UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

Implantación del Sistema de Universidad Abierta en la Materia de Ingeniería de Sistemas.

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

(Area en Ingeniería Industrial)

P r e s e n t a n :

Luis Manuel Alonso Trincado
Pedro Franco Cárdenas
Alberto Guajardo Flores
Luis Lidio Ponce Rosas

México, D. F. 1983

INDICE

INTRODUCCION

INTRODUCCION

Todo país en desarrollo requiere de la optimización de sus recursos, así como de personal más capacitado por lo que es necesario desarrollar procesos más dinámicos de aprendizaje en instituciones de educación superior.

El adiestramiento de los profesionales en nuestro país es de gran importancia debido a que ellos son la base del progreso nacional. Uno de los puntos críticos de esta medida que tiende hacia el desarrollo de los profesionales es: Establecer un módulo educativo capaz de responder a las necesidades de éstos con respecto a su localización y tiempo en los centros educativos para concluir sus estudios.

La Universidad Nacional Autónoma de México, consciente del papel que desempeña en su contexto social, ha instituído como parte de sus objetivos un proceso educativo de acuerdo a los intereses de los estudiantes.

Este proceso educativo es el llamado sistema de universidad abierta, el cual fue implantado en la U.N.A.M. a partir de 1974. Este alterna con el sistema tradicional pues sigue sus mismos lineamientos y ha sido desarrollado en varias escuelas y facultades incluyendo la Facultad de Ingeniería.

En la Facultad de Ingeniería se tiene el problema de un gran número de estudiantes que no han concluído sus estudios los cuales, de acuerdo a los datos más recientes, forman un total de 25,000 alumnos que han perdido su derecho de inscripción regular.

Como respuesta a esta problemática y de acuerdo a la dinámica educativa de la U.N.A.M.: La Facultad de Ingeniería está en posibilidades de ofrecer material del plan regular en forma abierta. El método que se utiliza para este fin es el preparar material didáctico asesorado por la Coordinación General del S.U.A. de la U.N.A.M.

Por otro lado, el Departamento de Ingeniería Mecánica Eléctrica, de acuerdo con sus estadísticas, muestra que en los últimos cinco años ingresan anualmente un promedio de 1200 alumnos a sus tres diferentes carreras, de los cuales, sólo trescientos se titulan por año. Ahora bien, si se toma en consideración que el 50% de los alumnos de primer ingreso abandonan definitivamente la carrera en sus primeros semestres, resulta que tan sólo el 25% de los alumnos se titulan.

Con la finalidad de evaluar el problema de los alumnos de la facultad que han perdido su derecho de inscripción normal, sin haber concluído sus estudios, se decidió analizar la problemática de éstos.

Para analizar las posibles acciones que se pueden emprender, es necesario contemplar en primer lugar los aspectos de la legislación universitaria que dan una salida al problema en estudio. Una vez que los estudiantes han sobrepasado el tiempo de espera de 7 años y medio, si han acreditado el 60% de los créditos de la carrera pueden inscribirse en dos materias como oyentes y presentar su examen final en el 3er. período de exámenes extraordinarios del semestre.

Por otra parte, pueden presentar 6 exámenes extraordinarios por semestre. Además, los alumnos que hayan pagado su servicio social y acreditado su seminario de tesis y no deban más de dos asignaturas las pueden acreditar en un examen especial en cualquier fecha.

En el momento actual, la situación de un alumno que tiene un cierto tiempo de haber dejado la facultad, las condiciones que se le presentan para reanudar sus estudios por cualquiera de los caminos anteriores son bastante difíciles ya que no tienen toda la información del reglamento de la facultad, no conocen a la mayoría de los profesores, no cuentan con la ayuda de compañeros que los aconsejen y se encuentran con grandes cambios en los planes y programas de estudio.

En resumen, se concluyó que la situación de estos alumnos tiene repercusiones políticas, sociales y culturales, cuya magnitud justifica cualquier esfuerzo que realice el departamento y la facultad para atenuarla.

A propuesta del departamento de Ingeniería Mecánica Eléctrica el H. Consejo Técnico aprobó que este departamento llevara a cabo un trabajo piloto para suministrar servicio de enseñanza abierta para los alumnos que desearan presentar exámenes extraordinarios.

Las conclusiones a las que se llegó son:

1. La metodología a emplear para ayudar a los alumnos que no tienen derecho de inscripción al sistema formal es la de Universidad Abierta.
2. El material escrito es la base de este sistema.
3. El sistema se complementará con un asesor cuya principal característica es la de manejar el contenido de la materia y conocer bien el material de apoyo.
4. Los laboratorios y talleres no se pueden tratar en forma totalmente abierta.
5. Los objetivos y programas del sistema abierto son los mismos que los del sistema formal.
6. La forma de preparar el material puede tener dos modalidades: (1) seminarios de alumnos, o (2) grupos de profesores.
7. El material didáctico incluirá la guía de estudios y los criterios de evaluación.
8. Las materias a desarrollar serán los llamados "cuellos de botella" en el proyecto piloto.
9. Una vez preparado el material se organizarán actividades posteriores para el mejoramiento de la preparación de los asesores.

INGENIERIA DE SISTEMAS

La asignatura de Ingeniería de Sistemas es una materia obligatoria del plan de estudio de las tres carreras pertenecientes al D.I.M.E. Esta materia es dependiente de la sección de Ingeniería Industrial del mismo departamento.

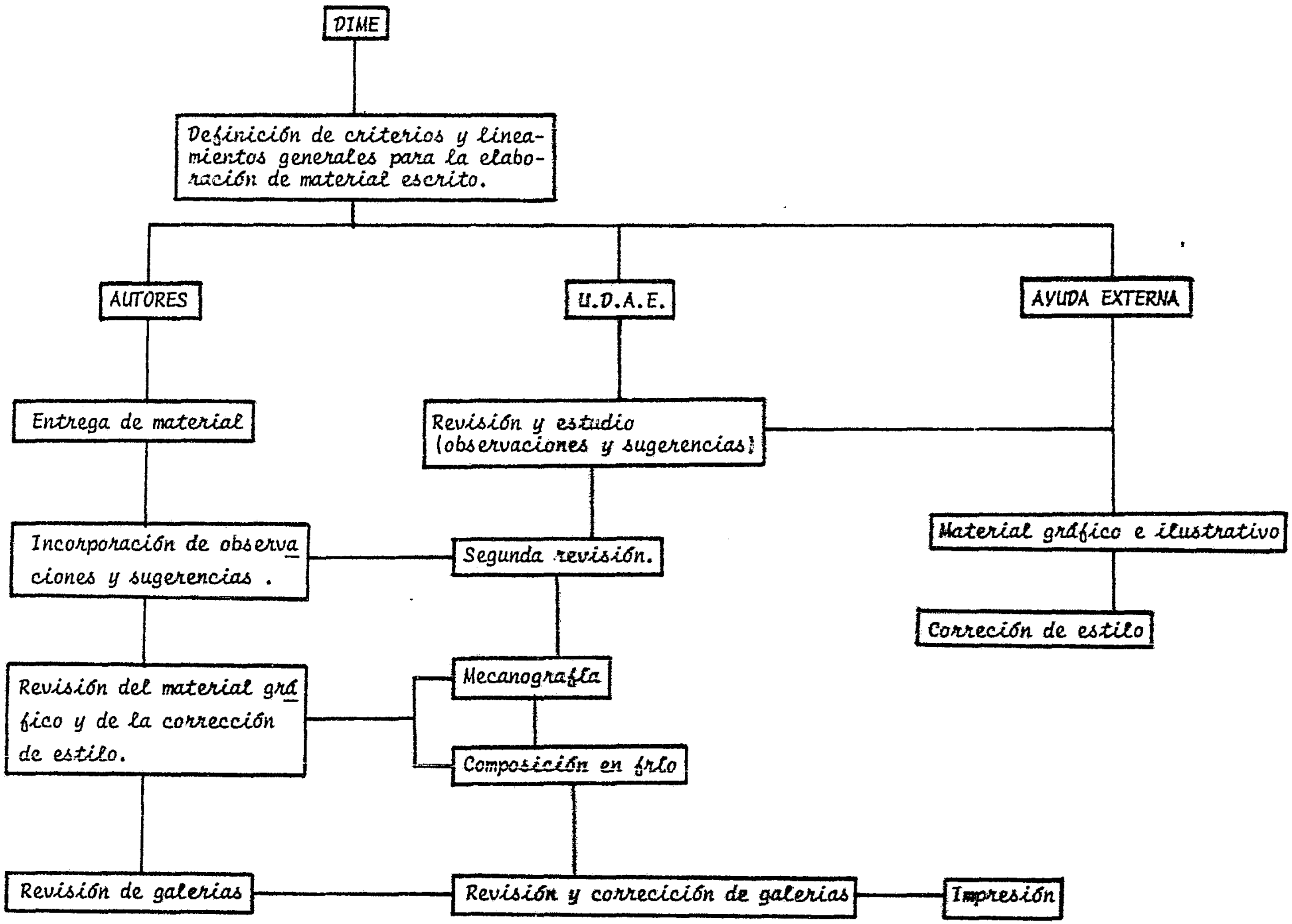
Aunque en el pasado se hacía una división de la materia que cursaban los alumnos de las carreras de Ingeniería Mecánica y Eléctrica a diferencia de la que se impartía a los alumnos de Ingeniería Industrial, en la actualidad se optó por unificar ambos cursos formando una materia con el nombre de Ingeniería de Sistemas.

En el período comprendido de 1971 a 1981 un total de 2343 alumnos estuvieron inscritos en esta materia, de los cuáles 1211 (52%) no la acreditaron.

Por este motivo se decidió que la materia sería sujeta a estudio en el plan piloto y que se elaboraría el material correspondiente para su implantación por medio de un seminario.

De lo anterior surge la motivación para efectuar el presente trabajo de seminario de tesis, el cuál tan sólo es el primer paso en el procedimiento para la obtención del material definitivo.

El proceso que tendrá la preparación del material escrito seguirá la metodología descrita en el diagrama que se presenta en la siguiente hoja.


DIME
Definición de criterios y lineamientos generales para la elaboración de material escrito.
AUTORES
U.D.A.E.
AYUDA EXTERNA
Entrega de material
Revisión y estudio (observaciones y sugerencias)
Incorporación de observaciones y sugerencias .
Segunda revisión.
Material gráfico e ilustrativo
Correción de estilo
Revisión del material gráfico y de la corrección de estilo.
Mecanografía
Composición en frío
Revisión de galerias
Revisión y correción de galerias
Impresión

5

El alcance del presente trabajo es llegar a la entrega del material para su revisión y estudio en donde se dan observaciones y sugerencias por parte de la Unidad de Apoyo Editorial (U.D.E.)

La técnica para la elaboración del material sigue los principios de la enseñanza programada, los cuales son:

1. Avanzar por pequeñas etapas.
2. Respeto al ritmo individual.
3. Participación del estudiante.
4. Verificación de su participación.

A continuación se presenta el desarrollo del material escrito para esta materia de Ingeniería de Sistemas.

CAPITULO 1

FUNDAMENTOS DE SISTEMAS

FUNDAMENTOS DE SISTEMAS

Objetivos específicos :

Al finalizar el estudio de este capítulo, el alumno:

1. *Identificará el estudio de este capítulo y su estructura*

2. *Conocerá la clasificación de un sistema.*

3. *Conocerá el desarrollo de la noción de sistema.*

4. *Identificará el papel de la investigación de operaciones dentro de la teoría de sistemas.*

FUNDAMENTOS DE SISTEMAS

INTRODUCCION

En este capítulo se definirá qué es un sistema, cómo está formado, su clasificación, su origen, y qué herramientas se necesitan para el estudio adecuado de un sistema.

Es importante el estudio de los sistemas en todas las ciencias, así como en las tecnologías que se apoyan en ellas, incluyendo las humanísticas. Porque ahora se tiene que en lugar de hablar de objetos de conocimiento se dice sistemas físicos, químicos, biológicos, sociales, etc. Por ejemplo en ingeniería quien construye un puente, una caldera o una instalación eléctrica, diseña un sistema. Este nuevo enfoque las ha enriquecido por lo siguiente :

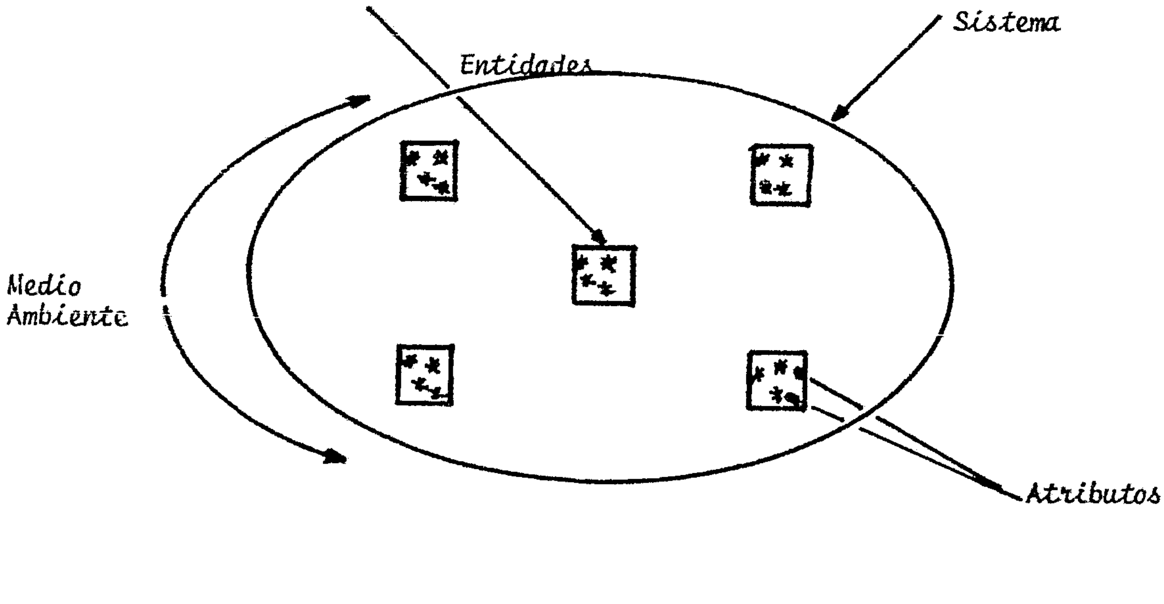
Existen muchos sistemas que tienen el mismo tipo de interacciones de manera que las conclusiones y resultados que se obtienen al estudiar uno sólo de ellos, se pueden aplicar a todos los demás. Esto ha permitido identificar términos y procesos comunes a estos sistemas estructuralmente semejantes. Lo cual lleva a estudiar a los sistemas en sí, a la estructura, y no a su naturaleza. La rama de la ciencia que efectúa este estudio es la teoría general de sistemas. Las relaciones de un sistema se pueden estudiar por medio de las matemáticas, en especial con los métodos de optimización, la estadística, la teoría de decisiones, teoría de espera, etc. Todas estas técnicas quedaron agrupadas en una nueva disciplina que es la investigación de operaciones.

NOCION DE SISTEMAS

Un sistema se puede definir como un conjunto de elementos que interactuan entre sí con un propósito común :

Por ejemplo, la Facultad de Ingeniería se puede conceptuar como un sistema, ya que sus elementos (alumnos, profesores, personal administrativo) interactúan entre sí (asistiendo a clases, impartiendo clases, efectuando nombramientos, etc.), con el propósito de formar profesionistas.

La estructura de un sistema es la siguiente (ver figura 1-I), sus elementos se denominan entidades. Estas entidades poseen propiedades que se denominan atributos; una entidad puede tener muchos atributos. Todo proceso que provoque cambios en el sistema se conoce como actividad. Al conjunto de interacciones entre las entidades se llama estructura. La descripción de todas las entidades, atributos y actividades del sistema de acuerdo con su existencia en algún punto del tiempo, se conocen como estado del sistema (ver tabla 1). El medio ambiente de un sistema es todo lo que rodea al sistema sin ser parte de él. Algunos ejemplos de sistemas y su estructura se muestran en las figuras 2-I y 3-I



(Figura 1-I)

Estructura de un Sistema

La siguiente descripción sería el estado del sistema de transporte urbano en el año de 1978.

Calles, avenidas y vías rápidas	Equipo de transportación por tipo de vehículo.
. Superficie pavimentada 3,457,150 m^2	. Trolebuses 447
. Superficie bacheada 22,704,195 m^2	. Autobuses 1,400
. Superficie reconstruida 5,109,870 m^2	. Taxis 35,500
15 Ejes Viales 133 km	. Tranvías 176
	Vehículos particulares
	. 4 cilindros 532,400
	. 6 cilindros 225,200
	. 8 cilindros 242,600

- 0 -

CLASIFICACION DE SISTEMAS

Se ha dicho que una actividad es un proceso que provoca cambios en el sistema. Si los cambios solo ocurren en ciertos instantes, separados entre sí, se trata de un sistema discreto, sin intervalos pequeños y en cada uno ocurren cambios, se trata de un sistema continuo. Algunas actividades pueden iniciarse en el medio ambiente y afectar al sistema que las posee se le llama sistema abierto. Las actividades que ocurren dentro de un sistema se denominan endógenas. Si el sistema sólo tiene actividades endógenas y ninguna exógena se trata de un sistema cerrado. Los sistemas cerrados no existen en la práctica sólo aparecen para elaborar algunas teorías científicas.

Si el resultado de alguna actividad puede conocerse con certeza, se trata entonces de una actividad determinística, o bien, si está sujeta a una distribución de probabilidad es una actividad estocástica. Si el sistema sólo tiene actividades determinísticas es un sistema determinístico; si tiene una o más actividades estocásticas, se trata de un sistema estocástico.

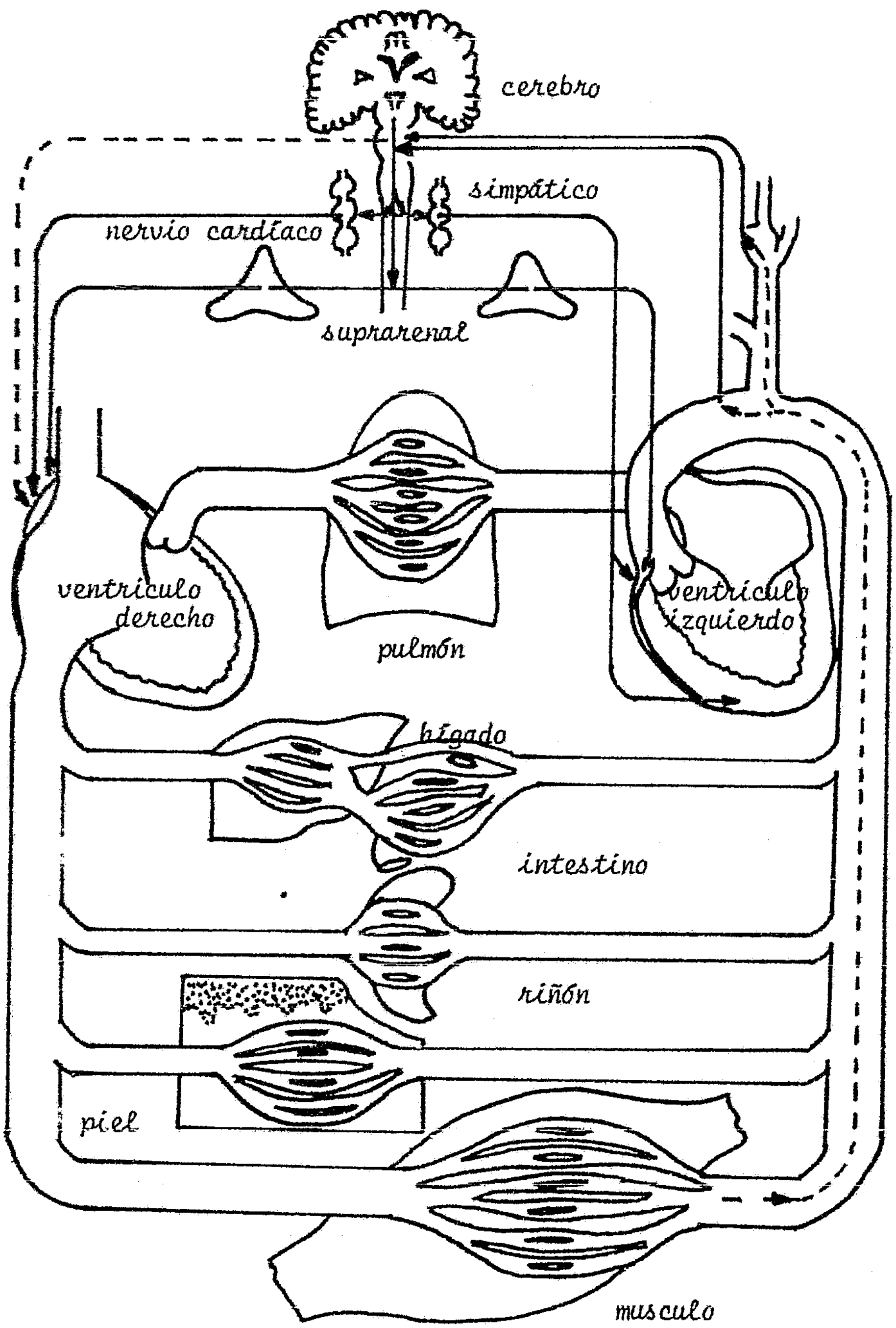
Por ejemplo, en el transporte urbano, el estado del sistema cambia continuamente en el tiempo, ya que en forma constante entran en circulación nuevos carros y se descontinúan los más antiguos, aumenta y disminuye el número de usuarios del metro, de los autobuses, de los taxis, etc. Algunas de sus actividades influyen en el medio ambiente como se ve en las repercuciones económicas, por las horas-hombres perdidas, o el gasto de gasolina, en algún fenomenal embotellamiento. Además, algunas de sus actividades son inciertas, ya que nadie sabe cuanto tiempo tardará en transportarse de el lugar del trabajo a su casa. Es decir, se trata de un sistema continuo, abierto y estocástico.

Por otra parte considerese que un pequeño taller de cromado de metales que opera de la siguiente forma: los días viernes recibe los pedidos, que ese mismo día ordena la materia prima necesaria al proveedor, este material se recibe puntualmente los lunes, día que se inicia el proceso de cromado. Todas las operaciones de proceso se conocen a la perfección de manera que el día jueves se entrega el material cromado. El funcionamiento del taller afecta a los clientes, a los empleados y en último término a la economía nacional, se trata de un sistema discreto, abierto y determinístico.

EVOLUCION DE LA NOCION DE SISTEMAS

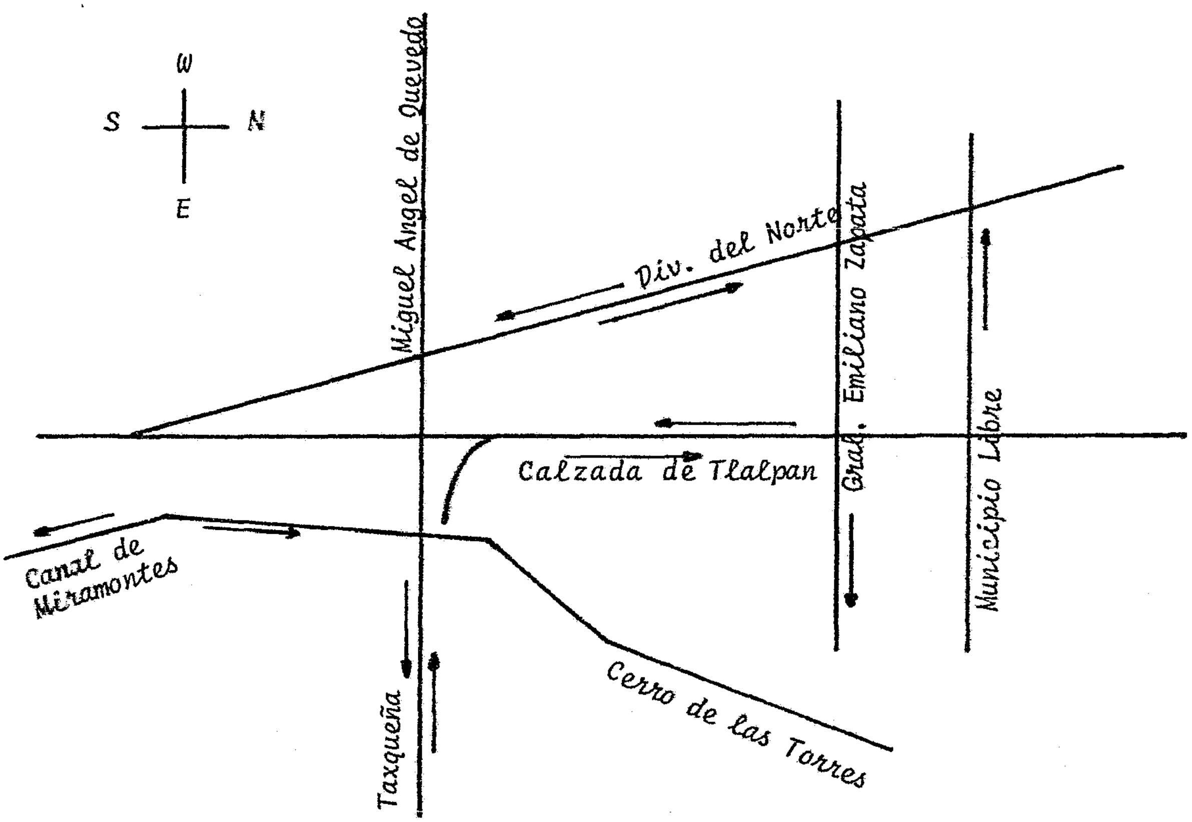
Desde hace muchos años se ha reconocido que objetos de estudio de diversa índole tienen semejanzas estructurales, por ejemplo, al estudiar, el transporte urbano, pueden encontrarse semejanzas con el flujo de fluidos por una tubería. La tubería sería equivalente a las calles y avenidas y el material que fluye equivaldría a los vehículos. Se puede considerar que un tráfico adecuado sería como mantener un flujo laminar y que todo lo que tienda a romper el flujo laminar (obstáculos, reducciones, cambios bruscos de dirección, etc.)haría conflictivo el tránsito en un sistema de transporte. Muchos de los pricipios del flujo de fluidos se establecieron al estudiar el flujo de la sangre en el cuerpo humano, así que, las venas y arterias, son como tuberías y la sangre en sí, es un fluido. (Ver figuras 2 y 3). Es interesante comprobar que las conclusiones que se obtienen al estudiar alguno de estos sistemas se puede aplicar generalmente a otros.

Así se pueden citar muchos otros ejemplos. Lo que se quiere destacar es que ciertas propiedades de un objeto de estudio, pueden ajustarse a otro que tenga la misma estructura. Esto dió lugar a que se estudiaran los sistemas, es decir las estructuras y sus propiedades por sí mismas,sin referirse para nada a su naturaleza recordando la definición del párrafo anterior se puede decir que dos sistemas son estructuralmente semejantes si las interacciones que guardan entre sí sus elementos son de la misma forma. Así han surgido conceptos y propiedades de los sistemas que no se refieren a uno en particular, sino a conjuntos de sistemas que tienen la misma estructura, algunos ejemplos son :



Sistema	Entidades	Atributos	Actividades	Medio Ambiente
	sangre	oxigenada o no oxigenada	circular	sistema nervioso
Circulatorio	arteria	diámetro	contraerse	sistema respiratorio
	venas	tamaño	expandirse	sistema muscular
	corazón	condición	bombear	

Figura 2-I Sistema Circulatorio



Sistema	Entidades	Atributos	Actividades	Medio Ambiente
	carros	modelo	conducir	sistema social
	camiones	tamaño capacidad	circular abordar	
Transporte urbano	metro	No. de Línea	frenar arrancar	sistema económico
	semáforo	tiempo de operación	cambiar de luz	
	calle	sentido		

Figura 3-I Sistema de Transporte Urbano

1) Se puede hablar del flujo en un sistema sin referirse al sistema circulatorio, al sistema de tuberías o al sistema de transporte urbano.

2) La difusión es un término común a sistemas físicos, químicos, biológicos y otros.

3) Los conceptos de ambiente apacible y ambiente turbulento son comunes a la ecología, a la administración de empresas o a la educación.

Es evidente la utilidad de este enfoque de sistemas, por esto es que en fechas recientes se ha comenzado a estudiar a los sistemas en sí. A la rama de la ciencia que los estudia se le llama Teoría General de Sistemas.

La Ingeniería de Sistemas sería la aplicación de los conocimientos de esta teoría a la solución de problemas de Ingeniería.

EVOLUCION DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

Por ser las matemáticas esencialmente el estudio de las relaciones, es muy importante su aplicación a los sistemas, sobre todo si éstos se pueden definir con precisión, como en el caso de los sistemas físicos y químicos. El uso de ellas se generalizó después de la Segunda Guerra Mundial, gracias al desarrollo de las computadoras, para estudiar sistemas industriales y administrativos. Algunos métodos se consideran de importancia fundamental para el estudio de los sistemas, como son los métodos de optimización, la estadística, la teoría de juegos, la simulación, la teoría de espera, etc. , todos los cuales quedaron agrupados dentro de una disciplina que actualmente se conoce como <u>investigación de operaciones</u> .

Aunque cada uno de los métodos se desarrolló independientemente desde hace muchísimos años (la mitología griega menciona problemas de opti

mización, y Mozart usaba la simulación para componer algunas piezas).
No es sino hasta que se desarrolla la teoría general de sistemas cuando se estructura la investigación de operaciones. De manera que ésta, como disciplina, surge paralelamente con la teoría de sistemas. Es por esto que, para un análisis adecuado de los sistemas, se necesita un estudio de la investigación de operaciones.

En el presente capítulo se estudiarán algunos de los métodos de la investigación de operaciones aplicables a sistemas discretos, determinísticos y que pueden ser abiertos o cerrados.

SISTEMA: Es un conjunto de elementos que interactúan entre sí con un propósito común.

Estructura de un sistema:

- entidades ⟹ elementos del sistema
- atributos ⟹ propiedad de una entidad
- actividad ⟹ proceso que provoca cambios en el sistema
  - endógena ⟹ Se origina dentro del sistema
  - exógena ⟹ Se origina en el medio ambiente y afecta al sistema
- medio ambiente ⟹ todo lo que rodea al sistema y no es parte de él

Describir el sistema es dar el estado del sistema.

Clasificación de Sistemas:

- continuo ⟹ cambios suaves en el tiempo
- discreto ⟹ cambios discontinuos.

- abierto ⟹ interactúa con el medio ambiente
- cerrado ⟹ no interactúa con el medio ambiente

- estocásticos ⟹ tienen actividades con resultados inciertos pero sujetos a una distribución de probabilidad.
- determinística ⟹ tienen únicamente actividades para las cuales se conoce con toda certeza su resultado.

Desarrollo de la noción de sistema	Ejemplos
Concepto de algún campo particular de la ciencia.	(Anatomía: flujo de la sangre por las venas y arterias)
Generalización y aplicación de este concepto a otros campos de la ciencia.	(Flujo de fluidos por una tubería: flujo de vehículos por calles y avenidas: flujo de información en una empresa).
Generalización del concepto de un sistema	(Flujo en el sistema).

El estudio de los sistemas lo realizó la teoría general de sistemas.

Papel de la Investigación de Operaciones en la teoría de sistemas.

Proporciona las técnicas y herramientas adecuadas para tratar un sistema, ejemplo: algoritmo de flujo máximo para encontrar la máxima cantidad de vehículos que pueden circular por las calles y avenidas que conectan dos puntos de una ciudad. Su desarrollo es paralelo al de la teoría de sistemas.

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACION

Reactivo I. A partir de los sistemas que se le presentan; resuelva usted las siguientes preguntas :

a) Comunicaciones telefónicas
b) Supermercado
c) Puerto marino
d) Estación gasolinera
e) Cafetería
f) Peluquería
g) Museo
h) Restaurant

1. Identifique sus entidades
2. Describa algunos de sus atributos y actividades.
3. ¿ Cúal es su medio ambiente ?
4. ¿ De qué tipos de sistemas se trata ?
5. Encuentre otros sistemas estructuralmente semejantes a ellos.

Reactivo II. Realice una breve historia de los métodos de optimización.

Solución al cuestionario de autoevaluación. Unas de las posibles respuestas son:

SISTEMA	ENTIDADES	ATRIBUTOS	ACTIVIDAD	MEDIO AMBIENTE	TIPO DE SISTEMA	SISTEMA SEMEJANTE
Estación de Gasolina	Bombas	Gasto, Modelo	Bombear Líquido	Sist. Mecánico	Sistema Continuo, Abierto y Estocástico	Caja Automática
	Combustible	Dissel, Nova, Extra	Generar Energía	Sist. Hidráulico		
	Tanques Almacenamiento	Capacidad, Resistencia, ventilación	Almacenar	Sist. de Cimentación		
	Despachadores	Alto, Bajo, Presentación	Servicio	Sist. Social		
Cafetería	Mesas	Tamaño, Tipo, Forma	Soportar	Sist. de Servicio	Sistema Discreto, Abierto y Estocástico	Restaurantes
	Sillas	Forma, Tipo	Soportar	Sist. Social		
	Meseras.	Gordas, Flacas, Uniformes	Servicio	Sist. de Distribución		
	Vasos	Material, Tamaño	Contener	Sist. de Almacenamiento		
Peluquería	Espejo	Tamaño, Forma	Reflejar las Imágenes	Sist. de Iluminación.	Sist. Discreto, Abierto y Estocástico.	Sala de Belleza
	Peine	Material, Color	Desenredar el Cabello	Sist. Capilar		
	Navaja	Filo, Uso	Cortar	Sist. Locomotor		
Museo	Obras	Colorido, Material, Tipo	Transmitir un Mensaje	Sist. Optico	Sist. Discreto, Abierto y Estocástico	Galería
	Pedestales	Tamaño, Forma	Soportar, Exhibir	Sist. Estático		
	Luces	Intensidad, Reflexión	Iluminar	Sist. Arquitectónico		
Restaurantes	Baño	Amplios, Color, Limpieza	Servicio	Sist. de Ventilación	Sis. Discreto, Abierto y Estocástico	Bar
	Comida	Buena, Sazón, Tipo	Satisfacción	Sist. Digestivo		
	Cheff	Gusto	Organizar	Sist. de Utencilios		

CAPITULO 2

M O D E L A D O

MODELADO

Objetivos específicos .

El alumno será capaz de :

- Explicar con sus propias palabras el proceso de modelado.

- Enumerar algunas de las ventajas de el modelado.

- Definir en sus propios términos lo que es un modelo.

- Diferenciar y clasificar distintos modelos.

- Diferenciar y nombrar cada una de las partes de un modelo de programación lineal.

- Diferenciar entre un problema de programación lineal.

- Diferenciar entre un problema de programación lineal y uno que no lo es.

- Establecer un modelo adecuado de un problema de programación lineal.

- Resolver problemas de programación lineal en los que sea aplicable el método gráfico.

MODELADO

INTRODUCCION

Considérese el siguiente problema:

Se encuentran tres Franciscanos y tres Jíbaros en la orilla derecha del Amazonas, y quieren trasladarse a la orilla izquierda, por medio de un bote que no puede llevar más de dos pasajeros a la vez. Si los Jíbaros sobrepasan en número a los Franciscanos, en cualquier orilla, matarán a estos últimos y se los comerán.

Hay que responder las siguientes preguntas :

¿ Pueden cruzar los 6 íntegramente, de una orilla a la otra ?
Sí pueden

¿ Cómo lo harán en el menor número de viajes ?

La respuesta correcta es, que sí pueden cruzar todos sanos y salvos el río. A continuación se muestra un método para resolver el problema.

Considérese a f como el número de Franciscanos y a j como el número de Jíbaros, y construyanse todas las combinaciones posibles de Franciscanos y Jíbaros en la orilla derecha (no es necesario considerar la orilla izquierda, dado que estas combinaciones quedan determinadas al hacerlo con la orilla derecha). f puede ser igual a 0,1, 2 ó 3 lo mismo que j, de manera que hay $4 \times 4 = 16$ combinaciones posibles, las cuales se pueden representar en forma conveniente en una matriz.

ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
ϕ	ϕ	ϕ	ϕ

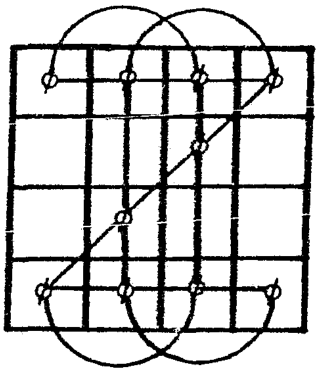
Donde el punto $f = 2$, $j = 1$ significa que hay en la orilla derecha 2 franciscanos y 1 jíbaro

De acuerdo a las restricciones, ¿ Cuáles de estas combinaciones son factibles y cuáles no ?

Dado que el número de Jíbaros no puede ser mayor que el de Franciscanos, en ninguna de las orillas, de las 16 combinaciones seis no son factibles, por ejemplo: $f = 2$, $j = 0$, significa que en la orilla derecha hay 2 Franciscanos y ningún Jíbaro, pero en la orilla izquierda hay 3 Jíbaros y 1 Franciscano a punto de morir. Las diez combinaciones factibles se indican con puntos en la matriz.

ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
		ϕ	
	ϕ		
ϕ	ϕ	ϕ	ϕ

Estos puntos se pueden conectar con líneas que representan todos los viajes, trasladando 1 ó 2 personas al lado opuesto del río. El resultado es una red no dirigida.



Esta red se transforma entonces en una red dirigida, añadiendo flechas que muestran la dirección de cada viaje. La transformación de una red no dirigida a una dirigida se efectua de acuerdo a dos reglas:

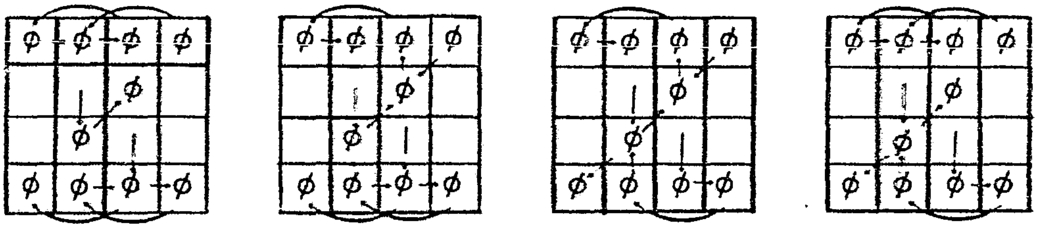
1) El objetivo es crear una "caminata" dirigida que comience en el punto superior derecho ($f=3$, $j=3$) y termine en el punto inferior izquierdo ($f=0$, $j=0$).

2) La caminata dirigida debe alternar movimientos hacia abajo o a la izquierda, con movimientos hacia arriba o a la derecha, ya que cada paso abajo o a la izquierda significa un viaje de la orilla derecha a la izquierda, mientras que un paso arriba o a la derecha corresponde a un viaje en la dirección opuesta.

Con estas dos reglas, hay que tratar de ir del punto (3,3) al punto (0,0) en el menor número de viajes.

¿ Cuántos viajes se obtienen como mínimo ?

A continuación se muestran las cuatro caminatas que dan el número de viajes mínimo :



Cada caminata completa la transferencia en 11 movimientos, de manera que el menor número de viajes en que los 6 pueden cruzar íntegramente a la otra orilla es 11.

ANALISIS DE LA SOLUCION DEL PROBLEMA

En la solución de este problema, se ha supuesto que algunas informaciones acerca de sus características son irrelevantes, por ejemplo :

El empuje del bote por la corriente
La dirección de la corriente
La fortaleza de los Franciscanos y Jíbaros
Las características del río y el clima de la región

EL PROCESO OPERATIVO

Antes de resolver el problema se ha realizado un análisis detallado del mismo, ordenando y clasificando todos los datos, tomando una notación clara y única e identificado el objetivo, así como las relaciones entre datos y condiciones de el problema.

- Hay 3 Franciscanos y 3 Jíbaros.
- Se define $f=0,1,2,3$ como número de Franciscanos y $j=0,1,2,3$ como número de Jíbaros.
- El objetivo es que los 6 atraviesen el río íntegramente.
- Existe un conflicto entre los Franciscanos y los Jíbaros, de manera que si $j > f$ en cualquier orilla los Fransiscanos morirán.
- Cuentan con un bote con capacidad hasta para 2 personas.
- Cada viaje de ida requiere uno de regreso.
- Todos los participantes saben y pueden remar.

Aplicando los conceptos de teoría de redes, (Capitulo V) se puede comprobar que la solución óptima es realizar 11 viajes.

VALIDACION DE LA SOLUCION

Una vez resuelto el problema, se debe comparar con el mundo real y ver como se comporta la solución, en este momento cabe considerar la siguiente pregunta.

¿ Es práctica la solución, es decir, les servirá a los Franciscanos y a los Jíbaros para cruzar el río ?

De acuerdo con las características que se dieron como irrelevantes en el planteamiento del problema, se puede, al comparar con el mundo real, ver que este se ha idealizado en tal forma que, en la realidad, puede no ser de ninguna aplicación, por ejemplo:

- El bote puede ser deviado por la corriente de tal forma que 11 viajes serían demasiados para 6 hombres.
- Quizá la distancia de una orilla a la otra influya exageradamente en el tiempo para realizar 11 viajes.

- Se supone que el bote sale de un mismo punto todas las veces, y llega a la otra orilla también a un punto determinado, lo cual dada la corriente puede no ser real.

- Se ha supuesto que los Jíbaros están dispuestos a compartir el bote con los Franciscanos, cuando en la realidad su mentalidad no este de acuerdo en llevar y traer el bote cuando les toque.

- También se da por hecho que los Jíbaros respetarán a los Franciscanos, mientras permanezcan juntos siendo el mismo número, cuando en la vida real, quizá baste 1 Jíbaro para matar a los 3 Franciscanos.

En el siguiente inciso, se analizará la validez de una solución en función del concepto de Modelos y su representación de la vida real.

FILOSOFIA DE LA SOLUCION DEL PROBLEMA

La siguiente metodología se siguió para resolver el problema :

1) El problema original se presenta casi siempre en el mundo real, en el muy pocas veces entendible ambiente de todos los días.

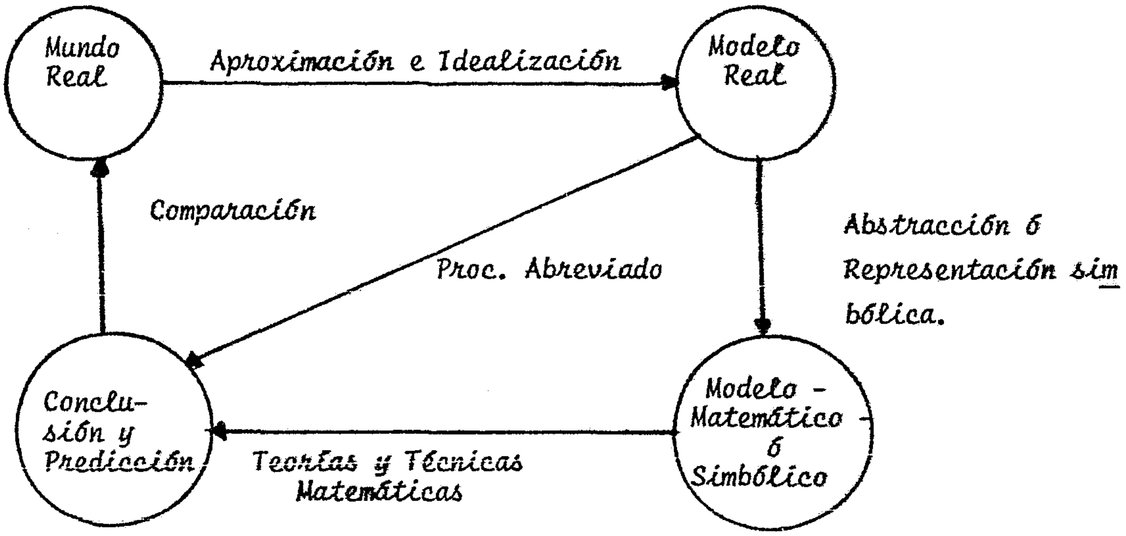
2) Identificado el problema, se procede a analizarlo para simplificarlo, quitando todo aquello que se considere como irrelevante. A esta aproximación del mundo real se le llama modelo real.

3) El modelo real se transforma en un modelo matemático o simbólico por medio de un proceso de abstracción, el cual consiste en representar a los componentes del problema mediante símbolos o variables matemáticas y a las relaciones entre ellas como ecuaciones matemáticas.

4) La ventaja del modelado matemático o simbólico es que se puede manejar con técnicas apropiadas con objeto de obtener los resultados, que pueden ser conclusiones y predicciones acerca del problema.

5) Estos resultados se deben comparar con el mundo real, y si no son aplicables hay que repetir el ciclo, ya que tal vez la simplificación fue excesiva.

El siguiente diagrama ilustra la metodología :



No siempre se pasa por un modelo matemático o simbólico. Existe un proceso abreviado que, a partir de ciertas idealizaciones y simplificaciones del mundo real, es decir, a partir del modelo real, obtiene los resultados del problema. Este proceso abreviado es el que siguen los grandes directivos de empresas y los grandes estadistas y científicos.

A continuación se presenta un análisis más detallado de alguno de sus puntos.

EL PROCESO DE MODELADO

Los modelos son representaciones de la realidad, la principal ventaja, para justificar su utilización es el ser menos complejos y más fáciles de controlar. En general, se pueden construir modelos sencillos de la realidad que pueden utilizarse para predecir y explicar fenómenos con la suficiente precisión. A pesar de que, para la predicción exacta del proceso real, se requiere tomar en cuenta un gran número de variable, para lograr una exactitud que sea prácticamente utilizable, basta normalmente un número pequeño de variables. Desde luego, el arte esta en encontrar el número de variables adecuado que se deben tomar en consideración y su correcta interrelación.

La calidad de un modelo depende principalmente de la imaginación y creatividad del equipo de investigación. La intuición, la perspicacia, y otras operaciones mentales que son esencialmente no regulables y juegan un papel importante en el proceso. Por tanto no es posible preparar un manual de instrucciones para la contrucción de modelos. Si tal manual pudiera prepararse, seria más probable que se restringiera a estimular la creatividad.

Sin embargo, cuando se examina la experiencia en la construcción de modelos, surgen ciertos patrones (pautas). El conocimiento de estos patrones puede estimular la imaginación y guiar la creatividad. Estos patrones varian dependiendo de la ambigüedad de la estructura del sistema que se estudia y de la facilidad de acceso que tenga el investigador a los trabajos internos de el sistema.

Las siguientes son las pautas más recomendables para el modelado :

1) Factorice el problema en problemas más cortos y simples.

2) Establezca de una manera clara las relaciones y objetivos.

3) Busque analogías.

4) Considere los cálculos numéricos instantáneos de el problema.

5) Establezca símbolos.

6) Apunte lo que sea obvio.

7) Si se obtiene un modelo manejable; enriquézcalo o de otra forma simplifíquelo.

Para poder concretar que el modelo es suficientemente bueno, se pueden establecer criterios, los cuales todo buen modelo debe ser capaz de satisfacer.

1) Que sea simple para que sea entendido por el usuario.

2) Que tenga sus metas o propósitos directos.

3) Que no dé respuestas absurdas.

4) Que sea de fácil manipulación y control para el usuario.

5) Que dé resultados completos e importantes.

6) Que sea adaptativo, esto es, de fácil modificación para renovarlo.

7) Evolucionario, esto es, que debe empezar con cosas simples e ir llevando al usuario a lo más complejo.

En general las ventajas del modelado son evidentes y numerosas, pudiendose mencionar las siguientes :

- Mediante el modelado se obtienen economías, puesto que es más barato trabajar con modelos que con el sistema real.

- El modelado es una poderosa ayuda para pensar en los problemas intrinsecos que pudiera tener el sistema.

- El modelado y la simulación se usan, algunas veces, con el propósito de entrenar e instruir.

- El modelado es una ayuda poderosa para la experimentación y predicción de los estados futuros del sistema.

- Es un ejercicio de comunicación pues se tiene que pasar de un lenguaje común a otro lenguaje abstracto o físico.

- Una gran cantidad de problemas de la vida real se pueden ajustar al mismo modelo, facilitando el proceso de solución.

NECESIDAD DE TECNICAS Y HERRAMIENTAS

Todas las operaciones en las cuales se ve envuelto el hombre de nuestra era son cada vez más complejas. Esta complejidad es el resultado de las relaciones existentes entre las cada vez más complicadas organizaciones y el munfo físico que las rodea. Si bien lo complicado de las organizaciones no es una característica de nuestra época; es en ella en la cual se esta apreciando su trascendencia y se le esta dando importancia; es por eso que ahora se puede saber, que algún cambio en una parte del sistema, muy bien puede producir cambios, o provocar la necesidad de cambios, en otra parte de él.

Con el advenimiento de la computadora el modelado se ha convertido en una herramienta poderosísima, ya que ella permite analizar el diseño y la operación de los sistemas complejos, esto es, simular el sistema. Dado el gran uso de esta herramienta hoy en dia, es evidente la necesidad de poseer técnicas bien conocidas y probadas para la solución de los modelos, con lo cual se obtiene mayor eficacia en el uso de la computadora.

VALIDACION DE EL MODELO

La validación es el proceso de dar con un nivel de certeza adecuado tal que, cualquier inferencia sobre el sistema derivado de la simulación, sea correcta. Es imposible probar que cualquier simulador es el modelo correcto y verdadero de el sistema real. Esta seguridad se obtiene probando la validez del modelo.

Se deben usar tres pruebas para validar un modelo. Primero se debe estar seguro de que el modelo tenga apariencia de certeza. - Segundo, hay que preguntarse si los resultados del modelo parecen razonables. La última prueba consiste en buscar gente que este directamente relacionada o involucrada en el sistema actual y pedirle que compare los resultados de la simulación con las respuestas actuales del sistema real. Para hacer la prueba más científica - se pueden presentar varios conjuntos de respuestas reales y simuladas.

DEFINICION Y CLASIFICACION DE MODELOS

Modelo.- Un modelo es una representación cualitativa o cuantitativa de un sistema, en el cual se muestran las relaciones predominantes entre los elementos del sistema.

Desde un punto de vista limitado, se puede verificar que todo modelo consiste en una combinación de los siguientes ingredientes:

1) Componentes.- Son las partes constituyentes que cuando se toman todas juntas forman el sistema. También se les acostumbra llamar elementos o subsistemas.

2) Parámetros.- Son las cantidades a las que el operador del modelo puede asignar un valor arbitrario.

3) Variables.- Son aquellos símbolos que solo pueden asumir aquellos valores que la forma de la función haga posibles. Se pueden reconocer dos tipos de variable en el modelado de un sistema, exógenas y endógenas. Las variables Exógenas o de entrada, son aquellas que se producen fuera del sistema (o son resultado de causas externas). Las variables Endógenas son las que se producen dentro del sistema o el resultado de causas internas de el sistema.

4) Relaciones Funcionales . - Estas describen la forma en que se desarrollan las variables y los parámetros, dentro de cada componente o entre componentes del sistema. Estas relaciones pueden ser determinísticas o estocásticas.

5) Restricciones.- Son limitaciones impuestas a los valores de las variables o sobre la manera en que los recursos deben ser distribuidos. Estas restricciones pueden ser impuestas por el diseñador o impuestas por el sistema.

6) La Función Criterio.- Es una declaración explícita de los objetivos o metas del sistema y cómo puede evaluarse este. Esta función es una parte integral del modelo, y la manipulación de él está dirigida por intentos de optimizar o satisfacer el criterio establecido.

CLASIFICACION DE MODELOS

En su libro J. W. Forrester (Industrial Dynamics) da una excelente discusión de las diferencias en los modelos en las ciencias físicas, ingenieria y las ciencias sociales. El puntualiza que los científicos de las ciencias físicas estan tratando con grandes sucesos, de un modelo de fenómenos naturales, por otro lado los ingenieros y los científicos sociales estan tratando con modelos de sistemas que el hombre determina, Cree que la diferencia práctica entre ingenieria y las ciencias sociales es grande, en la forma en que las herramientas del modelado estan siendo usadas y el diferente énfasis en sus objetivos finales. En ingeniería, los modelos sirven como - una ayuda para diseñar o improvisar sistemas, mientras que en las - ciencias sociales y economía, explican sistemas existentes.

Los modelos matemáticos (simbólicos) son los modelos más frecuentemente usados por las ramas de la Ingeniería de Sistemas, estos modelos pueden ser de cuatro clases.

MODELOS ESTATICOS.- Son aquellos modelos que permanecen en el transcurso de el tiempo, es decir no cambian.

MODELOS DINAMICOS.- A esta clase pertenecen todos aquellos modelos que sus características fundamentales les sean alteradas en el transcurso del tiempo.

MODELOS PROBABILISTICOS.- Contienen elementos cuyo comportamiento no es conocido con certeza, esto es se conocen las posibilidades de su comportamiento.

MODELOS DETERMINISTICOS.- Son modelos en los cuales el comportamiento de sus elementos es conocido con certeza.

Los modelos se pueden clasificar de muy distintas maneras, y cada una de ellas es adecuada para el propósito particular para la que fue creada. Una de las clasificaciones más amplías que se han propuesto, es la mostrada en el cuadro. Las clases de modelos son las siguientes :

		MATERIALES			SIMBOLICOS		
		Réplica	Cuasi Réplica	Analogía	Descriptivos	Simulativos	Formales
ESTATICOS	Determinísticos	Maqueta	Mapa	Estatua	Los diez mandamientos	Tabla de decisiones lógicas	Ley de Ohm
	Probabilísticos	Prueba de una dósis crítica	Mapa de Mareas	Dado simulando Ruleta Rusa	Reporte de el tiempo	Programa no adaptivo y variable de ajedrez	Equilibrio en la longitud de una cola
DINAMICOS	Determinísticos	Juego de Tren	Planetarium	Circuito de comportamiento análogo	Sistema Legal	Algoritmo de ruta crítica	Leyes de Lanchester
	Probabilísticos	Experimento Genético	Imagen de T. V. con ruido. Prueba de endurecimiento.	Generador de ruido blanco	Texto de evolución DARWINIANA	Modelo de Transporte vehículo por vehículo	Ecuación diferencial estocástica

Incremento de la generalidad

Decremento de la realidad
Incremento de la realidad de inferencia
Incremento de la abstracción

REPLICAS.- Transformación espacial del objeto físico original en la cual se conserva las mismas relaciones dimensionales.

CUASI-REPLICA.- Son los modelos físicos en los cuales una o más de las dimensiones del objeto modelado son olvidadas o no modeladas.

ANALOGIA.- Es un modelo físico el cual no tiene una semejanza directa con el fenómeno modelado, sin embargo, con las propiedades esenciales de éste puede establecerse una correspondencia uno a uno, con las correspondientes propiedades de lo modelado.

DESCRIPTIVOS.- Es un modelo simbólico, el cual es una explicación de el proceso por medio de el lenguaje cotidiano, el cual esta sujeto tan solo a las reglas gramaticales aplicables al lenguaje en el cual es expresado.

SIMULATIVOS.- Es un modelo simbólico en el cual pueden coexistir las estructuras gramaticales, pero también debe de contener expresiones y fórmulas matemáticas.

FORMALES.- Son modelos símbólicos que consisten de símbolos los cuales son manejados por entero por operaciones de una disciplina matemática.

Como ejemplo clásico de un modelo estático, determinístico y formal se tiene el modelo de programación lineal que tiene la siguiente forma :

MAXIMIZAR : $Z = C_1 X_1 + \ldots . C_n X_n$ FUNCION OBJETIVO

SUEJTO A :

$$\begin{aligned} A_{11} X_1 + \ldots . A_{1n} X_n &\leq b_1 \\ A_{21} X_1 + \ldots . A_{2n} X_n &\leq b_2 \\ \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \quad &\vdots \\ A_{m1} X_1 + \ldots . A_{mn} X_n &\leq b_n \\ X_1, X_2, \ldots . X_n &\geq 0 \end{aligned}$$

RESTRICCIONES EXPLICITAS

RESTRICCIONES IMPLICITAS DE NO NEGATIVIDAD

Los números A_{ij}, b_i y C_j son constantes conocidos que describen al problema y deben ser obtenidos del mundo real. Las variables X_j deben tomar el valor tal que se satisfagan las restricciones y se maximice la función objetivo. El valor de la función objetivo es Z.

El primer renglón en el modelo es la función objetivo, que puede ser por ejemplo, las ganancias de una compañía, donde C_1 es la ganancia que se tiene al producir una unidad del producto uno. El número de unidades a producir del producto uno es la variable X_1, cuyo valor se determinará en el curso de la solución. Las m desigualdades son las restricciones explícitas. Establecen que hay disponible una cantidad limitada de cada recurso, como el recurso i, y que esta cantidad es b_i. Cada producto, por ejemplo el producto j, requiere aij unidades del recurso i para producir una unidad del producto j, De manera que el conjunto total de restricciones establece que la cantidad de recursos utilizados para la producción no puede exceder a lo que se tiene disponible.

El último conjunto de restricciones son las restricciones de que las variables no pueden ser negativas. Se llaman también implícitas ya que no requieren de una representación explícita en el proceso de solución.

Como se puede ver este es un modelo muy abstracto que aparentemente requiere de un gran esfuerzo mental para construirlo y manejarlo. Tiene sin embargo la gran ventaja de que es muy general. Hay un gran número de problemas, de muy diversa naturaleza que se pueden ajustar a él, y una vez hecho esto el proceso de solución no es muy complicado.

SOLUCION DE LOS PROBLEMAS DE PROGRAMACION LINEAL :

a) Solución gráfica: Si el problema de programación lineal es sencillo, conteniendo 2 o hasta 3 variables se puede resolver gráficamente de la siguiente forma.

En un problema de dos variables, cada variable se representa en uno de los ejes de un plano coordenado. Las restricciones, consideradas como igualdades extrictas, son rectas en el plano, las consideradas como desigualdades, dividen al plano en dos regiones, alguna de las cuales cumple con la restricción.

La intersección de todas las regiones que cumplen con todas las restricciones del problema se conoce como región factible (puede no existir). Dentro de esta región factible se encuentra el punto que maxmiza la función objetivo.

La función objetivo es una recta que se mueve en el plano con la misma pendiente y barriendo distintos valores de X_1 y X_2. En la gráfica se pueden determinar estos valores.

Cuando hay tres variables, la representación tiene que ser en el espacio y las restricciones son planos, la región factible es un volumen y su manejo es más complicado.

En los ejercicios anexos se presentan varios ejemplos que muestran en forma detallada el proceso de solución gráfica para problemas de dos variables y el modelado de estos otros más.

b) Solución Analítica. Esta solución conocida como método Simplex se discute en el capítulo siguiente.

EJEMPLO 1-II

Un accionista de una Compañía fabricante de radios escucha en una comida, una información veráz de la importancia que tendrá la radiodifución en los próximos años, por lo cual ha pedido a sus expertos que investiguen la forma de maximizar las utilidades de la empresa, debidas a la venta de radios AM y AM -FM

Los expertos han consultado con sus proveedores y estos les informan que pueden proporcionar 500 partes para radios AM-FM y 900 partes para radios AM por unidad de tiempo. Por condiciones de la empresa y los trabajadores, los expertos saben que se cuenta con 3000 horas/hombre para producción de piezas, 1000 horas/hombres para esamble y 600 horas/hombres para inspeción, el departamento de Ingeniería de métodos les ha proporcionado la siguiente tabla :

Aparato	Horas/hombre Producción	Horas/hombre Ensamble	Horas/hombre Inspección
AM	2	1	1/2
AM-FM	3	2	3/4

El departamento de finanzas informa que la utilidad neta por radio AM es de $900.00 y de $1,500.00 por radio AM-FM.

¿ Cómo deberán manejar esta información los expertos ?

INFORME DE LOS EXPERTOS :

Definamos las siguientes variables :

X_1 - Cantidad de radios AM
X_2 - Cantidad de radios combinados AM-FM

Siendo la idea maximizar las utilidades, esto se logrará haciendo una combinación óptima de las ventas de los dos tipos de aparatos, de acuerdo con esto la función objetivo se trabajará como :

$$\text{Maximizar } Z = 900\, X_1 + 1500\, X_2$$

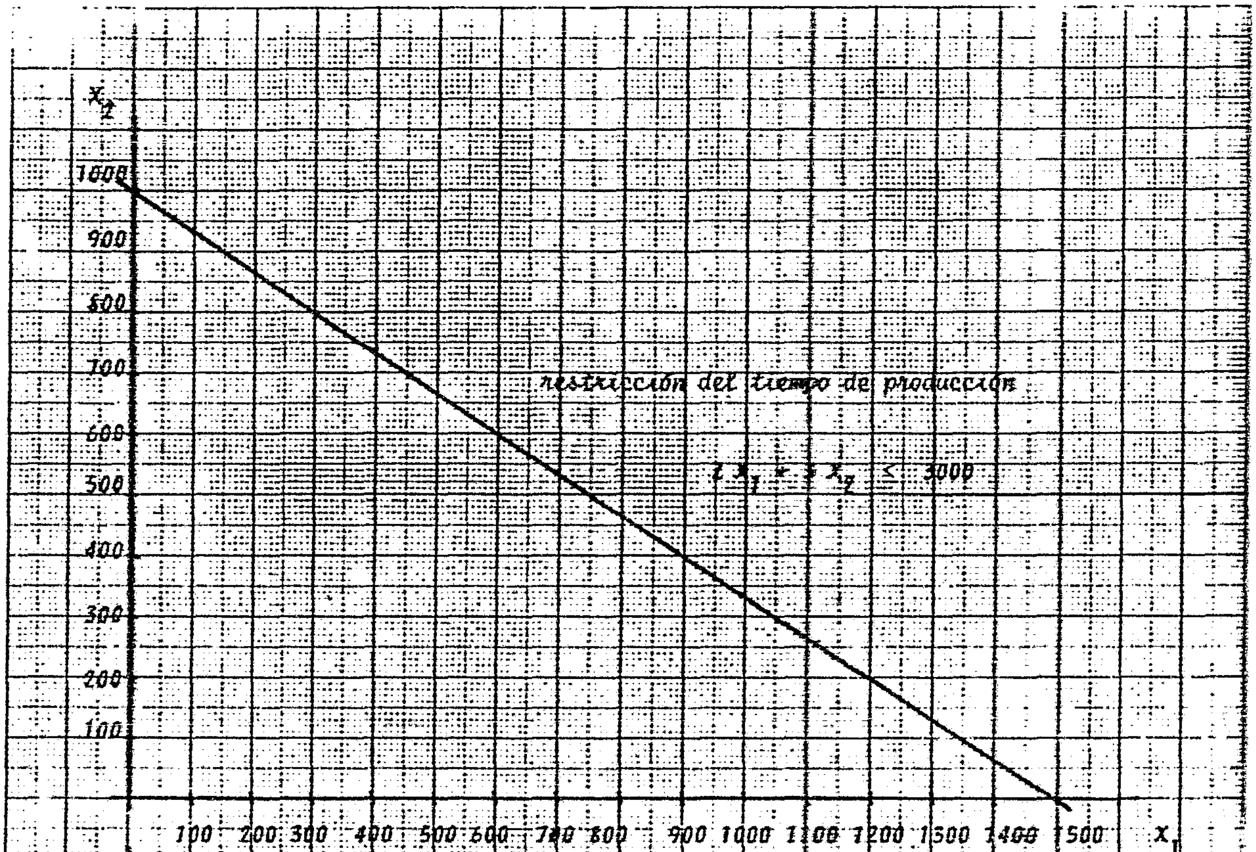
Esta función debe satisfacer también las siguientes restricciones:

restricción de número de horas para producción	$2\, X_1 + 3X_2 \leq 3000$
restricción de número de horas para ensamble	$X_1 + 2\, X_2 \leq 1000$
restricción del número de horas para inspección	$1/2\, X_1 + 3/4\, X_2 \leq 600$
restricción del número de piezas que pueden satisfacer los proveedores de partes para radios AM- FM	$X_2 \leq 500$
restricción del número de piezas que pueden satisfacer los proveedores de partes para radios AM	$X_1 \leq 900$

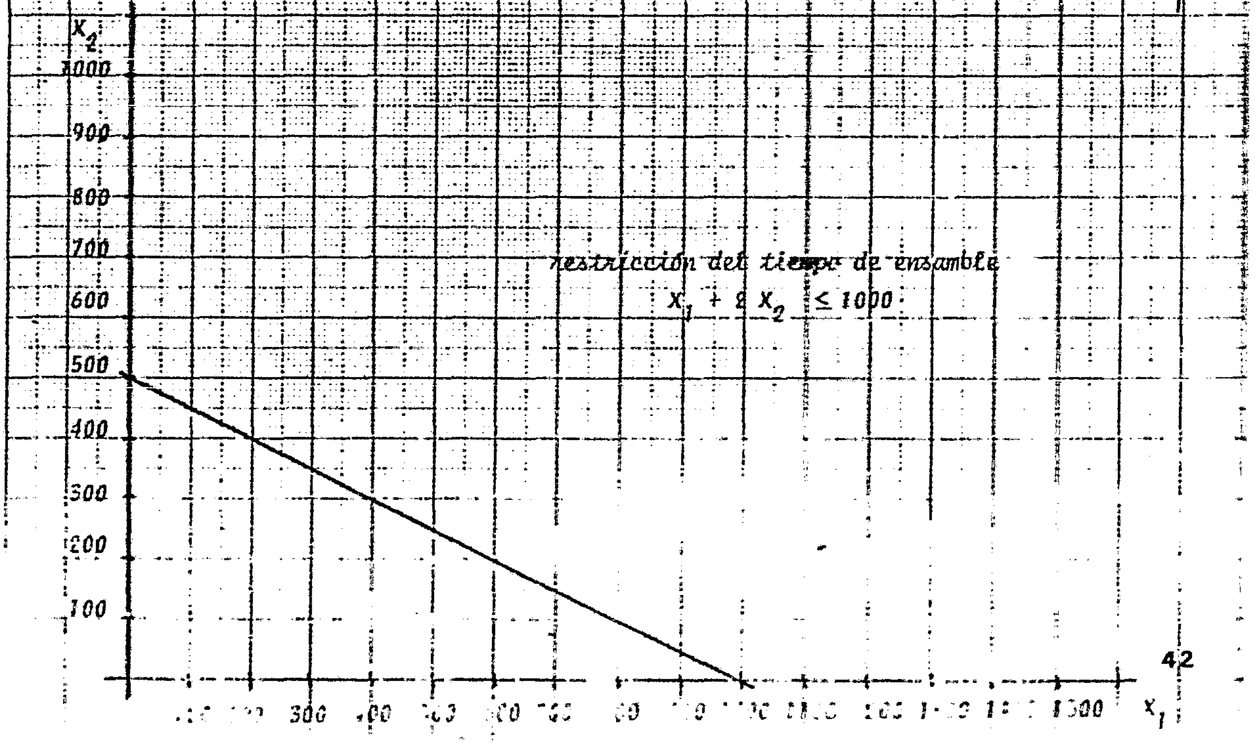
Existe otra restricción implícita que es la de que $X_1 \geq 0$ y $X_2 \geq 0$ ya que de ser negativas se tendría una incongruencia física, esto es una antiproducción.

