

Escuela Nacional de Estudios Profesionales  
A R A G O N



MODELO FISICO DE UN PUENTE  
CON LOSA ESQUIANA

TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A

Serrano Saldaña Miguel

MEXICO, D. F.

1961



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

**MODELO FISICO DE UN PUENTE CON ROSA ENVIADA.**

CONTENIDO:	PAGINA.
A) OBJETIVO . . . . .	1
B) INTRODUCCION . . . . .	2
<u>CAP. 1.- DESCRIPCION DEL VEHICULO.</u> . . . . .	11
1.1.- AVANCEMENTOS.	11
1.2.- DESCRIPCION DE LA MECANISMA PROPULSORA.	11
<u>CAP. 2.- FORMA FISICA.</u> . . . . .	17
2.1.- ELECCION DEL MATERIAL PARA FABRICAR EL MODELO.	17
2.2.- ANALISIS DIMENSIONAL.	19
2.3.- OBTENCION DE RESPUESTAS DE LOS ELEMENTOS DEL MODELO.	24
2.4.- FABRICACION Y MONTAJE DEL MODELO.	26
<u>CAP. 3.- FORMA DEL MODELO.</u> . . . . .	29
3.1.- INTERFERENCIAS.	29
3.2.- SISTEMA DE APLICACION DE CARGAS.	47
3.3.- RESISTENCIA DE TENSIONES.	53
<u>CAP. 4.- IDENTIFICACION DE ELEMENTOS.</u> . . . . .	65
4.1.- ANALISIS DEL SISTEMA DE IDENTIFICACION.	65
4.2.- OBTENCION DE SUPERFICIES DE INFLUENCIA.	78
4.3.- OBTENCION DE ELEMENTOS NUCLEADOS.	80
<u>CAP. 5.- CONCLUSIONES.</u> . . . . .	83
BIBLIOGRAFIA . . . . .	86
APENDICE A1 . . . . .	88
APENDICE A2 . . . . .	103

### 4). CONCLUSIÓN.

El estado actual de conocimientos en el área de Ingeniería Estructural permite resolver satisfactoriamente la mayoría de los problemas prácticos usuales. Sin embargo, el desarrollo tecnológico plantea en ocasiones la necesidad de diseñar estructuras complejas de características geométricas poco usuales.

Las computadoras permiten simular mediante algoritmos adecuados una gran variedad de condiciones de diseño y propiedades de estructuración hasta llegar a la óptima. Es obvio, tales algoritmos están desarrollados en base a hipótesis de comportamiento de un material de propiedades físicas y mecánicas muy particulares, pero éste ser homogéneo e isotrópico ( hipótesis de partida de la teoría de la elasticidad) y todo parece indicar la inconsistencia de tal material idealizado.

Por otro lado, la mayor parte de las especificaciones de diseño que se siguen en la práctica, son reproducciones ó adaptaciones de normas extranjeras que fueron elaboradas de acuerdo a condiciones propias del país de origen, y que por lo tanto en ocasiones poco ó nada tienen en común con nuestras condiciones reales.

Es por este motivo que la investigación programada e intencional, en general en todos los campos del conocimiento resulta importante.

El objetivo del presente trabajo no es el de presentar un informe reticente del análisis de un modelo físico, sino más bien mostrar una conclusión mas ó menos resumida de lo que en este campo.

Es deseable que las generalizaciones aquí presentadas, fomenten el interés y la preocupación por conocer a fondo este campo de la Ingeniería, pues solo por este medio se puede lograr una tecnología propia que se ajuste totalmente a nuestras condiciones económicas.

3) - ~~CONSTRUCCIÓN~~

La materia mensurable del universo está compuesta por una serie de sustancias elementales unidas entre sí por medio de las fuerzas moleculares de cohesión, mismas que se originan por interacción de las cargas eléctricas de los átomos ionizados.

De este modo existe la estructura de la materia, que puede concebirse como la interrelación conveniente de un conjunto de elementos con una razón de existencia definida.

El hombre ha acorrido desde los albores de su existencia a valerse de su intuición y de la materia existente en la naturaleza para construir elementos de geometría definida, tales que al conectarse con otros elementos, originen un sistema capaz de cumplir con su razón de existencia.

Existen así los sistemas estructurales caracterizados por un objetivo de concepción, el cual depende de las necesidades que deben satisfacerse y a la vez constituye la directriz de acción en el proceso de elaboración.

La razón de existencia de los sistemas estructurales puede ser muy diversa, dependiendo de los requerimientos que deben ser satisfechos simultáneamente.

La Ingeniería estructural se ocupa de proporcionar estructuras cuyos elementos sean aptos para soportar y transmitir las sollicitaciones externas mediante la capacidad de los miembros de admitir esfuerzos y deformaciones sin que se llegue a la falla de la estructura. La falla estructural puede determinarse cuando los elementos dejan de cumplir con su razón de existencia, como la estabilidad, configuración geométrica, belleza estética, etc. pudiéndose así distinguir entre falla funcional y falla catastrófica, según el gradiente de desviación que exista con respecto al objetivo inicial de concepción.

De este modo son importantes las propiedades mecánicas de los materiales de construcción, pues suelen ofrecer algunas limitaciones para ser usados en las estructuras.

En general, en todo sistema estructural es posible distinguir dos tipos de propiedades:

- i) propiedades intrínsecas del sistema
- ii) propiedades extrínsecas ó medio ambiente del sistema.

En el primer grupo de propiedades quedan incluidas todas aquellas características inherentes a los elementos integrantes, tales como las propiedades físicas y químicas.

Estas características están íntimamente relacionadas con la aptitud resistente del material y constituyen una relación causal, en la cual el patrón de comportamiento del material depende de sus propiedades intrínsecas.

Las propiedades extrínsecas ó medio ambiente del sistema están integradas por el conjunto de sollicitaciones externas que actúan directamente sobre el material, produciendo constantemente esfuerzos y deformaciones, cuya intensidad es función directa de las propiedades intrínsecas del elemento y de la magnitud de las sollicitaciones externas.

En virtud de la inercia de la materia, ésta presenta una resistencia a variar su configuración geométrica cuando actúan agentes externos sobre ella, de tal modo que bajo pequeñas cargas no exista deformación apreciable.

No obstante, al aumentar gradualmente la causa externa, es posible lograr deformaciones mensurables antes de la ruptura del material ante la carga de colapso.

La estructura adecuada ideal puede concebirse como aquella en la cual las dos propiedades anteriores están en equilibrio estable, de tal modo que no exista movimiento interno en ninguna dirección de la estructura, causando por agentes externos.

Esta condición garantiza que no se modificará la razón de existencia de la estructura, pues corresponderá en todo momento con la concepción original al no variar su estado.

4

En el proceso de análisis de toda estructura, deben identificarse correctamente los dos tipos de propiedades mencionadas, así como las condiciones de frontera que deben satisfacerse, con el objeto de lograr un diseño juicioso y racional de cada uno de los elementos componentes.

Las condiciones de frontera pueden considerarse como un lazo de unión entre los dos tipos de propiedades y es de vital importancia su correcta consideración en el proceso de análisis. Las uniones entre los elementos componentes son también importantes, pues son directamente responsables de la distribución de esfuerzos y de la transmisión de los mismos a otros elementos, además colaboran a la estabilidad de la estructura.

Una vez identificados todos estos factores, la idealización de la estructura para fines de análisis puede realizarse de diversas maneras, cada una de las cuales se basa fundamentalmente en la creación de imágenes que se ajusten con el mayor acierto posible a la estructura fuente.

La característica fundamental de estas idealizaciones es la representación de las variables de estado del sistema fuente mediante símbolos, que pueden ser matemáticos, gráficos ó físicos, dando lugar a lo que se conoce genéricamente con el nombre de modelos; Así pues, un modelo es la representación de las variables de estado que caracteriza a un sistema, en forma tal que este y su modelo sean biunívocamente correspondientes en cuanto a su concepción física se refiere. Los modelos matemáticos constituyen imágenes numéricas de un sistema dado y en él se utilizan expresiones matemáticas que involucren a las variables características del sistema.

La solución de las expresiones planteadas permite obtener los resultados esperados y la confiabilidad de los mismos depende tanto del método usado en el planteamiento (límites de



aplicabilidad, hipótesis simplificadoras de comportamiento ) como de la correcta determinación de las condiciones de frontera.

Es por ello que la exactitud de un modelo matemático depende de la precisión con que se determinen las variables involucradas. Los modelos físicos son imágenes tridimensionales de un sistema que se hacen con el objeto de probar su aptitud resistente ante las sollicitaciones externas.

Para elaborar un modelo físico se requiere utilizar la teoría del análisis dimensional y la semejanza mecánica, recursos que permiten representar homotéticamente las características geométricas y mecánicas del prototipo e interpretar los resultados obtenidos para el correcto diseño del mismo.

Un modelo físico puede hacerse casi de cualquier material, siempre y cuando el fenómeno físico sea correspondiente con el del prototipo y se utilicen convenientemente las expresiones previstas por la teoría del análisis dimensional.

El uso de los modelos físicos está ampliamente justificado cuando se trata con estructuras complicadas o poco usuales, donde las características de las mismas difieren de las comunes.

No obstante, al costo y al tiempo son variables que influyen en la selección del tipo de modelo, lo cual aunado a los progresos actuales de las computadoras electrónicas, hace casi siempre preferible al enfoque del problema por medio de modelos matemáticos en los cuales se aplican simplificaciones comúnmente aceptadas y que han dado resultados satisfactorios a través del tiempo.

Se ve claramente que la combinación de un modelo matemático con un modelo físico sería la mejor solución para tratar un problema complicado del cual no existan antecedentes, pues de este modo los resultados obtenidos del modelo físico servirían para calibrar la certeza de las hipótesis de partida en la elaboración del modelo matemático.

El programa actual de la Ingeniería Estructural aparece como un sistema coherentemente elaborado, donde todas las partes del proceso están lógicamente ordenadas con sus correspondientes relaciones cuando los elementos presentados son tratados en sucesivos mas o menos sofisticados.

Sin embargo, resulta justo recordar que no fueron eliminadas todas las teorías a partir de las cuales se ha estructurado la moderna teoría del análisis y diseño de estructuras, si estaban todas ellas lo suficientemente ordenadas ó adecuadas como para ser contempladas; Esto es, al estado actual de conocimientos en lo que se refiere al comportamiento de estructuras bajo carga, es el resultado de la aportación de innumerables estudios y recopilaciones que han dado forma a lo que actualmente se conoce en la teoría y que se aplica ampliamente en la práctica.

En esta obra, el proyectista de estructuras cuenta con una tecnología completa en tanto puede, con la aplicación de tales conocimientos, lograr los objetivos iniciales al concebir una estructura: seguridad, economía y belleza, siempre que se haya hecho una selección adecuada de los materiales de construcción y que las características de la estructura se ajusten a las limitaciones y comportamientos mecánicos en donde no sobrepase los límites de aplicabilidad de las expresiones analíticas usadas en las fases de análisis y diseño del proceso de diseño.

De aquí que resulte importante el conocimiento detallado de las características de comportamiento mecánico de los materiales usados para construir la estructura y los límites de aplicabilidad de las expresiones previstas por la teoría de la elasticidad y la mecánica de materiales, pues en caso contrario se corre el riesgo de no apreciar debidamente los factores que afectan directa ó indirectamente al comportamiento de la estructura en condiciones de servicio.

La aplicación indiscriminada y casi mecánica de fórmulas y simplificaciones que en un caso dado pueden ser válidas, tiene como consecuencia el no tener presente el fenómeno físico que interesa, y de este modo pueden cometerse en un momento dado-

errores de apreciación y aplicación de los conceptos básicos de tal forma que sobrevengan consecuencias desagradables.

El análisis de estructuras en las cuales las sollicitaciones externas son tales que no sobrepasen el límite de proporcionalidad del material, puede ser convenientemente llevado a cabo mediante los recursos suministrados por la teoría de la Elasticidad, ya sea mediante la integración directa de las expresiones diferenciales que determinan el estado del sistema ó mediante las teorías simplificadas particulares aportadas por la Mecánica de materiales, tales como flexión y torsión de barras, teoría de placas, etc.

El problema se complica cuando se trata de analizar el comportamiento de una estructura ante sollicitaciones que sobrepasen el límite de proporcionalidad del material, pues el tratamiento matemático se complica notablemente debido a la variación no lineal de las relaciones esfuerzo-deformación.

La dificultad teórica con que tropieza el análisis de estructuras en el rango inelástico ha dado como resultado la utilización de factores de seguridad ante las sollicitaciones de los miembros, para mantener a estos trabajando dentro de límites razonables de esfuerzos, sin exceder el límite elástico del material.

Esto, en general, se refleja en soluciones anti-económicas e inclusive algunas veces inseguras, debido al desconocimiento del comportamiento estructural en el rango no elástico.

Por otro lado, la teoría de la elasticidad está elaborada en función de las hipótesis básicas de homogeneidad, isotropía, -- continuidad de la materia y en la consideración de que las deformaciones son pequeñas, a la vez que existe una relación lineal de esfuerzos y deformaciones según la ley de Hooke. Esto en general -- no se cumple para algunos materiales de construcción tales como el concreto reforzado.

Poco evidentemente no se pueden lograr las características de — homogeneidad y continuidad al ser éste un conjunto de cemento — Portland, agregados pétreos y acero de refuerzo.

En tales condiciones, el proyectista de estructuras se ve obligado cada vez más obligado a determinar los elementos mecánicos de diseño mediante la observación experimental de modelos físicos — construídos a escala según las leyes del análisis dimensional.

De este modo se logra comprender de manera profunda el sentido filosófico del comportamiento de las estructuras, a la vez que se logra un diseño más racional, pues se puede hacer un mejor uso de los materiales cuando se ha comprendido su comportamiento gracias a observaciones físicas del fenómeno en estudio.

Además el conocimiento de la relación causal de las variables — involucradas que caracterizan el estado del sistema, hacen que — las teorías existentes en base a hipótesis ( algunas veces genéricas) pasen de ser un arte a la calidad de ciencia al estar debidamente comprobadas mediante la medición cualitativa y cuantitativa del fenómeno físico.

Así se logran comprender y comprobar las expresiones analíticas matemáticamente elegantes pero algunas veces complicadas de los — modelos matemáticos, lo cual trae como consecuencia que se compruebe de más eficientemente la razón de ser de las estructuras.

Sin embargo, debido a que no siempre se dispone de tiempo suficiente para construir, instrumentar y observar un modelo, el procedimiento de oficina tradicional es comúnmente usado, con algunos de los inconvenientes mencionados; Esto, debido a la preferencia del proyectista por obtener todos sus resultados por medios analíticos y al estado actual de los instrumentos de cómputo, trae como consecuencia que el uso de modelos físicos se realice exclusivamente en alguno de los casos siguientes:

a) Problemas no resueltos relativos a la aplicación de las técnicas analíticas a nuevas y complejas formas estructurales.

b) Estructuras reticulares sujetas a cargas complejas tales como viento ó fuerzas sísmicas;

c) Losas con condiciones de frontera y cargas no usuales con geometría irregular causada por agujeros practicados en ellas.

d) Cubiertas de escarén con geometría compleja y condiciones de frontera no estudiadas.

e) Estructuras de puentes y edificios cuando están sujetas a sollicitaciones peso usuales.

f) Naves de reactores y otras estructuras de concreto reforzado ó prefabricado sujetas a presión hidrostática ó a presión de tierras.

g) Nuevos sistemas de construcción donde existe interacción de muchos componentes.

h) En puentes

i) En estructuras marinas.

Debido a la importancia del análisis Experimental de las estructuras, ya se incluyen recomendaciones al respecto en algunos manuales y códigos (I) justificando su uso por alguna ó más de las siguientes razones:

a) Límite de Aplicación de las expresiones analíticas.

b) Cuando los enfoques analíticos sean insuficientes para juzgar el comportamiento bajo cargas de colapso u otros estados límite.

c) Comprobar la justesa de las idealizaciones analíticas que se hayan elaborado para analizar formas estructurales complejas poco usuales.

d) Las consecuencias que acarrearía la falla sean tan grandes que se considere esencial la confirmación física de las predicciones analíticas.

Por otro lado el análisis experimental no constituye un recurso

que desplaza al tratamiento analítico, sino que bien antes métr -  
 dos con complementarios, yase por medio de la observación física -  
 se logra la comprensión a fondo del sentido real de las expresio -  
 nes matemáticas, lo cual constituye un factor determinante para -  
 la correcta aplicación de las mismas.

---

(I) Building Code Of the City of Newyork (1970)

National Building Code of Canada NBCC No. 1368 (1975)

ACI Comité 318 "Building Code Requirements for Rein -  
 forced Concrete" (ACI 318-77)

## I - DESCRIPCIÓN DEL FOTOTIPO.

## 1.1 APERTURAMIENTO

El problema de determinar los elementos mecánicos de cualquier estructura según características de comportamiento ante las solicitaciones externas con un énfasis estadístico, puede resolverse satisfactoriamente haciendo uso de los métodos tradicionales del análisis estructural, descomponiendo a la estructura en una serie de elementos aislados y resolviendo para cada uno por medio de procedimientos bien establecidos en teorías particulares de la teoría de la elasticidad tal sea como la teoría de la Flexocompresión, torsión, teoría de placas, etc.

Sin embargo, cuando las características de la estructura son tales que no son confiablemente seguras los procedimientos de análisis tradicionales, es necesario realizar un estudio analítico profundo, el cual puede utilizarse por medio de un modelo físico de la estructura.

En este caso particular, la incertidumbre del comportamiento real de un sistema de placa no ortogonal, con un elevado ángulo de curvatura, crea la necesidad de estudiar el estado de esfuerzos internos mediante un modelo físico a escala, el cual se describe más adelante.

## 1.2 DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA FOTOTIPO

Con el objeto de liberar un peso inferior de 7700, se proyectó un punto cuya estructuración está resuelta a base de una losa plana mez de tres alares de concreto reforzado apoyada en una borda extremasobre estribos de mampostería y dos ejes de apoyo intermedios de columnas circulares de concreto reforzado. Las dimensiones y características geométricas del proyecto se muestran en la figura II-2.

El hecho de tratarse con un elevado ángulo de curvamiento de la losa hace que resulten poco confiables las idealizaciones usuales, que se consideran una franja de losa de ancho determinado trabajando como una

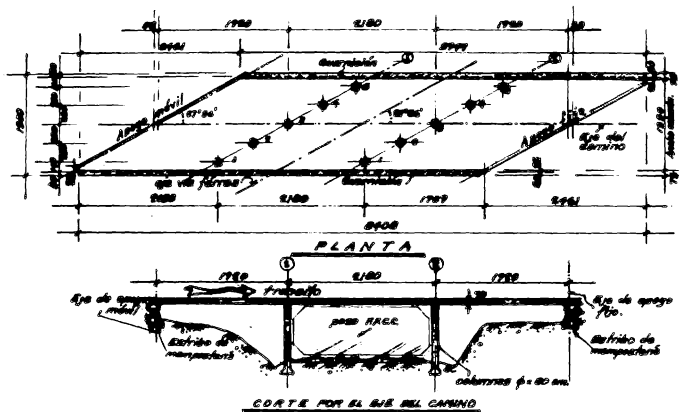
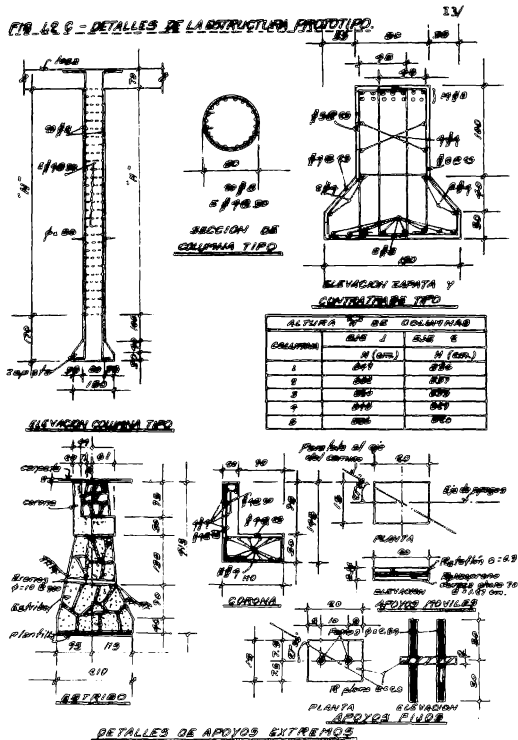


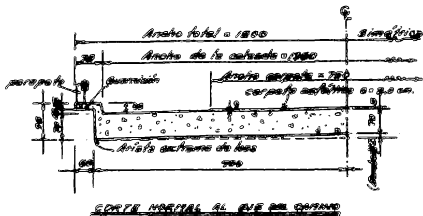
FIGURA 13-2

ESCALA 1:400  
 Acotaciones en cm.

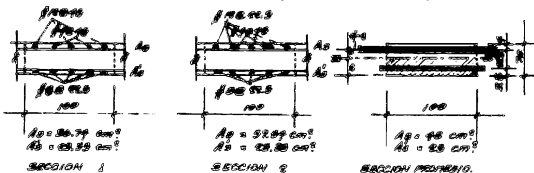


FIG. 629 - DETALLES DE LA ESTRUCTURA PROTOTIPO.





SECCIONES DE REFUERZO EN LA LOSA: (EN UN ANCHO UNITARIO).



DEFINICION DEL MOMENTO DE INERCIA DE LA SECCION TRANSFORMADA Y ABRIETARA EN UN ANCHO UNITARIO DE LOSA.

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 8.9; \quad n A_s = 488.8 \text{ cm}^2; \quad (n-1) A_s' = 188.8 \text{ cm}^2$$

posicion del eje neutro:

$$\sum A x^2 = 0 \Rightarrow 488.8(66 - c) = 188.8 c^2 + 188(c - 9.9)$$

$$\therefore c^2 + 11.759 c - 849.179 = 0 \quad \Rightarrow c = 16.8 \text{ cm.}$$

Momento de inercia con respecto al eje neutro:

$$I_{eq} = \frac{1000 \cdot 18.8^3}{12} + 488.8(66 - 16.8)^2 + 188(16.8 - 9.9)^2$$

$$I_{eq} = 1182176.4 \text{ cm}^4$$

viga simplemente apoyada en la rigidez de las columnas es despreciable, en comparación con la de la losa,  $d$ , como se ve plainly en caso contrario.

Es evidente que tales idealizaciones con tan sólo aproximaciones hechas a la solución del problema y por lo tanto puede comprometerse la seguridad de la estructura al no estimar correctamente los momentos flexionales en las zonas críticas.

Para obtener las dimensiones preliminares mostradas en las figuras anteriores se recurrió al análisis de la losa como viga simple, según se describió antes, obteniéndose los momentos flexionales preliminares y suministrando al acero de refuerzo necesario en la losa y las columnas.

Estas dimensiones preliminares sirvieron de base para el análisis y dimensionamiento de espesores en los elementos del modelo.

Como puede apreciarse en la figura 1-f, el ángulo de desviamiento de la losa es de  $81^{\circ}04'$  respecto a una normal al eje longitudinal del puente y la dirección del desplazamiento coincide con la del eje de la vía del ferrocarril. La justificación del desvío se evita si se consideran las volutas de materiales y mano de obra que se ahorran de este modo, lo cual se refleja en el costo total de la estructura.

### 1.3 SOLICITACIONES EXTERNAS A LA ESTRUCTURA PROTOTIPO.

Se consideraron las cargas que actuarán permanentemente en la losa, para estimar la intensidad de las acciones de trabajo-

talos como su peso propio, peso de la superficie de rodamiento (carpeta asfáltica), guarnición y parapetos, obteniéndose los siguientes resultados:

**ZONA CENTRAL:**

- a) Leos maciza  $h = 70 \text{ cm.} \Rightarrow 2.4 \times 0.70 = 1.68 \text{ ton/m}^2$
  - b) Carpeta asfalto ( $e = 3.0 \text{ cm.}$ )  
 $\Rightarrow 1.6 \times 0.03 = 0.048 \text{ "}$
- G.M. = 1.73 "**

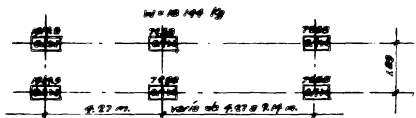
**ZONA EXTERNA SIN CARPETA ASPALTICA (ACOSTAMIENTO)**

**G.M. =  $2.4 \times 0.70 = 1.68 \text{ ton/m}^2$  (leos  $h = 70 \text{ cm.}$ )**

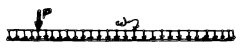
**ZONA DE BANQUETA**

- a) leos maciza  $h = 70 \text{ cm.} \Rightarrow 2.4 \times 0.70 = 1.68 \text{ ton/m}^2$
  - b) guarnición  $\Rightarrow 0.332 \text{ "}$
  - c) parapeto  $\Rightarrow 0.660 \text{ "}$
- G.M. = 2.672 "**

Para la carga viva se consideró la de un camión H-20. HE-6 cuyas especificaciones de carga con las estradas en la siguiente figura ( según especificaciones ASHRO ) :



a) CARGA POR CARRIL TIPO H20-316



$P = \begin{cases} 8\ 153 \text{ kg (para macadam)} \\ 11\ 793 \text{ kg (para carbón)} \end{cases}$

b) CARGA POR CARRIL (ANCHO = 3.65 m.)

La variación del claro entre ejes traveseros se hace de tal modo que en una posición dada se produzcan los esfuerzos máximos.

Las cargas de carácter accidental tales como viento y sismo no influyen significativamente en este caso, por lo que no se consideraran.

Según las citadas especificaciones, para un puente de cuatro carriles de tránsito como el de este caso, se permite reducir la carga viva a un 75% de su valor total, considerando que es poco probable que se den las condiciones mas desfavorables de carga.

### 2. - MODELO FÍSICO.

En lo que sigue se presentará a grandes rasgos el procedimiento seguido para la obtención del modelo físico, poniendo especial énfasis en el análisis dimensional del mismo para garantizar que los ensayos de los miembros del modelo cumplan homotéticamente con el comportamiento mecánico correspondiente al prototipo.

Se justifica la elección del material para fabricar el modelo, señalando algunas de sus características mecánicas y aquellas que lo hacen preferible a otros materiales.

### 2.1 - ELECCIÓN DEL MATERIAL PARA FABRICAR EL MODELO.

Dependiendo de la finalidad de prueba del modelo, pueden distinguirse dos grupos. Aquellos en los cuales interesa el comportamiento mecánico de uno ó mas de los elementos de la estructura ante cargas inferiores a la de ruptura, y aquellos en los que interesa conocer la capacidad resistente última de la estructura.

