Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

División de Ingeniería Civil, Topográfica y Geodésica

Modelo Simplificado para el Tránsito de Avenidas en Lagunas Costeras

T E S I S

Que para obtener el título de:

ingeniero civil

p r e s e n t a :

JOSE ROBERTO CAGIGAS VELASQUEZ

MEXICO, D. F. Octubre, 1985

"MODELO SIMPLIFICADO PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS EN LAGUNAS COSTERAS"

C O N T E N I D O

I. INTRODUCCION.

En la actualidad las lagunas costeras han llegado a representar un papel importante, ya que, cada día en torno a ellas se ubica población que busca una fuente de trabajo, ya sea por pesca de diferentes variedades con escama y camarón o bien por la navegación de cabotaje o por su atracción turística.

Varias lagunas costeras de los litorales mexicanos, se encuentran dañadas debido a actividades humanas o bien por el proceso de erosión costera natural, y esto ha llegado a representar el peligro de la extinción de especies marinas así como la suspensión de la navegación debido al cierre progresivo de los puntos de conexión al mar, además del deterioro desde el punto de vista turístico.

Muchos de los problemas en las lagunas costeras, tienen su origen en las cuencas de las corrientes que descargan a ella; ya que al modificarse las condiciones naturales del terreno y medio ambiente, propician por una parte, un arrastre de material a la laguna que puede provocar el azolvamiento de la misma o la extinción paulatina de las especies marinas debido a la contaminación del agua (ref.1 y ref.2).

Existen muchos criterios para el análisis hidrodinámico de lagunas costeras, todos ellos con el objetivo de determinar lo más fielmente el comportamiento hidráulico.

Esto último, permite la selección de las estructuras hidráulicas más adecuadas como escolleras, puentes, entre otras, que hacen las condiciones favorables para el asentamiento humano.

Para el análisis y estudio de la hidrodinámica de una laguna costera, se han propuesto diversos modelos matemáticos, entre ellos, los desarrollados por investigadores del Instituto de Ingeniería de la U.N.A.M. y el propuesto por los Maestros en Ingeniería José Luis Sánchez B. y Ernesto Vázquez (ref.3).

En estos modelos el flujo es representado por ecuaciones diferenciales en dos dimensiones que parten de las ecuaciones dinámica y de continuidad.

Los modelos calculan la propagación de la onda en dos dimensiones, apoyandose en la solución de las ecuaciones dinámica y de continuidad en términos de diferencias finitas, utilizando un esquema implícito de solución.

En el primer modelo, para el desarrollo de las expresiones en términos de diferencias finitas se utilizó un volumen de control cuya traza en el plano de la superficie del agua es un cuadrado y cuya profundidad esta dada por el promedio de las profundidades en la parte central de cada lado del cuadrado.

De esta manera los resultados para cada intervalo de tiempo se representan concentradas en el centro del elemento.

En el segundo modelo, el criterio de solución es el mismo en términos de diferencias finitas.

El desarrollo de las expresiones dinámica y de continuidad, se utilizó un volumen de control de traza en el plano de superficie del agua que está dado por un triangulo equilátero.

De lo anterior, de acuerdo con el tamaño de la laguna por analizar, la adquisición y manejo de la información a suministrar a cualquiera de los modelos descritos es complicado, aparte se requerirá de una interpretación de los resultados, lo que también podría significar dedicar mucho tiempo.

Dependiendo del grado de precisión del estudio requerido, el Ingeniero de Proyectos pretenderá usar en los casos de estudios preliminares o bien conclusiones extraordinarias, modelos que no impliquen un consumo excesivo de tiempo y que porporcionen el rango de resultados, lo cual hace atractivo el uso de modelos simplificados, los que a medida que sean fácilmente ejecutados (por ejemplo en calculadoras programables de escritorio), aumenta así su aplicación.

El presente estudio pretende mostrar dos criterios sencillos que permitirán la simulación de lagunas costeras, obteniendose resultados como: volúmenes, gastos, velocidades y profundidades, las cuales son indicadores muy importantes para un análisis preliminar del funcionamiento *hidráulico de estas lagunas.*

En el capítulo 2, se plantean, los problemas a resolver así como la discusión teórica del método matemático utilizado para resolver el problema.

En el capítulo 3, se desglosan los principios matemáticos que fundamentan a cada uno de los modelos y se describe además, una generalización para el tratamiento de un conjunto de lagunas.

En el capítulo 4, se resume un criterio para la aplicación del esquema propuesto , desde el manejo de información climatológica, topográfica y de marea hasta la recomendación de un criterio para la obtención del intervalo de tiempo óptimo de simulación, además de una calibración hecha al modelo respecto de uno más complicado.

Finalmente en el capítulo 5, se presentan las conclusiones y recomendaciones de esta tesis.

2. HIDROLOGIA Y MAREA.

Son muchos los factores que pueden influir en el funcionamiento hidráulico de una laguna costera, baste decir que la mayor parte de ellos estan comprendidos en el ciclo hidrológico (precipitación, evaporación, escurrimiento, etc.) aunque también como un factor, la marea altera algunos de los componentes del ciclo hidrológico, condicionando el funcionamiento hidráulico y la concentración de sales.

Debido al carácter simplificatorio de los modelos, la integración de todos los elementos lo harían tan complicado como otros modelos hidrodinámicos antes mencionados.

Son dos los conceptos que determinan en buena parte, la razón de un comportamiento hidráulico en una laguna costera, por una parte es el área de la cuenca aportadora y sus características topográficas, vegetación y precipitación, las que determinarán los gastos a conducir y descargar a través de corrientes naturales a la laguna; una segunda, la forma de la marea, ya que altera, mediante una condición hidráulica, los volúmenes manejados por la laguna.

En este capítulo se proporcionará un criterio para el manejo de información referente a los dos factores antes mencionados, así como la aplicación de los modelos paralelamente a su calibración con un modelo mas complicado.

2.1. Gasto de Entrada por avenida.

La determinación de la avenida extraordinaria, requiere de información hidrológica como son: precipitación y escurrimiento, o bien puede decirse que es información que contiene la variación del gasto con el tiempo en el sitio que se desee conocer la avenida, así como registros de la variación en el tiempo de las alturas de lluvia en la cuenca que drena hacía el punto de interés, esto es hidrogramas e hietogramas.

Cuando se posee esta información, la obtención de la avenida se convierte en la aplicación de algún método que fundamentalmente son de dos tipos:

1) Estadístico: proporciona el gasto pico de la avenida. El volumen

y forma de la avenida se obtiene mediante el producto de cada una de las ordenadas de la mayor avenida aforada por una constante igual a la relación entre el gasto de pico aforado y el obtenido estadísticamente.

2) Relación lluvia-escurrimiento: En este criterio, se deberá fijar un hidrograma modelo que podrá modificarse según las lluvias que puedan ocurrir; una variante de este (2) método es el llamado criterio empírico, en los que deberá ser el último recurso al que se deberá acudir en ausencia total de información hidrológica.

Existe abundante bibliografía para conocer los diferentes métodos y sus aplicaciones como el tipo estadístico: El Criterio de Gumbel; para el de Relación lluvia-escurrimiento: Método del hidrograma unitario, para el empírico: Método de las envolventes de Creager.

Obviamente, los principales elementos que influirán en la selección del tipo y del método mas apropiado, dependerá de la información disponible, las características de la obra y de la magnitud de los daños que podrían causarse en caso de que se presentara una avenida mayor que la de diseño.

La República Mexicana, posee una densidad baja de aparatos de medición, éstos estan colocados en las diferentes regiones hidrológicas del país, por lo que la ausencia total de información, no nos forzaría a usar el método de envolventes de Creager aunque su cálculo nos permitirá seleccionar de entre un grupo mayor de criterios, ya que por lo menos, se contaría con información pluviométrica y pluviográfica.

Dado el enfoque de este trabajo, la descripción de cada uno de los métodos antes mencionados, rebasa los alcances del estudio, por lo que se referirá a la explicación de un método sencillo para la obtención de la avenida extraordinaria.

El método requiere del conocimiento del área de la cuenca (Ac), la altura de precipitación (h_{ll}) y del tiempo en que ella se ha alcanzado

(t_d). El método también necesita de conocer el coeficiente de escurrimiento consignado por la experiencia, cuyo valor suele estar entre 0.25 y 0.05, siendo mayor entre más impermeable es el suelo y mas cubierto de vegetación es la zona. Un valor medio aproximado de 0.10 en la mayoría de los casos es acertado. A falta de información la forma del hidrograma puede suponerse triangular (fig. 2.1.). El tiempo que tarda en presentarse el gasto de pico (Qp) en caso de no poseer información de un hidrograma tipo o aforos, puede obtenerse de la aplicación de diversos criterios que dependen del tamaño de la cuenca.

Para cuencas alrededor de 250 Km^2 (cuencas pequeñas) y cuyo escurrimiento es sensible a lluvias de alta densidad y corta duración y donde predominan las características físicas del suelo; según el método de Chow (ref #4).

Kirpich propone

$$tc = 0.0003245 \left[\frac{L}{\sqrt{S}} \right]^{0.77} \qquad \ldots (4.1)$$

Donde:

L : Longitud del cauce principal (m).

S : Pendiente media del cauce

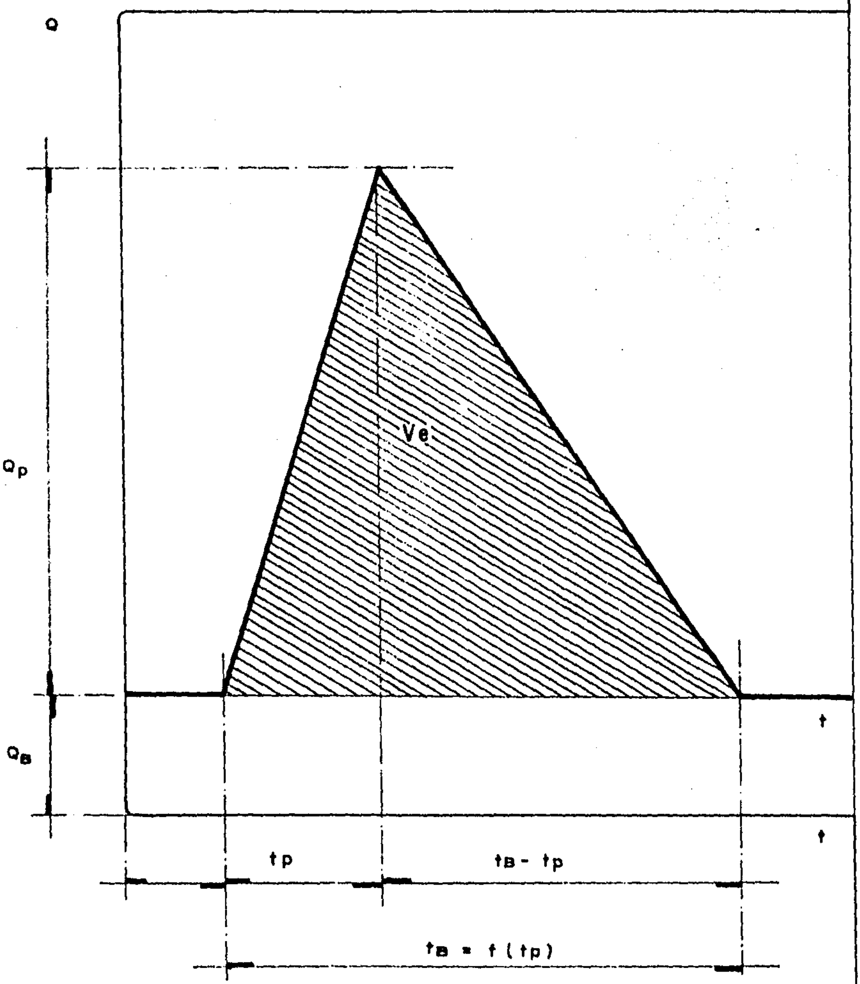
tc : Tiempo de concentración.

El tiempo de retraso (t_R) se define como el intervalo de tiempo medido del centro de masa de un bloque de intensidad de lluvia al pico resultante del hidrograma.

Para el caso de un hidrograma unitario instantaneo, este tiempo (t_R) es igual a 0.6 tc.

Es conveniente aclarar que el tiempo de retraso (t_R) definido, no es necesariamente igual al concepto de tiempo de concentración (tc); ya que para cuencas pequeñas y de configuración sencilla el tiempo de retraso puede considerarsele muy parecido al tiempo de concentración . En cuencas grandes el tiempo de retraso es menor que el tiempo de concentración.

FIG. 2.1
HIDROGRAMA



La expresión (4.1) ha sido utilizada satisfactoriamente en cuencas superiores al rango señalado de área y además en cuencas urbanas.
Al llamado tiempo pico (t_p) mostrado en figura (2.1) se considera como:

$$t_p = 0.5\ d + t_R \qquad \ldots \qquad (4.2)$$

d : *Duración efectiva de la tormenta en horas.*
t_R : *Tiempo de retraso en horas.*

Existen ríos, que durante todo el año conducen gasto; aquel que se presenta fuera de la temporada de lluvias es conocido como gasto base (Q_B), el que es prácticamente constante.

Para el cálculo del gasto pico (Q_p), el área bajo la curva de avenida sin considerar el gasto base (Q_B) según la figura (2.1) sería:

$$Q_p = \frac{2\ .\ V_e}{f\ .\ t_p(60)} \qquad \ldots \qquad (4.3)$$

Si el volumen en exceso.

$$V_e = C_e\ .\ h_p\ .\ A_c \qquad \ldots \qquad (4.4)$$

Donde:

V_e : *Volumen en exceso de la avenida, en m^3.*
t_p : *Tiempo de pico en minutos.*

Q_p : *Gasto de pico en m^3 por segundo.*
C_e : *Coeficiente de escurrimiento.*
h_p : *Altura de precipitación en m.*
A_c : *Area de la cuenca en m^2.*
f : *Factor que varía entre 2.00 y 4 ; el primer valor es más conservador y por tanto más aconsejable de usar en casos de duda.*

2.2 Marea.

La Ingeniería de estuarios esta muy relacionada con los efectos de sobreelevación y decaimiento del nivel del mar en el cierre de bocas de los estuarios, este proceso cíclico del nivel del mar, es casi independiente de las condiciones hidráulicas dentro del estuario, excepto, cuando la existencia de grandes descargas de agua dulce, provoque un incremento despreciable en el nivel del agua para unos cuantos kilómetros adentro del estuario.

Lo anterior es a lo que se llama marea y ésta es resultado de la atracción principalmente de la luna así como del sol y los planetas y demás disturbios meteorológicos locales. Aún debido al gran número de factores que afectan su comportamiento, los efectos de variación de la atracción gravitacional, pueden ser predichos con buena precisión.

La explicación al fenómeno de atracción, proviene de las leyes de gravedad y consiste en lo siguiente:

"La fuerza con que se atraen 2 cuerpos, es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.

Si se considera a la tierra y a la luna como dos cuerpos moviéndose alrededor de un centro común; estos cuerpos se han mantenido en órbita, por la fuerza de atracción, la cual es justamente igual a la centrífuga creada por su rotación; la tierra; sin embargo, es lo suficientemente grande para las fuerzas que varían apreciablemente a lo largo de su diámetro. En su centro las fuerzas estan igualadas y en los puntos alejados al centro, la fuerza de atracción excede a la centrífuga, de tal forma que existe allí, una fuerza resultante tendiente a mover el agua en dirección a la luna en el punto de la cara que la tierra muestra a la luna. Obviamente, en el lado opuesto, la fuerza de atracción es menor que la centrífuga.

Un recorrido de la órbita de la luna a la tierra, lo hace en 28 dias y el total de la órbita alrededor del sol en 365.2 dias. Las trayectorias tanto de la luna alrededor de la tierra y de ésta alrededor del sol, son sensiblemente elípticas, por tanto las fuerzas de atracción gravitacional pasan de un máximo a un mínimo durante cada órbita; puede decirse también, que el plano orbital de revolución de la luna alrededor de la tierra, esta inclinado respecto al eje de la tierra, por tanto la fuerza gravitacional productora de marea en un punto dado de la tierra, varía en forma compleja pero de alguna manera predecible.

La magnitud de las fuerzas gravitacionales, dependerá del acomodo, principalmente del sol la luna y la tierra. Los más grandes componentes de la fuerza, son debidos a la luna, y tiene un periódo de aproximadamente 12 horas 25 min. alcanzando un máximo cada 28 dias cuando esta cercana la tierra o a un perigéo. Cuando la luna esta en apogéo, o sea distante a la tierra, la fuerza lunar de marea, esta a sólo 2/3 de su máximo valor.

La fuerza total hecha por la combinación del sol y de la luna, es grande cuando actúan conjuntamente, esto es cuando estan alineados con la tierra; esto ocurre dos veces al mes.

Cuando el sol y la luna estan en cuadratura con la tierra, los efectos dan una sobreelevación más pequeña que la promedio de marea baja, la cual también ocurre 2 veces al mes.

La sobreelevación y decaimiento del nivel del agua en los oceános, es propagado con una onda de marea baja; baja porque su longitud es larga comparada con la profundidad del agua, además de que tiene una amplitud pequeña, usualmente del orden de un metro; estas características, hacen que la onda de marea este acompañada por un movimiento inmenso de agua.

El comportamiento oscilatorio de estas masas, esta condicionado por la profundidad y forma del fondo del océano y por el hecho de que el movimiento toma lugar en una rotación esférica.

En observatorios de mareas y puertos, los efectos locales hacen *que la forma del fondo somero del océano cercano a la costa, determine el comportamiento de la marea; así pues, no será posible calcular estos efectos, desde las fuerzas generadoras de marea.*

La fuerza generadora de marea, puede ser expresada como una serie de componentes armónicos.

Los periódos y amplitudes de algunos de los componentes principales, estan dados en la tabla (2.1), estos componentes, según D.M. Mc Dow Wel, (ref. 5) justifican cerca del 83% de el total de la fuerza generadora de marea.

Para el cálculo de marea, en lugar de la información local, puede ser analizada en componentes teniendo periódos semejantes a las mediciones locales. La estimación de las amplitudes de sus componentes y de sus fases parecidas, permitirá hacer la predicción de la marea.

La importancia de los componentes semi-diurno y diurno, en muchas localidades pueden ser estimadas desde la relación de la mayor constituyente armónica local.

$$F = \frac{k_1 + O_1}{M_2 + S_2} \quad \ldots \quad (2.1)$$

La influencia semi-diurna se incremeta como la relación (F) decrece, y son dominantes cuando son menores que la unidad.

En la fuerza generadora de oleaje, junto con los efectos de agua somera, estos cuatro componentes suman, en total el 70% de la fuerza, y la relación (F = 0.68), la cual muestra que la fuerza generadora de oleaje tiene un dominio semi-diurno variado con un efecto diurno significante.

La hidrodinámica de estuarios nos presenta que la marea en su proceso cíclico de ascenso y descenso de la superficie del agua, motiva que en la entrada del estuario se gesten gradientes superficiales, lo cual resulta en la propagación de una onda gravitatoria

T A B L A 2.1

Nombre del Componente	Símbolo	Periódo (horas Solar)	Amplitud Relación (M_2=100)	
Principal Lunar.	M_2	12.42	100.0	Semi-Diurnal.
Principal Solar	S_2	12.00	46.6	Semi-Diurnal.
Lunar Elíptica Mayor	N_2	12.66	19.2	Semi-Diurnal.
Luni-Solar Semi-Diurnal	K_2	11.97	12.7	Semi-Diurnal.
Luni-Solar Diurnal	K_1	23.93	58.4	Diurnal
Principal Lunar-Diurnal	O_1	25.82	41.5	Diurnal
Principal Solar-Diurnal	P_1	24.07	19.4	Diurnal

dentro del estuario.

La proporción de la propagación, depende primeramente de la profundidad del agua, en consecuencia, del rango de la marea y de su tamaño, esto es usual para ondas que se mueven con una velocidad distinta a la que el fluido se mueve.

Las mareas típicas se mueven a velocidades superiores a 5 m/s, ya que la onda de marea viaja a una celeridad (C_0) relativa al agua.

La celeridad es cercana a 10 m/s cuando la profundidad es de 10m.

Obviamente, la marea viajará mas lentamente como el tirante de agua decrezca, y consecuentemente la forma de la onda se distorsionará conforme viaje al interior del estuario.

2.2.1 Estabilidad de lagunas costeras.

Las relaciones de arrastre de litoral, oleaje, corrientes oceánicas, el prisma de marea, el flujo de agua dulce, el suministro de sedimentos por arrastre de ríos, y las dimensiones y configuración de la o las entradas a estuarios, son algunas de las variables que intervienen en la estabilidad de las lagunas costeras o estuarios; tales variables producen cambios a través del tiempo en la configuración y dimensiones de las lagunas. Estas variables son capaces de provocar cierres o aperturas temporales o definitivas de las bocas que comunican al mar.

A la fecha existen pocos criterios que permite tener una idea respecto a la estabilidad, puede mencionarse la de O'Brien (1931), quien observó que existía una relación simple entre el volumen del prisma de marea y el área de la descarga; ésta última estimada hasta el nivel medio del mar.

Se llama prisma de marea al producto del área de la superficie libre de la laguna por la amplitud total de la marea, es decir el desnivel entre la pleamar y la bajamar (ver figs. 2.6 y 2.7).

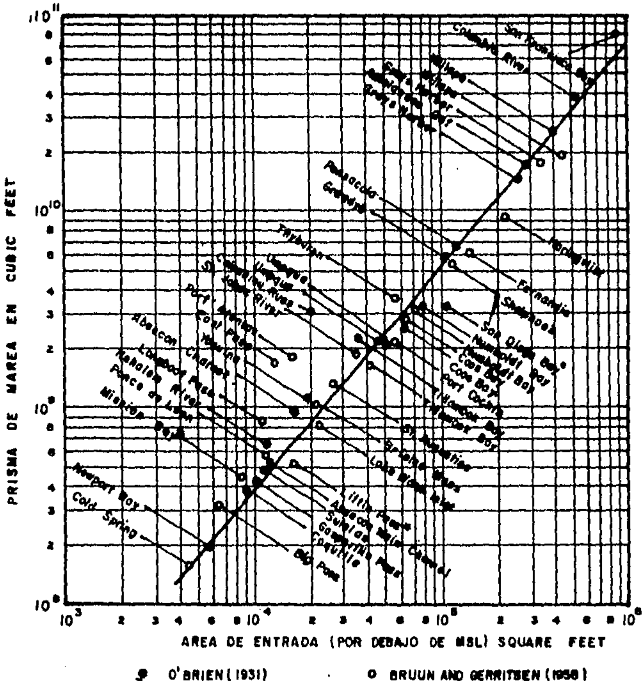
El trazo de la gráfica de la figura 2.6 de referencia 7, fué obtenida por O'Brien (1931) trás la medición de bahías como las siguientes: San Francisco Bay, Pensacola, Fernandia, — Mission Bay, Little Pass, entre otras. Posteriormente en 1958, Bruun, Gerritsen y Morgan obtuvieron lecturas que de hecho presentan discrepancias con las de O'Brien, debido principalmente a operaciones de dragado en algunas de las bahías.

El criterio consiste en la obtención del volumen del prisma de marea (fig. 2.7) y el área de entrada y ubicar el punto en la gráfica obtenida por O'Brien, si tal punto se encuentra por arriba de la recta, la laguna puede ser estable.

Una forma adicional para comprobar la estabilidad de cierta laguna, es determinando la velocidad media (Vavg) y máxima (Vmax) en la entrada, como se muestra en figura 2.7, y comparar los

FIG. 2.6

RELACIONES ENTRE EL PRISMA DE MAREA Y EL AREA DE ENTRADA DE BAHIAS



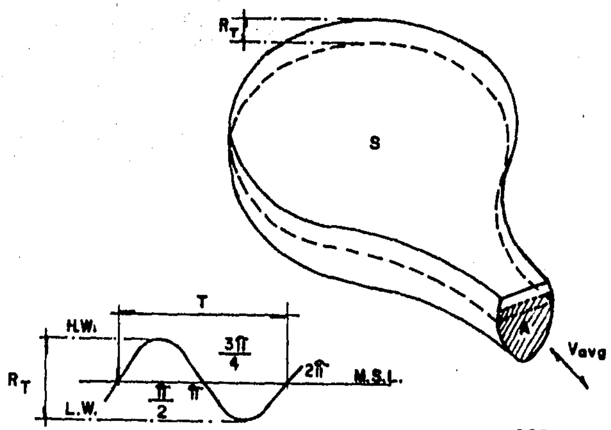
O'BRIEN (1931)   O BRUUN AND GERRITSEN (1958)

Tidal prism for estuaries with diurnal tides based upon mean tide range

* Entrances dredged

FIG. 2.7

IDEALIZACION DEL FLUJO DE MAREA EN UNA BAHIA



$$V_{avg} = \frac{2SR_T}{TA}$$

$$V_{max} = \frac{\pi}{2} V_{avg}$$

registros de aforo de la laguna, o bien los obtenidos de alguna simulación con las velocidades mencionadas, de ésto podrá detectarse las características de estabilidad del estuario.

Los resultados de los criterios expuestos, deben ser tomados con ciertas reservas, ya que para el caso de la gráfica de figura 2.6, el nivel medio de marea para el cual se calculó la gráfica, varía con el tiempo.

Respecto al criterio de comparación de velocidades, las velocidades índices son el resultado de una idealización del fenómeno.

Siempre será recomendable realizar un análisis previo a cualquier estudio complejo de la situación de estabilidad del estuario, a fin de contemplar dentro del proyecto, las soluciones que eviten alguna situación indeseable en la laguna.

2.3. Predicción de marea.

A la vista de cualquier registro de evolución de niveles en el mar como el mostrado en fig. 2.2 puede observarse la gran irregularidad y el carácter aleatorio del comportamiento de la superficie marina y lo poco manejable de esta información.

Lo anterior conduce a la búsqueda de una representación matemática del fenómeno, la cual simule, según el grado de precisión requerido, lo más fielmente el fenómeno.

El análisis de Fourier, principalmente enfocado a series, en los que el tiempo juega un papel importante, representa una opción para el manejo de valores ordenados cronológicamente. El criterio consiste en la obtención de una serie de funciones del tipo senoidal, las que, sumadas, nos permitirán obtener con cierto criterio de precisión la curva del perfil de superficie marina (fig. 2.3).

Como puede observarse, el objetivo del criterio, deberá ser la obtención de los valores de a_i, w_i, y $\emptyset_i$.

No se pretende que el presente estudio, sea un tratado a fin de poder explicar el procedimiento de obtención de los valores antes mencionados; por lo que a continuación mediante razonamientos sencillos, se pretende dar el conocimiento de las variables, por lo que los lectores interesados en el tema, podrán ahondar sobre él en abundante bibliografía.

Si se selecciona el número de puntos (N) que se desean analizar, y además se elige un cierto intervalo de tiempo (Δt) de análisis, a fin de poder aplicar la "Transformada Discreta de Fourier", así como también un cierto nivel de referencia, de tal manera que divida al registro de información por la parte media.

Aplicando la transformada de Fourier:

FIGURA 2.2

REGISTRO DE OLEAJE Y SU DES-
COMPOSICION EN COMPONENTES

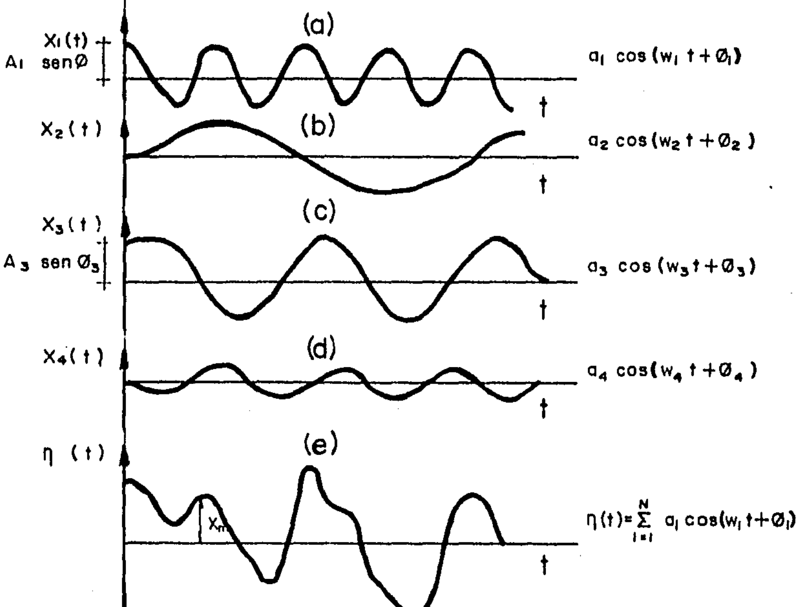
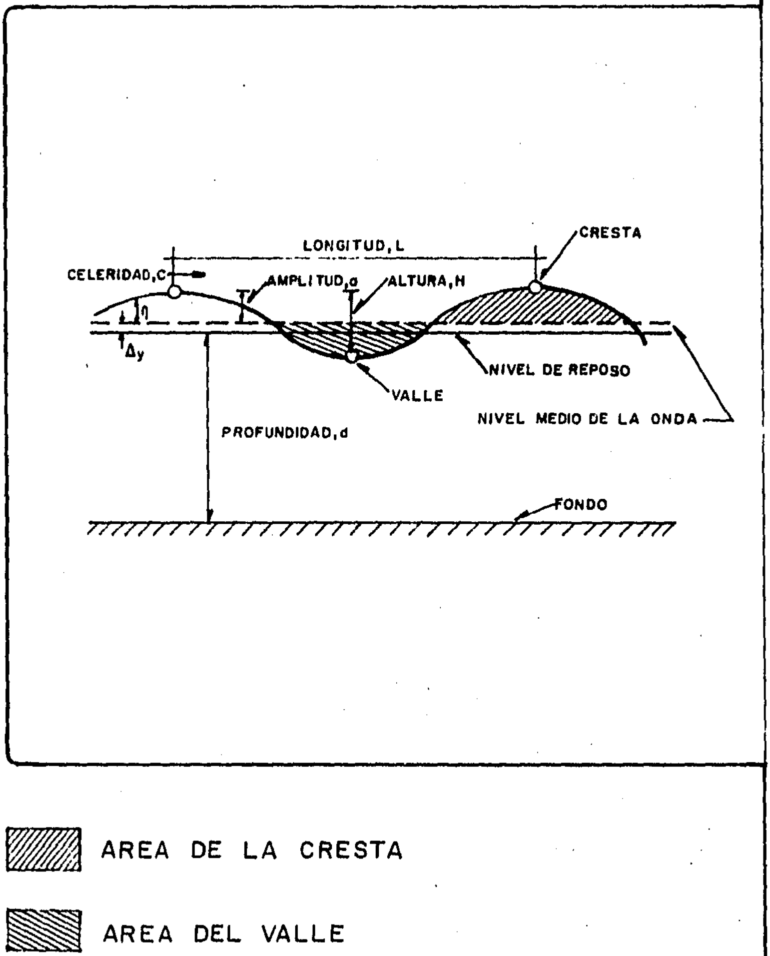


FIGURA 2.3

ILUSTRACION DE LOS TERMINOS QUE INTERVIENEN EN UNA ONDA



$$X_n(f_n) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{-j2\pi mn/N} \quad . . . \quad (2.3.1)$$

Si $n = 0, 1, 2, \ldots N-1$

$j = \sqrt{-1}$

Si se propone que:

$$W^{mn} = e^{-j2\pi mn/N} = \cos(2\pi mn/N) - j\ \mathrm{sen}(2\pi mn/N) \quad . . . \quad (2.3.2)$$

De tal manera, que aplicando la expresión (2.3.1.), conocidos los valores $y1$, $y2$, $y3$,... yn

Para $n = 0$

$$X_0(f_0) = \frac{1}{4}\ X_0 W^{0(0)} + X_1 W^{1(0)} + X_2 W^{2(0)} + \ldots + X_{N-1} W^{N-1(0)}$$

$n = 1$

$$X_1(f_1) = \frac{1}{4}\ X_0 W^{0(1)} + X_1 W^{1(1)} + X_2 W^{2(1)} + \ldots + X_{N-1} W^{N-1(1)}$$

$\vdots$

$n = N-1$

$$X_{N-1}(f_{N-1}) = \frac{1}{4}\ X_0 W^{0(n)} + X_1 W^{1(n)} + X_2 W^{2(n)} + \ldots + X_n W^{nn}$$

El valor de la expresión (2.3.2), o sea, W^{mn}, es posible de obtener si para cada caso:

Para $mn = 0$, $W^0 = \cos(0) - j\ \mathrm{sen}(0) = 1 - 0j$
Para $mn = 1$, $W^1 = \cos(\pi/2) - j\ \mathrm{sen}(\pi/2) = 0 - j$
Para $mn = 2$, $W^2 = \cos(\pi) - j\ \mathrm{sen}(\pi) = -1 - 0j$

Y así hasta terminar con todos los puntos; por tanto, sustituyendo los valores de W^{mn}, la transformada de Fourier para los tres valores analizados serían expresadas en la forma siguiente:

$$X_0(f_0) = \frac{1}{4}((x_0 + x_1 + x_2 + x_3) - 0j)$$

$$X_1(f_1) = \frac{1}{4}((x_0 - x_2) + j\,(x_3 - x_1))$$

$$X_2(f_2) = \frac{1}{4}((x_0 - x_1 + x_2 - x_3) + 0j)$$

Si se pretende ahora, obtener la "Densidad de Energía Espectral", a la que comunmente en estadística denominan $Sx_n(f_n)$, tal parámetro estará en términos del conjugado de cada $X_n(f_n)$, a la cual hemos de llamar $\bar{X}_n(f_n)$ a fin de notar la diferencia respecto a la variable original.

La "Densidad de Potencia Espectral" de Xm o bien la "Densidad de Energía" podrá obtenerse si se hace lo siguiente:

$$Sx_n(f_n) = \frac{X_n(f_n)\ \ \bar{X}_n\ (f_n)}{\Delta f} = \frac{|\ X_n\ (f_n)\ |^2}{\Delta f} \quad . . . (2.3.3)$$

En donde:

$Sx_n\ (f_n)$: *densidad de potencia espectral.*

$|\ X_n(f_n)|^2$: *módulo de $X_n(f_n)$ al cuadrado.*

Δf : *intervalo de frecuencia e igual a:*

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t} \quad . . . \ (2.3.4)$$

A fin de obtener el espectro de la información, o bien, también llamada variación de la "Densidad de Potencia Espectral" con respecto a la frecuencia que corresponde a un cierto punto (m), en donde la frecuencia "f_n" puede obtenerse si:

$$f_n = \frac{n}{N\Delta t} \quad . . . \ (2.3.5)$$

Para $n = 0, 1, \ldots\ldots\ldots, (N-1)$

Si se grafican los valores de $Sx_n(f_n)$ contra (f_n), podrá obtenerse una representación semejante a la figura 2.4 en donde puede observarse además que se obtienen dos espectros a cada lado del eje vertical, ambos espectros son simétricos y puede decirse que:

$$Sx_n(f_n) = Sx_n(-f_n) \quad \ldots \quad (2.3.6)$$

De acuerdo con lo anterior, el espectro solo convendrá calcularlo entre los valores (0) y f_0 del eje horizontal, en donde (f_0) vale:

$$f_0 = \frac{1}{2\Delta t} \quad \ldots \quad (2.3.7)$$

Si se aplica la siguiente ecuación para cada pareja de valores $Sx_n(f_n)$ y (f_n) donde:

$$\emptyset x_n(f_n) = 2\ Sx_n(f_n) \quad \ldots \quad (2.3.8)$$

La curva obtenida así se le denomina "Espectro de un solo lado" ver figura 2.5 .

Si para toda $f>0$, se obtiene el área bajo la curva, o bien el momento de orden cero (m_0), así como también los momentos de orden dos y cuatro, se tiene lo siguiente:

$$m_0 = \sum_{n=0}^{N/2} \emptyset\ x_n(f_n) \quad \Delta f \quad \ldots \quad (2.3.9)$$

$$m_2 = \sum_{n=0}^{N/2} (f_n)^2 \cdot \emptyset\ x_n(f_n) \,.\, \Delta f \quad \ldots \quad (2.3.10)$$

$$m_4 = \sum_{n=0}^{N/2} (f_n)^4 \cdot \emptyset\ x_n(f_n) \,.\, \Delta f \quad \ldots \quad (2.3.11)$$

Estos últimos valores, permiten identificar si la función de densidad de probabilidad del registro se asemeja a una función del tipo "Rayleigh" o bien una "normal".

FIGURA 2.4

ESPECTRO DEL REGISTRO DE OLEAJE

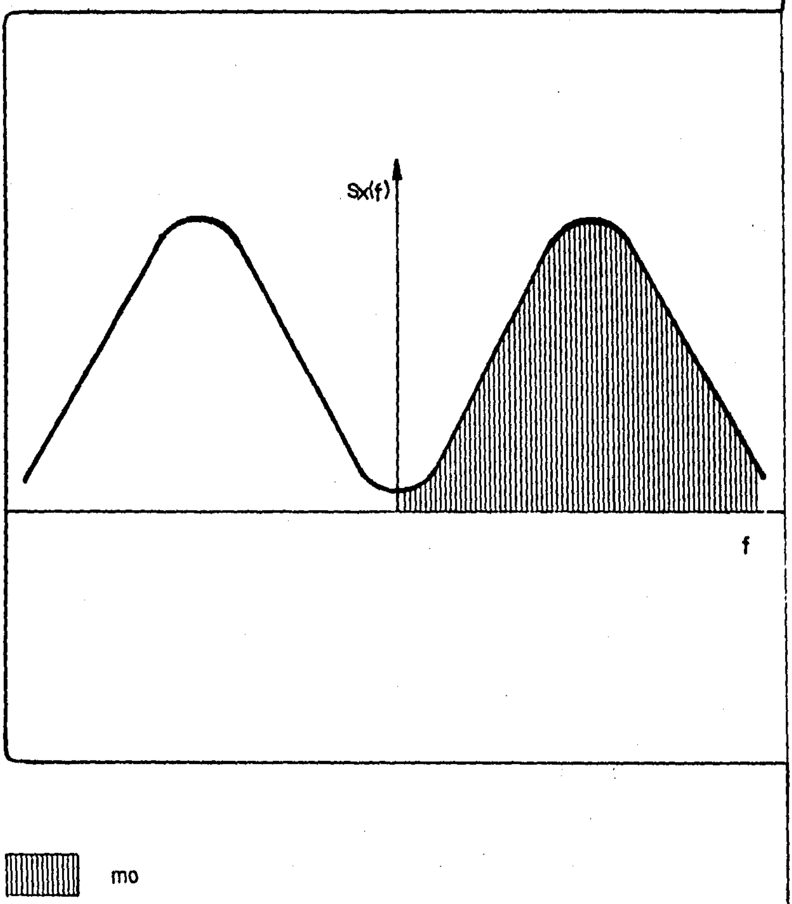
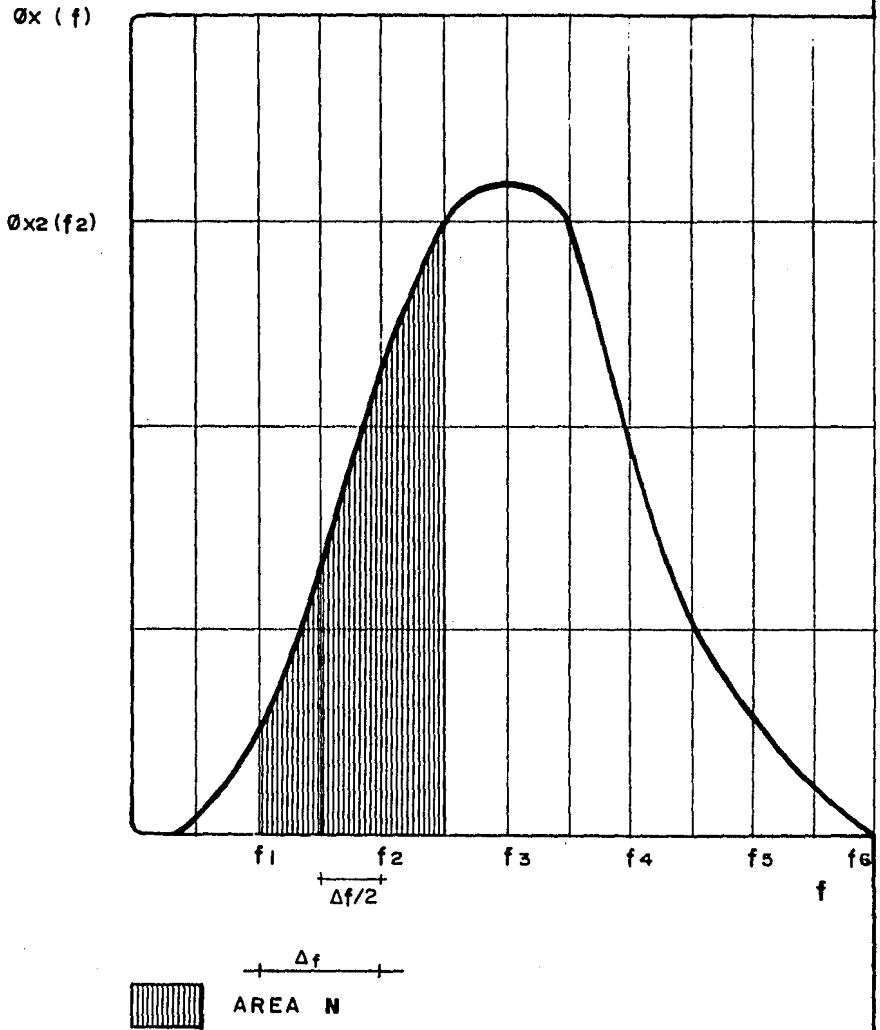


FIGURA 2.5

ESPECTRO DE UN SOLO LADO



La identificación se logra mediante la obtención del ancho de banda del espectro, la cual se obtiene de la forma siguiente:

$$\mathcal{E} = \left[1 - \frac{(m_2)^2}{(m_0)\ (m_4)} \right]^{1/2} \quad . . . \quad (2.3.12)$$

Si ($\mathcal{E}$) variase entre 0 y 0.8, la función de densidad de probabilidad asemeja al tipo "Rayleigh", y si tal valor varía entre 0.8 y 1.0, en tal caso la función asemejará a una del tipo"normal".

