

24.7

Universidad Nacional Autónoma de México  
FACULTAD DE INGENIERIA



**CENTRO DE TORSION DE EDIFICIOS  
OBTENIDO MATRICIALMENTE**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL TITULO DE:

**INGENIERO CIVIL**

**P R E S E N T A :**

**SERGIO MANUEL ALCOCER MARTINEZ DE CASTRO**

MEXICO, D. F., 1986.



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

|               | Pág.  |    |
|---------------|---|----|
| CAPITULO I.   | INTRODUCCION  | 1  |
| CAPITULO II.  | OBTENCION DE LAS FORMULAS DEL<br>CENTRO DE TORSION DE UN EDIFICIO<br>A PARTIR DE SU MATRIZ DE RIGIDEZ   | 21 |
| 2.1           | <i>Introducción</i>   | 22 |
| 2.2           | <i>Hipótesis y desarrollo del método</i>  | 24 |
| 2.3           | <i>Comentarios sobre el método de Damy;<br/>comparación con el método tradicional<br/>basado en rigideces de entrepiso</i>                      | 40 |
| CAPITULO III. | ANALISIS DE VARIOS EDIFICIOS OBTE-<br>NIENDO LOS CENTROS DE TORSION EN<br>LA FORMA TRADICIONAL Y COMPARAN-<br>DOLOS CON EL METODO AQUI EXPUESTO | 46 |
| 1.            | EJEMPLO 1   | 48 |
| 1.1           | <i>Análisis tridimensional</i>  | 51 |
| 1.2           | <i>Método simplificado tradicional</i>  | 69 |
| 1.3           | <i>Comparación de resultados y comentarios</i>  | 79 |
| 2.            | EJEMPLO 2   | 83 |

Pág.

CAPITULO IV. CONCLUSIONES

95

AGRADECIMIENTO

102

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA

104

## CAPITULO I

## CAPITULO I

### INTRODUCCION

El periodo clásico de la Babilonia antigua significa la época de gobierno del rey Hammurabi (año 1700 A.C.). Aunque presenta un estado de derecho absolutamente desarrollado, los castigos de la ley de Hammurabi siguen la norma de "ojo por ojo, diente por diente". Así, un arquitecto al que se le desploma una casa por él construida, es condenado a muerte si el inquilino ha perdido la vida. Si es el hijo del inquilino el que ha sido alcanzado mortalmente, será ejecutado el hijo del arquitecto. De esta manera, el nombre de Hammurabi estará ligado para siempre a uno de los primeros códigos de construcciones del mundo.

Según el padre de la Historia, Herodoto, cuando Jerjes planeaba la segunda expedición persa contra los griegos en el año 480 A. C., un puente, construido por sus ingenieros egipcios y fenicios para cruzar el estrecho de los Dardanelos -en la actual Turquía-, es destruido por una tormenta. En consecuencia, los ingenieros fueron decapitados y las aguas del estrecho recibieron 300 latigazos.

A la luz de los hechos anteriores, en contraste con el presente, es válido decir que, en el decurso del tiempo, la sociedad se ha hecho menos bárbara y la edificación más científica.

La contribución griega a la teoría estructural hecha por Aristóteles y por Arquímedes al plantear el principio del equilibrio

estático, así como los trabajos de Newton, Hooke, los Bernoulli, Coulomb y Navier -entre otros- que fundamentan la mecánica de sólidos, han permitido el cambio en la filosofía del diseño, de observaciones de carácter empírico a análisis de esfuerzos y deformaciones llevados a cabo en forma científica.

Así como las fallas de puentes debidas al viento en el siglo XIX condujeron a estudios y normas sobre contravientos, fue el temblor de San Francisco en el año 1906, el que obligó a la profesión a estudiar y desarrollar criterios de diseño sísmico, resultando como primer código de este tipo el de Santa Bárbara en 1925. De esta forma, el hombre, partiendo de la observación de fenómenos ha tratado de encontrar sus causas y, a partir de ellas, normas de diseño, mediante la aplicación del método científico.

Al ser excitadas dinámicamente, las estructuras vibran, pudiendo diferenciar estas oscilaciones según su movimiento en el espacio, a saber: oscilaciones en traslación, oscilaciones en torsión y oscilación de bamboleo (o cabeceo). En el presente trabajo haremos referencia a los dos primeros tipos, considerando al bamboleo como inexistente, es decir, la cimentación no afecta la respuesta del sistema.

Daños en muchos edificios debidos a oscilaciones en torsión han sido observados después de estar sometidos a sismos.

El estudio del fenómeno de torsión comienza hace treinta años, aproximadamente; Housner y Outinen, en 1958 (referencia 1),

establecen las bases para futuros análisis del problema. Hacen una comparación entre los esfuerzos máximos inducidos por sismos en estructuras simétricas y asimétricas en la distribución de rigidez. En el trabajo se presenta el análisis dinámico de modelos estructurales, que considera a la torsión como un grado de libertad adicional acoplado al de traslación en una dirección, y es comparado con el método estático equivalente de análisis. Es interesante hacer notar que la superposición de efectos derivados del análisis dinámico se lleva a cabo mediante la suma de los valores absolutos de las respuestas por flexión y por torsión. Del estudio de Housner y Outinen se pueden extraer conclusiones importantes, señaladas a continuación:

1. El método estático equivalente de análisis subestima la magnitud de los esfuerzos máximos obtenidos dinámicamente, lo que induce a pensar en diferencias en las excentricidades estática y dinámica.
2. Durante un sismo, los edificios que no son simétricos en masa y en rigidez presentan vibraciones en torsión además de las oscilaciones de traslación (o por flexión). A este fenómeno se le conoce como acoplamiento por torsión. Además, se puede afirmar que mientras mayor es la excentricidad entre el centro de masa y el centro de rigidez, mayor es la diferencia entre el análisis estático y el análisis dinámico; lo anterior se debe a que los efectos por torsión no están incluidos en el método estático que asume distribuciones uniformes de masa y rigidez.



3. Indican que es la capacidad del sistema para absorber energía, la que determina la resistencia última de la estructura; en consecuencia, sugieren diseñar a los elementos horizontales en forma "débil" de tal manera que sean ellos los elementos que absorban la energía del sismo al excursionar en el intervalo post-elástico.

El criterio de superposición para obtener la respuesta máxima de un sistema lineal analizado dinámicamente, consistente en la suma de los valores absolutos de las respuestas en cada modo, dio paso a la regla de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (RCSC). Jennings y Newmark (referencia 2) compararon varios resultados de análisis en los que se emplearon los dos criterios señalados con la respuesta exacta obtenida por un procedimiento de integración numérica. La conclusión derivada es que la regla de la suma de los valores absolutos se ajusta mejor en edificios de poca altura, en los cuales se puede considerar que todos los modos están en fase. No así en edificios altos donde el criterio RCSC se aproxima más a la solución exacta. Sin embargo, en ese mismo año, Bustamente y Rosenblueth (referencia 3) encontraron una limitación interesante a la regla RCSC al estudiar el problema de torsión. Del análisis de modelos de edificios de 4 y 8 niveles con diferentes características en las distribuciones de masa y rigidez -y por ende con excentricidades estáticas no nulas-, concluyeron que cuando la masa se encuentra distribuida uniformemente en planta, es decir, con momento polar de inercia  $J = (a^2 + b^2)m/12 = \frac{a^2 m}{6}$ , la

excentricidad dinámica parece permanecer finita aun cuando la excentricidad estática tienda a cero.

El problema se debe a que las ecuaciones diferenciales del movimiento tienden a ser idénticas, teniendo frecuencias iguales (a este caso se la ha llamado acoplamiento modal).

En la proximidad de esta relación, a cada par de periodos naturales casi idénticos corresponden dos modos cuyos desplazamientos en traslación son aditivos pero cuyas rotaciones poseen signos contrarios. En los primeros ciclos de oscilación simultánea en cada par de modos, las oscilaciones en torsión se cancelan mutuamente. Pero en estructuras elásticas con amortiguamiento bajo, después de un número suficiente de ciclos, los pares de modos estarán desfasados y se sumarán las torsiones correspondientes. Asimismo, sugieren que para eliminar los efectos de frecuencias acopladas, además de cambiar los valores de  $J$ , se pueden rigidizar los marcos periféricos. Se indica, también, que una estimación aproximada de efectos dinámicos de torsión en edificios de varios pisos, se puede obtener de la respuesta de estructuras de un solo piso que posean características similares.

Posteriormente, Bustamente en 1961 (referencia 4), estudia los efectos del momento polar de inercia y de la excentricidad estática en la excentricidad dinámica y en la fuerza cortante dinámica, mediante estructuras con tres grados de libertad: dos traslaciones y la rotación del sistema de piso. Los edificios

analizados, de uno y cuatro pisos, tienen la misma masa y mismo momento polar de inercia. Del trabajo se concluye que, aunque sólo haya excentricidad estática en un piso, se induce una excentricidad dinámica en los pisos en donde aquélla es nula y además que, la diferencia de los valores de la excentricidad dinámica y de la excentricidad estática puede ser particularmente grande para distribuciones iguales en planta de rigideces y masas. Lo anterior es causado, como se explicó anteriormente, por frecuencias cercanas en modos con componentes rotacionales, es decir, entre modos de traslación y torsión. La diferencia entre ambas excentricidades puede ser nula si la distribución de masas es tal que  $J$  es pequeño comparado con la rigidez de la estructura.

Los estudios hasta aquí presentados han analizado algunas causas del problema de torsión, como son: incertidumbre en el cálculo de rigideces relativas, diferencias entre los comportamientos estático y dinámico, la indeterminación de las cargas y acoplamiento de modos de vibrar. Sin embargo, existen otros factores igualmente importantes, tales como: el movimiento de la tierra en un sismo es dinámico y tridimensional de aquí que la torsión se puede desarrollar por asimetría en los movimientos del terreno (componente rotacional del movimiento),\* incursión en el intervalo inelástico que puede introducir pares de torsión, y pronunciado amortiguamiento.

Las causas anteriormente mencionadas, con excepción de la

amplificación dinámica, son fuentes de la llamada excentricidad accidental. Como resultado del sismo del 28 de julio de 1957 en la ciudad de México, se adoptó la consideración de la excentricidad accidental adicional a la calculada en forma estática. Así, las Normas de Emergencia de 1957 (referencia 5) proponen como excentricidad accidental;  $\pm 0.05L$  para edificios comunes y  $\pm 0.07L$  para bodegas, donde  $L$  es la mayor dimensión de la planta considerada del edificio medida perpendicularmente a la dirección del sismo. En 1962, se publicó el Folleto complementario al Reglamento del Distrito Federal sobre diseño sísmico de edificios que consideraba, por primera vez, el factor de amplificación dinámica -con valor 1.5- y el incremento por excentricidad accidental  $\pm 0.05L$ . En éste se señala que para la distribución de una masa uniforme y simetría nominal, la excentricidad dinámica es tan alta ( $30\%L$ ), que el problema es más que nada de estructuración, reiterando la recomendación hecha por Bustamente y Rosenblueth.

Con el propósito de obtener la respuesta de estructuras en que dos o más modos naturales, con frecuencias próximas entre sí, influyen significativamente en ella, Rosenblueth (referencia 6) presentó una expresión basada en la idealización de los temblores como procesos estocásticos estacionarios:

$$Q = \sqrt{\sum_{i=1}^n Q_i^2 + \sum_{i \neq j} \frac{Q_i Q_j}{1 + c_{ij}^2}}$$

A este método le denominaremos RCSCM. Aplicando este criterio a estructuras de un piso con amortiguamiento viscoso y con excentricidad según una dirección de rigidez principal, Elorduy y Rosenblueth (referencia 7), presentan diagramas de cortantes y factores de amplificación de la excentricidad. De ellos se observa que la cortante dinámica es siempre menor que la suministrada por el análisis estático y que aunque el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal -RDF-66- es conservador en casi todos los casos, existen valores para los que resultan amplificaciones mayores que las consideradas en las normas.

Newmark (referencia 8) desarrolla un procedimiento aproximado para estimar los movimientos torsionantes del suelo, a partir de registros de traslación y de hipótesis sobre el tipo y la velocidad de propagación de las ondas que los ocasionan. Una vez calculados aquellos, se puede obtener el espectro de respuesta por torsión, mismo que se combina con el de traslación. En este trabajo se calculan las respuestas relativas en torsión y traslación de varias configuraciones típicas de edificios, tomando en cuenta las diferencias en frecuencias en estos modos de respuesta ( $\omega_p/\omega_x$ ).

Finalmente, se determinan valores de la excentricidad para representar la respuesta calculada, en términos del ancho del edificio y la velocidad de propagación de la onda. Se concluye que, en general, una excentricidad accidental de 5% de la

dimensión mayor en planta (b), parece razonable para edificios con marcos cuyo periodo fundamental exceda a 0.6s aproximadamente, así como para edificios con muros de cortante cuyo periodo fundamental sea mayor que 1.0s aproximadamente. Menciona que sería razonable una excentricidad accidental de aproximadamente 0.1b para periodos fundamentales más cortos, quizá aumentando a 0.15b para un periodo fundamental de 0.2s. Estas conclusiones se deducen del análisis de las estructuras de un piso, pero son aplicables sin modificación esencial a edificios de varios pisos.

Blume y Jhaveri (referencia 9) señalan que muchos edificios de gran tamaño o con configuraciones "raras" (en L o en U) son diferentes de los modelos empleados en investigación y de las bases de los reglamentos. Aunque es deseable evitar formas asimétricas cuando es posible, especialmente si se acoplan modos, no siempre se puede hacer. Indican que es indispensable emplear análisis dinámico en lugar de aplicar los métodos simplificados de los Reglamentos que pueden tratar el problema de manera poco realista. Lo anterior reconoce, una vez más, el carácter dinámico del problema de torsión el cual debe recibir un tratamiento especial apartado, en ocasiones, de los métodos equivalentes.

En el trabajo desarrollado por Penzien (referencia 10) se pone de manifiesto una vez más, la existencia de errores en el

cálculo de la respuesta máxima, cuando dos frecuencias son parecidas -particularmente si el amortiguamiento es pequeño-, si se usa la regla RCSC. Señala que lo anterior es característica de edificios de forma irregular, generalmente, en los cuales se encuentran los casos de apéndices y torsión. Se presenta un método aproximado, basado en la respuesta de un sistema de dos grados de libertad (traslación y rotación de la losa), para determinar la respuesta sísmica máxima cuando los edificios están sujetos a aceleraciones en su base correspondientes al componente N-S del temblor de El Centro de 1940. De esta forma, se calcula un espectro de respuesta de dos grados de libertad del cual se obtiene un coeficiente sísmico en torsión y traslación, aun cuando los periodos fundamentales de vibración de ambos grados de libertad sean iguales. El estudio recomienda que para reducir las fuerzas sísmicas en torsión se debe diseñar el edificio de tal modo que su periodo fundamental en torsión difiera considerablemente (más bajo de preferencia) del periodo fundamental en traslación.

El desarrollo de las computadoras digitales ha permitido realizar análisis más detallados del comportamiento dinámico de edificios altos sometidos a excitaciones sísmicas; en particular, es posible considerar los efectos de la torsión al suponer traslaciones y rotaciones de los niveles.

Koh et al (referencia 11) presentaron en 1969 un estudio numérico sobre los incrementos en la fuerza cortante y los despla-

zamientos de entrepiso causados por torsiones en edificios, principalmente en los marcos exteriores. El análisis dinámico empleado se basa en las siguientes hipótesis: los edificios constan de marcos planos con o sin muros; para calcular la rigidez de los marcos se consideran deformaciones por flexión, cortante y fuerza axial; los miembros de la estructura pueden tener comportamiento no lineal; el sistema de piso es infinitamente rígido en su plano y las masas están concentradas en los niveles. El análisis paso a paso consideró el componente N-S del temblor de El Centro, ignorando el componente rotacional del movimiento. Cuatro edificios fueron sujetos a este análisis, con porcentajes de amortiguamiento viscoso crítico de 3% y 5%; en el trabajo se muestran gráficas de la variación de las fuerzas cortantes en la altura del edificio comparando los resultados con y sin el efecto de la torsión. Aun cuando el estudio no incluye un examen sistemático de los resultados, es apreciable la diferencia significativa en la fuerza cortante de las columnas exteriores cuando se toma en cuenta la torsión con respecto a cuando no se considera.

