

24-18



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

FUNCIONAMIENTO HIDRAULICO DE CODOS
VERTICALES EN OBRAS DE EXCEDENCIA

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A
BEATRIZ MARIA DE LOURDES MARQUEZ BUEN ABAD

CIUDAD DE MEXICO

1986



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-1-190

Señorita BEATRIZ MARIA DE LOURDES MARQUEZ BUEN ABAD,
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. Victor Franco, para que lo desarrolle como TESIS para su Examen Profesional de la carrera de INGENIERO CIVIL.

"FUNCIONAMIENTO HIDRAULICO DE CODOS VERTICALES
EN OBRAS DE EXCEDENCIAS"

1. Introducción.
2. Análisis de Fourier.
3. Instalación experimental.
4. Medición y análisis de resultados.
5. Conclusiones.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, a 26 de julio de 1985
EL DIRECTOR

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ.

@
OARCH/RCCH/sho.

I N D I C E

	Pág.
1. INTRODUCCION	1
1.1 Cavitación	3
1.2 Fundamentos técnicos	9
1.3 Ejemplo numérico	26
1.4 Espectros e histogramas	30
2. ANALISIS DE FOURIER	35
2.1 Series de Fourier	35
2.2 Espectro Complejo de Fourier	43
2.3 Representación de una función cualquiera en todo el intervalo	46
3. INSTALACION EXPERIMENTAL	54
3.1 Descripción del modelo	54
3.2 Descripción del equipo	70
3.2.1 Obtención del espectro por medio del analizador de espectros	70
3.3 Velocímetro Láser Doppler (VLD)	79
3.3.1 Principios de funcionamiento del Láser	79
3.3.2 El Láser de Helio-Neón (He-Ne)	87
3.4 Descripción del sistema VLD utilizado	94
3.4.1 Velocimetría Láser	100

	Pág.
3.4.2 Características de la señal del fotomultiplicador	108
3.4.3 Procesador	111
3.4.4 Operación del Láser He-Ne 124B	112
3.4.5 Operación del procesador VLD	114
3.5 Zona de medición	119
4. MEDICION Y ANALISIS DE RESULTADOS	122
4.1 Cálculo de las características hidráulicas para Q_d	122
4.2 Cálculo de las características hidráulicas para Q	129
4.3 Medición de velocidades en el velocímetro Láser Doppler	134
4.4 Interpretación de la distribución de velocidades medias en una sección del canal	135
4.5 Cargas de presión	144
5. CONCLUSIONES	148
REFERENCIAS	152
APENDICE	155

1. INTRODUCCION

Las obras de excedencias de algunas presas de gran altura localizadas en zonas montañosas, son túneles en los que el agua escurre a superficie libre. Estos longitudinalmente están formados por dos secciones: una de fuerte pendiente (en ocasiones de hasta 60°) y la otra de pendiente mucho menor que la primera. Ambas secciones están ligadas por un codo vertical (fig 1.1).

En algunas de estas obras ya construidas han ocurrido cavitaciones sistemáticas que generalmente dañan la parte del túnel en donde termina el codo y principia la rama de menor pendiente.

Se han diseñado diferentes dispositivos para resolver el problema como los aireadores sin embargo no ha quedado claro

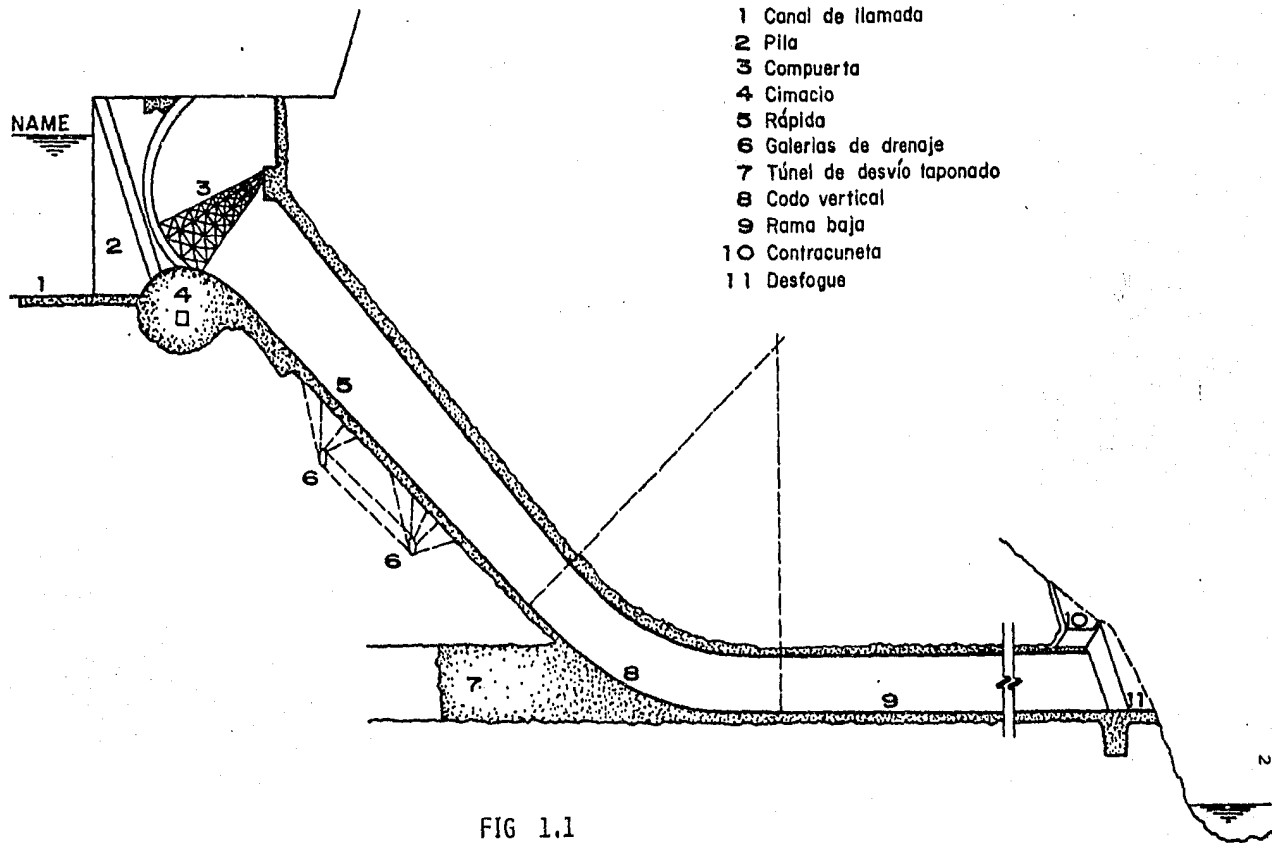


FIG 1.1

cual es el origen del fenómeno. (Ref 4)

En este capítulo se intenta dar una explicación teórica al fenómeno descrito.

1.1 Cavitación

La cavitación es un fenómeno que consiste en la formación de una cavidad llena de vapor de agua dentro del seno del fluido. Esto ocurre si en cualquier punto del flujo hay una presión negativa igual o menor que la presión de vaporización del líquido (Ref 14).

Cuando la velocidad del flujo es alta y no hay acceso de aire, la reducción de presión provocada por un cambio de dirección divergente, un obstáculo y aún la rugosidad de la superficie, puede hacer que la presión crítica se exceda y que en esa zona se forme una cavidad llena de vapor de agua.

Asociada a esta cavidad aparece un efecto que induce altos esfuerzos en la superficie de la obra de excedencia. El efecto se debe al desprendimiento de burbujas de vapor de la cavidad que al circular hacia aguas abajo se encuentran en una región de mayor presión donde se condensan súbitamente produciéndose una implosión, o sea una reducción violenta de volumen del

orden de 100 a 1000 veces, en milésimas de segundo al pasar la burbuja del estado gaseoso al líquido.

Si esto sucede cerca de una frontera rígida, inducirá esfuerzos muy altos, hasta de 10^4 Kg/cm^2 que al repetirse continuamente desprenderán material de la superficie de la obra.

La capa límite y la cavitación.

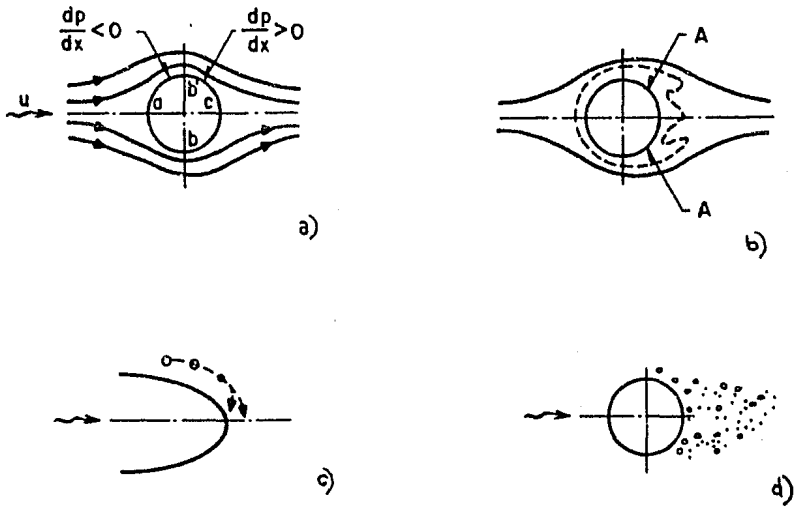


FIG 1.2

En la fig 1.2a se muestran las líneas de corriente de un flujo ideal que escurre en torno a un cilindro fijo. En la frontera del cilindro la velocidad es mínima en los puntos a y c

y máxima en b y b' ; esta circunstancia hace que las presiones sean máximas en a y en c y mínimas en b y b' con lo cual el gradiente de presiones a lo largo de la frontera es negativo de a hacia b y positivo de b hacia c .

Si en el caso de un líquido real, la capa límite se entiende como la zona próxima al cilindro en donde la velocidad pasa de ser nula en la frontera rígida hasta un cierto porcentaje Ku , próximo al valor de la velocidad del líquido, se puede ver (Ref 2) que la capa es muy delgada y "pegada" al cilindro en la zona donde $dp/dx < 0$ y que, en cambio tiende a desprenderse un poco aguas abajo de la zona en donde empieza a ser $dp/dx > 0$ (ver fig 1.2b). Debe recordarse, por otra parte, que las variaciones de presión en la capa son impuestas por las condiciones de flujo en la "frontera de ella con el líquido circulante.

Ahora bien, según la Ref 14 para velocidades suficientemente grandes en la zona de desprendimiento de la capa empiezan a formarse pequeñas burbujas de vapor como se muestra en la fig 1.2d. Por la forma de las líneas de corriente puede suponerse que una parte de estas burbujas son empujadas hacia la parte posterior del cilindro de modo similar al que ocurre detrás de una cavidad estacionaria como se muestra en la fig 1.2c. Al producirse este movimiento las burbujas originalmen

te esféricas se van aplastando en sentido transversal al desplazamiento y de modo más pronunciado en la cara posterior y, al mismo tiempo, su volumen se va reduciendo. Por condiciones hidrodinámicas (Ref 13) ésta tendencia sólo puede mantenerse cuando la burbuja deviene en un pequeño toro, que en realidad, constituye un anillo vorticoso con una velocidad muy grande en el centro y dirigida en el sentido del desplazamiento; esto da lugar a que la burbuja convertida en toro llegue a la frontera rígida lanzando un chorro pequeñísimo pero de gran poder destructivo y, aparentemente, a esto se debe el aspecto que presentan las superficies cavitadas, que dan la impresión de haber sido "picoteadas".

Si, por otra parte, se estudian fenómenos similares con agua a la cual se le ha extraído prácticamente el aire disuelto, los daños por cavitación se reducen notablemente y ello tal vez se deba a que las burbujas solo pueden formarse a partir de pequeñísimos núcleos originales. Pero si se hacen los estudios con agua a la cual se le ha introducido una considerable cantidad de aire, el efecto de cavitación también se reduce considerablemente, quizás porque el mecanismo de evolución de las burbujas se modifica mucho de chocar y "estorbarse" unas a otras.

El coeficiente de cavitación σ

El parámetro que se emplea para describir las condiciones del escurrimiento relacionadas con el fenómeno, es el número de Thoma o índice de cavitación dado por

$$\sigma = \frac{h_p - h_v}{V^2/2g} \quad (1.1)$$

donde

h_p carga de presión en la zona de interés, en m

h_v carga de vaporización del líquido, en m

$V^2/2g$ carga de velocidad en la zona de interés, en m

La carga de vaporización, h_v , depende del grado de pureza y temperatura del líquido. A menor temperatura y mayor pureza, se tendrá una h_v menor. Para el agua, a temperaturas ambientales h_v tendrá un valor comprendido entre -9.30 y -9.90 m (Ref 14), (fig 1.3).

Los otros dos valores deben ser representativos de las condiciones del flujo directamente relacionadas con el fenómeno. Sin embargo, es usual utilizar la velocidad media, la cual puede tener poco que ver con el problema debido a que este es un problema local.

Para estimar las posibilidades de que en determinado punto de

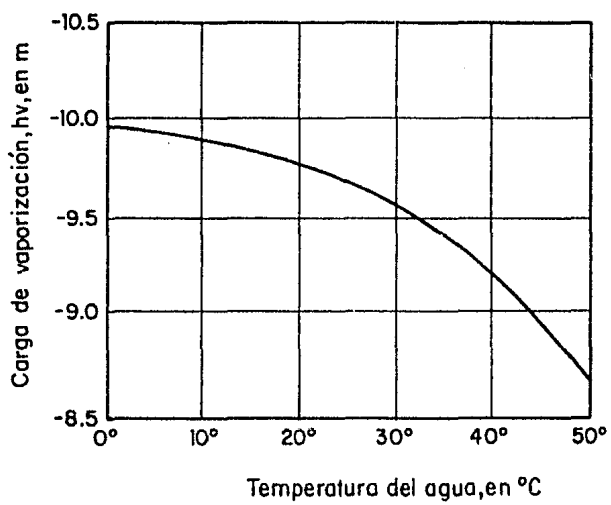


FIG 1.3

una obra se presenta cavitación, es necesario obtener experimentalmente el índice de cavitación incipiente σ . Este parámetro no puede ser negativo y entre más pequeño es, mayor es el riesgo de cavitación.

1.2 Fundamentos teóricos

En este inciso se desarrollará la teoría para calcular el índice de cavitación en un codo vertical (Ref 13).

En la fig 1.4 se muestra un codo vertical de radio R y deflexión θ , en donde fluye una vena de espesor T y velocidad V de modo que, si la sección transversal del túnel es rectangular, el gasto unitario es

$$q = VT \quad (1.2)$$

En el elemento que aparece sombreado en la figura de longitud ΔS , se indica que actúan la aceleración de la gravedad, g , la fuerza centrífuga V^2/r y las presiones que se suponen normales a las caras extremas del tramo.

La vena se considera que tiene ancho unitario $b = 1$

Si por simplicidad se supone que la presión crece en el senti

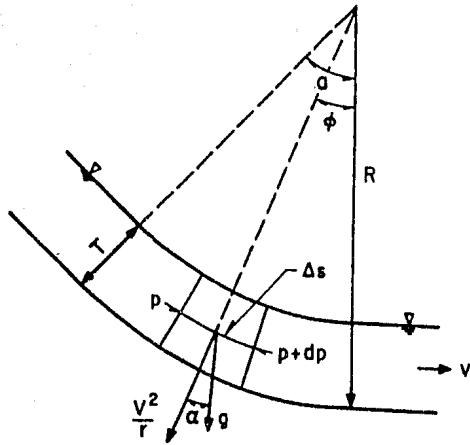


FIG 1.4

do del flujo, utilizando el diagrama de cuerpo libre en cuestión se tiene por equilibrio que

$$-T \frac{\partial p}{\partial s} \Delta s + \gamma T \Delta s \cos \alpha = \frac{\gamma}{g} T \Delta s \frac{\partial V}{\partial t} \quad (1.3)$$

Al disminuir el nivel de la plantilla en el sentido del flujo se deberá considerar

$$\cos \alpha = -\frac{\partial z}{\partial s}$$

Además se sabe que

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left| \frac{v^2}{2} \right| \quad (1.4)$$

De modo que, si se considera flujo permanente: $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$.

Al dividir la ec. 1 por $\gamma T \Delta s$ y sustituir las expresiones para $\cos \alpha$ y $\frac{dV}{dt}$, se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g} \right] = 0 \quad (1.5)$$

Este resultado no es más que la ecuación de Bernoulli, sin embargo esta expresión no considera las pérdidas por fricción y por cambio de dirección que ocurren en los problemas reales. Estas pérdidas valen respectivamente

$$\Delta h_f = \left| \frac{n}{r_h^{2/3}} \right|^2 \Delta \rho V^2 \quad (1.6a)$$

Y

$$\Delta h_\alpha = \frac{K\alpha}{2g} V^2 \quad (1.6b)$$

en donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning; r_h es el radio hidráulico, $\Delta \rho$ la distancia entre las secciones en las que se valua la pérdida, $K\alpha$ es el coeficiente de pérdida por cambio de dirección. Ambas pérdidas se pueden asimilar a la ec. (1.6a) con solo escoger una n adecuada.

En su forma diferencial, la ecuación de Bernoulli toma la siguiente forma

$$d \left| \frac{p}{\gamma} + z + \frac{V^2}{2g} \right| = - \left| \frac{n}{r_h^{2/3}} \right|^2 \Delta \rho V^2 \quad (1.7)$$

El problema inmediato a resolver es la valuación de la carga de presión p/γ que, en el caso del codo se considerará formada por la suma de una carga hidrostática más una carga producida por el efecto centrífugo. Es decir la presión ya no es hidrostática. Según Chow (cap. 3) el primer sumando vale

$$\frac{p_h}{\gamma} = r \cos \phi \quad (1.8)$$

donde T es el espesor de la vena hasta el punto considerado (superficie libre); ϕ es el ángulo de inclinación entre la tangente al punto considerado y la horizontal (referido a la plantilla del túnel).

Para valuar el segundo sumando se requiere recurrir a las ecuaciones de la hidrodinámica:

Suponiendo que la velocidad radial y el efecto de viscosidad son despreciables, en sentido radial se puede escribir

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v^2}{r} \quad (1.9)$$

Si se recuerda que $\rho = \frac{\gamma}{g}$, al integrar la ecuación anterior queda:

$$p = \frac{\gamma}{g} v^2 \ln r + C \quad (1.10)$$

En la superficie libre (con $r = R-T$) la presión vale cero, de modo que la constante de integración resulta ser

$$C = -\frac{\gamma}{g} v^2 \ln (R-T) \quad (1.11)$$

Sustituyendo (1.11) en (1.10):

$$p_c = \frac{\gamma V^2}{g} \left| (\ln R) - \ln (R-T) \right| \quad (1.12)$$

De aquí se concluye que la presión producida por la aceleración centrífuga sobre la plantilla es:

$$p_{F_c} = \frac{\gamma V^2}{g} \left| \ln R - \ln (R-T) \right| \quad (1.13)$$

$$\text{Haciendo } K = \ln R - \ln (R-T) \quad (1.14)$$

Se puede escribir la ec (1.13) como sigue

$$p_{F_c} = \frac{\gamma V^2}{g} K \quad (1.15)$$

Si se recuerda la serie de Taylor (Ref 10), se tiene que

$$\ln X = \frac{X-1}{X} + \frac{1}{2} \left| \frac{X-1}{X} \right|^2 + \frac{1}{3} \left| \frac{X-1}{X} \right|^3 + \dots +$$

$$\text{para } X \geq \frac{1}{2}$$

De manera que al aplicar esto en la ec. (1.14) se puede ver que, para valores grandes de R, K se aproxima a R/T de modo que al reescribir la ec. (1.15) queda

$$p_{F_c} = \frac{\gamma V^2}{gR} T \quad (1.16)$$

A este mismo resultado se puede llegar si se considera que el tramo sombreado de la fig 1.4 tiene una masa igual a

$$\frac{\gamma}{g} T \Delta S$$

de modo que la aceleración centrífuga lo aplastará contra la plantilla con una fuerza de valor

$$\frac{\gamma}{g} T \Delta S \frac{v^2}{r}$$

De manera que al dividir entre el área ΔS para calcular la presión se llega al valor dado por la ec. (1.16).

Además de la ec. (1.15) se concluye que la carga de presión producida sobre la plantilla por la aceleración centrífuga es

$$\frac{P_{Fc}}{\gamma} = \frac{v^2}{g} K \quad (1.17)$$

Por otra parte en la ec. (1.8) se ve que la carga de presión hidrostática en la plantilla vale

$$\frac{P_{Fh}}{\gamma} = T \cos \phi \quad (1.18)$$

Al sumar ambos efectos, resulta que la carga de presión total que actúa sobre la plantilla es

$$\frac{P_F}{\gamma} = T \cos \phi + \frac{V^2}{g} K \quad (1.19)$$

Con lo cual la energía total referida a la plantilla en cualquier punto del codo es

$$E_c = T \cos \phi + \frac{V^2}{g} K + \frac{V^2}{2g} \quad (1.20)$$

En estas condiciones la ecuación de Bernoulli referida a la plantilla resulta ser

$$d \left[T \cos \phi + \frac{V^2}{g} K + \frac{V^2}{2g} + Z \right] = - \left[\left(\frac{n}{\kappa_h^{2/3}} \right)^2 \Delta \rho \right] V^2 \quad (1.21)$$

La expresión anterior expresada en diferencias finitas entre la sección (j) aguas arriba y la sección (j+1) aguas abajo toma la forma

$$\begin{aligned} - \frac{q}{V_j^2} \cos \phi_j (V_{j+1} - V_j) - \frac{q}{V_j} \operatorname{sen} \phi_j (\phi_{j+1} - \phi_j) + \frac{1}{g} (2K_{j+1}) V_j (V_{j+1} - V_j) \\ + Z_{j+1} - Z_j = - \left[\left(\frac{n}{\kappa_{hj}} \right)^2 \Delta \rho \right] V_j V_{j+1} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Al despejar V_{j+1} y transformar los ángulos o radianes se obtiene

$$V_{j+1} = \frac{q \frac{\cos \phi_j}{V_j} \left[1 - \frac{\pi}{180} (\phi_{j+1} - \phi_j) \tan \phi_j \right] - \frac{1}{g} \left[2(\ln R - \ln(R - T_j)) + 1 \right] V_j^2 + Z_{j+1} - Z_j}{\frac{1}{V_j} q \frac{\cos \phi_j}{V_j} - \left[\frac{1}{g} \left[2(\ln R - \ln(R - T_j)) + 1 \right] + \left[\frac{n}{2.73} \right]^2 \Delta \rho \right] V_j} \quad (1.23)$$

De la geometría del codo se tiene

$$Z_j = R \frac{\text{sen } \phi_j}{\text{sen} \left(90 - \frac{\phi_j}{2} \right)} \text{sen } \phi_j \quad (1.24a)$$

$$\Delta \rho_{j+1} = \Delta \rho_j - R \frac{\text{sen } \phi_{j+1}}{\text{sen} \left(90 - \frac{\phi_{j+1}}{2} \right)} \cos \frac{\phi_j + 1}{2} \quad (1.24b)$$

Para iniciar los cálculos en el principio del codo, se plantea la ecuación de la energía

$$\frac{v^2}{2g} + y + z = \text{cte} \quad (1.25a)$$

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{gR} \frac{q}{v} + y + z = \text{cte} = E_0 \quad (1.25b)$$

Pero $q = vT$ de donde $T = \frac{q}{v}$. Entonces:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{gR} \frac{q}{v} + T \cos \theta = E_0 \quad (1.25c)$$

Desarrollando la expresión 23c se obtiene

$$v_0^3 + \frac{2v_0^2}{R} q + 2gq \cos \theta - 2g E_0 v_0 = 0 \quad (1.26)$$

Por otra parte de $q = V_{j+1} T_{j+1}$ se calcula T_{j+1} y resulta que la ec. (1.23) permite calcular rápidamente la evolución de la vena a lo largo del codo. (Ver programa en el apéndice).

Por otro lado, en la sección final del codo ($\cos \phi \approx 1$) la energía de la vena estará dada según la ec. (1.20) por

$$E_c = T + \frac{v^2}{g} + \frac{v^2}{2g}$$

De suerte que, de no haber pérdidas entre la última sección en el tramo curvo y la primera en el tramo recto (con características v y t), deberá tenerse que

$$T + \frac{v^2}{g} \left[\frac{2K+1}{2} \right] = \frac{v^2}{2g} + t \quad (1.27)$$

y como $q = vt$, de la ec. (1.27) se obtiene:

$$v^3 - \left[2g T + v^2 (1+2K) \right] v + 2gq = 0 \quad (1.28)$$

La solución de la ec. (1.28) daría la velocidad máxima que podrá alcanzar la vena en el fondo si dejara de actuar súbita-

mente la acción de la fuerza centrífuga al abandonar el tramo curvo y penetrar a la rama casi horizontal.

Por otra parte, la fuerza que en la dirección del flujo ejerce la presión hidrostática se encuentra a partir de la ec.

