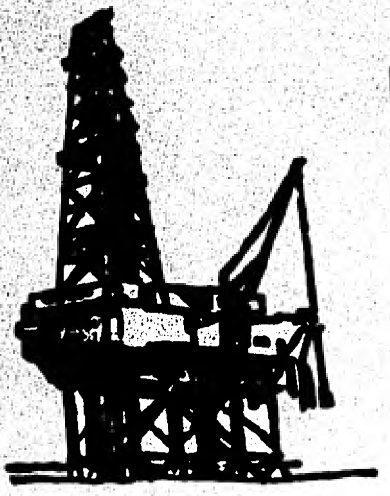


Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

"MODELO MATEMATICO PARA DETERMINAR LA VARIACION DE LA PRESION HIDROSTATICA DURANTE LA INTRODUCCION Y EXTRACCION DE LA TUBERIA EN POZOS PETROLEROS"

T R A B A J O   E S C R I T O

Que para obtener el título de:

I N G E N I E R O   P E T R O L E R O

P r e s e n t a n :

FERNANDO JUAREZ SANCHEZ

FERNANDO ROJAS MENDOZA

México, D. F.   1981

INDICE

INTRODUCCION

Actualmente la industria petrolera mundial, y la mexicana en particular, se ven obligadas a perforar pozos a profundidades cada vez mayores, donde se hace más patente el desequilibrio de las presiones ejercidas dentro del pozo por el fluido de perforación a medida que se atraviesan las formaciones, con respecto a las que resisten los estratos, así como las presiones de los fluidos contenidos en ellos. Este hecho incrementa el riesgo de las pérdidas por circulación, posibles brotes, y el flujo de fluidos contenidos en las formaciones de manera descontrolada; por tal motivo, deben extremarse las precauciones durante la perforación para disminuir el riesgo de que ocurran éstos problemas.

Los movimientos de la tubería durante las maniobras en la perforación de pozos petroleros, así como los efectos por bombeo, producen variaciones en la presión que actua sobre las formaciones; ya que se requiere de una presión adicional para vencer la fricción durante el movimiento del fluido de perforación, através del sistema de circulación; en la inteligencia de que el pozo se encuentra lleno con el fluido de perforación.

Por medio de pruebas realizadas en el laboratorio y en el campo, algunos investigadores han podido comprobar y formular un tratado teórico de la generación de los cambios de presión, en términos de cantidades medibles como son: la velocidad de introducción y extracción de la tubería, geometría del pozo, así como las propiedades del fluido de perforación.

El presente trabajo tiene dos finalidades; la primera es proporcionar mediante el programa realizado, una serie de cuadros de cálculo, útiles para el operador en el campo; de acuerdo a una extensa variedad de condiciones promedio previstas a determinada profundidad, y de la geometría del pozo, permitiendo al operador de una manera práctica la manipulación de la tubería, sin llegar a provocar intentos de brote o pérdidas de circulación. El -

segundo objetivo es presentar las ecuaciones obtenidas por diversos investigadores, para que mediante su adecuada programación, sea posible el uso de éstas en el campo con la ayuda de una minicomputadora.

Para cuantificar el factor de fricción y con ello las caídas de presión, se emplea el modelo Plástico de Bingham y el de la Ley de Potencias; debido a que el comportamiento mostrado por éstos modelos es similar al de los fluidos de perforación. Además se presentan las ecuaciones generales para determinar la presión efectiva sobre las formaciones expuestas, debido al movimiento de la tubería y al efecto de bombeo o ambos; bajo diferentes condiciones de operación. Através de éstas ecuaciones y mediante su resolución adecuada, es posible determinar la presión a diferentes velocidades de introducción y extracción de la tubería.

La determinación de los parámetros reológicos característicos de los fluidos de perforación, son necesarios para obtener el tiempo óptimo de introducción y extracción de las tuberías en los pozos petroleros.

I CLASIFICACION DE LOS FLUIDOS NO-NEWTONIANOS

I.1.- CONSIDERACIONES GENERALES Y DEFINICIONES.

La ciencia de la reología estudia el flujo y la deformación de la materia. La reología de los fluidos de perforación es importante debido a su uso en los pozos petroleros, en los cuales generalmente se presentan dos regímenes de flujo, laminar y turbulento.

En el régimen de flujo laminar el movimiento de las partículas del fluido es en líneas rectas, paralelas al eje del conducto; tal es el caso de los fluidos viscosos en donde la fuerza requerida para mover al fluido aumenta con la velocidad y viscosidad.

El flujo laminar se puede visualizar como una serie de cilindros concéntricos deslizándose uno sobre otro, como se muestra en las figuras 1.1a. - 1b. El cilindro en contacto con la pared del tubo permanecerá inmóvil, mientras que los cilindros interiores se moverán a una velocidad progresivamente mayor conforme disminuye su diámetro.

En el régimen de flujo turbulento, aunque hay un movimiento promedio del fluido en una dirección determinada, existe una turbulencia en las partículas que se mueven en círculos y curvas caprichosas. El flujo tiende a ser turbulento cuando su movimiento es rápido o cuando el fluido tiene viscosidad baja.

En general se tiene flujo laminar a velocidades bajas pero al incrementarse se convertirá en flujo turbulento y viceversa, presentándose una zona transicional antes de quedar bien definido el flujo laminar donde dominan las fuerzas viscosas, ó el flujo turbulento donde dominan las fuerzas inerciales.

La relación de las fuerzas viscosas con las inerciales es dada por la expresión conocida como Número de Reynolds

$$R = \frac{DV}{\mu}^{*} \quad . . . . 1.1$$

Aunque no existe una ecuación matemática definida que describa la reología de un lodo de perforación, se han propuesto algunas que tienen un acercamiento a la relación esfuerzo cortante-velocidad de corte, y son los llamados modelos reológicos. -- Puesto que las capas del fluido se mueven a diferentes velocidades en una tubería, la velocidad de corte viene siendo aquella - con la que se desliza una partícula de fluido con respecto a o-- tra cercana, dividida por la distancia entre ellas, es decir, es la velocidad relativa con la que una capa de fluido se mueve con respecto a otra, y se expresa como:

$$\gamma = \frac{dv}{dr} \quad . . . . 1.2$$

La fuerza que se opone al flujo es conocida como esfuerzo cortante, y está relacionada con la fuerza requerida para sostener el flujo de un fluido en particular, es decir, el esfuerzo-cortante es una fuerza por unidad de área cuya expresión matemática es :

$$\tau = \frac{F_z}{A} \quad . . . . 1.3$$

La velocidad de corte y el esfuerzo cortante son dos -- cantidades básicas que intervienen en el flujo de fluidos, puesto que el primero está relacionado con la velocidad de movimiento, - en tanto que el segundo lo está con las fuerzas que se están transmitiendo en el fluido de una parte a otra.

Los fluidos en los cuales el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la velocidad de corte en flujo laminar, -- son denominados Newtonianos, y se definen mediante la relación siguiente:

* Nomenclatura al final

$$\tau = \mu \frac{dv}{dr} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.4$$

donde la constante de proporcionalidad μ es conocida como viscosidad Newtoniana, la cual es independiente de la velocidad de corte a una presión y una temperatura dada. La viscosidad es la medida de la resistencia interna de los líquidos y gases al flujo, o bien, una propiedad que determina la cantidad de resistencia opuesta a las fuerzas cortantes, debiéndose principalmente a las interacciones entre las moléculas del fluido.

La figura 1.2 relaciona el esfuerzo cortante y la velocidad de corte para los fluidos Newtonianos. En general la gráfica de los parámetros mencionados se conoce como "curva de flujo" cuya pendiente μ caracteriza al fluido. Como ejemplos se tienen: agua, diesel, glicerina y en general soluciones de bajo peso molecular.

En el flujo laminar, un gran número de fluidos no muestran una relación lineal de esfuerzo cortante-velocidad de corte; tales fluidos son conocidos como no-Newtonianos, cuya viscosidad no es constante con la velocidad de corte a una presión y temperatura dada, y se clasifican en tres tipos a saber: fluidos independientes del tiempo, dependientes del tiempo y viscoelásticos.

1.2.- FLUIDOS NO-NEWTONIANOS INDEPENDIENTES DEL TIEMPO

Los fluidos cuyas propiedades son independientes del tiempo pueden ser descritas por la siguiente ecuación:

$$\frac{dv}{dr} = f\,(\tau) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.5$$

de la ecuación se deduce que la velocidad de corte en cualquier punto del fluido, está en función del esfuerzo cortante. Estos fluidos se subdividen en tres tipos, dependiendo de la naturaleza de la función y son: plásticos de Bingham, pseudoplásticos y

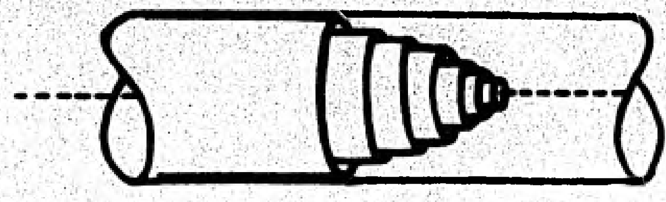


FIGURA 1.1a.- Representación esquemática del flujo laminar de un fluido Newtoniano en tuberías.

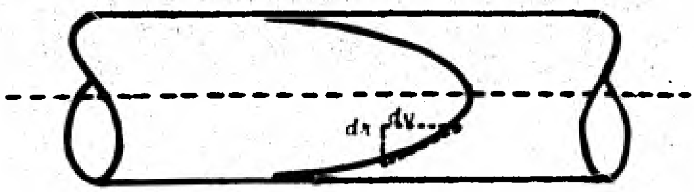


FIGURA 1.1b.- Perfil de velocidad de un fluido Newtoniano en tuberías.
La velocidad de corte es la pendiente en un punto determinado del perfil

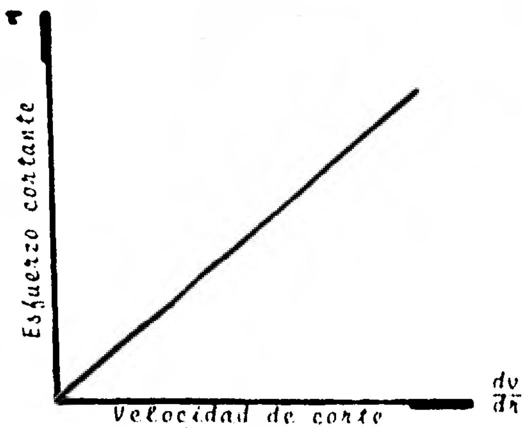


FIGURA 1.2.- Curva de flujo de un fluido Newtoniano.

dilatantes, cuyas curvas de flujo típicas son mostradas en la figura 1.3, comparadas con la relación lineal de los fluidos Newtonianos.

FLUIDOS PLASTICOS DE BINGHAM.- Estos fluidos se caracterizan por su gráfica, la cual intercenta al eje del esfuerzo -- cortante en un punto denominado punto de cedencia (τy).

El comportamiento plástico de Bingham, se debe a que - el fluido en reposo dispone de una estructura de suficiente rigidez para resistir cualquier esfuerzo menor que el de cedencia, - por consiguiente; para iniciar el flujo se requiere de un esfuerzo cortante que exceda al anterior para desintegrar la estructura, a partir de entonces el fluido empieza a comportarse como -- Newtoniano. La ecuación reológica de un fluido plástico de Bingham se expresa de la siguiente forma:

$$\tau = \tau y + \mu p \frac{dv}{dr} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.6$$

como ejemplos de éstos fluidos están los fluidos de perforación, pinturas de aceite, pasta de dientes, grasa, etc.

Green[1]* mostró que el flujo de un fluido plástico de Bingham en una tubería circular es como sigue: si la presión aplicada a un fluido en una tubería de longitud L y radio r aumenta gradualmente desde cero, inicialmente fluirá como un "flujo - tapón", cuyo perfil de velocidad es una línea recta normal al eje de la tubería, figura 1.4a. A mayores presiones el flujo laminar avanza de tal forma qué el flujo tapón permanecerá en el centro - de la tubería como se ve en la figura 1.4b. El flujo tapón no se elimina sin importar que tan grande sea la presión, puesto que la fuerza que origina el flujo es igual a la presión multiplicada -- por la sección transversal, el área cortada es la de un cilindro- de radio r , que se extiende a lo largo del canal de flujo; así,

$$\tau = \frac{Fz}{A} = \frac{\pi r^2 \Delta P}{2\pi r L} = \frac{r \Delta P}{2L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.7$$

* Referencias al final

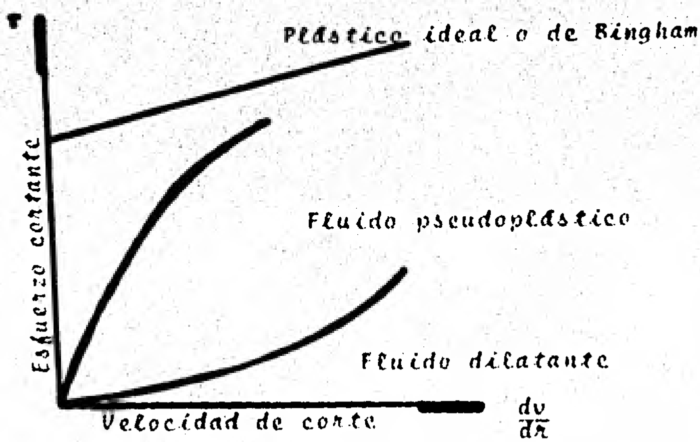


FIGURA I.3.- Curvas de flujo de los fluidos no-Newtonianos.

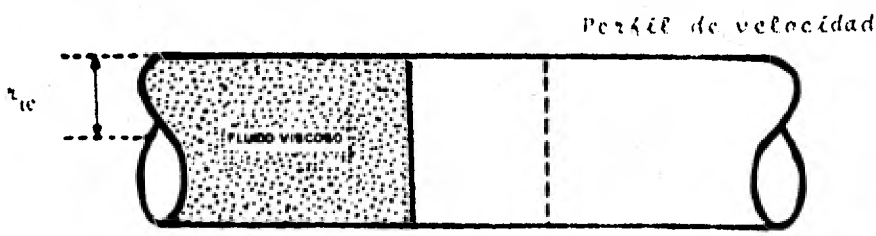


FIGURA I.4a.- Flujo tapón de un fluido plástico de Bingham, cuando el esfuerzo aplicado es menor que el de cedencia.

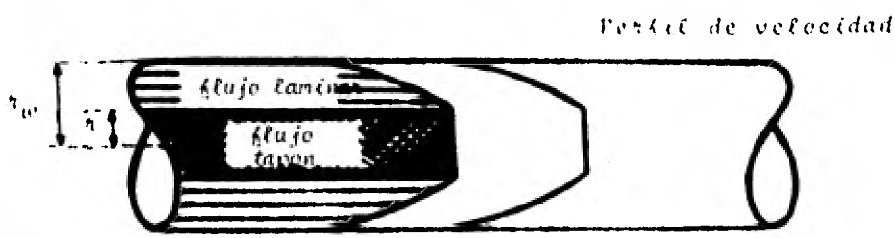


FIGURA I.4b.- Perfil de velocidad de un fluido plástico de Bingham, cuando el esfuerzo aplicado es mayor que el de cedencia.

Estos fluidos bajo diferentes valores de esfuerzo cortante, se caracterizan por dos parámetros: la viscosidad plástica y el punto de cedencia, cuyos valores se obtienen a partir de las lecturas en un viscosímetro rotacional como se verá posteriormente.

FLUIDOS PSEUDOPLASTICOS.- Estos fluidos no muestran punto de cedencia, sin embargo la relación esfuerzo cortante-velocidad de corte puede ser referida a través de la viscosidad efectiva, la que disminuye al aumentar la velociad de corte, este concepto se define en la siguiente ecuación:

$$\mu e = \frac{\tau}{\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.8$$

Cabe hacer mención que para los fluidos Newtonianos μ es igual a μe. Algunos investigadores utilizan el término viscosidad aparente como una alternativa en lugar de la viscosidad efectiva, pero no es un dato muy útil para el control de los fluidos de perforación.

Al graficar en papel logarítmico el esfuerzo cortante-velocidad de corte de los fluidos pseudoplásticos, muestran una línea recta, figura 1.5. Como resultado de ello, una relación empírica conocida como "Ley de Potencias", propuesta originalmente por Ostwald-de Waele-Nutting es ampliamente usada, y su expresión es:

$$\tau = K \left(\frac{dv}{dr}\right)^{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1.9$$

donde K y n son constantes, el primer término es conocido como índice de consistencia, debido a que el fluido es más viscoso conforme aumenta el valor de éste parámetro, en tanto que el segundo término es la medida del grado de comportamiento no-Newtoniano, puesto que a mayor desviación de la unidad éstos fluidos son menos Newtonianos. Su valor es menor que la unidad para fluidos pseudoplásticos, como se muestra en la figura 1.6.

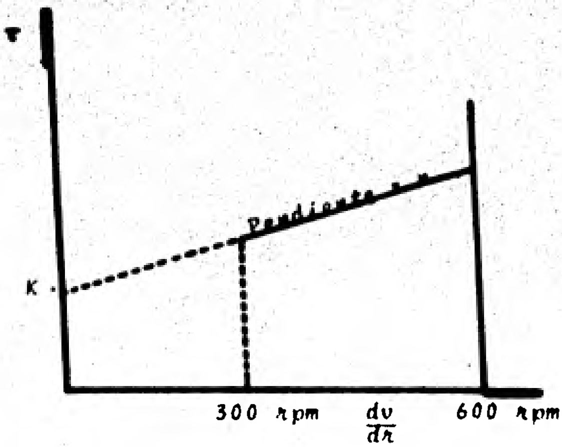


FIGURA I.5.- Relación de la velocidad de corte-esfuerzo cortante para los fluidos de la Ley de Potencias, en una escala logarítmica.

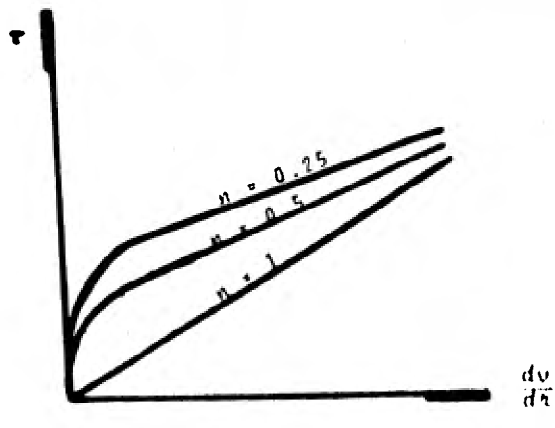


FIGURA I.6.- Comportamiento de la curva de flujo de un fluido pseudoplástico, para diferentes valores de n.

La viscosidad efectiva para un fluido de la ley de potencias, puede expresarse como sigue:

$$\mu e = K \left(\frac{dv}{dr}\right)^{n-1} \quad . . . . .1.10$$

El comportamiento de los fluidos pseudoplásticos es característico de suspensiones de partículas asimétricas o soluciones de polímeros, como los derivados de la celulosa. Según W.L. Wilkinson[2] , este fenómeno físico se debe probablemente a que al aumentar la velocidad de corte, las partículas irregulares se alinean en dirección del flujo en lugar de entremezclarse al azar, lo que sucede cuando el fluido esta en reposo. Así, conforme aumenta la velocidad de corte, la viscosidad efectiva disminuye, hasta alcanzar el alineamiento completo donde la curva comienza a ser lineal. Como ejemplos de fluidos pseudoplásticos están los fluidos de perforación base-agua, soluciones de polímeros, etc.

FLUIDOS DILATANTES.- Estos fluidos tampoco muestran punto de cedencia, aunque la viscosidad efectiva aumenta al incrementarse la velocidad de corte. La ecuación de la ley de potencias es también aplicable, solo que en este caso n es mayor que la unidad.

Este tipo de comportamiento fué originalmente establecido por Osborne Reynolds en suspensiones con alto contenido de sólidos, quien dedujo, que cuando éstas suspensiones concentradas están en reposo, los espacios existentes entre las partículas son mínimos, siendo suficiente el líquido para llenar estos vacíos. Cuando son sometidos a bajas velocidades de corte, el líquido lubrica el paso de una partícula sobre otra con esfuerzos pequeños, en cambio, a elevadas velocidades de corte las partículas se dispersan y el material se expande o dilata, aumentando el espacio vacío a nivel molecular, y en consecuencia en la nueva estructura, el líquido no logra lubricar completamente el flujo de las partículas, por lo que los esfuerzos aplicados deben ser mayores, lo que ocasiona que la viscosidad aumente al in crementarse la velocidad de corte.

El término dilatante es usado para todos los fluidos que exhiben la propiedad de aumentar la viscosidad efectiva conforme aumenta la velocidad de corte. Como ejemplo de estos fluidos se tiene el almidón.

I.3.- FLUIDOS NO-NEWTONIANOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO.

La viscosidad efectiva de muchos fluidos complejos depende no solo de la velocidad de corte, sino que también del tiempo en que ha sido aplicado el esfuerzo, dividiéndose en dos clases: tixotrópicos y reoplécticos.

FLUIDOS TIXOTROPICOS.- Estos fluidos tienen la capacidad de originar una transformación del estado líquido a gelatinoso con el reposo, y vuelven a recuperar las características de un fluido por simple agitación, al ser sometidos a una velocidad de corte constante, tienden a desintegrarse disminuyendo su viscosidad efectiva con el tiempo; contrariamente a esto, la velocidad de recuperación de la estructura aumentará con el tiempo --- cuando se vuelva a dejar en reposo, por lo que es un proceso reversible. Como ejemplos de fluidos tixotrópicos están las pinturas, fluidos de perforación, etc.

FLUIDOS REOPECTICOS.- El comportamiento de éstos fluidos es contrario al anterior, debido a que la formación gradual de la estructura se produce al aplicar una determinada velocidad de corte al fluido, y se desintegra cuando está en reposo. Este comportamiento se establece a velocidades moderadas, ya que si el corte es rápido la estructura no se forma. Como ejemplo se cita las suspensiones de yeso.

1.4.- FLUIDOS VISCOELASTICOS

Los fluidos extremadamente viscosos pueden mostrar elasticidad por periódos de tiempo considerables, los que son relativamente pequeños con respecto al necesario para producir el flujo. Por ejemplo, los polímeros usados como fluidos de perforación, tienden a elongarse cuando se someten a velocidades de corte muy altas, así el fluido de perforación durante su viaje a través de la barrena sufre un adelgazamiento, y al pasar al espacio anular debido a las bajas velocidades de corte, los polímeros toman nuevamente su forma característica, haciéndose el fluido mas denso, lo que provee una mejor capacidad de arrastre de los recortes. A éstos fluidos se les conoce como viscoelásticos.

II.- ECUACION GENERAL DE FLUJO EN TUBERIAS Y ENTRE PLACAS PARALELAS.

II.1.- ECUACION DE FLUJO EN TUBERIAS.

Para formular los factores que producen la caída de presión por fricción, se han podido establecer a través de ciertas suposiciones[3]. Así se tiene que para flujo laminar, uniforme e isotérmico en una tubería circular pueden determinarse analíticamente de acuerdo a lo siguiente:

a).- No hay deslizamiento en la pared de la tubería, es decir, la velocidad del fluido en la pared es nula.

b).- Toda partícula situada en una tubería cilíndrica de radio r y espesor infinitesimal dr, viajará con una velocidad constante y en dirección paralela al eje del conducto.

c).- La velocidad de corte o variación de velocidad producida en cualquier punto del flujo, únicamente está en función del esfuerzo de corte en ese punto.