El primer trabajo sobre análisis no lineal de respuesta fue presentado por Shibata et al (referencia 12), en 1969. En él se consignan resultados en modelos analíticos de edificios de un solo piso, asimétricos, con fuerza restauradora bilineal histerética, al ser sometidos a sismos idealizados, así como resultados de experimentos estáticos y dinámicos de estructuras de un piso -asimétrico- hechas de concreto reforzado. El



modelo analítico se tomó como una losa rígida cuadrada con masa uniformemente distribuida y el centro de masa localizado en el centro de la losa. El modelo incluye tres grados de libertad que describen el movimiento de éste: dos desplazamientos ortogonales y la rotación alrededor del centro de masa. En los modelos estudiados se varían sistemáticamente la rigidez y la resistencia, para dos tipos de resistencias: a) el cortante de fluencia de cada resorte -que idealiza la rigidez de las columnas- es proporcional a la constante elástica del mismo; y b) el cortante de fluencia de cada resorte es independiente de la constante elástica. Se concluye que en análisis no lineales los movimientos ortogonales del terreno deben considerarse simultáneamente ya que la fluencia en una dirección influye en la respuesta de la otra dirección. De la respuesta de modelos elastoplásticos se observa que las distribuciones de resistencia y de rigidez inciden en el comportamiento no lineal; en efecto, en el caso de resistencia proporcional a la rigidez, los movimientos de rotación en el intervalo inelástico son mayores que cuando se consideran independientes entre sí. Los factores de ductilidad en edificios con torsión varían con la distribución de la resistencia, pudiendo tener una disposición uniforme si se seleccionan relaciones adecuadas de resistencia y rigidez. En los experimentos de carácter dinámico, la relación de los efectos de los movimientos de rotación y de traslación aumenta con el incremento de amplitud, ocurriendo el colapso en modo de torsión.

Un estudio más detallado sobre el grado de aproximación de los métodos RCSC y RCSCM, para estimar la respuesta sísmica máxima de sistemas lineales, fue presentado en 1973 por Rascón y Villareal (referencia 13). Con objeto de aislar los efectos de la fuerza cortante directa y del momento torsionante, se considera una estructura de un piso, con masa uniformemente distribuida, simétrica en rigidez en dirección perpendicular al movimiento y asimétrica -por la existencia de un muro excéntrico- en la otra. Para el análisis se emplea el método de Monte Carlo-variando los valores de los parámetros característicos-, sometiendo al modelo a cuatro acelerogramas simulados y uno real.

Se puede concluir que las estimaciones del momento torsionante al considerar amortiguamiento estructural nulo dependen en gran medida del cociente de la frecuencia angular entre la lineal,  $\eta = \omega_{\theta}/\omega_x = (L/J)/(K/m)$ . Para los amortiguamientos asumidos, 5% y 10%, los resultados del método RCSCM son estadísticamente independientes de  $\eta$ , no así los del RCSC; son mejores los del método RCSCM. Así pues, cuando se tenga que  $0.5 \leq \eta \leq 2.0$ , se recomienda usar el método RCSCM; en los demás casos es indistinto cualquiera de ambas reglas. Por otra parte, la relación de excentricidades dinámica y estática se subestima en las disposiciones del RDF (que toma 1.5), siendo más crítico cuando el valor de  $\eta$  queda comprendido entre 0.8 y 2.0. En particular, para  $0.9 \leq \eta \leq 1.1$  esta relación vale, en promedio, 4.6 para  $\xi = 0.05$  y 2.7 para  $\xi = 0.10$ . El método RCSCM obtiene una mejor aproximación con la respuesta exacta cuando se considera la fuerza cortante.

En 1976 Kan y Chopra (referencia 14), presentan un reporte de sus estudios sobre el análisis de edificios con movimientos acoplados de traslación y torsión. Desarrollan un procedimiento para el análisis de la respuesta elástica de edificios de varios pisos con ciertas características, muy peculiares en ocasiones: todos los niveles del edificio tienen la misma forma geométrica en planta y la misma localización de columnas y muros; la relación entre las rigideces -en traslación y en torsión- es la misma para todos los niveles; los ejes principales de rigidez para todos los niveles tienen la misma orientación y los centros de masa de los pisos caen en una línea vertical. Además, demuestran que las frecuencias y modos de vibrar de un sistema con movimientos acoplados, se pueden expresar en términos de las correspondientes a un sistema desacoplado. Con lo anterior, se calculan las fuerzas sísmicas para los modos de traslación y, mediante ecuaciones que las normalizan, se obtienen las fuerzas de diseño. Obviamente, los resultados se aproximan más a los exactos mientras mejor cumplan las hipótesis señaladas.

Durante ese año, se puso en vigor el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (referencia 15), el cual modifica la versión de 1966 respecto a la excentricidad accidental. El artículo 240 especifica, en su párrafo VII, que el momento torsionante se tomará igual a la fuerza cortante de entrepiso multiplicada por la excentricidad que para cada marco resulte más desfavorable de las siguientes:  $1.5 e_s + 0.1b$ ,  $6 e_s - 0.1b$ , donde es  $e_s$  la excentricidad torsional calculada en el entrepiso

considerado y  $b$  es la máxima dimensión en planta de dicho entrespacio, medida perpendicularmente a la dirección del movimiento del terreno que se esté analizando. Las especificaciones anteriores pretenden hacer de aplicación práctica las conclusiones extraídas de los estudios sobre la torsión hasta esa fecha.

Batts et al (referencia 16) en 1978, indican que el parámetro más importante en la torsión de edificios es la razón de las frecuencias de torsión y traslación. Advierten, además, que para que un sismo afecte la respuesta de sistemas con frecuencias distantes entre sí (modos remotamente acoplados), el componente de torsión del movimiento debe ser muy grande; sugieren el desarrollo de sismómetros de torsión. Señalan, por otra parte, que muchos estudios sobre diseño sismorresistente se han centrado en la respuesta inelástica de las estructuras. La filosofía actual de diseño contempla que las estructuras disipen energía histeréticamente. El modelo más simple, y más utilizado de comportamiento inelástico es el elastoplástico perfecto; posteriormente se ha usado el bilineal y el modelo Ramberg-Osgood. El último refinamiento en las técnicas de análisis es el modelo de edificios compuestos por marcos espaciales inelásticos. Sin embargo, señala Batts, no existen técnicas de modelado aceptados por todos. La importancia de estudios inelásticos puede justificarse, a manera de premisa, en una conclusión de Tso quién mostró que cuando un edificio simétrico sin

excentricidad, es decir, desacoplado en sus movimientos, es excitado en una sola dirección, la respuesta torsional se puede presentar con acoplamiento por efectos no lineales de los desplazamientos de traslación y rotación, también llamado resonancia paramétrica. Del estudio de estas estructuras se desprende que en sistemas con excentricidad no nula respondiendo en el intervalo no lineal, aquella aumenta con el incremento en el número de partes de la estructura que excursionan inelásticamente, causando posiblemente torsiones cada vez mayores.

Kan y Chopra (referencia 17) continúan sus estudios sobre las respuestas lineales y no lineales de sistemas acoplados de un piso. El modelo lineal es similar al usado en los trabajos anteriores; el modelo inelástico se basa en comportamiento elastoplástico perfecto de los materiales, de tal forma que bajo la acción combinada de fuerzas cortantes en X y en Y, el intervalo de plasticidad queda definido mediante una superficie de fluencia circular. Consideran también una superficie de fluencia para cortante y momento torsionante, que posee fronteras límites entre las cuales aquella se encontrará. Advierten que, ya que la respuesta tiene su componente principal en traslación y que la mayoría de los edificios son resistentes a torsión, la fluencia del sistema es controlada principalmente por la fluencia en cortante; después de la cedencia inicial el sistema tiene la tendencia a fluir por traslación y comportarse cada vez más como un sistema inelástico de un

grado de libertad que responde en traslación principalmente. Por tanto, el acoplamiento torsión-traslación afecta en menor grado a sistemas inelásticos que a elástico-lineales, en lo que a deformaciones se refiere.

A raíz de los sismos de septiembre de 1985, que produjeron muchas fallas y colapsos de edificios causados por torsión, se publicaron las Normas de Emergencia para el Distrito Federal (referencia 18) en las cuales se toman previsiones contra el fenómeno. De esta manera, en su artículo decimocuarto, señalan que no se permitirán estructuraciones que den lugar a que en algún nivel la excentricidad torsional calculada exceda de 20% de la dimensión en planta de dicho nivel en la dirección de la excentricidad. El propósito de la indicación anterior es claro: evitar los proyectos con riesgos de fallas por torsión para obligarlos a simetrías en forma y en distribuciones de masa y rigidez, tratando de garantizar la uniformidad en la estructuración.

En las páginas anteriores, se ha tratado de presentar, en forma secuencial, algunos estudios sobre el problema de torsión y sus efectos en las construcciones. Se han señalado las bases de análisis y las conclusiones de cada uno de ellos, pudiendo apreciar la evolución de los enfoques de solución. Los trabajos de investigación en ingeniería no deben quedar como esfuerzos estériles que no tengan aplicación práctica; por el contrario, deben reflejarse en las normas y recomendaciones de

diseño. Muestra de lo anterior es la asimilación que los reglamentos mexicanos han hecho de los estudios señalados. Asimismo, pues, se han incluido resúmenes de sus observaciones sobre torsión lo que permite relacionar el desarrollo de ellas con el del conocimiento.

La profusión de computadoras digitales, útiles herramientas de cálculo, ha abierto un panorama amplio al análisis estructural. Grandes y complejos diseños se analizan con relativa facilidad y rapidez, empleando poderosos y versátiles programas de computadora. Estos últimos, aunque apoyados en los principios de la mecánica, deben considerar y revisar las especificaciones que sobre la materia contienen los códigos. Como ya se mencionó, para el problema que nos atañe y de acuerdo al RDF, se debe modificar la excentricidad estática de entrepiso, incluyendo un factor dinámico y la excentricidad accidental, para tomar en cuenta el momento torsionante. Sin embargo, ninguno de los programas que emplean métodos matriciales de análisis lo hace; así, el objetivo del presente trabajo es exponer una metodología desarrollada por Julio E. Dany R. para la obtención del centro de torsión de edificios a partir de su matriz de rigidez. Es claro que, una vez determinada la posición de este punto para cada entrepiso, podemos calcular la excentricidad total en la forma contemplada en el citado código. Por otro lado, es conveniente señalar que en la práctica común del diseño estructural, el establecimiento del centro de torsión así como la consideración de la excentricidad total, se basan en la rigidez

de entrepiso. En el capítulo dos, además de explicar el método de Dany, se presentan los fundamentos del método de rigidez de entrepiso y sus limitaciones.

El capítulo tres incluye los resultados de un par de análisis; el primer ejemplo se resolvió aplicando el método expuesto en el capítulo dos y también mediante la aplicación del concepto de rigidez de entrepiso. Para la solución del segundo ejemplo se echa mano de un programa de computadora con el método de Dany implementado en él. Al final de cada ejemplo se hacen algunos comentarios sobre las soluciones.

El cuarto y último capítulo presenta las conclusiones del trabajo; se incluyen conclusiones de carácter general respecto al problema de torsión, así como también del método para la obtención matricial del centro de torsión de edificios.



## CAPITULO II

## CAPITULO II

### OBTENCION DE LAS FORMULAS DEL CENTRO DE TORSION DE UN EDIFICIO A PARTIR DE SU MATRIZ DE RIGIDEZ

#### 2.1 *Introducción*

La concepción de un proyecto estructural resistente a sismos resulta de la combinación de dos procesos, uno de síntesis y otro de análisis. El primero, representado por el diseño, se encuentra limitado por algunos factores, entre los cuales podemos señalar: proyecto arquitectónico del edificio, tipo de cimentación, la gravedad del daño si ocurre la falla o el colapso de la estructura, la posibilidad de ocurrencia -y en su caso- la posible intensidad de sismos, costo y capital disponible para la construcción, etcétera. Como partes de este proceso podemos ubicar a la estructuración y al dimensionamiento del sistema; sin embargo, para poder dimensionar y diseñar detalladamente los elementos de la estructura es necesario conocer los efectos de las acciones de diseño. Estas últimas se calculan a través del segundo proceso mencionado. El análisis estructural puede ser considerado como el conjunto de actividades que lleva a la determinación de la respuesta de la estructura ante las diferentes acciones exteriores que pueden afectarla. Podemos considerar que el análisis tiene tres etapas básicas:

- a) Modelado de la estructura, es decir, la idealización de la estructura real por medio de un modelo teórico factible de ser analizado con los procedimientos de cálculo disponibles.

- b) Determinación de las acciones de diseño.
- c) Determinación de los efectos de las acciones de diseño en el modelo de la estructura elegido (que constituye propiamente el análisis).

Las estructuras de los edificios son tridimensionales y podrían analizarse como tales mediante el método del elemento finito. Con este método pueden representarse losas, vigas, muros, columnas, etc., mediante diferentes tipos de elementos, que tienen de 3 a 6 grados de libertad por nudo. Sin embargo, en la práctica esto origina, entre otras cosas, algunas dificultades: tiempos exagerados de proceso así como de entrada y salida de datos; alta probabilidad de cometer errores debido a la cantidad de datos y difícil interpretación de resultados pues están referidos a ejes tridimensionales que pueden variar de un elemento a otro. En suma, un análisis como el anterior está reservado a estructuras muy importantes o a partes de una estructura.

En edificios, para hacer el análisis tridimensional, la práctica más frecuente es idealizar la construcción como un conjunto de subestructuras (marcos y muros) planos verticales, ligadas por los sistemas de piso (referencia 19). Esta idea constituye la tesis de partida del método que será expuesto.

## 2.2 Hipótesis y desarrollo del método

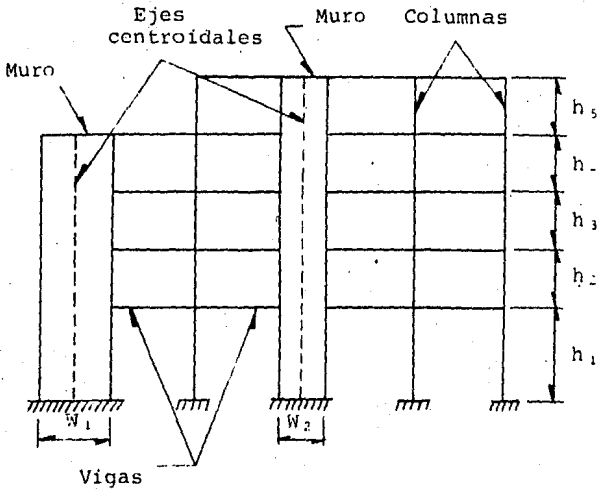
El procedimiento que será mostrado, desarrollado por Julio Damy R., supone que el edificio está formado por marcos y/o muros, como el de la figura 2.1, ligados entre sí por sistemas de piso, los que se consideran indeformables en su plano, es decir, que funcionan como diafragmas infinitamente rígidos en planta.

Lo anterior trae consigo la consideración de tres grados de libertad en cada piso del edificio, éstos son: dos desplazamientos horizontales ( $u, v$ ) y un giro alrededor de un eje vertical, ( $\theta$ ). Además, se supone a la masa concentrada en los niveles.

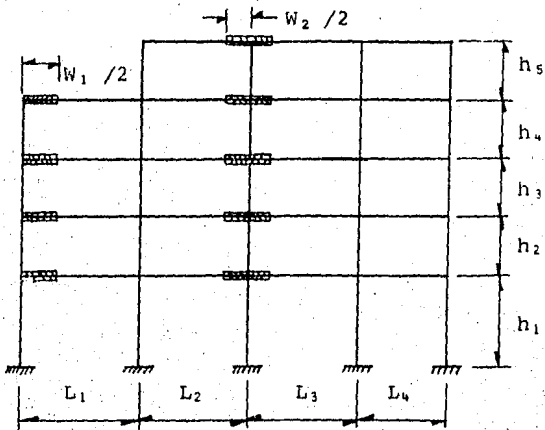
Antes de desarrollar el método es conveniente precisar algunas definiciones.

Se entiende como centro de masa (CM) al punto de aplicación de la fuerza sísmica en un cierto nivel considerado. Asimismo, se considera como centro de cortante (CC) a el punto de aplicación de la fuerza cortante sísmica de entrepiso.

Definimos al centro de torsión como el punto de aplicación de la resultante de las resistencias de cada entrepiso; en otras palabras, es el punto por el que debe pasar la línea de acción de la fuerza cortante sísmica para que el movimiento relativo de los dos niveles que limitan al entrepiso sea, exclusivamente, de traslación. En caso contrario existe torsión o rotación



a) Esquema de la estructura



b) Marco con columnas anchas

FIG. 2.1 Sistema muro-marco típico y su idealización como un marco con columnas anchas.

relativa entre dichos niveles.

Así, mientras que los centros de masa y cortante se refieren a la aplicación de las acciones sísmicas, el centro de torsión se asocia a la aplicación de la resistencia.