En el primer caso se trata con modelos elásticos, pues el rango de prueba es el correspondiente al régimen elástico del material.

El segundo grupo se conoce como modelos directos, verdaderos, ó -

modelos a la falla, y para su fabricación debe utilizarse el mismo material de que está construido el prototipo.

Para la fabricación de modelos elásticos pueda usarse cualquier material, con tal de que sea homogéneo, isotrópico y linealmente elástico, donde se satisfaga la ley de Hooke.

Los factores que afectan la elección de un material de este tipo son el costo, la facilidad de moldear (trabajabilidad, estabilidad y rigidez).

De los materiales mas comunmente usados para fabricar modelos elásticos están el plástico acrílico y el acero. De estos el primero es el mas ampliamente utilizado debido a su bajo costo, facilidad para formar diversas configuraciones y su bajo módulo de elasticidad, lo cual permite obtener deformaciones medibles ante pequeñas cargas, en comparación con las que se requirieran para obtener las mismas deformaciones en el acero, dado su elevado módulo de elasticidad.

El plástico acrílico es muy influenciado por los cambios de temperatura, debido a su elevado coeficiente de dilatación térmica ( $\approx 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ) que es aproximadamente 10 veces el del hierro, lo cual obliga a controlar el experimento rigurosamente en cuanto a las condiciones ambientales para evitar que las deformaciones por temperatura afecten los resultados del ensayo.

También el efecto del tiempo en la relación esfuerzo-deformación obliga a realizar las mediciones a intervalos de tiempo pequeños, para evitar el efecto de la fluencia excesiva del material.

Estos factores son dignos de considerarse siempre, ya que pueden falsear los resultados del estudio; No obstante, cuando se trabaja bajo condiciones muy severas de temperatura, es posible utilizar un factor de corrección, en el cual se asimilan tanto las deformaciones del material como las originadas en los extensómetros por efecto de la temperatura.

Además, el plástico es fácil de cortar, con las herramientas comunes - para el corte de maderas, y sus piezas son fácilmente unidas mediante adhesivos especiales.

Un serio inconveniente del plástico para utilizarlo en la construcción de modelos de prototipos de concreto reforzado es su elevado módulo de Poisson ( $\nu = 0.35 - 0.40$ ), por lo que se debe tener especial ouidada en la interpretación de los resultados cuando este factor in-fluya.

En estructuras lineales, sometidas únicamente al efecto de flexión el módulo de Poisson no influye, de tal modo que no es necesario con-siderarlo en los cálculos.

Por las anteriores consideraciones se adopta el plástico acrílico - como material para construir el modelo.

## 2.2 ANALISIS DIMENSIONAL

El análisis dimensional es una herramienta que uniformiza los siste-mas de medida, pues solo utiliza las cantidades fundamentales tales - como Fuerza, longitud y tiempo.

Esto es importante, pues al expresar todos los términos de una ecuación en forma dimensional es posible distinguir cuales son las varia-bles que mas influyen en el fenómeno.

No se deducen aquí rigurosamente las expresiones básicas del análisis dimensional aplicadas a modelos, para ello pueden consultarse cual quiera de las obras que aparecen en la bibliografía.

Considerando un sistema isotrópico, homogéneo y linealmente elástico, de geometría determinada y sujeto a cargas externas dadas, el esfuerzo en las fibras del material de los miembros puede expresarse como :

$$\sigma = f ( F, M, L, \nu )$$

Y cualquier componente  $\Delta$  de la deflexión:

$$\Delta = f ( F, M, L, E, \nu )$$

E = Módulo de elasticidad

20/

donde; P = Fuerza actuante

M = Momento actuante

L = Longitud del miembro

v = Módulo de poisson

El análisis dimensional de estas expresiones da:

$$G = \frac{P}{L^2} \Sigma_1 \left( \frac{P}{E}, \frac{M}{P L}, \nu \right); \quad M = \frac{P}{L} \Sigma_2 \left( \frac{P}{E}, \frac{M}{P L}, \nu \right)$$

donde todas las cantidades son dimensionales y representan términos -  
W de Buckingham.

De este modo, se tiene para el prototipo:

$$G_p = \frac{P_p}{L_p^2} \Sigma_1 \left( \frac{P_p}{E_p}, \frac{M_p}{P_p L_p}, \nu_p \right); \quad M_p = \frac{P_p}{L_p} \Sigma_2 \left( \frac{P_p}{E_p}, \frac{M_p}{P_p L_p}, \nu_p \right)$$

Y para el modelo:

$$G_m = \frac{P_m}{L_m^2} \Sigma_1 \left( \frac{P_m}{E_m}, \frac{M_m}{P_m L_m}, \nu_m \right); \quad M_m = \frac{P_m}{L_m} \Sigma_2 \left( \frac{P_m}{E_m}, \frac{M_m}{P_m L_m}, \nu_m \right)$$

La semejanza mecánica entre el modelo y el prototipo exige que -  
cada uno de los términos W del prototipo sea igual al correspondiente -  
en el modelo, é sea:  $\bar{W}_p = \bar{W}_m$ , por lo que:

1.-  $P_p/L_p = P_m/L_m$  ó  $\frac{G_p}{E_p} = \frac{G_m}{E_m}$  ó también:

$$\frac{P_p}{E_p} = \frac{G_p}{E_p} \quad \text{-----} \quad (A)$$

2.-  $\frac{M_p}{P_p L_p} = \frac{M_m}{P_m L_m}$     ")     $\frac{M_p}{L_p} = \frac{P_p L_p}{P_m L_m}$     --- (B)

3.-  $\nu_p = \nu_m$     ----- (C)

De la relación (A) puede obtenerse directamente la escala de  
fuerzas (P) mediante la siguiente expresión:

$$\frac{P_p}{P_m} = \frac{E_p L_p^2}{E_m L_m^2} \quad \text{-----} \quad (D)$$



La relación (6) indica que los módulos de Poisson de los materiales del modelo y del prototipo deben ser iguales, sin embargo, puede cumplirse esta condición cuando la influencia de este factor no sea significativa, como en estructuras articuladas y marcos planos no sujetos a torsión.

Es requisito indispensable para la similitud flexionante entre el modelo y el prototipo garantizar que la rigidez de cualquiera de los elementos del modelo sea similar a la del prototipo, expresándose dicha similitud en función de un factor de predicción llamado escala de rigideces.

Es importante notar que este hecho es precisamente lo que hace la diferencia entre un modelo de cualquier estructura y una maqueta de la misma, ya que en la segunda la preocupación fundamental es reproducir rigurosamente a escala las dimensiones con el objeto de apreciar las características estéticas y de funcionalidad, en contraste con un modelo físico, el cual está destinado a probarse y obtener de este modo resultados concernientes a su comportamiento ante cargas y cuya interpretación puede aplicarse para diseñar adecuadamente el prototipo.

Debido a esto, es de gran importancia que la rigidez de los elementos integrantes del modelo esté en la misma proporción que en los del prototipo, pues de esto depende que la distribución de esfuerzos en los miembros de ambos sistemas sea similar.

Lo anterior se puede lograr si se procura que los momentos de inercia con respecto al eje neutro de los elementos estructurales del prototipo y del modelo sean similares, de tal modo que se cumpla con la escala de rigideces en secciones homólogas de los dos sistemas.

No obstante, cuando no es posible cumplir con lo anterior, pueden usarse espesores de los miembros diferentes de los requeridos por la escala de rigideces, teniendo cuidado de aplicar factores de corrección adecuados para interpretar los resultados obtenidos de este tipo de modelos, los cuales reciben el nombre de modelos distorsionados.

Para el análisis dimensional de una estructura como la de este caso en que el efecto predominante es el de flexión, debe satisfacerse la igualdad:  $\frac{f_p}{\sigma_m} = \frac{E_p}{\sigma_m}$ , donde los subíndices p y m se refieren al prototipo y al modelo respectivamente.

Utilizando la siguiente notación:

$\frac{f_p}{\sigma_m} = e$  = escala de módulos de elasticidad.

$\frac{f_p}{\sigma_m} = \eta$  = escala de fuerzas.

$\frac{E_p}{\sigma_m} = \lambda$  = escala de líneas.

La escala de fuerzas para expresarse como:

$$\eta = e \lambda^2$$

En base a consideraciones de semejanza, dispositivos dispuestos para la aplicación de cargas y dimensiones generales, es común para ciertos casos una escala para el módulo de  $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$  ó  $\lambda = 1$ , con la cual se garantiza que las mismas dimensiones del modelo sean usadas.

A continuación se presentan las propiedades mecánicas de los materiales del prototipo y del modelo:

MATERIAL	PROTOTIPO	MODELO
	acero A36 $f_t = 420 \text{ Kg/cm}^2$ $f_c = 4200 \text{ Kg/cm}^2$	Aluminio 7075-T6 $f_t = 1000 \text{ Kg/cm}^2$ $f_c = 2200 \text{ Kg/cm}^2$
MODELO DE ELASTICIDAD	$E_p = 10000 \text{ Kg/cm}^2$	$E_m = 287000 \text{ Kg/cm}^2$
MODELO DE POISSON	$\nu_p = 0.1719$	$\nu_m = 0.29$

- Debido a la variabilidad de las propiedades mecánicas del plástico acrílico proveniente de diferentes lotes (a pesar del control de calidad), es necesario hacer probetas del material para conocer el módulo de elasticidad que deberá usarse en el análisis.

En este caso se obtuvo el módulo de elasticidad ensayando una serie de cinco probetas instrumentadas con extensómetros uni-axiales.

Para cumplir con la similitud flexionante es necesario que las propiedades de deformación de la estructura del prototipo y la del modelo sean similares, esto es, las deformaciones del prototipo deben expresarse en función de las del modelo en puntos homólogos mediante

un factor de escala.

El hecho de que las deformaciones de una estructura dependan de sus esfuerzos internos, hace que dos estructuras similares soporten esfuerzos también similares en puntos homólogos.

### ESCALA DE FUERZAS.

De la relación básica  $E_p/E_m = (\sigma_p/\sigma_m) =$  )  $F_p I_p^{-2}/F_m I_m^{-2} = \frac{E_p}{E_m}$  por las dimensiones del esfuerzo ( $\sigma$ ) con  $F E^{-2}$ .

Como ya se estableció :

$F_p/F_m = \varphi$  = escala de fuerzas

$I_p/I_m = \lambda$  = escala de líneas . )  $\varphi = \frac{E_p}{E_m} \lambda^2$

Sustituyendo  $E_p = 237\ 000\ \text{kg/cm}^2$ ,  $E_m = 34\ 000\ \text{kg/cm}^2$  y  $\lambda = 100$  ;

$$\varphi = 69\ 705.9$$

### ESCALA DE RIGIDEZES

La rigidez a flexión de la losa se puede expresar, según la teoría de placas como:

$$r = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{E I}{1-\nu^2} \quad (\text{considerando un ancho unitario})$$

La rigidez a flexión del prototipo y del modelo son por tanto:

$$r_p = \frac{E_p I_p}{I_p(1-\nu_p^2)} \quad ; \quad r_m = \frac{E_m I_m}{I_m(1-\nu_m^2)}$$

Si la escala de rigideces se denota por ( $\psi$ ), tal que  $\psi = \frac{r_p}{r_m}$

$$\psi = \frac{\frac{E_p I_p}{I_p(1-\nu_p^2)}}{\frac{E_m I_m}{I_m(1-\nu_m^2)}} = \frac{E_p I_p (1-\nu_m^2) I_m}{E_m I_m (1-\nu_p^2) I_p}$$

y expresando en términos de las cantidades fundamentales:

$$\psi = \frac{E_p I_p^2 I_p^2 I_m}{E_m I_m^2 I_m^2 I_p} \left( \frac{1-\nu_m^2}{1-\nu_p^2} \right) = \varphi \lambda \left( \frac{1-\nu_m^2}{1-\nu_p^2} \right)$$

Sabiendo que :  $\nu_m$  = módulo de poisson del plástico acrílico = 0.40  
 $\nu_p$  = módulo de poisson del concreto = 0.17

$$\psi = 69\,706 \times 100 \left( \frac{1-0.4^2}{1-0.1716^2} \right) = 6.033 \times 10^6$$

### 2.1 OBTENCION DE REFERENCIAS DE ELEMENTOS DEL MODELO

De la escala de rigideces para la losa se obtiene:

$$I_m = \frac{E_p I_p (1-\nu_m^2) I_m}{E_m I_m (1-\nu_p^2) I_p} = \frac{237\,000(1-0.4^2) I_p}{6.033 \times 10^6 \times 34\,000(1-0.1716^2)} = \frac{1}{200} I_p$$

Puede demostrarse que el momento de inercia que debe tener una sección cualquiera del modelo con respecto a su eje neutro es proporcional a  $\frac{1}{\lambda^4} I_p$ , ya que  $I_p/I_m = \lambda^4$ .

El momento de inercia de la sección (promedio) transformada y agrandada del prototipo vale:  $I_p = 1162176.4 \text{ cm}^4$ ; por lo que para el modelo se tiene:  $I_m = 1218^8 I_p = 0.01162 \text{ cm}^4$

Ya que este momento de inercia es representativo de una sección de ancho unitario (en el prototipo  $b = 100 \text{ cm}$ , en el modelo  $b = 1.0 \text{ cm}$ .)

$$I_m = I \times h^3/12 \Rightarrow h = \sqrt[3]{12 \times 0.01162 / 1} = 0.518 \text{ cm.}$$

Por lo que el espesor de la placa de plástico acrílico requerido para representar la losa del prototipo es de 5.0 mm. en el modelo.

Para las columnas se procede de manera similar:

escala de rigideces flexionantes:  $\psi = r_p / r_m$ .

$$\psi = \frac{4 E_p I_p}{L_p} / \frac{4 E_m I_m}{L_m} = \frac{4 E_p I_p L_m}{4 E_m I_m L_p} = \frac{E_p I_p^2 L_p^4 L_m}{E_m I_m^2 L_m^4 L_p} = \varphi \lambda^4 \lambda^4 = \varphi \lambda^8$$

Se sabe que:  $\nu_m =$  módulo de poisson del plástico acrílico = 0.40  
 $\nu_p =$  módulo de poisson del concreto = 0.17

$$\psi = 69\,706 \times 100 \left( \frac{1-0.4^2}{1-0.1716^2} \right) = 6.033 \times 10^6$$

### 2.3) OBTENCION DE RESPONDAS DE ELEMENTOS DEL MODELO

De la ecuación de rigideces para la losa se obtiene:

$$I_m = \frac{E_p I_p (1 - \nu_p^2) I_m}{E_m I_m (1 - \nu_m^2) I_p} = \frac{217\,000(1-0.4^2) I_p}{6.033 \times 10^6 \times 134\,000(1-0.1716^2)} \times \frac{1}{100} = 1.162 \times 10^{-6} I_p$$

Puede demostrarse que el momento de inercia que debe tener una sección cualquiera del modelo con respecto a su eje neutro es proporcional a  $\frac{1}{\lambda^4} I_p$ , ya que  $I_p/I_m = \lambda^4$ .

El momento de inercia de la sección (promedio) transformada y agrandada del prototipo: vale:  $I_p = 1162176.4 \text{ cm}^4$ , por lo que para el modelo se tiene:  $I_m = 1.162 \times 10^{-6} I_p = 0.01162 \text{ cm}^4$

Ya que este momento de inercia es representativo de una sección de ancho unitario( en el prototipo  $b = 100 \text{ cm}$ , en el modelo  $b = 1.0 \text{ cm}$ .)

$$I_m = I \times h^3/12 \Rightarrow h = \sqrt[3]{12 \times 0.01162 / 1} = 0.518 \text{ cm.}$$

Por lo que el espesor de la placa de plástico acrílico requerido para representar la losa del prototipo es de 5.0 mm, en el modelo.

Para las columnas se procede de manera similar:

$$\text{ecuación de rigideces flexionantes: } \psi = \frac{E_p}{E_m} \frac{I_p}{I_m}$$

$$\psi = \frac{4 E_p I_p}{I_p} / \frac{4 E_m I_m}{I_m} = \frac{4 E_p I_p I_m}{4 E_m I_m I_p} = \frac{E_p I_p I_m}{E_m I_m I_p} = \frac{E_p I_p I_m}{E_m I_m I_p} = \varphi \lambda^{-4} \lambda^{-1} = \varphi \lambda^{-5}$$

el momento de inercia de una barra de sección circular de plástico acrílico que deberá representar en el modelo las columnas del prototipo es:

$$I_m = \frac{E_p I_p I_p}{E_m I_p} = \frac{\rho \lambda^2 \lambda^{-4}}{\rho \lambda} I_p = \lambda^4 I_p = 100^{-4} I_p$$

El momento de inercia de la sección transformada y agrietada del prototipo vale:  $I_p = 794\,244.5 \text{ cm}^4$ , por lo que:

$$I_m = 1 \times 10^{-8} I_p = 0.00794244 \text{ cm}^4. \quad (= \sqrt[4]{64} / 64)$$

$$m) \quad d = \sqrt[4]{64 I_m / \pi} = \sqrt[4]{64 \times 0.00794244 / \pi} = 0.634 \text{ cm.} = 6.34 \text{ mm.}$$



En los cálculos anteriores se han considerado las secciones transformadas y agrietadas de los miembros, para obtener los momentos de inercia de los mismos y a partir de estos los necesarios para los elementos del modelo. Esto es debido a que en condiciones de servicio los esfuerzos de tensión en el concreto tenderán a agrietar las fibras en esta zona pues el concreto no resiste tensiones y al considerar trabajando exclusivamente la zona de compresiones en el concreto, se reduce el momento de inercia de la sección transversal de los miembros con respecto al eje neutro, con lo cual se suministra un espesor menor de plástico acrílico al modelo por ser constante la escala de rigideces.

Con esto se obtiene un factor de seguridad adicional, pues la deflexión de una estructura depende de su rigidez y ésta, del momento de inercia y de la longitud de los miembros cuando los demás factores se mantienen constantes.

En caso de no hacer esto y considerar secciones brutas, podría cometerse el error de suministrar un espesor mayor a los elementos del modelo, con lo cual, al hacer la interpretación de los resultados se consideraría satisfactoria al comportamiento del modelo ante-----

las cargas actuantes, lo que en realidad resulta falso, pues el concreto trabaja con una sección efectiva cuando se ha rebasado su resistencia a la tensión y se presentan grietas.

De cualquier modo, se obtiene un factor de seguridad adicional al considerar la sección transformada y agrietada cuando se trate con prototipos de concreto reforzado.

#### 2.4 - FABRICACION Y MONTAJE DEL MODELO

Las dimensiones generales del modelo deben estar relacionadas con las del prototipo mediante el factor de escala de líneas ( $\lambda=100$ ), por lo que cualquier dimensión del prototipo dividida por  $\lambda$  es la correspondiente al modelo (excepto espesores).

Los espesores de los elementos del modelo están calculados en función de la escala de rigideces, de tal modo que se cumpla en cualquier sección del elemento con esta condición.

Ya que el objetivo fundamental de este estudio es determinar el estado de esfuerzos en la losa, se ha considerado este elemento como principal y se han reproducido a escala sus dimensiones generales, así como se ha procurado mantener la rigidez relativa de las columnas, garantizando de esta manera una distribución homóloga de esfuerzos en el modelo con respecto al prototipo.

En los demás elementos tales como estribos y zapatas, debido a la dificultad práctica que enfrenta su reproducción a escala, sólo se han considerado las características más sobresalientes relativas a su funcionamiento estructural como miembros de la estructura general.

Es por este motivo que se practicaron ranuras en los elementos que simular los apoyos extremos de la estructura; una ranura para el apoyo fijo y dos ranuras para simular el apoyo móvil, con el objeto de dar aproximadamente las condiciones de frontera de la estructura prototipo. En el campo de los modelos físicos de estructuras de puentes, el procedimiento anterior para simular los apoyos extremos, es

comumente usado y tiene posiblemente sus orígenes en el funcionamiento de las articulaciones plásticas utilizadas en estructuras de concreto reforzado y preesforzado y cuya finalidad es proveer deliberadamente - zonas de colapso.

Se ha comprobado mediante numerosos estudios sobre modelos de puentes que con este procedimiento se logran aproximadamente los mismos efectos que en la estructura prototipo mediante los apoyos extremos, a saber, una relajación ó amortiguamiento del estado de esfuerzos en las fronteras de la estructura.

Ya que se está trabajando en el rango elástico, las anteriores libertades están permitidas y dependiendo del objetivo del estudio puede considerarse únicamente el elemento de interés para probar su aptitud resistente ante cargas, pero cuidando siempre de proporcionar al mismo las condiciones de borde similares a las que existen en el prototipo.

Es importante notar que en modelos a la ruptura, a diferencia de los modelos elásticos no se permiten semejantes libertades, ya que se introducirían errores apreciables al se trata de obtener la capacidad resistente última de la estructura, motivo por el cual en este tipo de modelos se deben cumplir rigurosamente en cada una de las partes de la estructura las características de semejanza geométrica y mecánica.

El plástico acrílico es un material fácil de manejar y cortar; por medio de una sierra mecánica se cortan fácilmente las piezas de la geometría requerida, previamente trazaada sobre la lámina del material; de este modo se obtiene la placa de plástico que representa el modelo de la losa de concreto reforzado.

Se practican taladros en cada uno de los puntos de unión de las barras de sección circular representativas de las columnas, y la losa. El diámetro de los taladros es tal que permite la introducción de la barra circular y el adhesivo de alta resistencia usado, garantizando de este modo que se forme un nudo en cada punto de intersección al quedar empotrados en la placa las barras, a la vez que se simulan las condiciones de continuidad de la estructura prototipo.

Una vez cortadas y lijadas las superficies del corte en cada una de



las piezas, se procedió a ensamblarlas cuidadosamente en posición correcta y alineada, usando para tal fin adhesivo de alta resistencia especial para unir plásticos (Pegacril Extra).

Se fabricó una mesa para colocar el modelo, y montar el dispositivo para aplicar las cargas.

Los detalles de construcción y montaje del modelo pueden apreciarse en el plano EM-1; en el plano EM-2 se puede observar que en la placa que simula a la losa del puente se ha trazado una retícula cuyas dimensiones se indican. El objetivo de esta retícula es proporcionar un sistema de referencia de cada uno de los puntos de intersección, mismos en los que se colocará sucesivamente la carga de prueba para obtener las superficies de influencia que se muestran mas adelante.

En este plano, EM-2, se muestran también los puntos elegidos para ser instrumentados con rosetas de extensómetros de resistencia eléctrica (STRAIN GAGES); cada uno de los puntos es representativo de zonas críticas de la estructura, habiéndose instrumentado sólo la mitad de la placa por considerar un eje de simetría paralelo al sentido del esvaje y que pasa por el punto medio.

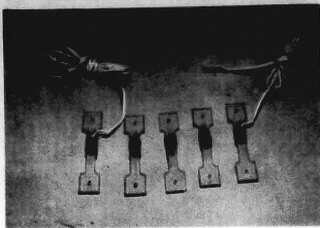


Fig. 2.4- a - Fotografía de las cinco probetas instrumentadas con extensómetros uni-axiales para la determinación del módulo de elasticidad del plástico acrílico.

En esta parte se detallan en primer lugar las características de los extensómetros eléctricos de resistencia utilizados para instrumentar el modelo y se destaca la importancia que reviste una adecuada instrumentación para la determinación de las componentes de deformación en la estructura, mismas que serán utilizadas para obtener los elementos mecánicos actuantes. Se describen además algunas características generales de los tipos de extensómetros más frecuentemente usados en Ingeniería experimental.

Después se describe el instrumento utilizado para la aplicación de la carga de prueba.

La prueba del modelo es la parte fundamental del proceso de análisis por medio de modelos físicos, pues de una correcta planeación del experimento, así como de la exactitud de las lecturas obtenidas depende la confiabilidad y validez de los resultados extrapolados al prototipo; Se percate que cualquier error cometido en la etapa de prueba del modelo puede traer como consecuencia gran incertidumbre en lo que se refiere a la interpretación de los resultados del experimento.

Deben procurarse además todos aquellos elementos del medio ambiente que puedan influir en el ensayo, con el objeto de disponer de factores de corrección adecuados en caso de que estos sean necesarios; por lo anterior, es posible decir que un estricto control sobre las condiciones del ensayo es necesario a fin de obtener los resultados buscados.

### 3.1 INSTRUMENTACION

La determinación del estado de esfuerzos en un elemento estructural sujeto a esfuerzos debidos a cargas actuantes puede obtenerse si se conocen las características de la relación esfuerzo-deformación del material del elemento. En el rango elástico, donde la proporcionalidad de la Ley de Hooke se cumple, tales esfuerzos pueden deducirse directamente de las deformaciones sufridas, en virtud de la correspondencia existente entre esfuerzos y deformaciones, y por la misma razón, éstas pueden ser obtenidas a partir del conocimiento del estado de esfuerzos en la sección de interés.

En el análisis experimental del problema, uno de estos elementos de-

ben obtenerse a partir de mediciones realizadas directamente en el elemento estructural ó en un modelo de él reducido a escala . 30/

El procedimiento más comunemente usado es el de obtener experimentalmente las deformaciones y a partir de ellas las correspondientes elementos mecánicos actuantes, tales como momento flexionante, fuerza cortante, torsión, etc. los cuales son utilizados para diseñar adecuadamente el elemento.

Como quiera que sea , el instrumento utilizado para determinar el efecto buscado debe ser tal que proporcione lecturas confiables, lo cual exige que su implemento sensible no reaccione ante otras acciones diferentes a aquella que produce el efecto a medirse; decir, no debe ser significativa la influencia que sobre el instrumento ejerzan factores tales como las condiciones del medio ambiente (temperatura, humedad, vibraciones, etc.). Además , el instrumento debe ser fácil de colocar y leer, por lo que debe ser adaptable por sí mismo ó mediante otros dispositivos a las condiciones en que va a ser usado , sin ofrecer dificultad práctica de montaje y sin obstruir con éste el acceso de funcionamiento de la unidad sensible.

Existe una gran variedad de dispositivos utilizados para medir deformaciones, distinguiéndose principalmente dos tipos de ellos en cuanto -- a principio de funcionamiento; mecánicos y eléctricos .

El objetivo fundamental buscado al usar uno u otro tipo es el de lograr una amplificación de la deformación, de tal modo que ésta pueda ser medida , por lo cual la sensibilidad del instrumento de medición debe ser tal que registre deformaciones incluso cuyo orden de magnitud pueda considerarse despreciable para los fines prácticos usuales.