De ésta forma, es posible obtener las ecuaciones que permiten relacionar la velocidad de corte con el esfuerzo cortante. La expresión de la velocidad y su distribución en función de la caída de presión, se derivan al sustituir en las ecuaciones que relacionan el esfuerzo cortante y la velocidad de corte las consideraciones apropiadas, lo que se puede apreciar en el desarrollo siguiente:

Considerando un flujo constante a través de una sección horizontal de tubería de radio r_w. En un cilindro aislado y concéntrico de radio r y longitud L, como se muestra en la figura II.1, se puede apreciar que sobre el cilindro actúan dos fuerzas opuestas. La presión diferencial $(P_1 - P_2)$ actua sobre las áreas πr^2 en los extremos, y tiende a empujar al cilindro en la dirección del flujo. Al mismo tiempo las partículas de fluido que están justamente en la superficie curva $2\pi rL$, son cortadas al desplazarse fuera de ésta, con lo que resulta la oposición del esfuerzo de corte al movimiento del fluido hacia adelante. Si el fluido contenido en el interior del cilindro no es acelerado, éstas dos fuerzas deben cancelarse una a otra.[3]

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 = \Delta P \pi r^2 = \tau (2\pi rL)$$

donde la caída de presión $(P_1 - P_2)$ es producto de la fricción ΔP, por lo tanto, el esfuerzo cortante producido a lo largo de la superficie curva de radio r es:

$$\tau = \frac{r}{2}\left(\frac{\Delta P}{L}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 11.1$$

y el esfuerzo cortante desarrollado en las paredes se pude medir directamente, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\tau_w = \frac{r_w}{2}\left(\frac{\Delta P}{L}\right) = \frac{D\Delta P}{4L} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 11.2$$

Relacionando las ecuaciones anteriores se obtiene una expresión para la distribución del esfuerzo cortante dentro del fluido, en términos del esfuerzo en la pared, y de la posición radial del elemento de fluido en consideración.

$$\tau = \frac{2\tau_w}{D} \cdot r \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 11.3a$$

o bien

$$d\tau = \frac{2\tau_w}{D} \cdot dr \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 11.3b$$

Se puede ver que el esfuerzo cortante es una función lineal del radio, como se muestra en la figura 11.2. El esfuerzo es cero a lo largo del eje de flujo, y aumenta conforme al ra dio hasta un valor máximo τw, en el interior de la pared dado en la ecuación II.2.

Puesto que la velocidad de corte dV/dr es solamente -- función del esfuerzo cortante,

$$-\frac{dV_r}{dr} = kf(\tau) \quad . . . . .II.4a$$

despejando dV_r se tiene:

$$dV_r = -kf(\tau)\ dr \quad . . . . II.4b$$

en donde k es una constante y $f(\tau)$ representa una función no es pecificada de τ. El signo menos se introduce debido a que -- dv/dr es una cantidad negativa, puesto que cuando Vr aumenta - r disminuye.

Por medio de la ecuación II.3b, se puede expresar la - distribución de velocidad diferencial de la ecuación II.4b en -- términos de τ, en lugar de la posición $\underline{r}$, ya que éstas dos can tidades tienen una relación lineal.

$$dV_r = -kf(\tau) \cdot \frac{D}{2\tau w} d\tau \quad . . . . II.5a$$

reordenando

$$dV_\tau = -\frac{kD}{2\tau_w} \cdot f(\tau)\ d\tau \quad . . . . \quad II.5b$$

Integrando ésta última expresión con las siguientes condiciones-límite:

(a) desde un punto de radio r a la pared donde $r=r_w$ y $V_\tau = 0$; o

(b) desde un punto donde el esfuerzo cortante es τ a- la pared donde $\tau = \tau_w$ y $V_\tau = 0$; se obtiene la distribución de la - velocidad de la partícula dentro de la tubería:

$$\int_{r}^{r_w} dV_r = \int_{\tau}^{\tau_w} dV_\tau = -\frac{kD}{2\tau_w}\int_{\tau}^{\tau_w} f(\tau)\,d\tau \quad . \; . \; . \; . \; . \; 11.6a$$

$$V_\tau = \frac{kD}{2\tau_w}\int_{\tau}^{\tau_w} f(\tau)\,d\tau \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 11.6b$$

El gasto transferido en el cilindro de radio $\underline{r}$ y espesor dr se desplaza con una velocidad $\underline{Vr}$ la que viene dada por:

$$dQ = V_r dA = V_r\,(2\pi r dr) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 11.7a$$

Esta ecuación se expresa en términos de τ despejando $\underline{r}$ y $\underline{dr}$, términos contenidos en las ecuaciones II (3a-3b), que al ser sustituidos en la ecuacion II.7a se tiene:

$$dQ = V_\tau\left[2\pi\left(\frac{D\,\tau}{2\tau_w}\;\frac{D d\tau}{2\tau_w}\right)\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; II.7b$$

reordenando ésta ecuación.

$$dQ = \frac{V_\tau \pi D^2}{2\,\tau_w^2}\cdot\tau\,d\tau \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; II.7c$$

Integrando ésta expresión para la sección transversal de la tubería desde $\tau = 0$ en el eje a $\tau = \tau_w$ en la pared se tiene:

$$Q = \frac{\pi D^2}{2\tau_w^2}\int_0^{\tau_w} V_\tau \cdot \tau\,d\tau \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; II.8$$

Integrando por partes la ecuación anterior resulta la expresión siguiente:

$$Q = \frac{\pi D^2}{2\tau_w^2}\left[\frac{1}{2}\tau^2 V_\tau - \frac{1}{2}\tau^2\int_{\tau}^{\tau_w} dV_\tau\right]_0^{\tau_w} \quad . \; II.9a$$

tomando límites en el segundo miembro queda:

$$Q = \frac{\pi D^2}{2\tau_w^2}\left[0 - \left(\frac{1}{2}\tau^2\int_{\tau}^{\tau_w} dV_\tau\right)\right]_0^{\tau_w} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; II.9b$$

La velocidad media del flujo está definida por:

$$V_{\tau} = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

sustituyendo el valor de V_{τ} y la ecuación II.6b en la ecuación - II.9b resulta:

$$\frac{\pi D^2}{4} V_{\tau} = - \frac{\pi D^3 k}{8 \tau_w^3} \left[\int_{\tau}^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \right]_0^{\tau_w} \quad . . \text{ II.10}$$

Finalmente, evaluando los límites se obtiene la expresión general para flujo laminar en tuberías.

$$\frac{V}{D} = \frac{k}{2 \tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) \, d\tau \quad . . . . \text{ II.11}$$

II.2.- ECUACIONES DE FLUJO ENTRE PLACAS PARALELAS

Se puede desarrollar una ecuación general, que relacione la velocidad de flujo con el esfuerzo de corte para fluidos - moviéndose entre placas paralelas, de la misma forma que la empleada en el flujo a través de tuberías. De ésta forma se deriva la ecuación de velocidad para flujo laminar en el espacio anular. (4)

La forma general de la ecuación para un material entre placas paralelas es:

$$-\frac{dv}{du} = k f(\tau) \quad . . . . \text{ II.12}$$

Considerando la capa de fluido entre las placas como se muestra en la figura II.3, el balance de fuerzas se denota como:

$$2u W \Delta P - 2WL\tau = 0$$

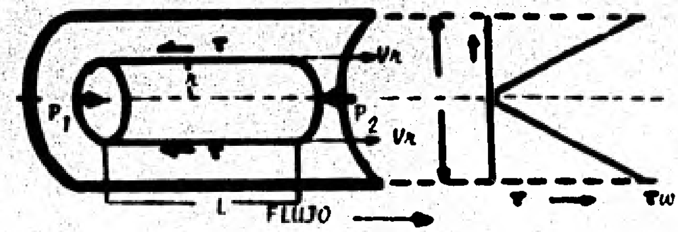


FIGURA II.1.- Flujo de un fluido através de una tubería circular, así como la distribución del esfuerzo cortante en flujo laminar.

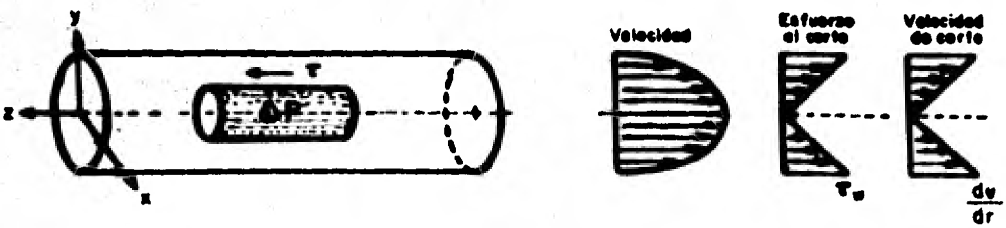


FIGURA II.2.- Distribución del perfil de velocidad, del esfuerzo cortante y de la velocidad de corte, característicos del flujo de un fluido Newtoniano en tuberías.

FIGURA II.3.- Flujo entre placas paralelas.

o bien

$$\tau = \frac{u \Delta P}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad II.13$$

el esfuerzo cortante en las paredes está dada por:

$$\tau_w = \frac{H \Delta P}{2L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad II.14$$

Se puede expresar ahora el esfuerzo cortante en términos de τ_w.

$$\tau = \tau_w \frac{u}{H/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad II.15$$

sustituyendo la ecuación II.15 en la ecuación II.12 queda:

$$-\left(\frac{dV}{du}\right) = kf\left(\tau_w \frac{u}{H/2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad II.16$$

Integrando esta ecuación se obtiene la distribución de velocidad

$$V = \int_u^{H/2} kf\left(\tau_w \frac{u}{H/2}\right) du \quad \ldots\ldots\ldots \quad II.17$$

Para obtener la expresión del gasto, se considera el flujo a través de un elemento diferencial $W du$, que está localizado entre u y $(u + du)$ del plano medio, como se ilustra en la figura II.3:

$$dQ = VW du$$

Considerando la simetría existente en la figura II.3, al integrar la ecuación diferencial resulta:

$$Q = 2W \int_0^{H/2} V du \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad II.18$$

Integrando ésta ecuación por partes,

$$Q = 2W \left[Vu - \int u dV \right]_0^{H/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad II.19$$

Puesto que $V=0$ en $u = H/2$, el primer término de la ecuación II.19

se anula. De la ecuación II.15 se tiene que $u = (H/2)\ (\tau/\tau_w)$, - diferenciando se obtiene una expresión de la forma siguiente:

$$du = \frac{H}{2\tau_w}\ d\tau$$

Sustituyendo ésta ecuación en la II.19, así como la relación $dv = kf\ (\tau)\ du$, queda:

$$Q = 2W \int_0^{\tau_w} \frac{H}{2}\ \frac{\tau}{\tau_w}\ kf(\tau)\ \frac{H}{2\tau_w}\ d\tau \quad \ldots\ldots\ldots\ \text{II.20a}$$

Reordenando y simplificando da:

$$Q = \frac{kWH^2}{2\tau_w^2} \int_0^{\tau_w} \tau\ f(\tau)\, d\tau \quad \ldots\ldots\ldots\ \text{II.20b}$$

Para la ecuación de continuidad el gasto Q es:

$$Q = W\ H\ V_\tau \quad \ldots\ldots\ldots\ \text{II.21}$$

Sustituyendo la ecuación II.21 en la II.20b, la ecuación general para flujo laminar en un espacio anular resulta:

$$\frac{V_\tau}{H} = \frac{k}{2\tau_w^2}\int_0^{\tau_w} \tau\ f\ (\tau)\, d\tau \quad \ldots\ldots\ldots\ \text{II.22}$$

III.- SOLUCION PARA EL MODELO REOLOGICO PLASTICO DE BINGHAM

III.1.- DETERMINACION DE LA FUNCION CONDUCTANCIA EN TUBERIAS Y ESPACIOS ANULARES.

El modelo reológico plástico de Bingham es el mas simple en su aplicación para los fluidos de perforación, requiriéndose de la viscosidad plástica y el punto de cedencia del fluido, proporcionados por el viscosímetro Fann 35A.

Varios autores[5,6,7,8] han desarrollado expresiones analíticas para flujo laminar usando el modelo de Bingham, con el objeto de calcular la caída de presión.

En el presente trabajo se emplean las ecuaciones de flujo dadas por Melrose y asociados[9], quienes derivaron soluciones generales para el movimiento de fluidos, tanto en tuberías como en espacios anulares, cuya solución es válida bajo las suposiciones siguientes: el fluido de perforación se comporta como un plástico de Bingham, el espacio anular está formado por dos tuberías cilíndricas, fijas y concéntricas, además se considera al fluido escencialmente incompresible, con un flujo constante e isotérmico.

La expresión de Melrose y asociados[9] que relaciona la caída de presión y el gasto, cuya solución consiste de dos ecuaciones simultáneas, está definida en términos de variables que pueden ser medibles; así la expresión del gasto en forma adimensional es:

$$q = \frac{32\,\mu\,Q}{\pi\,\tau_y\,D_H^3} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{III.1}$$

un gradiente de presión recíproco sin dimensiones definido como:

$$X = \frac{4\,\tau_y}{D_H\,(1-\alpha)} \cdot \frac{L}{\Delta P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.2$$

La relación de diámetros de las tuberías es dada por:

$$\alpha = \frac{D_n}{D_H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.3$$

y la variable Z, se define como dos veces el promedio aritmético de los límites de la región de flujo tapón, como se muestra en la figura III.1.

$$Z = \beta_1 + \beta_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.4$$

La expresión de las dos ecuaciones simultáneas están definidas como:

$$qX = g(X,Z,\alpha) = (1+\alpha)(1+\alpha^2) - \frac{4}{3}(1+\alpha^3)X - \frac{1}{2}(1+\alpha)\left[Z^2-(1-\alpha)^2X^2\right] + \frac{1}{3}X\,Z^3 \quad \ldots\ldots \quad III.5$$

$$h'(X,Z,\alpha) = (1-\alpha^2)(1-2X) + (1-\alpha)XZ + \frac{1}{2}\left[Z^2-(1-\alpha)^2X^2\right]\left[\ln(\alpha) + \ln\frac{Z+(1-\alpha)X}{Z-(1-\alpha)X}\right] = 0 \quad \ldots\ldots \quad III.6$$

El procedimiento usado por Melrose[9] para dar una solución gráfica, consiste en resolver la ecuación III.6 para valores supuestos de X y α. El valor de Z así obtenido, se usa con los valores de X y α para resolver la función $g(X, Z, \alpha)$ de la ecuación III.5.

La función $g(X, Z, \alpha)$ denominada conductancia, provee un camino valioso para indicar la naturaleza de la expresión matemática que relaciona el gasto y el gradiente de presión para diferentes casos. Por ejemplo, el flujo de un fluido Newtoniano está dado por las siguientes condiciones:

$$\alpha = 0 \quad , \quad X = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.7a$$

de aquí se sigue de las ecuaciones III.5 y III.6.

$$Z = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.7b$$

y $g(X, Z, \alpha) = g(0,0,0) = 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.7c$

De igual forma para el espacio anular

$$X = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.8a$$

de donde

$$Z = Z_o = \sqrt{\left[\frac{2\ (1-\alpha^2)}{Ln\ (\frac{1}{\alpha})}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad III.8b$$

y

$$g(X, Z, \alpha) = g(0, Z_o, \alpha) = (1+\alpha) \left[1 + \alpha^2 - \frac{(1-\alpha^2)}{Ln\ (\frac{1}{\alpha})} \right] \quad . \ III.8c$$

Para el caso de un fluido plástico de Bingham fluyendo en una tubería se tiene:

$$\alpha = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.9a$$

de donde

$$Z = X \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.9b$$

y

$$g(X, Z, \alpha) = g(X, X, 0) = 1 - \frac{4}{3} X + \frac{1}{3} X^4 \quad \ldots\ldots\ldots \quad III.9c$$

Existe otro caso límite para el cual la relación entre el gradiente de presión y el gasto puede conocerse, siendo éste-el flujo entre placas paralelas ( ), en donde la presición aumenta conforme el valor de α se aproxima a la unidad. Para éste caso el flujo de un fluido Newtoniano queda representado por:

$$\lim_{\alpha \to 1} Z = 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.10a$$

y

$$\lim_{\alpha \to 1} g(X, Z, \alpha) = g(0,2,1) = \frac{2}{3}(1+\alpha)(1-\alpha)^2 \quad . \quad III.10b$$

Por otra parte, para un fluido plástico de Bingham en el espacio anular resulta:

$$\lim_{\alpha \to 1} Z = 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.11a$$

y

$$\lim_{\alpha \to 1} g(X, Z, \alpha) = g(X,2,1) = \frac{2}{3}(1+\alpha)(1-\alpha)^2\left[1-\frac{3}{2}X+\frac{1}{2}X^3\right] \quad III.11b$$

Melrose y asociados[9] presentan una gráfica de la función conductancia $g(0, Z_0, \alpha)$, como se muestra en la figura III.2, la que es similar a la dada por Lamb[10] para un fluido Newtoniano en flujo laminar, para el espacio anular, determinada analíticamente. En base a la conductancia de un fluido Newtoniano en el espacio anular $g(0,2,1)$, normalizan la función conductancia general $g(X, Z, \alpha)$. De esta manera la función conductancia normalizada se define como:

$$\zeta = \frac{(X, Z, \alpha)}{(0,2,1)} = \frac{3\, g(X, Z, \alpha)}{2(1+\alpha)(1-\alpha)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad III.12$$

Similarmente, para el flujo en tuberías de los fluidos plásticos de Bingham, en base al flujo de un fluido Newtoniano resulta:

$$\zeta_p = \frac{(X,X,0)}{(0,0,0)} = 1 - \frac{4}{3}X + \frac{1}{3}X^4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.13$$

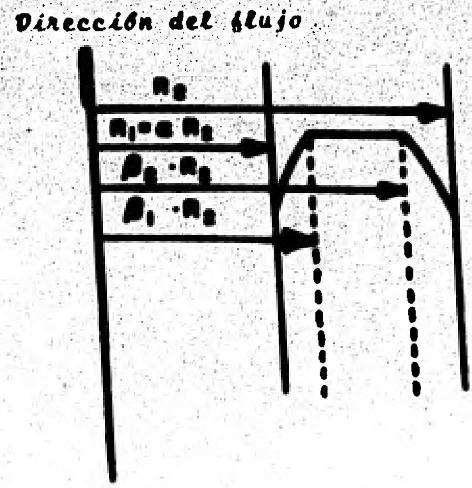


FIGURA III.1.- Distribución de la velocidad en el espacio anular de un fluido Plástico de Bingham.

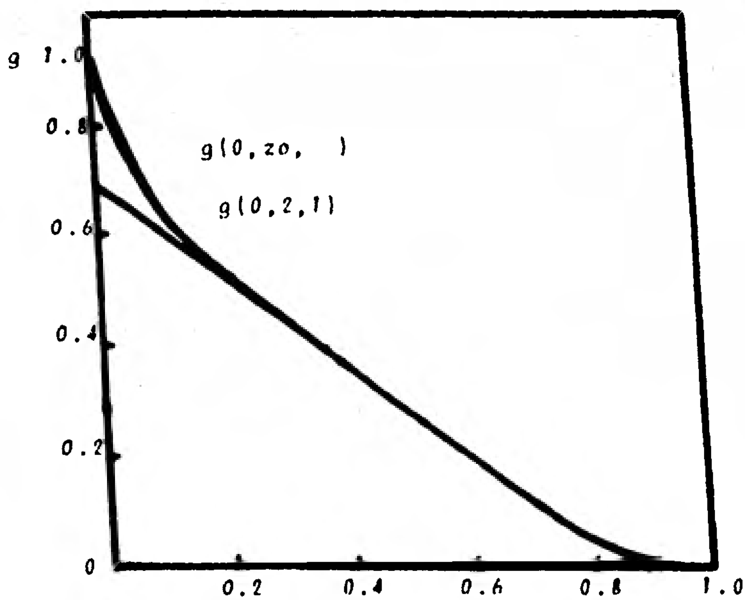


FIGURA III.2.- Función Conductancia de la ecuación para espacios anulares estrechos y de la ecuación de Lamb.

Finalmente, la conductancia normalizada en el espacio anular, para el flujo de fluidos plásticos de Bingham es:

$$\zeta_a = \frac{(X, 2, 1)}{(0, 2, 1)} = 1 - \frac{3}{2} X + \frac{1}{2} X^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.14$$

III.2.- GRUPOS ADIMENCIONALES.

Por conveniencia, las ecuaciones de flujo se deben expresar en términos de grupos adimensionales conocidos. Así para flujo isotérmico se tiene:

$$R = \frac{4\ \bar{m}\ V\ \rho_m}{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.15$$

$$F = \frac{2\ \bar{m}\ \Delta p}{V^2\ \rho_m L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.16$$

$$\bar{m} = \frac{D_H\ (1 - \alpha)}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.17$$

$$\bar{V} = \frac{4 Q}{D_H^2\ (1 - \alpha^2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.18$$

Debido a la poca confiabilidad de la información sobre el flujo turbulento y transicional para los fluidos plásticos de Bingham, se ha dado preferencia al uso de los siguientes grupos adimencionales; el término denominado velocidad característica se define como:

$$V_c = \frac{4\ \bar{m}\ \tau_y}{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.19$$

y el número de Bingham se define como:

$$BI = \frac{V_c}{\bar{V}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.20$$

sustituyendo las ecuaciones III (17-18-19) en la ecuación III.20,

$$BI = \frac{\pi D_H^3 \,(1+\alpha)\,(1-\alpha)^2\,\tau_y}{4\,\mu_p\,Q} \quad \ldots\ldots\ldots \; III.21$$

al sustituir las ecuaciones III.1 y III.5 en la ecuación anterior resulta:

$$BI = \frac{8(1+\alpha)\,(1-\alpha)^2\,X}{g(X, Z, \alpha)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; III.22$$

El número de Bingham BI es igualmente aplicable al flujo en tuberías y espacios anulares. La ecuación III.22 se simplifica - introduciendo la conductancia ζ definida en la ecuación III.12

$$BI = \frac{12X}{\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; III.23$$

para un espacio anular, al simplificar se tiene:

$$BI = \frac{12X}{\zeta_a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; III.24$$

de igual forma para el flujo en una tubería queda:

$$BI = \frac{8X}{\zeta_p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; III.25$$

Sustituyendo las ecuaciones III.17 y III.19 en la ecuación - III.20 se tiene:

$$BI = \frac{D_H\,(1-\alpha)\,\tau_y}{\mu_p\,V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; III.26$$

Despejando X de la ecuación III.25

$$X = \frac{\zeta_p\,BI}{8}$$

sustituyendo el valor de X en la ecuación III.13 resulta:

$$\zeta_p = 1 - \frac{\zeta_p\,BI}{6} + \frac{1}{3}\left[\frac{\zeta_p\,BI}{8}\right]^4 \quad \ldots\ldots\ldots \; III.27$$

Despejando X de la ecuación III.24

$$X = \frac{\zeta_a BI}{12}$$

sustituyendo en la ecuación III.14 el valor de X se obtiene la conductancia para el espacio anular

$$\zeta_a = 1 - \frac{\zeta_a BI}{8} + \frac{1}{2}\left[\frac{\zeta_a BI}{12}\right]^3 \quad \ldots\ldots\ldots \text{III.28}$$

En la figura III.3 se muestra la gráfica de la función conductancia normalizada contra el número de Bingham.

