

14

2 GUA



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Escuela Nacional de Estudios Profesionales
"ARAGON"

**"PROYECTO DE UN EDIFICIO DE
13 NIVELES CON ENTREPISOS
RETICULARES"**

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
PRESENTAN

VICENTE HERNANDEZ SANCHEZ
VICTOR MANUEL PRESILLA JUAREZ

SN. JUAN DE ARAGON, EDO. DE MEXICO

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

INTRODUCCION 1

CAPITULO I

Análisis por cargas verticales.

- 1.1.- Criterio para determinar las cargas actuantes. 4
- 1.2.- Determinación de cargas actuantes. 4
- 1.3.- Bajada de cargas. 10
- 1.4.- Cálculo de las propiedades elásticas de los marcos. 12
- 1.5.- Análisis de marcos. 13
- 1.6.- Comparación entre resultados obtenidos por el análisis por computadora STRUDL y el análisis manual. 20

CAPITULO II

Análisis sísmico estático.

- 2.1.- Generalidades. 21
- 2.2.- Clasificación de la estructura. 22
- 2.3.- Análisis sísmico estático. 24
- 2.4.- Determinación del peso total por nivel y cálculo del centro de gravedad. 26
- 2.5.- Cálculo de la fuerza sísmica actuante. 30
- 2.6.- Rigideces de entrepiso. 33

2.7.-	Centro de torsión y excentricidad.	40
2.8.-	Distribución de la fuerza cortante sísmica.	41
2.9.-	Análisis por cargas horizontales.	47

CAPITULO III

Discusión sobre el comportamiento de losas reticuladas ante sismo.

3.1.-	Generalidades.	51
3.2.-	Criterios para el análisis de este tipo de sistema.	52
3.3.-	Transmisión de momento entre columnas y losas planas.	54
3.4.-	Aplicación al proyecto.	58

CAPITULO IV

Análisis sísmico dinámico.

INTRODUCCION

4.1.-	Oscilación del sistema con múltiples grados de libertad.	63
4.2.-	Obtención de las características dinámicas de un sistema de n grados de libertad.	72
4.3.-	Combinación de modos naturales. Cálculo de los coeficientes de participación.	87
4.4.-	Conclusiones.	101

CAPITULO V

Análisis y diseño de la cimentación.

5.1.-	Estudio de mecánica de suelos.	102
5.2.-	Análisis de la cimentación.	105

5.3.-	Revisión por momento de volteo.	117
-------	---------------------------------	-----

CAPITULO VI

Diseño de la superestructura.

6.1.-	Diseño de nervaduras.	125
6.2.-	Revisión del peralte mínimo de la losa.	137
6.3.-	Ejemplo de diseño de columnas.	139
6.4.-	Diseño del muro de concreto en el eje 4 (M-1)	141
6.5.-	Revisión del cortante en muros de mampostería.	143

CAPITULO VII

	Análisis del comportamiento ante sismos reales.	145
	Bibliografía.	149

I N T R O D U C C I O N

El presente trabajo, se avoca al análisis y diseño estructural de la cimentación y superestructura de un edificio destinado a departamentos en condominio.

Este edificio ubicado en Descartes No. 33, Colonia Anzures, México, D. F., consta de:

Sótano, planta baja, diez niveles tipo, un pent-house y un nivel de servicios.

El sótano y la planta baja se usarán como estacionamiento, los siguientes diez niveles son tipo y constan de dos departamentos cada uno. Cada departamento se forma de sala-comedor, cocina, desayunador, - - tres recámaras y dos baños completos.

Los niveles once y doce son pent-house. El nivel trece es de servicio doméstico. Sus circulaciones verticales son escaleras y elevador. Se adjuntan planos arquitectónicos de la planta baja, planta tipo, pent-house, cortes y fachada.

De acuerdo con el proyecto arquitectónico la altura libre de entrepiso debe ser de 2.30 m. y la altura de eje a eje es de 2.70 m. por lo tanto se elige construir la superestructura a base de losas reticulares de concreto reforzado que transmitan la carga directamente a las columnas.

Se usarán además muros de rigidez al corte del mismo material para controlar las deflexiones excesivas que se pudieran presentar por efecto de sismo.

En cuanto a la cimentación, debido a que se localiza en la zona II (zona de transición), es decir suelos compresibles de espesor entre 3 y 20 m. y de acuerdo a los estudios de mecánica de suelos se requerirá - pilotear la obra para minimizar los hundimientos.

El tipo de pilotes elegido es de fricción-punta, con objeto de aprovechar al máximo las características del terreno.

Para evitar la emersión de la obra, se utilizará un cajón de cimentación formado por una losa corrida de cimentación con contratraves y - muros de lindero de concreto reforzado.

En el desarrollo de esta tesis, se utilizará en general las especificaciones que impone el Reglamento de Construcciones para el Distrito - Federal vigente, que a lo largo de este trabajo se abreviará RCDF, haciéndose mención oportunamente cuando se utilicen otras especificaciones.

En el Capítulo I se presenta el análisis por cargas verticales, considerando la carga muerta debido al peso de los elementos estructurales, al peso de elementos no estructurales, incluyendo las instalaciones y - la carga viva (fuerzas gravitacionales que no tienen carácter permanente y que obren en la construcción).

El Capítulo II está dedicado a un análisis sísmico estático, tomando en consideración la clasificación de la construcción según su uso, - la zonificación del terreno y la reducción por ductilidad de la estructura.

En el Capítulo III se presenta una discusión sobre el comportamien-

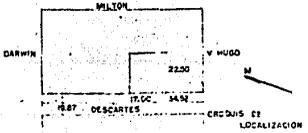
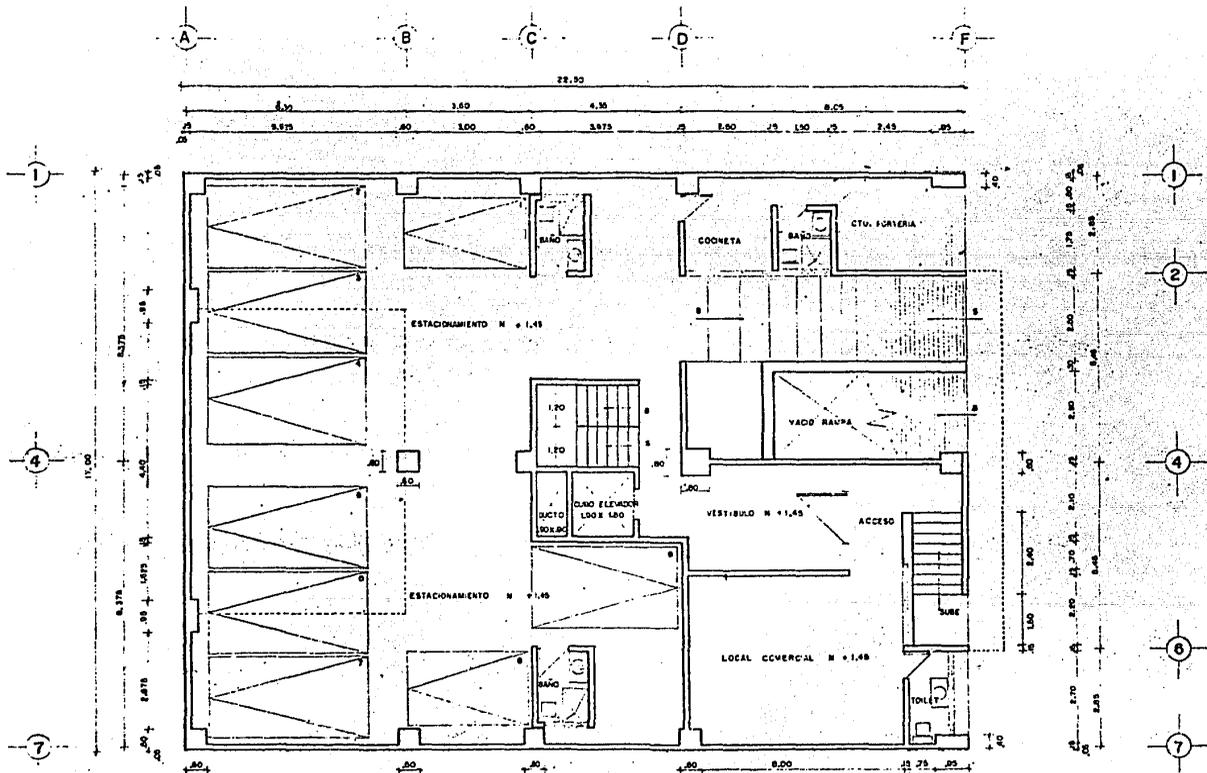
to de los entrepisos formados por losas reticulares ante sismo.

El Capítulo IV fué destinado a un análisis sísmico dinámico considerando el efecto de los tres primeros modos de vibración.

Los Capítulos V y VI se dedican al análisis y diseño de la cimentación y diseño de la superestructura respectivamente.

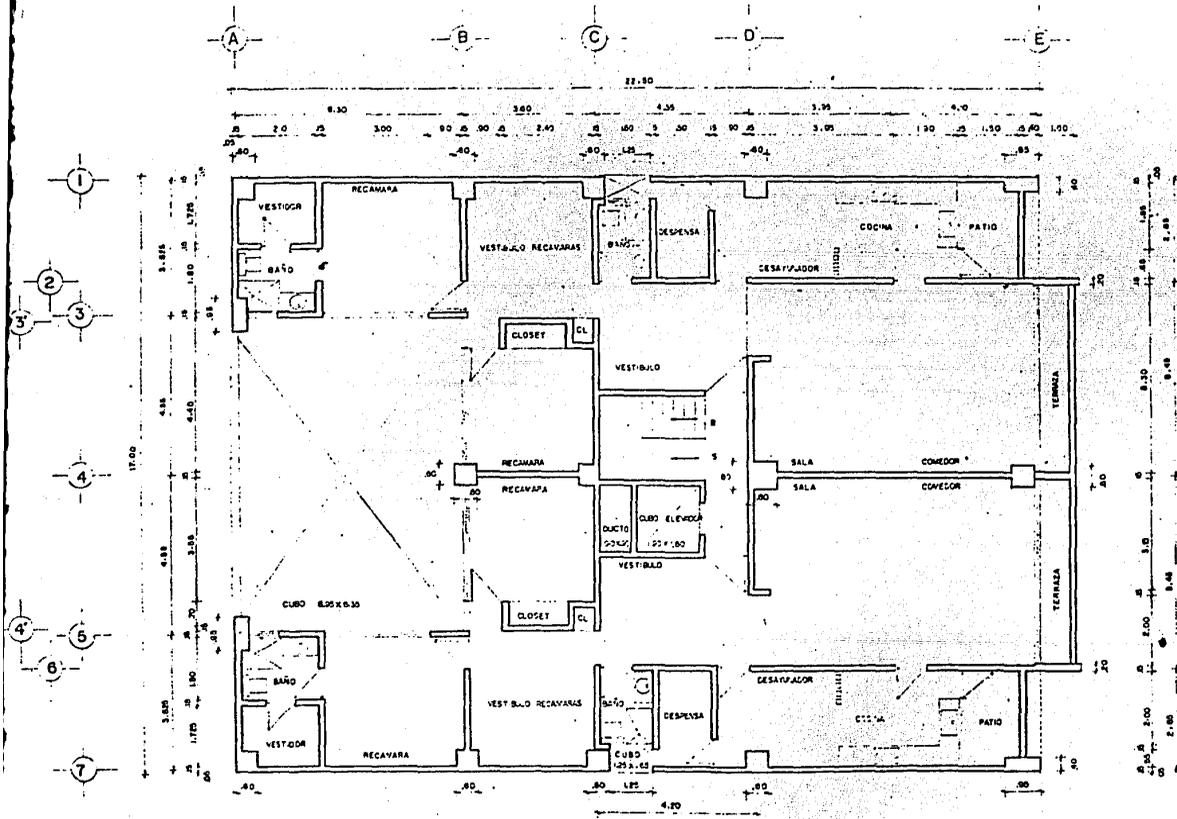
La cimentación se analizó en dos direcciones considerándola como una viga flotante. El diseño de los elementos estructurales de la cimentación así como de la superestructura se realizaron de acuerdo al método plástico.

Finalmente en el Capítulo VII se presenta un análisis del comportamiento del edificio ante sismos reales así como las conclusiones.



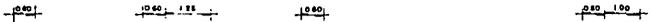
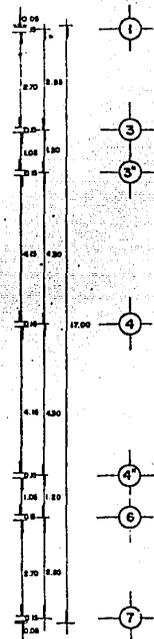
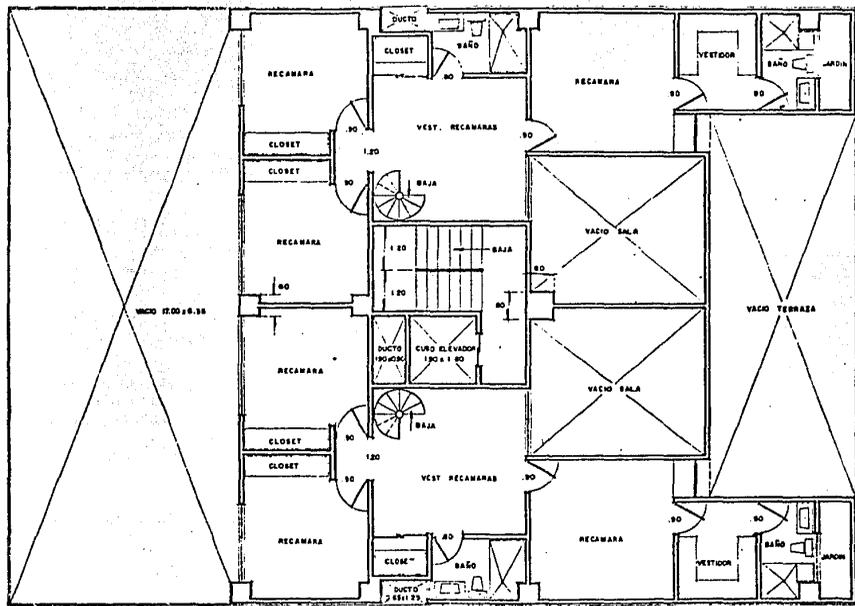
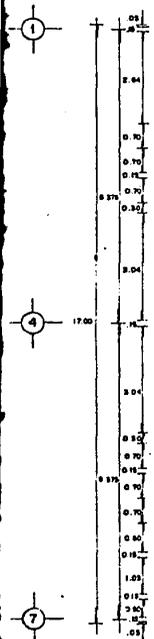
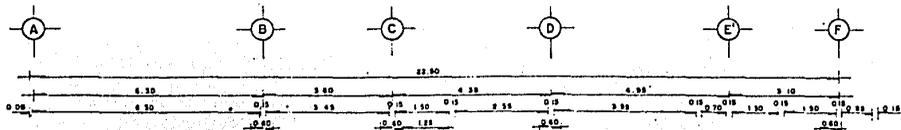
CONDOMINIO DESCARTES		E N P	
U N A M	PLANTA ACCESO	NIV. + 1,45	
	Auto	Descartes	33 Arce
	Apart	Humberto	Sanjosé
	Procto	Jorge	Victor
TESTE PROFESIONAL		ERAGON	



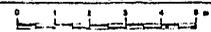


CONDominio DESCARTES		
U N A M	PLANTA	TIPO
	Ubc. Descartes 33	2-4-1965
	Auto: Harboza	6-1965
	Plas 3	2-1965
YESIE PROFESIONAL		ARAON





CONDOMINIO DESCARTES		
U	UBICACION	DESCARTES 33 ANZURES D.F.
EA	MANEJO	MANEJO GASTOS VARIOS
EA	PLAZA	PLAZA JUSTO VIZCARRA
	TECNOLOGIA	TECNOLOGIA PROFESIONAL
		PENT HOUSE



ANALISIS POR CARGAS VERTICALES

1.1 Criterio para determinar las cargas actuantes.

Acción es todo agente externo o inherente a la estructura y/o a su funcionamiento cuyos efectos en la misma pueden hacer que ésta alcance un estado límite.

Para fines de diseño, las acciones se presentan usualmente por medio de sistemas de cargas y/o deformaciones cuyos efectos sobre la estructura se supone equivalentes a los de las acciones reales.

En el diseño de una estructura deberá considerarse el efecto combinado de todas las acciones que tengan una probabilidad no despreciable de ocurrir simultáneamente.

Las acciones se clasifican de acuerdo con la duración en que obran sobre una estructura con su intensidad máxima.

Se consideran tres categorías:

- 1) Acciones permanentes. Son aquellas que obran en forma continua sobre la estructura y cuya intensidad puede considerarse que no varía con el tiempo.
- 2) Acciones variables. Son las que actúan sobre una estructura con una intensidad variable en el tiempo.
- 3) Acciones accidentales. Estas no se deben al funcionamiento propio de la construcción y pueden alcanzar valores significativos solo durante lapsos breves.

1.2 Determinación de cargas actuantes.

- a) Cargas permanentes.

Carga muerta. Dentro de ésta se considera el peso propio, tanto de los elementos estructurales como no estructurales, incluyendo instalaciones y equipo que ocupen una posición fija y permanente en la construcción, y el peso estimado de los elementos que posteriormente puedan colocarse en forma permanente.

A fin de valuar el peso propio de la estructura se hace un proporcionamiento preliminar de la misma. Se suponen losas reticulares con un peralte total de 35 cm. cuya distribución de huecos se muestra en los planos adjuntos, así como las dimensiones de las columnas y espesores de muros de concreto y mampostería.

En la determinación de la carga muerta actuante sobre la estructura se consideraron los pesos volumétricos especificados en el RCDF y que a continuación se enlistan:

<u>Material</u>	<u>Peso volumétrico</u> <u>(ton./m³.)</u>
Concreto reforzado	2.40
Mortero de cemento y arena	2.10
Aplanado de yeso	1.50
Bloque hueco de tabique ligero	1.30
Tabique rojo común	1.70
Mosaico de terrazo	Peso en kg/m ² .
30 x 30	55

Según el artículo 224 del RCDF el peso muerto calculado de losas de concreto de peso normal coladas en el lugar se incrementará en 20 kg/m^2 . Cuando sobre una losa colada en el lugar o precolada, se coloque una capa de mortero de peso normal, el peso calculado de esta capa se incrementará también en 20 kg/m^2 , de manera que en las coladas en el lugar que llevan una capa de mortero, el incremento total será de 40 kg/m^2 .

Tratándose de losas y capas de mortero que posean pesos volumétricos diferentes del normal, estos valores se modificarán en proporción a los pesos volumétricos.

Los muros partitorios se considerarán con fines de análisis como una carga uniformemente repartida en el área del nivel respectivo.

b) Cargas variables.

Cargas vivas. Son aquellas cargas gravitacionales que obran en una construcción y que a diferencia de las cargas muertas, no tienen el carácter de permanente. Estas cargas son esencialmente variables -- como pueden ser, el peso de las personas que ocupan la construcción, los muebles, equipos, etc.

En vista del carácter aleatorio de este tipo de cargas se impone una solución probabilística para definir una carga uniforme que dentro de -- ciertos márgenes de seguridad sea equivalente a la esperanza de cargas, concentradas o repartidas aplicables en la estructura.

Intuitivamente, podemos pensar que la carga viva depende del des

tino que vaya a tener la construcción y en el caso de edificios también dependerá del área tributaria.

Según el artículo 227 del RCDF las cargas vivas unitarias nominales no se considerarán menores que las que se enlistan a continuación, donde A representa el área tributaria en m^2 , correspondiente al elemento que se diseña.

Destino de piso o cubierta	W	Wa	Wm
I.- Habitación (casa habitación, apartamentos, viviendas, - dormitorios, cuartos de hotel, internados de escuelas, cuarteles, cárceles correccionales, hospitales y similares), oficinas, despachos y laboratorios.	70	90	$120+420 A^{-1/2}$
II.- Cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5%	15	70	100
III.- Garages y estacionamientos para automóviles exclusivamente.	40	100	150
IV.- Volados en vía pública (marquesinas, balcones y similares).	15	70	300

En los valores enlistados anteriormente se definen: La carga viva - máxima W_m que se deberá emplear para diseño estructural por fuerzas - gravitacionales y para calcular asentamientos inmediatos en suelos, así como en el diseño estructural, ante cargas gravitacionales, de los elementos.

La carga instantánea W_a que se deberá usar para diseño sísmico y por viento, y cuando se revisen distribuciones de carga más desfavorables que la uniformemente repartida sobre toda el área.

La carga media W se deberá emplear en el cálculo de asentamientos diferidos en materiales poco permeables (limos y arcillas) saturados.

Según el RCDF por lo menos en una estancia o sala-comedor de las que contribuyen a la carga de una viga, columna u otro elemento estructural de una casa habitación, edificio de apartamentos o similar, debe considerarse para diseño estructural $W_m = 250 \text{ kg/m}^2$, y en las demás - según corresponda al área tributaria en cuestión.

A continuación se presenta el cálculo de la carga por unidad de área para el nivel tipo (1 - 10).

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Area de la losa} & 16.90 \times 22.45 & = 379.41 \text{ m}^2. \\
 + & 11.15 \times 1.0 & = 11.15 \text{ m}^2. \\
 - & 4.6 \times 3.1 & = -14.26 \text{ m}^2. \\
 - & 6.3 \times 9.1 & = -57.33 \text{ m}^2. \\
 & & \underline{\quad \quad \quad} \\
 & & = 318.97 \text{ m}^2.
 \end{array}$$

$$\text{Vol. losa maciza} = 318.97 \times 0.35 = 111.64 \text{ m}^3.$$

$$\text{Vol. block tabique ligero} = 0.6 \times 0.6 \times 0.3 \times 490 = 52.92 \text{ m}^3.$$

$$\text{Vol. de concreto de losa} = 111.64 - 52.92 = 58.72 \text{ m}^3.$$

$$\text{Peso losa nerv.} = 58.72 \times 2.4 + 52.92 \times 1.3 = 209.72 \text{ ton.}$$

$$W \text{ losa nerv.} = \frac{209.72}{318.97} = 0.660 \text{ ton./m}^2.$$

$$\text{carga muerta adicional (RCDF)} = 0.02 \text{ ton./m}^2.$$

$$\text{firme de mortero 1 cm. } 0.02 \times 2.1 = 0.042 \text{ ton./m}^2.$$

$$\text{carga muerta adicional (RCDF)} = 0.02 \text{ ton./m}^2.$$

$$\text{mosaico de terrazo} = 0.055 \text{ ton./m}^2.$$

$$\text{plafón} = 0.025 \text{ ton./m}^2.$$

Muros partitorios

$$\text{Long. muros (2.4m.)} = 91.9 \times 2.4 \times 0.25 = 55.14 \text{ ton.}$$

$$\text{Long. muros (0.7m.)} = 32.6 \times 0.7 \times 0.25 = 5.705$$

$$\text{Murete (1.7m.)} = 5.4 \times 1.7 \times 0.25 = \frac{2.295}{63.140 \text{ ton.}}$$

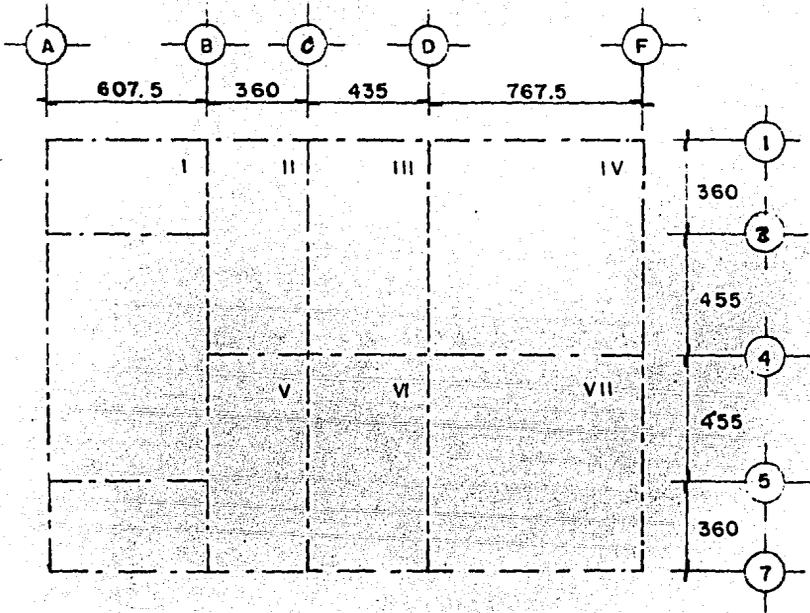
$$W = \frac{63.14}{318.97} = 0.198 \text{ ton./m}^2.$$

$$CM = 1.02 \text{ ton./m}^2.$$

Según el RCDF las cargas vivas unitarias nominales para un piso destinado a habitación no se considerarán menores que $120+420 A^{-1/2}$ donde A representa el área tributaria en m^2 , correspondiente al elemento que se diseña.

DEFINICION DE ENTRE-EJES

NIVELES PLANTA BAJA , 1-9



NIVEL 10

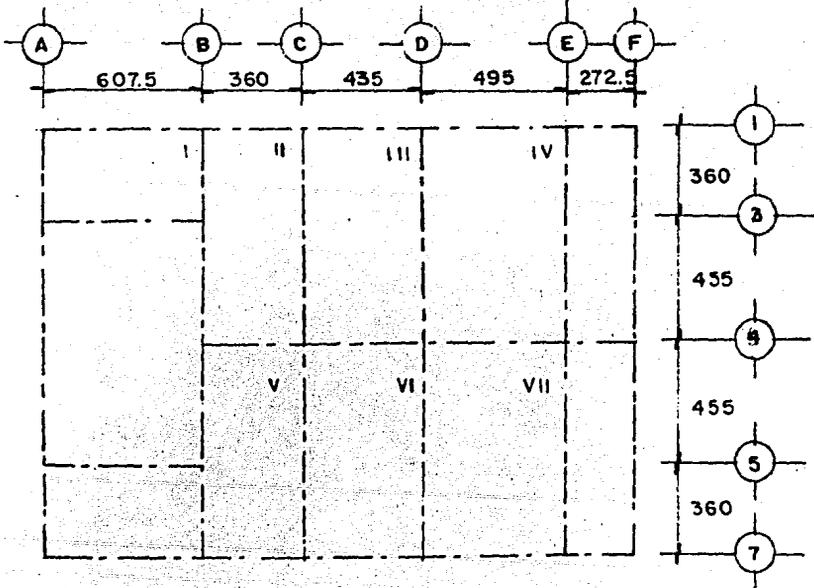


FIG. 1.1

Considerando el tablero II, (fig. 1.1) que es el más crítico tenemos un área tributaria igual a $A = 8.15 \times 3.60 = 29.34 \text{ m}^2$.

$$CV = 120 + 420 (29.34)^{-1/2} = 197.5 \text{ kg/m}^2.$$

pero como dentro de las observaciones del mismo RCDF dice que por lo menos en una estancia o sala-comedor debe considerarse $W_m = 250 \text{ kg/m}^2$. y en las demás según corresponda al área tributaria en cuestión, tomaremos este valor uniforme en todos los niveles que sirvan de habitación, ya que según el área del tablero más crítico se obtiene una carga viva menor.

$$W \text{ total (PB-10)} = 1.02 + 0.250 = 1.270 \text{ ton/m}^2.$$

RESUMEN

<u>Nivel</u>	<u>(ton./m²)</u> <u>Carga muerta</u>	<u>(ton./m²)</u> <u>Carga viva</u>	<u>(ton./m²)</u> <u>Carga total</u>
14 y 13	0.540	0.100	0.640
12	1.64	0.100	1.74
11	1.142	0.250	1.340
10-PB	1.02	0.250	1.270

NOTA:

El peso de los apéndices (niveles 14 y 13) con fines de análisis se consideró como uniformemente distribuido sobre el nivel 12.

1.3 Bajada de cargas.

Método del marco equivalente.

1) Para efectuar el análisis por cargas verticales, se usó el método del marco equivalente que se presenta en el Reglamento ACI - 318-77, en el cual se considera que la estructura está constituida por marcos equivalentes sobre ejes de columna considerados longitudinal y transversalmente a través de la estructura.

2) Cada marco debe consistir en una hilera de columnas o apoyos equivalentes y franjas de vigas-losas limitadas lateralmente por el eje central del tablero a cada lado del eje de columnas o apoyos.

3) Los marcos adyacentes y paralelos a un borde deben estar limitados por el borde y el eje central del tablero adyacente.

4) Cada marco equivalente puede analizarse en su totalidad o para carga vertical se puede analizar por separado cada piso y techo (viga-losa) con las columnas, considerando empotrados los extremos de éstas.

Sistemas de Vigas-losa.

1) El momento de inercia del sistema de viga-losa en cualquier sección transversal fuera del nodo o capitel de la columna se puede basar en el área total de concreto.

2) Debe tomarse en cuenta la variación del momento de inercia en los sistemas de viga-losa a lo largo de sus ejes.

3) El momento de inercia del sistema de viga-losa del centro de la columna a la cara de la columna deberá suponerse igual al momento de inercia de viga-losa en la cara de la columna, dividido entre - - -

$(1-C_2/L_2)^2$, donde C_2 es la dimensión de una columna, medida transversalmente a la dirección del claro para el cual se determinan los momentos, (cm) y L_2 es la longitud del claro transversal a la dirección del plano para el cual se determinan los momentos, medida de centro a centro de los apoyos.

A continuación se presenta en la figura 1.2 la distribución de cargas, de acuerdo a las franjas viga-losa citadas anteriormente para el marco - eje 1-7.

Nivel 12

$$W (\text{niv. 12}) = 4.187 \times 1.74 = 7.3 \text{ ton./m.}$$

$$W (\text{niv. 12}) \text{ entre D-E} = 8.375 \times 1.74 = 14.6 \text{ ton/m.}$$

Nivel 11

$$W (\text{niv. 11}) = (4.187 \times 1.34) = 5.6 \text{ ton./m.}$$

Niveles 1-10 y planta baja

$$W (1-10) = 4.187 \times 1.270 = 5.3 \text{ ton./m.}$$

$$W (1-10) \text{ entre A y B} = 8.375 \times 1.27 = 10.6 \text{ ton./m.}$$

1.4 Cálculo de las propiedades elásticas de los marcos.

El momento de inercia del sistema de viga-losa se obtuvo considerando varias secciones transversales a lo largo de su eje, calculando el momento de inercia en cada una de ellas, basado en el área total de concreto, para tomar en cuenta la variación del mismo.

Se tomó en cuenta también para la variación del momento de inercia del sistema viga-losa lo dispuesto en 1.3., inciso 3.

MARCO EJES 1 y 7

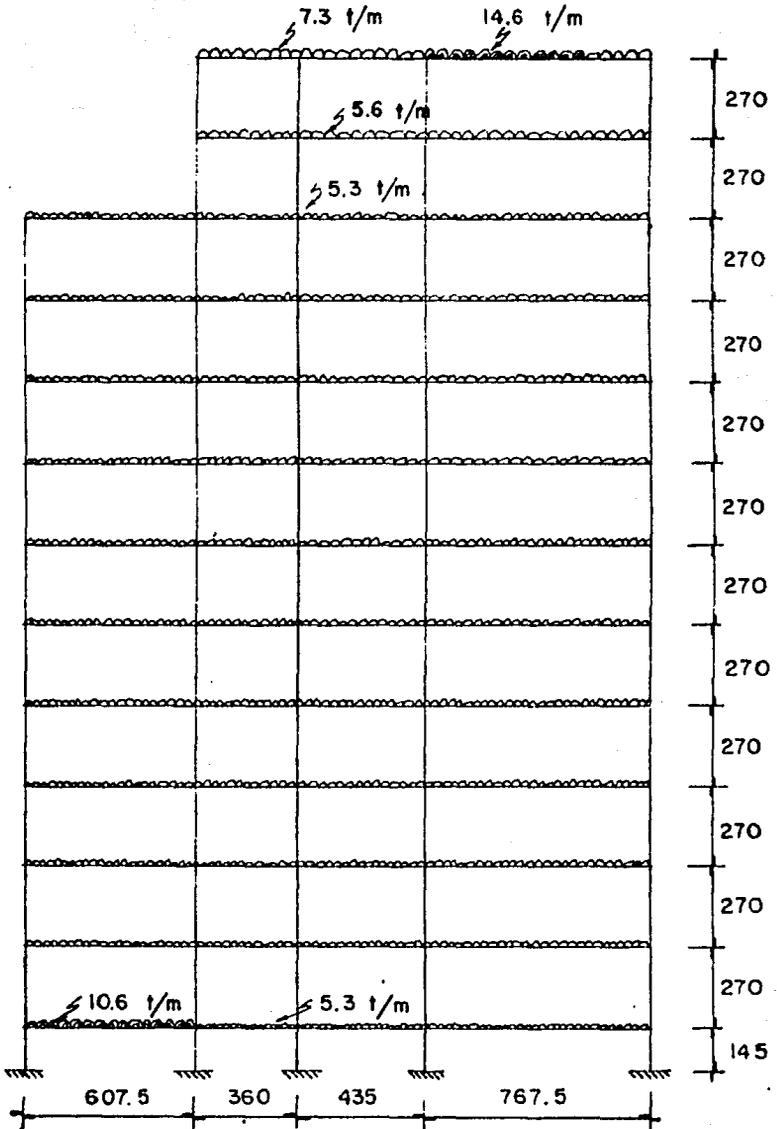
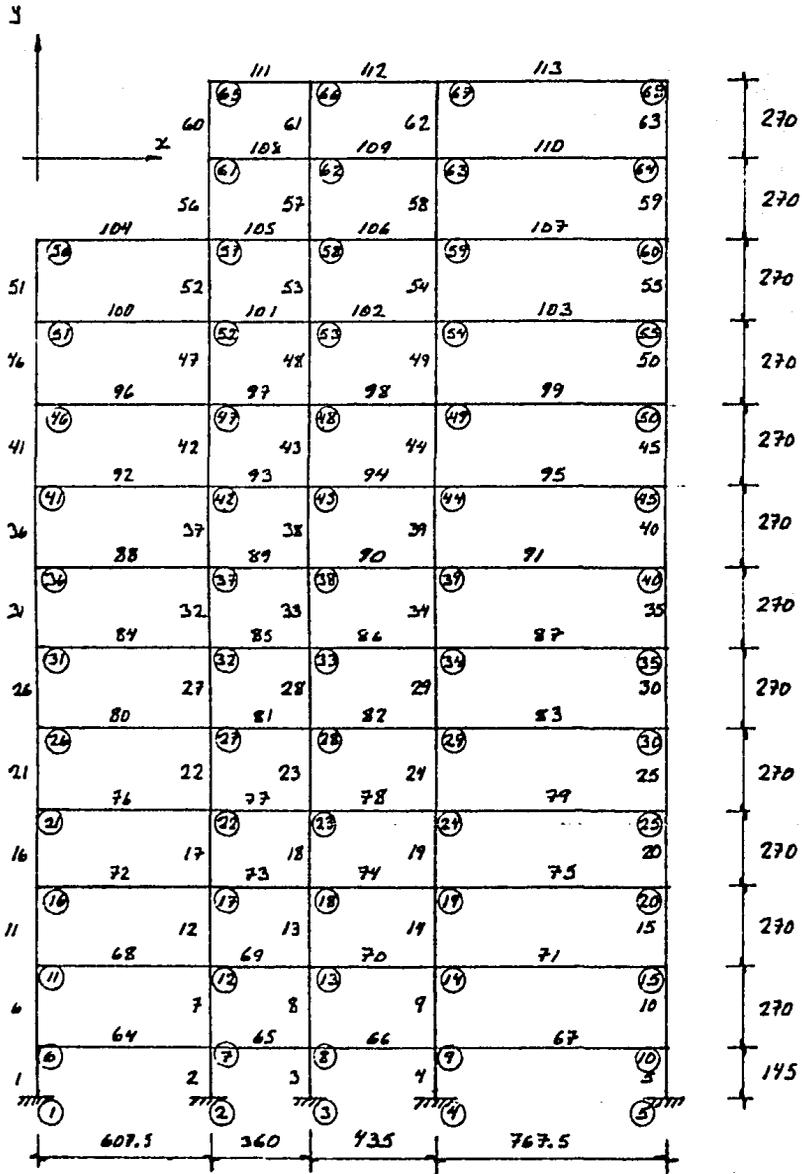


FIG. 2

MARCO EJES 1 y 7

IDENTIFICACION DE BARRAS Y ADDOS



Se calculó también el área en cada una de las secciones transversales anteriormente citadas.

Las columnas, como miembros prismáticos, tienen un momento de inercia, así como también un área constante en toda su longitud.

El módulo de elasticidad considerado para toda la estructura, ya que es de concreto reforzado, es el que se especifica en el RCDF; para concretos con agregados ligeros típicos del Distrito Federal.

$$E = 10,000 \sqrt{f'c} \quad E \text{ y } f'c \text{ en kg/cm}^2.$$

$$E = 10,000 \sqrt{250} = 158114 \text{ kg/cm}^2.$$

1.5 Análisis de marcos

a) Análisis con el programa de computadora (STRUDL).

El análisis de todos los marcos que se consideraron formando parte de la estructura, se realizó por medio del programa para computadora denominado STRUDL (STRUCTURAL DESIGN LANGUAGE), que forma parte del paquete ICES (Integrated Civil Engineering System) elaborado por el MIT (Instituto Tecnológico de Massachussets). Los datos con que se alimentó el programa fueron:

1) Momentos de inercia de todos los elementos estructurales, considerando todas las secciones con momento de inercia diferente en el sistema de viga-losa.

2) Areas de las secciones transversales de todos los elementos estructurales, considerando las diferentes secciones en el sistema viga-losa.

- 3) Módulo de elasticidad del concreto

$$(E = 10,000 \sqrt{f'c})$$

- 4) Coordenadas de todos los nudos de la estructura.

Se consideran dos tipos de coordenadas:

- a) Globales.

El marco está referido a éstas y dentro de este sistema, cada nudo está definido por coordenadas.

- b) Locales.

Cada barra está referida a este sistema de coordenadas, uno de los ejes pasa por el eje de simetría de la barra, con un sentido del extremo donde se inicia la barra al final de la misma. Las cargas actuantes, momentos de inercia, están referidos a este sistema.

- 5) Cargas actuantes.

A continuación se presenta la codificación para los marcos - ejes 1 y 7.

46072

ESTANDARIZADO

000000

000000

	X DISP.	DISPLACEMENT	Z DISP.	X ROT.	ROTATION	Z ROT.
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						
31						
32						
33						
34						
35						
36						
37						
38						
39						
40						

PUNTO DE LECTURA DE LA ALM. N.º 1.º

PUNTO DE LECTURA

PUNTO DE LECTURA

PUNTO DE LECTURA

b) Análisis manual.

Los resultados obtenidos del análisis por computadora se verifican mediante un análisis manual. Este análisis se realizó, suponiendo aislado cada piso y techo (viga-losa) con las columnas adyacentes considerando empotrados los extremos lejanos de éstas.

Básicamente, la aplicación de la distribución de momentos - (método de Cross) al análisis de un marco contínuo, compuesto total o parcialmente de miembros no prismáticos, es exactamente la misma que si el marco estuviera compuesto totalmente de miembros prismáticos. Los cálculos detallados, previos a la distribución misma de momentos, sí son completamente diferentes.

Los momentos de empotramiento, rigideces y factores de transporte para miembros no prismáticos, se calculan por métodos y fórmulas diferentes de las que se aplican a miembros prismáticos.

Los métodos y fórmulas necesarios para calcular estos datos se desarrollan a continuación.

