



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

23
159

**COMPORTAMIENTO Y METODOS
SIMPLIFICADOS DE ANALISIS DE
PLACAS DOBLADAS DE CONCRETO
REFORZADO.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO CIVIL

P E S E N T A :

RAUL RAMIREZ PRUDENCIO

México, D. F.

Mayo de 1984.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

Capítulo	
Introducción	1
I	
Análisis Histórico	2
Terminología	3
Clasificación de placas dobladas	
— Clasificación de placas plegadas por su forma	4
— Clasificación de placas plegadas por su forma de apoyo	9
— Clasificación por su uso	10
— Clasificación por sus materiales	12
Importancia	13
II	
Métodos Simplificados de Análisis	14
Alcances y Consideraciones	
— Acción de losa	
— Acción de placa	
Forma de trabajo de las placas plegadas	
— Sentido transversal	
— Sentido longitudinal	
Método de la viga	18
— Desarrollo	
— Otra forma de análisis más sencilla	
Teorema de las tres cortantes	22
— Determinación de las cargas de placa	
— Fuerzas cortantes en los pliegues	
— Obtención de las fuerzas cortantes	
— Distribución de esfuerzos	
Método de la Portland Cement Association (P.C.A.)	30
— Comentarios	
— Desarrollo	
— Dedución de las ecuaciones fundamentales en que se basa el método	
Estructuras de placa plegada múltiple	39
Intersección de tres placas	

— Comentarios	
— Teorema de los cuatro cortantes	
— Método de la P.C.A.	
 III	
Ejemplos de aplicación	46
Cascarón prismático de cinco placas	
Estructura plegada tipo diente de sierra	
Estructura plegada de unidades repetidas, de forma trapezoidal	
 IV	
Diseño de placas plegadas	70
Revisión	
Diseño	
 V	
Comportamiento y estudio experimental de techos de placa plegada	78
Introducción	
Descripción de los modelos	
Comportamiento	
Forma de falla	
 VI	
Otros aspectos importantes	100
Los diafragmas	
Placas plegadas continuas	
 VII	
Proceso constructivo	104
Materiales	
— Concreto	
— Refuerzo	
Obra falsa y cimbra	
 Conclusiones	107
Bibliografía	108
Nomenclatura	110

INTRODUCCION

Las estructuras plegadas, o, como algunos las llaman, cascarones prismáticos o placas dobladas, son formas de estructuras en donde el análisis y comportamiento experimental no se conoce muy a fondo, por lo que este tema es el motivo principal de la tesis.

Estas estructuras proporcionan una gran diversidad de formas para sistemas de techos o pisos, principalmente.

Generalmente las estructuras plegadas son usadas en lugares donde se desea cubrir grandes claros y se quiere emplear un mínimo de materiales de construcción.

En la actualidad existen muy pocos trabajos en español en los cuales se presente una idea clara de lo que son las placas plegadas; su comportamiento, forma de análisis y diseño. Por esta razón se pretende dar una idea de lo que son las ESTRUCTURAS PLEGADAS SIMPLES.

En el capítulo I se da una clasificación de las diferentes formas que se pueden obtener con estructuras plegadas, los diferentes usos que se les puede dar, así como los materiales más comunes con que se pueden construir.

Se presentan también algunas aplicaciones reales para dar una idea de los acabados y estética que se puede lograr con este tipo de estructuras.

En el capítulo II se presentan algunos métodos de análisis de estructuras plegadas simples, de fácil manejo.

Enseguida, en el capítulo III se presenta la aplicación de los métodos de análisis a diferentes tipos de estructuras plegadas más comunes.

Además, y siendo de gran importancia el diseño de estos elementos, en el capítulo IV se explica su forma de diseño.

El capítulo V cubre la etapa experimental que se realizó en el Laboratorio de Materiales de la Facultad de Ingeniería. Se ensayaron dos modelos, de una y dos unidades de placa en forma de trapecio respectivamente y se obtuvo la respuesta en una gráfica P-4.

Los resultados obtenidos se muestran en el mismo capítulo.

Finalmente, se presentan algunas recomendaciones sobre el aspecto constructivo de este tipo de elementos.

CAPITULO I

ANALISIS HISTORICO

Varios y excelentes trabajos realizados en otros países, están disponibles en el desarrollo histórico de las placas plegadas.

El primer intento por diseñar estructuras plegadas ocurrió en Alemania entre 1920 y 1930; es decir, aparece por primera vez casi en la iniciación del desarrollo de las teorías de análisis de los cascarones cilíndricos. Las placas plegadas encontraron su primera aplicación en depósitos de carbón, y fueron empleados en Alemania por G. Ehlers en 1924.

Uno de los primeros escritos que aparecieron fue el que realizó G. Ehlers, basado en el análisis correspondiente a vigas, el cual considera una variación plana de esfuerzos longitudinales a través de toda la estructura. El escrito proporciona una teoría de placa plegada basada en una variación lineal de esfuerzos longitudinales en cada placa, pero despreciando el efecto de los desplazamientos relativos de las juntas. Posteriormente (3) aparecieron otras publicaciones con contribuciones hechas por Gruening, Petry, Goldenblatt y Ratz, Flugge, Ohlig, etc., pero en todas ellas se sugería el análisis de estas estructuras, considerando que las aristas eran puntos fijos, es decir, indesplazables. A estas teorías se les ha dado el nombre de "Teorías de Membrana".

En 1930 H. Cræmer y E. Gruber realizaron un mejor desarrollo de la teoría, considerando los momentos transversales en las juntas, y de esta forma tomar en cuenta la continuidad de la construcción.

Los primeros estudios formales que se realizaron en Estados Unidos sobre placas plegadas fue un artículo presentado por George Winter y M. Pei (4), publicado en 1948.

El artículo de Winter y Pei describe la teoría de placas plegadas despreciando el desplazamiento relativo de las juntas y en el cual se desarrolla un procedimiento de iteración conveniente para la determinación de esfuerzos longitudinales.

Gruber y Gruening (2) realizaron un análisis más riguroso de la teoría de placas plegadas, siendo el primero en el cual se toma en cuenta el efecto de los desplazamientos relativos de las juntas. El método original involucra la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales de cuarto orden, para la determinación de los momentos en las aristas o desplazamientos. El método fue considerablemente simplificado por W.Z. Vlassow (6, 7) con un método en el que se usan ecuaciones algebraicas lineales para el cálculo de esfuerzos longitudinales y momentos en las aristas en secciones críticas de la estructura.;

Métodos similares al de Vlassow fueron posteriormente propuestos por K. Girkmann y por la Portland Cement Association (1).;

La teoría en la que se incluyen los desplazamientos relativos de las juntas fue también

desarrollado por I. Gaafar, M. Asce y D. Yitzhaki (5, 7), quien elimina algunas aproximaciones de los métodos algebraicos anteriores considerando separadamente la distribución longitudinal de momentos transversales, debido a cargas, aplicadas, diferenciándolas de los momentos debido al desplazamiento relativo de las juntas; cada uno de estos autores introduce diferentes procedimientos, lo cual reduce el número de ecuaciones simultáneas requeridas para la solución, aproximadamente a la mitad de las que se requieren en el método de Vlassow.

En adición a los métodos anteriores, se ha desarrollado un método iterativo tomando en cuenta el desplazamiento relativo de las juntas. Generalmente, este método primero considera, para el cálculo de las reacciones en las aristas, que los apoyos son fijos, luego corrige la reacción en la junta debido a los desplazamientos relativos, y repite el procedimiento hasta disminuir la corrección.

También con base en las mismas ideas de Vlassow, Ashdown en *The Design of Prismatic Structures* (8), publicado en Inglaterra en 1954, desarrolló un método más sencillo y marcó así el principio de el diseño de placas plegadas con herramienta más a la mano del Ingeniero. Posteriormente, otros autores han contribuido al desarrollo de las estructuras plegadas.

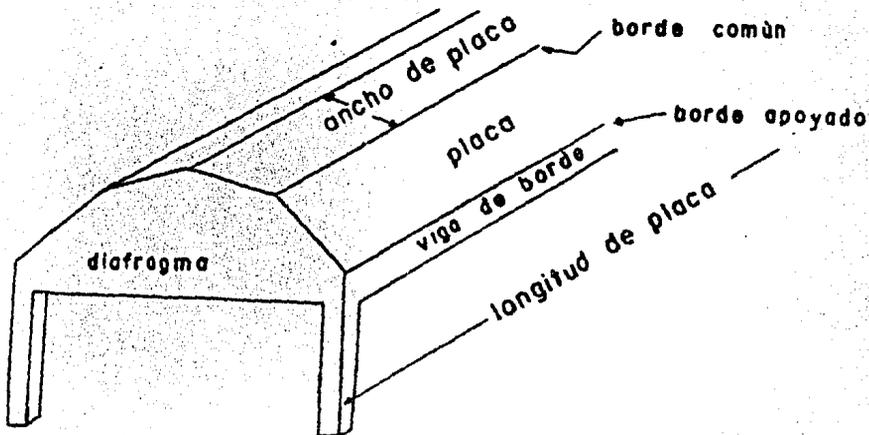
Terminología

Este trabajo tratará del estudio de estructuras de un solo claro, como la mostrada en la figura siguiente. Para poder entender fácilmente los términos que se manejan, a continuación se dan unas definiciones de éstos y se ilustran en la misma figura.

1.- Placa.- Es el elemento estructural plano, cuyo espesor, en comparación con sus otras dimensiones, largo y ancho, es pequeño.

Winter y Pei (10) la definen como el elemento individual plano de la estructura.

2.- Longitud de placa.- Es la dimensión entre apoyos transversales (Diafragmas).



Estructura de placa plegada de un solo claro

- 3.- Ancho de Placa.- Es la dimensión transversal entre bordes longitudinales.
- 4.- Espesor de Placa.- Se le denomina así a la dimensión perpendicular entre las caras de la placa.
- 5.- Placa Doblada.- Es el ensamble tridimensional de elementos estructurales planos elaborados de tal manera que constituya una construcción estable capaz de soportar cargas.
- 6.- Cascarón prismático.- Es una estructura espacial formada de placas rectangulares, unidas monolíticamente a lo largo de sus aristas comunes.
- 7.- Borde libre.- Arista extrema de la estructura sin apoyo.
- 8.- Borde Apoyado.- Arista extrema de la estructura, que descansa en algún soporte en dirección longitudinal.
- 9.- Borde Común.- Arista extrema de las placas, mediante la cual se logra un ensamble con otra placa.
10. Viga de borde.- Elemento estructural situado en la orilla longitudinal de la estructura, vertical y con una rigidez mayor que el resto de las placas.
- 11.- Diafragma.- Elemento en sentido transversal que sirve de apoyo a la estructura.

Clasificación de las Placas Doblas

Clasificación por su forma

1.- Prismáticas.- Será cuando al unir las placas, su sección transversal permanece constante a lo largo de toda su longitud: generalmente presentan formas cónicas. Ver Fig. (1.1)

Dentro de los prismáticos se tiene:

— Simétricas.- Cuando al tomar un módulo transversal de la estructura, y al dividirlo mediante un eje vertical, se observa similitud entre ambas partes. Ver Fig. (1.2)

— Asimétricas.- Así se define cuando un módulo transversal de la estructura se divide mediante un eje vertical y no hay similitud entre ambas partes. Ver Fig. (1.3)

2.- Poliédricas.- Son estructuras formadas también a base de placas planas, pero en ellas la sección transversal varía en toda su longitud. Ver Fig. (1.4)

La unidad más común que se ha desarrollado es la forma de V. No siendo la mejor (10) por la desventaja de proveer un área de concreto inadecuada en la parte baja y superior, para resistir las fuerzas de compresión producidas por la flexión, además de hacer más laboriosa

la colocación del acero de refuerzo.

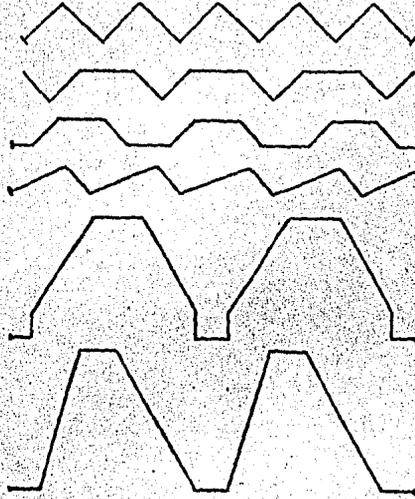


Fig (1.1)

Secciones transversales de placas plegadas prismáticas.

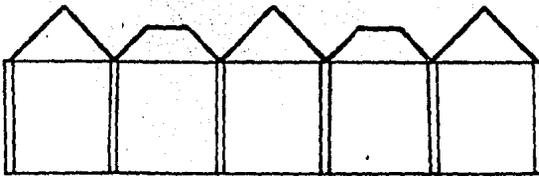


Fig (1.2)

Placa Plegada Prismática Simétrica

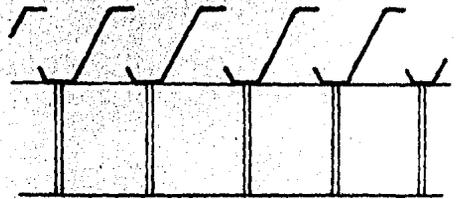
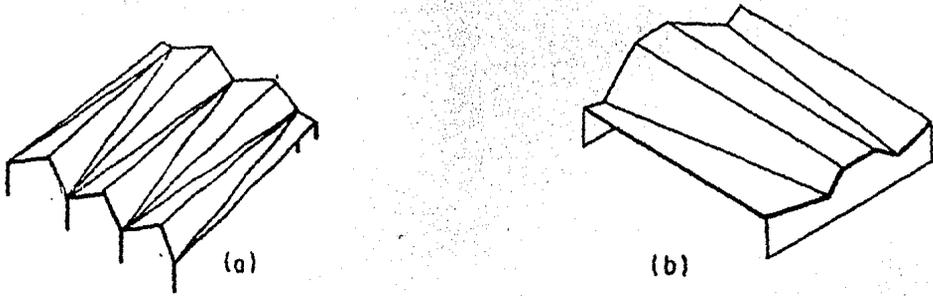


Fig. (1.3)

Placa Plegada Prismática Asimétrica.



Fig(1.4)
Placas plegadas poliédricas: a) Forma triangular
b) Forma trapezoidal

En la Fig (1.5) se presenta una estructura de placa plegada prismática para techo, a base de repetidas "V" cubriendo un claro aproximado de 18 Mts. de ancho por 35 mts. de largo.

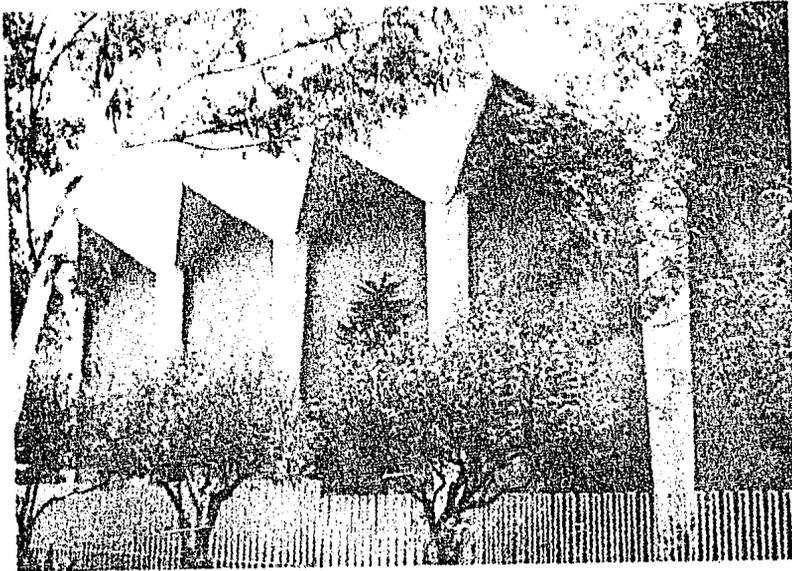


Fig. (1.5)
Placa plegada prismática simétrica.

También una cubierta compuesta de V's se encuentra en la terminal de camiones de la U.N.A.M., cubriendo un área de 10 mts. de ancho por 50 mts. de largo aproximadamente. Fig. (1.6)

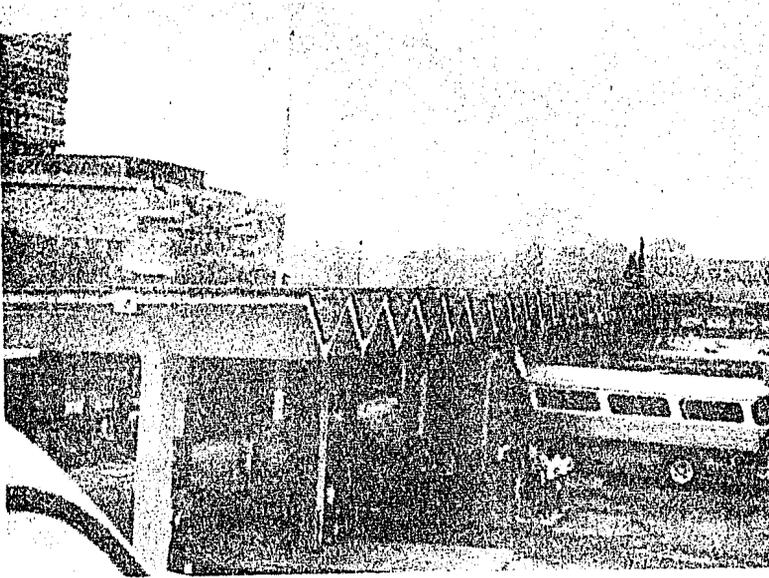


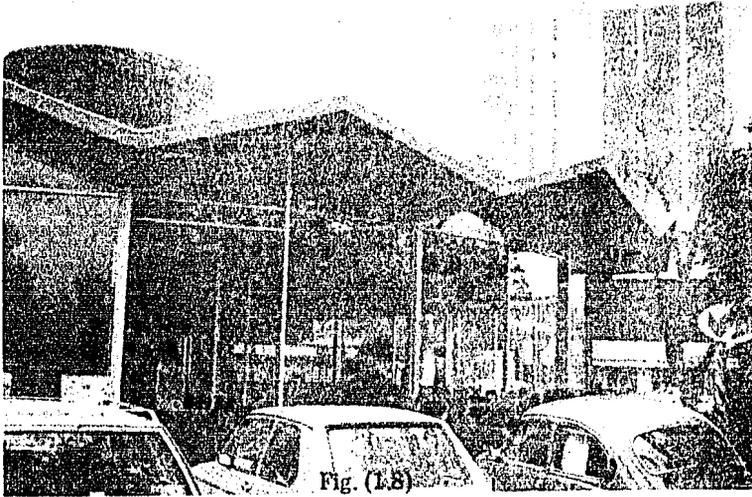
Fig. (1.6)
Placa plegada de repetidas V's

Un ejemplo de placa plegada prismática asimétrica lo podemos encontrar en la Unidad de Postgrado, Fig. (1.7), en la U.N.A.M., donde se muestra una aplicación clara de cubiertas y entrepiso; en este caso en forma de dientes de sierra, apoyándose sobre columnas.



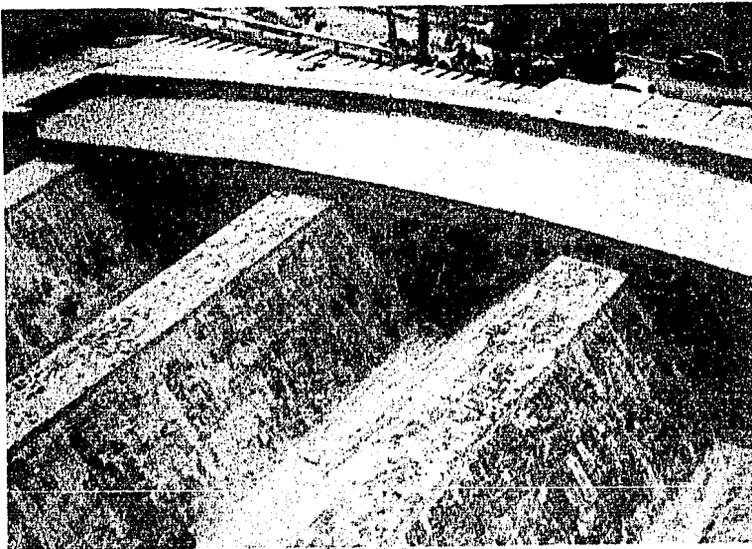
Fig. (1.7)
Placa plegada prismática asimétrica.

En la Fig. (1.8) se presenta una estructura de placa plegada circular a base de placas poliédricas formando la estructura denominada como tipo "Sombrilla". La unidad de placa plegada que se usa es la de forma de "V".



Estructura de placa plegada Poliédrica

Se ha encontrado (10) que la forma más práctica es la unidad que se consigue al adicionar placas horizontales entre las placas inclinadas, tanto en la parte baja como en la parte superior (forma de trapecio), con el suficiente ancho para poder mantener los esfuerzos de compresión del concreto dentro de los límites convenientes y además acomodar el acero de refuerzo necesario adecuadamente. En la Fig. (1.9) se muestra un ejemplo de este tipo de forma.



Placa plegada compuesta por unidades de forma trapecoidal

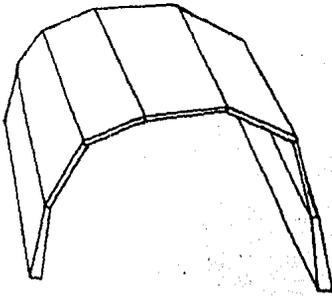
Tanto la unidad trapezoidal como la de forma V son unidades simétricas, que pueden utilizarse donde se desee.

Clasificación de placas plegadas por su forma de apoyo.

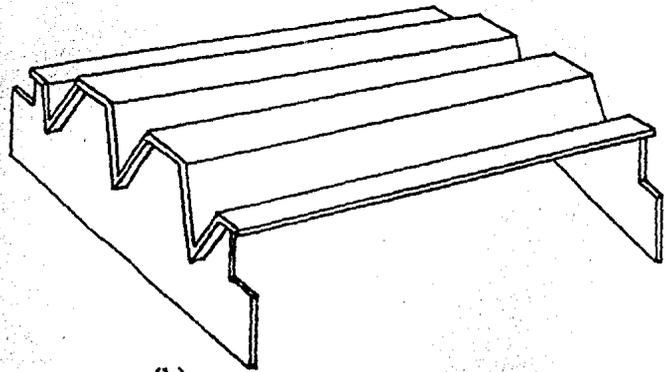
1.-) Simples.- Será cuando sólo haya diafragmas de apoyo extremos. (Fig. (1.10))

- Largas.- Se tendrán cuando las aristas paralelas estén dirigidas según el claro principal y mayor. Fig. (1.10a)

- Cortas.- Si en el sentido del claro mayor se encuentra una serie de planos quebrados. (Fig. 1.10b)



(a)



(b)

Placas plegadas simples, a) larga, b) corta.

2.-) Continuas.- Cuando además de los diafragmas extremos hay diafragmas de apoyo intermedio. (Fig. (1.11))

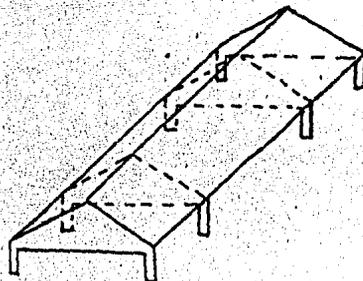


Fig. (1.11)

Placa plegada continua.

Clasificación de placas plegadas por su uso.

1.- Depósitos.- Una de las primeras aplicaciones que se le dio a las placas plegadas fue el de construir depósitos para almacenar carbón (2) y otros materiales. (Fig. (1.12))

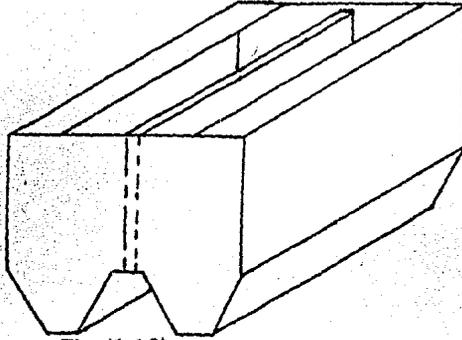


Fig. (1.12)

Depósitos para almacén de materiales.

2.- Techumbres.- Las techumbres o cubiertas para almacenes, fábricas, talleres, etc. es una de las aplicaciones de mayor importancia actualmente dentro de las estructuras de placa plegada ya que son estructuras de espesores pequeños empleados para cubrir grandes claros y con una gran variedad de formas. Fig. (1.13)

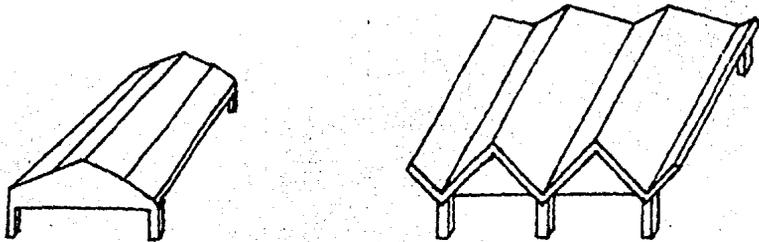


Fig. (1.13)

Cubiertas para techos de fábricas, talleres, etc.

3.- Escaleras.- La aplicación de placas plegadas en escaleras (9) es en nuestro medio uno de los usos más comunes que se puede encontrar. Fig. (1.14)

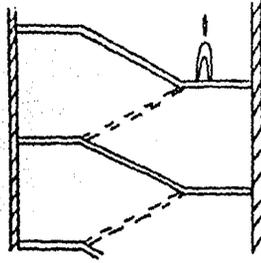


Fig. (1.14)

Aplicación de placas plegadas en escaleras.

4.- Marcos.- Algunas formas hipotéticas (3) para construcción de fábricas o talleres se presentan en la Fig. (1.15). No muy recomendables por la poca resistencia a fuerzas laterales.

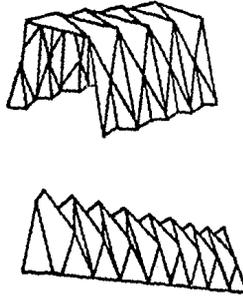


Fig. (1.15)

Formas hipotéticas de marcos de placa plegada.

5.- Cimentaciones.- Otro de los usos que se le puede dar a las placas plegadas es el de cimentaciones (2).

6.- Puentes.- El uso de las placas plegadas en la construcción de puentes (3) es también común, adoptando formas como las mostradas en la Fig. (1.16)

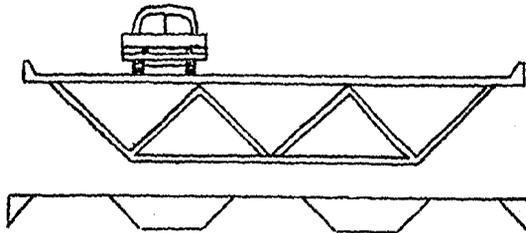


Fig. (1.16)

7.- Otros usos.- Existen otras aplicaciones de las placas, como por ejemplo en entrepisos (10) como el mostrado en la Fig. (1.17), el cual presenta la ventaja de poder alojar los tubos de agua, tubos de drenaje, instalaciones eléctricas, ductos de aire; también se pueden usar en columnas. En algunos casos son utilizadas en armaduras (2) para satisfacer formas arquitectónicas.

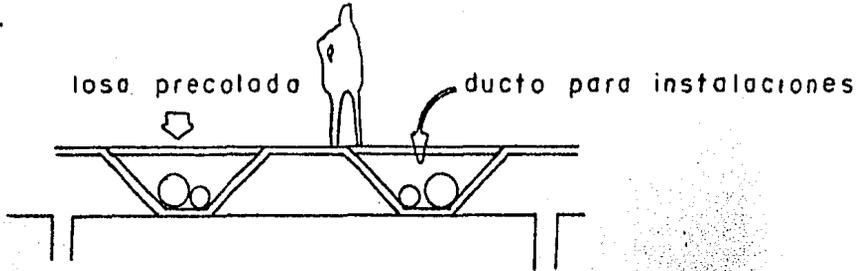


Fig. (1.17)
Entrepiso formado a base de placas plegadas.