Para obtener el factor de fricción, se obtiene multiplicando las ecuaciones III.15 y III.18, de ésta forma se tiene una expresión para el número de Bingham.

$$BI = \frac{2\ L\ \tau_y}{D_H\ (1-\alpha)\Delta P}\ F.\ R \quad \ldots\ldots\ldots \text{III.29}$$

introduciendo el valor de la ecuación III.2 en la expresión anterior:

$$BI = \frac{X}{2}\ F\ .\ R \quad \ldots\ldots\ldots \text{III.30}$$

igualando las ecuaciones III.24 y III.25 con la ecuación III.30 resulta:

$$F = \frac{24}{\zeta_a^{\,R}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{III.31}$$

$$F = \frac{16}{\zeta_{pR}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{III.32}$$

La figura III.4 muestra la gráfica del número de Reynolds contra el factor de fricción para un rango de valores de $\zeta_a^{\,R}$ o $\zeta_p^{\,R}$ hasta 2100, para valores mayores se utiliza la gráfica de Stanton-Pannell, como se puede apreciar en dicha figura.

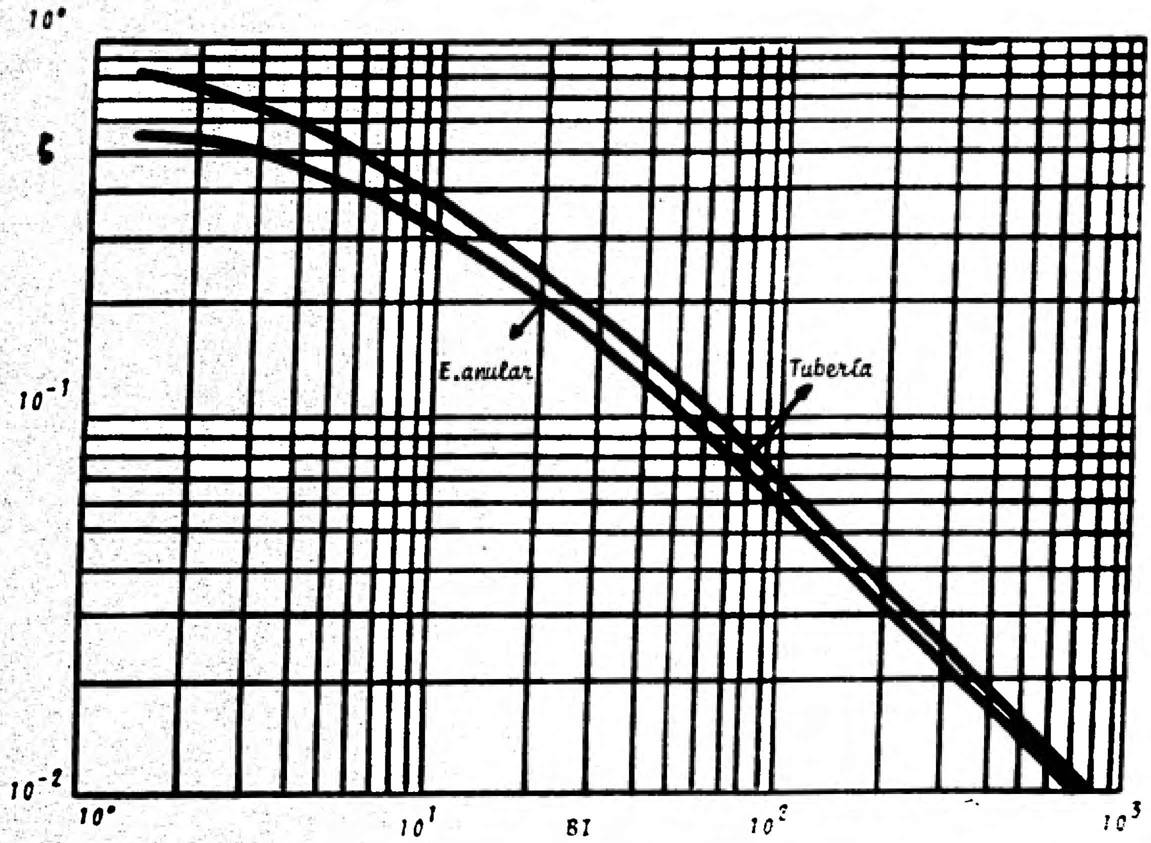


FIGURA III.3.- Gráfica de la función Conductancia contra el Número de Bingham.

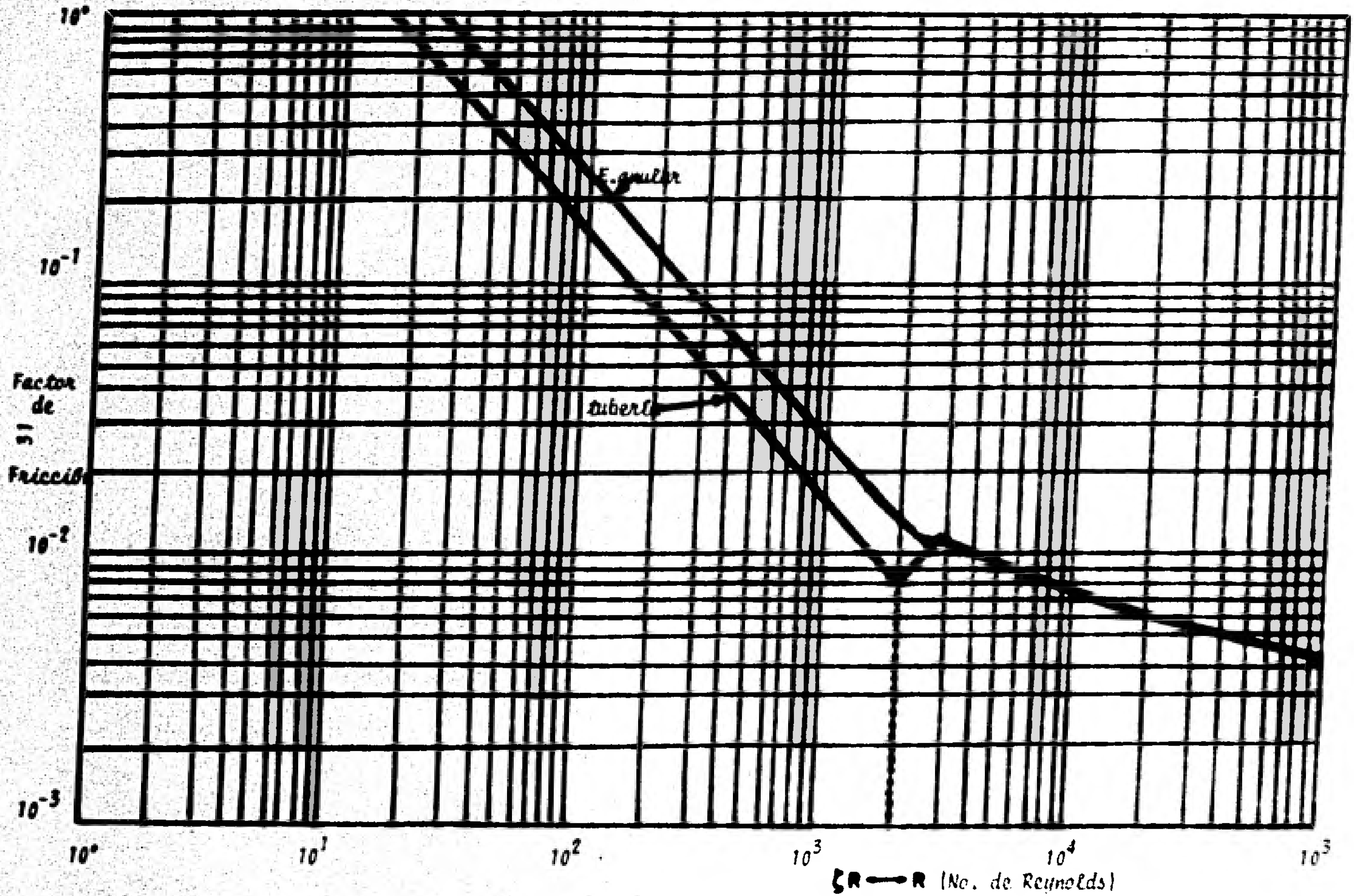


FIGURA III.4.- Diagrama del Factor de Fricción.

III.3.- DETERMINACION DE LA VISCOSIDAD PLASTICA Y EL PUNTO DE CEDENCIA.

La viscosidad plástica y el punto de cedencia de un fluido plástico de Bingham, se determinan en un viscosímetro rotacional de cilindros concéntricos[11] Fann 35A, cuyos elementos escenciales se muestran en la figura III.5. Al colocar la muestra de fluido en éste instrumento, se distribuirá en el espacio anular, entre el cilindro exterior (manga rotatoria) que gira con una velocidad constante y el cilindro interior (bulbo). Al girar el cilindro exterior produce por medio del fluido un torque sobre el bulbo, y éste opone resistencia al movimiento debido al resorte con el que se encuentra unido, sin embargo, el desplazamiento que sufra, Puede observarse en la escala a través de la carátula. Las constantes del instrumento han sido ajustadas, de tal manera que la viscosidad plástica y el punto de cedencia se obtienen por medio de las lecturas a 600 y 300 r.p.m.

La ecuación de un fluido plástico de Bingham se ha desarrollado en el viscosímetro rotacional, suponiendo que no hay flujo cuando el esfuerzo cortante máximo es menor que el punto de cedencia.

La ecuación para un fluido plástico de Bingham es:

$$\mu_p = \frac{\tau - \tau_y}{dv/dr} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad I.6$$

El esfuerzo en la pared del cilindro interior del viscosímetro rotacional se calcula a partir del esfuerzo aplicado, el cual está en función del torque (ver figura III.6).

TORQUE = AREA x RADIO x ESFUERZO CORTANTE [12]

$$T = 2\pi r l_b \cdot r \cdot \tau_b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.34$$

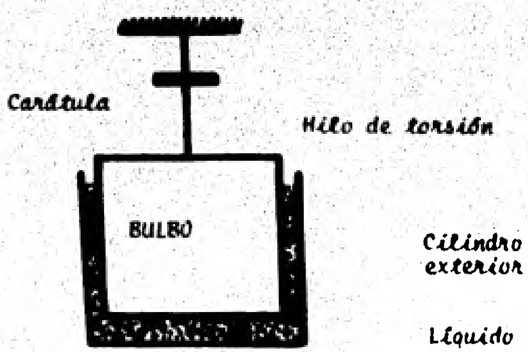


FIGURA III.5.- Diagrama esquemático del bulbo y el rotor de un viscosímetro rotacional.

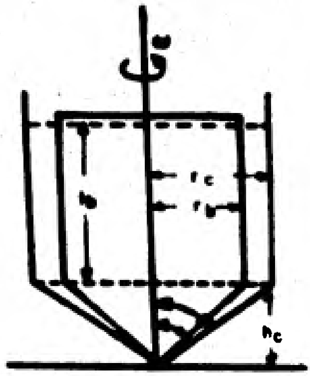


FIGURA III.6.- Forma del bulbo diseñado para el viscosímetro rotacional.

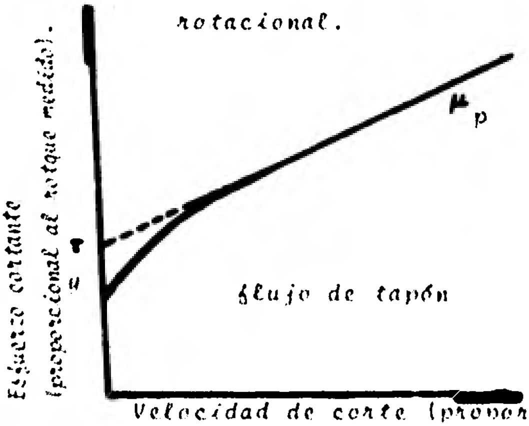


FIGURA III.5a.- Flujo Plástico medido en un viscosímetro rotacional.

La relación entre la velocidad angular y la velocidad lineal se usa para determinar el incremento de velocidad. La velocidad lineal a un radio r del eje es r_w, la velocidad a una distancia dr de r es dada por :

$$(r+dr)\quad(w+dw) = rw + wdr + rdw + (dr)\quad dw \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \text{III.35}$$

Despreciando el último término el aumento en la velocidad de r a $(r+dr)$ es:

$$dv = wdr + rdw \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{III.36}$$

y el incremento de velocidad es:

$$\frac{dv}{dr} = w + r\,\frac{dw}{dr} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{III.37}$$

donde w es la velocidad angular del viscosímetro, y el esfuerzo interno se deriva del segundo término.

$$\frac{dv}{dr} = r\,\frac{dw}{dr} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{III.38}$$

Sustituyendo la ecuación III.34 en la ecuación I.6

$$-\frac{dv}{dr} = r\,\frac{dw}{dr} = \frac{1}{\mu_p}\left(\frac{T}{2\pi r^2 \ell_b}\right) - \frac{\tau_y}{\mu_p} \quad . \; . \; . \; . \; . \; \text{III.39}$$

Reordenando e integrando desde $w=0$ a $\bar{w}$ y de $r=rc$ a rb, se obtiene la ecuación de Reiner y Rivlin[12] para el flujo laminar entre cilindros concéntricos.

$$\int_0^{\bar{w}} dw = \frac{1}{\mu_p}\left(\frac{T}{2\pi \ell_b}\right)\int_{rc}^{rb} r^{-3}\,dr - \frac{\tau_y}{\mu_p}\int_{rc}^{rb}\frac{dr}{r} \quad . \; . \; . \; \text{III.40}$$

$$\bar{w} = \frac{1}{\mu_p}\left(\frac{T}{2\pi \ell_b}\right)\left[-\frac{r^{-2}}{2}\right]_{rc}^{rb} - \frac{\tau_y}{\mu_p}\Big[\ln\ r\Big]_{rc}^{rb} \quad . \; . \; . \; . \; . \; \text{III.41}$$

$$\bar{w} = \frac{100\ T}{4\pi \ell_b \mu_p} \left(\frac{1}{r_b^2} - \frac{1}{r_c^2}\right) - \frac{\tau_y}{\mu_p} \ L_n \left(\frac{r_c}{r_b}\right) \quad . \ . \ . \ . \ . \ III.42$$

La velocidad angular y el torque están relacionados con las variables del viscosímetro, así la velocidad del rotor y la desviación angular del cilindro interior (bulbo) están relacionadas mediante las siguientes ecuaciones:

$$\bar{w} = \frac{2\pi}{60}\ w \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad III.43$$

$$T = Ks\ \theta \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad III.44$$

Sustituyendo las ecuaciones III (43 y 44) en la ecuación III.42 la viscosidad plástica en el viscosímetro se expresa como:

$$\mu_p = \frac{100\ (60)\ \theta\ Ks}{8\ \pi^2\ \ell_b\ w} \left[\frac{1}{r_b^2} - \frac{1}{r_c^2}\right] - \frac{100\ (60)\ \tau_y}{(0.20886)\ 2\ \pi\ w} \left[Ln\ \frac{r_c}{r_b}\right] \quad . \ . \ . \ III.45$$

donde 0.20886 es el factor de conversión de $\frac{dinas}{cm^2}$ a $\frac{1 libras}{100\ pies^2}$ *

La ecuación III.45 se expresa en forma más compacta como:

$$\mu_p = \frac{B\theta - C\ \tau_y}{w} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ III.46a$$

donde

$$C = \frac{100\ (60)}{0.20886\ (2\pi)}\ Ln\ \frac{r_c}{r_b} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ III.47$$

y

$$B = Ks\ Aa \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ III.48$$

donde

*Los viscosímetros están calibrados para obtener la viscosidad plástica en centipoises y el punto de cedencia en $\frac{libras}{100\ (pies)^2}$

$$Ag = \frac{100\ (60)}{8\pi^2\ \ell_b} \left[\frac{1}{r_b^2} - \frac{1}{r_c^2} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.49$$

La ecuación III.48 muestra que la constante A del instrumento, depende a su vez de dos constantes, las cuales deben ser conocidas para, determinar la viscosidad plástica y el punto de cedencia. Esta constante se obtiene calibrando el instrumento con un fluido Newtoniano. Reordenando la ecuación III.46a resulta:

$$\theta = \frac{\mu_p \omega}{B} + \frac{C\ \tau_y}{B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.46b$$

Esta ecuación indica claramente que una gráfica de θ contra w, (desviación angular del bulbo contra la velocidad del rotor en la región de flujo laminar) da una línea recta con pendiente igual a μ_p/B y cuya intersección es C $\tau y/B$, donde τ_y es una constante del material e independiente de la velocidad del rotor. De esta forma la ecuación III.46b, represenata la porsión lineal de la curva de flujo en la figura III.5a.

La viscosidad plástica y el punto de cedencia, se obtienen a través de la determinación experimental de la pendiente e intersección de la curva de flujo, dada por la ecuación III.46b Esto requiere de la medición del torque de equilibrio, por lo menos a dos velocidades así:

$$\mu_p = B \left(\frac{\theta 1 - \theta 2}{\omega 1 - \omega 2} \right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad III.50$$

donde $\theta 1$ y $\theta 2$, son las lecturas en la escala, registradas a $\omega 1$ y $\omega 2$ r.p.m.

El punto de cedencia se calcula por medio de la siguiente relación:

$$\tau_y = \frac{B}{C} \left[\theta 1 - \left(\frac{\omega 1}{\omega 1 - \omega 2} \right) (\theta 1 - \theta 2) \right] \quad \ldots \quad III.51$$

Estos calculos se simplifican, cuando el valor de las constantes del viscosímetro y las dos velocidades son ajustadas para cumplir las siguientes condiciones (ver tabla III.1):

$$B = C = \omega 1 - \omega 2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad III.52$$

así como:

$$\frac{B}{\omega 1 - \omega 2} = 1 \; ; \quad \frac{B}{C} = 1 \; ; \quad \frac{\omega 1}{\omega 1 - \omega 2} = 2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad III.53$$

Finalmente las ecuaciones III (50 y 51) se reducen a:

$$\mu_p = \theta 1 - \theta 2 = \theta 600 - \theta 300 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad III.54$$

$$\tau_y = \theta 2 - \mu_p = \theta 300 - \mu_p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad III.55$$

Estas dos últimas ecuaciones, son las relaciones básicas para obtener las propiedades reológicas del fluido de perforación en el viscosímetro Fann.

TABLA III.1

ESPECIFICACION DE LAS CONSTANTES, ASI COMO LAS DIMENSIONES DEL CILINDRO INTERIOR Y EXTERIOR DEL VISCOSIMETRO ROTACIONAL, MODELO 34

Radio del cilindro exterior (r_c)	1.842 cm.
Radio del cilindro interior (r_b)	1.725 cm.
Espacio anular	0.117
Longitud del cilindro interior (ℓ_b)	3.80 cm
B (Unidades de la ecuación III.48)	300
C (Unidades de la ecuación III.47)	300
Ag (Unidades de la ecuación III.49)	0.826
Ks (Unidades de la ecuación III.48)	387

IV MODELO REOLOGICO DE LA LEY DE POTENCIAS.

Este modelo ha sido usado para describir las propiedades del flujo de un fluido no-Newtoniano, el cual no requiera de un esfuerzo de cedencia inicial, presentando la característica de que la ley de Newton de la viscosidad es un caso especial de éste.

IV.1.- ECUACIONES GENERALIZADAS EN TUBERIAS.

A través de la curva de flujo de un fluido no-Newtoniano, siempre es posible predecir las propiedades en flujo laminar en conductos de simple sección transversal. Las ecuaciones II - (11 y 12) para flujo en tuberías y espacios anulares respectivamente, son aplicables a cualquier tipo de fluido cuya relación de esfuerzo cortante-velocidad de corte es conocida.

Siguiendo el desarrollo original de Rabinowitsch[13] y el efectuado posteriormente por Mooney[14], la expresión para flujo laminar es:

$$\left(\frac{2V}{RD}\right) \tau_w^3 = \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad II.11$$

diferenciando con respecto a τ_w

$$\left(\frac{2V}{RD}\right) 3\tau_w^2 + \tau_w^3 \frac{d(2V/RD)}{d\tau_w} = \tau_w^2 f(\tau_w) \quad \ldots\ldots \quad IV.1$$

la ecuación anterior se simplifica multiplicando todos los términos por k/τ_w^2

$$3\left(\frac{2V}{D}\right) + \tau_w \left\{ \frac{d\left[\frac{2V}{D}\right]}{d\tau_w} \right\} = k f(\tau_w) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.2$$

En la derivación de la ecuación II.11 , la velocidad de corte dv/dr, se asumió como una función no especificada del esfuerzo cortante Kf (τ). En la ecuación IV.2 está evaluada para el esfuerzo cortante en la pared de la tubería τ_w, y representa la velocidad de corte $(-\frac{dv}{dr})_w$; al introducir ésta expresión por Kf (τ_w) y τ_w por $D\Delta P/4L$, la ecuación IV.2 resulta:

$$(-\frac{dv}{dr})_w = 3\left(\frac{2V}{D}\right) + \left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)\frac{d\,(2V/D)}{d\,(D\Delta P/4L)} \quad \text{IV.3a}$$

al multiplicar y dividir por 4 se obtiene:

$$(-\frac{dv}{dr})_w = \frac{3}{4}\left(\frac{8V}{D}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)\frac{d\,(8V/D)}{d\,(D\Delta P/4L)} \quad \text{IV.3b}$$

con ésta ecuación se evalua la velocidad de corte en la pared de la tubería debida al esfuerzo cortante τ_w. Para simplificar el cálculo de la derivada de la velocidad, Metzner y Reed [15] arreglaron el último término de la ecuación IV.3b, multiplicando y dividiendo por 8V/D.

$$(-\frac{dv}{dr})_w = \frac{3}{4}\left(\frac{8V}{D}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{8V}{D}\right)\frac{d\,(8V/D)/(8V/D)}{d\,(D\Delta P/4L)/(D\quad P/4L)} \quad \text{IV.4a}$$

considerando que d (LnX) = dx/x queda:

$$(-\frac{dv}{dr})_w = \frac{3}{4}\left(\frac{8V}{D}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{8V}{D}\right)\frac{d\ln\,(8V/D)}{d\ln\,(D\Delta P/4L)} \quad \text{IV.4b}$$

si se denota la derivada en la ecuación IV.4b por 1/n', resulta una expresión general que relaciona la velocidad de corte y la velocidad de flujo propuesta por Metzner y Reed [15].

$$(-\frac{dv}{dr})_w = \frac{3n'+1}{4n'}\left(\frac{8V}{D}\right) \quad \text{IV.5a}$$

Nótese que ésta ecuación es solamente otra forma de la ecuación IV.3a. Sin embargo, es preferible debido a su forma simple, puesto que n' representa la pendiente de una gráfica logarítmica de $D\Delta P/4L$ contra $8V/D$, establecida por su comportamiento casi constante para un amplio rango de esfuerzo cortante en diferentes fluidos no-Newtonianos, como se muestra en la figura IV.1.

$$n' = \frac{d\ln\,(D\Delta P/4L)}{d\ln\,(8V/D)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.5b$$

La ecuación de ésta línea tangente se expresa como:

$$\tau_w = \frac{D\Delta P}{4L} = K'_p \left[\frac{8V}{D}\right]^{n'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.6$$

donde K'_p es el valor de la intersección de la línea tangente sobre el eje τ_w, y $8V/D$ es igual a la unidad. Despejando éste último término entre paréntesis de la ecuación IV.5a y sustituyendolo en la ecuación IV.6 resulta:

$$\tau_w = K'_p \left[\frac{4n'}{3n'+1}\right]^{n'} \left[\frac{dv}{dr}\right]^{n'}_w \quad \ldots\ldots \quad IV.7$$

De ésta manera, se puede apreciar el significado de la propiedad física n', que al ser igual a la unidad queda:

$$\tau_w = K'_p \quad \left(-\frac{dv}{dr}\right)_w \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.8$$

Es decir, surge la familiar relación esfuerzo cortante-velocidad de corte de los fluidos Newtonianos. Cuando el valor constante de n' es menor que la unidad, la ecuación de la ley de potencias describe el compontatmiento de los fluidos pseudoplásticos.

$$\tau_w = K \left[\frac{dv}{dr}\right]^{n}_{w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.9$$

donde

$$K = K'_n \left[\frac{4n'}{3n'+1}\right]^{n'} \quad y \quad n = n' \quad \ldots\ldots \quad IV.10$$

La ecuación IV.6 es la ecuación fundamental que relaciona

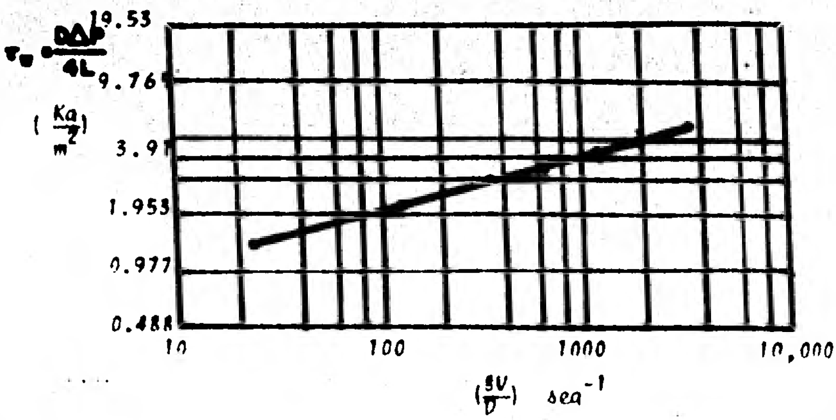


FIGURA IV.1.- DATOS OBTENIDOS EN UNA SUSPENSION DE CARBONATO DE CALCIO EN AGUA (25% en peso), MEDIANTE UN VISCOSIMETRO CAPILAR.

caída de presión y la velocidad promedio del flujo, en términos de las dimensiones del tubo y de las características de los parámetros K_p' y n'.

