), en donde el vector luminoso tiene una amplitud y una orientación constante. Esta polarización se le conoce como simple, comúnmente llamada PLANA, para distinguirla de la CIR-CULAR en donde el vector luminoso tiene una orientación variable. Consecuen temente, existen dos aparatos que polarizan la luz en una forma y otra, tales son: el POLARISCOPIO PLANO y el POLARISCOPIO CIRCULAR.

E' polariscopio plano consta fundamentalmente de tres partes, una fuen te de luz, un polarizador y un analizador. En este aparato, la luz emitida por la fuente llega al polarizador y emerge de él polarizada en forma plana. El analizador puede entonces o bien extinguir totalmente la luz (CAMPO OBS CURO), o dejarla pasar con máxima intensidad (CAMPO CLARO), dependiendo de si los ejes de polarización están totalmente cruzados o paralelos, respectivamente (fig 2.3). En casos intermedios pasarán cantidades variables de luz, dependiendo del ángulo que formen entre si los elementos polarizantes. Asimismo, al igual que el polariscopio plano, el funcionamiento del po lariscopio circular es similar, con la salvedad de que éste cuenta con dos placas adicionales llamadas de "cuarto de onda", (fig 2.4), que polarizan la luz circularmente.

2.2 Principios fotoelásticos

Si la fuente de luz de un polariscopio plano es monocromática (de un solo color), las vibraciones transversales de la luz polarizada son regulares, puesto que es constante la longitud de onda en un medio dado para un co lor determinado. Cuando se propagan a través del mismo medio, dichas vibraciones son descritas por una onda senoidal de amplitud y frecuencias constan tes. (Si la luz que llega al polarizador fuese blanca en vez de monocromáti ca, las transformaciones ópticas descritas adelante serán aproximadas).

Si ahora se coloca un modèlo (representación a escala de una estructu ra, pieza mecánica, etc) libre de esfuerzos hecho de un material transparen te apropiado, entre el polarizador y el analizador, no se observará ningún fenómeno. Sin embargo, si el modelo se somete a esfuerzos, las propiedades ópticas del material sufren un cambio y ocurren cuatro fenómenos básicos:

 En cada punto del cuerpo esforzado la onda de luz polarizada se descompone en dos componentes perpendiculares, situadas en los planos de los esfuerzos principales (G, y G₂) que se producen en tal punto.
 La velocidad lineal de cada una de las componentes de la onda dismi nuye a través del modelo esforzado en proporción directa al esfuerzo principal asociado, y, como en general los esfuerzos G y G₂ son distintos entre sí, las dos ondas tendrán una velocidad diferen te; es decir, se verificará un fenómeno de doble refracción (la refracción de la luz se verifica cuando ésta cambia de dirección y di<u>s</u> minuye su velocidad, al pasar de un medio a otro de diferente densidad), comúnmente conocido como BIRREFRINGENCIA, razón por la cua!, a los materiales que poseen esta característica óptica, se les deno-

- 5 -

mina como BIRREFRINGENTES.

- Al salir del modelo, una onda sale defasada con respecto a la otra y en consecuencia existirá un retraso.
- 4) Al llegar al analizador las dos ondas son forzadas a vibrar en un -solo plano (el del eje de polarización del analizador) y como son coherentes entre sí, entran en interferencia óptica engendrando dos familias de curvas, las ISOCROMATICAS y las ISOCLINAS.

De acuerdo a lo visto anteriormente, a la salida del modelo las ondas 1 y 2 (que vibran de acuerdo a los ejes principales de esfuerzos G_i y G_i , respectivamente) llevan un retraso relativo R. Este retraso depende fundamentalmente de dos cosas:

1. EL ESPESOR DEL MODELO (t)

2. LA DIFERENCIA DE ESFUERZOS PRINCIPALES

Lo anterior se puede expresar de la siguiente forma:

 $R \propto t (\sigma_1 - \sigma_2) \dots (2,1)$

Convirtiendo esta expresión en igualdad

 $R = C t (G_1 - G_2) \dots (2.2)$

Donde: C = Coeficiente óptico de esfuerzos principales

Despejando la diferencia de esfuerzos principales,

$$G_{j} - G_{z} = \frac{R}{C t}$$
 ... (2.3)

El polariscopio, y en especial el analizador, es un instrumento que pro porciona el retraso R a partir de la observación e interpretación de las curvas isocromáticas. De acuerdo al orden de aparición de éstas en el modelo, podemos obtener el número N de longitudes de onda que existen de retraso R.

- 6 -

De tal forma

$$R = N \lambda$$

Donde:

N = Orden de franja (obtenido de un conteo) λ = Longitud de onda de la luz empleada

De tal modo, la fórmula (2.3) se transforma en:

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{N \lambda}{C t}$$
 ... (2.4)

Agrupando las constantes en una sola que llamaremos " CONSTANTE DE FRAN JA F " :

$$G_1 - G_2 = NF$$
 ... (2.5)

FORMULA DEL COMPORTAMIENTO FOTOELASTICO.

(La interpretación de esta fórmula y el análisis de sus términos, se verá en detalle más adelante).

Ahora es necesario precisar un poco más sobre las curvas o franjas ISO-CROMATICAS y las ISOCLINAS, puesto que ellas son la piedra angular en el aná lisis fotoelástico.

Las franjas isocromáticas reciben ese nombre porque son EL LUGAR GEO METRICO DE LOS PUNTOS DE ESFUERZOS CORTANTES MAXIMOS O DE IGUAL DIFERENCIA DE ESFUERZOS PRINCIPALES. En cuanto a las isóclinas, representan EL LUGAR GEOMETRICO DE LOS PUNTOS CON LA MISMA INCLINA CION DE ESFUERZOS PRINCIPALES.

Estas franjas que aparecen en el polariscopio plano tienen un color negro, por lo que tienden a confundirse entre sí. Lo anterior se soluciona si el modelo es colocado en un polariscopio circular, de este modo se eliminan las isóclinas del campo de observación. Ahora bien, si se desean ver únicamente las isóclinas, será necesario que el modelo que se use esté fabricado de un material birrefringente, con el cual para que aparezca la primera isocromática, sea indispensable aplicar mucha carga (el vidrio y el acrílico

- 7 -

pertenecen a esta categoría). En resumen, para observar en forma separada las franjas isocromáticas y las isóclinas, es necesario disponer de dos mo delos iguales, pero de características birrefringentes distintas.

Para cuantificar la inclinación y la magnitud de los esfuerzos principales (así como de los esfuerzos cortantes), se hace lo siguiente:

a) Inclinación de los esfuerzos

Colocando el modelo birrefringente adecuado entre el polarizador y el analizador del polariscopio plano, deberá girarse el sistema polarizadoranalizador en campo oscuro hasta hacer que una curva isóclina coincida – con el punto en cuestión. Se registra el ángulo que tuvo que girarse, y tal ángulo será el que forman los esfuerzos principales con el eje de ref<u>e</u> rencia previamente establecido, el vertical, por ejemplo.

b) Magnitud de los esfuerzos

Para calcular la magnitud de los esfuerzos principales y de los es-fuerzos cortantes, primeramente se aplica la fórmula fundamental de la fotoelasticidad:

$$O_1 - O_2 = N F$$

Donde: N = Orden de franja (adimensional)

F = Constante del modelo birrefringente (kg/cm². franja) $\sigma_1 - \sigma_2 = Diferencia de esfuerzos principales (kg/cm²)$

(Para hacer uso de ésta fórmula es necesario contar con los registros fotográficos, tanto en campo oscuro como en campo claro, de las franjas isocromáticas que aparecieron cuando el modelo fué cargado).

El orden de franja N es el valor que tiene una franja según la posición que ocupe en el modelo. En campo oscuro, N tiene valores enteros (in cluyendo al cero) N = 0, 1, 2, 3, etc. En campo claro, son fraccionarios N = 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, etc. Las franjas de orden menor se encuentran en las zonas donde el esfuerzo es menor; por el contrario, las franjas de or

- 8 -

den máximo se localizan en zonas de esfuerzos máximos. En general, las franjas se deben empezar a contar desde un punto donde la diferencia de es fuerzos principales valga cero (esquina del modelo, punto isotrópico , etc). En la fig 2.5 aparece un dibujo de la forma en que aparecieron las franjas isocromáticas en el modelo que se ensayó en este trabajo.

La constante del modelo fotoelástico F, se obtiene con la calibración del material utilizado. Existen diversos métodos (en la ref. 9 pueden con sultarse algunos de ellos), de los cuales, el que se efectúa con un disco sujeto a compresión diametral, es el más utilizado. El procedimiento de calibración es de la forma siguiente: se emplaza en el polariscopio circular el disco de calibración (hecho de un material idéntico al modelo de pruebas), y se aplica una carga hasta que la franja N = 1 (campo oscuro) coin cida con el centro del mismo. En ese momento se registra la carga P y se sus tituyen esos valores en la expresión $F = \frac{8 P}{\pi t D N}$ (t y D, son el espesor y el diámetro del disco. La deducción de esta fórmula puede consultarse en cualquier libro de Teoría de Elasticidad). Se repite el procedimiento con las franjas 2, 3, etc., y los diversos valores obtenidos de F se promedian. El resultado obtenido será el valor que se use para efectuar el análisis fotoelástico.

Conocidos N, F y θ (el ángulo de inclinación de los esfuerzos prin cipales), los valores individuales de G y G_2 se pueden conocer aplicando el método conocido como " Método de Diferencias de Esfuerzos Cortantes ". Este método no es único, en la ref 6 pueden consultarse otros métodos también comúnmente utilizados. El método en cuestión está basado en la integra ción de numérica de las ecuaciones diferenciales de equilibrio, cuyos lineamientos más importantes se describen a continuación.

Partiendo de las ecuaciones de equilibrio:

 $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} =$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \qquad \dots (2.7)$$

Integrando las ecuaciones (2.6) y (2.7) :

Expresando las ecuaciones anteriores en forma finita:

$$\begin{aligned}
\mathbf{\vec{U}}_{\mathbf{X}} &= \left(\mathbf{\vec{U}}_{\mathbf{X}}\right)_{0} &- \sum_{\mathbf{x}_{0}}^{\mathbf{X}} \mathbf{\vec{\Delta}} \mathbf{\vec{T}}_{\mathbf{y}\mathbf{x}} \frac{\mathbf{\Delta}\mathbf{x}}{\mathbf{\Delta}\mathbf{y}} & \dots & (2.10) \\
\mathbf{\vec{U}}_{\mathbf{y}} &= \left(\mathbf{\vec{U}}_{\mathbf{y}}\right)_{0} &- \sum_{\mathbf{x}_{0}}^{\mathbf{y}} \mathbf{\vec{\Delta}} \mathbf{\vec{T}}_{\mathbf{x}\mathbf{y}} \frac{\mathbf{\Delta}\mathbf{y}}{\mathbf{\Delta}\mathbf{x}} & \dots & (2.11)
\end{aligned}$$

En la práctica se acostumbra igualar las distancias Ax y Ay para que las expresiones (2.10) y (2.11) se simplifiquen. El procedimiento práctico no es mas que un análisis de equilibrio e incluye los siguientes pasos:

y_o

1. Trazar a la izquierda y a la derecha de la sección donde se realiza la investigación (SECCION PRINCIPAL) dos secciones auxiliares, las que se definen como SECCION AUXILIAR IZQUIERDA ó DERECHA, según sea el caso. La 4x entre secciones auxiliares deberá ser la misma que la disdistancia tancia dy que existe entre los puntos de la sección.

2. Obtener el esfuerzo cortante au_{xy} en los puntos correspondientes a lo largo de la sección auxiliar izquierda, y lo mismo para los puntos a lo lar go de la sección auxiliar derecha. Para tal efecto se emplea la expresión:

$$T_{xy} = \frac{(G_1 - G_2)}{2}$$
 SEN 20 ... (2.12)

(Obtenida a partir del Círculo de Mohr)

Empleando los datos fotoelásticos:

$$\tau_{xy} = \frac{N F}{2}$$
 SEN 20 ... (2.13)

3. Hecho lo anterior, se hace válido este esfuerzo para todo el intervalo Δy . En la fig (2.a) se puede apreciar lo anterior; si el esfuerzo τ_{xy} es válido para el punto 2, se puede suponer que actúa sobre toda la cara 1-2. Evidentemente, habrá mayor precisión con valores pequeños de Δx y Δy .



Fig 2.a

4. Una vez obtenido el valor de τ_{xy_i} y τ_{xy_d} , se observa que σ_y es el valor del esfuerzo que mantiene el equilibrio en fuerzas verticales. Como σ_y = 0, el valor de σ_y será obtenido en dirección, magnitud y sentido aplicando la expresión (2.11).

5. Una vez conocido el valor de σ_y , es posible obtener el valor de σ_x apl<u>i</u> cando la expresión (obtenida a partir del Círculo de Mohr):

 $G_x = G_y + (G_1 - G_2) \cos 2\theta \dots (2.14)$

- 11 -

ó bien, fotoelásticamente:

 $\sigma_{x} = \sigma_{y} + NF \cos 2\theta \dots (2.15)$

6. Los valores de G_1 y G_2 se valúan con una fórmula elemental que también proviene del Círculo de Mohr, la cual es:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{x} + \sigma_{y}}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_{x} - \sigma_{y}}{2}^{2} + \tau_{xy}^{2}} \dots (2.16)$$

Concluyendo así el problema.

La magnitud de $\Im y \, \Im_2$ puede obtenerse en todos los puntos del modelo fotoelástico por medio de un patrón de isocromáticas, tal como fué explica do anteriormente. Sin embargo, en los bordes libres en los cuales no existe aplicada ninguna fuerza externa, uno de los esfuerzos principales se determina por medio del orden de franja en el borde. Los esfuerzos en bordes libres juegan un papel muy importante en el análisis de esfuerzos, puesto que los valores críticos se presentan frecuentemente en un punto del borde de modelo. Tal es el caso de las vigas, en donde los valores máximos de compre sión y tensión se presentan en la parte superior e inferior, respectivamente, en una sección determinada. (Todo esto se verá más claramente en el cap 6, cuando se efectúe el análisis de los esfuerzos en el borde interno del modelo fotoelástico).

2.3 Extrapolación del modelo al prototipo

En muchos problemas prácticos de Elasticidad Bidimensional con las fuerzas aplicadas en los bordes, los esfuerzos dependen solamente de la forma y de las fuerzas exteriores y no de las propiedades físicas del mat<u>e</u> rial (Módulo de elasticidad, etc). La única condición existente es la igualación de los módulos de Poissón entre el modelo y el prototipo. ř,

Afortunadamente los módulos de Poissón de la mayoría de los materiales de prototipos son aproximadamente iguales a los materiales fotoelásticos, con los cuales se pueden dar como válidos los resultados.