Clasificación de placas plegadas por sus materiales.

- 1.- Asbesto.- Las láminas estructurales son un ejemplo claro en este caso.
- 2.- Madera.- La madera laminada presenta una fácil adaptación a las grandes y planas áreas de las placas (2); su uso más común es en la cimbra para placas plegadas de concreto.
- 3.- Aluminio.- Grafar utilizó un estudio experimental de una estructura de placa plegada simple utilizando aluminio. También Scordelis, Cory y Stubbs publicaron un estudio de un modelo de losas dobladas simples de aluminio. En (11) se presenta un estudio experimental realizado en 3 modelos de placa plegada, 2 simples y una continua.
- 4.- Acero.- El uso de placas de acero introduce mayor facilidad en la construcción de cubiertas de forma geométrica (2, 3), tales como: esfera, cono, etc. No existe el ángulo de la pendiente que restringe al concreto, no requiere de andamios como en el concreto para su colocación. Sin embargo es más sensible a las deformaciones, requiere un mejor diseño de las conexiones por ser sección crítica.

The Task Committee (2) propuso un criterio de diseño para placas de acero, además de desarrollar un manual de diseño.

5.- Concreto Precolado.- El uso de concreto precolado ofrece diversas ventajas (9), como:

- Simplificación del trabajo al producir en serie los elementos.
- El trabajo en la obra se reduce a un mínimo.
- Las formas difíciles de concreto colado en "situ" pueden ser desarrolladas.

Sin embargo la prefabricación requiere de equipo especial de manejo y montaje, ade-

más de que requiere un cierto grado de estandarización de techos para lograr la economía deseada.

No se tratará el estudio de la prefabricación.

6.- Concreto Reforzado.- Es el material más utilizado en la construcción de placas plegadas. Debido a sus pequeños espesores, reduce la cantidad de material a utilizar, lo cual las hace económicas además de reducir la carga muerta en comparación con otras estructuras.

Sus características, tales como: Durabilidad, manejabilidad, bajo mantenimiento, etc. lo mantienen en primer lugar de preferencia, comparado con otros materiales.

Importancia.

Dentro de la ingeniería práctica, las estructuras de placa plegada vienen a ocupar un lugar muy importante, como puede deducirse de lo visto anteriormente.

El empleo de placas plegadas es muy conveniente debido a que reduce el costo de materiales empleados en la cimbra, además de simplificarla notablemente con respecto a las de cascarones cilíndricos. La cantidad de materiales resistentes a utilizar también es menor, debido a los delgados espesores con que se construyen (entre 8 y 12 cm.).

Aunado a lo anterior, su agradable apariencia estética y superficies continuas y limpias, como pudo observarse en las Figuras 1.5 a la 1.9, lo sitúan en competencia contra cualquier otro sistema estructural (18).

Las estructuras plegadas, en general, dan una solución adecuada a múltiples problemas (como pudo verse en la clasificación de placas de acuerdo a su uso, ya presentada), desde muy simples hasta los complejos dentro de la Ingeniería Civil. Por lo anterior deben ser aceptadas en mayor proporción por la arquitectura industrial moderna en nuestro medio.

CAPITULO II

METODOS SIMPLIFICADOS DE ANALISIS

Alcances y Consideraciones.

Como ya se había mencionado anteriormente y teniendo un mayor interés en las placas plegadas como techos, se centrará el análisis hacia las placas plegadas prismáticas simples, consistiendo de placas rectangulares y con espesor constante, tomando en cuenta las siguientes consideraciones:

- 1.- El material es elástico, homogéneo e isótropo.
- 2.- Las placas tienen una conexión monolítica a través de sus aristas.
- 3.- La longitud de cada placa es más de dos veces su ancho.
- 4.- Cuando las placas se flexionan longitudinalmente, o sea perpendicular a su plano, se desprecia su resistencia en flexión. En la dirección transversal se consideran como vigas continuas.
- 5.- Los apoyos extremos (Diafragmas) se consideran infinitamente rígidas en su plano, en tanto que se suponen completamente flexibles en el plano normal.

Acción de losa

Cuando las cargas actúan normales en cada placa causan flexión transversalmente entre los bordes, como una losa continua. Esto se llama acción de losa.

Debido a la consideración 3, las placas funcionan como losas en un sentido y longitudinalmente la acción de losa puede ser ignorada.

Acción de placa.

Es cuando las placas apoyadas en sus extremos sufren flexión debido a la acción de cargas en su plano.

Forma de trabajo de las placas plegadas.

Una comprensión de la forma de trabajo de las estructuras plegadas es conveniente, debido a que esto puede llevar a una mejor apreciación y un más fácil entendimiento del efecto que causan los diferentes parámetros en una estructura plegada.

Así como a una mejor aplicación de los métodos de análisis, además de evitar cálculos innecesarios.

Sentido Transversal

Aislado una faja unitaria transversal de una estructura cualquiera, como la mostrada en la Figura (2.1.a) las fuerzas actuantes en la estructura estarán formadas por la carga externa, esfuerzo tangencial "S" paralelo a la superficie, es fuerza normal "V", actuando perpendicular a las placas y el momento M_L como se muestra en la Fig. (2.1.b);

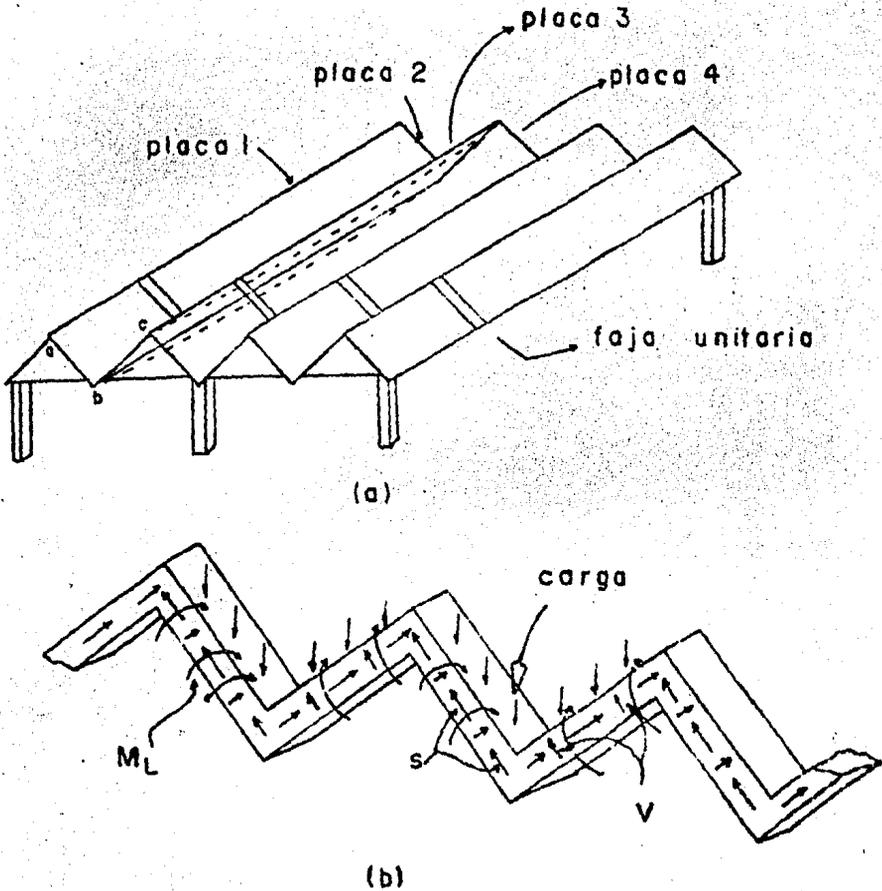


Fig. (2.1)

La gran flexibilidad de las placas individuales en la dirección normal a la superficie de las mismas, comparada a la rigidez en su plano hace que el esfuerzo normal V sea insignificante. También resulta por esto que los momentos flexionantes longitudinales M_L son también muy pequeños, por lo que pueden ser despreciados.

Examinando más detenidamente un solo elemento recto como el que se muestra en la Figura (2.2), se puede ver que el momento transversal actuando en la unión es independiente

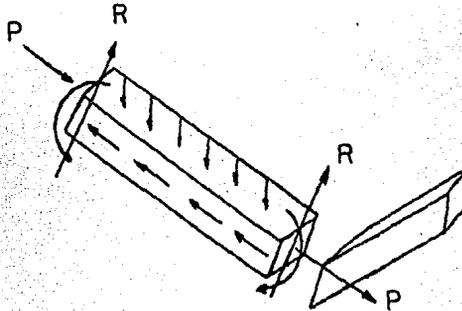


Fig. (2.2)

de las fuerzas reaccionantes por que estas actúan paralelas a las placas. Además, substituyendo las reacciones debidas a las placas vecinas por las fuerzas R y P normal y paralela a la placa respectivamente, la ecuación para lograr el equilibrio de fuerzas y momentos en la placa, es igual a la ecuación de equilibrio para una viga continua.

Por lo tanto, la forma de trabajo y aún el análisis de la franja unitaria transversal se hace como si se tratara de una viga continua.

Como la deflexión de bordes comunes puede no ser la misma, es necesario considerar la viga continua como si estuviera en apoyos elásticos, que gráficamente sería como se muestra en la Fig. (2.3), en la cual los apoyos se indican como resortes.

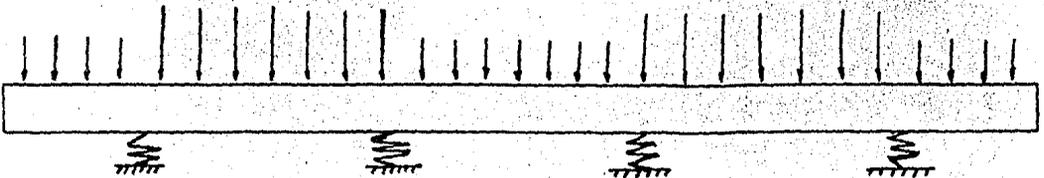


Fig. (2.3)

En el sistema estructural mostrado en la figura anterior, el momento en cualquier apoyo se puede expresar mediante una relación como la expresión dada por el teorema de los tres momentos, quedando en términos de los momentos de los dos apoyos adyacentes, la carga en los claros a uno y otro lado del apoyo y la deformación relativa del apoyo con respecto a la deformación de apoyos adyacentes.

La deformación en la viga sería igual a la cantidad por la cual el resorte sería comprimido o alargado y se podría expresar como una función de los esfuerzos en el resorte por una constante igual al desplazamiento causado por un esfuerzo unitario.

Como puede verse, en cualquier apoyo se puede deducir una ecuación que relaciona los momentos en la viga y esfuerzo en los resortes en los tres apoyos y la carga en la viga.

Los resortes representan simbólicamente la resistencia al desplazamiento de las placas en la estructura real, por lo que las constantes de los diferentes resortes tienen que ser expresados en términos de las propiedades geométricas y físicas de las placas, es decir, su longitud, profundidad, espesor, ángulo de inclinación, etc.

De la presentación anterior dos conclusiones se pueden sacar:

Primera, si la deformación relativa de un pliegue a sus pliegues vecinos es pequeña, entonces los momentos transversales en las placas pueden ser calculados considerando una faja transversal de la estructura como una viga continua, rígidamente apoyada en los pliegues. Esta condición se logra donde una combinación idéntica de placas están repetidas y continuas en la dirección transversal, como por ejemplo secciones repetidas en forma de "V" y sujetas a la misma condición de carga.

La segunda conclusión es que los momentos transversales obtenidos del análisis de viga de apoyos rígidos son una función de la rigidez vertical de las placas. Si las placas son flexibles en la dirección longitudinal es debido a que la intercepción vertical de las placas es pequeña, entonces un gran incremento en el momento transversal cercano a los bordes libres puede ocurrir. Por esta razón es necesario en algunos casos una mayor profundización de las placas.

Sentido Longitudinal.

Considerando la estructura mostrada en la Fig. (2.1.a), al aplicar una carga a la estructura, tendería a deformarse como indican las líneas punteadas, si cada placa pudiera moverse independientemente trabajando como losa en el sentido longitudinal apoyada en los diafragmas, entonces los bordes exteriores de las placas 3 y 4 se deformarían en la dirección cc' y cc'' respectivamente, como se indica en la Fig. (2.4).

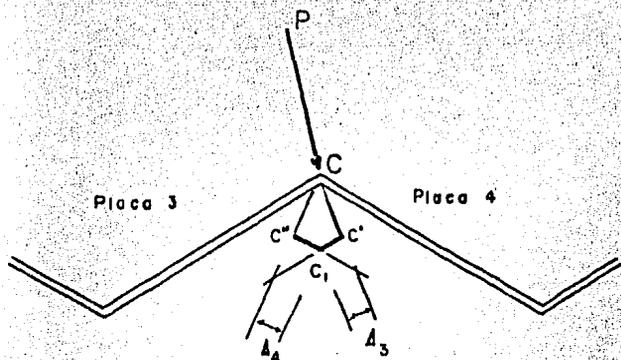


Fig. (2.4.)

Sin embargo, las placas no pueden actuar independientemente. Entonces el pliegue c al realizarse la deformación deberá tener una posición final C_1 , lo cual exige que las placas 3 y 4 tengan deformaciones Δ_3 y Δ_4 respectivamente en su plano.

Como ya se había mencionado anteriormente, el hecho de que las placas individualmente tienen una rigidez muy pequeña para resistir flexiones perpendiculares a su plano; o sea, su resistencia es despreciable para resistir los componentes de la deformación perpendicular a los planos de las placas; son muy rígidas para poder resistir las deformaciones dentro de su plano, lo cual produce una rigidez a la flexión muy eficaz de la losa en conjunto, amén de la conexión monolítica a través de las aristas de las placas.

Método de la viga.

La aplicación de la teoría convencional de la viga a estructuras de placa plegada ha sido considerada por varios autores (10, 14, 15) usando diversos enfoques.

En esta forma de análisis, el método de la viga supone que la variación de esfuerzos normales longitudinales es lineal.

Para materiales elásticos lineales esta suposición es equivalente a decir que la sección transversal permanece plana antes y después de ocurrida la deformación.

El procedimiento de la teoría de la viga puede ser aplicado solo a estructuras de placa plegada a las cuales se les ha añadido diafragmas transversales de manera que se conserve la forma de la estructura.

Desarrollo:

Para poder efectuar el análisis de placas plegadas, por el método de la viga, el primer paso consiste en aislar un tramo típico intermedio de la estructura. λ en la Fig. (2.5) cuando se trate de estructuras de secciones repetidas.

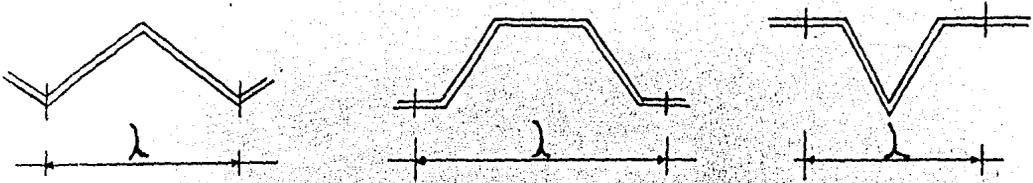


Fig. (2.5)

En el caso de cascarones prismáticos se analizará completa.

Al aplicar la carga, ésta es resistida por dos acciones combinadas; transversal y longitudinal ya antes explicadas.

Basado en la hipótesis de que cada quiebre funciona como un apoyo virtual, la acción de la estructura en el sentido transversal será como el de una viga continua apoyada en los quiebres, suponiendo que estas no se desplazan. De esta forma los momentos, cortantes y reacciones en los pliegues serán semejantes a los de una viga continua. (Fig. (2.6))

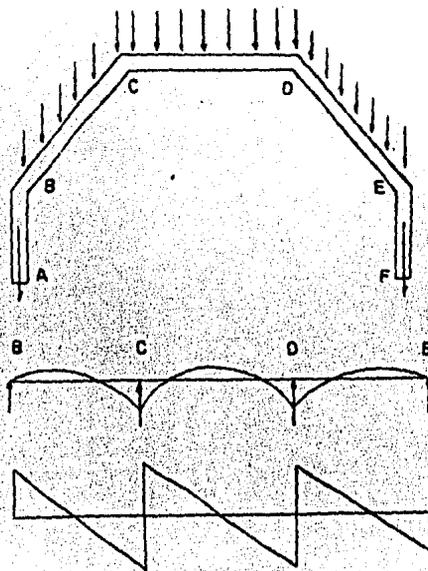


Fig. (2.6)

Habiendo realizado el análisis anterior y tomando en cuenta ahora la acción longitudinal, de tal forma que las placas sean consideradas como si fueran traveses longitudinales apoyadas en los diafragmas, se calcula el efecto producido por cargas que serán las reacciones en los quiebres, obtenidas del comportamiento transversal.

Habrà que descomponer cada reacción en las direcciones de las placas que concurran al quiebre; por ejemplo, la placa cd Fig. (2.7) actuarà como una viga de peralte cd sujeta a una carga en su plano, que es precisamente la componente de R_c y que actúa como carga uniformemente repartida en el claro L.

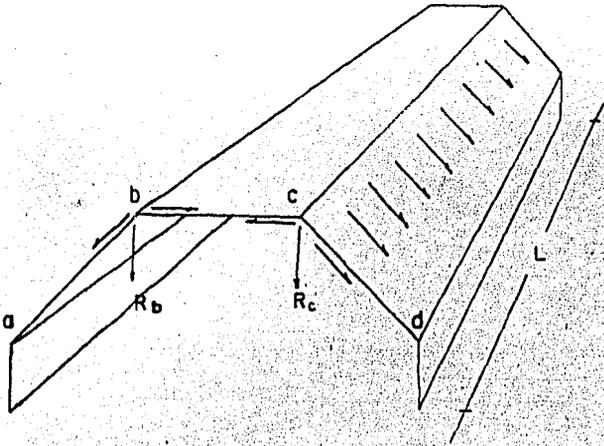


Fig. (2.7)

Con la carga sobre cada placa, el siguiente paso será el de calcular el momento flexionante con la siguiente expresión:

$$M_i = \frac{R_i L^2}{8}$$

Ahora bien, una vez que se han calculado los momentos en los diferentes tramos, se calculan los esfuerzos máximos.

Utilizando la fórmula de la escuadría:

$$f_i = \frac{M_t}{I_t} Y_i$$

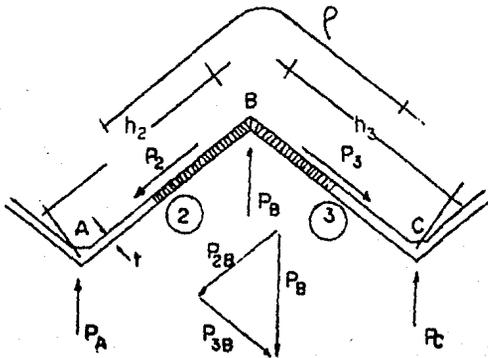
Donde M_t es la suma de los momentos flexionantes en cada una de las placas.

Otra forma de análisis más sencilla es la siguiente:

En este caso no es necesario hacer el análisis de una faja transversal previamente.

También, como en el desarrollo anterior, se basa en la hipótesis de que cada quiebre de la estructura funciona como un apoyo fijo, al cual en este caso se le llamará nudo. En estos nudos se encontrarían las reacciones verticales de dos placas adyacentes P_a , P_b , P_c , etc. Fig. (2.8). O sea para P_b le correspondería el peso de la zona rayada y sería:

$$P_b = \rho \cdot t \cdot \downarrow$$



Estas reacciones se descomponen en cada nudo, en las dos direcciones de las dos placas que concurren a él. En el caso del nudo B se descomponen en P_{2b} y P_{3b} ya no consideradas como reacciones, sino como acciones sobre las placas 2 y 3.

Fig. (2.8)

Lo mismo se haría con los nudos A y C, obteniéndose las fuerzas de placa P_{1a} y P_{2a} para el nudo A, P_{3c} y P_{4c} para el nudo c.

Así las fuerzas que actúan sobre cada placa serán:

Placa 2 $P_2 = P_{2a} + P_{2b}$

Placa 3 $P_3 = P_{3b} + P_{3c}$

En este caso por la simetría $P_{2a} = P_{2b}$ y $P_{3b} = P_{3c}$ siendo finalmente $P_2 = P_3$. Con estas fuerzas P_2 y P_3 se calculan las placas 2 y 3 longitudinalmente, como vigas de gran peralte, que tendrían una altura h_2 y h_3 respectivamente y con un ancho igual al espesor "t" de la losa.

A partir de aquí el cálculo se desarrollaría como si se tratara de una viga normal de concreto armado, teniendo en cuenta incluso el esfuerzo cortante.

Análisis transversal:

Como ya se había mencionado, el hecho de que los quiebres de la estructura funcionen como un apoyo, debido a que cada placa se apoya oblicuamente una en otra, el cálculo consistirá en la evaluación de los momentos flexionantes de una losa continua con claros iguales a las proyecciones horizontales de cada placa. Fig. (2.9) Las cargas consideradas en cada claro serán obtenidas de las longitudes reales de cada placa.

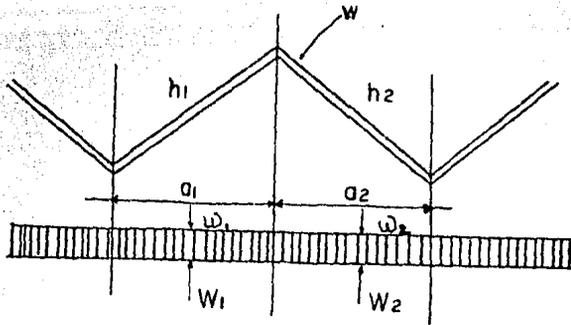


Fig. (2.9)

$$W_1 = W_2 = h_1 w$$

Carga en el claro

$$W_1 = W_2 = \frac{h_1 w}{a_1}$$

Teorema de los tres cortantes

Dentro de la teoría para análisis de estructuras plegadas, el teorema de los tres cortantes desarrolla un papel muy importante, ya que es base fundamental en el desarrollo de muchos métodos de análisis, como son:

- El método de Simpson (9)
- El método de Whitney (9)
- El método iterativo (9)
- El método de las cargas particulares (7), entre otros.

En Diseño de Cascarones Cilíndricos (14) es utilizado como método para aplicarlo a estructuras plegadas asimétricas, así como para el análisis de cascarones prismáticos.

También en varios escritos (15, 17, 19) es utilizado y desarrollado como método de análisis, cuyo objetivo principal es el de igualar los esfuerzos en la unión de placas, siendo aplicado a cualquier estructura plegada.

En general se pueden obtener buenos resultados con este método. A continuación se desarrolla la teoría necesaria para poder aplicarlo, además se resuelven algunos ejemplos para mostrar la forma de ejecución.

Explicación General del método desarrollado en base al teorema de los tres cortantes

El teorema de los tres cortantes para su desarrollo requiere primeramente del análisis del sentido transversal visto anteriormente, considerando apoyos fijos.

En seguida se obtienen los momentos producidos por las reacciones en los apoyos a las que llamaremos cargas de placa considerando ahora el sentido longitudinal, para con esto determinar las fuerzas cortantes que actuarán en cada pliegue. Se podrá hacer mediante la aplicación de la fórmula de los tres cortantes en cada pliegue y resolviendo el sistema de ecuaciones simultáneas que se genera.

Teniendo las fuerzas cortantes se procede a calcular los esfuerzos normales longitudinales en los pliegues.

Los esfuerzos pueden obtenerse también, si es que no se desea resolver sistema de ecuaciones, mediante una distribución de esfuerzos (que posteriormente se explica) con la que se logra la igualación de esfuerzos en cada borde común y no hay la necesidad de obtener las fuerzas cortantes.

Determinación de las cargas de placa

Para determinar las cargas de placa se considera la acción de losa, y mediante un análisis de viga continua se calculan las reacciones en las uniones al igual que en el método de la viga.

Las reacciones, ahora consideradas como acciones sobre las uniones, las cuales denominaremos como P_n , Fig. (2.10) se descomponen en la dirección de las placas adyacentes a la unión en cargas de placa $Q_{n, n-1}$ y $Q_{n, n+1}$, estando respectivamente en el plano de la placa

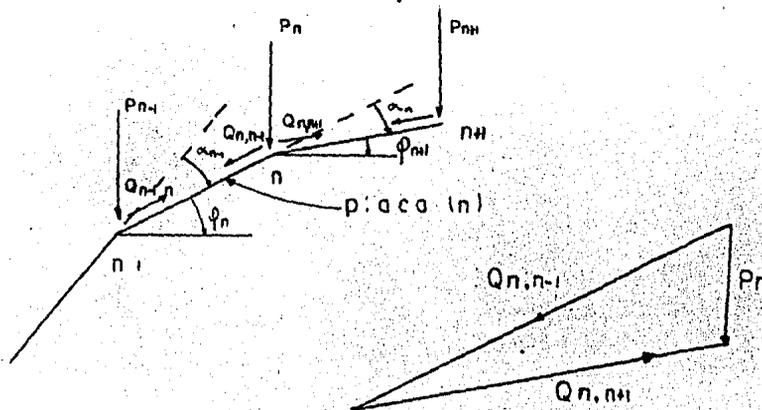


Fig. (2.10)

n y placa n+1 por medio del triángulo de fuerzas.

En la designación de las cargas de placa cada una como $Q_n, n-1$, el primer subíndice (n) se refiere a la unión en la cual la carga P actúa, el segundo subíndice (n-1) indica la junta hacia la cual la carga de placa "Q" es dirigida.

Así, por ejemplo, la carga de placa $Q_n, n-1$ es dirigida de n a n-1 en el borde n, si esta es positiva.

Si el valor de la carga de placa fuera negativa, la flecha de $Q_n, n-1$ deberá ser dirigida hacia n en el borde n.

De la Fig. (2.10) se puede observar que la carga de placa total sobre la placa n es ($Q_n, n-1 - Q_{n-1}, n$), o sea

$$Q_n = Q_{n, n-1} - Q_{n-1, n}$$

Fuerzas cortantes en los pliegues

Como se vió anteriormente, cualquier placa individual va a estar sujeta a una carga Q_n en su plano y actúa como una viga sobre dos apoyos extremos. Las cargas provocarán momentos $M_{o,n}$ y $M_{o,n+1}$ debido a la acción de placa Fig. (2.11).

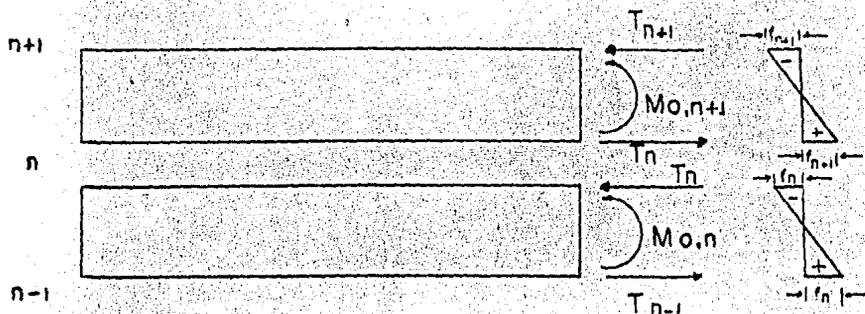


Fig. (2.11)

Si las placas fueran independientes, desarrollarían diferentes esfuerzos de fibra f_n y f_{n-1} en su borde común n. Pero debido al carácter monolítico de la estructura, las deformaciones que aparecen en los bordes de las placas en la unión n deben ser obviamente iguales. O dicho de otra forma, si las placas fueran cortadas una de otra a lo largo de la unión, las deformaciones en cada lado de la unión no serían iguales. En consecuencia y con objeto de asegurar deformaciones de igual magnitud a lo largo de la unión n, una fuerza cortante T_n debe actuar en la unión. Entonces la fuerza cortante T_n se calcula de la condición de que las deformaciones a cada lado de la unión de dos placas sea la misma.