Analogía de la columna

Este método se basa en la similitud que existe entre los momentos producidos por las redundantes de un marco contínuo (con un máximo de tres) con los esfuerzos en las fibras de una columna corta cargada excéntricamente.

Este método se expone en numerosos textos como por ejemplo en el de " Análisis de estructuras indeterminadas " del autor J. Sterling Kinney.

En dicho texto se plantea la ecuación:

$$f = Mr = \frac{W}{A} + \frac{My}{I_y} x + \frac{Mx}{I_x} y \quad (1.1)$$

donde:

f = esfuerzo de la fibra en la columna análoga

M_r = Momento en la sección de la estructura original correspondiente a la fibra en la columna análoga, definida por X y Y causado por las reacciones redundantes.

W = Suma algebraica de las cargas elásticas sobre la columna análoga.

M_y (o M_x) = Momento fijo de la carga elástica total con respecto al eje Y (o X)

A = Área elástica de la columna análoga.

I_y (o I_x) = Segundo momento del área elástica de la columna análoga con respecto al eje Y (o X)

X y Y = Coordenadas de la fibra sobre la que existe esfuerzo f

Resumen del Método.

1) La estructura se corta de tal manera que se puedan eliminar - las redundantes para obtener una estructura estable y determinada.

2) Se calculan las dimensiones de la sección transversal de la - columna análoga. El eje central de dicha sección es idéntico al de la estructura, pero se considera colocado en un plano horizontal. El ancho en cualquier sección es proporcional a $1/EI$ de la sección correspondiente -

de la estructura.

3) El diagrama de momentos flexionantes M_s (producidos por las fuerzas externas) se dibuja sobre el eje central de la sección transversal de la columna. Cualquier ordenada de dicho diagrama representa la intensidad de la carga de la columna análoga.

4) Los ejes de referencia se colocan en la sección transversal de la columna con origen en el centro de gravedad del área elástica de la sección transversal.

5) Los esfuerzos de la fibra de la columna análoga (que son al mismo tiempo los momentos flexionantes M_r en la estructura causados por las reacciones redundantes) se calculan con la ecuación:

$$f_A = \frac{1}{A} + \frac{l \cdot e \cdot c_A}{I}$$

6) Los momentos flexionantes M_r se combinan con los momentos flexionantes M_s en las secciones correspondientes para obtener los momentos de la estructura indeterminada original.

Aplicación de la analogía de la columna
para el cálculo de la rigidez y el factor
de transporte.

Por definición la rigidez angular es igual a un momento que al aplicarlo produce un giro de un radián.

Por consiguiente si en la figura 1.3, a se aplica un giro en el extremo A de 1 rad. el momento desarrollado en A es la rigidez absoluta K_A y

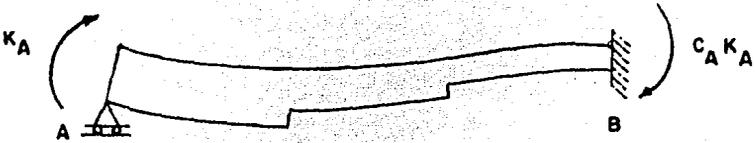


FIG. 1.3.a

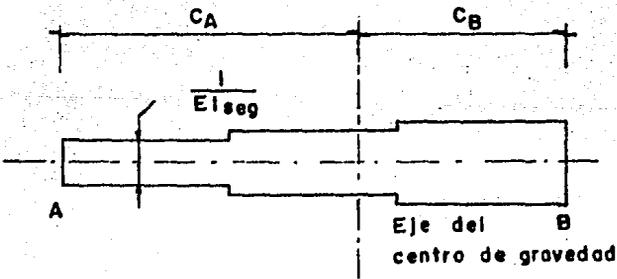


FIG. 1.3.b.

el momento desarrollado en B será el factor de transporte C_A por la rigidez K_A ($C_A K_A$)

La columna análoga está cargada con los esfuerzos de flexión de esta viga deformada.

Si la columna se representa como se muestra en la figura 1.3.b y el ancho de cada segmento se toma como $1/EI_{\text{seg}}$ donde I_{seg} es el momento de inercia de dicho segmento. Si se aplica una carga unitaria de 1 rad. en A se tiene lo siguiente:

$$K_{AB} \text{ Abs} = f_A = \frac{1}{A} + \frac{1 \cdot e \cdot C_A}{I} \quad (1.2)$$

En la expresión anterior:

f_A = Esfuerzos de las fibras de la columna en A

A = Area de la columna análoga

I = Momento de inercia del área elástica de la columna con respecto al eje del centro de gravedad de esta área.

e = Excentricidad de la carga unitaria

La ecuación anterior puede escribirse como: (1.3)

$$f_A = \frac{1}{1/EI_{\text{seg}} \cdot L_{\text{seg}}} + \frac{1 \cdot e \cdot C_A}{\frac{1/EI_{\text{seg}} \cdot L_{\text{seg}}}{12} + (1/EI_{\text{seg}} L_{\text{seg}}) \times \text{seg}^2}$$

Sustituyendo c_B en lugar de c_A en la ecuación 1.2 se convierte en:

$$f_B = \frac{1}{A} + \frac{1 \cdot e \cdot C_B}{I}$$

y el valor del factor de transporte C_A será naturalmente,

$$C_A = \frac{f_B}{f_A} \quad (1.4)$$

Para calcular los momentos de empotramiento la columna análoga se carga con el diagrama de momentos producido por las fuerzas externas, se obtiene la carga elástica total, el momento de esta carga con respecto a los ejes de referencia y se aplica la ecuación 1.1.

BARRAS 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 100, 104

DIAGRAMA DE I (MOMENTOS DE INERCIA)

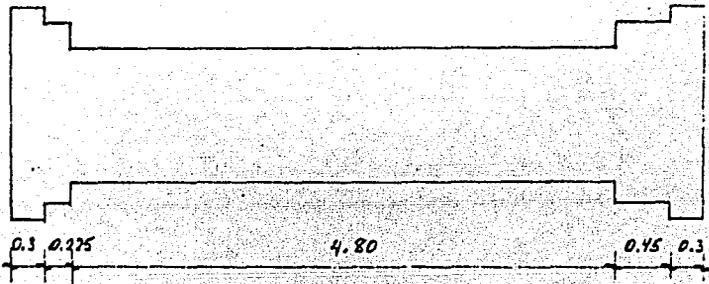
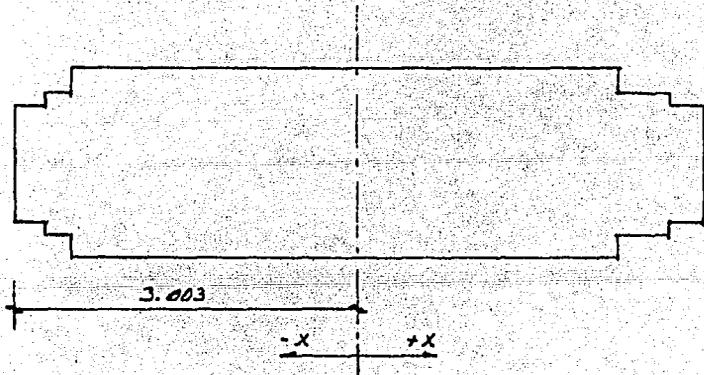


DIAGRAMA $\frac{1}{I}$ (ANCHO RELATIVO)



BARRAS 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 100, 104

Ses.	L(m)	I	Ancho rel.	A	x	Ax	x'	I _{CG}	Ax' ²
1	0.3	0.00708	0.953	0.1359	0.15	0.02038	-2.853	0.00102	1.1062
2	0.225	0.00492	0.652	0.1467	0.4125	0.06051	-2.591	0.0062	0.9848
3	4.8	0.00321	1.0	4.8	2.925	14.04	-0.078	9.216	0.0292
4	0.45	0.00492	0.652	0.2934	5.55	1.6883	2.547	0.00495	1.9033
5	0.3	0.00708	0.953	0.1359	5.925	0.8053	2.922	0.00102	1.1603
				Σ 5.5119	Σ 16.5544	Σ 9.2292	Σ 5.1838		

$$x_0 = \frac{16.5544}{5.5119} = 3.003 \quad I_y = 9.2292 + 5.1838 = 14.413$$

ECUACION DE MOMENTOS

$$M = \frac{wL}{2} x - \frac{w}{2} x^2$$

Para $w = 5.3 \text{ t/m}$ $L = 6.075 \text{ m}$

$$M = \frac{5.3 \times 6.075}{2} x - \frac{5.3}{2} x^2 = 16.1x - 2.65x^2$$

Integrando esta ecuación en los diferentes intervalos obtenemos las áreas bajo la curva del diagrama de momentos.

$$A_1 = \int_0^{0.3} (16.1x - 2.65x^2) dx = \left[\frac{16.1}{2} x^2 - \frac{2.65}{3} x^3 \right]_0^{0.3}$$

$$A_1 = \frac{16.1}{2} (0.3)^2 - \frac{2.65}{3} (0.3)^3 = \underline{\underline{0.701}}$$

$$A_2 = \left[\frac{16.1}{2} x^2 - \frac{2.65}{3} x^3 \right]_{0.3}^{0.525} = \underline{\underline{1.39}}$$

$$A_3 = \left[\frac{16.1}{2} x^2 - \frac{2.65}{3} x^3 \right]_{0.525}^{5.525} = \underline{\underline{92.794}}$$

$$A_4 = \left[\frac{16.1}{2} x^2 - \frac{2.65}{3} x^3 \right]_{5.525}^{6.975} = \underline{\underline{3.458}}$$

$$A_5 = \left. \frac{16.1}{2} x^2 - \frac{2.65}{3} x^3 \right]_{5.775}^{6.075} = \underline{\underline{0.702}}$$

$$\bar{x} = \frac{\int x dA}{\int dA}$$

$$Q_{y1} = \int x dA = \int (16.1x - 2.65x^2) x dx = \int (16.1x^2 - 2.65x^3) dx$$

$$Q_{y1} = \int_0^{0.3} (16.1x^2 - 2.65x^3) dx = \left. \frac{16.1}{3} x^3 - \frac{2.65}{4} x^4 \right]_0^{0.3} = 0.1395$$

$$Q_{y1} = 0.1395$$

$$\bar{x} = \frac{0.1395}{0.701} = 0.199$$

$$x'_{w'} = 0.199 - 3.003 = \underline{\underline{-2.804}}$$

$$Q_{y2} = \left. \frac{16.1}{3} x^3 - \frac{2.65}{4} x^4 \right]_{0.3}^{0.525} = 0.5867$$

$$\bar{x} = \frac{0.5867}{1.39} = 0.4221$$

$$x'_{w'} = 0.4221 - 3.003 = \underline{\underline{-2.581}}$$

$$Q_{y3} = \left. \frac{16.1}{3} x^3 - \frac{2.65}{4} x^4 \right]_{0.525}^{5.325} = 276.9292$$

$$\bar{x} = \frac{276.9292}{92.794} = 2.9843$$

$$x'_{w'} = 2.9843 - 3.003 = \underline{\underline{-0.187}}$$

$$Q_{y4} = \left. \frac{16.1}{3} x^3 - \frac{2.65}{4} x^4 \right]_{5.325}^{5.775} = 19.0888$$

$$\bar{x} = \frac{19.0888}{3.458} = 5.5202$$

$$x'_{w'} = 5.5202 - 3.003 = \underline{\underline{2.517}}$$

$$Q_{y5} = \left. \frac{16.1}{3} x^3 - \frac{2.65}{4} x^4 \right]_{5.775}^{6.075} = 4.1298$$

$$\bar{x} = \frac{4.1298}{0.702} = 5.8829$$

$$x'_{w'} = 5.8829 - 3.003 = \underline{\underline{2.88}}$$

CALCULO DE LA CARGA ELASTICA TOTAL Y EL MOMENTO DE ESTA CARGA CON RESPECTO AL EJE DEL CENTRO DE GRAVEDAD DEL AREA ELASTICA.

Ses.	Ancho cal.	Area des. mod.	W	X'cy	M _y
1	0.453	0.701	0.3175	-2.804	-0.8904
2	0.652	1.39	0.9063	-2.581	-2.3391
3	1.0	92.794	92.794	-0.187	-17.3525
4	0.652	3.458	2.2546	2.517	5.675
5	0.453	0.702	0.318	2.88	0.9159
			Σ 96.5904		Σ -13.9911

MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO

$$M_{I1} = \frac{96.5904}{5.5119} + \frac{-13.9911}{9.2292} \times 17.524 - 1.516 \times 3 = 17.524 - 1.516 \times 3$$

$$M_{II1} = 17.524 - 1.516 (-3.003) = \underline{\underline{22.08 \text{ t-m}}}$$

$$M_{II2} = 17.524 - 1.516 (3.072) = \underline{\underline{12.867 \text{ t-m}}}$$

RIGIDEZ RELATIVA, RIGIDEZ ABSOLUTA, FACTOR DE TRANSPORTE

$$f'_{II1} = \frac{1}{5.5119} + \frac{1(-3.003)(-3.003)}{9.2292} = 1.1585$$

$$f'_{II2} = \frac{1}{5.5119} + \frac{1(-3.003)(3.072)}{9.2292} = -0.8181$$

$$C_{II} = \frac{-0.8181}{1.1585} = \underline{\underline{-0.706}}$$

$$K_{rel} = f'_{II1} \cdot I_{rel} = 1.1585 (0.00321) = \underline{\underline{0.00372 \text{ m}^3}}$$

$$K_{abs} = \underline{\underline{0.00372 \text{ E}}}$$

EN EL NUDO 12

$$f_{12}' = \frac{1}{5.5119} + \frac{1(3.072)/3.072}{9.2292} = 1.204$$

$$f_{12}'' = \frac{1}{5.5119} + \frac{1(3.072)(3.003)}{9.2292} = -0.818$$

$$C_{12} = \frac{-0.818}{1.204} = \underline{\underline{-0.679}}$$

$$K_{12rel} = f_{12}' \cdot I_{rel} = 1.204 \times 0.00321 = 0.00386 \text{ m}^3$$

$$K_{12abs} = \underline{\underline{0.00386 \text{ E}}}$$

1.6 Comparación entre resultados obtenidos por el análisis por el programa de computadora STRUDL y el análisis manual.

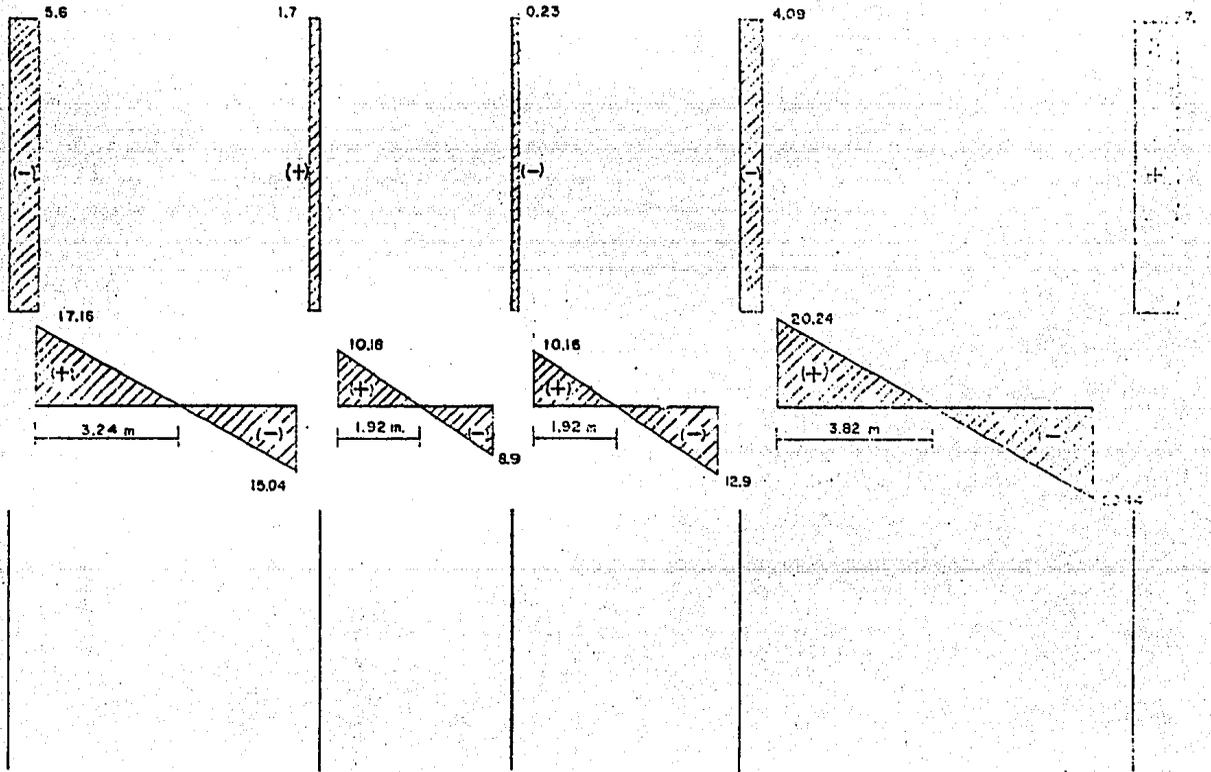
Se observó que en los primeros niveles (PB, 1 y 2) los resultados de ambos análisis son similares, pero conforme se comparan niveles superiores, hay discrepancias importantes.

Se concluyó que las hipótesis simplificadoras hechas en el análisis manual daban buen resultado en los niveles bajos, donde la rigidez proporcionada por los entrepisos en realidad se apega a la hipótesis de empotramiento en los extremos de las columnas.

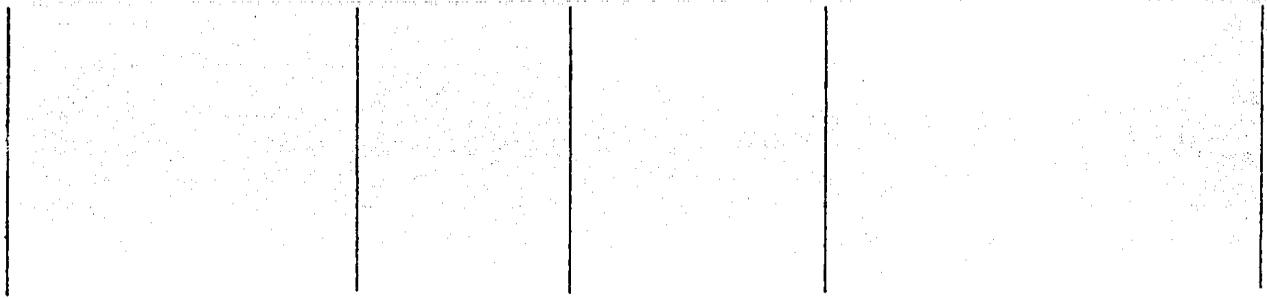
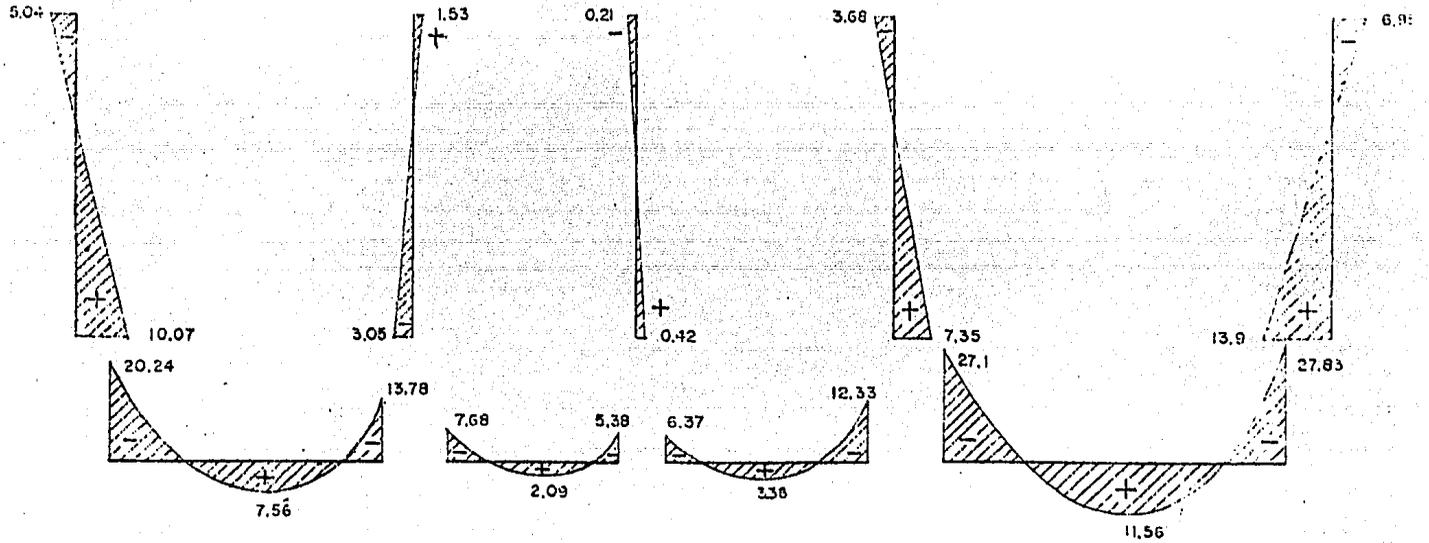
En los niveles superiores los entrepisos no tienen la suficiente rigidez como para considerar empotramientos en los extremos de las columnas, y de ahí que se presenten diferencias en los resultados.

En conclusión, se tomaron los resultados proporcionados por la computadora como buenos, para el diseño estructural.

MARCO EJES 1 y 7 NIV. 1-9 FZA. CORTANTE (ton)



MARCO EJES 1 y 7 NIV. 1-9 MOM. FLEXIONANTE (ton-m)



CAPITULO II

ANALISIS SISMICO ESTATICO2.1 Generalidades

Después del efecto de las cargas verticales sobre la estructura que estamos analizando, existe otro que es muy importante, el efecto de los sismos.

Para el diseño sísmico debemos normarnos un criterio de análisis - con base en la respuesta de la estructura ante el sismo, que depende -- principalmente de las características del sismo y de las características - de la estructura.

Las características del sismo se basan en el grado de riesgo sísmico de la zona donde se ubica la estructura. Para esto contamos con mapas - en los que se indican, para la República Mexicana, regiones de riesgo - sísmico semejantes.

El efecto del sismo también depende del tipo de terreno donde la estructura se asienta, ya que se ha observado una mayor intensidad de los sismos en terrenos blandos que en terrenos firmes, además de presentar se otros parámetros importantes tales como hundimientos o inclinaciones excesivas causados por momento de volteo. En materiales granulares poco compactos puede ocurrir licuefacción, fenómeno en el cual el suelo - pierde casi en su totalidad su resistencia al esfuerzo cortante.

En el efecto de los sismos sobre la estructura, también influyen las características de la misma, siendo estas su rigidez y su masa. Calculan

do los periodos de vibración de sus modos, en particular del 1er. modo, que es el predominante podemos analizar las características de la estructura.

No es necesario calcular las características de oscilación para estructuras sencillas, pudiéndose efectuar un análisis sísmico estático.

2.2 Clasificación de la estructura

El edificio se encuentra en el D. F. apoyado en un suelo con espesores compresibles entre 3 y 20 m. lo que corresponde a la zona II (zona de transición), de acuerdo a la clasificación que hace el RCDF con fines de diseño sísmico.

De acuerdo a su destino, el edificio pertenece al grupo B, en el cual se encuentran las construcciones para habitación privada o de uso público, donde no existe frecuente aglomeración de personas y en donde la falla de la estructura ocasionaría pérdidas de magnitud intermedia.

Además por su estructuración pertenece al tipo I donde se incluyen aquellas construcciones en que las fuerzas laterales se resisten en cada nivel mediante marcos continuos, contraventeados o no, por diafragmas o muros o por combinaciones de diversos sistemas como los mencionados.

De acuerdo a esta clasificación el RCDF recomienda el espectro de diseño que se muestra en la figura 2.1 en el que las ordenadas espectrales que se indican tienen en cuenta los efectos de amortiguamiento.

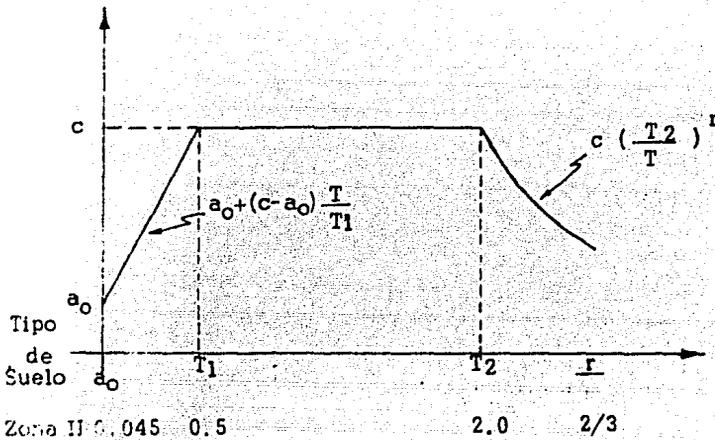


FIGURA 2.1

El coeficiente sísmico "c" que aparece en el espectro de diseño se define como el cociente entre la fuerza cortante en la base de la estructura y el peso de la misma, incluyendo la carga viva especificada por el RCDF.

En nuestro caso $c = 0.2$

Para considerar la influencia de la ductilidad de la construcción los valores de las ordenadas espectrales se afectarán del factor $\frac{1}{Q'}$, exclusivamente para el cálculo de los elementos mecánicos en la estructura. Para el cálculo de deformaciones en la estructura se usará el valor del coeficiente sísmico tal como ha sido especificado. Si el periodo de la estructura es mayor que T_1 , Q' será igual al valor Q de la ductilidad de la estructura. En caso contrario $Q' = 1 + (Q - 1) T/T_1$.

Para el edificio que analizamos consideramos un coeficiente de ductilidad $Q = 4$, ya que la resistencia en todos los niveles es suministrada

da por marcos y muros de concreto en que la capacidad de los marcos -- sin contar muros es mayor que el 25% del total.

2.3 Análisis sísmico estático

Es un diseño conservador para edificios regulares sin cambios bruscos en la distribución de masas, rigideces, etc.

Es aplicable según el RCDF a estructuras con alturas inferiores a los 60 m, y proporciona una distribución adecuada de cortante cuando el modo fundamental de vibración es predominante. La estructura que estamos tratando tiene una altura de aproximadamente 34 m, por lo que se -- puede aplicar este criterio de análisis.

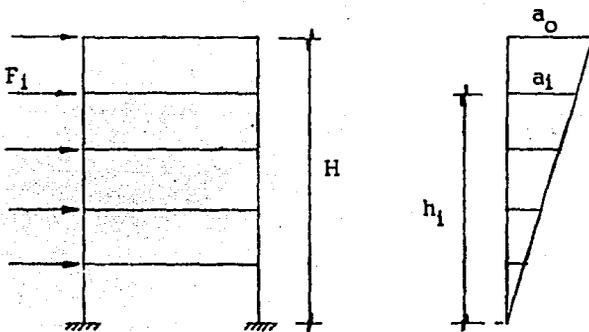
Mediante la observación del comportamiento de distintas estructuras se ha llegado a proponer una distribución de fuerzas laterales tal que su efecto en cada piso es aproximadamente equivalente a los efectos dinámicos del sismo.

Las fuerzas equivalentes consideradas en un análisis estático no tienen relación directa con el comportamiento de la estructura ante un sismo. El objeto que se persigue es el de obtener una estructura con de terminada resistencia lateral, capaz de resistir un movimiento sísmico -- sin sufrir daños estructurales importantes.

En el análisis estático para calcular las fuerzas cortantes de diseño a diferentes niveles del edificio se supondrá un conjunto de fuerzas horizontales que actúan en donde se supone concentrada la masa. Cada -- una de estas fuerzas es igual al producto del peso total de la masa en --

ese nivel por su aceleración correspondiente, suponiendo que ésta varía desde cero en la base hasta un valor máximo en el último nivel de tal manera que la relación V/W en la base sea igual a c/Q pero no menor que a_0 , siendo V el cortante en la base, W el peso total del edificio, c el coeficiente sísmico (RCDF) y Q el factor de ductilidad.

Vamos a suponer una estructura de varios niveles a la que aplicamos el criterio de análisis sísmico estático.



La fuerza aplicada en un piso cualquiera i , es

$$F_i = W_i \cdot a_i = W_i \frac{h_i}{H} a$$

La fuerza cortante en la base es

$$V = \sum F_i = a \sum W_i \frac{h_i}{H}$$

$$V = \frac{c}{Q} W$$

en donde

$$W = \sum W_i$$

Igualando

$$V = \frac{a}{H} \sum W_i h_i$$

$$\frac{a}{H} = V \frac{1}{\sum W_i h_i}$$

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} V$$

$$\text{como } V = \frac{c}{Q} W = c' W$$

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} c' W \quad \text{Fórmula que aplicamos en este trabajo.}$$

Para valuar las fuerzas laterales sobre apéndices, tanques o todo elemento que no forme la estructuración principal del edificio, se supondrá actuando sobre éste una distribución de aceleraciones que le correspondería si estuviera apoyado en el terreno, multiplicada por $(c'+a_0)/a_0$ donde c' es el factor por el que se multiplican los pesos a la altura de desplante del elemento cuando se valúan las fuerzas laterales sobre la construcción.

A continuación se obtendrá el peso total en cada nivel el cual es necesario para este análisis.

2.4 Determinación del peso total por nivel y cálculo del centro de gravedad.

Se calculó tomando en cuenta la carga muerta (Cap. I) más la carga viva especificada por el RCDF para efecto sísmico.

Se presenta el cálculo para los niveles 1-9 y los demás resultados

se resumen en la tabla de pesos

TRANSMISION DE CARGAS PARA DISEÑO SISMICO

Niv. 14 y 13 (Niv. Servicios)

$$\begin{aligned} \text{CM} &= 0.540 \text{ ton/m}^2, \\ \text{CV} &= \underline{0.070} \text{ ton/m}^2. && \text{(Según RCDF para el diseño -} \\ &= 0.610 \text{ ton/m}^2. && \text{sísmico)} \end{aligned}$$

Niv. 12 (Azotea Gral.)

$$\begin{aligned} \text{Peso nivel 14 (4.75 x 3.25) (0.61)} &= 9.42 \text{ ton.} \\ \text{Muros} &11.21 \text{ ton.} \\ \text{Castillos} &0.78 \text{ ton.} \\ \text{Trabes} &\underline{0.50 \text{ ton.}} \\ &= 21.9 \text{ ton.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Peso nivel 13} &= 148.87 \times 0.61 && = 90.81 \text{ ton.} \\ \text{Muros} &65.48 \text{ ton.} \\ \text{Castillos} &7.15 \text{ ton.} \\ \text{Trabes} &\underline{9.32 \text{ ton.}} \\ &172.76 \text{ ton.} \end{aligned}$$

Peso total Niv. 14 + Niv. 13 = 194.66 ton.

$$\text{Niv. 12 (14 y 13)} = \frac{194.66}{221.85} = 0.88 \text{ ton./m}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{CM} &= 0.740 \text{ ton/m}^2. \\ \text{CV} &= \underline{0.07} && \text{(según RCDF para el diseño} \\ &0.81 \text{ ton./m}^2. && \text{sísmico)} \end{aligned}$$

$$\text{Total (Niv. 12)} = 0.81 + 0.88 = 1.69 \text{ ton./m}^2.$$

Niv. 11 (pent-house)

$$\begin{aligned} \text{CM} &= 1.142 \text{ ton/m}^2. \\ \text{CV} &= \underline{0.09} \\ &1.232 \text{ ton/m}^2. \end{aligned}$$

Niv. PB - 10

$$CM = 1.02 \text{ ton./m}^2.$$

$$CV = \frac{0.09}{1.11} \text{ ton./m}^2.$$

PESO TOTAL EN NIVS. 9 AL 1

Peso de columnas:

$$\underline{11 (0.6 \times 0.6 \times 2.7 \times 2.4)} = 25.66 \text{ ton.}$$

$$\underline{0.8 \times 0.8 \times 2.7 \times 2.4} = 4.2 \text{ ton.}$$

$$\underline{4 (0.95 \times 0.4 \times 2.7 \times 2.4)} = \underline{9.84} \text{ ton.}$$

$$= \underline{39.7} \text{ ton.}$$

Peso muros de mampostería

$$2 (21.7 \times 2.7 \times 0.336) = 39.38 \text{ ton.}$$

Peso muros de concreto

$$(6.975 \times 0.15 \times 2.7 \times 2.4) = 6.78 \text{ ton.}$$

$$3 (3 \times 0.15 \times 2.7 \times 2.4) = 8.74 \text{ ton.}$$

$$(4.6 \times 0.25 \times 2.7 \times 2.4) = \underline{7.46} \text{ ton.}$$

$$22.98 \text{ ton.}$$

$$PESO TOTAL = 456.1 \text{ ton.}$$

Resumen de pesos por nivel

<u>Nivel</u>	<u>W1 (ton)</u>
14	15.92
13	142.45
12	267.87
11	320.5
10	444.7
9-1	456.1
PB	437.1

Cálculo del centro de gravedad

La fuerza sísmica actúa en el centro de gravedad de las masas de cada piso mientras que la fuerza resistente pasa por el centroide de rigidez de los elementos resistentes a sismo.

En general en un nivel cualquiera, no coinciden la resultante de fuerzas producidas por sismo con la resultante de las fuerzas resistentes del entrepiso produciendo un par de torsión.

A continuación a manera de ejemplo se calcula el centro de gravedad para los niveles 1-10 considerando que éste se encuentra en el centro geométrico del nivel, ya que consideramos la carga uniformemente distribuida sobre toda el área del mismo.

Centros de masa

<u>Nivel</u>	<u>X</u>	<u>Y</u>
14	11.575 m.	8.45 m.
13	14.875	8.45
12	14.2	8.48
11	13.632	8.5
10	13.02	8.39
9	13.02	8.39
8	13.02	8.39
7	13.02	8.39
6	13.02	8.39
5	13.02	8.39
4	13.02	8.39
3	13.02	8.39
2	13.02	8.39
1	13.02	8.39
PB	10.34	8.13

2.5 Cálculo de la fuerza sísmica actuante.

A continuación con los datos obtenidos anteriormente se presenta - el cálculo de la fuerza sísmica actuante en cada nivel de la estructura principal, así como sobre los apéndices.

Según el RCDF, en el análisis sísmico estático se permite reducir - las fuerzas cortantes obtenidas siempre que se tome en cuenta el valor - aproximado del periodo fundamental.

Esta reducción no se tomó en cuenta en este trabajo.

Las fuerzas sísmicas obtenidas, pasan por los centroides de cargas de cada entrepiso. En cada entrepiso la fuerza cortante (V) se obtiene -- como la suma de las fuerzas sísmicas aplicadas en los niveles arriba del entrepiso que se analiza. Al variar la magnitud de cada fuerza en cada - nivel, también variará la posición de la fuerza cortante.

Para calcular la posición de la fuerza cortante se tomaron momentos de las fuerzas respecto a los ejes y a partir de este valor se obtendrá la posición de la resultante o fuerza cortante.

Todos estos cálculos se presentan en las tablas 2.1 y 2.2.

R_A relación $\frac{V}{W}$ en la base debe ser igual = $\frac{c}{Q}$ Pero no menor que a_0 .

$$\frac{c}{Q} = \frac{0.20}{4} = 0.05 \quad a_0 = 0.045$$

<u>Nivel</u>	<u>Entrep.</u>	<u>hi(m)</u>	<u>Wi(ton)</u>	<u>Wi hi</u>	<u>Fi(ton)</u>	<u>Vi(ton)</u>
12		33.85	267.86	9067.06	26.97	
	13					26.97
11		31.15	320.5	9983.57	29.7	
	12					56.67
10		28.45	444.7	12651.72	37.64	
	11					94.31
9		25.75	456.1	11744.58	34.94	
	10					129.25
8		23.05	456.1	10513.11	31.28	
	9					160.53
7		20.35	456.1	9281.64	27.61	
	8					188.14
6		17.65	456.1	8050.17	23.95	
	7					212.09
5		14.95	456.1	6818.7	20.28	
	6					232.37
4		12.25	456.1	5587.23	16.62	
	5					248.99
3		9.55	456.1	4355.76	12.96	
	4					261.95
2		6.85	456.1	3124.29	9.29	
	3					271.24
1		4.15	456.1	1892.82	5.63	
	2					276.87
PB		1.45	437.1	633.80	1.89	
	1					278.76

$$\sum 5575.06 \quad \sum 93704.4$$

$$a \text{ max.} = \frac{0.20}{4} \times 33.85 \frac{5575.06}{93704.4} = 0.1007$$

TABLA 2.1

Fuerza laterales sobre apéndices

$$W = 15.92 \text{ ton. (Niv. 14)}$$

$$W = 142.45 \text{ ton. (Niv. 13)}$$

$$a_{14} = \frac{0.20}{4} \times 5.4 \frac{158.37}{470.59} = 0.0909$$

<u>Nivel</u>	<u>h_i</u>	<u>W_i</u>	<u>W_ih_i</u>	<u>a_i</u>
14	5.4	15.92	85.97	0.0909
13	2.7	<u>142.45</u>	<u>384.62</u>	0.0454
		= 158.37	= 470.59	

$$a'_{14} = a_{14} \left(\frac{a_{12} + a_0}{a_0} \right) = 0.0909 \left(\frac{0.1007 + 0.045}{0.045} \right) = 0.2943$$

$$a'_{13} = a_{13} \left(\frac{a_{12} + a_0}{a_0} \right) = 0.0454 \left(\frac{0.1007 + 0.045}{0.045} \right) = 0.147$$

$$F_{14} = 0.2943 \times 15.92 = 4.7 \text{ ton.}$$

$$F_{13} = 0.147 \times 142.45 = 20.94 \text{ ton.}$$

2.6 Rigideces de entrepiso.

Se define rigidez de entrepiso de una estructura la relación entre la fuerza cortante que actúa en dicho entrepiso y la deformación relativa - entre los dos pisos que la limitan.

La distribución de la fuerza cortante en cada entrepiso, se hace en función de la rigidez del mismo por lo que se hace necesario calcularla.

Para calcular las rigideces de entrepiso se obtuvo un sistema de - fuerzas horizontales resultado de un análisis sísmico estático suponiendo que cada marco trabajaba en forma aislada. El análisis del marco bajo dicho sistema de cargas se realizó por medio del programa de computadora STRUDL citado en el Capítulo I. Se obtuvieron elementos mecánicos y desplazamientos para cada marco. Por definición, la rigidez de entrepiso, se calculó dividiendo la fuerza cortante entre el desplazamiento relativo en cada entrepiso.

En marcos ordinarios de edificios, las rigideces calculadas a partir de hipótesis simplificadoras, tales como las fórmulas de Wilbur, son - satisfactorias.

En este trabajo, para el marco eje C, se calcularon las rigideces - por medio de las fórmulas de Wilbur, para establecer una comparación - entre los resultados así calculados y los obtenidos al aplicar los resultados de la computadora.

Como puede verse en la tabla 2.3 las rigideces calculadas por el - método de Wilbur y por la computadora presentan valores numéricos dife

rentes pero una ley de variación semejante. Se estimó que las diferencias obedecían a las irregularidades geométricas que presenta el marco y se decidió tomar como más aproximados los valores de la computadora.

Cabe aclarar que la estructura de este edificio está compuesta de marcos rígidos, muros de concreto y muros de ladrillo. Para la estimación de las rigideces en aquellos marcos que contenían en su plano un muro de concreto se recurrió al artificio de la " columna ancha " que consiste en suponer que el muro de concreto trabaja solidariamente con el marco y que su efecto puede considerarse transformándolo en una columna con una sección transversal igual a la del muro en cuestión.

