



**U. N. A. M.**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**ESTUDIO COMPARATIVO DEL DISEÑO DE UNA  
ESTRUCTURA DE CONCRETO REFORZADO  
EMPLEANDO DIFERENTES REGLAMENTOS**

**MEXICO, D.F. 1986**

**TESIS QUE PARA  
OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
PRESENTA : SALVADOR  
GARCIA Y PEREZ**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

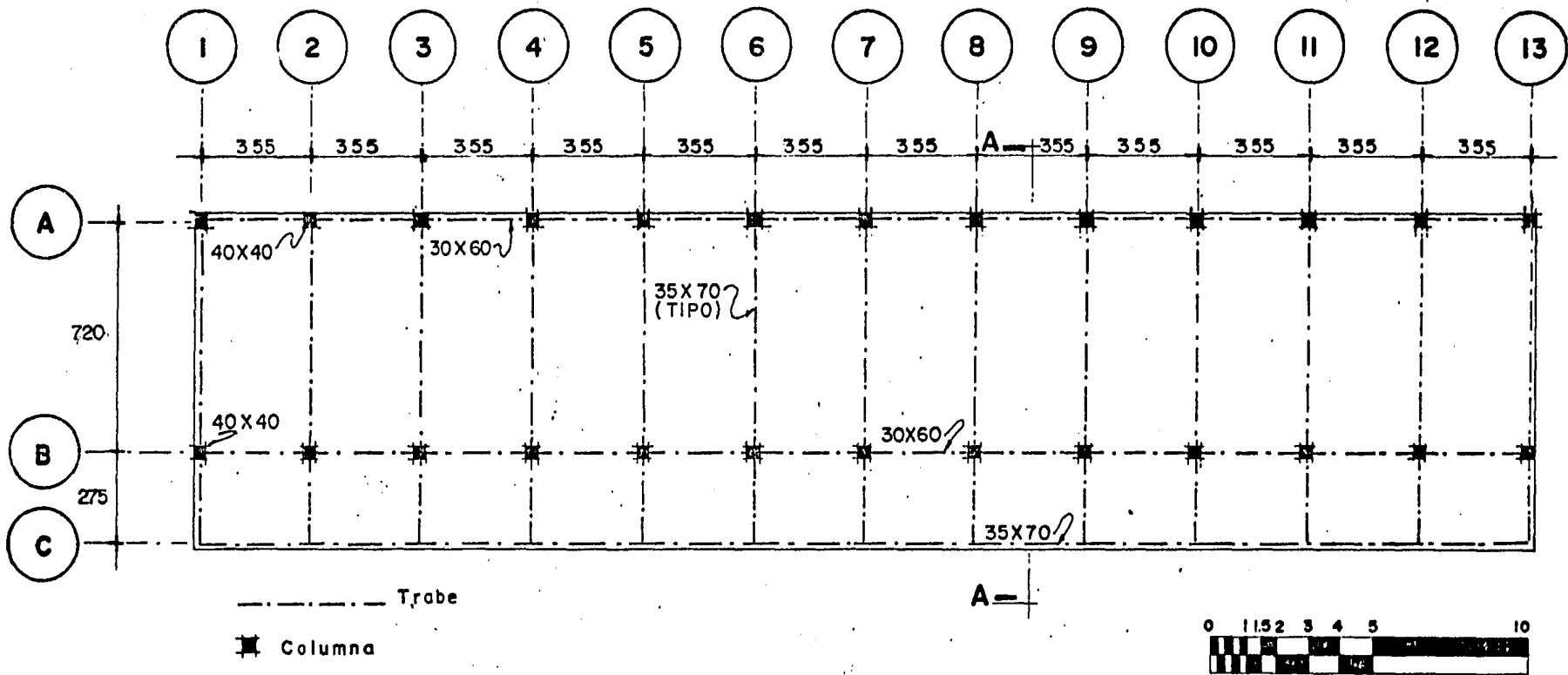


## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

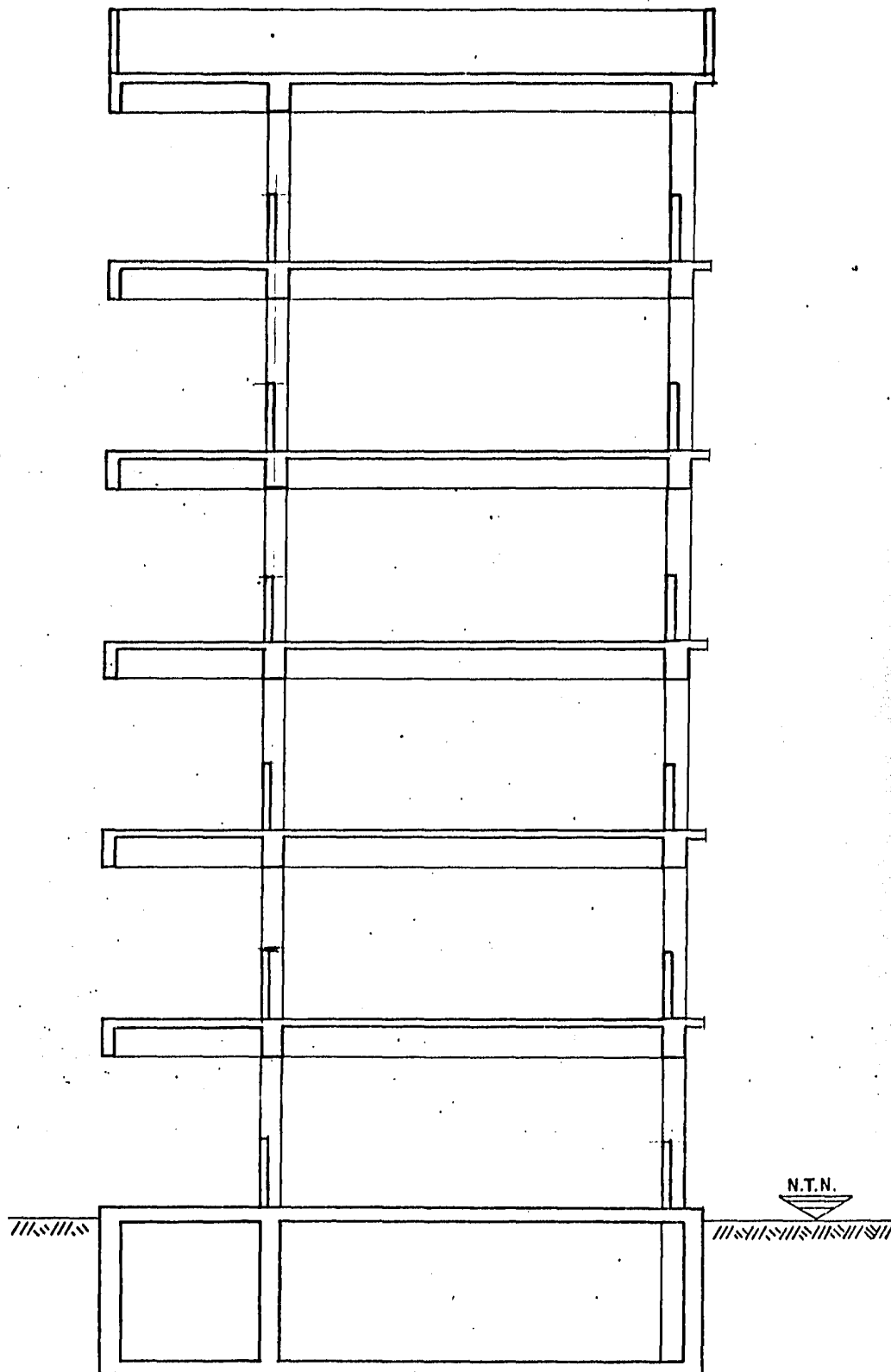
### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



PLANTA



CORTE A - A



## Introducción.

La investigación constante del comportamiento de las estructuras y de los materiales de construcción se refleja en la actualización de las normas de diseño.

La aplicación cotidiana de dichas normas es la respuesta del medio profesional a los esfuerzos que se realizan en los centros de investigación y a la labor de difusión que de ellas se hace.

Las técnicas modernas de análisis y diseño favorecen la construcción de sistemas estructurales con un alto grado de seguridad, un comportamiento adecuado en condiciones de servicio y un costo razonable.

En el año de 1976 en el mes de diciembre entró en vigor el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, en el cual se establecen los criterios de diseño relativos a estados límite de falla y de servicio para las estructuras de Concreto Reforzado.

En el año de 1977 aparece la revisión al Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado del Instituto Americano del Concreto (A.C.I. - 77), el cual establece los criterios de diseño antes mencionados, siendo por lo tanto, factible de comparación de los resultados obtenidos por ambos reglamentos.

Este trabajo compara los resultados que se obtienen de la aplicación de los criterios de diseño de dichos reglamentos, a la solución de la super-estructura de un edificio de seis niveles, reflejados en las diferencias de cantidades de obra.

Las comparaciones son positivas en la medida que proporcionan al que las hace y al lector un criterio de discriminación de la información que le permita hacer un uso racional de la misma al intentar resolver problemas similares al que se presenta.

La estructura que nos ocupa servirá para albergar el área de aulas y accesos a las mismas de una escuela secundaria, la dimensión de los salones será de 7.20m. X 7.10m. y los pasillos de 2.75m. por toda la longitud, los entrepisos serán de 3.10m. y tendrá seis niveles.

Dicho edificio se ubicará en la Calle de Chile, en el Centro de la Ciudad, a dos cuadras del Gimnasio Guelatao.

El mismo está estructurado a base de los macizos, las cuales se apoyan perimetralmente en trabes primarias o secundarias, las primeras forman marcos rígidos con las columnas y en ambas direcciones se consideran empotradas a nivel de cimentación, las secundarias y en el área del voladizo correspondiente a accesos, se apoyan en las trabes en cantiliver de los marcos cortos. El conjunto total de marcos soportarán el 100% de las cargas gravitacionales y sísmicas en las dos direcciones ortogonales.

En la primera parte de este trabajo denominada "Solicitaciones" se determinan las cargas muertas y vivas que actuarán sobre la estructura, se elige el espectro de aceleraciones del terreno para diseño sísmico, y el factor de ductilidad correspondiente de acuerdo a la ubicación y tipo de estructura de la misma.

En la segunda parte, "Análisis por Cargas Gravitacionales", se da una breve descripción del método de G. Kuni, se determinan los elementos mecánicos en las losas empleando la tabla de coeficientes del "Reglamento del D.F.", se calculan las áreas tributarias y cargas correspondientes a los marcos de los ejes "1", "2", "n" y "3", se analizan las trabes secundarias y los marcos con el método de G. Kuni previamente descrito.

En la tercera parte, "Análisis Sísmico", se hace el análisis modal y se describen brevemente los métodos de Neumark para el modo fundamental y el de Holzer para los modos superiores, se calculan los pesos de los niveles, las rigideces de entre-piso con el método de Kuni, suponiendo que la estructura está cargada con una fuerza de 1,000 Ky. en el sexto nivel, con éstas y los

pesos se determinan los contantes en ambas direcciones, posteriormente y de acuerdo a las rigideces se encuentran los contantes directos y los debidos a torsión, se resuelven los marcos "1", "2", "A" y "B" para las fuerzas laterales, también se determinan los elementos mecánicos en las losas y los marcos con el método del Marco Equivalente del "Reglamento A.C.I. - 77" y por último y solo para comparar se resuelven los mismos marcos para cargas sísmicas, utilizando el método de H. Cross y se da solución al sistema de ecuaciones de condición con métodos matriciales.

En la cuarta parte relativa a la "Revisión de Estados Límite de Falla", se dimensionan y detallan las losas de acuerdo a los dos reglamentos tanto el del D.F. como el del A.C.I. - 77, se elaboran también las gráficas para determinar el porcentaje de acero en función del momento y las dimensiones del elemento, se diseñan y detallan las vigas y para ello se elaboran las envolventes de momento y de cortante y por último las columnas pero revisando previamente si se las puede considerar o no restringidas lateralmente.

La quinta parte esta dedicada a la "Revisión de Estados Límite de Servicio" tanto por el Reglamento del D.F. - 76 como el del A.C.I. - 77 y no solo se consideran las deflexiones y los agrietamientos sino también los desplazamientos laterales producidos por el sismo.

En la sexta parte, "Comparaciones", se consideran básicamente las cuantías de acero de refuerzo ya que las secciones de concreto son las mismas y se hace mención al número de horas-hombre consumidas por cada criterio.

La séptima y última parte entrega las "Conclusiones" como resultado de la aplicación en el diseño de los dos reglamentos y resume las experiencias del autor al hacer uso de ellos.

## SOLICITACIONES.

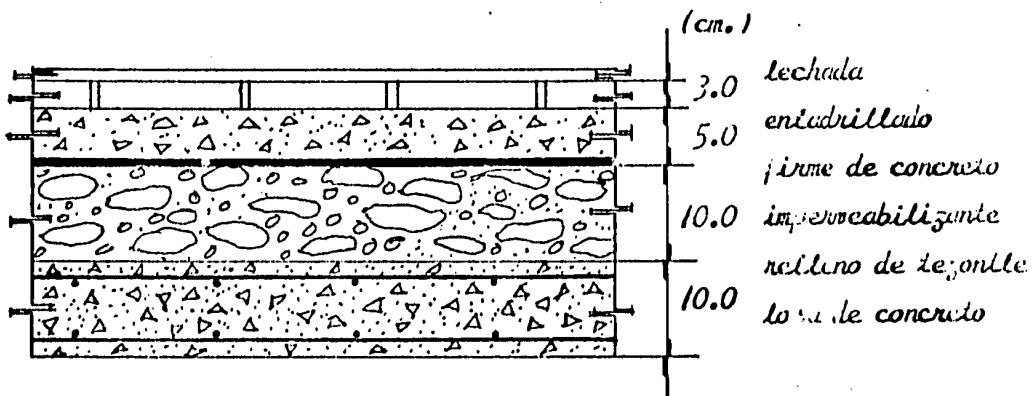
Las solicitaciones a que estará sujeta la estructura en estudio serán, principalmente, sistemas de cargas verticales y horizontales.

Las cargas verticales son aquellas que incluyen la carga muerta y la carga viva; la primera se refiere al peso de elementos estructurales y materiales que obran sobre el inmueble y ejemplos son; el peso de las losas, trabes, columnas, rellenos, firmes, impermeabilizantes, muros de carga y divisorios, instalaciones, recubrimientos, fachadas, etc., etc. La carga viva incluye el peso de personas, materiales que son almacenados durante el proceso de construcción, cimbra, maquinaria, etc., etc. y en general las cargas que no tienen el carácter de permanentes sino eventuales y se determinan de acuerdo a la función que cumplirá el inmueble.

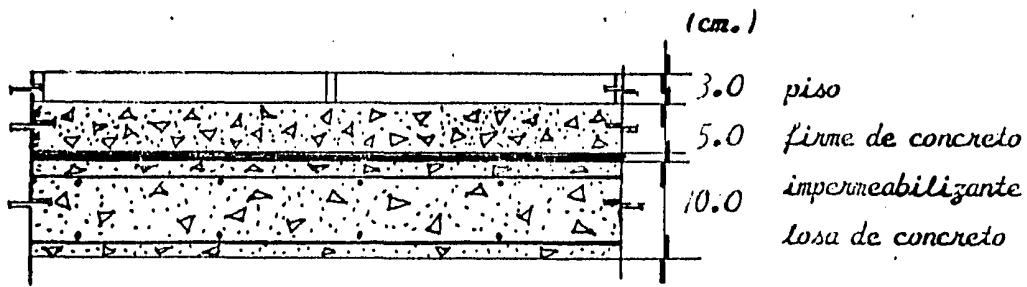
Las cargas horizontales son generadas principalmente por los sismos y el viento, existen otras cargas que no necesariamente son verticales u horizontales como son las producidas por explosiones, el impacto debido a golpes de maquinaria, y los cambios volumétricos por temperatura, etc., etc.

Las cargas verticales muerta, viva y horizontal accidental dinámica debida al sismo se determinarán de acuerdo con los criterios que establece el "Reglamento de Las Construcciones para el Distrito Federal".

A continuación se muestra un croquis del nivel de azotea y otro del nivel de entre-piso y se determina el peso por metro cuadrado por nivel de la carga muerta.







| Concepto:              | Azotea:                     | Entre-piso:                 |
|------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| lechada                | 5.00 Kg./m <sup>2</sup> .   | 0.00 Kg./m <sup>2</sup> .   |
| entadrillado           | 45.00 "                     | 0.00 "                      |
| piso                   | 0.00 "                      | 65.00 "                     |
| firme                  | 120.00 "                    | 120.00 "                    |
| impermeabilizante      | 20.00 "                     | 20.00 "                     |
| relleno                | 155.00 "                    | 0.00 "                      |
| losa                   | 260.00 "                    | 250.00 "                    |
| w <sub>c. muerta</sub> | 605.00 Kg./m <sup>2</sup> . | 465.00 Kg./m <sup>2</sup> . |

En cuanto a la carga viva se deben considerar tres valores:

La carga viva máxima  $w_m$  se deberá emplear para diseño estructural por fuerzas gravitacionales y para calcular asentamientos inmediatos en suelos, así como en el diseño estructural, ante cargas gravitacionales, de los cimientos.

La carga instantánea  $w_a$  se deberá usar para diseño sísmico y por viento, y cuando se revisen distribuciones de carga más desfavorables que la uniformemente repartida sobre toda el área.

La carga media  $w$  se deberá emplear en el cálculo de asentamientos diferidos en materiales poco permeables (limos y arcillas) saturados.

Cuando la carga viva produzca efectos favorables para la estabilidad de la estructura, se considerará una intensidad nula en toda el área.

Los diferentes valores de las cargas vivas que actúan en la azotea, considerando que la pendiente de proyecto en la misma es no mayor de 5%, serán:

$$w_m = 100.00 \text{ Kg./m}^2. \quad w_a = 70.00 \text{ Kg./m}^2. \quad w = 15.00 \text{ Kg./m}^2.$$

Y los valores de las cargas vivas para los entrepisos y en especial para las zonas de aulas:

$$w_m = 300.00 \text{ Kg./m}^2. \quad w_a = 250.00 \text{ Kg./m}^2. \quad w = 40.00 \text{ Kg./m}^2.$$

Los correspondientes a pasillos, tomando en cuenta que sirven a más de  $200\text{m}^2$  y menos de  $400\text{m}^2$ , serán:

$$w_m = 150.00 + 400.00(A)^{-1/2} \quad w_a = 150.00 \text{ Kg./m}^2. \quad w = 40.00 \text{ Kg./m}^2.$$

en donde  $A$  : área que alimenta a los pasillos ( $\text{m}^2$ ).

Para determinar las fuerzas sísmicas ha de tomarse en consideración lo siguiente:

La estructura se encuentra localizada en el Centro de la Ciudad y de acuerdo con el Reglamento está sobre la "Zona 3".

De acuerdo con su uso -escuela- la estructura se clasifica en el "Grupo II" -pues su funcionamiento se ve afectado en forma importante a raíz de un sismo y el costo económico por pérdidas en comparación con el costo por aumentar su seguridad es alto.

El inmueble está estructurado de tal forma que las fuerzas laterales se resisten en cada nivel por marcos continuos de concreto reforzado en ambos sentidos y de acuerdo con el Reglamento se clasifica dentro del "Tipo I".

Con la información anterior se puede ahora determinar el coeficiente sísmico  $c_s$ , y que se define como la relación que existe entre el cortante producido por el sismo en la base de la estructura y el peso total del edificio tomando en cuenta las cargas muertas y vivas:

$$c_d = V / W = 1.3 \times 0.24 = 0.312$$

El reglamento permite reducciones en las ordenadas del espectro de diseño sísmico de acuerdo a la ductilidad que se proporcione a la estructura y para ello define un factor  $Q'$  por el cual se dividen las ordenadas del espectro de diseño sísmico y que, de acuerdo con las características de la estructura, — que cumple con el "Caso 2", el factor de ductilidad  $Q$  del cual es función  $Q'$  es:

$$Q = 4.0$$

El análisis sísmico dinámico se lleva a cabo de acuerdo con las siguientes hipótesis simplificadoras:

- 1.- La estructura se comporta elásticamente.
- 2.- La ordenada del espectro de aceleraciones para diseño sísmico, "a", expresada como fracción de la aceleración de la gravedad, está dada por las siguientes expresiones:

$$a = a_0 + (c_d - a_0) T / T_1, \quad \text{si } T \text{ es menor que } T_1.$$

$$a = c_d, \quad \text{si } T \text{ está entre } T_1 \text{ y } T_2.$$

$$a = c_d (T_2 / T)^n, \quad \text{si } T \text{ excede } T_2.$$

en donde:

$c_d$  : coeficiente sísmico.

$T$  : período natural de interés.

$T_1$ ,  $T_2$  y  $T_2$  están dados en segundos.

Los valores de  $a_0$ ,  $T_1$  y  $T_2$  y  $n$  considerando que la estructura se localiza en la zona 3, son:

$$a_0 = 0.06; \quad T_1 = 0.80; \quad T_2 = 3.30 \text{ y } n = 1.00$$

Como ya se menciono anteriormente, las ordenadas dadas por las ecuaciones previas se pueden reducir considerando el valor de  $Q'$ :

$$Q' = Q, \quad \text{si } T \text{ es mayor que } T_p.$$

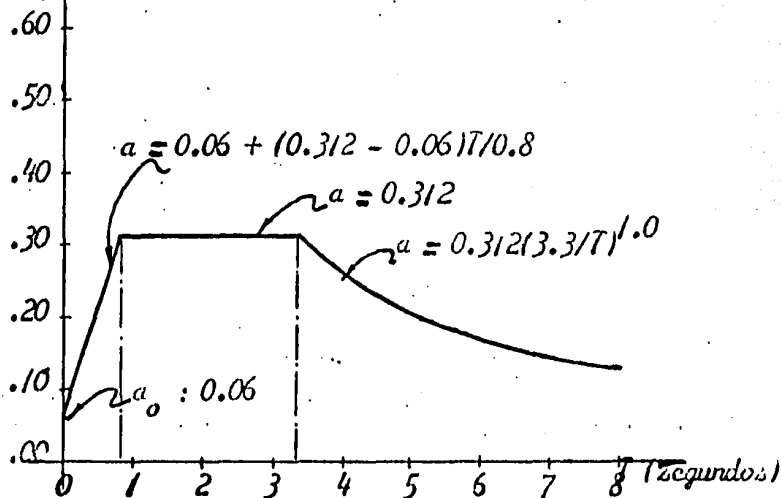
$$Q' = 1 + (Q-1)T/T_p, \quad \text{si } T \text{ es menor que } T_p.$$

Al utilizar el análisis dinámico sísmico se debe incluir el efecto de todos los modos naturales de vibración con período mayor o igual a 0.4 seg. y cuando menos se considerarán 3 modos. Las respuestas modales  $R_i$  (contantes, defor<sub>m</sub>aciones, momento de volteo, etc.), se combinarán de acuerdo con la siguiente expresión:

$$R_{tot} = \sum (R_i^2)^{1/2}$$

A continuación se muestra el diagrama para determinar las ordenadas del espectro de aceleraciones:

$a$  (adimensional)



Las ordenadas son fracción de la gravedad y pueden disminuirse de acuerdo a las características particulares de ductilidad.

## ANÁLISIS.

El análisis consiste básicamente en aplicar un determinado modelo matemático a un arreglo estructural de geometría y rigidez conocidas, solicitado por -- unas ciertas fuerzas externas, que permite conocer los elementos mecánicos -- (fuerzas internas) en cada uno de los miembros de la estructura.

Existen modelos matemáticos que son herramientas muy útiles para la solución de problemas estructurales, en cuanto al análisis se refiere, y entre otras -- muchos los más usados son los métodos de distribución de momentos de Hardy -- Cross y de G. Kani y, con el advenimiento de las computadoras, los métodos matriciales. En este trabajo se utiliza el método de G. Kani, que proporciona los elementos mecánicos en forma exacta, por la sencillez en su aplicación y por la especial característica de ser auto-conectivo, las ecuaciones representativas de dicho método son:

$$m'_{ik} = u_{ik} (M_i + (m'_{ki} + m''_{ik})), \quad \text{en donde:}$$

$$u_{ik} = -k_{ik} / 2 \sum k_{ik}, \quad \text{siendo } k_{ik} = I_{ik} / L_i, \quad \text{por otro lado:}$$

$$m''_{ik} = v_{ik} (M_n + (m'_{ik} + m'_{ki})), \quad \text{en donde:}$$

$$v_{ik} = -3k_{ik} / 2 \sum k_{ik}, \quad \text{siendo } k_{ik} = I_{ik} / h_i, \quad \text{en los que:}$$

$Q$  : constante de entrepiso.

$m'_{ik}$  : influencia del giro en el extremo cercano.

$m'_{ki}$  : influencia del giro en el extremo lejano.

$m''_{ik}$  : influencia del desplazamiento del entrepiso.

$M_i$  :  $M_e$  : momento de desequilibrio.

$M_n$  :  $Qh / 3$  : momento de entrepiso debido a la suma de fuerzas horizontales arriba del nivel considerado.

$u_{ik}$  : factor de distribución angular.

$v_{ik}$  : factor de distribución lineal.

$I_{ik}$  : momento de inercia de los elementos que concurren al nudo.

$L_i$  : claro de traves.

$h_i$  : altura de entrepiso.

$M_e$  : momento de empotramiento perfecto.

La ecuación para determinar los momentos flexionantes finales es la siguiente:

$$M_{ih} = M_e + 2m'_{ik} + m'_{ki} + m''_{ih}$$

Ahora bien, el "Reglamento de las Construcciones para el Distrito Federal" -- respecto al análisis dice que:

Las fuerzas internas y las deformaciones producidas por las acciones en las estructuras se determinará mediante el análisis estructural. En las "Normas Técnicas Complementarias" se especifican procedimientos de análisis para distintos materiales y sistemas estructurales, congruentes con los factores de carga y de resistencia fijados en el título. Podrán admitirse métodos de análisis con distintos grados de aproximación, siempre que su falta de precisión en la determinación de las fuerzas internas se tome en cuenta, multiplicando adecuadamente los factores de carga especificados en el artículo 220 de este ordenamiento, de manera que se obtenga una seguridad equivalente a la que se alcanzaría con los métodos especificados.

Como la estructura en este caso será construida de concreto reforzado, las normas correspondientes establecen que:

Las estructuras de concreto se analizarán, en general, con métodos que supongan comportamiento elástico. También pueden aplicarse métodos de análisis límite siempre que se compruebe que la estructura tiene suficiente ductilidad y que se eviten fallas prematuras por inestabilidad. Las articulaciones plásticas en vigas y columnas se diseñarán de acuerdo con lo prescrito en 4.7.

En estructuras continuas se admite redistribuir los momentos obtenidos del análisis elástico, satisfaciendo las condiciones de equilibrio de fuerzas y momentos en vigas, nudos y entrepisos, pero sin que ningún momento se reduzca mas del 30% en columnas zunchadas, vigas y losas apoyadas en vigas o muros, ni que se reduzca mas del 15% en columnas no zunchadas y en losas planas.

En cuanto a la "Combinación de Acciones" se considerará que el total de la carga viva actúa sobre la losa según el artículo 215 del Reglamento del D. F.

que establece que:

Para este tipo de combinación deberán revisarse todos los posibles estados límite, tanto de falla como de servicio.

Entran en este tipo de combinación, la de carga muerta más carga viva del artículo 227 de este Reglamento, considerándola uniformemente repartida sobre toda el área.

Tomando en consideración lo anterior, las cargas vivas utilizadas en el análisis de las losas que se localizan entre los ejes "1" a "13" y "A" a "B" y de acuerdo con sus dimensiones son:

$$\begin{aligned} \text{Azotea} &= 100.00 \text{ Kg. / m}^2 \\ \text{Entrepiso} &= 300.00 \text{ Kg. / m}^2 \end{aligned}$$

Las cargas respectivas para las losas que se localizan entre los ejes "1" a "13" y "B" a "C", de acuerdo a sus dimensiones son:

$$\begin{aligned} \text{Azotea} &= 100.00 \text{ Kg. / m}^2 \\ \text{Entrepiso} &= 280.00 \text{ Kg. / m}^2 \end{aligned}$$

Cuando se analice el sistema de pisos por el método especificado en el Reglamento del A.C.I. - 77, se considerará la condición en la que la carga muerta y la carga viva están uniformemente repartidas en todos los claros pues la relación de carga viva a carga muerta es menor que 3 / 4, esto es:

| De:        | Entre:    | Nivel:    | Relación:         | Índice: |
|------------|-----------|-----------|-------------------|---------|
| "1" a "13" | "A" y "B" | Azotea    | 100.00 / 605.00 < | 0.75    |
| "1" a "13" | "B" y "C" | Azotea    | 100.00 / 605.00 < | 0.75    |
| "1" a "13" | "A" y "B" | Entrepiso | 300.00 / 465.00 < | 0.75    |
| "1" a "13" | "B" y "C" | Entrepiso | 280.00 / 465.00 < | 0.75    |

Según el Reglamento, los elementos mecánicos (momentos flexionantes y fuerzas cortantes) en las losas deberán determinarse con las siguientes ecuaciones:

$$M = c_i \cdot w \cdot a_i \cdot 10^{-4}$$

$$V = (a_1 / 2 - d) w / (1 + (a_1 / a_2)^6),$$

en donde:

$c_i$  : coeficiente que depende de las condiciones de frontera del tablero de losa. Aquí se considera que la losa es colada monolíticamente con los apoyos.

$w$  : carga por metro cuadrado que gravita en el tablero.

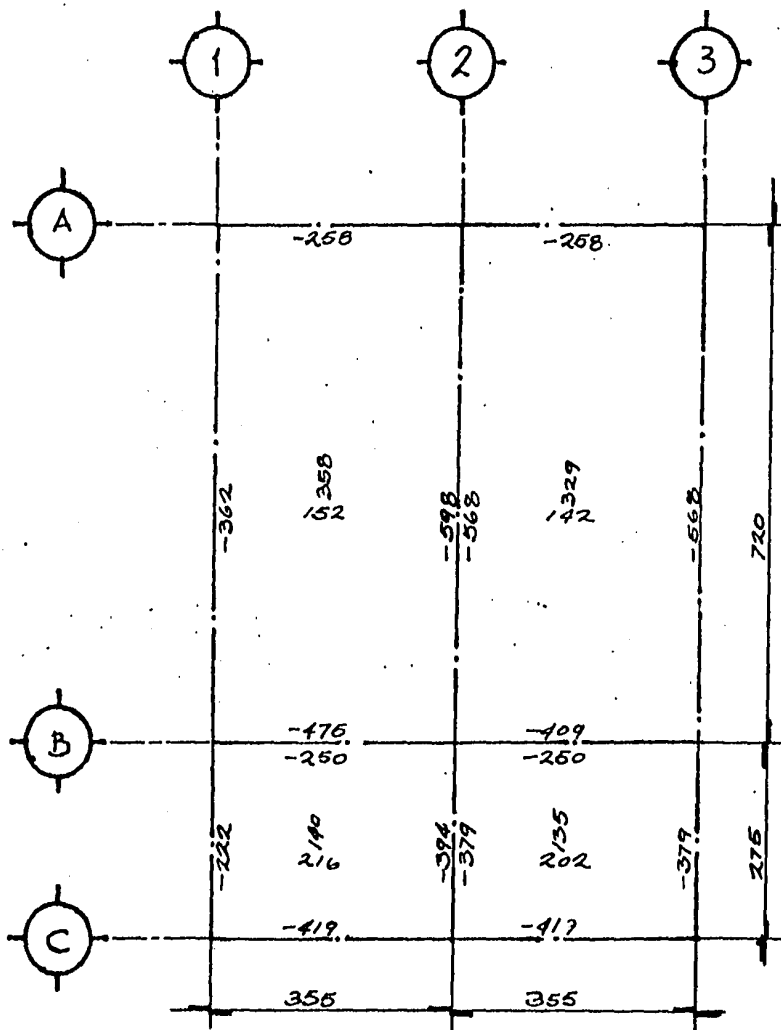
$a_1$  : lado corto del tablero de losa.

$a_2$  : lado largo del tablero de losa.

$d$  : peralte efectivo de la losa.

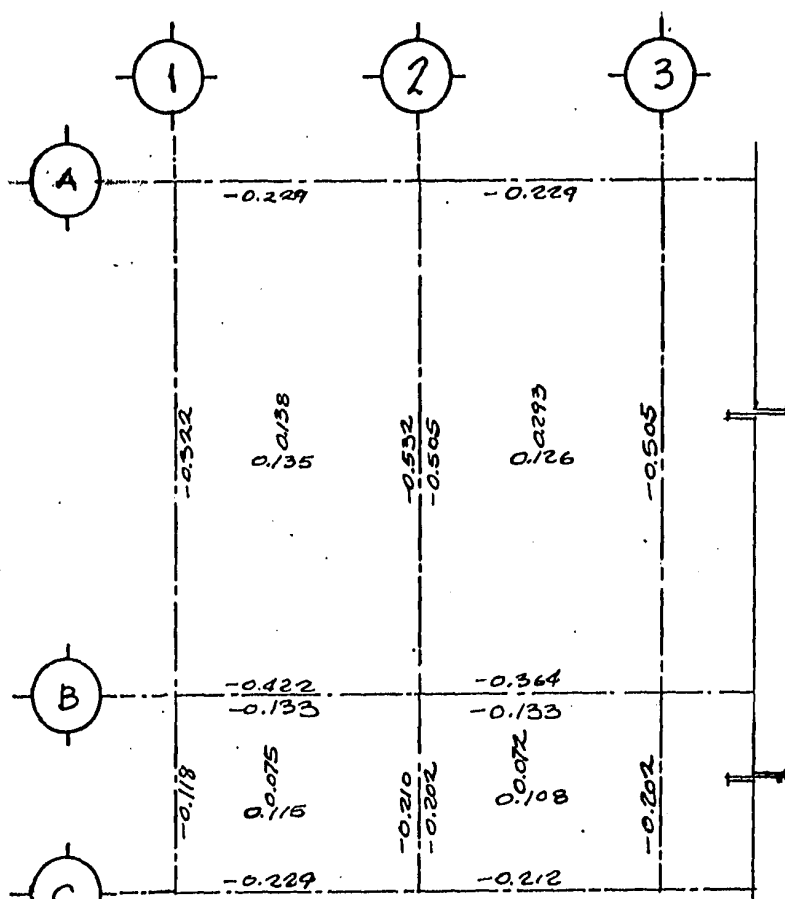
$M$  : momento flexionante por metro de ancho de losa.

$V$  : constante por metro de ancho de losa.

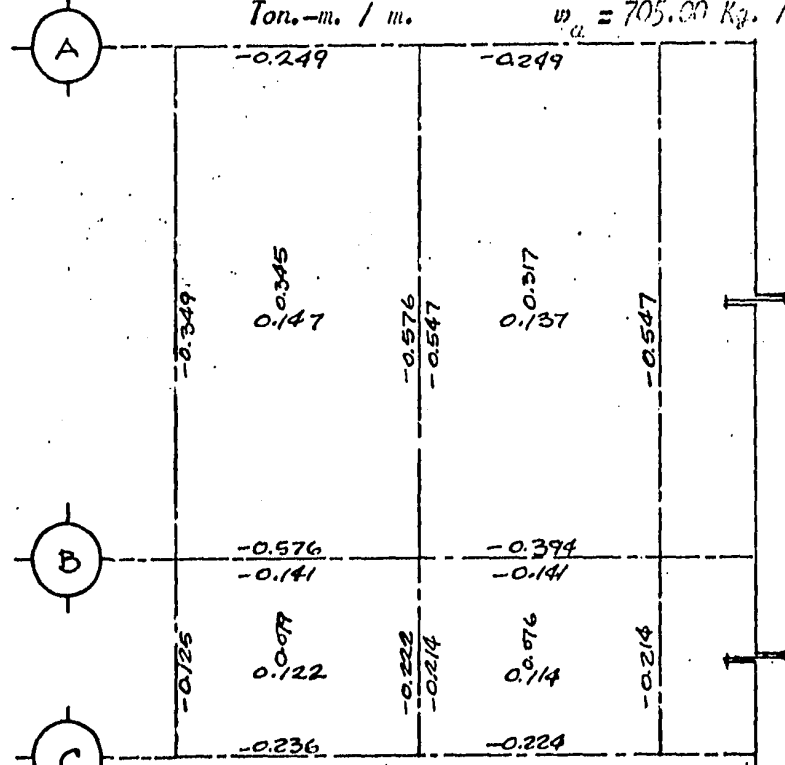


a).- Coeficientes de momento.





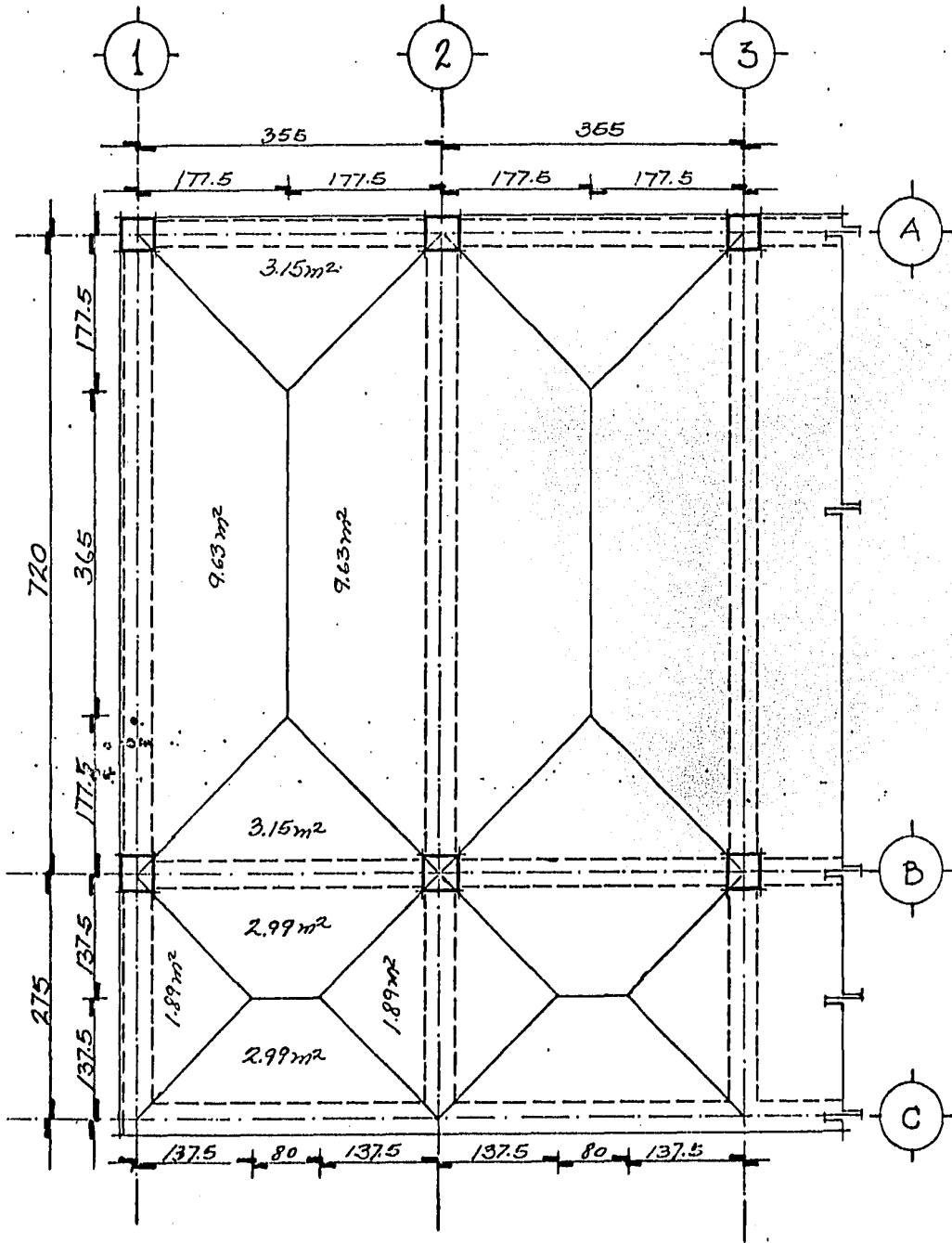
b).- Momentos flexionantes en losas de azotea en Ton.-m. / m.  $w_a = 705.00 \text{ Kg. / m}^2$ .



c).- Momentos flexionantes en las losas de entrepiso en Ton.-m. / m.  $w_{ep} = 765.00 \text{ Kg. / m}^2$ .

En lo que sigue se analizarán por cargas gravitacionales los marcos que componen la estructura, para lo cual se requiere determinar las áreas tributarias (área limitada por la interacción de líneas a  $45^\circ$  desde las esquinas con la intersección de la línea media del tablero paralela al lado largo) y las cargas muertas y vivas que dependen de la magnitud de dichas áreas.

Los tableros que se muestran a continuación son típicos y permiten observar las áreas tributarias de la estructura:



Una vez determinadas las áreas tributarias se hace una tabla de cargas vivas y que a continuación se muestra:

| Siv.:   | Area(m. <sup>2</sup> ): | w(Kg./m. <sup>2</sup> ): | w <sub>a</sub> (Kg./m. <sup>2</sup> ): | w <sub>m</sub> (Kg./m. <sup>2</sup> ): | Observaciones:                   |
|---------|-------------------------|--------------------------|--|--|----------------------------------|
| Azotea  | 1.89                    | 15.00                    | 70.00                                  | 100.00                                 | pend. < 5%                       |
| "       | 2.99                    | "                        | "                                      | "                                      | " "                              |
| "       | 3.15                    | "                        | "                                      | "                                      | " "                              |
| "       | 9.63                    | "                        | "                                      | "                                      | " "                              |
| "       | 19.26                   | "                        | "                                      | "                                      | " "                              |
| E.-piso | 1.89                    | 40.00                    | 150.00                                 | 315.00                                 | pasillo(A > 3.30m <sup>2</sup> ) |
| "       | 2.99                    | "                        | "                                      | "                                      | " "                              |
| "       | 3.15                    | "                        | 250.00                                 | 300.00                                 | aula de escuela                  |
| "       | 9.63                    | "                        | "                                      | "                                      | " " "                            |
| "       | 19.26                   | "                        | "                                      | "                                      | " " "                            |

Las relaciones de carga viva a carga muerta son todas menores a 0.75.

Con las áreas tributarias y las cargas muertas y vivas correspondientes se cargan las trabes secundarias y las trabes de los marcos y con el análisis estructural de los entramados se encuentran los elementos mecánicos correspondientes; las siguientes cargas y los datos necesarios para el análisis son los más típicos y se muestran enseguida:

La simbología y nomenclatura utilizadas son:

|   |           |
|---|-----------|
| p : carga por metro lineal.                         | (Ton./m.) |
| P : carga concentrada.                              | (Ton.)    |
| L : claro de las vigas.                             | (m.)      |
| M <sub>a</sub> : momento flexionante en el punto a. | (Ton.-m.) |
| M <sub>b</sub> : momento flexionante en el punto b. | (Ton.-m.) |
| M <sub>c</sub> : momento flexionante en el punto c. | (Ton.-m.) |
| R <sub>a</sub> : reacción en el punto a.            | (Ton.)    |
| R <sub>c</sub> : reacción en el punto c.            | (Ton.)    |

| Condiciones de carga y tipo de apoyos: | Elementos mecánicos en los apoyos y al centro: |                                   |                                  |                    |                    |
|--|--|-----------------------------------|----------------------------------|--------------------|--------------------|
|  | $M_a:$   | $M_b:$                            | $M_c:$                           | $R_a:$             | $R_c:$             |
|  | 0.0  | $pL^2/12$                         | 0.0                              | $pL/4$             | $pL/4$             |
|  | 0.0  | $17pL^2/384$                      | $5pL^2/64$                       | $11pL/64$          | $21pL/64$          |
|  | $5pL^2/96$                                     | $pL^2/32$                         | $5pL^2/96$                       | $pL/4$             | $pL/4$             |
|  | 0.0  | $pL^2/24$                         | $pL^2/4$                         | 0.0                | $pL/2$             |
|  | 0.0  | $PL/2$                            | $PL$                             | 0.0                | $P$                |
|  | 0.0  | $p(3L^2 - 4a^2)/24$               | 0.0                              | $p(L-a)/2$         | $p(L-a)/2$         |
|  | 0.0  | $R_a L/2 - p(L/8 - aL/4 + a^2/6)$ | $pL^2(1 - 2(a/L)^2 + (a/L)^3)/8$ | $p(L-a)/2 + M_c/L$ | $p(L-a)/2 - M_c/L$ |
|  | $pL^2(1 - 2(a/L)^2 + (a/L)^3)/12$              | $p(L^3 - 2a^3)/24L$               | $M_a$                            | $p(L-a)/2$         | $p(L-a)/2$         |

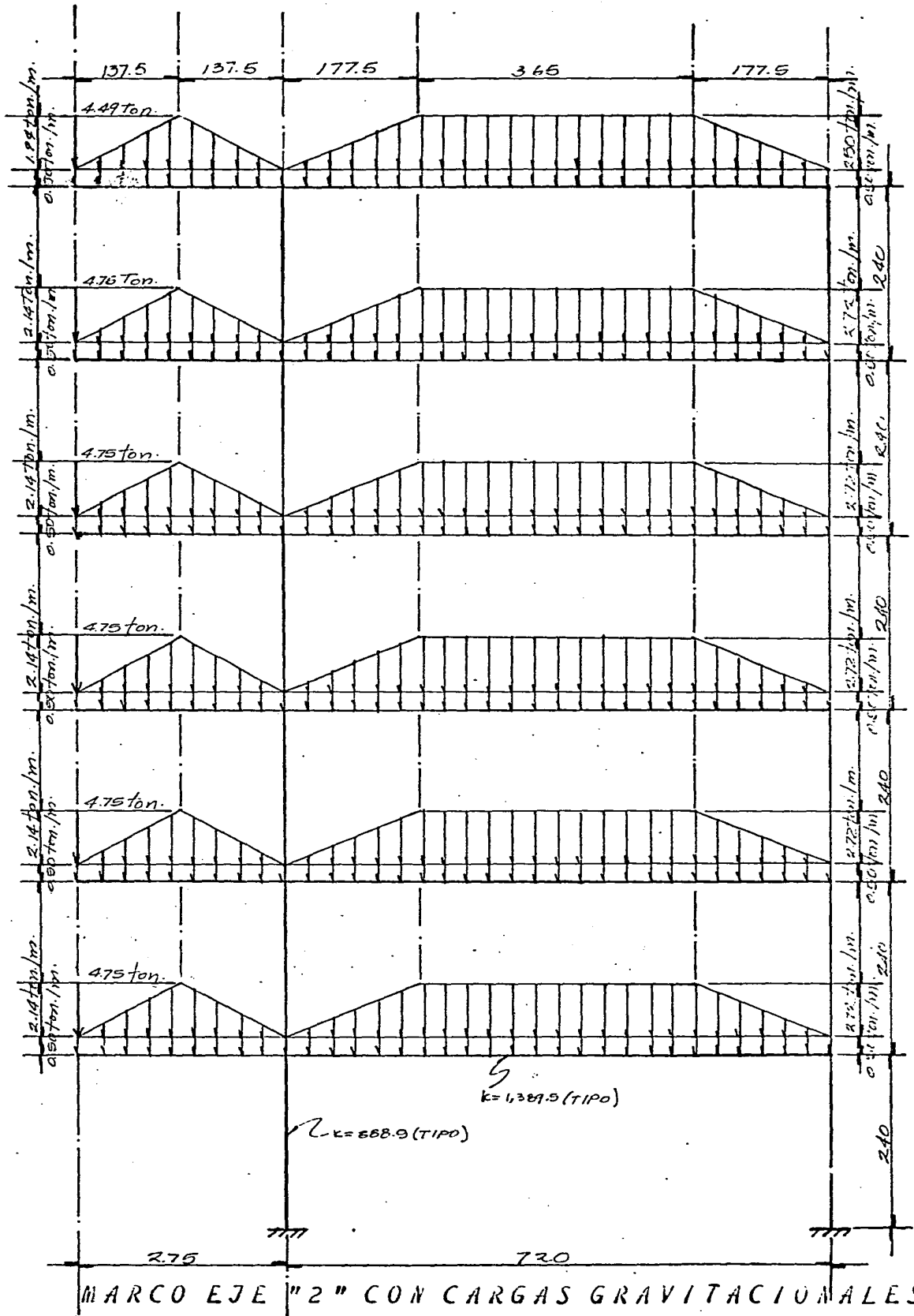
TABLA DE DATOS PARA ANALISIS DE MARCOS TRANSVERSALES Y LONGITUDINALES.



Se analizan a continuación los marcos cortos pues ya se tienen las descargas producidas por las trabes secundarias y las áreas tributarias de los pisos. Solamente se analizan dos marcos, el del eje "1" y del eje "2" pues son los que tienen las mayores cargas y obviamente los de condición más desfavorable.

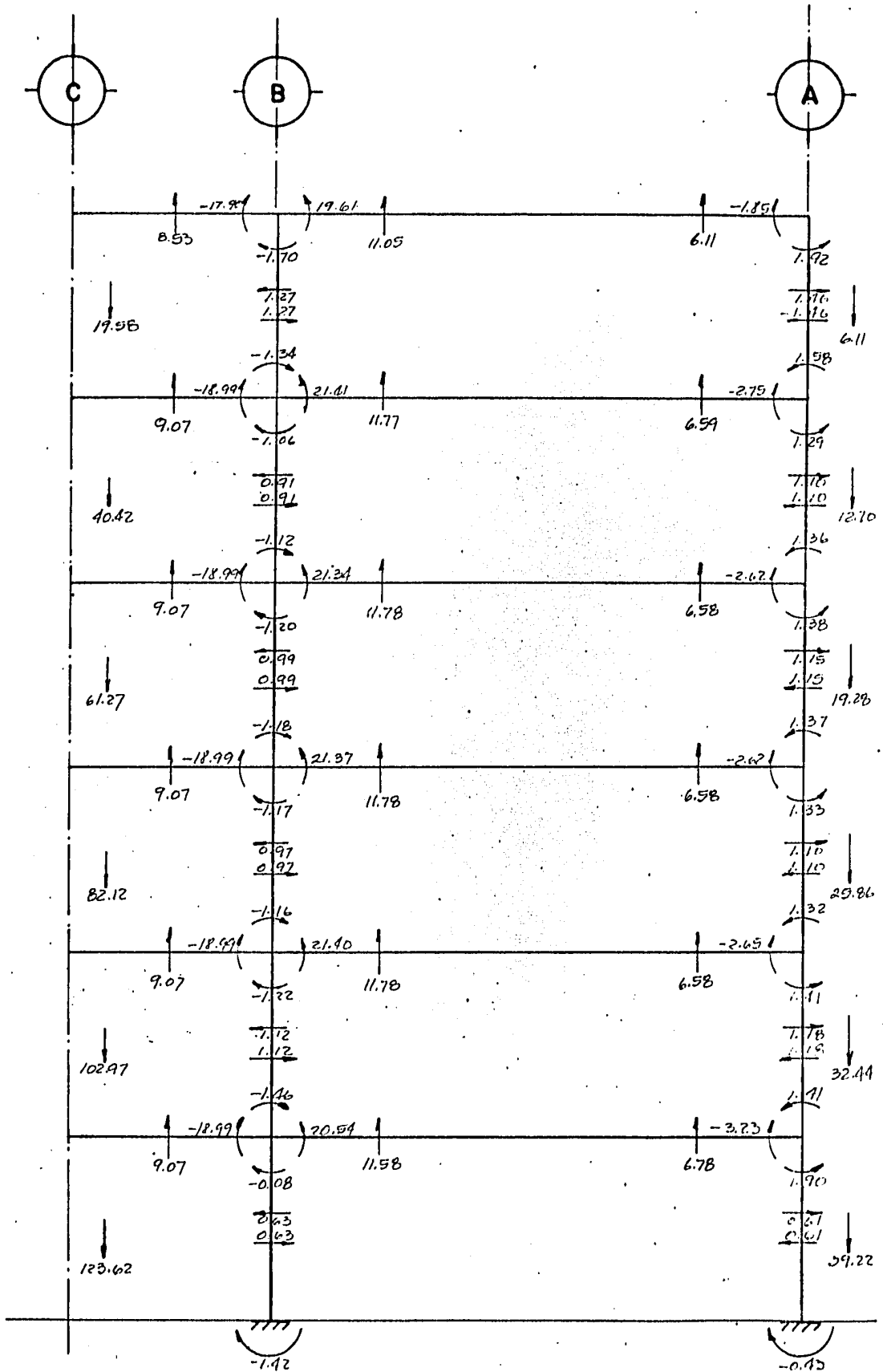
A continuación se muestra como queda el marco con sus solicitaciones y el análisis completo seguido paso a paso con la finalidad de mostrar la secuencia, pero unicamente para el marco del eje "2" pues por razones de espacio no es posible hacer lo mismo con todos los marcos con sus diferentes condiciones de carga.

Para los marcos de los ejes "1", "A" y "B" se indican solamente los resultados del análisis por cargas gravitacionales por las razones anteriormente expuestas.