Para un mayor entendimiento de las sugerencias, que se harán se procederá a crear gráficas en las que se visualice la solución óptima. Estas gráficas se construiran con los métodos más prácticos de construcción de rectas que es el localizar el punto de intersección con los dos ejes coordenados.

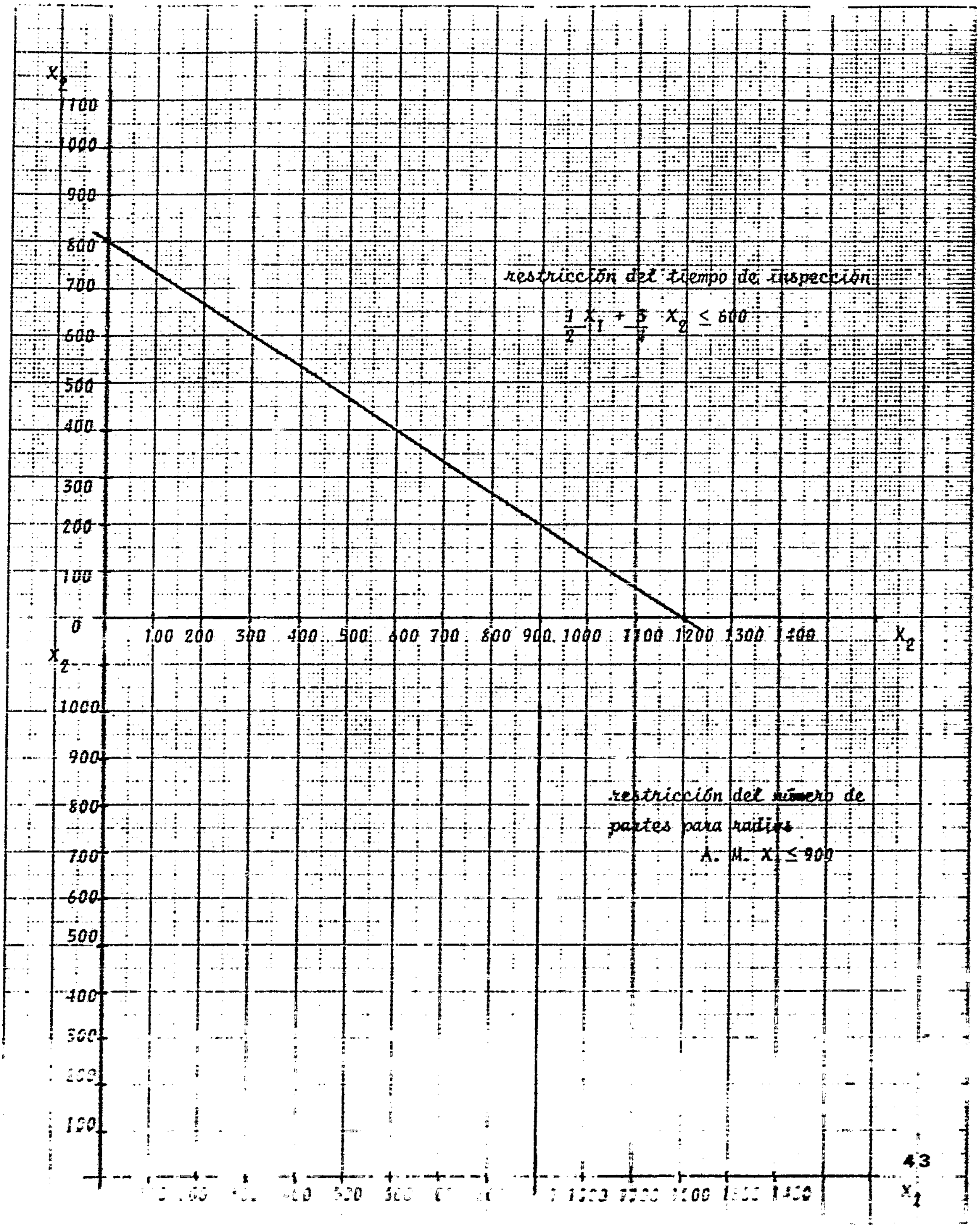
Siendo las ecuaciones desigualdades se tiene que la gráfica se construye para la igualdad, la recta correspondiente y la región factible - quedará determinada por la sección del plano cortado a un lado u otro de la recta que lo corta. Esta región factible quedará determinada por el signo de la desigualdad ya sea $\leq$ ó $\geq$.

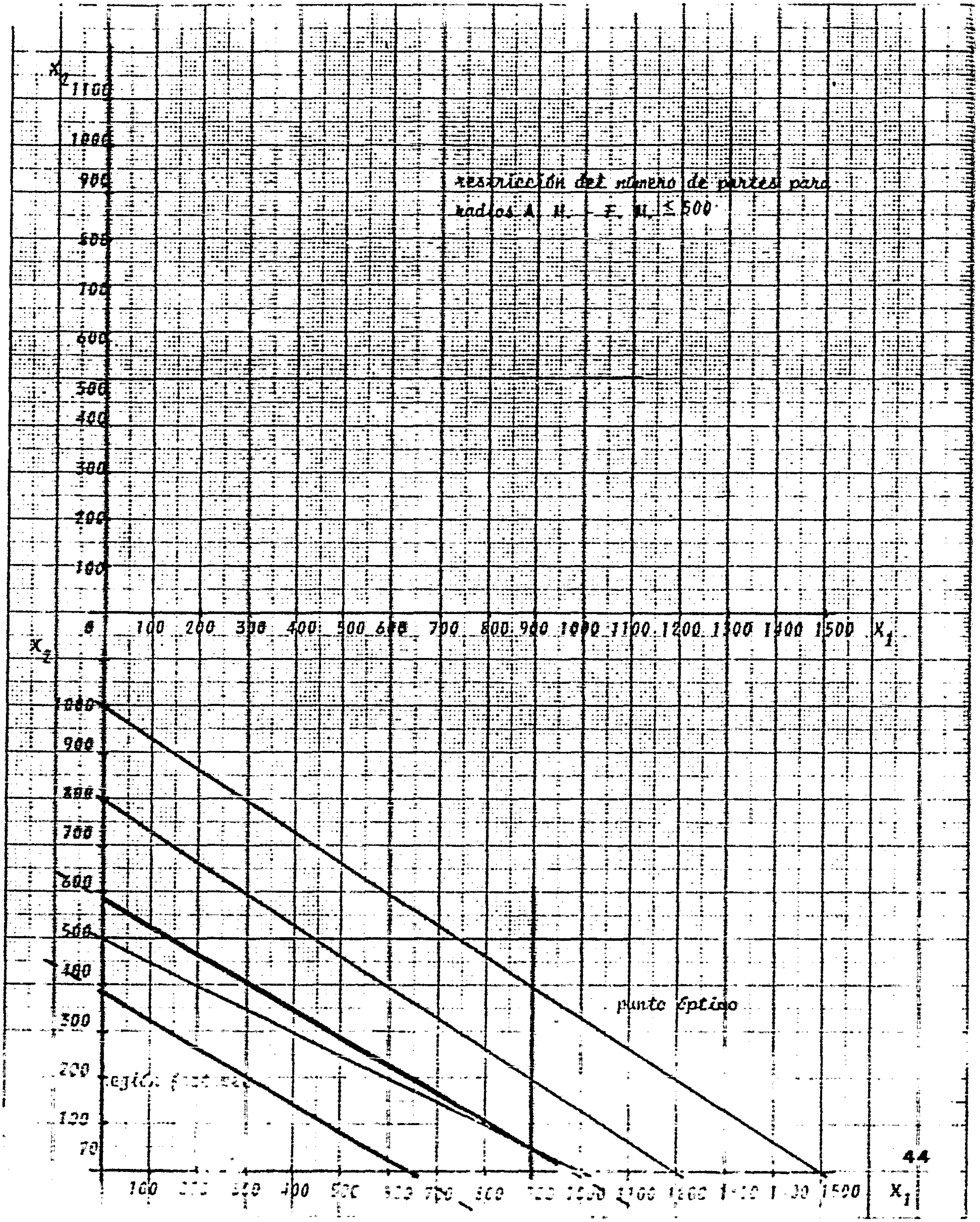


X_2
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500
X_1
restricción del tiempo de producción
$2X_1 + 3X_2 \leq 3000$



X_2
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
300 400 1500
X_1
restricción del tiempo de ensamble
$X_1 + 2X_2 \leq 1000$


restricción del tiempo de inspección
$\frac{1}{2} X_1 + \frac{3}{4} X_2 \leq 600$
restricción del número de
partes para radios
A. M. $X_1 \leq 900$


restricción del número de partes para
radios A. M. - F. M. ≤ 500
punto óptimo
X2
X1
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
1100
1200
1300
1400
1500

Como se logra observar en la gráfica la solución que optimice las utilidades será, producir 850 radios AM y 70 radios AM-FM y ésta solución reportará una utilidad de 900 (850) + 1500 (70) = 87,000.00.

Por lo anterior se recomienda producir estas cantidades de cada uno de los artículos.

NOTA : Estos valores pueden no ser tan exactos debido a las fallas que se pueden producir al graficar e interpretar los resultados.

Por eso se recomienda usar un método analítico para mayor exactitud. Como se verán en el capítulo III (Programación Lineal).

EJEMPLO 2-II

Un taller mecánico automotriz está deseando anunciarse por radio y/o televisión. Tiene disponible para ésto \$62,500.00. Cada 10 segundos de un comercial cuestan \$ 2,500.00 y cada 10 segundos de un comercial por T.V. cuestan \$ 5,000.00.

Cada 10 segundos en radio alcanzan una audencia de 12,000 personas y cada 10 segundos en T. V.de 20,000 personas. El taller requiere maximizar la audencia total pero está interesado también en atraer a dos grupos específicos: mujeres entre 21 y 35 años y hombre de más de 40. Quiere que su audencia incluya cuando menos 10,000 mujeres de este grupo y 8,000 hombres. Los medios de difusión le proporcionaron los siguientes datos :

	Audencia (mujeres 21-35)	10 segundos de comercial (hombres 40)
Radio	2,000	15,000
T. V.	4,000	5,000

¿ Cómo debe asignar el taller su presupuesto de publicidad ?

SOLUCION DEL PROBLEMA

Dadas las características de el problema definamos las variables de decisión sean :

X_1 - Número de periodos de 10 segundos de anuncios en radio
X_2 - Número de periodos de 10 segundos de un comercial en T. V.

El objetivo del taller es maximizar la audencia total, esta audencia total es dada por las cifras 12,000 por cada periodo de radio y 20,000 personas un comercial en T. V. esto es :

$$\text{maximizar } Z = 12,000\ X_1 + 20,000\ X_2$$

Las restricciones son tres; la primera es la de el presupuesto y es :

$$2{,}500\ X_1 + 5{,}000\ X_2 \leq 62{,}500$$

la segunda es la del mínimo de mujeres entre 21 y 35 años

$$2{,}000\ X_1 + 4{,}000\ X_2 \geq 10{,}000$$

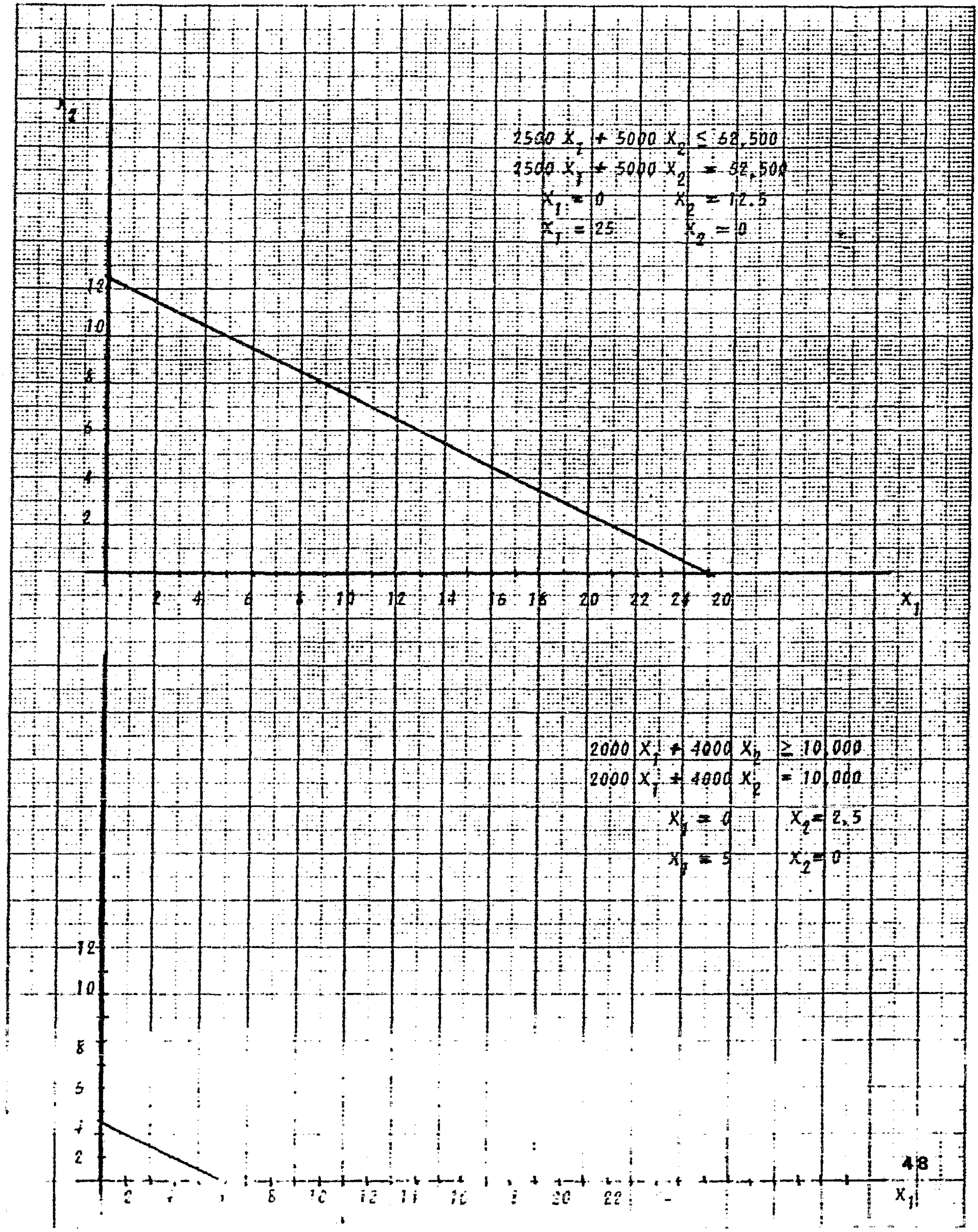
la tercera y última que es la de los hombres de más de 40

$$1{,}500\ X_1 + 5{,}000\ X_2 \geq 8{,}000$$

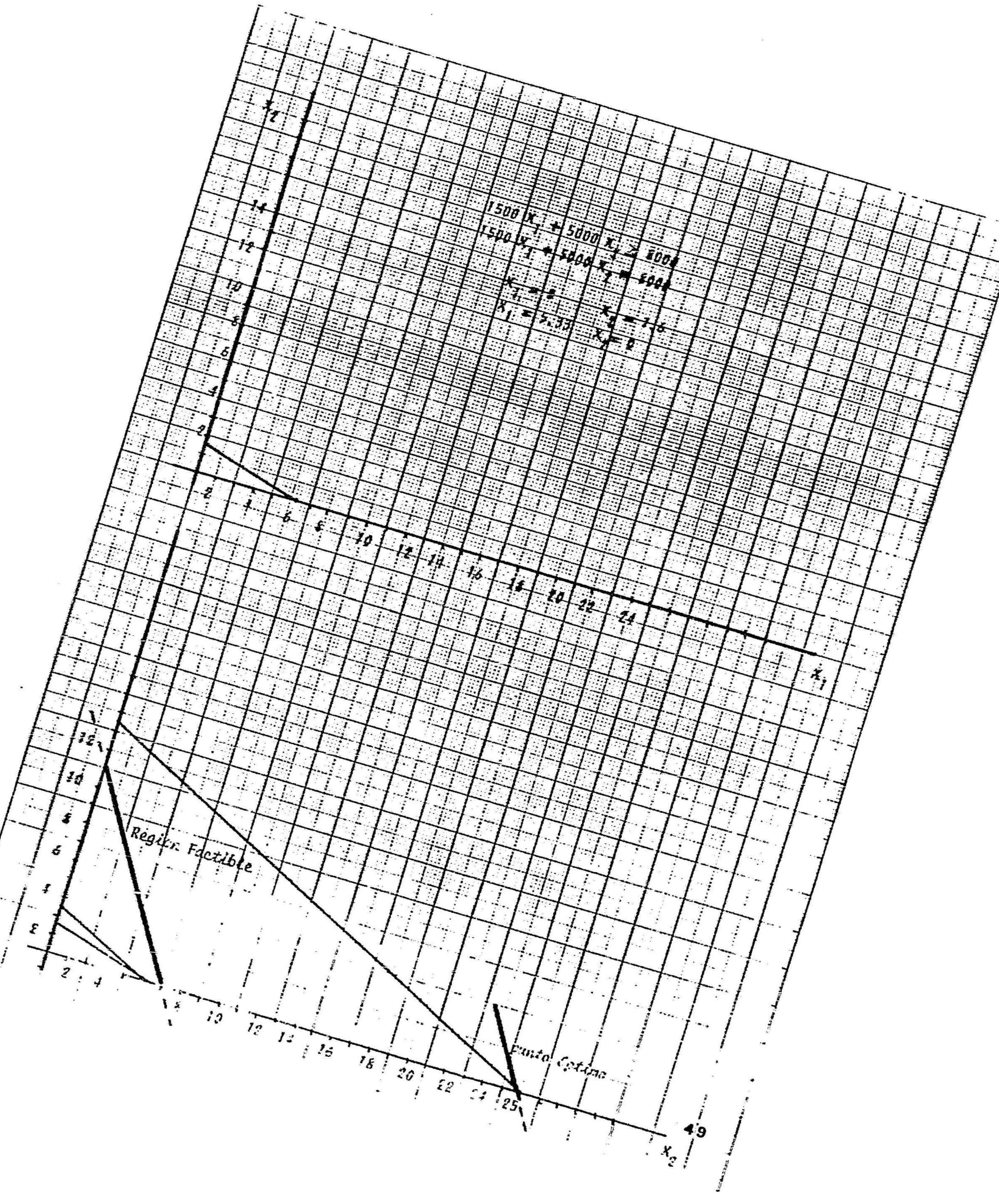
Una última restricción es la de no negatividad ya que no tendría sentido que las variables fueran negativas.

$$X_1 \geq 0\ ;\ X_2 \geq 0$$

Resolviendo gráficamente se tiene los siguientes esquemas.



X_2
2500 X_1 + 5000 X_2 ≤ 62,500
2500 X_1 + 5000 X_2 = 62,500
X_1 = 0 X_2 = 12.5
X_1 = 25 X_2 = 0
12
10
8
6
4
2
2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26
X_1
2000 X_1 + 4000 X_2 ≥ 10,000
2000 X_1 + 4000 X_2 = 10,000
X_1 = 0 X_2 = 2.5
X_1 = 5 X_2 = 0
12
10
8
6
4
2
X_1


Región Factible
Punto Optimo

La solución óptima fue hacer 25 comerciales de radio y ninguno de televisión produciendose una audencia de 300,000 gentes.

EJEMPLO 3-II

La división de modulares Panasonic, S. A. desea maximizar sus utilidades por la venta de modulares con ecualizador integrado y sin ecualizador.

El modular con eculizador integrado obtendrá una ganancia de 3 - unidades, mientras que una encuesta realizada con anterioridad demostró a la divición que dejaría de ganar 2 unidades por la venta de un - modular sin ecualizador.

De acuerdo a la encuesta realizada y a las técnicas de la división encuanto a producción y ensamble se tienen disponibles :

Un máximo de una unidad de tiempo para producción de partes y no menos de cuatro unidades de tiempo para el ensamble.
En ambos casos los modulares requieren una unidad de tiempo para producción de partes y dos unidades de tiempo para ensamble.

SOLUCION

Llamemos X_1 = Número de modulares con ecualizador integrado a producir.

X_2 = Número de modulares sin ecualizador a producir.

PLANTEAMIENTO

Maximizar $Z=3\ X_1-2\ X_2$

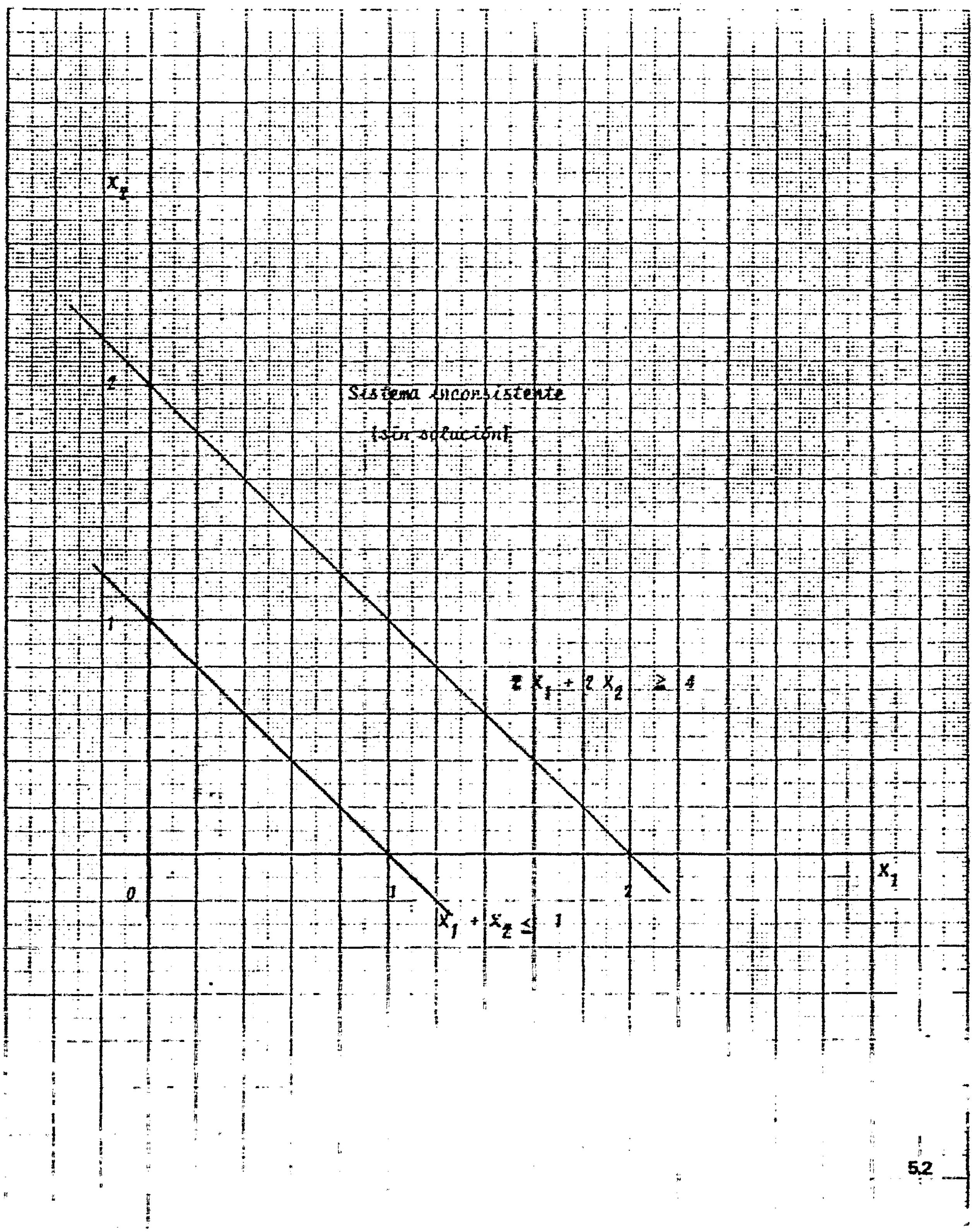
S. A.

$$X_1 + X_2 - 1$$
$$2\ X_1 + 2\ X_2 - 4$$
$$X_1,\ X_2 - 0$$

SOLUCION GRAFICA

Sistema inconsistente
sin solución

Este problema no tiene solución ya que no hay región factible que cumpla con las dos restricciones simultaneamente.


X_2
Sistema inconsistente
(sin solución)
2
1
$2X_1 + 2X_2 \geq 4$
0
1
2
X_1
$X_1 + X_2 \leq 1$

EJERCICIO 1 - II

Un fabricante de chamarras de piel, se enfrenta a un grave problema debido a que desea maximizar sus ganancias, él sabe que para conseguirlo debe fabricar cierto número de chamarras con forro y otra cantidad de éstas sin forro, su ganancia por las primeras es de $1,200.00 y por las segundas, de $800.00 además sabe que hacer el forro duplica el tiempo para hacer una chamarra.

Su taller tiene capacidad para producir 15 chamarras al día, pero su proveedor sólo puede entregarle piel para 9 de éstas, y requieren la misma cantidad de piel cualquiera de los dos tipos.

Recurriendo a la Cámara de Industria y Comercio se enteró que existe una demanda máxima de 6 chamarras con forro y 13 sin éste. Ahora el fabricante no sabe qué hacer con estos datos, y ha decidido consultar con un experto, ¿Cómo hará el experto para aprovechar esta información y resolver su problema?

SOLUCION DE EL EJERCICIO 1 - II:

El problema se resolverá usando el método gráfico definiendo las variables :

Y_1 - Número de chamarras con forro

Y_2 - Número de chamarras sin forro

El objetivo está representado por maximizar las utilidades y éstas están dadas por la suma de las utilidades aportadas por cada tipo de chamarra:

$$\text{Maximizar } Z = 1200\, Y_1 + 800\, Y_2$$

S.A. :

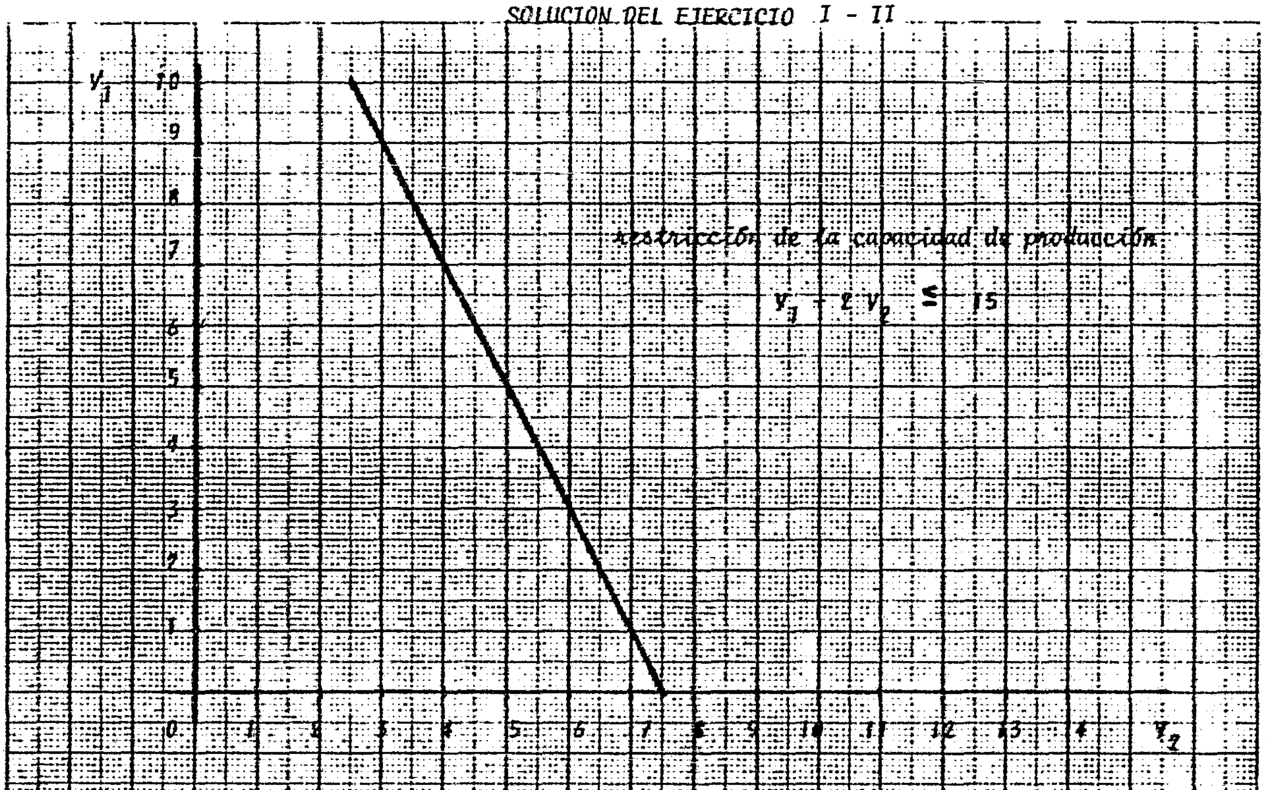
$$Y_1 + Y_2 \leq 15$$

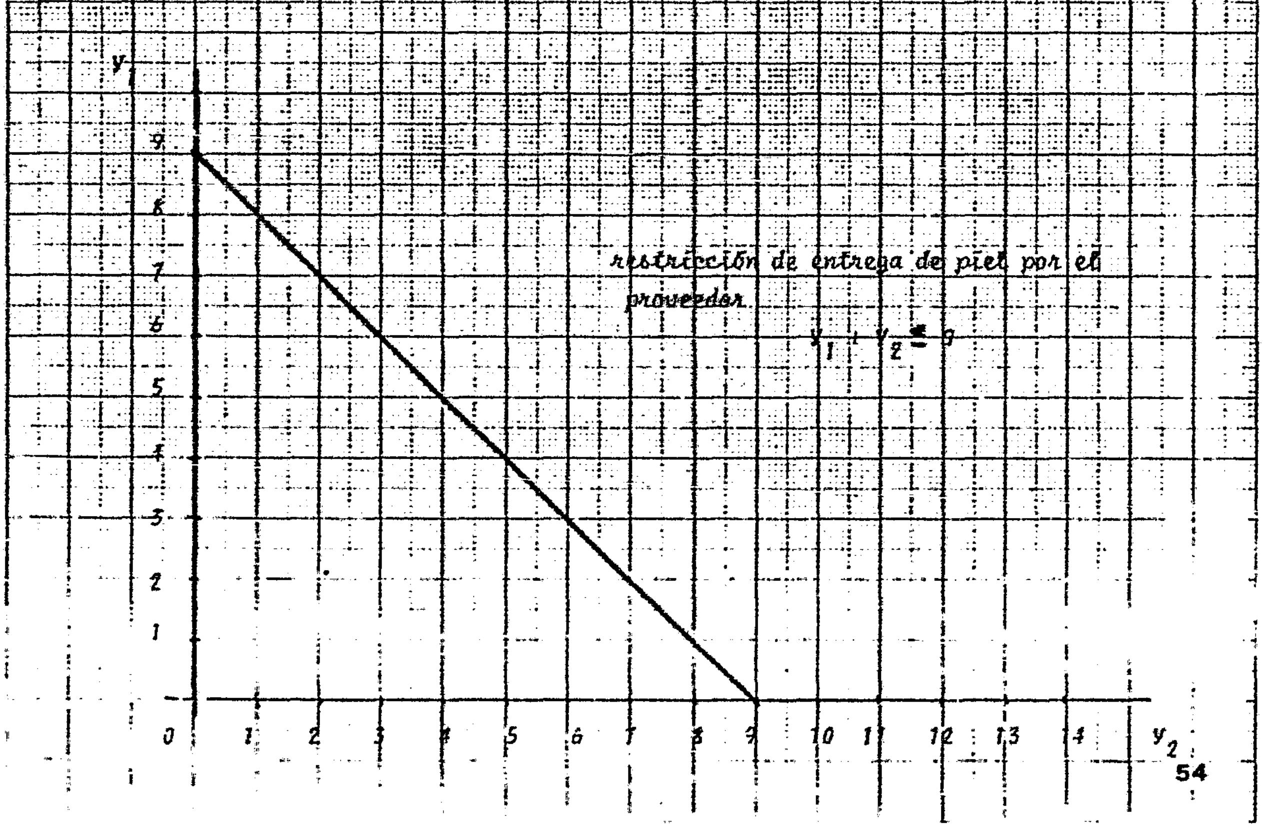
$$Y_1 + Y_2 \leq 9$$

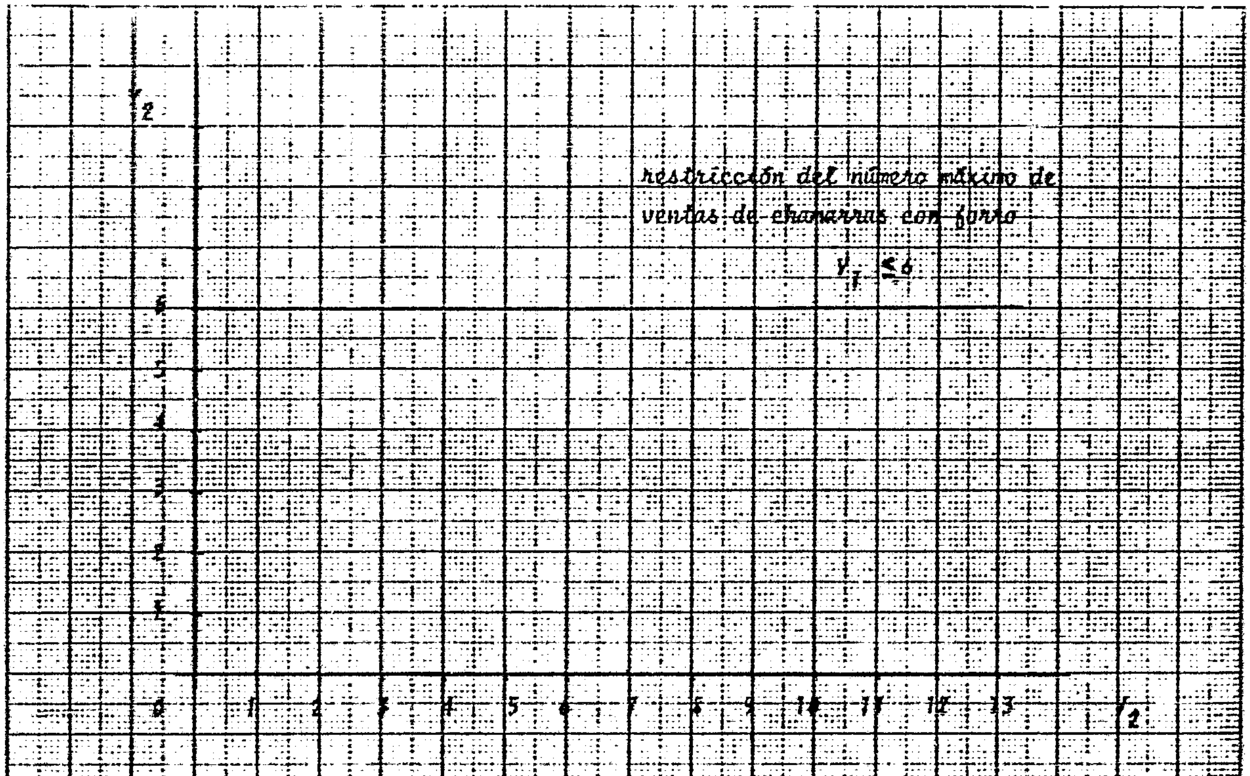
$$Y_1 \leq 6$$

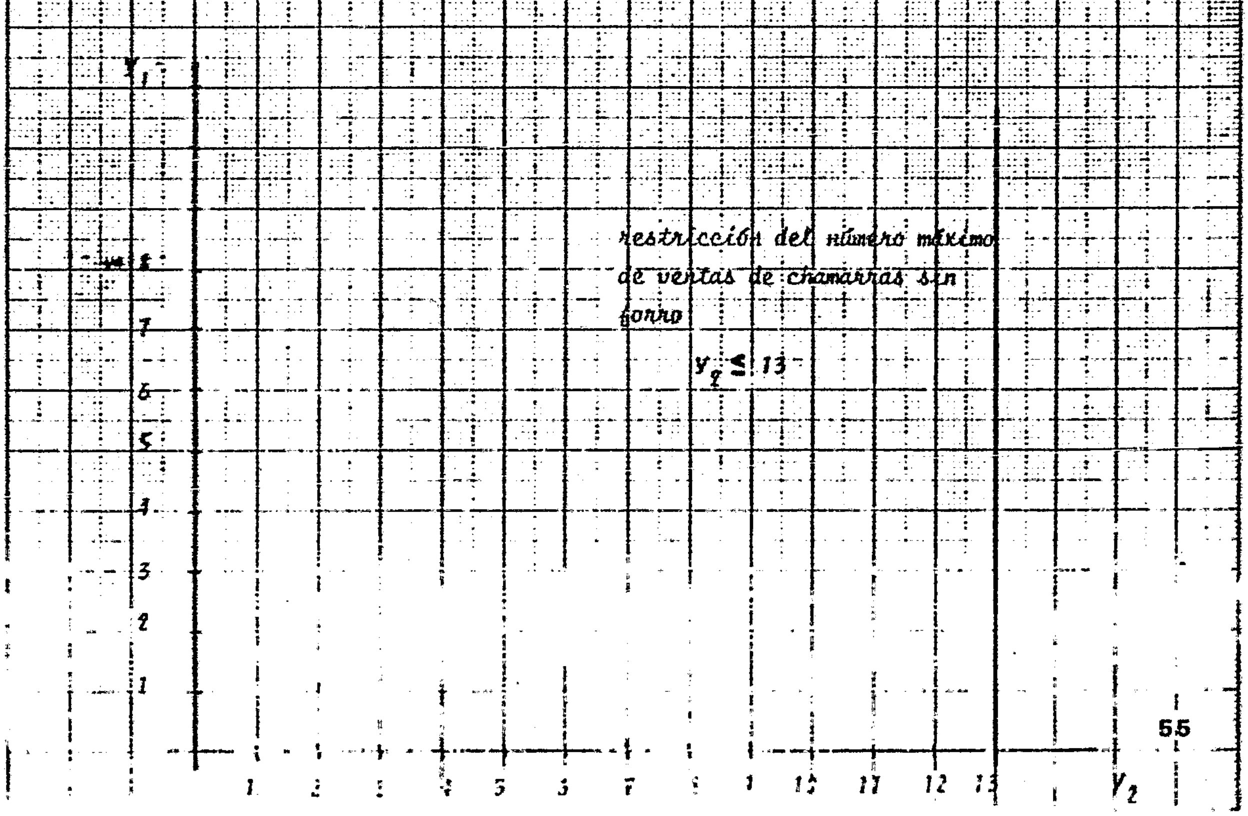
$$Y_2 \leq 13$$

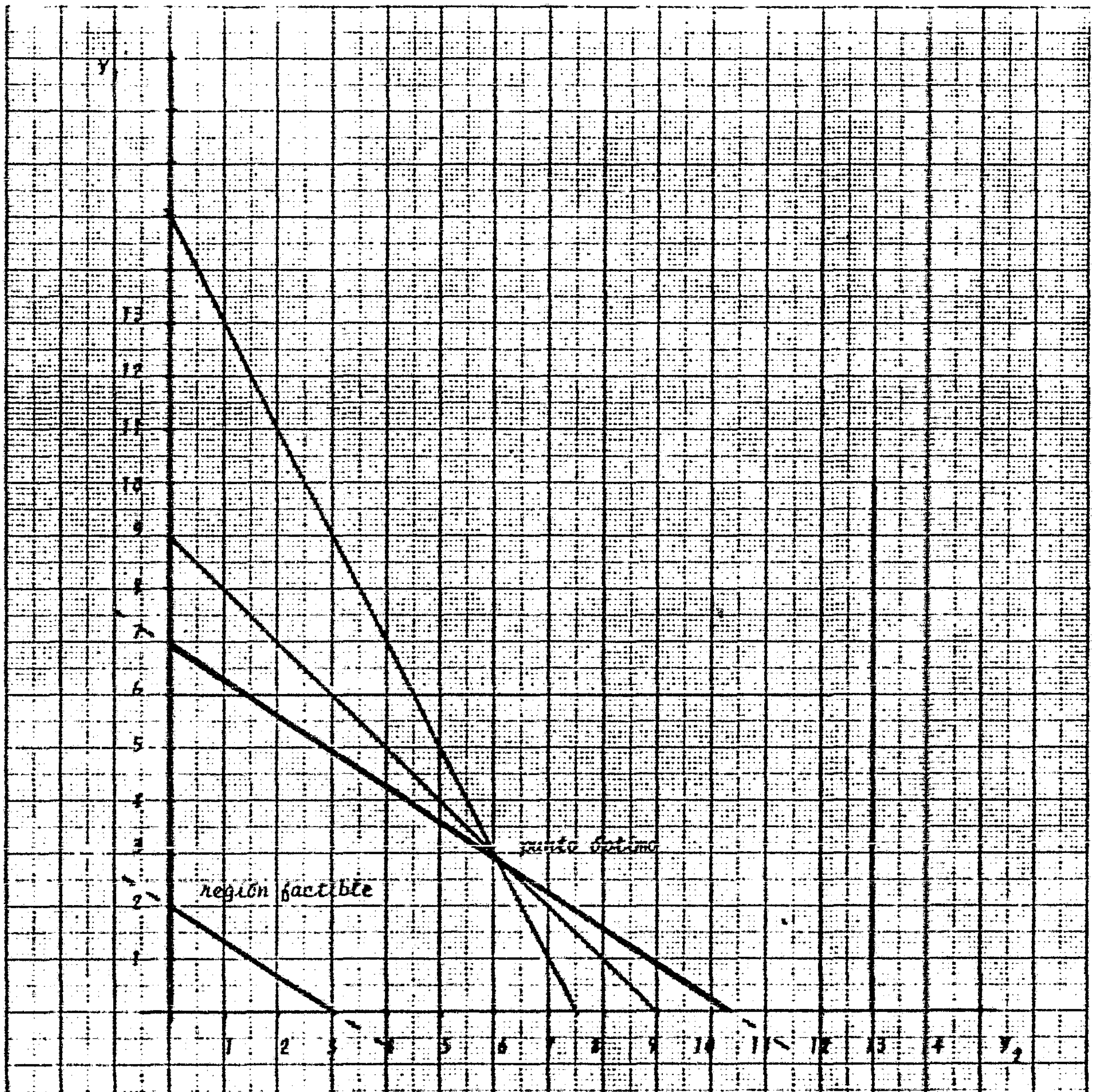
SOLUCION DEL EJERCICIO I - II






Y2
restricción del número máximo de
ventas de chamarras con forro
Y1 ≤ 6
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
Y2


Y1
restricción del número máximo
de ventas de chamarras sin
forro
Y2 ≤ 13
7
6
5
3
2
1
1 2 3 5 7 11 12
Y2



Como se puede observar la solución óptima será producir 6 chamarras sin forro y 3 con forro y esto maximiza las utilidades las cuales nos dan

$$1200\ (3) + 800\ (6) = 8,400.00$$

EJERCICIO 2-11

Una Compañía ensambladora de autos produce dos modelos diferentes, el Yaqui y el Pony, las operaciones básicas de producción son tres :

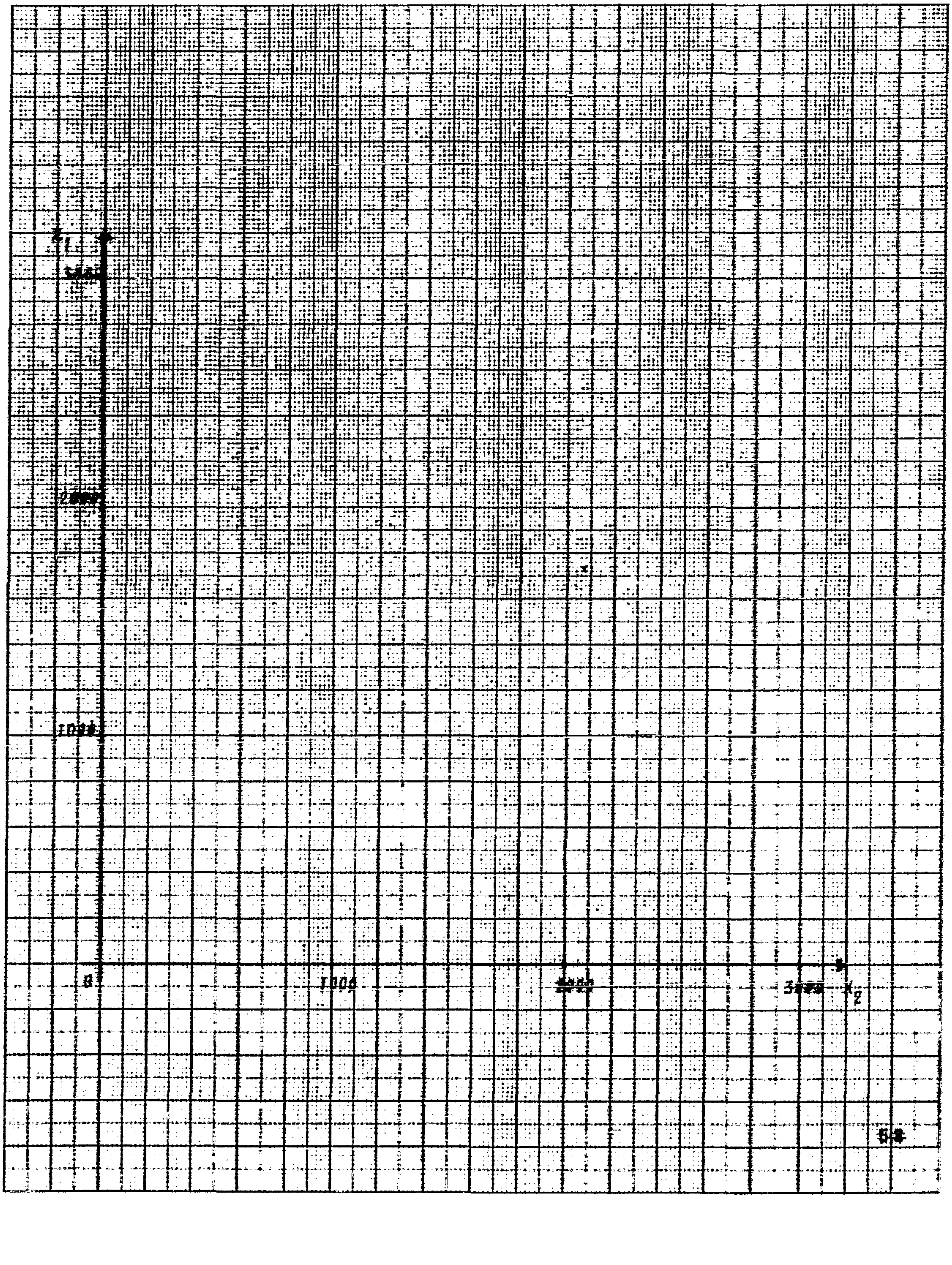
a) El tren de dirección.

b) El ensamble de la carroceria

c) El acabado en estaciones diferentes para cada uno de ellos.

La capacidad para el ensamble del tren de dirección esta limitada a 2000 unidades por mes de Yaqui o Pony, pués toma el mismo tiempo en samblarlo para cada uno de ellos. El ensamble de la carroceria esta limitado cada mes a 1500 Yaquis de 3000 Ponys. En el departamento de terminado para cada uno de ellos,se tienc que las estaciones pueden acabar como máximo 1250 Yaquis y 1500 Ponys.

Las utilidades por cada auto son de 295 para el Yaqui y 135 para el Pony, obtenga el modelo de programación lineal y resuelvalo por el método gráfico, de tal forma que se maximicen las utilidades para la Compañía ensambladora.


2000
1000
0
1000
3000
x_2

EJERCICO 2-II

SOLUCION DE EL EJERCICIO

Si definimos a :

X_1 - Número de automoviles tipo Vaqui

X_2 - Número de automoviles tipo Pony

tenemos que la función objetivo queda expresada en los siguientes términos.

..... Maximizar $Z = 295\ X_1 + 135\ X_2$ (utilidades)

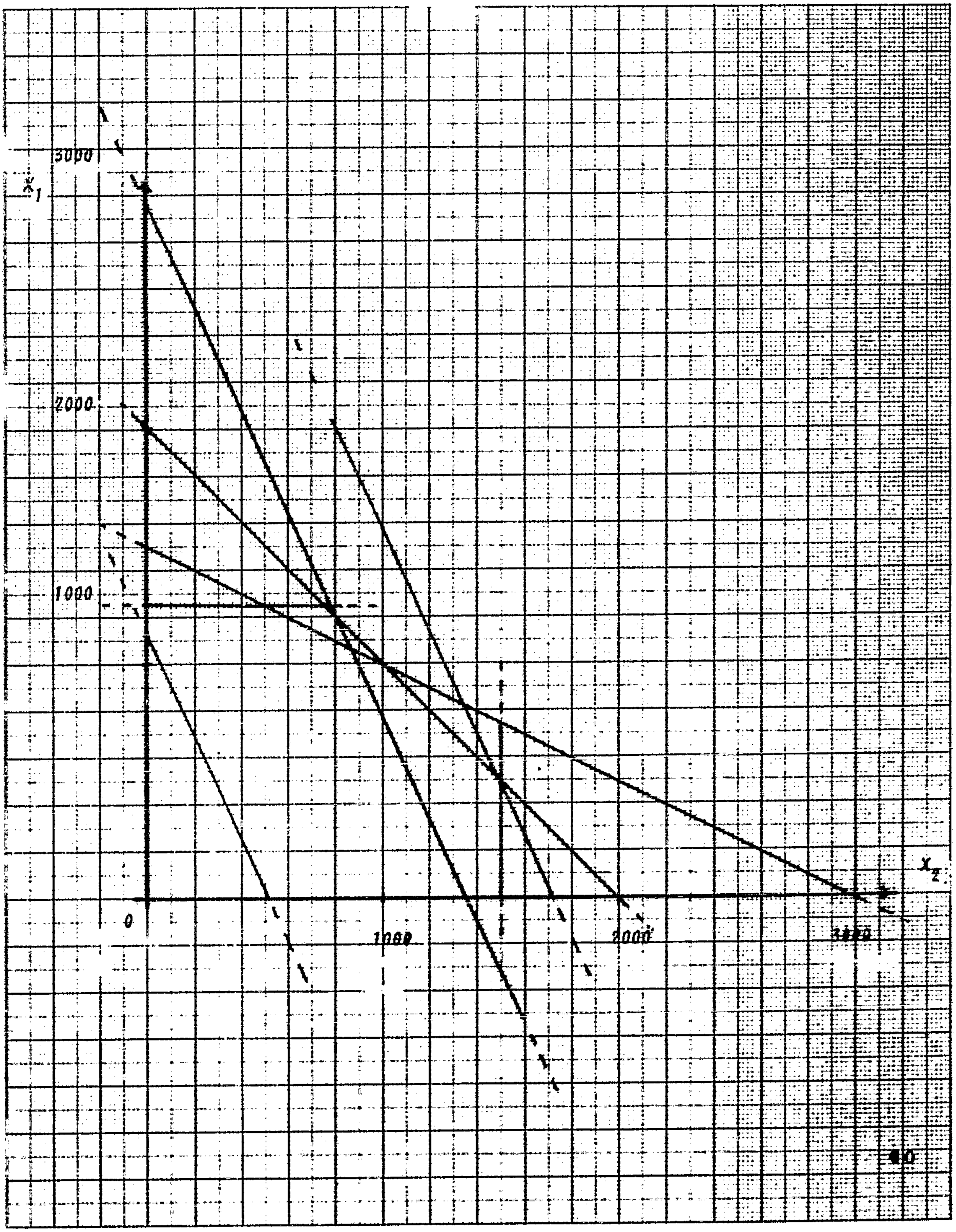
Sujeta a las siguientes restricciones :

(1) ..... $X_1 + X_2 \leq 2000$ (tren de dirección)
(2) ..... $2X_1 + X_2 \leq 3000$ (ensamble de carroceria)
(3) ..... $X_1 \leq 1250$ (terminado del Vaqui)
(4) ..... $X_2 \leq 1500$ (terminado del Pony)

$$X_1 \geq 0 \ ; \quad X_2 \geq 0$$

La gráfica final queda tal como se representa en la gráfica siguiente.

SOLUCION EJERCICIO 2-II



CUESTIONARIO DE AUTO EVALUACION

REACTIVO 1

Una de las siguientes actividades no es del todo necesaria dentro del proceso de modelado. Identifíquela.

a) La extracción de una porción del mundo real.

b) La aproximación e identificación, simplificando lo irrelevante.

c) Se inicia un proceso de abstracción, mediante la utilización de símbolos o variables matemáticas dentro de un conjunto de ecuación.

d) Comparación con el mundo real.

e) Si no fue aplicable, repetir el ciclo.

REACTIVO 2

La calidad de un modelo depende directamente de uno de los siguientes eventos. Señale cúal es.

a) Del número de gentes dentro del equipo generador del modelo.

b) Del uso de los pasos recomendados para modelar.

c) De un cumulo de características del equipo de modeladores, como son: Imaginación, creatividad, intuición, perspicacia, conocimiento del sistema, etc...

d) De la información con que se alimenta éste.

e) De que se manejen un gran número de variables.

REACTIVO 3

Las características de variación, para adaptar los patrones en la construcción de modelos, al sistema que se estudia son:

a) El tamaño de el sistema.

b) La complejidad de obtención de información.

c) La ambiguedad de la estructura del sistema y la facilidad de acceso a los trabajos internos del sistema.

d) El tamaño y experiencia de el grupo de investigadores.

e) No existen características de variación, los patrones son invariables.

REACTIVO 4

Debido a la experiencia en construcción de modelos se cuenta con ciertas pautas a seguir para el modelado . ¿ Cúal es la función de estos patrones ?

a) Hacer una regla necesaria para poder modelar.

b) El enumerar las partes principales para el proceso de modelado.

c) El guiar la creatividad y estimular la imaginación.

d) El ahorro de el proceso imaginativo.

e) Ser el camino a seguir para obtener el mejor modelo.

REACTIVO 5

Un modelo que sea lo suficientemente bueno, debe ser capaz de satisfacer ciertos criterios. Dentro de las siguientes opciones existe alguna que engloba de una forma genérica la finalidad de estos critetios. Identifíquela.

a) El establecer que variables sobran en el modelo.

b) El definir las relaciones entre estas variables.

c) El interpretar los resultados fueran cual fueren.

d) El renovar y validar el modelo respecto a su entorno

e) El establecer alguna concordancia entre los datos a controlar y los resultados obtenidos.

REACTIVO 6

Identifique de las siguientes características una desventaja real de el hecho de usar modelos.

a) Se obtienen modelos a un alto costo relativo.

b) Se pierde mucho tiempo en modelar.

c) Se tiene que los resultados no son útiles.

d) Cuando se modela no se aprende del sistema.

e) Se presenta el caso de que el usuario se desliga de la realidad y este cree en soluciones mágicas aunque sean poco coherentes.

REACTIVO 7

De las siguientes características una de ellas no es aplicable a los modelos. Identifíquela.

a) Son herramientas para la simulación.

b) No existe ninguna razón real para su existencia.

c) Son el producto de una simplificación de la realidad.

d) Son la respuesta a una necesidad de conocimiento.

e) Algunas veces son inmejorables dada la complejidad de el sis tema.

REACTIVO 8

Identifique en los siguientes incisos, la respuesta, que da la solución más aceptable a la pregunta ¿ Que es un modelo ?

a) La representación cualitativa y cuantitativa de una parte de la realidad que nos interesa.

b) Es una fórmula matemática.

c) Es una simulación de algo desconocido.

d) Es un conjunto de variables interrelacionadas.

e) Es una estructura capaz de producir resultados apegados a la realidad.

REACTIVO 9

Identifique que tipo de modelo es el modelo de programación li neal

a) Probabilístico, estático, cuasi replica.

b) Determinístico, dinámico, formal.

c) Determinístico, estático, descriptivo.

d) Determinístico, estático, formal.

e) Probabilístico, dinámico, simulativo.

REACTIVO 10

¿ Cúal de las siguientes características no es propia de el mode lo de programación lienal ?

a) La función objetivo es de maximizar.

b) Las restricciones son del tipo menor o igual.

c) Las variables X_i son positivas o iguales a cero.

d) Las componentes A_{ij} y C_j pueden ser positivas o negativas.

e) Las componentes B_i pueden ser negativas.

REACTIVO 11

Relaciones las siguientes definiciones con sus respectivas palabras.

a) Variables	( )..	Son modelos símbolicos en los que los símbolos son manejados por entero por operaciones matemáticas.
b) Modelos probabilísticos	( )..	Es una representación cualitativa y cuantitativa de un sistema, en el que se muestran las relaciones predominantes.
c) Relaciones funcionales	( )..	Modelos cuyas características fundamentales son alteradas por el tiempo.
d) Modelos de Analogía	( )..	Son símbolos que asumen aquellos valores que la forma de la función haga posibles.
e) Modelo	( )..	Transformación espacial del objeto físico original en la cual se conserva las mismas relaciones dimensionales.
f) Modelos de Réplica	( )..	Modelos que contienen elementos cuyo comportamiento no es conocido con certeza

g) Modelos Dinámicos ( ).. Describen la forma en - que se desarrollan las variables y los parametros dentro del sistema.

h) Modelos Descriptivos ( ).. Modelo físico que tiene semejanza con el fenómeno modelado.

i) Función Criterio ( ).. Es una declaración explícita de los objetivos o metas del sistema y como puede evaluarse este.

j) Modelos formales ( ).. Es un modelo simbólico, - que da una explicación de el proceso por medio de un lenguaje cotidiano.

REACTIVO 12

Indique cuando no es posible resolver por el método gráfico un problema de programación lineal.

a) Siempre

b) Cuando el número de restricciones sumada a la función objetivo es menor o igual a 3.

c) Cuando el número de restricciones es menor o igual a 2.

d) Cuando el número de variables es menor o igual a 2.

e) Cuando el número de variables es mayor que 3.

REACTIVO 13

¿ Cúal de las siguientes condiciones es necesaria para que un punto sea solución óptima de un problema de programación lineal ?

a) Que esté fuere de la región factible.

b) Que satisfaga las restricciones.

c) Que sea un punto límite y vértice de la región factible.

d) Que el valor de todas las variables de él sea superior a cero.

e) Que pertenezca a alguno de los ejes coordenados.

REACTIVO 14

Si se tienen las siguientes restricciones de un problema de programación lineal el añadir la restricción $2X_1 + X_2 \leq 10$ da como resultado :

restricciones

$$5X_1 + 3X_2 \geq 15$$
$$9X_1 + 12X_2 \leq 36$$
$$X_1 \leq 3$$

a) La región factible se haga más pequeña.

b) La región factible sea la misma.

c) El problema no tenga solución.

d) La solución sea no acotada.

e) La región factible que se haga más grande.

REACTIVO 15

Dado el siguiente problema de programación lineal, el punto - (1,3,2,0,0)

$$\text{Max}: \quad 11 X_1 + 2 X_2 - X_3 + 3 X_4 + 5 X_5$$

$$\begin{aligned} \text{S. A.} \quad -14 X_1 - 3 X_2 + 3 X_3 - 5 X_4 \quad &= 2 \\ 5 X_1 + 2 X_2 - X_3 + 2 X_4 + X_5 \quad &= 12 \\ 4 X_1 + 1 X_2 - X_3 + X_4 \quad &\geq 5 \\ 6 X_1 + X_2 + X_3 + 3 X_4 \quad &\leq 6 \\ X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad &\geq 0 \end{aligned}$$

a) Es punto extremo del espacio.

b) No pertenece a la región factible.

c) Si pertenece a la región factible.

d) Es el máximo punto.

e) Es el mínimo punto posible.

REACTIVO 16

Dado el siguiente problema de programación lineal de dos variables, establezca que tipo de solución tiene.

$$\text{Max}: \quad 4 X_1 + 2 X_2$$

$$\begin{aligned} \text{S. A.} \quad 9 X_1 - 12 X_2 &\leq 36 \\ 9 X_1 - 4 X_2 &\geq 220 \\ X_1 \geq 0 \quad X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

a) Es factible y finita

b) Es no factible

c) No es congruente

d) Es no acotada

e) Es multiple

REACTIVO 17

Dado el siguiente problema de programación lineal establezca por el método gráfico cúal de las opciones es aplicable.

Max: $4 X_1 - 3 X_2$

S. A. $-3 X_1 + 5 X_2 \geq 10$

$X_1 \leq 5$

$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0$

a) Tiene solución finita

b) No tiene solución

c) La solución es multiple

d) La solución es no acotada

e) Las restricciones no son congruentes.

REACTIVO 18

En un problema de programación lineal cuando existen soluciones múltiples significa que :

a) EL sistema no tiene solución

b) Que la función objetivo es parelela al plano que forman esos puntos solución

c) Que la función objetivo es perpendicular al plano que forman esos puntos solución

d) Que existen planos paralelos

e) Que la región factible no es un conjunto finito

REACTIVO 19

Considere el siguiente problema :

Una empresa que fabrica tres productos X, Y, Z, desea cumplir con sus objetivos de ventas, esto es vender a lo más 800 productos, también que se justifique la fabricación de cualquiera de estos productos vendiendo cuando menos 50 de cada uno de ellos, y también se desea cumplir con el objetivo de que la suma de los productos X y Z sea menor de 400 unidades; a la vez que cumple estos objetivos de venta desea maximizar las ventas de sus tres productos.

I. Es posible modelar este problema como uno de programación lineal.

a) Sí b) No

II. *La función objetivo del problema esta representada por la ecuación (es)*

a) $X + Y + Z \leq 800$ b) $X + Z \leq 400$ c) $X \geq 50$, $Y \geq 50$, $Z \geq 50$

d) $X + Y + Z = W$ (Max) e) $2X + Y = 50$

III. *Las restricciones del problema son :*

a)
$$\begin{aligned} X + Y + Z &\leq 800 \\ X + Y + Z &\leq 400 \\ X \quad + Z &\geq 400 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} X + Z &\leq 400 \\ 2X + Y &= 500 \\ X+Y+Z &= 50 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} X + Y + Z &\leq 800 \\ X \quad + Z &\leq 400 \\ X &\geq 50 \\ Y &\geq 50 \\ Z &\geq 50 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} X + Y + Z &\leq 400 \\ X &\geq 50 \\ Y &\geq 50 \\ Z &\geq 50 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} 2X + Y &= 50 \\ X + Z &\leq 400 \\ X + Y + Z &\geq 800 \end{aligned}$$

REACTIVO 20

El punto (5,5) es la intersección del sistema de rectas

a)
$$\begin{aligned} X &= 5 \\ 5X - 2Y &= 15 \\ X + Y &= 10 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} Y &= 5 \\ 6X - 3Y &= 10 \\ 2X - Y &= 5 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} X &= 5 \\ 3X - 2Y &= 10 \\ 4X + Y &= 25 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} Y &= 5 \\ X - Y &= 10 \\ -2X + Y &= 5 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} X + 2Y &= 15 \\ 3X + 3Y &= 10 \\ -X + Y &= 5 \end{aligned}$$

REACTIVO 21

Los tres puntos vértices de la región definida por el siguiente sistema

$$4X - Y \geq 12$$
$$2X + 3Y \leq 20$$
$$X \geq 0 \quad Y \geq 0$$

son :

a)	b)	c)	d)	e)
(10,0)	(2,3)	(8,12)	(4,4)	(10,0)
(10,28)	(1-4)	(4,4)	(3,0)	(3,0)
(2, 16/3)	(4,4)	(1,-8)	(10,0)	(4,-4)

REACTIVO 22

Si se plantease el siguiente problema de especificar una dieta para un enfermo, los requerimientos fisiológicos de este se han establecido y uno de ellos es que todo lo que ingiera deberá de tener - cuando menos 70% de proteínas. Para modelar el problema se tiene que las variables involucradas estan representadas por:

X - No. de Proteínas de la dieta.

Y - No. de Carbohidratos de la dieta.

Z- No. de Vitaminas de la dieta.