Considerando la ecuación elemental de resistencia de materiales:

$$\epsilon = \frac{f}{E}$$

la magnitud de las fuerzas cortantes deberá ser tal que los esfuerzos de fibra extremos que se desarrollan en las placas n y $n+1$ a lo largo de su borde común sean iguales.

Las fuerzas cortantes para cada placa serán iguales, pero de sentido contrario en cada placa, o sea que mientras en una placa producen compresión en la contigua producirán tensión, esto dependiendo de sus dimensiones y de sus inclinaciones respectivas.

Una forma de ver más claro lo anterior es la siguiente:

En lo que respecta a las dimensiones y rigideces de dos placas contiguas, es evidente que si tienen diferente momento de inercia, la menos rígida se apoya en la más rígida, disminuyendo así su flexión con respecto al caso en que estuviera libre. (Fig. (2.12)

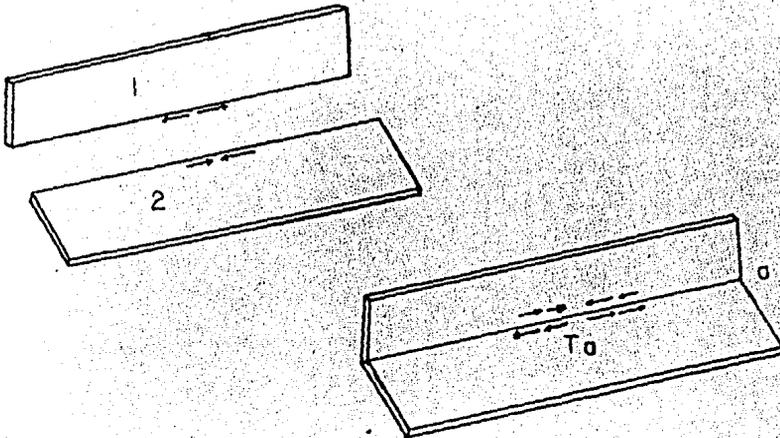


Fig. (2.12)

Puede verse que la placa 2 estando libre tiene mayor flexión que unida a la placa 1, por lo tanto esto quiere decir que aparecerá una fuerza de compresión en la placa 1 y una de tensión en la placa 2. Entre ambas formas la fuerza cortante T_a .

Es necesario tener mucho cuidado con los signos de los momentos M_{on} producidos por las cargas de placa Q_n .

El signo depende de las cargas Q_n , según sean hacia arriba o hacia abajo, así la placa es horizontal, según sean de derecha a izquierda o viceversa.

Como solo interesa el giro relativo de las placas que se estén calculando, se podrá tomar cualquier signo como positivo, y respecto a esto los giros contrarios se considerarán como negativos.

Obtención de las fuerzas cortantes

Para obtener las fuerzas cortantes el problema que se plantea es la igualación de los esfuerzos de flexión debido a los momentos M_{0n} de cada placa en los bordes, teniendo además que tomar en cuenta el efecto de la excentricidad de las fuerzas cortantes al actuar sobre las placas.

Haciendo referencia a la Fig (2.13) se calculan los esfuerzos en un borde común de dos placas adyacentes de sección rectangular.

Las fuerzas cortantes T se suponen positivas cuando actúan como se indica en la Fig. (2.13), o sea, cuando actúan en dirección opuesta al momento M_{0n} .

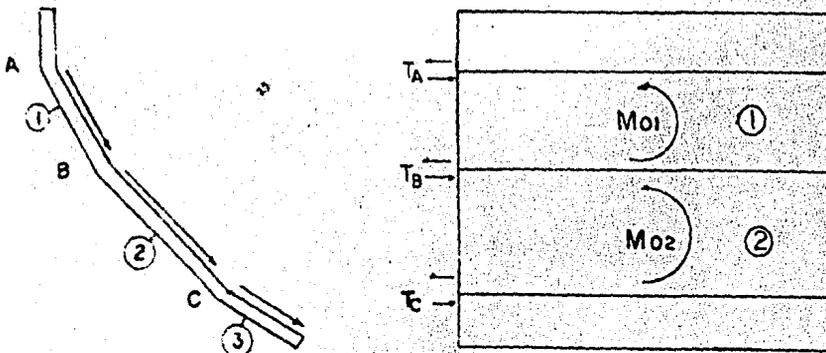
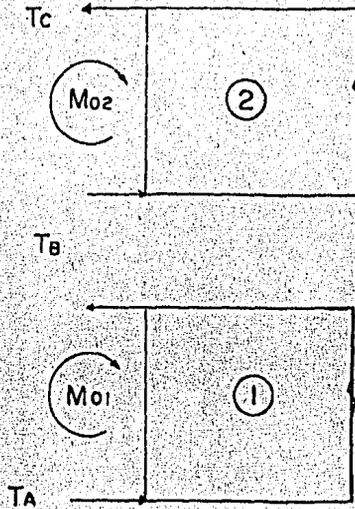


Fig. (2.13)

Tomando el borde común B y analizando cada placa. Los esfuerzos debido a los momentos se designarán con el subíndice m y los esfuerzos debidos a los cortantes se designarán con el subíndice T, y la letra o número según el pliegue de que se trate.

Los esfuerzos en la placa 1 serán:

$$f_{B1} = f_{Bm} + f_{B1T} - f_{BT_A} \quad (2.1)$$



el esfuerzo debido al momento será:

$$f_{B_m} = - \frac{M_{O1}}{S_1} \quad (2.2)$$

negativo por producir compresión en el borde B₁.

El esfuerzo debido a los cortantes se calcularán trasladando T_B al centro de la sección y agregando el momento de traslado M_{T_B} que valdrá:

$$M_{T_B} = \frac{T_B h_1}{2} \quad (2.3)$$

entonces:

$$f_{B_{T_B}} = \frac{T_B h_1}{2S_1} + \frac{T_B}{A_1} \quad (2.4)$$

Tomando en cuenta que:

$$S_1 = \frac{th_1^2}{6} \quad \text{y} \quad A_1 = th_1$$

tendremos: substituyendo S₁ en (2.4)

$$f_{B_{T_B}} = \frac{3T_B}{A_1} + \frac{T_B}{A_1} = \frac{4T_B}{A_1} \quad (2.5)$$

Positivo por ser de tensión T_B

Considerando ahora T_A y trasladándola al centro producirá un momento:

$$M_{T_A} = \frac{T_A h_1}{2} \quad (2.6)$$

y producirá tensión en B. Entonces el esfuerzo será:

$$f_{B1} = \frac{T_A h_1}{2 S_1} - \frac{T_A}{A_1} = \frac{2 T_A}{A_1} \quad (2.7)$$

Substituyendo 2.2, 2.5 y 2.7, en 2.1 tendremos el esfuerzo en el borde B de la placa 1.

$$f_{B1} = -\frac{M_{o1}}{S_1} + \frac{4 T_B}{A_1} + \frac{2 T_A}{A_1}$$

Realizando un análisis similar ahora para la placa 2 en el mismo borde B se obtiene:

$$f_{B2} = \frac{M_{o2}}{S_2} - \frac{4 T_B}{A_2} - \frac{2 T_C}{A_2}$$

Y debido a que estos esfuerzos deberán ser iguales para un mismo pliegue, se llega a:

$$f_{B1} = f_{B2}$$

$$-\frac{M_{o1}}{S_1} + \frac{4 T_B}{A_1} + \frac{2 T_A}{A_1} = \frac{M_{o2}}{S_2} - \frac{4 T_B}{A_2} - \frac{2 T_C}{A_2}$$

Agrupando términos similares

$$\frac{4 T_B}{A_1} + \frac{2 T_A}{A_1} + \frac{4 T_B}{A_2} + \frac{2 T_C}{A_2} = \frac{M_{o2}}{S_2} + \frac{M_{o1}}{S_1}$$

Sacando factor común y dividiendo entre 2 se llega a la 2c.

$$T_A \left(\frac{1}{A_1}\right) + 2 T_B \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2}\right) + T_C \left(\frac{1}{A_2}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{M_{o1}}{S_1} + \frac{M_{o2}}{S_2}\right)$$

La relación anterior se denomina EL TEOREMA DE LOS TRES CORTANTES y como se puede ver es similar al teorema de los tres momentos para vigas continuas en su deducción.

La ecuación se aplica sucesivamente en cada pliegue de la estructura plegada, obteniendo un sistema de ecuaciones lineales, mediante las cuales se obtienen los cortantes en los bordes.

Si se tiene una estructura de espesor t constante, la ecuación se puede simplificar quedando la siguiente forma:

$$T_A \left(\frac{1}{h_1}\right) + 2 T_B \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}\right) + T_C \left(\frac{1}{h_2}\right) = 3 \left(\frac{M_{o1}}{h_1^2} + \frac{M_{o2}}{h_2^2}\right)$$

Distribución de esfuerzos

Cuando en un pliegue común, dos placas ($N + 1$) y (n) son consideradas con flexiones independientes y desarrollando esfuerzos de fibra extremos f_{n+1} y f_n en su borde común. La igualación de estos esfuerzos se puede lograr como se vió en el inciso anterior mediante la aplicación de una fuerza cortante en el borde de las placas, las cuales se obtienen aplicando la ecuación de los tres cortantes. Para corregir estos esfuerzos no es necesario, si así se desea, aplicar la ecuación y por consiguiente evitar resolver el sistema de ecuaciones lineales simultáneas. Esta corrección de esfuerzos puede ser efectuada directamente por un proceso de distribución de esfuerzos similar al método de Cross para la distribución de momentos.

Tomando un pliegue cualquiera n , la igualación de esfuerzos de dos placas comunes al borde se puede expresar como:

$$-\frac{T_n}{A_{n+1}} + \frac{T_n h_{n+1}}{2S_{n+1}} + f_{n+1} = f_n - \frac{T_n}{A_n} - \frac{T_n h_n}{2S_n} \quad (2.8)$$

Trasponiendo términos y simplificando se llega a

$$4T_n \left(\frac{1}{A_n} + \frac{1}{A_{n+1}} \right) = (f_n - f_{n+1}) \quad (2.9)$$

Haciendo referencia a la ec (2.9) se puede ver que el esfuerzo f_{n+1} es corregido por la edición de un esfuerzo igual a $4T_n/A_{n+1}$ para tomar en cuenta el efecto del cortante de borde T_n . Además:

$$\frac{1}{A_n} + \frac{1}{A_{n+1}} = \frac{A_{n+1} + A_n}{A_n A_{n+1}} = \left(\frac{A_{n+1} + A_n}{A_n} \right) \frac{1}{A_{n+1}} \quad (2.10)$$

De las ecuaciones (2.9) y (2.10) tendremos:

$$\frac{4T_n}{A_{n+1}} = (f_n - f_{n+1}) \frac{A_n}{A_n + A_{n+1}}$$

Análogamente el esfuerzo f_n será corregido por:

$$-(f_n - f_{n+1}) \frac{A_{n+1}}{A_n + A_{n+1}}$$

De el desarrollo anterior se llega al proceso de distribución de esfuerzos. Por tanto los esfuerzos serán distribuidos a las placas ($n + 1$) y (n) en el borde n respectivamente por:

$$(f_n - f_{n+1}) \frac{A_n}{A_n + A_{n+1}} \quad \text{y} \quad -(f_n - f_{n+1}) \frac{A_{n+1}}{A_n + A_{n+1}}$$

Al aplicar el cortante de borde T_n en n , este también induce esfuerzos en los bordes $n-1$ y $n+1$, los cuales serán respectivamente:

$$\frac{T_n}{A_{n+1}} - \frac{T_n h_{n+1}}{2S_{n+1}} = -\frac{2T_n}{A_{n+1}} = -\frac{1}{2}(f_n - f_{n+1}) \frac{A_n}{A_n + A_{n+1}}$$

Y

$$-\frac{T_n}{A_n} + \frac{T_n h_n}{2S_n} = \frac{2T_n}{A_n} = \frac{1}{2}(f_n - f_{n+1}) \frac{A_{n+1}}{A_n + A_{n+1}}$$

De lo anterior se puede ver que el factor de transporte es $\frac{1}{2}$.

En este proceso de distribución de esfuerzos es necesario emplear signos para los esfuerzos y serán considerados positivos si son de tensión.

Método de la Portland Cement Association (P.C.A.)

Comentarios

Un método sencillo y de fácil ejecución es el que presenta la Portland Cement Association.

Para aplicarlo no se requiere de gran conocimiento en el comportamiento de estructuras plegadas, por lo tanto es muy accesible. Es un procedimiento muy mecanizado, que se reduce al llenado de unas tablas y al planteamiento y solución de un número de ecuaciones simultáneas igual a $(2n-2)$, siendo n el número de placas involucradas.

El procedimiento consiste en establecer dos ecuaciones en cada pliegue de la estructura, las cuales expresan la relación entre momento transversal M_n , esfuerzo longitudinal f_n y la carga aplicada.

Así, estableciendo dos ecuaciones en cada pliegue, relacionando el esfuerzo y momento en los pliegues y la carga aplicada, son suficientes para alcanzar una solución.

Las dos ecuaciones están basadas en satisfacer la condición de continuidad en la dirección transversal y estática en el pliegue.

Desarrollo

En términos generales el método se basa en lo siguiente:

Primero, considerando el análisis en el sentido transversal visto anteriormente, con los quiebres como apoyos fijos se desarrolla el primer estado de la estructura con sus respectivas acciones que le produce ese estado. Después, el segundo estado será el que se desarrolla al permitir que los quiebres giren y se desplacen, produciendo también a la estructura sea sometida a acciones, o sea, le producen ambos estados; esfuerzos, momentos, etc.

Superponiendo los dos estados anteriores y tomando en cuenta las características geométricas y físicas de las placas, además de que en el sentido longitudinal se considera la deflexión de las placas individuales actuando como vigas apoyadas en los diafragmas, es decir, tomando en cuenta las deflexiones debidas a la acción de placa, se llega a la deducción y planteamiento de las ecuaciones en cualquier pliegue, excepto en las dos primeras, es decir

punto cero y pliegue uno, ya que ahí se presentan condiciones que facilitan la deducción como más adelante se muestra.

A continuación se presentan las dos ecuaciones necesarias para un pliegue determinado n y las necesarias para los primeros pliegues (punto cero y pliegue uno).

La primera de las 2 ecuaciones que está basada en satisfacer la condición de compatibilidad de deformaciones en un pliegue representativo es:

$$2 \frac{h_{n-1}}{h_n} \left(\frac{f_n}{f_{n-1}} \right)^3 M_{n-1} + 4 \left[1 + \frac{h_{n-1}}{h_n} \left(\frac{f_n}{f_{n-1}} \right)^3 \right] M_n + 2 M_{n+1} - \left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \left(\frac{f_n}{h_n} \right)^3 \left[C_n^{n-2} f_{n-2} - C_n^{n-1} f_{n-1} \right. \\ \left. + C_n^n f_n - C_n^{n+1} f_{n+1} + C_n^{n+2} f_{n+2} \right] = h_n \left[\left(\frac{h_{n-1}}{h_n} \right)^2 \left(\frac{f_n}{f_{n-1}} \right)^3 \frac{W_{n-1} \cos \beta_{n-1}}{2} + \frac{W_n \cos \beta_n}{2} \right]$$

En la cual

M = Momentos flexionantes transversal en un pliegue y es considerado positivo cuando crea tensión en la parte baja de la placa.

f = Esfuerzo longitudinal y es considerado positivo cuando es de compresión

W = La carga vertical total actuando en una placa y es considerada positiva cuando actúa hacia abajo.

h = Longitud de las placas en el sentido transversal

t = Espesor de la placa.

β = Es el ángulo formado por una placa y una línea horizontal y es considerado positivo cuando es medido de la placa a la horizontal en dirección de las manecillas del reloj.

α = Es el ángulo formado por la extensión de una placa con la siguiente y se considera positivo el ángulo medido de la extensión es en el sentido de las manecillas del reloj.

$$C_n^{n-2} = \frac{h_n^2}{h_{n-2} h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$$

$$C_n^{n-1} = \frac{h_n}{h_{n-2} h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}} + \left(\frac{h_n}{h_{n-1}} \right)^2 (\cot \alpha_{n-1} + \cot \alpha_n) + \frac{h_n}{h_{n-1} \sin \alpha_n}$$

$$C_n^n = \left(\frac{h_n}{h_{n-1}} \right)^2 (\cot \alpha_{n-1} + \cot \alpha_n) + \cot \alpha_n + \cot \alpha_{n+1} + \frac{2h_n}{h_{n-1} \sin \alpha_n}$$

$$C_n^{n+1} = \frac{h_n}{h_{n-1} \sin \alpha_n} + \cot \alpha_n + \cot \alpha_{n+1} + \frac{h_n}{h_{n-1} \sin \alpha_{n+1}}$$

$$C_n^{n+2} = \frac{h_n}{h_{n-1} \sin \alpha_{n+1}}$$

La segunda ecuación en el pliegue n , la cual es deducida de una consideración de estática es:

$$\frac{h_{n-1} f_{n-1}}{h_n f_n} f_{n-1} + 2 \left(1 + \frac{h_{n-1} f_{n-1}}{h_n f_n} \right) f_n + f_{n+1} + \frac{6}{h_n f_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2 \left[C_n^{n-2} M_{n-2} - C_n^{n-1} M_{n-1} + C_n^n M_n - C_n^{n+1} M_{n+1} + C_n^{n+2} M_{n+2} \right] = - \frac{3}{f_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2 \left[(W_{n-2} + W_{n-1}) \frac{h_n \cos \beta_{n-2}}{h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}} - (W_{n-1} + W_n) \left(\frac{\cos \beta_{n-1}}{\sin \alpha_n} + \frac{h_n \cos \beta_n}{h_{n-1} \sin \alpha_n} \right) + (W_n + W_{n+1}) \frac{\cos \beta_{n+1}}{\sin \alpha_{n+1}} \right]$$

Las ecuaciones básicas anteriores no son aplicables en las extremidades transversales de una estructura plegada, es decir, no se pueden aplicar en el punto cero y punto uno.

La relación en esta región es considerablemente simplificada por que algunos de los valores son ya conocidos. Por ejemplo, en la Fig. (2.14) el momento en "0" será cero, mientras que el momento en 1 deberá, por una consideración de la estática, ser igual al momento cantilver de la carga a la izquierda de 1.

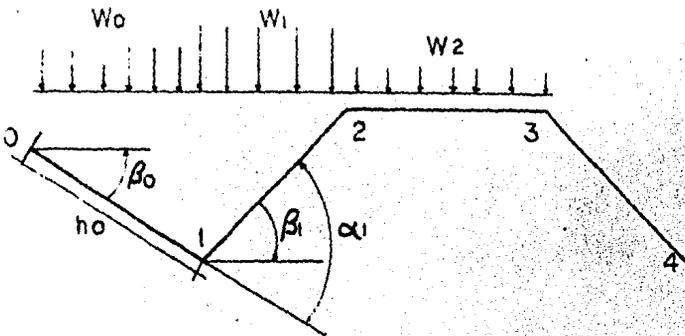


Fig. (2.14)

Consecuentemente, en cada pliegue hay solo una incógnita, será el esfuerzo longitudinal y por lo tanto sólo una ecuación en el punto 0 y una en el punto 1 son necesarias. Entonces para el punto cero tendremos:

$$f_0 + f_1 + \frac{6}{f_0 h_0} \left(\frac{L}{h_0 \pi} \right)^2 \frac{h_0}{h_1 \sin \alpha_1} M_2 = - \frac{3}{f_0} \left(\frac{L}{h_0 \pi} \right)^2 (2W_0 + W_1 + W_0 \frac{h_0 \cos \beta_0}{h_1 \cos \beta_1}) \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1}$$

y para el pliegue uno la ecuación es:

$$\frac{h_0 f_0}{h_1 t_1} f_0 + 2 \left(1 + \frac{h_0 f_0}{h_1 t_1} \right) f_1 + f_2 - \frac{6}{h_1 t_1} \left(\frac{L}{h_1 \pi} \right)^2 (C_1^2 M_2 - C_1^3 M_3) =$$

$$\frac{3}{t_1} \left(\frac{L}{\pi h_1} \right)^2 \left[(2W_0 + W_1) \left(\frac{\cos \beta_0}{\sin \alpha_1} + \frac{h_1 \cos \beta_1}{h_0 \sin \alpha_1} \right) - (W_1 + W_2) \frac{\cos \beta_2}{\sin \alpha_2} + \right.$$

$$\left. W_0 \frac{h_0}{h_1} \cos \beta_0 C_1 \right]$$

en la cual:

$$C_1 = \cot \alpha_1 + \cot \alpha_2 + \frac{h_1}{h_0 \sin \alpha_1}$$

$$C_2 = \cot \alpha_1 + \cot \alpha_2 + \frac{h_1}{h_2 \sin \alpha_2} + \frac{h_1}{h_0 \sin \alpha_1}$$

$$C_3 = \frac{h_1}{h_2 \sin \alpha_2}$$

En muchos casos el número de ecuaciones puede ser reducido a la mitad debido a que haya simetría o antisimetría en la estructura.

Deducción de las ecuaciones fundamentales
 en que se basa el procedimiento

La deducción de las ecuaciones anteriores ya no es tan simple como la aplicación, ya que se requiere de conocimientos de estática, análisis estructural, conceptos de mecánica de materiales y trigonometría, principalmente.

Tomando en cuenta la acción de losa, y como ya se había visto anteriormente que al considerar los pliegues como apoyos, la relación entre los momentos transversales en los mismos será idéntica a los momentos en vigas continuas. Así la viga de la Fig. (2.15) es considerada como una faja representativa de la estructura extendida de un pliegue a el siguiente y sometiéndola a carga y superponiendo los estados de nudos fijos o empotrados con los de nudos libres tendremos:

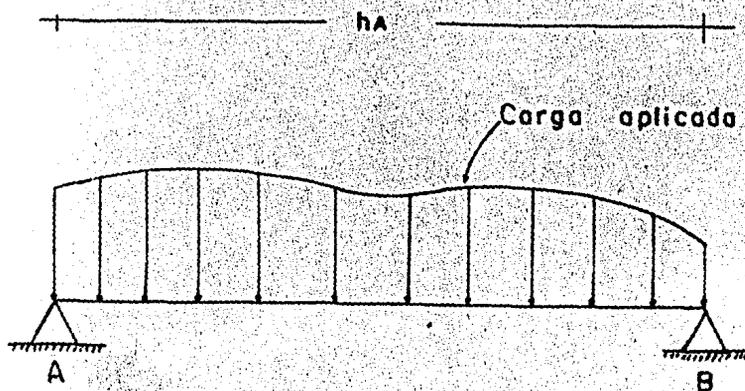
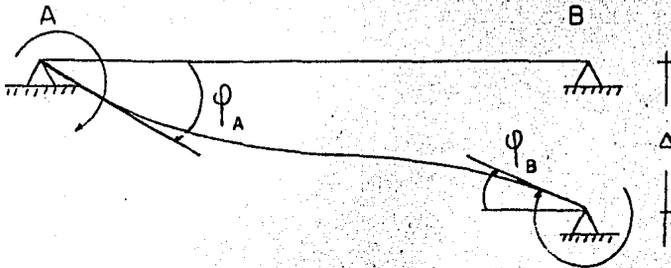


Fig. (2.15)

Considerando el desplazamiento relativo



Para mantener esta posición habrá que aplicar un momento en A y un momento en B.

El momento A será:

$$M'_A = K_{AB} \varphi_A$$

este momento generará una reacción en B que será igual al momento aplicado en A por su factor de transporte

$$M_{B/A} = t_{AB} M_A = t_{AB} K_{AB} \varphi_A$$

El momento en B será

$$M_B = K_{BA} \varphi_A$$

La reacción generada en A, debido al momento aplicado en B será:

$$M_{A/B} = t_{BA} M_B = t_{BA} K_{BA} \varphi_B$$

entonces se tendrá:

$$M_A = M'_A + M_{A/B} = K_{AB} \varphi_A + t_{BA} K_{BA} \varphi_B$$

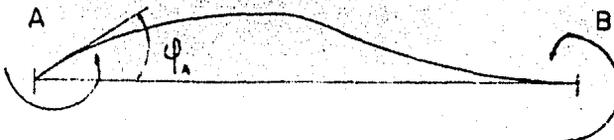
pero

$$\varphi_A = -\frac{\Delta}{L} \quad \text{Y} \quad \varphi_B = \frac{\Delta}{L}$$

Substituyendo

$$M_A = K_{AB} \left(-\frac{\Delta}{L}\right) + t_{BA} K_{BA} \left(\frac{\Delta}{L}\right) = -\frac{\Delta}{L} (K_{AB} - t_{BA} K_{BA})$$

giro en A



$$M_{A_2} = K_{AB} \phi_A$$

en B tendríamos:

$$M_{B/A_2} = t_{AB} K_{AB} \phi_A$$

giro en B



$$M_{B_2} = \phi_B K_{BA}$$

Transporte en A

$$M_{A/B_2} = -t_{BA} \phi_B K_{BA}$$

nudos fijos



$$M_{tot.A} = \frac{A}{h_A} (K_{AB} - t_{BA} K_{BA}) + K_{AB} \phi_A - t_{BA} \phi_B K_{BA} + M_{EA} \quad (2.8)$$

$$M_{tot.B} = t_{AB} K_{AB} \phi_A - K_{BA} \phi_B - \frac{A}{h_A} (t_{AB} K_{AB} - K_{BA}) - M_{EB} \quad (2.9)$$

En donde:

M = momento flexionante y es considerado positivo cuando crea tensión en la parte baja de la viga.

K = El factor de rigidez el cual es el momento producido por una rotación unitaria.

t = factor de transporte y es considerado negativo.

ϕ = Cambio de ángulo con respecto a la cuerda y es considerado positivo cuando el ángulo es en el sentido de las manecillas del reloj.

h_A = longitud de losa entre A y B.

$\Delta =$ Desplazamiento del extremo B con respecto a A y es considerado positivo cuando este es hacia abajo.

Para vigas prismáticas

$$K = Ee^2/3h \quad \text{y} \quad t = -0.5$$

Substituyendo en lo ec (2.8) y (2.9) se llega a

$$M_{totA} = \frac{Ee^3}{3hA} \left(\phi_A + 0.5 \phi_B - 1.5 \frac{\Delta}{hA} \right) + M_{EA} \quad (2.10)$$

$$M_{totB} = \frac{Ee^3}{3hA} \left(0.5 \phi_A - \phi_B + 1.5 \frac{\Delta}{hA} \right) + M_{EB} \quad (2.11)$$

Eliminando ϕ_B de las ecuaciones (2.10) y (2.11) y factorizando da

$$\phi_A = \frac{4hA}{Ee^3} \left(M_{totA} + 0.5 M_{totB} - M_{EA} - 0.5 M_{EB} \right) + \frac{\Delta}{hA} \quad (2.12)$$

De igual forma:

$$\phi_B = \frac{4hA}{Ee^3} \left(M_{totB} - 0.5 M_{totA} - M_{EB} - 0.5 M_{EA} \right) - \frac{\Delta}{hA} \quad (2.13)$$

Las ecuaciones (2.12) y (2.13) expresan la relación básica necesaria para la determinación de los momentos transversales de pliegue a pliegue.

La otra relación necesaria es la que trata con la acción longitudinal. En este caso el problema esencialmente se limita a considerar la acción y más específicamente la deflexión de las placas individuales, actuando como vigas espaciadas de apoyo a apoyo.

En este caso se expresará la deflexión de las placas como una función de los esfuerzos de fibra extremos.