(1.8) para el caso extremo en donde $\phi = 0$) haciendo

$$P_h = \gamma \int_0^T y dy = \frac{\gamma T^2}{2} \quad (1.29)$$

De la misma manera la fuerza en la dirección del flujo causada por la fuerza centrífuga se puede calcular a partir de la ec. (1.12) en la forma

$$P_c = \frac{\gamma V^2}{g} \int_{R-T}^R \left[\ln r - \ln (R-T) \right] dr$$

$$P_c = \frac{\gamma V^2}{g} \left[R(\ln R - 1) - (R-T)(\ln(R-T) - 1) - T \ln (R-T) \right] \quad (1.30)$$

Haciendo

$$X = R(\ln R - 1) - (R-T)(\ln(R-T) - 1) - T \ln (R-T) \quad (1.31)$$

y al sustituir la ec. (1.30) en la (1.29) queda

$$P_c = \frac{\gamma V^2}{g} X \quad (1.32)$$

Ahora aplicando la ecuación de momentum entre la sección terminal del codo donde actúan las fuerzas P_h y P_c y una sección, próxima al principio del tramo recto con características w y y en donde solo actuara

$$P_h' = \gamma y^2 / 2$$

se deberá cumplir que

$$\frac{\gamma V^2}{g} x + \frac{\gamma T^2}{2} = \frac{\gamma y^2}{2} + \frac{\gamma q}{g} (w - V) \quad (1.33)$$

y como $q = wy$, de la ec. (1.33) se obtiene

$$w^3 - \left[V \left(1 + \frac{x}{T} \right) + \frac{gT}{2V} \right] w^2 + gq = 0 \quad (1.34)$$

La solución de esta ecuación dará la velocidad w que adquiere la vena hacia el principio del tramo recto en donde la energía será

$$E_w = \gamma + \frac{w^2}{2g} \quad (1.35)$$

Esto implica una diferencia de energía ΔE entre el valor E_c dada por la ec. (1.20) y E_w calculada con la ec. 1.35. La diferencia ΔE corresponde una pérdida causada por la descompresión que sufre la vena al abandonar el codo.

La fig 1.5a muestra esquemáticamente la distribución de cargas en la sección A en donde termina el codo y aún actúa la aceleración centrífuga (ec.(1.20) con $\phi = 0$) y en la sección B del tramo recto en donde se ha establecido el régimen después de experimentar la pérdida ΔE (ec. (1.20) - ec. 1.35).

También se indica esa distribución en una sección hipotética (í) muy próxima a la sección A y en donde se supone que ha dejado de actuar la aceleración centrífuga pero aún no se produce la pérdida ΔE (ec. 127).

La distancia Δx entre las secciones A y B puede considerarse reducida tomando en cuenta la rapidez con que se produce la de compresión cuando cesa la acción de la fuerza centrífuga.

En la fig 1.5b se indican las fuerzas consideradas en la ec. (1.33) con un impulso

$$I = \frac{\gamma}{g} q (w - v)$$

Hipótesis y procedimientos de cálculo para detectar la cavitación en la sección terminal del codo.

El criterio para detectar la cavitación en la sección crítica del codo considera ciertas hipótesis simplificadoras que son

FIG 1.5A

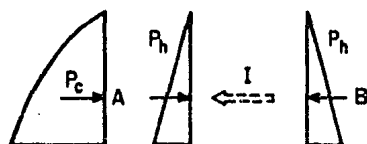
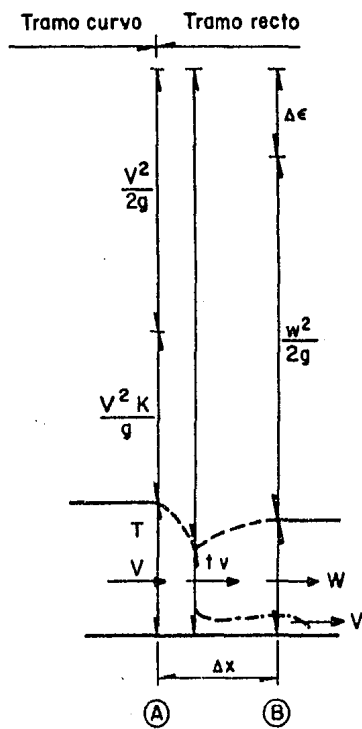


FIG 1.5B

las siguientes.

El concepto de vena líquida con velocidad uniforme no es rigurosamente cierto; en realidad la turbulencia hace que el agua avance formando una serie de chorros caóticos cuyas velocidades dan en promedio la velocidad que se le atribuye a toda la vena.

Puede pensarse así que las secciones A y B de la fig 1.5a no están perfectamente acotadas sino que pueden sufrir ciertos desplazamientos aleatorios en el sentido del flujo o contra él. Por este motivo, la distancia Δx entre ellas podrá ser lo suficientemente reducida en un instante dado como para que algunos filetes líquidos del fondo, al cesar súbitamente la velocidad v , penetraran momentáneamente hasta la región B en donde la energía ha disminuído en una cantidad ΔE . Para que tal fenómeno sucediera, necesitaría producirse bajo los chorros una presión de fondo P_f/γ tal que

$$\frac{P_f}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{w^2}{2g} \quad (1.36)$$

Esto equivaldría a afirmar que, impulsados por la decompresión súbita, habría filetes que por un momento no podrían "pegarse" al fondo y que darían lugar a presiones de fondo que, valuadas de acuerdo con la ec. 1.36 valdrían

$$\frac{P_0}{\gamma} = y + \frac{w^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \quad (1.37)$$

En estas condiciones si la carga de velocidad de esos chorros fuera suficientemente grande, la carga de presión en el fondo que resulte de la ec. (1.37) podría llegar a ser negativa, de modo que en forma caótica e instantánea se alcanzarían depresiones capaces de inducir la cavitación en el entorno de la sección terminal del codo.

Si se aceptan las hipótesis anteriormente expuestas se puede utilizar el siguiente criterio para valuar la cavitación.

1. Con las ecs. 1.25c y 1.26 encuentrese el valor de E_0 , v_0 y T_0
2. Con ayuda de las ecs. 1.24a, 1.24b y 1.23 determinense las características de V y T en la sección terminal del codo
3. Encuéntrese el valor de v con la ec. (1.28)
4. Calcúlese w por medio de la ec. (1.34)
5. Recordando que $y = q/w$ calcúlese P_0/γ mediante la ec. (1.37)

6. Si $P_6/\gamma > -3m$ puede considerarse que no habrá cavitación.
Si $-3 > P_6/\gamma > -4$ se supondrá cavitación incipiente.
Si $-4 > P_6/\gamma$ se considerará posibilidad de franca cavitación.

1.3 Ejemplo numérico

Con el objeto de mostrar el alcance de los criterios de cálculo expuestos, se ha elaborado el siguiente ejemplo que corresponde al caso de un codo vertical con sección rectangular de 10m de ancho de plantilla (ver fig 1.6). Se han definido previamente la altura del codo, a ; la energía de ingreso E_0 , y el gasto unitario, q .

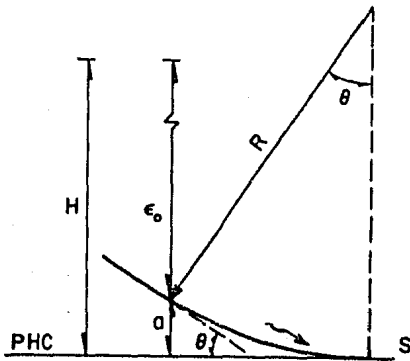


FIG 1.6

El coeficiente de rugosidad considera la pérdida por fricción y la pérdida por cambio de dirección. La rama de menor pendiente se ha supuesto horizontal y coincidente con el plano horizontal de comparación

$$a = 20.5 \text{ m}$$

$$E_0 = 85.085 \text{ m}$$

$$q = 200 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$n = 0.03$$

Además para este caso, se tiene que el radio R vale 70 m y el ángulo de inclinación de la rápida es de 45° .

SOLUCION

1. De la ec. 1.25c se obtuvo $E_0 = 85.085 \text{ m}$

Al sustituir este valor en la ec. 1.26 se calcula V_0

$$V_0^3 + 5.1145 V_0^2 + 2774.687 - 1669.3617 V_0 = 0$$

$$V_0 = 37.6457 \text{ m/s}$$

y como $T_0 = \frac{q}{V_0}$; $T_0 = \frac{200}{37.6457}$; $T_0 = 5.3127$

2. Con ayuda de las ecs. 1.24a, 1.24b y 1.23 se determinan las características V , T , P_f/γ a lo largo del codo.

Los resultados se muestran en la Tabla I.1

3. Se calcula el valor de v con la ec. 1.28

$$v^3 - \left[2g T + V^2 (1+2K) \right] v + 2gq = 0$$

$$v^3 - \left[2(9.81)(5.3149) + (37.6301)^2 (1+2K) \right] v + 2(9.81)200 = 0$$

$$v = 40.5863 \text{ m/s}$$

4. Se calcula w con la ec. 1.34

$$w^3 - \left[v \left(1 + \frac{x}{T} \right) + \frac{gT}{2v} \right] w^2 + gq$$

$$w = 38.5048 \text{ m/s}$$

5. Se calcula P_f/γ mediante la ec. 1.37

$$y = \frac{q}{w} = \frac{200}{38.5048} \quad y = 5.1942$$

$$\frac{P_f}{\gamma} = y + \frac{w^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} = -3.1967$$

Comparando este resultado se deduce que hay cavitación incipiente.

j	ϕ_j	ϕ_{j+1}	Z_j	Z_{j+1}	ΔL	V_j	T_0	P_0^H/γ	P_0^C/γ	P_0/γ
0	-	45	-	20.5	0	37.8457	5.3127	3.7566	11.4026	15.1592
1	45	40.9011	20.5	17.0975	3.6572	38.06	5.2543	3.9713	11.5231	15.4945
2	40.9011	36.8102	17.0975	13.9621	3.8903	38.3869	5.2101	4.1709	11.618	15.789
3	36.8102	32.7273	13.9621	11.1123	4.1046	38.6263	5.1773	4.3559	11.6876	16.6435
4	32.7273	28.6364	11.1123	8.5625	4.2974	38.7801	5.1573	4.5264	11.7323	16.2588
5	28.6364	24.5455	8.5625	6.3258	4.4684	38.850	5.1480	4.6828	11.7527	16.4355
6	24.5455	20.4545	6.3258	4.4135	4.6166	38.8382	5.1496	4.8249	11.7492	16.5741
7	20.4545	16.3636	4.4135	2.8355	4.7412	38.7467	5.1617	4.9526	11.7226	16.6753
8	16.3636	12.2727	2.8355	1.5997	4.8417	38.5778	5.1893	5.0659	11.6735	16.7394
9	12.2727	8.1818	1.5997	0.7125	4.9175	38.3338	5.2178	5.1642	11.6026	16.7660
10	8.1818	4.0909	0.7125	0.7184	4.9683	38.0172	5.2608	5.2474	11.5106	16.7580
11	4.0909	0	0.7184	0	4.9937	37.6301	5.3149	5.3149	11.3981	16.7130

1.4 Espectros e histogramas

En la fig 1.7 se muestra un registro de la variable $X(t)$ que será la velocidad en determinado sitio y dirección, medida con el velocímetro láser, o la presión puntual medida con una celda. La desviación respecto a la media \bar{X} será $x(t) = X(t) - \bar{X}$. Se supondrá que el proceso es ergódico, es decir, que sus propiedades estadísticas no cambian si el registro se toma en un tiempo T "suficientemente" largo. Para predecir los valores extremos (máximos o mínimos) se podrá proceder como en la estadística clásica, lo que significaría seguir un camino largo y poco preciso. Una forma mejor de proceder implica establecer las siguientes relaciones:

1. Se llamará autocorrelación de $x(t)$ a

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) x(t+\tau) dt \quad (1.38)$$

2. Se designará como densidad de potencia espectral a

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau \quad (1.39)$$

3. Este llamará densidad de potencia espectral unilateral (físicamente realizable) a la función definida como

$$\phi_{xx}(\omega) = 2S_{xx}(\omega) \quad \text{si} \quad 0 \leq \omega \leq \infty \quad (1.40)$$

y como $\phi_{xx}(w) = 0$ en cualquier otro caso.

4. A la gráfica de los valores de $\phi_{xx}(w)$ contra w se le llama el espectro de X ; ver fig 1.8.

No obstante la aparente complicación, la obtención del espectro es relativamente sencilla si se dispone de un aparato llamado "anализador de espectros" alimentado por un sistema de medición adecuado.

Ahora bien, se llama momento de orden n del espectro al área bajo éste. Este momento es igual a la variancia de $X(t)$ y se escribe

$$m_0 = \int_0^{\infty} \phi_{xx}(w) dw = \sigma_x^2 \quad (1.41)$$

En forma similar se pueden definir los momentos de orden 2 y 4 mediante las expresiones

$$m_2 = \int_0^{\infty} w^2 \phi_{xx}(w) dw \quad (1.42)$$

$$m_4 = \int_0^{\infty} w^4 \phi_{xx}(w) dw \quad (1.43)$$

Se llama ancho de banda del espectro a la magnitud definida como

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (1.44)$$

Esta magnitud es tal que $0 \leq \epsilon \leq 1$ y permite definir la densidad de probabilidad de los valores extremos de X en términos de una complicada expresión que depende también de m_0 y, naturalmente de X . (Ref 13). Se escribe

$$f_x(X, m_0, \epsilon)$$

A pesar de la complejidad de esa fórmula, $f_x(X, m_0, \epsilon)$ se puede valorar con relativa facilidad; en los casos límite resulta ser

$$\text{si } \epsilon \rightarrow 0 \quad f_x = \frac{x}{m_0} e^{-x^2/2m_0}, \text{ distribución Rayleigh}$$

$$\text{y si } \epsilon \rightarrow 1 \quad f_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_0}} e^{-x^2/2m_0}, \text{ distribución Gauss}$$

En la fig 1.9 pueden verse los histogramas correspondientes a los máximos para algunos valores de ϵ (puntos A, B, ..., F en la fig 1.7); se supone que los histogramas para los mínimos (puntos a, b, ..., f) son simétricos respecto al eje vertical.

Al observar la fig 1.9, salta a la vista que, en igualdad de condiciones (mismo m_0) la probabilidad de sobrepasar un determinado valor de X es mayor entre más angosto sea el ancho de

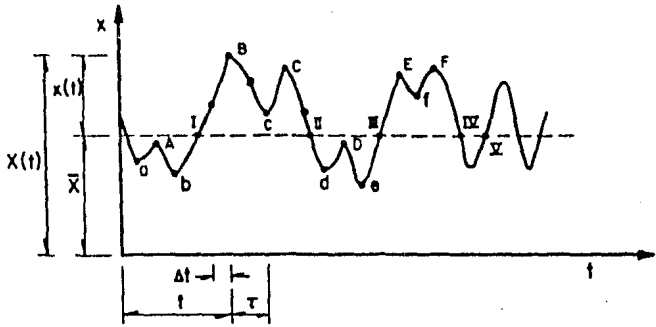


FIG 1.7

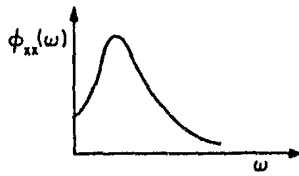


FIG 1.8

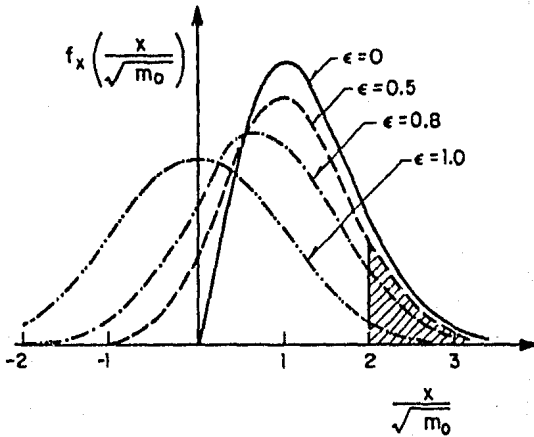


FIG 1.9

banda del espectro.

Por otra parte, puede establecerse (Ref 13) que la relación entre el número de cruces del valor medio (puntos I, III, V, ..., en la fig 1.7) y el número de máximos por unidad de tiempo es proporcional a $\sqrt{1 - \epsilon^2}$; se escribe

$$1 - \epsilon^2 = \frac{m_2}{m_0 m_4} = \frac{m_2}{m_0 m_4} = \frac{\text{Núm. cruces}}{\text{Núm. máximos}} / \text{unidad de tiempo} \quad (1.45)$$

Esto significa que, cuando el ancho de banda es mínimo, ($\epsilon \rightarrow 0$) se completa "un ciclo" entre dos máximos o, lo que es lo mismo, que entre menor sea el ancho de banda del espectro, mayor número de máximos (o de mínimos) habrá por unidad de tiempo, lo cual, aunado a las observaciones anteriores permite concluir que, si el proceso $X(t)$ tiene un ancho de banda reducido, será más fácil que se alcancen valores grandes de X y que ellos se alcanzarán con mayor frecuencia.

2. ANALISIS DE FOURIER

2.1 *Series de Fourier*

Ciertos fenómenos hidráulicos como son, por ejemplo las fluctuaciones de presión o velocidad son de carácter aleatorio y pueden ser caracterizados al calcular sus parámetros estadísticos. Para este análisis se requiere contar con un registro de datos representativos del fenómeno que se esté estudiando.

El análisis de datos se puede efectuar de diferentes maneras: Una de ellas consiste en calcular el espectro de la señal (registro de datos) que permite conocer la frecuencia o frecuencias principales de la variable.

El espectro de un fenómeno se puede definir como la representación de la distribución de energía de un fenómeno en el dominio de la frecuencia. Para establecer el espectro se requiere de los siguientes antecedentes.

2.1.a. Aproximación de una función mediante un conjunto de funciones ortogonales entre sí. (Ref 7)

Cualquier función periódica $f(t)$ puede expresarse como una su ma de cada una de sus componentes a lo largo de un grupo o conjunto de funciones ortogonales entre sí, si forman un conjunto completo. Esto se explica de la manera siguiente:

Supóngase que se desea aproximar una señal $f_1(t)$ en términos de otra señal $f_2(t)$ en un cierto intervalo $(t_1 < t < t_2)$ de la manera siguiente:

$$f_1(t) \approx C_{12} f_2(t) \quad \text{en} \quad t_1 < t < t_2 \quad (2.1)$$

Se debe encontrar el valor para C_{12} tal que el error entre la función real y la aproximada sea mínima en el intervalo $(t_1 < t < t_2)$. Defínase una función de error $\delta_e(t)$:

$$\delta_e(t) = f_1(t) - C_{12} f_2(t)$$

Uno de los criterios para reducir al mínimo el error $\delta_e(t)$ en el intervalo t_1 a t_2 es el de reducir el valor promedio de $\delta_e(t)$ en este intervalo; es decir, reducir al mínimo la expresión

$$\frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} \left[f_1(t) - C_{12} f_2(t) \right] dt \quad (2.2)$$

Sin embargo el criterio resulta inadecuado, pues pueden exis-

tir errores positivos y negativos grandes que se cancelen entre sí durante el proceso de promediar de donde se tendrá una indicación falsa de que el error es cero. Esta situación se puede corregir reduciendo al mínimo el promedio del cuadrado del error, en lugar de hacerlo con el error mismo.

Sea $\delta_e^2(t) = \epsilon$

$$\epsilon = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} \delta_e^2(t) dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta_1(t) - c_{12} \delta_2(t) \right]^2 dt \quad (2.3)$$

Para encontrar $c_{12} \text{ min: } \frac{d\epsilon}{dc_{12}} = 0$

$$\frac{d}{dc_{12}} \left\{ \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta_1(t) - c_{12} \delta_2(t) \right]^2 dt \right\} = 0 \quad (2.4)$$

Al integrar y diferenciar la ec. (2.4) y anulando la primera integral resultante

$$c_{12} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \delta_1(t) \delta_2(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} \delta_2^2(t) dt} \quad (2.5)$$

Siguiendo un razonamiento análogo al del espacio vectorial se puede decir que $\delta_1(t)$ tiene una componente de forma de onda $\delta_2(t)$ y que la componente tiene una magnitud c_{12} como quedó es

tablecido en la ec. (2.5). Si se anula C_{12} , entonces la señal $f_1(t)$ no contiene componente de la señal $f_2(t)$ y se dice que las dos funciones son ortogonales en el intervalo (t_1, t_2)

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt = 0 \quad (2.5a)$$

Considérese un conjunto de n funciones $g_1(t), g_2(t), \dots, g_n(t)$ ortogonales entre sí en (t_1, t_2) :

$$\int_{t_1}^{t_2} g_j(t) g_k(t) dt = 0 \quad j \neq k \quad (2.6)$$

y sea

$$\int_{t_1}^{t_2} g_j^2(t) dt = K_j \quad (2.7)$$

Considérese, ahora que la función arbitraria $f(t)$ se aproxima en el intervalo (t_1, t_2) mediante una combinación lineal de las n funciones mutuamente ortogonales

$$f(t) \approx C_1 g_1(t) + C_2 g_2(t) + \dots + C_K g_K(t) + \dots + C_n g_n(t).$$

$$\approx \sum_{n=1}^n C_n g_n(t) \quad (2.8)$$

Para obtener la mejor aproximación se deben encontrar los valores adecuados de las constantes C_1, C_2, \dots, C_n tales que ϵ , el valor cuadrático medio de $f_e(t)$ sea mínimo.

Partiendo de la definición de error cuadrático medio y considerando que $f_e(t) = f(t) - \sum_{n=1}^n C_n g_n(t)$ se obtiene la siguiente ec. (Ref 1)

$$C_j = \frac{1}{K_j} \int_{t_1}^{t_2} f(t) g_j(t) dt \quad (2.9)$$

A la representación de una función en un determinado intervalo mediante una combinación lineal de funciones mutuamente ortogonales, se le llama representación de una función en serie de Fourier. Como existen muchos grupos de funciones ortogonales, una función cualquiera se puede representar por medio de diferentes conjuntos como la serie trigonométrica de Fourier.

2.1.b Serie trigonométrica de Fourier (Refs. 5 y 6)

Se puede demostrar que el conjunto de funciones que consta de un grupo $\cos n\omega_0 t$ y otro $\sin n\omega_0 t$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) forma un conjunto ortogonal completo representado por las funciones $1, \cos \omega_0 t, \cos 2\omega_0 t, \dots, \cos n\omega_0 t, \dots, \sin \omega_0 t, \sin 2\omega_0 t, \dots, \sin n\omega_0 t, \dots$, etc. Se deduce que cualquier función $f(t)$ puede representarse en términos de estas funciones en cualquier

función $f(t)$ puede representarse en términos de estas funciones en cualquier intervalo $(t_0, t_0 + 2\pi/\omega_0)$

$$\begin{aligned} \text{Así} \quad f(t) = & a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + \dots + a_n \cos n\omega_0 t + \dots \\ & + b_1 \text{sen } \omega_0 t + b_2 \text{sen } 2\omega_0 t + \dots + b_n \text{sen } n\omega_0 t + \dots \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$(t_0 < t < t_0 + 2\pi/\omega_0)$$

Si se denota $2\pi/\omega_0$ por T , la ec. 2.10 queda como

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \text{sen } n\omega_0 t) \quad (2.11)$$

$$(t_0 < t < t_0 + T)$$

La ec. (2.11) es la representación de $f(t)$ por medio de la serie trigonométrica de Fourier en el intervalo $(t_0, t_0 + T)$.

Las constantes a_n y b_n están dadas por:

$$a_n = \frac{\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_0 t \, dt}{\int_{t_0}^{t_0+T} \cos^2 n\omega_0 t \, dt} \quad (2.12)$$

$$b_n = \frac{\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \text{sen } n\omega_0 t \, dt}{\int_{t_0}^{t_0+T} \text{sen}^2 n\omega_0 t \, dt} \quad (2.13)$$

Si $n = 0$, de la ec. (2.12) se obtiene

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad (2.14)$$

Se sabe que

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \cos^2 n\omega_0 t dt = \int_{t_0}^{t_0+T} \text{sen}^2 n\omega_0 t dt = \frac{T}{2} \quad (2.15)$$

por lo que

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (2.16)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \text{sen } n\omega_0 t dt \quad (2.17)$$

El término constante a_0 de la serie está dado por la ec. (2.14) y representa el valor promedio de $f(t)$ en el intervalo $(t_0, t_0 + T)$.

La serie trigonométrica indicada por la ec. 2.11 tiene la siguiente representación compacta

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos (n\omega_0 t + \phi_n) \quad (2.18)$$

donde

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (2.19)$$

y

$$\phi_n = \tan^{-1} (b_n/a_n) \quad (2.20)$$

2.1.c Serie exponencial de Fourier

Se puede demostrar que las funciones exponenciales $e^{jn\omega_0 t}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) es ortogonal en el intervalo $(t_0, t_0 + 2\pi/\omega_0)$ para cualquier valor de t_0 . Este es un conjunto de funciones complejas y además esta completo. Por lo tanto es posible representar cualquier función $f(t)$ mediante una combinación lineal de funciones exponenciales en el intervalo $(t_0, t_0 + T)$.

$$\begin{aligned} f(t) &= F_0 + F_1 e^{j\omega_0 t} + F_2 e^{j2\omega_0 t} + \dots + F_n e^{jn\omega_0 t} + \dots + \\ &+ F_{-1} e^{j\omega_0 t} + F_{-2} e^{j2\omega_0 t} + \dots + F_{-n} e^{jn\omega_0 t} + \dots \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \quad (t_0 < t < t_0 + T) \end{aligned} \quad (2.21)$$

en donde $\omega_0 = 2\pi/T$ y la sumatoria de la ec. 2.21 es para valores enteros de n sin excluir el cero.