Un modelo debe ser geométricamente semejante al prototipo, pero no ne cesariamente del mismo tamaño; las cargas deben estar distribuidas en forma semejante, pero pueden diferir en magnitud si se dispone de un coeficie<u>n</u> te de proporcionalidad.

Supuesto lo anterior, cualquier esfuerzo en un punto del prototipo se determina a partir del esfuerzo m en el punto correspondiente del modelo, con la siguiente expresión: (ver cap 3)

$$\vec{\sigma} = \frac{F \ Lm^2}{Fm \ L^2} \ \vec{\sigma}_m \qquad \dots (2.17)$$

ĝ

1

Donde:

 G, Gm = Esfuerzos en prototipo y modelo, respectivamente; en kg/cm².
 F, Fm = Fuerza aplicada al prototipo y una fuerza aplicada al modelo, respectivamente; en kg.

L, Lm = Dimensión del prototipo y del modelo, respectivamente; en cm.

En análisis bidimensional se utilizan frecuentemente modelos no total mente semejantes, por ejemplo: modelos que son proporcionalmente similares al prototipo, excepto en su espesor. En este caso se tiene:

$$\overline{\mathbf{O}} = \frac{\mathbf{F} \quad \mathrm{Lm} \quad \mathbf{t}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{Fm} \quad \mathrm{L} \quad \mathbf{t}} \qquad \dots \quad (2.18)$$

Donde t y t_m representan los espesores del prototipo y del modelo, respectivamente.

- 13 -

3. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL ANALISIS DIMENSIONAL

3.1 Preliminares

En el análisis experimental de esfuerzos, es frecuentemente impracticable ejecutar pruebas sobre estructuras reales o prototipos. En tales casos, un modelo de una estructura real puede construirse, a escala reducida y usando, en la mayoría de los casos, materiales distintos al del prototipo. Los esfuerzos y las deformaciones en la estructura real pueden entonces ser obtenidos si las relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones en el modelo y en el prototipo son conocidas.

El objeto del análisis dimensional, por consiguiente, consistirá en determinar las características que debe tener el modelo, para poder predecir el comportamiento de la estructura real correspondiente.

3.2 Hipótesis fundamentales. El teorema de Buckingham y sus aplicaciones prácticas

La aplicación del análisis dimensional a problemas físicos, está basada en el hipótesis que la solución de estos problemas está siempre expresada por medio de una ecuación dimensionalmente homogénea en términos de las variables especificadas, es decir, la forma de la ecuación no depende de las unidades de medida. Por ejemplo, la ecuación que rige a la caída libre de un cuerpo, h = 0.5 gt², es válida si h es medida en pies, pulgadas o metros y cualquiera que sea la unidad de tiempo usada, siempre y cuando g esté med<u>i</u> da en las mismas unidades de longitud y tiempo usadas para h y t, respe<u>c</u> tivamente. La hipótesis antes mencionada está justificada por el hecho de que las ecuaciones fundamentales de mecánica son dimensionalmente homogéneas y las relaciones que pueden ser deducidas de esas ecuaciones son consecuent<u>e</u> mente homogéneas. Se enunciará, sin profundizar, un teorema fundamental del análisis dimensional denominado "Teorema de Buckingham " (para el completo entendimiento de este teorema puede consultarse la ref 5): "Si una ecuación es dimensionalmente homogénea, puede ser reducida a una relación entre un con junto completo de productos adimensionales ". (Los productos adimensionales son aquellas expresiones o cantidades físicas que no tienen dimensiones, por ejemplo, la deformación unitaria, el módulo de Poissón, etc, así como las combinaciones entre ellos).

ເ 🕅 ເ 🛤

> La aplicación práctica de este teorema se encuentra en el caso de estructuras elásticas cargadas estáticamente y sobre lo cual a continuación se tratarán algunos puntos importantes (todos ellos ampliamente usados en la Fotoelasticidad).

De acuerdo con la Teoría de la Elasticidad, el material de una estruc tura puede definirse completamente si se conoce su módulo de elasticidad (E) y su módulo de Poissón (i). La geometría de la estructura puede def<u>i</u> nirse por una longitud L y las razones r₁, r'₁, r"₁, ... de todas las otras longitudes en relación a L. Las cargas pueden dividirse en cinco categorías:

1. Las cargas concentradas en un punto pueden ser especificadas por <u>u</u> na de ellas, P, y las proporciones r_2 , r'_2 , r''_2 , ... de las restantes en rel<u>a</u> ción a **P**. P tendrá la dimensión de una fuerza.

2. Las cargas distribuidas pueden especificarse por una de ellas, Q, y las proporciones r_3 , r_3' , r_3'' , ... de las restantes en relación a Q. Q ten drá la dimensión de una fuerza por unidad de longitud.

3. Las cargas distribuidas sobre una superficie pueden especificarse por una de ellas, R, y las proporciones r_4 , r_4' , r_4'' , ... de las restantes en relación a R. R tendrá la dimensión de una fuerza por unidad de área.

4. Las cargas distribuidas en un volumen pueden especificarse por una de ellas, S, y las prporciones r_5 , r'_5 , r''_5 , ... de las restantes en relación a S. S tendrá las dimensiones de una fuerza por unidad de volumen. Las fuer

- 15 -

zas de cuerpo tales como el peso muerto de las estructuras y las cargas sís micas, caen dentro de esta categoría.

5. Los desplazamientos de frontera prescritos pueden ser especificados por uno de ellos, U, y las razones r_6 , r'_6 , r''_6 , ... de las restantes en relación a U. U tendrá la dimensión de una longitud.

Las direcciones de las cargas pueden ser especificadas por θ , θ ', θ ", La fórmula para el esfuerzo en un punto cuyas coordenadas son x, y, z, será:

suponiendo que existe isotropía y homogenidad en la estructura, además de que se cumple la ley de Hooke.

Los siguientes constitutyen un conjunto completo de productos adimensionales:

 $\underbrace{\underbrace{0}}_{r_{3}}, \underbrace{x}_{s}, \underbrace{y}_{s}, \underbrace{z}_{s}, y, \underbrace{P}_{EL}, \underbrace{Q}_{EL}, \underbrace{R}_{s}, \underbrace{SL}_{s}, \underbrace{U}_{s}, r_{1}, r_{1}', \ldots, r_{2}, r_{2}', \ldots \\ \underbrace{E \ L \ L \ L \ EL^{2}, \underbrace{EL}_{EL}, \underbrace{E \ E \ E \ L}_{E}, \underbrace{E \ L}_{L}, \underbrace{r_{1}', r_{1}', \ldots, r_{2}, r_{2}', \ldots \\ \underbrace{r_{3}, r_{3}', \ldots, r_{4}, r_{4}', \ldots, r_{5}, r_{5}', \ldots, r_{6}, r_{6}', \ldots, \theta, \theta', \ldots }$

Por el teorema de Buckingham, la ecuación (3.1) es reducible a la siguiente forma:

$$\underbrace{O}_{E} = f_{2}(\underline{x}, \underline{y}, \underline{z}, \sqrt{)}, \underline{P}_{1}, \underline{Q}, \underline{R}, \underline{SL}, \underline{U}, r_{1}, r_{1}', \ldots; r_{2}, r_{2}', \ldots;$$

$$E \qquad L L L \qquad EL^{2} \qquad EL E E L$$

$$r_{3}, r_{3}', \ldots; r_{4}, r_{4}', \ldots; r_{5}, r_{5}', \ldots; r_{6}, r_{6}', \ldots;$$

$$\theta, \theta', \ldots) \qquad \ldots (3.2)$$

La ec. (3.2) es aplicable tanto al modelo como al prototipo de una estructura. Aunque la forma de la función f_2 es desconocida, es la misma para ambos. Si hacemos un modelo tal que el valor numérico de todos los productos adimensionales x/L, y/L, z/L, $\sqrt{}$, ... del lado derecho de la ec. (3.2), sean iguales a los de prototipo, respectivamente, entonces el

- 16 -

valor numérico de σ/E para el modelo será también igual a la del protot<u>i</u> po. Si el subíndice m es usado para el modelo y p para el prototipo, entonces:

$$\frac{\sigma_{p}}{E_{p}} = \frac{\sigma_{m}}{E_{m}} \qquad \dots \qquad (3.3)$$

$$\sigma_{\mathbf{p}} = \frac{E_{\mathbf{p}}}{E_{\mathbf{m}}} \sigma_{\mathbf{m}} \qquad \dots \quad (3.4)$$

(A partir de esta ecuación se puede deducir la ec. (2.17) del cap 2).

б

El esfuerzo real en cualquier punto x, y, z en el prototipo sería en tonces igual al esfuerzo en un punto similarmente situado en el modelo, mu<u>l</u> tiplicado por la razón entre el módulo de elasticidad del prototipo y del modelo.

Hacer que x/L, y/L, z/L sea el mismo para el prototipo y del modelo, significa que el esfuerzo es tomado en puntos similarmente situados en – ambos. Al hacer r_1 , r'_1 , ... iguales para modelo y prototipo significa una similitud geométrica para ambos. Al hacer r_2 , r'_2 , ...; r_3 , r'_3 , ...; r_4 , r'_4 , ...; r_5 , r'_5 , ...; r_6 , r'_6 , ...; θ , θ' , ... el mismo, significa que existe una similitud de la forma en que están distribuidas las cargas en el modelo y en el prototipo. Si ahora, al observar en la ec. (3.2) que el esfuerzo depende invariablemente de V, entonces el material del modelo debe tener el mismo módulo de Poissón que el prototipo. Al hacer P/EL², Q/EL, R/E,SL/E, U/L el mismo para ambos, significa

$$\frac{P_{m}}{P_{p}} = \frac{E_{m} L_{m}^{2}}{E_{p} L_{p}^{2}} \dots (3.5)$$

$$\frac{Q_{m}}{Q_{p}} = \frac{E_{m} L_{m}}{E_{p} L_{p}} \dots (3.6)$$

$$\frac{R_{m}}{R_{p}} = \frac{E_{m}}{E_{p}} \qquad \dots (3.7)$$

$$\frac{S_{m}}{S_{p}} = \frac{E_{m}}{E_{p}} \frac{L_{p}}{E_{p}} \qquad \dots (3.8)$$

$$\frac{U_{m}}{U_{p}} = \frac{L_{m}}{L_{p}} \qquad \dots (3.9)$$

Las cargas deben estar, por consiguiente, proporcionadas de acuerdo a estas reglas.

Un análisis similar puede llevarse a cabo para los desplazamientos w y las deformaciones £ en cualquier punto x, y, z de la estructura. Ento<u>n</u> ces

$$\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{L}} = \mathbf{f}_{3} \left(\frac{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}}{\mathbf{L} \mathbf{L} \mathbf{L}}, \mathbf{v}, \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{EL}^{2}}, \dots \right) \dots (3.10)$$

$$\mathbf{\mathcal{E}} = \mathbf{f}_{4} \left(\frac{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}}{\mathbf{L} \mathbf{L} \mathbf{L}}, \mathbf{v}, \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{EL}^{2}}, \dots \right) \dots (3.11)$$

Para un modelo en el cual todos sus valores de x/L, y/L, z/L, v, P/EL², ...; sean iguales a los correspondientes del prototipo



Las deformaciones no tienen que ser supuestas pequeñas. Estas expresiones son aplicables cuando los materiales obedecen a la ley de Hooke y cuando los esfuerzos están por debajo de su límite de proporcionalidad. 3.3 Análisis dimensional del modelo de pruebas

El análisis dimensional de cada una de las partes constitutivas del mo delo de pruebas se efectuará en los capítulos siguientes, en donde se citarán oportunamente los aspectos que fueron tomados en cuenta (basados en los principios antes expuestos) para la elaboración final del modelo.

4. FABRICACION DEL MODELO FOTOELASTICO

4.1 Antecedentes. Características generales de los tubos de concreto a presión. Selección del prototipo.

Diversos tipos de tubo de concreto a presión son manufacturados en la actualidad. Debido a su construcción, algunos tubos son hechos para un tipo específico de condición de servicio; otros son construidos para cubrir un amplio rango de condiciones de servicio. La descripción de estos tubos y su terminología se encuentra en el apéndice A. Puede notarse en ese apéndice que la descripción se basa en si el conducto cuenta o no con un cilindro de lámina de acero y si está convencionalmente reforzado (esto es, con barras de refuerzo, alambre o barras lisas) o presforzado (esto es,

Para los fines perseguidos en este trabajo, se eligió para su estudio, un modelo representativo de los tubos de concreto presforzado sin cilindro de lámina de acero. Antes de especificar las características del prototipo a estudiar, se mencionarán algunas características generales de este tipo de tubos.

La fabricación de los tubos de concreto presforzado sin cilindro de lámina de acero, comprende tres operaciones principales:

- Producción de un tubo primario de concreto (corazón o núcleo) provisto de alambre de pretensado longitudinal.
- 2) Zunchado del tubo primario por enrollamiento bajo tensión controlada de un alambre de acero que produce el pretensado transversal.
- 3) Protección del zunchado por una capa de concreto de revestimiento.

Con el objeto de cubrir un amplio rango de condiciones de servicio, las dimensiones de las partes constitutivas de estos conductos son variables. En general, las dimensiones de un tubo de este tipo de conductos quedan comprendidas en los siguientes rangos:

75 cm	🗲 Diámetro interior (D)	≤ 450 cm
7 cm	≤ Espesor del tubo primario (e)	≤ 21 cm
	En general, $e = 0.01D + 10$ mm	•
2 cm.	⇐ Espesor del recubrimiento	≤ 5 cm
500 cm	≤ Largo	≤ 700 cm
0.4 cm	≤ Diámetro de los alambres de	≤ 0.9 cm
•	presfuerzo del zuncho	
0.5 cm	🗲 Paso del zuncho (separación	≤ 3.8 cm
	entre alambres)	· · ·

En cuanto a las características de resistencia del concreto y de los alambres de presfuerzo del zuncho, se tiene que:

- Para el concreto, la resistencia a comprensión oscila entre 300 kg/cm² y 500 kg/cm².
- Para los alambres de presfuerzo del zuncho, estos pueden alcanzar un $f_v = 18\ 000\ kg/cm^2$.

Tomando en consideración lo antes expuesto, para el presente trabajo se eligió un prototipo específico para ser estudiado, cuyas características – aparecen representadas en la fig 4.1 . 4.2 Especificaciones generales del modelo de pruebas

En base a una escala de 1:10, se determinaron las dimensiones del modelo fotoelástico correspondiente al prototipo antes seleccionado. De esta forma, se obtuvieron las siguientes especificaciones:

Especificaciones del modelo fotoelástico

Diámetro interior (D) = 18 cm Espesor del tubo primario (e) = 1 cm Espesor del recubrimiento = 0.2 cm Ancho = 1.9 cm (3/4")

Diámetro del alambre del zuncho (Ø) = 0.06 cm

3 vueltas de zunchado distribuidas en el ancho del anillo,

Estas dimensiones aparecen representadas en la fig 4,2,

A continuación se explicarán las consideraciones que se tomaron en cuenta para elaborar el modelo fotoelástico correspondiente al prototipo antes elegido.