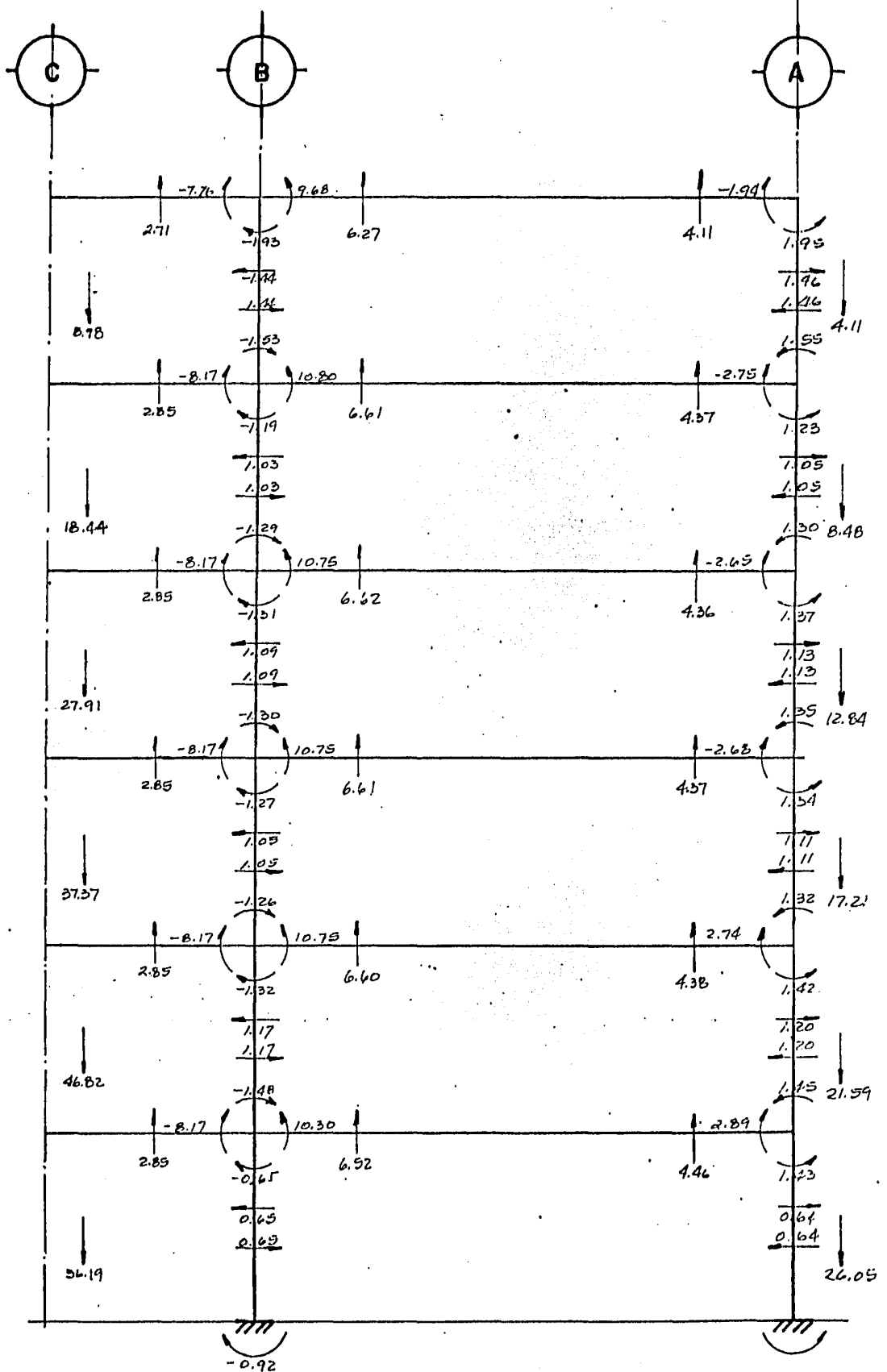




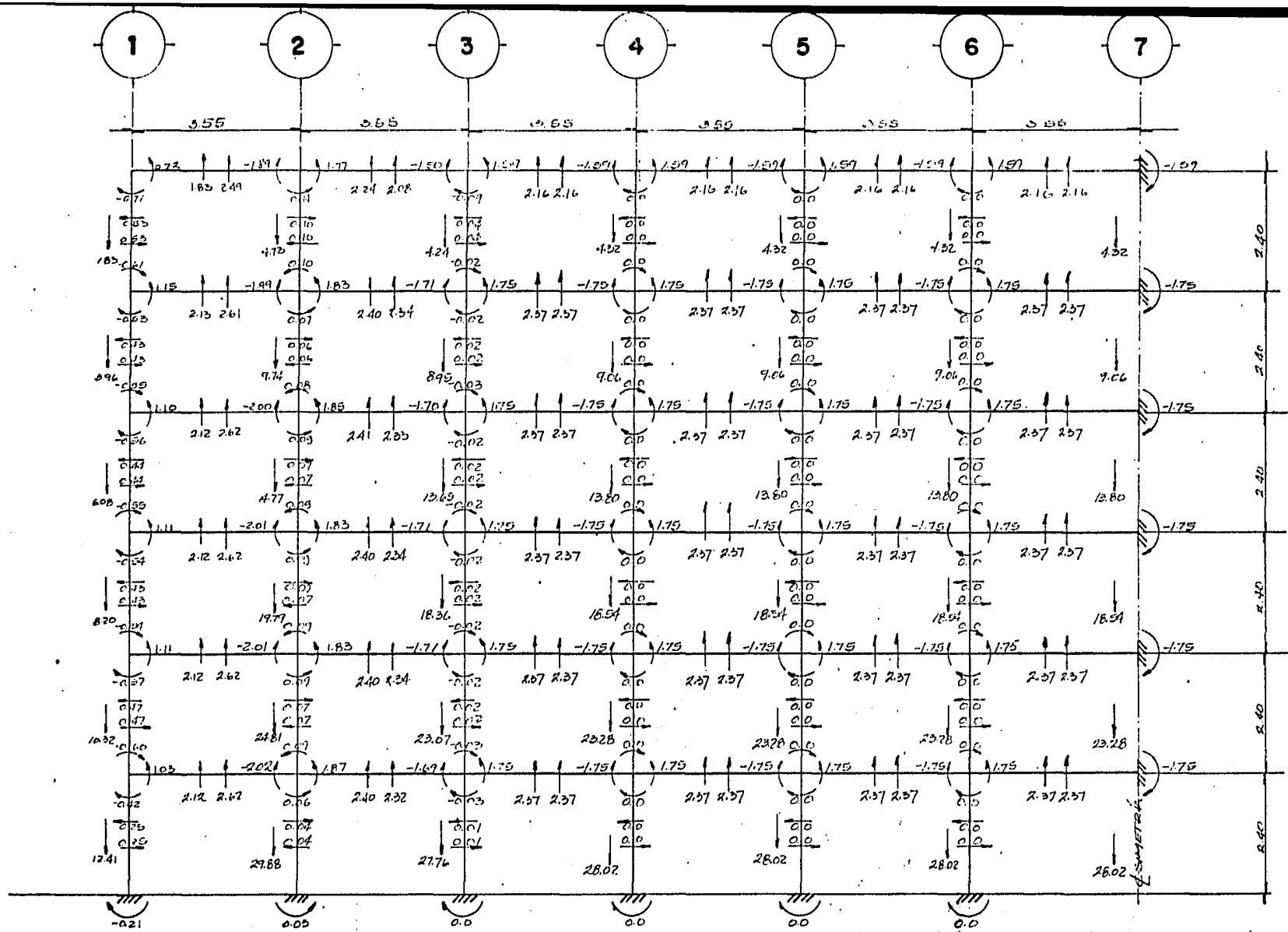




ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO EJE "2"



ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO EJE "1"



ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO EJE "B"



## ANÁLISIS DINÁMICO SISMICO.

Corresponde ahora determinar las fuerzas horizontales que actúan sobre los marcos originadas por los fenómenos naturales denominados sismos. Para poder -- cuantificar las mencionadas fuerzas se utilizará el "método dinámico", que consiste básicamente en aplicar la siguiente igualdad:

$$F = m \times a$$

Toda estructura elástica no amortiguada con varios grados de libertad puede vibrar libremente en tal forma que el desplazamiento de cada una de sus masas -- con respecto a su posición de equilibrio estático es igual al producto de una función de la masa considerada por una función del tiempo; es importante el caso en que esta función es la misma para todas las masas, esto es:

$$x_i(t) = \chi_i \theta(t) \quad (1)$$

$x_i$  : desplazamiento de la masa  $i$  con respecto a su posición de equilibrio en el instante  $t$ .

$\chi_i$  : función que depende únicamente del punto considerado.

$\theta$  : función del tiempo independiente de  $i$ .

A estas maneras de vibrar se les llama modos naturales. Al conjunto ordenado de valores  $\chi_i$  se le llama forma del modo, y el período de  $\theta$ , en caso de que -- exista se llama período natural.

Otra forma de expresar la ecuación inicial es:

$$Q_i = m_i \ddot{x}_i \quad (2)$$

Se sabe que la rigidez es la fuerza que hay que aplicar en la estructura para que se produzca una deformación unitaria, o sea:

$$Q_i = K_{ij} x_j \quad (3)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1) y (3) en la (2):

$$0 \sum_{j=1}^n K_{ij} X_j = m_i X_i \ddot{\theta} \quad (4)$$

y si se ordenan terminos:

$$\frac{\ddot{\theta}}{0} = \frac{\sum K_{ij} X_j}{m_i X_i} \quad (5)$$

El primer miembro de la ecuación (5) es independiente de  $i$  y el segundo de  $t$ , por lo tanto ambos deben ser constantes para que la igualdad subsista; si a este valor se le da el nombre de  $-p^2$ , se obtiene:

$$\ddot{\theta} + p^2 \theta = 0.0 \quad (6)$$

La solución de la ecuación (6) es:

$$\theta = a \operatorname{sen} p (t - s) \quad (7)$$

De acuerdo con los resultados de la ecuación (7) existen modos de vibración -- que satisfacen las condiciones de la ecuación (1), éstos son tales que el movimiento de cada masa es armónico simple de período  $T = 2\pi/p$ ;  $p$  se llama frecuencia natural circular.

Para calcular los modos naturales de vibración se sustituyen las ecuaciones -- (1) y (7) en la (4) con la cual se llega a la siguiente igualdad:

$$m_i p^2 X_i = \sum_{j=1}^n K_{ij} X_j \quad (8)$$

Métodos iterativos para el cálculo de los períodos naturales.- El método directo de la ecuación (8) es laborioso e impráctico cuando se hacen los cálculos a mano, por ello es común utilizar los métodos de aproximaciones sucesivas como son el de Newmark para el modo fundamental y el de Holzer para modos superiores, que en nuestro caso será hasta el tercero.

### Método de Neumark.-

- 1.- Supóngase una forma para el modo fundamental.
- 2.- Obtengase la fuerza de inercia  $F = p^2 y_0 W / g$ , para cada masa. Como  $p^2$  se desconoce, se tabula  $y_0 W / g$ , que es igual a la fuerza de inercia dividida entre  $p^2$ .
- 3.- Con estas fuerzas de inercia y por equilibrio dinámico, calcúlense las fuerzas en los entrepisos divididas entre  $p^2$ .
- 4.- A partir de las rigideces y de las fuerzas en los entrepisos, obténganse las deformaciones de los mismos y una primera aproximación a la forma del modo  $y_1 / p^2$ .
- 5.- Obtengase  $p^2$  para cada masa, dividiendo  $y_0$  entre  $y_1 / p^2$ . Si la configuración arbitrariamente supuesta es la correcta se obtendrá el mismo valor para todas las masas. En caso contrario es necesario efectuar nuevos ciclos partiendo de la configuración calculada en la primera aproximación.

### Método de Holzer.-

- 1.- Supóngase arbitrariamente un valor de  $p^2$ , mayor que el del modo fundamental obtenido por el método de Neumark.
- 2.- Supóngase arbitrariamente la amplitud del movimiento de la primera masa con relación al apoyo inferior.
- 3.- Calcúlese la fuerza en el primer entrepiso y la fuerza de inercia de la primera masa considerando la amplitud supuesta.
- 4.- Satisfaciendo el equilibrio calcúlese la fuerza en el siguiente entrepiso.
- 5.- Obténgase la deformación de éste último y la deformación de la siguiente masa. Con ésta calcúlese su fuerza de inercia.
- 6.- Satisfaciendo el equilibrio obténgase la fuerza en el siguiente entrepiso.
- 7.- Continúese el proceso hasta llegar a la última masa. Si se satisface el equilibrio entre la fuerza del último entrepiso y la fuerza de inercia de la última masa, la frecuencia elegida y la forma calculada corresponden a un modo natural de vibración. Por lo general se obten

drá un residuo. Representétese en una gráfica estos residuos contra el valor de las  $p^2$  supuestas. Se obtendrá una curva cuyos ceros corresponden a las frecuencias naturales.

Determinación de los pesos de la estructura en los diferentes niveles; a continuación se muestra como se determinan las masas concentradas de los pisos, para ello se considera que sobre la losa de azotea gravita una carga total de  $675.00 \text{ Kg. / m}^2$ . y sobre la de entrepiso una de  $715.00 \text{ Kg. / m}^2$ . dichas cargas incluyen la carga viva especificada, también se considera que el peso del concreto reforzado es de  $2,400.00 \text{ Kg. / m}^3$ . y que el de los muros de tabique rojo recocido es de  $1,700.00 \text{ Kg. / m}^3$ . y el de la ventanería de  $30.00 \text{ Kg. / ml}$ .

Losa de azotea:

$$\text{Largo} = 43.00 \text{ m.} \quad \text{ancho} = 10.325 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 43.00 \times 10.325 \times 675.00 = 299,633.12 \text{ kg.}$$

Trabes de azotea:

$$\text{ancho} = 0.35 \text{ m.} \quad \text{peralte} = 0.70 \text{ m.} \quad \text{Largo} = 9.20 \times 13 + 43.00 = 162.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.35 \times 0.60 \times 162.60 \times 2,400.00 = 31,950.40 \text{ Kg.}$$

$$\text{ancho} = 0.30 \text{ m.} \quad \text{peralte} = 0.60 \text{ m.} \quad \text{Largo} = 3.15 \times 12 \times 2 = 75.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.30 \times 0.50 \times 75.60 \times 2,400.00 = 27,216.00 \text{ Kg.}$$

Columnas:

$$\text{ancho} = 0.40 \text{ m.} \quad \text{peralte} = 0.40 \text{ m.} \quad \text{altura} = 13.00/21 \times 26 = 39.00 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.40 \times 0.40 \times 39.00 \times 2,400.00 = 14,976.00 \text{ Kg.}$$

Pretil:

$$\text{ancho} = 0.15 \text{ m.} \quad \text{altura} = 1.50 \text{ m.} \quad \text{Largo} = 43.00 \times 2 + 10.025 \times 2 = 106.05 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.15 \times 1.50 \times 106.05 \times 1,700.00 = 40,564.12 \text{ Kg.}$$

Muros:

$$\text{ancho} = 0.15 \text{ m.} \quad \text{altura} = 2.40 / 2 = 1.20 \text{ m.} \quad \text{Largo} = 6.80 \times 7 = 47.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.15 \times 1.20 \times 47.60 \times 1,700.00 = 14,565.60 \text{ Kg.}$$



*Herrería :*

$$\text{largo} = 3.15 \times 12 \times 2 = 75.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 75.60 \times 30.00 = 2,268.00 \text{ Kg.}$$

$$\text{PESO TOTAL EN AZOTEA} = W_{\text{tot.}} = 481,223.24 \text{ Kg.} = 481.2 \text{ Ton}$$

*Losa de entrepiso :*

$$\text{ancho} = 10.325 \text{ m.} \quad \text{largo} = 43.00 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 10.325 \times 43.00 \times 715.00 = 317,442.12 \text{ Kg.}$$

*Trabes de entrepiso :*

$$\text{ancho} = 0.35 \text{ m.} \quad \text{peralte} = 0.70 \text{ m.} \quad \text{largo} = 9.20 \times 13 + 43.00 = 162.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.35 \times 0.60 \times 162.60 \times 2,400.00 = 81,950.40 \text{ Kg.}$$

$$\text{ancho} = 0.30 \text{ m.} \quad \text{peralte} = 0.60 \text{ m.} \quad \text{largo} = 3.15 \times 12 \times 2 = 75.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.30 \times 0.50 \times 75.60 \times 2,400.00 = 27,216.00 \text{ Kg.}$$

*Columnas :*

$$\text{ancho} = 0.40 \text{ m.} \quad \text{peralte} = 0.40 \text{ m.} \quad \text{altura} = 3.00 \times 26 = 78.00 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.40 \times 0.40 \times 78.00 \times 2,400.00 = 29,952.00 \text{ Kg.}$$

*Murales :*

$$\text{ancho} = 0.15 \text{ m.} \quad \text{altura} = 1.40 \text{ m.} \quad \text{largo} = 3.15 \times 12 \times 2 = 75.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.15 \times 1.40 \times 75.60 \times 1,700.00 = 26,989.20 \text{ Kg.}$$

*Muros :*

$$\text{ancho} = 0.15 \text{ m.} \quad \text{altura} = 1.20 \times 2 = 2.40 \text{ m.} \quad \text{largo} = 6.80 \times 7 = 47.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 0.15 \times 2.40 \times 47.60 \times 1,700.00 = 29,131.20 \text{ Kg.}$$

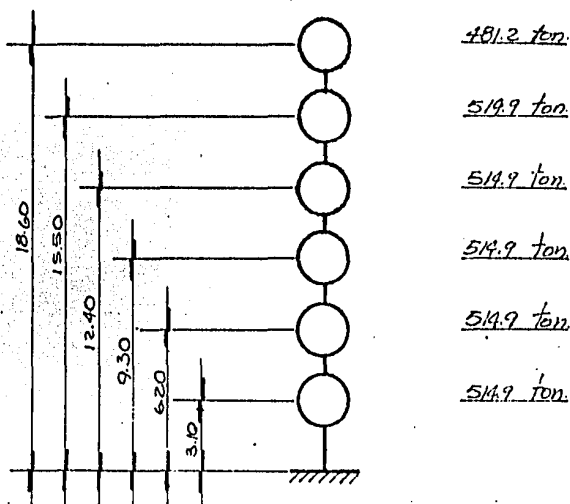
*Herrería :*

$$\text{largo} = 3.15 \times 12 \times 2 = 75.60 \text{ m.}$$

$$\text{peso} = W = 75.60 \times 30.00 = 2,268.00 \text{ Kg.}$$

$$\text{PESO TOTAL EN ENTREPISO} = W_{\text{ep}} = 514,943.92 \text{ Kg.} = 514.9 \text{ Ton.}$$

Una vez determinados los pesos se muestran en un croquis idealizado como el -- que se indica en la figura:



Antes de aplicar el análisis dinámico y determinar las fuerzas sísmicas se necesitan otro tipo de datos como son las rigideces de entrepiso de la estructura y para saber su magnitud se analizan los marcos típicos corto y largo, con el método de G. Kani y suponiendo que una fuerza unitaria de 1.00 Ton. o sean 1,000.00 Kg., actúa en el sexto nivel, y se encuentran las rigideces con la ecuación que propone el mismo autor (las figuras de las siguientes páginas ejemplifican lo anterior):

$$R_n = \frac{6 E K_{in} V_n}{m''_{in} h_n}$$

donde:

$E$  : módulo de elasticidad del material, para este caso  $E = 10,000 \sqrt{f'_c}$  :  
 $= 10,000 \sqrt{250.00} = 158,113.88 \text{ Kg. / cm}^2$ .

$K_{in}$  : rigidez de la columna, esto es  $I_{in} / h_n$ ;  $I_{in}$  es el momento de inercia de la columna de que se trate.

$V_n$  : fuerza constante de entrepiso, o sea la suma de fuerzas en los nudos hasta el entrepiso considerado.

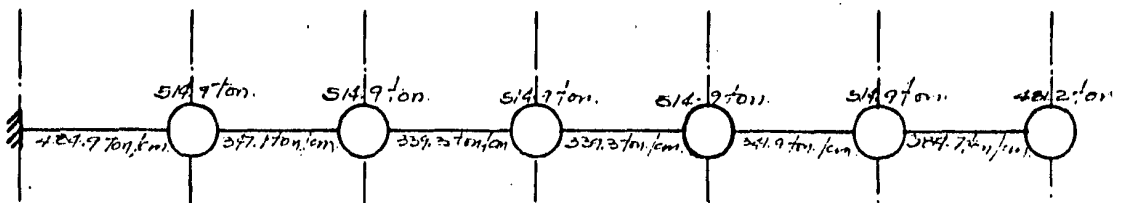
$m''_{in}$  : influencia del desplazamiento del entrepiso.

$h_n$  : altura libre de la columna y que en este caso se considera la que -- hay entre el techo alto de la losa y el techo bajo de la trabe.



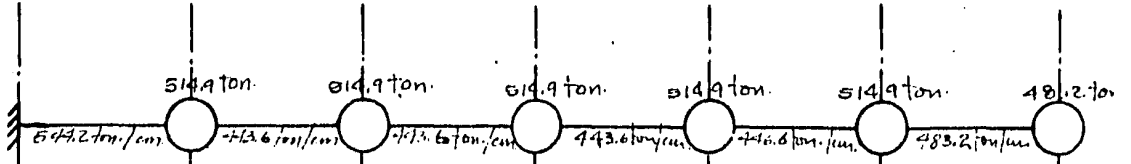
|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
| $R = \frac{6 \times 158,114 \times 853.33 \times 1,000}{13,400 \times 250} = 241,651.83 \text{ Kg. / cm.}$ |  |  |  |  |  |
| $R = \frac{6 \times 158,114 \times 853.33 \times 1,000}{14,500 \times 250} = 223,321.52 \text{ Kg. / cm.}$ |  |  |  |  |  |
| $R = \frac{6 \times 158,114 \times 853.33 \times 1,000}{14,600 \times 250} = 221,791.92 \text{ Kg. / cm.}$ |  |  |  |  |  |
| $R = \frac{6 \times 158,114 \times 853.33 \times 1,000}{14,600 \times 250} = 221,791.92 \text{ Kg. / cm.}$ |  |  |  |  |  |
| $R = \frac{6 \times 158,114 \times 853.33 \times 1,000}{14,600 \times 250} = 221,791.92 \text{ Kg. / cm.}$ |  |  |  |  |  |
| $R = \frac{6 \times 158,114 \times 853.33 \times 1,000}{11,900 \times 250} = 272,111.46 \text{ Kg. / cm.}$ |  |  |  |  |  |

DETERMINACION DE RIGIDECES DE ENTREPISO POR EL METODO DE G. KANJ.



| $\eta$          | 0.0  | 0.5     | 1.0     | 1.5     | 2.0     | 2.5     | 3.0     |
|-----------------|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $(W/\rho)_0$    |  | 0.2124  | 0.5218  | 0.7873  | 1.0497  | 1.3121  | 1.4715  |
| $Q/\rho^2$      | 5.4078   | 5.1457  | 1.6206  | 3.8333  | 2.7836  | 7.4715  |         |
| $\Delta/\rho^2$ | 0.0111   | 0.0168  | 0.0136  | 0.0113  | 0.0081  | 0.0038  |         |
| $\eta_1/\rho^2$ | 0.0  | 0.0111  | 0.0257  | 0.0545  | 0.0506  | 0.0089  | 0.0627  |
| $\rho^2$        |  | 45.00   | 38.6    | 38.0    | 39.4    | 42.4    | 47.8    |
| $y_1$           | 0.0  | 1.11    | 2.59    | 3.95    | 5.08    | 5.89    | 6.27    |
| $(W/\rho)_1$    |  | 0.5826  | 1.2594  | 2.0732  | 2.6463  | 3.0919  | 3.0755  |
| $Q/\rho^2$      | 12.8485  | 12.2657 | 10.9065 | 8.8333  | 6.167   | 3.0755  |         |
| $\Delta/\rho^2$ | 0.0265   | 0.0353  | 0.0321  | 0.0260  | 0.0180  | 0.0079  |         |
| $\eta_2/\rho^2$ | 0.0  | 0.0265  | 0.0618  | 0.0959  | 0.1199  | 0.1279  | 0.1158  |
| $\rho^2$        |  | 41.9    | 41.9    | 42.1    | 42.4    | 42.7    | 43.0    |
| $y_2$           | 0.0  | 2.65    | 6.18    | 9.39    | 11.99   | 13.79   | 14.58   |
| $(W/\rho)_2$    |  | 1.3709  | 3.2437  | 4.9235  | 6.2952  | 7.2890  | 7.1517  |
| $Q/\rho^2$      | 20.2408  | 28.8149 | 25.6065 | 20.6529 | 14.3847 | 7.1517  |         |
| $\Delta/\rho^2$ | 0.0623   | 0.0831  | 0.0754  | 0.0609  | 0.0421  | 0.0184  |         |
| $\eta_3/\rho^2$ | 0.0  | 0.0623  | 0.1454  | 0.2208  | 0.2817  | 0.3238  | 0.3121  |
| $\rho^2$        |  | 42.5    | 42.5    | 42.5    | 42.5    | 42.6    | 43.6    |
| $\rho^2$        | 1 <sup>er</sup> MODO: $\rho^2 = 42.5$ (1.00; 2.33; 3.52; 4.52; 5.20; 5.50)   |         |         |         |         |         |         |
| $y$             | 0.0  | 1.0     | 2.25    | 3.18    | 3.61    | 3.49    | 2.91    |
| $\Delta$        | 1.0  | 1.28    | 0.93    | 0.43    | 0.12    | -0.58   |         |
| 100             | $Q$  | 184.9   | 122.4   | 214.3   | 147.40  | -42.10  | -225.30 |
|                 | $F$  | 52.5    | 118.1   | 166.9   | 189.5   | 185.2   | 142.1   |
| $y$             | 0.0  | 1.0     | 1.94    | 2.00    | 1.19    | -0.24   | -1.34   |
| $\Delta$        | 1.0  | 0.94    | 0.06    | -0.86   | -1.38   | -1.12   |         |
| 300             | $Q$  | 184.9   | 327.4   | 21.9    | -293.0  | -472.9  | -434.7  |
|                 | $F$  | 151.5   | 308.5   | 314.9   | 179.5   | -378.0  | -220.1  |
| $y$             | 0.0  | 1.0     | 1.84    | 1.64    | 0.51    | -0.91   | -1.70   |
| $\Delta$        | 1.0  | 0.84    | -0.20   | -1.13   | -1.42   | -0.79   |         |
| 370             | $Q$  | 184.9   | 390.7   | -66.6   | -385.1  | -984.14 | -307.41 |
|                 | $F$  | 191.2   | 357.3   | 318.5   | 99.04   | -176.7  | 308.5   |
| $\rho^2$        | 2 <sup>do</sup> MODO: $\rho^2 = 370$ (1.00; 1.84; 1.64; 0.51; -0.91; -1.70)  |         |         |         |         |         |         |
| $y$             | 0.0  | 1.0     | 1.04    | -0.37   | -1.27   | -0.40   | 0.25    |
| $\Delta$        | 1.0  | 0.04    | -1.41   | -0.90   | 0.87    | 1.29    |         |
| 900             | $Q$  | 184.9   | 12.5    | -471.8  | -304.0  | 295.9   | 184.9   |
|                 | $F$  | 172.4   | 191.3   | -174.8  | -599.9  | -188.9  | 375.5   |
| $y$             | 0.0  | 1.0     | 0.78    | -0.47   | -1.23   | -0.27   | 0.36    |
| $\Delta$        | 1.0  | -0.02   | 1.49    | -0.76   | 1.01    | 1.18    |         |
| 940             | $Q$  | 184.9   | -8.50   | -492.0  | -260.1  | 346.7   | 435.2   |
|                 | $F$  | 193.4   | 183.5   | -231.9  | -606.8  | -108.5  | 142.6   |
| $y$             | 0.0  | 1.0     | 0.97    | -0.78   | -1.23   | -0.19   | 0.77    |
| $\Delta$        | 1.0  | -0.03   | 1.45    | -0.75   | 1.04    | 1.16    |         |
| 945             | $Q$  | 184.9   | -11.1   | -492.2  | -254.1  | 356.0   | 450.2   |
|                 | $F$  | 196.0   | 181.1   | -236.1  | -610.1  | -94.2   | 149.6   |
| $\rho^2$        | 3 <sup>er</sup> MODO: $\rho^2 = 945$ (1.00; 0.97; -0.78; -1.23; -0.19; 0.77) |         |         |         |         |         |         |

Determinación de los 3 primeros modos de vibración en los marcos 1 a 13.



| $y_0$          | 0.0   | 0.5     | 1.0           | 1.5                                    | 2.0     | 2.5     | 3.0    |
|----------------|-------|---------|---------------|--|---------|---------|--------|
| $W_1/y_0$      |       | 0.2624  | 0.5248        | 0.7872                                 | 1.0497  | 1.3121  | 1.5745 |
| $Q_1/p^2$      |       | 3.4078  | 5.1454        | 6.6206                                 | 8.8333  | 11.7836 | 14.715 |
| $\Delta_1/p^2$ |       | 0.0093  | 0.0116        | 0.0141                                 | 0.0086  | 0.0062  | 0.0030 |
| $y_1/p^2$      |       | 0.0     | 0.0099        | 0.0215                                 | 0.0319  | 0.0405  | 0.0467 |
| $p^2$          |       |         | 50.5          | 46.5                                   | 47.0    | 49.4    | 53.5   |
| $y_1$          |       | 0.99    | 2.15          | 3.19                                   | 4.05    | 4.67    | 4.97   |
| $W_2/y_2$      |       | 0.5196  | 1.1980        | 1.6743                                 | 2.1151  | 2.4511  | 2.4379 |
| $Q_2/p^2$      |       | 10.3370 | 9.8174        | 8.6890                                 | 7.0147  | 4.8890  | 2.4379 |
| $\Delta_2/p^2$ |       | 0.0190  | 0.0221        | 0.0196                                 | 0.0158  | 0.0105  | 0.0050 |
| $y_2/p^2$      |       | 0.0     | 0.0190        | 0.0411                                 | 0.0607  | 0.0765  | 0.0871 |
| $p^2$          |       |         | 52.1          | 52.3                                   | 52.5    | 52.9    | 53.4   |
| $y_2$          |       | 1.90    | 4.11          | 6.07                                   | 7.65    | 8.74    | 9.25   |
| $W_3/y_3$      |       | 0.9972  | 2.1572        | 3.159                                  | 4.052   | 4.5872  | 4.5374 |
| $Q_3/p^2$      |       | 19.4752 | 18.4781       | 16.3208                                | 12.1249 | 7.1197  | 2.5374 |
| $\Delta_3/p^2$ |       | 0.0358  | 0.0414        | 0.0368                                 | 0.0291  | 0.0204  | 0.0124 |
| $y_3/p^2$      |       | 0.0     | 0.0358        | 0.0774                                 | 0.1142  | 0.1488  | 0.1642 |
| $p^2$          |       |         | 53.1          | 53.1                                   | 53.1    | 53.2    | 53.2   |
| $y_3$          |       | 1.90    | 4.11          | 6.07                                   | 7.65    | 8.74    | 9.25   |
| $1^{er}$ MODO  |       |         | $p^2 = 53.0$  | (1.0; 2.16; 3.19; 4.02; 4.60; 4.88)    |         |         |        |
| $y$            | 0.0   | 1.0     | 1.69          | 1.49                                   | 0.49    | -0.76   | -1.56  |
| $\Delta$       | 1.0   | 0.69    | -0.20         | 1.00                                   | -1.25   | 0.78    |        |
| 450 Q          | 544.2 | 302.8   | -102.8        | -452.9                                 | -556.7  | -358.7  | -39.4  |
| F              | 236.2 | 399.2   | 351.9         | 115.7                                  | -178.5  | -339.9  |        |
| $y$            | 0.0   | 1.0     | 1.68          | 1.45                                   | 0.45    | -0.82   | -1.56  |
| $\Delta$       | 1.0   | 0.68    | -0.23         | 1.02                                   | -1.25   | 0.79    |        |
| 460 Q          | 544.2 | 302.8   | -102.8        | -452.9                                 | -556.7  | -358.7  | -6.7   |
| F              | 241.4 | 405.6   | 358.1         | 103.8                                  | -198.0  | -357.0  |        |
| $y$            | 0.0   | 1.0     | 1.68          | 1.44                                   | 0.42    | -0.83   | -1.56  |
| $\Delta$       | 1.0   | 0.68    | -0.24         | 1.02                                   | -1.25   | 0.73    |        |
| 462 Q          | 544.2 | 301.7   | -105.7        | -454.9                                 | -556.7  | -355.4  | -2.0   |
| F              | 242.9 | 407.4   | 349.2         | 101.8                                  | -201.3  | -353.5  |        |
| $2^{do}$ MODO  |       |         | $p^2 = 462$   | (1.0; 1.68; 1.44; 0.42; -0.83; -1.56)  |         |         |        |
| $y$            | 0.0   | 1.0     | 0.93          | -0.35                                  | -1.18   | -0.48   | 0.74   |
| $\Delta$       | 1.0   | -0.07   | -1.28         | -0.83                                  | 0.70    | 0.22    |        |
| 1,100 Q        | 544.2 | -33.1   | -570.0        | -367.9                                 | 313.4   | 590.5   | 191.2  |
| F              | 577.3 | 532.9   | -202.1        | -681.3                                 | -277.1  | 399.3   |        |
| $y$            | 0.0   | 1.0     | 0.82          | -0.50                                  | -1.13   | -0.19   | 0.68   |
| $\Delta$       | 1.0   | -0.17   | -1.23         | -0.63                                  | 0.94    | 0.87    |        |
| 1,180 Q        | 544.2 | -75.1   | -589.1        | -279.4                                 | 120.5   | 107.2   | 26.9   |
| F              | 219.3 | 019.0   | -202.7        | -699.9                                 | -117.7  | 393.6   |        |
| $y$            | 0.0   | 1.0     | 0.82          | -0.52                                  | -1.12   | -0.18   | 0.92   |
| $\Delta$       | 1.0   | -0.18   | -1.22         | -0.62                                  | 0.94    | 1.10    |        |
| 1,185 Q        | 544.2 | -77.2   | -587.2        | -274.7                                 | 119.9   | 103.8   | -2.7   |
| F              | 221.9 | 010.0   | -211.0        | -699.6                                 | -116.9  | 393.7   |        |
| $3^{er}$ MODO  |       |         | $p^2 = 1,185$ | (1.0; 0.82; -0.50; -1.12; -0.18; 0.92) |         |         |        |

Determinación de los 3 primeros modos de vibración en los marcos A y B.

Determinación de las fuerzas sísmicas en los marcos "1" a "13":

Resumen de las características de los modos:

| 1er. modo:                      | Forma del modo: | Rigidez de la masa:             | Peso de la masa: |
|---------------------------------|-----------------|---------------------------------|------------------|
|                                 | 5.50            | 387.40 Ton. / cm <sup>2</sup> . | 481.20 Ton.      |
| $p^2 = 42.5 \text{ seg}^{-2}$ . | 5.20            | 341.90 "                        | 514.90 "         |
| $T = 2\pi / p^2$                | 4.52            | 339.30 "                        | 514.90 "         |
| $T = 0.9638 \text{ seg.}$       | 3.54            | 339.30 "                        | 514.90 "         |
|                                 | 2.33            | 347.10 "                        | 514.90 "         |
|                                 | 1.00            | 484.90 "                        | 514.90 "         |
|                                 |                 |                                 |                  |
| 2do. modo:                      | -1.70           | 387.40 Ton. / cm <sup>2</sup> . | 481.20 Ton.      |
| $p^2 = 370 \text{ seg}^{-2}$ .  | -0.91           | 341.90 "                        | 514.90 "         |
|                                 | 0.51            | 339.30 "                        | 514.90 "         |
| $T = 0.3266 \text{ seg.}$       | 1.64            | 339.30 "                        | 514.90 "         |
|                                 | 1.84            | 347.10 "                        | 514.90 "         |
|                                 | 1.00            | 484.90 "                        | 514.90 "         |
|                                 |                 |                                 |                  |
| 3er. modo:                      | 0.97            | 387.40 "                        | 481.20 "         |
| $p^2 = 945 \text{ seg}^{-2}$ .  | -0.91           | 341.90 "                        | 514.90 "         |
|                                 | -1.23           | 339.30 "                        | 514.90 "         |
| $T = 0.2044 \text{ seg.}$       | -0.48           | 339.30 "                        | 514.90 "         |
|                                 | 0.97            | 347.10 "                        | 514.90 "         |
|                                 | 1.00            | 484.90 "                        | 514.90 "         |

Ordenadas del espectro para los modos:

1er. modo:  $T_1 = 0.80 \text{ seg.}; T_2 = 3.30 \text{ seg.}$   $T_1 < T < T_2$

$Q' = Q = 4.0$  y  $a = c = 0.312$

$A_1 = a_0 / Q' = 0.312 \times 981 / 4.0 = 76.518 \text{ cm. / seg}^2$ .

2do. modo:  $T_1 = 0.80 \text{ seg.}; T_2 = 3.30 \text{ seg.}$   $T < T_1$

$Q' = 1 + (Q - 1) T / T_1 = 1.0 + (4.0 - 1.0) 0.326 / 0.80$   
 $= 2.22475$

$a = a_0 + (c - a_0) T / T_1 = 0.06 + \frac{(0.312 - 0.06) 0.326}{0.80}$   
 $= 0.162879$

$A_2 = a_0 / Q' = 0.162879 \times 981 / 2.22475 =$   
 $= 71.821 \text{ cm. / seg}^2$ .

3er. modo:  $T_1 = 0.80 \text{ seg.}; T_2 = 3.30 \text{ seg. } T < T_1$

$$Q' = 1 + (Q - 1) T / T_1 = 1.0 + (4.0 - 1.0) 0.204 / 0.80 = 1.7665$$

$$a = a_0 + (c - a_0) T / T_1 = 0.06 + (0.312 - 0.06) 0.204 / 0.80 = 0.124386$$

$$A_3 = a_3 / Q' = 0.124386 \times 781 / 1.7665 = 69.076 \text{ cm. / seg}^2$$

Coefficientes de participación de los modos:

1er. modo:

$$c_1 = \frac{(481.2 \times 5.50 + 514.9 \times 5.20 + 514.9 \times 4.52 + 514.9 \times 3.54 + 514.9 \times 2.33 + 514.9 \times 1.0)}{(481.2 \times 5.5^2 + 514.9 \times 5.2^2 + 514.9 \times 4.52^2 + 514.9 \times 3.54^2 + 514.9 \times 2.33^2 + 514.9 \times 1.0^2)} = 0.2294$$

2do. modo:

$$c_2 = \frac{(481.2(-1.7) + 514.9(-0.91) + 514.9(0.51) + 514.9(1.64) + 514.9(1.84) + 514.9(1.0))}{(481.2(-1.70)^2 + 514.9(-0.91)^2 + 514.9(0.51)^2 + 514.9(1.64)^2 + 514.9(1.84)^2 + 514.9(1.0)^2)} = 0.2293$$

3er. modo:

$$c_3 = \frac{(481.2(0.97) + 514.9(-0.19) + 514.9(-1.23) + 514.9(-0.48) + 514.9(0.97) + 514.9(1.0))}{(481.2(0.97)^2 + 514.9(-0.19)^2 + 514.9(-1.23)^2 + 514.9(-0.48)^2 + 514.9(0.97)^2 + 514.9(1.0)^2)} = 0.2123$$

Desplazamientos de las masas según los modos:

1er. modo:

$$u_{61} = 5.50 \times 76.518 \times 0.2294 / 42.5 = 2.2716 \text{ cm.}$$

$$u_{51} = 5.20 \times 76.518 \times 0.2294 / 42.5 = 2.1477 \text{ cm.}$$

$$u_{41} = 4.52 \times 76.518 \times 0.2294 / 42.5 = 1.8668 \text{ cm.}$$

$$u_{31} = 3.54 \times 76.518 \times 0.2294 / 42.5 = 1.4621 \text{ cm.}$$

$$u_{21} = 2.33 \times 76.518 \times 0.2294 / 42.5 = 0.9623 \text{ cm.}$$

$$u_{11} = 1.00 \times 76.518 \times 0.2294 / 42.5 = 0.4130 \text{ cm.}$$

2do. modo:

$$u_{62} = -1.70 \times 71.821 \times 0.2293 / 370.0 = -0.0756 \text{ cm.}$$

$$u_{52} = -0.91 \times 71.821 \times 0.2293 / 370.0 = -0.0405 \text{ cm.}$$

$$u_{42} = 0.51 \times 71.821 \times 0.2293 / 370.0 = 0.0227 \text{ cm.}$$



$$u_{32} = 1.64 \times 71.821 \times 0.2293 / 370.0 = 0.0730 \text{ cm.}$$

$$u_{22} = 1.84 \times 71.821 \times 0.2293 / 370.0 = 0.0819 \text{ cm.}$$

$$u_{12} = 1.00 \times 71.821 \times 0.2293 / 370.0 = 0.0445 \text{ cm.}$$

3er. modo:

$$u_{63} = 0.97 \times 69.076 \times 0.2123 / 945.0 = 0.0150 \text{ cm.}$$

$$u_{53} = -0.19 \times 69.076 \times 0.2123 / 945.0 = -0.0029 \text{ cm.}$$

$$u_{43} = -1.23 \times 69.076 \times 0.2123 / 945.0 = -0.0191 \text{ cm.}$$

$$u_{33} = -0.48 \times 69.076 \times 0.2123 / 945.0 = -0.0074 \text{ cm.}$$

$$u_{23} = 0.97 \times 69.076 \times 0.2123 / 945.0 = 0.0150 \text{ cm.}$$

$$u_{13} = 1.00 \times 60.076 \times 0.2123 / 945.0 = 0.0155 \text{ cm.}$$

A continuación se determinan las fuerzas constantes sísmicas como producto de la rigidez por el desplazamiento relativo entre dos niveles consecutivos:

1er. modo:

$$V_{61} = (2.2716 - 2.1477) 387.4 = 48.00 \text{ Ton.}$$

$$V_{51} = (2.1477 - 1.8668) 341.9 = 96.00 \text{ Ton.}$$

$$V_{41} = (1.8668 - 1.4621) 339.3 = 137.30 \text{ Ton.}$$

$$V_{31} = (1.4621 - 0.9623) 339.3 = 169.60 \text{ Ton.}$$

$$V_{21} = (0.9623 - 0.4130) 347.1 = 190.70 \text{ Ton.}$$

$$V_{11} = (0.4130 - 0.0000) 484.9 = 200.30 \text{ Ton.}$$

2do. modo:

$$V_{62} = (0.0756 - 0.0405) 387.4 = 13.60 \text{ Ton.}$$

$$V_{52} = (0.0405 + 0.0227) 341.9 = 21.60 \text{ Ton.}$$

$$V_{42} = (0.0227 - 0.0730) 339.3 = 17.10 \text{ Ton.}$$

$$V_{32} = (0.0730 - 0.0819) 339.3 = 3.00 \text{ Ton.}$$

$$V_{22} = (0.0819 - 0.0445) 347.1 = 13.00 \text{ Ton.}$$

$$V_{12} = (0.0155 - 0.0000) 484.9 = 7.50 \text{ Ton.}$$

3er. modo:

$$V_{63} = (0.0150 + 0.0029) 387.4 = 6.90 \text{ Ton.}$$

$$V_{53} = (0.0029 - 0.0191) 341.9 = 5.50 \text{ Ton.}$$

$$V_{43} = (0.0191 - 0.0074) 339.3 = 3.90 \text{ Ton.}$$

$$V_{33} = (0.0074 + 0.0150) 339.3 = 7.60 \text{ Ton.}$$

$$V_{23} = (0.0150 - 0.0155) 347.1 = 0.20 \text{ Ton.}$$

$$V_{13} = (0.0155 - 0.0000) 484.9 = 7.50 \text{ Ton.}$$

Las respuestas modales  $R_i$  se combinan de acuerdo a la siguiente expresión:

$$R_i = (R_i^2)^{1/2}$$

por lo tanto los cortantes en la estructura son:

$$V_6 = \sqrt{48.0^2 + 13.6^2 + 6.9^2} = 50.40 \text{ Ton.}$$

$$V_5 = \sqrt{96.0^2 + 21.6^2 + 5.5^2} = 98.5 \text{ Ton.}$$

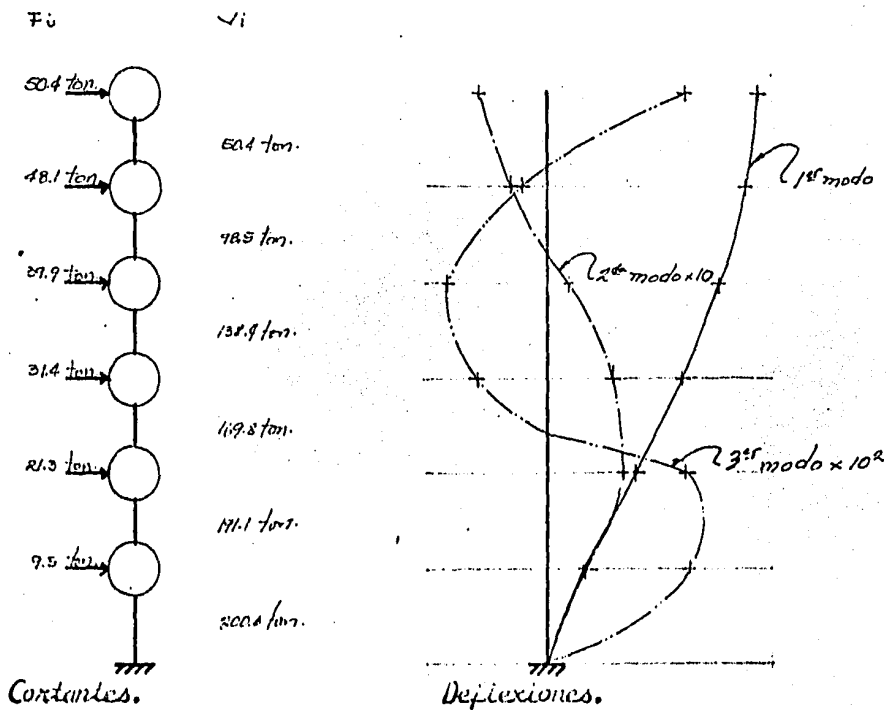
$$V_4 = \sqrt{137.3^2 + 17.1^2 + 3.9^2} = 138.4 \text{ Ton.}$$

$$V_3 = \sqrt{169.9^2 + 3.0^2 + 7.6^2} = 169.8 \text{ Ton.}$$

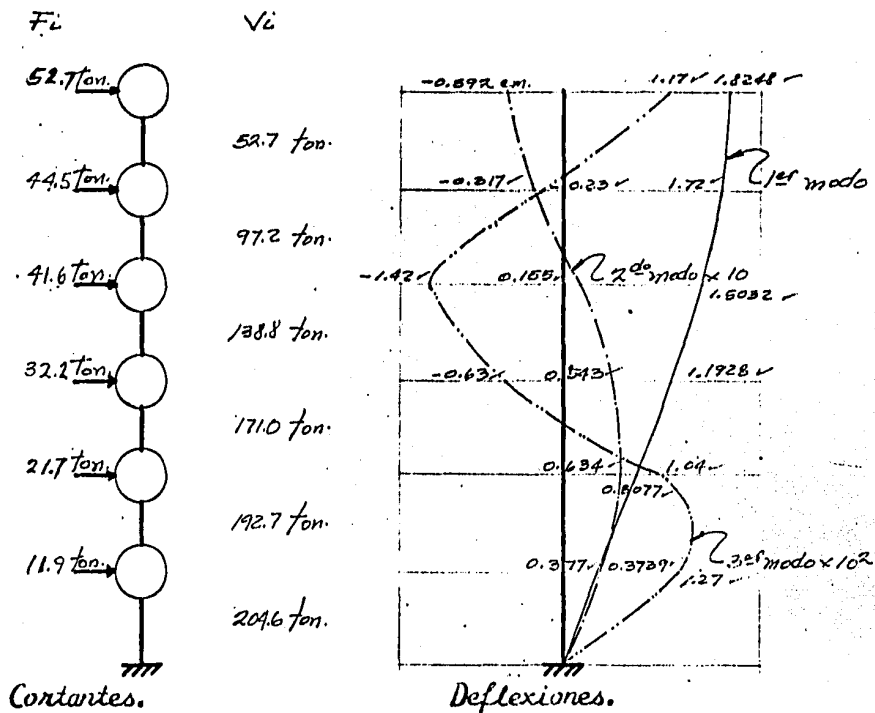
$$V_2 = \sqrt{190.7^2 + 13.0^2 + 0.2^2} = 191.1 \text{ Ton.}$$

$$V_1 = \sqrt{200.0^2 + 7.5^2 + 7.5^2} = 200.6 \text{ Ton.}$$

En las siguientes figuras se muestran los desplazamientos y los cortantes en cada nivel.



Para los marcos "A" y "B" se determinaron los desplazamientos y los -  
 contantes con el mismo método pero con los valores correspondientes y  
 en las siguientes figuras se muestran los resultados.



Una vez que se han determinado las fuerzas contantes sobre la estructura en ambas direcciones se procede a repartir los mismos a cada uno de los marcos según su rigidez y dirección.

Se considera que cada marco está cargado lateralmente por los efectos del contante directo así como de las fuerzas que inducen los efectos torsionantes, para ello el momento torsionante se toma igual a la fuerza contante de entrepiso multiplicada por la excentricidad torsional que para cada marco resulte mas desfavorable de las siguientes:

$$1.5 e_{\Delta} + 0.1 b \text{ ó } e_{\Delta} - 0.1 b, \text{ en donde:}$$

$e_{\Delta}$  : excentricidad torsional calculada como la distancia entre el centro de torsión del nivel correspondiente y la línea de acción de la fuerza contante.

$b$  : máxima dimensión en planta de dicho entrepiso medida perpendicularmente a la dirección del movimiento del terreno.

Calculo de los centros de gravedad:

Nivel 6:

$$F_i = 418.29 \text{ Ton.}$$

$$M_{ix} = 117.64 \times 7.20 = 847.008 \text{ Ton. - m.}$$

$$\bar{y} = 847.008 / 418.29 = 2.02 \text{ m.}$$

$$M_{iy} = 18.28 \times 0 + 35.23 \times 3.55 + 34.50 \times 7.10 + 34.61 \times 10.65 +$$

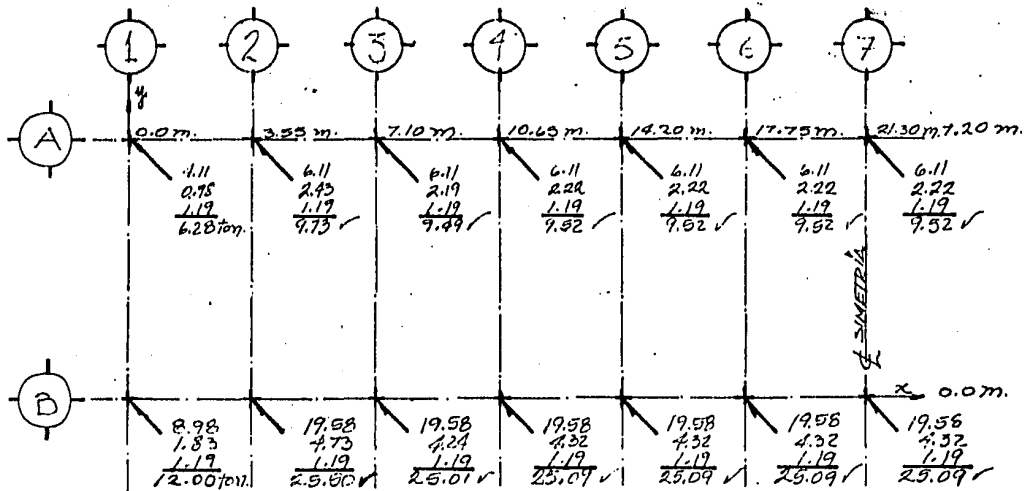
$$+ 34.61 \times 14.20 + 34.61 \times 17.75 + 34.61 \times 21.30 + 34.61 \times 24.85 +$$

$$+ 34.61 \times 28.40 + 34.61 \times 31.95 + 34.50 \times 35.50 + 35.23 \times 39.05 +$$

$$+ 18.28 \times 42.60$$

$$= 8,909.577 \text{ Ton. - m.}$$

$$\bar{x} = 8,909.577 / 418.29 = 21.30 \text{ m.}$$

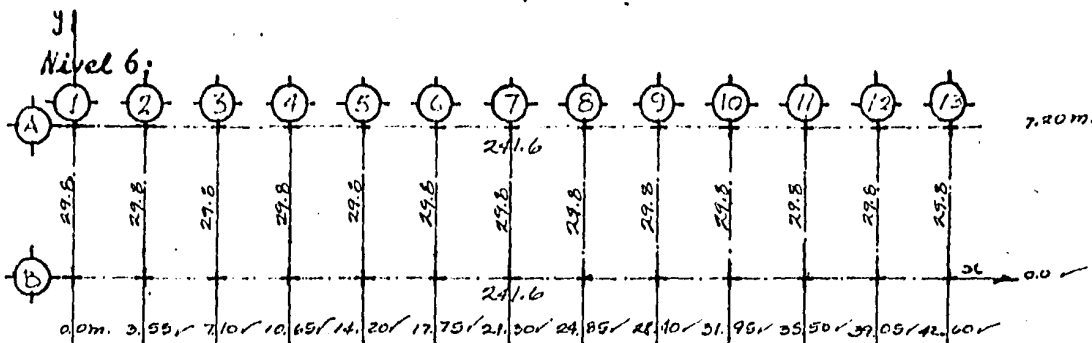


De la misma forma se determinaron los centros de gravedad de los demás niveles.