Los instrumentos de medición de deformaciones cuyo principio de funcionamiento es mecánico, utilizan una serie de engranajes y balanzas para lograr la amplificación de la deformación a medir. Dentro de este grupo pueden incluirse los deformímetros ópticos, los cuales utilizan un sistema de espejos.

Los extensómetros eléctricos reciben el nombre genérico de STRAIN GAUGE y pueden ser de resistencia, de inductancia ó de capacidad, según sea el principio eléctrico que utilizan en su funcionamiento.

En cada uno de estos se convierte un pequeño cambio de longitud en un cambio de resistencia, capacidad, ó inductancia equivalente; El uso de tales instrumentos proporciona mediciones de medida y registro del fenómeno de deformación traducido a uno eléctrico análogo.

En los extensómetros electro-acústicos se utilizan principios físicos bien conocidos, tales como la vibración de una cuerda al ser tensada por una pequeña deformación, y los efectos que esto causa en un elemento sólido, el cual transmite los impulsos recibidos a un aparato de recepción que contiene una cuerda vibrante patrón y un electroimán similar al emisor.

Las vibraciones de ambas cuerdas pueden superponerse y defasarse por medio del control de tensión sobre la cuerda patrón. Ambas vibraciones se conectan a un amplificador de sonido y / ó a un tubo de rayos catódicos para poder controlar acústica y ópticamente el desfaseamiento de los movimientos oscilatorios de ambas cuerdas.

Conociendo los modos fundamentales de vibración del material de la cuerda es posible determinar la tensión que ésta experimenta y a partir de este el cambio de longitud de la misma que provoca la vibración de ésta. Este cambio de longitud es el mismo que experimenta el elemento estructural entre las puntas de apoyo de la cuerda vibrante.

El criterio para seleccionar una instrumentación adecuada para medir deformaciones depende de factores tales como: la sensibilidad del instrumento, amplificación de la deformación, confiabilidad de lecturas, medio ambiente del lugar de ensayo, y facilidad de adaptación al elemento de prueba. Todos estos factores, los extensómetros eléctricos de resistencia son generalmente utilizados por su versatilidad, aún cuando sean fácilmente influidos por los cambios de temperatura ambiente.

Los extensómetros eléctricos de resistencia basan su principio de funcionamiento en el cambio de resistencia eléctrica que experimenta un conductor al cambiar su longitud. Esto es debido a que la resistencia ---

de un conductor es directamente proporcional a la resistividad y a la longitud del mismo e inversamente proporcional a su área transversal.

Al tensar el conductor su longitud aumenta, mientras que por el efecto de poisson el área transversal disminuye proporcionalmente.

Ya que la resistividad es una propiedad del material del conductor, esta no cambia al ser tensado y por lo tanto se sigue que el aumento de resistencia en el conductor proviene de dos fuentes: de la disminución del área transversal y del incremento de longitud que experimenta el filamento sensible; de este modo es posible establecer una relación entre el incremento de longitud y la variación de resistencia eléctrica, que se conoce comúnmente como sensibilidad de deformación ó "GAGE FACTOR" (  $F$  )

$$F = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} = \frac{L \Delta R}{R \Delta L} \Rightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta R}{FR} = \epsilon$$

Conociendo la resistencia base (R) del material del extensómetro antes de aplicar deformación alguna, se puede obtener la resistencia correspondiente a un estado de deformación cualquiera. La diferencia entre estos dos valores nos da el incremento de resistencia (  $\Delta R$  );

El término  $\Delta L/L$  es la deformación unitaria del elemento deformado.

Se nota inmediatamente que conociendo el factor de sensibilidad de deformación (F) de cada extensómetro específico, es posible determinar las deformaciones unitarias (  $\epsilon$  ) en el elemento de interés.

Es decir, los "STRAIN GAGES" nos permiten obtener exclusivamente las deformaciones unitarias más no la deformación absoluta.

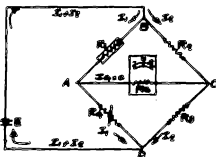
La relación (  $L \Delta R / R \Delta L$  ) involucra en el denominador la cantidad  $\Delta L$  que es la diferencia entre la longitud inicial del filamento sensible y la longitud final posterior a la deformación inducida por el sistema de carga que actúa sobre la estructura.

La cantidad ( L ) es la longitud base del filamento, denominada base del extensómetro y junto con el "GAGE FACTOR" son proporcionadas por el fabricante.

De esta manera resulta sencillo determinar las deformaciones unitarias mediante la expresión:  $\Delta = \Delta R/R$

Siendo tan sólo necesario registrar las variaciones de resistencia, el problema reside en utilizar un detector lo suficientemente sensible como para medir tan pequeñas variaciones. Mediante el circuito electrónico comúnmente conocido como "FUENTE DE BRIDGMAN", ampliamente usado en electrónica, el problema se resuelve satisfactoriamente.

El diagrama esquemático de este circuito se muestra en la siguiente figura:



$E$  = Fuente de energía.  
 $I_1, R_1$  = corriente y resistencia a través del galvanómetro.

$R_1$  = Resistencia de un extensómetro colocado en la pieza de prueba.

$R_2, R_3$  = Resistencias conocidas

$R_4$  = Resistencia variable.

Cuando el puente está balanceado no fluye corriente a través del galvanómetro, lo cual indica que no existe diferencia de potencial entre A y C. ( $V_{AC} = 0$ ), esto significa que el voltaje en A es igual al voltaje en C ( $V_A = V_C$ ). De acuerdo con la ley de Ohm, ( $V = IR$ ):

$$V_A = I_1 R_1; \quad V_C = I_2 R_2; \quad \rightarrow \textcircled{1}$$

$$\text{y del mismo modo: } \dots \dots \dots I_3 R_3 = I_4 R_4 \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\text{de } \textcircled{1}, \quad I_2/I_1 = R_1/R_2; \quad \text{de } \textcircled{2} \quad I_4/I_3 = R_3/R_4 \dots \dots \dots \rightarrow R_2/R_1 = R_4/R_3$$

$$\text{o } \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}; \quad \text{de donde: } R_4 = \frac{R_2}{R_1} R_3$$

con lo cual queda expresada la resistencia que se desea medir en función de las resistencias conocidas y de la resistencia variable que puede ser ajustada.

La resistencia variable ( $R_4$ ) está calibrada en términos de  $\Delta R/R$ , de tal modo que ajustándola antes y después de la deformación, se puede obtener la deformación unitaria neta experimentada por el extensómetro  $R_1$ , y con ello la correspondiente a la pieza de ensayo.

La resistencia ( $R_4$ ) se ajusta mediante un botón de control en el aparato indicador de deformaciones.

34/

Una selección adecuada de los "MURAIN GAGE" permite obtener directamente los elementos mecánicos deseados ( momentos flexionantes, torques y fuerzas cortantes ) .

Cuando interesa conocer el estado de esfuerzos existente en un medio continuo tridimensional ó plano se utilizan grupos de extensómetros ligados al punto de interés que reciben el nombre de rosetas .

Para un medio continuo tridimensional ( .masas ) es suficiente utilizar grupos de seis extensómetros colocados según las direcciones de las aristas de un tetraedro equilátero , ya que son seis las componentes de deformación en un punto del masivo .

En estructuras planas las componentes de deformación son tres, por lo que es necesario utilizar rosetas de tres extensómetros, colocados dos de ellos sobre ejes perpendiculares y el tercero sobre un eje orientado a 45° ó 60° . Este montaje es suficiente para obtener mediante lecturas de la variación de resistencia de los extensómetros , las componentes de deformación , y mediante la utilización del círculo de MOHR , las deformaciones principales .

En este caso, para instrumentar la placa representativa de la losa del puente , se utilizan rosetas de extensómetros sustralla ( tercer extensómetro a 45° ) , tomando como líneas de referencia la dirección del esviamiento .

Se procedió al montaje de las rosetas en los puntos elegidos siguiendo la siguiente secuencia :

1.- Se procuró una superficie áspera por medio de una lija sobre la superficie de la placa en cada punto de contacto . .

2.- Se limpió cuidadosamente todo residuo de polvo y grasa con alcohol aplicándolo con algodón limpio .

3.- Se trazaron con tinta atómica los ejes sobre la placa en cada punto instrumentado para orientar adecuadamente la posición de las rosetas .

4.- Se colocaron en posición las rosetas haciendo coincidir los ejes previamente trazados, con el eje de cada extensómetro de la roseta. Esto se llevó a cabo por medio de cinta adhesiva transparente.

5.- Proporcionalamiento del adhesivo. Se utilizó una proporción de un gramo de pegamento de resina epóxica mezclado con tres gotas de elemento endurecedor.

Se dejó reposar la mezcla durante cinco minutos; posteriormente se aplicó este adhesivo a cada una de las rosetas levantando la película de cinta adhesiva por un extremo y volviéndola a su posición una vez aplicado el pegamento.

6.- Aplicación de presión de  $1 \text{ Kg/cm}^2$  aproximadamente en cada roseta para asegurar una adhesión adecuada entre el plástico acrílico y el material de la base de la roseta (EPOXI-FENOL).

Una vez pegadas todas las rosetas se dejaron reposar en esta situación durante 24 hrs, cuando las mismas se retiró la presión y la tira de cinta adhesiva.

El procedimiento descrito se muestra gráficamente en las siguientes figuras:



**Fig. 1.1.3 - PREPARACION DE LA SUPERFICIE PARA PEGAR LAS ROSETAS.**





**FIG. 3.1-b** SE COLOCAN EN POSICION LAS HOJAS  
MEDIANTE CINTA ADHESIVA TRANSPARENTE.



**FIG. 3.1-c** PREPARACION DEL ADHESIVO.



**FIG. 3.1-d** APLICACION DEL ADHESIVO EN LA SUPERFICIE DE CONTACTO.



**FIG. 3.1-e** APLICACION DE PRESION. ( $\approx 1 \text{ kg/cm}^2$ ).

Con el objeto de evitar lo mejor posible la influencia de los factores del medio ambiente tales como la temperatura y la humedad, se utilizan extensómetros adicionales fijados en una pieza del mismo material que el modelo, pero no sujetos a deformación alguna inducida externamente.

En este caso se utilizan dos resacas iguales que las colocadas en el modelo, para que compensen los factores ambientales citados, a la vez que constituyen uno de los brazos del puente de Wheatstone y junto con los extensómetros activos cierran el circuito.

Ya que en total son 54 los extensómetros activos, cada uno de los seis extensómetros compensadores se utilizará un total de nueve veces en el transcurso de la prueba, lo cual garantiza que cumplirá satisfactoriamente su labor compensadora pues uno de ellos compensa una vez y se vuelve a compararse hasta que han pasado los otros cinco y le corresponde nuevamente su turno.

Para conectar los grupos de extensómetros a los conmutadores se utilizó alambre multifilar calibre 12, soldando cuidadosamente en cada caso un extremo del alambre a la salida del extensómetro correspondiente y dejando libre el otro extremo para conectarlo al conmutador.

El proceso de alambreado es bastante delicado, ya que cualquier descuido al soldar las salidas de los extensómetros al alambre, puede provocar que se dañe la parrilla sensible, con lo cual queda inutilizado ese elemento.

Debido a la imposibilidad de conectar directamente al indicador de deformaciones, es necesario utilizar un sistema que transfiera, es decir, que genere un extensómetro cada vez al indicador para efectuar la lectura correspondiente.

En este caso se utilizaron dos conmutadores marca KYOKA modelo 20 - 148, de 24 canales cada uno.

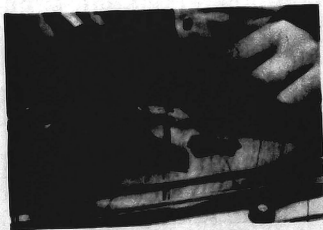


FIG. 3.1-f ALAMBRADO DE ROSETAS AL COMPUTADOR.



FIG. 3.1-g VISTA DE ROSETAS ALAMBRADAS.

FIG. 3.1-h

VISTA DETALLADA DE UNO DE LOS  
CONMUTADORES EMPLEADOS.  
SE PUEDE APRECIAR LA CONEXION  
DEL ATAMBRADO YA TERMINADA.

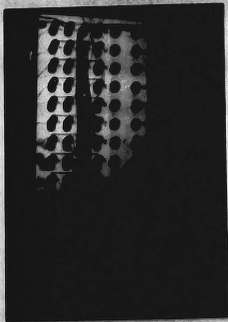
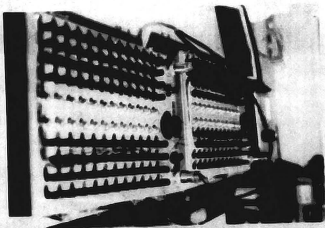


FIG. 3.1-i VISTA DEL INDI-  
CADOR DE DEFORMACIONES.





**FIG. 3.1-1** VISTA DE LOS DOS COMITADORES EMPLEADOS.  
SE PUEDEN OBSERVAR LAS CONEXIONES TERMINADAS.



**FIG. 3.1-2** VISTA SUPERIOR DEL MODELO. SE PUEDE APRECIAR  
LA PLACA EN LA QUE SE MONTARON LAS DOS ROSETAS  
PARA COMPENSAR LOS CAMBIOS DE TEMPERATURA.

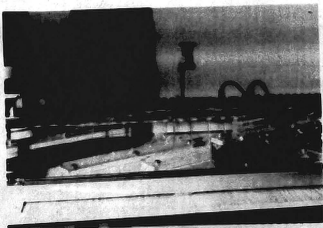


FIG. 1.3-8 VISTA LATERAL DEL MODELO.

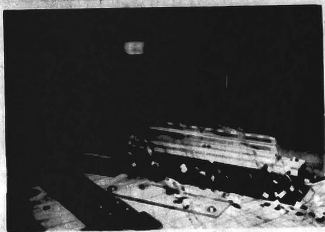


FIG. 1.3-7 IDENTIFICACION DE EXTENSOMETROS DE ACUERDO AL SISTEMA DE REFERENCIA ADOPTADO. PUEDE APRECIARSE EL MARCO PARA LA APLICACION DE LA CARGA PUNTUAL.

### 3.1 - a ANALISIS EXTENSOMÉTRICO

Para el caso en que se desconocen las direcciones principales de las deformaciones, se utilizan las resetas de extensómetros, ya sea en estrella (45°) o en delta (60°)

En este caso se utilizan resetas en estrella y se determinan la magnitud y dirección de las deformaciones principales.

La teoría de la elasticidad y concretamente la Mecánica de Materiales provee las expresiones necesarias para calcular el estado de deformaciones en cualquier dirección de un elemento homogéneo, isotrópico y linealmente elástico:

$$\epsilon_{\theta} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \operatorname{sen} 2\theta$$

donde  $\epsilon_{\theta}$  = deformación referida a un ángulo cualquiera con respecto al sistema ortogonal de ejes de referencia elegido.

$\epsilon_x, \epsilon_y$  = deformación en el sentido de los ejes de referencia causada por esfuerzos normales.

$\gamma_{xy}$  = deformación por cortante ó deformación tangencial.

$\theta$  = ángulo de giro con respecto al sistema de referencia.

Ya que por medio de las resetas se obtienen tres lecturas extensométricas correspondientes a tres direcciones diferentes, se puede plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\epsilon_{\theta_1} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta_1 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \operatorname{sen} 2\theta_1 \dots (1)$$

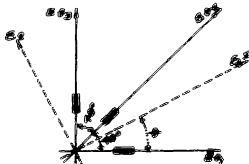
$$\epsilon_{\theta_2} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta_2 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \operatorname{sen} 2\theta_2 \dots (2)$$

$$\epsilon_{\theta_3} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta_3 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \operatorname{sen} 2\theta_3 \dots (3)$$

En estas ecuaciones los valores  $\epsilon_{\theta_1}, \epsilon_{\theta_2}$  y  $\epsilon_{\theta_3}$  son conocidos como resultado de las mediciones realizadas; las incógnitas por determinar son:  $\epsilon_x, \epsilon_y$  y  $\gamma_{xy}$ , para lo cual es necesario resolver simultáneamente las tres ecuaciones.

En las resetas en estrella:  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 45^\circ; \theta_3 = 90^\circ$ .





**Fig. 3.1-2. Estado de deformaciones en un círculo.**

Substituyendo valores en las ecuaciones anteriores :

$$E_{\theta_1} = \frac{E_x + E_y}{2} + \frac{E_x - E_y}{2} \cos 2(\theta') + \frac{F_{xy}}{2} \sin 2(\theta') = E_x$$

$$E_{\theta_2} = \frac{E_x + E_y}{2} + \frac{E_x - E_y}{2} \cos 2(\theta'') + \frac{F_{xy}}{2} \sin 2(\theta'') = \frac{E_x + E_y}{2} + \frac{F_{xy}}{2}$$

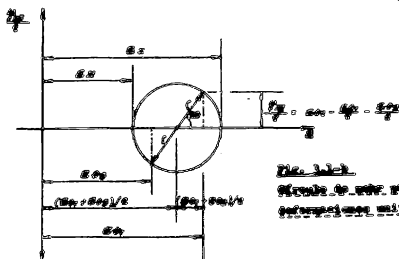
$$E_{\theta_3} = \frac{E_x + E_y}{2} + \frac{E_x - E_y}{2} \cos 2(\theta''') + \frac{F_{xy}}{2} \sin 2(\theta''') = E_y$$

$$\therefore E_{\theta_1} = E_{\theta_1} ; \quad E_{\theta_2} = E_{\theta_2} ; \quad F_{\theta_2} = 2E_{\theta_2} - E_{\theta_1} - E_{\theta_3}$$

### DEFORMACIONES PRINCIPALES.

Considerando las deformaciones unitarias en tres direcciones diferentes, es posible obtener la magnitud y el sentido de las deformaciones unitarias principales por medio del círculo de Mohr, dando en el eje de las abscisas se miden las deformaciones ( $E$ ) y en el eje de las ordenadas la mitad de la deformación por cortante ( $\frac{F_{xy}}{2}$ ).

En la figura 3.1b se muestran las características del círculo de Mohr para este caso y con base en ella se deducen las expresiones de las deformaciones principales en función de las deformaciones medidas en tres direcciones diferentes.



**Fig. 3a-3.**  
Círculo de Mohr para deformaciones unitarias.

De la figura se obtienen :

$$\text{tan } \phi = \frac{f_{xy}/c}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} = \frac{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_y}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\sigma_x - \sigma_y - \sigma_y)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\sigma_y^2}$$

Con esto, las deformaciones principales y su dirección son :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{2(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4(\sigma_x - \sigma_y - \sigma_y)^2}$$

$$f_{\text{max}} = \sqrt{2(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4(\sigma_x - \sigma_y - \sigma_y)^2} ;$$

$$\theta = \frac{1}{2}\text{tan}^{-1} \frac{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_y}{\sigma_x - \sigma_y}$$

**EXPLICACIÓN DE LOS RESULTADOS.**

Apartir de las deformaciones principales se pueden conocer las esfuerzos principales en magnitud y sentido, partiendo de las relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones en el plano :

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_x + \nu\epsilon_y)$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_y + \nu\epsilon_x)$$

$$\epsilon_{xy} = \theta \gamma_{xy}$$

$$\tau_{xy} = \theta \gamma_{xy}$$

Expresamos en los que:

$E$  = módulo de elasticidad,

$\nu$  = módulo de poisson

$G$  = módulo de rigidez al corte .  $( G = \frac{E}{2(1+\nu)} )$

Por lo que las esfuerzos principales en función de las deformaciones medidas en un punto y tres direcciones son:

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{2(1-\nu)} \left[ (1+\nu)(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) \pm (1-\nu) \sqrt{4[(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})^2 + (\epsilon_{xy} - \epsilon_{yx})^2]} \right]$$

$$\epsilon_{\max} = \frac{E}{2(1-\nu)} \sqrt{4[(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})^2 + (\epsilon_{xy} - \epsilon_{yx})^2]}$$

Obtenidos substituyendo  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  en lugar de  $\epsilon_{xx}$  y  $\epsilon_{yy}$  respectivamente en las expresiones que dan la relación entre los esfuerzos y las deformaciones en un sistema plano.

3.2. TÉCNICAS DE AVANCE EN CARGAS.

La materialización de las cargas que deben aplicarse al modelo puede realizarse de diferentes maneras, dependiendo del tipo de acciones que afecten al prototipo, las cuales pueden ser principalmente cargas concentradas, distribuidas y fuerzas de masa .

Para las cargas concentradas el área de contacto del elemento utilizado para aplicar la carga debe tender a cero en la medida en que sea posible.

Las cargas distribuidas pueden serse al modelo por medio de sobreposas a base de calientes de algún líquido denso ó material granular fino para dar la intensidad de la carga uniforme requerida para avanzar el modelo.

En algunos modelos de prueba y otras estructuras de contención existen uno o más gatos hidráulicos para simular la intensidad de las presiones lineales causadas por el material contenido.

Para simular el efecto de las fuerzas de masa ( peso propio, carga debida a ruidos, sobrecargas adicionales, etc. ) , existen algunos procedimientos comúnmente usados, tales como aplicación de pesos en los centros de gravedad de elementos de volumen del modelo previamente definidos que integrados proporcionalmente al efecto buscado, construcción del modelo con material de gran peso específico , creación de presiones mediante aire comprimido etc.

En todos los casos debe realizarse el sistema de cargas de trabajo ya sean de carácter permanente ó accidental a que se espera actuar mediante el prototipo , y mediante el análisis dimensional , obtener la carga necesaria para que el ensayo del modelo sea representativo y se puedan extrapolar los resultados obtenidos al prototipo.

En este caso, el objetivo fundamental del estudio es el de trazar las superficies de influencia de los elementos mecánicos principales sometidos por una carga concentrada, la cual puede tener cualquier valor que permita obtener valores notables de las deformaciones unitarias y que además no produzca fisuras conseciva en el material del modelo.

Es decir, la carga de prueba debe tener un valor tal que permita obtener lecturas en las cuales el error propio del indicador de deformaciones ( $\pm 5 \times 10^{-6}$  cm./cm.), y las influencias parásitas de la temperatura sean despreciables en comparación con las deformaciones causadas por dicha carga.

De acuerdo con la escala de fuerzas, hay que aplicar al modelo una carga igual a  $i$   $F_n = F_p / \varphi$ , siendo  $(\varphi)$  la escala de fuerzas.

Anteriormente se obtuvo:

$$\varphi = (R_p / R_n) \lambda^2 = 69\ 705.9 = F_p / F_n \quad (\text{para cargas concentradas}).$$

Para cargas uniformemente distribuidas por unidad de área se tiene:

$$\frac{R_p}{R_n} = \frac{(F_n^2 \lambda^2)}{(F_n^2)_{pr}} = \frac{W_p}{W_n} \quad ; \text{ de aquí que la carga uniforme por unidad}$$

$$\text{de área para el modelo sea: } W_n = \frac{R_n}{R_p} W_p .$$

$$\text{Por lo tanto: } W_n = \frac{\lambda^2}{\varphi} W_p .$$

La carga concentrada total del ensayo tipo H20 - H26 es 32.66 ton en el prototipo, para el modelo se tendría:

$$F_n = 32661 / 69\ 705.9 = 0.469 \text{ kg.}$$

Para la carga uniformemente distribuida ( peso propio de la losa )

$$W_p = 2\ 030 \text{ kg} / \text{m}^2 \text{ en el prototipo. Para el modelo se tiene:}$$

$$W_n = 100^2 \times 2\ 030 / 69\ 705.9 = 291.22 \text{ kg/m}^2 = 0.0291 \text{ kg/cm}^2 .$$

Se advierte que estas cargas son muy pequeñas, y debido a los factores antes mencionados es necesario aplicar una carga mayor.

Una deformación unitaria razonable podría ser digamos  $100 \times 10^{-6}$  cm/cm., considerando tentativamente este valor, se puede obtener de una manera aproximada el valor de la carga concentrada que actuando por ejemplo en el centro del alar, produce tal deformación unitaria.

De la teoría de la elasticidad:  $\delta x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y)$ ; despreciando el término  $\nu \sigma_y$  por ser pequeño, pues representa la deformación transversal, se tiene:  $\delta x = \frac{1}{E} \sigma_x$

$$\text{De donde: } \sigma_x = E \delta x = 34\,000 \text{ kg/cm}^2 \times 100 \times 10^{-6} \text{ cm./cm.}$$

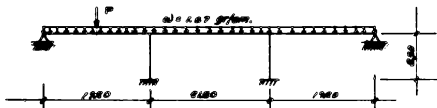
$$\sigma_x = 3.4 \text{ kg/cm}^2$$

De la fórmula de la flexión en barras prismáticas:  $\sigma_x = \frac{Mx}{I_x} = \frac{Pb}{I_x}$  (para una sección rectangular de eje recto.)

Por lo tanto despejando:  $M = \frac{\sigma_x I_x}{b} = \frac{3.4}{1} \times 1 \times 0.5^3 = 0.142 \text{ kg} \cdot \text{cm.}$   
para un ancho unitario.

El problema reside ahora en calcular el valor de la carga concentrada en el modelo para producir el momento calculado.

A continuación se calcula de una manera rápida el valor teórico de esta carga.



$$s^{\circ} \text{ plástico acrílico} = 1.19 \text{ gr/cm}^3$$

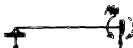
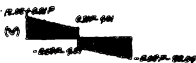
$$w \text{ plástico} = 1.19 \times 0.8 = 0.972 \text{ gr/cm}^3$$

$$\text{ancho tribuferio} = 0.8 \text{ cm.}$$

$$w = 0.972 \times 0.8 = 1.67 \text{ gr/cm.}$$



$$\begin{aligned} W &= 10.00 \times 10 = 100.00 \text{ kg} \\ W_1 &= (10.00 \times 5.00) = 50.00 \text{ kg} \\ W_2 &= (10.00 \times 5.00) = 50.00 \text{ kg} \\ V_1 &= 10.00 \times 5.00 = 50.00 \text{ kg} \\ V_2 &= 10.00 \times 5.00 = 50.00 \text{ kg} \end{aligned}$$



$$V_1 = (10.00 \times 5.00) \quad (10.00 \times 5.00)$$

Momento de apoyo izquierdo:

$$M_1 = \frac{10.00^2}{2} \times 5.00 = \frac{10.00^2 \times 12.50}{2} = 625.00 \text{ kg·m}$$

$$V_2 = \frac{10.00 \times 5.00}{2} = 25.00 \text{ kg}$$

$$M_2 = (10.00 \times 5.00 \times 5.00) - \frac{10.00}{2} \times 5.00^2 = 125.00 \text{ kg·m}$$

El momento requerido es:  $140 \text{ kg·m}$ .

$$125.00 + 25.00 = 140$$

$$\Rightarrow P = 24.75 \text{ kg}$$

Debido a la simplificación realizada para el cálculo de esta carga, el valor obtenido es muy pequeño y teóricamente la carga concentrada equivalente del ensayo tipo (0.469 kg.) produciría una deformación unitaria mayor que  $100 \times 10^{-6}$  cm/cm.