4.3 Especificaciones para un material fotoelástico ideal

Las condiciones que debe cumplir un material fotoelástico ideal pueden resumirse como sigue:

a) Transparencia.- Es evidente que un material que no sea transparente es inadecuado para fabricar modelos fotoelásticos.

b) Trabajabilidad.- Es obvio también que si un material no puede trabajarse con facilidad mediante las máquinas y herramientas usuales, el costo de los modelos será muy elevado para las necesidades prácticas. Esta consideración excluye, desde luego, al vidrio como material fotoelástico prác tico, con excepción quizá de los modelos más sencillos, o cuando se requiera una precisión científica extrema.

c) Alta sensibilidad óptica.- Los órdenes de extinción para las tensiones comprendidas dentro del límite elástico y para modelos delgados, deben ser lo bastante altos como para que ($\sigma_i - \sigma_i$) puedan determinarse en cada punto con precisión satisfactoria, contando simplemente las franjas y sin necesidad de recurrir a instrumentos especiales, como los compensadores de Babinet o Babinet-Solei.

d) Dureza adecuada.- El material no debe ser tan quebradizo que presen te dificultades al trabajarlo, y, al mismo tiempo, poseer suficiente dureza para poder sujetarlo durante el trabajo y las operaciones de preparación, sin que sea deformado o sometido a tensiones permanentes.

e) Ausencia de corrimientos mecánicos u ópticos. Para mantener la validez de la ley óptica de las tensiones, es absolutamente esencial que el orden de extinción no dependa del tiempo sino de las cargas y del modelo. De la misma manera que se presenta un corrimiento mecánico, que consiste en el crecimiento gradual de las deformaciones bajo la acción de cargas constantes, tiene lugar también un corrimiento óptico que se manifiesta en aumentos cotinuos, aunque pequeños, del orden de extinción, a medida que pasa el tiempo, aún cuando las cargas se mantengan constantes.

f) Ausencia de tensiones iniciales.- Es claro, que si la red de isocromáticas debe darnos una medida directa de las tensiones producidas por las cargas aplicadas, el material debe estar libre de tensiones inciales que se noten. Las tensiones iniciales también suelen conocerse como esfuerzos residuales.

g) Isotropía.

 h) Relaciones lineales entre las deformaciones y las tensiones y entre las tensiones y las franjas.

i) Rigidez.- El material debe tener un módulo de elasticidad bastante elevado, para que los modelos solo sufran pequeñas deformaciones y la forma se mantenga esencialmente constante.

j) Constancia de las propiedades para cambios moderados de la temperatura y del manipuleo.

k) Costo moderado.

En fotoelasticidad se ha usado una gran variedad de materiales: el celuloide, la bakelita, el marblette, la fenolita, el trolón, las resinas en variadas circunstancias. La gelatina es extremadamente sensible y resulta de particular utilidad cuando se estudia la distribución de tensiones internas.

El uso de la fenolita ha tenido lugar, casi exclusivamente, en el Japón y el del Trolón, en Alemania. En Francia, se han utilizado materiales como la orca y el rhodoid.

4.4 Material seleccionado para la fabricación del modelo,

Son tres los elementos constitutivos del modelo fotoelástico: el anillo fotoelástico, el alambre de zunchado y el recubrimiento. La selección adecuada de ellos, es una parte importante en este trabajo, por lo que se tratarán por separado.

4.4.1 Material seleccionado para la elaboración del anillo fotoelástico

Para el análisis de las isocromáticas, solo se disponía de dos materiales fotoelásticos: uno de celuloide y el otro similar a la bakelita, la E-POXY ERL-2774. El de celuloide es tan flexible y sensible, que por peso pro pio se deforma y se pueden observar en él bastantes franjas isocromáticas.

- 24 -

En cambio, el otro material es mucho más rígido, por lo que la elección de éste último resultó obligada. La EPOXY ERL-2774 es un material muy trabajable con las herramientas corrientes, no demasiado quebradizo, y, sin embargo, lo bastante duro para los manipuleos usuales. Su móulo de elasticidad es de E = 33 400 kg/cm² y su módulo de Poissón y = 0.36, aproximadamente.

Obsérvese que el módulo de Poissón es mucho mayor que para el concreto ($\sqrt{=}$ 0.25). Esto puede acarrear problemas cuando se pase del modelo al prototipo en los análisis (ver inciso 2,3, cap 2), sin embargo, se puede objetar que "Existen muchas pruebas teóricas y experimentales de que en los sistemas bidimensionales de tensiones, la distribución de las tensiones es generalmente independiente de las constantes físicas, siempre que los ma teriales sean homogéneos o isótropos, los cuerpos esten libres o sometidos a fuerzas de masa constantes, y las tensiones se encuentren dentro del 11mite elástico. La independiencia de las constantes físicas es exacta cuan do se trata de cuerpos que no tienen orificios ". (Tomo I, cap 10, Ref 6). Como el material aludido cumple con estos requisitos, puede ser utilizado sin ningún problema.

Asimismo, es necesario aclarar en este instante, que no se elaboró ningún modelo para observar las isóclinas. Por consiguiente, a partir de este momento, siempre que se hable del " modelo fotoelástico ", se entenderá que se trata de aquel en el que se observan únicamente las franjas isocromáticas.

4.4.2 Selección del alambre para el zunchado del modelo

Para su elección, se cuidó que la relación de los módulos de elasticidad de los elementos constitutivos del prototipo y del modelo, guardaran una cierta proporción, es decir:

- 25 -

$$\frac{E_{cp}}{E_{fm}} = \frac{E_{ap}}{E_{am}}$$

Donde: E_{cp} = Módulo de elast, del concreto del prototipo E_{ap} = Módulo de elast, del alambre de acero del prototipo E_{fm} = Módulo de elast, del modelo fotoelástico E_{am} = Módulo de elast, del alambre del modelo

Los módulos de elasticidad de los tres materiales conocidos pueden tomarse como sigue:

$$E_{cp} = 10 \ 000 \sqrt{f_{c}^{\prime}} \qquad kg/cm^{2}$$
$$E_{ap} = 2.1 \ x \ 10^{6} \qquad kg/cm^{2}$$
$$E_{fm} = 33 \ 400 \qquad kg/cm^{2}$$

Sustituyendo estos valores en la proporción anterior y despejando E am, se tiene:

$$E_{am} = \frac{7.014 \times 10^6}{\sqrt{f_c}}$$

Como f' puede tener diferentes valores, puede suponerse que este tiene un valor de 350 kg/cm², por ser un valor común cuando se construyen los tu-bos de concreto presforzado. Si así se hace, entonces:

 $E_{am} = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$

Buscando en los distintos materiales que existen en el mercado, se el<u>i</u> gió el alambre de aluminio para zunchar el modelo, porque su módulo de elasticidad, E = 7 x 10^5 kg/cm², fué el que más se aproximó al ideal. 4.4.3 Elección del recubrimiento para el modelo fotoelástico

Con respecto al recubrimiento por utilizar, se pensó que como éste no intervenía en el comportamiento mecánico del tubo, el criterio para su selección debería de ser distinto que para los otros elementos del modelo.

Se buscó un adhesivo que no alterara las propiedades fotoelásticas del anillo, además de que garantizara una perfecta adherencia con el aluminio y el material fotoelástico. Una sustancia epóxica fué la elegida para utilizarla como recubrimiento. Sus principales ventajas son la de desarrollar altas resistencias mecánicas, adherencia tenaz al modelo y, sobre todo, no altera considerablemente las propiedades fotoelásticas del anillo fotoelástico.

4.5 Proceso de fabricación del modelo fotoelástico y de su disco de calibración

Para obtener el modelo cuyas especificaciones fueron descritas en el inciso 4.2, primeramente se obtuvo una placa de 20 cm de diámetro y 1.9 cm de espesor con el material fotoelástico antes seleccionado. Esto se hizo en el torno, a una velocidad regular, con un avance de 0.05 mm y sin usar ningún tipo de lubricante. La placa fué zunchada con tres vueltas, utilizando para lo cual un alambre de aluminio de 0.6 mm de diámetro, pero de tal forma que NO le produjera esfuerzos al modelo, es decir, sin presforzarlo.

En tales condiciones, se procedió al colado del recubrimiento, para e-11o se utilizó una sustancia epóxica y un molde de madera adecuado (figs 4.3 y 4.4). Cuando adquirió la máxima resistencia el recubrimiento (24 hrs después), la placa se sacó del molde y se montó nuevamente en el torno, el recubrimiento se rebajó a 2 mm de espesor y su superficie se pulió; finalmen te, a la placa se le quitó el centro (procediéndose con las mismas precau-

- 27 -

ciones que se tuvieron cuando se torneó la placa original), obteniéndose de ésta manera y en forma simultánea, el modelo fotoelástico antes especificado y su disco de calibración. En la fig 4.5 aparecen representadas las dimensiones del modelo fotoelastico terminado.

El disco de calibración no presentó esfuerzos residuales por el maqui nado, sin embargo, en el modelo fotoelástico apareció una zona en donde había una concentración de esfuerzos, lo cual demuestra que, al endurecer y contraerse el recubrimiento, lo afectó. La influencia de esta zona de esfuerzos en el comportamiento mecánico del modelo se discutirá en el cap 6, esto es, cuando se haga el análisis fotoelástico correspondiente. 5. DISEÑO, CARACTERIZACION Y MONTAJE DE LAS PRUEBAS

- 29 -

5.1 Preliminares. Características generales de una zanja real

Atendiendo a la manera en que se instalan los conductos enterrados, podemos distinguir los dispuestos en zanja y los colocados en pedraplén (de éste último, son sinónimos los términos conductos en proyec ción o salientes) . Los conductos en zanja son los instalados en una zanja relativamente angosta(excavada en suelo inalterado) y cubiertos con un relleno térreo, fig 5.1.a Los conductos en pedraplén podemos dividirlos en los instalados en proyección positiva, fig 5.1.b, que son los dispuestos sobre el terreno natural y cubiertos por un pedraplén o terraplén; y, los construidos en proyección negativa, fig 5.1c, que son los instalados en una zanja relativamente angosta y superficial, con su clave a una elevación menor de la del terreno natural y cubiertas por un pedraplén.(La clasificación anterior es muy general y está basada en la Teoría Marston). De acuerdo con el objetivo propuesto en este trabajo, solamente se estudiará un conducto particular dispuesto en zanja. Por lo cual, resulta conveniente mencionar algunas características específicas de este sistema de ins talación.

En la fig 5.2 se ilustran algunas de las partes constitutivas de una zanja, las cuales brevemente se describirán a continuación. a) Cama de apoyo o sobreprofundidad, " p "

Las características del material de la cama de apoyo son variables, ya que dependen del sitio de instalación. En términos generales, se pueden tener los siguientes casos típicos: - Terreno homogéneo de buena capacidad de carga (tierra granular no coherente pero firme)

- Terreno moderamente heterogéneo bastante bueno para cargas

- Terreno rocoso
- Terreno poco resistente, de capacidad de carga mediocre
- Terreno blando (cohesivo), con una débil capacidad de carga

La sobreprofundidad está en función de los métodos de excavación y de la naturaleza del suelo que se encuentre en el lugar de instalación. En tér minos generales, suele variar entre 0 y D/4.

b) Material de acostillamiento

Este material se coloca en el espacio comprendido entre el conducto y la pared de la zanja, hasta una altura $D_e/2$ como máximo (en la práctica, para hacer referencia a la altura que alcanza este material con respecto al conducto, se prefiere mencionar el ángulo de acostillamiento Ø, fig 5.2).

El material de acostillamiento es un suelo granular o débilmente coherente (resultando conveniente que sea del mismo material que el de la cama), cuidadosamente retacado bajo el tubo y compactado en capas de 10 cms en toda su altura. La compactación se hace con ayuda de medios mecánicos, de preferencia pizones neumáticos. Aunque ciertas especificaciones exigen una granulometría particular del material, se recomienda que este relleno se efectúe con material seleccionado, de preferencia balastro de piedra triturada, o de cantos rodados que pasen el tamiz de 1^m.

c) Relleno compactado

Este relleno es un material seleccionado producto de la excavación. Se compacta en capas de 15 cm hasta una altura de 30 cm por arriba de la clave superior del tubo.

d) Relleno a volteo

Este relleno está formado con material producto de la excavación. Debe estar libre de piedras grandes, lentes de arcilla, raíces, etc. y debe ser compactable. Se coloca en capas uniformes de 20 a 30 cms de espesor debid<u>a</u> mente apizonadas. Los medios mecánicos para efectuar la compactación, se usan solo cuando se tiene un colchón suficiente para proteger a la tubería de los efectos del peso e impacto que producen las máquinas.

La altura del relleno, " H ", es decir, la comprendida entre la clave superior del conducto y la superficie del terreno natural, se precisa consi derando: protección contra hielo, condiciones de cultivo u otras encima del tubo correspondiente al paso de vehículos, que actúan sobre los conductos; se considera una cobertura mínima de 60 cms. El reglamento de CFE establ<u>e</u> ce que " si el relleno excede los 8.0 m de altura sobre la clave superior, la carga viva por tránsito de ferrocarril y camiones es nula, si el relleno no excede los 4.0 m, sólo las cargas vivas de camiones es nula ".

e) Ancho de la zanja, " B "

En la práctica, para determinar el ancho de la zanja, se toman en cuen ta dos aspectos simultáneamente: l) debe ser el necesarios para que el equipo de compactación pueda trabajar cómodamente, y, 2) no debe ser muy amplio para evitar un incremento de carga, por la acción del relleno, en el condu<u>c</u> to. Es común que se calcule como el diámetro exterior del tubo (D_e) más 60 cm (una buena práctica es no excederse de 76 cm - 30 pulg -). En términos generales, la relación ancho de la zanja contra diámetro exterior del tubo, oscila entre 1.25 y 1.7.