Determinación de la posición de contante en los seis niveles:

| DIRECCION Y-Y   |                 | DIRECCION X-X   |                 | C. DE GRAVEDAD |           | F <sub>ix</sub> $\bar{y}$ | $\Sigma F_{ix} \bar{y}$ | F <sub>iy</sub> $\bar{x}$ | $\Sigma F_{iy} \bar{x}$ | POSICION DE V: |   |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|----------------|---|
| F <sub>iy</sub> | V <sub>ly</sub> | F <sub>ix</sub> | V <sub>lx</sub> | $\bar{x}$      | $\bar{y}$ |                           |                         |                           |                         | x              | y |
| 504             |                 | 52.7            |                 | 21.30          | 2.02      | 106.45                    |                         | 1073.52                   |                         |                |   |
|                 | 60.4            |                 | 52.7            |                |           |                           | 106.45                  | 1073.52                   | 21.30                   | 2.02           |   |
| 481             |                 | 47.5            |                 | 21.30          | 2.02      | 89.89                     |                         | 1024.53                   |                         |                |   |
|                 | 98.5            |                 | 97.2            |                |           |                           | 196.34                  | 2,098.05                  | 21.30                   | 2.02           |   |
| 399             |                 | 11.6            |                 | 21.30          | 2.02      | 84.03                     |                         | 849.87                    |                         |                |   |
|                 | 138.4           |                 | 138.8           |                |           |                           | 280.37                  | 2,997.92                  | 21.30                   | 2.02           |   |
| 314             |                 | 32.2            |                 | 21.30          | 2.02      | 65.04                     |                         | 668.82                    |                         |                |   |
|                 | 169.8           |                 | 171.0           |                |           |                           | 345.41                  | 3,616.74                  | 21.30                   | 2.02           |   |
| 213             |                 | 21.7            |                 | 21.30          | 2.02      | 43.83                     |                         | 453.69                    |                         |                |   |
|                 | 191.1           |                 | 192.7           |                |           |                           | 389.24                  | 4,070.23                  | 21.30                   | 2.02           |   |
| 95              |                 | 11.9            |                 | 21.30          | 2.02      | 24.04                     |                         | 202.35                    |                         |                |   |
|                 | 200.6           |                 | 204.6           |                |           |                           | 413.28                  | 4,272.78                  | 21.30                   | 2.02           |   |

### Determinación de la posición del centro de torsión:



$$R_{y_i} = 387.40 \text{ Ton./cm.}; R_{y_i} \times x_i = 8,251.62 \text{ Ton.}; x_c = 8,251.62/387.40$$

$$x_c = 21.30 \text{ m.}$$

$$R_{x_i} = 483.20 \text{ Ton./cm.}; R_{x_i} \times y_i = 1,739.52 \text{ Ton.}; y_c = 1,739.52/483.20$$

$$y_c = 3.60 \text{ m.}$$

### Distribución de contantes en los marcos:

| NIVEL 6: |           |       |                     |          |                        |                            | $\sqrt{y}$ |          |        | $\sqrt{x}$ |
|----------|-----------|-------|---------------------|----------|------------------------|----------------------------|------------|----------|--------|------------|
| MARCO:   | $R_{y_i}$ | $x_i$ | $R_{y_i} \cdot x_i$ | $x_{LT}$ | $R_{y_i} \cdot x_{LT}$ | $R_{y_i} \cdot (x_{LT})^2$ | DIRECTO:   | TORSION: | TOTAL: | TORSION:   |
| 1        | 29.8      | 0.00  | 0.00                | -21.30   | -634.74                | 13,519.96                  | 3.88       | 1.83     | 5.71*  | 1.38       |
| 2        | 29.8      | 3.55  | 105.79              | -17.75   | -528.95                | 9,388.86                   | 3.88       | 1.52     | 5.40*  | 1.15       |
| 3        | 29.8      | 7.10  | 211.98              | -14.20   | -423.16                | 6,008.87                   | 3.88       | 1.22     | 5.10   | 0.92       |
| 4        | 29.8      | 10.65 | 317.37              | -10.65   | -317.37                | 3,379.99                   | 3.88       | 0.91     | 4.79   | 0.69       |
| 5        | 29.8      | 14.20 | 423.16              | -7.10    | -211.98                | 1,502.22                   | 3.88       | 0.61     | 4.49   | 0.46       |
| 6        | 29.8      | 17.75 | 528.95              | -3.55    | -105.79                | 375.55                     | 3.88       | 0.30     | 4.18   | 0.23       |
| 7        | 29.8      | 21.30 | 634.74              | 0.00     | 0.00                   | 0.00                       | 3.88       | 0.00     | 3.88   | 0.00       |
| 8        | 29.8      | 24.85 | 740.53              | 3.55     | 105.79                 | 375.55                     | 3.88       | 0.30     | 4.18   | 0.23       |
| 9        | 29.8      | 28.40 | 846.32              | 7.10     | 211.98                 | 1,502.22                   | 3.88       | 0.61     | 4.49   | 0.46       |
| 10       | 29.8      | 31.95 | 952.11              | 10.65    | 317.37                 | 3,379.99                   | 3.88       | 0.91     | 4.79   | 0.69       |
| 11       | 29.8      | 35.50 | 1,057.90            | 14.20    | 423.16                 | 6,008.87                   | 3.88       | 1.22     | 5.10   | 0.92       |
| 12       | 29.8      | 39.05 | 1,163.69            | 17.75    | 528.95                 | 9,388.86                   | 3.88       | 1.52     | 5.40   | 1.15       |
| 13       | 29.8      | 42.60 | 1,269.48            | 21.30    | 634.74                 | 13,519.96                  | 3.88       | 1.83     | 5.71   | 1.38       |
|          | 387.40    |       | 8,251.62            |          |                        | 68,350.90                  |            |          |        |            |
| NIVEL 6: |           |       |                     |          |                        |                            | $\sqrt{x}$ |          |        | $\sqrt{y}$ |
| MARCO:   | $R_{x_i}$ | $y_i$ | $R_{x_i} \cdot y_i$ | $y_{IT}$ | $R_{x_i} \cdot y_{IT}$ | $R_{x_i} \cdot (y_{IT})^2$ | DIRECTO:   | TORSION: | TOTAL: | TORSION:   |
| A        | 241.60    | 7.20  | 1,739.52            | 3.60     | 869.76                 | 3,131.14                   | 26.35      | -0.53    | 25.82* | 2.50       |
| B        | 241.60    | 0.00  | 0.00                | -3.60    | -869.76                | 3,131.14                   | 26.35      | 1.90     | 28.25* | 2.50       |
|          | 483.20    |       | 1,739.52            |          |                        | 6,262.28                   | 52.70      |          |        |            |

$$V_x = 52.70 \text{ Ton.} \quad M_{Lx} = 52.70(1.5(3.6 - 2.02) + 0.1 \times 7.20) =$$

$$= 162.84 \text{ Ton.-m.}$$

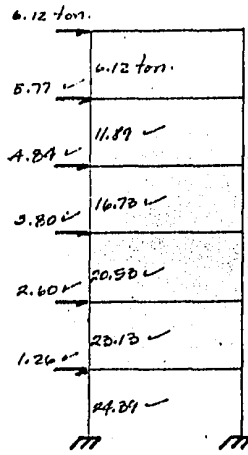
$$M_{Lx} = 52.70(3.6 - 2.02) - 0.1 \times 7.20 =$$

$$= 45.32 \text{ Ton.-m.}$$

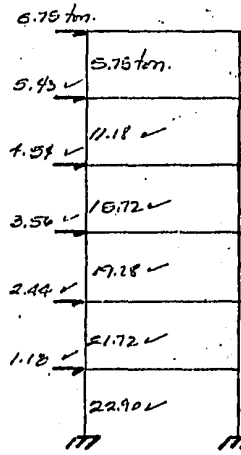
$$V_y = 50.40 \text{ Ton.} \quad M_{Lj} = 50.40(1.5(21.3 - 21.3) + 0.1 \times 42.60) = 214.70 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_{Lj} = 50.40(21.3 - 21.3) - 0.1 \times 42.60) = -214.70 \text{ Ton.-m.}$$

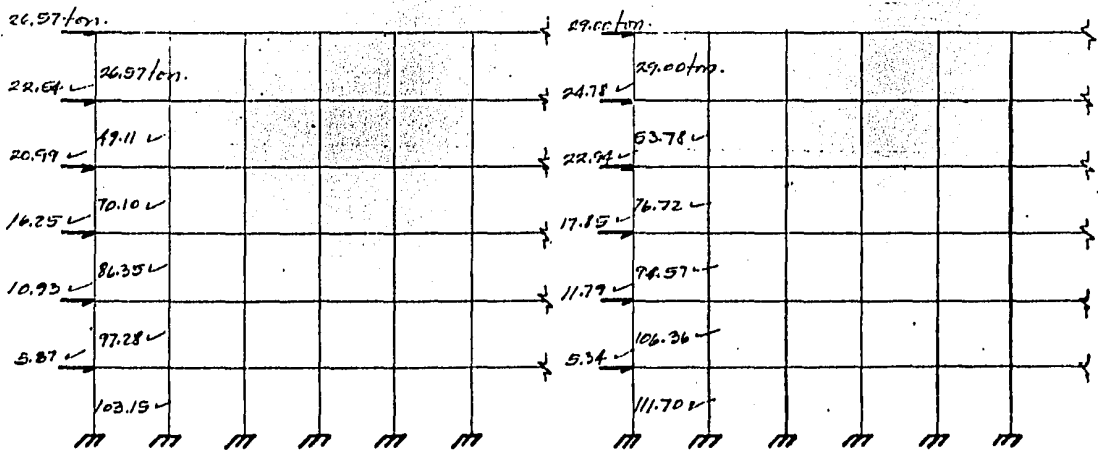
De la misma manera se determinaron los cortantes directos y por torsión en los niveles del 5 al 1, de los últimos se consideró el 30% del que produce la torsión inducida por la fuerza sísmica en el sentido perpendicular a la dirección que se considera ya que el artículo 237 del Reglamento así lo indica. A continuación se muestran los resultados y los análisis de los marcos.



Marco "1".

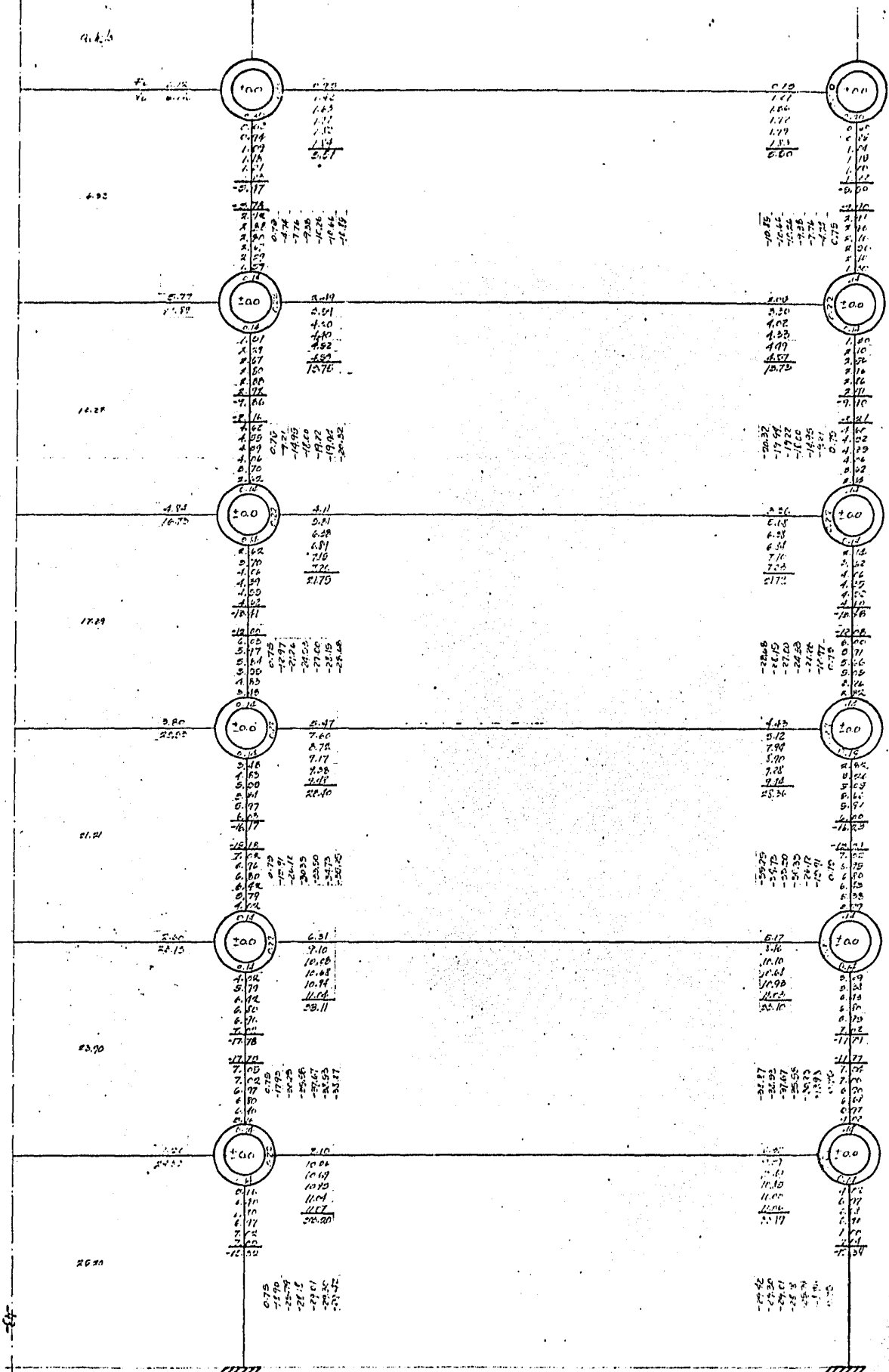


Marco "2".

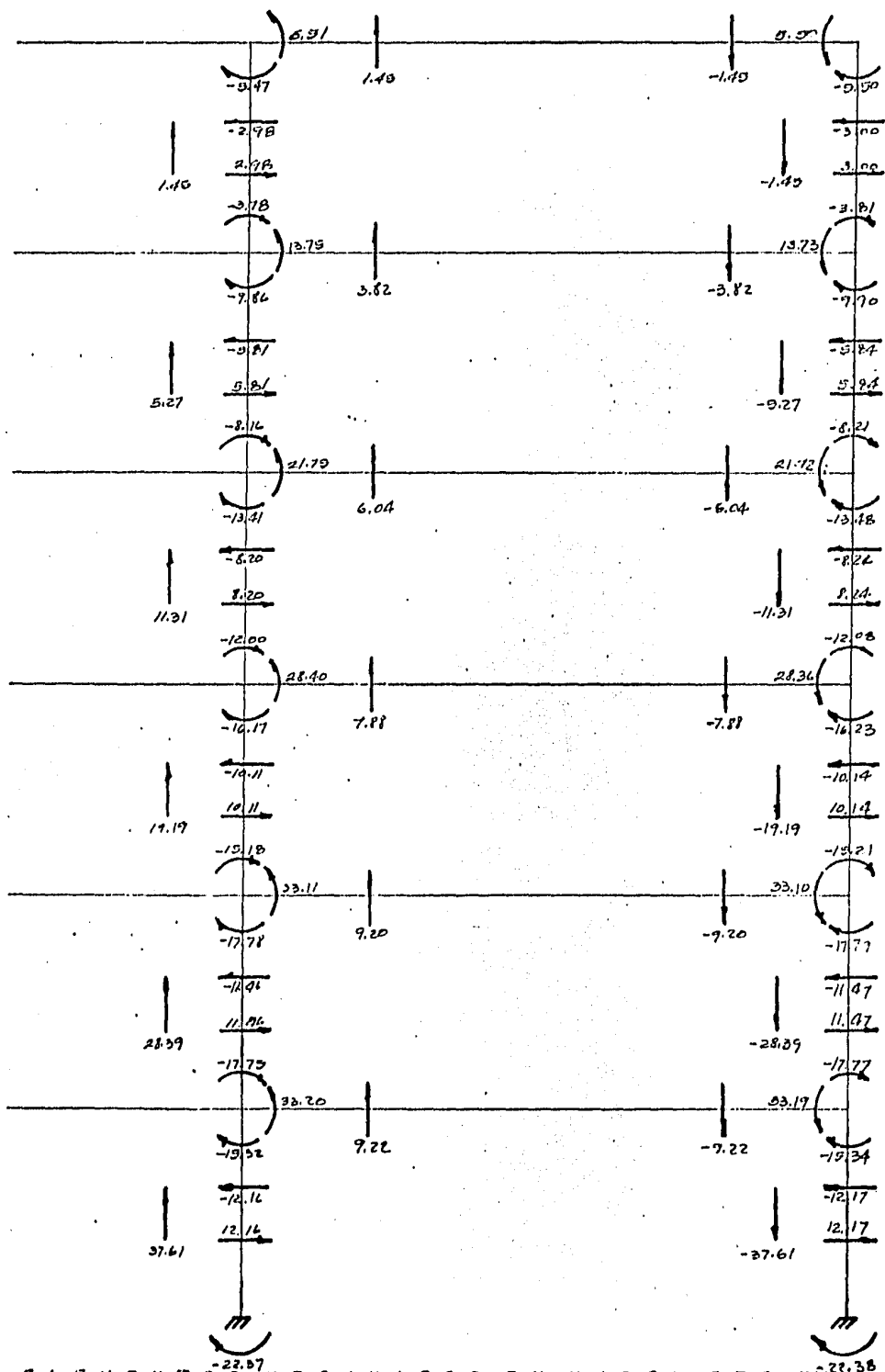


Marco "A".

Marco "B".

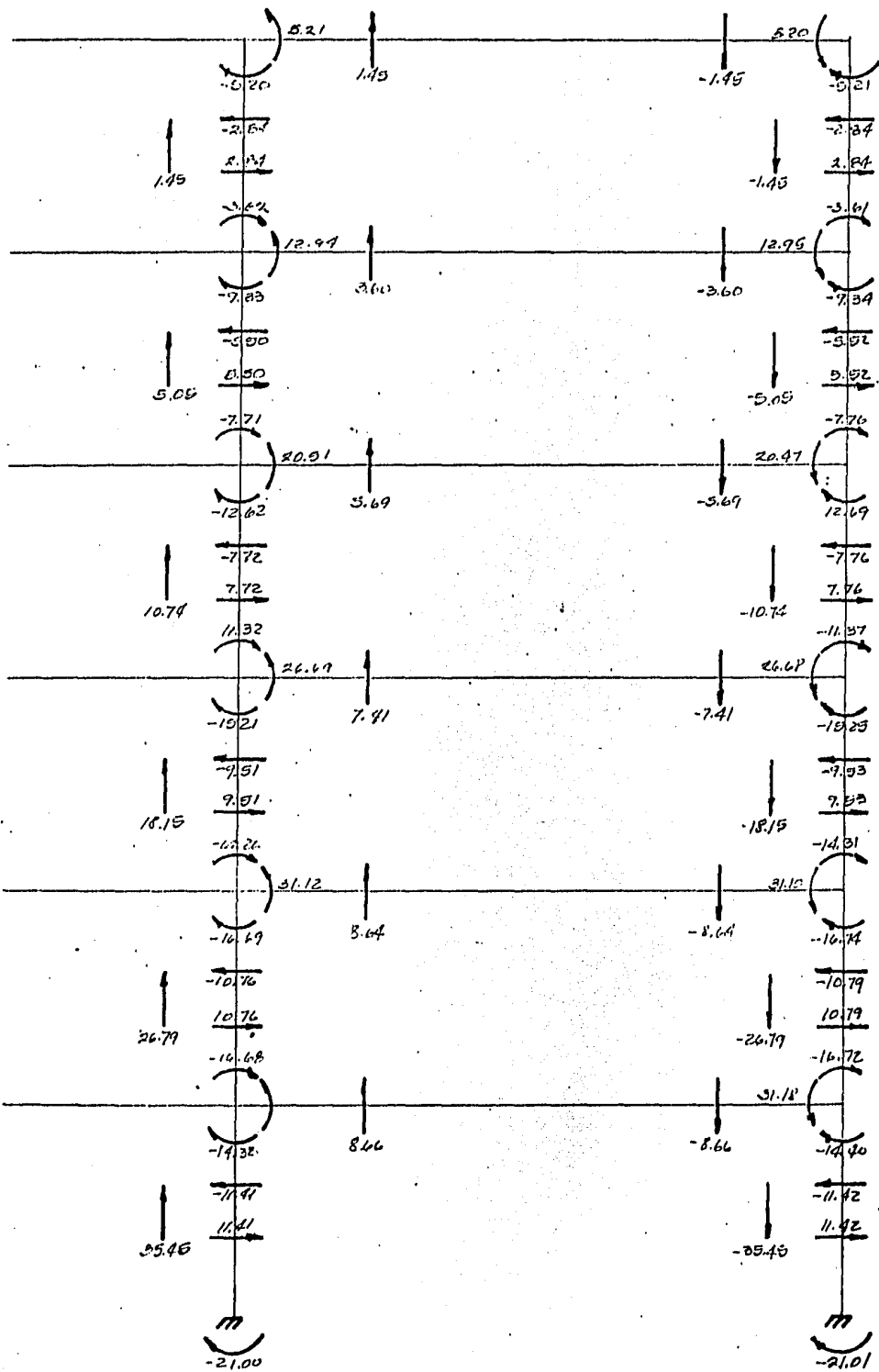


ANALISIS POR CARGAS SISMICAS DEL MARCO EJE "I" CON EL METODO DE G. KANI

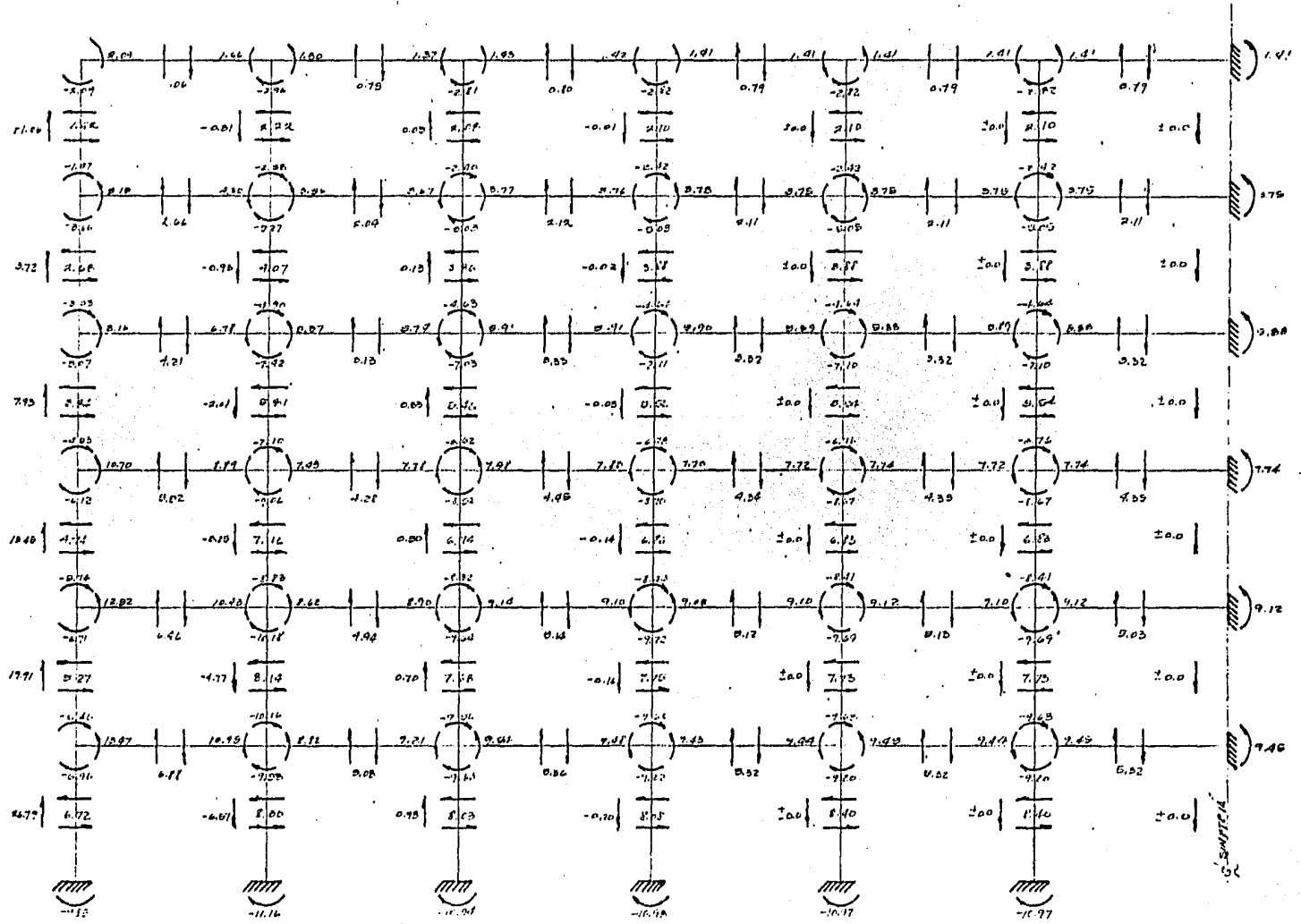


ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO EJE "j".

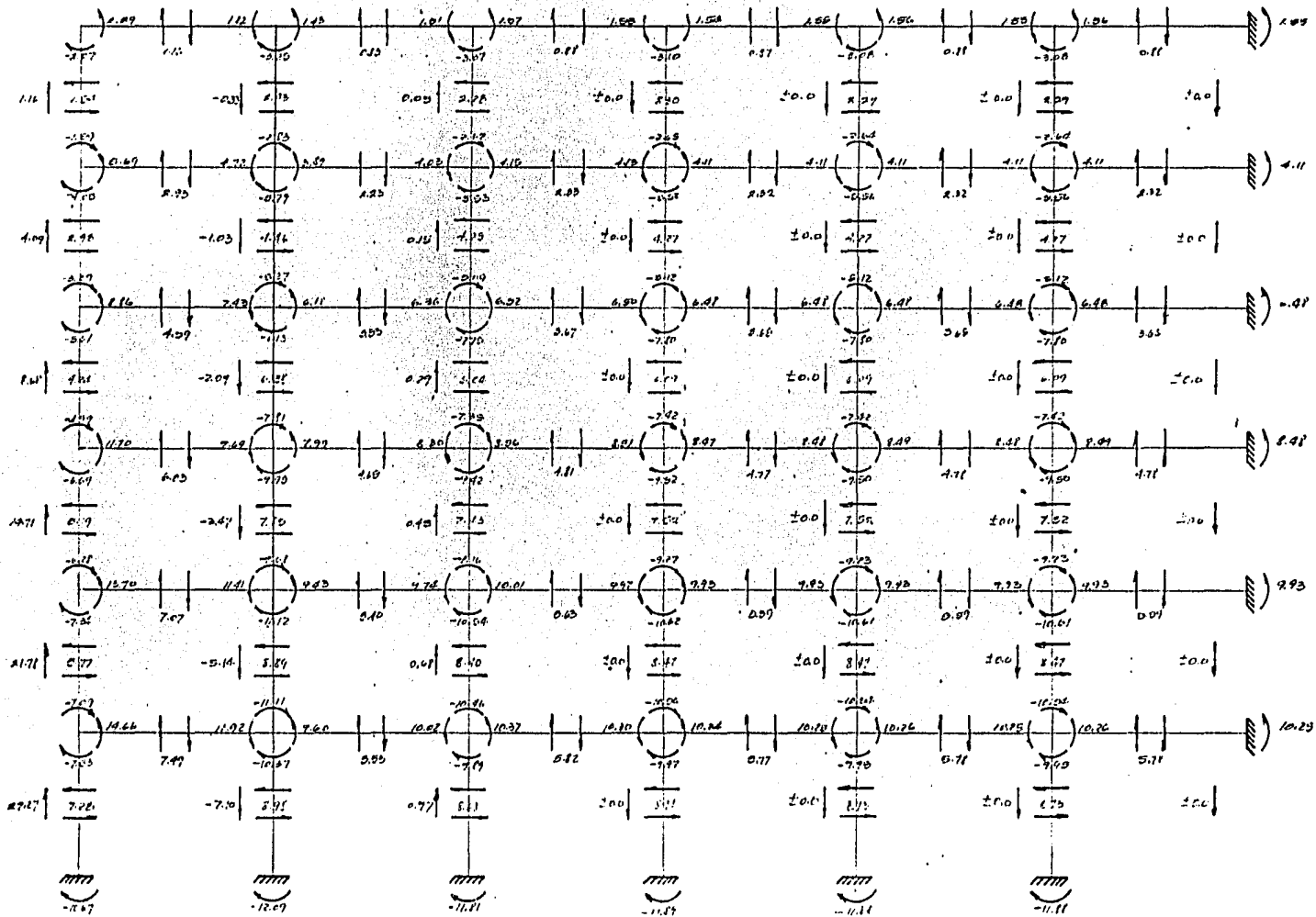




ELEMENTOS MECANICOS EN MARCO EJE "2".



ELEMENTOS MECANICOS EN EL MARCO EJE "A"



ELEMENTOS MECANICOS EN EL  
MARCO EJE "B"

ANÁLISIS CONFORME AL REGLAMENTO DEL A.C.I. - 318 - 77.

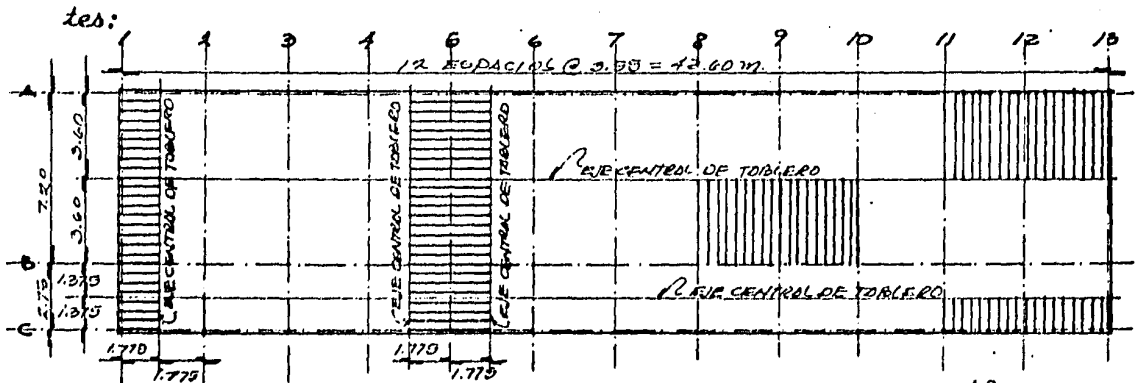
Una vez que se han analizado las losas y los marcos según el reglamento de construcciones del D.F., se analizan los mismos sistemas estructurales con los criterios establecidos por el "Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado A.C.I. - 318 - 77".

Dicho reglamento establece en 13.3.2 que: Un sistema de losa que incluye la losa y las vigas (si las hay) entre los apoyos y las columnas o muros de apoyo, se puede diseñar por medio del Método de Diseño Directo (sección 13.6) ó por el Método del Marco Equivalente (sección 13.7).

Debido a las características de nuestra estructura se utilizó el segundo de los métodos, que considera que las losas, las vigas y las columnas, trabajan en conjunto y que resisten tanto cargas verticales como horizontales y que es aplicable a estructuras monolíticas, su aplicación se resume a los siguientes pasos:

- 1.- Idealización de la estructura tridimensional en marcos bidimensionales, constituidos por columnas y vigas.
- 2.- Determinación de las rigideces de los elementos que forman los marcos.
- 3.- Análisis estructural de los marcos.
- 4.- Distribución de los momentos flexionantes y fuerzas cortantes, obtenidos en el análisis, entre los elementos que forman la estructura tridimensional.
- 5.- Dimensionamiento de los elementos de la estructura.

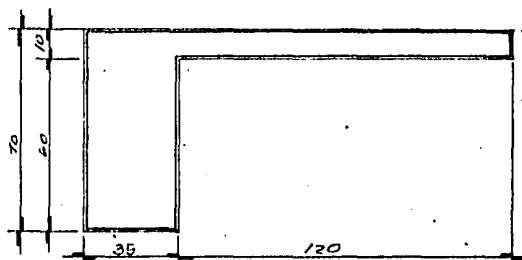
A continuación se muestra un esquema del sistema de marcos equivalentes:



Como se puede observar cada marco consiste en una hilera de columnas, o apoyos, equivalentes y franjas de vigas y losas, limitadas lateralmente por el eje central del tablero a cada lado del eje de columnas, o apoyos, también se ve que los marcos adyacentes y paralelos a un borde deberán estar limitados por el borde y el eje central del tablero adyacente.

Ahora bien, las columnas de los marcos equivalentes son iguales a las columnas de la estructura, modificadas de tal manera que, además de la columna propiamente dicha, incluyen la viga perpendicular a la dirección del marco equivalente, en sistemas de piso con vigas se supone que las vigas transversales son vigas "T" ó "L" cuyo ancho del patín es igual a la proyección de la viga encima o debajo de la losa, eligiendo la mayor, pero sin exceder cuatro veces el espesor de la losa. Las vigas de los marcos equivalentes están formadas por las vigas de la estructura y los tramos de losa comprendidos entre los ejes centrales de los tableros.

Iniciando el análisis con la trabe del eje "C", tanto de azotea como de entrepiso y cuyas secciones serán las de una "L" invertida y cuyas dimensiones se muestran a continuación.



Se considera que las solicitaciones son las mismas y de igual magnitud que con el Reglamento del D.F., pues solo se comparan los criterios de diseño.

Se determinarán las descargas de las trabes secundarias sobre los voladizos de los marcos cortos y para ello utilizaremos el método de G. Kani para el análisis de las primeras. Como en los casos anteriores solo se analizará el primer ejemplo y del segundo solo se muestran los resultados.

A. ESPACIO C. S. S. = 3.55m

|                   | 1      | 2          | 3           | 4          | 5          | 6          | 7          |               |
|-------------------|--------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|---------------|
| <b>AZOTEA:</b>    |        |            |             |            |            |            |            |               |
| W <sub>i</sub>    | 0.64   | 0.64       | 0.64        | 0.64       | 0.64       | 0.64       | 0.64       | ton.          |
| W <sub>tr</sub>   | 2.00   | 2.00       | 2.00        | 2.00       | 2.00       | 2.00       | 2.00       | ton.-m.       |
| V <sub>i</sub>    | 2.82   | 2.82       | 2.82        | 2.82       | 2.82       | 2.82       | 2.82       | ton.          |
| F.D.              | 0.0    | .21 .29    | .25 .25     | .25 .25    | .25 .25    | .25 .25    | .25 .25    | 0.0           |
| M <sub>B</sub>    | 0.0    | -2.00 1.67 | -1.67 1.67  | -1.67 1.67 | -1.67 1.67 | -1.67 1.67 | -1.67 1.67 | -1.67 ton.-m. |
| M <sub>D</sub>    | 0.0    | -0.03      | 0.0         | 0.0        | 0.0        | 0.0        | 0.0        | 0.0           |
|                   |        | 0.17 0.24  | -0.06 0.06  |            |            |            |            |               |
| M <sub>H</sub>    | 0.0    | -2.16 2.09 | -1.50 1.50  | -1.67 1.67 | -1.67 1.67 | -1.67 1.67 | -1.67 1.67 | -1.67 ton.-m. |
| V <sub>H</sub>    | 0.0    | 0.61 0.19  | -0.11 -0.03 | 0.03 0.0   | 0.0 0.0    | 0.0 0.0    | 0.0 0.0    | 0.0 ton.      |
| V <sub>f</sub>    | 2.21   | 0.93 2.97  | 2.67 2.79   | 2.82 2.82  | 2.82 2.82  | 2.82 2.82  | 2.82 2.82  | 2.82 ton.     |
| D <sub>2</sub>    | 2.1    | 2.10       | 0.16        | 0.67       | 0.64       | 0.64       | 0.64       | 5.64 ton.     |
| X                 | ← 1.29 | ← 1.87     | ← 1.79      | ← 1.77     | ← 1.77     | ← 1.77     | ← 1.77     | m.            |
| M <sub>+</sub>    | 1.53   | 0.68       | 0.90        | 0.83       | 0.83       | 0.83       | 0.83       | ton.-m.       |
| <b>ENTREPISO:</b> |        |            |             |            |            |            |            |               |
| M <sub>B</sub>    | 0.0    | -2.31 2.24 | -1.67 1.69  | -1.79 1.79 | -1.79 1.79 | -1.79 1.79 | -1.79 1.79 | -1.79 ton.-m. |
| V <sub>H</sub>    | 0.0    | 0.69 0.16  | -0.16 -0.04 | 0.04 0.0   | 0.0 0.0    | 0.0 0.0    | 0.0 0.0    | 0.0 ton.      |
| V <sub>f</sub>    | 2.38   | 2.68 2.19  | 2.87 2.99   | 3.07 3.03  | 3.03 3.03  | 3.03 3.03  | 3.03 3.03  | 3.03 ton.     |
| R <sub>2</sub>    | 2.38   | 0.81       | 0.16        | 0.10       | 0.06       | 0.06       | 0.06       | 0.06 ton.     |
| X                 | ← 1.81 | ← 1.89     | ← 1.77      | ← 1.79     | ← 1.79     | ← 1.79     | ← 1.79     | m.            |
| M <sub>+</sub>    | 1.67   | 0.77       | 0.99        | 0.93       | 0.93       | 0.93       | 0.93       | ton.-m.       |

A continuación se determinan las cargas de los marcos ejes "1" y "2" cuyas representaciones se muestran posteriormente.

Azotea: eje "1"

$$w_{losa} = .705 \times 3.55/2 = 1.25 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tra.} = .35 \times 0.6 \times 2.4 = 0.5 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tot.} = 1.75 \text{ Ton./m.}$$

Azotea: eje "2"

$$w_{losa} = .705 \times 3.55 = 2.5 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tra.} = .35 \times 0.6 \times 2.4 = 0.5 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tot.} = 3.00 \text{ Ton./m.}$$

Entrepiso(aulas):

$$w_{losa} = .765 \times 3.55/2 = 1.36 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tra.} = .35 \times 0.6 \times 2.4 = 0.5 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tot.} = 1.86 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{losa} = .765 \times 3.55 = 2.72 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tra.} = .35 \times 0.6 \times 2.4 = 0.5 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tot.} = 3.22 \text{ Ton./m.}$$

Entrepiso(accesos):

$$w_{losa} = .780 \times 3.55/2 = 1.38 \text{ Ton./m.}$$

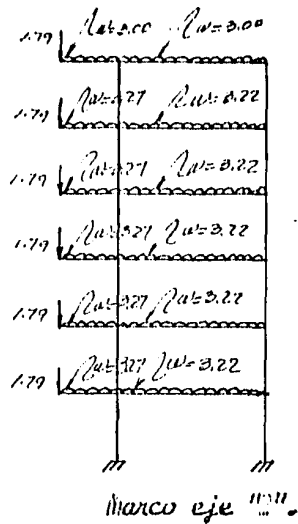
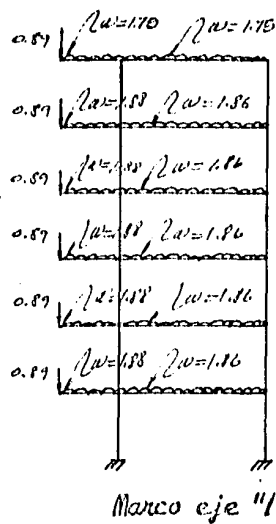
$$w_{tra.} = .35 \times 0.6 \times 2.4 = 0.5 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tot.} = 1.88 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{losa} = .780 \times 3.55 = 2.77 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tra.} = .35 \times 0.6 \times 2.4 = 0.5 \text{ Ton./m.}$$

$$w_{tot.} = 3.27 \text{ Ton./m.}$$

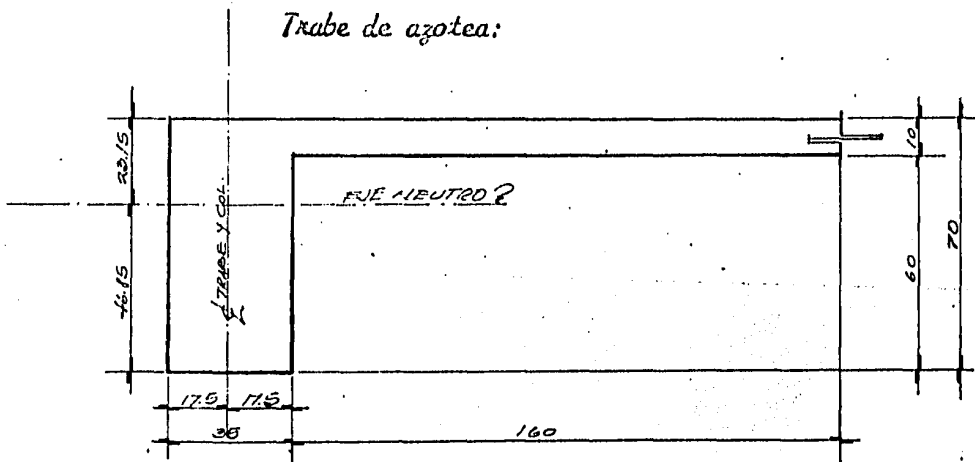


En continuación se determinan las características geométricas necesarias para el análisis de los marcos.

Marco eje "I".

El reglamento establece en 13.7.2.3 que "Los marcos adyacentes y paralelos a un borde deben estar limitados por el borde y el eje central del tablero adyacente".

Trabe de azotea:



Determinación del momento de inercia,  $I = T + A \times d^2$ .

| secc. | $b \times h$    | Area      | $\bar{y}_i$ | $A \times \bar{y}_i^2$                |
|-------|-----------------|-----------|-------------|---------------------------------------|
| 1     | $35 \times 70$  | $= 2,450$ | $\times 35$ | $= 85,750$                            |
| 2     | $160 \times 10$ | $= 1,600$ | $\times 65$ | $= 104,000$                           |
|       |                 | 4,050     |             | 189,750                               |
|       |                 |           | $\bar{y} =$ | $189,750 / 4,050 = 46.85 \text{ cm.}$ |

$$\text{succ. } b \times R^3/12 + A \times d^2$$

$$1 \quad 35 \times 70^3/12 = 1'000,416.67 + 2,450,146.85 - 351^2 = 344,035.12$$

$$2 \quad 160 \times 10^3/12 = \underline{13,333.33} + 1,600,123.15 - 51^2 = \underline{871,111.12}$$

$$1'013,750.00 \qquad \qquad \qquad 871,111.12$$

$$I_1 = 1',013,750.00 + 871,111.12 = 1'884,861.12 \text{ cm}^4.$$

Por otra parte en 13.7.3.3 del mencionado se establece que "El momento de inercia del sistema viga-losa del centro de la columna a la cara de la columna, -- cartela o capitel, deberá suponerse igual al momento de inercia del sistema de viga-losa en la cara de la columna, ménsula ó capitel, dividido entre  $(1 - c_2/l_2)^2$ , donde  $c_2$  y  $l_2$  se miden transversalmente a la dirección del claro para el cual se determinan los momentos.

Para el resultado que buscamos el valor es:

$$I_2 = 1'884,861.12 / (1 - 40/355)^2 = 2'393,949.33 \text{ cm}^4.$$

Para determinar las rigideces, el factor de transporte y el momento de empotramiento, se emplean las siguientes formulas que recomienda el libro "Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado".

$$m_e = \frac{\theta_a}{\theta_{aa} + \theta_{ab}} \quad (\text{momento de empotramiento})$$

$$K_{et} = \frac{\theta_{aa}}{\theta_{aa} - \theta_{ab}} \quad (\text{rigidez})$$

$$F.T. = \frac{\theta_{ab}}{\theta_{aa}} \quad (\text{factor de transporte})$$

en donde:

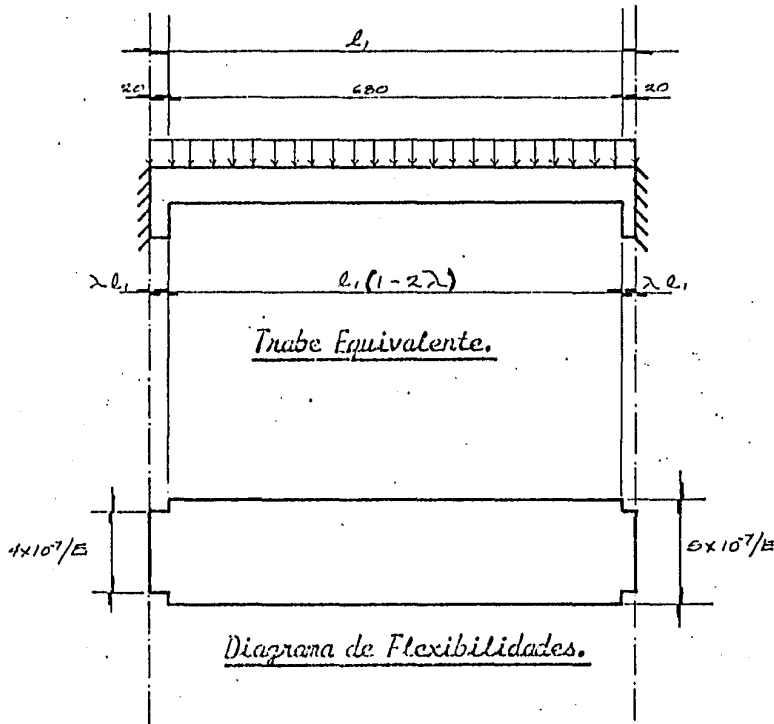
$$\theta_a = \frac{w l_1^3}{24 E I_1} (1 - 6\lambda^2 + 4\lambda^3) + \frac{w l_1^3}{24 E I_2} (6\lambda^2 - 4\lambda^3)$$

$$\theta_{aa} = \frac{l_1}{E I_1} \left( \frac{1}{3} - \lambda + \lambda^2 - \frac{2}{3} \lambda^3 \right) + \frac{l_1}{E I_2} \left( \lambda - \lambda^2 + \frac{2}{3} \lambda^3 \right)$$



$$\theta_{ab} = \frac{l_1}{EI_1} \left( \frac{1}{6} - \lambda^2 + \frac{2}{3} \lambda^3 \right) + \frac{l_1}{EI_2} \left( \lambda^2 - \frac{2}{3} \lambda^3 \right)$$

La definición de  $w$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  y  $\lambda$  se encontrará en la siguiente figura:



$$\lambda l_1 = 20 \text{ y } l_1 = 720 \text{ por lo tanto } \lambda = 20/l_1 = 20/720 = 0.0277777$$

Sustituyendo valores en las ecuaciones dadas, se tiene que:

$$\begin{aligned} \theta_{ab} &= \frac{17.50 \times 720^3}{24 \times E \times 1'884,861.12} (1 - 6 \times 0.0277^2 + 4 \times 0.0277^3) + \\ &+ \frac{17.50 \times 720^3}{24 \times E \times 2'393,949.33} (6 \times 0.0277^2 - 4 \times 0.0277^3) = \\ &= 144.91 / E. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_{aa} &= \frac{720}{E \times 1'884,861.12} \left( \frac{1}{3} - 0.0277 + 0.0277^2 - \frac{2}{3} \times \right. \\ &\left. \times 0.0277^3 \right) + \frac{720}{E \times 2'393,949.33} \left( 0.0277 - 0.0277^2 + \frac{2}{3} \times \right. \\ &\left. \times 0.0277^3 \right) = 0.0001251 / E. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{ab} &= \frac{720}{E \times 1'884,861.12} \left( \frac{1}{6} - 0.0277^2 + \frac{2}{3} \times 0.0277^3 \right) + \\
 &+ \frac{720}{E \times 2'393,949.33} \times (0.0277^2 - \frac{2}{3} \times 0.0277^3) = \\
 &= 0.0000636 / E.
 \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores anteriores en las ecuaciones que nos proporcionarán el momento de empotramiento, la rigidez y el factor de transporte tenemos que :

$$M_e = \frac{\frac{144.91}{E}}{\frac{0.0001251}{E} + \frac{0.0000636}{E}} = 767,938.53 \text{ Kg.-cm.}$$

$$K_{ext} = \frac{\frac{0.0001251}{E}}{\frac{(0.0001251)^2}{E} + \frac{(0.0000636)^2}{E}} = 10,784.48 E.$$

$$F.T. = \frac{\frac{0.0000636}{E}}{\frac{0.0001251}{E}} = 0.508$$

Para la traba de entrepiso del marco eje "1" se modifica el momento de empotramiento en proporción a la carga, la rigidez y el factor de transporte son los mismos pues existe similitud geométrica y a continuación se muestran sus valores.

$$w_{azotea} = 1.75 \text{ Ton./m. } w_{entrepiso} = 1.86 \text{ Ton./m.}$$

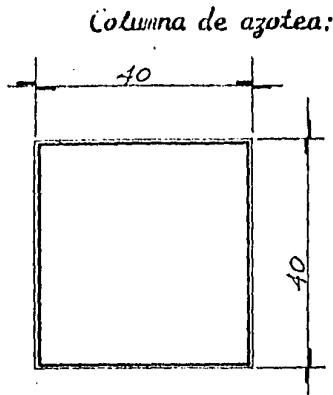
$$\text{Coeficiente correctivo} = 1.86 / 1.75 = 1.06$$

$$M_e = 7.68 \times 1.06 = 8.14 \text{ Ton.-m.}$$

$$K_{ext} = 10,784.48 E$$

$$F.T. = 0.508$$

Se determinará la rigidez de la columna equivalente.



$$I = bh^3/12$$

$$I_{col} = 40 \times 40^3 / 12 = 213,33333 \text{ cm}^4$$

El reglamento al respecto establece que:

13.7.4.1 .- Se deberá suponer que la columna equivalente consiste en las columnas reales arriba y abajo del sistema de viga-losa, mas un miembro adjunto sujeto a torsión (sección 13.7.5) transversal a la dirección del claro para el cual se determinan los momentos y que se extiende hasta el eje central de cada uno de los tableros laterales situados a cada lado de la columna.

13.7.4.2 .- La flexibilidad (inverso de la rigidez) de una columna equivalente debe considerarse como la suma de las flexibilidades de las columnas reales — arriba y abajo del sistema de viga-losa, y la flexibilidad del miembro fijo sujeto a torsión, como se expresa por medio de la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_t}$$

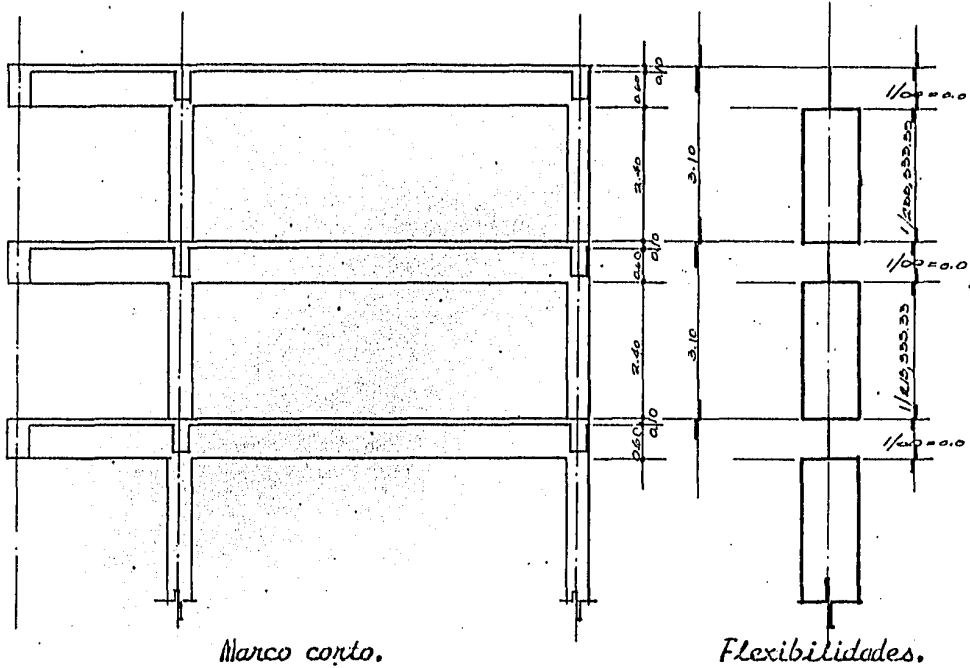
13.7.4.5 .- En un nodo, los momentos de inercia de las columnas deben suponerse infinitos desde la parte superior hasta la inferior del sistema de viga-losa.

13.7.5.1 .- Se debe suponer que los miembros fijos sujetos a torsión tienen — una sección transversal constante en toda la longitud que consiste en la mayor de:

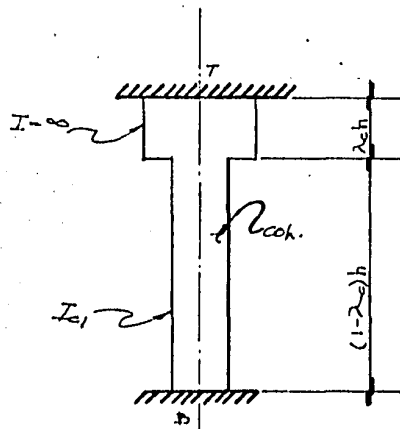
- a).- Una porción de losa que tenga un ancho igual al de la columna, mensula o capitel, en la dirección del claro para el cual se determinan los momentos.
- b).- Para sistemas monolíticos o totalmente compuestos, la porción de losa especificada en a), más la parte de la viga transversal arriba y abajo de la losa.
- c).- Para miembros monolíticos o totalmente compuestos, una viga incluye la parte de la losa que situada a cada lado de ella, a -

una distancia igual a la proyección de la viga arriba o abajo de la losa, la que sea mayor, pero no mayor que cuatro veces - el peralte de la losa.

A continuación se muestra un diagrama de flexibilidades de las columnas.



Para determinar la rigidez de la columna equivalente se usará la gráfica de la página 407 del libro "Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado", la definición de  $l_c$  y  $\lambda_c$  que se usan en dicha gráfica, se muestran en la siguiente figura.