(Estas variables son la suma de los componentes individuales de cada alimento estudiado)

Para modelar adecuadamente esta problemática la ecuación que satisface es : Indíquela

a) $X \geq 70$

b) $X + Y + Z \geq 70$

c) $X + Y + Z \leq 70$

d) $-0.7\, Y + 0.3\, X - 0.7\, Z \geq 0$

e) $X + Y + Z \leq 0.7$

REACTIVO 23

Una de las características primordiales intrinseca muchas veces en el problema de programción lineal es el de añadir a las restricciones otras tantas que indican que las variables son positivas o cero. No obstante lo anterior al proceder a modelar algún problema de la vida real se tiene que existen variables que también pueden ser negativas. Si se define por X este tipo de variables, ¿ Cómo las modelaría usted a fin de obtener un modelo de programación lineal ?

a) $X = Y + Z$
$Y \geq 0$
$Z \geq 0$

b) $X = Y - Z$
$Y \geq 0$
$Z \geq 0$

c) $X = -Y$
$Y \geq 0$

d) $X = -Y - Z$
$Y \geq 0$
$Z \geq 0$

e) $X \geq 0$

Soluciones a los reactivos propuestos como custionario de auto evaluación :

Reatcivo	Solución	
1	c	
2	c	
3	c	
4	c	
5	d	
6	e	
7	b	
8	a	
9	d	
10	e	
11	Secuencia de arriba a abajo	j,e,g,a,f,b,c,d,i,h.
12	e	
13	c	
14	b	
15	b	
16	d	
17	a	
18	b	
19	a,d,c	
20	a	
21	d	
22	d	
23	b	

CAPITULO 3

PROGRAMACION LINEAL

PROGRAMACION LINEAL

Objetivos Específicos

El alumno será capaz de :

- Explicar con sus propias palabras el Método Simplex.
- Resolver problemas de Programación Lineal.
- Explicar con sus palabras el Método de la Gran M.
- Aplicar el Método de la Gran M para encontrar una base inicial a un problema de Programación Lineal.
- Explicar con sus propias palabras el Método de las dos fases.
- Aplicar el Método de las dos Fases para encontrar una base inicial a un problema de Programación - Lineal.
- Aplicar las reglas para manejar desigualdades.
- Aplicar las transformaciones de variables negati vas y no restringidas en signo.
- Explicar con sus propias palabras el problema - Dual.
- Exponer la interpretación económica del Dual.
- Obtener la representación Dual de un Problema de Programación Lineal.
- Explicar el teorema de holgura complementaría.

CAPITULO III

INTRODUCCION

En 1947 G. Dantzing y asociados desarrollaron en Rand Corporation - (E.E.U.U.) el concepto de programación Lineal, que se ha utilizado con - éxito en la solución de problemas tales como distribución y transporte de material, asignación de recursos y personal, planeación de inversiones, - distribución de cosechas, problemas de dietas y otros.

La programación Lineal resuelve el problema de asignar de una manera óptima recursos limitados a varias actividades en competencia. El adjetivo " Lineal " indica que todas las relaciones matemáticas entre variables deben ser lineales. La palabra " programación " es sinónimo de - planeación. Por consiguiente, Programación Lineal es la planeación de actividades para obtener un resultado óptimo con respecto a una función objetivo. Por ejemplo minimizar el costo para transportar una serie de productos, optimizar las ganancias al producir " productos diferentes "

EL METODO SIMPLEX

En este capítulo se verá el método analítico para resolver los modelos de Programación Lineal. Este es el método Simplex desarrollado por Dantzing a mediados de 1947. Para aplicar la secuencia que se muestra a continuación, es necesario que el problema original esté en la forma indicada en el capítulo anterior, es decir, que cumpla con las siguientes condiciones :

1) La función objetivo es de maximización.
2) Las restricciones son todas del tipo menor o igual (≤).
3) Los valores en el lado derecho de las restricciones deben ser positivos.
4) Las variables deben ser positivas.

Una vez teniendo el problema en esta forma, se puede añadir a cada restricción una variable que se domina de holgura, que la convierte en igualdad, con lo cual el modelo adquiere la siguiente forma :

$$\text{Maximizar } Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \ldots + C_n X_n$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a :} \quad & A_{11} X_1 + A_{12} X_2 + \ldots + A_{1n} X_n + X_n = b_1 \\ & A_{21} X_1 + A_{22} X_2 + \ldots + A_{2n} X_n + X_2 = b_2 \\ & \vdots \\ & A_{m1} X_1 + A_{m2} X_2 + \ldots + A_{mn} X_n + X_n = b_m \end{aligned}$$

que se llama forma de igualdad del problema de Programación Lineal. Cada variable de holgura que se añade tiene las siguientes características :

1) Hay una sola variable de holgura en cada restricción.
2) Siempre tienen coeficiente + 1.
3) No aparecen en la función objetivo, es decir, en ella tienen coeficiente cero.
4) También deben ser positivas.

De acuerdo a esto, si el problema original contenía n variables y m restricciones, al añadir las variables de holgura queda con n + m variables y m restricciones de igualdad. El problema en esta forma de igualdad se vacia en lo que se conoce como Tabla Simplex.

$$
\begin{array}{c|c|ccccccc|l}
 & & X_1 & X_2 & \cdots & X_n & X_{n+1} & & X_{n+m} & \\
\hline
 & A_{00} & A_{01} & A_{02} & \cdots & A_{0n} & A_{0m+1} & \cdots & A_{0\ n+m} & \text{Renglón evaluador} \\
\hline
X_{B1} & A_{10} & A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} & A_{1n+1} & \cdots & A_{1\ n+m} & \\
X_{B2} & A_{20} & A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} & A_{2n+1} & \cdots & A_{2\ n+m} & \\
\vdots & \vdots & & & & & & & & \\
X_{Bm} & A_{m0} & A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} & A_{mn+1} & \cdots & A_{m\ n+m} & \\
\hline
\end{array}
$$

donde $Z = A_{00}$, $-C_1 = A_{01}$, $-C_2 = A_{02}$, ... , $-C_n = A_{0n}$, $-C_{n+1} = A_{0m+1}$

$-C_{n+m} = A_{0n+m}$, $b_1 = A_{10}$, $b_2 = A_{20}$, ... , $b_m = A_{m0}$

Las demás A_{ij} son los coeficientes de las restricciones. X_{Bi} son las variables básicas.

Para obtener la solución del tableau se [illegible] el procedimiento descrito por medio del diagrama siguiente:

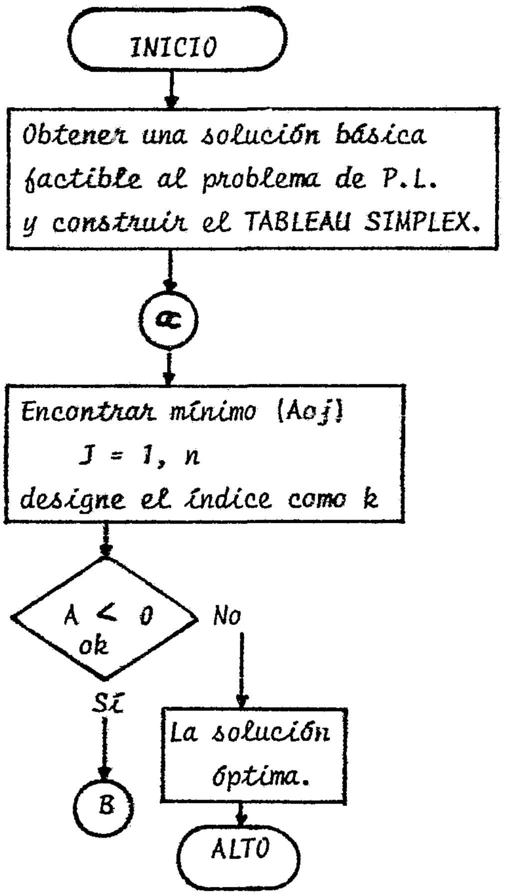
Para mejor entender los conceptos del diagrama se incluyen las siguientes definiciones:

a) *Solución factible:* Es una solución que cumple con todas las restricciones del problema, incluyendo las de no negatividad.

b) *Solución básica:* Es una solución que se obtiene al fijar n de las variables en cero y resolver el sistema de ecuaciones resultante para las m restantes.

c) *Solución básica factible:* Es una solución básica que cumple además con todas las restricciones del problema, incluyendo las de no negatividad.

d) *Solución óptima:* Es una solución básica factible que da el valor máximo de la función objetivo.

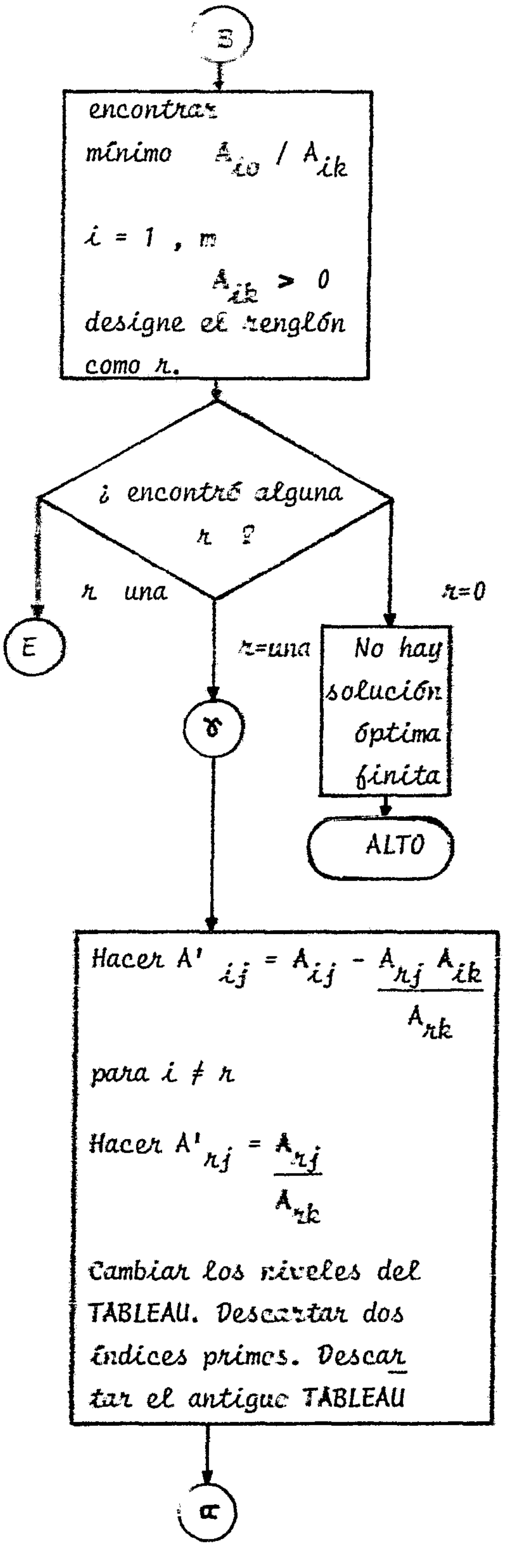


Por el momento se supondrá que se dispone de una solución factible inicial. Una forma para generar esta solución inicial se discute más adelante.

Encuentre la variable que más aumente, por unidad, la función objetivo. Los empates se rompen arbitrariamente.

¿Aumenta la función objetivo? si hay A_{ok} negativas significa que sí puede aumentar la función objetivo, en este caso X_k es la variable que entra a la base.

Se encontró la solución óptima.

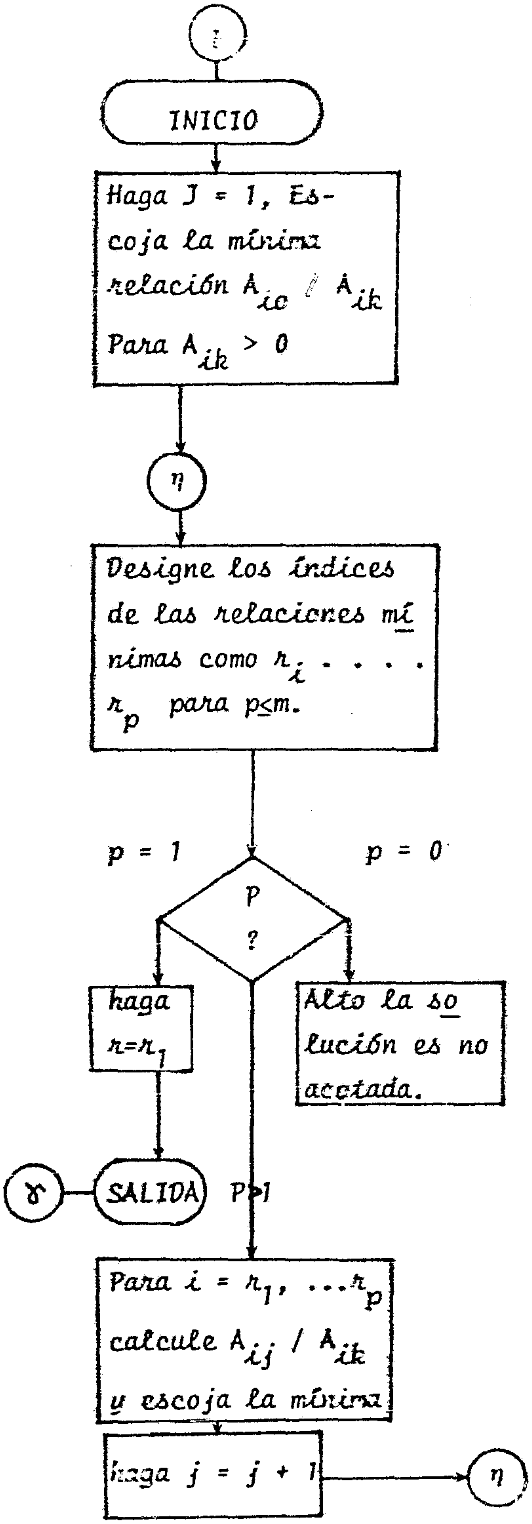


Determine cual es la variable que sale de la base. Si hay empates, el problema es degenerado, en cuyo caso se usa el diagrama de flujo apropiado para este caso.

Compurebe si hay cuando menos una $A_{ik} > 0$. Si no, ninguna variable dejará la base al aumentar X_k y no existe solución óptima finita. La solución se dice que es no acotada

Calcule una nueva tabla simplex utilizando operaciones renglón. El elemento A_{rk} (intersección de la columna que entra a la base del renglón de la variable que sale de la base) se debe reducir a la unidad. Los elementos en la misma columna, por arriba y por abajo, se deben reducir a cero.

Sobre esta nueva tabla se repite la secuencia.



COMENTARIOS

Este diagrama entra en el punto γ del algoritmo del Simplex. K es el índice de la variable que entra a la base. Escoja todas las relaciones mínimas de A_{io} entre A_{ik} positivas.

¿ Cuantas relaciones mínimas hay? Si no hay, ALTO; no hay una solución óptima finita.

Si es única, el índice designado corresponde a la fila cuya variable básica sale de la base.

La salida corresponde a (γ) del algoritmo simplex.

(Para los empates seleccione las relaciones mínimas del J - ésimo término del renglón, entre A_{ik}).

Este algoritmo se utiliza para cuando la solución es degenerada, es decir, para cuando haya empate en las variables que deben salir de la base. Es importante utilizarlo ya que así se evita el problema de ciclado, que no permite que se llegue a la solución óptima.

Ejemplo I-III

Considérese el problema de planeación de la producción de la Cía. Productos Camino, S.A. El modelo de Programación Lineal es:

$$\text{Maximizar } Z = 56\ X_1 + 42\ X_2$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a} \quad = \quad X_1 + 2\ X_2 &\leq 240{,}000 \\ 1.5X_1 + X_2 &\leq 180{,}000 \\ X_1 &\leq 110{,}000 \\ X_1,\ X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

tiene 2 variables estructurales X_1 y X_2

Cumple con:

1) La función objetivo es una maximización
2) Las tres restricciones del problema son del tipo menor o igual ($\leq$)
3) Los valores del lado derecho de las restricciones son positivos
4) Las variables deben ser positivas ($X_1,\ X_2 \geq 0$)

Añadiendo variables de holgura, el problema queda como:

$$\text{Maximizar } Z = 56\ X_1 + 42\ X_2$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a} \quad = \quad X_1 + 2\ X_2 + X_3 \qquad &= 240{,}000 \\ 1.5\ X_1 + X_2 + X_4 \qquad &= 180{,}000 \\ X_1 + X_5 \qquad &= 110{,}000 \\ X_1,\ X_2,\ X_3,\ X_4,\ X_5 \quad &\geq \quad 0 \end{aligned}$$

las variables de holgura son X_3, X_4 y X_5.

El problema se puede vaciar en una tabla simplex. Los coeficientes de la función objetivo deben quedar en el renglón evaluador con signo contratio:

Por ejemplo $A_{01} = -C_1 = -56$ $A_{02} = -C_2 = -42$ $A_{03} = -C_3 = 0$

$A_{10} = b_1 = 240{,}000$ $A_{20} = b_2 = 180{,}000$

$A_{11} = 1$ $A_{12} = 2$ $A_{13} = 1$ $A_{14} = 0$ ....

$A_{31} = 1$ $A_{32} = 0 \ldots A_{35} = 1$

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	0	-56	-42	0	0	0
X_3	240 000	1	2	1	0	0
X_4	180 000	1.5	1	0	1	0
X_5	110 000	1	0	0	0	1

Solución básica factible inicial hay $n = 2$ variables estructurales X_2 y $m = 3$ variables de holgura, en total $n + m = 2 + 3 = 5$ variables en el problema. La solución es básica ya que $n = 2$ variables a nivel cero, X_1 X_2.

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	6 160 000	0	-42	0	0	56
X_3	130 000	0	2	1	0	-1
X_4	150 000	0	1	0	1	-1.5
X_1	110 000	1	0	0	0	1

Es factible ya que cumple con todas las restricciones del problema, incluyendo las de no negatividad, y es inicial porque con ella se comienza a aplicar el método Simplex.
$X_1 = 0$, $X_2 = 0$, $X_3 = 240{,}000$
$X_4 = 180{,}000$, $X_5 = 110{,}000$
$Z = A_{co} = 0$
$A_o1 = -56$, $A_{o2} = 42$, $A_{cj} = 0$, etc.

$\min_j A_{oj} = -56$ que es negativo, $A_0 1 \quad 0$ luego $k=1$

$$\frac{A_{10}}{A_{11}} = \frac{240,000}{} = 240,000$$

$$\frac{A_{20}}{A_{21}} = \frac{180,000}{1.5} = 120,000$$

$$\frac{A_{30}}{A_{31}} = \frac{110,000}{} = 110,000$$

$$\min \frac{A_{io}}{A_{ik}} = \frac{A_{30}}{A_{31}} = 110,000$$

$i = 1,\ 3$

luego $r = 3$ A $rk = A_{31} = 1$

$A_{01} = 0,\ A_{02} = -42,\ A_{03} = 0,\ A_{04} = 0,\ A_{05} = 56$

$\min_j A_{oj} = A_{02} = -42$; $k = 2$ y es negativo

$$\frac{A_{10}}{A_{12}} = \frac{130,000}{2} = 65,000$$

$$\frac{A_{30}}{A_{22}} = \frac{15,000}{1} = 15,000$$

no es posible ya que $0_{32} = 0$ y se debe cumplir

que $0ik \ 0 \ \min_i \dfrac{A_{io}}{A_{ik}} = \dfrac{A_{20}}{A_{22}} = 15,000$

$r = 2$

y $Ark = 022 = 1$ se debe reducir a la unidad

y los elementos arriba y abajo de él se reducen a cero quedando la siguiente tabla.

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	6 790 000	0	0	0	42	-7
X_3	100 000	0	0	1	-2	2
X_2	15 000	0	1	0	1	-1.5
X_1	110 000	1	0	0	0	1

$\min_j A_{oj} = A_{o5} = -7$

y es negativo; $k = 5$

$\min_i \frac{Aio}{Aik} = \frac{A10}{A15} = 50{,}000$

$r = 1$

el elemento $A_{15} = 2$ se debe reducir a la unidad y los elementos arriba y abajo de él se reducen a cero, quedando la siguiente tabla:

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	7 140 000	0	0	3.5	3.5	0
X_5	50 000	0	0	.5	-1	1
X_2	90 000	0	1	.75	-.5	0
X_1	60 000	1	0	-.5	1	0

$\min_j A_{oj} = 0$ que no es negativo

ya no hay elementos negativos en el renglón evaluador, la solución óptima es.

$Z^* = 7,\ 140{,}000$

$X_1^* = 60{,}000$

$X_2^* = 90{,}000$

$X_3^* = 0$

$X_4^* = 0$

$X_5^* = 50{,}000$

EJEMPLO 2-III

Resuelva el siguiente problema por el método Simplex

Maximizar $Z = 8\,X_1 + X_2$

Sujeto a $= -2\,X_1 + 2\,X_2 \leq 10$

$4\,X_1 + 3\,X_2 \leq 16 \qquad X_j \geq 0 \quad j=1,2$

$4\,X_1 - 4\,X_2 \leq 12$

añadiendo variables de Holgura

Maximizar $Z = 8\,X_1 + X_2$

Sujeto a $= -2\,X_1 + 3\,X_2 + X_3 = 10$

$4\,X_1 + 3\,X_2 + X_4 = 16$

$4\,X_1 - 4\,X_2 + X_5 = 12$

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	0	-8	-1	0	0	0
X_3	10	-2	3	1	0	0
X_4	16	4	3	0	1	0
X_5	12	4	-4	0	0	1

La 1° Solución es

$X_3 = 10$

$X_4 = 12$

$X_5 = 12$

$Z = 0$

El vector que entra es X_1

min $A_{oj} = -8$

El vector que sale es

min $\frac{12}{4}, \frac{16}{4}, = 3$

2° Tabla

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	24	0	-9	0	0	2
X_3	16	0	1	1	0	1/2
X_4	4	0	7	0	1	-1
X_1	3	1	-1	0	0	1/4

La 2°. Solución es

$X_3 = 16$

$X_4 = 4$

$X_1 = 3$

$Z = 24$

El vector que entra es X_2

min $A_{oj} = -9$

El vector que sale es

min $\frac{16}{1}, \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$

3° Tabla

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	204/7	0	0	0	9/7	5/7
X_3	108/7	0	0	1	-1/7	9/14
X_2	4/7	0	1	0	1/7	-1/7
X_1	25/7	1	0	0	1/7	3/28

Solución óptima todos los coeficientes

$A_{oj} > 0$

Solución

$X_1^* = \frac{25}{7} = 3\,\frac{4}{7}$

$X_2^* = 4/7$

$Z^* = 29\,\frac{1}{7}$

EJEMPLO 3- III

Resuelva el siguiente problema de programación lineal por el método Simplex

Maximizar $Z = 8\,X_1 - 2\,X_2 + 4\,X_3$

Sujeto a $= 6\,X_1 + X_2 + X_3 \leq 180$

$2\,X_1 - X_2 + 4\,X_3 \leq 30$

$X_1 + X_2 - X_3 \leq 60$

$X_i \geq 0 \quad i = 1,3$

haciendo uso de las variables de holgura queda :

$Z = 8\,X_1 + 2\,X_2 - 4\,X_3 = 0$

$6\,X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 180$

$2\,X_1 - X_2 + 4\,X_3 + X_5 = 30$

$X_1 + X_2 - X_3 + X_6 = 60$

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
	0	-8	2	-4	0	0	0
X_4	180	6	1	1	1	0	0
X_5	30	2	-1	4	0	1	0
X_6	60	1	1	-1	0	0	1

Min. A_{oj} $8 = -8$

Min $\frac{180}{6}, \frac{30}{2}, \frac{60}{1} = 15$

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
	120	0	-2	12	0	4	0
X_4	90	0	4	-11	1	-3	0
X_1	15	1	-1/2	2	0	1/2	0
X_6	45	0	3/2	-3	0	-1/2	1

Min. $6 = -2$

Min $\frac{90}{4}, \frac{45}{3/2} = \frac{45}{2}$

	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
	165	0	0	13/2	1/2	5/2	0
X_2	45/2	0	1	-11/4	1/4	-3/4	0
X_1	$\frac{105}{4}$	1	0	5/8	1/8	1/8	0
X_6	45/4	0	0	+9/8	-3/8	5/8	1

Solución óptima

$Z^* = 165$

$X_1^* = \frac{105}{4}$

$X_2^* = \frac{45}{2}$

EJEMPLO 4-·III

Maximizar $Z = 2X_1 + 4X_2$

Sujeto a $= \begin{array}{l} X_1 + 2X_2 \le 8 \\ 2X_1 - X_2 \le 4 \end{array}$

añadiendo variables de holgura

Maximizar $Z = 2X_1 + 4X_2$

Suejto a $= \begin{array}{l} X_1 + 2X_2 + X_3 = 8 \\ 2X_1 - X_2 + X_4 = 4 \\ X_1, X_2, X_3, X_4 \ge 0 \end{array}$

		X_1	X_2	X_3	X_4
	0	-2	-4	0	0
X_3	8	1	2	1	0
X_4	4	2	-1	0	1

$\min_j A_{oj} = -4 \quad k=2$

$\min_i \frac{Aio}{Aik} = \frac{8}{4} = 2 \; r = 1$

$Ark = 2$

		X_1	X_2	X_3	X_4
	16	0	-0	1	0
X_2	4	1/2	1	1/2	0
X_4	8	5/2	0	1/2	1

$\min_j A_{oj} = +0 \qquad Z^* = 16$

$X_2^* = 4$

es negativo luego la solución es óptima.

En esta última tabla uno de los elementos A_{oj}, el A correspondiente a la variable no básica X_1 es cero, esto significa que si X_1 entra a la base, la función objetivo no se altera, es decir dos soluciones básicas dan el mismo resultado óptimo, hay dos puntos que dan la misma solución óptima y cualquier punto que se encuentre en la meta que los une da la misma solución óptima.

		X_1	X_2	X_3	X_4
	16	0	0	2	0
X_2	12/5	0	1	2/5	-5/4
X_1	$\frac{16}{5}$	1	0	1/5	5/2

$Z^* = 16$

$X_1^* = 16/5$

$X_2^* = 12/5$

PROBLEMA DE MINIMIZACION

El algoritmo simplex mostrado requiere que el objetivo sea una maximización. Si en algún problema se tiene como función objetivo una minimización (de costos por ejemplo), se puede aplicar el algoritmo con la siguiente transformación :

$$\text{Minimizar } Z = \text{Maximizar } (-Z)$$

Por ejemplo: Minimizar $Z = X_1 + 3X_2$ es equivalente a :
- Maximizar $Z = -X_1 - 3X_2$. Con esta función se puede aplicar el método simplex. Al llegar al óptimo, se le cambia el signo al valor de Z.

OBTENCION DE UNA SOLUCION BASICA FACTIBLE INICIAL.

Para aplicar el algoritmo del método simplex, se requiere de una solución básica factible inicial. Si el problema cumple con las cuatro condiciones de la forma de igualdad, esta solución se dispone de inmediato. Si la función objetivo es minimización y se cumplen las condiciones 2) a 4), se aplica la transformación anterior. Si se cumplen las condiciones 1) , 3) y 4) pero las restricciones son del tipo mayor o igual ($\geq$) o igualdades estrictas (=), hay que encontrar, antes de aplicar el método, una solución básica factible inicial. Para encontrarla se utiliza el método de la gran M o el método de las dos fases, y se utilizan las variables artificiales.

Una variable artificial es una variable que se añade a una o más restricciones del problema con objeto de obtener una solución básica factible inicial, y que no tiene nada que ver con respecto al problema original.

Las variables artificiales se añaden a las restricciones del tipo mayor o igual ($\geq$) y a las igualdades estrictas (=), Ya que se añaden por conveniencia y como no tienen relación con el problema original, deben valer cero en la solución óptima.

EJEMPLO 5 - III

Problema de Minimización

Minimice $Z = 3X_1 + X_2 - X_3 - 7X_4 + 20X_5$

Sujeto a $=$

$$
\begin{aligned}
X_1 \quad + X_4 - 7X_5 &= 14\\
X_2 \quad - 3X_4 + X_5 &= 6\\
2X_3 + 2X_4 + X_5 &= 16\\
X_j \geq 0 \quad j &= 1.5
\end{aligned}
$$

Como Minimizar = - Maximizar

Esto es igual que tener

- Maximizar $Z = -3X_1 - X_2 + X_3 + 7X_4 - 20X_5$

Sujeto a $=$

$$
\begin{aligned}
X_1 \quad X_4 - 7X_5 &= 14\\
X_2 \quad -3X_4 - X_5 &= 6\\
2X_3 + 2X_4 + X_5 &= 16\\
X_j \geq 0 \quad j &= 1.5
\end{aligned}
$$

- Maximizar $Z = -3X_1 - X_2 + X_3 + 7X_4 - 20X_5$

Sujeto A $=$

$$
\begin{aligned}
X_1 \quad X_4 - 7X_5 + X_{A1} &= 14\\
X_2 - 3X_4 + X_5 + X_{A2} &= 6\\
2X_3 + 2X_4 + X_5 + X_{A3} &= 16\\
X_j \geq 0 \quad j &= 1.5
\end{aligned}
$$

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	- 04	3	1	-1	-7	20
X_1	14	1	0	0	1	-7
X_2	6	0	1	0	-3	1
X_3	16	0	0	2	2	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	8	3	1	6	0	23 1/2
X_1	6	1	0	-1	0	-7 1/2
X_2	30	0	1	3	0	1 1/2
X_4	8	0	0	1	1	1/2

Solución óptima

$Z^* = 8$

$X_1^* = 6$

$X_2^* = 30$

$X_4^* = 8$

METODO DE LA GRAN M

Para aplicar este método el problema original debe cumplir con las siguientes características :

1) La función objetivo debe ser una maximización.
2) Los elementos del lado derecho de las restricciones deben ser positivos .
3) Las variables deben ser positivas.

Las restricciones pueden ser de cualquier tipo : ($\leq$), ($\geq$) o (=).

El método consiste en:

1) Aumentar variables de holgura a todas las restricciones del tipo menor o igual ($\leq$).
2) Restar una variable de holgura a todas las restricciones del tipo mayor o igual ($\geq$).
3) Añadir una variable artificial a cada restricción del tipo mayor o igual ($\geq$) y una a cada restricción de igualdad (=).
4) Las variables artificiales sí aparecen en la función objetivo. El coeficiente en esta función, para cada una de ellas, es de -M. Esta M es un número muy grande comparado con los que aparecen en el problema. No requiere de representación explícita por lo cual se usa la M.
5) Con el problema en esta nueva forma, se vacia la información en una tabla simplex.
6) Por medio de operaciones elementales con los renglones de la tabla, se convierten en cero los elementos de las variables artificiales en el renglón evaluador.

7) Se aplica el algoritmo del método simplex, manejando a la M como a una variable algebraica, hasta llegar a la condición de optimalidad.

8) Si se eliminaran de la base todas las variables artificiales la solución es la óptima. Si no se pudieran eliminar, el problema no tiene solución factible. Si alguna variable artificial queda básica pero con valor igual a cero esto indica que la restricción en la que fue añadida es redundante.

METODO DE LAS DOS FASES

Es similar al anterior solo que la M se considera tan grande que es esencialmente infinita. El método tiene dos objetivos :

1) Para la fase 1, es minimizar la suma de las variables artificiales o equivalentemente maximizar el negativo de la suma. Ya que la M es infinita, el mínimo tiene que ser cuando las variables artificiales valgan cero. Una vez conseguido este objetivo se pasa a la fase 2.

2) El objetivo de la fase 2 es maximizar la función objetivo del problema original.
El método es semejante al anterior de los pasos 1) al 3)

4) Las variables artificiales requieren de un objetivo que es maximizar el negativo de su suma. No aparecen en la función objetivo original.

5) Este problema con dos objetivos se vacia en una tabla - simplex, la cual contendrá dos renglones evaluadores.

6) Se hacen cero los coeficientes de las variables artificiales en la función objetivo de la fase 1, por medio de operaciones elementales con los renglones.

7) Se aplica el algoritmo simplex. Cuando el objetivo de la fase 1 sea cero se puede eliminar su correspondiente renglón evaluador.

8) Con la tabla simplex remanente se contunúa aplicando el método simplex hasta llegar al óptimo.

En el transcurso del capitulo se muestran ejercicios aplicando estos dos métodos.

REGLAS PARA MANEJAR DESIGUALDADES.

A) Método de la gran M.

Tipo de restricción	Variable de holgura	Variable Artificial	Coeficiente en Z
$\leq$	$+X_n$		0
$\geq$	$-X_n$	$+X_a$	$-MX_a$
$=$		$+X_a$	$-MX_a$

b) Método de las dos fases.

Tipo de restricción	Variable de holgura	Variable Artificial	Coeficiente en Z en fase 1	Coeficiente en Z en fase 2
-	$+X_n$		0	0
-	$-X_n$	$+X_a$	$-X_a$	0
$=$		$+X_a$	$-X_a$	0

Las desigualdades se pueden transformar de uno en otro tipo, y las igualdades en desigualdades de la siguiente manera :

$$A_{i1}\ X_1 + A_{12}\ X_2 + \dots + A_{in}\ X_n \geq b_i$$

equivale a

$$-A_{i1}\ X_1 - A_{i2}\ X_2 - \dots - A_{in}\ X_n \leq -b_i$$

$$A_{i1}\ X_1 + A_{i2}\ X_2 + \dots + A_{in}\ X_n = b_i$$

equivale a

$$A_{i1}\ X_1 + A_{i2}\ X_2 + \dots + A_{in}\ X_n \leq b_i$$

y

$$A_{i1}\ X_1 + A_{i2}\ X_2 + \dots + A_{in}\ X_n \geq b_i$$

Hay que recordar que para aplicar el método simplex, gran M o dos fases, los valores del lado derecho de las desigualdades siempre debe ser positivo, sin importar el sentido de la desigualdad.

VARIABLES NEGATIVAS Y NO RESTRINGIDAS.

Para manejar variables negativas y no restringidas en signo, en el algoritmo simplex que requiere que las variables sean no negativas, se efectúan las siguientes transformaciones :

a) *Variables negativas* $X_j \leq 0$

$$X_j = X_j'' - X_j' \quad y \quad X_j' \geq X_j'' \quad \text{con } X_j' \ ,\ X_j'' \geq 0$$

b) *Variables no restringidas* X_j *no restringida.*

se sustituye por : $X_j = X_j'' - X_j' \ ,\ X_j'\ X_j'' \geq 0$

EL PROBLEMA DUAL

Cualquier problema de programación lineal se puede representar en la siguiente forma matricial :

a) Maximizar $Z = \bar{C}\ \bar{X}$

sujeto a $A\ \bar{X} \leq \bar{b}$

$\bar{X} \geq \bar{0}$

Asociado a este problema existe uno con la siguiente forma:

b) Minimizar $Z = \bar{b}^{1}\ \bar{y}$

sujeto a $\bar{A}\ \bar{y}^{-1} \geq \bar{C}^{-1}$

$\bar{y} \geq \bar{0}$

Y tienen las siguientes características: Si uno de los problemas tiene solución óptima finita también la tienen el otro y los valores óptimos de la función objetivo son iguales. Si uno de los problemas tiene solución no acotada, entonces el otro no tiene solución factible.

El problema a) se llama primal y el problema b) se llama dual.

Para pasar cualquier problema de Programación Lineal a su forma dual hay que seguir las reglas que se mencionan a continuación:

1) La función objetivo del problema debe ser maximizar.
2) Todas las restricciones del problema deben ser del tipo menor o igual ($\leq$) sin importar el signo del elemento del lado derecho.
3) Todas las variables deben ser positivas.
4) Los elementos del lado derecho de las restricciones pasan a ser los coeficientes de la función objetivo del dual.
5) Los coeficientes de la función objetivo pasan a ser los elementos del lado derecho de las restricciones del dual.

6) La matriz de coeficientes de las restricciones en el primal se debe transponer en el dual.

7) Las desigualdades del dual son todas del tipo mayor o igual ($\geq$).

8) Todas las variables duales son positivas.

En los ejercicios anexos se discutirán algunas simplificaciones a estas reglas.

HOLGURA COMPLEMENTARIA

Un problema de programación lineal siempre tiene un dual asociado con significado distinto. Como los dos dan el mismo valor de la función objetivo en el óptimo, de el resultado de un problema se puede calcular el resultado de el otro sin necesidad de resolverlo. Esto se debe al teorema de la holgura complementaria que dice :

Para una restricción primal y su correspondiente variable dual, los siguientes postulados concernientes a la solución óptima deben ser ciertos :

1) Si la restricción no se satisface totalmente, (su correspondiente variables de holgura es mayor que cero) entonces la correspondiente variables dual es cero.

2) Si la correspondiente variable dual es positiva, entonces la correspondiente restricción primal se satisface completamente.

De la estructura de los problemas se puede concluir que: el dual tiene tantas variables estructurales como restricciones tenga el primal, y tiene tantas restricciones el dual como variables estructurales el primal. De manera que las variables duales están relacionadas con la holgura del primal, y las variables primales están relacionadas con las de holgura del dual.

Esta relación se muestra en los ejercicios anexos.

Primal		Dual
Variable estructural	$\Leftrightarrow$	Variable de holgura
Variable de holgura	$\Leftrightarrow$	Variable estructural

INTERPRETACION ECONOMICA DE LAS VARIABLES DUALES

Utilizando el modelo de programación Lineal para el caso de una corporación la cual, tiene costos marginales constantes y suponiendo que vende en un mercado competitivo, teniendo un número finito de actividades; el problema consistiría en determinar el nivel al cual cada actividad debe operarse para maximizar la utilidad, su forma sería :

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{J=1}^{n} C_j X_j$$

$$\text{S. A.} = \quad A_{ij} X_j \leq b_i$$

$$X_j \geq 0$$

La interpretación física de las variables y constantes que intervienen en este, es inmediata y se presenta a continuación:

- Las A_{ij} representan el número de unidades del recurso i requeridas para producir una unidad del producto j.
- Las B_i representan las unidades del recurso i disponibles en un período de tiempo dado.
- Las X_j serán el número de unidades del producto j que se producirán en un tiempo determinado.
- Las C_j son la utilidad unitaria que se tendría al producir el producto j.

Asociado a éste problema, tendríamos su correspondiente dual representado mediante el siguiente modelo :

$$\text{Minimizar } Z' = b'y$$

$$\text{S. A.} \quad A'_{ij} \; y_i \geq C'_j$$

$$y \geq 0$$

Ahora bien, si las unidades de C_j representan la contribución unitaria del producto j a las utilidades totales, se tiene que el producto de A_{ij} Y_i debe de tener las mismas dimensiones. No obstante las A_{ij} estaban previamente definidas como el número de unidades del recurso - i requeridas para producir una unidad del producto j, por lo cual las dimensiones de Y_i deben ser unidades de valor por unidad de insumo i.

Las variables duales Y_i son llamadas valores de entrada, precios ficticios, precios virtuales o precios sombra de los recursos. Es - importante hacer notar que las variables duales no tienen nada que - ver con los costos actuales de los recursos, por otra parte estas proveen en forma segura una forma de medida de la contribución de la C_j a cada recurso i, esto es, si $X_j > 0$ es una solución óptima del problema primal, entonces por el teorema de holgura complementaria $\sum_{i=1}^{m} A_{ij} Y_i = C_j$ al igual que para todas las actividades usadas, el valor de los recursos usados para producir una unidad de j es precisamente igual a la utilidad. También se sabe que si en una solución óptima del primal la iesima restricción es una desigualdad estricta tal que el recurso i no es totalmente utilizado entonces $Y_i = 0$, el costo o valor de ese recurso es 0 siendo este un producto libre.

La interpretación de los recursos mediante las Y_i, es entonces una valuación del costo de oportunidad. En otras palabras observando la solución del primal y el dual , $Z = CX = Z' = b'Y$ se tiene que la máxima utilidad es igual al mínimo valor de los recursos, debido a que la función objetivo del dual minimiza a estos.

Si fuera posible incrementar o decrecentar la cantidad disponible del recurso i por una unidad sin alterar la solución del dual, la utilidad máxima se verá incrementada o decrecentada por Y_i, esta es la - base de la interpretación del costo de oportunidad.

Ejemplo 6-III

$$\text{Maximizar } Z = 3X_1 - X_2$$

Sujeto a:

$$2X_1 + X_2 \geq 2$$
$$X_1 + 3X_2 \leq 3$$
$$X_2 \leq 4$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{Maximizar } Z = 3X_1 - X_2 - MX_{61}$$

$$2X_1 + X_2 - X_3 + X_{61} = 2$$
$$X_1 + 3X_2 + X_4 = 3$$
$$X_2 + X_5 = 4$$

$Xi \quad 0 \quad i=1...5$

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_{6I}	
Z	0	-3	1	0	0	0	M	
XAI	2	2	1	-1	0	0	1	(-M)
X4	3	1	3	0	1	0	0	
X5	4	0	1	0	0	1	0	

Z	-2M	-3-2M	1-M	M	0	0	0
XAI	2	2	1	-1	0	0	1
X4	3	1	3	0	1	0	0
X5	4	0	1	0	0	1	0

Z	3	0	5/2	-3/2	0	0	3/2+M
XI	1	1	1/2	-1/2	0	0	1/2
X4	2	0	5/2	1/2	1	0	-1/2
X5	4	0	1	0	0	1	0

Como ya encontramos la solución básica factible se desechan las variables artificiales.

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Z	3	0	5/2	-3/2	0	0
X_1	1	1	1/2	-1/2	0	0
X_4	2	0	5/2	1/2	0	0
X_5	4	0	1	0	0	1

Z	9	0	10	0	3	0
X_1	3	1	3	0	1	0
X_3	4	0	5	1	2	0
X_5	4	0	1	0	0	1

$Z^* = 9$

$X_1^* = 3$

$X_2^* = 0$

$X_3^* = 4$

$X_4^* = 0$

$X_5^* = 4$

Ejemplo 7-III

Un pequeño fabricante de partes electrónicas produce calculadoras, grabadoras y autoestéreos. La producción se hace los fines de semana para venderse durante la siguiente. Existen algunas restricciones en este negocio. El tiempo disponible para la fabricación limita a 500 unidades sin importar el artículo del que se trate. Para mantener contentos a los clientes se deben producir cuando menos 100 calculadoras y grabadoras. La calculadora parece ser el artículo mas popular y por lo tanto el número de estos artículos debe exceder al número de grabadoras y autoestereos juntos. La cantidad en exceso se ha fijado arbitrariamente en 120 unidades. El beneficio por fabricar una calculadora es de \$100.00, por una grabadora es de \$200.00 y por un autoestereo de \$300.00. Se requiere saber cuanto se debe fabricar cada semana para maximizar el beneficio de la operación.

Variables de Decisión:

X_1 = Número de calculadoras a fabricar en el fin de semana
X_2 = Número de grabadoras a fabricar en el fin de semana
X_3 = Número de autoestereos a fabricar en el fin de semana

Modelado:

$$\text{Maximizar } Z = 100\,X_1 + 200\,X_2 + 300\,X_3$$

Sujeto A:

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 &\leq 500 \\ X_1 + X_2 &\geq 100 \\ X_1 - X_2 - X_3 &= 120 \\ X_1,\ X_2,\ X_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Resolución por Gran M.

$$\text{Maximizar } Z = 100\,X_1 + 200X_2 + 300X_3 - MXa_1 - MXa_2$$

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 500 \\ X_1 + X_2 - X_5 + Xa_1 &= 100 \\ X_1 - X_2 - X_3 + Xa_2 &= 120 \\ Xi \geq 0 \quad i = 1..,\ 5 & \end{aligned}$$

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_{A1}	X_{A2}	
Z	0	-100	-200	-300	0	0	M	M	
X_4	500	1	1	1	1	0	0	0	
X_{A1}	100	1	1	0	0	-1	1	0	(-M)
X_{A2}	120	1	-1	-1	0	0	0	1	(-M)

Z	-220M	-2M-100	-200	-300+M	0	M	0	0
X_4	500	1	1	1	1	0	0	0
X_{A1}	100	1	1	0	0	-1	1	0
X_{A2}	120	1	-1	-1	0	0	0	1

Z	-20M+ 10.000	0	2M-100	-300+M	0	-M-100	2M+100	0
X_4	400	0	0	1	1	1	-1	0
X_1	100	1	1	0	0	-1	1	0
X_{A2}	20	0	-2	-1	0	1	-1	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_{A1}	X_{A2}
Z	12,000	0	-300	-400	0	0	M	M+ 100
X_4	380	0	2	2	1	0	0	-1
X_1	120	1	-1	-1	0	0	0	1
X_5	20	0	-2	-1	0	1	-1	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Z	12,000	0	-300	-400	0	0
X_4	380	0	2	2	1	0
X_1	120	1	-1	-1	0	0
X_5	20	0	-2	-1	0	1

Z	88,000	0	100	0	200	0
X_3	190	0	1	1	1/2	0
X_1	310	1	0	0	1/2	0
X_5	210	0	-1	0	1/2	1

$Z^* = 88,000$
$X_1^* = 310$
$X_2^* = 0$
$X_3^* = 190$
$X_4^* = 0$
$X_5^* = 210$

EJEMPLO 8 - III

Resuelva por el Método de las dos Fases

Maximizar $Z = 3X_1 - X_2$	Maximizar $Z = 3X_1 - X_2$
S. A. $2X_1 + X_2 \geq 2$	S. A. $= 2X_1 + X_2 - X_3 + X_{A1} = 2$
$X_1 + 3X_2 \leq 3$	$X_1 + 3X_2 + X_4 = 3$
$X_2 \leq 4$	$X_2 + X_5 = 4$
$X_1, X_2 \geq 0$	$X_1, X_2 \geq 0$

Z'	0	0	0	0	0	0	1	
Z	0	-3	1	0	0	0	0	
X_{A1}	2	2	1	-1	0	0	1	(-1)
X_4	3	1	3	0	1	0	0	
X_5	4	0	1	0	0	1	0	

Z'	-2	-2	-1	1	0	0	0
Z	0	-3	1	0	0	0	0
X_{A1}	2	2	1	-1	0	0	1
X_4	3	1	3	0	1	0	0
X_5	4	0	1	0	0	1	0

Z'	0	0	0	0	0	0	1
Z	3	0	2 1/2	-1 1/2	0	0	1 1/2
X_1	1	1	1/2	- 1/2	0	0	1/2
X_4	2	0	2 1/2	1/2	1	0	0
X_5	4	0	1	0	0	1	0

TERMINA LA FASE I

HOJA DE CONCENTRACION

Z	3	0	2 1/2	- 1 1/2	0	0
X_1	1	1	1/2	- 1/2	0	0
X_4	2	0	2 1/2	- 1/2	0	0
X_5	4	0	1	0	0	1

Z	9	0	10	0	6	0
X_1	3	1	3	0	1	0
X_3	4	0	5	1	2	0
X_5	4	0	1	0	0	1

$Z^* = 9$

$X_1^* = 3$

$X_3^* = 4$

$X_5^* = 4$

Ejemplo 9-III

Resolver por el Método de las Dos Fases.

Maximizar $Z = 100\,X_1 + 200\,X_2 + 300\,X_3$ Función Objetivo Fase II

$$
\begin{aligned}
X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \quad & = 500 \\
X_1 + X_2 \quad - X_5 + X_{A1} & = 100 \\
X_1 - X_2 - X_3 \quad + X_{A2} & = 120 \\
X_i = 0 \quad i = 1, \cdot, 5 &
\end{aligned}
$$

Z^1	0	0	0	0	0	0	1	1	
Z	0	-100	-200	-300	0	0	0	0	
X_4	500	1	1	1	1	0	0	0	
X_{A1}	100	1	1	0	0	-1	1	0	(-1)
X_{A2}	120	1	-1	-1	0	0	0	1	(-1)

Z^1	-220	-2	0	1	0	1	0	0
Z	0	-100	-200	-300	0	0	0	0
X_4	500	1	1	1	1	0	0	0
X_{A1}	100	1	1	0	0	-1	1	0
X_{A2}	120	1	-1	-1	0	0	0	1

Z^1	-20	0	2	1	0	-1	2	0
Z	10,000	0	-100	-300	0	-100	100	0
X_4	400	0	0	1	1	1	-1	0
X_1	100	1	1	0	0	-1	1	0
X_{A2}	20	0	-2	-1	0	1	-1	1

Z^1	0	0	0	0	0	0	1	1
Z	12,000	0	-300	-400	0	0	0	100
X_4	380	0	2	2	1	0	0	-1
X_1	120	1	-1	-1	0	0	0	1
X_5	20	0	-2	-1	0	1	-1	1

"Termina la Fase I del Método"

Z	12,000	0	-300	-400	0	0
X_4	380	0	2	2	1	0
X_1	120	1	-1	-1	0	0
X_5	20	0	-2	-1	0	1

Z	88,000	0	100	0	200	0
X_3	190	0	1	1	1/2	0
X_1	310	1	0	0	1/2	0
X_5	210	0	-1	0	1/2	1

$Z^* = 88,000$
$X_1^* = 310$
$X_2^* = 0$
$X_3^* = 190$
$X_4^* = 0$
$X_5^* = 210$

EJEMPLO 10 - III

Resuelva el problema dual del Primal.

Primal : Maximizar $Z = 3X_1 - X_2$

Sujeto a : $2X_1 + X_2 \geq 2$

$X_1 + 3X_2 \leq 3$

$X_2 \leq 4$

$X_1, X_2 \geq 0$

Dual : Minimizar $Z = -2y_1 + 3y_2 + 4y_3$

$-2y_1 + y_2 \geq 3$

$-y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 1$

$y_1, y_3 \geq 0 \quad y_1 \leq 0$

- Maximizar $Z = 2y_1 - 3y_2 - 4y_3$

Sujeto a : $-2y_1 + y_2 \geq 3$

$-y_1 + 3y_2 + y_3 \geq -1$

- Maximizar $Z = 2y_1 - 3y_2 - 4y_3$

Sujeto a : $-2y_1 + y_2 - y_4 + y_{A1} = 3$

$-y_1 + 3y_2 + y_3 - y_5 + y_{A1} = -1$

		Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_{A1}	Y_{A2}
Z^1	0	0	0	0	0	0	1	1
Z	0	-2	3	4	0	0	0	0
YA1	3	-2	1	0	-1	0	1	0
YA2	-1	-1	3	1	0	-1	0	1

Z^1	0	3	-4	-1	1	1	0	0
Z	0	-2	3	4	0	0	0	0
YA1	3	-1	3	1	0	-1	0	1
YA1	-1							

Z^1	-4/3	5/3	0	1/3	1	-1/3	0	4/3
Z	1	-1	0	3	0	1	0	-1
YA1	10/3	-5/3	0	-1/3	-1	1/3	1	-1/3
YA2	-1/3	-1/3	1	1/3	0	-1/3	0	1/3

Z^1	0	0	0	0	0	0	1	1
Z	-0	4	0	4	3	0	-3	-0
Y5	10	-5	0	-1	-3	1	3	-1
Y2	3	-2	1	0	1	0	1	0

Z	-9	4	0	4	3	0
Y5	10	-5	0	-1	-3	1
Y2	3	-2	1	0	-1	0

$Z^* = -9$

$Z_5^* = 10$

$Z_2^* = 3$

Ejemplo II-III

Resolver el DUAL

Minimizar $Z^1 = 500\, y_1 - 100\, y_2 + 120\, y_3$

Sujeto a:

$$
\begin{aligned}
y_1 - y_2 + y_3 &\geq 100 \\
y_1 - y_2 - y_3 &\geq 200 \\
y_1 \qquad - y_3 &\geq 300
\end{aligned}
$$

$y_1,\ y_2 \geq 0 \quad y_3$ no restringida

si $y_3 = y_a - y_b$

Maximizar $Z = -500\, y_1 + 100\, y_2 - 120\, y_a + 120\, y_b$

Sujeto a:

$$
\begin{aligned}
y_1 - y_2 + y_a - y_b - y_4 + y_{a1} &= 100 \\
y_1 - y_2 - y_a + y_b - y_5 + y_{a2} &= 200 \\
y_4 - y_a + y_b - y_6 + y_{a3} &= 300
\end{aligned}
$$

		Y_1	Y_2	Y_A	Y_B	Y_4	Y_5	Y_6	Y_{A1}	Y_{A2}	Y_{A3}	
Z^1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	
Z	0	500	-100	120	-120	0	0	0	0	0	0	
Y_{A1}	100	1	-1	1	-1	-1	0	0	1	0	0	(-1)
Y_{A2}	200	1	-1	-1	1	0	-1	0	0	1	0	(-1)
Y_{A3}	300	1	0	-1	1	0	0	-1	0	0	1	(-1)

Z^1	-600	-3	2	1	-1	1	1	1	0	0	0
Z	0	500	-100	120	-120	0	0	0	0	0	0
Y_{A1}	100	1	-1	1	-1	-1	0	0	1	0	0
Y_{A2}	200	1	-1	-1	1	-	-1	0	0	1	0
Y_{A3}	300	1	0	-1	1	0	0	-1	0	0	1

Z^1	-300	0	-1	4	-4	-2	1	1	3	0	0
Z	-50000	0	400	-380	380	500	0	0	0	0	0
Y1	100	1	-1	1	-1	-1	0	0	1	0	0
Y62	100	0	0	-2	2	1	-1	0	-1	1	0
Y63	200	0	1	-2	2	1	0	-1	-1	0	1

Z^1	-100	0	-1	0	0	0	-1	1	1	2	0
Z	-69000	0	400	0	0	310	190	0	310	190	0
Y1	150	1	-1	0	0	-1/2	-1/2	0	1/2	1/2	0
YB	50	0	0	-1	1	1/2	-1/2	0	-1/2	1/2	0
YA3	100	0	1	0	0	0	1	-1	0	-1	1

		Y_1	Y_2	Y_A	Y_B	Y_4	Y_5	Y_6	Y_{A1}	Y_{A2}	Y_{A3}
Z^1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Z	-88000	0	210	0	0	310	0	190	-310	0	-190
Y1	200	1	-1/2	0	0	-1/2	0	-1/2	1/2	0	1/2
YB	100	0	1/2	-1	1	1/2	0	-1/2	-1/2	0	1/2
Y5	100	0	1	0	0	0	1	-1	0	-1	1

Z	-88000	0	210	0	0	310	0	190
Y1	200	1	- 1/2	0	0	- 1/2	0	- 1/2
YB	100	0	1/2	-1	1	1/2	0	- 1/2
Y5	100	0	1	0	0	0	1	-1

$Z^* = -88{,}000$
$Z_1^* = 200$
$Z_2^* = 0$
$Z_a^* = 0$
$Z_b^* = 100$
$Z_4^* = 0$
$Z_5^* = 100$
$Z_6^* = 0$

EJERCICIO 1 - III

Maximizar $Z = X_1 + X_2$

Sujeto a : $X_1 - X_2 \geq -1$

$-X_1 + X_2 \leq 1$

$X_1 , X_2 \geq 0$

Maximizar $Z = X_1 + X_2$

Sujeto a : $X_1 - X_2 + X_3 = 1$

$-X_1 + X_2 + X_4 = 1$

$X_i \geq 0 \quad i = 1, \ldots 4$

SOLUCION EJERCICIO 1 - III

2.- Maximizar $Z = X_1 + X_2$

Sujeto a : $-X_1 + X_2 \geq -1 \implies X_1 - X_2 \leq 1$

$-X_1 + X_2 \leq 1$

$X_1 , X_2 \geq 0$

Maximizar $Z = X_1 + X_2$

Sujeto a : $X_1 - X_2 + X_3 = 1$

$X_1 + X_2 + X_4 = 1$

$X_i \;\; 0 \quad i = 1 \ldots , 4$

		X_1	X_2	X_3	X_4
	0	-1	-1	0	0
X_3	1	1	-1	1	0
X_4	1	-1	1	0	1

tomando X_1

Z	1	0	-2	1	0
X_1	1	1	-1	1	0
X_4	2	0	0	1	1

tomando X_2

Z	1	-2	0	0	1
X_3	2	0	0	1	1
X_2	1	-1	1	0	1

En el diagrama de flujo del algoritmo del Simplex dice:

Encontrar A_{io}/A_{ik} donde $i=1,m$ y $A_{ik} > 0$ como $A_{ik} < 0$, no se puede designar ningún renglón como r por lo tanto no hay solución óptima finita.

Ejercicio 2-III

SOLUCION

RESOLVER:

$$\text{Maximizar } Z = X_1 + X_2$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a} \quad = X_1 - X_2 &\leq 1 \\ -X_1 + X_2 &\leq 1 \\ X_1 \, , \, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Ejercicio 2-III

SOLUCION:

RESOLVER:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } Z &= X_1 + X_2 \\ \text{Sujeto a } &= X_1 - X_2 \le 1 \\ &-X_1 + X_2 \le 1 \\ &X_1 , X_2 \ge 0 \end{aligned}$$

FORMA STANDARD:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } Z &= X_1 + X_2 \\ \text{Sujeto a } &= X_1 - X_2 + X_3 = 1 \\ &-X_1 + X_2 + X_4 = 1 \end{aligned}$$

$$X_1, X_2 \ge 0$$

Z	0	-1	-1	0	0
X_3	1	1	-1	1	0
X_4	1	-1	1	0	1

Z	1	0	-2	1	0
X_1	1	1	-1	1	0
X_4	2	0	0	1	1

Como las $A_{ik} \le 0$ la solución óptima es no finita o la solución es no acotada

Ejercicio 3- III

X_1 = Número a producir de llantas radiales
X_2 = Número a producir de llantas

Maximizar $Z = 500\,X_1 + 400\,X_2$

Sujeto a $= 2.5\,X_1 + 2\,X_2 \leq 20{,}000$

$$X_1 \leq 6{,}000$$

$$X_2 \leq 8{,}000$$

$$X_1 , X_2 \geq 0$$

SOLUCION DEL EJERCICIO 3- III

Maximizar $Z = 500\ X_1 + 400\ X_2$

Sujeto a $= 2.5\ X_1 + 2\ X_2 \leq 20,000$

$X_1 \leq 6,000$

$X_2 \leq 8,000$

$X_1\ ,\ X_2 \geq 0$

Maximizar $Z = 500\ X_1 + 400\ X_2$

Sujeto a $+ 2.5\ X_1 + 2\ X_2 + X_3 = 20,000$

$X_1 + X_4 = 6,000$

$X_2 + X_5 = 8,000$

$X_1,\ X_2,\ \ 0$

Z	0	-500	-400	0	0	0
X_3	20,000	2 1/2	2	1	0	0
X_4	6,000	1	0	0	1	0
X_5	8,000	0	1	0	0	1

Z	3,000,000	0	-400	0	500	0
X_3	5,000	0	2	1	-2 1/2	0
X_1	6,000	1	0	0	1	0
X_5	8,000	0	1	0	0	1

Z	4,000,000	0	0	200	0	0
X_2	2,500	0	1	1/2	-1 1/4	0
X_1	6,000	1	0	0	1	0
X_5	5,500	0	0	-1/2	1 1/4	1

Los valores de las variables de holgura nos indican las unidades que no se utilizan del recurso .

Los valores del renglón evaluador nos indica cuanto nos esta costando no utilizar ese recurso (cuanto nos desminuye la función objetivo).

TEOREMA

Una variable que sale de la base se puede regresar a esta ya que tendrá un valor positivo en el renglón evaluador. No puede regresar en el siguiente cambio.

El hecho de tener en X_4 un cero en el renglón evaluador la función objetivo tiene solución multiple.

$Z^* = 4,000,000$
$X_1^* = 6,000$
$X_2^* = 2,500$
$X_3^* = 0$
$X_4^* = 0$
$X_5^* = 5,500$

Z	4,000,000	0	0	200	0	0
X_2	2,500	0	1	1/2	-1/4	0
X_1	6,000	1	0	0	1	0
X_5	5,500	0	0	-1/2	1 1/4	1

EJERCICIO 4 - III

Maximizar $Z = X_1 + X_2$

Sujeto a

$$
\begin{aligned}
= 2X_1 + 3X_2 &\leq 20 \\
3X_1 + 2X_2 &\leq 20 \\
X_1 + X_2 &\leq 8 \\
X_1 \,,\, X_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

EJERCICIO 4 - III

SOLUCION :

Maximizar $Z = X_1 + X_2$

Sujeto a $= 2X_1 + 3X_2 \leq 20$

$3X_1 + 2X_2 \leq 20$

$X_1 + X_2 \leq 8$

$X_1, X_2 \geq 0$

Maximizar $Z = X_1 + X_2$

Sujeto a $= 2X_1 + 3X_2 + X_3 = 20$

$3X_1 + 2X_2 + X_4 = 20$

$X_1 + X_2 + X_5 = 8$

$X_i \geq 0 \quad i = 1, .., 5$

Si tomamos X_1 — Si tomamos X_2

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	0	-1	-1	0	0	0
X_3	20	2	3	1	0	0
X_4	20	3	2	0	1	0
X_5	8	1	1	0	0	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	20/3	0	-1/3	0	1/3	0
X_3	20/3	0	5/3	1	-2/3	0
X_1	20/3	1	2/3	0	1/3	0
X_5	4/3	0	1/3	0	-1/3	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	20/3	-1/3	0	1/3	0	0
X_2	20/3	2/3	1	1/3	0	0
X_4	20/3	5/3	0	-2/3	1	0
X_5	4/3	1/3	0	-1/3	0	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	8	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	1	1	-5
X_1	4	1	0	0	1	-2
X_2	4	0	1	0	-1	3

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
	8	0	0	0	0	1
X_2	4	0	1	1	0	-2
X_4	0	0	0	2	1	-5
X_1	4	1	0	-1	0	3

LA SOLUCION OPTIMA ES :

$$Z^* = 8$$
$$X_1^* = 4$$
$$X_2^* = 4$$
$$X_4^* = 0$$
$$X_3^* = X_5^* = 0$$

EJERCICIO 3 - III

Maximizar $Z = 2\,X_1 + 2\,X_2 + 3\,X_3$

Sujeto a =

$$X_1 + X_2 - 2\,X_3 \geq 6$$

$$X_1 + 3\,X_2 - X_3 \leq 8$$

$$2\,X_1 - X_2 + X_3 \leq 6$$

$$X_1\,,\ X_2,\ X_3 \geq 0$$

EJERCICIO 5- III

SOLUCION :

Resuelva por el método de la gran M

Maximizar $Z = 2X_1 + 2X_2 + 3X_3$

Sujeto a $= X_1 + X_2 - 2X_3 \geq 6$

$X_1 + 3X_2 - X_3 \leq 8$

$2X_1 - X_2 + X_3 \leq 6$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Maximizar $Z = 2X_1 + 2X_2 + 3X_3 - MX_{a1}$

Sujeto a $= X_1 + X_2 - 2X_3 - X_4 + X_{a1} = 6$

$X_1 + 3X_2 - X_3 + X_5 = 8$

$2X_1 - X_2 + X_3 + X_6 = 6$

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_{A1}	
Z	0	-2	-2	-3	0	0	0	M	
X_{A1}	6	1	1	-2	-1	0	0	1	(-M)
X_5	8	1	3	-1	0	1	0	0	
X_6	6	2	-1	1	0	0	1	0	

Z	-6M	-2-M	-2-M	-3+2M	M	0	0	0
X_{A1}	6	1	1	-2	-1	0	0	1
X_5	8	1	3	-1	0	1	0	0
X_6	6	2	-1	1	0	0	1	0

Z	6-3M	0	-3-3/2M	-2+5/2M	M	0	1+1/2M	0
X_{A1}	3	0	3/2	-5/2	-1	0	-1/2	1
X_5	5	0	7/2	-3/2	0	1	-1/2	0
X_1	3	1	-1/2	1/2	0	0	1/2	0

Z	$\frac{60}{7}-\frac{12}{7}M$	0	0	$\frac{-53}{7}-\frac{2}{7}M$	M	$\frac{6}{7}+\frac{3}{7}M$	$\frac{4}{7}+\frac{2}{7}M$	0
X_{A1}	6/7	0	0	-13/7	-1	-3/7	-4/7	1
X_2	10/7	0	1	-3/7	0	3/7	-1/7	0
X_1	52/14	1	0	2/7	0	1/2	1/4	0

Z	$\frac{749}{7}+\frac{14}{7}M$	$\frac{53}{7}+\frac{2}{7}M$	0	0	M	$\frac{395}{28}+\frac{36}{28}M$	$\frac{403}{56}+\frac{30}{56}M$	0
X_{A1}	175/7	39/14	0	0	-1	79/28	59/56	1
X_2	49/7	3/2	1	0	0	29/28	13/56	0
X_3	91/7	7/2	0	1	0	7/4	7/8	0

EL PROBLEMA NO TIENE SOLUCION FACTIBLE.

Puesto que en el Renglón Evaluador los coeficientes son todos positivos y no se pueden eliminar las Ms.