- 31 ·
5.2 Prototipo de zanja seleccionado

De acuerdo a lo anteriormente mencionado, se eligió un prototipo específico de una zanja para ser cuyas características a continuación se mencionan.

a) Cama de apoyo

Se eligió como cama de apoyo un material granular bien graduado (SW), ya que es un material fácilmente compactable. El espesor de la cama se fijó en D/4; esto es, dado que el diámetro interior del tubo prototipo elegido en este trabajo es de 180 cm, entonces p = 45 cm.

b) Material de acostillamiento

Por comodidad, se seleccionó el mismo material elegido en la cama de apoyo para que conformara el acostillamiento. Se consideraron dos ángulos de acostillamiento: $\emptyset = 0^\circ$ y 180°.

c) Material de relleno (compactado y a volteo)

No se eligió ningún material en particular para ser estudiado, puesto que en la práctica solo se especifica que el material de relleno sea compac table. Asimismo, la altura de relleno máxima estudiada se definió en función del diámetro exterior del tubo, la cuál resultó ser igual a 1.5 D_e , y como el diámetro del prototipo estudiado en este trabajo es igual a 2.0 m, entonces, la altura máxima del relleno es igual a 3.0 m.

d) Ancho de la zanja

La relación B/D_e se tomó igual a 1.5 . Por lo cual, de acuerdo al diámetro exterior del prototipo seleccionado, B resultó ser igual a 3.0 m.

En la fig 5.3 se ilustran estas especificaciones.

- 32 -

5.3 Dispositivos e implementos de carga 5.3.1 Descripción de la zanja modelo

El modelo de la zanja, cuyas características a continuación se describen, se diseñó a escala 1:10, respetando las relaciones dimensionales del prototipo de zanja antes descrito (comparar figs 5.3 y 5.4).

33 .

En la fig 5.5 se puede observar el modelo de la zanja diseñado para la ejecución de las pruebas. Su contorno es una canal estructural de 1 1/2" de entrada y de 1/8" de espesor; tres piezas del mismo canal estructural forman su base; y, para proporcionarle estabilidad, así como para poderlo transportar más fácilmente, se ligaron sus costados con la base, utilizando cuatro soleras de fierro. Cada una de las caras frontales está constituida por dos piezas desmontables, la primera es una placa de acrílico de 1/4" de espesor (para permitir observar las franjas en el modelo), y, la segunda, colocada sobre la primera, es una placa de fierro de 1/4" de espesor (con el objeto de agilizar el desarrollo de las pruebas, en realidad se dispusieron de tres pares de placas de fierro, las correspondientes a tres diferentes alturas de relleno), las piezas desmontables se unen a la canal estructural por medio de tornillos. Finalmente, para proporcionarle a la zanja el espacio interior adecuado (un poco mayor que el espesor del modelo fotoelástico, 3/4"), en uno de sus bordes internos se colocó una so solera de aluminio de 3/16" de espesor.

5.3.2 Diseño del primer sistema de carga

El primer sistema de carga fué un diseño preliminar que sirvió, entre otras cosas, para definir el tipo de relleno y la magnitud de las cargas pa ra las pruebas finales. En las figs 5.6 y 5.7 se muestran los diversos accesorios de que se compone este sistema de carga, tales son: un marco de - carga, un inyector, un gato hidraúlico y un puente indicador (este aparato trabaja en conjunto con una celda de carga y sirve para determinar la carga aplicada).

5.3.3 Diseño del segundo sistema de carga

El segundo diseño resultó más sencillo que el primer sistema de carga, debido a las nuevas consideraciones que se hicieron, producto de las pruebas preliminares efectuadas con el primer sistema de carga y que posteriormente se discutirán en este mismo capítulo.

En las figs 5.8 y 5.9 se observa este sistema de carga con sus respectivos aditamentos, y, en la fig 5.10, se esquematizan su partes constitutivas.

5.3.4 Implementos de carga

Se elaboraron tres dispositivos de carga distintos para las diferentes finalidades. El primero es una zapata de madera que ocupa casi todo el ancho de la zanja (su finalidad consiste en generar una carga uniformemente distribuida en la superficie del relleno); el segundo, consiste también en una zapata de madera, pero de una dimensión tres veces menor que la anterior (con este dispositivo se pretende simular una carga concentrada en diferentes partes del relleno); finalmente, el tercero, es un dispositivo para gegenerar presión interna en el modelo fotoelástico, el cual consta de una "po lea de madera" en cuyo canal se instaló una cámara de hule para proporcionar la presión requerida.

En las figs 5.11 y 5.12 se muestran estos dispositivos.

5.4 Materiales confinantes

5.4.1 Selección del material de la cama y del acostillamiento

De acuerdo al prototipo seleccionado, para lograr una buena compactación en la cama y en el acostillamiento, se buscó una arena SW (bien gra duada). De esta forma, entre los materiales que se tenían disponibles, se encontró que la arena de la Angostura cumplía con este requisito. Este ma terial es extraído de los lechos del Río Balsas a la altura de Pinzandarán y del Río Grijalva. En el apéndice B aparece la granulometría efectuada en esta arena.

5.4.2 Selección del material de relleno

Los trabajos preliminares efectuados para seleccionar la clase y las características del material de relleno, representan una de las fases más im portantes y laboriosas de este trabajo. El principal problema que se presen tó fué la identificación de la magnitud de las fuerzas de fricción que se <u>ge</u> neraban en las placas frontales de la zanja modelo cuando el relleno se asen taba, esto es, al momento de aplicar carga en la superficie. Por lo cual, se efectuaron cuatro pruebas comparativas con diferentes materiales de rell<u>e</u> no, siendo tres de ellos de tipo térreo (el primero fué una grava que pasó la mallade 1/4" y retuvo en la No. 4; el segundo, fué una arena bien graduada; y el tercero, una arena fina) y el cuarto material consistió en cilindros de madera de 6 mm de diámetro, cortados de tal forma que no hicieran contacto con las caras frontales para evitar la fricción, fig 5.13.

Las pruebas se efectuaron de la manera siguiente: el modelo fotoelástico se instaló en la zanja modelo (sobre una cama bien compactada) y perfec tamente bien centrado. Posteriormente se cubrió con uno solo de los rellenos antes citados hasta una altura de 0.7D (14 cm) sobre la clave superior del mismo, fig 5.14. En éstas condiciones, el modelo se dispuso en el polariscopio, y , utilizando el primer sistema de carga, se aplicó paulatinamente carga uniformemente distribuida a la superficie del relleno.

Al efectuar este procedimiento con los cuatro materiales de relleno, se pudo observar que con los tres materiales térreos era necesario aplicar cuan do menos 60 kg al conector de la zapata, para que hicieran su aparición las primeras franjas isocromáticas; en cambio, con los cilindros de madera, solo se necesitó aplicar 40 kg para que fueran percibidas bastantes franjas en el modelo. También se notó que los materiales térreos rayaban apreciablemente las placas de acrílico cuando éstos se asentaban. En tales condiciones, se concluyó que las fuerzas de fricción sí influían notablemente en la trasmisión de la carga al modelo fotoelástico. Por esta razón, se decidió usar, en primera instancia, los cilindros de madera.

Una fuerte objeción que puede hacerse a la elección antes efectuada, es que los cilindros de madera no son un suelo (en el sentido estricto de la palabra), por lo cual no se puede garantizar a priori la exactitud de los resultados que con ellos se obtengan. Por este motivo, resultó necesario comparar el comportamiento mecánico de los suelos y de los cilindros pa ra identificar si existe o no un comportamiento mecánico parecido. Para lograr este fín, se analizó por separado el comportamiento de cada uno de ellos, de lo cual a continuación se expondrán los rasgos más sobresalientes.

Con respecto a los suelos, se conoce lo siguiente de su comportamiento mecánico:

Toda masa de suelo al someterla a un incremento de carga se comprime y deforma, pudiendo ocurrir la deformación a corto o a largo plazo, o bien, ba

jo ambas condiciones.

donde:

La deformación a corto plazo es de tipo elástico y se presenta inmedia tamente después de aplicar la carga. Se le denomina deformación o asentamiento elástico inmediato. La deformación a largo plazo es debida a la acción de cargas de larga duración que producen la consolidación del terreno de cimentación, distinguiéndose dos componentes: consolidación primaria y consolidación secundaria.

37

La consolidación primaria ocurre en suelos finos plásticos, de baja permeabilidad, en los que el tiempo que tarda para producirse es función del tiempo de expulsión del agua que los satura. Se estudia a partir de la teoría de consolidación de Terzaghi.

La consolidación secundaria se presenta en algunos suelos (principalmente arcillas muy compresibles: suelos altamente orgánicos, micáceos, etc) que después de sufrir el proceso de consolidación primaria, continúan defor mándose en forma similar al comportamiento de un cuerpo viscoso. Este proceso dura muchos años, prolongándose siglos; se tiene noticia de obras medievales en Europa que aún están hundiéndose.

Cuando un terreno es descargado las deformaciones serán ascendentes, d<u>e</u> nominándose, de manera similar, expansiones a corto y a largo plazo.

En base a lo aquí expuesto, la expresión general del asentamiento debido al peso aplicado de una cimentación es:

∆H _t		ΔH e	+	лн р	+	4H s	• • •	() (5.1
∆H _t	-	Asentam	iento	total					
⊿He	#	Asentam	iento	elástic	20			·	
4 H		Asentam	iento	por con	nsolida	ción prima	ria	2	
AH s	-	Asentam	iento	por cor	nsolida	ción secun	daria		

Dependiendo del tipo y características (inherentes o adquiridas) del suelo, uno o dos de estos asentamientos es más importante que los restantes. Así, en arenas, gravas y boleos el asentamiento elástico es prepo<u>n</u> derante,

$$\Delta H_{+} = \Delta H_{e}$$
 ... (5.2)

En suelos arcillosos inorgánicos saturados la componente más importante es la de consolidación primaria, siguiendo la deformación elástica, pero esta última suele no tomarse en cuenta por ser despreciable comparada con aquella,

 $4H_{t} = 4H_{p} + 4H_{e} = 4H_{p}$..., (5.3)

En suelos tales como arcilla muy blanda, orgánicos, micáceos y turba, las tres deformaciones son importantes, pero usualmente la elástica es menor y se desprecia, por lo que:

$$1H_{\rm H} = 4H_{\rm H} + 4H_{\rm H} ... (5.4)$$

En arcillas duras y en rocas, excepto rocas fracturadas con grietas rellenas de arcilla, rige la deformación elástica (expresión 5.2).

A partir de teorías simplificatorias y aproximadas, apoyadas en pruebas de laboratorio, los tres tipos de asentamiento pueden valuarse aproximadamente en algunos suelos.

Porotro lado, para determinar el comportamiento mecánico de los cilin dros de madera, se procedió a efectuar sobre ellos pruebas de carga contra asentamiento, asimismo, para comparar resultados, se efectuaron similares pruebas sobre cilindros de papel comprimido de 3 mm de diámetro, es decir, de la mitad del diámetro que los de madera, fig 5.15. Además, con el objeto de definir el grado de rugosidad de las paredes internas de la zanja, se eligieron tres lijas para madera de diferente graduación (360 -fina-, -120 -media- y 50 -gruesa-). Las pruebas se efectuaron para ambos materiales de relleno y para cada tipo de lija. El procedimiento de prueba se ll<u>e</u> vó a cabo de la manera siguiente:

Los cilindros fueron acomodados en el interior de la zanja hasta formar una pila de 52 cm de altura. El aparato se colocó en el primer sistema de carga y, utilizando la zapata para transmitir carga uniformemente distribuida, se aplicó carga lentamente. Conforme iba transcurriendo la prueba, se registraban las lecturas del micrómetro y de la carga aplicada (la carga -máxima aplicada al conector de la zapata fué de 100 kg), figs 5.16 y 5.17, las que después fueron transformadas a asentamiento y esfuerzo, respectivamente. Concluida la prueba, se descargó el modelo y se efectuó lo mismo en otras tres alturas de relleno distintas, las cuales fueron de 44, 36 y 28 cm. Las gráficas de estas pruebas se encuentran en el apéndice C, en las cuales podemos observar lo siguiente: la relación esfuerzo-asentamiento es casi lineal en ambos tipos de cilindros; además los mayores asentamientos ocurren en los cilindros de papel comprimido.

Comparando estas observaciones con lo expuesto en relación al comport<u>a</u> miento mecánico de los suelos, podemos concluir que el comportamiento mecánico de los dos tipos de cilindros es similar, por su linealidad, al que presentan las arenas, las gravas, los boleos y las arcillas duras. Por lo tanto, todo lo que se efectúe dentro del rango elástico de los cilindros, será válido para los materiales térreos antes citados.

De acuerdo a lo anteriormente dicho, y dado que ofrecen una mejor con figuración física de los suelos los cilindros de papel comprimido, fig 5,18 (ya que son de menor diámetro que los otros), éstos fueron elegidos para formar el relleno del modelo de la zanja. Para poder seleccionar adecuadamente la rugosidad de las paredes laterales internas de la zanja, lo primero que se hizo fué determinar (experimentalmente) los coeficientes de fricción estáticos que existen entre las tres lijas y los dos tipos de cilindros, para poderlos comparar entre sí. En el apéndice D, aparecen los coeficientes de fricción estáticos correspondientes. Tales valores de A^{i} son los representativos de una serie mayor de pruebas efectuadas con anterioridad. En la fig 5.19 se muestra el dispositivo para determinar los valores de $A^{i'}$, el cual consiste en un plano inclinado cuya pendiente es controlada manualmente.

Puede notarse que los valores de μ'' para los cilindros de madera varían entre 1.0 y 1.2, y en los cilindros de papel, entre 0.9 y 1.3. Obvi<u>a</u> mente, el rango de variación entre ellos es muy similar. Con tales resultados, resultó difícil formarse un criterio adecuado para seleccionar la rugosidad de las paredes de la zanja, por lo que se recurrió a la Teoría Mar<u>s</u> ton para solucionar este problema, cuyos conceptos fundamentales a continuación se expondrán.

La contribución a la mecánica de suelos de la "Teoría Marston de Cargas sobre Conductos Enterrados", es que demuestra por principios racionales de mecánica, que la carga sobre una estructura de este tipo es altamente afectada por ciertas condiciones de instalación (tales como las especifi cadas en el inciso 5.1) así como por el peso del relleno que lo cubre. El tradicional punto de vista que suponía que el peso del relleno era la variable que más influía sobre la carga de un conducto, ahora se mejora y se amplía al demostrarse que ciertas condiciones de campo también influyen en for ma importante sobre la carga total. Las condiciones de instalación controlan la magnitud y la dirección de los asentamientos del prisma de suelo que cu-

- 40 -

bre al conducto. Los asentamientos relativos generan fricción o fuerzas cortantes que se añaden o se sustraen del peso del prisma cental, dando como resultado la carga total transmitida.