A cualquier esfuerzo cortante n y n' pueden relacionarse por el siguiente análisis, originalmente desarrollado por Metzner [18]. Tomando logaritmos de la ecuación IV.5a y diferenciando se tiene:

$$d\left[\ln\left(-\frac{dv}{dr}\right)_w\right] = d\left[\ln\left(\frac{3n'+1}{4n'}\right)\right] + d\left[\ln\left(\frac{8V}{D}\right)\right] \quad \ldots \text{IV.11a}$$

dividiendo los términos de ésta ecuación por $d\,(\ln \tau_w)$

$$\frac{d\left[\ln\,(-dv/dr)_w\right]}{d\,(\ln\,\tau_w)} = \frac{d\left[\ln\left(\frac{3n'+1}{4n'}\right)\right]}{d\,(\ln\,\tau_w)} + \frac{d\left[\ln\left(\frac{8V}{D}\right)\right]}{d\,(\ln\,\tau_w)} \quad \ldots \text{IV.11b}$$

El primer término de ésta expresión, es el inverso de la pendiente de la gráfica logarítmica de τ_w contra $(-dV/dr)_w$, y es equivalente a $1/n$; el último término ha sido definido previamente como $1/n'$, hechas éstas simplificaciones se tiene:

$$\frac{1}{n} = \frac{d\,\ln\left(\frac{3n'+1}{4n'}\right)}{d\,(\ln\,\tau_w)} + \frac{1}{n'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.12}$$

Como el valor de n' referido a un cierto valor de esfuerzo cortante es conocido, el subíndice w desaparece y la ecuación IV.12 queda:

$$n = \frac{n'}{1 - \frac{1}{3n'+1}\left[\frac{dn'}{d\,\ln\tau}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.13}$$

La relación de la derivada $dn'/d(\ln\tau)$ representa la pendiente de la gráfica de n' contra $\ln\tau$. Si n' es una constante independiente del esfuerzo cortante, y τ_w contra $8V/D$ es substancialmente lineal, el segundo término en el denominador de la ecuación IV.13 es cero y n es idéntica a n'.

Para obtener el número de Reynolds, se emplea la ecuación de Fanning para la caída de presión por fricción:

$$F = \frac{\Delta P g_c D}{2 \rho L V^2} = \frac{D \Delta P/4L}{\rho V^2/2 g_c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.14}$$

sustituyendo $D\Delta P/4L$ de la ecuación IV.6 se obtiene:

$$F = \frac{2 g_c K'_p}{\rho V^2} \left[\frac{8V}{D}\right]^{n'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.15}$$

reordenando

$$F = \frac{16 g_c K'_p (8^{n'-1})}{\rho V^{2-n'} D^{n'}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.16}$$

como F=16/R para los fluidos Newtonianos, el número de Reynolds-generalizado resulta:

$$R = \frac{D^{n'} V^{2-n'} \rho}{g_c K'_p 8^{n'-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.17}$$

del viscosímetro capilar se tiene que:

$$K'_v = K'_p \left[\frac{4n'}{3n'+1}\right]^{n'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.18}$$

despejando K'_p:

$$K'_p = K'_v \left[\frac{3n'+1}{4n'}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.19}$$

sustituyendo la ecuación IV.19 en IV.17 queda:

$$R_p = \frac{D^{n'} V^{2-n'} \rho}{g_c K'_v \left[\frac{3n'+1}{4n'}\right] (8^{n'-1})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.20}$$

IV.2 .- ECUACIONES GENERALIZADAS EN ESPACIOS ANULARES.

Las expresiones analíticas fueron deducidas por Fredrickson y Bird [8] para describir el flujo en un espacio anular, -- de un fluido que siga el comportamiento del modelo reológico de - la Ley de Potencias, en base a éste trabajo, Savins [47] comprobó- que éstas ecuaciones pueden ser aproximadas a expresiones mas simples desarrolladas para ranuras estrechas. De ésta forma se procede con la derivación de un factor de fricción generalizado-número de Reynolds para el flujo en ranuras, empleadas para el flujo- en el espacio anular por su similitud.

Siguiendo el procedimiento usado en el desarrollo de la ecuación de Rabinowitsch se tiene:

$$\frac{V}{H} = \frac{k}{2\tau_w^2} \int_0^{\tau_w} f(\tau)\, d\tau \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad II.22$$

diferenciando con respecto a τ_w y multiplicando por k/τ_w se obtiene:

$$2\left(\frac{2V}{H}\right) + \tau_w \frac{d\,(2V/H)}{d\,\tau_w} = k f(\tau_w) \qquad \ldots\ldots \quad IV.21$$

sustituyendo las ecuaciones II.4a y II.14 en la ecuación anterior resulta:

$$\left(-\frac{dv}{dr}\right)_w = 2\left(\frac{2V}{H}\right) + \frac{H\Delta P}{2L} \frac{d\,(2V/H)}{d\left(\frac{H\Delta P}{2L}\right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.22$$

multiplicando y dividiendo por 3

$$-\frac{dv}{dr} = \frac{2}{3}\left(\frac{6V}{H}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{H\Delta P}{2L}\right) \frac{d\,(6V/H)}{d\left(\frac{H\Delta P}{2L}\right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.23$$

multiplicando y dividiendo por 6V/D

$$-\frac{dv}{dr} = \frac{2}{3}\left(\frac{6V}{H}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{6V}{H}\right)\frac{\left[d\left(\frac{6V}{H}\right)\right] / \left(\frac{6V}{H}\right)}{d\left(\frac{H\Delta P}{2L}\right) / \left(\frac{H\Delta P}{2L}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad IV.24$$

como $d(\ln X) = dx/x$, queda:

$$-\frac{dv}{dr} = \frac{2}{3}\left(\frac{6V}{H}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{6V}{H}\right)\frac{d\ln(6V/H)}{d\ln(H\Delta P/2L)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.25$$

graficando en papel logarítmico el valor de 6V/H contra HΔP/2L , la pendiente resultante será n^*

$$n^* = \frac{d\ \ln\ (H\Delta P/2L)}{d\ \ln\ (6V/H)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.26$$

de esta forma la ecuación IV.25 resulta:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{2n^* + 1}{3n^*}\left(\frac{6V}{H}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.27$$

Integrando la ecuación IV.26 :

$$\tau_w = \frac{H\Delta P}{2L} = K_a'\left(\frac{6V}{H}\right)^{n^*} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.28$$

donde K_a' es una constante de integración, así la ecuación IV.28 , es la ecuación de una línea recta, tangente a la curva logarítmica de τ_w contra 6V/H , K_a' es el valor de la intersección de la línea tangente sobre el eje τ_w, cuando 6V/H es igual a la unidad. - Despejando 6V/H de la ecuación IV.27 y sustituyéndolo en la - IV.28 da:

$$\tau_w = K_a'\left[\frac{3n^*}{2n^*+1}\right]^{n^*}\left[-\frac{dv}{dr}\right]_w^{n^*} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.29$$

Si n^* es igual a la unidad, la ecuación anterior se transforma en la relación lineal esfuerzo cortante-velocidad de corte de los --

fluidos Newtonianos. Para n^* (constante) menor que la unidad se tiene la relación del esfuerzo cortante-velocidad de corte para la Ley de Potencias.

$$\tau_w = K\left[-\frac{dv}{dr}\right]_w^n$$

la relación de los coeficientes constantes está dada por:

$$K = K_a'\left[\frac{3n^*}{2n^*+1}\right]^{n^*} \quad , \; y \; n = n^* \qquad \text{IV.30}$$

Ahora se debe relacionar ΔP de la ecuación IV.28 con la ecuación de Fanning, para obtener una expresión del número de Reynolds generalizado, el cual se aplicará al flujo de fluidos en ranuras. De ésta forma la ecuación de Fanning se convierte en la siguiente expresión:

$$F = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2\, g_c} = \frac{H\Delta P/2L}{\rho V^2/2\, g_c} \qquad \text{IV.31}$$

sustituyendo la expresión general para τ_w de la ecuación IV.28, y reordenando términos resulta:

$$F = \frac{2\, g_c\, K_a'}{\rho\, V^2}\left[\frac{6V}{H}\right]^{n^*} \qquad \text{IV.32}$$

y se puede expresar como:

$$F = \frac{24\, g_c\, K_a'\, (12^{n^*-1})}{\rho\, V^{2-n^*}\, (2H)^{n^*}} \qquad \text{IV.33}$$

debido a que $F = 24/R$ para fluidos Newtonianos en flujo laminar, se define el número de Reynolds generalizado como:

$$R = \frac{(2H)^{n^*}\, V^{2-n^*}\rho}{g_c\, K_a'\, (12^{n^*-1})} \qquad \text{IV.34}$$

Para simplificar, las ecuaciones IV.10 y IV.30 pueden combinarse para obtener una relación entre los tres pares de índices de flujo introducidos en las ecuaciones IV.9, IV.6 y IV.28

$$n' = n = n^{*}$$

$$K = K'_p \left[\frac{4n'}{3n'+1}\right]^{n'} = K'_a \left[\frac{3n'}{2n'+1}\right]^{n'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.35$$

Como el análisis del flujo en ranuras estrechas se aproxima con presición a la geometría del espacio anular, se adapta la ecuación IV.21 a través de la ecuación IV.34 para las dimensiones en el sistema anular, reemplazando el término H por $D_H - D_p$ /2. Así la ecuación IV.28 queda:

$$\tau_w = \frac{(D_H - D_p)\,\Delta P}{4L} = K'_a \left[\frac{12V}{D_H - D_p}\right]^{n'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad IV.36$$

Al graficar en papel logarítmico τw contra $12V/(D_H - D_p)$, para flujo laminar en el espacio anular de un fluido de la Ley de Potencias $n^{*} = n'$; es lineal con una pendiente n' y un valor de intersección de Ka sobre el eje τw, cuando $12V/(D_H - D_p)$ es igual a la unidad.

La expresión para el número de Reynolds generalizado IV.34 para el espacio anular resulta:

$$R_a = \frac{(D_H - D_p)^{n'}\; V^{2-n'}\,\rho}{g_c\; K'_a\; 12^{n'-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.37$$

por correlaciones del viscosímetro capilar se tiene:

$$K'_a = K'_v \left[\frac{2n'+1}{3n'}\right]^{n'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.38$$

sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación IV.37, finalmente se obtiene la expresión del número de Reynolds generalizado:

$$Ra = \frac{(D_H - D_p)^{n'} \; V^{2-n'} \; \rho}{g_c \; \frac{2}{3} \; Kv \; (\frac{2n' + 1}{2n'})^{n'} \; 8^{n'-1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; IV.39$$

IV.3.- CORRELACION DEL VISCOSIMETRO ROTACIONAL Y EL COMPORTAMIENTO DEL FLUJO EN LA TUBERIA, ASI COMO LA DETERMINACION DE n y K_v.

La ecuación general que describe el comportamiento del flujo laminar de los fluidos dentro de un viscosímetro rotacional de cilindros concéntricos de radios r_c y r_b, como se muestra en la figura III.6 está dada por:

$$\frac{V}{H} = \frac{k}{2 \; \tau_w^2} \int_0^{\tau_w} \tau \; f \; (\tau) \; d\tau \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; II.22$$

considerando los límites $\tau = \tau_c = 0$ y $\tau w = \tau_b$ y las relaciones siguientes:(3)

$$\tau_b = \frac{T}{2 \pi \ell_b \; r_b^2} \; ; \qquad \tau_c = \frac{T}{2 \pi \; \ell_b \; r_c^2} \quad \therefore \quad \frac{r_c^2}{r_b^2} = \frac{\tau_b}{\tau_c}$$

por definición

$$\lambda = \frac{r_c}{r_b} \qquad y \qquad w = V/H$$

la ecuación II.22 queda de la forma siguiente:

$$w = \frac{K}{2} \int_{\tau_b / \lambda^2}^{b} \frac{\tau}{\tau^2} \; f \; (\tau) \; d\tau \quad . \; . \; . \; . \; IV.40$$

La función no especificada $kf \; (\tau)$ es reemplazada por:

$$- \frac{dv}{dr} = Kf \; (\tau) = (\frac{1}{K})^{1/n} \; \tau^{1/n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; IV.41$$

sustituyendo el valor de kf (τ) en la ecuación IV.40

$$\omega = \frac{1}{2}\int_{\tau_b/\lambda^2}^{\tau_b} \tau^{-1}\ \tau^{1/n}\ (\frac{1}{K})^{1/n}\ d\tau \quad . . . . \quad IV.42$$

Integrando y evaluando límites resulta:

$$\omega = \frac{1}{2\ K^{1/n}}\left[n\ \tau_b^{1/n} - n\ (\frac{\tau_b}{\lambda^2})^{1/n}\right] \quad . . . \quad IV.43$$

Simplificando y despejando $(1/K)^{1/n}$

$$(\frac{1}{K})^{1/n} = \frac{2\omega\ \lambda^{2/n}}{n\left[\lambda^{2/n} - 1\right]\tau_b^{1/n}} \quad . . . . \quad IV.44$$

reordenando

$$(\frac{1}{K})^{1/n}\ \tau_b^{\ 1/n} = (\frac{dv}{dr})_b = \frac{2\omega\ \lambda^{2/n}}{n(\lambda^{2/n}-1)} \quad . . . . \quad IV.45$$

multiplicando y dividiendo esta ecuación por λ^2 y (λ^2-1)

$$(\frac{dv}{dr})_b = \frac{2\ \omega\ \lambda^{2/n}\ \lambda^2\ (\lambda^2-1)}{n\ (\lambda^{2/n}-1)\ \lambda^2\ (\lambda^2-1)} \quad . . . . \quad IV.46$$

Reordenando y denominando a $\dot{\gamma}$ como:

$$\dot{\gamma} = (\frac{\lambda^{2/n}}{n\ \lambda^2})\ (\frac{\lambda^2-1}{\lambda^{2/n}-1}) \quad . . . . \quad IV.47$$

La ecuación III.46 se expresa en una forma mas simple

$$(\frac{dv}{dr})_b = \dot{\gamma}\ (\frac{2\omega\ \lambda^2}{\lambda^2-1}) \quad . . . . \quad IV.48$$

el término dentro del paréntesis de la derecha representa la velocidad de corte del bulbo. Cuando $n = 1 = \dot{\gamma}$ para un fluido Newtoniano, indica que la velocidad de corte es igual a la velocidad que se tiene medida en el viscosímetro, con lo cual no requerimos de corrección.

Combinando las ecuaciones IV.48 y IV.41 y despejando resulta:

$$\tau_b = K \dot{\gamma}^n \left(\frac{2\omega \lambda^2}{\lambda^2 - 1}\right)^n \quad \text{. . . . . IV.49}$$

tomando logaritmos la ecuación IV.49 queda:

$$\log \tau_b = \log (K \dot{\gamma}^n) + n \log \left(\frac{2\omega \lambda^2}{\lambda^2 - 1}\right) \quad \text{. . . . IV.50}$$

la ecuación IV.50 muestra que la ecuación IV.49, al graficarse en papel logarítmico τ_b contra $2\omega\lambda^2 / (\lambda^2 - 1)$ se obtiene una línea recta. Los índices K y n son constantes así como $\dot{\gamma}^n$; donde n es el valor de la pendiente y el valor de la intersección sobre el eje τ_b es K'_v, cuando $2\omega\lambda^2 / (\lambda^2 - 1)$ es igual a la unidad. De acuerdo a lo anterior la ecuación IV.50 queda:

$$K'_v = K \dot{\gamma}^n \quad \text{. . . . . IV.51}$$

El viscosímetro Fann modelo 35 proporciona seis valores de $2\omega\lambda^2 / (\lambda^2 - 1)$, correspondientes a las seis velocidades disponibles en éste instrumento, indicadas en la tabla IV.1. Puesto que el desarrollo anterior es solo para fluidos cuyo comportamiento es similar al de la Ley de Potencias, n es equivalente n' (introducido en el análisis de flujo en tuberías); de igual forma K'_v está relacionada con K'_p, de las ecuaciones IV.10 y IV.51 se sigue que:

$$\frac{K'_v}{K'_p} = \left(\frac{4n' + \dot{\gamma}}{3n' + 1}\right)^n \quad \text{. . . . . IV.52}$$

donde γ es conocido como factor geométrico[3], definido en la ecuación IV.47, y está en función de λ y n, es decir depende de las dimensiones del rotor y del bulbo del viscosímetro Fann, así como del índice de comportamiento del fluido. Este factor expresa el régimen de corte a que estpa sujeto el lodo en el pozo, en términos de la velocidad rotacional Fann.

El viscosímetro Fann 35 proporciona seis valores de $(2w\ \lambda^2/\ \lambda^2-1)$, correspondientes a las seis velocidades disponibles, como se muestra en la tabla siguiente:

TABLA IV.1

Velocidad de corte en el cilindro interior del viscosímetro Fann 35, en función de las rev/min.

Velocidad del rotor w	$\left(\frac{2w\ \lambda^2}{\lambda^2-1}\right)$
rev/min	seg^{-1}
600	1022
300	511
200	340
100	170
6	10.2
3	5.1

Este instrumento registra valores de τb directamente en lbf/100 pies^2 cuando tiene un resorte de torsión normal; una relación exacta entre τb en lbf/pies^2 a una determinada lectura θ es:

$$\tau_b = N\ (0.01066)\ \theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.53$$

donde N es una constante de extensión del resorte dado por el fabricante, generalmente es 1 aunque puede ser ($\frac{1}{5}$, 1, 3, 5).

Al registrar las lecturas en el viscosímetro con las velocidades mostradas en la tabla IV.1, y al graficar $(2\ \lambda^2 w/\ \lambda^2-1)$ contra τb, se determinan los índices de comportamiento y consistencia (n y K). Sin embargo para los fluidos a que se refiere este capítulo, n y K pueden obtenerse mediante dos velocidades[18] así de la ecuación 1.9 se tiene:

$$\log \tau = \log K + n \log \gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad IV.54$$

reordenando

$$n = \frac{\log \tau 2 - \log \tau 1}{\log \gamma 2 - \log \gamma 1} = \frac{\log \frac{\tau_2}{\tau 1}}{\log \frac{\gamma^2}{\gamma 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.55$$

Así, en vez de preparar una gráfica logarítmica con las seis velocidades del viscosímetro, n' puede obtenerse con las lecturas por ejemplo a, 600 rpm (θ 600) y a 300 rpm (θ 300). La ecuación IV.55 se expresa como:

$$n = \frac{\log \frac{\tau 2}{\tau 1}}{\log \frac{w2}{w1}} = \frac{\log \frac{\tau 2}{\tau 1}}{\log \frac{600}{300}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.56$$

Finalmente n se obtiene por medio de la siguiente ecuacion :

$$n = 3.32 \log \frac{\theta_1}{\theta_2} = 3.32 \log \frac{\theta 600}{\theta 300} \quad \ldots\ldots\ldots \quad IV.57$$

y K de acuerdo a la ecuación IV.54 se expresa por:

$$\log K = \log \tau 2 - n \log \gamma 2$$

$$K'v = \frac{\tau 2}{\gamma_2^n} = \frac{\theta 600}{(1022)^n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad IV.58$$

V.- VARIACIONES DE PRESION DEBIDO AL MOVIMIENTO DE LA TUBERIA Y A LA CIRCULACION DEL FLUIDO DURANTE LAS OPERACIONES DE PERFORACION.

En capítulos anteriores se trató de manera general la reología de los fluidos y en particular, el correspondiente a los fluidos de perforación. En el presente capítulo se analizarán brevemente las presiones ejercidas por la columna del fluido de perforación, las existentes en las formaciones perforadas, así como aquellas generadas por los efectos del movimiento ascendente y descendente de la sarta de perforación.

V.1.- ORIGENES O FUENTES DE PRESION EN EL POZO.

La perforación de un pozo a través de las diferentes formaciones, constituye una perturbación que altera el equilibrio de los esfuerzos establecidos en las rocas de acuerdo con las condiciones geológicas. La evidencia de éstos esfuerzos está presente en todos los estratos de la corteza terrestre, sin importar su edad, manifestándose en sus características estructurales.

De acuerdo a la teoría más aceptada, la mayoría de los hidrocarburos se han formado a partir de restos orgánicos, depositados en un ambiente marino y cubiertos por sedimentos finos, en aguas mas o menos tranquilas y relativamente poco profundas. En la transformación de la materia orgánica a hidrocarburos se reconocen diversos cambios como son: Los bioquímicos, químicos y físicos, considerándose de mayor importancia el primero provocado por la acción de las bacterias. Las bacterias aerobias oxidan y destruyen la materia orgánica, produciendo dióxico de carbono y agua, en tanto que las anaerobias quitan el oxígeno, nitrógeno, fósforo y azufre, concentrando el carbono y el hidrógeno.

Una vez formados los hidrocarburos, emigran dentro de -

la corteza terrestre a través de rocas permeables, debido a fuerzas tales como las de compresión de los sedimentos, capilares, - de gravedad, así como la presión hidrostática. La migración existe hasta que alguna barrera detiene el movimiento de los hidrocarburos, formándose de ésta forma los yacimientos petrolíferos, hasta los que hay que llegar por medio de un pozo petrolero para extraer los hidrocarburos. Sin embargo, antes de alcanzar la pro-- fundidad prevista se encuentran fluidos con presiones de diferente magnitud contenidos en las formaciones, los cuales se contro-- lan mediante el fluido de perforación para evitar su introducción al pozo.

Las presiones de interés durante las operaciones de perforación son: presión hidrostática, presión de sobrecarga y la - presión de formación.