No obstante, éste representa un límite inferior, por lo que se puede utilizar una carga mayor que la calculada.

Además, como ya se dijo, el valor de las superficies de influencia se obtiene de dividir los elementos medidos entre la magnitud de la carga de ensayo para tener influencias unitarias.

Debido a estas razones, se utilizó la siguiente carga de ensayo:

peso de dispositivo	-----	0.718 kg.
sobrecarga adicional	-----	3.800 kg.
peso total	-----	5.518 kg.

Esta carga se colocó en cada uno de los puntos de la retícula que se muestra en el plano HM - 2 ; por cada uno de los puntos cargados se obtuvieron lecturas extensométricas en los 54 extensómetros que componen las 18 rosetas .

El dispositivo utilizado para aplicar la carga de ensaye se muestra detalladamente en las siguientes figuras.



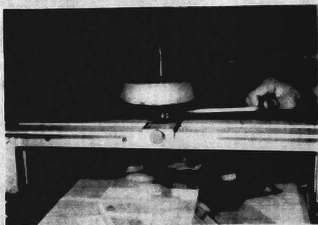
FIG. 3.2-a SISTEMA DE APLICACION DE CARGAS .

El marco de carga (b) desliza mediante baleros en las guías (a) de tal modo que se puede colocar el marco en cualquier posición a lo largo del eje longitudinal .

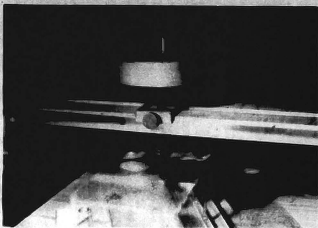
Mediante el prisionero (c) se coloca la posición de la carga en el sentido del eje del marco de carga .

En sí el dispositivo consiste de un perno terminado en punta, que es la que hace contacto con el modelo al girar la leva (d) mediante la manivela a la cual está unida. En la figura se muestra el peso utilizado (e).





**FIG. 3.2-b** LA POSICION EXCENTRICA DE LA MANIVELA PERMITE SUBIR O BAJAR LA CARGA DE ENSAYE PARA LAS OPERACIONES DE CARGA Y DESCARGA DEL MODELO.



**FIG. 3.2-c** APLICACION DE LA CARGA DE ENSAYE EN UN PUNTO DEL MODELO. EL PESO USADO ES DE 4.0 Kg.

### 3.3 REGISTRO DE MEDICIONES.

Como se dijo anteriormente, para cada punto de carga se registraron 54 mediciones correspondientes a un número igual de extensómetros.

El tipo de computador utilizado tiene sólo 24 terminales, por lo que hubo necesidad de utilizar dos computadores, desconectando seis extensómetros para conectar los faltantes en el segundo computador.

De modo explícitamente, el proceso seguido fué el siguiente:

- a) Tomar las 24 lecturas correspondientes al computador (1)
- b) " " " " " " " " (2)
- c) Desconectar de las seis primeras terminales del computador (2) los extensómetros correspondientes y conectar los seis faltantes para registrar su lectura.

El procedimiento anterior se repitió sucesivamente para cada punto de carga y para cada una de las siguientes condiciones:

- a) Registro de lecturas iniciales de vacío.
- b) Registro de lecturas con el modelo cargado.
- c) Registro de lecturas con el modelo descargado.

Con las dos lecturas de vacío disponibles (antes y después de cargar) se obtuvo el promedio de vacío. La deformación unitaria real, correspondiente al estado de carga se obtiene como la diferencia entre la lectura bajo carga y el promedio de las lecturas de vacío.

Para identificar cada uno de los extensómetros se utilizó la siguiente notación:

- a) Un símbolo ( $E$ ) que indica extensómetro.
- b) Un sub-índice ( $x, y, 45$ ) que indica la dirección de medición.
- c) Un super-índice ( $s, i$ ) que indica la superficie en la cual se encuentra el extensómetro (superior ó inferior).
- d) La identificación de las resacas se realizó mediante las coordenadas del punto al cual están fijadas.

Así, por ejemplo: G6E<sup>1</sup> indica que se trata del extensómetro perteneciente a la rosca fijada al punto cuyas coordenadas son G6 y - que registra deformaciones unitarias en la dirección del eje de las - "E" convenido (sentido del avance).

En el transcurso de la prueba se registraron las condiciones ambientales existentes (temperatura y humedad), con el objeto de evaluar las posibles influencias de estos factores.

Con este propósito se tomaron las lecturas correspondientes a un mismo punto de carga a diferentes horas del día y también en días diferentes para comparar unas lecturas con otras y observar las variaciones.

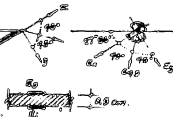
En ningún caso hubo diferencias significativas, pues la temperatura y la humedad tampoco experimentaron cambios bruscos.

Algunas lecturas en las que se observaron valores poco confiables se volvieron a registrar hasta obtener valores no disparatados.

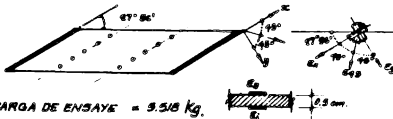
En las siguientes páginas se presenta el registro de mediciones de algunas de los puntos de carga. Posteriormente se procederá a la transformación de estos valores de las deformaciones unitarias en valores de influencia de los elementos mecánicos referidos al prototipo.

NÚMERO DE MUESTRA	GEOMETRACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>					PUNTO DE CARGA J6	OBSERVACIONES
	DIAMETRAL	PARA	SEMIANCHA	ACEROS USADO	DE AUMENTO DEFORMACION		
C1	0200	4 760	4 760	4 760	4 760	- 20	
	0200	4 970	4 970	4 970	4 970	+ 90	
	0200	5 270	5 270	5 270	5 270	- 93	
	0200	5 070	5 070	5 070	5 070	+ 13	
	0200	5 260	5 260	5 260	5 260	- 30	
C2	0200	13 600	13 600	13 600	13 600	+ 33	
	0200	5 760	5 760	5 760	5 760	+ 73	
	0200	5 110	5 110	5 110	5 110	+ 30	
	0200	5 775	5 775	5 775	5 775	+ 37	
	0200	5 280	5 280	5 280	5 280	- 30	
C3	0200	5 900	5 900	5 900	5 900	- 93	
	0200	11 200	11 200	11 200	11 200	- 40	
	0200	4 090	4 090	4 090	4 090	- 70	
	0200	3 190	3 190	3 190	3 190	+ 13	
	0200	3 060	3 060	3 060	3 060	+ 2	
C4	0200	3 710	3 710	3 710	3 710	- 9.0	
	0200	5 610	5 610	5 610	5 610	- 10	Se movió dos veces.
	0200	12 610	12 610	12 610	12 610	- 8	
	0200	5 370	5 370	5 370	5 370	+ 51	Cargas de prueba por aumento de carga en el material.
	0200	5 370	5 370	5 370	5 370	+ 35	
C5	0200	9 600	9 600	9 600	9 600	- 105	
	0200	3 060	3 060	3 060	3 060	- 30	
	0200	3 370	3 370	3 370	3 370	- 60	
	0200	3 060	3 060	3 060	3 060	+ 30	
	0200	17 400	17 400	17 400	17 400	- 350	Se fijaron lecturas -
C6	0200	2 370	2 370	2 370	2 370	- 370	dos veces en todos los
	0200	1 800	1 800	1 800	1 800	- 263	característicos de este
	0200	4 100	4 100	4 100	4 100	+ 300	punto, pero mejor.
	0200	3 760	3 760	3 760	3 760	+ 447	
	0200	3 100	3 100	3 100	3 100	+ 330	

CARGA DE ENSAYE = 3.340 Kg.



PUNTO DE APROXIMACION		DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>				PUNTO DE CARGA J6	OBSERVACIONES	
		ANUAL	CARGA	DESCARGA	DESPLAZAMIENTO			
A	7	Exo	1 370	1 375	1 400	1 385	-10	
	8	Eyo	2 455	2 480	2 500	2 480	+7	
	9	EyoS	1 100	1 080	1 100	1 100	-20	
	10	Exi	3 780	3 745	3 780	3 790	-7	
	11	Eyi	4 750	4 750	4 780	4 780	-10	Se midió dos veces.
	12	EyS	3 790	3 790	3 780	3 780	+5	
B	13	Exo	1 360	1 360	1 390	1 375	-15	
	14	Eyo	1 120	1 140	1 140	1 157	+3	
	15	EyoS	2 800	2 800	2 870	2 845	-20	doble lectura por cambio de carga en el inclinador.
	16	Exi	3 745	3 780	3 780	3 795	+2	
	17	Eyi	4 800	4 830	4 850	4 845	-3	doble lectura por cambio de carga en el inclinador.
	18	EyS	3 760	3 800	3 800	3 800	-25	
C	19	Exo	1670	1680	1680	1685	-15	
	20	Eyo	1675	1680	1680	1690	+2	
	21	EyoS	3 800	3 870	3 870	3 865	-15	doble lectura por cambio de carga en el inclinador.
	22	Exi	4 950	4 950	4 950	4 950	0,0	
	23	Eyi	4 900	4 900	4 900	4 900	0,0	Se midió dos veces.
	24	EyS	4 350	4 350	4 370	4 360	0,0	
D	1	Exo	3 600	3 660	3 670	3 675	-25	
	2	Eyo	3 600	3 710	3 675	3 670	+20	
	3	EyoS	3 745	3 710	3 740	3 730	-15	
	4	Exi	3 400	3 600	3 600	3 600	-10	
	5	Eyi	4 400	4 710	4 670	4 665	+25	Se midió dos veces.
	6	EyS	3 670	3 640	3 690	3 690	+10	
E	Exo							
	Eyo							
	EyoS							
	Exi							
	Eyi							
	EyS							



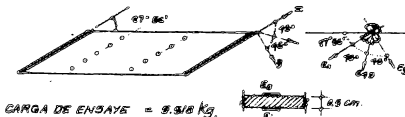
PUNTO DE APLICACION	DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>					PUNTO DE CARGA $\phi$	OBSERVACIONES
	INICIAL	CARGA	DESCARGA	RECARGA	MR UNIT PASADO	MR UNIT PASADO	
6a	6a0	4 780	4 785	4 780	4 780	+ 55	Temperatura = 68 °C Humedad = 34 %
	6a1	4 880	3 970	4 040	4 045	- 75	
	6a2	3 850	3 850	3 845	3848	+ 8	
	6a3	6 090	6 095	6 090	6 090	- 95	
	6a4	3 910	3 980	3 885	3 870	+ 32	
7	7a0	13 775	13 780	13 770	13 775	- 68	
	7a1	3 740	3 735	3 745	3 748	- 5	
	7a2	3 190	3 190	3 190	3 188	0.0	
	7a3	3 785	3 780	3 790	3 788	- 5	
	7a4	3 748	3 745	3 745	3 748	- 5	
8	8a0	3 800	3 870	3 870	3 865	0.0	debe leerse por cambio de signo en el indicador.
	8a1	11 330	11 330	11 330	11 330	- 5	
	8a2	3 990	3 990	3 990	3 990	0.0	
	8a3	3 040	3 040	3 035	3 035	- 155	
	8a4	3 880	3 880	3 890	3 885	- 175	
9	9a0	3 670	3 685	3 645	3 648	- 13	
	9a1	6 630	6 770	6 625	6 625	+ 142	
	9a2	13 670	13 930	13 805	13 805	+ 162	
	9a3	3 420	3 420	3 420	3 420	+ 75	
	9a4	2 945	2 945	2 945	2 945	- 5	
10	10a0	2 610	2 370	2 610	2 610	- 90	
	10a1	3 045	3 040	3 045	3 045	- 95	
	10a2	3 370	3 370	3 370	3 365	+ 30	debe leerse por cambio de signo en el indicador.
	10a3	3 040	3 035	3 040	3 040	+ 35	
	10a4	1 780	1 740	1 780	1 770	- 30	
11	11a0	2 315	2 300	2 310	2 310	+ 2	
	11a1	1 575	1 575	1 565	1 560	- 5	
	11a2	4 010	4 005	4 000	4 005	+ 10	
	11a3	10 975	10 965	10 980	10 975	- 13	
	11a4	3 190	3 190	3 180	3 180	0.0	

CARGA DE ENSAYE = 3.015 kg.

PUNTO DE MEDICIÓN	DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>					PLUNTO DE CARGA	OBSERVACIONES
	ORIGINAL	1ª LEIDA	2ª LEIDA	ACUMULADO	EN CADA PUNTO DE MEDICIÓN		
1	020	1880	1898	1870	1889	-80	
	021	2680	2680	2680	2689	+19	
	022	1185	1090	1185	1180	-90	
	023	3780	3799	3780	3780	+9	
	024	11180	11000	11195	11198	-88	
2	025	3090	3090	3090	3090	+80	
	026	1300	1300	1300	1305	-5	
	027	1110	1100	1105	1108	-8	
	028	2680	2680	2680	2680	0.0	
	029	3785	3780	3785	3785	-8	
3	030	11600	11675	11660	11690	+18	
	031	3370	3370	3370	3379	-8	debe hacerse por completo de carga en el indicador.
	032	1600	1698	1660	1660	+85	
	033	1698	1600	1635	1640	-90	
	034	3080	3080	3078	3078	+88	
4	035	4380	4380	4380	4380	-80	
	036	11900	11900	11900	11900	+80	
	037	4370	4380	4370	4370	-60	
	038	3685	3685	3670	3680	+98	
	039	3875	3870	3875	3875	-5	
5	040	3790	3705	3780	3795	-90	
	041	3370	3380	3385	3406	+17	debe hacerse por completo de carga en el indicador.
	042	11618	11600	11680	11618	-18	
	043	3090	3085	3085	3080	+85	
	044						
045							
046							
047							
048							

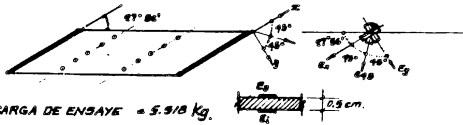
CARGA DE ENSAYE = 5.513 Kg.

CARGA (Kg)	DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-5</sup>					PUNTO DE CARGA (kg)	OBSERVACIONES
	INICIAL	CARGA	DEBARRA	ALTIMO VALOR	DEFORMACION		
1	0	4735	4715	4750	4755	-5	
2	0	4050	4150	4050	4050	+70	
3	0	3265	3270	3285	3260	+10	
4	0	2105	2115	2100	2105	+15	
5	0	275	2560	2900	2905	-75	
6	0	15000	15000	15005	15005	+55	
7	0	2750	2755	2755	2745	+15	
8	0	2100	2110	2100	2110	0.0	
9	0	2080	2090	2085	2075	+27	
10	0	275	2755	2760	2765	+5	
11	0	2275	2280	2285	2290	+20	
12	0	2005	1990	2000	2005	+17	
13	0	2750	2750	2700	2775	-15	
14	0	2030	2170	2060	2055	+15	
15	0	2070	2080	2085	2075	+42	
16	0	2000	2700	2690	2605	+25	
17	0	2090	2090	2095	2095	-15	
18	0	18070	18000	18000	18075	+5	
19	0	2705	2705	2705	2725	+25	
20	0	2550	2580	2595	2600	+147	
21	0	2560	2580	2550	2555	-25	
22	0	2585	2580	2570	2570	-100	
23	0	2530	2580	2535	2535	-175	
24	0	1795	1775	1775	1735	+20	
25	0	2325	2310	2310	2325	-15	
26	0	1915	1930	1900	1900	+52	
27	0	4120	4070	4055	4105	-35	
28	0	10975	11025	10950	10905	+37	
29	0	3210	3190	3185	3185	-5	

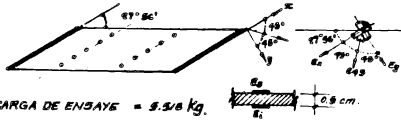




PUNTO DE MEDICIÓN	DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>					PUNTO DE CARGA #10	OBSERVACIONES
	INICIAL	CARGA	CONFINADA	PROMEDIO VALOR	SEA UNIT PROMEDIO		
A	1 E20	1860	1860	1860	1893	+17	
	2 E20	2490	2760	2625	2785	+294	
	3 E20	1130	1390	1139	1139	+207	
	4 E21	3720	3690	3700	3745	-33	
	5 E21	11183	10733	11180	11183	-450	
B	1 E20	3830	3690	3825	3825	-140	
	2 E20	1320	1323	1320	1323	-30	
	3 E20	1198	1198	1110	1118	+7	
	4 E20	2670	2660	2635	2663	-8	
	5 E21	11670	11520	11698	11688	-50	
C	1 E20	3370	3370	3378	3373	+17	
	2 E20	1670	1583	1610	1640	-70	
	3 E20	1630	1760	1698	1698	+138	
	4 E20	8600	8998	8590	8595	-170	
	5 E21	4370	4430	4360	4365	+65	
D	1 E21	11980	11620	11920	11920	-360	
	2 E20	4700	4520	4610	4623	+123	
	3 E20	3390	3340	3320	3313	-178	
	4 E20	3290	4010	3270	3200	+720	graba lectura por cambio de rango en el indicador
	5 E20	2760	3200	3720	3720	+148	
E	1 E21	3420	3470	3420	3444	+24	
	2 E21	11693	11720	11623	11660	+670	
	3 E20	3660	3430	3496	3623	-203	
	4 E20						
	5 E20						

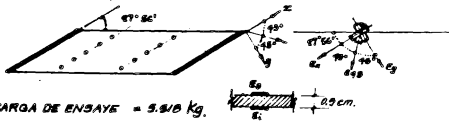


PUNTO DE MEDICIÓN	DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>					PUNTO DE CARGA $\frac{E_0}{E_1}$	
	INICIAL	CARGA	SEPARADA	RESTITUCIÓN VACÍO	REST. UNIT. INICIAL	OBSERVACIONES	
1	E <sub>0</sub>	9740	9780	9740	9740	+10	Temperatura = 22 °C Humedad = 20 %
	E <sub>20</sub>	9070	9065	9065	9065	-3	
2	E <sub>0</sub>	3280	3280	3280	3280	0.0	
	E <sub>1</sub>	6155	6155	6155	6155	0.0	
3	E <sub>0</sub>	3740	3745	3740	3745	-20	
	E <sub>1</sub>	13825	13800	13830	13825	-8	
4	E <sub>0</sub>	3745	3745	3745	3745	0.0	
	E <sub>1</sub>	3115	3110	3115	3115	-5	
5	E <sub>0</sub>	3815	3815	3825	3820	-5	
	E <sub>1</sub>	3770	3770	3775	3775	-8	
6	E <sub>0</sub>	2890	2895	2890	2895	0.0	
	E <sub>1</sub>	11590	11590	11900	11375	-5	
7	E <sub>0</sub>	4010	4035	4010	4010	+25	
	E <sub>1</sub>	3075	3075	3075	3075	-20	
8	E <sub>0</sub>	3875	3900	3900	3895	+2	
	E <sub>1</sub>	5705	5700	5710	5705	-8	
9	E <sub>0</sub>	6820	6780	6670	6665	+25	
	E <sub>1</sub>	13920	13920	13920	13925	-5	
10	E <sub>0</sub>	3200	3240	3200	3240	+5	debe restarse por aumento de carga en el restituidor.
	E <sub>1</sub>	2970	2975	2970	2970	+5	
11	E <sub>0</sub>	2630	2630	2660	2655	0.0	
	E <sub>1</sub>	3875	3880	3875	3875	+5	
12	E <sub>0</sub>	3895	3810	3660	3595	+12	
	E <sub>1</sub>	3225	3260	3225	3225	+5	
13	E <sub>0</sub>	1695	1660	1695	1695	-25	
	E <sub>1</sub>	2330	2330	2330	2330	0.0	
14	E <sub>0</sub>	1410	1410	1415	1415	-5	
	E <sub>1</sub>	4030	4035	3995	4015	+22	
15	E <sub>0</sub>	10940	10920	10800	10910	+10	
	E <sub>1</sub>	3200	3210	3210	3205	+5	



PUNTO DE MEDICIÓN	DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>					PUNTO DE CARGA 610	OBSERVACIONES
	INICIAL	CARGA	REQUERIDA	PRELIMINAR UNICO	SEA UNICO PROGRESIVO		
7	En	1270	1270	1310	1293	-23	
	En	2275	2275	2270	2301	-1.0	
	En	1160	1160	1160	1163	-13	
	En	2678	2680	2625	2630	+20	
	En	11180	11110	11063	11098	+12	
11	En	3000	3090	3070	3058	+2	
	En	1288	1300	1310	1283	+17	
	En	1103	1030	1168	1115	-83	
	En	2080	2763	2070	2060	+108	
	En	3053	3075	3000	3048	-28	
17	En	11085	11630	11225	11337	+91	
	En	3203	3430	3610	3578	-168	
	En	1670	1680	1610	1573	+57	
	En	1663	1670	1660	1663	+7	
	En	2613	2630	2620	2610	+12	
21	En	4323	4280	4270	4298	-98	
	En	11700	11870	11835	11868	+22	
	En	2300	2300	2300	2276	-6	
	En	3960	3910	3875	3909	-74	
	En	3070	3063	3003	3000	-3	
27	En	3770	3775	3700	3778	0.0	
	En	3323	3370	3303	3328	+23	
	En	11600	11380	11335	11347	+31	
	En	3670	3688	3680	3678	+10	
	En						
En							
En							
En							
En							
En							



CARGA DE ENSAYE = 3.810 Kg.

Punto de Carga	DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>					PUNTO DE CARGA $\phi$	
	INICIAL	CARGA	DESCARGA	REINICIO VEG. 10	MAX. CARGA MEDIADA	OBSERVACIONES	
C <sub>1</sub>	1. C <sub>10</sub>	4730	4710	4730	4740	- 20	Temperatura = 29.0 °C Humedad = 80 %
	2. C <sub>10</sub>	4040	3958	4070	4036	- 70	
	3. C <sub>10</sub>	3680	3670	3685	3693	- 3	
	4. C <sub>10</sub>	6168	6140	6143	6143	+ 13	
	5. C <sub>10</sub>	5970	6043	5980	5978	+ 70	
	6. C <sub>10</sub>	13 608	13 700	13 083	13 069	+ 15	
A <sub>1</sub>	7. A <sub>10</sub>	3780	3750	3760	3748	+ 7	
	8. A <sub>10</sub>	3090	3143	3140	3118	+ 30	
	9. A <sub>10</sub>	3040	3033	3060	3050	+ 3	
	10. A <sub>10</sub>	3738	3778	3768	3770	+ 3	
	11. A <sub>10</sub>	4618	4638	4630	4633	- 8	
	12. A <sub>10</sub>	11 948	11 970	11 960	11 970	+ 30	datos factuales por cambio de carga en el medidor.
C <sub>2</sub>	13. C <sub>20</sub>	4000	4030	4030	4010	+ 20	
	14. C <sub>20</sub>	3038	3030	3073	3065	- 28	
	15. C <sub>20</sub>	3910	3910	3938	3923	- 13	
	16. C <sub>20</sub>	3703	3680	3700	3703	- 23	
	17. C <sub>20</sub>	6430	6430	6430	6430	+ 30	
	18. C <sub>20</sub>	13 338	13 360	13 088	13 033	+ 3	
A <sub>2</sub>	19. A <sub>20</sub>	3930	3930	3930	3933	+ 3	datos factuales por cambio de carga en el medidor.
	20. A <sub>20</sub>	3930	3940	3908	3963	+ 73	
	21. A <sub>20</sub>	2660	2700	2700	2680	+ 30	
	22. A <sub>20</sub>	3060	3060	3070	3063	- 3	
	23. A <sub>20</sub>	3070	3060	3033	3073	- 33	
	24. A <sub>20</sub>	3033	3030	3040	3038	- 8	
S <sub>6</sub>	25. S <sub>60</sub>	1770	1730	1763	1763	- 18	30 milí dos veces
	26. S <sub>60</sub>	2320	2360	2330	2333	+ 23	datos factuales por cambio de carga en el medidor.
	27. S <sub>60</sub>	1903	1830	1830	1936	+ 42	
	28. S <sub>60</sub>	3773	4000	4003	3990	+ 10	
	29. S <sub>60</sub>	3933	3930	3933	3933	- 13	30 milí dos veces
	30. S <sub>60</sub>	3800	3823	3823	3813	+ 12	

CARGA DE ENSAYE = 5.815 kg.

PUNTO DE MEDICION	DEFORMACIONES UNITARIAS X 10 <sup>-6</sup>					PUNTO DE CARGA $\bar{D}$	OBSERVACIONES
	INICIAL	CARGA	DESCARGA	RECIBIDO VAGRO	SEA CONT. PASADO		
10	10a	1375	1375	1370	1375	+2	50 milis' dos veces.
	10b	2555	2550	2550	2555	+25	
	10c	1150	1150	1100	1150	+20	
	10d	3210	3210	3205	3205	-15	
11	11a	4070	4065	4070	4070	-5	50 milis' dos veces.
	11b	3740	3740	3740	3740	-30	
	11c	1365	1365	1360	1365	+2	
	11d	1150	1150	1155	1155	-5	
12	12a	2710	2710	2710	2705	+7	
	12b	2490	2490	2480	2485	-15	
	12c	2300	2305	2300	2300	+5	
	12d	2630	2635	2630	2640	+5	
13	13a	1630	1630	1625	1625	+17	50 milis' dos veces.
	13b	1630	1630	1630	1630	-10	
	13c	8645	8670	8665	8665	+15	
	13d	4565	4570	4560	4565	-25	
14	14a	4870	4870	4870	4870	+20	50 milis' dos veces.
	14b	2225	2225	2220	2225	-14	
	14c	2225	2225	2220	2225	-14	
	14d	3535	3535	3530	3535	+50	
15	15a	3460	3470	3470	3460	-20	
	15b	3460	3460	3460	3460	-60	
	15c	3340	3340	3340	3340	0.0	
	15d	3370	3380	3370	3380	-10	
16	16a	2755	2705	2695	2710	-8	
	16b						
	16c						
	16d						

CARGA DE ENSAYE = 5.918 Kg.