Otra de las características obtenidas a traves del valor de ($\mathcal{E}$), es la de determinar si el espectro es de banda angosta o ancha; el primer caso sucede cuando ($\mathcal{E} = 0$), y la forma del espectro es picudo.

Si se divide la fig. 2.5 en intervalos (df) y el área correspondiente a cada uno de ellos se dice que es igual a:

$$\phi x_n(f_n)\ df = \frac{\partial_n^{\ 2}}{2} \quad . . . \quad (2.3.13)$$

En donde (∂_n) es a lo que llamamos amplitud de la onda y corresponde además al área (n). Generalizando puede obtenerse:

$$\phi X(f) = 1/2 \sum_{n=0}^{\infty} (\partial_n)^2 \quad . . . \quad (2.3.14)$$

De esta forma, la representación de la función η (t) por componentes sería:

$$i = |X_n(f_n)| \quad . . . \quad (2.3.15)$$

$$Wi = 2\pi f_n \quad . . . \quad (2.3.16)$$

$$\phi_i = \text{ang tan} \left(\frac{\text{Parte imaginaria de } X_n\ (f_n)}{\text{Parte real de } X_n\ (f_n)} \right) \quad . . . \quad (2.3.17)$$

Los valores calculados se sustituyen en la ecuación de la *figura 2.2 , la cual representará el perfil del oleaje* $\eta(t)$ *por sus componentes.*

Hemos encontrado intrascendente para los objetivos del estudio, la aplicación numérica del procedimiento aquí descrito, por lo que en capítulos posteriores, se dará por hecho que la función $\eta(t)$ *ha sido obtenida bajo tales condiciones.*

3. Descripción del problema por resolver.

Muchas de las lagunas costeras de la República Mexicana, sus aportaciones de volúmenes de agua son debidas a los siguientes motivos:

a) Ríos con escurrimientos perennes y arroyos con escurrimientos temporales.
b) Descargas de alcantarillas de riego o aguas negras industriales o municipales.
c) Aportaciones debidas a la marea.
d) Lluvia en el área ocupada por la laguna.

Por otra parte, puede considerarse como extracciones:

e) La descarga al mar debida a la marea.
f) Evaporación.
g) Demandas para uso industrial.

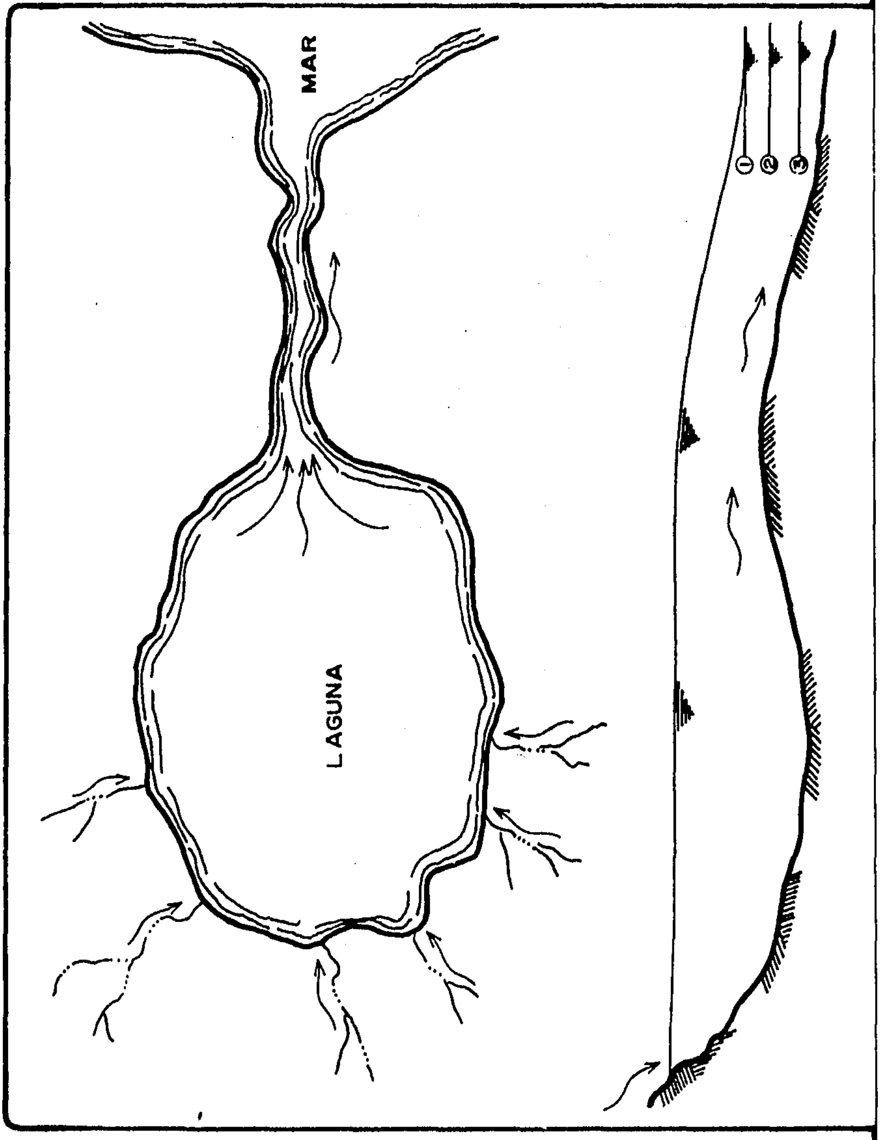
Dado que los índices más importantes de acuerdo con su magnitud para el caso de aportaciones , son los correspondientes a los incisos (a) y (b), y para las extracciones, el inciso (e), esto permite que los dos primeros sean reunidos en un hidrograma de avenida y el último como una relación del tirante contra tiempo.

De acuerdo con lo anterior, puede clasificarse 2 tipos de lagunas en términos del grado en que sea afectado el volumen almacenado en la laguna por la evolución de la marea a traves del tiempo.

Tipo 1.
La comunicación de la laguna con el mar por medio de un cauce lo suficientemente largo a fin de que se establezca un flujo uniforme en el canal de descarga (figura 3.1) así como una topografía tal que la evolución de niveles del agua en el mar no afecte los volúmenes almacenados en la laguna, proporcionando una descarga libre (tirante crítico para la sección y gasto correspondiente).

Obviamente los volúmenes aportados a la laguna serán de las clases mencionadas en los incisos (a) y (b) y las extracciones debido a causas señaladas en inciso (e).

FIGURA 3.1



① NMAM NIVEL MAXIMO DEL MAR (PLEAMAR)

② NMM NIVEL MEDIO DEL MAR

③ NMIM NIVEL MINIMO DEL MAR (BAJAMAR)

Tipo 2.

Existen una o más bocas que comunican el cuerpo de agua de la laguna y el mar (fig 3.2) de tal manera que su sección transversal, material que le forman y longitud de recorrido, favorecen que la evolución de niveles y volúmenes almacenados en la laguna dependan grandemente de los volúmenes de entrada por corriente y además de la evolución de la marea con el tiempo.

Consecuentemente los volúmenes aportados a la laguna en un instante dado, podrían ser solamente los otorgados por el mar, o bien de existir corrientes de descarga, los de entrada debido a una avenida.

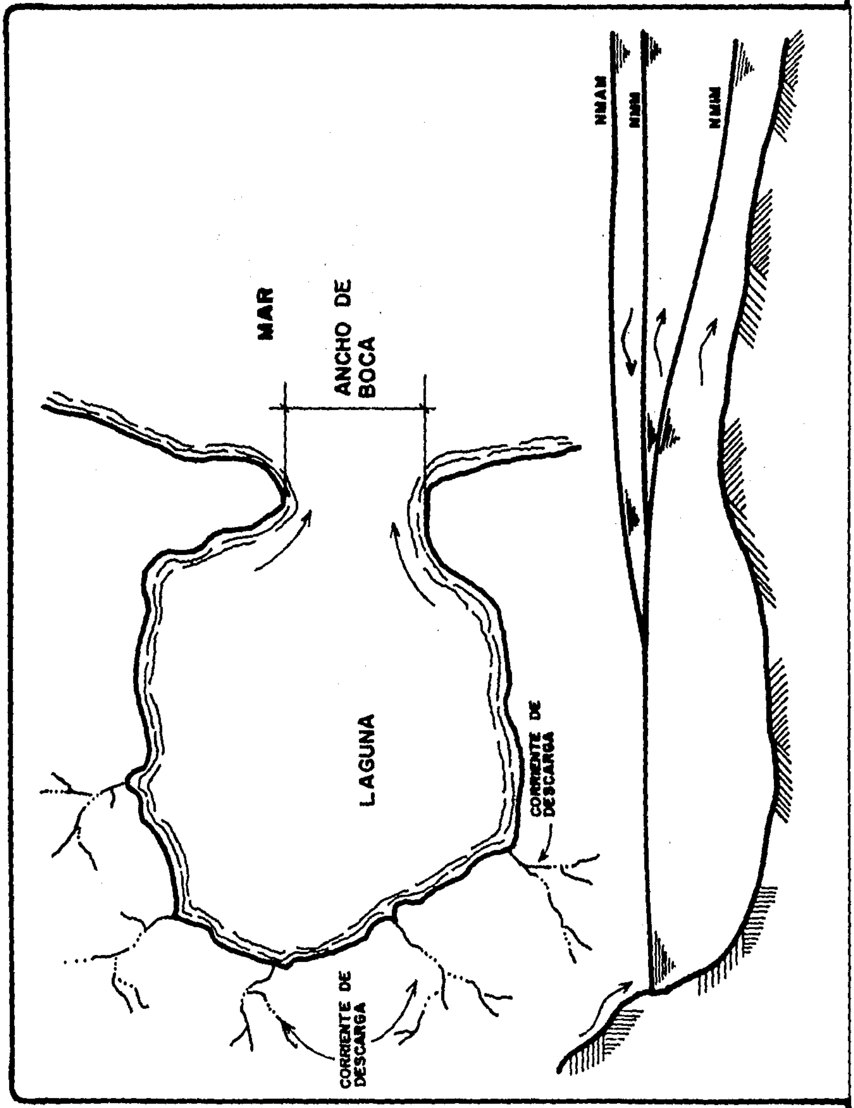
Por otra parte, las extracciones serían del tipo señalado en inciso (e) principalmente.

Existen varias formas de clasificar a las lagunas costeras, pero debido al enfoque dado a este trabajo, que es enteramente hidráulico, estas formas quedan fuera de los alcances perseguidos.

Se pretende entonces, encontrar un esquema matemático simplificado, que permita conocer la evolución de profundidades, volúmenes almacenados, velocidades y gastos en los puntos de descarga o conexión al mar, a partir de cierta información mínima conocida, tal como:

1). *Hidrograma de avenida (agua dulce) debida a los escurrimientos conducidos por los ríos o arroyos que descargan a la laguna.*
2). *Datos de la batimetría de la laguna que relacionen profundidades contra volúmenes almacenados.*
3). *Información topográfica y geométrica de la boca o canal de descarga; para este último, se requeriría de información de profundidades en la laguna contra gastos conducidos en el canal de descarga.*
4). *Para el caso de lagunas costeras tipo 2, se necesitará de la información de marea, a fin de aproximar una función en términos del periódo, amplitud, nivel medio de la marea y el tiempo, naturalmente deberá de elegirse la función más aproximada al comportamiento real; esto con el fin de ahorrar tiempo en la simulación,*

FIGURA 3.2



NMAM NIVEL MAXIMO DEL MAR (PLEAMAR)
NMM NIVEL MEDIO DEL MAR
NMIM NIVEL MINIMO DEL MAR (BAJAMAR)

Aunque podría proporcionarse los niveles reales en el tiempo.

De acuerdo con la pauta de construir un modelo simplificado, las condiciones hidráulicas para su diseño serían:

1). *El volumen almacenado en la laguna se llamará volumen de control.*
2). *Las pérdidas por contracción y expansión en la comunicación de dos cuerpos de agua, se considerarán despreciables.*
3). *Para la laguna tipo 1, el flujo se considerará uniformemente establecido en el canal de descarga, con objeto de obtener la relación de profundidades en la laguna contra gastos descargados, así como las condiciones de flujo en un instante en el canal.*
4). *Las profundidades obtenidas de la laguna, será considerada como profundidad promedio que podría presentarse en el instante del tiempo analizado.*
5). *Para la evaluación del gasto conducido en la boca de descarga, se utilizará el valor medio de las profundidades en la laguna y el mar respecto al plano de referencia establecido previamente.*

4. DESARROLLO DEL MODELO.

4.1 Generalidades.

La ecuación que se usará en el modelo numérico, es la de continuidad, con la cual se conocerá, a partir de una profundidad, el volumen almacenado por la laguna para un instante dado. No se hace intervenir la cantidad de movimiento, por lo que se propone un modelo más simple que los descritos en capítulos anteriores.

4.1.1 Ecuación de continuidad.

El movimiento de agua en la laguna estará representado por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d\forall}{dt} = I - \mathcal{O} \qquad \ldots (4.1)$$

4.1.2 Relación entre las profundidades de la laguna y el volumen almacenado.

De acuerdo al carácter del esquema, la solución de la ecuación (4.1) será tanto más complicada como más variables se hagan intervenir, por lo que, el uso de la profundidad en la laguna como única variable, permite encontrar la solución mediante un método numérico sencillo.

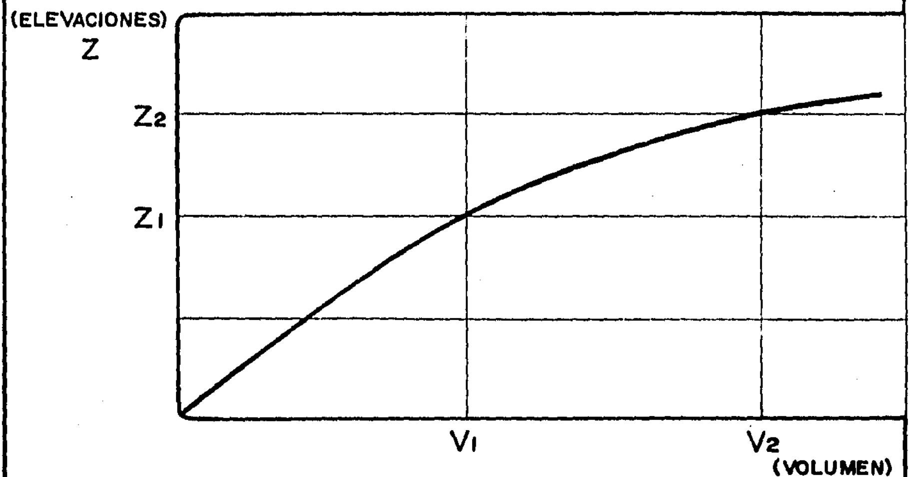
Generalmente las curvas elevaciones-volúmenes y elevaciones-gastos descargados, poseen una forma como la mostrada en figura 4.1. La obtención de los parámetros de la ecuación que la representa, se puede hacer mediante el método de "Mínimos Cuadrados" que se describe en el subcapítulo (4.5).

Si se representa a la curva de elevaciones-volúmenes por la ecuación (4.2)

$$\forall = Kz^{m} \qquad \ldots (4.2)$$

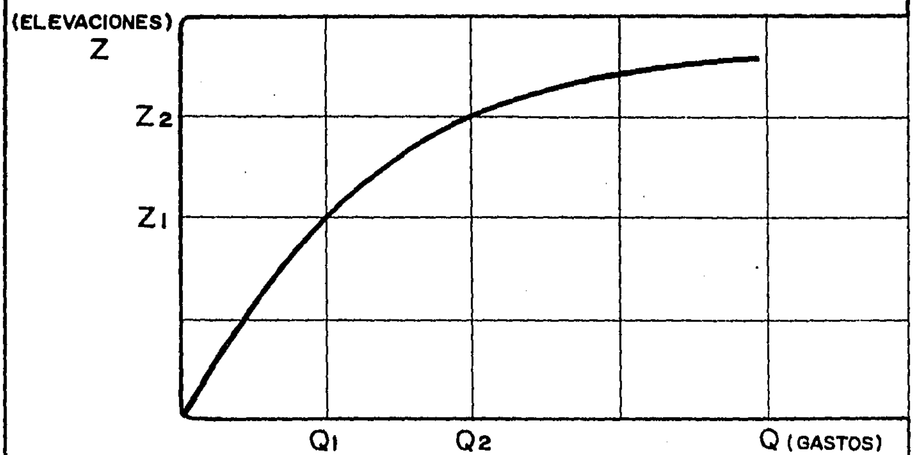
Para la curva elevaciones-gastos descargados

FIGURA 4.1



CURVA DE ELEVACIONES — CAPACIDADES

FIGURA 4.2



CURVA DE ELEVACIONES — GASTOS DE DESCARGA

$$Q = Rz^{p} \qquad \ldots \quad (4.3)$$

En donde, según figuras 4.1 y 4.2 se describen los términos de las expresiones (4.2) y (4.3).

4.1.3 Ecuación General.

Diferenciando la ecuación (4.2)

$$d\forall = K\, m z^{(m-1)}\, dz \qquad \ldots \quad (4.4)$$

Sustituyendo (4.4) en (4.1)

$$K\, m\, z^{(m-1)} \frac{dz}{dt} = I - Q \qquad \ldots \quad (4.5)$$

La ecuación (4.5) representa el comportamiento general de los modelos y a partir de ésta se propone un modelo para cada tipo de laguna en estudio (cap. 3).

4.2 Modelo para laguna tipo 1.

Este tipo de laguna (fig. 4.3) en las que la comunicación con el mar es por medio de un canal cuya geometría y topografía son conocidas, y donde la evolución de la marea no afecta el funcionamiento hidráulico en la laguna, ya que el nivel del mar se considera constante y por debajo del nivel de descarga.

Dadas las características de descarga, que pueden ser aforadas para cada profundidad en la laguna, se tiene un gasto de descarga en el canal.

si el gasto de salida de la laguna hacia el mar se representa por medio de la siguiente ecuación:

$$Q_c = R z^p \quad \ldots \quad (4.6)$$

Por otra parte, de la figura 4.4. al aplicar la ecuación de la energía entre los puntos (1) y (2) considerando despreciables las pérdidas por contracción, expansión y carga de velocidad en la laguna, se puede obtener la profundidad en la laguna necesaria para descargar un gasto (Q_c), o sea

$$H1 = Z1 + z + \frac{V1^2}{2g} \quad \ldots \quad (4.7)$$

como $\frac{V1^2}{2g} \doteq 0$

$$H1 = Z1 + z \quad \ldots \quad (4.8)$$

La ecuación de la energía entre los puntos (1) y (2) es

$$H1 = Z2 + y2 + \frac{V2^2}{2g} + hf_{1-2} \quad \ldots \quad (4.9)$$

Si se desprecian las pérdidas

$$H1 = Z2 + y2 + \frac{V2^2}{2g} \quad \ldots \quad (4.10)$$

FIGURA 4.3

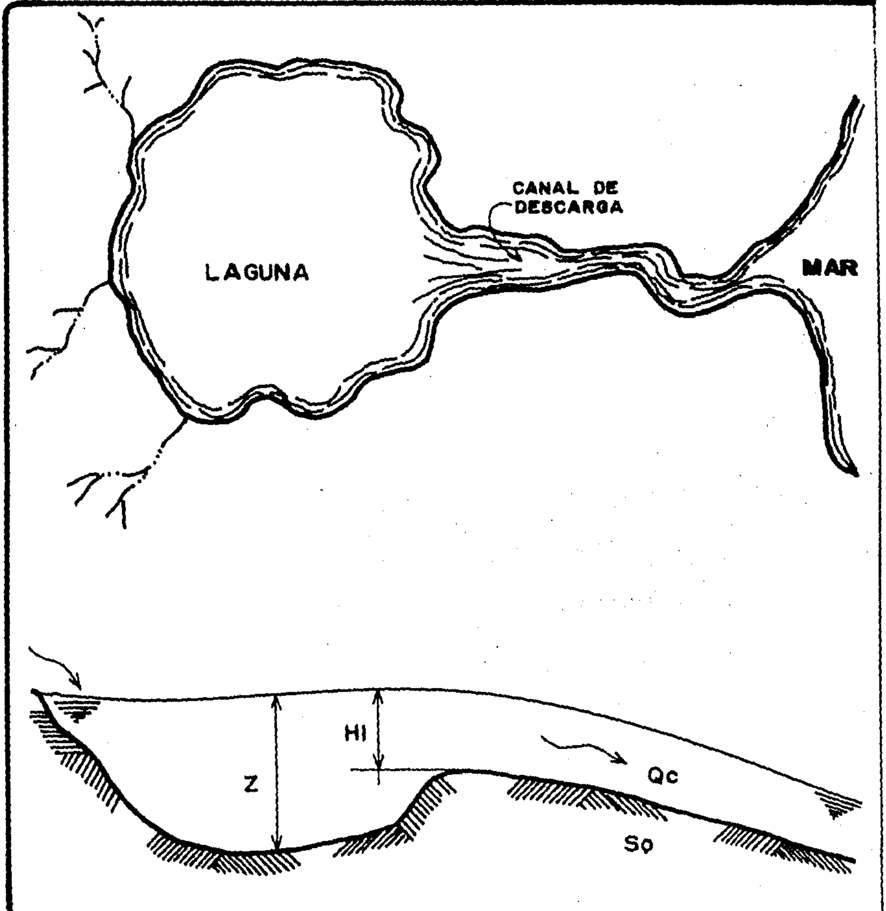
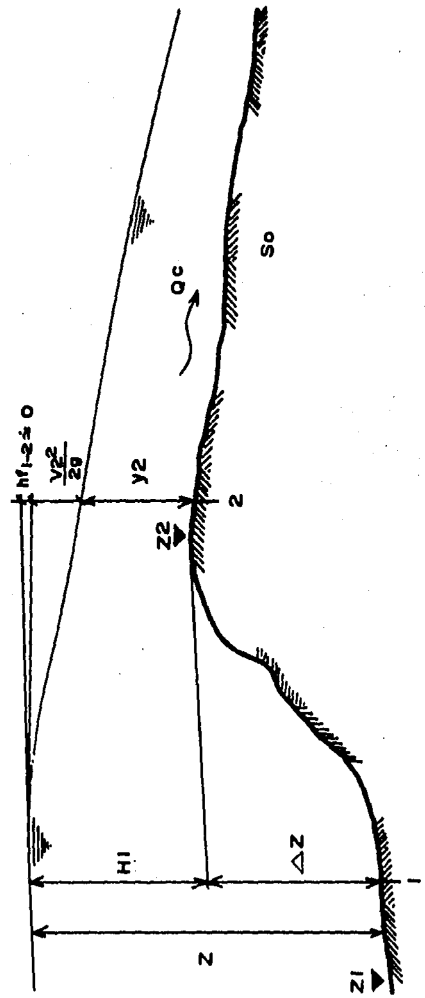


FIGURA 4.4



Sustituyendo (4.8) en (4.10)

$$Z = Z2 - Z1 + y_2 + \frac{V2^2}{2g} \quad . . . \quad (4.11)$$

si $Z2 - Z1 = \Delta Z$, *sustituyendo en (4.11)*

$$Z = \Delta Z + y2 + \frac{V2^2}{2g} \quad . . . \quad (4.11.1)$$

La ecuación (4.11) permite calcular la profundidad en la laguna, necesaria para descargar determinado gasto aforado en el canal.

El segundo miembro de la misma ecuación, representa las condicio-- nes de flujo en el canal de descarga, las cuales son determinadas a partir del aforo efectuado en el canal.

Diferenciando la ecuación (4.6)

$$dQc = R\, p\, z^{(p-1)}\, dz \quad . . . \quad (4.12)$$

De otra forma la variación del gasto (Q_c) *entre las instantes (i) e (i + 1)*

$$dQc = Qc_{i+1} - Qc_i + Qc_i - Qc_i \quad . . . \quad (4.13)$$

Simplificando la expresión

$$dQc = Qc_{i+1} + Qc_i - 2Qc_i \quad . . . \quad (4.14)$$

Dividiendo entre 2 la expresión (4.14)

$$\frac{dQc}{2} = \frac{Qc_{i+1} + Qc_i}{2} - Qc_i \quad . . . \quad (4.15)$$

De otra forma

$$\frac{dQc}{2} + Qc_i = \frac{Qc_{i+1} + Qc_i}{2} \quad . . . \quad (4.16)$$

Sustituyendo la ecuación (4.12 en (4.16)

$$\frac{R\, p\, z^{(p-1)} dz}{2} + Qc_i = \frac{Qc_{i+1} + Qc_i}{2} \quad . . . \quad (4.17)$$

Por otra parte la ecuación (4.5) puede escribirse también de la forma siguiente

$$K\,m\,z^{(m-1)}\ \frac{dz}{dt} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{Qc_{i+1}\quad Qc_i}{2} \quad \ldots (4.18)$$

Sustituyendo la ecuación (4.17) en (4.18)

$$K\,m\,z^{(m-1)}\ \frac{dz}{dt} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \left[\frac{R\,p\,z^{(p-1)}}{2}\ dz + Qc_i \right] \quad \ldots (4.19)$$

Asociando términos

$$K\,m\,z^{(m-1)}\ \frac{dz}{dt} + R\,p\,z^{(p-1)}\ dz = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - Qc_i \quad \ldots (4.20)$$

Factorizando

$$dz \left[\frac{K\,m\,z^{(m-1)}}{dt} + \frac{R\,p\,z^{(p-1)}}{2} \right] = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - Qc_i \quad \ldots (4.21)$$

Por otra parte si

$$dz = Z_{i+1} - Z_i \quad \ldots (4.22)$$

$$\bar{I} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} \quad \ldots (4.23)$$

Sustituyendo (4.22) y (4.23) un (4.21) y despejando (Z_{i+1})

$$Z_{i+1} = Z_i + \frac{\bar{I} - Qc_i}{\frac{m\,K}{dt}\ Z_i^{(m-1)} + \frac{Rpz_i^{(p-1)}}{2}} \quad \ldots (4.24)$$

Donde (dt) representa el intervalo de tiempo de simulación.

Puede observarse que la profundidad en la laguna en un instante *(t + dt) estará en función del comportamiento en el intervalo de tiempo (t) en forma explícita.*

Con la expresión (4.24) se puede simular el paso de una avenida por la laguna y conocer la evolución de tirantes en la laguna, así como la velocidad aproximada en la entrada del canal.

Cuando se establece flujo uniforme, el tirante en el canal se estima mediante alguna ecuación de fricción, por ejemplo la de Chezy.

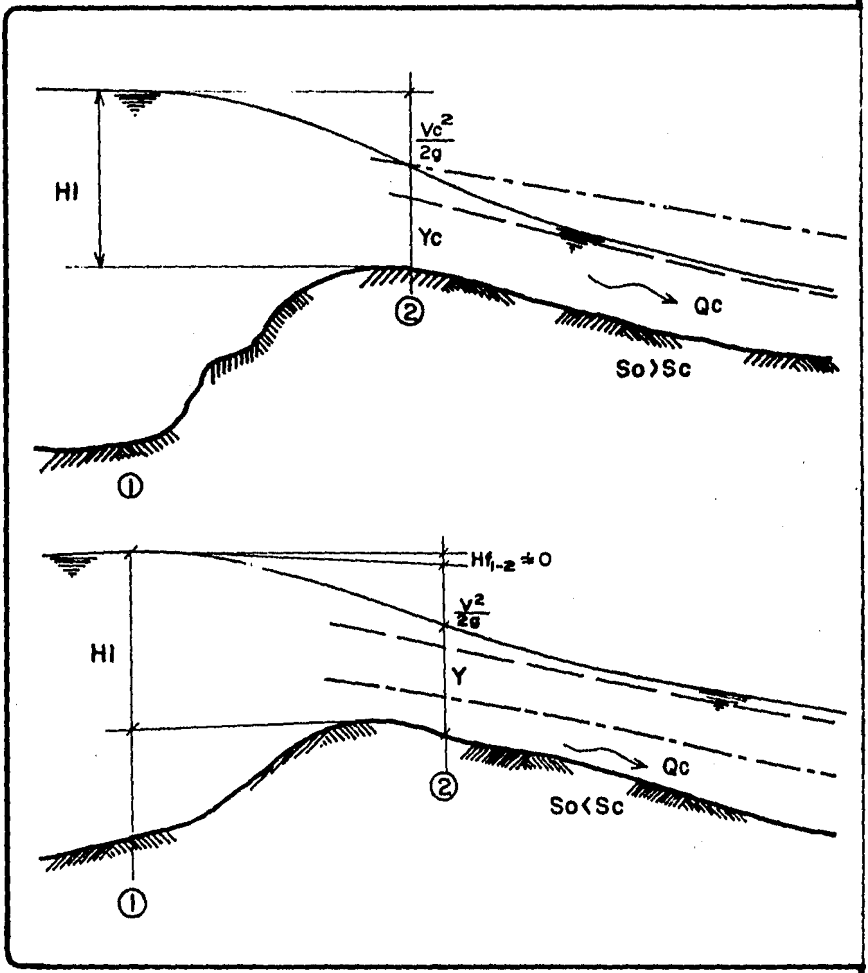
$$Qc_i = C\,A\,(R_H\,So)^{\frac{1}{2}} \qquad \ldots \qquad (4.25)$$

O la de Manning-Strikler.

$$Qc_i = \frac{A}{n^*}\,R_H^{2/3}\,So^{\frac{1}{2}} \qquad \ldots \qquad (4.26)$$

La posición del tirante estará en función del tipo de régimen que se presente en el canal para un determinado gasto, así, al tratarse de un flujo subcrítico, el tirante evaluado estará muy cercano a la entrada del canal, en cambio, si se trata de un régimen supercrítico, el tirante calculado, se encontrará a una distancia relativamente grande aguas abajo de la entrada, y el tirante en la entrada del canal sería el crítico (figura 4.5).

FIGURA 4.5



—·—·— LINEA DE TIRANTE CRITICO

— — — LINEA DE TIRANTE NORMAL

4.3 Modelo para laguna tipo 2.

Este tipo de laguna costera (figura 3.2) es aquella que tiene una interacción directa con el mar.

Sean dos cuerpos de agua comunicados por una boca de ancho y topografía conocidos (fig. 4.6) en donde la relación de gasto de entrada o salida estará en función de:

1) *Un coeficiente (G) de descarga que dependerá del ancho, de la relación de contracción, de los materiales que componen el fondo de la boca.*
2) *El desnivel entre los dos tirantes en discusión.*
3) *El área de la boca de descarga.*

Según figura 4.6 al aplicar la ecuación de la energía entre los puntos (1) y (2) tomando en cuenta el plano de referencia indicado, y que el flujo es de la laguna hacia el mar.

$$Z1 + y1 + \frac{V1^2}{2g} = Zs + y2 + \frac{V2^2}{2g} + hf_{1-2} \quad \ldots \quad (4.27)$$

Si las pérdidas son despreciables debido a las bajas velocidades y si la velocidad en el punto (2) de la misma figura es cercana a cero, la ecuación (4.27) resulta ser (de acuerdo al plano de referencia indicado)

$$y1 + \frac{V1^2}{2g} = Ym2 \quad \ldots \quad (4.28)$$

Dado que:

$$V1 = \frac{Q}{A1} \quad \ldots \quad (4.29)$$

Sustituyendo (4.29) en (4.28) y reubicando a la variable (y1)

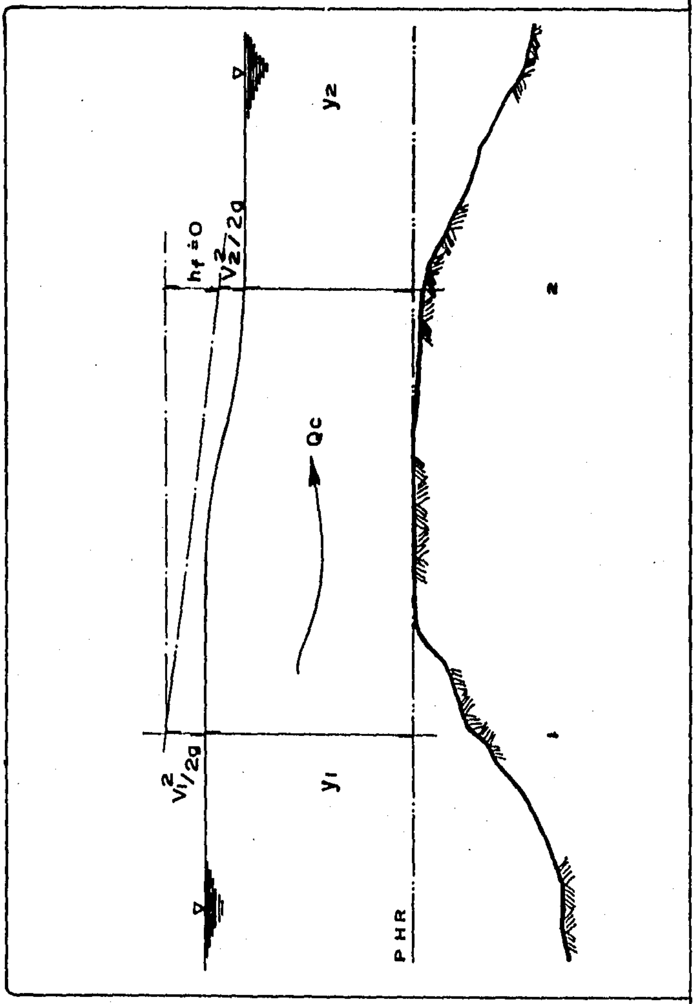
$$\left(\frac{Q}{A1}^2\right)\frac{1}{2g} = Ym2 - Y1 \quad \ldots \quad (4.30)$$

Despejando el gasto de la expresión (4.30)

$$Q = G\ A1\ \sqrt{2g}\ \sqrt{|Ym2 - Y1|} \quad \ldots \quad (4.31)$$

FIG. 4.6

LAGUNA TIPO 2 PERFIL EN LA DESCARGA



Donde (G) es un coeficiente de descarga que generalmente su valor está entre 0.4 y 1.5; si se considera además que la evaluación del área sea de una sección intermedia a los puntos (1) y (2) de la figura 4.6 la expresión (4.31) sería

$$Q = \pm G \bar{A} \sqrt{2g} \sqrt{| Ym2 - Y1 |} \quad . . . \quad (4.32)$$

Partiendo de la ecuación general (4.5), los egresos (θ), estarían determinados, para el caso de una sola laguna con una comunicación al mar, de la forma siguiente y usando la expresión (4.32)

$$\frac{d\forall}{dt} = I - \left[G \bar{A} \sqrt{2g} \sqrt{| Ym2 - Y1 |} \right] . . . \quad (4.33)$$

Haciendo intervenir la derivada de la función de la curva de elevaciones-capacidades de la laguna , la expresión (4.33) sería

$$Kmz^{(m-1)} \quad \frac{dz}{dt} = I - \left[G\bar{A} \sqrt{2g} \sqrt{| Ym2 - Y1 |} \right] . . . \quad (4.34)$$

Despejando (dz)

$$dz = \frac{I - (G\bar{A} \sqrt{2g} \sqrt{| Ym2 - Y1 |})}{Kmz^{(m-1)}} \; dt \quad . . . \quad (4.35)$$

La expresión (4.35) no posee una solución directa y esta adecuada, sería obtenida mediante aproximaciones sucesivas. Finalmente la ecuación (4.35) sería

$$\bar{I} + \frac{K}{dt} \; z_i^{\,m} - \frac{G \bar{A}_i}{2} \sqrt{2g} \sqrt{| Ym2_i - Y1_i |} = \frac{K}{dt} \; z^m_{i+1} + \frac{G\bar{A}_{i+1}}{2} \sqrt{2g} \sqrt{| Ym2_{i+1} - Y1_{i+1} |}$$

$$. . . \quad (4.36)$$

A efecto de evitar los tanteos, la expresión (4.35) puede ser resuelta también mediante un método numérico, como el de Runge-Kutta de cuarto orden. En este método en lugar de las derivadas se usan valuaciones de la función en diferentes posiciones. El método queda definido por las siguientes expresiones

$$K1 = hf(Xm, Ym) \quad \ldots \quad (4.37)$$

$$K2 = hf(Xm+\frac{h}{2}, Ym+\frac{K1}{2}) \quad \ldots \quad (4.37(a))$$

$$K3 = hf(Xm+\frac{h}{2}, Ym+\frac{K2}{2}) \quad \ldots \quad (4.37(b))$$

$$K4 = hf(Xm + h, Ym + K3) \quad \ldots \quad (4.37(c))$$

$$Ym+1 = Ym + \frac{1}{6}(K1 + 2K2 + 2K3 + K4) \quad \ldots \quad (4.37(d))$$

Al ser aplicadas al problema de interés se tiene:

$Xm = t$; *además* $h=dt$

$Ym = Z_i$; *por tanto* $Ym+1 = Z_{i+1}$

Las ecuaciones (4.37) y sus variantes (a), (b), (c) y (d)

$$K1 = hf(t, Z_i)$$

$$K2 = hf(t + \frac{dt}{2}, Z_i + \frac{K1}{2})$$

$$K3 = hf(t + \frac{dt}{2}, Z_i + \frac{K2}{2})$$

$$K4 = hf(t + dt, Z_i + K3)$$ *por tanto*

$$Z_{i+1} = Z_i + \frac{1}{6}(K1 + 2K2 + 2K3 + K4) \quad \ldots \quad (4.38)$$

De manera que para la determinación de cada una de las constantes para un intervalo de tiempo entre (t) y (t + dt) y para el tipo de laguna propuesto (figura 3.2) los cuatro constantes (K1,K2,K3 y K4) serían: Si ántes se propone que

$t = ti$

$Z = Z_i$

$Y = Ym2\ (t)$

$Y1 = Z_i - \Delta Z$

$\bar{Y} = \frac{(Y + Y1)}{2}$

$I = I\ (t)$

$\bar{A} = (B + \bar{K}(\bar{Y}))\,\bar{Y}$, *Sustituyendo lo anterior en la ecuación (4.35) para la obtención del primer parámetro del método de Runge - Kutta (K1)*

$$K1 = dt \left[\frac{I - G\bar{A}\sqrt{|Y - Y1|}}{Kmz^{(m-1)}} \right] \quad \ldots \quad (4.39)$$

Ahora, de la expresión (4.39), tomando en cuenta las consideraciones previas a la obtención del valor de (K1), éstas se redefinen para el cálculo de (K2).

$$t = ti + \frac{dt}{2}$$

$$z = z_i + \frac{K1}{2} \quad \therefore \quad y1 = z - \Delta z$$

$$I = I(ti + dt)$$

$$\bar{Y} = \frac{(Y + Y1)}{2}$$

$$\bar{A} = (B + \bar{K}\,\bar{Y})\,\bar{Y}$$

En forma similar sustituyendo en la ecuación (4.35) para obtener K2.

$$K2 = dt \left[\frac{I - G\bar{A}\sqrt{|Y - Y1|}}{Xmz^{(m-1)}} \right] \quad \ldots \quad (4.40)$$

Para la obtención de (K3), de acuerdo con la expresión (4.37) a (4.37(a)), habría que definir lo siguiente:

$$z = z_i + \frac{K2}{2} \,, \quad \therefore \quad Y1 = z - \Delta z$$

$$\bar{Y} = \frac{(Y + Y1)}{2} \,, \quad \therefore \quad \bar{A} = (B + \bar{K}\,\bar{Y})\,\bar{Y}$$

Sustituyendo según la ecuación (4.35) se tendría

$$K3 = dt \left[\frac{I - G\bar{A}\sqrt{|Y - Y1|}}{Kmz^{(m-1)}} \right] \quad \ldots \quad (4.41)$$

Para valuar (K4), se definen los parámetros con los siguientes valores:

$t \;=\; (ti + dt)$

$z \;=\; z_i + K3 \quad , \qquad\qquad \therefore \qquad Y1 = z - \Delta z$

$Y \;=\; Ym2\ (ti + dt), \qquad$ o bien $\qquad Y = Ym2(t)$

$I \;=\; I(ti + dt)$

$\bar{Y} \;=\; \frac{(Y + Y1)}{2}$ por tanto

$\bar{A} \;=\; (B + \bar{K}\ \bar{Y}\ )\ \bar{Y}$

Sustituyendo ésto en la ecuación (4.35), permitirá valorar (K4)

$$K4 = dt \left[\frac{I - G\bar{A}\ \sqrt{|\ Y - Y1\ |}}{Kmz^{(m-1)}} \right] \qquad \ldots \qquad (4.42)$$

Finalmente la profundidad en la laguna en el instante (t + dt) conocidas las condiciones para el tiempo (t), sustituyendo los valores de (K1), (K2), (K3), (K4) y (Zi) en la expresión (4.38)

$$Z_{i+1} = Z_i + \frac{1}{6}(K1 + K4) + \frac{1}{3}(K2 + K3) \qquad \ldots \qquad (4.43)$$

4.3.1 Modelo para variante de laguna tipo 2.

Esta variante de laguna tipo 2, permite aplicar el modelo obtenido, en el caso de poseer dos lagunas con descargas independientes al mar y ligadas entre sí, por alguna estructura hidráulica como: alcantarillas, canal de longitud corta o boca (figura 4.7).