PRESION HIDROSTATICA.- Es la presión ejercida por una columna de líquido, debido al peso del mismo sobre un punto determinado, dado por la siguiente expresión:

$$P_h = \delta h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad V.1$$

PRESION DE SOBRECARGA.- Es aquella ejercida por las capas sobreyacentes a un punto determinado, debido al peso de los - sedimentos y fluidos contenidos en éstas. La presión de sobrecarga se determina mediante el empleo del registro de densidades; esta presión se expresa por la siguiente ecuación:

$$P_{sc} = (1 - \phi)\, h\, \rho_r + \phi h\, \rho_{sw} \quad \ldots\ldots\ldots \quad V.2$$

PRESION DE FORMACION.- Es aquella a la que se encuentran sometidos los fluidos existentes en los espacios porosos de la formación; considerándose normal cuando es igual a la presión hidrostática ejercida por una columna de agua salada. Las presiones de formación que no siguen éste comportamiento, son llamadas anormales.

El conocimiento de las presiones anteriores es importante, ya que se debe mantener una presión equivalente de circulación en el fondo del pozo, de tal manera que los fluidos de la formación no invadan al pozo, sin llegar a provocar pérdidas de circulación.

V.2.- CALCULO DE LAS CAIDAS DE PRESION EN EL SISTEMA DE CIRCULACION.

El sistema normal de circulación es un circuito cerrado como se puede apreciar en la figura V.1, iniciándose en las bombas y concluyendo en el tanque de succión, donde se inicia el ciclo.

La caída de presión total en el sistema de circulación, incluye las caídas de presión en el equipo superficial, en la sarta de perforación y en el espacio anular alrededor de la sarta. La caída de presión en el sistema de circulación, se consume para vencer la fricción durante el movimiento del fluido, excepto la creada en la barrena, la cual es aprovechada al incrementar la velocidad del fluido de perforación para la remoción del material cortado.

El cálculo de las caídas de presión en el sistema circulatorio, tiene por objeto determinar la potencia hidráulica superficial que se emplea en la circulación del fluido de perforación a través del sistema. Además se determina la caída de presión en el espacio anular, para el cálculo de la densidad equivalente de circulación en el fondo del pozo; así como la determinación de las velocidades de introducción y extracción de tuberías para obtener la densidad equivalente de empuje y de succión, con la finalidad de mantener dichas densidades dentro de los rangos limitados por la variación de presión de formación y de fractura.

El cálculo de las caídas de presión en cada sección dependen del régimen de flujo. En la figura V.2 se muestran éstos

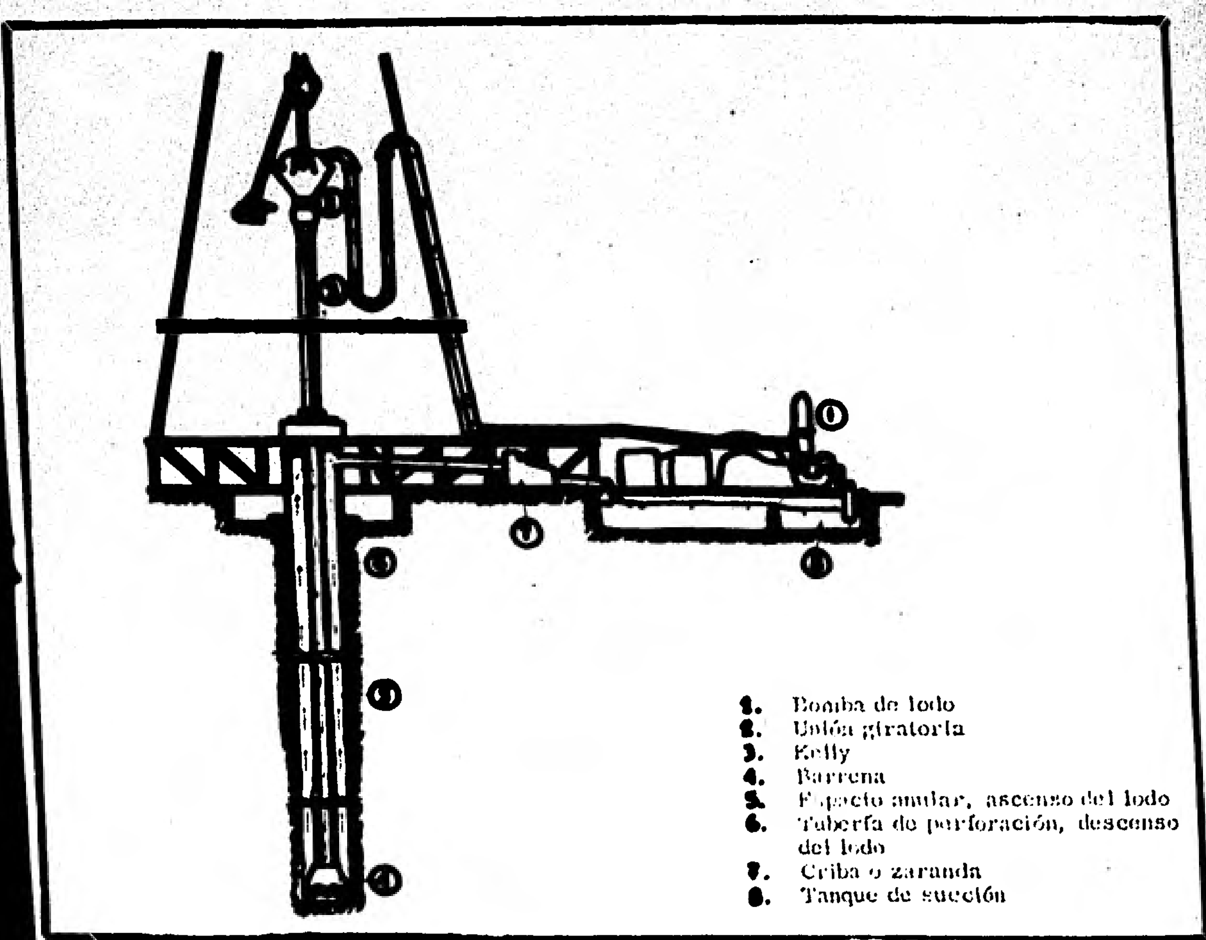


FIGURA V.1 SISTEMA DE CIRCULACION.

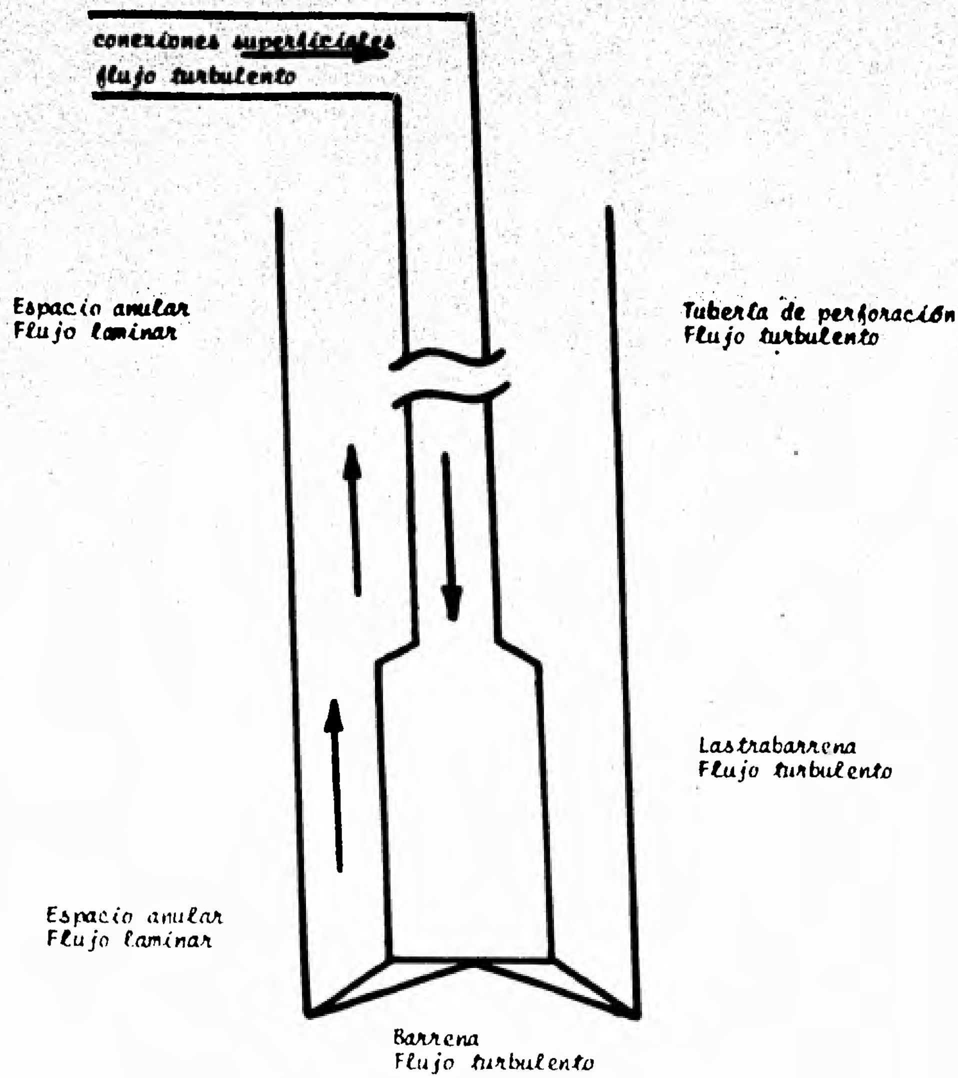


FIGURA V.2.- SISTEMA DE CIRCULACION Y REGIONES DE FLUJO TIPICAS.

regímenes, siendo generalmente turbulento, excepto en el espacio anular donde se presenta flujo laminar.

La caída de presión total en el sistema circulatorio - se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$P_{sd} = \Delta P_{cs} + \Delta P_{p} + \Delta P_{lb} + \Delta P_{B} + \Delta P_{alb} + \Delta P_{ap} \quad \ldots\ldots\ldots \quad V.3$$

La caída de presión por fricción en las conexiones superficiales son variables, ya que los pozos raramente están dotados con equipo idéntico. Para su determinación se considera la - tubería de pie (stand pipe), la manguera de perforación, el cuello de ganso de la unión giratoria, la flecha o vástago de perforación, así como los cambios de dirección que el fluido sufre en éste sistema. Generalmente existen cuatro combinaciones de equipo[20] superficial y para facilitar los cálculos, se asigna una longitud equivalente de tubería de perforación en función del -- diámetro, como se muestra en la tabla V.1.

CAIDA DE PRESION EN LA BARRENA.- Las barrenas comunmente usadas son las tricónicas de dientes maquinados, clasificadas con respecto al tamaño y posición de las toberas de descarga, en convencionales y "a chorro".

Las toberas de la barrena a chorro están diseñadas para descargar al fluido de perforación con una alta velocidad en el fondo del agujero, directamente contra la formación que ayuda a la acción de limpieza del fondo.

La caída de presión en la barrena es directamente proporcional a la densidad del fluido y al cuadrado del gasto, e inversamente proporcional al cuadrado del área transversal total - de las toberas, de acuerdo a la expresión siguiente:

$$P_b = \frac{1.108\, \rho_m\, Q^2}{(D_{b1}^2 + D_{b2}^2 + D_{b3}^2)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad V.4$$

TABLA V.1

CONEXIONES SUPERFICIALES.

Componentes de las conexiones superficiales	Combinaciones típicas No. 1 D_I cm	L m	No. 2 D_I cm	L m	No. 3 D_I cm	L m	No. 4 D_I cm	L m
Tubería de pie	7.6	12.2	8.9	12.2	10.2	13.7	10.2	13.7
Manguera	5.0	13.7	6.4	16.8	7.6	16.8	7.6	16.8
Tubo lavador de la unión giratoria y cuello de ganso	5.0	1.2	6.4	1.5	6.4	1.5	7.6	1.8
Flecha	5.7	12.2	8.3	12.2	8.3	12.2	10.2	12.2

Tubería de Perforación Dp	Peso Kg/m	Longitud equivalente de conexiones superficiales en metros de tubería de perforación.			
8.9	19.8	133.2	49.1		
11.4	24.7		232	146	103.7
12.7	29.0			248.8	176.5

La determinación de las caídas de presión debidas a la fricción del flujo se obtiene por medio de la ecuación de Fanning:

$$P = \frac{2 \times 10^6 \ FV^2 \rho_{mL}}{D_I} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ V.5$$

La ecuación correspondiente para obtener la caída de presión en el espacio anular es:

$$P = \frac{2 \times 10^6 \ FV^2 \rho_{mL}}{D_H \ (1-a)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ V.6$$

Si existe en el pozo más de una sección, deberán calcularse independientemente cada una, y por último, la caída de presión total será la suma de ellas.

V.3.- CALCULO Y EFECTOS DE LA VARIACION DE PRESION DEBIDO AL MOVIMIENTO DE LA TUBERIA.

El movimiento de la sarta de tubería es un procedimiento inevitable en las operaciones de perforación y terminación de pozos petroleros. Así, durante el manejo de la tubería de perforación, de revestimiento y de producción, se les imparte un movimiento ascendente y descendente que pueden ocasionar descontroles del pozo, si no se regula la velocidad de introducción y extracción de éstas.

La mayoría de los descontroles ocurren al estar sacando la sarta de tubería, y generalmente son el resultado del efecto de succión, de la omisión en conservar el pozo lleno de fluido, o de la disminución de presión sobre la formación al detener la bomba

Cuando se extrae la tubería actúa en cierta forma como pistón, presentándose una reducción momentánea de la presión mientras la tubería está en movimiento. Esta tendencia del pistoneo es máxima en el extremo inferior de la tubería y mínima en la superficie; prestándose proporcionalmente entre éstos valores a lo largo de la tubería; extendiéndose también desde el extremo inferior hasta la profundidad total, pero mientras más corta es la tubería menor es el efecto mencionado.

En el caso de la tubería de perforación, el mayor efecto de succión se presenta justamente en el momento en que la barrena se separa del fondo; es en éste momento cuando se deben hacer las verificaciones más cuidadosas para determinar si los fluidos de la formación están entrando al pozo por dicho efecto.

Al extraer determinada longitud de tubería equivalente a $1m^3$ de acero, se debe verter al pozo $1m^3$ de fluido de perforación para mantener la misma presión hidrostática sobre las formaciones expuestas, sin embargo, si se utiliza un menor volúmen, quiere decir que han entrado fluidos de la formación al pozo lo que ocacionará problemas tan graves como un posible brote. De presentarse el efecto de succión, se debe regresar la tubería hasta el fondo, circularse el lodo al exterior, e incrementar el peso del fluido antes de hacer el movimiento ascendente.

Es condición primordial el mantener lleno el pozo cuando se extrae la sarta de tubería, sobre todo cuando se extraen los lastrabarrenas, ya que el nivel del lodo bajará 4 o 5 veces más que con respecto a la tubería de perforación, y por lo tanto se debe llenar el pozo con más frecuencia en dicha proporción. Esta condición se hace más peligrosa en las arenas gaslferas poco profundas sin revestir, porque la carga hidrostática ejercida por el fluido, puede ser ligeramente menor que la presión de formación al extraer una parada de lastrabarrena, y puede inducerse un brote.

En consecuencia, no siempre corresponde únicamente a la columna hidrostática ejercer presión sobre la formación; sino que se pueden adicionar las caídas de presión por fricción, por restricción del agujero debido a derrumbes, enjarre grueso, hules protectores, lastrabarrenas, barrenas emboladas, así como los efectos tixotrópicos del fluido de perforación al iniciarse la circulación, pero principalmente la presión de empuje y succión originados por el movimiento ascendente y descendente de la tubería, que ocasiona presiones equivalentes diferentes al peso original del lodo.

Cuando la presión ejercida por la columna del fluido es menor que la presión de formación, antes de llegar al completo descontrol el pozo manifiesta descargas variables en la superficie, indicativas de brote o intento de brote, como resultado de un desbalance por baja densidad.

Por otra parte, una presión ejercida por la columna de fluido más alta que la necesaria, puede provocar pérdidas de circulación, ocasionando un incremento en el costo total de la perforación, tal como los provocados por baja densidad.

Para evitar problemas tanto por alta o por baja densidad, se debe disponer de un conocimiento adecuado de las presiones de formación y de fracturamiento, para el movimiento ascendente y descendente de la tubería dentro de los límites previamente establecidos, tomando en consideración lo siguiente: evitar incrementos bruscos de la presión de bombeo, principalmente después de que el fluido ha permanecido por un largo periódo en reposo, circulando a intervalos regulares para el acondicionamiento del fluido.

En general, y de acuerdo al trabajo específico que se esté realizando, la sarta de tubería puede moverse en las siguientes condiciones:

a.1) Tubería abierta en movimiento con la bomba en operación.

b.1) Tubería abierta en movimiento cuando la bomba no está operando.

c.1) Tubería cerrada en movimiento.

La sarta abierta, se define como aquella que presenta orificios en el extremo inferior para intercomunicar el espacio anular con el interior de la tubería. ejemplo, tubería franca.

Las ecuaciones presentadas en el capítulo VI se programan para efectuar los cálculos en forma general por medio de una computadora, y de ésta manera obtener las caídas de presión por empuje y succión(movimiento descendente y ascendente de la tubería), para los casos a.1), b.1) y c.1).

Para determinar la velocidad del fluido de perforación para los tres casos anteriores, se consideran las siguientes componentes:

a.2) Velocidad debida al gasto de la bomba.

b.2) La velocidad debida al desplazamiento de la tubería.

c.2) Y la velocidad debida al arrastre viscoso.

La última componente depende de la naturaleza del fluido, tipo de flujo, velocidad de la tubería y del gasto. Burhardt[21] la determinó integrando los perfiles de velocidad reales a través del espacio anular, calculándolos para flujo laminar y turbulento, así como para diferentes geometrías, como se muestra en la figura V.3. Sin embargo las condiciones presentadas aquí fueron obtenidas por Fontenot y Clark[22]. La ecuación de velocidad debida al arrastre viscoso para flujo laminar es la misma ecuación presentada en forma gráfica por Burhardt[21]; no obstante la correspondiente al flujo turbulento difiere un poco al de la gráfica, debido a que se considera un valor constante de 0.5 mientras que los valores varían de 0.45 a 0.50 en la curva.

En general se desconoce previamente si el flujo es la-

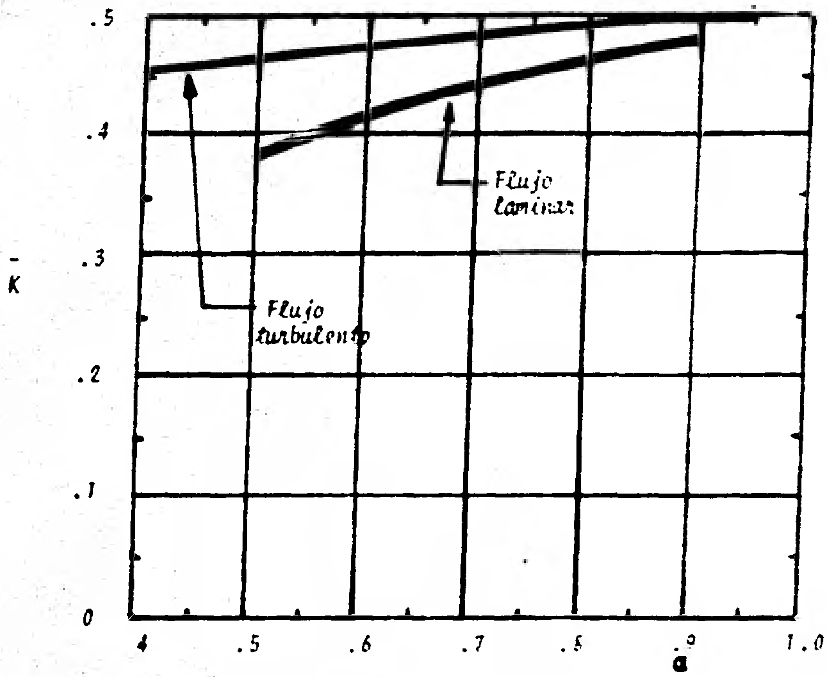


FIGURA V.3.- CONSTANTE DEL "ARRASTRE VISCOSO" (K) DEL FLUIDO DE PERFORACION, RELACIONANDO LA VELOCIDAD DE LA TUBERIA CON LA COMPONENTE DE LA VELOCIDAD EN EL ESPACIO ANULAR DEBIDO AL MOVIMIENTO DE LAS PAREDES DE LA TUBERIA: COMO UNA FUNCION DE LOS DIAMETROS EN EL ESPACIO ANULAR (●)

minar o turbulento para la componente de velocidad debida al arrastre viscoso; inicialmente se debe suponer como flujo laminar y una vez concluidos los cálculos se compara el flujo supuesto con el calculado, y en caso de que no resulten similares se emplea la ecuación para flujo turbulento.

Para los casos a.1) y c.1) los cálculos de las caídas de presión por movimiento, presentan menos dificultad que el caso b.1), ya que en éste último, el líquido fluye libremente tanto por el interior de la tubería como por el espacio anular y en consecuencia se desconoce el gasto en dichas secciones. Los gastos se calculan mediante un método iterativo ideado por Fontenot y Clark[22], de tal manera que la caída de presión en el interior de la tubería sea igual al correspondiente en el espacio anular, o bien, que se encuentre dentro de una diferencia menor al 2%. La secuencia de cálculo en las fórmulas empleadas consiste en suponer que el menor gasto se lleva a efecto en el interior de la tubería. Posteriormente utilizando la caída de presión obtenida en la tubería y la correspondiente en el espacio anular, se supone un nuevo gasto de tal forma que mientras las caídas de presión en el espacio anular disminuyen en el interior de la tubería aumentan, y así sucesivamente hasta que llegan a igualarse. El gasto supuesto en el interior de la sarta no debe ser mayor que el gasto total calculado.

Las caídas de presión tanto de empuje como de succión para los casos a.1), b.1) y c.1), se calculan para cada sección del agujero. La caída de presión total por empuje (o por succión) será la suma de las caídas parciales, para los tres casos mencionados, sin embargo para el caso a.1) deben adicionarse las correspondiente en las conexiones superficiales.

Con las ecuaciones mostradas en el capítulo VI, es posible obtener las caídas de presión por circulación empleando los modelos reológicos Plástico de Bingham y de la Ley de Potencias. Las caídas de presión por fricción de interés son: la caída en el espacio anular y la caída de presión total, la primera indica que presión se está aplicando en el fondo del pozo, mientras que la segunda indica la potencia hidráulica que debe suministrar la bomba.

En el cálculo de las presiones por empuje y succión, se requiere primero calcular la velocidad del fluido que resulta del movimiento de la sarta de tubería, para determinar el factor de fricción en los modelos reológicos previamente discutidos.

Para los cálculos en los casos a.1) y c.1), las ecuaciones VI.4 y VI.5 son usadas para determinar la velocidad en cada sección; en las ecuaciones que conducen a los cálculos de las presiones, todos los términos de velocidad (Vaj) son reemplazados por Vs_{ij} o Vm_{ij}.

Para el caso b) hay otros factores por considerar, sin embargo, puede evaluarse el gasto y la caída de presión resultante en la tubería y la correspondiente en el espacio anular. La presión por empuje y succión en cada sección del espacio anular, es calculada usando las ecuaciones VI.11 y VI.12 para la velocidad y las ecuaciones VI.43 y VI.44 para la presión. La caída de presión en el interior de la sarta de tubería, obtenida de la ecuación de velocidad (VI.10) y la ecuación de presión (VI.38). Si las presiones resultantes en el interior de la tubería y en el espacio anular no están dentro de la tolerancia del 2% se repite el proceso.