A continuación se presentan las fórmulas de Wilbur, así como las hipótesis simplificatorias de que provienen.

Las hipótesis que se hacen son las siguientes:

- 1) Los giros en todos los nudos de un nivel y de los dos niveles adyacentes son iguales, excepto en el nivel de desplante, en donde puede suponerse empotramiento o articulación, según el caso.
- 2) La fuerza cortante en los dos entrepisos adyacentes al que interesa, son iguales a la de éste.

De lo anterior se deducen las siguientes expresiones cuando la base está empotrada:

Para el primer entrepiso:

$$K_1 = \frac{48 E}{h_1 \left[\frac{4h_1}{\sum K_{C1}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t1} + \sum K_{C1}/12} \right]}$$

Para el segundo entrepiso:

$$K_2 = \frac{48 E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{\sum K_{C2}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t1} + \sum K_{C1}} + \frac{h_2 + h_3}{\sum K_{t2}} \right]}$$

Para entrepisos intermedios:

$$K_n = \frac{48 E}{h_n \left[\frac{4h_n}{\sum K_{Cn}} + \frac{h_m + h_n}{\sum K_{tm}} + \frac{h_n + h_o}{\sum K_{tn}} \right]}$$

Donde:

m, n, o = niveles consecutivos de abajo hacia arriba

h_n = altura del entrepiso " n "

K_{tn} = rigidez relativa (I/L) de las travesas superiores del -
entrepiso n

K_{Cn} = rigidez relativa (I/L) de las columnas del entrepiso
" n "

K_{tm} = rigidez relativa de las travesas inferiores del entrepiso
" n "

MOMENTO DE INERCIA PROMEDIO EN TRABES
(MARCO EJE C)

$$\sum a_i l_i = 4.0167$$

$$\text{ancho rel. Prom.} = \frac{\sum a_i l_i}{L} = \frac{4.0167}{8.15} = 0.4928$$

$$I_{\text{Prom.}} = \frac{I_{\text{ref}}}{\text{ancho rel. Prom.}} = \frac{0.00207}{0.4928} = 0.0042 \text{ m}^4$$

CALCULO DE RIGIDEZES DE ENTREPISO (METODO DE WILBUR)

ENTREPISO 1

$$h_1 = 145 \text{ cm.}$$

$$h_2 = 270 \text{ cm.}$$

$$E = 158.114 \text{ ton/cm}^2$$

$$K_{c1} = \frac{0.0108}{1.45} = \frac{1080000}{145} = 7448.276 \text{ cm}^3$$

$$\sum K_{c1} = 3(7448.276) = 22344.827 \text{ cm}^3$$

$$K_{t1} = \frac{0.0042}{8.15} = \frac{420000}{815} = 515.337 \text{ cm}^3$$

$$\sum K_{t1} = 2(515.337) = 1030.675 \text{ cm}^3$$

$$K_1 = \frac{48(158.114)}{145 \left[\frac{4(145)}{22344.827} + \frac{145 + 270}{1030.675 + 22344.827/12} \right]}$$

$$K_1 = \underline{\underline{308.94 \text{ ton/cm}}}$$

ENTREPISO 2

$$K_{L2} = \frac{1080000}{270} = 4000$$

$$\Sigma K_2 = 3(4000) = 12000 \text{ cm}^3$$

$$K_2 = \frac{48(158.114)}{270 \left[\frac{4(270)}{12000} + \frac{145 + 270}{1030.675 + 22344.827/12} + \frac{270 + 270}{1030.675} \right]}$$

$$\underline{\underline{K_2 = 37.11 \text{ ton/cm}}}$$

ENTREPISOS 3-12

$$K_{3-12} = \frac{48(158.114)}{270 \left[\frac{4(270)}{12000} + \frac{270 + 270}{1030.675} + \frac{270 + 270}{1030.675} \right]}$$

$$\underline{\underline{K_{3-12} = 24.7 \text{ ton/cm}}}$$

ENTREPISO 13

$$K_{13} = \frac{48(158.114)}{270 \left[\frac{4(270)}{12000} + \frac{270 + 270}{1030.675} + \frac{270}{1030.675} \right]}$$

$$\underline{\underline{K_{13} = 32.1 \text{ ton/cm}}}$$

CALCULO DE LAS RIGIDEZES DE ENTREPISO (DATOS COMPUTADORA)

$$\text{Desp. rel. } \textcircled{1} \text{ y } \textcircled{4} = 0.19829 \text{ cm}$$

$$V_{1-4} = 49.1 \text{ ton}$$

$$K_1 = \frac{49.1}{0.19829} = \underline{\underline{247.62 \text{ ton/cm}}}$$

$$\text{Desp. rel. } \textcircled{4} \text{ y } \textcircled{7} = 1.28065 - 0.19829 = 1.08236 \text{ cm}$$

$$V_{4-7} = 48.8 \text{ ton}$$

$$K_2 = \frac{48.8}{1.08236} = \underline{\underline{45.1 \text{ ton/cm}}}$$

$$\text{Desp. rel. } \textcircled{7} \text{ y } \textcircled{10} = 2.72462 - 1.28065 = 1.44397$$

$$V_{7-10} = 48 \text{ ton}$$

$$K_3 = \frac{48}{1.44397} = \underline{\underline{33.24 \text{ ton/cm}}}$$

$$\text{Desp. rel. } 10-13 = 4.2623 - 2.72462 = 1.53768$$

$$K_4 = \frac{46.7}{1.53768} = \underline{\underline{30.37 \text{ ton/cm}}}$$

$$\text{Desp. rel. } 13-16 = 5.78825 - 4.2623 = 1.52595$$

$$V_{13-16} = 44.8 \text{ ton}$$

$$K_5 = \frac{44.8}{1.52595} = 29.36 \text{ ton/cm}$$

$$\text{Desp. rel. } 16-19 = 7.25375 - 5.78825 = 1.4655$$

$$V_{16-19} = 42.4 \text{ ton}$$

$$K_6 = \frac{42.4}{1.4655} = 28.93 \text{ ton/cm}$$

TABLA 2.3

Rigideces de Entrepiso (ton./cm).

<u>Entrepiso</u>	<u>Wilbur</u>	<u>Datos Computadora</u>
1	308.94	247.62
2	37.11	45.1
3	24.7	33.24
4	24.7	30.37
5	24.7	29.36
6	24.7	28.93
7	24.7	28.71
8	24.7	28.5
9	24.7	28.31
10	24.7	28.1
11	24.7	27.72
12	24.7	26.84
13	32.1	22.49

Rigideces de muros de mampostería

Los muros de mampostería se consideraron como muros cortos, con fines de análisis.

Para calcular su rigidez se aplicó la expresión siguiente:

$$K = \frac{G e l}{h}$$

donde:

$$G = 0.4 E \quad (E = 60000 \text{ kg/cm}^2).$$

e = espesor del muro

l = longitud del muro

h = altura

Cálculo de rigidez de muros de mampostería en ejes 1 y 7

Entrepiso 1 $G = 24 \text{ ton./cm}^2.$

$$K = \frac{24.0 (15) (2170)}{145} = 5387.6 \text{ ton/cm.}$$

Entrepiso 2 - 11

$$K_m = \frac{24.0 (15) (2170)}{270} = 2893.3 \text{ ton./cm}$$

Entrepiso 12- 13

$$K_m = \frac{24.0 (15) (1567.5)}{270} = 2090.0 \text{ ton./cm}$$

2.7 Centro de torsión y excentricidad.

Se define como centro de torsión al punto en que la aplicación de - una fuerza horizontal no produce giros de la planta y únicamente produce desplazamientos. Corresponde a la posición de la resultante de las fuer_zas resistentes sus coordenadas se calculan mediante las siguientes -- expresiones:

$$X_t = \frac{\sum K_{iy} X_i}{\sum K_{iy}}$$

$$Y_t = \frac{\sum K_{ix} Y_i}{\sum K_{ix}}$$

K_{iy} = rigidez de cada elemento resistente del entrepiso orientado según el eje Y.

K_{ix} = rigidez de cada elemento resistente del entrepiso orientado según el eje X.

La posición del centro de torsión, respecto al centro de masas define una excentricidad, sin embargo el RCDF propone excentricidades corregidas para tomar en cuenta la variación en la posición de las cargas - vivas y el efecto de amplificación de la respuesta por resonancia a la - torsión.

La excentricidad de diseño que propone el RCDF se define como:

$$(e \text{ diseño})_1 = 1.5 e \text{ calculada} + 0.1 L$$

$$(e \text{ diseño})_2 = e \text{ calculada} - 0.1 L$$

L = máxima dimensión del piso medida en la dirección normal a la fuerza por sismo

Se analizará con el valor de la excentricidad de diseño que produzca efectos más desfavorables, en cada uno de los elementos resistentes que forman la estructura.

2.8 Distribución de la fuerza cortante sísmica.

Una vez obtenida la fuerza cortante en cada entrepiso, es necesario distribuirla entre los elementos resistentes que forman parte de la estructura en el sentido que actúa la fuerza sísmica.

La fuerza cortante por sismo aplicado en cada uno de los elementos resistentes se obtiene como la suma de la fuerza cortante directa y la que le corresponde al considerar los efectos producidos por el par de torsión.

Para distribuir la fuerza cortante directa en cada uno de los marcos orientados en la misma dirección, se supone que todos ellos se desplazan la misma magnitud, debido a la rigidez de la losa de entrepiso que los liga, obteniéndose la siguiente expresión:

$$V_{ix} = \frac{K_{ix}}{\sum K_{ix}} V_x$$

Fuerza cortante directa en un entrepiso y en cada marco para cada dirección.

Para obtener la fuerza por torsión, se supone que todos los marcos resistentes giran el mismo ángulo θ alrededor del centro de torsión.

De esta hipótesis, la fuerza cortante por torsión en un marco será para los marcos orientados en la dirección de análisis.

$$F_{xt} = \frac{M_t}{\sum K_{txy}^2 + \sum K_{iy}X^2} K_{iy} Y$$

y para los marcos orientados en la dirección perpendicular a la de análisis:

$$F_{yt} = \frac{M_t}{\sum K_{txy}^2 + \sum K_{iy}X^2} K_{iy} X$$

X y Y = coordenadas, con respecto al centro de torsión del elemento resistente que se analiza.

M_t = par de torsión de diseño en la dirección que se está analizando.

$M_t = V_x \cdot e_d$ e_d = excentricidad de diseño

F. UTREPISO 2

$$K_1 = 137.65 \text{ ton/cm}$$

$$K_{\text{muro}} = 2893.3 \quad \checkmark$$

$$K_{17} = 3030.95 \text{ ton/cm}$$

$$K_{4 \text{ COL. AVCHA}} = 5844.16 \text{ ton/cm}$$

K_y

$$K_A = 91.2 \text{ ton/cm}$$

$$K_B = 48.63 \quad \checkmark$$

$$K_C = 503.04 \quad \checkmark$$

$$K_D = 87.5 \quad \checkmark$$

$$K_F = 28.9 \quad \checkmark$$

K_x

$$K_1 = 3030.95 \text{ ton/cm}$$

$$K_4 = 5844.16 \quad \checkmark$$

$$K_7 = 3030.95 \quad \checkmark$$

CENTRO DE MASAS

$$x_m = 13.29 \text{ m} \quad y_m = 8.41 \text{ m}$$

CENTRO DE TORSION

K_x	y	$K_x \cdot y$	K_y	x	$K_y \cdot x$
$K_1 = 3030.95$	16.3	49404.49	$K_A = 91.2$	0	0
$K_4 = 5844.16$	8.15	47629.9	$K_B = 48.63$	6.075	295.43
$K_7 = 3030.95$	0	0	$K_C = 503.04$	9.675	4866.91
$\Sigma = 11906.06$		$\Sigma = 97034.39$	$K_D = 87.5$	14.025	1227.19
			$K_F = 28.9$	21.7	627.13
			$\Sigma = 759.27$		$\Sigma = 7016.89$

$$y_T = \frac{97034.39}{11906.06} = 8.15 \text{ m}$$

$$x_T = \frac{7016.89}{759.27} = 9.24 \text{ m}$$

Excentricidades.

$$e_{sy} = y_m - y_T = 8.41 - 8.15 = 0.26$$

$$e_{sx} = x_m - x_T = 13.29 - 9.24 = 4.05$$

Excentricidades corregidas.

$$e_{1y} = 1.5(0.26) + 0.1(16.3) = 2.02 \text{ m}$$

$$e_{2y} = 0.26 + 0.1(16.3) = -1.37 \text{ m}$$

$$e_{1x} = 1.5(4.05) + 0.1(21.7) = 8.245 \text{ m}$$

$$e_{2x} = 4.05 - 0.1(21.7) = 1.88 \text{ m}$$

MOMENTO POLAR DE INERCIA

<u>K_x</u>	<u>\bar{y}</u>	<u>K_x · \bar{y}</u>	<u>K_x · \bar{y}^2</u>
3030.95	8.15	24702.243	201323.28
5844.16	0	0	0
3030.95	-8.15	-24702.243	201323.28
			$\Sigma = 402643.56$

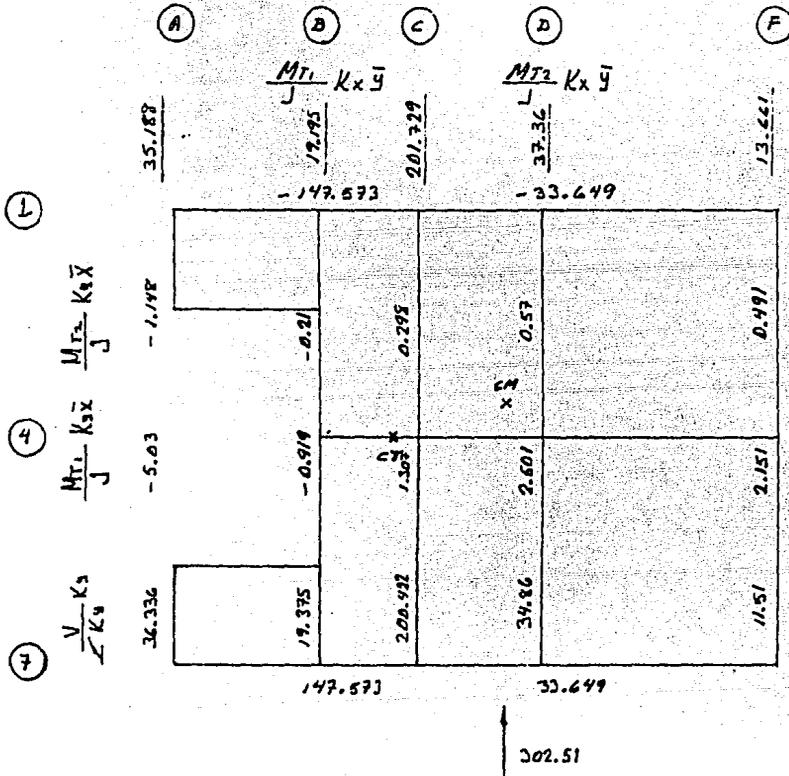
<u>K_y</u>	<u>\bar{x}</u>	<u>K_y · \bar{x}</u>	<u>K_y · \bar{x}^2</u>
91.2	-9.24	-842.688	7786.44
48.63	-3.165	-153.914	487.137
503.04	0.435	218.822	95.188
87.5	4.785	418.688	2003.419
28.8	12.46	360.094	4486.771
			$\Sigma = 14858.956$

$$J = \Sigma K_x \cdot \bar{y}^2 + \Sigma K_y \cdot \bar{x}^2 = \underline{\underline{417502.52}}$$

ANÁLISIS EN LA DIRECCIÓN Y

$$M_{T1} = 302.51 \times 8.245 = 2494.195$$

$$M_{T2} = 302.51 \times 1.88 = 568.7188$$



FUERZA CORTANTE EN MARLOS ENTREPISO 2

$$V_1 = 147.573 + 0.3 (113.165) = 181.52 \text{ ton}$$

$$V_4 = 148.49 \text{ ton}$$

$$V_7 = 147.573 + 0.3 (101.531) = 178.03 \text{ ton}$$

$$V_A = 35.188 + 0.3 (1.23) = 35.56 \text{ ton}$$

$$V_B = 19.145 + 0.3 (0.725) = 19.23 \text{ ton}$$

$$V_C = 201.729 + 0.3 (0.32) = 201.83 \text{ ton}$$

$$V_D = 37.361 + 0.3 (0.613) = 37.55 \text{ ton}$$

$$V_F = 13.661 + 0.3 (0.527) = 13.82 \text{ ton}$$

2.9 Análisis por cargas horizontales

Una vez obtenidas las fuerzas horizontales que actúan en cada marco se realizó un análisis por computadora con el programa STRUDL, obteniéndose elementos mecánicos y desplazamientos para las siguientes combinaciones de carga:

$(CM + CV)$, S , $1.4 (CM + CV)$, $1.1 (CM + CV + S)$ y $1.1 (CM + CV - S)$, especificadas por las normas de diseño del RCDF.

Para comprobar la validez de estos resultados se hizo un análisis por el método de Bowman, presentándose a continuación las hipótesis en que se basa:

- a) Los puntos de inflexión en las vigas exteriores se encuentran a 0.55 de su claro, a partir de su extremo exterior. En las vigas interiores su punto de inflexión está al centro del claro, excepto en la crujía central cuando el número de éstos es impar, o en las dos centrales si es par. En ello los puntos de inflexión de las vigas estará forzado por condiciones de simetría y equilibrio.
- b) En las columnas del primer entrepiso los puntos de inflexión están a 0.60 de su altura a partir de la base.

En marcos de dos o más, tres o más, cuatro o más entrepisos, respectivamente, los puntos de inflexión en las columnas de los entrepisos último, penúltimo y antepenúltimo respectivamente, se encuentran a 0.65, 0.60 y 0.55 de la altura correspondiente a partir del extremo superior.

En edificios de cinco o más entrepisos, los puntos de inflexión en columnas para las cuales no se ha especificado la posición, se encuentran al centro de su altura. Esto se ilustra en la figura 2. 2.

c) La fuerza cortante de cada entrepiso se distribuye en la forma siguiente:

En el primer entrepiso:

Una fuerza cortante igual a

$$V_C = \frac{N - 0.5}{N + 1.0} V$$

Esta se distribuye en las columnas de acuerdo a sus rigideces.

La fuerza cortante $V_t = V - V_C$ se distribuye entre las crujeas proporcionalmente a la rigidez de la viga que la limita en la parte superior.

El cortante de cada crujía se distribuye en partes iguales entre las dos columnas que la limitan.

En pisos superiores, la fuerza cortante

$$V_C = \frac{N - 2}{N + 1} V \quad \text{se distribuye directamente entre las columnas.}$$

El cortante $V_t = V - V_C$ se distribuye entre las crujeas como se hizo para la planta baja.

V = fuerza cortante por entrepiso

N = crujeas del marco en el entrepiso considerado

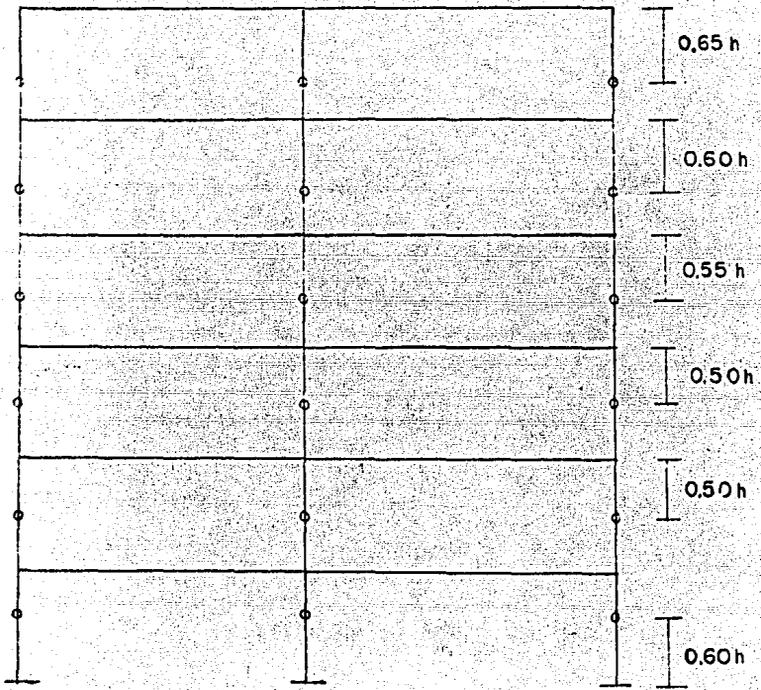


FIG. 2.2 Puntos de inflexión en los diferentes entrepisos

Después de comparar los resultados del análisis por cargas laterales obtenidos por medio de la computadora y el análisis manual por el método de Bowman se llegó a la conclusión de aceptar los primeros como más aproximados y se diseñó con estos elementos mecánicos.

Desplazamientos

Según el Artículo 242 de RCDF las deformaciones laterales de cada entepiso debidas a fuerza cortante no excederán de 0.008 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, salvo donde los elementos que no forman parte integrante de la estructura estén ligados a ella en tal forma que no sufran daños por las deformaciones de ésta. En este caso el límite en cuestión deberá tomarse igual a 0,016, en el cálculo de desplazamientos se tomará en cuenta la rigidez de todo elemento que forme parte integrante de la estructura.

La computadora proporcionó desplazamientos por cargas laterales, solo que éstos hay que multiplicarlos por Q' ya que no se toma en cuenta para el cálculo de deformaciones la reducción por ductilidad de la estructura.

Para nuestro caso el desplazamiento permisible es de - - - - -
 $0.008 \times 270 = 2.16$ cm. si estuvieran ligados los elementos no estructurales (muros divisorios, ventanas, etc.) y de $0.016 \times 270 = 4.32$ cm. en caso contrario.

A continuación se presentan los resultados de los desplazamientos del marco eje "D" ante cargas horizontales, observándose que los re-

sultados son mayores que 2.16 cm. pero menores que 4.32 cm. por lo que se hace necesario desligar muros divisorios y ventanas para que los desplazamientos sean aceptables.

En el capítulo IV se hace un cálculo más preciso de los desplazamientos.

Entrepiso	Despl. (cm.)	$Q'\Delta$
PB	0.0846	0.3384
1	0.5465	1.8475
2	1.1984	2.6076
3	1.9496	3.0048
4	2.7400	3.1616
5	3.5384	3.3536
6	4.3202	3.1272
7	5.0655	2.9812
8	5.7636	2.7924
9	6.4060	2.5696
10	6.9960	2.3600
11	7.5540	2.2320
12	8.0070	1.8120

220570

00-1000000

ESTANOS 2200

00000

31	00015926	-00126777	-00004827
32	00015926	-00126777	-00004827
33	00015926	-00126777	-00004827
34	00015926	-00126777	-00004827
35	00015926	-00126777	-00004827
36	00015926	-00126777	-00004827
37	00015926	-00126777	-00004827
38	00015926	-00126777	-00004827
39	00015926	-00126777	-00004827
40	00015926	-00126777	-00004827
41	00015926	-00126777	-00004827
42	00015926	-00126777	-00004827
43	00015926	-00126777	-00004827
44	00015926	-00126777	-00004827
45	00015926	-00126777	-00004827
46	00015926	-00126777	-00004827
47	00015926	-00126777	-00004827

LOADS

CARGA

MEMBER

	ACTUAL	STANDARD	EXCESS	EXCESS	EXCESS	EXCESS
1	111-220570	111-220570	0	0	0	0
2	111-220570	111-220570	0	0	0	0
3	111-220570	111-220570	0	0	0	0
4	111-220570	111-220570	0	0	0	0
5	111-220570	111-220570	0	0	0	0
6	111-220570	111-220570	0	0	0	0
7	111-220570	111-220570	0	0	0	0
8	111-220570	111-220570	0	0	0	0
9	111-220570	111-220570	0	0	0	0
10	111-220570	111-220570	0	0	0	0
11	111-220570	111-220570	0	0	0	0
12	111-220570	111-220570	0	0	0	0
13	111-220570	111-220570	0	0	0	0
14	111-220570	111-220570	0	0	0	0
15	111-220570	111-220570	0	0	0	0
16	111-220570	111-220570	0	0	0	0
17	111-220570	111-220570	0	0	0	0
18	111-220570	111-220570	0	0	0	0
19	111-220570	111-220570	0	0	0	0
20	111-220570	111-220570	0	0	0	0
21	111-220570	111-220570	0	0	0	0
22	111-220570	111-220570	0	0	0	0
23	111-220570	111-220570	0	0	0	0
24	111-220570	111-220570	0	0	0	0
25	111-220570	111-220570	0	0	0	0

94602

00700
STANDARD 0

03	03	18.0110779	17.9373182
04	04	18.0110779	17.9373182
05	05	18.0110779	17.9373182
06	06	18.0110779	17.9373182
07	07	18.0110779	17.9373182
08	08	18.0110779	17.9373182
09	09	18.0110779	17.9373182
10	10	18.0110779	17.9373182
11	11	18.0110779	17.9373182
12	12	18.0110779	17.9373182
13	13	18.0110779	17.9373182
14	14	18.0110779	17.9373182
15	15	18.0110779	17.9373182
16	16	18.0110779	17.9373182
17	17	18.0110779	17.9373182
18	18	18.0110779	17.9373182
19	19	18.0110779	17.9373182
20	20	18.0110779	17.9373182
21	21	18.0110779	17.9373182
22	22	18.0110779	17.9373182
23	23	18.0110779	17.9373182
24	24	18.0110779	17.9373182
25	25	18.0110779	17.9373182
26	26	18.0110779	17.9373182
27	27	18.0110779	17.9373182
28	28	18.0110779	17.9373182
29	29	18.0110779	17.9373182
30	30	18.0110779	17.9373182
31	31	18.0110779	17.9373182
32	32	18.0110779	17.9373182
33	33	18.0110779	17.9373182
34	34	18.0110779	17.9373182
35	35	18.0110779	17.9373182
36	36	18.0110779	17.9373182
37	37	18.0110779	17.9373182
38	38	18.0110779	17.9373182
39	39	18.0110779	17.9373182
40	40	18.0110779	17.9373182
41	41	18.0110779	17.9373182
42	42	18.0110779	17.9373182
43	43	18.0110779	17.9373182
44	44	18.0110779	17.9373182
45	45	18.0110779	17.9373182
46	46	18.0110779	17.9373182
47	47	18.0110779	17.9373182
48	48	18.0110779	17.9373182
49	49	18.0110779	17.9373182
50	50	18.0110779	17.9373182
51	51	18.0110779	17.9373182
52	52	18.0110779	17.9373182
53	53	18.0110779	17.9373182
54	54	18.0110779	17.9373182
55	55	18.0110779	17.9373182
56	56	18.0110779	17.9373182
57	57	18.0110779	17.9373182
58	58	18.0110779	17.9373182
59	59	18.0110779	17.9373182
60	60	18.0110779	17.9373182
61	61	18.0110779	17.9373182
62	62	18.0110779	17.9373182
63	63	18.0110779	17.9373182
64	64	18.0110779	17.9373182
65	65	18.0110779	17.9373182
66	66	18.0110779	17.9373182
67	67	18.0110779	17.9373182
68	68	18.0110779	17.9373182
69	69	18.0110779	17.9373182
70	70	18.0110779	17.9373182
71	71	18.0110779	17.9373182
72	72	18.0110779	17.9373182
73	73	18.0110779	17.9373182
74	74	18.0110779	17.9373182
75	75	18.0110779	17.9373182
76	76	18.0110779	17.9373182
77	77	18.0110779	17.9373182
78	78	18.0110779	17.9373182
79	79	18.0110779	17.9373182
80	80	18.0110779	17.9373182
81	81	18.0110779	17.9373182
82	82	18.0110779	17.9373182
83	83	18.0110779	17.9373182
84	84	18.0110779	17.9373182
85	85	18.0110779	17.9373182
86	86	18.0110779	17.9373182
87	87	18.0110779	17.9373182
88	88	18.0110779	17.9373182
89	89	18.0110779	17.9373182
90	90	18.0110779	17.9373182
91	91	18.0110779	17.9373182
92	92	18.0110779	17.9373182
93	93	18.0110779	17.9373182
94	94	18.0110779	17.9373182
95	95	18.0110779	17.9373182
96	96	18.0110779	17.9373182
97	97	18.0110779	17.9373182
98	98	18.0110779	17.9373182
99	99	18.0110779	17.9373182
100	100	18.0110779	17.9373182

745027

UNRECORDED
UNRECORDED
UNRECORDED

DD700

RESULTANT JOINT LOADS - SUPPORTS

1	-17.4875122	-121.310266	44.799948
2	3.0778254	119.2416470	117.33467

RESULTANT JOINT LOADS - FREE JOINTS

3	-14.3399944	-4.0000000	-0.0000000
4	0.0000000	0.0000000	0.0000000
5	0.0000000	0.0000000	0.0000000
6	0.0000000	0.0000000	0.0000000
7	0.0000000	0.0000000	0.0000000
8	0.0000000	0.0000000	0.0000000
9	0.0000000	0.0000000	0.0000000
10	0.0000000	0.0000000	0.0000000
11	0.0000000	0.0000000	0.0000000
12	0.0000000	0.0000000	0.0000000
13	0.0000000	0.0000000	0.0000000
14	0.0000000	0.0000000	0.0000000
15	0.0000000	0.0000000	0.0000000
16	0.0000000	0.0000000	0.0000000
17	0.0000000	0.0000000	0.0000000
18	0.0000000	0.0000000	0.0000000
19	0.0000000	0.0000000	0.0000000
20	0.0000000	0.0000000	0.0000000

7-426029

DD FORM 100-100-100-100
NON-REPRODUCTION
DDZGO

NUMBER	JOINTS	FORCE	MOMENT
1	1	1.000000	0.000000
2	2	1.000000	0.000000
3	3	1.000000	0.000000
4	4	1.000000	0.000000
5	5	1.000000	0.000000
6	6	1.000000	0.000000
7	7	1.000000	0.000000
8	8	1.000000	0.000000
9	9	1.000000	0.000000
10	10	1.000000	0.000000
11	11	1.000000	0.000000
12	12	1.000000	0.000000
13	13	1.000000	0.000000
14	14	1.000000	0.000000
15	15	1.000000	0.000000

NON-REPRODUCTION

CAPITULO III

DISCUSION SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE
LOSAS RETICULARES ANTE SISMO.3.1 Generalidades

Una de las características principales del sistema estructural losa plana-columna es que transmite directamente la carga sobre las columnas en que se apoya, sin necesidad de trabes. Tiene varias ventajas sobre el sistema de losas apoyadas sobre vigas y columnas tales como procedimiento constructivo más sencillo, oportunidad de variar la distribución arquitectónica, etc., por lo que es un sistema muy divulgado en algunos países.

Su comportamiento ante cargas verticales se conoce ampliamente y se ha demostrado que los métodos de diseño establecidos son eficaces para este tipo de cargas. Sin embargo su comportamiento ante cargas laterales ha sido poco estudiado, por lo que aún existen dudas acerca de su eficacia ante acciones sísmicas, las incertidumbres provienen del escaso conocimiento de la rigidez, resistencia, ductilidad del sistema y transmisión de momento entre columnas y losa.

Se han realizado estudios sobre el comportamiento sísmico de sistemas losa plana-columna, en su versión losa maciza que se refieren principalmente al mecanismo de falla, cálculo de resistencia a cortante de la conexión losa plana columna, y modalidades del diseño de refuerzo por flexión y cortante que permitan incrementar dicha resistencia y al-

canzar cierta ductilidad. No existen numerosas investigaciones sobre el comportamiento de losas aligeradas, sistema muy usado en México, en el cual en las nervaduras se concentra el refuerzo a flexión a su vez confinado generalmente por estribos en los que la falla por cortante puede ocurrir no sólo en la zona maciza alrededor de la columna, sino también en las nervaduras.

Sin embargo, en años recientes en el Instituto de Ingeniería, UNAM se emprendió un programa de Investigación cuyos objetivos eran aclarar el comportamiento sísmico de las edificaciones con sistemas de piso formados por losas planas aligeradas, revisar los procedimientos actuales de refuerzo por flexión y cortante y desarrollar procedimientos de diseño más congruentes con el comportamiento observado experimentalmente en la conexión, ante estados de carga similares a los que se presentarían durante un sismo.

3.2 Criterios para el análisis de este tipo de sistemas.

El análisis de sistemas losa plana-columna se hace generalmente suponiendo marcos planos en dos direcciones en los que la losa plana se sustituye por una viga equivalente cuya rigidez se calcula como la de una franja de losa con un ancho especificado (ancho equivalente). Los reglamentos actuales proponen criterios empíricos para el cálculo del ancho equivalente que dan resultados diferentes, lo cual pone en duda su validez.

El reglamento ACI-77 sólo da recomendaciones para cargas vertica-

les, ya que no recomienda este tipo de sistemas para zonas sísmicas, - obligando al uso de muros de rigidez o contraventeo. En las recientes - normas de diseño sísmico ATC (Applied Technology Council) para los -- EUA, se hace énfasis en este criterio al proponer en el análisis ante car gas laterales un ancho equivalente pequeño, que para peraltes usuales - produce desplazamientos de entrepiso mayores que los permisibles por - los reglamentos, a menos que se empleen muros de rigidez.

El RCDF define un mismo ancho equivalente tanto para cargas verticales como laterales, el cual ha sido puesto en duda por los resultados de ensayos experimentales en modelos de conexiones losa plana-columna sujetos a carga lateral.

En cuanto al factor de ductilidad que se debe usar para los sistemas de losas planas-columna el RCDF no establece criterios para su elección, sin embargo en base a estudios realizados en el Instituto de Ingeniería de la UNAM se publicó un Manual de Diseño Sísmico de Edificios en el cual se especifica que estos sistemas no se pueden diseñar con un factor de ductilidad $Q = 6$. Y para el empleo de $Q = 4$, a menos que se usen muros de rigidez, se requiere:

- a) Para el cálculo de la rigidez ante cargas laterales emplear un ancho equivalente igual a $C_2 + 3h$, centrado a eje de columna.
- b) El 100% del refuerzo por flexión debido a sismo se debe colocar en $C_2 + 3h$ y el 75% de este refuerzo se debe concentrar en C_2 .
- c) Reforzar la viga embebida en un ancho $C_2 + d$ para lo cual se debe

emplear un $F_C = 1.4$ para fuerza cortante y momento de desbalanceo.

- d) La resistencia en flexocompresión en los extremos de las columnas se deben revisar con un $F_C = 1.4$ en lugar de $F_C = 1.1$.

Si se emplean muros de rigidez no son aplicables estas restricciones.

C_2 = dimensión de la columna en dirección perpendicular a la del sentido en que se analiza.

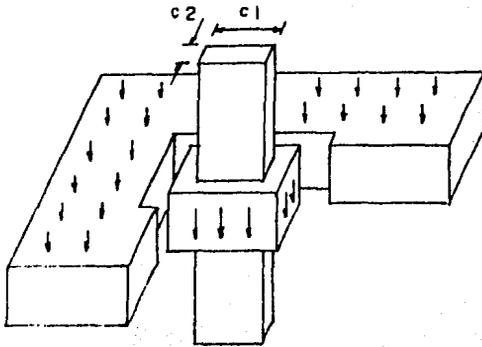
h = peralte total de la losa

d = peralte efectivo de la losa

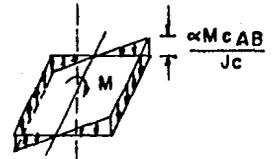
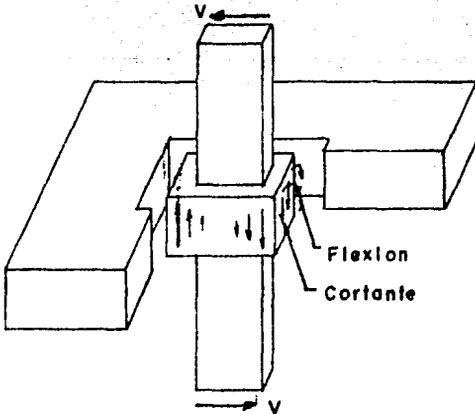
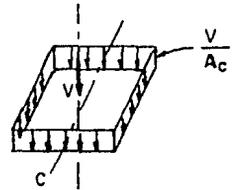
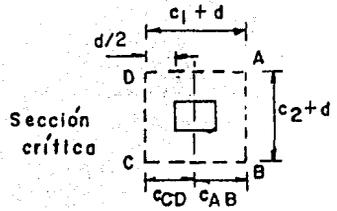
3.3 Transmisión de momentos entre columnas y losa plana

La carga vertical sobre la losa plana debe transmitirse a la columna a través de esfuerzos cortantes que se consideran críticos en una sección a medio peralte de la cara de la columna (fig. 3.1 a), en la que " C_1 ", es la dimensión de la columna en la dirección en que se analiza. Si se excede la resistencia en cortante de esta sección crítica se produce una falla por punzonamiento, la cual se caracteriza por un agrietamiento a lo largo de la superficie de un cono (ó pirámide) truncado en toda la sección crítica.

Además puede ser necesario transmitir un momento de desbalanceo entre la losa y la columna, debido a cargas verticales en tableros asimétricos o de orilla, o a cargas laterales. Este momento debe transmitirse de columna a losa en la misma zona crítica que se considera para cortante y será equilibrado por el momento flexionante resistido en --



a) Esfuerzos por carga vertical



b) Esfuerzos por momento de desbalanceo

$$v_{AB} = \frac{V}{Ac} + \frac{\alpha Mc_{AB}}{Jc}$$

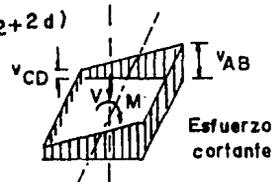
$$v_{CD} = \frac{V}{Ac} - \frac{\alpha Mc_{CD}}{Jc}$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}}$$

Para una col. interior

$$Jc = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2}$$

$$Ac = 2d(c_1 + c_2 + 2d)$$



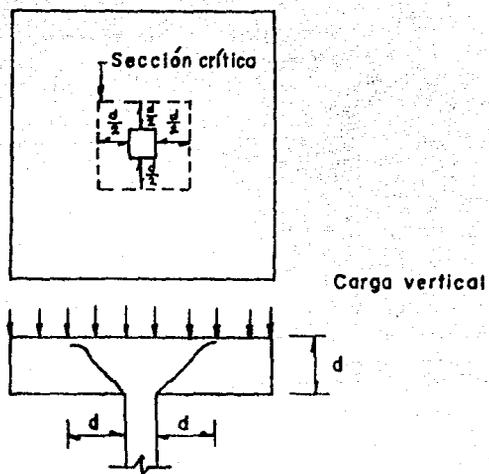
c) Esfuerzos cortantes resultantes

FIG. 3.1

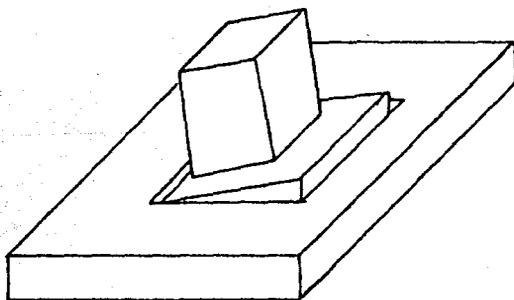
esa zona y por la variación de esfuerzos cortantes en el perímetro de la región crítica.

Los métodos de análisis aceptados por los reglamentos ACI-77 y RCDF, consideran que los esfuerzos cortantes varían linealmente respecto al centroide de la sección crítica. Esta variación de cortantes da lugar a un momento torsionante que debe ser igual que una fracción " α " del momento de desbalanceo; el resto es resistido por el refuerzo de flexión en la sección crítica. En la fig. 3.1.c aparece la expresión que el RCDF especifica para " α "; en caso de columnas cuadradas, $\alpha = 0.4$. En la misma figura se muestra la forma en que, según este criterio, se calculan los esfuerzos cortantes máximos que se presentan en el perímetro crítico, para valores dados del momento de desbalanceo y de " α ".