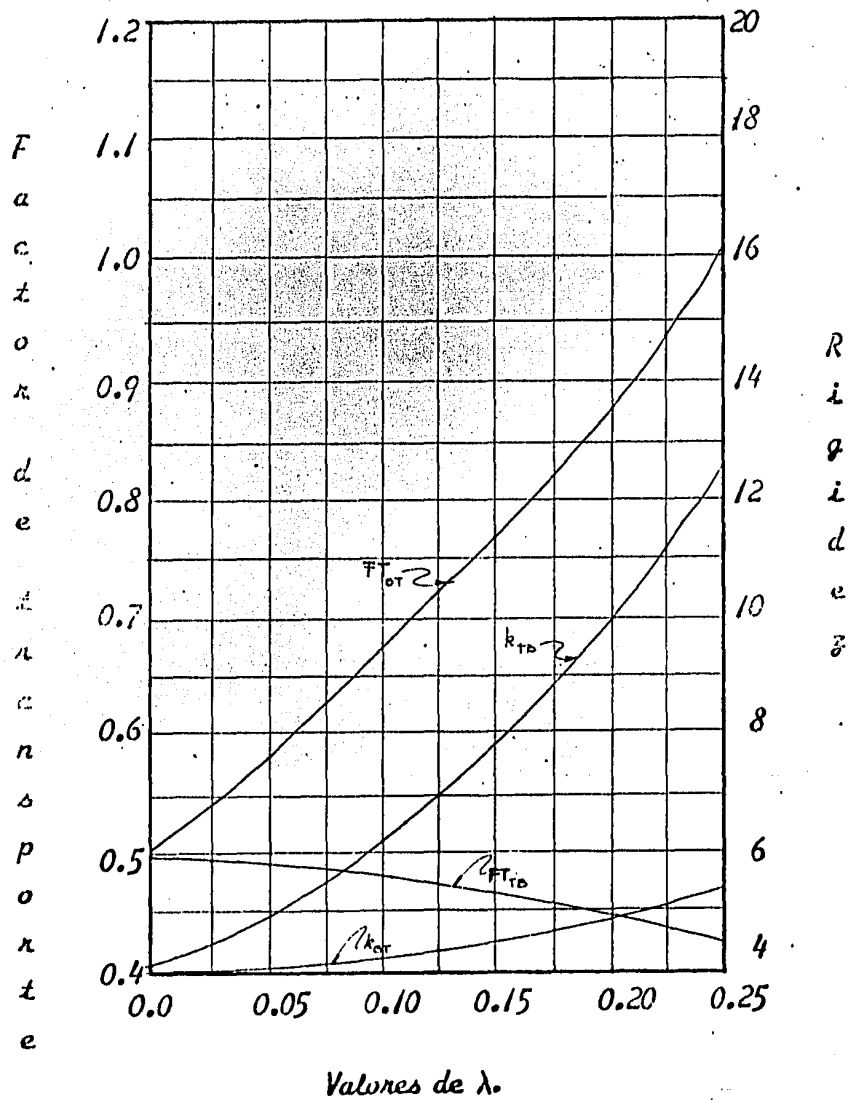


Columna equivalente.

$$\lambda_c h = 0.65 \text{ y } h = 3.10 \text{ m.}; \text{ por lo tanto:}$$

$$\lambda_c = 0.65/h = 0.65 / 3.10 = 0.21 \text{ y } (1 - \lambda_c)h = (1 - 0.21)3.10 = 2.45 \text{ m.}$$

Gráfica para determinar factores de rigidez y transporte para miembros con rigidez infinita en una parte de su longitud.



Con el valor de  $\lambda_c$  se obtiene  $k_{tb}$  de la gráfica y sustituyendo dicho valor en la siguiente ecuación se determina el de la rigidez de la columna.

$$K_c = k_{tb} \frac{E I}{h}$$

$\lambda_c$  es igual a 0.21 y por lo tanto  $k_{tb}$  es igual a 10.3 por lo que el valor de la igualdad es:

$$K_c = 10.3 \frac{E \times 213,333.33}{310} = 7,088.17 E$$

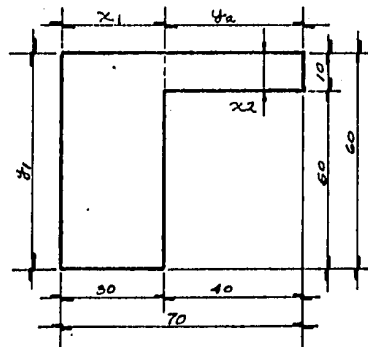
Para determinar la rigidez de la trabe transversal se emplea la igualdad siguiente:

$$K_t = \sum \frac{9 E C}{L_2^3 (1 - c_2/L_2)}$$

en donde:

$$C = \sum (1 - 0.63 \frac{x}{y})^3 y / 3$$

A continuación se muestra la trabe transversal:



La proyección de la viga abajo de la losa es igual a 0.50 m.

Cuatro veces el espesor de la losa =  $4 \times 0.10 = 0.40$  m.

$$0.40 < 0.50$$

El valor de C se encuentra sustituyendo los valores de "x" y "y" en la ecuación correspondiente:

$$C = (1 - 0.63 \frac{30}{60}) \frac{30^3 \times 60}{3} (1 - 0.63 \frac{10}{40}) \frac{10^3 \times 40}{3} = 381,133.33$$

y el valor de la rigidez de la trabe transversal es:

$$K_t = \frac{9 \times E \times 381,133.33}{355(1 - 40/355)^3} = 13,830.71 E$$

El Reglamento establece en 13.7.5.4 que: Cuando las vigas formen marcos con columnas en la dirección del claro para el cual se determinan los momentos, el valor de  $K_t$  calculado debe multiplicarse por la relación del momento de inercia de la losa con dicha viga al momento de inercia de la losa sin dicha viga, esto es:

$$K_{ta} = K_t \frac{I_v}{I_{losa}} ; \quad I_{losa} = 195 \times 10^3 / 12 = 16,250.00 \text{ cm}^4$$

$$I_v = 1'884,861.12 \text{ cm}^4$$

por lo tanto:

$$K_{ta} = 13,830.71 E \frac{1'884,861.12}{16,250.00} = 1',604,244.16 \text{ cm}^4$$

El valor de la rigidez de la columna equivalente se determina sustituyendo valores en la ecuación correspondiente:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{7,088.17 E} + \frac{1}{1'604,244.16 E} = \frac{1,417.00 \times 10^{-7}}{E}$$

por lo tanto:

$$K_{cc} = 7,056.99 E$$

Determinación de la columna equivalente de entre-piso.

Considerando las rigideces de las columnas arriba y abajo del nivel correspondiente.

La rigidez de la columna que va del entrepiso a la azotea es:

$$K_{c1} = \frac{E \times I_1}{h} = 5.0 \frac{E \times 213,333.33}{310} = 3,410.86 E$$

y la rigidez de la columna que va del entrepiso al siguiente es:

$$K_{c2} = k_{tb} \frac{E \times I_1}{h} = 10.3 \frac{E \times 213,333.33}{310} = 7,038.17 E$$

Se calculará ahora la rigidez de la trabe transversal:

$$C = (1 - 0.63 \frac{30}{60}) \frac{30^3 \times 60}{3} + (1 - 0.63 \frac{10}{40}) \frac{10^3 \times 40}{3} = 381,133.33$$

$$K_t = \frac{9 \times E \times 381,133.33}{355 (1 - 40/355)^3} = 13,830.71 E$$

$$K_{ta} = 13,830.71 E \frac{1'884,861.12}{16,250.00} = 1'604,244.16 E$$

Sustituyendo los valores de las rigideces de las columnas como las de la trabe en la ecuación de la rigidez equivalente de columna, se tiene que:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{(3,410.86 + 7,038.17)E} + \frac{1}{1'604,244.16 E} = \frac{9.56 \times 10^{-5}}{E}$$

por lo tanto:

$$K_{ec} = 10,460.38 E$$

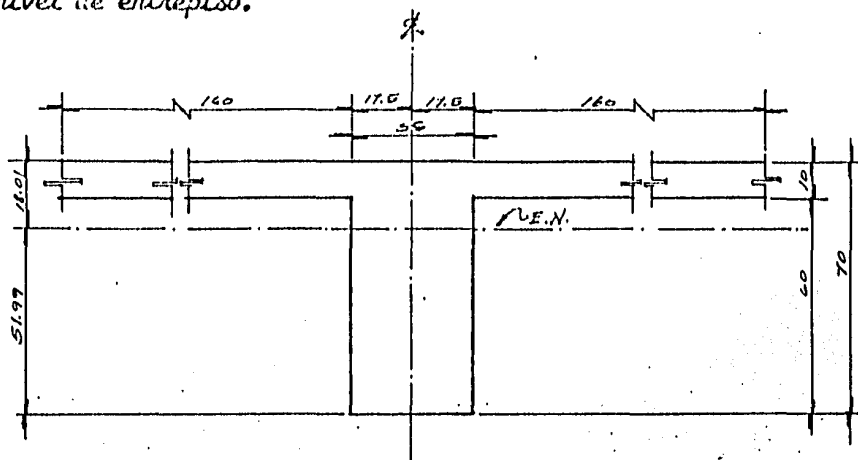
Se determinarán los factores de distribución tanto de azotea como de entrepiso:

| Azotea:  | F.D. | Entrepiso:  | F.D. |
|--|------|---|------|
| $K_{et} = 10,784.48 E = 0.60$                    |      | $K_{et} = 10,784.48 E = 0.51$                     |      |
| $K_{ec} = \frac{7,050.99 E}{17,841.47 E} = 0.40$ | 1.00 | $K_{ec} = \frac{10,460.38 E}{21,244.86 E} = 0.49$ | 1.00 |



Marco eje "2".

La trabe equivalente del marco es la siguiente, tanto para nivel de azotea como para nivel de entrepiso.



Para determinar los elementos geométricos del marco eje "2" tanto a nivel de azotea como de entrepiso se utilizan las mismas ecuaciones que para el marco eje "1" tanto para momento de empotramiento como para rigidez, factor de transmisión y rigidez equivalente de columna; pero para determinar ésta última se utilizó la rigidez de la trabe transversal que es doble en este marco y en todos los niveles, pues a cada lado de la columna hay un tramo de dicha trabe.

Trabes:

Nivel de azotea:

$$M_e = 13.33 \text{ Ton.} \cdot \text{m.}$$

$$K_{et} = 12,950 \text{ E}$$

$$F.T. = 0.509$$

Nivel de entrepiso:

$$M_e = 14.26 \text{ Ton.} \cdot \text{m.}$$

$$K_{et} = 12,950 \text{ E}$$

$$F.T. = 0.509$$

Columnas:

$$K_{ec} = 7,064.64 \text{ E}$$

$$K_{ec} = 10,477.19 \text{ E}$$

Los factores de distribución son:

Azotea:

$$K_{et} = 12,950.00 \quad E = 0.65$$

$$K_{ec} = \frac{7,064.64}{20,014.64} E = 0.35$$

$$20,014.64 \quad E \quad 1.00$$

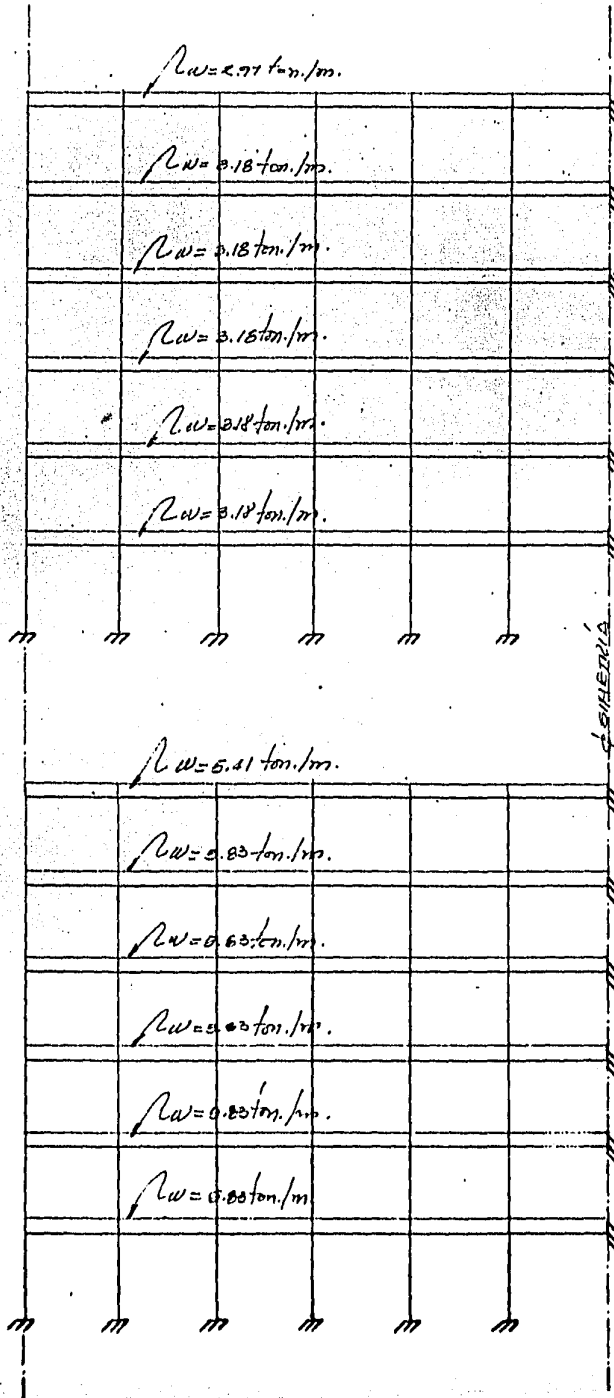
Entrepiso:

$$K_{et} = 12,950.00 \quad E = 0.55$$

$$K_{ec} = \frac{10,477.19}{23,247.19} E = 0.45$$

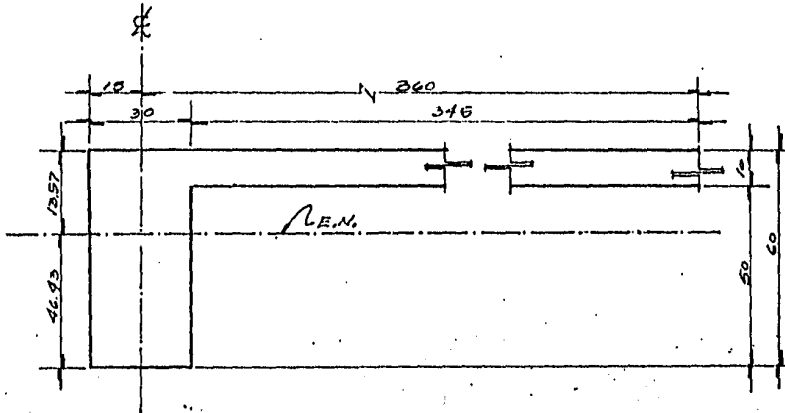
$$23,247.19 \quad E \quad 1.00$$

A continuación se muestran los marcos de los ejes "A" y "B" y las cargas que los solicitan:



Marcos ejes "A" y "B".

Ambos marcos tienen la misma trabe equivalente, tanto para la azotea como para el entrepiso y sus características geométricas son las siguientes:



Es evidente que para el eje "B" no se considera la trabe transversal que corresponde al volado pues está unida a la columna en el extremo cercano pero en el extremo lejano no existe columna y por tal motivo no se considera que la misma contribuya con la columna equivalente. En lo que sigue se resumen los elementos mecánicos y geométricos para el análisis del marco del eje "A".

Trabes:

Nivel de azotea:

$$M_e = 3.15 \text{ Ton.} - \text{m.}$$

$$K_{et} = 15,155.81 \text{ E}$$

$$F.T. = 0.508$$

Nivel de entrepiso:

$$M_e = 3.37 \text{ Ton.} - \text{m.}$$

$$K_{et} = 15,155.81 \text{ E}$$

$$F.T. = 0.508$$

Columnas:

$$K_{ec} = 6,982.91 \text{ E}$$

$$K_{ec} = 10,298.43 \text{ E}$$

Factores de distribución para nudos exteriores:

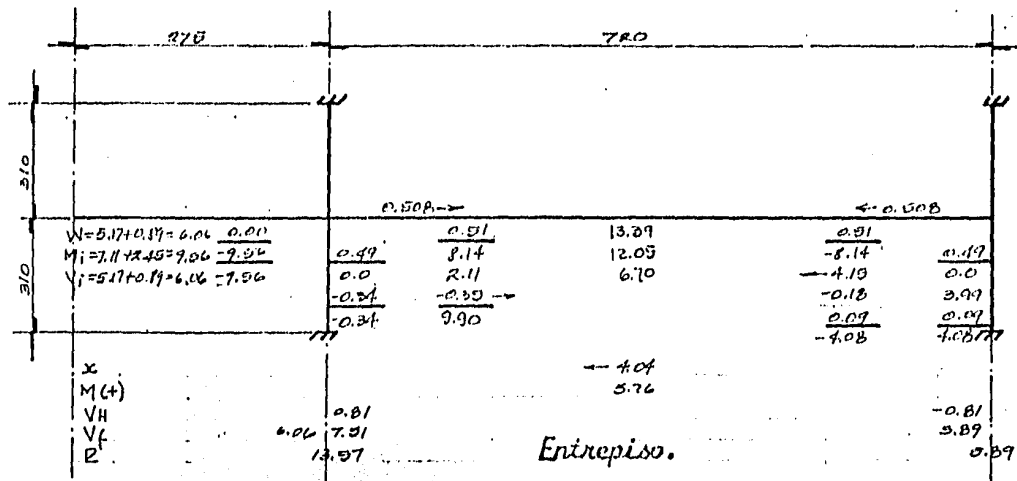
$$K_{et} = 15,155.81 \text{ E} = 0.68$$

$$K_{ec} = \frac{6,982.91 \text{ E}}{22,138.72 \text{ E}} = 0.32 \quad 1.00$$

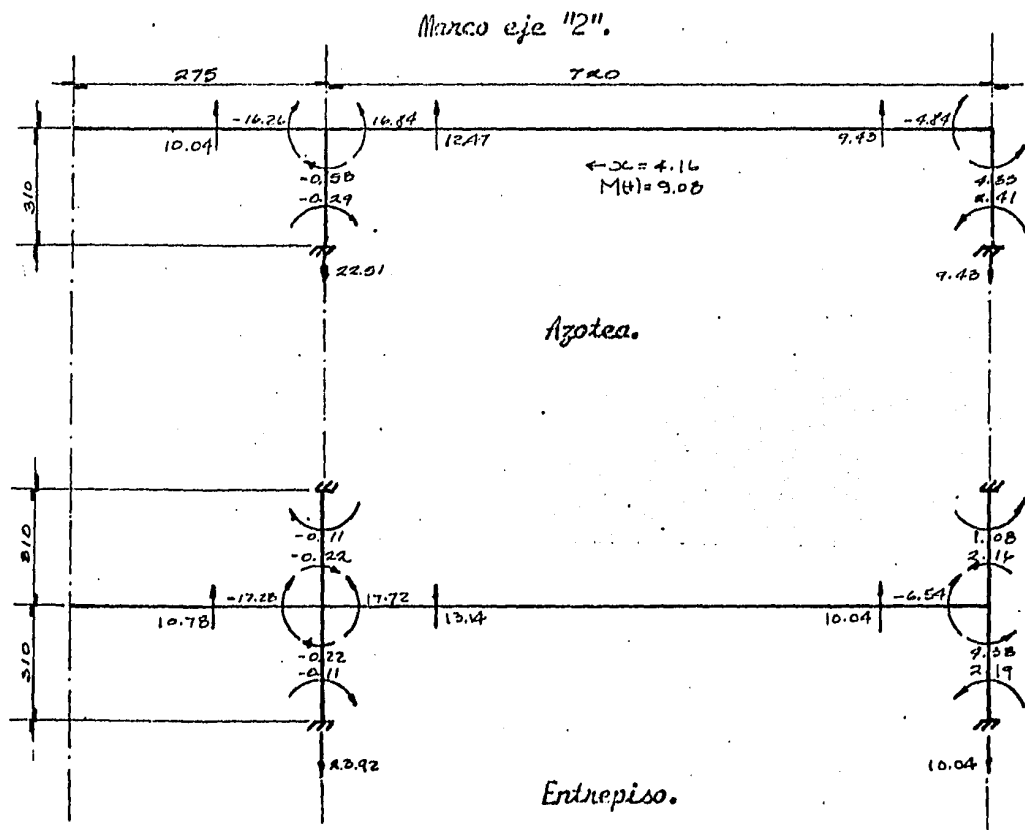
$$K_{et} = 15,155.81 \text{ E} = 0.60$$

$$K_{ec} = \frac{10,298.43 \text{ E}}{25,454.24 \text{ E}} = 0.40 \quad 1.00$$

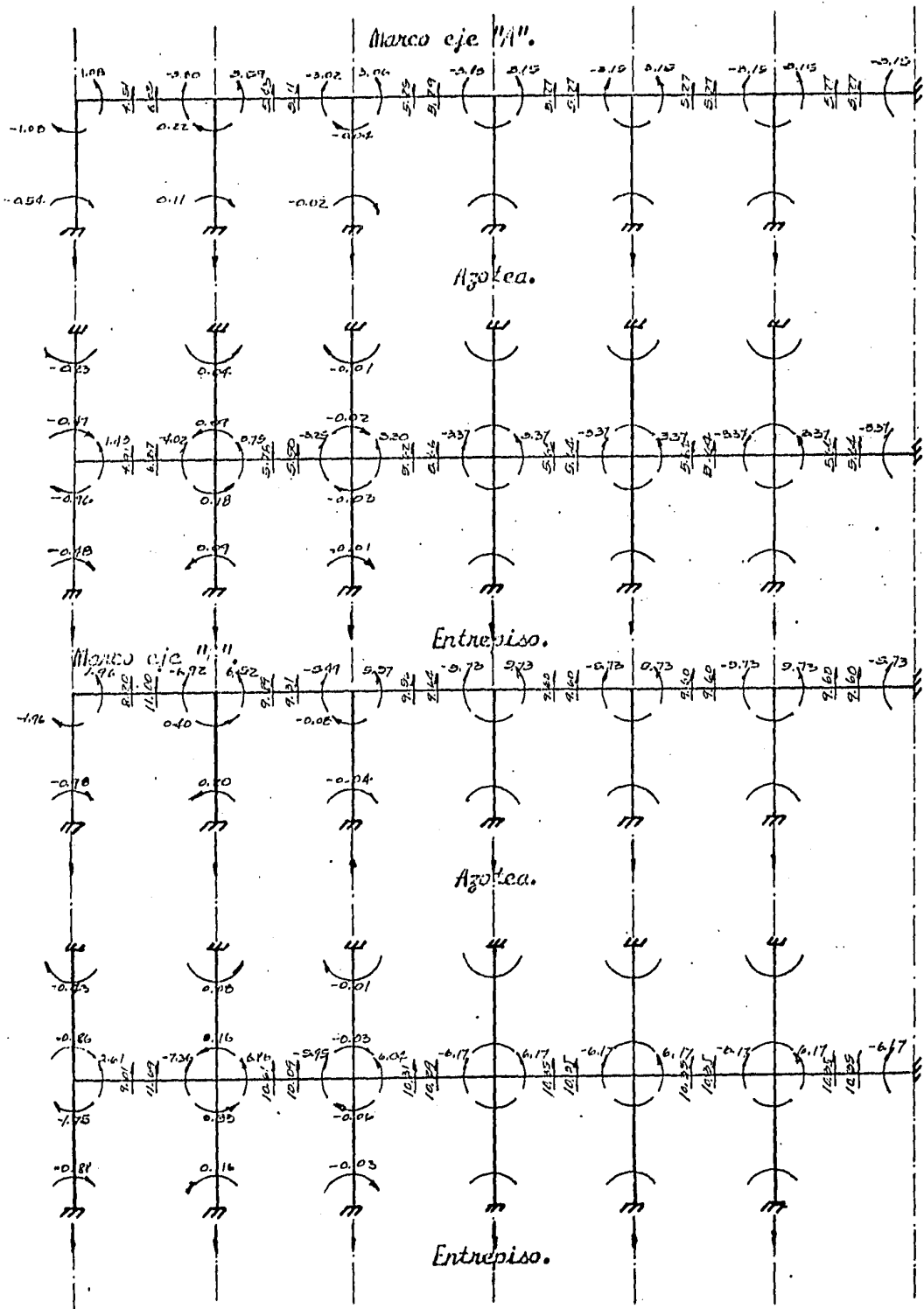




Como se observa los marcos se analizan según el inciso 13.7.2.4 del Reglamento que al respecto dice: Cada marco equivalente pueda analizarse en su totalidad o, para carga vertical, se puede analizar por separado cada piso y techo (vigalosa) con las columnas, considerando empotrados los extremos lejanos de éstos.



De los marcos anteriores y de los siguientes solo se muestran los resultados -- pues la secuela de calculo para determinarlos es similar a la del primer ejem-- plo.



El trabajo que a continuación se realiza servirá solamente como indicativo pues su definición es totalmente confusa en el reglamento.

## Análisis por cargas sísmicas de marcos equivalentes.

Es importante hacer notar, antes de dar solución al tema que nos ocupa, que el reglamento no considera la aplicación de la estructura equivalente a los marcos cargados con fuerzas horizontales producidas por sismo; el A.C.I. - 77 no especifica si las losas reciben momentos flexionantes por sismo y si son capaces éstas de transmitirlo a los travesaños, hay autores que consideran que la losa contribuye con las vigas a resistir dichos momentos y que tal contribución es la que proporciona la mitad ó la cuarta parte de la franja de columna, en particular - el Dr. Pavre aplica el mismo procedimiento que el reglamento propone para la columna equivalente y define una rigidez de losa equivalente y propone la siguiente ecuación:

$$K_{es} = \frac{\sum(K_d + K_b)}{1 + \sum(K_d + K_b)/K_t}$$

en donde  $K_d$ ,  $K_b$  y  $K_t$  son los mismos que define el Reglamento.

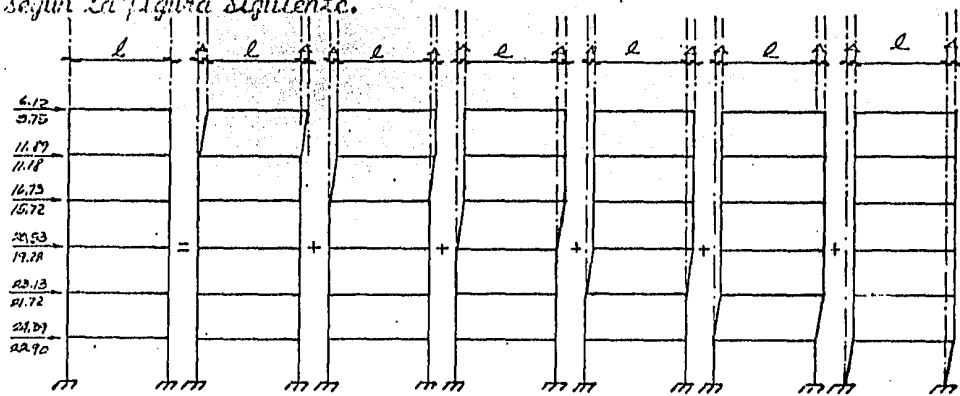
Las consideraciones anteriormente anotadas están totalmente fuera del reglamento pues en él no se indica la solución a dicho problema aunque aparentemente parece lo contrario. Tomando en cuenta todo lo anterior en este trabajo se analizarán los marcos equivalentes, según definición estricta del reglamento, y esperando que la próxima revisión al mismo aclare el método.

Otra interpretación del reglamento es la correspondiente a la de la distribución de los momentos de la columna equivalente a las columnas que la forman y - sin embargo establezca que dichos momentos deberán ser usados al diseñar los elementos estructurales (sección 13.7.7.6), por lo que el diseñador se ve obligado a utilizar el criterio que se da en 13.6.9.2, que dice que: En un apoyo interior, los elementos de apoyo arriba y abajo de la losa deben resistir el momento especificado en proporción a su rigidez. En esta etapa del análisis se re-partirá el factor de distribución de la columna equivalente en proporción a las rigideces de las columnas que la forman.

En 8.5.1 se establece que el módulo de elasticidad  $E_c$  puede considerarse como  $15,000\sqrt{f'_c}$  y como el concreto de nuestra estructura será de una resistencia a la compresión de  $250.00 \text{ Kg./cm}^2$ . dicho módulo será igual a:

$$E_c = 15,000 \sqrt{250.00} = 237,170.82 \text{ Kj./cm}^2.$$

Se analizan los marcos considerando que sobre ellos actúan las cargas horizontales debidas a sísmo y que se determinaron previamente con el análisis dinámico modal. Como se mencionó anteriormente el método de análisis que se aplicará será el de H. Cross pues la estructura equivalente obliga a su uso, el problema de resolver los marcos cargados con fuerzas horizontales en los nodos se resuelve suponiendo que cada nivel se desplaza alternadamente y por ello se resuelve un marco cada vez, cuando se encuentran los elementos mecánicos en los nodos se determinan los constantes de entrepiso y con éstos las fuerzas horizontales en los nodos cuya magnitud depende del tamaño del desplazamiento previamente supuesto, a continuación se establecen las ecuaciones de condición por nivel considerando cada etapa e igualando las mismas a la fuerza sísmica correspondiente quedando como resultado un sistema de ecuaciones con tantas incógnitas como niveles, el valor de las incógnitas o coeficientes de corrección sirve para determinar la influencia de cada etapa en los elementos mecánicos finales y que es igual a la suma de cada etapa multiplicada por el coeficiente que le corresponde según la figura siguiente.



En lugar de suponer un desplazamiento se acostumbra suponer un momento, digamos de 10 Ton.-m., y como el momento es proporcional a éste, su determinación será sencilla pues la relación que los define es la siguiente:

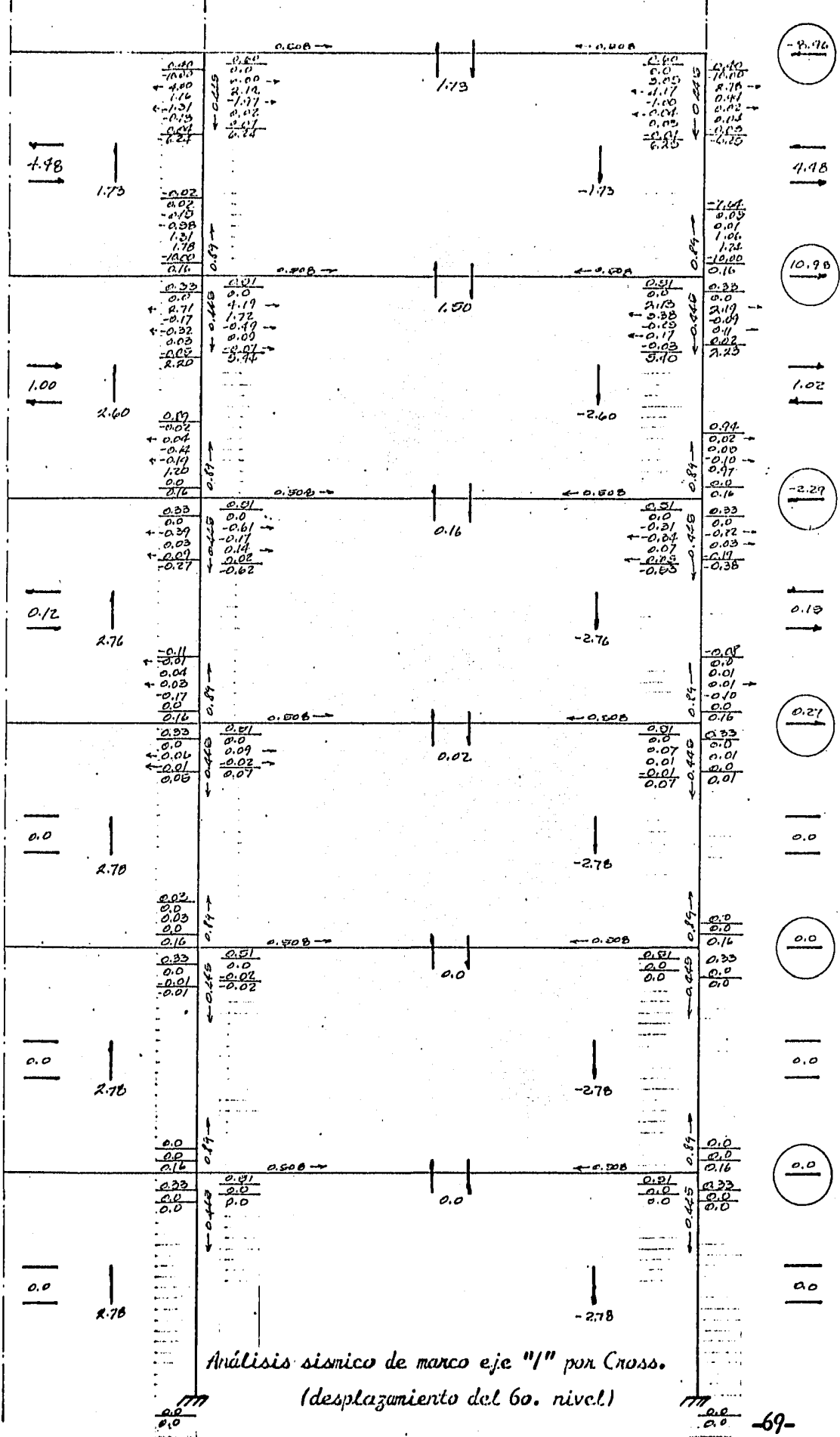
$$M_i = \frac{6 E I}{L} \Delta; \text{ despejando: } \Delta = \frac{L^2}{6 E I} M_i; \text{ sustituyendo valores:}$$

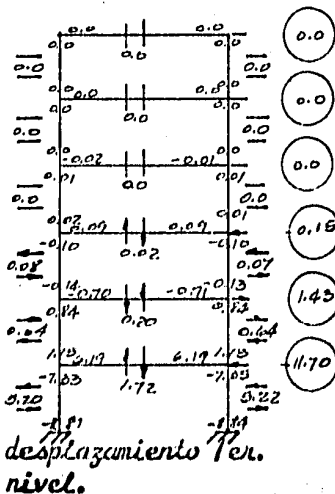
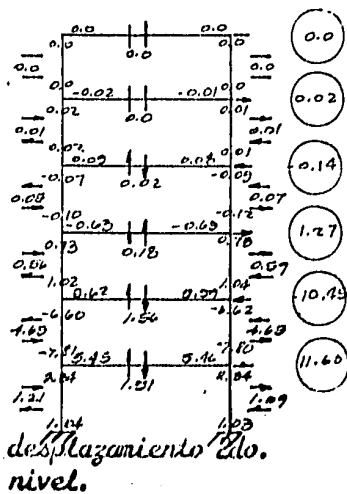
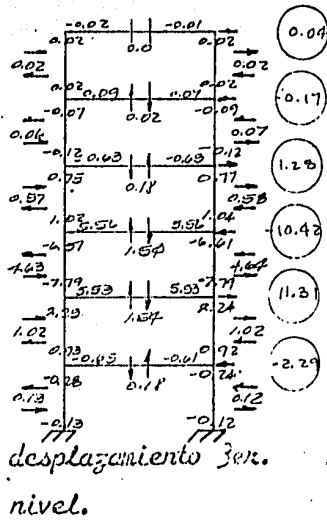
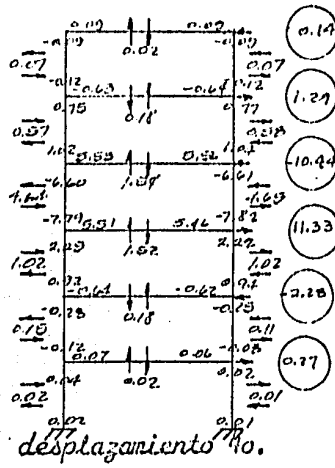
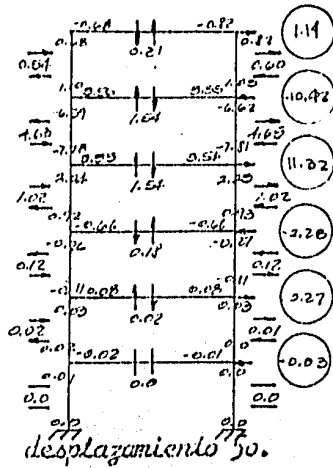
$$\Delta = \frac{10 \times 10^5 \times 310^2}{6 \times E \times 213,333.33} = 75,078.13 / E :$$

$$\Delta = 75,078.13 / 237,170.82 : 0.3165 \text{ cm}$$

el desplazamiento será igual en todo el nivel pues las columnas tienen la misma







geometría, altura y rigidez.

Las ecuaciones de condición son las siguientes (ver análisis en páginas 69 y 70):

Marco eje "1".

Niv.:

$$6 \quad -8.96C_1 + 1.14C_2 - 0.14C_3 + 0.04C_4 + 0.00C_5 + 0.00C_6 = -6.12$$

$$5 \quad 10.98C_1 - 10.42C_2 + 1.29C_3 - 0.17C_4 + 0.02C_5 + 0.00C_6 = -11.89$$

$$4 \quad -2.29C_1 + 11.32C_2 - 10.44C_3 + 1.28C_4 - 0.14C_5 + 0.00C_6 = -16.73$$

$$3 \quad 0.27C_1 - 2.28C_2 + 11.33C_3 - 10.42C_4 + 1.27C_5 - 0.15C_6 = -20.53$$

$$2 \quad 0.00C_1 - 0.27C_2 - 2.28C_3 + 11.31C_4 - 10.45C_5 + 1.43C_6 = -23.13$$

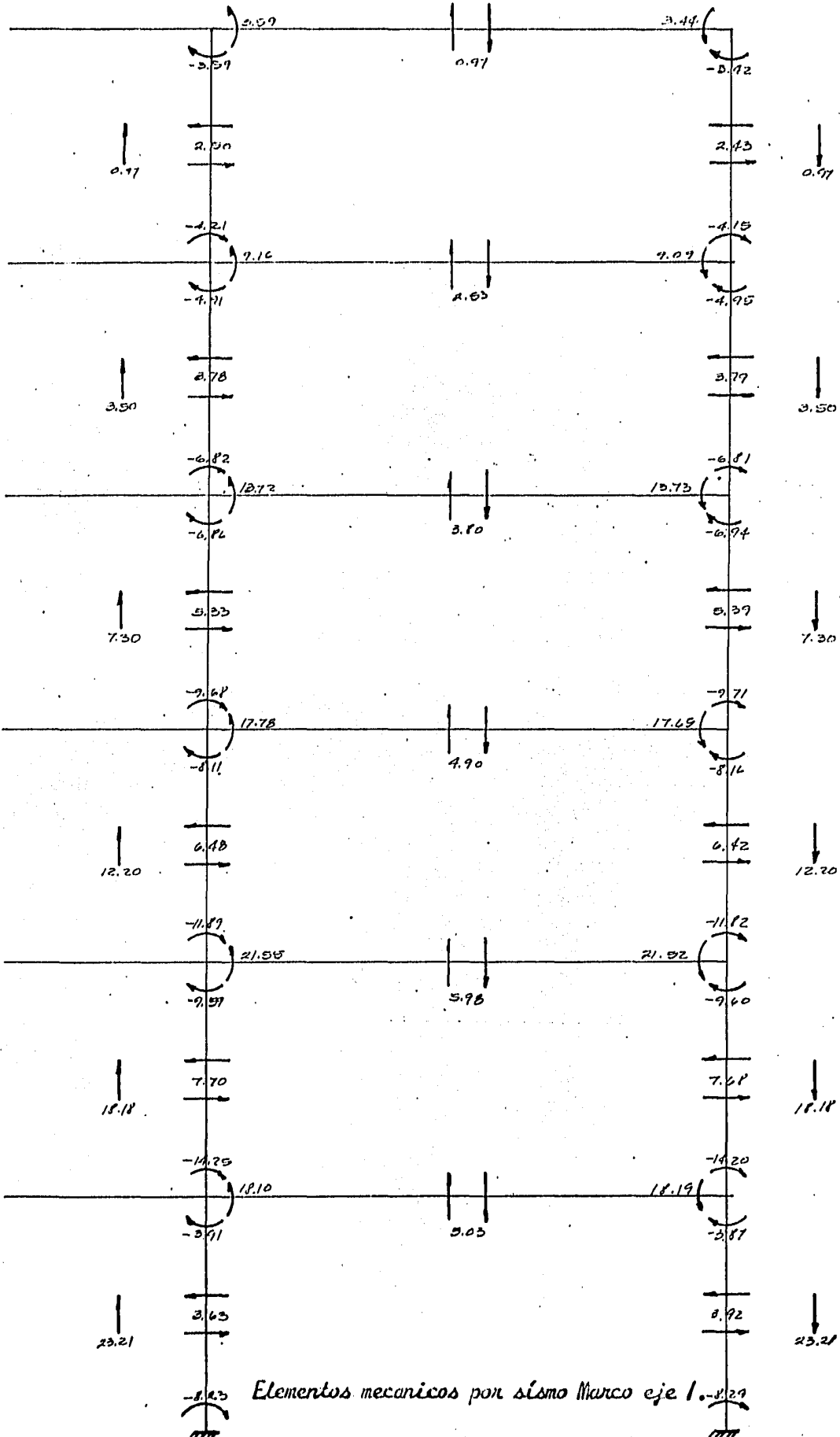
$$1 \quad 0.00C_1 - 0.00C_2 + 0.27C_3 - 2.29C_4 + 11.60C_5 - 11.70C_6 = -24.39$$

Resolviendo para la primer incógnita ( $C_1$ ), que es igual al determinante de la matriz que tiene como elementos los coeficientes de las incógnitas, excepto la columna en donde aparece la incógnita que se busca y en el cual se colocarán los coeficientes de los términos independientes, entre el determinante de la matriz de los coeficientes de todas las incógnitas.

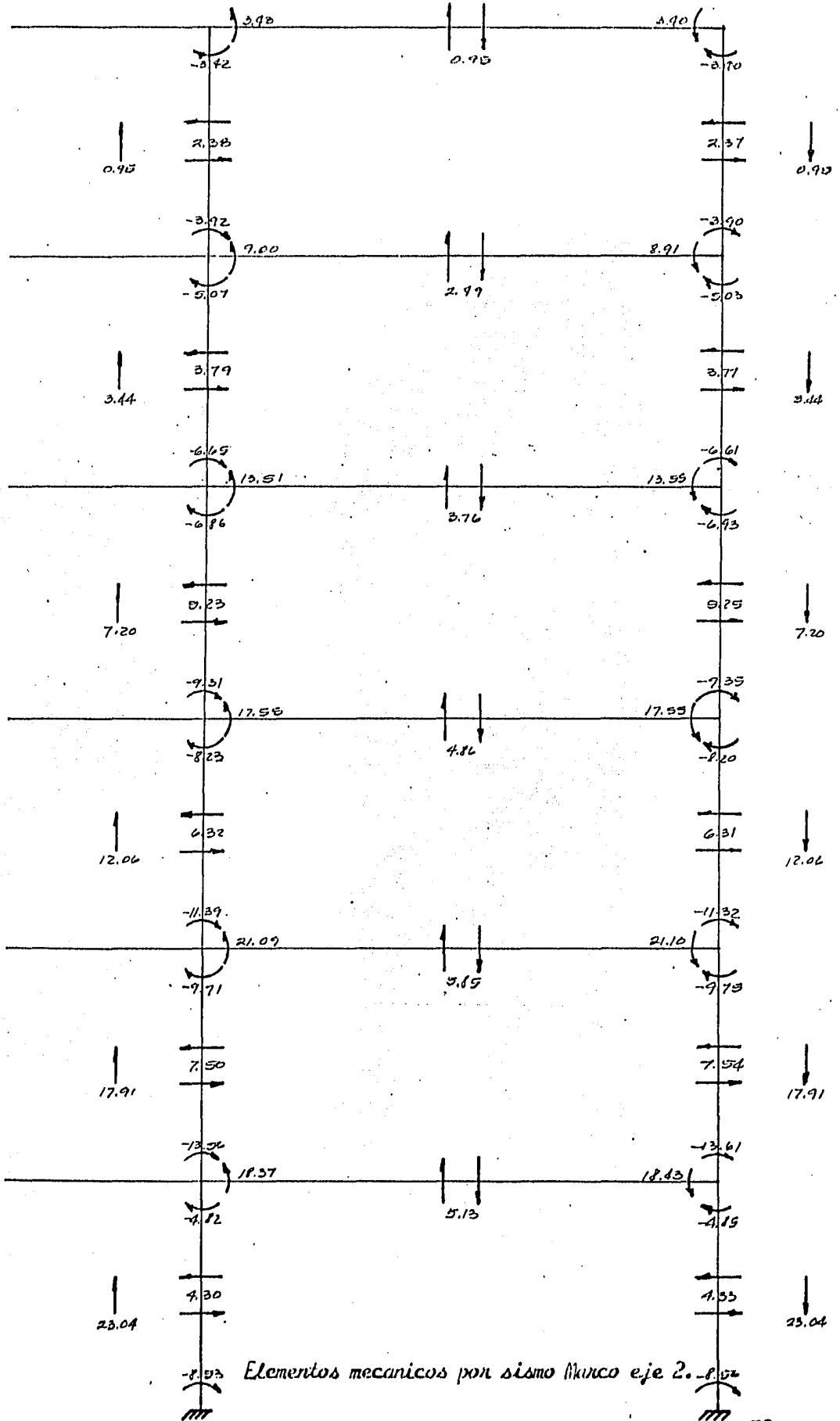
$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} -6.12 & 1.14 & -0.14 & 0.04 & 0.00 & 0.00 \\ -11.89 & -10.42 & 1.29 & -0.17 & 0.02 & 0.00 \\ -16.73 & 11.32 & -10.44 & 1.28 & -0.14 & 0.02 \\ -20.53 & -2.28 & 11.33 & -10.42 & 1.27 & -0.15 \\ -23.13 & 0.27 & -2.28 & 11.31 & -10.45 & 1.43 \\ -24.39 & -0.03 & 0.27 & -2.29 & 11.60 & -11.70 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -8.96 & 1.14 & -0.14 & 0.04 & 0.00 & 0.00 \\ 10.98 & -10.42 & 1.29 & -0.17 & 0.02 & 0.00 \\ -2.29 & 11.32 & -10.44 & 1.28 & -0.14 & 0.00 \\ 0.27 & -2.28 & 11.33 & -10.42 & 1.27 & -0.15 \\ 0.00 & 0.27 & -2.28 & 11.31 & -10.45 & 1.43 \\ 0.00 & -0.03 & 0.27 & -2.29 & 11.60 & -11.70 \end{vmatrix}} = \frac{848,211.88}{1,241,769.50} = 0.68$$

Las demás incógnitas se determinaron con el mismo método y sus valores son los siguientes:

$$C_2 = 1.14; C_3 = 1.60; C_4 = 1.97; C_5 = 2.21; C_6 = 1.17$$



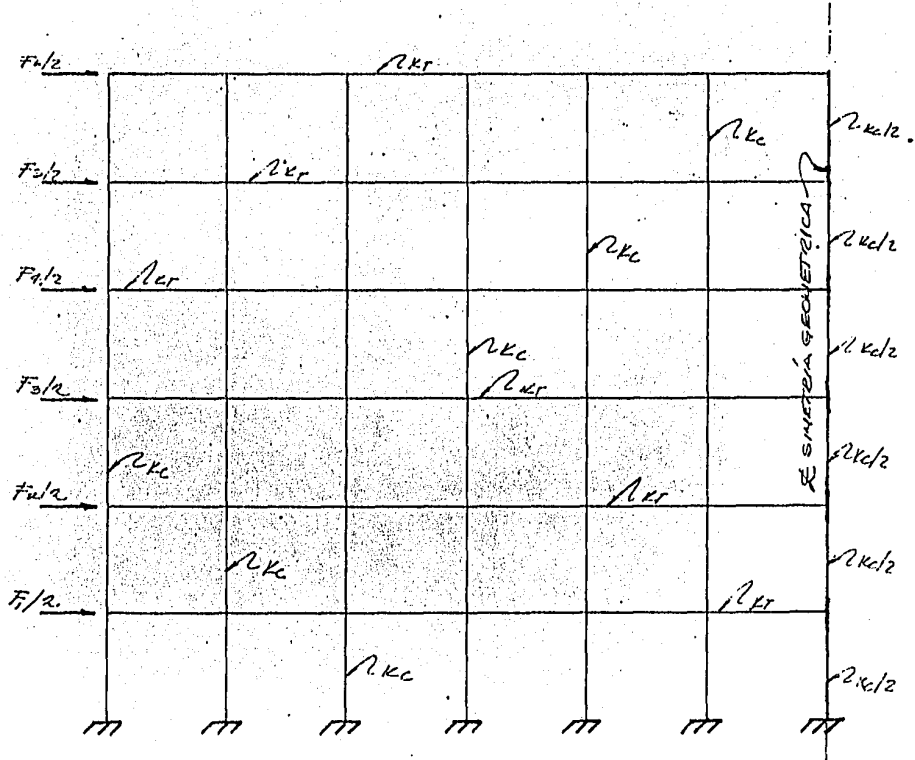
Elementos mecanicos por sismo Marco eje 1-229



Elementos mecanicos por sismo Marco eje 2.

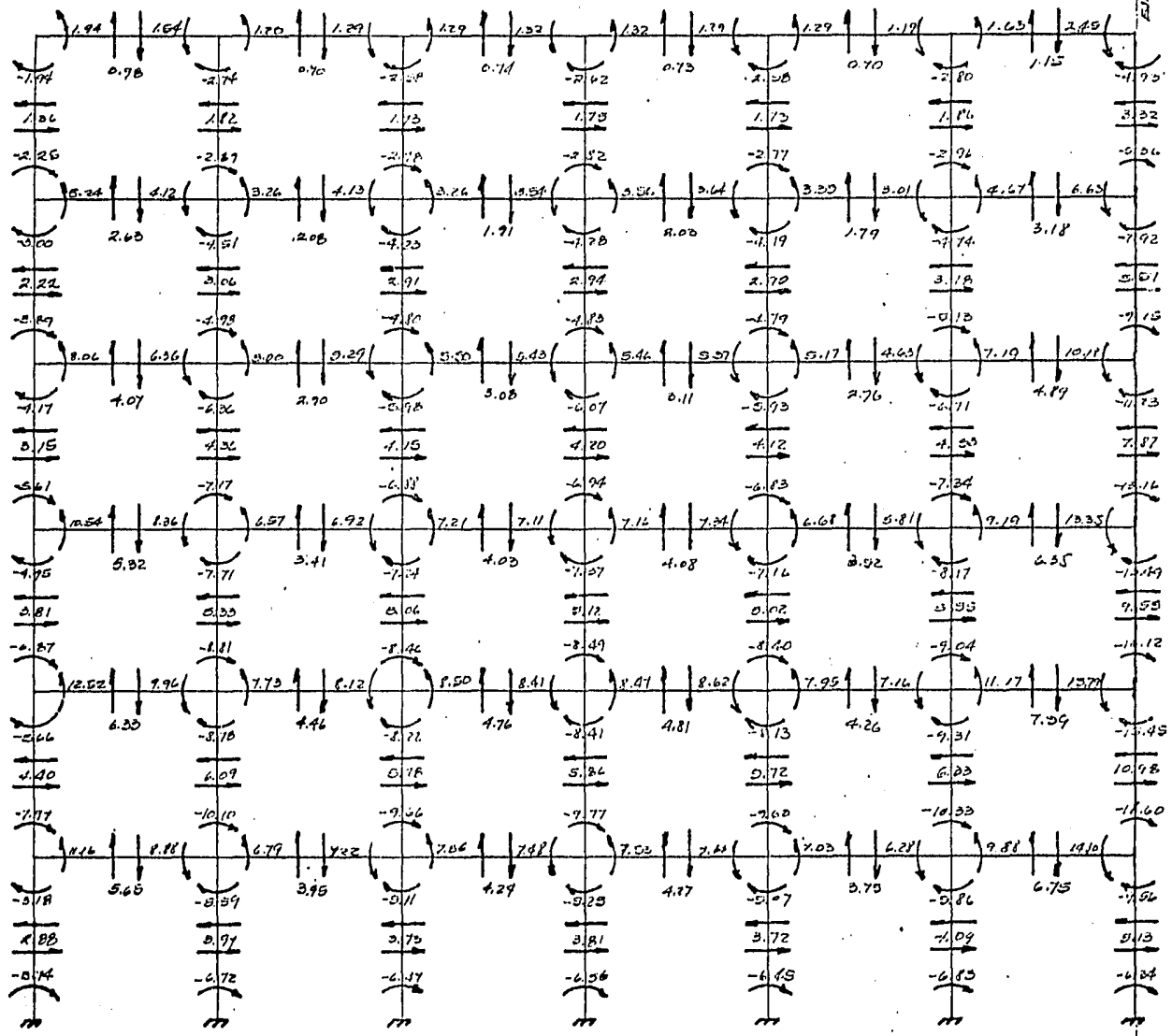
Para el análisis de los marcos largos (ejes "1" y "3") se aprovechan las propiedades de antisimetría de los mismos con la finalidad de reducir los cálculos a la mitad y por ello solamente se trata a la media parte de ellos.

El método considera que el eje de simetría se encuentra a la mitad de la estructura en donde se considera que las columnas que pasan por el mismo tienen la mitad del momento de inercia real o bien la mitad de la rigidez relativa, respecto al sistema de cargas solo se considera la mitad del valor de ellas aplicadas en el nivel correspondiente, la siguiente figura aclara ideas.