La mejor manera de comprender los cambios de presión es analizando una prueba experimental, realizada por Burkhardt[21] para proveer información que permitiera una evaluación de la teoría mencionada. En su investigación, siguió los procedimientos normales para la introducción de una tubería, tomando la presión momentánea del fluido en la parte inferior por medio de sensores eléctricos durante la corrida. La figura V.4, muestra los puntos de máxima y mínima presión asociadas a las operaciones siguientes:

a.3) Se levantó la tubería 30 cm. para sacar las cuñas.

b.3) Se bajó suavemente el tramo añadido.

c.3) Se aplicó frenos.

d.3) Y finalmente se asentó la tubería sobre las cuñas.

En ésta gráfica se notan diversas fluctuaciones de presión, hasta el punto máximo de 30 kg/cm^2 producido a la máxima velocidad de introducción. La presión de succión cuyo valor es aproximadamente de 16 kg/cm^2 ocurre cuando la tubería es levantada de las cuñas. La causa de los cambios de presión se deben a la resistencia natural de la columna del fluido al movimiento, debido a que el desplazamiento de éste, está relacionado directamente al movimiento de la tubería que lo desplaza.

La figura V.5 muestra las velocidades y aceleraciones de la tubería, medidos durante el mismo intervalo de tiempo en que se registraron los cambios de presión mostrados en la figura V.4; a través de ambas figuras se pueden observar las siguientes características:

a.4) A la máxima velocidad de descenso se registra un cambio de presión de gran magnitud, lo cual indica que el arrastre viscoso del flujo del fluido es un factor importante en la variación de presión.

b.4) Al desacelerar repentinamente la tubería aplicando el freno origina variaciones en la presión de regular magnitud, mostrando que los efectos inerciales también causan cambios de presión.

c.4) El cambio que ocurre al levantar la tubería de las cuñas, se debe a la gelatinosidad del fluido de perforación.

En suma los cambios de presión se deben a los siguientes efectos: rompimiento de la estructura gelatinosa del fluido que ha permanecido en reposo determinado tiempo, arrastre visco-

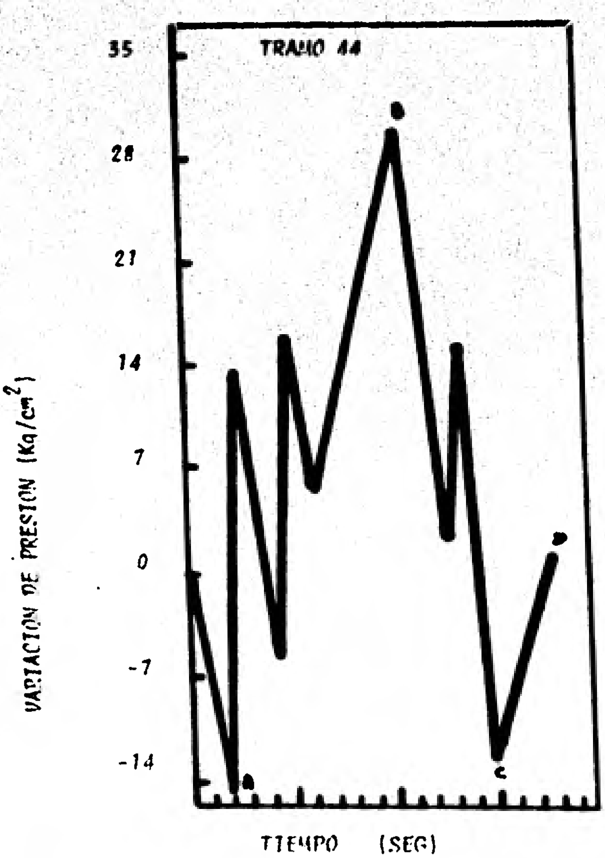


FIGURA V.4 .- TIPICOS CAMBIOS DE PRESION AL BAJAR UN TRAMO DE TUBERIA DE REVESTIMIENTO.

TRAMO 44
(552 - 566) m

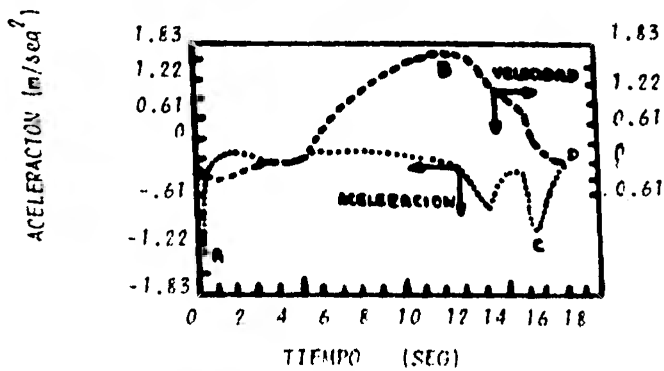


FIGURA V.5. VELOCIDADES Y ACELERACIONES TIPICAS AL BAJAR UN TRAMO DE TUBE DE REVESTIMIENTO.

so del lodo al fluir, y efectos inerciales debido a turbulencias, aceleraciones y desaceleraciones de la sarta de tubería.

Por otra parte, es importante mencionar que la viscosidad de los fluidos de perforación, debe ser determinada a la presión y temperatura a la que se encuentran sometidos en el pozo.- Para ésto se requiere de un viscosímetro de alta presión y temperatura, y registrar diferentes mediciones con la finalidad de obtener un valor promedio representativo de cada sección. Sin embargo, de no contar con éste aparato, pueden hacerse las mediciones a condiciones de superficie e introducir un factor de corrección promedio por medio de gráficas, aunque se obtienen mejores resultados empleando el primer procedimiento.

V.4.- REVISION DE LA LITERATURA EXISTENTE SOBRE LOS CAMBIOS DE PRESION DEBIDO AL MOVIMIENTO DE LA SARTA DE TUBERIA.

El primer estudio formal publicado referente a los cambios de presión, asociados al movimiento de la sarta de tubería de perforación, fué hecho por George E. Cannon[23] en 1934; quien realizó una serie de pruebas para poder explicar las causas de variación de las presiones resultantes al extraer la tubería (presión de succión).

En 1951 Goins y asociados[24], registraron los cambios de presión al introducir la tubería (presión de empuje) en un pozo lleno de fluido.

Los datos obtenidos en las pruebas realizadas por ambos investigadores, muestran claramente que existe una variación en la presión debido al movimiento de la sarta de tubería en el pozo lleno de fluido. Realmente Cannon[23] por una parte y Goins[24] por otra, estuvieron trabajando sobre el mismo problema, con la única diferencia en que los cambios de presión en un caso son de signo diferente al otro, sin embargo no fueron vistos así por dichos investigadores pues aunque evaluaron algunos paráme--

tros comunes, el primero concluyó que la reducción en la presión puede ocurrir siempre que la tubería esté siendo extraída del pozo; debido a que dichos cambios están directamente relacionados con la estructura tixotrópica del fluido, la longitud de la tubería dentro del pozo, así como a la velocidad de desplazamiento de ésta. Goins y asociados también dedujeron que la longitud y velocidad de la tubería son factores importantes; además mencionó que al desplazar la tubería a velocidades normales, y sumando la velocidad de circulación, se obtienen altas presiones de empuje, las cuales son mayores conforme aumenta la profundidad o a la iniciación rápida de circulación después de un período de reposo.

Como se puede apreciar, ambos investigadores y debido a los cambios de presión durante la perforación, interesaron a otras personas para discernir las causas físicas, naturales y magnitud de dichos cambios.

Cardwell[25] en 1953 publicó un trabajo que permite predecir cuantitativamente las variaciones instantáneas de presión, en el que supone un fluido de perforación de comportamiento Newtoniano con una viscosidad de 300 centipoises en flujo turbulento. El fenómeno conocido como arrastre viscoso fué puntualizado por éste investigador, sin embargo consideró solo ésta componente para determinar la velocidad del fluido.

En 1954 Ormsby[26] presentó una teoría de gran utilidad, discutiendo tanto el flujo laminar como el turbulento, aunque lo mismo que Cardwell consideró solamente el cambio de presión debido al arrastre viscoso del lodo en movimiento, manifestando que debe tomarse en consideración la componente de velocidad debido al desplazamiento de la tubería. Igualmente formuló, que para calcular el gasto tanto en la tubería como en el espacio anular (tubería abierta en su extremo inferior), se debe emplear un artificio matemático de tal manera que las caídas de presión en el espacio anular y en la tubería sean iguales.

En 1956 Clark[27] presentó gráficas idealizadas y ecuaciones para predecir la magnitud de los cambios de presión debido al arrastre viscoso, y los efectos inerciales. Su teoría en éste aspecto es mas completa que la de Cardwell y Ormsby, sin embargo sus ecuaciones son muy complejas para su uso rápido en el campo.

J.A. Brukhardt[21] en 1960 publicó un estudio cuyo principal objetivo fué, suplementar aquellos descritos anteriormente y vencer algunas inconveniencias notadas, presentando una comparación de los cambios de presión medidos con los calculados.

En 1964 Frank J. Schuh[28] presentó un método analítico de ensaye y error programado para obtener la solución a través de una computadora, considerando el comportamiento del lodo de acuerdo al modelo de la Ley de Potencias.

En 1974 John E. Fontenot y R.K. Clark[22], realizaron un trabajo para medir las presiones en el fondo del agujero en el campo, comparándolas con las determinadas al usar el modelo reológico de la Ley de Potencias y del modelo reológico de Bingham. Además de las presiones de empuje y succión también determinaron las caídas de presión por circulación.

VI. MODELO MATEMATICO

VI.1 ECUACIONES DE VELOCIDAD DEL FLUIDO DEBIDAS AL BOMBEO O AL MOVIMIENTO DE LA SARTA DE TUBERIA.

La velocidad del fluido de perforación dentro de la tubería debida al bombeo, para cada sección, está dada por la siguiente expresión:

$$V_{pj} = \frac{212.2\ Q_{pk}}{D_{Ij}^{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.1$$

La velocidad del fluido en el espacio anular para cada sección, se obtiene con la ecuación siguiente:

$$V_{aj} = \frac{212.2\ Q_{pk}}{D_{Hj}^{2}\ \ 1-\alpha_{j}^{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.2$$

donde:

$$\alpha_{j} = \frac{D_{pj}}{D_{Hj}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.3$$

Para calcular la velocidad del fluido de perforación, durante la introducción o extracción de la sarta, es necesario considerar los siguientes tres casos:

a).- Tubería cerrada.
b).- Tubería abierta con la bomba encendida.
c).- Tubería abierta con la bomba apagada.

Considerando los primeros dos casos, la velocidad del-fluido por introducción de la tubería es dada por:

$$Vmij = Vaj + Vdij + Vvij \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.4$$

y en la extracción, la velocidad del lodo se obtiene por:

$$Vsij = Vaj - Vdij - Vvij \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.5$$

donde la componente debida al desplazamiento de la tubería, Vdij, se obtiene con la siguiente ecuación:

$$Vdij = V'pi \frac{\alpha_j^2}{1-\alpha_j^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.6$$

La componente de velocidad debida al arrastre viscoso, Vvij, depende del régimen de flujo, ya sea laminar o turbulento. Para flujo laminar:

$$Vvij = -V'pi\left[\frac{1-\alpha_j^2+2\alpha_j^2 \, Ln\,(\alpha j)}{2\,(1-\alpha_j^2)\quad Ln(\alpha j)}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad VI.7$$

Para flujo turbulento:

$$Vvij = 0.5\ V'pi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.8$$

Para el caso c), donde la tubería está abierta con la bomba apagada, el volúmen total desplazado por la sección inferior de la sarta, Qabi, es:

$$Qabi = Qai + Qbi = \frac{4.712\times10^{-2}\ V'pi\left[(L-Ltc)\ D_p^2 + Ltc\,(Dc)^2\right]}{t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad VI.9$$

Ahora la velocidad del fluido de perforación en cada sección, en el interior de la tubería está dada por:

$$Vbij = \frac{212.2\ Qbi}{D_{1j}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.10$$

La velocidad del fluido en cada sección del espacio anular, al introducir la tubería es:

$$Vmij = Vvij + Vdij - Vbij \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.11$$

y al extraer la tubería viene dado como:

$$Vsij = -Vmij \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.12$$

aquí

$$Vaij = \frac{212.2\ Qai}{D_{Hj}^2\ (1-a_j^2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.13$$

Las componentes Vvij y Vdij están dadas en las ecuaciones -- VI.6 y VI.8.

Al principio se supone en los cálculos, que Qbi es dado por el volúmen total desplazado por la sección inferior de la sarta, multiplicado por la fracción del área total en el fondo,- representada por el área abierta de la sarta. Si la caída de presión resultante dentro y fuera de la tubería no está dentro del- 2%, se hace una segunda suposición como sigue:

La caída de presión en el interior de la tubería es:

$$\Delta P_p = \psi\ Q_{bi}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.14$$

usando ψ , calculada en la ecuación anterior, y las caídas de presión en el espacio anular Δ Pa y en el interior de la tubería -- ΔPp, se hace una nueva suposición para Qbi.

$$Qbi = \left[\frac{\Delta Pa + \Delta Pp}{2\ \psi}\right]^{1/2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.15$$

en donde el valor de Dbi no debe exceder a Dabi. Esta secuencia de pasos se repiten hasta que las caídas de presión en el espacio anular Δ Pa y en el interior de la tubería ΔPp, se encuentren con una diferencia menor al 2%.

VI.2.- ECUACIONES PARA LA SOLUCION DEL MODELO REOLOGICO PLASTICO DE BINGHAM

Las siguientes ecuaciones se aplican para el interior de la sarta de tubería:

El número de Bingham BIpj y la conductancia ζ_{pj} están dadas por:

$$BI_{pj} = \frac{10.66\ D_{Ij}\ \tau_{ypj}}{\mu_{Ppj}\ V_{pj}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad VI.16$$

$$\zeta_{pj} = \frac{\zeta_{pj}\ BI_{pj}}{6} + \frac{1}{3}\left[\frac{\zeta_{pj}\ BI_{pj}}{8}\right]^4 \quad \ldots\ldots \quad VI.17$$

La ecuación VI.17 se resuelve por medio de un método iterativo Newton-Raphson[30], obteniéndose valores como los que se muestran en la figura III.3.

Con el valor de la conductancia obtenido mediante la ecuación VI.17 , el factor de fricción se calcula a través de las ecuaciones siguientes (de acuerdo con Melrose y Dodge-Metzner): [29].

$$Si \quad \zeta_{pj}\ R_{pj} \leq 2100; \quad F_{pj} = \frac{16}{\zeta_{pj}\ R_{pj}} \quad \ldots\ldots \quad VI.18$$

Para flujo turbulento:

$$Si \quad \zeta_{pj}\ R_{pj} > 2100; \quad F_{pj} = \left[4.0 \log\left(R_{pj}\sqrt{F_{pj}}\right) - 0.40\right]^{-2} \quad \ldots\ldots \quad VI.19$$

donde:

$$Rpj = \frac{1x10^4 \; D_{Tj} \; Vpj \; \rho_m}{\mu_{pj}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; .VI.20$$

La ecuación VI.19 se resuelve a través de un método iterativo. Empleando los factores de fricción de la ecuación VI.18 o VI.19, se obtiene la caída de presión en el interior de la tubería usando la ecuación de Fanning.

$$Ppj = \frac{F_{pj} \; V_{pj}^2 \; \rho_m \; L}{0.3905 \; D_{Tj}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; VI.21$$

Las ecuaciones siguientes se emplean para cada sección en el espacio anular.

El número de Bingham BIaj y la conductancia aj, están dadas por:

$$BIaj = \frac{4.79 \; D_{Hj} \; (1-\alpha_j) \; \tau_{uai}}{\mu_{Paj} \; Vaj} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; VI.22$$

$$\zeta_{aj} = 1 - \frac{\zeta_{aj} \; BIaj}{8} + \frac{1}{2}\left[\frac{\zeta_{aj} \; BIaj}{12}\right]^3 \quad . \; . \; . \; VI.23$$

Esta ecuación se resuelve de la misma forma que la ecuación VI.17

Los factores de fricción son:

Para flujo laminar

$$Si \quad \zeta_{aj} Raj \leq 2100; \quad Faj = \frac{24}{\zeta_{aj} \; Raj} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; VI.24$$

Para flujo turbulento:

$$Si \quad \zeta_{aj} Raj > 2100; \quad Faj = \left[4.0 \log \left(Raj \sqrt{Faj}\right) - 0.40\right]^{-2} \quad . \; . \; . \; VI.25$$

donde:

$$Ra_j = \frac{10\ D_{Hj}\ (1-\alpha_j)\ Va_j\ \rho_m}{\mu_{pa_j}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{VI.26}$$

La ecuación VI.25 se resuelve de igual forma que la ecuación VI.19 . Obteniendo el factor de fricción mediante las ecuaciones VI.24 y VI.25 , se calcula la caída de presión en cada sección del espacio anular con la ecuación siguiente:

$$\Delta P_{aj} = \frac{F_{aj}\ \rho_m\ Va_j\ L_j}{0.4905\ D_{Hj}\ (1-\alpha_j)} \quad \ldots\ldots\ldots \text{VI.27}$$

VI.3.- ECUACIONES EMPLEADAS PARA LA SOLUCION DEL MODELO REOLOGICO DE LA LEY DE POTENCIAS.

Los índices de comportamiento y de consistencia, tanto en el interior de la tubería como en el espacio anular, se obtienen mediante las siguientes ecuaciones:

$$n_{pj} = 3.32\ \log\left(\frac{\theta_{600}}{\theta_{300}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \text{VI.28}$$

$$K_{pj} = \frac{\theta_{600}\ 0.47892}{(1022)^{n_{pj}}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{VI.29}$$

$$n_{aj} = 3.32\ \log\left(\frac{\theta_{600}}{\theta_{300}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \text{VI.30}$$

$$K_{aj} = \frac{\theta_{600}\ 0.47892}{(1022)^{n_{aj}}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{VI.31}$$

Las ecuaciones que se usan para el interior de la sarta de tubería son:

$$R_{mj} = \frac{0.1\ [D_{Ij}]^{n_{pj}}\ (100\ Vp_j)^{2-n_{pj}}\ \rho_m}{K_{pj}\left(\frac{3n_{pj}+1}{4\ n_{pj}}\right)[8]^{n_{pj}-1}} \quad \ldots\ldots \text{VI.32}$$

para flujo laminar

$$Si \quad Rmj \leq (3470 - 1370\ n_{pj})$$

$$Fj = \frac{16}{Rmj} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.33$$

Para flujo turbulento

$$Si \quad Rmj \geq (4270 - 1370\ n_{pj})$$

$$Fj = \frac{4.0}{n_{pj}^{0.75}} \log \left[Rmj \ [Fj]^{1-\frac{n_{pj}}{2}} \right] - \frac{0.40}{n_{pj}^{1.2}} \quad VI.34$$

Para flujo transicional

$$Si \ (3470 - 1370\ n_{pj}) < Rmj < (4270 - 1370\ n_{pj})$$

$$Fj = \frac{16}{Rmj} + \left[\frac{Rmj - (3470 - 1370\ n_{pj})}{800} \right] (F'tj - F'lj) \quad VI.35$$

donde

$F'tj = Fj$ en la ecuación VI.34 para $Rmj = 4270 - 1370\ n_{pj}$

y $F'lj = Fj$ en la ecuación VI.33 para $Rmj = 3470 - 1370\ n_{pj}$

La ecuación VI.34 se resuelve a través de un método iterativo. En la figura VI.1 se muestran diferentes valores de n.

Conocido el valor de Fj, la caída de presión en el interior de la sarta de tubería para cada sección se calcula con la ecuación VI.21 .

Ecuaciones empleadas para el espacio anular:

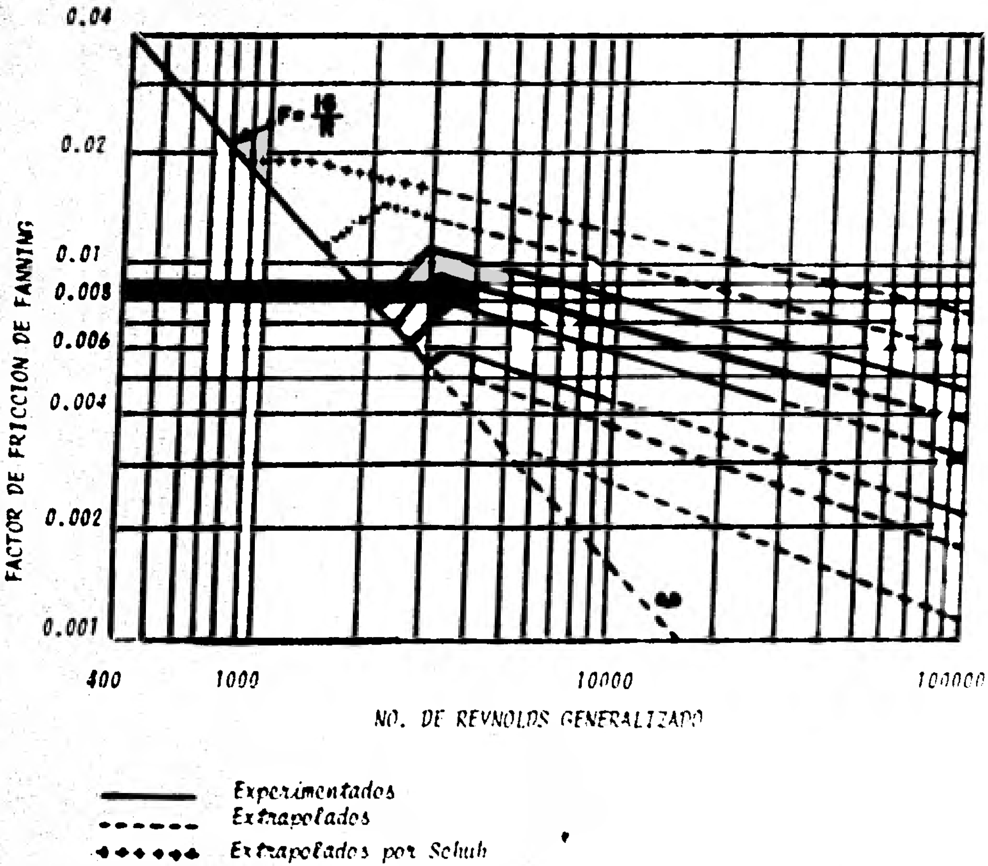


FIGURA VI.1.- RELACION ENTRE EL FACTOR DE FRICCION DE FANNING Y EL NUMERO DE REYNOLDS GENERALIZADO.

$$R_{mj} = \frac{0.1\,(D_{H}j - D_{pj})^{n_{aj}}\,(100\,V_{aj})^{2-n_{aj}}\,\rho_m}{\frac{2}{3}\,K_{aj}\left[\frac{2n_{aj}+1}{2n_{aj}}\right]^{n_{aj}}\left[8\right]^{n_{aj}-1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad VI.36$$

donde

V_{aj} y ρ_{mj} se definen en las ecuaciones VI.2 y VI.3

Los factores de fricción para el espacio anular, se calculan con las ecuaciones VI.33 a VI.35 , excepto que el factor de fricción es:

$$F_j = \frac{24}{R_{mj}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.37$$

y los coeficientes de viscosidad n_{aj} y K_{aj} son usados en lugar de n_{pj} y K_{pj}.

VI.4.- ECUACIONES PARA OBTENER LAS CAIDAS DE PRESION POR CIRCULACION.

Para obtener la caída de presión por fricción en las conexiones superficiales ΔP_{cs}, emplear los valores dados en la tabla V.1.

Para obtener las caídas de presión en el interior de la tubería y en el espacio anular, se calculan para cada sección y finalmente se suman.