La fig. 3.2.a muestra el modo de falla de cortante por punzonamiento, característico de una losa sujeta a cargas verticales distribuidas alrededor de una columna y en la fig. 3.2.b el modo de falla por cortante debido a momento de desbalanceo en la conexión losa plana-columna; esta última empieza con agrietamiento por tensión diagonal en la cara frontal de la sección crítica, donde se suman las fuerzas cortantes por carga vertical y los producidos por el momento de desbalanceo. Este agrietamiento progresa con la sucesiva falla por torsión de las caras laterales en la dirección contraria en el extremo opuesto. El modo de falla resultante en la conexión losa plana-columna sujeta a momento de desbalanceo y carga vertical, sería la combinación de los mostrados en ambas



a) Falla por cortante debida a carga vertical



b) Falla por cortante debida a momento de desbalanceo

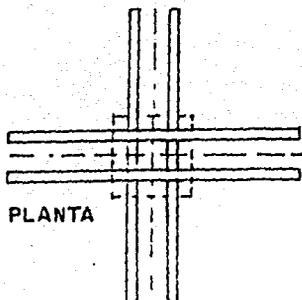
FIG. 3.2 Modos de falla por cortante en la conexión losa plana-columna

figuras y se caracteriza por ser inherentemente frágil. En un edificio -- construido con losas planas sujeto a acciones sísmicas, regirá usualmente esa combinación.

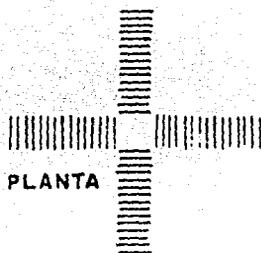
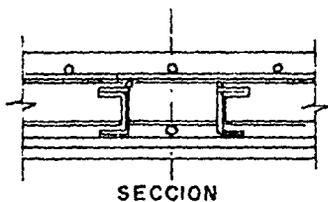
Los marcos formados por vigas y columnas pueden diseñarse fácilmente para que la falla se rija por la formación de articulaciones plásticas en las vigas, sin que se exceda la capacidad de disipación de energía. En edificios de losas planas, un mecanismo de falla equivalente -- correspondería a la formación de líneas de fluencia de momento negativo y positivo a lo largo de todo el tablero, otro mecanismo de falla por -- flexión en losas planas sería una falla local en forma de abanico.

Es preferible tratar que se produzca alguno de los mecanismos por flexión mencionados antes que la falla por cortante, para ello será necesario diseñar la conexión, no para el momento de desbalanceo de diseño sino para un momento de desbalanceo igual a la suma de la resistencia por flexión negativa en un lado de la columna y la resistencia por flexión positiva en el otro lado, tomando la mayor de estas sumas. Esto normalmente no se hace en los diseños de la práctica y da lugar a estructuras con un modo de falla poco dúctil en caso de sismo.

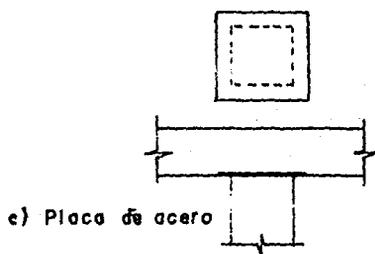
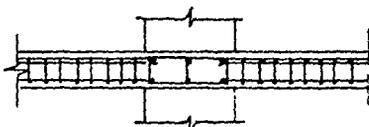
El cálculo de la resistencia en cortante de la conexión según los -- reglamentos ACI-77 y RCDF se basa en la determinación del esfuerzo -- actuante con la hipótesis de la variación lineal de esfuerzos descrita -- anteriormente. Y en la suposición que el esfuerzo cortante resistente -- del concreto es igual a $\sqrt{f'c}$ (en kg/cm²). Para incrementar la resis-



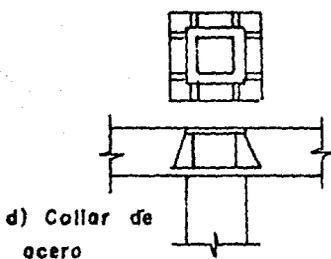
a) Cruceta de acero



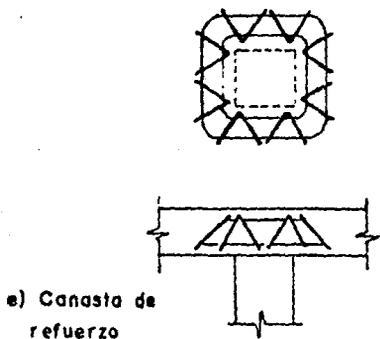
b) Viga embebida



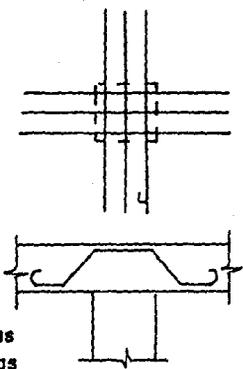
c) Placa de acero



d) Collar de acero



e) Canasta de refuerzo



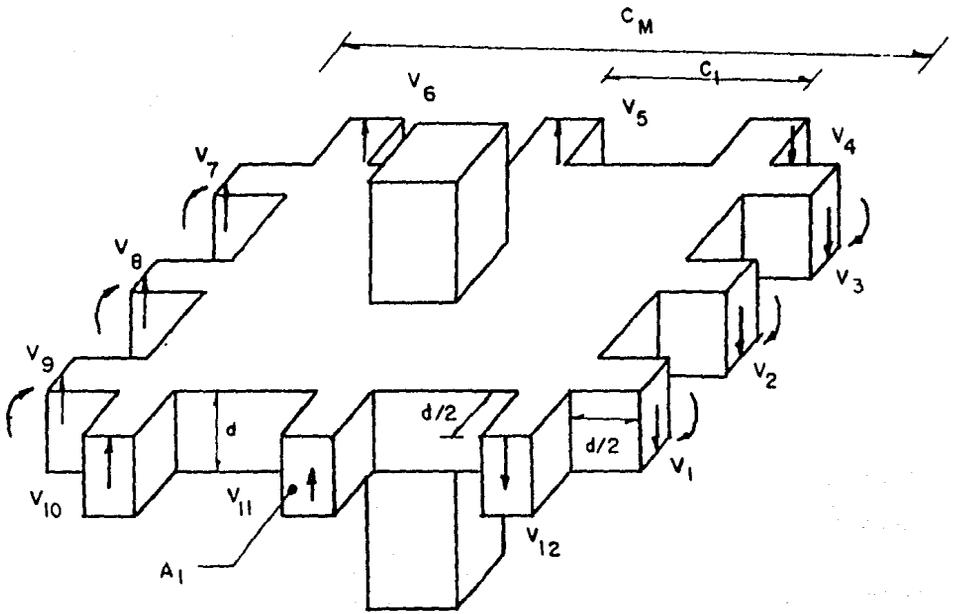
f) Barras dobladas

Fig 3.3 Modalidades de refuerzo por cortante de conexiones losa plana-columna.

tencia de la conexión se han propuesto diversas modalidades de refuerzo (fig. 3.3). En ensayos realizados en otros países demuestran que ninguno de estos procedimientos mejora sustancialmente el comportamiento -- ante cargas laterales repetidas, excepto el de la viga embebida.

Por tal razón, el RCDF especifica que si se excede la resistencia en cortante del concreto puede incrementarse la resistencia al reforzar con -- estribos una viga que tenga el mismo peralte de la losa y un ancho igual al de la sección crítica, esta viga debe revisarse por cortante con los -- mismos procedimientos que para vigas usuales. Sin embargo, el incremento en resistencia que puede alcanzarse con ese procedimiento es pequeño, ya que no puede excederse un esfuerzo cortante total de $1.5\sqrt{f'c}$ en kg/cm². El reglamento ACI-77 no da criterios para reforzar por cortante -- cuando el esfuerzo cortante actuante debido al momento de desbalanceo -- excede $\sqrt{f'c}$, en kg/cm².

Respecto a losas planas aligeradas, no se conocen ensayos ni estudios analíticos acerca de su comportamiento ante carga lateral. En di -- chas losas, además de la posibilidad de falla por cortante alrededor de -- la columna en la zona maciza, puede fallar en una sección exterior a -- través de la zona aligerada (fig. 3.4); en este caso es probable que sea válido extrapolar el procedimiento empleado para la zona maciza, o sea suponer que la misma fracción " \propto " (fig. 3.1.c) del momento de desba -- lanceo, se equilibra por fuerzas cortantes en las vigas en dirección per -- pendicular a la del análisis y que la distribución de esfuerzos cortan --



Cortantes debidos al momento de desbalanceo

Esfuerzo cortante en cada nervadura $v_i = \frac{C_i v_M}{C_M}$

Momento equilibrado por las fuerzas en cada nervadura $\propto M_D = \sum A_i v_i C_i$

$\propto M_D = \frac{v_M}{C_M} \sum A_i C_i^2$ o sea $v_M = \frac{\propto M_D C_M}{\sum A_i C_i^2}$

$v_i = \frac{C_i}{\sum A_i C_i^2} \propto M_D$

$v_i = v_i A_i \frac{C_i A_i M_D}{\sum A_i C_i^2}$

Fuerza cortante en cada nervadura debida al momento de desbalanceo

$v_{iTOT} = \frac{W A_i}{\sum A_i} + \frac{C_i A_i M_D}{\sum A_i C_i^2}$

Fuerza cortante debida a la carga vertical fuera de la zona crítica, W y al momento de desbalanceo

Fig 3.4 Revision de las nervaduras por cortante

tes es lineal; la fuerza cortante que debe resistir cada viga, según este criterio, se obtiene en la fig. 3.4.

En cuanto a la ductilidad de la falla y al comportamiento ante cargas repetidas, parece probable que el arreglo del refuerzo en vigas reforzadas con estribos de lugar a un mejor comportamiento que en las losas macizas en que el refuerzo está distribuido en parrillas no confinadas.

3.4 Aplicación al proyecto.

En el presente trabajo se usaron en la estructuración muros de rigidez en dos direcciones, por lo que usamos un factor de ductilidad $Q=4$.

Se aplicó para cargas laterales, el ancho equivalente especificado por el RCDF a cada lado de eje de columnas igual a:

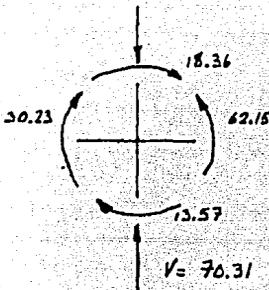
$$\frac{0.5 L_2}{1 + 1.67 L_2/L_1} + 0.3C \leq 0.5 L_2$$

donde L_2 es el claro del tablero que se considera, en la dirección en que se mide el ancho equivalente, y L_1 es el claro en la dirección que se analiza, C es la dimensión de la columna en dirección L_2 .

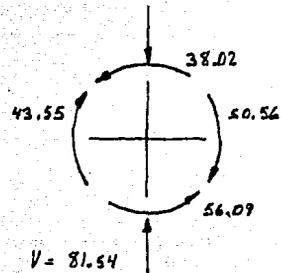
Se revisó la conexión entre losa plana-columna con las expresiones que aparecen en la fig. 3, por momento de desbalanceo, calculando el esfuerzo cortante máximo para la columna D-4 (columna interior). Cabe hacer notar que las expresiones para el cálculo de A_c y J_c varían de acuerdo a si se trata de una columna de borde o de esquina.

REVISIÓN POR TENSION DIAGONAL ALREDEDOR DE LA COLUMNA INTERIOR D-4

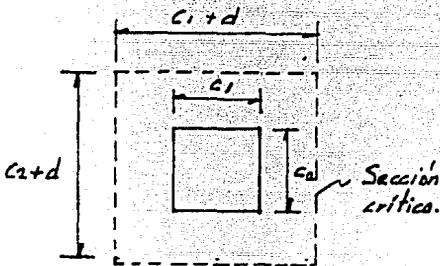
ELEMENTOS MECANICOS



CM + CV



1.1 (CM + CV + S)



CONSTANTES

$$f_c^* = 0.8 f_c = 0.8(250) = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c^{**} = 0.85 f_c^* = 170 \text{ Kg/cm}^2$$

$$c_1 = c_2 = 80 \text{ cm}$$

$$c_1 + d = c_2 + d = 80 + 30 = 110 \text{ cm}$$

$$C_{AB} = \frac{c_1 + d}{2} = \frac{110}{2} = 55 \text{ cm.}$$

$$A_c = 2(30)(80 + 80 + 2(30)) = 13200 \text{ cm}^2$$

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67 \sqrt{\frac{110}{110}}} = 0.401$$

$$J = \frac{30(110)^3}{6} + \frac{110(30)^3}{6} + \frac{30(110)(110)^2}{2}$$

$$J = 27115000 \text{ cm}^4$$

REVISIÓN BAJO CM + CV

$$M_u = 62.15 \times 1.4 = 87.01 \text{ ton-m}$$

$$V_u = 70.31 \times 1.4 = 98.43 \text{ ton}$$

$$\tau_{u \max} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\alpha M_u C_{AB}}{J_c}$$

$$\tau_{u \max} = \frac{98.43 \times 10^3}{13200} + \frac{0.401(87.01 \times 10^6)(55)}{27115000}$$

$$\tau_{u \max} = 14.53 \text{ Kg/cm}^2$$

Esfuerzo cortante de diseño admisible si no se usa refuerzo = $F_R \sqrt{f_c^*} = 0.8 \sqrt{200} = 11.31 \text{ Kg/cm}^2$

$$\tau_{u \max} > F_R \sqrt{f_c^*} \quad \text{Se requiere refuerzo por cortante}$$

Revisión del esfuerzo cortante de diseño máximo admisible

$$1.5 F_R \sqrt{f_c^*} = 16.97 > \tau_{u \max} \quad \checkmark$$

REVISIÓN BAJO CM + CV + S

$$M_u = 94.11 \text{ ton-m}$$

$$V_u = 81.54 \text{ ton}$$

$$\tau_{u \max} = \frac{81.54 \times 10^3}{13200} + \frac{0.401(94.11 \times 10^6)(55)}{27115000} = 13.83 \text{ Kg/cm}^2$$

Rise la condición $f_u + c_v$ y Para ésta se calculará el refuerzo.

$$s = \frac{F_R A_v f_y d}{V_u - V_{CR}} \leq \frac{F_R A_v f_y}{3.5 b}$$

$$V_u = b d v_{u\max} = 110 (30) (14.53) = 47949 \text{ Kg}$$

$$V_{CR} = 0.5 b d F_R \sqrt{f_c^*} = 0.5 (110) (30) (0.8) \sqrt{200} = 18668 \text{ Kg}$$

$$A_v = 4 \times 0.71 = 2.84 \text{ cm}^2 \text{ (astribos \#3 de cuatro ramas)}$$

$$s = \frac{0.8 (2.84) (4000) (30)}{47949 - 18668} = 9.3 \text{ cm}$$

Revisión de la separación máxima.

$$\frac{F_R A_v f_y}{3.5 b} = \frac{0.8 (2.84) (4000)}{3.5 (110)} = 23.6 \text{ cm} > 9.3 \text{ cm}$$

Usar astribos #3 de cuatro ramas @ 9 cm hasta un tercio del claro.

REVISIÓN COMO VIGA ANCHA

La sección crítica está a un Peralte del Paño de la columna.

$$b = 342 \text{ cm} \quad d = 30 \text{ cm}$$

$$V_u = 35.5 \times 1.4 = 49.7 \text{ ton}$$

$$V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

$$V_{CR} = 0.5 (0.8) (342) (30) \sqrt{200} = 58039 \text{ Kg}$$

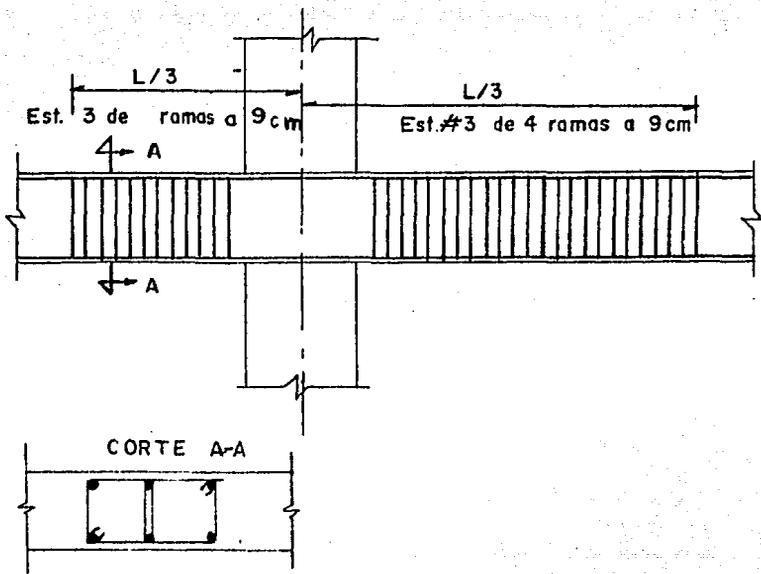
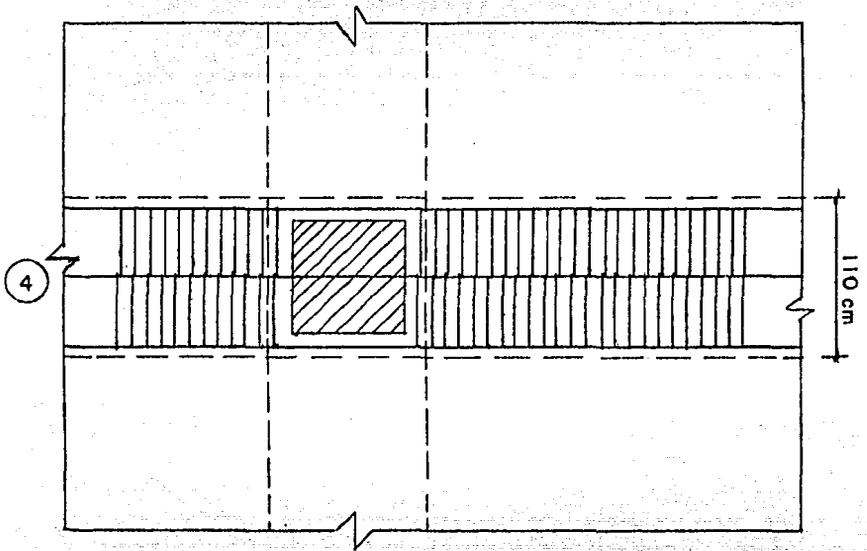
$V_u < V_{CR}$ Por resistencia no necesita refuerzo.

Revisión del cortante por área tributaria.

$$\text{Área tributaria} = \left(\frac{7.675}{2} + \frac{4.35}{2} \right) (8.15) = 49 \text{ m}^2$$

$$V_u = F_c \cdot w \cdot A_t = 1356 \times 49 \times 1.4 = 92614 \text{ Kg}$$

$$V_u = 92.6 \text{ ton} < 98.4 \text{ ton}$$



ANALISIS SISMICO DINAMICO

Introducción.

El objetivo fundamental del análisis dinámico de sistemas estructurales, es determinar los esfuerzos y deformaciones que se producen en ellos, como consecuencia de acciones dinámicas externas, esto es acciones cuyas características varían en el tiempo.

Los esfuerzos y deformaciones de un sistema estructural sometido a acciones dinámicas, pueden determinarse para un instante t cualquiera - utilizando algún método de análisis estático, siempre y cuando se conozcan los desplazamientos del sistema en dicho instante t . Entonces la - determinación de estos desplazamientos juega un papel muy importante en el análisis dinámico de estructuras.

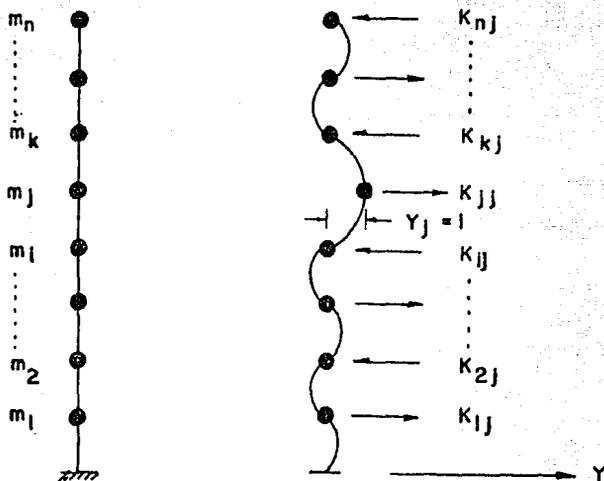
Según el artículo 238 del RCDF bastaría en nuestro caso particular - con efectuar un análisis sísmico estático, ya que la estructura que analizamos tiene una altura menor de 60 m. Sin embargo en este trabajo, con fines de estudio se efectuará un análisis sísmico dinámico para establecer una comparación de los resultados obtenidos al aplicar ambos criterios de análisis.

4.1 Oscilación de sistemas con múltiples grados de libertad.

Consideremos primeramente el caso de la oscilación libre de un sistema no amortiguado. Como sabemos la frecuencia del sistema amortiguado es aproximadamente igual a la del sistema no amortiguado.

Consideremos un sistema de n masas, cada una de ellas con un solo grado de libertad, por ejemplo el desplazamiento en dirección de la

oscilación, el cual puede quedar representado como sigue:



Este esquema representa un edificio de n pisos en el que las masas se suponen concentradas en el nivel de cada entrepiso y los resortes -- son las columnas. Esta representación es válida si la deformación del edificio se produce por la deformación por corte de las columnas.

Suponemos bloqueados todos los puntos del sistema excepto la masa m_j la que experimenta un desplazamiento $y_j = 1$.

Se designa como:

K_{jj} = Reacción que aparece en la masa m_j cuando $y_j = 1$

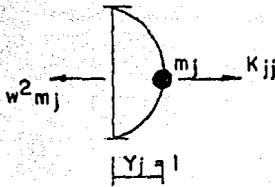
y todos los demás puntos están bloqueados.

K_{jj} = Reacción que aparece en la masa m_j cuando $y_j = 1$ y todos los demás puntos están bloqueados.

$m_1, m_2, \dots, m_i, m_j, m_k, m_n$ son las masas concentradas en los puntos $1, 2, \dots, i, j, k, \dots, n$.

$y_1, y_2, \dots, y_i, y_j, y_k, \dots, y_n$ son las oscilaciones de las masas concentradas en $1, 2, \dots, i, j, k, \dots, n$ y constituyen las incógnitas del problema.

Si consideramos exclusivamente la masa m_j con un desplazamiento unitario y los demás nudos bloqueados.



Sistema de un solo grado de libertad

$$m \ddot{y} + k y = 0$$

$m \ddot{y}$ = fuerza de inercia

$k y$ = fuerza de rigidez

$$m = m_j, y = y_j = 1, k = -k_{ji}$$

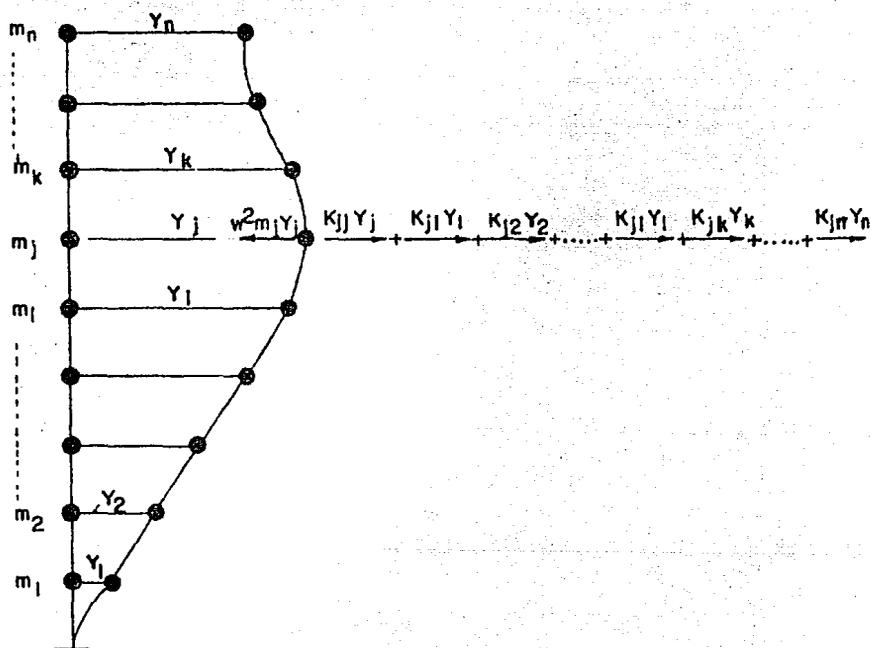
$$\ddot{y} = w^2 y_j = w^2$$

Sustituyendo

$$w^2 m_j - k_{jj} = 0$$

$$k_{jj} - w^2 m_j = 0$$

Si se sueltan los bloqueos y se deja oscilar todo el sistema



Condición de equilibrio dinámico.

$$(K_{11} - w^2 m_1) Y_1 + K_{12} Y_2 + \dots + K_{1j} Y_j + \dots + K_{1n} Y_n = 0$$

$$K_{21} Y_1 + (K_{22} - w^2 m_2) Y_2 + \dots + K_{2j} Y_j + \dots + K_{2n} Y_n = 0$$

$$K_{j1} Y_1 + K_{j2} Y_2 + \dots + (K_{jj} - w^2 m_j) Y_j + \dots + K_{jn} Y_n = 0 \quad 4.1$$

$$K_{n1} Y_1 + K_{n2} Y_2 + \dots + K_{nj} Y_j + \dots + (K_{nn} - w^2 m_n) Y_n = 0$$

Estas n ecuaciones se pueden escribir en forma matricial.

$$\left([K] - w^2 [M] \right) \{ y \} = 0 \quad 4.1$$

A las ecuaciones 4.1 se les llama de equilibrio dinámico

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2j} & \dots & K_{2n} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ K_{j1} & K_{j2} & \dots & K_{jj} & \dots & K_{jn} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nj} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} = \text{Matriz simétrica de rigideces}$$

$$K_{ij} = K_{ji}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 0 & 0 & \dots & m_j & \dots & 0 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix} = \text{Matriz diagonal de masas ó matriz de inercia}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_j \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \text{Matriz columna}$$

6

Vector de desplazamientos

Para que las ecuaciones 4.1 tengan solución diferente a la trivial

$$Y_1 = Y_2 = \dots = Y_j = \dots = Y_n = 0$$

$$6 \quad [Y] = [0]$$

Se requiere que el determinante del sistema sea igual a cero de lo contrario el sistema no oscila, porque los desplazamientos son nulos.

$$\Delta(w) = \begin{bmatrix} K_{11} - w^2 m_1 & K_{12} & \dots & K_{1j} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} - w^2 m_2 & \dots & K_{2j} & \dots & K_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{j1} & K_{j2} & \dots & K_{jj} - w^2 m_j & \dots & K_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nj} & \dots & K_{nn} - w^2 m_n \end{bmatrix} = 0 \quad 4.2$$

En forma matricial

$$|[R] - w^2 [M]| = 0 \quad 4.2$$

La ecuación 4.2 se designa como la " Ecuación característica del sistema oscilante con grados de libertad múltiples ". Es una ecuación de grado n en w^2 y es ecuación lineal y homogénea. Las n raíces reales y positivas $w_1, w_2, \dots, w_j, \dots, w_n$ que resuelven esta ecuación

se llaman las frecuencias circulares propias del sistema.

Substituyendo cada valor de w_j en las ecuaciones 4.1 (condiciones de equilibrio dinámico) se obtiene la ley de variación de los desplazamientos $y_1, y_2, \dots, y_1, y_n$ correspondientes a dicha frecuencia. A esta ley se le llama modo propio, modo normal, modo natural o función propia.

y_{ij} = desplazamiento de la masa i para el modo j

($w = w_j$)

Un sistema de n grados de libertad posee n modos propios.

Es usual representar esta ley haciendo que el desplazamiento de la masa superior sea 1.

Los desplazamientos relativos obtenidos bajo ésta condición se llaman " normalizados " y se representan por ϕ .

$$\phi_{1j} = \frac{y_{1j}}{y_{nj}}$$

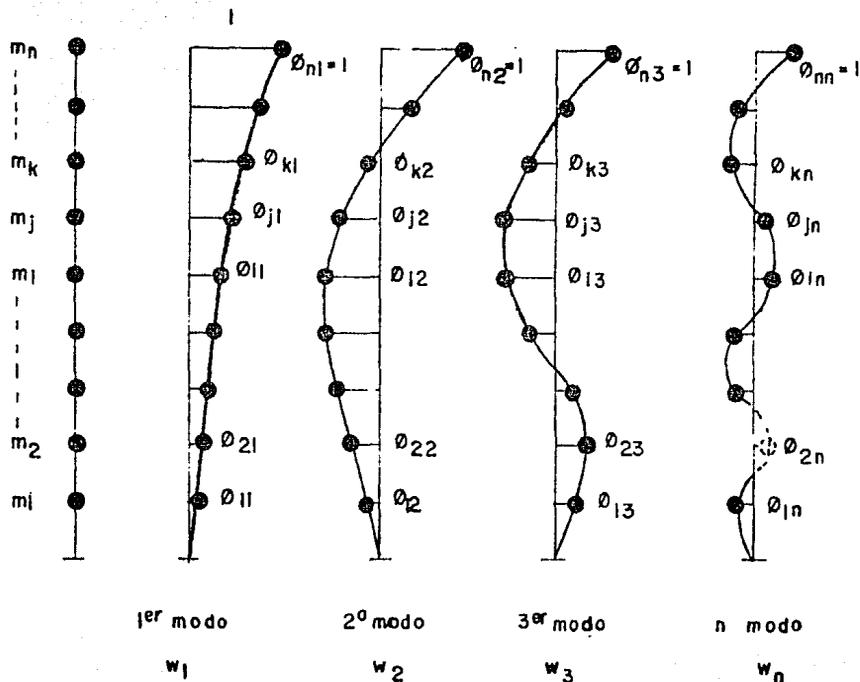
$$\phi_{2j} = \frac{y_{2j}}{y_{nj}}$$

.....

$$\phi_{jj} = \frac{y_{jj}}{y_{nj}}$$

.....

$$\phi_{nj} = \frac{y_{nj}}{y_{nj}} = 1$$



La configuración de cada modo presenta $n - 1$ puntos de inflexión.

1er. modo : 0 puntos de inflexión

2o. modo : 1 punto de inflexión

3er. modo : 2 puntos de inflexión.

n modo : $n - 1$ puntos de inflexión

La respuesta de la estructura en un instante dado queda definida por la suma de respuestas de todos y cada uno de los modos.

Sin embargo en la mayor parte de los casos la respuesta del primer

modo es predominante de ahí que a este se le llame modo fundamental o modo principal.

Al periodo $T_1 = \frac{2\pi}{w_1}$ se le llama periodo fundamental.

Se cumple que:

$$w_1 < w_2 < w_3 \dots < w_n$$

$$T_1 > T_2 > T_3 \dots > T_n$$

Generalmente en edificios altos se consideran solo aquellos modos en que $T > 0.4$ seg.

Usualmente esto ocurre para los 3 primeros modos. Matemáticamente se puede demostrar que los modos cumplen con el principio de ortogonalidad.

$$\sum_{j=1}^n m_j \vartheta_{ji} \cdot \vartheta_{jk} = 0$$

m_j = masas del sistema $m_1, m_2 \dots m_j \dots m_n$

ϑ_{ji} = desplazamientos normalizados de las masas m_j en el modo i (i puede valer $1, 2, \dots j \dots n$)

ϑ_{jk} = desplazamientos normalizados de las masas m_j en el modo k (k puede valer $1, 2 \dots n$)

siempre y cuando $i \neq k$

En forma matricial

$$[\vartheta_K]^T [M] [\vartheta_i] = 0$$

$[M]$ = matriz diagonal de masa

$[\vartheta_i]$ = vector de desplazamientos normalizado en el modo i

$[\vartheta_k]^T$ = vector transpuesto de los desplazamientos - normalizados en el modo K

$$[\vartheta_k] = \begin{bmatrix} \vartheta_{1k} \\ \vartheta_{2k} \\ \vdots \\ \vartheta_{nk} \end{bmatrix} \quad [\vartheta_n]^T = [\vartheta_{1k}, \vartheta_{2k} \dots \vartheta_{nk}]$$

Por cumplir con esta condición a los modos se les llama también - modos ortogonales o modos normales.

Esta propiedad de los modos sirve para facilitar la solución de los problemas prácticos.

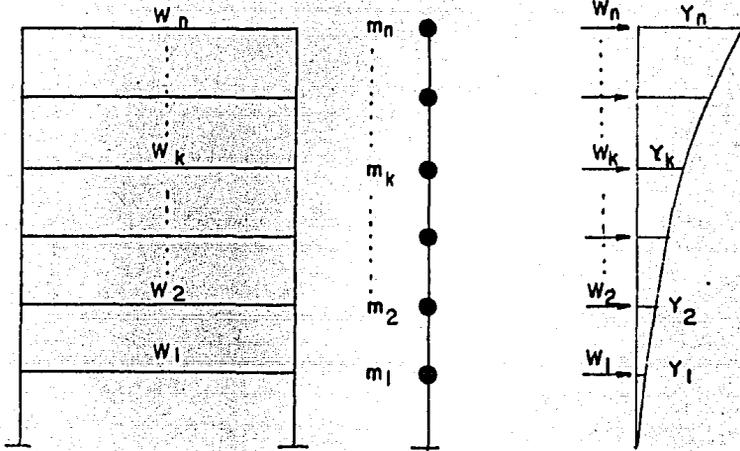
4.2 Obtención de las características dinámicas de un sistema de n - grados de libertad por métodos aproximados.

Se justifica el empleo de métodos aproximados, porque el método - "exacto" para lograr soluciones matemáticas de fácil manejo, establece idealizaciones de la estructura que no se cumplen en la práctica.

Método de Raleigh

Este método permite valuar el periodo fundamental de vibración de - una estructura de n pisos con aproximación del 5%.

Consideremos un sistema de "n" grados de libertad. El peso en cada punto de concentración de la masa es W_k ($k = 1, 2, \dots, n$). Se puede demostrar que la configuración del primer modo es aproximadamente - igual a la deformada estática que toma el sistema bajo la acción de las cargas horizontales $W_1, W_2 \dots W_k \dots W_n$.



Suponemos al sistema oscilando en el primer modo. Durante la oscilación el sistema tiene energía potencial y energía cinética de modo que la energía total se puede expresar como la suma de ambas.

$$E_t = E_p + E_c$$

Cuando la energía potencial es máxima (los desplazamientos son - máximos) la energía cinética es nula (velocidades igual a cero) y viceversa, cuando la energía cinética es máxima (posición de equilibrio, - velocidades máximas) la potencial es nula (desplazamientos son cero)

Durante la oscilación ocurre un cambio de energía potencial en ci-

nética y viceversa.

Si despreciamos las pérdidas de energía se concluye que las energías máximas, potencial y cinética son iguales.

Energía potencial máxima:

$$E_p \max = 1/2 \sum W_k Y_k$$

Energía cinética máxima

$$E_c \max = 1/2 \sum m_k \dot{Y}_k^2$$

$$\text{pero } m_k = \frac{W_k}{g} \text{ y } \dot{Y}_k = w Y_k$$

Por tanto

$$E_c \max = 1/2 \frac{w_1^2}{g} \sum W_k Y_k^2$$

$$E_p \max = E_c \max$$

$$1/2 \sum W_k Y_k = 1/2 \frac{w_1^2}{g} \sum W_k Y_k^2$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{g \sum W_k Y_k^2}{\sum W_k Y_k}}$$

$$T = \frac{2 \pi}{w}$$

$$T_1 = \frac{2 \pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\sum W_k Y_k^2}{\sum W_k Y_k}}$$

Período fundamental de un sistema de " n " grados de libertad.

En las tablas 4.1 y 4.2 se sintetiza el cálculo de los períodos fundamentales de la estructura por el método de Raleigh en la dirección X

(marcos 1, 4, 7) y en la dirección Y (marcos A, B, C, D, F) respectivamente.

Se presenta también las formas aproximadas del primer modo en las fig. 4.1 y 4.2 para ambas direcciones.

Los pesos totales por nivel, así como las rigideces de entrepiso -- son datos obtenidos anteriormente.

TABLA 4.1 CÁLCULO DEL PERIODO FUNDAMENTAL (RAYLEIGH) DIR X

NIVEL	ENTREP.	W_k (ton)	V_k (ton)	R_{inidra} (tonkm)	Δk (V_k/k)	Y_k ($Z \Delta k$)	$W_k Y_k$	$W_k Y_k^2$
14	15	15.92	15.92	1240.0	0.01	4.43	70.53	312.43
13	14	142.45	158.37	1560.0	0.1	4.42	629.63	2782.96
12	13	267.87	426.24	4477.7	0.1	4.32	1157.2	4999.1
11	12	320.5	746.74	4665.6	0.16	4.22	1352.51	5707.59
10	11	444.7	1191.44	6507.6	0.18	4.06	1805.48	7330.26
9	10	456.1	1647.54	6709.0	0.25	3.88	1769.67	6866.31
8	9	456.1	2103.64	6901.6	0.30	3.63	1655.64	6009.98
7	8	456.1	2559.74	7095.4	0.36	3.33	1518.81	5057.65
6	7	456.1	3015.84	7303.9	0.41	2.97	1354.62	4023.21
5	6	456.1	3471.94	7558.1	0.46	2.56	1167.61	2989.1
4	5	456.1	3928.04	7895.2	0.5	2.1	957.81	2011.4
3	4	456.1	4384.14	8398.3	0.52	1.6	729.76	1167.62
2	3	456.1	4840.24	8950.0	0.52	1.08	492.59	531.99
1	2	456.1	5296.34	11906.1	0.44	0.56	255.47	143.03
PB	1	437.1	5733.44	48675.6	0.12	0.12	52.45	6.29

$\Sigma 14969.73$ $\Sigma 49938.92$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\sum W_k y_k^2}{\sum W_k y_k}}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{981}} \sqrt{\frac{49938.92}{14969.73}}$$

$$T_1 = \underline{0.366 \text{ seg}} \quad \text{Dir. X}$$

FORMA APROXIMADA DEL PRIMER MODO (DIR. X)

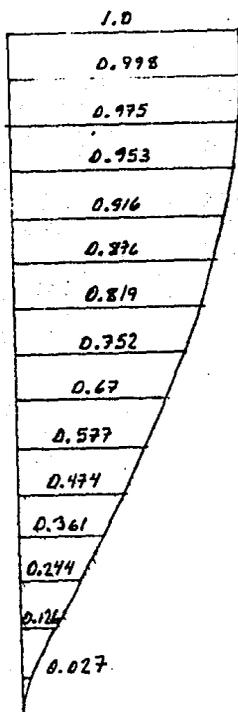


Fig. 4.1

TABLA 4.2. CALCULO DEL PERIODO FUNDAMENTAL (RALLIEN) DIR Y

NIVEL	ENTREP.	W_k (ton)	V_k (ton)	RIGIDEZ K	ΔK	γ (ΔK)	$W_k \gamma_k$	$W_k \gamma_k^2$
14	15	15.92	15.92	613.3	0.026	99.639	1586.3	158052.2
13	14	142.45	158.37	9266.7	0.017	99.613	14189.87	1413495.6
12	13	267.87	426.24	98.7	4.319	97.526	26660.03	2653366.0
11	12	320.5	746.74	133.6	5.589	95.277	30536.28	2909404.9
10	11	444.7	1191.44	210.8	5.652	89.688	39884.25	2577138.8
9	10	456.1	1647.54	246.4	6.686	84.036	38328.62	3221000.6
8	9	456.1	2103.64	269.6	7.803	77.35	35279.34	2728856.5
7	8	456.1	2569.74	288.5	8.873	69.547	31720.37	2206057.6
6	7	456.1	3015.84	307.3	9.814	60.674	27673.4	1679084.2
5	6	456.1	3471.94	329.0	10.533	50.86	23197.25	1179811.9
4	5	456.1	3928.04	358.2	10.966	40.307	18384.02	741004.77
3	4	456.1	4384.14	385.5	11.373	29.341	13382.43	392653.87
2	3	456.1	4840.24	500.1	9.679	17.968	8195.20	147251.43
1	2	456.1	5296.34	759.3	6.975	8.289	3780.6	31337.5
PB	1	437.1	5733.44	4362.2	1.314	1.314	574.35	754.7

$\Sigma 313372.52 \pm 23039264.0$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\sum W_k y_k^2}{\sum W_k y_k}}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{981}} \sqrt{\frac{23039264.0}{313372.52}}$$

$$T_1 = \underline{\underline{1.72 \text{ seg.}}} \quad \text{D.R. y}$$

FORMA APROXIMADA DEL PRIMER MODO D.R.Y

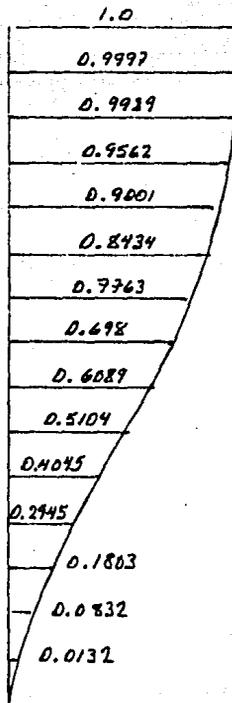


Fig. 4.2

Método de Newmark

Este método permite calcular el período fundamental y la configuración del primer modo.