De las anteriores definiciones se desprende que la excentricidad será la diferencia entre las coordenadas de los centros de cortante y torsión, es decir, en forma simbólica

$$e = CC - CT \quad (1)$$

Por otro lado, es importante puntualizar también lo que se entiende, para fines del presente trabajo, por matriz de rigidez lateral de un marco  $j$  -  $[K_D]_j$  -; es el resultado de la condensación estática de la matriz de rigidez total del marco  $j$ , que relaciona los desplazamientos de nivel ( $u$ ,  $v$ ,  $\theta$ ) con las fuerzas laterales y momentos ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $M$ ).

Sea el sistema de piso mostrado en la figura 2.2, correspondiente a una planta cualquiera del nivel  $i$ -ésimo de un edificio, referido a un sistema coordenado global único para la estructura ( $X, Y, Z$ ). Como se señaló, el edificio se encuentra formado por marcos, como el  $j$ , cuyas posiciones se definen por los puntos  $A_j(X_j, Y_j)$  y los ángulos  $\phi'_j$ . A cada nivel  $i$  del marco  $j$  se le puede asociar un desplazamiento -en el plano del marco- en función de los tres grados de libertad del nivel.

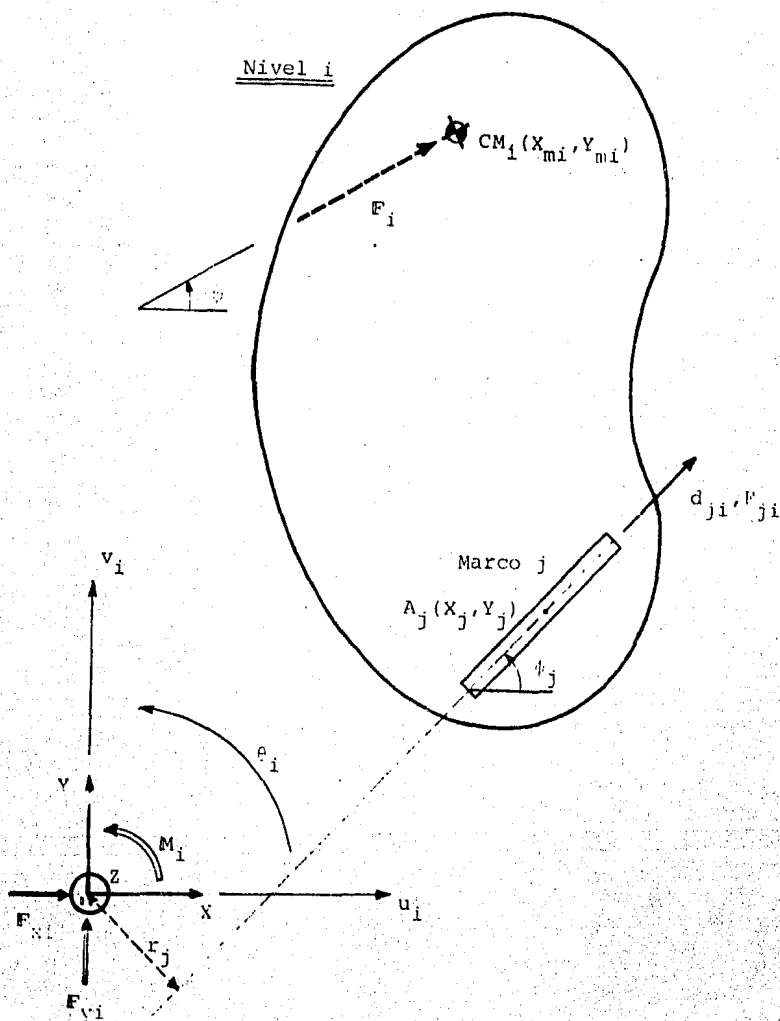


FIG. 2.2 Sistema de piso del nivel  $i$ -ésimo de una estructura cualquiera.

Así

$$d_{ji} = u_i \cos \phi_j + v_i \operatorname{sen} \phi_j + \theta_i r_j \quad (2)$$

$$\text{donde, por geometría } r_j = X_j \operatorname{sen} \phi_j - Y_j \cos \phi_j \quad (3)$$

(Nótese que  $r_j$  posee signo)

Empleando notación vectorial podemos establecer que para cada marco  $j$

$$\{d_j\} = \{u\} \cos \phi_j + \{v\} \operatorname{sen} \phi_j + \{\theta\} r_j \quad (4)$$

Ahora bien, de acuerdo al método de las rigideces

$$\{F_j\} = [K_D]_j \{d_j\} \quad (5)$$

De donde, sustituyendo 4 en 5 resulta

$$\{F_j\} = [K_D]_j \left[ \{u\} \cos \phi_j + \{v\} \operatorname{sen} \phi_j + \{\theta\} r_j \right] \quad (6)$$

En las dos últimas igualdades el vector  $\{F_j\}$  representa el conjunto de fuerzas laterales que es necesario aplicar al marco  $j$ , para conseguir un vector desplazamiento  $\{d_j\}$ .

Por otro lado, sea  $F_i$  la fuerza sísmica -obtenida por algún método estático o dinámico que se supone conocido- correspondiente al nivel  $i$ -ésimo y que actúa en el centro de masa  $CM_i$ . Si la dirección del sismo está definida por el ángulo  $\psi$ ,



descomponiendo la fuerza sísmica en direcciones ortogonales  
tenemos

$$\begin{aligned}
 F_{Xi} &= F_i \cos \psi \\
 & \text{y} \\
 F_{Yi} &= F_i \text{ sen } \psi
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} F_{Xi} \\ F_{Yi} \end{aligned}} \right\} (7.a)$$

o bien

$$\begin{aligned}
 \{F_X\} &= \{F_i\} \cos \psi \\
 \{F_Y\} &= \{F_i\} \text{ sen } \psi
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \{F_X\} \\ \{F_Y\} \end{aligned}} \right\} (7.b)$$

Si trasladamos el vector de fuerzas sísmicas al origen del sistema coordenado, se llega, de acuerdo a la figura 2.2, a

$$M_i = X_{mi} F_{Yi} - Y_{mi} F_{Xi} \quad (8)$$

Ahora bien, aplicando el principio de equilibrio

$$\begin{aligned}
 \{F_X\} &= \sum_j \{F_j\} \cos \phi_j \\
 \{F_Y\} &= \sum_j \{F_j\} \text{ sen } \phi_j \\
 \{M\} &= \sum_j \{F_j\} r_j
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \{F_X\} \\ \{F_Y\} \\ \{M\} \end{aligned}} \right\} (9)$$

Si sustituimos la ecuación 6 en las ecuaciones 9, resulta

$$\left. \begin{aligned} \{F_X\} &= \left[ \sum_j [K_D]_j \cos^2 \phi_j \right] \{u\} + \left[ \sum_j [K_D]_j \cos \phi_j \sin \phi_j \right] \{v\} + \left[ \sum_j [K_D]_j r_j \cos \phi_j \right] \{\theta\} \\ \{F_Y\} &= \left[ \sum_j [K_D]_j \cos \phi_j \sin \phi_j \right] \{u\} + \left[ \sum_j [K_D]_j \sin^2 \phi_j \right] \{v\} + \left[ \sum_j [K_D]_j r_j \sin \phi_j \right] \{\theta\} \\ \{M\} &= \left[ \sum_j [K_D]_j r_j \cos \phi_j \right] \{u\} + \left[ \sum_j [K_D]_j r_j \sin \phi_j \right] \{v\} + \left[ \sum_j [K_D]_j r_j^2 \right] \{\theta\} \end{aligned} \right\} \quad (10. a)$$

Agrupando

$$\begin{Bmatrix} \{F_X\} \\ \{F_Y\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{XX}] & [K_{XY}] & [K_{X\theta}] \\ [K_{YX}] & [K_{YY}] & [K_{Y\theta}] \\ [K_{\theta X}] & [K_{\theta Y}] & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{\theta\} \end{Bmatrix} \quad (10. b)$$

$$\text{donde} \quad [K_{XX}] = \left[ \sum_j [K_D]_j \cos^2 \phi_j \right]$$

$$[K_{XY}] = \left[ \sum_j [K_D]_j \cos \phi_j \sin \phi_j \right]$$

etc.

O bien

$$\{\mathcal{F}\} = [K] \{D\} \quad (10. c)$$

donde  $[K]$  es la matriz de rigidez lateral del edificio, de tamaño  $3n_N \times 3n_N$  - $n_N$  es el número de niveles-.

El planteamiento hasta aquí expuesto es de carácter general en el análisis tridimensional de estructuras. El tratamiento de la torsión proviene de la obtención del vector de momentos  $\{M\}$ , que es necesario aplicar en el edificio para impedir giros relativos de los niveles, y del cociente de éste entre las fuerzas cortantes lo que permite definir la posición del centro de torsión. Se debe, entonces, considerar dos direcciones del sismo:

a. Sismo en X

b. Sismo en Y

Nota: Si se emplean fuerzas cortantes se deben calcular las matrices  $[K_D]$  que las relaciona con desplazamientos relativos.

a. Sismo en X

El sismo actúa en dirección paralela al eje global X, en sentido positivo; por tanto

$$\{F_X\} = \{V\}$$

$$\{F_Y\} = \{0\}$$

donde el vector  $\{V\}$  es el vector de fuerzas cortantes sísmicas de entrepiso.

Si se define como vector de desplazamiento directo, es decir, sin torsión al vector  $\{\delta_o\}$ , se tiene que

$$\{\delta_o\} = \begin{Bmatrix} \{u_o\} \\ \{v_o\} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

y por ende  $\{\theta\} = \{0\}$

Podemos entonces establecer, de acuerdo al método de las rigideces, que

$$\begin{Bmatrix} \{v\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{XX}] & [K_{XY}] \\ [K_{YX}] & [K_{YY}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_o\} \\ \{v_o\} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Con la solución del sistema de ecuaciones anterior podemos obtener los momentos de entrepiso que, aplicados junto con el sismo en X, impiden la torsión mediante la siguiente expresión

$$\{M_o\} = \begin{bmatrix} [k_{\theta X}] & [k_{\theta Y}] \end{bmatrix} \{\delta_o\} \quad (13)$$

Ya que el vector de momentos  $\{M_o\}$  está referido al origen del sistema coordenado, podemos dividir sus elementos entre la constante del entrepiso correspondiente, definiendo así la ordenada del centro de torsión del entrepiso i. Así, de acuerdo a la figura 2.3, se puede establecer que

$$(Y_T)_i = -\frac{(M_O)_i}{V_i} \quad (14)$$

b. Sismo en Y

El desarrollo es análogo al sismo en X, tal que

$$\{F_X\} = \{0\}$$

$$\{F_Y\} = \{V\}$$

Por tanto, según la figura 2.4, la abscisa del centro de torsión de el entrepiso  $i$  es

$$(X_T)_i = \frac{(M_O)_i}{V_i} \quad (15)$$

Hemos definido ya las coordenadas del centro de torsión pero para calcular la excentricidad y después modificarla para el análisis, es necesario calcular la posición del punto de aplicación de las fuerzas cortantes de entrepiso. Conociendo la fuerza sísmica y la posición del centro de masa de cada nivel, por estática podemos obtener las coordenadas del centro de cortante; así

$$\left. \begin{aligned} (X_C)_k &= \frac{\sum_{\ell=k}^{n_N} (X_m)_\ell P_\ell}{V_k} \\ (Y_C)_k &= \frac{\sum_{\ell=k}^{n_N} (Y_m)_\ell P_\ell}{V_k} \end{aligned} \right\} (16)$$

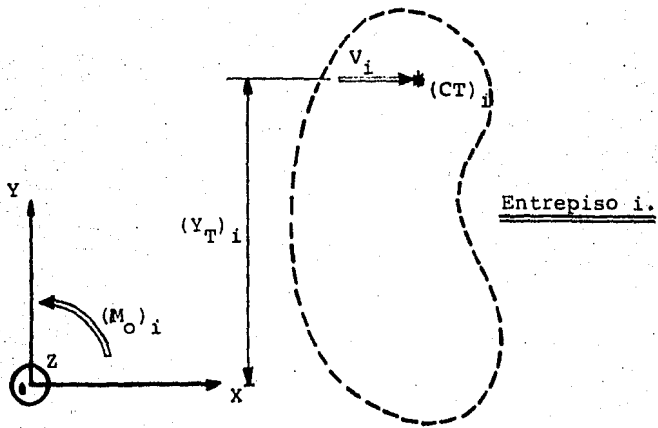


FIG. 2.3 Ordenada del centro de torsión del entrepiso  $i$ -ésimo.

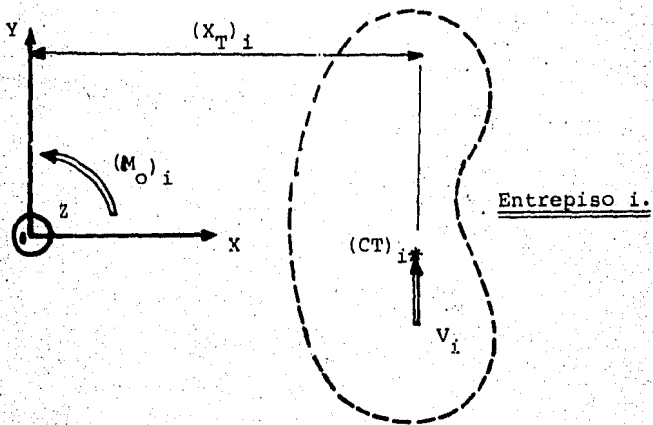


FIG. 2.4 Abscisa del centro de torsión del entrepiso  $i$ -ésimo.

donde:

$(X_c, Y_c)_k$  son las coordenadas del CC del entrepiso k

$(X_m, Y_m)_\ell$  son las coordenadas del CM del nivel  $\ell$

$V_k$  es la fuerza cortante del entrepiso k, y

$P_\ell$  es la fuerza sísmica en el nivel  $\ell$

Una vez conocidos los centros de torsión y de cortante, y aplicando la expresión 1 para los ejes coordenados, según la figura 2.5, las excentricidades resultan ser para el entrepiso i

$$\left. \begin{aligned} (e_x)_i &= (X_c)_i - (X_T)_i \\ (e_y)_i &= (Y_c)_i - (Y_T)_i \end{aligned} \right\} (17)$$

Modificando las excentricidades, según el RDF-76, se llega a

$$\left. \begin{aligned} (E_{X_i})_1 &= 1.5 e_{X_i} + 0.1 \cdot L_{Y_i} \cdot S(e_{X_i}) \\ (E_{X_i})_2 &= e_{X_i} - 0.1 \cdot L_{Y_i} \cdot S(e_{X_i}) \end{aligned} \right\} (18a)$$

$$\left. \begin{aligned} (E_{Y_i})_1 &= 1.5 e_{Y_i} + 0.1 \cdot L_{X_i} \cdot S(e_{Y_i}) \\ (E_{Y_i})_2 &= e_{Y_i} - 0.1 \cdot L_{X_i} \cdot S(e_{Y_i}) \end{aligned} \right\} (18b)$$

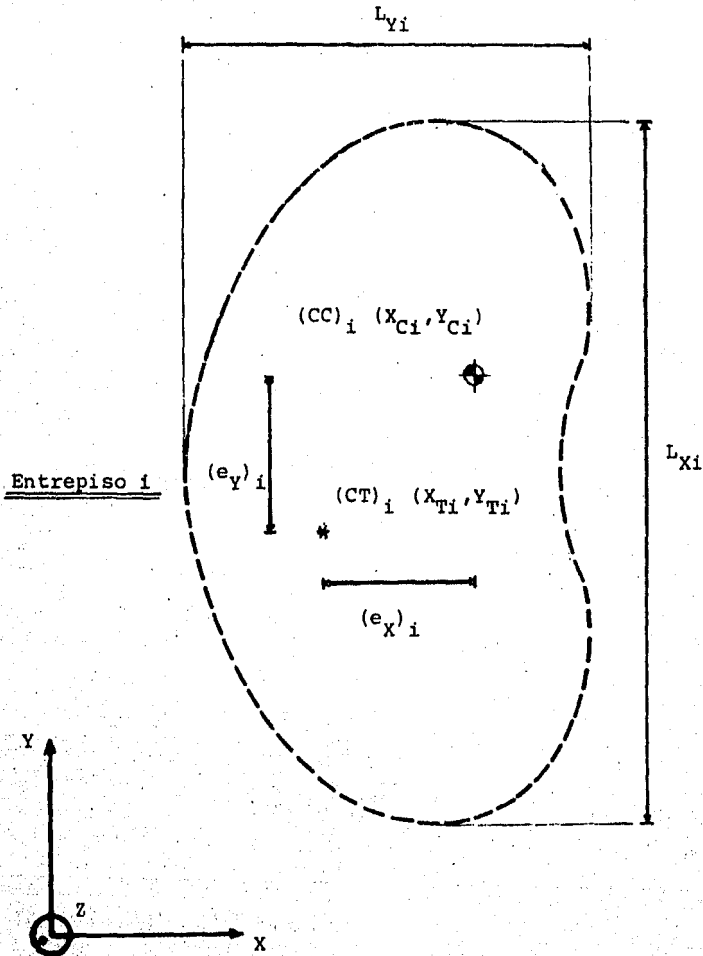


FIG. 2.5 Excentricidades calculadas en el entrepiso i-ésimo de una estructura cualquiera.



donde  $S(e_x)$  y  $S(e_y)$  se refieren a los signos de las excentricidades  $e_x$  y  $e_y$  respectivamente, de cada entrepiso.