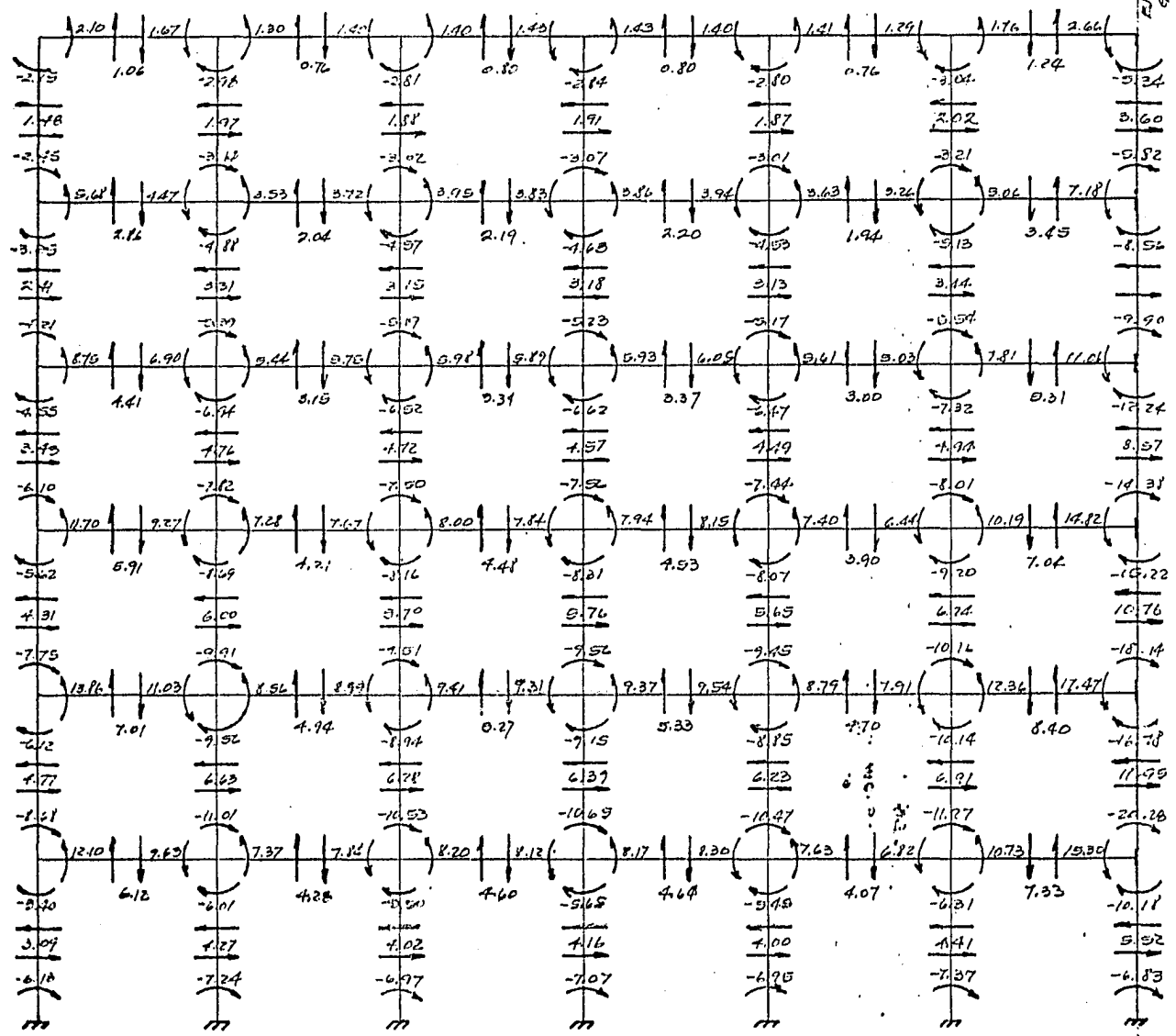
Respecto a los elementos mecánicos debemos decir que en todos los miembros son los que analiza el análisis excepto en las columnas que pasan por el centro de simetría geométrica en donde serán iguales al doble de los encontrados en el análisis, pues la trabe de la otra mitad tiene los mismos momentos y cortantes no así las columnas ya que se les consideró la mitad de su inercia real.

Por razones de espacio solamente se muestran los resultados de los análisis o sea los elementos mecánicos finales, sin embargo debe recordarse que los análisis por sí mismo no se considerarán en el diseño de los miembros pues como se explicó anteriormente el Reglamento del A.C.I.-77 no especifica claramente la aplicación del marco equivalente.



ELEMENTOS MECANICOS POR SISMO EN MARCO EJE "A"

EJE DE SIMETRÍA  
GEOMÉTRICA



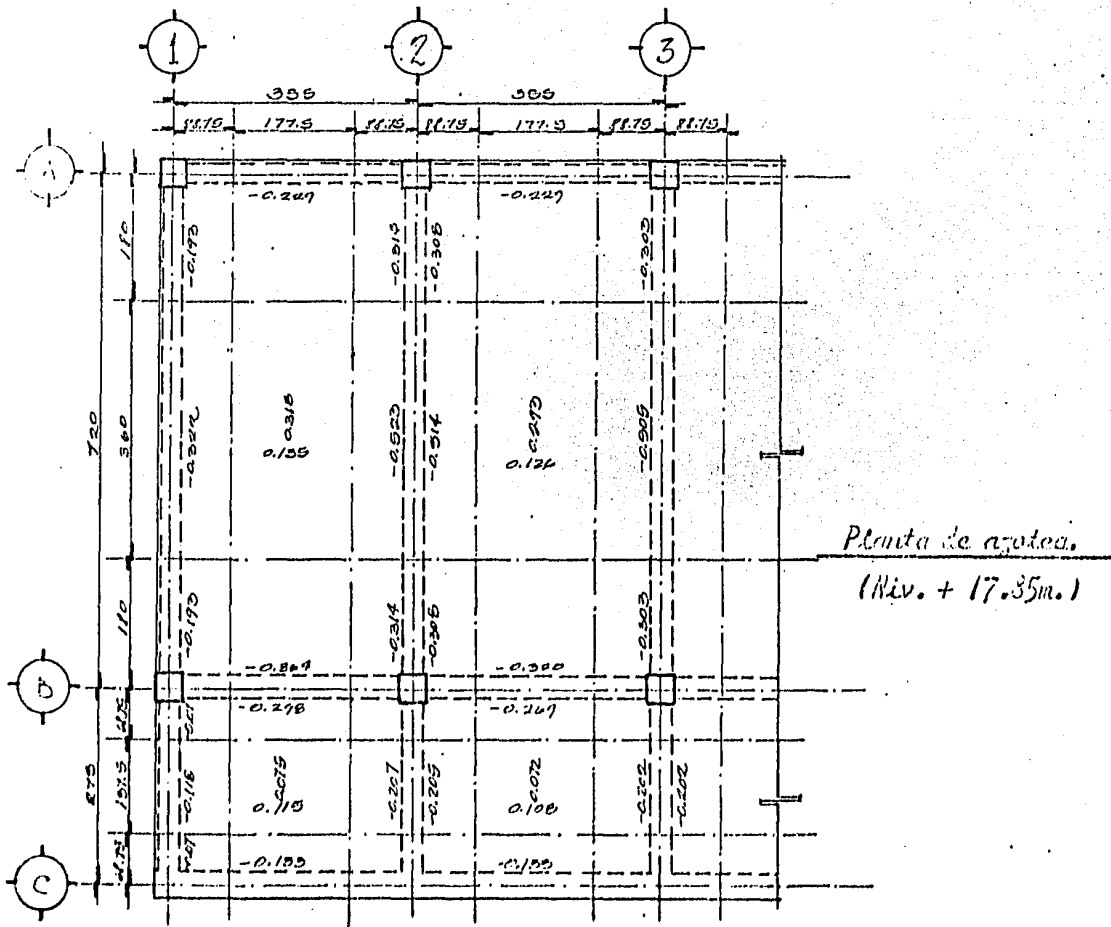
ELEMENTOS MECANICOS POR SISMO EN MARCO EJE "B"



Una vez que el análisis ha proporcionado los elementos mecánicos que actúan en los distintos miembros estructurales, se procede a revisar la resistencia de los mismos y a proporcionarles el acero de refuerzo necesario para que puedan soportar las esfuerzon internas a que serán sometidos, se revisan también las flechas que provocan las cargas a las trabes, también los desplazamientos que originan las fuerzas sísmicas horizontales, en obras palabrns, se revisan los estados límite de falla y de servicio.

Losas.

Se iniciará con el diseño de sistemas de losa y se aplicarán primeramente los criterios que al respecto establece el Reglamento de Construcciones del D.F. 76 y posteriormente los correspondientes al del A.C.I.-77, se presentarán cuatro tableros solamente, con sus análisis y el armado de otros cuatro que corresponden a la losa de entrepiso, la figura siguiente muestra los tableros con su división en franjas centrales y extremas o de columnas y se indican los momentos negativos de borde corregidos.



La definición de las franjas centrales y extremas se hizo de acuerdo con lo que establecen las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto en 4.3.3 inciso b), que al respecto dice: Para momentos negativos, las secciones críticas se tomarán en los bordes del tablero, y para positivo, en las líneas medias. Para colocación del refuerzo la losa se considerará dividida, en cada dirección, en dos franjas extremas y una central. Para relaciones de claro corto a largo mayores de 0.5, las franjas centrales tendrán un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas, y cada franja extrema, igual a la cuarta parte del mismo. A continuación se muestra un ejemplo ilustrativo:

### Tableros 1 y 2.

$$a_1 = \text{claro corto} = 3.55 \text{ m.}$$

$$a_2 = \text{claro largo} = 7.20 \text{ m.}$$

$$a_1 / a_2 = 3.55 / 7.20 = 0.50$$

Franjas perpendiculares al claro largo. Franjas perpendiculares al claro corto.

$$F. \text{ central} = a_2 / 2 = 7.20 / 2 = 3.60 \text{ m.}$$

$$F. \text{ central} = a_1 / 2 = 3.55 / 2 = 1.775 \text{ m.}$$

$$F. \text{ extrema} = a_2 / 4 = 7.20 / 4 = 1.80 \text{ m.}$$

$$F. \text{ extrema} = a_1 / 4 = 3.55 / 4 = 0.8875 \text{ m.}$$

El resto de las franjas se determinó de la misma forma. La distribución de momentos entre tableros adyacentes se determinaron con lo que dicen las normas en 4.3.3 inciso c): Cuando los momentos obtenidos en el borde común de dos tableros adyacentes sean distintos, se distribuirán dos tercios del momento desequilibrado entre los dos tableros si éstos son monolíticos con sus apoyos. Para la distribución se supondrá que la rigidez del tablero es proporcional a  $d^3/a_j$ . A continuación se muestra un ejemplo.

### Distribución de momentos desequilibrantes:

Borde eje "2" entre "A" y "B".

$$10.532 - 0.50512/3 = 0.018 \text{ Ton.-m.}$$

$$I_{3A} = d^3/a_1 = 9.0^3/355 = 2.05 \quad 0.50 \times 0.018 = -0.009 \text{ Ton.-m.}$$

$$Der. = d^3/a_j = 9.0^3/355 = \underline{2.05} \quad \underline{0.50} \times 0.018 = \underline{0.009} \text{ Ton.-m.}$$

$$4.10 \quad 1.00 \quad 0.018 \text{ Ton.-m.}$$

Se revisa el peralte de la losa, que se propuso de 10 cm., y para ello se debe considerar lo que establecen las normas en 4.3.3 inciso e): Cuando sea aplicable la tabla de coeficientes, podrá omitirse el cálculo de deflexiones si el peralte efectivo no es menor que el perímetro del tablero entre 300. Para este cálculo, la longitud de los lados discontinuos se incrementará en 50 por ciento si los apoyos de la losa no son monolíticos con ella, y 25 por ciento cuando lo sean. Calculando el peralte efectivo de la losa No. 1 que es el más crítico.

$$d = \frac{(355 + 720) + 1.25(355 + 720)}{300} = \frac{2,418.75}{300} = 8.00 \text{ cm.}$$

Las normas establecen en 3.4 que: El recubrimiento libre de toda barra no será menor de 1.0 cm. ni menor que su diámetro. Si se utilizan varillas de diámetro 3/8" (aproximadamente 1.0 cm.) el peralte total requerido es:

$$h = d + n = 8.00 + 1.00 = 9.00 \text{ cm.}$$

El peralte requerido es menor que el propuesto.

Se diseñan las losas por flexión utilizando la ecuación de momento resistente  $M_x$  que proponen las Normas, la cual debe igualarse a los momentos que da el análisis múltiple, cada uno por el factor de carga. A continuación se muestran las características de los materiales.

$$\begin{aligned} f'_c &= 250.00 \text{ Kg./cm}^2. & f'_t &= 4,200.00 \text{ Kg./cm}^2. \\ f'_c^* &= 0.8 f'_c = 0.8 \times 250.00 = 200.00 \text{ Kg./cm}^2. < 250.00 \text{ Kg./cm}^2. \\ f'_c^* &= 0.85 f'_c^* = 0.85 \times 200.00 = 170.00 \text{ Kg./cm}^2. \\ f'_c &= 10,000 \sqrt{f'_c} = 10,000 \sqrt{250} = 158,114.00 \text{ Kg./cm}^2. \\ E_s &= 2 \times 10^5 \text{ Kg./cm}^2. \end{aligned}$$

Para elaborar la Gráfica General de Flexión que establece la relación de momentos contra porcentajes de acero, con la finalidad de abreviar los cálculos, se considera que la losa tiene un ancho de un metro y que el acero mínimo de refuerzo es el que corresponde al requerido por cambios volumétricos y el porcentaje máximo al de la falla balanceada, el factor resistente F.R. es igual a 0.9 (flexión). Se arregla la ecuación para que aparezca en función del porcentaje  $p$ .

$$M_x = F.R. b d^2 f_c'' q(1 - 0.5q) \quad (1)$$

en donde:

$$q = p \frac{f_y}{f_c''} \quad (2)$$

sustituyendo el valor de  $q$  de la ecuación (2) en la (1) y dividiendo esta última entre  $b d^2$  y si posteriormente sustituimos el valor de las literales que se conocen, la relación final es:

$$\frac{M_x}{b d^2} = F.R. p f_y (1 - 0.5 p \frac{f_y}{f_c''}) = 3,780 p(1 - 12.35p)$$

El primer valor de  $p$  es igual al porcentaje mínimo, esto es:

$$p_{\min} = \frac{a_s}{b d} = \frac{450 x_1 \times 100}{b d f_y (x_1 + 100)} = \frac{450 \times 10 \times 100}{100 \times 10 \times 4,200(10 + 100)} = 0.000974$$

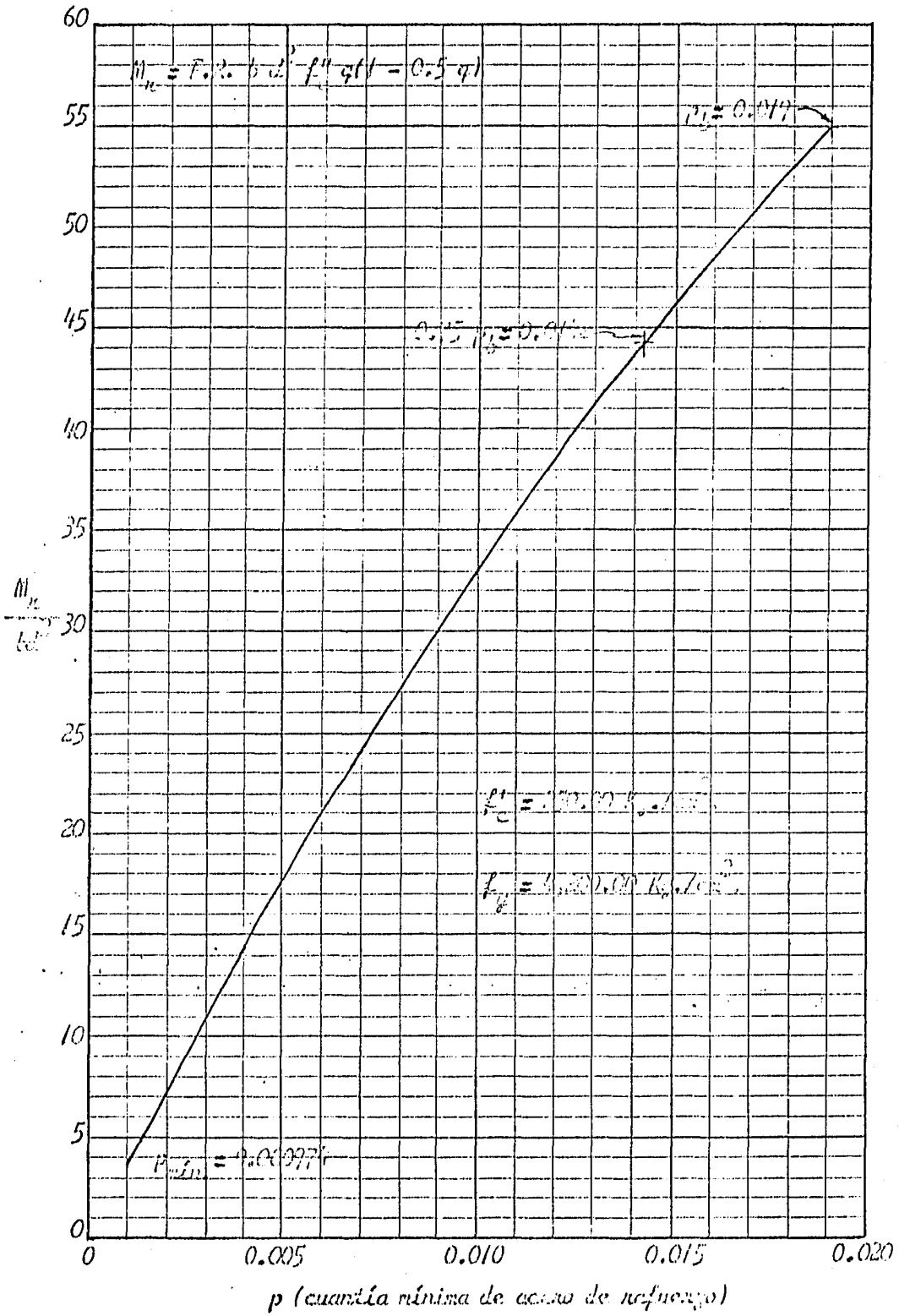
y el último valor de  $p$  es:

$$p_{\max} = \frac{f_c''}{f_y} \frac{4,800}{f_y + 6,000} = \frac{170.00}{4,200.00} \frac{4,800.00}{4,200 + 6,000} = 0.0190475$$

En la siguiente tabla se muestran los valores de  $M_x / b d^2$  para diferentes valores de  $p$  y que se utilizan para elaborar la Gráfica General de Flexión.

| $p:$     | $M_x / b d^2:$ | $p:$  | $M_x / b d^2:$ | $p:$  | $M_x / b d^2:$ | $p:$  | $M_x / b d^2:$ |
|----------|----------------|-------|----------------|-------|----------------|-------|----------------|
| 0.000974 | 3.537          | 0.005 | 20.979         | 0.012 | 38.657         | 0.013 | 52.914         |
| 0.001    | 3.733          | 0.007 | 24.172         | 0.013 | 41.270         | 0.019 | 55.052         |
| 0.002    | 7.377          | 0.008 | 27.252         | 0.014 | 43.770         |       |                |
| 0.003    | 10.919         | 0.009 | 30.238         | 0.015 | 46.176         |       |                |
| 0.004    | 14.377         | 0.010 | 33.131         | 0.016 | 48.509         |       |                |
| 0.005    | 17.752         | 0.011 | 35.921         | 0.017 | 50.769         |       |                |

Trasladaremos los valores anteriores a un sistema de ejes coordenados en donde el primer valor será la ordenada y el segundo la abscisa.



GRAFICA GENERAL DE FLEXION.

| Tratamiento | Forma  | Var.  | $m_z$<br>(Ton.-m.) | $m_u = 1.5m_z$<br>(Ton.-m.) | $m_u / \text{bit}^2$<br>(Kg./cm <sup>2</sup> .) | p       | $h_0$<br>(cm <sup>2</sup> .) | S<br>(cm.) |
|-------------|--------|-------|--------------------|-----------------------------|---|---------|------------------------------|------------|
| "1"         | Largo  | cen.  | -0.322             | -0.483                      | 7.55  | 0.0021  | 1.68                         | 29         |
|             | disc.  | ext.  | -0.193             | -0.290                      | 4.53  | 0.001   | 0.80                         | 61 > 35    |
|             | Largo  | cen.  | -0.523             | -0.785                      | 12.27   | 0.0034  | 2.72                         | 18         |
|             | cont.  | ext.  | -0.314             | -0.471                      | 7.36  | 0.002   | 1.60                         | 30         |
|             | Conto  | "     | -0.229             | -0.344                      | 5.38  | 0.0015  | 1.20                         | 40 > 35    |
|             | disc.  | "     | -0.137             | -0.206                      | 3.22  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
|             | Conto  | "     | -0.354             | -0.546                      | 8.53  | 0.0023  | 1.84                         | 26         |
|             | cont.  | "     | -0.218             | -0.327                      | 5.11  | 0.0014  | 1.12                         | 43 > 35    |
|             | Posit. | "     | 0.318              | 0.477                       | 7.45  | 0.0021  | 1.68                         | 29         |
|             | cont.  | "     | 0.191              | 0.287                       | 4.48  | 0.001   | 0.80                         | 61 > 35    |
|             | Posit. | "     | 0.315              | 0.473                       | 7.39  | 0.002   | 1.68                         | 29         |
|             | Largo. | "     | 0.189              | 0.284                       | 4.44  | 0.001   | 0.80                         | 61 > 35    |
| "2"         | Largo  | "     | -0.514             | -0.771                      | 12.15   | 0.0033  | 2.71                         | 18         |
|             | cont.  | "     | -0.308             | -0.462                      | 7.22  | 0.0021  | 1.68                         | 30         |
|             | Conto  | "     | -0.229             | -0.344                      | 5.38  | 0.0015  | 1.20                         | 40 > 35    |
|             | disc.  | "     | -0.137             | -0.206                      | 3.22  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
|             | Conto  | "     | -0.320             | -0.480                      | 7.50  | 0.0021  | 1.68                         | 29         |
|             | cont.  | "     | -0.192             | -0.288                      | 4.50  | 0.0012  | 0.96                         | 51 > 35    |
|             | Posit. | "     | 0.293              | 0.440                       | 6.88  | 0.0019  | 1.52                         | 32         |
|             | cont.  | "     | 0.176              | 0.264                       | 4.13  | 0.0012  | 0.96                         | 51 > 35    |
| "3"         | Posit. | "     | 0.126              | 0.189                       | 2.95  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
|             | Largo. | "     | 0.076              | 0.114                       | 1.78  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
|             | Largo  | "     | -0.133             | -0.200                      | 3.13  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
|             | disc.  | "     | -0.080             | -0.120                      | 1.88  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
|             | Largo  | "     | -0.298             | -0.447                      | 6.98  | 0.0019  | 1.52                         | 32         |
|             | cont.  | "     | -0.179             | -0.269                      | 4.20  | 0.0012  | 0.96                         | 51 > 35    |
|             | Conto  | "     | -0.118             | -0.177                      | 2.77  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
|             | disc.  | "     | -0.071             | -0.177                      | 2.77  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
|             | Conto  | "     | -0.207             | -0.311                      | 4.86  | 0.0014  | 1.12                         | 43 > 35    |
|             | cont.  | "     | -0.124             | -0.186                      | 2.91  | 0.00097 | 0.78                         | 62 > 35    |
| Posit.      | "      | 0.115 | 0.173              | 2.70                        | 0.00097   | 0.78    | 62 > 35                      |            |
| cont.       | "      | 0.069 | 0.104              | 1.63                        | 0.00097   | 0.78    | 62 > 35                      |            |
| Posit.      | "      | 0.075 | 0.113              | 1.76                        | 0.00097   | 0.78    | 62 > 35                      |            |
| Largo.      | "      | 0.045 | 0.068              | 1.06                        | 0.00097   | 0.78    | 62 > 35                      |            |

| TABLERO | MOMENTO | LOC. | $M_u$<br>(Ton.-m.) | $M_u = 1.5M_u$<br>(Ton.-m.) | $M_u / b d^2$<br>(Kg./cm <sup>2</sup> ) | $\rho$  | $A_{s2}$<br>(cm <sup>2</sup> ) | $S$<br>(cm.) |
|---------|---------|------|--------------------|-----------------------------|---|---------|--------------------------------|--------------|
| "q"     | Conto   | cen. | -0.205             | -0.308                      | 4.81                                    | 0.0013  | 1.04                           | 47 > 35      |
|         | cont.   | ext. | -0.123             | -0.185                      | 2.89                                    | 0.00097 | 0.78                           | 62 > 35      |
|         | Largo   | "    | -0.269             | -0.404                      | 6.31                                    | 0.0017  | 1.36                           | 36 > 35      |
|         | cont.   | "    | -0.161             | -0.242                      | 3.78                                    | 0.0011  | 0.88                           | 55 > 35      |
|         | Largo   | "    | -0.133             | -0.200                      | 3.13                                    | 0.00097 | 0.78                           | 62 > 35      |
|         | disc.   | "    | -0.080             | -0.120                      | 1.88                                    | 0.00097 | 0.78                           | 62 > 35      |
|         | Posit.  | "    | 0.072              | 0.108                       | 1.69                                    | 0.00097 | 0.78                           | 62 > 35      |
|         | Largo.  | "    | 0.043              | 0.065                       | 1.02                                    | 0.00097 | 0.78                           | 62 > 35      |
|         | Posit.  | "    | 0.108              | 0.162                       | 2.53                                    | 0.00097 | 0.78                           | 62 > 35      |
|         | cont.   | "    | 0.065              | 0.098                       | 1.53                                    | 0.00097 | 0.78                           | 62 > 35      |

Revisión por cortante.- El tablero crítico por cortante es el No. 2 y en el nivel de entrepiso, pues:

$$V_u = 1.5 \times V_L = 1.5 \times 1.28 = 1.92 \text{ Ton.}$$

y el cortante que soporta el concreto es igual a:

$$V_c = F.R. \times 0.5 \times b \times d \sqrt{f_c'} = 0.8 \times 0.5 \times 100 \times 8 \times \sqrt{200} = 4,525.18 \text{ Kg.} \\ = 4.52 \text{ Ton.}$$

$$V_u < V_c$$

El cortante que resiste el concreto es mayor que el que actúa sobre la losa, -- con ésto se comprueba que el espesor propuesto es el adecuado.

En las siguientes hojas se muestran las losas de azotea y entrepiso armadas según lo establecen las normas, se tomaron las líneas de inflexión a un sexto del claro conto desde el borde del tablero para momento positivo, y a un quinto del claro conto desde los borde del tablero para momento negativo, al detallar el refuerzo se revisó que en cada sección de momento máximo, la longitud de cada barra fuera mayor o igual que la longitud de desarrollo  $L_d$ ; que las varillas -- que dejan de ser necesarias por flexión se corten o se doblen una distancia no menor que un penalte efectivo más allá del punto técnico donde de acuerdo con el diagrama de momentos ya no se requieren; que en las secciones donde, según el diagrama de momentos flexionantes, técnicamente ya no se requiere el refuerzo que se corta o se dobla, la longitud que continúa de cada barra que no se --

corta ni se dobla, fuera mayor o igual que  $L_d + d$ ; que cada barra para momento positivo que lleja a un extremo libremente apoyado se prolongara mas alla del centro del apoyo, incluyendo porciones dobladas, una longitud no menor que: - -  $L_d - 0.25 L$  ni que  $0.5h$ , donde  $L$  es el claro y  $h$  el peralte. La separación máxima de varillas no será mayor que 50cm. ni que  $3.5 x_1$ , siendo  $x_1$  el peralte total de la losa.

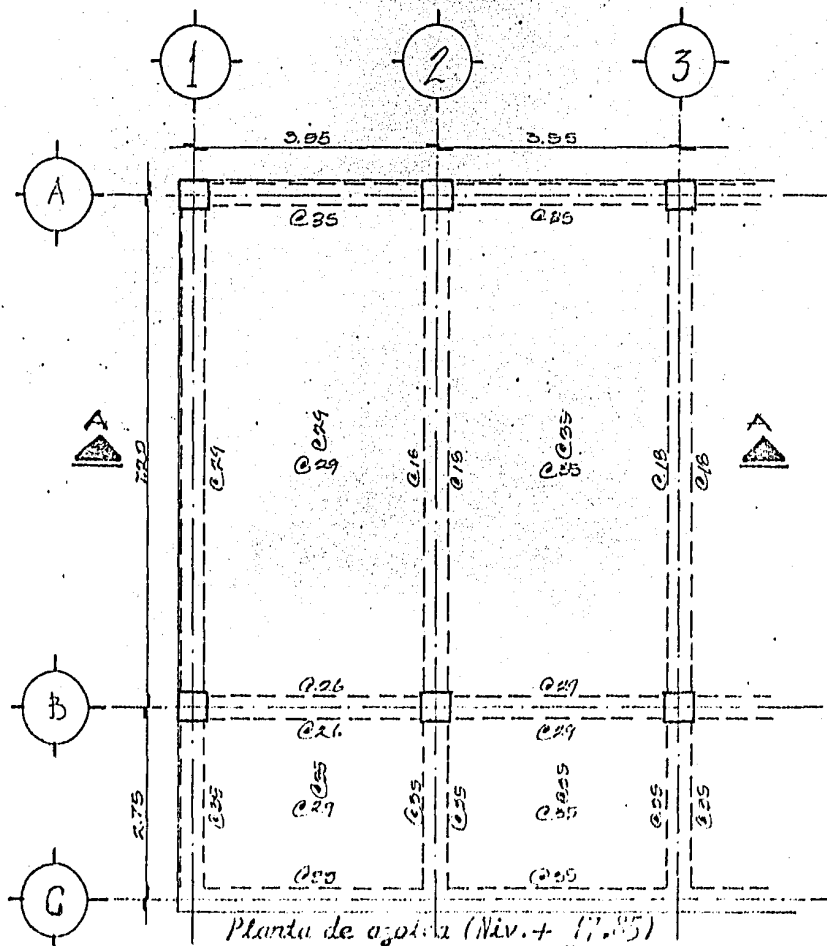
La longitud de desarrollo  $L_d$  para las varillas de las losas no será menor que:

$$0.06 \frac{a_s \times f_y}{\sqrt{f'_c}} \quad a_s : \text{área de la barra.}$$

ni que:

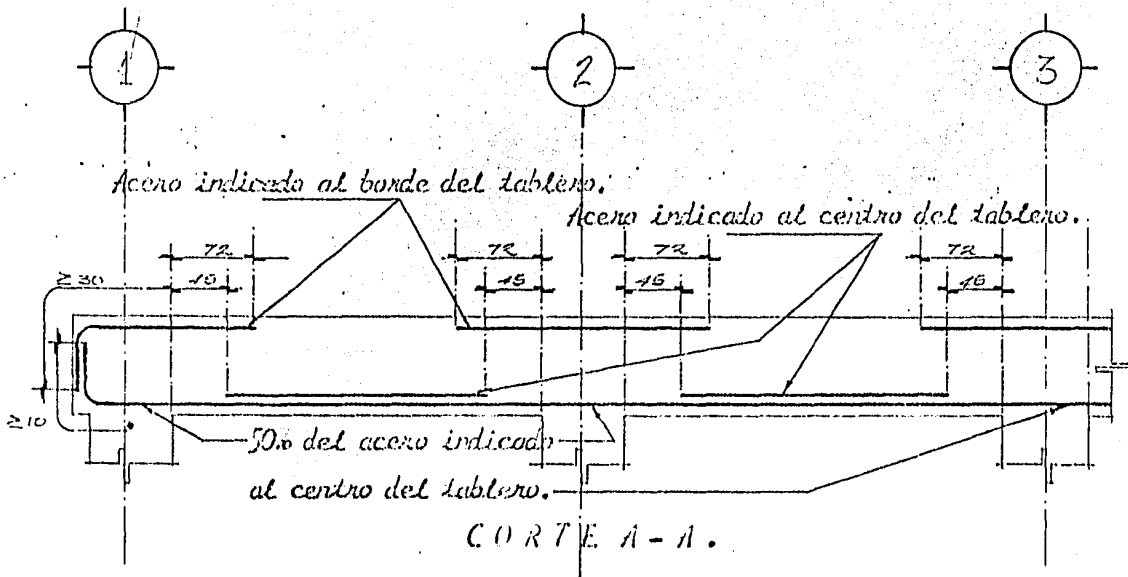
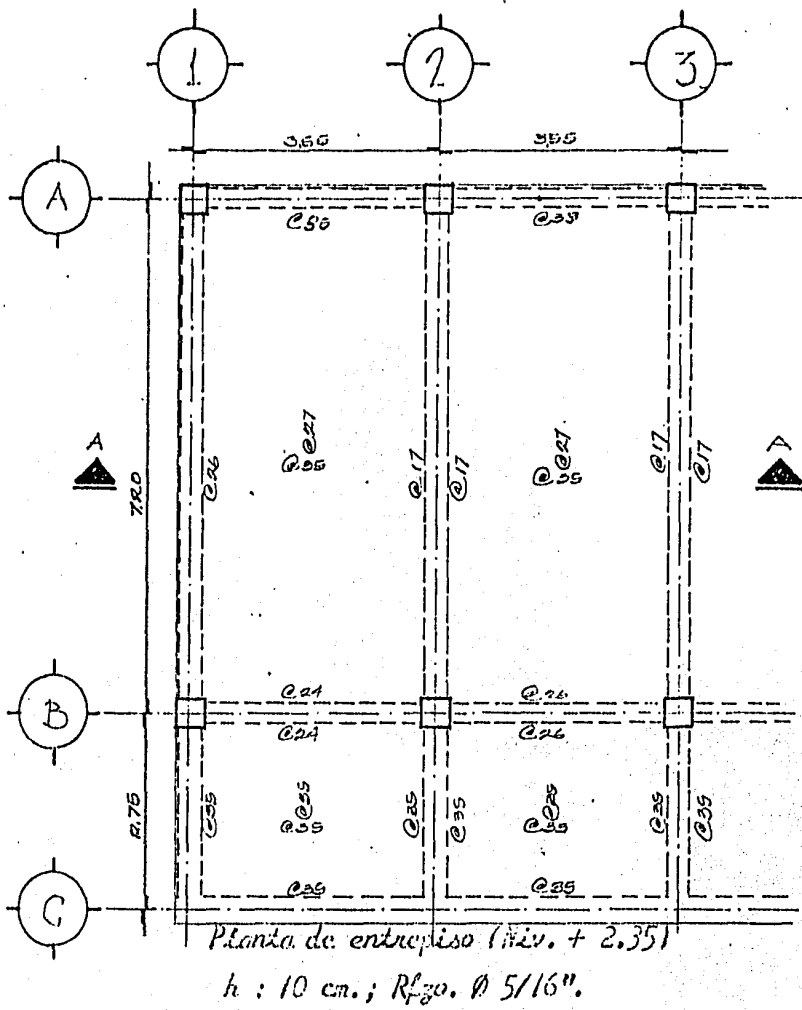
$$0.005 d_b f_y \quad d_b : \text{diámetro de la barra.}$$

y en ningún caso será menor a 30 cm. Deberá hacerse la observación en los planos, de que la longitud de los empalmes no sea menor que  $1.33 L_d$  ni que  $30$  cm. Los empalmes de las varillas de momento positivo en una sección y que la longitud de empalmes de varillas a compresión no será menor que  $L_d$  ni que  $(0.01 f_y - 10) d_b$ .



$h : 10\text{cm.}; R_{fcs}. \varnothing 5/16''.$





La longitud de los empalmes para los varillas a tensión será de 40 cms. y de 30 cms. para las de compresión. No se permitirá trastapar más del 50% del acero de refuerzo en una sección.

Se diseñan ahora las mismas losas pero con el criterio que al respecto establece el Reglamento de Construcciones de Concreto del A.C.I. del año 77.

Antes de repartir los momentos encontrados en los análisis del marco equivalente, se definirán las franjas de columna e intermedias; las primeras incluyen a las vigas y tienen un ancho a cada lado de la columna igual a  $0.25 l_2$  ó  $0.25 l_1$  el que sea menor, la segunda es la que está limitada por dos franjas de columnas. Las vigas incluyen la parte de la losa que está situada a cada lado de ella, a una distancia igual a la proyección de la viga arriba o abajo de la losa, la que sea mayor, pero no mayor que cuatro veces el peralte de la losa.

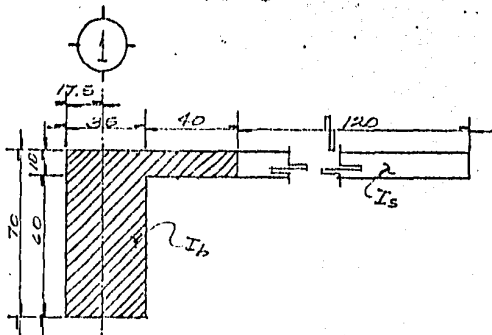
Se revisará que se cumpla la relación:  $\frac{\alpha_1 l_2^2}{\alpha_2 l_1^2}$ ; entre los valores de 0.2 y 5.0 en donde:

$\alpha_1$ : relación de la rigidez a la flexión de la sección de la columna a la rigidez a la flexión de una franja de losa limitada lateralmente por los ejes centrales de los tableros adyacentes en cada lado de la viga, en la dirección de  $l_1$ .

$\alpha_2$ : lo mismo pero en la dirección  $l_2$ .

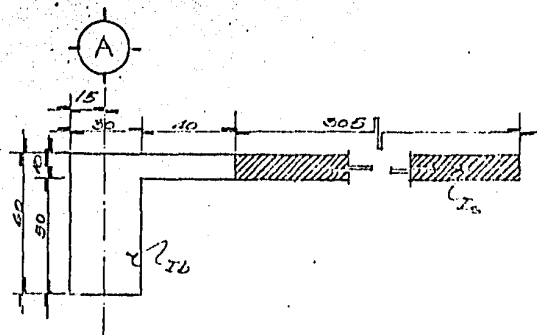
Se ejemplifica con el cálculo de la trabe del eje "1" y la trabe del eje "A" pues son perpendiculares entre sí y pertenecen al tablero No. 1.

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}; E_{cb} = E_{cs}; \quad \alpha = I_b / I_s$$



$$\alpha_1 = \frac{1'313,223.72}{10,000.00} = 131.32$$

$$l_1 = 720.00 \text{ cm.}$$



$$\alpha_2 = \frac{747,878.75}{25,416.67} = 29.42$$

$$l_2 = 355.00 \text{ cm.}$$

$$\alpha_1 l_2^2 / \alpha_2 l_1^2 = 131.32 \times 355^2 / 29.42 \times 720^2 = 1.08$$

$$0.20 < 1.08 < 5.00$$

Se revisaron las condiciones para las trabes perpendiculares de todos los tableros, siguiendo la secuencia anteriormente usada y se observó que dicha relación está dentro de los límites.

Al calcular el peralte total que requieren los tableros de acuerdo a las especificaciones de 7.5.3 y que dicen que el peralte no deberá ser menor que:

$$h = \frac{L(800 + 0.005 f_y)}{36,000 + 5,000(\alpha_m - 0.5)(1 - \beta_s)(1 + \frac{1}{\beta})} = \frac{690(800 + 0.005 \times 4,200)}{36,000 + 5,000 \frac{690}{320} (66.49 - 0.5)(1 - 0.5)(1 + \frac{320}{690})} = 0.75 \text{ cm.}$$

ni menor que:

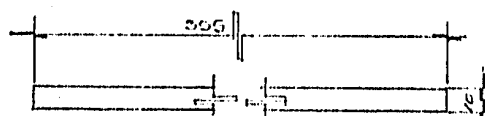
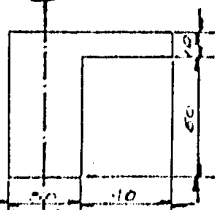
$$h = \frac{L(300 + 0.07 f_y)}{36,000 + 5,000(1 + \beta_s)} = \frac{690(300 + 0.07 \times 4,200)}{36,000 + 5,000 \frac{690}{320} (1 + 0.5)} = 14.47 \text{ cm.}$$

Es evidente que con el A.C.I.-77 el peralte propuesto no cumple con el requerido pero se dejará el propuesto, pues una losa de 15 cm. elevaría el costo de la estructura, además la carga que soportan las trabes es menor a una losa rígida, lo que ocasionará flechas mínimas, por otro lado en los planos se recomienda hacer una contraflecha al centro de los tableros.

Se calculan los valores de  $\beta_{11}$ ,  $l_2 / l_1$  y  $\alpha_1$ ,  $l_2 / l_1$  para determinar los coeficientes de distribución de momentos en las franjas de columna y centros.

Alrededor ejes "1" y "2".

$$\beta_x = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} l_s}; \text{ pero } E_{cb} = E_{cs} \quad \beta_x = \frac{C}{2 l_s} \text{ y } C = (1 - 0.63 \frac{x}{y}) \frac{z^3}{3}$$



Losa de borde entre los ejes de los tableros 1 y 2.

Trabe de borde de los tableros 1 y 2.

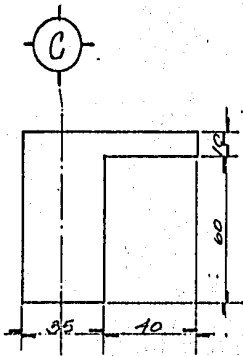
$$x_1 = 30 \text{ cm.}, y_1 = 60 \text{ cm.}, x_2 = 10 \text{ cm.} \text{ y } y_2 = 40 \text{ cm.}$$

$$C = \left(1 - 0.63 \frac{30}{60}\right) \frac{30^3 \times 60}{3} + \left(1 - 0.63 \frac{10}{40}\right) \frac{10^3 \times 40}{3} =$$

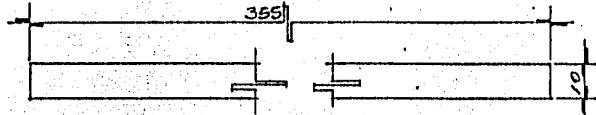
$$= 381,133.33$$

$$I_{\Delta} = 355 \times 10^3 / 12 = 29,583.33 \text{ cm}^4.$$

$$\beta_{\pm} = 381,133.33 / 2 \times 29,583.33 = 6.44 > 2.5$$



Tubo de borde de los  
tableros 3 y 4.



Lisa de borde entre apoyos, de los  
tableros 3 y 4.

$$x_1 = 35 \text{ cm.}; y_1 = 70 \text{ cm.}; x_2 = 10 \text{ cm.} \text{ y } y_2 = 40 \text{ cm.}$$

$$C = \left(1 - 0.63 \frac{35}{70}\right) \frac{35^3 \times 70}{3} + \left(1 - 0.63 \frac{10}{40}\right) \frac{10^3 \times 40}{3} = 696,518.75$$

$$I_{\Delta} = 355 \times 10^3 / 12 = 29,583.33 \text{ cm}^4.$$

$$\beta_{\pm} = 696,518.75 / 2 \times 29,583.33 = 11.77 > 2.5$$

Eje "1".

$$L_2 / L_1 = 355 / 720 = 0.50$$

$$\alpha_1 L_2 / L_1 = 131.32 \times 355 / 720 =$$

$$= 65.66 > 1.0$$

Eje "2".

$$L_2 / L_1 = 355 / 720 = 0.50$$

$$\alpha_1 L_2 / L_1 = 77.55 \times 355 / 720 =$$

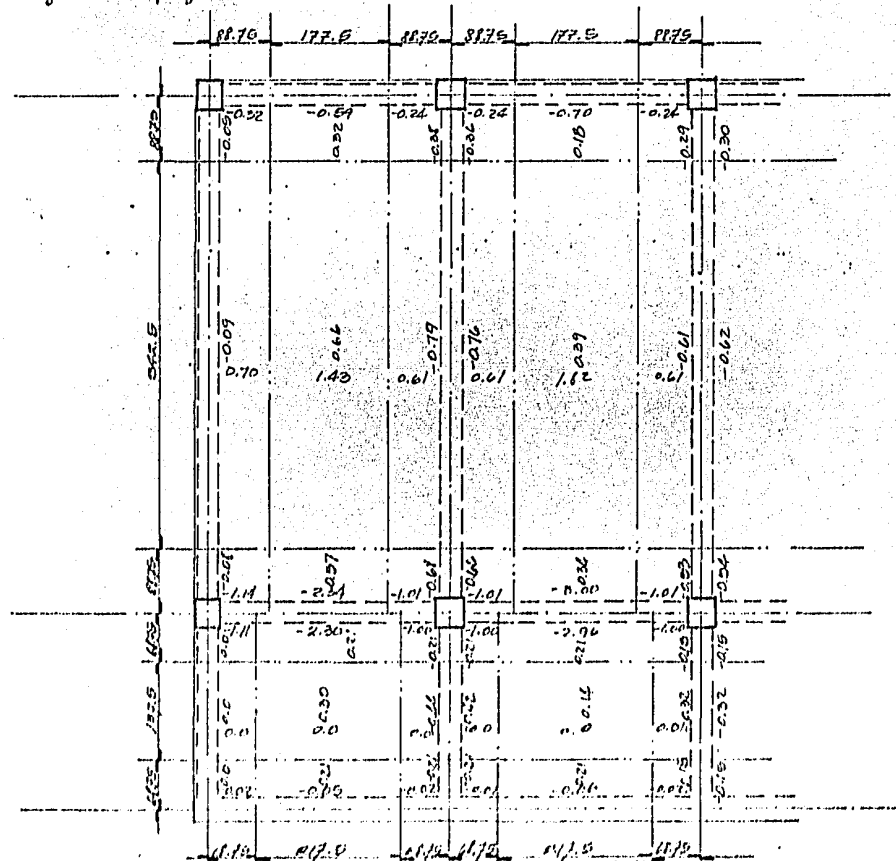
$$= 38.24 > 1.0$$

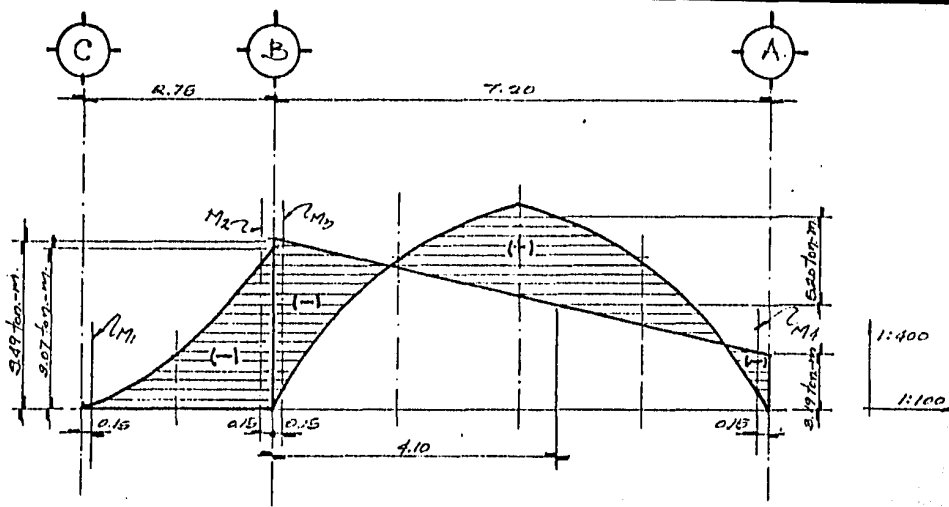
Los ejes "1" y "2" tendrían los mismos coeficientes de distribución. Para los ejes "A", "B" y "C" se utilizó la misma secuencia de cálculo.

| eje | franjas | Porcentajes para distribución de momentos. |                |               |
|-----|---------|--|----------------|---------------|
|     |         | mom. negativo                              | mom. o p. ext. | mom. positivo |
| "1" | col.    | 90%  | 90%            | 90%           |
| 4   | "2"     | cent.                                      | 10%            | 10%           |
| "3" | col.    | 45%  | 45%            | 45%           |
| 4   | "4"     | cent.                                      | 55%            | 55%           |
| "C" | col.    | 81.9%                                      | 81.9%          | 81.9%         |
|     | cent.   | 18.1%                                      | 18.1%          | 18.1%         |

Como el valor de  $\alpha_2 / L_1 > 1.0$  las vigas de los ejes "1", "2", "3", "4" y "C" se diseñarán con el 35% de los momentos de las franjas de columna.

A continuación se muestran los tableros con su división en franjas de columna y centrales, con los momentos correspondientes, dichos momentos son los que corresponden a los paños interiores de los techos y cuya determinación se muestra en la siguiente página.





A continuación se determinan los momentos negativos en los paños de los apoyos los cuales serán denominados como  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  y  $M_4$  según el diagrama anterior.

$$M_1 = -0.37 \times 0.15 - 1.75 \times 0.15^2 / 2 = -0.15 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_2 = -0.37 \times 2.60 - 1.75 \times 2.60^2 / 2 = -8.23 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_3 = 7.17 \times 0.15 - 9.49 - 1.75 \times 0.15^2 / 2 = -8.43 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_4 = 5.43 \times 0.15 - 3.19 - 1.75 \times 0.15^2 / 2 = -2.39 \text{ Ton.-m.}$$

De la misma manera que en el ejemplo anterior, se determinaron los momentos negativos en los paños de los apoyos para el resto de los marcos, en los niveles de azotea y entrepiso y sus valores se muestran en la siguiente tabla:

| marco | nivel | $M_1$ | $M_2$  | $M_3$  | $M_4$ | $M_5$ | $M_6$ | $M_{7-10}$ |
|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|------------|
| "1"   | 17.85 | -0.15 | -8.23  | -8.43  | -2.39 | -     | -     | -          |
|       | 2.35  | -0.15 | -8.67  | -8.79  | -3.22 | -     | -     | -          |
| "2"   | 17.85 | -0.30 | -14.79 | -15.00 | -3.50 | -     | -     | -          |
|       | 2.35  | -0.30 | -15.71 | -15.78 | -5.07 | -     | -     | -          |
| "A"   | 17.85 | -0.34 | -2.77  | -2.68  | -2.17 | -2.19 | -2.27 | -2.27      |
|       | 2.35  | -0.62 | -2.95  | -2.79  | -2.34 | -2.36 | -2.43 | -2.43      |
| "B"   | 17.85 | -0.61 | -5.03  | -4.87  | -3.94 | -3.94 | -4.12 | -4.13      |
|       | 2.35  | -1.12 | -5.40  | -5.09  | -4.27 | -4.30 | -4.44 | -4.45      |
| "C"   | 17.85 | 0.01  | -1.58  | -1.59  | -1.11 | -1.07 | -1.23 | -1.20      |
|       | 2.35  | 0.00  | -1.69  | -1.71  | -1.19 | -1.15 | -1.23 | -1.23      |

Para elaborar la gráfica general para flexión que relacione porcentajes de acero contra momento resistente, según las normas del A.C.I.-77, se considera que en las losas el porcentaje mínimo es el que corresponde a esfuerzos por contracción y temperatura y el máximo al 75% del porcentaje balanceado, el valor de  $\phi$  para flexión es igual a 0.90; arreglando la ecuación de tal manera que los momentos aparezcan en función del porcentaje.

$$M_u = \phi A_s f_y d \left( 1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f_c'} \right) \quad (1)$$

se sabe que:

$$A_s = \rho b d \quad (2)$$

sustituyendo la ecuación (2) en la (1) y dividiendo entre  $b d^2$ , se tiene que:

$$\frac{M_u}{b d^2} = \phi \rho f_y \left( 1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f_c'} \right) = 3,700 \rho \left( 1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f_c'} \right)$$

El primer valor de  $\rho$  será:

$$\rho_{\min} = 0.0018$$

y el último:

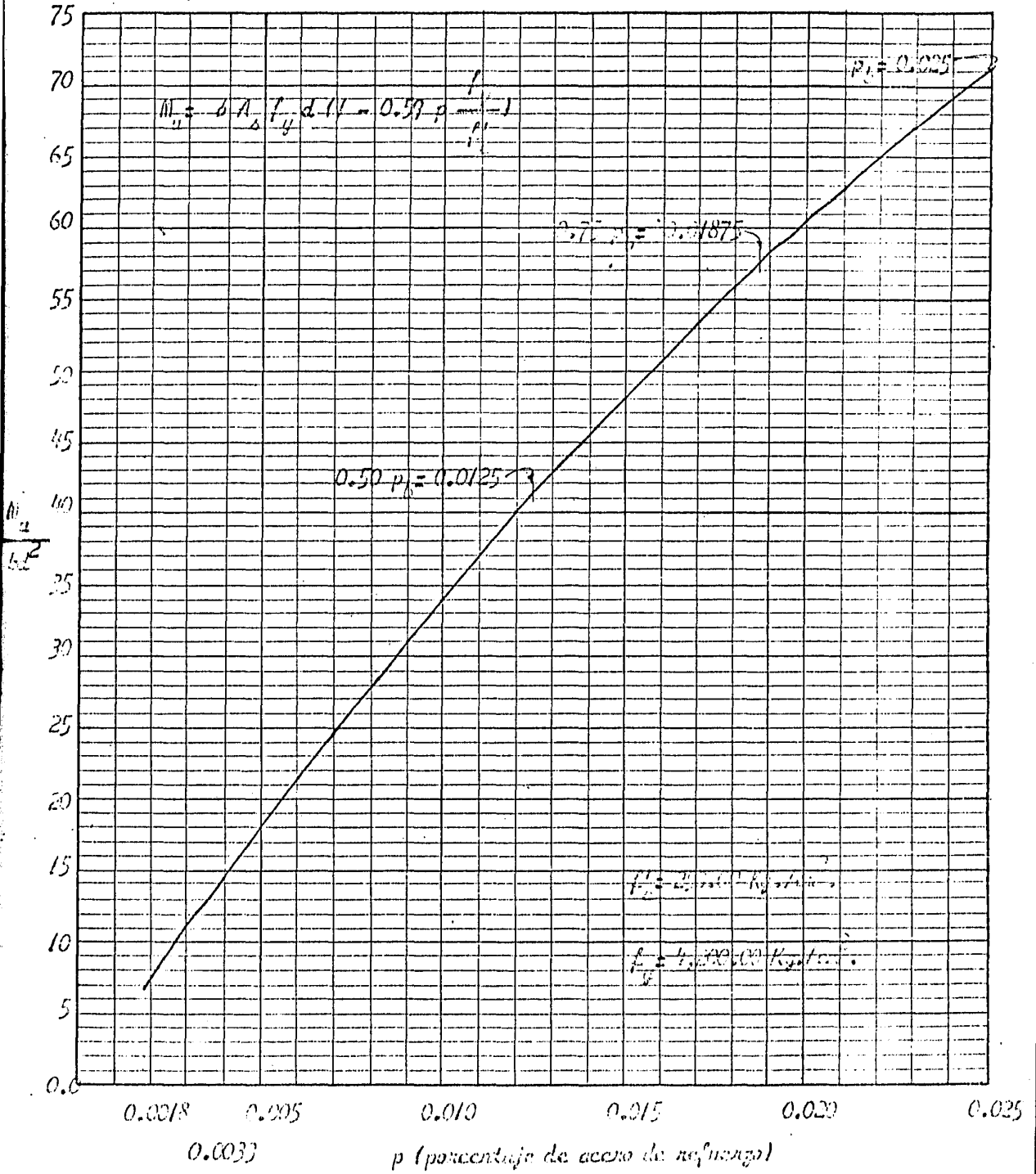
$$\rho_b = \frac{\phi 0.85 f_c'}{f_y} \frac{6,000.00}{6,000 + f_y} = \frac{0.85 \times 0.85 \times 250}{4,200.00} \frac{6,000.00}{6,000 + 4,200} = 0.025$$

| $\rho$ | K     | $\rho$ | K     | $\rho$ | K     | $\rho$ | K     |
|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| 0.0018 | 5.68  | 0.003  | 27.84 | 0.015  | 48.27 | 0.022  | 65.03 |
| 0.002  | 7.41  | 0.009  | 30.94 | 0.016  | 50.89 | 0.023  | 67.18 |
| 0.003  | 11.00 | 0.010  | 34.05 | 0.017  | 53.43 | 0.024  | 69.14 |
| 0.004  | 14.52 | 0.011  | 37.05 | 0.018  | 55.90 | 0.025  | 71.09 |
| 0.005  | 17.98 | 0.012  | 39.97 | 0.019  | 58.30 | -      | -     |
| 0.006  | 21.33 | 0.013  | 42.81 | 0.020  | 60.62 | -      | -     |
| 0.007  | 24.62 | 0.014  | 45.58 | 0.021  | 62.86 | -      | -     |

$$K = \frac{M_u}{b d^2}$$

Los valores anteriores serán llevados a un sistema de ejes coordenados en donde los valores de  $\rho$  serán las abscisas y los de K las ordenadas.