Se basa en un método más sofisticado llamado de Stodola-Vianello, y consta de los siguientes pasos:

1) Supónganse arbitrariamente los desplazamientos Y_0 que dan la configuración del primer modo.

2) Calcúlense las fuerzas de inercia $F_1 = m_1 w^2 Y_1$

Como se desconoce w^2 , calcúlese $\frac{F_1}{w^2} = m_1 Y_1$

3) Por condición de equilibrio calcúlense los cortantes de entrepiso

$$\frac{V}{w^2} = \frac{\sum F}{w^2}$$

4) Calcúlense los desplazamientos relativos de entrepiso

$$\frac{\Delta}{w^2} = \frac{V/w^2}{K}$$

5) Calcúlense los desplazamientos totales:

$$\frac{Y_1}{w^2} = \sum \frac{\Delta}{w^2}$$

6) Los desplazamientos obtenidos deben ser igual a los supuestos.

$$w^2 = \frac{Y_0}{Y_1/w^2}$$

7) Si los desplazamientos supuestos son correctos obtenemos el mismo valor de w^2 en todas las masas, si ésto no se cumple se repite el procedimiento sustituyendo en el primer paso la configura-

ción Y_0 por Y_1/w^2 . El procedimiento se repite hasta lograr que to dos los valores de w^2 sean razonablemente iguales.

El método de Newmark se aplica en este trabajo en las tablas 4.3 y 4.4 para las direcciones X y Y respectivamente. Se presenta en - la fig. 4.3 y 4.4 las configuraciones del primer modo para ambas - direcciones.

CALCULO DEL PERIODO Y CONFIGURACION DEL PRIMER MODO (NEWMARK)
DIRECCION X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
2	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
3	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
4	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
5	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
6	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
7	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
8	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
9	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
11	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
12	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
13	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
14	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
15	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
16	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
17	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
18	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
19	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26
20	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26

$\omega^2_{prim} = 285.7$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{16.76} = 0.377$

CALCULO DEL PERIODO Y CONFIGURACION DEL PRIMER MODO (NEWMARK)
DIRECCION 'Y'

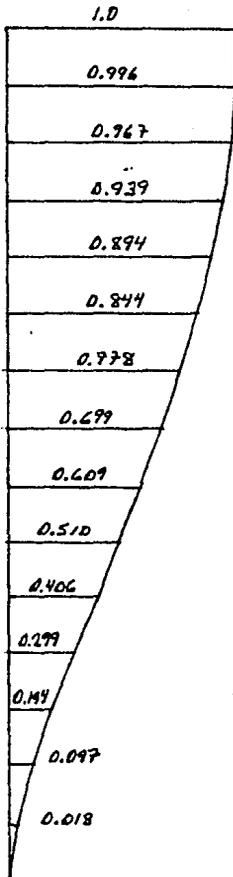
	2/1	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6	2/7	2/8	2/9	2/10	2/11	2/12	2/13	2/14	2/15
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i}$	1.7	1.7	1.7	2.0	4.3	3.7	6.7	6.3	7.4	8.4	8.5	9.7	9.6	9.6	9.6
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^2}$	0.35	0.34	0.35	0.25	0.23	0.26	0.29	0.31	0.33	0.34	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^3}$	0.09	0.09	0.09	0.07	0.06	0.07	0.08	0.08	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^4}$	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^5}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^6}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^7}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^8}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^9}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^{10}}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^{11}}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^{12}}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^{13}}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^{14}}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i^{15}}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

$\omega^2_{PRIM} = 13.0 \rightarrow \omega = 3.61 \text{ seg}^{-1}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3.61} \rightarrow T = 1.74 \text{ seg}$

FORMA DEL PRIMER MODO (NEWMARK)

DIRECCION X

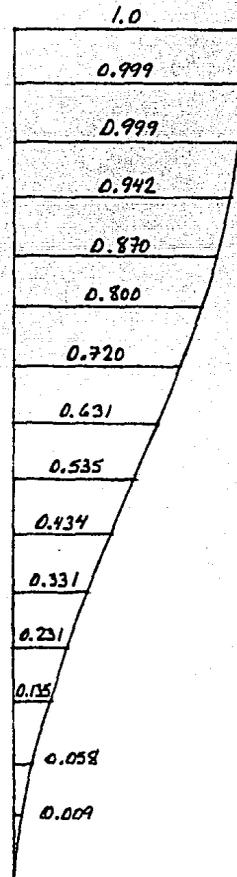


$$w^2 = 288.7$$

$$T_1 = 0.370$$

Fig. 4.3

DIRECCION Y



$$w^2 = 13$$

$$T = 1.743$$

Fig. 4.4

Método de Holzer

Este método permite calcular las configuraciones y frecuencias de todos los modos de vibración de la estructura.

Procedimiento:

- 1) Supóngase un valor de w^2 .
- 2) Supóngase un desplazamiento $\Delta_1 = Y_1$ para la primera masa
- 3) Calcúlese para la primera masa el cortante restitutivo $V_1 = K_1 \Delta_1$ y la fuerza de inercia

$$F_1 = w^2 Y_1 m_1 = w^2 Y_1 \frac{W_1}{g}$$

- 4) Aplicando la condición de equilibrio calcúlese el cortante restitutivo del segundo entrepiso: V_2
- 5) Calcúlese el desplazamiento relativo $\Delta_2 = \frac{V_2}{K_2}$
- 6) Calcúlese el desplazamiento total en el segundo piso

$$Y_2 = \Delta_1 + \Delta_2$$

- 7) Calcúlese la fuerza de inercia en el segundo piso

$$F_2 = \frac{W_2}{g} w^2 Y_2$$

- 8) Aplicando el equilibrio se tiene V_3 y se continua con el procedimiento hasta llegar a la última masa.
- 9) Si la w^2 supuesta es correcta, al llegar a la última masa se satisface el equilibrio, de lo contrario hay un residuo.
- 10) Repítase el procedimiento para otro valor de w^2 . Una gráfica de w^2

residuos nos define las w^2 correspondientes a cada modo. Los valores de "Y" respectivos nos dan las configuraciones de los modos.

En las tablas 4.5 y 4.6 se aplica el método de Holzer al edificio que estamos analizando para las direcciones X y Y respectivamente.

En las figuras 4.6 y 4.7 se presentan las formas del segundo y tercer modos para ambas direcciones.

CALCULO DE LAS FRECUENCIAS Y LOS MODOS SUPERIORES POR EL METODO DE HOLZLER

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Δ	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
Σ	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
Σ^2	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
Σ^3	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
Σ^4	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
Σ^5	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001

AFINACION DEL VALOR DE ω^2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Δ	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
Σ	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
Σ^2	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
Σ^3	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
Σ^4	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
Σ^5	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001

AFINACION DEL VALOR DE ω^2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Δ	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
Σ	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
Σ^2	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
Σ^3	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
Σ^4	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
Σ^5	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001

$\omega^2 = 12.25$

METODO DE HOLZER (DIRECCION X)

FORMA DEL SEGUNDO MODO

$$\omega_2^2 = 2215$$

$$T_2 = 0.134$$

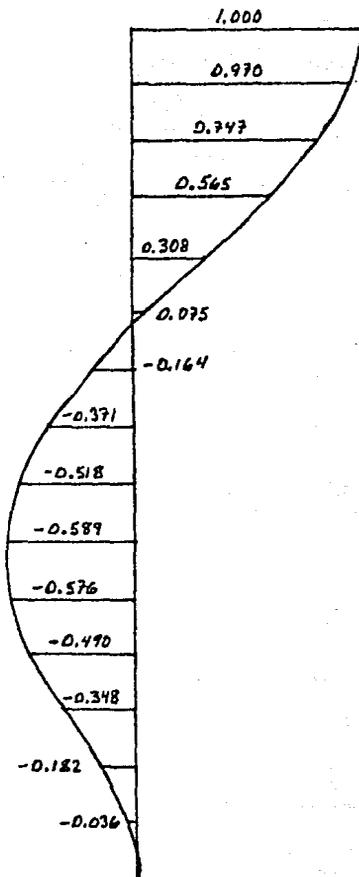


Fig. 4.5

FORMA DEL TERCER MODO

$$\omega_3^2 = 5230$$

$$T_3 = 0.087$$

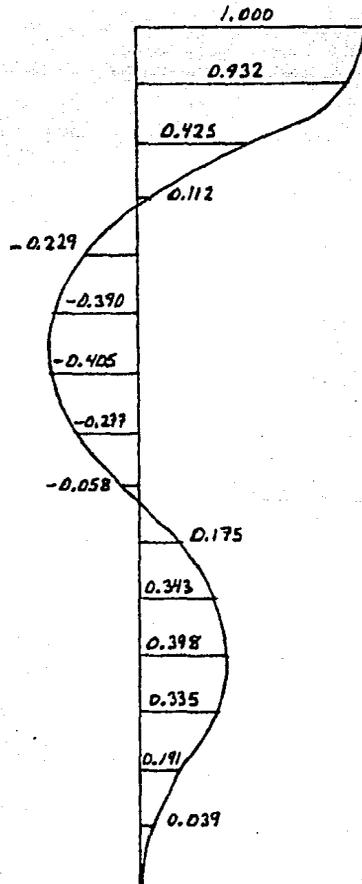


Fig. 4.6

METODO DE HOLZER (DIRECCION Y)

FORMA DEL SEGUNDO MODO

$$\omega_2^2 = 86.5$$

$$T_2 = 0.676 \text{ seg}$$

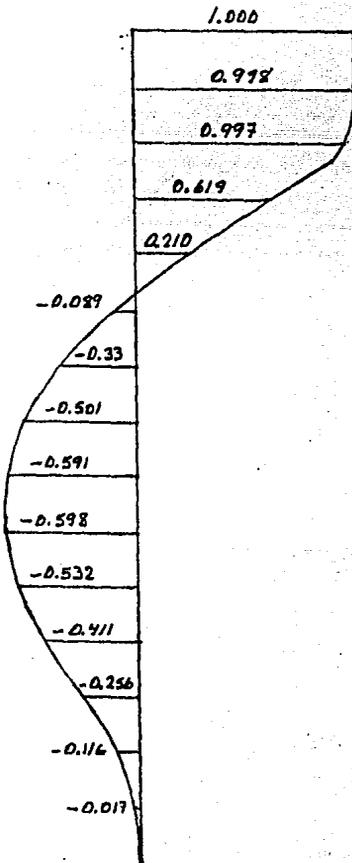


Fig. 4.7

FORMA DEL TERCER MODO

$$\omega_3^2 = 208$$

$$T_3 = 0.436 \text{ seg}$$

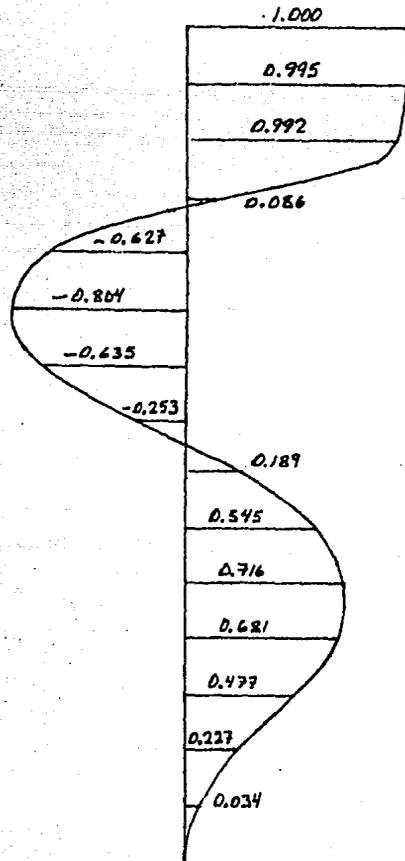


Fig. 4.8

4.3 Combinación de modos naturales. Cálculo de los coeficientes de participación.

Según el artículo 241 del RCDF si se usa el análisis modal, deberá incluirse el efecto de todos los modos naturales de vibración con período mayor o igual que 0.4 , pero en ningún caso podrán considerarse menos de 3 modos.

Al excitar un edificio cada modo responde como un sistema independiente de un grado de libertad. La respuesta total del edificio será la combinación de las respuestas independientes de cada uno de los modos, multiplicados por un factor adecuado. A dicho factor se le da el nombre de coeficiente de participación.

El desplazamiento de la masa i puede expresarse mediante

$$Y_i(t) = \sum F_j(t) C_j \vartheta_{ij}$$

En esta expresión:

$Y_i(t)$ = desplazamiento de la masa i en el instante t .

$F_j(t)$ = función que expresa la variación respecto al tiempo de la participación del modo j en el desplazamiento. Sus unidades son (cm) y su valor máximo puede obtenerse del espectro de desplazamientos en función de T_j , período natural del modo j .

C_j = Coeficiente de participación que define la escala en que el modo j interviene en el desplazamiento.

ϑ_{ij} = amplitud de la masa i en el instante t .

Matemáticamente y aprovechando la propiedad de los modos de ser ortogonales se demuestra que:

$$C_j = \frac{\sum m_i Y_{1i}}{\sum m_i Y_{ij}^2}$$

Que también puede escribirse:

$$C_j = \frac{\sum W_i \phi_{1i}}{\sum W_i \phi_{ij}^2}$$

Para un solo modo

$$Y_{ij \text{ max.}} = S_d \cdot C_j \cdot \phi_{ij}$$

Usualmente se trabaja con espectro de aceleraciones.

$$S_d = \frac{S_a}{w^2}$$

$$Y_{ij \text{ max.}} = \frac{S_a}{w^2} C_j \phi_{ij}$$

Las ordenadas del espectro de aceleraciones (S_a) se dividen entre Q si se van a valuar fuerzas.

Se calculan los desplazamientos para cada modo y a partir de estos los cortantes y los momentos. La respuesta total se obtiene combinando los resultados de los modos mediante

$$R = \sqrt{\sum R_j^2}$$

ANÁLISIS DINÁMICO DIRECCIÓN X

$$\phi_{i1} = \begin{pmatrix} 0.019 \\ 0.097 \\ 0.194 \\ 0.299 \\ 0.406 \\ 0.510 \\ 0.609 \\ 0.699 \\ 0.778 \\ 0.844 \\ 0.894 \\ 0.939 \\ 0.967 \\ 0.996 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\omega_1^2 = 288.7$$

$$T_1 = 0.370$$

$$\phi_{i2} = \begin{pmatrix} -0.036 \\ -0.182 \\ -0.348 \\ -0.490 \\ -0.576 \\ -0.589 \\ -0.518 \\ -0.371 \\ -0.164 \\ 0.075 \\ 0.308 \\ 0.568 \\ 0.747 \\ 0.970 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\omega_2^2 = 2215$$

$$T_2 = 0.134$$

$$\phi_{i3} = \begin{pmatrix} 0.039 \\ 0.191 \\ 0.335 \\ 0.398 \\ 0.343 \\ 0.175 \\ -0.058 \\ -0.277 \\ -0.405 \\ -0.320 \\ -0.229 \\ 0.112 \\ 0.425 \\ 0.932 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\omega_3^2 = 5230$$

$$T_3 = 0.087$$

Estructura en el D.F. sobre terreno de transición (ZONA II)

$$c = 0.20 \quad a_0 = 0.045 \quad T_1 = 0.5 \quad T_2 = 2.0 \quad r = 2/3$$

PRIMER MODO

$$0 < T_1 = 0.370 < 0.5$$

$$Q' = 1 + \frac{(4-1)(0.370)}{0.5} = 3.22$$

$$\frac{a_1}{g} = 0.045 + \frac{0.2 - 0.045}{0.5} (0.370) = 0.160$$

$$A_1 = \frac{a_1}{Q'} = \frac{0.16}{3.22} \times 980 = \underline{\underline{48.75 \text{ cm/seg}^2}}$$

SEGUNDA MODO.

$$0 < T_2 = 0.134 < 0.5$$

$$Q' = 1 + \frac{3}{0.5} (0.134) = 1.80$$

$$\frac{a_2}{g} = 0.045 + \frac{0.2 - 0.045}{0.5} (0.134) = 0.087$$

$$A_2 = \frac{0.087}{1.80} \times 981 = \underline{\underline{47.42 \text{ cm/sec}^2}}$$

TERCER MODO

$$0 < T_3 = 0.087 < 0.5$$

$$Q' = 1 + \frac{3}{0.5} (0.087) = 1.52$$

$$\frac{a_3}{g} = 0.045 + \frac{0.2 - 0.045}{0.5} (0.087) = 0.072$$

$$A_3 = \frac{0.072}{1.52} \times 981 = \underline{\underline{46.47 \text{ cm/sec}^2}}$$

COEFICIENTES DE PARTICIPACIONPRIMER MODO

<u>W_i</u>	<u>δ_{ij}</u>	<u>W_i δ_{ij}</u>	<u>W_i δ_i²</u>
437.1	0.019	8.305	0.158
456.1	0.097	44.242	4.291
✓	0.194	88.483	17.166
✓	0.299	136.374	40.976
✓	0.406	185.177	75.182
✓	0.510	232.611	118.632
✓	0.609	277.965	169.159
✓	0.699	318.814	222.851
✓	0.778	354.846	276.07
✓	0.844	384.948	324.896
444.7	0.894	397.562	355.72
320.5	0.939	300.950	282.592
267.87	0.967	259.03	250.482
142.45	0.996	141.88	141.313
15.92	1.000	15.92	15.92
		<u>3146.907</u>	<u>2294.908</u>

$$C_1 = \frac{3146.907}{2294.908} = \underline{\underline{1.371}}$$

SEGUNDO MODO

<u>Wi</u>	<u>Øi</u>	<u>Wi Øi</u>	<u>Wi Øi²</u>
437.1	-0.036	-15.736	0.566
456.1	-0.182	-83.01	15.168
✓	-0.348	-158.723	55.236
✓	-0.490	-223.489	109.51
✓	-0.576	-242.714	151.323
✓	-0.589	-268.643	158.231
✓	-0.518	-236.26	122.383
✓	-0.371	-169.213	62.778
✓	-0.164	-74.80	12.267
✓	0.075	34.208	2.566
444.7	0.308	136.968	42.186
321.5	0.568	182.044	103.401
267.87	0.747	200.099	144.474
142.45	0.970	138.177	134.031
15.92	1.000	15.92	15.92
		$\Sigma -785.172$	$\Sigma 1134.98$

$$C_2 = \frac{-785.172}{1134.98} = \underline{\underline{-0.692}}$$

TERCER MODO

<u>Wi</u>	<u>Øi</u>	<u>Wi Øi</u>	<u>Wi Øi²</u>
437.1	0.039	17.047	0.665
456.1	0.191	87.115	16.639
✓	0.335	152.794	51.186
✓	0.398	181.528	72.248
✓	0.343	156.442	53.660
✓	0.175	79.818	13.968
✓	-0.058	-26.454	1.534
✓	-0.277	-126.340	34.996
✓	-0.405	-184.721	74.812
✓	-0.390	-177.899	69.373
444.7	-0.229	-101.836	23.321
320.5	0.112	35.896	4.020
267.87	0.425	113.845	48.384
142.45	0.932	132.763	123.735
15.92	1.000	15.92	15.92
		$\Sigma 353.938$	$\Sigma 604.461$

$$C_3 = \frac{353.938}{604.461} = \underline{\underline{0.586}}$$

DESPLAZAMIENTOS DE LAS MASAS Y CORTANTES DE ENTREPISO

PRIMER MODO

	Δ_{1i}	y_{1i}	D_{1i}	K_i	V_{1i}
	0.019	0.004	0.004	48675.6	194.70
	0.097	0.022	0.018	11906.1	214.21
	0.194	0.045	0.023	9350.0	215.05
	0.299	0.069	0.024	8398.3	201.56
	0.406	0.094	0.025	7895.2	197.38
	0.510	0.118	0.024	7558.1	181.39
	0.609	0.141	0.023	7303.9	167.99
	0.699	0.162	0.021	7095.4	149.0
	0.778	0.180	0.018	6901.6	124.23
	0.844	0.195	0.015	6709.0	100.64
	0.894	0.207	0.012	6507.6	78.09
	0.939	0.217	0.010	6465.6	46.66
	0.967	0.224	0.007	4477.7	31.34
	0.996	0.231	0.007	1560.0	10.92
	1.000	0.232	0.001	1240.0	1.24

$\frac{48.75 \times 1.371}{288.7} \times$

SEGUNDO MODO

	Δ_{12}	y_{12}	D_{12}	K_i	V_{12}
	-0.036	0.0005	0.0005	48675.6	24.34
	-0.182	0.0027	0.0022	11906.1	26.19
	-0.348	0.0052	0.0025	9350.0	23.38
	-0.490	0.0073	0.0021	8398.3	17.64
	-0.576	0.0085	0.0012	7895.2	9.47
	-0.589	0.0087	0.0002	7558.1	1.51
	-0.518	0.0077	-0.0010	7303.9	-7.3
	-0.371	0.0055	-0.0022	7095.4	-15.61
	-0.164	0.0024	-0.0031	6901.6	-21.39
	0.095	-0.0011	-0.0035	6709.0	-23.48
	0.308	-0.0046	-0.0035	6507.6	-22.98
	0.568	-0.0084	-0.0038	6465.6	-17.73
	0.747	-0.0111	-0.0027	4477.7	-12.09
	0.970	-0.0144	-0.0033	1560.0	-5.15
	1.000	-0.0148	-0.0004	1240.0	-0.50

$\frac{47.42 (-0.692)}{2215} \times$

TERCER MODO

Δi_3	y_{i_3}	Δi_3	K_i	V_{i_3}
0.039	0.0002	0.0002	48675.6	9.74
0.191	0.0010	0.0008	11906.1	9.52
0.335	0.0017	0.0007	9350.0	6.55
0.398	0.0021	0.0004	8398.3	3.36
0.343	0.0018	-0.0003	7895.2	-2.37
0.175	0.0009	-0.0009	7558.1	-6.80
-0.058	-0.0003	-0.0012	7303.9	-8.76
-0.277	-0.0014	-0.0011	7095.4	-7.80
-0.405	-0.0021	-0.0007	6901.6	-4.83
-0.390	-0.0020	0.0001	6709.0	0.67
-0.229	-0.0012	0.0008	6507.6	5.21
0.112	0.0006	0.0013	4665.6	8.40
0.425	0.0012	0.0016	4472.7	7.16
0.932	0.0049	0.0027	1560.0	4.21
1.000	0.0052	0.0003	1240.0	0.37

<u>ENT</u>	V_{i_1}	V_{i_2}	V_{i_3}	$V_T = \sqrt{V_{i_1}^2 + V_{i_2}^2 + V_{i_3}^2}$
1	194.70	24.34	9.74	196.46
2	214.31	26.19	9.52	216.11
3	215.05	23.38	6.55	216.42
4	201.56	17.64	3.36	202.36
5	197.33	9.77	-2.37	197.62
6	181.39	1.51	-6.80	181.52
7	167.99	-7.3	-8.76	168.38
8	149.0	-15.61	-7.80	150.02
9	124.23	-21.39	-4.83	126.15
10	100.64	-23.98	0.67	103.34
11	78.09	-22.78	5.21	81.51
12	46.66	-17.73	8.40	50.62
13	31.34	-12.09	7.16	34.35
14	10.92	-5.15	4.21	12.79
15	1.24	-0.50	0.37	1.39

ENT.	$V_T = \sqrt{(V_{12} a_1')^2 + (V_{12} a_2')^2 + (V_{12} a_3')^2}$	K (ton/cm)	Δ (cm)
1	628.63	48675.6	0.013
2	691.84	11906.1	0.058
3	693.65	9350.0	0.074
4	649.82	8398.3	0.077
5	635.8	3895.2	0.081
6	584.18	7558.1	0.077
7	541.25	7303.9	0.074
8	480.75	7095.4	0.068
9	401.94	6901.6	0.058
10	326.81	6709.0	0.049
11	254.87	6607.6	0.039
12	154.73	4665.6	0.033
13	103.80	4477.7	0.023
14	36.92	1560.0	0.024
15	4.13	1240.0	0.003

DESIGN PERMISSIBLE $0.008 (270) = 2.16 \text{ cm}$ ✓

ANALISIS SISMICO DINAMICO DIRECCION Y

$$\phi_{i1} = \begin{pmatrix} 0.009 \\ 0.058 \\ 0.135 \\ 0.231 \\ 0.331 \\ 0.434 \\ 0.535 \\ 0.631 \\ 0.720 \\ 0.800 \\ 0.870 \\ 0.942 \\ 0.999 \\ 0.999 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\phi_{i2} = \begin{pmatrix} -0.017 \\ -0.116 \\ -0.256 \\ -0.411 \\ -0.532 \\ -0.598 \\ -0.591 \\ -0.501 \\ -0.33 \\ -0.089 \\ 0.210 \\ 0.619 \\ 0.997 \\ 0.998 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

$$\phi_{i3} = \begin{pmatrix} 0.034 \\ 0.227 \\ 0.447 \\ 0.681 \\ 0.716 \\ 0.545 \\ 0.189 \\ -0.253 \\ -0.635 \\ -0.804 \\ -0.627 \\ 0.086 \\ 0.992 \\ 0.995 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

PRIMER MODO

$$2.0 > T_1 = 1.743 \text{ seg} > 0.5$$

$$Q = 4 \quad \frac{a_1}{g} = 0.20$$

$$A_1 = \frac{g_1}{Q} = \frac{0.20}{4} \times 981 = \underline{\underline{49.05 \text{ cm/seg}^2}}$$

SEGUNDO MODO

$$0.5 < T_2 = 0.676 \text{ seg} < 2.0$$

$$Q = 4 \quad \frac{a_2}{g} = 0.20$$

$$A_2 = \frac{0.20}{4} \times 981 = \underline{\underline{49.05 \text{ cm/seg}^2}}$$

TERCER MODO

$$0 < T_3 = 0.436 \text{ seg} < 0.5 \text{ seg}$$

$$Q' = 1 + \frac{3}{0.5} (0.436) = 3.616$$

$$\frac{a_2}{g} = 0.045 + \frac{0.2 - 0.045}{0.5} (0.436) = 0.180$$

$$A_2 = \frac{a_2}{Q'} = \frac{0.18}{3.616} \times 981 = \underline{\underline{48.88 \text{ cm/seg}^2}}$$

COEFICIENTES DE PARTICIPACIONPRIMER MODO

<u>W_i</u>	<u>D_{1i}</u>	<u>W_iD_{1i}</u>	<u>W_iD_{1i}²</u>
437.1	0.009	3.934	0.035
456.1	0.058	26.454	1.534
✓	0.135	61.574	8.312
✓	0.231	105.357	24.338
✓	0.331	150.969	49.971
✓	0.434	197.947	85.901
✓	0.535	244.014	130.547
✓	0.631	287.799	181.601
✓	0.720	328.392	236.442
✓	0.800	364.88	291.904
444.7	0.870	386.889	336.593
320.5	0.942	301.911	284.40
267.87	0.999	267.602	267.335
142.45	0.999	142.308	142.165
15.92	1.000	15.92	15.92
		<u>Σ 2885.952</u>	<u>Σ 2057.291</u>

$$C_1 = \frac{2885.952}{2057.291} = 1.403$$

SEGUNDO MODO

<u>Wi</u>	<u>Di</u>	<u>Wi Di</u>	<u>Wi Di²</u>
437.1	-0.017	-7.431	0.126
456.1	-0.116	-52.908	6.137
✓	-0.256	-116.762	29.891
✓	-0.411	-187.457	77.045
✓	-0.532	-242.645	129.087
✓	-0.598	-272.748	163.103
✓	-0.591	-269.555	159.307
✓	-0.501	-228.506	114.482
✓	-0.33	-150.513	49.669
✓	-0.089	-40.593	3.613
444.7	0.210	93.387	19.611
320.5	0.619	198.390	122.803
267.87	0.997	267.066	266.265
142.45	0.998	142.165	141.881
15.92	1.000	15.92	15.92
		<u>-852.19</u>	<u>1298.94</u>

$$C_2 = \frac{-852.19}{1298.94} = -0.656$$

TERCER MODO

<u>Wi</u>	<u>Di</u>	<u>Wi Di</u>	<u>Wi Di²</u>
437.1	0.034	14.861	0.505
456.1	0.227	103.535	23.502
✓	0.447	203.877	91.133
✓	0.681	310.604	211.521
✓	0.716	326.568	233.822
✓	0.545	248.575	135.473
✓	0.189	86.203	16.292
✓	-0.253	-115.393	29.195
✓	-0.635	-289.624	183.911
✓	-0.804	-366.704	294.830
444.7	-0.627	-278.827	174.824
320.5	0.086	27.563	2.370
267.87	0.992	266.727	263.601
142.45	0.995	141.738	141.029
15.92	1.000	15.92	15.92
		<u>694.623</u>	<u>1817.928</u>

$$C_3 = \frac{694.623}{1817.928} = 0.382$$

DESPLAZAMIENTOS DE LAS MASAS Y CORTANTES DE ENTREPISO

PRIMER MODO

	δ_{1i}	y_{1i}	θ_{1i}	K_i	V_{1i}
$\frac{49.05 \times 1.463}{13} \times$	0.009	0.048	0.048	4367.2	209.39
	0.058	0.307	0.259	759.3	196.66
	0.135	0.715	0.408	500.1	264.04
	0.231	1.223	0.508	385.5	195.93
	0.331	1.752	0.529	358.2	189.49
	0.434	2.297	0.545	329.0	179.31
	0.535	2.837	0.535	307.3	164.41
	0.631	3.340	0.508	288.5	146.56
	0.720	3.811	0.471	269.6	126.98
	0.800	4.235	0.424	246.9	104.77
	0.870	4.605	0.370	210.8	78.0
	0.942	4.987	0.292	133.6	39.01
	0.999	5.288	0.301	98.7	29.71
	0.999	5.288	0	9266.7	0
1.000	5.294	0.006	613.3	0	

SEGUNDO MODO

	δ_{12}	y_{12}	θ_{12}	K_i	V_{12}
$\frac{49.05 (-0.656)}{86.5} \times$	-0.017	0.006	0.006	4367.2	26.17
	-0.116	0.043	0.037	759.3	28.09
	-0.256	0.095	0.052	500.1	26.01
	-0.411	0.153	0.058	385.5	22.36
	-0.532	0.198	0.045	358.2	16.12
	-0.598	0.222	0.024	329.0	7.90
	-0.591	0.220	-0.002	307.3	-0.61
	-0.501	0.186	-0.034	288.5	-9.81
	-0.33	0.123	-0.063	269.6	-16.98
	-0.089	0.033	-0.09	246.9	-22.18
	0.210	-0.078	-0.111	210.9	-23.40
	0.619	-0.230	-0.150	133.6	-20.04
	0.997	-0.230	-0.140	98.7	-13.82
	0.998	-0.371	0.0	9266.7	0.0
1.000	-0.372	-0.001	613.3	-0.61	

TERCER MODO

	<u>Di</u>	<u>Yi</u>	<u>Di</u>	<u>Ki</u>	<u>Vi</u>
$\frac{48.88 \times 0.382}{208} \times$	0.034	0.003	0.003	4322.2	13.09
	0.227	0.020	0.017	758.3	12.91
	0.447	0.040	0.020	500.1	10.0
	0.681	0.061	0.021	385.5	8.10
	0.716	0.064	0.003	358.2	1.07
	0.545	0.049	-0.015	229.0	-4.94
	0.189	0.017	-0.032	307.3	-9.83
	-0.253	-0.023	-0.040	288.5	-11.54
	-0.435	-0.057	-0.034	269.6	-9.17
	-0.804	-0.072	-0.015	246.8	-3.70
	-0.627	-0.056	0.016	210.8	3.37
	0.086	0.008	0.064	133.6	8.55
	0.992	0.089	0.087	98.7	7.99
	0.995	0.089	0.0	9246.7	0.0
	1.000	0.090	0.001	613.3	0.61

<u>ENT.</u>	<u>Vi1</u>	<u>Vi2</u>	<u>Vi3</u>	<u>Vi</u> = $\sqrt{Vi1^2 + Vi2^2 + Vi3^2}$
1	209.39	26.17	13.09	211.42
2	196.66	28.09	12.91	199.08
3	204.04	26.01	10.0	205.93
4	195.83	22.36	8.10	197.27
5	189.49	16.12	1.07	190.18
6	179.31	7.90	-4.94	179.55
7	164.41	-0.61	-9.83	164.70
8	146.56	-9.81	-11.54	147.34
9	126.98	-16.98	-9.17	128.44
10	104.47	-22.18	-3.70	106.86
11	78.0	-23.40	3.37	81.50
12	39.01	-20.04	8.55	44.68
13	29.71	-13.92	7.99	33.73
14	0	0	0	0.0
15	3.68	-0.61	0.61	3.78

<u>FNT.</u>	<u>Qi Vi (ton)</u>	<u>K (ton/cm)</u>	<u>Δ (cm)</u>
1	845.4	4362.2	0.194
2	775.99	759.3	1.048
3	823.56	500.1	1.647
4	788.95	385.5	1.347
5	760.71	358.2	2.124
6	718.16	329.0	2.163
7	658.6	307.3	2.143
8	589.03	208.5	2.042
9	512.02	269.6	1.899
10	427.40	246.4	1.735
11	325.97	210.8	1.546
12	178.13	133.6	1.333
13	134.21	98.3	1.36
14	0	926.7	0
15	15.08	613.3	0.025

LOS DESPLAZAMIENTOS ESTAN DENTRO DEL PERMISIBLE

$$0.008 (270) = 2.16 \text{ cm.}$$

4.4 Conclusiones

En la tabla 4.6 se comparan las fuerzas cortantes obtenidas en cada nivel según el análisis sísmico estático y dinámico y se observa que son menores las obtenidas según el criterio de análisis dinámico.

Según el RCDF se pueden usar los resultados del análisis sísmico dinámico siempre y cuando no sean menores que el 60% de los obtenidos según el criterio de análisis estático.

TABLA No. 4.6

Nivel	V(estático)	V(dinámico)		V(dinámico) / V(estático)	
	V _{XE} , V _{YE}	V _{XD}	V _{YD}	V _{XD} / V _{XE}	V _{YD} / V _{YE}
15	4.7	1.39	3.78	0.296 *	0.805
14	25.64	12.79	0.0	0.499 *	0.0 *
13	52.61	34.35	33.73	0.653	0.641
12	82.31	50.62	44.68	0.615	0.543 *
11	119.95	81.51	81.50	0.679	0.679
10	154.89	103.34	106.86	0.690	0.690
9	186.17	126.15	128.15	0.678	0.690
8	213.78	150.02	147.34	0.702	0.689
7	237.73	168.38	164.70	0.708	0.693
6	258.01	181.52	179.55	0.704	0.796
5	274.63	197.62	190.18	0.719	0.693
4	287.59	202.36	197.27	0.704	0.686
3	296.88	216.42	205.93	0.729	0.693
2	302.51	216.11	199.08	0.714	0.658
1	304.4	196.46	211.42	0.645	0.694

* Se debe usar como mínimo el 60% del cortante estático.

CAPITULO V

ANÁLISIS Y DISEÑO DE LA CIMENTACION

5.1 Estudio de mecánica de suelos.

a) Trabajos básicos.

a.1 Trabajo de campo.

Al centro del terreno se perforó un sondeo alterado, continuo de - - 20.40 m. de profundidad, con extracción de muestras remoldeadas de - 3.5 cm. y con realización simultánea de la prueba de penetración normal, que consiste en el hincado del muestreador a golpes mediante una pesa - de energía normalizada.

a.2 Trabajo de laboratorio.

Todas las muestras se clasificaron en húmedo y en seco de acuerdo - con el criterio SUCS (Sistema Unificado de Clasificación de Suelos). Así mismo se determinó su contenido natural de agua, mediante secado a - - temperatura constante de 105° C durante un lapso de 18 horas.

La fig. 5.1 muestra condensados los resultados de todas las prue- - bas de campo y laboratorio.

b) Terreno de cimentación.

Estratigrafía y propiedades.

Entre la superficie y la profundidad de 7.5 m. se halló la costra su - perficial, compuesta principalmente por materiales limosos de bajo con - tenido natural de agua, blandos y de baja compresibilidad.

Bajo la costra aparece la primera formación compresible, compuesta por limos y arcillas blandos de alto contenido de agua y alta compresibi -

lidad.

La capa dura aparece a 19.2 m. de profundidad, compuesta por limos y arenas compactos de bajo contenido de agua.

Por experiencia en la zona se sabe que a partir de los 21.4 m. de profundidad se halla la segunda formación compresible, constituida como la primera, por limos y arcillas blandos, que llegan hasta los 23.5 m. a partir de donde se manifiestan los depósitos profundos que son materiales rígidos y resistentes.

Agua del subsuelo y zonificación.

El nivel freático se localiza a 1.5 m. bajo el nivel de banqueta, -- aunque puede fluctuar ligeramente de acuerdo con variaciones barométricas. Los abatimientos piezométricos no se midieron, pero dado que la zona donde se ubica el predio sufre asentamientos del orden de 3 cm. por año, se deduce que los niveles piezométricos están abatidos.

Por su ubicación y por la estratigrafía hallada, el predio se clasifica como perteneciente a la zona de transición. (Zona II del RCDF).

c) Recomendaciones para el diseño de la cimentación.

La presión total promedio descargada por el edificio es de - - - - - 15.0 ton/m², capaces de generar un asentamiento total del orden de - - 0.8 m. que es totalmente inadmisibles. Por tanto, se requiere pilotear la obra para minimizar los hundimientos.

El tipo de pilotes elegidos es de fricción-punta, penetrante, con objeto de aprovechar al máximo las características del terreno. Estos pi

lotes se apoyarán en la capa dura derivando su capacidad de carga tanto de su resistencia a la penetración por punta, como por su adherencia lateral a los materiales que existen en la longitud del fuste.