#### 4.- INTERPRETACION DE RESULTADOS.

En esta parte se traducen los valores de las deformaciones unitarias obtenidas de la prueba del modelo, a las correspondientes acciones internas ya extrapoladas al prototipo.

Para tal fin, es necesario en primer lugar hacer un análisis del sistema de instrumentación utilizado para que en base a esto, se puedan obtener los esfuerzos internos aplicando principios básicos de mecánica de materiales.

Una vez obtenidas las expresiones necesarias de la relación esfuerzo-deformación aplicada al sistema de instrumentación usado, se procede a ordenar tales expresiones en un arreglo matricial, a fin de realizar los cálculos necesarios mediante computadora.

Para mostrar la manera en que son obtenidas las superficies de influencia por este procedimiento, se presentan las correspondientes a uno de los puntos de carga.

#### 4.1 ANÁLISIS DEL SISTEMA DE INSTRUMENTACIÓN.

Según se describió antes, se colocaron resacas de extensómetros en la cara superior y en la inferior, con el objeto de conocer las deformaciones unitarias en ambas fibras de la placa. En la figura 4.1-a se muestra esquemáticamente un punto instrumentado.

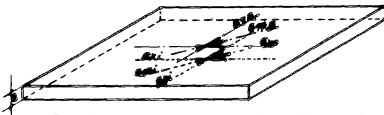


Fig. 4.1-a Esquema de un punto instrumentado.

Donde los sub-índices (  $x, y, z$  ) indican direcciones de medición y (  $s, i$  ) identifican la cara superior e inferior respectivamente.

Interesa ahora conocer la relación entre los esfuerzos y las deformaciones, para tal efecto, consideramos el diagrama de esfuerzos de un elemento sujeto a flexión-compresión en un estado plano de esfuerzos se tiene: ( fig. 4.1-b ).

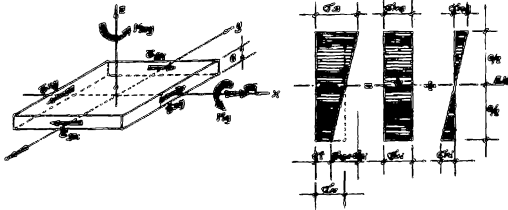


Figura 4.1-b

Las lecturas extensométricas dan los valores de las deformaciones unitarias en las caras superior e inferior, y en ellas está incluido el efecto causado por fuerzas normales y momentos (  $\epsilon_N$  y  $\epsilon_M$  ) .

A partir de estos valores, se pueden encontrar los de los esfuerzos correspondientes  $\sigma_2$  y  $\sigma_1$  en una dirección dada, los cuales se muestran en la figura 4.1-b

Es posible descomponer el efecto final, en virtud del principio de superposición, en los componentes de esfuerzos  $\sigma_N$  y  $\sigma_M$ , causados respectivamente por fuerzas normales y momentos. De aquí se obtiene lo siguiente :

$$\sigma_2 = \sigma_{N2} + \sigma_{M2} \quad ; \quad \sigma_1 = \sigma_{N1} - \sigma_{M1} .$$

Si el elemento es homogéneo, isotrópico y linealmente elástico, el eje que pasa por el punto de esfuerzos nulo (eje neutro: E.N.) debe localizarse a través del centro geométrico de la sección, razón por la cual se tiene:

$$\sigma_{N2} = \sigma_{N1} = \sigma_N \quad ; \quad \sigma_{M2} = \sigma_{M1} = \sigma_M .$$

Analizando el diagrama de la figura 4.4-b, se puede escribir:

$$\sigma_N = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}{2} \quad ; \quad \sigma_N = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

Lo cual indica que para calcular el esfuerzo debido a fuerza normal es suficiente con calcular el promedio de los esfuerzos obtenidos en las caras superior e inferior, mientras que para esfuerzos de cizalla se calcula el promedio de las diferencias de los esfuerzos de la cara superior y la inferior.

Con base en lo anterior y sabiendo que:

$$\sigma_x = \frac{E}{r-y^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{xs} = \frac{E}{r-y^2} (\epsilon_{xs} + \nu \epsilon_{ys}) \\ \sigma_{xi} = \frac{E}{r-y^2} (\epsilon_{xi} + \nu \epsilon_{yi}) \end{cases}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{r-y^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{ys} = \frac{E}{r-y^2} (\epsilon_{ys} + \nu \epsilon_{xs}) \\ \sigma_{yi} = \frac{E}{r-y^2} (\epsilon_{yi} + \nu \epsilon_{xi}) \end{cases}$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} (\epsilon_{xps} - \epsilon_{xs} - \epsilon_y) \Rightarrow \begin{cases} \tau_{xps} = \frac{E}{2(1+\nu)} (\epsilon_{xps} - \epsilon_{xs} - \epsilon_{ys}) \\ \tau_{xpi} = \frac{E}{2(1+\nu)} (\epsilon_{xpi} - \epsilon_{xi} - \epsilon_{yi}) \end{cases}$$

Puede escribirse lo siguiente:

$$\sigma_x = \frac{\sigma_{xs} + \sigma_{xi}}{2} = \frac{E}{2(r-y^2)} [\epsilon_{xs} + \epsilon_{xi} + \nu (\epsilon_{ys} + \epsilon_{yi})] \quad \text{----- (A)}$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{ys} + \sigma_{yi}}{2} = \frac{E}{2(r-y^2)} [\epsilon_{ys} + \epsilon_{yi} + \nu (\epsilon_{xs} + \epsilon_{xi})] \quad \text{----- (B)}$$

$$\tau_{xy} = \frac{\tau_{xps} + \tau_{xpi}}{2} = \frac{E}{2(1+\nu)} [\epsilon_{xps} + \epsilon_{xpi} - \frac{\epsilon_{xs} + \epsilon_{xi} + \epsilon_{ys} + \epsilon_{yi}}{2}] \quad \text{----- (C)}$$

Para calcular el valor de las fuerzas  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $\tau_{xy}$  es suficiente con multiplicar los esfuerzos anteriores por el área de la sección transversal, é sea:  $N_x = \sigma_x A$ ,  $N_y = \sigma_y A$ ,  $\tau_{xy} = \tau_{xy} A$ .

Donde el valor de (A) es  $A-b^2$ , siendo (b) unitario, se tiene:



Analizando el diagrama de la figura 4.2-b, se puede escribir:

$$\sigma_{11} = \frac{\sigma_{11}^+ + \sigma_{11}^-}{2} ; \quad \sigma_{12} = \frac{\sigma_{12}^+ - \sigma_{12}^-}{2}$$

Lo cual indica que para calcular el esfuerzo debido a fuerzas normal es suficiente con calcular el promedio de los esfuerzos obtenidos en las caras superior e inferior, mientras que para esfuerzos debidos a momentos se calcula el promedio de las diferencias de los esfuerzos de la cara superior y la inferior.

Con base en lo anterior y sabiendo que:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{\sigma}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{11}^+ = \frac{\sigma}{1-\nu^2} (\epsilon_{11}^+ + \nu \epsilon_{22}^+) \\ \sigma_{11}^- = \frac{\sigma}{1-\nu^2} (\epsilon_{11}^- + \nu \epsilon_{22}^-) \end{cases} \\ \sigma_{12} &= \frac{\sigma}{1-\nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x) \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{12}^+ = \frac{\sigma}{1-\nu^2} (\epsilon_{12}^+ + \nu \epsilon_{21}^+) \\ \sigma_{12}^- = \frac{\sigma}{1-\nu^2} (\epsilon_{12}^- + \nu \epsilon_{21}^-) \end{cases} \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma}{2(1+\nu)} (\epsilon_{12} + \epsilon_{21}) \Rightarrow \begin{cases} \tau_{xy}^+ = \frac{\sigma}{2(1+\nu)} (\epsilon_{12}^+ + \epsilon_{21}^+ - \epsilon_{12}^- - \epsilon_{21}^-) \\ \tau_{xy}^- = \frac{\sigma}{2(1+\nu)} (\epsilon_{12}^- + \epsilon_{21}^- - \epsilon_{12}^+ - \epsilon_{21}^+) \end{cases} \end{aligned}$$

Puede escribirse lo siguiente:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{11} &= \frac{\sigma_{11}^+ + \sigma_{11}^-}{2} = \frac{\sigma}{2(1-\nu^2)} [\epsilon_{11}^+ + \epsilon_{11}^- + \nu(\epsilon_{22}^+ + \epsilon_{22}^-)] \quad \text{----- (a)} \\ \bar{\sigma}_{12} &= \frac{\sigma_{12}^+ - \sigma_{12}^-}{2} = \frac{\sigma}{2(1-\nu^2)} [\epsilon_{12}^+ + \epsilon_{12}^- + \nu(\epsilon_{21}^+ + \epsilon_{21}^-)] \quad \text{----- (b)} \\ \bar{\tau}_{xy} &= \frac{\tau_{xy}^+ - \tau_{xy}^-}{2} = \frac{\sigma}{2(1+\nu)} [\epsilon_{12}^+ + \epsilon_{21}^+ - \epsilon_{12}^- - \epsilon_{21}^-] \quad \text{----- (c)} \end{aligned}$$

Para calcular el valor de las fuerzas  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $T_{xy}$  es suficiente con multiplicar los esfuerzos anteriores por el área de la sección transversal, ó sea:  $N_x = \bar{\sigma}_{11} A$ ,  $N_y = \bar{\sigma}_{12} A$ ,  $T_{xy} = \bar{\tau}_{xy} A$ .

Desde el valor de (A) es  $A = b \cdot h$ , siendo (b) unitario, se tiene:

$$M_x = GJ\theta = \frac{E\theta}{2(1-\nu^2)} [E_{x2} + E_{x1} + \nu(E_{y2} + E_{y1})] \text{ ---- (a)}$$

$$M_y = GJ\theta = \frac{E\theta}{2(1-\nu^2)} [E_{y2} + E_{y1} + \nu(E_{x2} + E_{x1})] \text{ ---- (b)}$$

$$T_{xy} = E\theta\tau = \frac{E\theta}{2(1+\nu)} [E_{y2} - E_{y1} - \frac{E_{x2} + E_{x1} + E_{y2} - E_{y1}}{2}] \text{ ---- (c)}$$

El esfuerzo cortante por momento flexionante, se puede obtener a partir de la fórmula de la flexión:  $G' = M/B$  donde  $M$  representa la magnitud del momento flexionante y  $B$  el módulo de sección.

Para una sección rectangular de eje primitivo:  $B = 2b^2/6$ .

Por lo tanto, despejando  $B = 2b^2/6 = \frac{2}{3}G'$  (con  $\nu = 1$ ).

De que  $G'_{xy} = \frac{3\theta}{2} \frac{E_{xy}}{b}$ , pueden obtenerse las siguientes expresiones: ( que son los esfuerzos cortantes por momento )

$$G'_{x1} = \frac{3\theta}{2} \frac{E_{x1}}{b} = \frac{3}{2(1-\nu^2)} [E_{x2} - E_{x1} + \nu(E_{y2} - E_{y1})] \text{ ---- (a)}$$

$$G'_{y1} = \frac{3\theta}{2} \frac{E_{y1}}{b} = \frac{3}{2(1-\nu^2)} [E_{y2} - E_{y1} + \nu(E_{x2} - E_{x1})] \text{ ---- (b)}$$

$$G'_{xy} = \frac{3\theta}{2} \frac{E_{xy}}{b} = \frac{3}{2(1+\nu)} [E_{y2} - E_{y1} - \frac{E_{x2} - E_{x1} + E_{y2} - E_{y1}}{2}] \text{ ---- (c)}$$

Para obtener el valor de los momentos  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$  se parte del hecho de que:  $B = (2/3)G'$ , obteniéndose lo siguiente:

$$M_x = \frac{G^2}{6} J\theta = \frac{E\theta^2}{2(1-\nu^2)} [E_{x2} - E_{x1} + \nu(E_{y2} - E_{y1})] \text{ ---- (a)}$$

$$M_y = \frac{G^2}{6} J\theta = \frac{E\theta^2}{2(1-\nu^2)} [E_{y2} - E_{y1} + \nu(E_{x2} - E_{x1})] \text{ ---- (b)}$$

$$M_{xy} = \frac{G^2}{6} J\theta = \frac{E\theta^2}{2(1+\nu)} [E_{y2} - E_{y1} - \frac{E_{x2} - E_{x1} + E_{y2} - E_{y1}}{2}] \text{ ---- (c)}$$

Resumiendo todas las expresiones anteriores:

$$U_x = \frac{E}{2(1-\nu^2)} [E_{xx} + E_{\tau\tau} + \nu(E_{yy} + E_{\eta\eta})] \text{ ---- Fuerzas normal en dirección X}$$

$$U_y = \frac{E}{2(1-\nu^2)} [E_{yy} + E_{\eta\eta} + \nu(E_{xx} + E_{\tau\tau})] \text{ ---- Fuerzas normal en dirección Y}$$

$$E_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} [E_{\tau\eta\tau} + E_{\eta\tau\eta} - \frac{E_{\tau\tau} + E_{\eta\eta} + E_{\tau\eta} + E_{\eta\tau}}{2}] \text{ ---- Fuerzas tangencial.}$$

$$N_x = \frac{E_0}{2(1-\nu^2)} [E_{xx} + E_{\tau\tau} + \nu(E_{yy} + E_{\eta\eta})] \text{ ---- Fuerza normal en dirección X}$$

$$N_y = \frac{E_0}{2(1-\nu^2)} [E_{yy} + E_{\eta\eta} + \nu(E_{xx} + E_{\tau\tau})] \text{ ---- Fuerza normal en dirección Y}$$

$$T_{xy} = \frac{E_0}{2(1+\nu)} [E_{\tau\eta\tau} + E_{\eta\tau\eta} - \frac{E_{\tau\tau} + E_{\eta\eta} + E_{\tau\eta} + E_{\eta\tau}}{2}] \text{ ---- Fuerza tangencial}$$

$$U_{\tau x} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} [E_{\tau x} - E_{\tau\tau} + \nu(E_{\eta y} - E_{\eta\tau})] \text{ ---- Fuerzas cuando por momento flexionante en X}$$

$$U_{\eta y} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} [E_{\eta y} - E_{\eta\tau} + \nu(E_{\tau x} - E_{\tau\tau})] \text{ ---- Fuerzas por momento flexionante en Y}$$

$$U_{\tau\eta} = \frac{E}{2(1+\nu)} [E_{\tau\eta\tau} - E_{\eta\tau\eta} - \frac{E_{\tau\tau} - E_{\eta\eta} + E_{\tau\eta} - E_{\eta\tau}}{2}] \text{ ---- Fuerzas por momento torsionante.}$$

$$M_x = \frac{E_0 b^3}{12(1-\nu^2)} [E_{\tau x} - E_{\tau\tau} + \nu(E_{\eta y} - E_{\eta\tau})] \text{ ---- Momento flexionante en dirección X}$$

$$M_y = \frac{E_0 b^3}{12(1-\nu^2)} [E_{\eta y} - E_{\eta\tau} + \nu(E_{\tau x} - E_{\tau\tau})] \text{ ---- Momento flexionante en dirección Y}$$

$$M_{\tau\eta} = \frac{E_0 b^3}{24(1+\nu)} [E_{\tau\eta\tau} - E_{\eta\tau\eta} - \frac{E_{\tau\tau} - E_{\eta\eta} + E_{\tau\eta} - E_{\eta\tau}}{2}] \text{ ---- Momento torsionante.}$$

Desde algunos de los términos conocidos simplemente son:

$$\frac{E_0}{1-\nu^2} = \text{Rigidez axial de la placa.}$$

$$\frac{E_0}{2(1+\nu)} = \text{Rigidez de la placa ante esfuerzo cortante.}$$

$$\frac{E_0 b^3}{12(1-\nu^2)} = \text{Rigidez flexionante de la placa.}$$

$$\frac{E_0 b^3}{24(1+\nu)} = \text{Rigidez de la placa ante momento torsionante.}$$

Debido a que el conjunto de condiciones anteriores constituye un verdadero sistema, resulta ventajoso para fines de cálculo utilizar la notación matricial. Para ella, ordenamos convenientemente y desarrollando cada uno de los términos:

$$\begin{aligned}
 M_x &= \frac{Ea^2}{h(1-\nu^2)} \epsilon_{xs} + \frac{\nu E a^2}{h(1-\nu^2)} \epsilon_{ys} - \frac{E a^2}{h(1-\nu^2)} \epsilon_{xi} - \frac{\nu E a^2}{h(1-\nu^2)} \epsilon_{yi} \\
 M_y &= \frac{\nu E a^2}{h(1-\nu^2)} \epsilon_{xs} + \frac{E a^2}{h(1-\nu^2)} \epsilon_{ys} - \frac{\nu E a^2}{h(1-\nu^2)} \epsilon_{xi} - \frac{E a^2}{h(1-\nu^2)} \epsilon_{yi} \\
 M_z &= \frac{E a}{2(1-\nu^2)} \epsilon_{xs} + \frac{\nu E a}{2(1-\nu^2)} \epsilon_{ys} + \frac{E a}{2(1-\nu^2)} \epsilon_{xi} + \frac{\nu E a}{2(1-\nu^2)} \epsilon_{yi} \\
 M_y &= \frac{\nu E a}{2(1-\nu^2)} \epsilon_{xs} + \frac{E a}{2(1-\nu^2)} \epsilon_{ys} + \frac{\nu E a}{2(1-\nu^2)} \epsilon_{xi} + \frac{E a}{2(1-\nu^2)} \epsilon_{yi} \\
 M_{xy} &= -\frac{E a^2}{2b(1+\nu)} \epsilon_{xs} - \frac{E a^2}{2b(1+\nu)} \epsilon_{ys} + \frac{E a^2}{2ab(1+\nu)} \epsilon_{xi} + \frac{E a^2}{2ab(1+\nu)} \epsilon_{yi} - \frac{E a^2}{2b(1+\nu)} \epsilon_{x\theta} - \frac{E a^2}{2b(1+\nu)} \epsilon_{y\theta} \\
 T_{xy} &= -\frac{E a}{q(1+\nu)} \epsilon_{xs} - \frac{E a}{q(1+\nu)} \epsilon_{ys} - \frac{E a}{q(1+\nu)} \epsilon_{xi} - \frac{E a}{q(1+\nu)} \epsilon_{yi} + \frac{E a}{2b(1+\nu)} \epsilon_{x\theta} + \frac{E a}{2b(1+\nu)} \epsilon_{y\theta}
 \end{aligned}$$

Que puede expresarse en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix}
 \frac{E a^2}{h(1-\nu^2)} + \frac{\nu E a^2}{h(1-\nu^2)} - \frac{E a^2}{h(1-\nu^2)} - \frac{\nu E a^2}{h(1-\nu^2)} & 0 & 0 \\
 \frac{\nu E a^2}{h(1-\nu^2)} + \frac{E a^2}{h(1-\nu^2)} - \frac{\nu E a^2}{h(1-\nu^2)} - \frac{E a^2}{h(1-\nu^2)} & 0 & 0 \\
 \frac{E a}{2(1-\nu^2)} + \frac{\nu E a}{2(1-\nu^2)} + \frac{E a}{2(1-\nu^2)} + \frac{\nu E a}{2(1-\nu^2)} & 0 & 0 \\
 \frac{\nu E a}{2(1-\nu^2)} + \frac{E a}{2(1-\nu^2)} + \frac{\nu E a}{2(1-\nu^2)} + \frac{E a}{2(1-\nu^2)} & 0 & 0 \\
 -\frac{E a^2}{2b(1+\nu)} - \frac{E a^2}{2b(1+\nu)} + \frac{E a^2}{2ab(1+\nu)} + \frac{E a^2}{2ab(1+\nu)} + \frac{E a^2}{2b(1+\nu)} - \frac{E a^2}{2b(1+\nu)} \\
 -\frac{E a}{q(1+\nu)} - \frac{E a}{q(1+\nu)} - \frac{E a}{q(1+\nu)} - \frac{E a}{q(1+\nu)} + \frac{E a}{2b(1+\nu)} + \frac{E a}{2b(1+\nu)}
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 \epsilon_{xs} \\
 \epsilon_{ys} \\
 \epsilon_{xi} \\
 \epsilon_{yi} \\
 \epsilon_{x\theta} \\
 \epsilon_{y\theta}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 M_x \\
 M_y \\
 M_z \\
 M_y \\
 M_{xy} \\
 T_{xy}
 \end{bmatrix}$$

En forma compacta:  $\sigma = M \cdot \epsilon$ . Donde:

$\sigma$  = Matriz de rigideces, cada uno de sus elementos está en función de las propiedades elásticas del material y del espesor del mismo

$E$  = Matriz de deformaciones unitarias.

$E$  = Matriz de elementos nodales.

Esta expresión representa el estado mecánico generalizado de un punto del modelo al cual están unidas redes de deformaciones en las curvas superior e inferior.

En cualquier punto de una estructura que se haya instrumentado con el sistema utilizado en este trabajo, de tal modo que se disponga de los valores de las deformaciones unitarias tanto en la superficie superior como en la inferior, se puede plantear la expresión anterior para obtener los elementos nodales.

Los elementos de la matriz de rigideces (ó matriz de elasticidades) como puede notarse, son constantes e independientes del punto de carga ó del punto de medida, pues dependen sólo de las propiedades elásticas y del espesor del material con el que está construida la estructura; de tal modo que siempre que el material de construcción sea homogéneo, isotrópico y linealmente elástico y además se trate con deformaciones pequeñas, comprendidas dentro del rango de comportamiento elástico del material, puede utilizarse para la obtención de los elementos nodales la ecuación matricial planteada.

El orden de obtención de los elementos nodales se eligió de una manera arbitraria, de tal modo que hubiera podido elegirse cualquier otro.

Del mismo modo en que fué obtenida la anterior ecuación, se puede llegar a otra más general, que sea válida para cualquier estructura — incluyendo placas de generatriz no recta ( cascarones, bóvedas, arcos ) lo cual sería de gran utilidad y por lo tanto de un uso más amplio; — pues puede considerarse que la expresión aquí presentada es un caso particular en que la curvatura de la placa es nula.

No es difícil imaginar la tediosa labor de cálculo que debe desarrollarse para obtener el valor de los elementos mecánicos, pues debía de a que por cada punto de carga se tienen varios de medida y por cada uno de los últimos es necesario efectuar una vez el producto matricial, se tendrían que realizar  $(m \times n)$  productos matriciales si  $(m)$  es el número de puntos de carga y  $(n)$  el número de puntos de medida.

Con el propósito de aliviar la labor numérica, y a la vez evitar al máximo los errores, se elaboró para este trabajo un programa para la computadora en lenguaje FORTRAN, por medio del cual se realizan los cálculos mencionados.

Con ello, sólo es necesario proporcionar como datos de entrada el punto de carga, el punto de medición, las lecturas extensométricas y el valor numérico de los elementos  $(a_{ij})$  de la matriz de rigideces  $(E)$  mismos que son constantes a todo lo largo del proceso y fácilmente obtenidos con calculadora de escritorio.

Estos elementos  $(a_{ij})$  serán afectados previamente de un factor equivalente, el cual agrupa las relaciones de semejanza entre el modelo y el prototipo para obtener los elementos mecánicos ya referidos a este último.

Es necesario precisar que los anchos unitarios de referencia de los elementos mecánicos en el modelo y en el prototipo son diferentes, por lo que debe tomarse en cuenta esto por medio de un factor al obtener las superficies de influencia para el prototipo.

Efectuando las operaciones indicadas en el producto matricial,  $(G \times E)$  se obtienen los elementos mecánicos para el modelo; para obtener las superficies de influencia de estos elementos mecánicos, es suficiente con dividir entre la carga de ensayo.

En las siguientes páginas se procede al cálculo de los factores de semejanza mencionados.

Entiende que las propiedades mecánicas del plástico surfilado son :

$$\begin{aligned}
 E &= 34\,000 \text{ kg/cm}^2 && \text{Módulo elástico.} \\
 \nu &= 0.4 && \text{Módulo de poisson.} \\
 y &= 0.5 \text{ cm.} && \text{espesor de la placa.}
 \end{aligned}$$

Se obtienen los siguientes valores constantes :

$$\begin{aligned}
 \frac{E y^2}{12(1-\nu^2)} &= \frac{34\,000 \times 0.5^2}{12(1-0.4^2)} = 843.25 ; & \frac{E y^2}{24(1+\nu)} &= \frac{34\,000 \times 0.5^2}{24(1+0.4)} = 252.96 \\
 \frac{E y}{2(1-\nu^2)} &= \frac{34\,000 \times 0.5}{2(1-0.4^2)} = 10\,119.05 ; & \frac{E y}{4(1+\nu)} &= 3\,035.7 \\
 \frac{E y^2}{12(1+\nu)} &= 126.49 & ; & \frac{E y}{2(1+\nu)} = 6\,071.4
 \end{aligned}$$

Reemplazando en la Matriz de Rigideces:

$$\begin{bmatrix}
 +843.25 & +337.3 & -843.25 & -337.3 & 0 & 0 \\
 +337.3 & +843.25 & -337.3 & -843.25 & 0 & 0 \\
 +10119.05 & +4047.6 & -10119.05 & -4047.6 & 0 & 0 \\
 +4047.6 & +10119.05 & -4047.6 & -10119.05 & 0 & 0 \\
 -126.5 & -126.5 & +126.5 & +126.5 & +253 & -253 \\
 -3035.7 & -3035.7 & +3035.7 & +3035.7 & +6071.4 & -6071.4
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \text{cm} \\
 \text{gr} \\
 \text{gr} \\
 \text{gr} \\
 \text{gr} \\
 \text{gr}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 R_x \\
 R_y \\
 R_x \\
 R_y \\
 M_x \\
 M_y
 \end{bmatrix}$$

Expresión en la cual, reemplazando los valores obtenidos de las deformaciones unitarias en un punto, se llega efectuando operaciones a los elementos mecánicos para el modelo en ese punto.