Ejercicio 6- III

Maximizar $Z = 2\,X_1 + X_2$

Sujeto a $=$

$$\begin{aligned} X_1 \quad & \leq 300 \\ X_2 \quad & \leq 150 \\ 3\,X_1 + 4\,X_2 & = 1200 \\ X_1\,,\ X_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

Ejercicio 6-III

SOLUCION :

Maximizar $Z = 2X_1 + X_2$

Sujeto a $= X_1 \leq 300$

$X_2 \leq 150$

$3X_1 + 4X_2 = 1200$

$X_1, X_2 \geq 0$

Maximizar $Z = 2X_1 + X_2$

Sujeto a $= X_1 + X_3 = 300$

$X_2 + X_4 = 150$

$3X_1 + 4X_2 + X_{A1} = 1200$

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_{A1}
Z^1	0	0	0	0	0	1
Z	0	-2	-1	0	0	0
X_3	300	1	0	1	0	0
X_4	150	0	1	0	1	0
X_{A1}	1200	3	4	0	0	1

Z^1	-1200	-3	-4	0	0	0
Z	0	-2	-1	0	0	0
X_3	300	1	0	1	0	0
X_4	150	0	1	0	1	0
X_{A1}	1200	3	4	0	0	1

Z^1	-600	-3	0	0	4	0
Z	150	-2	0	0	1	0
X_3	300	1	0	1	0	0
X_2	150	0	1	0	1	0
X_{A1}	600	3	0	0	-4	1

Z^1	0	0	0	0	0	1
Z	550	0	0	0	-5/3	2/3
X_3	100	0	0	1	4/3	-1/3
X_2	150	0	1	0	1	0
X_1	200	1	0	0	-4/3	1/3

Z	675	0	0	1 1/4	0	.1/4
X_4	75	0	0	3/4	1	-1/4
X_2	75	0	1	-3/4	0	1/4
X_1	300	1	0	1	0	2/3

Solución óptima

$Z^* = 675$

$X_1^* = 300$

$X_2^* = 75$

$X_3^* = 0$

$X_4^* = 75$

Ejercicio 7-III

$$\text{Maximizar } Z = X_1 + 3X_2 + 2X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a} \quad & =3X_1 + 4X_2 + 5X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_{A1} = 8 \\ & X_1 + 3X_2 + 2X_3 + 5X_4 + 2X_5 + X_6 + X_{A2} = 3 \\ & 2.5X_1 + 5X_2 + 4.5X_3 + 5.5X_4 + 2.5X_5 + 4X_6 + X_{A3} = 7 \end{aligned}$$

Ejercicio 7-III

SOLUCION :

Maximizar $Z = X_1 + 3X_2 + 2X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6$

Sujeto a $=3X_1 + 4X_2 + 5X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_{A1} = 8$

$X_1 + 3X_2 + 2X_3 + 5X_4 + 2X_5 + X_6 + X_{A2} = 3$

$2.5X_1 + 5X_2 + 4.5X_3 + 5.5X_4 + 2.5X_5 + 4X_6 + X_{A3} = 7$

Minimizar $Z_1 = X_{A1} + X_{A2} + X_{A3}$

$-$*Maximizar* $Z_1 = -X_{A1} - X_{A2} - X_{A3}$

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_{A1}	X_{A2}	X_{A3}
Z_1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Z_2	0	-1	-3	-2	-5	-1	-6	0	0	0
X_{A1}	8	3	4	5	1	1	1	1	0	0
X_{A2}	3	1	3	2	5	2	1	0	1	0
X_{A3}	7	2.5	5	4.5	5.5	2.5	4	0	0	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_{A1}	X_{A2}	X_{A3}
Z_1	18.000	-6.5	-12	-11.5	-11.5	- 5.5	-6	0	0	0
Z_2	0	-1	-3	-2	- 5	- 1	-6	-1	0	0
X_{A1}	8	3	4	5	1	1	1	1	0	0
X_{A2}	3	1	3	2	5	2	1	0	1	0
X_{A3}	7	2.5	5	4.5	5.5	2	4	0	0	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_{A1}	X_{A2}	X_{A3}
Z_1	12,000	-2.5	0	- 3.5	8.5	2.5	-2	0	4	0
Z_2	3,000	0	0	0	0	1	-5	-1	1	0
X_{A1}	4	1.6	0	2.3	-5.6	-1.6	-0	1	-1.3	0
X_{A2}	1	0	0	0	1.6	0	0	0	0	0
X_{A3}	2	0	1	1.1	-2.8	-0	2.3	0	-1.6	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_{A1}	X_{A2}	X_{A3}
Z_1	17,250	-0	5.2	0	17	6	-0	0	5.7	0
Z_2	3,000	0	0	0	0	1	-5	-1	1	0
X_{A1}	0	0	-3.5	0	-11.5	-4	-1.5	1	-2.5	0
X_{A2}	1	0	1.5	1	2.5	1	0	0	0	0
X_{A3}	0	0	- 1	0	-5.7	-2	1.7	0	-2.5	1

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_{A1}	X_{A2}	X_{A3}
Z_1	18,000	0	0	0	0	0	-2.5	1.5	2	0
Z_2	3,000	0	0	0	0	1	-5	-1	1	0
X_1	1	1	-7	0	-23	-8	-3	2	-5	0
X_3	1	0	5	1	14	5	2	-1	3	0
X_{A3}	0	0	-0	0	0	-0	2.5	-0	-1	1

Z	3	0	-0	0	-0	1	0
X_1	1	1	-7	0	-23	-8	0
X_3	1	0	5	1	14	5	0
X_6	0	0	-0	0	-0	-0	1

Z	3	0	0	0	0	1	0
X_1	2.6	1	1.2	1.6	0	0	0
X_4	0	0	0	0	1	0	0
X_6	0	0	0	0	0	0	1

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACION

Reactivo 1

Para aplicar el método Simplex la función objetivo debe ser:

a. Maximizar.

b. Minimizar.

c. Es indistinto.

d. De variables positivas.

Reactivo 2

Las restricciones en el método Simplex son:

a. =

b. <

c. $\geq$

d. $\leq$

Reactivo 3

Los valores en el lado derecho de las restricciones en el M.S. deben ser:

a. -

b. =0

c. +

d. Es indistinto.

Reactivo 4

Las variables en el M.S. deben ser:

a. -

b. Es indistinto.

c. Positivas.

Reactivo 5

Para llevar a la forma de igualdad un problema de P.L. se añaden a las restricciones:

a. V. básicas.

b. V. artificiales.

c. V. de holgura.

Reactivo 6

El número de V. de holgura en cada restricción es:

a. 2

b. 1

c. Cualquier número.

Reactivo 7

El coeficiente de una V. de holgura es:

a. -1

b. -n

c. +1

d. +n

Reactivo 8

En la función objetivo las variables de holgura tienen coeficiente:

a. Negativo.

b. Positivo.

c. Cero.

d. > que cero.

Reactivo 9

Las variables de holgura deben ser:

a. Positivas.

b. Negativas.

c. Igual a cero.

Reactivo 10

La solución que cumple con todas las restricciones del problema incluyendo las de no negatividad es:

a. Solución básica.

b. S. básica factible.

c. S. factible.

d. S. óptima.

Reactivo 11

La solución que se obtiene al fijar n de las variables en cero y resolver el sistema de ecuaciones resultante para las m restantes es:

a. Solución básica.
b. Solución básica factible.
c. Solución factible.
d. Solución óptima.

Reactivo 12

La solución básica que cumple además con todas las restricciones del problema, incluyendo las de no negatividad es:

a. Solución básica.
b. Solución básica factible.
c. Solución factible.
d. Solución óptima.

Reactivo 13

La solución básica factible que da el valor máximo de la función objetivo es:

a. Solución básica.
b. Solución básica factible.
c. Solución factible.
d. Solución óptima.

Reactivo 14

En el diagrama de Flujo del M.S. se parte de una solución:

a. Básica.
b. Básica factible.
c. Factible óptima.

Reactivo 15

En el diagrama de Flujo del M.S. si hay Aok negativas significa que:

a. Es el óptimo.
b. La función objetivo aumenta.
c. La función objetivo disminuye.

Reactivo 16

Al aplicar el criterio de salida de la basa en el M.S. si hay empates, el problema es:

a. Degenerado.
b. No acotado.
c. El óptimo.

Reactivo 17

Si una solución factible tiene una variable básica igual a cero la solución del problema es:

a. Solución única.

b. Solución factible.

c. Solución degenerada.

d. Solución básica.

Reactivo 18

Si una solución factible tiene una o más variables básicas iguales a cero la solución del problema es:

a. Solución única.

b. Solución factible.

c. Solución degenerada.

d. Solución básica.

Reactivo 19

Si aplicamos el método Simplex normal a una solución básica factible que sea programada, el problema puede:

a. Ciclar.

b. No tener solución.

c. Tener varias soluciones.

d. Ninguna de éstas.

Reactivo 20

Si el problema es de minimizar ...

a. No se puede aplicar el M.S.

b. Se hace maximizando $(-z)$.

c. Al llegar al óptimo, se cambia el signo a z.

Reactivo 21

Para poder llevar a cabo el método de la gran "M" se debe garantizar que:

a. $\bar{b} \geq \bar{o}$

b. $\bar{b} \leq \bar{o}$

c. $\bar{b} = \bar{o}$

d. Ninguna de éstas.

Reactivo 22

Si la restricción es una igualdad, la restricción requiere de:

a. Una variable de holgura positiva.

b. Una variable de holgura negativa.

c. No requiere variables de holgura.

d. Ninguna de éstas.

Reactivo 23

Las V. artificiales se añaden a las restricciones del tipo:

a. $\geq$, =

b. $\leq$, =

c. $\leq$, $\geq$

Reactivo 24

Para aplicar el método de la gran "M" las restricciones pueden ser:

a. $\leq$

b. Igualdad estricta.

c. $\leq$, $\geq$, =

d. $\geq$

Reactivo 25

En el método de las dos fases, se considera que la M es:

a. Muy chica.

b. Infinita.

c. Muy grande.

Reactivo 26

En el método de la gran M si la restricción es $\leq$ la variable de holgura debe ser:

a. -Xn

b. +Xn

c. 0

d. Ninguna.

Reactivo 27

En el método de la gran M si la restricción es $\geq$ ó = la V. artificial debe ser:

a. $-X_a$
b. $+X_a$
c. 0
d. Ninguna.

Reactivo 28
En el método de la gran M, si la restricción es $\leq$ el coeficiente en la f.O. será:
a. $-X_a$
b. $+X_a$
c. 0
d. $-MX_a$

Reactivo 29
Si tenemos una restricción del tipo $\geq$, en un problema nuestro coeficiente en la función objetivo será:
a. Cero.
b. -MXa.
c. Xa.
d. Xn-MXa.

Reactivo 30
Si tenemos una restricción del tipo = en un problema nuestro coeficiente en la función objetivo será:
a. Cero.
b. -MXa.
c. Xa.
d. Xn-MXa.

Reactivo 31
En el método de las dos fases si la restricción es $\leq$ en la fase 1, el coeficiente en la f.O. es:
a. $-X_a$
b. $+X_a$
c. 0
d. -MXa

Reactivo 32
En el mismo método si la restricción es $\geq$ ó = en la fase 1, el coeficiente en la f. O. será:

a. $-X_a$

b. $+X_a$

c. 0

d. $-MX_a$

Reactivo 33

Para pasar del p. primal al dual, los elementos del lado derecho de las restricciones pasan a ser:

a. Restricciones.

b. Coeficientes de la f. O.

c. Quedan igual.

Reactivo 34

La matriz de coeficientes de las restricciones en el primal pasa al dual:

a. Transpuesta.

b. Igual.

c. Inversa.

Reactivo 35

Para una restricción primal, su correspondiente V. dual es positiva, entonces la restricción primal:

a. Se satisface completamente.

b. No se satisface completamente.

c. Ninguna.

SOLUCION AL CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACION

Reactivo	Respuesta
1	a
2	d
3	c
4	c
5	c
6	b
7	c
8	c
9	a
10	c
11	a
12	b
13	d
14	b
15	b
16	a
17	c
18	c
19	a y c
20	b
21	a
22	c
23	a
24	c
25	b
26	b
27	b
28	c
29	d
30	b
31	c
32	d

Reactivo	*Respuesta*
33	b
34	a
35	a

CAPITULO 4

TRANSPORTE

TRANSPORTE

Objetivos Específicos

El alumno será capaz de :

- Obtener de un problema de transporte una solución inicial por el Método de Voguel o el de la esquina Noroeste.
- Identificar un problema desbalanceado y poner este en forma balanceada.
- Plantear un problema de transporte.
- Resolver un problema de transporte.
- Identificar la optimalidad en una iteración dada de un problema de transporte.
- Explicar un problema de asignación.
- Resolver un problema de asignación por el método especializado de transporte.

EL PROBLEMA DEL TRANSPORTE

Una de las principales áreas de aplicación de la programación lineal es a los problemas de distribución y de transporte.

Este tipo de problemas requiere determinados productos situados en puntos orígenes (o fuentes) en puntos de destino (o de demanda), de manera que se satisfagan las demandas sin exceder las capacidades de las fuentes, a costo mínimo.

El título de "problemas de transporte" es sólo un emblema representativo de los primeros problemas que le dieron origen. En la actualidad se ha usado esta técnica, además de en problemas de transporte, en problemas de planeación de la producción, programas de maquinado, análisis de localización, programación de mano de obra, etc.

El problema de transporte es un problema de programación lineal que se puede ajustar a la forma indicada en el capítulo uno, y resolverse por medio del método Simplex. Sin embargo, tiene una estructura tan especial que se han desarrollado métodos más eficientes que el Simplex. Las características de su estructura son: Los coeficientes de las variables en las restricciones son siempre unos (1) ó ceros (0), si la oferta es igual a la demanda (lo cual siempre se puede lograr añadiendo orígenes o destinos ficticios) una de las restricciones es redundante. La variable dual correspondiente a la restricción redundante se puede fijar arbitrariamente.

Estas características se muestran en el siguiente ejemplo y dan origen al método de transporte que es un método rápido y eficiente.

EJEMPLO I-IV

Ferrocarriles Mexicanos tiene disponibles 11 vagones de carga en Zacapo, Michoacán y 13 en Toluca, Estado de México. Requiere 6 carros en Monterrey, Nuevo León; 4 en Tehuantepec, Oaxaca y 14 en Jalapa, Veracruz.

Los costos de transporte, los cuales están basados en los varios costos de proceso que tienen poca relación con la distancia, son los que se muestran en la siguiente tabla:

	(1) Monterrey	(2) Tehuantepec	(3) Jalapa	
(1) Zacapo	\$6,000.00	\$4,000.00	\$3,000.00	11
(2) Toluca	\$2,000.00	\$3,000.00	\$5,000.00	13
	6	4	14	

¿ Cuál es la distribución de costo mínimo de los carros?

Xij. - Número de carros del origen i al destino j.

$i = 1, 2$ $\qquad j = 1,2,3$

$$\text{Min. } Z = 6,000\ X_{11} + 4,000\ X_{12} + 3,000\ X_{13} + 2,000\ X_{21} + 3,000\ X_{22} + 5,000\ X_{23}$$

Llevando al proceso de maximización:

$$\text{Max. } Z = -6,000\ X_{11} - 4,000\ X_{12} - 3,000\ X_{13} - 2,000\ X_{21} - 3,000\ X_{22} - 5,000\ X_{23}$$

Sujeto a: $U_1 \; X_{11} + X_{12} + X_{13} = 11$

$U_2 \; X_{21} + X_{22} + X_{23} = 13$ $\qquad U_i$

$V_1 \; X_{11} + X_{21} + \quad = 6$

$V_2 \; X_{12} + X_{22} + \quad = 4$ $\qquad V_j$

$V_3 \; X_{13} + X_{23} + \quad = 14$

$$X_{ij} \geq 0$$

Dual.

- Min. $Z = 11\ V_1 + 13\ V_2 + 6\ V_1 + 4\ V_2 + 14\ V_3$

Ui - Oferta $i = 1, 2,$ $\qquad$ No restringidas
Uj - Demanda $j = 1,2,3$

Sujeto a: $U_1 + U_1 \geq -6000$

$U_1 + V_2 \geq -4000$

$U_1 + V_3 \geq -3000$

$U_2 + V_1 \geq -2000$

$U_2 + V_2 \geq -3000$

$U_2 + V_3 \geq -5000$

Se multiplica por - 1 las restrucciones para cambiar el signo al vector b, pero a las variables U y V no se les cambia el signo por ser no restringidas.

$U_1 + V_1 \leq 6000$

$U_1 + V_2 \leq 4000$

$U_1 + V_3 \leq 3000$

$U_2 + V_1 \leq 2000$

$U_2 + V_2 \leq 3000$

$U_2 + V_3 \leq 5000$

Si la oferta es igual a la demanda, entonces una de las restricciones es redundante (en el primal) y ésta se puede obtener mediante las demás; por lo tanto, se puede eliminar en el primal. En el dual se puede dar un valor arbitrario a su correspondiente dual.

La ecuación (2) se puede obtener por medio de las otras, por lo cual se puede eliminar:

sumando (3) (4) y (5) y restando (1)

se tiene:

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 13$$

No es conveniente usar el Simplex debido a la estructura del problema.

Algoritmo de transporte. La única información es el renglón evaluador, las variables básicas y su valor.

i \ j	1	2	3
1	6	4	3
2	2	3	5

11 Unidades Disponibles

13 Demanda

Costo de Transporte

Existen algunos métodos para obtener una solución inicial factible, dos de los cuales se presentan a continuación:

METODO DE LA ESQUINA NOROESTE

1) Seleccione la celda de la esquina noroeste. Fije el embarque en esa celda igual a lo que sea menor: Lo disponible en el origen a lo que se requiere en el destino. Si es cero, designe a la celda como básica a nivel cero.

2) Disminuya la cantidad en la celda a la cantidad en el origen y en el destino correspondiente, y elimine el renglón o la columna que se haya hecho cero. Si hay empate, la solución es degenerada, elimine un solo renglón o columna, pero no ambos.

3) ¿ya se terminaron los orígenes y la demanda? Alto, si no, regrese al paso (1).

METODO DE VOGEL

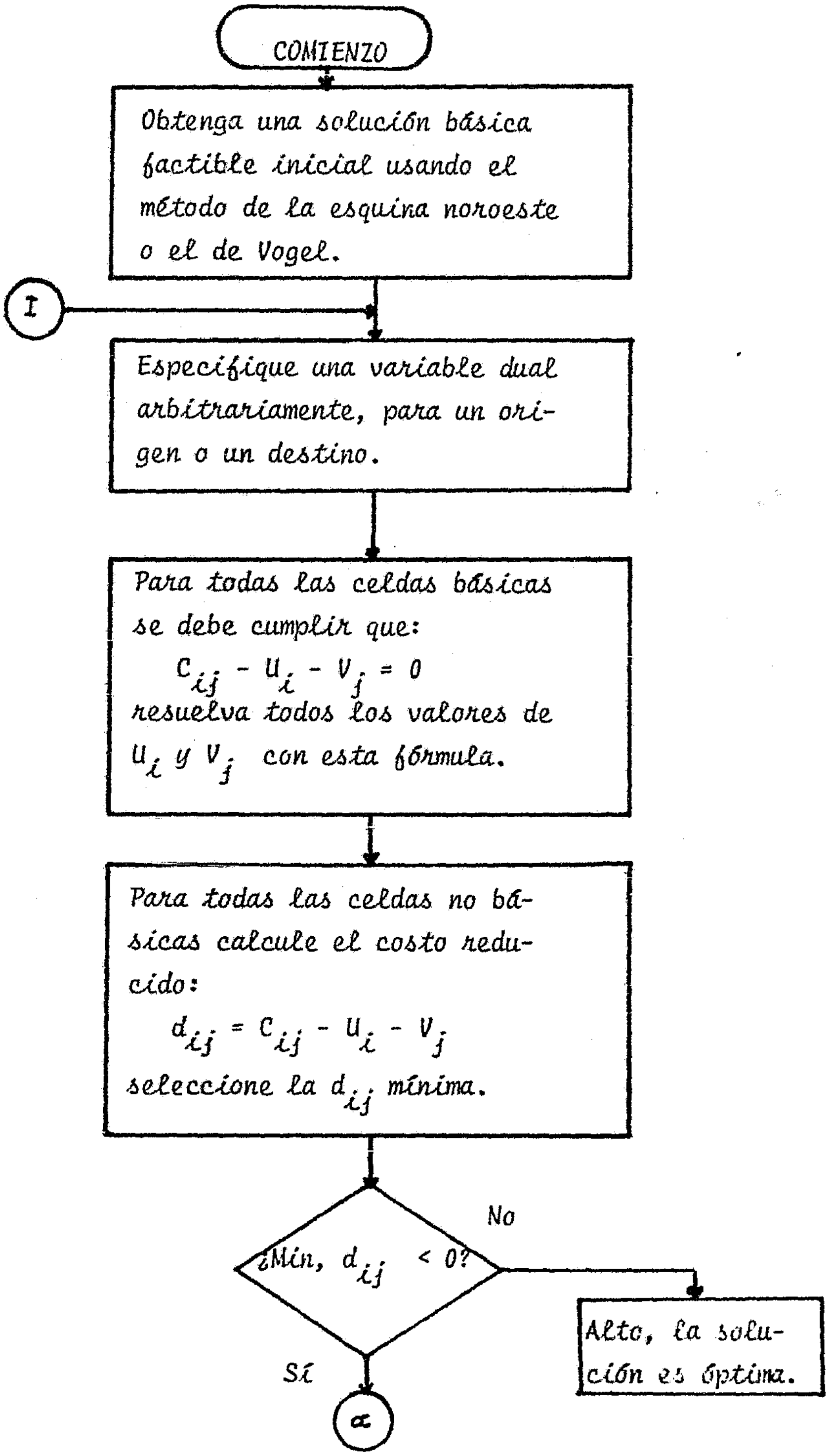
1) Para cada renglón y columna calcule la diferencia entre el menor y el segundo costo menor.

2) Escoja el renglón o columna con la máxima diferencia. Asigne lo más posible a la celda con menor costo en el renglón o columna (aún cero en el caso degenerado). Disminuya los orígenes y destinos en la cantidad asignada. Elimine el origen o destino que sea cero, pero no ambos.

3) Si sólo queda un renglón o una columna, haga la asignación remanente con un elemento básico en cada celda del renglón o columna respectivamente y pare; si no, vaya a uno.

A continuación se presenta el método de transporte mediante un diagrama de flujo:

DIAGRAMA DE FLUJO PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE TRANSPORTE:



	Z	Y	X	W	V	U	T	
A	1	3	M	1	M	2	M	5
B	M	2	3	M	M	4	M	2
C	M	3	2	M	3	M	1	4
D	1	M	M	1	2	3	2	3
	2	3	1	2	3	2	1	

Buscando una primera solución, por el método de Vogel, nos quedará la siguiente forma:

	Z	Y	X	W	V	U	T	
A	6° 2 [1]	[3]	[M]	7° 1 [1]	[M]	4° 2 [2]	[M]	5
B	[M]	1° 2 [2]	[3]	[M]	[M]	[4]	[M]	2
C	[M]	1 [3]	2° 1 [2]	1 [M]	[3]	[M]	3° 1 [1]	4
D	[1]	[M]	[M]	[1]	5° 3 [2]	[3]	[2]	3
	2	3	1	2	3	2	1	

Diferencias de Renglón

1	0	1	1	0	1	1	1	
2	0	0	M-2	0	1	1	1	
3	0	0	-	0	1	1	1	
4	0	0	-	0	1	1	-	
5	0	0	-	0	1	-	-	
6	M-1	0	-	M-1	-	-	-	
7	-	0	-	M-1	-	-	-	

a

La variable con la d_{ij} más negativa debe de entrar a la base.

Encuentre una serie de brincos alternativos, verticales y horizontales, análogos al movimiento de una torre de ajedrez, que comiencen y terminen en la celda que entra, con todos los brincos intermedios en celdas básicas. No se puede caer en una celda no básica más de una vez

Indique la celda que entra a la base con un signo + y a las celdas - básicas alternativas con signos - + y -.

Escoja el menor elemento básico que tenga signo - (si hay empate se - rompe arbitrariamente). Añada la cantidad mínima así determinada a las celdas con signo +, y reste la de las celdas con signo - .

I

EJEMPLO 2-IV

Uso del método de la esquina noroeste.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1	1.1 300	0.6 200	0.3 100	1.3	1.6	0	600
P_2	0.9	0.8	0.1 50	1.5 450	1.9	0	500
P_3	1.1	0.6	0	1.4 50	1.8 250	0	300
P_4	0.8	1.1	0.4	1.1	1.5 150	0 250	400
	300	200	150	500	400	250	

Primer Paso : Se selecciona la esquina noroeste, se elimina la columna de R_1 con 300 unidades asignadas del Punto P_1 quedando disponibles 300 unidades de recurso en el punto.

Segundo Paso: Se continúa hacia la derecha y se llenan los requerimientos del punto R_2 con los recursos del punto P_1; ahora quedan disponibles 100 unidades en el punto P_1.

Tercer Paso : Se selecciona el destino R_3 en el cual se satisface su demanda con las 100 unidades del punto P_1, completando con 50 proporcionadas por el punto P_2, quedando 450 en este punto.

Cuarto Paso : Se asignan las restantes 450 unidades del punto P_2 al destino R_4, completando los requerimientos de este destino con 50 unidades del punto P_3, restándole 250 unidades.

Quinto Paso : Se asignan 250 unidades del punto P_3 al destino R_5, completando con 150 unidades del punto P_4, quedando 250 unidades.

Sexto Paso: Se asignan 250 unidades del punto P_4 al destino R_6, quedando todos los orígenes y destinos balanceados en sus requerimientos y disponibilidades.

El costo asociado a esta solución es:

$$300\ (1.1) + 200\ (0.6) + 100\ (0.3) + 50.0\ (0.1) + 450\ (1.5)$$
$$50\ (1.4) + 250\ (1.8) + 150\ (1.5) + 250\ (0)$$

$$= 1905$$

EJEMPLO 3-IV

Usando el método de Vogel, encuentre una solución inicial para el siguiente problema:

	A	B	C	D	
1	6	2	1	2a 0 5	5
2	5a 4 5	7	1a 2 20	5	25
3	5a 3 5	3a 1 10	2	4a 1 10	25
	10	10	20	15	

Diferencias de Columna

D_1	D_2	D_3	D_4
1	2	-	-
2	1	1	1
0	0	0	2

Diferencias de Renglón

D_1	1	1	1	1
D_2	1	1	-	1
D_3	1	6	-	4
D_4	1	-	-	4

Primer Paso : Las primeras diferencias por renglón y columna se muestran en los cuadros. La primera mayor diferencia fue la del segundo renglón al cual se asigna la máxima cantidad posible.

Segundo Paso : Se obtienen las diferencias sin tomar en cuenta la columna C la cuál agotó su capacidad. Aquí se asigna la máxima cantidad que es 5, llenando la capacidad del renglón número 1.

Tercer Paso : Se obtienen las diferencias sin tomar en cuenta el renglón número 1 y la columna C; aquí la diferencia máxima resulta ser la de la columna B en la cuál se asignan 10 unidades al menor costo.

Cuarto Paso : Se obtienen las diferencias sin tomar en cuenta la columna C y B y el renglón 1; la diferencia mayor resultó en la columna D en la cuál al menor costo se le asignó la máxima cantidad posible que es 10.

Quinto Paso : Como al quitar la columna D ya no es posible obtener diferencias, se completan las capacidades en los renglones 2 y 3 y la columna A.

Esta solución tiene un costo asociado de :

$$10\ (1) + 20\ (2) + 5\ (0) + 10\ (1) + 5\ (3) + 5\ (4) = 95$$

EJEMPLO 4- IV

La Compañía Fertilizantes Mexicanos (FERTIMEX) posee una línea de cuatro fertilizantes, cuya oferta mensual en una de sus Divisiones de distribución es :

Fertilizante	Oferta Mensual
A	7 ton.
B	2 ton.
C	9 ton.
D	10 ton.

Dentro del area de alcance de esta División se encuentran algunas zonas de cosecha, las cuáles tienen algún requerimiento de fertilizante además de que tienen que cumplir con cierto impedimento - técnico para el uso de alguno de ellos, esto se resume en la siguiente tabla :

Zona	Tipo de fertilizante factible	Demanda mensual de fertilizante
Z	A,B,C	10 ton.
Y	A,B,C,D	5 ton.
X	A,B,C,D	7 ton.
W	A,B,C,D	6 ton.

Se tiene que el precio de venta de cada uno de los fertilizantes en cada zona, incluído el transporte, esta asignado en la siguiente matriz.

	Z	Y	X	W
A	4	1	6	8
B	2	5	3	2
C	3	0	4	7
D	6	5	7	3

	Z	Y	X	W	
A	4a $\boxed{4}$ 2	1a $\boxed{1}$ 5	$\boxed{6}$	$\boxed{8}$	7
B	5a $\boxed{2}$ 2	$\boxed{5}$	$\boxed{3}$	$\boxed{2}$	2
C	$\boxed{3}$ 6	$\boxed{0}$	$\boxed{4}$	$\boxed{7}$	9
D	$\boxed{M}$	$\boxed{5}$	3a $\boxed{7}$ 4	2a $\boxed{3}$ 6	10
	10	5	7	6	

Diferencias de Columnas

1a.	2a.	3a.	4a.	
3	2	2	2	-
1	1	1	1	1
3	1	1	1	1
2	4	M-7	-	-

Diferencias de renglón

1a.	1	1	1	1
2a.	1	-	1	1
3a.	1	-	1	-
4a.	1	-	1	-
5a.	1	-	1	-

De aquí pasando estos resultados, las variables nos - - resultan:

$U_1 + V_1 = 4$; $U_1+V_2=1$; $U_2+V_1=2$; $U_3+V_1=3$; $U_3+V_3=4$; $U_4+V_3=7$; $U_4+V_4=3$

De aquí, haciendo $U_1 = 0$ resolviendo y calculando los costos reducisos, se obtiene la siguiente tabla.

	Z	Y	X	W	Orig.	Ui
A	* $\boxed{4}$ 2	* $\boxed{1}$ 5	1 $\boxed{6}$	7 $\boxed{8}$	7	4
B	* $\boxed{2}$ 2	6 $\boxed{5}$	0 $\boxed{3}$	3 $\boxed{2}$	2	2
C	* $\boxed{3}$ 6	0 $\boxed{0}$	* $\boxed{4}$ 3	7 $\boxed{7}$	9	3
D	$\boxed{M}$ M−6	2 $\boxed{5}$	* $\boxed{7}$ 4	* $\boxed{3}$ 6	10	6
Dest.	10	5	7	6		
Vi	0	−3	1	−3		

Como todas, las dij ≥ 0 se tiene la solución óptima con un costo de:

$$2X4+5X1+2X2+6X3+3X4+4X7+6X3 = 93$$

EJERCICIO I-IV

La Compañía de Luz y Fuerza del Centro, que proporciona el servicio de electrificación dentro del centro del país, posee cuatro termoeléctricas dentro de la zona; cada una de estas termoeléctricas debe ser alimentada con combustoleo, el cual, dentro de la misma zona, es distribuído por PEMEX, através de tres centros de distribución.

Las capacidades y demandas de cada uno de los centros y plantas se especifican en la tabla posterior.

Centro	Capacidad	*Planta	Demanda*
A	40	1	30
B	30	2	25
C	50	3	35
		4	40

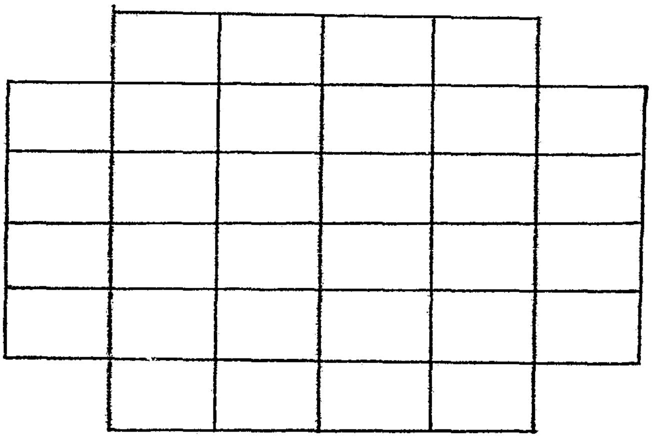
* Miles de toneladas Semana

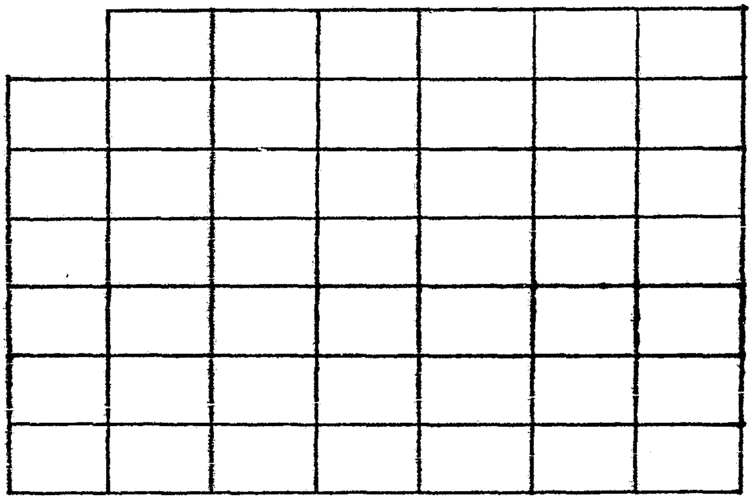
El costo de transportación desde cada uno de los centros a cada una de las plantas se representa en la siguiente tabla (en cientos de pesos por tonelada)

PLANTAS

CENTRO	1	2	3	4
A	4	7	9	8
B	5	4	6	7
C	10	3	6	8

Resuelva este problema para la Cía. de Luz y Fuerza de tal forma que se minimicen los costos de transporte.





EJERCICIO 1-IV

Solución : *El problema se ajusta al modelo de transporte típico y el modelo quedará:*

	1	2	3	4	
A	4	7	9	8	40
B	5	4	6	7	30
C	10	3	6	8	50
	30	25	35	40	

Como la oferta y la demanda no son iguales, creamos un centro de oferta para igualarlos. Esto queda:

	1	2	3	4	
A	4	7	9	8	40
B	5	4	6	7	30
C	10	3	6	8	50
D	0	0	0	0	10
	30	25	35	40	

empezando a resolver el modelo, obtenemos una primera solución por el método de Vogel queda:

	1	2	3	4	
A	3° $\boxed{4}$ 30	$\boxed{7}$	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$ 10	40
B	$\boxed{5}$	$\boxed{4}$	5° $\boxed{6}$	5° $\boxed{7}$	30
C	$\boxed{10}$	2° $\boxed{3}$ 25	4° $\boxed{6}$ 25	$\boxed{8}$	50
D	$\boxed{0}$	$\boxed{0}$	$\boxed{0}$	1° $\boxed{0}$ 10	10
	30	25	35	40	

Diferencias de Columna

1°	2°	3°	4°	5°
3	3	4	1	1
1	1	1	1	1
3	3	2	2	-
0	-	-	-	-

Diferencias de Renglón

1°	4	3	6	7
2°	1	1	0	1
3°	1	-	0	1
4°	-	-	0	1
5,	-	-	3	1

Con esta solución el costo es:

30 (4) + 10 (8) + 10 (6) + 20 (7) + 25 (3) + 25 (6) = 625

Utilizando el formato del método de transporte, tenemos:

	1	2	3	4	
A	30 (4)	(7)	(9)	10 (8)	10
B	(5)	(4)	10 (6)	20 (7)	30
C	(10)	25 (3)	25 (6)	(8)	50
D	(0)	(0)	(0)	10 (0)	10
	30	25	35	40	

Utilizando las variables duales, se tiene:
Se obtienen las siete ecuaciones básicas:

$U_1 + V_1 = 4, \quad U_1 + V_4 = 8, \quad U_2 + V_3 = 6, \quad U_2 + V_v = 7$
$U_3 + V_2 = 3, \quad U_3 + V_3 = 6, \quad U_4 + V_4 = 0$

como V_4 es la variable más frecuente asignándole el valor arbitrario de 0 tenemos que de aquí

$U_4 = 0$, $U_2 = 7$, $U_1 = 8$, *y de estos valores se resuelve*

para las demás ecuaciones se tiene que $V_1 = -4$, $V_3 = -1$
$U_3 = 7$, $V_2 = -4$

registrando estas soluciones y obteniendo el costo reducido de las variables no básicas tenemos

	1	2	3	4		U_I
A	* 30 $\boxed{4}$	$\boxed{7}$	$\boxed{9}$	* 10 $\boxed{8}$	40	8
B	2 $\boxed{5}$	1 $\boxed{4}$	* $\boxed{6}$	* 10 $\boxed{7}$	30	7
C	7 $\boxed{10}$	* 25 $\boxed{3}$	* 25 $\boxed{6}$	1 $\boxed{8}$	50	7
D	4 $\boxed{0}$	4 $\boxed{0}$	1 $\boxed{0}$	* 10 $\boxed{0}$	10	0
	30	25	35	40	130	
V_I	-4	-4	-1	0		

como todas las $d_{ij} \geq 0$ *se tiene que la solución es óptima, y el costo mínimo del transporte será.*

$30(4) + 10(8) + 10(6) + 20(7) + 25(3) + 25(6) + 10(0)$

$= 625$

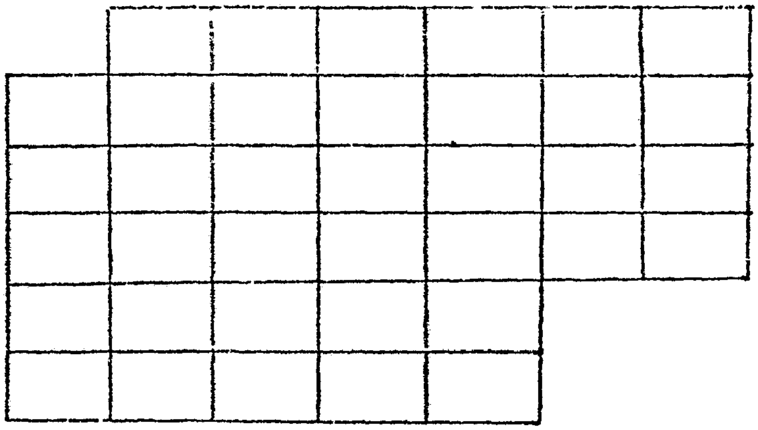
EJERCICIO 2-IV

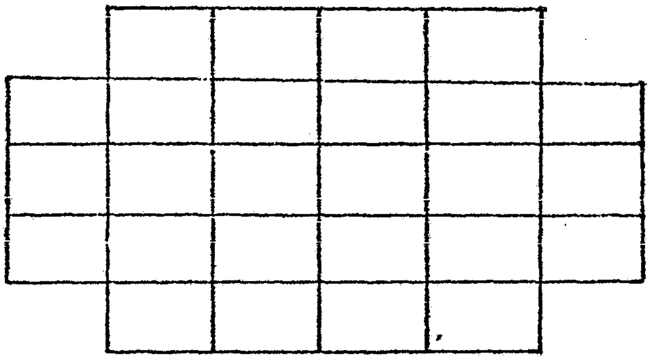
Resuelva el siguiente ejercicio de transporte.

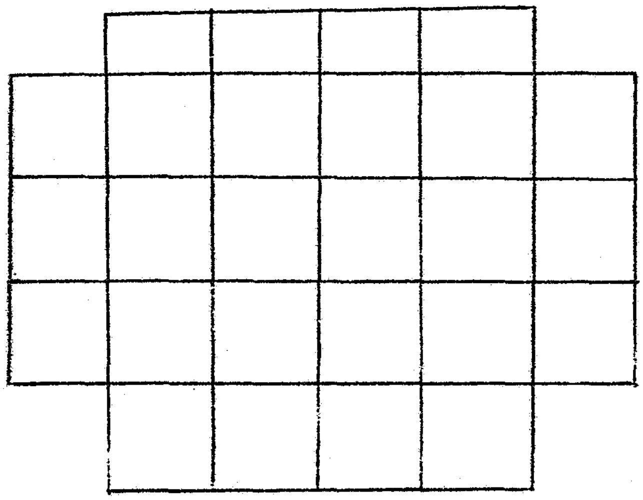
A continuación se presentan las tablas para su solución.

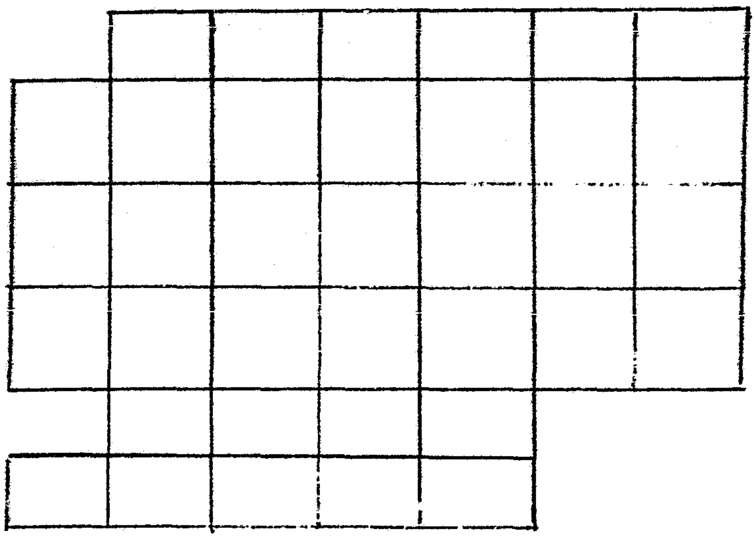
	A	B	C	D	
1	6	2	1	0	5
2	4	7	2	5	25
3	3	1	2	1	25
	10	10	20	15	

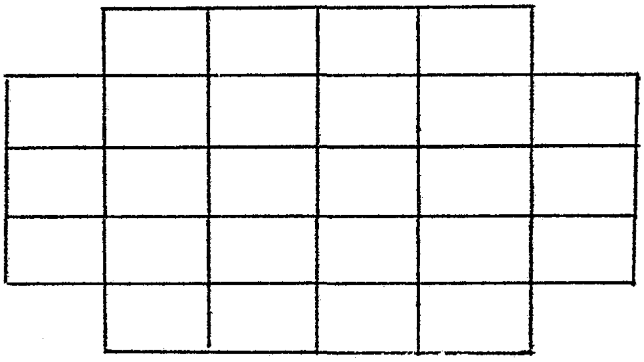
	A	B	C	D	
1					
2					
3					

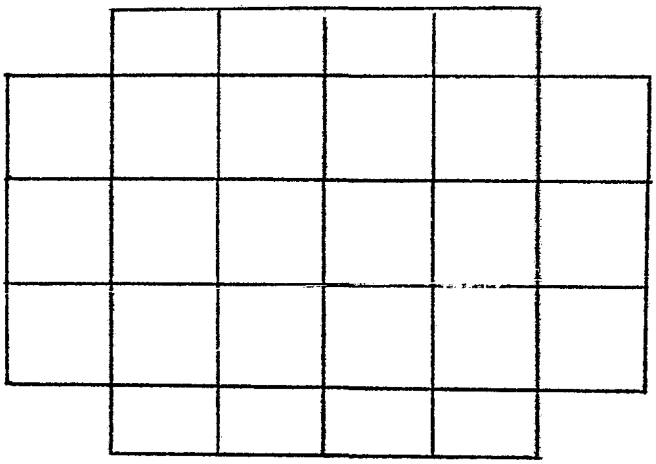


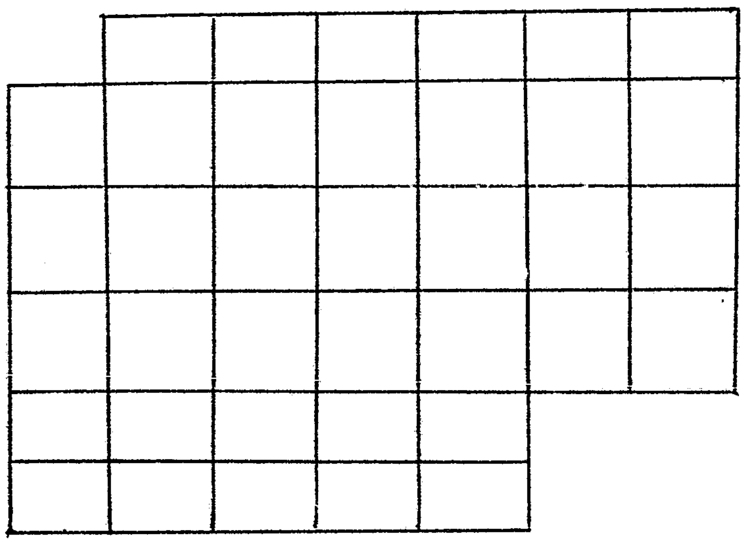


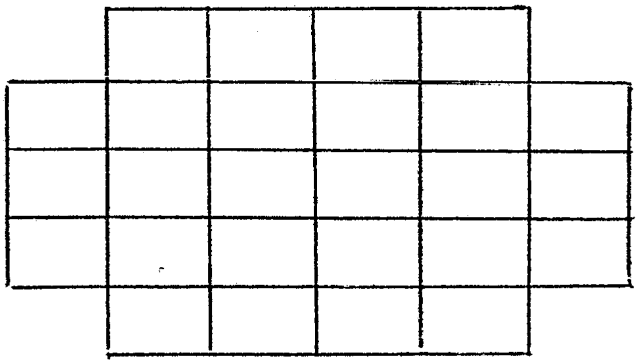


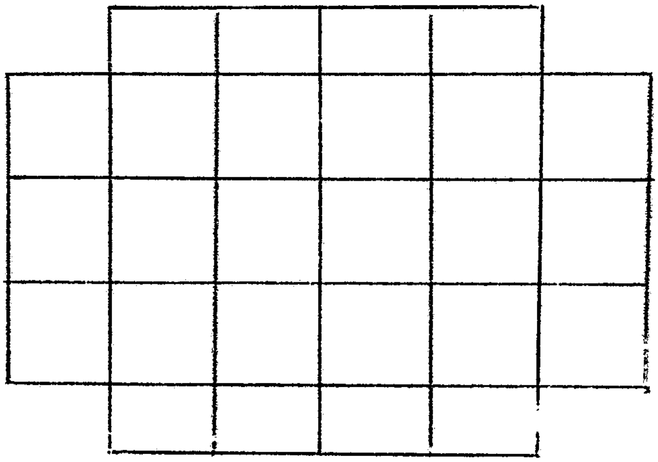


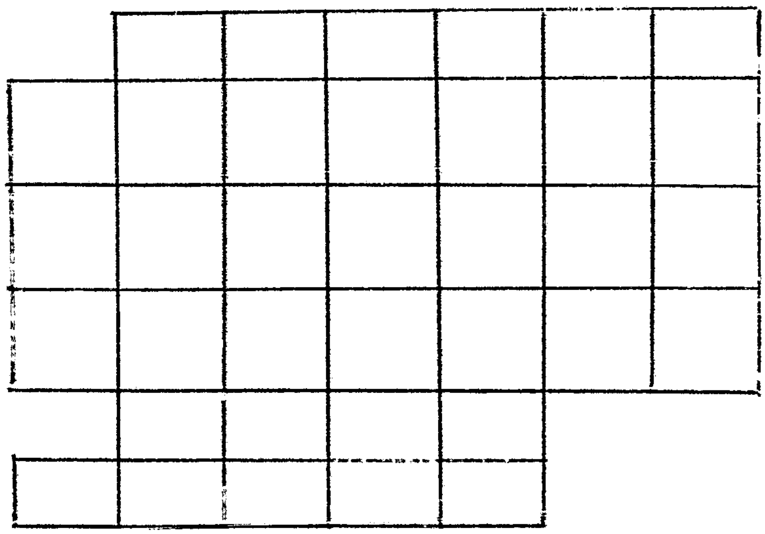


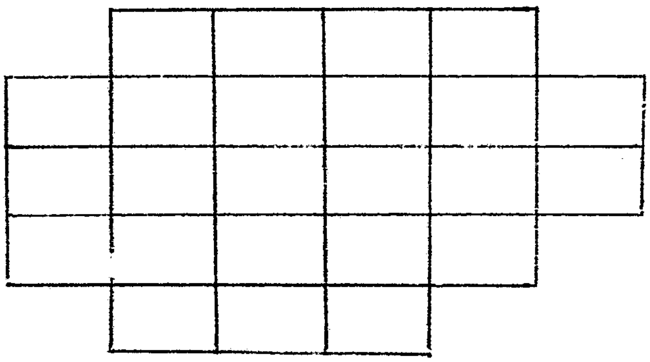


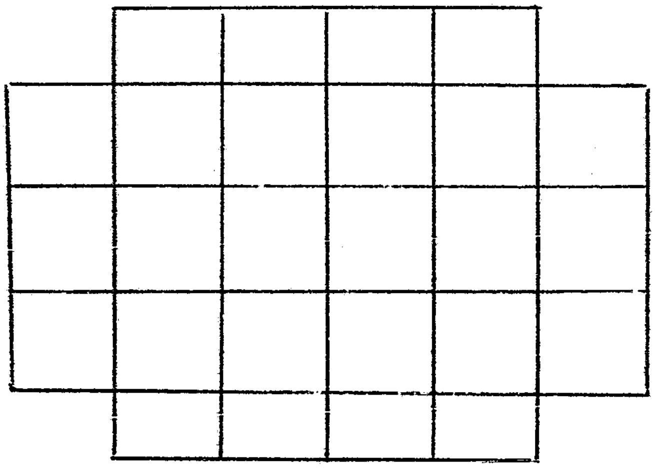


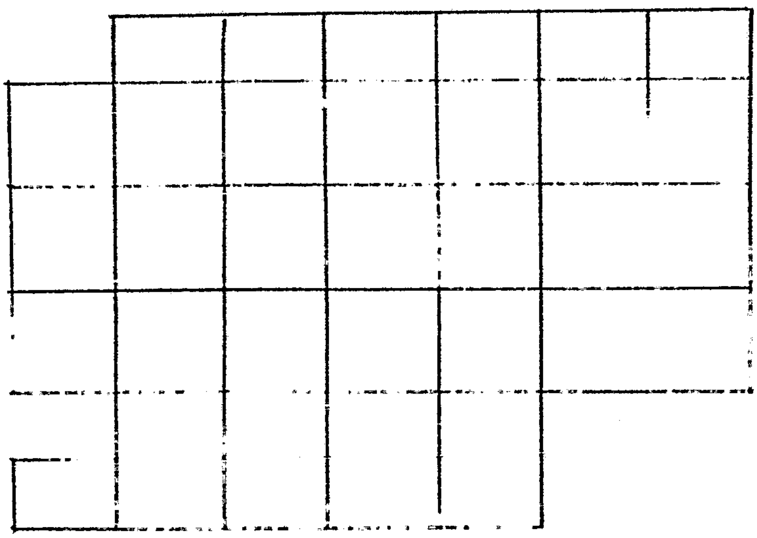












Ejercicio 2-IV

Resuelva el siguiente problema de transporte

	A	B	C	D	
1	6	2	-1	0	5
2	4	7	2	5	25
3	3	1	2	1	25
	10	10	20	15	

Solución, encontrando una primera solución por el método de la esquina noroeste tenemos :

	D_A	D_B	D_C	D_D	
0_1	* 5 [6]	[2]	[+1]	[0]	5
0_2	* 5 [4]	* 10 [7]	* 10 [2]	[5]	25
0_3	[3]	[1]	* 10 [2]	* 15 [1]	25
	10	10	20	15	

el costo inicial de esta solución es :

$$5\ (6) + 5\ (4) + 10\ (7) + 10\ (2) + 10\ (2) + 15\ (1) = 175$$

De acuerdo con la base existente se tienen las ecuaciones de las variables duales:

$u_1 + v_1 = 6$; $u_2 + v_1 = 4$; $u_2 + v_2 = 7$; $u_2 + v_3 = 2$; $u_3 + v_c = 2$; $u_3 + v_4 = 1$

Con $u_2 = 0$. Resumiendo y colocando estos valores y los costos reducidos en la tabla, se tiene:

	A	B	C	D		Ui
1	* 5 $\boxed{6}$	-7 $\boxed{2}$	-3 $\boxed{1}$	-3 $\boxed{0}$	5	2
2	* 5 $\boxed{4}$	* 10 $\boxed{7}$	* 10 $\boxed{2}$	4 $\boxed{5}$	25	0
3	-1 $\boxed{3}$	-6 $\boxed{1}$	* 10 $\boxed{2}$	* 15 $\boxed{1}$	25	0
4	10	10	20	15		
Vi	4	7	2	1		

De aquí, la variable que entra será 1-B por ser la más negativa; para determinar la variable que sale, establecemos el circuito siguiente:

	A	B	C	D	
1	$5-\theta$	θ			
2	$5+\theta$	$10-\theta$	10		
3			10	15	

donde $\theta = \min \{5, 10\}$

La nueva base será:

	A	B	C	D	
1	$\boxed{6}$	$\boxed{2}$ 5	$\boxed{1}$	$\boxed{0}$	5
2	$\boxed{4}$ 10	$\boxed{7}$ 5	$\boxed{2}$ 10	$\boxed{5}$	25
3	$\boxed{3}$	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$ 10	$\boxed{1}$ 15	25
	10	10	20	15	

2a. Iteración: de aquí obtenemos las nuevas ecuaciones de las variables duales que son:

$U_1+V_2=2$; $U_2+V=4$; $U_2+V_2=7$; $U_2+V_3=2$; $U_3+V_{.3}=2$; $U_3+V_4=1$

haciendo $U_2=0$ tenemos que las otras variables toman los valores registrados en la tabla, así como los valores de los costos reducidos para las variables no básicas.

	A	B	C	D		Ui
1	7 $\boxed{6}$	* $\boxed{2}$ 5	4 $\boxed{1}$	4 $\boxed{0}$	5	-5
2	* $\boxed{4}$ 10	* $\boxed{7}$ 5	* $\boxed{2}$ 10	4 $\boxed{5}$	25	0
3	-1 $\boxed{3}$	06 $\boxed{1}$	* $\boxed{2}$ 10	* $\boxed{1}$ 15	25	0
	10	10	20	15		
Vj	4	7	2	1		

La variable que entra será 3-B porque su costo reducido es el más negativo. Para determinar la variable que sale se establece el siguiente circuito:

	A	B	C	D	
1		5			5
2	10	5-θ	10+θ		25
3		θ	10-θ	15	25
	10	10	20	15	

θ=min. (10,5) = 5

La nueva base asociada nos queda como sigue:

	A	B	C	D	
1	[6]	* [2] 5	[1]	[0]	5
2	* [4] 10	[7]	* [2] 15	[5]	25
3	[3]	* [1] 5	* [2] 5	* [1] 15	25
	10	10	20	15	

Tercera Iteración.

De la tabla anterior se tiene que las ecuaciones de las variables duales quedan:

$$U_1+V_2=2;\ U_2+V_1=4;\ U_2+V_3=2;\ U_3+V_2=1;\ U_3+V_3=2;\ U_3+V_4=1$$

haciendo $U_3=0$ solución para las restantes variables duales es anotada en la tabla; asimismo, los costos reducidos son calculados y anotados en la tabla.

	A	B	C	D		Ui
1	3 [6]	* [2] 5	0 [1]	0 [0]	5	-1
2	* [4] 10	[7]	* [2] 15	4 [5]	25	0
3	-1 [3]	* [1] 5	* [2] 5	* [1] 15	25	0
	10	10	20	15		
Vi	4	1	2	1		

La variable que entra será 3-A. Para determinar la anterior variable que sale se establece el circuito:

	A	B	C	D	
1		5			5
2	10-θ		15+θ		25
3	θ	5	5-θ	15	25
	10	10	20	15	

θ=mín (10,5)=5

La nueva solución será:

	A	B	C	D	
1	[6]	* [2] 5	[1]	[0]	5
2	* [4] 5	[7]	* [2] 20	[5]	25
	* [3] 5	* [1] 5	[2]	* [1] 15	25
	10	10	20	15	

Cuarta Iteración: De esta nueva solución las ecuaciones para las variables duales nos resultan:

$$U_1+V_2=2;\ U_2+V_1=4;\ U_2+V_3=2;\ U_3+V_1=3;\ U_3+V_2=1;\ U_3+V_4=1$$

Haciendo $U_3=0$ y resolviendo para las demás variables duales tenemos los valores anotados en la tabla. También se anotan los costos reducidos para las variables no básicas.

	A	B	C	D		Ui
1	2 [6]	* [2] 5	-1 [1]	-2 [0]	5	1
2	* [4] 5	5 [7]	* [2] 20	3 [5]	25	1
3	* [3] 5	* [1] 5	1 [2]	* [1] 15	25	0
	10	10	20	15		
Vi	3	1	1	1		

La variable que entra en la base será 1-D por tener el costo reducido más negativo.

Para establecer la variable que sale de la base tenemos el siguiente circuito:

	A	B	C	D	
1		5-0		0	5
2	5		20		
3	5	5+0		15-0	
	10	10	20		

0=min (15,5)

Y la nueva solución quedará:

	A	B	C	D	
1	[6]	[2]	[1]	* [0] 5	5
2	* [4] 5	[7]	* [2] 20	[5]	25
3	* [3] 5	* [1] 10	[2]	* [1] 10	25
	10	10	20	15	

Quinta Iteración: Las ecuaciones para las variables duales serán:
$U_1+V_4=0$; $U_2+V_1=4$; $U_2+V_3=2$; $U_3+V_1=3$; $U_3+V_2=1$; $U_3+V_4=1$

Haciendo $U_3=0$ resolviendo para las otras variables duales así como haciendo el cálculo de los costos reducidos tenemos los siguientes datos concentrados:

	A	B	C	D		Ui
1	4 $\boxed{6}$	2 $\boxed{2}$	1 $\boxed{1}$	* $\boxed{0}$ 5	5	-1
2	* $\boxed{4}$ 5	5 $\boxed{7}$	* $\boxed{2}$ 20	3 $\boxed{5}$	25	1
3	* $\boxed{3}$ 5	* $\boxed{1}$ 10	1 $\boxed{2}$	* $\boxed{1}$ 10	25	0
	10	10	20	15		
Vi	3	1	1	1		

Como todos los dij ≥ 0, tenemos que la solución es óptima y con un costo de:

$5(0)+5(4)+20(2)+5(3)+10(1)+10(1) = 95$

EJERCICIO 3-IV

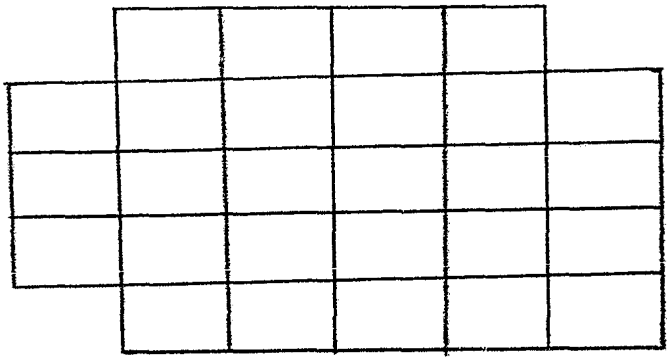
Una línea de Autobuses urbanos requiere despachar sus autobuses a los puntos P_1, P_2, P_3, P_4 dentro de la ciudad. Cada uno de estos puntos requiere respectivamente de 1, 6, 2 y 6 unidades respectivamente.

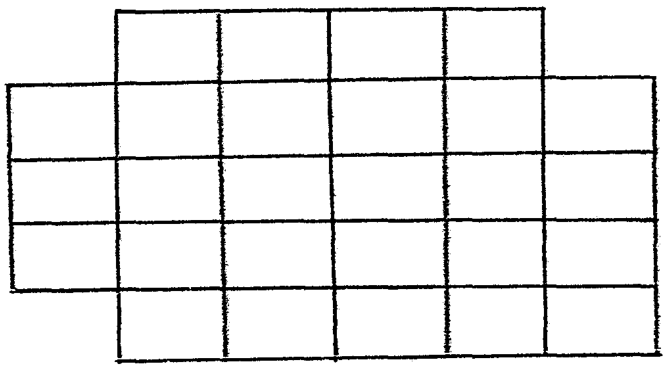
Esta línea cuenta con tres garages, en cada uno de los cuales se encuentran 5 autobuses almacenados. El tiempo de viaje de cada uno de los garages a los respectivos puntos es mostrado en la siguiente tabla :

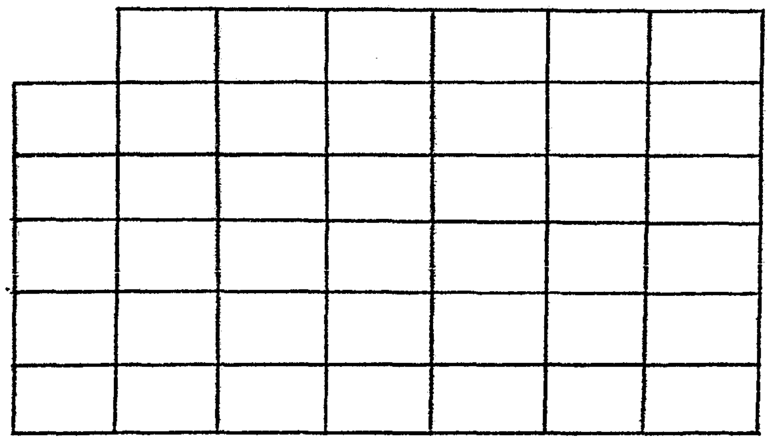
		A			
		P_1	P_2	P_3	P_4
	G_1	5	4	3	2
De	G_2	10	8	4	7
	G_2	9	9	8	4

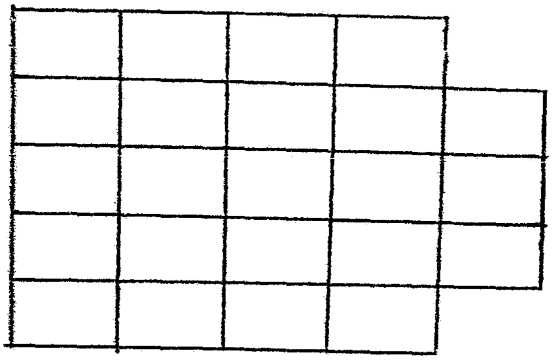
El despachador, desea que el tiempo que les toma a cada uno de los autobuses desplazarse de su garage a su punto destino, sea el mínimo posible.

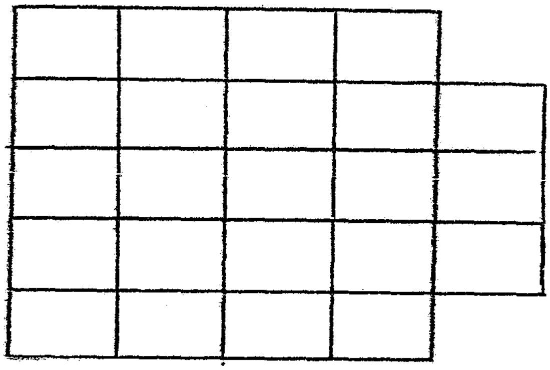
Que solución daría usted a el problema del despachador.

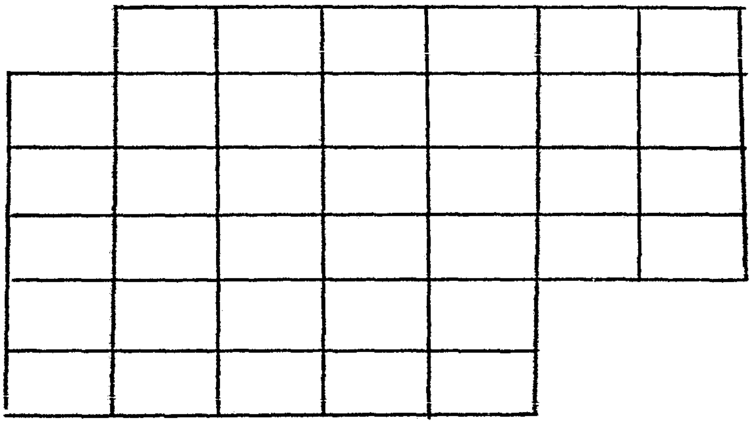












EJERCICIO 3-IV

Solución. - Debido a las características de el problema se puede resolver por el método de transporte.

Dando a el problema la estructura del problema de transporte.

	P_1	P_2	P_3	P_4	
G_1	$\boxed{5}$	$\boxed{4}$	$\boxed{3}$	$\boxed{2}$	5
G_2	$\boxed{10}$	$\boxed{8}$	$\boxed{4}$	$\boxed{7}$	5
G_3	$\boxed{9}$	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$	$\boxed{4}$	5
	1	6	2	6	15

Buscando una solución por el método de la esquina Noroeste

	P_1	P_2	P_3	P_4	
G_1	1 $\boxed{5}$	4 $\boxed{4}$	$\boxed{3}$	$\boxed{2}$	5
G_2	$\boxed{10}$	2 $\boxed{8}$	2 $\boxed{4}$	1 $\boxed{7}$	5
G_3	$\boxed{9}$	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$	5 $\boxed{4}$	5
	1	6	2	6	15

Cuyo tiempo es $5(1) + 4(4) + 2(8) + 2(4) + 1(7) + 5(4) = 142$ *minutos.*

[illegible]iendo [illegible]

$U_1 + V_1 = 5$; $U_1 + V_2 = 4$; $U_2 + V_2 = 8$; $U_2 + V_3 = 4$; $U_2 + V_4 = 7$
$U_3 + V_4 = 4$

si hacemos $U_2 = 0$ *nos queda* $V_2 = 8$, $V_3 = 4$, $V_4 = 7$ *de aquí* $U_1 = -4$,
$U_3 = -3$, $V_1 = 9$

pasando estos valores a la tabla y registrando las no básicas se tiene.

	P_1	P_2	P_3	P_4		U_I
G_1	* 1 $\boxed{5}$	* 4 $\boxed{4}$	3 $\boxed{3}$	-1 $\boxed{2}$	5	-4
G_2	1 $\boxed{10}$	* 2 $\boxed{8}$	* 2 $\boxed{4}$	* 1 $\boxed{7}$	5	0
G_3	3 $\boxed{9}$	4 $\boxed{9}$	7 $\boxed{8}$	* 5 $\boxed{4}$	5	-3
	1	6	2	6		
V_1	9	8	4	7		

Escogiendo la más negativa y encerrandola en un circulo, se procede a asignar un valor 0, y , a compensarlo en el circuito.