A la representación de $f(t)$ mediante la serie exponencial como se muestra en la ec. 2.21 se le conoce como representación de $f(t)$ mediante la serie exponencial de Fourier en el intervalo $(t_0, t_0 + T)$. Los diferentes coeficientes de la serie de Fourier se determinan con

$$F_n = \frac{\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) (e^{jn\omega_0 t})^* dt}{\int_{t_0}^{t_0+T} e^{jn\omega_0 t} (e^{jn\omega_0 t})^* dt}$$

$$= \frac{\int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt}{\int_{t_0}^{t_0+T} e^{jn\omega_0 t} e^{-jn\omega_0 t} dt}$$

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2.22)$$

2.2 Espectro complejo de Fourier

El desarrollo en serie de Fourier de una función periódica $f(t)$ equivale a la transformación de la función en términos de sus componentes de diferentes frecuencias, en donde $f(t)$ es la representación de la señal.

Una función periódica con periodo T tiene componentes de fre-

frecuencias angulares $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \dots, n\omega_0$, etc. en donde $\omega_0 = a/T$. Si se especifica $f(t)$, se puede encontrar su espectro. Inversamente, si se conoce el espectro de la señal se puede encontrar la función periódica $f(t)$ correspondiente.

Por lo tanto se tienen dos maneras de especificar la función $f(t)$: la representación en el dominio del tiempo con la cual $f(t)$ se expresa como función del tiempo y la representación en el dominio de la frecuencia, con la cual se especifica el espectro, es decir, las amplitudes de las diferentes componentes de frecuencia.

El espectro en el dominio de la frecuencia no es una curva continua si no que existe solamente en algunos valores discretos de $\omega = \omega_0, 2\omega_0, -2\omega_0$, etc. Por consiguiente es un espectro discreto también llamado "espectro de líneas" pues se puede representar gráficamente al trazar líneas verticales en $\omega = \omega_0, 2\omega_0$, etc. con alturas proporcionales a la amplitud de la componente correspondiente de frecuencia (fig 2.1).

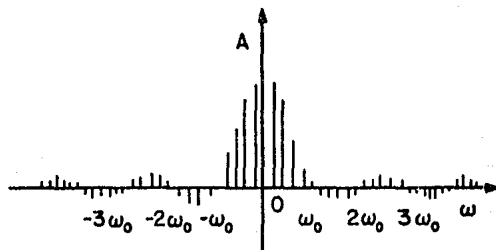


FIG 2.1

Se puede utilizar cualquiera de las dos series, la trigonomé-

trica o la exponencial, para representar el espectro. Sin embargo en el estudio de señales de las fluctuaciones de presión y velocidad resulta más útil la forma exponencial.

En esta serie la función periódica se expresa como suma de funciones exponenciales de frecuencia $0, \pm \omega_0, \pm 2\omega_0, \dots$ etc. en donde las frecuencias son resultado de las señales $e^{j\omega t}$ y $e^{-j\omega t}$ que oscilan a la frecuencia ω y que al sumarse producen una función real del tiempo.

Así

$$e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} = 2 \cos \omega t$$

Por consiguiente la ecuación 2.21 involucra las frecuencias $0, \omega_0, -\omega_0, 2\omega_0, -2\omega_0, \dots, n\omega_0, -n\omega_0$, etc. y las amplitudes de las componentes respectivas $F_0, F_1, F_{-1}, F_2, F_{-2}, \dots, F_n, F_{-n}, \dots$ etc.

Aunque las amplitudes F_n suelen ser complejas, en la mayoría de los casos son reales o imaginarias, y para describirlas basta con el espectro de magnitud.

Recordando la ec. 2.22

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$F_{-n} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{jn\omega_0 t} dt$$

Estas ecuaciones indican claramente que los coeficientes F_n y F_{-n} son complejos conjugados, es decir que

$$F_{-n} = F_n^* \quad \text{en consecuencia} \quad |F_n| = |F_{-n}|$$

Se infiere por tanto, que el espectro de magnitud es simétrico con respecto al eje vertical que pasa por el origen y por consiguiente es función par de ω .

2.3 Representación de una función cualquiera en todo el intervalo $(-\infty, \infty)$

2.3.a La transformada de Fourier

Cualquier función periódica o no, se puede representar en un intervalo infinito $(-\infty, \infty)$ en términos de señales exponenciales. Una función $f(t)$ no periódica se puede representar de esta manera en dos formas.

- Se puede expresar $f(t)$ en términos de funciones exponenciales en un intervalo finito $(-T/2 < t < T/2)$ y suponer que $T \rightarrow \infty$.
- También se puede construir una función periódica con periodo T , de modo que $f(t)$ represente el primer ciclo de la onda periódica. Al tender T infinito en el límite, la función tendrá un ciclo en el intervalo $(-\infty < t < \infty)$ representado por $f(t)$.

La segunda forma es más conveniente ya que permite visualizar el proceso de límites sin alterar la forma del espectro de frecuencias.

Sea la función $f(t)$ que se ilustra en la fig 2.2

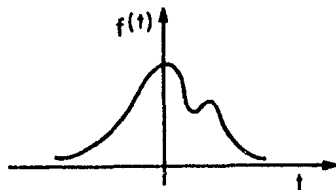


FIG 2.2

Se requiere representar a esa función como suma de funciones exponenciales en todo el intervalo $(-\infty, \infty)$. Con ese fin, se construirá una función periódica $f_1(t)$ con periodo T en la que la función $f(t)$ se repite cada T segundos como se indica en la fig 2.3.

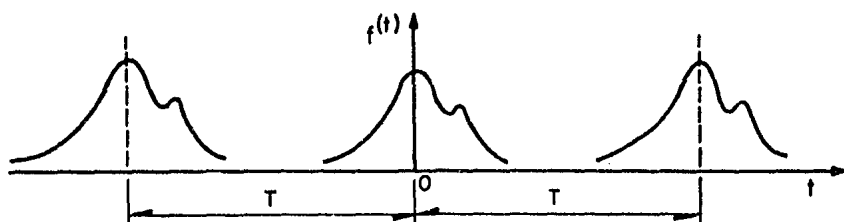


FIG 2.3

El periodo T se hace lo suficientemente grande para que no se traslapen los pulsos de la forma de $f(t)$. La nueva función $f_T(t)$ es periódica y se le puede representar por una serie exponencial de Fourier.

En el límite, al suponer que T tiende a infinito, entonces los pulsos de la función periódica se repiten después de un intervalo infinito. Por lo tanto en el límite $T \rightarrow \infty$, $f_T(t)$ y $f(t)$ son idénticas. Es decir

$$\lim_{T \rightarrow \infty} f_T(t) = f(t)$$

Así, la serie de Fourier que representa a $f_T(t)$ en todo el intervalo, también representará a $f(t)$ en todo el intervalo si se hace $T \rightarrow \infty$ en la serie. Es posible expresar la serie exponencial de Fourier de $f_T(t)$ como

$$f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2.23)$$

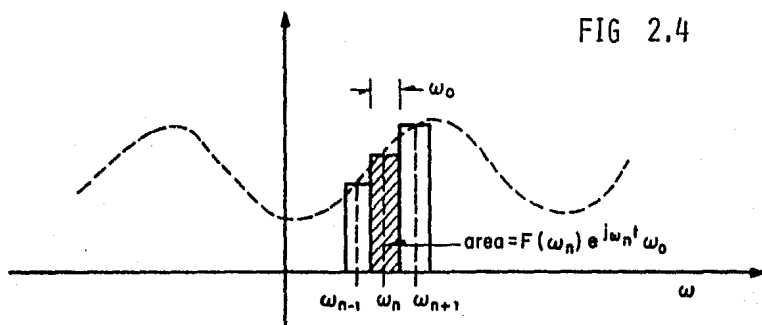
donde

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (2.24)$$

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta_n(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2.25)$$

El término F_n representa la amplitud de la componente de frecuencia $n\omega_0$.

A continuación se supondrá que T aumenta. A medida que T aumenta, ω_0 (la frecuencia fundamental) disminuye y el espectro se vuelve más denso como se ve en la ec. 2.25, también se reduce la amplitud de cada componente. La forma del espectro de frecuencia, sin embargo, no cambia.



La distancia que separa cada componente de frecuencia es ω_0 y por lo tanto el área del rectángulo sombreado en la fig 2.4 es $F(\omega_n) e^{jn\omega_n t} \omega_0$.

La ec. (2.30) representa la suma de las áreas bajo todos los rectángulos que corresponden a valores de n desde $n = -\infty$ hasta $n = \infty$, la suma de las áreas rectangulares representa aproximadamente el área bajo la curva punteada y la aproximación se mejora al disminuir el valor de ω_0

En el límite, cuando $T \rightarrow \infty$, ω_0 se vuelve infinitesimalmente pequeña de modo que se le puede representar por $d\omega$. La suma discreta de la ec. (2.30) se transforma en la integral o el área bajo la curva. La curva es función continua de ω y está dada por $F(\omega) e^{j\omega t}$. Además cuando $T \rightarrow \infty$, la función $f_h(t) \rightarrow f(t)$ y las ecs. (2.28) y (2.29) se transforman en

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.31)$$

en donde

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.32)$$

De esta forma se ha logrado representar una función no periódica $f(t)$ en términos de funciones exponenciales en todo el intervalo $(-\infty < t < \infty)$. La ec. (2.31) representa $f(t)$ como suma continua de funciones exponenciales con frecuencias comprendidas en el intervalo $(-\infty < \omega < \infty)$. La amplitud de cualquier componente es proporcional a $F(\omega)$. Por lo tanto $F(\omega)$

representa el espectro de frecuencia de $f(t)$ y se le llama función de densidad espectral, pero se debe notar que aquí el espectro de frecuencia es continuo y existe en cualquier valor de ω . La ec. (2.32) permite determinar la función de densidad espectral $F(\omega)$.

En el límite cuando $T \rightarrow \infty$, la magnitud de cada componente se vuelve infinitesimalmente pequeño, pero también existe un número infinito de componentes espectrales. El espectro existe en cualquier valor de ω y ya no es un espectro discreto sino función continua de ω .

Para mayor claridad en la comprensión de este aspecto se hará un cambio de notación. Sea

$$n\omega_0 = \omega_n \quad (2.26)$$

Entonces F_n es función de ω_n y se denotará F_n mediante $F_n(\omega_n)$. Además sea

$$T F_n(\omega_n) = F(\omega_n) \quad (2.27)$$

Entonces

$$f_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega_n) e^{j\omega_n t} \quad (2.28)$$

y a partir de las ecs. (2.25) y (2.28) se llega a

$$F(\omega_n) = T F_n = \int_{-T/2}^{T/2} \delta_T(t) e^{-j\omega_n t} dt \quad (2.29)$$

Si se sustituye el valor de $T = 2\pi/\omega_0$ en la ec. (2.28) se obtendrá

$$\delta_T(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} F(\omega_n) e^{j\omega_n t} \omega_0 \quad (2.30)$$

La ec. (2.30) prueba que se puede expresar $\delta_T(t)$ como suma de señales exponenciales de frecuencias $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n, \dots, \text{etc.}$; la amplitud de la componente de frecuencia $\omega_n = F(\omega_n)\omega_0/2\pi$ (esto es igual a F_n). Obsérvese por tanto, que la amplitud de dicha componente no es igual sino proporcional a $F(\omega_n)$.

La interpretación gráfica de la ec. (2.30) representa una suma discreta de componentes de frecuencia. En general, la cantidad $F(\omega_n) e^{j\omega_n t}$ es compleja y, por lo tanto en su representación gráfica estricta se necesitarían dos diagramas (uno real, el de magnitud y uno imaginario, el de fase). Sin embargo, para el razonamiento que se sigue se puede suponer que la cantidad $F(\omega_n) e^{j\omega_n t}$ es real y es función de ω . La función existe únicamente en valores discretos de ω es decir, en $\omega = \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \text{etc.}$, en donde $\omega_n = n\omega_0$ (fig 2.4).

En general las ecs. (2.31) y (2.32) se conocen como par de transformadas de Fourier. Se dice que la ec. (2.32) es la transformada directa de Fourier de $f(t)$ y la ec. (2.31) la transformada inversa de Fourier de $F(\omega)$.

En forma simbólica, dichas transformadas se denotan como

$$F(\omega) = \mathcal{F} [f(t)] \quad \text{y} \quad f(t) = \mathcal{F}^{-1} [F(\omega)]$$

Así $F(\omega)$ es la transformada directa de Fourier de $f(t)$ y $f(t)$ es la transformada inversa de $F(\omega)$, o sea:

$$\mathcal{F} [f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.33)$$

$$\mathcal{F}^{-1} [F(\omega)] = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} dt \quad (2.34)$$

3. INSTALACION EXPERIMENTAL

3.1 Descripción del modelo

Para efectuar las pruebas se diseñó y construyó un modelo hidráulico que consta de un tanque de carga, un cimacio, una rápida con ángulo de inclinación de 45° , una curva vertical y un aforador. En la fig 3.1 se muestran las dimensiones de dicha estructura.

El tanque de carga tiene salida directa al cimacio de cresta libre. El codo vertical marca la transición entre la rápida y un tramo de pendiente nula que termina en un vertedor de pared delgada para los aforos. Para observar el comportamiento de la vena líquida y medir las velocidades, el codo se construyó de acrílico transparente (lucita).

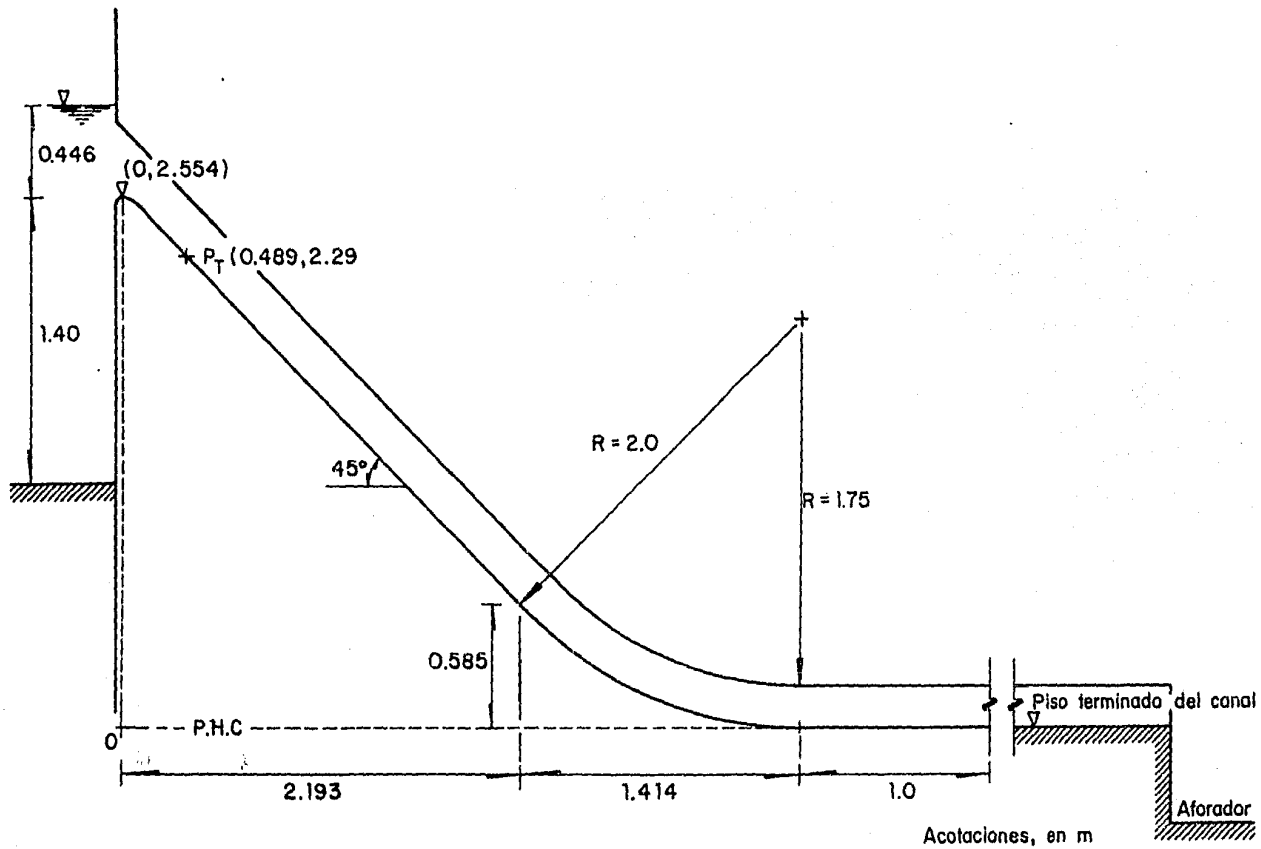


FIG 3.1

- Cálculo del cimacio: perfil y punto de tangencia

La ecuación que define el perfil del cimacio de cresta libre, se obtiene a partir de las ecuaciones de tiro parabólico horizontal (Ref 2)

$$x = v_0 t \cos \theta \quad (3.1)$$

$$y = v_0 t \operatorname{sen} \theta + \frac{1}{2} g t^2 \quad (3.2)$$

en ellas se supone que la componente horizontal de velocidad del flujo es constante y que la única fuerza actuante en la vena es la de gravedad (g). En un tiempo t , la partícula de agua viaja una distancia horizontal x desde la pared del vertedor y v_0 es la velocidad de salida en el punto $X = 0$; θ es el ángulo de inclinación de la velocidad v_0 con la horizontal. En el mismo tiempo t , la partícula de agua viaja una distancia vertical " y " (fig 3.2).

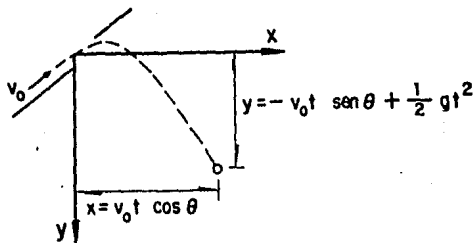


FIG 3.2

El U.S. Army Corps of Engineers recomienda diferentes ecuaciones que permiten definir varios tipos de perfiles en función de la velocidad de llegada, del talud aguas arriba y de la relación P/H_d , donde P es el desnivel entre la cresta del cimacio y el fondo del canal de acceso, en m; H_d es la carga de diseño sobre el cimacio en m. (Ref 3).

Para el modelo se tienen las siguientes condiciones: velocidad de llegada despreciable, talud vertical y $P/H_d \geq 1$

De acuerdo con lo mencionado, el perfil del cuadrante aguas abajo tiene la ecuación siguiente:

$$X^{1.85} = 2 H_d^{0.85} Y \quad (3.3)$$

donde X y Y son las coordenadas de un sistema cartesiano como el de la fig 3.3.

El perfil de la carga aguas arriba del cimacio se puede diseñar con las siguientes relaciones (Ref 2)

$$R_1 = 0.5 H_d \quad (3.4.a)$$

$$R_2 = 0.2 H_d \quad (3.4.b)$$

$$X_1 = 0.175 H_d \quad (3.5.a)$$

$$x_2 = 0.282 H_d \quad (3.5.b)$$

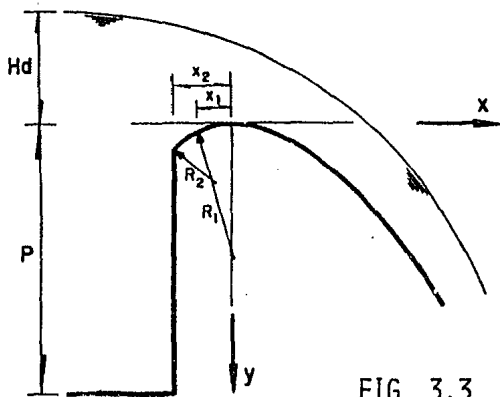


FIG 3.3

La ecuación que define el punto de tangencia entre el perfil del cimacio y la rápida del vertedor se obtiene al derivar la ec. 3.3:

$$1.85 x^{0.85} dx = 2H_d^{0.85} dy \quad (3.6)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1.85 x^{0.85}}{2H_d^{0.85}} \quad (3.7)$$

$$x_T = \left[\left(\frac{dy}{dx} \frac{2H_d^{0.85}}{1.85} \right)^{1/0.85} \right] \quad (3.8)$$

$$y_T = \frac{x_T^{1.85}}{2H_d^{0.85}} \quad (3.9)$$

donde (X_T, Y_T) son las coordenadas del punto de tangencia (P_T) referidas al sistema coordenado de la fig 3.3.

El gasto de diseño Q_d se escogió en función de la capacidad del equipo con que se cuenta en el laboratorio y es igual a 130 l/s.

Las dimensiones finales del cimacio se presentan en la fig 3.4.

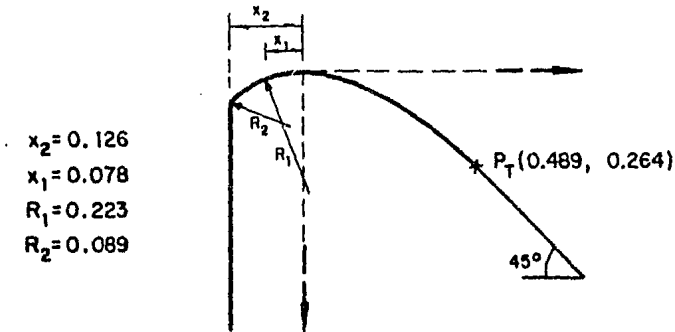


FIG 3.4

De acuerdo con la ec. 3.3 los puntos del perfil del cimacio quedan definidos en la siguiente tabla

X (m)	Y (m)	x (m)	y (m)
0.05	0.004	0.027	0.088
0.06	0.005	0.028	0.094
0.07	0.007	0.029	0.101
0.08	0.009	0.300	0.107
0.09	0.012	0.310	0.114
0.10	0.014	0.320	0.121
0.21	0.017	0.330	0.128
0.12	0.020	0.340	0.135
0.13	0.023	0.350	0.142
0.14	0.026	0.360	0.150
0.15	0.030	0.370	0.158
0.16	0.033	0.380	0.166
0.17	0.037	0.390	0.174
0.18	0.042	0.400	0.182
0.19	0.046	0.410	0.191
0.20	0.051	0.420	0.200
0.21	0.055	0.430	0.208
0.22	0.060	0.440	0.217
0.23	0.065	0.450	0.227
0.24	0.071	0.460	0.236
0.25	0.076	0.470	0.246
0.26	0.082	0.480	0.255

TABLA 3.1.

Perfil de agua sobre el cimacio

De acuerdo con Chow (Ref 2) y tomando en cuenta que no se tienen pilas, la superficie libre del agua sobre el cimacio, se obtiene con la siguiente tabla

PARA $H/H_d = 1$		$H_d = 0.446 \text{ m}$	
x/H_d	y/H_d	$x \text{ (m)}$	$y \text{ (m)}$
-1.0	-0.933	-0.446	-0.416
-0.8	-0.915	-0.357	-0.408
-0.6	-0.893	-0.268	-0.399
-0.4	-0.865	-0.179	-0.386
-0.2	-0.821	-0.089	-0.366
0	-0.755	0	-0.337
0.2	-0.681	0.089	-0.304
0.4	-0.586	0.179	-0.262
0.6	-0.465	0.268	-0.808
0.8	-0.320	0.357	-0.143
1.0	-0.145	0.446	-0.065
1.1	-0.1028	0.489	-0.028

CRESTA

PUNTO DE TANGENCIA

- Cálculo del codo vertical

Como se mencionó en la sección 3.1, el codo o curva vertical es de lucita. La altura de la pared del codo es de 0.25 m. Para poder elaborar la curva se tiene que calcular el arco de círculo que forma el piso del canal.