Para transformar estos elementos mecánicos al gritillo es necesario hacer las siguientes consideraciones:

a)- Si no se aplica la carga prevista para el modelo por la escala de fuerza, es necesario considerar un factor de carga :

$$F1 = \frac{\text{carga prevista}}{\text{carga aplicada}}$$

b)- Los elementos mecánicos obtenidos para el modelo están referidos a un ancho unitario ( $b = 1$  cm.) mientras que en el prototipo este ancho unitario es  $b = 100$  cm. En vista de esto, es necesario utilizar un factor de transformación para obtener los elementos mecánicos del prototipo referidos al ancho unitario respectivo.

$$F2 = \frac{100 \text{ cm.}}{1 \text{ cm.} \times \lambda} = \frac{100}{\lambda}$$

c)- En este caso se obtendrán los valores de influencia de la carga de ensayo en la variación de los elementos mecánicos en los puntos instrumentados, por lo que resulta conveniente trabajar con un valor unitario de la carga; Esto se cumple utilizando como divisor el valor de la carga de ensayo en cada uno de los elementos de la matriz de rigidez.

$$F3 = \frac{1}{\text{carga de ensayo}}$$

d)- Se deben utilizar las curvas de fuerzas y momentos obtenidas para extrapolar los resultados del modelo al prototipo.

$$\varphi = \frac{Fp}{Fm} = \frac{Fp}{Fm} \lambda^2 \quad ; \quad M = \frac{Mp}{Fm} = \frac{Fp}{Fm} \frac{Lp}{Lm} = \varphi \lambda = \frac{Fp}{Fm} \lambda^3$$

#### DEFINICION DEL FACTOR PARA MOMENTOS.

De la curva de momentos:  $Mp = \frac{Fp}{Fm} \frac{Lp}{Lm} Mm$  (Momento en el prototipo) ya que  $Lp/Lm = \lambda = 100$ ,  $Fm =$  carga de ensayo = 3.318 kg.

por tanto:  $Mp = (100/3.318) Mm$   $Fp = (18.12 Mm) Fp$

El factor de proporcionalidad de momentos de referencia vale:

$$F2 = 100/\lambda = 100/100 = 1$$

y el factor de proporcionalidad de cargas no influye, pues se está trabajando con un valor unitario de la carga.

por lo tanto:  $Mp = (18.12 Mm) Fp \times F2 = (18.12 Mm) Fp$

La cantidad entre paréntesis son de los valores de influencia de momentos referidos al prototipo en un ancho de 1.0 m.



DEFINICION DEL FACTOR PARA FUERZAS INTERNAS

De la escala de fuerzas :

$$\varphi = F_p/F_m \quad \Rightarrow \quad F_p^o = \varphi F_m^o = (F_p/F_m)F_m^o = \frac{1}{F_m} F_m^o F_p$$

donde :

$F_p^o$  = Fuerza interna en el prototipo en el punto considerado.

$F_m^o$  = Fuerza interna obtenida en el modelo y causada por la carga de ensayo.

$F_p$  = Fuerza externa actuante en el prototipo en el punto considerado.

$F_m$  = Carga de ensayo = 3,518 kg.

$$\text{Por tanto:} \quad F_p^o = \left( \frac{1}{3,518} F_m^o \right) F_p \quad \text{y} \quad F_2 = (0,181 F_m^o) F_p$$

Además aquí, la cantidad entre paréntesis nos da los valores de influencia de las fuerzas internas referidos al prototipo en un nodo de 1.0 m.

De lo anterior se sigue que es necesario multiplicar la matriz de rigidez por ( 18.12 ) en las líneas correspondientes a nudos y por ( 0.181 ) en las correspondientes a fuerzas internas.

Considerando ahora que las deformaciones unitarias están expresadas en términos de  $10^{-6}$  cm./cm., se puede introducir este factor, quedando de la siguiente manera :

$$18,12 \times 10^{-6} = 0,0000181 \quad (\text{para nudos})$$

$$0,181 \times 10^{-6} = 0,000000181 \quad (\text{para fuerzas})$$

$$10^{-3} \begin{bmatrix} +13,3 & +6,11 & -15,3 & -6,11 & 0 & 0 \\ +6,11 & +13,3 & -6,11 & -15,3 & 0 & 0 \\ +1,83 & +0,733 & +1,83 & +0,733 & 0 & 0 \\ +0,733 & +1,83 & +0,733 & +1,83 & 0 & 0 \\ -2,3 & -2,3 & +2,3 & +2,3 & +4,6 & -4,6 \\ -0,55 & -0,55 & -0,55 & -0,55 & +1,1 & +1,1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta_{x0} \\ \delta_{y0} \\ \delta_{x1} \\ \delta_{y1} \\ \epsilon_{45}^a \\ \epsilon_{45}^l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \\ \delta_y \\ \delta_{xy} \\ \delta_{xy} \end{bmatrix}$$

Con el objeto de no perforar un número excesivo de cerros, se introducen los valores constantes multiplicados x  $10^3$ , cuidando que en la salida, se multipliquen estos x  $10^{-3}$ , la cual se logra mediante un factor de escala ( -0015.6 )

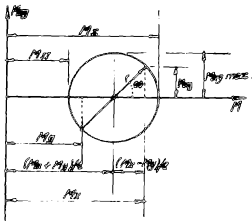
De este modo, mediante el programa para la computadora, se obtienen internamente los valores de influencia de los elementos mecánicos, mismos que son procesados mediante instrucciones adicionales para obtener los valores de influencia de los elementos mecánicos principales, así como las direcciones en que estos actúan.

Una vez obtenidos los valores de influencia de los elementos mecánicos principales, es suficiente con multiplicar el valor de influencia correspondiente por la carga actuante en el prototipo para obtener el elemento mecánico deseado.

### ELEMENTOS MECÁNICOS PRINCIPALES.

Apartir de los elementos mecánicos obtenidos para una dirección dada, se obtienen los elementos mecánicos principales y la inclinación del plano en que actúan mediante la aplicación del círculo de Mohr. Reseguido se muestra el círculo de Mohr aplicado a momentos y fuerzas respectivamente:

CIRCULO DE MOHR PARA MOMENTOS :



$$r = \sqrt{\left(\frac{M_{11} - M_{22}}{2}\right)^2 + M_{12}^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2}$$

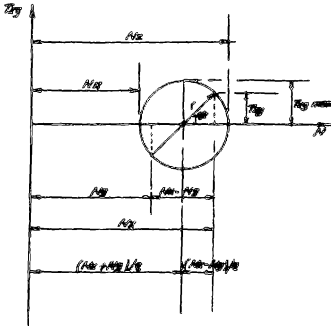
$$M_{11} = \frac{M_{11} + M_{22}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2}$$

$$M_{22} = \frac{M_{11} + M_{22}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2}$$

$$M_{12} \cos 2\theta = r = \frac{1}{2} \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2 M_{12}}{M_{11} - M_{22}}$$

## CIRCULO DE MOHR PARA FUERZAS.



$$r = \frac{1}{2} \sqrt{(N_x - N_y)^2 + 4T_{xy}^2}$$

$$N_x = \frac{N_x + N_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(N_x - N_y)^2 + 4T_{xy}^2}$$

$$N_{yz} = \frac{N_x + N_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(N_x - N_y)^2 + 4T_{xy}^2}$$

$$T_{xy \text{ max}} = r = \frac{1}{2} \sqrt{(N_x - N_y)^2 + 4T_{xy}^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{2T_{xy}}{N_x - N_y}$$

#### 4.2. OBTENCIÓN DE SUPERFICIES DE INFLUENCIA.

Los valores obtenidos a partir del programa para la computadora representan ordenadas de influencia de los elementos mecánicos principales referidas a un punto en el prototipo. Este punto corresponde en el modelo al punto de aplicación de la carga puntual; Utilizando expresiones válidas en el resque elástico, se han obtenido valores numéricos unitarios de los elementos mecánicos principales en un punto de la estructura prototipo.

Es decir, los valores obtenidos corresponden al del elemento mecánico principal flexado, al cual se somete por una carga puntual unitaria actuando en el punto de referencia en el prototipo.

Es deseable y muy útil el encontrar sobre la superficie de la losa los puntos en los cuales se tienen valores de influencia numéricamente iguales y opuestos a la manera de las curvas de nivel en topografía, lo cual da lugar a las superficies de influencia.

El trazado de las superficies de influencia se logra mediante interpolación lineal entre los valores obtenidos para los puntos instrumentados en el modelo. La retícula mostrada en el plano MI-2 proporciona un sistema de referencia adecuado para interpolar linealmente entre dos puntos instrumentados y encontrar los valores "terrestres" intermedios, é lo que comúnmente se conoce en topografía como "cotas negras".

Uniendo estos puntos se trazan las curvas respectivas, a las cuales se les pueden aplicar las mismas reglas que caracterizan a las curvas de nivel en un levantamiento altimétrico en topografía. En los planos MI-3, MI-4, y MI-5 se presentan las superficies de influencia del momento torcionante máximo, el momento principal mayor y el momento principal menor respectivamente, correspondientes al punto central.

Puede observarse que en aquellas zonas en las que debe esperarse teóricamente un signo positivo del elemento mecánico, se encuentra un signo negativo y viceversa. Esto se debe a que se ha seguido el ori-

terio de signos resultante de las mediciones extensométricas.

En un extensómetro de resistencia eléctrica, el efecto de una compresión de la parrilla sensible se traduce en una disminución de resistencia, por lo que el registro extensométrico tiene signo negativo, igualmente, un alargamiento producido de tensión en la parrilla sensible se traduce en un incremento de resistencia en el extensómetro, por lo que en este caso se tendrá un signo positivo en la lectura correspondiente.

Es decir, las compresiones se registran con signo negativo, y las tensiones con signo positivo. Para seguir el criterio de signos comúnmente acostumbrado, en el cual un momento positivo ocurre cuando se tienen tensiones en la superficie inferior y compresiones en la superior (siendo lo contrario para un momento negativo), es necesario cambiar de signo a todos los valores de influencia medrados.

Como ya se dijo, las superficies de influencia representan el lugar geométrico definido por aquellos puntos en los cuales, si se contare con un número suficiente de medidores, se registraría el mismo valor en cada uno de ellos.

La obtención de los elementos mecánicos a partir de las superficies de influencia referidas a un punto de la estructura, se logra simplemente multiplicando el valor de la ordenada de influencia correspondiente por la intensidad de la carga que actúa en el punto asociado a dicha ordenada.

Aunque el procedimiento de análisis por medio de superficies de influencia es laborioso, pues es necesario obtenerlas para cada uno de los puntos que se juzgan importantes, resulta ventajoso cuando no se considere seguro otro procedimiento de análisis para obtener un diseño racional.

### 4.3 - OBTENCIÓN DE ELEMENTOS MECÁNICOS

El procedimiento para obtener los elementos mecánicos actuantes en prototipo a partir de las superficies de influencia consta de dos etapas; en la primera se obtienen los correspondientes a carga viva del camión tipo especificado y en la segunda los causados por carga muerta (peso propio); cuando estos efectos se obtienen los elementos mecánicos de diseño.

#### a)- ELEMENTOS MECÁNICOS POR CARGA VIVA.

Sobre la superficie de la placa dibujada a escala y en la cual se han trazado las superficies de influencia del elemento mecánico deseado, se colocan las cargas por rueda del camión tipo especificado respetando la separación que guardan entre sí y basándose una posición tal que se obtengan los efectos más desfavorables para el punto de referencia (punto del cual se han obtenido las superficies de influencia).

Para tal efecto es muy útil dibujar a escala en papel transparente o bien las plantas necesarias del camión tipo; de este modo se colocan las plantillas del camión tipo en una posición determinada, en los cuatro carriles de circulación, multiplicando el valor de la carga en cada rueda por la ordenada de influencia que pisa. Ya que el principio de superposición es válido para este caso, el elemento mecánico que se desea conocer en el punto de referencia se obtiene cuando algebraicamente los productos de la carga en cada rueda por el valor de la ordenada de influencia que pisa para la posición de carga convenida.

De esta manera se obtienen los elementos mecánicos por carga viva colocada en la posición más desfavorable en cada caso para conocer los valores máximos, los cuales se utilizan en el diseño.

La dirección en la que debe colocarse el refuerzo en cada lecho está determinada por la inclinación del sistema de ejes principales con respecto al sistema de referencia adoptado.

Es importante notar que el elemento mecánico así obtenido no corresponde al punto donde se coloca la carga de rueda, sino al punto a partir del cual se han trazado las superficies de influencia, y - que corresponde en el modelo al lugar en que se colocó la carga de ensayo. Aparentemente esto podría resultar contradictorio, pues - la ordenada de influencia en un punto cualquiera de la placa representa precisamente el elemento mecánico en ese punto causado por una carga puntual unitaria colocada en un lugar determinado, mismo al que se refieren las superficies de influencia del elemento mecánico considerado.

Esta aparente contradicción queda aclarada si se consideran los teoremas de Maxwell-Betty para las acciones recíprocas, en virtud de los cuales el efecto causado por una carga cualquiera colocada en un punto ( 1 ) y medida en el punto ( 2 ), es igual al efecto medido en el punto ( 1 ) de la carga aplicada en el punto ( 2 ) .

El punto de referencia al cual se asocian las superficies de influencia aparece claramente definido, pues es allí donde se tiene una singularidad, disparándose significativamente el valor de influencia; Cuando además este punto está instrumentado, el valor de influencia obtenido es poco confiable, en virtud de la distorsión causada al ser aplicada directamente sobre el extensómetro la carga de ensayo. De cualquier modo el valor de influencia en ese punto es teóricamente infinito y va decreciendo a medida que se aleja de él.

Dadas estas consideraciones, se pueden usar adecuadamente las superficies de influencia para la obtención de elementos mecánicos debidos a carga viva, pudiéndose realizar cortes longitudinales y transversales para trazar los diagramas respectivos.

Lo anterior se puede lograr si se cuenta con un número suficiente de superficies de influencia referidas a diferentes puntos de la placa.

## b) - ELEMENTOS MECANICOS POR PESO PROPIO.

La carga uniformemente distribuida por unidad de área puede generalizarse como la integración en un área dada de un número finito de cargas puntuales. Ya que las superficies de influencia fueran obtenidas para una carga puntual, se sigue que para obtener los elementos mecánicos correspondientes a una carga uniformemente distribuida por unidad de área, es necesario multiplicar el valor de la carga por el área y también por la ordenada de influencia correspondiente a un elemento diferencial cualquiera de la placa.

Lo anterior equivale a calcular el volumen contenido entre la superficie de la placa y la superficie envolvente de todas las ordenadas de influencia y multiplicar el volumen así definido por la intensidad de la carga uniformemente repartida por unidad de área; El elemento mecánico obtenido de este modo corresponde al punto al cual están referidas las superficies de influencia.

Para calcular el volumen mencionado puede utilizarse cualquier método numérico, como por ejemplo la regla trapezoidal de Simpson, que proporciona resultados bastante satisfactorios.

En este caso resulta también muy útil la retícula de referencia, pues se puede calcular el área contenida entre la superficie de la placa y las ordenadas de influencia a lo largo de cada una de las líneas paralelas al esviajamiento, para luego calcular el volumen entre dos líneas consecutivas y así sucesivamente hasta tener el volumen total.

El cálculo del volumen contenido en las superficies de influencia puede también llevarse a cabo mediante computadora, utilizando una subrutina para que se realicen las operaciones necesarias una vez que el programa principal haya calculado los valores de influencia, mismos que constituyen los datos de entrada para llamar a la subrutina.

Los elementos mecánicos por peso propio se suman con los correspondientes a carga viva para obtener los elementos mecánicos de diseño.



### 5.- CONFIGURACIONES.

La experiencia actual sobre placas no ortogonales es escasa y existe muy poca literatura acerca del tema. Para poder generalizar el comportamiento de estos elementos se requiere del estudio de varios, con diferentes ángulos de esviajamiento y con diferentes condiciones de frontera.

Las superficies de influencia presentadas en el apéndice de este trabajo proporcionan una idea bastante clara de la configuración que adquiere la losa al deformarse cuando se aplica una carga puntual en el punto de referencia; Además, la inclinación del sistema de ejes principales (que constituyen las direcciones mutuamente perpendiculares según las cuales se desarrollan los elementos mecánicos principales) indican la posición que debe tener el refuerzo para trabajar en forma más eficiente, con lo cual se logra un ahorro por este concepto.

En general, de las ventajas del procedimiento de análisis con superficies de influencia comparando con un método tradicional, pueden mencionarse las siguientes :

- i)- Se puede encontrar el valor del momento flexionante y de la fuerza cortante en cualquier punto de la placa que se desee.
- ii)- Se obtiene una apreciación objetiva de la distribución de esfuerzos en función de la capacidad de los elementos para admitir giros y deformaciones.
- iii)- Las mismas superficies de influencia pueden utilizarse para casos similares al estudiado ó que difieran muy poco de él en cuanto a condiciones de frontera.
- v)- Se logra un diseño más racional en cuanto se determinan los elementos mecánicos principales y las direcciones en que estos actúan.

Además, la utilización de la computadora para el trazado de las

superficies de influencia reduce el trabajo humano requerido y proporciona la exactitud deseada, por lo que este recurso es accesible ya sea que se obtengan a partir de un modelo físico ó de un modelo matemático.

En este trabajo se trató de presentar a grandes rasgos el procedimiento seguido para llegar a construir, instrumentar, ensayar y realizar la interpretación de los resultados obtenidos a partir de un modelo físico, lo anterior como medio para llegar a obtener una comprensión objetiva del fenómeno y sobre todo como una alternativa para resolver en forma satisfactoria aquellas estructuras poco usuales y que por lo tanto se requiere para ellas un estudio profundo para proceder al diseño y construcción de las mismas.

Se ha dado una importancia tal vez mayor a este aspecto que al relacionado con la obtención de los elementos mecánicos, debido a que se ha considerado que los últimos constituyen un fin en sí y lo esencial son los medios para llegar a ellos; sin embargo, se presentó una descripción en la que se procuró indicar claramente la manera en que son obtenidos a partir de las superficies de influencia.

El uso de modelos físicos como método de análisis de estructuras, a pesar de la gran cantidad de argumentos que pueden darse a su favor, también tiene inconvenientes; entre los mas serios pueden citarse el tiempo requerido para llegar a concluir el estudio y los costos asociados, mismos que solamente se justifican cuando representan un pequeño porcentaje del costo necesario para construir y proporcionar seguridad a la estructura durante la vida útil de la misma.

Esto provoca que a veces sea preferible el utilizar modelos matemáticos basados en el elemento finito ó diferencias finitas, que con el auxilio de la computadora se convierten en herramientas poderosas de análisis, a pesar de las hipótesis de partida, las cuales-

no siempre pueden cumplirse para un caso particular dado. Sin embargo, para el caso en que se desee comprobar físicamente una teoría desarrollada analíticamente, los modelos físicos representan un valioso recurso al cual se puede acudir y de este modo calibrar la certeza de las expresiones analíticas planteadas, poniendo en evidencia los parámetros no considerados en el análisis.

Por último, cabe señalar que la finalidad académica de los modelos físicos es muy importante, pues la enseñanza de la teoría combinada con la experiencia física en las escuelas profesionales de Ingeniería, daría como resultado profesionistas mejor preparados y consecuentemente más aptos para contribuir al desarrollo tecnológico del país.

BIBLIOGRAFIA.

- 1.-"MODELS FOR CONCRETE STRUCTURES" A.C.I. PUBLICATION No 24, 1970
- 2.-"ANALISIS EXPERIMENTAL DE TIPOLOGIA" VOL. II. J. LOBO FIALCO.  
Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa Janeiro, 1969.
- 3.-"CURSO DE EXERCICIOS" J. LOBO FIALCO.  
Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1964.
- 4.-"MODELS OF CONCRETE STRUCTURE, STATE OF THE ART". A.C.I. 444 E-79  
Revista "CONCRETE INTERNATIONAL", enero 1979.
- 5.-"MODEL ANALYSIS OF STRUCTURES" F. H. CHARLTON.  
Spang Civil Engineering Series, 1954.
- 6.-" DIMENSIONAL ANALYSIS AND THEORY OF MODELS" HERVEY E. LAUGHAN.  
John Wiley & Sons, Inc. 1964.
- 7.-"REPORTE DEL ESTUDIO REALIZADO EN EL LABORATORIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL DE LISBOA, PORTUGAL." ING. JOAO LEOPOLDO ORTIZ.  
( Construções, Fractura, e Interpretación de modelos estruturales)  
Dpto. de Estruturas, D.S.P.L., S.A.N.O.F., México, ago. 1965.  
(Reporte interno)
- 8.-"MODELO MATEMATICO PARA ESTRUCTURAS EXPERIMENTALES" ING. CARLOS KING REVELO.  
(Ponencia presentada en la reunión conjunta de la A.S.C.E. y el C.I.C.M.)
- 9.-"NUEVAS TECNICAS PARA EL PROYECTO DE PUENTES" ING. CARLOS KING REVELO.  
(Ponencia presentada en el VIII Congreso de Ingeniería Civil)  
(1970)
- 10.-"THE STRAIN GAGE PRIMER" C.C. PERRY & H.R. LISOWER.  
Mc Graw-Hill Book Company 1965.
- 11.-"BENDING OF PLATES & SHELLS" TIMOSHENKO.
- 12.-"ANALISIS DE ESTRUCTURAS INDETERMINADAS", J. STREBLING KINNEY.

## BIBLIOGRAFIA (..)

- 13.- "INFLUENCE SURFACES OF ELASTIC PLATES". , VON ADOLF POCHER .  
( 1964 )
- 14.- "TRABAJO, CALCULO Y ARMADO DE LOSAS ENVIJADAS."  
(Traducción del libro "BETONEN AUF STEHLERITEN UND STAHN BETON" ,  
de E. Wreoch. 1958.)

A P E N D I C E A

Se presentan en primer lugar las instrucciones necesarias para efectuar los cálculos requeridos mediante computadora, y que corresponden a los elementos esenciales principales y la dirección en que estos actúan. Puede notarse lo elemental del programa diseñado, el cual es muy susceptible de mejorarse y ampliarse para conseguir objetivos adicionales.

Se muestran también algunos resultados obtenidos de la computadora, mismos que fueron obtenidos a partir de las mediciones ortocentricas presentadas anteriormente.

REQUESTED OPTIMSO NODACK,NOLIST,OPT(1),OBJECT

OPTIONS IN EFFECT\*NAME(MAIN) NDOPTIMIZE LINECCNT(75) SIZE(MAX) AUTODDL(NONE)  
\*SOURCE EBCDIC NOLIST NODACK OBJECT NCNAP NCFRMT NRGOSTMT NORREF ALC NQANSF TERM IBM FI

```

C PROGRAMA PARA CALCULAR LOS ELEMENTOS MECANICOS A PARTIR DE MEDICIONES
C DE SIMETRICAS EFECTADAS
C POR CADA PUNTO DE CARGA SE TIENEN VARIOS DE MEDIDA
C
C DIMENSION C(2,6),C(6),R(6)
C DO 100 I=1,6
C DC 100 J=1,6
C C(I,J)=0.
100 C(I,J)=0.
101 READ(1,101)C(I,J),J=1,6
10 PCRMAT(1,6,10,0)
NOPAG=0
11 NOPAG=NOPAG+1
WRITE(6,12)N,NOPAG
12 PCRMAT(1,1,25,2)***PUNTO DE CARGA***,A4,40X,3HPAG,(4//)
14 PCRMAT(1,6,2,24)
13 READ(5,14)I(J),J=1,6),NLDON
IFIN(1,6)=C(6) TO 200
DO 102 I=1,6
DO 102 J=1,6
102 R(I)=R(I)+C(I,J)*C(J)
MXYVM=1/50*PI*(R(1)-R(2))**2+4*R(5)**2)**0.5
M=(R(1)+R(2))/6.5-MXYVM
DIF=R(1)-R(2)
DIFD=(DIF)/20.20
20 DIFD=C(20)
30 ALFA=ATAN(2*R(5)/(DIF))*C.5
GALFA=ALFA*77.5/76
THAX=R(3)+R(4)*(R(3)-R(4))**2+4*R(6)**2)**0.5
M1=R(3)+R(4)*C.E-TW3X
M2=R(3)+R(4)*C.E-TW3X
15 WRITE(6,16)N,DC,N,I(J),J=1,6)
16 PCRMAT(1,3,4)N,DC,N,I(J),J=1,6)***PUNTO DE CARGA***,A4//
17 PCRMAT(1,10)M,DC,PRINC,5,3HPYMAX=-3PF15.6,5X,4MINL=-3PF15.6,
15X,4MIN2=-3PF15.6,5X,7IGALFA=-FID,4//,7IX,6HTMAX=-3PF15.6,
55X,4MIN1=-3PF15.6,5X,4MIN3=-3PF15.6,7//)
LINE3=LINE5+12
DO 50 I=1,6
50 R(I)=0
IF(LINE3.GE.52)GO TO 11
GC TO 13
10P
20C END

```

\*OPTIONS IN EFFECT\*NAME(MAIN) NDOPTIMIZE LINECCNT(75) SIZE(MAX) AUTODDL(NONE)

\*OPTIONS IN EFFECT\*SOURCE EBCDIC NOLIST NODACK OBJECT NCNAP NCFRMT NRGOSTMT NORREF ALC NQANSF TERM IBM FI

FORTRAN H EXTENDED COMPILER ENTERED

\*STATISTICS\* SOURCE STATEMENTS = 46, PROGRAM SIZE = 1996, SJBPROGRAM NAME = NADM

\*STATISTICS\* NO DIAGNOSTICS GENERATED

\*\*\*\*\* END OF COMPILATION \*\*\*\*\*

488K BYTES OF CORE NOT USED



\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\*

PAG 1

NUDO 2C \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6J

DEF UNIT EYS = -20. EYS = 40. EXI = 15.  
EYI = -53. E455 = -43. E45I = 35.

MEC PRINC MXYMAX = 0.766537 M1 = 1.387827 M2 = -0.146047 GALFA = 19.9621  
TMAX = 0.004524 M1 = -0.018543 M2 = -0.027591

NUDO 2F \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6J

DEF UNIT EYS = 45. EYS = 50. EXI = -35.  
EYI = -49. E455 = 37. E45I = -40.

MEC PRINC MXYMAX = 0.084164 M1 = 1.957539 M2 = 1.789211 GALFA = 17.2104  
TMAX = 0.011811 M1 = 0.031094 M2 = 0.007351

NUDO 6C \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6J

DEF UNIT EYS = -10. EYS = 15. EXI = -3.  
EYI = -10. E455 = 2. E45I = -5.

MEC PRINC MXYMAX = 0.147327 M1 = 0.340017 M2 = 0.045363 GALFA = 1.7901  
TMAX = 0.009934 M1 = -0.000318 M2 = -0.020186

NUDO 8F \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6J

DEF UNIT EYS = 61. EYS = 32. EXI = -38.  
EYI = -65. E455 = -33. E45I = 30.