Se usarán pilotes circulares de 40 cm. de \varnothing hincados a presión en perforación previa batida y descansando en la capa dura, a la profundidad de 19,5 m. aproximadamente, pero cuidando que todos los elementos queden hincados con energía semejante. Dado el escaso espesor de la capa dura, se deberá realizar el hincado del último metro de pilote con extremada precaución.

La capacidad de carga admisible de los pilotes es de:

$$q_a = 120 \text{ ton. (para cargas permanentes)}$$

$$q_a = 180 \text{ ton. (para cargas eventuales)}$$

la separación mínima c. a. c. será de 1.20 m.

Los asentamientos serán de magnitud despreciable y se evitará la emersión de la obra mediante la utilización de una losa corrida de cimentación que soportará 4 ton./m². quedando a los pilotes 11 ton./m². menos la descarga inducida por el cajón formado por el sótano.

El objeto de esa carga consiste en sobrecargar a los pilotes en el momento en que los hundimientos naturales del Valle de México tiendan a dejar la obra a su nivel original.

En ese momento la carga tomada por la losa se sumará a la de los pilotes, junto con la fricción negativa, haciendo que las puntas penetren dentro del estrato resistente y logrando así el ajuste de la estructura.

ra a los hundimientos, pues dicha penetración cesará al momento en que la losa vuelva a tomar contacto con el suelo.

d) Conclusión.

Dado el tipo de cimentación propuesto, la obra sufrirá movimientos diferentes a los de las obras colindantes y por tanto es necesario mantener una separación completa de la estructura con las adyacentes, tanto en la cimentación como en la superestructura.

Para lograr la separación a nivel de cimentación se usarán juntas lubricadas o pencederas y para garantizar el trabajo independiente de la superestructura la separación sísmica se mantendrá limpia en todo momento.

Para prevenir un comportamiento diferencial de los pilotes en caso de que la resistencia de la capa dura sea heterogénea, se deberá proporcionar una cimentación rígida a base de contratraves peraltadas.

5.2 Análisis de la cimentación.

Con base en las recomendaciones del estudio de mecánica de suelos se propone cimentar la estructura a base de pilotes de fricción-punta y un cajón de cimentación usando contratraves peraltadas. En la fig. 5.2 se muestra la distribución propuesta de los pilotes así como de las contratraves.

Las cargas y momentos flexionantes que transmite la superestructura a la cimentación se obtienen al analizar los marcos rígidos supuestos en dos direcciones ortogonales (X y Y) utilizando el programa de computa

dora STRUDL, por lo que tenemos elementos mecánicos en ambas direcciones, mostrados en las figuras 5.3 y 5.4.

Para realizar el análisis de la cimentación se supuso que trabaja como un cuerpo rígido y se idealizó, en dos direcciones, como una "viga flotante". Se tomó en cuenta las acciones de la superestructura sobre la cimentación, peso propio de la losa, contratrabes, muros de mampostería y concreto, la reacción sobre la losa de cimentación (4 ton/m^2) y la compensación parcial de cimentación.

Una vez que tenemos todas las cargas actuantes sobre la viga flotante, encontramos la posición de la resultante de cargas tomando momentos con respecto a cualquier punto.

De la misma manera calculamos la posición de la resultante de fuerzas sobre los pilotes.

La diferencia de las posiciones de las resultantes de cargas y fuerzas sobre los pilotes nos define la excentricidad, que debe ser dentro de lo posible aproximadamente igual a cero.

Para encontrar la carga por grupos de pilotes se aplica la siguiente expresión.

$$R_1 = \left[\frac{\sum F}{\text{"A"}} + \frac{\sum F \cdot e}{\text{"I"}} \cdot d_1 \right] a_1 \quad (5.1)$$

Donde:

$\sum F$ = resultante de fuerzas

e = excentricidad

"A" = área total de pilotes

d_i = distancia del grupo de pilotes a la posición de la resultante de fuerzas sobre los pilotes.

"I" = $\sum nd_i^2$

n = número de pilotes

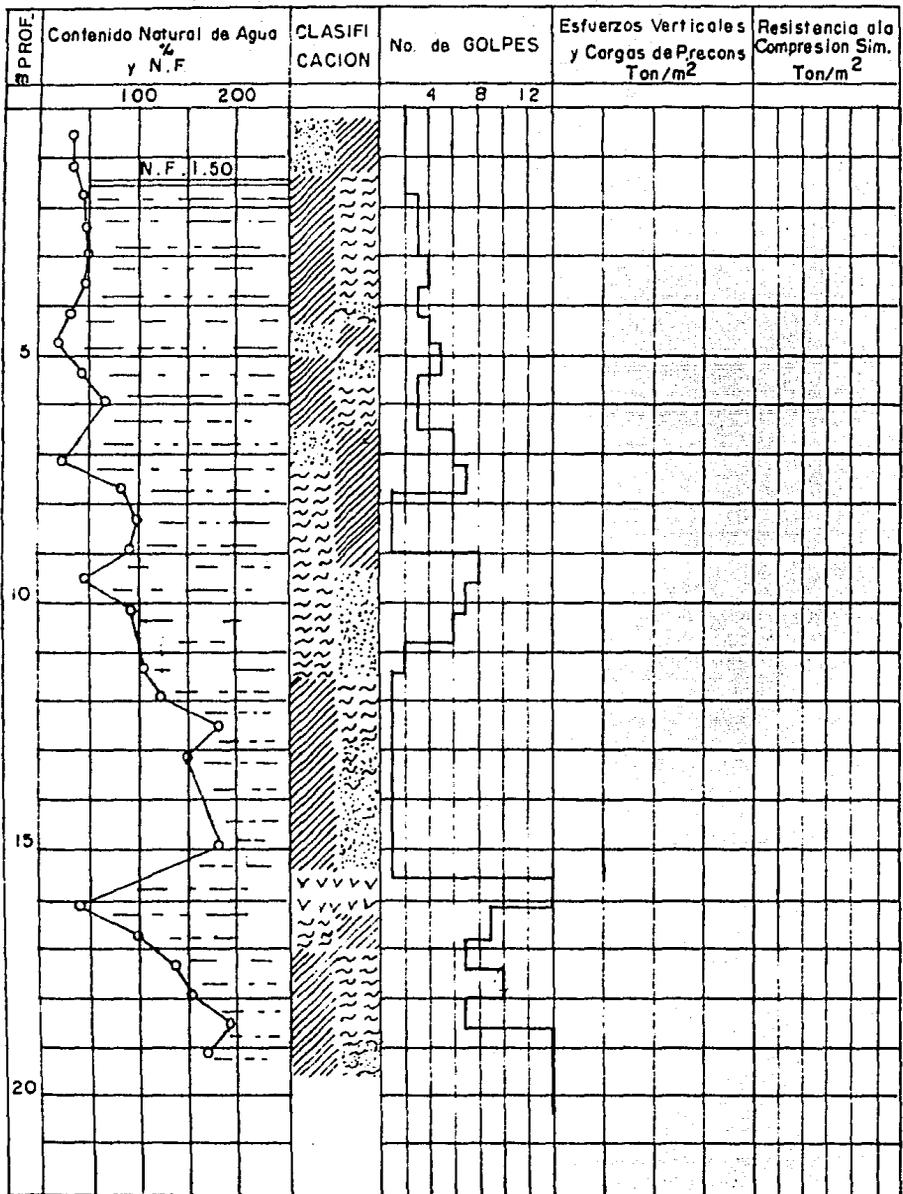
a_i = área de grupo de pilotes

Una vez obtenidas las reacciones sobre los pilotes se pueden construir los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.

Los elementos mecánicos obtenidos para la viga flotante se distribuyen entre cada una de las contratrabes en la dirección analizada, proporcionalmente al momento de inercia de su sección transversal pudiéndose así diseñar cada una de ellas.

A continuación se presenta el análisis y diseño de la cimentación - en las direcciones X y Y empleando el método explicado anteriormente .

FIG. 5.1 CONDENSACION DE DATOS



- | | | |
|--|---|--|
|  Arcilla |  Grava |  Vidrio volcanico |
|  Limo |  Relleno |  |
|  Arena |  Fosiles |  |

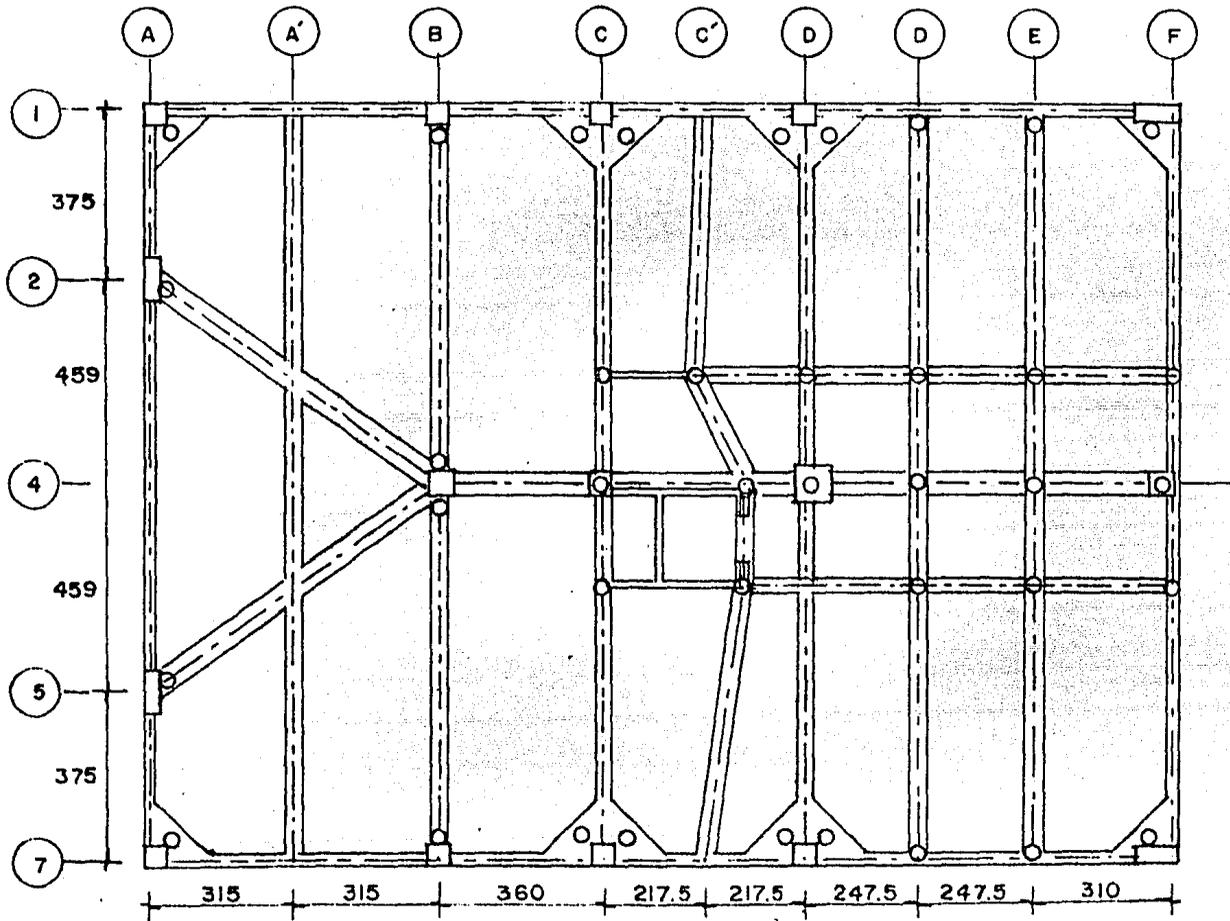


FIG. 5.2 LOCALIZACION PILOTES

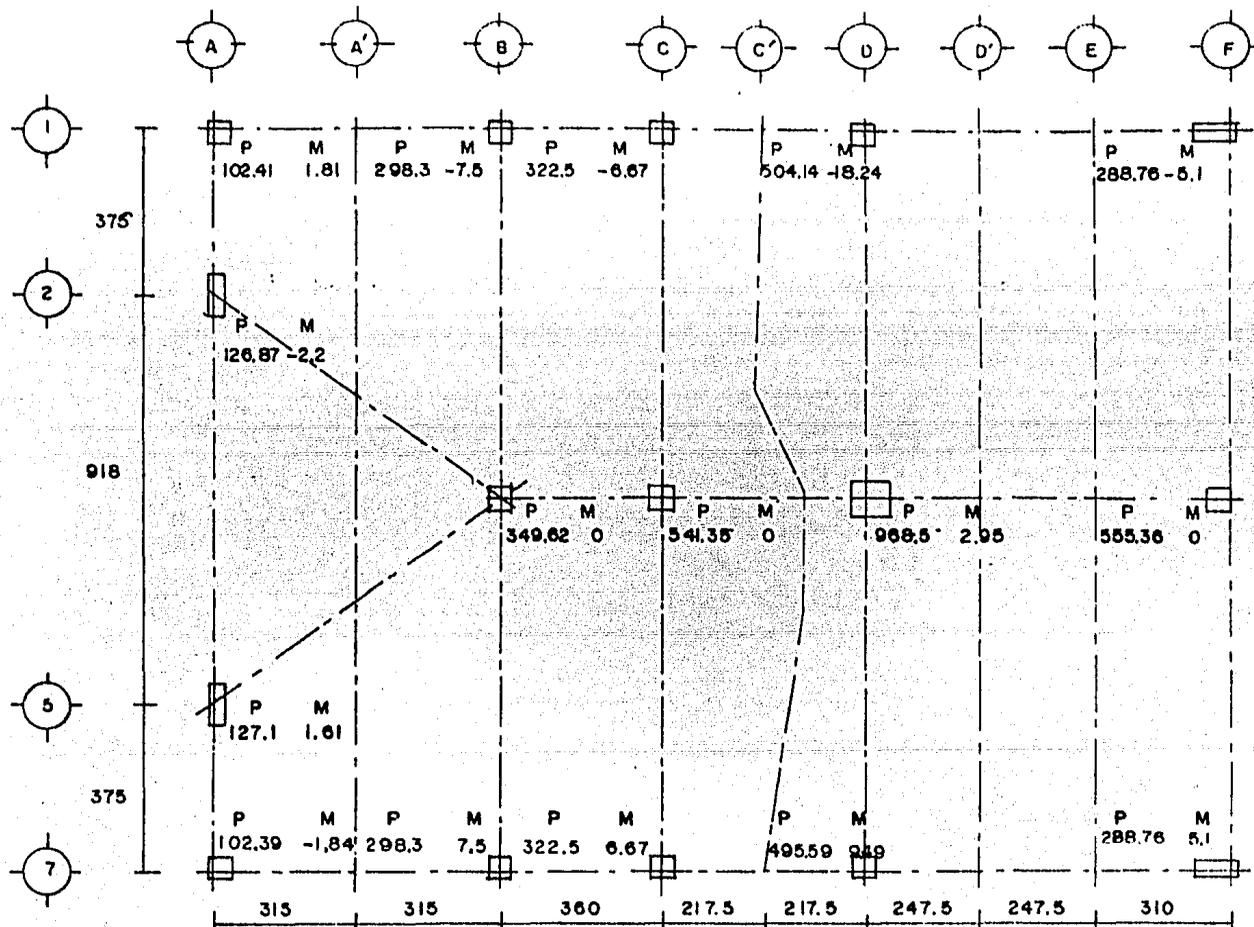


FIG 5.3 ELEMENTOS MECANICOS SOBRE CIMENTACION DIRECCION "Y"

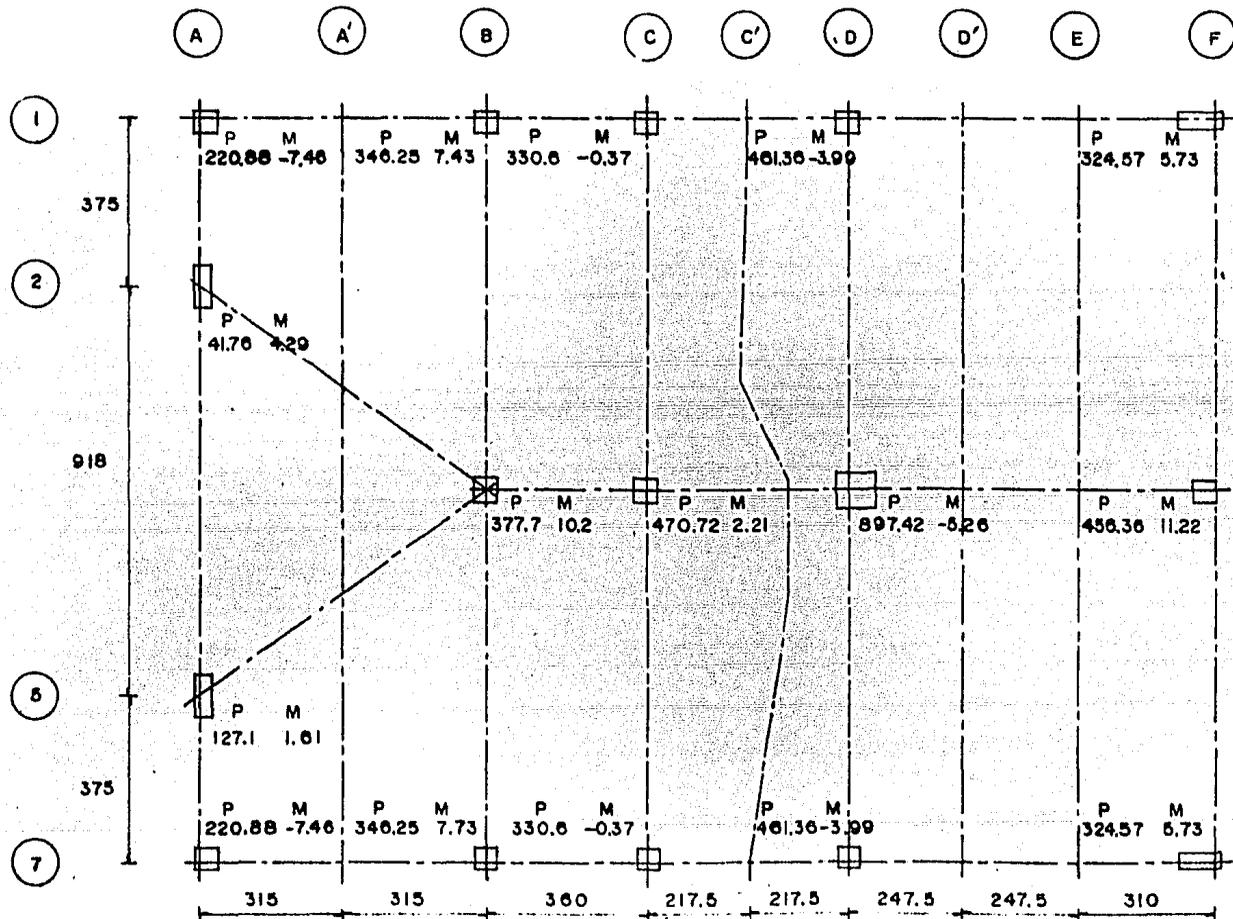


FIG. 5.4 ELEMENTOS MECANICOS SOBRE CIMENTACION DIRECCION 'X'

LOSA DE CIMENTACION

$$16.68 \times 0.15 \times 2.4 = 6 \text{ t/m}$$

COMPENSACION

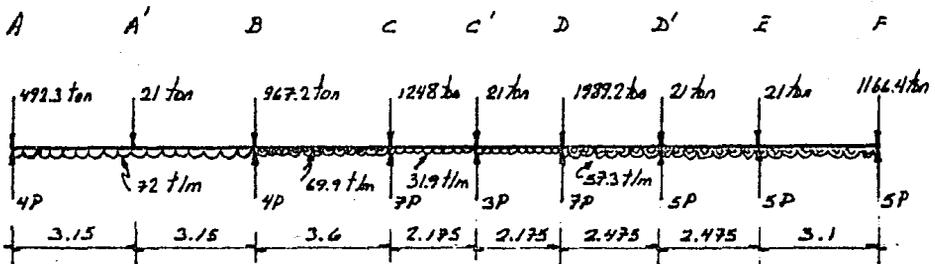
$$1.45 \times 1.6 = 2.3 \text{ t/m}^2$$

$$W_{\text{losa}} = 4.0 \text{ t/m}^2$$

$$6.3 \text{ t/m}^2 \times 16.68 = 105.1 \text{ t/m}$$

MORO CUBO DE ELEV.

$$5.2 \times 0.25 \times 13 \times 2.4 = 40.6 \text{ ton.}$$

RESUMEN DE CARGASPOSICION DE LA RESULTANTE DE CARGAS

$$\sum M/A = 0$$

$$21(3.15) + 967.2(6.3) + 1248(9.9) + 21(12.075) + 1989.2(14.25) + \\ + 21(16.725) + 21(19.2) + 1166.4(22.3) - 453.6(3.15) - 251.64(8.1) - \\ - 138.76(12.075) - 461.27(18.275) = \sum F \cdot (\bar{X})$$

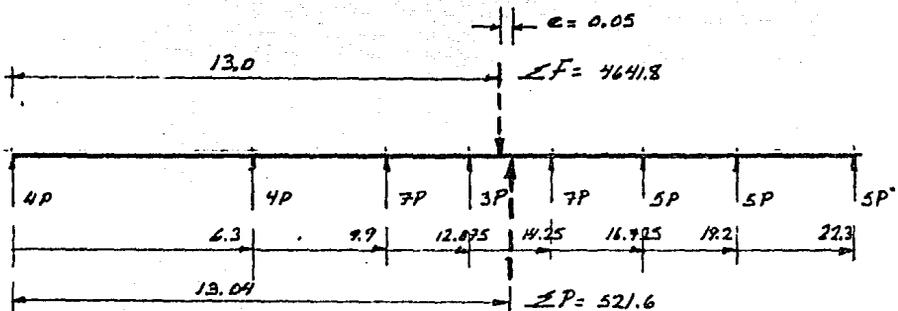
$$\sum F \cdot \bar{X} = 60307.2$$

$$\bar{X} = \frac{60307.2}{4641.8} = 12.99 \text{ m.}$$

POSICION DE LA RESULTANTE DE FUERZAS SOBRE PILOTES

$$\sum P \cdot \bar{x}_p = 4P(6.3) + 7P(9.9) + 3P(12.075) + 7P(14.25) + 5P(16.725) + 5P(19.2) + 5P(22.3)$$

$$\bar{x}_p = \frac{521.6}{40} = 13.04 \text{ m.}$$



$$"A" = 40$$

$$I = \sum nd^2$$

$$I = 4(13.04)^2 + 4(6.74)^2 + 7(3.14)^2 + 3(0.965)^2 + 7(1.21)^2 + 5(3.685)^2 + 5(6.16)^2 + 5(9.26)^2$$

$$"I" = 1630.3$$

$$R_i = \left[\frac{\sum F}{"A"} + \frac{\sum F \cdot e}{"I"} d_i \right] a_i$$

$$R_A = \left[\frac{4641.8}{40} + \frac{4641.8(0.05)}{1630.3} (13.04) \right] (14) = \underline{\underline{471.61 \text{ ton}}}$$

$$R_B = \left[\frac{4641.8}{40} + \frac{4641.8(0.05)}{1630.3} (6.74) \right] (4) = \underline{\underline{468.02 \text{ ton}}}$$

$$R_C = \left[\frac{4641.8}{40} + \frac{4641.8(0.05)}{1630.3} (3.14) \right] (7) = \underline{\underline{815.44 \text{ ton}}}$$

$$R_{C'} = \left[\frac{4641.8}{40} + \frac{4641.8(0.05)}{1630.3} (10.965) \right] (3) = \underline{\underline{348.55 \text{ ton}}}$$

$$R_D = \left[\frac{4641.8}{40} - \frac{4641.8(0.05)}{1630.3} (1.21) \right] (7) = \underline{\underline{811.11 \text{ ton}}}$$

$$R_{D'} = \left[\frac{4641.8}{40} - \frac{4641.8(0.05)}{1630.3} (3.625) \right] (5) = \underline{\underline{577.6 \text{ ton}}}$$

$$R_E = \left[\frac{4641.8}{40} - \frac{4641.8(0.05)}{1630.3} (6.16) \right] (5) = \underline{\underline{575.84 \text{ ton}}}$$

$$R_F = \left[\frac{4641.8}{40} - \frac{4641.8(0.05)}{1630.3} (9.26) \right] (5) = \underline{\underline{573.63 \text{ ton}}}$$

$$R_{\text{pilote A}} = \frac{471.61}{4} = 117.9 \text{ ton} < 120 \text{ ton} \quad \checkmark$$

La carga máxima en cada pilote es menor que la permisible que nos indica el estudio de suelos.

DIAGRAMA DE FUERZA CORTANTE

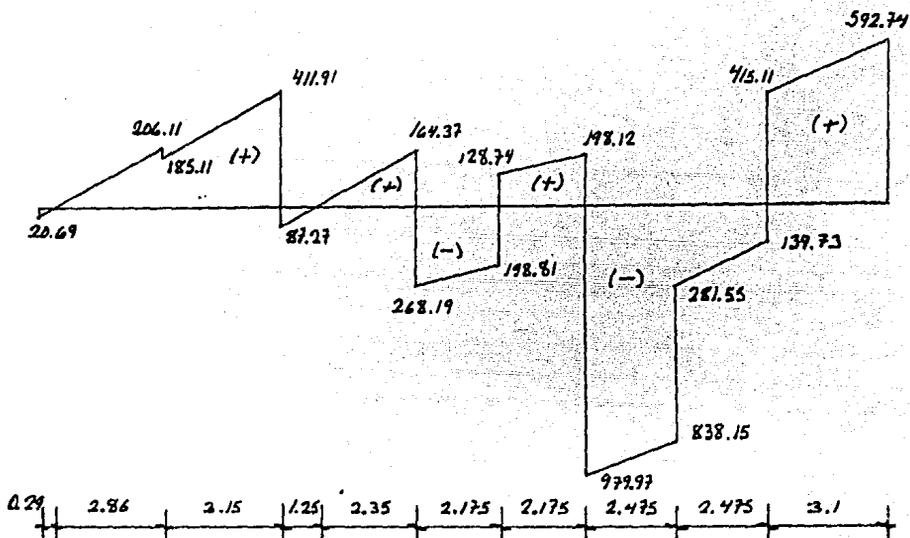
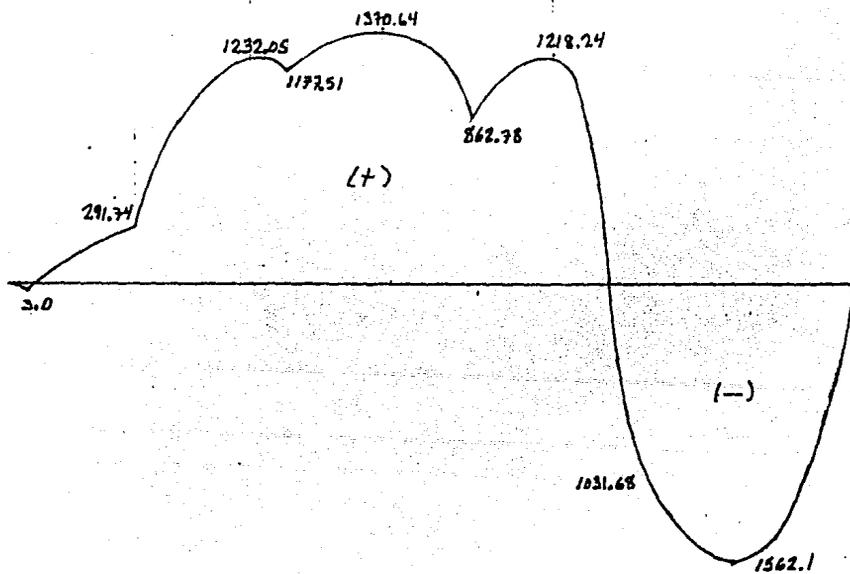
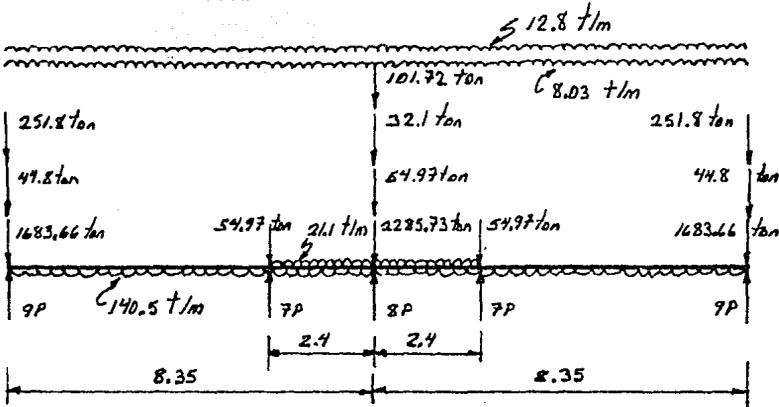


DIAGRAMA DE MOMENTO FLEXIONANTE



ANALISIS DE LA CIMENTACION (DIRECCION Y)



MUROS DE CONCRETO

$$0.25 \times 2.7 \times 13 \times 2.4 = 21.1 \text{ t/m}$$

$$0.15 \times 2.7 \times 13 \times 4.35 \times 2.4 = 54.97 \text{ ton}$$

$$0.15 \times 2.7 \times 13 \times 8.05 \times 2.4 = 101.72 \text{ ton}$$

COMPENSACION DE LA CIMENTACION

$$W = 1.45 \times 1.6 = 2.3 \text{ t/m}^2$$

$$W_{total} = \frac{4.0}{6.3} \text{ t/m}^2$$

$$W = 6.3 \times 22.3 = 140.5 \text{ t/m}$$

CONTRABES

A y F

$$2(0.25 \times 3.35 \times 2.4) = 4.02 \text{ t/m}$$

A', B, C, C', D', D, E

$$7(0.35 \times 1.5 \times 2.4) = \frac{8.8}{12.8} \text{ t/m}$$

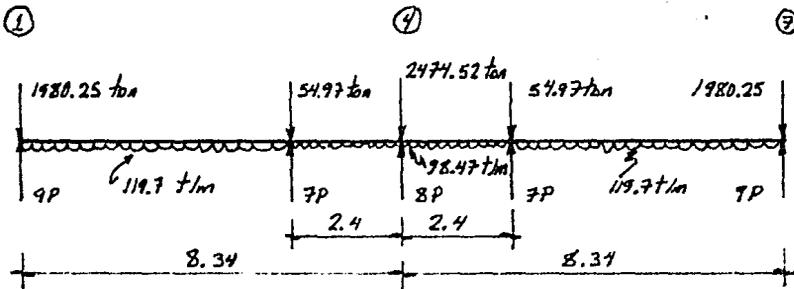
$$\frac{197}{4}$$

$$0.25 \times 3.35 \times 2.4 \times 22.3 = 44.8 \text{ ton}$$

$$\frac{4}{4}$$

$$0.5 \times 1.20 \times 2.4 \times 22.3 = 32.1 \text{ ton}$$

RESUMEN DE CARGAS



POSICION DE LA RESULTANTE DE CARGAS

$$\sum M_i = 0$$

$$54.97(5.94) + 2474.52(8.34) + 54.97(10.74) + 1980.25(16.68) - 711.02(2.97) - 472.7(8.34) - 711.02(13.71) = \sum F \cdot \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{38782.83}{4650.22} = \underline{\underline{8.34 \text{ m}}}$$

POSICION DE LA RESULTANTE DE FUERZAS SOBRE PILDRES

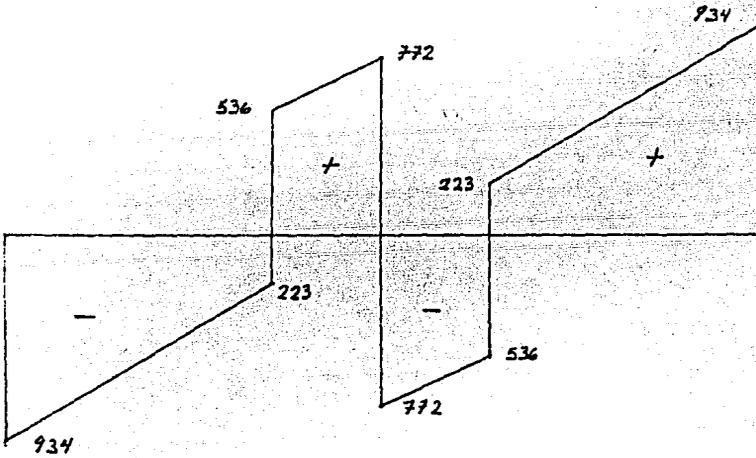
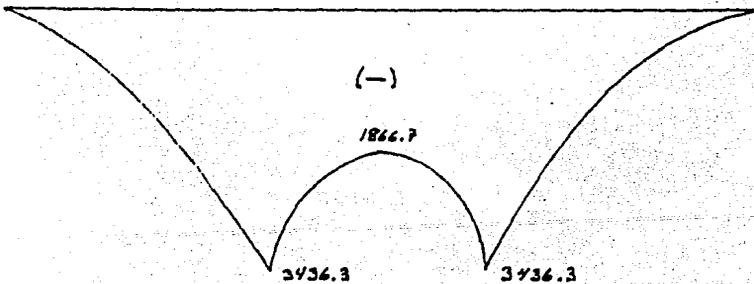
$$\sum P \cdot \bar{x}_p = 7P(5.94) + 8P(8.34) + 7P(10.74) + 9P(16.68)$$

$$\bar{x}_p = \frac{333.6}{40} = \underline{\underline{8.34 \text{ m}}}$$

$$a = 0 \quad \checkmark$$

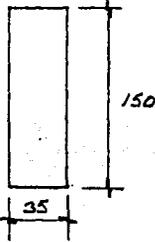
CARGA POR PILOTE

$$P = \frac{4650.22}{10} = 465.022 \text{ ton} < 120 \text{ ton} \checkmark$$

DIAGRAMA DE FUERZA CORTANTEDIAGRAMA DE MOMENTOS FLEXIONANTES

CALCULO DE AREAS Y MOMENTOS DE INERCIA

CONTRATABES A', B, C, C', D, D', E

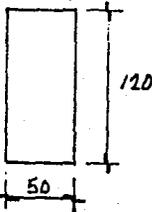


$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{35(150)^3}{12}$$

$$I = \underline{\underline{9843750 \text{ cm}^4}} = \underline{\underline{0.0984375 \text{ m}^4}}$$

$$A = 35 \times 150 = \underline{\underline{5250 \text{ cm}^2}}$$

CONTRABE EJE 4

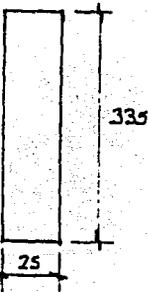


$$I = \frac{50(120)^3}{12} = 7200000 \text{ cm}^4$$

$$I = \underline{\underline{0.072 \text{ m}^4}}$$

$$A = 50 \times 120 = \underline{\underline{6000 \text{ cm}^2}}$$

CONTRABES EJES A, F, I, 7



$$I = \frac{25(335)^3}{12} = 78323697.92 \text{ cm}^4$$

$$I = \underline{\underline{0.783 \text{ m}^4}}$$

$$A = 25 \times 335 = \underline{\underline{8375 \text{ cm}^2}}$$

5.3 Revisión por momento de volteo.

Es necesario revisar las condiciones de estabilidad en que se encuentra la estructura y tomar las provisiones necesarias en lo referente al volteo de la misma debido a las fuerzas sísmicas. En este análisis, se supone que la estructura está empotrada en el suelo mientras que está libre en el otro extremo a semejanza de una viga en volado. Teniendo en cuenta los valores conservadores de las fuerzas sísmicas obtenidas a partir del método estático, es conveniente reducir el valor del momento de volteo obtenido a partir de estas fuerzas. El RCDF permite reducir el momento de volteo calculado, multiplicándolo por el coeficiente $0.8 + 0.2 z$ (donde z es la relación entre la altura a la que se calcula el factor reductivo por momento de volteo y la altura total de la construcción), pero no debe ser menor que el producto de la fuerza cortante en el nivel que se analiza por la distancia al centro de gravedad de las masas que se hallan arriba del nivel considerado.

En la tabla 5.1 se resume el cálculo del momento de volteo al nivel de empotramiento, usando los pesos calculados por nivel para el análisis sísmico estático. Este momento lo necesitamos al nivel de la cimentación, por lo que el momento calculado en la tabla 5.1 se le sumará el que es producido por la fuerza cortante al nivel de empotramiento. Según el artículo 226 del RCDF cuando el efecto de la carga viva sea favorable para la estabilidad de la estructura, como en caso de problemas de flotación y volteamiento, su intensidad se considerará nula so

bre toda el área, a menos que pueda justificarse otro valor.

Para tomar en cuenta este artículo se afectó el momento de volteo al nivel de cimentación por un factor de corrección obtenido a partir de la relación entre el peso total de la estructura considerando nula la carga viva sobre toda el área y el peso total de la misma, aplicando la carga viva para efecto sísmico, que propone el RCDF.

La excentricidad se calculó dividiendo el momento de volteo entre el peso total de la estructura, y se aplicó la expresión 5.1 obteniéndose la carga por pilote, la cual fué menor que la permisible especificada en el estudio de mecánica de suelos para cargas eventuales.

TABLA 5.1 MOMENTO DE VOLTEO

NIVEL	ENT.	W (ton)	V (ton)	M ₀ (ton-m)	Z	i = 0.8 + 0.2Z	i M ₀	Y _G (m)	V Y _G (t-m)
12	13	267.86	26.97	0	1	1	0	0	0
11	12	320.5	56.67	72.82	0.92	0.98	71.36	2.70	72.82
10	11	444.7	91.31	225.83	0.84	0.97	219.06	3.93	222.67
9	10	456.1	129.25	480.97	0.76	0.95	456.45	4.94	465.69
8	9	456.1	160.53	829.44	0.68	0.94	779.67	6.13	791.69
7	8	456.1	188.14	1262.87	0.6	0.92	1161.84	7.39	1186.14
6	7	456.1	212.09	1770.85	0.52	0.9	1593.77	8.69	1634.06
5	6	456.1	232.37	2343.49	0.44	0.89	2085.71	10.0	2120.67
4	5	456.1	248.99	2970.89	0.36	0.87	2584.67	11.32	2631.01
3	4	456.1	261.95	3643.16	0.28	0.86	3133.12	12.65	3099.73
2	3	456.1	271.24	4350.43	0.2	0.84	3654.36	13.99	3663.84
1	2	456.1	276.87	5082.78	0.12	0.82	4167.88	15.32	4156.52
PB	1	437.1	278.76	5830.33	0.04	0.81	4722.57	16.66	4613.69
0				6234.53	0	0.8	4987.42	19.73	5499.02

$$\text{MOMENTO DE VOLTEO (NIV. EMP)} = 5499.02 \text{ ton-m}$$

$$\text{CORTANTE (NIV. EMP)} = 278.76 \text{ ton}$$

$$\text{MOM. DE VOLTEO (NIV. SOTANO)} = 5499.02 + 278.76 (1.45) = 5539.15 \text{ ton-m}$$

FACTOR DE REDUCCION DE CARGA PARA VOLTEO

PESO TOTAL DEL EDIFICIO CONSIDERANDO CARGA VIVA MAXIMA.

$$W = 6327.43 \text{ ton}$$

PESO TOTAL DEL EDIFICIO CONSIDERANDO CARGA VIVA NULA.

$$W = 5371.63 \text{ ton}$$

$$F.C. = \frac{5371.63}{6327.43} = 0.85$$

$$\Sigma F_v = 4641.8 \times 0.85 = 3945.5 \text{ ton}$$

ANALISIS POR VOLTEO (DIREC. X)

$$e_v = \frac{5539.15}{3945.5} = 1.4 \text{ m}$$

$$e_t = 1.4 + 0.05 = 1.45 \text{ m}$$

$$R_A = \left[\frac{3945.5}{40} + \frac{3945.5 (1.45)}{1630.3} (13.04) \right] (4)$$

$$\underline{R_A = 577.6 \text{ ton}}$$

$$R_F = \left[\frac{3945.5}{40} - \frac{3945.5 (1.45)}{1630.3} (9.26) \right] (5)$$

$$\underline{R_F = 330.7 \text{ ton}}$$

ANÁLISIS POR VOLTEO (DIRECCIÓN 4)

$$e = 1.4 \text{ m}$$

$$J = 9(8.34)^2 + 7(2.4)^2 + 7(2.4)^2 + 9(8.34)^2 = 1332.64$$

$$R_1 = \left[\frac{3945.5}{40} + \frac{3945.5(1.4)}{1332.64} (8.34) \right] (9) = \underline{\underline{1198.8 \text{ ton}}}$$

$$R_2 = \left[\frac{3945.5}{40} - \frac{3945.5(1.4)}{1332.64} (8.34) \right] (9) = 576.6 \text{ ton}$$

$$R_{\text{por pilote}} = \frac{1198.8}{9} = 133.2 \text{ ton} < 180 \text{ ton}$$

La carga por pilote es menor que la permisible por cargas eventuales en el estudio de mecánica de suelos.