Elementos geométricos

Se sabe que la ecuación de un círculo con centro en un punto cualquiera está dada por

$$(X - h)^2 + (Y - K)^2 = R^2 \quad (3.10)$$

donde (h, K) son las coordenadas del centro del círculo y R es el radio del mismo. Al despejar "y" se obtiene lo siguiente:

$$y = K - \sqrt{R^2 - (X - h)^2} \quad (3.11)$$

Si de acuerdo con la fig 3.5 se hace coincidir el origen con el punto de tangencia entre la rama horizontal del canal y el codo, las coordenadas del círculo se vuelven $C(0, R)$ y la ec. 3.11 se expresa como

$$y = R - \sqrt{R^2 - X^2} \quad (3.12)$$

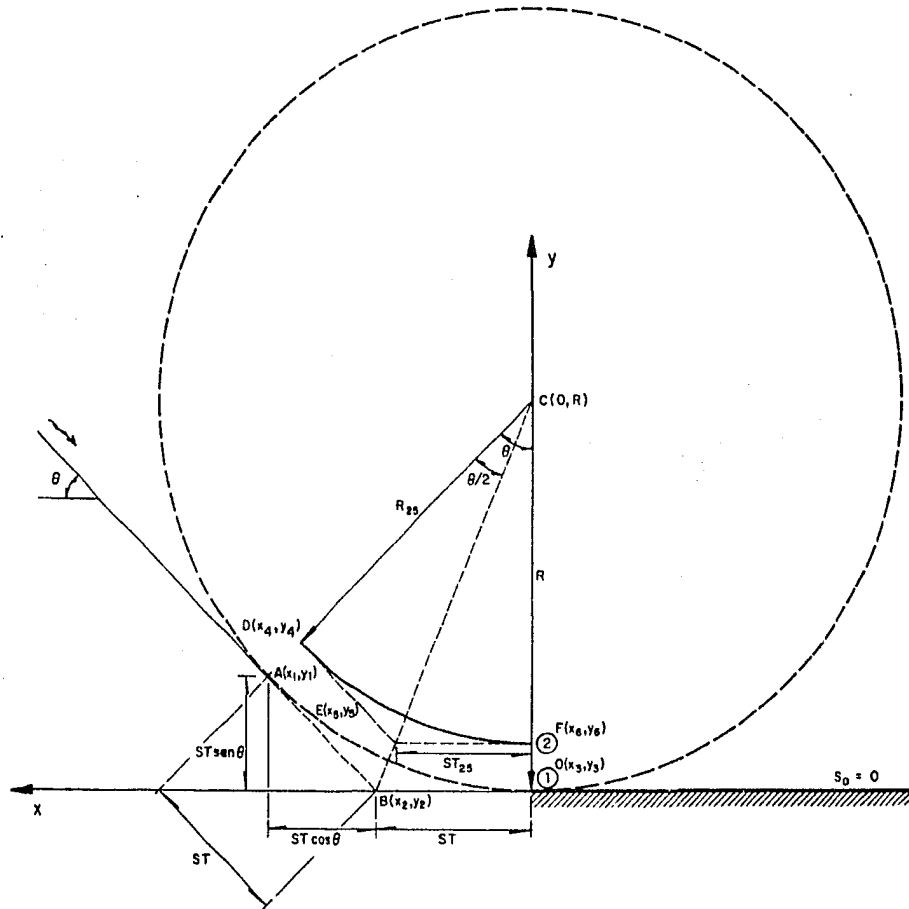


FIG 3.5

Por otro lado, de la fig 3.5, se tiene

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{ST}{R} \quad (3.13)$$

donde ST es la subtangente. Entonces

$$ST = R \tan \frac{\theta}{2} \quad (3.14)$$

Además la longitud de la curva LC se calcula con la siguiente ecuación:

$$LC = R \pi \frac{\theta}{180} \quad (3.15)$$

De la misma fig 3.5 se pueden deducir las siguientes relaciones

$$\cos \theta = \frac{X}{ST} \quad (3.16.a)$$

$$\text{sen } \theta = \frac{Y}{ST} \quad (3.16.b)$$

por tanto

$$X = ST \cos \theta \quad (3.17.a)$$

$$Y = ST \text{ sen } \theta \quad (3.17.b)$$

Con estas relaciones y los datos de diseño del modelo, las coordenadas de los puntos C, A, B y O quedan definidos de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lll}
 R = 2.00 \text{ m} & \theta = 45^\circ & ST = 0.828 \text{ m} \\
 \\
 C(0, R) & & C(0, Z) \\
 \\
 A(x_1, y_1) & X_1 = ST + ST \cos \theta & \\
 & Y_1 = ST \operatorname{sen} \theta & A(1.413, 0.585) \\
 \\
 B(x_2, y_2) & X_2 = ST & \\
 & Y_2 = 0 & B(0.828, 0) \\
 \\
 O(x_3, y_3) & X_3 = 0 & \\
 & Y_3 = 0 & O(0, 0)
 \end{array}$$

Análogamente las coordenadas de los puntos D, E y F resultan ser:

$$\begin{array}{lll}
 R_{25} = 1.75 \text{ m} & \theta = 45^\circ & ST_{25} = 0.725 \\
 \\
 D(x_4, y_4) & X_4 = ST_{25} + ST_{25} \cos \theta & \\
 & Y_4 = ST_{25} \operatorname{sen} \theta + 0.250 & D(1.238, 0.763) \\
 \\
 E(x_5, y_5) & X_5 = ST_{25} & \\
 & Y_5 = 0.250 & E(0.725, 0.250)
 \end{array}$$

$F(X_6, Y_6)$ $X_6 = 0$ $Y_6 = 0.250$ $F(0, 0.250)$

Coordenadas de los puntos que conforman a la curva

Las Tablas 3.5 y 3.6 muestran las coordenadas (X, Y) de los puntos sobre los arcos de círculo 1 y 2 que se obtuvieron al aplicar la ec. 3.12 para los valores R y R_{25} respectivamente.

Curva 1		$R = 2.00$
X (m)	Y (m)	
0	0	
0.05	0.0006	
0.10	0.003	
0.15	0.006	
0.20	0.010	
0.25	0.016	
0.30	0.023	
0.35	0.031	
0.40	0.040	
0.48	0.051	
0.50	0.064	
0.55	0.077	
0.60	0.092	
0.65	0.109	
0.70	0.127	
0.75	0.146	
0.80	0.167	
0.85	0.190	
0.90	0.214	
0.95	0.240	
1.00	0.268	
1.05	0.298	
1.10	0.330	
1.15	0.364	
1.20	0.400	
1.25	0.439	
1.30	0.480	
1.35	0.524	
1.40	0.572	
1.413	0.585	

TABLA 3.5

Curva 2		$R_{25} = 1.750$
X (m)	Y (m)	
0	0.25	
0.05	0.25	
0.10	0.253	
0.15	0.256	
0.20	0.261	
0.25	0.268	
0.30	0.276	
0.35	0.285	
0.40	0.296	
0.45	0.309	
0.50	0.323	
0.55	0.339	
0.60	0.356	
0.65	0.375	
0.70	0.396	
0.75	0.419	
0.80	0.444	
0.85	0.470	
0.90	0.499	
0.95	0.530	
1.00	0.564	
1.05	0.600	
1.10	0.639	
1.15	0.681	
1.20	0.726	
1.238	0.763	

TABLA 3.6

- Cálculo del canal horizontal. Longitud del canal horizontal

Para definir la longitud del canal horizontal, la única condición requerida es la de que no se presente el salto hidráulico a lo largo del mismo. Es decir

$$y_i < y_c \quad (3.18)$$

donde y_i es el tirante en cualquier sección del canal horizontal y y_c es el tirante crítico.

Por las condiciones aguas arriba del canal horizontal se sabe que el flujo es supercrítico y a la salida del codo se tiene un tirante $y_1 = 0.10$ m. Como la pendiente del canal $S_0 = 0$, se tiene un perfil tipo HB.

Los datos de diseño para el canal son: gasto $Q = 0.130$ m³/s, ancho de plantilla $b = 0.2$ m, velocidad media $v = 6.5$ m/s.

Para el primer tramo de un metro de largo de lucita, la rugosidad $n_1 = 0.010$ y para el resto del canal de concreto

$$n_2 = 0.013.$$

Cálculo del tirante crítico y_c

Para un canal rectangular (Ref 4):

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} \quad (3.19)$$

en donde g es la aceleración de la gravedad e igual a 9.81 m/s^2 . Sustituyendo valores en la ec. 3.19

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{0.13^2}{(0.2)^2} \frac{1}{9.81}} = 0.351 \text{ m}$$

- Cálculo del tirante y_λ al final de una longitud de 5 m

Utilizando el método del paso directo (Ref 2) se obtienen los incrementos Δx a lo largo del canal. Los valores para los tirantes y_λ y la suma acumulada de los incrementos se encuentran asentados en la Tabla 3.7. El tirante obtenido para una longitud de 5 m fue $y_\lambda = 0.1467 \text{ m}$, es decir, que se cumple lo señalado por la ec. 3.18.

- Cálculo de la distancia a la que se tiene el tirante crítico y_c

Si se continua la aplicación del método del paso directo se obtiene el tirante crítico $y_c = 0.351 \text{ m}$ a una distancia desde el inicio del canal de 14 m. Los cálculos se encuentran

en la Tabla 3.8.

	y	$\Sigma\Delta x$		y	$\Sigma\Delta x$
	(m)	(m)		(m)	(m)
$n = 0.010$	0.1	0.	$n = 0.013$	0.130	3.465
	0.102	0.3652		0.135	3.937
	0.104	0.7275		0.140	4.398
	0.105	0.9075		0.145	4.849
	0.1052	0.9435		0.146	4.938
	0.1053	0.9614		0.1461	4.947
	0.1054	0.9794		0.1462	4.955
	0.1055	0.9973		0.1463	4.964
	0.10551	1.000		0.1465	4.982
	0.110	1.474		0.1466	4.991
$n = 0.013$	0.115	1.986	0.14665	4.997	
	0.120	2.490	0.14667	4.997	
	0.125	2.983	0.1467	5.00	

TABLA 3.7

	y	$\Sigma\Delta x$
	(m)	(m)
$n = 0.013$	0.15	5.29
	0.20	8.956
	0.22	10.196
	0.24	11.272
	0.26	12.182
	0.28	12.921
	0.30	13.486
	0.32	13.870
	0.34	14.069
	0.351	14.096

TABLA 3.8

3.2 Descripción del equipo

Para poder estudiar el fenómeno descrito en el cap. 1, es necesario obtener el espectro de presión del mismo y medir las velocidades del escurrimiento en diferentes puntos del codo.

El espectro de presión se puede obtener con dispositivo llamado analizador de espectros y las velocidades se miden con un aparato llamado velocímetro laser.

3.2.1 Obtención del espectro por medio del analizador de espectros

Para poder utilizar este dispositivo es necesario contar con una celda de presión que convierte la presión en una señal eléctrica. La celda se conecta a un amplificador que envíe la señal al analizador de espectros para que sea procesada y de allí a un graficador o grabadora analógica en donde dicha señal queda registrada.

En la fig 3.6 se muestra la secuencia en que deben ser colocados los instrumentos. A continuación se describe cada una de las componentes de esta secuencia.

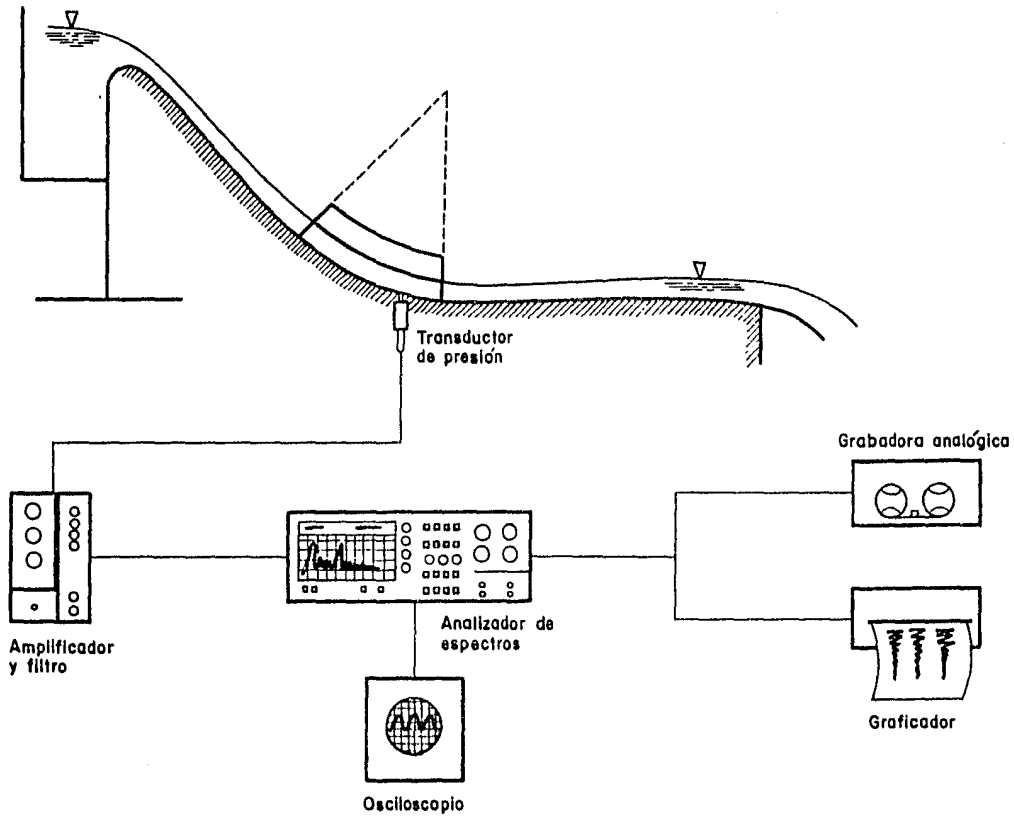


Fig 3.6 Secuencia de la instalación del equipo

- Celda de presión

La celda de presión consiste en una cámara metálica cilíndrica llena de agua, que transmite la presión del medio a través de una membrana que presiona un pivote que provoca que se cierre un puente de Wheatstone y con ello se convierte la señal de deformación en una señal eléctrica que puede ser registrada.

Las celdas de presión utilizadas son modelo PA 822-15 fabricadas por Gould, Inc; con las siguientes especificaciones

Rango de presión

0—1.055 Kg/cm²

Intervalo de temperatura

compensada

-54°—121.11°C

excitación

E = 10 volts

resistencia de entrada

R₁ = 342 ohms

resistencia de salida

R₂ = 327 Ohms

factor de calibración

F = 3217.64 μ volts (circuito abierto/volt/Kg/cm²)

La celda puede utilizar corriente directa o alterna dependiendo de los requerimientos del instrumento registrados o las condiciones del sitio donde se van a realizar las mediciones.

- Amplificador y filtro

El amplificador se utiliza para ampliar la intensidad de la

señal y facilita la medición de la misma. A su vez el filtro elimina las frecuencias que no interesan en el estudio del fenómeno como las perturbaciones eléctricas, el ruido y las vibraciones del modelo. El amplificador y filtro utilizado conocido como Acondicionador es del tipo ADF 2 diseñado y construido totalmente en el Instituto de Ingeniería. Se caracteriza por que puede ser adaptado a diferentes tipos de celdas. Sus especificaciones son las siguientes:

Tensión de red Conmutable a 110, 127 VCA ó Baterías 12 a 18 VCD

Consumo de potencia 46.W aprox

Fuente + 12 VCD Rizo S/C 003 MV, Rizo CC 003 MV

Fuente de voltaje flotante de 0 VCD a 16 VCD \pm 10%

Fuente de corriente flotante de 10 a 100 Ma \pm 10%

El sistema de amplificación está provisto de dos amplificadores operacionales, de los cuales el primer amplificador tiene una ganancia fija de 5 veces. El segundo amplificador tiene 5 pasos de ganancia que son 10, 50, 100, 500, 1000 veces, de la siguiente forma

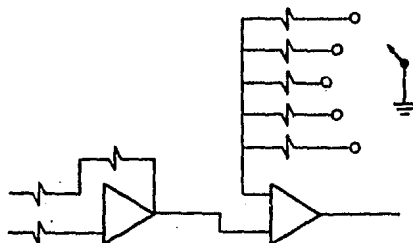


FIG 3.7

La entrada es en forma referencial con una impedancia de 50 Kohms y la salida que trabaja en clase AB1 con impedancia de 50 ohms sus filtros para proporcionar cortes en paso bajas son en forma activa de $12 \text{ dh}/8^a$ y tiene cortes de 4, 15, 30, 60 Hz (fig 3.8). Más una banda libre de la cual su corte depende de la ganancia F2 (fig 3.9). Para mayor información sobre este equipo se puede consultar la Ref 17.

- Analizador de espectros

El analizador de espectros es un dispositivo que procesa automáticamente la señal, muestreándola n veces, hasta obtener directamente en la pantalla el espectro de frecuencias.

- Secuencia del programa del analizador

El analizador utilizado es un modelo 3582 A Hewlett Packard. Su principal función es la de transformar una serie de datos del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia por medio de la siguiente secuencia (Ref 20).

- El convertidor analógico muestrea un total de 256 puntos a cada $9,766 \mu\text{s}$
- Multiplica la onda de entrada normalizada por un tren de impulsos unitarios

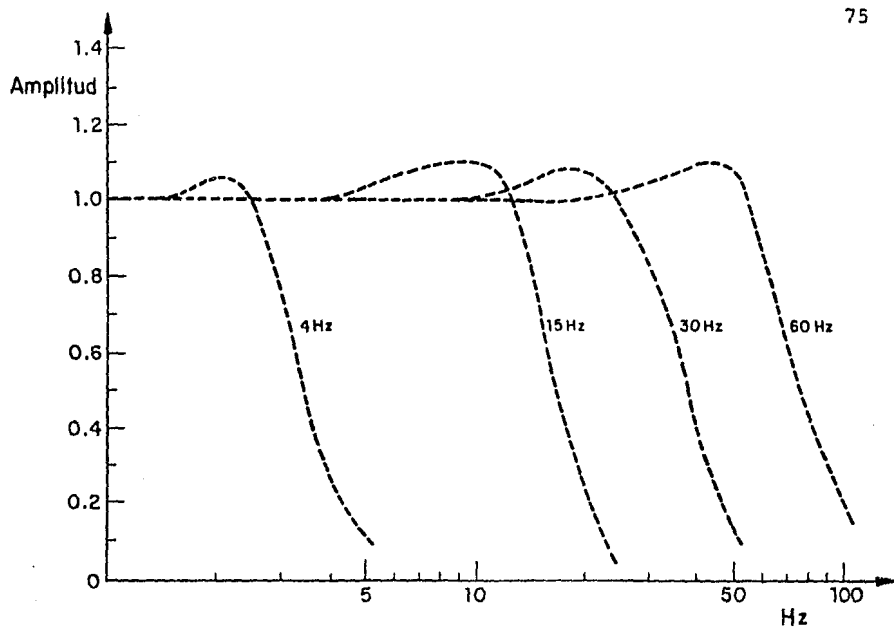


Fig 3.8 Respuesta con filtros

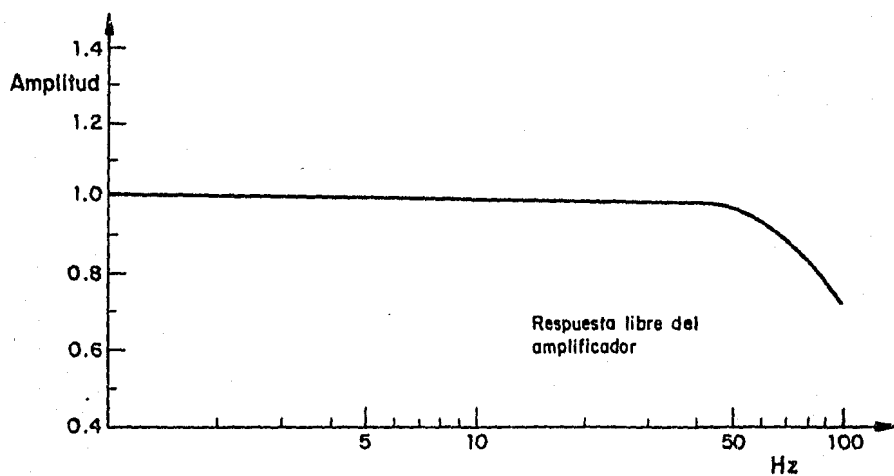


Fig 3.9 Respuesta en banda libre

- El muestreo se limita a un período de tiempo llamado "Ventana" definido como un pulso de amplitud unitaria que al multiplicarse por la muestra la confina a un intervalo de tiempo dado
- Aplica la transformada de Fourier y obtiene la representación de la señal en el dominio de frecuencia
- Duplica los valores de la amplitud para que los puntos de la transformada aparezcan en la región positiva del espectro al ser mostrados en la pantalla. Es decir, se obtiene el espectro de un solo lado
- En la pantalla aparecen tanto el espectro como los valores de la amplitud dividida por \sqrt{T} para la frecuencia.

Es característica del analizador el poder variar el ancho de banda y la amplitud así como poder muestrear la señal en forma continua o promediar hasta 32 muestras.

- Procedimiento para obtener el espectro con un analizador (Ref 8)
1. Los aparatos se instalan según la secuencia mostrada en la fig 3.6

2. En el analizador se fija el ancho de banda y la amplitud que correspondan a la señal. Si la señal está fuera de rango, el aparato lo indica por medio de una alarma luminosa.
3. Se elige el tipo de muestreo y se procede a muestrear oprimiendo el botón correspondiente
4. En la pantalla aparece la gráfica de la frecuencia contra la raíz media cuadrática (rms) para el espectro de un solo lado en Hz-volts
5. Si se desea conocer la señal y no se cuenta con un osciloscopio, se oprime el botón correspondiente para que aparezca en la pantalla la señal y el tiempo de muestreo en S.

- Consideraciones

- . El analizador tiene un "cursor" en forma de punto que puede seguir en la pantalla la configuración del espectro. Además de que va marcando los puntos de interés, también aparecen los valores tanto de la frecuencia en Hz como de la rms en volts
- . En el caso de trabajar con un canal se tendrá 256 puntos

de la muestra. En el caso de usar los dos canales le corresponderan 128 puntos de la muestra a cada canal.

. El analizador cuenta con un filtro tipo paso bajas que deja pasar las frecuencias bajas y elimina el ruido introducido por la instalación misma u otros fenómenos de vibración.

- Osciloscopio

El osciloscopio recibe directamente la señal y la muestra en pantalla. En este caso el osciloscopio se utiliza básicamente como un monitor que permite seguir el fenómeno durante el registro o grabación.

- Graficador

Su función es la de dibujar en papel tanto la señal como su espectro

- Grabadora analógica

Su función es la de almacenar las señales en una cinta magnética para facilitar su análisis posterior.

3.3 Velocímetro Láser Doppler

El velocímetro láser Doppler (VLD) mide la velocidad de un objeto en movimiento al detectar el corrimiento Doppler de la señal luminosa al reflejarse sobre dicho objeto.

Para medir la velocidad de un fluido el VLD mide la velocidad de las partículas en suspensión dentro del mismo.

3.3.1 Principios de Funcionamiento del Laser

- Definición de Láser

Un láser es una fuente de radiación en la parte visible, infrarroja o ultravioleta del espectro electromagnético y su nombre es una abreviatura formada con las siglas de "*light amplification by stimulated emission of radiation*".

- Proceso de emisión de la energía fotónica (Ref 10)

Todo sistema físico sea sólido, líquido o gaseoso está compuesto de átomos; cada átomo (considerado como un núcleo rodeado de una nube electrónica) posee una cierta cantidad de energía interna y tiende a ocupar un estado en el que ésta energía sea mínima. A este estado se le llama estado base.

Un átomo puede estar en cualquiera de varias configuraciones con energías E_i, E_j, \dots, E_n , superiores a las del estado base; a estos estados se les llama estados excitados.

Einstein estableció en 1917, que un átomo puede absorber, si se encuentra en su estado base o emitir si se encuentra en uno de sus estados excitados, una radiación cuya frecuencia es ν_{ij}

$$\nu_{ij} = (E_j - E_i)/h$$

donde $E_i < E_j$ y h es la constante de Planck. A causa de esta cuantización de la energía de la radiación se dice que un átomo absorbe un fotón de frecuencia ν_{ij} y energía $E_j - E_i$.

La emisión al pasar el átomo del estado E_j al estado E_i , puede suceder de dos maneras: espontáneamente o inducida por un fotón. Es espontánea cuando el átomo sin recibir radiación decae al estado E_i después de un período de vida aleatorio del orden de 10^{-8} s

- a) Cuando un átomo está en el estado E_i puede absorber un fotón y elevarse a un nivel de energía más alto E_j .
- b) Este átomo excitado puede radiar energía espontánea emitiendo un fotón volviendo al estado E_i

- c) Un átomo excitado también puede ser inducido a emitir un fotón cuando es alcanzado por otro fotón, en este caso se tendrán dos fotones de la misma frecuencia.

Si se hace incidir sobre los átomos radiación de frecuencia ν_{ij} ; los átomos en el estado E_i pueden absorber un fotón que los eleva al estado E_j . Pero a su vez los átomos en el estado E_j pueden ser inducidos por un fotón a otro que es idéntico en frecuencia, dirección y fase al que indujo la emisión. El fotón original continua su trayectoria y es exactamente el mismo que antes de su interacción con el átomo pero ahora está acompañado de otro fotón que es idéntico a él. Estos dos fotones pueden a su vez incidir sobre otros átomos e inducirlos a emitir. Se tiene así una amplificación del número de fotones que viajan en cierta dirección.

- Proceso de emisión de la luz láser

Las bases teóricas y proposición de construcción del láser fueron establecidas por Schawlow y Townes en 1959. El rayo láser se emite gracias a la emisión inducida con la que un fotón se multiplica conservando todas sus características de fase, frecuencia, dirección y polarización. Para lograr ésto es necesario que la emisión inducida de fotones sea mayor que la absorción que tiende a hacerlos desaparecer, y la teoría muestra que para ello el número de átomos en el estado superior E_j de-

be ser mayor que en el estado inferior E_i . Esto requiere de un mecanismo de "bombeo" que de a los átomos selectivamente la energía necesaria; esto se logra en el tubo de descarga bajo condiciones específicas de presión, voltaje, composición de la mezcla de gases, etc.

Si después se coloca al medio convertido un amplificador en una cavidad (por ejemplo, entre dos espejos) resonante a la frecuencia ν_{ij} , el resultado será la aparición de una intensa oscilación electromagnética (estacionaria) de la misma frecuencia. Las características espaciales y temporales de esta oscilación estarán determinadas por la cavidad, que hará que todos los fotones sean emitidos en fase, obteniéndose luz, en contraste con las fuentes convencionales. La radiación coherente confinada en la cavidad se puede extraer haciendo que uno de sus extremos sea semitransparente a la radiación.

Así pues, el láser es un oscilador óptico: una fuente de radiación constituida básicamente por un medio amplificador en donde ésta se genera y una cavidad resonante que la contiene. Desde su aparición en 1960 (Maiman creó el laser de rubí y Javan el de He-Ne en el mismo año), se han producido diversos tipos de láseres que emiten desde el lejano infrarrojo hasta el ultravioleta, pero cualquiera que sea el tipo de laser debe reunir dos características esenciales que los distinguen de otras fuentes de luz convencionales.