La determinación de la carga sobre un conducto instalado en una zanja es relativamente simple. Para este caso, la Teoría Marston hace las siguien tes suposiciones:

- 1.- La carga sobre el conducto desarrollada por el asentamiento del relleno, se debe a que este último no es compactado a la misma densidad que las paredes de la zanja.
- 2.- La carga resultante sobre una estructura enterrada, es igual al peso del relleno que se encuentre en la parte superior de la misma menos las fue<u>r</u> zas cortantes o de fricción que se generan en los lados de la zanja. Estas fuerzas cortantes se calculan de acuerdo con la teoría de Rankine.
- 3.- La cohesión se considera despreciable porque: 1) se requiere un tiempo considerable para que la cohesión efectiva, entre el material de relleno y los lados de la zanja, pueda desarrollarse totalmente, y 2) al consid<u>e</u> rar que no existe cohesión se está dentro de la máxima carga probable ejercida sobre el conducto.
- 4.- En el caso de un tubo rígido, los lados del relleno pueden ser relativavamente compresibles y prácticamente toda la carga es soportada por el tubo.

Si la zanja tiene un ancho no mayor que dos otres veces el diámetro exterior del conducto, el relleno tiende a asentarse. Esta tendencia de movimiento descendente es retardada por las fuerzas de fricción que se desarrollan a lo largo de los lados de la zanja, lo cual ocasiona el fenómeno conocido como "Acción de Arco ", fig 5.20. La magnitud de las fuerzas de fricción dependen del peso del relleno que se encuentra sobre la clave superior

- 41 -

del conducto, del valor del factor de Rankine (K) y del coeficiente de – fricción (M') que existe entre el relleno y los lados de la zanja. El factor de Rankine K está en función de M (coeficiente de fricción interna del material de relleno), y sus valores varían entre 0.33 y 0.37. La carga sobre el conducto es igual al peso de la masa del material de relleno menos la suma de las fuerzas de fricción, y está expresada por la fórmula:

 $W_d = C_d w B^2$

donde:

ⁿd ^d ^d ^d
^wd ⁼ Carga total, en kg/m
^cd ⁼ Coeficiente de carga
^w ⁼ Peso volumétrico del material de relleno, en kg/m³
^B ⁼ Ancho de la zanja, en m.

Los valores de C_d , para varios suelos, se encuentran graficados en la fig 5.21. Como se podrá observar en la gráfica, los valores de C_d dependen del material de relleno y de la relación H/B, donde H es la altura del relleno, medida desde la clave superior del conducto. (La gráfica fué extraí da íntegramente de la ref 13).

Con lo anteriormente expuesto, se tiene un criterio racional para dete<u>r</u> minar el grado de rugosidad de las paredes laterales internas de la zanja. Para el modelo de este trabajo, la relación máxima H/B es igual a 1, por lo tanto, al observar la fig 5.21, el valor de C_d resulta muy parecido para cua<u>l</u> quier tipo de material de relleno, lo que hace suponer que para el caso presente, el coeficiente de fricción estático entre el relleno y las paredes l<u>a</u> terales internas de la zanja NO es importante, por lo que se puede seleccionar cualquier tipo de 1ija.

La conclusión general final a la que se llegó fué la siguiente: se deci

dió usar los cilindros de papel comprimido para formar el relleno de la zanja y, por ser la lija que menos se gasta con la fricción, se colocó la lija del # 120 en el contorno interno, para proporcionarle así una cierta rugosidad a las paredes laterales internas de la zanja.

5.5 Condiciones de carga y de confinamiento impuestas al modelo

La condiciones de carga y de confinamiento que fueron impuestas al mode lo fotoelástico, fueron las siguientes:

(a) Condiciones fijas

- Ancho de la zanja. $B = 1.5D_e = 30.0 \text{ cm}$
- Sobreprofundidad. p = D/4 = 4.5 cm

(b) Condiciones variables

- Altura de relleno. H = 0.7D, 1.1D y 1.5D; donde $D \doteq 20$ cm
- Carga aplicada. $W = 0.5, 0.7 y 0.9 (kg / cm^2)$
 - (Uniformemente dis--
 - tribuida en la su-

perficie del relle

no)

- Angulo de acostilla-

miento.

$$\phi = 0$$
 y 180°

En la tabla 5.1, se representan estas condiciones en forma ordenada, ob servándose que fueron efectuadas 18 pruebas distintas, por lo cual, debido a la amplitud de las mismas, no resultó posible efectuar pruebas aplicando carga concentrada sobre la superficie del relleno, ni ejercer presión interna en el modelo fotoelástico, con las cuales se podría analizar más ampliamente el comportamiento mecánico del mismo, aunque las mismas no estuvieran contempladas en el objetivo de este trabajo.

5.6 Montaje y ejecución de las pruebas

5.6.1 Colocación de los materiales confinantes

La colocación de estos materiales en la zanja es lenta, pues requiere de aproximadamente 9 hrs para concluir la labor. Se comienza preparando la cama hasta una altura de 4.5 cm (compactándose a mano con la zapata mayor); después, el modelo fotoelástico es instalado sobre la superficie de la cama, produrando que se encuentre bien centrado. Enseguida, se coloca y se compa<u>c</u> ta cuidadosamente el material de acostillamiento, hasta formar el ángulo deseado (para evitar las oquedades en la zona de contacto modelo fotoelást<u>i</u> co-material de acostillamiento, con la ayuda de un palo de madera y a través de los orificios que se localizan en los costados de la zanja, se fué acond<u>i</u> cionando el material de acostillamiento, fig 5.22). Finalmente, la labor se completa con la colocación de los cilindros de papel comprimido, hasta alca<u>n</u> zar una altura de 1.5D. Esta última fase es la más lenta en la preparación del modelo de pruebas, pues tan solo la pila levantada sobre la clave superior del modelo fotoelástico, contaba con 3 000 de éstas piezas como mínimo.

5.6.2 Técnica para el desarrollo de las pruebas de carga

Habiendo preparado el modelo fotoelástico en su respectiva zanja, este dispositivo se colocó en el polariscopio circular, procurando que quedara centrado y paralelo con respecto a los filtros polarizadores, figs 5.23 y 5.24. Posteriormente, haciendo uso del segundo sistema de carga, se colo có una pesa de 20 kg y, TANTO EN CAMPO CLARO COMO EN CAMPO OSCURO, SE FOTO-GRAFIARON LAS FRANJAS QUE FUERON APARECIENDO. Esta operación fué repetida cuando el modelo fué cargado con 30 y 40 kg. Las cargas aplicadas transmitieron al relleno cargas uniformemente distribuidas equivalentes a 0.5, 0.7 y 0.9 kg/cm². La técnica de cargar y fotograriar se repitió para las dos restantes alturas de relleno y para los dos ángulos de acostillamiento fijados.

Cada prueba de carga fué numerada para evitar confusiones, para esto se colocó al centro de una de las placas de lucita del modelo, un número distintivo hecho con una cinta adhesiva transparente; además, fué llevado un con trol en donde se registró el número distintivo, el ángulo de acostillamiento, la carga aplicada, la altura de relleno, el campo de iluminación y el tiempo de exposición, todo esto para cada una de las pruebas.

Finalmente, los negativos fueron revelados e impresos, fig 5.25. (La preparación, las características y el uso de los materiales y accesorios fotográficos, puede consultarse en las referencias 6 y 7).

6. ANALISIS FOTOELASTICO

6.1 Calibración del material fotoelástico

El método utilizado para calibrar el material fotoelástico es una variante del método expuesto en el capítulo 2.La variante consiste en aplicar al disco de calibración una carga diametral P cualquiera y después determinar el orden de franja N correspondiente al centro del disco.Para lograr esto último, se gira el analizador (en campo oscuro) un cierto ángulo, forzando que la franja más próxima al centro coincida con él; el orden de franja N será el que se obtenga al sumar el valor de la franja que se llevó al centro, más la fracción que se obtenga al dividir el ángulo girado en el an<u>a</u> lizador entre 180°. El procedimiento se repite para diversos valores de F; para determinar el valor de la constante de franja F, se continúa tal como se explicó en el capítulo 2.

En el apéndice E se presentan los valores de F obtenidos y el valor final de la calibración, el cual resultó igual a $F = 5.5 \text{ Kg/cm}^2$ franja. En la fig 6.1 se pueden observar las franjas que aparecieron en el disco cargado. Nótese que en los costados se tienen esfuerzos residuales (esfuerzos no de bidos a las cargas aplicadas, producidos por el ambiente), pero que poco afectan al resultado final de la calibración, ya que no se encuentran en la zona de interés (el centro del disco).

6.2 Metodología para el análisis

Habiendo realizado al modelo fotoelástico los ensayos que se citaron en la tabla 5.1, y contando con los registros fotográficos que de ellas se obt<u>u</u> vieron, se procedió a graficar los resultados medidos.

Se utilizó el siguiente procedimiento para graficar los resultados. Se localizaron los órdenes de franja en el borde interior del anillo en forma radial, es decir, cada orden de franja que llegaba al borde interior del an<u>i</u> llo tenía por coordenadas θ y N (θ , ángulo de franja; N, órden de franja), fig 6.2. Esto se realizó en una mitad del anillo fotoelástico, aprovechando así la simetría de los esfuerzos en el mismo. Esta decisión a parte de l<u>ó</u> gica resultó también obligada, ya que al concluir la fabricación del modelo y al ser puesto en el polariscopio, se observaron esfuerzos residuales en <u>u</u> na parte de él, haciendo inservible una sección del modelo. En la fig 6.3, puede notarse la distorsión provocada en las franjas por la presencia de los esfuerzos residuales, la cual no aparece en la otra mitad del modelo. Asimi<u>s</u> mo, al hacer el estudio en el contorno interior, se logró una simplificación importante en el análisis fotoelástico, debido a que esa zona está libre de fuerzas exteriores.

Para comprender mejor la última afirmación, considérese un elemento rec tangular situado en la periferia de una pieza cualquiera, fig 6.4. Las caras del elemento son, evidentemente, planos principales. Las direcciones de los esfuerzos principales en tales puntos son tangentes o normales al contorno; ahora bien, como no existen cargas exteriores en este elemento, entonces la tensión normal es nula. Se deduce que en los puntos situados en los contornos libres solo existe un esfuerzo principal, y ese esfuerzo es tangente al contorno, por lo cual a esos esfuerzos se les denomina como TANGENCIALES. Por lo anterior, como las isocromáticas nos proporcionan los datos necesarios para calcular $G_1 - G_2$, ellas nos dan directamente el valor numérico del es fuerzo principal remanente. El signo de las tensiones de contorno puede determinarse por medio de un compensador de tensión o compresión, utilizando una fuente de luz blanca. La zona oscura que aparece en el momento que se l<u>o</u> gra la compensación, se distingue claramente sobre el fondo coloreado. Si la compensación se realiza cuando el dispositivo se coloca en dirección normal

- 47 -

al contorno, el esfuerzo es de tensión. Si por otra parte, se logra la extin ción cuando el compensador es tangente al contorno, el esfuerzo es de compre sión, fig 6.4 . Existen otros métodos frecuentemente usados, los cuales pueden consultarse en la ref 6.

Con base en lo anterior, la inclinación de los esfuerzos en el borde in terno del modelo se conoce anticipadamente, por lo que no resulta necesaria la elaboración de un modelo birrefringente que permita la observación de las isóclinas en esa zona, con lo cual se justifica el porqué no se elaboró tal modelo para el presente trabajo.

Las gráficas obtenidas aplicando el procedimiento antes mencionado, se localizan en las figs 6.5.1 a 6.5.18 (la descripción general de estas figu ras y de las que a continuación se mencionarán, aparece en la página que an tecede a todas ellas). Contando con estas gráficas, con el resultado de la calibración, con la fórmula fundamental de la fotoelasticidad (σ = NF) y habiendo identificado el tipo de esfuerzo involucrado (efectuado tal como se explicó anteriormente), se determinó gráficamente la distribución de los esfuerzos correspondiente a cada prueba efectuada. Estas gráficas pueden observarse en las figs 6.5.1.a a 6.5.18.a.

6.3 Análisis e interpretación de resultados

Para analizar el comportamiento mecánico del modelo fotoelástico ante los tres factores propuestos en este trabajo, se obtuvieron las gráficas que aparecen en las figs 6.6.1 a 6.10.9, cuya descripción general aparecen en la página que las antecede; tales gráficas fueron obtenidas a partir de las figuras 6.5.1.a a 6.5.18.a; asimismo, fueron tabulados y graficados los es fuerzos tangenciales máximos registrados en cada prueba, tabla 6.1.

6.3.1 Influencia de la carga

En las figs 6.6.1 a 6.6.3 y 6.7.1 a 6.7.3, aparecen las curvas de distr<u>i</u> bución de esfuerzos correspondientes a este análisis. Puede observarse en ellas que a medida que aumenta la carga los esfuerzos también lo hacen; sin embargo, cuando se tiene un ángulo de acostillamiento \emptyset = 180°, en la zona de compresión esta tendencia no es tan marcada, ya que los esfuerzos no varían apreciablemente.

Analizando ahora los esfuerzos tangenciales máximos localizados en el modelo, es decir, los que se encontraron en θ = 0° (esfuerzo de tensión), 90° (esfuerzo de compresión) y 180° (esfuerzo de tensión), figs 6.11 y 6.12, se observa que estos esfuerzos tienden a aumentar, aproximadamente en forma lineal, al incrementarse la carga sobre el relleno, con excepción de los esfuerzos de compresión para la condición de acostillamiento a media altura del modelo, en donde estos tienen una variación mínima.

Se concluye que la relación entre la carga uniformemente distribuida sobre la superficie del relleno y los esfuerzos tangenciales en el modelo, es aproximadamente lineal, con excepción de los esfuerzos de compresión en la condición de acostillamiento \emptyset = 180°, cuya variabilidad no es muy apreciable.

6.3.2 Infjuencia de la altura del relleno

Obsérvense las figs 6.8.1 a 6.8.3 y 6.9.1 a 6.9.3, en ellas se dib<u>u</u> jaron las curvas de distribución de esfuerzos para cada condición de acostillamiento; se presentan las curvas correspondientes a una misma carga aplic<u>a</u> da, pero con diferente altura de relleno.

Se nota que las tres curvas de cada figura no coinciden entre sí, pero sus diferencias no son considerables, inclusive en algunos casos las curvas concuerdan casi exactamente.

Este mismo fenómeno puede observarse en las figs 6.11 y 6.12, donde se observa que los esfuerzos tangenciales máximos tienden a coincidir en la mayoría de los casos.