MEC PRINC MXYMAX = 0.740656 M1 = 2.838834 M2 = 1.357521 GALFA = -44.6441  
TMAX = 0.020755 M1 = 0.017980 M2 = -0.043610

7/5

		NUDO 6J		***PUNTO DE CARGA*** 6J			
F UNIT	EYS =	-360.	EYS =	-398.	EXI =	320.	
	EYI =	447.	E495 =	-265.	E45I =	320.	
C PRINC	HXYMAX =	1.114226	M1 =	-15.210851	M2 =	-17.439340	GAL FA = 23.5606
	TMAX =	0.073522	N1 =	0.085485	M2 =	-0.062418	

		NUDO 8F		***PUNTO DE CARGA*** 6J			
F UNIT	EYS =	-10.	EYS =	7.	EXI =	-7.	
	EYI =	-10.	E495 =	-20.	E45I =	5.	
C PRINC	HXYMAX =	0.173232	M1 =	0.323402	M2 =	-0.023462	GAL FA = 29.0113
	TMAX =	0.009445	N1 =	-0.016184	M2 =	-0.035075	

		NUDO 1CC		***PUNTO DE CARGA*** 6J			
F UNIT	EYS =	-15.	EYS =	3.	EXI =	2.	
	EYI =	-3.	E495 =	-50.	E45I =	-25.	
C PRINC	HXYMAX =	0.138620	M1 =	0.020865	M2 =	-0.256375	GAL FA = 20.1614
	TMAX =	0.075667	N1 =	0.059027	M2 =	-0.092346	

		NUDO 1CF		***PUNTO DE CARGA*** 6J			
F UNIT	EYS =	-13.	EYS =	2.	EXI =	0.	
	EYI =	0.	E495 =	-45.	E45I =	0.	
C PRINC	HXYMAX =	0.194334	M1 =	0.076579	M2 =	-0.312088	GAL FA = 34.6133
	TMAX =	0.044222	N1 =	0.030126	M2 =	-0.058319	

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6J

PAG 3

NUDD 1CJ \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6J

DEF UNIT	EYS =	-35.	EYS =	20.	EXI =	-40.		
	EYI =	25.	E455 =	-23.	E45I =	40.		
MEC PRINC	HXYMAX =	0.293420	M1 =	0.293420	M2 =	-0.293420	GAL FA =	-40.4951
	THAX =	0.074641	N1 =	0.036196	N2 =	-0.113086		

NUDD 2C \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT	EYS =	35.	EYS =	-75.	EXI =	-45.		
	EYI =	52.	E455 =	2.	E45I =	-23.		
MEC PRINC	HXYMAX =	0.976575	M1 =	0.473844	M2 =	-1.480114	GAL FA =	-6.6002
	THAX =	0.008680	N1 =	-0.033609	N2 =	-0.050970		

NUDD 2F \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT	EYS =	-8.	EYS =	0.	EXI =	-8.		
	EYI =	0.	E455 =	-8.	E45I =	-3.		
MEC PRINC	HXYMAX =	0.023300	M1 =	0.023000	M2 =	-0.023000	GAL FA =	-45.0600
	THAX =	0.009376	N1 =	-0.011128	N2 =	-0.029880		

NUDD 6C \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT	EYS =	0.	EYS =	-155.	EXI =	-13.		
	EYI =	142.	E455 =	-195.	E45I =	162.		
MEC PRINC	HXYMAX =	1.734121	M1 =	-1.306077	M2 =	-4.774340	GAL FA =	-17.3862
	THAX =	0.022000	N1 =	-0.011319	N2 =	-0.055319		

16

NUDD EF \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT EKS = 75. EYS = -3. EXI = -45.  
EYI = 35. E45S = -40. E45I = 35.

MEC PRINC HXYMAX = 0.901910 M1 = 1.773820 M2 = -0.023200 GALFA = -18.1575  
TMAX = 0.035415 N1 = 0.119068 N2 = 0.039838

NUDD EJ \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT EKS = -30. EYS = 2. EXI = 10.  
EYI = -15. E45S = -5. E45I = 0.

MEC PRINC HXYMAX = 0.259769 M1 = -0.012556 M2 = -0.522693 GALFA = -3.8868  
TMAX = 0.012561 N1 = -0.027166 N2 = -0.052287

NUDD EF \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT EKS = -20. EYS = 141. EXI = 5.  
EYI = -85. E45S = -80. E45I = 80.

MEC PRINC HXYMAX = 1.653444 M1 = 3.783777 M2 = 0.476809 GALFA = 23.1070  
TMAX = 0.046503 N1 = 0.101608 N2 = 0.008601

NUDD ICC \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT EKS = -5. EYS = -8. EXI = -5.  
EYI = 15. E45S = 0. E45I = -3.

MEC PRINC HXYMAX = 0.124973 M1 = -0.121242 M2 = -0.371187 GALFA = 16.8284  
TMAX = 0.009469 N1 = 0.005625 N2 = -0.013314

7/8

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

PAG 5

NUDD 1CF \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT	EXS =	35.	EYS =	-40.	EXI =	-50.	
	EVI =	40.	E4SI =	52.	E4SI =	-60.	
MEC PRINC	MAXMAX =	0.910242	M1 =	0.963768	M2 =	-0.856719	GALFA = 16.7992
	TMAX =	0.008246	M1 =	-0.010977	M2 =	-0.027468	

NUDD 1CJ \*\*\*PLNTO DE CARGA\*\*\* 6D

DEF UNIT	EXS =	45.	EYS =	-5.	EXI =	9.	
	EVI =	-18.	E4SI =	-40.	E4SI =	35.	
MEC PRINC	MAXMAX =	0.465743	M1 =	0.994288	M2 =	0.054802	GALFA = -38.4590
	TMAX =	0.047877	M1 =	0.087604	M2 =	-0.008153	

NUDD 2C \*\*\*PLNTO DE CARGA\*\*\* 10H

DEF UNIT	EXS =	-9.	EYS =	70.	EXI =	12.	
	EVI =	-48.	E4SI =	10.	E4SI =	32.	
MEC PRINC	MAXMAX =	0.713276	M1 =	1.762366	M2 =	0.335813	GALFA = 13.8254
	TMAX =	0.033353	M1 =	0.066712	M2 =	-0.000074	

NUDD 2F \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 10H

DEF UNIT	EXS =	12.	EYS =	0.	EXI =	2.	
	EVI =	30.	E4SI =	27.	E4SI =	17.	
MEC PRINC	MAXMAX =	0.205525	M1 =	-0.003561	M2 =	-0.415639	GALFA = 13.2550
	TMAX =	0.025742	M1 =	0.082128	M2 =	0.030644	

/56

		NUDD 6C	***PUNTO DE CARGA*** 10H					
DEF UNIT	EYS =	-15.	EYS =	115.	EXI =	35.		
	EYI =	-113.	E455 =	42.	E45I =	5.		
MEC PRINC	4XYMAX =	1.255612	M1 =	3.205102	M2 =	0.605877	GALFA = 5.3030	
	TMAX =	0.040812	N1 =	0.069005	N2 =	-0.012619		

		NUDD 6F	***PUNTO DE CARGA*** 10H					
DEF UNIT	EYS =	85.	EYS =	125.	EXI =	-35.		
	EYI =	-159.	E455 =	147.	E45I =	-113.		
MEC PRINC	4XYMAX =	0.755859	M1 =	5.109969	M2 =	3.518254	GALFA = -9.8813	
	TMAX =	0.053473	N1 =	0.073259	N2 =	-0.031680		

		NUDD 6J	***PUNTO DE CARGA*** 10H					
DEF UNIT	EYS =	20.	EYS =	-13.	EXI =	-33.		
	EYI =	37.	E455 =	62.	E45I =	-8.		
MEC PRINC	4XYMAX =	0.569562	M1 =	0.600697	M2 =	-0.536467	GALFA = 16.8273	
	TMAX =	0.057280	N1 =	0.071176	N2 =	-0.042983		

		NUDD 6F	***PUNTO DE CARGA*** 10H					
DEF UNIT	EYS =	17.	EYS =	524.	EXI =	-35.		
	EYI =	-418.	E455 =	207.	E45I =	-213.		
MEC PRINC	4XYMAX =	4.104855	M1 =	14.745621	M2 =	6.535910	GALFA = 2.4750	
	TMAX =	0.067469	N1 =	0.202241	N2 =	0.025302		

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 10H

PAG 7

NUDO 10C                      \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 10H

DEF UNIT	EXS =	-30.	EYS =	7.	EXI =	0.
	EVI =	-8.	E455 =	-3.	E45I =	17.

NEC PRINC	HXYMAX =	0.214621	M1 =	0.054066	M2 =	-0.375196	GALFA =	7.770
	THAX =	0.036135	M1 =	-0.003588	M2 =	-0.075865		

NUDO 10F                      \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 10H

DEF UNIT	EXS =	-55.	EYS =	312.	EXI =	65.
	EVI =	-300.	E455 =	-170.	E45I =	185.

NEC PRINC	HXYMAX =	4.353855	M1 =	9.620750	M2 =	0.912961	GALFA =	19.768
	THAX =	0.004535	M1 =	0.032728	M2 =	0.023658		

NUDO 10J                      \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 10H

DEF UNIT	EXS =	-178.	EYS =	130.	EXI =	26.
	EVI =	90.	E455 =	145.	E45I =	-223.

NEC PRINC	HXYMAX =	2.354125	M1 =	0.598513	M2 =	-4.109750	GALFA =	-30.779
	THAX =	0.220251	M1 =	0.325493	M2 =	-0.151209		

NUDO 2C                      \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 100

DEF UNIT	EXS =	10.	EYS =	-3.	EXI =	0.
	EVI =	-20.	E455 =	0.	E45I =	-8.

NEC PRINC	HXYMAX =	0.040923	M1 =	0.329958	M2 =	0.248112	GALFA =	19.0931
	THAX =	0.018116	M1 =	0.031516	M2 =	-0.034835		

/16

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 10B

PAG 8

		NUDD 2F		***PUNTO DE CARGA*** 10B			
DEF UNIT	EXS =	0.	EYS =	-5.	EXI =	-3.	
	EYI =	0.	E455 =	-5.	E45I =	-5.	

REC PRINC	HXYMAX =	0.037047	N1 =	0.015637	M2 =	-0.058457	GALFA =	3.5663
	THAX =	0.006691	N1 =	-0.003561	M2 =	-0.016943		

		NUDD 4C		***PUNTO DE CARGA*** 10B			
DEF UNIT	EXS =	25.	EYS =	-30.	EXI =	-8.	
	EYI =	25.	E455 =	2.	E45I =	-5.	

REC PRINC	HXYMAX =	0.462512	N1 =	0.120012	M2 =	-0.805131	GALFA =	6.6109
	THAX =	0.016748	N1 =	0.044941	M2 =	0.011445		

		NUDD 6F		***PUNTO DE CARGA*** 10B			
DEF UNIT	EXS =	5.	EYS =	5.	EXI =	5.	
	EYI =	12.	E455 =	0.	E45I =	5.	

REC PRINC	HXYMAX =	0.032857	N1 =	-0.042038	M2 =	-0.107832	GALFA =	-6.0538
	THAX =	0.010168	N1 =	0.044708	M2 =	0.024493		

		NUDD 6J		***PUNTO DE CARGA*** 10B			
DEF UNIT	EXS =	-35.	EYS =	0.	EXI =	22.	
	EYI =	10.	E455 =	-3.	E45I =	5.	

REC PRINC	HXYMAX =	0.245764	N1 =	-0.471470	M2 =	-0.962999	GALFA =	-14.2542
	THAX =	0.013150	N1 =	0.009345	M2 =	-0.017034		

86



\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 10B

PAG 9

		NUDD 1F		***PUNTO DE CARGA*** 10B		
DEF UNIT	EYS =	-23.	EYS =	-1.	EKI =	30.
	EYI =	12.	E455 =	-13.	E45I =	2.
MEC PRINC	MXYMAX =	0.201329	M1 =	-0.504940	M2 =	-0.908119
	TMAX =	0.022115	N1 =	0.043176	N2 =	0.000950
						GALFA = -12.1255

		NUDD 10C		***PUNTO DE CARGA*** 10B		
DEF UNIT	EYS =	17.	EYS =	-85.	EKI =	-38.
	EYI =	91.	E455 =	105.	E45I =	-168.
MEC PRINC	MXYMAX =	1.865910	M1 =	0.570205	M2 =	-3.160814
	TMAX =	0.002821	N1 =	0.043598	N2 =	-0.082043
						GALFA = 27.6803

		NUDD 10F		***PUNTO DE CARGA*** 10B		
DEF UNIT	EYS =	57.	EYS =	7.	EKI =	-48.
	EYI =	22.	E455 =	12.	E45I =	-6.
MEC PRINC	MXYMAX =	0.565214	M1 =	1.528664	M2 =	0.398235
	TMAX =	0.018023	N1 =	0.066720	N2 =	0.030674
						GALFA = -4.3469

		NUDD 10J		***PUNTO DE CARGA*** 10B		
DEF UNIT	EYS =	-44.	EYS =	-3.	EKI =	25.
	EYI =	31.	E455 =	0.	E45I =	10.
MEC PRINC	MXYMAX =	0.249815	M1 =	-0.853000	M2 =	-1.352229
	TMAX =	0.026180	N1 =	0.038013	N2 =	-0.014946
						GALFA = -24.9436

/66

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 10B

PAG 10

NUDD 2C

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 2B

DEF UNIT    EKS =    -30.            EYS =    -70.            EXI =    15.  
              EYI =    70.            E455 =    -3.            E45I =    15.

NEC PRINC    HXYMAX =    0.554915    M1 =    -1.425450    M2 =    -2.935399    GALFA =    19.0671  
              THAX =    0.022614    M1 =    0.003751    M2 =    -0.042196

NUDD 2F

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 2B

DEF UNIT    EKS =    7.            EYS =    33.            EXI =    5.  
              EYI =    -8.            E455 =    5.            E45I =    30.

NEC PRINC    HXYMAX =    0.264577    M1 =    0.693177    M2 =    0.163223    GALFA =    25.4853  
              THAX =    0.020546    M1 =    0.004117    M2 =    0.023025

NUDD 6C

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 2B

DEF UNIT    EKS =    20.            EYS =    -35.            EXI =    -23.  
              EYI =    30.            E455 =    -13.            E45I =    5.

NEC PRINC    HXYMAX =    0.497303    M1 =    0.261793    M2 =    -0.732813    GALFA =    -1.8562  
              THAX =    0.004525    M1 =    -0.005717    M2 =    -0.014787

NUDD 6F

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 2B

DEF UNIT    EKS =    31.            EYS =    72.            EXI =    -5.  
              EYI =    -52.            E455 =    20.            E45I =    -8.

NEC PRINC    HXYMAX =    0.474238    M1 =    2.198443    M2 =    1.248566    GALFA =    15.2815  
              THAX =    0.012171    M1 =    0.069839    M2 =    0.045496

200/

NUDD EJ.                    \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 2B

DEF UNIT	EYS =	-19.	EYS =	35.	EXI =	10.		
	E4SI =	-15.	E4SI =	42.	E4SI =	12.		
REC PRINC	MAXMAX =	0.368512	M1 =	0.604422	M2 =	-0.133402	GAL FA =	-6.8522
	THAX =	0.054988	M1 =	0.070366	M2 =	-0.039610		

NUDD EF                    \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 2B

DEF UNIT	EYS =	2.	EYS =	25.	EXI =	-18.		
	E4SI =	-9.	E4SI =	30.	E4SI =	-30.		
REC PRINC	MAXMAX =	0.167429	M1 =	0.702678	M2 =	0.367821	GAL FA =	-37.8359
	THAX =	0.019868	M1 =	0.024994	M2 =	-0.014742		

NUDD ICC                    \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 2B

DEF UNIT	EYS =	2.	EYS =	-8.	EXI =	-15.		
	E4SI =	5.	E4SI =	7.	E4SI =	5.		
REC PRINC	MAXMAX =	0.137850	M1 =	0.180670	M2 =	-0.095030	GAL FA =	0.0
	THAX =	0.022673	M1 =	0.002169	M2 =	-0.043177		

NUDD ICF                    \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 2B

DEF UNIT	EYS =	17.	EYS =	-10.	EXI =	-23.		
	E4SI =	20.	E4SI =	15.	E4SI =	-14.		
REC PRINC	MAXMAX =	0.247065	M1 =	0.447118	M2 =	-0.233019	GAL FA =	9.4719
	THAX =	0.009845	M1 =	0.013971	M2 =	-0.003719		

700

\*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 28

PAG 12

NUDD 1CJ                      \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 28

DEF UNIT	EXS =	50.	EYS =	-20.	EXI =	0.		
	EVI =	-10.	E4SI =	-60.	E4SI =	-5.		
REC PRINC	HXYMAX =	0.441628	M1 =	0.869828	M2 =	-0.013428	GALFA =	-25.6853
	TMAX =	0.053444	M1 =	0.119074	M2 =	-0.067814		

NUDD C                      \*\*\*PUNTO DE CARGA\*\*\* 0

DEF UNIT	EXS =	0.	EYS =	0.	EXI =	0.		
	EVI =	0.	E4SI =	0.	E4SI =	0.		
REC PRINC	HXYMAX =	0.0	M1 =	0.0	M2 =	0.0	GALFA =	0.0
	TMAX =	0.0	M1 =	0.0	M2 =	0.0		

IH0900I EXECUTION TERMINATING DUE TO ERROR COUNT FOR ERROR NUMBER 217

IH0217I FIGCS - END OF DATA SET ON UNIT 5

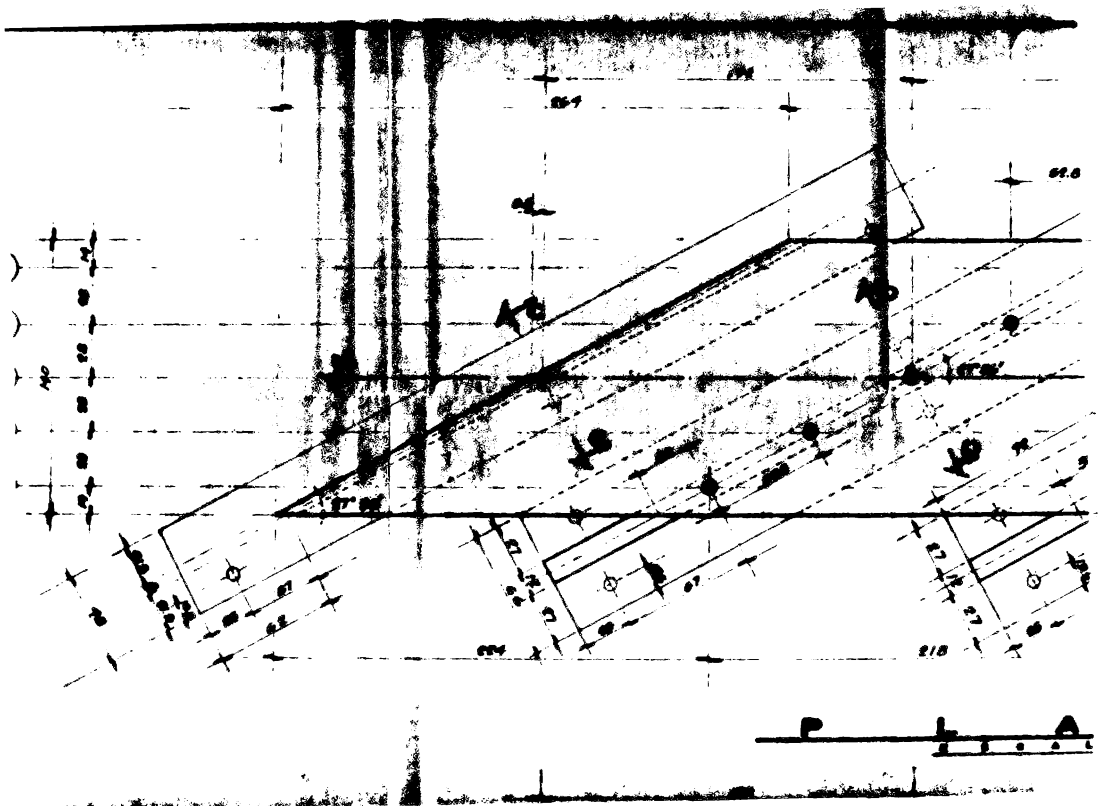
TRACEBACK ROUTINE CALLED FROM ISM	REG. 14	REG. 15	REG. 0	REG. 1	
IDCMP	CCCC5628	C009537C	0000001A	0009534C	-
MAIN	CCCC6FDD	00095198	00BCCCCD	00094FF8	

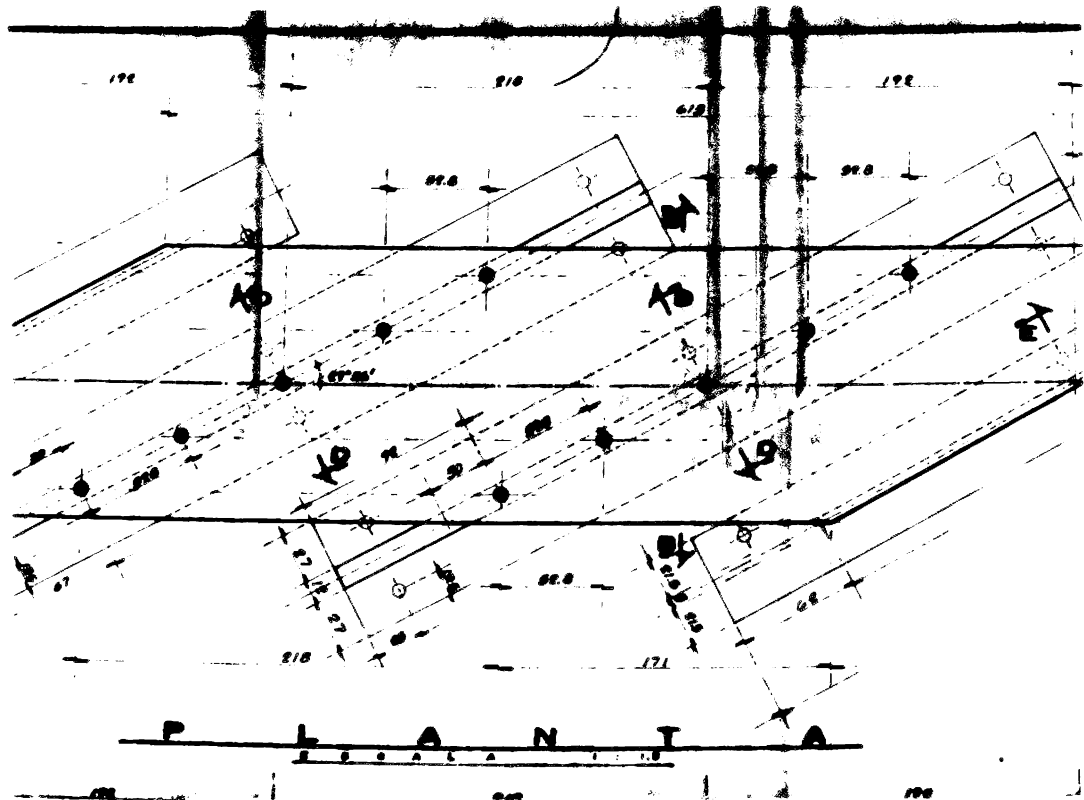
ENTRY POINT= 00C95158

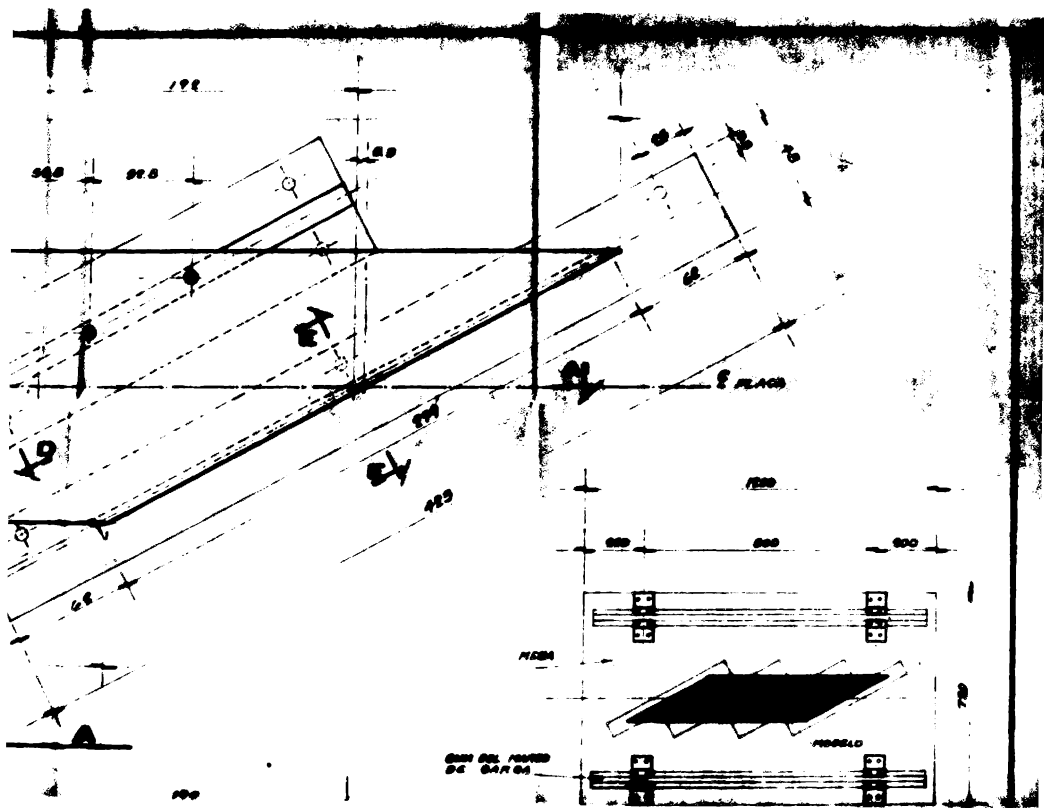
A P E N D I C E      A 2

En esta parte se presentan los siguientes planes :

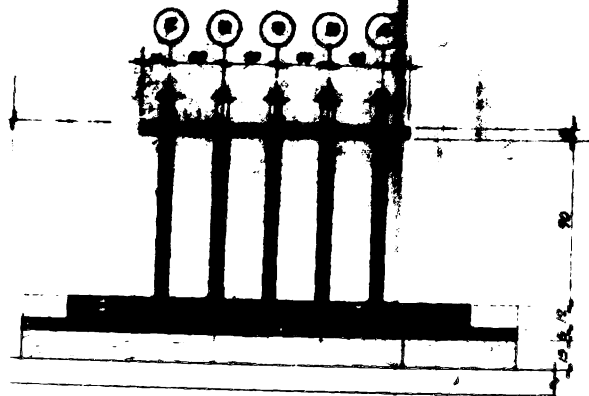
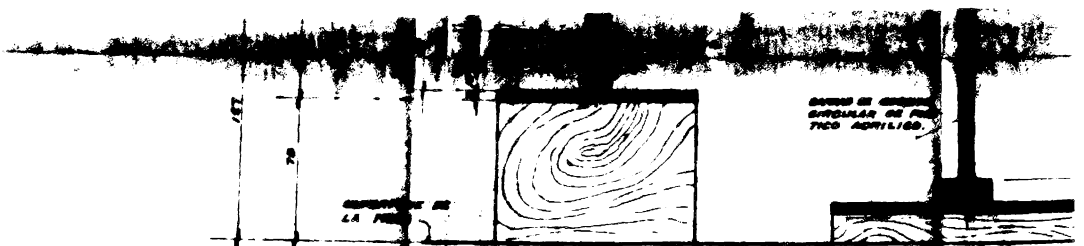
- AN-1 DETALLES DE FABRICACION Y MONTAJE DEL MODELO.
- AN-2 VENTANA DE REFERENCIA Y PUNTOS INSTRUMENTADOS.
- AN-3 SUPERFICIE DE INFLUENCIA DEL PUNTO J6 PARA  $M_{xy}$  max.
- AN-4 SUPERFICIE DE INFLUENCIA DEL PUNTO J6 PARA  $M_x$  .
- AN-5 SUPERFICIE DE INFLUENCIA DEL PUNTO J6 PARA  $M_z$  .