3.7.1d Concepto de inversión de población

- a) En el medio amplificador, ya sea sólido, líquido o gas, el número de átomos en el estado E_j , debe ser mayor que en el estado E_i , con el fin de obtener emisión inducida y en consecuencia amplificación. Sin embargo, en forma natural, los átomos se encuentran en su estado de mas ba ja energía, y se necesita un mecanismo artificial que provoque que la mayoría de los átomos estén en un estado excitado, es decir, se debe establecer una INVERSION DE POBLACION.
- b) Si en este medio se estableciera una radiación de frecuencia ν_{ij} , esta radiación se amplificaría en todas direc ciones y para tener una amplificación solo en una direc ción preferencial, se necesita conservar únicamente la radiación que lleve esa dirección, es decir, se debe con finar la radiación dentro de un resonador, que fija la frecuencia y fase de los fotones emitidos, de tal forma que a la salida de este resonador se tiene una onda co herente.

En la práctica, el resonador está constituido por dos espejos que se ponen frente a frente y entre los cuales la luz se refleja propagándose a través del medio, los fotones que viajan perpendicularmente al eje que une a los espejos, se escapan y

sólo los fotones que viajan a lo largo del eje, se amplifican. Cada fotón al reflejarse en un espejo, induce en su viaje de regreso a través del medio, la emisión de muchos fotones y al reflejarse cada uno de estos a su vez induce la emisión de más fotones. Al poco tiempo de iniciado este proceso se tiene en el interior de la cavidad una radiación muy intensa. Si la amplificación es lo suficientemente intensa para sobrepasar el efecto de la absorción y las pérdidas por calor, se puede hacer que parte de la radiación confinada escape al exterior. Esta radiación que emerge de la cavidad constituye la salida del láser.

Ahora bien, la energía externa necesaria para producir esta radiación estableciendo una inversión de población puede proporcionarse para varios métodos, algunos de los más comunes son:

- a) Bombeo óptico (excitación con fotones); en este caso, la radiación sobre el medio proviene de una fuente intensa de luz; este método se usa en lasers sólidos y líquidos
- b) Excitación electrónica: se logra con una descarga eléctrica a través de un gas y se usa en algunos láseres iónicos como el de Argón
- c) Colisiones inelásticas entre átomos: en este último ca-

so también se emplea una descarga eléctrica pero en una mezcla adecuada de gases en la que dos tipos diferentes de átomos tienen algunos estados excitados cuyas energías E_j , coinciden o casi coinciden. La excitación se transfiere de uno al otro y la reacción puede representarse así: $A^* + B \rightarrow A + B^*$, en donde A y B representan los dos tipos de átomos y el asterisco denota excitación. La descarga eléctrica excita a los átomos del gas A y estos por medio de colisiones excitan a los átomos del gas B que decaen emitiendo la radiación; este método se usa en el láser de He-Ne.

El funcionamiento del láser puede ser por pulsos o continuo; cuando es por pulsos, la inversión de población se establece abruptamente y después el conjunto total de átomos en E_j se descarga, vaciándose bruscamente (en aproximadamente 3 min. de arco). El funcionamiento continuo se logra si se aporta la energía necesaria continuamente y se impide el calentamiento excesivo del medio.

- Propiedades del Láser

Básicamente son cuatro las propiedades que caracterizan a la luz del láser y las que determinan su excepcional importancia en la óptica moderna, y su enorme utilidad en la enseñanza y

la investigación

- a) Gran intensidad. La luz del láser puede ser muy intensa y se puede concentrar en un objeto, con lentes apropiados, calentándolo a temperaturas altísimas. La luz de láseres como los de rubí o CO_2 cuya potencia es del orden de los kilowatts, al concentrarse, puede perforar hasta diamantes. El láser de He-Ne tiene una intensidad muy baja ($\approx 1.5 \text{ mW}$) y aún cuando su luz se concentrara sobre la mano, ni siquiera se sentirá; sin embargo, es potencialmente dañina para los ojos si se mira directamente al haz o a su reflejo; siempre hay que tener presente esto para nunca hacerlo
- b) Gran monocromaticidad. La luz del láser de casi monocromática o sea que tiene un solo color o longitud de onda, esta característica también se conoce como coherencia temporal, y se refiere a que los fotones emitidos tienen la misma frecuencia. La longitud de onda típica del láser He-Ne es de $6328 \overset{\circ}{\text{Å}}$, que corresponde a un color rojo
- c) Gran coherencia espacial. Se refiere al hecho de que el haz es menor de 1.5 mm) y la parte más intensa está en el centro de este cilindro. Esta propiedad está relacionada con la coherencia temporal, y se aprovecha en las

experiencias en donde se muestra el carácter ondulatorio de la luz (interferencia y difracción)

- c) Gran directividad o colimación. El haz del láser tiene una divergencia muy pequeña del orden de 1 miliradián (aproximadamente 3 min de arco) o sea que el ancho del haz es casi constante a lo largo de distancias grandes, lo que permite utilizarlo en experiencias donde se necesite un rayo intenso y colimado.

3.3.2 El láser de Helio-Neón (He-Ne)

- Proceso de emisión del láser de Helio-Neón

El láser de gas Helio-Neón opera con una descarga eléctrica en un tubo de plasma que contiene una mezcla de gas helio y gas neón. La descarga de energía a través de un estado meta-estable del helio, eleva los electrones de los átomos del neón a un estado excitado de energía. Cuando más átomos están presentes en un estado excitado que en un estado más abajo, se dice que existe una condición de energía que se conoce como inversión de población. La radiación óptica durante la energía de separación (longitud de onda) de estos estados se acumula, estimulando la emisión de los átomos de neón excitados. Para lograr una oscilación continua de la longitud de onda, se coloca un reflector en cada extremo del tubo de plasma para formar

una cavidad resonante que almacena la mayor parte de la radiación óptica (fotones), por reflexión a todo lo largo del eje del tubo. La probabilidad de que un fotón estimule la emisión de otro fotón en una sola pasada por el tubo es de 0.1. Esto significa que los fotones se deben reflejar a través de la cavidad un número de veces para poderse automantener. De aquí que solo se permita una pequeña transmisión a través de uno de los reflectores; esto provee un rayo monocromático y coherente característico de la operación de un láser de gas.

Cuando son posibles las transiciones a diferentes estados inferiores a partir del mismo estado excitado, ocurrirá la transición más probable primero y por lo tanto reducirá la población del estado excitado. Esto dificulta extremadamente la oscilación con otras transiciones o imposible si la diferencia de población es eliminada entre el estado superior y uno de los estados inferiores. Este fenómeno se conoce como dominancia.

Para lograr obtener una emisión con una longitud de onda particular de un láser de helio-neón la dominancia de transiciones del estado orbital $3S_2$ juega un importante papel. La transición más probable de una longitud de onda de $3.39 \mu\text{m}$ infrarrojo. Para evitar la oscilación en esta longitud de onda los espejos láser han sido diseñados para rechazar la transición de $3.39 \mu\text{m}$; sin este rechazo, las oscilaciones de $3.39 \mu\text{m}$

se acumularían en detrimento de otras oscilaciones deseadas en esta unidad. Con el sistema de selección de longitud de onda la operación se hace solo a la longitud de onda deseada; la transición de interés domina todas las otras posibles transiciones desde el estado $3S_2$ hasta varios niveles $2p$ poco espaciados.

- Estructura del resonador

La alineación de los reflectores en cada extremo del tubo de plasma debe ser mantenida exactamente para que pueda ocurrir la oscilación láser. Las deflecciones permitidas son de menos de 0.005 grados. Existen dos causas básicas para la desalineación angular del reflector: distorsión del resonador debida a gradientes de temperaturas dentro del mismo y deformación del resonador por fuerzas mecánicas externas.

Los gradientes de temperatura dentro del resonador no pueden ser totalmente eliminados pero se pueden minimizar al construir el resonador de un material de alta conductividad térmica como el aluminio.

La posible distorsión del resonador que resulta en una desalineación angular puede deberse al método usado para montar el resonador. Para posicionar completamente una estructura, se deben aplicar dos fuerzas iguales y opuestas en cada una

de las 3 direcciones ortogonales. Si se aplican más fuerzas de las necesarias, resultan momentos flexionantes. Para minimizar las fuerzas desalineadoras se utilizan tres soportes esféricos de baja fricción para conectar la estructura del resonador a la estructura externa de montaje. Esta estructura externa puede ser distorsionada ligeramente por factores térmicos o mecánicos y el único efecto en el resonador será un ligero movimiento en los soportes. La fricción en los soportes es tan pequeña que sólo ocurren distorsiones angulares despreciables en la estructura del resonador cuando se operan los soportes.

- Diámetro del rayo y divergencia

El modelo láser 124B usa un tubo de geometría de alta resolución y un espejo de gran radio para obtener un alto TEM₀₀ de salida.

El interior del tubo es angosto y el rayo óptico está diseñado para llenarlo casi por completo. Como resultado las pequeñas irregularidades en el interior del resonador y la apertura de salida, difractan un pequeño porcentaje de la luz fuera del principal eje óptico. La resolución es suficientemente alta para que estas pequeñas pérdidas no afecten apreciablemente el poder de la emisión pero si perturban la distribución de intensidad del rayo dentro del campo cercano a la

apertura del láser.

Las perturbaciones de la intensidad del orden del 10% al 20% son comunes sobre aquellas pequeñas porciones del rayo de salida donde la luz difractada se suma o resta del rayo principal. Al crecer la distancia del láser, la luz difractada se esparce lejos del rayo principal. Finalmente en el campo lejano, el rayo principal sigue una distribución regular y la luz dispersa se distribuye irregularmente cerca de ella.

Un lente u otro sistema óptico, cuando se coloca cerca del campo cercano al láser, afoca el patrón del láser en el campo. La imagen en el plano focal (la transformada de Fourier del patrón del campo cercano) es idéntica al patrón del campo lejano.

Para eliminar la luz dispersa del patrón del campo lejano, se puede colocar una apertura en el punto de tamaño mínimo del rayo. Una apertura cuyo diámetro sea 1.5 veces el diámetro del punto transmitirá 99% del poder gaussiano del rayo y los efectos de la difracción serán despreciables. Es deseable efectuar ésto en el sistema óptico tñ tarde como sea posible pues así se pueden eliminar al mismo tiempo que la dispersión, los defectos de la superficie y las reflexiones extrañas.

La naturaleza irregular de la luz dispersa hace difícil defi-

nir y medir con precisión el diámetro del rayo en el campo cercano. El diámetro del rayo se mide entre los puntos de intensidad $1/e^2$ de la parte verdadera del TEM₀₀ del rayo en el láser. Este valor es apropiado para predecir el tamaño del rayo láser después de pasar a través de un sistema óptico operando cerca del límite de difracción.

- Intermodulación de frecuencias ópticas

Los osciladores láser normalmente operan simultáneamente en varias frecuencias a menos que se usen técnicas especiales para una sola frecuencia. El tamaño de la cavidad óptica de un láser de un metro es de 1 500 000 longitudes de onda y resonancia cada incremento de la mitad de una longitud de onda. La frecuencias resonantes están espaciadas a cada $\Delta f = \Delta c/2L$. Para $L = 1$ metro, $\Delta f = 300$ MHz. La resonancia ampliada por temperatura del neón tiene un medio ancho de 1 500 MHz para que un láser de un metro y alta ganancia pueda oscilar a 5 frecuencias ópticas. El espaciamiento entre frecuencias ópticas adyacentes no es exactamente Δf pues la resonancia ampliada del neón tiene una dispersión (fase) característica que se suma o resta de la dispersión de la cavidad (fase) para mover la frecuencia oscilatoria de la resonancia exacta de la cavidad.

Estas frecuencias son muy cercanas a $c/2L$, $2c/2L$, $3c/2L$, ..., pero son perturbadas por diferentes cantidades, $\pm \Delta 1$, $\pm \Delta 2$, ...

dependiendo que tan lejana está la cavidad resonante dada del centro de la resonancia del neón. Esta perturbación cambia rápidamente en pequeñas cantidades a todo lo largo de la cavidad.

Cuando se combinan varias frecuencias ópticas en un detector de ley cuadrática como un fotodiodo, el rayo de salida contiene todas las diferentes frecuencias posibles entre las frecuencias ópticas.

En la salida de un detector no lineal, no se presentan solamente las diferentes frecuencias diferenciales sino también las diferencias entre las frecuencias principales ($\pm \Delta 1$, $\pm \Delta 2$, $\pm \Delta 3$, ...). Estas son producto de la intermodulación y sus amplitudes no son tan grandes como las principales frecuencias diferenciales pero se detectan fácilmente. Generalmente se encuentran en el rango de frecuencia de 1 KHz a 100 KHz. Debido a que varias de estas frecuencias pueden estar presentes simultáneamente, no están relacionadas armónicamente y generalmente tienen apariencia de ruido en un osciloscopio de banda ancha con una presentación en base tiempo. Esto es particularmente cierto para láseres largos con muchas frecuencias ópticas oscilantes. También, las frecuencias varían rápidamente con pequeños cambios en la longitud de la cavidad lo que contribuye más a su apariencia de ruido. Cuando se analizan con un espectrógrafo, las frecuencias individuales

se pueden resolver pero varían rápidamente a todo lo alto del espectro.

En ciertas longitudes críticas de la cavidad, estos productos de los modos de la intermodulación pueden desaparecer. Aparentemente cuando las resonancias en la cavidad son simétricas alrededor de la resonancia de neón, ocurre un tipo de fase de autocerradura en la que el osciloscopio láser y los términos de intermodulación van a la frecuencia cero.

La intermodulación de las frecuencias ópticas es una característica básica de los detectores no lineales y determina el nivel mínimo del ruido para muchos sistemas de detección luminosa que operan en el rango de 1 KHz a 100 KHz. Generalmente es posible idear sistemas en los que los datos sean llevados lejos de este rango o los términos de intermodulación sean monitoreados por separado y retroalimentados para demodular la amplitud luminosa o los datos perturbados.

3.4 Descripción del sistema del velocímetro Láser Doppler (VLD) utilizado. Componentes (Ref 9)

a) Láser utilizado

Láser de He-Ne de 35 mW con longitud de onda de 632.8 nm

b) Divisor del rayo láser

- c) Lente transmisora
 - d) Base óptica receptora
 - e) Montaje receptor
 - f) Sistema del fotomultiplicador
 - g) Módulo giratorio del divisor del rayo
 - h) Soporte del módulo giratorio
 - i) Objetivo de microscopio
 - j) Alineador visual
- a) Láser utilizado

Se utilizó un láser de He-Ne con una longitud de onda de 632.8 nm fabricado por Spectra Physics, modelo 124 B.

Los componentes de mayor importancia de este láser los constituyen un tubo con plasma, dos reflectores montados en soportes con ángulo ajustable, un soporte estructural, un dispositivo de alineación del tubo. Todos estos elementos se encuentran dentro de una cubierta metálica, dando así protección a sus componentes y facilitando su instalación.

El tubo con plasma contiene una mezcla de gas que forma un medio láser activo. La presión, para Helio (90%) y para el Neón (10%) mezclados es de 250 a 400 N/m² (2.55×10^{-3} Kg/cm²)

$4.08 \times 10^{-3} \text{ Kg/cm}^2$). El tubo con plasma mide 66 cm, el diámetro interior es de 2 mm. Los extremos del tubo con plasma son terminados con ventanas de cuarzo con una alta calidad óptica posicionadas con el ángulo de Brewster (para el cuarzo este ángulo es de $53^{\circ}32'$). Los componentes eléctricos del tubo con plasma consisten en un ánodo de Tungsteno y un cátodo de Aluminio.

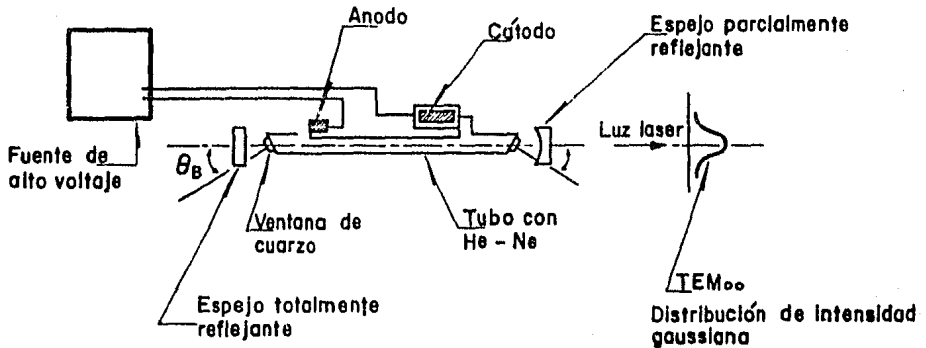


Fig 3.10

b) Divisor del rayo láser

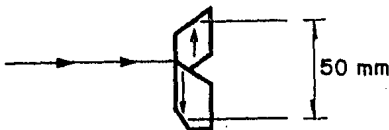


Fig 3.11

Este módulo contiene dos prismas romboidales que actúan como separadores, con igual camino de recorrido para cada rayo sa

liente.

El prisma separa el rayo en dos rayos paralelos, con una intensidad de 50% - 50% o bien de 99.5% - 0.5% ajustando un simple deslizamiento sobre su soporte.

El módulo puede ser girado 360°

El prisma separa al rayo incidente en dos rayos paralelos, cada uno a 25 mm del rayo incidente. Los dos rayos son de igual intensidad si el plano de polarización del rayo incidente es perpendicular al plano formado por los dos rayos saliendo, teniendo éstos la misma polarización que el rayo de entrada respecto al prisma.

El módulo también tiene una abertura de 5/64" (2mm) que ayuda para prevenir la entrada de luz extraña al divisor.

Cuando el divisor del rayo es montado con el medidor de ángulo del plano de medición, la polaridad del rayo será de acuerdo a dicho divisor.

c) Lente transmisor

Está diseñado para minimizar la aberración esférica y cromática, y tiene una distancia focal (frente de la lente al punto

focal) de 250 mm.

La lente es acromática de doblete cementada con un dieléctrico, multicapa, y recubrimiento antirreflejante. La apertura libre es de 60 mm.

g) Módulo giratorio del divisor del rayo

Este permite girar el divisor del rayo para medir la velocidad del fluido en una dirección perpendicular al eje óptico y coplanar a los dos rayos que forman el volumen de medición.

Cuenta con dos laminillas de un cuarto de longitud de onda del láser, para transformar la polarización lineal del láser a una circular y luego regresar a la polarización del rayo incidente al prisma divisor sea perpendicular al plano de los rayos salientes.

Tiene marcados intervalos de 2° con tornillos para asegurar la posición. Las placas retardadoras de un cuarto de longitud de onda de la luz láser son multicapa, con revestimiento antirreflejante, y nos provee de un control de retardo del rayo bastante bueno; la transmisión excede del 99%.

h) Soporte del módulo giratorio

Este módulo completa al anterior pues provee de un soporte mecánico que sostiene el frente del divisor del rayo y es un módulo no activo ópticamente.

i) Objetivo de microscopio

Este es muy usado como herramienta para alinear los módulos ópticos. Se incluye en este un visor de eje de polarización para checar la polaridad del rayo.

j) Alineador visual

Es usado para alinear el módulo del fotodetector. El lente tiene una retícula con un eje que permite precisar la posición del módulo del fotodetector y enfocar el frente de la lente del montaje del receptor. Diversos movimientos de esta pieza nos permiten enfocar la retícula hasta definirla con claridad.

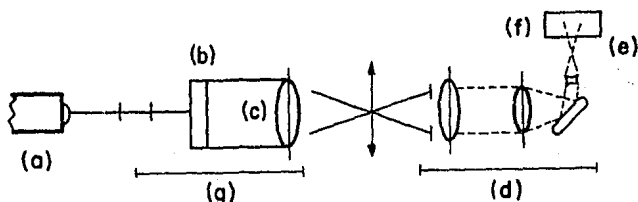


Fig 3.12

3.4.1 Velocimetría láser

- Efecto Doppler

Se conoce como efecto Doppler el corrimiento de la frecuencia de una onda debido al movimiento relativo entre la fuente y el receptor.

La frecuencia de la señal ondulatoria aumenta cuando la fuente y el receptor se aproximan y disminuye cuando se alejan.

- Fenómeno de interferencia (Ref 9)

"Cuando dos ondulaciones de diferentes orígenes coinciden perfectamente en dirección o casi coinciden, su efecto conjunto es una combinación de los movimientos que pertenecen a cada uno.

Jean Fresnel sintetizó los conceptos de la Teoría Ondulatoria de Huygens y el Principio de Interferencia:

"Las vibraciones de una onda luminosa en cualquiera de sus puntos se pueden considerar como la suma de los movimientos elementales que llégan en el mismo instante por la acción separada de todas las porciones de la onda no obstruída considerada en una de sus posiciones anteriores".

Actualmente se conoce que el Fenómeno de Interferencia se produce por la superposición de dos o más ondas coherentes y temporalmente, es decir, que exista que los movimientos ondulatorios coinciden en el espacio y en el tiempo.

De la solución de la ecuación de onda:

$$\phi(\bar{x}, t) = \sum_{i=1}^n C_i \phi_i(\bar{x}, t)$$

donde C_i son constantes arbitrarias

Este es el principio de superposición de ondas que indica que la perturbación resultante en cualquier punto de un medio, es la suma algebraica de sus ondas consecutivas a este separadamente.

Aplicando este principio al fenómeno de interferencia, dice que la inestabilidad del campo eléctrico resultante E en un punto en el espacio donde dos o más ondas se superponen es igual a la suma vectorial de las perturbaciones constitutivas individualmente. Por lo tanto, se puede admitir que la interferencia óptica es una interacción de dos o más ondas de luz que producen una irradiancia resultante la cual se deriva de la suma de las irradiaciones componentes.

El resultado de la interferencia no tiene la apariencia de un

movimiento ondulatorio progresivo sino una situación estacionaria en la cual el movimiento tiene una situación fija en el espacio.

En el fenómeno de interferencia también se puede observar que una vez que las ondas rebasan la zona de interferencia, o sea la zona donde se superponen los rayos, estos continúan su trayectoria anterior inalterados por su previo encuentro.

Aplicación del concepto de interferencia al caso del velocímetro láser

Una manera de apreciar el fenómeno de interferencia puede ser desde el punto de vista del concepto de onda estacionaria

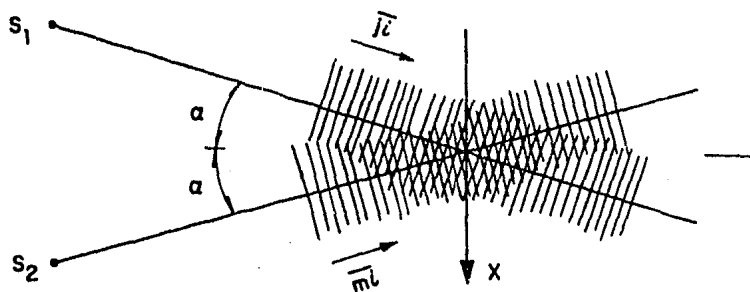


FIG 3.13

Pensando en el problema se puede plantear la siguiente situación. Donde se puede interpretar la interferencia como una onda estacionaria formada por dos ondas iguales en frecuencia

pero con trayectorias opuestas. Así observaríamos que la única trayectoria en que sucedería tal consideración sería aquella que es perpendicular a la bisectriz del ángulo y la llamaremos x así un observador sería a lo largo de x que la onda proveniente de la fuente S_1 con la siguiente alteración

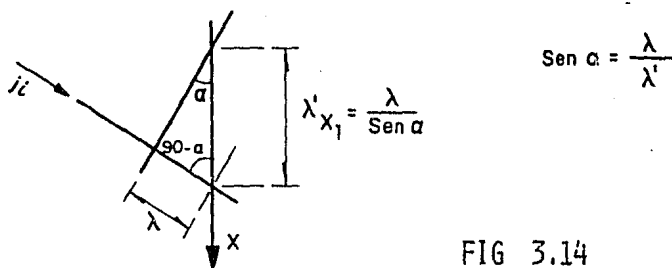


FIG 3.14

Análogamente para la fuente No. 2

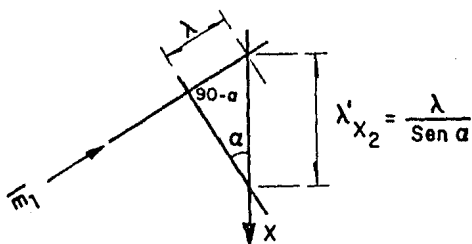


FIG 3.15

Luego, ya que la trayectoria de x fue elegida de manera tal que:

$$\lambda' x_1 = \lambda' x_2$$

y dada la inclinación opuesta para ambas fuentes respecto a

la bisectriz podemos encontrar que sobre la trayectoria x se construye una onda estacionaria de una longitud de onda igual a la de las ondas que la conforman por tanto la distancia entre puntos de máxima intensidad estarán localizados a una distancia igual a $\lambda'_x/2$ o sea

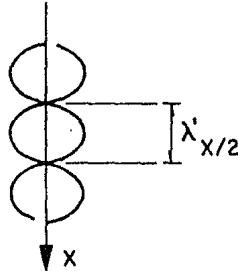


FIG 3.16

Pensando en que esta distancia es justamente la distancia entre franjas concluimos que:

$$\Delta_x = \frac{\lambda'_2}{2} = \frac{\lambda}{2 \operatorname{sen} \alpha}$$

Así si se realizara el mismo razonamiento a lo largo de la bisectriz concluiríamos que en esta dirección no puede haber posibilidad de enfrentamiento de ondas, sino que se presentará la suma de dos ondas mayores en el mismo sentido.

Con base en los dos razonamientos anteriores nos atrevemos a afirmar que en el espacio de intersección de ambos rayos de luz tendremos como resultado del fenómeno de interferencia, la formación de planos luminosos intercalados entre planos oscuros y distanciados uno del otro por una magnitud Δx .