La caída de presión en el interior de la sarta de tubería está dada por:

$$\Delta P_p = \sum_{j=1}^{NS} \Delta P_{pj} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad VI.38$$

La caída de presión en la barrena está dada por:

$$Rmj = \frac{0.1\,(D_H\,j - Dpj)^{n_{aj}}\,(100\,Vaj)^{2-n_{aj}}\,\rho_m}{\frac{2}{3}\,K_{aj}\left[\frac{2n_{aj}+1}{2n_{aj}}\right]^{n_{aj}}\left[8\right]^{n_{aj}-1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{VI.36}$$

donde

Vaj y *ρaj* se definen en las ecuaciones VI.2 y VI.3

Los factores de fricción para el espacio anular, se calculan con las ecuaciones VI.33 a VI.35, excepto que el factor de fricción es:

$$Fj = \frac{24}{Rmj} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{VI.37}$$

y los coeficientes de viscosidad n_{aj} y K_{aj} son usados en lugar de n_{pj} y K_{pj}.

VI.4.- ECUACIONES PARA OBTENER LAS CAIDAS DE PRESION POR CIRCULACION.

Para obtener la caída de presión por fricción en las conexiones superficiales ΔPcs, emplear los valores dados en la tabla V.1.

Para obtener las caídas de presión en el interior de la tubería y en el espacio anular, se calculan para cada sección y finalmente se suman.

La caída de presión en el interior de la sarta de tubería está dada por:

$$\Delta Pp = \sum_{j=1}^{NS} \Delta Ppj \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \text{VI.38}$$

La caída de presión en la barrena está dada por:

$$\Delta Pb = \frac{229.51 \; \rho_m \; Q_{pk}^2}{(0.95)^2 \left[Db1^2 + Db2^2 + Db3^2 \right]^2} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; VI.39$$

La calda de presión en el espacio anular es:

$$\Delta Pa = \sum_{j=1}^{NS} \Delta Paj \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; VI.40$$

La calda de presión total en el sistema de circulación queda:

$$\Delta Psd = \Delta Pcs + \Delta Pp + \Delta Pb + \Delta Pa \; . \; . \; . \; . \; VI.41$$

VI.5.- ECUACIONES PARA OBTENER LOS CAMBIOS DE PRESION POR INTRODUCCION Y EXTRACCION DE LA SARTA.

La caída de presión durante la introducción de la sarta se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

$$\Delta Pmij = \frac{Fj \; Vmij^2 \; \rho_m}{0.4905 \; D_{Hj} \; (1 - \alpha j)} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; VI.42$$

Durante la extracción

$$\Delta Psij = \frac{Sj \; Fj \; \rho_m \; Li \; Vsij^2}{0.4905 \; D_{Hj} \; (1 - \alpha j)} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; VI.43$$

donde Sj es 1 o -1, dependiendo del signo que resulte al calcular Vsij.

La caída total de presión al introducir la sarta de tubería es:

$$\Delta Pmi = \sum_{j=1}^{NS} \Delta Pmij \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; VI.44$$

La caída total de presión al extraer la sarta de tubería es:

$$\Delta Psi = \sum_{j=1}^{NS} \Delta Psij \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{VI.45}$$

VI.6.- DENSIDAD EQUIVALENTE DE CIRCULACION.

La densidad equivalente al introducir la sarta de tubería se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$\rho_{ec} = \rho_m + \left[\frac{\Delta Pmi \times 10}{h} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{VI.46}$$

Para la extracción de la tubería se tiene:

$$\rho_{ec} = \rho_m - \left[\frac{\Delta Psi \times 10}{h} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{VI.47}$$

NOMENCLATURA DEL CAPITULO VI

SIMBOLOS		UNIDADES
BI	Número de Bingham	adimensional
Db	Diámetro de las toberas	cm
Dc	Diámetro promedio de las juntas y hules protectores de la sección considerada	cm
D_H	Diámetro interno de la tubería exterior	cm
D_I.	Diámetro interno de la tubería interior	cm
D_p	Diámetro externo de la tubería interior	cm
F	Factor de fricción de Fanning	adimensional
F'l	Factor de fricción laminar	adimensional
F't	Factor de fricción turbulento	adimensional
h	Profundidad	m
K	Indice de consistencia para el modelo de la ley de Potencias	
L	Longitud de la sección	m
Ltc	Longitud total de las juntas y hules protectores de la sección considerada	m
n	Indice de comportamiento para el modelo de la ley de Potencias	
NS	Número de secciones geométricas (diferentes)	

SIMBOLOS		UNIDADES
ΔP_a	Caída de presión en el espacio anular	Kg/cm^2
ΔP_{alb}	Caída de presión entre lastrabarrenas y agujero	Kg/cm^2
ΔP_{ap}	Caída de presión entre la tubería y el agujero	Kg/cm^2
ΔP_b	Caída de presión en la barrena	Kg/cm^2
ΔP_{cs}	Caída de presión en las conexiones superficiales	Kg/cm^2
ΔP_{lb}	Caída de presión en los lastrabarrenas	Kg/cm^2
ΔP_m	Presión de empuje	Kg/cm^2
ΔP_p	Caída de presión en la tubería	Kg/cm^2
ΔP_s	Presión de succión	Kg/cm^2
P_{sd}	Presión de descarga o presión superficial	Kg/cm^2
ΔP_t	Caída de presión total en el pozo	Kg/cm^2
Q	Gasto	m^3/min
Q_a	Gasto en el espacio anular	m^3/min
Q_b	Gasto en el interior de la tubería	m^3/min
Q_{ab}	$= Q_a + Q_b$	
R_a	Número de Reynolds en el espacio anular	adimensional
R_m	Número de Reynolds modificado	adimensional
R_p	Número de Reynolds en la tubería	adimensional
S	Parámetro cuyo valor es +1 o -1 dependiendo de la dirección del flujo	

SIMBOLOS		UNIDADES
V_a	Velocidad del fluido en el espacio anular	m/seg
V_b	Velocidad del fluido en el interior de la tubería	m/seg
V_d	Componente de la velocidad debida al desplazamiento de la tubería	m/seg
V_m	Velocidad del fluido producido por la presión de empuje	m/seg
V_p	Velocidad del fluido en el interior de la tubería	m/seg
V'_p	Velocidad de la tubería	m/seg
V_s	Velocidad de fluido debida a la presión de suaveo	m/seg
V_v	Componente de la velocidad debida al arrastre viscoso	m/seg
α	Relación de diámetros D_p/D_H	adimensional
ζ_a	Conductancia del fluido en el espacio anular	adimensional
ζ_p	Conductancia del fluido en la tubería	adimensional
θ_{600}	Lectura Fann a 600 rev/min	
θ_{300}	Lectura Fann a 300 rev/min	
μ_p	Viscosidad plástica	centipoises
ρ_{ec}	Densidad equivalente de circulación	gm/cm^3
ρ_m	Densidad del fluido de perforación	gm/cm^3
τ_y	Punto de cedencia	nt/m^2
ψ	Constante de proporcionalidad en la ecuación VI.14	

SUBINDICES

a	Espacio anular
b	Interior de la tubería
i	Indice referido a la velocidad específica que está siendo considerada
j	Indice referente al número de secciones
k	Indice referido al gasto
p	Interior de la tubería
Ln	Logaritmo natural base (e)
log	Logaritmo base (10)

DIAGRAMA DE BLOQUES CUANDO LA TUBERIA ESTA ABIERTA CON LA BOMBA EN OPERACION O CUANDO ESTA CERRADA

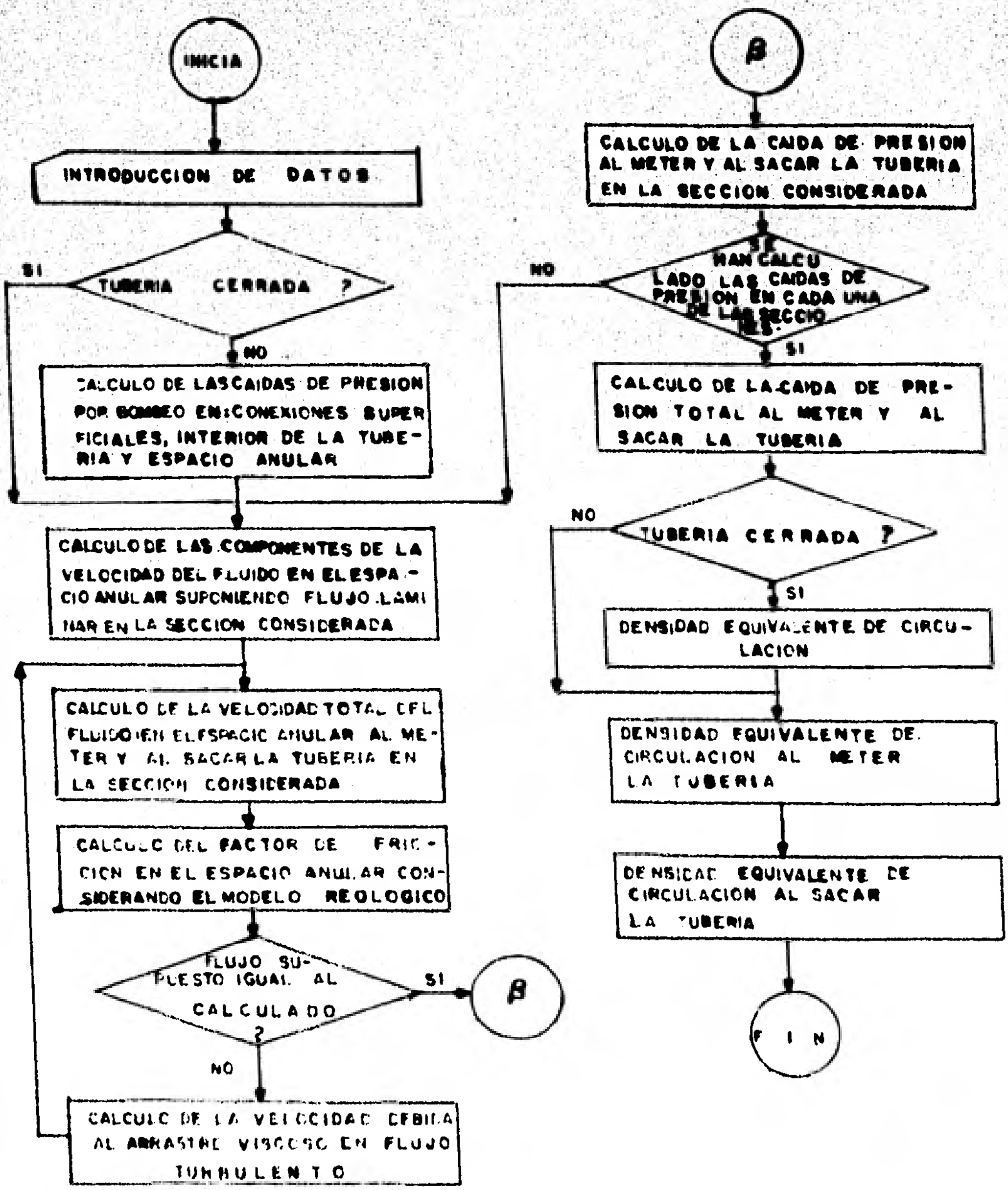
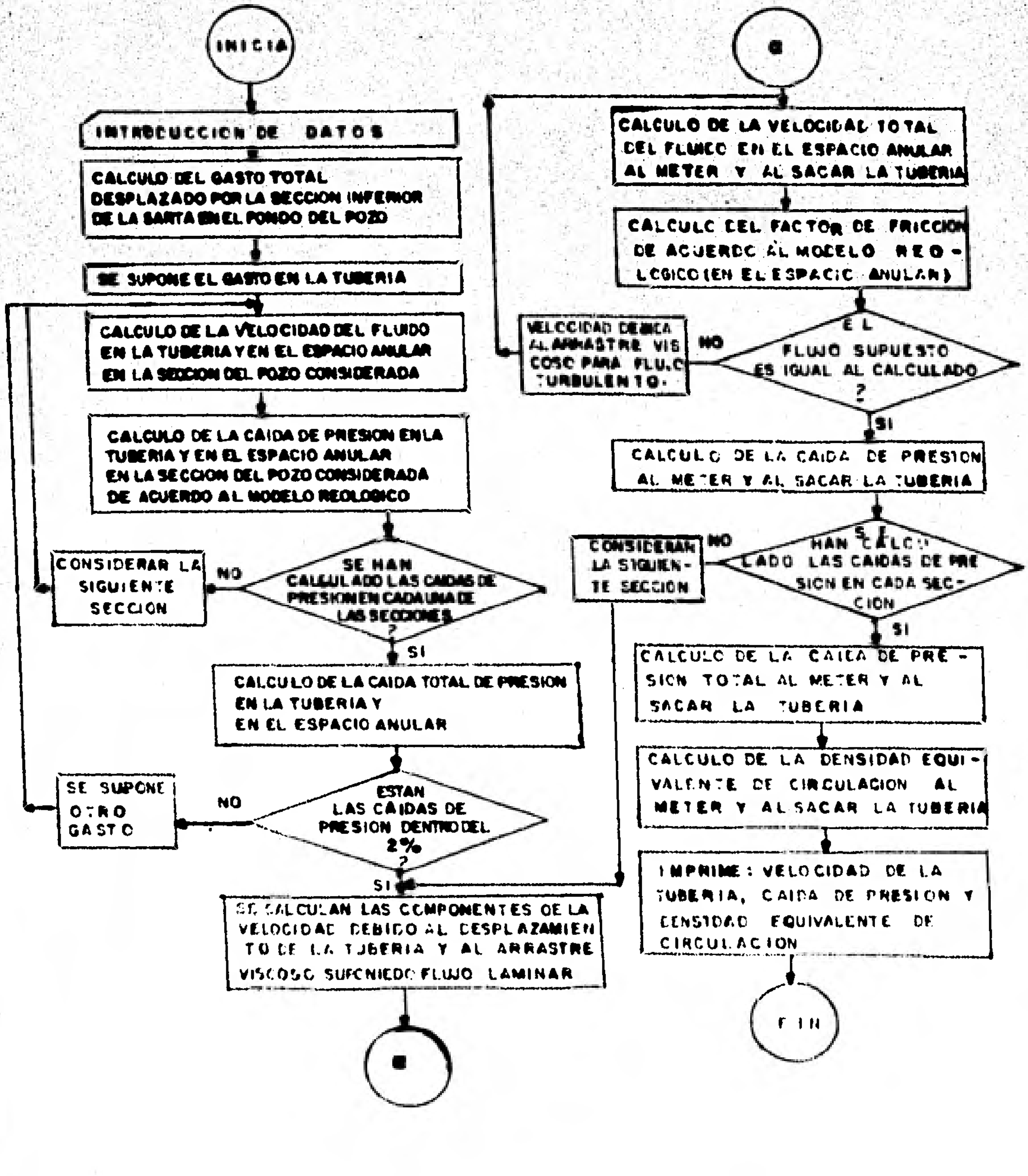


DIAGRAMA DE BLOQUES CUANDO LA TUBERIA ESTA ABIERTA SIN LA BOMBA FUNCIONANDO



VII.- EJEMPLO ILUSTRATIVO

VII.2

DATOS UTILIZADOS CUANDO LA SARTA DE TUBERIA ESTA ABIERTA Y LA BOMBA SE ENCUENTRA FUNCIONANDO.

TUBERIA DE PERFORACION

$\mu_p = 38.0$	$\theta 600 = 93.0$	
$\tau_y = 867.85$	$\theta 300 = 55.0$	$h = 2000.0$
$Db1 = Db2 = Db3 = 0.734$	Longitud de una parada=30m.	

	NS=1	NS=2	NS=3
Ltc	32.0	77.0	
Dc	17.5	17.5	
D_I	10.9	10.9	7.0
D_H	27.3	24.1	24.1
D_p	12.70	12.70	15.30
L	500.00	1200.0	300.0

MODELO DE BINGHAM EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA CON BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

GASTO .7572 M3/MIN

PROFUNDIDAD 2000.0 METROS

DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3

CAIDA DE PRESION ANULAR 8.38 KG/CM2

CAIDA DE PRESION EN LA TUBERIA 20.17 KG/CM2

DENSIDAD EQUIVALENTE DE CIRCULACION 1.31 GR/CM3

DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE FRACTURA 1.58 GR/CM3

DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	8.89	1.31	7.81	1.31
180.0	8.94	1.31	7.75	1.31
160.0	9.01	1.32	7.66	1.31
120.0	9.21	1.32	7.39	1.31
100.0	9.37	1.32	7.15	1.31
80.0	9.60	1.32	6.73	1.30
60.0	9.98	1.32	-6.33	1.24
50.0	10.27	1.32	-7.04	1.23
40.0	10.71	1.32	-7.73	1.23
30.0	11.41	1.33	-8.65	1.23
25.0	11.88	1.33	-9.30	1.22
20.0	13.41	1.34	-10.21	1.22
15.0	18.30	1.36	-11.62	1.21
10.0	33.42	1.44	-20.72	1.17
7.0	58.41	1.56	-41.76	1.06

TUBERIA DE PERFORACION ABIERTA CUANDO LA BOMBA ESTA FUNCIONANDO.

MODELO DE LA LEY DE POTENCIAS EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA CON BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

GASTO .7572 M3/MIN
PROFUNDIDAD 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
CAIDA DE PRESION ANULAR 2.97 KG/CM2
CAIDA DE PRESION EN LA TUBERIA 15.39 KG/CM2
DENSIDAD EQUIVALENTE DE CIRCULACION 1.28 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE FRACTURA 1.58 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	3.68	1.29	2.20	1.28
180.0	3.75	1.29	2.11	1.28
160.0	3.85	1.29	2.00	1.28
120.0	4.13	1.29	1.64	1.28
100.0	4.34	1.29	1.33	1.28
80.0	4.67	1.29	.82	1.27
60.0	5.18	1.30	-.42	1.27
50.0	5.59	1.30	-1.19	1.26
40.0	6.18	1.30	-2.08	1.26
30.0	7.19	1.31	-3.35	1.25
25.0	8.49	1.31	-4.25	1.25
20.0	11.77	1.33	-5.50	1.24
15.0	18.17	1.36	-7.79	1.23
10.0	31.71	1.43	-20.40	1.17
7.0	53.97	1.54	-39.34	1.07

TUBERIA DE PERFORACION ABIERTA CUANDO LA BOMBA ESTA FUNCIONANDO.

MODELO DE BINGHAM EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA CON BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

GASTO .9465 M3/MIN
PROFUNDIDAD 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
CAIDA DE PRESION ANULAR 8.77 KG/CM2
CAIDA DE PRESION EN LA TUBERIA 25.59 KG/CM2
DENSIDAD EQUIVALENTE DE CIRCULACION 1.31 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE FRACTURA 1.58 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	9.26	1.32	8.25	1.31
180.0	9.31	1.32	8.19	1.31
160.0	9.39	1.32	8.11	1.31
120.0	9.57	1.32	7.87	1.31
100.0	9.72	1.32	7.67	1.31
80.0	9.95	1.32	7.34	1.31
60.0	10.32	1.32	6.64	1.30
50.0	10.61	1.32	1.07	1.28
40.0	11.03	1.33	-7.21	1.23
30.0	11.43	1.33	-8.24	1.23
25.0	12.41	1.33	-8.93	1.23
20.0	13.84	1.34	-9.87	1.22
15.0	19.67	1.37	-11.31	1.21
10.0	35.17	1.45	-19.32	1.17
7.0	60.66	1.57	-39.85	1.07

TUBERIA DE PERFORACION ABIERTA CUANDO LA BOMBA ESTA FUNCIONANDO.

MODELO DE LA LEY DE POTENCIAS EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA CON BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

GASTO .9465 M3/MIN
PROFUNDIDAD 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
CAIDA DE PRESION ANULAR 2.52 KG/CM2
CAIDA DE PRESION EN LA TUBERIA 24.62 KG/CM2
DENSIDAD EQUIVALENTE DE CIRCULACION 1.29 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE FRACTURA 1.58 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	4.19	1.29	2.80	1.28
180.0	4.27	1.29	2.72	1.28
160.0	4.36	1.29	2.61	1.28
120.0	4.62	1.29	2.28	1.28
100.0	4.83	1.29	2.01	1.28
80.0	5.14	1.30	1.58	1.28
60.0	5.65	1.30	.73	1.27
50.0	6.04	1.30	-.20	1.27
40.0	6.62	1.30	-1.41	1.26
30.0	7.72	1.31	-2.79	1.26
25.0	9.62	1.32	-3.74	1.25
20.0	13.40	1.34	-5.03	1.24
15.0	19.43	1.37	-7.17	1.23
10.0	33.59	1.44	-15.11	1.17
7.0	55.93	1.55	-37.65	1.08

TUBERIA DE PERFORACION ABIERTA CUANDO LA BOMBA ESTA FUNCIONANDO.

MODELO DE BINGHAM EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA CON BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

GASTO 1.1378 M3/MIN
PROFUNDIDAD 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
CAIDA DE PRESION ANULAR 9.15 KG/CM2
CAIDA DE PRESION EN LA TUBERIA 35.92 KG/CM2
DENSIDAD EQUIVALENTE DE CIRCULACION 1.32 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE FRACTURA 1.58 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	9.62	1.32	8.65	1.31
180.0	9.67	1.32	8.60	1.31
160.0	9.73	1.32	8.53	1.31
120.0	9.92	1.32	8.31	1.31
100.0	10.07	1.32	8.12	1.31
80.0	10.29	1.32	7.83	1.31
60.0	10.65	1.32	7.29	1.31
50.0	10.93	1.32	6.74	1.30
40.0	11.35	1.33	-6.47	1.24
30.0	11.95	1.33	-7.80	1.23
25.0	12.95	1.33	-8.54	1.23
20.0	14.94	1.34	-9.52	1.22
15.0	21.08	1.38	-10.99	1.22
10.0	37.00	1.46	-17.96	1.18
7.[illegible]	62.95	1.58	-37.98	1.08

TUBERIA DE PERFORACION ABIERTA CUANDO LA BOMBA ESTA FUNCIONANDO.

MODELO DE LA LEY DE POTENCIAS EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA CON BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

GASTO 1.1358 M3/MIN
PROFUNDIDAD 2700.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
CAIDA DE PRESION ANULAR 4.04 KG/CM2
CAIDA DE PRESION EN LA TUBERIA 39.85 KG/CM2
DENSIDAD EQUIVALENTE DE CIRCULACION 1.29 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE FRACTURA 1.59 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	4.69	1.29	3.36	1.29
180.0	4.76	1.29	3.28	1.29
160.0	4.85	1.29	3.18	1.29
120.0	5.10	1.30	2.87	1.28
100.0	5.31	1.30	2.62	1.28
80.0	5.61	1.30	2.23	1.28
60.0	6.19	1.30	1.52	1.28
50.0	6.49	1.30	.84	1.27
40.0	7.09	1.31	-.57	1.27
30.0	8.63	1.31	-2.19	1.26
25.0	10.75	1.32	-3.20	1.25
20.0	14.55	1.34	-4.55	1.25
15.0	20.73	1.37	-6.55	1.24
10.0	35.11	1.45	-17.86	1.18
7.0	57.92	1.56	-35.99	1.09

TUBERIA DE PERFORACION ABIERTA CUANDO LA BOMBA ESTA FUNCIONANDO.

VII.3

DATOS UTILIZADOS CUANDO LA SARTA DE TUBERIA SE ENCUENTRA ABIERTA, Y LA BOMBA NO ESTA OPERANDO.