Concluyendo: para cada condición de acostillamiento ($\emptyset = 0^\circ$ y $\emptyset = 180^\circ$) la altura del relleno no influye en el comportamiento mecánico del tubo, cuan do sobre la superficie del relleno actúa una carga uniformemente distribuida; siempre y cuando la altura del relleno esté comprendida entre 0.7D y 1.5D,

6.3.3 Influencia del ángulo de acostillamiento

- Obsérvese las figs 6.10.1 a 6.10.9; en ellas se dibujaron las curvas de distribución de esfuerzos correspondientes a ambas condiciones de acostillamiento, bajo las mismas condiciones de carga y altura de r<u>e</u> lleno. Evidentemente, el comportamiento mecánico del modelo es distinto en ambos casos.
- 2) Si ahora se comparan los esfuerzos tangenciales máximos en ambas con diciones, figs 6.13 a 6.15, se notará que en la mayoría de los casos, los esfuerzos para la condición de acostillamiento $\emptyset = 0^{\circ}$, son superiores a los de la otra condición. En la tabla 6.2, se notará que esa superioridad varía según el lugar y el tipo de esfuerzo de que se trate, llegando a ser de: 32% en $\theta = 0^{\circ}$ (tensión); 14% en $\theta =$ 180° (tensión) y 100% en $\theta = 90^{\circ}$ (compresión).
- 3) En la tabla 6.3 se comparan entre sí los esfuerzos tangenciales máximos en cada condición de acostillamiento. En la columna (1) son comparados los esfuerzos de tensión, y en la columna (2) se compara el mayor esfuerzo de tensión contra el mayor esfuerzo de compresión. Al observar la columna (1) se deduce que los esfuerzos de tensión a ni-

- 50 -

vel de la clave inferior del modelo, son siempre mayores a los de la clave superior; asimismo, de la columna (2) se observa que los esfuerzos tangenciales máximos de tensión, esto es a θ = 180°, son siempre mucho mayores a los de compresión.

Por todo lo anterior se puede concluir lo siguiente:

Debido a que se tienen esfuerzos de menor magnitud para la condición de acostillamiento $\emptyset = 180^{\circ}$, esta condición favorece más al comportamiento mecán<u>i</u> co de un conducto enterrado en zanja. Sin embargo, dado que los esfuerzos máx<u>i</u> mos de tensión aparecen en la clave inferior, independientemente de cual cond<u>i</u> ción de acostillamiento se trate, y además porque sus magnitudes son muy similares en ambas condiciones (con una diferencia máxima porcentual de 14), de<u>s</u> de un punto de vista práctico (en donde el diseño del conducto está regido por el máximo esfuerzo de tensión, principalmente), ambas condiciones de aco<u>s</u> tillamiento inducen al conducto un efecto similar.

6.4 Comparación de resultados

Para éste propósito, la única fuente de información que se pudo encontrar está impresa en un informe titulado: "180" Dia. Pressure Pipeline for Israel Irrigation Master Plan ", ref 11. En esta obra se describen, entre otras muchas pruebas experimentales efectuadas en tubos de concreto presforzado (de diámetro interior igual a 108") y llevadas a cabo en Israel, dos pruebas simi lares a las efectuadas en el presente trabajo.

Para las pruebas antes aludidas se seleccionaron dos tubos, a uno de ellos se le hizo una cama perfectamente bien compactada y se levantó el material de acostillamiento a media altura del tubo ($\emptyset = 180^\circ$), completándose de rellenar la zanja con un material térreo sin compactar; el otro conducto se acondicionó sobre una cama a nivel de la clave inferior ($\emptyset = 0^\circ$), rellenándose la zanja en igual forma que en el otro tubo. Posteriormente, las pruebas s<u>i</u> guieron la secuencia siguiente: se colocaron deflexómetros en las posiciones -

- 51 ---

dibujadas en la fig 6.16, estando sus diales en la posición cero. Las pruebas comenzaron en el tubo #1 (fig 6.17), éste se recubrió con un relleno cuya altura alcanzó los 1.20 m. Las lecturas de los deflexómetros fueron toma das y después fué colocado un excavador Marion tan cerca como fué posible al centro de gravedad de la zanja, y las deflexiones fueron leidas nuevamente. El excavador Marion fué removido y las deflexiones leidas. Este mismo procedimien to se repitió para el tubo #2.

Al completarse esta primera etapa de pruebas en ambos tubos, se recubrieron con tierra nuevamente hasta una altura de relleno de 2.80 m y las d<u>e</u> flexiones fueron tomadas. El excavador Marion fué colocado nuevamente en las mismas condiciones que en la etapa primera y los resultados nuevamente registrados, finalizando así las pruebas experimentales.

Los resultados de estas pruebas se localizan en la tabla 6.4. En ella se observa que bajo las mismas condiciones de carga, se obtuvieron idénticas deflexiones en los dos tubos experimentados. Por lo que se puede concluir que el tipo de acostillamiento no influye en el comportamiento mecánico de los t<u>u</u> bos de concreto. Asimismo, se observa que en las dos alturas de relleno, al ser colocado el excavador Marion, se obtuvieron idénticas deflexiones en ambos tubos, con lo que se demuestra que la altura del relleno tampoco influye en su comportamiento mecánico. Ambas afirmaciones corroboran parcialmente las conclusiones obtenidas en el inciso 6.3 de este trabajo.

Ahora bien, por no ser suficientes los datos de esas pruebas experimen tales, no es posible determinar la relación que existe entre la carga aplicada y los esfuerzos en el tubo, por lo que resulta imposible verificar la vero similitud de la afirmación hecha en este trabajo, en el sentido de que existe una relación aproximadamente lineal entre la carga aplicada al relleno y los esfuerzos tangenciales en el tubo.

- 52 -

6.5 Transición del modelo al prototipo

Los resultados obtenidos anteriormente en el modelo fotoelástico, pueden ex trapolarse a los conductos de concreto presforzado, siempre y cuando se encuentren estos en las condiciones analizadas (fig 6.18).

Ahora bien, si se deseara conocer el estado de esfuerzos en el borde interno de un tubo de concreto presforzado, cuando sobre la superficie del relleno actuara una carga uniformemente distribuida determinada, puede emplearse la ec 2.18 para ese propósito y seguir la secuencia desarrollada en este trabajo. Sin embargo, los resultados cuantitativos que se obtengan al hacer la transición del modelo al prototipo, resultarán mayores que los reales, debido a que los cilindros de papel comprimido trasmiten la carga al modelo más integramente que un material – térreo. Esto ocurre porque algunas características como la rigidez, la cohesión, la compacidad, etc, son mayores en un material térreo que en los cilindros.

Para solucionar este último problema es necesario disponer de un coeficien te de proporcionalidad que absorba tales incertidumbres, mismo que en este trabajo no pudo obtenerse porque hubiera implicado un análisis más profundo de los materiales de relleno, y esto, obviamente, ya sería objeto de una investigación a parte.

Asimismo, es importante recordar que el modelo fotoelástico fué zunchado sin presforzarse, efectuándose así porque el control y el proceso de colocación del alambre de presfuerzo es difícil y porque su análisis teórico resulta satis factorio. En términos generales, el presfuerzo origina en las paredes de los con ductos esfuerzos de tensión provocados por presión interna o por cargas externas actuantes sobre los mismos. Por consiguiente, para conocer el estado de esfuerzos final de los conductos, bastará con sumar vectorialmente los esfuerzos provocados por cada una de estas acciones. En el apéndice F se expone un ejemplo típico, en donde también se estudia la acción ejercida sobre las paredes de los conductos, por el presfuerzo y la presión interna.

- 53 -

7. CONCLUSIONES

.

54

En este trabajo se mostró como puede ser aplicada la fotoelasticidad al estudio de los conductos enterrados (en especial a los conductos dispuestos en zanja), describiéndose la técnica completa para efectuar el análisis fotoelástico correspondiente. Al mismo tiempo, se hizo notar que una investigación de esta naturaleza implica la solución de tres problemas estrechamente ligados, los cuales son:

- la selección del material fotoelástico adecuado y el proceso de fabri cación del modelo fotoelástico correspondiente;
- 2) el diseño del sistema de carga apropiado, y
- 3) la caracterización de los materiales confinantes,

De los resultados conseguidos con el modelo, se destaca lo siguiente; cuando en una zanja se tiene un ancho B = 1.5D_e,una altura de relleno comprendida entre 0.7D ≤H ≤ 1.5D, y mientras no se rebase el límite elástico de los tubos de concreto presforzado, fué demostrado que:

- a) La altura del relleno no influye en el comportamiento mecánico de los tubos, cuando sobre el relleno actúa una carga uniformemente distribuí da.
- b) La relación entre la carga uniformemente distribuida en el relleno y los esfuerzos tangenciales en el borde interno de los conductos, es aproximadamente lineal.
- c) Desde un punto de vista práctico, el comportamiento mecánico de los conductos es el mismo en las dos condiciones de acostillamiento estu diadas, esto es, $\emptyset = 0^\circ$ y $\emptyset = 180^\circ$,

Estos resultados son muy importantes porque pueden ahorrar recursos en la instalación de los conductos, como por ejemplo, en la cantidad de material de relleno y de material de acostillamiento compactado, lo que hace ver la trascendencia de un estudio de esta índole.

La posible desventaja que podría mencionarse sobre la técnica fotoelásti ca es que requiere de personal especializado, de equipo y materiales caros y delicados (muchos de ellos de importación), por lo que se deben considerar estos aspectos antes de proceder a utilizarla.

Finalmente, observando las posibles deficiencias y cualidades que presen ta este trabajo, se describirán enseguida algunas sugerencias para el mejor aprovechamiento del mismo hacia el futuro.

- De ser posible, cuando se elabore el modelo fotoelástico, trabájese con él sin presforzarlo y sin emplear ningún tipo de recubrimiento, para evitar así posibles esfuerzos residuales. Inténtese inducirle al modelo presión interna y aplicar carga concentrada en la superficie del relleno, para lo cual se puede hacer uso de los implementos de carga que aquí fueron diseñados.
- Obtener el coeficiente de proporcionalidad que aquí no pudo determinar se, el cual permita la transición de los esfuerzos del modelo a los del prototipo lo más exacta posible.
- 3) Para la docencia, este trabajo y sus elementos de prueba pueden ser empleados ventajosamente en una práctica de fotoelasticidad.

- 55 -

REFERENCIAS

- 1. American National Standard, AWWA STANDARD C-301-72. Specification SP-12 (1979)
- 2. American Water Works Association, Concrete pressure pipe, Manual of water supply practices (1979)
- 3. COMECOP, "Información técnica e:instalación", S A
- 4. Comisión Federal de Electricidad, "Manual de Diseño de Obras Civiles", Estructuras C.2.6. Tuberías.
- 5. Durelli, A J, "Introduction to the theoretical and experimental analysis of stress and strain". Prentice-Hall, Inc. 1958.
- Froch, M, "Photoelasticity", V I-II, Nueva York, John Wiley & Sons (1941 y 1948).
- 7. Gallo, G, "Introducción a la fotoelasticidad", Apuntes del laboratorio de estructuras de la Facultad de Ingeniería, UNAM:
- 8. Mendoza, M J, Romo M P y Magaña, R, "Cargas sobre alcantarillas de pedraplenes", Informe del Instituto de Ingeniería para la Secretaría de Asentamientos Humanos y Obras Públicas (mar 1982).
- 9. Olvera, L A, "Análisis de Estructuras", México, Ed. CECSA (1978).
- Popov, E, "Introducción a la mecánica de sólidos", Cap 10, Parte A, México, Ed. Limusa (1980).
- 11. Ron, S, 108" Dia. Pressure pipeline for Israel irrigation master plan, Report on Full-Scale tests, Tel Aviv (1965).
- Sánchez, J L, "Mecánica del medio continuo", Textos universitarios.UNAM, México (1972)
- 13. Spangler, M G y Handey, R L, "Soil engineering", Nueva York, Intext educational pub, (1973)
- 14. TEPSA, Recomendaciones generales para el manejo e instalación de tubería "TEPSA", S A
- 15. William, A N, "Resistencia de materiales", Serie SCHAUM. Mc. Graw-Hill, México, 1980

- 56 -





Fig. 2.1 Luz no polarizada.



Fig. 2.2

Las ondas que vibran en todas direcciones(a) (luz natural), en M se polarizan en una sola direccion (b), pasando por N libremente (c), pero se anulan en la reja O, por ser perpendicular a las anteriores.



Fig. 2.3 Campo claro y Obscuro en un polariscopio plano.



Fig. 2.4

Polariscopio Circular (campo obscuro).



Fig 2.5

Las ISOCROMATICAS y sus respectivos órdenes de franja (en campo oscuro), del anillo fotoelástico de pruebas.



Espesor pared tubo primario		10	cm.
Espesor recubrimiento	=	2	cm.
Diámetro interior	H	180	cm.
Diámetro alambre de presfues zo.	=	0.6	cm.
Paso del zuncho	=	3	Cffl ,

DATOS GENERALES

Fig. 4.1. CARACTERISTICAS DEL TUBO PROTOTIPO.

(SECCION TRANSVERSAL)



Relación Modelo/Prototipo = 1:10 Fig. 4.2 CARACTERISTICAS DEL TUBO MODELO (SECCION TRANSVERSAL)

÷∘61



Fig 4.3 Molde y sustancias empleadas para recubrir el modelo fotoelástico



Fig 4.4 Colado del recubrimiento del modelo fotoelástico

.....



Fig 4,5 Dimensiones del modelo fotoelástico.

n an the second sec Alternative Associated Second secon













Relación Modelo/Prototipo = 1:10

Fig. 5.4 ZANJA MODELO

- 66 -



ig 5.5


Vista general del primer sistema de carga Fig 5.6





Primer sistema de carga

9 5.7



4. 3.5 . .

Vista frontal del segundo sistema de carga Fig 5.8



Fig 5.9 Vista superior del segundo sistema de carga.









Fig 5.13 Vista superior de los cilindros instalados en la zanja modelo (nótese que fueron cortados de tal forma que no hicieran contacto con las placas frontales del mod<u>e</u> lo, a fin de evitar la fricción)



Fig 5.14 Acondicionamiento, en la zanja modelo, de uno de los materiales térreos estudiados como relleno.



74

Fig 5.15 Cilindros cuyo comportamiento mecánico fué analizado, siendo unos de matera y otros de papel comprimido.



Fig 5.16 Sistema empleado para efectuar las pruebas de carga en los cilindros de relleno.



-75-



g 5.17

Dispositivo diseñado para la ejecución de las pruebas de esfuerzo-asentamiento



Fig 5.18 Configuración física de los cilindros de papel comprimido.



Fig 5.19

Dispositivo empleado para determinar los coeficientes de fricción estáticos (M'), existentes entre las lijas y los cilindros de prueba





La Acción de Arco es debida a las fuerzas cortantes (actuando hacia arriba) que aparecen en los lados adyacentes de la zanja, cuando el relleno tiende a desplazarse hacia abajo



Fig 5.21

Curvas del coeficiente C_d para conductos en zanja.







Fig 5.23 Modelo en condiciones de ser probado.



Fig 5.24 Modelo de pruebas dispuesto en el polariscopio



Fig 5.25 Negativos obtenidos de las pruebas de carga



Fig 6.