P_1	P_2	P_3	P_4	
* 1 $\boxed{5}$	* 4-0 $\boxed{4}$	$\boxed{3}$	+0 $\boxed{2}$	5
$\boxed{10}$	* 2+0 $\boxed{8}$	* 2 $\boxed{4}$	* 1-0 $\boxed{7}$	5
$\boxed{9}$	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$	* 5 $\boxed{4}$	5
1	6	2	6	

0 = min. (1,4) = 1

y el tiempo es 5(1) + 3 (4) + 3(8) + 2 (4) + 5 (4) = 71 minutos

Substituyendo 0 nuestra tabla queda

P_1	P_2	P_3	P_4	
* 1 $\boxed{5}$	* 3 $\boxed{4}$	$\boxed{3}$	* 1 $\boxed{2}$	5
$\boxed{10}$	* 3 $\boxed{8}$	* 2 $\boxed{4}$	$\boxed{7}$	5
$\boxed{9}$	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$	* 5 $\boxed{4}$	5
1	6	2	6	

Segunda Iteración: Si usamos las variables duales, con nuestra nueva tabla nos dan las ecuaciones:

$U_1+0_1=5$; $U_1+0_2=4$; $U_1+0_4=2$; $U_2+0_2=8$; $U_2+0_3=4$; $U_3+0_4=4$

Si $U_1=0$, $V_1=5$; $0_2=4$, $0_4=2$ *y de aquí* $U_2=4$, $U_3=2$, $V_3=0$

registrando tabularmente esto en la tabla.
Las 0j son Vi

	P_1	P_2	P_3	P_4		U_I
G_1	* 1 $\boxed{5}$	* 3 $\boxed{4}$	3 $\boxed{3}$	* 1 $\boxed{2}$	5	0
G_2	1 $\boxed{10}$	* 3 $\boxed{8}$	* 2 $\boxed{4}$	1 $\boxed{7}$	5	4
G_3	2 $\boxed{9}$	3 $\boxed{9}$	6 $\boxed{3}$	* 5 $\boxed{4}$	5	2
	1	6	2	6		
V_1	5	4	0	2		

Como $d_{ij} \geq 0$ *para toda* (i,j) *la solución anterior es óptima y el tiempo mínimo es de 71 minutos haciendo las asignaciones del garage 1 se mandan 1 camión al punto 1; tres más al punto 2 y uno al punto 4; del garage 2 se asignan 3 caminoes al punto 2, y otros 2 al punto 3; y por último del garage 3 se mandan los 5 camiones al punto 4.*

EJERCICIO 4-IV

Una tienda de deportes desea adquirir 300,200, 150, 500 y 400 raquetas de tenis de cinco diferentes tipos.
Se tiene el conocimiento de que cuatro proveedores fabrican los cinco tipos de raqueta y sus capacidades de producción de cualquier - combinación de raquetas es de 600, 500, 300, 400.

La tienda estima que sus utilidades por raqueta, variará de - acuerdo a el proveedor esta variación es mostrada en la siguiente tabla (cientos de pesos).

Proveedor	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
P_1	1.3	1.8	2.1	1.1	0.8
P_2	1.5	1.6	2.3	0.9	0.5
P_3	1.3	1.8	2.4	1.0	0.6
P_4	1.6	1.3	2.0	1.3	0.9

¿ Cómo deben ser ordenadas estas raquetas para maximizar la utilidad de la tienda ?

Este problema en particular tiene toda la estructura del problema de transporte pero la función objetivo, se trata de maximizar las ganancias del vendedor.

Para solucionar este problema en particular se tiene que existen dos caminos ; el primero que sería de cambiar los mecanismos de selección y revisión de la oportunidad, y, el segundo sería el de modificar la función objetivo.

Siendo el segundo método, el más accesible, es el que utilizaremos.

Con objeto de cambiar la función objetivo, utilizaremos los costos de oportunidad; Esto es lo que perderíamos por no vender con el mayor beneficio. Los costos de oportunidad se obtendrían entonces sustrayendo de el mayor beneficio todos los otros.

Realizando esto nuestro problema queda $(2.4 - C_{ij})$

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
P_1	1.1	0.6	0.3	1.3	1.6
P_2	0.9	0.8	0.1	1.5	1.9
P_3	1.1	0.6	0	1.4	1.8
P_4	0.8	1.1	0.4	1.1	1.5

Después de este proceso tenemos que la función objetivo es minimizar los costos de oportunidad, y por lo tanto el problema queda con la estructura conocida.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	
P_1	1.1	0.6	0.3	1.3	1.6	600
P_2	0.9	0.8	0.1	1.5	1.9	500
P_3	1.1	0.6	0	1.4	1.5	300
P_4	0.8	1.1	0.4	1.1	1.5	400
	300	200	150	500	400	

Para balancear el problema añadimos una sexta raqueta con una demanda de 1800 - 1550 = 250 de aquí que la presentación final del problema queda :

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1	1.1	0.6	0.3	1.3	1.6	0	600
P_2	0.9	0.8	0.1	1.5	1.9	0	500
P_3	1.1	0.6	0	1.4	1.8	0	300
P_4	0.8	1.1	0.4	1.1	1.5	0	400
	300	200	150	500	400	250	

Buscando una 1°Solución, por el método de Vogel tenemos lo siguiente:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1	1.1	0.6	0.3	1.3 200	1.6 400	0	600
P_2	4° 0.9	0.3	2° 0.1 150	5° 1.5 50	1.9	0	500
P_3	1.1	3° 0.6 200	0	6° 1.4 100	1.8	0	300
P_4	0.3	1.1	0.4	7° 1.1 150	1.5	0 250	400
	300	200	150	500	400	250	

Diferencias de Columna

D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
0.3	.3	0.5	0.2	0.3	0.3	0.3
0.1	0.7	0.1	0.6	0.4	-	-
0.0	0.6	0.5	0.3	0.4	0.4	-
0.4	0.4	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4

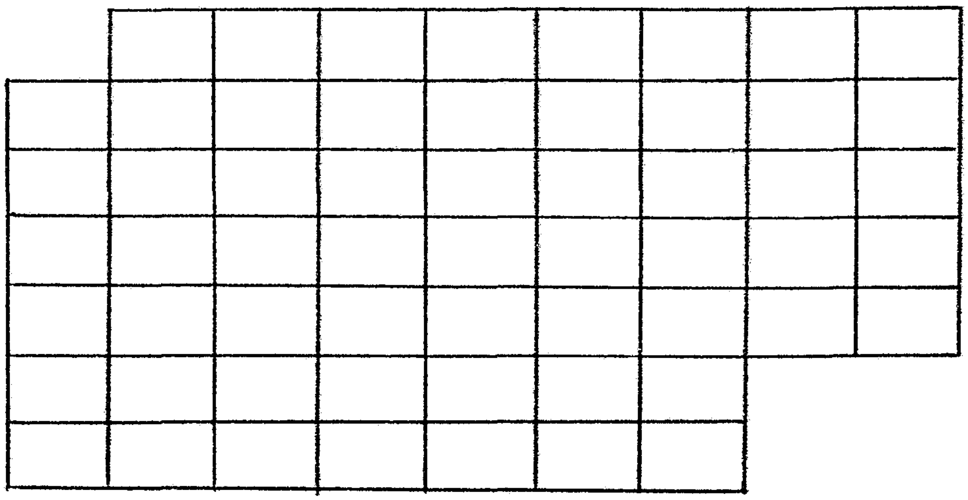
Diferencias de Renglón

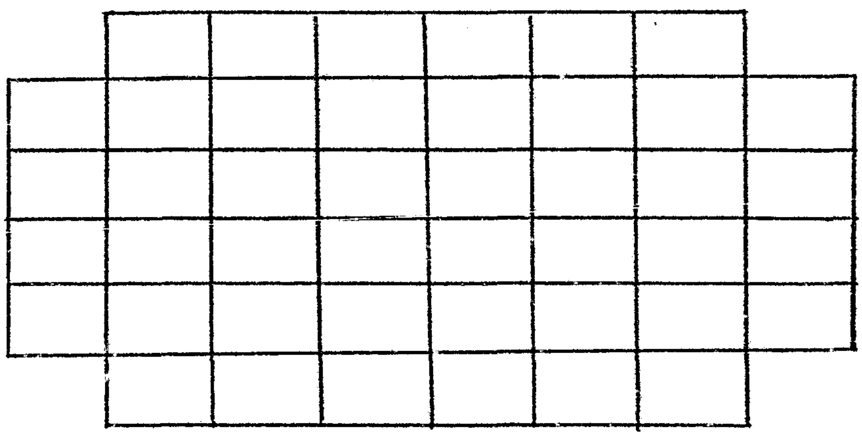
D_1	0.1	0	0.1	0.2	0.1	0
D_2	0.1	0	0.1	0.2	0.1	-
D_3	0.1	0	-	0.2	0.1	-
D_4	0.1	-	-	0.2	0.1	-
D_5	-	-	-	0.2	0.1	-
D_6	-	-	-	0.2	0.1	-
D_7	-	-	-	0.2	0.1	-

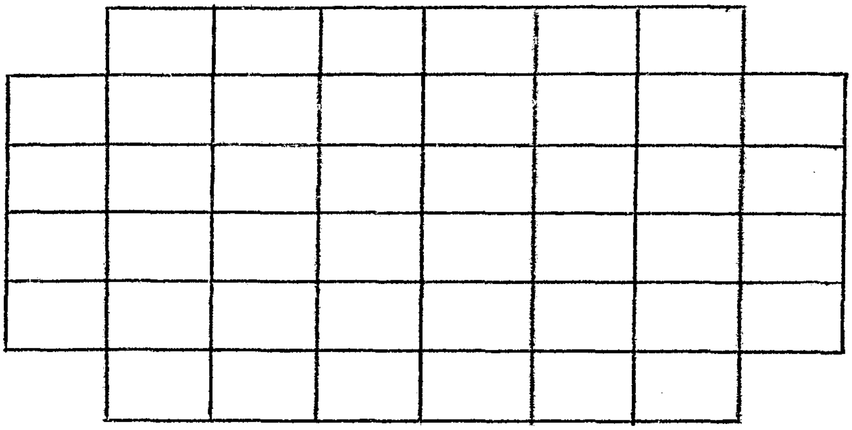
Con esta 1°Solución el costo de Oportunidad es:

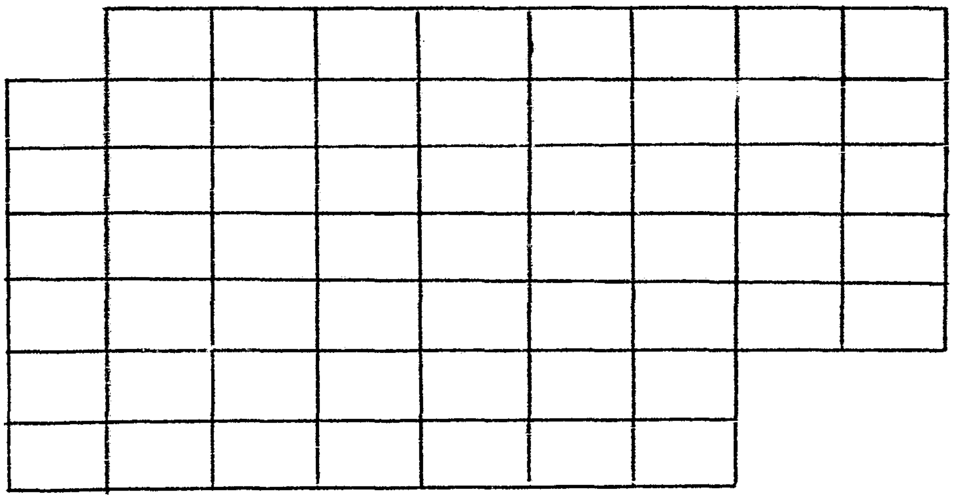
$$200(1.3)+400(1.6)+300(0.9)+150(0.1)+50(1.5)+200(0.6)+100(1.4)+150(1.1)+250(0) = 1685$$

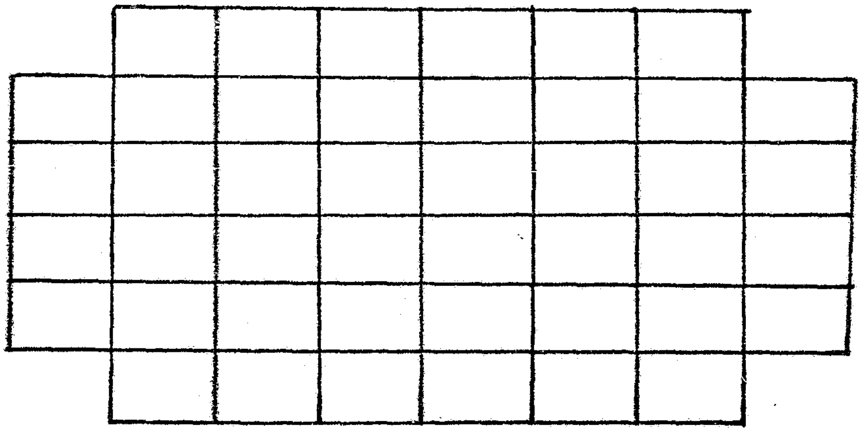
A partir de aquí obtenga la solución final. A continuación se incluyen los cuadros adecuados para la aplicación del Método de Transporte.

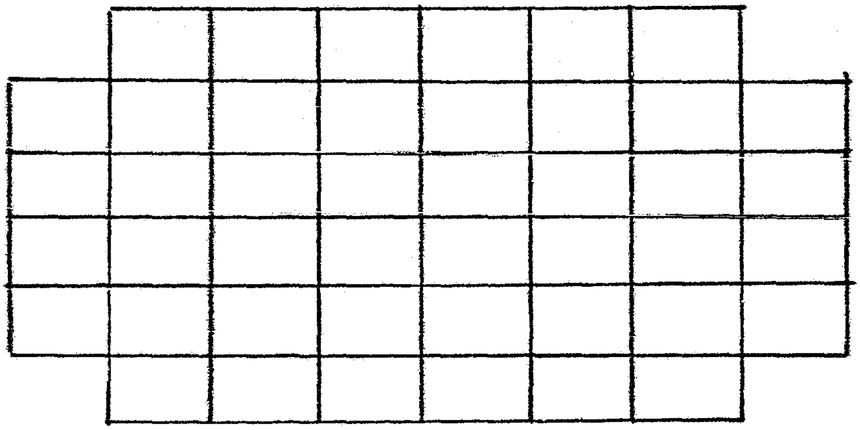


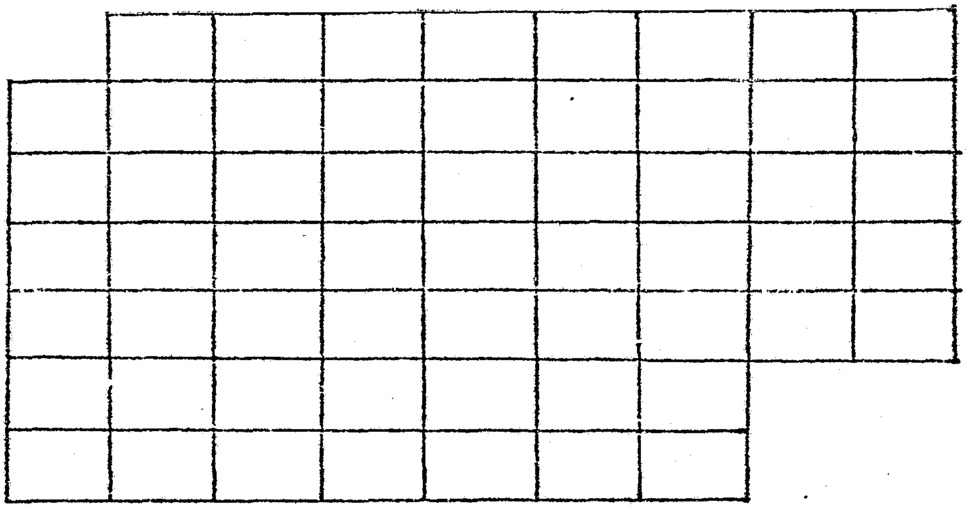


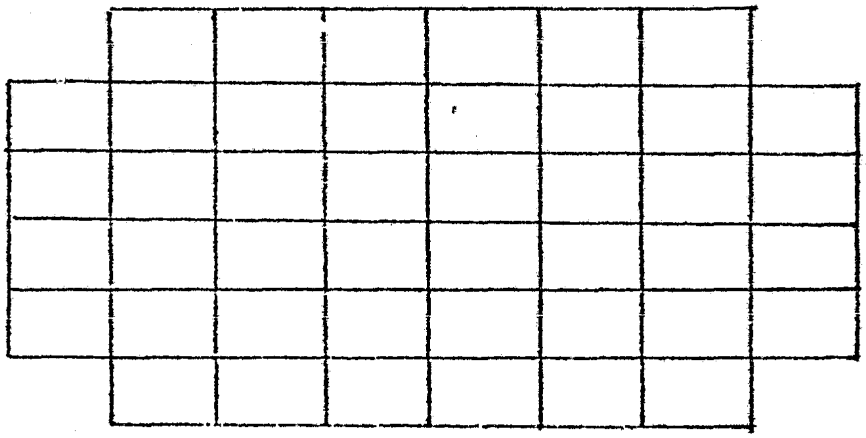


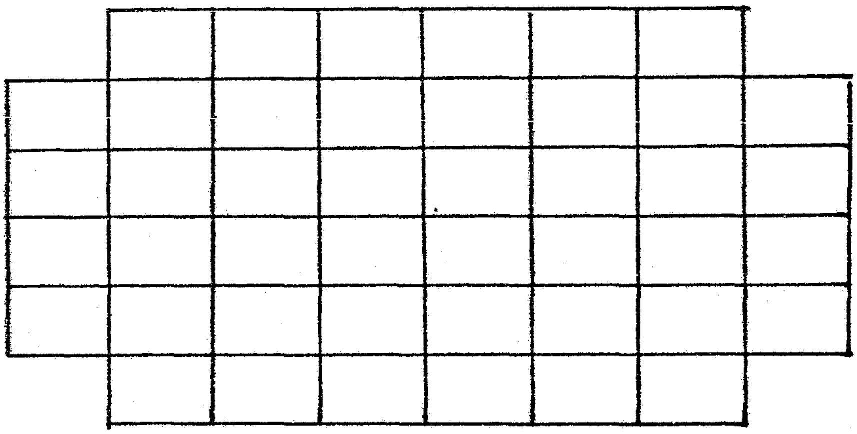


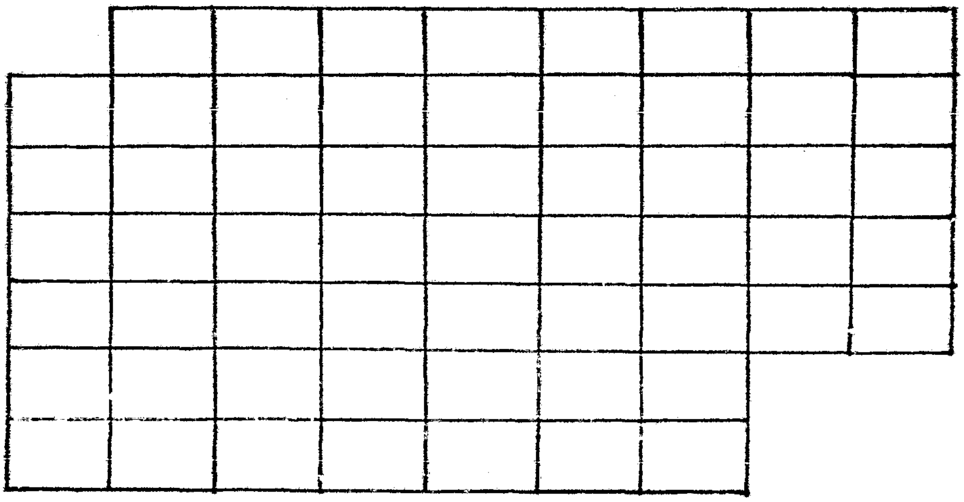


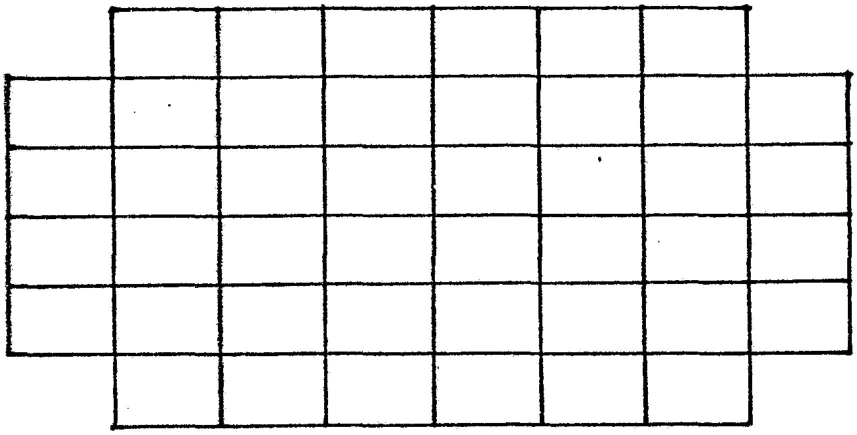


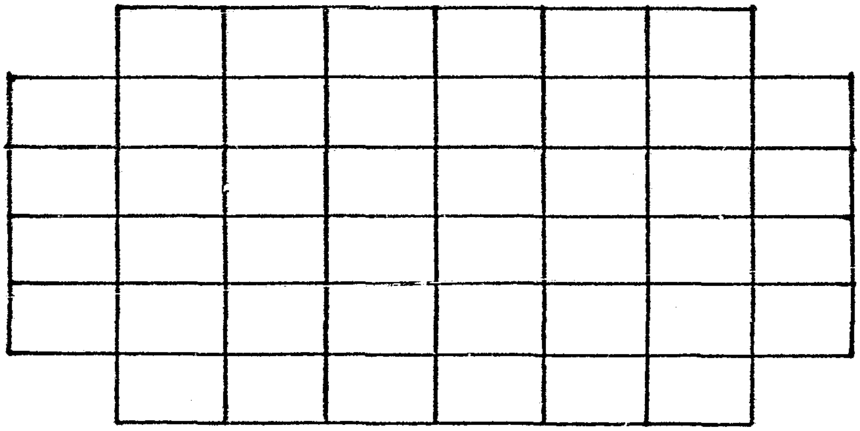


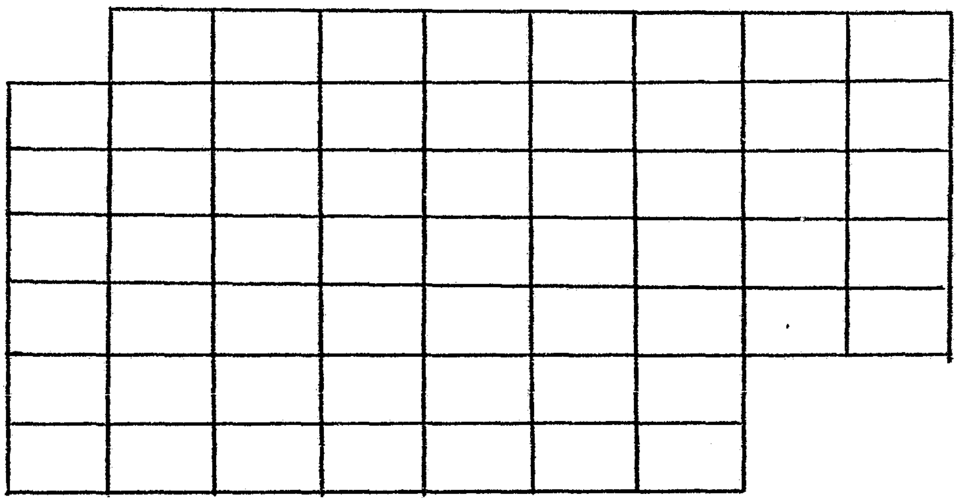












EJERCICIO 4-IV

Solución: La secuencia de los pasos a seguir para la solución de este ejercicio es la que se muestra en los cuadros del método de transporte.

De la condición para las variables duales de la base se tienen las siguientes ecuaciones:

$U_1+V_4=1.3$; $U_1+V_3=1.6$; $U_2+V_1=0.9$; $U_2+V_3=0.1$; $U_2+V_4=1.5$; $U_3+V_2=0.6$; $U_3+V_4=1.4$; $U_4+V_4=1.1$; $U_4+V_6=0$ haciendo $V_4=0$ y resolviendo obtenemos los valores mostrados en la tabla. Aplicando estos valores y calculando los costos reducidos tenemos la tabla completa.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	O	U_I
P_1	04 $\boxed{1.1}$	0.1 $\boxed{0.6}$	04 $\boxed{0.3}$ 0.6	* $\boxed{1.3}$ 200	* $\boxed{1.6}$ 400	0.2 $\boxed{0}$	600	1.3
P_2	* $\boxed{0.9}$	0.1 $\boxed{0.8}$	* $\boxed{0.1}$ 150	* $\boxed{1.5}$ 050	0.1 $\boxed{1.3}$	-0.4 $\boxed{0}$	500	1.5
P_3	0.3 $\boxed{1.1}$	* $\boxed{0.6}$ 200	0 $\boxed{0}$	* $\boxed{1.4}$ 100	0.1 $\boxed{1.8}$	-0.3 $\boxed{0}$	300	1.4
P_4	0.3 $\boxed{0.8}$	0.8 $\boxed{1.1}$	0.7 $\boxed{0.4}$	* $\boxed{1.1}$ 150	0.1 $\boxed{1.5}$	* $\boxed{0}$ 250	400	1.1
D	300	200	150	500	400	250		
V_I	-0.6	-0.8	-1.4	0	0.3	-1.1		

Como el costo más reducido es del proveedor 2 a la raqueta número 6, ésta es la que entra en la base.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1				200	400		600
P_2	300		150	$50-\theta$		θ	500
P_3		200		100			300
P_4				$150-\theta$		$250-\theta$	400
	300	200	150	500	400	250	

$\theta=\min.(50,250);50$

La nueva tabla queda:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1	[1.1]	[0.6]	[0.3]	[1.3] 200	[1.6] 400	[0]	600
P_2	[0.9]	[0.8]	[0.1] 150	[1.5]	[1.9]	[0] 50	500
P_3	[1.1]	[0.6] 200	[0]	[1.4] 100	[1.8]	[0]	300
P_4	[0.8]	[1.1]	[0.4]	[1.1] 200	[1.5]	[0] 200	400
	300	200	150	500	400	250	

Segunda Iteración: Las ecuaciones para las variables duales quedan: $U_1+V_4=1.3$; $U_1+V_5=1.6$; $U_2+V_1=0.9$; $U_2+V_3=0.1$; $U_2+V_6=0$; $U_3+V_2=0.6$; $U_3+V_4=1.4$; $U_4+V_4=1.1$; $U_4+V_6=0$ Si hacemos $V_4=0$ y resolvemos, nos quedan los valores representados en la tabla, así como los valores de los costos reducidos para las variables no básicas.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	0	Ui
P_1	0 [1.1]	0.1 [0.6]	0 [0.3]	* [1.3] 200	* [1.6] 400	-0.2 [0]	600	1.3
P_2	* [0.9] 300	0.4 [0.8]	* [0.1] 150	0.4 [1.5]	0.4 [1.9]	* [0] 50	500	1.1
P_3	-0.1 [1.1]	* [0.6] 200	-0.4 [0]	* [1.4] 100	0.1 [1.8]	-0.3 [0]	300	1.4
P_4	0.1 [0.8]	0.8 [1.1]	0.3 [0.4]	* [1.1] 200	0.1 [1.5]	* [0] 200	400	1.1
D	300	200	150	500	400	250		
Vi	-0.2	-0.8	-1	0	0.3	-1.1		

Siendo la más negativa la variable del proveedor 3 y la tarjeta 3, haciendo el circuito para asignar valores nos resulta:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1				200	400		600
P_2	300		150-0			150+0	500
P_3		200	0	100-0			300
P_4				200+0		200+0	400
	300	200	150	500	400	250	

$0 = min\ (150,\ 100,\ 200) = 100$

la variable que sale es X26 y la tabla queda:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1	$\boxed{1.1}$	$\boxed{0.6}$	$\boxed{0.3}$	$\boxed{1.3}$ 200	$\boxed{1.6}$ 400	$\boxed{0}$	600
P_2	$\boxed{0.9}$	$\boxed{0.8}$	$\boxed{0.1}$ 50	$\boxed{1.5}$	$\boxed{1.9}$	$\boxed{0}$ 150	500
P_3	$\boxed{1.1}$	$\boxed{0.6}$ 200	$\boxed{0}$ 100	$\boxed{1.4}$	$\boxed{1.8}$	$\boxed{0}$	300
P_4	$\boxed{0.8}$	$\boxed{1.1}$	$\boxed{0.4}$	$\boxed{1.1}$ 300	$\boxed{1.5}$	$\boxed{0}$ 100	400
	300	200	150	500	400	250	

Tercera Iteración: Utilizando las variables duales nos proporciona las siguientes ecuaciones:

$U_1+V_4=1.3$; $U_1+V_5=1.6$; $U_2+V_1=0.9$; $U_2+V_3=0.1$; $U_2+V_6=0$; $U_3+V_2=0.6$; $U_3+V_3=0$; $U_4+V_4=1.1$; $U_4+V_6=0$. Si hacemos $U_2=0$ nos dan los siguientes resultados que aunados a los costos reducidos, nos resultan los valores que están en la tabla.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	0	U_i
P_1	0 $\boxed{1.1}$	-0.3 $\boxed{0.6}$	0 $\boxed{0.3}$	* $\boxed{1.3}$	* $\boxed{1.6}$	-0.2 $\boxed{0}$	600	+0.2
P_2	* $\boxed{0.9}$ 300	0.1 $\boxed{0.8}$	* $\boxed{0.1}$ 50	0.4 $\boxed{1.5}$	0.5 $\boxed{1.9}$	* $\boxed{0}$ 150	500	0
P_3	0.3 $\boxed{1.1}$	* $\boxed{0.6}$ 200	* $\boxed{0}$ 100	0.4 $\boxed{1.4}$	0.5 $\boxed{1.8}$	0.1 $\boxed{0}$	300	-0.1
P_4	-0.1 $\boxed{0.8}$	0.4 $\boxed{1.1}$	0.3 $\boxed{0.4}$	* $\boxed{1.1}$ 300	0.1 $\boxed{1.5}$	* $\boxed{0}$ 100	400	-0
D	300	200	150	500	400	250		
V_i	0.9	0.7	0.1	1.1	1.4	0		

Como el costo más negativo es de la raqueta 2 y proveedor 1, entonces nos queda el circuito para saber qué variable sale de la base como sigue:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1		θ		$200-\theta$	400		600
P_2	300		$50-\theta$			$150-\theta$	500
P_3		$200-\theta$	$100+\theta$				300
P_4				$300+\theta$		$100-\theta$	400
	300	200	150	500	400	250	

Donde $\theta = \min\{50, 200, 200, 100\} = 50$

la tabla nos resulta:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1	[1.1]	[0.6] 50	[0.3]	[1.3] 150	[1.6] 400	[0]	600
P_2	[0.9] 300	[0.8]	[0.1]	[1.5]	[1.9]	[0] 200	500
P_3	[1.1]	[0.6] 150	[0] 150	[1.4]	[1.8]	[0]	300
P_4	[0.8]	[1.1]	[0.4]	[1.1] 350	[1.5]	0 50	400
	300	200	150	500	400	250	

Tercera Iteración: De las variables de la base obtenemos las siguientes ecuaciones:

$U_1+V_2=0.6$; $U_1+V_4=1.3$; $U_1+V_5=1.6$; $U_2+V_1=0.9$; $U_2+V_6=0$; $U_3+V_2=0.6$; $U_3+V_3=0$; $U_4+V_4=1.1$; $U_4+V_6=0$

Haciendo $U_1=0$ obteniendo los restantes valores de las variables; obteniendo los costos reducidos nos resulta la siguiente tabla:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	O	Ui
P_1	0 [1.1]	* [0.6] 50	0.3 [0.3]	* [1.3] 150	* [1.6] 400	-0.2 [0]	600	0
P_2	* [0.9] 300	0.4 [0.8]	0.3 [0.1]	0.4 [1.5]	0.5 [1.9]	* [0] 200	500	-0.2
P_3	0 [1.1]	* [0.6] 150	* [0] 150	0.1 [1.4]	0.2 [1.8]	-0.2 [0]	300	0
P_4	-0.1 [0.8]	0.7 [1.1]	0.6 [0.4]	* [1.1] 350	0.1 [1.5]	* [0] 50	400	-0.2
D	300	200	150	500	400	250		
Vi	1.1	0.6	0	1.3	1.6	0.2		

Como la variable del proveedor 1 y la raqueta 6 es la más negativa ésta entra en la base.

Para determinar la que sale nos queda el siguiente circuito:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1		50		150-0	400	0	600
P_2	300					200	500
P_3		150	150				300
P_4				350+0		50-0	400
	300	200	150	500	400	250	

donde 0= min {50, 150} = 50

Y la base resultante queda:

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	
P_1	$\boxed{1.1}$	$\boxed{0.6}$ 50	$\boxed{0.3}$	$\boxed{1.3}$ 100	$\boxed{1.6}$ 400	$\boxed{0}$ 50	600
P_2	$\boxed{0.9}$ 300	$\boxed{0.8}$	$\boxed{0.1}$	$\boxed{1.9}$	$\boxed{1.5}$	$\boxed{0}$ 200	500
P_3	$\boxed{1.1}$	$\boxed{0.6}$ 150	$\boxed{0}$ 150	$\boxed{1.4}$	$\boxed{1.8}$	$\boxed{0}$	300
P_4	$\boxed{0.8}$	$\boxed{1.1}$	$\boxed{0.4}$	$\boxed{1.1}$ 400	$\boxed{1.5}$	$\boxed{0}$	400
	300	200	150	500	400	250	

Cuarta Iteración: Estableciendo las variables duales resultan las siguientes ecuaciones: $U_1+V_2= 0.6$; $U_1+V_4=1.3$; $U_1+V_5=1.6$; $U_1+V_6=0$; $U_2+V_1=0.9$ $U_2+V_6=0$; $U_3+V_2=0.6$; $U_3+V_3=0$; $U_4+V_4=1.1$

Calculando estas variables con $U_1 = 0$ y calculando los costos reducidos.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	0	Ui
P_1	0.2 $\boxed{1.1}$	* $\boxed{0.6}$ 50	0.3 $\boxed{0.3}$	* $\boxed{1.3}$ 100	* $\boxed{1.6}$ 400	* $\boxed{0}$ 50	600	0
P_2	* $\boxed{0.9}$ 300	0.2 $\boxed{0.8}$	0.1 $\boxed{0.1}$	0.2 $\boxed{1.5}$	0.3 $\boxed{1.9}$	* $\boxed{0}$ 200	500	0
P_3	0.2 $\boxed{1.1}$	* $\boxed{0.6}$ 150	* $\boxed{0}$ 150	0.1 $\boxed{1.4}$	0.2 $\boxed{1.8}$	0 $\boxed{0}$	300	0
P_4	0.1 $\boxed{0.8}$	0.7 $\boxed{1.1}$	0.6 $\boxed{0.4}$	* $\boxed{1.1}$ 400	0.1 $\boxed{1.5}$	0.2 $\boxed{0}$	400	-0.2
D	300	200	150	500	400	250		
Vi	0.9	0.6	0	1.3	1.6	0		

Como todas las $dij \geq 0$ se tiene que la solución es óptima y el costo es mínimo, siendo este: $50X(0.6)+100(1.3)+400(1.6)+300(0.9)+150(0.6)+400(1.1) = 1600$ que es el costo mínimo de pérdidas y la solución será pedir cada cantidad de las raquetas a su respectivo proveedor.

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACION

Reactivo 1

En un problema de transporte existen cuatro orígenes y cuatro destinos y la oferta es igual a la demanda. ¿Cuántas variables básicas existirán en este problema?

a. 8

b. 7

c. 9

Reactivo 2

Si aplicamos el método de la esquina noroeste encontraremos:

a. La solución óptima.

b. Una variable básica.

c. Una solución inicial.

d. Una solución básica factible.

Reactivo 3

En el método de la esquina noroeste se designa a una celda como básica a nivel cero cuando:

a. El valor en el origen es menor que en el destino.

b. El valor en el destino es menor que en el origen.

c. El valor del destino y del origen son iguales.

d. El destino o el origen tiene valor de cero.

Reactivo 4

En el método de la esquina noroeste, al disminuir la cantidad en la celda a la cantidad en el origen y en el destino correspondiente, alguna de las dos se debe haber hecho cero. Pero en caso de empate decimos que la solución es:

a. Degenerada.

b. Unica.

c. Remanente.

d. Básica.

e. Factible.

Reactivo 5

Si hay solución degenerada, el procedimiento a seguir es:

a. Eliminar todas las columnas excepto una.
b. Eliminar todos los renglones excepto uno.
c. Eliminar la columna y el renglón cuando se presenta la solución degenerada.
d. Eliminar ya sea un renglón o una columna cuando se presente la solución degenerada.

Reactivo 6

En el método de Vogel, al solo quedarnos un renglón o una columna se hace:

a. Se hace básica una sola de las celdas que permanecen y se elimina el resto.
b. Se hacen básicas todas las celdas que permanecen.
c. Se eliminan todas las celdas que permanecen.
d. Ninguna de éstas.

Reactivo 7

En el método de transporte para las celdas básicas se debe cumplir:

a. $Cij-Vj-Vi = dij$
b. $Cij-Vi-Vj= 0$
c. $Cij-Vi = Vj$
d. $Cij+Vi-Vj = 0$

Reactivo 8

En el método de transporte para las celdas no básicas el costo reducido se calcula:

a. $Cij-Vi-Vj = dij$
b. $Cij-Vi-Vj = 0$
c. $Cij-Vi+Vj = 0$
d. $Cij-Vi = Vj$

Reactivo 9

En el método de transporte se dice que la solución es óptima cuando:

a. $\text{Min } dij < 0$
b. $\text{Min } dij > 0$
c. $dij \leq 0$
d. $\text{Min } dij \leq 0$

Reactivo 10

¿Qué diferencia hay entre el método de Vogel con respecto al método de la esquina noroeste?

a. Es más completo.

b. Es más laborioso.

c. Nos da una solución más cercana a la óptima.

d. Nos da una solución básica factible.

Reactivo 11

Si al siguiente problema de transporte le aplicamos el método de la esquina noroeste la solución inicial es:

	1	2	3	
A	7	6	1	50
B	4	3	2	86
C	3	6	8	25
D	9	7	5	15
	22	36	90	

a.	b.	c.	d.
XA1=22	XA1=22	XA1=22	XA1=28
XA2=28	XA2=28	XA2=28	XA2=22
XB2=78	XB2=8	XB2=8	XB2=78
XB3=8	XB3=78	XB3=78	XB3=8
XC3=12	XB4-12	XC3=12	XC3=13
XC4=13	XC4=13	XC4=13	XC4=12
X04=15	X04=15	XD4=15	X04=15

Reactivo 12

Para determinar cuál de las variables de la base actual deja ésta es necesario el establecer un circuito compensatorio. Las características de éste son:

a. Asigna una cantidad 0 a todas las variables básicas.
b. Asigna una cantidad 0 a algunas variables no básicas.
c. Asigna una cantidad 0 a la variable que entra y compensa esta cantidad en la base actual.
d. Asigna una cantidad 0 únicamente a la variable que entra.

Reactivo 13

Cuando se tiene que para asignar el valor a 0, dos o más de las variables de las cuales es restada 0 coinciden en el valor mínimo, tenemos un problema degenerado. La manera de tratarlo es:

a. Extrayendo todas las variables básicas que tomen valores de cero de la base.
b. Buscando un nuevo circuito.
c. Eliminando una sola de ellas y dejando en las otras un valor infinitesimal ficticio.
d. Asignando a 0 el valor de la variable inmediata mayor a este mínimo.

Reactivo 14

Si la oferta es igual a la demanda lo que se tiene que hacer es:

a. Crear un origen ficticio.
b. Crear un destino ficticio.
c. No se crea ningún origen o destino.
d. Ninguna de éstas.

Reactivo 15

Si la oferta es distinta a la demanda lo que se tiene que hacer es:

a. Crear un origen o destino ficticio según sea el caso.
b. No crear nada.
c. Crear un origen ficticio.
d. Crear un destino ficticio.

Reactivo 16

Para poder establecer la variable que entra a la base, se tiene que la condición para que sea la que más disminuye el costo total será:

a. Max $dij \geq 0$
b. Min $dij \geq 0$
c. Min $dij \leq 0$
d. Min $cij \leq 0$

Reactivo 17

Resuelva el siguiente problema de transporte por el método de Vogel:

	1	2	3	
1	2	4	1	20
2	8	5	3	42
	12	30	20	

La solución posible es:

a. X11=12
X13=8
X22=30
X23=12

b. X11=8
X13=12
X22=12
X23=30

c. X11=12
X12=8
X22=12
X23=30

d. X11=8
X12=12
X22=30
X23=12

Reactivo 18

Aplicando el método de transporte al ejemplo del problema anterior, ¿cuál es el valor final de d12?

a. d12=4
b. d12=6
c. d12=2
d. d12=1

Reactivo 19

La solución óptima del ejemplo del problema 13. es:

a. Z*=228
b. Z*=232
c. Z*=214
d. Z*=218

Reactivo 20

Encuentre la solución inicial por el método de la esquina noroeste:

	A	B	C	
A	3	4	7	200
B	1	2	8	120
C	3	2	9	60
	309	48	40	

La solución es:

a.	b.	c.
XAA=200	XAA=200	XAA=200
XAB=109	XBA=109	XBA=109
XBB=11	XBB=11	XBB=37
XCB=37	XCB=37	XCB=11
XCC=23	XCC=23	XCC=23
XDC=17	XDC=17	XDC=17

Reactivo 21

En el problema anterior, ¿cuál es el valor de variable básica que entra en la base en la 1a. iteración teniendo como referencia V1=0?

a. 11

b. 109

c. 37

d. 23

Reactivo 22

Cuando en un problema hay un dij=0 y se cumple que Min dij $\geq$ 0 se dice que el problema tiene:

a. Solución degenerada.

b. Solución múltiple.

c. Solución permanente.

d. Solución única.

Reactivo 23

De la Z* del problema 16:

a. Z*=944

b. Z*=760

c. Z*=1132

d. Z*=940

Reactivo 24

Del ejemplo siguiente, de el valor de Z*:

	1	2	3	
1	6	3	2	44
2	2	3	3	55
3	7	7	8	65
4	3	6	5	20
	50	50	80	

a. $Z^*=716$

$Z^*=731$

$Z^*=842$

$Z^*=721$

SOLUCION AL CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACION

Reactivo	Respuesta
1	b
2	c y d
3	d
4	a
5	d
6	b
7	c
8	a
9	b
10	c
11	c
12	c
13	c
14	c
15	a
16	c
17	a
18	d
19	d
20	b
21	c
22	b
23	a
24	d

CAPITULO 5

REDES

REDES

Objetivos Específicos

El alumno será capaz de :

- *Explicar cons sus palabras los problemas de redes.*
- *Definir e identificar los elementos constitutivos de una red.*
- *Obtener el flujo máximo en un problema de redes.*
- *Obtener la ruta más corta en un problema de redes.*
- *Obtener la ruta crítica en un problema de redes.*
- *Definir cada uno de los parametros de operación de un problema de ruta crítica.*
- *Identificar un problema equivalente a el de ruta más corta.*
- *Obtener el árbol de mínima expansión en un problema de redes.*

REDES

INTRODUCCION

Hoy en día, el interés en el uso de la programación del flujo en redes; ya sea teórico o de aplicación, esta experimentando una expansión sin igual en comparación con las otras técnicas de optimización. Quizá la razón más importante para esta expansión sean los avances en los métodos computacionales, que proveen al analista de una herramienta muy poderosa para la solución de problemas muy grandes, que, sería imposible atacar por otros medios,

Las redes han sido usadas en inumerables aplicaciones para representar muchos casos como sistemas de inventarios, de información, cibernéticos, de rios, de distribución, planificación y control de proyectos, estructuras de grupos sociales, de enlaces químicos, linguísticos, orden de precedencia de distintos eventos, diagramas de flujo y esquemas organizacionales entre otros. De hecho la representación de una red es una apreciada ayuda conceptual y visual para la comprensión de las relaciones entre eventos y objetos, que es usado en los campos científico, social y económico.

Los modelos de redes son una parte de programación lineal, que - presentan una estructura especial que puede ser explotada en la construcción de algoritmos más eficientes para su solución que el utilizado en el método Simplex. Existen gran cantidad de métodos de solución para cada uno de los casos típicos de problemas de redes.

En este capítulo se presentan algunos modelos de redes, así como se darán algunos ejemplos de aplicación de los algoritmos de solución. Los algoritmos que se presentan son sencillos a fin de dar al lector una primera visión de lo que son los problemas de redes, sin tratar de exponer algoritmos más generales y potentes, pero que poseen el inconveniente de ser un tanto más confusos y sofisticados.

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE REDES

- Un arco es un enlace entre dos puntos o nodos.

- Una gráfica lineal o red, consiste de nodos o puntos conectados a uno o más nodos por arcos o aristas (Fig 1 - V)

- Una gráfica o red dirigida es una red en la cual el flujo a través de un arco solo puede ser en una dirección (Fig. 2-V)

- Una gráfica bipartita es una gráfica dirigida en la que los nodos se encuentran divididos en dos subconjuntos, con todos los arcos de la gráfica uniendo a los nodos de un subconjunto con los nodos del otro. (Fig. 3- V)

- Una cadena es un conjunto ordenado de arcos que conectan dos nodos por medio de nodos intermedios. (Fig. 4 - V)

- Una gráfica conectada es una gráfica para la cual existe una cadena entre cualquier par de nodos. (Fig. 5- V)

- Un ciclo es una cadena que conecta a un nodo con él mismo. (Fig. 6 - V)

- Un árbol es una gráfica conectada que no contiene ciclos. (Fig 7 - V)

- 0 -

GRAFICAS DE LOS CONCEPTOS ELEMENTALES DE REDES

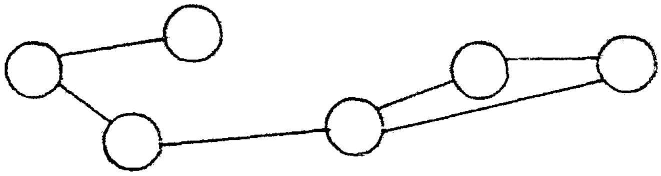


Fig. 1 Gráfica lineal o red

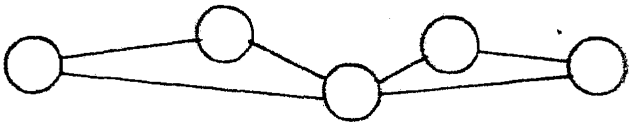


Fig. 2 Gráfica o red dirigida

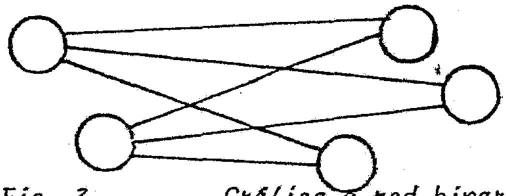


Fig. 3 Gráfica o red bipartita

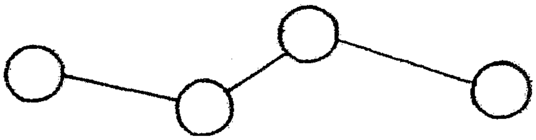


Fig. 4 Cadena

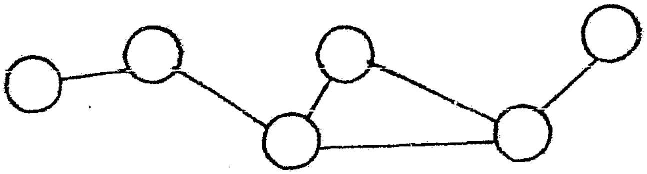


Fig. 5 Gráfica o red conectada

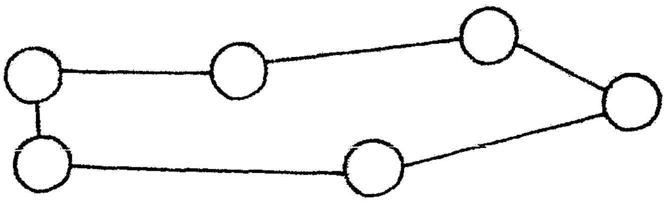


Fig. 6 Ciclo

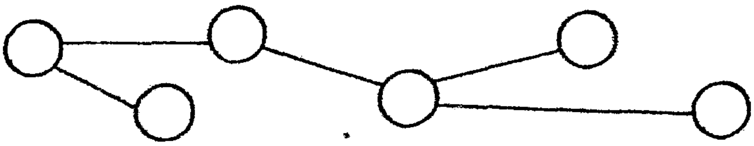


Fig. 7 Arbol

Se discutirán 4 Algoritmos

1.- El algoritmo para obtener el árbol de mínima expansión. Un árbol de mínima expansión es el árbol de la red que tiene la mínima distancia o el mínimo costo. Tiene aplicaciones importantes, por ejemplo, al planear una red de transporte que no utilizará mucho, pero que debe conectar todos los puntos de la manera más económica; los nodos pueden ser las terminales y los arcos los caminos o carreteras. Se aplica también en la planeación a gran escala de redes de comunicaciones y de redes de distribución.

2.- El algoritmo para obtener la ruta más corta entre dos puntos de una red. También es de gran aplicación, ya que los valores en los arcos no necesariamente deben ser distancias, también pueden ser costos o tiempos, lo cual llevaría a calcular el camino más económico entre dos puntos de una red, o el más cercano en tiempo.

3.- El algoritmo para obtener el flujo máximo entre dos puntos de red, es de gran importancia para determinar la máxima cantidad de un fluído, que se puede enviar por una red de tuberías o de información en una red de comunicaciones, etc.

4.- El algoritmo para calcular la ruta crítica de un proyecto. Para administrar de manera eficaz proyectos de gran escala. Se requiere planear y coordinar cuidadosamente, las actividades interrelacionadas que lo comprenden.

ALGORITMO PARA OBTENER EL ARBOL DE MINIMA EXPANSION

El algoritmo que a continuación se presenta es extremadamente sencillo, y tiene gran aplicación, siendo este una variación del problema de ruta más corta, el procedimiento a seguir es :

1. Seleccionar en la red original el arco con el menor valor.

2. Encontrar un arco que tenga el menor valor que una un nodo que no se encuentre en el arco original, con alguno de los nodos en el arco original.

3. Estos dos arcos deben tener un nodo en común el cual se encuentra ahora en el árbol de mínima expansión.

4. Continuar con este proceso añadiendo al árbol el arco de menor costo que lo conecte con algún nodo que no este dentro del árbol.

Cuando se presentan empates en una decisión se debe romper arbitrariamente. La presencia de empates nos indica que el problema pudiera tener soluciones óptimas múltiples, siendo posible identificarlas continuando hasta su conclusión todas las opciones en los empates.

EJEMPLO 1-V

CALCULO DEL ARBOL DE MINIMA EXPANSION

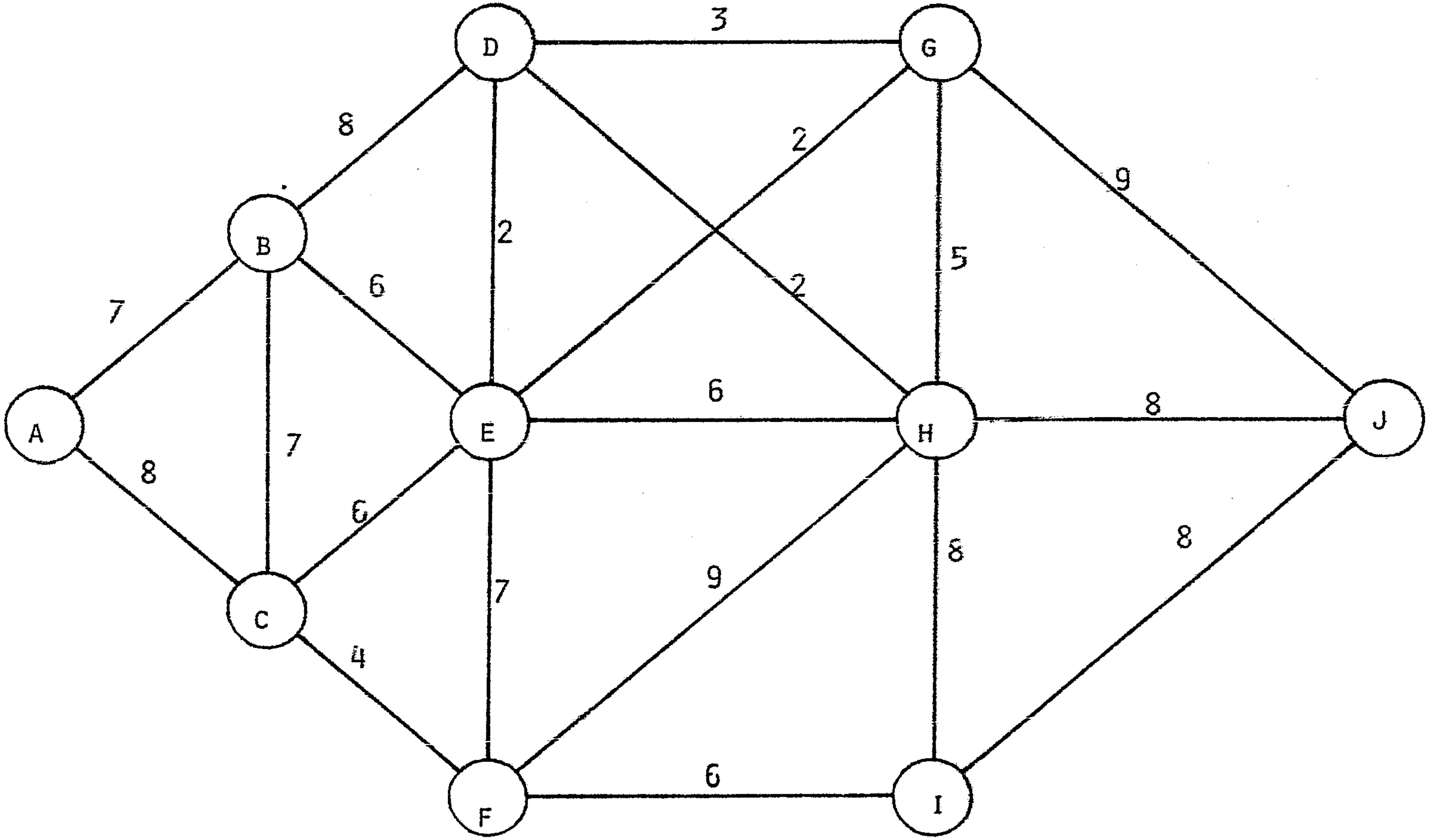
Se tiene que una red de estaciones de bombeo establecida como en la figura, requiere de la implantación de una red de comunicación entre todas las estaciones de bombeo; para realizar este proyecto se necesita hacerlo a un costo mínimo dada la escasez de fondos. Esto es que la red mida menor número de unidades de longitud.

Se ha determinado el crear una red de comunicación que enlace a todas las estaciones por medio de una sola vía de comunicación. Determine la combinación de arcos que lleve a crear la red de comunicación más corta.

SOLUCION

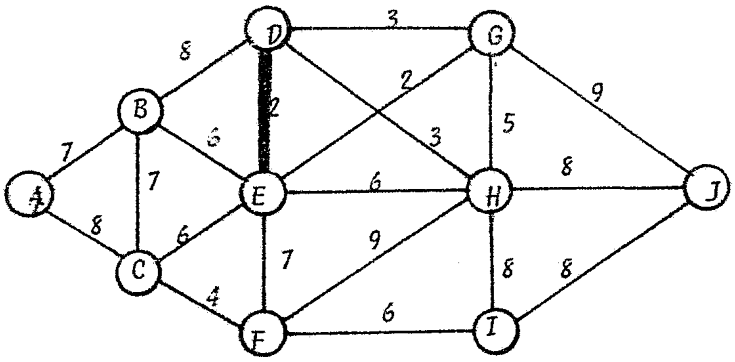
El problema se puede tipificar como encontrar el mínimo árbol de expansión de la red, representada en la figura. El proceso de solución es esquematizado en la secuencia de figuras que se tiene. En la realidad todas estas asignaciones se hacen en una sola red; aquí se muestran en secuencia para una mayor comprensión.

Red de estaciones de bombeo, las cantidades de cada arco representan unidades de longitud, se le han asignado una identificación a cada estación de bombeo para una mejor claridad.



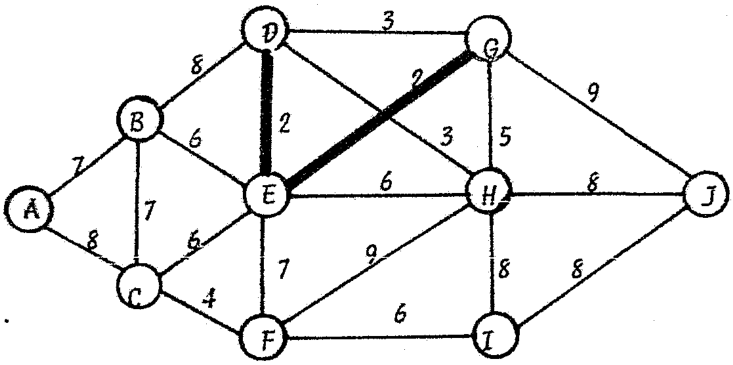
Gráfica del ejemplo 1-V

SECUENCIA DE LA SOLUCION DEL EJEMPLO 1-V



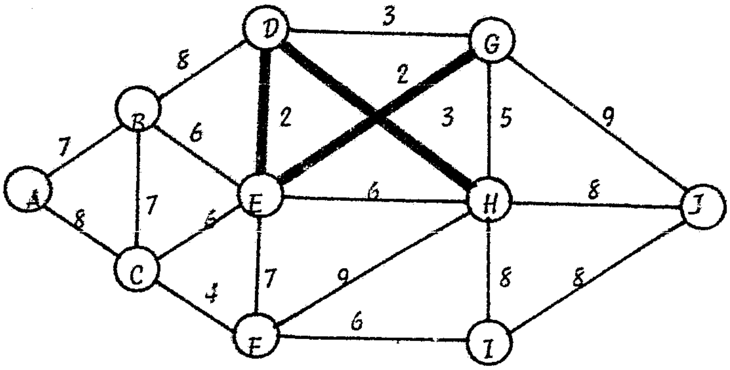
Se selecciona el arco de menor valor esto es: el arco C-D cuyo valor es 2 el cual pasa a ser el árbol actual

1a. Iteración el proceso sigue, pués existen nodos no contemplados



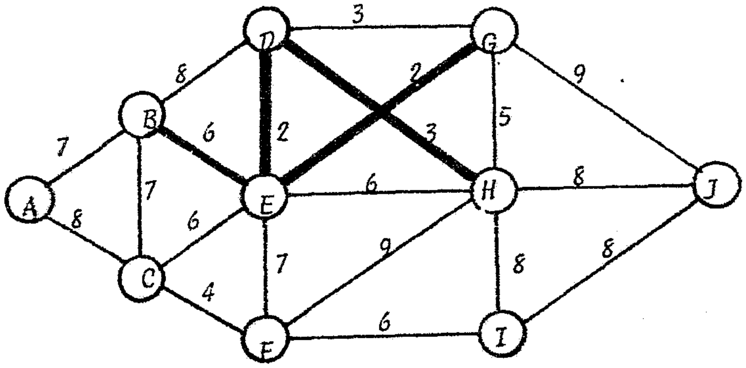
Se selecciona el arco E-G que es arco de menor valor que conecta el árbol actual con un nodo fuera de él y el árbol actual crece.

2a. Iteración el proceso continuo



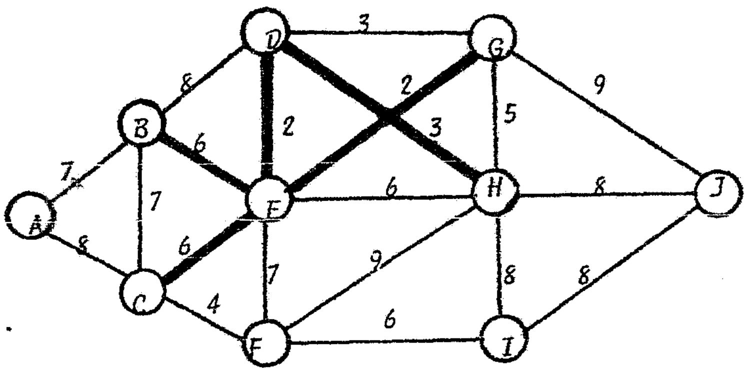
Se selecciona el arco D- H con valor de 3 que es el - arco con menor valor dentro del árbol actual que comunica con un nodo fuera de él.

3a. Iteración el proceso continuo



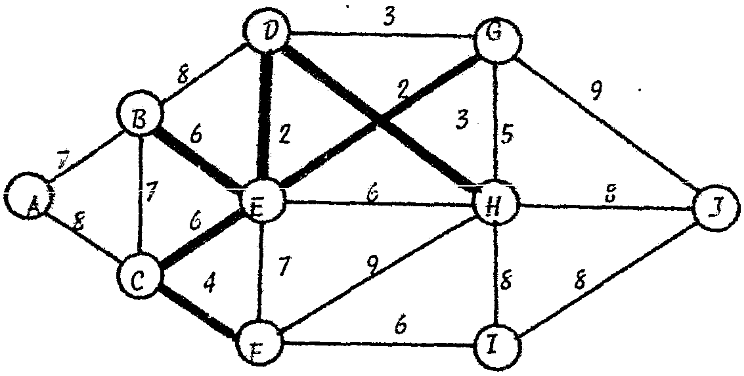
Se selecciona el arco E-B cuyo valor es 6

4a. Iteración el proceso no ha terminado



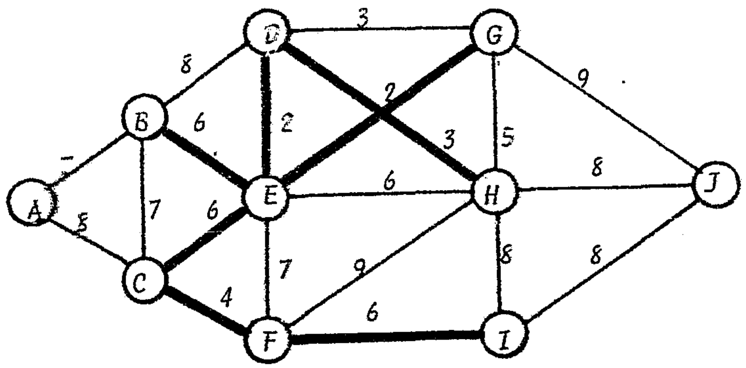
Se selecciona el arco E-C cuyo valor es 6

5a. Iteración existen nodos no contemplados : el proceso continuó



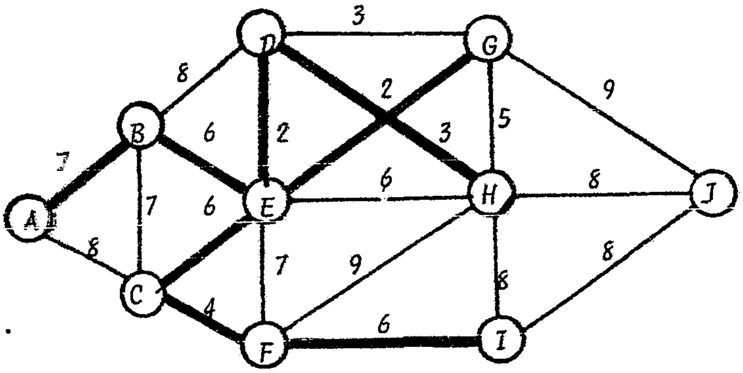
Se selecciona el arco C-F que es el arco que conecta a el árbol actual con un nodo fuera de él con el menor valor el cual es 4.

6a. Iteración el proceso continua, pués aún hay nodos fuera de el árbol



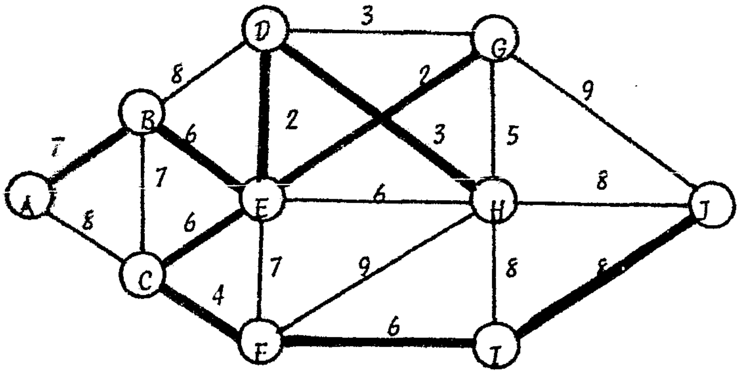
Se selecciona el arco F-I el cúal tiene un valor de 6 y el árbol actual ya conecta los nodos B,C,D,E,F, G,H,I.

7a. Iteración el proceso continua pués los nodos A y J estan fuera de el árbol.



Se selecciona el arco B-A pués es el arco con menor valor que hace crecer el árbol actual

8a. Iteración el proceso continua porque aún falta un nodo



Se selecciona el arco I-J con valor de 8 por ser el menor de los valores que llegan a J.

Todos los nodos estan ya dentro de el árbol actual, por lo tanto el árbol obtenido es el mínimo árbol de expansión que comunica todos los nodos de la red, se tiene que la red de comunicación óptima mide 48 unidades de longitud.