A.C.I.-77.



GRAFICA GENERAL DE FLEXION.



| Tablón | Momento | Loc. | $M_i$<br>(Ton.-m.) | $M_u$<br>(Ton.-m.) | $M_u/bd^2$<br>(Kg./cm. <sup>2</sup> ) | $p$    | $A$<br>(cm. <sup>2</sup> ) | $S$<br>(cm.) | Ver.<br># |
|--------|---------|------|--------------------|--------------------|---------------------------------------|--------|----------------------------|--------------|-----------|
| "1"    | Largo   | cen. | -0.52              | -0.75              | 2.16                                  | 0.0018 | 7.81                       | 34>20        | 2.5       |
|        | disc.   | ext. | -0.13              | -0.19              | 3.80                                  | 0.0023 | 0.62                       | 26>20        | "         |
|        | Largo   | "    | -4.32              | -6.22              | 17.91                                 | 0.005  | 21.70                      | 12           | "         |
|        | cont.   | "    | -0.47              | -0.68              | 31.48                                 | 0.0092 | 2.48                       | 13           | 242.5     |
|        | Conto   | "    | -0.59              | -0.85              | 7.48                                  | 0.0021 | 2.98                       | 29>20        | "         |
|        | disc.   | "    | -0.32              | -0.46              | 23.00                                 | 0.0064 | 1.60                       | 10           | "         |
|        | Conto   | "    | -2.34              | -3.37              | 29.67                                 | 0.0085 | 12.07                      | 14           | 242.5     |
|        | cont.   | "    | -1.14              | -1.64              | 82.00                                 | 0.025  | 6.25                       | 10           | 5         |
|        | Posit.  | "    | 3.63               | 5.23               | 15.06                                 | 0.0042 | 18.23                      | 14           | 2.5       |
|        | conto.  | "    | 0.27               | 0.39               | 18.05                                 | 0.0113 | 3.05                       | 10           | 242.5     |
| "2"    | Posit.  | "    | 1.43               | 2.06               | 18.13                                 | 0.005  | 7.10                       | 12           | 2.5       |
|        | Largo.  | "    | 0.71               | 1.02               | 51.00                                 | 0.016  | 4.00                       | 15           | 5         |
|        | Largo   | "    | -4.15              | -5.74              | 17.24                                 | 0.004  | 20.46                      | 13           | 2.5       |
|        | cont.   | "    | -0.44              | -0.63              | 31.50                                 | 0.0092 | 2.48                       | 13           | 242.5     |
|        | conto   | "    | -0.70              | -1.01              | 8.89                                  | 0.0024 | 3.41                       | 25>20        | 2.5       |
|        | disc.   | "    | -0.24              | -0.35              | 16.20                                 | 0.0045 | 1.13                       | 13           | "         |
|        | conto   | "    | -3.00              | -4.32              | 38.03                                 | 0.0113 | 16.05                      | 10           | 242.5     |
|        | cont.   | "    | -1.01              | -1.45              | 67.13                                 | 0.023  | 5.75                       | 10           | 5         |
|        | Posit.  | "    | 2.14               | 3.08               | 8.87                                  | 0.0025 | 10.85                      | 24>20        | 2.5       |
|        | conto.  | "    | 0.17               | 0.24               | 11.11                                 | 0.003  | 0.81                       | 20           | 2.5       |
| "3"    | Posit.  | "    | 1.82               | 2.62               | 23.06                                 | 0.0065 | 9.23                       | 10           | "         |
|        | Largo.  | "    | 0.61               | 0.88               | 44.00                                 | 0.0134 | 3.25                       | 10           | 242.5     |
|        | Conto   | "    | 0.00               | 0.00               | 0.00                                  | 0.0018 | 1.98                       | 34>20        | 2.5       |
|        | disc.   | "    | 0.00               | 0.00               | 0.00                                  | 0.0018 | 0.20                       | 32>20        | "         |
|        | Conto   | "    | -2.38              | -3.43              | 38.98                                 | 0.0117 | 12.87                      | 10           | 242.5     |
|        | cont.   | "    | -0.14              | -0.20              | 22.73                                 | 0.0063 | 0.69                       | 10           | 2.5       |
|        | Largo   | "    | -2.30              | -3.31              | 23.78                                 | 0.0067 | 11.66                      | 18           | 242.5     |
|        | cont.   | "    | -1.11              | -1.60              | 22.00                                 | 0.025  | 2.25                       | 10           | 5         |
|        | Largo   | "    | -0.05              | -0.07              | 0.50                                  | 0.0018 | 3.13                       | 34>20        | 2.5       |
|        | disc.   | "    | -0.02              | -0.03              | 4.17                                  | 0.0018 | 0.16                       | 34>20        | "         |
| "3"    | Posit.  | "    | 1.64               | 2.36               | 26.82                                 | 0.0077 | 8.47                       | 16           | 242.5     |
|        | Largo.  | "    | 0.10               | 0.14               | 15.91                                 | 0.0043 | 0.47                       | 14           | 2.5       |
|        | Posit.  | "    | 0.00               | 0.00               | 0.00                                  | 0.0018 | 3.13                       | 34>20        | "         |
|        | conto.  | "    | 0.00               | 0.00               | 0.00                                  | 0.0018 | 3.13                       | 34>20        | "         |

| Tablero | momento | Loc. | $M_i$<br>(Ton.-m.) | $M_u$<br>(Ton.-m.) | $M_u/bd'$<br>(Kg./cm <sup>2</sup> .) | $\rho$ | $(cm^2.)$ | $(cm.)$  | Var.<br># |
|---------|---------|------|--------------------|--------------------|--------------------------------------|--------|-----------|----------|-----------|
| "4"     | Conto   | cen. | -2.38              | -3.43              | 38.98                                | 0.0116 | 12.76     | 10       | 2#2.5     |
|         | cont.   | ext. | -0.14              | -0.20              | 22.73                                | 0.0063 | 0.69      | 10       | 2.5       |
|         | Largo   | "    | -2.96              | -4.46              | 32.04                                | 0.0093 | 16.18     | 13       | 2#2.5     |
|         | cont.   | "    | -1.00              | -1.44              | 20.00                                | 0.025  | 2.27      | 10       | 5         |
|         | Largo   | "    | -0.06              | -0.09              | 0.65                                 | 0.0018 | 3.13      | 3/4 > 20 | 2.5       |
|         | lisc.   | "    | -0.02              | -0.03              | 4.17                                 | 0.0018 | 0.16      | 3/4 > 20 | "         |
|         | posit.  | "    | 0.74               | 1.06               | 12.04                                | 0.003  | 3.30      | 20       | "         |
|         | largo.  | "    | 0.05               | 0.07               | 7.95                                 | 0.0022 | 0.24      | 23 > 20  | "         |
| posit.  | "       | 0.00 | 0.00               | 0.00               | 0.0018                               | 3.13   | 3/4 > 20  | "        |           |
| cont.   | "       | 0.00 | 0.00               | 0.00               | 0.0018                               | 3.13   | 3/4 > 20  | "        |           |

Revisión por cortante.- El tablero crítico es el número 4 y en el nivel de entrepiso, ya que el cortante según el diagrama de áreas tributarias del edificio de solicitaciones tiene un valor de:

$$V_u = 1.52 \times V_i = 1.52 \times 1.36 = 2.07 \text{ Ton./m.}$$

El cortante que resiste el concreto es:

$$V_c = 1.053 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.85 \times 0.53 \sqrt{250} \times 100 \times 8 = 5,698.42 \text{ Kg.} = 5.70 \text{ Ton.}$$

$$V_u < V_c$$

El cortante que resiste el concreto es mayor que el que solicita a la losa, lo que indica que el espesor de losa propuesto es el adecuado.

En lo siguiente se muestran las losas armadas tanto a nivel de azote como a nivel de entrepiso; los puntos de inflexión se determinaron de acuerdo a los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante; al detallar el refuerzo se revisó que el refuerzo se extendiera más allá del punto en el que ya no se requiere para resistir flexión, una distancia igual al peralte efectivo del miembro o 12 diámetros de la varilla; que el refuerzo continuo tuviese una longitud de anclaje no menor que la longitud de desarrollo  $l_d$  más allá del punto en donde ya no se requería; que el refuerzo por flexión no se terminase en una zona de tensión; también se revisó que para momento positivo el refuerzo se prolongue más allá del paño del apoyo en un 33% para el libre y en un 25% en los continuos; - que para momento negativo por lo menos el 33% del refuerzo en el apoyo se pro-

longitud más allá del punto de inflexión, una distancia no menor que el peralte efectivo del miembro, 12 diámetros de la varilla ó 1/16 del claro; que en un borde discontinuo el refuerzo para momento positivo, perpendicular a dicho borde, se prolongue por lo menos 15cm. en las vigas perimetrales. La separación máxima entre varillas no será mayor que dos veces el peralte de la losa.

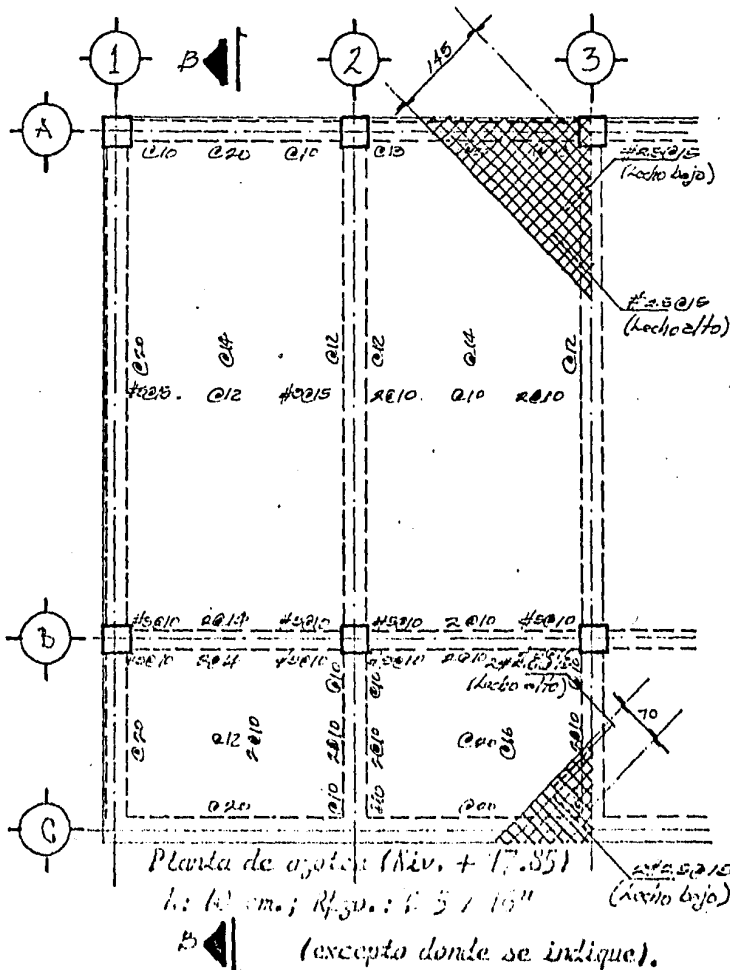
La longitud de desarrollo  $l_d$  para las varillas del techo inferior no será menor que:

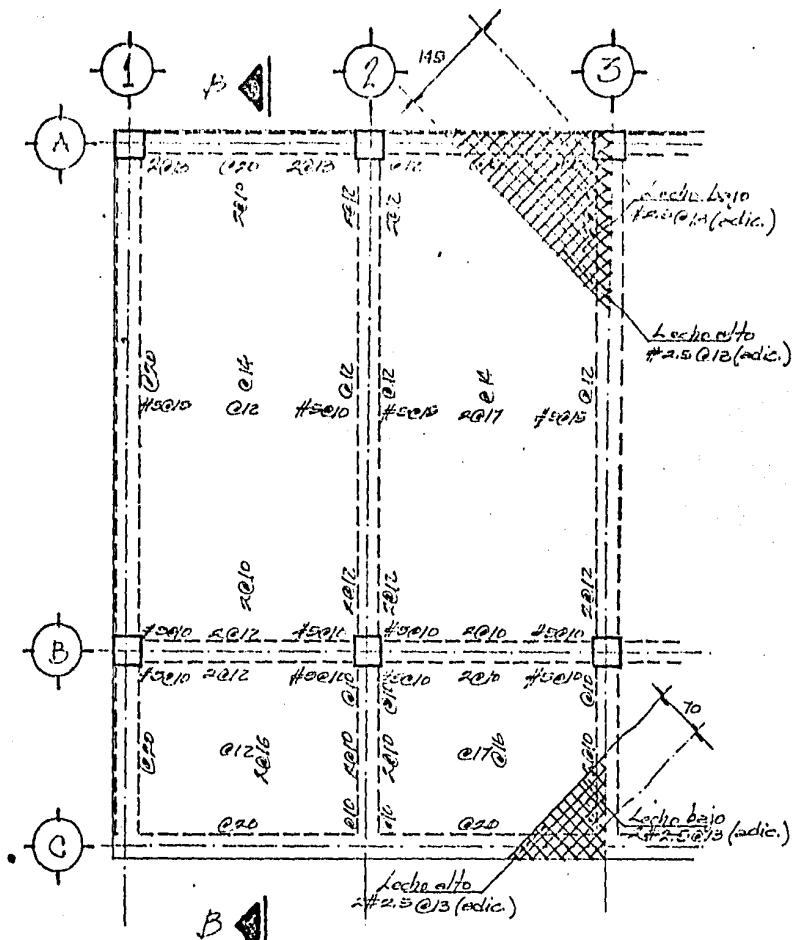
$$l_d = 0.06 \frac{A_b \times f_y}{f'_c} \quad A_b : \text{área de la barra.}$$

ni que:

$$l_d = 0.0035 d_b f_y \quad d_b : \text{diámetro de la barra.}$$

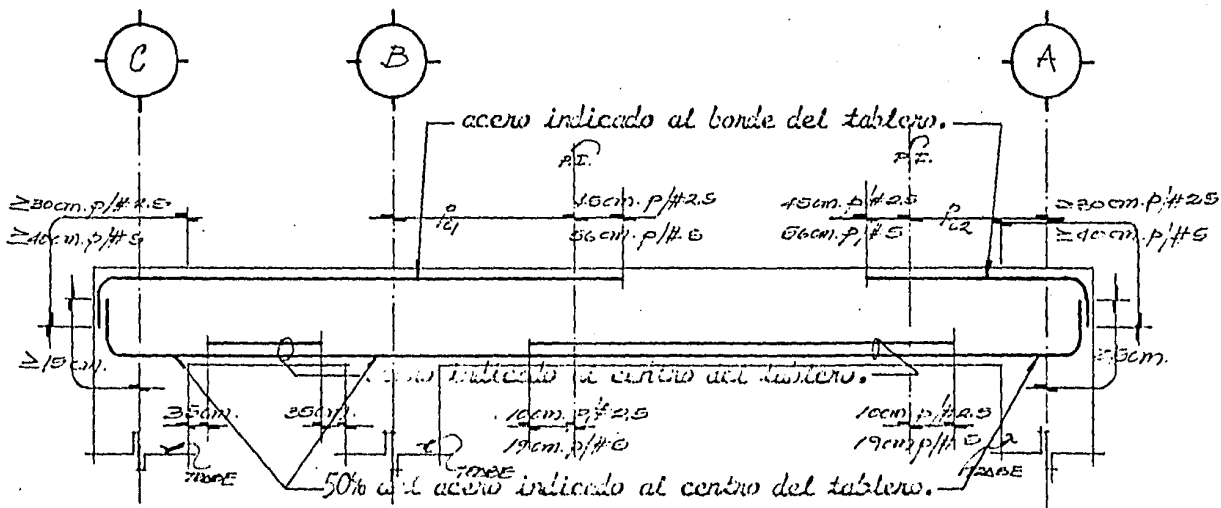
y nunca menor de 30 cm. La longitud de desarrollo  $l_d$  para el techo superior se rá aquella que necesita el techo inferior multiplicada por 1.4. La longitud de empalmes no será menor de 1.3  $l_d$  ni que 30 cm. y no se permitirá traspasar más del 50% del acero en una sección, la longitud de empalme de varillas a compresión no será menor que  $l_d$  ni que  $0.007 f_y d_b$  pero no menor de 30 cm.





Planta de entrepiso (Niv. + 2.35)

h: 10 cm.; Rfzo.: Ø 5 1/16" (excepto donde se indique)



CORTE A - B.

La longitud de los empalmes será de 39 cm. para las varillas No. 2.5 tanto en lecho inferior como superior y si trabajan a tensión, y de 52 cm. para varillas

No. 5 en el lecho inferior y de 73 cm. en lecho superior y en varillas a compresión de 30 cm. para varillas No. 2.5 y de 47 cm. para varillas No. 5. No se permitirá traslapar más del 50% del acero de refuerzo en una sección.

A continuación se muestra la tabla de distancias de los puntos de inflexión a los ejes de los apoyos y servirá como complemento al corte B - B.

| nivel:     | marco eje No.  |  |
|------------|--|--|
|            | entre "1" y "2"                                      | entre "2" y "3"                                      |
| azotea     | $p_{i1} = 1.66 \text{ m.}; p_{i2} = 0.67 \text{ m.}$ | $p_{i1} = 1.70 \text{ m.}; p_{i2} = 0.58 \text{ m.}$ |
| entrepisos | $p_{i1} = 1.65 \text{ m.}; p_{i2} = 0.73 \text{ m.}$ | $p_{i1} = 1.70 \text{ m.}; p_{i2} = 0.74 \text{ m.}$ |

El reglamento A.C.I. - 71 especifica acero de refuerzo adicional en las esquinas exteriores de las losas, con vigas entre los apoyos y que tengan un valor de  $\alpha$  mayor a 1.0; y que como se vio anteriormente el valor determinado para el caso que nos ocupa es mayor que éste último. Dicho refuerzo debe proporcionarse en la parte superior y en la parte inferior de la losa, tal refuerzo debe ser suficiente para resistir un momento igual al máximo positivo (en un ancho de un metro); la dirección del momento en la parte superior de la losa debe ser paralela a la diagonal que parte de la esquina del tablero y perpendicular a la misma en la parte inferior, el refuerzo deberá colocarse a partir de la esquina hasta una distancia, en cada dirección, igual a  $1/5$  de la longitud del claro más grande; puede optarse por que ese refuerzo se coloque a los lados principales del tablero. Los requisitos anteriormente descritos se determinan a continuación para el tablero no. 1 de azotea.

$$M_{\text{máx.}} = 5.23 / 5.425 = 0.96 \text{ Ton.-m./m.}$$

$$M_u / b \ell^2 = 0.96 \times 10^5 / 100 \times 8^2 = 15.00$$

Con este valor se determina el porcentaje de acero y el área del mismo.

$$p = 0.0041 \text{ y } A_s = pbd = 0.0041 \times 100 \times 8 = 3.28 \text{ cm}^2.$$

La separación del refuerzo usando varillas de  $5/16''$  de diámetro es el sig.:

$$S_{\#2.5} = \frac{100 \times 0.47}{3.28} = 15 \text{ cm.}$$

La misma sección se uso para el resto de los tableros.

### Vigas.

Al diseñar las vigas con el criterio del reglamento de Construcciones del D.T. deberán considerarse las categorías I y II del artículo 215, pues en una viga puede ser más crítica la combinación de acciones permanentes y variables en unas secciones y en otras la combinación de acciones permanentes, variables y accidentales, por lo que el factor de carga F.C. será igual a 1.5 ó 1.1 según corresponda, por otro lado el factor de resistencia F.R. será de 0.90 para flexión y de 0.80 para cortante.

### Flexión.

Al diseñar las vigas se tendrá en cuenta que el área mínima de refuerzo sea igual a :

$$A_s \text{ mín.} = (0.7 \sqrt{f'_c} / f_y) b d$$

y que el área máxima de acero de tensión en secciones que no resistan fuerzas sísmicas sea igual a :

$$A_s \text{ máx.} = \rho_b b d$$

y para las que resistan sismo :

$$A_s \text{ máx.} = 0.75 \rho_b b d$$

Para abreviar el diseño de las trabes se usará la Gráfica General de Flexión — que se elaboró previamente y que corresponde a la siguiente ecuación:

$$M_u = F.R. b d^2 f'_c \phi (1 - 0.5 \phi) = M_u$$

Fuerza cortante.

Las vigas tienen un peralte menor a 1.00 m. y una relación de peralte total a ancho ( $h/b$ ) menor que 6 y además la relación claro a peralte ( $L/h$ ) es mayor que 5, excepto para las vigas en voladizo; por lo tanto la fuerza cortante que resiste el concreto estará dada por la siguiente relación:

$$V_{cr} = F.R. b d (0.2 + 30 p) \sqrt{f'_c} \quad \text{si } p \leq 0.01$$

$$V_{cr} = 0.5 F.R. b d \sqrt{f'_c} \quad \text{si } p > 0.01$$

como la relación  $L/h$  en el voladizo es igual a 3.73 y menor a 5.0, la fuerza cortante que resista el concreto en la viga es el 80% del que permitirían las expresiones dadas. La separación de los estribos se determinará con la siguiente expresión:

$$S = \frac{F.R. A_v f_y d (\sin \theta + \cos \theta)}{V_u - V_{cr}}$$

pero dicha separación no será mayor que:

$$\frac{F.R. A_v f_y}{3.5 b}$$

#### Acero de refuerzo en las vigas

*Longitudinal.*— Al detallar el refuerzo de las vigas se tendrá en cuenta que a cada lado de toda sección de momento máximo, la longitud de cada barra sea mayor o igual que la longitud de desarrollo  $L_d$ , que las barras que dejen de ser necesarias por flexión se corten o se doblen a una distancia no menor que un peralte efectivo más allá del punto teórico donde de acuerdo con el diagrama de momentos ya no se requieran, en las secciones en donde según el diagrama de momentos flexionantes teóricamente ya no se requiera el refuerzo que se corte o se doble, la longitud que continúa de cada barra que no se corta ni se dobla — sea mayor o igual que  $L_d + d$ , que cada barra para momento positivo que llegue a un extremo libremente apoyado se prolonge más allá del centro del apoyo, incluyendo porciones dobladas, una longitud no menor que  $L_d - 0.25 L$  ni menor que 0.5 h.

La longitud de desarrollo de las varillas a tensión no será menor que:

$$0.06 \frac{a_s f_y}{f'_c}$$

ni menor que:

$$0.006 d_b \frac{f_y}{f'_c}$$

y en ningún caso será menor a 30 cm. La longitud de desarrollo  $L_d$  de cada barra que forme un paquete, será igual a la que requeriría si estuviera aislada - pero multiplicada por 1.2 si el paquete es de 3 varillas, y por un factor de 1.33 si el mismo es de 4 varillas y cuando el paquete sea de dos varillas la longitud  $L_d$  no se modificará. La longitud de desarrollo de una varilla a compresión será cuando menos el 60% de la requerida a tensión y no se considerarán porciones dobladas, pero en ningún caso será menor a 20 cm. En extremos libremente apoyados se prolongará, sin doblar, hasta dentro del apoyo, cuando menos la tercera parte del refuerzo de tensión para momento positivo máximo. En apoyos continuos se prolongará la cuarta parte. Los empalmes de barras sujetas a tensión tendrán una longitud de trasape no menor que  $1.33 L_d$  ni menor que  $(10.01 f_y - 6.0)$  veces el diámetro de la varilla. Los empalmes de barras sujetas a compresión tendrán una longitud de trasape no menor que  $L_d$  para compresión, ni menor que  $(10.01 f_y - 10.0)$  veces el diámetro de la varilla.

*Transversal.*- Cuando  $V_u$  sea menor que  $V_{cr}$  se proporcionarán estribos verticales de número no menor a 2.0, espaciados a cada medio peralte efectivo. Si  $V_u$  es mayor que  $V_{cr}$  pero menor ó igual a  $1.5 F.R. b d \sqrt{f_c^*}$  el espaciamiento de los estribos verticales no deberá ser mayor que  $0.5 d$ . Si  $V_u$  es mayor que  $1.5 F.R. b d \sqrt{f_c^*}$  el espaciamiento de los estribos verticales no deberá ser mayor que  $0.25 d$ . No se permitirá que  $V_u$  sea mayor a  $2.5 F.R. b d \sqrt{f_c^*}$ . Los estribos deberán rematar en una esquina con dobleces de  $135^\circ$  ó mas, seguidos de tramos rectos de no menos de 10 diámetros de largo; ó con dobleces de  $90^\circ$  seguidos de tramos rectos de no menos de 20 diámetros de largo.

El recubrimiento libre de toda barra no será menor que 1.0 cm. ni menor que su diámetro. El de paquetes de barras no será menor que 1.0 cm. ni que 1.5 veces el diámetro de la barra mas gruesa del paquete.

Al dimensionar las vigas se usarán los momentos en los apoyos, pues las vigas son continuas y monolíticas con sus apoyos; por otro lado no se tienen problemas de pandeo lateral pues la separación entre apoyos es menor que 10 veces el ancho de las vigas en ambas direcciones principales.

En lo que continúa se muestra el diseño de la viga correspondiente al eje "2" y a nivel de azotea; el primer paso a dar es el de la elaboración de la envolvente de momentos y cortantes, para lo cual se habrán de utilizar los resultados -



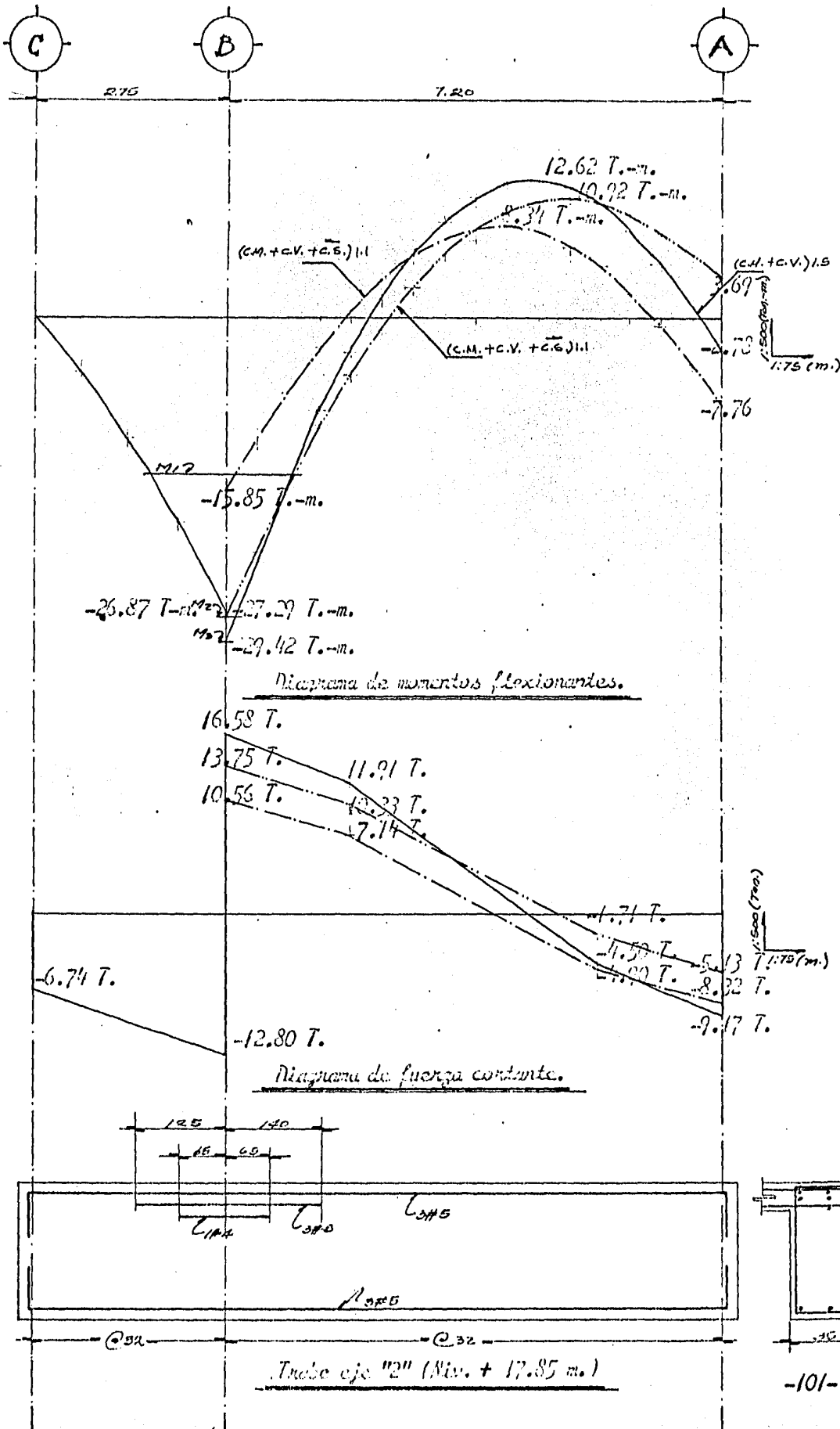


Diagrama de momentos flexionantes.

Diagrama de fuerza cortante.

de los análisis.

La ecuación del tipo  $M(x) = R_a x - M_a - M_w$  será usada para determinar los momentos por cargas gravitacionales y una del tipo  $M(x) = R_a x - M_a$  para las cargas sísmicas y la suma de las dos para los efectos combinados.

Descripción de la metodología usada en el diseño de la trabe.- Primero se sustituirán los valores de  $x$  en las ecuaciones previas, que por cargas gravitacionales son:

$$M(x) = 11.05x - 19.61 - \frac{2.50 x^3}{10.65} - 0.25 x^2 \quad \text{si } 0.0 \leq x \leq 1.775\text{m.}$$

$$M(x) = 11.05x - 19.61 - \frac{2.50 \times 1.775}{2} \left(x - \frac{2}{3} 1.775\right) - 2.50 \frac{(x - 1.775)^2}{2}$$

si  $1.775 \leq x \leq 5.425\text{m.}$

y para cargas sísmicas será:

$$M(x) = 1.45x - 5.20 \quad \text{si } 0.0 \leq x \leq 7.20\text{m.}$$

Ahora se sustituirá el valor de la distancia en donde se desea obtener el valor del momento, en la variable  $x$  que será la abscisa y se tendrá el valor del mismo que será la ordenada de un sistema ortogonal. Ejemplo: el valor de los momentos por cargas gravitacionales, sismo de izquierda a derecha y viceversa, cuando  $x$  es igual a 1.775m. son, -2.10 Ton.-m.; -2.63 Ton.-m. y 2.63 Ton.-m. respectivamente; la primera combinación nos da un momento de  $-2.10 + (-2.63) = -4.73$  Ton.-m. y la segunda uno de  $-2.10 + 2.63 = 0.53$  Ton.-m. Para obtener los momentos definitivos ó momentos últimos, se multiplicarán los gravitacionales por 1.5 y las combinaciones por 1.1, tales valores son, -3.15 Ton.-m.; -5.20 Ton.-m. y 0.53 Ton.-m., con el total de los valores se determinará la envolvente de momentos. De la misma forma se determinaron los puntos para los diagramas de corte; el valorizo permanece inalterable para todas las condiciones.

Para determinar el acero longitudinal por flexión se sabe que el momento máximo tiene un valor de  $M_u$ : 12.62 Ton.-m. y que el valor de  $M_u / b d^2$  correspondiente es:  $12.62 \times 10^5 / 35 \times 65^2 = 8.53$ , si se lleva este valor a la gráfica general de flexión se encuentra el valor del porcentaje  $p$  que es igual a 0.0024, si se compara éste último con el mínimo se observa que es menor al especificado

( $p_{m\bar{a}x} = 0.0026$ ) y que es con el que se determina el área de acero  $A_s$  ( $p \times b \times d$ ) al sustituir valores  $0.0026 \times 35 \times 65 = 5.92 \text{ cm}^2$ ; tres varillas del #5 proporcionan un área de  $5.94 \text{ cm}^2$  y se colocarán en el lecho inferior de la trabe. - El momento máximo negativo es de  $29.42 \text{ Ton.-m.}$  y da un valor de  $M_u / b d^2 = 19.90$  y por lo tanto una  $p$  obtenida de la gráfica de  $0.0057$  que es mayor al porcentaje mínimo especificado, pero menor al 75% del porcentaje balanceado o porcentaje máximo especificado, con tal valor se determina el área requerida  $A_s$  que es igual a  $12.97 \text{ cm}^2$ ; si se quisiera prolongar la tercera parte de dicho acero -- ( $0.0057/3 = 0.0019$ ) no se podría pues es menor al mínimo, el cual es obligatorio cubrir y que se cubre con 3 varillas del #5, con ese porcentaje la gráfica proporciona un valor de  $M_u / b d^2$  de  $9.5$  que equivale a un momento de  $9.5 \times 35 \times 65^2 / 10^5 = 14.05 \text{ Ton.-m.}$  que llamaremos  $M_1$  y que se marcará en el diagrama correspondiente; si se agregan otras 3 varillas del #5 que sumadas a las anteriores dan un porcentaje de  $0.0026 + 0.0026 = 0.0052$ , se cubre un momento de  $27.35 \text{ Ton.-m.}$ , ese valor se marca en el diagrama para que a partir de la envolvente se proporcione la longitud  $L_d + d$  para cada varilla.  $L_d$  es igual a  $1.41(0.06 \times 4,200) = 57 \text{ cm.}$ ; y  $d$  vale  $65 \text{ cm.}$  y sumados dan  $1.22 \text{ m.}$  Hasta aquí se tiene un área de  $5.94 \text{ cm}^2$  mas  $5.94 \text{ cm}^2$  que da un total de  $11.88 \text{ cm}^2$ , por lo que resta un área de  $12.97 - 11.88 = 1.09 \text{ cm}^2$ , que con una varilla del #4 se cubre ya que tiene un área de  $1.27 \text{ cm}^2$ , el área total proporcionada es mayor a la requerida y representa un porcentaje de  $0.00573$ , valor ligeramente mayor y que representa un momento de  $30.61 \text{ Ton.-m}$  que es mayor al que se tiene; la última varilla se prolongará a uno y otro lado del centro del apoyo una longitud igual a  $L_d$  ó  $d$  la que sea mayor ( $L_d = 57 \text{ cm.}$  y  $d = 65 \text{ cm.}$ ).

El acero de refuerzo transversal se determinará con el cortante que resiste la sección de concreto  $V_{cn}$  que es igual a  $0.80(35 \times 65)(0.2 + 30 \times 0.0057 \sqrt{200}) = 9,549.00 \text{ Kg.}$  y considerando el siguiente límite que vale  $1.5 \times 0.80 \times 35 \times 65 \times \sqrt{200} = 38,610 \text{ Kg.}$ , con el valor del cortante actuante comparado con el resistente, así por ejemplo el primero vale  $12,800 \text{ Kg.}$ ,  $16,580 \text{ Kg.}$  y  $9,170 \text{ Kg.}$  en los ejes "C", "B" y "A" respectivamente, los valores iniciales son mayores al del concreto y el segundo menor, por tal motivo se proporcionarán estribos de varilla del #3 a una separación según las formulas siguientes para los dos primeros y para el segundo a una separación de  $d/2$  ó sea de  $32.5 \text{ cm.}$

$$S = \frac{0.80 \times 2 \times 0.71 \times 4,200 \times 65}{12,800 - 9,549} = 95 \text{ cm.}$$

$$S = \frac{0.80 \times 2 \times 0.71 \times 4,200 \times 65}{16,580 - 9,549} = 144 \text{ cm.}$$

debe tomarse en cuenta que:

$$S_{\text{máx}} = \frac{0.80 \times 2 \times 0.71 \times 4,200}{3.5 \times 35} = 37 \text{ cm.}$$

Como  $V_u$  es menor al límite especificado, la separación máxima de estribos será de 32 cm. (0.5 d).

Al diseñar la misma viga pero utilizando el Reglamento del A.C.I.-77, las combinaciones de carga  $U = 1.4 D + 1.7 L$  y  $U = 0.75(1.4 D + 1.7 L + 1.87 E)$  que predominen en la sección y considerando que las resistencias de diseño se afectan por el factor  $\phi$ , que vale 0.90 para flexión y 0.85 para cortante.

### Flexión.

El porcentaje mínimo para las vigas no será menor que  $14.1 / f_y$ , y como la viga resiste sismo, el porcentaje máximo será de  $0.50 p_b$ , al diseñar la trabe "T" se usará la siguiente ecuación:

$$M_u = \phi A_s f_y d \left( 1 - 0.59 p \frac{f_y d}{f_c'} \right)$$

siempre y cuando el valor del peralte del patín sea menor o igual que:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c' b}$$

si dicho valor es mayor al peralte del patín, se usará la ecuación:

$$M_u = \phi \left( A_s - A_{sf} \right) f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + A_{sf} f_y \left( d - 0.5 h_f \right)$$

### Fuerza cortante.

El cortante que resiste el concreto estará dado por la siguiente ecuación:

$$V_c = \phi \left( 0.5 \sqrt{f_c'} + 175 p_w \frac{V_u d}{M_u} \right) b_w d$$

pero no será mayor que:

$$0.93 \sqrt{f'_c} b_w d$$

y además:

$$V_u d / M_u \leq 1.0$$

La separación de los estribos se calculará con la siguiente ecuación:

$$S = \frac{A_v f_y d}{V_u - V_c}$$

y dicha separación no será mayor que:

$$S = \frac{A_v f_y}{3.5 b_w}$$

Acero de refuerzo.

*Longitudinal.*— Al detallar el refuerzo de las vigas se tendrá en cuenta que el refuerzo debe extenderse más allá del punto en el que ya no se requiere para resistir flexión, una distancia igual al peralte efectivo  $d$  del miembro ó una distancia igual a 12 veces el diámetro de la barra, la que sea mayor; que el refuerzo continuo tenga una longitud de anclaje no menor que la longitud de desarrollo  $l_d$  más allá del punto en donde no se requiere refuerzo para resistir flexión; que por lo menos un tercio del refuerzo de tensión proporcionado para momento negativo en un apoyo, debe anclarse prolongándolo más allá de la posición extrema del punto de inflexión, pero no menos de  $0.25 l_n$  desde el paño del apoyo; que por lo menos un cuarto de la cantidad mayor del refuerzo por tensión requerido para el momento negativo en cualquier extremo de un miembro sujeto a flexión sea continuo en todo el lecho superior del miembro; que por lo menos un tercio del refuerzo por momento positivo en extremos libremente apoyados y un cuarto del refuerzo por momento positivo en miembros continuos, debe prolongarse a lo largo de la misma cara del miembro en el apoyo; que en las mismas, dicho refuerzo debe prolongarse, por lo menos, 15 cm. en el apoyo, en los apoyos libres y en los puntos de inflexión; que el refuerzo de tensión por momento positivo se limite a un diámetro tal que  $l_d$  calculado para el  $f_y$  satisfaga la siguiente relación:

$$l_d \leq \frac{M}{V_u} + l_a$$

La longitud de desarrollo  $l_d$  de las varillas sujetas a tensión no será menor que:

$$0.06 A_b f_y \sqrt{f'_c}$$

pero no menor que:

$$0.006 d_b f_y$$

y nunca menor a 30 cm. La longitud de desarrollo será 1.4 veces mayor para las varillas del techo superior. La longitud de desarrollo para las varillas a compresión no será menor que:

$$0.08 f_y d_b \sqrt{f'_c}$$

ni menor que:

$$0.004 f_y d_b$$

ni menor a 20 cm.

Los empalmes de las varillas a tensión tendrán una longitud no menor que  $1.3 l_d$  ni menor a 30 cm. y las de compresión una longitud  $l_d$  en compresión pero no menor que

$$0.007 f_y d_b$$

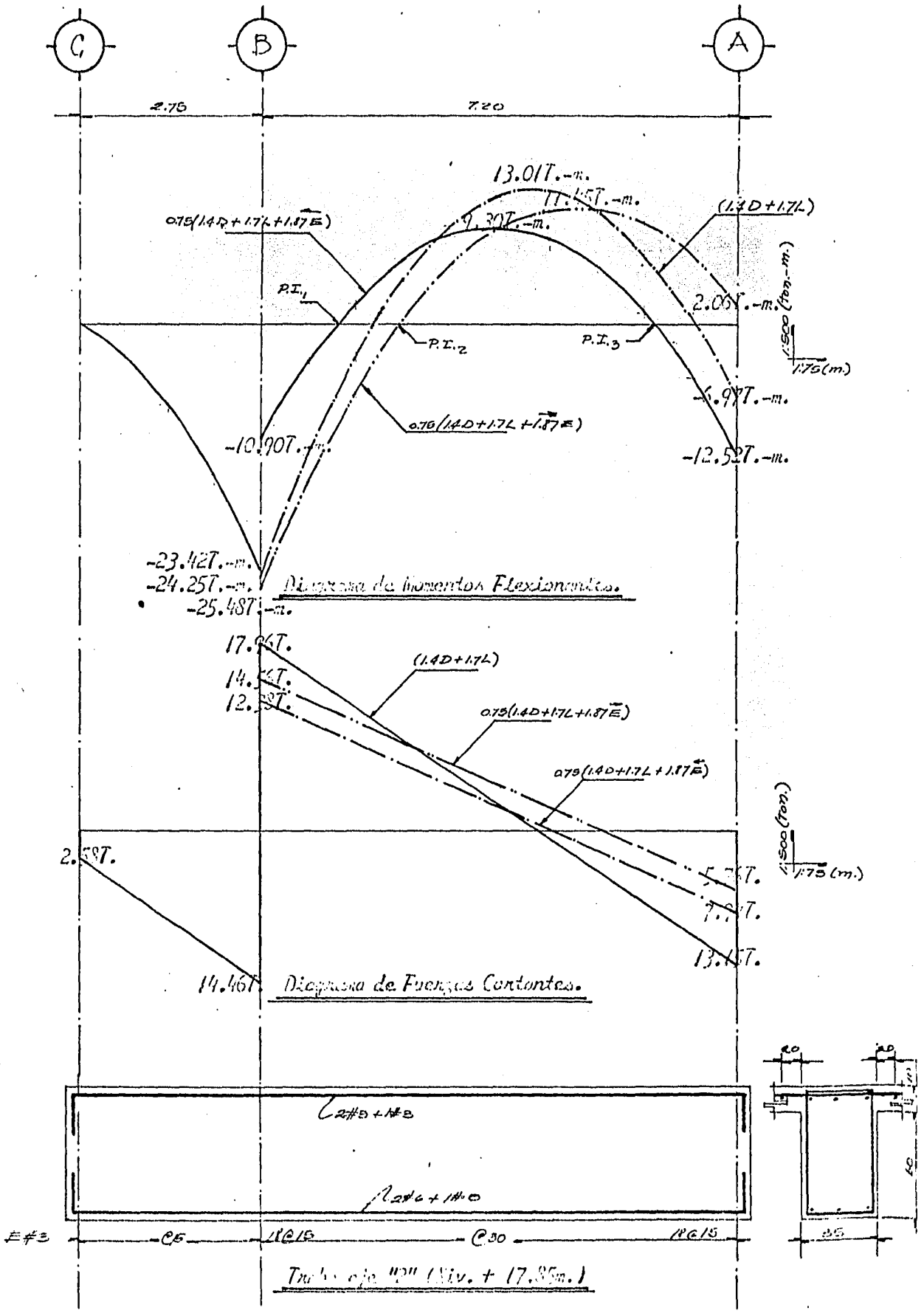
ni menor a 30 cm.

Transversal.— La separación del refuerzo por cortante no será mayor que  $d / 2$ ; deberá proporcionarse refuerzo en el alma con un área no menor de:

$$A_v = 0.15 A'_s \frac{S}{d} \quad \text{ó} \quad A_v = 0.15 A_s \frac{S}{d}$$

el que sea mayor y en una longitud de  $4d$  medida a partir de los extremos del miembro y el espaciamiento de este refuerzo adicional no excederá de  $d / 4$ , el primer estribo se colocará a una distancia no mayor a 7.5 cm. El recubrimiento de los barras y los estribos no será menor a 4.0 cm.

Las ecuaciones para los diagramas de momento son las mismas que en el caso anterior y por otro lado solamente usaremos el 85% de los momentos totales de la franja de columna ó sea el 76.5% ( $0.90 \times 0.85$ ) pues el restante 13.5% se repartió a las franjas de columna en partes iguales y el 10% restante a las franjas centrales de las losas. Los momentos y constantes por sísmo serán los mismos que en el caso anterior por los razones antes expuestas.



Para este caso la metodología de diseño de la trabe "7" es la siguiente: El momento máximo positivo que actúa en la sección es  $M_u = 12.47 \times 0.765 = 9.54$  Ton.-m. y como un valor de  $M_u / bd^2$  igual a 7.29, que le corresponde un porcentaje  $p$  de 0.0018 que es menor al mínimo especificado para flexión, por lo que se tiene que proporcionar éste último, que requiere un área de  $A_s = 0.0032 \times 35 \times 63 = 7.28 \text{ cm}^2$ ; con éste valor se determina el valor de  $a$  que es igual a  $a = 7.28 \times 4,200 / 0.85 \times 250 \times 115 = 1.25 \text{ cm}$ . que es menor que  $h_f = 10 \text{ cm}$ , por lo que se diseña la sección como si fuera rectangular, con un ancho igual al del patín (1.15m.), el área solicitada se cubre con dos varillas # 6 más una del # 5 que suman  $7.68 \text{ cm}^2$  y que se colocarán a lo largo de todo el ancho inferior.

El momento máximo negativo tiene un valor  $M_u = 25.48 \times 0.765 = 19.49$  Ton.-m. y como la sección es una "7" invertida y el concreto en tensión no se considera en el diseño, también en este caso se diseña como sección rectangular y se tiene que  $M_u / bd^2$  es igual a 14.03, que corresponde a un porcentaje  $p$  de 0.0037 y que da un área de  $A_s = 8.60 \text{ cm}^2$ , cuatro varillas del # 5 y una del # 3 suman  $8.63 \text{ cm}^2$ ; de dicho refuerzo se colocará una del # 5 a 20 cm. de cara lado del paño de la trabe y el resto en el alma.

Revisando por cortante se tiene que el límite que resiste el concreto es  $0.93 \times \sqrt{250} \times 35 \times 63 = 32.42 \text{ Ton.}$  y por otro lado el valor  $V_u d / M_u$  no será mayor a 1.0 y la separación no será mayor a  $S_{\text{máx}} = 2 \times 0.71 \times 4,200 / 3.5 \times 35 = 48.63 \text{ cm.}$  ni mayor a  $d/2 = 63/2 = 31.5 \text{ cm.}$ , la separación solicitada es:

| Eje: | $V_u d / M_u$ :                               | $V_c$ :   | Límite:                |
|------|---|---|------------------------|
| "C"  | 2.58 Ton. $3.50 \times 0.63 / 0.75 = 2.94$    | 16.10 Ton.  | $< 32.42 \text{ Ton.}$ |
|      | $V_u < V_c$                                   | $S = d/2 = 0.63 / 2 = 31.5 \text{ cm.}$   |                        |
| "B"  | 14.46 Ton. $14.46 \times 0.63 / 23.42 = 0.39$ | 15.31 Ton.  | $< 32.42 \text{ Ton.}$ |
|      | $V_u < V_c$                                   | $S = d/2 = 31.5 \text{ cm.}$  |                        |
| "B"  | 17.96 Ton. $17.96 \times 0.63 / 25.48 = 0.44$ | 15.39 Ton.  | $< 32.42 \text{ Ton.}$ |
|      | $V_u > V_c$                                   | $S = 0.85 \times 2 \times 0.71 \times 4,200 \times 63 / 17,960 = 15,390 = 124.27 \text{ cm.}$ | $> 31.5 \text{ cm.}$   |
| "A"  | 13.15 Ton. $13.15 \times 0.63 / 12.52 = 0.66$ | 16.10 Ton.  | $< 32.42 \text{ Ton.}$ |
|      | $V_u < V_c$                                   | $S = d/2 = 31.5 \text{ cm.}$  |                        |



Existe un requisito más de estribos por sismo que establece que deberán colocarse a una distancia  $4 \times d = 4 \times 63 = 252$  cm. a partir de los apoyos y que el mismo deberá tener una separación igual a :

$$S = 2 \times 0.71 \times 63 / 0.15 \times 7.68 = 77 \text{ cm.} > d / 4 = 15.75 \text{ cm.}$$

La especificación anterior es la que rige y por tal motivo se colocarán estribos del # 3 a cada 15 cm. a partir del paño de la columna y en una longitud de 2.55 m., la cual se cubrirá con 18 estribos.

Revisarlo el diámetro de las varillas sujetas a tensión por momento positivo para ver si se cumple que  $l_d \leq (M_n / V_u) + l_a$  y a continuación se muestran los cálculos.

| Localización: | $M_n / V_u$ :                              | $l_a$ :   | $l_d$ :   |
|---------------|--|---|-----------|
| P.1.2         | $\frac{517,000}{8,600} = 60 \text{ cm.}$   | $12 d_b = 12 \times 1.9 = 22.8 \text{ cm.}$<br>$d = 63 \text{ cm.}$ | 47.88 cm. |
|               |  | $60 + 63 = 123 \text{ cm.} > 47.88 \text{ cm.}$                     |           |
| P.1.3         | $\frac{788,000}{6,000} = 131 \text{ cm.}$  | $d = 63 \text{ cm.}$  | 47.88 cm. |
|               |  | $131 + 63 = 194 \text{ cm.} > 47.88 \text{ cm.}$                    |           |
| eje "n"       | $\frac{36,000}{13,150} = 2.74 \text{ cm.}$ | $d = 50 \text{ cm.}$  | 47.38 cm. |
|               |  | $2.74 + 50 = 52.74 \text{ cm.} > 47.88 \text{ cm.}$                 |           |

Con todo lo anterior se concluye con el diseño de las trabes.

## Columnas.

A continuación se calculan las columnas con el criterio de diseño del Reglamento del D.F. pero primero se consideran los efectos de esbeltez en la columna lo calizada en el cruce de los ejes "2" y "A" y entre los niveles  $N : -0.75$  y  $N : + 2.35$  m., que servirá como ejemplo de la metodología a usar.

Se revisa si se puede considerar a la columna restringida lateralmente ya que - el Reglamento establece que ello es posible si "La deformación total del entrepiso, dividida entre la diferencia de elevaciones correspondientes no es mayor a 0.08 veces la relación entre la fuerza constante del entrepiso y la suma de -- las cargas muertas y vivas nominales, acumuladas desde el extremo superior del edificio hasta el entrepiso considerado.

La longitud libre,  $H$ , de un miembro a flexocompresión es la distancia libre entre elementos capaces de darle al miembro apoyo lateral. En columnas que soportan sistemas de piso formado por vigas y losas,  $H$  será la distancia libre entre el piso y la cara inferior de la viga mas peraltada que llega a la columna en -- la dirección en la que se considera la flexión. El valor de  $H$  en la dirección -- del eje "2" es igual a 2.40 m. y en la del eje "A" es igual a 2.50 m.

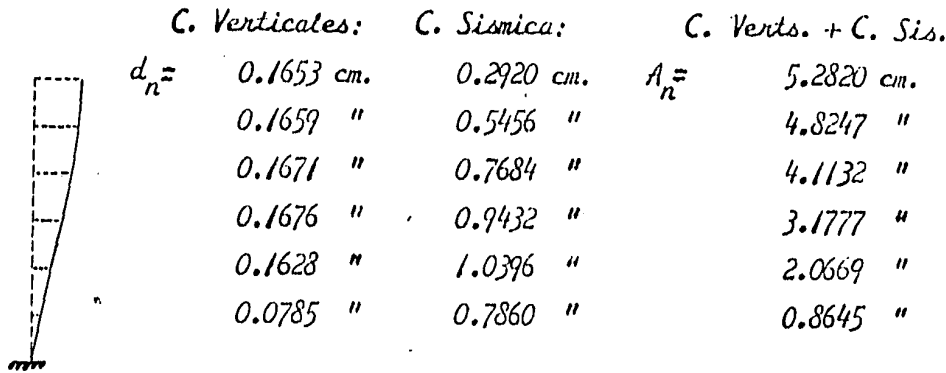
Para la determinación de los desplazamientos totales del entrepiso se usará la ecuación de G. Kani, que proporciona los desplazamientos relativos y si se suman se obtienen los totales, tal ecuación es:

$$d_n = \frac{m_n'' H_n}{6 E k_{in}}$$

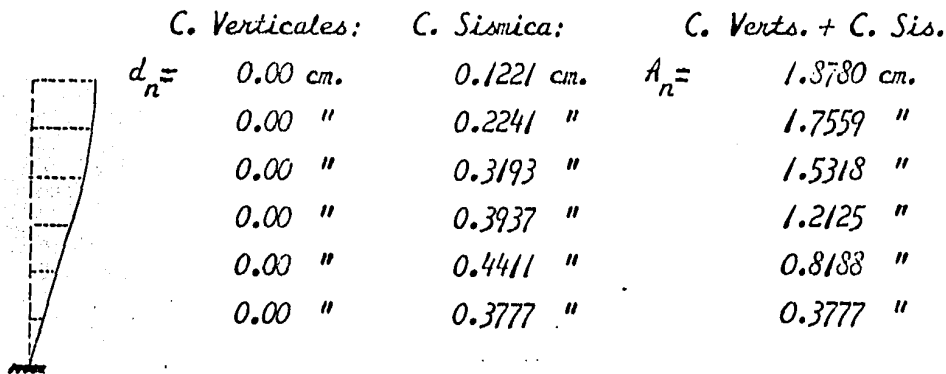
en donde  $m_n''$  es la influencia del desplazamiento del entrepiso;  $H_n$  es la altura libre de entrepiso,  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto y  $k_{in}$  es la rigidez relativa  $I/L$  de la columna. Los desplazamientos en la dirección del eje -- "2", tomando como base los datos del capítulo relativo a análisis, son:

$$d_1 = \frac{2.16 \times 10^5 \times 240}{6 \times 158,113.88 \times 888.9} = 0.07855 \text{ cm.}$$

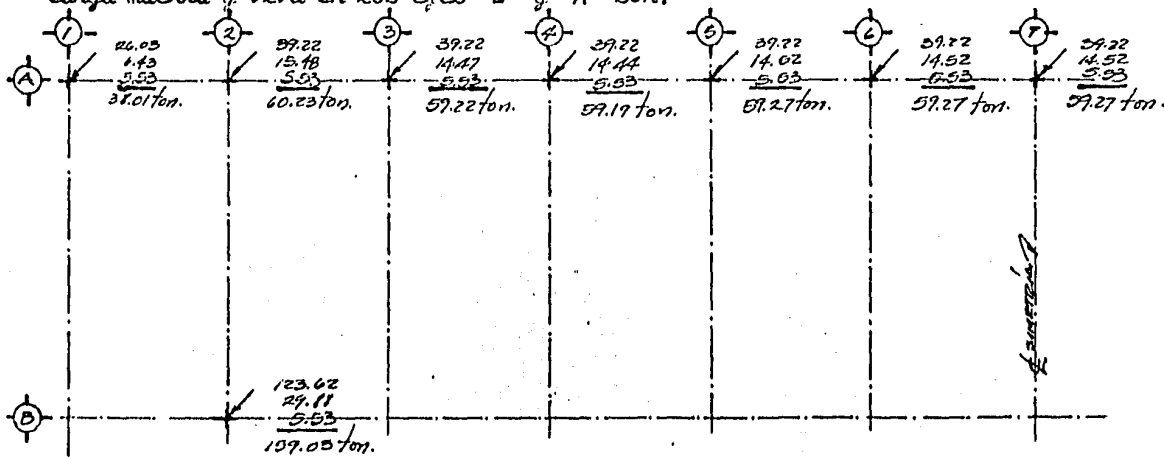
Los desplazamientos para los niveles del 2 al 6, se determinaron con el mismo -- criterio y sus valores son los que se presentan a continuación.