Localizacion de los esfuerzos residuales en el disco de calibración. Las franjas de la periferia son propias de estos esfuerzos y, las restantes, debidas a la carga aplicada.



Fig 6.2

Localización de las franjas (campo oscuro) en el modelo fotoelástico.



F ig 6.3

Posición de la zona de distorsión en el modelo fotoelástico.



Fig 6.4

Tensiones en los contornos libres y método para determinar sus signos, mediante un compensador de tracción. - 84 -

FIGURA 6.5

FIGURAS

DESCRIPCION GENERAL

6.5.1 - 6.5.18

Se grafica, para cada condición estudia da (ver tabla 5.1), el orden de --franja y su posición en el borde inter-no del modelo fotoelástico, tal como se ilustra en la fig. 6.2

6.5.1.a - 6.5.18.a

Las gráficas muestran la distribución de los esfuerzos en el borde interno --del modelo fotoelástico, para cada condición estudiada













COMPORTAMIENTO ESTUDIADO	FIGURA	NO. DE IDENTIFIC <u>A</u> CION DE PRUEBA
Se estudia la influencia de la carga cuando se ti <u>e</u> ne un ángulo de acostill <u>a</u> miento Ø = 0°	6.6.1	1, 2, 3
	6.6.2	4, 5, 6
	6.6.3	7,8,9
Se estudia la influencia de la carga cuando se ti <u>e</u> ne un ángulo de acostill <u>a</u> miento Ø = 180°	6.7.1	10, 11, 12
	6.7.2	13, 14., 15
	6.7.3	16, 17, 18
Se estudia la influencia de la altura de relleno cuando se tiene un ángulo de acostillamiento Ø = 0°	6.8.1	3, 6, 9
	6.8.2	2, 5, 8
	6.8.3	1, 4, 7
Se estudia la influencia de la altura de relleno cuando se tiene un ángulo de acostillamiento Ø = 180°	6.9.1	12, 15, 18
	6.9.2	11, 14, 17
	6.9.3	10, 13, 16
	6.10.1	1, 10
	6.10.2	4, 13
Se estudia la influencia del ángulo de acostilla- miento, comparándose las mismas condiciones de car ga y altura de relleno en ambos acostillamientos.	6.10.3	7, 16
	6.10.4	2, 11
	6.10.5	5,14
	6.10.6	8,17
	6.10.7	3, 12
	6.10.8	6,15
	6.10.9	9, 18

- 91 -





and the second second













Fig 6.11 Magnitud y localización esquemática (aproximada) de los máximos esfuerzos en el borde interno del modelo fotoelástico, para un ángulo de acostillamiento Ø = 0°.



tico , para un ángulo de acostillamiento \emptyset = 180°.



lg 6.13 Comparación de esfuerzos máximos en el borde interno del modelo, entre las dos condiciones de acostillamiento y para una carga s<u>o</u> bre el relleno de W = 0.5 kg/cm²

> د در همور در از ا



Comparación de esfuerzos máximos en el borde interno del modelo, entre las dos condiciones de acostillamiento y --para una carga sobre el relleno de W = 0.7 kg/cm²,



an a shi ka wa ka sa


A 4

Fig616 Posición de los deflexómetros en los tubos estudiados en Israel.

Tubo no. I

Tube no. 2



Fig6.17 Arreglos de las zanjas de los tubos probados en Israel.



6.18 Condiciones generales específicas de frontera para el análisis de un problema real.

-108-



TABLA 5,1

(Características generales de las pruebas efectuadas sobre el modelo fotoelástico)

<u>Condiciones fijas</u>: Ancho de la zanja (B) = $1.5D_{e}$ Espesor de la cama(P) = D/4

PRUEBA	ANGULO DE ACOSTILLAMIENTO	ALTURA	CARGA
NO.	ø°	DE RELLENO (H)	APLICADA "W" (Kg/cm ²)
1	0	1.5D	0.5
2	0	1.5D	0.7
3	0	1.5D	0.9
4	0	1.1D	0.5
. 5	0	1.1D	0.7
6	0	1.1D	0.9
7	0	0.7D	0.5
8	0	0.7D	0.7
. 9	0	0.7D	0.9
10	180	1,5D	0.5
11	180	1.5D	0.7
12	180	1.5D	0.9
13	180	1.1D	0.5
14	180	1.1D	0.7
15	180	1.1D	0.9
16	180	0.7D	0.5
17	180	0.7 D	0,7
18	180	0.7 D	0.9

NOTA: La altura del relleno " H " está en función de D (diámetro interior del modelo), y éste se consideró igual a 20 cm.

TABLA 6.1

(Localización y magnitud de los máximos esfuerzos tangenciales registrados)

f	r	<u></u>	}				
Angulo de	Altura	tura Carga ESFUERZOS			ANGENCIALES		
Acostillamiento	de	Aplicada	de Tensión		de Compresión		
(Ø)	Relleno	"W" 2	Posición	Magnitud	Posición	Magnitud	
	"H"	(Kg/cm [*])	(0 °)	(Kg/cm^2)	(0 °)	(Kg/cm ²)	
		0.5	5 20	17 28	70 105	11	
	0.7D	0.7	5 175	22 36	70 100	17	
		0.9	7 176	28 41	65 95	22	
		0.5	7 170	19 25	62 100	11	
0	1.1D	0.7	8 172	25 33	67 100	14	
		0.9	13 176	28 41	70 100	22	
		0.5	20 162	· 17 22	72 118	11	
	1.5D	0.7	12 175	22 30	70 105	17	
		0.9	5 173	33 39	65 105	22	
		0.5	15 172	17 18	80 120	17	
	0.7D	0.7	10 173	22 39	83 . 115	17	
		0.9	12 175	25 44	80 115	17	
		0.5	17 169	14 22	85 105	11	
180	1.1D	0.7	9 175	19 33	80 115	11	
		0.9	15 175	22 39	82 110	17	
		0.5	6 175	14 22	80 110	11	
	1.5D	0.7	7 168	19 28	80 115	11	
		0.9	6 175	25 39	75 105	11	

TABLA 6.2

(Comparación de esfuerzos máximos entre las dos condiciones de acostillamiento)

Altura	Carga	ESFUERZO	S-DE TENSION	ESFUERZOS DE COMPRESION
de	Aplicada "W"	Angulo	de Franja	Angulo de Franja
Relleno		0 =0°	$\theta = 180^{\circ}$	$\theta = 90^{\circ}$
(H)	(Kg/cm ²)	(%)	(%)	(%)
	· · · ·			
	0.5	. 0	0	-35
0.7D	0.7	0	-8	0
	0.9	12	-7	29
	0.5	36	14	0
1.1D	0.7	32	0	27
	0.9	27	5	29
	0.5	21	0	0
1.5D	0.7	16	7	54
	0.9	32	0	100

Nota: Los valores presentados, son los resultados obtenidos de aplicar la siguiente expresión:

$$\frac{\sigma_{\text{máx. cond.}} \phi = 0^{\circ}}{\sigma_{\text{máx. cond}} \phi = 180^{\circ}} - 1 \times 100$$

donde los términos del numerador y los del denominador, representan los esfuerzos correspondientes a las condiciones de acostillamiento $\emptyset = 0^\circ$ y $\emptyset = 180^\circ$.

- 109 -

TABLA 6.3

(Comparación de esfuerzos máximos tangenciales en cada condición de acostillamiento)

ANGULO DE ACOSTILL <u>A</u> MIENTO (Ø)	ALTURA DE RELLENO " H "	CARGA APLICADA "W" (Kg/cm ²)	(1) COMPARACION PORCE <u>N</u> TUAL ENTRE MAXIMOS ESFUERZOS TANGEN - CIALES DE TENSION (%)	(2) COMPARACION PORCE <u>N</u> TUAL ENTRE MAXIMOS ESFUERZOS TANGEN CIALES DE COMPRE SION (%)
0°	0.7D 1.1D 1.5D	0.5 0.7 0.9 0.5 0.7 0.9 0.5 0.7 0.9	65 64 46 32 32 46 29 36 18	155 112 86 127 136 86 100 76 77
180°	0.7D 1.1D 1.5D	0.5 0.7 0.9 0.5 0.7 0.9 0.5 0.7 0.9	65 77 76 57 74 77 57 47 56	65 129 159 100 200 129 100 155 255

NOTAS:

5: a) Los términos bajo la columna (l) se obtienen al aplicar la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{m \acute{a} x. tensión \theta = 180^{\circ}} \\ \sigma_{m \acute{a} x. tensión \theta = 0^{\circ}} \end{bmatrix} = 1$$
 x 100

en donde el numerador y el denominador representan los esfuerzos de tensión tangenciales máximos, loca lizados en el borde interno del modelo fotoelástico, esto es, a θ = 180° y θ = 0°, respectivamente.

 b) Los términos bajo la columna (2) se obtienen al aplicar la siguiente expresión:

$$\frac{\sigma_{máx. \text{ tensión } \theta = 180^{\circ}}{\sigma_{máx. \text{ compresión } \theta = 90^{\circ}} - 1} \times 100$$

en donde el numerador y el denominador representan los esfuerzos tangenciales máximos de tensión y – compresión, respectivamente, localizados en el bor de interno del modelo fotoelástico, esto es, en – θ = 180° y θ = 90°.

PRUEBAS DE CARGA EXTERNA EN ZANJA

(con un excavador Marion de 115 ton actuando sobre la superficie de relleno)

Fecha de inicio de pruebas: 20 de Febrero, 1958 (I S R A E L)

Feche	Tiempo	Altura del relleno	Carga Aplicada	Lecturas de los deflexómetros (en unidades de 0.01 mm)					:os
				ø = 0°			ø = 180°		
1958	Hrs	m		Tubo	No.	1	Tubo No. 2		
				G	H	Р	R	T	S
20.2	12.00	-	-	0	0	0	0	0	0
21.2	8.30	1.20	,-	-33	31	-44	-40	41	-27
21.2	9.30	1.20	M 2	-39	37	-50	-85	74	-79
21.2	10.00	1.20	-	-40	25	-51	-45	30	-35
21.2	10.30	1.20	M 1	-98	73	-110	-49	30	35
21.2	10.45	1.20	-	-43	17	-51	-48	30	-38
23.2	9.30	2.80	-	-60	70	-73	-62	76	-54
23.2	9.15	2.80	M 2	-62	68	-76	-77	82	-73
23.2	10.00	2.80	M 2	-62	68	-78	-80	83	-78
23.2	10.15	2.80	-	-63	67	-78	-66	73	~58
23.2	10.30	2.80	M 1	-87	85	-105	-68	73	-58
23.2	10.45	2.80	-	-65	65	-80	-66	71	-58

- Notas: l. La letra M indica la carga adicional por el peso del excavador Marion y el número que le sigue a esa letra corres-ponde al tubo identificado (por ejemplo: M 1).
 - 2. Las posiciones de los deflexómetros son identificados en esta tabla de acuerdo al dibujo que aparece en la fig6.16 y se representan con las letras mayúsculas (por ejemplo, G, P). Las letras encerradas en un cículo indican la posición horizontal de los deflexómetros (por ej.:(H),(T)).

- 113 -Z Ŵ T ſ F, F

(Descripción general de los tubos de concreto a presión)

Tipo de Tubo	AWWA Spec.	Cilindro de Acero	Barras de Acero Suave	Alambre de Alta Resistencia	Base de Diseño
Tubo de concreto reforzado con cilin dro de acero	C300	X	X		Rígido
Tubo de concreto presforz <u>a</u> do con c <u>i</u> lindro de acero	C301	X		X	Rígido
Tubo de concreto reforzado sin cili <u>n</u> dro de acero	C302		X		Rígido
Tubo de concreto pretensi <u>o</u> nado con cilindro de acero	C303	X	X		Semi- Rígido
Tubo de concreto presforza do sin c <u>i</u> lindro de acero	Ninguna			X	Rígido

APENDICE B

- 115 -

(Clasificación, según el SUCS, del material de acostillamiento)

En la hoja siguiente se muestra la curva y la clasificación granulométrica correspondiente al material de acostillamiento, empleado como material térreo en el modelo de pruebas. El material fué extraído de los lechos del Río Balsas (a la altura de Pinzandarán) y del Río Grijalva.



INSTITUTO DE INGENIERIA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

LABORATORIO DE MECANICA DE SUELOS

GRANULOMETRIA POR MALLAS



Porciento

retenido parcial

%

5.5

30.2

31.0

6.6

1.5

2.5

i

20

. 4.3

 $C_{c} = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} \times D_{60}} = \frac{(0.65)^2}{0.3 \times 1.3} = \frac{1.1}{F} = \frac{91.1}{3.3} \%$

Diámetro, en mm

súcs.: _______ SW (Arena Bien Graduada)

in

0.3

4

DIO

<u>Deo 1.3</u>

1

İ

-

1

≱

40 60 100

200

> 3" = _____

G = 5.6

FINOS

Porciento

que pasa

%

75.1

44.9

13.9

7.3

3.3

4.8

. %

°%

0.01

pcsa,

ş

60 50

40 % 30

20

10

0



OBSERVACIONES Ninguna

 $D_{10} = \frac{0.3}{0.5}$ $C_{10} = -$

 $D_{30} = 0.65$

 $D_{60} = 1.3$

Clasificación

APENDICE C

(Pruebas esfuerzo-asentamiento efectuadas en los cilindros de prueba)

En las páginas siguientes se muestran las curvas que ilu<u>s</u> tran el comportamiento mecánico de los dos tipos de cilindros (unos de madera y otros de papel comprimido), analizados para seleccionar cual de ellos constituirá el material de relleno en el modelo de – pruebas. El dispositivo de carga empleado para este propósito, se e<u>n</u> cuentra esquematizado en la fig 5.17, con tal dispositivo se registró la carga uniformemente distribuida en la superficie del relleno y el asentamiento correspondiente del mismo, considerándose cuatro – alturas distintas de relleno, las cuales fueron H= 28, 36, 44 y 52 (cm).

La gráfica C.1 corresponde a los cilindros de madera, y la gráfica C.2, a la de los cilindros de papel comprimido. En tales gráficas, las líneas contínuas y las discontínuas, identifican al tipo de lija que se colocó en la superficie de las paredes laterales internas del modelo.