El planteamiento es similar al descrito en el subcapítulo anterior (4.3), ya que se esteblecerían tantas ecuaciones (4.35) como lagunas se tengan y en cada una de ellas se podrán tener tantos gastos incógnitas como conexiones tenga cada laguna, y éstos serían los términos que ligarían las ecuaciones de continuidad propuestas.

Para el caso de dos lagunas costeras (fig. 4.7), cada una con descarga independiente al mar y con un punto de transferencia de gasto entre ambas; la ecuación (4.35) sería en cada caso.

Para laguna (1)

$$\frac{dZ1}{dt} = \frac{I1 - G1\bar{A}1\sqrt{|Ym2 - Y1|} - G3\bar{A}3\sqrt{|Y11 - Y22|}}{(Kl1)(ml1)\ Z1^{(ml1-1)}} \quad \ldots \quad (4.44)$$

$$\frac{dZ2}{dt} = \frac{I2 - G2\bar{A}2\sqrt{|Ym2 - Y1|} - G3\bar{A}3\sqrt{|Y11 - Y22|}}{(Kl2)(ml2)\ Z2^{(ml2-1)}} \quad \ldots \quad (4.45)$$

Donde:

$$Q3 = G3\bar{A}3\sqrt{|Y11 - Y22|} \quad \ldots \quad (4.46)$$

Proporcionará la cantidad de volumen intercambiado en el tiempo entre las lagunas, asi como la dirección del flujo (fig. 4.8).

La solución de las ecuaciones (4.44) y (4.45) puede realizarse por tanteos, o bien por algún método de integración numérica, en este caso, se ha preferido usar el método de Runge - Kutta (ref. 6).

Una vez seleccionado el momento de inicio de simulación, y conocidas las condiciones hidráulicas en cada laguna, la obtención del comportamiento hidráulico en el instante (t + dt) en cada laguna,

FIGURA 4.7

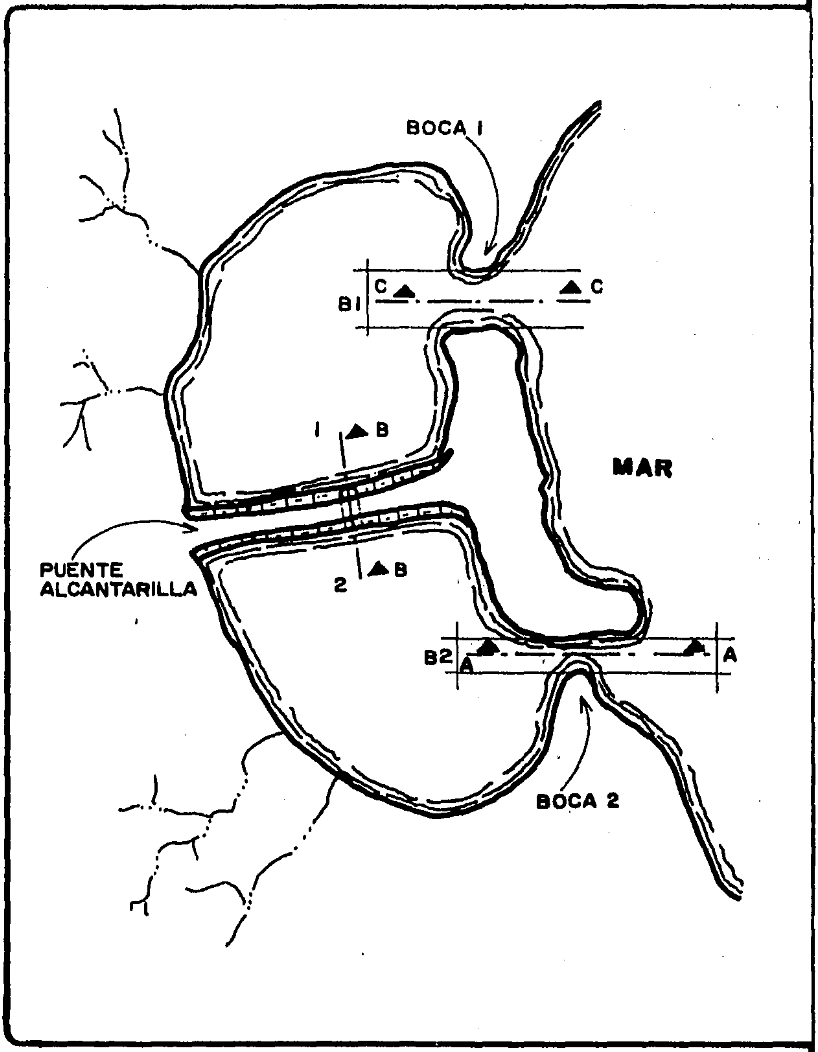
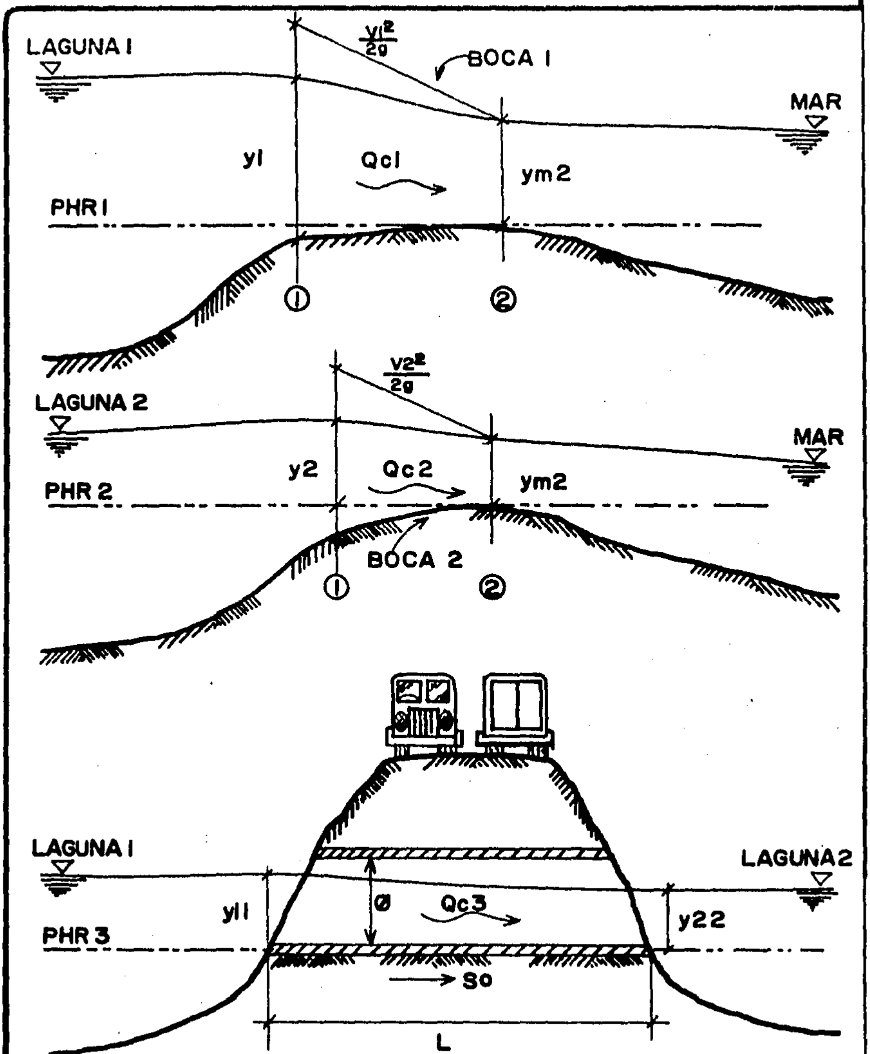


FIGURA 4.8


LAGUNA I
$\frac{v_1^2}{2g}$
BOCA I
MAR
yl
Qcl
ym2
PHR I
①
②
$\frac{v_2^2}{2g}$
LAGUNA 2
MAR
y2
Qc2
PHR 2
ym2
BOCA 2
①
②
LAGUNA I
LAGUNA 2
yll
Ø
Qc3
y22
PHR 3
So
L

se hará al aplicar el criterio de Runge - Kutta (ref. 6), calculando en forma simultánea cada uno de los parámetros que requiere el método hasta obtener mediante la aplicación de la expresión (4.43) en cada caso, la profundidad en cada laguna para el instante mencionado, condición que haría posible la obtención de los volúmenes transferidos entre las lagunas y de éstas con el mar.

4.4 Método de Mínimos Cuadrados.

Sean dos variables (S) y (T), y se tiene un registro de medición de su comportamiento con (L) puntos, y se desea obtener un ajuste por mínimos cuadrados, que permita resumir el comportamiento de las variables descritas en una función del tipo parabólica.

Sea pues:

$$T(S) = f \quad S^{g} \quad \ldots \quad (4.47)$$

Aplicando logaritmos (base 10) en ambos miembros

$$\mathrm{Log}T = \mathrm{Log}f + g\ \mathrm{Log}S \quad \ldots \quad (4.48)$$

Si se llama

$\hat{T} = \mathrm{Log}T$, *además*

$\hat{f} = \mathrm{Log}f$

$\hat{S} = \mathrm{Log}S$, *la ecuación (4.48) sería la siguiente*

$$\hat{T} = \hat{f} + g\hat{S} \quad \ldots \quad (4.49)$$

La ecuación (4.49), recuerda la forma de una ecuación de linea recta en su forma general.

se define la función error como $(\hat{E})$

$$\hat{E} = \hat{T} - \hat{f} - g\hat{S} \quad \ldots \quad (4.50)$$

Y para minimizar el error, si se eleva al cuadrado la expresión (4.50)

$$\left[\hat{E}\right]^2 = \left[\hat{T} - \left[\hat{f} + g\hat{S}\right]\right]^2 \quad \ldots \quad (4.51)$$

Desarrollando términos

$$\left[\hat{E}\right]^2 = \hat{T}^2 - 2\hat{T}\left[\hat{f} + g\hat{S}\right] + \left[\hat{f} + g\hat{S}\right]^2 \quad \ldots \quad (4.52)$$

O bien

$$\hat{E}^2 = \hat{T}^2 - 2\hat{T}\hat{f} - 2\hat{T}g\hat{S} + \hat{f}^2 + 2\hat{f}g\hat{S} + g^2\hat{S}^2 \quad \ldots \quad (4.53)$$

Conocidos los (L) puntos del comportamiento de las variables, se puede hallar el error total mínimo, si se obtiene la diferencial total de la función error

$$d \sum_{i=1}^{L} \hat{E}_i^{\,2} = \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{E}_i^{\,2}\right)}{\partial \hat{f}}\, d\hat{f} + \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{E}_i^{\,2}\right)}{\partial g}\, dg = 0 \quad \ldots \quad (4.54)$$

Dado que para cumplir la ecuación (4.54), las diferenciales

$dg \neq 0$, además

$d\hat{f} \neq 0$, por tanto

Igualando las derivadas parciales a cero, se podría cumplir con la condición impuesta por la función error en la expresión (4.54)

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{E}_i^{\,2}\right)}{\partial \hat{f}} = 0 \quad \ldots \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{E}_i^{\,2}\right)}{\partial \hat{f}} = 0 \quad \ldots \quad (4.56)$$

Aplicando lo requerido por la expresión (4.55) a la (4.53)

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{E}_i^{\,2}\right)}{\partial \hat{f}} = -2\hat{T} + 2\hat{f} + 2g\hat{S} = 0 \quad \ldots \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{E}_i^{\,2}\right)}{\partial g} = -2\hat{T} + 2\hat{f}\hat{S} + 2g\hat{S} = 0 \quad \ldots \quad (4.58)$$

Obviamente las ecuaciones (4.57) y (4.58) forman un sistema de ecuaciones donde las incognitas son $(\hat{f})$ y (g)

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} L & \hat{S} \\ \hat{S} & \hat{S}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{f} \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{T} \\ \hat{S}\,\hat{T} \end{bmatrix} \quad \ldots \quad (4.59)$$

Para los (L) puntos obtenidos, la matriz (4.59) sería:

$$\begin{bmatrix} L & \sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i \\ \sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i & \sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{f} \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{L} \hat{T}_i \\ \sum_{i=1}^{L} \hat{S}\,\hat{T} \end{bmatrix} \qquad \ldots \quad (4.60)$$

Cuya solución

$$g = \frac{-\sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i \sum_{i=1}^{L} \hat{T}_i + L \sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i \hat{T}_i}{-\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i\right)^2 + L\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i^2\right)} \qquad \ldots \quad (4.61)$$

$$\hat{f} = \frac{-\sum_{i=1}^{L} \hat{T}_i \sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i + \sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i \hat{T}_i \sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i}{-L\left(\sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i^2\right) + \left(\sum_{i=1}^{L} \hat{S}_i\right)^2} \qquad \ldots \quad (4.62)$$

Donde:

$$f = \text{antilog}\ (\hat{f}) \qquad \ldots \quad (4.63)$$

5. APLICACION DEL MODELO.

A fin de dar una idea del alcance del Método Simplificado de Simulación, en este capítulo se aplica el modelo a dos casos de lagunas, y a ciertas variantes de cada una, en las que se modifican algunas constantes para obtener el comportamiento más cercano del fenómeno a uno calculado con el modelo Sánchez-Vázquez, al que se le ha supuesto que representa mejor el comportamiento real de la laguna.

Lo anterior, ayudará a conocer el grado de exactitud y las limitantes del modelo simplificado, así como también el manejo del mismo.

La aplicación del modelo esta encaminado a dos casos, en los que debido al grado de complejidad de funcionamiento, se han juzgado interesantes, ello son:

Ejemplo # 1:

- *Laguna interconectada al mar, por una boca de longitud corta. Además, a esta laguna, descarga un río, y se considera la frontera con el mar, variable con el tiempo.*

Ejemplo # 2:

- *Este caso similar al anterior, se ha excluido la descarga del río; los niveles en la laguna dependen de los de la marea.*

Es importante mencionar, que el primer caso requiere una simulación previa a la avenida, la cual permita obtener para un determinado gasto de descarga del río y una condición de frontera en el mar, las condiciones de tirante medio en la laguna, de tal manera se cumpla la ley de continuidad. A esto comunmente se le llama "simulación de calentamiento", la cual no deberá de ser tan lejana a la obtenida por el modelo Sánchez-Vázques.

Los subcapítulos siguientes hacen una descripción detallada de los cálculos efectuados según el esquema de solución objeto de este estudio y hechos por un programa diseñado para la calculadora programable HP-41C el cual se anexa en el apéndice 2.

5.1 Ejemplo # 1.

Sea la laguna mostrada en fig 5.1, de la cual se desconoce su comportamiento hidráulico. Se desea utilizar como atracadero de lanchas pesqueras y guardacostas.

Con los levantamientos topográficos y la información obtenida por ecosondas, se obtuvo una relación de elevación-capacidad de almacenamiento, las dimensiones de la boca y las características geométricas de la descarga del río a la laguna (figura 5.1).

Por otra parte, se ha aforado el gasto base del río, el cual es aproximadamente igual a 54.6 m^3/s, además se pudo obtener registros de la avenida más desfavorable acaecida (figura 5.2). Con los registros de marea de la Organización Oceanográfica Nacional, se ha hecho una representación (subcapítulo 2.3) de la marea local, en donde la amplitud de marea (a) resultó ser de 1.0 m, el periódo (TM) de 24.0 Hrs, la elevación del mar en bajamar de 0.0 m.s.n.m. y el ángulo de fase inicial de 90 grados (figura 5.3).

Se pretende, con la simulación obtener el comportamiento hidráulico de la laguna costera, de tal manera que pueda conocerse a través del tiempo, la profundidad y la velocidad del agua en la boca de descarga al mar.

Solución:

De acuerdo con el criterio expuesto en subcapítulo 4.4 para la obtención de la curva de elevaciones-capacidades de la laguna, según los datos de fig. 5.1, donde el número de puntos por ajustar es de 13, se obtuvo:

$m = 1.00$

$b = 5.4816$

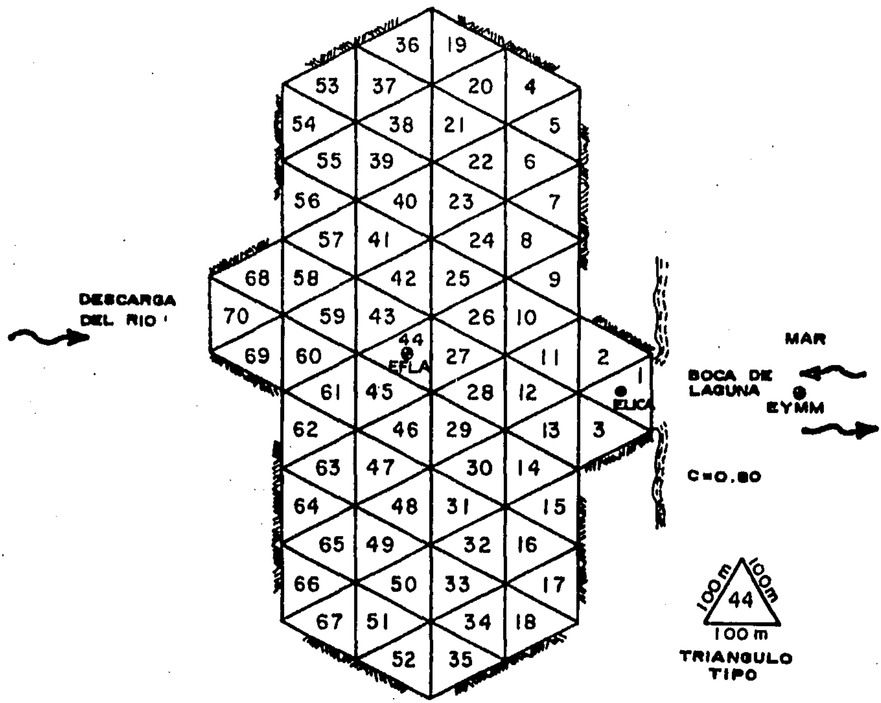
$k = 303{,}108.7768$

de acuerdo con la ecuación de la curva

$$V = k\, z^m \qquad \ldots (5.1)$$

FIG. 5.1

"LAGUNA COSTERA DE EJEMPLO Nº I"



TIRANTE EN LAGUNA (m)	VOL. ALMACENADO EN MILES DE m^3
0	0.00
1	303.11
2	606.22
3	909.33
4	1212.44
5	1515.54
6	1818.65
7	2121.76
8	2424.87
9	2727.98
10	3031.09

CURVA DE ELEVACIONES-CAPACIDADES

$V = 303{,}108.7768\ (Z)$ — (1)

donde

V : VOL. ALMACENADO EN m^3

Z : TIRANTE DE LAGUNA

CARACTERISTICAS :

- FONDO PLANO
- PAREDES VERTICALES
- VARIOS COEF. DE DESC. ANALIZADOS
- EFLA =-1.00 m.s.n.m.
- ELICA =-1.00 m.s.n.m.
- EYMM =-0.50 m.s.n.m.
- EZI =-0.33 m.s.n.m.

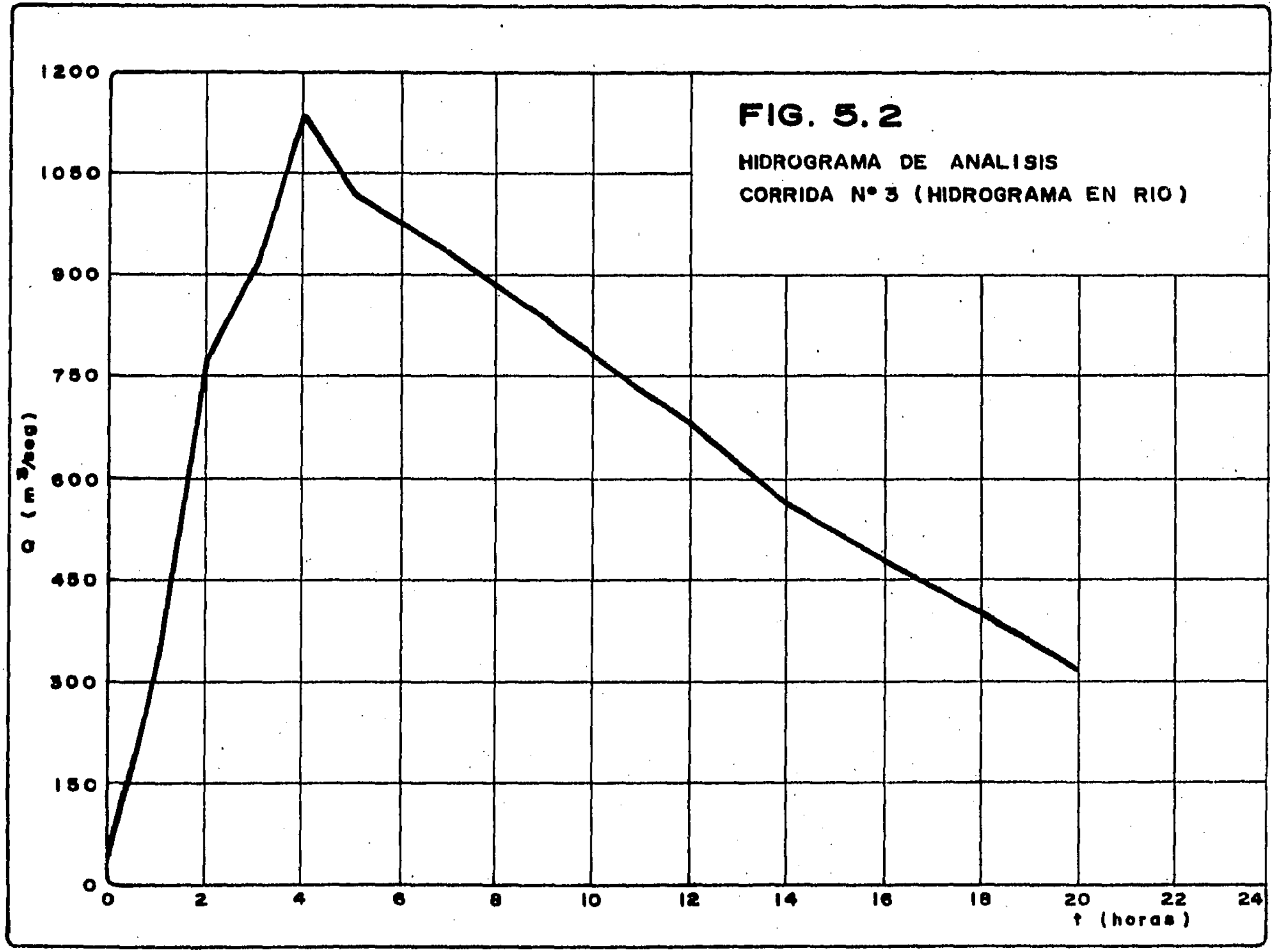


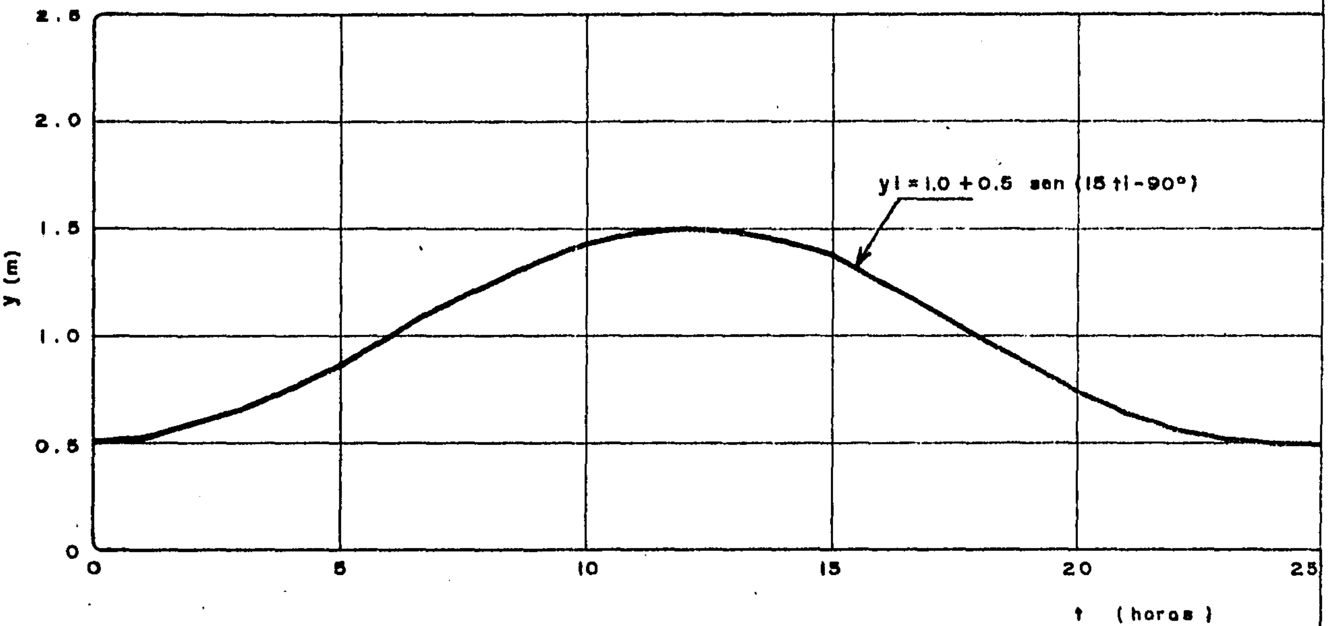
FIG. 5.2

HIDROGRAMA DE ANALISIS

CORRIDA Nº 3 (HIDROGRAMA EN RIO)

FIG. 5.3

COMPORTAMIENTO DE LA MAREA



sustituyendo

$$V = 303{,}108.7768\ (z) \qquad \ldots \quad (5.2)$$

donde:

Z : Profundidad de la laguna en metros.

V : Volumen almacenado por la laguna en m^3.

Por otra parte, de acuerdo con los datos de marea, la ecuación del perfil. del mar

$$y = Ymm + \frac{a}{2} \text{ sen } \left(\frac{360}{tM} t - \theta \right) \qquad \ldots \quad (5.3)$$

Sustituyendo, si

$$Ymm = EYMM - ELICA \qquad \ldots \quad (5.4)$$

$$Ymm = 0.00 - (-1.00)$$

$Ymm = 1.00$, de tal manera que (5.3)

$$y = 1.00 + \frac{1.00}{2} \text{ sen } \left(\frac{360}{24} t - 90\right) \qquad \ldots \quad (5.4)$$

Simplificando

$$y = 1.00 + 0.5 \text{ sen } (15t - 90) \qquad \ldots \quad (5.5)$$

Si se inicia la simulación a partir de la presencia del gasto base, es necesario encontrar, cuales serán las condiciones de tirante en la laguna y velocidad en la boca de descarga; así pues, se pretende obtener de tal condición para un hidrograma igual al gasto base (constante) a través del tiempo y un tirante inicial cualesquiera en la laguna, Obvia *mente mientras más cercano sea el valor real, menor tiempo de cálculo se requerirá para que se cumpla la ley de continuidad.*

Si se propone, que el coeficiente de descarga sea de 0.80 y que el tiempo total de simulación sea de 14,400.00 seg, con un intervalo de simulación de 60 seg. e imprimiendo los cálculos a cada 1800. seg.; estos resultados se condensan en la tabla 5.1.

Como puede observarse en la tabla mencionada, la ley de continuidad es cumplida aproximadamente, a partir del tiempo de 2.0 horas para el cual el tirante en la laguna costera es de 0.58 m. y el gasto de descarga es igual al de entrada y con un valor de 54.60 m^3/s.

Sin embargo los resultados obtenidos por el modelo Sánchez-Vázquez, arrojaron un valor de tirante en la laguna (celda 44 fig.5.1) de 0.67 m. muy cercano al calculado por el modelo simplificado que este estudio presenta; el error aunque despreciable, posteriormente será discutido. Para análisis posteriores se ha aceptado que el resultado correcto de calentamiento para la profundidad de la laguna sea 0.67 m.

De acuerdo con lo anterior y considerando los datos de calentamiento, se procede a obtener la simulación tomando en cuenta el hidrograma de avenida, la función del perfil del mar a través del tiempo, así como también las características geométricas y topográficas de la laguna costera.

Para la obtención de la simulación, se ha considerado que el tiempo razonable de simulación sea de 36,000 segundos, en este tiempo ya ha pasado el gasto máximo de avenida.

A efecto de poseer una precisión adecuada, la simulación se efectuó con un intervalo de tiempo de 60 segundos y la impresión de resultados a cada 300 segundos.

Los resultados de la simulación han sido concentrados en la tabla 5.2.

Puede observarse la forma en que la laguna regula la avenida con un promedio de 56 m^3/s por cada intervalo de impresión, aunque el valor varíe de un máximo al iniciar la avenida hasta valores mínimos de 30 m^3/s mientras sucede el pico del hidrograma.

T A B L A # 5.1 "Aplicación del modelo para ejemplo # 1 corrida de calentamiento".

cd = 0.80 t = 60 seg. timp = 1800 seg. tsimu = 14,400 seg.

TACUM (horas)	ZL_i (m)	YM_i (m)	QHD_i (m^3/s)	$QDES_i$ (m^3/s)	$VOAL_i$ (miles de m^3)	Vel_i (m/s)
0.00000	0.66667	0.50000	54.60000	84.38810	202.07262	1.49665
0.50000	0.59087	0.50000	54.60000	58.26247	179.09748	1.06818
1.00000	0.58222	0.50000	54.60000	54.98036	176.47537	1.01607
1.50000	0.58133	0.50000	54.60000	54.63843	176.20672	1.01058
2.00000	0.58124	0.50000	54.60000	54.60387	176.17962	1.01002
2.50000	0.58123	0.50000	54.60000	54.60039	176.17689	1.00997
3.00000	0.58123	0.50000	54.60000	54.60004	176.17662	1.00996
3.50000	0.58123	0.50000	54.60000	54.60000	176.17659	1.00996
4.00000	0.58123	0.50000	54.60000	54.60000	176.17659	1.00906

TABLA # 5.2 "APLICACION DEL MODELO PARA EJEMPLO # 1, CORRIDA DE SIMULACION".

cd= 0.8000 t = 60 seg. timp = 1800 seg. tsimu = 36,000 seg.

TACUM (Horas)	Zl_i (m)	YM_i (m)	QHD_i (m^3/s)	$QDES_i$ (m^3/s)	$VOAL_i$ (miles de m^3)	VEl_i (m/s)
0.00000	0.66667	0.50000	45.00000	84.38810	202.07262	1.44665
0.50000	0.88324	0.50428	229.68750	151.33609	267.71658	2.18140
1.00000	1.41037	0.51704	414.37500	322.76732	427.49548	3.34924
1.50000	1.93078	0.53806	599.06250	516.22040	585.23710	4.18188
2.00000	2.39536	0.56699	783.75000	709.70365	726.05375	4.79150
2.50000	2.67659	0.60332	871.87500	836.75647	811.29744	5.10231
3.00000	2.86975	0.64645	960.00000	928.92672	869.84564	5.28371
3.50000	3.05012	0.69562	1048.12500	1018.34950	924.51872	5.43737
4.00000	3.22395	0.75000	1136.25000	1107.45645	977.20646	5.57359
4.50000	3.19291	0.80866	1076.25000	1094.75330	967.79977	5.47162
5.00000	3.07319	0.87059	1016.25000	1037.02668	931.51075	5.25905
5.50000	3.00019	0.93474	993.12500	1001.96945	909.38482	5.09269
6.00000	2.95123	1.00000	970.00000	977.90254	894.54307	4.94987
6.50000	2.90551	1.06526	946.87500	954.38122	880.68460	4.80703
7.00000	2.86205	1.12941	923.75000	930.88203	867.51142	4.66437
7.50000	2.82077	1.19134	900.62500	907.40066	854.99882	4.52331
8.00000	2.78149	1.25000	877.50000	883.96002	843.09458	4.38528
8.50000	2.74391	1.30438	854.37500	860.58280	831.70463	4.25158
9.00000	2.70760	1.35355	831.25000	837.28849	820.69667	4.12340
9.50000	2.67200	1.39668	808.12500	814.09191	809.90732	4.00175
10.00000	2.63652	1.43301	785.00000	791.00216	799.15157	3.88744

Se observa también, que la velocidad máxima presentada en la boca, es de 5.6 m/s (20.2km/hr) con un tirante máximo de 0.75 m.

Sin embargo, se nota la gran dependencia de la magnitud del gasto de descarga, respecto al coeficiente de la misma, en efecto a menor valor, menor gasto descargado y mayor volumen almacenado y por consiguiente mayor profundidad de la laguna. En subcapítulos posteriores se llevará a cabo un análisis de sensibilidad de este fenómeno.

En el caso práctico de una laguna costera con aportaciones de agua dulce, los aforos de arrastre de sedimentos, tanto durante la época de avenidas como en la de estiaje, permitirían con ayuda de los resultados obtenidos de la simulación hidráulica (ver tablas 5.1 y 5.2), principalmente los de velocidad, dar una idea apróximada de las posibilidades de azolve en la boca de entrada, aplicando los criterios de arrastre de sedimentos de la Hidráulica Fluvial (ver ref 10).

Los casos analizados, tanto la simulación del gasto base como de la avenida de análisis, proponen una descarga continua al mar, por lo que son los sedimentos arrastrados por la corriente, los que podrían causar un azolvamiento de la boca de descarga; de acuerdo con lo anterior, la influencia del prisma de marea a la laguna se vería disminuida.

Sin embargo, convendrá siempre asegurarse de un comportamiento obtenido por la simulación, haciendo variar las condiciones de frontera. En los casos que la marea ejerza alguna influencia, depositando aguas del mar en la laguna con velocidades que casi siempre son lentas, valdrá la pena revisar la posibilidad de un cambio en las dimensiones de la boca de entrada tomando en cuenta el tamaño del material transportado por el mar en el arrastre de litoral.

5.2 Ejemplo # 2.

A diferencia del ejemplo anterior, se pretende analizar la misma laguna, pero considerando posible la desviación del río; por tanto, las aportaciones de agua dulce a la laguna costera serían nulas, por lo que la evolución de niveles del agua en la laguna dependerá unicamente de los del mar.

Por otra parte, no se requerirá de una simulación de calentamiento previa al cálculo, ya que cualquier relación de tirante en la laguna y el mar es útil para el análisis, y la selección de la relación dependerá del criterio del proyectista y de los alcances del estudio.

De acuerdo con esto, todos los datos utilizados en el ejemplo anterior son válidos a excepción del hidrograma de análisis (fig 5.2), al que se le ha considerado nulo, y el coeficiente de descarga de 0.8.

Se ha seleccionado, que la condición de tirante en la laguna sea de 0.5 m (obtenido en calentamiento), de esta manera, el proceso de cálculo sería parecido a la simulación anterior, pero con un comportamiento hidráulico de la laguna distinto.

A fin de contar con una precisión aceptable de cálculo, y una cantidad de datos adecuados de la simulación, se ha seleccionado un tiempo total de simulación de 24 hrs (86,400 seg), con un intervalo de cálculo de simulación de 60 seg (1 min) y un intervalo de impresión de resultados de cada 30 min (1800 seg). Según el esquema presentado en subcapítulo 2.3, con el cual se obtuvo el comportamiento hidráulico de la laguna y el que se resume en tabla 5.3, puede observarse que en los primeros 50 minutos, se efectúa un lento llenado de la laguna mediante un gasto de magnitud importante y de mínimo valor en toda la simulación.