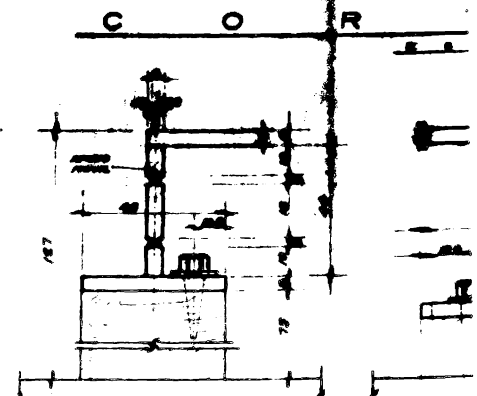






CUBIERTA DE LA MESA

**CORTE B-B**  
 ESCALA 1:10

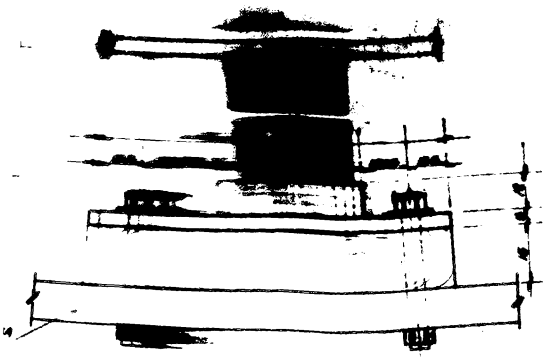


CUBIERTA DE LA MESA

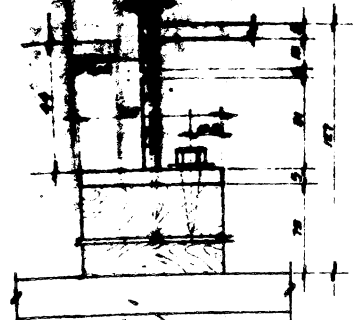
**CORTE C-C**  
 ESCALA 1:10



R — A



CORTE D-D



CUBIERTA DE LA MESA  
CORTE E-E  
ESCALA 1:1



ELEVACION  
MONTAJE DEL MODELO

**NOTAS:**

- 1: ESTADAPLANOS EN FOLIOS DE 21
- 2: DE CADA UNO DEUTER COPIAR LAS PIEZAS SEÑALADAS EN EL CORTE, YA QUE SERAN PEGADAS O PLACADAS SOBRE EL MODELO INTERAMENTE.
- 3: SERVICIOS DE REFERENCIA
  - a) PLASTICO ADHESIVO PROCELLO "RETICUL", CON UN PESADO MEDIO A 2 5-4 000 Kg/cm<sup>2</sup> Y PUNTO DE FUSION 170°C.
  - b) ADHESIVO PARA PLASTICO APLICADO "PERMANENT EXTRA".
- 4: PREVIO A REALIZAR DE LAS PIEZAS DEBERA RECTIFICARSE LA SUPERFICIE DE LAS MISMAS.
- 5: IMPROBABLE:


PLASTICO ADHESIVO XXXX ADHESIVO

— A —



CUBIERTA DE LA NUBIA

E-E  
1 1

 Universidad Nacional Aragon	ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON INGENIERIA CIVIL	
	TESIS PROFESIONAL	
	MODELO FISICO DE UN PUENTE CON LOSA SEVIJAJADA	
	DETALLES DE FABRICACION Y MONTAJE DEL MODELO.	
		FECHA DEPT.-NO. ESCALA INDICADAS PLANO <span style="font-size: 1.5em; font-weight: bold;">EM-1</span>
CALCULO M.S.S.	DIBUJO M.S.S.	
REVISO S.R.R.	APROBO	

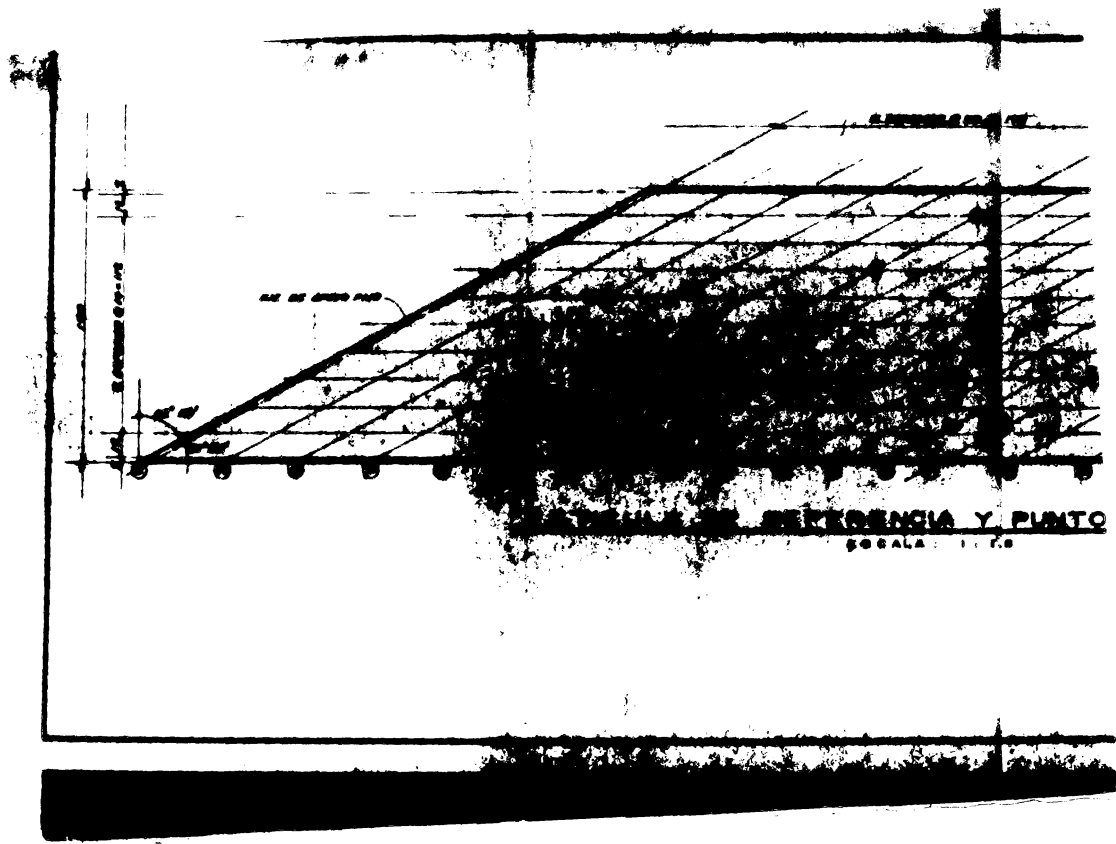
ALTERNATIVA 1

ALCANTARILLA

ALCANTARILLA

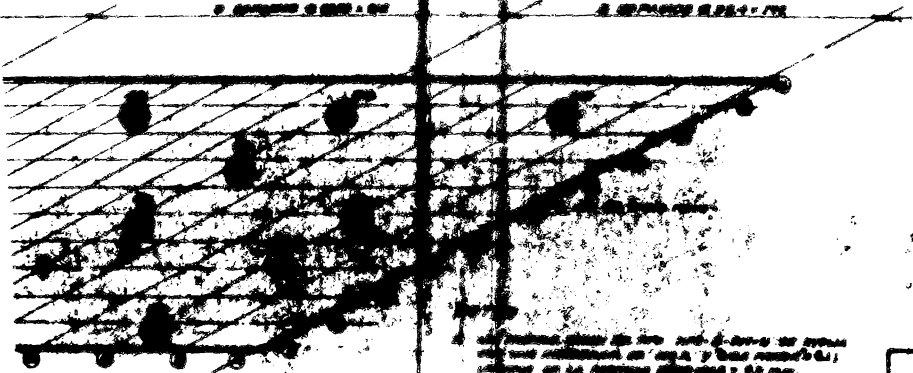
SECCION TRANSVERSAL DE LA CARRERA Y PUNTO

ESCALA 1:100




1. ESPACIO 0.000.000

2. ESPACIO 0.000.000

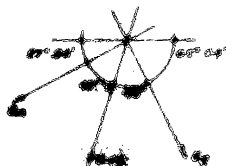
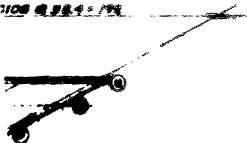


# TOS INSTRUMENTADOS

- 1. LA TOS DEBEN SER DE 100 A 200 CM DE ANCHO Y DE 10 A 15 CM DE ALTO Y DE 10 A 15 CM DE ANCHO.
- 2. DEBEN SER DE 100 A 200 CM DE ANCHO Y DE 10 A 15 CM DE ALTO Y DE 10 A 15 CM DE ANCHO.
- 3. EL MATERIAL UTILIZADO DEBE SER DE BUENA CALIDAD Y DEBEN SER DE BUENA CALIDAD.
- 4. LA SUPERFICIE INSTRUMENTADA DEBE SER DE BUENA CALIDAD Y DEBEN SER DE BUENA CALIDAD.
- 5. LAS MEDIDAS DEBEN SER DE BUENA CALIDAD Y DEBEN SER DE BUENA CALIDAD.
- 6. LAS MEDIDAS DEBEN SER DE BUENA CALIDAD Y DEBEN SER DE BUENA CALIDAD.

 UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA	ESQUE
	T E
	M O D
	RETI
	Y PUN
CALCULO	
REVISO	


1108 0.88.92 / 79

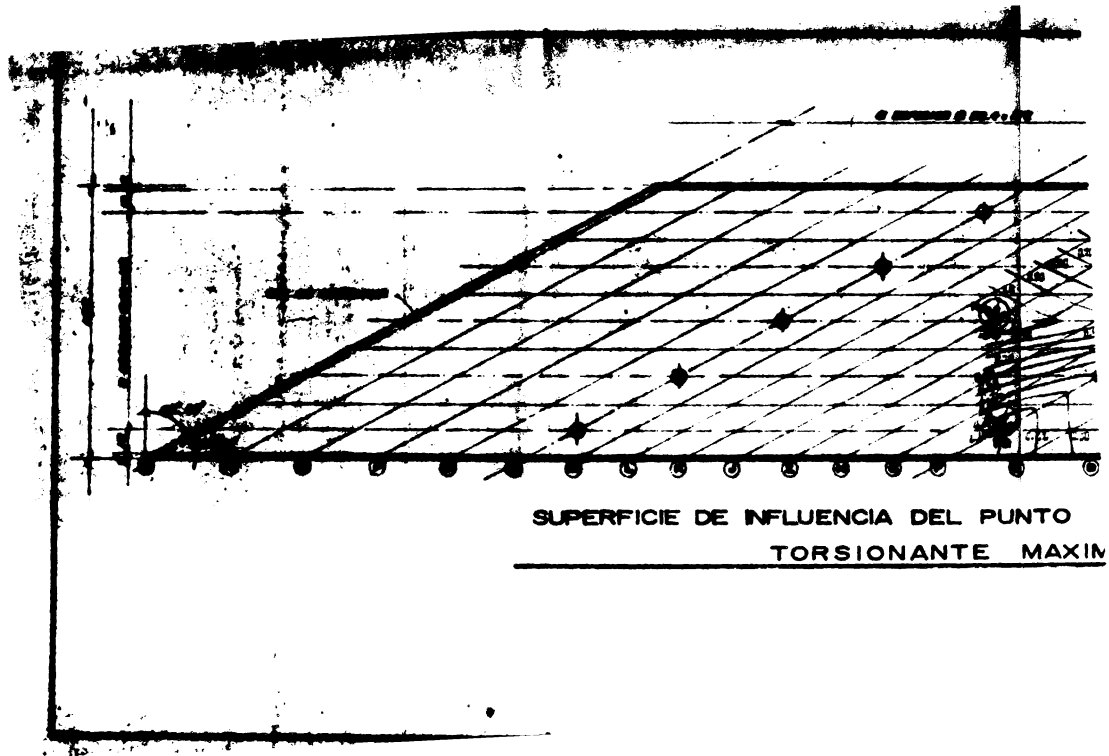


**RECUERDO DE INSTRUMENTOS**

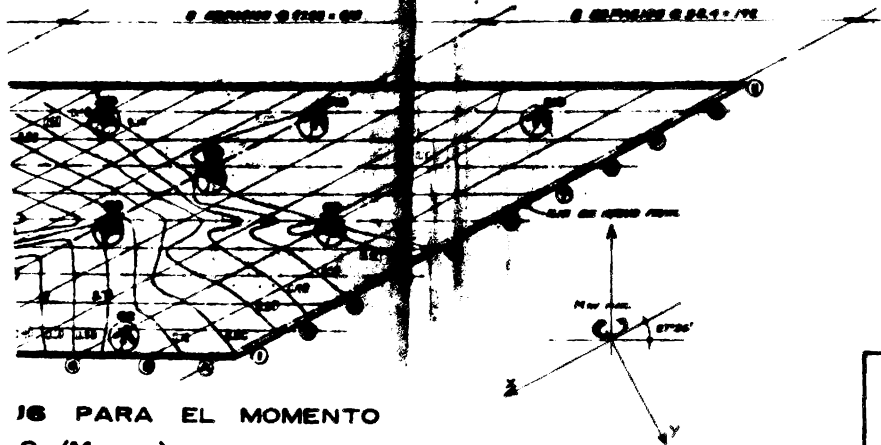
1108-0-01-0 de 1900  
A y B de 1900  
DIBUJO = 1:50  
INSTRUMENTOS DE  
DE REFERENCIA DE  
).  
HAY LAS MEDIDAS  
) ESPERA.  
ESTOS MEDIDAS DE  
ESTOS QUE HAYAN

1 NO CUMPLAN CON  
Y EST INSTRUMENTOS.

 ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON	ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON INGENIERIA CIVIL	
	TESIS PROFESIONAL	
	MODELO FISICO DE UN PUEBLO CON LOSA ESIVAJADA	
	RECUERDO DE REFERENCIA Y PUNTOS INSTRUMENTADOS	
CARRERA: <b>INGENIERIA CIVIL</b>		FECHA: <b>SEPT-1900</b>
DIBUJO: <b>1:50</b>		ESCALA: <b>INDICADA</b>
INSTRUMENTOS: <b>1:50</b>		PLANO: <b>EM-2</b>




SUPERFICIE DE INFLUENCIA DEL PUNTO  
TORSIONANTE MAXIM

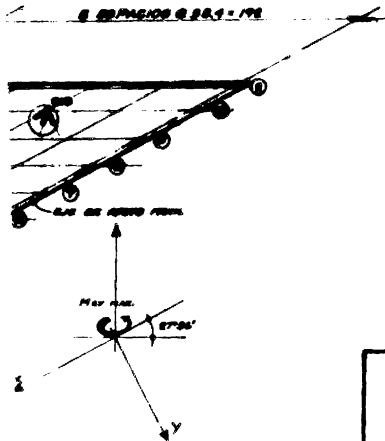


PUNTO DE CA	Max.
CE	0.7
FE	0.08
GE	0.04
PE	0.74
JE	1.114
FE	0.17
CE	0.09
FE	0.19
JE	0.29

IS PARA EL MOMENTO  
O (Mxy MAX)

 ESCUELA NACIONAL AGRARIA	Y E S
	MODEL C
	SUPERFIC DEL PUN
	CALCULO
REVISO	





PUNTO	Mxy MAX.
CE	0.77
FE	0.00
GE	0.07
HE	0.70
IE	1.04
JE	0.70
KE	0.00
LE	0.00
ME	0.00
NE	0.00
OE	0.00
PE	0.00
QE	0.00
RE	0.00
SE	0.00
TE	0.00
UE	0.00
VE	0.00
WE	0.00
XE	0.00
YE	0.00
ZE	0.00



ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGON  
INGENIERIA CIVIL

TESIS PROFESIONAL

MODELO FISICO DE UN PUNTO  
CON LOSA DESVIADA

SUPERFICIE DE INFLUENCIA -  
DEL PUNTO JE PARA Mxy MAX.

FECHA

SEPT-60

ESCALA

INDICADA

PLANO

EM-3

CALCULO:

M.S.

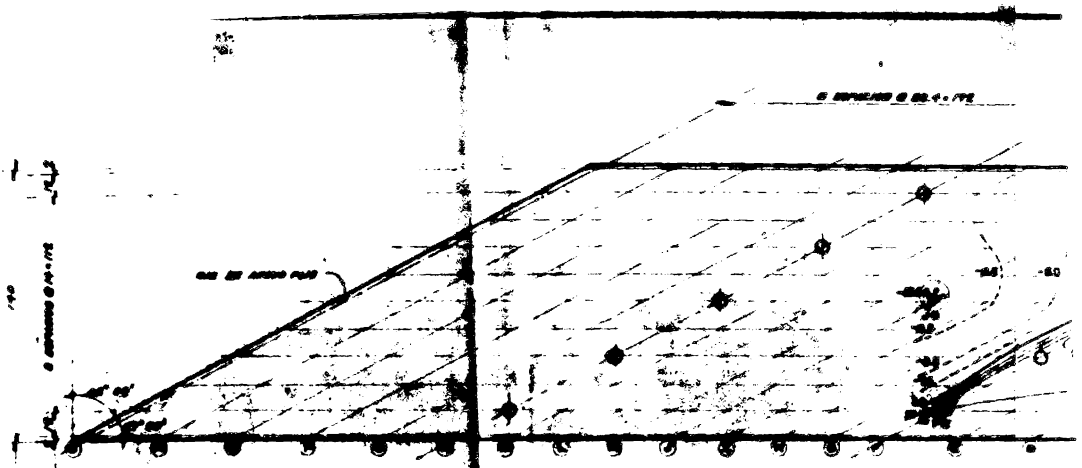
DIBUJO:

M.S.

REVISO:

S.R.

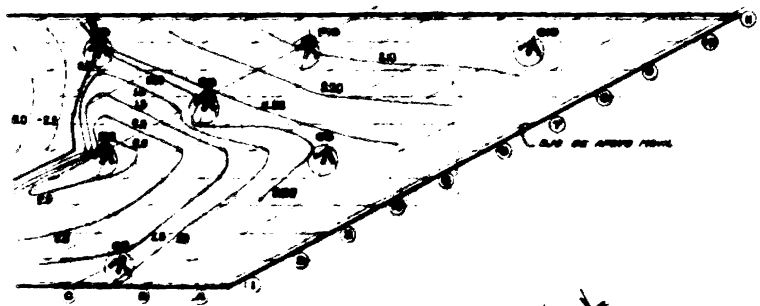
APROBADO:



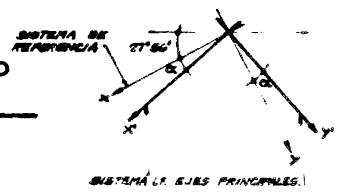
SUPERFICIE DE INFLUENCIA DEL PUNTO J6  
 PRINCIPAL MAYOR (

8 ESPACIOS @ 21.0 = 168


8 ESPACIOS @ 22.1 = 177



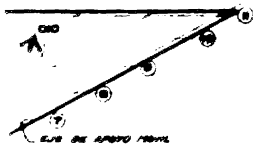
IS PARA EL MOMENTO  
(M<sub>z</sub>)



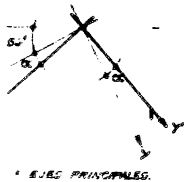
PUNTO DE	
PUNTO	M
G2	+1.8
F2	+1.9
E6	+0.2
F6	+2.2
J2	-2.1
J6	+2.2
E10	+0.0
F10	+0.0
J10	+2.2

 UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA	ESCUELA I
	T E 6
	MODEL C
	SUPERFICIE DEL PUNTO
CALCULO A	
REVISO C	

6 ESPACIOS 6 38.4 - 198



PUNTO DE CARGA J6		
PUNTO	Mz	Qz (T)
02	+ 1.87	17.90
02	+ 1.96	17.81
06	+ 6.87	1.79
10	+ 8.85	- 20.00
14	- 8.85	20.00
18	+ 6.87	17.81
22	+ 1.96	17.81
26	+ 1.87	17.90



ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
INGENIERIA CIVIL

T E S I S   P R O F E S I O N A L

MODELO FISICO DE UN PUNTE  
CON LOSA DESVIADA

SUPERFICIE DE INFLUENCIA  
DEL PUNTO J6 PARA Mz

FECHA

SEPT. 1968

ESCALA

INDICADA

PLANO

EM-4

CALCULO

MSS

DIBUJO

MSS

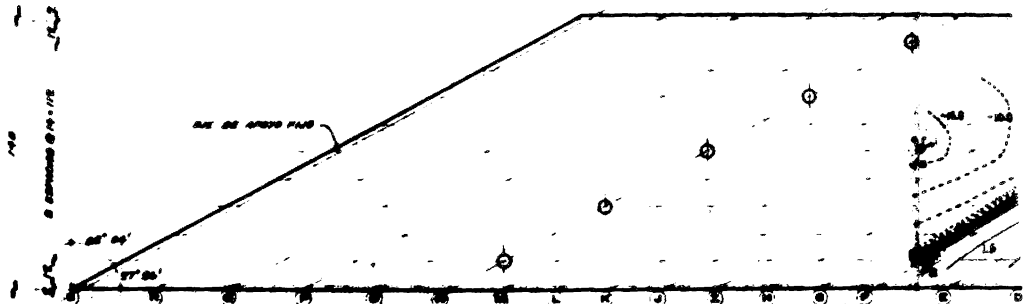
REVISO

GRN

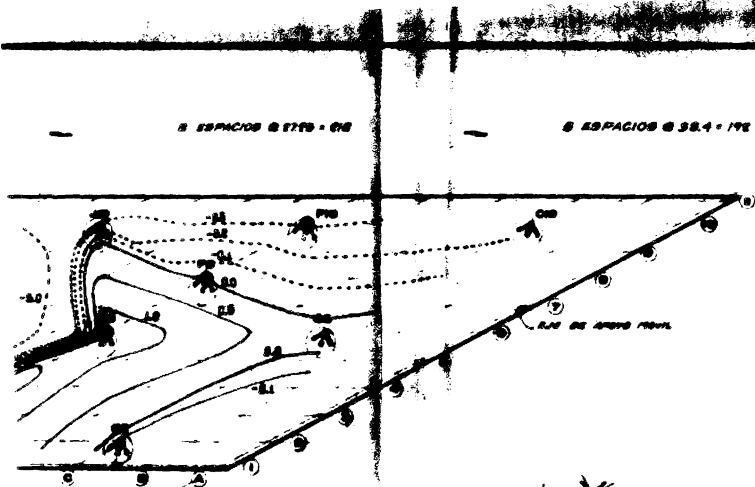
APROBO

GRN

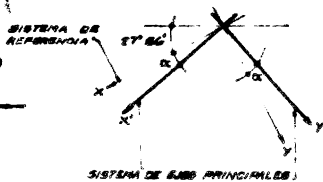
8. SUPERFICIE DE INFLUENCIA DEL PUNTO PRINCIPAL MENOR




SUPERFICIE DE INFLUENCIA DEL PUNTO PRINCIPAL MENOR



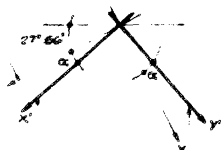
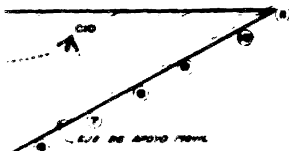
16 PARA EL MOMENTO  
(M II)



PUNTO DE	
PUNTO	M.
CE	-8.14
F2	11.7
CG	18.0
FL	11.84
J6	-7.4
FB	-0.01
C10	-8.28
F10	-8.21
J10	-8.21

 Escuela Nacional de Ingenieros	ESUELA N
	I
	Y E S I
	MODEL CC
SUPERFICIE DEL PUNTO	
CALCULO	M
REVISO	G. J.

5 ESPACIOS @ 38.4 + 172



LÍNEA DE EJES PRINCIPALES

PUNTO DE BARRA J6		
PUNTO	MZ	OX (°)
C6	-8.160	17.76
F6	+1.77	17.61
C6	+8.970	17.77
F6	+1.66	-44.64
J6	-17.44	65.66
M6	-8.990	67.31
C6	-8.660	68.16
F6	-8.66	68.31
J6	-8.66	-68.67



ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARASON  
INGENIERIA CIVIL

T E S I S   P R O F E S I O N A L

MODELO FISICO DE UN PUNTE  
CON LOSA ESIVAJADA

SUPERFICIE DE INFLUENCIA  
DEL PUNTO J6 PARA MZ

FECHA  
REPT-100  
ESCALA  
INDICADA  
PLANO

EM-8

CALCULO:	M.S.	DIBUJO:	M.S.
REVISO:	C.S.	APROBO:	