μ_p = 38.0 cp	θ600 = 93.0	
τ_y = 867.85 nt/m^2	θ300 = 55.0	h=2000.0
Db1=Db2=Db3=0.734	Longitud de una parada =30m	

TUBERIA DE PERFORACION

	NS=1	NS=2
Ltc	32.0	96.0
Dc	17.5	17.5
D_I	10.9	10.9
D_H	27.3	24.1
D_p	12.7	12.7
L	500.0	1500.0

TUBERIA DE PRODUCCION

	NS=1	NS=2
Ltc	32.0	115.0
Dc	15.36	15.36
D_I	13.31	13.31
D_H	24.0	21.9
D_p	13.0	13.0

MODELO DE BINGHAM EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA SIN BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

PROFUNDIDAD 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE
FRACTURA 1.58 GR/CM3
FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	8.47	1.31	-8.47	1.23
180.0	8.49	1.31	-8.49	1.23
160.0	8.52	1.31	-8.52	1.23
120.0	8.54	1.31	-8.54	1.23
100.0	8.54	1.31	-8.54	1.23
80.0	8.51	1.31	-8.51	1.23
60.0	8.38	1.31	-8.38	1.23
50.0	8.23	1.31	-8.23	1.23
40.0	7.90	1.31	-7.90	1.23
30.0	7.97	1.31	-7.97	1.23
25.0	8.51	1.31	-8.51	1.23
20.0	9.13	1.32	-9.13	1.22
15.0	9.99	1.32	-9.99	1.22
10.0	13.83	1.34	-13.83	1.20
7.0	24.92	1.39	-24.92	1.15

TUBERIA DE PERFORACION ABIERTA CUANDO LA BOMBA NO ESTA FUNCIONANDO.

MODELO DE LA LEY DE POTENCIAS EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA SIN BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

PROFUNDIDAD 3000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FRACTURA 1.58 GR/CM3
FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEC/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	.82	1.27	-.82	1.27
160.0	.89	1.27	-.89	1.27
140.0	.97	1.27	-.97	1.27
120.0	1.21	1.28	-1.21	1.26
100.0	1.39	1.28	-1.39	1.26
80.0	1.64	1.28	-1.64	1.26
60.0	2.04	1.28	-2.04	1.26
50.0	2.35	1.28	-2.35	1.26
40.0	2.78	1.28	-2.78	1.26
30.0	3.46	1.29	-3.46	1.25
25.0	3.97	1.29	-3.97	1.25
20.0	4.70	1.29	-4.70	1.25
15.0	5.84	1.30	-5.84	1.24
10.0	10.14	1.32	-10.14	1.22
7.0	29.60	1.42	-29.60	1.12

TUBERIA DE PERFORACION ABIERTA CUANDO LA BOMBA NO ESTA FUNCIONANDO.

MODELO DE BINGHAM EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA SIN BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

PROFUNDIDAD : 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO : 1.27 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE :
FRACTURA : 1.58 GR/CM3
FORMACION : 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	6.59	1.30	-6.59	1.24
180.0	6.65	1.30	-6.65	1.24
160.0	6.71	1.30	-6.71	1.24
120.0	6.88	1.30	-6.88	1.24
100.0	7.00	1.31	-7.00	1.23
80.0	7.17	1.31	-7.17	1.23
60.0	7.41	1.31	-7.41	1.23
50.0	7.59	1.31	-7.59	1.23
40.0	7.85	1.31	-7.85	1.23
30.0	8.23	1.31	-8.23	1.23
25.0	8.53	1.31	-8.53	1.23
20.0	9.00	1.32	-9.00	1.22
15.0	9.75	1.32	-9.75	1.22
10.0	11.06	1.33	-11.06	1.21
7.0	17.83	1.36	-17.83	1.18

TUBERIA DE PRODUCCION ABIERTA.

MODELO DE LA LEY DE POTENCIAS EN EL CASO DE TUBERIA ABIERTA SIN BOMBA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

PROFUNDIDAD : 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO : 1.27 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE :
FRACTURA : 1.58 GR/CM3
FORMACION : 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	.68	1.27	-.68	1.27
180.0	.73	1.27	-.73	1.27
160.0	.80	1.27	-.80	1.27
120.0	1.00	1.27	-1.00	1.27
100.0	1.14	1.28	-1.14	1.26
80.0	1.35	1.28	-1.35	1.26
60.0	1.68	1.28	-1.68	1.26
50.0	1.93	1.28	-1.93	1.26
40.0	2.29	1.28	-2.29	1.26
30.0	2.85	1.28	-2.85	1.26
25.0	3.27	1.29	-3.27	1.25
20.0	3.87	1.29	-3.87	1.25
15.0	4.81	1.29	-4.81	1.25
10.0	7.42	1.31	-7.42	1.23
7.0	16.66	1.35	-16.66	1.19

TUBERIA DE PRODUCCION ABIERTA.

VII.4

DATOS UTILIZADOS CUANDO LA SARTA DE TUBERIA ESTA CERRADA.

μ_p = 38.00 cp

τ_y = 867.85 nt/m^2

Db1=Db2=Db3=0.734

θ600 = 93

θ300 = 55

h = 2000.0

Longitud de una parada =30m

TUBERIA DE PERFORACION

	NS=1	NS=2	NS=3
Ltc	32.0	77.0	
Dc	17.5	17.5	
D_I	10.9	10.9	7.0
D_H	27.3	24.1	24.1
D_p	12.7	12.7	15.3
L	500.0	1200'0	300.0

TUBERIA DE REVESTIMIENTO

	NS=1	NS=2
Ltc	27.0	105.0
Dc	17.5	21.60
D_I	10.9	17.2
D_H	27.3	24.1
D_p	19.4	19.4
L	400.0	1600.0

CALCULO DE EMPUJE PARA EL CASO DE TUBERIA CERRADA
CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

PROFUNDIDAD [illegible] METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FRACTURA 1.5[illegible] GR/CM3
FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	7.07	1.31	-7.07	1.23
180.0	7.15	1.31	-7.15	1.23
160.0	7.25	1.31	-7.25	1.23
120.0	7.53	1.31	-7.53	1.23
100.0	7.73	1.31	-7.73	1.23
80.0	8.02	1.31	-8.02	1.23
60.0	8.47	1.31	-8.47	1.23
50.0	8.80	1.31	-8.80	1.23
40.0	9.28	1.32	-9.28	1.22
30.0	10.03	1.32	-10.03	1.22
25.0	10.60	1.32	-10.60	1.22
20.0	11.43	1.33	-11.43	1.21
15.0	13.42	1.34	-13.42	1.20
10.0	26.40	1.40	-26.40	1.14
7.0	49.15	1.52	-49.15	1.02

TUBERIA DE PERFORACION CUANDO SE ENCUENTRA CERRADA.

MODELO DE LA LEY DE POTENCIAS EN EL CASO DE TUBERIA CERRADA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

PROFUNDIDAD [illegible].0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE FRACTURA 1.5[illegible] GR/CM3
FORMACION 1.[illegible] GR/CM2

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PARADA	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
[illegible]	1.2[illegible]	1.28	-1.2[illegible]	1.26
[illegible]	1.3[illegible]	1.28	-1.36	1.26
[illegible]	1.4[illegible]	1.2[illegible]	-1.49	1.26
[illegible]	1.[illegible]5	1.2[illegible]	-1.[illegible]	1.26
[illegible]	[illegible].1[illegible]	1.2[illegible]	-[illegible].12	1.26
[illegible]	2.[illegible]1	1.2[illegible]	-[illegible].51	1.26
[illegible]	3.1[illegible]	1.2[illegible]	-3.13	1.25
[illegible]	[illegible]	1.2[illegible]	-[illegible].59	1.25
[illegible]	4.2[illegible]	1.2[illegible]	-4.25	1.25
[illegible]	5.[illegible]	1.3[illegible]	-5.[illegible]	1.24
[illegible]	6.[illegible]	1.3[illegible]	-[illegible].[illegible]7	1.24
[illegible]	7.[illegible]	1.3[illegible]	-7.36	1.23
[illegible]	1[illegible].[illegible]	1.3[illegible]	-1[illegible].[illegible]	1.21
[illegible]	25.[illegible]	1.4[illegible]	-[illegible].[illegible]	1.14
7.	4[illegible].[illegible]	1.[illegible]	-4[illegible].[illegible]	1.0[illegible]

TUBERIA DE PERFORACION CUANDO SE ENCUENTRA CERRADA.

MODELO DE BINGHAM ENEL CASO DE TUBERIA CERRADA
CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

PROFUNDIDAD 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE
FRACTURA 1.58 GR/CM3
FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA [illegible]	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	22.11	1.38	-22.11	1.16
180.0	22.79	1.38	-22.79	1.16
160.0	23.61	1.39	-23.61	1.15
120.0	26.03	1.40	-26.03	1.14
100.0	27.84	1.41	-27.84	1.13
80.0	30.54	1.42	-30.54	1.12
60.0	34.91	1.44	-34.91	1.10
50.0	38.34	1.46	-38.34	1.08
40.0	43.43	1.49	-43.43	1.05
30.0	53.60	1.54	-53.60	1.00
25.0	71.63	1.63	-71.63	.91
20.0	104.95	1.79	-104.95	.75
15.0	171.67	2.13	-171.67	.41
10.0	346.99	3.00	-346.99	.00
7.0	646.35	4.50	-646.35	.00

TUBERIA DE REVESTIMIENTO CUANDO SE ENCUENTRA CERRADA.

MODELO DE LA LEY DE POTENCIAS EN EL CASO DE TUBERIA CERRADA CUANDO ESTA SE INTRODUCE O SE EXTRAE DEL POZO

PROFUNDIDAD 2000.0 METROS
DENSIDAD DEL LODO 1.27 GR/CM3
DENSIDAD EQUIVALENTE DEL GRADIENTE DE PRESION DE
FRACTURA 1.58 GR/CM3
FORMACION 1.19 GR/CM3

VELOCIDAD DE LA TUBERIA SEG/PAR.	PRESION DE EMPUJE KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE EMPUJE GR/CM3	PRESION DE SUCCION KG/CM2	DENSIDAD EQUIVALENTE DE SUCCION GR/CM3
200.0	11.19	1.33	-11.19	1.21
180.0	12.12	1.33	-12.12	1.21
160.0	13.25	1.34	-13.25	1.20
120.0	16.48	1.35	-16.48	1.19
100.0	18.92	1.36	-18.92	1.18
80.0	22.40	1.38	-22.40	1.16
60.0	27.85	1.41	-27.85	1.13
50.0	31.97	1.43	-31.97	1.11
40.0	37.86	1.46	-37.86	1.08
30.0	47.78	1.51	-47.78	1.03
25.0	66.02	1.60	-66.02	.94
20.0	96.25	1.75	-96.25	.79
15.0	153.23	2.04	-153.23	.50
10.0	297.50	2.76	-297.50	.00
7.0	537.12	3.96	-537.12	.00

TUBERIA DE REVESTIMIENTO CUANDO SE ENCUENTRA CERRADA.

CONCLUSIONES

La variación de presión sobre las formaciones depende de la velocidad impartida a la tubería, geometría del pozo, velocidad de circulación, así como de las propiedades del fluido de perforación. Estos parámetros en realidad modifican la presión hidrostática, que es con frecuencia la responsable de las pérdidas de circulación y/o brotes.

Determinando la presión generada a diferentes velocidades de introducción y extracción de la tubería, en términos de la densidad equivalente de circulación, considerando las variables arriba mencionadas, es posible operar con una diferencia de presión mínima entre la presión total ejercida por el fluido de perforación y la presión de formación o de fractura. Este procedimiento ayuda a disminuir el tiempo total de perforación y permite trabajar dentro de márgenes convenientes en términos de seguridad, de tal manera que se tenga un riesgo mínimo de provocar los problemas ya mencionados, los cuales pueden dar lugar a consecuencias de gravedad de no evitarse o controlarse en sus principios.

Al emplear el presente modelo matemático, producto de las ecuaciones obtenidas a través de los experimentos llevados a cabo por varios investigadores; y presentando los resultados en tablas o cuadros de cálculo como los propuestos en éste trabajo, constituyen una herramienta útil para el operador de campo, por su aplicación práctica.

Las caídas de presión obtenidas mediante los modelos son satisfactorios, y generalmente los resultados concedidos por el modelo Plástico de Bingham son mayores con respecto al de la Ley de Potencias, no obstante, conforme se aumenta la velocidad de introducción o extracción de la tubería manteniendo las demás variables constantes, ambos modelos proporcionan resultados semejantes.

NOTA: Debido a que la aplicación práctica y la ejecución de pruebas tendientes a confirmar los resultados, quedan fuera del objetivo de éste trabajo; se sugiere realizarlas, a efecto de confirmar que los resultados están dentro de márgenes razonables.

NOMENCLATURA *

SIMBOLOS		UNIDADES
A	area	cm^2
Ab	Area de la sección transversal de las toberas en la barrena.	cm^2
Ag	Constante geométrica de los cilindros interior (bulbo)-exterior.	$\frac{\text{centipoises x r p m}}{\text{dina-cm}}$
B	Constante del instrumento definida en la ecuación III.48.	$\frac{\text{centipoises x r p m}}{\text{grado}}$
BI	Número de Bingham	adimensional
C	Constante del instrumento definida en la ecuación III.47.	$\frac{\text{centipoises x r p m}}{\text{Libras x 100 (pies)}^2}$
D	Diámetro	cm
Db	Diámetro de las toberas de la barrena.	cm
D_H	Diámetro interno de la tubería exterior.	cm
D_I	Diámetro interno de la tubería interior.	cm
D_p	Diámetro externo de la tubería interior.	cm
E	Coeficiente de descarga de las toberas en la barrena = 0.95	
f,g.h'	Función de	
F	Factor de fricción de Fanning.	adimensional
Fz	Fuerza	dina
F'l	Factor de fricción laminar	adimensional

* Unicamente para los primeros V capítulos, ya que en el capítulo VI se utilizan unidades prácticas como se indica al final de dicho capítulo

SIMBOLOS		UNIDADES
F'_t	Factor de fricción turbulento	adimensional
g_c	Constante dimensional, $\frac{981 \text{ gm-cm}}{\text{gf-seg}^2}$ o	$\frac{981 \text{ gm-cm}}{981 \text{ dinas-seg}^2}$
h	Profundidad	cm
H	Distancia de separación entre las placas paralelas	cm
$Kf(\tau)=\frac{dv}{dr}$	Comportamiento del esfuerzo cortante-velocidad de corte	
Ks	Constante del resorte	dina-cm/grado
K	Indice de consistencia	$(\text{dina-seg}^n)/\text{cm}^2$
K'a	Indice de consistencia para el espacio anular	$(\text{dina-seg}^n)/\text{cm}^2$
K'p	Indice de consistencia para tuberías	$(\text{dina-seg}^n)/\text{cm}^2$
K'v	Indice de consistencia para el viscosímetro	$(\text{dina-seg}^n)/\text{cm}^2$
L	Longitud de la tubería o tubo	cm
ℓ_b	Altura sumergida del bulbo de la superficie cilíndrica.	cm
$\bar{m}$	Radio hidráulico	cm
n	Indice de comportamiento	adimensional
n'	Indice de comportamiento en tuberías	adimensional
n*	Indice de comportamiento en el espacio anular	adimensional
NS	Número de secciones	
ΔP	Caída de presión por fricción = P1-P2	dinas/cm^2

SIMBOLOS		UNIDADES
ΔPa	Caída de presión en el espacio anular	$dinas/cm^2$
ΔP_{alb}	Caída de presión entre lastrabarrenas y agujero	$dinas/cm^2$
ΔPap	Caída de presión entre la tubería y el agujero	$dinas/cm^2$
ΔP_b	Caída de presión en la barrena	$dinas/cm^2$
ΔP_{cs}	Caída de presión en las conexiones superficiales	$dinas/cm^2$
P_h	Presión hidrostática	gf/cm^2
ΔP_{lb}	Caída de presión en los lastrabarrenas	$dinas/cm^2$
ΔP_p	Caída de presión en la tubería	$dinas/cm^2$
Psc	Presión de sobrecarga	gm/cm^2
Psd	Presión de descarga o presión superficial	$dinas/cm^2$
q	Expresión del gasto en forma adimensional	
Q	Gasto	cm^3/seg
r	Radio de la tubería	cm
r	Radio del cilindro interior en el viscosímetro capítulo III.	cm
R	Número de Reynolds	adimensional
Ra	Número de Reynolds (espacio anular)	adimensional
Rm	Número de Reynolds modificado	adimensional
Rp	Número de Reynolds en la tubería	adimensional

SIMBOLOS		UNIDADES
r_b	Radio del cilindro interior (bulbo)	cm
r_c	Radio del cilindro exterior (viscosímetro)	cm
r_w	Radio referido a la pared de la tubería.	cm
T	Par ejercido sobre el bulbo	dinas-cm
u	Distancia al centro del plano	cm
V	Velocidad	cm/seg
$\bar{V}$	Velocidad media	cm/seg
Vc	Velocidad característica	cm/seg
W	Ancho de las placas	cm
X	Gradiente de presión recíproco sin dimensiones	
α	Relación de diámetros = D_p/D_H	adimensional
$\gamma = \frac{dv}{dr}$	Velocidad de corte	seg^{-1}
$\dot{\gamma}$	Factor geométrico definido en la ecuación III.47	
δ	Peso específico	gf/cm^3
ζ	Conductancia del fluido	adimensional
ζ_a	Conductancia del fluido en el espacio anular	adimensional
ζ_p	Conductancia del fluido en la tubería	adimensional
θ	Lectura Fann (deflexión angular del resorte) correspondiente a la velocidad w del cilindro exterior	grados

SIMBOLOS		UNIDADES
θ_{600}	Lectura Fann a 600 r p m	
θ_{300}	Lectura Fann a 300 r p m	
θ_1	Lectura Fann correspondiente a la velocidad w1 del cilindro exterior	
θ_2	Lectura Fann correspondiente a la velocidad w2 del cilindro exterior	
λ	Relación de radios = rc/rb	adimensional
μ	Viscosidad de un fluido Newtoniano	(dinas-seg) cm^2
μ_e	Viscosidad efectiva	(dinas-seg) cm^2
μ_p	Viscosidad plástica	(dinas-seg) cm^2
π	3.141593	
ρ	Densidad	gm/cm^3
ρ_m	Densidad de fluido de perforación	gm/cm^3
ρ_r	Densidad de la matriz de la roca	gm/cm^3
ρ_{sw}	Densidad del agua de formación	gm/cm^3
τ	Esfuerzo cortante	$dina/cm^2$
τ_b	Esfuerzo cortante experimentado por el fluido en contacto con el bulbo	$dina/cm^2$
τ_w	Esfuerzo cortante en la pared (tubería o espacio anular)	$dina/cm^2$
τ_y	Esfuerzo de cedencia de un fluido plástico de Bingham	$dina/cm^2$
ϕ	Porosidad	%

SIMBOLOS		UNIDADES
ω	Velocidad angular	rev/min
$\bar{\omega}$	Velocidad angular del cilindro exterior del viscosímetro	radianes/seg
W1	Velocidad mayor del cilindro exterior o manga rotatoria, cuando se registran más de dos velocidades	rev/min
W2	Velocidad del cilindro exterior, menor que W1	rev/min

REFERENCIAS

(1) Green, H., "Industrial Rheology and Rheological Structures", Joh Wiley and Sons, New York, 1949.

(2) Wilkinson, W.L., "Non-Newtonian Fluids", Pergamon, New York, 1960

(3) Craft and Holden: Drilling and Production Practices, Capítulo 1.

(4) Wohl, M.W., "Dynamics of Flow Between Parallel Plates and in Non-circular Ducts", Parte 5, Mayo 6, 1968.

(5) R.W. Beck, W.F. Nuss, and T.H. Dunn, "The Flow Properties of Drilling Muds", Drilling and Production Practice (API, 1947), p.11.

(6) B.O.A. Hedstrom, "Flow of Plastic Materials in Pipes", Industrial and Engineering Chemistry, 44, 651 (1952)

(7) W.M. Laird, "Slurry and Suspension Transport", Industrial and -- Engineering Chemistry, 49, 138 (1957)

(8) A.G. Fredrickson and R.B. Bird, "Non-Newtonian Flow in Annuli",- Industrial and Engineering Chemistry, 50, 347 (1958).

(9) J.C. Melrose, J.G. Savins, W.R. Foster, and E.R. Parish, "A Practical Utilization of the Theory of Bingham Plastic Flow in Sta-- tionary Pipes and Annuli," Trans. AIME, 213, 316 (1958).

(10) Sir Horace Lamb, Hydrodynamics, 6th Ed. (New York: Dover Publications, 1945), p. 586.

(11) J.G. Savins and W.F. Roper, "A Direct-Indicating Viscometer for- Drilling Fluids," Drilling and Production Practice (API, 1954)- p.7.

(12) Van Wazer. Viscosity and Flow Measurement. Capítulo I.

(13) Rabinowitsch, B., "On the Viscosity and Elasticity of Sols", Zeit. Physik, Chem., vol 145A (1929). p. 1-26.

(14) Mooney, M., "Explicit Formulas for Slip and Fluidity," J. Rheology, vol. 2 (April, 1931) p. 210-222.

(15) A.B. Metzner and J.C. Reed, "Flow of Non-Newtonian Fluids-Corre lation of the Laminar, Transition, and Turbulent-flow Regions", Journal of American Institute Chemical Engineers, 1, 434 (1955).

(16) A.B. Metzner, "Non-Newtonian Flow", Industrial and Engineering Chemistry, 49, 1429 (1957)

(17) F.G. Savins, "Generalized Newtonian (Pseudoplastic) Flow in Sta tionary Pipes and Annuli", Trans. AIME, 213,325 (1958).

(18) George R. Gray, H.C.H Darley, Walter F. Rogers. Composition -- and Properties of Oil Well Drilling Fluids. Fourth Edition.

(19) Magcobar, Technical Bulletin No. 31-57, Fundamental Geology.

(20) Azar J.J., "Drilling Optimization"

(21) Burkhardt, J.A., "Wellbore Pressure Surges Produced by Pipe Movement", Journal of Petroleum Technology. (June, 1961) p. 595-605; Trans. AIME, Vol. 222.

(22) Fontenot, J.E. and Clark, R.K. (1973), "An Improved Method for Calculating Swab/Surge and Circulating Pressures in a Drilling Well, SPE Paper 4521, Fall Meeting of the SPE of AIME, Las Vegas, Nevada, September 30-October 3.

(23) Cannon, G.E. "Changes in Hydrostatic Pressure Due to Withdrawing Drill Pipe from the Hole", Drilling and Production Practices" 1934; API. P.42.

(24) Goins, W.C. Jr. Weichert, J.P., Burba, J.L. Jr., Dawson, D.E. Jr. and Teplitz, A.J.; "Down-the hole Pressure Surges and The ir e-- ffect on loss of circulation", Drilling and Production Practices API. (1951) p. 125.

(25) Cardwell, W.T., Jr. "Pressure Changes in Drilling Wells Caused - by Pipe Movement", Drilling and Production Practice API (1953) p. 97.

(26) Ormsby, George S. "Calculation and Control of Mud Pressure - in Drilling and Completion Operations", Drilling and Production- Practice API (1954) 44.

(27) Clark, E.J. Jr. "A Graphic View of Pressure Surges and Lost Cir- culation", Drilling and Production Practice, API (1956) p. 424.

(28) Schuh, F.J. "Computer Makes Surge Pressure Calculations Useful", The Oil and Gas Journal, August 3, (1964) p. 96.

(29) D.W. Dodge and A.B. Metzner, "Turbulent Flow of Non-Newtonian -- Systems", Journal of American Institute of Chemical Engineers, 5, 189 (1959).

(30) Merlin L. James, Gerald M. Smith, James C. Wolford. Métodos Numé ricos Aplicados a la Computación Digital con Fortran.