Puede afirmarse que en los intervalos de tiempo de 0.00 hrs a 0.50, existe un momento en el cual el gasto de transferencia entre los dos cuerpos de agua es nulo y posteriormente se inicia el proceso de llenado de la laguna por el mar, pero siempre con una diferencia de niveles pequeña.

TABLA # 5.3 "CORRIDA DE EJEMPLO # 2 ".

t = 120 seg. Tsimu = 24 hrs. Zl = 0.50 Cd = 0.8

TACUM (Horas)	Zl_i (m)	YM_i (m)	QHD_i (m^3/s)	$QDES_i$ (m^3/s)	$VOAl_i$ (miles de m^3)	Vel_i (m/s)
0.00000	0.50000	0.50000	0.00	0.00	151.55439	0.00000
0.50000	0.50423	0.50428	0.00	-1.26459	152.83578	-0.02508
1.00000	0.51667	0.51704	0.00	-3.50610	156.60740	-0.06784
1.50000	0.53758	0.53806	0.00	-4.16242	162.94619	-0.07739
2.00000	0.56625	0.56699	0.00	-5.46231	171.63449	-0.09640
2.50000	0.60235	0.60332	0.00	-6.67040	182.57705	-0.11065
3.00000	0.64530	0.64645	0.00	-7.76627	195.59462	-0.12024
3.50000	0.69436	0.69562	0.00	-8.72919	210.46750	-0.12560
4.00000	0.74871	0.75000	0.00	-9.54113	226.94025	-0.12732
4.50000	0.80739	0.80866	0.00	-10.18747	244.72771	-0.12608
5.00000	0.86940	0.87059	0.00	-10.65720	263.52139	-0.12250
5.50000	0.93364	0.93474	0.00	-10.94304	282.99573	-0.11714
6.00000	0.99903	1.00000	0.00	-11.04218	302.81416	-0.11048
6.50000	1.06442	1.06526	0.00	-10.96310	322.63473	-0.10296
7.00000	1.12864	1.12941	0.00	-11.07305	342.10175	-0.09808
7.50000	1.18887	1.19134	0.00	-20.96052	360.35735	-0.17612
8.00000	1.24718	1.25000	0.00	-23.50675	378.03038	-0.18827
8.50000	1.30066	1.30438	0.00	-28.16374	394.24066	-0.21623
9.00000	1.34954	1.35355	0.00	-30.33248	409.05808	-0.22443
9.50000	1.39261	1.39668	0.00	-31.51867	422.11205	-0.22600
10.00000	1.42903	1.43301	0.00	-32.00554	433.15125	-0.22366
10.50000	1.45815	1.46194	0.00	-31.80708	441.97684	-0.21826
11.00000	1.47946	1.48296	0.00	-31.13087	448.43279	-0.21017
11.50000	1.49255	1.49572	0.00	-29.81204	452.40560	-0.19953

TABLA # 5.3 "CORRIDA DE EJEMPLO # 2".

t = 120 seg. Tsimu = 24 hrs. Zl = 0.50 Cd = 0.8

TACUM (Horas)	Zl_i (m)	YM_i (m)	QHD_i (m^3/s)	$QDES_i$ (m^3/s)	$VOAl_i$ (miles de m^3)	Vel_i (m/s)
12.00000	1.49724	1.50000	0.00	-27.92295	453.82513	-0.18632
12.50000	1.49341	1.49572	0.00	-25.47421	452.66532	-0.17045
13.00000	1.48113	1.48296	0.00	-22.46876	448.94425	-0.15161
13.50000	1.46061	1.46194	0.00	-18.88383	442.72365	-0.12923
14.00000	1.43218	1.43301	0.00	-14.61587	434.10747	-0.10202
14.50000	1.39633	1.39668	0.00	-9.23065	423.23949	-0.06610
15.00000	1.35364	1.35355	0.00	4.53719	410.30103	0.03352
15.50000	1.30461	1.30438	0.00	7.07051	395.44016	0.05420
16.00000	1.25291	1.25000	0.00	23.93493	379.76895	0.19126
16.50000	1.19385	1.19134	0.00	21.18114	361.86756	0.17761
17.00000	1.13172	1.12941	0.00	19.26207	343.03464	0.17038
17.50000	1.06736	1.06526	0.00	17.28709	323.52504	0.16212
18.00000	1.00097	1.00000	0.00	11.06400	303.40398	0.11059
18.50000	0.93582	0.93474	0.00	10.91085	283.65547	0.11666
19.00000	0.87178	0.87059	0.00	10.63417	264.24329	0.12207
19.50000	0.80992	0.80866	0.00	10.17683	245.49314	0.12575
20.00000	0.75129	0.75000	0.00	9.54753	227.72209	0.12719
20.50000	0.69688	0.69562	0.00	8.75719	211.23018	0.12578
21.00000	0.64761	0.64645	0.00	7.81883	196.29614	0.12084
21.50000	0.60432	0.60332	0.00	6.74713	183.17400	0.11174
22.00000	0.56775	0.56699	0.00	5.55850	172.09051	0.09797
22.50000	0.53856	0.53806	0.00	4.27286	163.24287	0.07938
23.00000	0.51729	0.51704	0.00	2.93911	156.79644	0.05683
23.50000	0.50480	0.50428	0.00	4.08298	153.00904	0.08093
24.00000	0.50032	0.50000	0.00	3.16449	151.65102	0.06327

Una vez iniciado el proceso de llenado de la laguna por el mar, el máximo valor de gasto, fué de 32.00 m^3/s que se presentó aproximadamente a las 10.00 hrs a.m., en este tiempo, la marea no ha alcanzado aun su máximo valor, el cual se dá hasta las 12.00 hrs, sin llegar a ser en tal instante un punto crítico, sino más bien, un proceso en decadencia; por tanto este comportamiento depende de la condición inicial de tirante en la laguna, la cual puede llegar a influenciar en un largo tiempo, por lo que ha de recomendarse, detallados análisis con distintas condiciones iniciales en la laguna.

Aún cuando los niveles de la marea son cercanos al máximo y en decadencia, puede observarse que la relación de vaciado de la laguna hacia el mar es lento por lo que este proceso de inversión deberá de ser paulatino y de velocidades crecientes.

Resulta importante mencionar, que además de la condición inicial en la laguna, el coeficiente (G) de descarga, juega un papel muy importante en la velocidad de vaciado de la laguna, y por tanto la influencia de la magnitud de la condición inicial, afecta durante un tiempo mayor.

De acuerdo con la tabla 5.3 mencionada, puede observarse que entre las horas 14 y 15 sucede la inversión de flujo y se inicia el vaciado de la laguna hacia el mar, registrándose el gasto máximo de descarga de 23.93 m^3/s a 1.5 horas de iniciado el proceso; lo anterior puede deberse a las características propias del modelo, provocando una búsqueda de relación constante del vaciado de la laguna.

Por otra parte, puede observarse que existen dos etapas del comportamiento hidráulico de la laguna, las cuales pueden indicar si existe la posibilidad de una inestabilidad del estuario, éstas son: la de vaciado y llenado.

Según fig. 2.7 de referencia 8, el prisma de marea, el área de entrada, considerando los datos suministrados al modelo de la sección de la boca propuestos como rectangular y con 100 m de ancho:

S = *Superficie de laguna en* m^2.

R_T = *Altura de la onda de marea en m.*

A = *Area de la entrada en* m^2.

V_{pris} = *Volumen del prisma de marea en* m^3.

$S = 303{,}108.8\ m^3$

$R_T = 1.00\ m$

$A = 100\ m^2\ \ (1{,}075.3\ ft^2)$

$V_{pris} = 303{,}108.8\ m^3\ (10{,}672{,}844.4\ ft^3)$

Con los valores de (A) y (V_{pris})*, si se consulta a la gráfica de figura 2.6, el punto no se encuentra dentro de la gráfica, por lo que aplicando las expresiones propuestas en fig. 2.7 de referencia 8:*

T = *Periódo de marea.*

T = *24 horas.*

$$V_{AG} = \frac{2(303{,}108.8)(1.00)}{(86{,}400)(100.0)}$$

$$V_{AG} = 0.0702\ m/s$$

$$VMX = \frac{\pi}{2}(0.0702)$$

$$VMX = 0.1103\ m/s$$

Observando la tabla 5.3, puede concluirse que, para la etapa de llenado de la laguna, las velocidades máxima, media y mínima fueron de 0.2244 m/s, 0.1515 m/s y 0.06610 m/s respectivamente, lo que puede indicar que la posibilidad de inestabilidad y un cierre de la boca es remota.

Durante el vaciado de la laguna, pudieron observarse velocidades máximas, medias y mínimas con valores de 0.12719 m/s, 0.1120 m/s y 0.03352 m/s, respectivamente . De lo anterior, existe cierta posibilidad mínima de un cierre de la boca después de un cierto tiempo.

Lo recomendable en este caso es revisar si estas velocidades no son capaces de arrastrar los materiales del transporte de litoral traidos por la marea y depositados cercanos y en la boca misma, además será *conveniente efectuar dragados periódicos de la boca, a fin de mantenerla en una sección similar a la propuesta en la simulación.*

5.3 Calibración.

Debido al grado alto de complejidad de un análisis de convergencia y estabilidad (apéndice 1) al método propuesto, se optó por aplicarle al criterio, dos tipos de análisis, y cuyas conclusiones habrán de llevar a obtener una opinión sobre la precisión del mismo; los tipos de análisis fueron:

a) Análisis de convergencia y estabilidad numérica, mediante tanteos sucesivos del valor del intervalo de simulación.
b) Comparación de resultados obtenidos con el Modelo Sánchez-Vázquez (ver ref 3).

El tipo de análisis por aplicar, no es estrictamente matemático, sino más bien de sensibilidad de los resultados arrojados por el modelo, sin embargo, ésto no lo aparta de los fines perseguidos.

5.3.1 Análisis de Sensibilidad del Δt de Simulación.

Para el análisis de estos dos conceptos, puede suponerse que la solución de la ecuación diferencial exacta, es la que se obtiene para un intervalo de tiempo de simulación de 1 min, de tal manera que para diferentes intervalos de tiempo de simulación, el error dependerá del tamaño de éste.

Si para el caso, se selecciona el ejemplo 2 para iniciar las pruebas, y el (Δt) se hace variar de 60 seg, 300 seg, 600 seg, 1200 seg, 1800 seg, 2400 seg, 3000 seg, hasta 3600 seg, obviamente, desde el momento en que los resultados marquen una clara inestabilidad así como también mayor error con la ecuación de continuidad, la ejecución será detenida.

En la realización de las pruebas se consideró que los datos para la alimentación del modelo, fuesen iguales a los de los ejemplos 1 y 2 vistos en anterior subcapítulo, a excepción de los coeficientes de descarga, los cuales fueron respectivamente 1.0413 y 0.7893.

En el caso del ejemplo 2, las figs 5.3.1 y 5.3.8 relación tirante en laguna-tiempo y gasto de descarga-tiempo respectivamente, mues--

FIG. 5.3.1.

CALIBRACION EJEMPLO N° 2

$\Delta t = 60$ seg. , Δt imp. = 300 seg. (5 min.)

cd = 0.7893

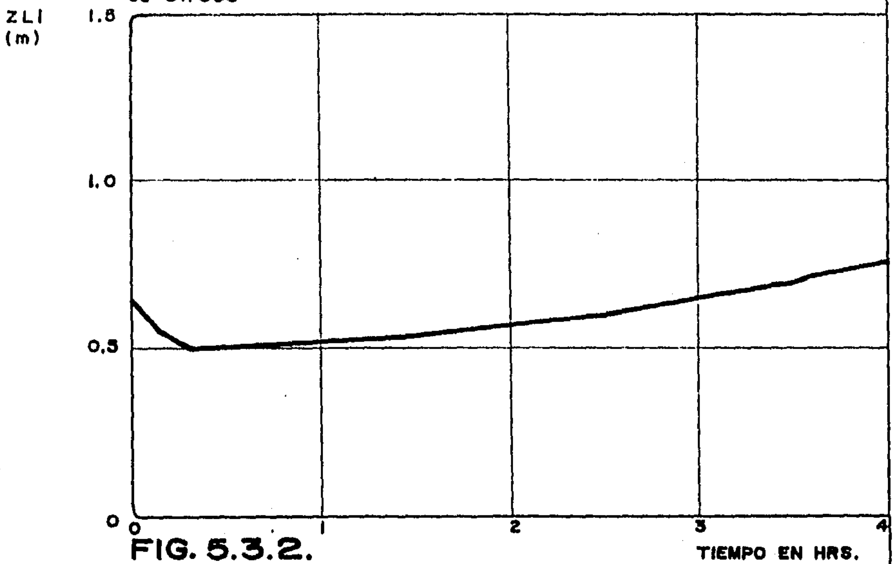
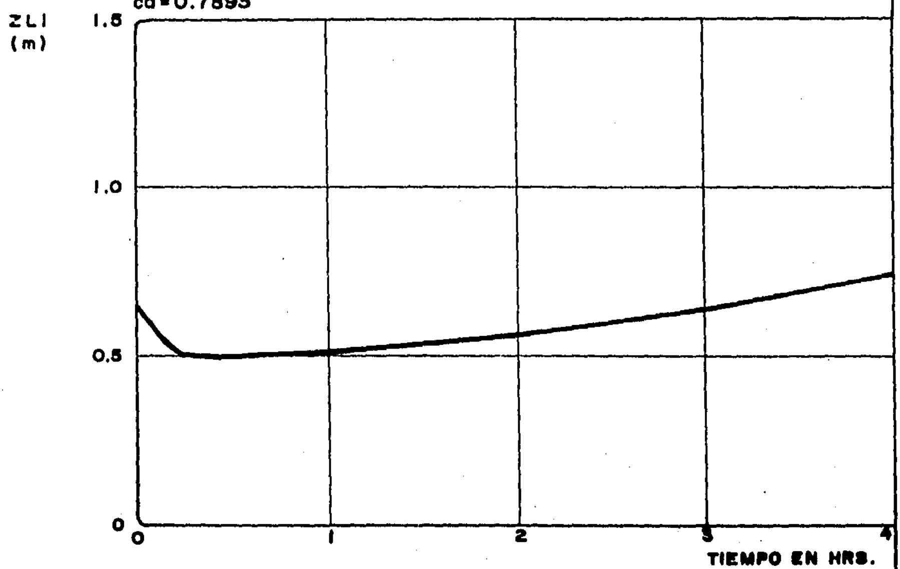


FIG. 5.3.2.

CALIBRACION EJEMPLO N° 2

$\Delta t = 300$ seg. , Δt imp. = 300 seg. (5 min.)

cd = 0.7893



tran una gran regularidad en el trazo de cada comportamiento sin oscilaciones anormales.

Es importante mencionar que el efecto de la marea comienza a ser dominante a partir de las 0.4 hrs, momento en el cual, el vaciado de la laguna es detenido para iniciarse así un crecimiento de la profundidad proporcional a las evoluciones de tirantes en el mar y obviamente con una tendencia senoidal.

Como se ha dicho anteriormente, se ha considerado para efectos de análisis, que el resultado para un incremento de tiempo de simulación de 60 seg, sea la solución exacta de la ecuación diferencial, y de esta forma, efectuar una comparación de resultados para cada (Δt) con respecto a la primera.

Puede observarse en las figs. 5.3.2 a 5.3.7 en forma individual, que el comportamiento del modelo no causó oscilaciones que de alguna manera podrían ser símbolo de una inestabilidad numérica, por lo contrario, en cada caso, puede observarse una continuidad en el trazo de la función; sin embargo para (Δt) superiores a 3000 seg la inestabilidad numérica se presenta, produciéndose un vaciado total de la laguna durante el intervalo de tiempo y a veces tan crítico que llega a originar en los resultados, tirantes con valores negativos.

Por otra parte, en lo que respecta al comportamiento del gasto de descarga al, "o" del mar, puede notarse la gran sensibilidad de éste al tamaño del (Δt), ya que si se observa en las figs 5.3.9 a 5.3.12, existe cierta irregularidad del trazo de la función produciéndose ciertas oscilaciones con amplitud crecientes a partir del instante 1.0 hrs y nunca menores a 0.4 hrs, que es el momento en el cual, para el (Δt) de 60 seg se cruza el eje de abcisas.

Puede notarse también que en (Δt) cada vez mayores, el efecto de condición inicial de la laguna produce que ésta no permita la dominación de la marea o bien que ésta sea parcial.

Sin embargo, la curva de vaciado de la laguna son muy parecidas hasta valores de (Δt) inferiores a 600 seg.

FIG. 5.3.3

CALIBRACION EJEMPLO N° 2

Δt= 600 seg, Δt imp= 600 seg, Cd = 0.7893

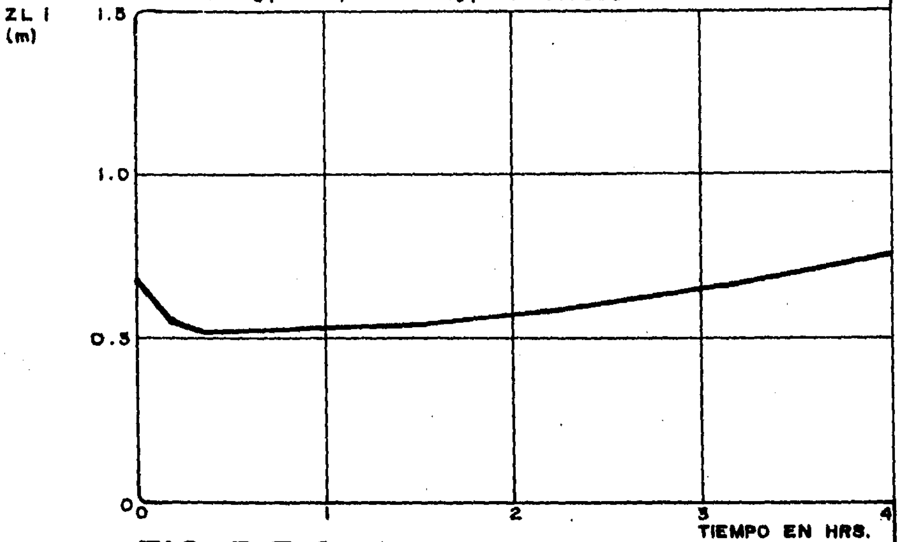


FIG. 5.3.4

CALIBRACION EJEMPLO N° 2

Δt =1200 seg, Δt imp = 1200 seg, Cd = 0.7893

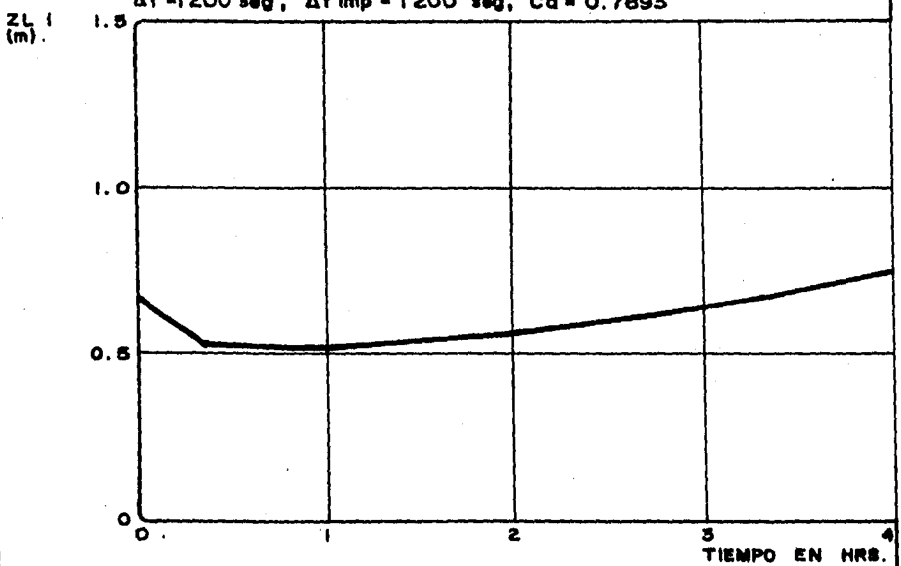


FIG. 5.3.5

CALIBRACION EJEMPLO N° 2

Δt = 1800 seg, Δt imp = 1800 seg, Cd = 0.7893

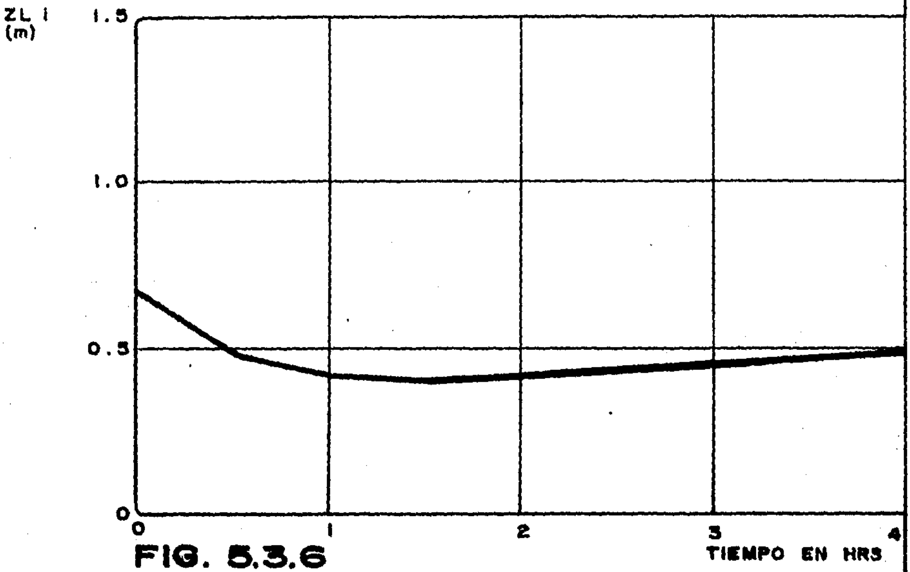


FIG. 5.3.6

CALIBRACION EJEMPLO N° 2

Δt = 2400 seg, Δt imp = 2400 seg, Cd = 0.7893

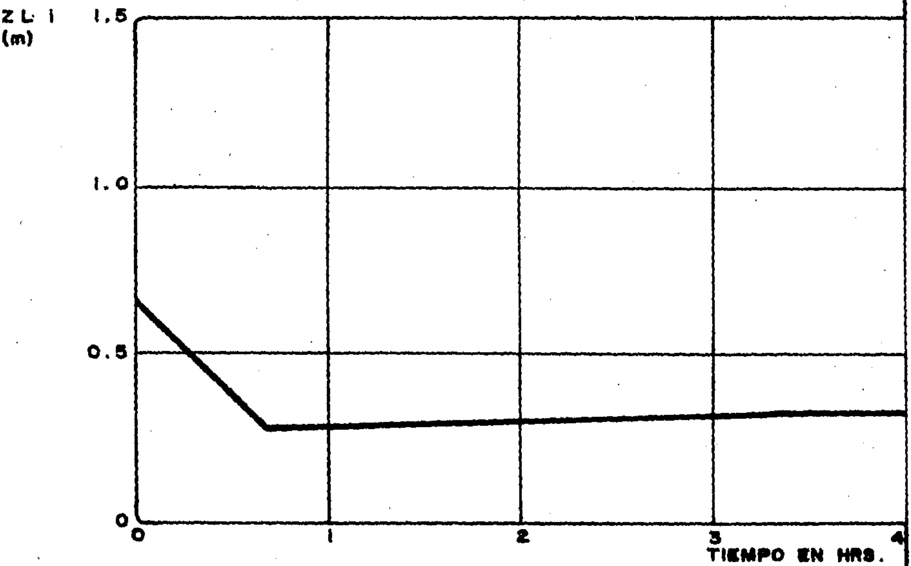


FIG. 5.3.7

CALIBRACION EJEMPLO N° 2

$\Delta t = 3000$ seg, Δt imp $= 3000$ seg, Cd $= 0.7893$

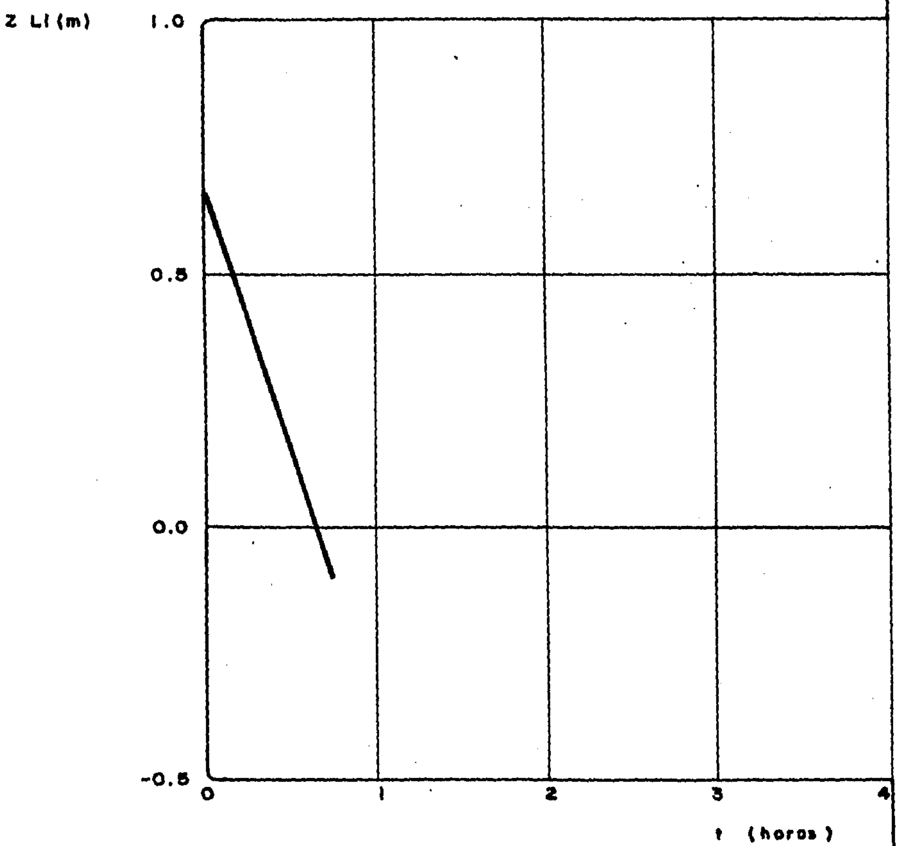


FIG. 5.3.8

CALIBRACION SEGUN EJEMPLO N° 2

Δt = 60 seg, Δt imp = 300 seg, Cd = 0.7893

t simul.= 14 400 seg

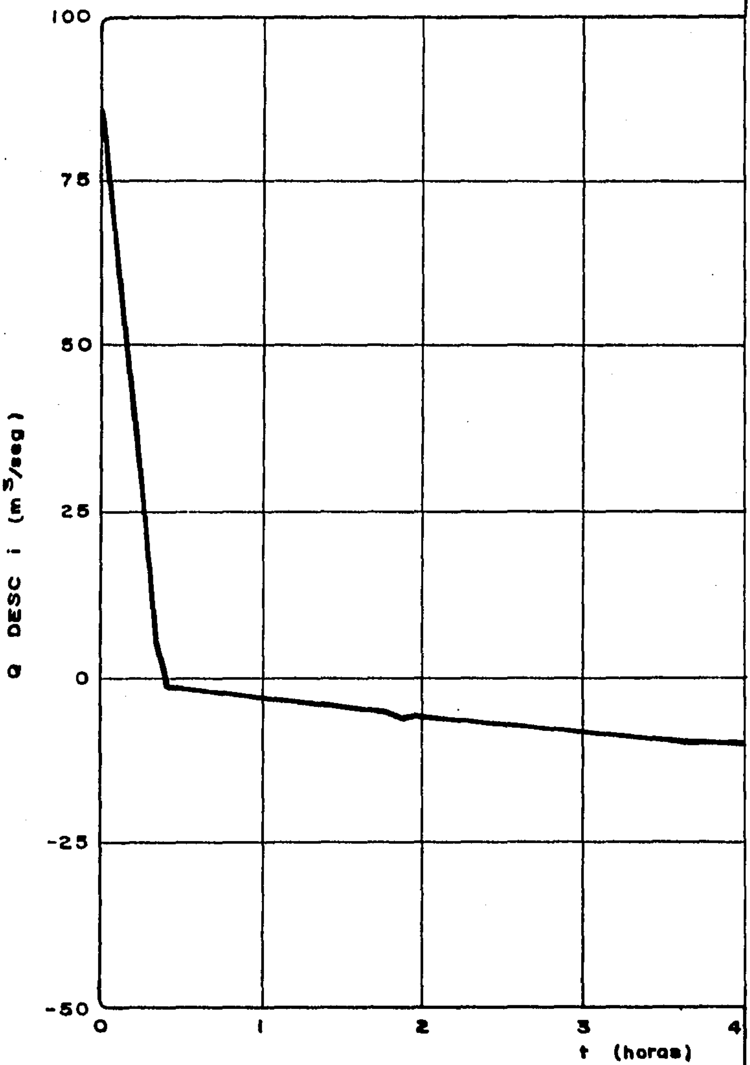


FIG. 5.3.9

CALIBRACION SEGUN EJEMPLO N° 2

Δt = 300 seg, Δt imp = 300 seg, Cd = 0.7893

tsimu = 14400 seg

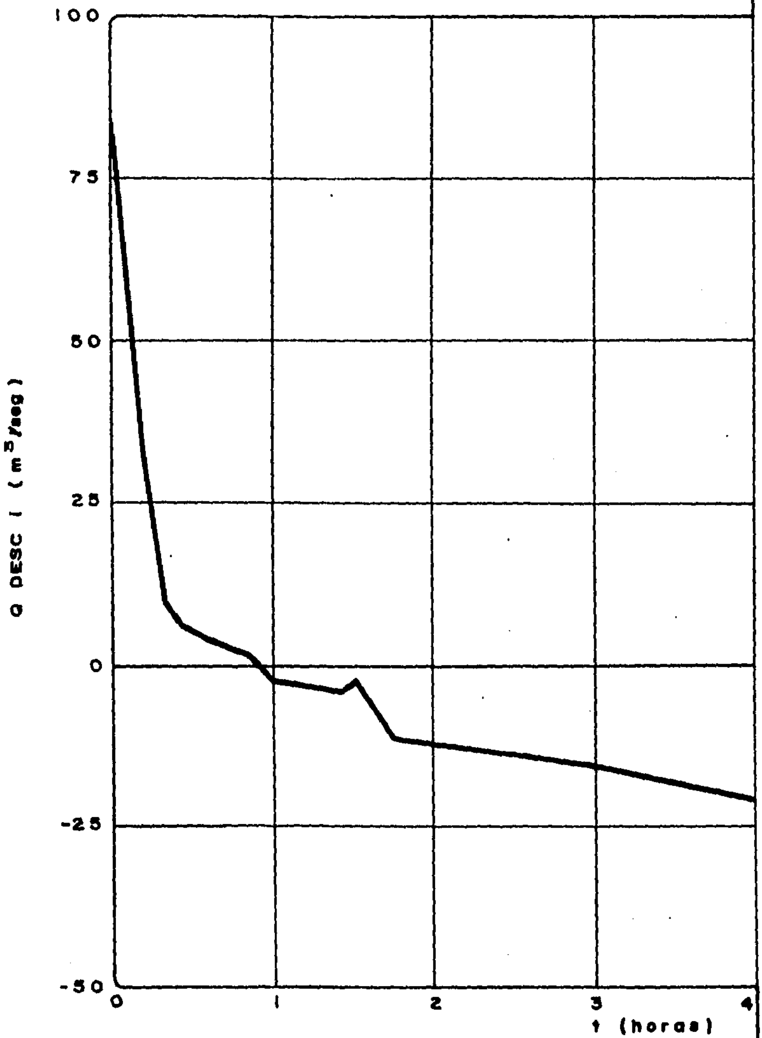


FIG. 5.3.10

CALIBRACION SEGUN EJEMPLO Nº 2

Δt = 600 seg, Δtimp = 600 seg, Cd = 0.7893

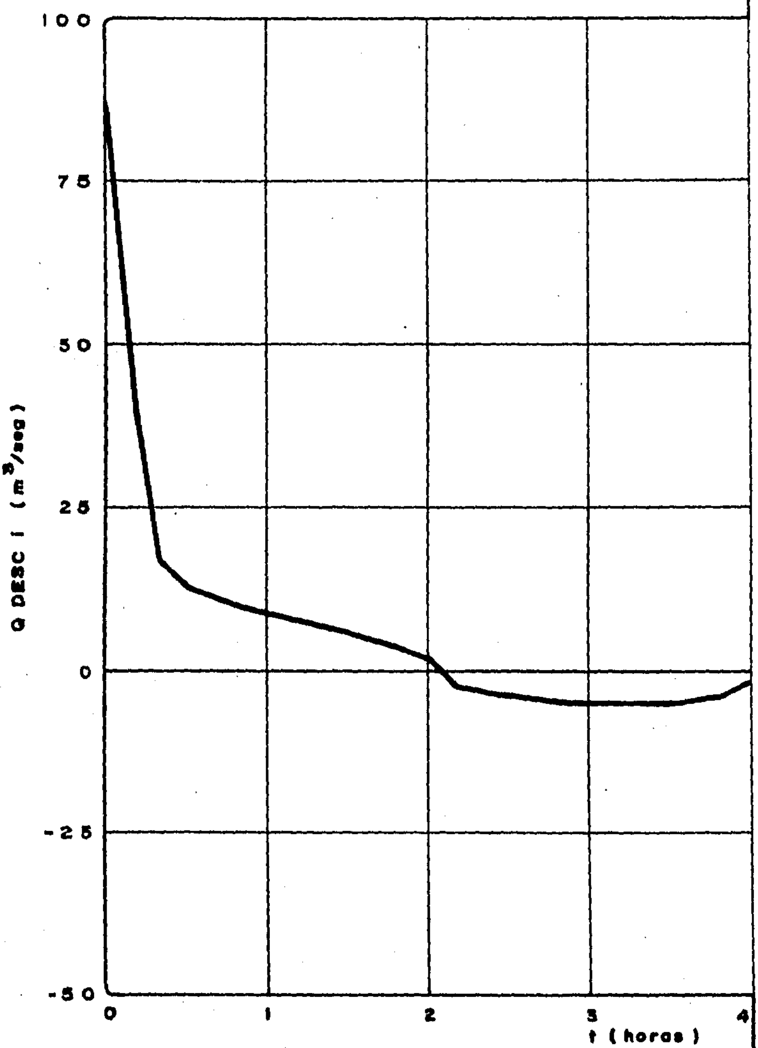


FIG. 5.3.11.

CALIBRACION EJEMPLO N° 2

$\Delta t = 1200$ seg. , Δt imp = 1200 seg.

cd = 0.7893

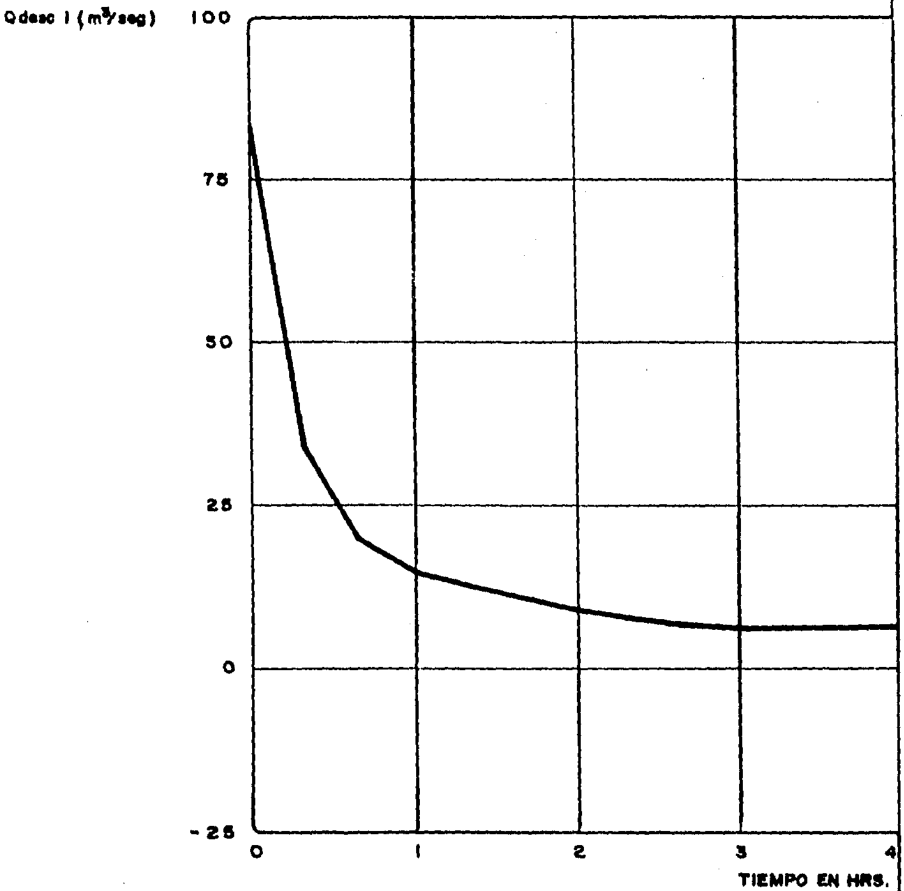
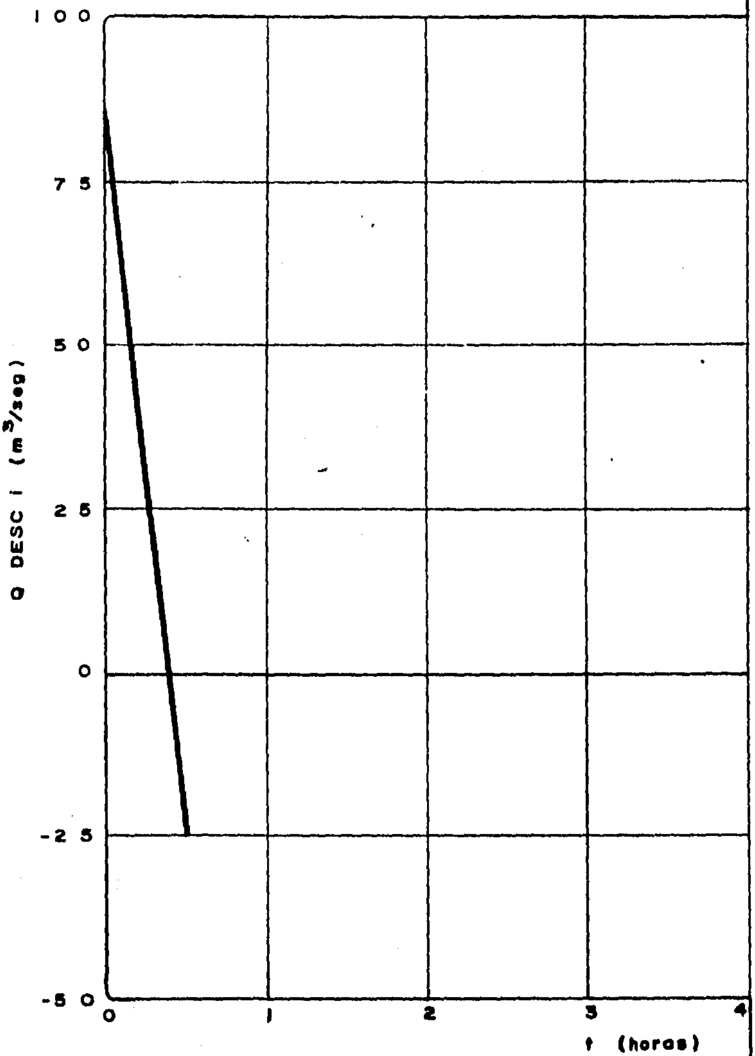


FIG. 5.3.12
CALIBRACION SEGUN EJEMPLO N° 2
Δt = 1800 seg, Δt imp = 1800 seg, Cd = 0.7893



La inestabilidad total del modelo, como puede observarse en fig. - 5.3.12, se presenta para (Δ t) superior a 1200 seg.