DISEÑO DE CONTRATRABES EJES 1, 4 u 7

$$M_u = 1562.1 (1.4) = \underline{\underline{2186.94 \text{ ton-m}}}$$

Distribución del momento de acuerdo con los momentos de inercia de las contratraves.

CTRS	1, 7	2(0.783) = 1.566	F.D.
			0.96
CTR	4	0.072 = <u>0.072</u>	<u>0.04</u>
		1.638	1.0

MOMENTO EN CONTRATRABES 1, 7

$$M = 0.96 (2186.94) (0.5) = 1049.7 \text{ ton-m}$$

MOMENTO EN CONTRATRABE 4

$$M = 87.5 \text{ ton-m.}$$

DISEÑO DE CONTRATRASES 1 y 7

Debido a que en los ejes 1 y 7 existen muros a todo lo alto del edificio, el momento flexionante sobre las contratrabes es resistido en una sección mas grande y por lo tanto se colocara en éstas al porcentaje mínimo de refuerzo especificado por el RCDF.

$$P_{min} = \frac{0.7 \sqrt{f_c'}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4000} = 0.00276$$

$$A_s = P_b d = 0.00276 (25) (215) = 21.8 \text{ cm}^2$$

$$5 \# 8 \quad (A_s = 25.35 \text{ cm}^2)$$

DISEÑO DE CONTRATRABE 4

$$M_u = 87.5 \text{ ton-m}, \quad b = 50 \text{ cm} \quad d = 105 \text{ cm}$$

$$f_c^* = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_c' = 170 \text{ Kg/cm}^2$$

$$P_b = \frac{k''}{f_y} \cdot \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{170}{4000} \cdot \frac{4800}{4800 + 6000} = 0.0204$$

$$P_{max} = 0.75 P_b = 0.0153$$

$$q_{max} = P_{max} \frac{f_y}{k''} = 0.0153 \frac{4000}{170} = 0.36$$

$$P_{min} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4000} = 0.00276$$

CALCULO DE LA CUANTIA P

$$M_R = F_R b d^2 f_c'' \rho (1 - 0.5 \rho)$$

$$87.5 \times 10^5 = 0.9 (50) (105)^2 (170) \rho (1 - 0.5 \rho)$$

$$42170625 \rho^2 - 84347250 \rho + 87.5 \times 10^5 = 0$$

$$\rho_1 = 1.89$$

$$\rho_2 = 0.109$$

$$P = 9 \frac{f_c''}{f_s} = 0.109 \frac{170}{4000} = 0.00466$$

$$A_s = Pbd = 24.5 \text{ cm}^2 \quad \underline{\underline{\# 8}}$$

CALCULO DE LA LOSA DE CIMENTACION

$$w = 6.3 \text{ ton/m}^2$$

$$h = 15 \text{ cm} \quad d = 13 \text{ cm}$$

$$m = \frac{3.6}{8.15} = 0.5$$

ENTRANDO EN LA TABLA A-1

TABLERO DE BORDE, UN LADO CORTO DISCONTINUO

<u>MOMENTOS</u>	<u>Claro.</u>	<u>COEF.</u>	<u>w</u>	<u>a²</u>	<u>(tonio)</u>
Nes. en bordas	corto	0.0568	(6.3)	(3.6) ²	= 4.64
interiores	largo	0.0409	(6.3)	(3.6) ²	= 3.34
Nes. en borde disc.	largo	0.0258	(6.3)	(3.6) ²	= 2.11
Positivo	corto	0.0329	(6.3)	(3.6) ²	= 2.69
	largo	0.0142	(6.3)	(3.6) ²	= 1.16

$$\text{Momento nes. claro corto} \quad 4.64 \text{ ton-m}$$

$$\frac{MR}{bd^2} = \frac{4.64 \times 10^5}{100 \times 13^2} = 27 \Rightarrow \text{de la Fig. A-2 } P = 0.008$$

$$A_s = Pbd = 0.008 (100)(13) = 10.4 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{100(a_s)}{A_s} = \frac{100(1.23)}{10.4} \approx 12 \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{\text{VARs } \# 4 @ 12}}$$

CLARO LABELO

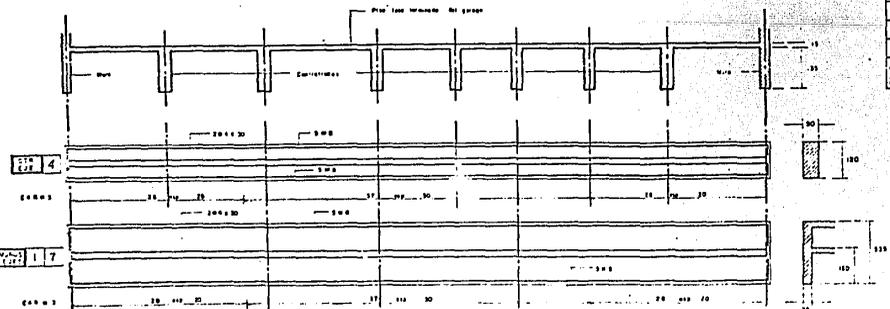
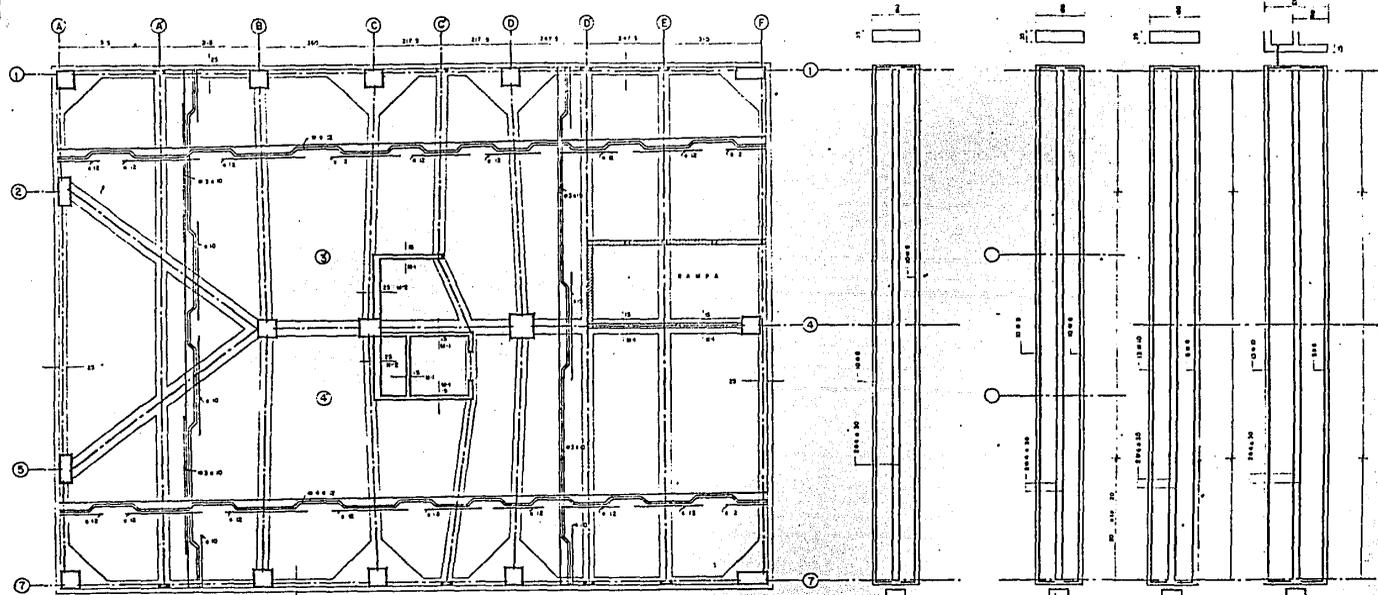
$$M = 3.34 \text{ ton-m}$$

$$\frac{M_R}{bd} = \frac{3.34 \times 10^5}{100 \times 13^2} = 20 \quad \Rightarrow \quad P = 0.0055$$

$$A_s = Pbd = 0.0055 \times 100 \times 13 = 7.15 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{100 (0.71)}{7.15} = 10 \text{ cm}$$

VARIS # 3 (a) 10 cm



NOTAS:
 El presente proyecto es de 4 x 200 metros.
 El costo total es de \$ 4000.000.000.
 Aprobado en la

CONDominio ESCARLES		
U N A M	S.E. CARRERA 22 No. 1000 Bogotá, D.C. C.R. SOTOMAYOR	E N P
ESTRUCTURA SOTOMAYOR		

CAPITULO VI

DISEÑO DE LA SUPERESTRUCTURA

Después del análisis estructural, se aplicó el diseño por resistencia última propuesto por el RCDF.

Los factores de carga aplicados se determinaron como sigue:

Para combinaciones de carga que incluyen exclusivamente acciones permanentes y variables se tomó

$$FC = 1.4$$

Para combinaciones de acciones que incluyan una acción accidental, además de las acciones permanentes y variables, se tomó

$$FC = 1.1$$

Los elementos estructurales se dimensionaron para resistir los elementos mecánicos que resultan de superponer los correspondientes a diferentes condiciones de carga.

A continuación se presenta a manera de ejemplo el diseño de algunos elementos estructurales.

En lo que sigue se utilizarán las siguientes abreviaturas:

CM - carga muerta

CV - carga viva

S - carga de sismo

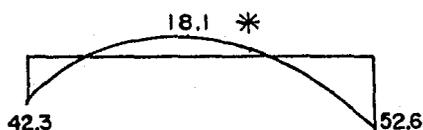
6.1 Diseño de Nervaduras (Marco Eje D, Nivel 1)

Los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante para las diferentes combinaciones de carga, provienen del resultado del análisis de marcos por computadora.

En el análisis por cargas laterales rigieron los elementos mecánicos resultado del análisis sísmico estático sobre el 25% de los obtenidos -- considerando que el marco trabajaba aislado.

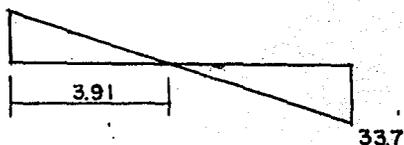
Se diseña solo la mitad del marco con los momentos más desfavorables y se considerará el armado como simétrico.

(CM + CV)



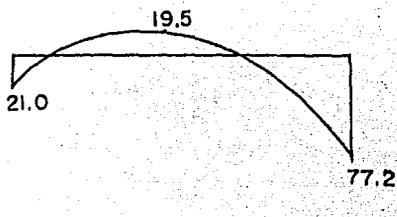
MOMENTO FLEXIONANTE

30.9

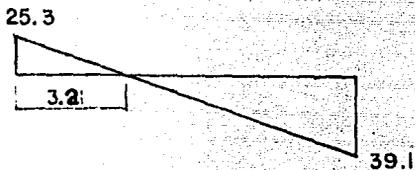


FUERZA CORTANTE

(CM CV S)

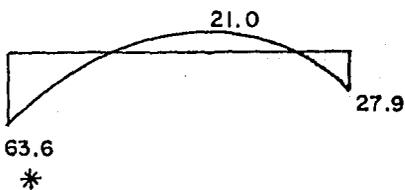


MOMENTO FLEXIONANTE

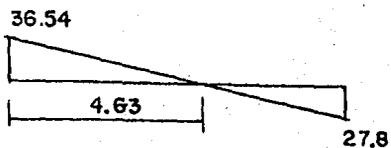


FUERZA CORTANTE

(CM CV S)



MOMENTO FLEXIONANTE



FUERZA CORTANTE

* MOMENTOS ELEGIDOS

$$\frac{- 63.6 \quad - 77.2}{+ 18.1} \quad \underline{\text{Momentos desfavorables}}$$

Estos momentos se deben repartir a lo largo de las losas de cada marco entre las franjas de columna y las franjas centrales, de acuerdo con los porcentajes que recomienda el RCDF.

	Franja de Columna	Franja Central
Momentos Positivos	60	40
Momentos Negativos	75	25

$$\left. \begin{array}{l} - 63.6 \times 0.75 = - 47.7 \\ - 77.2 \times 0.75 = - 57.9 \\ + 18.1 \times 0.60 = + 10.86 \end{array} \right\} \text{ Franja de Columnas}$$

$$\left. \begin{array}{l} - 63.6 \times 0.25 = - 15.9 \\ - 77.2 \times 0.25 = - 19.3 \\ + 18.1 \times 0.40 = + 7.24 \end{array} \right\} \text{ Franja Central}$$

$$\frac{- 47.7 \quad - 57.9}{+ 10.86} \quad \text{Franja Columna}$$

$$\frac{- 15.9 \quad - 19.3}{+ 7.24} \quad \text{Franja Central}$$

A su vez los momentos en franjas de columna y franja central se reparte en cada nervadura en proporción a su ancho. Por ejemplo para la nervadura 1 que tiene un ancho $b = 30$ se tiene:

Suma de anchos de nervadura en franja de columna

$$30 + 2 \times 11 + 10 = 62 \text{ cm.}$$

$$- 47.7 \times \frac{30}{62} = - 23.1$$

$$- 57.9 \times \frac{30}{62} = - 28.0$$

$$+ 10.86 \times \frac{30}{62} = + 5.2$$

$$\begin{array}{r} - 23.1 \\ - 28.0 \\ + 5.2 \\ \hline \end{array}$$

Nerv. l b = 30 cm.

De la misma forma se procede para todas las nervaduras

$$\begin{array}{r} - 3.6 \\ - 4.5 \\ + 1.64 \\ \hline \end{array}$$

Nerv. g b = 11 cm.

A continuación se presenta el diseño de la nervadura l (FRANJA - COLUMNA) y la nervadura g (FRANJA CENTRAL).

Diseño Nervadura l

$$\begin{array}{r} - 23.1 \\ - 28.0 \\ + 5.2 \\ \hline \end{array}$$

Diseño por flexión

Datos

$$b = 30 \text{ cm.}$$

$$d = 30 \text{ cm.}$$

$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2.$$

$$f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2.$$

Constantes

$$f_c = 0.8 f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2.$$

$$f''_c = 0.85 f_c = 170 \text{ kg/cm}^2. \text{ (Por ser } f_c < 250 \text{ kg/cm}^2).$$

$$P_b = \frac{f''_c}{f_y} \frac{4800}{f_y + 6000} = \frac{170}{4000} \frac{4800}{4000 + 6000}$$

$$P_b = 0.0204$$

$$P_{\text{máx}} = 0.75 P_b = 0.0153$$

$$P_{\text{mín}} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0.7 \sqrt{250}}{4000} = 0.00276$$

$$M_u = 5.2 \times 1.4 = 7.28 \text{ ton.m.}$$

Cálculo de la cuantía P

$$M_R = F_R b d^2 f''_c q (1 - 0.5q)$$

$$7.28 \times 10^5 = 0.9 (30) (30)^2 (170) q (1 - 0.5q)$$

$$7.28 \times 10^5 = 4131000 q (1 - 0.5q)$$

$$q - 0.5q^2 = 7.28 \times 10^5 / 4131000$$

$$q - 0.5q^2 = 0.17623$$

$$q^2 - 2q + 0.35245 = 0$$

Solucionando la ecuación de 2o. grado.

$$q_1 = 1.805$$

$$q_2 = 0.1953$$

$$P = q \frac{f''_c}{f_y} = 0.1953 \frac{170}{4000} = 0.0083$$

Revisión de $P_{\text{máx}}$ y $P_{\text{mín}}$.

$$0.0083 \begin{cases} > P_{\text{mín}} = 0.00276 \\ < P_{\text{máx}} = 0.0153 \end{cases}$$

Se acepta $P = 0.0083$

$$A_s = 0.0083 \times 30 \times 30 = 7.5 \text{ cm}^2. \quad \underline{\underline{3 \# 6}}$$

$$M_u = -23.1 \times 1.1 = -25.41 \text{ ton.m.}$$

Cálculo del momento resistente máximo de la viga si solo tuviera -
refuerzo a tensión. (M_{R1})

$$P_{m\acute{a}x} = 0.0153 \quad q_{m\acute{a}x} = 0.0153 \frac{4000}{170} = 0.36$$

$$M_{R1} = F_R \text{ bd}^2 (f_c'' \quad q_{m\acute{a}x}) (1 - 0.5 q_{m\acute{a}x})$$

$$M_{R1} = 0.9 (30) (30)^2 (170) 0.36 (1 - 0.5 (0.36))$$

$$M_{R1} = 1219471.2 \text{ kg.cm.} < M_u$$

Por lo tanto se requiere refuerzo a compresión

Cálculo de A_s y A_s'

$$M_{R2} = M_u - M_{R1} = 2541000 - 1219471.2$$

$$M_{R2} = 1321528.8 \text{ kg.cm.}$$

$$A_s - A_s \text{ máx} = \frac{M_{R2}}{F_R f_y (d-d')} = \frac{1321528.8}{0.9 \times 4000 (30-4)} = 14.12 \text{ cm}^2.$$

$$A_s \text{ máx} = P_{m\acute{a}x} \text{ bd} = 0.0153 (30) (30) = 13.77 \text{ cm}^2.$$

$$A_s = 14.12 + A_s \text{ máx} = 14.12 + 13.77 = 27.9 \text{ cm}^2. \quad \underline{\underline{2 \# 4 + 5 \# 8}}$$

Y el acero de compresión:

$$A_s' = \frac{14.12}{0.75} = 18.8 \text{ cm}^2. \quad \underline{\underline{3 \# 6 + 3 \# 8}}$$

$$M_u = -28.0 \times 1.1 = -30.8 \text{ ton.m.}$$

$$M_{R1} = F_R \text{ bd}^2 (f_c'' \quad q_{m\acute{a}x}) (1 - 0.5 q_{m\acute{a}x})$$

$$M_{R1} = 0.9 (30) (30)^2 (170) 0.36 (1-0.5 \times 0.36)$$

$$M_{R1} = 1219471.2 \text{ kg.cm.}$$

Cálculo de A_s y A_s'

$$M_{R2} = M_u - M_{R1} = 3080000 - 1219471.2 = 1860528.8 \text{ kg.cm.}$$

$$A_s - A_s \text{ máx.} = \frac{M_{R2}}{F_R f_y (d-d')} = \frac{1860528.8}{0.9 \times 4000 (30-4)}$$

$$A_s - A_s \text{ máx} = 19.88 \text{ cm}^2.$$

$$A_s \text{ máx} = P_{\text{máx}} b d = 0.0153 \times 30 \times 30 = 13.77 \text{ cm}^2.$$

$$A_s = 19.88 + A_s \text{ máx} = 19.88 + 13.77$$

$$A_s = 33.65 \text{ cm}^2. \quad 2 \# 4 + 3 \# 12$$

Y el acero de compresión

$$A_s' = \frac{A_s - A_s \text{ máx}}{0.75} = \frac{19.88}{0.75} = 26.5 \text{ cm}^2. \quad \underline{\underline{3 \# 6 + 4 \# 8}}$$

Diseño de Nervadura g

$$\frac{- 3.6 \quad \quad \quad - 4.5}{+ 1.64}$$

$$M_u = 1.64 \times 1.4 = 2.3 \text{ ton.m.}$$

$$b = 11 \text{ cm.}$$

$$d = 30 \text{ cm.}$$

Cálculo de la cuantía p

$$M_R = F_R b d^2 f_c q (1-0.5q)$$

$$2.3 \times 10^5 = 0.9 (11) (30)^2 (170) q (1-0.5q)$$

$$2.3 \times 10^5 = 1514700 q (1-0.5q)$$

$$q - 0.5q^2 = 2.3 \times 10^5 / 1514700$$

$$q^2 - 2q + 0.3037 = 0$$

Solucionando la ecuación de 2o. grado

$$q_1 = 1.834$$

$$q_2 = 0.1655$$

$$p = q \frac{f_c''}{f_y} = 0.1655 \frac{170}{4000} = 0.00703$$

Revisión de $P_{m\acute{a}x}$ y $P_{m\acute{m}n}$

$$0.00703 \quad \left\{ \begin{array}{l} > P_{m\acute{m}n} = 0.00276 \\ < P_{m\acute{a}x} = 0.0153 \end{array} \right.$$

se acepta $p = 0.00703$

$$A_s = 0.00703 \times 11 \times 30 = 2.32 \text{ cm}^2. \quad \underline{2 \# 4.}$$

$$M_u = -3.6 \times 1.1 = 3.96 \text{ ton. m.}$$

Cálculo de la cuantía p

$$M_R = F_R \quad b d^2 \quad f_c'' \quad q (1 - 0.5q)$$

$$3.96 \times 10^5 = 0.9 (11) (30)^2 (170) q (1 - 0.5q)$$

$$3.96 \times 10^5 = 1514700 \quad q (1 - 0.5q)$$

$$q - 0.5q^2 = 3.96 \times 10^5 / 1514700$$

$$q^2 - 2q + 0.5229 = 0$$

Solucionando la ecuación de 2o. grado

$$q_1 = 1.691$$

$$q_2 = 0.309$$

$$P = q \frac{f_c''}{f_y} = 0.309 \frac{170}{4000} = 0.0131$$

Revisión de $P_{\text{máx}}$ y $P_{\text{mín}}$

$$0.0131 \quad \left\{ \begin{array}{l} > P_{\text{mín}} = 0.00276 \\ < P_{\text{máx}} = 0.0153 \end{array} \right.$$

Se acepta $p = 0.0131$

$$A_s = 0.0131 \times 11 \times 30 = 4.34 \text{ cm}^2. \quad \underline{2 \# 6}$$

$$M_u = 4.5 \times 1.1 = 4.95 \text{ ton.m.}$$

$$M_{R1} = F_R b d^2 f_c'' q_{\text{máx}} (1 - 0.5 q_{\text{máx}})$$

$$M_{R1} = 0.9 (11) (30)^2 (170) 0.36 (1 - 0.5 \times 0.36)$$

$$M_{R1} = 447139.4 \text{ kg.cm.}$$

Cálculo de A_s y A_s'

$$M_{R2} = M_u - M_{R1} = 495000 - 447139.4$$

$$M_{R2} = 47860.6 \text{ kg.cm.}$$

$$A_s - A_s \text{ máx} = \frac{M_{R2}}{F_R f_y (d-d')} = \frac{47860.6}{0.9 \times 4000 (30-4)}$$

$$A_s - A_s \text{ máx} = 0.51$$

$$A_s \text{ máx} = p \text{ máx} b d = 0.0153 \times 11 \times 30 = 5.05 \text{ cm}^2.$$

$$A_s = 0.031 + A_s \text{ máx} = 0.51 + 5.05$$

$$A_s = 5.56 \text{ cm}^2. \quad \underline{2 \# 6}$$

Y el acero de compresión

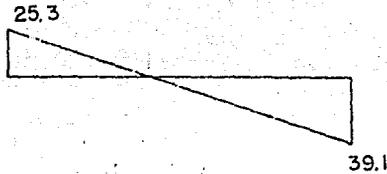
$$A_s' = \frac{0.51}{0.75} = 0.68 \text{ cm}^2.$$

Se cubre con el acero positivo

Los armados de las nervaduras se localizan en el plano

Revisión por Cortante.

Fuerza cortante desfavorable.



Como se muestra en los diagramas estos resultados provienen de la combinación de (CM + CV + S).

La distribución se hará en proporción a los anchos de nervadura.

Nervaduras , k , g , con ancho b = 11 cm.

$$(11/110) \frac{2.53}{3.91}$$

Nervadura l , con ancho b = 30 cm.

$$(30/110) \frac{6.9}{10.66}$$

Nervadura j , con ancho b = 10 cm.

$$(10/110) \frac{2.3}{3.55}$$

Revisión por cortante

Nervadura l

$$V_u = 10.66 \times 1.1 = 11.725 \text{ ton.}$$

$$p = \frac{7.5}{30 \times 30} = 0.0083 < 0.01$$

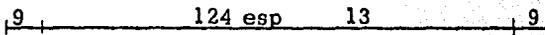
$$V_{CR} = F_R b d (0.2 + 30p) \sqrt{f_c^*}$$

$$V_{CR} = 0.8 (30) (30) (0.2 + 30 (0.0083)) \sqrt{200} = 4581 \text{ kg.}$$

Usando estribos de 2R # 2.5

$$s = \frac{0.8 (2) (0.49) (4000) (30)}{11725 - 4585} = 13.2 \text{ cm.}$$

Se colocarán E 2R # 2.5 @ 13



Revisión por Cortante

Nervadura g

$$V_u = 3.91 \times 1.1 = 4.3 \text{ ton.}$$

$$p = \frac{2.32}{11 \times 30} = 0.007 \quad 0.01$$

$$V_{CR} = F_R \quad bd (0.2 + 30p) \sqrt{f_c^*}$$

$$V_{CR} = 0.8 (11) (30) (0.2 + 30 (0.007)) \sqrt{200}$$

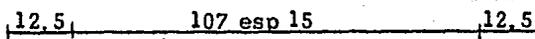
$$V_{CR} = 1534 \text{ kg.}$$

Usando estribos de 2R # 2.5

$$s = \frac{0.8 (2) (0.49) (4000) (30)}{4300 - 1534} = 34 \text{ cm.}$$

$$s_{\text{máx}} = d/2 = 30/2 = 15 \text{ cm.}$$

Se colocarán E 2R # 2.5 @ 15



6.2 Revisión del peralte mínimo de la losa.

(Según RCDF)

Puede omitirse el cálculo de deflexiones en tableros interiores de losas planas macizas si su peralte efectivo mínimo no es menor que

$$KL (1 - 2c/3L) \quad (6.1)$$

donde L es el claro mayor y K un coeficiente que se determina como sigue:

$$\text{Para losas sin abacos } K = 0.00075 \sqrt[4]{f_s w} \geq 0.025$$

En las expresiones anteriores f_s es el esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, en kg/cm^2 . (puede suponerse igual a $0.6 f_y$), w es la carga en condiciones de servicio, en kg/m^2 , y c la dimensión de la columna o capitel paralelo a L.

Los valores obtenidos con la ecuación 6.1 deben aumentarse en 20 por ciento en tableros exteriores y en losas aligeradas.

En ningún caso el espesor de la losa, h , será menor de 10 cm. si existe ábaco, o menor de 13 cm. si no existe.

Del tablero VII

$$L = 815 \text{ cm.}$$

$$w = 1270 \text{ kg/m}^2.$$

$$f_s = 0.6 f_y = 0.6 (4000) = 2400 \text{ kg/cm}^2.$$

$$c = 80 \text{ cm.}$$

$$KL (1 - 2c / 3L)$$

$$K = 0.00075 \sqrt[4]{f_s w} \geq 0.025$$

$$K = 0.00075 \sqrt[4]{(2400)(1270)} \cong 0.025$$

$$K = 0.0313$$

$$0.0313 \times 815 (1 - 2 \times 80 / 3 \times 815) = 23.87 \text{ cm.}$$

Aumentando el valor de este resultado en 20 por ciento ya que se trata de una losa aligerada $23.87 \times 1.2 = 28.64 \text{ cm.}$ que es menor que el peralte efectivo considerado (30 cm.).

6.3 Ejemplo de diseño de columnas

Columna D-4 (Nivs. Sótano PB, 1, 2, 3).

$$M_u = - 137.92 \text{ ton.m.}$$

$$P_u = 887.87 \text{ ton.}$$

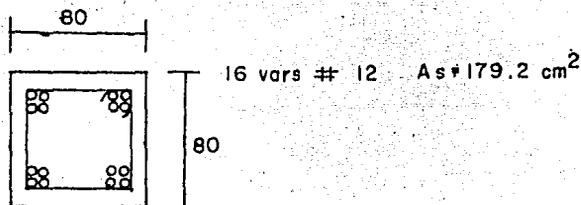
$$V_u = 42.50 \text{ ton.} \quad 1.1 \text{ (CM + CV + S)}$$

$$P. P. \text{ col.} = 13 \times 2.7 \times 0.8^2 \times 2.4 = 53.9 \text{ ton.} \quad (1.1) = 59.3 \text{ ton.}$$

$$P_u = 887.87 + 59.3 = 947.2 \text{ ton.}$$

$$e = \frac{237.92 \times 10^5}{947.2 \times 10^3} = 14.56 \text{ cm.}$$

Se propone:



$$p = \frac{179.2}{80 \times 80} = 0.028 \quad q = 0.028 \frac{4000}{170} = 0.66$$

$$\frac{e}{n} = \frac{14.56}{80} = 0.2 \quad \frac{d}{n} = \frac{72}{80} = 0.9$$

De la figura A-3 $K = 1.1 \quad R = 0.21$

$$P_u = F_R K b h f_c$$

$$P_u = 0.85 (1.1) (80) (80) (170) = 1017280 \text{ kg.}$$

$$M_u = F_R R b h^2 f_c$$

$$M_u = 0.85 (0.21) (80) (80)^2 (170) = 15536640 \text{ kg. cm.}$$

$$P_u = 947.20 \quad 1017.28 \text{ ton.}$$

$$M_u = 137.92 \quad 155.36 \text{ ton.m.}$$

. . . Se acepta

Revisión por cortante

$$V_u = 42.5 \text{ ton.}$$

$$p = \frac{4 (11.2)}{80^2} = 0.007 < 0.01$$

$$V_{CR} = FR \text{ bd} (0.2 + 30p) \sqrt{f_c^*}$$

$$V_{CR} = 0.8 (80) (80) (0.2 + 30 (0.007)) \sqrt{200}$$

$$V_{CR} = 29687 \text{ kg.}$$

$$s = \frac{0.8 (2) (0.71) (4000) (73)}{42500 - 29687} = 25 \text{ cm.}$$

$$\frac{FR A_v f_y}{3.5 b} = \frac{0.8 (2) (0.71) (4000)}{3.5 (80)} = 16 \text{ cm.}$$

Estribos # 3 @ 16 cm.

La separación de estribos, para utilizar $Q = 4$, no debe ser mayor que:

$$20 \text{ cm.}$$

$$c_1/2 = \frac{80}{2} = 40 \text{ cm.}$$

$$\frac{500}{\sqrt{f_y}} (\phi) = \frac{500}{\sqrt{4200}} (3.8) = 29 \text{ cm.}$$

donde:

c_1 = lado menor de la columna

f_y = (kg/cm²)

ϕ = diámetro menor de las barras longitudinales.

Por lo tanto se acepta el resultado obtenido.

6.4 Diseño del muro de concreto en el eje 4 (M-1)

Considerando una longitud de muro de = 8.45 m. y sin tomar en cuenta la contribución a la resistencia de las columnas, se diseñará el muro M-1.

ELEMENTOS MECANICOS

$$M_u = - 1737.4 \text{ ton.m}$$

$$V_u = - 155.25 \text{ ton.m.} \quad 1.1 \text{ (CM + CV-S)}$$

$$P_u = 392.84 \text{ ton.}$$

Peso propio del muro

$$P = (8.45 \times 0.15 \times 2.7 \times 13) \times 2.4 \times 1.1 = 117.5 \text{ ton.}$$

$$P_{uT} = 392.84 + 117.5 = 510.3 \text{ ton.}$$

$$e = \frac{1737.4 \times 10^5}{510.3 \times 10^3} = 340.5 \text{ cm.} \quad \text{El muro de rigidez se puede -}$$

$$\frac{e}{h} = \frac{340.5}{845} = 0.4$$

diseñar como una columna y el porcentaje mínimo para refuerzo vertical recomendado en secciones rectangulares de 0.0025.

$$p = 0.0025 \quad q = 0.0025 \frac{4000}{170} = 0.058$$

Para utilizar las ayudas de diseño el mínimo valor de q es 0.1 por lo tanto $p = 0.00425$.

$$\frac{d}{h} = 0.8 \quad \text{Por recomendaciones}$$

Por lo tanto de la fig. A-5

$$K = 0.35 \quad R = 0.14$$

$$P_u = 0.35 (0.8) (15) (845) (170) = 603330 \text{ kg.}$$

$$M_u = 0.14 (0.8) (15) (845)^2 (170) = 2039 \times 10^5 \text{ kg. cm.}$$

Se acepta el porcentaje de $P = 0.00425$

$$A_s = 0.00425 \times 15 \times 845 = 53.9 \text{ cm}^2.$$

Con 2 varillas # 2.5 @ 15 proporcionamos

$$\text{un } A_s = 55.2 \text{ cm}^2. > 53.9 \text{ cm}^2.$$

Revisión por fuerza cortante

$$V_u = - 155.25 \text{ ton.}$$

$$\frac{M_u}{V_u l} = \frac{1737.4}{155.25 \times 8.45} = 1.32$$

$$V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*}$$

$$b = t \quad \text{espesor muro} = 15 \text{ cm.}$$

$$d = 0.8 L = 676 \text{ cm.}$$

$$V_{CR} = 0.5 (0.8) (15) (676) \sqrt{200} = 57361 \text{ kg.}$$

$$V_u - V_{CR} = 155.3 - 57.4 = 97.9$$

$$P_h = \frac{97900}{0.8 (4000) (676) (15)} = 0.003$$

$$A_s = 0.003 \times 15 \times 100 = 4.5 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Sep} = \frac{100 (0.49) (2)}{4.5} = 2.1 \text{ cm.}$$

Se colocarán estribos 2 ramas # 2.5 @ 20

6.5 Revisión del cortante en muros de mampostería.

$$V_u \text{ máx} = 181.52 \text{ ton.}$$

$$V_R = F_R (0.7 V^*) \quad F_R = 0.6 \quad V^* = 3.5 \text{ kg/cm}^2.$$

$$V_R = 1.5 \text{ kg/cm}^2.$$

El área resistente se calcula multiplicando la longitud del muro - por su espesor efectivo; la fuerza resistente, V_R , es el producto del -- área resistente A_T , por el esfuerzo cortante resistente.

$$\text{Longitud total del muro} = 2170 \text{ cm.}$$

$$\text{espesor} = 15 \text{ cm.}$$

$$\text{Area} = 2170 \times 15 = 32550$$

$$V_R = 1.5 \times 32550 = 48825 \text{ kg.}$$

$$V_R = 48.8 \text{ ton.}$$

Por tanto el muro de mampostería no pasa por cortante.

Se pondrá un muro de concreto reforzado de 3.60 m. entre los ejes B y C para que soporte el cortante.