Los esfuerzos de fibra del centro del claro en la parte superior e inferior de las placas estarán designadas con la f_A y f_B respectivamente, entonces y considerando una relación lineal esfuerzo deformación como se muestra en la Fig. (2.16), la rotación de un elemento dx longitudinal será:

$$\epsilon_x = \frac{f_A}{E} dx \quad \epsilon_B = \frac{f_B}{E} dx$$

del triángulo cdo

$$C - d \sin \theta = c \bar{d} = \frac{f_A}{E} dx - \frac{f_B}{E} dx$$

entonces

$$d\theta = -\left(\frac{f_A - f_B}{E h A}\right) \sin \frac{\pi x}{L} dx \quad (2.14)$$

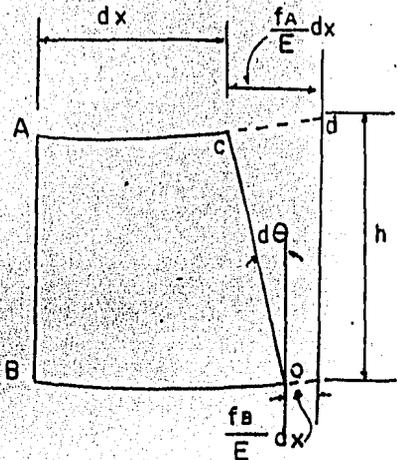


Fig. (2.16)

en donde f_A y f_B son considerados positivos cuando son de compresión.

Integ. la ec. (2.14) y haciendo la pendiente cero en el centro del claro, el cambio de ángulo en cualquier punto es por lo tanto

$$\theta = \left(\frac{f_A - f_B}{E h A}\right) \frac{L}{\pi} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (2.15)$$

así la derivada de la curva de deflexión con respecto a x iguala al cambio de ángulo, entonces integrando la ecuación (2.9) y haciendo la deflexión igual a cero en $x = 0$ y $x = L$

$$\delta_A = \left(\frac{f_A - f_B}{E h A}\right) \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (2.16)$$

en la cual

δ_A , igual a la deflexión en el centro del claro de la viga y es considerada positiva hacia abajo.

Las tres ecuaciones (2.12), (2.13) y (2.16) son las únicas y básicas para el desarrollo de este método.

Con algunas otras derivaciones adicionales que involucran primero el equilibrio de fuerzas y segundo satisfacer algunas relaciones trigonométricas, se llega a la deducción completa de las ecuaciones que se necesitan en los pliegues. Lo cual no se desarrollará.

Para ilustrar el uso de las ecuaciones, en el siguiente capítulo se resuelven algunos ejemplos.

Las ecuaciones para punto cero y pliegues 1 y n, vistos en el principio del desarrollo de este método, se presentan desglosadas en la tabla 2.1 para facilitar la labor y es de la siguiente forma:

En las columnas 1 a 9 aparecen las dimensiones y propiedades trigonométricas requeridas de las placas plegadas. Los cálculos necesarios para obtener las diferentes constantes en las ecuaciones están contenidas en las columnas 10 a 23, con la operación particular especificada algebraicamente en el encabezado de las columnas.

Hay que tomar en cuenta que para muchas columnas, sólo los valores en pliegues específicos necesitan ser calculados.

En las columnas 24 a 31 se hacen los cálculos en término de la carga.

Por conveniencia las cuatro ecuaciones básicas (para punto cero y pliegues uno y enésimo) están repetidas en la tabla 2.2, con los términos algebraicos reemplazados por una designación equivalente de columna.

Las tablas deberán ser llenadas con las propiedades y características requeridas de la estructura en unidades inglesas.

Los resultados obtenidos de resolver el sistema de ecuaciones deberán ser multiplicados por $4/TI$ para contar con la diferencia entre una carga senoidal y una carga uniforme.

Estructuras de placa plegada múltiples Intersección de tres placas

Comentarios

Las estructuras de placa plegada múltiples, presentan la característica de que más de dos placas se intersectan a una o más de las uniones.

Debido a que en la práctica, el uso de arreglos formados de tres placas es muy poco común, no se han desarrollado ecuaciones de diseño exactas para este caso. Sin embargo, pueden obtenerse buenos resultados dando los tratamientos que a continuación se describen.

—Teorema de los cuatro cortantes—

El primer tratamiento que se le puede dar es la forma en que se desarrolla en *Folded Plates* (17), y es la siguiente:

En una unión donde tres placas se intersectan, allí ahora actuarán dos diferentes fuerzas cortantes, una para cada unión, como si se tratara de una estructura plegada simple.

Entonces, en forma similar a como se realizó la deducción de la ecuación de los tres cortantes, se hace la deducción para obtener la ecuación de los cuatro cortantes para la triple unión de la estructura plegada.

Basado en la Fig. (2.17) y considerando que las placas tienen una sección transversal rectangular, se llega a la siguiente expresión para los esfuerzos en la unión:

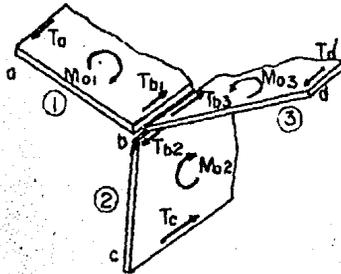


Fig. (2.17)

$$f_{1b} = \frac{T_a - T_{b1}}{A_1} - \frac{3(T_a + T_{b1})}{A_1} + \frac{Mo_1}{S_1} = \frac{-2T_a - 4T_{b1}}{A_1} + \frac{Mo_1}{S_1}$$

$$f_{2b1} = \frac{T_{b2} - T_c}{A_2} + \frac{3(T_{b2} + T_c)}{A_2} - \frac{Mo_2}{S_2} = \frac{4T_{b2} - 2T_c}{A_2} - \frac{Mo_2}{S_2}$$

$$f_{2b3} = \frac{T_{b2} - T_c}{A_2} + \frac{3(T_{b2} + T_c)}{A_2} - \frac{Mo_2}{S_2} = \frac{4T_{b2} + 2T_c}{A_2} - \frac{Mo_2}{S_2}$$

$$f_{3b} = \frac{-T_{b3} + T_d}{A_3} - \frac{3(T_{b3} + T_d)}{A_3} + \frac{Mo_3}{S_3} = \frac{-4T_{b3} - 2T_d}{A_3} + \frac{Mo_3}{S_3}$$

De la condición de:

$$f_{1b} = f_{2b1}$$

Se obtiene la ecuación de los cuatro cortantes

$$\frac{T_a}{A_1} + \frac{2T_{b1}}{A_1} + \frac{2T_{b2}}{A_2} + \frac{T_c}{A_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{Mo_1}{S_1} + \frac{Mo_2}{S_2} \right)$$

y de igual forma de la condición de que:

$$f_{2b3} = f_{3b}$$

Se obtiene

$$\frac{T_c}{A_2} + \frac{2T_{b2}}{A_2} + \frac{2T_{b3}}{A_3} + \frac{T_d}{A_3} = \frac{1}{2} \left(\frac{Mo_2}{S_2} + \frac{Mo_3}{S_3} \right)$$

Mediante las dos últimas ecuaciones se determinan las fuerzas cortantes Tb_1 , Tb_2 y Tb_3 que actúan en la unión b con lo cual se procede a calcular los esfuerzos en las placas

Método de la P.C.A.

El otro tratamiento que se puede seguir es el que se presenta en Direct Solution of Folded Plates Concrete Roofs (1). En él se desarrolla ecuaciones que se deducen de el caso de la intersección de tres placas en el pliegue exterior.

Las ecuaciones, al igual que en estructuras simples, relacionan los esfuerzos longitudinales, momentos transversales y la condición de carga.

La presencia de una placa vertical adicional naturalmente hace que las ecuaciones antes dadas para el pliegue y punto "0" ya no sean tan válidas.

En su lugar se utilizarán las ecuaciones siguientes:

Para punto "0"

$$2f_0 + \left[1 + \frac{tv}{t_0} \left(\frac{hv}{ho} \right)^2 \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1} \right] f_1 + \frac{2tv}{t_0} \left(\frac{hv}{ho} \right)^2 \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1} f_v + \frac{6}{toho} \left(\frac{L}{\pi ho} \right)^2 \frac{ho}{hi \sin \alpha_1} M_2 =$$

$$- \frac{3}{t_0} \left(\frac{L}{\pi ho} \right)^2 \left[(2W_0 + W_1 + 2W_v) \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1} + W_0 \frac{ho \cos \beta_0}{hi \sin \alpha_1} \right]$$

Para el punto 1 la ecuación será:

$$3 \frac{ho to}{hi t_1} f_0 + \left[2 + 3 \frac{ho to}{hi t_1} + 3 \frac{hv tv}{hi t_1} - \frac{tv}{t_1} \left(\frac{hv}{hi} \right)^2 \frac{\cos \beta_0}{\sin \alpha_1} \right] f_1 + f_2 + \left[\frac{3hv tv}{hi t_1} - \right.$$

$$2 \frac{tv}{t_1} \left(\frac{hv}{hi} \right)^2 \frac{\cos \beta_0}{\sin \alpha_1} \left. \right] f_v - \frac{6}{hi t_1} \left(\frac{L}{hi \pi} \right)^2 \left[M_2 (\cot \alpha_1 + \cot \alpha_2 + \frac{hi}{h_2 \sin \alpha_2}) - M_3 \right.$$

$$\left. \frac{hi}{h_2 \sin \alpha_2} \right] = \frac{3}{t_1} \left(\frac{L}{hi \pi} \right)^2 \left[W_0 \cos \beta_0 - \frac{ho}{hi} (\cot \alpha_1 + \cot \alpha_2) + (2W_0 + \right.$$

$$\left. W_1 + 2W_v) \frac{\cos \beta_0}{\sin \alpha_1} - (W_1 + W_2) \frac{\cos \beta_2}{\sin \alpha_2} \right]$$

Como se introduce otra incógnita que es el esfuerzo longitudinal en la parte baja de la placa vertical denominado como f_v , es necesario introducir otra ecuación, para que se tenga una compatibilidad en el número de ecuaciones y el número de incógnitas. La ecuación se

deduce de la deflexión de cada una de las placas respectivas en la intersección, expresando la relación entre f_v y los esfuerzos vecinos.

$$f_v = \frac{h_v \cos \beta_1}{h_o \operatorname{Sen} \alpha_1} f_o + \left(1 - \frac{h_v \cos \beta_1}{h_o \operatorname{Sen} \alpha_1} - \frac{h_v \cos \beta_o}{h_1 \operatorname{Sen} \alpha_1} \right) f_1 + \frac{h_v \cos \beta_o}{h_1 \operatorname{Sen} \alpha_1} f_2$$

Finalmente, en el pliegue dos se utilizará la ecuación siguiente

$$\left(\frac{h_1 t_1}{h_2 t_2} + \frac{t_v h_v^2 \cos \beta_o}{t_2 h_1 h_2 \operatorname{sen} \alpha_1} \right) f_1 + 2 \left(1 + \frac{h_1 t_1}{h_2 t_2} \right) f_2 + f_3 + 2 \frac{t_v h_v^2 \cos \beta_o}{t_2 h_2 h_1 \operatorname{sen} \alpha_1} f_v +$$

$$\left(\frac{6}{t_2 h_2} \frac{L}{\pi h_2} \right)^2 (-C_2^1 M_1 + C_2^2 M_2 - C_2^3 M_3 + C_2^4 M_4) = -\frac{3}{t_2} \left(\frac{L}{\pi h_2} \right)^2 \left(\frac{W_4}{h_1} \right) \frac{h_2 \cos \beta_o}{h_1 \operatorname{sen} \alpha_1}$$

$$\left(W_1 + W_2 \right) \left(\frac{\cos \beta_1}{\operatorname{sen} \alpha_2} - \frac{h_2 \cos \beta_2}{h_1 \operatorname{sen} \alpha_2} \right) + \left(W_2 + W_3 \right) \frac{\cos \beta_3}{\operatorname{sen} \alpha_3} + \frac{2 W_v h_2 \cos \beta_o}{h_1 \operatorname{sen} \alpha_1} \Big]$$

Tabla 2.1

Propiedades													
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭
Punto o Placa	α (gra.)	β (gra.)	t_n (ft.)	h_n (ft.)	W_n (lb.)	$\cos\beta$	$\text{sen}\alpha$	$\text{cot}\alpha$	$\frac{h_{n-1} t_n}{h_n t_{n-1}}$	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}}{h_n t_n}$	$\left(\frac{h_n}{h_{n-1}}\right)^2 (\text{cot}\alpha_{n-1} + \text{cot}\alpha_n)$	$\frac{h_n}{h_{n-1}} \text{sen}\alpha_n$	$(\text{cot}\alpha_n + \text{cot}\alpha_{n+1})$
0													
1													
2													
3													
4													
5													

tabla 2.2 ecuaciones simultaneas.

ecuaciones para pliegue "n"

$$2 \times (10)M_{n+1} + 4[1+(10)]M_n + 2M_{n-1} - (22)(15)f_{n-2} - 20f_{n-1} + (17)f_n - (18)f_{n+1} + (9)f_{n+2} = -1_n [23 \times 24 + 25]$$

$$(11)f_{n-1} + 2[1+(11)]f_n + f_{n+1} + 2j [15M_{n-2} - 16M_{n-1} + 7M_n - (18)M_{n+1} + (9)M_{n+2}] = -20 [26 - 27 + 28]$$

ecuación para pliegue "1"

$$(11)f_0 + 2[1+(11)]f_1 + f_2 - 20 [(18)M_2 - (9)M_3] = 20 [29 - 28 + 30(13+14)]$$

ecuacion para punto "0"

$$2f_0 + f_1 + (2) \times (9)M_2 = -20 \times (3)$$

CAPITULO III
Ejemplos de aplicación

En este capítulo se realiza el análisis de tres ejemplos por los tres métodos presentados.

El objeto de analizar tres ejemplos diferentes se hace con el fin de incluir en lo máximo posible las diferentes y más usuales formas de techos de placa plegada de un solo espacio.

Además, se hace el análisis por cada uno de los tres métodos presentados en el Capítulo 2, para comparar los resultados obtenidos y sacar algunas conclusiones.

Ejemplo No. 1.

Se analiza un cascarón prismático compuesto de cinco placas y cuyas características se muestran en la Fig. (3.1)

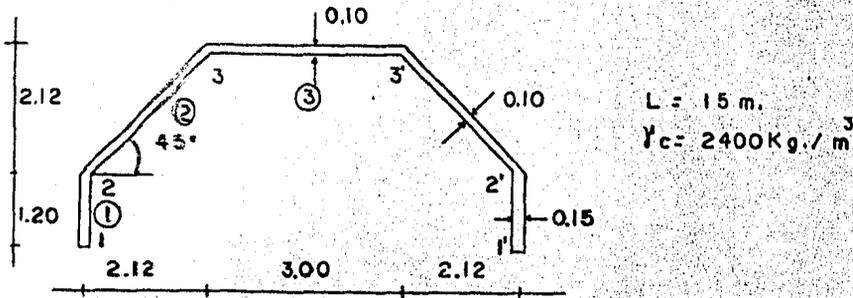


Fig. (3.1)

$$C_{mp} = 290 \text{ Kg/m}^2 \quad C_{vh} = 100 \text{ Kg/m}^2$$

$$C_{mv} = 360 \text{ Kg/m}^2 \quad C_{vi} = 30 \text{ Kg/m}^2$$

Análisis por el método de la Viga

Cargas en los claros

2-3

$$C_m = 290$$

$$C_v = \frac{30}{0.7071} + 2.43$$

$$332.43 \text{ Kg./m}$$

3-3'

$$C_m = 290$$

$$C_v = \frac{100}{390} \text{ Kg./m}$$

Momentos de inercia

$$I_{2-3} = \frac{I (0.14)^3}{12} = 2.286 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{3-3'} = \frac{I (0.10)^3}{12} = 8.33 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

rigideces

$$r_{2-3} = \frac{6EI}{h_2} = 7.766 E$$

$$r_{3-3'} = \frac{4EI}{h_3} = 1.333 E$$

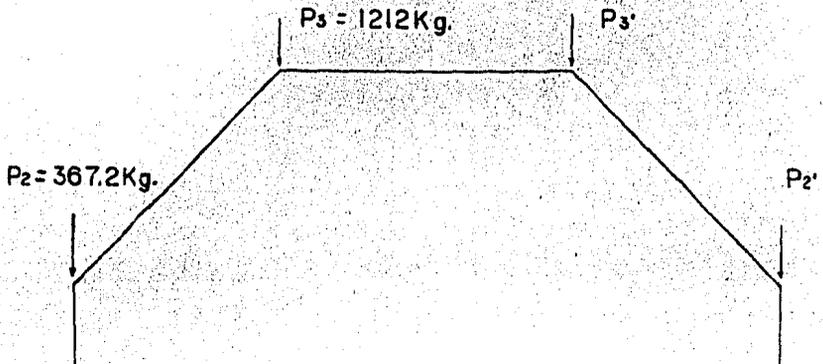
Momentos de empotramiento

$$M = \frac{Wh_2^2}{8} = 264.3 \text{ Kg-m}$$

$$M = \frac{Wh_3^2}{8} = 292.5 \text{ Kg-m}$$

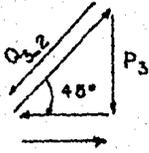
	470.4	390	470.4
Fd	-0.854	-0.146	-0.146 -0.854
Me	+264.3	-292.5	292.5 -264.3
	<u>24.1</u>	<u>4.1</u>	→ 2.05
		-2.21	← -4.417 -25.83
	<u>1.887</u>	<u>0.323</u>	→ 0.16
			-0.023 -0.136
M	290.3	-290.3	290.3 -290.3
Vi	498.6	498.5	585
Vc	-131.4	131.4	
Vtot	367.2	630	585

Cargas en las uniones



Cargas de placa

$$Q = P_0 P_0 + P_2 = 432 + 367.2 = 799.2 \text{ Kg/m.}$$



$$Q_{3,2} = \frac{P_3 \operatorname{Sen} 90^\circ}{\operatorname{Sen} 45^\circ} = 1714.3$$

Por la simetría

$$Q_2 = Q_{3,2} = 1714.4 \text{ Kg/m. } Q_3 = 0$$

Momentos debido a la acción de placa

$$M_{01} = \frac{Q_1 L^2}{8} = \frac{799.2 (15)^2}{8} = 22477.5 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{02} = \frac{Q_2 L^2}{8} = 48327.2 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{03} = \frac{(585 \times 2) L^2}{8} = 32906.3 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

Cálculo del Centro de gravedad

A(m ²)	brazo (m)	Mom
0.18	0.60	0.108
0.30	2.26	0.678
0.15	3.32	0.498
Σ 0.63		1.284

$$\text{C.G.} = \frac{1.284}{0.63} = 2.07$$

Momento de inercia

$$I = \frac{0.15 \times (1.2)^3}{12} + \frac{0.14 (2.12)^3}{12} + \frac{1.5 (0.10)^3}{12} + 0.18 (1.47)^2 + 0.3 (0.19)^2$$

$$+ 0.15 (1.25)^2 = 0.767 \text{ m}^4$$

$$I_T = 1.534 \text{ m}^4 ; M_{Tot} = 2(22477.5 + 48327.2) + 32906.3 = 174516$$

$$M_{Tot} = 174516 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

Cálculo de esfuerzo

$$f_1 = \frac{174516}{1.534} \times 2.07 = 235494.2 \text{ Kg/m}^2 = 23.55 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$

$$f_2 = \frac{174516}{1.534} \times 0.87 = 98976 \text{ Kg/m}^2 = 9.89 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$

$$f_3 = \frac{174516}{1.534} \times 1.30 = 147895 \text{ Kg/m}^2 = 14.79 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

Por el teorema de los tres cortantes

Módulos de sección elástica

$$S_2 = \frac{0.3 \times 3}{6} = 0.15 \text{ m}^3 = S_3$$

$$S_1 = \frac{0.18 \times 1.2}{6} = 0.036 \text{ m}^3$$

Momentos debidos a la acción de placa

$$M_{01} = 22477.5$$

$$M_{02} = 48327.2$$

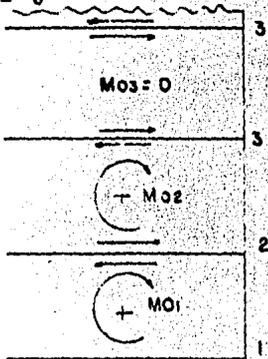
$$M_{03} = 0$$

Esfuerzos

$$f_{01} = \frac{22477.5}{0.036} = 624375 \text{ Kg/m}^2$$

$$f_{02} = \frac{48327.2}{0.15} = 322181 \text{ Kg/m}^2$$

$$f_{03} = 0$$



Aplicando la ec. de los tres cortantes en 2

$$T_1 \left(\frac{1}{0.18} \right) + T_2 \left(\frac{1}{0.18} + \frac{1}{0.3} \right) + T_3 \left(\frac{1}{0.3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{22477.5}{0.036} + \frac{48327.2}{0.3} \right)$$

ahora en 3

$$T_2 \left(\frac{1}{0.3} \right) + T_3 \left(\frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.3} \right) + T_3 \left(\frac{1}{0.3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{48327.2}{0.3} \right)$$

pero $T_3 = -T_3'$ entonces

el sistema de ecuaciones será

$$17.776 T_2 + 3.33 T_3 = 39 2733$$

$$3.33 T_2 + 10 T_3 = 80545$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se llega a:

$$T_3 = 7774 \text{ Kg}$$

$$T_2 = 25141 \text{ Kg}$$

Cálculo de esfuerzos

$$\text{Placa 1} \begin{cases} f_1 = \frac{M_{01}}{S_1} - \frac{T_2 h_1}{2S_1} + \frac{T_2}{A_1} = 34.5 \text{ Kg/cm}^2 \\ f_2 = -\frac{M_{01}}{S_1} + \frac{T_2 h_1}{2S_1} + \frac{T_2}{A_1} = -6.57 \text{ Kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\text{Placa 2} \begin{cases} f_2 = \frac{M_{02}}{S_2} + \frac{T_3}{A_2} - \frac{T_2}{A_2} - \frac{T_2 h_2}{2S_2} - \frac{T_2 h_2}{2S_2} = -6.44 \\ f_3 = -\frac{M_{02}}{S_2} + \frac{T_3}{A_2} - \frac{T_2}{A_2} + \frac{T_2 h_2}{2S_2} + \frac{T_2 h_2}{2S_2} = -5.14 \end{cases}$$

El mismo ejemplo ahora por el método de la PCA, se desarrolla en las tablas 3.1. Para este caso la designación de número de pliegue se utiliza como se muestra en la figura de la tabla 3.1.

El problema se simplifica debido a la simetría.

Ecuaciones simultáneas para el cascarón prismático de cinco placas

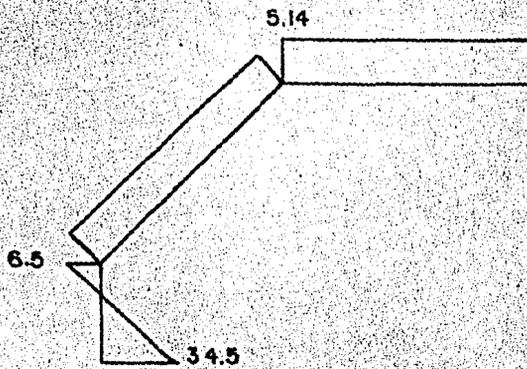
M ^z	f ₀	f ₁	f ₂	Carga
10	-0.0327	0.0511	-0.0185	-5888.6
9.02	—	1.00	5.00	44140.7
-25.88	0.595	3.19	1.00	22149.1
27.81	2.00	1.00	—	-11 2497.0

Solución

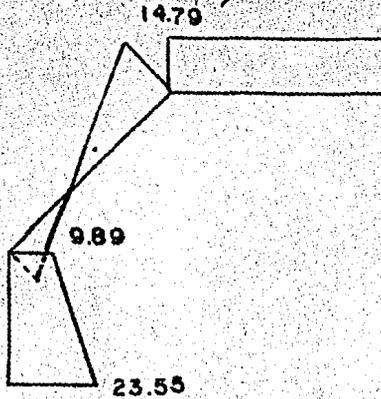
$M_2 =$	- 769.4	-135.72	Kg-m
$f_0 =$	-49100	-30.58	Kg/cm ²
$f_1 =$	7102	4.42	Kg/cm ²
$f_2 =$	8796	5.48	Kg/cm ²

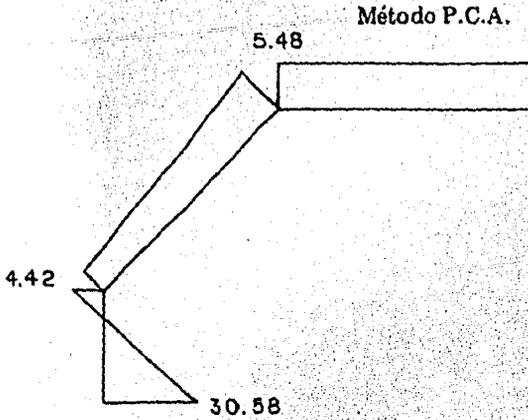
Resultados

Teorema de los tres cortantes



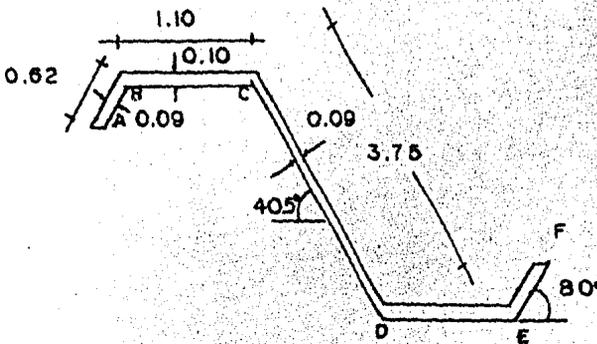
Método de la Viga





Ejemplo 2

Ahora se analiza una estructura plegada tipo diente de sierra con características mostradas en la Fig. (3.2)



$L = 18.29 \text{ mts.}$

$C_{vh} = 100 \text{ Kg/m}^2$

$C_{vi} = 30 \text{ Kg/m}^2$

$C_{m0} = 266 \text{ Kg/m}^2$

$C_{m10} = 290 \text{ Kg/m}^2$

Cargas

En el caso de las cargas de las placas inclinadas, habrá que transformarla a carga de placas horizontales, para el análisis de la viga continua.