Finalmente, si se observa las figs 5.3.1 a 5.3.4, el comportamiento de las profundidades es casi el mismo, esto coincide con el comportamiento del gasto de descarga, ya que para el (Δ t) de 600 seg, aún se registran valores que permiten la entrada de agua salada a la laguna.

Lo ántes dicho, permite inferir que para el caso del ejemplo 2, deberá de seleccionarse el tamaño del (Δ t) dependiendo de la precisión que se desee obtener y en este caso no deberá ser mayor de 600 seg.

El ejemplo 1 posee, de acuerdo con capítulos anteriores, dos variantes de simulación, el calentamiento del sistema y la corrida formal, de la cual es importante señalar, que se han respetado todos los datos de la laguna propuestos en los subcapítulos 5.1 y 5.2.

El presente análisis, hecho para la simulación únicamente, puede ser aplicado aún para la de calentamiento , ya que las posibilidades de una inestabilidad son mayores al considerar un hidrograma de avenida con gastos variables en el tiempo.

Para el caso de un (Δ t) de simulación de 60 seg., la función profundidad en la laguna contra tiempo posee un trazo regular sin oscilaciones lo que hace pensar en un comportamiento correcto y al que, según criterio ántes mencionado, habrá de considerarse como solución exacta, o bien menos erronea, para los fines perseguidos (ver figura 5.3.13).

Si se observan las figs 5.3.13 a 5.3.17, puede decirse que el comportamiento del modelo es satisfactorio, ya que las curvas son prácticamente las mismas, lo que permite afirmar una excelente estabilidad y convergencia numérica aún para (Δ t) ligeramente superiores a 1200 seg; ya que para 1800 seg (fig 5.3.17), puede notarse una desviación del trazo correcto, a partir de las 2.5 hrs. debido al tamaño del (Δ t) principalmente. Para (Δ t) mayores a 1800 seg, la estabili-

FIG. 5.3.13

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO Nº 1

Δt = 60 seg, Δtimp = 300 seg Cd = 1.0413

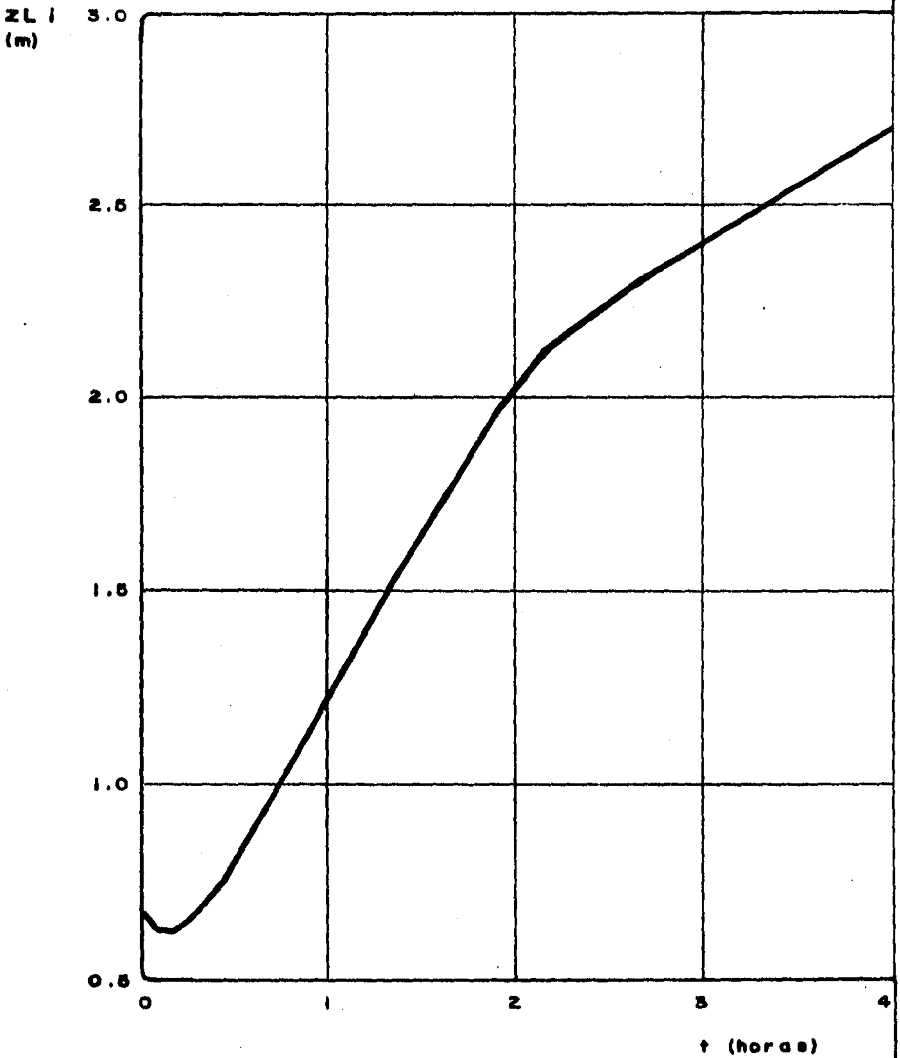


FIG. 5.3.14

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO N° I

Δt = 300 seg, Δt imp = 300 seg Cd = 1,0413

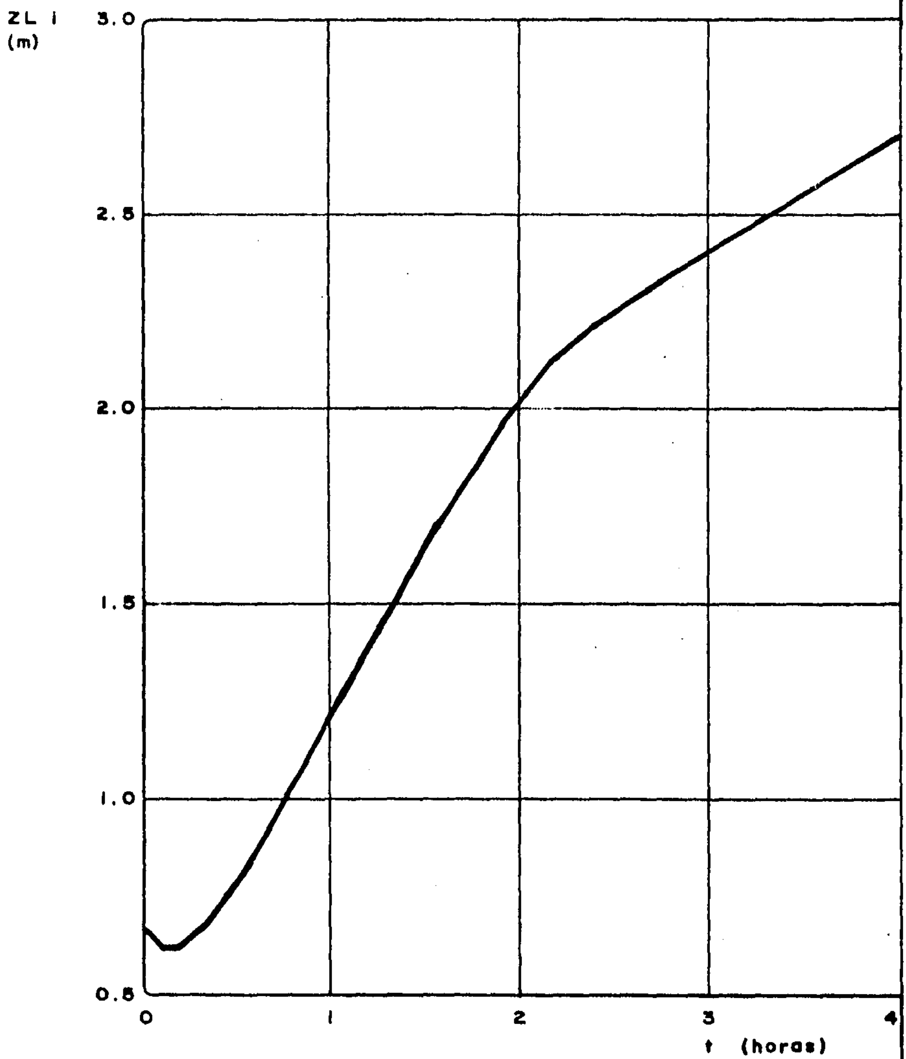


FIG. 5.3.15

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO N° 1

Δt = 600 seg , Δt imp = 600 seg , Cd = 1.0413

CON HIDROGRAMA Y MAREA

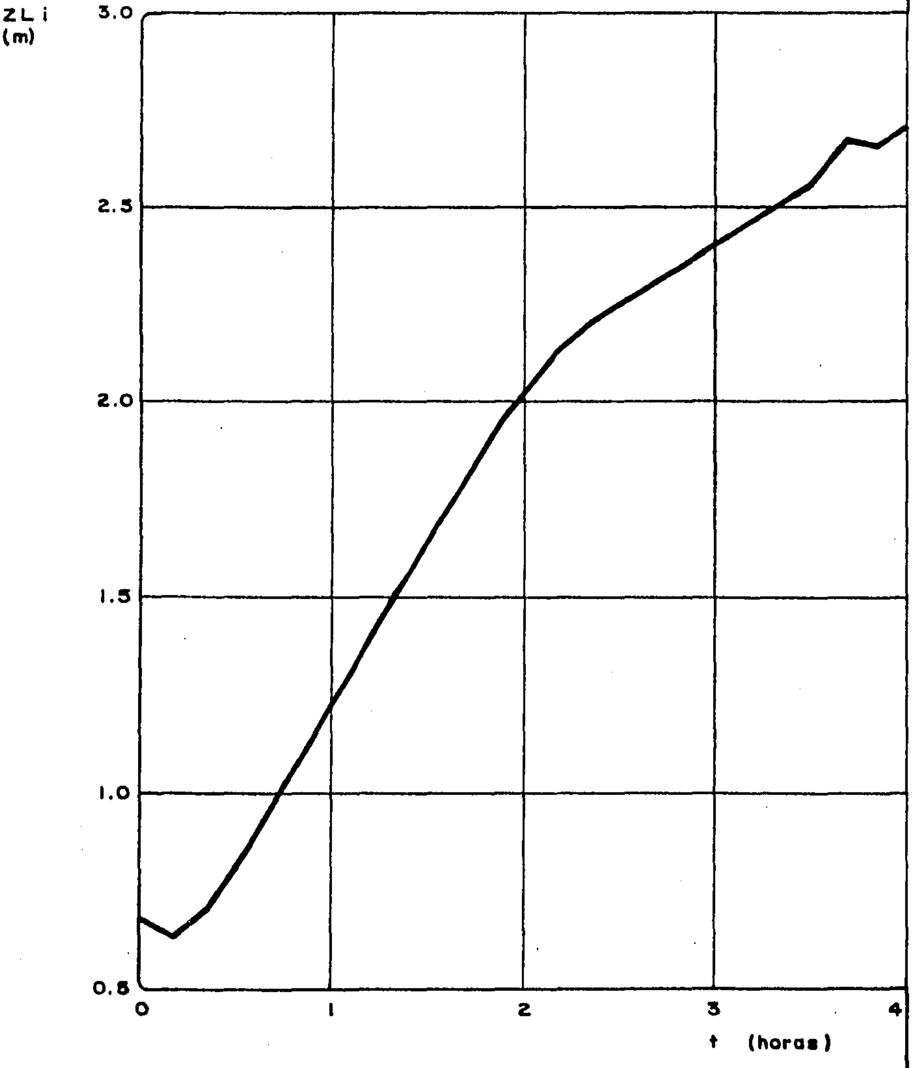


FIG. 5.3.16

Δt = 1200 seg, Δt imp = 1200 seg, Cd = 1.0413

EJEMPLO N° 1

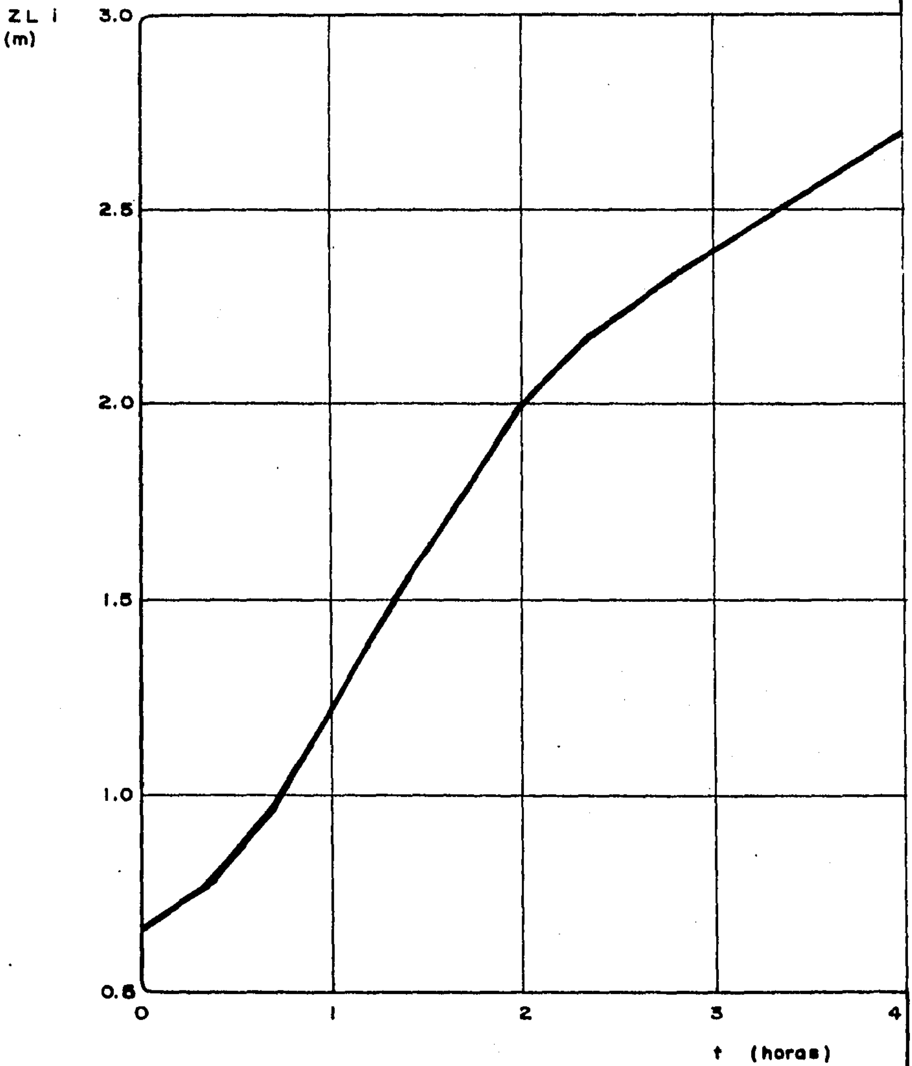
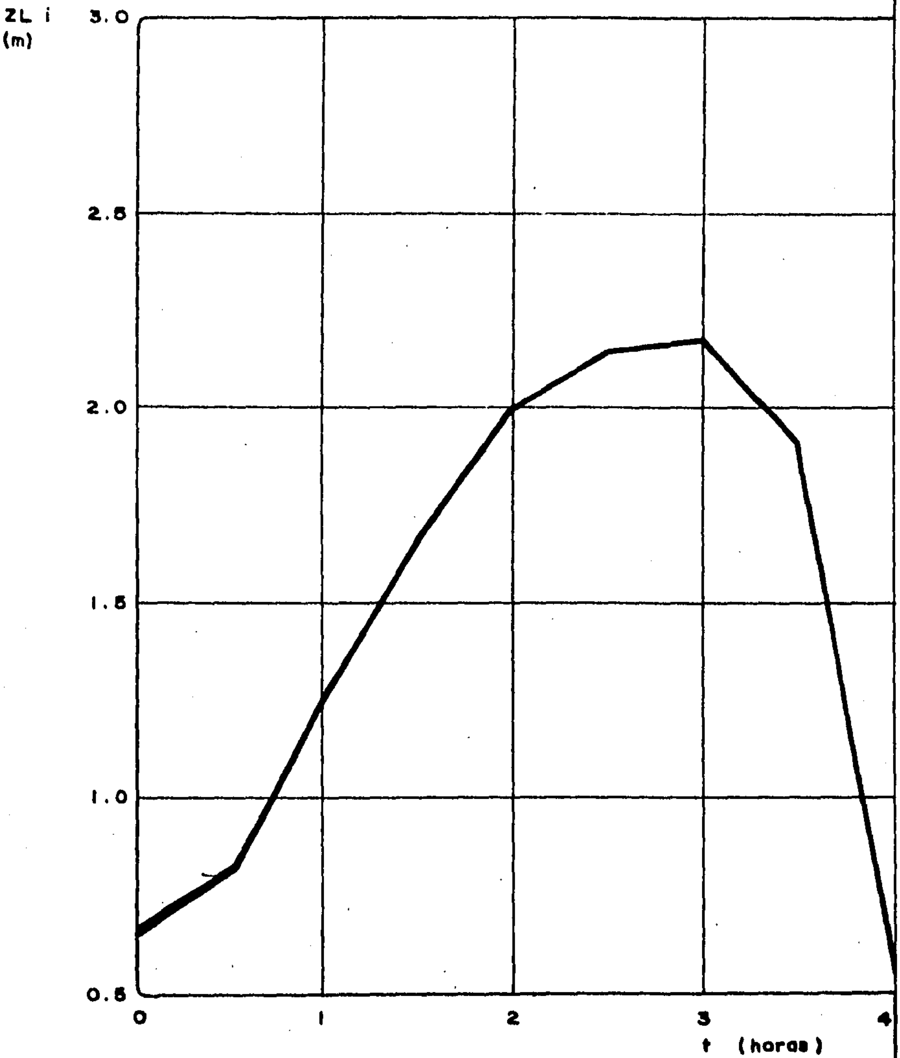


FIG. 5.3.17

Δt = 1800 seg, Δt imp = 1800 seg, Cd = 1.0413

EJEMPLO Nº 1



dad y convergencia numérica vienen a ser disminuidas en precisión, ya que para el caso analizado, los resultados arrojados carecen de toda lógica (fig. 5.3.18).

En cuanto a la evolución de la curva de gasto de descarga, el fenómeno de inestabilidad se presenta para intervalos de simulación superiores a 1200 seg. como sucedió con la relación de tirantes contra tiempo. Esto permite afirmar que el fenómeno de inestabilidad se presenta al mismo tiempo en los resultados de gastos y descarga al rebasarse el tamaño de 1200 seg. (fig. 5.3.19 a 5.3.24) para el caso analizado; esto independientemente de la precisión de cada uno de ellos a un funcionamiento real el cual se analizará más adelante.

FIG. 5.3.18

Δt = 2400 seg, Δt imp = 2400 seg, Cd = 1.0413

EJEMPLO N° I

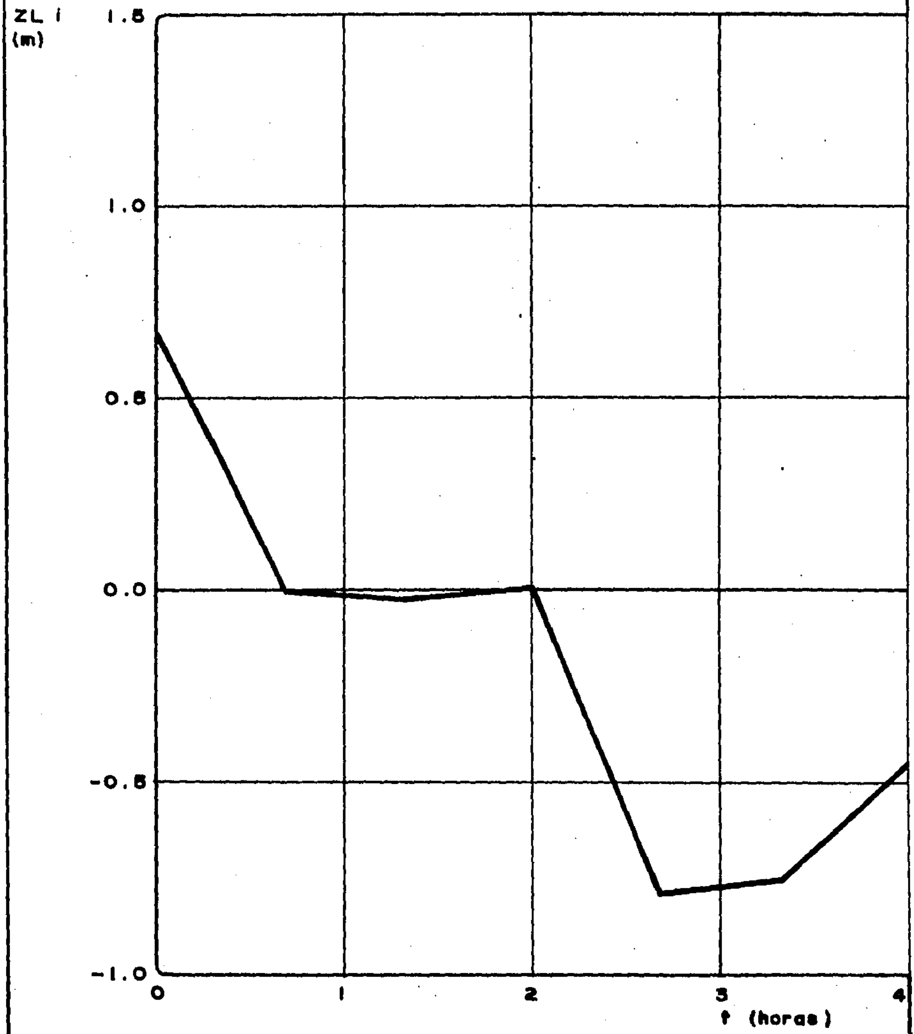


FIG. 5.3.19

Δt = 60 seg, Δt imp = 300 seg, Cd = 1.0413

CALIBRACION EJEMPLO Nº 1

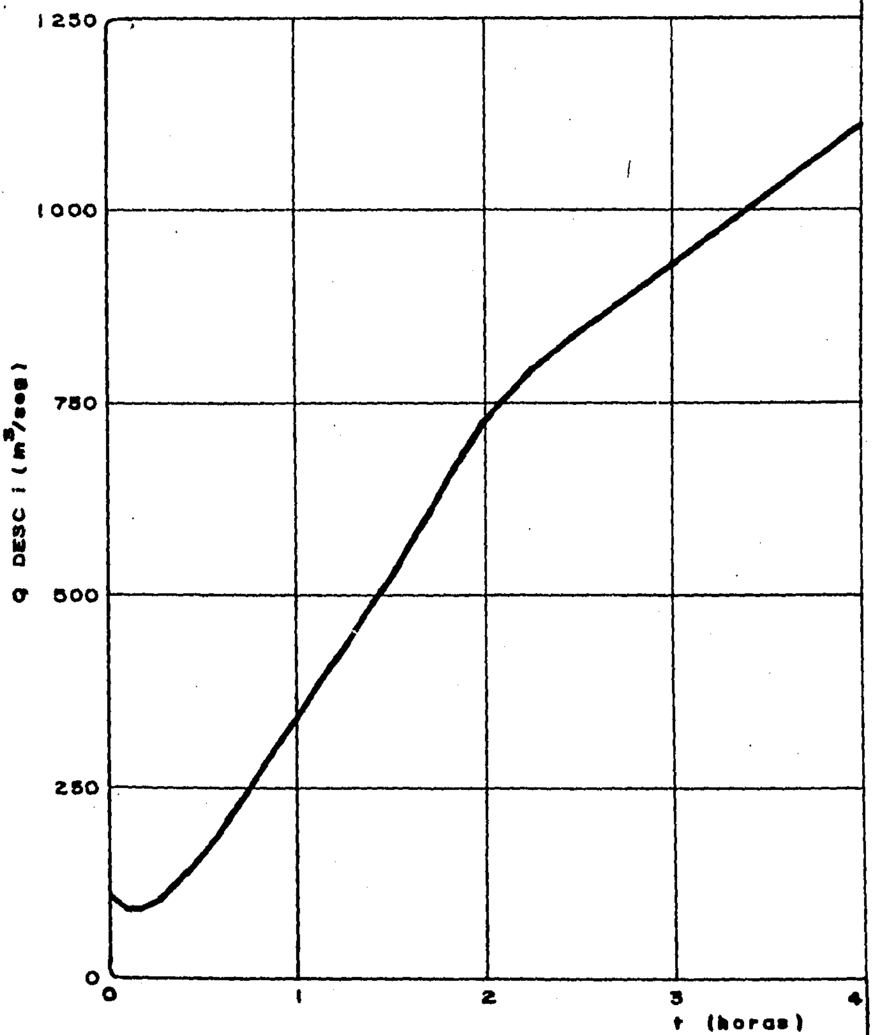


FIG. 5.3. 20
MODELO SIMPLIFICADO
CALIBRACION EJEMPLO Nº 1
Δt = 300 seg, Δt imp = 300 seg, Cd = 1.0413

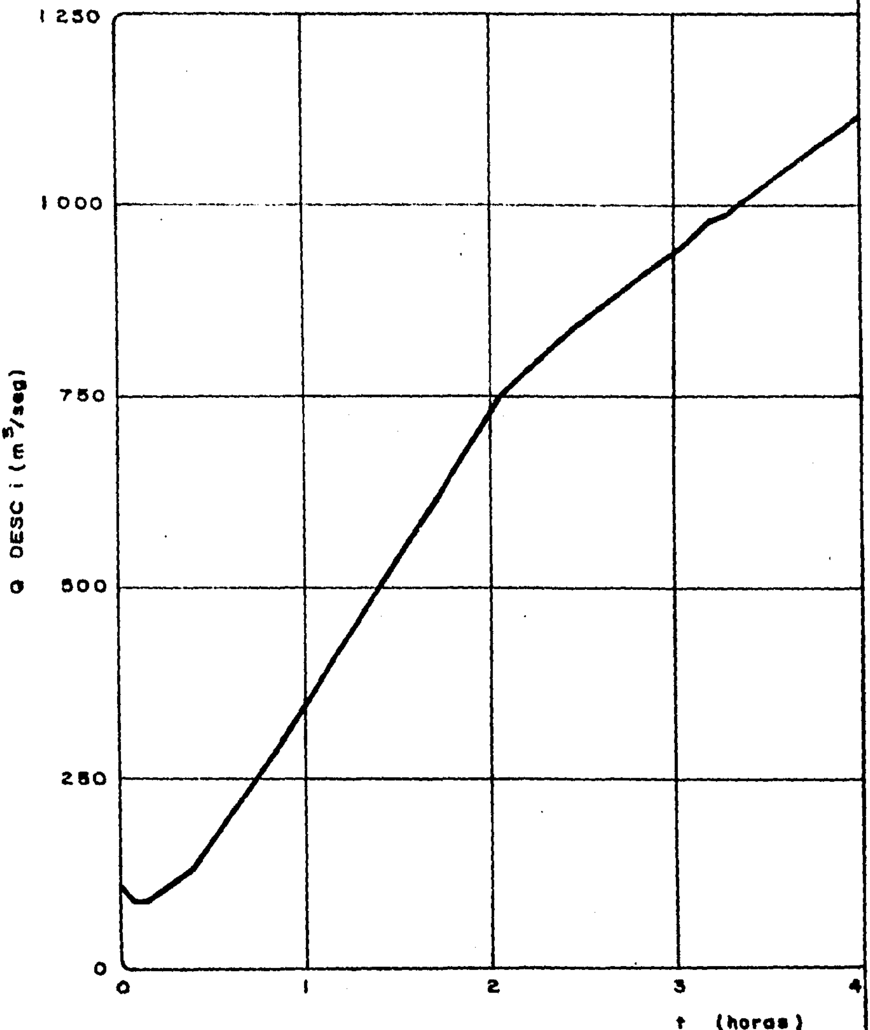


FIG. 5.3.21

Δt = 600 seg, Δt imp = 600 seg, Cd = 1.0413

EJEMPLO Nº 1

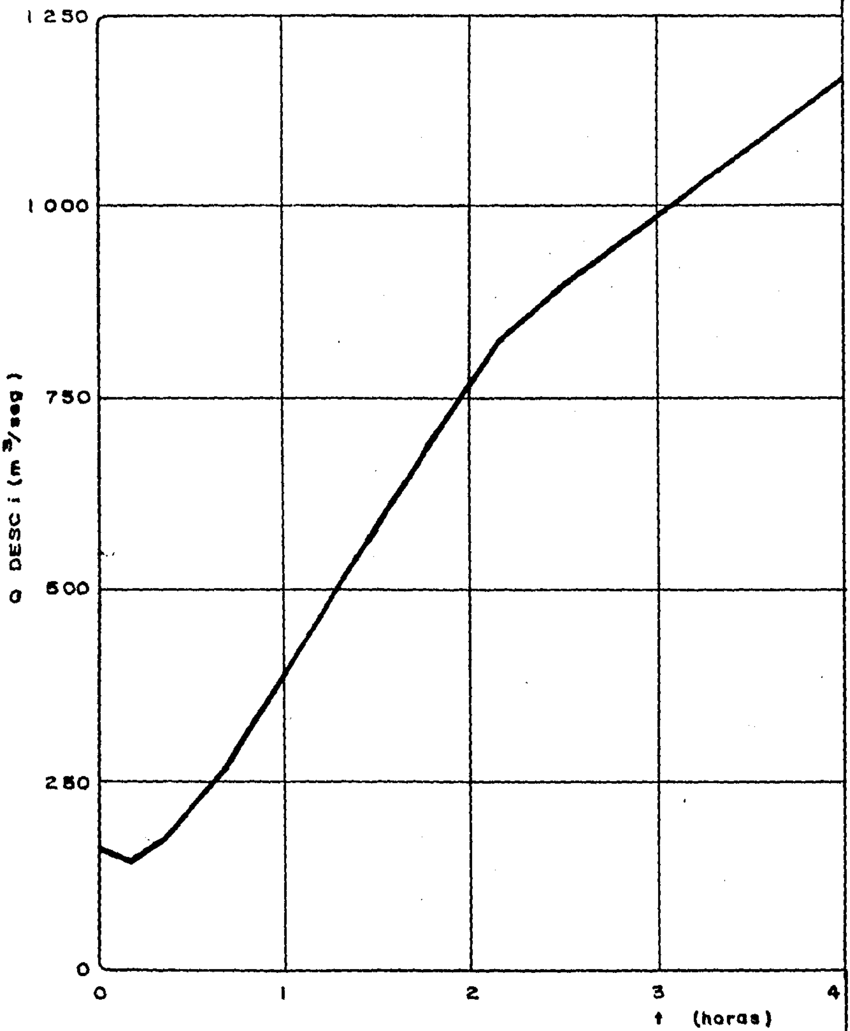


FIG. 5. 3. 22

Δt = 1 200 seg, Δtimp = 1200 seg, Cd = 1.0413

EJEMPLO N° 1

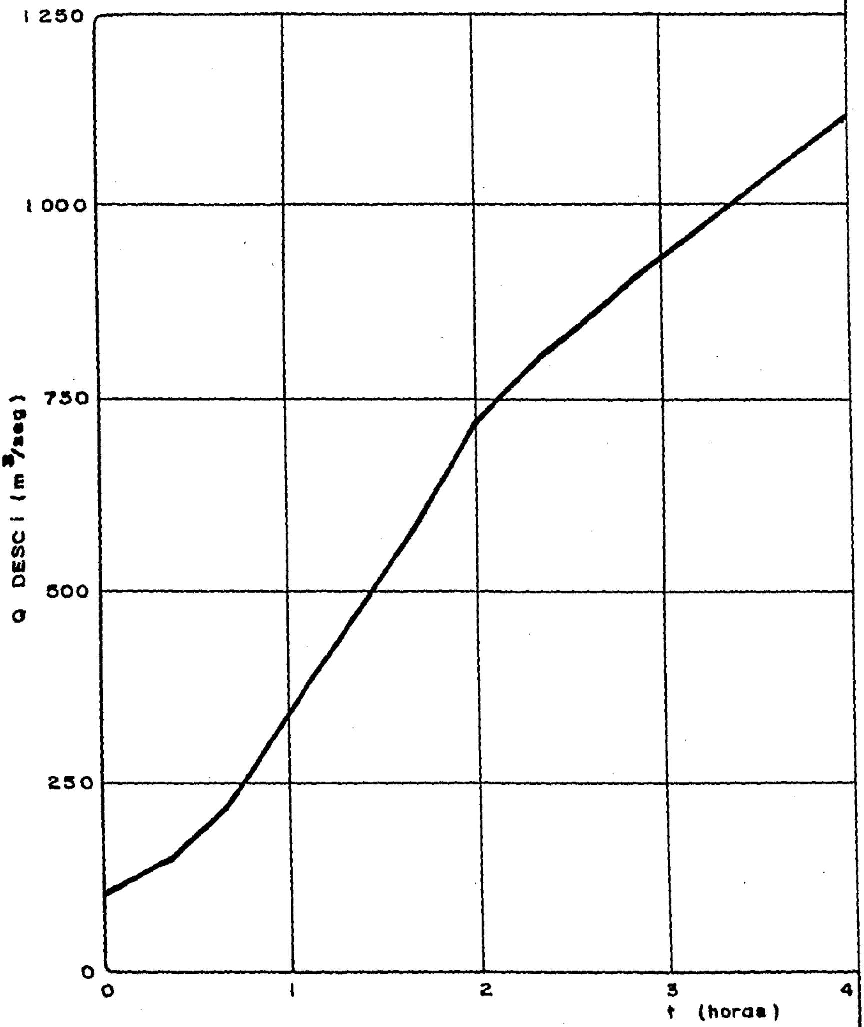


FIG. 5. 3. 23

Δt = 1800 seg, Δt imp = 1800 seg, Cd = 1.0413

EJEMPLO N° 1

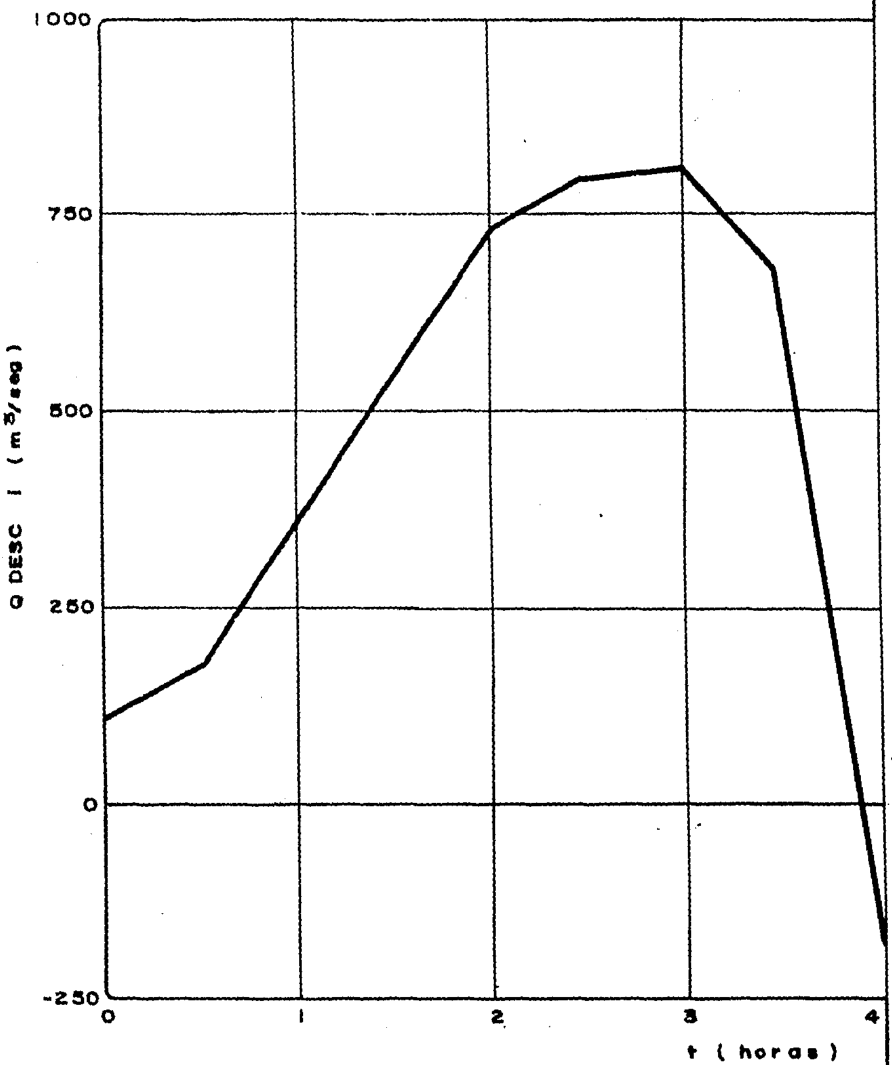
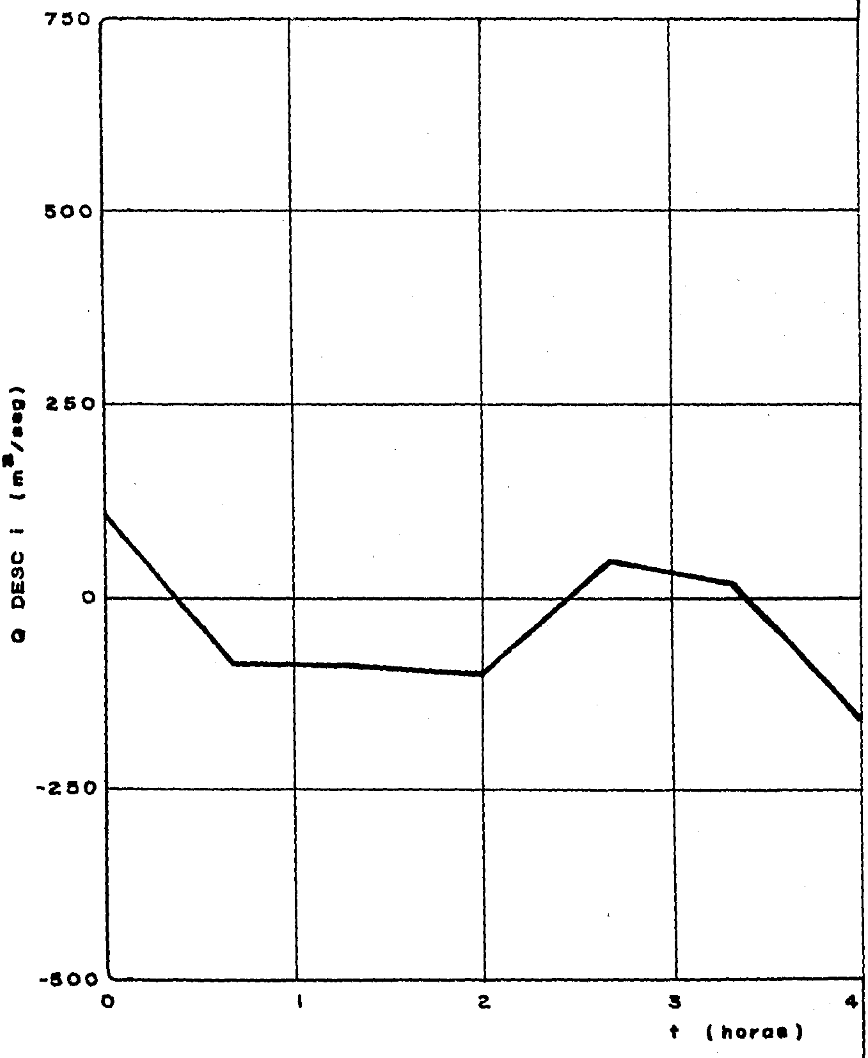


FIG. 5.3.24

Δt = 2400 seg , Δt imp = 2400 seg , Cd = 1.0413

EJEMPLO Nº 1



5.3.2 Comparación con el modelo Sánchez-Vázquez.

El modelo Sánchez-Vázquez, se ha manejado en una computadora HP-1000, y acepta relaciones de tirante-tiempo (fig 5.1) como condiciones de frontera en las celdas triangunales 70 y 1, siendo la primera, a través de la cual se pretende representar para el ejemplo 1, la descarga de un río mediante una relación tirante-tiempo y la segunda, mediante otra relación (fig. 5.3), la evolución de tirantes en el mar. Esta última de hecho fué determinada previa a las corridas de este modelo.