Entonces como se suprime la parte de los 3.60 m. del muro de mampostería se reduce el V_R .

$$\text{Total} = 2170 - 360 = 1810 \text{ cm.}$$

$$\text{espesor} = 15 \text{ cm.}$$

$$\text{Area} = 1810 \times 15 = 27150 \text{ cm}^2.$$

$$V_R = 1.5 \times 27150 = 40725 \text{ kg.}$$

Por tanto el muro de concreto debe tomar el cortante restante.

$$V_U - V_R = 181.52 - 40.725 = 140.795$$

Cálculo del cortante para el muro de concreto

$$d = 0.8$$

$$d = 0.8 (360) = 288 \text{ cm.}$$

$$b = t \quad \text{espesor muro} = 15 \text{ cm.}$$

$$V_{CR} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c'}$$

$$V_{CR} = 0.5 (0.8) (15) (288) \sqrt{200}$$

$$V_{CR} = 24437.61$$

$$V_U - V_{CR} = 140795 - 24437.61 = 116357.4 \text{ kg.}$$

$$p_h = \frac{116357.4}{0.8(4000)(288)(15)} = 0.0084$$

$$A_s = 0.0084 \times 15 \times 100 = 12.63 \text{ cm}^2.$$

$$\text{sep} = \frac{100 A_s}{A_s}$$

$$\text{sep} = \frac{100 (1.27) (2)}{12.63} = 20.1$$

Se colocarán estribos 2 ramas # 4 @ 20

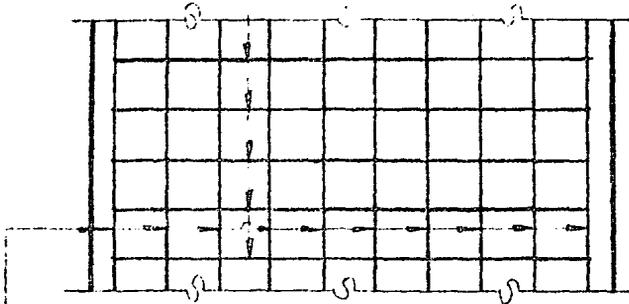
Para refuerzo vertical $p = 0.0025$

$$A_s = 0.0025 \times 15 \times 100 = 3.75 \text{ cm}^2.$$

$$s = \frac{100(0.49)2}{3.75} = 26.1 \text{ cm.}$$

Se colocarán varillas en ambas caras del # 2.5 @ 20

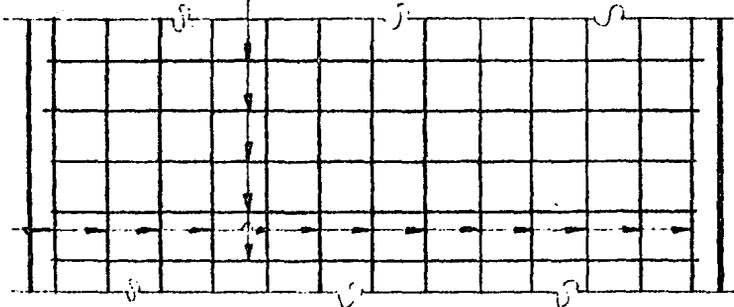
Estribos indicados
como barras hori-
zontales 2# 2.5 @ 20



2.5 @ 15 en ambas caras

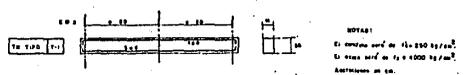
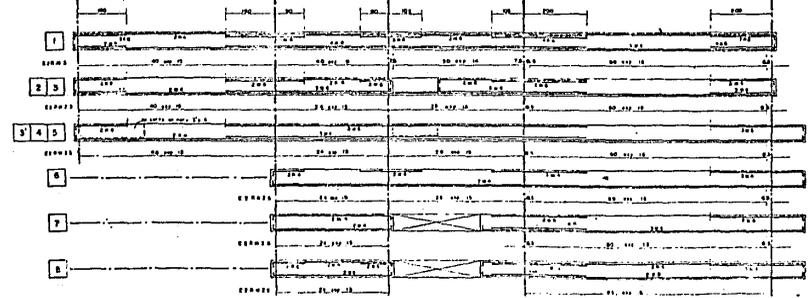
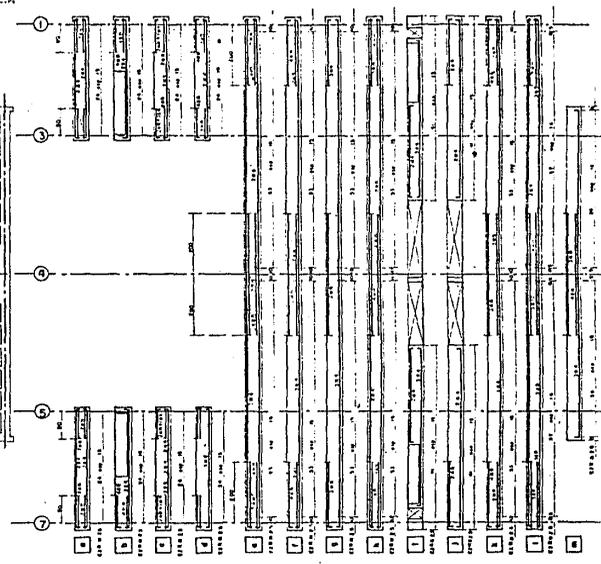
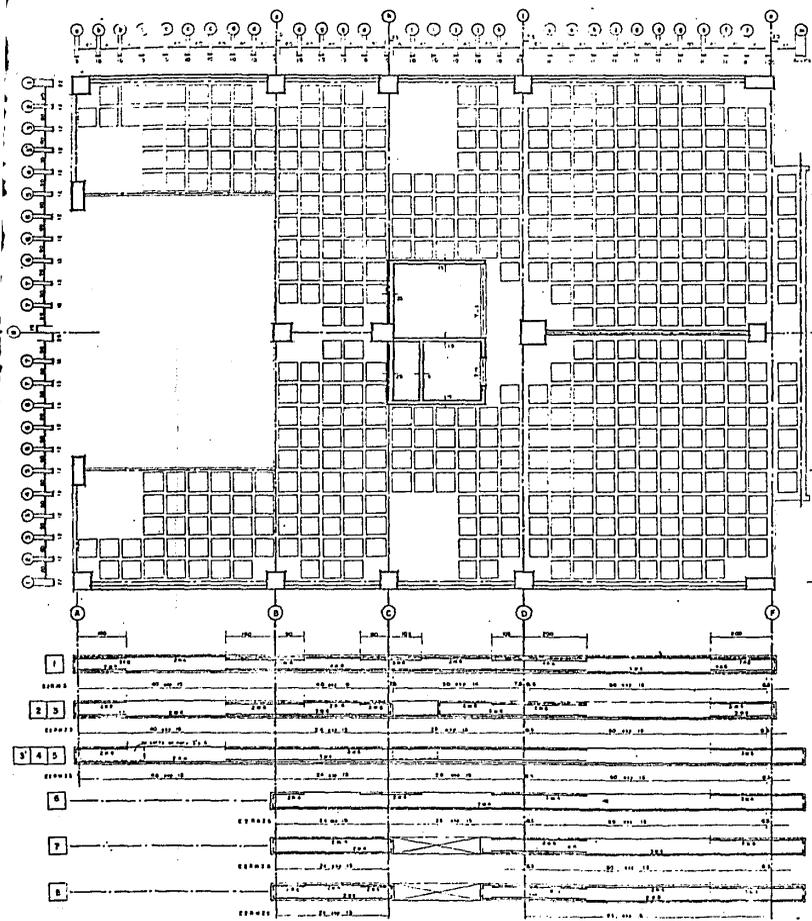
ARMADO PARA MUROS M-1

Estribos indicados
como barras hori-
zontales 2# 2.5 @ 20

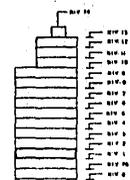


2.5 @ 15 en ambas caras

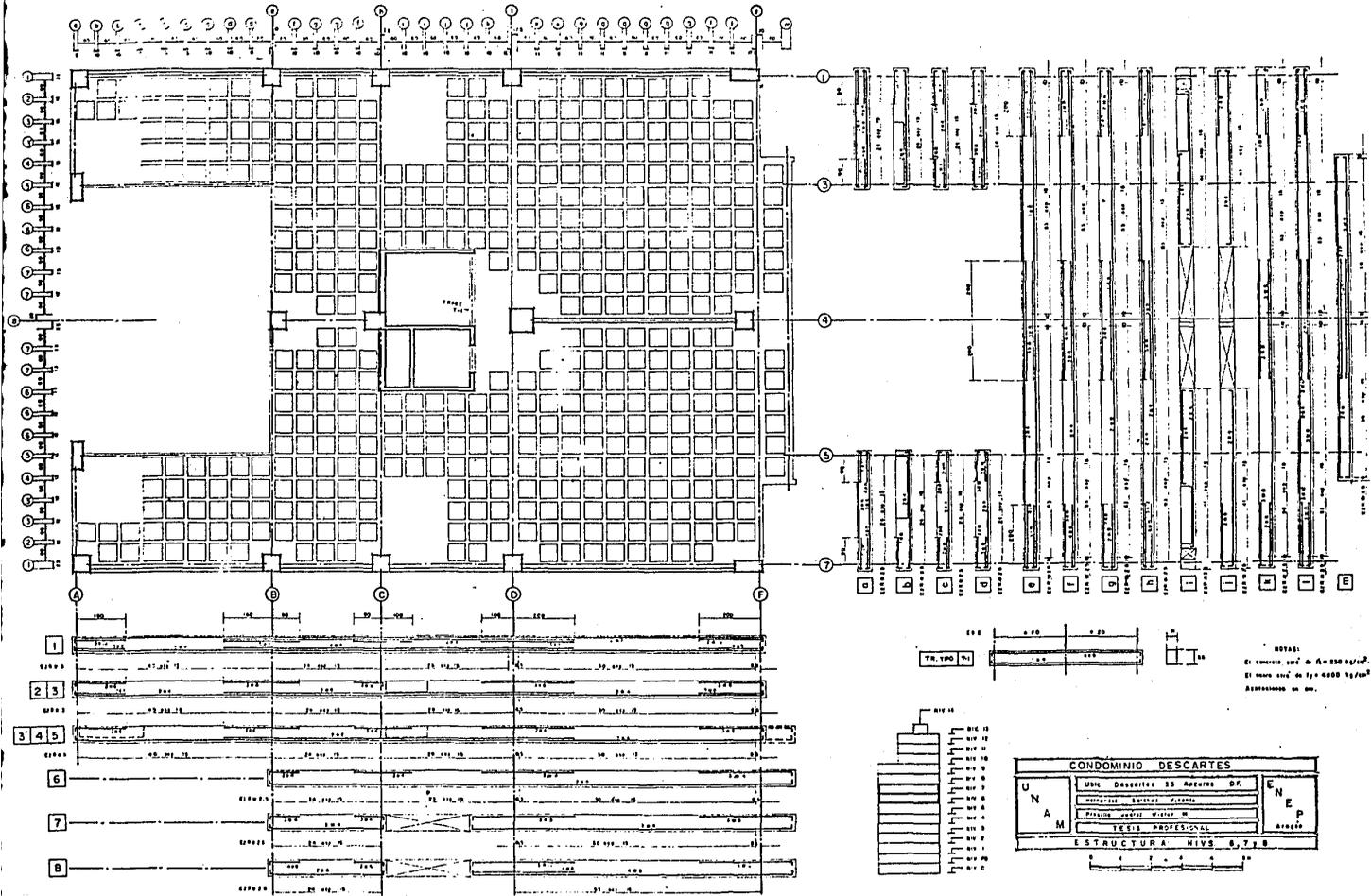
ARMADO PARA MUROS M-2



NOTAS:
 El terreno está en 1/2000 topografía.
 El área total es de 4000 m².
 Construcción en c.a.



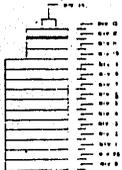
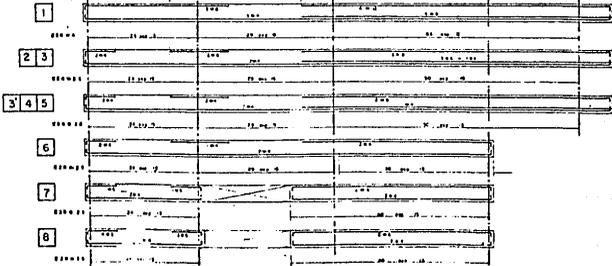
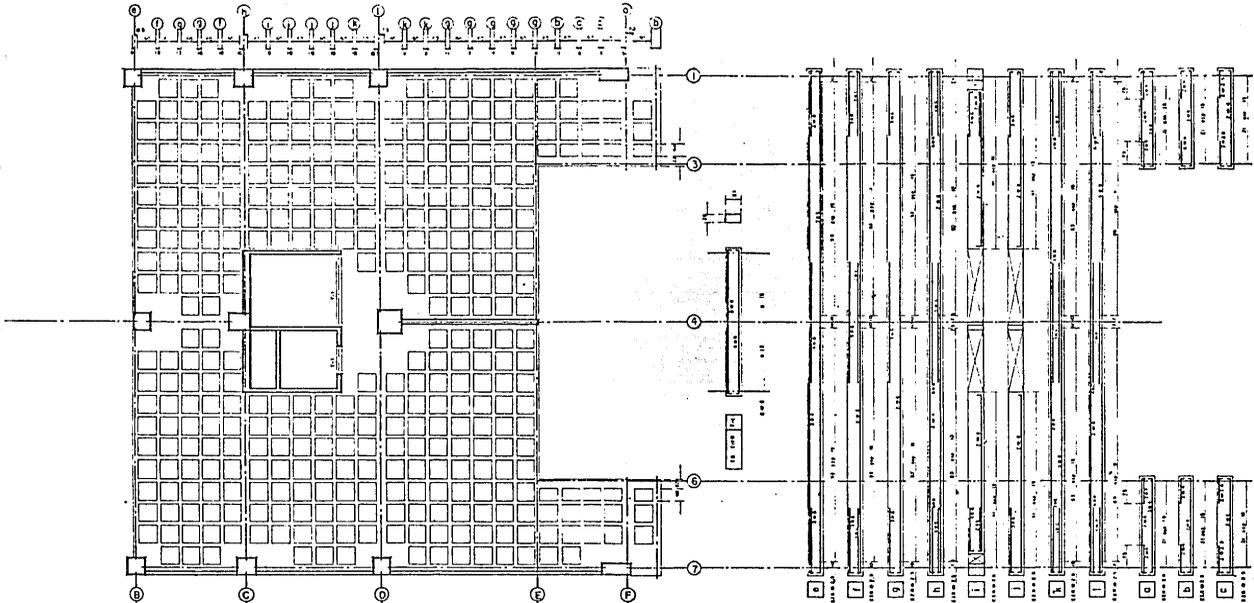
CONDominio DESCARTES		
U	Unidad Descriptiva 55 Anexas D.P.	E
N	Administración Edificio	E
A	Propiedad Privada	P.
M	ESTRUCTURA	
ESTRUCTURA NIVEL I y R		



NOTAS:
 El concreto está de $f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$.
 El acero está de $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$.
 Aproximación en cm.

1	10
2	10
3	10
4	10
5	10
6	10
7	10
8	10
9	10
10	10
11	10
12	10
13	10
14	10
15	10
16	10
17	10
18	10
19	10
20	10
21	10
22	10
23	10
24	10
25	10
26	10
27	10
28	10
29	10
30	10
31	10
32	10
33	10
34	10
35	10
36	10
37	10
38	10
39	10
40	10
41	10
42	10
43	10
44	10
45	10
46	10
47	10
48	10
49	10
50	10
51	10
52	10
53	10
54	10
55	10
56	10
57	10
58	10
59	10
60	10
61	10
62	10
63	10
64	10
65	10
66	10
67	10
68	10
69	10
70	10
71	10
72	10
73	10
74	10
75	10
76	10
77	10
78	10
79	10
80	10
81	10
82	10
83	10
84	10
85	10
86	10
87	10
88	10
89	10
90	10
91	10
92	10
93	10
94	10
95	10
96	10
97	10
98	10
99	10
100	10

CONDOMINIO DESCARTES			
U N A M	Unid. Descartes 33 Apartes	DT.	E N E P
	Propiedad: Ejecutor: Cliente:		
	Plano: Fecha: Escala: M.		
	TEXTO PROFESIONAL		
ESTRUCTURA NIVS 8, 7, 6			



NOTAS:
 El número uno de los 250 metros
 El número uno de los 4000 metros
 Acciones en m.

CONDOMINIO DESCARTES	
U N A	Unidad: Descartes 11 Ambar 07
	Propiedad: Social
M	Prop. 1: Carlos Ruiz C
	Prop. 2: Profesional
ESTRUCTURA NIV 12	

E
N
E
P

COEFICIENTES DE MOMENTOS PARA TABLEROS RECTANGULARES, FRANJAS CENTRALES

Para las franjas extremas multiplíquense los coeficientes por 0,60

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$															
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0			
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II		
Interfr Todas las bordes continuas	Neg. en bordes Interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292		
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292		
	positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130		
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130		
De borde Un todo corto discontinuo	Neg. en bordes Interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346		
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311		
	Neg. en bordes dis. positivo	corto	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0		
		largo	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144		
De borde Un todo largo discontinuo	Neg. en bordes Interiores	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311		
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346		
	Neg. en bordes dis. positivo	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0		
		largo	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135		
De esquina Dos todos adyacentes discontinuos	Neg. en bordes Interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364		
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364		
	Neg. en bordes dis- continuos positivo	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0		
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0		
Aislado cuatro lados dis- continuos	Neg. en bordes discontinuos positivo	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153		
		largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153		
	positivo	corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0		
		largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0		
positivo	corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830			
	largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830			

Caso I. losa colada monolíticamente con sus apoyos

Caso II. losa no colada monolíticamente con sus apoyos

Los coeficientes multiplicados por $10^{-4} w a_1^2$ dan momentos por unidad de ancho

Para el caso I, a_1 y a_2 pueden tomarse como los claros libres entre paños de vigas; para el caso II se tomarán como los claros entre ejes, pero sin exceder el claro libre más dos veces el espesor de la losa.

MOMENTOS RESISTENTES DE SECCIONES RECTANGULARES

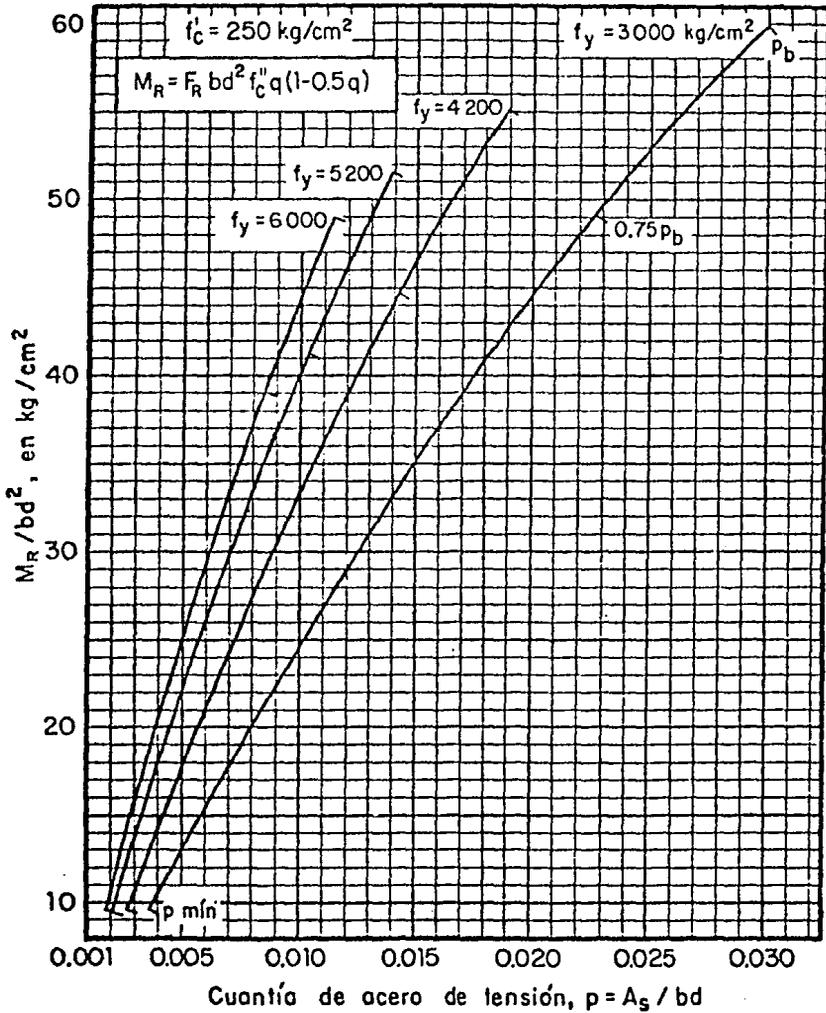
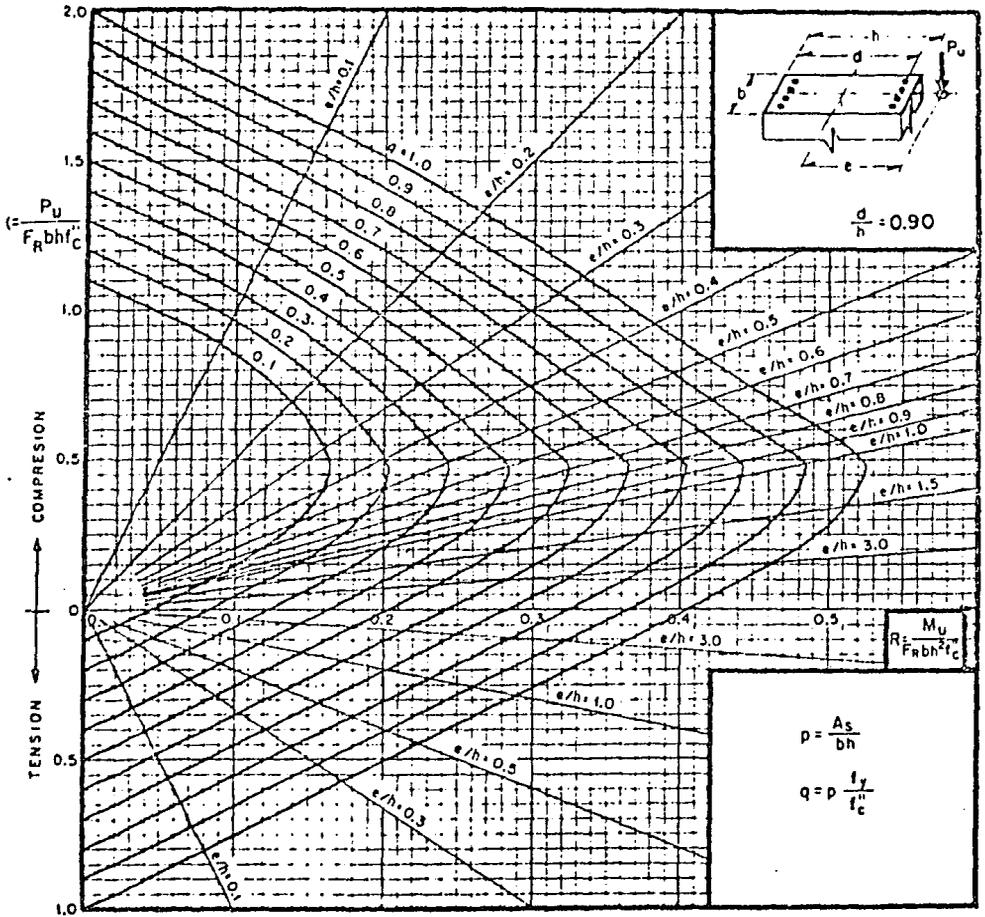


FIG. A-2



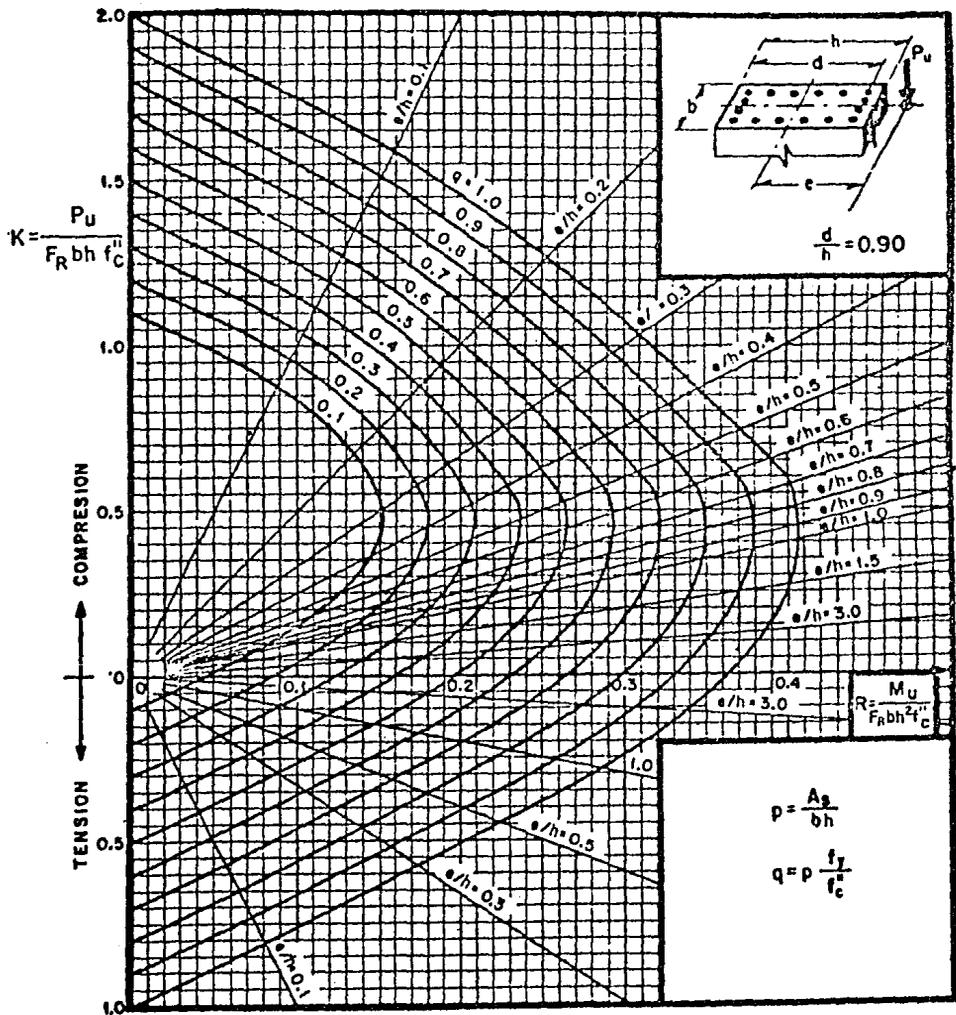
A_s = Area total de refuerzo

$f_c' = 0.85 f_c$; si $f_c' \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f_c' = \left(1.05 - \frac{f_c'}{1250}\right) f_c$; si $f_c' > 250 \text{ kg/cm}^2$

M_u = Momento flexionante de diseo

P_u = Carga axial de diseo

FIG A-3



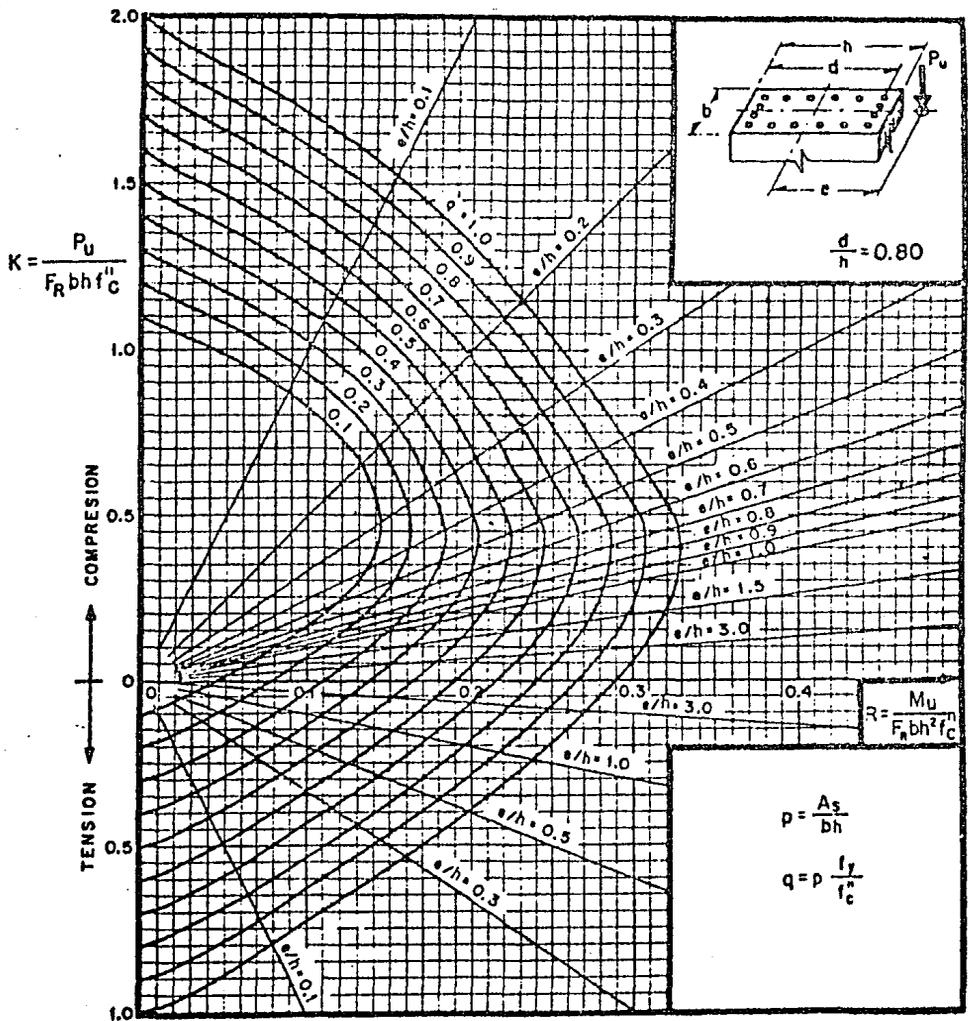
A_s = Area total de refuerzo

$f'_c = 0.85 f_c^*$; si $f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250}\right) f_c^*$; si $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$

M_u = Momento flexionante de diseño

P_u = Carga axial de diseño

FIG. A-4 .



A_s = Area total de refuerzo

$f'_c = 0.85 f_c^*$; si $f_c^* \leq 250 \text{ kg/cm}^2$; $f'_c = \left(1.05 - \frac{f_c^*}{1250}\right) f_c^*$; si $f_c^* > 250 \text{ kg/cm}^2$

M_u = Momento flexionante de diseo

P_u = Carga axial de diseo

FIG. A-5

CAPITULO VII

ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO ANTE SISMOS REALES

Aunque se ha avanzado considerablemente en los últimos años en el conocimiento del comportamiento de los edificios ante acciones sísmicas, todavía existen incertidumbres que la técnica no ha podido dilucidar. Por esta razón resulta siempre de gran interés para el proyectista de una obra revisar el comportamiento de la misma después de que ocurre un sismo de intensidad apreciable que la afecte. De esta manera tendrá oportunidad de aprender directamente de la naturaleza de un modelo a escala natural, con el que está familiarizado y del cual conoce las hipótesis que se establecieron para su análisis y diseño. En el caso del edificio que es motivo de esta tesis se tuvo la oportunidad de revisar su comportamiento por haberlo afectado un sismo poco después de que se hubiera terminado su construcción y de que hubiera estado en servicio.

El sismo en cuestión tuvo una intensidad estimada de VI en la escala de Mercalli modificada en la zona en que se ubica el inmueble. Como consecuencia de éste aparecieron grietas ligeras en los acabados de paredes, especialmente en los azulejos de baños y cocinas y en los recubrimientos del cubo de escaleras.

Aunque era notorio que dichos daños no revestían importancia no dejaron de causar inquietud en los ocupantes, por lo que a petición de ellos se procedió a efectuar una inspección minuciosa de la construcción. Se retiraron acabados, plafones y otros elementos decorativos, para poder inspeccionar la estructura en diversas secciones críticas.

De esta inspección pudo concluirse que la estructura se encontraba

sana y que los daños sólo afectaban a elementos no estructurales.

Otra conclusión a que llevó la misma inspección fué que la causa de los daños era muy probablemente la omisión de un detalle constructivo - que figuraba en los planos del proyecto.

El detalle constructivo a que nos referimos es el que indicaba la separación que habfa que dar a los muros divisorios no considerados como de rigidez en el proyecto.

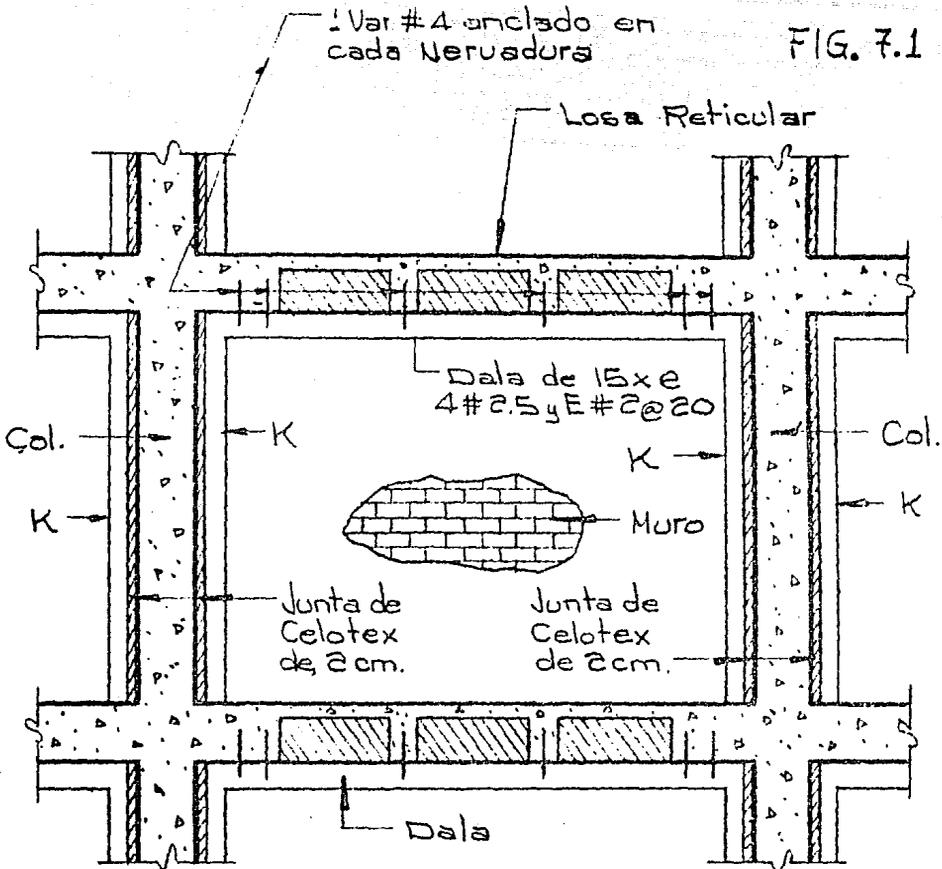
En la figura 7.1 se muestra como se especificó que debían desligarse los muros de la estructura.

Desafortunadamente esta recomendación no fue seguida por el constructor de la obra el que por celeridad y economía dejó unidos esos muros a entresijos y columnas. Esta práctica, desgraciadamente, es común en nuestro medio y conduce a problemas de comportamiento, los que en el caso del edificio que nos ocupa no fueron de trascendencia pero que en otros casos pueden ser de consecuencias fatales.

Es fácil entender porqué es tan importante desligar los muros que no hayan sido considerados como de rigidez en el edificio:

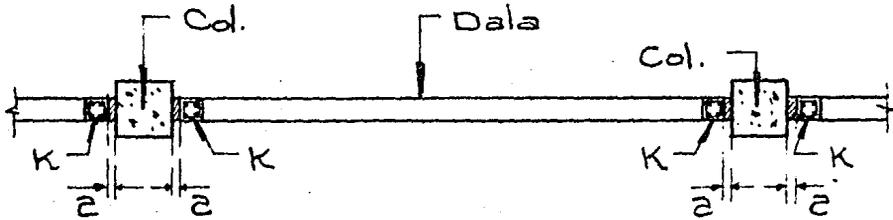
Un muro conectado a la estructura incrementa hasta en 100 veces la rigidez del marco que lo contiene; este incremento atrae una fuerte concentración de esfuerzos cortantes durante el sismo y provoca torsiones en la planta del edificio que a su vez incrementan todavía más los cortantes. El muro incapaz de resistir esos cortantes se fractura y se desliga de un modo natural de la estructura. Si ocurre esto antes de que se dañe

FIG. 7.1



K= Castillos de 15x e 4#2.5
y E#2@20
(e = espesor del Muro)

ELEVACION



PLANTA
DETALLE DE AISLAMIENTO DE
MUROS A ESTRUCTURA

la estructura, ésta podrá empezar a comportarse como se supuso en su análisis y la estabilidad total estará asegurada. Sin embargo la fractura de los muros ocasiona pérdidas económicas por la necesidad de reparar acabados e instalaciones y de resanar dichos muros.

Atendiendo a las conclusiones arriba indicadas la reparación de los muros se hizo desligándolos de los marcos, pero no completamente ya - que solamente se desligaron de las columnas pero no de las losas por lo que en un segundo sismo, volvieron a dañarse aunque ahora en mucho menor grado que la primera vez. A continuación se les reparó pero dejándolos en la misma situación de fijación por lo que no sería extraño que en eventos futuros de gran intensidad se vuelvan a dañar.

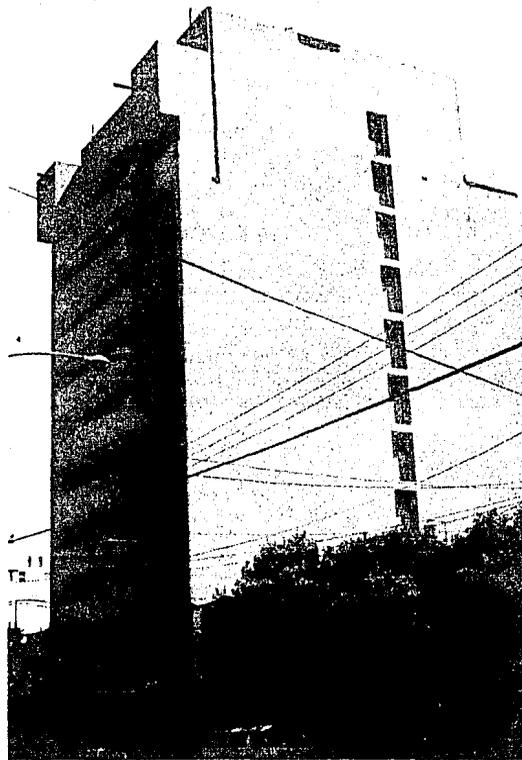
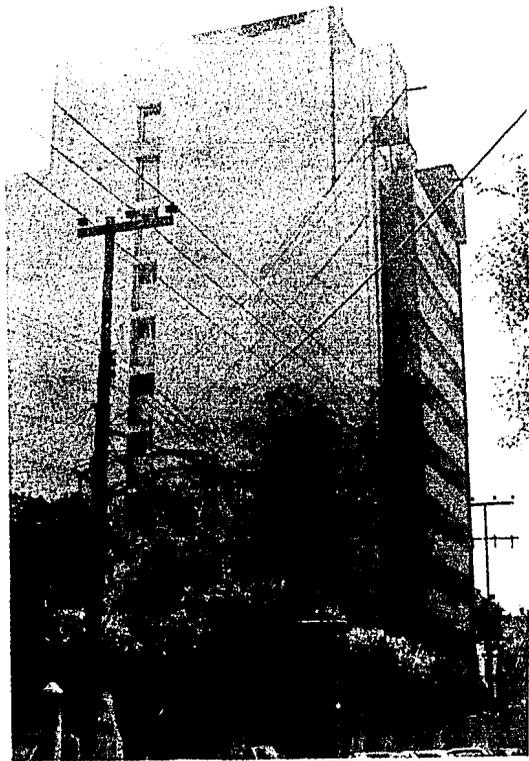
Como conclusiones podemos indicar las siguientes:

1) Los edificios con entrepisos reticulares presentan ventajas - constructivas y económicas que los hacen recomendables con fines de edificación habitacional. Sin embargo la rigidez que tienen los marcos - aislados formados por entrepisos y columnas es muy baja para soportar adecuadamente las acciones sísmicas en zonas de riesgo apreciable. Por una parte experimentan grandes desplazamientos, por encima de los admisibles que producen daños en elementos no estructurales y temor en los ocupantes, y por la otra las sollicitaciones internas en el entrepiso debidas al sismo se concentran en una zona de muy poco ancho a los - lados del eje de columnas.

Para lograr incrementar la rigidez y por lo tanto el decremento de -

los desplazamientos laterales y para lograr una distribución más efectiva de las solicitaciones en todo el ancho de la losa es necesario que a este tipo de edificios se les provea de muros de cortante en dos direcciones.

2) La distribución clara y precisa de los muros que son de rigidez y - los que no deben serlo es muy importante en los planos y los constructores deben estar conscientes de la importancia de ejecutar esta distinción.



VISTAS LATERALES DEL EDIFICIO ANALIZADO.

B I B L I O G R A F I A

- 1.- " Análisis Estructural I ". Apuntes de la Facultad de Ingeniería, U.N.A.M. Junio de 1980.
- 2.- " Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto ". Normas técnicas complementarias del reglamento de construcciones para el Distrito Federal.

Publicación del Instituto de Ingeniería de U.N.A.M. México 1977.
- 3.- " Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería ". Normas técnicas complementarias del reglamento de construcciones para el Distrito Federal.

Publicación del Instituto de Ingeniería de U.N.A.M. México 1977.
- 4.- " Diseño Estructural ". Apuntes de la Facultad de Ingeniería " U.N.A.M.
- 5.- Ferguson Phil M. " Teoría Elemental del Concreto Reforzado " C.E.C.S.A. Enero de 1981.
- 6.- González Cuevas Oscar M. y Robles F. V. Francisco. " Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado. LIMUSA. México 1982.
- 7.- León Estrada Domingo M. " Análisis de Edificios con Muros de Concreto al Corte ". Tesis Profesional. I.P.N. 1976.
- 8.- " Manual de Diseño por Sismo ". Según reglamento de construcciones para el Distrito Federal. Publicación del Instituto de Ingeniería U.N.A.M. México 1977.
- 9.- Magdalena Domínguez Carlos y Rodríguez Rodríguez Mario. " Apuntes del Curso de Diseño de Losas Reticulares ". IMCYC. Febrero 1984.

- 10.- " Manual de Diseño de Obras Civiles ". Estructuras, Comisión Federal de Electricidad. México 1982.
- 11.- Parker Harry, " Diseño Simplificado de Concreto Reforzado. LIMUSA. México 1981.
- 12.- Park R. y Paulay T. " Estructuras de Concreto Reforzado ". LIMUSA. México 1980.
- 13.- Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado. (ACI-318-77) Publicación del Instituto Mexicano del Cemento y el Concreto. Abril 1981.
- 14.- Rosenblueth Emilio. " Diseño de Estructuras Resistentes a Sismos ". Publicación del Instituto Mexicano del Cemento y el Concreto. México 1982.
- 15.- " Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal ". México 1983.
- 16.- Rosenblueth Emilio y Newmark N.M. " Fundamentos de Ingeniería Sísmica " DIANA Febrero de 1982.
- 17.- Sterling Kinney J. " Análisis de Estructuras Indeterminadas " C.E.C.S.A. Mayo de 1981.