Dejando fijo el centro de torsión, se moverá el centro de cortante con objeto de incrementar la excentricidad. Se distinguen entonces dos direcciones de análisis:

a. Sismo en X

La condición de carga para esta dirección queda determinada de la forma siguiente:

$$1.- \{F_x\} = \{V\}$$

$$2.- \{F_y\} = \{0\}$$

$$3.- \{M\} :$$

Para obtener  $\{M\}$ , de las expresiones 17 y 18b, para el entrepiso  $i$ -ésimo

$$\left. \begin{aligned} (\bar{Y}_{ci})_1 &= Y_{Ti} + (E_{Yi})_1 \\ (\bar{Y}_{ci})_2 &= Y_{Ti} + (E_{Yi})_2 \end{aligned} \right\} (19)$$

Por tanto

$$\left. \begin{aligned} (M_{oi})_1 &= -V_i \cdot (\bar{Y}_{ci})_1 \\ (M_{oi})_2 &= -V_i \cdot (\bar{Y}_{ci})_2 \end{aligned} \right\} (20)$$

En suma, se resolverá el sistema

$$\{D\} = [K] \{D\}$$

dos veces:

$$\begin{array}{ll} \text{I.- } \{F_X\} = \{V\} & ; \quad \text{II.- } \{F_X\} = \{V\} \\ \{F_Y\} = \{0\} & \{F_Y\} = \{0\} \\ \{M\} = \{M_{O1}\} & \{M\} = \{M_{O2}\} \end{array}$$

b. Sismo en Y

La condición de carga es:

$$1.- \{F_X\} = \{0\}$$

$$2.- \{F_Y\} = \{V\}$$

$$3.- \{M\}:$$

En forma análoga al sismo en X, de 17 y 18.a

$$\left. \begin{array}{l} (\bar{X}_{ci})_1 = X_{Ti} + (E_{Xi})_1 \\ (\bar{X}_{ci})_2 = X_{Ti} + (E_{Xi})_2 \end{array} \right\} (21)$$

En consecuencia

$$\left. \begin{array}{l} (\bar{M}_{oi})_1 = v_i \cdot (\bar{X}_{ci})_1 \\ (\bar{M}_{oi})_2 = v_i \cdot (\bar{X}_{ci})_2 \end{array} \right\} (22)$$

También se resolverá entonces el sistema dos veces:

$$\text{III.- } \{F_X\} = \{0\}$$

$$\{F_Y\} = \{V\}$$

$$\{M\} = \{\bar{M}_{O1}\}$$

$$\text{IV.- } \{F_X\} = \{0\}$$

$$\{F_Y\} = \{V\}$$

$$\{M\} = \{\bar{M}_{O2}\}$$

El diseño de cada marco se hará con la condición más desfavorable de los cuatro casos de análisis.

### 2.3 *Comentarios sobre el método de Damy; comparación con el método tradicional basado en rigideces de entrepiso*

Como se señaló en la sección anterior, se supuso que la estructura está formada por marcos y/o muros. Esto implica que se desprecien las rigideces a torsión de vigas, columnas y muros lo cual puede ser importante cuando los muros son de forma tubular.

Por otro lado, si los marcos no son ortogonales en planta no se les puede, en general, considerar como marcos planos ya que, al menos que sus columnas sean de sección circular o isopoligonal, éstas no tienen un eje principal de inercia normal al plano del marco. Aunque a estos marcos se les considere como marcos planos, no existe un criterio racional para valuar la inercia de una columna a la cual concurren varios marcos oblicuos, que deberá ser menor, evidentemente, que la que se considerara cuando sólo concurren marcos ortogonales.

Finalmente, si se consideran marcos planos se pierde la compatibilidad de desplazamientos verticales de los nudos comunes a distintos marcos.

Ante las tres limitantes señaladas arriba, el método de Damy continúa siendo válido, aunque con una modificación: la matriz de rigidez de la estructura se obtiene ensamblando las matrices de rigidez acoplada de columnas, vigas, diagonales y muros mediante el esquema de nivel por nivel-. Posteriormente, se condensa la

matriz total obteniendo la matriz de rigidez lateral de la estructura, que corresponde a la matriz  $[K]$  del sistema  $\{T\} = [K] \{D\}$ .

Una vez calculados los cuatro vectores  $\{D\}$  correspondientes a sendas condiciones de carga, es posible establecer los desplazamientos de los nudos así como los elementos mecánicos de los componentes estructurales empleando las matrices de rigidez de los elementos (referencia 20).

Por otro lado, la hipótesis de que los pisos son diafragmas rígidos es inadmisibles en algunos edificios; como en aquellos cuya longitud en planta es varias veces su ancho, y cuya rigidez ante cargas laterales no está distribuida de una manera sensiblemente uniforme en todo su largo. También es el caso de edificios con losas precoladas y de los que poseen elementos verticales resistentes a cargas laterales cuya rigidez sea comparada con la de las losas. En estos casos el método no es aplicable pues la determinación de la posición del centro de torsión sería errónea; aun más, la obtención de sus coordenadas se podría convertir en un problema iterativo pues el centro de torsión depende a la flexibilidad del sistema de piso, ésta lo hace de los desplazamientos y fuerzas a las que está sujeto el diafragma y aquellas son función de la excentricidad representada por el vector  $\{M\}$ .

Del análisis de las expresiones para calcular las coordenadas

del centro de torsión, se desprende que éste no es un invariante de la estructura ya que su posición depende de la distribución de las fuerzas sísmicas. Podemos concluir que a cada conjunto de fuerzas le corresponden centros de torsión de entrepiso diferentes.

A continuación se expondrán en forma breve los fundamentos del método tradicional de rigidez de entrepiso para el cálculo de la posición del centro de torsión.

El concepto de rigidez de entrepiso se puede expresar matemáticamente como

$$k_i = \frac{V_i}{d_i'} \quad (\text{Ver figura 2.6})$$

La rigidez del entrepiso  $i$  es entonces el cociente de la fuerza cortante y el desplazamiento relativo, en el entrepiso  $i$ . La definición anterior trae implícitas una distribución de fuerzas resultante de un análisis sísmico estático y la consideración de que el edificio es un sistema de cortante.

En el Folleto complementario de diseño sísmico de 1962 (referencia 5), se hace mención al cálculo del centro de torsión a través de rigideces de entrepiso pero con la limitante de ortogonalidad de los marcos. Dany (referencia 21) presenta una generalización del problema para marcos no ortogonales en planta. La idea de este último trabajo, similar a la de ejes

## Rigidez de entrepiso

$$k_i = V_i / d_i'$$

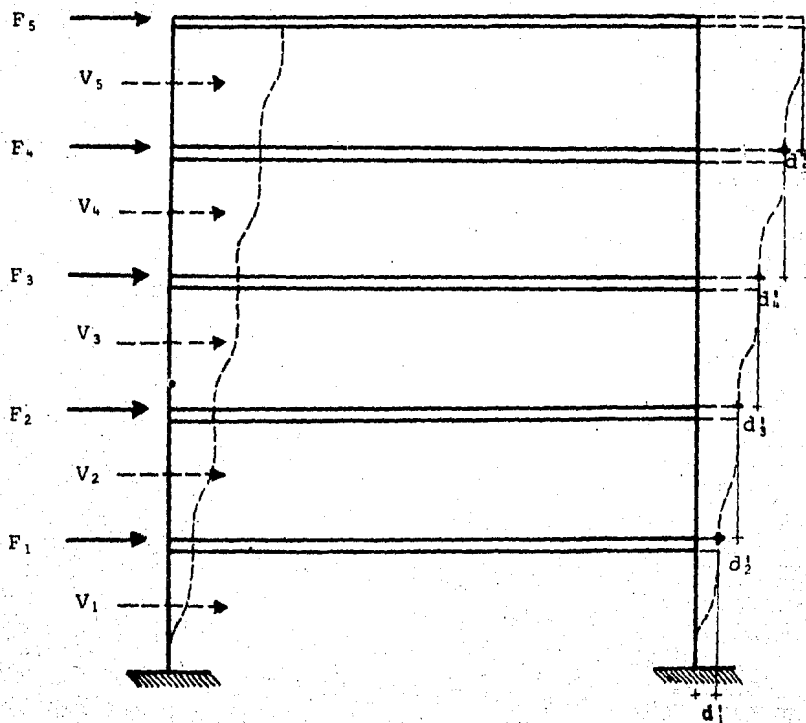


FIG. 2.6 Rigideces de entrepiso.

principales de inercia o de esfuerzos principales, es diagonalizar la matriz de rigidez rotando, primero, los ejes X-Y -de tal manera que  $K_{XY}=K_{YX}=0$ - y una vez rotados se trasladan al centro de torsión -donde  $K_{\theta X}=K_{\theta Y}=K_{Y\theta}=K_{X\theta}=0$ -. De esta manera tenemos  $3n_N$  ecuaciones desacopladas. Sin embargo, el procedimiento no es matricial, lo que obliga a realizarlo independientemente del análisis por computadora que sí emplea métodos matriciales; aun más, el método sólo es válido siempre y cuando se verifique la "hipótesis de las alfas" que considera que cada marco toma la misma proporción de cortante en cada entrepiso. Lo anterior no se cumple en edificios estructurados con muros de cortante que toman mucho cortante en los primeros entrepisos y poco en los entrepisos superiores.

La presentación anterior pone en evidencia algunas condiciones para la aplicación del método de rigideces de entrepiso que no son limitantes en el método expuesto en el presente trabajo. Como primer punto de comparación podemos señalar que la relación  $V_i = k_i d'_i$ , supone que la matriz  $[K_D]$  del marco es diagonal. Es claro que, en general, esto no sucede rigurosamente; es decir, aunque la diagonal es pesada frente al resto de la matriz, éste no vale cero. Sí se cumple en el caso de edificios de cortante que trabajen como tales "perfectamente", o sea que la rigidez de las trabes sea infinita. En contraste, el método matricial expuesto toma en consideración el hecho de que la matriz no sea diagonal pues las expresiones para el centro de



torsión se desprenden de la matriz de rigidez lateral del edificio sin importar su composición.

La rigidez de entrepiso se aplica a edificios formados por marcos que se puedan desacoplar de la estructura; como ya se mencionó esto no es siempre posible o, cuando menos, si se separan no se emplea un criterio racional. En el método matricial, el establecimiento de la posición del CT se hace a partir de  $[K]$  que se puede obtener considerando a la estructura compuesta por marcos factibles de desacoplar o bien, cuando no se pueda lo anterior, ensamblando la matriz mediante el esquema piso por piso.

Otro inconveniente del método de rigidez de entrepiso es la verificación de la hipótesis de las alfas para su aplicación. De ésta se concluiría que no se pueden estudiar casos en que existan muros sísmicos; sin embargo, a través de un artificio -colocar marcos hipotéticos juntos que aproximen la rigidez del muro- es posible calcular a CT con alguna incertidumbre.

Por otro lado, como se señaló, el método de rigidez de entrepiso no es matricial mientras que el método expuesto tiene el objetivo de emplearse en programas de análisis matricial.

En base a las observaciones anteriores es claro que el método expuesto en el presente trabajo es más general y más preciso que el método simplificado tradicional.

### CAPITULO III

### CAPITULO III

#### ANALISIS DE VARIOS EDIFICIOS OBTENIENDO LOS CENTROS DE TORSION EN LA FORMA TRADICIONAL Y COMPARANDOLOS CON EL METODO AQUI EXPUESTO

En este capítulo se presenta el análisis de un par de edificios; el primer ejemplo se resolvió de dos formas:

- a. Mediante el método expuesto en el presente trabajo.
- b. Aplicando el método tradicional de rigidez de entrepiso.

Para el segundo ejemplo se empleó un programa de computadora para análisis sísmico tridimensional de edificios que aplica el método sustentado.

## 1. EJEMPLO 1

Se considera el edificio de 3 niveles mostrado en la figura 3.1, compuesto de marcos de concreto reforzado como elementos sismorresistentes.

Con el propósito de comparar los análisis tridimensional y tradicional, las columnas son de sección circular; por otro lado, las vigas son de sección rectangular. Las dimensiones de las columnas y vigas son tales que los momentos principales de inercia de la sección no agrietada sean iguales  $-I=$  constante-; así

- Columnas :  $D = 50 \text{ cm}$

- Vigas :  $b = 25 \text{ cm}$

$h = 55 \text{ cm}$

El módulo de elasticidad del concreto,  $E$ , es el especificado por el RDF-76 para concretos con resistencia a compresión  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ ; de esta forma

$$E = 100,000 \sqrt{f'_c} \text{ [ton/m}^2\text{]}$$

$$E = 1,580,000 \text{ ton/m}^2$$

Por tanto, la rigidez a la flexión vale

$$EI \doteq 4851 \text{ ton} \cdot \text{m}^2 = \text{constante}$$

Para el análisis sólo se consideran deformaciones por flexión.

A continuación se presentan las soluciones del ejemplo y los comentarios sobre ellas.

Nota: Los valores numéricos están redondeados en función de sus unidades y de las cifras significativas de ellos.

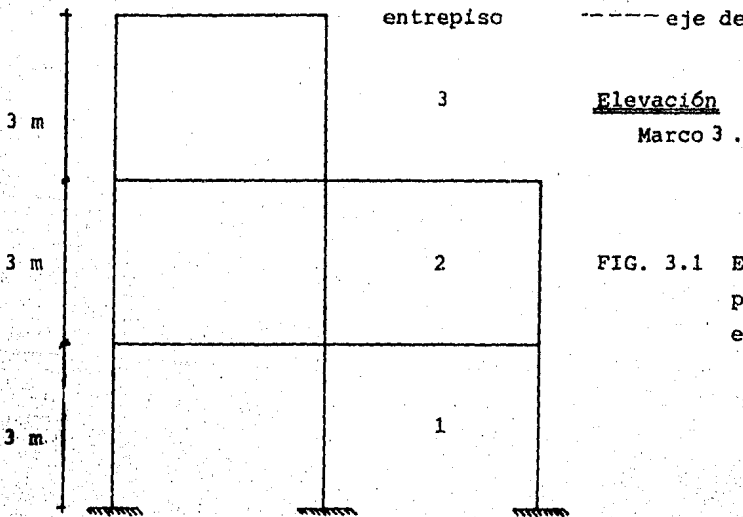
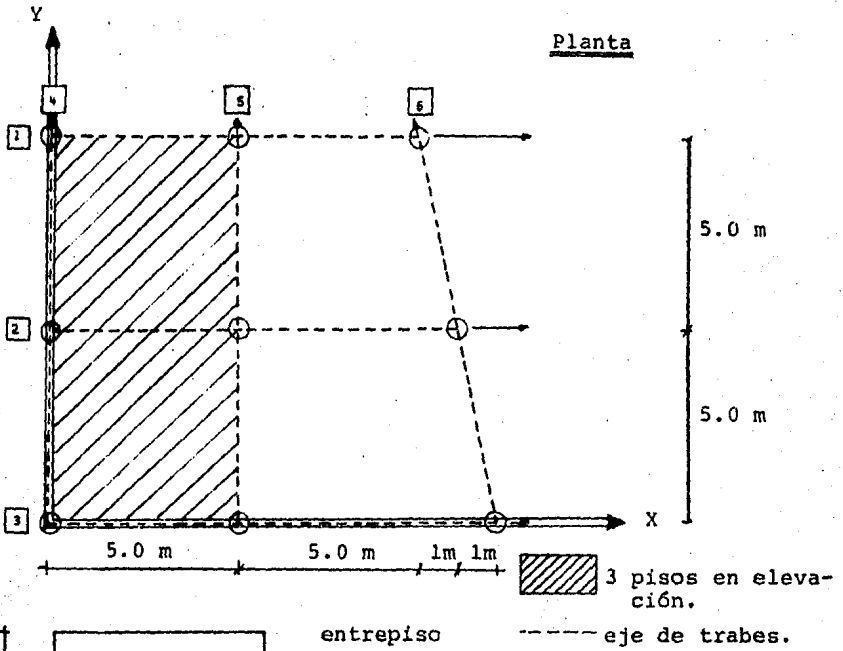


FIG. 3.1 Ejemplo 1:  
planta y  
elevación.