Carga \overline{AB}

$C_m = 266$

$C_v = \frac{30}{\cos 80^\circ} = \frac{172.76}{438.76 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}}$

Carga en CD

$C_v = \frac{30}{\cos 40.58^\circ} = 39.50$

$C_m = \frac{266.00}{305.60}$

Carga BC

CM = 290

$$Cv = \frac{100}{390 \text{ Kg/m}^2}$$

Momentos de inercia

Dividiendo entre IBC todos

$$I_{AB} = \frac{bt^3}{12} = \frac{1 \times (0.51)^3}{12} = 0.011$$

$$I_{BC} = \frac{1 \times (0.10)^3}{12} = 0.0000833$$

$$I_{CD} = \frac{1 \times (0.12)^3}{12} = 0.000144$$

$$I_{AB} = 132$$

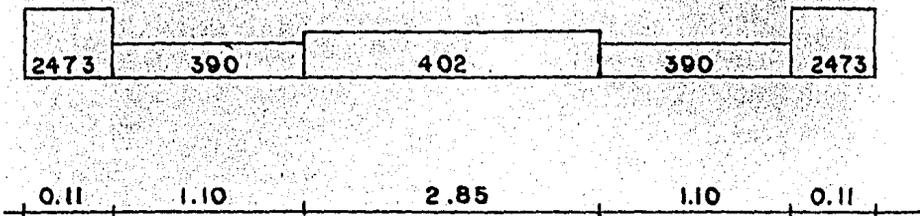
$$I_{BC} = 1.0$$

$$I_{CD} = 1.73$$

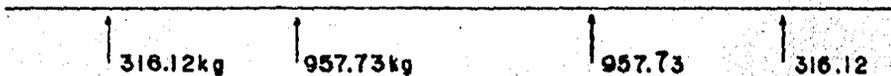
Rigideces

$$r_{CB} = \frac{4}{1.10} = 3.64$$

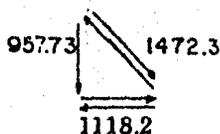
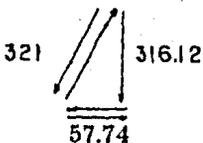
$$r_{CD} = \frac{6.92}{2.85} = 2.43$$

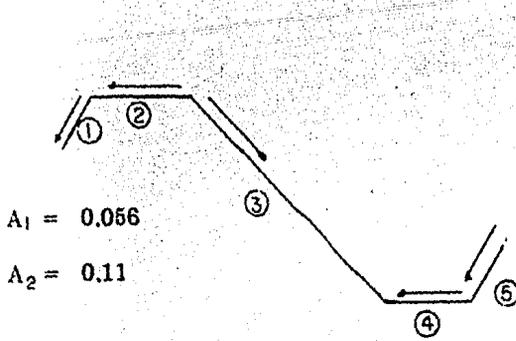


Realizando el análisis por el método de cross se llega a las siguientes reacciones:



Descomposición de fuerzas





$A_1 = 0.056$

$A_2 = 0.11$

$A_3 = 0.338 \quad \frac{1}{A_1} = 17.86$

$S_1 = 0.0058$

$S_2 = 0.0202 \quad \frac{1}{A_2} = 9.1 ; \frac{1}{A_3} = 2.96$

$S_3 = 0.2113$

$Q_1 = 321 \text{ Kg}$

$Q_2 = 1118.2 - 57.74 = 1060.5 \text{ Kg}$
hacia la izquierda.

$Q_3 = 1472.3 \times 2 = 2944.6 \text{ Kg}$

$Q_4 = 1118.2 - 57.74 = 1060.5 \text{ Kg}$
a la izquierda

$Q_5 = 321 \text{ Kg}$

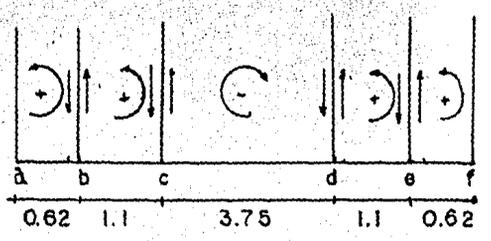
$M_{o1} = 13422.8$

$M_{o2} = 44345.4$

$M_{o3} = 123130$

$M_{o4} = 44345.4$

$M_{o5} = 13422.8$



Para B

$$T_a(11.86) + T_b(17.86 + 9.1) + T_c(9.1) = \frac{1}{2} \left(\frac{13422.8}{0.0058} + \frac{44345.4}{0.0202} \right)$$

Para C

$$T_b(9.1) + 2T_c(9.1 + 2.96) + T_d(2.96) = \frac{1}{2} \left(\frac{44345.4}{0.0202} - \frac{123130}{0.2113} \right)$$

Para D

$$T_c(2.96) + 2T_d(2.96 + 9.1) + T_e(9.1) = \frac{1}{2} \left(-\frac{123130}{0.2113} + \frac{44345.4}{0.0202} \right)$$

Para E

$$T_d(9.1) + 2T_e(9.1 + 17.86) + T_f(11.86) = \frac{1}{2} \left(\frac{44345.4}{0.0202} + \frac{13422.8}{0.0058} \right)$$

Tb	Tc	Td	Te	
53.92	9.1	0	0	2254796
9.1	24.12	2.96	0	806296
0	2.96	24.12	9.1	806296
0	0	9.1	53.92	2254796
39004.5	16667.5	16667.5	39004.5	

$$f_a = \frac{M_{o1}}{S_1} - \frac{T_b h_1}{2S_1} + \frac{T_b}{A_1} = \frac{13423}{0.0058} - \frac{39004.5 \times 0.31}{0.0058} + \frac{39004.5}{0.056} = 92.6$$

$$f_b = \frac{-M_{o1}}{S_1} + \frac{T_b h_1}{2S_1} + \frac{T_b}{A_1} = 46.7$$

$$f_c = \frac{M_{o2}}{S_2} - (T_b + T_c) \frac{h_2}{2S_2} + \frac{(T_c - T_b)}{A_2} = 47.6$$

$$f_c = \frac{-M_{o2}}{S_2} + (T_b + T_c) \frac{h_2}{2S_2} + \frac{(T_c - T_b)}{A_2} = -88.2$$

$$f_c = -\frac{M_{o3}}{S_3} - \frac{(T_c + T_d) h_3}{2S_3} + \frac{(T_d - T_c)}{A_3} = -87.85$$

$$f_d = \frac{M_{o3}}{S_3} + \frac{(T_c + T_d) h_3}{2S_3} - \frac{(T_d - T_c)}{A_3} = 87.85$$

$$f_d = \frac{M_{o4}}{S_4} - \frac{(T_d + T_e) h_4}{2S_4} + \frac{(T_e - T_d)}{A_4} = 88.2$$

$$f_e = \frac{-M_{o4}}{S_4} + \frac{(T_d + T_e) h_4}{2S_4} + \frac{(T_e - T_d)}{A_4} = -47.6$$

$$f_e = \frac{M_{o5}}{S_5} - \frac{T_e h_5}{2S_5} - \frac{T_e}{A_5} = -46.7$$

$$f_f = \frac{-M_{o5}}{S_5} + \frac{T_e h_5}{2S_5} - \frac{T_e}{A_5} = -92.6$$

Método de la Viga

Cálculo del Centro de gravedad

Area	Brazo	Momento	
1.- 0.056	2.135	0.1196	
2.- 0.110	2.44	0.2684	
3.- 0.338	1.22	0.4124	Y = 1.22
4.- 0.110	0.00	000	
5.- 0.056	0.305	0.0171	
$\Sigma = 0.67$		0.8174	

$$I = \frac{0.0914 \times (0.61)^3}{12} + \frac{1.10 \times (0.10)^3}{12} + \frac{0.138 (1.22)^3}{12} + 0.056 \times (0.915)^2 + 0.11 \times (1.22)^2 + 0.169 (0.61)^2 = 0.2962 \text{ m}$$

$$I_T = 2(I) = 0.5924$$

$$M_T = 2(M_{01} + M_{02}) + M_{03} = 238666.4 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

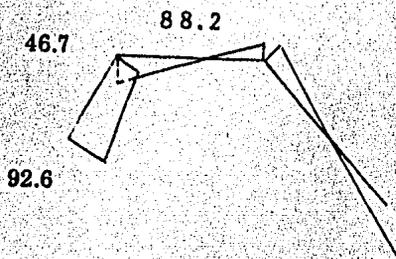
$$f_o = \frac{238666.4}{0.5924} (0.61) = 24.575 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_b = 402880.5 (1.22) = 49.25 \text{ Kg/cm}^2$$

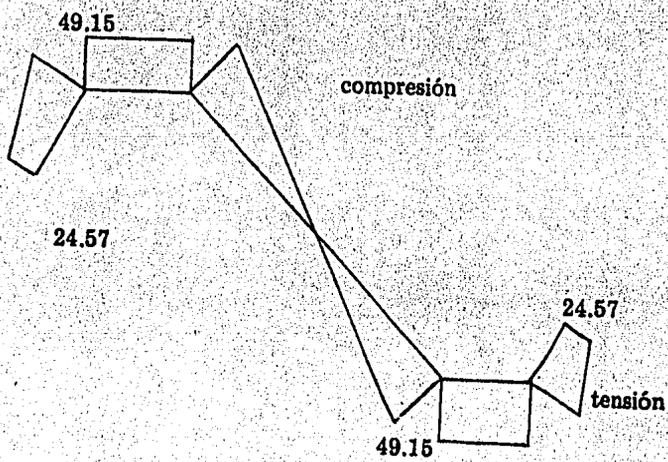
METODO DE LA P.C.A.

En la tabla 4.2 se muestra el cálculo realizado para este caso.

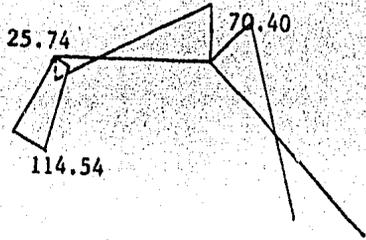
Tres cortantes



Método de la Viga



Método P.C.A.



Sistema de ecuaciones simultáneas

f_0	f_1	f_2	M_1	M_2	Carga
2	1	0	0	512.6	-487799
0.4924	2.985	1	0	565.6	-16769.3
-0.10	0.174	-0.124	0.4	2.8	-3251
0	0.3354	1.67	-148.9	106	163 226.5

El momento cantiliver es

$$M = \frac{wh^2}{2} = \frac{341.3(0.36)^2}{2} = 22.11$$

Substituyendo

f_0	f_1	f_2	M_2	Carga
2	1	0	512.6	-487799
0.4924	2.985	1	-565.6	-16769.3
-0.10	0.174	-0.124	2.8	-3242.2
0	0.3354	1.67	106	159934

Solución

$$f_0 = -184807.7$$

$$f_1 = -41514.33$$

$$f_2 = -113554$$

$$M_2 = -149.57$$

Ejemplo 3

Consistiendo de tres unidades en forma de trapecio repetidas, de espesor constante Fig (3.3)

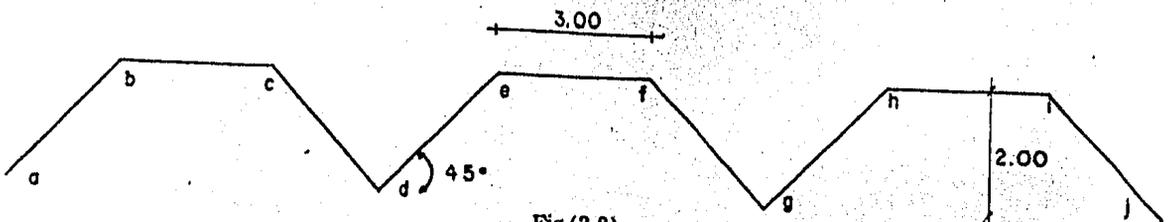


Fig (3.3)

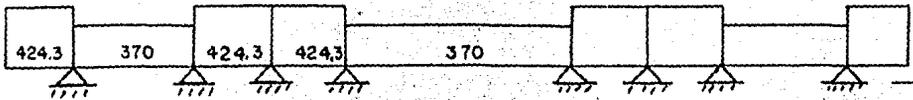
$$L = 15.24 \text{ m}$$

$C_m = 270 \text{ Kg/m}^2$

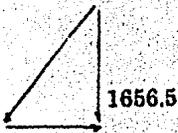
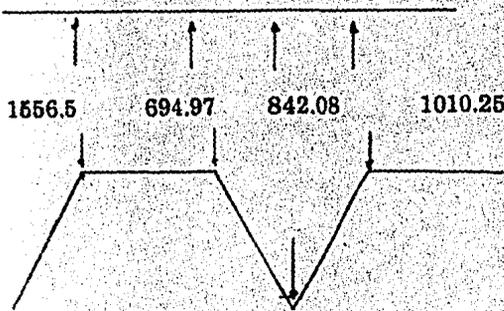
$C_v = 100 \text{ Kg/m}^2$ horizontal

$C_v = 30 \text{ Kg/m}^2$ placa inclinada

$t = 10 \text{ cm}$



Haciendo el análisis se llega a:



$$Q_{b-a} = \frac{1656.5}{\text{sen } 45^\circ} \text{ Sen } 90^\circ = 2342.6$$

$$Q_{b-c} = \frac{1656.4}{\text{sen } 45^\circ} \text{ Sen } 45^\circ = 1656.5$$



$$Q_{c-d} = \frac{694.97}{\text{sen } 45^\circ} \text{ Sen } 90^\circ = 982.8$$

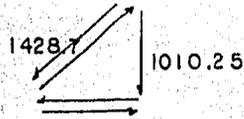
$$Q_{c-b} = \frac{694.97}{\text{sen } 45^\circ} \text{ Sen } 90^\circ = 982.8$$



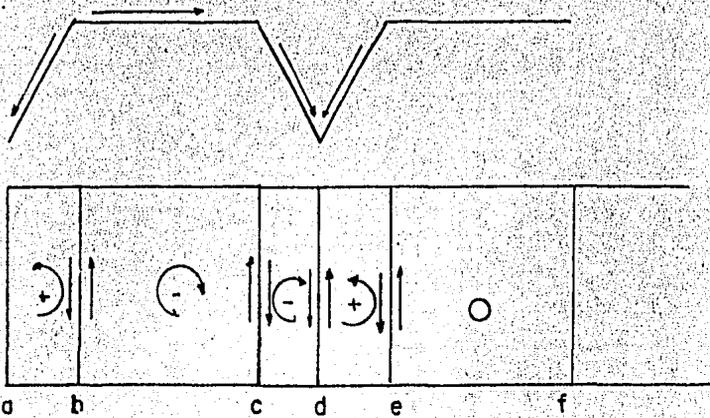
$$Q_{d-e} = \frac{842.08}{\text{Sen } 90^\circ} \text{ Sen } 45^\circ = 595.4$$

$$Q_{d-d} = \frac{842.08 \text{ sen } 45^\circ}{\text{sen } 90^\circ} = 595.4$$

$$Q_{ed} = \frac{1010.25 \text{ sen } 90^\circ}{\text{Sen } 45^\circ} = 1428.7$$



Placa	1	2	3	4	5
Fz0	2342.6	961.5	1578.2	2024.1	0
Mo	68011	27914.5	45819	58764	0
A =	0.283	0.3	0.283	0.283	0.3
S =	0.1085	0.15	0.1085	0.1085	0.15
$\frac{1}{A} =$	3.53	3.33	3.53	3.53	3.33



Para b

$$2T_b(3.53 + 3.33) + T_c(3.33) = \frac{1}{2} \left(\frac{68011}{0.1085} - \frac{27914.5}{0.15} \right)$$

Para c

$$T_b(3.33) + 2T_c(3.33 + 3.53) + T_d(3.53) = \frac{1}{2} \left(\frac{-27914.5}{0.15} - \frac{45819}{0.1085} \right)$$

Para d

$$T_c (3.53) + 2T_d (3.53 + 3.53) + T_e (3.53) = \left(\frac{-45819}{0.1085} + \frac{58764}{0.1085} \right) \frac{1}{2}$$

Para e

$$T_d (3.53) + 2T_e (3.53 + 3.33) + T_f (3.33) = \frac{58764}{0.1085} \frac{1}{2}$$

$$T_e = -T_f$$

$$f_a = \frac{M_{o1}}{S_1} - \frac{T_b h_1}{2S_1} + \frac{T_b}{A_1} = 62.68 - 30.18 + 8.18 = 40.67$$

$$f_b = \frac{-M_{o1}}{S_1} + \frac{T_b h_1}{2S_1} - \frac{T_b}{A_1} = -24.32$$

$$f_b = \frac{-M_{o2}}{S_2} - \frac{(T_b - T_c) h_2}{2S_2} - \frac{(T_b + T_c)}{A_2} = -18.6 + 6.05 - 17.45 = -30$$

$$f_c = \frac{M_{o2}}{S_2} - \frac{(T_c - T_b) h_2}{2S_2} - \frac{(T_b + T_c)}{A_2} = 18.6 - 6.05 - 17.45 = -4.7$$

$$f_c = \frac{M_{o3}}{S_3} + \frac{(T_c - T_d) h_3}{2S_3} + \frac{(T_c + T_d)}{A_3} = -42.23 + 30.94 + 12.25 = -1.0$$

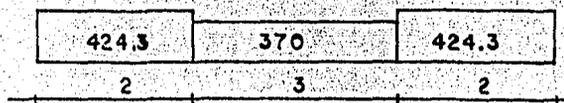
$$f_d = \frac{M_{o3}}{S_3} - \frac{(T_c - T_d) h_3}{2S_3} + \frac{(T_c + T_d)}{A_3} = 42.23 - 30.94 + 12.25 = 23.54$$

$$f_d = \frac{M_{o4}}{S_4} - \frac{(T_d + T_e) h_4}{2S_4} + \frac{(T_e - T_d)}{A_4} = 54.16 - 38.70 + 6.61 = 22.07$$

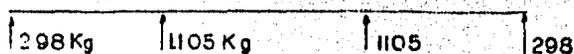
$$f_e = \frac{-M_{o4}}{S_4} + \frac{(T_d + T_e) h_4}{2S_4} + \frac{T_e - T_d}{A_4} = -54.16 + 38.7 + 6.61 = -8.85$$

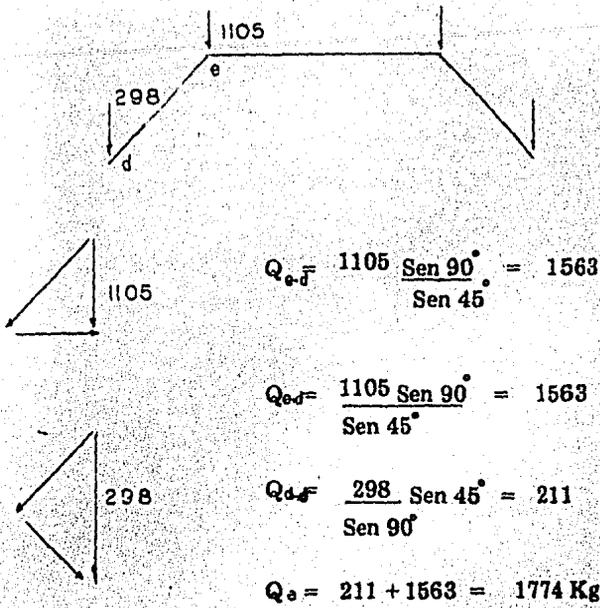
Por el método de la viga.

Aislando el tramo central



Haciendo el análisis, obtenemos





$$M = \frac{1774 (15.24)^2}{8} = 51503 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

$$b = \frac{0.10}{\text{Sen } 45^\circ} = 0.14 \text{ m}$$

Centro de gravedad

	brazo	Mom	
$A_1 = 0.283$	1.00	0.283	$C_G = 1.346$
$A_2 = 0.15$	2.00	0.300	
<u>0.433</u>		<u>0.583</u>	

Momento de inercia

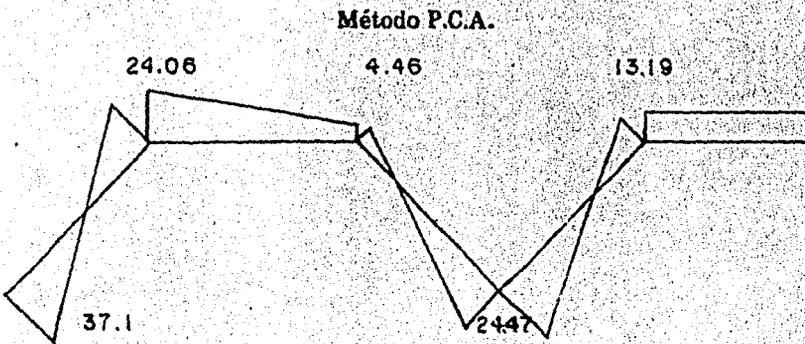
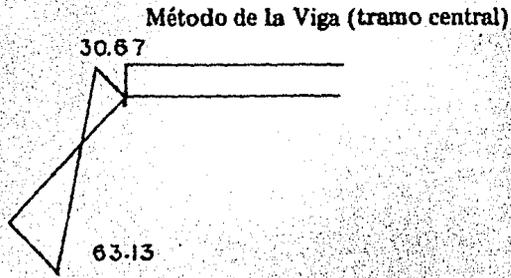
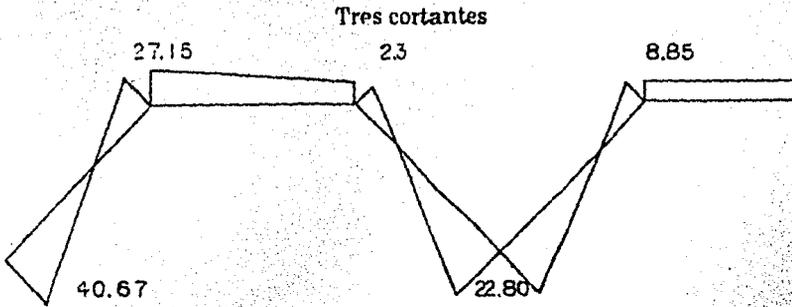
$$I = \frac{0.14 (2.00)^3}{12} + \frac{1.5 (0.10)^3}{12} + 0.283 (0.346)^2 + 0.15 (0.654)^2$$

$$I = 0.1098 \text{ m}^4 \quad I_T = 0.2196 \text{ m}^4$$

$$M_t = 51503 \times 2 = 103006 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

$$f_d = \frac{103006}{0.2196} \times 1.346 = 631357 = 63.13 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_0 = 469062 \times 0.654 = 306766 = 30.67 \text{ Kg/cm}^2$$

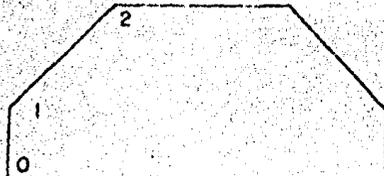


f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	M_2	M_3	M_4	CARGA
-0.01515	0.05055	-0.06194	0.01515	0.01139	8.24	2	0	- 1737
0.0	1.06	4.12	1	0	31.51	-7.71	-5.794	21982
0	-0.01515	0.01515	0	0	2	8	2	-3624
0	0	1	4	1	-7.71	0	0	-125'538
0	0	0.01073	0	-0.01073	0	1.886	9.77	- 5369
0	0	0	0.943	4.886	-5.4626	0	5.463	66006
0.943	3.886	1	0	0	-24.3	7.29	0	109851
2	1	0	0	0	7.73	0	0	-83900

Solución

f_0 = -59606.28
 f_1 = 38565.44
 f_2 = 7154.21
 f_3 = -39279.63
 f_4 = 21181.83
 M_2 = - 420.81
 M_3 = - 162.63
 M_4 = - 502.74

Tabla 3.1



$L = 49.2$
 $W_b = 73.57 \text{ lb/ft}$
 $W_d = 59.28 \text{ lb/ft}$
 $W_{1n} = 20.44 \text{ lb/ft}$
 $W_{1v} = 6.13 \text{ lb/ft}$
 $W_n = h_n W_d + h_n W_{1n} \cos \beta_n$

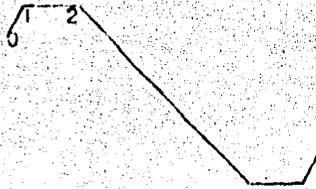
Propiedades

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭
Punto o Placa	α (gra.)	β (gra.)	t_n (ft)	h_n (ft)	W_n (lb)	$\cos\beta$	$\text{sen}\alpha$	cota	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}^3}{h_n t_n^3}$	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}}{h_n t_n}$	$\left(\frac{t_n}{h_{n-1}}\right)^2 (\text{cota}_{n-1} + \text{cota}_n)$	$\frac{h_n}{h_{n-1} \text{sen}\alpha_n}$	$(\text{cota}_n + \text{cota}_{n+1})$
0	--	90	0.49	3.94	289.9	0.00	---	---					
1	45	45	0.33	9.84	583.3	0.7071	0.7071	1.0		0.595		3.53	2.0
2	45	0	0.33	9.84	784.4	1.00	0.7071	1.0	1.00	1.00	2.00	1.41	2.0
3	45	-45	0.33	9.84	583.3	0.7071	0.7071	1.0					
4													
5													

Tabla 3.1 (cont.)

Cálculo de coeficientes.									Términos de carga								
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)
	$C_n^{n-2} = \frac{h_n^2}{h_{n-2} h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$C_n^{n-1} = (15) + (16) + (13)$	$C_n^n = (12) + 2 \times (13) + (14)$	$C_n^{n+1} = (13) + (14) + (19)$	$C_n^{n+2} = \frac{h_n}{h_{n+1} \sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{L}{h_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2$	$\frac{6}{h_n h_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2$	$\left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \left(\frac{h_n}{h_n} \right)^3$	$\left(\frac{h_{n-1}}{h_n} \right)^2 \left(\frac{h_n}{h_{n-1}} \right)^3$	$\frac{W_{n-1} \cos \beta_{n-1}}{2}$	$\frac{W_n \cos \beta_n}{2}$	$(W_{n-2} + W_{n-1}) \frac{h_n \cos \beta_{n-2}}{h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$\frac{W_{n-1} + W_n}{\sin \alpha_n} (\cos \beta_{n-1} + \frac{h_n}{h_{n-1}} \cos \beta_n)$	$(W_n + W_{n+1}) \frac{\cos \beta_{n+1}}{\sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{2W_0 + W_1}{\sin \alpha_1} (\cos \beta_0 + \frac{h_1}{h_0} \cos \beta_1)$	$W_0 \frac{1}{2} \cos \beta_0$	$(W_0 + W_1 + W_2 + \dots) \frac{h_n \cos(\frac{\beta}{2})}{h_n \cos \beta_n} \frac{\cos(\frac{\beta}{2})}{\sin \alpha_1}$
0	---	---	---	---	0.5663	96.73	49.1	---	---	---	---	---	---	---	---	---	1163
1	---	---	---	6.944	1.414	22.82	4.68	---	---	---	---	---	---	1934.2	2904.8	0.00	---
2	3.53	6.94	6.82	4.824	1.414	22.82	4.68	0.00925	1.00	206.23	392.2	0.00	3302	1367.7	---	---	---
3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
4	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tabla 3.2



Propiedades													
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
Placa o Punto	α (gr)	β (gr)	t_n (ft)	h_n (ft)	W_n (lb)	$\cos\beta$	$\sin\alpha$	$\cot\alpha$	$\frac{t_{n-1}^3}{h_n t_{n-1}}$	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}}{h_n^2}$	$\left(\frac{h_n}{h_{n-1}}\right)^2 (\cot\alpha_{n-1} + \cot\alpha_n)$	$\frac{h_n}{h_{n-1} \sin\alpha_n}$	$(\cot\alpha_n + \cot\alpha_{n+1})$
0	--	80	0.29	2.031	112.59	0.1736	---	---	---	---	---	---	---
1	80	0	0.33	3.625	288.99	1.00	0.9848	0.1763	---	0.4924	---	1.81	1.3438
2	40.58	40.58	0.29	12.297	673.24	0.7595	0.6505	1.1675	0.20	0.3354	15.46	5.21	0.00
3	40.58	0	0.33	3.625	288.99	1.00	-0.6505	-1.1675	5.00	2.9811	0.00	-0.45	-1.3438
4													
5													

Tn. 3.21 (cont.)