EJEMPLO 2-V

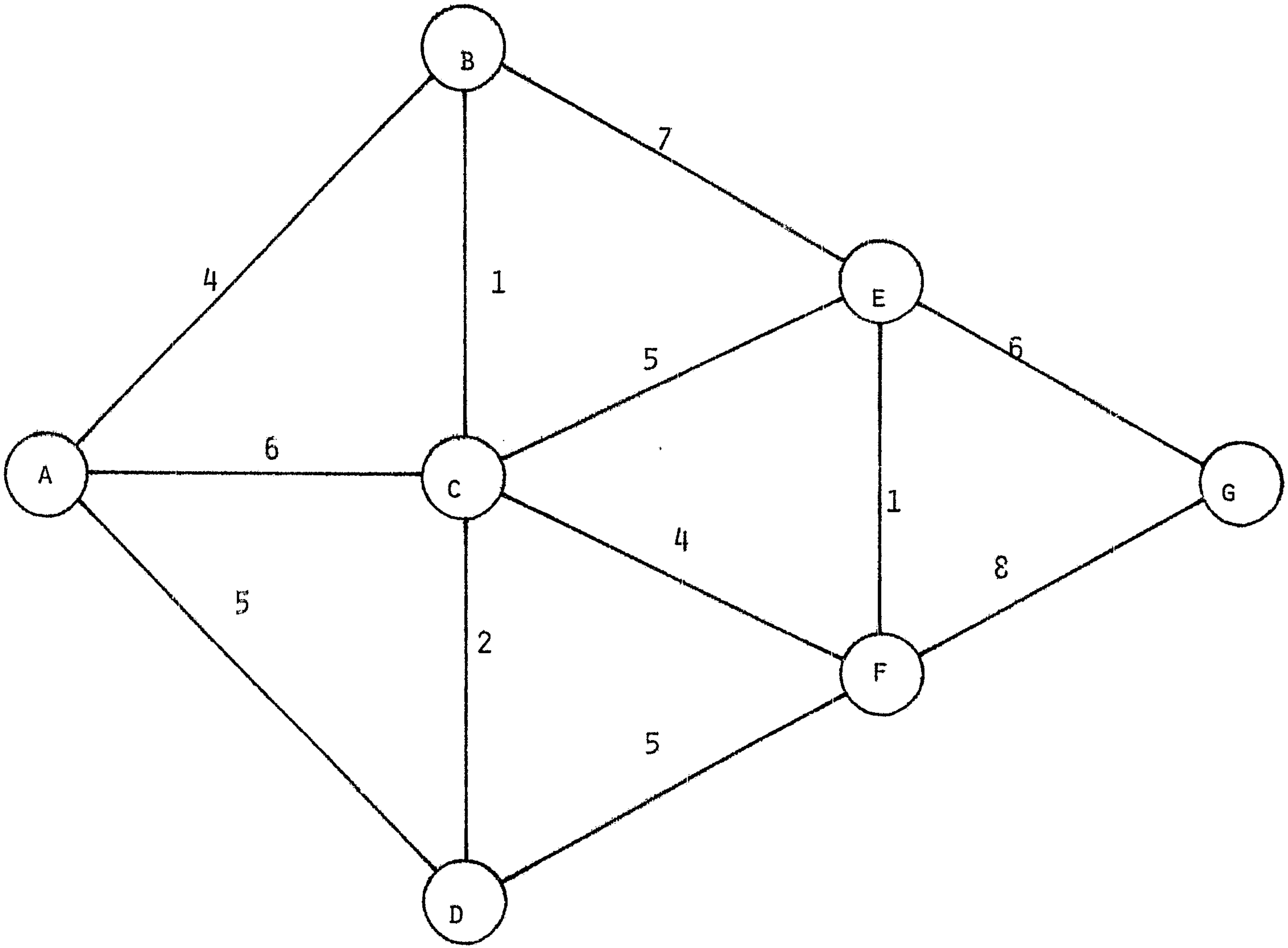
Un vendedor quiere establecer el conjunto de carreteras de enlace, entre un grupo de rutas posibles, cuya suma de distancias sea mínima, entre 7 ciudades las cuales se muestran en la figura.

Encuentre para este vendedor la ruta de unión más corta entre estas 7 ciudades.

SOLUCION

Este problema se puede modelar como problema de árbol de mínima expansión, por tanto se emplea el algoritmo descrito anteriormente.

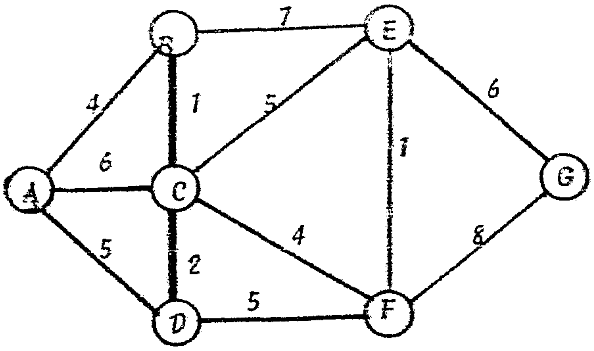
Para obtener el árbol de mínima expansión se seguirán los pasos descritos en las figuras en cada una de ellas se muestran dos pasos.



Red del Ejemplo 2-V

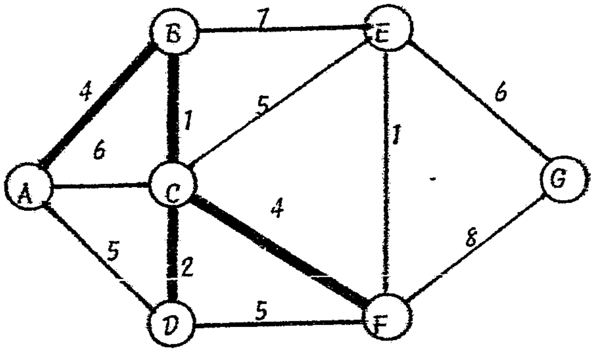
SOLUCION DE LA FIGURA DE EL EJEMPLO

2- V



Se selecciona el arco B-C por ser el de menor tamaño (nóte se que se rompió el empate ar bitrariamente)

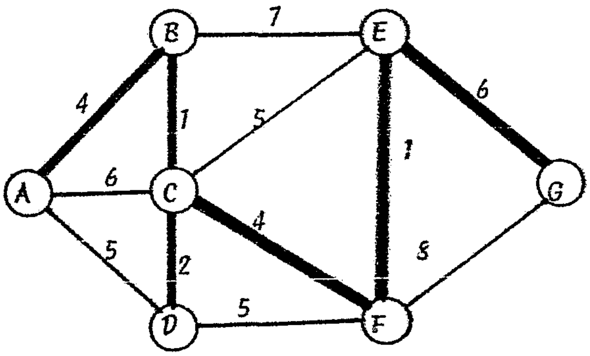
Se continúa el proceso y el arco de menor valor que hace crecer nuestro árbol inicial es el arco C-D.



Se continúa con el proceso y se escoge arbitrariamente uno de los arcos de menor valor - este es B-A cuyo valor es 4.

Existen aún nodos que no estan dentro de el árbol, por tanto continuamos.

Se selecciona el arco C-F por ser de menor valor que conecta el árbol con un nodo externo a éste

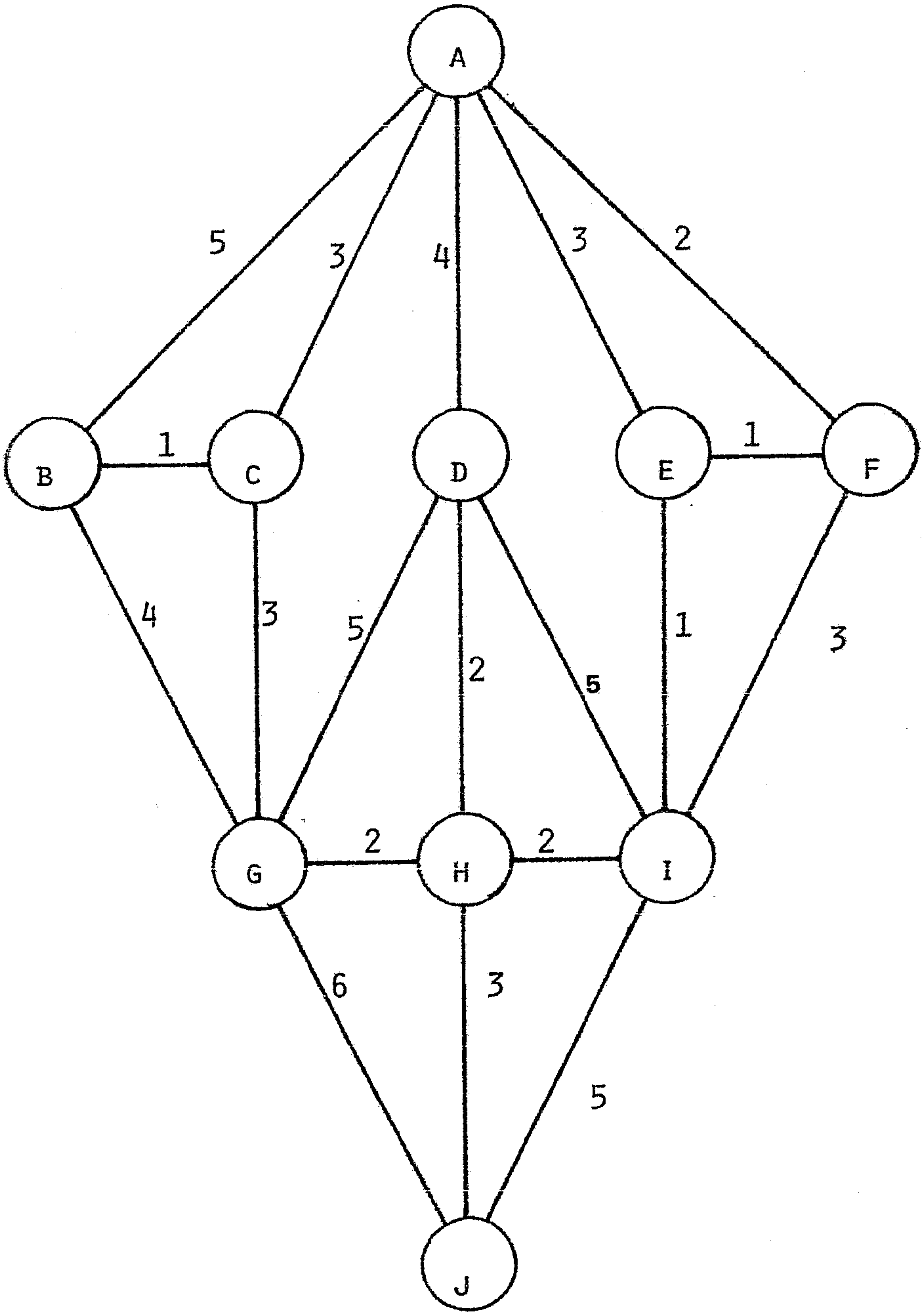


El proceso continúa, se selec ciona el arco F-E cuyo valor es 1. Con esto procedemos a incluir el último arco de -- unión con un nodo externo con el menor valor, que es el E-G.

Aquí se concluyó el proceso pués se han incluído todos los nodos de la red. El grupo de carreteras con menor distancia que conectan las 7 ciudades son A-B, B-C, C-D, C-F, F-E, E-G, cuya longitud es de 18 unidades.

EJERCICIO 1-V

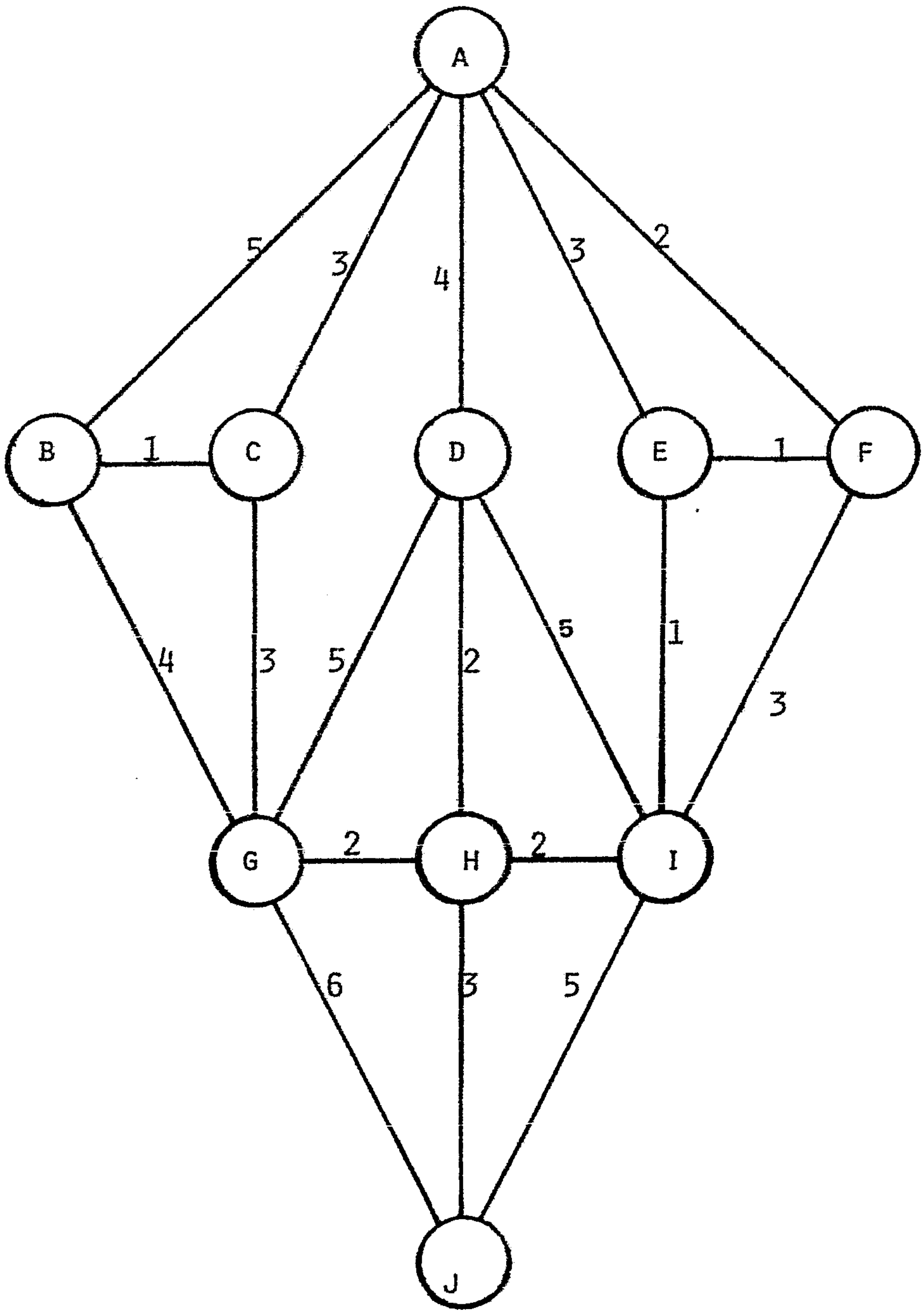
Determine la longitud mínima de tubería que alimente todas las estaciones del sistema contra incendio de una planta industrial.



A continuación se da una hoja para su solución

DIAGRAMA PARA LA SOLUCION DEL EJERCICIO 1-V

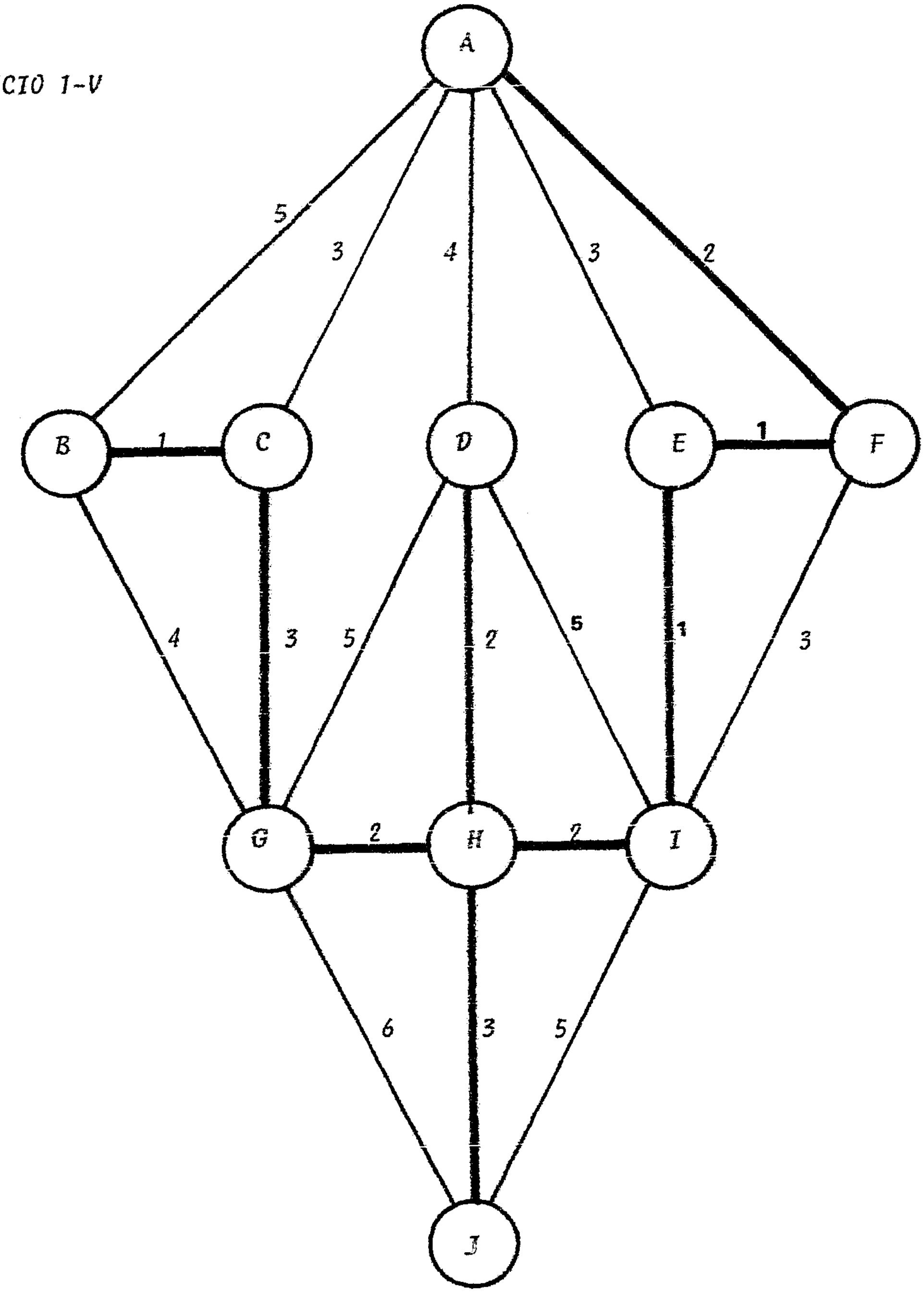
Aplique en él el algoritmo.



SOLUCION

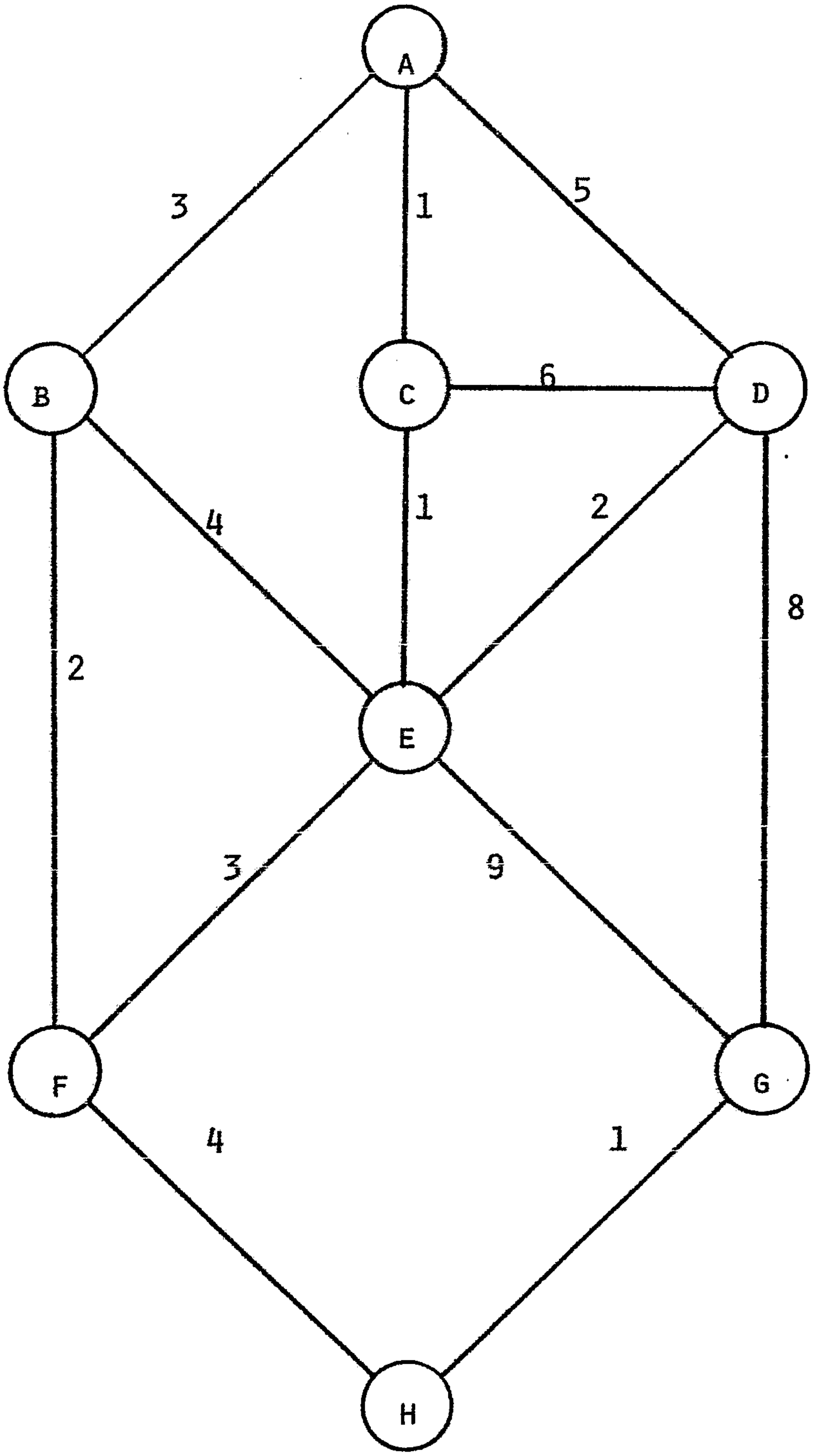
La longitud mínima equivale a 17 unidades, el sistema que se muestra a continuación es una de las soluciones que se pueden obtener pero en todos los casos la longitud es la misma

EJERCICIO 1-V

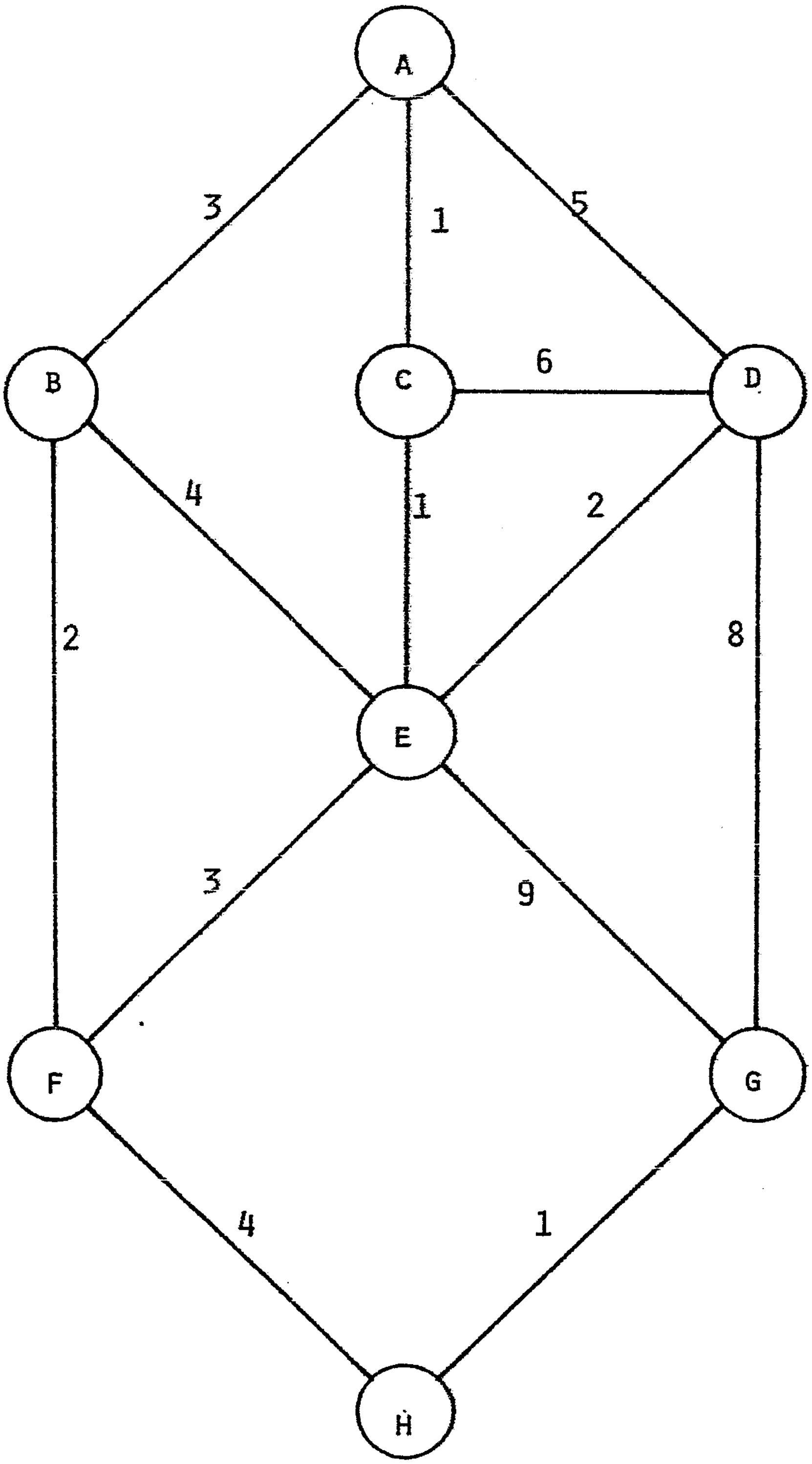


EJERCICO 2-V

Determine el mínimo árbol de expansión para la siguiente red mostrada en la figura . Se anexa un diagrama para su solución.

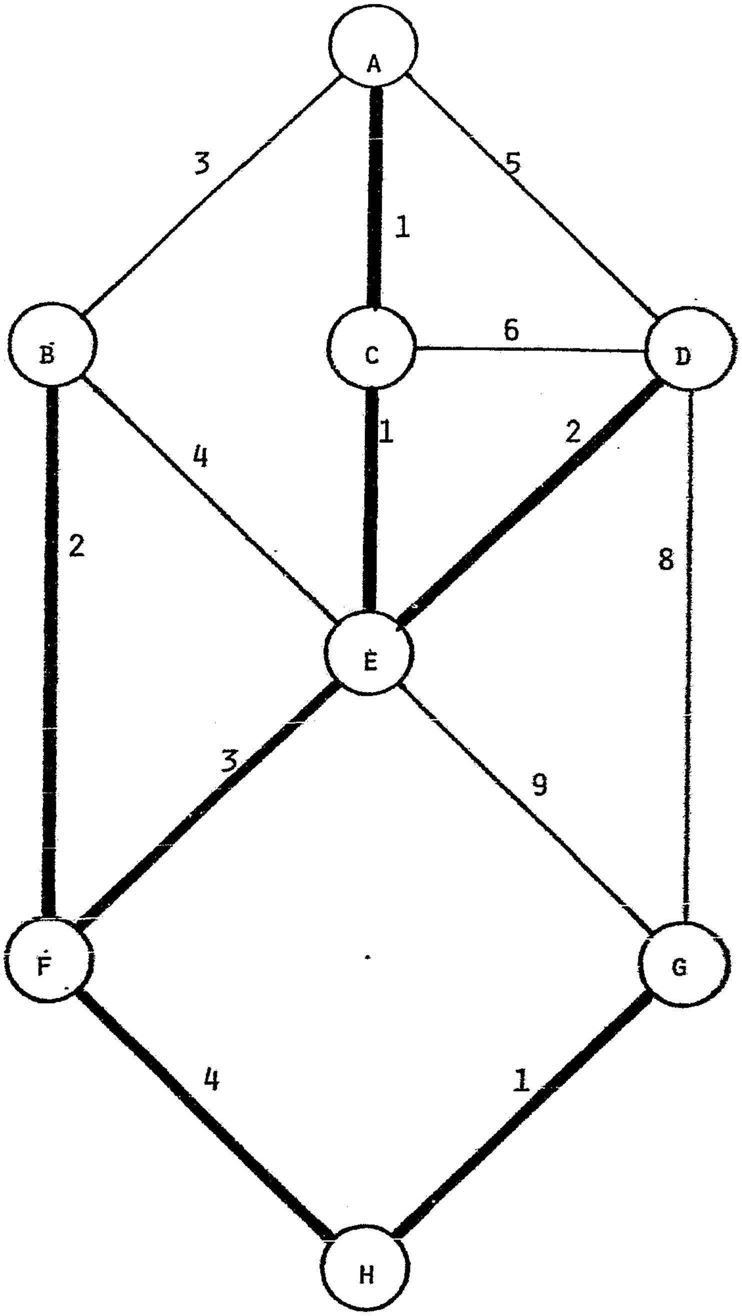


iagrama para la solución del ejericio 2-V . Aplíque en él el algoritmo



SOLUCION:

En la red se muestra el árbol de mínima expansión cuya, longitud es de 14 unidades.



Existe otro árbol de la misma longitud que resulta de intercambios la rama F-E *por* B-A

EJERCICIO 3-V

Encuentre el mínimo árbol de expansión de la siguiente red.

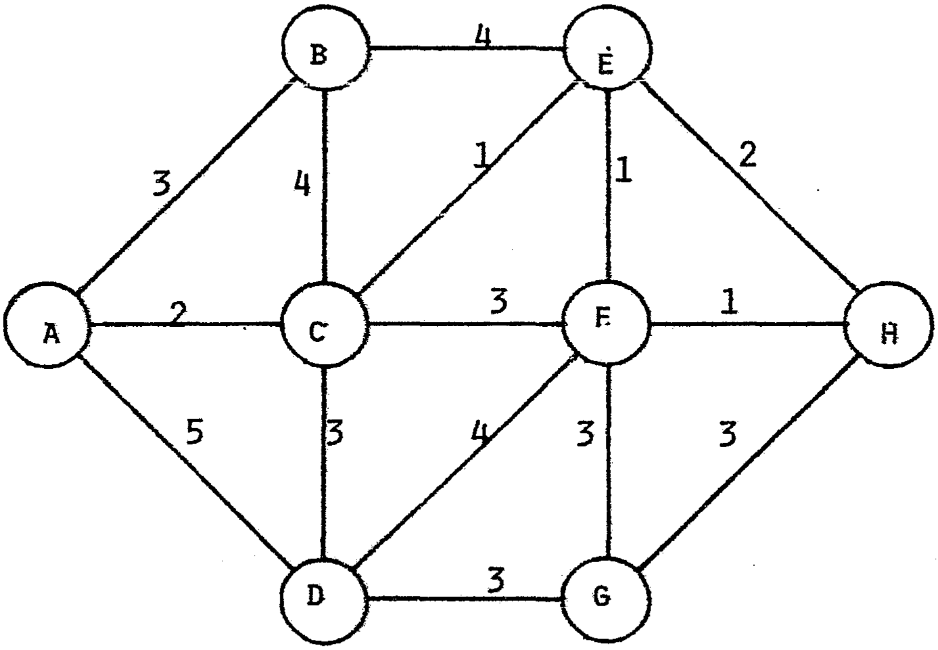
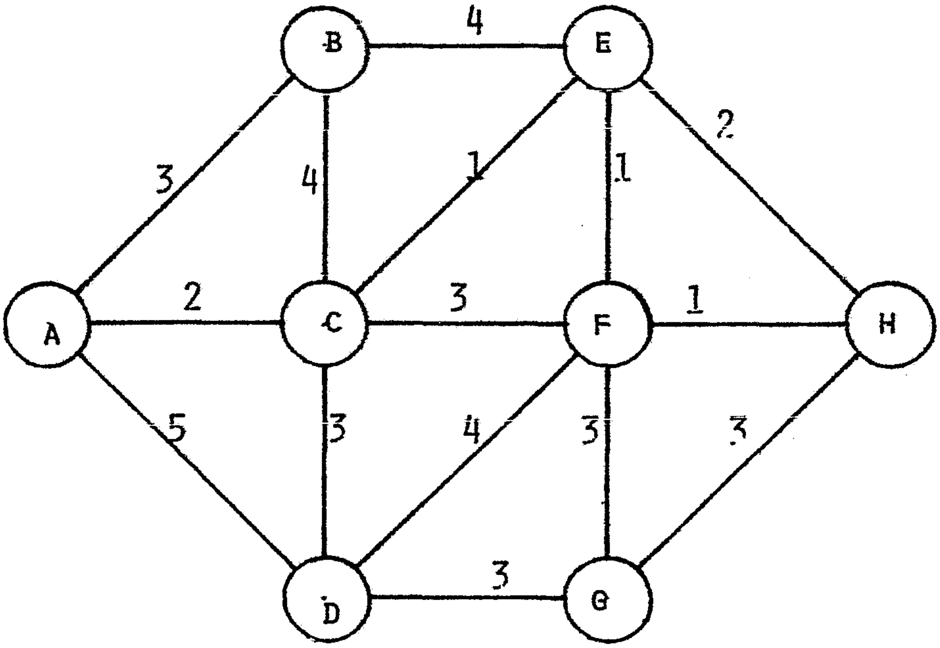
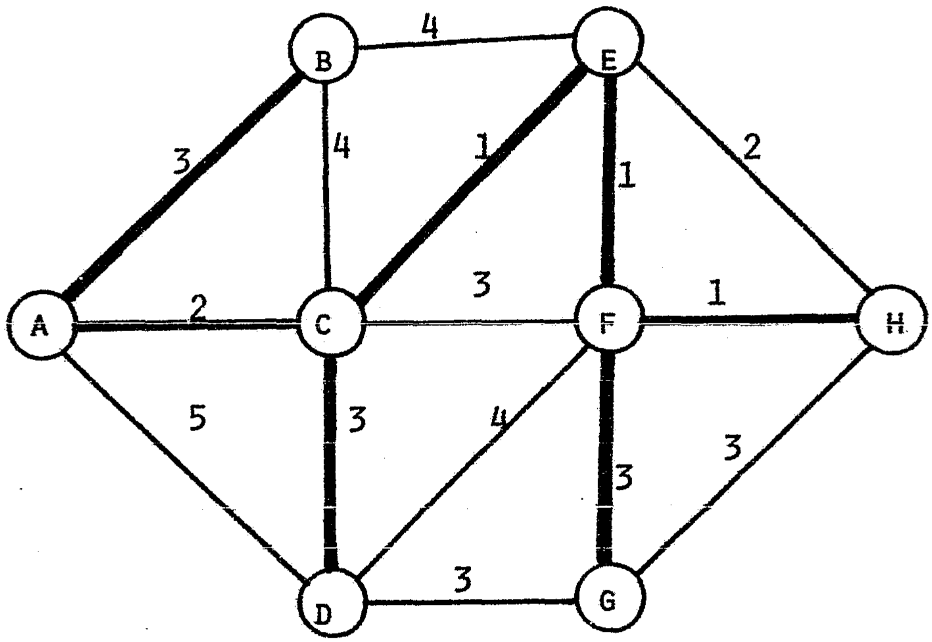


Diagrama para la solución:



SOLUCION DE EL EJERCICIO 3-V

El árbol de mínima expansión tiene 14 unidades de longitud y se muestra en la figura



FLUJO MAXIMO

Considere una red conectada que tiene un sólo nodo fuente y un sólo nodo destino (en la realidad esto no pudiera ser cierto algunas veces, pero se acostumbra crear nodos ficticios los cuales se conectan directamente a todos los nodos fuentes o nodos destino mediante arcos que no limiten su capacidad de flujo). Imagine que se tiene - conservación deflujo (es decir, el flujo que entra en un nodo es - igual a el flujo que sale de él) en cada uno de sus nodos a excepción del nodo fuente y el nodo destino. Supóngase que el régimen de paso a lo largo del arco (i,j,) del nodo i al nodo j, puede ser cualquier cantidad no negativa no mayor que la capacidad del flujo (i,j) especificado. El objetivo es determinar el patrón de estado estacionario de flujos através de la red que maximice el flujo total de la fuente al destino.

ALGORITMO PARA EL CALCULO DEL FLUJO MAXIMO

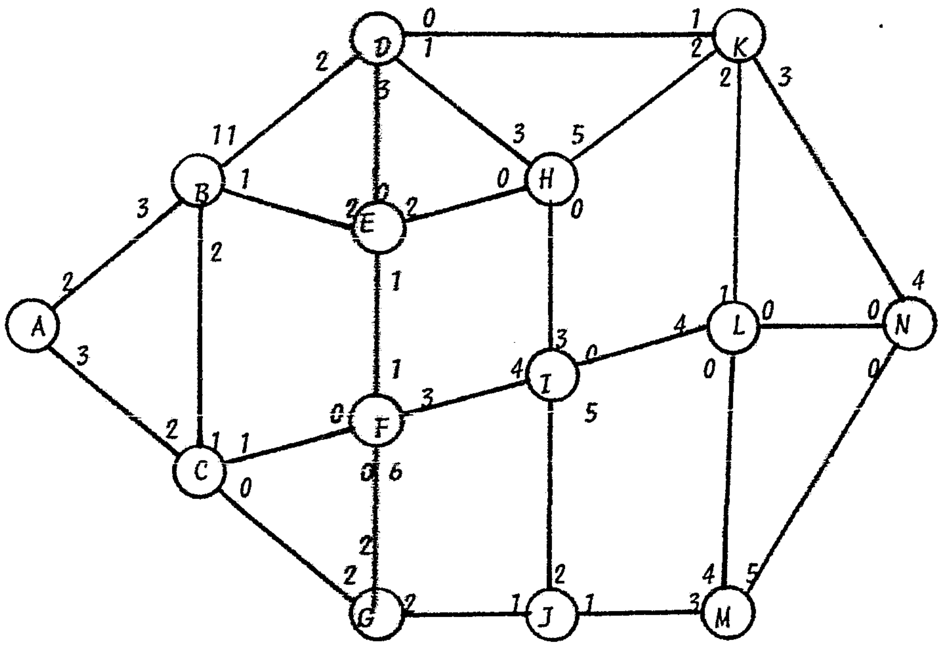
1. Encuentre una trayectoria del origen al nodo final con capacidad de flujo estrictamente positiva (si no existe - ninguna el flujo neto asignado es el flujo óptimo).

2. Encuentre en esta trayectoria el arco con la menor capacidad de flujo (Denote esta capacidad como C*). Aumente el flujo de la trayectoria C*.

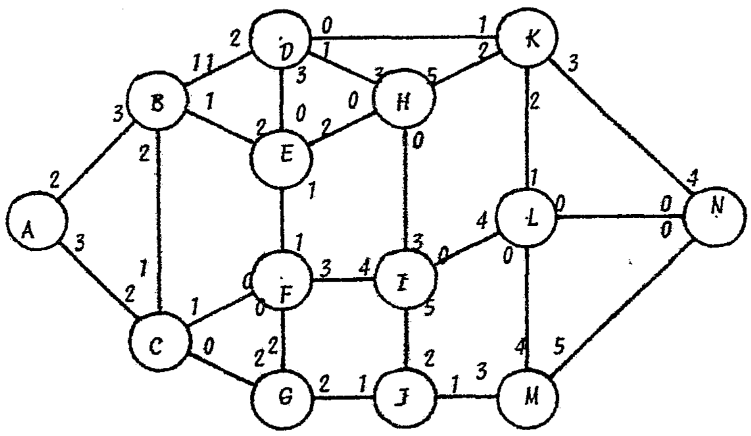
3. Disminuya en C* la capacidad de cada arco en la trayectoria. Aumente en C* la capacidad de flujo en la dirección opuesta de cada arco de la trayectoria. Regrese al punto 1.

EJEMPLO 3-V

Encuentre cúal es el flujo máximo de la siguiente red de comunicación, en la cual, los números representan la cantidad de información que puede pasar de un modo hacia el otro ligado; el flujo máximo representa la cantidad máxima que puede fluir de A a N.

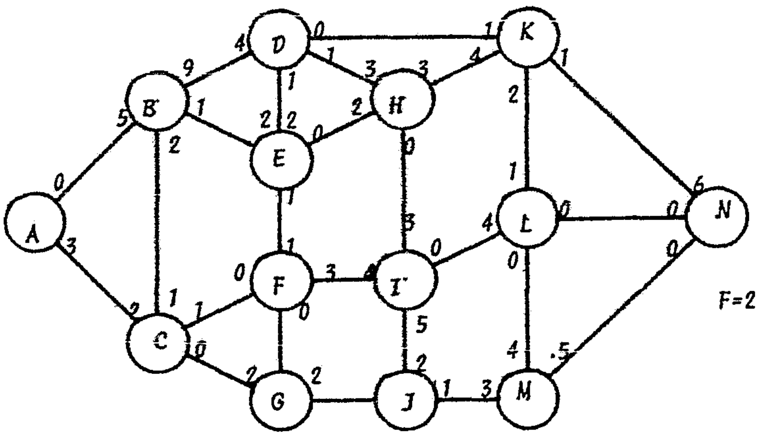


SOLUCION



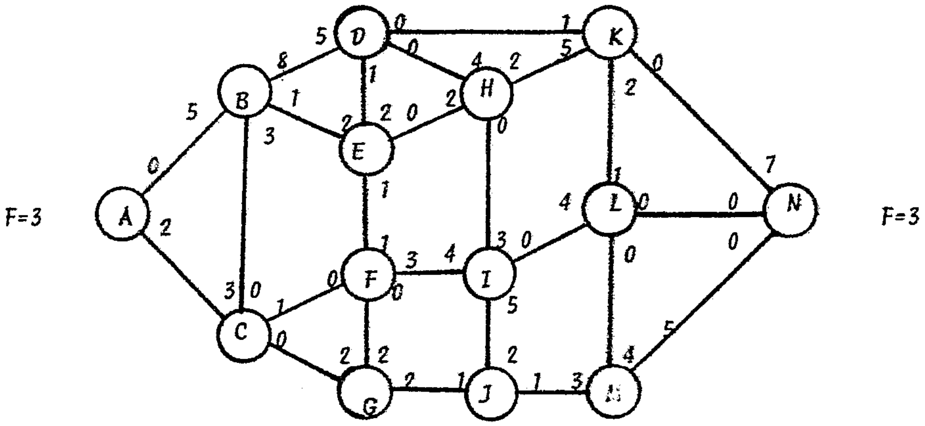
La primera ruta con flujo > 0 es la ruta A-B-D-E-H-K-N y el flujo es de 2 unidades, aplicando el paso 3 nos resulta.

F=2

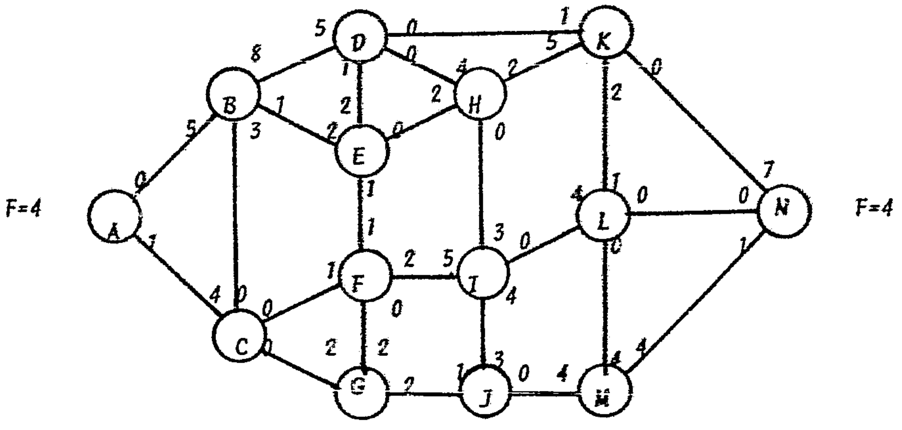


F=2

De nuevo en esta red se tiene una ruta de A a N con flujo positivo , esta es A-C-B-D-H-K-N cuya capacidad de flujo es de 1 unidad, aplicando el paso 3.



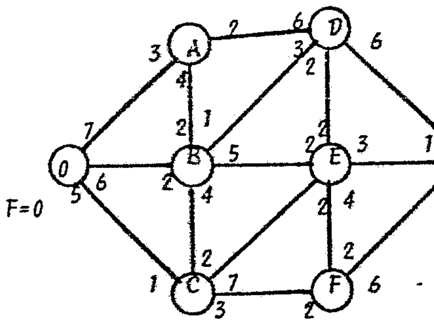
aquí se tiene que existe otra trayectoria de A a N con capacidad de flujo positva esta es : A-C-F-I-J-M-N cuya capacidad de flujo esta limitada a 1 unidad. Aplicando el paso 3 se tiene la siguiente red.



Como ya no existe otra trayectoria para que circule flujo de A a N se tiene que el flujo es máximo y es de 4 unidades y el proceso se detiene.

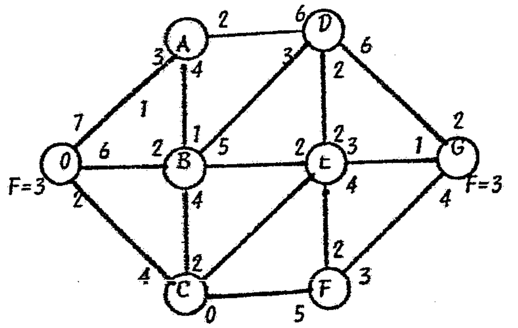
EJEMPLO 4-V

Determine el flujo máximo de la siguiente red.

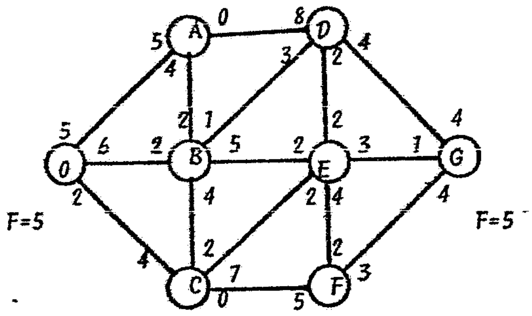


Solución: Se aplica el algoritmo des-crito.

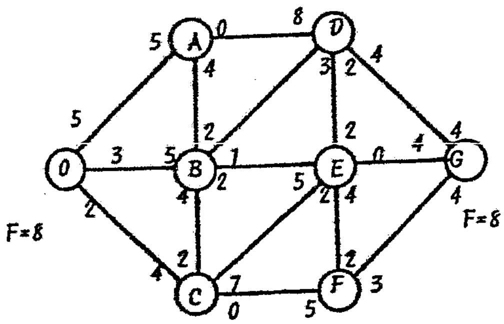
Se obtiene una ruta con flujo de 0 a G la cual es 0-C-F-G con capacidad de 3 unidades.
Se aplica el paso 3 y la red queda como sigue :



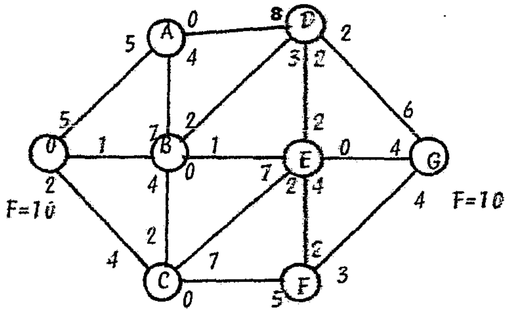
De aquí se continua el proceso una nueva ruta es 0-A-D-G la cúal tiene una capacidad de flujo 2.



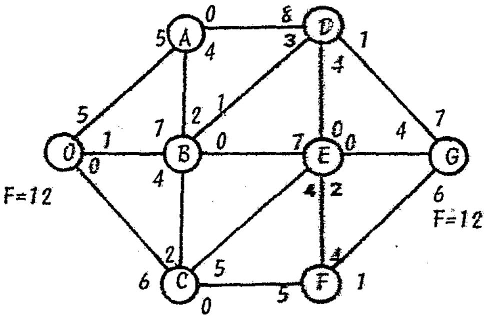
Análogamente se tiene ruta 0-B-E-G con una capacidad de flujo de 3 unidades las cuales se adicionan en la gráfica siguiente.



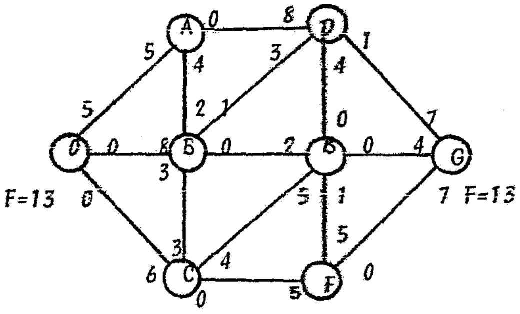
De igual forma de esta red se tiene una trayectoria de 0 a G la cúal es 0-B-E-D-G con una capacidad de flujo de 2 el cúal será restado en el siguiente paso a la vez que sumado.



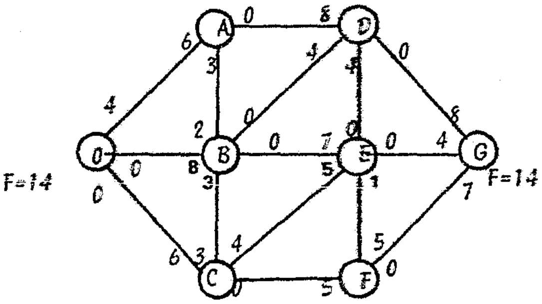
De la red se obtiene una trayectoria con flujo positivo la cúal es 0-C-E-F-G con una capacidad de flujo de 2 unidades a las cuales se les aplica el paso 3.



De igual forma se obtiene de aquí una trayectoria con flujo positivo esto es 0-B-E-F-G con una capacidad de 1 unidad, la cual será adicionada y sustraída como indica el paso 3.

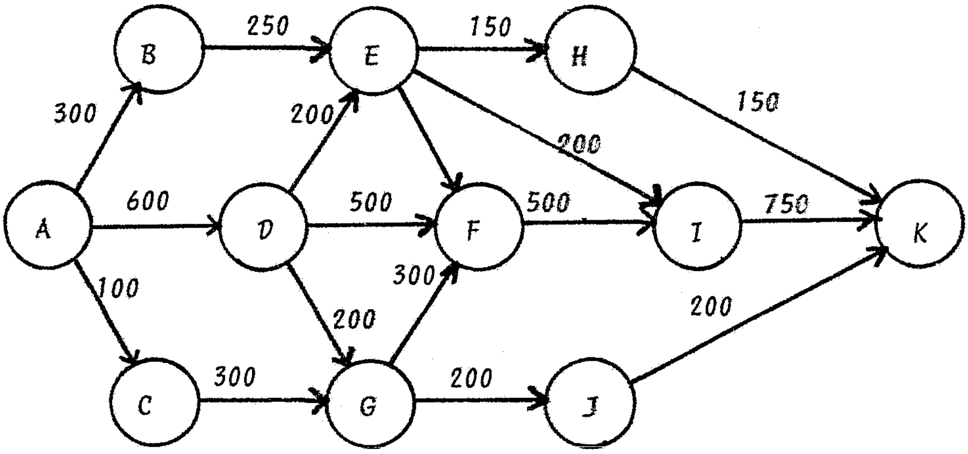


Se tiene otra trayectoría con flujo positivo la cual es 0-A-B-D-G, con un flujo de 1 el cúal será procesado conforme a el paso 3.



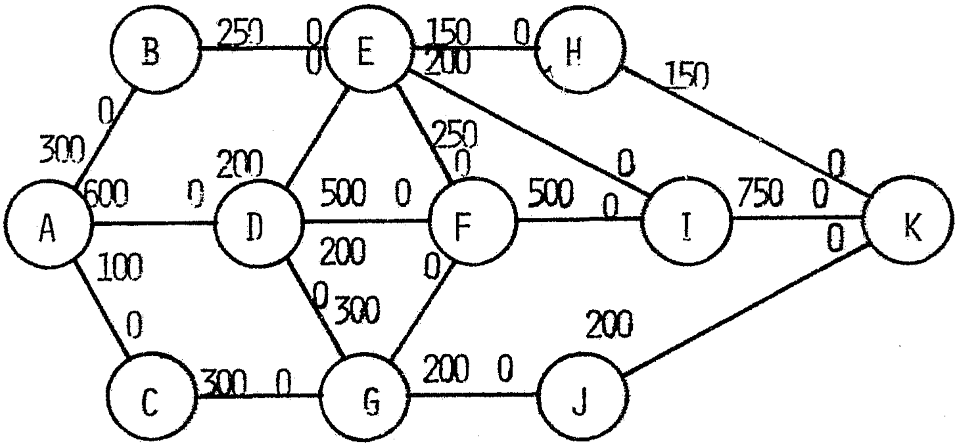
Por último se tiene que la red ya no tiene trayectoría con flujo positivo de 0-G; es el flujo máximo que puede pasar por la red.

Diagrama para la solución:



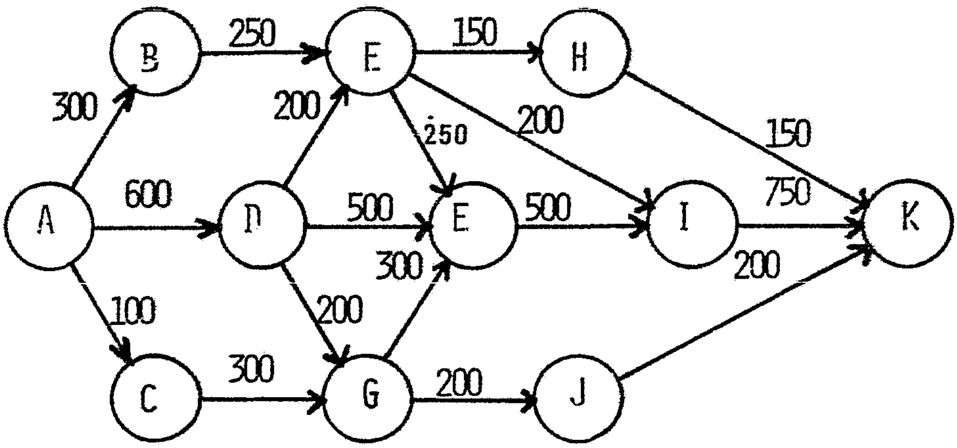
EJERCICIO 4-V

Una red de distribución de agua de una ciudad tiene una representación gráfica como la que se muestra en la figura. Siendo que todos los puntos son pozos de extracción de agua a la vez que centros de rebombeo. Calcular el máximo de agua que puede ser bombeado del punto A al K.



(el cual es una gran fábrica) (las cantidades están dadas en litros por segundo)

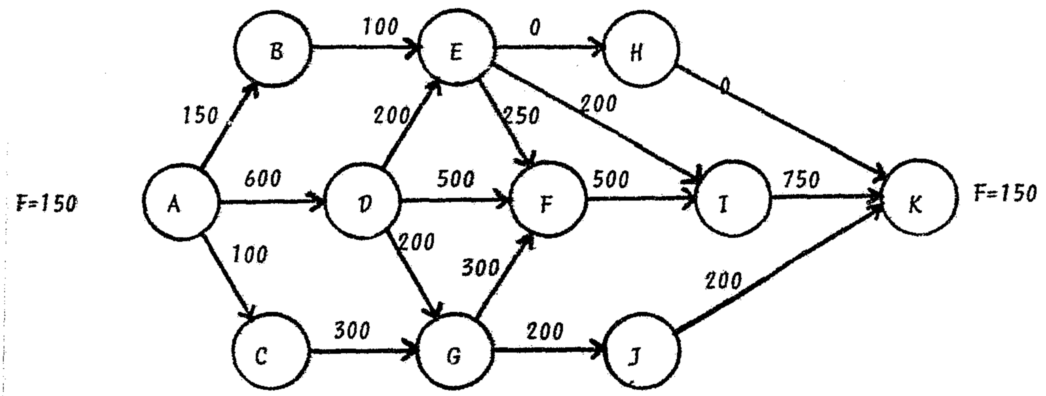
Como se puede observar tenemos gráfica dirigida, este concepto se utilizará análogamente a la anterior forma de representación.



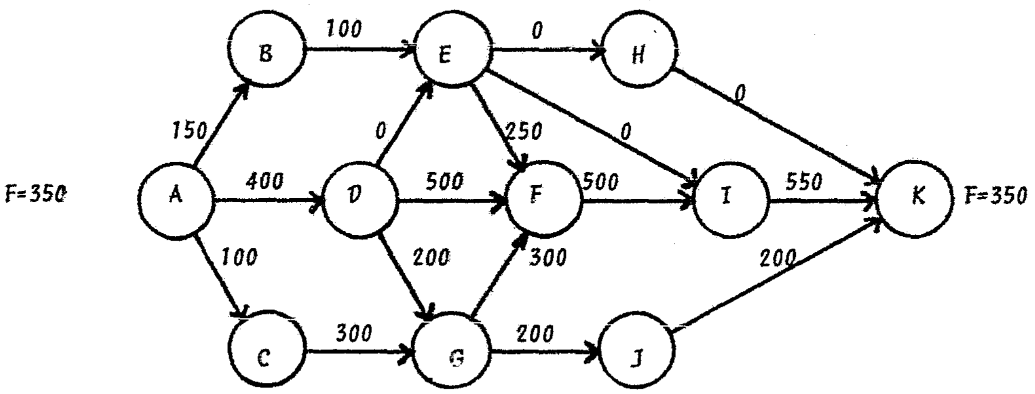
EJERCICIO 4-V

SOLUCION:

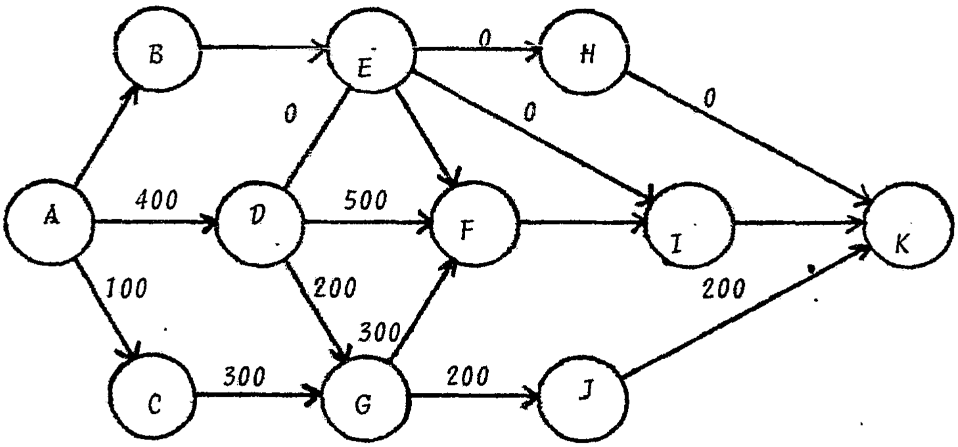
Se requiere obtener el flujo máximo del punto A al punto K utilizando el algoritmo anteriormente descrito se llega a lo siguiente:
Existe una ruta con capacidad de flujo positiva, ésta es: A-E-H-K cuya capacidad es de 150.



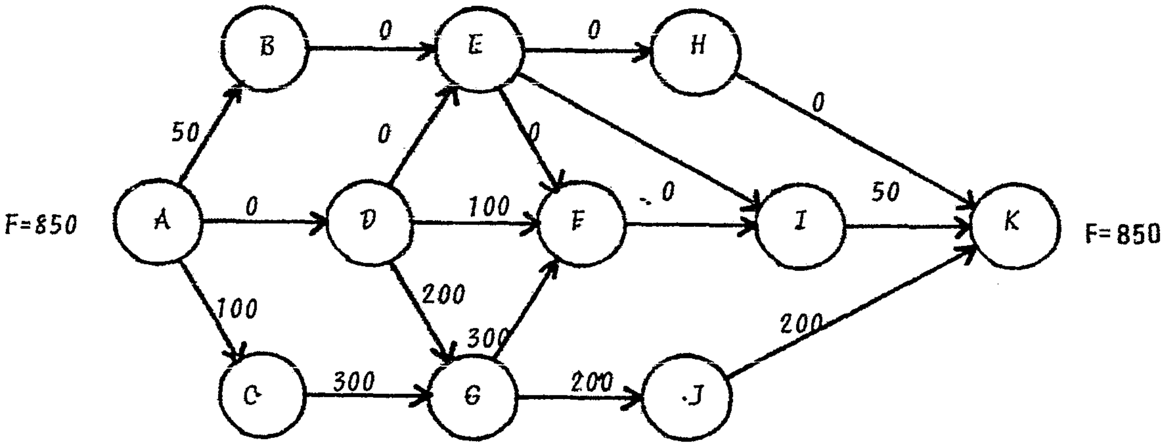
Una segunda trayectoria marcada por la ruta A-D-E-I-K cuya capacidad de flujo es de 200, se tiene la siguiente red:



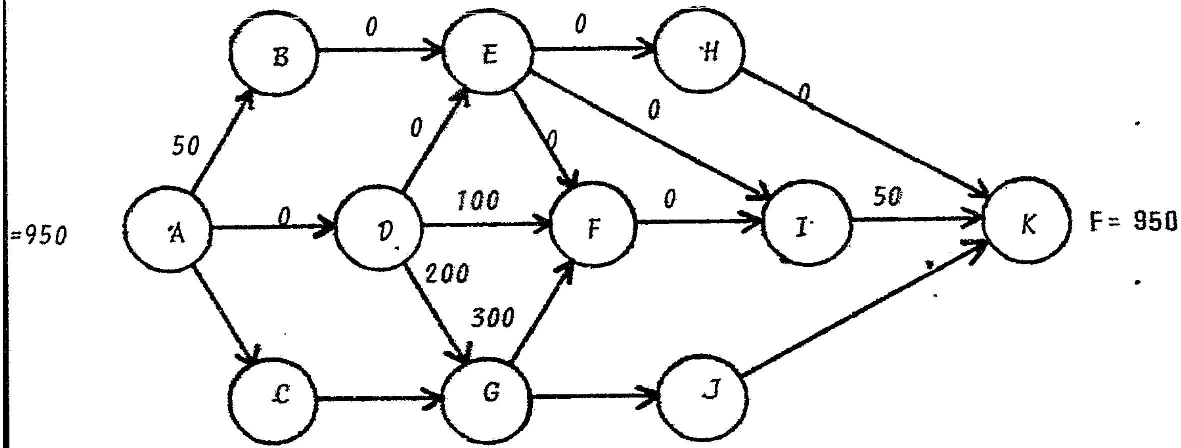
Aún existen rutas del punto A al punto K con capacidad de flujo positivo; una de ellas es la ruta A-B-E-F-I-K ¿ Cúal es su capacidad de flujo ? Flujo = Marque las cantidades faltantes en la gráfica.



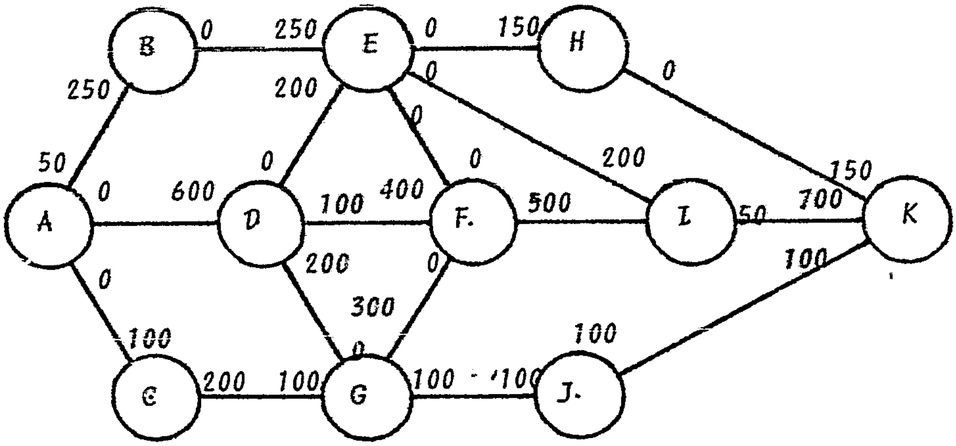
Una trayectoría con capacidad de flujo positivo es A-D-F-I-K con una capacidad de flujo de 400 unidades de aquí la gráfica nos queda :



La única trayectoría que queda aún con capacidad de flujo positiva; tiene una capacidad de 100 unidades. ¿ Cúal es esta trayectoria ?, Determine y coloque las cantidades correspondientes en la red.