<u>A P E N D I C E D</u>

(Coeficientes de fricción estáticos entre las lijas y los cilindros de prueba)

Método Aplicado: Para la obtención de éstos coeficientes se hizo uso del principio del plano inclinado, en donde se demuestra que "" (coeficiente de fricción estática) es igual a la tangente de "", ángulo de reposo (án gulo del plano inclinado, tal que, en ese instante, el cuerpo está a punto de empezar a deslizarse)

No. de	CILINDROS DE MADERA				CILINDROS DE PAPEL			
Lija	X	Y	Tg 🛩	Т.	X	Y	Tg 🛩	. TI'
	(cm)	(cm)		(prom)	(cm)	(cm)		(prom)
50	8.45 " " "	8.7 8.7 8.2 9.6 8.1 8.7	1.03 1.03 0.97 1.14 0.96 1.03	1.03	8.45 '' ''	7.5 7.7 7.9 8.9 6.7	0.89 0.91 0.94 1.05 0.79	0.92
120	11 11 11 11 11 11	7.6 7.0 12.3 !2.3 10.5 13.5 10.0	0.90 0.90 0.83 1.46 1.46 1.24 1.60 1.18	1.21	11 11 11 11 11 11 11	11.4 12.1 10.3 9.6 8.8 9.6 11.7 10.7	0.80 0.82 0.77 0.75 0.72 0.75 0.81 0.78	1.25
360	11 11 11 11 11 11 11	10.5 12.4 12.2 11.2 9.1 8.4 8.8	1.24 1.47 1.44 1.33 1.08 0.99 1.04	1.23	11 11 11 11 11 11	8.6 7.6 11.4 9.0 10.2 11.8 13.3	0.71 0.67 0.80 0.73 0.77 0.81 0.84	1.22

NOTA: Los valores de *M*'obtenidos son los representativos de una serie considerable de pruebas, las cuales fueron efectuadas pr<u>e</u> viamente.

- 120 -

A P E N D I C E E

(Calibración del material fotoelástico)

Datos del disco de calibración: -Diámetro (D) = 13.74 cm -Espesor (t) = 1.90 cm

Resultados Obtenidos:

N (Orden de Franja)	P (Kg)	F = <u>8P</u> (Constante #tDN de Franja) (Kg / cm ² franja)
1.62	81	4.85
3.00	161	5.20
3.73	242	6,32
5.60	322	5.60
6.50	371	5.56

Resultado final de la Calibración

El resultado final es el promedio aritmético de los valores de la constante de franja, el cual resultó ser igual a :

 $F = 5.5 \text{ kg/cm}^2 \text{ franja}.$

APENDICE F

(Ejemplo de aplicación)

F.l Análisis teórico de esfuerzos en cilindros de pared delgada (por presión interna y presfuerzo circunferencial aplicado)

Hipótesis

Se supone que los esfuerzos de tensión y compresión en la pared del cilindro se pueden considerar uniformemente distribuidos en el espesor de la pared. Asimismo, se supone que las cargas, tensiones y deformaciones en las mem branas cilíndricas son simétricas respecto al eje del cilindro.

Limitaciones

La relación del espesor de la pared al radio de curvatura no debe exceder de 0.10 aproximadamente. Además no debe haber discontinuidades en la estruc tura. El método simplificado que se presenta aquí no permite considerar anillos de refuerzo en las membranas cilíndricas, como los representados en la figura de abajo, ni da una indicación precisa de las tensiones y deformaciones en la proximidad de las placas de cierre de los extremos en los depósitos de presión cilíndricos. Aun con todo, el método es satisfactorio en muchos casos.





La teoría que se presenta se refiere a los esfuerzos que se producen por una presión interna que actúa en un cilindro. Las fórmulas a las que se llegan son también aplicables si se invierte el sentido de la presión, esto es, si sobre el depósito actúa una presión exterior. Sin embargo, debe observarse que de be tomarse en cuenta otra consideración que se escapa del alcance del presente análisis; no solo hay que estudiar la distribución de esfuerzos, sino que hay que hacer otro estudio de naturaleza totalmente diferente para determinar la carga gara la cual la membrana se pandea debido a la compresión. Puede produci<u>r</u> se una falla por pandeo o inestabilidad aunque el esfuerzo máximo esté muy por debajo del máximo admisible del material.

Naturaleza de los esfuerzos

Si el cilindro representado en el croquis adjunto está sometido a una presión interior uniforme, en las paredes se producen tensiones normales en dos direcciones. Las que actúan en la dirección del eje geométrico del c<u>i</u> lindro se llaman axiales o longitudin<u>a</u> les y las que lo hacen en una dirección perpendicular, tangentes. Se supone que estas tensiones actúan sobre un elemento como el representado, y lo hacen en el plano de la pared del cilindro.



Tensión Tangente

Análisis simplificado

Consideremos un cilindro de pared delgada y sometido a una presión interior uniforme p. El espesor de la pared es e y el radio interior r.



Para determinar la tensión tangente σ_t consideremos que se suprime del depósito una parte del cilindro de longitud L. El diagrama de cuerpo en libertad de una mitad de esta parte tiene el aspecto que aparece en la fig (a). Obsérvese que se ha cortado el cuerpo de modo que el efecto, originalmente interno (σ_t), aparece ahora en este cuerpo libre como una fuerza exterior. La fig (b) muestra las fuerzas que actúan en una sección.

Las componentes horizontales de las presiones radiales se anulan entre sí en virtud de la simetría respecto al eje vertical. En la dirección vertical tene mos la siguiente ecuación de equilibrio

 $\sum F_{v} = -2 \sigma_{t} eL + \int_{\sigma}^{\pi} pr(d\theta) (\text{Sen } \theta) L = 0$ integrando 2 $\sigma_{t} eL = -pr L [\cos \theta]_{\sigma}^{\pi}$ de donde, finalmente $\sigma_{t} = \frac{pr}{\sigma_{t}}$... (F.1) Obsérvese que se podría haber obtenido la fuerza vertical resultante, debida a la presión p, multiplicando la presión por la proyección horizontal de la superficie sobre la que actúa esa presión.

Para determinar la tensión lon gitudinal **G** consideremos una sección dada al cilindro normal a su eje geom<u>é</u> trico. En la figura adjunta se da el diagrama de cuerpo en libertad de la parte de cilindro restante. Para el equilibrio,

y

$$\Sigma F_{h} = -pr^{2}\pi + 2\pi re\sigma_{L} = 0$$

$$\sigma_{L} = \frac{pr}{2e} \qquad \dots \quad (F.2)$$

En consecuencia, la tensión tangente es doble de la longitudinal.

F.2 Esfuerzos en un conducto enterrado sin considerar la acción de la presión interna ni del presfuerzo

Para efectuar el análisis de esfuerzos correspondiente, se hará uso de los resultados obtenidos en el análisis fotoelástico.

Supongamos que se desean conocer los esfuerzos máximos que se presentan en el borde interno de un tubo de concreto, cuando éste se encuentra en las con diciones de carga y de frontera que aparecen en la fig 6.18.

Para resolver este problema se hace uso de la ecuación vista en el cap 2

y que relaciona los esfuerzos del modelo con los del prototipo, esta es,

w_m

$$\mathfrak{O} = \frac{\mathbf{F} \mathbf{L}_{m} \mathbf{t}_{m}}{\mathbf{F}_{m} \mathbf{L} \mathbf{t}} \quad \mathfrak{O}_{m}$$

$$\mathfrak{O} = \frac{\mathbf{w}_{P}}{\mathbf{P}} \mathbf{O}_{m}$$

o bien

Donde: w = Carga uniformemente distribuida en la superficie del relleno en el prototipo; en kg/cm²

Carga uniformemente distribuida en la superficie del relleno
 en el modelo; en kg/cm²

 G_m = Esfuerzo tangencial en el borde interno del modelo; en kg/cm² G = Esfuerzo tangencial en el borde interno del prototipo; en kg/cm²

En relación al esfuerzo tangencial en el borde interno del modelo, podemos decir que éste esfuerzo lo tenemos perfectamente registrado en las curvas de distribución de esfuerzos obtenidas en este trabajo y en las cuales los que más importaron fueron los que tuvieron una magnitud mayor y que se denominaron ----ESFUERZOS TANGENCIALES MAXIMOS, cuya posición y dirección fué plenamente es tablecido. Para el presente análisis, solo se hará mención de estos esfuerzos por ser los de mayor importancia; asimismo, de acuerdo con lo que obtuvimos en el cap 6, se llegó a la conclusión que el comportamiento del conducto es similar, desde un punto de vista práctico, en las dos condiciones de acostillamiento analizadas. Sin embargo, aquí las analizaremos separadamente con la intención de observar mejor éste fenómeno.

 σ_m tiene tres valores distintos en cada caso de acostillamiento, dos de ellos corresponden a los esfuerzos de tensión y el tercero al de compresión. Sus valores pueden determinarse de la siguiente forma;

(a) Para $\emptyset = 0^{\circ}$

En la fig 6.11, se observa que las tres líneas dibujadas de cada gráfica casi convergén para cuando la carga es igual a 0.9 kg/cm². En tal circunstancia, el valor de σ_m lo tomaremos como el promedio aritmético en los tres casos, es d<u>e</u> cir:

> $\sigma_{\rm m}$ ten. arriba = (28 + 28 + 33) / 3 = 30 kg/cm² $\sigma_{\rm m}$ ten. abajo = (41 + 41 + 39) / 3 = 40 kg/cm² $\sigma_{\rm m}$ compression = 22 kg/cm²

(b) Para Ø = 180°

En la fig 6.12, podemos observar lo mismo que para el caso anterior, por consiguiente:

 $\sigma_{\rm m}$ ten. arriba = (25 + 22 + 25) / 3 = 24 kg/cm² $\sigma_{\rm m}$ ten. abajo = (44 + 39 + 39) / 3 = 41 kg/cm² $\sigma_{\rm m}$ compression = (17 + 17 + 11) / 3 = 15 kg/cm²

De ésta forma, el valor de w_m será igual a 0.9 kg/cm² (9 ton/m²) Y LA MAGNITUD DE G_m tendrá tres diferentes valores para cada ángulo de acostillamiento. Nótese que el mayor esfuerzo de tensión en cada condición es muy parecido, es por este motivo que se considera que el conducto tiene un comportamien to similar en ambos casos, a pesar de que se tengan diferencias significativas en relación a los otros dos esfuerzos.

F.3 Ejemplo de aplicación

Considérese un cilindro de pared delgada de espesor e=10 cm y de un diámetro D = 180 cm. El cilindro está reforzado por una capa de acero de diámetro d = 0.6 cm, paso de zuncho igual a 1.5 cm y una tensión de 15 000 kg/cm² antes de que se aplique presión interior o exterior alguna.

El conducto se instalará en una zanja bajo las condiciones indicadas en la fig 6.18. Se desean determinar los esfuerzos máximos tangenciales en el bo<u>r</u> de interno del conducto después de aplicar una carga en la superficie del relleno igual a 5 ton/m².

Solución:

La presión del alambre sobre el tubo antes de aplicar la carga exterior es equivalente a una presión radial uniforme, exterior, p que actúa sobre el mismo. Considérese una longitud de tubo que incluya 10 alambres de presfuerzo, esto es,

 $L^{1} = 10 (0.6) + 9 (1.5) = 19.5 \text{ cm}$

y dibujando el diagrama de cuerpo en libertad de las 10 vueltas de alambre en contacto con 19.5 cm de longitud de cilindro, se tiene el siguiente diagrama:



Solo se dibuja la mitad de cada vuelta, habiendo suprimido la otra mitad y sustituido su efecto por el esfuerzo de tensión inicial en el cable, de ---15 000 kg/cm².

Sumando fuerzas verticalmente y recordando que hay 10 vueltas de alambre en 19.5 cm de longitud de tubo, se tiene

$$\Sigma_{\rm F_v} = p$$
 (180) (19.5) - 10(2)(15 000) $\frac{\pi}{4}$ (0.6)² = 0

el factor 2 en el segundo término es porque el alambre está cortado en los dos extremos de un diámetro. Obsérvese que se considera que p actúa sobre la proyección horizontal de la superficie. Despejando, p = 24.16 kg/cm². Esta presión aplicada al cilindro produce una compresión tangente inicial en el mismo, dada por

$$G_{t} = \frac{pr}{e} = \frac{24.16 (90)}{10} = 217 \text{ kg/cm}^{2}$$

Por lo tanto, el esfuerzo en el concreto después de aplicar el presfuerzo será igual a

 $\sigma = -217 \text{ kg/cm}^2$ (compression)

Ahora bien, atendiendo a las condiciones de instalación en las cuales puede encontrarse el conducto y considerando una carga w actuante en la superficie del relleno equivalente a 5 ton/m², se tiene que los esfuerzos adicionales en el conducto serán de:

(a) Si se tiene un ángulo de acostillamiento $\emptyset = 0^{\circ}$

$$\mathbf{\sigma} = \frac{\mathbf{w}_{p}}{\mathbf{w}_{m}} \quad \mathbf{\sigma}_{m} = \frac{5}{9} \quad \mathbf{\sigma}_{m} = 0.56 \quad \mathbf{\sigma}_{m}$$

Sustituyendo los valores de $\sigma_{
m m}$ para esta condición,

 σ_{c} ten. arriba = 0.56 (30) = + 16.8 kg/cm² σ_{c} ten. abajo = 0.56 (40) = + 22.4 kg/cm² σ_{c} compression = 0.56 (22) = - 12.3 kg/cm²

(b) Si se tiene un ángulo de acostillamiento Ø = 180°

Sustituyendo los valores de G para esta condición,

$$\mathbf{O}_{c} \text{ ten. arriba = 0.56 (24) = + 13.4 kg/cm}^{2}
 \mathbf{O}_{c} \text{ ten. abajo = 0.56 (41) = + 22.9 kg/cm}^{2}
 \mathbf{O}_{c} \text{ compression = 0.56 (15) = - 8.4 kg/cm}^{2}$$

Concluyendo, los esfuerzos máximos tangenciales en el borde interno del conducto bajo las condiciones de carga establecidas serán: (a) Si se tiene un ángulo de acostillamiento Ø = 0°

$$\sigma_{arriba} (\Theta = 0^{\circ}) = -217 + 16.8 = -200.2 \text{ kg/cm}^2$$

 $\sigma_{abajo} (\Theta = 180^{\circ}) = -217 + 22.4 = -194.6 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_{a} \Theta = 90^{\circ} = -217 - 12.3 = -229.3 \text{ kg/cm}^2$

Todos de compresión.



(b) Si se tiene un ángulo de acostillamiento Ø = 180°

 $\sigma_{arriba} (\theta = 0^{\circ}) = -217 + 13.4 = -203.6 \text{ kg/cm}^2$ $\sigma_{abajo} (\theta = 180^{\circ}) = -217 + 22.9 = -194.1 \text{ kg/cm}^2$ $\sigma_{a \theta} = 90^{\circ} = -217 - 8.4 = -225.4 \text{ kg/cm}^2$

Todos de compresión

Esquemáticamente:



Estos esfuerzos se sumarán algebraicamente a los esfuerzos debidos a la presión interna cuando ésta se llegue a presentar.