Sin embargo para poder obtener el hidrograma de excitación del modelo simplificado, hubo la necesidad de correr previamente el modelo Sánchez-Vázquez, el cual puede calcular los gastos que se transfieren por cada lado del triángulo, en este caso el 70; de esta manera, se obtuvo un hidrograma de descarga a la laguna, el cual puede observarse en fig 5.2.

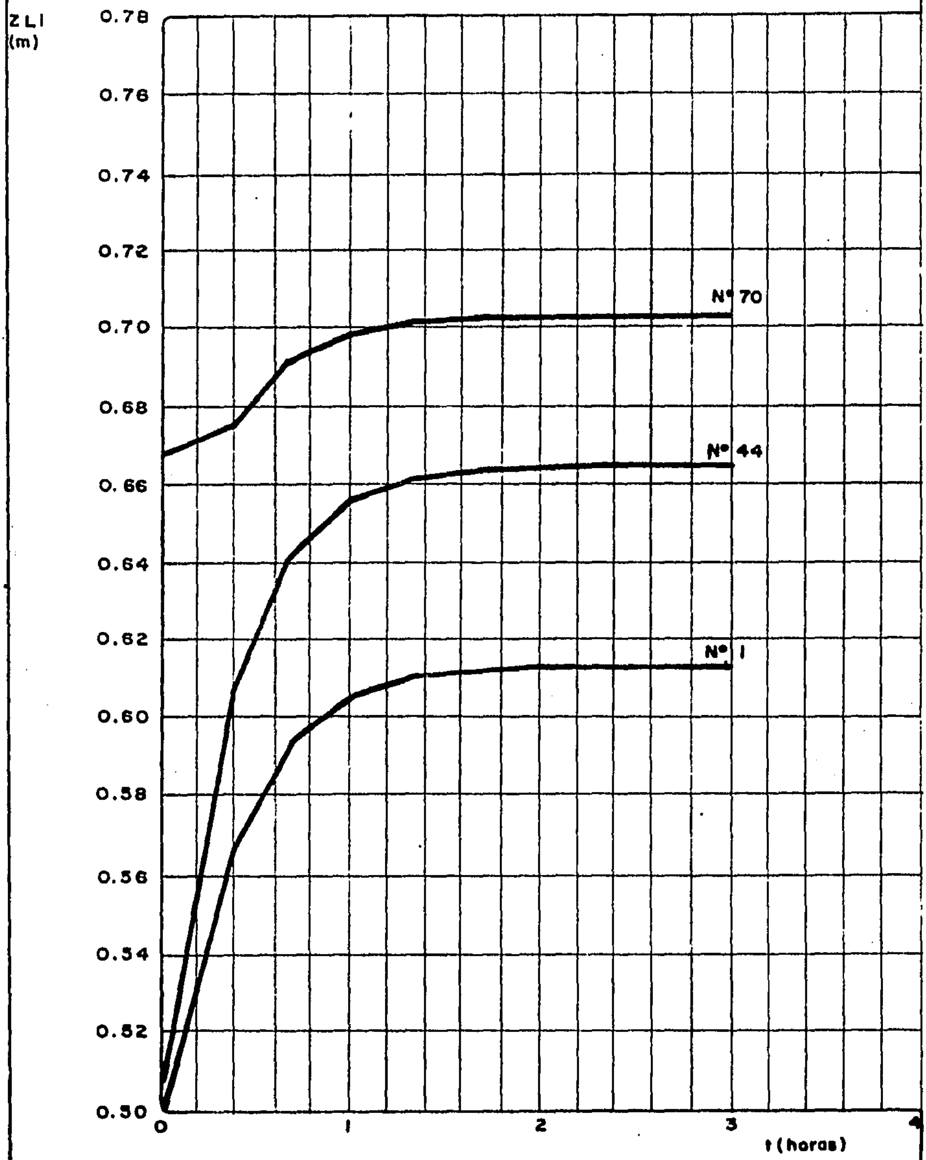
Se efectuaron un total de 3 corridas con el modelo Sánchez-Vázquez, las 2 primeras relativas al ejemplo 1 y la última, en la que se eliminó la relación tirante-tiempo en la frontera de la celda 70 para el ejemplo 2.

el gasto base de 54.6 m^3/seg, fué determinado considerando una relación de tirante-tiempo en la frontera 70 constante y con valor de 0.75 m y de 0.5 m en la celda 1, la cual, como se ha dicho representa al mar.

Para la corrida de calentamiento del ejemplo 1, debido a que su finalidad es determinar las condiciones iniciales en la laguna, se obtuvo la relación de tirante-tiempo para las celdas 1, 44 y 70, las cuales como puede verse en fig 5.3.25; tal figura, permite observar a través del tiempo, la forma en la que la laguna adquiere la profundidad para el gasto base de 54.6 m^3/seg con un tirante en el mar de 0.5 m, el valor de tal profundidad considerada como medio, fué de 0.6667 m. tomada de la celda 44 ubicada en la parte central de la laguna costera.

FIG. 5.3.25

TIRANTE EN LA LAGUNA - t PARA CALENTAMIENTO
MODELO SANCHEZ - VAZQUEZ



También puede observarse en la figura mencionada, que la ley de continuidad es cumplida para el tiempo de 3.0 hrs, para el cual, prácticamente el tirante permanece constante.

Una vez determinada la condición inicial, se procedió a obtener una corrida para el ejemplo 1, y de ésta pudo graficarse la relación de tirante-tiempo para las celdas 1, 44 y 70 (ver figuras 5.3.26 a -- 5.3.28), siendo sus tirantes máximos de 2.23 m, 2.47 m. y 2.67 m. respectivamente; se obtuvo además, el hidrograma de gasto de descarga (fig 5.3.29), con un valor máximo de 1047.02 m^3/seg.

Posteriormente, se realizó una última corrida para el ejemplo 2, de la cual pudo sustraerse información de la misma forma que para el ejemplo 1, así como también de las mismas celdas; 1, 44 y 70. De las figs 5.3.30 a 5.3.32, se observa un gran parecido de las celdas en cuanto a la profundidad, además de que adoptan a través del tiempo, la forma de una senoide. Es importante mencionar, que a pesar de iniciar con una profundidad baja en la laguna, el modelo Sánchez-Vázquez obtiene, que siempre el nivel de la laguna es mayor que el del mar y siempre descargará hacía este último, de ahí que el hidrograma de descarga sea en la sección positiva de las ordenadas (fig 5.3.33), además con una forma senoidal.

La experiencia en el uso del modelo simplificado, permitió concluir que solamente la variación del coeficiente de descarga, podría hacer modificaciones en la evolución de profundidad y gasto de descarga del mar a la laguna o viceversa.

Por lo tanto un análisis de sensibilidad de coeficientes de descarga para cada ejemplo y en cada celda, permitiría que el modelo simplificado, en cuanto a resultados, se acerque a los del modelo Sánchez-Vázquez. Esto puede lograrse si para cada ejemplo corrido en este modelo,se obtiene para cada una de las celdas centrales el coeficiente de descarga medio, los cuales pueden ser alimentados al modelo simplificado a fin de determinar el grado de precisión de éste.

FIG. 5.3.26

CALIBRACION MODELO SANCHEZ-VAZQUEZ PARA EJEMPLO N°1 CON HIDROGRAMA Y MAREA ACTUANTE CELDA N° 1

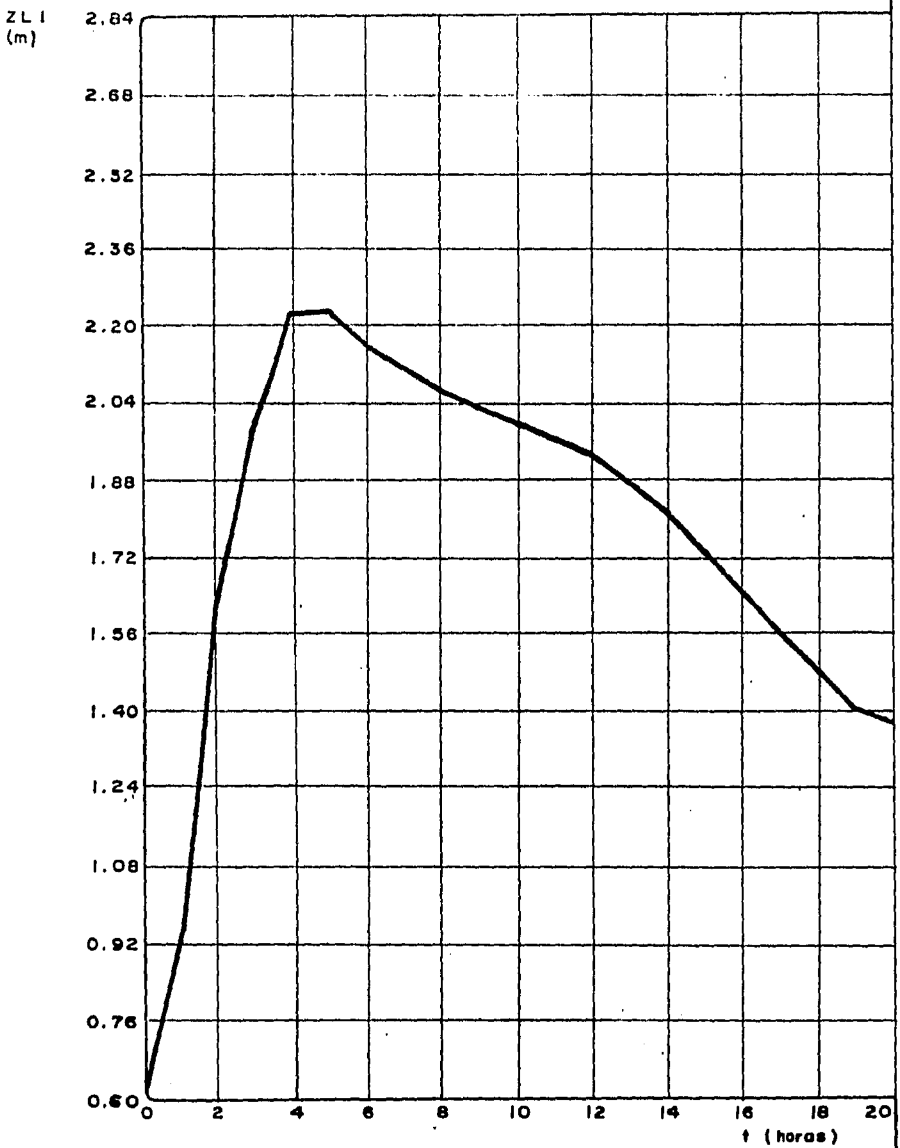


FIG. 5.3.27

CALIBRACION MODELO SANCHEZ - VAZQUEZ
PARA EJEMPLO N° I CON HIDROGRAMA Y MAREA
ACTUANTE CELDA N° 44

FIG. 5.3.28

CALIBRACION MODELO SANCHEZ – VAZQUEZ
PARA EJEMPLO N° 1 CON HIDROGRAMA Y MAREA
ACTUANTE CELDA N° 70

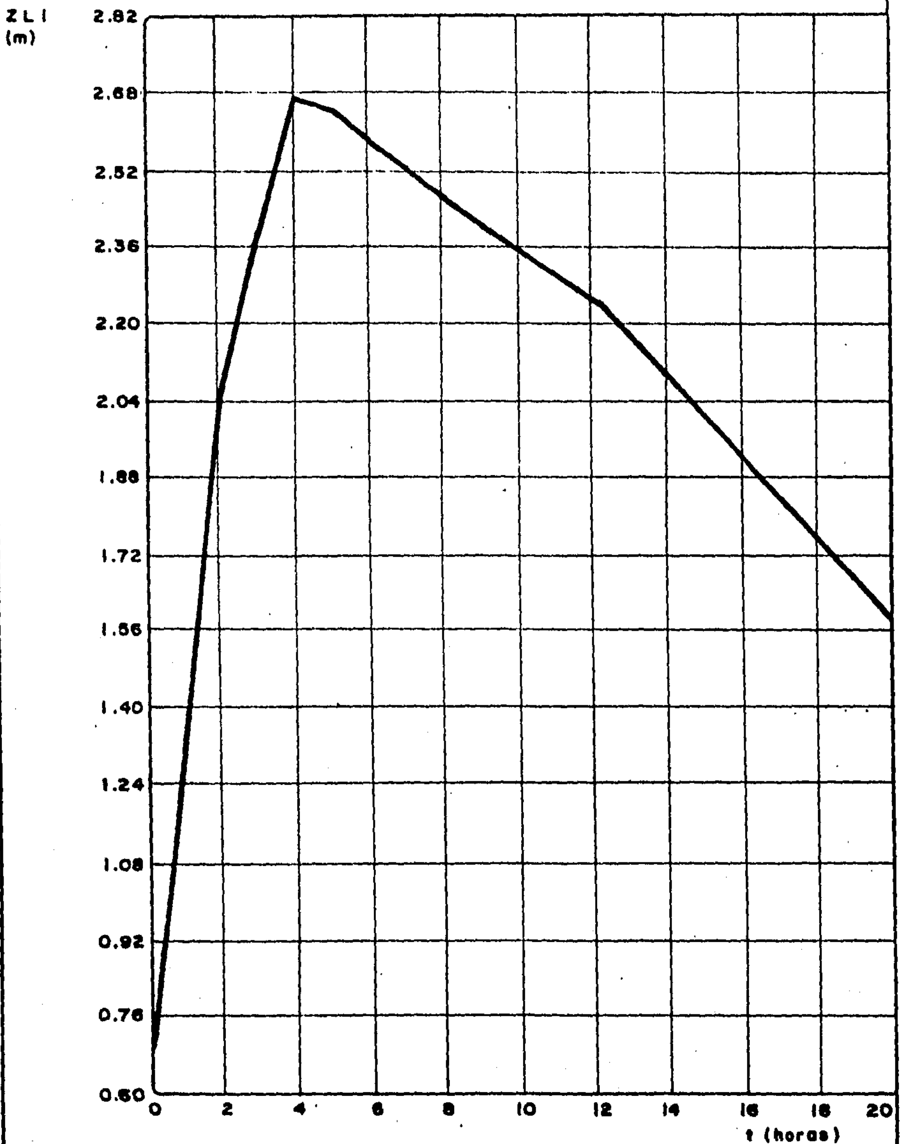


FIG. 5.3.29
CALIBRACION EJEMPLO Nº 1
CON HIDROGRAMA Y MAREA
MODELO SANCHEZ – VAZQUEZ

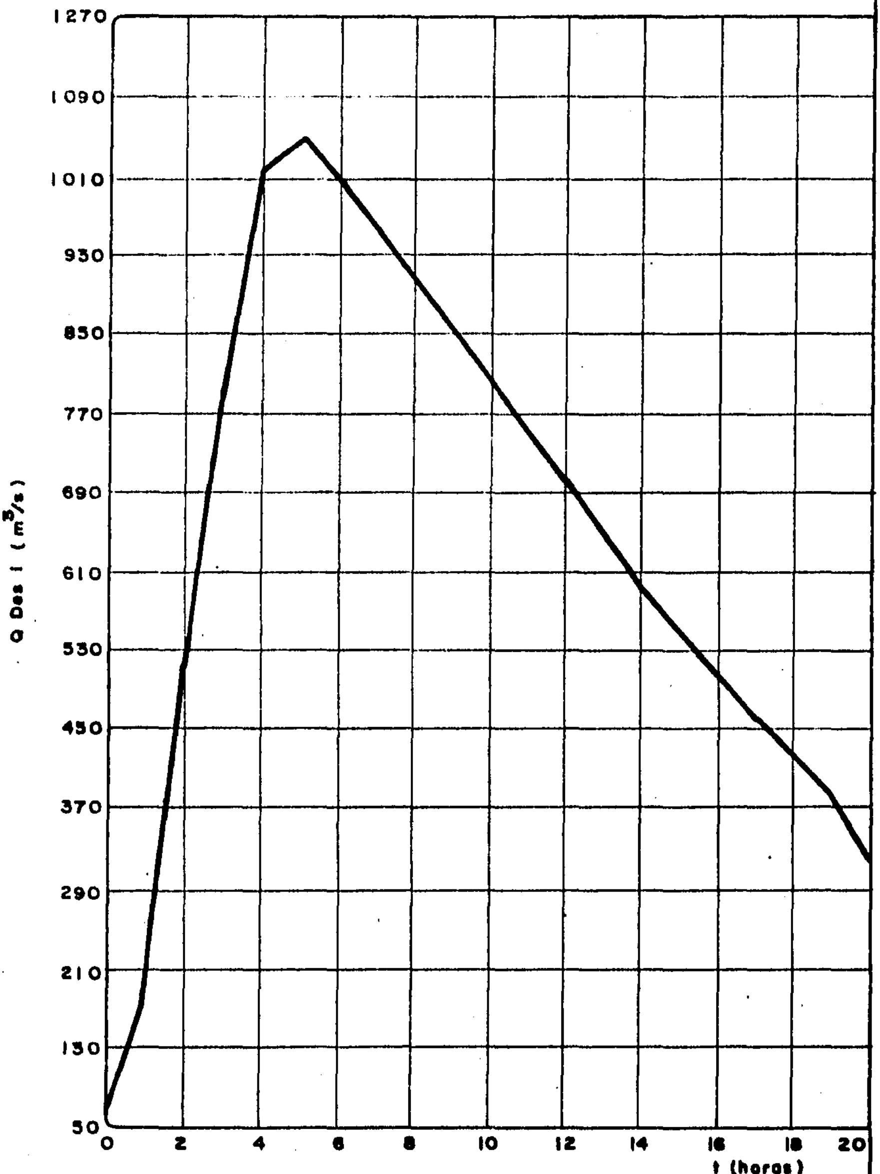


FIG. 5.3.30
MODELO SANCHEZ-VAZQUEZ
PARA EJEMPLO N° 2 SIN HIDROGRAMA
CELDA N° 1

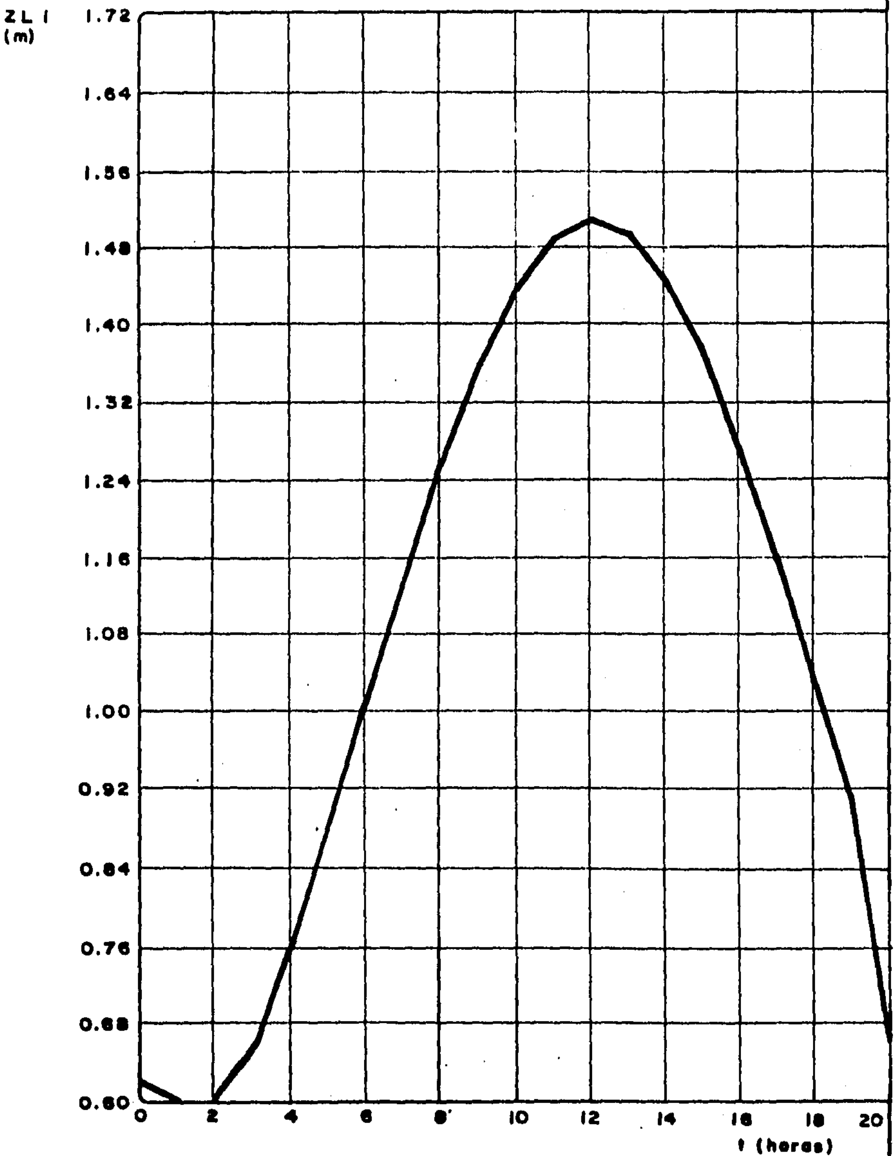


FIG. 5.3.31
MODELO SANCHEZ-VAZQUEZ
PARA EJEMPLO N° 2 SIN HIDROGRAMA
CELDA N° 44

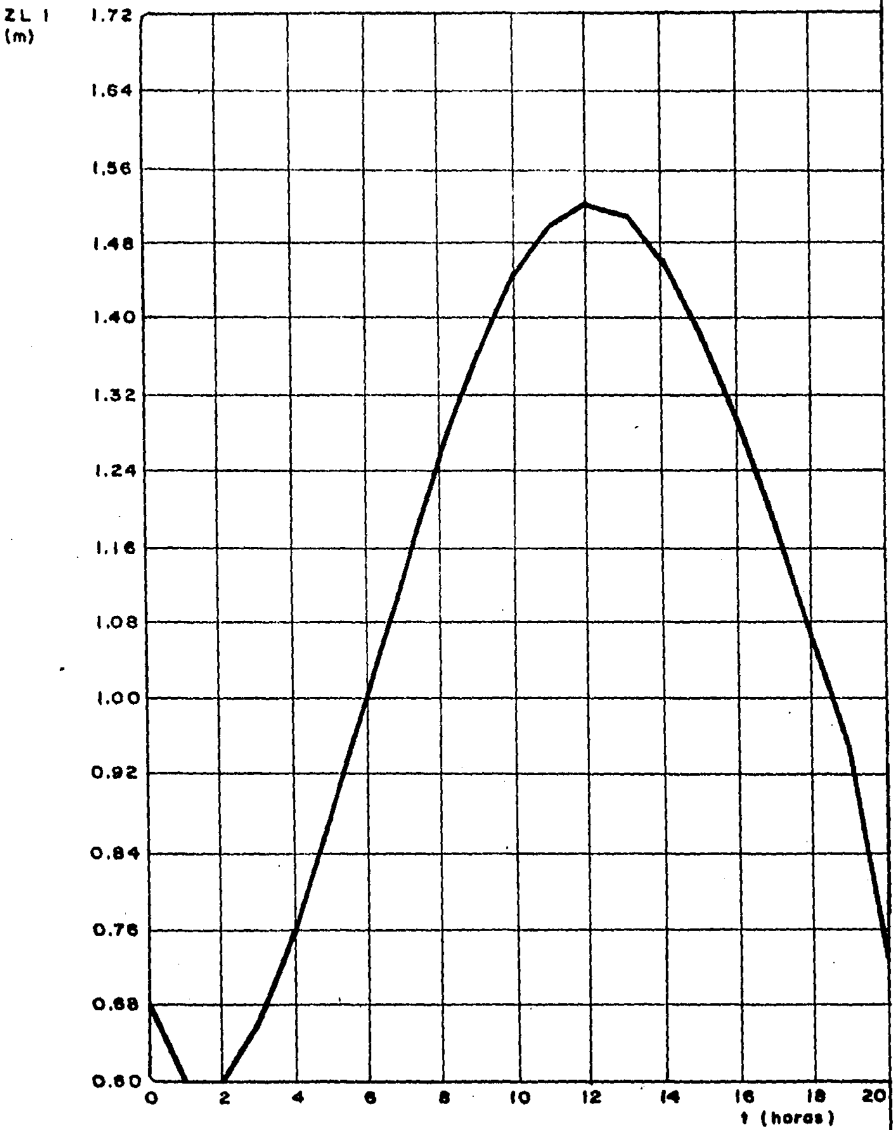


FIG. 5.3.32
MODELO SANCHEZ-VAZQUEZ
PARA EJEMPLO Nº 2 SIN HIDROGRAMA
CELDA Nº 70

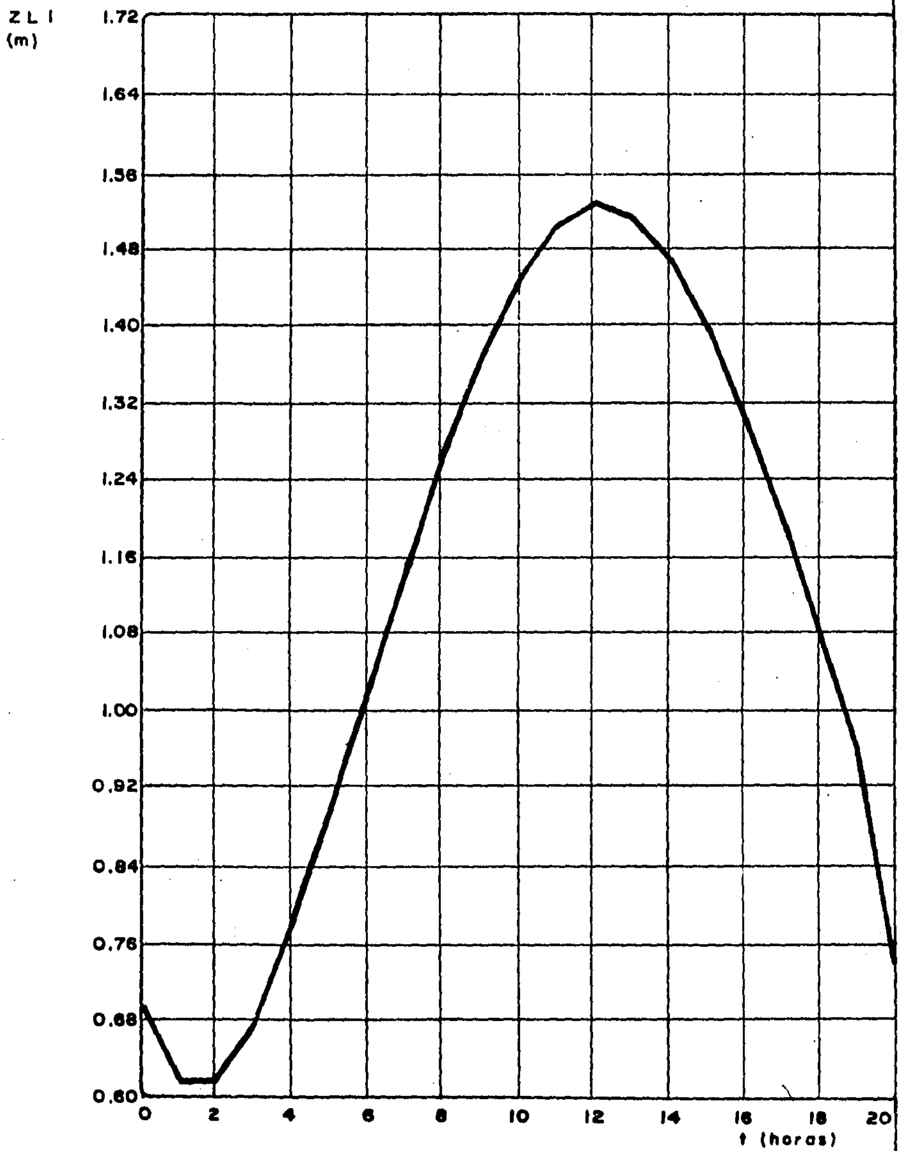
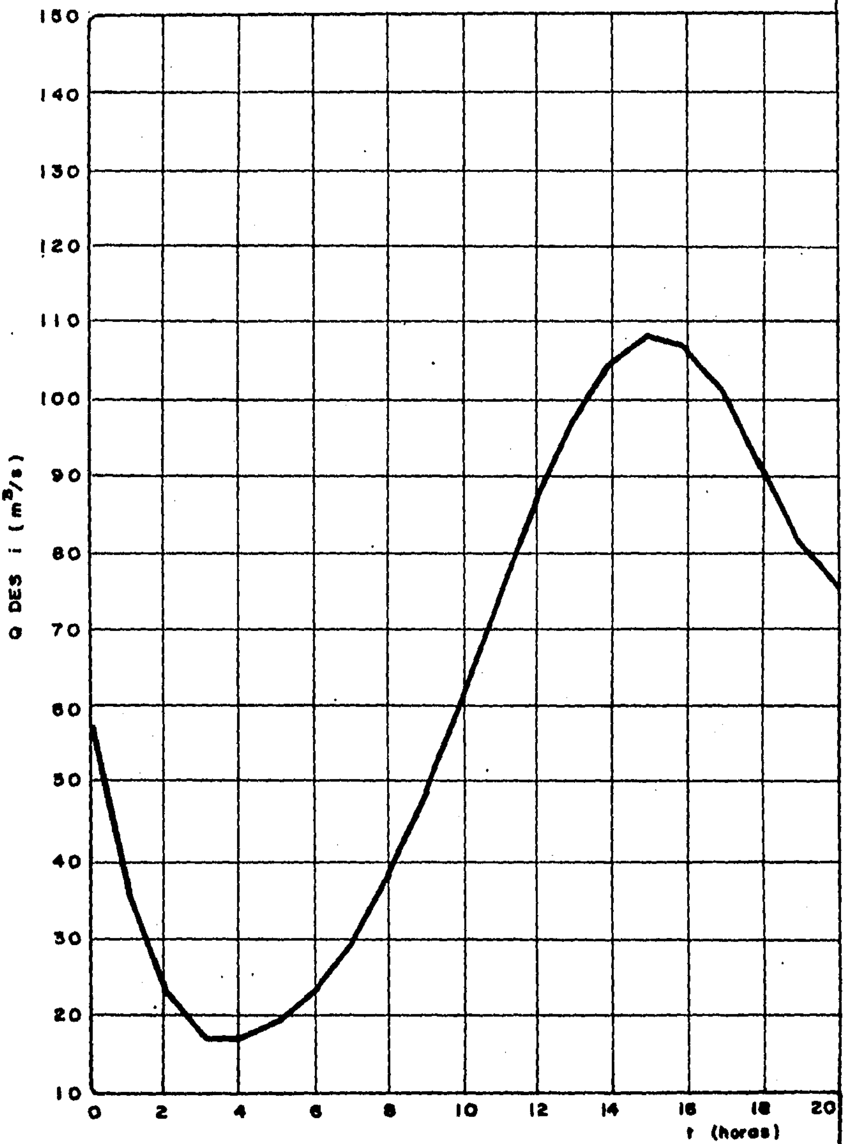


FIG. 5.3.33
CALIBRACION EJEMPLO N° 2 SIN HIDROGRAMA
MODELO SANCHEZ-VAZQUEZ



El criterio para obtener los coeficiente de descarga, consistió en aplicar para cada intervalo de impresión, al ecuación 4.32, de la forma siguiente

$$Q = \pm G\bar{A} \sqrt{2g} \cdot \sqrt{|Ym2 - Y1|} \quad \ldots (5.6)$$

donde, si se despeja el coeficiente de descarga (G)

$$G = \frac{\pm Q}{\bar{A}\sqrt{2g}\sqrt{|Ym2 - Y1|}} \quad \ldots (5.7)$$

Para fines de cálculo, pudiera despreciarse el signo de (G) como se hizó en el presente estudio.

5.3.2.1 Ejemplo 1

Puede observarse que los resultados del modelo simplificado aplicado en cálculos anteriores difieren de los obtenidos por el modelo Sánchez-Vázquez, en éstos se propuso un coeficiente de descarga de 0.8. Esto hizo considerar una busqueda para este coeficiente; por lo que de acuerdo con las ecuaciones 5.6 y 5.7, los coeficientes de descarga medios para las celdas 1, 27, 44 y 70 de la figura 5.1 de la corrida de calentamiento según el modelo Sánchez-Vázquez, fueron respectivamente 1.0412, 0.6510, 0.6331 y 0.4685.

De acuerdo con lo anterior se aplicó el modelo simplificado al calentamiento del ejemplo 1, haciendo variar en cada corrida el coeficiente de descarga.

La fig 5.3.34, muestra los resultados para cada corrida y la forma en la que la profundidad de la laguna tendía a estabilizarse al momento de cumplir continuidad.

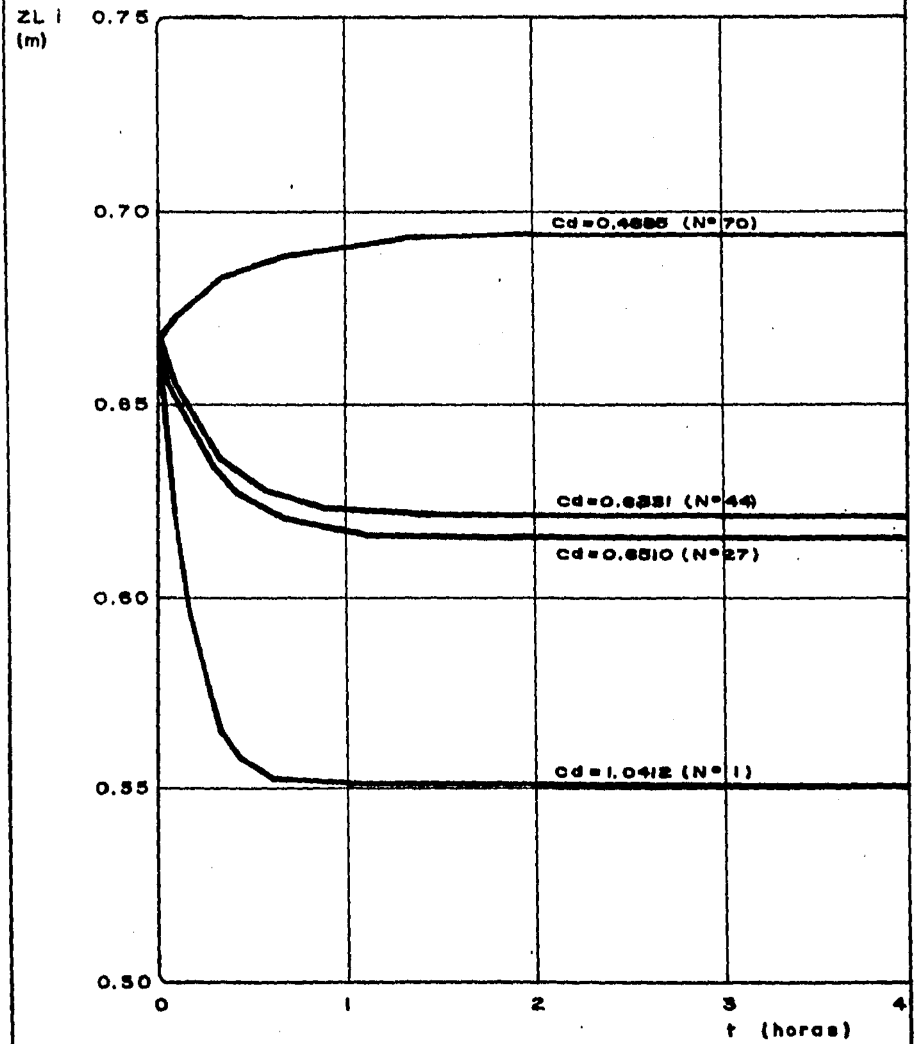
Sin embargo, la comparación de las figs 5.3.30 y 5.3.34, permite afirmar que de acuerdo con los coeficientes obtenidos de las celdas 44 y 27, efectivamente llevan los resultados del modelo simplificado a una tendencia media en la laguna con error de - 5cm respecto a la profundidad registrada en la celda 44 (-7.5 % de error).

El resto de los coeficientes, obliga al modelo simplificado a expandirse a los lados de la gráfica registrando errores del orden del 18% respecto a celda 44.

La magnitud de los errores mencionados en la profundidad de la laguna, permiten afirmar que son tolerables y que la precisión del modelo simplificado es buena, sin embargo, un valor de coeficiente de descarga de 0.5 a 0.6, permitiría la disminución del error y el acercamiento a un comportamiento medio de la celda 44.

FIG. 5. 3. 34

MODELO SIMPLIFICADO SIMULACION DE CALIBRACION
SENSIBILIDAD AL "Cd"



No obstante lo anterior, pudo observarse la gran variabilidad del coeficiente de descarga que además de variar con el tiempo, también cambiaba de acuerdo con la magnitud de la avenida, esto último fué encontrado al analizar la corrida del ejemplo 1 con el modelo Sánchez-Vázquez. Las figs 5.3.26 a 5.3.28, muestran la variación de la profundidad de la laguna en las celdas 1, 44 y 70 respectivamente a través del tiempo.

El análisis de coeficientes de descarga propuesto por las ecuaciones 5.6 y 5.7, permitieron obtener, que éste variaba de 1.2658, 1.0413, 0.9222 y de 0.9995 para la celda 27.

La aplicación de tales coeficientes en el modelo simplificado, permite observar la gran similitud en forma de las figs 5.3.26 a 5.3.28 con las de 5.3.35 a 5.3.38, además de coincidir su máximo valor de profundidad a las 4.0 hrs.

Sin embargo, todas las curvas obtenidas por el modelo simplificado superan a su correspondiente en el modelo Sánchez-Vázquez en tamaño con un error que va del 6% al 10% con respecto al tirante máximo registrado.

No obstante, el análisis fué llevado también a la revisión de la curva de gastos de descarga, que para el modelo Sánchez-Vázquez, se trata de una sola (fig 5.3.29), con un gasto máximo de 1046 m^3/s registrado a las 5.0 hrs .

Aún, siendo sensiblemente distintos los coeficientes de descarga analizados en el modelo simplificado, éstos no produjeron gran diferencia en el hidrograma de descarga en cada caso, como podrá observarse en las figs 5.3.39 a 5.3.42, ya que el gasto máximo registrado en este caso fué de 1114.0 m^3/s y presentado a las 4.0 hrs (una hora nates del modelo completo).

Lo anterior permite proponer que la regulación de la avenida según modelo Sánchez-Vázquez, es ligeramente mayor al del modelo simplificado, y con un error en los gastos máximos de +6.5%, error considerado despreciable para estudios ingenieriles.