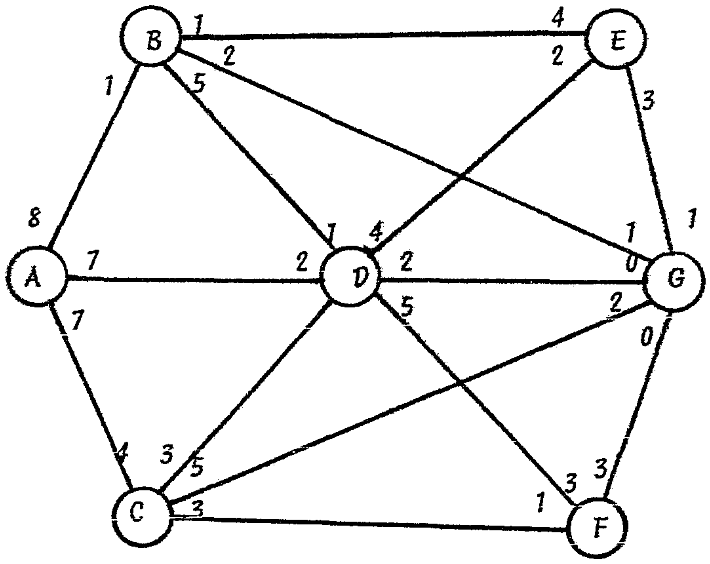


Si en lugar de usar el concepto de gráfica dirigida se hubiera tenido que esta nos marcara cada flujo que debe ser enviado por cada una de las estaciones; esto resultaría de la siguiente forma :

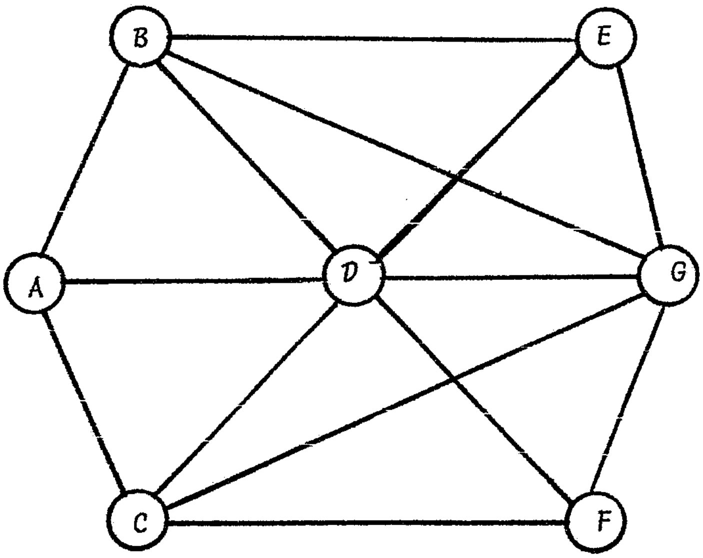


EJERCICIO 5-V

Considere la red mostrada en la figura, determine en ella el flujo máximo del nodo A al G. Se anexa una gráfica para su solución.



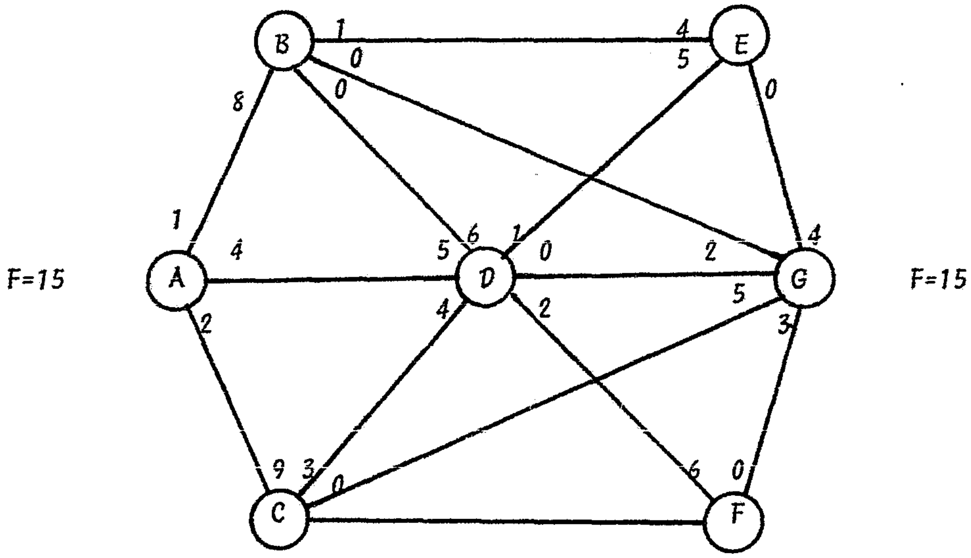
Gráfica para la solución del Ejercicio 5-V



EJERCICIO 5-V

SOLUCION

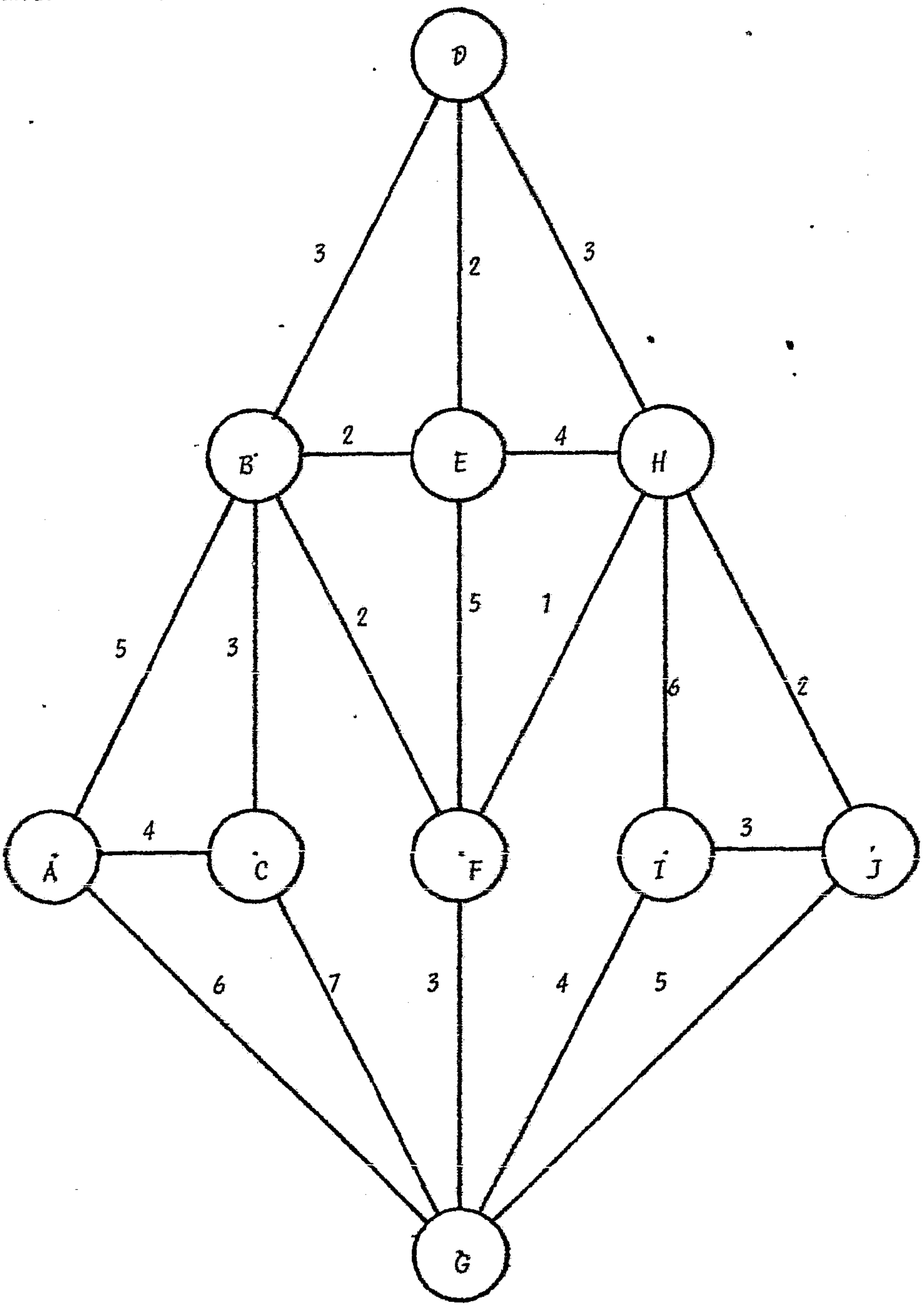
Aplicando el algoritmo de flujo máximo uno de los resultados posibles es el siguiente :



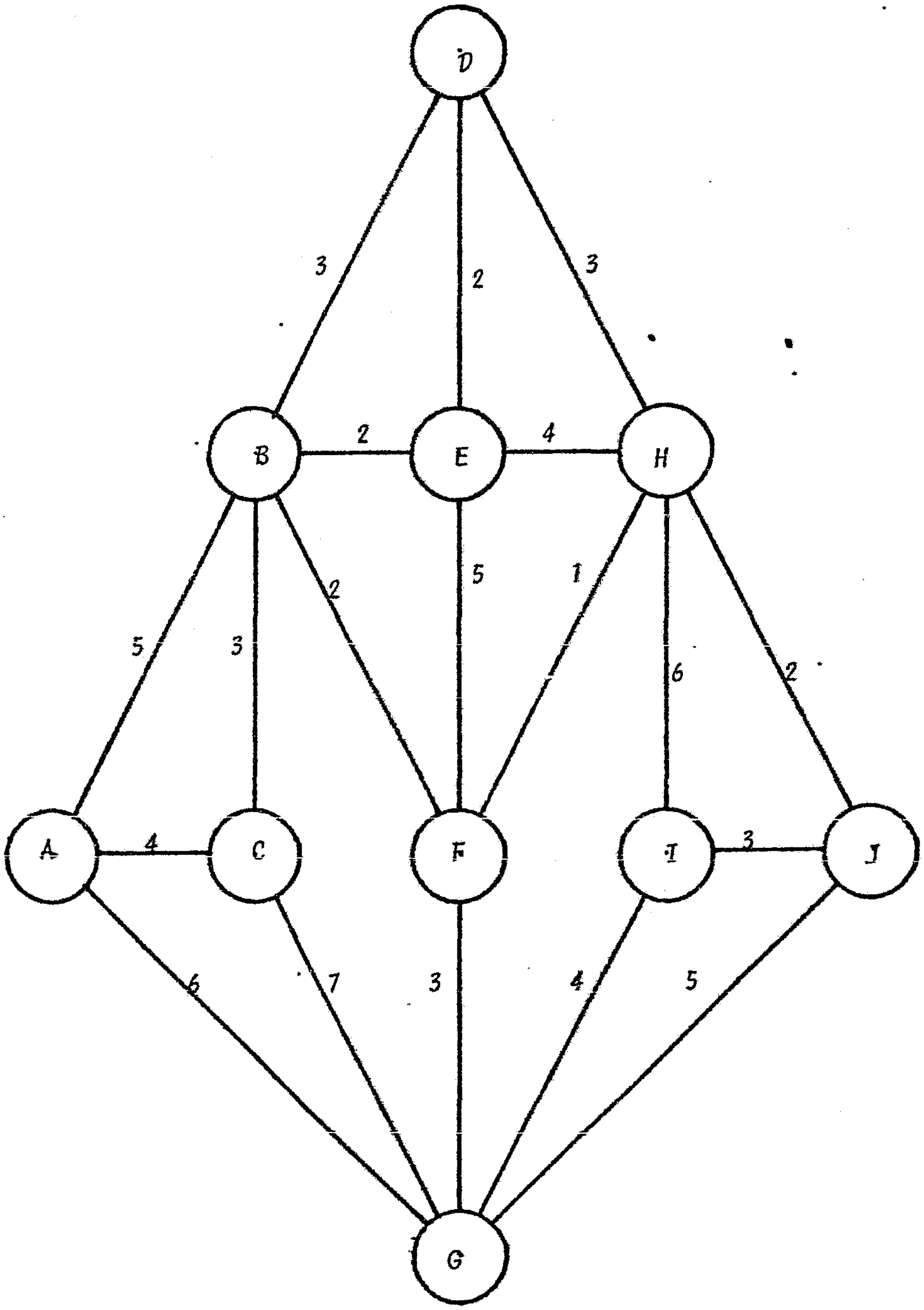
Existen otras formas de poder llegar a este resultado pero el flujo de 15 si es el máximo posible.

EJERCICIO 6-V

Determine la capacidad de flujo máximo de la siguiente red de el punto A al J.



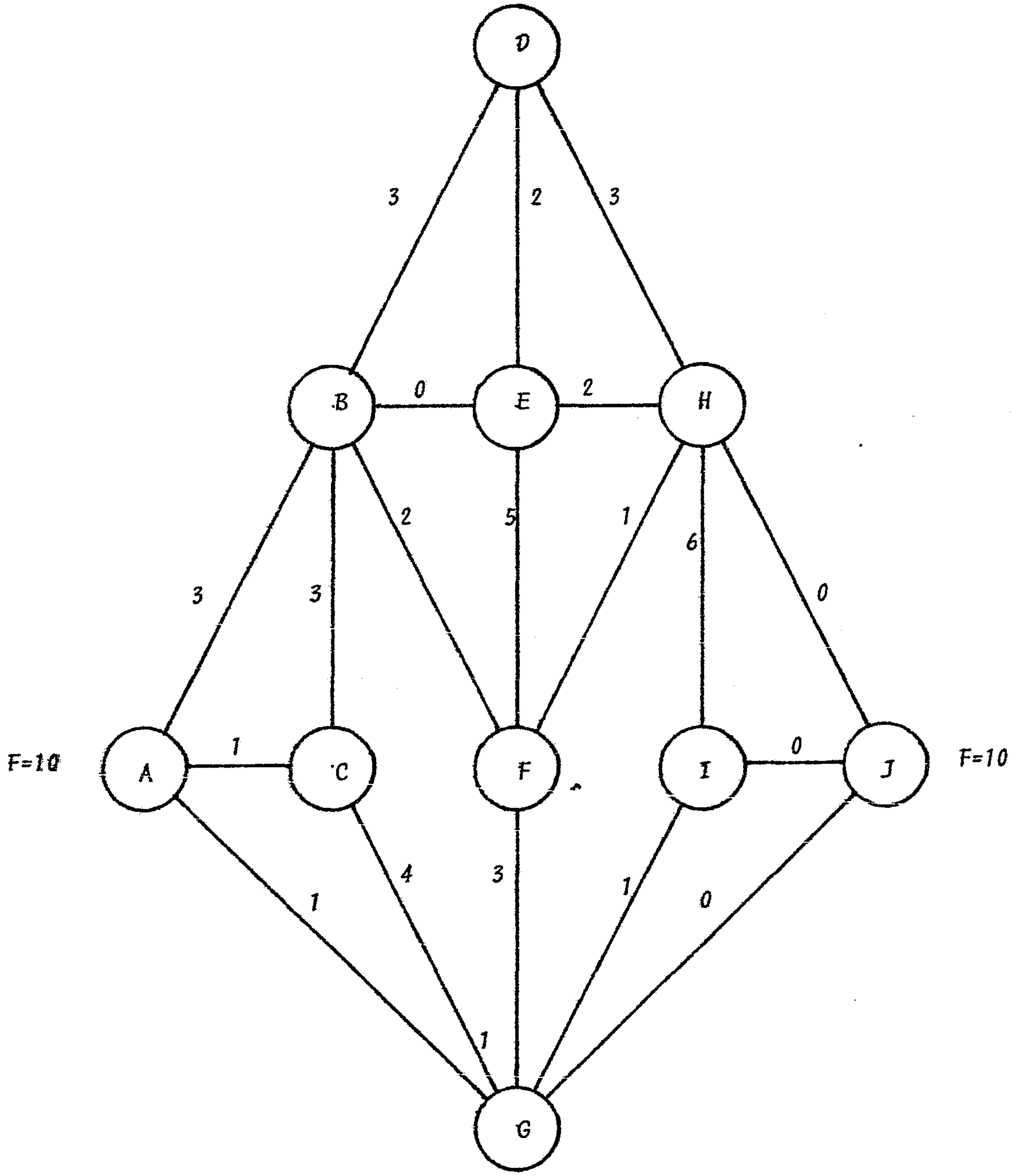
Gráfica para la solución de el Ejercicio 6-V



EJERCICIO 6-V

SOLUCION :

La red muestra el flujo máximo posible que puede ir del punto A al J



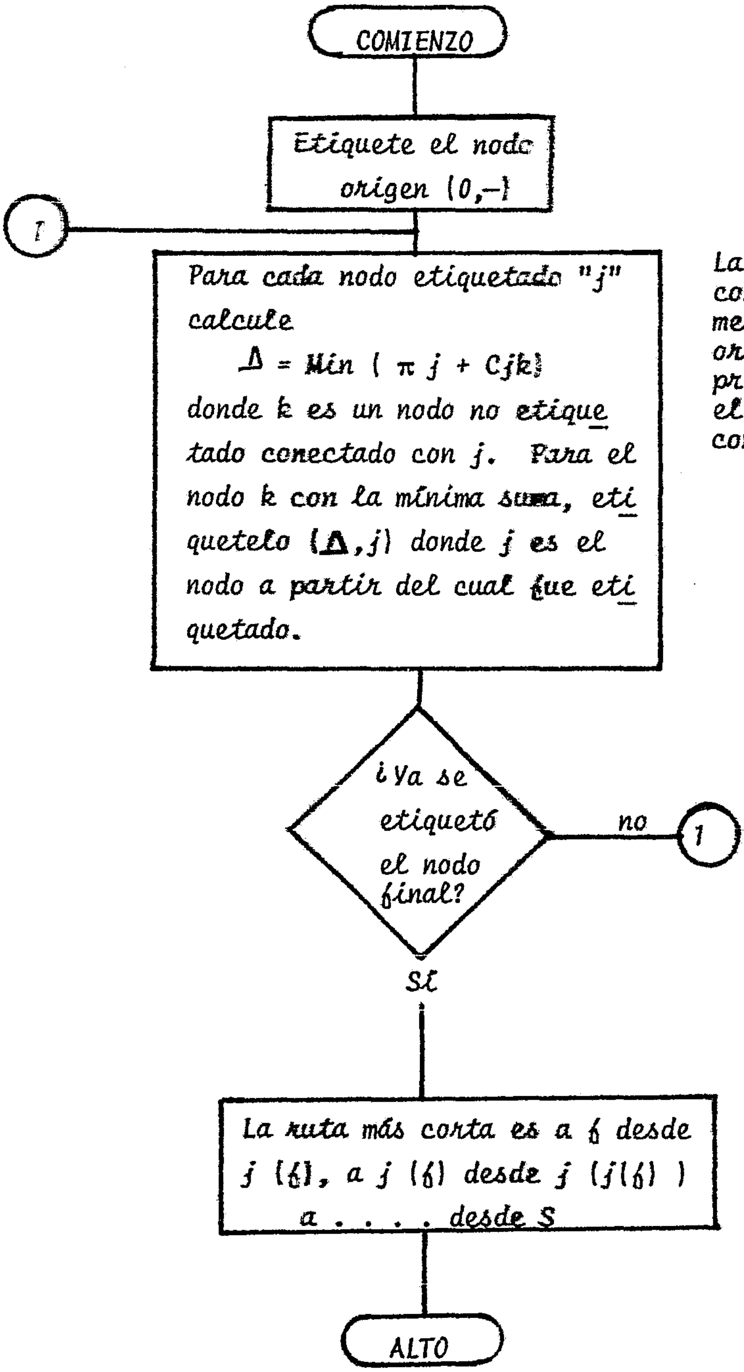
PROBLEMA DE LA RUTA MAS CORTA

El problema de ruta más corta tiene problemas afines, tales como el camino menos costoso y el de menor tiempo entre dos actividades de un nodo origen y un nodo destino en la red que minimice una función de los valores de los arcos existentes en la ruta (esto quiere decir que se determina esta función por medio de una sumatoria de los valores de los arcos existentes en la ruta.

La suposición que se tiene para este problema es de que el flujo se conserva para todo nodo perteneciente a la red, es necesario establecer que el flujo que sale de cada uno de los nodos es igual a la diferencia entre los flujos que entran a este con los flujos que salen de él.

Otras de las aplicaciones del problema de ruta más corta son: determinación de las políticas de producción, la ruta crítica en las actividades de un proyecto etc.

DIAGRAMA DE FLUJO PARA CALCULAR LA RUTA MAS CORTA



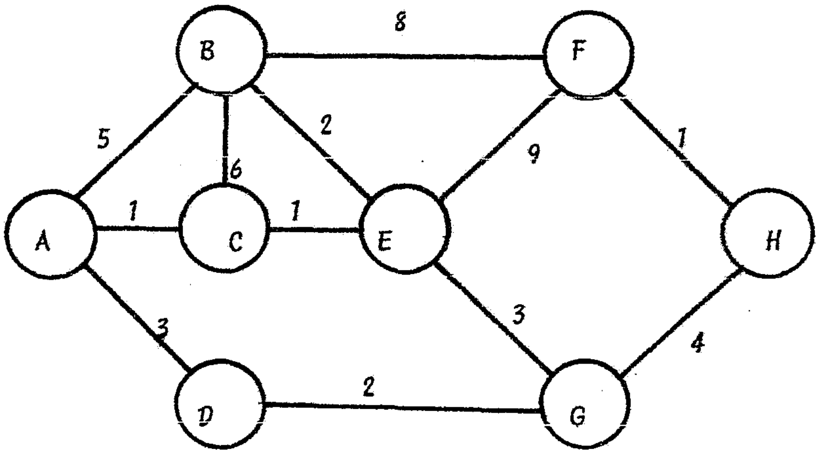
La etiqueta de cualquier nodo consiste de dos partes: la primera, πj es su costo desde el origen. La segunda es su nodo predecesor Cjk es el costo sobre el arco jk. Etiquete el nodo K con el menor valor de la suma.

EJEMPLO 5-V

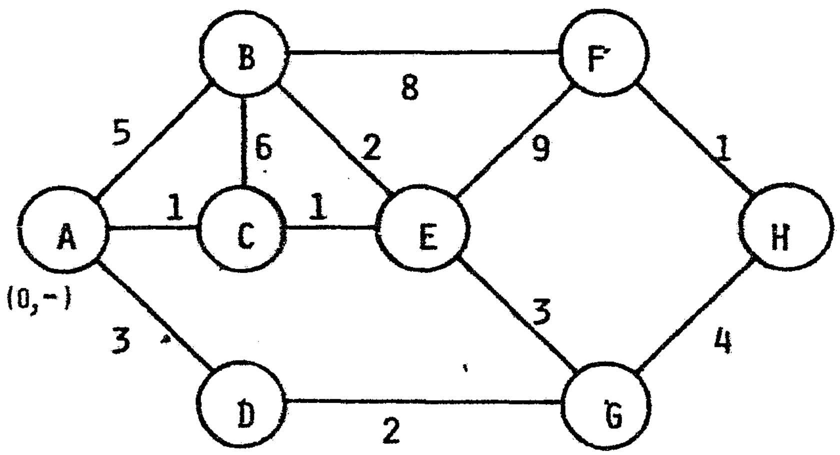
Ejemplo de la aplicación del algoritmo para obtener la ruta más corta de una red.

Dentro de las varias plantas de proceso que constituyen una refinería se encuentran la planta de desintegración catalítica. Se quiere enviar el producto de esta planta localizada en el nodo A, a los tanques de almacenamiento que se localizan en el nodo H. Existen varios caminos alternativos dentro de la refinería, que pasan por diversas plantas representadas en cada nodo. La distancia se indica en kilómetros y se desea saber cuál es el camino más corto entre la planta de desintegración catalítica y el área de almacenamiento.

La planta se representa en la figura:

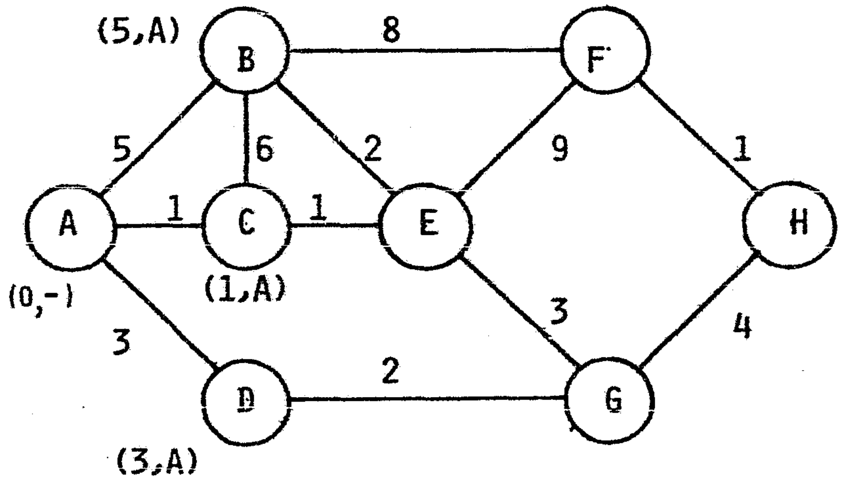


SOLUCION: *Aplicando el algoritmo se tiene. 1er. paso se etiqueta el nodo* A

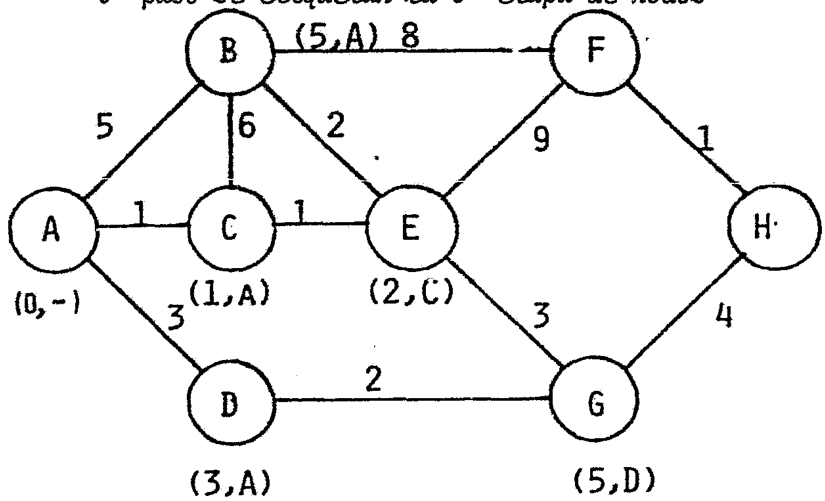


RUTA MAS CORTA

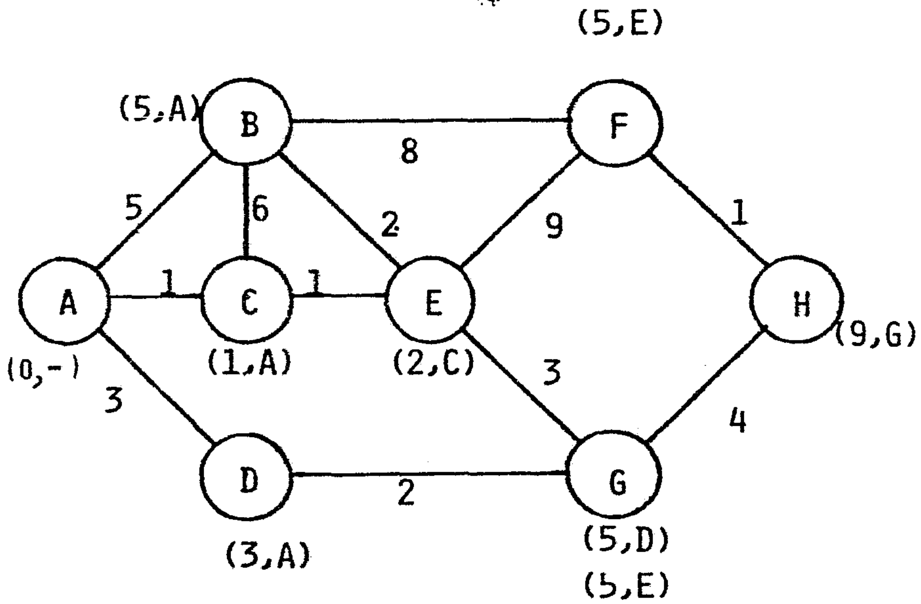
2° paso se etiquetan los nodos conectados con A



3° paso se etiquetan la 3° etapa de nodos



4° paso se etiquetan la última etapa de nodos.



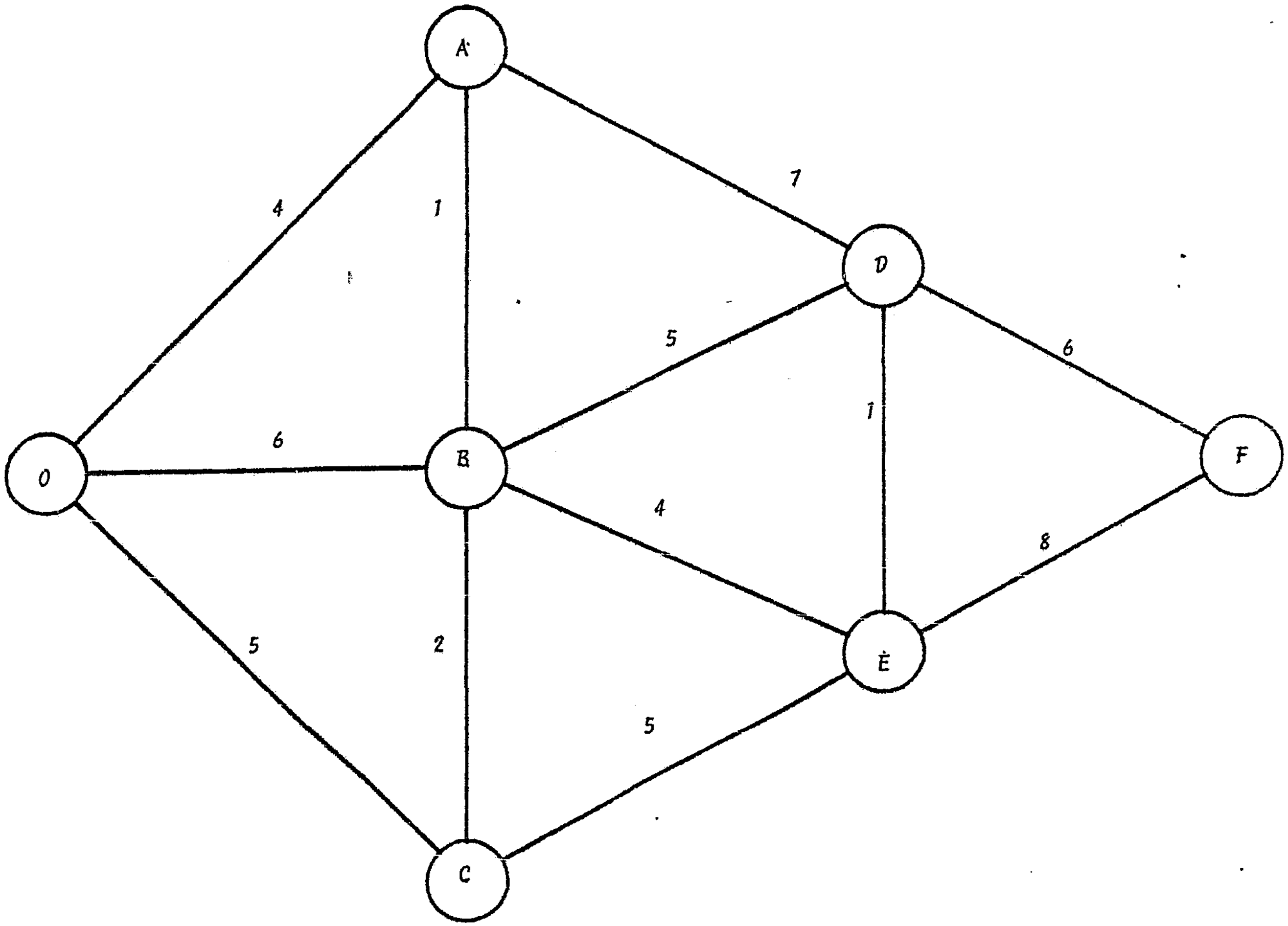
Como se etiquetó el nodo final , la ruta más corta es de 9 unidades de longitud (Kilometros para nuestro ejemplo) y esta puede ser obtenida por las rutas :

1) A-C-E-G-H

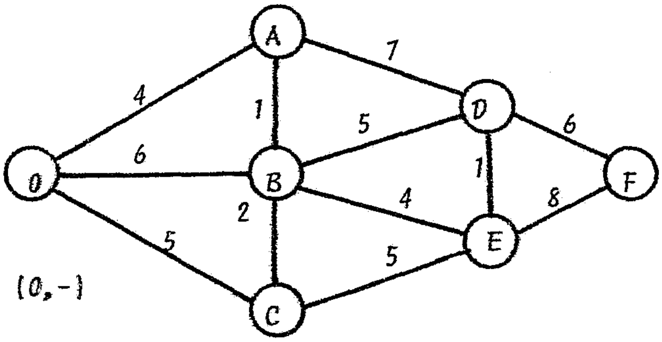
2) A-D-G-H

EJEMPLO 6-V

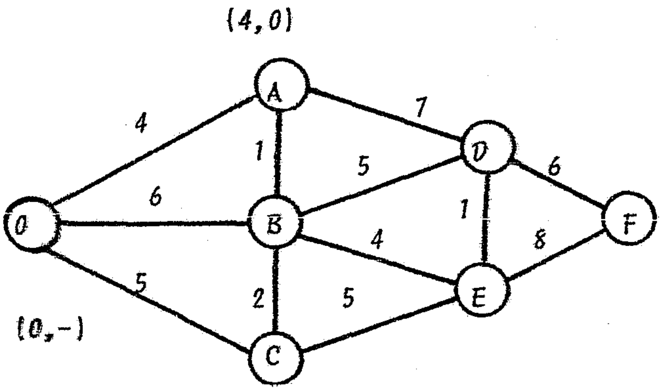
Encuentre la ruta más corta entre el nodo 0 y el nodo F de la si guiente red.



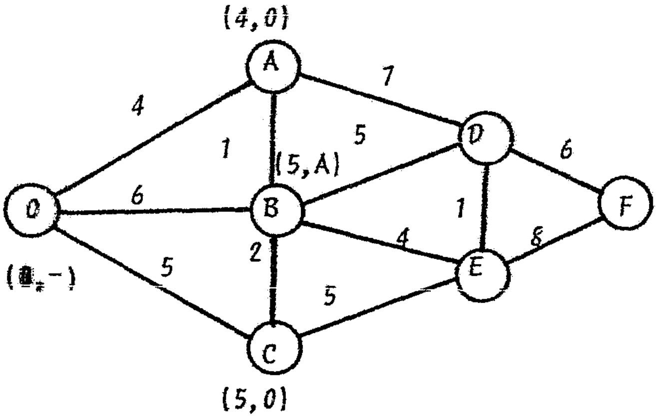
Solución del ejemplo 6-V aplicando el algoritmo de ruta más corta.



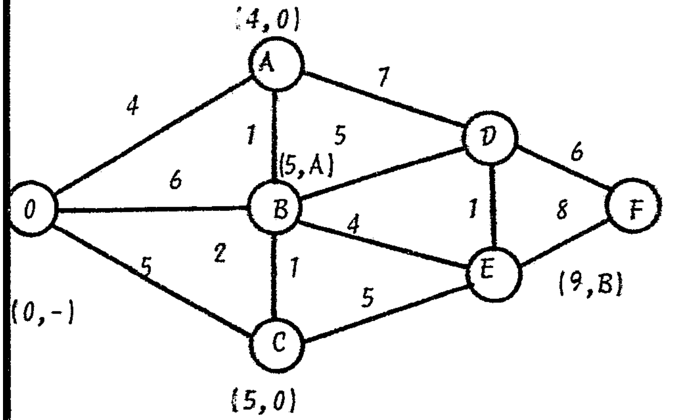
Se etiqueta el nodo 0 con (0,-). El nodo más cercano al 0 es el A; por lo tanto, se etiqueta este nodo con (4,0).



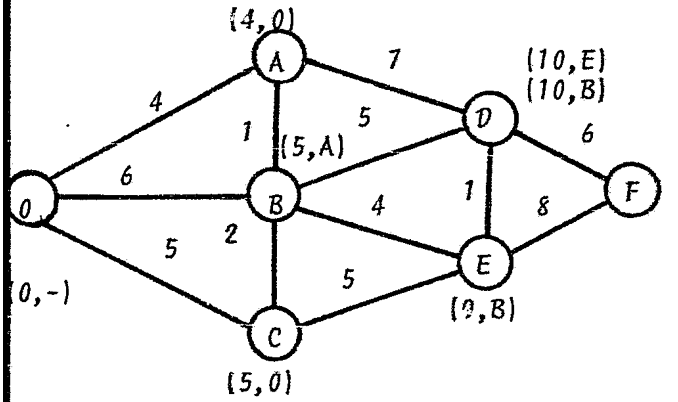
De aquí se tiene que los nodos más cercanos al origen son dos: B y C respectivamente con 5 unidades cada uno; por lo tanto, se etiquetan con (5,A), (5,0) cada uno respectivamente.



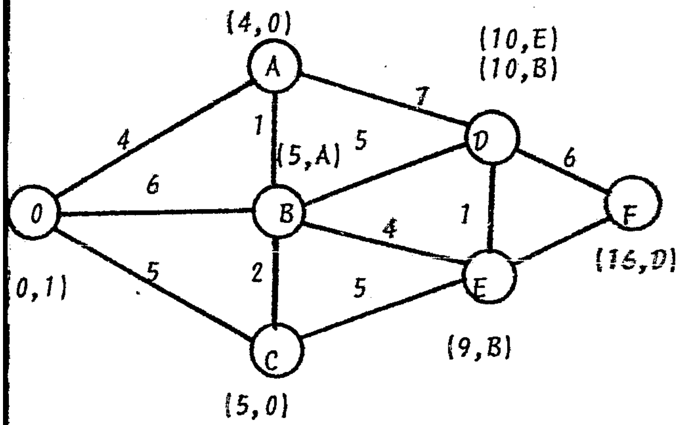
De aquí se tiene que el nodo más cercano al origen es el E conectado con B cuya distancia al origen es 9; por lo tanto, se etiqueta con (9,B).



Se continúa el proceso, que el nodo no etiquetado más cercano al origen es el D, ya sea por B o por E su distancia al origen es de 10 unidades; su etiqueta es (B,10) y (E,10)



Por último, el nodo F tiene una distancia al origen de 16, y el nodo que lo conecta es D; por lo tanto, su etiqueta queda (D, 16).



Como este fué el nodo final se obtuvo en este punto la ruta más corta, ésta puede ser por dos caminos los cuales son:

1) 0-A-B-D-F
2) 0-A-B-E-D-F

Los cuales tienen una longitud de 16 unidades ambos.

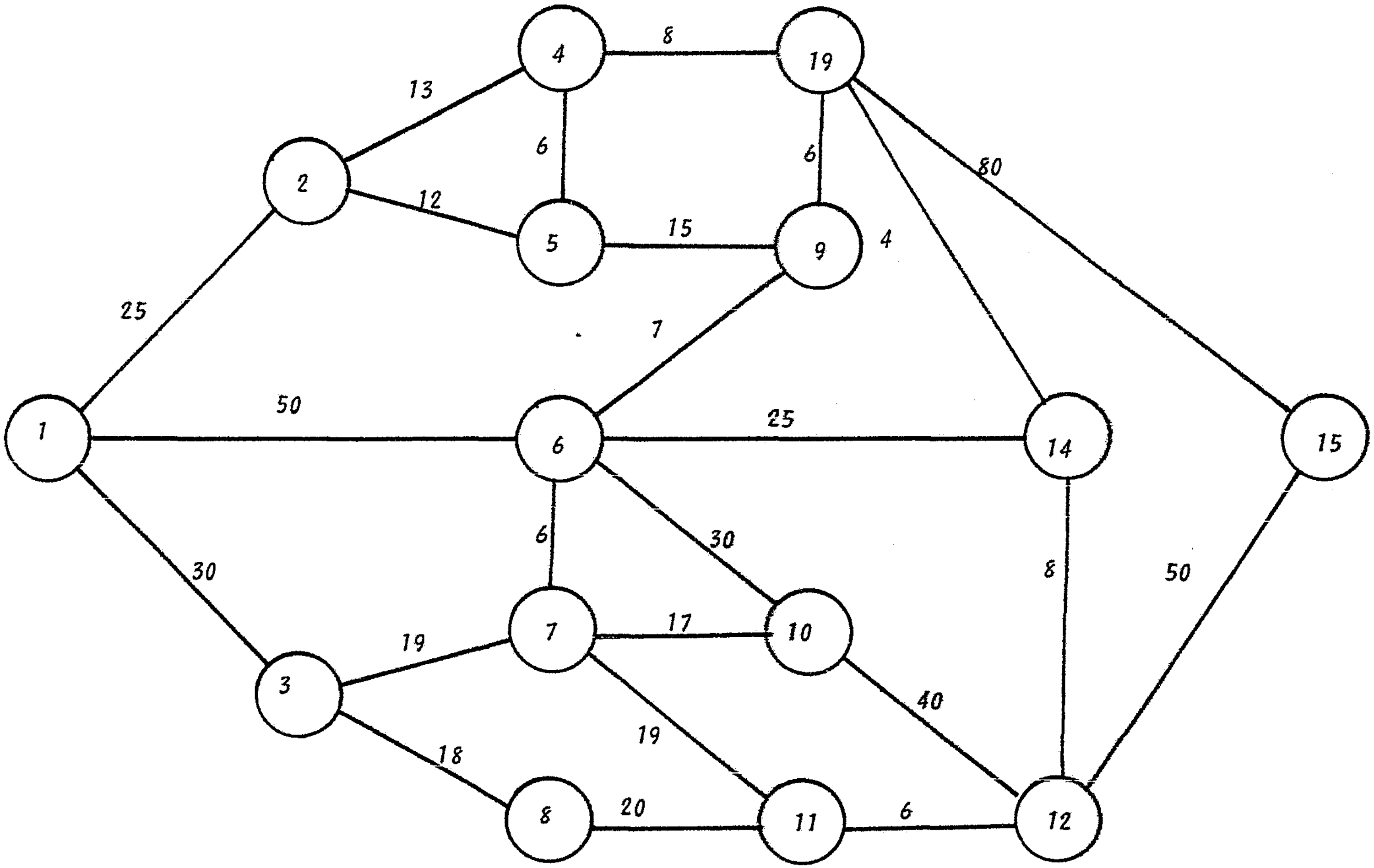
EJERCICIO 7-V

En México se da el caso curioso de que, para unir dos ciudades importantes, no existe más que una carretera en regular estado, sin embargo, para unir la capital con algunos pueblitos existen hasta - tres carreteras. Uno de estos casos es el de el D. F. y Valle de - Bravo. Un residente de Valle de Bravo desea transladar ciertos artículos desde el D. F. para todos los posibles caminos, desea determinar la ruta que consuma menos tiempo, que no necesariamente es la más corta en distancia. Los tiempos promedios entre el D. F. - (nodo 1) y las poblaciones intermedias, indicadas en los demás nodos, hasta Valle de Bravo (nodo 15) se muestran en minutos.
¿ Cúal es la ruta que se debe seguir desde (1) hasta (15) ?

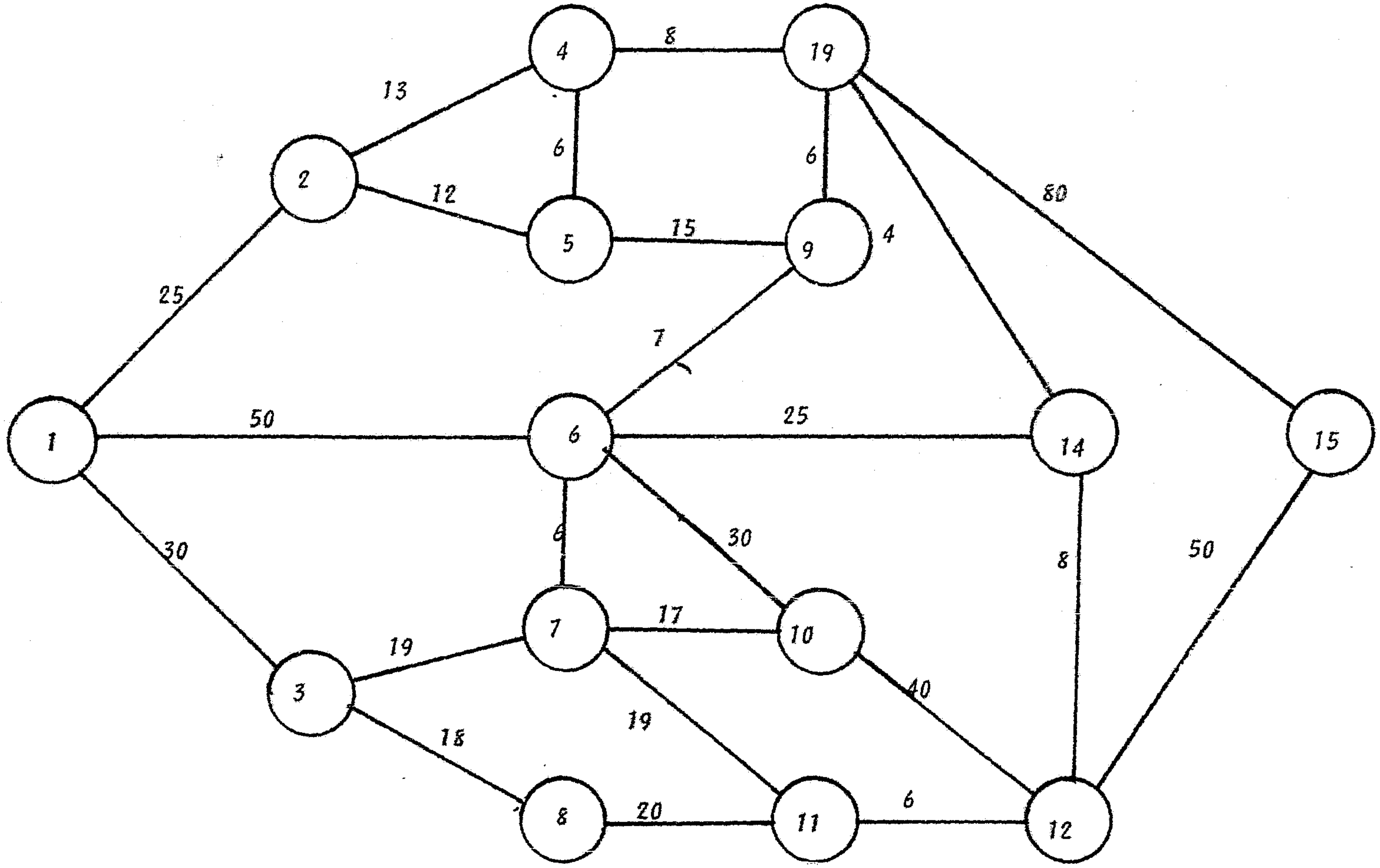
A continuación se presenta esta red carretera con sus tiempos así como otra para establecer la solución.

EJERCICIO 7-V

Red de la carretera de Valle de Bravo a México. (Tiempo en minutos.)

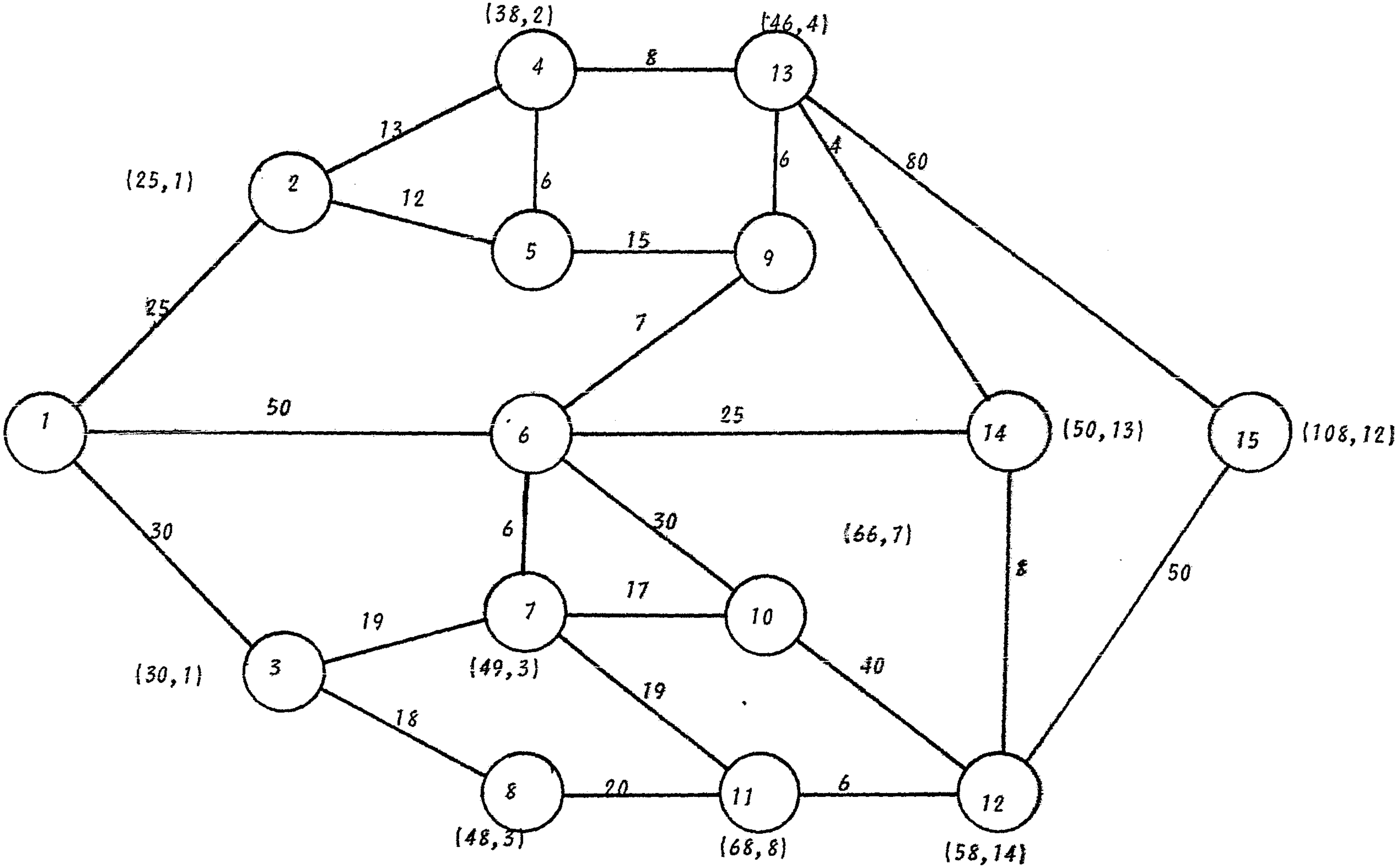


GRAFICA PARA LA SOLUCION DEL EJERCICIO 7-V



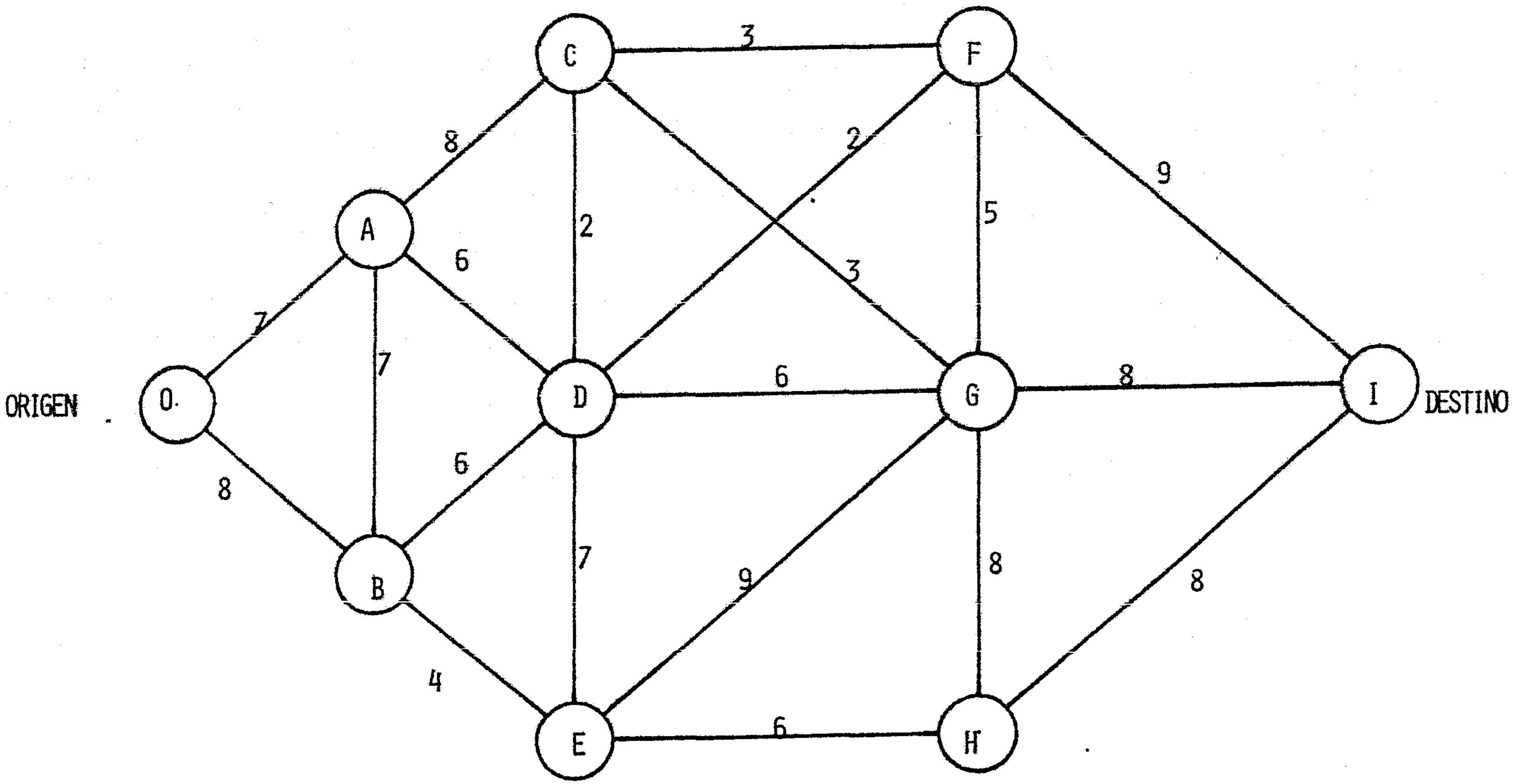
SOLUCION DEL EJERCICIO 7-V

La ruta más corta es: 1-2-4-13-14-12-15, la cual se logra en 108 minutos.

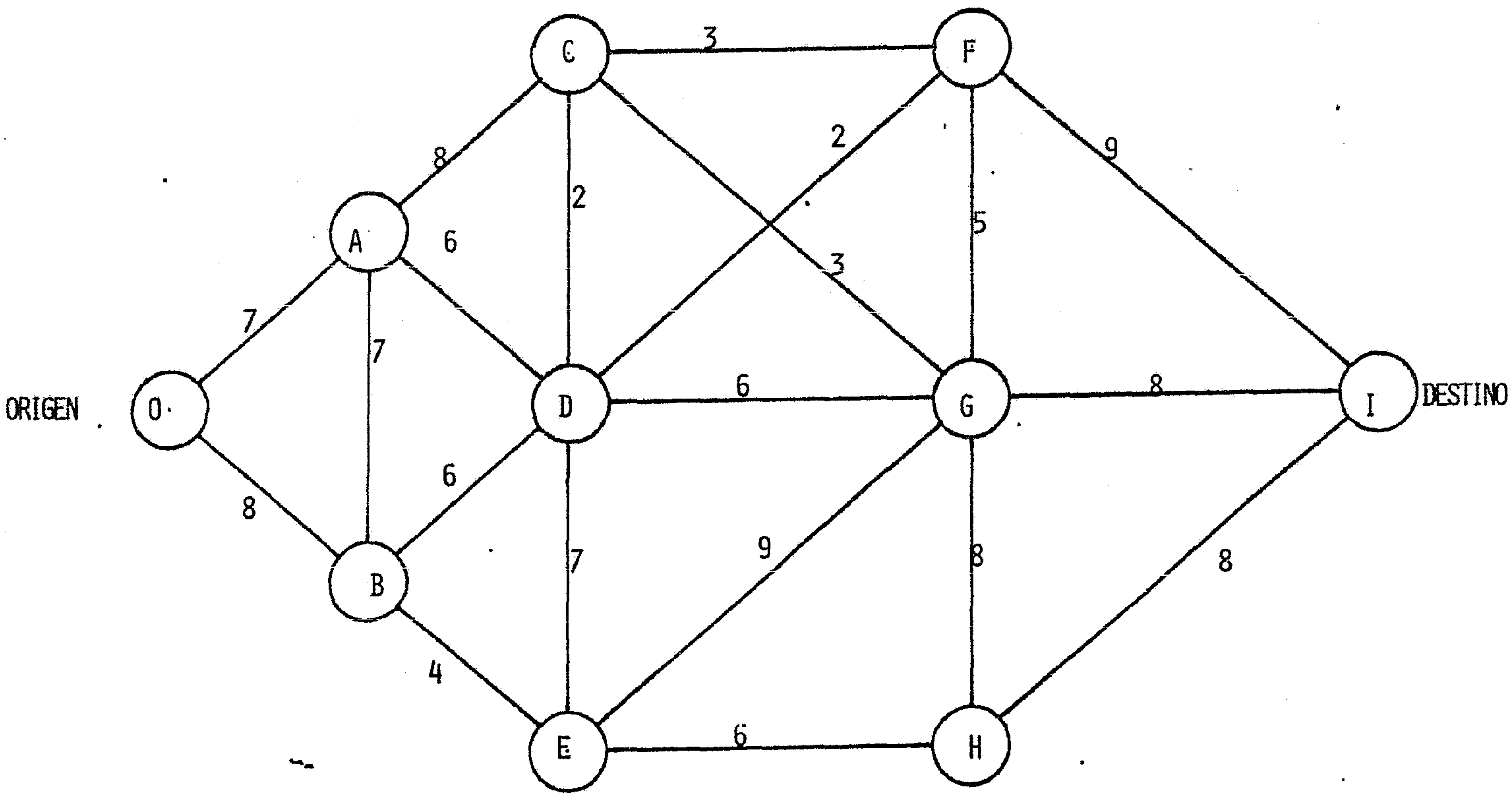


EJERCICIO 8-V

Encuentre la ruta más corta entre el nodo 0 y el nodo I.