## 1.1 Análisis tridimensional

### 1.1.1 Matrices $[K_D]$ de cada marco

Como se señaló en el capítulo anterior, la matriz  $[K_D]$  de un marco es el resultado de la condensación de la matriz de rigidez total del marco.

$$\text{Si } [K] = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \text{ y } \{d\} = \begin{Bmatrix} \{\phi\} \\ \{u\} \end{Bmatrix}$$

entonces

$$[K_D] = [K_{22}] - [K_{21}][Y]$$

donde  $Y$  se obtiene resolviendo el sistema

$$[K_{11}][Y] = [K_{12}]$$

De acuerdo a lo anterior las matrices  $[K_D]$  de cada marco son:

Marco 1.

$$[K_D] = \begin{bmatrix} 1.0019 & -0.2619 & 0.0232 \\ -0.2619 & 0.7272 & -0.1297 \\ 0.0232 & -0.1297 & 0.4142 \end{bmatrix} \cdot EI$$

Marco 2.

$$[K_D] = \begin{bmatrix} 0.9909 & -0.2670 & 0.0239 \\ -0.2670 & 0.7067 & -0.1320 \\ 0.0239 & -0.1320 & 0.4128 \end{bmatrix} \cdot EI$$

Marco 3.

$$[K_D] = \begin{bmatrix} 0.9821 & -0.2707 & 0.0245 \\ 0.2707 & 0.6905 & -0.1340 \\ 0.0245 & -0.1340 & 0.4116 \end{bmatrix} \quad \cdot EI$$

Marcos 4 y 5.

$$[K_D] = \begin{bmatrix} 1.0043 & -0.2723 & 0.0417 \\ -0.2723 & 0.7737 & -0.2156 \\ 0.0417 & -0.2156 & 0.6602 \end{bmatrix} \quad \cdot EI$$

Marco 6.

$$[K_D] = \begin{bmatrix} 0.9969 & -0.2511 & 0 \\ -0.2511 & 0.6607 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \cdot EI$$

### 1.1.2 Matriz de rigidez lateral total del edificio

Ensamblando las matrices  $[K_D]_j$  de acuerdo a la expresión 10.a se obtiene que



|          | $u_1$ | $u_2$  | $u_3$  | $v_1$  | $v_2$  | $v_3$  | $\theta_1$ | $\theta_2$ | $\theta_3$ |
|----------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|------------|------------|------------|
| $F_{X1}$ | 3.013 | -0.809 | 0.072  | -0.192 | 0.048  | 0      | -17.274    | 4.534      | -0.352     |
| $F_{X2}$ | S     | 2.150  | -0.396 | 0.048  | -0.127 | 0      | 4.534      | -12.330    | 1.957      |
| $F_{X3}$ |       | I      | 1.239  | 0      | 0      | 0      | -0.352     | 1.957      | -6.206     |
| $F_{Y1}$ |       |        | M      | 2.967  | -0.786 | 0.083  | 16.524     | -4.258     | 0.209      |
| $F_{Y2}$ |       |        |        | E      | 2.183  | -0.431 | -4.258     | 11.492     | -1.078     |
| $F_{Y3}$ |       |        |        |        | T      | 1.320  | 0.209      | -1.078     | 3.301      |
| $M_1$    |       |        |        |        |        | R      | 288.102    | -74.440    | 3.960      |
| $M_2$    |       |        |        |        |        |        | I          | 201.212    | -21.660    |
| $M_3$    |       |        |        |        |        |        |            | CA         | 68.245     |

### 1.1.3 Fuerzas sísmicas

Se emplea el análisis estático equivalente propuesto en el RDF-76:

$$P_i = C W_T \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i}$$

El coeficiente sísmico es el señalado en las Normas de Emergencia de 1985 (NEDF-85) para estructuras del grupo B localizadas en la zona III:

$$C = 0.40$$

Las cargas se tomaron como:

$$\begin{aligned} w_{CV} &= 300 \text{ kg/m}^2 \\ w_{CM} &= 360 \text{ kg/m}^2 \\ \underline{(w_{CM}) \text{ acabados, muros}} &= 240 \text{ kg/m}^2 \\ w_T &= 900 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

Por tanto

| Nivel    | $W_i$<br>[ton] | $h_i$<br>[m] | $W_i h_i$ | $P_i$<br>[ton] | $V_i$<br>[ton] |
|----------|----------------|--------------|-----------|----------------|----------------|
| 1        | 100            | 3            | 300       | 22.5           | 98.0           |
| 2        | 100            | 6            | 600       | 45.1           | 75.5           |
| 3        | 45             | 9            | 405       | 30.4           | 30.4           |
| $\Sigma$ | 245            |              | 1305      |                |                |

TABLA 3.1 Fuerzas sísmicas para el ejemplo 1

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} 98.0 \\ 75.5 \\ 30.4 \end{Bmatrix} \text{ [ton]}$$

#### 1.1.4 Posición del centro de cortante de entrepiso

Se asume que la masa está distribuida uniformemente en cada nivel.

| Entrepiso | Coordenadas CM |      | $P_i$<br>[ton] | $V_i$<br>[ton] | Coordenadas CC |      |
|-----------|----------------|------|----------------|----------------|----------------|------|
|           | x              | y    |                |                | x              | y    |
| 1         | 5.52           | 4.85 | 22.5           | 98.0           | 4.58           | 4.90 |
| 2         | 5.52           | 4.85 | 45.1           | 75.5           | 4.30           | 4.91 |
| 3         | 2.50           | 5.00 | 30.4           | 30.4           | 2.50           | 5.00 |

TABLA 3.2 Centros de masa y de cortante del ejemplo 1

## 1.1.5 Coordenadas de los centros de torsión

## 1.1.5.a. Ordenadas de CT: sismo en X

$$\{F_X\} = \{V\} ; \{F_Y\} = \{0\}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones 12 se llega a

$$\{\delta_o\} = \begin{Bmatrix} \{u_o\} \\ - \\ - \\ \{v_o\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9.9 \\ 12.56 \\ 8.5 \\ 0.63 \\ 0.78 \\ 0.21 \end{Bmatrix} \times 10^{-3} [\text{m}]$$

Obtenemos  $\{M_o\}$  aplicando la ecuación 13 y  $y_T$  con la 14, por ende

$$\{M_o\} = \begin{Bmatrix} -533.26 \\ -423.48 \\ -153.62 \end{Bmatrix} \quad [\text{ton.m}]$$

y

$$\{y_T\} = \begin{Bmatrix} 5.44 \\ 5.61 \\ 5.05 \end{Bmatrix} \quad [\text{m}]$$

1.1.5.b. Abscisas de CT: sismo en Y

$$\{F_x\} = \{0\}; \{F_y\} = \{V\}$$

Resolviendo el sistema 12 resulta que

$$\{\delta_o\} = \begin{Bmatrix} 0.63 \\ 0.78 \\ 0.21 \\ 9.87 \\ 12.32 \\ 8.14 \end{Bmatrix} \times 10^{-3} \text{ [m]}$$

Obtenemos  $\{M_o\}$  y  $\{X_T\}$  a partir de 13 y 15, así

$$\{M_o\} = \begin{Bmatrix} 508.91 \\ 409.55 \\ 75.91 \end{Bmatrix} \text{ [ton.m]}$$

y

$$\{X_T\} = \begin{Bmatrix} 5.19 \\ 5.43 \\ 2.50 \end{Bmatrix} \text{ [m]}$$

## 1.1.5.c. Resumen de las coordenadas de CT

| Entrepiso | $X_T$ | $Y_T$ |
|-----------|-------|-------|
| 1         | 5.19  | 5.44  |
| 2         | 5.43  | 5.61  |
| 3         | 2.50  | 5.05  |

[m]

TABLA 3.3 Posición del centro de torsión

## 1.1.6 Excentricidades calculadas y modificadas

## 1.1.6.a. En X:

De acuerdo a 17 las excentricidades calculadas valen

$$\{e_x\} = \begin{Bmatrix} -0.61 \\ -1.13 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad [m]$$

El vector de longitudes en planta del edificio sobre el eje X es

$$\{L_x\} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 12 \\ 5 \end{Bmatrix} \quad [m]$$

Por tanto, las excentricidades modificadas valen, según 18.a

$$\{E_{x1}\} = \begin{Bmatrix} -2.12 \\ -2.89 \\ -0.50* \end{Bmatrix} [m] \quad \text{y} \quad \{E_{x2}\} = \begin{Bmatrix} 0.59 \\ 0.08 \\ 0.50* \end{Bmatrix} [m]$$

\* NOTA: Es importante señalar que cuando la excentricidad calculada tiende a cero, la excentricidad modificada adopta valores parecidos aunque de signo contrario. Con objeto de que el análisis sea consistente, se deben colocar estas excentricidades modificadas en los vectores  $\{E_x\}$ ,  $\{E_y\}$  -según la dirección de análisis- tal que los componentes de ellos tengan mismo signo.

1.1.6.b. En Y:

En forma análoga,

$$\{e_y\} = \begin{Bmatrix} -0.54 \\ -0.70 \\ -0.05 \end{Bmatrix} [m]$$

$$\{L_y\} = \begin{Bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{Bmatrix} [m]$$

Y, según 18.b

$$\{E_{y1}\} = \begin{Bmatrix} -1.81 \\ -2.05 \\ -1.08 \end{Bmatrix} \text{ [m]} ; \quad \{E_{y2}\} = \begin{Bmatrix} 0.46 \\ 0.30 \\ 0.95 \end{Bmatrix} \text{ [m]}$$

### 1.1.7 Centro de cortante desplazado

#### 1.1.7.a Ordenadas: sismo en X

De acuerdo a las expresiones 19 se tiene que

$$\{\bar{y}_{C1}\} = \begin{Bmatrix} 3.63 \\ 3.56 \\ 3.97 \end{Bmatrix} \text{ [m]} ; \quad \{\bar{y}_{C2}\} = \begin{Bmatrix} 5.90 \\ 5.91 \\ 6.00 \end{Bmatrix} \text{ [m]}$$

#### 1.1.7.b Abscisas : sismo en Y

De la aplicación de las ecuaciones 21

$$\{\bar{x}_{C1}\} = \begin{Bmatrix} 3.07 \\ 2.54 \\ 2.00 \end{Bmatrix} \text{ [m]} ; \quad \{\bar{x}_{C2}\} = \begin{Bmatrix} 5.78 \\ 5.50 \\ 3.00 \end{Bmatrix} \text{ [m]}$$

#### 1.1.7.c Resumen de las coordenadas del centro de cortante desplazado y del centro de torsión

| Entrepiso | CC             |                |                |                | CT          |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
|           | Sismo en X     |                | Sismo en Y     |                |             |
|           | E <sub>1</sub> | E <sub>2</sub> | E <sub>1</sub> | E <sub>2</sub> |             |
| 1         | (5.19,3.63)    | (5.19,5.90)    | (3.07,5.44)    | (5.78,5.44)    | (5.19,5.44) |
| 2         | (5.43,3.56)    | (5.43,5.91)    | (2.54,5.61)    | (5.50,5.61)    | (5.43,5.61) |
| 3         | (2.50,3.97)    | (2.50,6.00)    | (2.00,5.05)    | (3.00,5.05)    | (2.50,5.05) |

TABLA 3.4 Coordenadas de los centros de cortante desplazado y de torsión (ver figura 3.2)

### 1.1.8 Momentos amplificados para análisis

#### 1.1.8.a. Sismo en X

$$\{M_{o1}\} = \begin{Bmatrix} -355.69 \\ -268.82 \\ -120.79 \end{Bmatrix} [\text{ton}\cdot\text{m}] \quad \text{y} \quad \{M_{o2}\} = \begin{Bmatrix} -578.20 \\ -446.21 \\ -182.40 \end{Bmatrix} [\text{ton}\cdot\text{m}]$$

#### 1.1.8.b. Sismo en Y

$$\{\bar{M}_{o1}\} = \begin{Bmatrix} 301.20 \\ 191.58 \\ 60.71 \end{Bmatrix} [\text{ton}\cdot\text{m}] \quad \text{y} \quad \{\bar{M}_{o2}\} = \begin{Bmatrix} 566.44 \\ 415.25 \\ 91.11 \end{Bmatrix} [\text{ton}\cdot\text{m}]$$



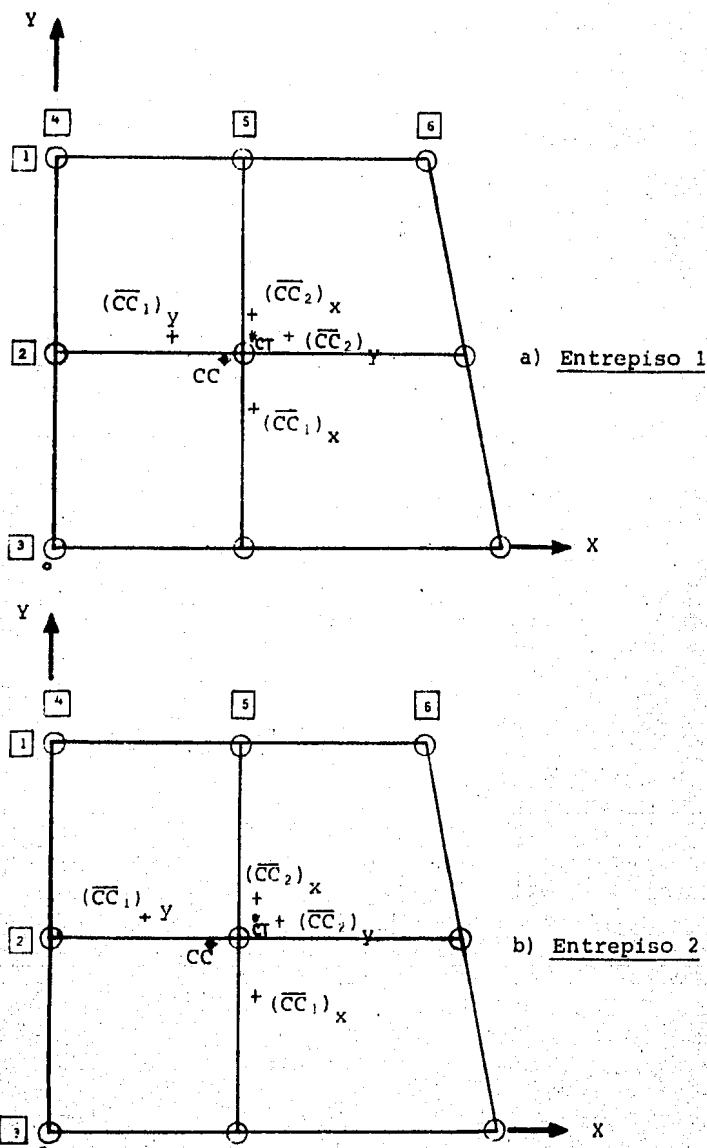
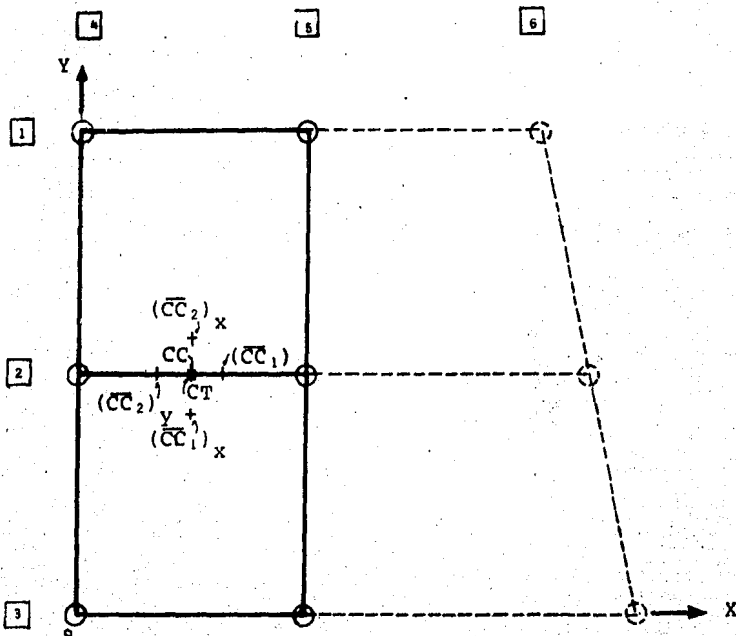


FIG. 3.2 Posiciones de los centros de cortante desplazados y del centro de torsión en cada entrepiso (ejemplo 1).

Simbología:  $(\bar{C}C_1)_x$  = centro de cortante desplazado obtenido con la excentricidad 1, cuando el sismo actúa en dirección X.



c) Entrepiso 3.