Los desplazamientos en la dirección del eje "A" son:



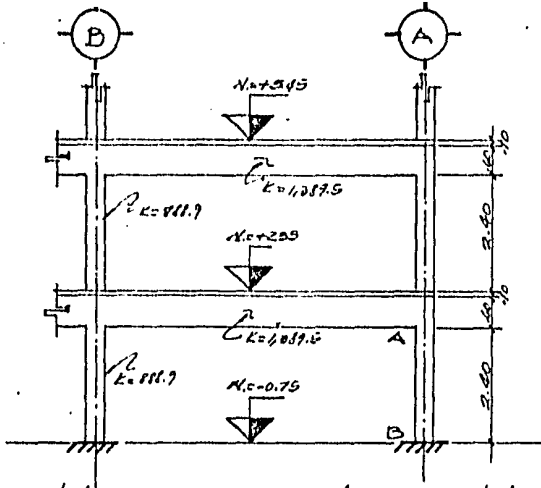
El cortante de entrepiso en la dirección del eje "2" es  $V_1 = 22.90$  Ton. y el cortante en la dirección del eje "A" es  $V_1 = 103.15$  Ton. Las descargas de la carga muerta y viva en los ejes "2" y "A" son:



Revisión en la dirección del eje "2":

$$\frac{d_n}{H_n} = \frac{0.8645}{2.10} = 0.0036 < 0.08 \quad \frac{V_n}{P_n} = 0.08 \frac{22.90}{219.26} = 0.1044$$

por lo tanto puede considerarse que la columna está restringida lateralmente y el cálculo de la longitud efectiva  $H'$  es el siguiente:



$$y_A = (2 \times 888.9) / (1,389.5) = 1.28$$

$$y_B = 0.00$$

del nomograma para columnas restringidas lateralmente el valor de  $K$  es de 0.63 y por lo tanto  $H'_n = K H_n = 0.63 \times 240 = 151 \text{ cm.} = 1.51 \text{ m.}$ , el valor del radio de giro es  $r = 0.30 \times 0.40 = 0.12 \text{ m.}$  y la relación de esbeltez es la siguiente:

$$H'_n / r = 1.51 / 0.12 = 12.58$$

la excentricidad accidental es  $e_a = 0.05 h \geq 2.0 \text{ cm.} = 0.05 \times 40 = 2.0 \text{ cm.}$ , de los análisis del marco, el valor del momento menor es  $= -0.43 \times 1.5 = -0.65 \text{ Ton.-m.}$  y el del mayor  $= 1.90 \times 1.5 = 2.85 \text{ Ton.-m.}$  y el valor de la descarga es  $P = 60.23 \times 1.5 = 90.35 \text{ Ton.}$ , los elementos anteriores son por cargas verticales, la excentricidad total es igual a la que da el análisis más la accidental, por lo que:

$$e_1 = 0.65 \times 10^5 / 90.35 \times 10^3 + 2.0 = 0.72 + 2.0 = 2.72 \text{ cm.}$$

$$e_2 = 2.85 \times 10^5 / 90.35 \times 10^3 + 2.0 = 3.15 + 2.0 = 5.15 \text{ cm.}$$

y

$$M_1 = -90.35 \times 0.0272 = -2.46 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_2 = 90.35 \times 0.0515 = 4.65 \text{ Ton.-m.}$$

y de lo anterior:  $M_1 / M_2 = -2.46 / 4.65 = 0.53$  (curvatura simple) y por último:

$34 - 12 M_1 / M_2 = 34 - 12 \times 0.53 = 34 - 6.36 = 27.64$ ; que es mayor a la relación de esbeltez y por tal motivo pueden despreciarse los efectos correspondientes.

Para las combinaciones de carga vertical más sismo el momento menor tiene una magnitud de  $-12.50 \times 1.1 = -13.75 \text{ Ton.-m.}$  y el mayor una de  $-21.44 \times 1.1 = -23.58 \text{ Ton.-m.}$  y el valor de la descarga es  $95.68 \times 1.1 = 105.25 \text{ Ton.}$  y las

excentricidades son las siguientes:

$$e_1 = 13.75 \times 10^5 / 105.25 \times 10^3 + 2.0 = 13.06 + 2.0 = 15.06 \text{ cm.}$$

$$e_2 = 23.58 \times 10^5 / 105.25 \times 10^3 + 2.0 = 22.40 + 2.0 = 24.40 \text{ cm.}$$

y los momentos incrementados son:

$$M_1 = -105.25 \times 0.1506 = -15.85 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_2 = -105.25 \times 0.2440 = -25.68 \text{ Ton.-m.}$$

y por lo tanto la relación  $M_1 / M_2 = -15.85 / -25.68 = 0.617$  (curvatura doble), de aquí que  $3^4 - 12 M_1 / M_2 = 3^4 - 12(-0.617) = 41.40$ ; que es mayor a la relación de esbeltez  $H' / \pi$  y por tal motivo pueden despreciarse los efectos de esbeltez.

Para la combinación de carga vertical más sismo en la otra dirección, el momento menor es igual a  $16.30 \times 1.1 = 17.93 \text{ Ton.-m.}$  y el mayor a  $20.58 \times 1.1 = 22.64 \text{ Ton.-m.}$  y el valor de la descarga es  $24.78 \times 1.1 = 27.26 \text{ Ton.}$ ; las excentricidades correspondientes son:

$$e_1 = 17.93 \times 10^5 / 27.26 \times 10^3 + 2.0 = 65.77 + 2.0 = 67.77 \text{ cm.}$$

$$e_2 = 22.64 \times 10^5 / 27.26 \times 10^3 + 2.0 = 83.05 + 2.0 = 85.05 \text{ cm.}$$

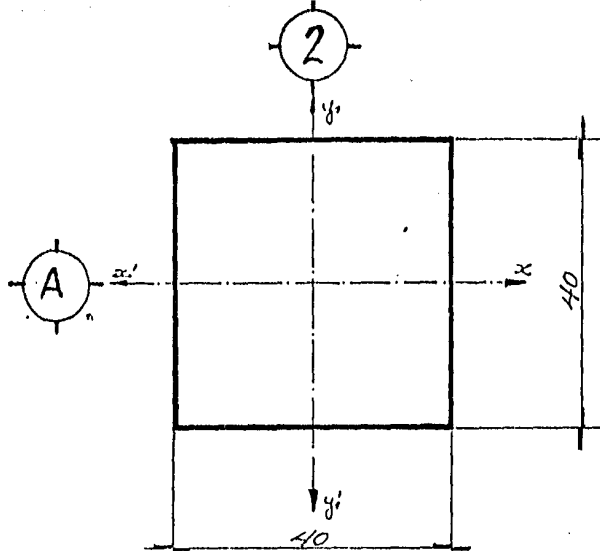
y los momentos en los extremos son:

$$M_1 = 27.26 \times 0.6770 = 18.47 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_2 = 27.26 \times 0.8505 = 23.18 \text{ Ton.-m.}$$

y la relación  $M_1 / M_2$  es igual a  $18.47 / 23.18 = 0.797$  (curvatura doble) y si se sustituye en  $3^4 - 12(-0.797) = 43.56$  que es mayor que la relación de esbeltez  $H' / \pi$  y por tal motivo pueden despreciarse los efectos de esbeltez.

En la dirección del eje "A", los calculos determinaron que la columna podía considerarse restringida lateralmente y que para todas las combinaciones de carga la relación de esbeltez era menor al límite establecido, por lo que se pueden despreciar los efectos de esbeltez. Se establece la nomenclatura para los momentos y como ejemplo se tiene que  $M_x$  es un momento alrededor del eje "y" y que por lo tanto esta contenido en el plano del eje "x";  $M_y$  es un momento alrededor del eje "x" y por ello contenido en el plano que define al eje "y"; la ubicación de los ejes de la estructura se muestra en figura, por otra parte, se considerarán las combinaciones de cargas muertas más las cargas vivas y la de cargas muertas más cargas vivas más el sismo en una dirección y el 30 % de los efectos del sismo en la dirección perpendicular.



|               |   | Análisis |       | Con excentr. accid. |       |
|---------------|---|----------|-------|---------------------|-------|
| ejes<br>"2"   | $P_e$                                   | 90.35    | -     | 90.35*              | -     |
|               | $M_{ex}$                                | 0.06     | -     | 1.87*               | -     |
|               | $M_{ey}$                                | 2.85     | -     | 4.66*               | -     |
| "4"           | $P_e + P_{\Delta x} + 0.3 P_{\Delta y}$ | 85.18    | 47.33 | 85.18               | 47.33 |
|               | $M_{ex} + M_{\Delta x}$                 | -10.49   | 10.58 | -12.19              | 11.53 |
|               | $M_{ey} + 0.3 M_{\Delta y}$             | -2.66    | 8.43  | -4.36               | 9.38  |
| Niv.<br>2.35  | $P_e + P_{\Delta y} + 0.3 P_{\Delta x}$ | 107.42   | 25.09 | 107.42              | 25.09 |
|               | $M_{ex} + 0.3 M_{\Delta x}$             | -3.12    | 3.21  | -5.27               | 3.71  |
|               | $M_{ey} + M_{\Delta y}$                 | -13.75   | 17.93 | -15.90              | 18.43 |
| ejes<br>"2"   | $P_e$                                   | 90.35    | -     | 90.35               | -     |
|               | $M_{ex}$                                | 0.03     | -     | 1.84                | -     |
|               | $M_{ey}$                                | -0.65    | -     | -2.46               | -     |
| "4"           | $P_e + P_{\Delta x} + 0.3 P_{\Delta y}$ | 85.18    | 47.33 | 85.18*              | 47.33 |
|               | $M_{ex} + M_{\Delta x}$                 | -12.25   | 12.30 | -13.95*             | 13.25 |
|               | $M_{ey} + 0.3 M_{\Delta y}$             | -7.41    | 6.46  | -9.11*              | 7.41  |
| Niv.<br>-0.75 | $P_e + P_{\Delta y} + 0.3 P_{\Delta x}$ | 107.42   | 25.09 | 107.42*             | 25.09 |
|               | $M_{ex} + 0.3 M_{\Delta x}$             | -3.66    | 3.70  | -5.81*              | 4.20  |
|               | $M_{ey} + M_{\Delta y}$                 | -23.58   | 22.64 | -25.73*             | 23.14 |

\*: elementos mecánicos mayores.

Al diseñar la columna se toman en cuenta las tres combinaciones de elementos mecánicos que aparecen en la tabla y que se marcaron con un asterisco. El porcentaje mínimo para columnas es igual a  $p_{\min} = 20 / f_y = 20 / 4,200 = 0.00476$  y el porcentaje máximo  $p_{\max} = 0.03$ ; el número mínimo de varillas será de cuatro piezas.

La primera combinación es:

$$P_u = 90.35 \text{ Ton.}$$

$$M_{ux} = 1.87 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_{uy} = 4.66 \text{ Ton.-m.}$$

Se proponen ocho varillas del #5 repartidas en las cuatro caras pues proporcionan un área  $A_s = 8 \times 1.98 = 15.84 \text{ cm}^2$  y representan un porcentaje  $p = 15.84 / 40 \times 40 = 0.0099$  que es mayor al mínimo (0.00476) pero menor al máximo (0.03), en lo que continua se muestran los cálculos:

$$P_{no} = F.R. (f_c'' A_c + A_s f_y) = 0.75(170 \times 40 \times 40 + 15.84 \times 4,200) = 253,896.00 \text{ Kg.} = 253.9 \text{ Ton.}$$

$$q = p \frac{f_y}{f_c''} = 0.0099 \frac{4,200.00}{170.00} = 0.244$$

$$e_x = M_{ux} / P_u = 1.87 \times 10^5 / 90.35 \times 10^3 = 2.07 \text{ cm.}$$

$e_x / h = 2.07 / 40 = 0.05$ ;  $d / h = 36 / 40 = 0.90$   
con los datos anteriores y de la gráfica de la página No. 185 de las Normas Técnicas Complementarias se obtiene el valor de:

$$K = 1.112$$

$$P_{nx} = F.R. K b h f_c'' = 0.75 \times 1.112 \times 40 \times 40 \times 170 = 226,848 \text{ Kg.} = 226.85 \text{ Ton.}$$

$$e_y = M_{uy} / P_u = 4.66 \times 10^5 / 90.35 \times 10^3 = 5.16 \text{ cm.}$$

$$e_y / h = 5.16 / 40 = 0.129$$
;  $d / h = 36 / 40 = 0.90$

con dichos valores y de la misma gráfica se obtiene el valor de:

$$K = 0.95$$

y

$$P_{ny} = F.R. K b h f_c'' = 0.75 \times 0.95 \times 40 \times 40 \times 170 = 193,800 \text{ Kg.} \\ = 193.80 \text{ Ton.}$$

sustituyendo valores se obtiene el valor de la carga resistente:

$$P_n = \frac{l}{\frac{l}{P_{nx}} + \frac{l}{P_{ny}} - \frac{l}{P_{no}}} = \frac{l}{\frac{l}{226.85} + \frac{l}{193.80} - \frac{l}{253.90}} = \\ = \frac{l}{0.00562} = 177.63 \text{ Ton.}$$

$$P_u = 90.35 \text{ Ton.} < P_n = 177.63 \text{ Ton.}$$

La carga resistente es mayor a la carga actuante por lo que se propone una cantidad menor de acero, por ejemplo cuatro varillas del #5 que tienen un área  $A_s = 1.98 \times 4 = 7.92 \text{ cm}^2$ . y representan un porcentaje  $p = 7.92 / 40 \times 40 = 0.00495$  que es mayor al mínimo y menor al máximo, los cálculos correspondientes son:

$$P_{no} = 0.75(170 \times 40 \times 40 + 7.92 \times 4,200) = 228,948 \text{ Kg.} = \\ = 228.95 \text{ Ton.}$$

$$q = 0.00495 \frac{4,200.00}{170.00} = 0.122$$

$$e_x = 2.07 \text{ cm.}; e_x / h = 0.05; d / h = 0.90$$

de la gráfica:

$$K = 1.02$$

y

$$P_{nx} = 0.75 \times 1.02 \times 40 \times 40 \times 170 = 208,080 \text{ Kg.} = 208.08 \text{ Ton.}$$

$$e_y = 5.16 \text{ cm.}; e_y / h = 0.129; d / h = 0.90$$

de la gráfica:

$$K = 0.85$$

y

$$P_{ny} = 0.75 \times 0.85 \times 40 \times 40 \times 170 = 173,400 \text{ Kg.} = 173.40 \text{ Ton.}$$

$$P_n = \frac{l}{\frac{l}{208.08} + \frac{l}{173.40} - \frac{l}{228.95}} = \frac{l}{0.0062} = 161.16 \text{ Ton.}$$



$$P_u = 90.35 \text{ Ton.} < P_n = 161.16 \text{ Ton.}$$

y se verifica que:

$$P_n / P_{no} = 161.16 / 228.95 = 0.70 > 0.10$$

La carga resistente es mayor que la actuante pero se ha propuesto un porcentaje ligeramente mayor al mínimo y es el requisito que exige.

La segunda combinación es:

$$P_u = 85.18 \text{ Ton.}$$

$$M_{ux} = -13.95 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_{uy} = -9.11 \text{ Ton.-m.}$$

Se proponen 8 varillas #5 repartidas en las cuatro caras pues proporcionan un área  $A_s = 15.84 \text{ cm}^2$ . y un porcentaje  $p = 0.0099$ .

$$P_{no} = 0.75(170 \times 40 \times 40 + 15.84 \times 4,200) = 253,896 \text{ Kg.} \\ = 253.9 \text{ Ton.}$$

$$q = 0.0099 \frac{4,200.00}{170.00} = 0.244$$

$$e_x = 13.95 \times 10^5 / 85.18 \times 10^3 = 16.38 \text{ cm.}$$

$$e_x / h = 16.38 / 40 = 0.41; d / h = 0.90$$

de la gráfica:

$$K = 0.48$$

y

$$P_{nx} = 0.75 \times 0.48 \times 40 \times 40 \times 170 = 97,920.00 \text{ Kg.} = 97.92 \text{ Ton.}$$

$$e_y = 9.11 \times 10^5 / 85.18 \times 10^3 = 10.7 \text{ cm.}$$

$$e_y / h = 10.7 / 40 = 0.27; d / h = 0.90$$

de la gráfica:

$$K = 0.675$$

y

$$P_{ny} = 0.75 \times 0.675 \times 40 \times 40 \times 170 = 137,700 \text{ Kg.} = 137.70 \text{ Ton.}$$

$$P_n = \frac{1}{\frac{1}{97.92} + \frac{1}{137.70} - \frac{1}{253.90}} = \frac{1}{0.01353} = 73.88 \text{ Ton.}$$

$$P_u = 85.18 \text{ Ton.} > P_n = 73.88 \text{ Ton.}$$

La carga resistente es menor que la actuante y por ello se proponen ocho varillas #6 con un área  $A_s = 22.80 \text{ cm}^2$ . y un  $p = 0.01425$ ; los cálculos son:

$$P_{no} = 0.75(170 \times 40 \times 40 + 22.80 \times 4,200) = 275,820 \text{ Kg.}$$

$$= 275.82 \text{ Ton.}$$

$$q = 0.01425 \frac{4,200.00}{170.00} = 0.352$$

$$e_x = 16.38 \text{ cm.}; e_x / h = 0.41; d / h = 0.90$$

de la gráfica:

$$K = 0.54$$

y

$$P_{nx} = 0.75 \times 0.54 \times 40 \times 40 \times 170 = 110,960 \text{ Kg.} = 110.16 \text{ Ton.}$$

$$e_y = 10.7 \text{ cm.}; e_y / h = 0.27; d / h = 0.90$$

de la gráfica:

$$K = 0.74$$

y

$$P_{ny} = 0.75 \times 0.74 \times 40 \times 40 \times 170 = 150,960 \text{ Kg.} = 150.96 \text{ Ton.}$$

$$P_n = \frac{1}{\frac{1}{110.16} + \frac{1}{150.96} - \frac{1}{275.82}} = \frac{1}{0.01207} = 82.80 \text{ Ton.}$$

$$P_u = 85.18 \text{ Ton.} > P_n = 82.80 \text{ Ton.}$$

La carga resistente es ligeramente menor a la actuante y  $P_n / P_{no}$  es igual a 0.30 por lo que se considera que el armado es suficiente.

La tercera combinación es:

$$P_u = 107.42 \text{ Ton.}$$

$$M_{ux} = -5.81 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_{uy} = -25.73 \text{ Ton.-m.}$$

Se proponen doce varillas del #8 con un área  $A_s = 60.84 \text{ cm}^2$ . y un porcentaje  $p = 0.038$ , los cálculos son:

$$P_{no} = 0.75(170 \times 40 \times 40 + 60.84 \times 4,200) = 395,646 \text{ Kg.}$$

$$q = 0.038 \frac{4,200.00}{170.00} = 0.939$$

$$e_x = 5.81 \times 10^5 / 107.42 \times 10^3 = 5.41 \text{ cm.}$$

$$e_x / h = 5.41 / 40 = 0.135; d / h = 0.90$$

de la gráfica:

$$K = 1.44$$

y

$$P_{nx} = 0.75 \times 1.44 \times 40 \times 40 \times 170 = 293,760 \text{ Kg.} = 293.76 \text{ Ton.}$$

$$e_y = 25.73 \times 10^5 / 107.42 \times 10^3 = 23.95 \text{ cm.}$$

$$e_y / h = 23.95 / 40 = 0.60; d / h = 0.90$$

de la gráfica:

$$K = 0.625$$

y

$$P_{ny} = 0.75 \times 0.625 \times 40 \times 40 \times 170 = 127,500 \text{ Kg.} = 127.5 \text{ Ton.}$$

$$P_n = \frac{1}{\frac{1}{293.76} + \frac{1}{127.50} - \frac{1}{395.65}} = \frac{1}{0.00872} = 114.68 \text{ Ton.}$$

$$P_u : 107.42 < P_n : 114.68$$

La carga resistente es mayor a la actuante y se cumple que  $P_n / P_{no} = 0.27 > 0.1$ , lo que indica que el acero propuesto es el adecuado. Esta combinación es la que requiere de mayor cantidad de refuerzo y es la que rige el diseño.

Revisión por cortante:

El Reglamento establece que en miembros a flexocompresión en los que  $P_u$  no excede de  $0.7 f_c^* A_g + 2,000 A_s$ , la fuerza cortante que toma el concreto,  $V_{cr}$ , se obtendrá multiplicando los valores dados por las siguientes ecuaciones:

$$V_{cr} = F.R. b d (0.2 + 30 p) \sqrt{f_c^*} \quad \text{si } p < 0.01$$

$$V_{cr} = 0.5 F.R. b d \sqrt{f_c^*} \quad \text{si } p \geq 0.01$$

las cuales se multiplicarán por el factor  $1 + 0.007(P_u / A_g)$ . Para evaluar  $p$  en las ecuaciones, se usará el área de las varillas de la capa más próxima a la ca  
-119-

ra. de tensión o a la de compresión mínima en secciones rectangulares, y  $0.33 A_s$  en secciones circulares en las cuales  $b d$  se sustituirá por  $A_g$ .

Si  $P_u$  es mayor que  $0.7 f_c^* A_g + 2,000 A_s$ , se hará variar linealmente  $V_{cr}$  en función de  $P_u$ , hasta cero para  $P_u = A_g f_c^* + A_s f_y$ . Para este caso  $P_u = 107.42$  Ton. y el límite vale  $0.7 \times 200 \times 40 \times 40 + 2,000 \times 60.84 = 345.68$  Ton. que es mucho mayor a la primera, el valor del porcentaje  $\rho$  es igual a  $4 \times 5.07 / 40 \times 40 = 0.012675$  y mayor al mínimo; el constante que resiste el concreto tiene un valor de:

$$V_{cr} = 10.5 \times 0.75 \times 40 \times 40 \sqrt{200} (1.0 + 0.007(P_u / A_g)) = 12.47 \text{ Ton.}$$

de acuerdo a los análisis el cortante que actúa sobre la columna es mayor en la dirección del eje "y" y de magnitud igual a:

$$V_u = 13.23 \text{ Ton.}$$

la separación de los estribos es igual a:

$$S = \frac{0.75 \times 2 \times 0.71 \times 4,200 \times 40}{13,230 - 12,470} = 235.42 \text{ cm.}$$

el límite correspondiente:  $13,230 - 12,470$

$$S \leq \frac{0.75 \times 2 \times 0.71 \times 4,200}{3.5 \times 40} = 31.95 \text{ cm.}$$

el límite comparativo para el cortante es:

$$1.5 \times 0.75 \times 40 \times 40 \sqrt{200} = 25,455.84 \text{ Kg.} = 25.45 \text{ Ton.}$$

y cuya magnitud es superior a  $V_u$ ; todos los valores calculados hacen que se lleve a la conclusión de que la separación de los estribos sea la siguiente:

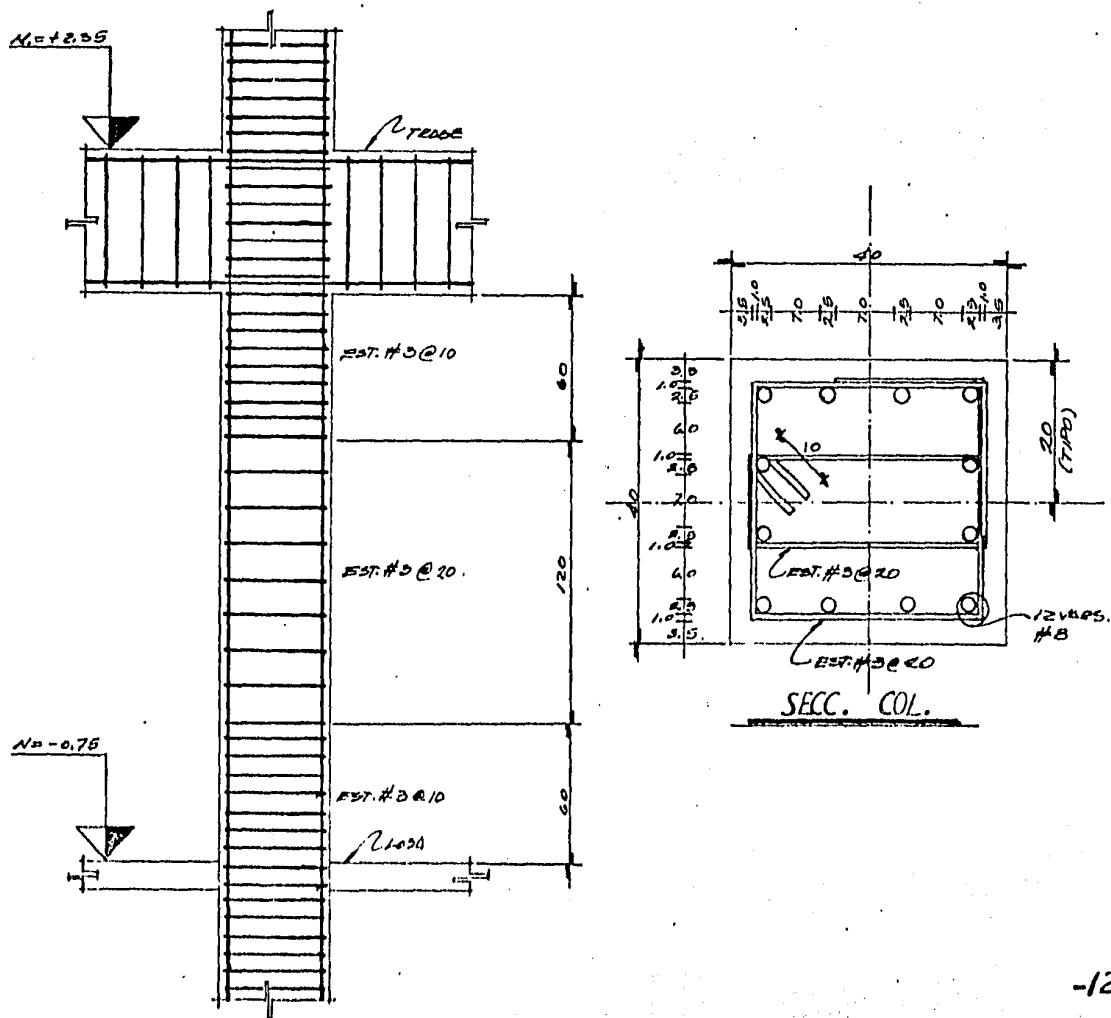
$$S = 0.5 d = 0.5 \times 40 = 20 \text{ cm.}$$

Al detallar el refuerzo se tendrá en cuenta que en las varillas longitudinales: la distancia libre entre barras longitudinales no sea menor que 1.5 veces el diámetro de la barra, 1.5 veces el tamaño máximo del agregado, ni que 4.0 cm., que en los empalmes de barras sujetas a compresión la longitud traslapada no sea menor que la longitud de desarrollo para barras a compresión y que a condi-

nuación se calcula:

$$L_d \leq 0.60(0.06 \frac{a_s f_y}{f'_c}) \leq 0.60(0.006 d_b f_y) \leq 20.0 \text{ cm.}$$

pero tampoco menor que  $(0.01 f_y - 10) d_b$ . También deberá tomarse en cuenta que el refuerzo transversal cuando este formado por estribos, los mismos deben rematar en una esquina con doblesces de  $135^\circ$  o más, seguidos de tramos rectos de no menos de 10 diámetros de largo; o con doblesces de  $90^\circ$  seguidos de tramos rectos de no menos de 20 diámetros de largo. Los estribos deben restringir las varillas longitudinales contra el pandeo colocandolas a una separación no mayor que  $850 / \sqrt{f'_c}$  veces  $d_b$ , 48 diámetros de la barra del estribo, ni que la menor dimensión de la sección transversal de la columna. La separación máxima de estribos se reducirá a la mitad de la antes indicada en una longitud no menor que la dimensión transversal máxima de la columna, un sexto de su altura libre, ni que 60 cm., arriba y abajo de cada unión de columna con trabes o losas, medida a partir del respectivo plano de intersección. A continuación se muestran los detalles de armado de la columna.

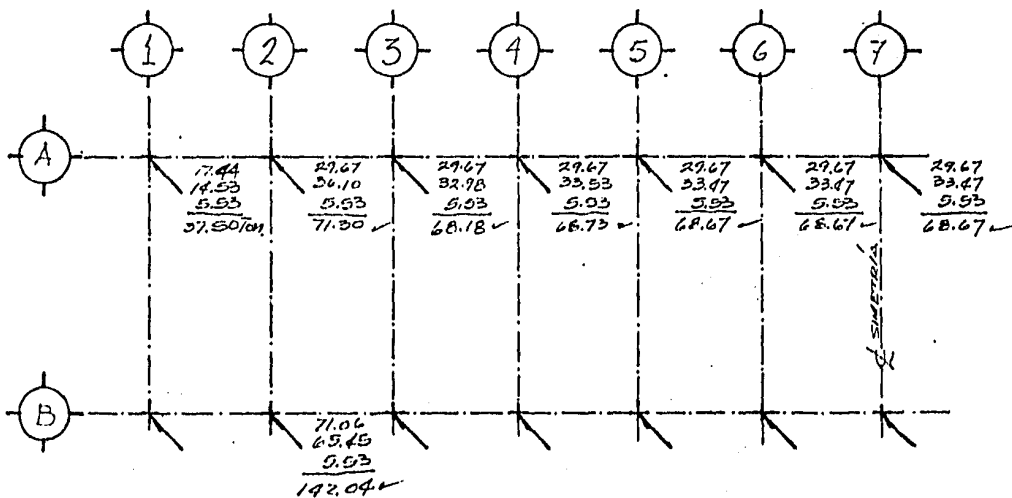


Para calcular la misma columna con los criterios del Reglamento A.C.I.-77 se tomará en cuenta lo que dice la sección de comentarios, pues ahí se establece que una columna en compresión se puede considerar contraventeada lateralmente cuando en un determinado nivel de la estructura, los desplazamientos horizontales no afectan de manera significativa a los momentos de la estructura y esto sucede cuando el índice de estabilidad para un entrepiso no es mayor a 0.04:

$$Q = \frac{\sum P_u A_u}{H_u h_\Delta} \leq 0.04$$

ya que los momentos de segundo orden ( $P \times A$ ) no deben exceder del 5% de los momentos de primer orden;  $A_u$  es la deflexión lateral de primer orden calculada con el análisis elástico y debida a  $H_u$  en la parte superior del entrepiso en relación con la parte inferior del mismo (desplazamiento relativo de entrepiso);  $\sum P_u$  es la suma de descargas de la estructura hasta el entrepiso considerado y  $h_\Delta$  es la altura de entrepiso (centro a centro de losas). Se revisa a continuación si la columna puede considerarse contraventeada lateralmente:

Las descargas  $P_u$  sin el factor de carga son:

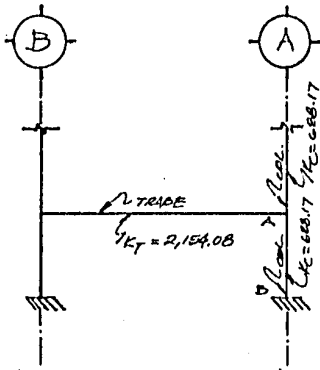


$A_u$  y  $H_u$  en la dirección del eje "2" tienen un valor de 0.736 cm. X 1.87 X 0.75 y 22.90 Ton. X 1.87 X 0.75 respectivamente, y en la dirección del eje "A" valen 0.3777 X 1.87 X 0.75 y 103.15 X 1.87 X 0.75;  $h_\Delta$  es igual a 3.10 m. en ambas direcciones.

Revisión en la dirección del eje "2":

$$Q = \frac{(213.34 \times 1.44)(0.786 \times 1.87 \times 0.75)}{(22.90 \times 1.87 \times 0.75)(310)} = 0.034 < 0.04$$

por lo que la columna puede considerarse contraventeada lateralmente. A continuación se determina la longitud efectiva:



$$\gamma_A = (2 \times 688.17) / (2,154.08) = 0.64$$

$$\gamma_B = 0.00$$

del nomograma para columnas contraventeadas lateralmente se obtiene el valor de  $K$  es igual a 0.60 y el valor de  $l'_u = K l_u = 0.60 \times 2.40 = 1.44$  m., el radio de giro de la columna es  $r = 0.30 \times 0.40 = 0.12$  m. y la relación de esbeltez:

$$l'_u / r = 1.44 / 0.12 = 12$$

Se calcula la expresión  $34 - 12 M_1 / M_2$  para las siguientes condiciones:

Cargas verticales:

$$M_1 = 2.81 \text{ Ton.-m.}; M_2 = 6.31 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_1 / M_2 = 0.445 \text{ (curvatura doble)}; 34 - 12(-0.445) = 39.34$$

$$l'_u / r < 39.34$$

Carga vertical mas Carga sísmica:

$$M_1 = 15.46 \text{ Ton.-m.}; M_2 = 27.36 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_1 / M_2 = 0.565 \text{ (curvatura doble)}; 34 - 12(-0.565) = 40.78$$

$$l'_u / r < 40.78$$

Cargas verticales más carga sísmica en la dirección perpendicular:

$$M_1 = 24.93 \text{ Ton.-m.}; M_2 = 31.57 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_1 / M_2 = 0.789 \text{ (curvatura doble)}; 34 - 12(-0.789) = 43.47$$

$$l'_u / \kappa < 43.47$$

No se consideran los efectos de esbeltez en la dirección del eje "2".

En la dirección del eje "1" los cálculos determinaron que la columna podía considerarse contraventada para desplazamientos laterales y que para todas las combinaciones de carga la relación de esbeltez era menor al límite establecido, por lo que también en dicha dirección se pueden despreciar los efectos de esbeltez.

|      |  |        |       |       |        |       |
|------|--|--------|-------|-------|--------|-------|
| ejes | $P_e$                                    | 102.67 | -     | ejes  | 102.67 | -     |
| "2"  | $M_{ex}$                                 | 0.26   | -     | "2"   | 0.12   | -     |
| y    | $M_{ey}$                                 | 6.31   | -     | y     | 2.81   | -     |
| "1"  |  |        |       | "1"   |        |       |
| Niv. | $P_e + P_{\Delta x} + 0.30 P_{\Delta y}$ | 89.91  | 52.87 | Niv.  | 89.91  | 52.87 |
|      | $M_{ex} + M_{\Delta x}$                  | -13.24 | 13.63 |       | -15.56 | 15.74 |
| 2.35 | $M_{ey} + 0.30 M_{\Delta y}$             | -1.33  | 10.79 | -0.75 | -6.73  | 10.95 |
|      |  |        |       |       |        |       |
|      | $P_e + P_{\Delta y} + 0.30 P_{\Delta x}$ | 129.49 | 24.52 |       | 129.49 | 24.52 |
|      | $M_{ex} + 0.30 M_{\Delta x}$             | -3.84  | 4.22  |       | -4.61  | 4.78  |
|      | $M_{ey} + M_{\Delta y}$                  | -15.46 | 24.93 |       | -27.36 | 31.57 |

TABLA DE ELEMENTOS MECANICOS COMBINADOS Y FACTORIZADOS EN LA PARTE SUPERIOR E INFERIOR DE LA COLUMNA.

Al diseñar la columna se tendrán en consideración las condiciones más desfavorables y que se marcaron con un asterisco. El porcentaje mínimo de acero de refuerzo para columnas no puede ser menor a 0.01, ni mayor que 0.06 y el número mínimo de varillas en una sección es de cuatro piezas.



La primera combinación es:

$$P_u = 129.49 \text{ Ton.}$$

$$M_{ux} = -4.61 \text{ Ton.}\cdot\text{m.}$$

$$M_{uy} = -27.36 \text{ Ton.}\cdot\text{m.}$$

Se proponen doce varillas del #8 repartidas en las cuatro caras de la columna, proporcionar un área de  $A_{st} = 12 \times 5.07 = 60.84 \text{ cm}^2$ . y representan un porcentaje  $p = 60.84 / 40 \times 40 = 0.038$  que es mayor al mínimo (0.01) pero menor al máximo (0.06), los cálculos son:

$$P_o = 0.80 \left( 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + A_{st} f_y \right) =$$

$$= 0.80 \times 0.70 (0.85 \times 250 (40 \times 40 - 60.84) + 60.84 \times 4,200) =$$

$$= 326,255.72 \text{ Kg.} = 326.2 \text{ Ton.}$$

$$p_t m = \frac{A_{st}}{A_g} \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{60.84}{40 \times 40} \frac{4,200}{0.85 \times 250} = 0.75$$

$$e_x = \frac{M_{ux}}{P_u} = \frac{4.61 \times 10^5}{129.49 \times 10^3} = 3.56 \text{ cm.}; e_x / h = 3.56 / 40 =$$

$$= 0.089$$

$$e_y = \frac{M_{uy}}{P_u} = \frac{27.36 \times 10^5}{129.49 \times 10^3} = 21.13 \text{ cm.}; e_y / h = 21.13 / 40 =$$

$$= 0.528$$

$$g = \frac{h - 2d'}{h} = \frac{40 - 2 \times 6.5}{40} = 0.675$$

De los nomogramas (págs. 528 y 529 de Reinforced Concrete Fundamentals de Phil M. Ferguson) se obtienen los siguientes valores:

$a_x = 0.83$  cuando  $g = 0.7$  y  $a_x = 0.82$  cuando  $g = 0.6$   
interpolando linealmente para  $g = 0.675$

$$a_x = 0.83 - (0.70 - 0.675) \frac{0.83 - 0.82}{0.70 - 0.60} = 0.8275$$

y también los siguientes:

$a_y = 0.38$  cuando  $g = 0.7$  y  $a_y = 0.37$  cuando  $g = 0.6$   
interpolando linealmente para  $g = 0.675$

$$a_y = 0.38 - (0.70 - 0.675) \frac{0.38 - 0.37}{0.70 - 0.60} = 0.3775$$

$$P_{ux} = a_x f'_c b h = 0.8275 \times 250 \times 40 \times 40 = 331,000 \text{ Kg.} = 331 \text{ Ton.}$$

$$P_{uy} = a_y f'_c b h = 0.3775 \times 250 \times 40 \times 40 = 151,000 \text{ Kg.} = 151 \text{ Ton.}$$

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{P_{ux}} + \frac{1}{P_{uy}} - \frac{1}{P_o} = \frac{1}{331} + \frac{1}{151} - \frac{1}{326.2} = 0.006578$$

$$P_u = 152.02 \text{ Ton.} > 129.49 \text{ Ton.}$$

La carga resistente es mayor a la carga actuante por lo que se proponen ocho varillas del #8 que tienen un área  $A_s = 8 \times 5.07 = 40.56 \text{ cm}^2$ . y que representarán un porcentaje  $p_t = 0.02535$ .

$$P_o = 0.80 \times 0.70 (0.85 \times 250 (40 \times 40 - 40.56) + 40.56 \times 4,200) = 280,970.48 \text{ Kg.} = 280.97 \text{ Ton.}$$

$$p_t^m = \frac{40.56}{40 \times 40} \frac{4,200.00}{0.85 \times 250} = 0.50$$

$$e_x / h = 0.089; e_y / h = 0.528 \text{ y } g = 0.675$$

de los nomogramas:

$$a_x = 0.72 \text{ cuando } g = 0.7 \text{ y } a_y = 0.31 \text{ cuando } g = 0.6$$

interpolando linealmente cuando  $g = 0.675$

$$a_x = 0.7175$$

en la dirección perpendicular:

$$a_y = 0.32 \text{ cuando } g = 0.7 \text{ y } a_y = 0.31 \text{ cuando } g = 0.6$$

interpolando linealmente cuando  $g = 0.675$

$$a_y = 0.3175$$

$$P_{ux} = 0.7175 \times 250 \times 40 \times 40 = 287,000 \text{ Kg.} = 287 \text{ Ton.}$$

$$P_{uy} = 0.3175 \times 250 \times 40 \times 40 = 127,000 \text{ Kg.} = 127 \text{ Ton.}$$

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{287} + \frac{1}{127} - \frac{1}{280.97} = 0.00779$$

por lo que:

$$P_u = 128.22 \text{ Ton.} < 129.49 \text{ Ton.}$$

$$P_u / P_o = 0.456 > 0.10$$

Se observa que la carga resistente es ligeramente menor a la actuante y por lo tanto la proposición de armado es la adecuada para dicha combinación.

Segunda combinación:

$$P_u = 24.52 \text{ Ton.}$$

$$M_{ux} = 4.78 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_{uy} = 31.37 \text{ Ton.-m.}$$

Se proponen doce varillas del #8 repartidas en las cuatro caras de la columna y que tienen un área  $A_s = 60.84 \text{ cm}^2$  y que representan un porcentaje  $\rho_t = 0.038$ .

$$P_o = 0.80 \times 0.70(0.85 \times 250(40 \times 40 - 60.84) + 60.84 \times 4,200) = 326,255.72 \text{ Kg.} = 326.20 \text{ Ton.}$$

$$\rho_t^m = 0.038 \frac{4,200.00}{0.85 \times 250} = 0.75$$

$$e_x = \frac{4.78 \times 10^5}{24.52 \times 10^3} = 19.49 \text{ cm.}; e_x / h = 19.49 / 40 = 0.48725$$

$$e_y = \frac{31.37 \times 10^5}{24.52 \times 10^3} = 128.75 \text{ cm.}; e_y / h = 128.75 / 40 = 3.218$$

$$g = 0.675$$

del nomograma:

$$a_x = 0.39 \text{ cuando } g = 0.7 \text{ y } a_x = 0.38 \text{ cuando } g = 0.6$$

interpolando linealmente para  $g = 0.675$

$$a_x = 0.3875$$

$$a_y = 0.08 \text{ cuando } g = 0.7 \text{ y } a_y = 0.06 \text{ cuando } g = 0.6$$

interpolando linealmente para  $g = 0.675$

$$a_y = 0.075$$

$$P_{ux} = 0.3875 \times 250 \times 40 \times 40 = 155,000 \text{ Kg.} = 155 \text{ Ton.}$$

$$P_{uy} = 0.075 \times 250 \times 40 \times 40 = 30,000 \text{ Kg.} = 30 \text{ Ton.}$$

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{155} + \frac{1}{30} - \frac{1}{326.2} = 0.0367$$

$$P_u = 27.23 \text{ Ton.} > 24.52 \text{ Ton.}$$

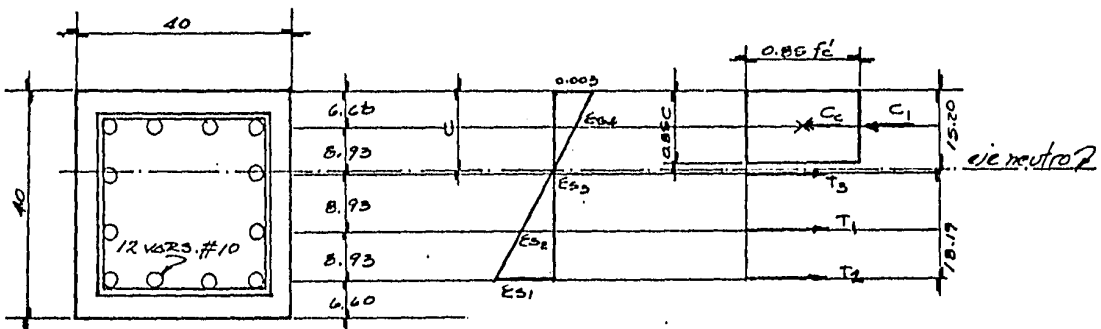
y

$$P_u / P_o = 0.083 < 0.1$$

La carga resistente es mayor a la carga actuante, pero el límite para los miembros en flexocompresión es mayor y por tal motivo el miembro se considerará trabajando a flexión biaxial y por ello se usará la siguiente ecuación:

$$\frac{M_{ux}}{M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{ry}} \leq 1.0$$

en donde  $M_{ux}$  y  $M_{uy}$  son los momentos de diseño en las direcciones "x" y "y" proporcionados por los análisis debidamente factorizados;  $M_{rx}$  y  $M_{ry}$  son los momentos resistentes en las direcciones correspondientes, que para nuestro caso son iguales pues la sección es cuadrada y todas las caras tienen el mismo número de varillas y el cálculo se hará paso a paso según las suposiciones de diseño de 10.2 del reglamento.



Croquis para determinación de la carga axial y momento flexionante.

La metodología es la siguiente: Se supone la profundidad del eje neutro y con ello se determinan las deformaciones en el acero de tensión como en el de compresión. Posteriormente se determinan los momentos con respecto al eje neutro y se observa si la suma de fuerzas coincide con la actuante en caso contrario se supone otra profundidad.

Se supone una profundidad del eje neutro  $c = 15.2 \text{ cm}$ .

$$e_{\Delta 1} = \frac{0.003}{15.20} 18.19 = 0.00359 > 0.002$$

$$f_{\Delta} = f_y = 4,200.00 \text{ Kg. / cm}^2.$$

$$e_{\Delta 2} = \frac{0.003}{15.20} 9.26 = 0.0018276 < 0.002$$

$$f_{\Delta} = e_{\Delta} \times E_{\Delta} = 0.0018276 \times 2 \times 10^6 = 3,655.30 \text{ Kg. / cm}^2.$$

$$e_{\Delta 3} = \frac{0.003}{15.20} 0.33 = 0.0000651 < 0.002$$

$$f_{\Delta} = 0.0000651 \times 2 \times 10^6 = 130.30 \text{ Kg. / cm}^2.$$

$$e_{\Delta 4} = \frac{0.003}{15.20} 8.60 = 0.0016974 < 0.002$$

$$f_{\Delta} = 0.0016974 \times 2 \times 10^6 = 3,394.70 \text{ Kg. / cm}^2.$$

Y las fuerzas son:

$$C_1 = 4 \times 7.92 \times 3,394.72 = 107,544.1 \text{ Kg.} = 107.5 \text{ Ton.}$$

$$C_c = 0.85 \times 15.2 \times 0.85 \times 250 \times 40 = 109,820.0 \text{ Kg.} = 109.82 \text{ Ton.}$$

$$T_3 = 2 \times 7.92 \times 130.30 = 2,063.95 \text{ Kg.} = 2.06 \text{ Ton.}$$

$$T_2 = 4 \times 7.92 \times 4,200 = 133,056.0 \text{ Kg.} = 133.06 \text{ Ton.}$$

$$T_1 = 2 \times 7.92 \times 3,655.30 = 57,899.95 \text{ Kg.} = 57.89 \text{ Ton.}$$

La suma de fuerzas es igual a:

$$\Sigma F = 24.31 \text{ Ton.} < 24.52 \text{ Ton.}$$

La carga resistente es ligeramente menor que la carga actuante y los momentos - de cada una de las fuerzas sumados proporcionan el momento resistente de la sec ción que como ya se dijo anteriormente es igual en las dos direcciones.

$$M_1 = C_1 \times d_1 = 107,544.1 \times 8.6 = 924,879.2 \text{ Kg.-cm.} = 9.25 \text{ T.-m.}$$

$$M_2 = C_2 \times d_2 = 109,820.0 \times 8.74 = 959,826.8 \text{ Kg.-cm.} = 9.6 \text{ T.-m.}$$

$$M_3 = T_3 \times d_3 = 2,063.95 \times 0.33 = 681.1 \text{ Kg.-cm.} = 0.007 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_4 = T_2 \times d_4 = 133,056.0 \times 18.19 = 2,420,288.6 \text{ Kg.-cm.} = 24.2 \text{ Ton.-m.}$$

$$M_5 = T_1 \times d_5 = 57,899.95 \times 9.26 = 536,153.54 \text{ Kg.-cm.} = 5.36 \text{ T.-m.}$$

La suma de momentos es:

$$M_x = 4,841,829.20 \text{ Kg.-cm.} = 48.42 \text{ Ton.-m.} = M_{rx} = M_{ry}$$

Sustituyendo valores en la relación para flexión biaxial:

$$\frac{M_{ux}}{M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{ry}} = \frac{4.78}{48.42} + \frac{31.57}{48.42} = 0.75 < 1.00$$

El resultado anterior indica que el armado propuesto es el adecuado.

Revisión por cortante:

El Reglamento establece que la resistencia al cortante proporcionada por el concreto se puede determinar con la ecuación siguiente:

$$V_c = 610.5 \sqrt{f'_c} + 175 p_w \left( \frac{V_u d}{M_m} \right) b_w d$$

donde:

$$M_m = M_u - N_u \frac{(4h - d)}{8}$$

sin embargo  $V_c$  no debe ser mayor que:

$$\leq 0.93 f'_c b_w d \sqrt{1 + 0.29 \frac{N_u}{A_g}}$$

Para este caso y de acuerdo a los análisis:

$$N_u = 24.52 \text{ Ton.}$$

$$M_u = 31.57 \text{ Ton.-m.}$$

$$V_u = 18.32 \text{ Ton.}$$

por lo tanto:

$$M_m = 31.57 - 24.52 \frac{(4 \times 40 - 33.41)}{8} = 27.69 \text{ Ton.-m.}$$

$$p_w = 4 \times 7.92 / 40 \times 40 = 0.0198$$

y el cortante que resiste el concreto es:

$$V_c = 0.85(0.5 \sqrt{250} + 175 \frac{4 \times 7.92}{40 \times 40} - \frac{18.32 \times 0.334}{27.69}) 40 \times 33.4 =$$
$$= 9,847.22 \text{ Kg.} = 9.85 \text{ Ton.}$$

se revisa que el cortante resistente no sea mayor que el límite correspondiente

$$0.85 \times 0.93 \sqrt{250} \times 40 \times 33.4 \sqrt{1 + 0.29 \frac{24.52 \times 10^3}{40 \times 40}} =$$
$$= 38,962.55 \text{ Kg.} = 38.96 \text{ Ton.} > 9.85 \text{ Ton.}$$

$$V_u = 18.32 \text{ Ton.} > V_c = 9.85 \text{ Ton.}$$

La separación de los estribos será de:

$$V_\Delta = V_u - V_c = 18,320.0 - 9,847.22 = 8,472.78 \text{ Kg.}$$

$$S = \frac{2 \times 0.71 \times 4,200 \times 33.4}{8,472.78} \times 0.85 = 19.98 \text{ cm.}$$

$$S = 19.98 > d / 2 = 33.4 / 2 = 16.7 \text{ cm.}$$

Se revisan las condiciones para slomo:

$$P_e = 129.49 \text{ Ton.}$$

$$a_b = \left( \frac{6,000.00}{6,000 + 4,200} \right) 0.85 \times 33.4 = 16.7 \text{ cm.}$$

$$f'_{\Delta b} = 6,000 - \frac{6.6}{33.4} (6,000 + 4,200) = 3,984.43 \text{ Kg.} / \text{cm}^2$$

$$\phi P_b = 0.70(0.85 \times 250 \times 40 \times 16.7 + 4 \times 7.92 \times 3,984.43 - 4 \times 7.92 \times 4,200) = 94,584.52 \text{ Kg.} = 94.58 \text{ Ton.}$$

$$0.4 \phi P_b = 0.4 \times 94.58 = 37.83 \text{ Ton.}$$

$$P_e < 0.4 \phi P_b$$

el valor anterior indica que el nucleo de la columna debe diseñarse de acuerdo a las especificaciones A.6.5.1 a la A.6.5.5 que establecen que deberá proporcionarse refuerzo de confinamiento con espirales o zunchos, en la parte superior e inferior de la unión viga-columna, a lo largo de una zona cuya longitud a partir del paño de la unión sea igual al peralte total  $h$ , ó un sexto de la altura libre de la columna ó 45 cm., el que sea mayor; el porcentaje de acero del zuncho se calculará con la siguiente expresión:

$$p_{\Delta} = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1.0 \right) \frac{f'_c}{f_y}$$

pero no será menor que:

$$0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

El área requerida de la varilla transversal del zuncho (una rama) se calculará de acuerdo a la siguiente igualdad:

$$A_{sh} = \frac{l_h p_{\Delta} S_h}{.2}$$

en donde:

$l_h$  : longitud máxima no apoyada del zuncho.