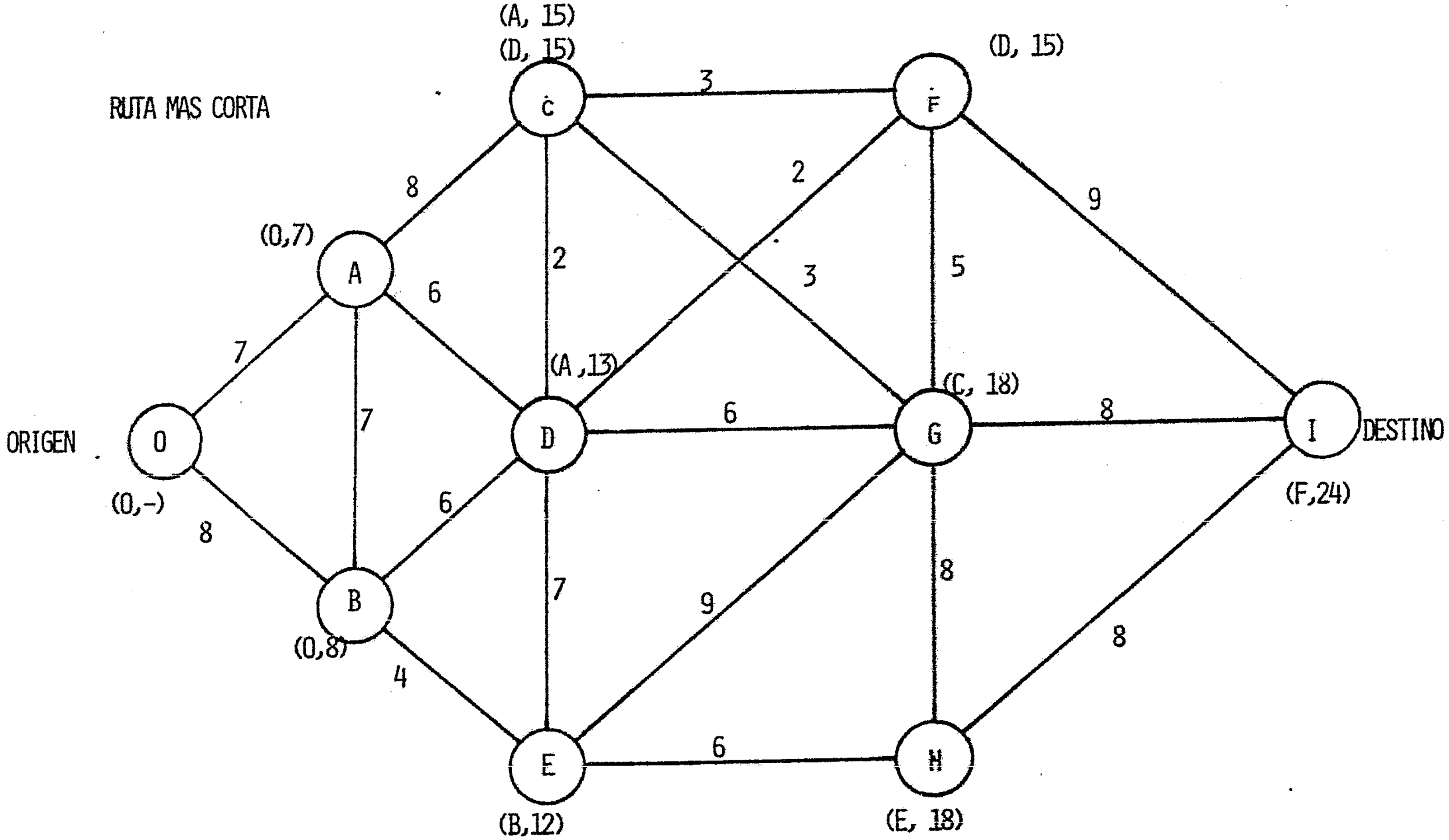


Gráfica para la solución del Ejercicio 8-V



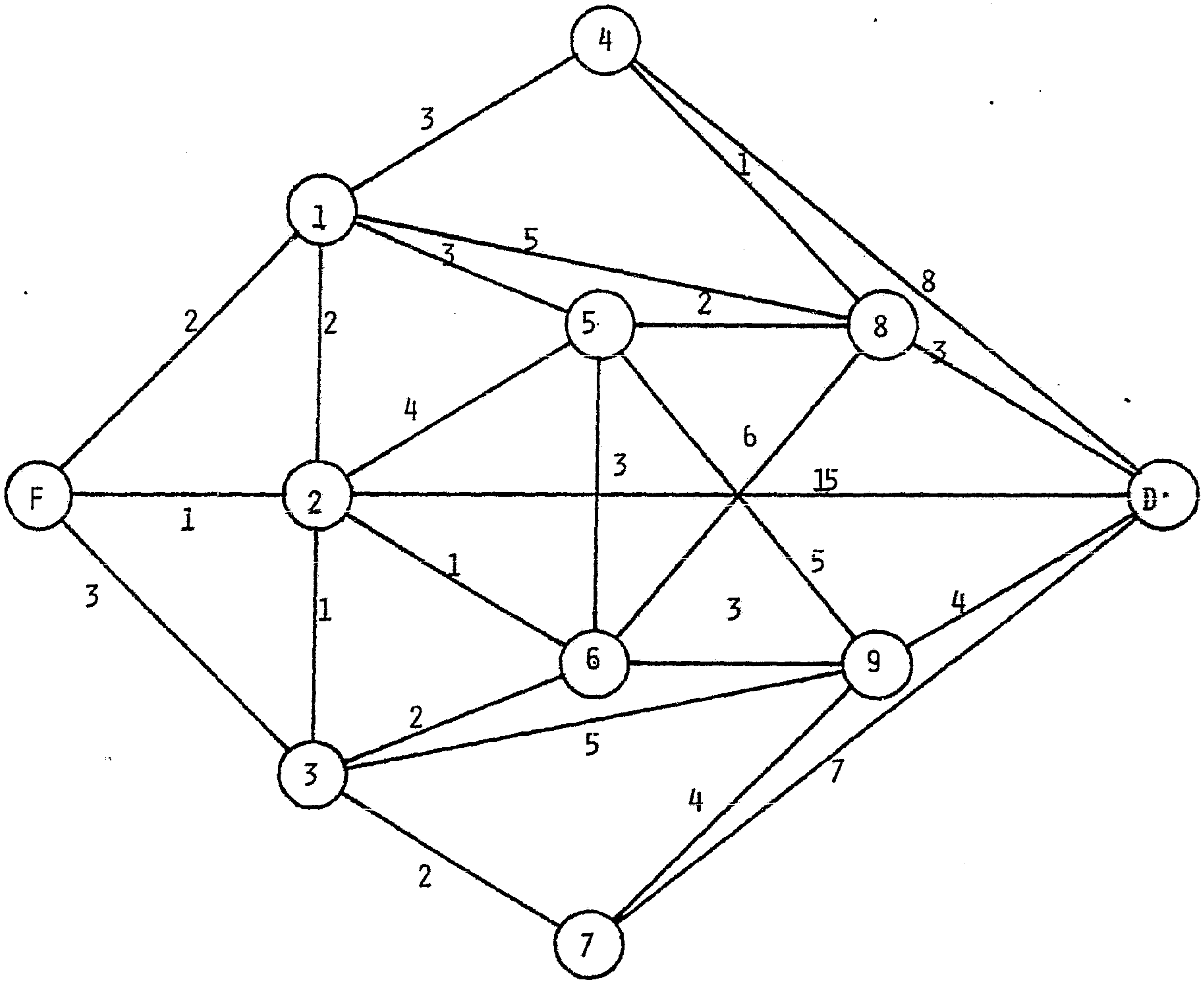
<u>*Solución del Ejercicio 8-V.*</u>

La ruta más corta entre el nodo 0 y el nodo I es: 0-A-D-F-I
con un cargo de 24 unidades

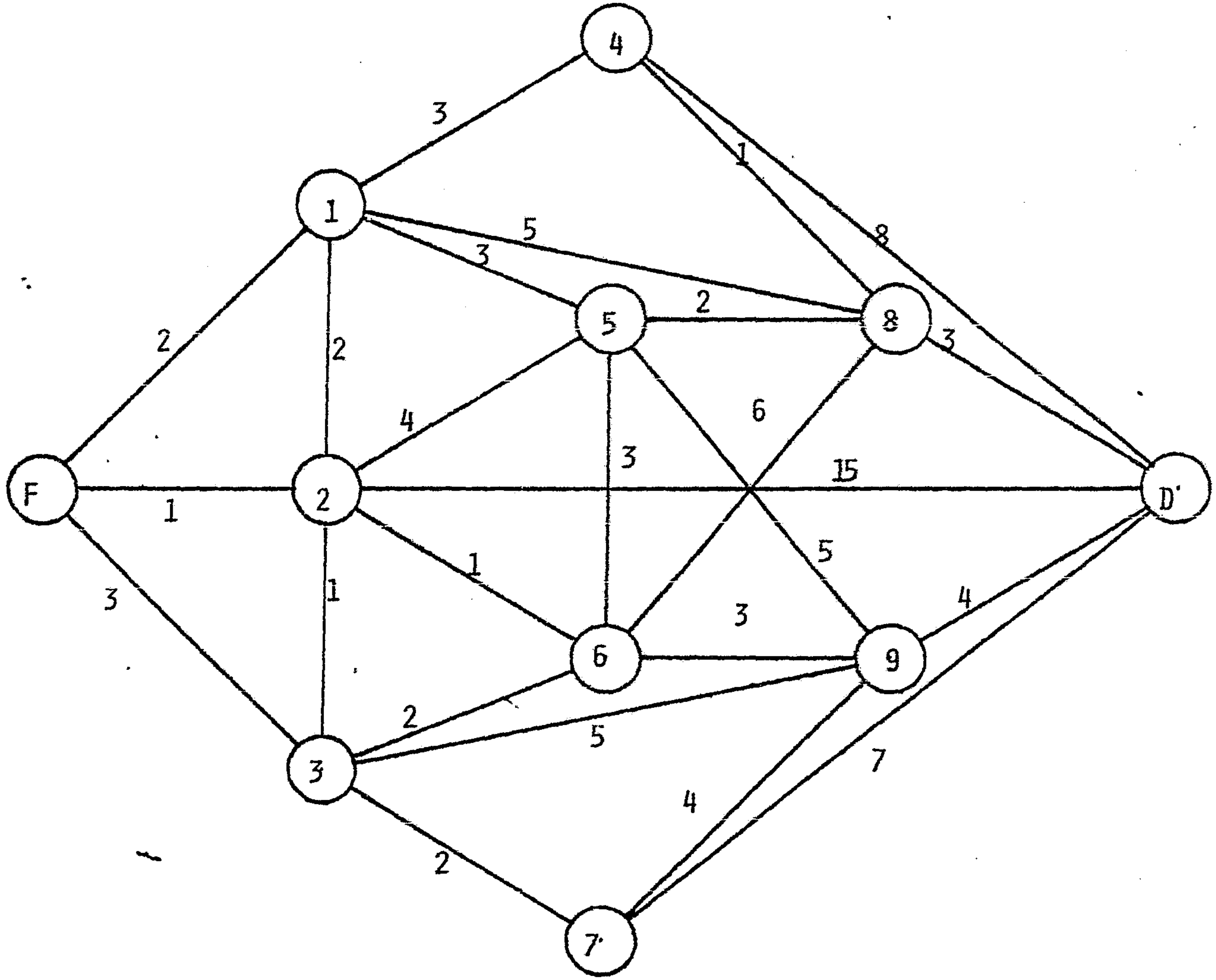


EJERCICIO 9-V

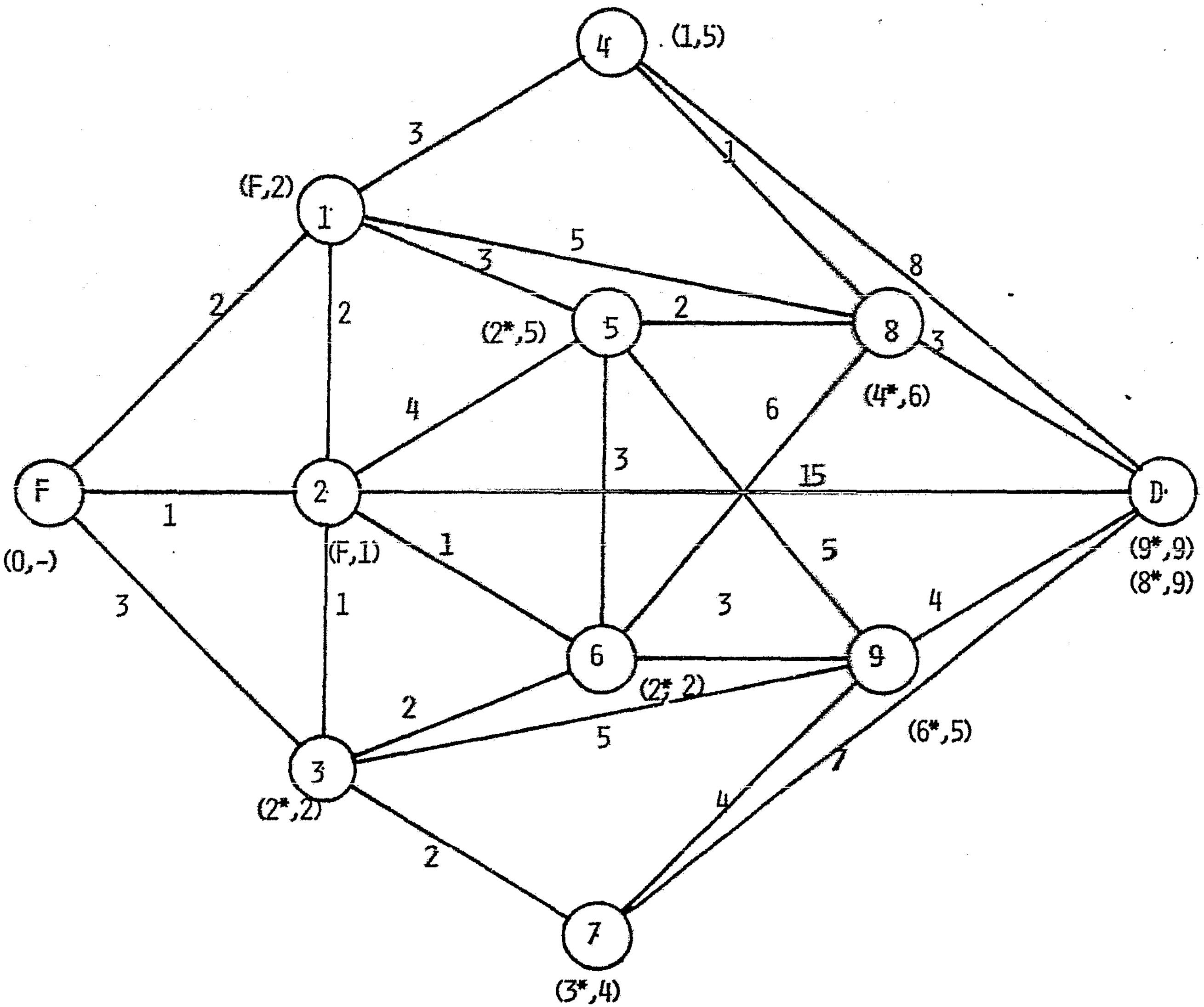
Encuentre la ruta más corta entre el nodo F y el nodo D.



Gráfica para la solución del Ejercicio 9-V.



Solución del Ejercicio 9-V. Las rutas más cortas de la red son: 1) F-2-6-9-D
2) F-1-4-8-D



PROBLEMAS DE RUTA CRITICA

INTRODUCCION

El algoritmo de la ruta crítica es una de las técnicas más usadas para planear, programar y controlar las tareas de proyectos complejos, tanto en dependencias gubernamentales como en la industria. Permitiendo identificar en cuales tareas hay que tener especial atención pues estas limitan la ejecución de todo el proyecto, esto se hace con el fin de lograr la terminación del proyecto en un tiempo mínimo al menor costo.

El algoritmo de la ruta crítica requiere del tiempo de duración de cada una de las actividades a programar, así como de curvas o gráficas que relacionen el tiempo de duración de cada actividad con el costo de estas. Este algoritmo fue creado para utilizar únicamente tiempos determinísticos para la duración de cada actividad.

ALGUNOS CONCEPTOS ESPECIALES DEL ALGORITMO DE RUTA CRITICA

Tiempo de comienzo más próximo de una actividad es el tiempo estimado de inicio de una actividad, si las actividades precedentes se inician lo más temprano posible.

El tiempo de terminación más lejano de una actividad es el último tiempo en que puede ocurrir el inicio de la actividad sin retrazar la duración del proyecto.

La holgura total de una actividad es la diferencia entre su tiempo de terminación más lejano y la suma de el comienzo más próximo y la duración de la actividad. Esto es utilizando las iniciales de cada uno de estos conceptos.

$$HT = T\ T\ L - (CP + D)$$

La ruta crítica de un proyecto en la ruta a lo largo de la red, - para la cual todas las actividades tienen holgura cero.

-0-

La técnica de la Ruta Crítica (C.P.M. Critical Path Method) reduce el examen de un proyecto en tres grandes etapas :

a) Descomposición del proyecto en un conjunto de tareas individuales o acontecimientos y su conexión en una gráfica lógica.

b) Estimación de la duración de cada tarea y de los recursos que requiere, creación de una calendarización y determinación de aquellas tareas que son predominantes para la realización de el proyecto.

c) Reasignación de tiempos para mejorar el uso del capital a emplear.

Las ventajas que ofrece el uso de esta técnica pueden ser resumidas como :

a) Obliga a una completa planificación de las tareas.

b) Aumenta la coordinación.

c) Identifica los sitios pertubadores; frecuentemente con anticipación, y la responsabilidad de los puntos cruciales.

d) Facilita la transmisión de la información en los cambios directivos y es una valiosa ayuda en la preparación de órdenes.

e) Indica los tiempos óptimos de inicio y fin para cada actividad de un trabajo.

f) Sugiere donde deberían ensayarse otros métodos.

Los pasos para obtener la Ruta Crítica son los siguientes:

1) Conocer las tareas del proyecto al cual se le aplicará el método de la Ruta Crítica.

2) Listar las actividades del proyecto. Aquí hay que mediar en el grado de precisión con que éstas son descritas pues pueden ser demasiadas o muy pocas (perdiendo la finalidad).

3) Establecer una matriz de secuencia; esto es, brindar de una forma clara la lista de actividades y en cada una de ellas, las actividades que le siguen.

4) A partir de la matriz de secuencia, establecer una red de actividades, en la cual cada arco es una actividad (un método alternativo puede ser el que las actividades se encuentren en los nodos, pero, requiere de otros métodos de cálculo); aquí, se puede presentar el caso de necesitar crear actividades ficticias con una duración de cero, para relacionar adecuadamente todas las actividades (esto es cuando una actividad específica debe anteceder a otra actividad sin que tenga lugar ninguna tarea entre ambas).

5) Numerar los nodos. Esto nos proporciona una forma fácil de manipulación de éstos para identificarlos.

6) Determinación de la duración de las actividades. En este paso se procede a otorgar a cada una de las actividades un tiempo de duración; esto se hace por medio de la experiencia en proyectos anteriores. El método requiere que se establezca una cifra determinada.

7) Se procede a calcular el tiempo de comienzo más próximo. Esto se hace empezando la primera actividad en la fecha más temprana; aquí se irá sumando la duración de cada actividad al Tiempo de Comienzo más Próximo de la actividad precedente. En los nodos en los cuales concurran dos o más actividades se escogerá el tiempo mayor de los que resulten al sumarlas, el tiempo de comienzo más próximo del nodo inicial más la duración de cada una de las actividades que concurran a ese nodo.

8) Se debe calcular el tiempo de terminación más lejano. Esto se principia tomando el Tiempo de Comienzo más Próximo que concurra en el último nodo y sustrayéndole la duración de esa actividad, repitiendo este proceso hasta haber barrido toda la red. En los nodos en los cuales hayan nacido dos o más actividades se toma el menor tiempo que resulte de restar el Tiempo de Terminación más Lejano a la duración de cada una de las actividades que nacieron del nodo en cuestión.

9) Se procede a calcular la holgura total. Esto se logra efectuando la diferencia entre el Tiempo de Terminación más Lejano y el tiempo de comienzo más próximo aunado a la duración de la actividad.

10) Calcular la Ruta Crítica. El cálculo de la ruta crítica se hace estableciendo las actividades las cuales tienen una holgura total de cero; esto es, las que no tienen ninguna tolerancia en cuanto a tiempo. Es de uso común el marcar la Ruta Crítica en la red con línea más gruesa para hacerla resaltar del resto de actividades que no pertenecen a ésta.

El seguir estos pasos metódicamente asegura el llegar a obtener resultados positivos en el cálculo de la Ruta Crítica, en cualquier proyecto con un fin determinado. Es de mencionar que existen programas de computadora que hacen esto más eficientemente y que son de uso común.

Un proceso alterno al anterior es el llenar la tabla que se presenta en el ejemplo siguiente, siguiendo los mismos pasos establecidos con excepción del paso 4 el cual no será tomado en cuenta, procediendo a llenar cada una de las columnas en los pasos que así lo indiquen.

EJEMPLO 7-V

Ejemplo del uso de los pasos para obtener la Ruta Crítica:

1) Conocer el proyecto al cual se aplicará el método de la ruta crítica; ej. la construcción de una casa.

2) Listar las actividades de este proyecto.

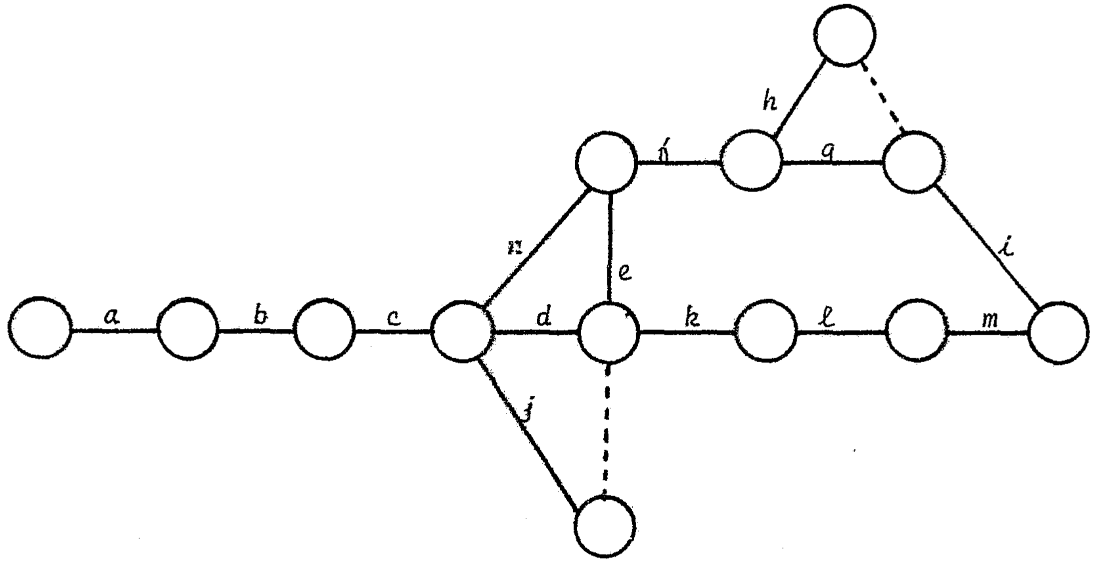
a) Excavación para los cimientos
b) Cimentación
c) Levantar paredes
d) Albañilería exterior
e) Albañilería interior y plomería
f) Enyesado de paredes
g) Acabado de pisos
h) Pintura interior
i) Acabado interno
j) Tendido de techos
k) Herrería
l) Pintura exterior
m) Acabados exteriores
n) Instalación eléctrica

Ordenando estas actividades se obtiene la matriz de secuencias.

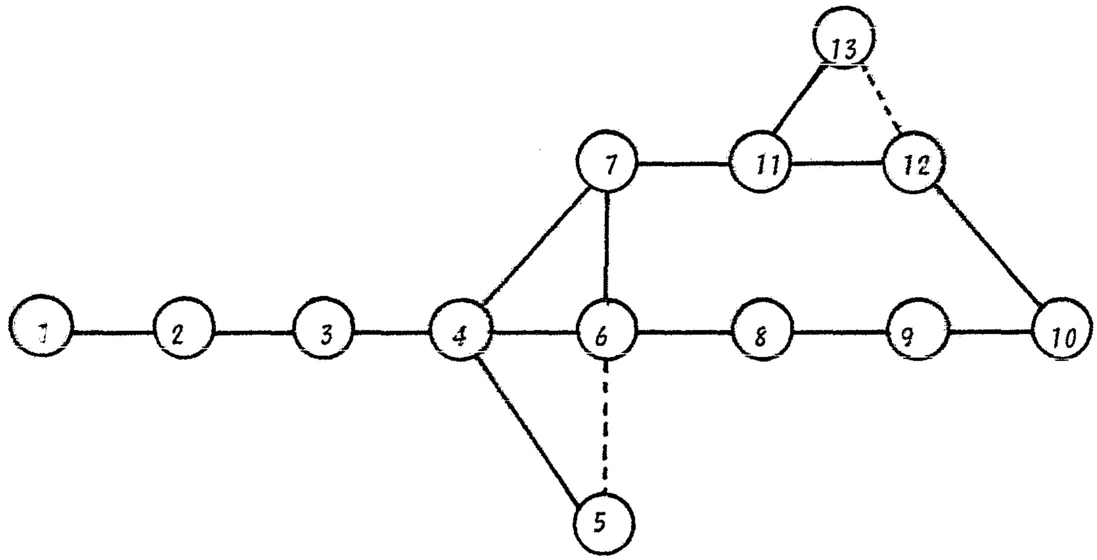
3) MATRIZ DE SECUENCIAS

Actividad	*Secuencia*
Inicio	*a*
a	*b*
b	*c*
c	*j, n, d*
d	*e, k*
e	*f*
f	*g, h*
g	*i*
h	*i*
i	*final*
j	*k*
k	*l*
l	*m*
m	*final*
n	*f*

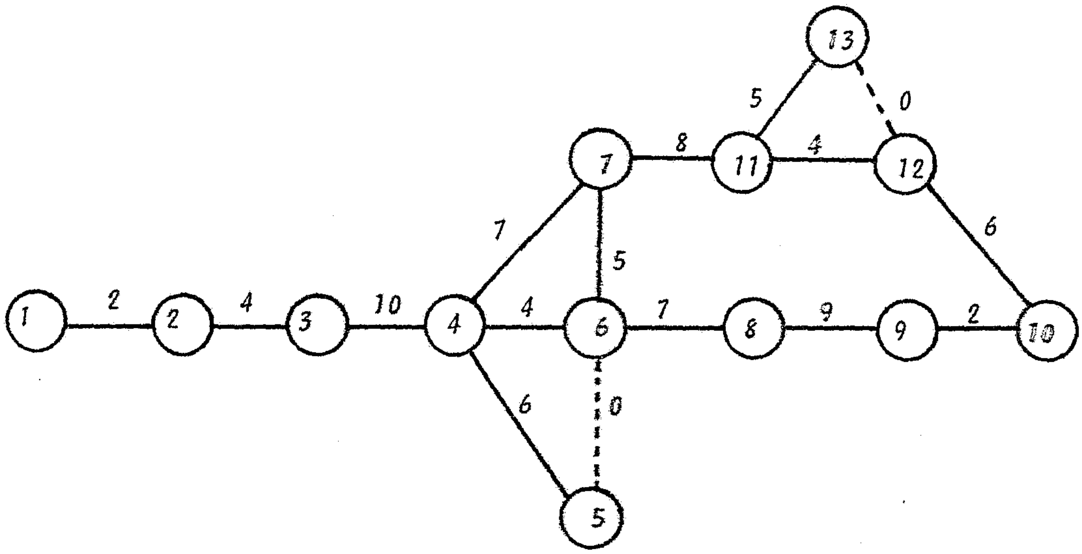
4) RED DE ACTIVIDADES



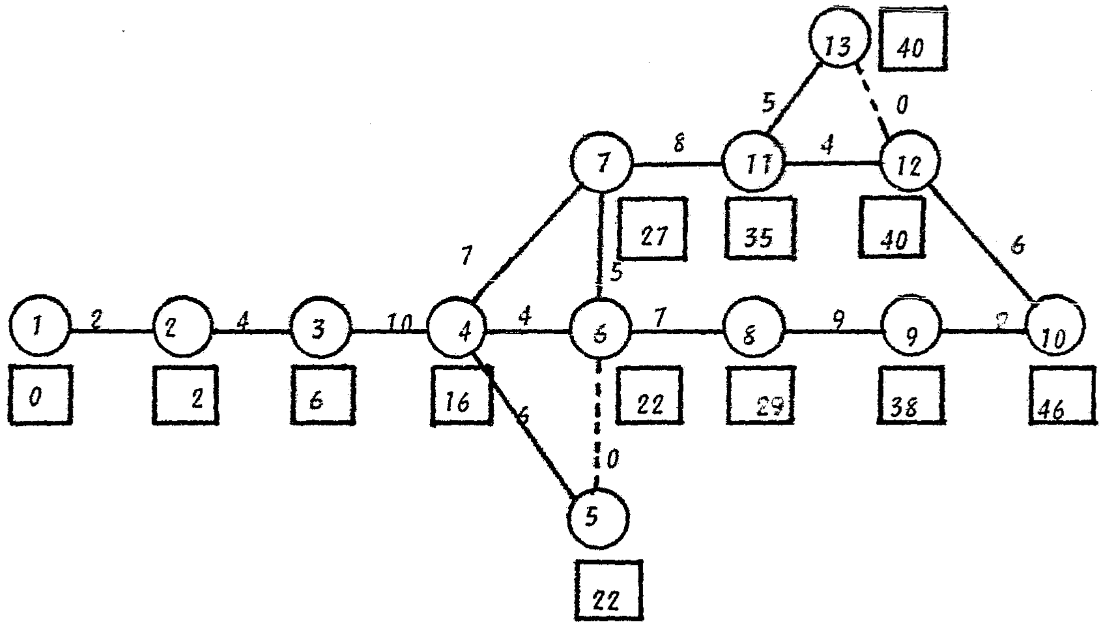
5) NUMERAR LOS NODOS



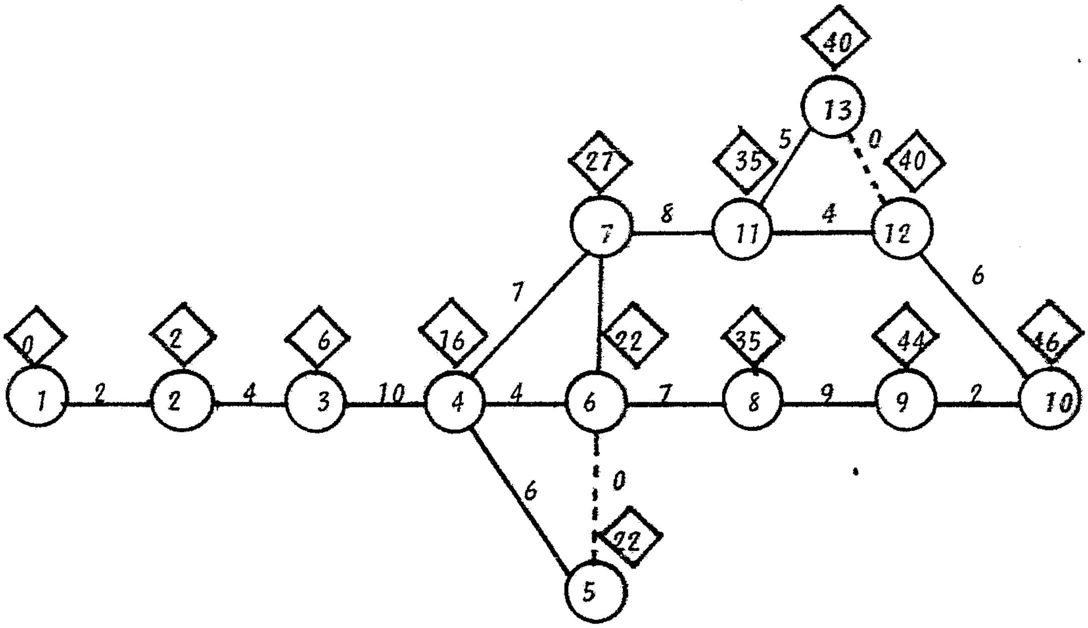
6) DETERMINAR LA DURACION DE LAS ACTIVIDADES



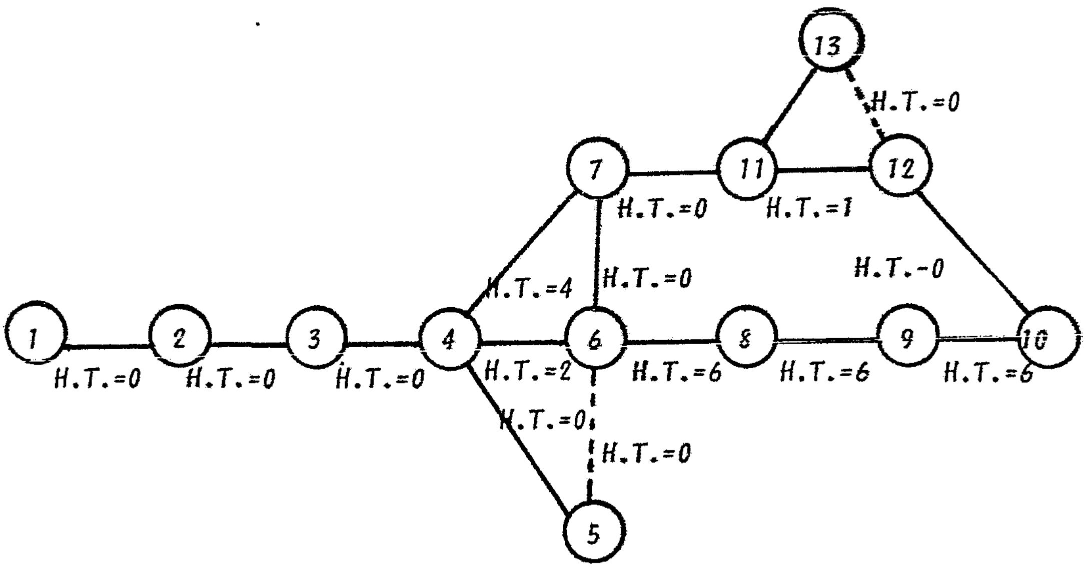
7) CALCULAR EL TIEMPO DE COMIENZO MAS PROXIMO



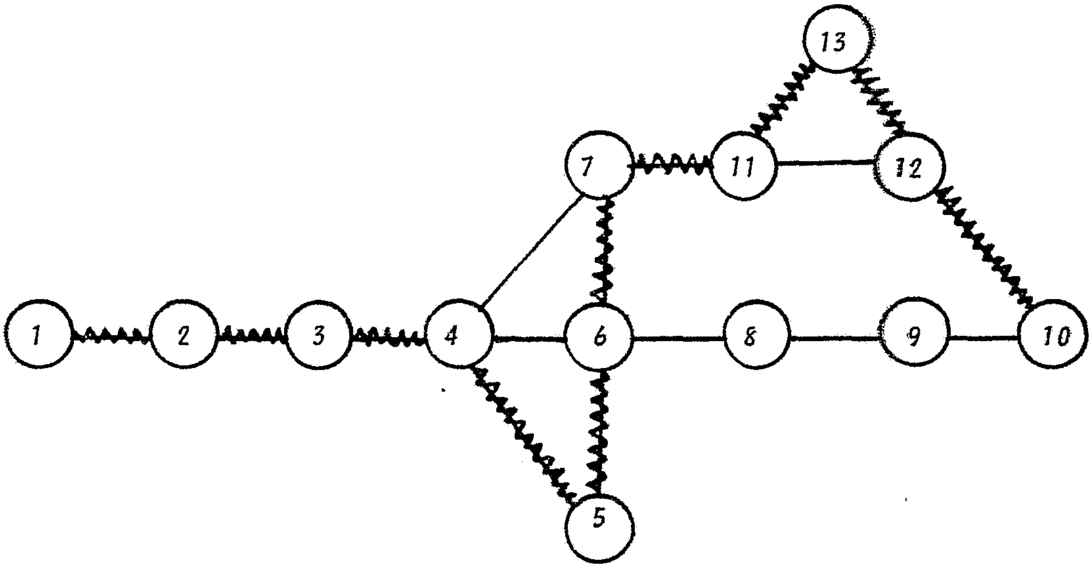
8) CALCULAR EL TIEMPO DE TERMINACION MAS LEJANO



9) CALCULAR LA HOLGURA TOTAL



10) CALCULAR LA RUTA CRITICA



A continuación se presenta una tabla para la concentración de los datos del problema anterior. Todos los datos pueden ser calculados dentro de esta tabla, incluso el definir la secuencia de actividades que determinan la ruta crítica. Una de las actividades que se pierden al hacer uso de esta tabla es la visualización de las relaciones entre actividades; las cuales son fácilmente perceptibles en una red. En esta tabla se contemplan dos nuevos conceptos que son:

- Tiempo de terminación más próximo - el cual es el tiempo más próximo en el que se puede determinar una actividad. Para el cálculo de este tiempo se procede a sumar la duración de la actividad al comienzo próximo.

- Comienzo más lejano - es el tiempo más lejano en el que se puede empezar una actividad sin que afecte a la terminación del proyecto. Esta cantidad se calcula restando la duración al tiempo de terminación más lejano.

De aquí se desprende que otras formas de cálculo de la holgura total son la diferencia entre el tiempo de terminación más lejano y el tiempo de terminación más próximo, así como la diferencia entre el comienzo más lejano y el comienzo más próximo.

CALCULOS DE LA RUTA CRITICA

Act.	Dur.	Más Próximo		Más Lejano		Holg.
		comienzo	terminación	comienzo	terminación	
(i,j)	D_{ij}	CP_i □	TP_{ij}	CL_{ij}	TL_j ◇	HT_{ij}
1.2	2	0	2	0	2	0*
2.3	4	2	6	2	6	0*
3.4	10	6	16	6	16	0*
4.5	6	16	22	16	22	0*
4.6	4	16	20	18	22	2
4.7	7	16	23	20	27	4
5.6	0	22	22	22	22	0*
6.7	5	22	27	22	27	0*
7.11	8	27	35	27	35	0*
6.8	7	22	29	28	35	6
8.9	9	29	38	35	44	6
9.10	2	38	40	44	46	6
11.12	4	35	39	36	40	1
11.13	5	35	40	35	40	0*
12.10	6	40	46	40	46	0*
13.12	0	40	40	40	40	0*

* Actividad Crítica

EJERCICIO 10-V

Obtener la ruta crítica de un proyecto de construcción de un proyectil balístico intercontinental. A continuación se dan las actividades así como la duración de cada una de ellas en días.

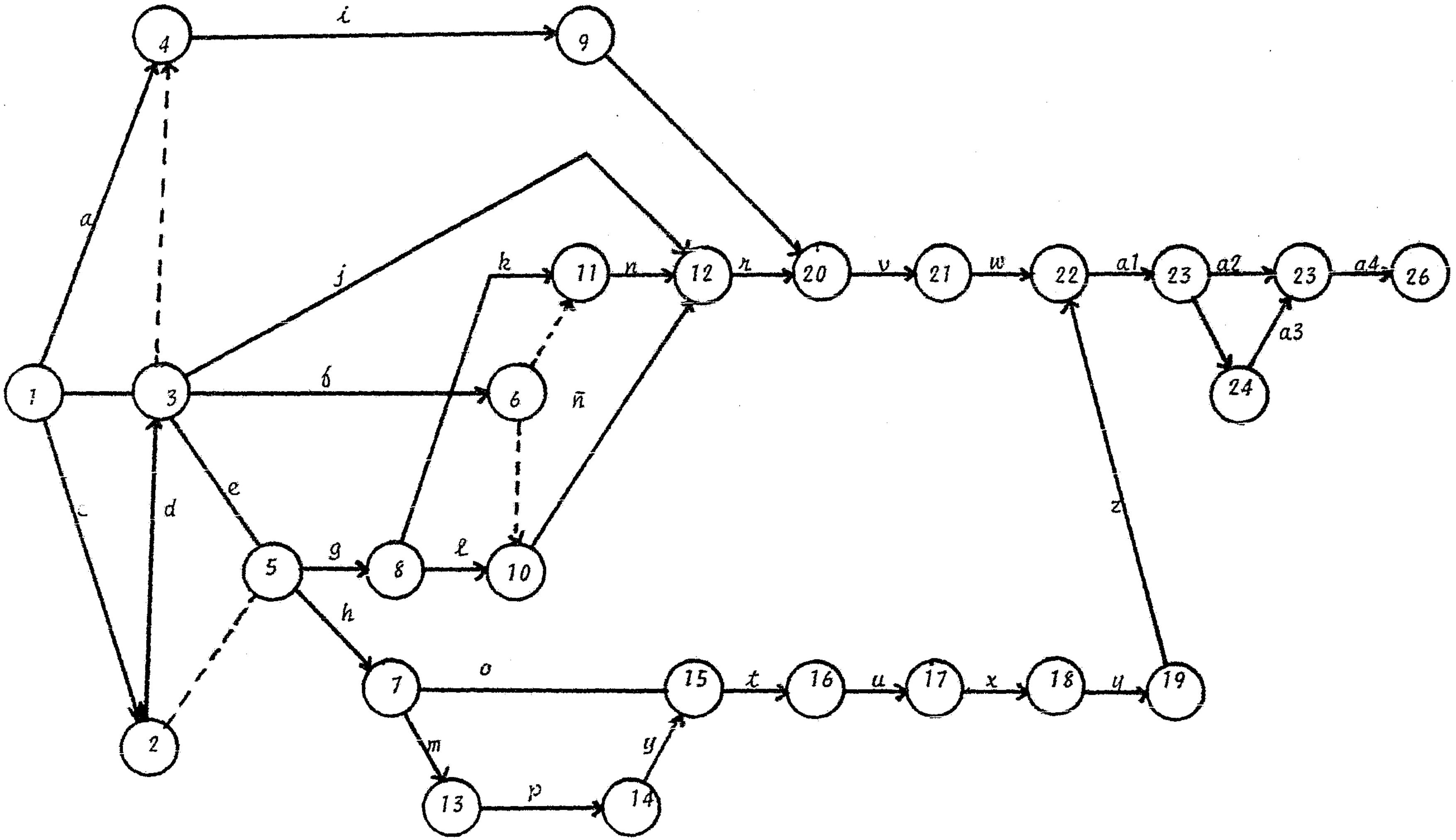
Nombre	Descripción	Duración
a.	Diseñar plataforma estable.	20
b.	Negociar contrato.	10
c.	Análisis del sistema.	15
d.	Establecer especificaciones.	10
e.	Contratar diseñadores adicionales.	20
f.	Conseguir material del armazón y giro.	8
g.	Diseñar y trazar plataforma estable.	25
h.	Diseñar y trazar paquete electrónico.	5
i.	Conseguir plataforma estable.	40
j.	Conseguir plataforma estable y partes de ensamblar.	30
k.	Dibujar el armazón.	8
l.	Dibujar giro.	18
m.	Diseñar tabla para amasar.	8
n.	Fabricar armazón.	15
ñ.	Fabricar giro.	45
o.	Diseñar prototipo del paquete eléctrico (fase 1).	45
p.	Fabricar tabla para amasar.	5
q.	Instalar plataforma estable.	10
r.	Ensamblar plataforma.	10
s.	Probar tabla para amasar.	5
t.	Diseñar prototipo del paquete eléctrico (fase 2).	5
u.	Conseguir las partes eléctricas especiales.	3
v.	Probar plataforma estable.	20

Nombre	Descripción	Duración
w	Mover plataforma estable al sistema de prueba de área.	1
x	Asamblar el prototipo del paquete eléctrico.	5
y	Probar paquete electrónico.	10
z	Mover el paquete electrónico al sistema de prueba de área.	1
a1.	Ensamblar y probar el sistema de guías.	10
a2.	Empacar el sistema.	2
a3.	Obtener aprobación militar.	10
a4.	Sistema de guía de barco.	1

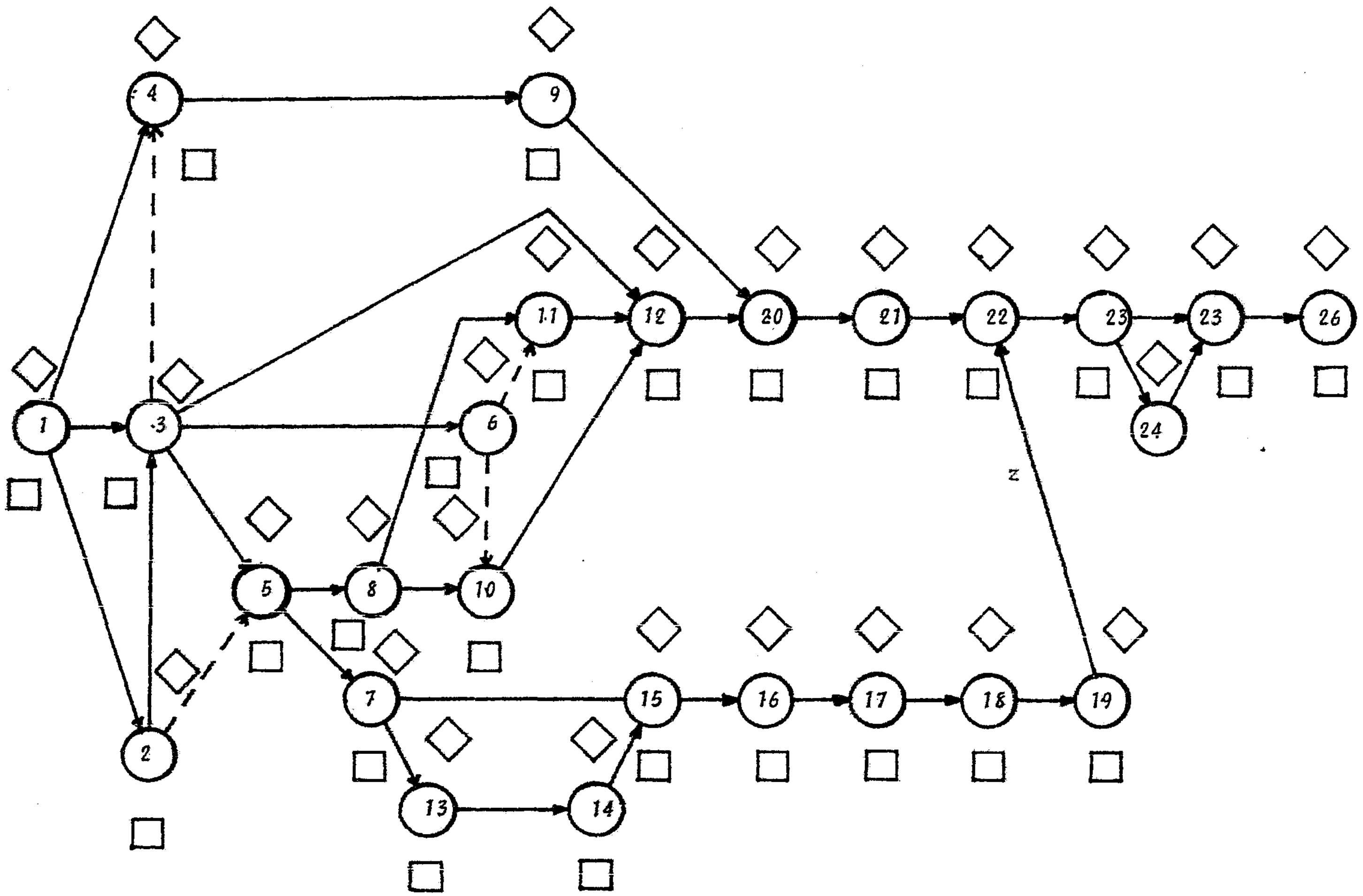
La secuencia de actividades se muestra en la figura siguiente.

Ejercicio 10-V

Secuencia de Actividades del Proyecto.



Gráfica para obtener la ruta crítica del Ejercicio 10-V.



EJERCICIO 10-V

TABLA PARA CONCENTRAR LOS CALCULOS DE LA RUTA CRITICA

Act.	Dur.	Más Próximo		Más Lejano		
		comienzo	terminación	comienzo	terminación	Holg.
(i,j)	D_{ij}	CP_i □	TP_{ij}	CL_{ij}	TL_j ◇	HT_{ij}

CALCULOS DE LA RUTA CRITICA

		Más Próximo		Más Lejano		
Act.	Dur.	comienzo	terminación	comienzo	terminación	Holg.
(i,j)	D_{ij}	CP_i	TP_{ij}	CL_{ij}	TL_j	HT_{ij}

EJERCICIO 10-V

SOLUCION: A CONTINUACION SE PRESENTA LA TABLA DE CONCENTRACION DE RESULTADOS:

CALCULOS DE LA RUTA CRITICA

Act.	Dur.	Más próximo		Más Lejano		Holg.
		comienzo	terminación	comienzo	terminación	
(i,j)	D_{ij}	CP_i	TP_{ij}	CL_{ij}	TL_j	HT_{ij}
1,2	15	0	15	0	15	0*
1,3	10	0	10	15	25	15
1,4	20	0	20	73	93	73
2,3	10	15	25	15	25	0*
2,5	0	15	15	45	45	30
3,4	0	25	25	93	93	68
3,5	20	25	45	25	45	0*
3,6	8	25	33	80	88	55
3,12	30	25	55	103	133	78
4,9	40	25	65	93	133	68
5,7	5	45	50	117	122	72
5,8	25	45	70	45	70	0*
6,10	0	33	33	88	88	55
6,11	0	33	33	118	118	85
7,13	8	50	58	122	130	72
7,15	12	50	62	128	140	78
8,10	18	70	88	70	88	0*
8,11	8	70	78	110	118	40
9,20	10	65	75	123	143	68
10,12	45	88	133	88	133	0*
11,12	15	78	93	118	133	40
12,20	10	133	143	133	143	0*

* Actividad crítica

... CONTINUACION

CALCULOS DE LA RUTA CRITICA

Act. (i,j)	Dur. D_{ij}	Más Próximo comienzo CP_i □	Más Próximo terminación TP_{ij}	Más Lejano comienzo CL_{ij}	Más Lejano terminación TL_j ◇	Holg. HT_{ij}
13,14	5	58	63	130	135	72
14,15	5	63	68	135	140	72
15,16	5	68	73	140	145	72
16,17	3	73	76	145	148	72
17,18	5	76	81	148	153	72
18,19	10	81	91	153	163	72
19,22	1	91	92	163	164	72
20,21	20	143	163	143	163	0*
21,22	1	163	164	163	164	0*
22,23	10	164	174	164	174	0*
23,24	0	174	174	174	174	0*
23,25	2	174	176	182	184	8*
24,25	10	174	184	174	184	0*
25,26	1	184	185	184	185	

* Actividad Crítica

EJERCICIO 11-V

Se proyecta un programa de mantenimiento para el examen parcial de una unidad en un refinería de petróleo, habiéndose establecido la siguiente lista de actividades.

NOMBRE	DESCRIPCION	DURACION (Hr.)
	-- Refrigerador N°. 1 --	
A	Desmontar el haz de tubos del colector	16
B	Inspeccionar y calibrar el colector	16
C	Limpiar el haz de tubos	8
D	Reponer el haz de tubos	6
P	Ensayar el refrigerador	36
	-- Refrigerador N°. 2 --	
E	Verificar la presión	16
Q	Reponer las tuberías después de la verificación	12
	-- Entradas Inferiores --	
F	Desmontaje y reparación	40
R	Montar de nuevo	8
	-- Intercambiador de calor --	
H	Desmontar el haz de tubos del colector	16
K	~~Inspeccionar y calibrar el colector~~	16
L	Colocar los tubos de recambio en el haz	24
M	Reponer el haz de tubos	8
S	Verificar y montar las tuberías	16

-- Varios --

U	Preparación general antes de empezar cualquier tarea	24
G	Regeneración del catalizador	24
N	Verificación de las tuberías auxiliares	4
T	Limpieza del puesto después de finalizar todas las operaciones	8

Los trabajos relativos a los dos refrigeradores, entradas inferiores, tuberías auxiliares e intercambiador de calor; pueden realizarse simultaneamente, pero los dos últimos deben sólo esperar hasta que el catalizador haya sido regenerado.

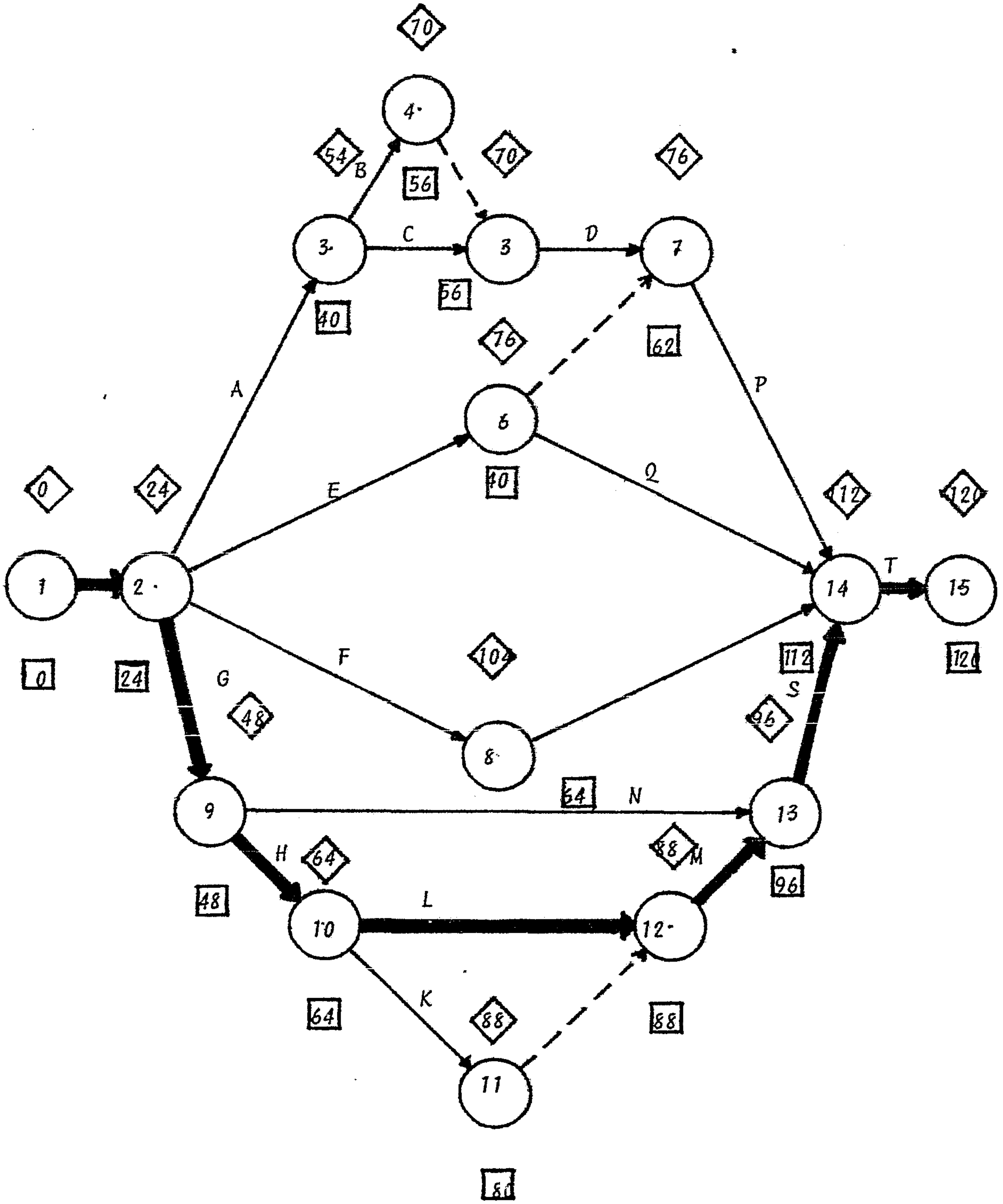
Las verificaciones deben programarse cuidadosamente. El refrigerador N°. 1 no debe ensayarse hasta que el N°. 2 esté en buenas condiciones, aunque no es necesario esperar a que se hayan montado de nuevo las tuberías del N° 2. No puede realizarse la verificación del intercambiador de calor mientras no se hayan probado las tuberías auxiliares. No se puede inspeccionar el colector de cada unidad hasta que no se haya desmontado el haz de tubos, y ninguna unidad puede verificarse mientras no se haya montado de nuevo.

Hacer el diagrama de flechas correspondiente y obtener la ruta crítica:

EJERCICIO 11-V

SOLUCION:

A continuación se proporciona la red con la asignación de actividades así como el cálculo de los CPM y los TML. Se proporciona, además, una tabla con todos los cálculos completos.



EJERCICIO 11-V

TABLA DE CONCENTRACION DE CALCULOS

Act. (i,j)	Dur. D_{ij}	Más Próximo comienzo CP_i □	Más Próximo terminación TP_{ij}	Más Lejano comienzo CL_{ij}	Más Lejano terminación TL_j ◇	Holgura total HT_{ij}
1,2	24	0	24	0	24	0*
2,3	16	24	40	38	53	14
2,6	16	24	40	60	76	36
2,8	40	24	64	64	104	40
2,9	24	24	48	24	48	0*
3,4	16	40	56	54	70	14
3,5	8	40	48	62	70	22
4,5		56	56	70	70	14
5,7	6	56	62	70	76	14
6,7		40	40	76	76	36
6,14	12	40	52	100	112	60
7,14	36	62	98	76	112	14
8,14	8	64	72	104	112	40
9,10	16	48	64	48	64	0*
9,13	4	48	52	92	96	44
10,11	16	64	80	72	88	8
10,12	24	64	88	64	88	0*
11,12		80	80	88	88	8
12,13	8	88	96	88	96	0*
13,14	16	96	112	96	112	0*
14,15	8	112	120	112.	120	0*

* Actividad Crítica

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACION

Reactivo 1 - ¿Qué es una gráfica dirigida?

a. Es una red en la cual la dirección de flujo através de sus arcos es independiente.

b. Es una red en la cual el flujo através de sus arcos puede ser en ambas direcciones.

c. Es una red en la cual la dirección de flujo através de sus arcos es en un solo sentido.

d. Es una red en la cual el flujo através de sus arcos puede ser en cualquier dirección.

Reactivo 2 - ¿En qué consiste una gráfica lineal?

a. Consiste de nodos conectados a un solo nodo por un arco o varios de ellos.

b. Consiste de nodos conectados a uno o más puntos por aristas.

c. Consiste de nodos conectados a un nodo final (destino) por aristas.

d. Consiste de nodos conectados a un nodo inicial (fuente) por arcos.

Reactivo 3 - Al conjunto ordenado de arcos que conectan dos nodos por medio de nodos intermedios se les llama:

a. Gráfica bipartita.

b. Gráfica conectada.

c. Ciclo.

d. Arbol.

e. Gráfica lineal.

f. Cadena

g. Red dirigida.

Reactivo 4 - A la gráfica dirigida en la que los nodos se encuentran divididos en dos subconjuntos, con todos los arcos de la gráfica uniendo a los nodos de un subconjunto con los nodos del otro se le llama:

a. Gráfica conectada.
b. Gráfica lineal.
c. Arbol.
d. Ciclo.
e. Cadena.
f. Gráfica bipartita.
g. Red dirigida.

Reactivo 5 - Una gráfica conectada es:

a. Una gráfica para la cual existen varias cadenas conectadas entre cualquier par de nodos.
b. Una gráfica para la cual no existe una cadena entre cualquier par de nodos.
c. Una gráfica para la cual existe una cadena entre cualquier par de nodos.
d. Una gráfica para la cual no existe cadena alguna.

Reactivo 6 - Un ciclo es:

a. Una cadena que conecta a un nodo con todos los demás nodos.
b. Una cadena que conecta a un nodo con él mismo.
c. Una cadena que conecta a un nodo inicial con un nodo final.
d. Una cadena que conecta a un nodo con otro nodo cualquiera.

Reactivo 7 - Un árbol es:

a. Una gráfica conectada que contiene uno o más ciclos.
b. Una gráfica conectada que puede o no tener ciclos.
c. Una gráfica no conectada que contiene ciclos.
d. Una gráfica no conectada que puede o no tener cic os.
e. Una gráfica conectada que no tiene ciclos.
f. Una gráfica no conectada que no contiene ciclos.

Reactivo 8 - Seleccionar en la red original el arco con el menor valor. Encontrar un arco que tenga el menor valor que una a un nodo que no se encuentre en el arco original. Continuar con este proceso añadiendo al árbol el arco de menor costo que lo conecte con algún nodo que no esté dentro del árbol.

Estos son los pasos del algoritmo para obtener:

a. El árbol de mínima expansión.
b. La ruta más corta.
c. El flujo máximo.
d. La ruta crítica.

Reactivo 9 - Encontrar una trayectoria de el nodo origen al nodo final con capacidad de flujo mayor a cero. Encuentre en esta trayectoria el arco con la menor capacidad de flujo. Denotando esta capacidad como C*, aumente el flujo de la trayectoria en C*. Disminuya en C* la capacidad de cada arco en la trayectoria. Aumente en C* la capacidad de cada arco en la dirección opuesta.

Estos son los pasos del algoritmo para obtener:

a. El árbol de mínima expansión.
b. La ruta más corta.
c. El flujo máximo.
d. La ruta crítica.

Reactivo 10 - Tiempo de comienzo más próximo de una actividad es:

a. El tiempo estimado de terminación de una actividad, si las actividades precedentes se inician sin importar el tiempo.
b. El tiempo estimado de inicio de una actividad, si las actividades precedentes se inician sin importar el tiempo.
c. El tiempo estimado de inicio de una actividad, si las actividades precedentes se inician lo más temprano posible.

Reactivo 11 - Tiempo de terminación más lejano de una actividad es:

a. El primer tiempo en que puede ocurrir el final de la actividad retrasando la duración del proyecto.

b. El tiempo último en que puede ocurrir el inicio de la actividad sin que haya retraso alguno en la duración de el proyecto.

c. El tiempo último en que puede ocurrir el inicio de la actividad retrasando la duración del proyecto.

d. El tiempo último en que puede ocurrir el inicio de la actividad en el cual el retraso ocurrido en la duración de el proyecto es mínimo.

Reactivo 12 - La diferencia entre su tiempo de terminación más lejano y su tiempo de inicio más próximo es:

a. La ruta crítica de un proyecto.
b. La holgura total de una actividad.
c. El tiempo de terminación más lejano de una actividad.
d. El tiempo de comienzo más próximo de una actividad.

Reactivo 13 - En la ruta crítica de un proyecto en la ruta a lo largo de la red:

a. Todas las actividades tienen una holgura mayor a cero.
b. Todas las actividades tienen una holgura menor a cero.
c. Todas las actividades tienen una holgura distinta.
d. Todas las actividades tienen una holgura cero.

Reactivo 14 - Ordene en una secuencia lógica los pasos para la elaboración de la ruta crítica que a continuación se listan.

a. Listar las actividades de este proyecto.
b. Numerar los nodos.
c. Obtención de la matriz de secuencias.
d. Red de actividades.
e. Conocer el proyecto.
f. Calcular la ruta crítica.
g. Calcular el tiempo de comienzo más próximo.
h. Calcular la holgura total.
i. Determinar la duración de las actividades.
j. Calcular el tiempo de terminación más lejano.

Reactivo 15 - En el cálculo de el mínimo árbol de expansión, el arco a seleccionar debe ser:

a. El origen.

b. El destino.

c. Cualquier arco.

d. El arco con menor costo.

Reactivo 16 - Se dice que una actividad es crítica si:

a. Una demora en su comienzo causará una demora en la fecha de terminación del proyecto completo.

b. Una demora en su comienzo causará una demora en la fecha de terminación de algunas actividades del proyecto.

c. Una demora en su comienzo causará una demora en la fecha de terminación de al menos una actividad.

d. Una demora en su comienzo no causará demora en la fecha de terminación del proyecto completo.

Reactivo 17 - Una actividad crítica debe tener una holgura:

a. Mayor a cero, razón principal para que sea crítica.

b. Menor a cero, razón principal para que sea crítica.

c. Igual a cero, razón principal para que sea crítica.

d. Cualquiera, razón principal para que sea crítica.

Reactivo 18 - Camino crítico es la serie de actividades que indica:

a. La duración de cierta parte del proyecto.

b. La duración total del proyecto.

c. La duración mínima del proyecto.

Reactivo 19 - Suponga que un nodo ha sido alcanzado por una fuente y que éste no es final, el siguiente nodo a alcanzar:

a. Debe ser aquel que tiene una capacidad de arco con flujo igual a cero, conectado a él.

b. Debe ser aquel que tiene una capacidad de arco con flujo mayor a cero, conectado a él.

c. Debe ser aquel que tiene cualquier capacidad de arco, conectado a él.

Reactivo 20 - Al econtrar un camino entre origen-destino con capacidad de flujo mayor a cero, podemos:

a. Determinar la capacidad de flujo que circula por dicho camino, y aumentar este flujo en el total acumulado.
b. Aumentar la capacidad de flujo que circula por dicho camino.
c. Disminuir la capacidad de flujo que circula por dicho camino.

Reactivo 21 - Un flujo neto asignado es óptimo si:

a. Podemos encontrar una trayectoria del origen al nodo final con una capacidad de flujo mayor a cero.
b. Ya no existe trayectoria alguna del origen al nodo final con capacidad de flujo mayor a cero.
c. Podemos encontrar o no alguna trayectoria del origen al nodo final con capacidad de flujo mayor a cero.

Reactivo 22 - Ruta más corta:

En el cálculo de ruta más corta entre dos puntos de una red los valores en los arcos:

a. Deben ser distancias estrictamente.
b. Deben ser costos estrictamente.
c. Deben ser tiempos estrictamente.
d. Pueden ser tiempos, costos o distancias.

Reactivo 23 - La etiqueta de cualquier nodo consiste en dos partes:

a. j que es el costo desde el origen Y C_jK que es el costo sobre el arco $_jK$.
b. j que es el costo sobre el arco $_jK$ Y ; que es el costo desde el origen.
c. C_jK que es el costo desde el origen Y ; que es el costo sobre el arco $_jK$.

SOLUCION AL CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACION:

REACTIVO	RESPUESTA
1	c
2	b
3	f
4	f
5	c
6	b
7	e
8	a
9	c
10	c
11	b
12	b
13	d
14	e-a-c-d-b-i-g-j-h-f
15	d
16	a
17	c
18	b
19	b
20	a
21	b
22	d
23	a

CONCLUCIONES

CONCLUSIONES

En el transcurso del desarrollo de cualquier material educativo se ven mezclados una gran cantidad de recursos humanos, en donde el esfuerzo y la dedicación de todos los involucrados en esta tarea están encaminados generosamente a los estudiantes que harán uso de este texto, con la única gratificación de participar en la formación de ellos.

Para la elaboración de un texto de autoaprendizaje, toda esta utilización de recursos se acentúa por el hecho de estar encaminada a ser la base de un aprendizaje individualizado en el que se sustituyen algunos elementos tradicionales por una presentación del material planeada y estructurada lógicamente.

Esta estructura tuvo como consecuencia adaptaciones o cambios que se hicieron durante el desarrollo del material encaminados a hacer éste más accesible para el alumno. Algunos de éstos son :

- La integración de un capítulo de Ingeniería de Sistema.
- En un principio se desarrolló la idea de preparar dos volúmenes, uno de conceptos teóricos, algoritmos y diagramas, y otro de ejemplos y ejercicios. Esta idea se abandonó por el hecho de que se desvincularían la teoría con la práctica.
- Otro aspecto que se aplica es el de buscar que el alumno se ejercite con el material. Para este fin se dan ejercicios con espacios y ayudas necesarias para que el estudiante pueda fácilmente solucionarlos dentro del mismo texto.
- La adaptación o selección de los métodos de solución así como la incorporación o exclusión de tópicos específicos constituyeron en sí la gran mayoría de los cambios impuestos. Los anteriores cambios dieron como resultado la estructura que se expuso en el presente trabajo. No obstante, a partir de la revisión y el estudio del U.D.A.E., en los que se dieron observaciones y sugerencias sobre ésta, surgieron cambios que el personal especializado propuso como fueron:

- Desarrollar y aplicar en el material el concepto modular el cual es expuesto mediate módulos independientes no obstante su vinculación con otros o con todos ellos.

  Los módulos siguieron teniendo la misma estructura de la idea original por capítulo, siendo:

  Módulo I Ingeniería de Sistemas
  Módulo II Modelado
  Módulo III Programación Lineal
  Módulo IV Transporte
  Módulo V Redes
  Soluciones

- La incorporación de ayudas al estudiante para su ubicación dentro del material y fácil obtención de las ideas principales. Con cada módulo de la siguiente manera:

  Desarrollo del Contenido.
  Cuadro Sinóptico.
  Ejercicio de Autoaprendizaje.
  Cuestionario de Autoevaluación.
  Bibliografía Básica del Módulo.

  En esta estructuración se observa la incorporación de cuadros sinópticos que dan una visión panorámica de todo el material del módula para ponderar su importancia. También se incluyó otra ayuda con la incorporación de las ideas guía al margen derecho de todo el desarrollo del contenido.

- La adoptación de los ejemplos tipos. Se hizo presentar conjuntamente con el diagrama de solución o algoritmo un ejemplo explicado.

El desarrollo del concepto de módulo trata de englobar unidades temáticas. Por ejemplo:

- Se extrajo todo lo referente a programación lineal y solución gráfica del módulo II, y se incorporó en el módulo III de programación lineal.

- Se añadió en el módulo IV de transporte el modelo de asignación.

Las soluciones a los ejercicios y autoexámenes se presentaron al final del texto, para hacer al alumno más seguro de sus resultados.

También la incorporación de la bibliografía básica por capítulo forma parte del módulo; lo cual no se hizo en el trabajo preliminar por ser prácticamente la misma para todos los módulos.

Estos cambios hechos en la primera revisión del material no serán los únicos que se hagan debido a la variedad de criterios y teorías existentes, para la elaboración de textos programados.

Como resultado de todo lo anterior se obtendrá el texto de Ingeniería de Sistemas cuyo desarrollo no será completo hasta que no se haya hecho su validación externa, la cual es un proceso de juicio al aplicarlo a un grupo de alumnos, observando los resultados.

Como reconocimiento al sistema tradicional queda el hecho de que el material elaborado no es un texto que reemplace los ya existentes; por el contrario, se complementa con éstos.

BIBLIOGRAFIA

B I B L I O G R A F I A

BATTERSBY ALBERT & MIRANDA POLO
Planificación y Programación de Proyectos Complejos
Editorial Ariel 1969

BAZARAA MOKHTAR S. & JARVIS JOHN J.
Programación Lineal y Flujo en Redes
Limusa 1982

BRADLEY / HAX / MAGNANTI
Aplied Mathematical Programming
Addison Wesley 1980

CARDENAS MIGUEL
La Ingeniería de Sistemas
Editorial Limusa 1978

CARDENAS *Miguel*
El Enfoque de Sistemas
Editorial Limusa 1978

CARRILLO ELBA
Enseñanza Programada
CISE - UNAM *1978*

FORRESTER JAYW
Principles of Systems
Editorial Whright-Allen, Press 1976

GARCIA E. G.
Notas sobre la Elaboración de Textos Programados
Instituto de Ingeniería 1969

GASS SAUL I
Programación Líneal
Compañía Editorial Continental, S. A. 1978

GEREZ GRIJALVA
El Enfoque de Sistemas
Limusa 1979

GORDON GEOFFREY
Simulación de Sistemas
Editorial Diana 1980

HADLEY GEORGE
Linear Programing
Addison Wesley 1969

HILLIER / LIEBERMAN
Introducción a la Investigación de Operaciones
Mc. Graw Hill 1982

MAGER ROBERT T.
La Confección de Objetivos para la Enseñanza
Ministerio de Educación 1976

MAKI DANIEL D. & M. THOMSON
Mathematical Models and Aplication
Drentice Hall 1973

MARIN DINILLOS B.
Apuntes de Investigación de Operaciones
Facultad de Ingeniería 1980

MARTINO R.
Administración y Control de Proyectos
Editorial Técnica 1965

MHRAM G. A.
The Modeling Process
IEEE Transactions Nov. 1971

MORENO BONET / JAUFFRED / ACOSTA
Optimización Lineal
Servicios y Representación de Ingeniería, S. A. 1973

MURTY KATTA G.
Linear and Combinatorial Programing
John Wiley and Son 1976

PRAWDA J.
Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones
Limusa 1976

TABER / GLASER / SCHAEFER
Aprendizaje e Instrucción Programada
Trillas 1974

TAHA HAMDY A.
Introducción a la Investigación de Operaciones
Representación y Servicios de Ingeniería 1981

ONU
Open University
ONU 1981

UNAM
Universidad Abierta
UNAM 1981