FIG. 5.3.35
MODELO SIMPLIFICADO
CORRIDA DE CALIBRACION PARA EJEMPLO Nº 1
Cd = 1.2658 Δt = 60 seg (Nº 1)

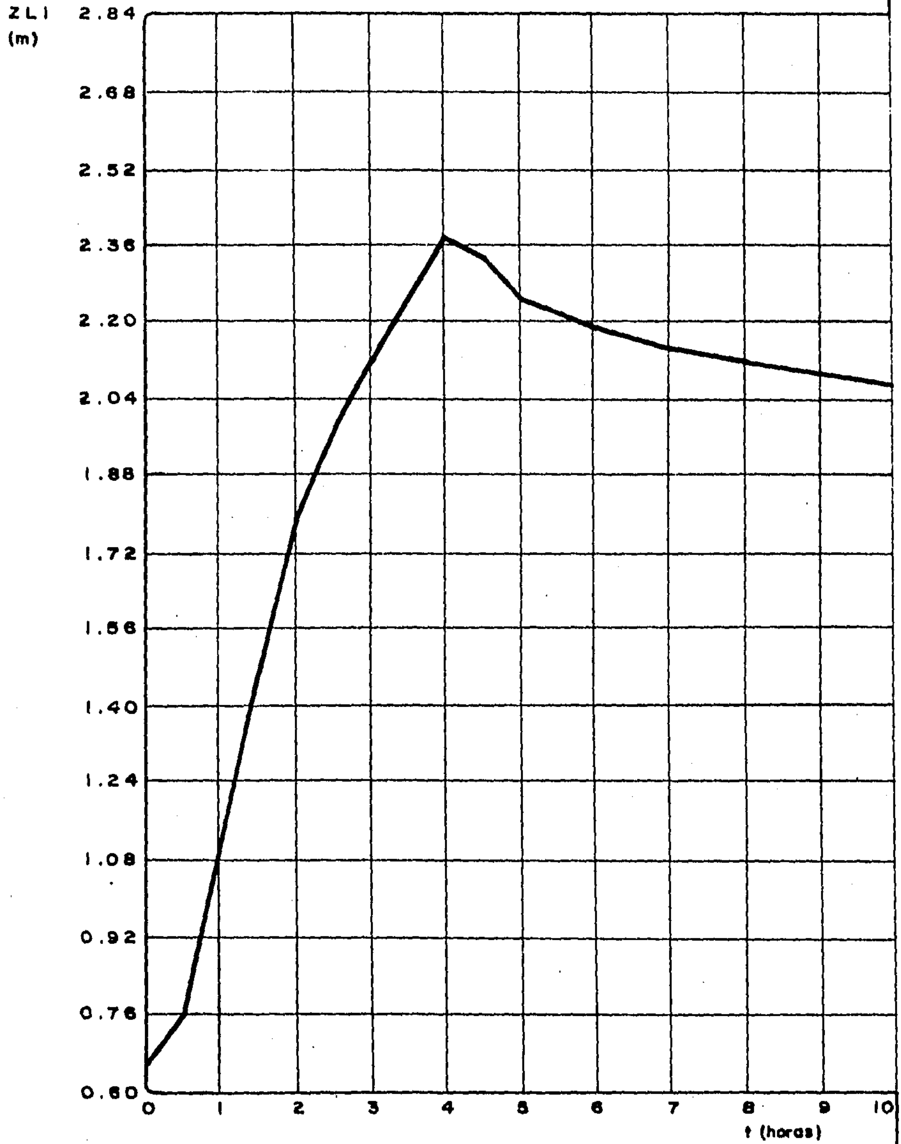


FIG. 5.3.36
CALIBRACION FORMAL MODELO SIMPLIFICADO
PARA EJEMPLO N° 1
Cd = 0.9995 (N° 27) Δt = 60 seg

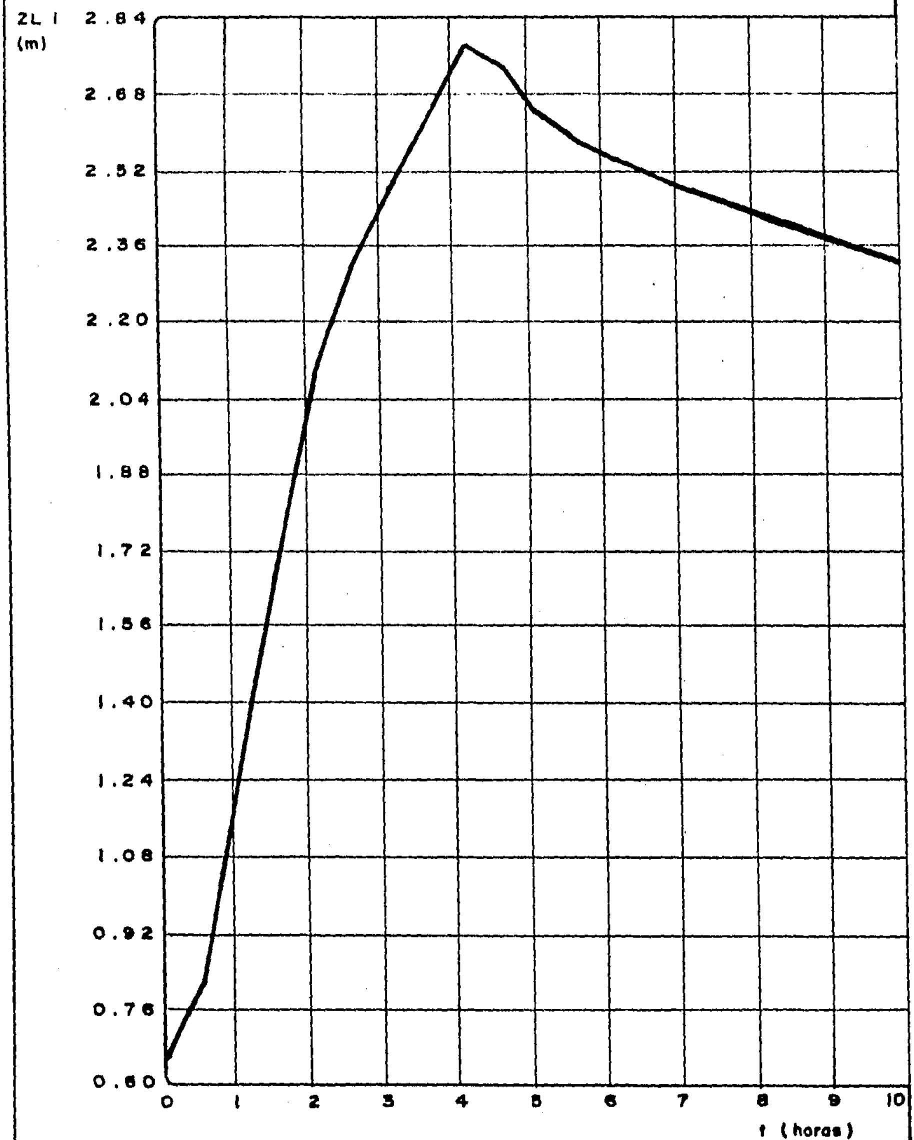


FIG. 5.3.37
MODELO SIMPLIFICADO CORRIDA DE CALIBRACION EFECTIVA PARA EJEMPLO Nº 1
Cd = 1.0413 (Nº 44), Δt = 60 seg

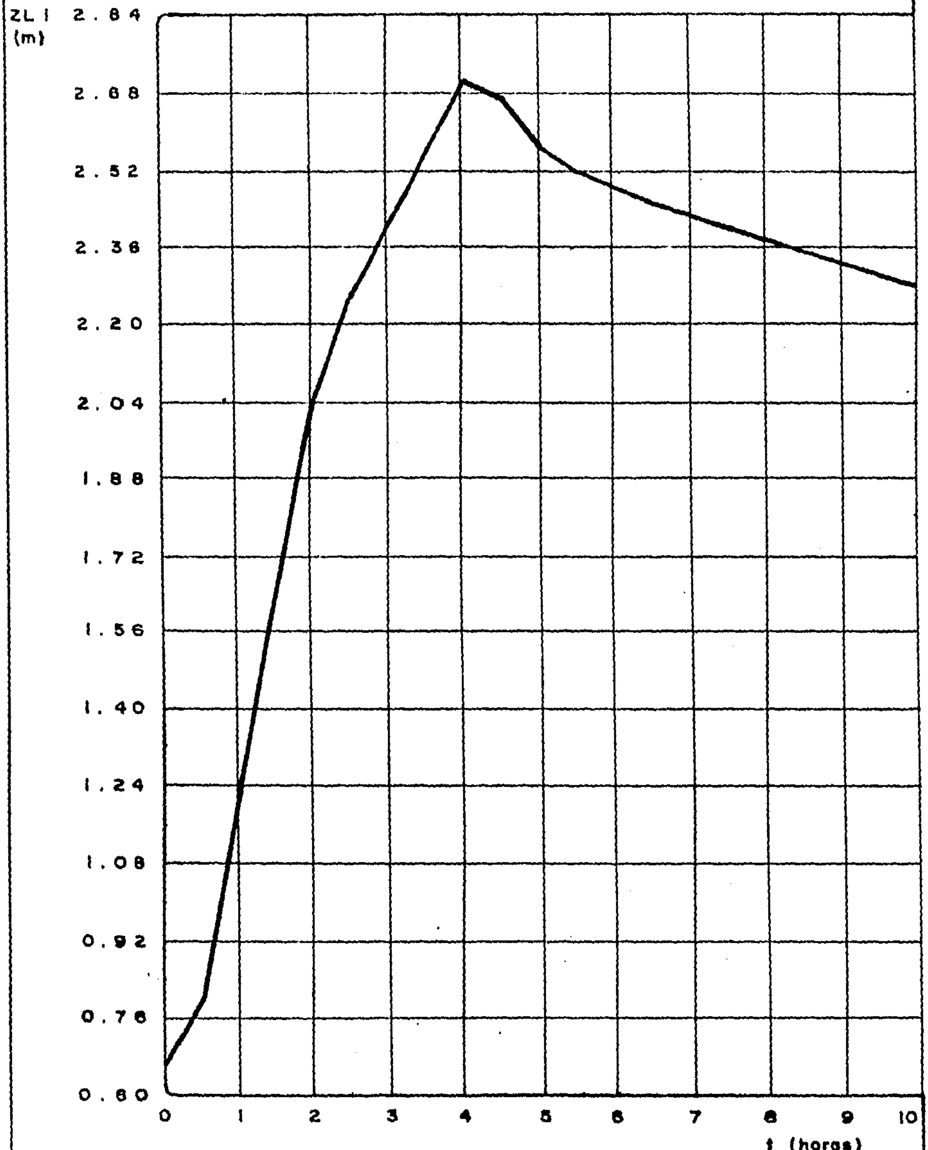


FIG. 5.3.38

CORRIDA DE CALIBRACION EFECTIVA MODELO SIMPLIFICADO
EJEMPLO N°1 Cd=0.922 (N° 70) Δt = 60 seg

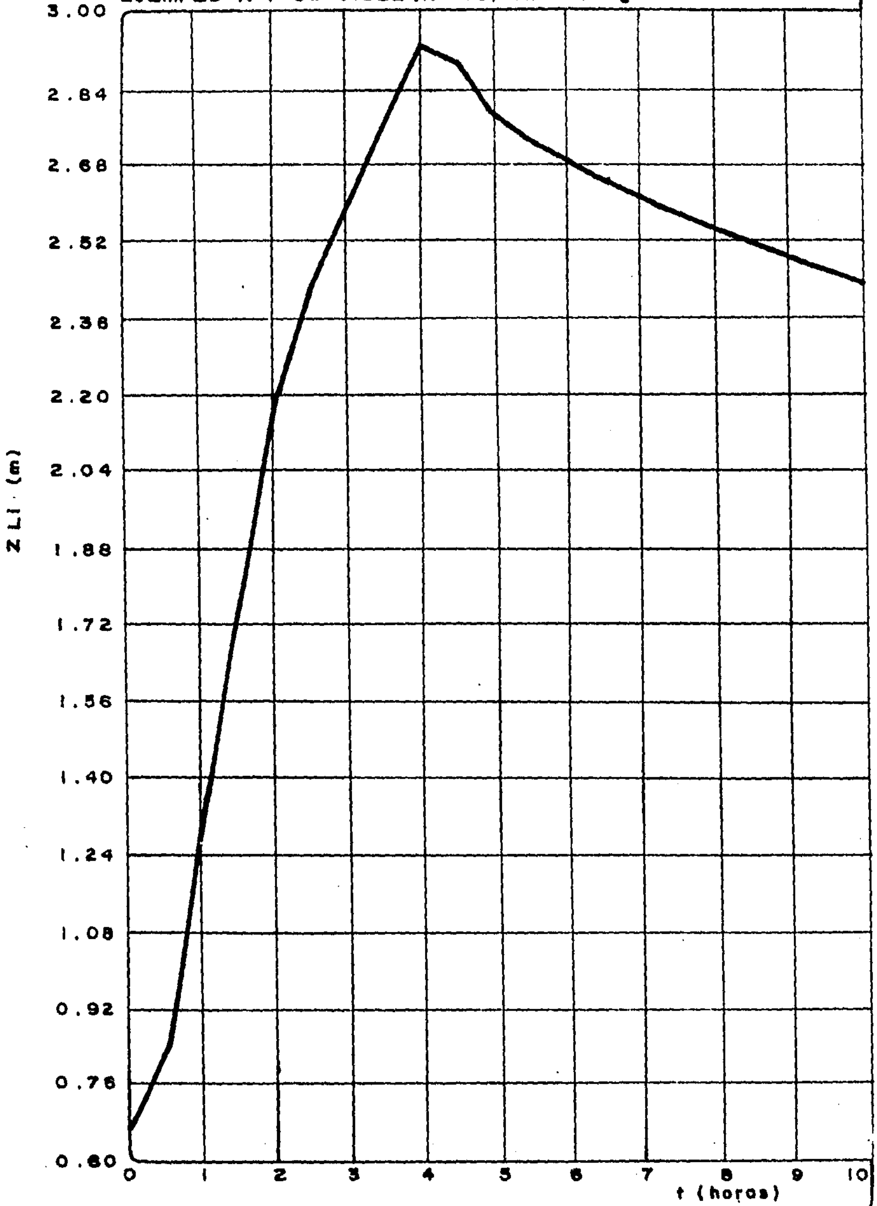


FIG. 5.3.39

MODELO SIMPLIFICADO PARA EJEMPLO N° 1

Cd = 1.2658 (N° 1) Δt = 60 seg

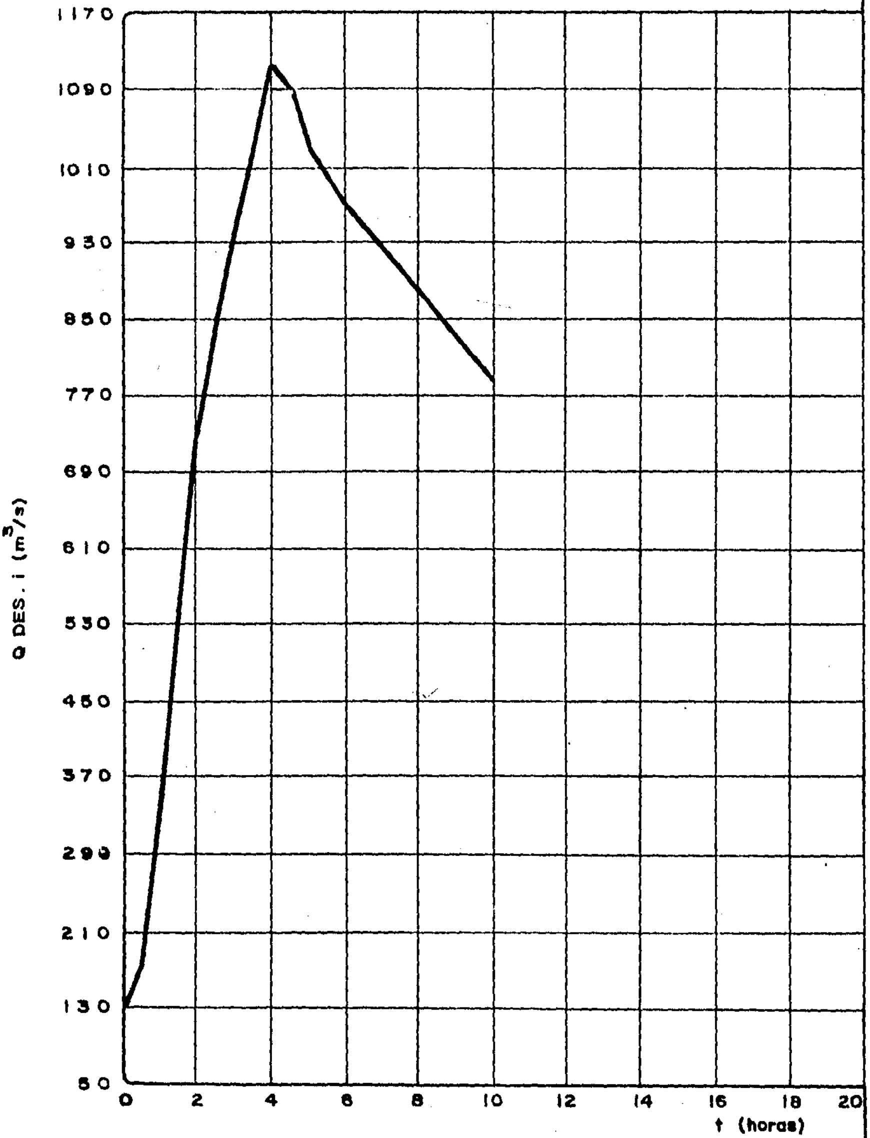


FIG. 5.3. 40

MODELO SIMPLIFICADO CORRIDA DE CALIBRACION EFECTIVA Cd=0.9995 EJEMPLO Nº 1

Δt = 60 seg

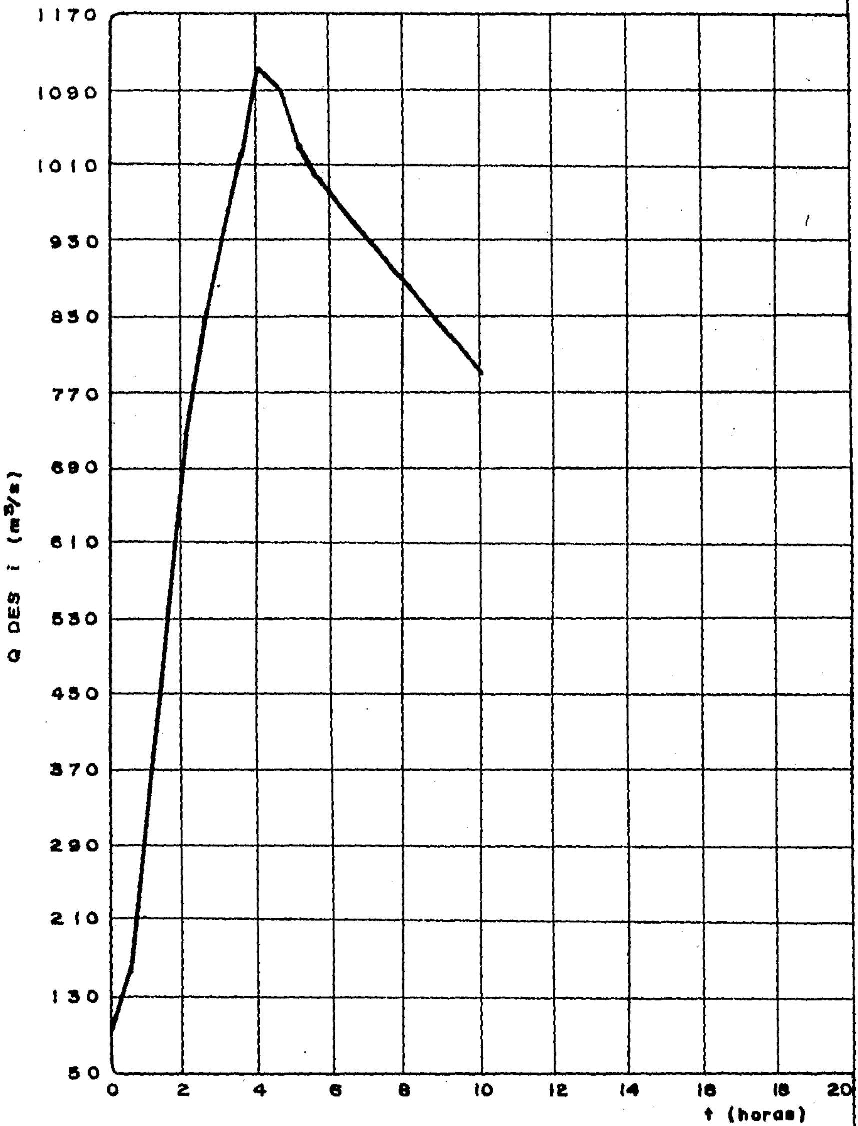


FIG. 5.3.41

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO N° I

CORRIDA DE CALIBRACION

Cd = 1.0413 Δt = 60 seg

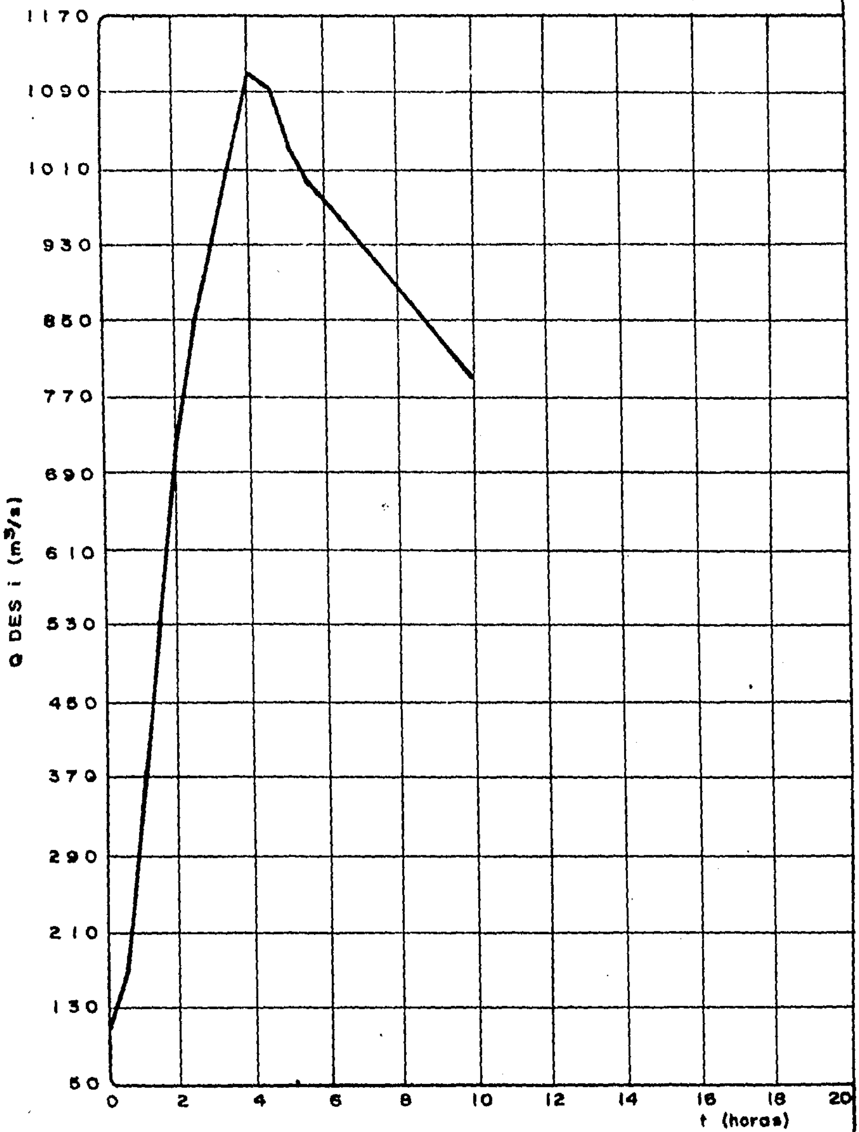
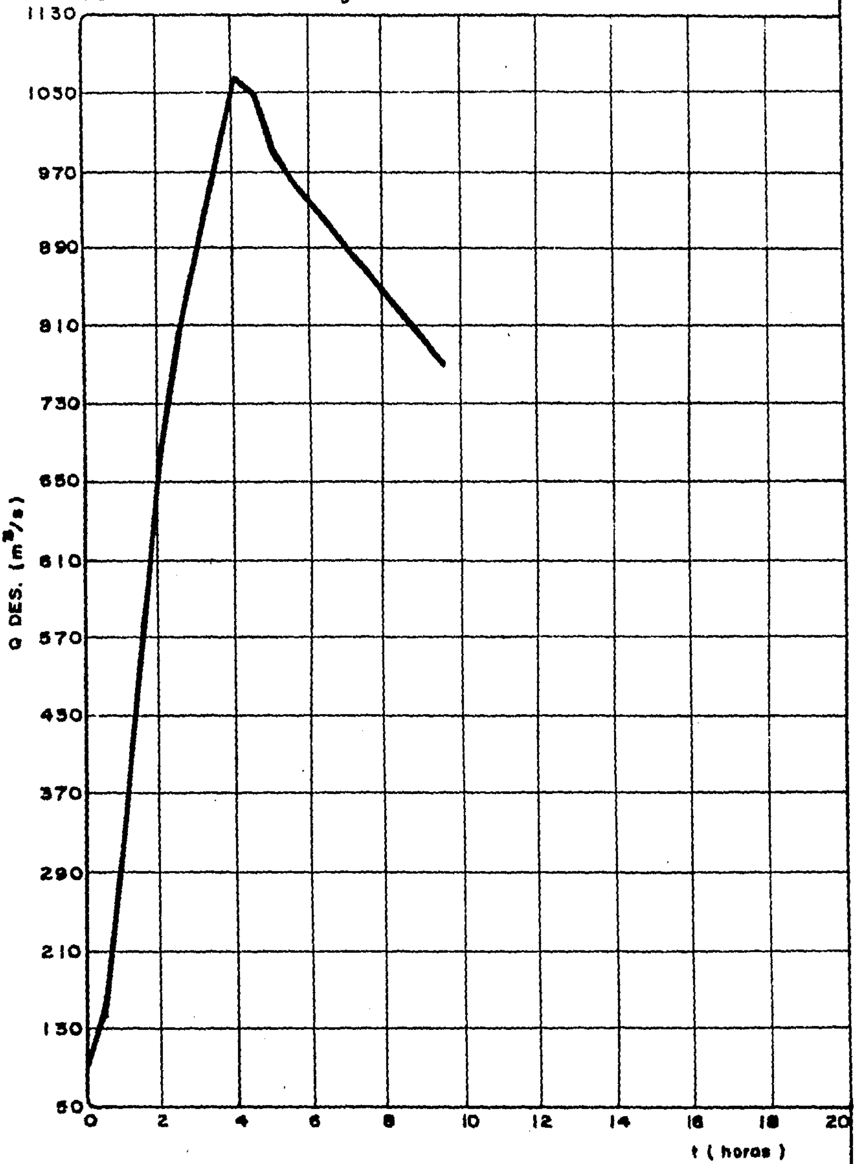


FIG. 5.3.4 2
MODELO SIMPLIFICADO
CORRIDA DE CALIBRACION PARA EJEMPLO N° I
Cd = 0.794 Δt = 60 seg



La superposición de cualquier figura del hidrograma de descarga producido por el modelo Sánchez-Vázquez, permite observar el gran parecido de ambos, tanto a la llegada del gasto pico como en la descarga.

5.3.2.2 Ejemplo 2.

Este caso, en el que se permite la entrada y salida del mar como factor de influencia en la profundidad de la laguna costera, del modelo Sánchez-Vázquez, se obtuvo el comportamiento del gasto de descarga y profundidad de la laguna; la variación de la profundidad, se muestra mediante las figs 5.3.30 a 5.3.32, en las que se nota, la influencia de la forma senoidal de la marea. Las gráficas presentan los cambios en las celdas 1, 44 y 70, y son practicamente iguales, alcanzando un valor máximo de 1.52 m a las 12.00 hrs, lo cual coincide con el valor máximo de marea. El nivel de la laguna se hace mayor hacia la celda 70, por lo que necesariamente el flujo será siempre de la laguna hacia el mar.

El cálculo descrito para los coeficientes de descarga, permitió obtener que para el caso, el coeficiente habría de variar de 0.7947 a 0.7893; estos últimos valores representan los coeficientes de la parte central de la laguna costera (celdas 27 y 44).

Al aplicar el modelo simplificado de acuerdo a cada coeficiente de descarga, se produjeron registros de profundidad contra tiempo de la laguna (figs 5.3.43 y 5.3.44), los cuales poseen una altura mayor a los del modelo Sánchez-Vázquez, de aproximadamente +10 cms, además de empezar el ascenso de la curva a las 0.5 hrs, por tanto 1.5 horas ántes que el modelo Sánchez-Vázquez.

De acuerdo con lo anterior, puede notarse también la influencia de la marea en el registro de profundidades en la laguna.

Sin embargo, los registros de gastos descargados por el modelo Sánchez-Vázquez muestran que los gastos siempre son positivos y en dirección al mar, y por lo contrario, en este caso, como puede observarse en las figuras 5.3.45 y 5.3.46 con la figura 5.3.33, existe gran disparidad de resultados entre ambos modelos, ya que el esquema simplificado ha registrado datos de gastos negativos, que aunque cercanos al eje de abscisas, no dejan ser muy distintos a los del modelo Sánchez-Vázquez, el cual obtiene un gasto máximo de 107 m^3/seg.

FIG. 5.3.43
MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO Nº 2
CALIBRACION Cd = 0.7947 Δt = 60seg