$S_h$  : separación centro a centro del zuncho pero no deberá exceder de 10 cm.

En nuestro caso el valor de  $h$  es de 40 cm.;  $h/6 = 250/6 = 41.67$  cm. y ambas son menores de 45 cm., que es la distancia que rige para la colocación de los zunchos en la unión de la trabe-columna y el valor del porcentaje será:



$$p_s = 0.45 \left( \frac{40 \times 40}{32 \times 32} - 1.0 \right) \frac{250}{4,200} = 0.015067$$

que se comparará con la siguiente:

$$0.12 \frac{250}{4,200} = 0.007143$$

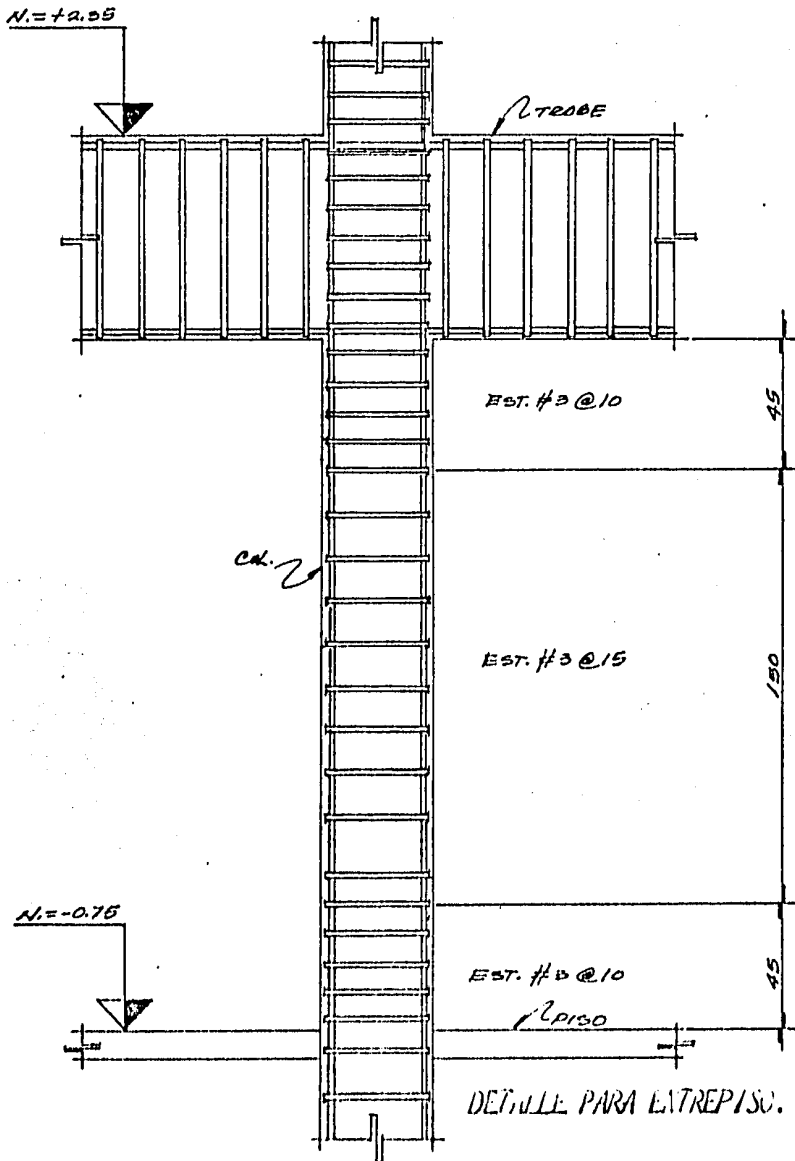
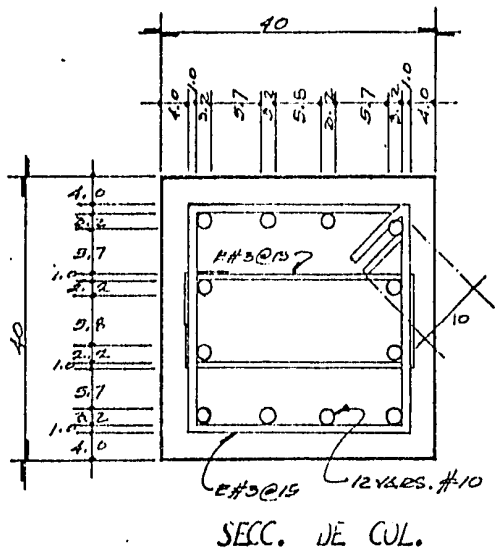
y por lo tanto cumple con la condición establecida y el área de la varilla será la siguiente:

$$A_{sh} = \frac{9.8 \times 0.015067 \times 10}{2} = 0.74 \text{ cm}^2.$$

que es aproximadamente igual a la que tiene una varilla del #3 y como la sección 7.10.5.1 dice que para las varillas del #10 y menores se usen estribos de varilla del mismo número. Con todo lo anterior puede considerarse que la columna ha quedado diseñada y en el croquis de la siguiente hoja se muestra.

Al detallar el refuerzo se tomó en cuenta que la distancia libre entre varillas longitudinales no fuera menor que 1.5 veces el diámetro de la varilla ni que 4 cm. y se hará la observación de que el tamaño máximo de agregado grueso no sea mayor que 3 / 4 de la separación de las varillas; por otra parte los empalmes de barras sujetas a compresión deberán ser de 24 veces  $d_b$ , pero no menor de 30 cm., en todos los traslapes deberán proporcionarse por lo menos dos estribos; en las zonas de tensión o de inversión de esfuerzos los traslapes deben estar confinados dentro de estribos cerrados, separados a no más de 16 diámetros de la varilla longitudinal, ni de 30 cm., además la longitud de anclaje del refuerzo en zonas confinadas no deberá ser menor de 2 / 3 de  $l_d$  ni de 40 cm. ( $l_d$  según 12.2.2), en otras zonas la longitud  $l_d$  será de acuerdo al capítulo 12, pero nunca será menor a 40 cm.

Los estribos o zunchos tendrán un espaciamiento vertical no mayor a 16 veces el diámetro de la varilla longitudinal, 48 diámetros de la varilla del estribo ó la menor dimensión del miembro, los arillos se dispondrán de tal forma que cada varilla longitudinal de esquina tenga apoyo lateral proporcionada por el doblez de un arillo con un ángulo comprendido no mayor de  $135^\circ$  y ninguna varilla deberá estar separada más de 15 cm. libres.



## Deflexiones.

Se calcularán las deflexiones de las trabes con los criterios que establece el Reglamento del D.F. de 1976.

Las deflexiones inmediatas se calcularán con el método de área-momento, considerando un módulo de elasticidad para el concreto  $E_c$  igual a  $10,000\sqrt{f'_c}$  y con el momento de inercia de la sección transformada aprietada. En claros continuos - el momento de inercia que se utilizará será un valor promedio calculado con la siguiente fórmula :

$$I = \frac{I_1 + I_2 + 2 I_3}{4}$$

en donde  $I_1$  e  $I_2$  son los momentos de inercia de las secciones extremas del claro e  $I_3$  es el de la sección central; y cuando el claro solo sea continuo en un extremo, el momento de inercia correspondiente al extremo discontinuo se supondrá igual a cero y en la expresión anterior el denominador será igual a tres.

Las deflexiones diferidas que ocurren a largo plazo en miembros de concreto normal, sujetos a flexión se obtendrán multiplicando la flecha inmediata calculada como se indicó anteriormente, por el factor:

$$(2 - 1.2(A'_\Delta / A_\Delta)) \geq 0.6$$

en donde  $A'_\Delta$  es el área del acero a compresión y  $A_\Delta$  el de tensión.

En elementos continuos se usará un promedio de  $A'_\Delta / A_\Delta$  calculado con el mismo criterio aplicado para determinar el momento de inercia.

El método de área-momento establece que el movimiento angular total  $\theta$  ó cambio de inclinación de la tangente a la curva elástica debido a la carga total, entre dos puntos cualesquiera, es igual al área del diagrama  $M/EI$  entre dichos puntos.

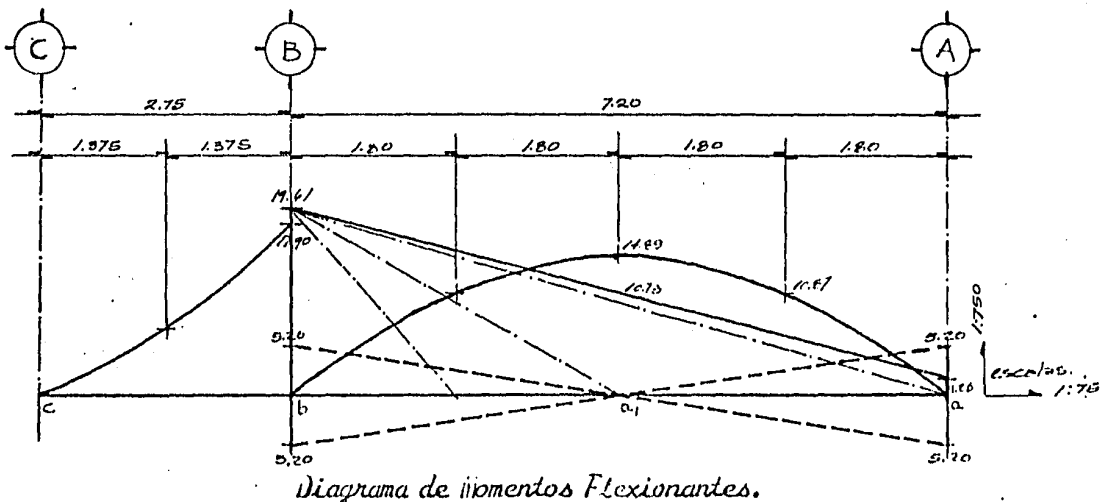
Una  $\theta$  positiva indica que predomina un momento positivo y el extremo derecho gira en sentido contrario al de las manecillas del reloj, con respecto al extremo

izquierdo ó el izquierdo gira en el sentido de las manecillas del reloj con respecto al extremo derecho.

La desviación tangencial  $t_{bc}$  de cualquier punto  $b$  de la curva elástica de un miembro, medida desde una tangente de referencia a la curva elástica en  $c$ , es igual al momento con relación a  $b$  del área del diagrama  $M/EI$  entre  $c$  y  $b$ .

La desviación calculada es perpendicular al brazo de palanca que se use para calcular el momento del área. Por lo tanto la desviación en la dirección de las "y" se obtiene usando los brazos de los momentos en la dirección de las "x". Si el brazo se toma automáticamente como positivo y si se usa la convención usual para los signos de  $M$ , una  $t$  positiva indicará que el momento predominante es positivo y por lo tanto, la curva elástica queda arriba de la tangente de referencia; una  $t$  negativa indicará que la curva elástica queda abajo de la tangente de referencia.

A continuación se presentan las envolventes de momento para las combinaciones de cargas gravitacionales, cargas gravitacionales más sísmo en una dirección y cargas gravitacionales más sísmo en la dirección perpendicular; en dichas combinaciones se consideran las cargas nominales, esto es, que tienen un factor de carga  $F.C.$  que es igual a 1.0.



Para la primera condición se calculará la localización de la tangente con la flecha aparente del punto  $a$  :

$$t_{ab} = \frac{I}{EJ} (\text{momento con relación a "a" del área entre "b" y "a"})$$

$$t_{ab} = \frac{I}{EJ} (-1.85 \times 7.20 \times 0.5 \times 0.33 \times 7.20 - 19.61 \times 7.20 \times 0.5 \times 0.67 \times 7.20 + 0.67 \times 14.89 \times 7.20 \times 3.60) = \frac{I}{EJ} (-97.7935 \times 10^9)$$

La localización de la tangente en el punto "a" es :

$$t_{a,b} = \frac{I}{EJ} (-10.73 \times 3.60 \times 0.5 \times 0.33 \times 3.60 - 19.61 \times 3.60 \times 0.5 \times 0.67 \times 3.60 + 0.67 \times 14.89 \times 3.60 \times 0.375 \times 3.60) = \frac{I}{EJ} (-59.599 \times 10^9)$$

La localización de la tangente del punto extremo del voladizo es :

$$t_{bc} = \frac{I}{EJ} (-17.90 \times 2.75 \times 0.67 \times 0.25 \times 2.75) = \frac{I}{EJ} \times (-27.674266 \times 10^9)$$

Para la segunda combinación las influencias que produce el sismo se multiplican por el factor de ductilidad Q que es igual a 4 :

$$t_{ab} = \frac{I}{EJ} (-1.85 \times 7.20 \times 0.5 \times 0.33 \times 7.20 - 19.61 \times 7.20 \times 0.5 \times 0.67 \times 7.20 + 0.67 \times 14.89 \times 7.20 \times 3.60 + 4 \times 5.20 \times 3.60 \times 0.5 \times 1.67 \times 3.60 - 4 \times 5.20 \times 3.60 \times 0.5 \times 0.33 \times 3.60) = \frac{I}{EJ} (-82.81706 \times 10^9)$$

$$t_{a,b} = \frac{I}{EJ} (-10.73 \times 3.60 \times 0.5 \times 0.33 \times 3.60 - 19.61 \times 3.60 \times 0.5 \times 0.67 \times 3.60 + 0.67 \times 14.89 \times 7.20 \times 3.60 + 4 \times 5.20 \times 3.60 \times 0.5 \times 1.67 \times 3.60 + 4 \times 5.20 \times 3.60 \times 0.5 \times 0.67 \times 3.60) = \frac{I}{EJ} (-130.70628 \times 10^9)$$

Para la tercera combinación también se considera el factor Q para las influencias que produce el sismo:

$$t_{ab} = \frac{I}{EJ} (-97.7935 + 4 \times 5.20 \times 3.60 \times 0.5 \times 0.33 \times 3.60 - 4 \times 5.20 \times 3.60 \times 0.5 \times 1.67 \times 3.60) \times 10^9 = \frac{I}{EJ} \times (-278.404 \times 10^9)$$

$$t_{a,b} = \frac{1}{EI} (-59.5990 - 4 \times 5.20 \times 3.60 \times 0.5 \times 0.67 \times 3.60) \times 10^9$$

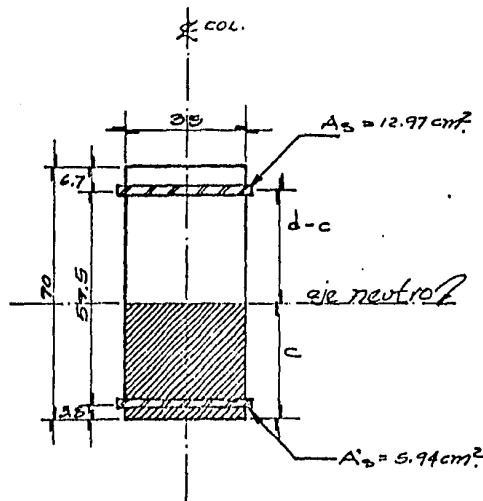
$$= \frac{1}{EI} (-149.90428 \times 10^9)$$

La localización de la tangente para el extremo del voladizo es la misma para las tres combinaciones. El módulo de elasticidad tiene un valor igual a:  $10,000 \sqrt{250} = 158,113.88 \text{ Kg. / cm}^2$ .

Calculo del momento de inercia de la trabe entre los ejes A y B:

Sección 1:  $I_1 = 0.0 \text{ cm}^4$ . Extremo discontinuo.

Sección 2:



$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{158,113.88} = 12.649$$

$$A_x = n A_s = 12.649 \times 12.97 = 164.057 \text{ cm}^2$$

$$A'_x = (n - 1) A'_s = (12.649 - 1.0) 5.94 = 69.195 \text{ cm}^2$$

Determinación de la profundidad del eje neutro:

$$\frac{35 \times c^2}{2} + 69.195(c - 3.8) = 164.057(63.3 - c)$$

$$17.5 c^2 + 69.19 c - 262.941 = 10,384.808 - 164.057 c$$

$$17.5 c^2 + 233.252 c - 10,647.749 = 0.0$$

$$c = \frac{-233.25 \pm \sqrt{233.25^2 - 4(17.5)(-10,647.749)}}{2(17.5)}$$

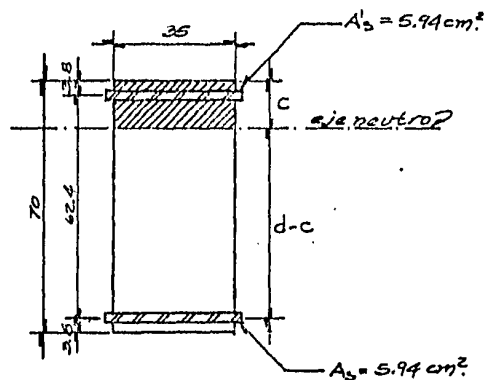
$$c_1 = 32.385 \text{ cm.}$$

$$c_2 = -13.673 \text{ cm.}$$

Por lo tanto el momento de inercia de la sección transformada agrietada es:

$$I_2 = \frac{35 \times 32.385^3}{3} + 35 \times 32.385^3 / 4 + 69.195(32.385 - 3.8)^2 + 164.057(63.3 - 32.385)^2 = 906,786.99 \text{ cm}^4 \text{ extremo cont.}$$

Sección 3:



La profundidad del eje neutro es:

$$c = 13.146 \text{ cm.}$$

El momento de la sección agrietada transformada es:

$$I_3 = 247,192.79 \text{ cm}^4.$$

Con los datos anteriores se puede determinar el momento de inercia definitivo - que tiene un valor de:

$$I = \frac{0.0 + 906,786.99 + 2(247,192.79)}{3} =$$

$$I = 467,057.52 \text{ cm}^4.$$

El momento de inercia del voladizo ubicado entre los ejes B y C es:

Sección 1:

$$I_1 = 0.0 \text{ cm}^4.$$

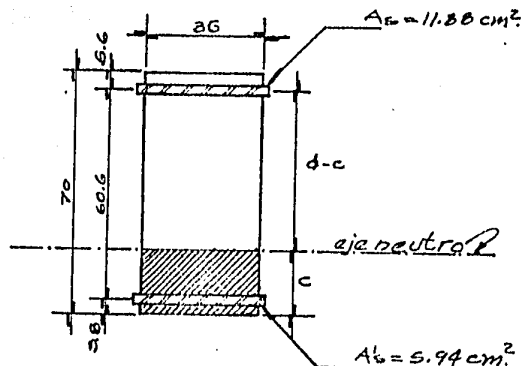
extremo discontinuo.

Sección 2:

$$I_2 = 906,786.99 \text{ cm}^4$$

extremo continuo.

Sección 3:



$$A_x = 12.649 \times 11.88 = 150.27 \text{ cm}^2.$$

$$A'_x = 12.649 \times 5.94 = 75.135 \text{ cm}^2.$$

Profundidad del eje neutro:

$$c = 18.27? \text{ cm.}$$

Momento de inercia de la sección transformada agrietada:

$$I_3 = 459,819.92 \text{ cm}^4. \quad \text{centro del voladizo.}$$

Y el momento de inercia definitivo es:

$$I = 603,808.94 \text{ cm}^4.$$

Sustituyendo los valores encontrados en las ecuaciones correspondientes, se determinarán las flechas tanto al centro de la viga como en el extremo del voladizo, con éstas últimas y con el factor las diferidas para lo cual se calcularán los valores de  $\Delta' / \Delta$ .



En la trabe los valores son:

$$A'_\Delta / A_\Delta = 0.0 \quad \text{extremo discontinuo.}$$

$$A'_\Delta / A_\Delta = 5.94 / 12.97 = 0.45798 \quad \text{extremo continuo.}$$

$$A'_\Delta / A_\Delta = 5.94 / 5.94 = 1.00 \quad \text{centro del claro.}$$

El valor de la relación que se usará es el siguiente:

$$A'_\Delta / A_\Delta = \frac{0.0 + 0.45798 + 2(1.0)}{3.0} = 0.8193267$$

Y el valor correspondiente a las deflexiones diferidas es:

$$(2 - 1.2(0.8193267)) = 1.016808 > 0.60$$

Y el factor del voladizo es:

$$1.016808 > 0.60$$

pues la relación tiene un valor de:

$$A'_\Delta / A_\Delta = 0.8193267$$

A continuación se determinan los valores de las flechas para la primera combinación de cargas.

$$t_{ab} = \frac{-97.7935 \times 10^9}{158,113.88 \times 467,057.52} = -1.3242489 \text{ cm.}$$

$$t_{a/b} = \frac{-59,5990 \times 10^9}{158,113.88 \times 467,057.52} = -0.8070466 \text{ cm.}$$

$$t_{bc} = \frac{-22.674266 \times 10^9}{158,113.88 \times 467,057.52} = -0.30703853 \text{ cm.}$$

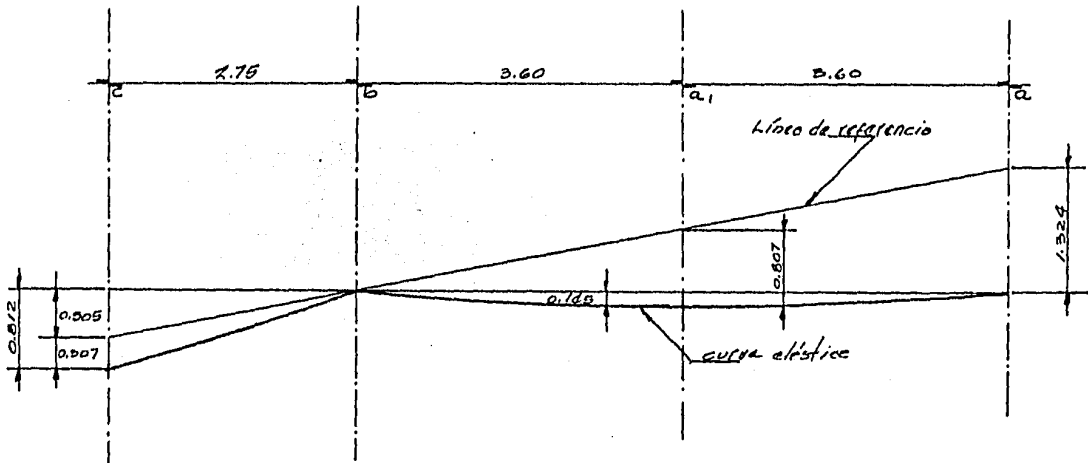
El valor de las deflexiones diferidas es el siguiente:

$$t_{ab} = -1.3242489 \times 1.016808 = -1.34 \text{ cm.}$$

$$t_{a/b} = -0.8070466 \times 1.016808 = -0.82 \text{ cm.}$$

$$t_{bc} = -0.30703853 \times 1.016808 = -0.31 \text{ cm.}$$

En el croquis que a continuación se muestra se determinan las deflexiones reales:



La metodología de cálculo que se uso para determinar las flechas para la primera combinación, sirvió para encontrar las correspondientes a las segunda y tercera combinaciones y en la tabla que a continuación se muestra, se pueden observar los resultados.

| Comb. | Deflexión inmediata: |           | Deflexión diferida: |           |
|-------|----------------------|-----------|---------------------|-----------|
|       | Trabe                | Voladizo  | Trabe               | Voladizo  |
| 1a.   | 0.145 cm.            | 0.810 cm. | 0.147 cm.           | 0.820 cm. |
| 2a.   | -1.500 cm.           | 0.730 cm. | -0.152 cm.          | 0.740 cm. |
| 3a.   | 0.145 cm.            | 1.750 cm. | -0.147 cm.          | 1.780 cm. |

El Reglamento establece que la flecha vertical permisible no deberá exceder de 0.5 cm. mas el claro entre 240, dichos valores son los siguientes:

$$\text{Trabe} = 0.5 + 720 / 240 = 3.50 \text{ cm.}$$

$$\text{Voladizo} = 0.5 + 275 / 240 = 1.64 \text{ cm.}$$

De la tabla se observa que las flechas en la trabe son menores a las permisi-

bles para las combinaciones primera y tercera y hacia arriba para la segunda -- pues en ésta predomina el momento negativo; sin embargo en el extremo del voladizo, las flechas para las combinaciones primera y segunda son menores a las -- permisibles y para la tercera exceden ligeramente la permisible; tal situación obliga a especificar en los planos una contraflecha mínima de 1.00 cm. en dicho voladizo.

Se calcularán las deflexiones de trabe tomando en consideración el Reglamento - A.C.I.-77, el cual establece que se determinarán por medio de fórmulas usuales y que toman en cuenta los efectos del aprietaamiento y del refuerzo en la rigidez del miembro.

Las deflexiones inmediatas se computarán tomando en consideración el módulo de elasticidad del concreto, cuyo valor en este caso es  $E_c = 15,000\sqrt{f'_c}$ , y el momento de inercia efectivo que establecen las siguientes formulas, pero no podrá ser mayor que el momento de inercia de la sección total  $I_g$ .

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right) I_{cr}$$

en donde:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

y como el concreto que se utilizará es de tipo normal:

$$f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

En las ecuaciones anteriores:

$M_a$  : Momento máximo en la sección.

$I_e$  : Momento de inercia efectivo.

$M_{cr}$  : Momento de aprietaamiento del concreto.

$I_g$  : Momento de inercia de la sección total del concreto.

$I_{cr}$  : Momento de inercia de la sección aprietada transformada.

$f_r$  : Módulo de ruptura del concreto.

$y_t$  : Distancia del eje centroidal de la sección total a la fibra extrema en tensión.

Para los claros continuos, el momento de inercia efectivo se puede tomar como - el promedio de los valores obtenidos para las secciones críticas del momento ne gativo y positivo.

Las deflexiones adicionales a largo plazo para miembros sujetos a flexión, se - obtendrán multiplicando la deflexión inmediata por el siguiente factor:

$$(2 - 1.2(A'_s / A_s)) \geq 0.6$$

Las flechas calculadas no excederán el límite de  $l / 240$ .

En lo que sigue también se usará el método de área momento y que se describió con anterioridad, y para ello se elaborará el diagrama de momentos flexionantes para las tres combinaciones de carga y se considerarán los valores nominales de las mismas, lo que equivale a tener un factor de carga  $U = 1.0$ .

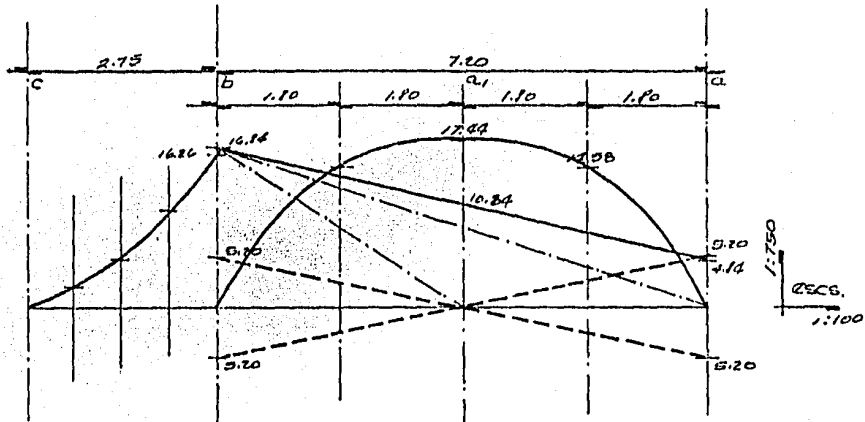


Diagrama de Momentos Flexionantes.

Para la primera condición:

$$t_{ab} = \frac{1}{EI} (-30.979584 \times 10^9)$$

$$t_{a/b} = \frac{1}{EI} (-39.504672 \times 10^9)$$

$$t_{bc} = \frac{1}{EI} (-20.596847 \times 10^9)$$

Para la segunda combinación:

$$t_{ab} = \frac{1}{EI} (1149.63098 \times 10^9)$$

$$t_{a/b} = \frac{1}{EI} (50.800608 \times 10^9)$$

Para la tercera condición:

$$t_{ab} = \frac{1}{EI} (-211.59014 \times 10^9)$$

$$t_{a/b} = \frac{1}{EI} (-129.80995 \times 10^9)$$

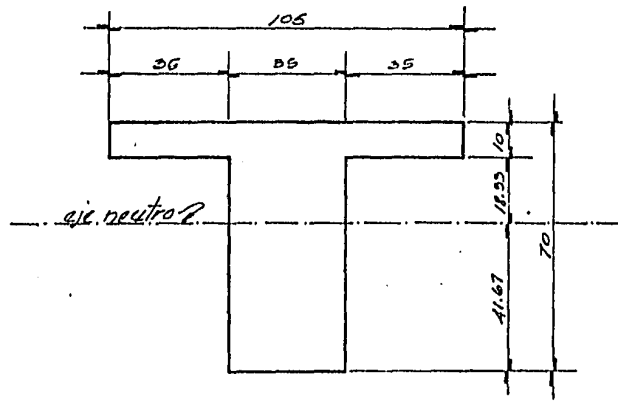
El módulo de elasticidad del concreto es igual a:

$$E_c = 15,000 \sqrt{250} = 237,170.82 \text{ Kg./cm}^2.$$

y su módulo de ruptura a:

$$f_r = 2 \sqrt{250} = 31.62 \text{ Kg./cm}^2.$$

A continuación se determina el momento de inercia de la sección de la trabe de concreto:



$$105 \times 10 = 1,050 \quad 35 \times 65 = 2,275 \quad y = 131,250 / 3,150 = 41.67 \text{ cm.}$$

$$60 \times 35 = 2,100 \quad 30 \times 35 = 1,050 \quad \frac{63,000}{131,250}$$

$$I_g = \frac{105 \times 10^3}{12} + 105 \times 10 (23.33)^2 + \frac{35 \times 60^3}{12} + 35 \times 60 \times$$

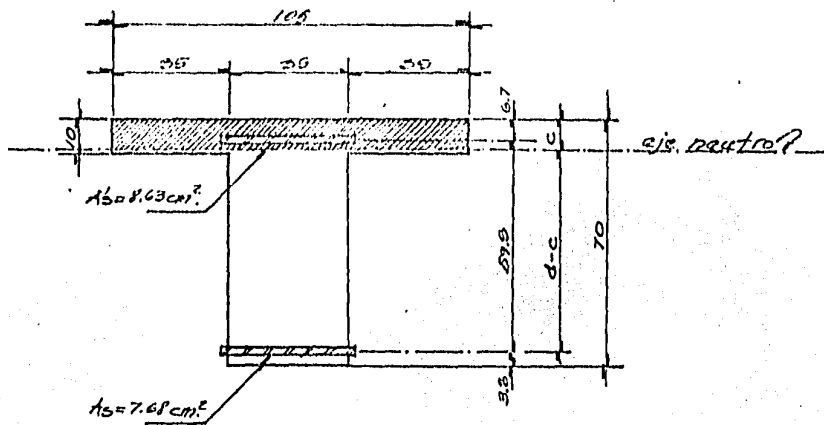
$$\times (11.67)^2 = 1,496,250.00 \text{ cm}^4.$$

Con el momento de inercia de la sección gruesa se determina el momento de agrietamiento:

$$M_{cr} = \frac{31.62 \times 1,496,250}{41.67} = 1,135,383.40 \text{ Kg.-cm.}$$

Ahora se calculará el momento de inercia de la sección agrietada transformada - tanto para momento positivo al centro como para momento negativo en los extremos.

Para momento positivo la sección y su armado son los siguientes:



$$M_a = 9.08 \times 10^5 \text{ Kg.-cm.}$$

$$n = 2 \times 10^6 / 237,170.82 = 8.4$$

$$A_x = n \times A_s = 8.4 \times 7.68 = 64.512 \text{ cm}^2.$$

$$A'_x = (n - 1) A'_s = 7.4 \times 8.63 = 63.862 \text{ cm}^2.$$

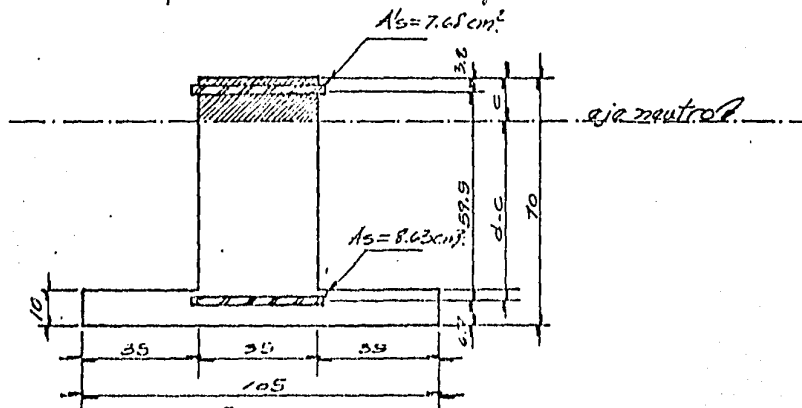
$$\frac{105 \times c^2}{2} + 63.862(c - 6.7) = 64.512(66.2 - c)$$

$$c = \frac{-128.374 \pm \sqrt{128.374^2 - 4(52.5)(-4,698.5698)}}{2 \times 52.5} = 8.316 \text{ cm.}$$

$$I_{cx} = \frac{105 \times 8.316^3}{3} + 105 \times 8.316^3 / 4 + 63.862 \times 1.616^2 +$$

$$+ 64.512 \times 57.884^2 = 251,542.82 \text{ cm}^4.$$

La sección y armado correspondientes a momento negativo son:



$$M_a = 16.84 \times 10^5 \text{ Kg.-cm.}$$

$$I_{cx} = 209,188.83 \text{ cm}^4.$$

Los momentos de inercia efectivos son respectivamente:

$$I_e = (1'135,383.40 / 9.08 \times 10^5)^3 \times 1'496,250.00 + (1 - (1'135,383.40 / 9.08 \times 10^5)^3) \times 251,542.82 = 2'685,076.00 \text{ cm}^4.$$

$$I_e = (1'135,383.40 / 16.84 \times 10^5)^3 \times 1'496,250.00 + (1 - (1'135,383.40 / 16.84 \times 10^5)^3) \times 209,188.83 = 603,646.63 \text{ cm}^4.$$

El valor del momento de inercia efectivo promedio es el siguiente:

$$I_{e(\text{prom.})} = \frac{2'685,076.00 + 603,646.63}{2} = 1'644,361.20 \text{ cm}^4.$$

Para el voladizo el momento de inercia efectivo es:

$$I_e = (1'135,383.40 / 16.26 \times 10^5)^3 \times 1'496,250.00 + (1 - (1'135,383.40 / 16.26 \times 10^5)^3) \times 209,188.83 = 647,381.58 \text{ cm}^4.$$

Sustituyendo los valores anteriores en las ecuaciones previamente determinadas:

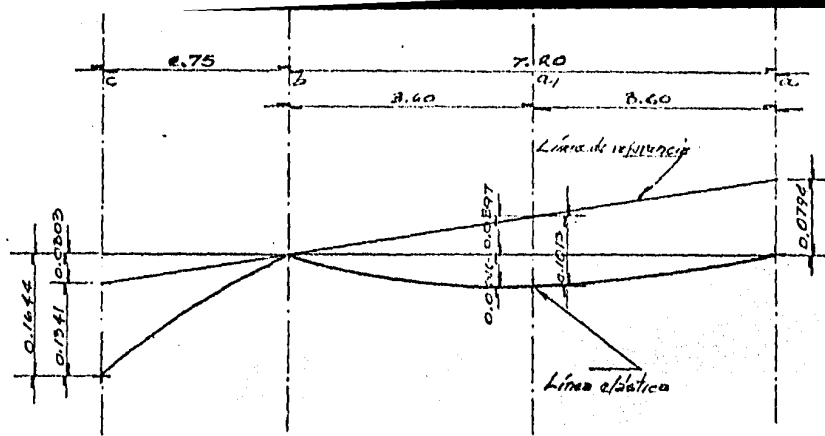
Primera combinación:

$$t_{ab} = \frac{-30.979584 \times 10^9}{237,170.82 \times 1'644,361.20} = -0.0794 \text{ cm.}$$

$$t_{a,b} = \frac{-39.504672 \times 10^9}{237,170.82 \times 1'644,361.20} = -0.1013 \text{ cm.}$$

$$t_{bc} = \frac{-20.596847 \times 10^9}{237,170.82 \times 647,381.58} = -0.1341 \text{ cm.}$$





A continuación se muestran las flechas debidas a las tres combinaciones, las debidas a la 2a. y 3a. combinaciones se determinaron con el mismo método usado para la 1a.

| Comb. | Deflexión Inmediata. |            | Deflexión Diferida. |            |
|-------|----------------------|------------|---------------------|------------|
|       | trabe:               | voladizo:  | trabe:              | voladizo:  |
| 1a.   | 0.0616 cm.           | 0.1644 cm. | 0.0487 cm.          | 0.1532 cm. |
| 2a.   | 1.0380 cm.           | 0.4720 cm. | 0.8216 cm.          | 0.4399 cm. |
| 3a.   | 0.1105 cm.           | 0.5081 cm. | 0.0874 cm.          | 0.4735 cm. |

La flecha permisible según el Reglamento A.C.I.-77 es igual al claro en cuestión dividido entre 240, ó sea:

$$\text{trabe} = 720 / 240 = 3.00 \text{ cm.}$$

$$\text{voladizo} = 275 / 240 = 1.14 \text{ cm.}$$

Se observa que las flechas para las tres combinaciones son menores a las permisibles.

## Apretamiento.

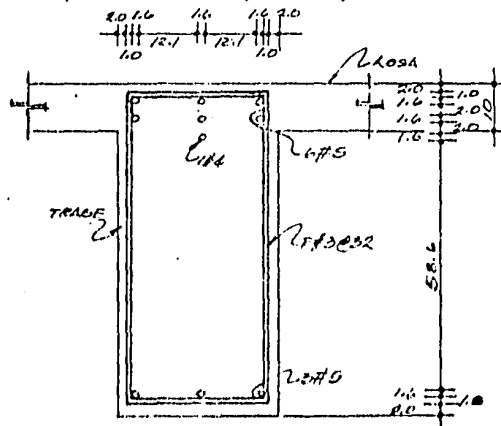
Ahora se calculará el apretamiento de la trabe que se diseñó previamente y que se localiza en el eje "2" y en el nivel N + 17.85, pero se usarán los criterios que establece el Reglamento del D.F., que al respecto dice:

Cuando en el diseño se use un esfuerzo de fluencia mayor de  $3,000 \text{ Kg./cm}^2$  para el refuerzo de tensión, las secciones de máximo momento positivo y negativo se diseñarán de modo que se cumpla que:

$$f_s \sqrt{d_c A} \leq 40,000 \text{ Kg./cm.}$$

en donde:

- $f_s$  : Esfuerzo en el acero bajo condiciones de servicio, puede estimarse con la expresión  $M / 0.9 d A_s$ , ó, si no se recurrió a la redistribución de los momentos elásticos, suponerse igual a  $0.6 f_y$ .
- $d_c$  : Recubrimiento de concreto medido desde la fibra extrema de tensión al centro de la barra mas próxima a ella, en cm.
- $A$  : Área de concreto a tensión, en  $\text{cm}^2$ , que rodea al refuerzo principal de tensión y cuyo centroide coincide con el de dicho refuerzo, dividido entre el número de barras (cuando el refuerzo principal conste de barras de varios diámetros, el número de barras equivalente se calculará dividiendo el área total de acero entre el área de la barra de mayor diámetro).
- $M$  : Es el momento flexionante en condiciones de servicio, esto es que el factor de carga es igual a 1.0.



Los momentos positivo y negativo máximos, producto de los análisis, son respectivamente:

$$M_{\max}^{(+)} = 9.93 \text{ Ton.-m.} = M_1 \quad (\text{c. vert. + c. sísmica})$$

$$M_{\max}^{(-)} = 24.81 \text{ Ton.-m.} = M_2 \quad (\text{c. vert. + c. sísmica})$$

Los esfuerzos que producen cada uno de ellos son:

$$f_{d1} = M_1 / 0.9 d A_d = 9.93 \times 10^5 / 0.9 \times 66.2 \times 5.94 = 2,805.84 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$f_{d2} = M_2 / 0.9 d A_d = 24.81 \times 10^5 / 0.9 \times 68.3 \times 13.15 = 3,069.29 \text{ Kg./cm}^2.$$

A continuación se calculan los recubrimientos:

$$d_{c1} = 2.0 + 1.0 + 1.6 / 2 = 3.8 \text{ cm.}$$

$$d_{c2} = 2.0 + 1.0 + 1.6 / 2 = 3.8 \text{ cm.}$$

Áreas de Concreto a Tensión.

El centroide del acero en el lecho inferior está localizado a 3.8 cm. del mismo y el área es igual a:

$$A_{c1} = 2 \times 3.8 \times 35 = 266.00 \text{ cm}^2.$$

El centroide del acero en el lecho inferior se determina dividiendo el momento estático de las varillas entre el área de las mismas:

$$d' = \frac{3 \times 1.98 \times 3.8 + 3 \times 1.98 \times 7.4 + 1.98 \times 11}{6 \times 1.98 + 1.27} = 6.7 \text{ cm.}$$

y el área respectiva es:

$$A_{c2} = 2 \times 6.7 \times 35 = 469.00 \text{ cm}^2.$$

El número de varillas es el siguiente:

$$\text{No. 1 vars.} = 3.0 \text{ pzas.}$$

$$\text{No. 2 vars.} = 13.15 / 1.98 = 6.64 \text{ pzas.}$$

El área de concreto para cada varilla es:

$$A_1 = A_{e1} / \text{No. 1 vars.} = 266.00 / 3 = 88.67 \text{ cm}^2.$$

$$A_2 = A_{e2} / \text{No. 2 vars.} = 469.00 / 6.64 = 70.63 \text{ cm}^2.$$

Sustituyendo valores en la ecuación principal para obtener su valor tanto en el lecho inferior como en el superior, se tiene que:

$$2,805.84 \sqrt[3]{3.8 \times 88.67} = 19,524.64 \text{ Kg. / cm.} < 40,000 \text{ Kg. / cm.}$$

$$3,069.29 \sqrt[3]{3.8 \times 70.63} = 19,798.34 \text{ Kg. / cm.} < 40,000 \text{ Kg. / cm.}$$

Con lo que se puede afirmar que las grietas que se presenten en el miembro, estarán dentro del rango permisible.

Ahora se revisará el aprietaamiento de la trabe del eje "2" y en el nivel N + 17.85, tomando en cuenta las especificaciones del A.C.I.-77 que al respecto dicen:

Las secciones de momentos máximos positivos y negativos deberán proporcionarse para que el valor siguiente:

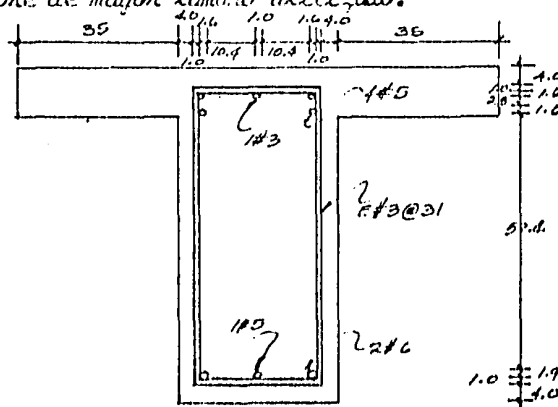
$$Z = f_d \sqrt[3]{d_c A}$$

no exceda de 31,000 Kg./cm. para elementos interiores y de 26,000 para elementos expuestos a la intemperie.

El esfuerzo calculado considerando el acero de refuerzo que se requiere para las cargas de servicio,  $f_d$  (Kg./cm<sup>2</sup>), deberá calcularse como el momento dividido entre el producto del área de acero por el brazo del momento interno. En lugar de tales cálculos,  $f_d$  se puede tomar como el 60% de la resistencia a la fluencia especificada  $f_y$ .

$d_c$  : espesor del recubrimiento del concreto, medido desde la fibra extrema en tensión al centro de la varilla ó alambre mas cercano a esa fibra, cm:

$A$  : área efectiva en tensión del concreto que rodea a las varillas del refuerzo en tensión por flexión y que tiene el mismo centroide que dicho refuerzo, dividida entre el número de varillas ó de alambres, cm<sup>2</sup>. Cuando el refuerzo por flexión consista de varillas diferentes ó alambres de diferentes tamaños, la cantidad de éstos debe calcularse como el área total del refuerzo dividida entre el área de la varilla ó del alambre de mayor tamaño utilizado.



Los momentos máximo positivo y negativo que se determinaron según el análisis - estructural y que se producen por las cargas de servicio, son respectivamente:

$$M_{\text{máx}}^{(+)} = 10.06 \text{ Ton.-m.} = M_1 \quad (\text{c. vert.} + \text{c. sísmica})$$

$$M_{\text{máx}}^{(-)} = 22.04 \text{ Ton.-m.} = M_2 \quad (\text{c. vert.} + \text{c. sísmica})$$

Los esfuerzos que dichos momentos producen son:

$$f_{\Delta 1} = M_1 / 0.9 d_{\Delta} : 10.06 \times 10^5 \times 0.765 / 0.9 \times 64.09 \times 7.68 = 1,737.26 \text{ Kg./cm}^2.$$

$$f_{\Delta 2} = M_2 / 0.9 d_{\Delta} = 22.04 \times 10^5 \times 0.765 / 0.9 \times 62.40 \times 8.63 = 3,478.84 \text{ Kg./cm}^2.$$

Los recubrimientos son:

$$d_{c1} = 4.0 + 1.0 + 1.9 / 2 = 5.95 \text{ cm.}$$

$$d_{c2} = 4.0 + 1.0 + 1.6 / 2 = 5.80 \text{ cm.}$$

Áreas de Concreto a Tensión.

El centroide del acero del lecho inferior es:

$$d_1 = \frac{2 \times 2.85 \times 5.95 + 1.0 \times 1.98 \times 5.8}{2 \times 2.85 + 1.98} = 5.91 \text{ cm.}$$

y el del lecho superior es:

$$d' = \frac{2 \times 1.98 \times 5.8 + 1.0 \times 0.71 \times 5.5 + 2 \times 1.98 \times 9.9}{4 \times 1.98 + 0.71} = 7.6 \text{ cm.}$$

Las áreas respectivas son:

$$A_{c1} = 2 \times 5.91 \times 35 = 413.70 \text{ cm}^2.$$

$$A_{c2} = 2 \times 7.60 \times 35 = 532.00 \text{ cm}^2.$$

Los números de varillas son:

$$No. _1 \text{ vars.} = 7.68 / 2.85 = 2.69 \text{ pzas.}$$

$$No. _2 \text{ vars.} = 8.63 / 1.98 = 4.36 \text{ pzas.}$$

El área de concreto por cada varilla es:

$$A_1 = A_{e1} / No. _1 \text{ vars.} = 413.70 / 2.69 = 153.79 \text{ cm}^2.$$

$$A_2 = A_{e2} / No. _2 \text{ vars.} = 532.00 / 4.36 = 122.02 \text{ cm}^2.$$

Los valores de las ecuaciones para los lechos superior e inferior son:

$$Z_1 = 1,737.26 \sqrt[3]{5.95 \times 153.79} = 16,866.04 \text{ Kg./cm.}$$

$$Z_2 = 3,478.84 \sqrt[3]{5.80 \times 122.02} = 31,001.83 \text{ Kg./cm.}$$

El primer valor es menor a 31,000 Kg./cm., que es el límite, y el segundo lo re basa ligeramente, por lo que se puede concluir que el agrietamiento que se presentará en las trabes estará dentro de los límites establecidos.

## Desplazamientos laterales.

A continuación se determinarán los desplazamientos laterales del marco del eje "2" utilizando la ecuación de G. Kani y los resultados de los análisis y de acuerdo a las especificaciones del Reglamento del D.F.-76.

Dichos lineamientos dicen que para las combinaciones que se establecen, no se permitirán desplazamientos horizontales mayores al valor que dá el cociente de la altura de entrepiso entre 250; y que el límite por desplazamientos horizontales será de 0.016 veces la diferencia de elevaciones, ésto es que:

$$h / 250 = 310 / 250 = 1.24 \text{ cm.}$$

$$0.016(h_{n1} - h_n) = 0.016(310) = 4.96 \text{ cm.}$$

A continuación se presenta una tabla que resume los desplazamientos horizontales producidos por las combinaciones de carga muerta más carga viva, cargas verticales más carga sísmica y por último las que producen los contantes sísmicos multiplicadas por el factor de ductilidad ( $Q = 4.0$ ), como se dijo anteriormente la ecuación que se utiliza es la siguiente:

$$d_n = \frac{m''_{in} h_n}{6 E_c K_{in}}$$

| Nivel: | c. verticales: | c. vert. c. sísmica: | contantes sísmicos: |
|--------|----------------|----------------------|---------------------|
| 1      | 0.078 cm.      | 3.22 cm.             | 3.14 cm.            |
| 2      | 0.162 cm.      | 4.32 cm.             | 4.16 cm.            |
| 3      | 0.167 cm.      | 3.94 cm.             | 3.77 cm.            |
| 4      | 0.167 cm.      | 3.24 cm.             | 3.07 cm.            |
| 5      | 0.166 cm.      | 2.35 cm.             | 2.18 cm.            |
| 6      | 0.165 cm.      | 1.33 cm.             | 1.17 cm.            |

La primera columna no rebasa el valor del primer límite que es el que corresponde a la combinación de carga muerta mas carga viva, la segunda columna no tiene desplazamientos mayores 4.96 cm. que es el límite para combinaciones con carga sísmica, la tercera y última columna dá los desplazamientos que producen los contantes sísmicos sin la combinación de otra carga.



## Comparaciones.

La aplicación de los criterios de diseño que especifican los Reglamentos D.F.-76 y A.C.I.-77 a la estructura en cuestión, hace que exista una diferencia en el armado de los miembros que la componen, no así en el volumen de concreto — pues se consideró que las dimensiones de dichos miembros eran iguales. En la tabla siguiente se observan las diferencias en peso de las losas, traveses, columnas y globalmente.

| Elemento:      | D.F.-76:   | A.C.I.-77:   | Dif. en %: |
|----------------|------------|--------------|------------|
| losas de c.p.: | 215.22 Kg. | 1,216.23 Kg. | 465.11     |
| traveses:      | 243.00 Kg. | 334.74 Kg.   | 37.75      |
| columnas:      | 138.47 Kg. | 273.16 Kg.   | 44.93      |
| totales:       | 646.69 Kg. | 1,824.13 Kg. | 182.07     |

Hay un aspecto importante que debe mencionarse y es el que la estructura se encuentra en el límite de los requisitos que establecen las normas tanto nacionales como extranjeras para la aplicación de sus especificaciones, pues los tableros grandes de la losa tienen una relación de claro corto a claro largo menor a la solicitada; pero su solución aclara que es lo que sucede precisamente en el límite y los resultados se observan tanto en el cuerpo de este trabajo como en la tabla anterior.

Las cargas que gravitan en la estructura son las mismas tanto para el análisis con el primer criterio como para el segundo así como las solicitaciones por sismo.

El análisis y el diseño de las losas difiere grandemente en la determinación de los elementos mecánicos por uno u otro método, el de los coeficientes es de menor dificultad en su aplicación que el de la estructura equivalente, en el cual existe incertidumbre en lo que al análisis por carga sísmica se refiere; el diseño de las traveses es similar y la única diferencia estriba en que los elementos mecánicos por el segundo método deben determinarse con los coeficientes de participación; el diseño de las columnas es similar en su metodología; la revisión de las deflexiones es igual y también el de los aprietamientos excepto por su límite; los desplazamientos solo se determinaron con el primero pues en el —

A.C.I.-77 no existe especificación al respecto pero quizás en el Reglamento y no en las Normas como lo es el manual es donde aparezca dicha limitación.

Pero como se dijo al principio la gran diferencia es la aplicación del marco equivalente a la solución de la estructura pues sin el uso de éste el tiempo de cálculo es de 45 días, mientras que haciendo uso de él el tiempo es de 90 días.

Otras diferencias son el módulo de elasticidad que para el segundo Reglamento es 1.5 veces mas grande que para el primero, lo que implica diferencia en las flechas; también difieren los porcentajes máximos de acero de refuerzo para flexión cuando los elementos que se diseñan sean solicitados por el sismo, pues para el primero es de 75% del porcentaje balanceado y para el segundo de 50%, lo que puede verse reflejado en las secciones de los miembros cuando se requieran áreas de acero grandes.

En general las normas del Reglamento A.C.I.-77 requieren de mayor tiempo de calculista pues sus especificaciones implican mayor trabajo y detalle.

## Conclusiones.

La facilidad en la aplicación de los requisitos que establecen las Normas Técnicas Complementarias para Concreto Reforzado del Reglamento de Construcciones — del D.F. hace que el profesional del medio dedicado a la disciplina de las estructuras prefiera su uso.

Dicho Reglamento es preferible por la sencillez en su aplicación, la claridad — de sus conceptos y su alto nivel técnico, avalado por quienes lo hicieron; no — debe olvidarse sin embargo el alto prestigio del Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado A.C.I.-77 y del cual el del D.F. retoma algunos temas, lo que hace más rico su contenido pero las cantidades de acero que exige — el primero son mayores y generan una estructura más cara.

La diferencia de criterios de ambos Reglamentos es relativa pues sus especificaciones son muy similares; ejemplo de ello son el diseño de las trabes y columnas, la determinación de las flechas a corto y largo plazo y los aprietamientos. Solo en la determinación de los momentos en las losas son diferentes y no hay comparación en los desplazamientos pues falta información en el A.C.I., situación que también se presenta en el análisis de los marcos por carga sísmica al utilizar el método de la estructura equivalente, deficiencia que quizás se cubra en la revisión que se hizo al mismo en el año de 1983.

La realización de proyectos estructurales requiere día a día rapidez en su elaboración, claridad y sencillez en los planos y detallado mínimo en su construcción con la finalidad de abaratar costos en las diferentes etapas sin que se descuiden los aspectos de seguridad y servicio.

Este trabajo se realizó sin la colaboración de la computadora y solo con la ayuda de una calculadora de bolsillo, el mismo requirió de intensa labor de investigación y grandes cantidades de operaciones; no establece nada nuevo pero sí — justifica y hace valioso el trabajo que los investigadores realizan al modernizar las Normas de Diseño y el Reglamento, pero lo más importante es la experiencia que brinda al autor y la experiencia que puede representar a los posibles — lectores.