## 1.1.9 Análisis tridimensional

## 1.1.9.a Sismo en X

## 1.1.9.a.1 Condición de carga:

$$\{F_X\} = \{V\} \quad ; \quad \{F_Y\} = \{0\} \quad ; \quad \{M\} = \{M_{O1}\}$$

Resolviendo el sistema 10.c se tiene:

$$\begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 12.661 \\ 16.194 \\ 10.686 \\ -1.983 \\ -2.581 \\ -1.299 \\ 0.503 \\ 0.657 \\ 0.415 \end{Bmatrix} \times 10^{-3}$$

## 1.1.9.a.2 Condición de carga:

$$\{F_X\} = \{V\} \quad ; \quad \{F_Y\} = \{0\} \quad ; \quad \{M\} = \{M_{O2}\}$$

En forma análoga:

$$\begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \\ \{\theta\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9.264 \\ 11.819 \\ 7.265 \\ 1.247 \\ 1.473 \\ 0.916 \\ -0.118 \\ -0.135 \\ -0.243 \end{Bmatrix} \times 10^{-3}$$

### 1.1.9.a.3 Desplazamientos y fuerzas cortantes en los marcos

Desplazamientos:

$$\text{Si } \{M\} = \{M_{O1}\}$$

| Marco<br>di                     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |                      |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------|
| d <sub>1</sub>                  | 7.63  | 10.15 | 12.66 | -1.98 | 0.53  | 1.49  | $\times 10^{-3} [m]$ |
| d <sub>2</sub>                  | 9.62  | 12.91 | 16.19 | -2.58 | 0.70  | 2.02  |                      |
| d <sub>3</sub>                  | 6.54  | 8.61  | 10.69 | -1.30 | 0.78  | 0     |                      |
| $\text{Si } \{M\} = \{M_{O2}\}$ |       |       |       |       |       |       |                      |
| d <sub>1</sub>                  | 10.44 | 9.85  | 9.26  | 1.25  | 0.66  | -1.98 | $\times 10^{-3} [m]$ |
| d <sub>2</sub>                  | 13.17 | 12.49 | 11.82 | 1.47  | 0.80  | -2.46 |                      |
| d <sub>3</sub>                  | 9.70  | 8.48  | 7.27  | 0.92  | -0.30 | 0     |                      |

TABLA 3.5 Desplazamientos de los marcos para el sismo en X

## Fuerzas cortantes

$$Si \{M\} = \{M_{O1}\}$$

| Marco<br>$V_i$ | 1    | 2    | 3    | 4    | 5   | 6   |
|----------------|------|------|------|------|-----|-----|
| $V_1$          | 25.6 | 33.0 | 40.3 | -6.5 | 1.8 | 4.7 |
| $V_2$          | 20.1 | 25.6 | 30.7 | -5.7 | 1.1 | 4.7 |
| $V_3$          | 7.9  | 10.2 | 12.3 | -1.9 | 1.9 | 0   |

[ton]

$$Si \{M\} = \{M_{O2}\}$$

|       |      |      |      |     |      |      |
|-------|------|------|------|-----|------|------|
| $V_1$ | 35.1 | 32.2 | 29.5 | 4.3 | 2.1  | -6.6 |
| $V_2$ | 27.1 | 24.6 | 22.7 | 2.9 | 2.4  | -5.5 |
| $V_3$ | 12.4 | 10.1 | 7.9  | 1.6 | -1.7 | 0    |

[ton]

TABLA 3.6 Fuerzas cortantes en los marcos para sismos en X

1.1.9.b.1 Condición de carga:

$$\{F_X\} = \{0\} ; \{F_Y\} = \{V\} ; \{M\} = \{\bar{M}_{01}\}$$

Resolviendo 10.c

$$\begin{Bmatrix} \{u\} \\ \\ \\ \{v\} \\ \\ \\ \{\theta\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2.735 \\ -3.971 \\ -1.674 \\ 13.074 \\ 16.741 \\ 9.654 \\ -0.616 \\ -0.863 \\ -0.350 \end{Bmatrix} \times 10^{-3}$$

1.1.9.b.2 Condición de carga:

$$\{F_X\} = \{0\} ; \{F_Y\} = \{V\} ; \{M\} = \{\bar{M}_{02}\}$$

$$\begin{Bmatrix} \{u\} \\ \\ \\ \{v\} \\ \\ \\ \{\theta\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.336 \\ 1.223 \\ 0.857 \\ 9.202 \\ 11.924 \\ 7.787 \\ 0.128 \\ 0.078 \\ 0.125 \end{Bmatrix} \times 10^3$$

### 1.1.9.b.3 Desplazamientos y fuerzas cortantes en los marcos

Desplazamientos:

$$\{M\} = \{\bar{M}_{O1}\}$$

| Marco<br>$d_i$             | 1     | 2    | 3     | 4     | 5     | 6     |                      |
|----------------------------|-------|------|-------|-------|-------|-------|----------------------|
| $d_1$                      | 3.43  | 0.35 | -2.74 | 13.07 | 9.99  | 6.11  |                      |
| $d_2$                      | 4.66  | 0.34 | -3.97 | 16.74 | 12.43 | 7.04  | $\times 10^{-3} [m]$ |
| $d_3$                      | 1.83  | 0.08 | -1.67 | 9.65  | 7.90  | 0     |                      |
| $\{M\} = \{\bar{M}_{O2}\}$ |       |      |       |       |       |       |                      |
| $d_1$                      | 0.06  | 0.70 | 1.34  | 9.20  | 9.84  | 10.27 |                      |
| $d_2$                      | 0.44  | 0.83 | 1.22  | 11.92 | 12.31 | 12.37 | $\times 10^{-3} [m]$ |
| $d_3$                      | -0.39 | 0.23 | 0.86  | 7.79  | 8.41  | 0     |                      |

TABLA 3.7 Desplazamientos de los marcos para el sismo en Y

Fuerzas cortantes:

$$\{M\} = \{\bar{M}_{O1}\}$$

| Marco<br>$d_1$             | 1    | 2     | 3    | 4    | 5    | 6    |       |
|----------------------------|------|-------|------|------|------|------|-------|
| $V_1$                      | 10.9 | 1.2   | -8.0 | 43.5 | 33.9 | 21.0 |       |
| $V_2$                      | 10.9 | 0.7   | -8.6 | 35.5 | 25.2 | 15.1 | [ton] |
| $V_3$                      | 1.1  | -0.03 | -1.1 | 16.1 | 14.3 | 0    |       |
| $\{M\} = \{\bar{M}_{O2}\}$ |      |       |      |      |      |      |       |
| $V_1$                      | -0.3 | 2.3   | 4.9  | 30.7 | 33.4 | 34.6 |       |
| $V_2$                      | 1.7  | 1.8   | 1.8  | 24.5 | 24.4 | 27.1 | [ton] |
| $V_3$                      | -1.1 | 0.01  | 1.1  | 14.3 | 16.1 | 0    |       |

TABLA 3.8 Fuerzas cortantes en los marcos para sismo en V



## 1.2 Método simplificado tradicional

Para resolver el ejemplo con el criterio de rigidez de entrepiso, se aplicarán los conceptos y fórmulas desarrolladas en la referencia 21. Como se señaló anteriormente, el proceso consiste en: obtener las direcciones principales de rigidez (rotación de los ejes coordenados); calcular la posición del centro de torsión (traslación de los ejes coordenados); y definir las excentricidades y el cortante sísmico para cada marco.

A continuación se presentan las fórmulas empleadas.

### 1. Direcciones principales de rigidez

En forma análoga al problema de esfuerzos principales:

$$\gamma = \text{angtan} \left( \frac{-K_{xy}}{K_{yy} - K_{y'y'}} \right) \quad (\text{I})$$

$$K_{x'x'} = \frac{K_{xx} + K_{yy}}{2} + \sqrt{\frac{K_{xx} - K_{yy}}{2}^2 + K_{xy}^2} \quad (\text{II})$$

$$K_{y'y'} = \frac{K_{xx} + K_{yy}}{2} - \sqrt{\frac{K_{xx} - K_{yy}}{2}^2 + K_{xy}^2} \quad (\text{III})$$

donde

$$K_{xx} = \sum_j k_j \cos^2 \beta_j \quad (\text{IV})$$

$$K_{yy} = \sum_j k_j \operatorname{sen}^2 \beta_j \quad (\text{V})$$

$$K_{xy} = \sum_j k_j \cos \beta_j \operatorname{sen} \beta_j \quad (\text{VI})$$

$\beta_j$  : ángulo que forma el marco  $j$  con el eje  $x$ ,  
positivo en sentido antihorario

## 2. Centro de torsión

Puesto que los ejes coordenados se han girado es necesario obtener los nuevos ángulos  $\beta_j$ , así como las coordenadas de algún punto de cada marco referidas al sistema coordenado rotado; para esto último, por geometría analítica

$$x' = x \cos \gamma + y \operatorname{sen} \gamma$$

$$y' = y \cos \gamma - x \operatorname{sen} \gamma$$

Una vez hecho lo anterior se calcula el CT aplicando las siguientes expresiones

$$x_T = \frac{\sum_j x_j k_j \operatorname{sen}^2 \beta_j - \sum_j y_j k_j \cos \beta_j \operatorname{sen} \beta_j}{\sum_j k_j \operatorname{sen}^2 \beta_j} \quad (\text{VII})$$

$$y_T = \frac{\sum_j y_j k_j \cos^2 \beta_j - \sum_j x_j k_j \cos \beta_j \operatorname{sen} \beta_j}{\sum_j k_j \cos^2 \beta_j} \quad (\text{VIII})$$

donde ahora los ejes coordenados son los ejes principales de rigidez trasladados al CT.

### 3. Excentricidades

Si  $\psi$  es el ángulo que forma la dirección del sismo con el eje X, positivo en el sentido antihorario y  $(X_C, Y_C)$  son las coordenadas del centro de cortante del entrepiso considerado, la excentricidad estática será

$$E = X_C \text{ sen } \psi - Y_C \text{ cos } \psi \quad (\text{IX})$$

modificando ésta para fines de diseño según el RDF-76

$$E_1 = 1.5E + 0.1b \quad (\text{X})$$

$$E_2 = E - 0.1b \quad (\text{XI})$$

### 4. Cortante sísmico

#### 4.1 Obtención de $K_{\theta\theta}$

Para calcular el cortante sísmico es indispensable definir el valor de  $K_{\theta\theta}$  como

$$K_{\theta\theta} = \sum_j k_j d_j^2 \quad (\text{XII})$$

donde

$$d_j = X_j \operatorname{sen} \beta_j - Y_j \operatorname{cos} \beta_j$$

$X_j, Y_j$  : coordenadas de un punto cualquiera del marco  $j$  respecto a los ejes principales de rigidez con origen en el centro de torsión.

#### 4.2 Cálculo del cortante sísmico

Se aplica la expresión siguiente:

$$V_j = k_j V \left[ \left( \frac{\operatorname{cos} \psi}{K_{xx}} - \frac{Y_j E_i}{K_{\theta\theta}} \right) \operatorname{cos} \beta_j + \left( \frac{\operatorname{sen} \psi}{K_{yy}} + \frac{X_j E_i}{K_{\theta\theta}} \right) \operatorname{sen} \beta_j \right] \quad (\text{XIII})$$

donde  $V$  es la fuerza cortante del entrepiso en estudio

$E_i$  es la excentricidad modificada,  $i = 1, 2$ .

##### 1.2.1 Rigideces de entrepiso

De acuerdo al concepto de rigidez de entrepiso

$$k_i = V_i / d_i'$$

Resolviendo el sistema  $\{V\} = [K_D] \{d\}$  para cada marco  $y$  aplicando la expresión anterior tenemos que:

| Marco<br>$K_i$ | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $k_1$          | 3370.05 | 3260.86 | 3174.57 | 3380.02 | 3380.02 | 3382.61 |
| $k_2$          | 2079.24 | 1978.10 | 1899.29 | 2114.59 | 2114.59 | 2184.15 |
| $k_3$          | 1222.29 | 1185.37 | 1154.61 | 1573.44 | 1573.44 | 0       |

[ton/m]

TABLA 3.9 Rigideces de entrepiso para el ejemplo 1

## 1.2.2 Fuerzas cortantes de entrepiso para cada marco

## 1.2.2.a Entrepiso 3

## 1.2.2.a.1 Direcciones principales de rigidez

Puesto que los marcos son ortogonales en este entrepiso

$$\gamma = 0^\circ$$

## 1.2.2.a.2 Centro de torsión

Aplicando VII y VIII tenemos que

$$X_T = 2.5 \text{ m} \quad ; \quad Y_T = 5.095 \text{ m}$$

## 1.2.2.a.3 Excentricidades

Si CC (2.50, 5.00) [m], según IX, X y XI

| Dirección | E    | E <sub>1</sub> | E <sub>2</sub> |     |
|-----------|------|----------------|----------------|-----|
| X         | 0.10 | 1.14           | -0.91          | [m] |
| Y         | 0.0  | -0.50          | 0.50           |     |

TABLA 3.10 Excentricidades en el entrepiso 3

1.2.2.a.4 Cortante sísmico

1.2.2.a.4.1 Obtención de  $K_{\theta\theta}$

De XII,  $K_{\theta\theta} = 79058.35 \text{ ton}\cdot\text{m}$

1.2.2.a.4.2 Fuerzas cortantes

Aplicando XIII, para  $V = 30.4 \text{ ton}$

| Marco | Sismo en X<br>$\psi = 0^\circ$ |                          | Sismo en Y<br>$\psi = 90^\circ$ |                       | [ton] |
|-------|--------------------------------|--------------------------|---------------------------------|-----------------------|-------|
|       | E <sub>1</sub> = 1.14 m        | E <sub>2</sub> = -0.91 m | E <sub>1</sub> = -0.50          | E <sub>2</sub> = 0.50 |       |
| 1     | 8.0                            | 12.5*                    | 1.2                             | -1.2                  |       |
| 2     | 10.2*                          | 10.1                     | -0.02                           | 0.02                  |       |
| 3     | 12.4*                          | 7.8                      | -1.1                            | 1.1                   |       |
| 4     | -1.7                           | 1.4                      | 16.0*                           | 14.4                  |       |
| 5     | 1.7                            | -1.4                     | 14.4                            | 16.0*                 |       |

\* valores máximos

TABLA 3.11 Fuerzas cortantes de los marcos para el entrepiso 3

## 1.2.2.b Entrepiso 2

## 1.2.2.b.1 Direcciones principales de rigidez

De las ecuaciones I, II y III

$$\gamma = 35.52^\circ$$

$$K_{x'x'} = 6629.12 \text{ ton/m} \quad ; \quad K_{y'y'} = 5740.84 \text{ ton/m}$$

## 1.2.2.b.2 Centros de torsión

Aplicando VII y VIII tenemos que

$$X_T = 7.50 \text{ m} \quad ; \quad Y_T = 1.46 \text{ m}$$

## 1.2.2.b.3 Excentricidades

Si CC (-1.15, 0.04) [m] (referido al sistema rotado y trasladado) según IX, X y XI

| Dirección | E     | E <sub>1</sub> | E <sub>2</sub> |
|-----------|-------|----------------|----------------|
| X         | 0.63  | 1.95           | -0.37          |
| Y         | -0.96 | -2.64          | 0.24           |

[m]

TABLA 3.12 Excentricidades en el entrepiso 2

## 1.2.2.b.4 Cortante sísmico

1.2.2.b.4.1 Obtención de  $K_{\theta\theta}$ 

De XII,  $K_{\theta\theta} = 223700.72 \text{ ton}\cdot\text{m}$

## 1.2.2.b.4.2 Fuerzas cortantes

Aplicando XIII, para  $V = 75.5 \text{ ton}$

| Marco | Sismo en X<br>$\psi = -35.52^\circ$ |               | Sismo en Y<br>$\psi = 54.48^\circ$ |              |
|-------|-------------------------------------|---------------|------------------------------------|--------------|
|       | $E_1 = 1.95$                        | $E_2 = -0.37$ | $E_1 = -2.64$                      | $E_2 = 0.24$ |
| 1     | 20.0                                | 27.3*         | 10.0                               | 1.0          |
| 2     | 25.5*                               | 24.7          | 0.7                                | 1.7          |
| 3     | 30.8*                               | 22.5          | -7.8                               | 2.4          |
| 4     | -5.6                                | 3.1           | 35.2*                              | 24.4         |
| 5     | 1.4                                 | 1.8           | 25.8*                              | 25.3         |
| 6     | 4.2                                 | -5.1          | 14.7                               | 26.3*        |

\* valores máximos

TABLA 3.13 Fuerzas cortantes en los marcos para el entrepiso 2

## 1.2.2.c Entrepiso 1

## 1.2.2.c.1 Direcciones principales de rigidez

De las ecs I, II y III



$$\gamma = 43.30^\circ$$

$$K_{x',x'} = 10625.72 \text{ ton/m} \quad ; \quad K_{y',y'} = 9322.51 \text{ ton/m}$$