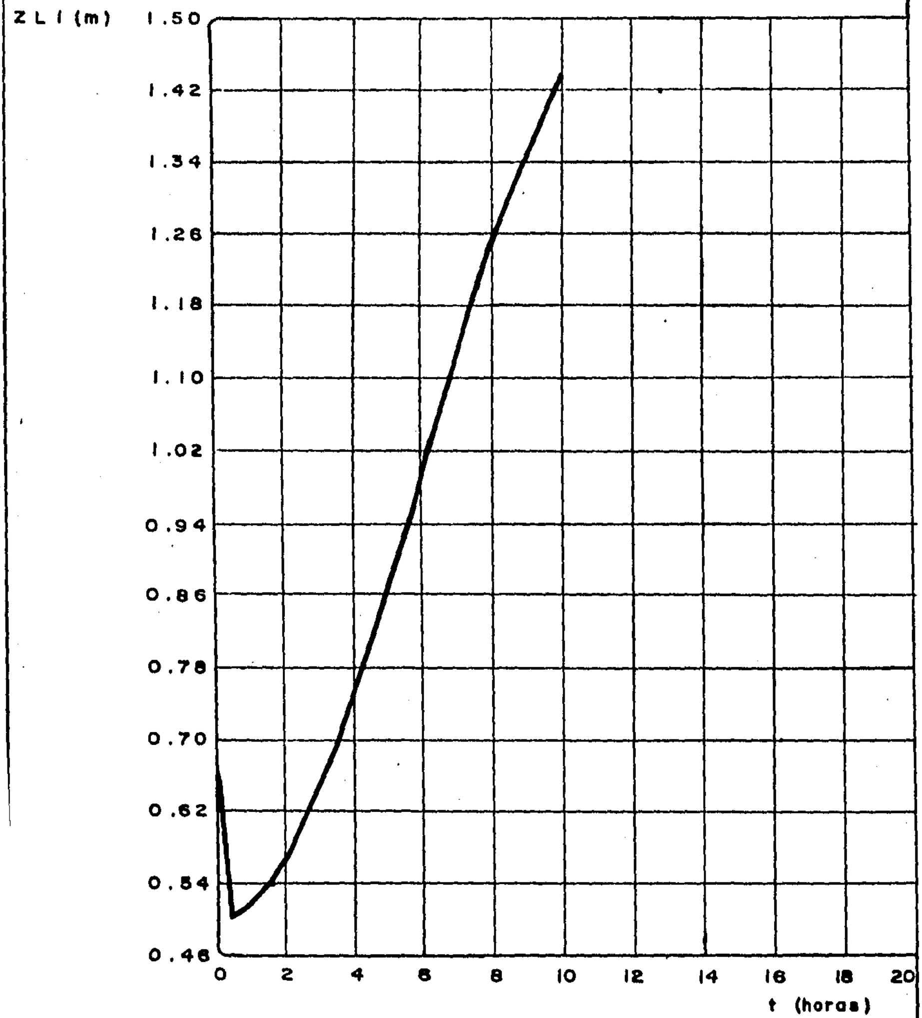


FIG. 5.3.44

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO N° 2

CALIBRACION Cd = 0.7893 Δt = 60 seg

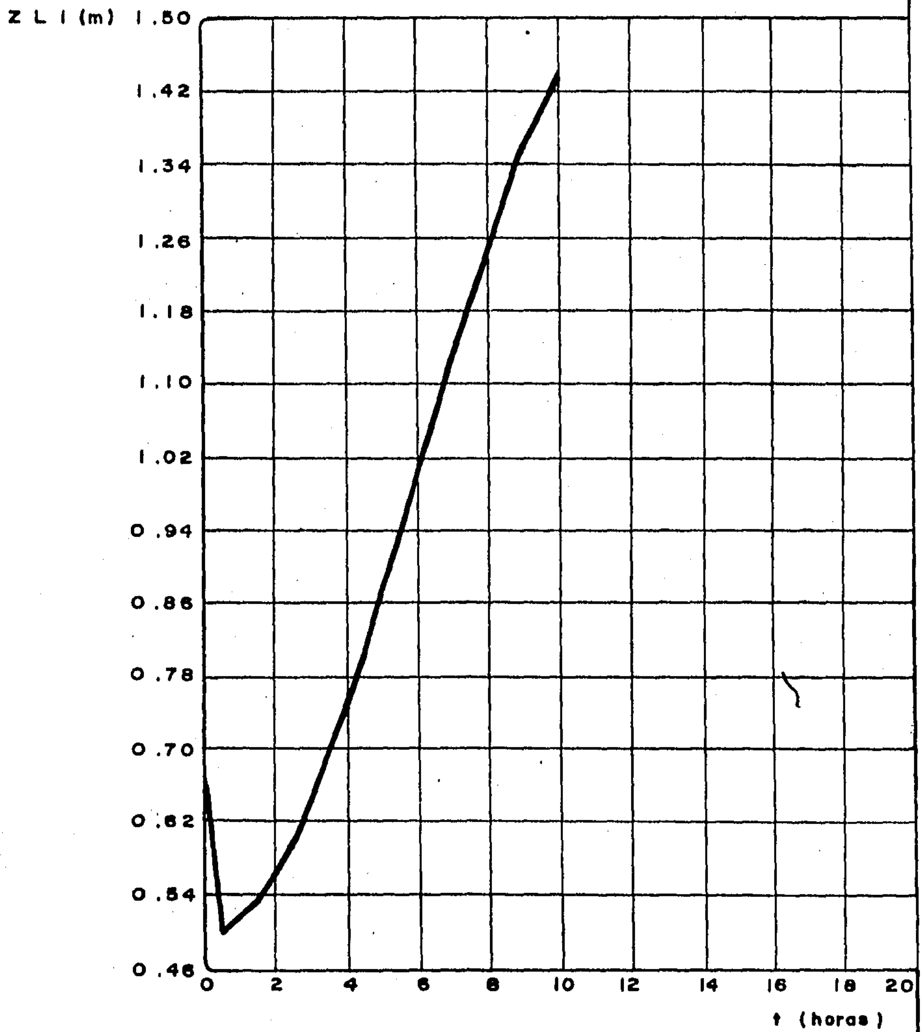


FIG. 5.3.45

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO N° 2

CALIBRACION Cd = 0.7947 Δt = 60 seg

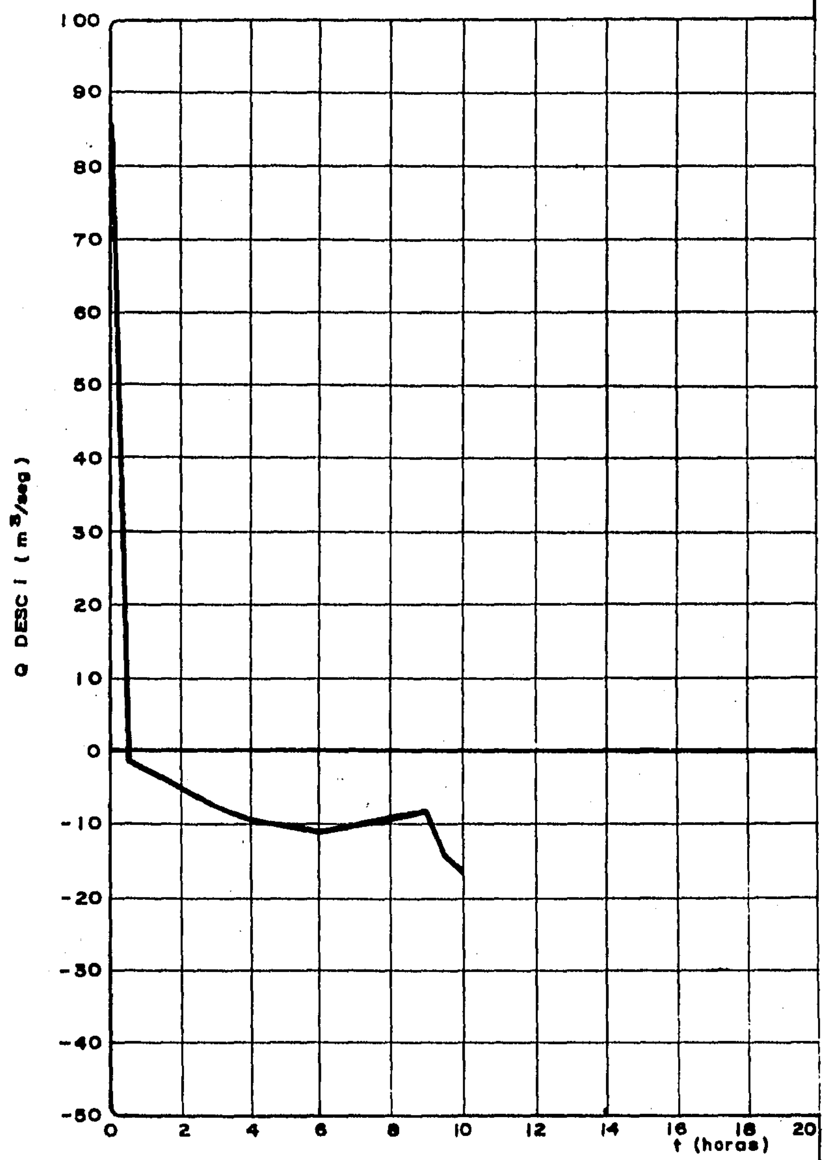


FIG. 5.3.46

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO N° 2

CALIBRACION Cd =0.7893 Δt= 60 seg

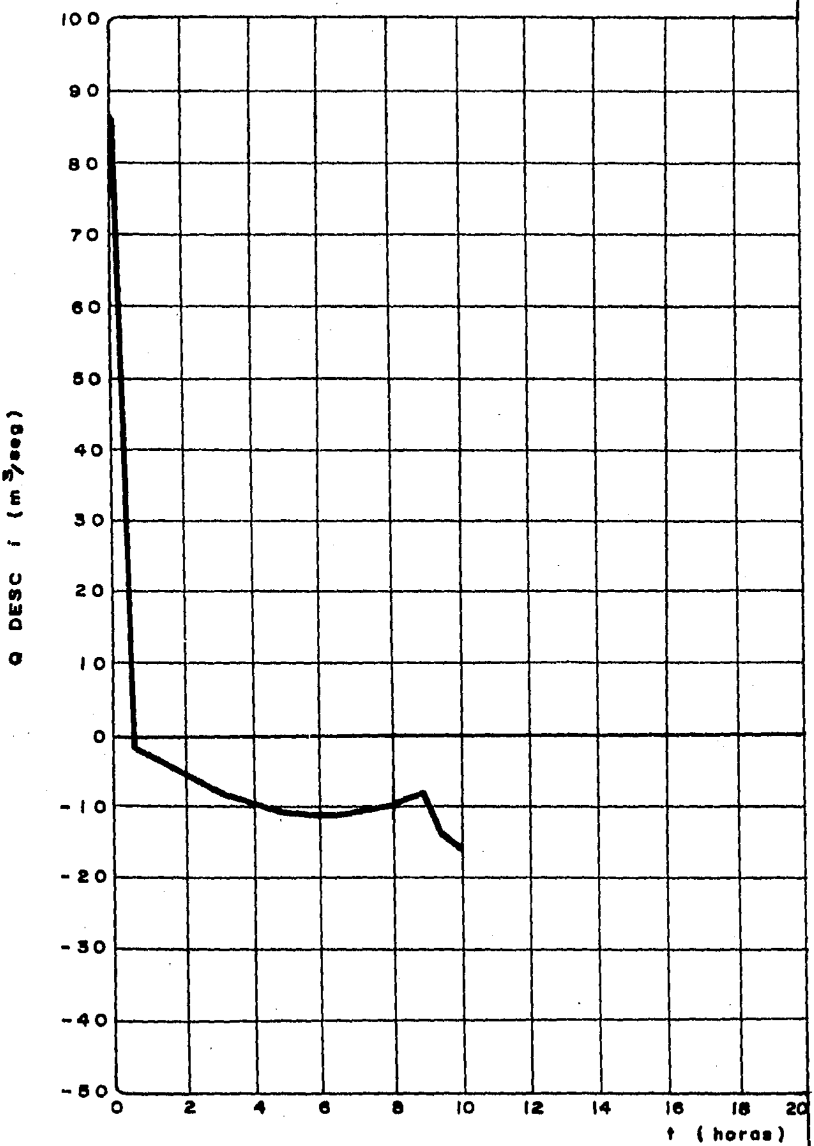


FIG. 5.3.47

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO N° 2

Cd = 0.8 Δt = 60 seg

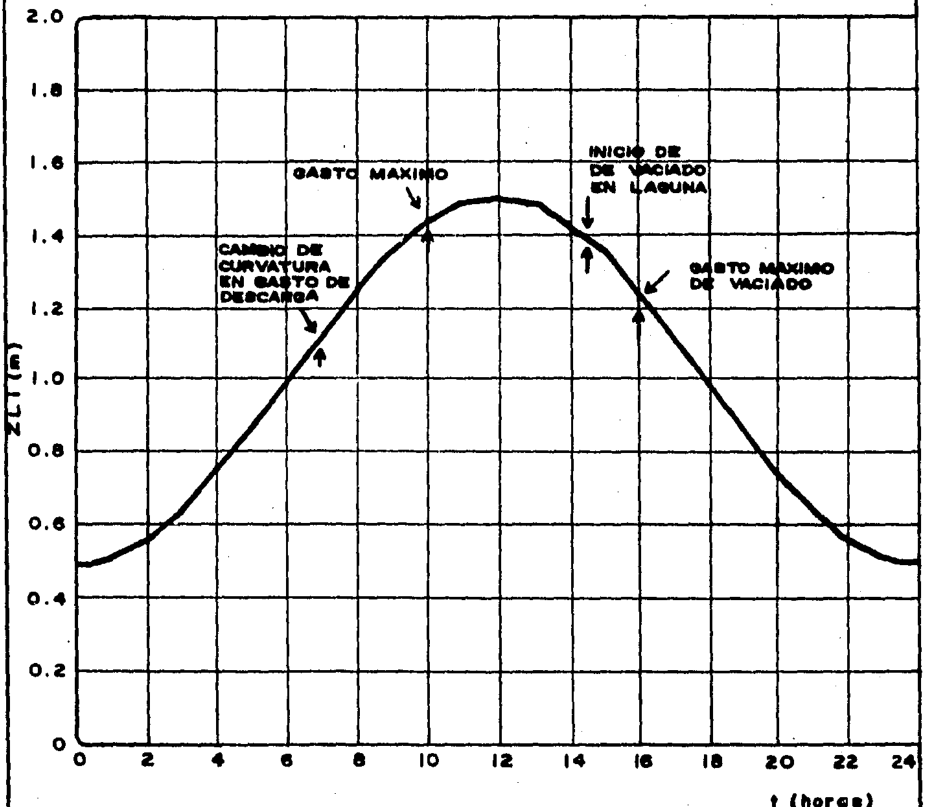


FIG. 5.3.48

MODELO SIMPLIFICADO EJEMPLO N° 2

Δt = 60 seg , Cd = 0.80, Z II = 0.50 m s n m

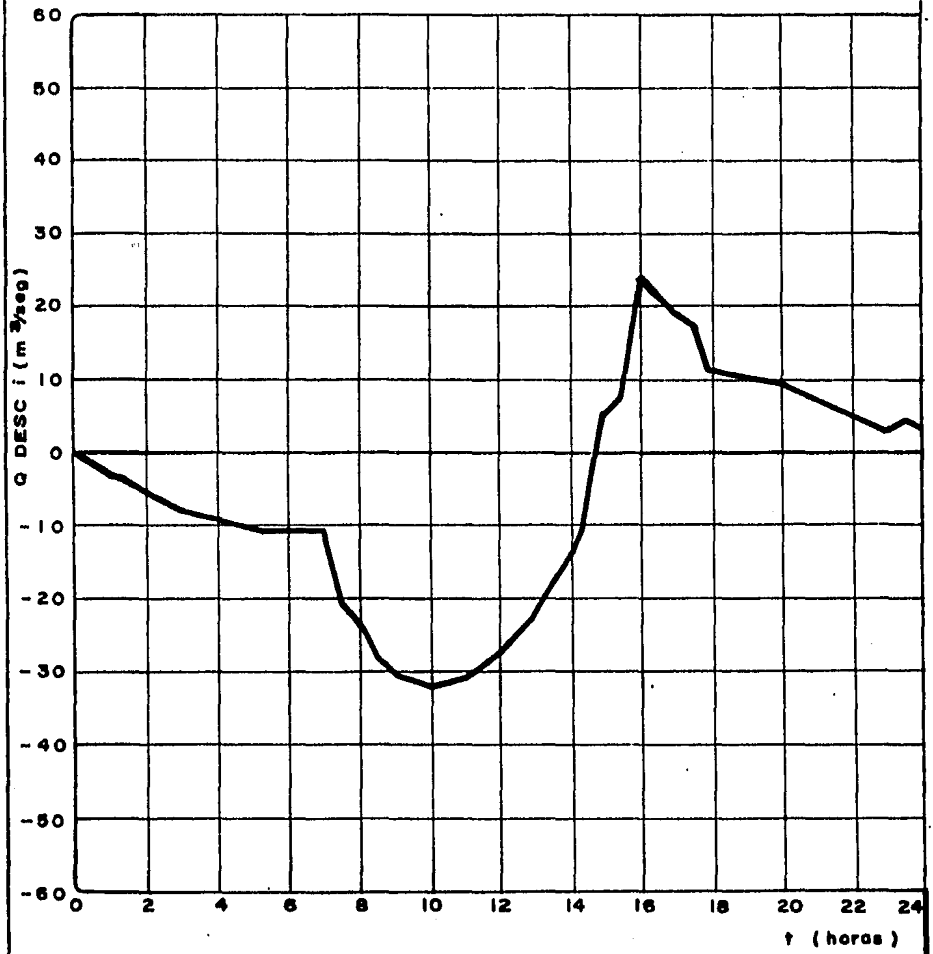
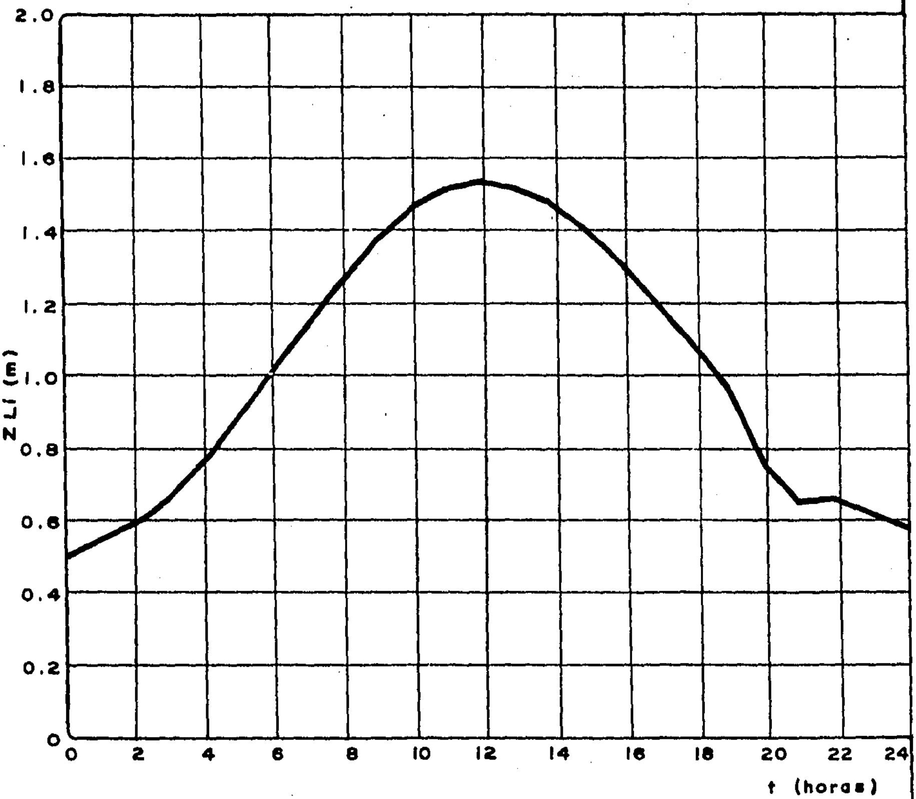


FIG. 5.3.49

EJEMPLO Nº 2 CORRIDA MODELO

SANCHEZ - VAZQUEZ

Z LI =0.5 CELDA Nº 27



Lo anterior sugiere que el coeficiente de descarga debió ser mucho menor y tal vez cercano 0.3 ó 0.2 a fin de evitar la descarga violenta de la laguna, y con este fin, producir una influencia prolongada de la condición inicial en la laguna. Sin embargo, el vaciado de la laguna deberá ser inminente así como también, la entrada del mar hacia la laguna un hecho inevitable, ya que los niveles de ésta, siempre habrán de depender del mar.

CONCLUSIONES.

Como se ha mencionado en el presente estudio, no se pretende mostrar un modelo matemático preciso para el análisis de lagunas costeras, ya que ni siquiera el modelo matemático más complejo, permite encontrar soluciones exactas a problemas de lagunas costeras, sin embargo el esquema representa una opción rápida y sencilla para un análisis de lagunas costeras sin descargas de agua dulce y de carácter un poco más profundo, para lagunas costeras con descargas de agua dulce importantes. La aplicación del esquema simplificado requiere, como en el caso de los complejos, de la determinación del intervalo de simulación (Δt), ya que su mala elección no conduce a una solución aproximada. Por otra parte siempre será necesario, aún para análisis preliminares, la determinación de la rugosidad media de la o las bocas que comuniquen al mar con la laguna, ésto obviamente requiere de aforos locales. Aunque tal vez un análisis más particular al caso en que se desee enfrentar a los esquemas simplificados, siempre será recomendable utilizar un (Δt) o tamaño de incremento, mínimo de 60 seg y máximo de 300 seg, ya que como se ha comprobado en este estudio, el rango de tiempo propuesto, aún produce resultados con alto grado de confiabilidad.

El esquema, ha demostrado ser muy sensible en cuanto a la generación de gastos de entrada o salida al mar, por lo que se dejaría en cierta forma inconcluso la creación de un modelo más estable en este renglón y con características de sencillez como el mostrado.

Siempre será recomendable, llevar a cabo mediciones diarias durante un largo periodo, tanto dentro de la laguna, en las cercanías de sus bocas al mar y del mar mismo, con el fin de obtener parámetros como el coeficiente de descarga, gasto base, evolución de marea y comportamiento real de la laguna, a fin de comparar el modelo con un funcionamiento real, y obtener así la selección del tamaño del (Δt) que produzca menos errores. Hecho lo anterior, podrán llevarse a cabo todas las combinaciones de análisis de proyecto como son cierres, aperturas, delimitación de zonas federales, desvíos de corrientes y un sinnúmero *de alternativas cuyo límite es la capacidad imaginativa del proyectista.*

Es importante mencionar, que a pesar de haber presentado el esquema para una sola boca de conexión al mar, el planteamiento matemático puede ser utilizado para varias bocas de descarga, caso para el cual puede mantenerse aún las recomendaciones anteriores tanto de aforo como de pruebas al modelo.

Debe tenerse presente, que la representación matemática propuesta para la relación tirantes en laguna-Capacidades, deberá ser confiable y aproximada a la real, ya que la falta de precisión, puede incurrir a falsas apreciaciones del comportamiento de la laguna.

El comportamiento de la marea, el que se ha reducido a una expresión matemática la cual ha confirmado en la práctica buena precisión, puede sin embargo, en caso de incertidumbre, suprimirse y hacerse intervenir los registros reales de la marea; lo cual necesariamente implicará un mayor tiempo en el uso de computadoras.

Puede observarse, que el uso de modelos simplificados de simulación es ventajoso si se le usa adecuadamente, sin embargo aún requieren de ser estudiados muchos fenómenos de la naturaleza factibles de ser representados.

Los esquemas presentados en este trabajo, requieren aún de ser utilizados con un número mayor de casos, los cuales pueden ir mejorandolo o bien desarrollando nuevas variantes que permitan incluir los fenómenos de difusión salina y de arrastre.

APENDICE 1.

Convergencia y estabilidad.

La creación de cualquier modelo matemático destinado a reproducir y futurizar el comportamiento de algún fenómeno; siempre ha requerido de importantes esfuerzos intelectuales por parte de su o sus creadores hasta lograr la implementación total. Desgraciadamente, su labor no queda hasta allí, ya que debido al tratamiento diferencial de las ecuaciones, así como al criterio utilizado para la solución de las mismas; hacen que el modelo sea sensible a cualquier perturbación numérica no esperada, por lo anterior, el modelo deberá ser puesto a prueba.

Dentro del desarrollo tecnológico actual, la Ingeniería en Modelos exige la precisión numérica del modelo, por lo que los efectos de perturbación numérica no deberán de afectar en grado importante la solución buscada.

Al referirse en forma general a perturbaciones numéricas del modelo, se ha deseado englobar en esta palabra a la convergencia y estabilidad numérica de un modelo matemático, las cuales serán abordadas en este subcapítulo de tal manera que permita dar una idea básica de la importancia que revisten tales conceptos; el lector interesado en estos aspectos puede encontrar abundante bibliografía al respecto.

Cualquier método numérico aplicado a una ecuación diferencial es considerado convergente cuando no existe error de redondeo y la solución numérica se aproxima a la de la ecuación diferencial al acercarse las diferencias a cero. Lo anterior representa un problema, ya que la solución numérica no aproxima siempre a la solución de la ecuación diferencial, puesto que el error de redondeo esta presente inevitablemente en cualquier cálculo real.

La estabilidad numérica del método usado para resolver una ecuación diferencial, es una cuestión de importancia, ya que se define como una propiedad común de la ecuación diferencial y el método numérico usado para su solución.

El concepto de estabilidad es usado también, para describir un cierto comportamiento de la solución exacta de una ecuación diferencial.

Las ideas anteriores de estabilidad de métodos numéricos, pueden ser fácilmente explicadas si se considera un método de "Pasos Múltiples"; estos métodos generalmente involucran variables de f(y,t) en diferentes puntos a lo largo del eje del tiempo (t).

Las fórmulas de "Pasos Múltiples", permite manejar diferentes representaciones de la ecuación diferencial original, estas ecuaciones pueden en teoría, ser resueltas analíticamente en casos extremadamente simples, sin embargo, la forma general de la solución análitica es tal que, debido a la presencia de múltiples valores de f(y,t) a lo largo de (t), resultan soluciones múltiples a la ecuación en diferencias.

Así pues, el método seleccionado será convergente si una de las soluciones de la ecuación en diferencias (llamada solución fundamental) aproxima a la solución exacta de la ecuación en diferencias, y acabará con ser más exacta tanto como se reduzca el valor del (Δt); claro excepto para error de redondeo, y el resto de las soluciones, son a las que se llaman "parásitas" y el comportamiento de éstas determinarán si el método y la ecuación diferencial en cuestión son estables.

Las soluciones parásitas adquieren tal nombre, por el hecho que ellas alimentan en errores, ya que tales errores estarán presentes provocando truncamientos y redondeos.

La inestabilidad es el resultado de un proceso de retroalimentación en las que las soluciones parásitas crecen paso a paso, y el resultado aumenta el error causando un crecimiento proporcional en la solución. El crecimiento de las soluciones parásitas, es usualmente de la forma exponencial (Ae^{et}) y frecuentemente oscilatorio.

Puede decirse entonces, que una solución numérica estable, es una en la cual, las soluciones parásitas permanecen relativamente pequeñas de la solución fundamental, y ésta permanece razonablemente aproximada a la solución exacta como el (Δt) es suficientemente pequeño, sin embargo, esto no significa que no llegue a existir en forma acumulativa los errores de truncamiento y redondeo.

La solución al arranque de un valor inicial del problema, corresponde en muchos casos a una extrapolación y es enteramente razonable, suponer *que existirán errores acumulativos, como esta extrapolación afecte más y más adelante del cálculo.*

En una solución estable, el error crecerá en una relación cercana a una constante, y por el contrario en una inestable, se verá amplificada.

Así pues, los efectos de errores numéricos son dependientes del intervalo (Δt) de análisis, de este modo, si las soluciones numéricas obtenidas en diferentes tamaños del (Δt) puedan mostrar diferencias significantes, es razonable suponer que se esta frente a un fenómeno de inestabilidad numérica, y en caso contrario, la solución numérica es quizá estable y esta reproduciendo la solución de la ecuación diferencial razonablemente bien.

Naturalmente, de suceder el caso de inestabilidad, es poco práctico efectuar un análisis formal de estabilidad; el procedimiento recomendado será reducir el intervalo (Δt) de análisis con esperanzas de mejorar la solución del problema, en caso contrario, será preferible el cambio de método.

NDICE 2.

PROGRAMA SIMUL.

```
LBL'SIMOL
LBL'A1
LBL'A2
LBL'A3
LBL'A4
LBL'A5
LBL'A6
LBL'A7
LBL'TERM
LBL'ENHI
LBL'HI1
LBL'HI2
LBL'HI3
LBL'HIA
LBL'HI4
LBL'C-E-C
LBL'C-E-Dc
LBL'CON1
LBL'HIDRO
LBL'HI7
LBL'HI8
LBL'HI5
LBL'HI6
LBL'QSAL
LBL'VOAL
LBL'IMPRI
END        924 BYTES
.END.      07 BYTES
```

```
01♦LBL "SIMUL"
02 FS? 07
03 SF 01
04 FS? 01
05 GTO "A1"
06 GTO "ENHI"
07♦LBL "A1"
08 FS? 02
09 GTO "A2"
10 GTO "C-E-C"
11♦LBL "A2"
12 FS? 03
13 GTO "A3"
14 GTO "C-E-Dc"
15♦LBL "A3"
16 FS? 04
17 GTO "A4"
18 GTO "CONI"
19♦LBL "A4"
20 0.0
21 STO 12
22 STO 11
23 1.0
24 STO 15
25 SF 05
26 XEQ "QSAL"
27 XEQ "VOAL"
28 GTO "HIDRO"
29♦LBL "A5"
30 CF 05
31 RCL 33
32 STO 17
33 XEQ "IMPRI"
34 SF 06
35♦LBL "A6"
36 CF 06
37 RCL 13
38 ST+ 41
39 ST+ 11
40 GTO "HIDRO"
41♦LBL "A7"
42 RCL 33
43 STO 18
44 RCL 17
45 +
46 2
47 /
48 STO 34
49 RCL 24
50 -1.0
51 +
52 RCL 19
53 X<>Y
54 Y↑X
55 RCL 23
56 *
57 RCL 24
58 +
59 2.0
60 /
61 STO 35
62 RCL 22
63 -1.0
64 +
65 RCL 19
66 X<>Y
67 Y↑X
68 RCL 13
69 /
70 RCL 22
71 +
72 RCL 21
73 *
74 ST+ 35
75 RCL 27
76 CHS
77 RCL 34
78 +
79 RCL 35
80 /
81 RCL 19
82 +
83 STO 20
84 STO 19
85 RCL 18
86 STO 17
87 CF 05
88 XEQ "VOAL"
89 XEQ "QSAL"
90 RCL 41
91 RCL 40
92 X<=Y?
93 XEQ "IMPRI"
94 RCL 11
95 RCL 14
```

```
96 X=?2
97 GTO "TERM"
98 GTO "A6"
99+LBL "TERM"
100 "CAGIGAS"
101 AVIEW
102 OFF
103+LBL "ENAI"
104 SF 01
105 1.0
106 STO 25
107+LBL "HI1"
108 XEQ "HI2"
109 RCL 25
110 5
111 X=Y?
112 GTO "HI3"
113 1.0
114 ST+ 25
115 GTO "HI1"
116+LBL "HI2"
117 RCL 25
118 "TSEG="
119 ARCL X
120 PROMPT
121 STO IND 25
122 RTN
123+LBL "HI3"
124 1.0
125 ST+ 25
126+LBL "HIA"
127 XEQ "HI4"
128 RCL 25
129 10.0
130 X=Y?
131 GTO "A1"
132 1.0
133 ST+ 25
134 GTO "HIA"
135+LBL "HI4"
136 "Q=M3/S??"
137 PROMPT
138 STO IND 25
139 RTN
140+LBL "C-E-C"
141 "K=??"
142 PROMPT
143 STO 21
144 "M=2?"
145 PROMPT
146 STO 22
147 SF 02
148 GTO "A2"
149+LBL "D-E-Dc"
150 "R=222"
151 PROMPT
152 STO 23
153 "P=?2?"
154 PROMPT
155 STO 24
156 SF 03
157 GTO "A3"
158+LBL "CONI"
159 "QBAS=M3/S?"
160 PROMPT
161 STO 32
162 0.0
163 STO 36
164 "ZL<=M??"
165 PROMPT
166 STO 19
167 "T<=SEG??"
168 PROMPT
169 STO 26
170 "DT=SEG??"
171 PROMPT
172 STO 13
173 "TSIMU=SEG??"
174 PROMPT
175 STO 14
176 "DTIMP=SEG??"
177 PROMPT
178 STO 40
179 SF 04
180 GTO "A4"
181+LBL "HIDRO"
182 FS? 07
183 GTO "HI7"
184 GTO "HI8"
185+LBL "HI7"
186 RCL 36
187 FIX 0
188 "QM3/S?="
189 ARCL X
190 PROMPT
191 STO 33
```

```
192 RCL 32
193 ST+ 33
194 .0
195 ST+ 36
196 FS? 05
197 GTO "A5"
198 FS? 08
199 GTO "A6"
200 GTO "A7"
201•LBL "HI8"
202 RCL 15
203 1.0
204 +
205 RCL IND X
206 STO 16
207 RCL 11
208 X<>Y
209 X<=Y?
210 GTO "HI5"
211 GTO "HI6"
212•LBL "HI5"
213 1.0
214 ST+ 15
215•LBL "HI6"
216 RCL 11
217 RCL IND 15
218 -
219 STO 12
220 RCL 15
221 1.0
222 +
223 5.0
224 +
225 RCL IND X
226 STO 29
227 RCL 15
228 5.0
229 +
230 RCL IND X
231 CHS
232 ST+ 29
233 RCL 15
234 RCL IND X
235 CHS
236 STO 30
237 RCL 15
238 1.0
239 +
240 RCL IND X
241 ST+ 30
242 RCL 29
243 RCL 30
244
245 STO 31
246 RCL 12
247 *
248 STO 33
249 RCL 15
250 5.0
251 +
252 RCL IND X
253 ST+ 33
254 RCL 32
255 ST+ 33
256 FS? 05
257 GTO "A5"
258 FS? 06
259 GTO "A6"
260 GTO "A7"
261•LBL "QSAL"
262 RCL 19
263 RCL 24
264 Y↑X
265 RCL 23
266 *
267 STO 27
268 RTN
269•LBL "VOAL"
270 RCL 19
271 RCL 22
272 Y↑X
273 RCL 21
274 *
275 STO 28
276 RTN
277•LBL "IMPRI"
278 RCL 11
279 3600
280 /
281 FIX 0
282 "TACUM="
283 ARCL X
284 AVIEW
285 STOP
286 FIX 2
287 RCL 19
```

```
"ZLX M="
ARCL X
AVIEW
STOP
RCL 28
1000.0
/
"VALMIL="
ARCL X
AVIEW
STOP
RCL 17
"QHID="
ARCL X
AVIEW
STOP
RCL 27
"QS<="
ARCL X
AVIEW
0.0
STO 41
RTN
END
```

SIZE OF MEMORY

46.00

APENDICE 2.

PROGRAMA SIMUL 1.

```
LBL'SIMUL 1
LBL'A1
LBL'A2
LBL'A3
LBL'A4
LBL'A5
LBL'A6
LBL'A7
LBL'A8
LBL'A9
LBL'A10
LBL'ENHI
LBL'HI1
LBL'HI2
LBL'HI3
LBL'HIA
LBL'HI4
LBL'C-E-C
LBL'NAREA
LBL'CONI
LBL'AREA
LBL'GDES
LBL'VOAL
LBL'YMAR
LBL'AREA2
LBL'AR1
LBL'AR2
LBL'PRK
LBL'IMPRI
LBL'HIDRO
LBL'HID4
LBL'HID5
LBL'HID1
LBL'HID2
LBL'HID3
LBL'HID6
END        1526 BYTES
.END.      07 BYTES
```

```
01♦LBL "SIMUL 1"
02 FS? 07
03 SF 01
04 FS? 01
05 GTO "A1"
06 GTO "ENHI"
07♦LBL "A1"
08 FS? 02
09 GTO "A2"
10 GTO "C-E-C"
11♦LBL "A2"
12 FS? 03
13 GTO "A3"
14 GTO "MAREA"
15♦LBL "A3"
16 FS? 04
17 GTO "A4"
18 GTO "CONI"
19♦LBL "A4"
20 RCL 33
21 RCL 39
22 -
23 STO 53
24 RCL 23
25 STO 11
26 STO 12
27 1.0
28 STO 15
29 RCL 39
30 RCL 38
31 -
32 STO 60
33 RCL 42
34 RCL 39
35 -
36 STO 19
37 STO 20
38 RCL 40
39 4.429447
40 *
41 STO 43
42 XEQ "YMAR"
43 STO 50
44 STO 51
45 RCL 19
46 STO 44
47 RCL 45
48 X<=Y?
49 GTO "A5"
50 RCL 43
51 CHS
52 STO 47
53 GTO "A6"
54♦LBL "A5"
55 RCL 43
56 STO 47
57♦LBL "A6"
58 XEQ "AREA"
59 XEQ "GDES"
60 XEQ "VOAL"
61 SF 05
62 GTO "HIDRO"
63♦LBL "A7"
64 RCL 31
65 STO 17
66 STO 16
67 XEQ "IMPRI"
68 CF 05
69♦LBL "A8"
70 RCL 13
71 ST+ 62
72 ST+ 11
73 RCL 17
74 STO 31
75 RCL 11
76 RCL 13
77 CHS
78 +
79 STO 12
80 RCL 50
81 STO 45
82 RCL 19
83 STO 44
84 XEQ "AREA2"
85 XEQ "PRK"
86 STO 54
87 RCL 19
88 RCL 52
89 0.5
90 *
91 +
92 STO 44
93 RCL 12
94 RCL 13
95 0.5
```

```
 96 *
 97 +
 98 STO 12
 99 XEQ "YMAR"
100 XEQ "AREA2"
101 SF 06
102 GTO "HIDRO"
103•LBL "A9"
104 CF 06
105 XEQ "PRK"
106 STO 55
107 0.5
108 *
109 RCL 19
110 +
111 STO 44
112 XEQ "YMAR"
113 XEQ "AREA2"
114 XEQ "PRK"
115 STO 56
116 RCL 19
117 +
118 STO 44
119 RCL 11
120 STO 12
121 XEQ "YMAR"
122 XEQ "AREA2"
123 SF 08
124 GTO "HIDRO"
125•LBL "A10"
126 CF 08
127 STO 17
128 STO 18
129 XEQ "PRK"
130 STO 57
131 6.
132 /
133 STO 49
134 RCL 56
135 3
136 /
137 ST+ 49
138 RCL 55
139 3
140 /
141 ST+ 49
142 RCL 54
143 6
144 /
145 ST+ 49
146 RCL 49
147 RCL 19
148 +
149 STO 20
150 STO 19
151 RCL 45
152 STO 50
153 STO 51
154 RCL 20
155 STO 44
156 XEQ "AREA2"
157 XEQ "GDES"
158 XEQ "VOAL"
159 RCL 61
160 RCL 62
161 X<=Y?
162 XEQ "IMPRI"
163 ISG 59
164 GTO "A8"
165 OFF
166•LBL "ENHI"
167 SF 01
168 1.0
169 STO 25
170•LBL "HI1"
171 XEQ "HI2"
172 RCL 25
173 5.0
174 X=Y?
175 GTO "HI3"
176 1.0
177 ST+ 25
178 GTO "HI1"
179•LBL "HI2"
180 RCL 25
181 "TSEG="
182 ARCL X
183 PROMPT
184 STO IND 25
185 RTN
186•LBL "HI3"
187 1.0
188 ST+ 25
189•LBL "HI4
190 XEQ "HI4"
191 RCL 25
192 10.0
```

```
X=Y?
GTO "A1"
1.0
ST+ 25
GTO "HIA"
♦LBL "HI4"
"Q=M3/S?"
PROMPT
STO IND 25
RTN
♦LBL "C-E-C"
"K=??"
PROMPT
STO 21
"M=??"
PROMPT
STO 22
SF 02
"ZK=??"
PROMPT
STO 36
"B=M??"
PROMPT
STO 37
"C=??"
PPOMPT
STO 40
"EFLA=MSNM?"
PROMPT
STO 38
"ELICA=MSNM?"
PROMPT
STO 39
GTO "A2"
♦LBL "MAREA"
"EYMM=MSNM?"
PROMPT
STO 33
"TM=HORAS?"
PROMPT
STO 34
"A=M?"
PROMPT
STO 35
SF 03
GTO "A3"
♦LBL "CONI"
"TETA=GRADOS?"
PROMPT
STO 41
"EZI=MSNM?"
PROMPT
STO 42
"T<=SEG?"
PROMPT
STO 23
"QBAS=M3/S?"
PROMPT
STO 30
"TSIMU=SEG?"
PROMPT
STO 14
"DT=SEG?"
PROMPT
STO 13
RCL 14
RCL 13
/
1000
/
1.00001
+
STO 59
"DTIMP=SEG?"
PROMPT
STO 61
SF 04
GTO "A4"
♦LBL "AREA"
RCL 44
RCL 45
+
2.0
/
STO 46
RCL 36
*
RCL 37
+
RCL 46
*
STO 48
RTN
♦LBL "GDES'
RCL 44
RCL 45
```

```
289 -
290 ABS
291 SQRT
292 RCL 48
293 *
294 RCL 47
295 *
296 STO 24
297 RTN
298•LBL "VOAL"
299 RCL 20
300 RCL 60
301 +
302 RCL 22
303 Y↑X
304 RCL 21
305 *
306 1000.0
307 /
308 STO 26
309 RTN
310•LBL "YMAR"
311 RCL 12
312 3600.0
313 /
314 360.0
315 *
316 RCL 34
317 /
318 RCL 41
319 CHS
320 +
321 SIN
322 RCL 35
323 *
324 2.0
325 /
326 RCL 53
327 +
328 STO 45
329 RTN
330•LBL "AREA2"
331 RCL 44
332 RCL 45
333 X<=Y?
334 GTO "AR1"
335 RCL 43
336 CHS
337 STO 47
338 GTO "AR2"
339•LBL "AR1"
340 RCL 43
341 STO 47
342•LBL "AR2"
343 RCL 44
344 RCL 45
345 +
346 0.5
347 *
348 STO 46
349 RCL 36
350 *
351 RCL 37
352 +
353 RCL 46
354 *
355 STO 48
356 RTN
357•LBL "PRK"
358 RCL 44
359 RCL 45
360 CHS
361 +
362 ABS
363 SQRT
364 RCL 48
365 *
366 RCL 47
367 *
368 -1.0
369 *
370 RCL 31
371 +
372 STO 52
373 RCL 44
374 RCL 22
375 -1.0
376 +
377 Y↑X
378 RCL 21
379 *
380 RCL 22
381 *
382 1/X
383 RCL 52
384 *
```

```
RCL 13
*
STO 52
RTN
LBL "IMPRI"
ADV
ADV
FIX 2
RCL 11
3600.0
/
"TACUM="
ARCL X
AVIEW
RCL 20
RCL 60
+
"ZL<="
ARCL X
AVIEW
RCL 51
"YM<="
ARCL X
AVIEW
RCL 18
"QHD<="
ARCL X
AVIEW
RCL 24
"QDES<="
ARCL X
AVIEW
RCL 26
"VOAL<="
ARCL X
AVIEW
RCL 24
RCL 48
/
"VEL<="
ARCL X
AVIEW
0.0
STO 62
RTN
LBL "HIDRO"
FS? 07
GTO "HID4"
GTO "HID5"
LBL "HID4"
FIX 0
RCL 12
60.0
/
"TIME="
ARCL X
AVIEW
PSE
"QHID M3/S=?"
PROMPT
STO 31
RCL 30
ST+ 31
GTO "HID6"
LBL "HID5"
RCL 15
1.0
+
RCL IND X
STO 16
RCL 12
X<>Y
X<=Y?
GTO "HID1"
GTO "HID2"
LBL "HID1"
1.0
ST+ 15
GTO "HID5"
LBL "HID2"
RCL 15
RCL IND X
STO 16
RCL 12
X<>Y
X<=Y?
GTO "HID3"
-1.0
ST+ 15
GTO "HID2"
LBL "HID3"
RCL 15
RCL IND X
CHS
RCL 12
+
```

```
481 STO 58
482 RCL 15
483 5.0
484 +
485 RCL IND X
486 CHS
487 STO 27
488 RCL 15
489 5.0
490 +
491 1.0
492 +
493 RCL IND X
494 ST+ 27
495 RCL 15
496 RCL IND X
497 CHS
498 STO 28
499 RCL 15
500 1.0
501 +
502 RCL IND X
503 ST+ 28
504 RCL 27
505 RCL 28
506 /
507 RCL 58
508 *
509 STO 31
510 RCL 15
511 5.0
512 +
513 RCL IND X
514 RCL 31
515 +
516 RCL 30
517 +
518 STO 31
519♦LBL "HID6"
520 FS? 05
521 GTO "A7"
522 FS? 06
523 GTO "A9"
524 FS? 08
525 GTO "A10"
526 "NIVEL"
527 AVIEW
528 "DESCONOCIDO"
529 AVIEW
530 STOP
531 END
```

8. Referencias.

1. "Estudio y Proyecto de Dragado en la Bahía de Tobari, Municipio de Etchojoa Sonora".
Pesca, 1981.
Dirac, S. A. de C. V.

2. "Estudio y proyecto del Cierre de la Boca de Panteones, Laguna Machona Cárdenas, Tabasco".
Pesca, 1982.
Dirac, S.A. de C.V.

3. "Un Modelo Hidrodinámico y de Dispersión en Estuarios, Lagunas y Canales".
Por los maestros en Ingeniería:
Ernesto Vázquez y José L. Sánchez B.
XI CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRAULICA.

4. "DRENAJE EN CUENCAS PEQUENAS".
Series del Instituto de Ingeniería N°. 143
U.N.A.M. enero de 1969.

5. Hidraulic Behaviour of Estuaries
D. M. McDowell and B.A. O'Connor.

6. Handbook of Mathematical Functions.
Milton Abramowitz and Irene A. Stegun.

7. Oceanographical Engineering.
Robert L. Wiegel.

8. The Marine Enviroment and Structural Design.
Jhon Gay Thwaite, P. E.

9. Manual de Diseño de Obras Civiles
Hidrotecnia, A.2.13 Hidráulica Marítima.
Comisión Federal de Electricidad.
México.

10. Manual de Diseño de Obras Civiles.
Hidráulica, A.2.11 Hidráulica Fluvial
Comisión Federal de Electricidad.
México.

9. Definición de variables.

K_1	:	*Componente luni-Solar Diurnal.*
O_1	:	*Componente principal Lunar Diurnal.*
M_2	:	*Componente Principal Lunar.*
S_2	:	*Componente principal Solar.*
F	:	*Variable que permite determinar la importancia de los componentes diurnal y semi-diurnal.*
a_i	:	*Amplitud de la onda i .*
W_i	:	*Frecuencia angular de la onda i e igual a $2\pi/ti$.*
T_i	:	*Periódo de la onda i.*
$\emptyset_i$	:	*Angulo de fase de la onda i.*
N	:	*Número de puntos del registro.*
Xm	:	*Valor medido a partir del nivel de referencia.*
$Xn(fn)$	:	*Transformada de Fourier.*
fn	:	*Frecuencia del punto Xm.*
$\eta(t)$	:	*Función registro de datos.*

9. Definición de variables.

Z_{i+1}	:	*Profundidad en la laguna para el instante $t + dt$.*
Z_i	:	*Profundidad en la laguna para el instante t.*
$\bar{I}$	:	*Promedio del gasto de ingreso para los instantes t y $t + dt$.*
dt	:	*Intervalo de tiempo de simulación.*
C	:	*Coeficiente de Chezy.*
n^*	:	*Coeficiente de rugosidad de Manning.*
A	:	*Area de conducción hidráulica.*
R_H	:	*Radio hidráulico.*
So	:	*Pendiente de plantilla.*
G	:	*Coeficiente de descarga.*
$\bar{A}i$	:	*Valor de área media para un instante i.*
$Ym2_i$	:	*Valor del tirante en el mar respecto a un plano de referencia para un instante i.*
Yl_i	:	*Valor del tirante en la laguna respecto a un plano de referencia para un instante i.*
B, $\bar{K}$	:	*Ancho y talud de la sección de la boca de descarga.*

9. Definición de variables.

$\frac{d\mathcal{V}}{dt}$	:	Representa la variación de volumen en la laguna, a través del tiempo.
I	:	Gasto de entrada debido a corrientes que descargan en la laguna.
$\mathbf{Q}$	:	Representa los gastos de salida fuera de la laguna.
Z	:	Profundidad en la laguna.
Q	:	Gasto descargado por la laguna.
K, R, P, m	:	Constantes producto del ajuste por mínimos cuadrados.
Qc	:	Gasto conducido por el canal de descarga.
ΔZ	:	Desnivel entre el fondo de la laguna y el fondo de plantilla del canal de descarga.
Y_2	:	Velocidad de conducción en el canal de descarga.
V_2	:	Velocidad de conducción en el canal de descarga.