- Arreglos ópticos posibles

Existen tres tipos de arreglos:

- a) Utilizando un solo rayo incidente en el volumen de control de medición, la intensidad de la luz en el volumen de control está gobernada por la distribución de la intensidad lumínica del rayo incidente y la acción de una lente de enfoque L , con dos detectores en distinta posición
- b) Un arreglo óptico en el cual la distribución de la intensidad de la luz dentro del volumen de control muestra un patrón de interferencia preciso debido a la interacción de dos rayos de luz coherente y de igual intensidad
- c) Un arreglo en el que los rayos que se interfieren poseen diferentes intensidades dando por resultado la debilitación del patrón de interferencia del caso.

De la descripción anterior se puede notar que fenómenos diferentes pueden ser utilizados para medir las componentes media y fluctuantes de velocidad, los corrimientos de frecuencia debido al efecto Doppler sobre dos rayos reflejados por una partícula pueden ser medidos solo si los dos rayos de luz son sobrepuestos para producir una diferencia de frecuencias.

En el caso de un patrón de interferencia de frecuencia definido, la razón a la cual las partículas dispersantes cruzan las rendijas del patrón de interferencias respecto al tiempo puede ser medido, en tales casos el sistema combinante no es requerido para aislar la frecuencia de interés.

- Detección óptima heterodina. Concepto del método de rendija

La técnica de detección óptica heterodina (oscilante) es la más común en las mediciones laser-Doppler. En esta técnica el corrimiento Doppler se detecta como la diferencia de frecuencia entre la luz proveniente de dos fuentes cuando las ondas luminosas se superponen en la superficie del fotomultiplicador. El proceso mezclador dentro del fotodetector dará la diferencia de frecuencias ya que todas las otras frecuencias son demasiado altas para ser detectadas.

En el caso de los velocímetros llamados de rendija, la señal de frecuencia corresponde a la razón con que las rendijas luminosas o franjas de interferencia son cruzadas por partículas dispersantes en suspensión en el fluido. Por lo tanto es estos instrumentos requieren una distribución de la intensidad de la luz continua, esto es, un patrón de franjas en el punto de medición.

La luz dispersada también muestra un cambio aparente en la frecuencia debido al efecto Doppler, este corrimiento de frecuencia no es detectado si un sistema combinador de la luz no es utilizado.

Utilizando las ecuaciones que gobiernan la interacción de los rayos de luz coherente de convergencia finita emitidos por dos fuentes a una distancia d entre ellas, se tiene que la geometría del patrón de rendijas puede ser utilizado para la medición de velocidades si se registra la forma en que varía la intensidad de la luz dispersada por pequeñas partículas atravesándolo.

Tomando u_x como la componente de la velocidad de la partícula perpendicular al patrón de rendijas, $\delta\nu$ la frecuencia de la señal observada se tiene la siguiente ecuación

$$\delta\nu = \frac{2u_x \operatorname{sen} \alpha}{\lambda}$$

en donde α es el ángulo entre el vector velocidad y su componente en x .

Entonces el sistema mide la componente u_x que es perpendicular a la bisectriz de los dos rayos luminosos en el mismo plano.

3.4.2 Características de la señal del fotomultiplicador

- Densidad de Fotones

En el fotomultiplicador, las emisiones de fotones son eventos discretos que ocurren con un ritmo proporcional al flujo luminoso incidente en el detector.

En flujos luminosos bajos y amplitudes de banda altas, estas emisiones aparecen como pulsos discretos en la salida del fotomultiplicador.

En flujos luminosos altos y/o amplitud de banda decrecida estas emisiones se mezclarán en una señal continua.

En los flujos luminosos bajos donde los fotones pueden medirse individualmente, se dice que la señal está resuelta y se le conoce como una señal de baja fotodensidad. Una característica importante de esta señal es que la emisión de fotones es lo suficientemente baja para que los pulsos sean individuales y no se apilen.

En los flujos luminosos altos, los fotones pierden su identidad discreta y la señal se vuelve esencialmente una señal analógica que se conoce como de alta densidad. En esta condición las fotopulsaciones se traslapan lo suficiente para dar

una señal de salida continua proporcional al flujo luminoso incidente. La mayor parte de los procesadores para VLD se diseñan para trabajar con este tipo de señal.

Una señal de baja fotodensidad se puede convertir en una de alta fotodensidad con un filtro para bajas, cuidando que la frecuencia del filtro esté sobre el ancho de banda de la señal Doppler.

- Densidad de destello (Burst)

La densidad de destello se refiere al número de partículas en el volumen que se mide.

Una señal de baja densidad de destello es aquella en donde la probabilidad de que más de una partícula se presente en el volumen de control sea baja. Así, la alta densidad de destello se interpreta como una elevada probabilidad de que más de una partícula se presente en el volumen de medición.

Para la mayor parte de los procesadores, la máxima exactitud se obtiene con señales de baja densidad de destello.

En la práctica, la exactitud real depende de la relación señal-ruido y de las características del procesador utilizado.

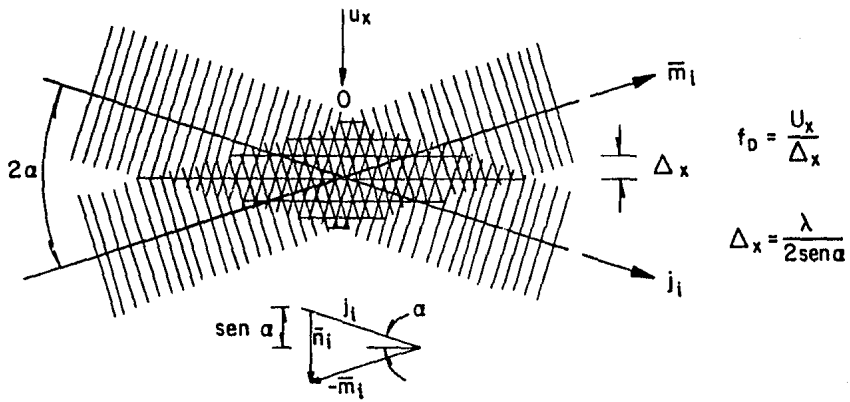
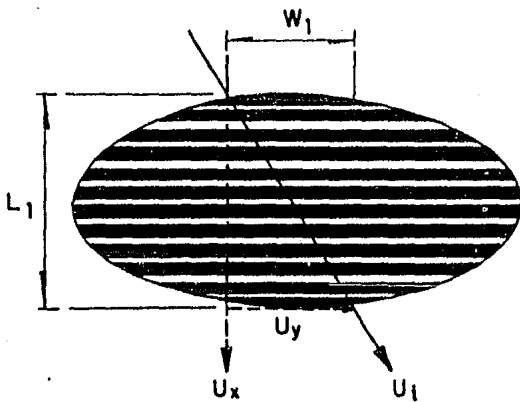


FIG 3.17



$$N_{\text{obs}} = U_x (W_1 / U_y) (N / L_1)$$

N_{obs} = número de rendijas observadas

W_1 = recorrido paralelo de las franjas

U_y = componente paralelo de velocidad

N = número total de rendijas

L_1 = ancho del volumen de medición

FIG 3.18

Densidad de datos

La densidad de datos se define como el tiempo transcurrido en tre dos destellos sucesivos que se puedan medir comparado con la escala de fluctuación de velocidad.

Las mejores mediciones se obtienen con una alta densidad de datos, baja densidad de destello y alta fotodensidad.

3.4.3 Procesador (Ref 19)

El procesador utilizado es un modelo 1980 (Counter Type) fabricado por TSI. Está diseñado específicamente para procesar las señales provenientes del fotodetector de un velocímetro láser.

- Procesamiento de la señal

La salida que se obtiene del fotodetector es una frecuencia que varía según la velocidad de la partícula. Para convertir esta señal a un voltaje ó "número" proporcional a la velocidad, se requiere un convertidor de frecuencia de algún tipo.

Como además de la frecuencia intervienen otras variables como la intermitencia de la señal, el ruido y la variación de la amplitud, se requieren dispositivos sofisticados para conver-

tir apropiadamente la frecuencia a un voltaje o número que sea más directamente utilizable.

- Principio de operación

El procesador mide básicamente el tiempo τ_i para n_i ciclos de la señal Doppler. La frecuencia se calcula como

$$f_{D_i} = n_i / \tau_i$$

El valor de n_i puede ser fijo o variable

El procesador cuenta con un juego de filtros que eliminan tanto ruido como es posible sin restringir la señal Doppler, así como un acondicionador de entrada que amplifica la señal.

La señal procesada pasa a un módulo digital analógico del que se obtiene una salida Doppler.

La señal digital así obtenida pasa a una computadora o cualquier otro instrumento para almacenar datos y poder ser analizados (fig 3.19).

3.4.4 Operación del láser He-Ne. 124 B

En este inciso se enlistan los pasos necesarios para operar

el modelo 124B del láser He-Ne; sin embargo, por la naturaleza del fenómeno láser es recomendable leer cuidadosamente el manual del fabricante (Ref 18) y tomar todas las precauciones necesarias durante la puesta en marcha y la operación del mismo.

- Instrucciones de operación

1. Colocar el interruptor de voltaje que se encuentra en la parte de atrás de la fuente de poder en la posición correcta según la corriente que se va a utilizar (115 ó 230 Vac)
2. Seleccionar un flanco adecuado como el que se describe en la sección de seguridad en el paso del rayo
3. Si no se está utilizando un cable de control remoto asegurarse de que el cable corto está instalado en el receptáculo remoto de la parte de atrás de la fuente de poder
4. Conectar el cable principal de energía al conector que está en la parte de atrás del láser
5. Conectar el cable de energía 255 en el receptáculo correcto, según se haya seleccionado la posición 115/230

del interruptor

6. Mover el interruptor ON/OFF a la posición ON. El indica
dor de emisión se debe iluminar
7. Mover el atenuador del radio a la posición OPEN
8. El rayo de salida debe aparecer en unos cuantos segundos.
En caso de no ocurrir esto, se debe consultar la sección
Trouble Shooting del Manual.

3.4.5 Operación del Procesador del VLD

A continuación se presenta un sumario de las instrucciones de operación del Procesador 1980 fabricado por TSI. Para mayor información sobre cada uno de los incisos se debe uno referir a la sección III (Principio de Operación) (Ref 19).

- Conexión inicial

- a) Conéctese la unidad a la línea de poder principal y colo
car en interruptor POWER que está en el lado izquierdo
de la unidad a la posición ON
- b) Conectar la salida del fotodetector al receptáculo así
marcado en el panel frontal del condicionador de entra-

das

- c) Conectar el receptáculo FILTERED OUTPUT del acondicionador de entradas al osciloscopio.

- Preliminares

- a) Filtros: OFF

- b) Límite de amplitud: FULL

- c) Ganancia: MIN

- d) Ciclos/Burst mínimos: 2-3

- e) Comparación: 7%

- f) Control automático (AUTO): botón verde IN

- g) Exponente: Todos los botones IN

- Ajustes iniciales en el acondicionador de entradas

- a) Aumentese la ganancia hasta que el indicador verde se encienda o empiece a parpadear

- b) Obsérvese la señal filtrada de salida en el osciloscopio. Aumentar el valor del filtro paso bajas hasta que la señal de frecuencia que interesa del fotodetector este centrada en cero volts
 - c) Si es necesario aumentar la ganancia nuevamente para que se vuelva a encender la luz verde
 - d) Disminuir el valor del filtro paso altas para reducir el ruido de alta frecuencia. Llevar la disminución al menor valor que permita la máxima frecuencia Doppler esperada
 - e) La señal filtrada de salida se debe ver limpia (libre de ruido) en el osciloscopio
- Ajustes de optimización
- a) Conectar la salida del monitor del medidor de tiempo al osciloscopio
 - b) Observar la lectura SAMPLE RATE en el módulo de lecturas (si se dispone de uno). Si no, conectar la entrada DATA READY a un contador de frecuencia
 - c) Ajustar la ganancia en el condicionador de entradas has-

ta que se obtenga un ritmo de muestreo (SAMPLE RATE) razonable

- d) Oprimir los botones de exponente iluminados
- e) Poner el botón AUTO/MANUAL en MANUAL. La salida en el osciloscopio debe aparecer "razonable" para las condiciones de flujo
- f) Ajustar el potenciómetro GAIN y el botón COMPARISON * para maximizar el ritmo de muestreo sin adquirir "falsos" puntos de datos
- g) Checar el valor promedio de salida (en el osciloscopio) para ver si es "razonable" comparado con la condición esperada (ver fórmulas de conversión (Ref 18))
- h) Ajustar el límite de amplitud si se requiere eliminar las partículas grandes
- i) Seleccionar el valor final de N o de burst totales requeridos en el experimento.

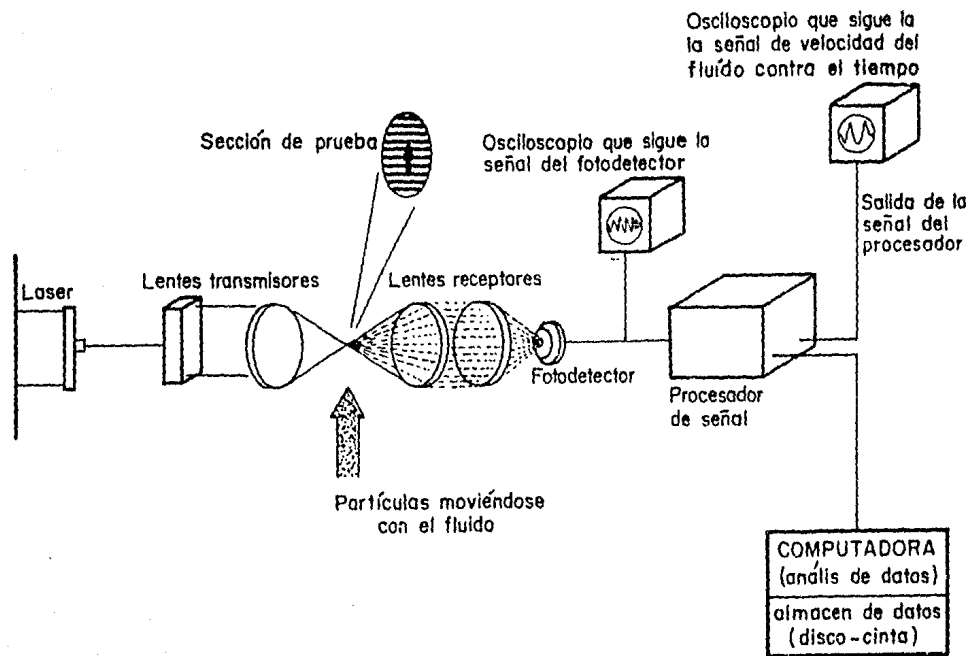


FIG 3.19

3.5 Zona de medición

La zona de medición más "densa" se ubicó en la zona del codo en donde, en la práctica, se han detectado problemas de cavitación, es decir, a la salida de la curva vertical e inicio del canal horizontal como se explicó en el cap. 1. Para completar el esquema del fenómeno se hicieron perforaciones adicionales en toda la longitud de la estructura de lucita.

Para instrumentar la zona se perforó una malla con las dimensiones mostradas en la fig 3.20.

Las perforaciones son perpendiculares a la superficie horizontal y radiales en la superficie curva y tienen un diámetro de 1.0 cm.

Para adaptar las celdas transductoras a estos orificios se diseñaron y fabricaron unos conectores de latón y cobre que al mismo tiempo funcionan como válvulas de cierre. En las figs 3.21a y b se muestra un conector y las partes que lo componen.

Las mediciones con el rayo láser se ubicaron en los mismos puntos en una sección horizontal a 0.5 cm de la superficie de lucita.

27 perforaciones para piezómetros y/o celdas

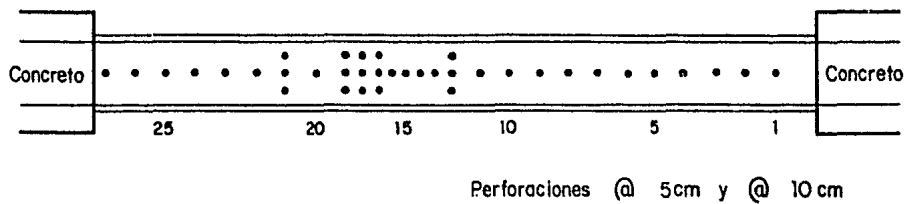


FIG 3.20

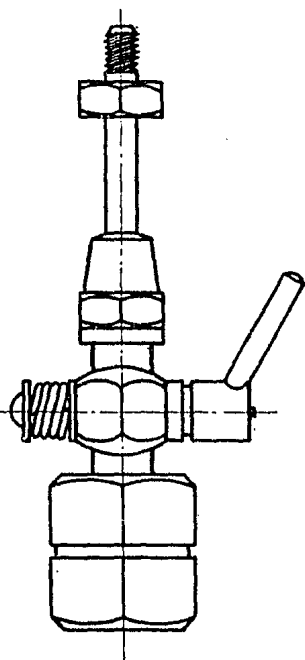


Fig 3.21 a

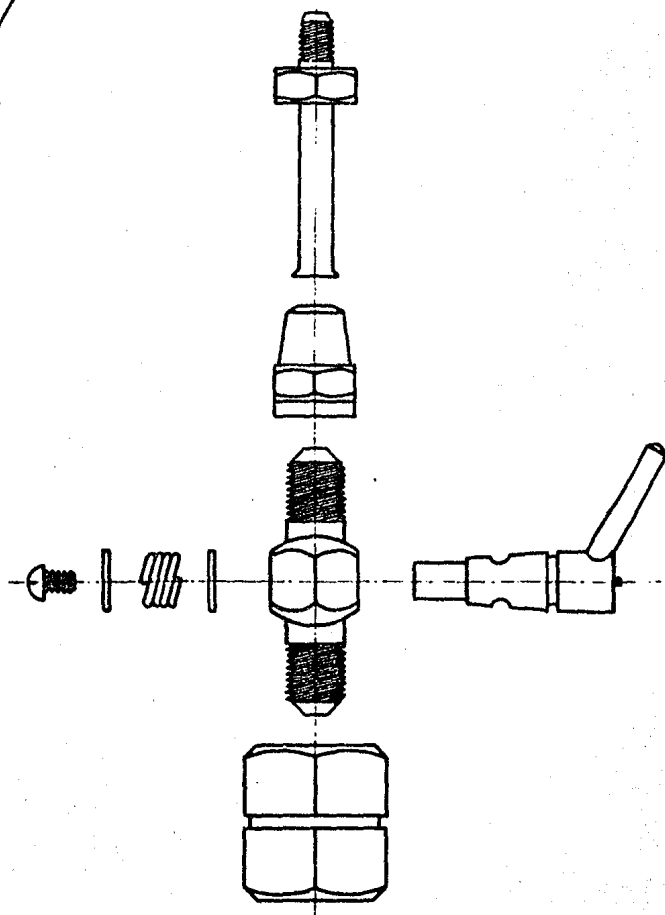


Fig 3.21 b

4. MEDICION Y ANALISIS DE RESULTADOS

Las mediciones presentadas en este capítulo corresponden a un gasto de 59 l/s, que es aproximadamente la mitad del gasto de diseño del modelo (130 l/s).

Para contar con datos que sirvieran de comparación con los que se obtendrían experimentalmente, se aplicó el método descrito en el cap. 1 utilizando en los cálculos hidráulicos los dos gastos mencionados.

4.1 Cálculo de las características hidráulicas para

$$Q = 0.130 \text{ l/s}$$

Se tiene un gasto Q de $.130 \text{ m}^3/\text{s}$ disponible en el laboratorio y una longitud de cresta, igual al ancho del canal de 0.2 m.

a) Carga sobre el cimacio

Para el modelo se tiene una relación de $p/H_d > 1.33$, donde P es la altura del respaldo y H_d la carga de diseño; por tanto el coeficiente C es igual a 2.18. De la ecuación para descarga libre en vertedores

$$Q = CLH_e^{3/2}$$

entonces

$$H_e = H_e = \left(\frac{Q}{CL} \right)^{2/3} = \left(\frac{0.130}{2.18 \times 0.2} \right)^{2/3} = 0.4463$$

donde H_e es la carga total sobre la cresta del vertedor y, como la carga de velocidad es despreciable, $H_e = H_d$

b) Perfil del agua sobre el cimacio

En la fig 4.1 se observa el perfil de agua que se obtuvo con los datos de la Tabla 3.4. Con el perfil del agua así obtenido en forma gráfica, el tirante y_1 sobre el punto de tangencia servirá como tirante inicial en el cálculo del perfil del agua sobre la rapida y es igual a 0.184 m.

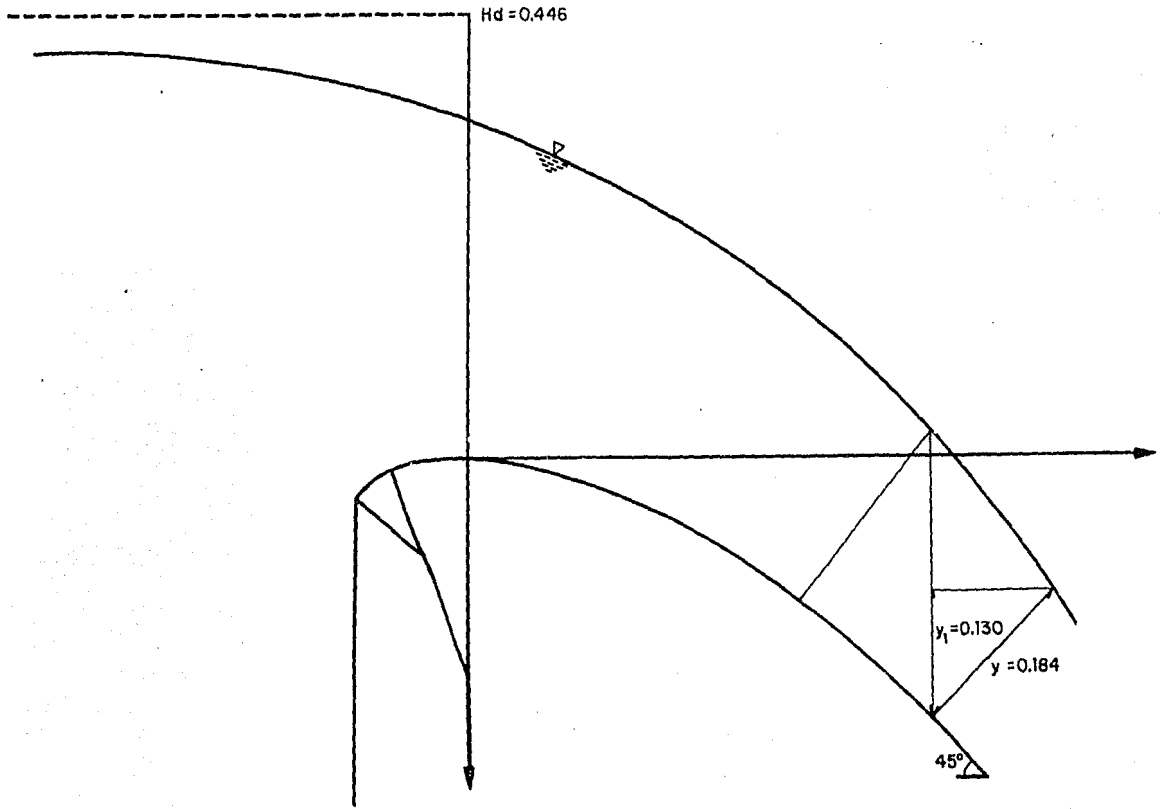


Fig 4.1

c) Perfil del agua sobre la rápida

El perfil del agua sobre la rápida se calculó con el método del paso directo (Chow) tomando en cuenta los siguientes datos:

Rugosidad del concreto	$n = 0.013$
Pendiente de la plantilla	$S_0 = 1.000$
Angulo de la plantilla	$\theta = 45^\circ$
Ancho de plantilla	$b = 0.2 \text{ m}$
Rugosidad de la lucita	$n_f = 0.010$

Las fórmulas y la secuencia de cálculo del método se muestran en la Tabla 4.1.

Con los valores finales de la Tabla 4.1 que corresponden al tirante y velocidad a la entrada de la curva vertical, V y v , respectivamente, se aplica el método descrito en el cap. 1.