Cálculo de coeficientes									Términos de carga							
(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)
$C_n^{n-2} = \frac{h_n^2}{h_{n-2} h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$C_n^{n-1} = (15) + (12) + (13)$	$C_n^1 = (12) + 2 \times (13) + (14)$	$C_n^{n+1} = (13) + (14) + (19)$	$C_n^{n+2} = \frac{h_n}{h_{n+1} \sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{3}{l_n} \left(\frac{l}{\pi h_n} \right)^2$	$\frac{6}{l_n h_n} \left(\frac{l}{\pi h_n} \right)^2$	$\left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \left(\frac{l_n}{h_n} \right)^3$	$\left(\frac{h_{n-1}}{h_n} \right)^2 \left(\frac{l_n}{h_{n-1}} \right)^3$	$\frac{W_{n-1} \cos \beta_{n-1}}{2}$	$\frac{W_n \cos \beta_n}{2}$	$(W_{n-2} + W_{n-1}) \frac{h_n \cos \beta_{n-2}}{h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$\frac{W_{n-1} + W_n}{\sin \alpha_n} (\cos \beta_{n-1} + \frac{h_n}{h_{n-1}} \cos \beta_n)$	$(W_n + W_{n+1}) \frac{\cos \beta_{n+1}}{\sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{2 W_0 + W_1}{\sin \alpha_1} (\cos \beta_0 + \frac{h_1}{h_0} \cos \beta_1)$	$W_0 \frac{1}{l} \cos \beta_0$	$(2 W_0 + W_1 + W_2 \frac{h_0 \cos \beta_2}{h_1 \cos \beta_1}) \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1}$
20.86	41.53	25.85	3.61	0.569	914.8	901.0	0.0048	0.060	144.5	255.7	240.14	5290	1123.5	1022.5	10.95	533.23
0.453	0.00	-2.244	0.00	0.453	252.3	139.2	0.2752	16.956	255.7	144.5	436.05	-1560	-68.7			

Tabla 3.3



Propiedades													
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭
Punto o Placa	α (gra.)	β (gra.)	t_n (ft)	h_n (ft)	W_n (lb.)	$\cos\beta$	$\text{sen}\alpha$	$\text{cot}\alpha$	$\frac{h_{n-1} t_n}{h_n t_{n-1}}$	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}}{h_n t_n}$	$\left(\frac{h_n}{h_{n-1}}\right)^2 (\text{cot}\alpha_{n-1} \text{cot}\alpha_n)$	$\frac{h_n}{h_{n-1} \text{sen}\alpha_n}$	$(\text{cot}\alpha_n + \text{cot}\alpha_{n+1})$
0	--	45	0.33	9.28	552.3	0.7071	---	---					
1	45	0	0.33	9.84	744.1	1.00	0.7071	1.00		0.943		1.50	2.0
2	45	-45	0.33	9.28	552.3	0.7071	0.7071	1.00	1.06	1.06	1.778	1.33	1.0
3	-90	45	0.33	9.28	552.3	0.7071	-1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	-1.00	1.0
4	45	0	0.33	9.84	744.1	1.00	0.7071	1.00	0.943	0.943	1.124	1.50	2.0
5	45	-45	0.33	9.28	552.3	0.7071	0.7071	1.00					

Table 3.3 (cont.)

Cálculo de coeficientes									Términos de carga							
(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)
$C_n^{1/2} = \frac{h_n}{h_n \rho^{h_{n-1}} \sin \alpha_{n-1}}$	$C_n^{0-1} = (15) + (12) + (13)$	$C_n^n = (12) + 2 \times (2) + (11)$	$C_n^{2+1} = (13) + (14) + (19)$	$C_n^{1/2} = \frac{h_n}{h_{n+1} \sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{3}{l_n} \left(\frac{l}{\pi h_n} \right)^2$	$\frac{6}{l_n h_n} \left(\frac{l}{\pi h_n} \right)^2$	$\left(\frac{l}{\gamma} \right)^2 \left(\frac{l_n}{h_n} \right)^3$	$\left(\frac{h_{n+1}}{h_n} \right)^2 \left(\frac{l_n}{h_{n-1}} \right)^3$	$\frac{W_{n-1} \cos \beta_{n-1}}{2}$	$\frac{W_n \cos \beta_n}{2}$	$(W_{n-1} + W_n) \frac{h_n \cos \beta_{n-1}}{h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$\frac{W_{n-1} + W_n}{\sin \alpha_n} \left(\cos \beta_{n-1} + \frac{h_n}{h_{n-1}} \cos \beta_n \right)$	$(W_n + W_{n+1}) \frac{\cos \beta_{n+1}}{\sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{2W_n + W_{n+1}}{\sin \alpha_1} \left(\cos \beta_n + \frac{h_n}{h_{n+1}} \cos \beta_{n+1} \right)$	$W_0 \frac{h_n}{h_1} \cos \beta_0$	$(2W_0 + W_1 + W_2) \frac{h_0 \cos \beta_0}{h_1 \cos \beta_1} \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1}$
1.33	4.438	5.438	1.33	1.33	26.76	5.794	0.01139	1.124	372.05	195.27	1222.6	3056	-781	4621	368.3	3135
1.33	1.33	0.00	1.33	1.33	26.76	5.794	0.01139	1.00	195.27	195.27	1833.4	-1562	1833			
-1.124	1.50	6.124	5.00	1.50	23.81	4.860	0.00955	0.889	195.27	372.05	828.2	3240	1296			

Capítulo IV

Diseño de Placas Plegadas

Una vez conocidas las acciones internas a que estará sometida una placa plegada, su diseño se realiza mediante procedimientos normales para diseño de concreto reforzado como a continuación se muestra.

Para el diseño deben de considerarse las siguientes normas que rigen el diseño del acero de refuerzo, que son extraídos del ACI Committe 334.

- a) Los esfuerzos en el refuerzo pueden ser considerados en valores permisibles, independientemente de la deformación del concreto.
- b) Donde los esfuerzos de tensión varían grandemente en magnitud sobre la estructura, el refuerzo capaz de resistir la tensión total puede ser concentrada en la región de máximo esfuerzo a la tensión.
- c) Los esfuerzos principales de tensión deberán ser resistidos completamente por el refuerzo.
- d) Donde se coloque refuerzo en más de una dirección, éste deberá resistir la componente de la fuerza de tensión principal en cada dirección.
- e) Donde el cálculo de esfuerzos de tensión principal en el concreto exceda numéricamente el valor de $2\sqrt{f_c}$, el espacio del refuerzo deberá de ser no mayor que tres veces el espesor delgado de la estructura plegada. Cuando el cálculo de esfuerzos de tensión principal, es numéricamente menor que el valor $2\sqrt{f_c}$, el refuerzo deberá ser espaciado a no más de cinco veces el espesor delgado de la estructura plegada.
- f) Deberá de proveerse de un mínimo de refuerzo, según como se indica en el Código de Construcciones ACI - 318 - 65, aún cuando no requiera por análisis.
- g) Los empalmes en el refuerzo principal de tensión deberán mantenerse prácticamente al mínimo.
Donde sean necesarios, deberán estar escalonados con no más de un tercio del total de las barras empalmadas en cualquier sección transversal.
- h) Las barras que se necesitan doblar deberán ser dobladas sólo dentro de la misma capa de refuerzo.
- i) El refuerzo para resistir momentos flexionantes deberá de ser proporcionado y provisto de las formas convencionales..
- j) En cualquier punto de la placa deberá colocarse por lo menos, refuerzo de contracción

y temperatura con una sección igual a 0,0018 veces la sección del concreto.

El problema del diseño de estructuras plegadas presenta también, como en el diseño de otros elementos, dos variantes, que son:

- a) La revisión
- b) El diseño

En ambas variantes, el refuerzo de que se provee una estructura plegada se puede clasificar en dos grupos:

- 1.-) Acero requerido para resistir el grupo de fuerzas de tensión principal que se desarrolla en las placas producidas por los esfuerzos longitudinales fn.
- 2.-) El refuerzo requerido para resistir los momentos transversales.

La Revisión

En el problema de revisión se supone todo dado y se revisa normalmente que los esfuerzos no sobrepasen en ningún material y en ninguna sección el correspondiente esfuerzo permisible que se halla convenido, ya sea por lógica o por reglamento.

La revisión de una estructura plegada se podrá hacer como si se tratara de una sección especial en flexión (12) (Se llaman secciones especiales en flexión, aquellas secciones transversales que no son rectangulares; Ts o L).

El método que debe emplearse es el de la sección transformada — fórmula de la escuadría.

Los esfuerzos permisibles bajo las cargas de diseño, que son las máximas que se podrán resistir dentro de las condiciones normales, también llamadas de servicio, son:

Para el concreto (en compresión por flexión)

$$f_c = 0,45 f'_c$$

Mientras que para el acero de tensión

$$f_s = 0,5 f_y$$

Considerando una sección de concreto reforzado para revisión. Si ninguno de ambos materiales sobrepasa lo permisible, podremos aprobar la sección, de lo contrario habrá que aumentar o reforzar aún más la sección.

REVISION

Para mostrar la forma en que se hace una revisión, se hará la revisión del modelo de tres placas que se utilizó en el capítulo de comportamiento. Sus características se muestran en la Fig. (4.2).

Sentido longitudinal:

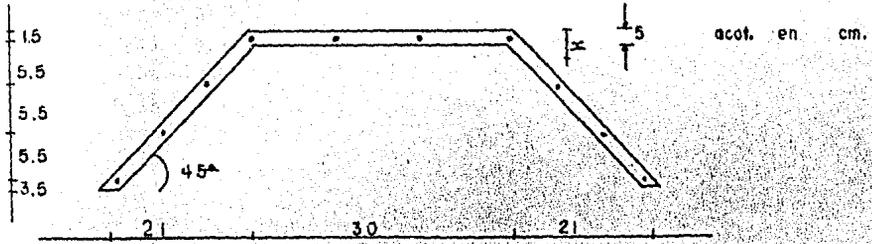


Fig. (4.2)

$$E_c = 10,000 \sqrt{f'_c} = 10,000 \sqrt{200} = 141421.3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$n = \frac{2.1 \times 10^6}{141421.3} = 14.85 \quad \text{sea } n = 15$$

$$d_s = 0.178 \text{ cm}$$

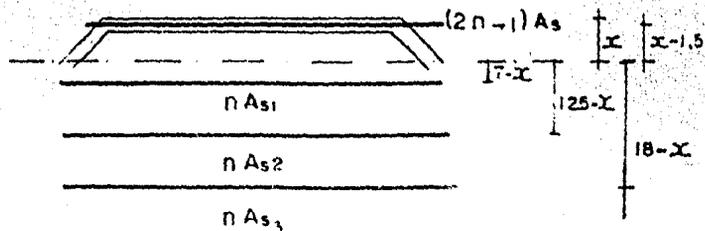
$$f_y = 5200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_s = 2600 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c = 0.45 \times 200 = 90 \text{ Kg/cm}^2$$

Sección transformada



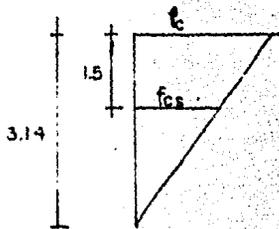
Profundidad del eje neutro

$$14 \frac{x^2}{2} + 16x5 (x - 2.5) + (2 \times 15 - 1) (x - 1.5) 0.712 - 15x0.356$$

$$[(7 - x) + (12.5 - x) + (18 - x)] = 0$$

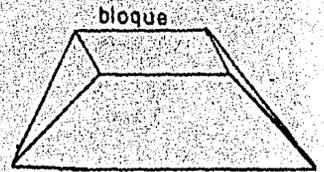
$$7x^2 + 117.1x - 436.76 = 0 \quad \therefore x = 3.14 \text{ cm}$$

Cálculo de la compresión y su posición



$$\frac{f_c}{3.14} = \frac{f_{cs}}{1.64}$$

$$f_{cs} = \frac{1.64}{3.14} f_c = 0.52 f_c$$

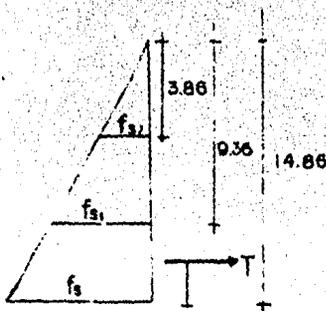


fuerza	brazo	Momento	
$\frac{f_c}{2} \times 3.14 \times 30$	$\frac{3.14}{3} = 1.04$	48.98 fc	centro bloque
$\frac{f_c}{2} \times 4.44 \times (1.57)^2$	1.57	10.90 fc	lados bloque
$(2n-1) A_s f_{cs} = 10.7 fc$	1.5	16.1 fc	
$\Sigma 64.77 fc$		75.98 fc	

$$Z = \frac{M}{C} = \frac{75.98 fc}{64.77 fc} = 1.17 \text{ cm}$$

$$C = 64.77 \times 90 = 5829 \text{ Kg}$$

Cálculo de la tensión y su posición



Por triángulos semejantes

$$f_{s1} = 0.63 f_s$$

$$f_{s2} = 0.26 f_s$$

Fuerza	brazo	Momento
$2 \sigma_s f_s$	14.86	5.29 f_s
$2 \sigma_s f_{s1}$	9.36	2.10 f_s
$2 \sigma_s f_{s2}$	3.86	0.36 f_s
$\Sigma 0.67 f_s$		7.75 f_s

$$Z' = \frac{7.75 f_s}{0.67 f_s} = 11.57$$

$$T = 2 \sigma_s (f_s + f_{s1} + f_{s2}) = 1.89 f_s \times 0.356 = 1749.4 \text{ Kg}$$

entonces la sección trabajará con un par de 1749.4 Kg, y su brazo será:

$$\text{Brazo} = h - (Z + Z') = 21 - 7.46 = 13.54 \text{ cm}$$

El momento resistente de la sección es:

$$M_r = 1749 \times 13.54 = 23681 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

$$M_r = 236.81 \text{ Kg} \cdot \text{m}$$

O sea, dependiendo de la condición de carga, ésta no habrá de superar a la que produzca un momento mayor que el momento resistente.

Para el sentido transversal se toma una franja unitaria y se revisa como si se tratara de una viga continua.

DISEÑO

Refuerzo transversal.

Para realizar el diseño del refuerzo transversal en las estructuras plegadas, deberá hacerse como se mencionó en la norma i) y será la siguiente forma:

utilizando la fórmula para diseño de vigas rectangulares

$$A_s = \frac{M}{f_s J d}$$

en la cual:

M es el momento flexionante transversal, actuando en una junta determinada

f_s = Esfuerzo permisible en el acero

$$J = 1 - \frac{K}{3}$$

$$K = \frac{n}{n + \frac{f_s}{f_c}}$$

d = es el peralte efectivo

O sino simplemente como

$$A_s = \frac{M}{f_s \cdot Z}$$

en donde Z el brazo interno y se puede tomar como:

$$Z \doteq 0.85 d$$

Para ilustrar la forma en que pueden diseñarse las placas plegadas, se tomarán los resultados obtenidos por el método de la PCA del ejemplo uno.

Placa 2 y 3

Con un momento en la junta dos de:

M = -135.7 Kg - m que causa tensión en la parte superior de la placa.

$$K = \frac{15}{15 + \frac{2100}{90}}$$

$$f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f'_c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c = 0.45 \times 200 = 90 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_s = 0.5 \times 4200 = 2100 \text{ Kg/cm}^2$$

$$J = 1 - \frac{K}{3} = 1 - \frac{0.3913}{3} = 0.869$$

$$A_{s2} = \frac{13570}{2100 \times 0.869 \times 7.5} = 0.992 \text{ cm}^2$$

entonces con 4 varillas del # 2 para dar 1.28 cm²

$$S = \frac{100}{4} = 25 \text{ cm} \quad \therefore 4 \# 2 @ 25 \text{ cm}$$

$$\text{ó } A_{s2} = \frac{M}{f_s \times Z} = \frac{13570}{2100 \times 0.85 \times 7.5} = 1.01 \text{ cm}^2$$

daría lo mismo. Pero es menor que el mínimo que sería 1.8 cm².

lo cual nos daría 4 # 2.5

para la placa uno tendríamos el mínimo

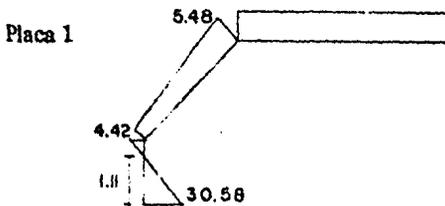
$$\frac{0.18}{100} \times 15 \times 100 = 2.7 \text{ cm}^2 \quad \text{se pondrían 4 # 3}$$

Refuerzo Longitudinal

El refuerzo longitudinal se calcula para que pueda resistir la tensión total en cada placa, resultante del cálculo que se hizo suponiendo la estructura elástica y homogénea.

Como se mencionó en las normas habrá que concentrarlo en la zona de máximo esfuerzo, o la tensión. En los demás puntos de la zona de tensión, deberá colocarse una armadura mínima de 0.35% del área del concreto, para controlar el agrietamiento.

Siguiendo con el mismo ejemplo 1 del Cap. 3.



$$A_{tr} = \frac{111 \times 15 \times 30.58}{2100 \times 2} = 12.12 \text{ cm}^2$$

entonces, dando 2# 6, 3# 5 y 1# 3 se obtendrían 12.35 cm².

$$\text{además } \frac{0.35}{100} \times 15 \times 45 = 2.36 \text{ cm}^2 \quad \text{con 2 # 3 y 1 # 4}$$

Las placas 2 y 3 están completamente trabajando a compresión, y los esfuerzos actuantes son menores a los que resiste el concreto, por lo tanto no se requiere refuerzo, pero deberá darse el mínimo ya antes mencionado.

entonces
placa 2

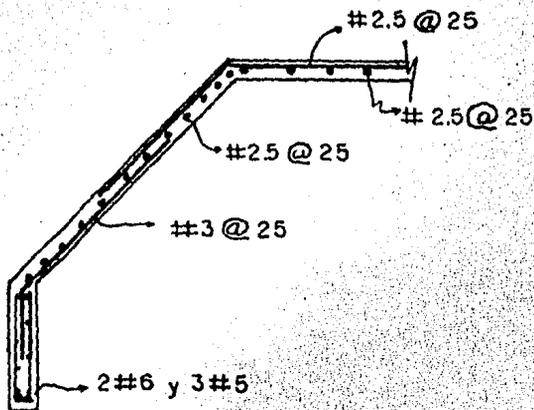
$$\frac{0.18}{100} \times 3000 \times 10 = 5.4 \text{ cm}^2$$

Sean 12 # 2.5, para dar 5.88 cm².

$$S = \frac{3000}{12} = 25 \text{ cm}$$

placa 3

Quedará igual que la placa 2, ya que son de características semejantes:



Capítulo V

Comportamiento y estudio experimental de techos de placa plegada

Introducción

De los escritos que se han publicado acerca del estudio de placas plegadas, son muy pocos los reportes que tratan con el estudio experimental de las mismas. De acuerdo con Gaafar (11) se llevó a cabo un estudio experimental en un modelo de aluminio de placa plegada simple, en donde presentó una comparación de los resultados experimentales y los resultados del análisis obtenidos por la teoría de placas plegadas que él introdujo. Scordelis, Cory y Strubbs publicaron un estudio realizado en un modelo de aluminio, consistiendo de tres cascarones tipo diente de sierra, comparando lo experimental con lo analítico obtenido por la teoría de placas plegadas, el método elástico desarrollado por Goldberg y Leve, y la teoría elemental de la viga. Barker comparó los resultados obtenidos de un estudio experimental realizado en un modelo plástico de placa plegada simple con la solución teórica obtenida por el método de análisis que él desarrolló, para usarlo con la computadora electrónica digital.

Billington y Mark hicieron el reporte de una serie de pequeños modelos elásticos que probaron.

Un modelo plástico de placa plegada continua de dos espacios fue probado y se compararon los resultados experimentales con los teóricos obtenidos por el método de Yitzhaki (5).

También se realizó el estudio de tres modelos de aluminio de placa plegada (11), (continuo de dos espacios, simplemente apoyados, y el tercero con voladizo en los extremos) comparando los resultados experimentales con los teóricos obtenidos por el método de Beaufait. Se encuentra también (13) un estudio experimental realizado en un modelo de mortero y refuerzo de una placa plegada simple en el cual se obtiene su gráfica carga-deformación.

A continuación se presenta un estudio experimental que se realizó en el Laboratorio de Materiales de la Fac. de Ingeniería, UNAM, de dos modelos de placa plegada simple, de concreto reforzado, en donde los propósitos son:

- 1o.- Ver su comportamiento y forma de falla de ambos modelos.
- 2o.- Comparar los resultados experimentales obtenidos con los resultados obtenidos en (13).
- 3o.- Comparar su capacidad obtenida experimentalmente con la calculada.
- 4o.- Comparar su comportamiento con el de una viga.

Descripción de los modelos

Ambos modelos de placa plegada fueron simplemente apoyados, y de un solo claro.

El primer modelo consta de una configuración de tres placas, de forma trapezoidal con dimensiones de cada placa de 30 cms. de ancho, 190 cms. de largo y 5 cms. de espesor. El ángulo de inclinación de las placas laterales fue de 45° y se utilizó varilla de 3/16 de pulgada, alta resistencia para soportar la tensión provocada tanto por la flexión longitudinal como transversal, con un $f_y=5200 \text{ Kg/cm}^2$.

Se utilizó concreto con un $f'_c=200 \text{ Kg/cm}^2$.

El armado del modelo de 3 placas quedó como se muestra en la Fig. (5.1). Ya terminado y colocado para probarlo, como se muestra en la Fig. (5.2)

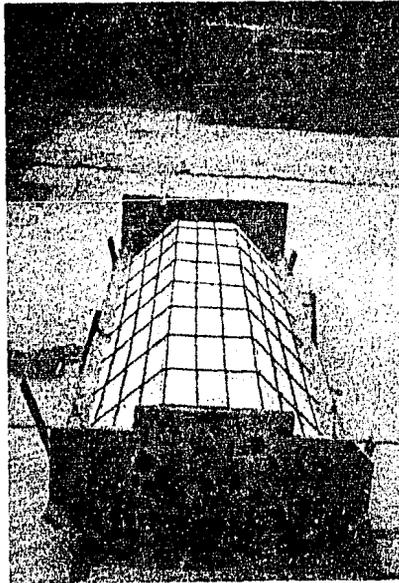


Fig. (5.1)

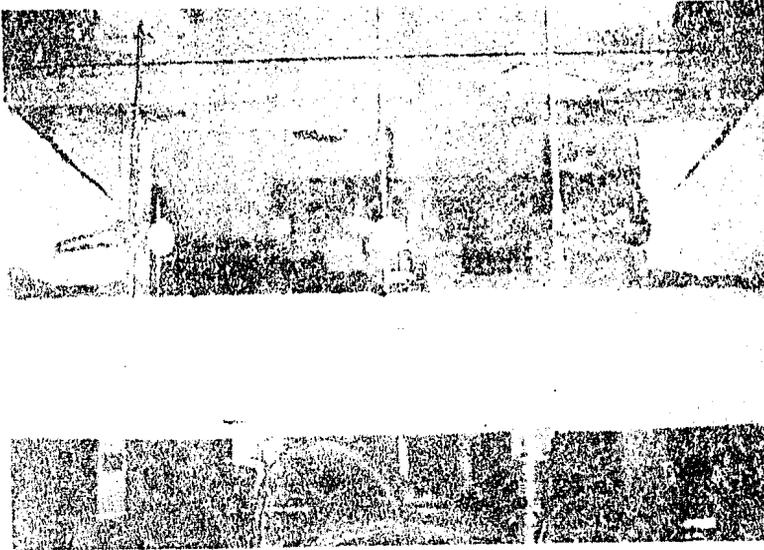


Fig. (5.2)

Para poder medir las deformaciones se colocaron micrómetros como puede observarse en la misma Fig. (5.2). Este modelo fue sometido a dos cargas concentradas.

El otro modelo que se hizo fue de una configuración de 6 placas, formando módulos repetidos de forma trapezoidal con dimensiones de placa iguales al anterior, excepto en el espesor, que fue de 3 cms; se utilizaron tanto concreto como varilla con las características ya antes mencionadas. Este modelo fue sometido a carga uniformemente distribuida por medio de bultos de cemento.

La Fig. (5.3) presenta el modelo ya terminado; también se registraron las deformaciones con micrómetros.

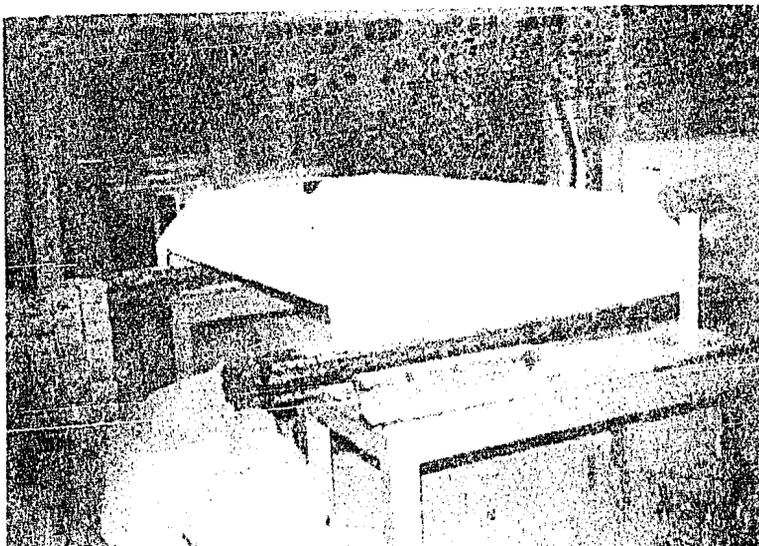
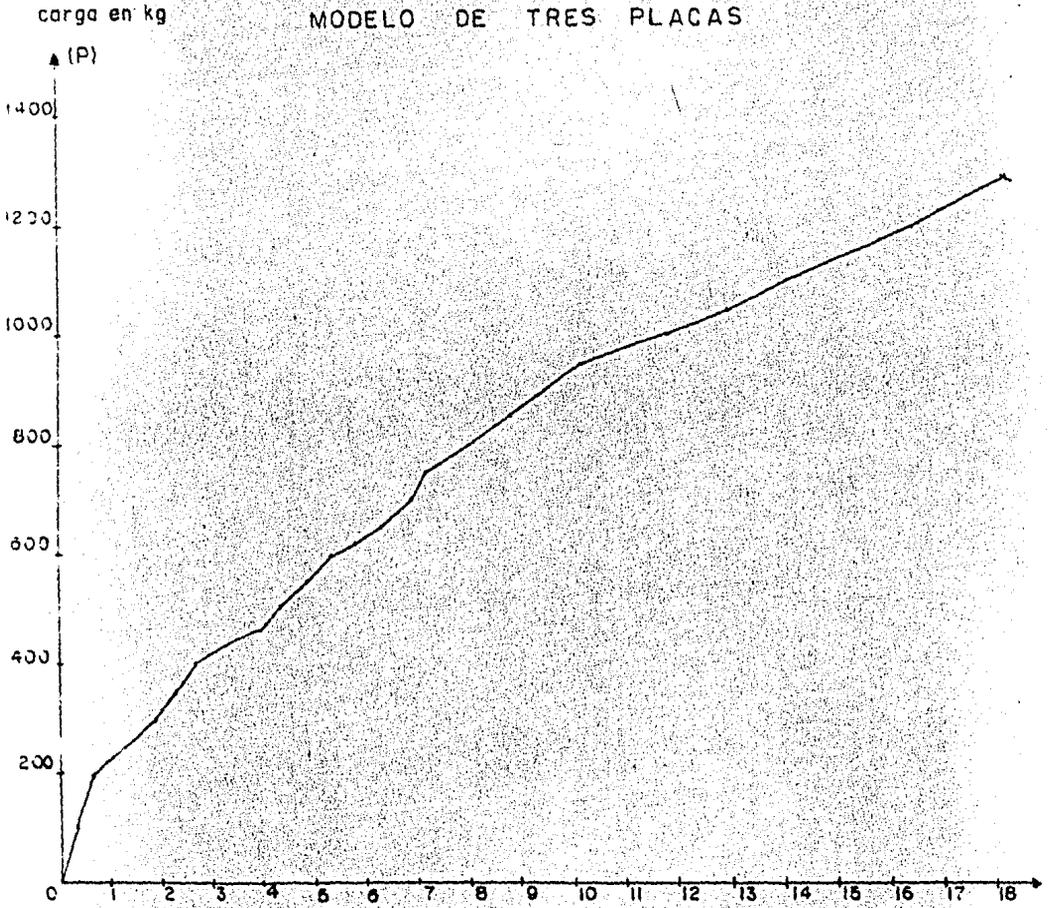


Fig. (5.3)

.81.