#### 1.2.2.c.2 Centro de torsión

Aplicando VII y VIII tenemos que

$$X_T = 7.56 \text{ m} \quad ; \quad Y_T = 0.40 \text{ m}$$

#### 1.2.2.c.3 Excentricidades

Si CC (-0.87, 0.03) [m] (referido al sistema rotado y trasladado), según IX, X y XI

| Dirección | E     | E <sub>1</sub> | E <sub>2</sub> |
|-----------|-------|----------------|----------------|
| X         | 0.58  | 1.86           | -0.42          |
| Y         | -0.65 | -2.18          | 0.55           |

[m]

TABLA 3.14 Excentricidades en el entrepiso 1

#### 1.2.2.c.4 Cortante sísmico

##### 1.2.2.c.4.1 Obtención de $K_{\theta\theta}$

$$\text{De XII, } K_{\theta\theta} = 362266.45 \text{ ton}'\text{m}$$

##### 1.2.2.c.4.2 Fuerzas cortantes

Aplicando XIII, para  $V = 98$  ton

| Marco | Sismo en X<br>$\psi = 43.30^\circ$ |               | Sismo en Y<br>$\psi = 46.70^\circ$ |              |
|-------|------------------------------------|---------------|------------------------------------|--------------|
|       | $E_1 = 1.86$                       | $E_2 = -0.42$ | $E_1 = -2.18$                      | $E_2 = 0.55$ |
| 1     | 25.7                               | 35.1*         | 11.1                               | -0.1         |
| 2     | 33.1*                              | 32.1          | 1.2                                | 2.3          |
| 3     | 40.2*                              | 29.5          | -8.2                               | 4.6          |
| 4     | -6.7                               | 4.2           | 43.6*                              | 30.6         |
| 5     | 17.8                               | 2.3           | 33.7*                              | 33.1         |
| 6     | 5.0                                | -6.6          | 21.1                               | 35.0*        |

\* valores máximos

TABLA 3.15 Fuerzas cortantes en los marcos para el entrepiso 1

## 1.3 Comparación de resultados y comentarios

## 1.3.1 Coordenadas del centro de torsión

| Entre-<br>piso | Análisis *     |       | Método *     |       | Error**    |       |
|----------------|----------------|-------|--------------|-------|------------|-------|
|                | tridimensional |       | simplificado |       | absoluto % |       |
|                | $X_T$          | $Y_T$ | $X_T$        | $Y_T$ | $X_T$      | $Y_T$ |
| 1              | 5.19           | 5.44  | 5.23         | 5.48  | 0.8        | 0.6   |
| 2              | 5.43           | 5.61  | 5.26         | 5.54  | 3.1        | 1.2   |
| 3              | 2.50           | 5.05  | 2.50         | 5.10  | 0          | 0.9   |

[m]

\* Coordenadas referidas al sistema global de ejes coordenados

$$** \text{ Se define como } \left| \frac{CT_{3D} - CT_{simp}}{CT_{3D}} \right| \times 100$$

TABLA 3.16 Comparación de las posiciones del centro de torsión

## 1.3.2 Excentricidades estáticas

| Entrepiso | Análisis<br>tridimensional |       | Método<br>simplificado |       |
|-----------|----------------------------|-------|------------------------|-------|
|           | $e_x$                      | $e_y$ | $e_x$                  | $e_y$ |
| 1         | -0.61                      | -0.54 | -0.65                  | 0.58  |
| 2         | -1.13                      | -0.70 | -0.96                  | 0.63  |
| 3         | 0                          | -0.05 | 0                      | 0.10  |

[m]

TABLA 3.17 Comparación de las excentricidades estáticas

## 1.3.3 Cortantes sísmicas

- Condiciones más desfavorables

TABLA 3.18 Comparación de fuerzas cortantes de entrepiso

| Marco | Entrepiso | Análisis       |              | Condición |                      | Error*<br>absoluto % |
|-------|-----------|----------------|--------------|-----------|----------------------|----------------------|
|       |           | Tridimensional | Simplificado | A.3-D     | A. Sim-<br>plificado |                      |
| 1     | 1         | 35.10          | 35.13        |           |                      | 0.1                  |
|       | 2         | 27.09          | 27.26        | X-2       | X-2                  | 0.6                  |
|       | 3         | 12.37          | 12.52        |           |                      | 1.2                  |
| 2     | 1         | 33.05          | 33.08        |           |                      | 0.1                  |
|       | 2         | 25.60          | 25.55        | X-1       | X-1                  | 0.2                  |
|       | 3         | 10.15          | 10.17        |           |                      | 0.1                  |
| 3     | 1         | 40.32          | 40.21        |           |                      | 0.3                  |
|       | 2         | 30.67          | 30.77        | X-1       | X-1                  | 0.3                  |
|       | 3         | 12.32          | 12.44        |           |                      | 1.0                  |
| 4     | 1         | 43.53          | 43.63        |           |                      | 0.2                  |
|       | 2         | 35.47          | 35.25        | Y-1       | Y-1                  | 0.6                  |
|       | 3         | 16.05          | 15.96        |           |                      | 0.6                  |
| 5     | 1         | 33.87          | 33.68        |           |                      | 0.6                  |
|       | 2         | 25.17          | 25.83        | Y-1       | Y-1                  | 2.6                  |
|       | 3         | 14.34          | 14.44        |           |                      | 0.7                  |
| 6     | 1         | 34.58          | 34.97        |           |                      | 1.1                  |
|       | 2         | 27.14          | 26.28        | Y-2       | Y-2                  | 3.2                  |

Error medio: 0.8%

Simbología:

Sismo paralelo  $\underline{Y}$  - 1 excentricidad 1 ( $E_1=1.5e+0.1b$ )

al eje Y

( $E_2=es-0.1b$ )

\* Se define como:  $\left| \frac{V_{3D} - V_{simp.}}{V_{3D}} \right| \times 100$

#### 1.3.4 Comentarios

Al comparar algunos resultados de los análisis hechos por los métodos tridimensional y simplificado tradicional, se observa que son iguales para fines prácticos. Ello se verifica al calcular el error absoluto, que considera al análisis tridimensional -3D- como "exacto", arrojando valores máximos de 3.1% y 3.2% en las coordenadas del centro de torsión y en las fuerzas cortantes sísmicas, respectivamente. Estos números son admisibles en la práctica de la ingeniería, sobre todo si se consideran las incertidumbres en el comportamiento y en las propiedades de los materiales que pueden influir en los resultados.

Los marcos 3 y 4 son los elementos resistentes más afectados por la torsión en las direcciones X y Y del sismo, respectivamente. Por el contrario, la torsión no influye significativamente en el marco 5 en donde, en el entrepiso 1, la cortante sísmica aumenta en una tonelada a la debida sólo al cortante directo -32.8 ton.

Aún más, este marco presenta dos condiciones desfavorables (Y-1, Y-2) que son muy parecidas. En el punto anterior se muestra la condición Y-1.

En suma, los resultados demuestran la equivalencia de los métodos de análisis de estructuras que se puedan considerar compuestas por marcos planos.

## 2. EJEMPLO 2

Se analizará la estructura de 5 niveles de la figura 3.3, compuesta por un muro sísmico y vigas y columnas que no forman marcos planos. Esta última característica plantea la necesidad de resolver el ejemplo mediante una matriz de rigidez del edificio obtenida con el esquema piso por piso. Así, se usó un programa de computadora que obtiene la matriz de rigidez de esta forma y que tiene implementado el método de Dany aquí expuesto (referencia 20).

El muro de concreto reforzado se considera en toda la altura del edificio con un espesor uniforme de 25 cm.

Se tienen 2 secciones de columnas:

1. Columnas rectangulares de 60 x 40 cm
2. Columnas cuadradas de 40 x 40 cm colocadas en el plano del muro, en la intersección de éste con los ejes horizontales -vistos en planta- de las vigas

Asimismo, se tienen 2 secciones para vigas:

1. Vigas rectangulares interiores de 25 x 60 cm
2. Vigas rectangulares de fachada de 25 x 70 cm

El módulo de elasticidad del concreto,  $E$ , es el correspondiente a concretos con resistencia a compresión  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ ;

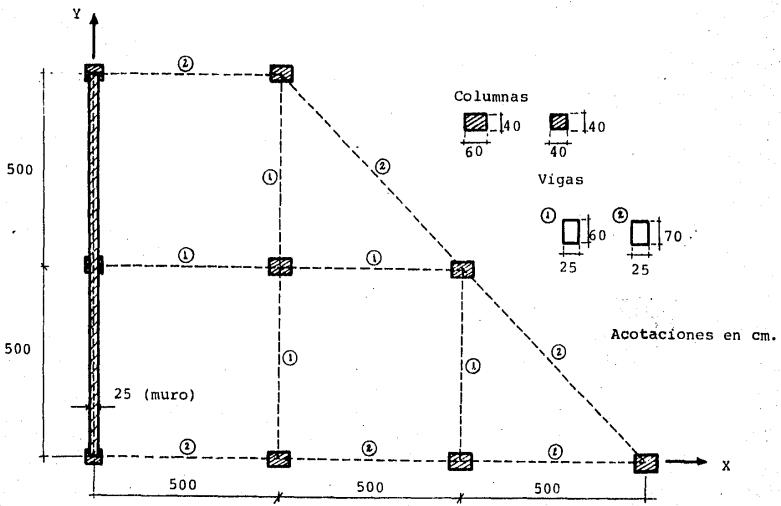
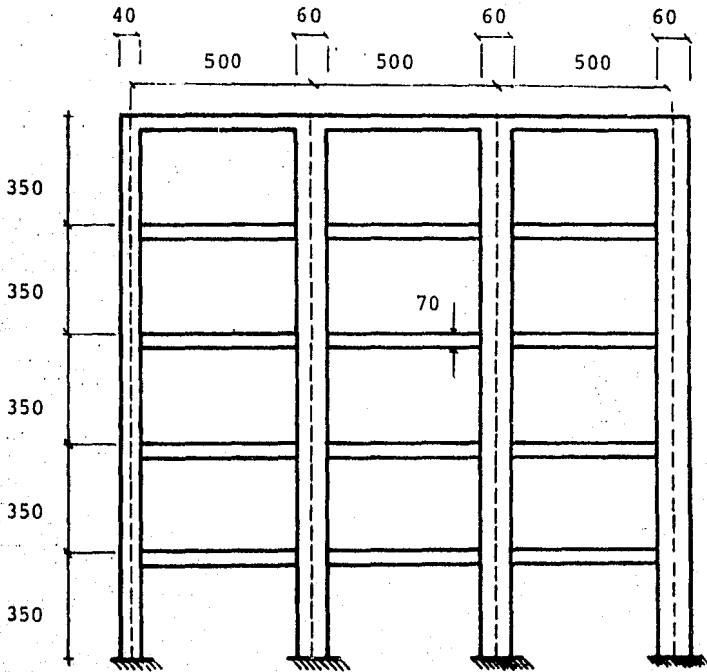


FIG. 3.3 a) Ejemplo 2: planta.





Acotaciones en cm.

FIG. 3.3 b) Ejemplo 2: elevación del marco sobre el eje X.

por tanto

$$E = 1.58 \times 10^6 \text{ ton/m}$$

La relación de Poisson, empleada en el cálculo de deformaciones por cortante, se asumió como 0.20.

Con objeto de emplear el programa citado es necesario modelar la estructura definiendo sus propiedades geométricas -áreas e inercias- que participan en la respuesta de la estructura (figura 3.4). Así, las inercias a flexión de las columnas tipo 1 y de las vigas tipo 1 y 2 se calcularon en base a su sección no agrietada; la inercia a torsión (momento polar de inercia) se determinó como  $Kb^3h$  donde  $K$  es función de  $h/b$  y su valor se obtuvo en la referencia 22. El cálculo de las áreas de cortante se hizo aplicando la expresión:  $A_{\text{sección}}/1.2$ .

El elemento más interesante para modelar fue el muro de cortante. Para ello se consideró la inercia alrededor del eje  $X$  como la suma de las inercias del muro y de las tres columnas del tipo 2, concentrándola en la columna 2. La inercia con respecto al eje  $Y$  es la que corresponde a las columnas cuadradas 1, 2 y 3; por lo que se refiere al momento polar, se calculó para todo el muro y se concentró en la columna 2. En relación a las áreas, el área de cortante con respecto al eje  $X$  se concentró en la columna 2, mientras que el área con respecto a  $Y$  es la que proviene de las columnas cuadradas. Finalmente, para el área normal se determinó el área de las columnas cuadradas y se ubicó en las columnas 1 y 3; en la columna 2 se

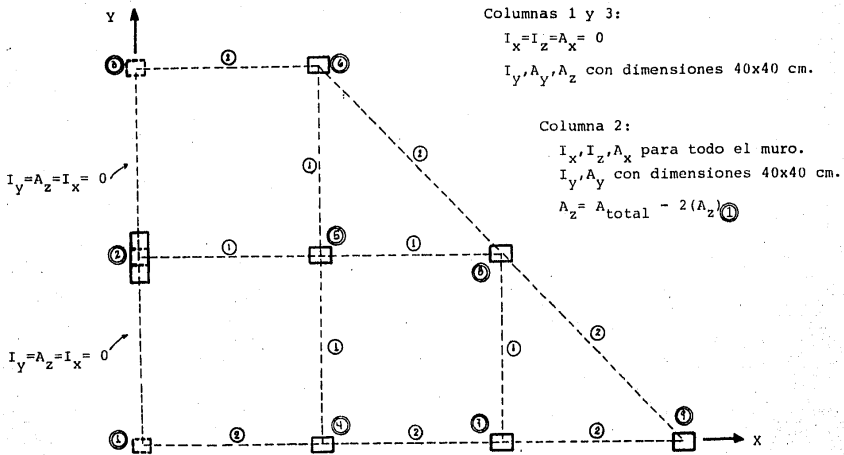


FIG. 3.4 Ejemplo 2: modelo del muro de cortante para el análisis de la estructura.

concentró la diferencia del área total (muro y columnas) y las áreas de las columnas 1 y 3.

La masa se consideró distribuida uniformemente con coordenadas del centro de masa en CM (541.67, 416.67) [cm]. Por otro lado, se asumió una carga distribuida de 900 kg/m<sup>2</sup> para el cálculo de las fuerzas sísmicas. Estas fueron calculadas con el método estático equivalente con coeficiente sísmico de 0.4, resultando el vector siguiente:

$$\{P\} = \begin{Bmatrix} 12.0 \\ 24.0 \\ 36.0 \\ 48.0 \\ 60.0 \end{Bmatrix} \quad [\text{ton}]$$

y por tanto

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} 180.0 \\ 168.0 \\ 144.0 \\ 108.0 \\ 60.0 \end{Bmatrix} \quad [\text{ton}]$$

Es interesante hacer notar que, ya que la distribución de constantes en la altura es lineal, la posición del centro de

cortante de los entrepisos es la misma que para el centro de masa de los niveles.

Los resultados del análisis tridimensional, respecto al centro de torsión y excentricidades, se presentan a continuación:

| ENTREPISO | CENTRO DE TORSION |       | $E_X$ | $E_X(1)$ | $E_X(2)$ | $E_Y$ | $E_Y(1)$ | $E_Y(2)$ |
|-----------|-------------------|-------|-------|----------|----------|-------|----------|----------|
|           | $X_T$             | $Y_T$ |       |          |          |       |          |          |
| 1         | 14.0              | 387.0 | 527.7 | 941.5    | 377.7    | 29.7  | 144.5    | -70.3    |
| 2         | 15.9              | 419.3 | 525.8 | 938.7    | 375.8    | -2.6  | 97.4     | -103.9   |
| 3         | 23.3              | 420.6 | 518.4 | 927.6    | 368.4    | -3.9  | 96.1     | -105.8   |
| 4         | 31.5              | 421.4 | 510.2 | 915.3    | 360.2    | -4.7  | 95.3     | -107.1   |
| 5         | 65.5              | 439.1 | 476.2 | 864.3    | 326.2    | -22.4 | 77.6     | -133.6   |

Nota: todas las coordenadas y distancias en centímetros.

TABLA 3.19. Posición del centro de torsión y valor de las excentricidades

Como era de esperarse, el CT está muy próximo al muro sísmico separándose de éste con la altura. Algo similar se puede concluir del análisis de las ordenadas del CT ya que éste está más próximo al marco sobre el eje X. Es importante llamar la atención al hecho de que la excentricidad calculada es mayor que el 20% de la longitud del edificio de aquí que, de acuerdo a

NEDF85, no se permitiría la construcción del proyecto; sin embargo, el ejemplo es válido para los fines del presente trabajo.