1. Con las ec. 1.25c y 1.26 se encuentran los valores de E_0 , V_0 y T_0

$$E_0 = \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{gR} \frac{a}{v} + T \cos \theta \quad (1.25.c)$$

$$E_0 = 2.2422 + \frac{6.6327^2}{(9.8)(2)} (0.098) + 0.0693$$

$$A = by$$

$$P = b + 2y$$

$$R_h = \frac{A}{P}$$

$$V = \frac{Q}{y \times b}$$

$$E = y \cos\theta + \frac{V^2}{2g}$$

$$S_f = \left(\frac{V_n}{R_h^{2/3}} \right)^2$$

$$S_{\bar{f}} = \frac{S_{f_i} + S_{f_{i+1}}}{2}$$

$$\Delta x = \frac{-F}{S_{f_i} - S_{f_0}}$$

$$y_1 = 0.184 \text{ m}$$

y	$y \cos$	A	P	R_h	V	E	ΔE	S_f	$S_{\bar{f}}$	$S_0 - S_{\bar{f}}$	Δx	$\Sigma \Delta x$
0.184	0.130	0.0368	0.568	0.0648	3.5326	0.7660	-	0.810	0.405	0.595	0	0
0.170	0.120	0.0340	0.540	0.0630	3.8235	0.8651	0.0991	0.0985	0.4543	0.5457	0.1816	0.1816
0.156	0.110	0.0312	0.512	0.0609	4.1667	0.9949	0.1298	0.1225	0.1105	0.8895	0.1459	0.3273
0.141	0.100	0.0282	0.482	0.0585	4.6099	1.1831	0.1882	0.1581	0.1405	0.8597	0.2189	0.5464
0.127	0.096	0.0254	0.4540	0.0559	5.1181	1.4251	0.2420	0.2071	0.1826	0.8174	0.2961	0.8425
0.1131	0.080	0.0226	0.4262	0.0530	5.7522	1.7664	0.3413	0.2809	0.2440	0.7560	0.4515	1.2940
0.090	0.070	0.0198	0.3980	0.0497	6.5657	2.267	0.5007	0.3987	0.3390	0.6602	0.7584	2.0524
0.0980	0.0693	0.0196	0.3960	0.0495	6.6327	2.3115	0.0494	0.4091	0.2045	0.7955	0.0558	2.1082

TABLA 4.1

$$E_0 = 2.5312 \text{ m}$$

$$v_0^3 + \frac{2v_0^2}{R} + 2gq \cos \theta - 2g E_0 v_0 = 0 \quad (1.26)$$

$$v_0 = 6.6326 \text{ m/s}$$

2. Con ayuda de las ecs. 1.24.a, 1.24.b y 1.23 se determinan las características V y T en la sección terminal del co-do. Los resultados se presentan en la Tabla 4.2.

En la sección final se obtuvo una velocidad V de 6.8387 m/s y un tirante T de 0.095 m.

3. Se encuentra el valor de v con la ec. 1.28

$$v^3 - [2g T + V^2(1 + 2K)] v + 2gq = 0 \quad (1.28)$$

$$K = \ln R - \ln (R - T) \quad (1.14)$$

$$v = 7.1697 \text{ m/s}$$

4. Se calcula ω por medio de la ec. 1.34

$$\omega^3 - \left[V \left(1 + \frac{X}{T} \right) + \frac{gT}{2V} \right] \omega^2 + gq = 0 \quad (1.30)$$

	j	ϕ_j	ϕ_{j+1}	Z_j	Z_{j+1}	V_j	T_j	P_{δ}^h/γ	P_{δ}^c/γ	P_{δ}^l/γ
	0	-	45	-	0.5850	6.6326				
	1	45	43.54	0.5850	0.5504	6.6715	0.0974	0.0706	0.2266	0.2972
	2	43.54	42.0968	0.5504	0.5160	6.6992	0.0970	0.0720	0.2275	0.2995
1	3	42.0968	40.6452	0.5160	0.4825	6.7253	0.0966	0.0733	0.2284	0.3017
	4	40.6452	39.1935	0.4825	0.4500	6.7500	0.0963	0.0746	0.2292	0.3038
2	5	39.1935	37.7419	0.4500	0.4184	6.7732	0.0960	0.0759	0.2300	0.3058
	6	37.7419	36.2903	0.4184	0.3879	6.7948	0.0957	0.0771	0.2307	0.3078
3	7	36.2903	34.8387	0.3879	0.3585	6.8150	0.0954	0.0783	0.2313	0.3096
	8	34.8387	33.3871	0.3585	0.3301	6.8336	0.0951	0.0794	0.2320	0.3114
4	9	33.3871	31.9355	0.3301	0.3027	6.8507	0.0949	0.0805	0.2325	0.3130
	10	31.9355	30.4839	0.3027	0.2765	6.8663	0.0947	0.0816	0.2330	0.3146
5	11	30.4839	29.0323	0.2765	0.2513	6.8803	0.0945	0.0826	0.2335	0.3161
	12	29.0323	27.5806	0.2513	0.2273	6.8928	0.0943	0.0836	0.2339	0.3175
6	13	27.5806	26.1290	0.2273	0.2044	6.9039	0.0942	0.0845	0.2343	0.3188
	14	26.1290	24.6774	0.2044	0.1827	6.9133	0.0940	0.0854	0.2346	0.3200
7	15	24.6774	23.2258	0.1827	0.1621	6.9213	0.0939	0.0863	0.2349	0.3212
	16	23.2258	21.7742	0.1621	0.1427	6.9277	0.0938	0.0871	0.2351	0.3222
8	17	21.7742	20.3226	0.1427	0.1243	6.9325	0.0938	0.0879	0.2352	0.3232
	18	20.3226	18.8710	0.1245	0.1075	6.9359	0.0937	0.0887	0.2353	0.3240
9	19	18.8710	17.4194	0.1075	0.0917	6.9377	0.0937	0.0884	0.2354	0.3248
	20	17.4194	15.9677	0.0917	0.0772	6.9379	0.0937	0.0901	0.2354	0.3255
10	21	15.9677	14.5161	0.0772	0.0638	6.9366	0.0937	0.0907	0.2354	0.3261
	22	14.5161	13.0645	0.0638	0.0518	6.9338	0.0937	0.0913	0.2353	0.3266
11	23	13.0645	11.6129	0.0518	0.0409	6.9294	0.0938	0.0919	0.2351	0.3270
	24	11.6129	10.1613	0.0409	0.0314	6.9235	0.0939	0.0924	0.2349	0.3273
12	25	10.1613	8.7097	0.0314	0.0231	6.9160	0.0940	0.0929	0.2347	0.3276
13	26	8.7097	7.2581	0.0231	0.0160	6.9070	0.0941	0.0934	0.2344	0.3277
14	27	7.2581	5.8065	0.0160	0.0103	6.8964	0.0943	0.0938	0.2340	0.3278
15	28	5.8065	4.3548	0.0103	0.0058	6.8843	0.0944	0.0941	0.2336	0.3278
16	29	4.3548	2.9032	0.0058	0.0026	6.8707	0.0946	0.0942	0.2332	0.3277
17	30	2.9032	1.4516	0.0026	0.0006	6.8555	0.0948	0.0948	0.2327	0.3275
18	31	1.4516	0.00	0.0006	0	6.8387	0.0950	0.0950	0.2321	0.3272

TABLA 4.2

$$X = R |\ln R-1| - (R-T) (\ln (R-T) - 1) - T \ln (R-T) \quad (1.31)$$

$$W = 6.9423 \text{ m/s}$$

5. Se calcula P_f/γ mediante la ec. 1.37 recordando que

$$y = q/W$$

$$\frac{P_f}{\gamma} = y + \frac{W^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \quad (1.37)$$

$$\frac{P_f}{\gamma} = -0.0699 \text{ m}$$

6. Como $\frac{P_f}{\gamma} > -3 \text{ m}$ se considera que no habrá cavitación

4.2 Cálculo de las características hidráulicas para

$$Q = 0.059 \text{ m}^3/\text{s}$$

DATOS

$$Q = 0.059 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q = 0.295 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

$$b = 0.2 \text{ m}$$

$$R = 2 \text{ m}$$

$$n_c = 0.013$$

$$n_e = 0.010$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$C = 2.18, H_d = 0.446$$

a) Carga sobre el cimacio

$$Q = CLH^{3/2}$$

$$H = \left(\frac{Q}{CL}\right)^{2/3} = \left(\frac{0.059}{0.2 \times 2.18}\right)^{2/3} \quad H = 0.264$$

b) Perfil de agua sobre el cimacio

$$\frac{H}{H_d} \approx 0.5$$

X/H_d	y/H_d	X	y
-1.0	-0.490	-0.446	-0.2185
-0.8	-0.484	-0.357	-0.2159
-0.6	-0.475	-0.268	-0.2119
-0.4	-0.460	-0.179	-0.2052
-0.2	-0.425	-0.089	-0.1896
0	-0.371	0	-0.1655
0.2	-0.300	0.089	-0.1338
0.4	-0.200	0.179	-0.0892
0.6	-0.075	0.268	-0.0335
0.8	0.075	0.3568	-0.0335
1.0	0.258	0.446	0.1151
1.1	0.3495	0.489	0.1559

TABLA 4.3

c) Tirante de entrada a la rápida, ver fig 4.2

$$y_1 = 0.08 \text{ m} \quad y_1 \cos \phi = 0.0566$$

d) Perfil del agua sobre la rápida (Ver Tabla 4.4).

10. Energía a la entrada del codo

$$T_0 = 0.0475$$

$$T_0 \cos \theta = 0.0336$$

$$E_0 = \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{gR} \frac{q}{v} + T \cos \theta$$

$$E_0 = 1.9659 + \frac{6.2105^2}{9.81(2)} 0.0475 + 0.0336$$

$$E_0 = 2.0929$$

Velocidad a la entrada del codo

$$v_0^3 + \frac{2N_0^3}{R} + 2gq \cos \theta - 2g E_0 v_0 = 0$$

$$v_0 = 6.2106 \text{ m/s}$$

$$T_0 = 0.0475 \text{ m}$$

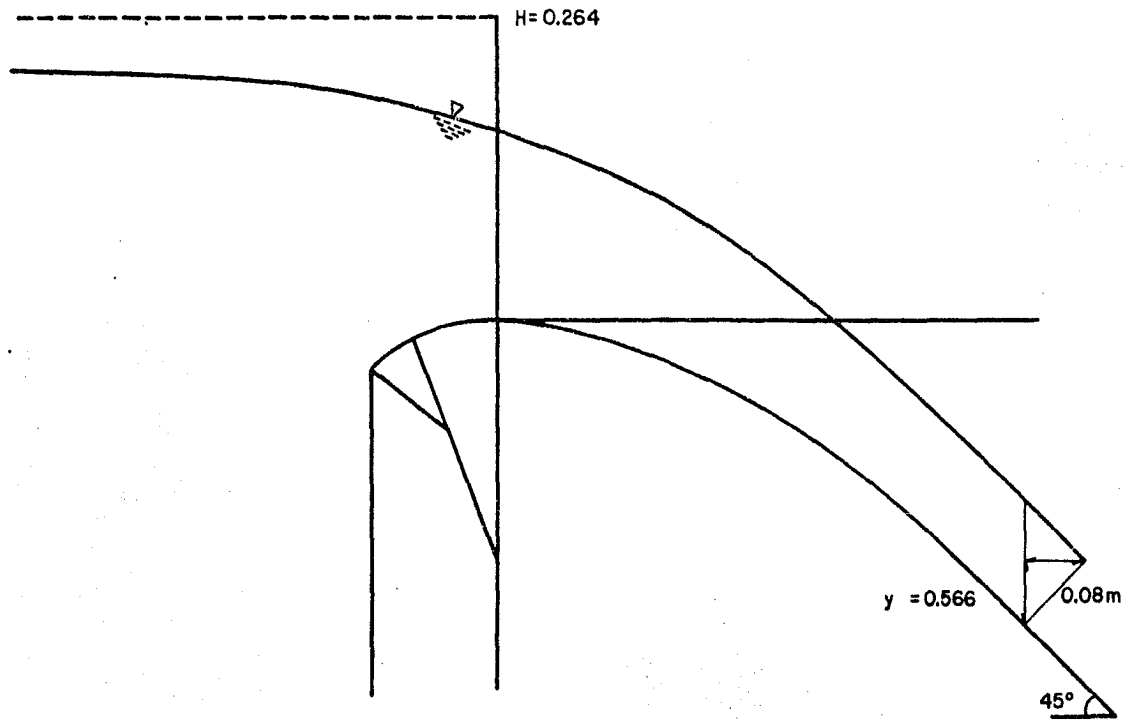


Fig 4.2

y	$y \cos\theta$	Δ	P	R_h	V	$V^2/2g$	E	ΔE	S_δ	$S_{\bar{\delta}}$	$S_\sigma - S_\delta$	Δx	$\Sigma \Delta x$
0.0800	0.0566	0.016	0.3600	0.0444	3.6875	0.6931	0.7497	-	0.1460	0.0730	0.9270	0	0
0.0700	0.0495	0.0140	0.3400	0.0412	4.2143	0.9052	0.9547	0.2050	0.2111	0.1785	0.8215	0.2495	0.2495
0.0600	0.0424	0.0120	0.3200	0.0375	4.9167	1.2321	1.2745	0.3198	0.3255	0.2683	0.7317	0.4371	0.6866
0.0500	0.0354	0.0100	0.3000	0.0333	5.9000	1.7742	1.8096	0.5351	0.5489	0.4372	0.5628	0.9508	0.6374
0.0490	0.0346	0.0098	0.2980	0.0329	6.0204	1.8474	1.8820	0.0724	0.5784	0.5637	0.4364	0.1659	1.8033
0.0480	0.0339	0.0096	0.2960	0.0324	6.1458	1.9251	1.9590	0.0770	0.6177	0.5981	0.4019	0.1916	1.9949
0.0475	0.0336	0.0095	0.2950	0.0322	6.2105	1.9659	1.9926	0.0336	0.6360	0.6269	0.3731	0.1000	2.0950

TABLA 4.4

$$3. \quad v^3 - [2gT + V^2 (H + 2K)] v + 2gq = 0 \quad (1.28)$$

$$K = \ln R - \ln (R-T) \quad (1.14)$$

Resolviendo $v = 6.3085 \text{ m/s}$

$$4. \quad w^3 \left[V \left(1 + \frac{X}{T} \right) + \frac{gT}{2V} \right] w^2 + gq = 0 \quad (1.34)$$

$$Y = R (\ln R - 1) - (R-T) (\ln (R-T) - 1) - T \ln (R-T) \quad (1.31)$$

Resolviendo

$$w = 6.1969 \text{ m/s}$$

$$5. \quad \frac{P'}{\gamma} = y + \frac{w^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \quad (1.37)$$

$$\text{Resolviendo } \frac{P'}{\gamma} = -0.0235 \text{ m}$$

6. Se considera que no habrá cavitación.

4.3 Medición de velocidades con el velocímetro Laser-Doppler

Para ejemplificar el procedimiento de medición de las velocidades se escogió la sección 15 en el modelo con la finalidad de mostrar los resultados que se obtienen usando el

velocímetro y el analizador mencionado en el cap. 3.

Las mediciones se hicieron sobre cada sección a diferentes alturas sobre la plantilla con el objeto de obtener el perfil de velocidades en la vertical.

Las lecturas de velocidad se leyeron directamente del procesador del velocímetro laser. Los resultados de estas lecturas se presentan en la Tabla 4.6 para la sección 15 y están dibujadas en la fig 4.3.

Para obtener los espectros de velocidad, el analizador se conectó a la salida del procesador del velocímetro. Los espectros respectivos para diferentes alturas sobre la plantilla se encuentran dibujados en la fig 4.4 para la sección 15. Con el velocímetro laser y el analizador de espectros calibrados se tiene para este último que un milivolt corresponde a 0.032 m/s. Con este dato se hacen las transformaciones de milivolts a m/s y con ello se calcula el área del espectro de un lado y aplicando la ec. 1.41, obtener la desviación estándar de la velocidad. Estos resultados se encuentran en la Tabla 4.8.

4.4 Interpretación de la distribución de velocidades medidas en una sección del canal

La presencia de la superficie libre y el cambio de dirección a

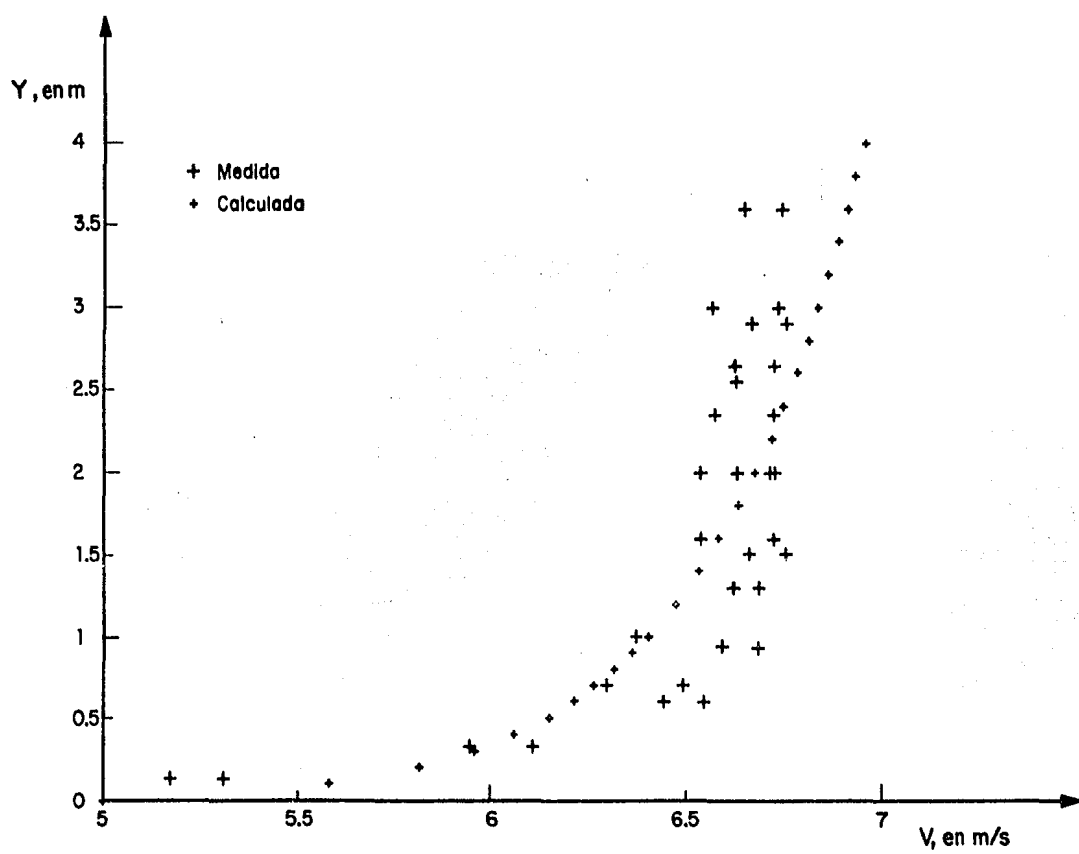
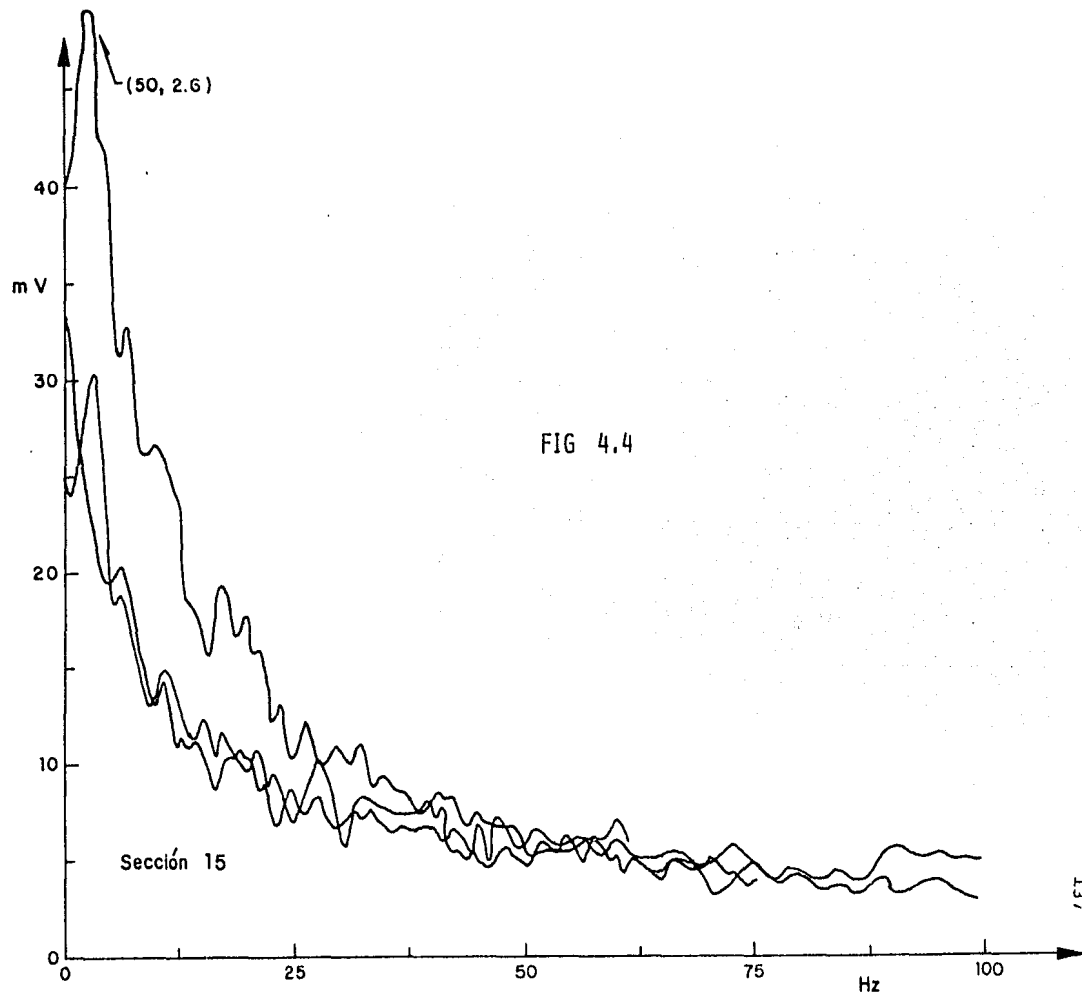


Fig 4.3 Curvas de distancia calculadas y medidas



2. Cálculo de la velocidad, tirante y presiones en la sección terminal del codo

$$\Delta l = 0.05 \text{ m}$$

$$S = 31$$

	j	ϕ_j	ϕ_{j+1}	Z_j	Z_{j+1}	V_j	T_j	P_{δ}^h/γ	P_{δ}^c/γ	P_{δ}^y/γ
	0	-	45	-	0.581	6.2106	0.0475			
	1	45	43.54	0.581	0.5504	6.2511	0.0472	0.0342	0.0951	0.1293
	2	43.54	42.0968	0.5504	0.5160	6.2728	0.0470	0.0349	0.0954	0.1303
1	3	42.0968	40.6452	0.5160	0.4825	6.2927	0.0469	0.0356	0.0957	0.1313
	4	40.6452	39.1935	0.4825	0.4500	6.3109	0.0467	0.0362	0.0960	0.1322
2	5	39.1935	37.7419	0.4500	0.4184	6.3274	0.0466	0.0369	0.0963	0.1331
	6	37.7419	36.2903	0.4184	0.3879	6.3422	0.0465	0.0375	0.0965	0.1340
3	7	36.2903	34.8387	0.3879	0.3585	6.3552	0.0464	0.0381	0.0967	0.1348
	8	34.8387	33.3871	0.3585	0.3301	6.3664	0.0463	0.0387	0.0969	0.1355
4	9	33.3871	31.9355	0.3301	0.3027	6.3760	0.0463	0.0399	0.0970	0.1363
	10	31.9355	30.4839	0.3027	0.2765	6.3839	0.0462	0.0398	0.0971	0.1369
5	11	30.4839	29.0323	0.2765	0.2513	6.3900	0.0462	0.0404	0.0972	0.1376
	12	29.0323	27.5806	0.2513	0.2273	6.3944	0.0461	0.0409	0.0973	0.1382
6	13	27.5806	26.1290	0.2273	0.2044	6.3972	0.0461	0.0414	0.0973	0.1382
	14	26.1290	24.6774	0.2044	0.1827	6.3982	0.0461	0.0419	0.0973	0.1387
7	15	24.6774	23.2258	0.1827	0.1621	6.3976	0.0461	0.0424	0.0973	0.1392
	16	23.2258	21.7742	0.1621	0.1427	6.3952	0.0461	0.0428	0.0973	0.1401
8	17	21.7742	20.3226	0.1427	0.1245	6.3912	0.0462	0.0433	0.0978	0.1405
	18	20.3226	18.8710	0.1245	0.1075	6.3855	0.0462	0.0437	0.0971	0.1409
9	19	18.8710	17.4194	0.1075	0.0917	6.3781	0.0463	0.0441	0.0970	0.1412
	20	17.4194	15.9677	0.0917	0.0772	6.3691	0.0463	0.0495	0.0969	0.1414
10	21	15.9677	14.5161	0.0772	0.0638	6.3583	0.0464	0.0449	0.0967	0.1416
	22	14.5161	13.0645	0.0638	0.0518	6.3459	0.0465	0.0453	0.0965	0.1418
11	23	13.0645	11.6129	0.0518	0.0409	6.3319	0.0466	0.0456	0.0963	0.1420
	24	11.6129	10.1613	0.0409	0.0314	6.3161	0.0467	0.0460	0.0961	0.1421
12	25	10.1613	8.7097	0.0314	0.0231	6.2987	0.0468	0.0463	0.0958	0.1421
13	26	8.7097	7.2581	0.0231	0.0160	6.2796	0.0470	0.0455	0.0955	0.1421
14	27	7.2581	5.8065	0.0160	0.0103	6.2589	0.0471	0.0469	0.0952	0.1421
15	28	5.8065	4.3548	0.0103	0.0058	6.2365	0.0473	0.0472	0.0949	0.1421
16	29	4.3548	2.9032	0.0058	0.0026	6.2124	0.0475	0.0474	0.0945	0.1420
17	30	2.9032	1.4516	0.0026	0.0006	6.1866	0.0477	0.0477	0.0941	0.1418
18	31	1.4516	0	0.0006	0	6.1592	0.0479	0.0479	0.0937	0.1416

TABLA 4.5

Altura sobre la plantilla (cm)	$V_{mín}$	$V_{máx}$	SECCION 15	
0.35	5.95	6.10		
0.50	5.17	5.31		
-0.60	6.44	6.54		
0.70	6.29	6.49		
-0.95	6.59	6.68		
1.00	6.37	6.61		
1.30	6.61	6.68		
-1.50	6.66	6.75		
1.60	6.53	6.72		
-2.00	6.62	6.72		
2.06	6.53	6.61		
2.35	6.57	6.72		
-2.55	6.62	6.75		
2.65	6.52	6.72		
-2.90	6.66	6.75		
3.00	6.56	6.73		
3.60	6.64	6.74		
$Q = 0.059 \text{ m}^3/\text{s}$			$Tirante y = 4.3 \text{ cm}$	$V_{med} = 6.86 \text{ m/s}$

TABLA 4.6

VELOCIDADES MEDIDAS CON EL VELOCIMETRO LASER

	h	s^2	s
SECCION	ALTURA SOBRE LA PLANTILLA	AREA BAJO EL ESPECTRO $\times 2$	DESVIACION ESTANDAR m/s
15	0.6	0.4938	0.7027
	2.0	0.1288	0.3588
	3.6	0.1211	0.3480

TABLA 4.7

DESVIACIONES ESTANDAR DE LA VELOCIDAD

lo largo del canal, la rugosidad de la superficie y el gasto afectan la distribución de velocidades a lo largo del canal. En forma general (Chow) puede decirse que la velocidad media se localiza a una profundidad aproximada de 0.6 del tirante y la velocidad máxima a 0.25 del tirante, medida la profundidad de la superficie libre hacia la plantilla del canal.