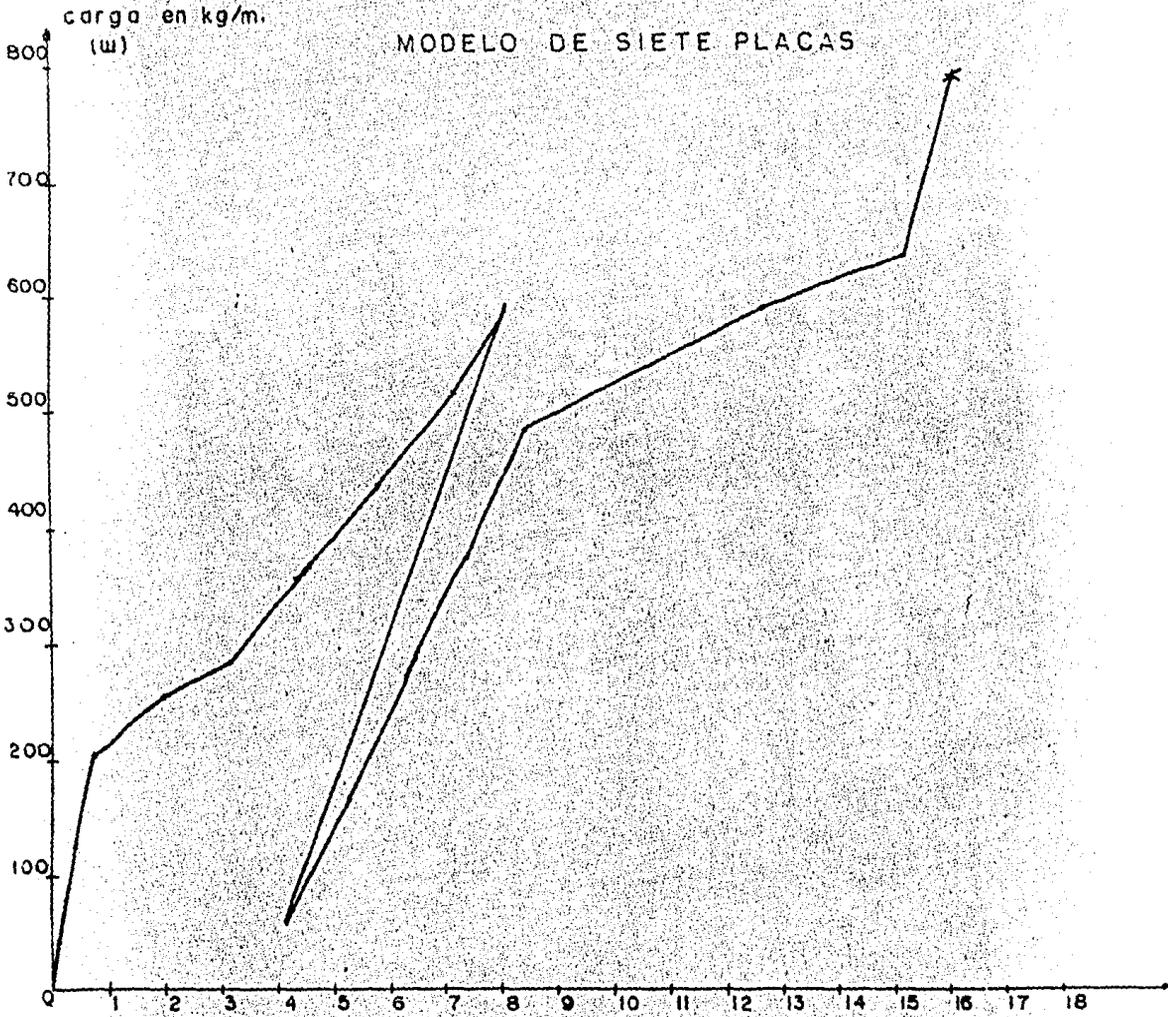
GRAFICA DEL
MODELO DE TRES PLACAS



GRAFICA (5.1)

deformación (Δ) en mm.

GRAFICA DEL
MODELO DE SIETE PLACAS



GRAFICA (5.2)

deformación (Δ) en mm.

Comportamiento

Como puede observarse de las gráficas 5.1 y 5.2, al aplicar pequeñas cargas, éstas son soportadas por el concreto no fracturado, entonces controlan en un principio las características del concreto, por lo que la parte inicial de las gráficas es semejante a la gráfica $P-\Delta$ del concreto.

Al aumentar las cargas, el concreto empieza a agrietarse. Aparecen grietas perpendiculares a los bordes de las placas, primero una grieta al centro del claro y después grietas en pares a los lados.

Las Figs. (5.4) y (5.5) muestran algunas grietas en el modelo con carga concentrada y carga distribuida, respectivamente.

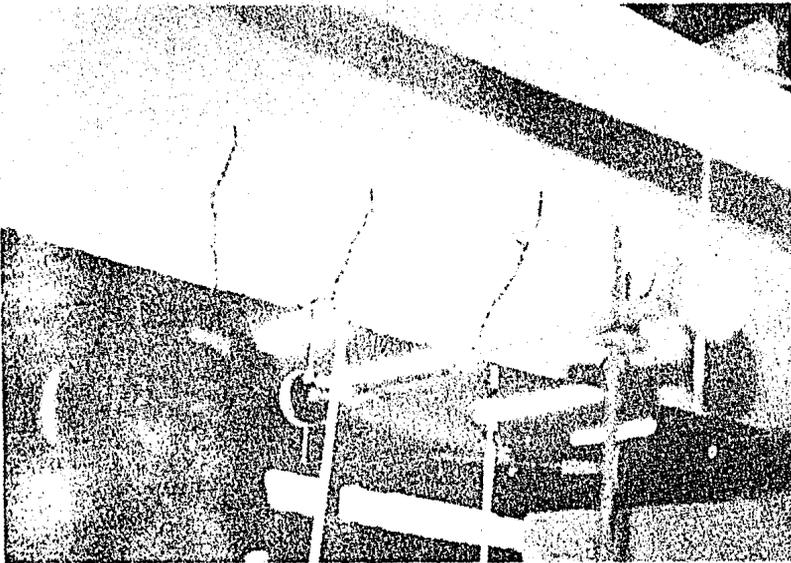


Fig. (5.4)

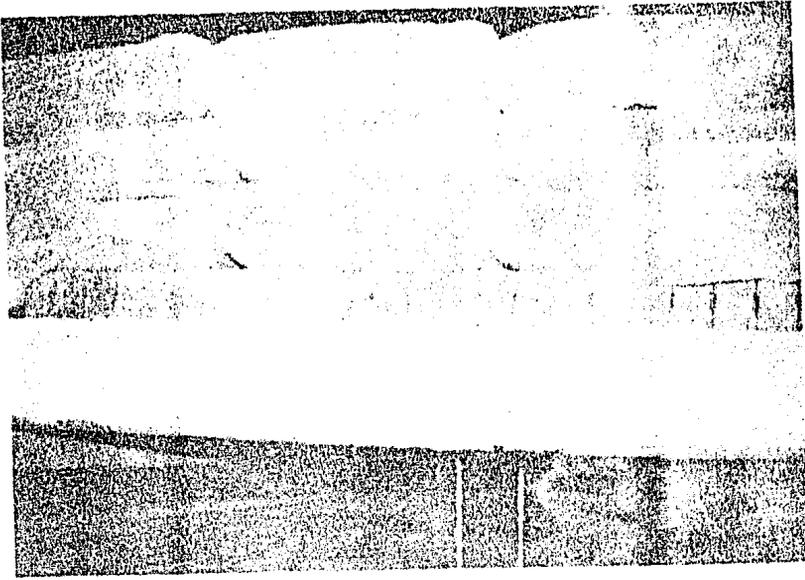


Fig.(5.5)

Las gráficas en esta etapa presentan una relación lineal carga-deformación hasta que empieza a fluir el acero de refuerzo, en ese momento se inicia un comportamiento inelástico, la pendiente de la curva decrece. Hasta esta parte las gráficas presentan un comportamiento semejante.

Forma de Falla

La falla ocurre cuando las deformaciones son excesivas y se presenta de una forma repentina cuando las varillas que soportaban la tensión producida por la flexión se rompieron.

A. Enami (20) en un estudio que realizó sobre los tipos de fallas que pueden presentarse en estructuras plegadas, y que son:

a) Falla por flexión.- Se presenta cuando la estructura completa falla como viga simple Fig. (5.6), debido a que la rigidez de las vigas de borde o placas laterales no es muy grande.

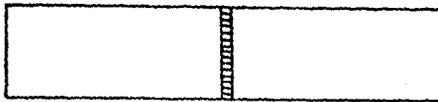


Fig. (5.6)

b) de falla por cortante.- Este tipo de falla Fig. (5.7) se presenta debido a la acción simultánea de losa y trabe, además de que y como ya se ha visto en trabes, el cortante aparece casi siempre aunado cuando hay flexión.



Fig. (5.7)

c) Falla tipo losa.- Si la resistencia de las vigas de borde o placas laterales es muy grande en comparación con la placa horizontal, el colapso se presenta en la parte superior del modo de losa Fig. (5.8).

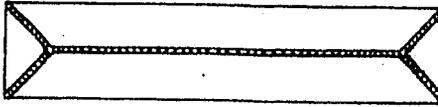


Fig. (5.8)

d) Pandeo.- Cuando el claro longitudinal en cascarones prismáticos es muy corto se presenta un colapso por pandeo local.

Haciendo referencia a lo anterior y de acuerdo al estudio experimental realizado se puede observar que el modo de falla predominante en este caso fue el de falla por flexión en ambos modelos. Fig. (5.9) y Fig. (5.10)

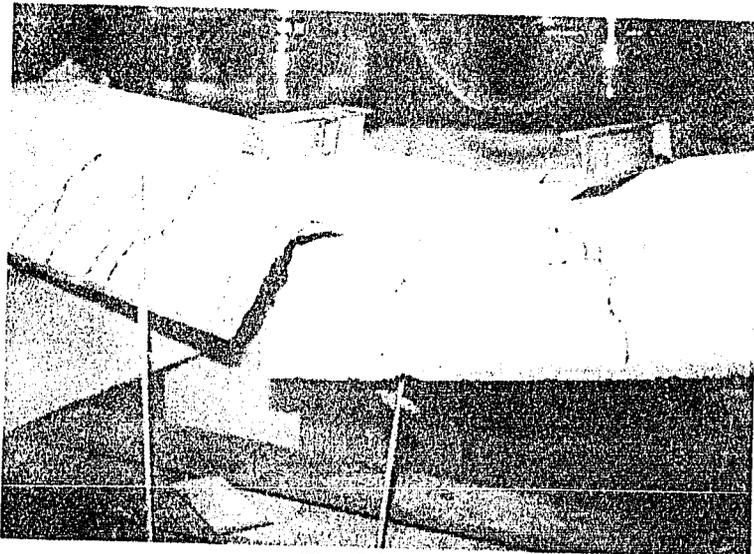


Fig. (5.9)

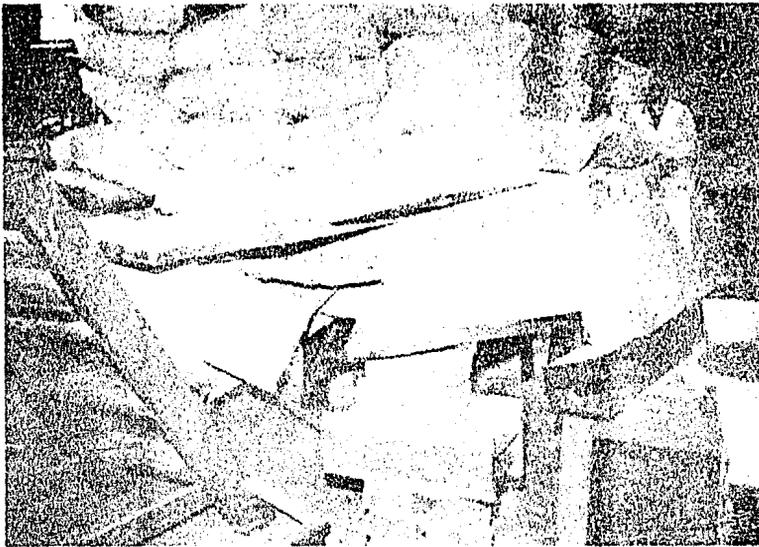


Fig. (5.10)

La falla del tipo losa no fue factible que se presentara ya que las placas laterales no ofrecían una resistencia muy grande la cual ocasionó la falla por flexión.

En cuanto a cortante se presentaron grietas pequeñas en el modelo que fue sometido a cargas concentradas, como puede observarse en la Fig. (5.11)

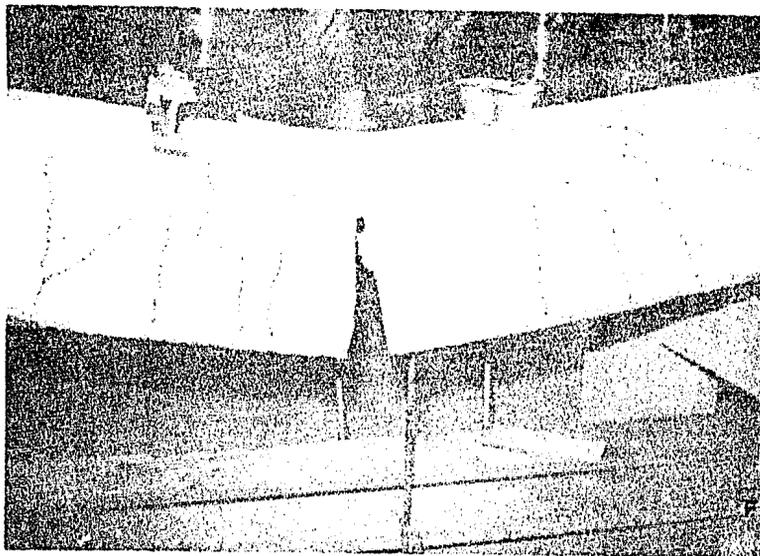


Fig. (5.11)

En el modelo sometido a carga uniforme, se observó falla por cortante, esto fue debido a que las placas laterales eran mucho menos resistentes que el modelo anterior, con un espesor más pequeño y menos reforzada. La Fig. (5.12) muestra el daño ocasionado a las placas por cortante.

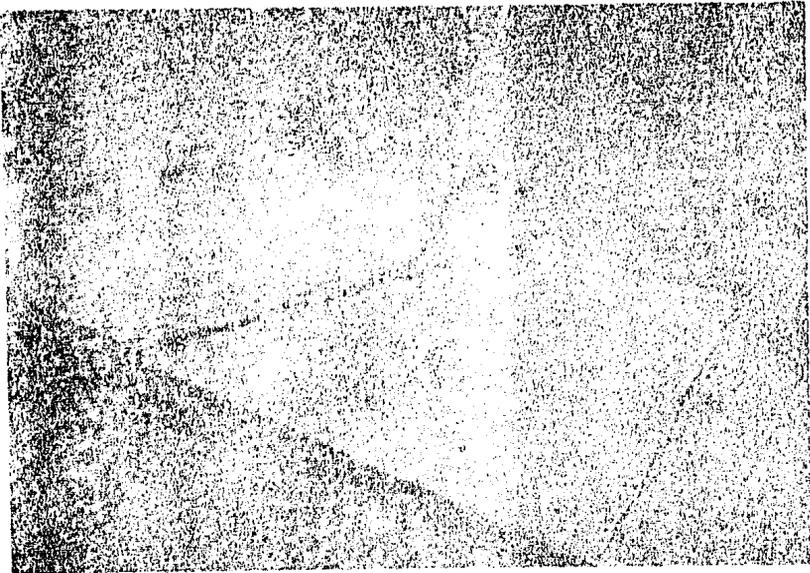
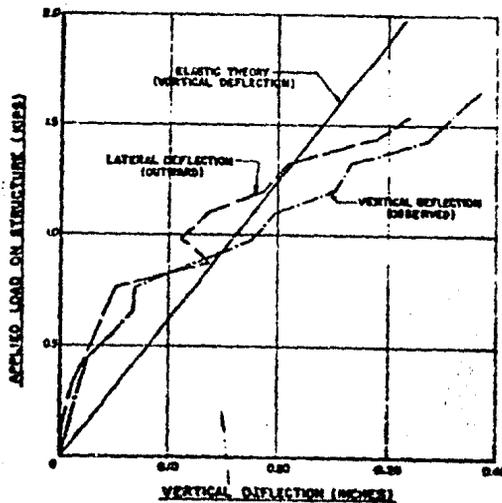


Fig.(5.12)

Otra forma de falla que puede presentarse en placas plegadas es la debida al anclaje del acero longitudinal principalmente, es decir, que si no se ancla adecuadamente el acero longitudinal en los diafragmas, con facilidad puede desprenderse.

Para poder hacer la comparación de los resultados obtenidos con las de la referencia (13), se hicieron los modelos de dimensiones y características semejantes a los del modelo que se utilizó en ese estudio experimental. La figura de la Gráfica (5.3) es la que se obtuvo en la referencia, lo que será el parámetro de comparación con las Gráficas (5.1) y (5.2).



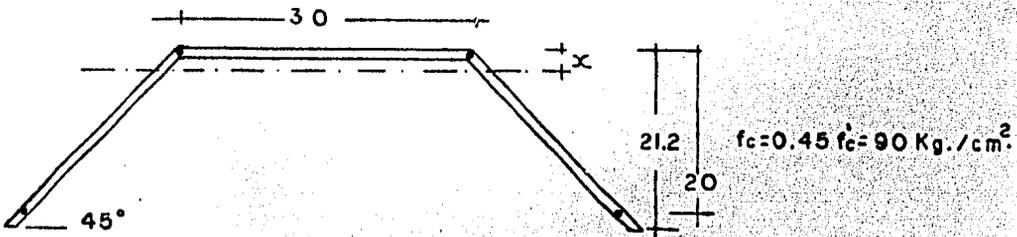
Gráfica (5.3)

Como puede observarse las gráficas presentan un comportamiento semejante con una etapa elástica lineal en un principio, seguido de una declinación de la pendiente de las gráficas, con lo que en ese caso se inicia el comportamiento inelástico, para después llevar a la estructura a la falla que se presentó súbitamente en ambas pruebas.

La forma de agrietarse también fue semejante, apareciendo grietas en pares. La falla fue por flexión, dañándose principalmente el centro del claro en todos los modelos.

Para cubrir el tercer propósito que se fijó, se hizo el análisis utilizando el método de la P.C.A. para tres condiciones de carga diferentes dentro del rango de las cargas que soportó el modelo hasta la falla.

Por otra parte, se calculó el par resistente que proporciona la sección con el armado y dimensiones ya antes mencionadas, de la siguiente forma:



1o. Determinar la posición del eje neutro

$$2 \times 4.24 \times x \times \frac{x}{2} + 30 \times 3 (x - 1.5) + [(2 \times 15) - 1] (0.356) (x - 1.5) -$$

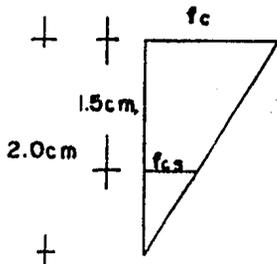
$$15 (0.267) (20 - x) = 0$$

$$4.24 x^2 + 90x - 135 + 10.32x - 15.49 - 80.1 + 4x = 0$$

$$4.24 x^2 + 104.32x - 230.6 = 0$$

de donde $x = 2.0$ cm.

2o Cálculo de la compresión



$$\frac{f_c}{2.0} = \frac{f_{cs}}{1.5}$$

$$f_{cs} = \frac{1.5}{2.0} f_c = 0.75 f_c$$

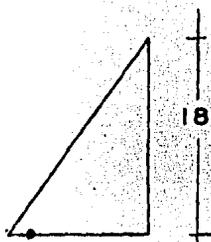
$$C = f_c \times \frac{2.0}{2.0} \times 30 + (30 - 1) (0.356) (0.75 f_c) = 37.74 f_c = 3396.6 \text{ Kg}$$

Brazo $\frac{2.0}{3}$ 1.5

Momento 20fc 11.61 fc

$$Z = \frac{M}{C} = \frac{31.61 \text{ fc}}{37.34 \text{ fc}} = 0.85$$

3o. Cálculo de la tensión



$$T_s = A_s \times f_s = 0.267 f_s = 694 \text{ Kg.}$$

$$Jd = h - (0.85 + 1.2) = 19.15$$

Entonces la sección trabajará con un par igual a 694 Kg. y un brazo de 19.15 cm para dar un momento resistente de la sección:

$$M_r = 694 \times 19.15 = 13\ 290 \text{ Kg-cm.}$$

Como podrá observarse en la gráfica 5.2, la carga con que falló el modelo fue 790 Kg/ml. Entonces, de las condiciones de carga que se tomaron para hacer el análisis por el método de la P.C.A. fueron:

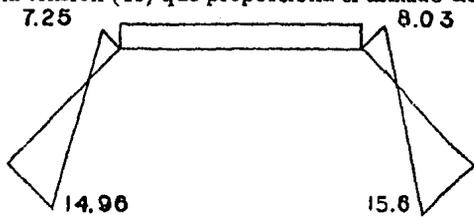
PRIMERO: $W_{calc} = 250 \text{ Kg/ml} + P.p.$

SEGUNDO: $W_{calc} = 500 \text{ Kg/ml} + P.p.$

TERCERO: $W_{calc} = 750 \text{ Kg/ml} + P.p.$

Las tablas 5.1, 5.2 y 5.3 muestran los cálculos para la obtención de las ecuaciones simultáneas de la 1a, 2a y 3a carga, respectivamente, mientras que en la tabla 5.4 se encuentran las ecuaciones simultáneas para los tres casos.

De los esfuerzos obtenidos al resolver las ecuaciones simultáneas, se calcula la tensión que se producirá con esos esfuerzos, como a continuación se hace. Esta tensión se compara con la tensión (T_s) que proporciona el armado de la sección ya obtenida anteriormente.



$$A_1 = 0.30 \times 0.03 = 0.009 \quad \gamma_1 = 0.0975$$

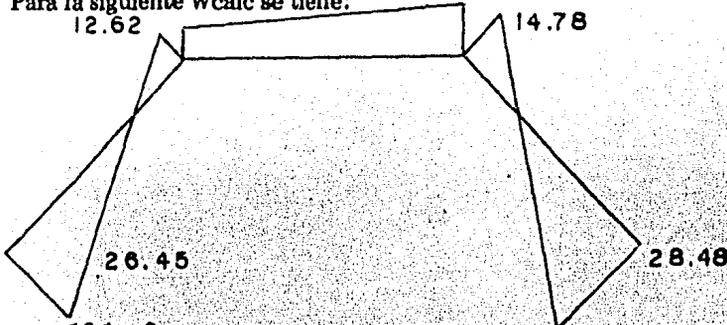
$$A_2 = 0.15 \times 0.03 = 0.0045 \quad \gamma_2 = 0.21$$

$$Y_G = \frac{8.775 \times 10^{-4} + 9.45 \times 10^{-4}}{0.0135} = 0.135 \text{ m}$$

$$T_1 = \frac{14.96}{2} \times \frac{0.135}{0.7071} \times 3 + \frac{15.6}{2} \times \frac{0.135}{0.7071} \times 3 = 875.5 \text{ Kg.}$$

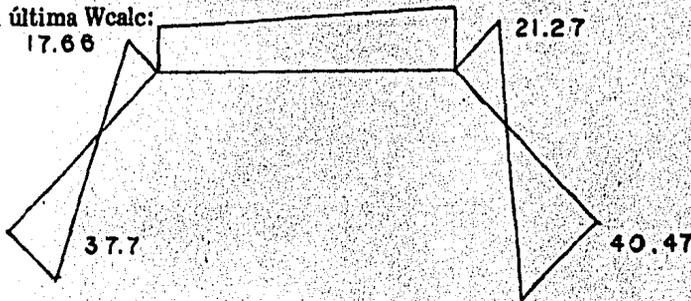
Con $T_1 = 875.5 \text{ Kg}$ se puede observar que ya es mayor que la $T_3 = 694 \text{ Kg}$ que nos proporciona la sección en condiciones de servicio.

Para la siguiente W_{calc} se tiene:



$$T_2 = 19.1 \times \frac{3}{2} (26.45 + 28.48) = 1573 \text{ Kg}$$

Para la última W_{calc} :



$$T = \frac{19.1 \times 3}{2} (37.7 + 40.47) = 2239 \text{ Kg}$$

Como puede observarse en este caso $T_3 \gg T_2$ puesto que esta T_3 es la producida por la W_{calc} muy cercana a la W de falla del elemento.

No se calculó la compresión, ya que la sección, como puede verse, nos proporciona una resistencia a la compresión mucho mayor.

Con las W_{calc} de las tres etapas anteriores se puede entrar a la gráfica 5.2, y se puede observar en que rango de comportamiento está la placa, así como sus deflexiones reales.

Al diseñador le corresponde prever este comportamiento.

Tabla 5.1

PARA 250 kg/ml.

$$L = 6.23 \text{ fl}$$

$$W_n = h_n W_d + h_n W_1 \cos \beta_n$$

Propiedades													
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭
Punto o Pieza	α (gra.)	β (gra.)	t_n (ft)	h_n (ft)	W_n (lb.)	$\cos \beta$	$\text{sen} \alpha$	$\text{cot} \alpha$	$\frac{h_n}{h_{n-1}} \left(\frac{t_n}{t_{n-1}} \right)^2$	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}}{h_n t_n}$	$\left(\frac{h_n}{h_{n-1}} \right)^2 (\text{cot} \alpha_{n-1} + \text{cot} \alpha_n)$	$\frac{h_n}{h_{n-1} \text{sen} \alpha_n}$	$(\text{cot} \alpha_n + \text{cot} \alpha_{n+1})$
0	--	45	0.098	0.98	14.43	0.7071	---	---	---	---	---	---	---
1	45	0	0.098	0.98	178.68	1.00	0.7071	1.00	---	1.00	---	1.414	2.00
2	45	-45	0.098	0.98	14.43	0.7071	0.7071	1.00	1.00	1.00	2.00	1.414	1.00
3	-90	45	0.098	0.98	14.43	0.7071	-1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	-1.00	1.00
4	45	0	0.098	0.98	178.68	1.00	0.7071	1.00	1.00	1.00	1.00	1.414	---
5	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tabla 5.1 (cont.)

PARA 250 Kg/ml.

Cálculo de coeficientes.									Términos de carga								
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)
	$C_n^{n-2} = \frac{h_n^2}{h_{n-2} h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$C_n^{n-1} = (15) + (12) + (13)$	$C_n^n = (12) + 2 \times (13) + (14)$	$C_n^{n+1} = (13) + (14) + (19)$	$C_n^{n+2} = \frac{h_n}{h_{n+1} \sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{3}{f_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2$	$\frac{6}{f_n h_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2$	$\left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \left(\frac{f_n}{h_n} \right)^3$	$\left(\frac{h_{n-1}}{h_n} \right)^3 \left(\frac{f_n}{f_{n-1}} \right)$	$\frac{W_{n-1} \cos \beta_{n-1}}{2}$	$\frac{W_n \cos \beta_n}{2}$	$(W_{n-2} + W_{n-1}) \left(\frac{h_n \cos \beta_{n-2}}{h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}} \right)$	$\frac{W_{n-1} + W_n}{\sin \alpha_n} \left(\cos \beta_{n-1} + \frac{h_n}{h_{n-1}} \cos \beta_n \right)$	$(W_n + W_{n+1}) \frac{\cos \beta_{n+1}}{\cos \beta_n}$	$\frac{2 W_0 + W_1}{\sin \alpha} \left(\frac{h_1}{h_0} \cos \beta_0 + \frac{h_1}{h_0} \cos \beta_1 \right)$	$W_0 \frac{h_1}{h_0} \cos \beta_0$	$\frac{1}{2} W_0 \cos \beta_0 + W_1 \cos \beta_1 + W_2 \cos \beta_2 + \dots + W_n \cos \beta_n$
0	---	---	---	---	1.414	125.35	255.81	---	---	---	---	---	---	---	---	---	308
1	---	---	---	4.828	1.414	125.35	255.81	---	---	---	---	---	---	193.1	501.	10.20	---
2	1.414	4.83	5.828	1.414	-1.00	125.35	255.81	0.004	1.00	89.34	5.10	193.11	466.2	-2040	---	---	---
3	1.414	1.414	0	1.414	1.414	125.35	255.81	0.004	1.00	5.10	5.10	273.10	-40.8	273.1	---	---	---
4	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Tabla 5.2

PARA 500 kg/m²

Propiedades													
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭
Punto o Placa	α (gra.)	β (gra.)	t_n (ft.)	h_n (ft.)	W_n (lb.)	$\cos\beta$	$\text{sen}\alpha$	cota	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}}{h_n t_n}$	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}}{h_n t_n}$	$\left(\frac{h_n}{h_{n-1}}\right)^2 (\text{cota}_{n-1} + \text{cota}_n)$	$\frac{h_n}{h_{n-1} \text{sen}\alpha}$	$(\text{cota}_n + \text{cota}_{n+1})$
0					14.43	0.7071	---	---					
1					342.95	1.00	0.7071	1.00					
2					14.43	0.7071	0.7071	1.00					
3					14.43	0.7071	-1.00	0.00					
4					342.93	1.00	0.7071	1.00					
5													

Tablo 5.2(cont.)