Enseguida se muestran los desplazamientos de los niveles según la dirección de análisis sísmico.

Dirección X

| Nivel | Dirección X-1 |      |                         | Dirección X-2 |       |                         |
|-------|---------------|------|-------------------------|---------------|-------|-------------------------|
|       | u             | v    | $\theta \times 10^{-3}$ | u             | v     | $\theta \times 10^{-3}$ |
| 1     | 1.4           | 0.01 | -0.4                    | 1.7           | 0.0   | 0.3                     |
| 2     | 3.4           | 0.03 | -0.9                    | 4.0           | 0.002 | 0.7                     |
| 3     | 5.1           | 0.05 | -1.4                    | 6.2           | 0.004 | 1.2                     |
| 4     | 6.5           | 0.08 | -1.7                    | 7.9           | 0.006 | 1.6                     |
| 5     | 7.4           | 0.10 | -1.9                    | 8.9           | 0.009 | 1.8                     |

Dirección Y

| Nivel | Dirección Y-1 |      |                         | Dirección Y-2 |      |                         |
|-------|---------------|------|-------------------------|---------------|------|-------------------------|
|       | u             | v    | $\theta \times 10^{-3}$ | u             | v    | $\theta \times 10^{-3}$ |
| 1     | 1.3           | 0.02 | 3.2                     | 0.5           | 0.5  | 1.3                     |
| 2     | 3.1           | 0.06 | 7.7                     | 1.3           | 0.14 | 3.1                     |
| 3     | 4.8           | 0.11 | 11.7                    | 1.9           | 0.24 | 4.7                     |
| 4     | 6.1           | 0.16 | 14.7                    | 2.5           | 0.31 | 5.8                     |
| 5     | 6.9           | 0.21 | 16.5                    | 2.8           | 0.46 | 6.5                     |

u y v en centímetros

$\theta$  en radianes

TABLA 3.20 Desplazamientos de los niveles, según la dirección del sismo.

De acuerdo a lo anterior, el sismo X-2 es el que produce mayores desplazamientos  $u$  (sobre el eje X), mientras que el Y-2 conduce a desplazamientos  $v$  mayores. En relación al giro, el sismo Y-1 produce rotaciones 2.5 veces las inmediatas inferiores (Y-2).

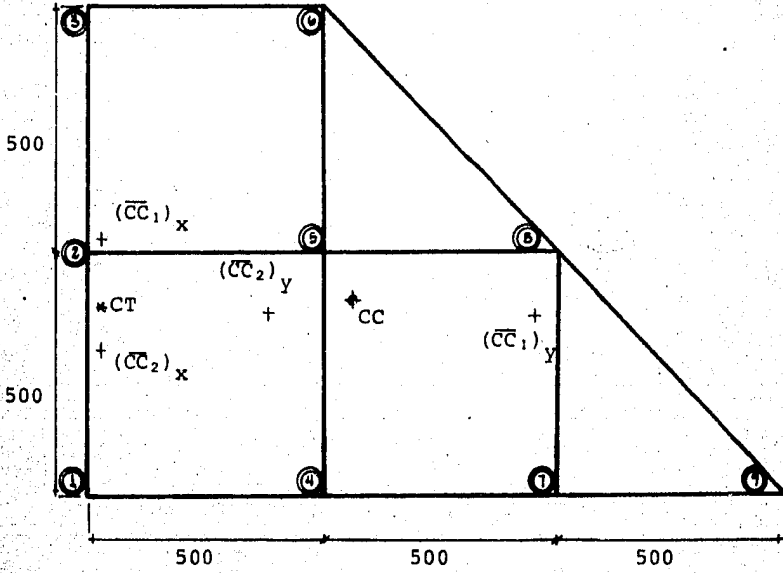
Por otro lado, de los resultados del análisis podemos establecer la siguiente tabla de condiciones más desfavorables para las columnas.

| Columna | Momento flexionante alrededor del eje X y fuerza cortante en dirección Y | Momento flexionante alrededor de Y y fuerza cortante en dirección X |
|---------|--|---|
| 1       | -  | X-2   |
| 2       | Y-2  | X-1   |
| 3       | -  | Y-1   |
| 4       | Y-1  | X-2   |
| 5       | Y-1  | X-1   |
| 6       | Y-1  | Y-1   |
| 7       | Y-1  | X-2   |
| 8       | Y-1  | X-1   |
| 9       | Y-1  | X-2   |

TABLA 3.21 Condiciones más desfavorables para las columnas

Lo anterior era de esperar si se observa la figura 3.5.

Simbología:  $(\bar{C}C_1)_x$  = centro de cortante desplazado obtenido con la excentricidad 1, cuando el sismo actúa en dirección X.



Acotaciones en cm.

FIG. 3.5 Posiciones de los centros de cortante desplazados y del centro de torsión en el entrespacio 1 (ejemplo 2).



El muro sísmico, idealizado por la columna 2, tiene un momento flexionante  $M(X)$  y fuerza cortante  $F(Y)$  máximos de 1654.8 ton·m y 130.0 ton, respectivamente, en su apoyo. Se observa que el muro absorbe el 72% del cortante sísmico del entrepiso 1.

Por otro lado, la columna 9 experimenta grandes desplazamientos, sobre todo en el sismo paralelo a Y, como lo muestra la tabla siguiente:

| Condición | $u'$ | $v'$  | $u'/h$ | $v'/h$ |
|-----------|------|-------|--------|--------|
| X-1       | 1.97 | -0.74 | 0.006  | -0.002 |
| X-2       | 2.38 | 0.71  | 0.007  | 0.002  |
| Y-1       | 1.87 | 6.78  | 0.005  | 0.019  |
| Y-2       | 0.75 | 2.78  | 0.002  | 0.008  |

$u'$  y  $v'$  son desplazamientos relativos del entrepiso, en cm.

$h$  es altura del entrepiso

TABLA 3.22 Desplazamientos del segundo nivel en el eje de la columna 9

El sismo X-2 provoca el mayor desplazamiento en X y el Y-1 en Y; sin embargo, si observamos la distorsión y si consideramos que los muros están integrados a la estructura, la condición Y-1 provoca una distorsión  $v'/u$  mayor que la permisible -0.008-.

En relación directa a los desplazamientos y giros se encuentran las fuerzas cortantes y momentos flexionantes que, en el apoyo de la columna 9, tienen sus máximos valores, que son:

| Condición | M(X) | M(Y)  | F(X)  | F(Y)  |
|-----------|------|-------|-------|-------|
| X-2       | 2.5  | -58.3 | -24.5 | 0.7   |
| Y-1       | 68.9 | -36.0 | -11.4 | -25.8 |

TABLA 3.23 Elementos mecánicos en el apoyo de la columna 9

En suma, las asimetrías en la distribución de rigideces, así como en la planta del edificio producen grandes excentricidades que se traducen en problemas de torsión. Estos, a su vez, causan grandes desplazamientos y elementos mecánicos en los elementos estructurales más alejados del centro de torsión. Como conclusión, se debería buscar uniformizar la distribución de rigidez -peraltando las vigas de fachada, por ejemplo- y disminuir así los efectos de la torsión.

## CAPITULO IV

## CAPITULO IV

### CONCLUSIONES

Las conclusiones se han dividido en dos secciones: la primera contempla algunas conclusiones, de carácter general, del problema de torsión, mientras que la segunda parte lo hace del método para la obtención del centro de torsión de edificios en forma matricial.

## A. Problema de torsión

1. Del análisis de las síntesis de reportes presentadas en el Capítulo I podemos decir que la torsión es un fenómeno imposible de evitar del todo; se debe, entonces, estudiar con cuidado sus posibles efectos en la estructura.

2. Podemos mencionar cinco causas para la aparición y aumento de la torsión, algunas de ellas relacionadas entre sí:

a. Asimetría en las distribuciones de masa y rigidez, existiendo excentricidades no nulas.

Conforme las excentricidades crecen, mayor es la diferencia en las respuestas evaluadas con métodos estáticos y dinámicos.

b. Frecuencias de vibración de modos, con componentes de rotación, próximas entre sí.

Es necesario evitar modos acoplados haciendo el momento polar de inercia mucho menor que la rigidez, pues de lo contrario, además de sumarse las componentes rotacionales de los modos, las amplificaciones dinámicas tienden a incrementarse.

c. Componentes rotacionales del movimiento del terreno durante un sismo.

La excentricidad inducida por este caso es función del periodo de la estructura y del tiempo que tarda la onda

en atravesarla.

- d. Incursión de algunas partes de la estructura en el intervalo inelástico ante la presencia de un sismo.

El acoplamiento traslación-torsión puede aparecer aún cuando la configuración sea simétrica; por otro lado, el movimiento en una dirección afecta el comportamiento inelástico en la otra.

- e. Carácter dinámico del fenómeno de la torsión que trae consigo diferencias entre las excentricidades estática y dinámica.

La torsión induce excentricidades dinámicas aunque la excentricidad estática sea nula; aún más, debido a esta razón el problema debe recibir un tratamiento especial pues se aparta, considerablemente en ocasiones, de las hipótesis de los reglamentos.

3. A la luz de las premisas anteriores, una evaluación precisa de la respuesta torsional es bastante complicada, ya que es necesario efectuar esencialmente un cálculo tridimensional de la respuesta dinámica, tomando en cuenta los modos de vibración que incluyan deformaciones laterales y torsionales acopladas de la estructura completa, así como el comportamiento post-elástico.

Sin embargo, es adecuado aproximar la respuesta y evitar análisis muy detallados sobre todo si se considera la poca

atención que se presta al modelo de la estructura, a las propiedades de los materiales y a las cargas.

Un método que permite la aproximación justificada arriba es el que ha sido expuesto en el presente trabajo.

4. Con objeto de disminuir los efectos de la torsión es conveniente seguir algunas recomendaciones de estructuración. En forma muy concisa éstas pueden ser (según la referencia 19):

- poco peso
- sencillez, simetría y regularidad en planta  
+ evitar formas muy alargadas en planta y plantas con entrantes o salientes (L,U,T,+ H).
- sencillez, simetría y regularidad en elevación
- uniformidad en la distribución de resistencia, rigidez y ductilidad
- líneas escalonadas de defensa estructural que permitan disipar la energía cuidando que no modifiquen radicalmente la posición de los centros de torsión

B. Centro de torsión de edificios obtenido matricialmente.

1. El método de Dany es una herramienta para la estimación de la torsión en edificios; su objetivo de aplicación es en el análisis matricial sísmico tridimensional de edificios.
2. Es un procedimiento más general para determinar la posición del centro de torsión de edificios, pues no está limitado por las condiciones del método tradicional simplificado basado en rigideces de entrepiso.
3. Si los marcos se pueden desacoplar, ambos métodos son equivalentes; pero, en caso contrario el método expuesto en este trabajo permite calcular el centro de torsión partiendo de la matriz de rigidez del edificio, ensamblada con el esquema piso por piso.
4. Además de obtener el centro de torsión y la excentricidad estática, la metodología expuesta considera las modificaciones a esta última de acuerdo con las previsiones del RDF-76, analizando las cuatro condiciones del sismo.
5. El método tiene dos limitantes particulares:
  - a. La hipótesis de diafragma rígido, lo que conduce a cálculos erróneos de la excentricidad si el sistema de piso es flexible. Aún más, como se señaló en el capítulo II, el problema sería de carácter iterativo.
  - b. El método es estático. La metodología desarrollada se



aplica, como se dijo, en el análisis tridimensional; sin embargo, éste se usa, en la mayoría de las veces quizá, en edificios con estructuraciones raras o complejas, cuyas respuestas se apartan de las hipótesis de los reglamentos. Es necesario, entonces, hacer análisis dinámicos modales tridimensionales de estos casos en los cuales se contemple la inercia de rotación de las masas. Sin embargo, las ecuaciones del movimiento de un sistema con tres grados de libertad por nivel (dos traslaciones y una rotación), están en función de la excentricidad, misma que depende de las fuerzas que aún no se conocen.

Así pues, debido a que el centro de torsión no es un invariante, no tiene sentido hablar de análisis dinámico aplicado al método expuesto.

## AGRADECIMIENTO

## AGRADECIMIENTO

El autor desea agradecer a Julio Damy las atenciones y orientaciones recibidas durante los estudios profesionales y en el desarrollo del presente trabajo.

Asimismo, expresa su sentimiento de gratitud y su reconocimiento a todos aquellos profesionales que contribuyeron a su formación, en particular a Jorge Avila, Oscar de Buen, Neftalí Rodríguez y José Luis Trigos.

## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA

## REFERENCIAS

1. Housner, G. W. y Outinen, H.  
*The effect of torsional oscillations on earthquake stresses*  
Boletín de la Sociedad Sismológica de América, Vol 48,  
Julio 1958, pp. 221 a 229.
2. Jennings, R. L. y Newmark, N.-M.  
*Elastic response of multi-story shear beam tube structures  
subjected to strong ground motion*  
II Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica,  
Tokio, Japón, 1960, pp. 699-717
3. Bustamante, J. I. y Rosenblueth, E.  
*Building code provisions on torsional oscillations*  
II Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio, Japón,  
1960, pp. 179-894
4. Bustamante, J. I.  
*Torsión dinámica en estructuras de edificios*  
Instituto de Ingeniería, UNAM, Publicación 44, 1961
5. Rosenblueth, E. y Esteva, L.  
*Diseño sísmico de edificios. Folleto complementario al Re-  
glamento de Construcciones del Distrito Federal*  
México, D. F., 1962
6. Rosenblueth, E.  
*Sobre la respuesta sísmica de estructuras de comportamiento  
lineal*  
Instituto de Ingeniería, UNAM, Publicación 179, 1968
7. Elorduy, J. y Rosenblueth, E.  
*Torsiones sísmicas en edificios de un piso*  
Instituto de Ingeniería, Publicación 164, 1968
8. Newmark, N. M.  
*Torsion in symmetrical buildings*  
IV Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Vol 2, Santiago  
de Chile, Chile, 1969, pp. A3-19 a A3-32
9. Blume, J. A. y Jhaveri, D.  
*Time-history response of buildings with unusual configura-  
tions*  
IV Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Vol 2, Santiago  
de Chile, Chile, 1969, pp. A3-155- A3-170
10. Penzien, J.  
*Earthquake response of irregularly shaped buildings*  
IV Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Vol 2, Santiago  
de Chile, Chile, 1969, pp. A3-75 a A3-89

11. Koh, T., Takase, H., y Tsugawa, T.  
*Torsional problems in aseismic design of high-rise buildings*  
IV Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Vol 2, Santiago de Chile, Chile, 1969, pp. A4-71 a A4-87
12. Shibata, A., Onose, J. y Shiga, T.  
*Torsional response of buildings to strong earthquake motions*  
IV Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Vol 2, Santiago de Chile, Chile, 1969, pp. A4-123 a A4-138
13. Rascón, O.A., y Villarreal, A.G.  
*Estudio estadístico de los criterios para estimar la respuesta sísmica de sistemas lineales con dos grados de libertad*  
Instituto de Ingeniería, UNAM, Reporte No. 323, Octubre 1973
14. Kan, Ch. L. y Chopra, A. K.  
*Coupled lateral torsional response of buildings to ground shaking*  
Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC-76-13, Berkeley, Mayo 1976
15. *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*  
Instituto de Ingeniería, UNAM, Reporte 400, 1977
16. Batts, M. E., Berg, G. V. y Hanson, R. D.  
*Torsion in buildings subjected to earthquakes*  
Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Michigan, UMME 78R4, Michigan, Noviembre 1978
17. Kan, Ch. L. y Chopra, A. K.  
*Linear and nonlinear earthquake responses of simple torsionally coupled systems*  
Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 79-03, Berkeley, Febrero 1979
18. *Normas de Emergencia para el Distrito Federal*  
Diario Oficial de la Federación, México, D. F., Octubre 18 de 1985
19. Bazán, E. y Meli, R.  
*Manual de diseño sísmico de edificios*  
Ed. Limusa, México, D. F., 1985
20. Damy, J.  
*Programa de computadora para el análisis sísmico tridimensional de edificios*  
Instituto de Ingeniería, UNAM, Reporte interno, 1985

21. Damy, J.  
*Diagonalización de matrices de rigidez de edificios*  
Revista Ingeniería, México, D. F., Enero-Marzo 1978, pp.  
62-67
22. Timoshenko, S. P. y Goodier, J. N.  
*Theory of elasticity*  
Mc. Graw-Hill, Nueva York, 1970, pág 312.

## BIBLIOGRAFIA

1. Newmark, N. M. y Rosenblueth, E.  
*Fundamentos de ingeniería sísmica*  
Editorial Diana, México, D. F., 1976
  
2. Cardona, R.  
*Sobre la respuesta torsional de edificios de  
cortante*  
Tesis de maestría, DESFI, UNAM, México, D.F.,  
1977