De acuerdo con los resultados mostrados en las figs 4.3 y 4.4 la distribución de velocidades se puede representar con una ecuación del siguiente tipo

$$v = K y^n \quad (4.1)$$

donde K y n son constantes, cuyo valor se obtiene al hacer el ajuste de los datos. Los valores de K y n calculados para los puntos mostrados en la fig 4.3 valen aproximadamente $n = 0.06$ y $K = 6.4$. Por otra parte según Chow el coeficiente de Coriolis α , que aparecen en la ecuación de la energía y que afecta a la carga de velocidad, puede tomar valores mayores a 1, ya que generalmente el valor que se le asigna en los problemas prácticos es de 1, puede expresarse como

$$\alpha = 1 + 3 E^2 - 2 E^3 \quad (4.2)$$

$$E = \frac{V_{m\acute{a}x}}{\bar{V}} - 1 \quad (4.3)$$

	$V = Ky^n$	$K=6.4$	$n=0.06$
y	V	y	V
0.1	5.5742	1.8	6.6297
0.2	5.8109	2.0	6.6718
0.3	5.954	2.2	6.7100
0.4	6.0576	2.4	6.7452
0.5	6.1393	2.6	6.7776
0.6	6.2068	2.8	6.8078
0.7	6.2645	3.0	6.8361
0.8	6.3149	3.2	6.8626
0.9	6.3597	3.4	6.8876
1.0	6.400	3.6	6.9113
1.2	6.4704	3.8	6.9337
1.4	6.5305	4.0	6.9551
1.6	6.5831		

TABLA 4.9

PUNTOS PARA LA CURVA TEORICA DE DISTRIBUCION DE VELOCIDADES

y	$V_{m\ell n}$	$V_{m\alpha x}$	y	$V_{m\ell n}$	$V_{m\alpha x}$
0.60	6.44	6.54	0.70	6.29	6.49
0.95	6.59	6.68	1.00	6.37	6.61
1.50	6.66	6.75	1.30	6.61	6.68
2.00	6.62	6.72	1.60	6.53	6.72
2.55	6.62	6.75	2.00	6.53	6.71
2.90	6.66	6.75	2.35	6.57	6.72
3.60	6.64	6.74	2.65	6.62	6.72
			3.00	6.56	6.73
			0.35	5.95	6.10
			0.15	5.17	5.31

$$v = Ky^n$$

$$\log v = \log K + n \log y$$

$$Y = a + bx$$

$$\Sigma y = a_n + b \Sigma x$$

$$\Sigma xy = a \Sigma x + b \Sigma x^2$$

$$a = \frac{(\Sigma x) (\Sigma x^2) - (\Sigma x)^2 (\Sigma y)}{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}$$

$$b = \frac{n(\Sigma xy) - (\Sigma x) (\Sigma y)}{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}$$

y	$V_{m\ell n}$	n	α	$K = 6.31$
1.8422	6.3102	0.0634	0.8625	$n = 0.06$

y	$V_{m\alpha x}$	n	α	$K = 6.45$
1.8639	6.45	0.0605	0.8614	$n = 0.06$

Coefficiente promedio: $K = 6.379$
 $n = 0.0619$

TABLA 4.9

OBTENCION DE LAS CONSTANTES n Y K POR MEDIO DE UNA REGRESION LINEAL

Sánchez Bribiesca (1986) de acuerdo con sus estudios ha encontrado que $E = n$ y cuyo valor cambia de sección a sección a lo largo de la curva vertical, por tanto de acuerdo con lo mencionado α debe tomarse igual a 1.01. Como se observa en la Tabla 4.8 la velocidad media en la sección 15 es 6.70 m/s y su correspondiente carga de velocidad es igual a 2.288 m y si se toma en cuenta el valor de α calculado vale 2.311 m.

SECCION	y	$0.6 y$	$0.25 y$	\bar{V}	$V_{m\acute{a}x}$	E	α	$\bar{V}^2/2g$	$\alpha\bar{V}^2/2g$
15	0.0430	0.0172	0.0323	6.70	6.75	0.06	1.01	2.288	2.311

TABLA 4.8

Lo anterior no parece importante, sin embargo, al trabajar con velocidades del orden, por ejemplo de 38 m/s se tiene que la carga de velocidad sin corregir es 73.6 m y corregida es igual a 74.3 m, lo cual ya da una diferencia que puede llegar a ser importante en el cálculo, principalmente en la zona donde se ubica la curva vertical.

4.5 Cargas de presión

Para comparar las cargas de presión calculadas con la ec. 1.19, en la instalación experimental se colocaron 18 piezómetros a lo largo de la curva. En la Tabla 4.10 y en la fig 4.5 se pre

sentan tanto los resultados experimentales como los calculados. Como se observa en las secciones 12 y 18 es donde se tiene mayor semejanza entre los valores, ya que en el resto de los puntos generalmente la carga de presión medida es mayor que la hidrostática, ello indica que la fuerza centrífuga producida por la curvatura es importante en el diseño hidráulico del codo.

LECTURAS EN LOS PIEZOMETROS

SECCION	TIRANTE MEDIO (m)	MAX (m)	MIN (m)	MEDIA (m)	CARGA DE PRESION CALCULADA (m)
1	0.0450	0.2170	0.1800	0.2025	0.1313
2	0.0450	0.2030	0.1820	0.1925	0.1331
3	0.0470	0.1580	0.1440	0.1510	0.1348
4	0.0470	0.1520	0.1470	0.1495	0.1363
5	0.0480	0.1940	0.1830	0.1885	0.1376
6	0.0475	0.1870	0.1770	0.1820	0.1382
7	0.0470	0.2380	0.2230	0.2305	0.1392
8	0.0048	0.1900	0.1870	0.1885	0.1405
9	0.0480	0.1820	0.1780	0.1800	0.1412
10	0.0440	0.2640	0.2450	0.2545	0.1416
11	0.0430	0.1670	0.1640	0.1655	0.142
12	0.0430	0.1460	0.1420	0.1440	0.1421
13	0.0450	0.2540	0.2340	0.2440	0.1421
14	0.0430	0.1730	0.1680	0.1705	0.1421
15	0.0430	0.2070	0.2040	0.2055	0.1421
16	0.0400	0.1890	0.1840	0.1865	0.1420
17	0.0400	0.1050	0.0960	0.1005	0.1418
18	0.0400	0.1480	0.1410	0.1445	0.1416
19	0.0390	0.1130	0.1100	0.1115	
20	0.0390	0.0870	0.083	0.0850	
21	0.0380	0.0870	0.0770	0.0850	
22	0.0380	0.0800	0.0730	0.0765	
23	0.0375	0.0880	0.0840	0.0860	
24	0.0375	0.1750	0.1620	0.1685	
25	0.0370	0.1670	0.1320	0.1495	
26	0.0365	0.1930	0.1780	0.1805	
27	0.0365	0.0570	0.0540	0.0555	

TABLA 4.10

PRESIONES DE FONDO MEDIDAS Y CALCULADAS

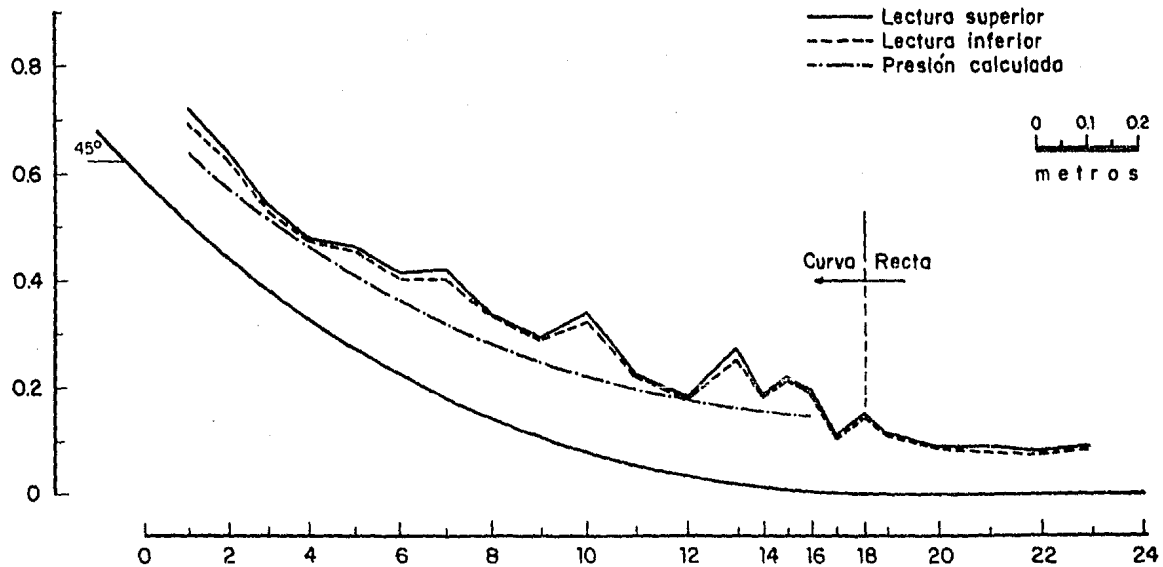


Fig 4.5 Lecturas registradas en los piezómetros

5. CONCLUSIONES

De las observaciones realizadas en el modelo hidráulico destaca lo siguiente:

- El tirante se mantiene casi constante a lo largo de la curva, sin embargo existen pequeñas fluctuaciones en el mismo que son despreciables

- Las presiones registradas en cada uno de los piezómetros oscilan hasta 2 cm. alrededor de la altura media (ver Tabla 4.10). En la fig 4.5 se puede ver que las alturas registradas en los piezómetros fluctúan a lo largo del codo siguiendo una curva de tipo senoidal. Este efecto no cesa al final del codo sino que en buena parte del tramo horizontal la presión no es exactamente igual a la hidrostática, es decir, la fuerza centrífuga deja sentir

su efecto aunque ya no exista la curva vertical

- La ec. 1.23 da resultados razonablemente aproximados en la sección terminal del codo pero no describe las fluctuaciones de la presión a lo largo del mismo pues, según dicha ecuación, la presión va siempre en aumento (ver Tabla 4.5) y, de las pruebas realizadas en el laboratorio, se observa que no se tiene este comportamiento (ver Tabla 4.10). Sin embargo, en lo que sí existe concordancia es en el hecho de que la zona crítica es la terminación del codo ya que hay un descenso brusco en el valor de la presión lo cual, para condiciones reales, debe ser tomado en cuenta en el diseño

- La ley de velocidades propuesta en la ec. 4.1 puede mejorarse al ajustar los parámetros K y n si se cuenta con un mayor número de puntos y mediciones en otras secciones. También debe considerarse el efecto de las paredes en la distribución de velocidades

- La velocidad calculada con la expresión 1.23 es menor que la obtenida experimentalmente aunque con esta ecuación sí se obtienen fluctuaciones en la velocidad alrededor de los valores medidos

- La velocidad de salida calculada (ver Tabla 4.5) es ma-

yor que la que se tiene a la entrada, sin embargo la velocidad máxima se presenta en el piezómetro 14 y no a la salida del codo donde cesa la acción de la fuerza centrífuga

- Para efectuar las mediciones es necesario que el agua salga tranquila (V entrada ≈ 0) del tanque de carga y dirigirla a la entrada del cimacio, de lo contrario se forman corrientes de flujo que se reflejan a todo lo largo del canal, lo que puede afectar el comportamiento de las fluctuaciones de presión. También es importante tomar en cuenta el hecho de si sobre el cimacio se pone una pila o no
- Las lecturas registradas con la celda no se ven afectadas por la vibración en el modelo, pero si influye la distancia a la que esté conectada con respecto a la plantilla del canal
- Las mediciones de velocidad, se ven afectadas cuando la superficie no es perfectamente transparente ya que esto impide el paso libre del rayo
- Actualmente se trabaja en la construcción de otros dos modelos con diferente ángulo de inclinación en la rápida y diferente radio de curvatura para comprobar si los

resultados obtenidos con el modelo actual son semejantes o cambian y con ello poder hacer las modificaciones pertinentes a la teoría propuesta en el cap. 1.

REFERENCIAS

1. Bureau of Reclamations. United States Department of the Interior". Diseño de Presas Pequeñas CECSA, México, 1978.
2. Chow Vent. Open Channel Hydraulics. Ed. Mc Graw Hill. 20ava. Edición. Nueva York, 1983.
3. Domínguez Mora Ernesto, "Un nuevo criterio de Diseño para el revestimiento de tanques amortiguadores". Tesis, Universidad Iberoamericana. México, 1980.
4. Echávez G., "Cavitación en Vertedores", Instituto de Ingeniería, UNAM, Pub. 415, México, 1979.
5. Hsu Hwei P., "Análisis de Fourier". Fondo Editorial Interamericano, México, 1970.
6. Hsu Wei P., "Applied Fourier Analysis". HBJ Pub. College Outline Series. San Diego Ca. USA, 1984.
7. Lathi B.P., "Introducción a la Teoría y Sistemas de Comunicación", Ed. Limusa, 1a. Edición, 1980.
8. Nava M. Arturo, "Obtención de Espectros en Fenómenos Hi

- dráulicos", Tesis, UNAM. México, 1984.
9. Rodal C, Alarcón Z. Guevara G, Guevara R., "Velocimetría Laser", Tesis, UNAM, México, 1983.
 10. Ruíz Boullosa R., "Laser. Breve Introducción y algunas demostraciones sencillas", 2a. Ed. UNAM, 1985.
 11. Resnick-Hallyday Física-Fundamentos y Fronteras
 12. Sánchez B., Fuentes M., "Experimental Analysis of Macro-turbulence Effects on de Lining of Stilling Basins. Q.50 R.6., XII Congreso de Grandes Presas. Nueva Dehli.
 13. Sánchez B., Franco V., "Funcionamiento Hidráulico de Codos Verticales en Obras de Excedencia", Informe Preliminar. Abril-septiembre 1985. Instituto de Ingeniería, UNAM.
 14. Sotelo A., "Hidráulica General, Vol. I", Ed. Limusa, México, 1977.
 15. Sotelo A., "Hidráulica II. Apuntes", Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1979.

16. Spiegel., "Manual de Fórmulas y Tablas Matemáticas", Schaum's Mc Graw Hill. México, 1978.
17. Samano A., "Equipo auxiliar de acondicionadores usado en el proyecto de diseño preliminar del acueducto Chapala, Guadalajara".
18. Spectra Physis Model 124 B Helium-Neon Laser. Instruction Manual. Laser Products Division, N.J. U.S.A.
19. Processor-System 9100-3 General Purposes Helium-Neon LDV. System Instruction Manual.
20. Spectrum Analyzer 3582 A. Hewlett Packard. Operation Manual.

A P E N D I C E

PROGRAMA QUE CALCULA TODAS LAS VARIABLES QUE INTERVIENEN EN
 LA ECUACION 1.22 Y LA PRESION DE FONDO DADA POR LAS ECUACIO-
 NES 1.29 Y 1.32 (H.P 41CV)

01	LBLTPRES		23	PROMPT	
02	CF 02		24	STO 11	
03	SF 01		25	RCL 01	
04	CLRG		26	RCL 04	
05	SF 06		27	*	
06	$T_Q = ?$	<i>gasto unitario</i>	28	P1	
07	PROMPI		29	*	
08	STO 00		30	180	
09	$T_R = ?$	<i>radio del codo</i>	31	/	
10	PROMPT		32	$x \leftrightarrow y$	
11	STO 01		33	/	
12	$T_b = ?$	<i>ancho de plantilla</i>	34	INT	
13	PROMPT		35	STO 05	
14	STO 02		36	$T_S =$	<i>da el número de intervalos</i>
15	TN = ?	<i>rugosidad</i>	37	ARCL x	
16	PROMPT		38	AVIEW	
17	STO 03		39	PSE	
18	$T_{TETA}?$	<i>ángulo de entrada</i>	40	LASTX	
19	PROMPT		41	-	
20	STO 04		42	CHS	
21	STO 20		43	RCL 11	
22	$T_{DL} = ?$	<i>incremento de arco</i>			

44	*		68	/
45	STO 22		69	-
46	$T_{DL1} =$	<i>valor del primer segmento de arco</i>	70	SIN
47	ARCL x		71	/
48	AVIEW		72	RCL 04
49	PSE		73	2
50	RCL 05		74	/
51	ENTER↑		75	SIN
52	1000		76	*
53	/		77	STO 08
54	1.00001		78	$T_Z <0> =$
55	+		79	ARCL X
56	STO 17		80	AVIEW
57	$T_V <0> = ?$	<i>pregunta velocidad inicial</i>	81	TONE 1
58	PROMPT		82	PSE
59	STO 06		83	RCL 04
60	$LVL T_{ZJ1}$	<i>calcula la altura del codo y da el arco parcial inicial=TETA</i>	84	$T_{F1} <0> =$
61	RCL 04		85	ARCL X
62	SIN		86	AVIEW
63	RCL 01		87	TONE 2
64	*		88	PSE
65	90		89	RCL 05
66	RCL 04		90	1
67	2		91	+
			92	1000
			93	/

94	1.00001		120	RCL 04
95	+		121	-
96	STO 18	<i>contador</i>	122	.01745
97	LBL 01	<i>Ec. 1.22</i>	123	*
98	XEQ ^T F1		124	RCL 04
99	XWQ ^T ZJ		125	TAN
100	RCL 00		126	*
101	RCL 06		127	CHS
102	/		128	1
103	STO 13		129	+
104	RCL 01		130	RCL 04
105	RCL 13		131	COS
106	-		132	*
107	LN		133	RCL 06
108	CHS		134	/
109	RCL 01		135	RCL 00
110	LN		136	*
111	+		137	STO 15
112	2		138	RCL 14
113	*		139	RCL 06
114	1		140	X ⁺ 2
115	+		141	*
116	9.81		142	CHS
117	/		143	RCL 10
118	STO 14		144	+
119	RCL 07		145	RCL 08

146	-	172	*
147	STO 16	173	CHS
148	RCL 13	174	RCL 04
149	RCL 02	175	COS
150	*	176	RCL 00
151	RCL 13	177	*
152	2	178	RCL 06
153	*	179	X+2
154	RCL 02	180	/
155	+	181	+
156	/	182	RCL 15
157	1.3333	183	RCL 16
158	V+X	184	+
159	RCL 03	186	X <> Y
160	X+2	187	/
161	X <> Y	188	STO 06
162	/	189	SF 02
163	FS?01	190	$T_{VJ+1} =$
164	RCL 22		<i>da la</i>
165	CF 01	191	ARCL X
166	FS?02	192	AVIEW
167	RCL 11	193	PSE
168	*	194	RCL 00
169	RCL 14	195	X <> Y
170	+	196	/
171	RCL 06	197	$T_{TJ+1} =$
			<i>da el</i>
			<i>tirante</i>

198 ARCL X
 199 AVIEW
 200 PSE
 201 PSE
 202 STO 21
 203 RCL 07
 204 COS
 205 *
 206 $T_{PFH/\%}$
 207 ARCL X
 208 AVIEW
 209 PSE
 210 PSE
 211 RCL 01
 212 RCL 21
 213 -
 214 LN
 215 CHS
 216 RCL 01
 217 LN
 218 +
 219 9.81
 220 /
 221 RCL 06
 222 X \uparrow 2

calcula las presiones

223 *
 224 $T_{PFC/90}$
 225 ARCL X
 226 AVIEW
 227 PSE
 228 PSE
 229 +
 230 $T_{PF/\%}$
 231 ARCL X
 232 AVIEW
 233 PSE
 234 PSE
 235 RCL 07
 236 STO 04
 237 RCL 10
 238 STO 08
 239 ISG 17
 240 STO 01
 241 $LBL^T F1$
 242 RCL 20
 243 RCL 05
 244 /
 245 RCL 18
 246 INT
 247 *

calcula el ángulo

para cada intervalo

248	CHS		274	SIN	
249	RCL 20		275	*	
250	+		276	STO 10	
251	$T_{FIJ+1} =$		277	$T_{ZJ+1} =$	
252	ARCL X		278	ARCL X	
253	AVIEW		279	AVIEW	
254	PSE		280	PSE	
255	STO 07		281	RTN	
256	ISG 18		282	$LBL^T dL$	calcula la proyección (opcional)
257	RTN		283	$Fc?C .00$	
258	$LBL^T ZJ$	calcula la altura del punto en cada intervalo	284	STO 04	
259	RCL 07		285	RCL 04	
260	S/N		286	S/N	
261	RCL 01		287	RCL 01	
262	*		288	*	
263	90		289	90	
264	RCL 07		290	RCL 04	
265	2		291	2	
266	/		292	/	
267	-		293	-	
268	SIN		294	SIN	
269	/		295	/	
270	STO 09		296	RCL 04	
271	RCL 07		297	2	
272	2		298	/	
273	/		299	COS	

300 *
301 STO 12
302 LBL 04
303 RCL 09
304 RCL 07
305 2
306 /
307 COS
308 *
309 STO 19
310 RCL 12
311 -
312 CHS
313 STO 11
314 $T_{dL} =$
315 ARCL X
316 AVIEW
317 RCL 19
318 STO 12
319 PSE
320 RTN
321 END

PROGRAMA QUE CALCULA LAS ECUACIONES 1.28 Y 1.34 (v y w)

01	LBL ^T VW	25	1	49	*
02	T _Q = ?	26	+	50	-
03	PROMPT	27	T _V = ?	51	RCL 11
04	19.62	28	PROMPT	52	RCL 09
05	*	29	STO 12	53	*
06	STO 08	30	X+2	54	-
07	LBL ^T YV	31	*	55	STO 15
08	T _T = ?	32	RCL 09	56	RCL 09
09	PROMPT	33	19.62	57	/
10	STO 09	34	*	58	1
11	T _R = ?	35	+	59	+
12	PROMPT	36	STO 13	60	RCL 12
13	STO 10	37	RCL 10	61	*
14	LN	38	ENTER↑	62	RCL 04
15	RCL 10	39	LN	63	9.81
16	RCL 09	40	1	64	*
17	-	41	-	65	RCL 12
18	LN	42	*	66	2
19	STO 11	43	RCL 11	67	*
20	-	44	/	68	/
21	FS?02	45	-	69	+
22	RTN	46	RCL 10	70	STO 14
23	2	47	RCL 09	71	XEQ ^T ROOT
24	*	48	-	72	LBL ^T V

73 RCL 04
74 3
75 V+X
76 RCL 04
77 RCL 13
78 *
79 -
80 RCL 08
81 +
82 END.

01	LBL W	11	T GUESS2=?	36	*
02	RCL 04	12	PROMPT	37	-
03	3	13	STO 02	38	STO 04
04	VAX	14	RCL 01	39	XEQ IND 03
05	RCL 04	15	STO 04	40	STO 07
06	X+2	16	XEQ IND 03	41	X=0?
07	RCL 14	17	STO 05	42	GTO 04
08	*	18	RCL 02	43	ABS
09	-	19	STO 04	44	1 E-5
10	RCL 08	20	XEQ IND 03	45	X>Y?
11	2	21	STO 06	46	GTO 04
12	/	22	RCL 05	47	RCL 07
13	+	23	*	48	RCL 06
14	END	24	X>0?	49	*
		25	GTO 05	50	X>0?
01	LBL ROOT	26	LBL 00	51	GTO 01
02	T NOMBRE?	27	RCL 02	52	RCL 02
03	AON	28	RCL 02	53	STO 01
04	PROMPT	29	RCL 01	54	RCL 06
05	A OFF	30	-	55	STO 05
06	ASTO 03	31	RCL 06	56	LBL 02
07	LBL A	32	RCL 05	57	RCL 04
08	T GUESSI=?	33	-	58	STO 22
09	PROMPT	34	/	59	RCL 07
10	STO 01	35	RCL 06	60	STO 06

61 GTO 00
62 LBL 01
63 2
64 ST/05
65 GTO 02
66 LBL 04
67 CLA
68 ARCL 03
69 T
70 ARCL 04
71 PROMPT
72 FS?01
73 RTN
74 CF 01
75 XEQ^T ROOT
76 LBL 05
77 T_{F1}*F2>0
78 AVIEW
79 PSE
80 GTO A
81 END