PARA 500 kg/ml.

		Cálculo de coeficientes.											Términos de carga						
		(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)	
		$C_n^{n-2} = \frac{n^2}{n^2 - 2^{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$C_n^{n-1} = (15) + (12) + (13)$	$C_n^n = (12) + 2 \times (13) + (14)$	$C_n^{n+1} = (13) + (14) + (19)$	$C_n^{n+2} = \frac{h_n}{h_{n+1} \sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{3}{r_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2$	$\frac{6}{r_n h_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2$	$\left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \left(\frac{r_n}{h_n} \right)^3$	$\left(\frac{h_{n-1}}{h_n} \right) \left(\frac{r_n}{r_{n-1}} \right)^3$	$\frac{W_{n-1} \cos \beta_{n-1}}{2}$	$\frac{W_n \cos \beta_n}{2}$	$(W_{n-2} + W_{n-1}) \frac{h_n \cos \beta_{n-2}}{h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$\frac{W_{n-1} + W_n}{\sin \alpha_n} (\cos \beta_{n-1} + \frac{h_n}{h_{n-1}} \cos \beta_n)$	$(W_n + W_{n+1}) \frac{\cos \beta_{n+1}}{\sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{2 W_0 + W_1}{\sin \alpha_1} (\cos \beta_0 + \frac{h_1}{h_0} \cos \beta_1)$	$W_0 \frac{h_0}{h_1} \cos \beta_0$	$(2W_0 + W_1 + W_0 \frac{r_0 \cos \beta_0}{h_1 \cos \beta_1}) \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1}$	
0	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	540.2	
1	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	351.4	897.6	10.20	---	
2	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	171.5	5.1	357.4	862.75	20.41	---	---	---	
3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	5.1	5.1	505.4	40.8	505.4	---	---	---	
4	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	

Tabla 5.3

PARA 750 kg/ml.

Propiedades													
①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫	⑬	⑭
Punto o Placa	α (gra.)	β (gra.)	t_n (ft.)	h_n (ft.)	W_n (lb.)	$\cos\beta$	$\text{sen}\alpha$	$\text{cota}\alpha$	$\frac{h_{n-1} \left(\frac{t_n}{t_{n-1}} \right)^3}{h_n}$	$\frac{h_{n-1} t_{n-1}}{h_n t_n}$	$\left(\frac{h_n}{h_{n-1}} \right)^2 (\text{cota}_{n-1} + \text{cota}_n)$	$\frac{h_n}{h_{n-1} \text{sen}\alpha}$	$(\text{cota}_n + \text{cota}_{n+1})$
0					14.43	0.7071	---	---					
1					507.18	1.00	0.7071	1.00					
2					14.43	0.7071	0.7071	1.00					
3					14.43	0.7071	-1.00	0.00					
4					507.18	1.00	0.7071	1.00					
5													

Tabla 5.3f (cont.)

PARA 750 kg/ml.

Cálculo de coeficientes.										Términos de orga							
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)
	$C_n^{n-2} = \frac{h_n^2}{h_{n-2} h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$C_n^{n-1} = (15) + (12) + (13)$	$C_n^n = (12) + 2 \times (13) + (14)$	$C_n^{n+1} = (13) + (14) + (19)$	$C_n^{n+2} = \frac{h_n}{h_{n+1} \sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{3}{l_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2$	$\frac{6}{l_n h_n} \left(\frac{L}{\pi h_n} \right)^2$	$\left(\frac{L}{\pi} \right)^2 \left(\frac{l_n}{h_n} \right)^3$	$\frac{2}{h_n} \left(\frac{l_n}{h_n} \right)^3$	$\frac{W_{n-1} \cos \beta_{n-1}}{2}$	$\frac{W_n \cos \beta_n}{2}$	$(W_{n-2} + W_{n-1}) \frac{h_n \cos \beta_{n-2}}{h_{n-1} \sin \alpha_{n-1}}$	$\frac{W_{n-1} + W_n}{\sin \alpha_n} (\cos \beta_{n-1} + \frac{h_n \cos \beta_n}{h_{n-1}})$	$(W_n + W_{n+1}) \frac{\cos \beta_{n+1}}{\sin \alpha_{n+1}}$	$\frac{2W_0 + W_1}{\sin \alpha_1} (\cos \beta_0 + \frac{h_1 \cos \beta_1}{h_0})$	$W_0 \frac{h_0}{h_1} \cos \beta_0$	$(2W_0 + W_1 + W_0 \frac{h_0 \cos \beta_1}{h_1 \cos \beta_0}) \frac{\cos \beta_1}{\sin \alpha_1}$
1	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
2	---	---	---	---	---	---	---	---	---	253.6	5.1	521.61	1259.3	-20.40	---	---	---
3	---	---	---	---	---	---	---	---	---	5.1	5.1	737.6	-40.81	737.7	---	---	---
4	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	772.5

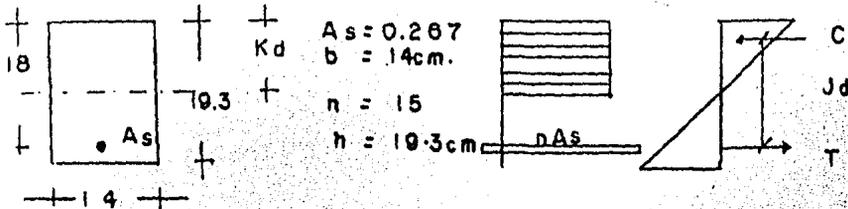
Tabla 5.4 ECUACIONES SIMULTANEAS

f_0	f_1	f_2	f_3	M_2	M_3	Carga
2	1	0	0	361.7	0	-38607.8
1	4	1	0	-1235	361.7	42960.3
0	1	4	1	1235	-361.7	30611.0
-0.00566	0.019	-0.0193	0.00566	8	2	-82.55
0	0	2	4	-723.4	0	-69963.5
0	-0.0113	0.0113	0	4	8	-10.0
						-67714.0
						72079.1
						59726.0
						- 163
						-129262.8
						-10.0
						-96802
						99582
						87332
						-243.5
						-183395.2
						-10.0

Los coeficientes para los esfuerzos y momentos son los mismos por tal razón ya no se pusieron.

Para comparar su comportamiento con el de una viga, se calculará la capacidad de carga de una viga rectangular simplemente armada, con una área transversal igual al área que proporciona el modelo, además de conservar la misma continuidad de acero de tensión.

Entonces la viga tendrá las dimensiones que se muestran en seguida:



1.- Cálculo del eje neutro

$$bkd \left(\frac{Kd}{2} \right) - n A_s (d - Kd) = 0$$

$$14 \left(\frac{Kd}{2} \right)^2 - 15 (0.267) (18 - Kd) = 0$$

$$7 (Kd)^2 + 4 Kd - 72 = 0$$

Resolviendo se encuentra que $Kd = 2.93$ cm.

2.- Cálculo de la compresión y la tensión

$$C = \frac{1}{2} f_c (Kd) b = \frac{1(90) \times (2.93) 14}{2} = 1846 \text{ Kg}$$

$$T = A_s f_s = 0.267 (2600) = 694 \text{ Kg}$$

$$Jd = d - \frac{Kd}{3} = 18 - 2.93 = 15.07 \text{ cm}$$

Entonces el momento resistente de la sección es:

$$M_r = T j d = 694 \times 15.07 = 10458 \text{ Kg-cm}$$

Como puede deducirse, el momento resistente que proporciona la placa plegada es mayor que el momento resistente de la viga rectangular, con la misma área de concreto y cantidad igual de acero.

Podría hacerse más ancha la viga, pero para obtener la misma área su peralte sería menor con lo que se reduce el brazo, y por consiguiente su momento resistente sería menor.

Por otra parte, si se aumenta el brazo, aumentando el peralte, nos resultaría una viga muy delgada; por ejemplo, para obtener el mismo brazo que en la placa plegada, de 19.15 cm. tendríamos que dar a la viga un peralte de aproximadamente 22.0 cm, esto nos mandaría un ancho de viga de 12.3 cm. Entonces, considerando su ancho y peralte, sería una viga

delgada que podría tener problemas más fácilmente que la viga propuesta.

La gráfica $P-\Delta$ de una viga, es similar al de una placa plegada con una etapa inicial elástica, enseguida inelástica, y luego la falla.

Capítulo VI

Otros aspectos importantes

Los diafragmas

Es de mucha importancia el considerar los elementos de apoyo sobre los que descansarán las placas, ya que de ellos dependerán las deformaciones, rotaciones y distribución de esfuerzos que se produzcan en las placas.

Estos elementos de apoyo se conocen con el nombre de diafragmas y se suponen muy rígidos en su plano pero flexibles en la dirección normal a él.

Las placas plegadas pueden tener diafragmas a lo largo de los bordes de las placas como se muestra en la Fig. (6.1), o también diafragmas en los extremos o a intervalos intermedios de la sección transversal completa de la estructura Fig. (6.2)

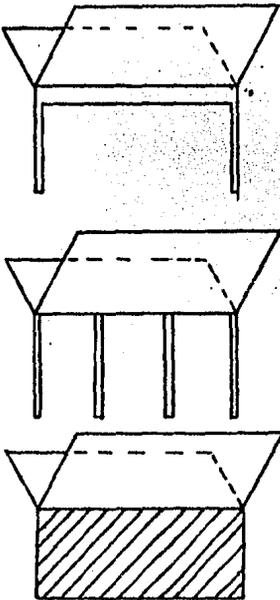


Fig. (6.1)

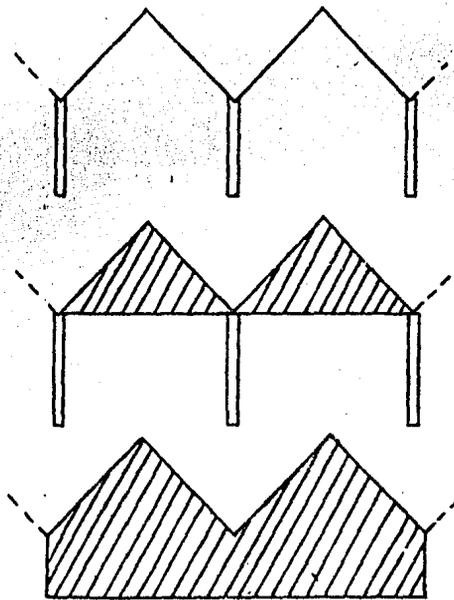


Fig. (6.2)

Se distinguen principalmente dos tipos de diafragmas y son:

- a) Diafragmas completamente rígidos (Porciones Salidas) Fig. (6.3)

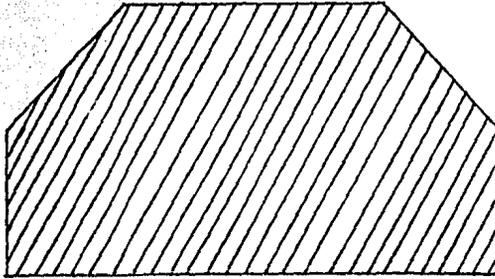


Fig. (6.3)

b) Diafragmas elásticos Fig. (6.4)



Fig. (6.4)

En realidad no hay un material completamente rígido, pero a el primer tipo de diafragma se le llama completamente rígido debido a que este tipo de diafragma es una muy razonable aproximación, lo cual se justifica mediante el hecho de que las deformaciones de los diafragmas son insignificamente pequeños en comparación con las deformaciones en otras estructuras.

La acción de un diafragma es tomada en cuenta de la siguiente manera:

Al apoyarse los extremos de las placas sobre el diafragma, se introducen en las estructuras fuerzas de reacción, lo cual ocasionará deformaciones tanto en las placas como en el diafragma. Entonces, dependiendo de la rigidez del diafragma se reducirá la deformación en un gran o menor grado. O sea, reducen la distorsión que pudiera tener la sección transversal de la estructura plegada, se reducen los momentos transversales y afecta la magnitud (disminuyéndola) y distribución de los esfuerzos longitudinales.

La solución estructural, que se le de apoyo tendrá una influencia definitiva sobre la forma de trabajo de éste. Por lo que la solución podrá variar desde la más simple pero segura, hasta lo más complejo que se quiera.

En la Fig. (6.5) se pueden ver algunos ejemplos de diafragmas, variando la posición de las columnas y la forma del diafragma.

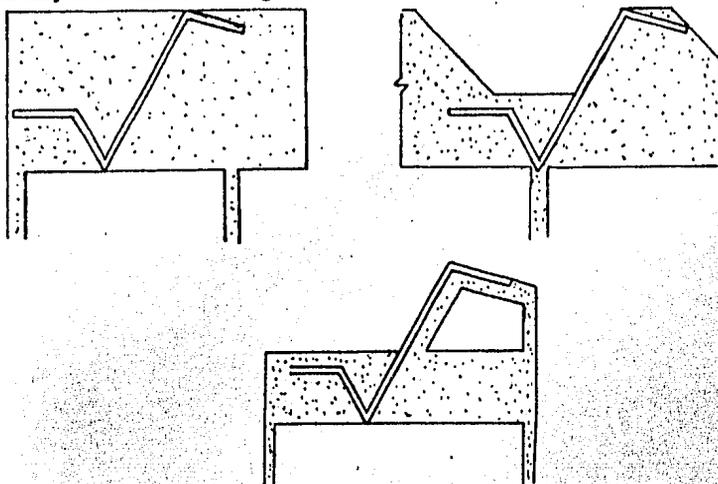


Fig. (6.5)

Diferentes opciones en la forma de un diafragma para una misma placa plegada.

Placas Plegadas Continuas

Las estructuras de placa plegada continuas son muy comunmente empleadas para techos en donde se desea cubrir claros muy grandes, de tal manera que si se quisiera cubrir con una placa plegada de un solo espacio, ésta presentaría problemas, como lo son: deformaciones considerables en el centro del claro, requeriría de un gran espesor, demasiado acero de refuerzo para poder resistir la tensión producida por la flexión, haciéndolo antieconómico, etc.

Entonces se hace necesario utilizar apoyos intermedios para poder realizar la estructura más económica y funcional.

En general se han publicado muchos escritos con diferentes técnicas para el análisis de estructuras de placa plegada, pero todos ellos basados en el análisis de la acción estructural de placas plegadas simplemente apoyadas de un solo espacio.

Hay muy pocos métodos en los que se considera el análisis de estructuras plegadas continuas.

Las placas plegadas continuas han sido analizadas por Yitzhaki, estudiando cada espacio individualmente, suponiendo condiciones extremas idealizadas, ya sea empotradas, libres o simplemente apoyadas.

Debido a que la estructura continua no es tratada como una unidad, y además la continuidad de la estructura sobre los apoyos transversales es indebidamente restringido por una

condición de empotramiento, el análisis ofrece sólo una solución aproximada del comportamiento de la estructura continua.

También como se menciona en (11) Sharma y Goyal han considerado el análisis de estructuras plegadas continuas utilizando la misma técnica de estudio hecha por Yitzhaki.

Un estudio experimental de un modelo de placa plegada continua en aluminio se presenta en (11), cuyo propósito principal es el de establecer una rectificación experimental del método general de análisis presentado por Beaufait para la solución de la acción estructural de placas plegadas continuas.

En la misma referencia (11) aparecen los diagramas de los esfuerzos longitudinales y momentos transversales, tanto de los resultados obtenidos experimentalmente como los resultados del análisis teórico.

No se desarrollará ningún método de análisis de placas plegadas continuas ya que sólo el propósito es estudiar las simples, pero si se desea profundizar en el análisis de este tipo de estructuras, en (9) se desarrolla el método propuesto por Simpson, o si no en (8) se encuentra el método desarrollado por A.J. Ash Down.

Capítulo VII

Proceso Constructivo

Considerar el lado práctico de la construcción de placas plegadas es importante, debido a que constituye una considerable proporción del costo total de la estructura.

Por tal razón a continuación se reúnen algunos puntos importantes de considerar en el proceso constructivo, y así evitar problemas de construcción que se pudieran tener.

Materiales:

Concreto.

Como ya se había mencionado anteriormente que las estructuras plegadas son estructuras de espesores pequeños, y además de que en ocasiones hay la necesidad de colocar dos capas de refuerzo en este peralte tan pequeño, es importante limitar el tamaño del agregado grueso (grava) para asegurar un total y adecuado recubrimiento del acero de refuerzo.

Las mezclas de concreto normalmente van de una relación 1:2:4 a 1:1 1/2:3, esto dependiendo de la resistencia de trabajo necesaria en el concreto y del tamaño de la estructura.

La relación agua cemento deberá de ser seleccionada de tal forma que dé, no sólo la resistencia deseada sino que también proporcione la trabajabilidad necesaria para asegurar un fácil manejo, esto es debido a que no es conveniente el vibrado en este tipo de estructuras. Sin embargo en ciertas estructuras de mayor tamaño, en donde las condiciones de diseño piden alta resistencia del concreto y éste debido a la baja relación agua-cemento que se tenga que usar, lo haga muy tosco, se tienen que utilizar vibradores especiales.

Hay ocasiones en que las pendientes de las placas son grandes, para este caso es necesario utilizar concreto lanzado a presión neumática, agregándose capas de concreto en forma gradual, hasta llegar al espesor requerido.

Refuerzo.-

Los tamaños del refuerzo a utilizar se limitan a los comprendidos entre un cuarto y media pulgada de diametro de varilla, para asegurar un recubrimiento adecuado de éste, tanto en la parte superior como en la inferior, o cuando sea posible podrá utilizarse malla electrosoldada.

Es probable que las partes de acero parezcan complicadas en los planos, pero en realidad el acero es más elaboradamente detallado que para el caso de una losa convencional. Por lo tanto requerirá un alambrado muy cuidadoso, mayor trabajo y más estricta supervisión.

Se debe permitir que el refuerzo a lo largo de la placa, sobresalga en los extremos, de tal manera que pueda doblarse fácilmente y anclarse dentro de los diafragmas.

Generalmente el armado se hará en forma de mallas entrelazadas, lo cual podrá ser aprovechado para entrelazar y armar en el terreno los aceros más pesados, y posteriormente ser colocados en su lugar mediante una grúa.

Obra falsa y cimbra.-

Existen varias formas de realizar el cimbrado y obra falsa, pero la más común es la siguiente:

Básicamente, la obra falsa se construye de un armazón de madera ligera o una plataforma tubular de trabajo sobre la que descansará el cofre de la cimbra.

El cofre de la cimbra se podrá hacer de triplay, cartón comprimido o lámina de acero, con lo que se logrará un acabado bueno en el lado interior de la estructura.

La Fig. (7.1) representa un esquema típico de obra falsa y cimbra de madera.

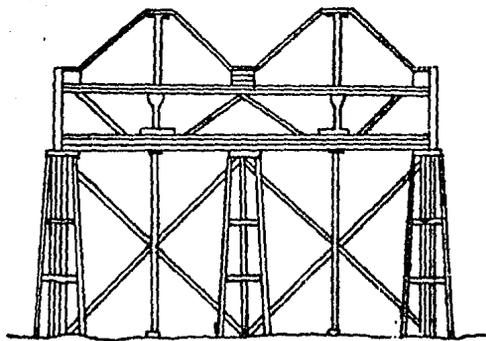


Fig. (7.1)

Las formas de cimbra necesarias para la construcción de placas plegadas es en muchos aspectos similar a las que se necesitan para cascarones cilíndricos. Sin embargo presentan más pocas dificultades, ya que no requieren de arcos curvos o utilización de cerchas para su construcción. Sólo necesitan miembros resistentes, con lo que el costo se hace apreciablemente menor.

También existen obras falsas móviles que consisten en construir una serie de unidades con el perfil o forma del cofre, igual al de la forma que se pretenda que adopte la estructura, la altura se ajusta por medio de gatos o accesorios de cremallera o una parte del armazón u obra falsa, se monta sobre carretillas que corren sobre rieles, y así la cimbra puede ser movida o también elevada o bajada.

Con este tipo de obra falsa, las carretillas son movidas hasta la posición requerida, y elevada a la altura necesaria y entonces colada la estructura. Después del tiempo suficiente en que ya el concreto en la estructura tiene una buena resistencia, el descimbrado es llevado a cabo simplemente con bajar la obra falsa con las carretillas. Se lleva a una nueva posición para comenzar el colado de un nuevo tramo.

Para producir continuidad en el colado, necesita usarse por lo menos dos de tales obras falsas.

La Fig. (7.2) muestra un esquema de este tipo de obra falsa y cimbra.

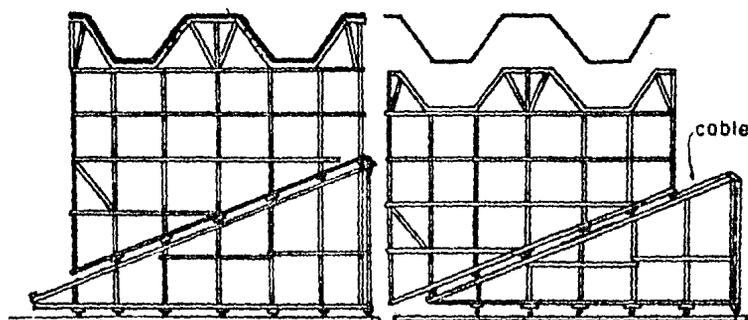


Fig. (7.2) Obra falsa y cimbra móvil.

Es necesario que la cimbra haya estado bien limpia y aceitada para facilitar el descimbrado.

Para profundizar más en los aspectos relacionados con el proceso constructivo, se puede consultar las referencias (6, 9, 16).

CONCLUSIONES

Este trabajo está enfocado a ser una referencia didáctica, de tal forma que pueda ser una ayuda a las personas que se interesen en el tema, y a la vez, despertar su interés.

Las principales conclusiones del trabajo son las siguientes:

- 1.- Se recomienda utilizar estructuras plegadas principalmente en cubiertas o techos, debido a que sobre éstos se han desarrollado la mayoría de los escritos hasta ahora realizados.
- 2.- El método de la viga, aunque algunos proponen aplicarlo a estructuras plegadas formada de unidades repetidas; pero considerando los resultados obtenidos en los ejercicios del capítulo (3), se observa que hay una mayor semejanza de resultados para el caso del cascarón prismático, por lo que habría que someterlo a una mayor investigación. Es por lo que no se recomienda como método de análisis, además de que no proporciona información sobre las unidades extremas de la estructura.
- 3.- Aunque los resultados obtenidos por el método de la P.C.A. y el método basado en el teorema de los tres cortantes son parecidos en los ejemplos, es recomendable utilizar este último en estructuras plegadas formada de unidades repetidas, ya que en ese caso los desplazamientos de los pliegues son muy pequeños, y al considerar los pliegues como apoyos fijos no se incurre en errores grandes.
- 4.- Las diferencias existentes entre los resultados obtenidos por el método de la P.C.A. y Teorema de los tres cortantes, son debido a que sólo se considera en este último, el estado en que los pliegues actúan como apoyos fijos, cuando debería de sumársele el estado en el cual los pliegues se desplazan, con ésto sería un método mejor fundamentado y aplicable a cualquier estructura plegada simple.
- 5.- De los métodos de análisis vistos, se recomienda utilizar en la práctica profesional el que propone la P.C.A. para cualquier estructura plegada simple para techo, debido a su fácil aplicación y mejores fundamentos en su desarrollo teórico.
- 6.- Es aconsejable que cuando se desarrolle algún trabajo sobre estructuras plegadas, se realicen estudios experimentales, para obtener una mejor visión de su comportamiento tan especial.
- 7.- Otra posibilidad que requiere de un trabajo de investigación adicional, es el uso del concreto presforzado en la construcción de cubiertas plegadas, ya que permitiría cubrir claros más grandes con mejores secciones.

BIBLIOGRAFIA

- 1.- Direct Solution of folded plate concrete roofs
Advanced Engineering Bulletin No. 3
Portland Cement Association, 1960
- 2.- Journal of the Structural Division, diciembre 1963
Phase I Report on Folded Plate Construction
- 3.- Journal of the Structural Division, enero de 1979
Folded Plate Structures
- 4.- Hipped plate construction Journal ACI, enero 1948
- 5.- D. Yitzhaki, "Prismatic and cylindrical shells Roofs"
Haita Scienus Publishers, Israel, 1958
- 6.- Journal of the Structural Division, octubre 1959
The Designs of Folded Plates
- 7.- Monografía "Estructuras plegadas", IPN, 1964
- 8.- "The Designs of Prismatic Structures"
A.J. Ashdown Concrete Publication Ltd., London, 1954
- 9.- Design and Construction of Concrete Shell Roofs
G.S. Ramaswamy, 1958
- 10.- Journal of the Structural Division, octubre 1959
Reinforced Concrete Folded Plate Construction
- 11.- Journal of the Structural Division, febrero 1966
Experimental Analysis of Continuous Folded Plates
- 12.- Concreto Diseño Plástico, Teoría Elástica, 2a. Edición, mayo 1982
Marco Aurelio Torres Herrera
- 13.- Journal of the American Concrete Institute, febrero 1961
Ultimate Strength of Folded Plates
- 14.- Cascarones de Concreto IMCYC, 1973-1974
Arq. Juan Antonio Tonda
- 15.- Análisis, Cálculo y Diseño de las Bóvedas de Cascara

Ing. Alfonso Olvero López
- 16.- The Design of Shell Roofs, agosto 1962
J. E. Griñson

17.- **Folded Plates: (Hipped/Plate) Structures**
Joachim Born

18.- **Diseño de Cascarones, marzo 1962**
Albin Chronowicz

19.- **Estructuras de Hormigón**
Winter, George

20.- **"Some experiments and the mechanism conditions of reinforced concrete prismatic folded Plate structures"**
A. Enami, 1964

NOMENCLATURA

C_{mp}	Carga muerta de placa
C_{mv}	Carga muerta de viga
C_{vh}	Carga viva placa horizontal
c_{vi}	Carga viva placa inclinada
γ_c	Peso específico del concreto
c_m	Carga muerta
c_v	Carga viva
h	Ancho de placa
t, e	Espesor de placa
M	Momento flexionante
Q	Carga de placa
$C.G.$	Centro de gravedad
I	Momento de inercia
I_T	Momento de inercia de toda la sección transversal
S	Módulo de sección elástica
M_{on}	Momento flexionante debido a la acción de placa
T_n	Fuerza cortante en el pliegue
A_n	Area de la sección transversal de una placa
K, r	Rigidez
A_s	Area de acero de una varilla
λ	Longitud de un tramo típico
ρ	Longitud de un tramo determinado para encontrar su peso

σ_n = Proyección horizontal de las placas

P = Cargas en las uniones

ϕ, β = Angulo formado por una horizontal y la placa

E_c - Módulo de elasticidad del concreto

E_s - Módulo de elasticidad del acero

n - Relación modular